

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN
COMPUTADOR ANALOGICO Y SU
APLICACION EN LA SOLU
CION DE ECUACIONES
DIFERENCIALES

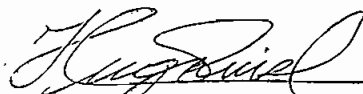
Tesis previa a la obtención del
título de Ingeniero, en la espe
cialización de Electrónica y Te
lecomunicaciones, de la Escuela
Politécnica Nacional.

EDUARDO A. NARVAEZ MOSQUERA

QUITO

Enero de 1.974

Certifico que este trabajo ha sido
realizado en su totalidad por el
señor Eduardo A. Narváez Mosquera.



Ing. Hugo Ruiz Coral

DIRECTOR DE TESIS

Quito, Enero de 1.974

A MIS PADRES

A G R A D E C I M I E N T O

Dejo constancia de mi agradecimiento, a todos quienes colaboraron en la realización del presente trabajo, - en especial a mi consultor de tesis Ingeniero Hugo - Ruiz, al Doctor Daniel Beaulier, y a la Escuela Politécnica Nacional a quien debo mi formación académica.

EDUARDO A. NARVAEZ MOSQUERA

I N D I C E

	Página
INTRODUCCION	1
CAPITULO PRIMERO: <u>El Computador Analógico Eléctro</u> <u>nico.</u>	4
1.1 Computador Analógico y digital	6
1.2 Potenciómetro	8
1.2.1 Consideraciones de carga y ajuste del potenciómetro	9
1.3 Amplificador operacional	11
1.3.1 Evolución del amplificador operacional	11
1.3.2 Circuitos básicos utilizados en ampli- ficadores operacionales	14
1.3.3 Modelo básico del amplificador opera - cional	27
1.4 Circuito Inversor	30
1.4.1 Circuito inversor fundamental	30
1.4.2 Sumador	32
1.4.3 Integrador	34
1.5 Circuitos no inversores	35
1.5.1 Seguidor de voltaje	35

1.5.2	Amplificador no inversor	37
1.5.3	Amplificador con realimentación diferencial	39
1.6	Multiplicador	40
1.6.1	Análisis del MC1495L	41
1.7	Divisor	47
1.8	Generador de funciones	49
CAPITULO SEGUNDO: <u>Análisis para la computación</u>		51
2.1	Escalamiento en amplitud	52
2.2	Escalamiento de tiempo	53
2.3	Conceptos de variables de estado	55
2.4	Ejemplo de escalamiento	59
CAPITULO TERCERO: <u>Diseño y construcción del Computador Analógico</u>		65
3.1	Potenciómetro	66
3.2	Sumador	73
3.3	Integrador	79
3.3.1	Diseño del amplificador diferencial	80
3.3.2	Funcionamiento del integrador	84
3.3.3	Diseño del switch	89
3.4	Multiplicador	95
3.5	Fuente de poder regulada	103
3.6	Aspecto físico del computador	112

CAPITULO CUARTO: Aplicaciones y sus resultados 117

4.1 Solución de un ejemplo 118

BIBLIOGRAFIA 125

Antes del advenimiento de los equipos de computación automática, el diseño de ingeniería y la experimentación, tuvieron su ayuda primero en la habilidad del Ingeniero para resolver problemas manuales de diseño, y segundo en el uso de ayudas restringidas como son: la regla de cálculo y la calculadora de mesa.

Conforme los sistemas llegaron a ser más y más complejos, se tuvo que pensar en medios para aumentar la capacidad del diseñador. Las computadoras analógicas y digitales fueron desarrolladas para llenar estas necesidades.

Considerando que el computador analógico, desempeña un papel importante en la educación, por la facilidad en la representación, especialmente, de sistemas físicos, he desarrollado en el presente trabajo el diseño y la construcción de este tipo de computador.

En el primer capítulo se ha tratado de dar a conocer todos los elementos que conforman el computador analógico, así como el papel que estos desempeñan.

El capítulo segundo presenta la técnica más utilizada para facilitar la computación, esto es el escalamiento en tiempo y amplitud:

El diseño propiamente dicho se ha desarrollado en el tercer capítulo y es donde, en forma detallada, se señala como trabajan los diferentes circuitos de computación; además, se describe la construcción física de los mismos y la forma de calibrarlos para evitar errores.

Finalmente y con propósito de comprobar en conjunto el buen funcionamiento de todos los circuitos o elementos de computación, se ha realizado en el capítulo cuarto un ejemplo de interés.

CAPITULO PRIMERO

EL COMPUTADOR ANALOGICO ELECTRONICO

En la forma más general un computador analógico es cualquier sistema físico que establece relaciones definidas entre variables continuas de cantidades físicas. La dependencia entre variables es realizada necesariamente en términos de relaciones matemáticas.

Todo computador analógico, por lo tanto requiere de un modelo matemático para una realización física aproximada.

El computador analógico es un instrumento de ingeniería, usado en el laboratorio para estudiar sistemas físicos; los cuales son demasiados complicados para analizarlos con papel y lápiz o con ayuda de computación manual, estos procesos de diseño y prueba son en algunos casos prohibitivos, debido al consumo de tiempo y en consecuencia de dinero. Un computador analógico es un sistema fácilmente manipulable que sirve para resolver diferentes tipos de problemas.

En un computador analógico, las variables son valores instantáneos de voltaje, medidos con respecto a tierra, los problemas resueltos por estos computadores generalmente se relacionan con el comportamiento de un número de variables como: x_1, x_2, \dots, x_n ; uno de tales problemas puede ser, encontrar los valores de esas variables bajo ciertas condiciones, resolviendo un grupo de ecuaciones, otro problema puede ser determinar como cambian las variables con el tiempo bajo condiciones dadas.

Las variables x_1, x_2, \dots , están representadas en el computador analógico d-c por voltajes correspondientes: x_1, x_2, \dots, x_n ; en general, esas variables son proporcionales a las variables originales correspondientes, en una escala conveniente.

$$x_1 = a_1 x_1 \quad x_2 = a_2 x_2 \quad \dots \quad x_n = a_n x_n$$

Las relaciones entre las variables de un problema están entonces expresadas por un conjunto de relaciones analógicas entre las variables del computador.

1.1 COMPUTADOR ANALOGICO Y DIGITAL

En contraste con la mayoría de los computadores automáticos o analógicos el computador digital, manipula datos en forma discreta. Las operaciones aritméticas se realizan en una secuencia predeterminada, consecutivamente, la cual termina en una operación en serie. La precisión de un computador digital está limitada solamente por el número de cifras significativas llevadas en la solución, esto está determinado por el tamaño del computador, y puede ser incrementada como se desee expandiendo la instalación. Las diferencias entre un computador analógico y un digital están resumidas en la siguiente tabla:

Computador Analógico

Computador Digital

- | | |
|---|--|
| - Datos en forma continua | - Datos en forma discreta |
| - Operación simultánea (paralela) | - Operación secuencial (serie) |
| - Precisión limitada por la calidad de los componentes. | - Precisión limitada por el tamaño de la instalación. |
| - Relativamente barato para una precisión del 1%, relativamente caro para alta precisión. | - Costo básico relativamente alto prescindiendo de la precisión. |

Los voltajes que sirven como variables en la computación analógica electrónica se mide usualmente en voltios y sus límites son: $\pm 100V$, $\pm 50V$ y $\pm 10V$; en el caso de circuitos integrados el voltaje límite es $\pm 15V$. Se realizan otras operaciones matemáticas en el computador analógico, combinando voltajes de un número limitado de elementos básicos de computación, de esta manera se puede efectuar las siguientes operaciones: (fig. 1.1)

- a) Multiplicación de una variable por coeficientes constantes.
- b) Adición de dos o más variables.
- c) Multiplicación de dos variables.
- d) Generación de funciones de variables.
- e) Integración de una variable con respecto al tiempo.

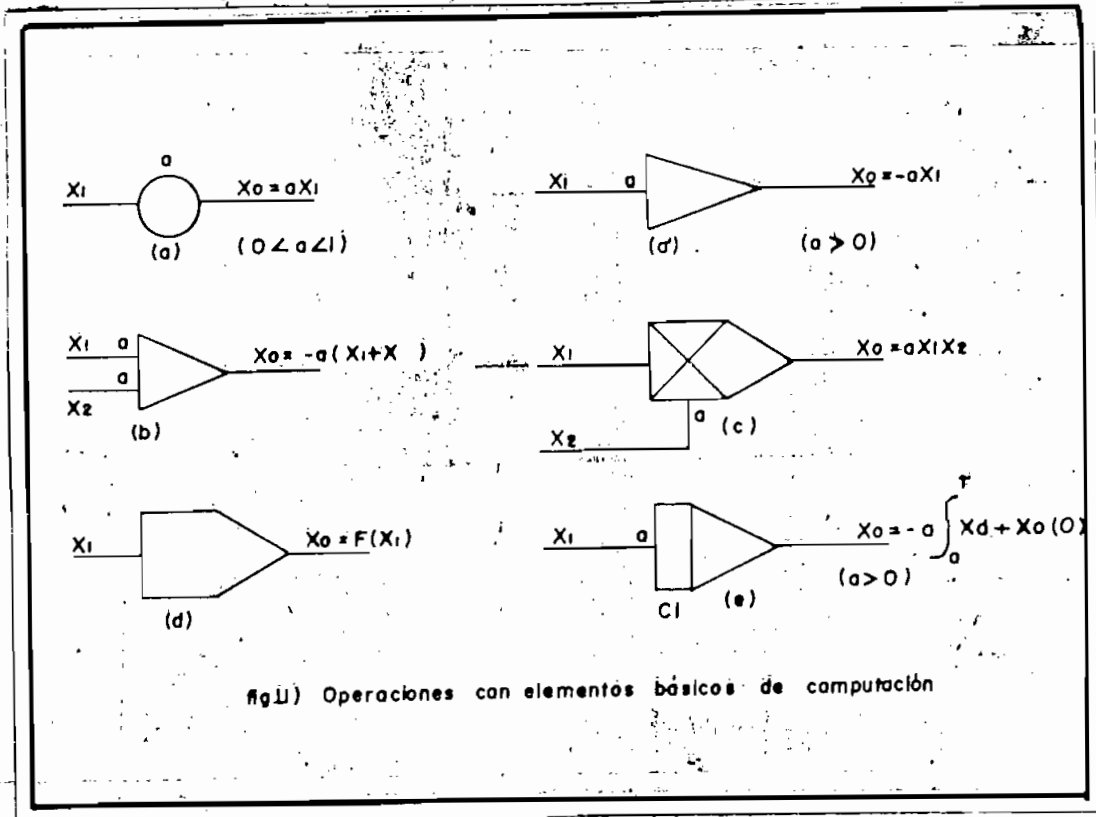


Fig. 1.1) Operaciones con elementos básicos de computación

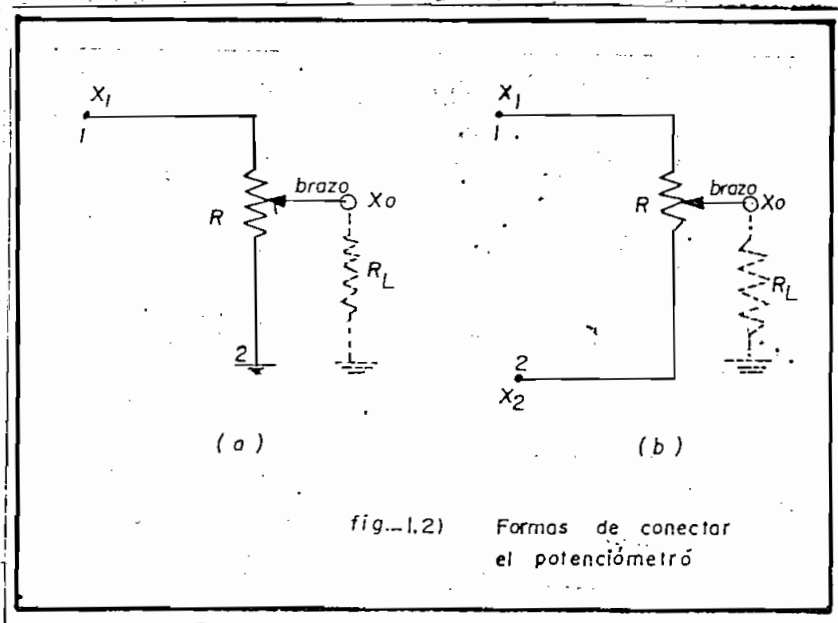
Para realizar las operaciones anteriormente indicadas, son necesarios los elementos básicos de computación, que se describen a continuación:

1.2 POTENCIOMETRO

Un potenciómetro es un divisor de voltaje, ajustable y consiste de una resistencia fija con un contacto móvil, un terminal del potenciómetro está a tierra y el voltaje de entrada x_1 está aplicado al otro terminal, de tal forma que el deslizador (brazo terminal) produce un voltaje de salida ajustable $x_0 = ax_1$, donde $0 \leq a \leq 1$ (fig. 1.2a). En un potenciómetro con tres termina-

les, dos voltajes de entrada x_1 y x_2 son aplicados a los terminales 1 y 2, de manera que el brazo terminal produce una salida ajustable de la forma:

$$x_o = K [ax_1 + (1-a)x_2] \text{ donde } 0 \leq a \leq 1, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (\text{fig. 1-2b})$$



1.2.1 Consideraciones de carga y ajuste del potenciómetro.

En referencia a la fig. (1-2a) se tiene que a_n será el ajuste nominal o fracción de la resistencia total R del potenciómetro entre el brazo terminal y el terminal 2 (tierra). La ecuación de nodo para el brazo terminal está resuelta por el voltaje de salida.

$$\begin{aligned} x_o &= ax_1 \\ &= a_n x_1 \left[1 - \frac{a_n (1-a_n) (R/RL)}{1 + a_n (1-a_n) R/RL} \right] \quad (0 \leq a_n \leq 1) \quad (1-1) \end{aligned}$$

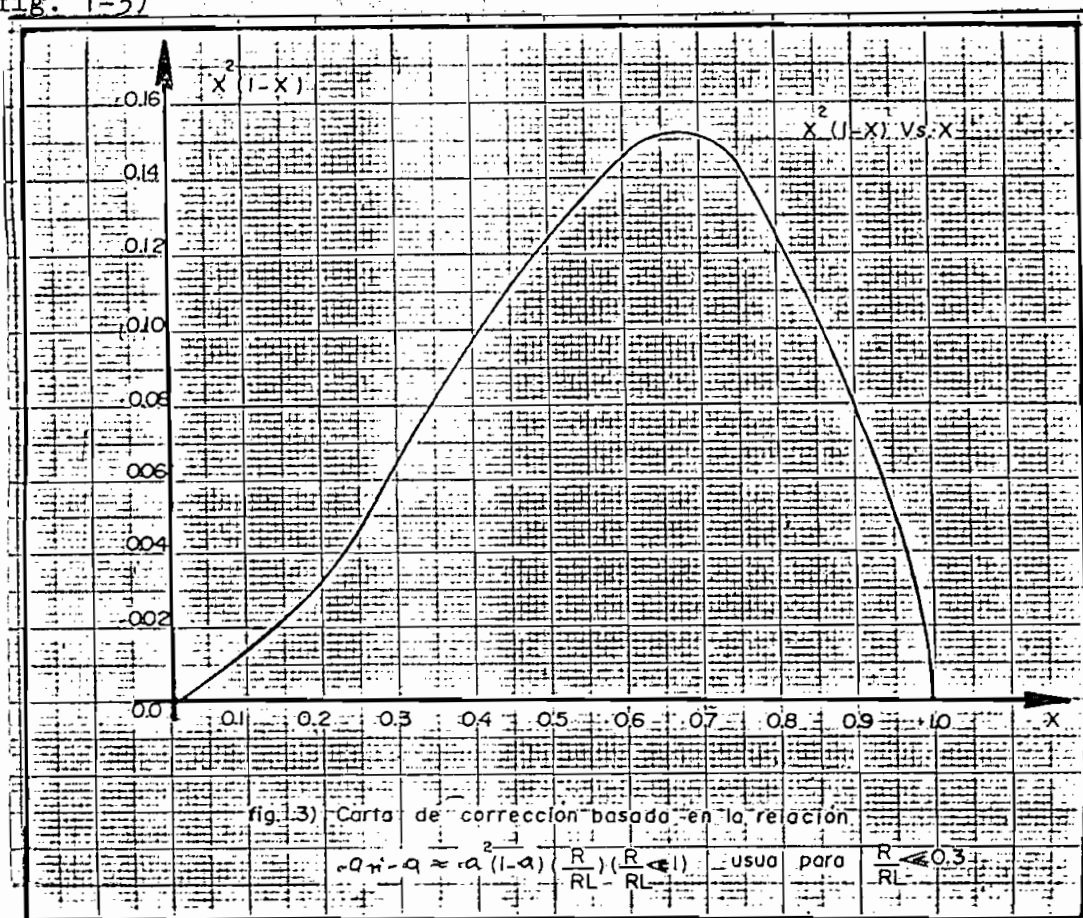
La carga tiende a hacer el verdadero coeficiente a_n en el potenciómetro más pequeño que el valor nominal, puesto que a_n específicamente es:

$$a_n - a = \frac{a_n^2 (1-a_n) (R/RL)}{1 + a_n (1-a_n) (R/RL)}$$

$$\approx a_n^2 (1-a_n) \frac{R}{RL} \approx a^2 (1-a) \frac{R}{RL}, \text{ para } \frac{R}{RL} \ll 1 \quad (1-2)$$

La ecuación 1-2 da exacta o aproximadamente la corrección de carga, que será sumada al coeficiente deseado a , en tal forma que se produzca el ajuste nominal correcto del potenciómetro.

(fig. 1-3)



En el caso del potenciómetro de tres terminales de la (fig. 1-2b) la ecuación de nodo del brazo terminal será:

$$x_0 = [a_n x_1 + (1-a_n) x_2]$$
$$\left[1 - \frac{a_n (1-a_n) x_2 (R/RL)}{1 + a_n (1-a_n) (R/RL)} \right] (0 \leq a_n \leq 1) \quad (1-3)$$

En este caso la carga reduce el voltaje de salida sin afectar la relación de los coeficientes x_1 y x_2 .

Generalmente se usan potenciómetros de devanado helicoidal para ajustar el coeficiente a . Los valores de R están comunmente en el rango entre 10.000 y 100.000, el límite más bajo está determinado por los requerimientos de potencia, y el límite superior por consideraciones de la carga y la dificultad en manufacturar elementos de alta resistencia.

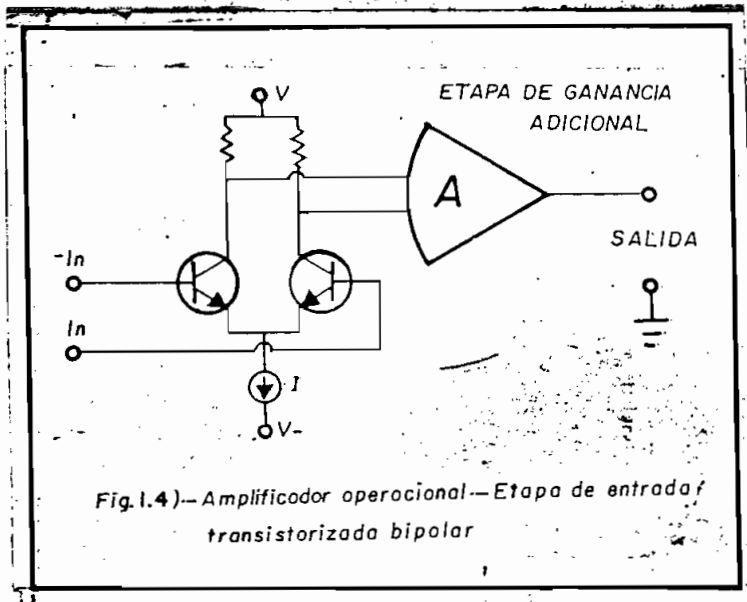
1.3 AMPLIFICADOR OPERACIONAL

1.3.1 Evolución del amplificador operacional.

El transistor fue el primer aparato en estado sólido utilizado para hacer "amplificadores operacionales", ya que ofrece varias ventajas sobre el tubo de vacío, tales como: tamaño pequeño, baja potencia de consumo y mayor precisión. Esta combinación de-

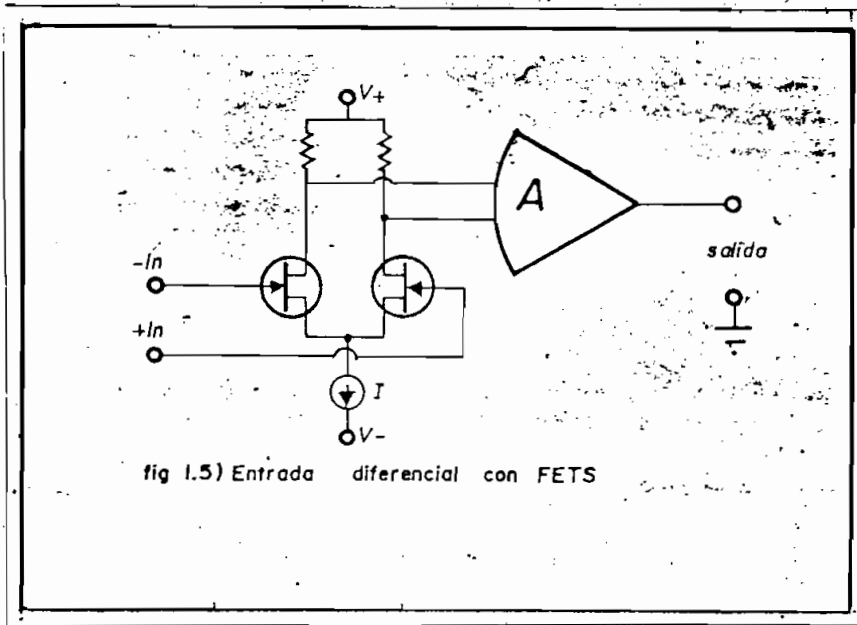
características más el asombroso decrecimiento en el precio, han sacado al amplificador operacional fuera del laboratorio y lo han incorporado dentro de una variedad interminable de procesos de control.

Aunque los parámetros del transistor son algo sensitivos a la temperatura, este efecto puede ser reducido considerablemente por un acoplamiento cuidadoso de los pares de transistores en una entrada diferencial, como se ilustra en la (fig. 1-4). La entrada diferencial da al amplificador mayor versatilidad puesto que se puede utilizar cada entrada, o ambas a la vez.



* El término "amplificador operacional" fue dado por John R. Ragazzini y sus colegas, en una publicación hecha por el IRE en Mayo de 1947.

Otra de las importantes mejoras en la construcción del amplificador operacional fue la introducción del transistor de efecto de campo (FET), el cual opera con una corriente de polarización mucho menor que el transistor bipolar. La incorporación de la etapa de entrada diferencial con el transistor de efecto de campo dentro del amplificador operacional (fig. 1-5) produce una mejor versatilidad en sus aplicaciones.



Las últimas innovaciones de los amplificadores operacionales en estado sólido son los circuitos integrados e híbridos, estos tienen además un reducido costo lo cual ha dado como resultado que se utilicen en muchas áreas donde ellos normalmente no fueron considerados.

La configuración más frecuentemente utilizada para estos amplificadores incluye uno o dos circuitos diferenciales y una ade-

cuada etapa de salida, los cuales se describen a continuación.

1.3.2 CIRCUITOS BASICOS UTILIZADOS EN AMPLIFICADORES OPERACIONALES.

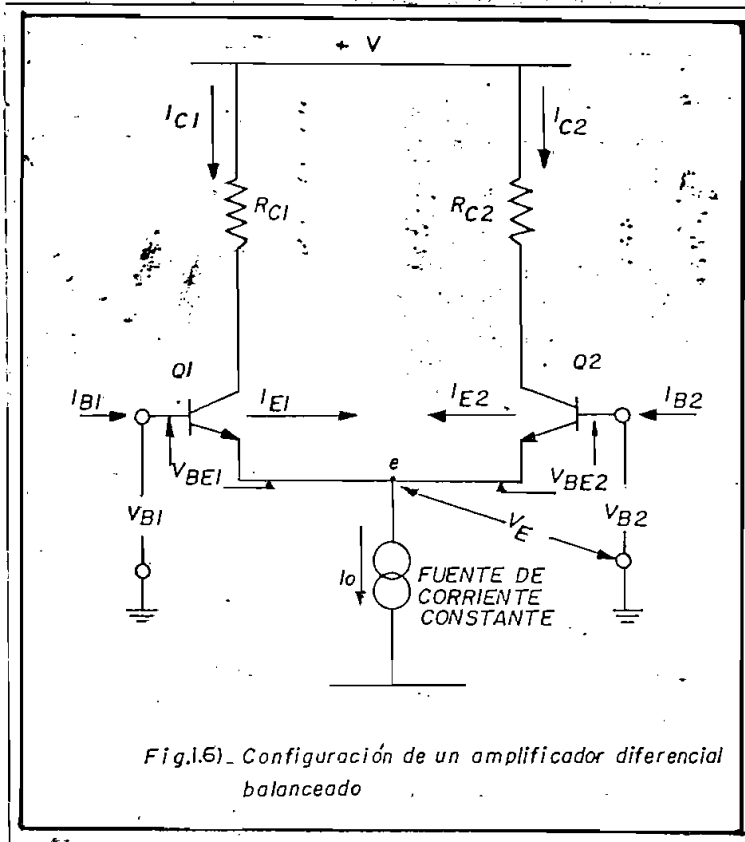
a) Amplificador Diferencial.- La configuración óptima para las etapas de ganancia de los circuitos integrados lineales es el amplificador diferencial balanceado.

El amplificador diferencial es una configuración ideal, por el hecho de utilizar el mínimo número de capacitores y resistores grandes en valor y tamaño. Sin embargo el principal motivo para su elección es la versatilidad excepcional que posee, en efecto, puede proporcionar amplificación lineal en el rango de frecuencias de C.C. hasta la región de V.H.F. y se adapta a funciones tales como: multiplicación de frecuencia, modulación de amplitud, detección de producto, generación de señales, etc.

El amplificador diferencial balanceado de la (Fig. 1-6), puede considerarse formado por dos semicircuitos simétricos, cada uno de ellos con un transistor (Q_1 ó Q_2) y un resistor de carga (R_{c1} ó R_{c2}).

Si las características de los pares transistores-resistores son idénticas, los circuitos presentan una misma distribución

ción de potencia y pueden unirse sin desbalance, interconectando los emisores de Q_1 y Q_2 y alimentándolos con las mismas fuentes. Si las dos tensiones de entrada V_{B1} y V_{B2} son nulas, o iguales y de la misma polaridad, el amplificador no se desbalancea porque se mantiene la igualdad de las corrientes de colector I_{c1} e I_{c2} ; por lo tanto, se mantiene una diferencia de potencial nula entre los colectores de Q_1 y Q_2 .



En la (Fig.1-6) observamos que la suma de I_{E1} e I_{E2} es siempre igual a la corriente suministrada por la fuente de corriente constante, I_0 . Consecuentemente, un aumento de la corrien-

te de uno de los emisores implica una disminución similar de la corriente del otro, esta relación depende fundamentalmente de la calidad de la fuente de corriente constante.

Existen varias formas de funcionamiento del amplificador diferencial, estas son:

En el instante en que la base de Q_1 se vuelve positiva respecto a la de Q_2 (entrada diferencial) aumenta la corriente a través de Q_1 y disminuye la de Q_2 , en el mismo grado, manteniendo constante la suma de ambas; en estas condiciones I_{c1} es mayor que I_{c2} y aparece una diferencia de potencial entre los colectores, siendo el colector de Q_2 positivo respecto al de Q_1 . La secuencia descrita constituye el principio de funcionamiento del amplificador en el modo "entrada y salida diferenciales".

Si se aumenta la tensión V_{B1} en sentido positivo respecto a masa, la tensión de colector de Q_1 disminuye con respecto a la misma referencia, si se toma la salida del colector de Q_1 , el colector funciona como una etapa simple, con inversión de fase. Esta forma de funcionamiento se conoce como "entrada y salida simples con inversión".

