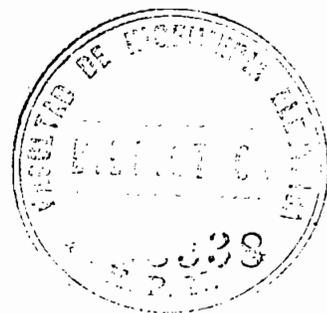


ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO  
DE INGENIERO EN ELECTRONICA Y CONTROL

" IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA "



SILVIA ELENA RACINES SILVA

MAYO - 1988

Certifico que el presente trabajo  
ha sido realizado en su totalidad  
por la Srta. Silvia Elena Racines  
Silva.



Ing. Patricio Burbano R.  
Director

## AGRADECIMIENTO

En la obtención de una meta tan grande como esta, y meditar quienes han colaborado conmigo para llegar a ella, debo agradecer primeramente a Dios y a mis Padres que al darme la vida me dieron la oportunidad de cruzar por caminos llenos de retos y promesas. En esta etapa de mi vida, a mas de mis padres y familia que me ayudaron en ocasiones a seguir adelante y no desmayar, no puedo dejar de reconocer con alegría que la Escuela Politécnica Nacional a través de todos mis profesores con su abnegada dedicación de catedráticos, profesionales y guías me impulsaron para llegar a ser una profesional digna con un futuro amplio que solo pueda logarse con sacrificio dedicación y estudio; siento satisfacción tambien al reconocer el invaluable apoyo que tuve de mi director de tesis Ing. Patricio Burbano cuya guía fue de fundamental importancia para la elaboración de mi tesis de grado.

A MIS PADRES

Y HERMANOS

# C O N T E N I D O

## CAPITULO I : INTRODUCCION

	PAG.
1.1 INTRODUCCION.....	1
1.2 TECNICAS DE IDENTIFICACION.....	8
1.2.1 ANALISIS DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA.....	9
1.2.2 PULSOS DE PRUEBA PARA IDENTIFICACION DE PROCESOS (CURVA DE RESPUESTA DE FRECUENCIA).....	38
1.2.3 ANALISIS DE LA RESPUESTA A UNA ENTRADA IMPULSO Y FUNCION PASO.....	43
1.2.4 MODELO A PARTIR DE LA RESPUESTA A UNA SENAL DE PRUEBA ESCALON (CURVA DE REACCION DE PROCESO)...	56
1.2.5 IDENTIFICACION DE PROCESOS EN BASE A UN MODELO DISCRETO DE SEGUNDO ORDEN.....	71
1.2.6 IDENTIFICACION PARAMETRICA Y NO PARAMETRICA.....	77

## CAPITULO II : IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

2.1 IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA.....	87
2.2 CRITERIO DE ERROR.....	92
2.3 MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.....	97

	PAG.	
2.4	MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	103
2.5	CARACTERISTICAS DE LOS MINIMOS CUADRADOS.....	110
2.5.1	EL RUIDO Y SUS CONSECUENCIAS.....	110
2.5.2	UNICIDAD DE LA SOLUCION DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS.....	113
2.5.3	EXCITACION PERSISTENTE.....	116
2.5.4	CONSISTENCIA.....	118
2.5.5	ESTIMACION SIN DESVIACION (UNBIASED).....	121
2.5.6	MEJOR ESTIMADOR LINEAL SIN DESVIACION (BLUE)....	122

### CAPITULO III : SIMULACION

3.1	BIBLIOTECA DE PROGRAMAS.....	127
3.2	PROGRAMA MAESTRO.....	133
3.3	MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.....	136
3.3.1	DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.....	139
3.3.2	SUBPROGRAMA PARA GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS ( M.C.O.).....	142
3.3.3	SUBPROGRAMA DE ESTRUCTURA DEL MODELO PARA M.C.O.....	144
3.3.4	SUBPROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.....	146
3.3.5	SUBPROGRAMA DE RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.....	150
3.3.6	ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS.....	158

	PAG.	
3.3.7	FIN Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.....	161
3.4	MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (SIN Y CON PRESENCIA DE RUIDO EN LOS DATOS).....	163
3.4.1	DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	166
3.4.2	SUBPROGRAMA PARA GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	170
3.4.3	ESTRUCTURA DEL MODELO PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	171
3.4.4	SUBPROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	171
3.4.5	SUBPROGRAMA DE RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.....	178
3.4.6	SUBPROGRAMA DE GRAFICOS DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS.....	181
3.4.7	ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS.....	185
3.4.8	FIN Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.....	189
3.5	SUBPROGRAMA DE GENERACION DE DATOS "GENERAL.DAT"	189
3.6	SUBPROGRAMA DE GRAFICO DE LA SENAL DE SALIDA Y "GRAY#.DAT".....	190

#### CAPITULO IV : RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1	RESULTADOS.....	206
4.2	CONCLUSIONES.....	300
4.3	RECOMENDACIONES.....	303

APENDICE A; MANUAL DE USO DE LOS PROGRAMAS

APENDICE B: LISTADO DE PROGRAMAS

REFERENCIAS :

BIBLIOGRAFIA:

## CAPITULO I: INTRODUCCION

### 1.1 INTRODUCCION

### 1.2 TECNICAS DE IDENTIFICACION

#### 1.2.1 ANALISIS DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA

#### 1.2.2 PULSOS DE PRUEBA PARA IDENTIFICACION DE PROCESOS (CURVA DE RESPUESTA DE FRECUENCIA)

#### 1.2.3 ANALISIS DE LA RESPUESTA A UNA ENTRADA IMPULSO Y FUNCION PASO.

#### 1.2.4 MODELO A PARTIR DE LA RESPUESTA A UNA SENAL DE PRUEBA ESCALON (CURVA DE REACCION DE PROCESO)

#### 1.2.5 IDENTIFICACION DE PROCESOS EN BASE A UN MODELO DISCRETO DE SEGUNDO ORDEN

#### 1.2.6 IDENTIFICACION PARAMETRICA Y NO PARAMETRICA

## 1.1 INTRODUCCION

En este capítulo se realizará un estudio introductorio sobre el procedimiento de obtener modelos matemáticos de sistemas, con el propósito de estudiar el comportamiento dinámico de los mismos y de diseñar controles para dichos sistemas en estudio. Se define el problema de identificación de estado y de parámetros. Se presentan los modelos básicos de identificación en el dominio del tiempo y de la frecuencia, tanto para el caso determinístico, como para el estocástico.

Cuando se trata de obtener modelos de sistemas con el propósito de ejercer control sobre los mismos se debe mantener un compromiso, entre la complejidad y versatilidad de dichos modelos que se obtiene realizando aproximaciones. Que sea lo suficientemente preciso como para describir la dinámica del sistemas en cuestión, y a la vez sea lo suficientemente sencillo como para implementar leyes de control relativamente simples.

Existen dos métodos básicos de obtener modelos de sistemas para propósito de control; estos son:

- a) Metodo conocido como MODELACION, que permite a partir de leyes de las ciencias básicas, como: la física, química, biología y otras ciencias aplicadas como: ingeniería eléctrica, mecánica, etc., obtener ecuaciones que describen las respuestas dinámicas de sistemas tales como aquellos constituidos por cuerpos rígidos, circuitos eléctricos, motores, fluidos, etc.

Este método conlleva a la realización de ecuaciones integro-diferenciales y de variables de estado en el dominio del tiempo y de función de transferencia en el dominio de la frecuencia.

Tiene como desventaja la excesiva complejidad para modelos de plantas con alto número de componentes de diferente tipo que interactúan entre sí o en el caso de presencia significativa de ruido como sucede en los procesos industriales. Inclusive puede existir desconocimiento de la estructura física de algunos componentes o efectos de no linealidad, retardo de transporte, variación de los componentes en el tiempo, etc., que no permiten aplicación directa de estos métodos y en consecuencia dan lugar a modelos excesivamente complejos no aptos para propósitos de control fuera de línea, peor aun para controles en tiempo real o en línea en donde se requiere de modelos de lo más sencillos (que describan adecuadamente la planta) que minimicen el tiempo de computación.

- b) Método conocido como IDENTIFICACION, que utiliza como fuente de información la dinámica de la planta o del sistema, a partir los datos experimentales de las mediciones efectuadas de la excitación y la respuesta. Este método supone el desconocimiento de los componentes que conforman la estructura de la planta; esto es, aplicable al caso en que no es posible obtener el modelo a partir de ecuaciones de las ciencias básicas y aplicadas.

Se puede aplicar esta técnica con ventaja cuando existe la presencia de ruido y cuando los modelos que se utilizan son modelos discretos, los cuales se utilizan en control digital de procesos, control que adquiere mayor popularidad y eficiencia con el advenimiento de los computadores personales en la presente década.

En realidad resulta mas eficiente y económico el control mediante modelos discretos que la utilización de modelos continuos de modelación, inferidos a través de las leyes de la ciencias básicas y aplicadas, y, su posterior discretización para ser adaptados al control de procesos con computador.

En el desarrollo de la presente tesis se utiliza el método de identificación de sistemas para obtener modelos a partir de los datos de entrada/salida medidos en la planta.

Cuando se tiene modelos expresados mediante variables de estado, se puede tener el caso de estimación de parámetros de dichos modelos. El estudio que se realiza en la presente tesis, esta orientado a la estimación de parámetros.

Si en el proceso o planta a modelarse o identificarse, existe la presencia de variables aleatorias como por ejemplo: el ruido; nos alejamos del caso determinístico y debemos afrontar el problema, como un problema estocástico. Un sistema determinístico es aquel que no presenta perturbaciones aleatorias o ruidos de importancia y el modelo del sistema puede ser definido por leyes

físicas; un sistema estocástico es aquel en que la influencia de ruidos y perturbaciones aleatorias son de importancia para la determinación del modelo y para su tratamiento, es indispensable la utilización de conceptos de teoría de probabilidades. En el desarrollo de este tema de tesis se estudia las técnicas de identificación en general, y de identificación paramétrica discreta en particular en forma determinística, realizándose un estudio introductorio para el caso estocástico, especialmente en la parte concerniente a las características que debe exhibir los estimadores de parámetros. El estudio de identificación de sistemas estocásticos queda fuera de la presente tesis.

El estudio de procesamiento de datos para obtener modelos de sistemas con variables aleatorias, fue introducido por Gauss en 1800, quien utilizó el algoritmo de mínimos cuadrados para realizar el problema de interpolación es decir, la adaptación de una curva a datos experimentales. Más tarde, después de un siglo, en 1910 fue Fisher quien trabajó con funciones de densidad de probabilidades introduciendo el método de Máximo Likelihood, que es un método de probabilidad máxima utilizando mínimos cuadrados. La teoría moderna de los filtros recursivos se debe a Wiener, quien desde 1940 trabajó con la teoría de procesos aleatorios y en los próximos 20 años trabajó con sistemas multivariados. Kalman y sus colaboradores (cerca de 1960) estudió el filtro recursivo óptimo basado en el espacio de estado en el dominio del tiempo. Este estudio se conoce actualmente como el filtro de Kalman que es en esencia, una solución recursiva óptima del original problema del mínimos cuadrados de Gauss para

identificación de estos sistemas estocásticos cuyos modelos son conocidos.

En la presente tesis se plantea la identificación de un modelo asumido de un sistema de estructura desconocida.

En los próximos párrafos se precisa un poco más estos conceptos de estimación y filtrado.

La estimación lineal óptima tiene que ver con la extracción de la señal a partir de los datos provenientes de mediciones contaminadas con ruido. La señal ocupa generalmente un rango de frecuencias limitado, mientras que el ruido ocupa una banda ancha de frecuencias; y para obtener una señal escasa de ruido, requerimos la utilización de un filtro recursivo por la versatilidad en implementación en computadores.

Un estimador óptimo es un algoritmo computacional que procesa mediciones con el propósito de conseguir un estimado de estado de un sistema con un mínimo de error, utilizando: conocimientos del sistema, la dinámica de las mediciones, suposición estadística de los ruidos del sistema y de los errores de la medición (observaciones) y la información de la condición inicial.

Los tipos de estimación son: filtrado, suavización y predicción, los cuales están esquemáticamente representados en la figura 1.1. El problema de filtrado se tiene cuando el tiempo en el cual una estimación es deseada coincide con el tiempo al cual

se dispone el último dato medido. Cuando el tiempo  $t$  de interés está dentro de datos válidos medidos se denomina problema de suavización (interpolación); y, cuando el tiempo  $t$  de interés ocurre después de la última medida válida, el problema es llamado predicción.(1)

En la presente tesis se trabajará con el problema de filtrado aplicado a la estimación de parámetros desconocidos de un modelo asumido, lo cual constituye el problema de identificación de sistemas.

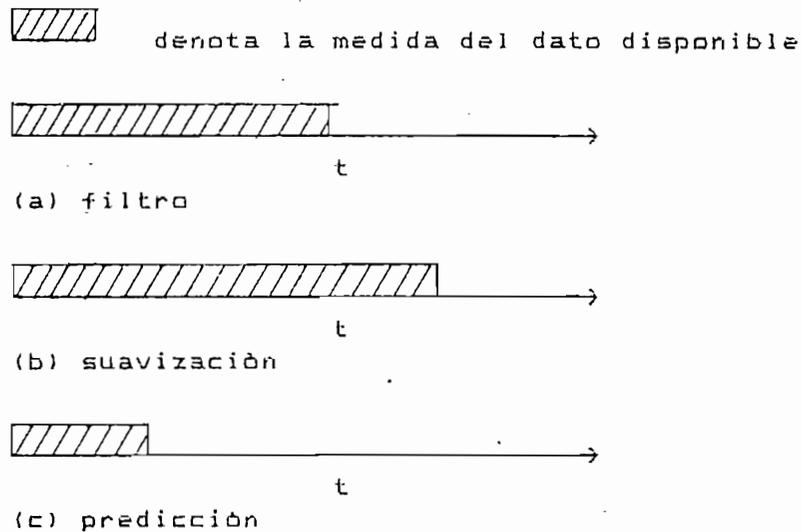


FIGURA 1.1: los tres tipos de problemas de estimación al tiempo deseado  $t$ .

Cuando la técnica de identificación utiliza mediciones de entrada y salida que están disponibles durante la operación normal del sistema; y, que identifica a un modelo en tiempo real, se denomina esquema de identificación ON-LINE. El esquema de identificación OFF-LINE utiliza mediciones que pueden ser

almacenadas para un posterior análisis; adicionalmente pueden utilizarse señales de prueba especiales.

Finalmente se menciona los factores que afectan la identificación de sistemas.

En primer lugar se deberá seleccionar el tipo de modelo a requerir o la estructura del modelo de la planta desconocida la cual puede ser de tipo paramétrico o no paramétrico. Según se describa al modelo por un conjunto finito de valores (parámetros) o por un conjunto infinito de valores (curva de respuesta de frecuencia).

Debe tomarse en cuenta el tipo de información disponible esto es, si se dispone de mediciones en operación normal de la planta o se somete al sistema a señales de prueba especiales como en el caso de la respuesta al impulso.

En cuanto a las condiciones experimentales, si es que estas son en lazo abierto o en lazo cerrado deberá tomarse en cuenta las técnicas de diseño a utilizarse, como son: lugar geométrico de la raíz, realimentación de estado, métodos de diseños discretos. Dependiendo de las técnicas se utilizaría función de transferencia, variables de estado, o ecuaciones de diferencia.

En la presente tesis haremos un estudio general de las distintas técnicas de identificación aproximando los modelos de los sistemas a lineales y estacionarios y pondremos énfasis en la

identificación paramétrica discreta. Se asume una estructura del modelo; esto es, suponemos conocido el orden de dicho modelo.

## 1.2 TECNICAS DE IDENTIFICACION

Como se analizó anteriormente, el propósito de la identificación es la estimación del modelo matemático de una planta, basándose únicamente en el conocimiento de la entrada y la salida; y que, la identificación es apropiada cuando los mecanismos del sistema o son bastante complicados o no son lo suficientemente comprendidos.

Las técnicas de identificación se clasificarán en dos grupos: paramétricas y no paramétricas.

a) Las técnicas de identificación paramétricas son:

- |                 |   |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DETERMINISTICAS | } | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis de la respuesta de frecuencia, señal de prueba sinusoidal (en el dominio de la frecuencia).</li> <li>- Análisis de la respuesta a una entrada impulso y función paso (en el dominio del tiempo).</li> </ul> |
| ESTOCASTICAS    | } | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis espectral. Señal de prueba randómica o aleatoria (en el dominio de la frecuencia).</li> <li>- Análisis de correlación. Señal de prueba randómica. (en el dominio del tiempo).</li> </ul>                    |

b) Las técnicas de identificación paramétricas son:

MINIMOS  
CUADRADOS

- Estimación paramétrica para sistemas de tiempo discreto.
- Modelos provenientes de respuesta de frecuencia y respuesta impulso.

MINIMOS  
CUADRADOS  
ESTOCASTICOS

- Tipos de modelos mas generalizados incluyendo ruido.

Comenzaremos haciendo un análisis de identificación para el caso determinístico dejando para el numeral 1.3 la discusión de identificación paramétrica y no paramétrica.

#### 1.2.1 ANALISIS DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA

En la medición de las señales de entrada y salida de una planta; como ocurre en muchos sistemas en ingeniería de control; en la señal de salida puede presentarse distorsiones debido a efectos no lineales en el sistema, por lo que la señal de salida  $y(t)$  no es una sinusoidal, como vemos en la figura 1.2a; o, corrupción debido a ruidos, como vemos en la figura 1.2b. Estas distorsiones o corrupciones afectarán las mediciones de salida  $y(t)$ , por lo que se obtendría datos de fase y ganancia de la función de transferencia distorsionados.

Para evitar estas distorsiones en la medición, a la señal de

salida  $y(t)$  se multiplica por seno y coseno respectivamente y

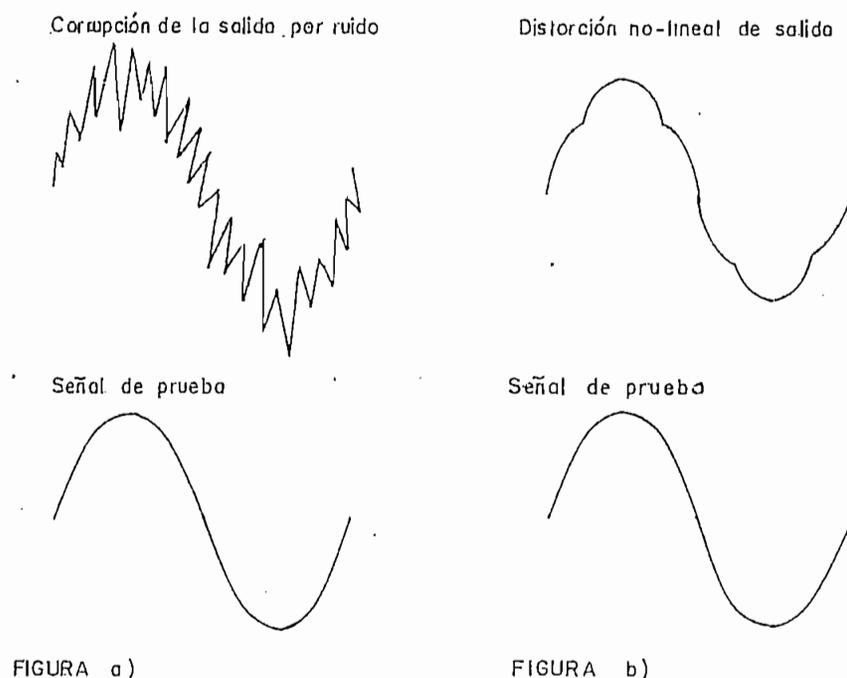


FIGURA 1.2: Gráfico de la señal de prueba sinusoidal que es aplicada a un sistema y la respuesta de salida que se obtiene de la corrupción de el ruido o no linealidades en un sistema.

luego se integra sobre un tiempo promedio de  $T$  segundos; como se ve en la figura 1.3. Incrementando este promedio de tiempo  $T$ , la influencia de ruidos extraños puede reducirse a valores muy bajos, y el integrador de la salida  $R(T)$  e  $I(T)$  (en la figura 1.3), tiene valores constantes que dependerán de la ganancia y fase del sistema.

Las ecuaciones que resultan del circuito de la figura 1.3 para

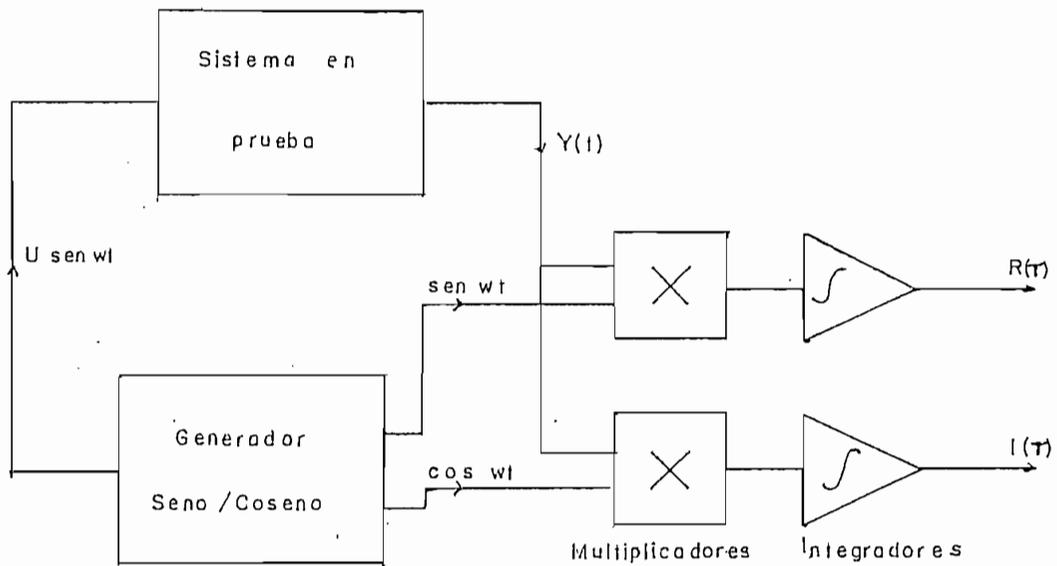


FIGURA 1.3: Implementación de un análisis de respuesta de frecuencia de correlación.

el análisis de respuesta de correlación es:

$$u(t) = U \text{ sen } \omega t$$

$$y(t) = Y \text{ sen}(\omega t + \phi)$$

donde

$$Y = U |G(j\omega)| \quad \text{y} \quad \phi = \angle G(j\omega)$$

la salida del canal de seno  $R(T)$  es dado por

$$R(T) = \frac{U}{T} |G(j\omega)| \int_0^T \text{sen } \omega t \text{ sen}(\omega t + \phi) dt$$

$$= \frac{U}{T} |G(j\omega)| \left[ \cos \phi \left( \frac{T}{2} - \frac{\text{sen } 2\omega T}{4\omega} \right) - \text{sen } \phi \left( \frac{\cos 2\omega T}{4\omega} - \frac{1}{4\omega} \right) \right]$$

cuando  $T = \frac{N\pi}{\omega}$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$  el canal sinusoidal de salida es:

$$R\left(\frac{N\pi}{\omega}\right) = \frac{U}{2} |G(j\omega)| \cos\phi \quad (1.1)$$

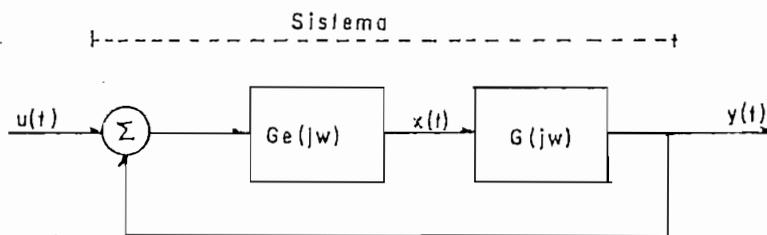
realizando un análisis similar a la salida del canal coseno  $I(T)$  nos da:

$$I(T) = \frac{U}{T} |G(j\omega)| \int_0^T \cos\omega t \sin(\omega t + \phi)$$

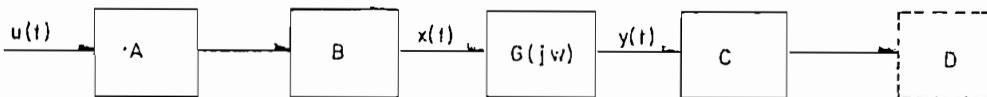
la cual puede ser evaluada para  $T = \frac{N\pi}{\omega}$  como:

$$I\left(\frac{N\pi}{\omega}\right) = \frac{U}{2} |G(j\omega)| \sin\phi \quad (1.2)$$

Para el análisis de  $G(j\omega)$  del sistema consideramos 2 casos: primero el sistema  $G(j\omega)$  está en el lazo cerrado; o, segundo está conectado en cascada con otros bloques dentro de una función de transferencia, como vemos en la figura 1.4.



a) Sistema en lazo cerrado



b) Sistema en cascada

FIGURA 1.4: Análisis de respuesta de frecuencia.

Asumiremos que  $x(t)$  y  $y(t)$  pueden ser medidos en los dos sistemas, y que una señal de prueba sinusoidal es inyectada a los sistemas, midiendo las respuestas de frecuencia  $y(t)$  a  $u(t)$ , y,  $x(t)$  a  $u(t)$ . La ganancia de la respuesta de frecuencia  $G(j\omega)$  resulta de dividir las ganancias; y, la fase de la sustracción de las fases de las respuestas de frecuencia anteriores. Este es el método de variables instrumentales.

Para el sistema de la figura 1.4 a, tenemos las ecuaciones:

$$Y(s) = [ U(s) - Y(s) ] G_e(s) G(s) \quad (1.3a)$$

y

$$X(s) = [ U(s) - Y(s) ] G_e(s) \quad (1.3b)$$

de la ecuación 1.3a obtenemos:

$$Y(s) [ 1 + G_e(s) G(s) ] = U(s) G_e(s) G(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_e(s) G(s)}{1 + G_e(s) G(s)} \quad (1.4a)$$

reemplazando  $Y(s)$  en la ecuación 1.3b obtenemos la relación  $X(s)/U(s)$ ,

$$X(s) = \left[ U(s) - \frac{U(s) G_e(s) G(s)}{1 + G_e(s) G(s)} \right] G_e(s)$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{G_e(s)}{1 + G_e(s) G(s)} \quad (1.4b)$$

dividiendo la ecuación 1.4a para la ecuación 1.4b

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ge(s) G(s)}{1 + Ge(s) G(s)}$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{Ge(s)}{1 + Ge(s) G(s)}$$

queda

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

Si consideramos que el ruido  $n(t)$  es adicionado a la salida de  $G(j\omega)$ ; como vemos en la figura 1.5, existe ambigüedad en el cálculo de  $G(s)$ . En efecto se tiene:

$$Y(s) = G(s)X(s) + n(s) \quad (1.5)$$

$$Y(s) = \frac{1}{F(s)} [-X(s) + u(s)] \text{ trayectoria de realimentación.}$$

si el ruido  $n(s) = 0$

$$Y(s)/X(s) = G(s) \quad (1.6)$$

si la entrada  $u(t) \ll n(t)$  la relación en la trayectoria de realimentación es:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{-1}{F(s)} \quad (1.7)$$

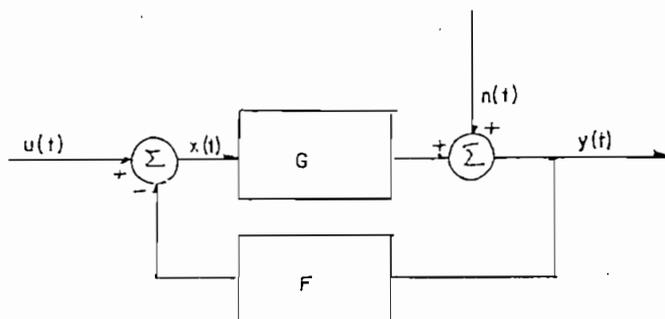


FIGURA 1.5: Sistema en lazo cerrado

para valores intermedios de  $U(s)$  y  $n(s)$ , el valor estimado de la función de transferencia depende de  $G$ ,  $F$ , y de las potencias relativas de  $n(t)$  y  $u(t)$ , como demuestra en las siguientes ecuaciones obtenidas de la figura 1.5,

$$Y(s) = [ U(s) - F(s) Y(s) ] G(s) + n(s)$$

$$Y(s) [ 1 + F(s) G(s) ] = U(s) G(s) + n(s)$$

queda

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s) + n(s)/U(s)}{1 + F(s) G(s)} \quad (1.8a)$$

como

$$X(s) = U(s) - F(s) Y(s)$$

$$X(s) = U(s) - F(s) [ X(s) G(s) + n(s) ]$$

y queda

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1 - F(s) \cdot n(s) / U(s)}{1 + F(s) G(s)} \quad (1.8b)$$

si dividieramos la ecuación 1.8a para la ecuación 1.8b comprobáramos lo indicado anteriormente sobre el estimado. Para evitar esta ambigüedad se utiliza el método de las variables instrumentales descrito en párrafos anteriores de este numeral. Quedando la ecuaciones:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + FG(s)} = G(s) \quad (1.8c)$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + FG(s)}$$

El proceso de correlación de la ecuación (1.8c) es implementado en el circuito de la figura 1.6, para este circuito queda la ecuación de  $G(j\omega)$  para  $\omega_1$ , como:

$$G(j\omega_1) = \frac{R_y(T) + jI_y(T)}{R_x(T) + jI_x(T)} \quad (1.9)$$

Si multiplicamos a la ecuación (1.9) por el conjugado del denominador, tenemos:

$$G(j\omega_1) = \frac{R_y(T) + jI_y(T)}{R_x(T) + jI_x(T)} \times \frac{R_x(T) - jI_x(T)}{R_x(T) - jI_x(T)}$$

$$= \frac{R_y R_x + I_y I_x}{R_x^2 + I_x^2} - j \frac{R_y I_x - R_x I_y}{R_x^2 + I_x^2}$$

$$G(j\omega) = \text{Re}G(j\omega) + j\text{Im}G(j\omega) \quad (1.10)$$

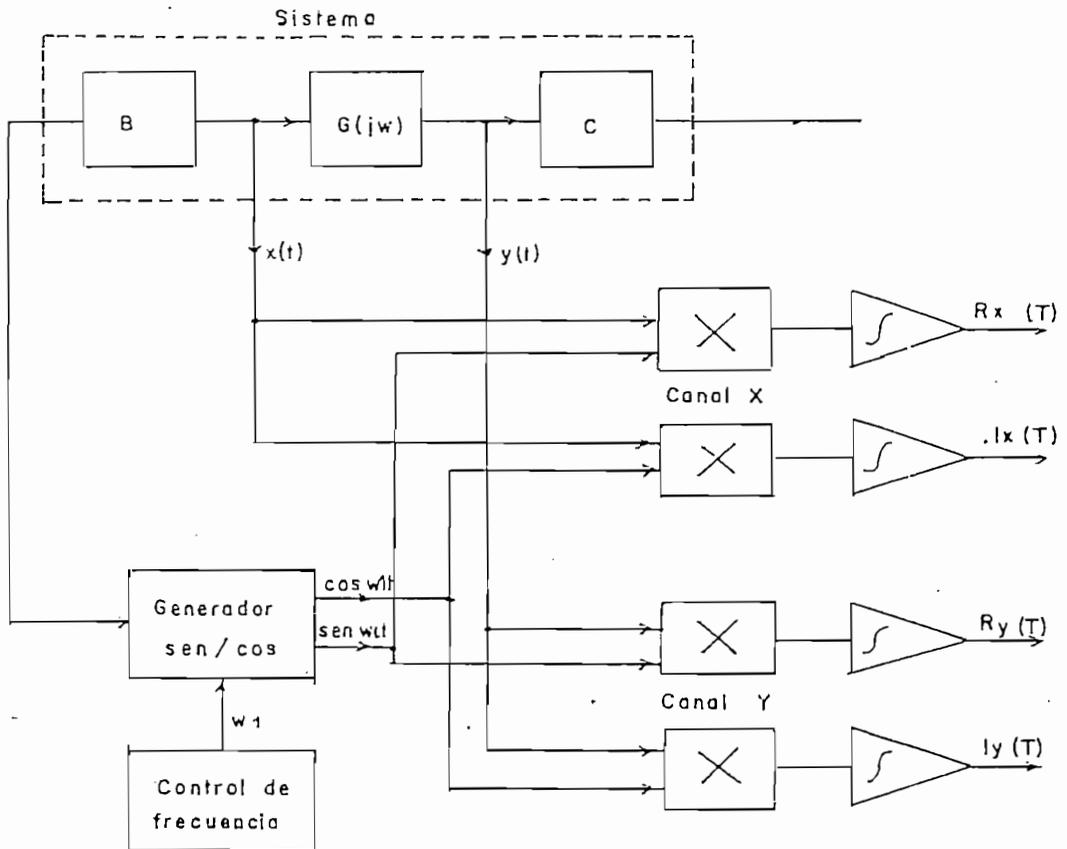


FIGURA 1.6: Análisis punto a punto de dos canales (2).

