

ANTENAS CILINDRICAS
RANURADAS PARA U.H.F.

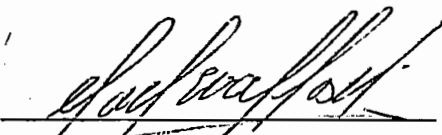
Tesis previa a la obtención del título de Ingeniero en la especialización de Electrónica y Telecomunicaciones de la Escuela Politécnica Nacional.

WASHINGTON CARRILLO G.

QUITO

Enero de 1.972

Certifico que este trabajo ha sido
realizado en su totalidad por el
Sr. Washington Carrillo G.



ing. Mario Cevallos V.

CONSULTOR DE TESIS

Quito, Enero de 1.972

A mi madre, y a Cecilia.

Con sincero afecto.

P R O L O G O

La presente memoria constituye la culminación de varios años de estudio, esfuerzo y superación constantes vividos en la Escuela Politécnica Nacional, con el propósito de adquirir una preparación académica y humana lo suficientemente profunda, para que pueda ser puesta al servicio de la colectividad, en busca de un futuro mejor.

Mis mayores deseos son, que este trabajo sea de alguna utilidad para los estudiantes que aún no culminan su carrera.

Finalmente, deseo dejar constancia de mi agradecimiento a la Escuela; al Ingeniero Mario Cevallos, consultor de Tesis; al Doctor Kanti Hore; al Ingeniero Efraín del Pino; y, a todas y cada una de las personas que de una manera u otra colaboraron en la realización de este trabajo.

Washington Carrillo G.

Quito, Enero de 1972

V

I N D I C E G E N E R A L

	Página
PROLOGO	IV
— <u>Capítulo Primero:</u> INTRODUCCION	1
<u>Capítulo Segundo:</u> ANALISIS TEORICO	5
2.1 Cilindro Ranurado como Sistema Radiante.	6
2.2 Características de Radiación.	10
2.2.1 Consideraciones Generales.	10
2.2.2 Lóbulos de Radiación.	17
2.2.3 Conductancia de Radiación	41
2.2.4 Grafización de los Lóbulos de Radiación.	49
2.2.5 Grafización de la Conductancia de Radia ción	49
2.3 Métodos de Alimentación.	68
2.4 Comparación de este tipo de Antena y una Antena convencional.	69
<u>Capítulo Tercero:</u> DISEÑO DE VARIAS ANTENAS	75
3.1 Características de Diseño.	76
3.1.1 Características de Radiación.	76
3.1.2 Ganancia y ancho de banda.	78
3.2 Diseño.	79

VI

<u>Capítulo Cuarto:</u> CONSTRUCCION Y COMPROBACION <u>EX</u> PERIMENTAL	83
4.1 Construcción.	84
4.2 Comprobación experimental.	84
4.2.1 Conductancia de Radiación.	84
4.2.2 Lóbulos de Radiación.	90
<u>Capítulo Quinto:</u> COMENTARIOS Y CONCLUSIONES	98
5.1 Comentarios.	99
5.2 Conclusiones.	101
<u>ANEXO 1</u> Funciones de Bessel.	102
Fráficos	103
	104
BIBLIOGRAFIA	105

CAPITULO PRIMERO

INTRODUCCION

La presente memoria tiene como fundamental objetivo enfocar el estudio y análisis del comportamiento de un tipo de antena utilizado para frecuencias correspondientes al rango de UHF y denominada "Antena Cilíndrica Ranurada".

He creído interesante desarrollar este tema, por cuanto reviste una singular importancia en lo que tiene que ver con la transmisión y recepción de señales de Televisión y de Frecuencia Modulada.

Es conocido que en lo que concierne a transmisión y recepción de señales de Televisión y Frecuencia Modulada, juega un papel importante las características de polarización y directividad de la señal, debiendo por tal razón utilizarse un tipo de antena que satisfaga las características de radiación impuestas.

Las antenas cilíndricas ranuradas, desde este punto de vista, cumplen a cabalidad los requerimientos, tanto de polarización como de direccionalidad, puesto que producen un campo eléctrico polarizado horizontalmente y poseen un lóbulo de radiación prácticamente circular.

El estudio y análisis a desarrollarse en la presente memoria, trata principalmente y en forma profunda de la obtención de las características de radiación, es decir, lóbulos y conductancia de radiación.

Las otras características son mencionadas de una manera

general, pues su análisis requeriría una investigación exhaustiva, lo cual escapa al objetivo de esta memoria.

Complementariamente se hacen ciertas consideraciones de diseño y se procede a comprobar en forma experimental los resultados obtenidos en la teoría.

Básicamente, los aspectos tratados en esta memoria son los siguientes:

- Análisis teórico:

El análisis teórico abarca primeramente un estudio general de un cilindro perfectamente conductor como un sistema radiante. Seguidamente se trata en una manera detallada los tópicos relacionados con la obtención de las características de radiación, incluyéndose en éstas, los lóbulos de radiación tanto horizontal como vertical y la conductancia de radiación.

Finalmente, el análisis teórico involucra un estudio comparativo entre las antenas cilíndricas ranuradas y las antenas convencionales, con el propósito de analizar las posibles ventajas y desventajas de ellas.

- Diseño y Construcción:

Tomando en consideración los aspectos analizados en el punto anterior, se han diseñado varias antenas, las cuales por tener

diferentes dimensiones: diámetro, longitud de la ranura, etc., tienen diferentes características, las mismas que han sido obtenidas en forma experimental. La comprobación experimental de las antenas así diseñadas, se han referido principalmente a las características de la radiación: lóbulos de radiación horizontal, vertical e impedancia.

- Comentarios:

Finalmente, se ha realizado una comparación de los resultados obtenidos en la teoría y los resultados obtenidos en la práctica, indicando las diferencias entre las dos, los posibles motivos para tales diferencias y, presentando ciertas recomendaciones de diseño para la construcción de una antena cilíndrica ranurada, que cumpla con todas las condiciones necesarias para un funcionamiento óptimo.

- Conclusiones:

En este capítulo se exponen las conclusiones más importantes a las cuales se ha llegado; una vez concluido el estudio teórico y práctico de este tipo de antena.

CAPITULO SEGUNDO

ANALISIS TEORICO

2.1. CILINDRO RANURADO COMO SISTEMA RADIANTE.-

Básicamente, una antena cilíndrica ranurada está constituida por una ranura delgada cortada en la superficie de un cilindro perfectamente conductor y alimentada en los bordes de la ranura por una línea de transmisión.

En la figura 1 se indica este tipo de antena, en la cual la ranura tiene una longitud $2L$ y un ancho S .

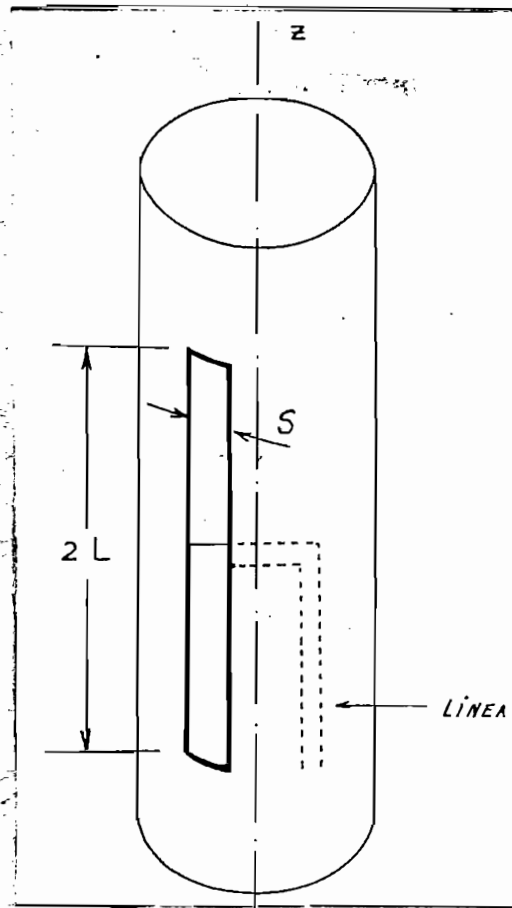


Figura 1

El comportamiento de un cilindro ranurado como sistema radiante de energía electromagnética puede ser explicado haciendo el siguiente análisis: (*)

Consideremos a los bordes de la ranura como una línea de transmisión de alambres paralelos, cuyos extremos se encuentran cortocircuitados, (figura 2a).

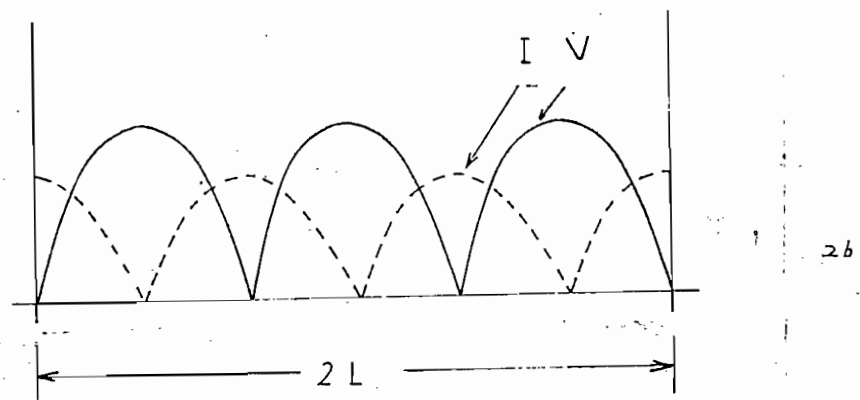
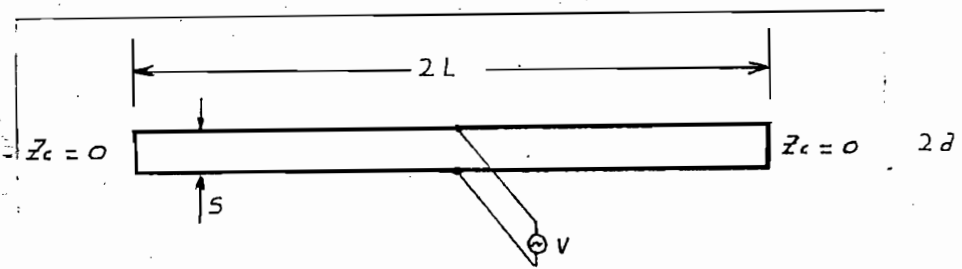


Figura 2

(*) E.C. Jordan y W.E. Miller. Antenas Cilíndricas Ranuradas. Electronics, Febrero 1947, pags. 90-93.

Si se aplica un voltaje V a través de la línea de transmisión, (usualmente pero no necesariamente en el medio), aparecerán a lo largo de la línea ondas estacionarias de voltaje y corriente, (figura 2b).

La corriente I que existe a lo largo de la línea de transmisión, debido a la pequeña separación S entre los bordes de la ranura, no radiará gran cantidad de energía electromagnética.

Sin embargo, la línea de transmisión tiene conectada a sus extremos (figura 3) el cilindro perfectamente conductor, el cual tiene un doble efecto:

- a). Primeramente, actúa como una reactancia inductiva conectada en paralelo con la línea de transmisión, modificando de esta manera la velocidad de fase y por consiguiente la longitud de onda dentro de la línea; y,
- b). El voltaje V aplicado en los bordes de la ranura, origina corrientes I_1 las cuales fluyen alrededor del cilindro siguiendo trayectorias circulares, (cuyo diámetro D es una longitud más o menos apreciable en relación a la longitud de onda), y radian una apreciable cantidad de energía electromagnética.

Es decir, un cilindro ranurado puede comportarse como un sistema radiante de energía electromagnética debido a las corrientes que fluyen alrededor del mismo.

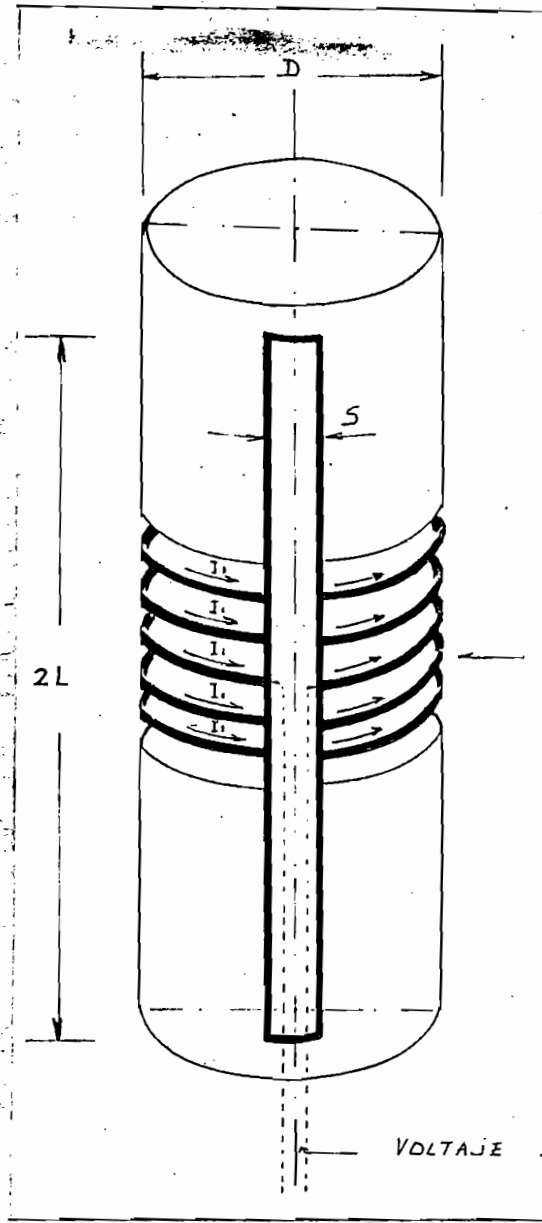


Figura 3

2.2. CARACTERISTICAS DE RADIACION.-

2.2.1 Consideraciones generales.

El análisis teórico relacionado con la obtención de las características de radiación de cualquier tipo de antena, por más elemental que sea su forma estructural, es sumamente complejo y está sujeto a ciertas suposiciones.

Teóricamente, el análisis de las características de radiación de cualquier tipo de antena puede ser resuelto partiendo de las ecuaciones de Maxwell, sujetas a ciertas condiciones de borde de terminadas.

Este análisis es el más correcto, pero también es sumamente difícil y no siempre conduce a situaciones posibles de resolver.

Una dificultad a más de las de tipo estrictamente matemático que encierran estos análisis, es el conocimiento exacto de la distribución de corriente a lo largo de los elementos constitutivos de la antena, Se ha asumido en general para los estudios teóricos, una distribución de corriente sinusoidal, la cual a pesar de no ser completamente exacta en la realidad, ha conducido a resultados prácticos satisfactorios.

Hablando exclusivamente del tipo de antena que nos interesa, la distribución axial de campo en la ranura juega un papel im

portante para el análisis teórico, en lo que concierne al cálculo de los lóbulos y de la conductancia de radiación.

El análisis de este tipo de antena ha sido tratado por varios autores (*). Todos ellos han realizado estudios de radiación considerando una ranura infinitamente larga, cortada en la superficie metálica de un cilindro también infinitamente largo, asumiendo una distribución constante de campo eléctrico a lo largo de la ranura, o a su vez una distribución sinusoidal con una longitud de onda en la ranura igual a la longitud de onda del espacio libre.

Estos estudios han sido utilizados como una aproximación para el cálculo del lóbulo de radiación horizontal en un plano perpendicular al eje del cilindro, a través del centro de la antena.

Silvers y Saunders han demostrado que este lóbulo está correctamente dado por esta solución y es independiente de la distribución axial de campo en la ranura.

El cálculo de este lóbulo, que es el que más interesa para fines prácticos, es relativamente fácil en comparación con el cálculo exacto y ha sido realizado por George Sinclair en sus publi-

(*) G. Sinclair. Lóbulos de Antenas Cilíndricas Ranuradas. I.R.E. vol. 36, pags. 1.487-1.492, Diciembre 1948.

S. Silvers. y W.K. Saunders. Campo Producido por una Ranura en un Cilindro Circular de Longitud infinita. Jour.Appl.Phys., vol. 21, pag. 153, Febrero 1950.

S. Silver y W.K. Saunders. Radiación de una ranura transversal en un cilindro circular. Jour.Appl.Phys., vol.21, pag.745, Agosto 1950.

caciones relacionadas con el tema.

Sinclair llega a obtener la siguiente expresión de campo eléctrico E_ϕ para un punto lejano ρ .

$$E_\phi = \frac{A}{j\pi} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\phi \right]$$

siendo:

$$a_0 = \frac{1}{2 H_0^{(2)}(ka)}$$

$$a_n = \frac{j^n}{H_n^{(2)}(ka)}$$

a = radio del cilindro

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ = longitud de onda en el espacio libre.

$H_n^{(2)}$ = derivada de la función de Hankel de orden (n) y manera (2) con respecto a $(K\rho)$ computada para $\rho = a$.