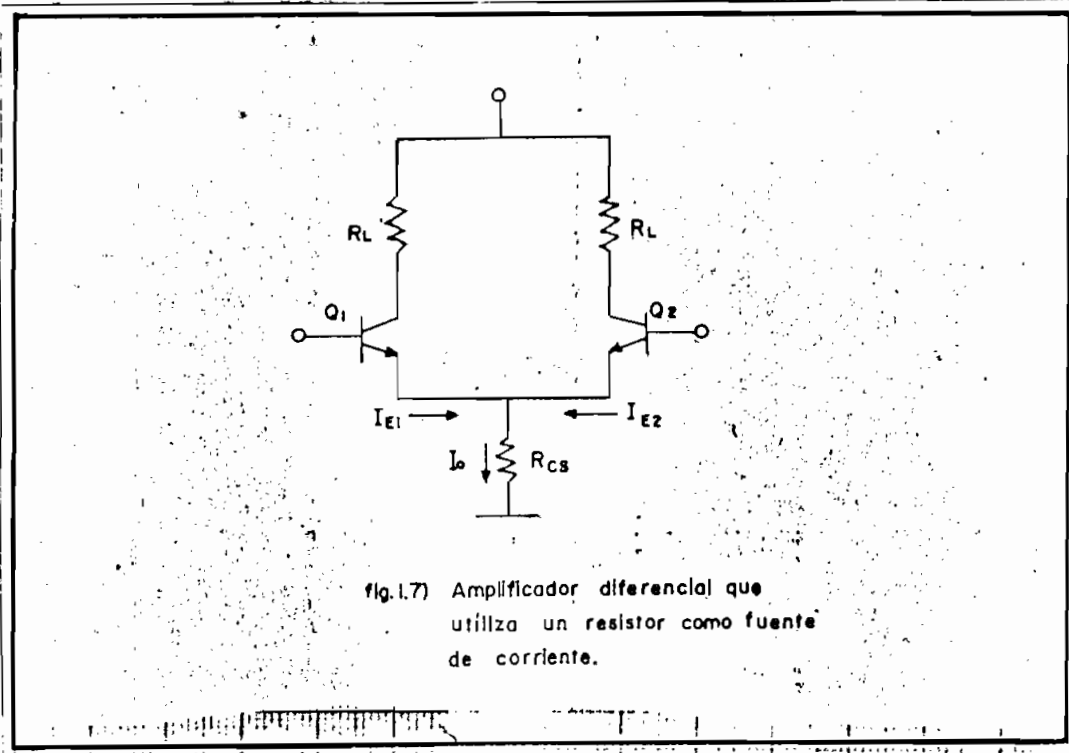
Como se anotó anteriormente, el aumento de corriente en Q_1 provoca una disminución de la corriente de Q_2 ; por lo tanto una tensión incremental positiva de V_{B1} provoca un aumento de la --

tensión de colector de Q_2 respecto a masa, si se toma la salida del colector de Q_2 la forma de funcionamiento puede describirse como "entrada y salida simples, sin inversión".

Existe también la posibilidad de utilizar el amplificador diferencial en una forma de funcionamiento denominada: "entrada diferencial y salida simple"; la salida se toma del colector de Q_1 , o del Q_2 , y se aplica una entrada diferencial ($V_{B1} - V_{B2}$)

Respuesta en modo común.- cuando las tensiones de base de ambos transistores Q_1 y Q_2 se aumentan o disminuyen simultáneamente - (tensión de entrada de modo común) las corrientes de emisor permanecen iguales y su suma igual a I_0 , consecuentemente no se produce cambio alguno en las tensiones de colector. Esta ausencia de salida en respuesta a una señal de entrada aplicada simultáneamente a las bases del par diferencial, constituye la capacidad del amplificador de rechazar señales en modo común. El grado de rechazo depende de la impedancia de la fuente y debido a que siempre se tiene fuentes de impedancia finita se producirá una pequeña señal de salida en respuesta a la señal de entrada en modo común.

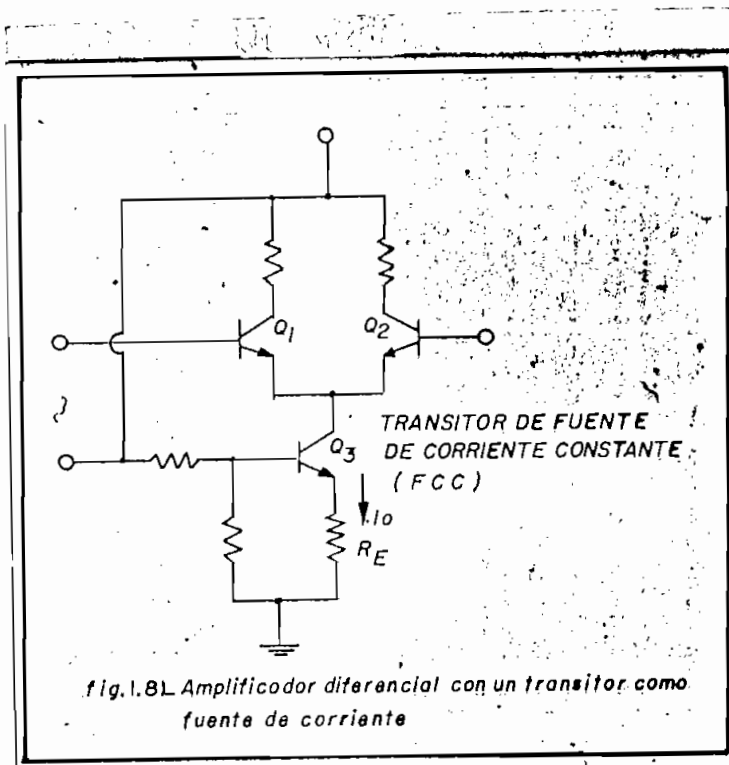
La relación entre el cambio de la tensión de colector y el cambio de las tensiones de base cuando se aplica una señal de entrada en modo común se llama "ganancia de tensión en modo común"



En la (Fig. 1-8) tenemos la conexión de un tercer transistor, que permite obtener una fuente de corriente constante más satisfactoria.

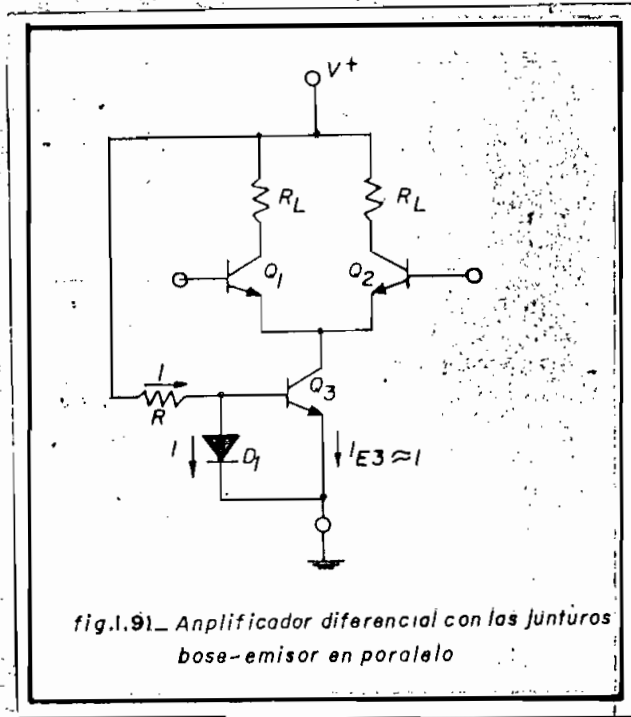
En este caso la mínima tensión necesaria en el punto común de los emisores debe ser suficiente para mantener la caída $I_0 R_E$ más la tensión de colector a emisor (aproximadamente 0,5 v) en Q_3 , para evitar la saturación de dicho transistor.

El coeficiente de temperatura de la tensión base-emisor es aproximadamente $-2 \text{ mv}/^\circ\text{C}$ y el de R_E , de $0,2\%/^\circ\text{C}$. Si se desea que la corriente I_0 permanezca constante, cuando un cambio de



la tensión base emisor con la temperatura provoca un crecimiento de 2 mv en la tensión sobre el resistor R_E por cada $^{\circ}C$, el aumento de $0,2\%/^{\circ}C$ en la caída de $I_0 R_E$ provocado por el cambio de R_E debe igualar dichos $2mv/^{\circ}C$.

En la (Fig. 1-9) se muestra otro método de polarización para el transistor de la fuente de corriente constante, se basa en que dos transistores monolíticos apareados conducen iguales corrientes de emisor si se conectan sus bases y emisores en paralelo (espejo de corriente).



D_1 es un transistor conectado como diodo en paralelo con la jun-
tura base-emisor de Q_3 , por lo tanto, la corriente de emisor de
 Q_3 es aproximadamente igual a corriente a través de D_1 . Si el
factor de amplificación (β) de CC de Q_3 es alto como para poder
despreciar la corriente de base, se tendrá que:

$$I \approx \frac{V^+ - V_{D1}}{R} = I_{E3}$$

c) Circuitos de polarización. - Son parte integrante de la fuen-
te de corriente constante.

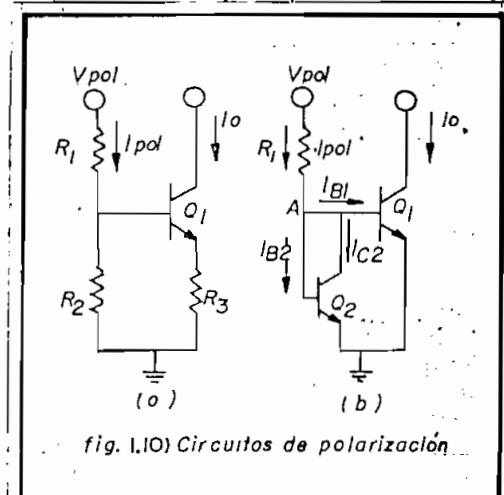
En la fig. (1-10a) se indica el diagrama de una fuente de corriente constante. La corriente de salida de dicha fuente puede expresarse por:

$$I_o = \frac{V_{pol} \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] - V_{BE}}{R_3}$$

Como la tensión base-emisor (V_{BE}) es función de la temperatura, I_o varía rápidamente con la misma, a menos que se eleve el valor del resistor R_3 . Sin embargo el uso de un gran valor de R_3 inutiliza parcialmente al transistor debido al excesivo valor de la caída de tensión sobre dicho resistor.

El circuito de la fig. (1-10b) evita este problema si se supone que la característica de caída directa del transistor conectado como diodo se adapta a la característica base-emisor del transistor de corriente constante; la corriente de emisor puede expresarse como:

$$I_o \approx I_{pol} = \frac{V_{pol} - V_{BE}}{R_1}$$



d) Etapa de salida.- Existen varias formas de salidas, una de las más importantes es la salida básica con simetría complementaria. En la fig. (1-11) los diodos D_1 y D_2 se eligen para obtener a través de Q_2 y Q_3 el valor deseado de corriente, cuando se aumenta I_c la tensión en las bases de Q_2 y Q_3 se hace más negativa y se produce la conducción del PNP Q_3 .

Similarmente, conduce la unidad NPN Q_2 cuando disminuye I_{c1} , por lo tanto este circuito es un amplificador simétrico clase B.

Sin embargo se requiere ciertos refinamientos en la configuración básica; el circuito resultante se ilustra en la fig. (1-12) y es igual al que forma parte del amplificador 1741 que se utilizó en el diseño.

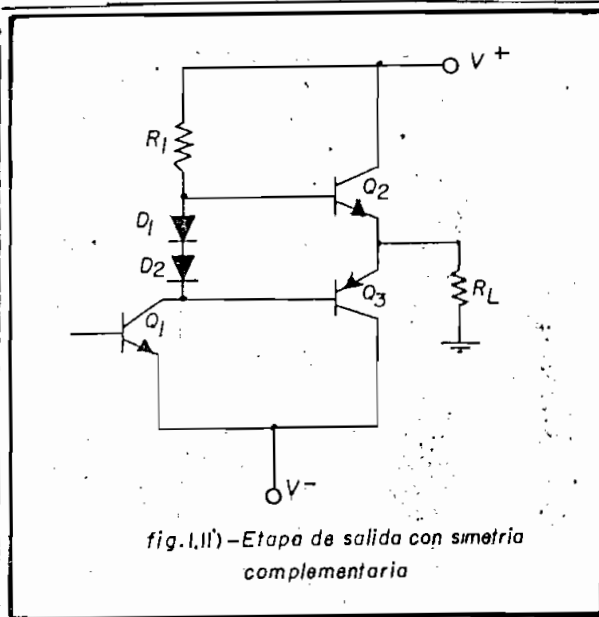


fig.1.11) - Etapa de salida con simetría complementaria

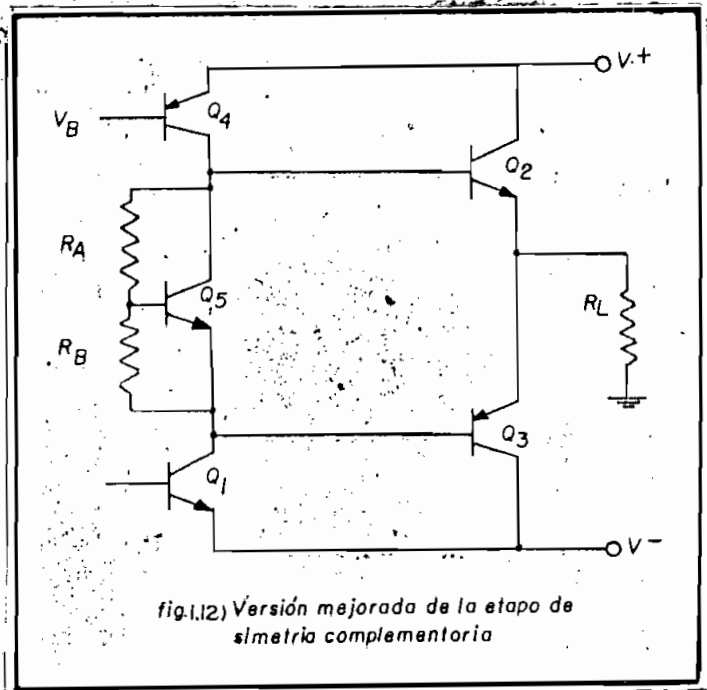


fig.1.12) Versión mejorada de la etapa de simetría complementaria

El resistor R_1 del circuito básico se reemplaza por un transistor PNP Q_4 lo cual permite obtener las siguientes ventajas:

- 1.- Mayor ganancia, debido a que la impedancia de salida del transistor puede ser muchas veces mayor que el valor del resistor.
- 2.- Mayor variación de tensión de salida. En el circuito básico de la fig. (1-11) la salida estaba limitada por el valor de R_1 de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$V_{\text{sal}} (\text{max}) = (V^+ - V_{\text{BE}}) \frac{R_L}{R_L + R_1/\beta}$$

Si se aumenta el valor de R_1 se obtiene mayor ganancia, pero disminuye la variación de salida, cuando se utiliza el transistor tenemos:

$$V_{\text{sal}} (\text{max}) = V^+ - V_{\text{BE}} - V_{\text{sat}}$$

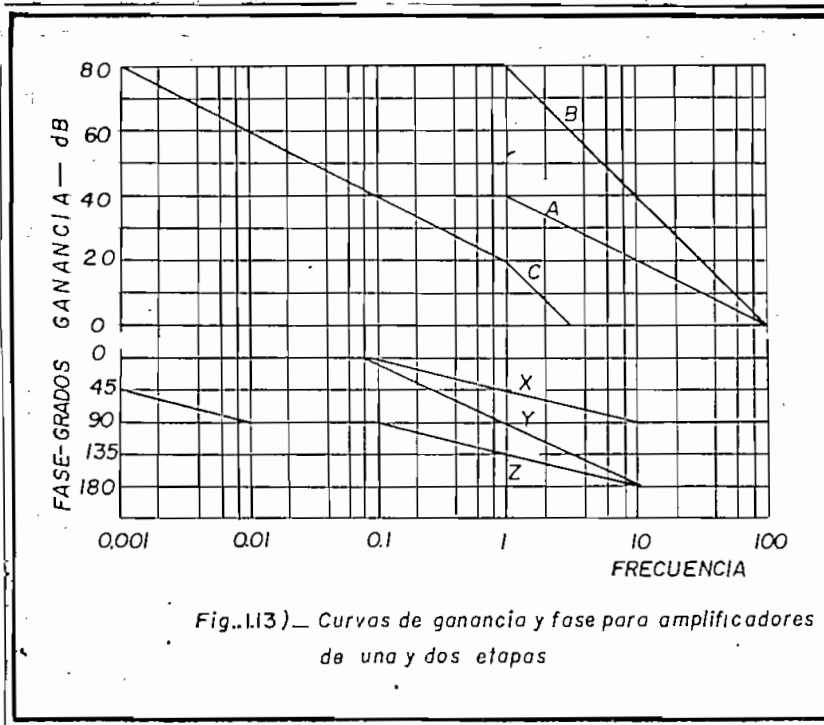
- 3.- Los diodos D_1 y D_2 del circuito básico, se reemplaza por el transistor Q_5 y los resistores R_A y R_B , debido a que la red transistor - resistor permite un mejor control de la corriente de reposo.

e) Compensación de fase.- Casi todos los amplificadores operacionales requieren compensación de fase para asegurar la estabilidad del circuito cuando la ganancia de tensión de lazo cerrado se acerca a la región crítica de valor unitario. Si no se utilizara compensación de fase, la ganancia de lazo puede ser mayor que la unidad cuando el ángulo de fase se acerca a 180° ; en este caso la realimentación que a bajas frecuencias era negativa, se torna positiva y produce la oscilación del circuito, a menos que se emplee alguna forma de compensación para controlar la respuesta del amplificador. Esta compensación puede incluirse internamente como parte del circuito amplificador o aplicarse externamente. En el caso del amplificador 174) se tiene compensación interna como se observa en la fig. (3.16)

Las curvas de ganancia y fase de la fig. (1-13) constituyen un excelente punto de partida para análisis de compensación de fase.

Las curvas A y X muestran la ganancia y el ángulo de fase de una etapa, en función de la frecuencia. En el punto en el que se reduce la ganancia a 0,707 (-3dB), la fase de realimentación está desplazada aproximadamente 45° . A una frecuencia 10 veces mayor que la del punto de -3dB el ángulo de fase aumenta a un valor cercano a 90° (entre 85° y 90°); sin embargo, para una frecuencia 10 veces menor que la del

001644



punto de -3dB el desplazamiento alcanza un valor cercano a los 10° ; de esta manera el ángulo se mantiene menor que 180° (realimentación negativa) en todo el rango de frecuencias del amplificador y al cerrarse el lazo de realimentación no se introduce ninguna inestabilidad.

Si a este amplificador agregamos otra etapa similar, la constante RC adicional produce un punto de descenso (polo) en la respuesta. La curva B de la fig. (1-13) indica la ganancia adicional suministrada por la segunda etapa, y la curva Y muestra la respuesta de fase total. El desplazamiento se acerca a 180° a una frecuencia diez veces mayor que la de -3dB y si se suman -

los desfases adicionales introducidos por los elementos externos, se puede preveer que se producirán oscilaciones cuando la ganancia de ambas etapas en lazo cerrado sea menor de 40 dB; esto es, para frecuencias mayores que 10 veces la frecuencia de -3dB.

La compensación de fase se logra normalmente agregando un capacitor de colector a tierra en una de las etapas de baja frecuencia, de esta manera no se introduce un tercer polo en la respuesta del amplificador, sino que se desplaza el polo de menor frecuencia a un menor valor de ganancia, las curvas C y Z ilustran las características de ganancia y respuesta de fase de un amplificador de dos etapas con el método de compensación citado.

Otro método de compensación es aquel que utiliza el efecto Miller, como en el caso del 1741 en el que se multiplica la capacitancia conectada entre el colector y la base de un amplificador. El valor efectivo de la capacitancia reflejada a la entrada de la etapa puede calcularse aproximadamente como:

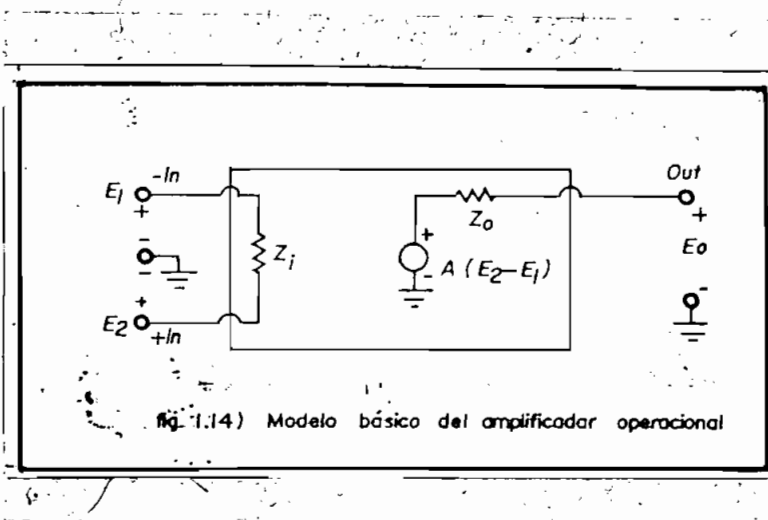
$$C_{\text{efect}} = C (1 + \text{ganancia de la etapa})$$

1.3.3 Modelo Básico del amplificador operacional

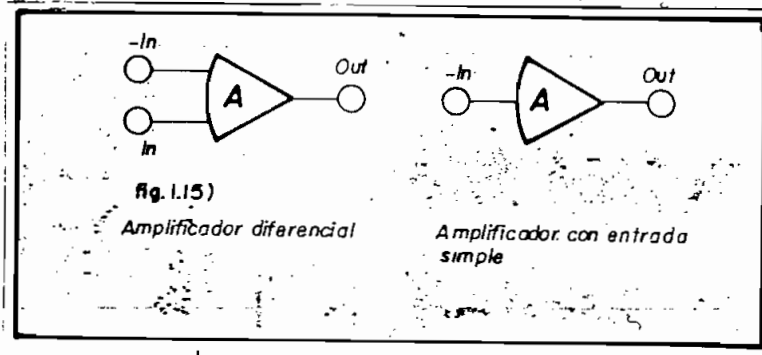
El amplificador operacional tiene alta ganancia y puede ser acoplado de tal manera que tenga tanto entrada diferencial como

entrada simple.

La salida es usualmente individual y con respecto a tierra, el modelo idealizado más sencillo es mostrado en la fig. (1-14).



Para un tipo de amplificador de entrada diferencial, las señales aplicadas al terminal $+I_n$ son amplificadas por una ganancia positiva no invertida $+A$ y las señales aplicadas al terminal $-I_n$ son amplificadas en un valor negativo $-A$. La salida está dada por $E_o = A(E_2 - E_1)$. El amplificador de entrada simple puede ser tratado como un caso especial donde $+I_n$ va a tierra. Los símbolos más comunes para un amplificador operacional se muestran en la fig. (1-15).



El modelo idealizado del amplificador operacional es muy usado para analizar los circuitos de realimentación, las características del mismo son:

- a) Ganancia = ∞ ($A \rightarrow \infty$)
- b) $E_o = 0$ cuando $E_1 = E_2$
- c) Impedancia de entrada = ∞ ($Z_i \rightarrow \infty$)
- d) Impedancia de salida = 0 ($Z_o \rightarrow 0$)
- e) Ancho de banda = ∞ (respuesta de tiempo = 0)

Cuando estas características idealizadas son incorporadas, el circuito modelo del amplificador operacional se reduce a la fig. (1-16).

Estas características idealizadas son la base para las especificaciones que serán discutidas posteriormente, además, este modelo será usado en el desarrollo de ecuaciones para circuitos básicos de realimentación.

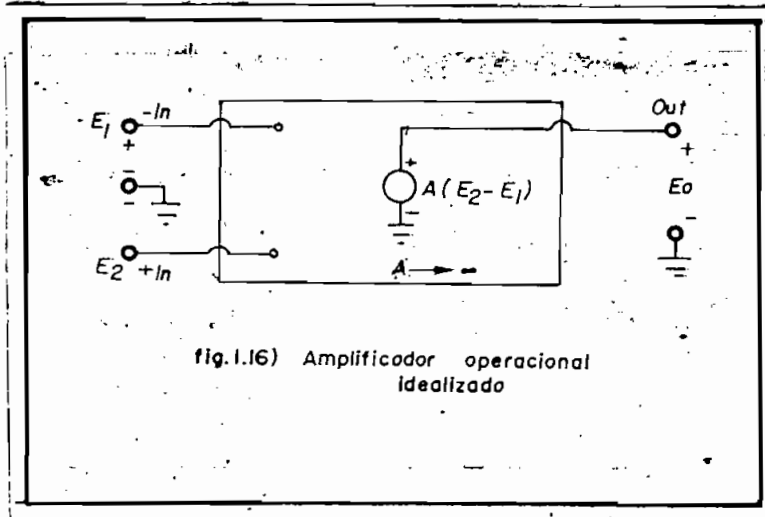


fig.1.16) Amplificador operacional idealizado

1.4 CIRCUITO INVENSOR

1.4.1. Circuito invensor fundamental.-

El circuito de la fig. (1-17) pertenece a un circuito invensor:

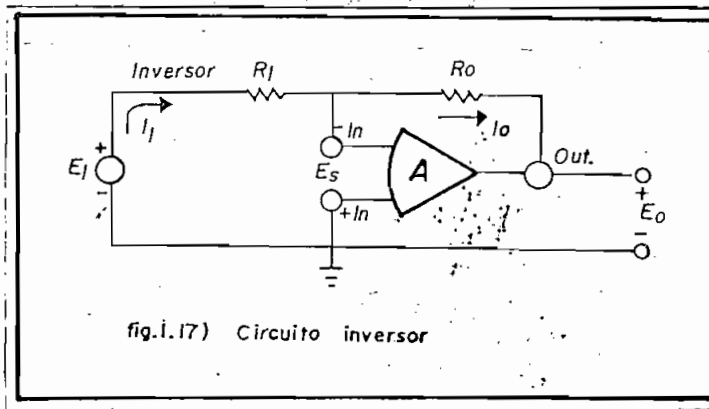


fig.1.17) Circuito invensor

El distintivo común de estos circuitos es que la entrada no invertida es conectada a tierra. La realimentación y la red de entrada están unidas al terminal de entrada invertida. La ganancia A asumida se aproxima a infinito, puesto que la impedan-

cia de entrada es infinita, el flujo de corriente en el amplificador es cero, consecuentemente R_1 y R_o llevan igual corriente, o sea $I_1 = I_o$; es decir:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_s}{R_1} = \frac{E_s - E_o}{R_o} = I_o \quad (1-4)$$

La ganancia del amplificador hace cumplir la condición:

$$E_o = -AE_s \quad (1-5)$$

Substituyendo el valor de E_s en (1-4) tenemos:

$$\frac{E_1 + \frac{E_o}{A}}{R_1} = \frac{\frac{-E_o}{A} - E_o}{R_o}$$

Si se asume que $A \rightarrow \infty$ resulta:

$$\frac{E_1}{R_1} = -\frac{E_o}{R_o}$$

Por lo tanto la ganancia de lazo cerrado o función de transferencia será:

$$\frac{E_o}{E_1} \cong -\frac{R_o}{R_1} \quad (1-6)$$

Se puede notar que la ganancia involucra una inversión de signo y la magnitud está determinada solamente por la relación de las resistencias externas, además, el punto de voltaje E_s se aproxima a cero cuando la ganancia A se aproxima a infinito.

$$E_s = - \frac{E_o}{A} \quad \text{O cuando } A$$

Por esta condición descrita el punto de voltaje E_s es denominado "tierra virtual", con este punto a tierra, la corriente a través de R_1 es $I_1 = E_1/R_1$ y por lo tanto enteramente independiente de R_o ya que la corriente no fluye en el amplificador, se puede pensar en el circuito de entrada como una fuente de corriente que debe fluir a través de la impedancia de realimentación, en este caso R_o .

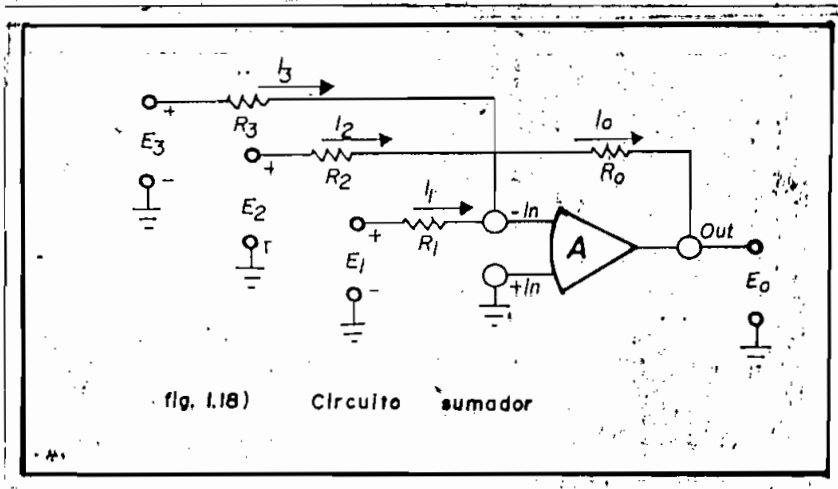
1.4.2 Sumador.