La amplitud de  $G(jw1)$  es:

$$|G(jw1)| = \sqrt{\operatorname{Re}G(jw1)^2 + \operatorname{Im}G(jw1)^2} \quad (1.11)$$

$$|G(jw1)| = \sqrt{\frac{(R_x R_y + I_x I_y)^2}{(R_x^2 + I_x^2)^2} + \frac{(R_y I_x - R_x I_y)^2}{(R_x^2 + I_x^2)^2}}$$

La fase es:

$$\angle G(jw1) = \phi = \operatorname{arctg} \left( \frac{R_y I_x - R_x I_y}{R_x R_y + I_x I_y} \right) \quad (1.12)$$

En resumen el proceso que debe seguirse para la recolección de datos es: se escoge una frecuencia de un determinado valor, tomamos datos de la señal de entrada y salida como se indica en el circuito de la figura 1.6, de donde obtenemos la ganancia (la que transformamos en dB) y fase de la función de transferencia. El proceso es repetitivo para varios valores de frecuencia  $\omega$ , con esta colección de datos realizamos el diagrama de Bode de  $G(j\omega)$ . Para la identificación de la función de transferencia ha de tomarse en cuenta que los factores básicos que se produce en una función de transferencia arbitraria  $G(j\omega)$  son: las ganancias  $K$ ; factores integrales y derivativos  $(j\omega)^{\pm 1}$ ; factores de primer orden  $(1 + j\omega)^{\pm 1}$ ; factores cuadráticos  $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$ . Un diagrama logaritmico compuesto de  $G(j\omega)$  es trazado sumando la curva de los factores graficamente.

La curva del logaritmo de la amplitud para una ganancia constante, está dada por la magnitud de  $20 \log(k)$  dB y representa una línea horizontal asintótica; cuando  $k$  es mayor que la unidad la magnitud es positiva en dB, y para valores menores que la unidad la magnitud es negativa. El ángulo de fase es 0 grados para todo el rango de frecuencia.

Para el factor integral y derivativo  $(j\omega)^{-1}$  la curva del logaritmo de la amplitud esta dada por:

$$20 \log |j\omega|^{\pm n} = \pm 20*n*\log(\omega) \text{ dB}$$

que representa una línea recta asintótica con pendiente de  $\pm 20n$  dB/dc, la magnitud logaritmica es igual a 0 dB en  $\omega = 1$ . El

ángulo de fase para  $n = 1$ ; es:

$$\begin{aligned}\phi &= \tan^{-1}(\pm \omega T) \\ &= \tan^{-1}(\pm \infty) \\ &= \pm 90\end{aligned}$$

para  $n > 1$  el ángulo de fase  $\phi = \pm 90^\circ n$ . La curvas de respuesta de frecuencia para el factor  $1/(j\omega)^n$  se indica en la figura 1.7a.

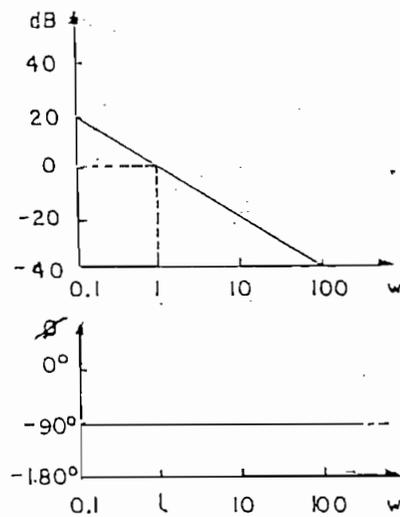


FIGURA 1.7a: Curvas de respuesta de frecuencia de  $1/j\omega^n$

Para los factores de primer orden  $(1 + j\omega T)^{\pm n}$ , el logaritmo de la amplitud es:

$$\begin{aligned}20 \log |(1 + j\omega T)^{\pm n}| &= \pm 20n \log (1 + j\omega T) \text{ dB} \\ &= \pm 20n \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \text{ dB}\end{aligned}$$

en frecuencias bajas  $\omega \ll 1/T$  el logaritmo de la amplitud se aproxima a 0 dB. En altas frecuencias tal que  $\omega \gg 1/T$  tenemos

$$\pm 20 \log |1 + w T| \simeq \pm 20 \log(wT) \text{ dB}$$

representa una línea recta asintótica con una pendiente de  $\pm 20$  dB/dc. A la frecuencia de  $w = 1/T$  el logaritmo de la amplitud se iguala a 0 dB.

Entonces decimos que, cuando  $n = 1$  la curva de respuesta de frecuencia para el factor  $(1 + jw)^{\pm 1}$  puede ser aproximadas por dos asintotas: la una de 0 dB para el rango de frecuencia de  $0 < w < 1/T$ ; y, la otra asintota con pendiente de  $\pm 20$  dB/dc (la pendiente es positiva cuando tenemos ceros y negativa cuando tenemos polos) en todo el rango de frecuencias de  $1/T < w < \infty$ . La frecuencia a la que se cortan las dos asintotas se llama frecuencia de corte o transición y es en  $w_c = 1/T$ . La frecuencia de corte divide la curva de respuesta de frecuencia en dos regiones: en una curva de baja frecuencia y una curva de alta frecuencia.

El ángulo de fase es dado por:  $\phi = \tan^{-1}(\pm wT)$ ; cuando  $w = 0$  el ángulo de fase  $\phi = 0^\circ$ , cuando  $w = 1/T$  (en la frecuencia de corte)  $\phi = \tan^{-1} \pm 1 = \pm 45^\circ$  y cuando  $w \rightarrow \infty$   $\phi = \pm 90^\circ$ . El signo positivo en el ángulo de fase para el factor  $(1 + jw)$  y negativo para el factor  $(1 + jw)^{-1}$ .

El error de la curva del logaritmo de amplitud producido por el uso de las asintotas es máximo en la frecuencia de corte  $w = 1/T$  y es:

$$\begin{aligned} \pm 20 \log |1 + j\omega T| \text{ dB} &= \pm 20 \log \sqrt{1+1} \text{ dB} \\ &= \pm 3 \text{ dB} \end{aligned}$$

Si tenemos el caso de que el factor sea  $(1 + j\omega T)^{\pm n}$ , la pendiente de la asíntota es 0 dB/dc, para altas frecuencias es  $\pm 20 \times n$  dB/dc; y el ángulo de fase es  $n$  veces el de  $(1 + j\omega)^{\pm 1}$  en cada frecuencia. La curva de respuesta de frecuencia para el factor  $(1 + j\omega)^{-1}$  se indica en la figura 1.7b.

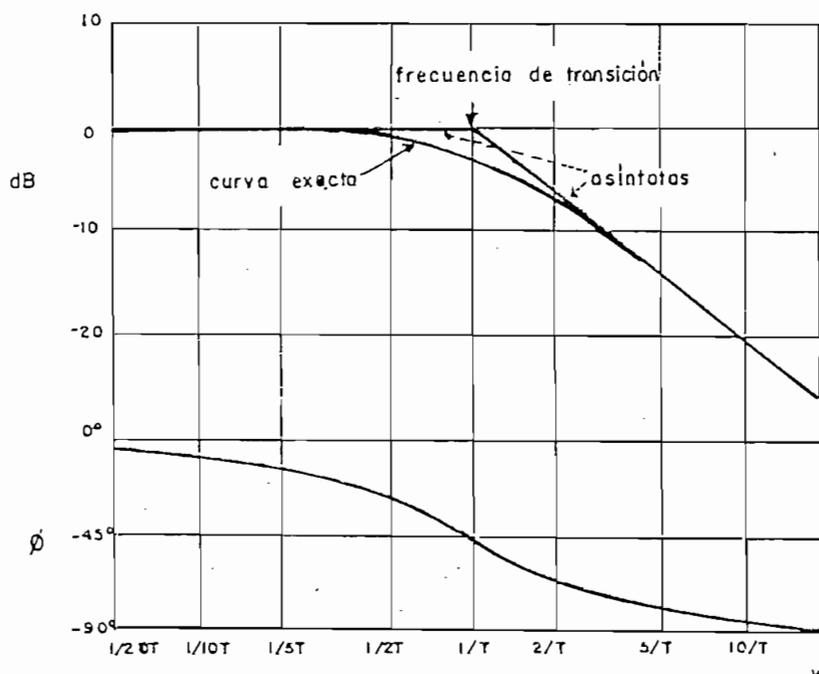


FIGURA 1.7b: Curvas de la respuesta de frecuencia de  $1/(1+j\omega T)$

Para el factor cuadrático de la forma  $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{-1}$ , la curva de respuesta de frecuencia asíntótica es:

$$20 \log \left| [1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{-1} \right| = -20 \log \sqrt{(1 - (\omega/\omega_n)^2)^2 + (2\zeta \omega/\omega_n)^2}$$

para bajas frecuencias tales que  $\omega \ll \omega_n$ , el logaritmo de la amplitud es semejante a:

$$-20 \log(\omega/\omega_n) = 0 \text{ db}$$

para frecuencias altas tales que  $w \gg w_n$ , el logaritmo de la amplitud es:

$$- 20 \log(w/w_n)^2 = - 40 \log(w/w_n) \text{ dB}$$

por lo tanto, para bajas frecuencias la curva del logaritmo es una línea recta asintótica de 0 dB y para frecuencias altas es una línea recta asintótica con pendiente de - 40 dB/dc. La frecuencia a la que se unen las dos asintotas de alta y baja frecuencia es en  $w = w_n$ , llamada frecuencia de transición para factores cuadráticos. Estas asintotas son independientes del factor de amortiguamiento  $\zeta$ .

El mayor error del logaritmo de la amplitud producido por las aproximaciones asintóticas es a la frecuencia de transición  $w_n$  y es mayor para pequeños valores de  $\zeta$ .

Cuando  $\zeta > 1$  tenemos el caso de sistemas sobreamortiguados y el factor cuadrático puede ser expresado como un producto de dos factores de primer orden con dos polos reales; si  $0 < \zeta < 1$ , el sistema es subamortiguado y el factor cuadrático es el producto de dos factores complejos conjugados; y, si  $\zeta = 1$  el sistema es críticamente amortiguado.

El ángulo de fase para este factor cuadrático es:

$$\phi = - \tan^{-1} \frac{2 \zeta w/w_n}{1 - (w/w_n)^2}$$

como vemos en esta ecuación, el ángulo de fase es función del

factor de amortiguamiento  $\zeta$ , como lo demuestra la ecuación anterior. En  $w = 0$  el ángulo de fase  $\phi = 0$ , a la frecuencia  $w = w_n$  el ángulo de fase es:

$$\phi = - \tan^{-1} \frac{2\zeta w_n/w_n}{1 - (w_n/w_n)^2} = - \tan^{-1} \frac{2\zeta}{0} = - \tan^{-1} \infty$$

luego

$$\phi = - 90^\circ$$

En  $w = \infty$ , el ángulo de fase es  $- 180^\circ$ . La curva del ángulo de fase es antisimétrica respecto al punto de inflexión ( $\phi = 90^\circ$ ).

Las curvas de la respuesta de frecuencia para esta función cuadrática se indica en la figura 1.7c.

En las curvas de respuesta de frecuencia podemos detectar si un sistema es de fase mínima o de fase no mínima, examinando la pendiente de la asíntota de alta frecuencia de la curva del logaritmo de la magnitud, y el ángulo de fase a la frecuencia  $w \rightarrow \infty$ .

Se llaman sistemas de fase mínima a los sistemas cuya función de transferencia no tiene polos o ceros en el semiplano derecho s. Y sistemas de fase no mínima a los sistemas cuya función de transferencia tiene polos o ceros en el semiplano derecho s. Con el fin de explicar mejor, tomemos dos funciones de transferencia G1 función de transferencia de fase no mínima y G2 de fase

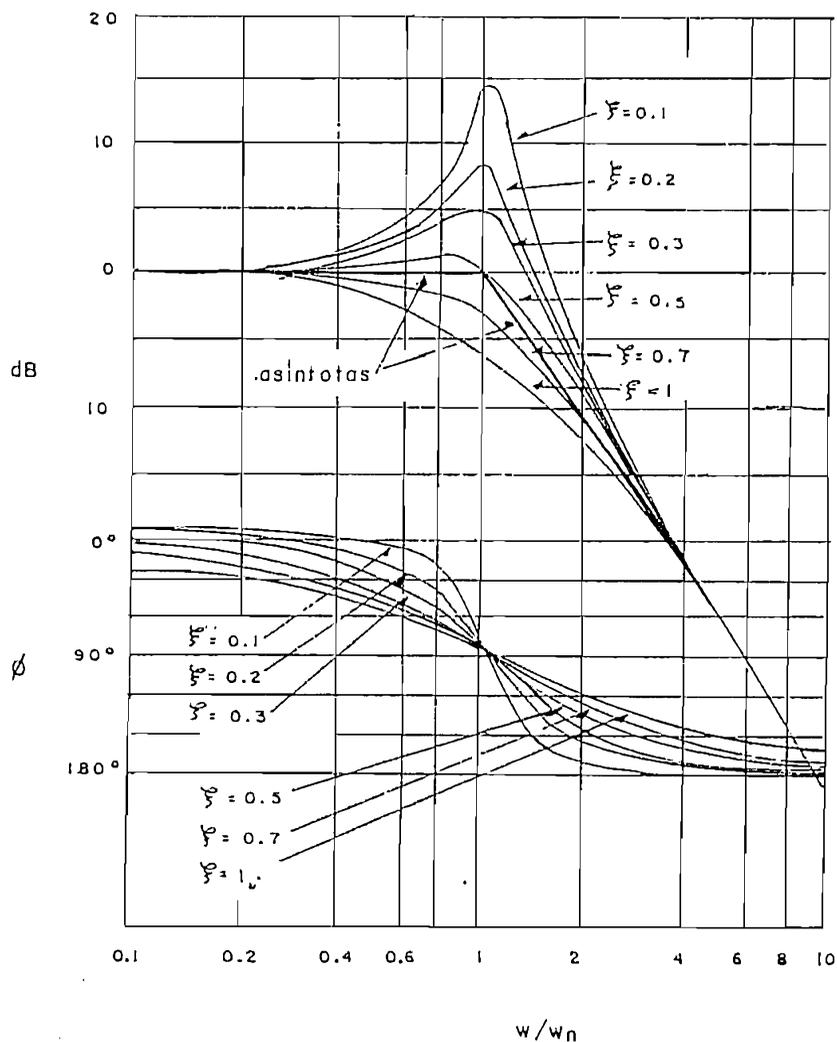


FIGURA 1.7c: Curva del logaritmo y módulo de fase de la función de transferencia cuadrática. (3)

mínima; y, analisemos sus respuesta de frecuencia. Sea:

$$G_1(j\omega) = \frac{1 - j\omega T_2}{1 + j\omega T_1} \quad \text{y} \quad G_2(j\omega) = \frac{1 + j\omega T_2}{1 + j\omega T_1}$$

el logaritmo de la amplitud para  $G_1$  es:

$$|G_1(j\omega)|_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} - 20 \log \sqrt{1 + (\omega T_1)^2}$$

para altas frecuencias el logaritmo de la amplitud tiende a 0 dB.

El ángulo de fase para  $G_1$  es:

$$\begin{aligned} \angle G_1(j\omega) &= \tan^{-1}(-\omega T_2) - \tan^{-1}(\omega T_1) \\ &= -\tan^{-1}(\omega T_2) - \tan^{-1}(\omega T_1) \end{aligned}$$

para altas frecuencias ( $\omega \rightarrow \infty$ ) el ángulo de fase de  $G_1(j\omega)$  es - 180 grados.

Ahora el logaritmo de la amplitud y el ángulo de fase para  $G_2$  es:

$$|G_2(j\omega)|_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} - 20 \log \sqrt{1 + (\omega T_1)^2}$$

y

$$\angle G_2(j\omega) = \tan^{-1}(\omega T_2) - \tan^{-1}(\omega T_1)$$

como observamos, el sistema de fase mínima a la frecuencia  $\omega \rightarrow \infty$  el logaritmo de la amplitud tiende a 0 dB y el ángulo de fase a 0 grados.

De este análisis; vemos que en un sistema de fase mínima el logaritmo de la amplitud y el ángulo de fase tienen una relación directa; es decir, que si especificamos la curva de la amplitud de un sistema en todo el rango de frecuencias desde cero a infinito, queda determinada unívocamente la curva del ángulo de fase y viceversa. Esto no se cumple para sistemas de fase no

mínima.

Podemos tener funciones no mínimas, cuando en su configuración incluyen: un elemento o elementos de fase no mínima ( como son: polos o ceros en el semiplano derecho de  $s$ ; y, el retardo de transporte), y cuando existe un lazo menor de inestabilidad. Los sistemas de fase no mínima son lentos en la respuesta.

Para determinar si el sistema es de fase mínima analizamos la pendiente y el ángulo de fase, estos cuando  $\omega \rightarrow \infty$  son: la pendiente de la asíntota  $- 20 (n - m)$  dB/dc y el ángulo de fase es  $- 90 (n - m)$  grados; donde  $n$  es el grado del polinomio del denominador y  $m$  es el grado del polinomio del numerador.

Para determinar la función de transferencia a partir de las curvas de respuesta de frecuencia, seguimos los pasos:

- 1.- aproximamos la curva del logaritmo de la amplitud por asíntotas con pendientes  $\pm 20$  dB/dc y sus múltiplos,
- 2.- identificamos si la función de transferencia es de fase mínima o fase no mínima, analizando la curva del logaritmo de la amplitud y el ángulo de fase cuando  $\omega \rightarrow \infty$ . Y si la pendiente de la asíntota es  $\pm 20 * p$  dB/dc y el ángulo de fase también es  $\pm 90 * p$  grados estamos en el caso de un sistema de fase mínima, caso contrario es fase no mínima.
- 3.- la ganancia  $k$  es numericamente igual al logaritmo de la

amplitud entre la intersección de la extensión de la asíntota de baja frecuencia y la recta a 0 dB, a la frecuencia más baja.

- 4.- para una función de transferencia de primer orden la frecuencia de corte  $\omega_c$  es igual a la frecuencia en la que el logaritmo de la amplitud es  $20 \log(0.707 k)$ ,
- 5.- para aproximaciones de una función de transferencia de segundo orden sobreamortiguado, determinamos las dos frecuencias de corte en la curva del logaritmo de la amplitud, la primera  $T_1$  a  $0.707 k$  como lo hacemos para el caso de la curva de primer orden. Para la segunda constante de tiempo  $T_2$ , trazamos la curva del logaritmo de la amplitud de la función encontrada y sustraemos punto por punto de las amplitudes de la curva determinada y la curva dada como dato; de la curva resultante determinamos de igual forma que la constante  $T_2$  anterior,
- 6.- para el sistema de segundo orden subamortiguado, la frecuencia de transición y el factor de amortiguamiento  $\zeta$  son encontradas por comparación de el pico de resonancia con la curva de la amplitud del sistema de segundo orden conocido,
- 7.- una vez conocida la función de transferencia, trazamos la curva del ángulo de fase y comparamos con la curva dada como dato, si existe alguna diferencia, esta corresponderá a la contribución del tiempo muerto. El ángulo

de fase para el tiempo muerto es igual a  $-\omega\theta_p$ .

Para explicar mejor, a continuación presentamos varios ejemplos.

EJEMPLO 1.1: A partir de la curva de frecuencia que se indica en líneas gruesas en la figura 1.8a, obtener la función de transferencia.

La asíntota que se aproxima a la pendiente de la curva del logaritmo de la amplitud en altas frecuencias es  $-20$  dB/dc y la curva del ángulo de fase tiende a  $-90$  grados en altas frecuencias; esto indica que el sistema es de fase mínima y por la forma de la curva, que es un sistema de primer orden. La ganancia  $k$  es igual a:

$$\acute{o} = 20 \log(k)$$

luego

$$k = 2$$

la frecuencia de corte está determinada por la frecuencia a la que el logaritmo de la amplitud es igual a:  $20 \log(0.707 k)$  y es:

$$20 \log(0.707 \times 2) = 3.009 \text{ dB}$$

y esto ocurre a la frecuencia de  $\omega_c = 1.4$ ; sabemos que  $T_1 = 1/\omega_c$ , luego  $T_1 = 1/1.4 = 0.71$  seg. Como el sistema es de fase mínima no tiene retardo de tiempo. Luego la función de transferencia aproximada para este sistema es:

$$G(s) = \frac{2}{1 + 0.7 s}$$



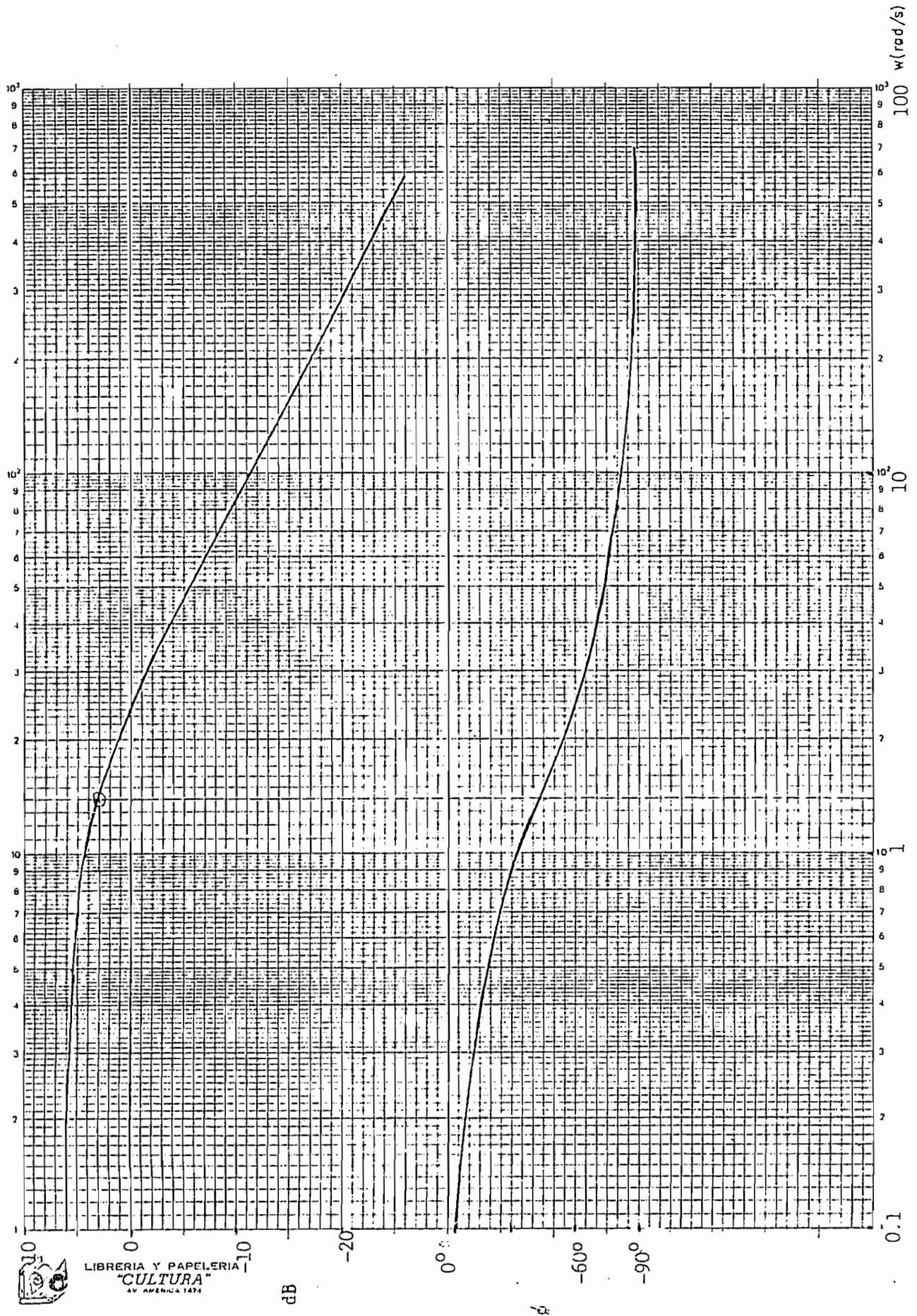


FIGURA 1.8a

EJEMPLO 1.2: Obtener la función de transferencia de las curvas de respuesta de frecuencia que se indica con líneas gruesas en la figura 1.8b.

En altas frecuencias la curva del logaritmo de la amplitud tiene una pendiente aproximada de  $-20$  dB/dc y el ángulo de fase es mayor que  $-90$  grados; esto indica que el sistema es de fase no mínima y por comparación con las curvas las respuestas de frecuencia conocidas de un sistema es un sistema de primer orden con retardo de transporte.

la constante  $k$  es:

$$20 \log(k) = 0 \text{ dB}$$

luego

$$k = 1$$

la frecuencia de corte  $\omega_c = 2.5$  rad/seg y corresponde a la frecuencia donde el logaritmo de la amplitud de la curva es  $-3$  dB, entonces la constante de tiempo es igual a  $T_1 = 1/\omega_c = 1/2.5$

$$T_1 = 0.4 \text{ seg.}$$

la función determinada hasta ahora es  $1/(0.4 s + 1)$ , trazamos la curva del ángulo de fase de esta función (se indica con líneas delgadas) y comparamos con la curva del ángulo de fase dada como dato inicialmente, de esta comparación vemos que existe una pequeña diferencia entre ambas curvas y que corresponde al retardo de transporte. Podemos calcular este retardo de transporte de la siguiente forma: a la frecuencia  $\omega_c$  de corte

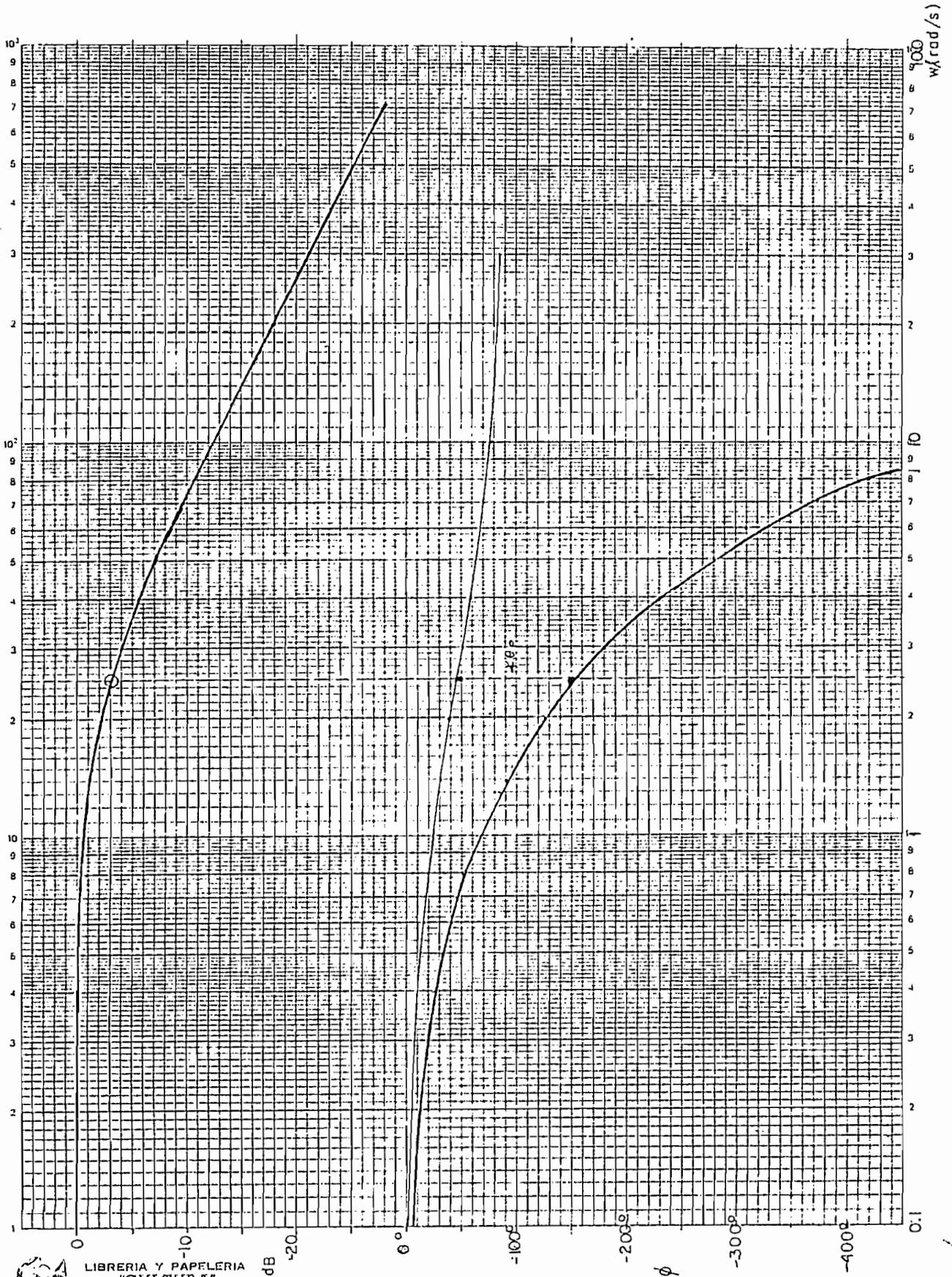


FIGURA 1.8b



para este sistema de primer orden el ángulo de fase es  $-45$  grados para el sistema sin retardo de transporte; cuando existe retardo de transporte el ángulo de fase a esta frecuencia sería:

$$\begin{aligned} -154^\circ &= -\omega c * 180 * \theta_p / \pi - 45^\circ \\ -\omega c * \theta_p * 180 / \pi &= -154^\circ + 45^\circ = -109^\circ \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} \theta_p &= 109^\circ * \pi / (\omega c * 180) \\ &= 109^\circ * \pi / (2.5 * 180) \\ &= 0.76 \text{ seg.} \end{aligned}$$

la función de transferencia que corresponde a la curvas de respuestas dada es:

$$G(s) = \frac{\exp(-0.76 s)}{1 + 0.4 s}$$

**EJEMPLO 1.3:** Determinar la función de transferencia a partir de las curvas de respuesta de frecuencia que se indica en las curvas con líneas gruesas en la figura 1.8c.

la pendiente de la asíntota en altas frecuencias es de  $-40 \text{ dB/dc}$  y el ángulo de fase tiende a  $-180$  grados; esto nos indica que el sistema es de segundo orden y de fase mínima. Comparando la curva del logaritmo de la amplitud con una curva de segundo orden conocida vemos que el sistema es subamortiguado. La ganancia  $k = 5$ ; determinamos la primera frecuencia de corte  $\omega_{c1}$  en forma aproximada a la amplitud de  $0.707$  de  $k$  y es  $\omega_{c1} = 0.2$ ; entonces  $T1 = 1/0.2 \approx 5$ .