Para llegar a esta ecuación, Sinclair ha asumido que la ranura es paralela al eje Z y está situada en $\phi = 0$ sobre la superficie del cilindro de diámetro D , y que en la misma el campo eléctrico está distribuido axialmente en forma uniforme y polarizado de tal manera que existe únicamente una componente E_ϕ .

Ha supuesto también que el ancho de la ranura es pequeño en comparación con la longitud de onda y con el diámetro del cilindro.

Utilizando la ecuación anterior ha obtenido para diferentes valores del diámetro D del cilindro, los correspondientes lóbulos de radiación horizontal para la "magnitud" del campo eléctrico E_{ϕ} .

Estos lóbulos se presentan en las figuras 4, 5, 6 y 7.

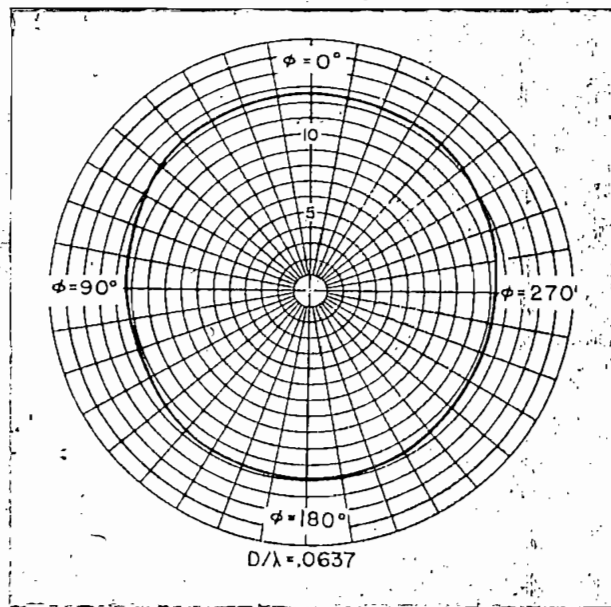


Figura 4

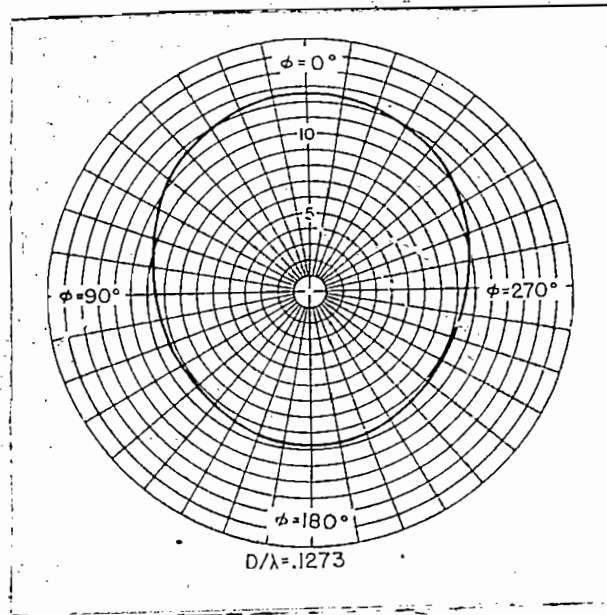


Figura 5

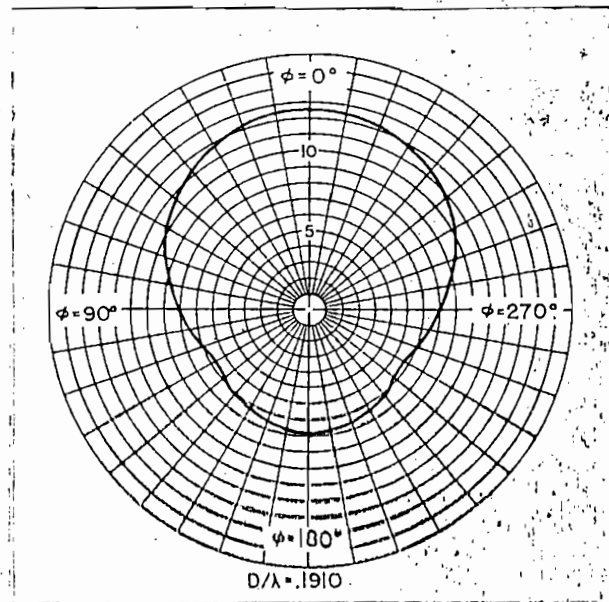


Figura 6

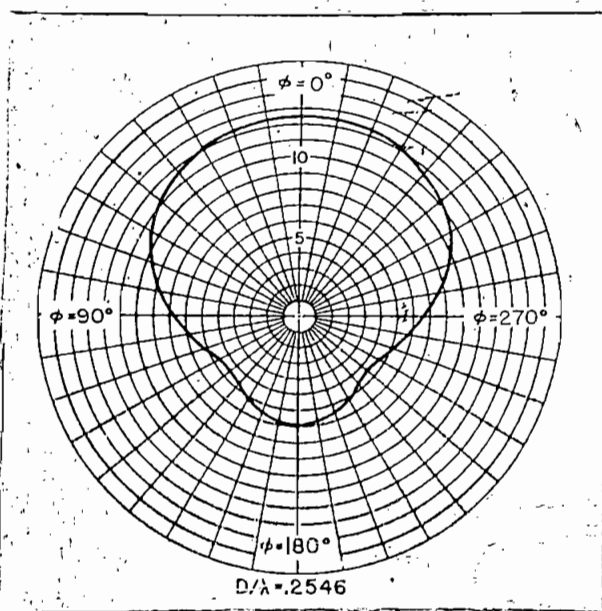


Figura 7

Se observa que para pequeños diámetros, se tiene una distribución de energía electromagnética prácticamente omnidireccional, adquiriendo cierta direccionalidad hacia el lado en el cual se encuentra la ranura, cuando el diámetro se incrementa.

Jordan (*), resuelve el problema del cálculo del lóbulo de radiación horizontal, haciendo consideraciones semejantes a las de Sinclair, es decir, una ranura infinitamente larga situada en un cilindro también infinitamente largo y asumiendo una distribución de campo eléctrico uniforme a lo largo de la ranura.

(*) Electromagnetic waves and Radiating Systems. - Edward C. Jordan
Prentice-Hall Electric Engineering Series. - 1950.

Este lóbulo es esencialmente el mismo obtenido por Sinclair y su representación gráfica tiene las mismas características anteriores.

Los cálculos mencionados en los anteriores párrafos, si bien nos dan una idea general de las características de radiación de este tipo de antena, no presentan un estudio detallado aplicable a los fines que se persiguen, por cuanto son insuficientes para una comprensión total del problema y no dan tampoco una base sólida para realizar un diseño que cumpla con los requerimientos indispensables.

Por esta razón en el próximo punto se analizará el problema en detalle, basándose en investigaciones realizadas por Jordan y Miller (*), y luego se procederá en base a estos resultados a calcular en una forma exacta las características de radiación: lóbulos y conductancia, utilizando las ecuaciones de Maxwell.

(*). E.C. Jordan y W.E. Miller. Antenas Cilíndricas Ranuradas. Electronics, Febrero 1947, pags. 90-93.

2.2.2 Lóbulos de radiación.

Es conocido que dentro de una guía de onda la velocidad de fase y la longitud de onda son siempre más grandes que las correspondientes en el espacio libre.

La relación de la longitud de onda dentro de la guía a la del espacio libre, se incrementa notablemente cuando el diámetro de la misma se reduce, llegando a ser infinita para ciertos pequeños diámetros de corte.

El criterio anterior, aplicable a una guía de onda circular puede ser aplicado también a una antena cilíndrica ranurada, pues ésta, para campos electromagnéticos dentro del cilindro, se comporta como una guía de onda cilíndrica degenerada.

Jordan y Miller, han medido la distribución de campo eléctrico a lo largo de ranuras axiales de varias longitudes y han demostrado que la longitud de onda es una función del diámetro del cilindro en longitudes de onda, siendo aproximadamente igual a la longitud de onda de espacio libre para diámetros de cilindro relativamente grandes e incrementándose hasta infinito en algunos pequeños diámetros de corte. Este diámetro de corte se diferencia del correspondiente a una guía de onda cilíndrica, pues se encuentra influenciado por el ancho de la ranura, siendo generalmente menor que para una guía de onda.

En la figura 8 se indica la intensidad de campo eléctrico medida por Jordan y Miller a través de la ranura, para varios diámetros del cilindro.

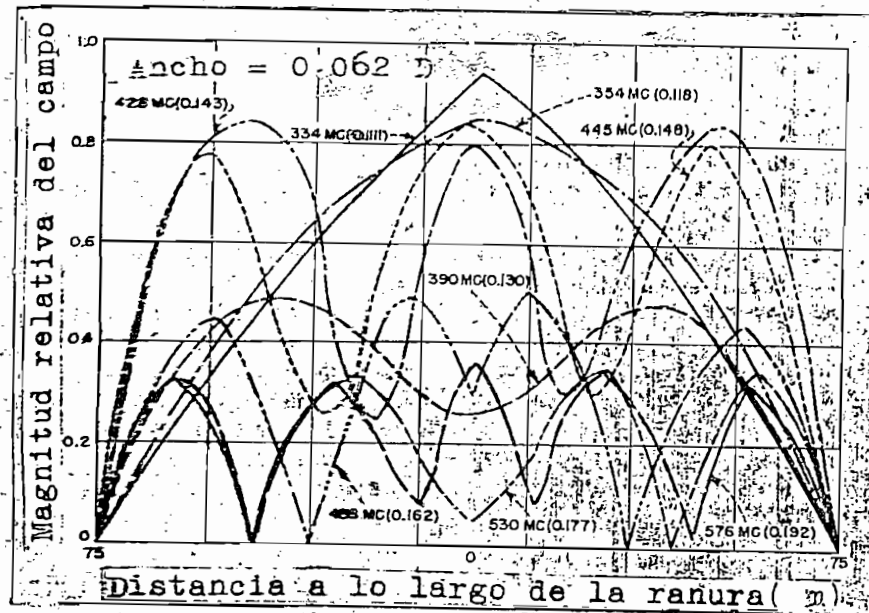


Figura 8

Se observa que para grandes diámetros la distribución de la intensidad de campo eléctrico es aproximadamente sinusoidal, cuya distancia entre los puntos nodales es ligeramente más grande que la media longitud de onda en el espacio libre. Sin embargo cuando el diámetro del cilindro disminuye aproximándose al diámetro de corte, la distancia entre los puntos nodales llega a ser relativamente grande, la atenuación dentro del cilindro se incrementa y la distribución cambia de sinusoidal a exponencial.

Jordan y Miller, han construido también en base a las medidas realizadas una curva que se presenta en la figura 9, en la cual se indican varias relaciones de longitudes de onda dentro de la guía a las respectivas longitudes de onda en el espacio libre, para diferentes diámetros del cilindro.

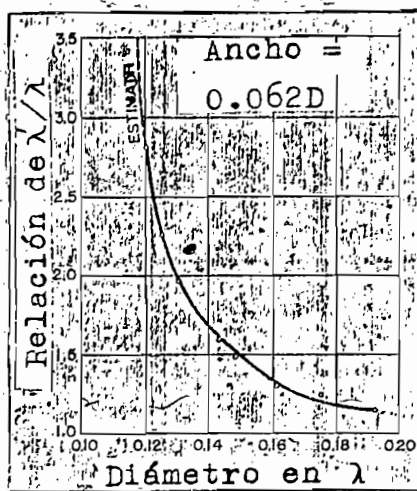


Figura 9

Basándonos en los valiosos resultados experimentales obtenidos por Jordan y Miller, los cuales han sido indicados anteriormente, se procederá a calcular lo más exactamente posible los lóbulos de radiación horizontal y verticales de esta antena. Este cálculo es un poco complicado por el aspecto matemático que él involucra, por esta razón será expuesto en forma detallada y comprensible.

Para el análisis nos vamos a referir a la figura 10, y el problema será dividido en dos partes: la primera consistirá en obtener las ecuaciones de campo electromagnético en un punto si tuado fuera del cilindro; y, la segunda en imponer a las ecuaciones así obtenidas, ciertas condiciones de borde, determinadas por la configuración geométrica de la antena.

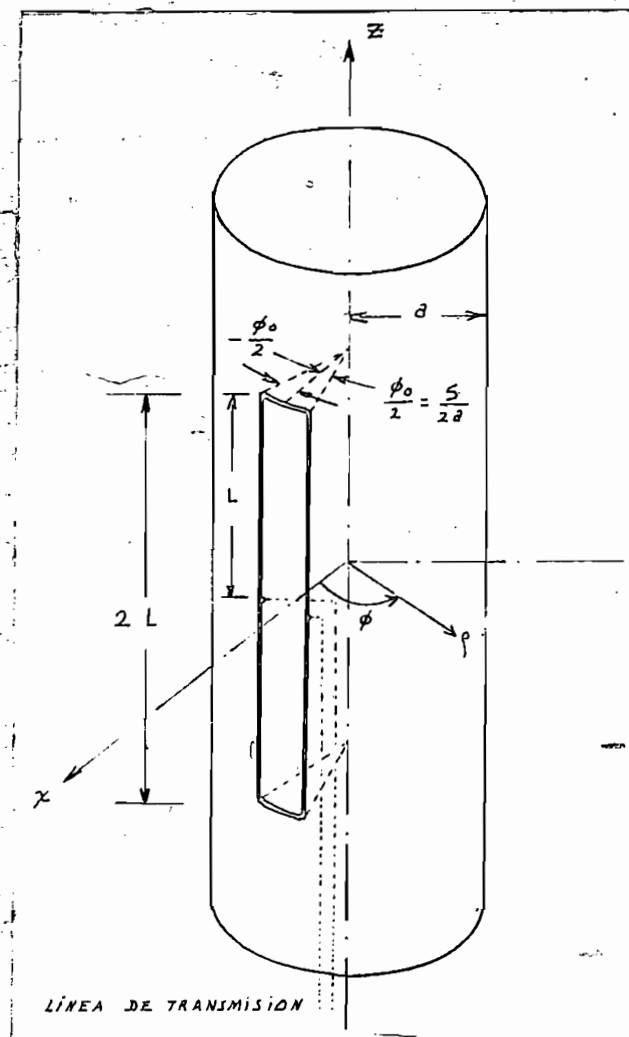


Figura 10

a). Obtención de las ecuaciones de campo.

Para este fin, se utilizan las ecuaciones de Maxwell escritas en coordenadas cilíndricas y se asume que debido a la forma de alimentación de la antena no existe componente del campo eléctrico en la dirección del eje Z, es decir, E_z será igual a cero.

Se supone también que no se produce ninguna reflexión ni radiación en los extremos del cilindro. Esto es verdad cuando el diámetro del cilindro es de tal magnitud que actuando como guía de onda cilíndrica, no permite la propagación de ningún "modo" de ondas TE o TM dentro de él.

Entonces:

Las ecuaciones de Maxwell escritas en coordenadas cilíndricas están dadas por las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = j\omega \epsilon E_\rho \quad (2-1)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -j\omega \epsilon H_\phi \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = j\omega \epsilon E_\phi \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -j\omega \mu H_\phi \quad (2-4)$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial (\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right) = j\omega \epsilon E_z \quad (2-5)$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial (\rho E_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right) = -j\omega \mu H_z \quad (2-6)$$

en las cuales se ha asumido una variación con el tiempo igual a $e^{j\omega t}$.

De acuerdo a la alimentación de la antena, habíamos manifestado que E_z debe ser igual a cero, de lo cual las ecuaciones anteriores llegan a ser las siguientes:

$$E_\rho = \frac{1}{j\omega \epsilon} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \right) \quad (2-7)$$

$$H_p = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \bar{E}_\phi}{\partial z} \quad (2-8)$$

$$E_\phi = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial H_p}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2-9)$$

$$H_\phi = - \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial \bar{E}_p}{\partial z} \quad (2-10)$$

$$0 = \frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_p}{\partial \phi} \quad (2-11)$$

$$H_z = - \frac{1}{j\omega\mu} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho \bar{E}_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial \bar{E}_p}{\partial \phi} \right) \quad (2-12)$$

Sabemos también que la ecuación de onda en el espacio libre para H_z está dada por:

$$\nabla^2 H_z = \mu\epsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

en la cual:

μ = permeabilidad de espacio libre

ϵ = permitividad de espacio libre

Si asumimos para H_z una variación en el tiempo igual a $e^{j\omega t}$, la ecuación anterior llega a ser:

$$\nabla^2 H_z = -\mu \epsilon \omega^2 H_z$$

haciendo:

$$K^2 = \mu \epsilon \omega^2$$

se llega finalmente a: $\nabla^2 H_z + K^2 H_z = 0$

En coordenadas cilíndricas esta ecuación está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - K^2 H_z = 0 \quad (2-13)$$

La ecuación (2-13) es una ecuación diferencial parcial de segundo orden. Esta ecuación puede ser resuelta de varias maneras, de acuerdo a las facilidades y a la naturaleza del problema. Nosotros vamos a utilizar el método de separación de variables por ser el más conveniente.

Asumamos una solución para H_z del tipo:

$$H_z = H_z(\rho) H_z(\phi) H_z(z)$$

en la cual $H_z(\rho)$, $H_z(\phi)$, y $H_z(z)$ son funciones únicas y exclusivamente de ρ , ϕ , y z respectivamente.