El sumador mostrado en la fig. (1-18) es una ampliación de un inversor fundamental en el cual son agregadas las señales de fuentes adicionales y resistencias de suma. Las corrientes a través de las resistencias de entrada son:

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} \quad I_2 = \frac{E_2}{R_2} \quad I_3 = \frac{E_3}{R_3}$$

Todo el flujo de corrientes de entrada a través de R_0 , genera un voltaje de salida

$$E_o = - I_o R_o = - (I_1 + I_2 + I_3) R_o = - E_1 \frac{R_o}{R_1} - E_2 \frac{R_o}{R_2} - E_3 \frac{R_o}{R_3}$$



En el caso donde $R_1 = R_2 = R_3$ el voltaje de salida viene a ser:

$$E_o = - \frac{R_o}{R_1} (E_1 + E_2 + E_3) \quad (1-8)$$

Igualmente con diferentes valores de resistencia de entrada el voltaje de salida es:

$$E_o = - R_o \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} \right)$$

1.4.3 Integrador.

El integrador que se representa de la manera mostrada en la Fig. (1-19) tiene un capacitor como elemento de realimentación, el flujo de corriente en este capacitor está determinado por el circuito de entrada.

$$I_o = \frac{E_1}{R_1}$$

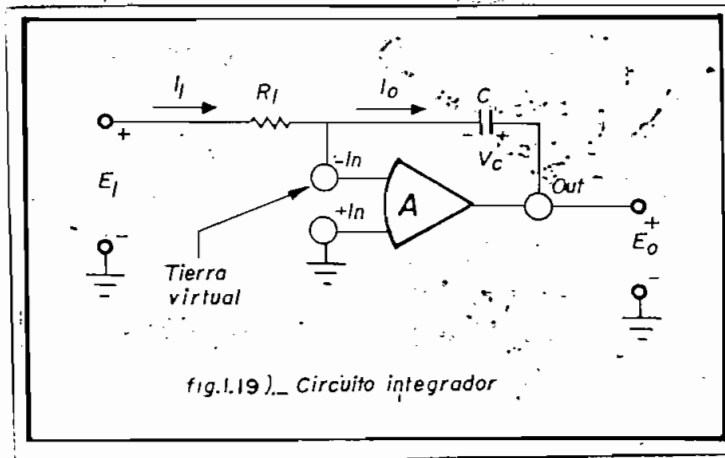
El voltaje de salida del amplificador es igual al voltaje del capacitor.

$$E_o = V_c = - \frac{1}{C} \int I_o dt = - \frac{1}{R_1 C_1} \int E_1 dt \quad (1-9)$$

Luego el voltaje de salida es igual a la integral de tiempo del voltaje de entrada, E_1 , con el factor de escala $1/R_1 C_1$. También se puede llegar a la misma conclusión utilizando la transformada de Laplace.

$$E_o = - \frac{1}{RCS}$$

Siendo esta la función de transferencia de un integrador.



1.5 CIRCUITOS NO INVERSORES

El circuito inversor anteriormente discutido puede ser realizado con cualquier forma de entrada simple o diferencial. Sin embargo, en este caso se realizará el estudio de circuitos que requieren que el amplificador operacional tenga una entrada diferencial. Los circuitos amplificadores en esta categoría son clasificados como no inversores.

1.5.1 Seguidor de voltaje.

Un circuito simple no inversor es mostrado en la fig. (1-20) se puede observar que la señal es aplicada al terminal de entrada no invertida y la señal de salida es realimentada a la entrada invertida. Las ecuaciones que describen este circuito son:

$$E_o = A (E_2 - E_o)$$

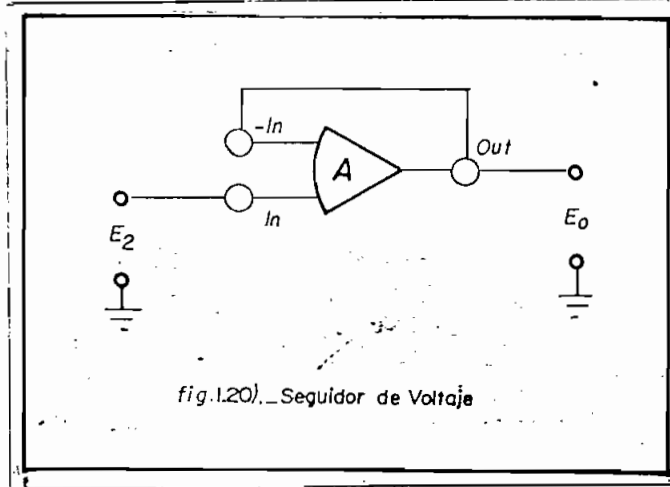
De donde:

$$E_o = \frac{E_2}{1+1/A}$$

Si $A \rightarrow \infty$

$$E_o = E_2$$

(1-10)



Cuando la salida del amplificador es realimentada a la entrada invertida, el voltaje de salida siempre tomará el valor requerido para que la diferencia de potencial entre los terminales $+I_n$ y $-I_n$ sea cero, de aquí el nombre de seguidor de voltaje.

Por lo tanto no fluye corriente por el terminal $+I_n$ y la impedancia de entrada del seguidor de voltaje se aproxima a infi-

nito. Es de notarse también que la corriente no fluye a través del lazo de realimentación, así cualquier resistencia (finita) puede ser colocada en el lazo de realimentación sin cambiar las propiedades del circuito ideal. Los circuitos inversores con unidad de ganancia son usados como aisladores eléctricos para aislar circuitos o aparatos y prevenir interacción no deseable. Como un seguidor de voltaje amplifica potencia, este circuito permitirá una fuente de baja corriente capacitada para mantener una gran carga.

1.5.2 Amplificador no inversor.

Una modificación del circuito seguidor es mostrada en la fig. (1-21) donde una porción del voltaje de salida es realimentada al terminal invertido, a través de un divisor de voltaje. Si se considera que no fluye corriente en el amplificador resulta:

$$E_1 = I_1 R_1 = \left(\frac{E_o}{R_1 + R_o} \right) R_1$$

$$E_o = A (E_2 - E_1) \quad (1-11)$$

Combinando las ecuaciones anteriores tenemos:

$$E_2 = \frac{E_o}{A} + E_o \left(\frac{R_1}{R_1 + R_o} \right)$$

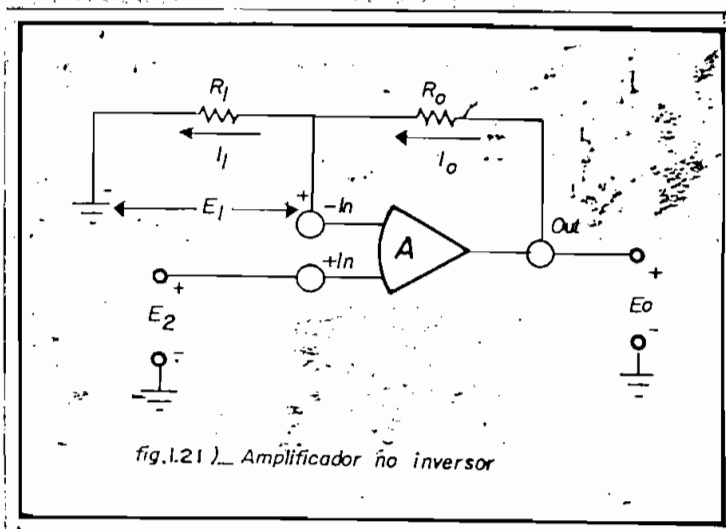
Si $A \rightarrow \infty$

$$E_2 = E_o \left(\frac{R_1}{R_1 + R_o} \right)$$

$$\text{ó} \quad \frac{E_o}{E_2} = \frac{R_1 + R_o}{R_1} \quad (1-12)$$

De esta manera como en el seguidor del voltaje la impedancia de entrada del amplificador no inversor es muy alta se obtiene un amplificador buffer con ganancia. Es de notar que:

$$E_1 = E_2 \quad \text{Si } A \rightarrow \infty$$



En resumen, se puede generalizar este caso como sigue:

- a) Cuando el amplificador operacional está trabajando lineal-

En el circuito indicado se puede decir que:

$$E_n = I_2 R_o = \left(\frac{E_2}{R_1 + R_o} \right) R_o$$

$$\frac{E_1 - E_p}{R_1} = \frac{E_p - E_o}{R_o}$$

$$E_p = E_n \quad \text{Si } A \rightarrow P$$

Substituyendo esta relación en las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$E_o = \frac{R_o}{R_1} (E_2 - E_1) \quad (1-13)$$

Esta es la ecuación de un amplificador diferencial, cuya ganancia está determinada solamente por la relación de los dos valores de resistencia.

1.6 MULTIPLICADOR

Cualquier problema de instrumentación o control, el cual re quiere: el producto, la raíz cuadrada, o la relación de dos cantidades análogas es fácilmente resuelto utilizando un multi

plicador. Existen varias técnicas para realizar la multiplicación. En el trabajo realizado se utilizó el multiplicador MC1495L, el mismo que se basa en la relación de corrientes.

1.6.1 Análisis del MC1495L.

La fig. (1-23) será utilizada para este análisis y se han hecho las siguientes asunciones:

- 1.- Partes de geometría similar dentro de un circuito integrado son asumidas idénticas y acopladas necesariamente.
- 2.- Las corrientes de base de los transistores son despreciadas, en consecuencia las corrientes de colector y emisor son iguales.

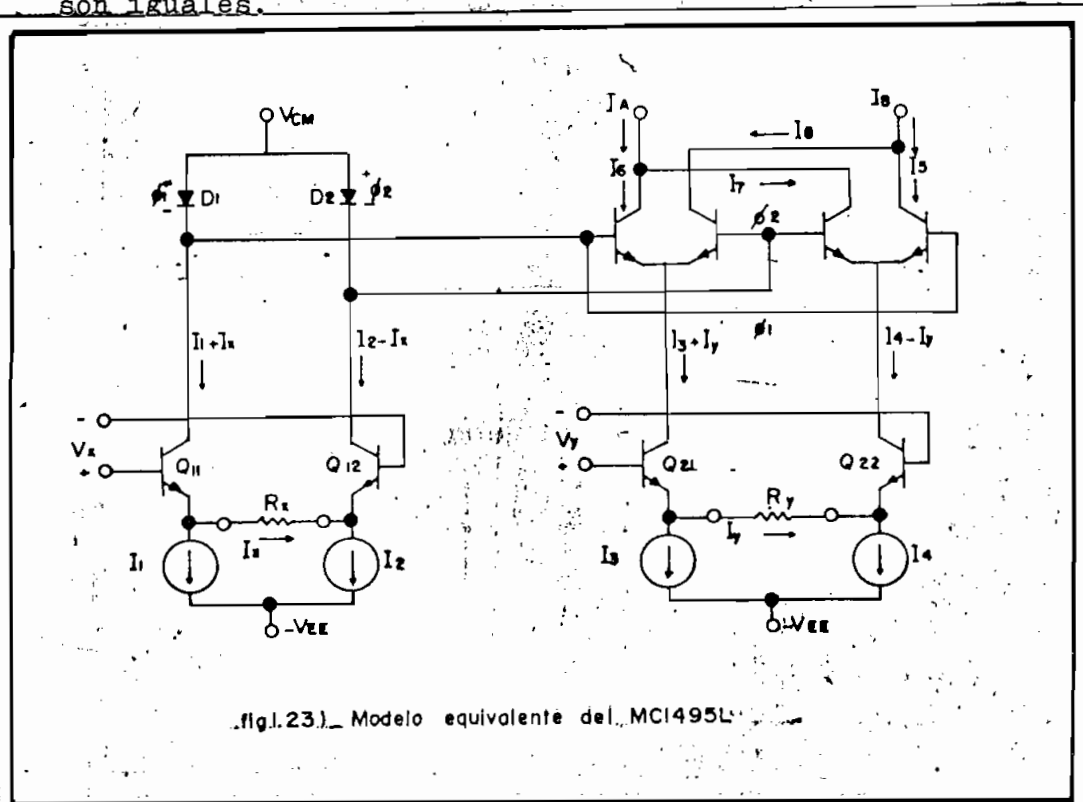


Fig. 1.23) Modelo equivalente del MC1495L

De la fig. (1-23) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$I_3 + I_y = I_6 + I_8$$

$$I_4 - I_y = I_5 + I_7$$

$$I_A = I_6 + I_7 \quad (1-14)$$

$$I_B = I_8 + I_5 \quad (1-15)$$

$$I_5 = \frac{I_4 - I_y}{1+e \left\{ \frac{\phi_2 - \phi_1}{V_T} \right\}} \quad (1-16)$$

$$I_6 = \frac{I_3 + I_y}{1+e \left\{ \frac{\phi_2 - \phi_1}{V_T} \right\}} \quad (1-17)$$

$$I_7 = \frac{I_4 - I_y}{1+e \left\{ \frac{\phi_1 - \phi_2}{V_T} \right\}} \quad (1-18)$$

$$I_8 = \frac{I_3 + I_y}{1+e \left\{ \frac{\phi_1 - \phi_2}{V_T} \right\}} \quad (1-19)$$

Donde $V_T = \frac{kT}{q} \approx 26 \text{ mV}$ a 25°C . (1-20)

Para simplificar, se define

$$m = \frac{\phi_1 - \phi_2}{V_T} \quad (1-21)$$

Substituyendo (1-19) (1-16) en (1-15), y resolviendo para I_B , obtenemos:

$$I_B = \frac{I_3 (1 + e^{-m}) + I_4 (1 + e^m) - I_y (e^m - e^{-m})}{(1 + e^m) (1 + e^{-m})}$$

y similarmente con las ecuaciones (1-17), (1-18) y (1-14) se puede resolver para I_A :

$$I_A = \frac{I_3 (1 + e^m) + I_7 (1 + e^{-m}) + I_y (e^m - e^{-m})}{(1 + e^m) (1 + e^{-m})}$$

Una corriente de salida diferencial definida como:

$$\Delta I = I_A - I_B \quad (1-22)$$

Puede ser expresada como:

$$\Delta I = \frac{(e^m - e^{-m}) (I_3 - I_4 + 2 I_y)}{(1 + e^m) (1 + e^{-m})} \quad (1-23)$$

Para los diodos D_1 y D_2 en la fig. (1-23) se puede escribir:

$$I_1 + I_x = a_{11} \left(e^{\frac{\phi_1}{V_T}} \approx 1 \right) \approx a_{11} e^{\frac{\phi_1}{V_T}}$$

$$I_2 - I_x = a_{11} \left(e^{\frac{\phi_2}{V_T}} \approx 1 \right) \approx a_{11} e^{\frac{\phi_2}{V_T}}$$

Donde la equivalencia aproximada es justificada asumiendo que los diodos tienen una polarización directa suficiente. Además se observa que:

$$\frac{I_1 + I_x}{I_2 - I_x} = e^{\frac{\phi_1 - \phi_2}{V_T}} = e^m$$

Cuando sustituimos en la ecuación (1-23) tenemos:

$$\Delta I = \frac{(I_1 - I_2 + 2 I_x)(I_3 - I_4 + 2 I_y)}{(I_1 + I_2)}$$

Para el caso deseado donde $I_1 = I_2$ e $I_3 = I_4$

$$\Delta I = \frac{2 I_x I_y}{I_1}$$

Las corrientes I_x e I_y están dadas por:

$$I_x = \frac{V_x}{\bar{R}_x + r_{e11} + r_{e12}}$$

$$I_y = \frac{V_y}{\bar{R}_y + r_{e21} + r_{e22}}$$

Donde r_{e11} , r_{e12} , r_{e21} y r_{e22} son las resistencias del emisor de los transmisores Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} y Q_{22} respectivamente. La resistencia del emisor puede ser expresada como:

$$r_e = \frac{kT}{q I_E} = \frac{26 \text{ mv}}{I_E} \quad \text{a } 25^\circ\text{C} \quad (1-24)$$

Esto muestra que el valor máximo para cualquier resistencia de emisor será limitado colocando una máxima condición en el término I_E de la ecuación (1-24)

Haciendo la siguiente aproximación:

$$\Delta I = \frac{2V_x V_y}{I_1 (R_x + r_{e11} + r_{e12}) (R_y + r_{e21} + r_{e22})}$$

$$\approx \frac{2V_x V_y}{I_1 R_x R_y}$$

y si I_A e I_B de la ecuación (1-22) pasan a través de una resistencia de carga (R_L) un voltaje de salida aproximado sería:

$$\Delta V_o = \Delta I R_L \quad (1-25)$$

$$\approx \frac{2R_L V_x V_y}{I_1 R_x R_y} \quad (1-26)$$

De esta manera, la salida diferencial de voltaje puede ser expresada como:

$$V_o = KV_x V_y \quad (1-27)$$

Donde:

$$K = \frac{2R_L}{I_1 R_x R_y} \quad (1-28)$$

En la ecuación (1-27) vemos que el voltaje de salida (V_o) es igual al producto de las entradas V_x , V_y por la constante K ; - gráficamente se puede expresar de la siguiente manera:

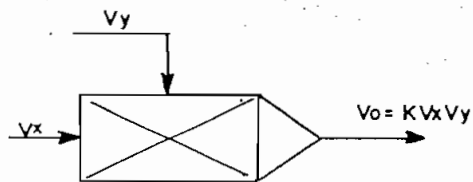


fig1.24) Multiplicador.

1.7 DIVISOR

Como anotamos anteriormente, el multiplicador se utiliza también para realizar la división de 2 señales de entrada. Si consideramos el circuito mostrado en la fig. (1-25) en el cual el multiplicador es colocado en el lazo de realimentación de un amplificador operacional. En esta configuración el amplificador mantendrá una tierra virtual en la entrada invertida (-). Asumiendo que la corriente de polarización del amplificador operacional es despreciable, tenemos que $I_1 = I_2$.

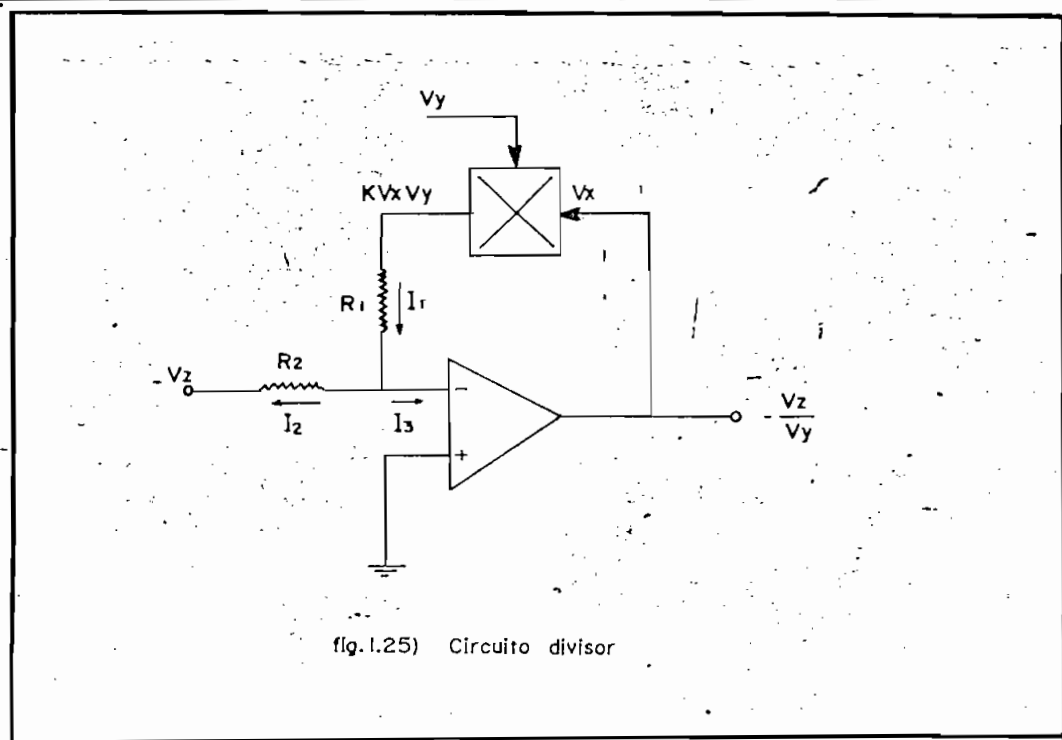


fig. 1.25) Circuito divisor

En la fig. (1-25) tenemos:

$$\frac{KV_x V_y}{R_1} = \frac{-V_z}{R_2}$$

1.8 GENERADOR DE FUNCIONES

Las funciones analíticas simples de un voltaje x son polinomios de la forma:

$$ax + b, ax^2, x^3 + bx^2 + cx, \text{ etc.}$$

Tales funciones son producidas por combinaciones de sumadores, multiplicadores, y potenciómetros.

La aproximación de funciones no lineales es lograda con amplificadores operacionales usando una red de realimentación no lineal apropiada. La forma más común de generar tales funciones es usando una aproximación lineal por segmentos tangenciales - (piecewise), como muestra la fig. (1-27).

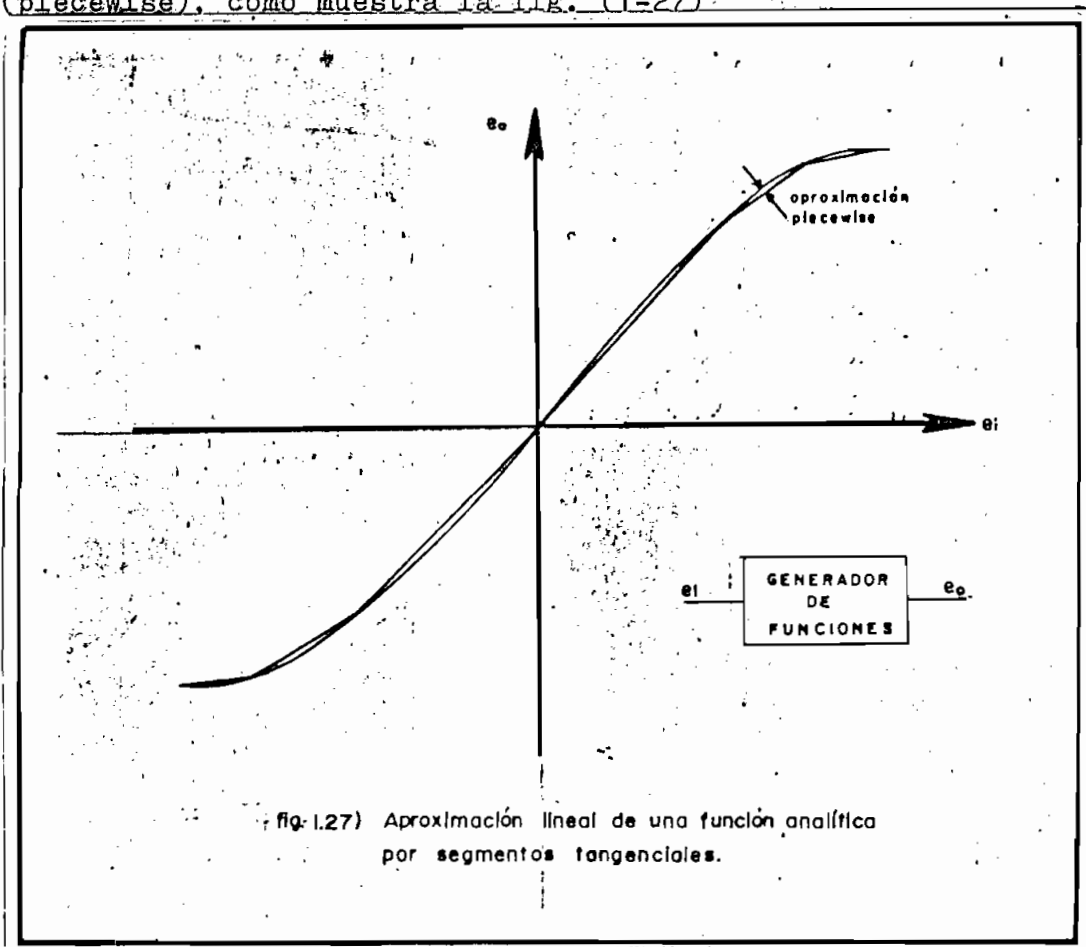
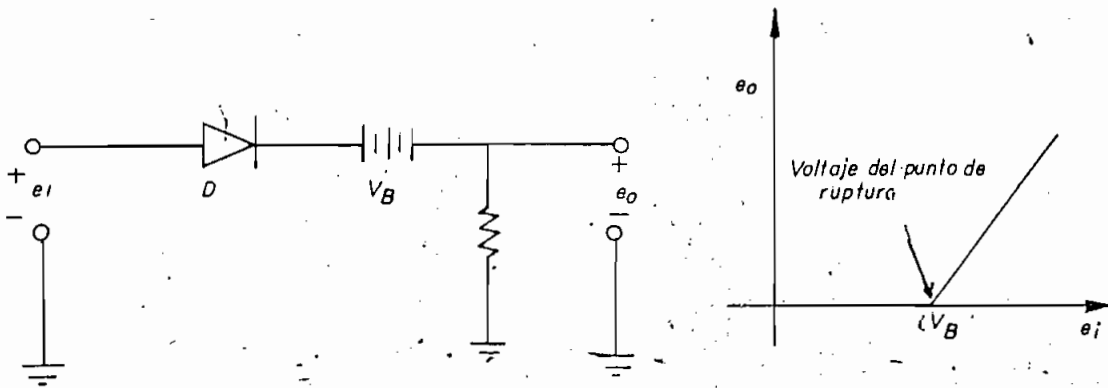


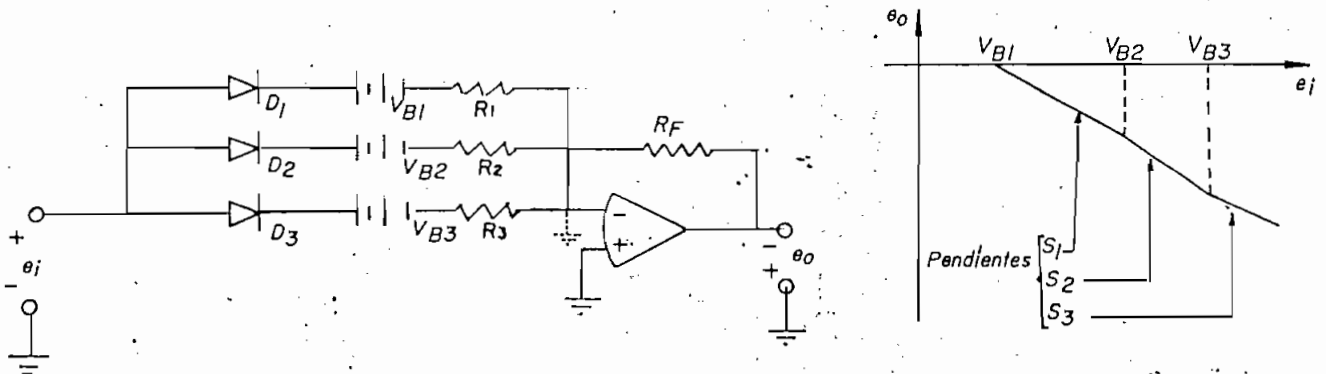
fig. 1.27) Aproximación lineal de una función analítica por segmentos tangenciales.

La precisión de tal aproximación está determinada por el número de segmentos de línea usados, la curva completa tipo "piece wise" es obtenida por la suma de segmentos de línea (individuales cuyo voltaje de "punto de ruptura" y pendientes están determinados separadamente para cada segmento. La fig. (1-28) ilustra como tales segmentos pueden ser generados con un circuito limitador simple y sumados por el amplificador operacional.



a) Segmento de línea simple

$$S_1 = -\frac{R_F}{R_1}, \quad S_2 = -\left(\frac{R_F}{R_1} + \frac{R_F}{R_2}\right), \quad S_3 = -\left(\frac{R_F}{R_1} + \frac{R_F}{R_2} + \frac{R_F}{R_3}\right)$$



b) Suma de segmentos de línea

fig. 1.28) Generación de funciones

—(CAPITULO SEGUNDO

ANALISIS PARA LA COMPUTACION

2.1 ESCALAMIENTO DE AMPLITUD

Es importante recordar que un computador analógico establece relaciones matemáticas entre voltajes (variables del computador) que representan las variables de un problema dado. Las variables del computador (voltajes) asociados con los elementos electrónicos de computación, tales como amplificadores, deben necesariamente estar dentro de los límites especificados (típicamente: ± 100 V, ± 50 V, ó ± 10 V) para prevenir sobrecarga o saturación.