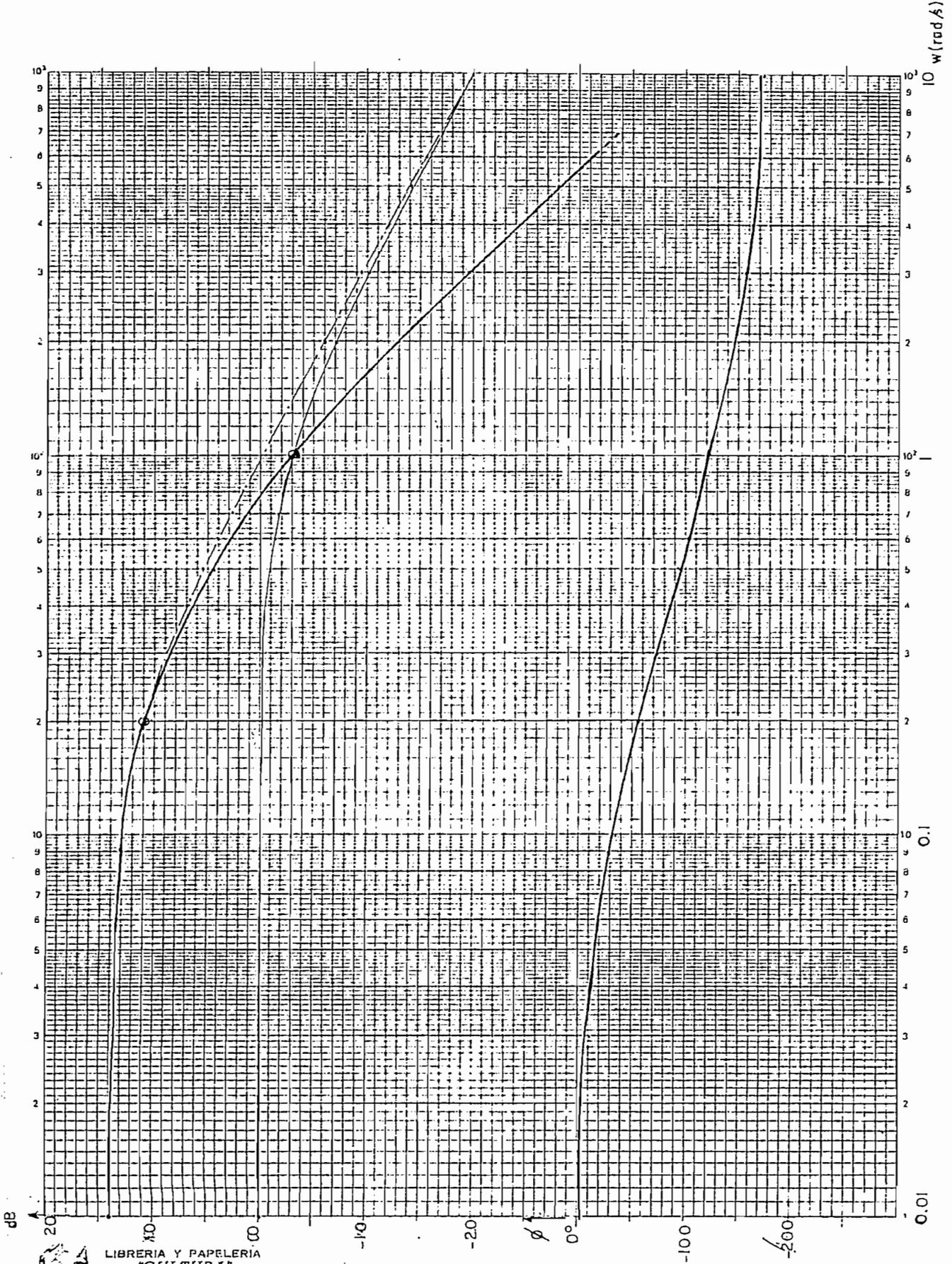


FIGURA 1.8c:



Luego la función encontrada es:  $5/(5s + 1)$ ; trazamos la curva del logaritmo de la amplitud de esta función (curva de raya y punto) y restamos de la curva inicial dada como dato y nos da como resultado una curva de logaritmo de la amplitud (curva en líneas delgadas) de donde sacaremos la segunda frecuencia de corte  $\omega c2 = 1.1$  y  $T2 = (1/1.1) \approx 1$ . Por lo tanto la función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{5}{(5s + 1)(s + 1)}$$

EJEMPLO 1.4: Obtener la función de transferencia de las curvas de respuesta de frecuencia que se indica en líneas gruesas en la figura 1.8d.

Siguiendo pasos similares que a los anteriores ejemplos nos da: la ganancia  $k = 7$ , las frecuencias de corte  $\omega c1 = 0.2$  y  $\omega c2 = 1$ , por lo tanto las constantes de tiempo son iguales a  $T1 = 5$  y  $T2 = 1$ . El retardo de transporte lo calculamos a la frecuencia  $\omega = 10$ ; y es:

$$\begin{aligned} \theta_p &= - (-230^\circ + 173^\circ) * T / (180 * 10) \\ &= 0.1 \text{ seg} \end{aligned}$$

La función de transferencia determinada es:

$$G(s) = \frac{7 * \exp(-0.1 s)}{(5s + 1)(s + 1)}$$

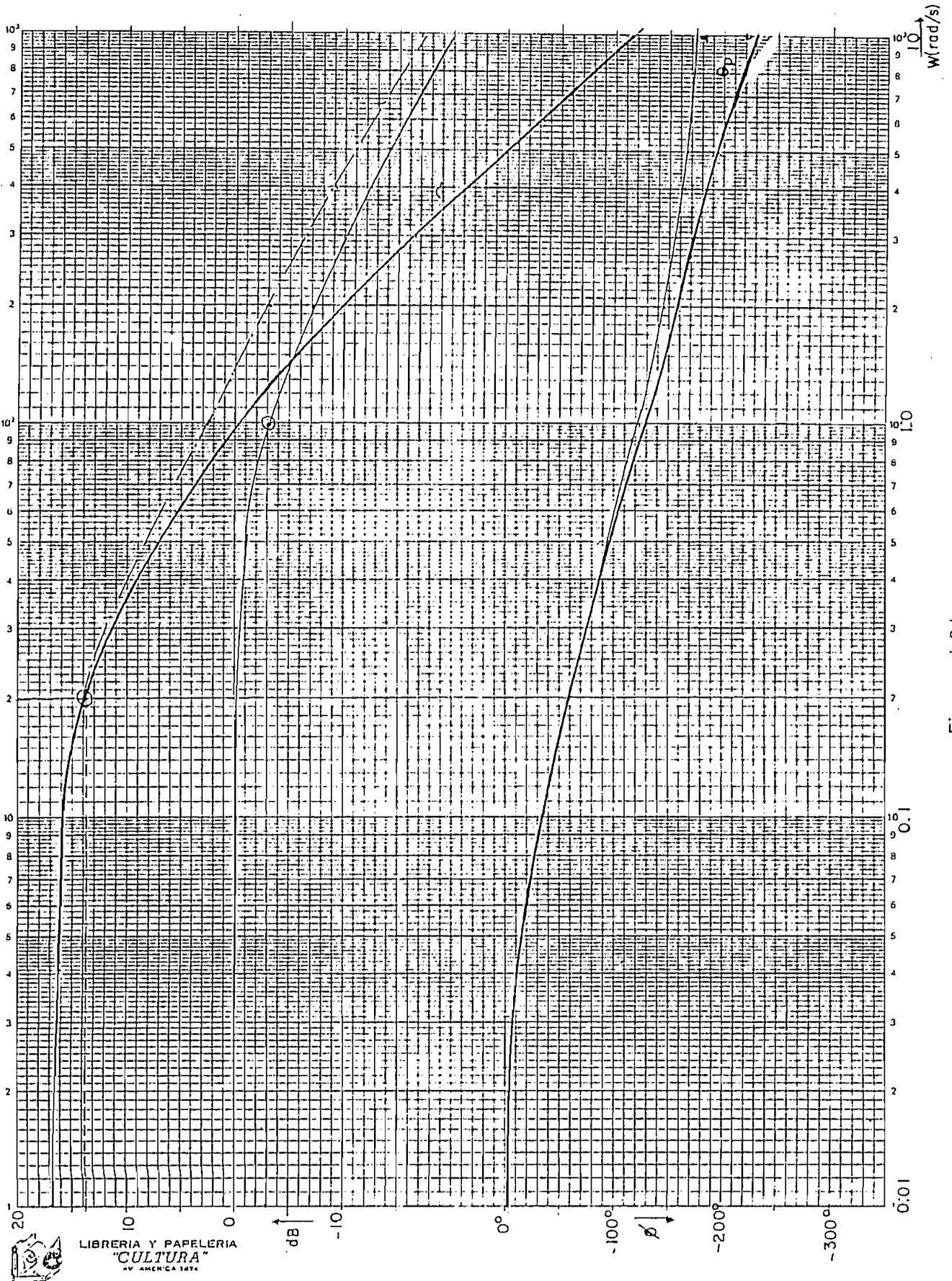


Figura 1.8d :

EJEMPLO 1.5: Obtener la función de transferencia de las curvas de respuestas de frecuencia se indica con líneas gruesas en la figura 1.8e.

La pendiente de las asíntotas a altas frecuencias es  $-40$  dB/dc y su ángulo para frecuencias altas tiende al infinito. Este sistema corresponde a un sistema de segundo orden sobreamortiguado. La ganancia  $k = 1.75$ , comparando la curva del logaritmo de la amplitud con una curva conocida para el sistema de segundo orden obtenemos la constante de amortiguamiento  $\zeta = 0.4$  y la frecuencia  $\omega_n = 2$ . La función obtenida es  $(1.75 / (1 + 0.4s + s^2/4))$ , para esta función trazamos la curva del ángulo de fase (curva de líneas delgadas). De la diferencia entre esta curva y la curva del ángulo de fase dada como dato obtenemos el retardo de tiempo; en este caso consideramos a la frecuencia de corte  $\omega_n = 2$  donde el ángulo de fase para un sistema de segundo orden es  $-90$  grados, luego

$$\begin{aligned} \theta_p &= - (-101 + 90) * \pi / (180 * 2) \\ &= 0.1 \text{ seg.} \end{aligned}$$

Por lo tanto la función de transferencia determinada es:

$$G(s) = \frac{1.75 * \exp(-0.1 s)}{(1 + 0.4 s + s^2 / 4)}$$

EJEMPLO 1.6: Obtener la función de transferencia de la curva de respuesta de frecuencia que se indica con líneas gruesas en la

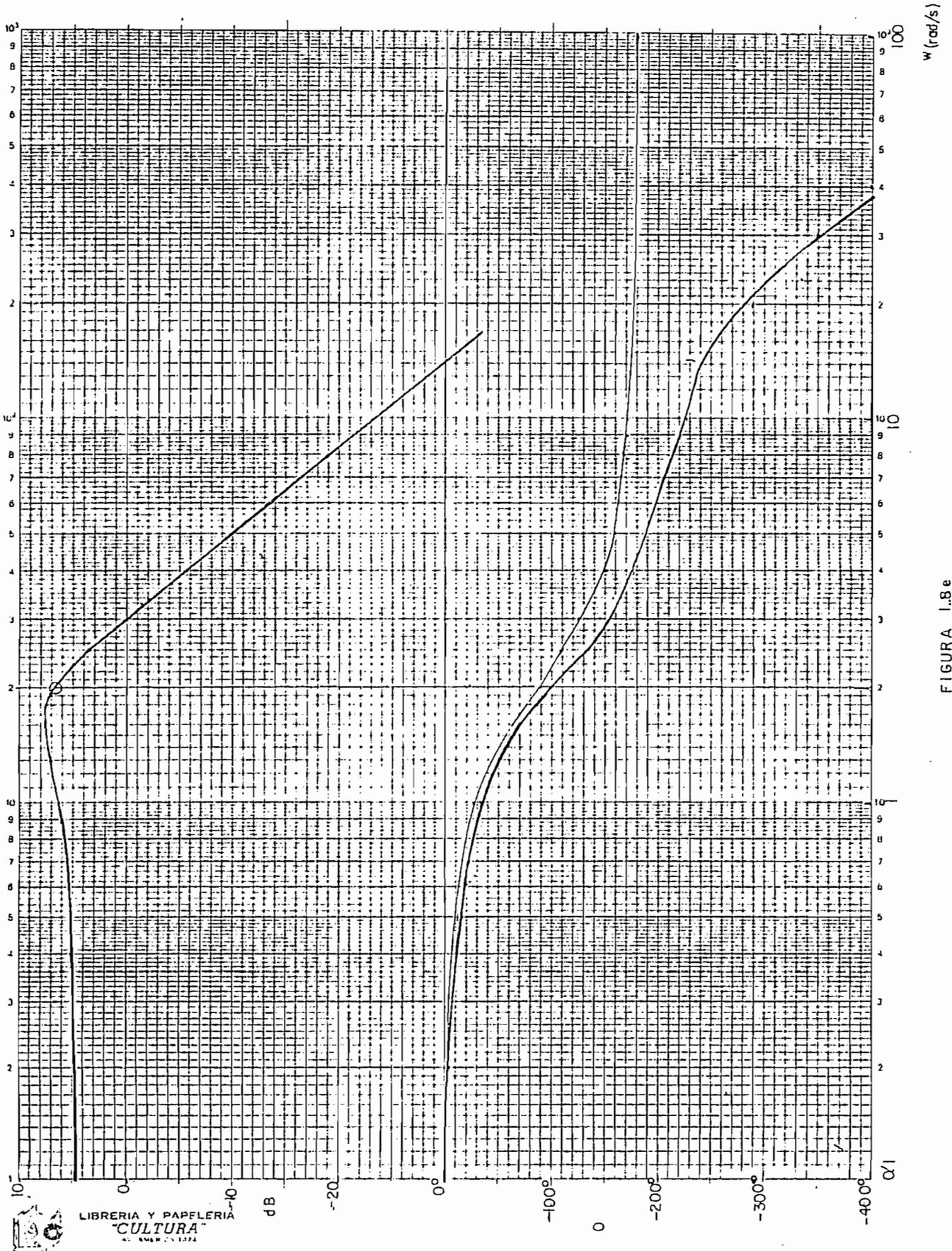


FIGURA 1.8e

figura 1.8f.

La pendiente de la asíntota a frecuencias altas es de  $-60$  dB/dc y el ángulo de fase tiende a  $-270$  grados en altas frecuencias. Esto indica que el sistema es de tercer orden y de fase mínima. La ganancia  $k = 7$ ; la frecuencia de corte  $\omega_c$  la determinamos a la amplitud de  $0.707 k$  y es  $\omega_c = 0.14$  y la constante de tiempo  $T_1 = (1/0.14) = 7$ . La función encontrada es:  $(7/(7s + 1))$  trazamos la curva del logaritmo de la amplitud para esta función (curvas trazada con raya-punto) y le restamos de la curva dada como dato (curva de líneas gruesas), nos la curva trazada con línea continua y delgada que corresponde a un sistema de segundo orden. De esta última curva determinamos como se indicó para el ejemplo anterior las constante de amortiguamiento que es igual a  $\zeta = 0.2$  y la frecuencia de corte  $\omega_n = 1$  rad/seg.

Por lo tanto la función de transferencia determinada es:

$$G(s) = \frac{7}{(7s + 1)(1 + 0.4s + s^2)}$$

### 1.2.2 PULSOS DE PRUEBA PARA IDENTIFICACION DE PROCESOS

Esta es otra técnica para obtener la curva de respuesta de frecuencia a partir de pulsos de prueba y tiene aplicación en control de procesos. Esta técnica de identificación se realiza inicialmente en el dominio del tiempo; se aplica un pulso de prueba  $u(t)$  a la entrada y se obtiene la curva de reacción del

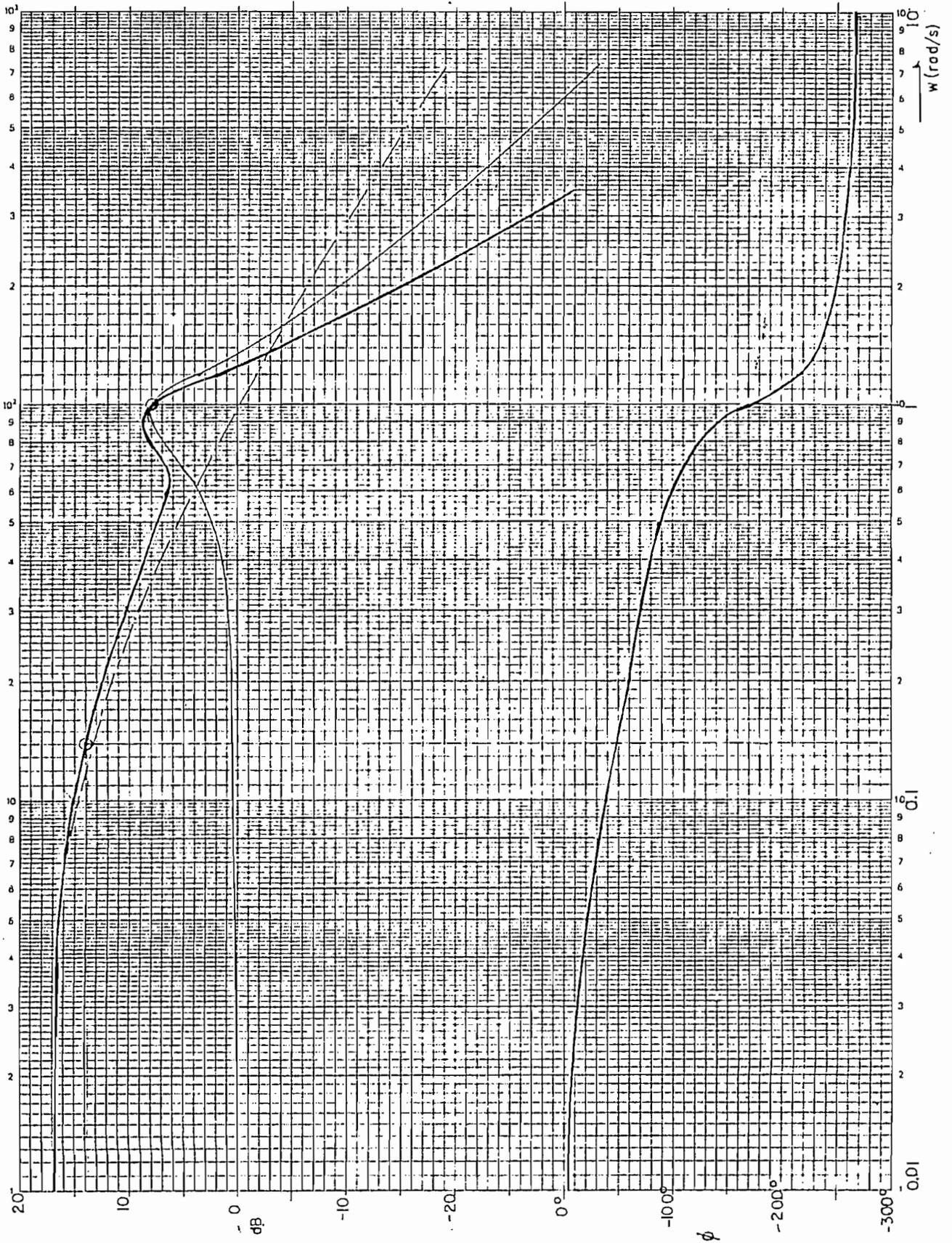


FIGURA 1.8f

procesos  $y(t)$  de la salida, mediante cierto proceso matemático que se explica más adelante en este mismo numeral, se determina el módulo y fase de la función de transferencia del sistema para cierta frecuencia, y el proceso se repite para diferentes frecuencias, con los datos se puede trazar la respuesta de frecuencia (diagrama de Bode). La determinación de los parámetros se logra en el dominio de la frecuencia, con la curva de respuesta de frecuencia obtenida.

El pulso de prueba es de forma arbitraria y se aplica a la entrada  $u(t)$  del sistema, ver en la figura 1.9. Bajo condiciones de estado estable y control manual registramos la curva de reacción del proceso, como se indica en la figura 1.10.

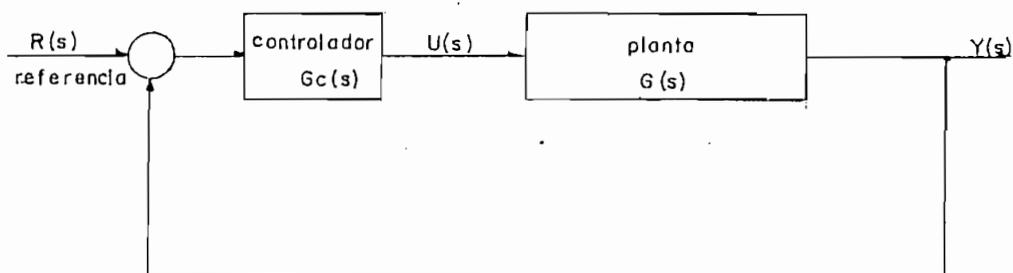


FIGURA 1.9: Sistema típico de control de lazo cerrado

En el sistema de la figura 1.9, utilizando la transformada de Laplace la función de transferencia es

$$G(s) = \frac{U(s)}{Y(s)}$$

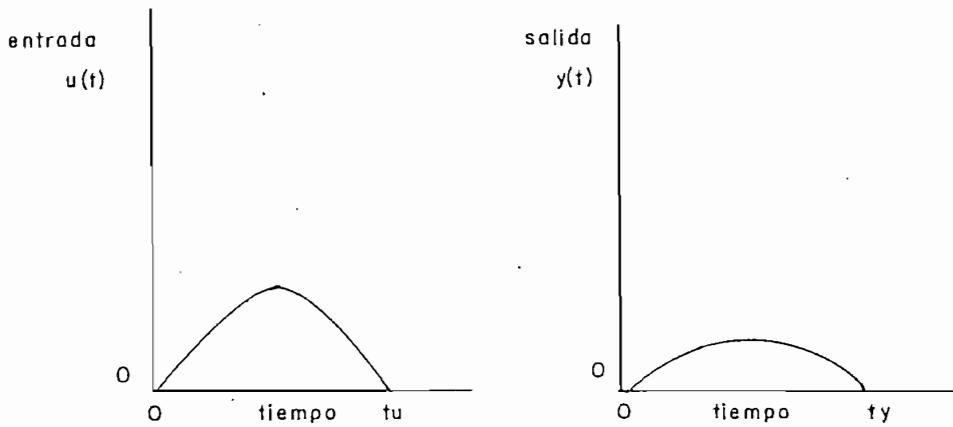


FIGURA 1.10: Gráfico de la entrada y salida

Utilizando la definición de la transformada de Laplace para  $U(s)$  y  $Y(s)$ ; y, reemplazando el valor de  $\exp(-st)|_{s=j\omega} = \cos j\omega t - j \text{sen} j\omega t$  nos da la ecuación:

$$G(j\omega) = \frac{\int_0^{t_y} y(t) \cos \omega t \, dt - j \int_0^{t_y} y(t) \text{sen} \omega t \, dt}{\int_0^{t_x} u(t) \cos \omega t \, dt - j \int_0^{t_x} u(t) \text{sen} \omega t \, dt} \quad (1.15)$$

$$G(j\omega) = \frac{A - jB}{C^2 - jD^2} \quad (1.16)$$

donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , y  $D$  representan las cuatro integrales de la ecuación 1.15. Si a  $G(j\omega)$  le multiplicamos y dividimos para el conjugado del denominador la ecuación 1.16 queda después de hacer las respectivas operaciones

$$G(j\omega) = \frac{AC + BD}{C^2 + D^2} + j \frac{AD - BC}{C^2 + D^2}$$

$$G(j\omega) = \operatorname{Re}G(j\omega) + j\operatorname{Im}G(j\omega) \quad (1.17)$$

sacando la amplitud  $|G(j\omega)|$  y fase  $\phi$  queda

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}G(j\omega)^2 + \operatorname{Im}G(j\omega)^2}$$

$$= \sqrt{\left[ \frac{AC + BD}{C^2 + D^2} \right]^2 + \left[ \frac{AD - BC}{C^2 + D^2} \right]^2} \quad (1.18)$$

$$\phi = \operatorname{Arctan} \left[ \frac{AD - BC}{AC + BD} \right]$$

El proceso es repetitivo para diferentes valores de frecuencia  $\omega$ , determinamos por integración los valores de A, B, C y D y dichos valores aplicamos en las ecuaciones (1.17) y (1.18).

Para este método se puede realizar un programa en computador digital y obtener de esta manera la curva de respuesta de frecuencia sin distorsión. (4)

### 1.2.3 ANALISIS DE LA RESPUESTA A UNA ENTRADA IMPULSO Y FUNCION PASO

Este método se realiza en el dominio del tiempo, y permite obtener la respuesta transitoria de un sistema lineal invariante en el tiempo, que puede ser excitado por señales de prueba: paso, pulso, o impulso.

Analicemos las respuestas de sistemas de primero y segundo orden a una función impulso. La función impulso esta definida como:

$$f(t) = \begin{cases} \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0} & ; \text{ para } t = t_0 \\ 0 & ; \text{ para } t \neq t_0 \end{cases}$$

cuya transformada de Laplace es:

$$\mathcal{L}(f(t)) = F(s) = A$$

cuando A es igual a uno, se denomina función impulso unitaria.

Si aplicamos este impulso unitario a la entrada de un sistema lineal invariante en el tiempo, con condiciones iniciales cero, la función de transferencia G(s) es :

$$G(s) = \frac{C(s)}{U(s)}$$

como  $U(s) = 1$ , tenemos que la salida del sistema es:

$$C(s) = G(s)$$

en el tiempo tenemos la función a la respuesta impulsiva:

$$c(t) = g(t)$$

En conclusión, la función de transferencia y la función respuesta impulsiva contienen la misma información sobre la dinámica del sistema, cuando esta es excitada con una entrada impulsiva.

La respuesta al impulso unitario  $C(s)$  de sistemas de primer orden podemos ver en la figura 1.11 ( $T =$  constante del tiempo).

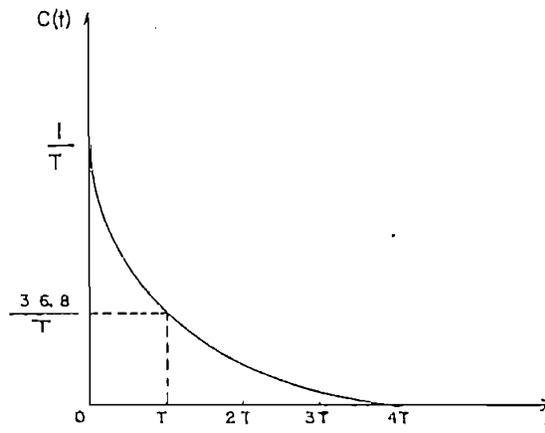


FIGURA 1.11: Respuesta al impulso de un sistema de primer orden.

la salida esta dada por:

$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

$$c(t) = \frac{1}{T} \exp(-t/T) \quad (t \geq 0)$$

la respuesta impulso unitario  $C(s)$  de un sistema de segundo orden, como el de la figura 1.12, se muestra:

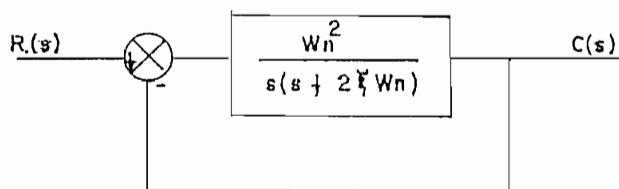


FIGURA 1.12: Sistema de segundo orden.

en la figura 1.13 la salida  $C(s)$  está dada por: (5)

$$C(s) = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\xi W_n s + W_n^2} \quad (1.17)$$

la transformada inversa de Laplace da la solución de la respuesta  $c(t)$ , como sigue:

Para  $0 < \xi < 1$

$$c(t) = \frac{W_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} \exp(-\xi W_n t) * \sin\left[W_n \sqrt{1 - \xi^2} t\right] \quad t \geq 0$$

para  $\xi = 1$

$$c(t) = W_n t \exp(-W_n t) \quad t \geq 0$$

para  $\zeta > 1$

$$c(t) = \frac{w_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[ \exp(-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})w_n t) - \exp(-(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})w_n t) \right] \quad t \geq 0$$

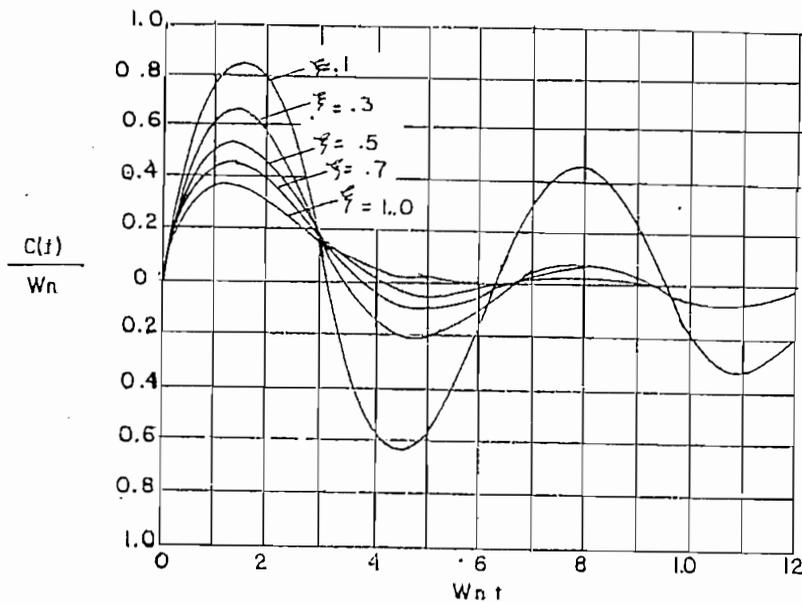


FIGURA 1.13: Curvas de respuesta al impulso unitario para un sistema de segundo orden.

Para los casos de amortiguamiento crítico y sobreamortiguamiento, la respuesta es siempre positiva o cero, es decir  $c(t) \geq 0$ . Para el caso subamortiguado la respuesta oscila alrededor de cero tomando valores positivos y negativos. El sobreimpulso máximo se produce en:

$$t = \frac{\tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad 0 < \zeta < 1$$

y es igual a

$$c(t)_{\max} = \omega_n \exp \left( - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \quad 0 < \zeta < 1$$

la desventaja de las señales de prueba impulso es la dificultad para ser generadas, pues se realizan aproximaciones de funciones impulso para casos prácticos. En la práctica se puede considerar como un impulso a un pulso de entrada con muy corta duración en comparación con las constantes de tiempo significativas del sistema. La función pulso de corta duración tiene aplicaciones en identificación de procesos, prospección sísmica y biomedicina.

La función pulso está definida como:

$$f(t) = \begin{cases} A = \text{constante} & \text{para } 0 < t < t_0 \\ 0 & \text{para } t < 0, t > t_0 \end{cases}$$

la transformada de Laplace de  $f(t)$  es:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = A/s (1 - \exp(-s t_0))$$

Si el sistema está sometido a perturbaciones bruscas, una señal de prueba aconsejable puede ser una función escalón tal es el caso de control de motores, generadores, etc.