Remplazando la expresión anterior en la ecuación (2-3) y dividiendo todos los términos por $H_z = H_z(\rho) H_z(\phi) H_z(z)$ se llega a:

$$\frac{1}{\rho H_z(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial H_z(\rho)}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2 H_z(\phi)} \frac{\partial^2 H_z(\phi)}{\partial \phi^2} + k^2 = \quad (2-14)$$

$$= - \frac{1}{H_z(z)} \frac{\partial^2 H_z(z)}{\partial z^2}$$

Se observa en esta ecuación que el primer miembro es función únicamente de ρ y ϕ , y el segundo miembro únicamente de z , lo cual implica que cada uno de los dos miembros debe ser igual a una constante, digamos h^2 .

Entonces, obtenemos la siguiente expresión:

$$- \frac{1}{H_z(z)} \frac{\partial^2 H_z(z)}{\partial z^2} = h^2$$

de donde:



$$\frac{\partial^2 H_z(z)}{\partial z^2} = -h^2 H_z(z) \quad (2-15)$$

Ahora, la ecuación (2-14) nos queda:

$$\frac{\rho}{H_z(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \left(\frac{\partial H_z(\rho)}{\partial \rho} \right) + (k^2 - h^2) \rho^2 = - \frac{1}{H_z(\phi)} \frac{\partial^2 H_z(\phi)}{\partial \phi^2}$$

En esta ecuación se observa que el primer miembro es función de ρ , y el segundo miembro es función de ϕ exclusivamente, por lo tanto cada uno de los miembros debe ser igual a una nueva constante, digamos n^2 .

Entonces, obtenemos la siguiente expresión:

$$- \frac{1}{H_z(\phi)} \frac{\partial^2 H_z(\phi)}{\partial \phi^2} = n^2$$

de donde:

$$\frac{\partial^2 H_z(\phi)}{\partial \phi^2} = -n^2 H_z(\phi) \quad (2-16)$$

La ecuación (2-14) nos queda :

$$\frac{\rho}{H_z(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \left(\frac{\partial H_z(\rho)}{\partial \rho} \right) + (k^2 - h^2) \rho^2 = n^2 = 0$$

En esta última expresión, multiplicando cada uno de los términos por $H_z(\rho)$, y realizando la diferenciación llegamos finalmente a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 H_z(\rho)}{\partial \rho^2} + \left(\rho^2 - \frac{\eta^2}{\rho^2} \right) H_z(\rho) = 0 \quad (2-17)$$

en la cual: $\rho^2 = k^2 - h^2$

Las ecuaciones (2-15), (2-16) y (2-17) son ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden pero de una sola variable, las cuales tienen las siguientes soluciones:

$$H_z(z) = A_h \cos hz$$

$$H_z(\phi) = B_n \cos n\phi$$

$$H_z(\rho) = C_n H_n^{(2)}(\rho\rho)$$

en las cuales A_h , B_n y C_n son constantes y $H_n^{(2)}$, es la función de Hankel de orden n y manera 2.

Analizando las consideraciones físicas del problema, H_z es periódico con respecto a ϕ , lo cual significa que n es un número entero y una solución general para la ecuación (2-16) será:

$$H_z(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos n\phi$$

Con respecto a Z y ρ , H_z no es periódico, por tal razón una solución general de las ecuaciones (2-15) y (2-17), y en vista de que ρ es función de k , será:

$$H_z(z, \rho) = \int_0^{\infty} A_k \cosh kz \cdot C_n H_n^{(2)}(\rho \rho) dk$$

Combinando las tres soluciones en una sola podemos escribir una solución completa para H_z , la misma que está dada por la siguiente expresión:

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\phi \cdot \int_0^{\infty} C_n(k) H_n^{(2)}(\rho \rho) \cosh kz dk \quad (2-18)$$

en la cual C_n es un coeficiente que será determinado de las condiciones de borde.

Las ecuaciones correspondientes a las otras componentes de campo pueden ser obtenidas del grupo de ecuaciones de Maxwell.

Procedamos a calcular E_ϕ .

Escribamos las ecuaciones (2-8) y (2-9):

$$H_\rho = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_\phi}{\partial z}$$

$$E_{\phi} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial H_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right)$$

Remplazando el valor de H_{ρ} en la ecuación (2-9) se llega a la siguiente expresión:

$$E_{\phi} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial^2 E_{\phi}}{j\omega\mu \partial z^2} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2-19)$$

Es evidente que E_{ϕ} , variará con respecto a Z de la misma manera que H_z por tal razón se puede escribir que:

$$\frac{\partial^2 E_{\phi}}{\partial z^2} = -k^2 E_{\phi}$$

(Esta expresión tiene una forma similar a la ecuación (2-15)).

Remplazando este valor en la ecuación (2-19) se tiene:

$$E_{\phi} = \frac{k^2}{k^2} E_{\phi} - \frac{\partial H_z}{j\omega\epsilon \partial \rho}$$

de donde finalmente se llega a:

$$E_{\phi} = - \frac{k^2}{j\omega\epsilon (k^2 - k^2)} \frac{\partial H_z}{\partial \rho}$$

Es decir que:

$$E_{\phi}(z) = - \frac{k^2}{j\omega\epsilon(k^2 - h^2)} A_h \cosh z \quad \left\{ \begin{array}{l} k^2 = \mu\epsilon\omega^2 \\ p^2 = k^2 - h^2 \end{array} \right. = \frac{j\omega\mu}{p^2} A_h \cosh z$$

$$E_{\phi}(\phi) = B_n \cos n\phi$$

$$E_{\phi}(p) = C_n \frac{\partial H_n^{(2)}(pp)}{\partial p} = \mathcal{P} C_n H_n^{(2)}(pp)$$

Haciendo las mismas consideraciones físicas del problema, es decir que E_{ϕ} es periódico con respecto a ϕ , y es aperiódico con respecto a z y p , una solución general para $E_{\phi(\phi)}$ será:

$$E_{\phi}(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos n\phi$$

y para $E_{\phi}(z, p)$:

$$E_{\phi}(z, p) = \int_0^{\infty} \frac{j\omega\mu A_h C_n}{p} \cosh z H_n^{(2)}(pp) dh$$

Combinando estas soluciones en una sola se llega finalmente a obtener la siguiente expresión:

$$E_{\phi} = j\omega\mu \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\phi \int_0^{\infty} L_n(h) \frac{H_n^{(2)}(pp)}{\sqrt{k^2 - h^2}} \cosh z dh \quad (2-20)$$

La ecuación de campo para E_p puede ser obtenida de las ecuaciones de Maxwell (2-7) y (2-10), procediendo de una manera similar a la anterior.

H_{ϕ} puede ser obtenido de la ecuación de Maxwell (2-10) y

H_ρ de la ecuación de Maxwell (2-8).

Estas ecuaciones han sido obtenidas tomando en cuenta las mismas consideraciones físicas y son las siguientes:

$$E_\rho = j\omega\mu \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\phi \int_0^{\infty} J_n(h\rho) \frac{1}{\rho} \frac{H_n^{(2)}(\rho\rho)}{\sqrt{k^2 - h^2}} \cos hz dh \quad (2-21)$$

$$H_\phi = \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\phi \int_0^{\infty} J_n(h\rho) \frac{1}{\rho} \frac{H_n^{(2)}(\rho\rho)}{k^2 - h^2} h \sin hz dh \quad (2-22)$$

$$H_\rho = - \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\phi \int_0^{\infty} J_n(h\rho) \frac{H_n^{(2)}(\rho\rho)}{\sqrt{k^2 - h^2}} h \sin hz dh \quad (2-23)$$

b). Condiciones de borde.

A las ecuaciones obtenidas anteriormente debemos imponer la siguiente condición de borde:

Cuando $\rho = a$, el radio del cilindro, la componente de campo eléctrico E_ϕ debe ser la misma del campo eléctrico de excitación a través de la ranura, y debe ser igual a cero en el cilindro conductor.

Asumamos además que la distribución axial de campo eléctrico E_ϕ a través de la ranura está dada por:

$$E_\phi = E_0 \operatorname{sen} k'(L - |z|)$$

cuando $|z| < \frac{\phi_0}{2}$ y $|z| < L$, y:

$$E_\phi = 0 \quad \text{cuando} \quad |z| > \frac{\phi_0}{2} \quad \text{o} \quad |z| > L$$

Esta distribución sinusoidal se basa en los resultados experimentales ya mencionados, obtenidos por Jordan y Miller.

$$\text{En las anteriores expresiones: } k' = \frac{2\pi}{\lambda'}$$

siendo λ' la longitud de onda existente a lo largo de la ranura.

En la dirección de ϕ , E_ϕ , es periódico y puede ser representado como una serie de Fourier y en la dirección de Z debe ser presentado mediante una integral de Fourier por ser aperiódico.

Entonces, E_ϕ puede ser representado de la siguiente manera:

$$E_\phi = \frac{A_0(z)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(z) \cos n\phi \quad (2-24)$$

en la cual A_n será también una función de Z y estará dada por:

$$A_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E_0 \cos n\phi \, d\phi$$

Realicemos esta integración previo el cambio de variables

$$z = x.$$

Entonces:

$$A_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\phi_0}{2}}^{\frac{\phi_0}{2}} E_0 \sin k'(L-x) \cos n\phi \, d\phi \Rightarrow$$

$$A_n(x) = \frac{2}{\pi n} \left(\sin \frac{n\phi_0}{2} \right) E_0 \sin k'(L-x) \quad (2-25)$$

Por otra parte sabemos que A_n puede ser representado de la siguiente manera:

$$A_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(h) \mathcal{L}^{jhz} \, dh$$

En la cual $F(h)$ es la transformada de Fourier de $A_n(z)$.

Esta transformada es igual a :

$$F(h) = \int_{-L}^L A_n(z) \mathcal{L}^{-jhz} \, dz$$

En vista de que $A_n(z)$ es una función "Par", $F(h)$ puede ser escrita de la siguiente manera:

$$F(h) = F(-h) = \int_{-L}^L A_n(z) e^{jh z} dz$$

Haciendo $Z = x$, esta última expresión nos queda:

$$F(h) = \int_{-L}^L A_n(x) e^{jh x} dx$$

Y, finalmente podemos escribir que:

$$A_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-L}^L A_n(x) e^{jh z} e^{-jh x} dx \right) dh$$

la cual escrita en forma trigonométrica, es:

$$A_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\int_{-L}^L A_n(x) \cosh h z \cosh h x dx \right) dh \quad (2-26)$$

Reemplazando en esta última ecuación, la ecuación (2-25), y efectuando la integración se obtiene la expresión final para el coeficiente A_n dado por:

$$A_n(z) = \frac{2E_0}{\pi^2 n} \sin \frac{\lambda \phi_0}{2} \int_0^{\infty} \frac{2\kappa'}{\kappa'^2 - h^2} (\cos \kappa' L - \cos h L) \cosh h z dh \quad (2-27)$$

La ecuación (2-24) estará dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 E_{\phi} = & \frac{E_0 \phi_0}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{2\kappa'}{\kappa'^2 - h^2} (\cosh hL - \cos \kappa'L) \cosh hz \, dh + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E_0}{n\pi^2} \left(\text{Sen } \frac{n\phi_0}{2} \right) \cos n\phi \int_0^{\infty} \frac{2\kappa'}{\kappa'^2 - h^2} \cdot \quad (2-28) \\
 & \cdot (\cosh hL - \cos \kappa'L) \cosh hz \, dh
 \end{aligned}$$

Ahora escribamos la ecuación (2-20) de una manera similar a la anterior, para $\rho = a$, el radio del cilindro:

$$\begin{aligned}
 E_{\phi} = & j\omega\mu \int_0^{\infty} \mathcal{L}_0(h) \frac{H_0^{(2)}(\rho a)}{\sqrt{\kappa^2 - h^2}} \cosh hz \, dh + \\
 & + j\omega\mu \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\phi \int_0^{\infty} \mathcal{L}_n(h) \frac{H_n^{(2)}(\rho a)}{\sqrt{\kappa^2 - h^2}} \cosh hz \, dh
 \end{aligned}$$

Estas dos ecuaciones, para este caso particular deben ser exactamente iguales, lo cual significa que \mathcal{L}_0 y \mathcal{L}_n deben tener los siguientes valores:

$$\mathcal{L}_0(h) = \frac{E_0 \phi_0 \sqrt{\kappa^2 - h^2} (\cosh hL - \cos \kappa'L) 2\kappa'}{2\pi^2 j\omega\mu H_0^{(2)}(\rho a) (\kappa'^2 - h^2)}$$

$$\mathcal{L}_n(h) = \frac{2E_0}{n\pi^2 j\omega\mu} \text{Sen } \frac{n\phi_0}{2} \frac{\sqrt{\kappa^2 - h^2} (\cosh hL - \cos \kappa'L) 2\kappa'}{H_n^{(2)}(\rho a) (\kappa'^2 - h^2)}$$

Finalmente, reemplazando estos valores en la ecuación (2-20) se obtiene la ecuación de campo eléctrico E_{ϕ} :

$$\begin{aligned}
 E_{\phi} = & \int_0^{\infty} \frac{H_0^{(2)}(PP) (2\kappa') (E_0) (\phi_0)}{H_0^{(2)}(Pa) (\kappa'^2 - h^2) (2\pi^2)} \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) \cosh z \, dh + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E_0}{n\pi^2} \left(\text{sen } \frac{n\phi_0}{2} \right) \cos n\phi \int_0^{\infty} \frac{H_n^{(2)}(PP) (2\kappa')}{H_n^{(2)}(Pa) (\kappa'^2 - h^2)} \cdot \\
 & \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) \cosh z \, dh \quad (2-29)
 \end{aligned}$$

Las otras ecuaciones de campo se obtienen de una manera similar y son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 H_z = & \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^{\infty} \frac{H_0^{(2)}(PP) (2\kappa') (E_0) (\phi_0) \sqrt{\kappa'^2 - h^2}}{H_0^{(2)}(Pa) (\kappa'^2 - h^2) (2\pi^2)} \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) \cosh z \, dh + \\
 & + \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E_0}{n\pi^2} \left(\text{sen } \frac{n\phi_0}{2} \right) \cos n\phi \int_0^{\infty} \frac{H_n^{(2)}(PP) (2\kappa') \sqrt{\kappa'^2 - h^2}}{H_n^{(2)}(Pa) (\kappa'^2 - h^2)} \cdot \\
 & \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) \cosh z \, dh \quad (2-30)
 \end{aligned}$$

$$E_{\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E_0}{\pi^2} \left(\text{sen } \frac{n\phi_0}{2} \right) \text{sen } n\phi \int_0^{\infty} \frac{1}{\rho} \cdot \quad (2-31)$$

$$\cdot \frac{H_n^{(2)}(PP) (2\kappa')}{H_n^{(2)}(Pa) (\kappa'^2 - h^2) \sqrt{\kappa'^2 - h^2}} \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) \cosh z \, dh$$

$$H_{\phi} = \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\bar{E}_0}{\pi^2} \left(\text{sen } \frac{n\phi_0}{2}\right) \text{sen } n\phi \int_0^{\infty} \frac{1}{\rho} \cdot$$

(2-32)

$$\cdot \frac{H_n^{(2)}(\rho\rho') (2\kappa')}{H_n^{(2)}(\rho a) (\kappa'^2 - h^2) \sqrt{\kappa'^2 - h^2}} \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) h \text{sen } h z \, dh$$

$$H_{\rho} = -\frac{1}{j\omega\mu} \int_0^{\infty} \frac{H_0^{(2)}(\rho\rho') (2\kappa') (\bar{E}_0) (\phi_0)}{H_0^{(2)}(\rho a) (\kappa'^2 - h^2) (2\pi^2)} \cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) h \text{sen } h z \, dh +$$

(2-33)

$$- \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\bar{E}_0}{n\pi^2} \left(\text{sen } \frac{n\phi_0}{2}\right) \cos n\phi \int_0^{\infty} \frac{H_n^{(2)}(\rho\rho') (2\kappa')}{H_n^{(2)}(\rho a) (\kappa'^2 - h^2)} \cdot$$

$$\cdot (\cosh L - \cos \kappa' L) h \text{sen } h z \, dh$$

Se observa de las ecuaciones anteriores que E_{ρ} es del orden de $\frac{1}{\rho} \bar{E}_{\phi}$, por tanto cuando ρ es bastante grande, o sea, cuando se trata de encontrar el campo electromagnético en un punto lejano, solamente nos interesa E_{ϕ} para la configuración de los lóbulos de radiación.