Por otro lado, dentro del rango de operación permisible es conveniente tener cada variable del computador con un valor absoluto tan grande como sea posible, para de esta forma minimizar los errores debidos a voltaje offset, ruido, etc.

Por consiguiente el computador analógico representa las "variables" x, y, \dots de un problema dado, por voltajes.

Se puede escoger factores de escala de tal manera que el valor absoluto de cada variable del computador x, y, \dots sea relativamente grande sin exceder el máximo permisible (± 100 V, ± 50 V, ó ± 10 V), de esta manera:

$x = (a_x \cdot X)$; $y = (a_y \cdot Y)$, donde a_x, a_y son los factores de escala.

En este caso cada factor de escala debe satisfacer la relación:

$$a_x \leq \frac{15}{|x|_{\max}} \frac{V}{\text{unida de } x} \quad (2-1)$$

donde $|x|_{\max}$ es el mayor valor esperado de la variable x del problema. Es de notar que para escoger el factor de escala se requiere estimar el máximo valor de las variables del problema, ese máximo valor puede ser evidente inmediatamente después de un cálculo aproximado o puede requerir consideraciones más profundas.

Una vez que el factor de escala ha sido escogido se obtienen las ecuaciones correctas del computador, relacionando los voltajes $(a_x x)$, $(a_y y)$, simplemente por la escritura:

$$x \text{ como } \frac{1}{a_x} (a_x x) \quad \text{y como } \frac{1}{a_y} (a_y y) \dots$$

2.2 ESCALAMIENTO DE TIEMPO

En un computador analógico al solucionar ecuaciones diferenciales ordinarias, el tiempo de computador \tilde{t} representa la variable t independiente del problema. La representación del tiempo t del problema por el tiempo \tilde{t} del computador ($t = \tilde{t}$), nos dará la simulación de un sistema dinámico en un escala de

tiempo 1 : 1 (escala real de tiempo). Frecuentemente una simulación en tiempo real resultará inconveniente en largos o cortos tiempos de funcionamiento del computador o para frecuencias no reproducibles en un computador dado, en tales casos se relaciona el tiempo del problema t (u otra variable independiente) al tiempo τ del computador, por una "transformación de la escala de tiempo".

$$t = \frac{1}{\alpha t} \quad (2-2)$$

El coeficiente αt es el factor de escala de tiempo, es de notar que $\alpha t > 1$ para una escala de tiempo lenta, donde el tiempo t (en segundos) del problema está representado por un largo período τ del computador. $\alpha t < 1$ corresponde a una escala de tiempo rápida.

Para producir una escala de tiempo disponible en el computador se debe sustituir la expresión (2-2) en todos los sumandos que contengan la variable t . Como un caso particular se tiene:

$$\frac{d}{dt} = \alpha t \frac{d}{d\tau} \equiv \alpha t P \quad (2-2) \text{ y } (2-3)$$

Realizando las substituciones indicadas en (2-2) y (2-3) se efectúa el escalamiento de la variable independiente t como -- cualquier otra variable del problema.

Cuando no se requiere de una escala de tiempo 1 : 1 para una simulación de tiempo real, el escoger una escala de tiempo es un compromiso entre una computación rápida deseada y el rango de frecuencia que produce una precisión óptima de los elementos de computación. Los computadores analógicos repetitivos emplean tiempos de solución entre 2 seg. y 0,3 mseg., lo que ordinariamente requiere escalas de tiempo rápidas.

Para una mejor comprensión del escalamiento tanto de amplitud como de tiempo es necesario ilustrar con: un ejemplo y conocer además algunos conceptos de variables de estado que servirán para aclarar la explicación dada.

2.3 CONCEPTOS DE VARIABLES DE ESTADO

La interacción entre todos los elementos de un sistema puede ser detectada y descrita por la medida de ciertas cantidades tales como: desplazamiento mecánico, corriente eléctrica, concentración química.

Una forma muy conveniente de describir un sistema dinámico es planteando ecuaciones que muestren el cambio de las variables con el tiempo.

Para un sistema simple formado por una variable se puede escribir:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) \quad (2-4)$$

La función $f(x,t)$ está determinada por el sistema en cuestión.

Un sistema de importancia en ingeniería requiere más de una cantidad simple para ser descrito, en efecto un mayor número de: velocidades, aceleraciones, corrientes, voltajes, así como combinaciones de ellos son necesarios para descripción completa. En tal caso es mejor que el grupo de ecuaciones diferenciales - sea puesto en forma de matriz. La ecuación para un sistema más complicado viene a ser:

$$\frac{d}{dt} [x] = [f(x,t)] \quad (2-5)$$

donde $[x]$ es una matriz columna de variables que van a ser determinadas en función de la variable t . y, donde $f_1 \dots f_n$ son funciones de:

x_1, x_2, \dots, x_n, t , esas variables, x_1, x_2, \dots, x_n , son llamadas las variables de estado.

Geométicamente hablando, la matriz $[x]$ ecuación (2-6) puede ser:

$$[x] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Interpretando como un punto que se mueve en el espacio, las coordenadas del punto son x_1, x_2, \dots, x_n . Del origen de coordenadas al punto se puede construir un vector, este vector está expandiéndose, contrayéndose, balanceándose o rotando conforme transcurre el tiempo. La posición del punto o la longitud o altitud del vector en un instante dado, representa la condición del sistema en ese tiempo y es conocida como el estado del sistema.

En consecuencia de esta interpretación, se define el estado de un sistema como un vector "n" dimensional $x(t)$. En el análisis de variables de estado un sistema es representado por un grupo de ecuaciones diferenciales de primer orden reducidas a su forma normal.

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m)$$

.....

$$x_n = f_n (x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_m)$$

La ecuación (2-7) puede ser escrita en una forma muy compacta u tilizando la notación vectorial; a fin de hacerlo así, es necesario definir dos vectores adicionales (además del vector x), - el vector de control de fuerza u que es "m" dimensional y el - vector función f que es "n" dimensional.

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_m \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

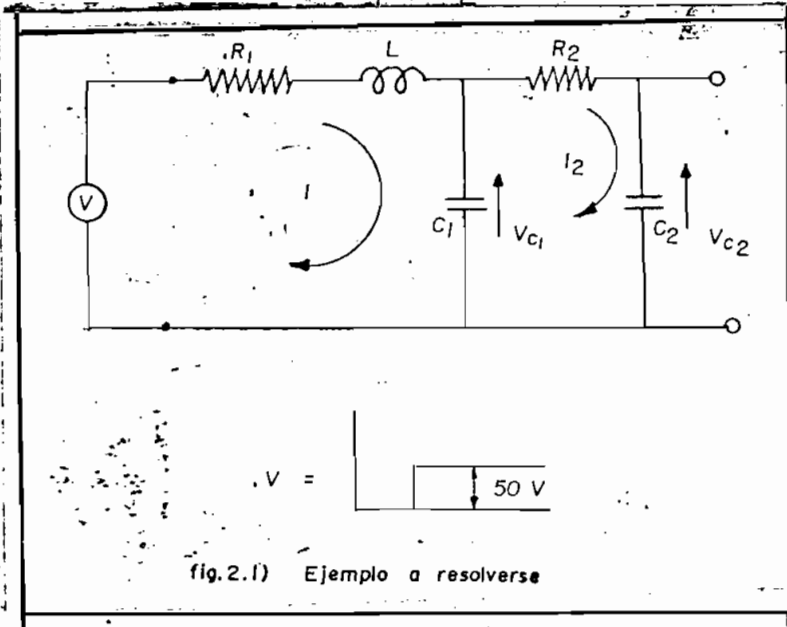
$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

En términos de los tres vectores x, u, y f el sistema entero de ecuaciones (2-7) se reduce a la ecuación:

$$\dot{x} = f(x, u)$$

2.4 EJEMPLO DE ESCALAMIENTO

Determinar I , V_{c_1} , V_{c_2} en el ejemplo de la fig. (2-1)



$$\begin{aligned} R_1 &= 1.000 \, \Omega \\ R_2 &= 10.000 \, \Omega \\ L &= 100 \, \mu\text{H} \\ C_1 &= 100 \, \text{pf} \\ C_2 &= 50 \, \text{pf} \end{aligned}$$

fig.2.1) Ejemplo a resolverse

Planteando las ecuaciones de malla.

$$V = R_1 I + L \frac{dI}{dt} + V_{c_1} \quad (2-10)$$

$$V_{c_1} - V_{c_2} = I_2 R_2 \quad (2-11)$$

$$V_{c_1} = \frac{1}{c_1} \int (I - I_2) dt \Rightarrow \frac{dV_{c_1}}{dt} = \frac{1}{c_1} (I - I_2) \quad (2-12)$$

$$V_{c_2} = \frac{1}{c_2} \int I_2 dt \Rightarrow \frac{dV_{c_2}}{dt} = \frac{I_2}{c_2} \quad (2-13)$$

$$(2-11) \text{ en } (2-12) \quad \frac{dVc_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left(I - \frac{Vc_1}{R_2} + \frac{Vc_2}{R_2} \right)$$

$$\frac{dVc_1}{dt} = \frac{I}{C_1} - \frac{Vc_1}{C_1 R_2} + \frac{Vc_2}{C_1 R_2}$$

$$(2-11) \text{ en } (2-13) \quad \frac{dVc_2}{dt} = \frac{Vc_1 - Vc_2}{R_2 C_2}$$

De (2-10), (2-12) y (2-13) tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= -\frac{R_1}{L} I - \frac{Vc_1}{L} + 0 Vc_2 + \frac{V}{L} \\ \frac{dVc_1}{dt} &= \frac{I}{C_1} - \frac{Vc_1}{R_2 C_1} + \frac{Vc_2}{C_1 R_2} + 0V \\ \frac{dVc_2}{dt} &= 0I + \frac{Vc_1}{R_2 C_2} - \frac{Vc_2}{R_2 C_2} + 0V \end{aligned} \right\} (2-14)$$

En (2-14) definimos dos matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -R_1/L & -1/L & 0 \\ 1/C_1 & -1/R_2 C_1 & 1/R_2 C_1 \\ 0 & 1/R_2 C_2 & -1/R_2 C_2 \end{pmatrix} (2-15)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-16)$$

En términos de la "matriz sistema" A, la "matriz distribución" B, y los vectores \underline{x} y \underline{u} anteriormente definidos, la ecuación (2-14) puede ser escrita en forma de un vector compacto.

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_{c_1} \\ \dot{V}_{c_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_1/L & -1/L & 0 \\ 1/c_1 & -1/R_2 c_1 & 1/R_2 c_1 \\ 0 & 1/R_2 c_2 & -1/R_2 c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V \quad (2-17)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_{c_1} \\ \dot{V}_{c_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10^7 & -10^4 & 0 \\ 10^{10} & 10^6 & 10^6 \\ 0 & -2 \times 10^6 & -2 \times 10^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10^9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V \quad (2-18)$$

Como se puede trabajar con valores muy altos en el computador, hay que realizar el escalamiento para lo cual:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

$$\dot{\underline{x}} = (10^{-7}) \underline{\dot{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

O sea hemos "escalado en el tiempo" por un valor de 10^{-7} . Es

decir que 1 seg. en el computador = 10^{-7} seg. del circuito.

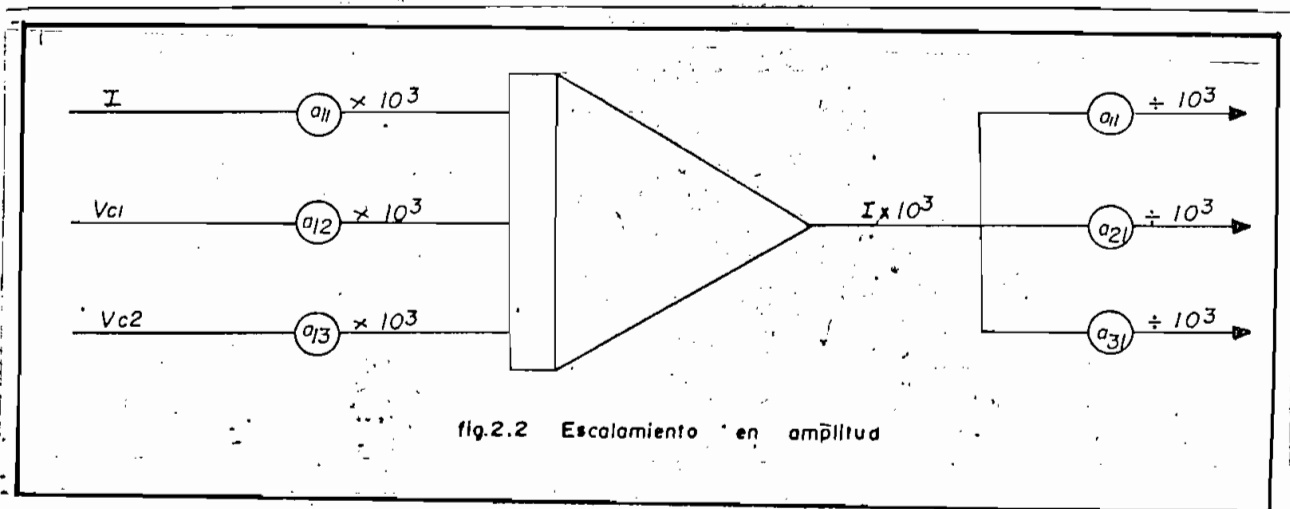
Haciendo esta transformación tenemos:

$$\begin{bmatrix} I \\ V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -10^{-3} & 0 \\ 10^3 & -1 & .1 \\ 0 & .2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (2-19)$$

Para escalar en amplitud nos basamos en lo siguiente:

Si multiplicamos la primera fila y dividimos la primera columna por un mismo valor la matriz no se altera, como se muestra en la fig. (2-2). Esta operación, se puede hacer también con la segunda fila segunda columna, con la tercera fila tercera - columna, etc..

$$\begin{bmatrix} I \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} V \quad (2-20)$$



De esta forma no se altera la ecuación (2-20) y lo único que se hace es escalar en amplitud, así de la ecuación (2-19) si se desea que 1 V. en el computador sea igual a 10^{-3} Amperios, se multiplica y se divide por 10^3 la primera fila y la primera columna respectivamente, de donde se obtiene:

$$\begin{pmatrix} I' \\ Vc_1 \\ Vc_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & -.1 & .1 \\ 0 & .2 & -.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Vc_1 \\ Vc_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V$$

Para lograr que los valores pico de voltaje se reduzcan, se procede de la siguiente manera:

$$V'c_1 = 1/2 Vc_1$$

$$V'c_2 = 1/2 Vc_2$$

Cuando $Vc_1 \rightarrow V'c_1$

$$\begin{pmatrix} I' \\ V'c_1 \\ Vc_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -.5 & -.1 & .05 \\ 0 & .4 & -.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ V'c_1 \\ Vc_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V$$

Si $Vc_2 \rightarrow V'c_2$

$$\begin{pmatrix} I' \\ V'c_1 \\ V'c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ .5 & -.1 & .1 \\ 0 & .2 & -.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I' \\ V'c_1 \\ V'c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad V$$

Este resultado se puede representar en un computador, de la forma como se muestra en la fig. (2-3).

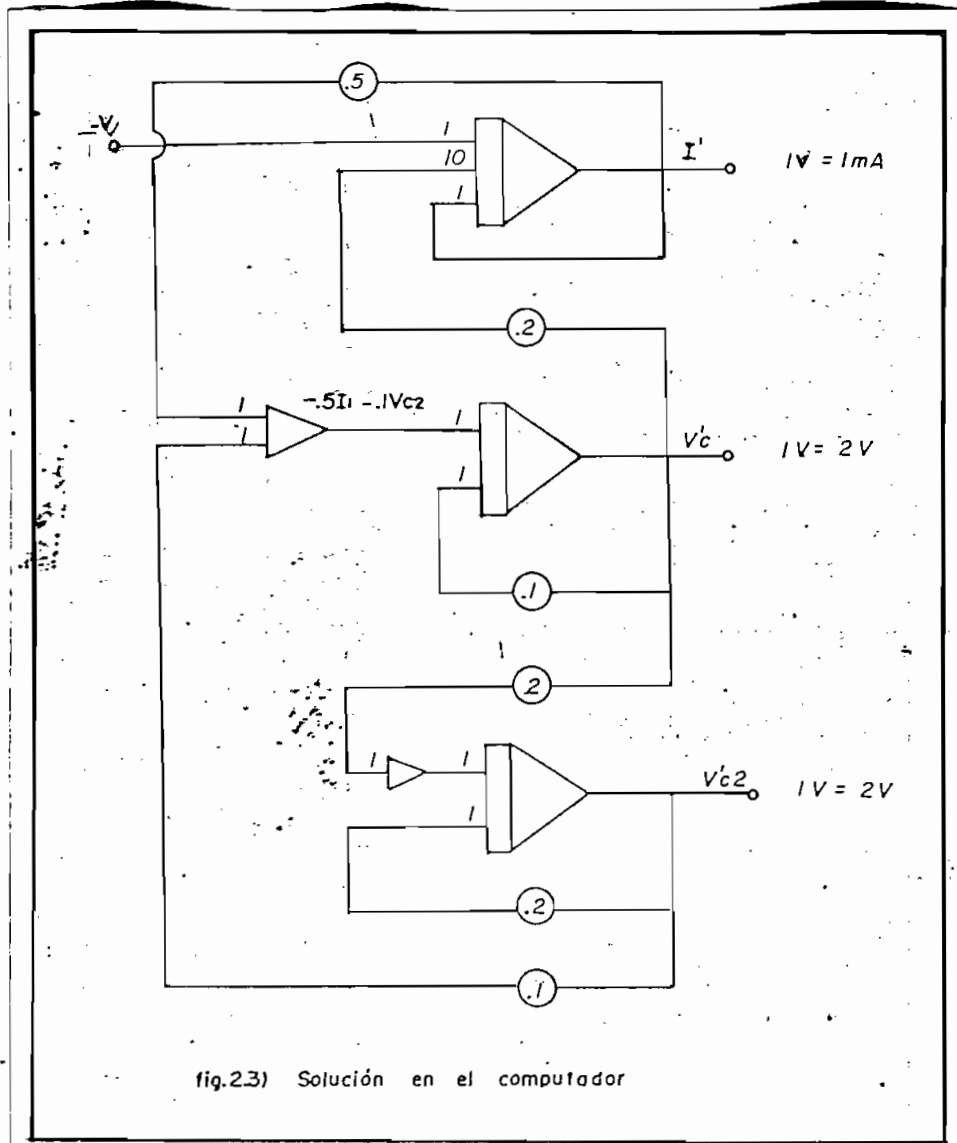


fig.2.3) Solución en el computador

CAPITULO TERCERO

DISEÑO Y CONSTRUCCION DEL COMPUTADOR ANALOGICO

Con el propósito de cumplir con la primera condición es conveniente analizar el circuito de la fig. (3.1a) en donde se puede observar que se ha conectado el potenciómetro de resistencia total R_p

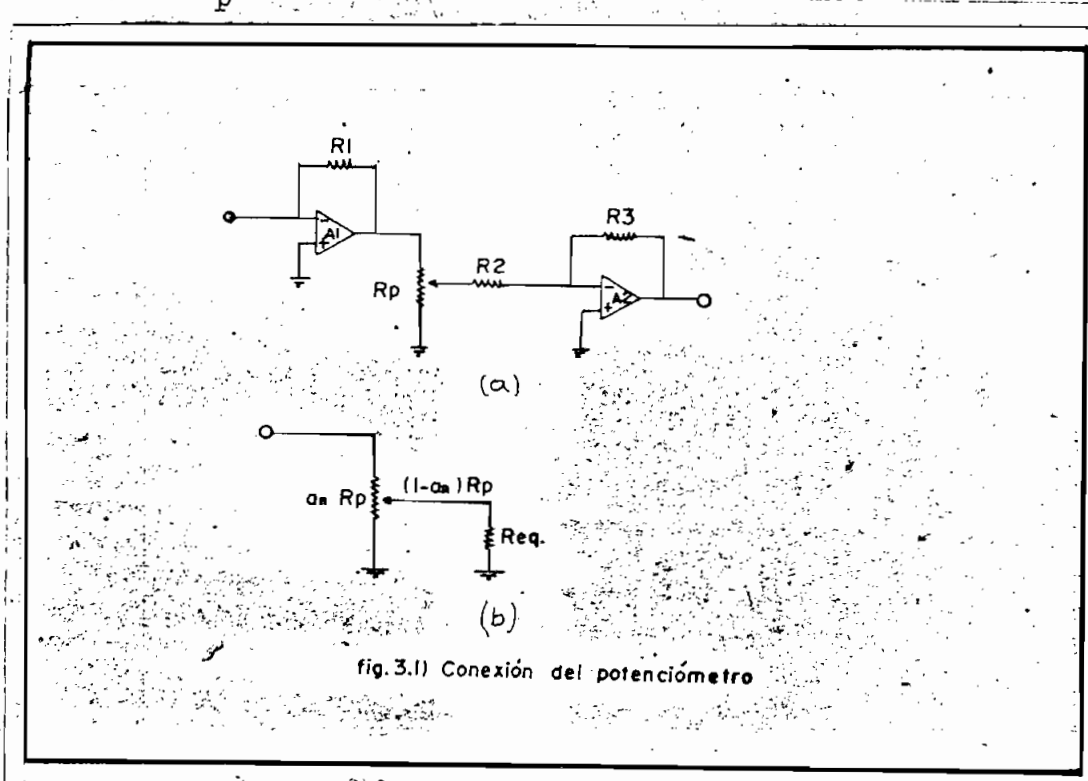


fig. 3.1) Conexión del potenciómetro

En el circuito de carga equivalente de la fig. (3.1b) tenemos

$$R_{eq} = R_1 // R_2 ,$$

en donde, como se justificará mas adelante:

$$R_1 = 200 \text{ K} \Omega \quad R_2 = \begin{cases} 20 \text{ K} \Omega \\ 200 \text{ K} \Omega \end{cases}$$

luego

$$R_{eq} \begin{cases} \approx 20 \text{ K} \Omega \\ = 100 \text{ K} \Omega \end{cases}$$

Además, si se define R_L como:

$$R_L = a_n R_p // R_{eq} = a R_p$$

$$R_L = \frac{a_n R_p R_{eq}}{R_{eq} + a_n R_p}$$

$$a R_p = \frac{a_n R_p R_{eq}}{R_{eq} + a_n R_p}$$

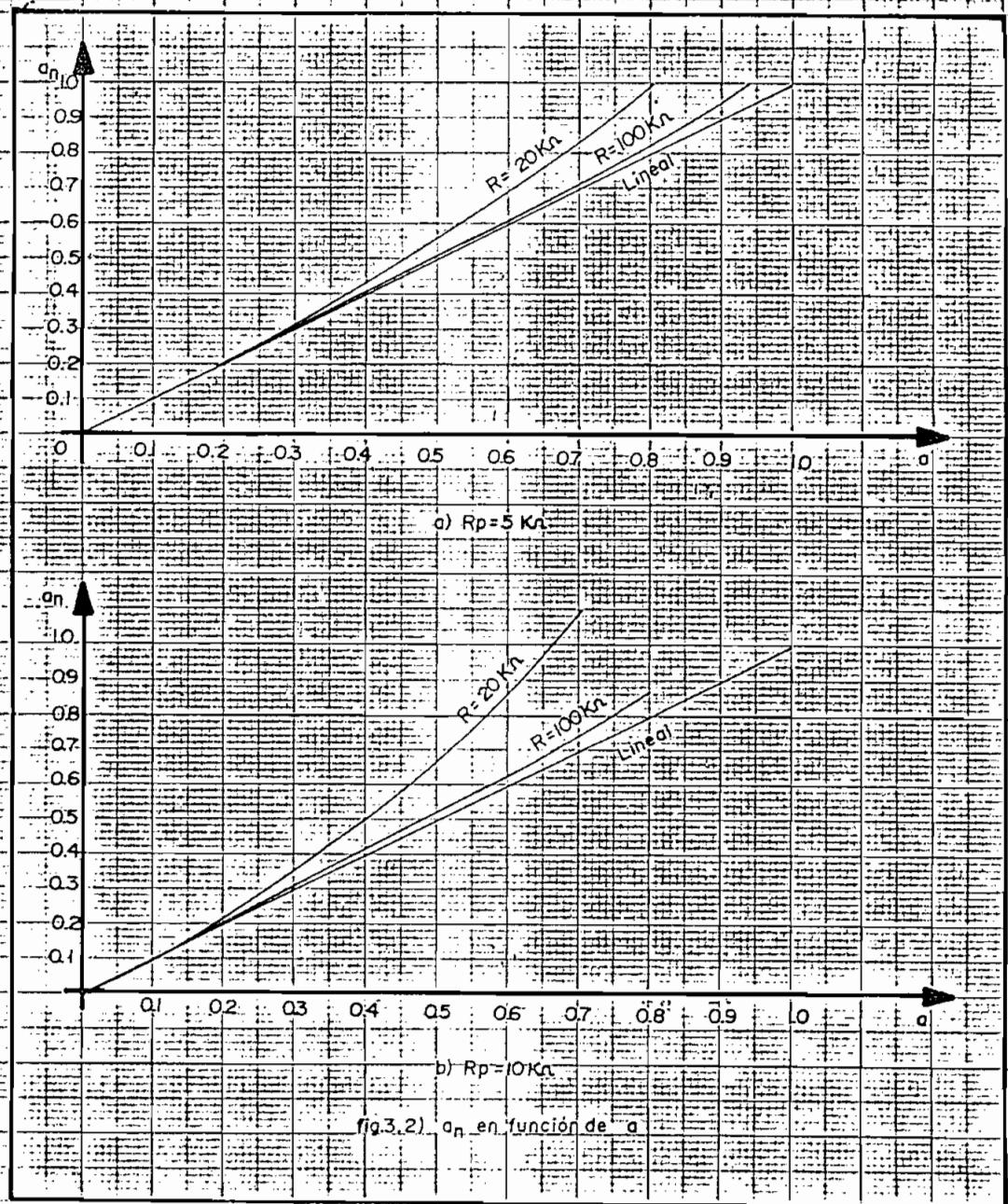
$$a_n = \frac{a R_{eq}}{R_{eq} - a R_p} \quad (3.1)$$

De la ecuación (3.1) tenemos:

a	R_{eq} (K Ω)	R_p (K Ω)	a_n
0.2	20	5	0.21
0.5	20	5	0.57
0.8	20	5	1
0.2	20	10	0.22
0.5	20	10	0.67
0.8	20	10	1.33
0.2	100	5	0.202
0.5	100	5	0.51
0.8	100	5	0.83
0.2	100	10	0.204
0.5	100	10	0.525
0.8	100	10	0.87

Grafizando estos valores se obtienen las figuras (3.2a) y (3.2b)

De estos gráficos se puede concluir que se obtiene una respuesta más lineal del potenciómetro mientras menor sea el valor de la resistencia R_p .



Para cumplir con la segunda condición es conveniente analizar el gráfico de voltaje de salida del amplificador que se utilizará en función de la carga (fig. 3.3). Como se puede ver en este gráfico, para asegurar una buena salida del amplificador, el valor de la resistencia de carga (R_L) debe estar entre $1 \text{ K}\Omega$

y 10 K Ω , motivo por el cual se escogió un valor intermedio, - esto es 5 K Ω

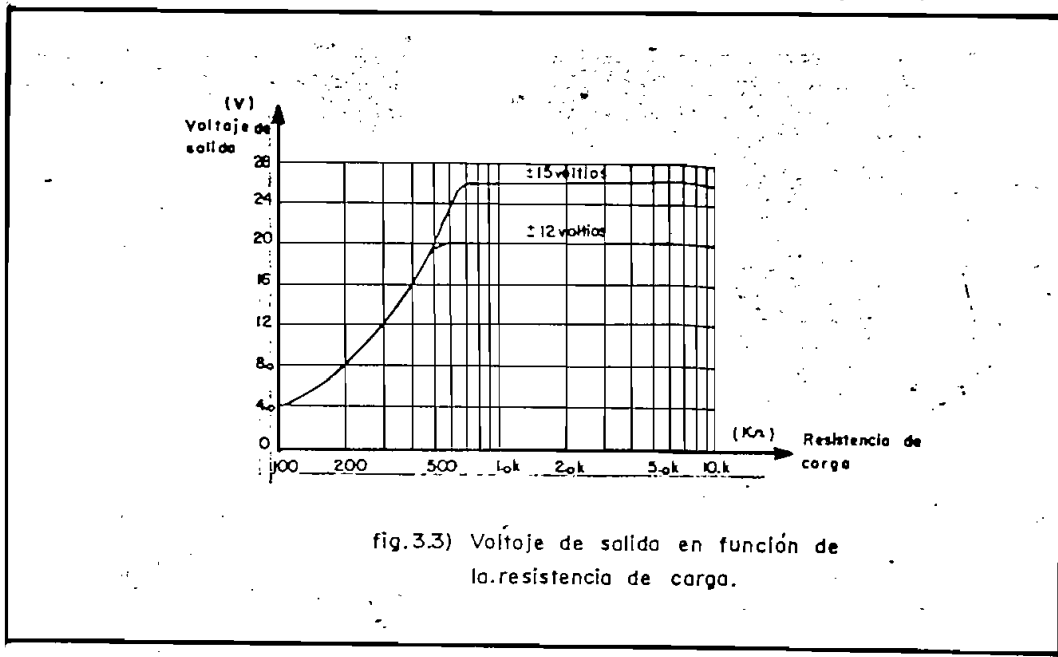


fig.3.3) Voltaje de salida en función de la resistencia de carga.