La función escalón o paso esta definida como:

$$f(t) = \begin{cases} A = \text{constante} & \text{para } t > 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

la transformada de laplace de  $f(t)$  está dada por

$$\mathcal{L}(f(t)) = A/s$$

La función escalón cuya altura es la unidad recibe el nombre de función escalón unitario.

La transformada de Laplace para la función escalón unitario es  $1/s$ . Para un sistema de primer orden la respuesta  $C(s)$  al escalón unitario es:

$$C(s) = \frac{1}{(Ts + 1)s}$$

desarrollando en fracciones parciales

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts + 1}$$

tomando la transformada inversa de Laplace nos da

$$c(t) = 1 - \exp(-t/T) \quad t \geq 0$$

graficamente la respuesta que se obtiene, se ve en la figura 1.14

Una característica importante de esta curva es que cuando

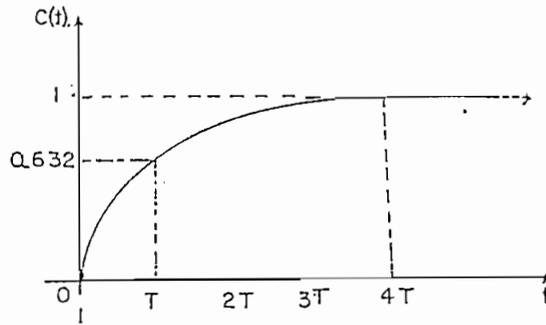


FIGURA 1.14: Curva de respuesta escalón unitario de un sistema de primer orden.

$t = T$ ,  $c(t) = 1 - \exp(-1) = 0.632$  y la pendiente en  $t = 0$  es  $1/T$ . Donde  $T$  es la constante de tiempo del sistema.

Para un sistema de segundo orden la respuesta al escalón unitario es:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s}$$

el comportamiento dinámico del sistema de segundo orden puede describirse en términos de  $\zeta$  y  $\omega_n$ , para analizar el comportamiento consideramos tres casos distintos.

a) Caso subamortiguado ( $0 < \zeta < 1$ ), para este caso  $C(s)/R(s)$  es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)}$$

donde  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ ; la frecuencia  $\omega_d$  se denomina frecuencia natural amortiguada y es la frecuencia de oscilación que se observa en la respuesta.  $C(s)$  para una entrada escalón es:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s}$$

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2}$$

aplicando la transformada inversa de Laplace obtenemos  $c(t)$

$$C(s) = c(t) = 1 - \frac{\exp(-\zeta\omega_n t)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \operatorname{sen} \left[ \omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right];$$

para  $t \geq 0$

b) Caso de amortiguamiento crítico ( $\zeta = 1$ ), para una entrada escalón unitario,  $C(s)$  es:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2}$$

la transformada inversa de Laplace es:

$$c(t) = 1 - \exp(-\omega_n t) \times (1 + \omega_n t) \quad t \geq 0$$

c) Caso sobreamortiguado, la respuesta escalón  $C(s)$  para este caso es:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

aplicando la transformada inversa de Laplace, queda:

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left( \frac{\exp(-s_1 t)}{s_1} - \frac{\exp(-s_2 t)}{s_2} \right) \quad t \geq 0 \quad (1.19)$$

donde:

$$s_1 = \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})$$

$$s_2 = \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})$$

cuando  $\zeta$  es apreciablemente mayor que la unidad, el término que contiene  $s_1$  en la ecuación 1.19 decrece más rápidamente que el término que contiene  $s_2$ ; por lo tanto, se puede despreciar el término que contiene  $s_1$  y la respuesta es similar a la de un sistema de primer orden y  $C(s)/R(s)$  se aproximaría a:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}{s + \zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} = \frac{s_2}{s + s_2}$$

y

$$C(s) = \frac{\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}{(s - \zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}) s}$$

la respuesta temporal  $c(t)$  es, entonces:

$$c(t) = 1 - \exp(-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n t) \quad t \geq 0$$

En la figura 1.15 se ve el esquema de la respuesta escalón para un sistema de segundo orden. para una variación del parámetro  $\zeta$ . (6)

En la figura 1.15 se ve que un sistema subamortiguado con  $\zeta$  entre 0.5 y 0.8, se aproxima más rápidamente al valor final que un sistema con sobreamortiguamiento o con amortiguamiento crítico.

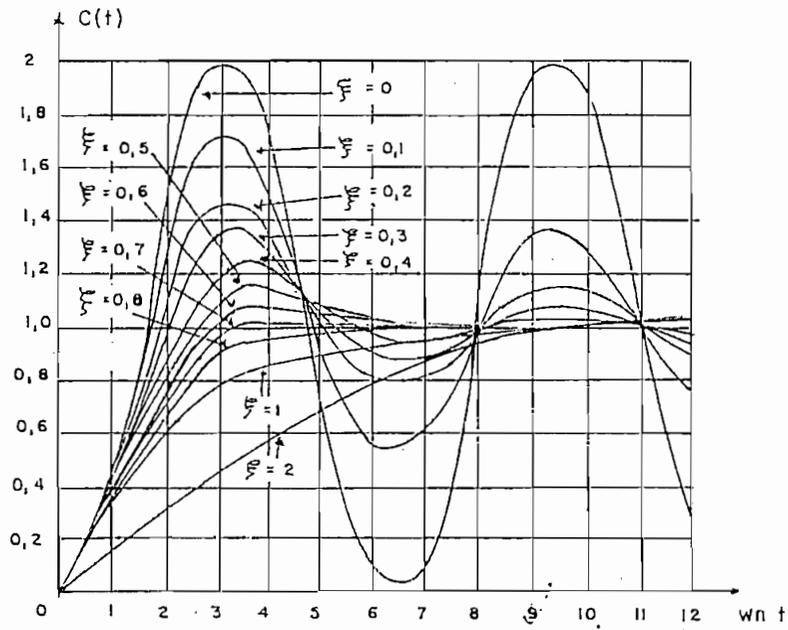


FIGURA 1.15: Curvas de respuesta escalón para un sistema de segundo orden.

La respuesta transitoria de un sistema a una entrada escalón depende de las condiciones iniciales. Se considera a las condiciones iniciales normalizadas de un sistema cuando este se encuentra inicialmente en reposo con la salida y todas las derivadas en el tiempo iguales a cero.

Los parámetros del modelo del sistema se determinan de la respuesta  $c(t)$  a las señales de prueba (escalón, impulso o pulso)  $c(t)$ , en base a las características señaladas anteriormente. Así para un sistema de primer orden se calcula la constante de tiempo correspondiente. Para un sistema de segundo orden subamortiguado

se determina  $\omega_d$  y el parámetro  $\zeta$  según el sobreimpulso que presente en base al patrón de la figura 1.15.

Para sistemas de orden superior se aproxima a sistemas de primero o segundo orden, como se explica más adelante (numeral 1.2.3).

Para que la obtención de los parámetros del modelo del sistema sean lo más aproximados a los de la planta, es necesario que la respuesta dinámica  $c(t)$ , no este contaminada por ruido, como se ve en la figura 1.16. Por tanto, la señal  $c(t)$  debe ser

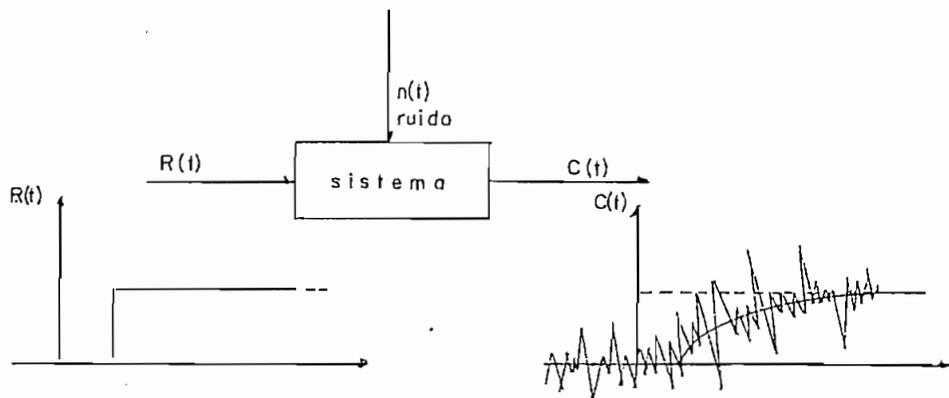


FIGURA 1.16: Corrupción de ruido en la respuesta  $c(t)$  de un sistema.

filtrada, para ello se puede utilizar el analizador de respuesta transitoria; que se indica en el diagrama de bloques en la figura 1.17. (7)

El proceso para filtrar el ruido de  $c(t)$  es el siguiente: intentamos repentinamente una señal impulso en el sistema y

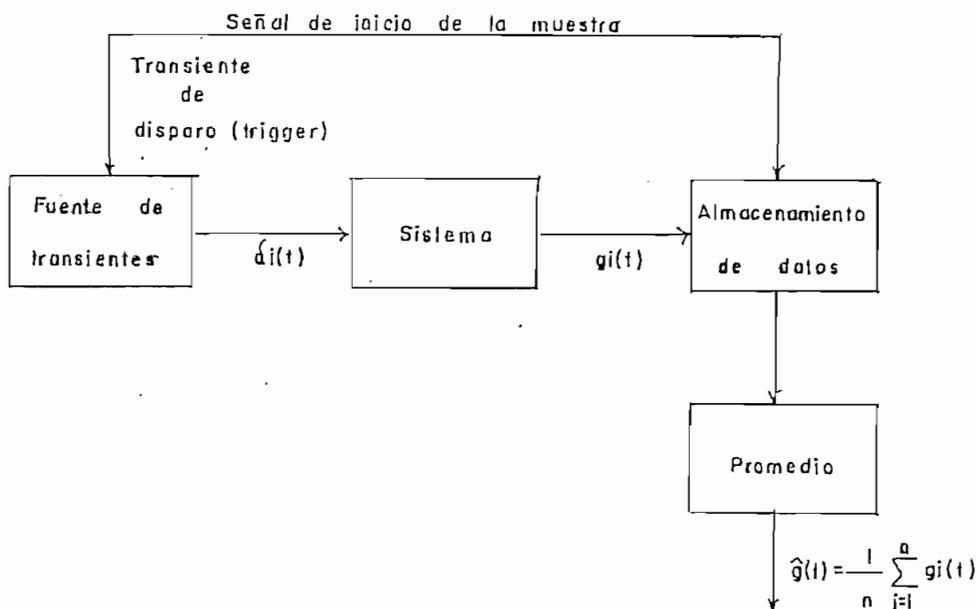


FIGURA 1.17: Diagrama de bloques de el analizador de respuesta transitoria.

medimos la salida  $c(t)$  cada vez. La generación de el impulso  $d_i(t)$  e inyección, lo realizamos con el trigger y con la señal de inicio de la muestra que nos proporciona la información  $g_i(t)$  que contiene ruido del sistema; esto se produce cada  $T$  segundos como el gráfico de la figura 1.16 y con igual periodo recogemos la información y sacamos el promedio  $\hat{g}(t)$ , de acuerdo a las ecuaciones:

$$g_i(t) = c_i(t) = g(t) + n_i(t)$$

$$n_i(t) = \text{ruido blanco}$$

NOTA:  $E[\hat{g}(t)] = g(t)$  ( estimación sin desviación )

$$E[(\hat{g}(t) - g(t))^2] = 1/n \cdot \sigma^2$$
 ( estimador consistente )

tanto la estimación sin desviación como el estimador consistente

se estudia más detalladamente en el capítulo II.

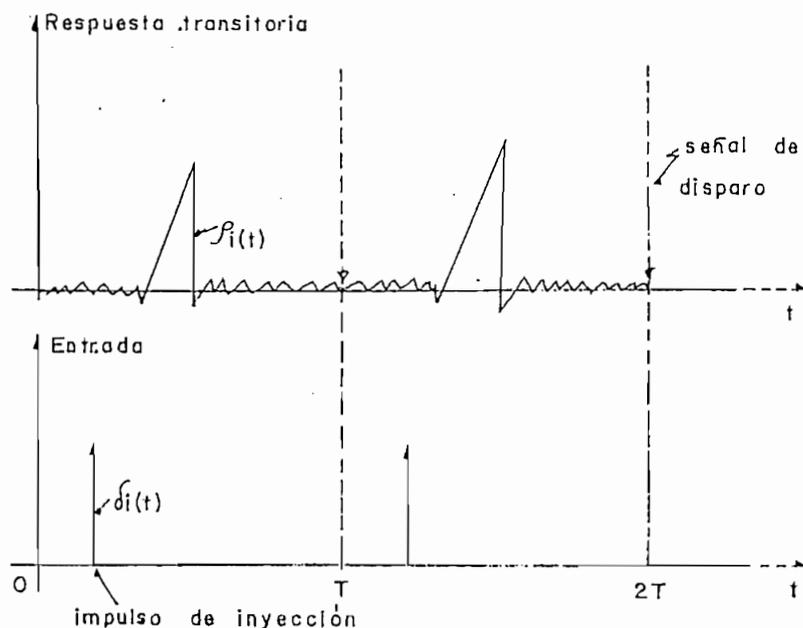


FIGURA 1.18: Indica las señales de inyección (impulso) y señal de compuerta.

La ventaja del análisis de la respuesta de un sistema en el dominio del tiempo, está en que permite dar una visión rápida del tipo de respuesta del sistema (si es de primero o segundo orden o existe fuerte retardo de transporte). Es aplicable en aquellos casos en que es permisible señales de entrada transitorias y en sistemas de procesos (dan la curva de reacción del proceso).

En el numeral 1.2.3 se expone una técnica en base a un método numérico para determinar parámetros de modelos de 2do orden sobreamortiguado y subamortiguado con retardo de transporte que tiene aplicación al control.

#### 1.2.4 MODELOS A PARTIR DE LA RESPUESTA A UNA SENAL DE PRUEBA ESCALON (CURVA DE REACCION DE PROCESO).

Este método es en el dominio del tiempo y utiliza modelos aproximados de sistemas de primero y segundo orden con retardo de transporte y la curva de reacción de procesos industriales; en los que se tiene que, el comportamiento dinámico del sistema de alto orden puede aproximarse a una de primero o de segundo orden con tiempo muerto, como se detalla más adelante en este numeral.

Se puede considerar que los procesos dinámicos se clasifican en las siguientes categorías:

- instantáneo o de estado estable,
- de primer orden,
- de segundo orden,
- tiempo muerto.

En los procesos instantáneos o de estado estable la salida del sistema sigue las variaciones de la entrada, existiendo en el proceso un error de estado estable  $k_p$ . En la figura 1.21 se indica el diagrama de bloques y respuesta de un sistema

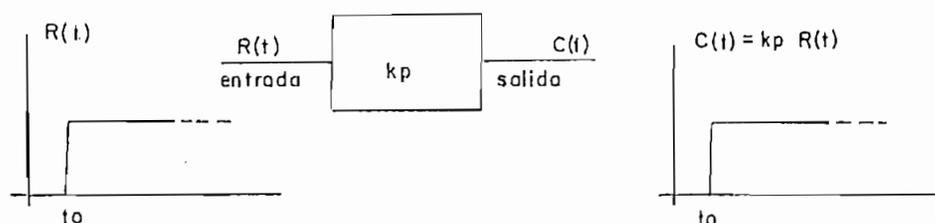


FIGURA 1.21: Gráfico de procesos instantáneos

instantáneo. La señal de salida será:

$$C(t) = k_p R(t)$$

donde  $k_p$  es la ganancia del proceso.

En la figura 1.22 se indica la respuesta en sistemas de primero y de segundo orden.

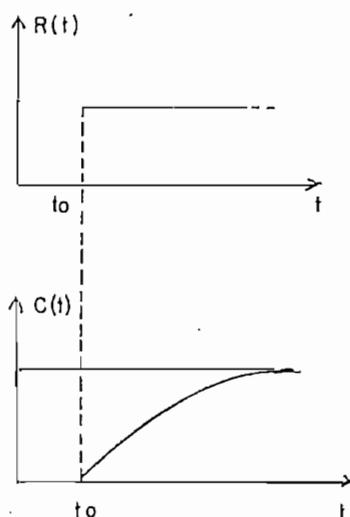


FIGURA 1.22a: Respuesta de un proceso de primer orden.

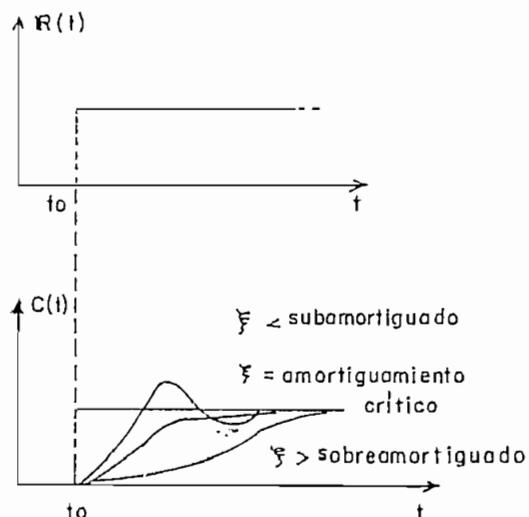


FIGURA 1.22b: Respuesta de un proceso de segundo orden.

El tiempo muerto o retardo de transporte de un proceso se define como el tiempo de retardo antes de que la salida sea afectada por los cambios de la entrada. Este tipo de retardo ocurre; por ejemplo: en sistemas donde hay transporte de materiales (bandas transportadoras, etc) en las que aparecen fenómenos de propagación de ondas (radar, sistemas acústicos, etc.), en los que la medición toma cierto tiempo antes de ser procesada. El modelo de proceso para tiempo muerto es dada

por:

$$Y(t) = X(t - \theta_p)$$

en estado estable

$$Y_s = X_s$$

las dos ecuaciones anteriores podemos expresarles en términos de desviación, esto es:

$$Y(t) = y(t) - Y_s \quad ; \quad X(t - \theta_p) = x(t - \theta_p) - x_s$$

tomando la transformada de Laplace dará la función de transferencia con tiempo de retardo.

$$Y(s) = X(s) \exp(-\theta_p s)$$

$$G_p(s) = Y(s) / X(s) = \exp(-\theta_p s)$$

de ahí que la respuesta de frecuencia sea:

$$G_p(j\omega) = \exp(-j\omega\theta_p)$$

o

$$G_p(j\omega) = 1 \underline{\exp(-j\omega\theta_p)}$$

luego, la amplitud logarítmica del retardo de tiempo es 0 db y su ángulo de fase es:

$$\begin{aligned} G_p(j\omega) &= -\omega\theta_p \text{ (radianes)} \\ &= -57.3 \omega\theta_p \text{ (grados)} \end{aligned}$$

la respuesta Y para una entrada arbitraria con tiempo muerto se indica en la figura 1.23.

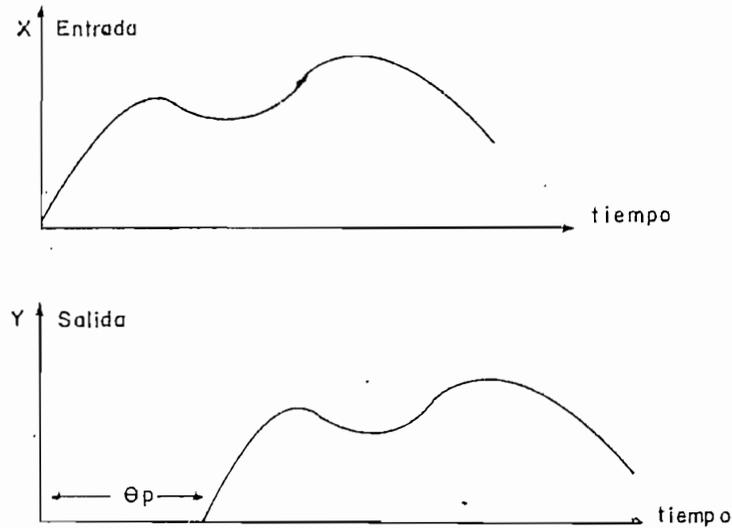


FIGURA 1.23: Respuesta Y de un sistema con tiempo muerto

El método en base a una señal de prueba escalón permite determinar los parámetros de una función de transferencia de un proceso de primero y segundo orden con tiempo muerto, si el sistema de orden superior se aproxima a un sistema que tiene una o dos constantes de tiempo y con un tiempo muerto. Para demostrar esto consideremos un proceso que tiene  $N$  elementos de primer orden en serie como se indica en la figura 1.24, cada elemento tiene una constante de tiempo  $\tau/N$ , y se tiene entonces un modelo equivalente dado por:

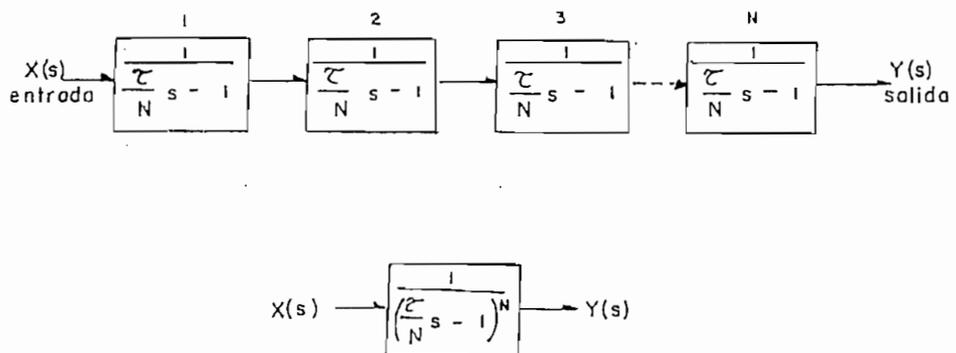


FIGURA 1.24:  $N$  elementos de primer orden en serie.

Todos los retardos introducidos formarán juntos un tiempo muerto puro; como se indica en la figura 1.25(8) la que presenta la respuesta de un proceso a un paso unitario de entrada en  $X$ , cuando  $N$  varía desde 1 a  $\infty$ .

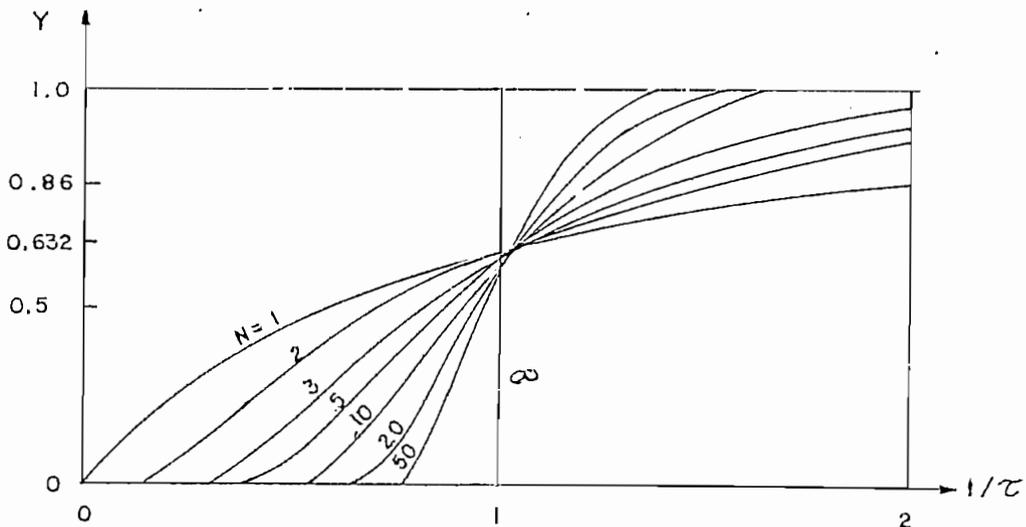
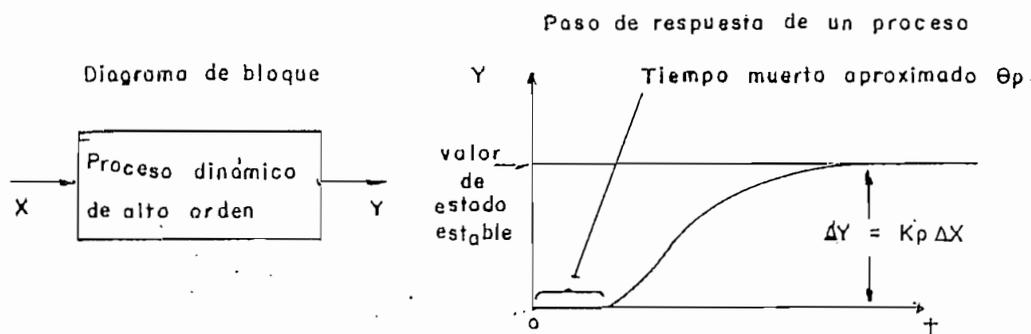


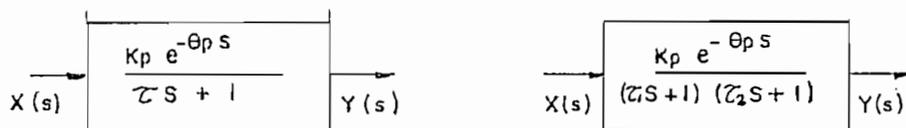
FIGURA 1.25: Respuesta de sistemas de primer orden en cascada.

Si un proceso de alto orden, como el indicado anteriormente en la figura 1.24, es posible aproximarlos a un modelo simplificado de primero y segundo orden con tiempo muerto, la respuesta aproximada sería como se indica en la figura 1.26.

Se debe hacer una selección adecuada de los parámetros del modelo:  $\theta_p$ ,  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , para que la respuesta de este modelo de segundo orden sea lo más aproximada a la del proceso. Un modelo de segundo orden se puede aproximar a uno de primer orden con tiempo muerto si una de las constantes de tiempo es mucho más pequeña que la otra. De donde se concluye que la respuesta de un



MODELOS APROXIMADOS



a) Sistema de primer orden  
con tiempo de retardo.

b) Sistema de segundo orden,  
con tiempo de retardo.

RESPUESTA DE UN MODELO APROXIMADO

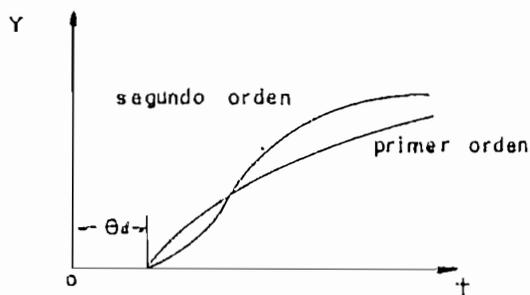


FIGURA 1.26: Procesos de sistemas de alto orden y respuesta aproximados.

proceso puede ser aproximada a la respuesta de un modelo de primer orden con tiempo muerto.

Para la determinación del modelo con este método, se debe operar el sistema en condiciones de estado estable con control

manual, se varia la entrada y se registra la salida del sistema en el tiempo; como la grafica de la curva de reacción del proceso ( $c(t)$  versus tiempo) en la figura 1.27. El paso de variación de entrada debe estar dentro de un cierto rango; pues, si este es muy grande, el sistema entra a una región no lineal, y si es muy pequeño no sería factible distinguir entre la señal de salida y el ruido del proceso.

Una vez trazada la curva de reacción del proceso determinamos el valor del área rayada  $m_1$  (en la figura 1.27), por integración numérica; como:

$$m_1 = \int_0^{\infty} (1 - C(t)) dt \quad (1.20a)$$

Encontramos el punto de inflexión  $t_i$  en la porción lineal de la curva  $C(t)$ , en este punto trazamos la pendiente  $M_i$ . El tiempo de intersección de  $C(t) = 1$  con la pendiente  $M_i$  se denomina tiempo  $t_m$ .

Para un proceso, sobreamortiguado de segundo orden con tiempo de retardo la función de transferencia está dada por:

$$G(s) = \frac{\exp(-\theta ps)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (1.20b)$$

los parámetros que se deben determinar son: el tiempo de retardo  $\theta p$  y las constantes de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , del modelo a partir de la curva de reacción de proceso  $c(t)$ ,  $k_p$  se determina en régimen permanente como:  $k_p = Y/X$ . La relación de  $m_1$  y la función de transferencia es:

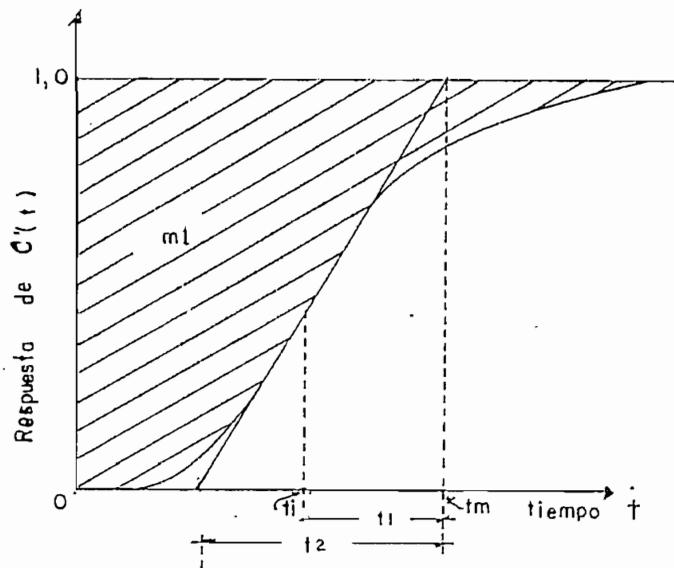


FIGURA 1.27: Curva de reacción de procesos ( $C(t)$  versus tiempo) a una variación paso de entrada. Para un sistema sobreamortiguado.

$$m_1 = - \left. \frac{dG(s)}{ds} \right|_{s=0} \quad (11)$$

$$m_1 = - \left. \frac{d}{ds} \left[ \frac{\exp(-\theta ps)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \right] \right|_{s=0}$$

$$= - \left. \frac{-\exp(-\theta ps)(2\tau_1\tau_2 s + (\tau_1 + \tau_2))}{(\tau_1 s + 1)^2(\tau_2 s + 1)^2} \right|_{s=0}$$

$$= - \left. \frac{(\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1)\theta p \exp(-\theta ps)}{(\tau_1 s + 1)^2(\tau_2 s + 1)^2} \right|_{s=0}$$

$$= - (-\tau_1 - \tau_2 - \theta p)$$

$$= \theta p + \tau_1 + \tau_2$$

(1.21)

la solución en el dominio de la frecuencia de la ecuación (1.20b) para una entrada paso, está dada por:

$$C(s) = \frac{\exp(-\theta ps)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} U(s)$$

$$C(s) = \frac{\exp(-\theta ps)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} ; \quad U(s) = 1/s \text{ función paso unitario}$$

aplicando la transformada inversa de Laplace

$$\mathcal{L}(F(t - \theta p)1(t - \theta p)) = \exp(-\theta ps) * F(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s(s+a)(s+b)} \right] = \frac{1}{ab} \left[ 1 + \frac{1}{a-b} [b \exp(-at) - a \exp(-bt)] \right]$$

resolviendo C(t) queda

$$C(t) = \left[ 1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \exp \left[ - \frac{t - \theta p}{\tau_1} \right] + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \exp \left[ - \frac{t - \theta p}{\tau_2} \right] \right] 1(t - \theta p) \quad (1.22)$$

para obtener el punto de inflexión de la curva de respuesta, de c(t) (ecuación 1.22) sacamos la segunda derivada e igualamos a cero.

$$\frac{d^2 C(t)}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[ - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left[ - \frac{1}{\tau_1} \right] \exp \left( - \frac{t - \theta p}{\tau_1} \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \left( -\frac{1}{\tau_2} \right) \exp \left( -\frac{t - \theta_p}{\tau_2} \right) \Bigg] \\
 & = -\frac{\exp(-(t - \theta_p)/\tau_1)}{\tau_1(\tau_1 - \tau_2)} + \frac{\exp(-(t - \theta_p)/\tau_2)}{\tau_2(\tau_1 - \tau_2)}
 \end{aligned}$$

igualando a cero y resolviendo, queda

$$\frac{\exp(-(t_i - \theta_p)/\tau_1)}{\exp(-(t_i - \theta_p)/\tau_2)} = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \eta$$

$$\exp((-t_i + \theta_p)/\tau_1 + (t_i + \theta_p)/\tau_2) = \eta$$

$$\exp((\tau_2 - \tau_1)(-t_i + \theta_p)/\tau_1 \tau_2) = \eta$$

$$\ln(\exp((\tau_2 - \tau_1)(-t_i + \theta_p)/\tau_1 \tau_2)) = \ln(\eta)$$

$$\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_1 \tau_2} (-t_i + \theta_p) = \ln(\eta)$$

$$\text{si } \alpha = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \quad , \quad \eta = \frac{\tau_1}{\tau_2} \tag{1.23}$$

el tiempo de inflexión es:

$$t_i = \theta_p + \alpha \ln(\eta) \tag{1.24}$$

la pendiente en el punto de inflexión es:

$$M_i = \frac{dC(t)}{dt} \Bigg|_{t = t_i}$$

$$M_i = \frac{(\eta)^{\frac{1}{1-\eta}}}{(\eta - 1)\alpha} \tag{1.25}$$

relación entre  $t_m$ ,  $m_1$ ,  $M_1$  es:

$$(t_m - m_1)M_1 = \frac{\eta^{|\lambda| - \eta}}{\eta - 1} \ln(\eta)$$

donde:

$$\lambda = X \exp(-X) = (t_m - m_1)M_1$$

Y

(1.26)

$$X = \ln \eta / (\eta - 1)$$

analizando la ec (1.26) vemos que el máximo valor para  $\lambda$  es  $\exp(-1)$  y ocurre cuando el sistema es críticamente amortiguado, esto es  $\eta = 1$  o  $X = 1$ , para el caso sobre amortiguado  $\eta < 1$  y  $0 < \lambda < \exp(-1)$  y en el extremo cuando  $\lambda = 0$  y  $\eta = 0$  el sistema se reduce a uno de primer orden. Estos valores son válidos para el sistema con o sin tiempo de retardo. En la figura 1.28 se tiene el gráfico de  $\eta$  versus  $\lambda$  para sistemas aproximados a segundo orden sobreamortiguados. (9)

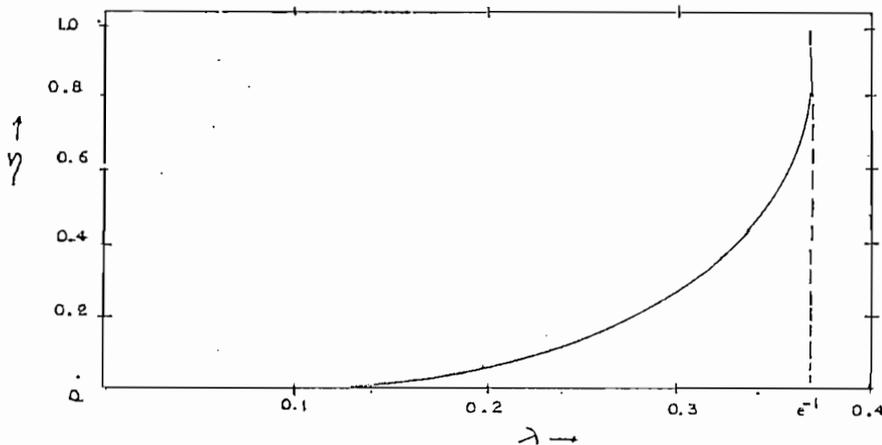


FIGURA 1.28: Gráfico de  $\eta$  versus  $\lambda$  para aproximaciones de sistemas de segundo orden sobreamortiguados.