En este caso, es decir cuando ρ tiene un valor suficientemente grande, se puede reemplazar la derivada de la función de Hankel por su valor asintótico, o sea:

$$H_n^{(2)}(\rho\rho') \approx \frac{-\partial}{\partial(\rho\rho')} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho\rho'}} \quad \mathcal{O} \left(-j \left(\rho\rho' - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

lo cual nos da:

$$H_{(PP)}^{(2)} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi PP}} e^{-j\left(PP - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Ahora, si ϕ_0 es suficientemente pequeño, y se escoge para n un valor menor que cierto número N , entonces:

$$\operatorname{sen} \frac{n\phi_0}{2} \approx \frac{n\phi_0}{2}$$

y la ecuación (2-29) nos queda:

$$E_\phi = \frac{1}{2} \frac{E_0 \phi_0}{\pi^2} (2K') \int_0^\infty \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi PP}} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-jPP} e^{j0\frac{\pi}{2}}}{H_0^{(2)}(PQ) (K'^2 - h^2)} (\cosh L - \cos K'L) \cosh z \, dh +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E_0 \phi_0}{2\pi^2} (2K') (\cos n\phi) \int_0^\infty \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi PP}} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-jPP} e^{jn\frac{\pi}{2}}}{H_n^{(2)}(PQ) (K'^2 - h^2)} (\cosh L - \cos K'L) \cosh z \, dh$$

de donde finalmente, podemos escribir la expresión de campo eléctrico para un punto lejano, la cual nos servirá para obtener la configuración de los lóbulos de radiación horizontal y vertical.

$$E_\phi = \frac{E_0 \phi_0}{\pi^2} \sqrt{\frac{2}{\pi P}} (2K') e^{-j\frac{\pi}{4}} \left[\frac{I_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} j^n I_n \cos n\phi \right] \quad (2-38)$$

siendo:

$$I_n = \int_a^{\infty} \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{e^{-jpp} (\cosh L - \cos p'L) \cosh pz}{H_n^{(2)}(pa) (k'^2 - h^2)} dh$$

En las anteriores ecuaciones:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ = longitud de onda en el espacio libre

$$K' = \frac{2\pi}{\lambda'}$$

λ' = longitud de onda a lo largo de la ranura

ϵ = permitividad

μ = permeabilidad

$H_n^{(2)}(pa)$ = derivada de la función de Hankel de orden (n) y manera (2) con respecto a (p) computada para $p = a$.

Con el propósito de graficar los lóbulos de radiación analicemos la ecuación (2-38):

Se observa que esta expresión nos da el valor de amplitud y el valor de fase de la componente de campo eléctrico E_{ϕ} , en cualquier punto distante cuyas coordenadas son: ρ, ϕ, z .

Este factor tiene parte real así como parte imaginaria, y la forma relativa de los lóbulos de radiación estará dada por su valor absoluto.

El lóbulo de radiación horizontal será evaluado en un plano perpendicular al eje del cilindro y que pasa por el centro de la ranura, es decir en el plano $Z = 0$.

Entonces para un valor fijo y suficientemente grande de ρ , digamos ρ_0 , se darán diferentes valores a ϕ entre 0 y 2π y en cada punto se determinará el valor del campo eléctrico.

El lóbulo de radiación vertical, será calculado para un plano paralelo al eje del cilindro y que pase por el centro de la ranura. Esto se consigue computando E_ϕ para $\phi = 0$ y para diferentes valores de $\rho^2 + z^2 = \rho_0$. Esta expresión es la ecuación de una circunferencia de radio ρ_0 situada en el plano mencionado.

2.2.3 Conductancia de Radiación.

Es de gran interés dentro de la Ingeniería conocer la impedancia que presenta una antena, con el objeto de obtener un perfecto acoplamiento de ésta, con la línea de transmisión y por lo tanto una máxima transferencia de energía hacia el espacio libre.

La impedancia terminal de una antena es una complicada función de la frecuencia, que no puede ser descrita de una forma analítica simple.

Para una frecuencia fija, la impedancia de una antena puede ser representada por una resistencia conectada en serie con una reactancia. Sobre una pequeña banda de frecuencia tal representación todavía puede ser usada, pero ésta es ahora únicamente una aproximación. Si como sucede a menudo, la banda de frecuencia está centrada alrededor de la "frecuencia de resonancia" de la antena (frecuencia a la cual la antena presenta una impedancia puramente resistiva) una mejor aproximación se obtiene representando la antena como un circuito serie R-L-C.

Jordan y Miller (*) han obtenido en forma experimental la resistencia y la reactancia que presenta una antena cilíndrica ranu

(*) E.C. Jordan y W.E. Miller. Antenas Cilíndricas Ranuradas, Electronics, Febrero 1947, pags. 90-93.

rada, (medida en el centro de la ranura), para diferentes longitudes de la ranura y diferentes diámetros del cilindro.

Estas mediciones se indican en la figura 11.

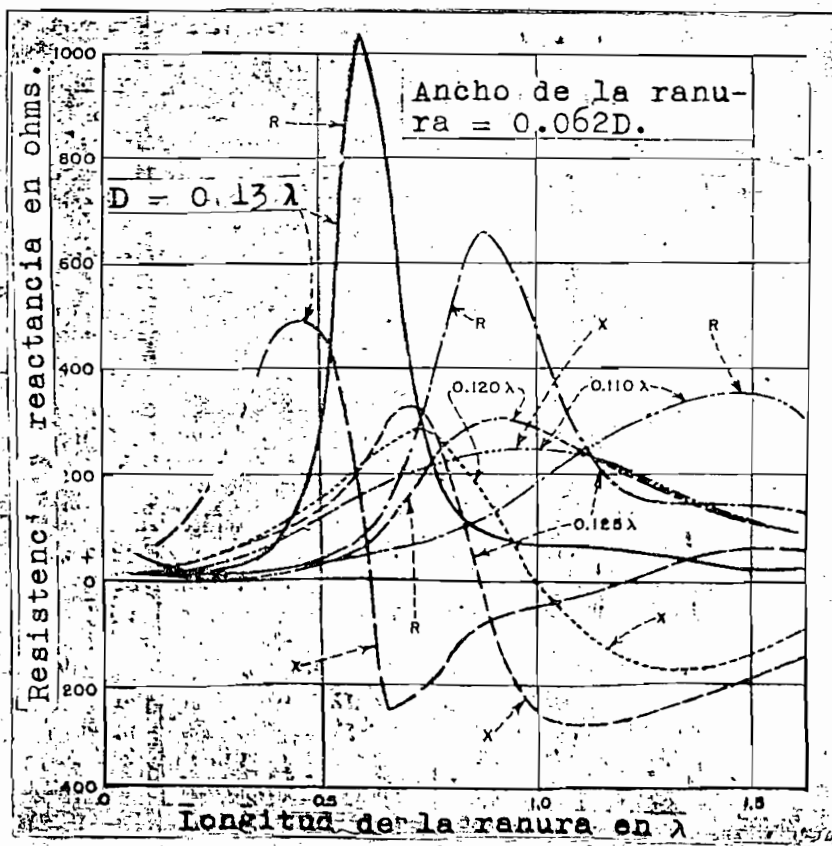


Figura 11

Se observa que cuando el diámetro del cilindro (expresado en longitudes de onda) se hace progresivamente pequeño, la longitud de la ranura requerida para "resonancia" llega a ser muy grande, exis

tiendo un cierto valor crítico bajo el cual no se puede conseguir resonancia para ninguna longitud de la ranura.

Se observa también que la longitud requerida para obtener resonancia es muy grande para pequeños diámetros del cilindro, pero llega a ser pequeño cuando este diámetro se incrementa.

Para grandes diámetros aparecen segundos puntos de resonancia los cuales corresponden a longitudes de la ranura de aproximadamente el doble que para los puntos de primera resonancia.

La resistencia de radiación en estos segundos puntos es relativamente baja, siendo del orden de 40 ohmios aproximadamente, mientras que para los puntos de primera resonancia el rango de variación está comprendido entre 300 y 1000 ohmios.

El efecto de agrandar el ancho de la ranura se manifiesta en un incremento de la longitud requerida para obtener resonancia en una antena de un diámetro dado.

Como se había manifestado inicialmente, el cálculo exacto de la impedancia es un problema sumamente complicado. Para el caso de resonancia, la antena presenta una impedancia puramente resistiva, cuya evaluación es un poco más simple.

A continuación, procederemos a calcular la conductancia de radiación de este tipo de antenas:

Existen dos posibles métodos para el cálculo de la conductancia de radiación: el método del vector de Pointing y el método de la fuerza electromotriz inducida. Cada uno de los dos, ofrece ventajas de acuerdo al tipo de antena analizada.

En nuestro caso, es más conveniente utilizar el primero de los dos métodos, por cuanto conocemos ya las expresiones de las componentes de campo electromagnético, que fueron obtenidas en el punto anterior.

Para encontrar la energía radiada por la antena debemos integrar el vector de Pointing en la dirección ρ , sobre la superficie del cilindro.

Las únicas componentes de campo que contribuirán a esta radiación de energía serán las componentes E_ρ y H_z . Como en la superficie metálica del cilindro E_ρ es igual a cero, la integración deberá ser evaluada únicamente entre los límites $-\frac{\phi_0}{2}$ y $\frac{\phi_0}{2}$ para la variable ϕ , y entre $-L$ y L para la variable Z .

Entonces: (*)

$$P_p = \int_{-\frac{\phi_0}{2}}^{\frac{\phi_0}{2}} \int_{-L}^L E_\rho H_z (a d\phi) dz$$

(*) Haycock. y Wiley. Lóbulos y conductancia de radiación de antenas cilíndricas ranuradas. I.R.E. Marzo 1952, pags. 349-352.

Siendo:

P_p = Potencia radiada por el cilindro.

$E_{\theta} H_z$ = Componente del vector de Pointing en la dirección θ .

Por otro lado, la potencia suministrada a la antena mediante la línea de transmisión está dada por la siguiente expresión:

$$P_v = V^2 Y$$

siendo:

V = El voltaje de alimentación

Y = La admitancia que presenta la antena.

Ahora, la potencia verdaderamente radiada por la antena será únicamente igual a la parte real de la potencia P_v , pues la parte imaginaria corresponderá a una potencia reactiva no utilizable.

De lo anterior se desprende que la parte real de P_v debe ser igual a P_p .

Entonces:

$$\text{Re } V^2 Y = P_p$$

Si el voltaje de alimentación de la antena aplicado en el centro de la ranura (es decir cuando Z es igual a cero) tiene un valor de: $V = 2 \phi_0 F_0 \text{ sen } k'L$

la conductancia de radiación, dada por la parte real de la admitancia estará dada por la siguiente relación:

$$G = \operatorname{Re} Y = \frac{P_p}{d^2 \phi_0^2 \operatorname{sen}^2 k'L}$$

Reemplazando en esta última ecuación las expresiones de E_ϕ y H_z (ecuaciones 2.28 y 2.30) evaluadas para $\beta = a$, dadas por:

$$E_\phi = \frac{E_0 \phi_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{2k'}{k'^2 - h^2} (\cosh L - \cos k'L) \cosh hz \, dh +$$

$$+ \sum_{n=1}^\infty \frac{2E_0}{n\pi^2} \left(\operatorname{sen} \frac{n\phi_0}{2} \right) \cos n\phi \int_0^\infty \frac{2k'}{k'^2 - h^2} (\cosh L - \cos k'L) \cosh hz \, dh$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty \frac{H_0^{(2)}(pa) \sqrt{k^2 - h^2} (2k') (E_0)(\phi_0) (\cosh L - \cos k'L) \cosh hz \, dh}{H_0^{(2)}(pa) (k'^2 - h^2) (2\pi^2)}$$

$$+ \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^\infty \frac{2E_0}{n\pi^2} \left(\operatorname{sen} \frac{n\phi_0}{2} \right) \cos n\phi \int_0^\infty \frac{H_n^{(2)}(pa) \sqrt{k^2 - h^2} (2k')}{(\cosh L - \cos k'L) \cosh hz \, dh}$$

Integrando entre los límites respectivos y simplificando se obtiene:

$$G = \operatorname{Re} \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^\infty \frac{H_0^{(2)}(pa) \sqrt{k^2 - h^2} (2k')^2 (\cosh L - \cos k'L)^2}{H_0^{(2)}(pa) (k'^2 - h^2)^2 (2\pi^2) d \operatorname{sen}^2 k'L} \, dh +$$

$$+ \operatorname{Re} \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \operatorname{sen}^2 \frac{n\phi_0}{2}}{a\phi_0^2 (n\pi)^2 \operatorname{sen}^2 k'l} \int_0^{\infty} \frac{H_n^{(2)}(pa) \sqrt{k^2 - h^2} (2k')^2}{H_n^{(2)}(pa) (k'^2 - h^2)^2} \cdot (\cosh hL - \cos k'l)^2 dh$$

Analizamos los integrales anteriores:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{j\omega\mu} \int_0^{\infty} \frac{H_n^{(2)}(pa) \sqrt{k^2 - h^2} (2k')^2}{H_n^{(2)}(pa) (k'^2 - h^2)^2} \cdot (\cosh hL - \cos k'l)^2 dh$$

Se observa que los integrandos serán reales únicamente cuando $k < K$, y por lo tanto la integración debe ser tomada solamente desde "0" hasta K .

Cuando k es mayor que K , $\frac{H_n^{(2)}(pa)}{H_n^{(2)}(pa)}$ será totalmente imaginario, la expresión $\sqrt{k^2 - h^2}$ contribuirá con otra j y el resultado final será netamente imaginario.

De estas consideraciones y suponiendo que $\frac{4 \operatorname{sen}^2 \frac{n\phi_0}{2}}{n^2 \phi_0^2} \approx 1$ (expresión que se cumple para pequeños valores de: ϕ_0), podemos escribir:

$$G = \operatorname{Re} \mathcal{V} = \frac{1}{\pi^2 a \operatorname{sen}^2 k'l} \left(\frac{I_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n'}{2} \right)$$

siendo:

$$I_n' = \frac{1}{\omega\mu} \int_0^K \operatorname{ImAG} \frac{H_n^{(2)}(pa)}{H_n^{(2)}(pa)} \cdot \frac{\sqrt{k^2 - h^2} (2k')^2 (\cosh hL - \cos k'l)^2}{(k'^2 - h^2)^2} dh$$

Utilizando ciertas propiedades de las funciones de Hankel podemos escribir que:

$$I_{MAG} \frac{H_n^{(2)}(pa)}{H_n^{(2)}(pa)} = \frac{2}{J_n^2(pa) + N_n^2(pa)}$$

Por otra parte sabemos también que:

$P = \sqrt{k^2 - h^2}$ y $\omega\mu = \frac{2\pi}{\lambda}\eta = K\eta$ siendo η la impedancia intrínseca del espacio libre.

Remplazando estos valores en la expresión de G y por conveniencia haciendo: $h = Kx$, se llega finalmente al valor de la conductancia de radiación dada por:

$$G = \frac{8}{\eta (ka)^2 \pi^3 \text{sen}^2 k'L} \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \right) \quad (2-35)$$

donde:

$$A_n = \int_0^1 \frac{L^2 (\cos KLx - \cos k'L)^2}{\left[J_n^2(ka\sqrt{1-x^2}) + N_n^2(ka\sqrt{1-x^2}) \right] \left[L^2 - x^2 \right]^2} dx$$

J_n = Primera función de Bessel de orden n.

N_n = Segunda función de Bessel de orden n.

2.2.4 Grafización de los Lóbulos de Radiación

En el capítulo Tercero se han diseñado varias antenas de diferentes diámetros. Los diámetros son de 0.2λ (10 cm.), 0.15λ (7.5 cm.) y 0.13λ (6.5 cm.).

En vista de la complejidad de evaluar las ecuaciones correspondientes a los Lóbulos de Radiación horizontal y vertical, se presentan únicamente los resultados obtenidos por Haycock y Wiley, IRE, Marzo 1952; y por George Sinclair, IRE, Diciembre 1948; los cuales han obtenido estos lóbulos para las antenas mencionadas anteriormente.

Con el objeto de poder realizar una comparación más directa entre los lóbulos obtenidos teóricamente y los obtenidos en forma experimental, se ha creído conveniente presentar los resultados en el Capítulo correspondiente a Construcción y Comprobación experimental.

2.2.5 Grafización de la conductancia de radiación

↳ Habíamos visto en el punto 2.23 que la conductancia de radiación está dada por la siguiente expresión:

$$G = \frac{8}{\eta (k\alpha)^2 \pi^3 \epsilon_0 \eta^2 k' L} \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \right)$$

donde :

$$A_n = \int_0^1 \frac{L^2 (\cos kLx - \cos k'L)^2}{\left[J_n^2 (kL\sqrt{1-x^2}) + N_n^2 (k'L\sqrt{1-x^2}) \right] \left[L^2 - x^2 \right]^2} dx$$

Esta expresión es también sumamente compleja de evaluar por cuanto los integrales no tienen una solución analítica directa.

En nuestro caso nos interesa encontrar el valor de la Conductancia de radiación para diferentes longitudes de la ranura, en cada una de las antenas, entre 0.16λ y 1.0λ aproximadamente.

Para evaluar la expresión anterior primeramente se han dibujado las curvas correspondientes a las funciones de Bessel, J_0 , J_1 , J_2 , y N_0 ; N_1 , N_2 , las cuales se presentan en el anexo f.

Seguidamente se ha procedido a determinar el valor de la función a integrarse en diferentes puntos con intervalos de 0.1. Una vez hecho esto se ha utilizado el método de Integración Numérica que consiste en encontrar el área existente entre la función y los ejes de Coordenadas dividiendo en varios segmentos rectangulares o trapezoidales según el grado de aproximación que se desee y sumando el área de cada uno de ellos.