De la fig. (3.1a) se deduce que la resistencia R_L del amplificador A_1 es:

$$R_L = R_2 \parallel R_p \parallel R_1$$

por lo tanto

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_p}$$

es decir

$$R_p = \frac{R_1 R_2 R_L}{R_1 R_2 - R_1 R_L - R_2 R_L}$$

Con $R_L = 5 \text{ K } \Omega$

y cuando $R_2 = 200 \text{ K } \Omega$, $R_p = 5,3 \text{ K } \Omega$

$R_2 = 20 \text{ K } \Omega$, $R_p = 6.9 \text{ K } \Omega$

De todo este análisis se concluye que $5,3 \text{ K } \Omega \leq R_p \leq 6.9 \text{ K } \Omega$

A fin de cumplir con las condiciones impuestas para el potenciómetro, se utilizó en el diseño y luego en la construcción una $R_p = 5 \text{ K } \Omega$

Para obtener un funcionamiento correcto del computador es necesario calibrar los potenciómetros y la manera de hacerlo se describe a continuación.

Calibración de los potenciómetros:

Si se desea conectar un potenciómetro a fin de obtener un coeficiente determinado es necesario calibrar este, con tal objeto se diseñó el circuito de la fig. (3.4)

En este circuito se tiene un potenciómetro patrón (P_p) y el potenciómetro a calibrarse (P). Los diodos D_1 y D_2 así como las resistencias R_1 y R_2 sirven para proteger el medidor, (M).

Experimentalmente se encontró que la máxima deflexión de la aguja del medidor en sentido positivo o negativo (cero central)

se producía con una corriente de $150 \mu\text{A}$; igualmente se determinó que la resistencia del medidor (r) era 400Ω

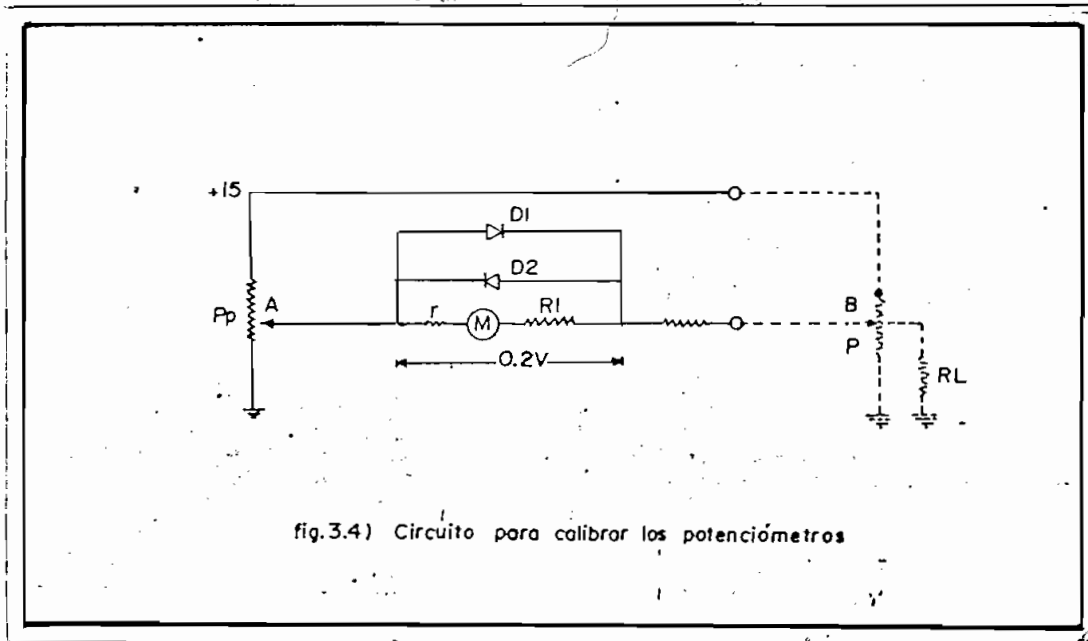


fig.3.4) Circuito para calibrar los potenciómetros

El momento que uno de los diodos conduce la caída de voltaje en (R_1+r) es 0.3 voltios y en ese instante el medidor marca cero, para evitar este inconveniente se escogió un valor límite de 0.2 voltios de caída en (R_1+r) . Por lo tanto se tiene:

$$(R_1 + r) = \frac{0.2 \text{ V}}{150 \times 10^{-6} \text{ A}} = 1.34 \text{ K}\Omega$$

de donde

$$R_1 \approx 1 \text{ K}\Omega$$

Si se considera un caso extremo, esto es cuando el punto A está conectado a tierra y el punto B a + 15 voltios, se tiene que:

$$R_1 + r + R_2 = \frac{15 \text{ V}}{150 \times 10^{-6} \text{ A}} = 100 \text{ K}\Omega$$

de donde

$$R_2 \approx 100 \text{ K } \Omega$$

La calibración propiamente dicha se efectúa poniendo el coeficiente deseado en el potenciómetro patrón (P_p); seguidamente - variando el número de vueltas del potenciómetro a calibrarse - (P) se obtiene una igualdad de los voltajes en A y B, esta igualdad se ve reflejada en el medidor (M) cuando este marca cero.

Lista de elementos:

- $R_1 = 1 \text{ K } \Omega \text{ (1/4 W)}$
- $R_2 = 100 \text{ K } \Omega \text{ (1/4W)}$
- $D_1 = D_2$ de Germanio
- 1 Medidor

3.2 SUMADOR

Para el fin propuesto, esto es solucionar ecuaciones diferenciales el sumador debe poseer las siguientes características:

- 1.- El número de entradas tiene que ser 6
- 2.- Las entradas tienen que ser tres de valor j y tres de valor 10
- 3.- El valor de las resistencias debe permitir que el amplifi-

gador trabaje normalmente con las 6 entradas.

Se ha escogido seis entradas, tres de valor 1 y tres de valor 10 (fig. 3.5a); por cuanto de la práctica se concluye que este número de entradas y el valor de las mismas es el que normalmente se utiliza en computación analógica, más aún, estos valores son justificados ya que si se desea valores menores que 1 se utiliza un potenciómetro, y si se desea valores mayores que 10 se utiliza el escalamiento en amplitud para evitar la saturación del amplificador.

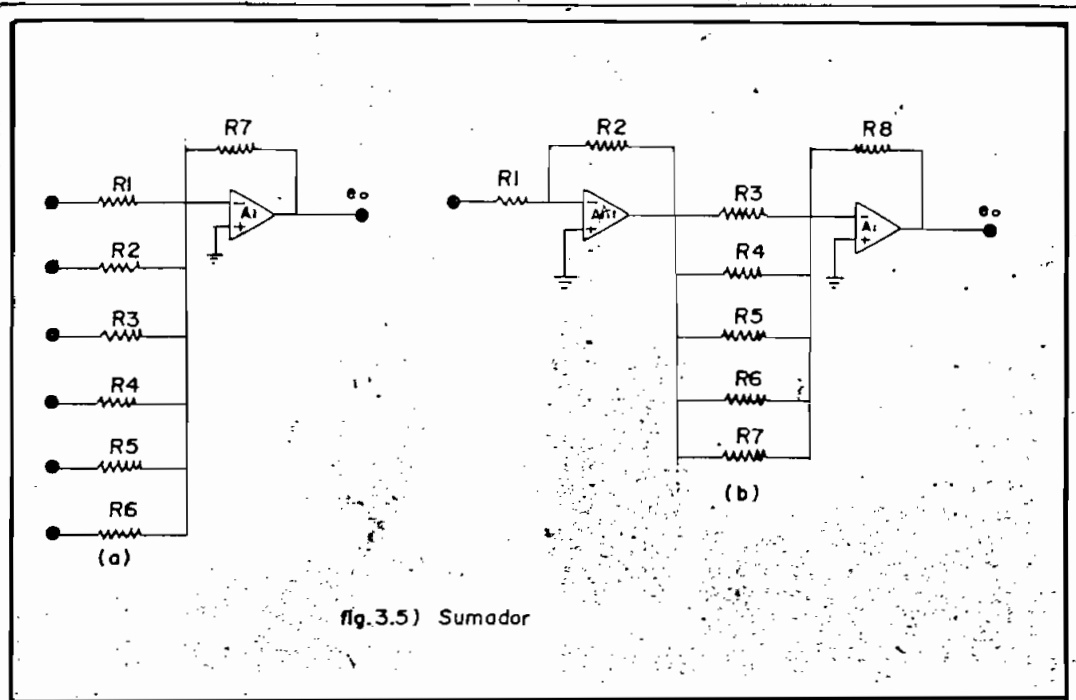


fig.3.5) Sumador

Para determinar el valor de las resistencias que conforman el sumador se parte del análisis de la resistencia de carga R_L (fig. 5b), que puede tener dos valores extremos.

$$1.- R_L = R_2 // R_3 // R_4 // R_5 // R_6 // R_7$$

$$2.- R_L = R_2 // R_3$$

En el primer caso:

$$R_2 = R_3 = R_4 = R \qquad R_5 = R_6 = R_7 = \frac{R}{10}$$

luego

$$R = 33 R_L$$

de la fig. (3.3) $R_L = 5 \text{ K } \Omega$

de donde $R = 165 \text{ K } \Omega$

En el segundo caso

$$R = 2 R_L$$

de donde $R = 10 \text{ K } \Omega$

luego $10 \text{ K } \Omega \leq R \leq 165 \text{ K } \Omega$

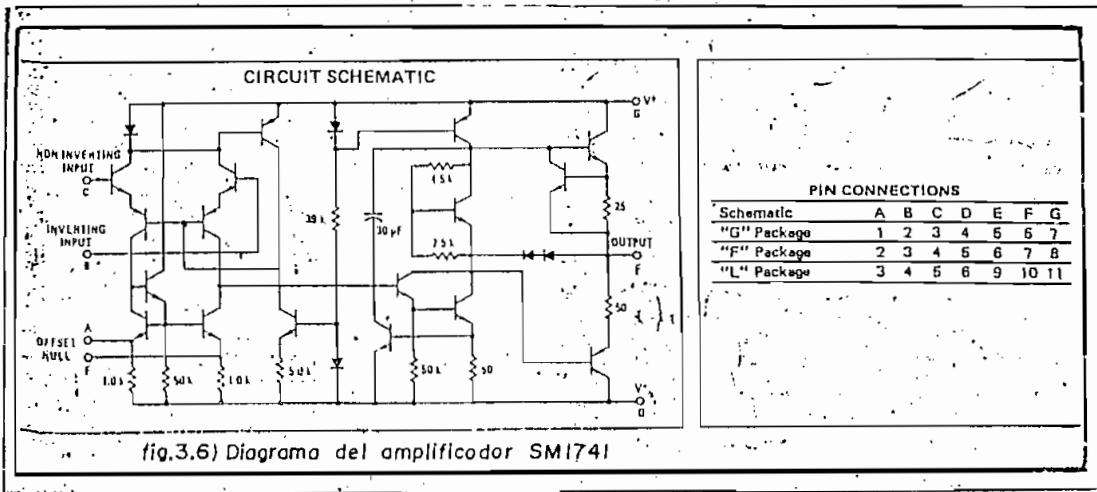
En el trabajo efectuado se utilizó $R = 200 \text{ K } \Omega$ y $R/10 = 20 \text{ K } \Omega$ debido a que como se puede ver en la fig. (3.3) existe cierta libertad para variar el valor de R_L y además en el mercado en contré únicamente resistencias de $200 \text{ K } \Omega$ y $20 \text{ K } \Omega$ con un porcentaje de error del 1 % lo que es indispensable para evitar errores en la relación que da el valor de la ganancia, esto es

entre la resistencia de realimentación y las resistencias de entrada.

La parte principal del sumador constituye el amplificador operacional el mismo que debe tener las siguientes características:

- Protección para corto circuito
- El voltaje offset debe ser nulado
- No requiere compensación exterior de frecuencia
- Posee amplios rangos de voltaje de modo - común y diferencial
- Bajo consumo de potencia
- Bajo precio

El amplificador que cumple con estos requisitos y que se utilizó en el diseño es el 1741. En la fig. (3.6) se muestra el diagrama de dicho circuito.



Aspecto físico del sumador:

La construcción del sumador se efectuó en un circuito impreso de 17 cm. x 11 cm. y la distribución de los elementos se muestra en la fig. (3.7).

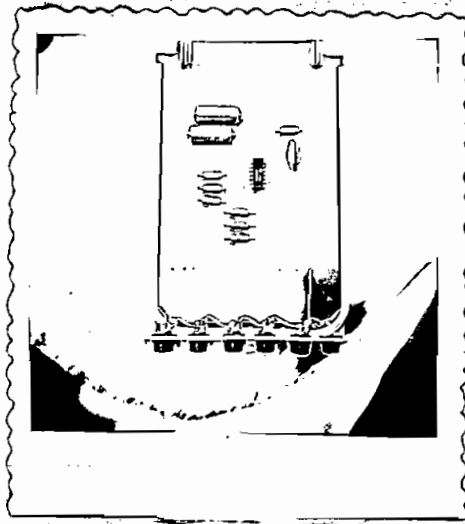


fig. 3.7) Sumador

En la fig. (3.8) se detalla la distribución de las entradas y salidas en la parte frontal.

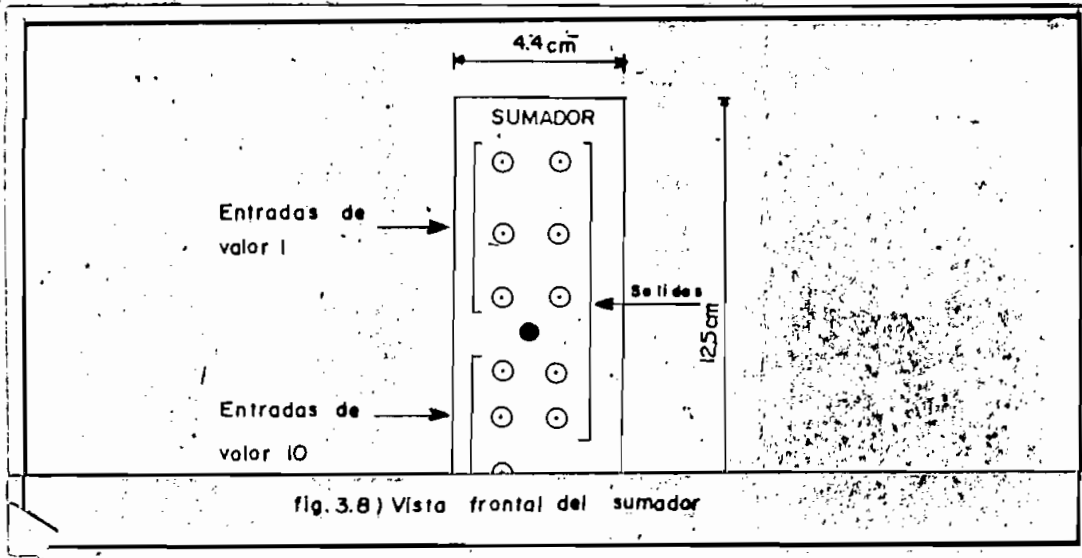


fig. 3.8) Vista frontal del sumador

Lista de elementos:

A_1 = Amplificador operacional 1741

$R_1 = R_2 = R_3 = R_7 = 200 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt. 1% error)

$R_4 = R_5 = R_6 = 20 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt. 1% error)

$P = 100 \text{ K } \Omega$, control para calibrar offset. Este valor se determinó experimentalmente.

$C_1 = C_2 = 0.012 \text{ MF}$

estos condensadores se utiliza para eliminar ruido y la pequeña inductancia que se produce en el cable que va de la fuente al amplificador.

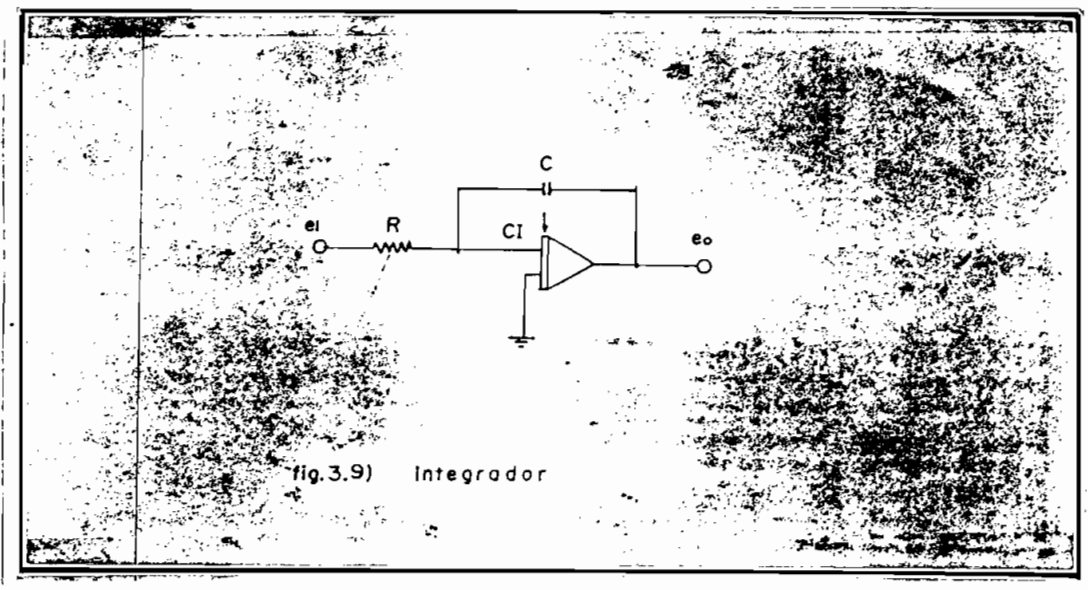
Calibración:

A fin de asegurar precisión en los resultados que se obtengan del sumador, es necesario nulitar la salida offset del amplificador.

La calibración se efectúa poniendo una señal igual a cero (generalmente se conecta a tierra) a la entrada o entradas del sumador que van a ser utilizadas y luego por medio del control P se corrige la salida hasta obtener una salida de cero.

3.3 INTEGRADOR

El circuito simplificado de un integrador se muestra en la -
fig. (3.9).



Para los fines que se persigue el integrador debe cumplir las siguientes condiciones:

- Exactitud en la respuesta, por lo que es conveniente evitar la integración de señales no deseadas.
- 6 Debe poseer 2 constantes de integración, una de valor $T = 1$ Seg. que se denomina tiempo REAL y otra de valor $T = 1/780$ Seg. que se utiliza en la integración rápida repetitiva (REPOP) permitiendo de esta manera que se grafice la respuesta en el osciloscopio.
- La integración debe ser controlada en una forma manual y -

automática, por medio de pulsos exteriores para la integración repetitiva.

La integración de señales no deseadas que se produce especialmente por la realimentación de corriente puede ser evitada utilizando un amplificador diferencial (fig. 3.10) a la entrada del amplificador operacional, en este amplificador se utilizan "FETS" que tienen como característica no conducir corriente en el "GATE".

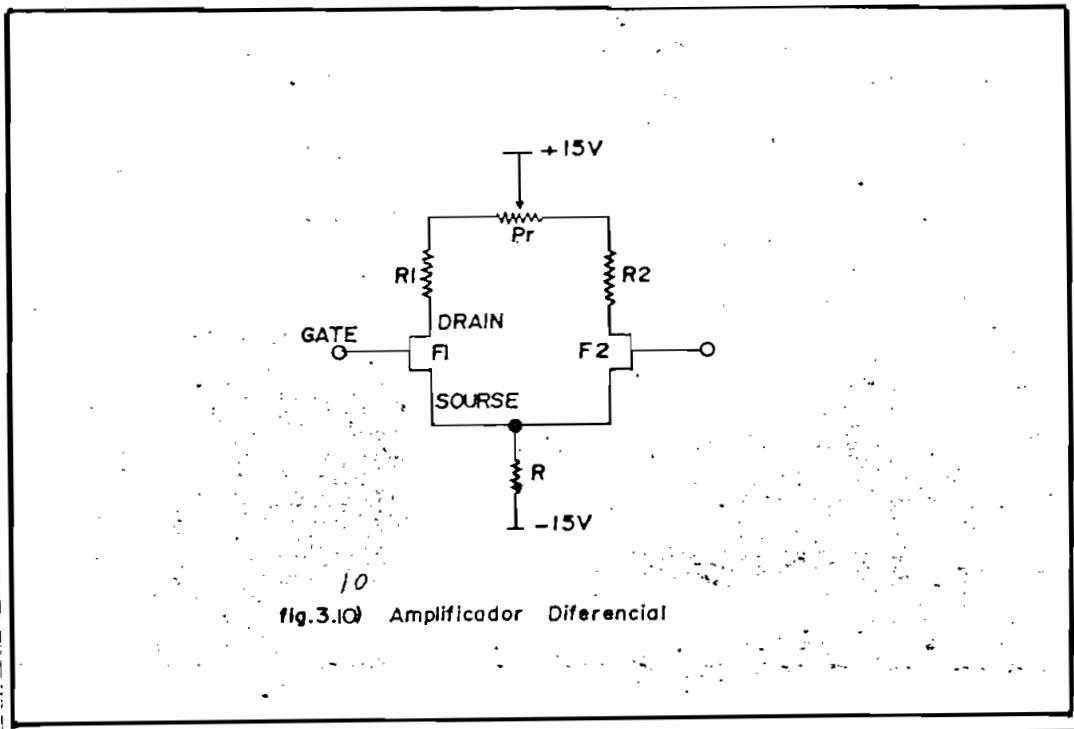
3.3.1 Diseño del amplificador diferencial.

El amplificador diferencial de la fig. (3.10) debe tener las siguientes características:

- Evitar la realimentación de corriente al amplificador operacional.
- Nulitar el voltaje offset.

Para cumplir con la primera condición, se utilizó los FETS: F_1 , F_2 (2 N 3819) tipo n, que tienen como característica no conducir corriente en el "gate".

La segunda condición, esto es, nulitar el voltaje offset, se cumple utilizando el potenciómetro (P_3) que además sirve para equilibrar los 2 circuitos simétricos que forman el amplificador diferencial.



10
fig.3.10) Amplificador Diferencial

En este diseño se utilizó únicamente la resistencia R_3 y la fuente de - 15 voltios, como fuente de corriente ya que el amplificador A 1741 tiene un buen rechazo de señales de modo común.

Un FET tipo n trabaja correctamente si el voltaje "gate - source" (V_{GS}) es negativo y tiene un valor entre - 1 V. y - 3 V. se escogió un valor de - 2 V. y una corriente de "drain" ($I_o = 0.8 \text{ mA}$); consecuentemente:

$$R_3 = \frac{17 \text{ V}}{1.6 \times 10^{-3} \text{ A}} = 10,6 \text{ K} \Omega$$

Además se considera una caída de voltaje "drain source" ($V_{DS} = 6 \text{ V}$); por lo tanto:

$$\left(R_1 + \frac{P_1}{2}\right) = \left(R_2 + \frac{P_1}{2}\right) = 8.8 \text{ K } \Omega$$

El amplificador se construyó con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} R_3 &= 10 \text{ K } \Omega \\ R_1 &= R_2 = 7,5 \text{ K } \Omega \\ P_1 &= 6 \text{ K } \Omega \end{aligned}$$

Las dos constantes de tiempo requeridas se logran por medio de un interruptor exterior S_3 , como se muestra en la fig. (3.11). El instante que se conecta a los terminales A se tiene $T = (P_2 + R_4) C_1 = 1 \text{ Seg. (REAL)}$; el momento que se conecta a B se tiene que $T = (P_3 + R_5) C_2 = 1/780 \text{ Seg. (RAPIDO)}$, esta constante de tiempo equivale a un cuadro en la pantalla de televisión escogida para grafizar los resultados obtenidos.

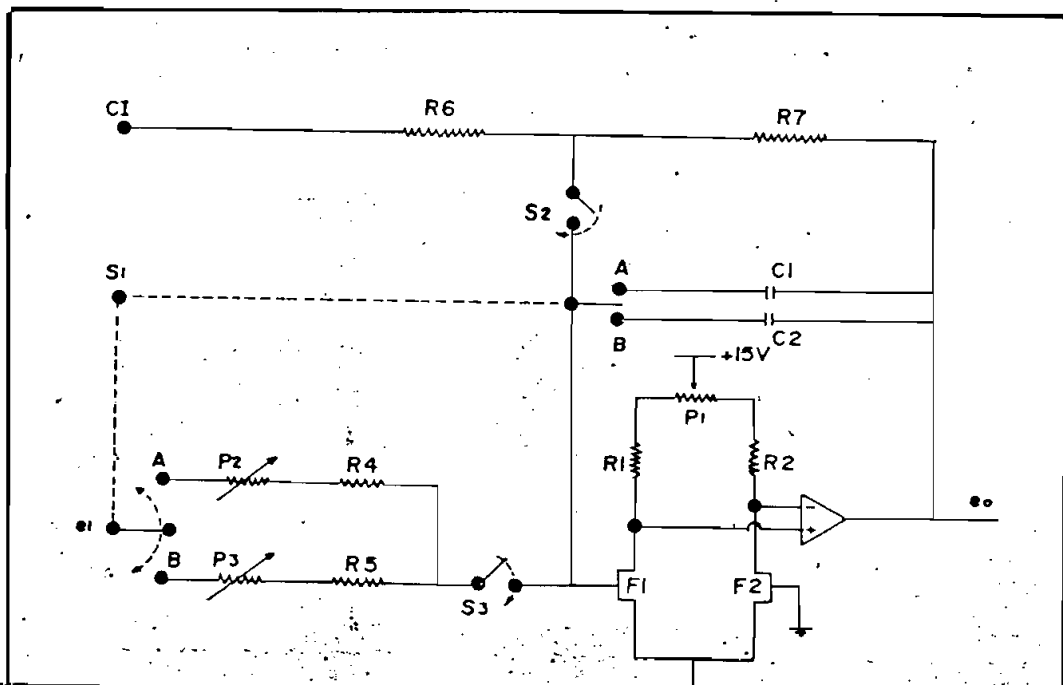


fig.3.11) Constantes de tiempo de integración

Para la primera constante de tiempo se escogió un condensador de $C_1 = 0.47 \mu F$

por lo tanto

$$P_2 + R_4 = 2,13 \text{ M}\Omega$$

$$P_2 = 260 \text{ K}\Omega$$

$$R_4 = 1.9 \text{ M}\Omega$$

P_2 es variable con el objeto de hacer exactamente la constante igual a 1 seg. En este caso no importa que $P_2 + R_4$ tenga un valor alto ya que no existe corriente de entrada en el amplificador.