El proceso para la determinación de los parámetros de un sistema aproximado a uno de segundo orden es el siguiente:

- 1.- Se determina el área rayada de la figura 1.28 , por integración numérica , para este objetivo se puede desarrollar un programa en un computador digital.
- 2.- Se traza la tangente  $M_i$  que pasa por el punto de inflexión  $t_i$  en la porción lineal de la curva de reacción de respuesta  $c(t)$ .
- 3.- Se halla  $t_m$  como intersección entre la tangente  $M_i$  y el valor final de  $c(t)$  ( $c(t) = 1$ ).
- 4.- De la ecuación (1.26) determinamos el valor de  $\lambda$ .
- 5.- Con el valor de  $\lambda$ , en la figura 1.28 encontramos el valor de  $\eta$  y con estos valores de  $\eta$  y  $M_i$  determinamos el valor de  $\alpha$  con la ecuación (1.25).
- 6.- Resolviendo las ecuaciones (1.21) determinamos los parámetros de  $\theta_p$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ .

resolviendo.

$$\eta \tau_2 = \tau_1$$

$$\alpha = \frac{\eta \tau_2 \tau_2}{\eta \tau_2 - \tau_2} = \frac{\eta \tau_2^2}{(\eta - 1) \tau_2}$$

luego

$$\tau_2 = \frac{(\eta - 1) \alpha}{\eta}$$

utilizando la ecuación (1.25) queda:

$$\theta_p = m_1 - \frac{\eta^{\frac{1}{1-\eta}}}{m_1} \cdot \frac{\eta + 1}{\eta}$$

Cuando el sistema es críticamente amortiguado los parámetros son:

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{1}{m_1 \exp(1)}$$

$$\theta_p = m_1 - \frac{2}{m_1 \exp(1)}$$

en el caso de un sistema subamortiguado dado por:

$$G(s) = \frac{\exp(-\theta_p s)}{\frac{1}{2} \frac{s}{\omega_n} + 2 \frac{\zeta}{\omega_n} s + 1}$$

la respuesta en el dominio del tiempo, para una aproximación de segundo orden subamortiguada con tiempo de retardo; es:

$$c(t) = 1(t - \theta_p) \left[ 1 - \exp(-(t - \theta_p)\omega_n \zeta) \left\{ \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} \times \omega_n(t - \theta_p)) + \cos(\sqrt{1 - \zeta^2} \times \omega_n(t - \theta_p)) \right\} \right]$$

haciendo un análisis similar al caso anterior sobreamortiguado

tenemos que :

$$\lambda = (t_m - m_1)M_i = \frac{\cos^{-1} \zeta_p}{\sqrt{1 - \zeta_p^2}} \exp\left(\frac{-\zeta_p}{\sqrt{1 - \zeta_p^2}} \cos^{-1} \zeta_p\right)$$

para este caso  $\lambda > \exp(-1)$  y  $0 < \zeta_p < 1$ . El gráfico de  $\zeta_p$  versus  $\lambda$  se indica en la figura 1.29(10).

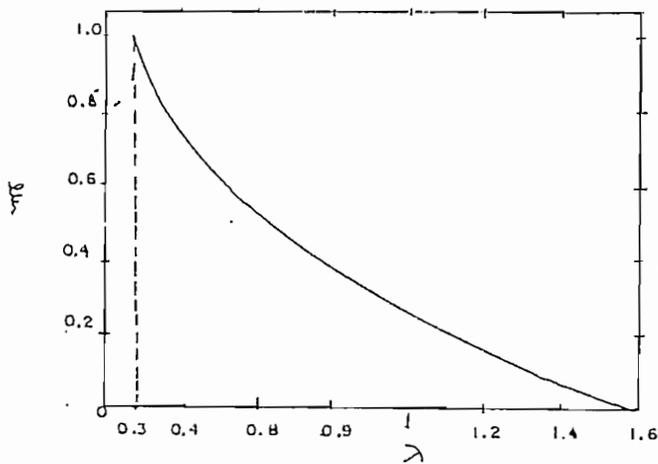


FIGURA 1.29: Gráfico de  $\zeta_p$  versus  $\lambda$  para aproximaciones de segundo orden subamortiguadas.

Y los parámetros a determinarse con la curva de reacción de proceso serían:  $\zeta_p$ ,  $\omega_n$  y  $\theta_p$ .

$$\omega_n = \frac{\cos^{-1} \zeta_p}{\sqrt{1 - \zeta_p^2} (t_m - M_i)}$$

$$\theta_p = m_1 - \frac{2 \zeta_p}{\omega_n}$$

El proceso para la determinación de los parámetros de un sistema aproximado a uno de segundo orden subamortiguado, los cuatro primeros pasos son similares al de segundo orden sobreamortiguado; luego con el valor de  $\lambda$  en la figura 1.29 encontramos el valor de  $\xi$ . Y con estos valores determinados encontramos  $\omega_n$  y  $\theta_p$ .

La curva de reacción de proceso se indica en la figura 1.30 para un sistema de segundo orden subamortiguado.

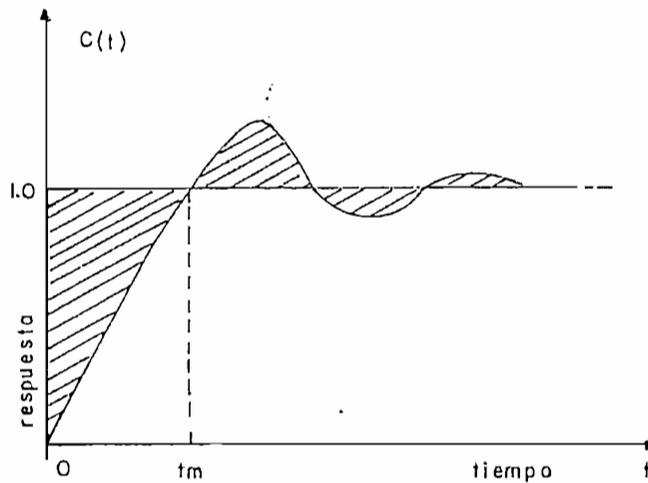


FIGURA 1.30: Curva de respuesta  $c(t)$  para un sistema de segundo orden subamortiguado.

El área rayada bajo  $c(t) = 1$  es positiva y sobre  $c(t) = 1$  es negativa.

La ventaja de este método es su fácil utilización pero se requiere de un computador digital para realizar un programa de integración numérica de la ecuación (1.20a).

### 1.2.5 IDENTIFICACION DE PROCESOS EN BASE A UN MODELO DISCRETO DE SEGUNDO ORDEN.

Este es un modelo en el dominio del tiempo que se utiliza cuando los parámetros de un proceso varían en función del tiempo, como sucede en procesos industriales por el continuo cambio de las condiciones de operación, alimentación, etc.; no es posible la identificación paramétrica con los métodos descritos anteriormente de Ziegler - Nichols, pues estos trabajan en condiciones estables, y los parámetros a obtenerse son constantes en el tiempo. Por lo tanto, para este tipo de parámetros variables en función del tiempo, se aplicará el método de identificación paramétrica en forma periódica en lazo abierto.

El método se basa en la identificación de los parámetros de un proceso de segundo orden  $K$ ,  $T_1$ , y  $T_2$ ; que para el caso sobreamortiguado la función de transferencia está dada por:

$$G(s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.27)$$

donde el tiempo de retardo  $\theta$  se calcula por cualquiera de los métodos ya explicados para el caso de que el sistema tenga tiempo de retardo, y se añade este valor al final del cálculo de la función de transferencia  $G(s)$ .

La ecuación (1.27) en el dominio del tiempo se puede determinar de dos maneras: la primera forma es una ecuación

diferencial de un proceso sobreamortiguado de segundo orden con retardo de transporte. En efecto:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \exp(-\theta ps)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$Y(s) \cdot ((T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)) = U(s) \cdot K \exp(-\theta ps)$$

$$Y(s) \cdot (T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1) = U(s) \cdot K \exp(-\theta ps)$$

$$T_1 T_2 Y(s) \cdot s^2 + (T_1 + T_2) Y(s) \cdot s + Y(s) = U(s) \cdot K \exp(-\theta ps)$$

$$T_1 T_2 \cdot \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = K u(t - \theta p)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a \frac{dy}{dt} + b y(t) = c u(t - \theta p)$$

donde:

$$a = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}; \quad b = \frac{1}{T_1 T_2}; \quad c = \frac{K}{T_1 T_2}$$

la segunda manera, incluye un retenedor de orden cero delante de  $G(s)$ , evaluando  $G_h(z)$ , se obtiene la ecuación de diferencias para  $x_i$  en términos de  $u_i$ , de la siguiente forma:

$$G_h(z) = \frac{1 - \exp(-sT)}{s} * \frac{K \exp(-\theta ps)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z \left[ \frac{1 - \exp(-sT)}{s} * \frac{K \exp(-\theta ps)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \right]$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = K(z^{-\theta_p/T} - z^{-(1+\theta_p/T)}) \cdot z \left[ \frac{K \exp(-\theta_p s)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)s} \right]$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = K(z^{-\theta_p/T} - z^{-(1+\theta_p/T)}) \cdot z \left[ \frac{1}{s} + \frac{T_1/(T_2/T_1 - 1)}{(T_1 s + 1)} + \right.$$

$$\left. \frac{T_2/(T_1/T_2 - 1)}{(T_2 s + 1)} \right]$$

donde:  $\frac{\theta_p}{T} = k_0$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = K(z^{-k_0} - z^{-(1+k_0)}) \left[ \frac{z}{z-1} + \frac{1/(T_2/T_1 - 1)}{z - \exp(-1/T_1)} + \right.$$

$$\left. \frac{1/(T_1/T_2 - 1)z}{z - \exp(-1/T_2)} \right]$$

$$= Kz^{-k_0} (1 - z^{-1}) \left[ \frac{1}{1 - z^{-1}} + \frac{1/(T_2/T_1 - 1)}{1 - \exp(-1/T_1)z^{-1}} + \right.$$

$$\left. \frac{1/(T_1/T_2 - 1)}{1 - \exp(-1/T_2)z^{-1}} \right]$$

$$= Kz^{-k_0} (1 - z^{-1}) \left[ \frac{(1 - \exp(-1/T_1)z^{-1})(1 - \exp(-1/T_2)z^{-1}) +}{(1 - \exp(-1/T_1)z^{-1})^*} \right.$$

$$\left. \frac{+ (1/(T_2/T_1 - 1)(1 - z^{-1})(1 - \exp(-1/T_2)z^{-1}) +}{(1 - \exp(-1/T_2)z^{-1})^*} \right]$$

$$\left. \frac{+ (1/(T_1/T_2 - 1)(1 - z^{-1})(1 - \exp(-1/T_1)z^{-1}) +}{(1 - z^{-1})} \right]$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = Kz^{-k_0} \left[ \frac{[\exp(-1/T_2) * \exp(-1/T_1)]}{d} + \right. \\ \left. + \frac{[1/(T_2/T_1 - 1) \exp(-1/T_2) + (1/(T_1/T_2 - 1) \exp(-1/T_1))] z^{-2}}{d} + \right. \\ \left. + \frac{[-\exp(-1/T_1) - \exp(-1/T_2) - (1/(T_2/T_1 - 1) (1 + \exp(-1/T_2)))]}{d} - \right. \\ \left. - \frac{[(1/(T_1/T_2 - 1) (1 + \exp(-1/T_1))] z^{-1} + (1 + (1/(T_2/T_1 - 1))]}{d} + \right. \\ \left. + \frac{(1/(T_1/T_2 - 1))}{d} \right]$$

donde:

$$d = 1 + \exp(-1/T_1) \exp(-1/T_2) z^{-2} - [\exp(-1/T_1) + \exp(-1/T_2)] z^{-1}$$

$$a_1 = \exp(-1/T_1) + \exp(-1/T_2)$$

$$a_2 = \exp(-1/T_1) * \exp(-1/T_2)$$

$$b_1 = K \left[ 1 - a_1 + \frac{T_1 * \exp(-T/T_2) - T_2 * \exp(-T/T_1)}{T_1 - T_2} \right] \quad (1.28)$$

$$b_2 = K \left[ a_2 - \frac{T_1 * \exp(-T/T_2) - T_2 * \exp(-T/T_1)}{T_1 - T_2} \right]$$

la función de transferencia queda:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-k_0} * \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

$$Y(z) [1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}] = U(z) [z^{-k_0} (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})]$$

$$Y(z) - a_1Y(z)z^{-1} + a_2Y(z)z^{-2} = b_1U(z)z^{-k_0} + b_2U(z)z^{-2-k_0}$$

escribiendo en ecuaciones de diferencias

$$Y_i - a_1Y_{i-1} + a_2Y_{i-2} = b_1U_{i-1-k_0} + b_2U_{i-2-k_0}$$

si:  $j = i - k_0$  ; y,  $k_0 = \theta p/T$

la ecuación anterior queda:

$$Y_i = a_1Y_{i-1} - a_2Y_{i-2} + b_1U_{j-1} + b_2U_{j-2} \quad (1.29)$$

donde:

$Y_i$  = valor de la salida de el proceso desde el valor original de estado estable al instante  $i$ .

$U_{j-1}$  = valor de la entrada de el proceso desde el valor original de estado estable al instante  $j-1$ .

$a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son constantes que son función de los parámetros  $K, T_1, T_2$  Y  $T$  ( $T$  = período de muestreo).

Las condiciones para este proceso son que el sistema de control tenga igual intervalo de muestreo de los datos de  $X$  y  $U$ ; y sean tomados periódicamente para obtener una buena aproximación del modelo discreto a los de la planta real.

Si en la ecuación 1.29,  $j = i$  el retardo  $\theta p = 0$ , esta ecuación queda:

$$Y_i = a_1Y_{i-1} - a_2Y_{i-2} + b_1U_{i-1} + b_2U_{i-2}$$

el cálculo de  $Y_i$  en el  $i$ -ésimo instante de muestra se realiza usando la ecuación 1.29; donde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$  se determinan con las ecuaciones 1.28.

Sobre este modelo discreto existen dos alternativas de procedimiento:

- a) Identificar los parámetros  $k$ ,  $T_1$  y  $T_2$  mediante un procedimiento de regresión no lineal para luego evaluar los parámetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$ ; mediante las ecuaciones 1.28. Esto habría que hacerlo periódicamente puesto que se supone los parámetros están cambiando periódicamente. La implementación del algoritmo correspondiente y su aplicación periódica pueden ser realizadas quizás con menor eficiencia que la alternativa b).
- b) Por el método de regresión lineal o mínimos cuadrados se pueda estimar mejor los parámetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$ ; y, utilizando las ecuaciones 1.29 resolver para  $k$ ,  $T_1$  y  $T_2$ ; ante esta alternativa es preferible utilizar métodos de identificación y control discretos. Considerando que los parámetros a estimarse son cambiantes en el tiempo, resulta más atractivo utilizar identificación paramétrica discreta, mínimos cuadrados recursivos y algoritmos de control digital lo que es materia del capítulo II.

## 1.2.6. IDENTIFICACION PARAMETRICA Y NO PARAMETRICA

El propósito de identificación es el de obtener un modelo sobre el cual podamos aplicar técnicas de control, bajo esta perspectiva podemos trabajar con modelos que permitan utilizar el método del lugar geométrico de las raíces, de asignación de polos y de variables de estado. Esto implica el modelar la planta a variables de estado o función de transferencia, estos modelos contienen un número definido de parámetros; así por ejemplo, si describimos en función de transferencia:

$$G(s) = K \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_0}$$

este modelo contiene  $n + m$  parámetros desconocidos que sería necesario identificar para tener conocimiento de la dinámica de la planta, los coeficientes  $a$ ,  $b$ , y la ganancia  $K$ . Para el caso de que esta función de transferencia este expresada en forma de polos y ceros, la categoría del modelo paramétrico de la planta estaría dada por los polos, ceros y la ganancia  $K$ .

Para el caso de variables de estado:

$$\dot{X} = A X + B U$$

$$Y = C X$$

el carácter paramétrico está dado por los coeficientes de  $A$ ,  $B$ ,  $Y$   $C$ .

Este tipo de identificación paramétrica lo hemos venido utilizando en técnicas de identificación mencionadas en el numeral anterior.

A diferencia de estos modelos paramétricos tenemos: métodos de control que utilizan la curva de respuesta de frecuencia (diagrama de Bode, Nyquist, Nichols) en cuyo caso se utilizan márgenes de fase, márgenes de ganancia como criterios de diseño, así como la curva de respuesta en el tiempo ( para calibración de controles PID o ajuste de ganancia). En este caso se utiliza una descripción no paramétrica porque la curva de respuesta en el tiempo o la curva de respuesta de frecuencia no tienen un número finito de parámetros.

Debido a la importancia de las aplicaciones de los modelos paramétricos en el control de sistemas; se hará en este numeral un paréntesis para analizar dichos modelos paramétricos, y después concluir en el siguiente numeral con el tema que es el objetivo de la presente tesis, que es la identificación paramétrica discreta.

Supongamos que el modelo de la planta en el modo más general está escrita por un conjunto de ecuaciones diferenciales en forma de variables de estado., como:

$$\dot{X}_1 = f_1(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m, t)$$

$$\dot{X}_2 = f_2(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m, t)$$

⋮  
⋮

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_n &= f_n(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m, t) \\
 Y_1 &= h_1(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m, t) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 Y_p &= h_p(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m, t)
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

en notación matricial la planta sera descrita como:

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{X}} &= \underline{f}(\underline{X}, \underline{U}, t) \\
 \underline{X}(t_0) &= \underline{X}_0 \\
 \underline{Y} &= \underline{h}(\underline{X}, \underline{U}, t)
 \end{aligned}$$

Restringimos el análisis para una planta estacionaria, entonces para este caso  $\underline{f}$  y  $\underline{h}$  no cambian significativamente desde su valor inicial en  $t_0$ ,

$$\dot{\underline{X}} = \underline{f}(\underline{X}, \underline{U}, t_0)$$

lo que es equivalente a

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{X}} &= \underline{f}(\underline{X}, \underline{U}) \\
 \underline{Y} &= \underline{h}(\underline{X}, \underline{U})
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

se supone ahora que las señales  $\underline{X}$ ,  $\underline{U}$  son pequeñas (variables de desviación) y están muy cerca del punto de operación en régimen permanente,

$$\begin{aligned}
 \underline{X} &= \underline{X}_0 + \underline{x} \\
 \underline{U} &= \underline{U}_0 + \underline{u}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

además tenemos el punto de equilibrio  $\underline{x}_0, \underline{u}_0$  dado por:

$$\underline{f}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) = 0 \quad (1.37)$$

por lo que la ecuación 1.31 queda al sustituir en la ecuación 1.32, como:

$$\frac{d}{dt}(\underline{x}_0 + \underline{x}) = \dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}_0 + \underline{x}, \underline{u}_0 + \underline{u})$$

y

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{x}_0 + \underline{x}, \underline{u}_0 + \underline{u})$$

si a las ecuaciones anteriores les expandimos en la series de Taylor, tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) &+ \left[ \frac{d\underline{f}}{d\underline{x}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \right] \underline{x} + \left[ \frac{d\underline{f}}{d\underline{u}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \right] \underline{u} + \\ &+ \frac{1}{2!} \left\{ \left[ \frac{d^2 \underline{f}}{d\underline{x}^2}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \right] \underline{x}^2 + 2\underline{x}\underline{u} \left[ \frac{d^2 \underline{f}}{d\underline{u}d\underline{x}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \right] + \right. \\ &+ \left. \left[ \frac{d^2 \underline{f}}{d\underline{u}^2}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \right] \underline{u}^2 \right\} + \dots \quad (1.33) \end{aligned}$$

debido a la suposición de que tenemos señales pequeñas ( $\underline{x}$  y  $\underline{u}$ ), los términos de  $\underline{u}$  y  $\underline{x}$  elevados a potencias mayores que dos y su producto no serán tomadas para el análisis por tender a cero. El primer término a la derecha del signo igual es cero por estar en el punto de equilibrio ( $\underline{f}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) = 0$ ) como se indicó anteriormente; por lo que la ecuación 1.33 quedará:

$$\dot{\underline{x}} = \frac{df}{d\underline{x}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \underline{x} + \frac{df}{d\underline{u}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) \underline{u}$$

desarrollando la derivada parcial de la función  $f$  con respecto al vector  $\underline{x}$  ( y luego al vector  $\underline{u}$  ), queda:

$$\frac{df}{d\underline{x}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dX_1} & \frac{df_1}{dX_2} & \dots & \frac{df_1}{dX_n} \\ \frac{df_2}{dX_1} & \frac{df_2}{dX_2} & \dots & \frac{df_2}{dX_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n}{dX_1} & \frac{df_n}{dX_2} & \dots & \frac{df_n}{dX_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} df_i \\ df_j \end{bmatrix}$$

$i = 1, \dots, n$   
 fila  
 $j = 1, \dots, n$   
 columna

$$\frac{df}{d\underline{u}}(\underline{x}_0, \underline{u}_0) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dU_1} & \frac{df_1}{dU_2} & \dots & \frac{df_1}{dU_m} \\ \frac{df_2}{dU_1} & \frac{df_2}{dU_2} & \dots & \frac{df_2}{dU_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n}{dU_1} & \frac{df_n}{dU_2} & \dots & \frac{df_n}{dU_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} df_i \\ df_k \end{bmatrix}$$

$i = 1, \dots, n$   
 fila  
 $j = 1, \dots, m$   
 columna

como vemos la derivada parcial de la función vectorial  $f$  con respecto al vector  $\underline{x}$  ( o  $\underline{u}$  ) esta formando una matriz llamada Jacobiana compuesta por filas de gradientes. Las ecuaciones 1.31, quedan:

$$\dot{\underline{X}} = \left[ \frac{df}{d\underline{X}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0) \right] \underline{X} + \left[ \frac{df}{d\underline{U}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0) \right] \underline{u}$$

de una manera análoga se tiene para Y.

$$\underline{Y} = \left[ \frac{dh}{d\underline{X}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0) \right] \underline{X} + \left[ \frac{dh}{d\underline{U}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0) \right] \underline{u}$$

utilizando la notación:

$$A = \frac{df}{d\underline{X}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0)$$

$$B = \frac{df}{d\underline{U}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0)$$

$$C = \frac{dh}{d\underline{X}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0)$$

$$D = \frac{dh}{d\underline{U}}(\underline{X}_0, \underline{U}_0)$$

las matrices A, B, C, D resultan de elementos constantes y se tienen las ecuaciones del sistema:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}\underline{X} + \underline{B}\underline{U}$$

$$\underline{Y} = \underline{C}\underline{X} + \underline{D}\underline{U}$$

restringiendo para el caso univariable y considerando para el caso  $\underline{D} = 0$ , la representación de la planta en variables de estado adopta la forma:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}\underline{X} + \underline{B}\underline{U}$$

$$\underline{Y} = \underline{C}\underline{X}$$

donde los parámetros a identificar son los elementos de la matriz A, B, C.

Denotaremos por  $\underline{\theta}$  a los parámetros desconocidos de la planta que se quiere estimar o identificar, para el caso de un sistema de tercer orden se tendrá:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

entonces  $\theta = (a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{31} \ a_{32} \ a_{33} \ b_1 \ b_2 \ b_3)$ . Se puede obtener la función de transferencia  $G(s) = C(sI - A)^{-1} B$  y se tiene:

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (1.34)$$

visto de esta manera el modelo de la planta, el vector  $\underline{\theta}$  de parámetros es igual a:

$$\underline{\theta} = (a_2 \ a_1 \ a_0 \ b_2 \ b_1 \ b_0)$$

ambas representaciones son equivalentes desde el punto de vista de que generan la misma salida  $Y$  a partir de la entrada  $U$ . Como el objetivo de la identificación paramétrica es el de identificar los parámetros de un modelo a partir de las mediciones de las señales de entrada y salida, para esto se necesita determinar un

modelo con un mínimo número de parámetros. Si se observa para el ejemplo anterior de un sistema de tercer orden; para caracterizar el modelo se requiere como mínimo seis parámetros, como lo demuestra la función de transferencia (ecuación 1.34), por lo que el modelo representado a variables de estado tiene parámetros redundantes.

De la explicación anterior, se concluye que para propósitos de identificación paramétrica se debe utilizar modelos con el mínimo número de parámetros, esto es posible si se emplea formas canónicas, por ejemplo la forma canónica observable.

En efecto si al sistema modelado por:

$$\dot{\underline{X}} = A\underline{X} + BU$$

$$Y = C\underline{X}$$

si se realiza una transformación de semejanza  $\underline{Z} = T\underline{X}$ , donde  $\underline{Z}$  representa un nuevo conjunto de variables de estado, se tiene:

$$\underline{X} = T^{-1}\underline{Z}$$

$$\dot{\underline{Z}} = T A T^{-1}\underline{Z} + T B U$$

$$Y = C T^{-1}\underline{Z}$$

donde:  $A_1 = T A T^{-1}$

$$B_1 = T B$$

$$C_1 = C T^{-1}$$

queda:

$$\dot{\underline{z}} = A_1 \underline{z} + B_1 U$$

$$Y = C_1 \underline{z}$$

si T lleva a la forma canónica observable, luego para el sistema de tercer orden se tendrá:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_2 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$C = ( 0 \quad 0 \quad 1 )$$

en esta forma canónica  $\underline{\theta}$  se define como:

$$\underline{\theta} = ( a_2 \quad a_1 \quad a_0 \quad b_2 \quad b_1 \quad b_0 )$$

que es lo que se concluyó del modelo de la función de transferencia.

Como se ve escogiendo una estructura adecuada del modelo (forma canónica) se tiene un mínimo de números de parámetros a identificar.

Desde el punto de vista práctico de identificación, se utiliza datos, mediciones u observaciones de las variables de entrada y salida; y, la implementación de algoritmos computacionales dado que en la actualidad se dispone de computadores digitales

(computadores personales), en la determinación de parámetros del modelo. Para conseguir la realización de este procedimiento con sistemas continuos que son los que existen en la realidad, es necesario discretizar dichos modelos y luego realizar la implementación en el computador digital, como se ilustra en el numeral 1.2.5.

Una alternativa que adquiere mayor popularidad por su eficiencia para el control en tiempo real es la implementación en tiempo discreto y realizar la identificación de parámetros de este modelo discreto. Razones de índole técnico práctico que se analizan en el próximo capítulo, nos inducen a utilizar modelos discretos y su correspondiente identificación paramétrica discreta que es el objetivo de la presente tesis.

## CAPITULO II : IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

- 2.1 IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA
- 2.2 CRITERIO DE ERROR
- 2.3 MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
- 2.4 MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS
- 2.5 CARACTERISTICAS DE LOS MINIMOS CUADRADOS
  - 2.5.1 EL RUIDO Y SUS CONSECUENCIAS
  - 2.5.2 UNICIDAD EN LA SOLUCION DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS
  - 2.5.3 EXCITACION PERSISTENTE
  - 2.5.4 CONSISTENCIA
  - 2.5.5 ESTIMACION SIN DESVIACION (UNBIASED)
  - 2.5.6 MEJOR ESTIMADOR LINEAL SIN DESVIACION (BLUE)

## 2.1 IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

Como se ha mencionado en el capítulo anterior, el objetivo de la presente tesis es el de enfocar la identificación paramétrica utilizando modelos discretos de sistemas continuos.

Similarmenete en lo que se analizó con los modelos continuos en sistemas discretos se tiene modelos a función de transferencia y a variables de estado; tales como:

$$G(Z) = \frac{bnZ^{n-1} + bn-1Z^{n-2} + \dots + b0}{Z^n + anZ^{n-1} + \dots + a1Z^{-1} + a0}$$

$$\underline{X}(k+1) = \underline{A}\underline{X}(k) + \underline{B}\underline{U}(k)$$

$$\underline{Y}(k) = \underline{C}\underline{X}(k)$$

similarmenete se pueden obtener las respectivas formas controlables y observables. Según se analizó en el capítulo anterior el objetivo de la identificación paramétrica se reduce a estimar los mejores valores de los coeficientes a y b; ya sea de la función de transferencia o de la forma canónica correspondiente.