Este método es un poco largo pero es el único posible de utilizar y además nos da una exactitud bastante aceptable.

2.2.5.1. Antena No. 1

En el Capítulo correspondiente a diseño se han obtenido los siguientes valores:

$$\text{Diámetro} = D = 0.2 \lambda \approx 10 \text{ cm.}$$

$$K = 12.6 \text{ metros}^{-1}$$

$$K' = 10.9 \text{ metros}^{-1}$$

Reemplazando valores en la expresión correspondiente a la conductancia de Radiación se llega a:

$$G = \frac{1.7}{\sin K'L} \left(\frac{A_0}{2} + \sum A_n \right) = G' \left(\frac{A_0}{2} + \sum A_n \right)$$

donde:

$$A_n = \int_0^1 \frac{0.75 (\cos K L x - \cos K' L)^2}{\left[J_n^2(0.62\sqrt{1-x^2}) + N_n^2(0.63\sqrt{1-x^2}) \right] \left[0.75 - x^2 \right]^2} dx = \int_0^1 I_n dx$$

A continuación se presenta el proceso seguido para evaluar la expresión anterior, y al final se presenta la recapitulación de los valores de conductancia para diferentes longitudes de la ranura.

x	$z = 0.63\sqrt{1-x^2}$	$J_0(z)$	$N_0(z)$	$J_0^2(z) + N_0^2(z)$
0.0	0.630	0.903	- 0.270	0.888
0.1	0.626	0.904	- 0.275	0.892
0.2	0.616	0.908	- 0.286	0.906
0.3	0.616	0.910	- 0.290	0.912
0.4	0.577	0.919	- 0.335	0.956
0.5	0.545	0.927	- 0.380	1.003
0.6	0.504	0.938	- 0.440	1.074
0.7	0.450	0.950	- 0.525	1.177
0.8	0.378	0.964	- 0.660	1.364
0.9	0.274	0.981	- 0.880	1.736

x	$z = 0.63\sqrt{1-x^2}$	$J_1(z)$	$N_1(z)$	$J_1^2(z) + N_1^2(z)$
0.0	0.630	0.298	- 1.210	1.54
0.1	0.626	0.295	- 1.220	1.57
0.2	0.616	0.290	- 1.230	1.59
0.3	0.610	0.288	- 1.250	1.64
0.4	0.577	0.276	- 1.300	1.76
0.5	0.545	0.260	- 1.370	1.93
0.6	0.504	0.242	- 1.460	2.18
0.7	0.450	0.217	- 1.610	2.63
0.8	0.378	0.185	- 2.170	4.72
0.9	0.274	0.137	- 2.500	6.26

x	$z = 0.63\sqrt{1-x^2}$	$J_2(z)$	$N_2(z)$	$J_2^2(z) + N_2^2(z)$
0.0	0.630	0.048	- 3.5	12.2
0.1	0.626	0.047	- 3.5	12.2
0.2	0.616	0.046	- 3.6	12.9
0.3	0.610	0.045	- 3.7	13.7
0.4	0.577	0.040	- 4.1	16.8
0.5	0.545	0.036	- 4.5	20.2
0.6	0.504	0.031	- 5.1	26.0
0.7	0.450	0.025	- 6.5	42.2
0.8	0.378	0.017	- 9.1	82.9
0.9	0.274	0.009	- 18.0	324.0

x	$(J_0^2 + N_0^2)(0.75 - x^2)^2$	$(J_1^2 + N_1^2)(0.75 - x^2)^2$	$(J_2^2 + N_2^2)(0.75 - x^2)^2$
0.0	0.500	0.860	6.90
0.1	0.490	0.860	6.70
0.2	0.460	0.810	6.50
0.3	0.400	0.720	6.00
0.4	0.330	0.620	5.90
0.5	0.250	0.480	5.00
0.6	0.150	0.320	3.90
0.7	0.080	0.178	2.90
0.8	0.016	0.041	1.00
0.9	0.006	0.022	1.16

$2L = 0.08$ metros. $\text{Cos. } K' L = 0.9$

x	$\text{Cos. } KLx$	$(\text{Cos. } KLx - \text{Cos. } K'L)^2$	I_0	I_1	I_2
0.0	1.000	0.0100	0.0200	0.0116	0.00140
0.1	0.999	0.0098	0.0200	0.0112	0.00146
0.2	0.990	0.0081	0.0176	0.0100	0.00122
0.3	0.988	0.0078	0.0194	0.0108	0.00130
0.4	0.985	0.0072	0.0215	0.0116	0.00122
0.5	0.970	0.0049	0.0196	0.0102	0.00100
0.6	0.955	0.0030	0.0200	0.0094	0.00077
0.7	0.940	0.0016	0.0200	0.0090	0.00055
0.8	0.925	0.0006	0.0375	0.0146	0.00060
0.9	0.901	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000

$$A_0 = 0.75 \sum I_0 \times 0.1 = 0.013$$

$$A_1 = 0.75 \sum I_1 \times 0.1 = 0.0065$$

$$A_2 = 0.75 \sum I_2 \times 0.1 = 0.00061$$

$2L = 0.16$ metros. $\text{Cos. } K' L = 0.64$

0.0	1.00	0.130	0.260	0.150	0.0190
0.1	0.99	0.123	0.250	0.143	0.0183
0.2	0.98	0.116	0.250	0.143	0.0180
0.3	0.95	0.096	0.240	0.133	0.0160
0.4	0.92	0.078	0.232	0.126	0.0132
0.5	0.88	0.058	0.232	0.120	0.0116

0.6	0.83	0.036	0.240	0.112	0.0093
0.7	0.76	0.014	0.180	0.080	0.0050
0.8	0.70	0.004	0.225	0.088	0.0036
0.9	0.64	0.000	0.000	0.000	0.0000

$$A_0 = 0.75 \sum I_0 \times 0.1 = 0.139$$

$$A_1 = 0.75 \sum I_1 \times 0.1 = 0.071$$

$$A_2 = 0.75 \sum I_2 \times 0.1 = 0.207$$

$$2L = 0.24 \text{ metros. } \text{Cos. } K'L = 0.26$$

0.0	1.00	0.5500	1.100	0.6400	0.0800
0.1	0.99	0.5200	1.060	0.6000	0.0775
0.2	0.96	0.4900	1.060	0.6000	0.0750
0.3	0.91	0.4250	1.060	0.5900	0.0710
0.4	0.83	0.3250	0.970	0.5220	0.0550
0.5	0.64	0.2300	0.920	0.4800	0.0460
0.6	0.63	0.1360	0.900	0.4250	0.0350
0.7	0.50	0.0580	0.730	0.3250	0.0200
0.8	0.37	0.0121	0.750	0.2950	0.0121
0.9	0.23	0.0009	0.150	0.0410	0.0008

$$A_0 = 0.75 \sum I_0 \times 0.1 = 0.57$$

$$A_1 = 0.75 \sum I_1 \times 0.1 = 0.29$$

$$A_2 = 0.75 \sum I_2 \times 0.1 = 0.026$$

$$2L = 0.32 \text{ metros. } \text{Cos. } K'L = -0.174$$

0.0	1.000	1.38	2.75	1.60	0.20
0.1	0.980	1.33	2.70	1.54	0.20
0.2	0.920	1.20	2.60	1.50	0.18
0.3	0.830	1.02	2.55	1.42	0.17
0.4	0.700	0.77	2.30	1.24	0.13
0.5	0.550	0.52	2.08	1.08	0.10
0.6	0.375	0.30	2.00	0.94	0.08
0.7	0.174	0.12	1.50	0.67	0.04
0.8	0.000	0.03	1.88	0.73	0.03
0.9	-0.210	0.00	0.00	0.00	0.00

$$A_0 = 0.75 \sum I_0 \times 0.1 = 1.4$$

$$A_1 = 0.75 \sum I_1 \times 0.1 = 0.675$$

$$A_2 = 0.75 \sum I_2 \times 0.1 = 0.07$$

$2L = 0.40$ metros. $\text{Cos. } K'L = -0.57$

0.0	1.00	2.48	4.96	2.90	0.36
0.1	0.97	2.38	4.90	2.80	0.35
0.2	0.88	2.10	4.60	2.60	0.32
0.3	0.74	1.72	4.30	2.40	0.29
0.4	0.54	1.24	3.70	2.00	0.21
0.5	0.32	0.80	3.20	1.66	0.16
0.6	0.10	0.45	3.00	1.40	0.12
0.7	-0.17	0.16	2.00	0.90	0.05
0.8	-0.40	0.03	1.88	0.73	0.03
0.9	-0.62	0.00	0.00	0.00	0.00

$$A_0 = 0.75 \quad \sum I_0 \times 0.1 = 2.07$$

$$A_1 = 0.75 \quad \sum I_1 \times 0.1 = 1.09$$

$$A_2 = 0.75 \quad \sum I_2 \times 0.1 = 0.11$$

$2L = 0.48$ metros. $\text{Cos. } K'L = -0.866$

0.0	1.000	3.50	7.00	4.10	0.50
0.1	0.960	3.30	6.70	3.80	0.47
0.2	0.830	2.90	6.30	3.50	0.44
0.3	0.630	2.25	5.60	3.10	0.37
0.4	0.370	1.53	4.60	2.50	0.26
0.5	0.100	0.94	3.80	2.00	0.19
0.6	-0.212	0.44	2.90	1.40	0.11
0.7	-0.500	0.14	1.70	0.80	0.05
0.8	-0.720	0.02	1.20	0.50	0.02
0.9	-0.890	0.00	0.00	0.00	0.00

$$A_0 = 0.75 \quad \sum I_0 \times 0.1 = 2.4$$

$$A_1 = 0.75 \quad \sum I_1 \times 0.1 = 1.32$$

$$A_2 = 0.75 \quad \sum I_2 \times 0.1 = 0.14$$

Resumen

2L (cm.)	A_0	A_1	A_2	$G' (m\epsilon)$	$G (m\epsilon)$
00					0.000
08	0.013	0.0065	0.00061	9.7	0.132
16	0.139	0.071	0.0072	2.9	0.425
24	0.57	0.29	0.026	1.85	1.12
32	1.40	0.675	0.070	1.74	2.5
40	2.07	1.09	0.11	2.50	6.7
48	2.4	1.32	0.14	6.8	17.1

2.2.5.2 Antena No. 2

Diámetro = $D = 0.15 \lambda = 7.5 \text{ cm.}$

$K = 12.6 \text{ metros}^{-1}$

$K' = 8.4 \text{ metros}^{-1}$

Reemplazando valores en la expresión de conductancia se llega a:

$$G = \frac{3.07}{\epsilon n^2 K' L} \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \right) = G' \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \right)$$

en la cual:

$$A_n = \int_0^1 \frac{0.445 \cdot (\cos K L x - \cos K' L)^2}{\left[\frac{J_n^2(0.470 \sqrt{1-x^2})}{1-x^2} + \frac{N_n^2(0.445 \sqrt{1-x^2})}{1-x^2} \right] \cdot [0.445 - x^2]^2} dx = \int_0^1 I_n dx$$

De la misma manera que en el caso anterior se procede a

continuación a evaluar la anterior expresión, finalmente se presenta la Resumen del proceso seguido.

x	$Z = 0.470\sqrt{1-x^2}$	$J_0(z)$	$N_0(z)$	$J_0^2(z) + N_0^2(z)$
0.0	0.470	0.945	- 0.49	1.13
0.1	0.466	0.946	- 0.50	1.15
0.2	0.457	0.948	- 0.52	1.17
0.3	0.455	0.949	- 0.52	1.17
0.4	0.430	0.954	- 0.56	1.22
0.5	0.407	0.959	- 0.60	1.28
0.6	0.377	0.964	- 0.66	1.37
0.7	0.336	0.971	- 0.74	1.50
0.8	0.281	0.980	- 0.85	1.68
0.9	0.205	0.989	- 1.07	2.13

x	$Z = 0.470\sqrt{1-x^2}$	$J_1(z)$	$N_1(z)$	$J_1^2(z) + N_1^2(z)$
0.0	0.470	0.227	- 1.55	2.45
0.1	0.466	0.224	- 1.57	2.45
0.2	0.457	0.220	- 1.60	2.60
0.3	0.455	0.219	- 1.60	2.60
0.4	0.430	0.208	- 1.69	2.90
0.5	0.407	0.197	- 1.75	2.14
0.6	0.377	0.183	- 1.87	3.54
0.7	0.336	0.164	- 2.05	4.33
0.8	0.281	0.141	- 2.45	6.02
0.9	0.205	0.105	- 3.30	11.01

x	$Z = 0.470\sqrt{1-x^2}$	$J_2(z)$	$N_2(z)$	$J_2^2(z) + N_2^2(z)$
0.0	0.470	0.027	- 6.0	36.0
0.1	0.466	0.026	- 6.1	37.5
0.2	0.457	0.025	- 6.3	40.0
0.3	0.455	0.025	- 6.4	41.0
0.4	0.430	0.023	- 7.2	52.0
0.5	0.407	0.020	- 8.0	64.0
0.6	0.377	0.017	- 9.3	87.0
0.7	0.336	0.014	-11.5	133.0
0.8	0.281	0.010	-16.0	256.0
0.9	0.205	0.005	-22.0	480.0

x	$(J_0^2 + N_0^2)(0.445 - x^2)^2$	$(J_1^2 + N_1^2)(0.445 - x^2)^2$	$(J_2^2 + N_2^2)(0.445 - x^2)^2$
0.0	0.224	0.485	7.10
0.1	0.220	0.464	7.00
0.2	0.192	0.430	6.60
0.3	0.147	0.330	5.20
0.4	0.100	0.235	4.20
0.5	0.049	0.082	2.40
0.6	0.010	0.030	0.70
0.7	0.003	0.008	0.26
0.8	0.064	0.230	9.80
0.9	0.284	1.480	63.00

2L = 0.08 metros. $\text{Cos. } K'L = 0.945$

x	$\text{Cos. } KLx$	$(\text{Cos } KLx - \text{Cos } K'L)^2$	I_0	I_1	I_2
0.0	1.000	0.0030	0.0124	0.0064	0.0004
0.1	0.999	0.0029	0.0132	0.0064	0.0004
0.2	0.990	0.0020	0.0104	0.0046	0.0003
0.3	0.988	0.0012	0.0080	0.0036	0.0002
0.4	0.985	0.0009	0.0090	0.0038	0.0002
0.5	0.970	0.0006	0.0122	0.0073	0.0002
0.6	0.955	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.7	0.940	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.8	0.925	0.0004	0.0063	0.0017	0.0000
0.9	0.901	0.0020	0.0070	0.0013	0.0000

$$A_0 = 0.445 \quad \sum I_0 \times 0.1 = 0.0035$$

$$A_1 = 0.445 \quad \sum I_1 \times 0.1 = 0.00126$$

$$A_2 = 0.445 \quad \sum I_2 \times 0.1 = 0.00058$$

2L = 0.16 metros. $\text{Cos. } K'L = 0.80$

0.0	1.000	0.040	0.178	0.0825	0.0056
0.1	0.990	0.036	0.164	0.0750	0.0051
0.2	0.980	0.033	0.172	0.0770	0.0050
0.3	0.950	0.022	0.150	0.0670	0.0042
0.4	0.920	0.014	0.140	0.0600	0.0033
0.5	0.880	0.006	0.120	0.0747	0.0025

0.6	0.830	0.001	0.100	0.0330	0.0014
0.7	0.770	0.001	0.333	0.1250	0.0037
0.8	0.700	0.010	0.156	0.0430	0.0010
0.9	0.640	0.025	0.088	0.0170	0.0000

$A_0 = 0.445$
 $A_1 = 0.445$
 $A_2 = 0.445$

$\Sigma I_0 \times 0.1 = 0.0630$
 $\Sigma I_1 \times 0.1 = 0.0254$
 $\Sigma I_2 \times 0.1 = 0.0011$

2L = 0.24 metros. Cos. K'L = 0.54

0.0	1.000	0.210	0.940	0.435	0.0300
0.1	0.990	0.200	0.900	0.430	0.0285
0.2	0.960	0.177	0.930	0.410	0.0270
0.3	0.910	0.137	0.930	0.415	0.0210
0.4	0.830	0.084	0.840	0.356	0.0160
0.5	0.740	0.040	0.820	0.490	0.0160
0.6	0.630	0.008	0.800	0.265	0.0112
0.7	0.500	0.002	0.670	0.250	0.0077
0.8	0.370	0.029	0.450	0.126	0.0030
0.9	0.230	0.097	0.340	0.650	0.0000

$A_0 = 0.445$
 $A_1 = 0.445$
 $A_2 = 0.445$

$\Sigma I_0 \times 0.1 = 0.296$
 $\Sigma I_1 \times 0.1 = 0.125$
 $\Sigma I_2 \times 0.1 = 0.05$

2L = 0.32 metros. Cos. K'L = 0.25

0.0	1.000	0.600	2.70
0.1	0.980	0.570	2.60
0.2	0.920	0.485	2.50
0.3	0.820	0.355	
0.4	0.710	0.235	