De la misma manera para la segunda constante de tiempo

$$C_2 = 0.001 \mu F$$

consecuentemente

$$P_3 + R_5 = 1.28 \text{ M}\Omega$$

$$P_3 = 100 \text{ K}\Omega$$

$$R_5 = 1.2 \text{ M}\Omega$$

En este caso igualmente P_2 es variable

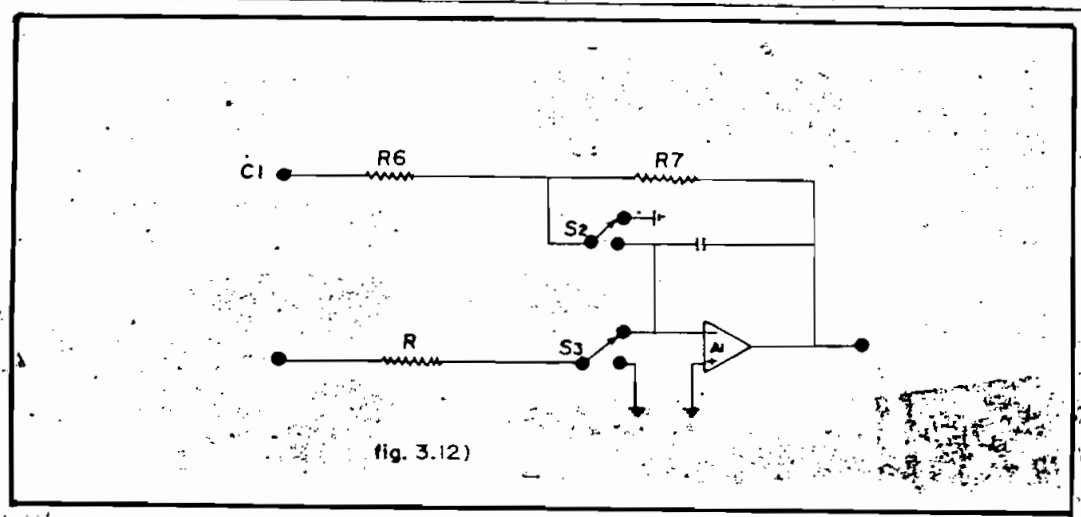
Por otro lado para efectuar la integración, sea, automáticamente o controlando manualmente, se diseñó los switches electrónicos S_2 y S_3 (fig. 3.11)

A fin de que se tenga una visión clara de la función que desempeñan S_2 y S_3 se describe a continuación el funcionamiento del integrador.

3.3.2 Funcionamiento del integrador.

Las tres posiciones de los switches S_2 y S_3 descritas en la fig. (3.12) determinan las posiciones o modos del integrador denominados: Inicie, Integre, y Pare; estos modos pueden ser controlados en forma manual.

En la integración rápida, los modos, Inicie e Integre se producen repetidamente y a un tiempo tal que permite obtener una solución periódica, la misma que puede ser grafizada en el osciloscopio. Lo interesante de este método es el que se pueden observar instantáneamente los efectos de los cambios de parámetros.



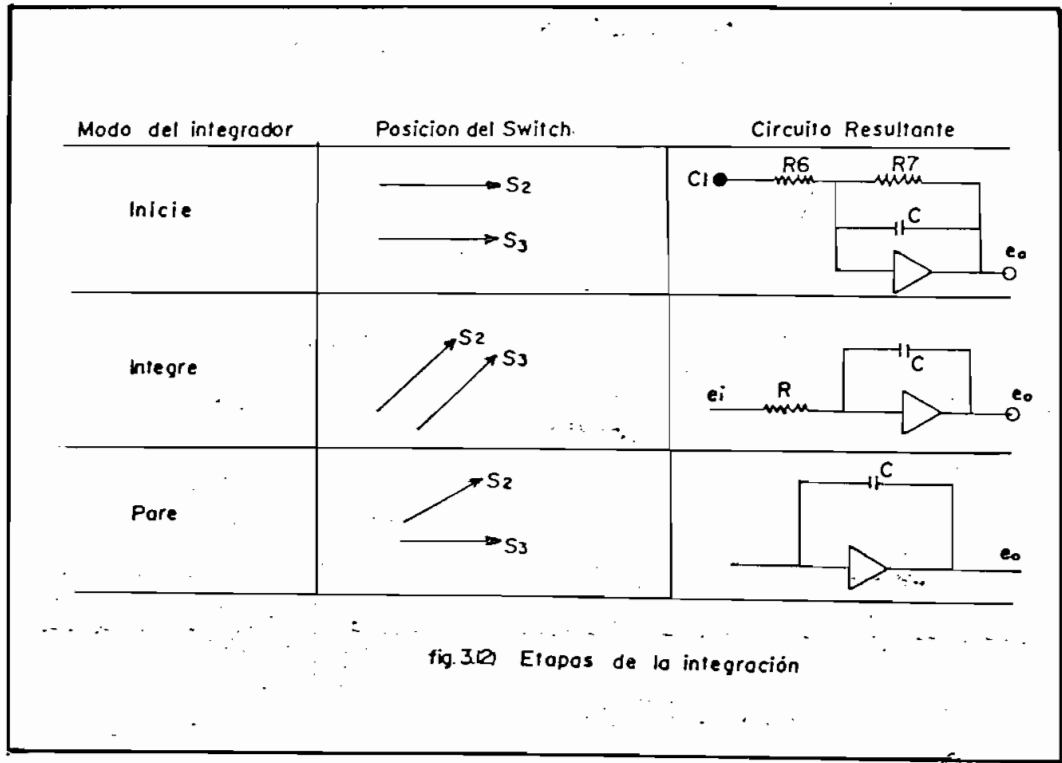
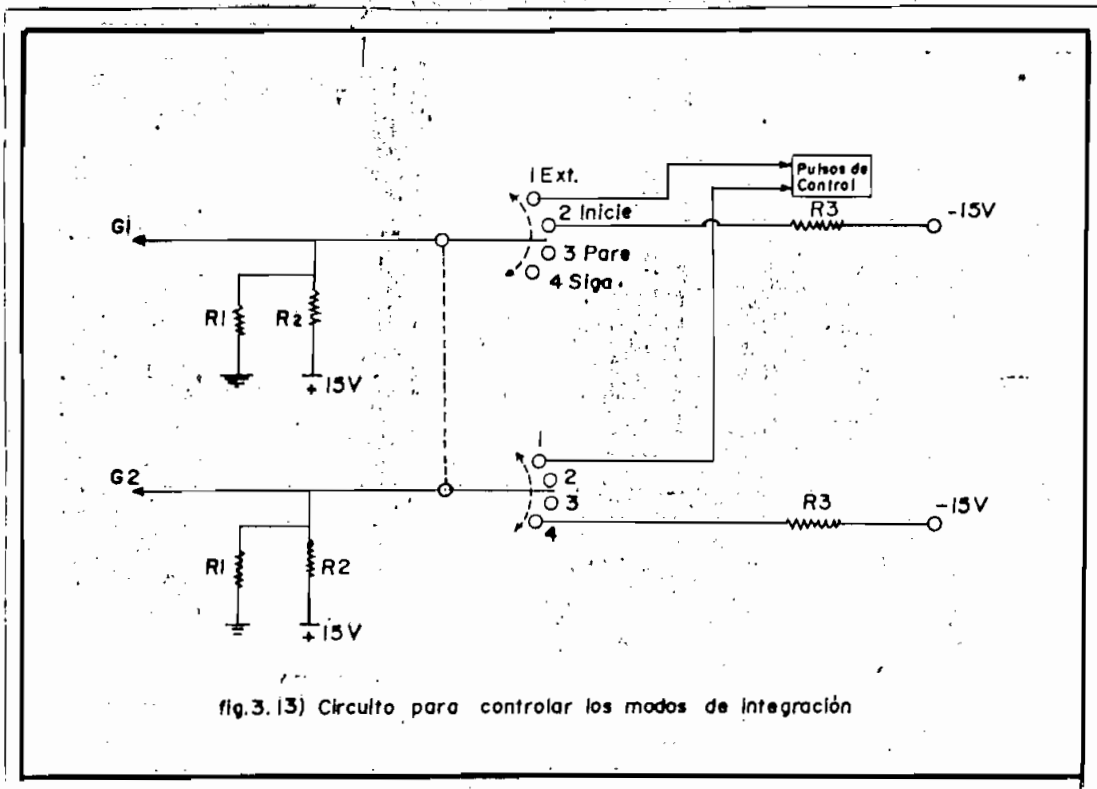


fig.312 Etapas de la integración

Los modos: Inicie, Integre, Pare, así como el modo repetitivo, que por ser controlado por pulsos exteriores se ha denominado Exterior son seleccionados manualmente. A continuación se describe el circuito que controla estas posiciones (fig. 3.13)

Como se explicará mas adelante, se necesitan $- 5 V$ y $+ 5 V$ en el "gate" de los "FETS" que forman los switches S_2 y S_3 para abrir y cerrar estos alternativamente, de esta forma tenemos:

modo	voltaje en G_1	voltaje en G_2
Inicie	- 5 V	+ 5 V
Para	+ 5 V	+ 5 V
Siga	+ 5 V	5 V



Los valores de R_1 , R_2 y R_3 se pueden determinar partiendo del modo Inicie donde: $G_2 = + 5 V$ y $G_1 = - 5 V$

Por lo tanto en la fig. (3.14a)

$$I = \frac{10 V}{R_2}$$

$$I = \frac{15 V}{R_1 + R_2}$$

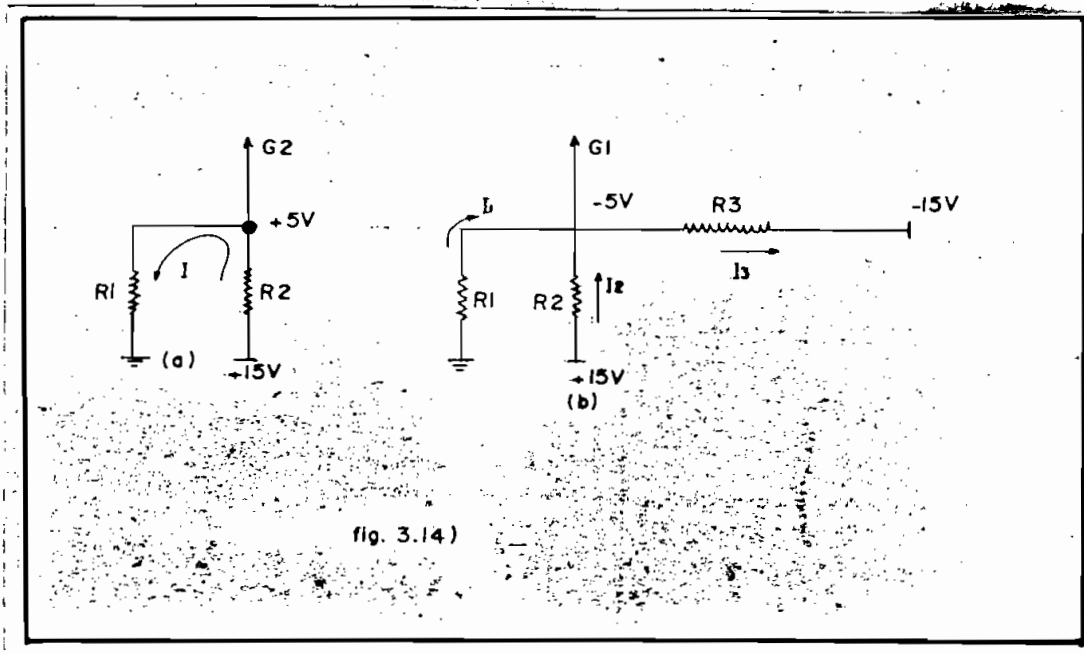


fig. 3.14)

Si se escoge que $I = 1 \text{ mA}$

$$R_2 = 10 \text{ K } \Omega ; \text{ y } R_1 = 5 \text{ K } \Omega$$

En la fig. (3.14b)

$$I_1 = \frac{5 \text{ V}}{R_1} = \frac{5 \text{ V}}{5 \text{ K } \Omega} = 1 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{20 \text{ V}}{R_2} = \frac{20 \text{ V}}{10 \text{ K } \Omega} = 2 \text{ mA}$$

luego: $I_3 = 3 \text{ mA}$

de donde

$$R_3 = \frac{10 \text{ V}}{3 \text{ mA}} = 3,3 \text{ K } \Omega$$

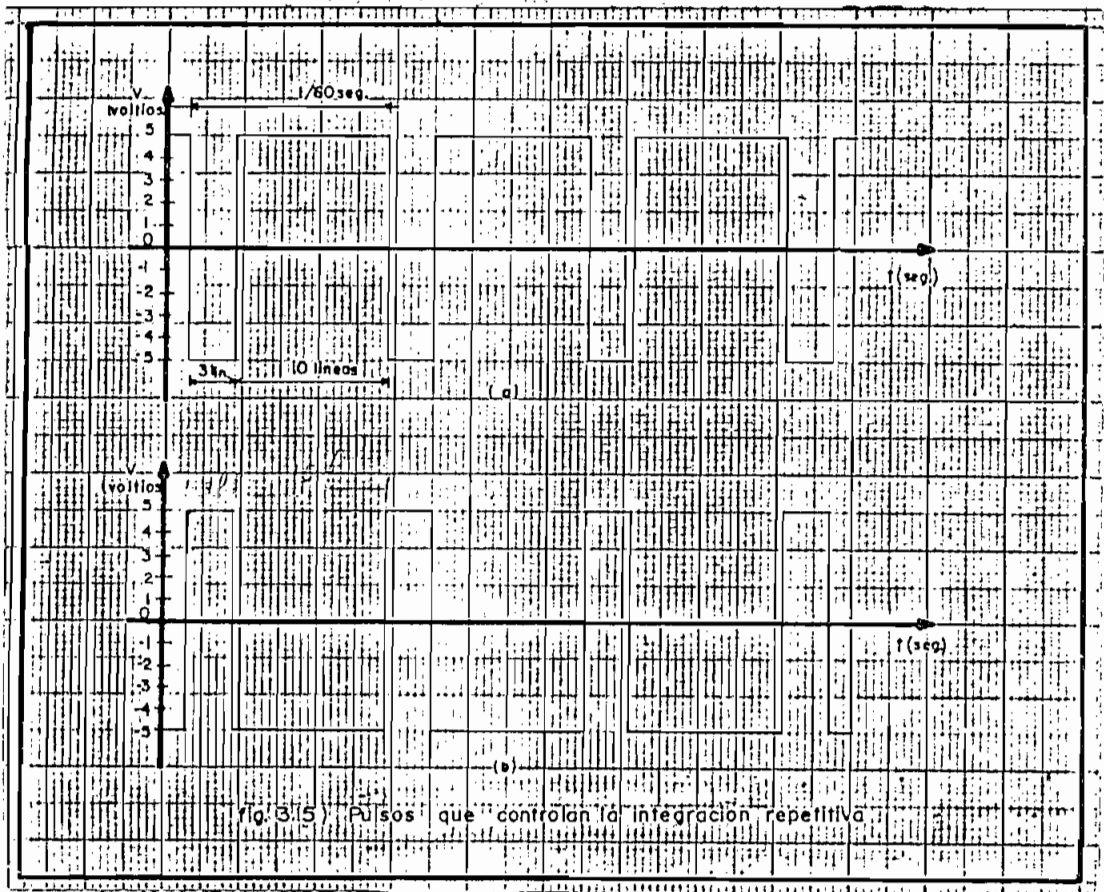
Se utilizó

$$R_1 = 5 \text{ K} \Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ K} \Omega$$

$$R_3 = 3 \text{ K} \Omega$$

La pantalla de televisión escogida para grafizar la respuesta - del computador, tiene un barrido de 60 cic/seg y se ha dividido en 13 líneas, siendo por lo tanto el tiempo entre líneas $t = 1/780 \text{ Seg.}$; de las 13 líneas 10 son visibles y las 3 restantes son las de retorno (no visibles), por este motivo los pulsos - que controlan G_1 y G_2 tienen la misma frecuencia (fig. 3.15)



Los pulsos de la fig. (3.15a) se aplican a G_1 y los de la fig. (3.15b) a G_2 , de esta manera en un primer momento se inicia y luego se integra; esto se produce en una forma repetitiva y permite que la respuesta sea grafizada en un osciloscopio.

3.3.3 Diseño del switch.

Los switches S_2 y S_3 que sirven para iniciar e integrar deben cumplir con las siguientes condiciones:

- El cambio de las posiciones abierto y cerrado debe ser instantáneo.
- Debe tener únicamente un terminal para el control de las posiciones.
- La conducción, así como la interrupción debe ser lo más exacta para evitar errores.

Las posiciones, abierto y cerrado, pueden ser cambiadas con la velocidad deseada para la integración repetitiva usando únicamente switches electrónicos ya que los switches manuales, no dan la velocidad ni la precisión deseadas.

Para cumplir con la condición de que se tenga solamente un terminal para el control de las posiciones, se utilizó dos FETS - pero de diferente canal, como se ve en la fig. (3.16), de esta forma se logra que cuando el pulso es positivo se tiene el switch abierto y cuando es negativo este se cierra.

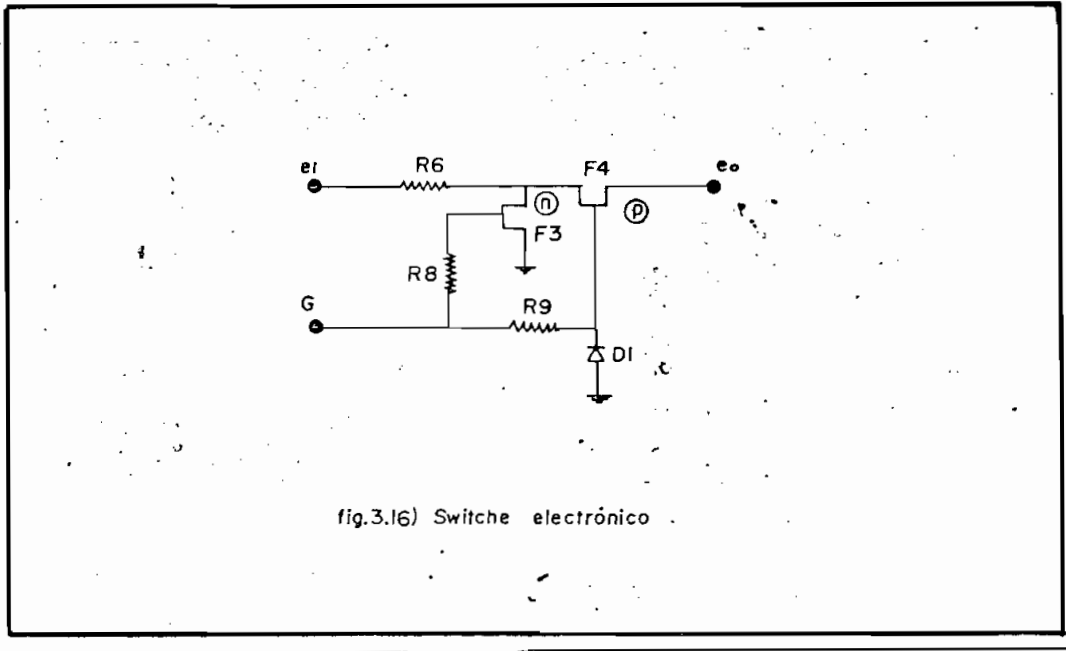
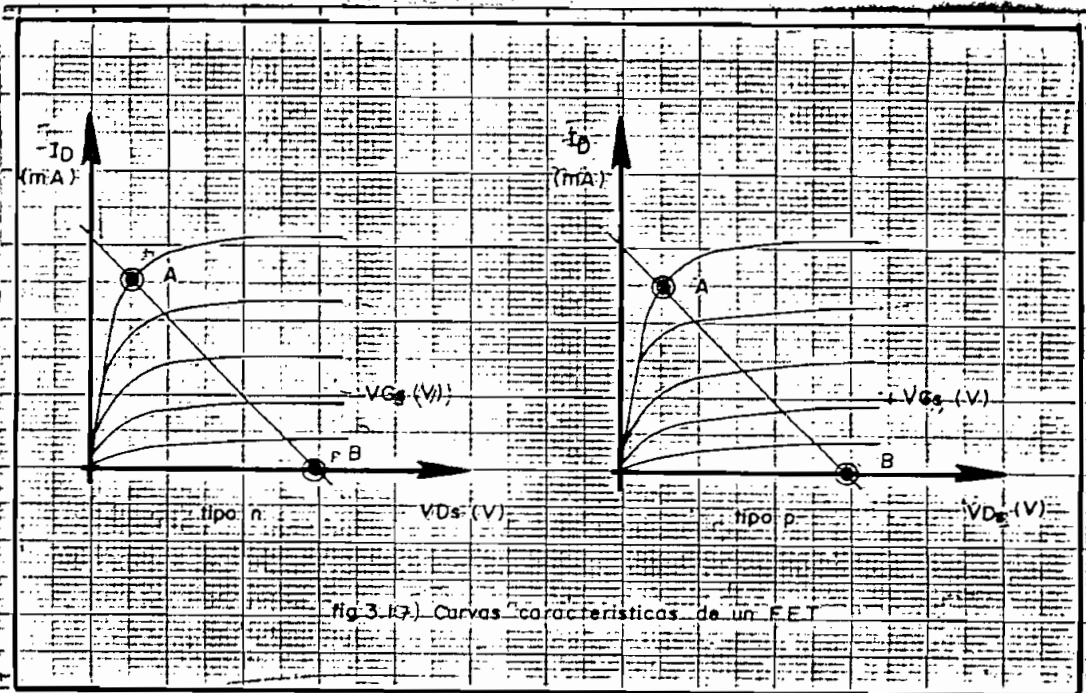


fig.3.16) Switche electrónico

Un FET funciona como switch cuando se trabaja en los puntos A y B de las curvas (fig. 3.17)



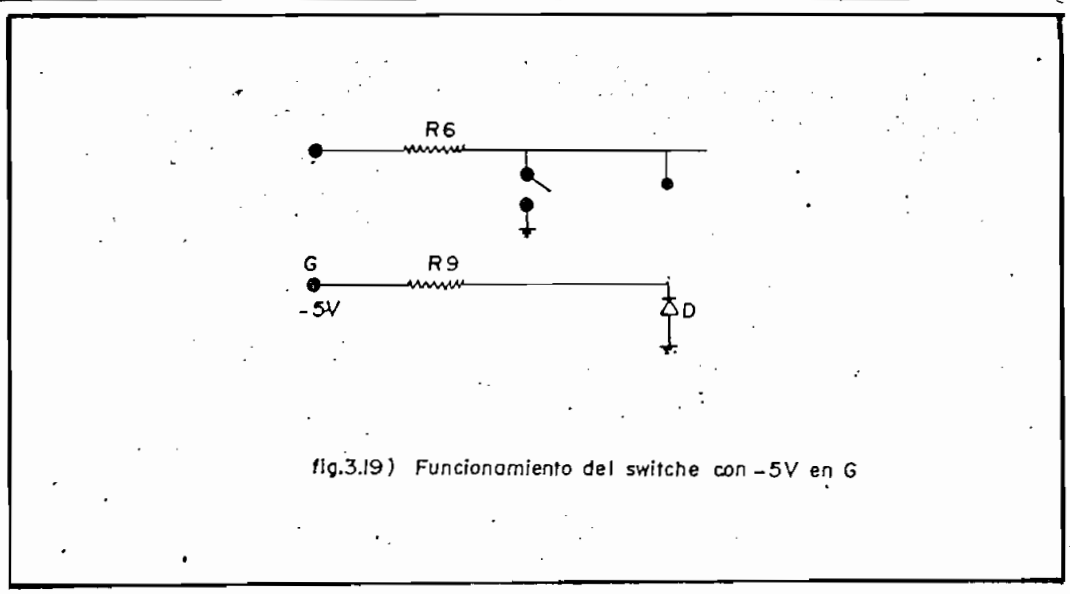


fig.3.19) Funcionamiento del switch con -5V en G

Bajo todas estas consideraciones, el circuito integrador total queda como se muestra en la fig. (3.20)

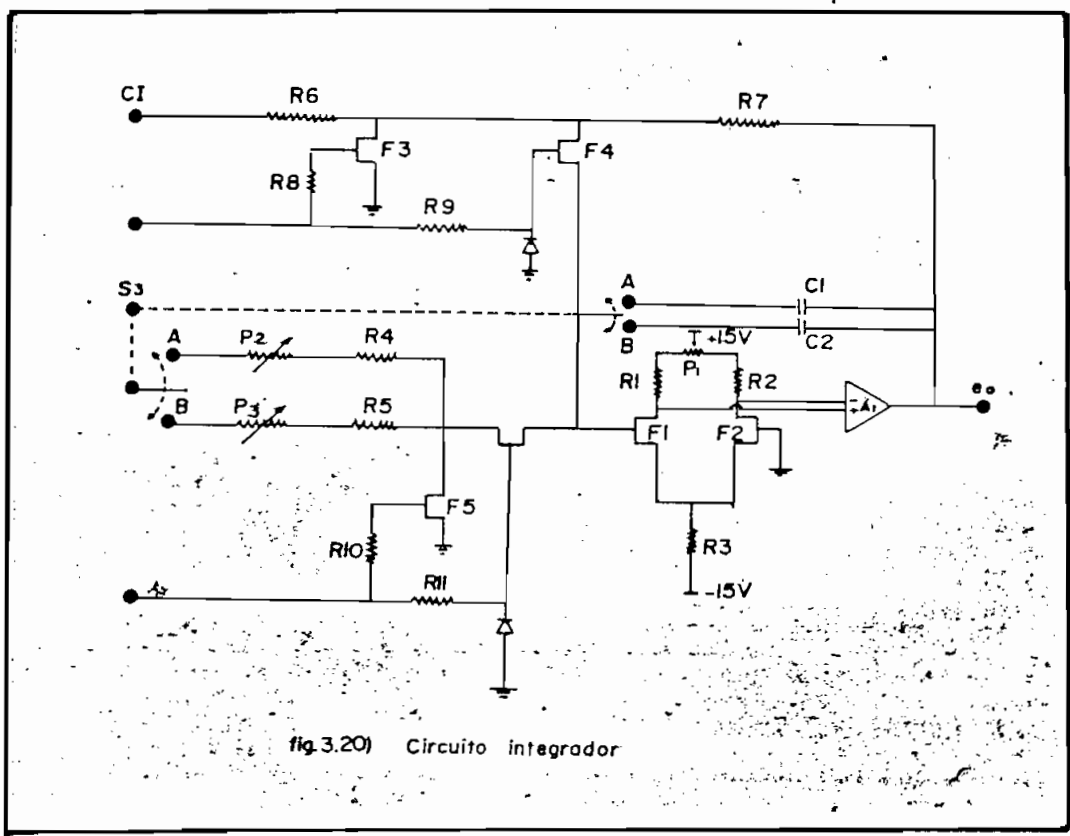


fig.3.20) Circuito integrador

Aspecto físico del integrador:

La construcción del integrador, se efectuó en un circuito im -
preso de 17 cm x 11 cm. como se muestra en la fig. (8.21)

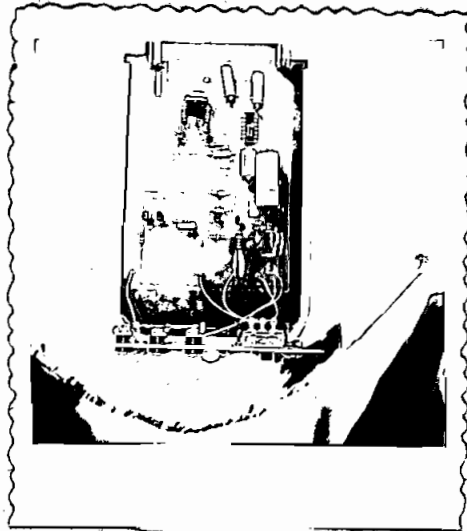


fig. 3.21) Integrador

En la fig. (3.22) se muestran las entradas y salidas en la par -
te frontal del integrador.