Para el caso de identificación paramétrica discreta, vamos a utilizar otra forma canónica denominada modelo ARMA. Puesto que el objeto de este trabajo no es realizar un análisis estadístico, vamos a explicar la estructura del modelo ARMA hasta llegar a su forma de presentación más conocida en ecuaciones de diferencias que

es la que se utilizará en los próximos numerales.

En forma matricial la ecuación de estado para el caso de sistemas de tercer orden, es la siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} a_3 & a_2 & a_1 & b_3 & b_2 & b_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad b_3 \quad b_2 \quad b_1]$$

y el estado esta dado por:

$$\underline{x}(k) = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6)^T \quad (2.1)$$

su diagrama de flujo, se ilustra en la figura 2.1

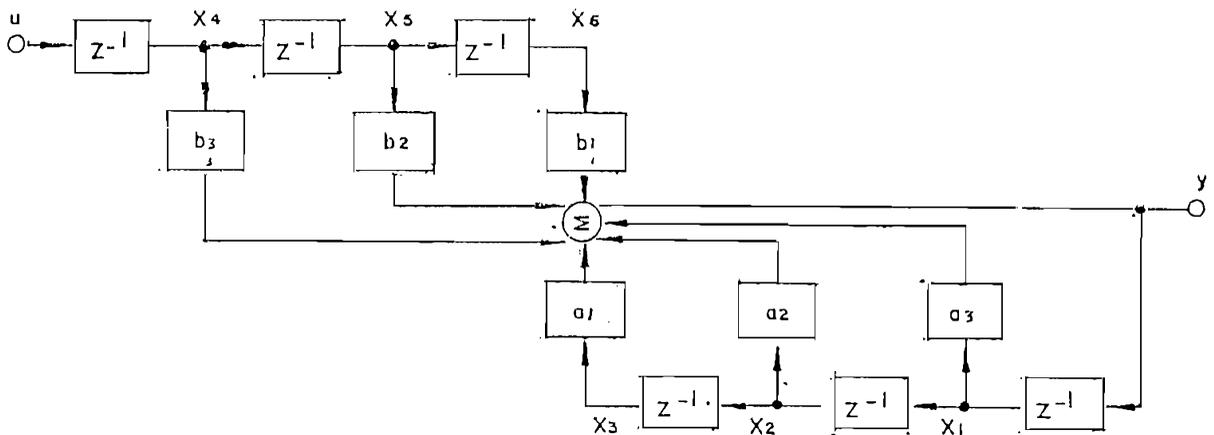


FIGURA 2.1: Diagrama de flujo del modelo ARMA, para un sistema de tercer orden.

y cuya función de transferencia es igual a:

$$G(z) = \frac{b_3 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_1 z^{-3}}{1 - a_3 z^{-1} - a_2 z^{-2} - a_1 z^{-3}}$$

Esta representación utiliza seis estados para describir un sistema de tercer orden. Y la matriz A introduce tres polos en  $Z = 0$ , como lo comprobamos a continuación con el polinomio característico,

$$|ZI - A| = 0$$

$$= \begin{vmatrix} Z - a_3 & -a_2 & -a_1 & -b_3 & -b_2 & -b_1 \\ -1 & Z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & Z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & Z \end{vmatrix}$$

resolviendo el determinante, da:

$$|ZI - A| = z^3 (z^3 - a_3 z^2 - a_2 z - a_1) = 0$$

luego

$$z = 0 \quad \text{o} \quad z^3 - a_3 z^2 - a_2 z - a_1 = 0$$

y en consecuencia no es observable para ningún valor de los coeficientes  $a$  o  $b$ , sin embargo existe una propiedad muy importante que hace que este modelo sea adecuado para la

identificación y es el hecho de que el vector de estado  $\underline{X}(k)$  está dado por:

$$\begin{bmatrix} X1(k) \\ X2(k) \\ X3(k) \\ X4(k) \\ X5(k) \\ X6(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(k-1) \\ Y(k-2) \\ Y(k-3) \\ U(k-1) \\ U(k-2) \\ U(k-3) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

esto es, el estado se obtiene en base a los valores anteriores de las mediciones de la señal de entrada y salida.

La ecuación de salida es:

$$\begin{aligned} Y(k) &= \underline{C}\underline{X}(k) \\ &= a_3Y(k-1) + a_2Y(k-2) + a_1Y(k-3) + b_3U(k-1) + \\ &\quad b_2U(k-2) + b_1U(k-3) \end{aligned} \quad (2.4)$$

que es una ecuación de diferencias en la cual se calcula la salida en base a los valores anteriores y cuyo coeficientes  $a$  y  $b$  deben ser estimados utilizando en lo posible un algoritmo recursivo. Antes de ocuparnos de los algoritmos respectivos, una vez que hemos seleccionado la planta, corresponde analizar la forma de conseguir una estimación de los parámetros  $\hat{\theta}$  estimado que mejor represente a los datos muestreados. Los aspectos concernientes al muestreo y la implementación de esta técnica en

tiempo real está fuera del alcance de esta tesis.

Se requiere, tener algún criterio para considerar la bondad de un valor de parámetros propuesto, refiriendose al mismo ejemplo de tercer orden  $\hat{\theta} = [a_3 \ a_2 \ a_1 \ b_3 \ b_2 \ b_1]$  con respecto al verdadero valor  $\theta^o = [a_3^o \ a_2^o \ a_1^o \ b_3^o \ b_2^o \ b_1^o]$  dicho criterio se examina en el siguiente numeral.

## 2.2 CRITERIO DE ERROR

Dado que el vector paramétrico  $\theta^o$ , que representa los verdaderos parámetros de la planta, es desconocido, y por tanto encontrar un error entre  $\hat{\theta}$ ,  $\theta^o$  no es factible, es necesario determinar el error a partir de los datos de entrada-salida ( $U(k)$  y  $Y(k)$ ) que se tiene disponibles a partir de la medición correspondiente. Para ello podemos optar por las alternativas o criterios:

- 1) error de ecuación,
- 2) error de salida,
- 3) predicción de error de salida.

Se analiza con detalle cada una de estas alternativas, se comienza el estudio con el error de ecuación.

### 2.2.1 ERROR DE ECUACION

Para aplicar el criterio de la ecuación de error, se utiliza la descripción a variables de estado, y se incluirá el vector paramétrico  $\underline{\theta}$ . Entonces:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{f}(\underline{X}, \underline{U}, \underline{\theta})$$

se asume que se conoce la forma del vector  $\underline{f}$ , pero no el parámetro real  $\underline{\theta}^0$ , el cual describe la planta. También se asume que son conocidos: el control  $\underline{U}$ , el estado  $\underline{X}$ , y la derivada de estado  $\dot{\underline{X}}$ .

Para un valor específico  $\underline{\theta}$  y para una información actualizada  $\underline{X}_a$ ,  $\underline{U}_a$ ,  $\dot{\underline{X}}_a$  se define:

$$\underline{e}(t, \underline{\theta}) = \dot{\underline{X}}_a - \underline{f}(\underline{X}_a, \underline{U}_a, \underline{\theta})$$

donde  $\underline{e}(t, \underline{\theta}^0) = 0$  para el  $\underline{\theta}^0$  el verdadero valor del parámetro que representa la planta. El vector  $\underline{e}(t, \underline{\theta})$  constituye los errores de las ecuaciones (equation error). Con la finalidad de minimizar este error, se escoge un criterio de funcionamiento dado por:

$$J(\underline{\theta}) = \int_0^T \underline{e}^T(t, \underline{\theta}) \underline{e}(t, \underline{\theta}) dt$$

tal que  $J(\hat{\underline{\theta}}) = 0$ ; donde  $\hat{\underline{\theta}}$  se obtiene de la búsqueda sobre  $\underline{\theta}$  al minimizar la función de error  $J(\underline{\theta})$ .

Si se escogió un modelo con un mínimo número de parámetros

entonces se llega a una solución única en donde el parámetro  $\hat{\theta}$  que se determinó es equivalente al verdadero valor de  $\theta^o$ .

El análisis precedente se lo ha realizado considerando un sistema continuo, y presuponiendo que es posible conocer la derivada del vector de estado, lo que en la práctica generalmente no es posible, además también se supone que se realiza la medición de todos los estados, lo que desde el punto de vista de instrumentación es ineficiente por su complejidad y costo.

Por las razones mencionadas, se va aplicar este criterio de error de la ecuación al modelo discreto ARMA, que se analizó anteriormente, por la gran ventaja de que el estado no hace falta medirlo, ya que está constituido por valores anteriores de entrada y salida.

Se obtiene entonces, en forma discreta para una información actualizada  $Xa(k)$ ,  $Ua(k)$ ;

$$Xa(k+1) - AXa(k) - BUa(k) = e(k, \theta)$$

donde los elementos de la matriz  $A$  dependen de  $\theta$ , escribiendo esta ecuación matricial para la forma canónica del modelo ARMA se tiene, para el ejemplo de tercer orden que se ha utilizado, para ilustrar la utilización del modelo ARMA:

$$\begin{bmatrix} X1(k+1) \\ X2(k+1) \\ X3(k+1) \\ X4(k+1) \\ X5(k+1) \\ X6(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a3 & a2 & a1 & b3 & b2 & b1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1(k) \\ X2(k) \\ X3(k) \\ X4(k) \\ X5(k) \\ X6(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ e3 \\ e4 \\ e5 \\ e6 \end{bmatrix}$$

sustituyendo el valor de los estados en el instante (k+1) por sus valores equivalentes anteriores de la señal de entrada y salida; se tiene:

$$\begin{bmatrix} Y(k) \\ Y(k-1) \\ Y(k-2) \\ U(k) \\ U(k-1) \\ U(k-2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a3 & a2 & a1 & b3 & b2 & b1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(k-1) \\ Y(k-2) \\ Y(k-3) \\ U(k-1) \\ U(k-2) \\ U(k-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ e3 \\ e4 \\ e5 \\ e6 \end{bmatrix}$$

desarrollando queda:

$$e1 = Y(k) - a1Y(k-1) - a2Y(k-2) - a3Y(k-3) - b1U(k-1) -$$

$$b2U(k-2) - b3U(k-3)$$

$$e2 = Y(k-1) - Y(k-1) = 0$$

$$e3 = Y(k-2) - Y(k-2) = 0$$

$$e4 = U(k) - U(k) = 0$$

$$e5 = U(k-1) - U(k-1) = 0$$

$$e6 = U(k-2) - U(k-2)$$

se ve que los errores e2, e3, e4, e5, e6 son iguales a cero,

excepto el primero  $e_1$ ; y, este es dado por:

$$e_1(k; \underline{\theta}) = X_1(k+1) - a_3X_1(k) - a_2X_2(k) - a_1X_3(k) - b_3X_4(k) - b_2X_5(k) - b_1X_6(k) \quad (2.5)$$

$$e_1(k; \underline{\theta}) = Y_a(k) - a_3Y_a(k-1) - a_2Y_a(k-2) - a_1Y_a(k-3) - b_3U_a(k-1) - b_2U_a(k-2) - b_1U_a(k-3)$$

la función de error para el caso discreto está dado por:

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{k=0}^N e_k^2(k, \underline{\theta}) \text{ que según lo indicado } e_1(k) \neq 0, \text{ se reduce a:}$$

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{k=0}^N e_1^2(k, \underline{\theta})$$

Se ha analizado que la formulación general de el criterio de error de la ecuación requiere la medición de todos los estados y sus derivadas lo que para el caso discreto se simplifica utilizando los muestreos de valores anteriores de salida y entrada. Una alternativa para no utilizar las mediciones de estado y sus derivadas se basa en el criterio de error de salida.

### 2.2.2 ERROR DE SALIDA.

El criterio de error de salida se obtiene comparando el valor verdadero de la salida o valor actualizado de la salida  $Y_a$  con el calculado de dicha salida utilizando el modelo para un valor dado del vector paramétrico  $\underline{\theta}$ , como se ilustra en la figura 2.2. El valor verdadero  $Y_a(k)$  se obtiene de la medición o muestreo al instante  $k$ .

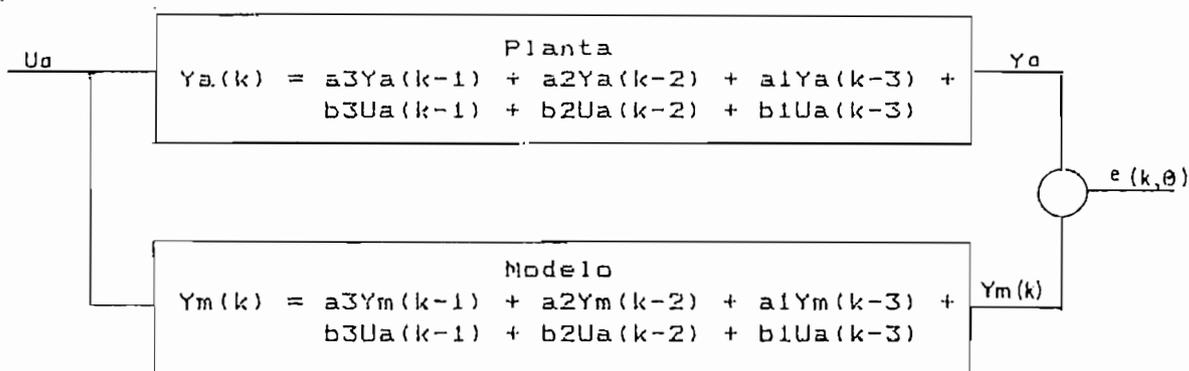


FIGURA 2.2: Diagrama de bloques que indica la formulación del error de salida.

En base a un valor dado de  $\underline{\theta} = (a_3 \ a_2 \ a_1 \ b_3 \ b_2 \ b_1)$  se puede calcular el valor  $Y_m(k)$  de la salida del modelo en base a sus valores anteriores de la salida del modelo y de los valores de entrada como:

$$Y_m(k) = a_3 Y_m(k-1) + a_2 Y_m(k-2) + a_1 Y_m(k-3) + b_3 U_a(k-1) + b_2 U_a(k-2) + b_1 U_a(k-3)$$

Comparando la salida verdadera con la salida del modelo se tiene el error  $e(k, \underline{\theta})$  para un instante dado  $k$  y en base al vector  $\underline{\theta}$ , dado que resulta ser escalar e igual a:

$$\begin{aligned} e(k, \underline{\theta}) &= Y_a(k) - Y_m(k) \\ &= Y_a(k) - a_3 Y_m(k-1) - a_2 Y_m(k-2) - a_1 Y_m(k-3) - \\ &\quad b_3 U_a(k-1) - b_2 U_a(k-2) - b_1 U_a(k-3) \end{aligned} \quad (2.6)$$

y la función de error queda definida como:

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{k=1}^N e^2(k, \underline{\theta})$$

a ser minimizada para calcular  $\hat{\underline{\theta}}$ .

Esto es comparando las ecuaciones 2.5 y 2.6 se aprecia que el error de salida utiliza valores anteriores del modelo, en tanto que para el error de la ecuación se utiliza valores anteriores de la planta (valores verdaderos).

Por esto en algún sentido el error de la ecuación es más adecuado por utilizar información más actualizada de la planta real.

Finalmente analicemos la tercera alternativa que tiene que ver con el error de predicción de salida.

### 2.2.3 ERROR DE PREDICCIÓN DE SALIDA

En vez de trabajar con la salida del modelo  $\hat{y}_m(k)$  se utiliza la predicción de la salida realizando la corrección correspondiente en base a los valores actualizados de entrada-salida como se ilustra en la figura 2.3, y es este valor de predicción de salida el cual se compara con el verdadero valor de salida de planta para formular el llamado error de predicciones.

La selección de un criterio de error tiene que ver con la complejidad del algoritmo y su implementación computacional para obtener el mejor estimado  $\hat{\underline{\theta}}$  y las propiedades que  $\underline{\theta}$  estimado

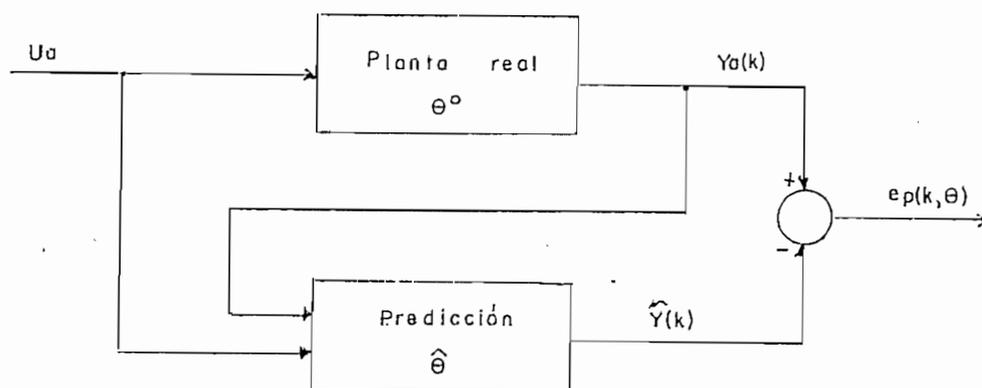


FIGURA 2.3: Diagrama de bloques indicando la generación del error de predicción de salida.

pueda tener. En base a estos conceptos se han desarrollado diversidad de métodos de los cuales los más conocidos pueden mencionarse para la estimación de parámetros:

- 1) Estimador de mínimos cuadrados ordinarios,
- 2) Estimador de mínimos cuadrados recursivos,

estos dos son de tipo determinístico. Sin embargo cuando se introduce ruido en los modelos es necesario considerar un marco teórico estocástico lo cual da lugar a otros métodos de estimación tales como:

- 1) Mínimos cuadrados estocásticos (best linear unbiased estimate (BLUE)).
- 2) Mínimos cuadrados generalizados.
- 3) Estimador de máxima verosimilitud (estimador de Máximo de

Likelihood).

4) Estimador en base al predictor de error de salida.

En la presente tesis se hace un estudio y la implementación computacional de los respectivos algoritmos para el caso determinístico de mínimos cuadrados ordinarios y recursivos. Por ser este un trabajo introductorio se utiliza el método de mínimos cuadrados estocásticos solo con la finalidad de analizar importantes propiedades de los estimadores y de comparar nuestros resultados del caso determinístico con adición del ruido.

El análisis de implementación computacional de otros algoritmos de tipo estocástico y sus resultados en tiempo real son parte de otros temas de tesis.

### 2.3 METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

Para el desarrollo de este método utilizamos el modelo ARMA, mediante sus ecuaciones de diferencias de un orden  $n$ , esto es:

$$Y(k) = a_n Y(k-1) + a_{n-1} Y(k-2) + \dots + a_1 Y(k-n) + b_n U(k-1) + b_{n-1} U(k-2) + \dots + b_1 U(k-n)$$

para un valor  $\underline{\theta} = (a_n \dots a_1 b_n \dots b_1)$  del vector paramétrico desconocido  $\underline{\theta}$  según lo analizado en el numeral anterior se tiene que el error está dado por:

$$e(k, \underline{\theta}) = Y(k) - a_n Y(k-1) - a_2 Y(k-2) - \dots - a_1 Y(k-n) - \\ b_n U(k-1) - b_2 U(k-2) - \dots - b_1 U(k-n)$$

Para el conjunto de datos de entrada-salida dados por  $[U(0), U(1), \dots, U(N), Y(0), Y(1), \dots, Y(N)]$ , se desea calcular  $\underline{\theta}$  de manera que mejor se ajuste a los datos observados.

Como  $Y(k)$  depende de  $n$  valores anteriores de entrada y salida el primer error obtenido es  $e(n, \underline{\theta})$ . Para los instantes  $k = n, n+1, \dots, N$ ; donde  $N$  es el instante de la última recolección de datos, se tiene un vector de error tal que satisface

$$\begin{aligned} y(n) &= \underline{x}^T(n) \underline{\theta} + e(n, \underline{\theta}) \\ y(n+1) &= \underline{x}^T(n+1) \underline{\theta} + e(n+1, \underline{\theta}) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ y(N) &= \underline{x}^T(N) \underline{\theta} + e(N, \underline{\theta}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde

$$\underline{x}(k) = [y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(k-n) \ u(k-1) \ u(k-2) \ \dots \ u(k-n)]^T$$

utilizando notación matricial

$$\begin{aligned} Y(N) &= [y(n) \ y(n+1) \ \dots \ y(N)]^T \\ X(N) &= [x(n) \ x(n+1) \ \dots \ x(N)]^T \\ E(N, \underline{\theta}) &= [e_1(n) \ e_2(n+1) \ \dots \ e(N)]^T \\ \underline{\theta} &= [a_n \ a_2 \ \dots \ a_1 \ b_n \ b_2 \ \dots \ b_1]^T \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde  $Y(n)$  es una matriz  $N-n+1$  filas y 1 columna;  $X(n)$  es una matriz con  $2n$  columnas y  $N-n+1$  filas y  $E(N, \underline{\theta})$  matriz con  $N-n+1$  filas y 1 columna. En función de estas definiciones se escribe la ecuación de error como:

$$\underline{Y} = \underline{X}\underline{\theta} + E(N, \underline{\theta}) \quad (2.9)$$

El método del mínimo cuadrado permite evaluar  $\underline{\theta}$  haciendo la suma de los cuadrados del error  $e(k)$  tan pequeña como sea posible. Escogiendo el índice de error dado por:

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{k=n}^N e^2(k, \underline{\theta}) \quad (2.10)$$

A partir del cual se desea buscar un valor  $\underline{\theta}$  tal que:

$$J(\underline{\theta}) \leq J(\hat{\underline{\theta}})$$

$J(\underline{\theta})$  es una función cuadrática de los  $2n$  parámetros de  $\underline{\theta}$ , para el cálculo se toma la condición necesaria sobre  $\underline{\theta}$  que consiste en que la derivada parcial de  $J$  con respecto a  $\underline{\theta}$ , cuando  $\underline{\theta} = \hat{\underline{\theta}}$  debe ser cero. Es decir:

$$\begin{aligned} J(\underline{\theta}) &= E^T(N, \underline{\theta}) \cdot E(N, \underline{\theta}) \\ &= (\underline{Y} - \underline{X}\underline{\theta})^T (\underline{Y} - \underline{X}\underline{\theta}) \\ &= (\underline{Y}^T - \underline{\theta}^T \underline{X}^T) (\underline{Y} - \underline{X}\underline{\theta}) \\ &= \underline{Y}^T \underline{Y} - \underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{Y} - \underline{Y}^T \underline{X}\underline{\theta} + \underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X}\underline{\theta} \end{aligned}$$

luego:

$$\frac{d(J(\underline{\theta}))}{d\underline{\theta}} = \frac{d(\underline{Y}^T \underline{Y})}{d\underline{\theta}} - \frac{d(\underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{Y})}{d\underline{\theta}} - \frac{d(\underline{Y}^T \underline{X}\underline{\theta})}{d\underline{\theta}} + \frac{d(\underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X}\underline{\theta})}{d\underline{\theta}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d(J(\underline{\theta}))}{d\underline{\theta}} &= 0 - \underline{Y}^T \underline{X} - \underline{Y}^T \underline{X} + 2\underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X} \\ &= -2\underline{Y}^T \underline{X} + 2\underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X} \end{aligned}$$

como:

$$\left. \frac{d(J(\underline{\theta}))}{d\underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta} = \hat{\underline{\theta}}} = 0$$

de donde:

$$\begin{aligned} 0 &= -2\underline{Y}^T \underline{X} + 2\hat{\underline{\theta}}^T \underline{X}^T \underline{X} \\ \hat{\underline{\theta}}^T \underline{X}^T \underline{X} &= \underline{Y}^T \underline{X} \end{aligned}$$

finalmente transponiendo

$$\begin{aligned} (\hat{\underline{\theta}}^T \underline{X}^T \underline{X})^T &= (\underline{Y}^T \underline{X})^T \\ \underline{X}^T \underline{X} \hat{\underline{\theta}} &= \underline{X}^T \underline{Y} \end{aligned} \quad (2.11)$$

a esta ecuación se la llama ecuación normal de los mínimos cuadrados, y tiene como solución el valor estimado

$$\hat{\underline{\theta}} = (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{Y} \quad (2.12)$$

tal como está planteado este método de mínimos cuadrados consiste en ajustar de la mejor manera una curva a los datos observados. Existe variaciones de este método en diferentes soluciones numéricas que no se las analiza en el caso presente pues no se está interesado en métodos de identificación, que puedan ser aplicadas en control en tiempo real.

Una variación de este método que se utilizará en el método de

mínimos cuadrados recursivos es el de la ponderación de los datos observados, lo cual da lugar a mínimos cuadrados ponderados. La introducción de un factor de ponderación permite dar mayor importancia por ejemplo a los últimos valores de un experimento considerando que estos tienen mayor precisión, con esta consideración se llega a plantear el siguiente criterio de error.

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{k=n}^N w(k) e^2(k; \underline{\theta}) = \underline{E}^T \underline{W} \underline{E} \quad (2.13)$$

donde  $w(k)$  es la función de ponderación que se escoge como positiva, entonces la función de error queda:

$$J(\hat{\underline{\theta}}) \leq J(\underline{\theta})$$

$$\frac{d}{d\hat{\underline{\theta}}} J(\hat{\underline{\theta}}) = -2\underline{Y}^T \underline{X} + 2 \hat{\underline{\theta}} \underline{X}^T \underline{W} \underline{X} = 0$$

luego

$$\hat{\underline{\theta}} = (\underline{X}^T \underline{W} \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{W} \underline{Y} \quad (2.14)$$

haciendo  $\underline{W} = \underline{I}$  se obtiene el mínimo cuadrado ordinario.

#### 2.4 MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

Los mínimos cuadrados ordinarios analizados anteriormente se fundamentan en un cálculo en base a un grupo de datos de longitud  $N$ , y la utilización de las matrices  $\underline{Y}$ ,  $\underline{X}$ ; y, la solución de las ecuaciones normales lo que desde el punto de vista numérico requiere de mayor capacidad de almacenamiento de datos y no permite analizar lo que sucede con el valor estimado en cada

instante o en forma secuencial, por ejemplo si ocurre un cambio inesperado del parámetro  $\theta$ , o si existe un corrimiento permanente, o en el caso de no convergencia y lo que es más importante que pueda ser evaluado el parámetro  $\theta$  en forma iterativa dentro de los períodos de muestreo tal que permitan en base a este parámetro estimado, dentro del mismo período de muestreo obtener una señal de control. El desarrollo del método es el siguiente.

Para desarrollar un algoritmo secuencial o iterativo, partimos de la solución para el caso de tener  $N$  datos, esto es partiendo de la estructura  $\underline{X}^T W \underline{X}$  y de  $\underline{X}^T W \underline{Y}$ ; y, se realiza un análisis de lo que sucede al añadir un dato adicional esto es, para el instante o la iteración  $N+1$ . Para esta iteración se tiene la matriz  $\underline{X}$  de datos; está dada por:

$$\underline{X} = [ x(n) \quad x(n+1) \quad \dots \quad x(N) \quad x(N+1) ]^T$$

donde

$$\begin{aligned} \underline{X}^T W \underline{X} &= \sum_{k=n}^{N+1} x(k) w(k) x^T(k) \quad ; \quad w(k) = a \gamma^{N-k} \\ &= \sum_{k=n}^{N+1} x(k) a \gamma^{N+1-k} x^T(k) \\ &= \sum_{k=n}^N x(k) a \gamma^k \gamma^{N-k} x^T(k) + x(N+1) a x^T(N+1) \\ &= \gamma \underline{X}^T(N) W(N) \underline{X}(N) + x(N+1) a x^T(N+1) \end{aligned} \quad (2.15)$$

de acuerdo con las ecuaciones normales, se requiere la inversión

de  $X^T W X$ . Por conveniencia definiremos la matriz  $P$  de  $2n \times 2n$  como la matriz inversa de  $X^T W X$ , como:

$$P(N+1) = [X^T(N+1) W(N+1) X(N+1)]^{-1} \quad (2.16)$$

reemplazando la ecuación 2.15 en la ecuación 2.16, queda:

$$\begin{aligned} P(N+1) &= [\gamma^T X^T(N) W(N) X(N) + x(N+1) a x^T(N+1)]^{-1} \\ P(N+1) &= [\gamma^T P^{-1}(N) + x(N+1) a x^T(N+1)]^{-1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para la inversión de la suma de dos matrices utilizaremos la fórmula conocida como Lema de Inversión de una Matriz. Sea la matrices  $A, B, C, Y, D$ ; la matriz inversa de

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (2.18)$$

Demostración: sabemos que el producto de una matriz por su inversa es igual a la matriz identidad, entonces

$$\begin{aligned} I &= (A + BCD) [A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}] \\ &= AA^{-1} + BCDA^{-1} - AA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} - BCDA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} - BCDA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - BC[C^{-1}(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1} + DA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}]DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - BC[(C^{-1} + DA^{-1}B)(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}]DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - BCIDA^{-1} \end{aligned}$$

$$I = I + BCDA^{-1} - BCDA^{-1}$$

$$I = I \quad \text{lqgd.}$$

Al aplicar la ecuación 2.18 a la ecuación 2.17, haciendo:

$$A = \gamma P^{-1}(N)$$

$$B = x(N+1) = x$$

$$C = w(N+1) = a$$

$$D = x^T(N+1) = x^T$$

queda:

$$P(N+1) = \frac{P(N)}{\gamma} - \frac{P(N)}{\gamma} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P(N)}{\gamma} x \right)^{-1} x^T \frac{P(N)}{\gamma} \quad (2.19)$$

la matriz  $X^T W Y$ , escribiendo como:

$$X^T W Y = [x(n) \dots x(N) \quad x(N+1)] \begin{bmatrix} a\gamma^{N+1-n} & \dots & 0 \\ 0 & a\gamma^{N-n} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & a\gamma \\ 0 & & & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ y(N) \\ y(N+1) \end{bmatrix}$$

queda:

$$X^T W Y(N+1) = \gamma X^T W Y(N) + x(N+1) a Y(N+1) \quad (2.20)$$

Al sustituir la ecuación 2.19 de  $P(N+1)$ , y la ecuación 2.20 de

$x^T W Y(N+1)$ , en la ecuación 2.14, queda:

$$\hat{\theta}(N+1) = \left[ \frac{P}{\gamma} - \frac{P}{\gamma} x \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} x^T \frac{P}{\gamma} \right] \left[ \gamma x^T W Y + x a y \right]$$

multiplicando

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(N+1) &= P x^T W Y + \frac{P}{\gamma} x a y - \frac{P}{\gamma} x \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} x^T P x^T W Y - \\ &\quad - \frac{P}{\gamma} x \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} x^T \frac{P}{\gamma} x a y \end{aligned}$$

como:

$$\hat{\theta}(N) = P(N) x^T(N) W(N) Y(N) = P x^T W Y$$

$\hat{\theta}$  queda:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(N+1) &= \hat{\theta}(N) + \frac{P}{\gamma} x a y - \frac{P}{\gamma} x \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} x^T \hat{\theta}(N) - \\ &\quad - \frac{P}{\gamma} x \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} x^T \frac{P}{\gamma} x a y \end{aligned} \quad (2.21)$$

insertaremos la identidad

$$\left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]^{-1} \left[ \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right]$$

entre  $x$  i  $a$  en el segundo término a la derecha de la ecuación 2.21 y definiremos la matriz  $L(N+1)$  como:

$$L(N+1) = \frac{P}{\gamma} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right)^{-1} \quad (2.22)$$

la ecuación 2.21 será ahora:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(N+1) &= \hat{\theta}(N) + \frac{P}{\gamma} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right)^{-1} \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right) ay - \\ &\quad - \frac{P}{\gamma} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right)^{-1} x^T \hat{\theta} - \\ &\quad - \frac{P}{\gamma} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\gamma} x \right)^{-1} x^T \frac{P}{\gamma} xay \\ &= \hat{\theta} + L(N+1) Y + L(N+1) x^T \frac{P}{\gamma} xay - L(N+1) x^T \hat{\theta} - \\ &\quad L(N+1) x^T \frac{P}{\gamma} xay \end{aligned}$$

y

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + L(N+1) Y(N+1) - L(N+1) x^T \hat{\theta}(N) \quad (2.23)$$

las ecuaciones: 2.19, 2.22, y, 2.23 combinadas constituyen un algoritmo para hallar  $\hat{\theta}$  recursivamente.