0.6	0.830	0.001	0.100	0.0330	0.0014
0.7	0.770	0.001	0.333	0.1250	0.0037
0.8	0.700	0.010	0.156	0.0430	0.0010
0.9	0.640	0.025	0.088	0.0170	0.0000

$$A_0 = 0.445 \quad \sum I_0 \times 0.1 = 0.0630$$

$$A_1 = 0.445 \quad \sum I_1 \times 0.1 = 0.0254$$

$$A_2 = 0.445 \quad \sum I_2 \times 0.1 = 0.0011$$

$$2L = 0.24 \text{ metros.} \quad \text{Cos. } K' L = 0.54$$

0.0	1.000	0.210	0.940	0.435	0.0300
0.1	0.990	0.200	0.900	0.430	0.0285
0.2	0.960	0.177	0.930	0.410	0.0270
0.3	0.910	0.137	0.930	0.415	0.0210
0.4	0.830	0.084	0.840	0.356	0.0160
0.5	0.740	0.040	0.820	0.490	0.0160
0.6	0.630	0.008	0.800	0.265	0.0112
0.7	0.500	0.002	0.670	0.250	0.0077
0.8	0.370	0.029	0.450	0.126	0.0030
0.9	0.230	0.097	0.340	0.650	0.0000

$$A_0 = 0.445 \quad \sum I_0 \times 0.1 = 0.296$$

$$A_1 = 0.445 \quad \sum I_1 \times 0.1 = 0.125$$

$$A_2 = 0.445 \quad \sum I_2 \times 0.1 = 0.005$$

$$2L = 0.32 \text{ metros.} \quad \text{Cos. } K' L = 0.225$$

0.0	1.000	0.600	2.70	1.240	0.085
0.1	0.980	0.570	2.60	1.200	0.081
0.2	0.920	0.485	2.50	1.120	0.074
0.3	0.820	0.355	2.40	1.070	0.068
0.4	0.710	0.235	2.35	1.000	0.056
0.5	0.545	0.102	2.08	1.240	0.042
0.6	0.370	0.002	2.00	0.670	0.286
0.7	0.174	0.003	1.00	0.375	0.011

0.8	0.000	0.050	0.780	0.215	0.000
0.9	-0.240	0.220	0.780	0.150	0.000

$$A_0 = 0.445 \sum I_0 \times 0.1 = 0.730$$

$$A_1 = 0.445 \sum I_1 \times 0.1 = 0.310$$

$$A_2 = 0.445 \sum I_2 \times 0.1 = 0.016$$

$$2L = 0.40 \text{ metros. } \cos. K'L = -0.100$$

0.0	1.000	1.200	5.30	2.47	0.168
0.1	0.970	1.150	5.20	2.45	0.164
0.2	0.880	0.960	5.00	2.23	0.145
0.3	0.740	0.700	4.77	2.10	0.135
0.4	0.540	0.410	4.10	1.75	0.098
0.5	0.320	0.180	3.70	2.20	0.075
0.6	0.100	0.040	4.00	1.33	0.057
0.7	-0.170	0.005	1.67	0.62	0.019
0.8	-0.400	0.090	1.40	0.39	0.009
0.9	-0.620	0.270	0.95	0.18	0.004

$$A_0 = 0.445 \sum I_0 \times 0.1 = 1.37$$

$$A_1 = 0.445 \sum I_1 \times 0.1 = 0.59$$

$$A_2 = 0.445 \sum I_2 \times 0.1 = 0.03$$

$$2L = 0.48 \text{ metros. } \cos. K'L = -0.40$$

0.0	1.000	1.96	8.75	4.05	0.275
0.1	0.960	1.85	8.40	3.96	0.265
0.2	0.830	1.50	7.80	3.50	0.227
0.3	0.630	1.06	7.20	3.20	0.203
0.4	0.370	0.59	5.90	2.50	0.140
0.5	0.100	0.25	5.10	3.05	0.104
0.6	-0.210	0.04	3.60	1.20	0.051
0.7	-0.500	0.01	3.30	1.20	0.038
0.8	-0.720	0.10	1.60	0.44	0.010
0.9	-0.890	0.24	0.85	0.16	0.004

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 0.445 & \Sigma & I_0 \times 0.1 = 4.200 \\
 A_1 &= 0.445 & \Sigma & I_1 \times 0.1 = 0.850 \\
 A_2 &= 0.445 & \Sigma & I_2 \times 0.1 = 0.046
 \end{aligned}$$

Recapitulación

2L (cm)	A ₀	A ₁	A ₂	G'(mV)	G(mV)
08	0.0035	0.00126	0.0006	29.00	0.089
16	0.0630	0.02540	0.0011	8.00	0.464
24	0.2960	0.12500	0.0050	4.4 ₀	1.220
32	0.7300	0.31000	0.0160	3.13	2.150
40	1.370	0.59000	0.0310	3.13	4.000
48	1.900	0.85000	0.0460	3.70	6.800

2.2.5.3 Antena N°. 3

Diámetro = D = 0.13λ = 6.5 cms.

K = 12.6 metros.

K' = 6.3 metros.

Reemplazando valores se llega a :

$$G = \frac{4}{\sin^2 k'L} \left(\frac{A_0}{2} + \sum A_n \right) = G' \left(\frac{A_0}{2} + \sum A_n \right)$$

en la cual :

$$A_n = \int_0^1 \frac{0.25 (\cos kLx - \cos k'L)^2 dx}{\left[J_n^2(0.457\sqrt{1-x^2}) + N_n^2(0.457\sqrt{1-x^2}) \right] (0.25-x^2)^2} = \int_0^1 I_n dx$$

x	$z = 0.477\sqrt{1-x^2}$	$J_0(z)$	$N_0(z)$	$J_0^2(z) + N_0^2(z)$
0.0	0.457	0.948	- 0.52	1.17
0.1	0.454	0.949	- 0.52	1.17
0.2	0.446	0.951	- 0.53	1.18
0.3	0.442	0.952	- 0.54	1.21
0.4	0.417	0.957	- 0.59	1.27
0.5	0.395	0.961	- 0.62	1.31
0.6	0.366	0.966	- 0.68	1.40
0.7	0.326	0.973	- 0.76	1.53
0.8	0.274	0.980	- 0.87	1.72
0.9	0.198	0.990	- 1.10	2.19

x	$z = 0.457\sqrt{1-x^2}$	$J_1(z)$	$N_1(z)$	$J_1^2(z) + N_1^2(z)$
0.0	0.457	0.220	- 1.60	2.60
0.1	0.454	0.219	- 1.61	2.64
0.2	0.446	0.214	- 1.63	2.69
0.3	0.442	0.213	- 1.64	2.74
0.4	0.417	0.201	- 1.73	3.04
0.5	0.395	0.192	- 1.81	3.33
0.6	0.366	0.177	- 1.92	3.73
0.7	0.326	0.160	- 2.10	4.47
0.8	0.274	0.137	- 2.55	6.52
0.9	0.198	0.098	- 3.55	12.60

x	$z = 0.457\sqrt{1-x^2}$	$J_2(z)$	$N_2(z)$	$J_2^2(z) + N_2^2(z)$
0.0	0.457	0.025	- 6.30	40.0
0.1	0.454	0.025	- 6.40	42.0
0.2	0.446	0.024	- 6.70	45.0
0.3	0.442	0.024	- 6.80	46.5
0.4	0.417	0.021	- 7.50	56.0
0.5	0.395	0.019	- 8.50	72.0
0.6	0.366	0.016	- 9.90	98.0
0.7	0.326	0.013	-12.00	144.0
0.8	0.274	0.009	-18.00	324.0
0.9	0.198	0.004	-35.00	1225.0

x	$(J_0 + N_0^2)(0.25 - x^2)^2$	$(J_1 + N_1^2)(0.25 - x^2)^2$	$(J_2 + N_2^2)(0.25 - x^2)^2$
0.0	0.073	0.163	2.50
0.1	0.068	0.153	2.43
0.2	0.052	0.118	1.98
0.3	0.031	0.070	1.19
0.4	0.010	0.024	0.45
0.5	0.000	0.000	0.00
0.6	0.017	0.045	1.18
0.7	0.089	0.260	8.40
0.8	0.263	1.000	50.00
0.9	0.680	3.900	380.00

2L = 0.08 metros. $\text{Cos. } K'L = 0.970$

x	$\text{Cos. } KLx$	$(\text{Cos } KLx - \text{Cos } K'L)$	I_0	I_1	I_2
0.0	1.000	0.000900	0.0124	0.0055	0.00036
0.1	0.999	0.000840	0.0124	0.0055	0.00035
0.2	0.990	0.000400	0.0077	0.0033	0.00020
0.3	0.988	0.000326	0.0105	0.0046	0.00027
0.4	0.985	0.000225	0.0225	0.0094	0.00050
0.5	0.970	0.000000	0.0000	0.0000	0.00000
0.6	0.955	0.000225	0.0132	0.0050	0.00019
0.7	0.940	0.000900	0.0101	0.0034	0.00011
0.8	0.925	0.002020	0.0077	0.0020	0.00004
0.9	0.901	0.004800	0.0071	0.0012	0.00000

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 0.0025$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.00096$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.00046$$

2L = 0.16 metros. $\text{Cos. } K'L = 0.88$

0.0	1.00	0.0144	0.198	0.089	0.0058
0.1	0.99	0.0121	0.178	0.079	0.0050
0.2	0.98	0.0100	0.192	0.084	0.0050
0.3	0.95	0.0049	0.158	0.070	0.0045
0.4	0.92	0.0016	0.160	0.067	0.0035
0.5	0.88	0.0000	0.000	0.000	0.0000

0.6	0.83	0.0025	0.148	0.055	0.0021
0.7	0.77	0.0121	0.136	0.046	0.0014
0.8	0.70	0.0324	0.123	0.032	0.0006
0.9	0.64	0.0576	0.085	0.015	0.0001

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 0.0325$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.0124$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.0001$$

2L = 0.24 metros. Cos. K' L = 0.74

0.0	1.00	0.0680	0.930	0.416	0.027
0.1	0.99	0.0625	0.920	0.408	0.026
0.2	0.96	0.0485	0.930	0.406	0.024
0.3	0.91	0.0291	0.940	0.415	0.024
0.4	0.83	0.0081	0.810	0.336	0.018
0.5	0.74	0.0000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.63	0.0121	0.710	0.268	0.010
0.7	0.50	0.0576	0.650	0.220	0.007
0.8	0.37	0.1376	0.522	0.137	0.003
0.9	0.23	0.2600	0.381	0.067	0.000

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 0.162$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.062$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.003$$

2L = 0.32 metros. Cos. K' L = 0.55

0.0	1.000	0.2020	2.76	1.24	0.080
0.1	0.980	0.1850	2.71	1.21	0.076
0.2	0.920	0.1370	2.62	1.15	0.069
0.3	0.820	0.0730	2.35	1.04	0.061
0.4	0.710	0.0256	2.56	1.06	0.057
0.5	0.545	0.0000	0.000	0.00	0.000
0.6	0.370	0.0324	1.89	0.72	0.027
0.7	0.174	0.1450	1.64	0.56	0.017
0.8	- 0.000	0.3000	1.14	0.30	0.006
0.9	- 0.240	0.6300	0.93	0.16	0.002

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 0.440$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.170$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.009$$

$$2L = 0.40 \text{ metros. } \cos. K'L = 0.325$$

0.0	1.000	0.456	6.40	2.85	0.186
0.1	0.970	0.419	6.20	2.74	0.172
0.2	0.880	0.310	6.00	2.61	0.157
0.3	0.740	0.173	5.60	2.47	0.145
0.4	0.540	0.046	4.60	1.92	0.102
0.5	0.320	0.000	0.00	0.00	0.000
0.6	0.100	0.055	3.20	1.22	0.047
0.7	-0.170	0.245	2.75	0.94	0.029
0.8	-0.400	0.530	2.00	0.53	0.010
0.9	-0.620	0.890	1.30	0.23	0.002

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 0.880$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.350$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.018$$

$$2L = 0.48 \text{ metros. } \cos. K'L = 0.10$$

0.0	1.000	0.810	11.10	4.96	0.324
0.1	0.960	0.740	10.80	4.75	0.305
0.2	0.830	0.540	10.40	4.55	0.272
0.3	0.630	0.280	9.10	4.00	0.235
0.4	0.370	0.073	7.30	3.03	0.162
0.5	0.100	0.000	0.00	0.00	0.000
0.6	-0.210	0.096	5.60	2.13	0.082
0.7	-0.500	0.360	4.10	1.39	0.043
0.8	-0.720	0.680	2.60	0.68	0.014
0.9	-0.890	0.980	1.44	0.25	0.002

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 1.14$$

$$A_1 = 0.25 \sum I_1 \times 0.1 = 0.58$$

$$A_2 = 0.25 \sum I_2 \times 0.1 = 0.03$$

$$2L = 0.56 \text{ metros. } \cos K'L = -0.19$$

0.0	1.000	1.40	19.0	8.8	0.56
0.1	0.940	1.27	18.7	8.3	0.52
0.2	0.760	0.90	17.4	7.5	0.45
0.3	0.500	0.48	15.5	6.9	0.40
0.4	0.174	0.07	7.0	2.9	0.16
0.5	-0.174	0.00	0.0	0.0	0.00
0.6	-0.500	0.10	5.9	2.2	0.08
0.7	-0.760	0.32	3.6	1.2	0.04
0.8	-0.940	0.53	2.0	0.53	0.01
0.9	-1.000	0.65	0.95	0.18	0.00

$$A_0 = 0.25 \sum I_0 \times 0.1 = 1.40$$

$$A_1 = 0.25 \sum A_1 \times 0.1 = 0.80$$

$$A_2 = 0.25 \sum A_2 \times 0.1 = 0.05$$

Recapitulación

2L (cm.)	A_0	A_1	A_2	G' (mv)	G (mv)
00					0.000
08	0.0025	0.00096	0.00046	65.00	0.150
16	0.0325	0.01240	0.00010	17.40	0.500
24	0.1620	0.06200	0.00310	8.35	1.220
32	0.4400	0.17000	0.00900	5.64	2.256
40	0.8800	0.35000	0.18000	4.45	3.600
48	1.1400	0.58000	0.03000	4.10	5.300
56	1.4000	0.80000	0.05000	4.15	6.500

Con el propósito de hacer una comparación objetiva con los resultados obtenidos experimentalmente, las curvas de conductancia de Radiación en función de la longitud de la ranura se presentarán en el Capítulo correspondiente a Construcción y Comprobación experimental.

2.3.- METODOS DE ALIMENTACION.-

La antena cilíndrica ranurada puede ser alimentada ya sea mediante cable coaxial o línea de transmisión de alambres paralelos situados dentro del cilindro (*).

La elección entre cable coaxial o alambres paralelos depende únicamente de las posibilidades y conveniencias de acoplamiento de impedancia.

Se observa en la figura 11 que el punto de primera resonancia corresponde a un valor de impedancia alto, y en esta región de operación es preferible utilizar alambres paralelos para la alimentación.

La impedancia alrededor del segundo punto de resonancia es baja y por tal razón en esta región se deberá utilizar cable coaxial.

Alimentando a esta antena en un lugar distinto del centro de la ranura se consigue una disminución de la impedancia, o en su defecto utilizando un arreglo de ranuras.

(*).- E.C. Jordan y W.E. Miller. Antenas Cilíndricas Ranuradas. Electronics, Febrero 1947, pags. 90-93.

2.4.- COMPARACION ENTRE ESTE TIPO DE ANTENA Y UNA ANTENA CONVENCIONAL.

La antena considerada como base de comparación será una antena de media longitud de onda.

Un dipolo de media longitud de onda (dipolo vertical) tiene un lóbulo de radiación horizontal esencialmente circular, en cambio una antena cilíndrica ranurada tiene un lóbulo de radiación horizontal que depende del diámetro del cilindro, siendo la intensidad del campo radiado más grande que en el lado hacia el cual está situada la ranura, sin embargo, para diámetros del cilindro de alrededor de $\frac{\lambda}{20}$ o menos, la radiación en el plano horizontal es prácticamente circular.

En la figura 12 se indica el lóbulo de radiación vertical y horizontal de una ranura de tres cuartos de longitud de onda cortada en un cilindro vertical. Para fines de comparación se indica también los lóbulos de radiación de un dipolo de media longitud de onda.

Según se observa en la figura anterior, los lóbulos de radiación de la antena ranurada son aproximadamente iguales a los del dipolo de media longitud de onda, pero con una importante diferencia: "el campo eléctrico producido por un dipolo vertical es polarizado verticalmente, mientras que producido por una ranura vertical es polarizado horizontalmente".