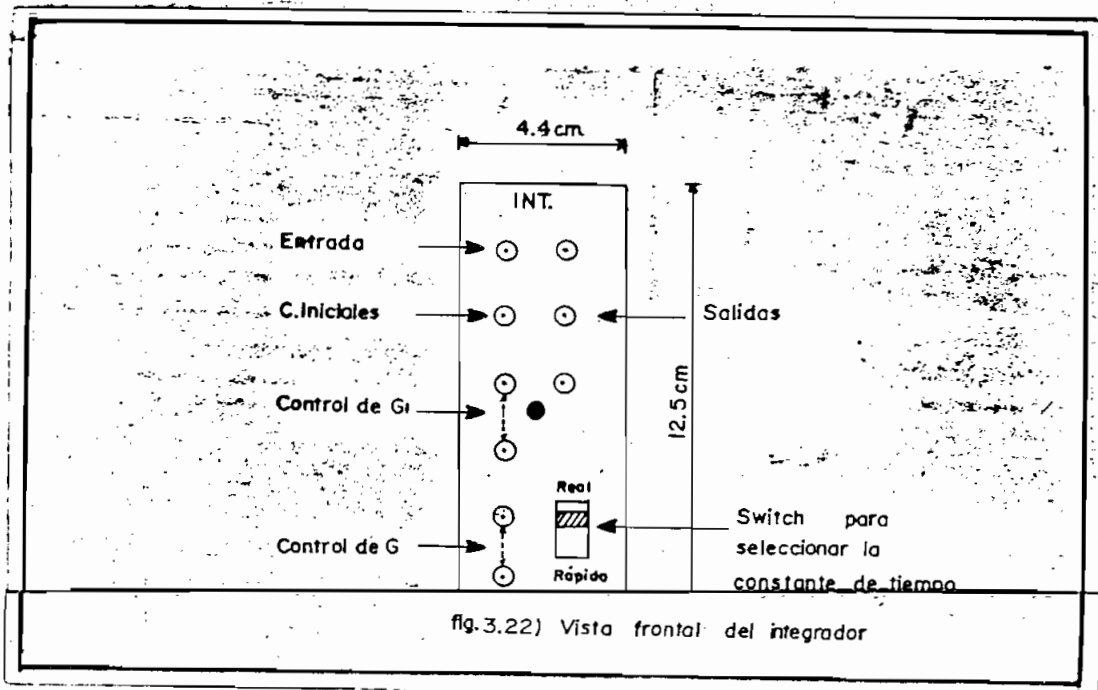


fig.3.22) Vista frontal del integrador

Lista de elementos:

A_1 = Amplificador operacional 1741
 $R_1 = R_2 = 7,5 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt.)
 $R_3 = 10 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt.)
 $R_4 = 1.9 \text{ M } \Omega$ (1/4 wtt.)
 $R_5 = 1.2 \text{ M } \Omega$ (1/4 wtt.)
 $R_6 = R_7 = 200 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt, 1% error)
 $R_8 = R_9 = R_{10} = R_{11} = 100 \text{ K } \Omega$ (1/4 wtt.)
 $P_1 = 6 \text{ K } \Omega$
 $P_2 = 260 \text{ K } \Omega$
 $P_3 = 100 \text{ K } \Omega$
 $F_1 = F_2 = F_3 = F_5 = \text{FET tipo n (2N 3819)}$
 $F_4 = F_6 = \text{FET tipo p (2N 3820)}$
 $C_1 = 0,47 \text{ M F}$
 $C_2 = 0.001 \text{ M F}$
 $C_3 = C_4 = 0.012 \text{ M F}$
D = diodo de germanio

Calibración:

- 1.- Variando el potenciómetro P_1 y teniendo una entrada i -
gual a cero (tierra) se obtiene una salida de cero.
- 2.- Variando el potenciómetro P_2 ó P_3 se obtiene la constanta
te de tiempo deseada.

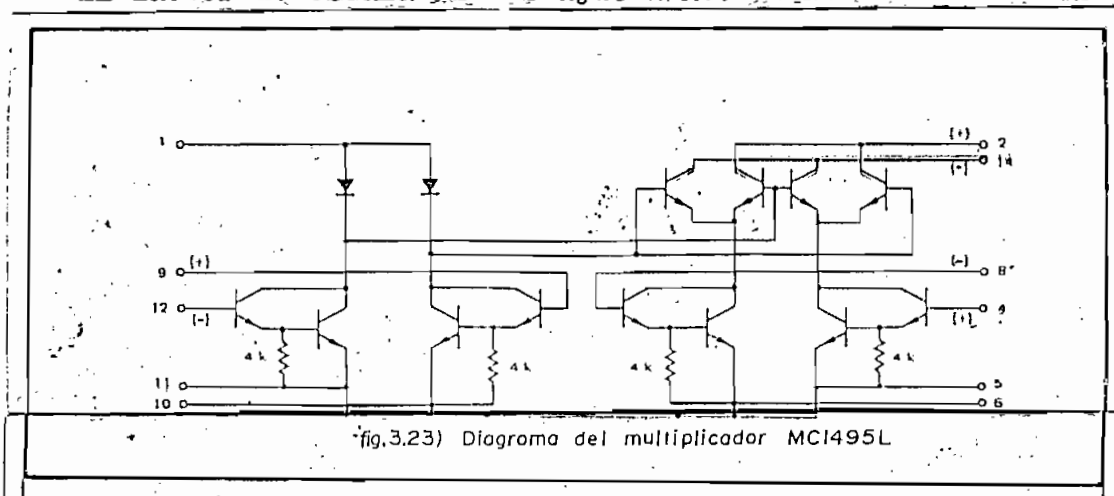
3.4 MULTIPLICADOR.

El circuito multiplicador debe cumplir con las siguientes condiciones:

- Excelente linealidad
- Amplio rango de voltaje de entrada (± 10 voltios)
- Excelente estabilidad con variaciones de temperatura
- Desplazamiento de nivel (level shifting)
- Bajo consumo de potencia
- Factor de escala K ajustable ($K_1 = K_2 = 1/10$).
- Debe trabajar con fuentes de ± 15 voltios

Para dar cumplimiento a algunos de estos requisitos, se escogió primeramente el multiplicador MC 1495L (circuito integrado) que tiene las siguientes características.

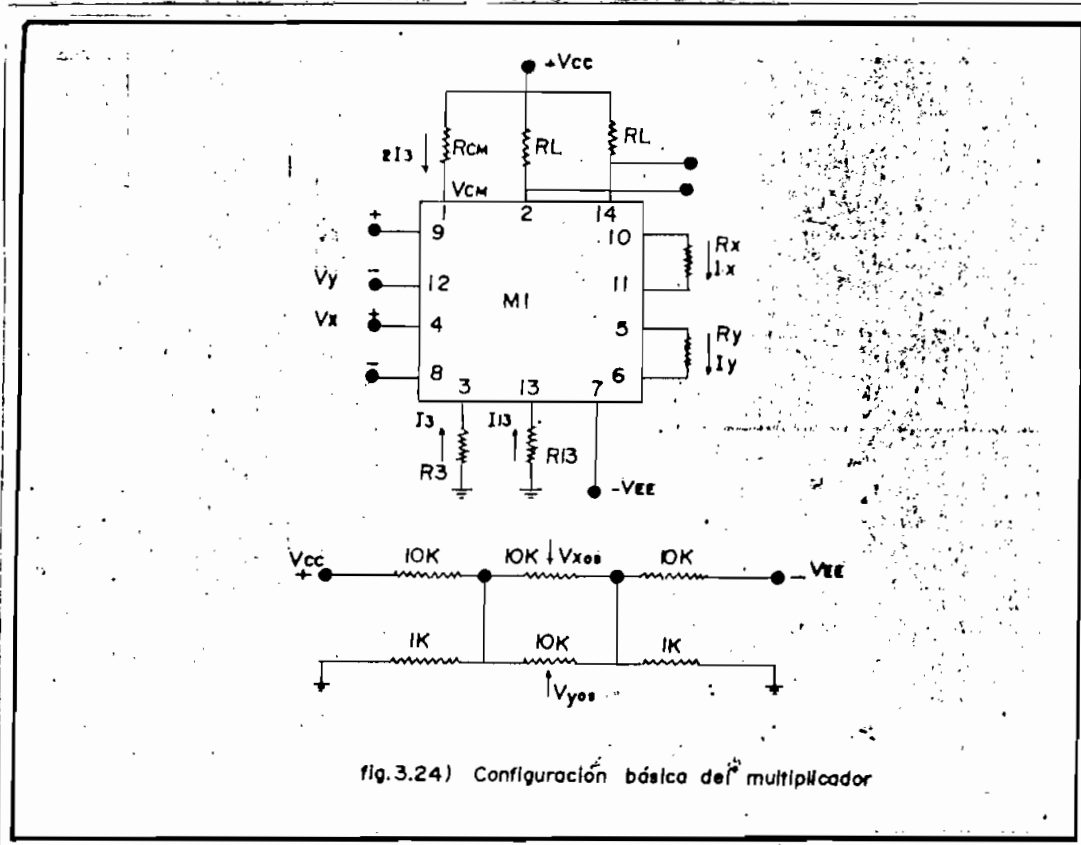
- Error máximo en la entrada x $\pm 1\%$ y 2% en la entrada y
- Posee excelente estabilidad, entre las variaciones de temperatura.
- El factor de escala K es ajustable.



El circuito de la fig. (3.24) ilustra la configuración básica para el uso del multiplicador, donde el valor de las fuentes de corriente I_2 e I_{13} puede ser determinado aplicando un potencial conocido a los terminales 3 y 13 respectivamente. El valor de corriente debe mantener la disipación de potencia dentro de un valor aceptable y mantener una buena operación en la parte exponencial de la curva del diodo; un valor de 0,5 mA a 2.0 mA es razonales, en este caso se puede seleccionar 1 mA. Con $-V_{EE} = -15V$ las resistencias del terminal 3 y 13 a tierra son

$$(R + 500 \Omega) (1 \text{ mA}) = (15 - 0.7) V$$

$$R = 138 K \Omega$$



puesto que el ajuste no es crítico se puede escoger un valor de 13,7 K Ω que existe en el mercado.

Si se desprecia la resistencia de emisor se tiene que:

$$R_x = \frac{V_x (mx)}{I_x (mx)}$$

$$R_x = \frac{V_x (mx)}{2/3 (I_{13})} = \frac{10 V}{2/3 (1.0mA)}$$

$$R_x = 15 K \Omega$$

$$R_y = \frac{V_y (mx)}{I_y (mx)} = \frac{10 V}{2/3 (1.0mA)}$$

$$R_y = 15 K \Omega$$

Debido a que las entradas " x,y " tienen 10 voltios como máxima entrada y la fuente + $V_{cc} = 15$ voltios, se puede escoger una caída de voltaje en R_L de 1.5 voltios, por lo tanto:

$$R_L = \frac{1.5 V}{1.0 mA}$$

$$R_L = 1,5 K \Omega$$

De (1-28) se conoce que:

$$K = \frac{2 R_L}{I_{3x} R_y}$$

de donde:

$$K = \frac{2 \times 1.5 \times 10^3}{1 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^3 \times 15 \times 10^3}$$

$$K = \frac{1}{75}$$

Con una entrada de $V_y = 10V$, el voltaje en los colectores del amplificador diferencial (entrada $-V_y$) será 12 voltios por lo que el voltaje en el terminal 1 (fig. 3.23) será 12.7 voltios, consecuentemente:

$$V_{cc} = V_1 + 2 I_3 R_1$$

luego $R_1 = \frac{V_{cc} - V_1}{2 I_3}$

$$R_1 = \frac{15 - 12.7}{2 \times 1 \times 10^{-3}}$$

$$R_1 \approx 1,2 \text{ K}$$

Debido a que este circuito no tiene conectada directamente la fuente de poder, la disipación de potencia es calculada sumando los productos voltaje-corriente de cada una de las partes componentes; se desprecian las corrientes de base.

Bajo condiciones normales de operación es válido asumir que:

$$I_2 = I_{14} = I_{13}, \quad I_2 = 2 I_3, \quad \text{y } V_2 = V_{14}$$

luego

$$P_d = 2(V_2 - V_7) I_{13} + 2(V_1 - V_7) I_3 + (V_{13} - V_7) I_{13} + (V_3 - V_7) I_3$$

por lo tanto

$$P_d = 2(28.5) \times 10^{-3} + 2(27,7) 10^{-3} + 1,2(10^{-3}) + 1.2(10^{-3})$$

$$P_d = 114,8 \text{ mW}$$

En el caso presente la salida del multiplicador, debe ser desplazada de nivel (level shifted) y convertida a una salida de terminal simple. El valor final del factor de escala (K_1) es conveniente que sea 1/10 para evitar saturación, con esta finalidad se diseñó el circuito de la fig. (3.25) donde:

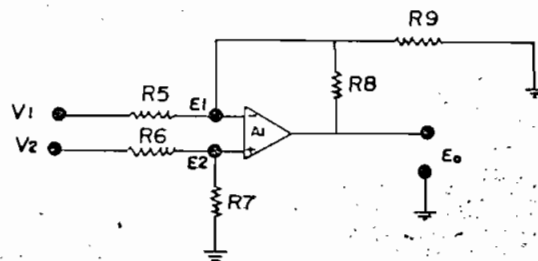


fig.3.25) Circuito para desplazamiento de nivel

$$\frac{V_1 - E_1}{R_5} = \frac{E_1 - E_0}{R_8} + \frac{E_1}{R_9}$$

$$E_2 = \frac{V_2}{R_4 + R_5} R_5 \quad E_1 = E_2$$

$$E_0 = \frac{R_7}{R_6 + R_7} \left(1 + \frac{R_8}{R_5} + \frac{R_8}{R_9} \right) V_2 - \frac{R_8}{R_5} V_1$$

Reemplazando los valores que se dan en la lista de elementos -

$$E_0 \approx 7,5 (V_2 - V_1)$$

Por lo tanto 7,5 da el valor de la ganancia de etapa, consecuentemente:

$$K_T = K_v \times G = \frac{1}{75} \times 7,5$$

$$K_T = \frac{1}{10}$$

El circuito final que se obtiene para efectuar la multiplicación se muestra en la fig. (3.26)

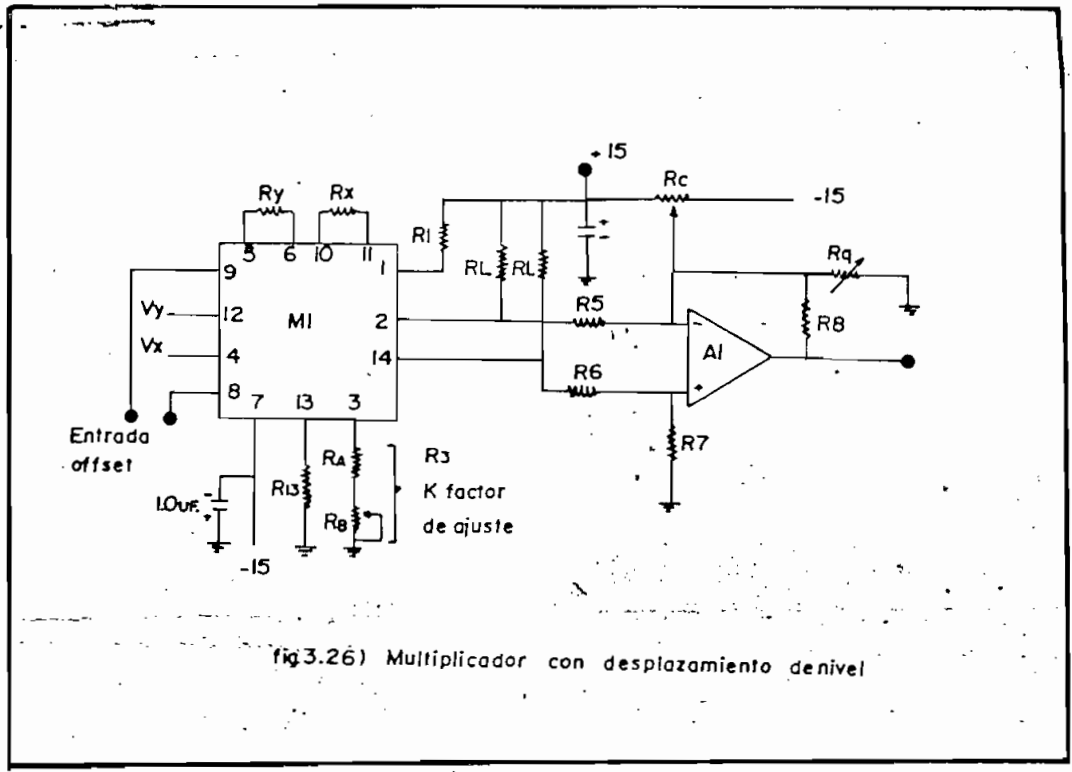


fig.3.26) Multiplicador con desplazamiento de nivel

Aspecto físico del multiplicador:

El multiplicador se construyó en un circuito impreso de 17 cm. x 11 cm. como se muestra en la fig. (3.27)

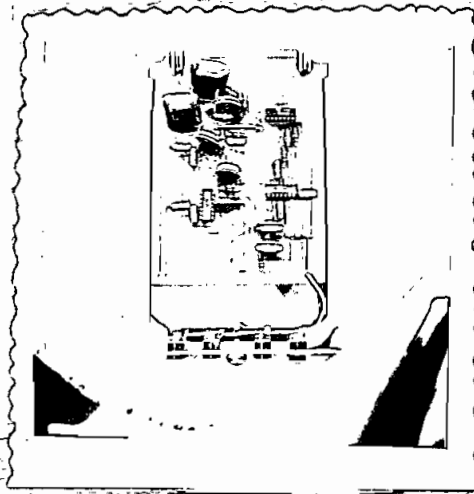
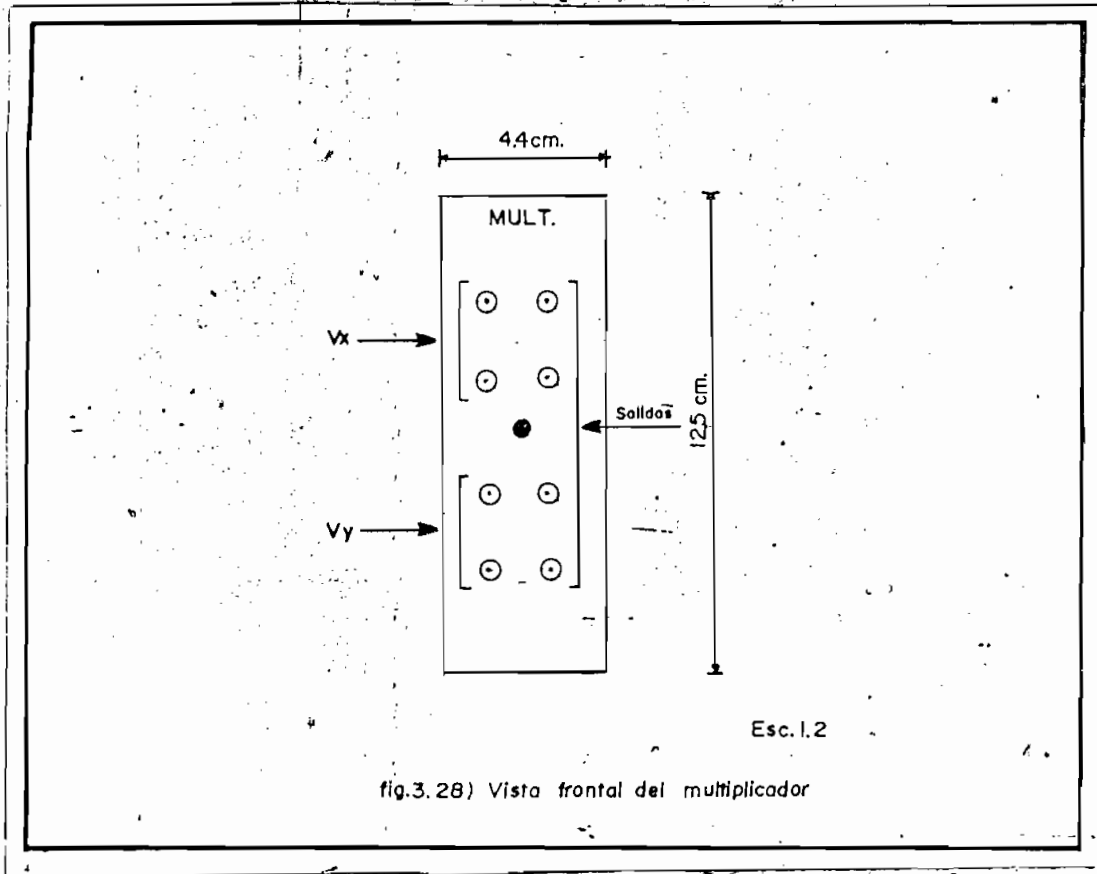


fig. 3.27) Multiplicador

En la fig. (3.28) se puede observar las entradas y salidas en la vista frontal.



Lista de elementos:

A_1 = Amplificador operacional 1741

M_1 = Multiplicador MC 1495L

R_A = 10 K Ω (1/4 w)

R_B = 5 K Ω (control variable)

R_C = 50 K Ω (control de offset variables)

R_L = 1.5 K Ω (1/4 w)

$R_x = R_y = 15$ K Ω (1/4w)

$R_1 = 1$ K Ω (1/4w)

- $R_5 = 120 \text{ K } \Omega \text{ (1/4 w)}$
- $R_6 = 100 \text{ K } \Omega \text{ (1/4 w)}$
- $R_7 = 11 \text{ K } \Omega \text{ (1/4 w)}$
- $R_8 = 1 \text{ M } \Omega \text{ (1/4 w)}$
- $R_9 = \text{ control de } 50 \text{ K } \Omega \text{ (Variable)}$
- $R_{13} = 13 \text{ K } \Omega$

Calibración:

- 1.- Se pone $V_x = V_y = 0 \text{ V}$ y se ajusta con R_C y R_9 hasta obtener cero voltios a la salida.
- 2.- Se pone $V_x = 3 \text{ V}$, $V_y = 0 \text{ V}$ y se ajusta el potenciómetro que va al terminal 8 hasta obtener cero voltios, a la salida.
- 3.- Con $V_x = 0 \text{ V}$, $V_y = 3 \text{ V}$ se ajusta el potenciómetro que va al terminal 9 hasta obtener cero voltios.
- 4.- Se repite el paso 1
- 5.- Se pone $V_x = 3 \text{ V}$, $V_y = 3 \text{ V}$ y se ajusta R_B hasta obtener 0.9 V a la salida ($K = 1/10$).

3.5 FUENTE DE PODER REGULADA

Como se puede notar durante todo el desarrollo efectuado, la polarización de los amplificadores y demás circuitos utilizados en el diseño, se efectúa por medio de una fuente de poder regulada, que proporcione salidas de $\pm 15 \text{ volt.}$, y una toma

central (tierra). Por este motivo, se construyó una fuente - que posea estas características y además proporcione una corriente máxima de 1.5 A.

El circuito utilizado se muestra en la fig. (3.29) y el proceso de regulación se efectúa de la siguiente manera:

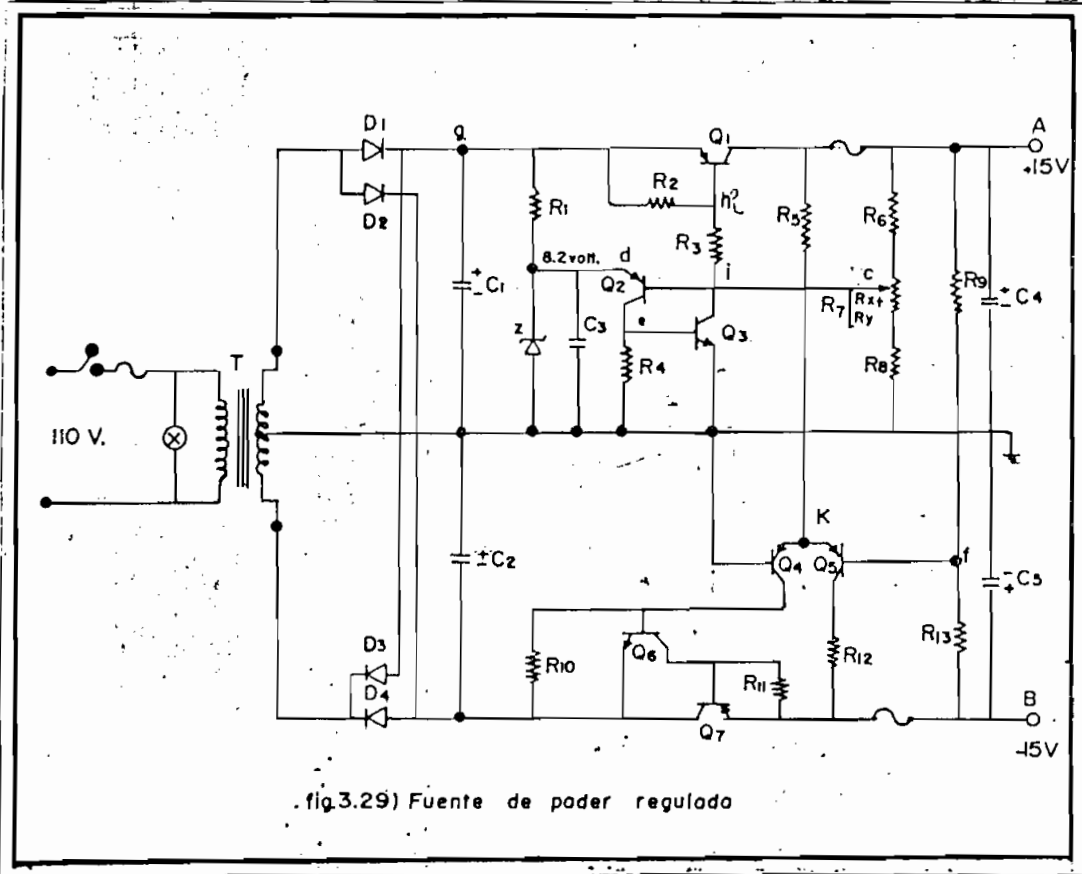


fig.3.29) Fuente de poder regulada

Descripción:

Se tiene el voltaje de referencia 8.2 V. producido por el diodo zener y el voltaje de base de Q_2 que se puede calibrar manualmente variando R_7 para poder escoger el voltaje de salida de la fuente.

Si por cualquier circunstancia, varía la carga aumentando el voltaje de salida V_A , aumentará instantáneamente V_C ; pero como el voltaje en d se mantiene constante, se tendrá un menor voltaje emisor-base en Q_2 , la que hace que disminuya la corriente de colector, produciéndose un menor voltaje V_e .

Este decrecimiento de V_e hace que disminuya la corriente de colector de Q_3 que es la corriente de base de Q_1 , disminuyendo por lo tanto la corriente de Q_1 y consecuentemente el voltaje de salida; de esta manera, se puede controlar el aumento del voltaje de salida.

En el caso de que se produzca una disminución del voltaje, la regulación hace que aumente la corriente de Q_1 , aumentando el voltaje de salida.

D_1 , D_2 , D_3 , y D_4 rectifican la onda proveniente de T ; los condensadores C_1 , C_2 filtran las componentes alternas de la onda rectificada; C_4 y C_5 las componentes alternas de salida y C_3 elimina el ruido que generalmente produce el zener.

R_1 limita la corriente de regulación del zener.

R_2 y R_{11} eliminan el efecto negativo de las corrientes de fuga colector-base de Q_1 y Q_7 que pueden ser grandes en comparación a la corriente de base, lo cual anularía la regulación.

R_3 y R_4 son las resistencias de carga de Q_3 y Q_2 respectivamente.

R_6 , R_7 y R_8 forman el divisor de voltaje que permite calibrar el voltaje V_c .

Para obtener el voltaje negativo V_B se utiliza un amplificador diferencial que tiene como referencia tierra, y que toma una señal de + 15 V para regular el voltaje de salida.

$$V_f = 15 V - \frac{15 + 15}{R_9 + R_{13}} \times R_9 = 0$$

Al existir un error, este es amplificado e invertido por el amplificador diferencial pasando a la base Q_6 para ser amplificado y luego pasar a la base de Q_7 .

Cálculos:

Considerando la corriente que requieren los amplificadores y los circuitos adicionales del computador, es necesario tener una fuente de 1 A pero para seguridad de buen funcionamiento se construyó una fuente de 1,5 A.

Por este motivo por el punto g, sobre C_1 , pasará una $I_{mx} = 1,5 A$ y $V_g = 17,8$ voltios que se tiene a la salida del transformador.

40 mA para que exista una buena regulación y además, se considera que cae la mitad de voltaje en R_3 para proteger Q_3 .

$$V_h = (17,8 - 0,3) \cdot V$$

$$V_i = 8,75 \text{ V}$$

potencia máxima de $Q_3 = 300 \text{ mW}$

Q_3 (86-463-2) tiene un $\beta = 90$ (para seguridad $\beta = 80$)

$$I_{BQ3} = \frac{I_{cQ3}}{\beta}$$

$$I_{BQ3} = 0,5 \text{ mA}$$

La impedancia de entrada de Q_3 es:

$$Z_{inQ3} = \frac{V_{BEQ3}}{I_{BQ3}}$$

$$Z_{inQ3} = 1,2 \text{ K} \underline{\Omega}$$

Q_3 es de Silicio, luego $V_e = 0,6 \text{ V}$.