Debemos estimar el parámetro  $\hat{\theta}$  tal que el sistema sea descrito por:

$$y(k) = x^T(k) \hat{\theta} + e(k; \hat{\theta})$$

La matriz  $P$  será de  $2n$  filas por  $2n$  columnas,  $L(N+1)$  una matriz de  $2n$  filas, 1 columna. Para computar las ecuaciones de

la estimación de mínimos cuadrados recursivos, necesitamos realizar un proceso iterativo desarrollado a partir de la ecuación 2.15, para llegar a nuevas definiciones, haciendo  $1/a = a^{-1}$  en la ecuación 2.22, resumiremos el proceso en las ecuaciones:

$$L(N+1) = \frac{P}{Y} x \left[ \bar{a}^{-1} + x^T \frac{P}{Y} x \right]^{-1}$$

$$P(N+1) = \frac{1}{Y} \left[ I - L(N+1) x^T \right] P \quad (2.24)$$

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + L(N+1) [y(N+1) - x^T \hat{\theta}(N)]$$

que sustituyendo el error  $e(k) = y(k) - x^T \hat{\theta}(k)$  para el instante  $N+1$  en  $\hat{\theta}$ , queda:

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta} + L(N+1) e(N+1)$$

de esta ecuación concluimos; que la estimación del parámetro  $\hat{\theta}$  en el método de mínimos cuadrados recursivos, el parámetro  $\hat{\theta}$  es calculado a manera de realimentación; esto es, el parámetro  $\hat{\theta}$  en el instante  $k+1$  es igual al parámetro  $\hat{\theta}$  en el instante anterior  $k$  mas el producto de la ganancia por el error del modelo anterior. Representando esquemáticamente tenemos:

$$\begin{bmatrix} \text{NUEVO} \\ \text{PARAMETRO} \\ \text{ESTIMADO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ANTERIOR} \\ \text{PARAMETRO} \\ \text{ESTIMADO} \end{bmatrix} + \text{GANANCIA} * \begin{bmatrix} \text{ERROR USANDO EL} \\ \text{PARAMETRO} \\ \text{ESTIMADO ANTERIOR} \end{bmatrix}$$

## 2.5 CARACTERISTICAS DE LOS MINIMOS CUADRADOS

En los numerales 2.3 y 2.4 de este capítulos se realizó un estudio de la estimación paramétrica de modelos de plantas ideales (modelos determinísticos), es decir modelos cuyas señales de salida no presentan corrupciones o distorsiones. Debido a que, esta distorsión es un efecto causado por: el ruido, no linealidades del sistema, y/o por procesos de medición; y son problemas propios de los sistemas reales; se hará en este numeral, un análisis general de modelos determinísticos a los que se adicionará ruido y las consecuencias que la presencia del ruidos provoca en la salida  $Y$ . (sistemas estocásticos).

Además en este numeral, se estudia el mínimo número de parámetros que debe tener un modelo para obtener única solución y las características para que el proceso de identificación sea satisfactorio, ejecutable y converja el vector paramétrico  $\hat{\theta}$  al verdadero  $\theta^0$  de la planta.

### 2.5.1 EL RUIDO Y SUS CONSECUENCIAS

Si consideramos un modelo determinístico con vector paramétrico real ( $Y = X\theta^0$ ), al que se le adiciona ruido blanco, la ecuación de salida en forma matricial es:

$$Y = X \theta^0 + V$$

donde  $V$  es la matriz de ruido blanco gaussiano, cuyo valor esperado es cero (valor medio); puesto que, dos muestras

cualesquiera de la señal de ruido blanco gaussiano son no correlacionadas y, por tanto independientes, la covarianza será:

$$\text{si } E(v(k)) = 0 \quad \text{para algún instante } k$$

según la definición de covarianza:

$$\begin{aligned} E[v(k)v(j)] - E(v(k)) E(v(j)) &= \rho \sqrt{V(v(k)) V(v(j))} \\ &= \rho \sigma_k \sigma_j \end{aligned}$$

queda:

$$E(v(k) v(j)) = \rho \sigma_k \sigma_j$$

si  $k \neq j$  tenemos dos señales de ruido independientes, y de acuerdo a un teorema del valor esperado tenemos que:

$$E(v(k) v(j)) = E(v(k)) E(v(j))$$

y como el valor esperado es igual a cero para una señal, se tiene que la covarianza es igual a cero. Ahora si  $k = j$ ,

$$E(v(k) v(j)) = E(v(k)^2) = \rho \sigma_k^2$$

$\rho = 1$  por estar correlacionada  $j = k$ . En conclusión, las ecuaciones probabilísticas (esperanza y covarianza) que caracterizan al ruido son:

$$E(v(k)) = 0$$

$$\begin{aligned} E(v(k) v(j)) &= \rho \sigma^2 = 0 && k \neq j \\ &= \sigma^2 && k = j \end{aligned}$$

donde  $\sigma^2$  es varianza del ruido y puede ser estimada.

Ahora si se analiza, la ecuación de salida, cuando  $\underline{\theta}$  es el parámetro estimado, esto es:

$$y = x^T \hat{\underline{\theta}} + e(k)$$

donde  $e(k)$  es el error y depende tanto de la elección del vector paramétrico  $\hat{\underline{\theta}}$  como del ruido; y, el error  $e(k)$  a pesar de que el parámetro estimado tienda al  $\theta^o$  real; jamás será igual a a cero, a consecuencia de la presencia del ruido en el sistema,

Como el ruido es una variable aleatoria; el error  $e(k)$  es por tanto, una variable aleatoria que depende su valor del ruido; y, debido a que, la señal de salida  $Y$  es función del error (y por tanto del ruido), entonces  $Y$  es también, una variable aleatoria con distribución de probabilidades.

Como ejemplo de un modelo estocástico; tenemos un experimento físico cuando a un cuerpo se aplica una fuerza externa para moverle, se conoce que el movimiento es lineal, la posición inicial y velocidad inicial son desconocidas. La ecuación del movimiento es:

$$Y(t) = a^o + b^o t + v(t)$$

para diferentes tiempos  $t_0, t_1, \dots, t_N$ , se tiene las ecuaciones:

$$Y(t_0) = a^0 + b^0 t_0 + v(t_0)$$

$$Y(t_1) = a^0 + b^0 t_1 + v(t_1)$$

$$\vdots$$

$$Y(t_N) = a^0 + b^0 t_N + v(t_N)$$

luego en notación matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} Y(t_0) \\ y(t_1) \\ \vdots \\ y(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_0 \\ 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^0 \\ b^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(t_0) \\ v(t_1) \\ \vdots \\ v(t_N) \end{bmatrix}$$

quedando

$$\underline{Y} = [ y(t_0) \quad y(t_1) \quad \dots \quad y(t_N) ]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_0 & t_1 & t_2 & \dots & t_N \end{bmatrix}^T$$

$$\underline{\theta} = [ a \quad b ]^T$$

$$V = [ v(t_0) \quad v(t_1) \quad \dots \quad v(t_N) ]^T$$

### 2.5.2 UNICIDAD DE LA SOLUCION DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS

Ahora vamos a explicar sobre la importancia de obtener una solución única para un modelo de un sistema.

Se sabe que un sistema dado puede ser descrito por diferentes conjuntos de variables de estado. Esto es, si tenemos un conjunto de variables de estado  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , podemos tomar otro conjunto de variables de estado  $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$  y viceversa; es decir que:

$$\bar{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\vdots$$

$$\bar{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

esto quiere decir que, si  $\underline{x}$  es un vector de estado, se puede tomar otro  $\bar{\underline{x}}$ ; donde  $\bar{\underline{x}} = T\underline{x}$ , también es un vector de estado, siempre que la matriz  $T$  sea no singular. Los diferentes vectores darán igual información sobre la dinámica del sistema.

Considerando, el modelo general de tercer orden, en donde la ecuación  $\dot{\underline{X}} = \underline{A} \underline{X} + \underline{B} \underline{U}$ , y  $Y = \underline{C} \underline{X}$ , las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  son iguales a:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix}$$

$$C = [c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13}]$$

como vemos el vector paramétrico  $\underline{\theta}$  tiene 15 elementos, por lo que

el resultado de la ecuación normal no tendrá una única solución. Para obtener una solución única del conjunto de parámetros, se elige la representación del estado en la forma canónica, debido a que la forma canónica permite representar el modelo con un mínimo número de parámetros.

Para determinar la forma canónica, utilizamos la transformación de estado  $\bar{X} = TX$ , donde  $T$  es la matriz de transformación de semejanza.

Para el ejemplo de tercer orden, se tiene las ecuaciones de estado en la forma canónica como:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} U$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Si describimos un sistema de tercer orden con una función de transferencia, se tiene:

$$H(Z, \theta) = \frac{b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + b_3 Z^{-3}}{1 - a_1 Z^{-1} - a_2 Z^{-2} - a_3 Z^{-3}}$$

al observar los parámetros de la forma canónica con los de la función de transferencia vemos que ambas formas de descripción

contienen el mismo número mínimo de parámetros los cuales son iguales y en consecuencia el modelo es único, para demostrar esta igualdad aplicamos la ecuación :

$$G(Z) = B [Z I - A]^{-1} C$$

### 2.5.3 EXCITACION PERSISTENTE.

Una característica muy importante para aplicar los métodos de mínimos cuadrados es que la señal  $U(t)$  sea de excitación persistente. Una señal de excitación persistente es aquella que varía lo suficiente para que los datos resultantes provean adecuada información acerca de las características de entrada/salida de un sistema lineal sobre el cual la señal  $U(t)$  actúa.

Consideremos que la señal aplicada a la entrada a una planta, es  $U(k) = c$ ; donde  $c$  es una constante para todo  $k$ , analizando para el caso de mínimos cuadrados, tenemos para un modelo de tercer orden las siguientes ecuaciones de diferencias:

$$y(3) = a_1 y(2) + a_2 y(1) + a_3 y(0) + b_1 c + b_2 c + b_3 c$$

$$y(4) = a_1 y(3) + a_2 y(2) + a_3 y(1) + b_1 c + b_2 c + b_3 c$$

$$\vdots$$

$$y(N) = a_1 y(N-1) + a_2 y(N-2) + a_3 y(N-3) + b_1 c + b_2 c + b_3 c$$

como vemos, en las ecuaciones anteriores los parámetros  $b_1$ ,  $b_2$ , y  $b_3$  no pueden ser calculados; debido a que siempre están sumadas ( $b_1 + b_2 + b_3$ ) y su separación no es posible.

Un efecto al no aplicar una señal de excitación persistente es que no existe solución del parámetro estimado  $\hat{\theta}$  determinado a partir de la ecuación  $\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ . No es posible su obtención, debido a que la matriz  $(X^T X)^{-1}$  es singular.

Ejemplo 2.1 .- Supongamos que a una planta cuya función de transferencia es:

$$G(Z) = \frac{1.2 Z^{-1}}{1 - 0.4 Z^{-1}}$$

le aplicamos una señal escalón unitario, el valor de la señal de salida después del transitorio, es constante y próximo al valor dos. La matriz X en este caso, para tres muestras es:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$

por lo tanto,  $X^T X$  es una matriz singular.

Para el caso de mínimos cuadrados recursivos como la matriz P es igual a :

$$P = [X^T W X]^{-1}$$

si esta matriz no es invertible no cumple con la condición del Lema de Inversión de matrices, por lo que no se puede aplicar el algoritmo recursivo, para obtener los parámetros.

#### 2.5.4 CONSISTENCIA

Es necesario tener un indicativo, para determinar si el proceso de identificación es satisfactorio y ejecutable; para lo cual, se aplicará la propiedad de consistencia.

Esta propiedad se basa, en la convergencia del vector paramétrico estimado  $\hat{\underline{\theta}}(N)$ , obtenido a partir del conjunto de parámetros estimados del modelo de la planta a lo largo de un cálculo. Donde  $\hat{\underline{\theta}}$  es el mejor parámetro estimado y hace que la diferencia de este con el  $\underline{\theta}^0$  real sea muy pequeña; para medir esta diferencia se utiliza el criterio medio cuadrático de la suma del error de  $\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0$ , esto es:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E (\hat{\underline{\theta}}(N) - \underline{\theta}^0)^T (\hat{\underline{\theta}}(N) - \underline{\theta}^0) = 0$$

esto es equivalente a:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} E [ (\hat{\underline{\theta}}(N) - \underline{\theta}^0) (\hat{\underline{\theta}}(N) - \underline{\theta}^0)^T ] = 0 \quad (2.25)$$

es decir que  $\hat{\underline{\theta}}(N)$  converge a  $\underline{\theta}^0$  en el sentido medio cuadrático cuando  $N \rightarrow \infty$ . Tomemos ahora la ecuación de salida ya enunciada,  $Y = X \underline{\theta}^0 + V$  y la ecuación del parámetro estimado  $\hat{\underline{\theta}}$ ; empleando ambas para desarrollar la ecuación 2.25. El error es:

$$\begin{aligned}
 \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0 &= (X^T X)^{-1} X^T Y - \underline{\theta}^0 \\
 &= (X^T X)^{-1} X^T (X \underline{\theta}^0 + V) - \underline{\theta}^0 \\
 &= (X^T X)^{-1} X^T X \underline{\theta}^0 + (X^T X)^{-1} X^T V - \underline{\theta}^0 \\
 &= \underline{\theta}^0 + (X^T X)^{-1} X^T V - \underline{\theta}^0 \\
 &= (X^T X)^{-1} X^T V
 \end{aligned}$$

reemplazando en la ecuación 2.25, tenemos

$$\begin{aligned}
 \lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} E(\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0)(\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0)^T &= \lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} E (X^T X)^{-1} X^T V V^T (X^T X)^{-1} X^T V \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} E (X^T X)^{-1} X^T V V^T X (X^T X)^{-1} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} (X^T X)^{-1} X^T E(V V^T) X (X^T X)^{-1} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} \sigma^2 (X^T X)^{-1}
 \end{aligned}$$

donde  $\sigma^2$  = covarianza de  $v(k)$  y  $\text{tr}$  = traza.

En conclusión se tiene que, una estimación es consistente si para un número de muestras  $N \rightarrow \infty$  cumple con la ecuación:

$$\lim_N \text{tr} \sigma^2 (X^T X)^{-1} = 0$$

Ejemplo 2.2 .- Se deja caer un cuerpo con cierta velocidad inicial  $V_{y0}$ , la ecuación que determina la velocidad en cualquier instante  $t$  es:

$$v = V_{y0} - g t + e$$

donde:  $g$  = la aceleración gravitacional

$V_{y0}$  = velocidad inicial del cuerpo.

si tomamos datos en igual intervalo de tiempo  $t = 1, 2, \dots, N$ ;

las ecuaciones que caracteriza el sistema son:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{y0} \\ -g \end{bmatrix} + \text{error}$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & N \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N 1 & \sum_{i=1}^N i \\ \sum_{i=1}^N i & \sum_{i=1}^N i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & N(N+1)/2 \\ N(N+1)/2 & N(N+1)(2N+1)/6 \end{bmatrix}$$

luego, la matriz inversa de  $X^T X$  es:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2(2N-1)}{N(N-1)} & -\frac{6}{N(N-1)} \\ -\frac{6}{N(N-1)} & \frac{12}{N(N^2-1)} \end{bmatrix}$$

aplicando la propiedad de:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{tr} \sigma^2 (X^T X)^{-1} = 0$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma^2 \frac{24(2N+1)}{N^2(N-1)(N^2-1)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sigma^2 \frac{24(2 + 1/N)}{N(N-1)(N^2-1)}$$

$$= 0$$

entonces se dice que el modelo  $Y = Uyo - t + e$ , cuando el número de muestras tiende al infinito es consistente y que  $\underline{\theta} \rightarrow \underline{\theta}^0$ .

### 2.5.5 ESTIMACION SIN DESVIACION ( UNBIASED)

Para evaluar la calidad de la estimación proporcionada por la medición de las señales de entrada y salida de la planta, se aplica el criterio de estimación sin desviación que dice: si la diferencia entre el valor promedio o esperado de los parámetros  $\underline{\theta}$  y el parámetro  $\underline{\theta}^0$  es igual a un cierto valor  $d$ , se dice que la estimación es desviada (o sesgada); caso contrario ( $d = 0$ ) la estimación es sin desviación (insesgada); esto es:

$$E(\hat{\underline{\theta}}) - \underline{\theta}^0 = d \quad (2.26)$$

donde:  $d =$  es el valor de la desviación

$E(\hat{\underline{\theta}}) =$  valor esperado de  $\underline{\theta}$  estimado

utilicemos la ecuación  $\hat{\underline{\theta}} = (X^T X)^{-1} X^T Y$  en la ecuación 2.26 y desarrollemos para el caso de mínimos cuadrados:

$$\begin{aligned} E(\hat{\underline{\theta}}) - \underline{\theta}^0 &= E \left[ (X^T X)^{-1} X^T Y \right] - \underline{\theta}^0 \\ &= E \left[ (X^T X)^{-1} X^T (X \underline{\theta}^0 + V) \right] - \underline{\theta}^0 \\ &= E \left[ (X^T X)^{-1} (X^T X) \underline{\theta}^0 + (X^T X)^{-1} X^T V \right] - \underline{\theta}^0 \\ &= \underline{\theta}^0 + (X^T X)^{-1} X^T E(V) - \underline{\theta}^0 \\ &= (X^T X)^{-1} X^T E(V) \end{aligned}$$

Como se indicó el ruido  $v(k)$  tiene valor esperado (o media) igual a cero  $E(V) = 0$ . Entonces la ecuación anterior queda:

$$E(\hat{\underline{\theta}}) - \underline{\theta}^0 = 0$$

luego :

$$d = 0$$

En conclusión, se tiene que la estimación de mínimos cuadrados dada por la ecuación  $\hat{\underline{\theta}} = (X^T X)^{-1} X^T Y$  es sin desviación (unbiased), puesto que el valor promedio de la estimación estará próximo al verdadero valor del parámetro  $\underline{\theta}^0$ .

#### 2.5.6 MEJOR ESTIMADOR LINEAL SIN DESVIACION (BLUE)

En nuestro estudio de las características de los mínimos cuadrados, hemos indicado cuales son las características del modelo del sistema para tener una única solución; que la señal debe ser de excitación persistente para que los datos contengan la información necesaria del sistema, la propiedad de consistencia que nos permite determinar si el proceso de identificación es satisfactorio y ejecutable; y por último la propiedad del unbiased.

En este numeral analizaremos la última propiedad de los estimadores que trata del error de los parámetros estimados por los métodos de mínimos cuadrados, cuando tenemos un número finito de muestras. Para esto buscamos el mejor estimador ( en el sentido del error de mínimos cuadrados ) que sea lineal con Y, y sin desviación. Escribiendo las ecuaciones se tiene que:

$$\hat{\underline{\theta}} = H Y \quad (\text{ya que } \underline{\theta} \text{ es lineal con } Y) \quad (2.27)$$

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = \underline{\theta}^0 \quad (\underline{\theta} \text{ es sin desviación})$$

luego

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = E(H Y)$$

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = E(H Y) = \underline{\theta}^0$$

$$= E H(X \underline{\theta}^0 + V)$$

$$= E (H X \underline{\theta}^0 + H V)$$

Como  $H X \underline{\theta}^0$  es constante  $E(H X \underline{\theta}^0) = H X \underline{\theta}^0$  y  $E(V) = 0$ , queda:

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = H X \underline{\theta}^0 + H E(V)$$

$$= H X \underline{\theta}^0 = \underline{\theta}^0$$

luego

$$H X = I \quad (2.28)$$

debido a que al determinar  $H$  debe considerarse las ecuaciones 2.27 de la linealidad y 2.28 de restricción, entonces:

$$J(\hat{\underline{\theta}}) = \text{tr } E(\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0) (\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta}^0)^T$$

$$= \text{tr } E \{ (H X \underline{\theta}^0 + H V - \underline{\theta}^0) (\underline{\theta}^0 + H V - \underline{\theta}^0)^T \}$$

$$= \text{tr } E \{ (\underline{\theta}^0 + H V - \underline{\theta}^0) (\underline{\theta}^0 + H V - \underline{\theta}^0)^T \}$$

$$= \text{tr } E (H V) (H V)^T$$

$$= \text{tr } E (H V V^T H^T)$$

$$= \text{tr } H E(V V^T) H^T$$

donde:

$$E(V V^T) = R = \text{covarianza del ruido}$$

entonces

$$J(\hat{\theta}) = \text{tr } H R H^T$$

el problema ahora es encontrar  $H$ , y que cumpla con la ecuación 2.28 y que minimice a la función de error  $J(\hat{\theta})$ . Para esto suponemos que la solución  $\hat{\theta}$  es escalar, por lo que  $H$  sería una fila y por lo tanto no existe la operación de la traza. Además, la estimación de  $\hat{\theta}$  depende de los valores de  $H$  y  $X$ , con estas consideraciones y utilizando el método del multiplicador de Lagrange vamos a determinar el valor extremo de  $H$ .

Puesto que  $J(\hat{\theta}) = f(H, X)$ ; donde  $H$  y  $X$  no son independientes entre sí, sino que están relacionados por:

$$H X = I$$

entonces

$$\phi(H, X) = X^T H^T - I = 0$$

entonces la ecuación de  $Q$  que relaciona  $J(\hat{\theta})$  y  $\phi$  es:

$$Q = J(\hat{\theta}) + \lambda \phi(H, X)$$

$$Q = H R H^T + \lambda (X^T H^T - I)$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange (es una constante). La condición necesaria y suficiente para que exista un extremo de  $H$  es que  $dQ/dH = 0$ , entonces derivando  $Q$  queda:

$$\frac{dQ}{dH} = 2 H R + \lambda X^T = 0$$

luego

$$2 \hat{H} R = -\lambda X^T$$

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \lambda X^T R^{-1} \quad (2.29)$$

reemplazando en la ecuación 2.28

$$\hat{H} X = I$$

$$-\frac{1}{2} \lambda X^T R^{-1} X = I$$

desplazando

$$\lambda = -2(X^T R^{-1} X)^{-1} \quad (2.30)$$

sustituyendo la ecuación 2.30 en la ecuación 2.29; H será igual a:

$$\hat{H} = (X^T R^{-1} X)^{-1} X^T R^{-1} \quad (2.31)$$

y esta última ecuación al sustituir en la ecuación 2.27, el parámetro  $\hat{\theta}$  queda:

$$\hat{\theta} = \hat{H} Y$$

$$\hat{\theta} = (X^T R^{-1} X)^{-1} X^T R^{-1} Y \quad (2.32)$$

que es el mejor estimador lineal sin desviación  $\hat{\theta}$  (BLUE). Si comparamos la ecuación 2.32 con la de los mínimos cuadrados ponderados (la ecuación 2.14)  $\hat{\theta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y$ , con  $W = R^{-1}$ . Como vemos, el criterio de ponderación permite la selección del mejor parámetro lineal sin desviación. Si ahora hacemos  $R = \sigma^2 I$  y reemplazamos en la ecuación 2.32,  $\hat{\theta}$  es:

$$\hat{\theta} = (X^T (\sigma^2 I)^{-1} X)^{-1} X^T (\sigma^2 I)^{-1} Y$$

$$\hat{\theta} = \left( X^T \frac{I}{\sigma^2} X \right)^{-1} X^T \frac{I}{\sigma^2} Y$$

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

por lo tanto la estimación de mínimos cuadrados ordinarios es también BLUE.

## CAPITULO III : SIMULACION

### 3.1 BIBLIOTECA DE PROGRAMAS

### 3.2 PROGRAMA MAESTRO

### 3.3 MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

#### 3.3.1 DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

#### 3.3.2 SUBPROGRAMA PARA GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (M.C.O.).

#### 3.3.3 SUBPROGRAMA DE ESTRUCTURA DEL MODELO PARA M.C.O.

#### 3.3.4 SUBPROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

#### 3.3.5 SUBPROGRAMA DE RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

#### 3.3.6 ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS

#### 3.3.7 FIN Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.

### 3.4 MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (SIN Y CON PRESENCIA DE RUIDO EN LOS DATOS).

#### 3.4.1 DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

#### 3.4.2 SUBPROGRAMA PARA GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

#### 3.4.3 ESTRUCTURA DEL MODELO PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

3.4.4 SUBPROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE  
MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

3.4.5 SUBPROGRAMA DE RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS  
RECURSIVOS.

3.4.6 SUBPROGRAMA DE GRAFICOS DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS.

3.4.7 ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS.

3.4.8 FIN Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.

3.5 SUBPROGRAMA DE GENERACION DE DATOS "GENERAC.DAT".

3.6 SUBPROGRAMA DE GRAFICO DE LA SENAL DE SALIDA Y "GRAY#.DAT".

### 3.1 BIBLIOTECA DE PROGRAMAS

El microcomputador utilizado en la ejecución del programa desarrollado en la presente tesis, para la identificación paramétrica por los métodos de mínimos cuadrados; es un computador marca Ducon.

El computador tiene una memoria real RAM de 64 KBy expandible a 126 KBy, al momento se encuentra trabajando sin expansión de memoria. Tiene memoria ROM de 8 KBy; microprocesador Z80, trabaja con el sistema operativo CP/M 56, y contiene el interprete Microsoft CBASIC del cual utilizaremos el MBASIC para desarrollar los programas.

El computador cuenta con los siguientes periféricos: dos disk drive que permite trabajar con discos flexibles de un solo lado, doble densidad 126 KBy de capacidad, 5 1/4 pulgadas de tamaño. Monitor monocromático de 80 columnas x 25 filas; 2000 caracteres. Impresor marca Super S-CP80 cuyas especificaciones son: el método de impresión matricial (matriz de 7x8); velocidad de impresión 80 CPS; dirección de impresión . bidireccional; tamaño de columnas es de: normal 80 columnas, doble ancho 40 columnas, comprimidas 142, comprimidas doble ancho 71 columnas; alimentación de papel por fricción y tracción. Teclado con teclas alfanuméricas, numéricas y de control.

Para encender el equipo realizamos los siguientes pasos: primero encendemos el monitor o el impresor, ponemos en el disk

drive A: el disco que contiene el sistema operativo CP/M 56 e inmediatamente encendemos el CPU, con esto cargamos el sistema operativo al programa. Luego sacamos el disco que esta en el drive A: y colocamos el disco que contiene el lenguaje de programación MBASIC con el programa maestro en el drive A: y en el drive B: el disco que contiene el resto de programas que utilizaremos y que a continuación detallamos.

En la presente tesis hemos desarrollado un programa para el método de mínimos cuadrados, cuya biblioteca de programa está estructurada de la siguiente manera:

1. Programa Maestro (Maestro.pro)
2. Programa de mínimos cuadrados ordinarios (MINIMO.CUA)
3. Programa de mínimos cuadrados recursivos (determinístico) cuyos datos no están contaminados de ruido (MINIMO1.MCR)
4. Programa de mínimos cuadrados recursivos (estocástico) cuyos datos contienen ruido (MINIMO1.MCR).

Todos los programas (1, 2, 3, y, 4) se encuentran almacenados en archivos diferentes o en bloques diferentes. Esta partición de programas se realiza dada la poca capacidad de memoria RAM disponible para trabajar en el lenguaje BASIC (26 KBy).

La unión de un programa a otro se realiza por medio del comando "CHAIN <nombre de el programa a ser llamado >, (número de línea de el programa a ser llamado) "; así por ejemplo:  
CHAIN "B:MINIMO.CUA",300 que indica llamar al programa basic

MINIMO.CUA que está en el disco del drive B:, y que comience a ejecutar el programa a ser llamado desde la línea 300. Para indicar cuales variables van a pasar del programa que se está ejecutando al que es llamado para ser ejecutado utilizamos el comando "COMMON <lista de variables> " ; en la lista de variables pueden incluir inclusive variables array. El conjunto de los comandos COMMON y CHAIN quedaría por ejemplo:

```
100 COMMON A,B,C(),G#
110 CHAIN "B:MINIMO.CUA"
.
.
.
```

El disco #1 colocamos en el drive A: en el que están almacenados: el lenguaje MBASIC, el programa maestro, y además este disco nos servirá para almacenar los archivos de datos y resultados. El disco #2 colocamos en el drive B:, en este disco están almacenados los demás programas utilizados para la ejecución del programa de mínimos cuadrados, como son: mínimos cuadrados ordinarios, mínimos cuadrados recursivos, generación de datos, resultados y de gráficos.

Los archivos de datos y resultados son de acceso aleatorio, utilizamos 14 archivos y están divididos de la siguiente manera: un archivo se utiliza para almacenar el número y nombre del archivo que vamos a necesitar sacar después los datos , por ejemplo cuando pasamos al subprograma de resultados, tenemos dos opciones para imprimir resultados de los resultados obtenidos en

el cálculo o de los resultados almacenados en archivos y como cada uno de estos se encuentran en archivos diferentes, es necesario almacenar su número y nombre en un archivo antes de pasar a llamar el programa de resultados respectivo. Un archivo se utiliza para almacenar los datos generados por el programa de generación, uno para almacenar la estructura del modelo, uno para almacenar los resultados obtenidos en el programa de estimación, seis archivos para almacenar resultados (si después de realizar la estimación paramétrica deseamos almacenar resultados para algún momento volver a utilizarlos), y dos archivos para almacenar los datos generados al igual que el caso anterior con el propósito de ser utilizados en algún momento. Estas dos últimas divisiones de archivos los realizamos debido a que, estos archivos en el momento que salimos de cualquiera de los programas principales de mínimos cuadrados no son borrados, mientras que los otros son borrados del disco de datos, con excepción del primero donde se guarda el número y nombre de archivos.

Cada vez que terminamos la ejecución, los programas se detendrán con un mensaje que indica que se terminó dicha ejecución; o, cada vez que presentamos en pantalla los datos introducidos o resultados el programa detendrá su impresión y en estos casos, continuaremos la ejecución presionando alguna tecla.

Una vez que hemos cargado el sistema operativo e introducido en el drive A: el disco #1 y en el drive B: el disco #2, vamos a iniciar la ejecución del programa de mínimos cuadrados colocando el mensaje < MBASIC MAESTRO.PRO/F:15 > y aplastamos RETURN, este

indica al computador que cargue el BASIC e inmediatamente llame y ejecute el programa maestro (MAESTRO.PRO). Y con "/F:15 " particiona para 15 archivos máximo de datos en el disco del drive A:. Si está correcto aparecerá en la pantalla una carátula que contiene datos sobre la tesis.

El programa maestro permite iniciar la ejecución de los programas, contiene el menú de apertura e inicializa ciertas variables de las que se hablará en el numeral 3.2. El programa de mínimos cuadrados ordinarios consta de los subprogramas: generación de datos, estructura del modelo, cálculo de parámetros, resultados y almacenamiento de datos y/o resultados. El programa de mínimos cuadrados recursivos tanto el que contiene ruido como sin contenido de ruido en los datos; comparten, un mismo bloque de programas y están estructurados en los subprogramas: generación de datos, estructura del modelo, estimación de parámetros, resultados, gráficos y almacenamientos de datos y/o resultados.

Algunos programas como por ejemplo el de generación de datos, y el subprograma de gráficos de la señal de salida son compartidos por los tres programas: mínimos cuadrados ordinarios, recursivo sin ruido y recursivo con ruido.