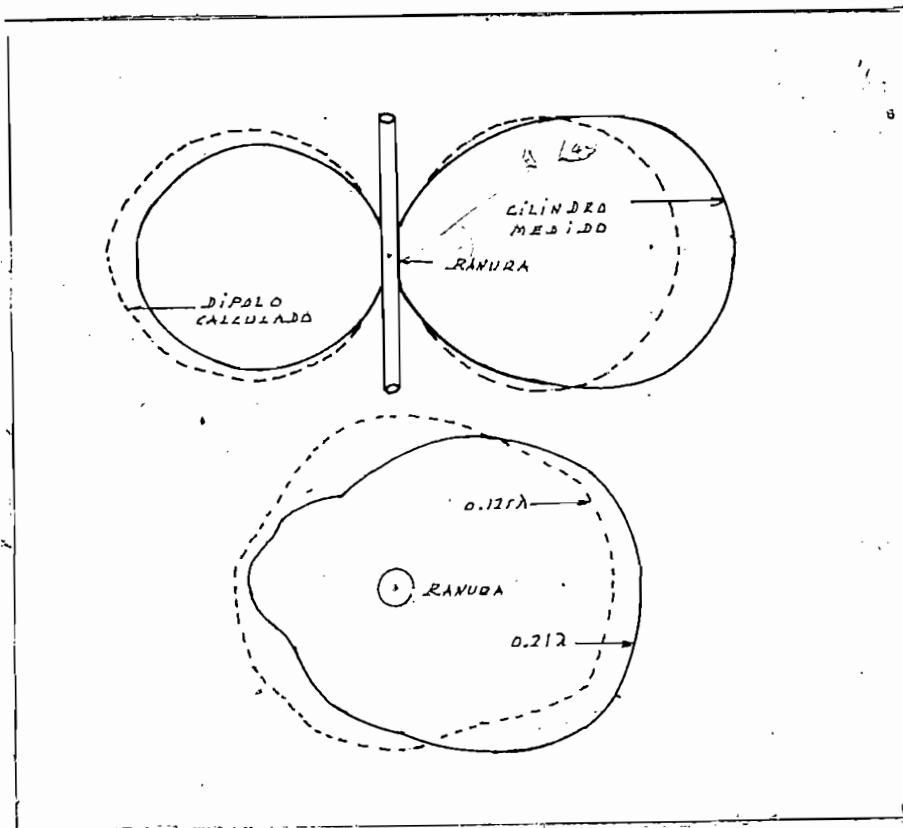


Figura 12

Es por esta razón que este tipo de antenas posee considerables ventajas sobre los dipolos convencionales en lo que se refiere a transmisión y recepción de Televisión y Frecuencia Modulada; es decir, tienen una deseada directividad vertical, una radiación aproximadamente uniforme en el plano horizontal y además, una polarización correcta para las aplicaciones.

En el caso de desearse obtener una mayor directividad vertical se puede utilizar un arreglo de ranuras tal como se indica en la figura 13 .

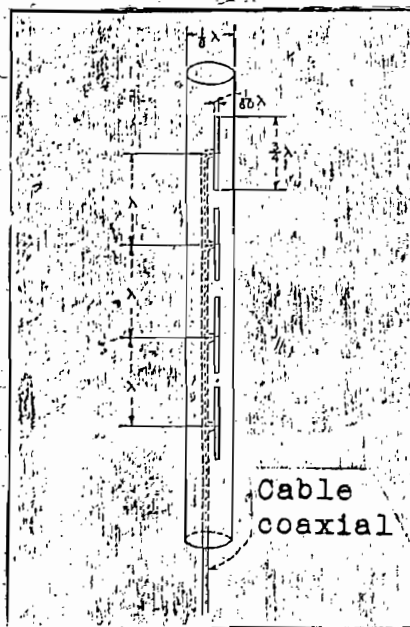


Figura 13

Debido a que cada unidad del arreglo de ranuras tiene considerable directividad vertical por sí misma, y por consiguiente la radiación de un elemento no tiene interacción sobre otro, es posible espaciar las unidades una longitud de onda entre una y otra, sin producir lóbulos de radiación secundarios. La directividad de cualquier arreglo es proporcional a su longitud media, de tal forma que cuando grandes espacios de separación entre las unidades son permisibles, es posible obtener una alta directividad sin utilizar un excesivo número de ranuras simplificando de esta manera el problema de la alimentación.

Se pueden obtener también ciertas modificaciones de la

directividad del lóbulo de radiación horizontal situando un número de ranuras espaciadas alrededor del perímetro del cilindro. Si las ranuras son equiespaciadas y están alimentadas en fase con igual cantidad de potencia, el lóbulo horizontal puede ser obtenido muy aproximadamente circular.

Alimentando a las ranuras con diferentes cantidades de potencia y diferentes fases se puede conseguir una amplia variedad de lóbulos horizontales de radiación.

Estas diferentes posibilidades de alimentación, constituyen otra de las ventajas importantes que tiene este tipo de antenas respecto a las antenas convencionales.

En la figura 14 se indica como vía de ilustración los lóbulos de radiación vertical y horizontal para un arreglo de cuatro elementos.

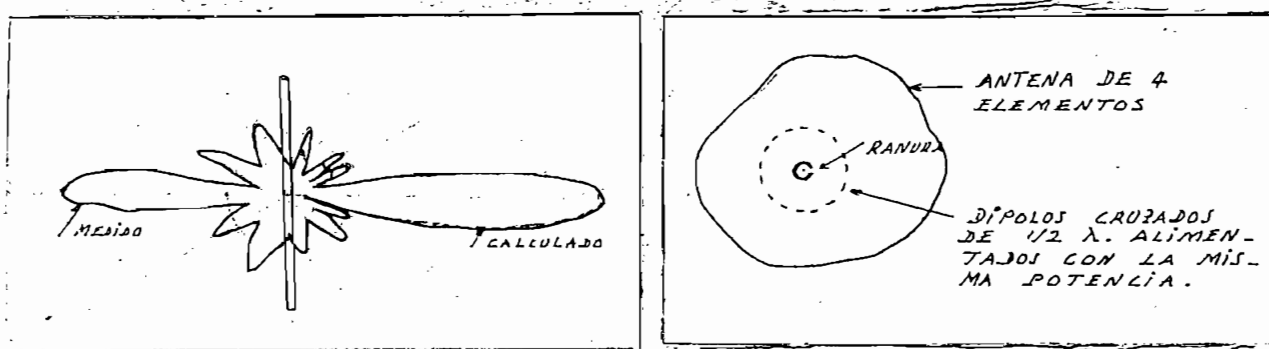


Figura 14

Se observa que la mayor cantidad de potencia radiada está situada dentro de unos pocos grados sobre el horizonte.

Se indica también en la misma figura la intensidad de campo relativa en la dirección horizontal producida por un par de dipolos horizontales cruzados de media longitud de onda alimentados con la misma cantidad de potencia que el arreglo de ranuras. Se observa que con el arreglo de ranuras se obtiene una mayor ganancia que con el par de dipolos cruzados.

En la figura 15 se indica la ganancia de potencia de un arreglo de ranuras como una función del número de ranuras de tres cuartos de longitud de onda, espaciadas entre sí una longitud de onda. Esta ganancia se refiere a la ganancia de un dipolo de media longitud de onda.

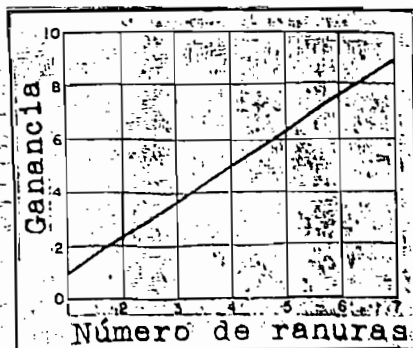


Figura 15

La ganancia en relación a la de un par de dipolos cruza dos (requeridos para producir un lóbulo de radiación horizontal uniforme, con un campo eléctrico polarizado horizontalmente) será igual al doble de la ganancia indicada en la figura anterior.

Es decir que otra ventaja de este tipo de antenas tiene que ver con la ganancia, la cual es superior al tipo de antenas convencionales.

Resumiendo, diremos que para el caso que nos ocupa, es decir para obtener un campo eléctrico polarizado horizontalmente y lóbulos de radiación omnidireccionales en el plano horizontal y con alta directividad en el plano vertical, las antenas cilíndricas ranuradas tienen considerables ventajas sobre las antenas de tipo convencional.

CAPITULO TERCERO

DISEÑO DE VARIAS ANTENAS

3.1.- CARACTERÍSTICAS DE DISEÑO.

Para el diseño de cualquier tipo de antena, existen ciertas consideraciones básicas que deben ser tomadas en cuenta para obtener una correcta operación dentro de las condiciones de funcionamiento impuestas.

Estas consideraciones se refieren principalmente a: características de radiación, lóbulos e impedancia; a la ganancia y al ancho de banda.

A continuación discutiremos brevemente los tópicos mencionados, relacionados con el tipo de antena que nos interesa.

3.1.1 Características de Radiación.

Una antena tiene dos funciones principales: la primera es radiar la energía de radiofrecuencia que es generada en el transmisor y guiada a la antena por la línea de transmisión; actuando de esta manera como un dispositivo transformador de impedancia, que acopla la impedancia de la línea de transmisión a la del espacio libre.

La segunda función es dirigir la energía hacia direcciones impuestas de antemano, o en su defecto suprimir la radiación en ciertas direcciones no deseadas.

3.1.1.1 En lo que se refiere al primer punto es decir cuando la antena actúa como un acoplador de impedancia, la impedancia característica Z_0 de la línea de transmisión debe ser igual a la impedancia que presenta la antena para que exista un perfecto acoplamiento y por consiguiente una máxima transferencia de energía.

Como consecuencia de esto, la antena debe ser "resonante" lo cual significa que debe presentar una impedancia puramente resistiva.

Esta situación depende de las dimensiones de la ranura y del diámetro del cilindro.

3.1.1.2 En lo que se relaciona con las características de directividad de la antena, esta depende como puede observarse de la ecuación de campo eléctrico E_θ , del diámetro del cilindro.

Para pequeños diámetros, la radiación en un plano horizontal es prácticamente omnidireccional, haciéndose asimétrica cuando el diámetro se incrementa, existiendo en este caso una mayor radiación, en el lado hacia el cual se encuentra situada la ranura.

Para el diseño, vamos a considerar tres diferentes diámetros del cilindro, los cuales serán dimensionados para obtener diferentes lóbulos de radiación.

3.1.2 Ganancia y Ancho de Banda

La ganancia y el ancho de banda de este tipo de antenas en su forma teórica son sumamente complicadas de obtener, por tal razón para el diseño vamos a prescindir de las mismas.

3.2.- DISEÑO

La frecuencia de operación será de 600 MHz.

Para esta frecuencia se tiene una longitud de onda de es pacio libre (igual a la longitud de onda de la fuente de alimentación), de $\lambda = 50$ centímetros.

Para que no exista radiación de energía electromagnética por los extremos del cilindro, el diámetro del mismo debe ser de lon gitud menor que el diámetro de corte para cualquier modo que pueda ser transmitido por el cilindro al comportarse éste como una guía de onda cilíndrica.

El menor diámetro de corte tanto para ondas TM como para ondas TE en una guía de onda cilíndrica está dada por (*):

$$D_c = \frac{(h_a)_{01}}{2\pi f \sqrt{\mu \epsilon}}$$

en la cual $(h_a)_{01}$ es la primera raíz de la función de Bessel, $J_0(h_a)$.

Reemplazando valores:

$$(h_a) = 2.405$$

(*) Electromagnetic, Waves and Radiating Systems.- Edward C Jordan.-
Printic Hall Electric Engineering Series 1950.-

$$f = 600 \text{ MHz.}$$

$$\epsilon = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ Faradios/metro}$$

$$\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Henrys/metro}$$

se obtiene:

$$D_c = 19 \text{ cmts.} = 0.38 \lambda$$

Entonces, si escogemos cilindros cuyos diámetros sean menores que 0.38λ no se producirá propagación de energía electromagnética a lo largo del cilindro.

3.2.1 Diámetro igual a 0.2λ

Vamos a asumir un ancho de la ranura igual a $0.062 D$, siendo D el diámetro del cilindro; para de esta manera utilizar las curvas de Jordan y Miller.

Para este ancho S igual $0.062 D$ corresponde a un ángulo igual a 0.124 radianes.

De la figura 9 del capítulo segundo se obtiene para un diámetro 0.2λ una K' igual a 10.9 mts.^{-1} .

Resumiendo estos valores y poniendo las dimensiones en metros se obtiene lo siguiente:

$$f = 600 \text{ MHz.} \Rightarrow 900$$

$$\lambda = 0.50 \text{ mts.}$$

$$\lambda' = 1.15 \lambda = 0.575 \text{ mts.}$$

$$K = 12.6 \text{ mts.}^{-1}$$

$$K' = 10.9 \text{ mts.}^{-1}$$

$$D = 0.2 \lambda = 0.10 \text{ mts.}$$

$$S = 0.0062 \text{ mts.} = 0.0124 \lambda$$

3.2.2. Diámetro igual a 0.15λ

Haciendo las mismas consideraciones anteriores se llega a los siguientes valores:

$$f = 600 \text{ MHz.}$$

$$\lambda = 0.50 \text{ mts.}$$

$$\lambda' = 1.5 \lambda = 0.75 \text{ mts.}$$

$$K = 12.6 \text{ mts.}^{-1}$$

$$K' = 8.4 \text{ mts.}^{-1}$$

$$D = 0.15 \lambda = 0.075 \text{ mts.}$$

$$S = 0.0093 \lambda = 0.00464 \text{ mts.}$$

3.2.3 Diámetro igual a 0.130λ

Los valores obtenidos para este diámetro son:

$$f = 600 \text{ MHz.}$$

$$\lambda = 0.50 \text{ mts.}$$

$$\lambda' = 2.00 \lambda = 1. \text{ mt.}$$

$$K = 12.6 \text{ mts.}^{-1}$$

$$K' = 6.30 \text{ mts.}^{-1}$$

$$D = 0.130 \lambda = 0.65 \text{ mts.}$$

$$S = 0.00806 \lambda = 0.00403 \text{ mts.}$$

La longitud del cilindro no tiene mayor importancia en las características de radiación según se desprende de la ecuación de campo eléctrico E_{ϕ} y de la conductancia de radiación, por tal razón se ha asumido para las diferentes longitudes de antenas, convenientes de acuerdo a las otras dimensiones de la antena en mención.

CAPITULO CUARTO.

CONSTRUCCION Y COMPROBACION EXPERIMENTAL.

4.1 CONSTRUCCION

Cumpliendo con las consideraciones de Diseño se procedió a construir las antenas.

La construcción no es complicada y sin requerir de técnicas sofisticadas se obtienen resultados satisfactorios. El material utilizado en la construcción fue bronce.

4.2 COMPROBACION EXPERIMENTAL

Una vez construídas las antenas se realizaron las verificaciones experimentales en lo que se refiere a medición de conductancia de radiación, y determinación de los lóbulos de radiación.

4.2.1. Conductancia de Radiación

Para la determinación de la conductancia de radiación se realizaron medidas de admitancia con cada una de las antenas.

La medición de admitancia se realizó a una frecuencia fija de 600 MHz.

Se utilizaron los equipos General Radio disponibles en la Escuela Politécnica Nacional.

El diagrama de bloques del circuito utilizado se indica en la figura 16.

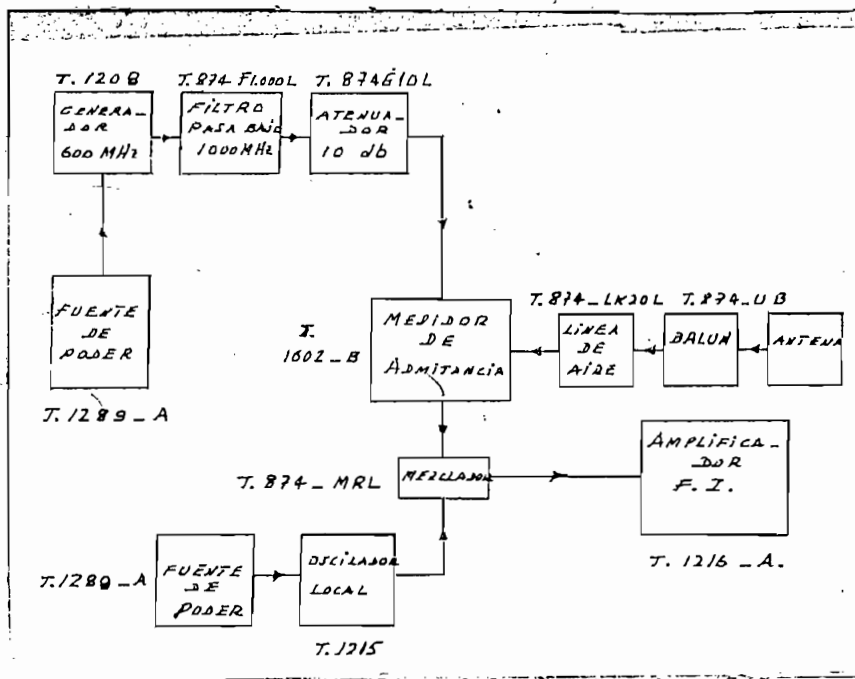


Figura 16

El método de medición de admitancias utilizando el medidor de admitancias General Radio es bastante conocido y por esta razón, no creo necesario explicarlo. Únicamente se presentan los resultados finales y algunas aclaraciones que se crean convenientes.