La corriente de colector de Q_2 (SM 4547) se puede considerar como $I_{cQ2} = 1 \text{ mA}$ y tiene $\beta = 150$ lo que es importante para la regulación, luego:

$$I_{BQ2} = \frac{1 \text{ mA}}{150}$$

$$I_{BQ2} = 67 \mu A$$

Cálculo de las resistencias:

Como se anotó anteriormente, $V_{R3} = 8,75 V$ y $I_{R3} = 40 mA$, consecuentemente:

$$R_3 = \frac{V_{R3}}{I_{R3}} = 218 \Omega$$

Para eliminar las fugas $R_2 = R_{11} = 33 \Omega$

El valor de R_1 puede ser determinado partiendo de:

$$I_{R1} = I_{Z1} + I_{cQ2}$$

$$I_{R1} = 50 mA$$

$$R_1 = \frac{(15 - 8,2)V}{50 mA} = 1,32 K \Omega$$

Este valor es preferible que sea menor, para facilitar la regulación, cuando existen corrientes mayores.

El valor de R_4 sera:

$$R_4 = \frac{+V_e}{I_{R4}} = 1.2 K \Omega$$

Considerando que $I_{BQ2} = 6,7 \mu A$ un valor razonable de la corriente del divisor de voltaje es $3,5 mA$; de esta consideración se -

tiene:

$$R_T = \frac{15 \text{ V}}{3,5 \text{ mA}} = 4,3 \text{ K } \Omega$$

$$R_6 + R_x = \frac{7,6 \text{ V}}{3,5 \text{ mA}} = 2,17 \text{ K } \Omega \quad (V_c = 7,6 \text{ V})$$

Luego:

$$R_6 = 1 \text{ K } \Omega$$

$$R_7 = 1,2 \text{ K } \Omega$$

$$R_8 = 1,8 \text{ K } \Omega$$

Para determinar el valor de R_5 consideramos que por los transistores Q_4 y Q_5 circula una corriente de 1,3 mA de acuerdo a las características y considerando que:

$$V_K = 0.6 \text{ V},$$

$$R_5 = \frac{14,4 \text{ V}}{2.6 \text{ mA}}$$

$$R_5 = 5,5 \text{ K } \Omega$$

Si consideramos que en Q_4 y Q_5 caen 12 V, esto es trabajando en la parte media de la línea de carga, se tiene:

$$R_{10} = R_{12} = 2,3 \text{ K } \Omega$$

Las resistencias R_9 y R_{13} deben ser de precisión a fin de ob-

tener $V_f = 0$ y se han escogido los siguientes valores, que limitan la corriente.

$$R_9 = R_{13} = 18 \text{ K}\Omega \text{ para no cargar la salida}$$

$$\text{puesto que } I_{BQ5} = 8.2 \text{ mA}$$

El valor de los condensadores de salida C_4 y C_5 se puede determinar considerando que:

$$R_L = \frac{15 \text{ V}}{1.5 \text{ A}} = 10 \Omega$$

Para reducir el rizado

$$R_L C_4 \gg T$$

$$T = \frac{1}{10 \text{ kHz}}$$

debido a que las oscilaciones que se producen en el transistor de salida son del orden de 10 kHz

$$C_4 \gg 10 \mu\text{F}$$

$$C_4 = 200 \mu\text{F}$$

Lista de elementos:

T = transformador de entrada $117 \text{ V} - 25.2 \text{ V}$ con toma central --
 2.8 A .

$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 =$ diodos rectificadores

$C_1 = C_2 = 18.000 \mu F$ electrolítico

$C_3 = C_4 = C_5 = 200 \mu F$ electrolítico

$R_1 = 820 \Omega$ (1/4 w)

$R_2 = R_{11} = 33 \Omega$ (1/4 w)

$R_3 = 180 \Omega$ (1/4 w)

$R_4 = 1,8 K \Omega$ (1/4 w)

$R_5 = 5,6 K \Omega$ (1/4 w)

$R_6 = 1 K \Omega$ (1/4 w)

$R_7 = 1.2 K \Omega$ (potenciómetro)

$R_8 = R_9 = R_{10} = R_{12} = R_{13} = 1.8 K \Omega$ (1/4 w)

$Q_1 = Q_7 =$ transistor de germanio tipo (95290)

$Q_3 = Q_6 =$ transistor tipo M 86-463-2

$Q_2 = Q_4 = Q_5 =$ transistor SM 4547

Z = diodo Zener tipo 1N756A

3.6 ASPECTO FISICO DEL COMPUTADOR

El computador analógico construido, tiene las características que se muestra en la fig. (3.30)

En la parte superior izquierda, se tiene el potenciómetro patrón y el medidor que sirve para calibrar los potenciómetros y poner el coeficiente deseado.

Seguidamente, de arriba hacia abajo se encuentran el selector -

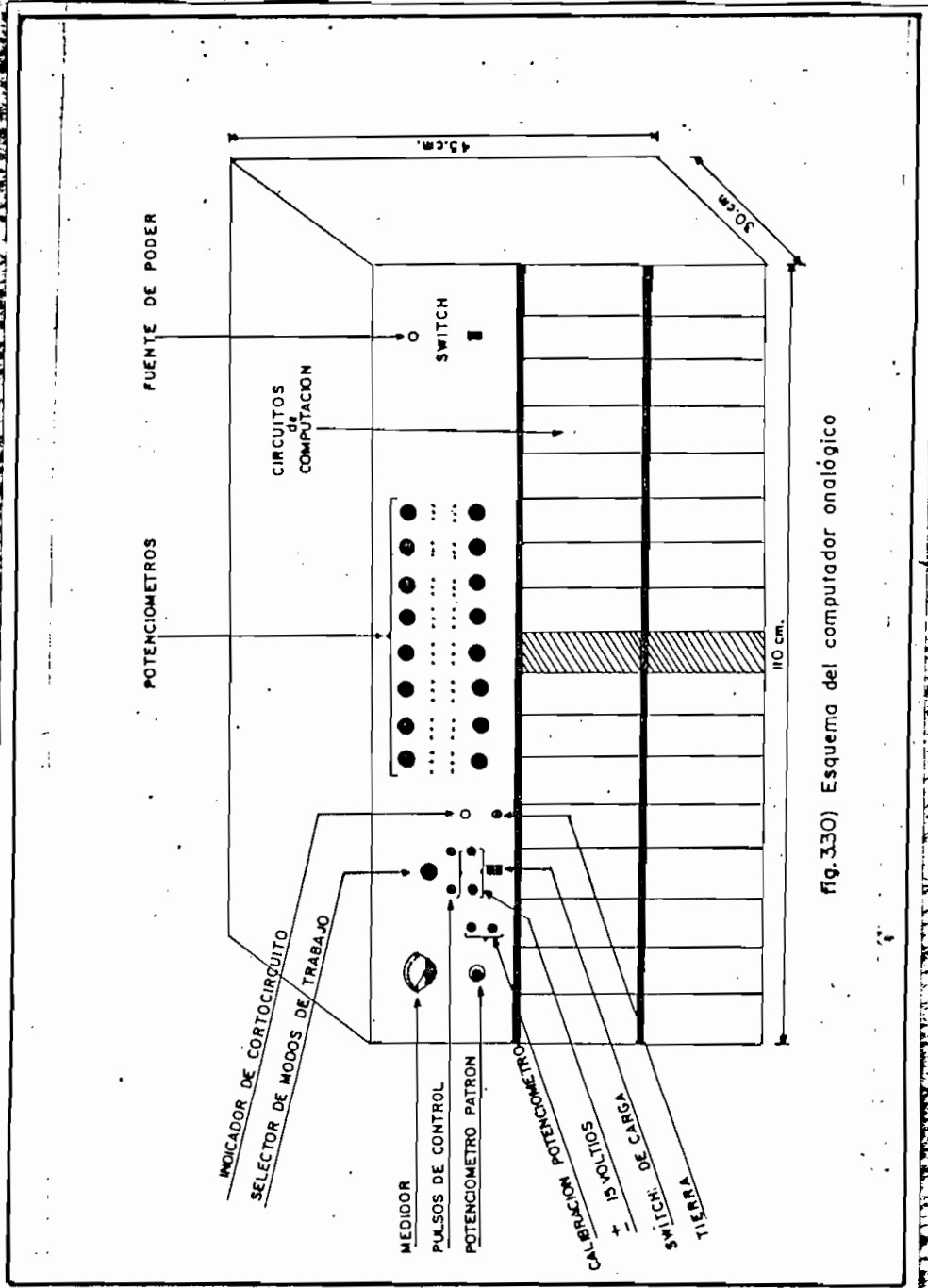


Fig. 330) Esquema del computador analógico

de los modos de trabajo, las entradas para los pulsos de control, las salidas de ± 15 V y el switch para conectar todos los circuitos del computador.

El foco verde que se encuentra a continuación indica la existencia de corto circuito en la computadora el instante que se apaga.

A continuación en la parte central se encuentran los potenciómetros que se utilizan sea como coeficiente o para poner condiciones iniciales. En el extremo superior derecho se encuentra el switch para prender la fuente de poder. En la fig. (3.30) se puede observar una fotografía de la vista frontal del equipo.

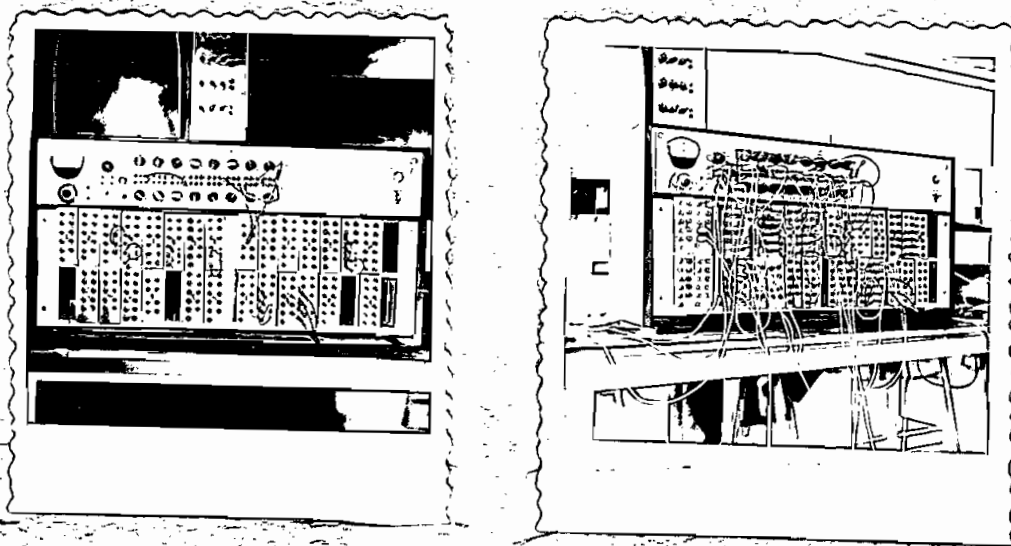


Fig. 3.30) Vista frontal del computador construido.

En la parte inferior están situados los circuitos de computación: comparadores, sumadores, integradores y multiplicadores, los mismos que pueden ser intercalados indistintamente. Existe además una extensión con el propósito de tener facilidad para calibrar los circuitos.

Con la finalidad de que los circuitos de computación se pueden intercalar indistintamente las conexiones para polizar y controlar los gates de los switches de la integración se realizaron en paralelo (fig. 3.31).

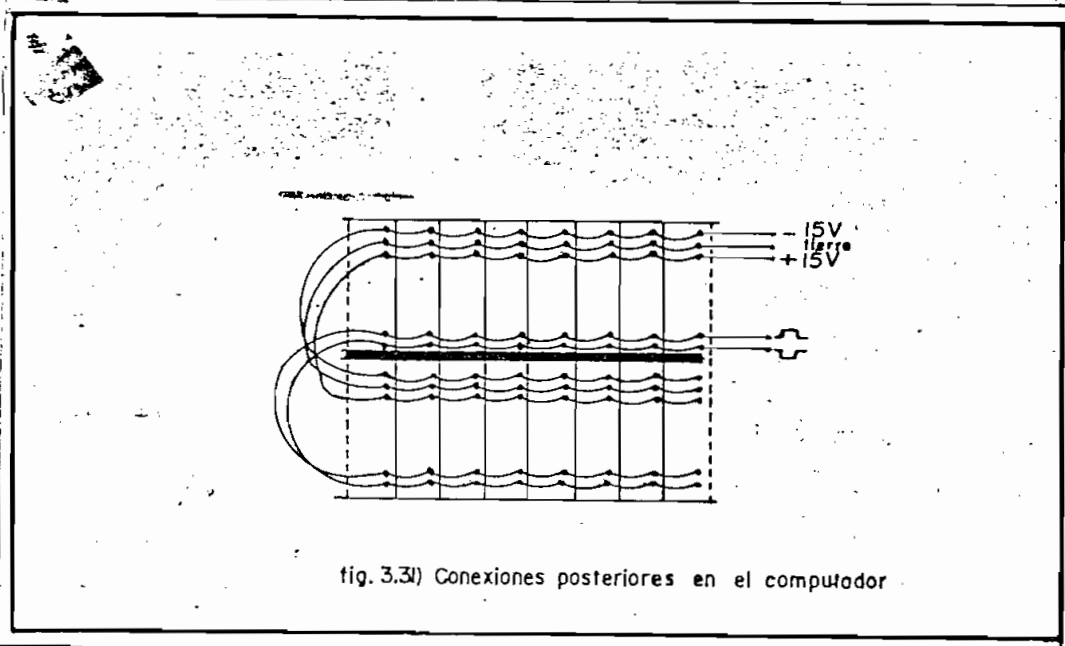


fig. 3.31) Conexiones posteriores en el computador

Si se tiene una vista posterior del computador, se puede observar en la parte superior derecha, la fuente de poder regulada, así como, las conexiones antes indicadas (fig. 3.32).

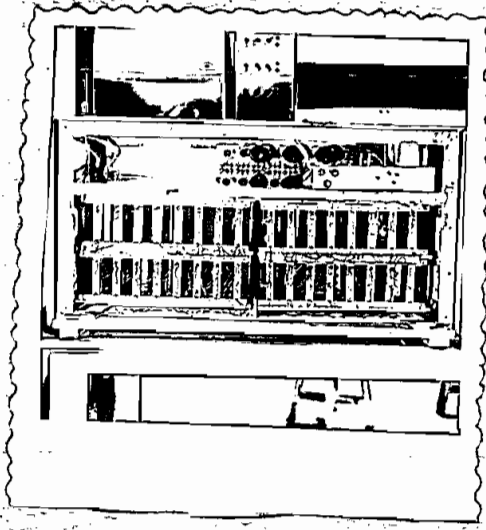


fig. 3.32) Vista posterior del computador

CAPITULO CUARTO

APLICACIONES Y SUS RESULTADOS

para levantar la indeterminación tenemos:

$$y = \frac{\cos t}{1} \Big|_{t=0} = 1$$

analizando y'

$$y' = - \frac{t \cos t - \text{Sen } t}{t^2} \Big|_{t=0} = \frac{0}{0}$$

para levantar la indeterminación

$$y' = - \frac{-t \text{ Sen } t + \cos t - \cos t}{2t} \Big|_{t=0} = \frac{0}{0}$$

$$y = \frac{\text{Sen } t}{2} \Big|_{t=0} = 0$$

En la ecuación (4-4) se tiene y'/t , cantidad que es indeterminada cuando $t \rightarrow 0$, es por este motivo que la integración se inició en un t mayor que cero.

El diagrama que debe ser armado en el computador para solucionar la ecuación diferencial (4-4) se muestra en la fig. (4.1).

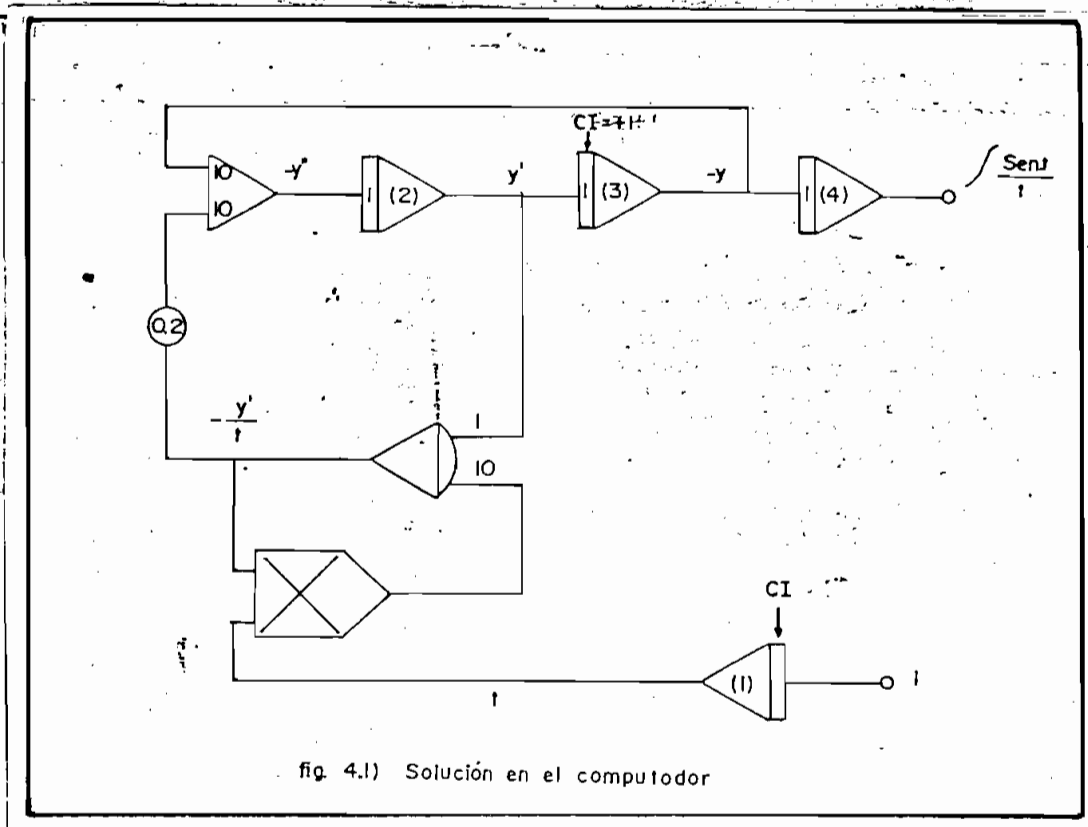


fig. 4.1) Solución en el computador

La entrada (y) tiene valor 10 ya que para obtener una solución más clara, fué necesario escalar en amplitud y se procedió de la siguiente manera:

$$y'' = -\frac{2}{t} y' - y$$

$$x_1 = y$$

$$x_2 = y'$$

$$x_1 = x_2 = y'$$

luego:

$$x_1 = x_2 \quad (4-5)$$

$$x_2 = -x_1 - \frac{2}{t} x_2 \quad (4-6)$$

Poniendo en forma de matrices ($\dot{x} = Ax + Bu$) se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\frac{2}{t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

si aumentamos en 10 el valor de x_2

$$x_2' = 10 x_2$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 \\ -10 & -\frac{2}{t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2' \end{pmatrix}$$

las ecuaciones (4-5) y 4-6) quedan:

$$\dot{x}_1 = 0,1 x_2' \quad (4-7)$$

$$\dot{x}_2' = -10x_1 - \frac{2}{t} x_2' \quad (4-8)$$

La solución de la ecuación (4-8), esto es la función $y = \text{Sen } t/t$ denominada Samplin, se obtiene a la salida del integrador (3) y se muestra en la fig. (4.2)

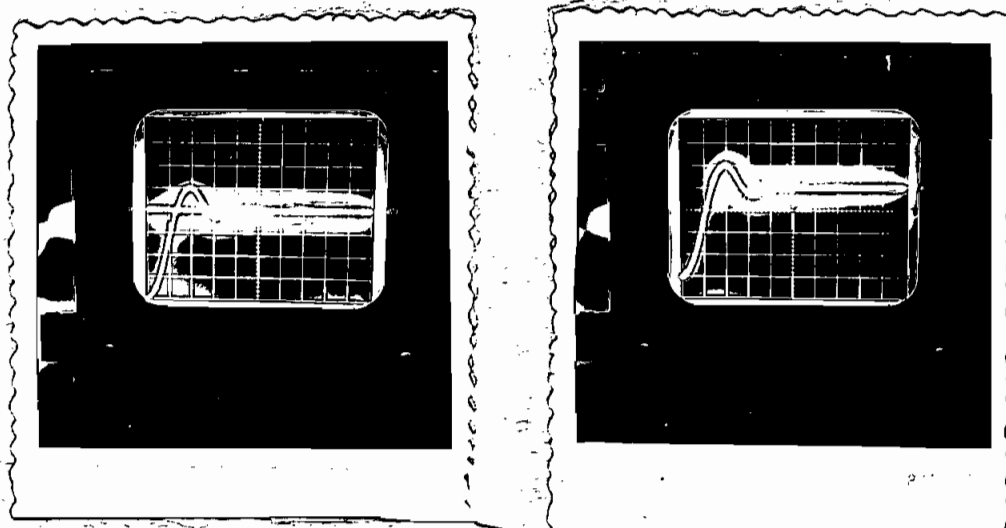


fig. 4.2) Fotografía de la función $\text{Sen } t/t$

La función $f(t) = \int \frac{\text{Sen } t}{t}$ se obtiene a la salida del integrador (4) y se puede observar en la fig. 4.3)

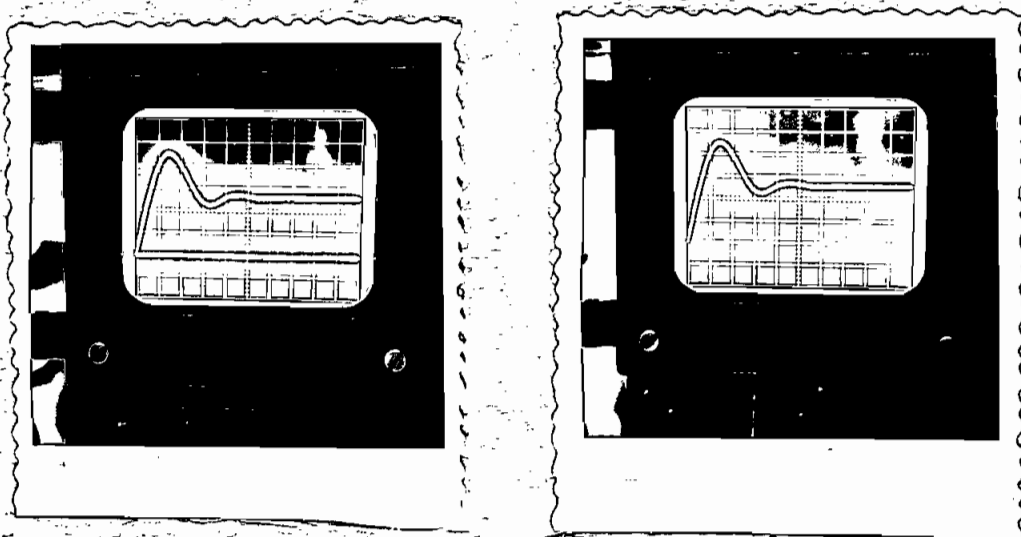
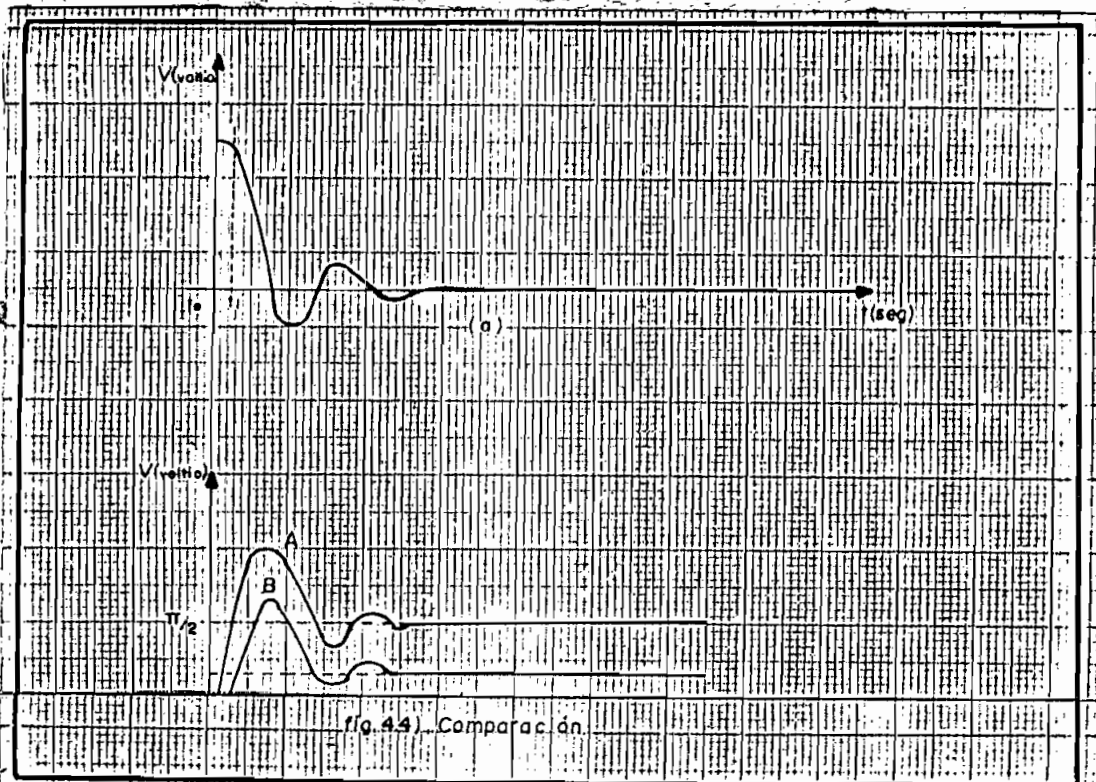


fig. 4.3) Fotografía de la función $f(t) = \int \frac{\text{Sen } t}{t}$

Las fotos anteriores se obtuvieron en una escala vertical de 2 V/división, y si se comparan los resultados que se obtienen matemáticamente con los valores obtenidos en la computadora, - se nota que existe un error, el que se debe principalmente a que la integración no se realizó en un $t=0$ ya que en el integrador (1) se puso una condición inicial de 0,25 voltios, lo que significa que comenzamos la integración en un $t > 0$.

El $t = 0$ no se puede poner, por cuanto al realizar la división de y'/t se tiene un valor infinito y el sistema no responde perfectamente.

Si analizamos el gráfico de la fig. (4.4a) se puede observar - que si se hubiera integrado la función Samplin desde $t = 0$ la función $f(t)$ sería la curva A de la fig. (4.4b) pero al integrar desde t_1 se obtiene la curva B de la fig. (4.4b)



En lo que respecta a la escala horizontal se tiene la solución en un $t = 1/78$ Seg. que corresponde al tiempo durante el cual los pulsos de control permiten la integración.

En la fig. (4.3) se observa que el valor máximo se obtiene en 1,5 divisiones, lo que equivaldrá a $1,5/780$ Seg., considerando que las 10 divisiones de la pantalla equivalen a $1/78$ Seg.

Además, al realizar la computación se tiene $2y'/t = y'/0,5t$, o sea que hemos escalado en el tiempo. Por otra parte, la constante de integración es $1/780$ Seg. en el tiempo Rápido por lo que el valor máximo se obtiene en un tiempo Real de:

$$\frac{1,5}{780} \times \frac{2}{1} \times \frac{780}{1} = 3 \text{ Seg.}$$

Este valor es cercano al valor $t = 3,2$ Seg. que es el que se obtiene matemáticamente. El error se puede deber a la apreciación de la solución, principalmente en la iniciación(cero) o algún error al calibrar la constante de tiempo de los integradores.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- BURR - BROWN, Operational Amplifiers Design and Applications, Burr-Brown, 1.971
- 2.- BURR - BROWN, handbook and catalog of operational amplifiers, Burr-Brown, 1.969
- 3.- ELGERD OLLE I., Control Systems Theory, McGraw-Hill, Inc, 1.967
- 4.- GRABBE EUGENEM, RAMO SIMON Y WOOLDRIGGE DEAN E., Hand book of Automation Computation and Control. Volumen 1 , 1.958
- 5.- KORN GRANINO A. Y KORN THERESA M, Electronic Analog and Hybrid Computers, McGraw-Hill, Inc, 1.964
- 6.- KREYSZIG ERWIN, Advanced Engineering Mathematics, John - Wiley, 1.962, 1.967
- 7.- MOTOROLA SEMICONDUCTOR PRODUCTS INC., The Microelectronic Data Book, Segunda edición, 1.969
- 8.- R.C.A., Circuitos Integrados Lineales R.C.A, Editorial Ar**u**bó, Buenos Aires, 1.971