La idea básica fue determinar las variaciones de la admitancia y por consiguiente de la conductancia de radiación, al incrementar progresivamente la longitud de la ranura, en una antena dada, con el objeto de comparar estas variaciones, con las obtenidas al evaluar teóricamente las expresiones correspondientes a conductan

cia de radiación para diferentes longitudes de la ranura.

Para este fin se creyó conveniente en un principio hacer una ranura de longitud corta, y luego ir la agrandando paulatinamente conforme se realizaban las mediciones. Este procedimiento es bastante molesto y largo, pues requiere utilizar una sierra especial para ir cortando y agrandando la ranura, no siendo por lo tanto procedente. Para evitar esta dificultad lo que se hizo fue construir la ranura lo más larga posible y luego se la acortó mediante cortocircuitos de papel metálico situados en los extremos. Este procedimiento es más sencillo y conduce exactamente a los mismos resultados, lo cual fue comprobado en una de las antenas.

La alimentación de las antenas fue hecha mediante una línea de transmisión de alambres paralelos de impedancia característica igual a 300 ohmios. A la frecuencia de trabajo, 600 MHz., el cable presentaba una impedancia característica de alrededor de 298 ohmios con una componente reactiva prácticamente despreciable.

Con el propósito de evitarse la corrección de longitudes eléctricas debido al cable de alimentación, se utilizó un cable cuya longitud era un múltiplo de medias longitudes de onda. De esta manera para la determinación de la admitancia única había que realizar la corrección debido a la atenuación de la línea de transmisión.

A continuación se indican los resultados de las diferen

tes mediciones:

4.2.1.1	<u>Antena No. 1</u>	<u>Diámetro 0.2λ</u>			
2L	Y m	Y mn	Y n	Y	G
8	30.0-j107	2.25-j8.00	0.00-j8.5	0.00-j28.4	0.00
10	21.0-j83.5	1.58-j6.30	0.00-j6.8	0.00-j22.6	0.00
12	14.4-j68.8	1.08-j5.10	0.00-j5.5	0.00-j18.4	0.00
14	11.6-j57.6	0.87-j4.30	0.05-j4.5	0.17-j15.0	0.17
16	7.8-j47.4	0.59-j3.55	0.07-j3.6	0.23-j12.0	0.23
18	6.0-j38.0	0.45-j2.85	0.08-j2.9	0.27-j09.7	0.27
20	5.2-j30.0	0.39-j2.25	0.10-j2.3	0.33-j07.7	0.33
22	4.8-j22.5	0.36-j1.70	0.20-j1.7	0.66-j05.8	0.66
24	4.6-j14.7	0.34-j1.10	0.26-j1.12	0.87-j03.7	0.87
26	5.0-j08.0	0.37-j0.60	0.31-j0.63	1.03-j02.1	1.03
28	5.5-j01.2	0.41-j0.09	0.39-j0.10	1.30-j00.3	1.30
28.3	6+j0	0.45+j0.00	0.41+j0.00	1.38+j00.0	1.38
29	6.4+j1.9	0.48+j0.14	0.44+j0.15	1.46+j00.4	1.46
30	6.6+j6	0.50+j0.45	0.46+j0.46	1.54+j01.5	1.54
32	9.0+j0.95	0.68+j0.95	0.60+j1.00	2.00+j03.3	2.00
34	12.4+j20.0	0.93+j1.50	0.85+j1.60	2.75+j05.3	2.75
36	15.0-2+j30	1.12+j2.20	0.90+j2.42	3.00+j08.0	3.00
38	18.4+j38.0	1.38+j2.80	1.10+j3.10	3.65+j10.3	3.65
40	26.0+j47.00	1.95+j3.50	1.60+j4.00	5.30+j12.0	5.30
42	36.0+j60.0	2.70+j4.50	2.70+j5.30	8.00+j16.7	8.00
44	48.0+j69.0	3.60+j5.20	3.00+j6.50	10.00+j21.6	10.00
46	65.0+j77.0	4.90+j5.70	3.80+j8.00	12.60+j26.5	12.00
48	72.0+j80.0	5.40+j6.00	4.80+j0.00	16.00+j30.0	16.00

en la cual:

Ycc = Admitancia del cable en corto-circuito leído en el medidor.

2l = Longitud de la ranura.

Ym = Admitancia leído en el medidor.

Ymn = Admitancia normalizada a la salida del BALUM - $Y_m / 4 \times 3.33$

Y_n = Admitancia verdadera normalizada.

Y = Admitancia verdadera.

G = Conductancia de radiación = parte real de la admitancia verdadera.

4.2.1.2 Antena No. 2 Diámetro 0.15λ

2L	Y_m	Y_{mn}	Y	Y_n	G
10	17.0-j77.0	1.28-j5.8	0.00-j20.0	0.00-j6.00	0.00
12	10.0-j58.0	0.75-j4.3	0.00-j14.6	0.00-j4.40	0.00
16	06.0-j45.0	0.45-j3.4	0.00-j11.4	0.00-j3.40	0.00
20	04.8-j34.2	0.36-j2.6	0.16-j08.7	0.04-j2.60	0.16
24	04.5-j24.3	0.34-j1.8	0.50-j06.2	0.15-j1.87	0.50
28	04.4-j15.8	0.33-j1.1	0.83-j04.0	0.25-j1.20	0.83
30	04.7-j11.8	0.35-j0.8	0.93-j03.0	0.28-j0.90	0.93
32	05.4-j08.0	0.41-j0.6	1.20-j02.1	0.37-j0.63	1.20
34	05.6-j04.4	0.42-j0.3	1.26-j01.1	0.38-j0.34	1.26
36	07.0-j00.4	0.52-j0.0	1.56-j00.1	0.47-j0.03	1.56
36.1	07.5+j00.0	0.56+j0.0	1.66+j00.0	0.50+j0.00	1.66
37	07.5+j04.0	0.56+j0.3	1.72+j01.1	0.52+j0.33	1.72
38	08.3+j05.3	0.62+j0.4	1.86+j01.4	0.56+j0.43	1.86
40	10.1+j07.5	0.76+j0.5	2.32+j02.0	0.70+j0.60	2.32
42	11.6+j11.8	0.87+j0.8	2.65+j03.3	080+j1.00	2.65
44	14.2+j15.9	1.06+j1.2	3.33+j04.3	1.00+j1.30	3.33
46	15.8+j21.0	1.18+j1.5	3.65+j05.6	1.00+j1.70	3.65
48	22.4+j26.0	1.68+j1.9	5.30+j73.0	1.06+j2.20	5.30

4.2.1.3. Antena N° 3Diámetro 0.13λ

2L	Ym	Ymn	Y	Yn	G
8	24.0-j90.0	1.90-j6.70	0.0-j23.30	0.00-j7.0	0.00
12	14.4-j70.0	1.10-j5.30	0.0-j18.40	0.00-j5.5	0.00
16	9.3-j48.6	0.70-j4.10	0.17-j14.0	0.05-j4.2	0.17
20	7.5-j43.5	0.56-j3.33	0.23-j11.2	0.07-j3.4	0.23
24	6.0-j36.0	0.45-j2.70	0.33-j9.00	0.10-j2.7	0.33
28	6.0-j28.0	0.45-j2.10	0.66-j7.40	0.20-j2.2	0.66
32	6.0-j22.5	0.45-j1.70	1.00-j5.80	0.30-j1.7	1.00
36	6.2-j17.0	0.46-j1.30	1.20-j4.40	0.37-j1.3	1.20
40	6.9-j12.5	0.52-j0.94	1.50-j3.20	0.45-j0.9	1.50
44	8.0-j09.0	0.06-j0.67	1.08-j2.30	0.55-j0.7	1.80
48	9.8-j05.0	0.74-j0.37	2.30-j1.30	0.07-j0.4	2.30
50	10.5-j03.2	0.79-j0.24	2.60-j0.83	0.77-j0.2	2.60
52	12.0-j01.8	0.86-j0.13	2.80-j0.46	0.84-j0.1	2.80
54	12.3-j00.3	0.93-j0.02	3.00-j0.17	0.90-j0.5	3.00
54.2	12.5+j00.0	0.94+j0.00	3.00+j0.00	0.93+j0.0	3.10
55	13.0+j01.0	0.98+j0.07	3.20+j0.27	0.97+j0.0	3.20
56	13.5+j01.5	1.01+j0.11	3.50+j0.50	1.05+j0.15	3.50

Los resultados teóricos y experimentales se presentan en - las figuras 17, 18 y 19.

En la figura 20 se indica la admitencia de cada una de las antenas en función de la longitud de la ranura.

4.2.2 Lóbulos de Radiación

Una vez concluidas las mediciones de admitancia, se procedió a la determinación experimental de los lóbulos de radiación.

El sitio escogido para este trabajo fue la terraza del edificio de la Facultad de Ingeniería Mecánica, el cual por su amplitud y por no tener obstáculos apreciables que den origen a reflexiones, etc., es un sitio relativamente aceptable; las antenas en estudio fueron utilizadas como antenas transmisoras, y un dipolo doblado de medio longitud de onda como antena receptora.

En la figura 21 se presenta un diagrama de bloques del circuito utilizado.

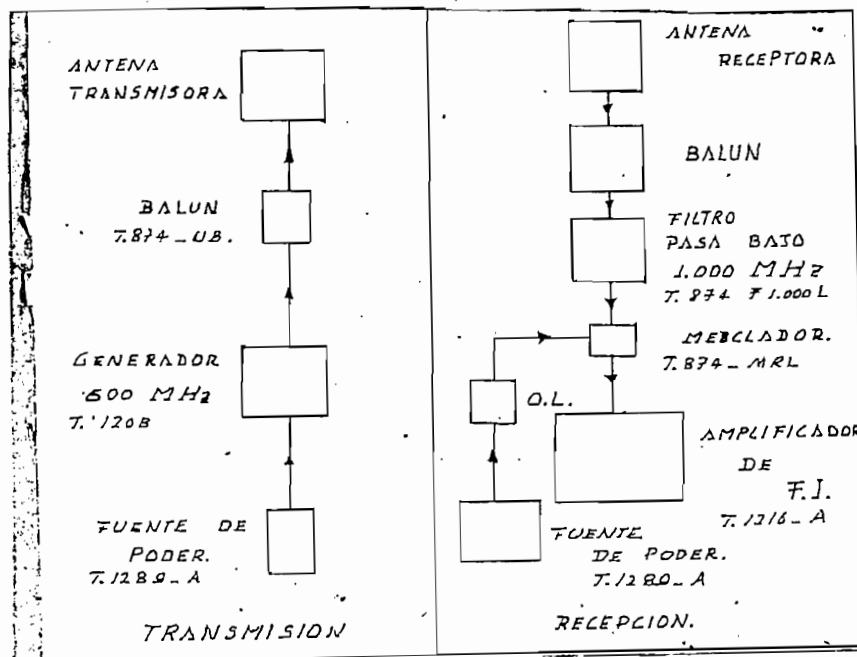


FIGURA 21

El Lóbulo horizontal fue obtenido en un plano perpendicular al eje de la antena y que pasa por el centro de la ranura, para lo cual la antena de prueba situada verticalmente, era girada en intervalos adecuados sobre su propio eje, mientras que la antena receptora tenía una posición fija. Esto se ilustra en la figura 22 (a)

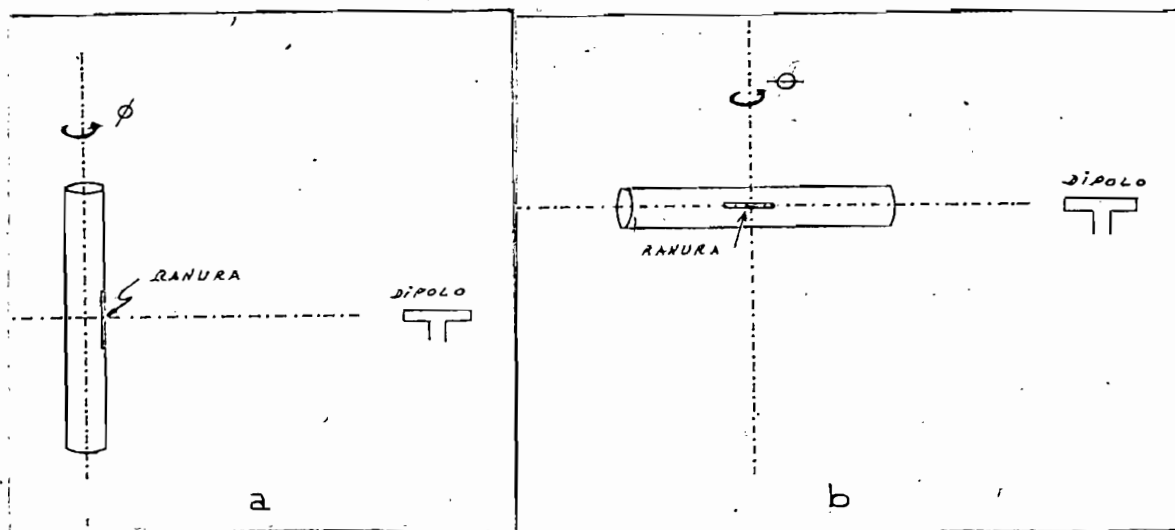


Figura 22

El Lóbulo vertical fue determinado en un plano paralelo al eje de la antena y que pasa por el eje mayor de la ranura. En este caso, la antena de prueba fue colocada horizontalmente y girada sobre un eje perpendicular al eje de la antena, tal como se indica en la figura 23b, mientras que la antena receptora se mantenía fija.

La determinación de estos lóbulos no tuvo ninguna complicación y fue realizada sin problema alguno, salvo una ligera inestabilidad del medidor en determinados instantes, pero que no fue de mayor importancia.

Las lecturas indicadas en el medidor, están en decibeles, por tal razón para el dibujo de los lóbulos ha sido necesario transformarlas a una escala lineal, tomando como valor igual a la unidad al valor máximo medido en cada caso.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada una de las antenas:

4.2.2.1 Antena No. 1 Diámetro 0.2λ

Lóbulo Horizontal

θ	Er (db)	Er
0	25	1.00
30	25	1.00
60	23	0.80
90	19	0.50
120	18	0.45
150	20	0.56
180	22.5	0.73
210	21	0.62
240	18	0.45
270	18	0.45
300	22.5	0.73
330	25	1.00
360	25	1.00

Lóbulo Vertical

$$D = 0.2 \lambda$$

θ	Er (db)	Er (lineal)
0	15	0.631
4	15.4	0.660
7	16.6	0.759
16	16.5	0.750
20	15	0.631
25	13	0.501
40	11.5	0.376
50	10	0.355
65	10	0.355
90	6	0.224
95	5	0.200
110	4	0.178
120	6	0.224
135	8	0.282
170	11	0.398
180	13	0.501
195	14.5	0.596
250	10	0.355
300	9	0.361
320	3	0.159
340	16	0.708
355	18	0.891
360	19	1.000

4.2.2.2 Antena Nº 2

$$D = 0.15 \lambda$$

θ	<u>Lóbulo Horizontal</u>	
	Er (db)	Er
0	22	1.00
30	21.5	0.96
60	20	0.80
90	18.5	0.67
120	18	0.64
150	18	0.64
180	18	0.64
210	18.5	0.67
240	18.5	0.67
270	19	0.72
300	20	0.80
330	21.5	0.96
360	22	1.00

Lóbulo Vertical

$D = 0.15 \lambda$

θ	$E_r(\text{db})$	$E_r(\text{lineal})$
0	14	0.794
15	13	0.708
30	10	0.501
45	4	0.251
60	10	0.501
75	12	0.631
90	13	0.708
105	12	0.447
120	11	0.562
135	8	0.398
150	10	0.501
165	12	0.631
180	14	0.794
195	15	0.891
210	14	0.794
225	11	0.562
240	5	0.282
255	0	0.159
270	6	0.361
285	90	0.501
300	12	0.447
315	14	0.794
330	16	1.000
345	16	1.000
360	15	0.891

4.2.2.3 Antena No. 3 Diámetro 0.13 λ Lóbulo Horizontal

ϕ	Er (db)	Er
0	24	1.00
30	24	1.00
60	23	0.90
90	22.5	0.80
120	22.5	0.80
150	22.5	0.80
180	22.5	0.80
210	22.5	0.80
240	22.0	0.80
270	22	0.80
300	23	0.90
330	24	1.0
360	24	1.0

Lóbulo Vertical

$$D = 0.13 \lambda$$

θ	E_r (db)	E_r (lineal)
0	22	1.000
15	20	0.794
30	15	0.447
45	7	0.178
60	0	0.078
75	2.7	0.108
90	6	0.159
105	8	0.200
120	9	0.224
135	9.5	0.237
150	4	0.126
165	18.5	0.668
180	19.5	0.750
195	18	0.631
210	15.5	0.473
225	11	0.281
240	3	0.112
255	2	0.100
270	8	0.290
300	12	0.361
315	15	0.447
330	20	0.794
345	21	0.891
360	21.5	0.944

En las figuras 23, 24, 25, 26, 27, 28, se muestra para fines de comparación los lóbulos horizontal y vertical, obtenidos teórica y experimentalmente para cada una de las antenas.