El diagrama de bloques de la configuración de la biblioteca del programas para la estimación de parámetros se indica en la figura 3.1

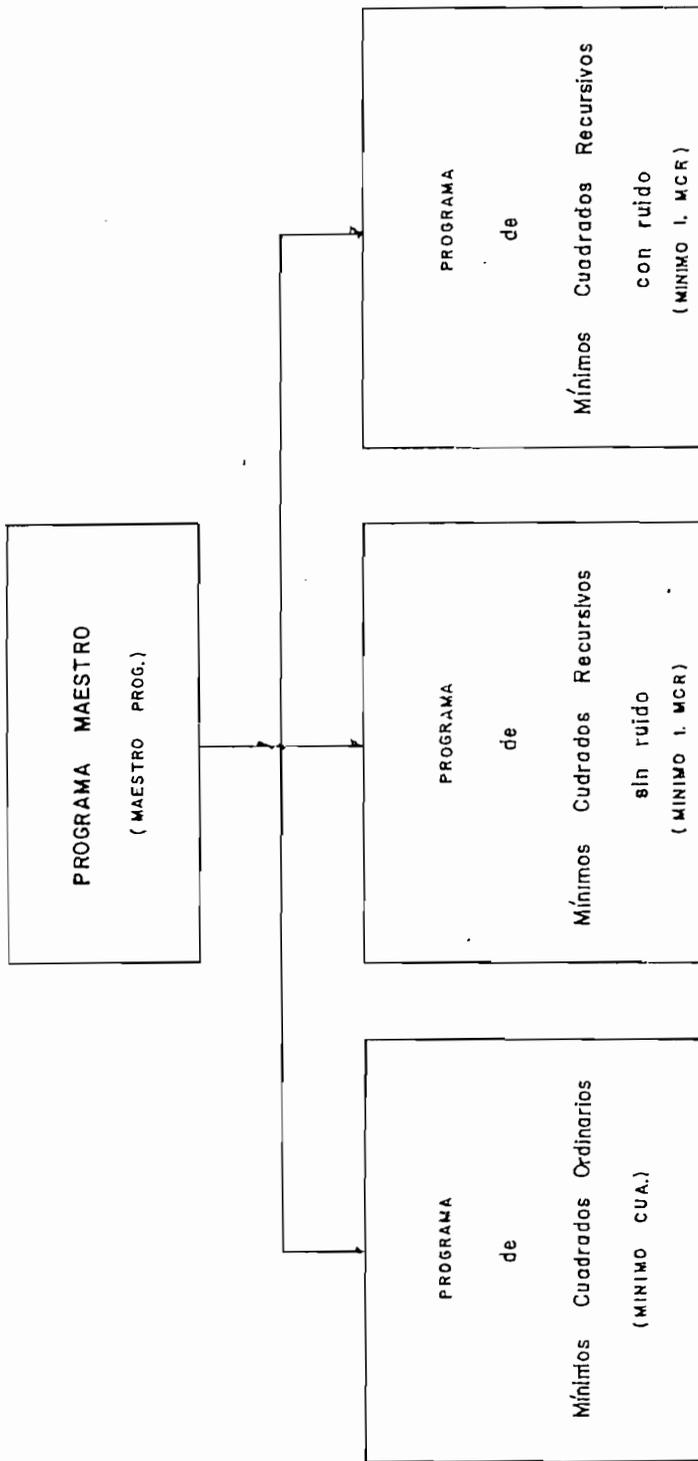


FIGURA 3.1: Diagrama general de la biblioteca de programas.

### 3.2 PROGRAMA MAESTRO (MAESTRO.PRO)

El programa maestro es el que dirige el acceso a los programas de identificación y es el primero en ser ejecutado una vez que hemos llamado desde el sistema operativo, como se indicó.

Al ejecutarse el programa maestro lo primero que aparece en la pantalla es una caratula que contiene información sobre la tesis y solo es ejecutada una sola vez. Luego aparece el menú de apertura en el que consta tres métodos para la estimación paramétrica que pueden ser ejecutados presionando en el teclado su número correspondiente y pasará inmediatamente a las líneas del programa donde están los comandos que nos permitirán llamar a cualquiera de los programas o a la línea que pone fin a la sección. En pantalla el menú de apertura se observará:

```

"MENU DE APERTURA "
  :::: :: :::::
TECLA #1 ----- MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
TECLA #2 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS SIN RUIDO
TECLA #3 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS CON RUIDO
TECLA #4 ----- FIN
      ----- CUAL OPCION ?

```

La variable que pasamos de este programa a cualquiera de los programas que se indica en el menú de apertura es MCR\$. Esta variable pasa con un nombre que se determina por el método que vamos utilizar. Para esto, colocamos después de las líneas de programación del menú, el comando COMMON MCR\$, y a continuación

las líneas para llamar a los diferentes programas indicados en el menú; de la siguiente manera:

1. Para llamar al programa de mínimos cuadrados ordinarios las líneas de programación serán

```
----
---- MCR$ = "MC"
---- CHAIN "B:MINIMO.CUA"
----
```

El comando COMMON MCR\$, junto con MCR\$ = "MC" indican que pase al flujo del nuevo programa la variable string MCR\$ con la asignación "MC". El comando CHAIN "B:MINIMO.CUA" indica que el nuevo programa a ser llamado, ejecutado y al que se pasará la variable MCR\$ está localizado en el disco del drive B:, está almacenado con el nombre "MINIMO.CUA" y que además debe ejecutarse desde las primeras líneas.

2. Para llamar a mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido en sus datos, las líneas de programación serán

```
----
---- MCR$ = "MCR"
---- CHAIN "B:MINIMO1.MCR"
----
```

- El análisis es similar que para el caso anterior de mínimos cuadrados ordinarios.

3. Para llamar al programa de mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido en los datos, se tiene las siguientes líneas de programación.

```

----
---- MCR$ = "MCRR"
---- CHAIN "B:MINIMO1.MCR"
----

```

El análisis es semejante al caso anterior de mínimos cuadrados ordinarios.

La variable `straing MCR$` que pasamos a los programas, es utilizada como bandera en los siguientes casos:

Tomemos el siguiente caso como ejemplo para explicar el uso de la variable `MCR$`. Si desde el programa maestro escogemos el método de mínimos cuadrados recursivos sin presencia de ruido, vamos a pasar la variable `MCR$ = "MCR"` al programa que será ejecutado. En este programa, el valor de `MCR$` nos servirá para indicar en pantalla si estamos trabajando con mínimos cuadrados recursivos con ruido o sin ruido, (por cuanto los dos comparten un mismo bloque de programas). Una vez que sale el nuevo menú de apertura en pantalla, presionamos por ejemplo la tecla #1 que selecciona la generación de datos, la variable `MCR$` también pasará a este programa y aquí optará por generar los datos sin contenido de ruido y al finalizar la ejecución indicará a que programa debe volver; en este caso, al programa principal de

mínimos cuadrados recursivos sin ruido.

El diagrama de bloques para el programa maestro se indica en la figura 3.2

### 3.3 MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

Este programa tiene tres secciones que son:

- una sección donde damos valores iniciales al vector IND() que servirá como bandera,
- el menú, y,
- sección para llamar y ejecutar subprogramas.

El vector IND() es de grado tres, e iniciamos con ceros todos sus elementos. El elemento  $IND(1) = 0$  indica que aun no se ha generado los datos de entrada y salida, y cuando ya se ha generado los datos  $IND(1) = 1$ ; cuando  $IND(2) = 0$  indicará que aun no hemos introducido el orden del modelo para proceder a identificarlo y  $IND(2) = 1$  indica que ya existe y esta almacenado en el respectivo archivo para ser utilizado; cuando  $IND(3) = 0$  indicará que aun no hemos realizado el programa de identificación paramétrica e igualmente si  $IND(3) = 1$  indicará su existencia. La iniciación de este vector en cero, se realiza siempre que es llamado para ser ejecutado el programa principal de mínimos cuadrados desde el programa maestro; lo que no ocurre cuando llamemos a este programa desde cualquier subprograma que se señala en el menú de apertura de mínimos cuadrados ordinarios.

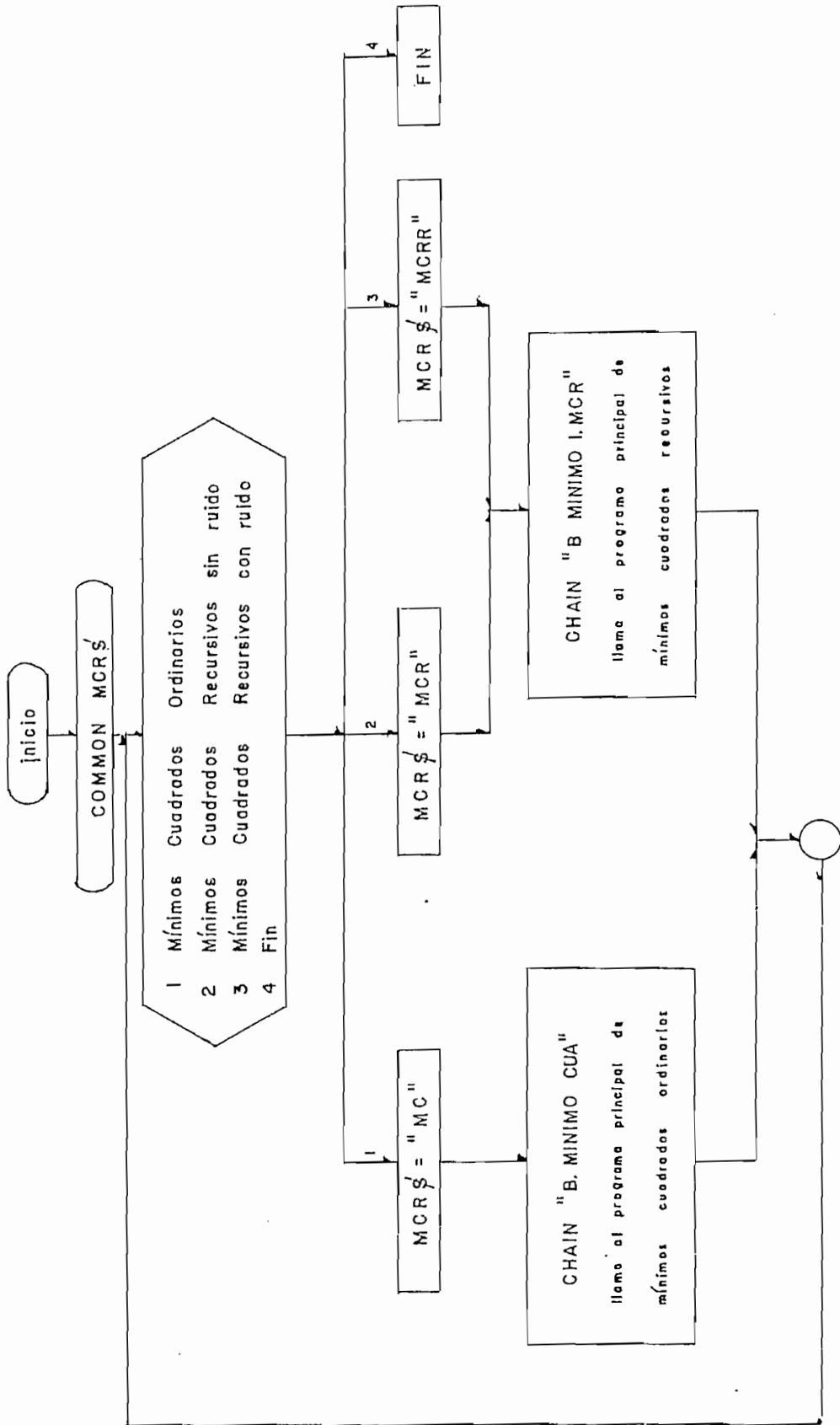


FIGURA 3.2: Diagrama de bloques del programa maestro.



programa maestro, y `IND()` como ya se indicó en párrafos anteriores sirve como bandera y su valor es necesario que permanezca en la memoria del computador mientras trabajemos con la sección del programa de mínimos cuadrados ordinarios.

El diagrama de bloques del programa de mínimos cuadrados ordinarios se indica en la figura 3.3

### 3.3.1 DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

El método de mínimos cuadrados ordinarios se utiliza para realizar la estimación paramétrica de modelos lineales de plantas dinámicas, a partir de los datos tomados de las señales de entrada y salida de la planta.

El método de estimación paramétrica exige dar como dato el valor del orden de el modelo que vamos a identificar. En el caso de que tomásemos los datos directamente de la planta real a través de una tarjeta y entregar al computador; un método sería, dar una señal escalón a la entrada de la planta, observar la curva de respuesta  $C(t)$  en un osciloscopio. La curva de respuesta del sistema nos permite dar una visión aproximada del tipo de respuesta del sistema (si es de primero, segundo, tercer orden, o existe fuerte retardo de transporte); como se explicó en el numeral 1.2.4 de la presente tesis. Pero como el computador no goza del beneficio de dicha tarjeta; debemos suponer el orden del modelo, hemos considerado un orden 4 máximo.

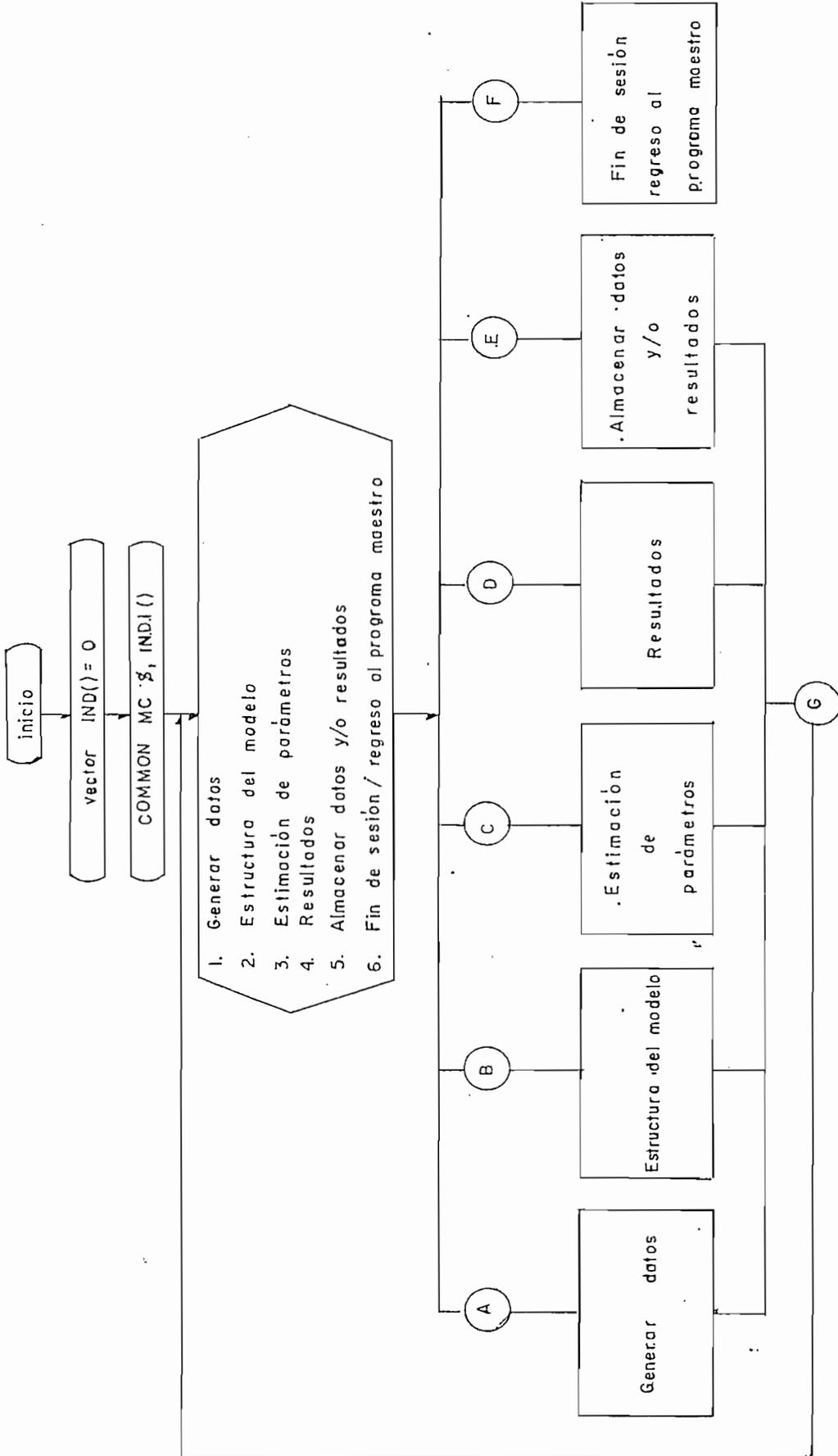


FIGURA 3.3 Diagrama de bloques del programa de mínimos cuadrados ordinarios

El número de muestras es otro factor muy importante en la estimación, de acuerdo a la propiedad de consistencia mientras mayor sea el número de muestras utilizada en un cierto intervalo tendremos mayor precisión en la estimación del vector paramétrico  $\hat{\theta}$ . El número de muestras es  $120-2\%n$  (donde  $n$  es el orden del modelo estimado); se escogió este número máximo debido a que el número de datos generados es 160 y se toma los datos desde el instante 20 de generación debido a que estos valores de datos de entrada y salida ya no dependen de los datos de entrada, el número mínimo debe ser mayor o igual que a dos veces el orden del modelo.

La colección de datos de entrada  $U$  y salida  $Y$  que formaremos es:

$$\{ U(0), U(1), \dots, U(N), Y(0), Y(1), \dots, Y(N) \}$$

donde  $N$  es el número de muestras. Necesitamos de las matrices:

$$x(k) = \{ U(k-1) \quad U(k-2) \quad \dots \quad U(k-n) \quad Y(k-1) \quad Y(k-2) \quad \dots \quad Y(k-n) \}^T$$

y

$$X(N) = [ x(n) \quad x(n+1) \quad \dots \quad x(N) ]^T$$

entonces la matriz  $X$  es igual a:

$$X = \begin{bmatrix} Y(n-1) & Y(n-2) & \dots & Y(0) & U(n-1) & U(n-2) & \dots & U(0) \\ Y(n) & Y(n-1) & \dots & Y(1) & U(n) & U(n-1) & \dots & U(1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y(N-1) & Y(N-2) & \dots & Y(N-n) & U(N-1) & U(N-2) & \dots & U(N-n) \end{bmatrix}$$

luego  $X$  es una matriz de  $2n$  columnas y  $N-n+1$  filas y  $X^T$  es la matriz transpuesta de  $X$ . Para obtener la matriz inversa de  $(X^T X)$  que necesitamos para obtener el parámetro estimado de la planta  $\underline{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ ; vamos a utilizar el método inversión de matrices de Gauss Jordan con pivotaje completo.

Combinando las ecuaciones anteriores formaremos un algoritmo para computar  $\underline{\theta}$ , y es:

1. Seleccionamos  $n, N$
2. Coleccionamos los datos  $\{ U(0), U(1), \dots, U(N), Y(0), Y(1), \dots, Y(N) \}$
3. Determinamos la  $x(k) = [Y(k-1) \dots Y(k-n) \ U(k-1) \dots U(k-n)]^T$
4. Formamos la matriz  $X(N) = [x(n) \ x(n+1) \dots \ x(N)]^T$
5. Calculamos la matriz inversa de  $(X^T X)$
6. calculamos el vector paramétrico  $\underline{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$

### 3.3.2 SUBPROGRAMA PARA GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

Cuando escogemos la opción de generar datos de entrada y salida, lo realizamos presionando en el teclado el número correspondiente indicado en el menú de apertura del programa principal de mínimos cuadrados ordinarios. Este número determina la línea donde debe ramificarse el programa para que ejecute los comandos y llamar al subprograma de generación de datos. Este programa de generación de datos se encuentra almacenado en otro archivo.

Cuando vamos a la primera línea llamada para la generación los datos en el programa principal, primero verifica si ya se ha ejecutado anteriormente este programa, en caso de que esto sea verdad borrará el archivo donde se almacenó los datos y así quedará listo para una nueva generación de datos (en este caso la bandera `IND(1) = 1`), luego llama al programa de generación de datos almacenado en el disco #2 colocado en el drive B:. En el caso de que aun no se haya ejecutado el programa de generación de datos se procederá a llamar directamente al programa de generación.

Se llama al programa de generación de datos desde el programa principal de la siguiente manera:

```

---
---- COMMON MC$,IND1(1)
---- MC$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:GENERAC DAT"
----

```

Después que se ha realizado la generación de datos desde el programa respectivo, tendremos unas líneas que indicarán que regrese el flujo del programa a la siguiente línea del programa principal que se quedó cuando fue llamado. En la siguiente línea tendremos una línea que al ser ejecutada envía un mensaje a la pantalla indicando que se terminó la generación de datos, deteniéndose la ejecución hasta que nosotros presionemos

cualquier tecla. Además la bandera IND(1) ahora es igual a uno.

El subprograma de generación de datos "GENERAC.DAT" se explica en el numeral 3.5 de este capítulo.

El diagrama de flujo de esta sección se encuentra en la figura 3.4

### 3.3.3 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA PARA MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

Igual que para generar datos, nosotros debemos presionar la tecla, que indica en el menú de apertura del programa principal de mínimos cuadrados ordinarios correspondiente a estructura del programa.

Si ya se ha ejecutado anteriormente la estructura del programa se borra el archivo donde almacenamos el dato del orden del modelo y una vez ejecutado esto, debemos introducir el orden del modelo que será almacenado en un archivo de datos. En el caso de que aun no se ejecutó el programa de la estructura del modelo, el programa nos pedirá introducir el orden y luego almacenará en el archivo de datos #3. La bandera IND(2) ahora es igual a uno indicando que ya tenemos la estructura del modelo.

El orden del modelo introducido utilizaremos como dato para la estimación paramétrica y máximo de orden 4.

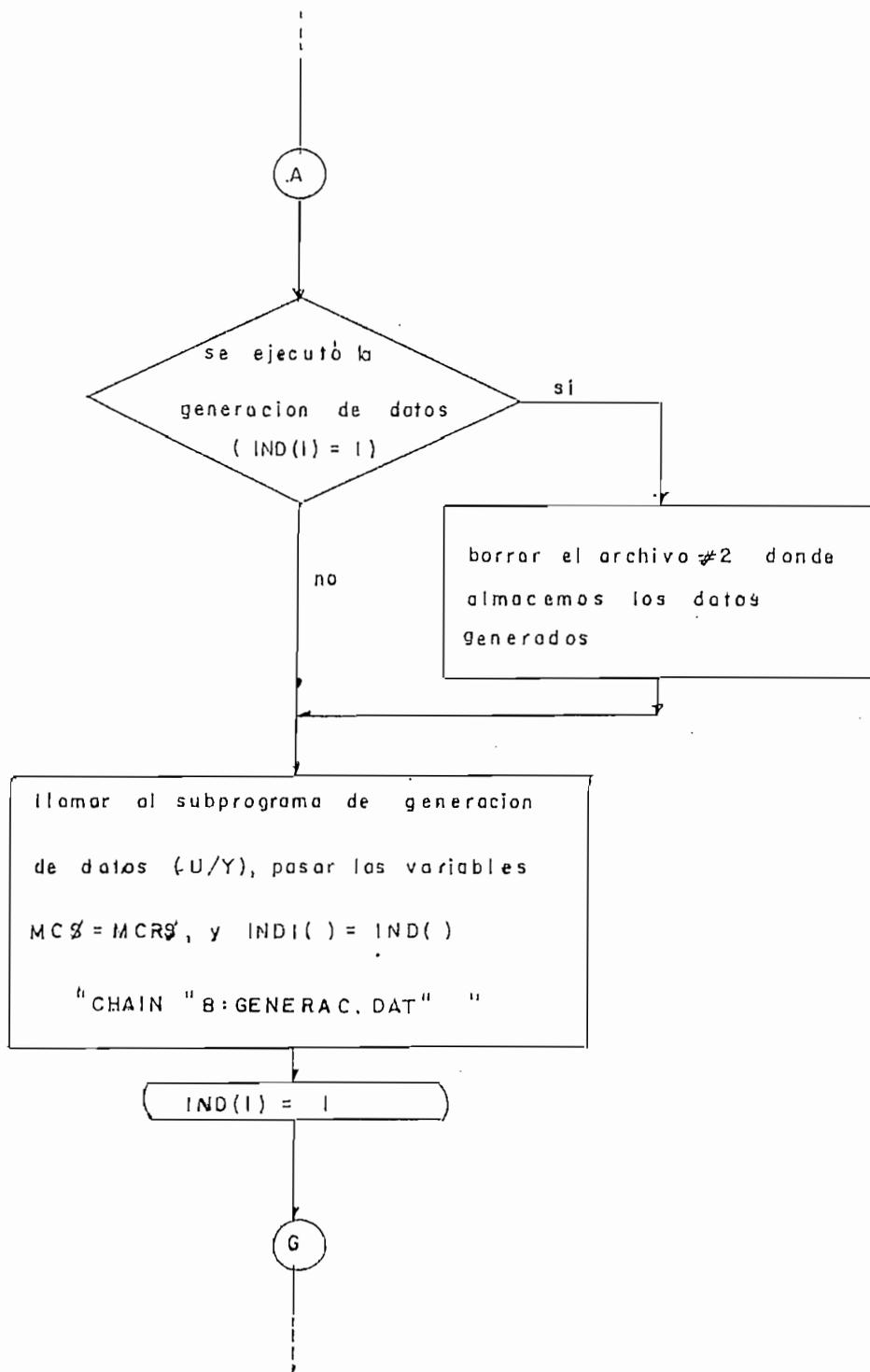


FIGURA 3.4: Diagrama de flujo para llamar al subprograma de generación de datos "GENERAC.DAT".

El diagrama de flujo del subprograma de la estructura del modelo se indica en la figura 3.5.

### 3.3.4 PROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

Este subprograma es llamado desde el programa principal de mínimos cuadrados, de la misma forma que los dos subprogramas anteriores.

Para llamar al subprograma de estimación paramétrica se debió ejecutar la generación de datos y la estructura del modelo. Si estos dos programas no fueron ejecutados en la pantalla aparecerá un mensaje de error que detendrá el programa, el que continuaremos al presionar cualquier tecla, e inmediatamente regresaremos al menú de apertura.

Si tanto la generación de datos como la estructura del modelo han sido ejecutadas, automáticamente llamaremos al programa de estimación paramétrica a ejecutarse, de la siguiente forma:

```

----
---- MCR$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:CALCULO.CUA"
----

```

Una vez que se a ejecutado este programa de estimación

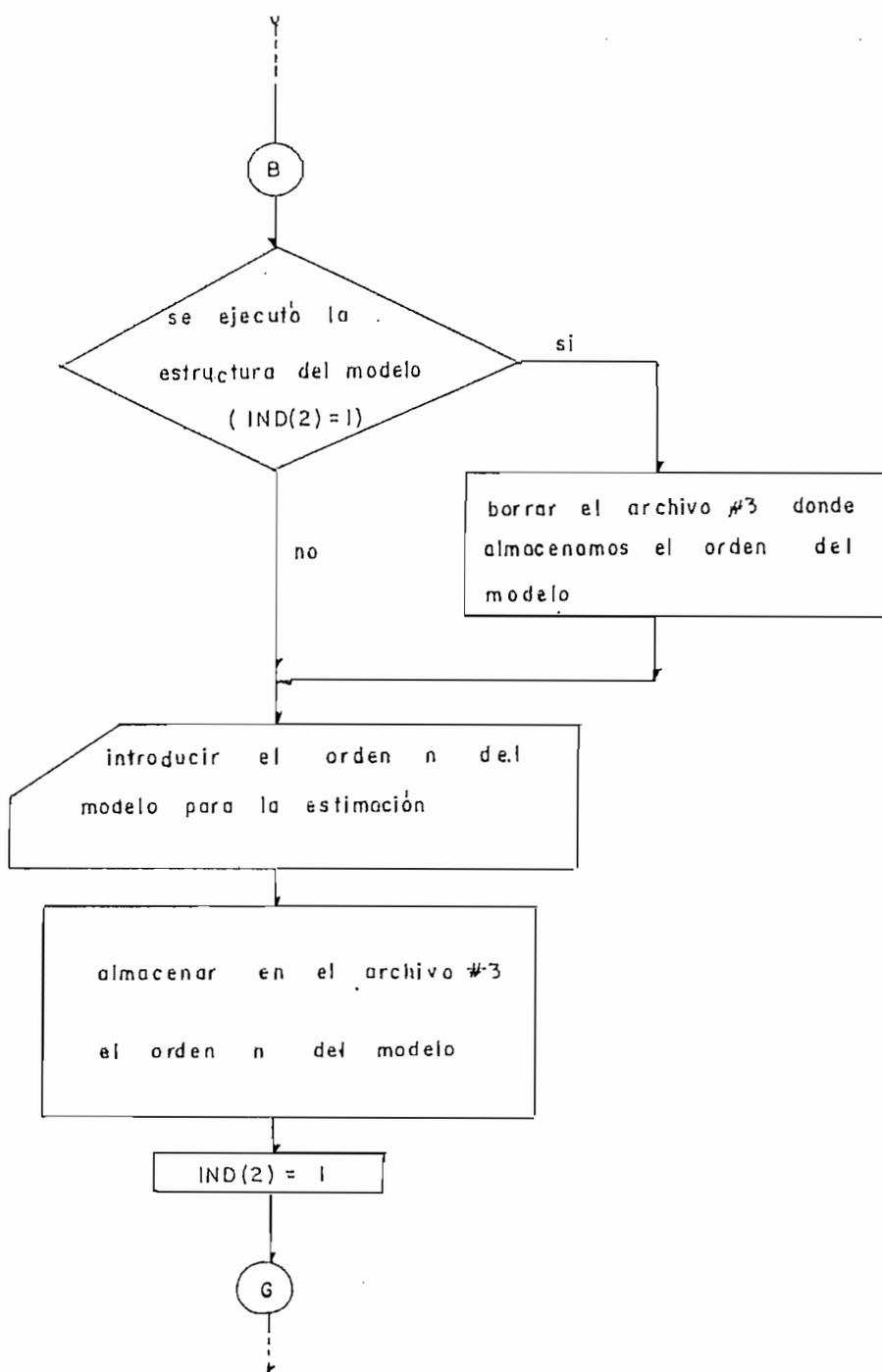


FIGURA 3.5: Diagrama de flujo de la estructura del modelo.

paramétrica volverá al programa principal de mínimos cuadrados, a la siguiente línea en la que quedo para ser llamado. La bandera IND(3) ahora será igual a uno.

Terminada esta sección aparecerá un mensaje, y al presionar cualquier tecla regresaremos al menú de apertura del programa principal.

El diagrama de flujo para llamar al subprograma de estimación paramétrica se encuentra en la figura 3.6.

El subprograma de estimación paramétrica inicia su ejecución sacando el orden del modelo del archivo #3 de la estructura, luego pide introducir el número de muestras; si el número de muestras es menor que 2 veces el orden del modelo, sale un mensaje de error y nuevamente pide introducir un nuevo valor para el número de muestras N; si es correcto continua su ejecución y saca del archivo #2 donde se almacenó los datos generados, los N valores de las señales de entrada y salida de la planta. Luego a base de estos datos estima el vector paramétrico  $\theta$  según el algoritmo explicado en el numeral 3.3.1. Si en el cálculo de la matriz inversa de  $(X^T X)$  resulta no es invertible sale un mensaje de error y luego pide cambiar el número de muestras o salir del subprograma y regresar al programa principal de mínimos cuadrados.

Para regresar al programa principal de mínimos cuadrados ordinarios tenemos las líneas siguientes:

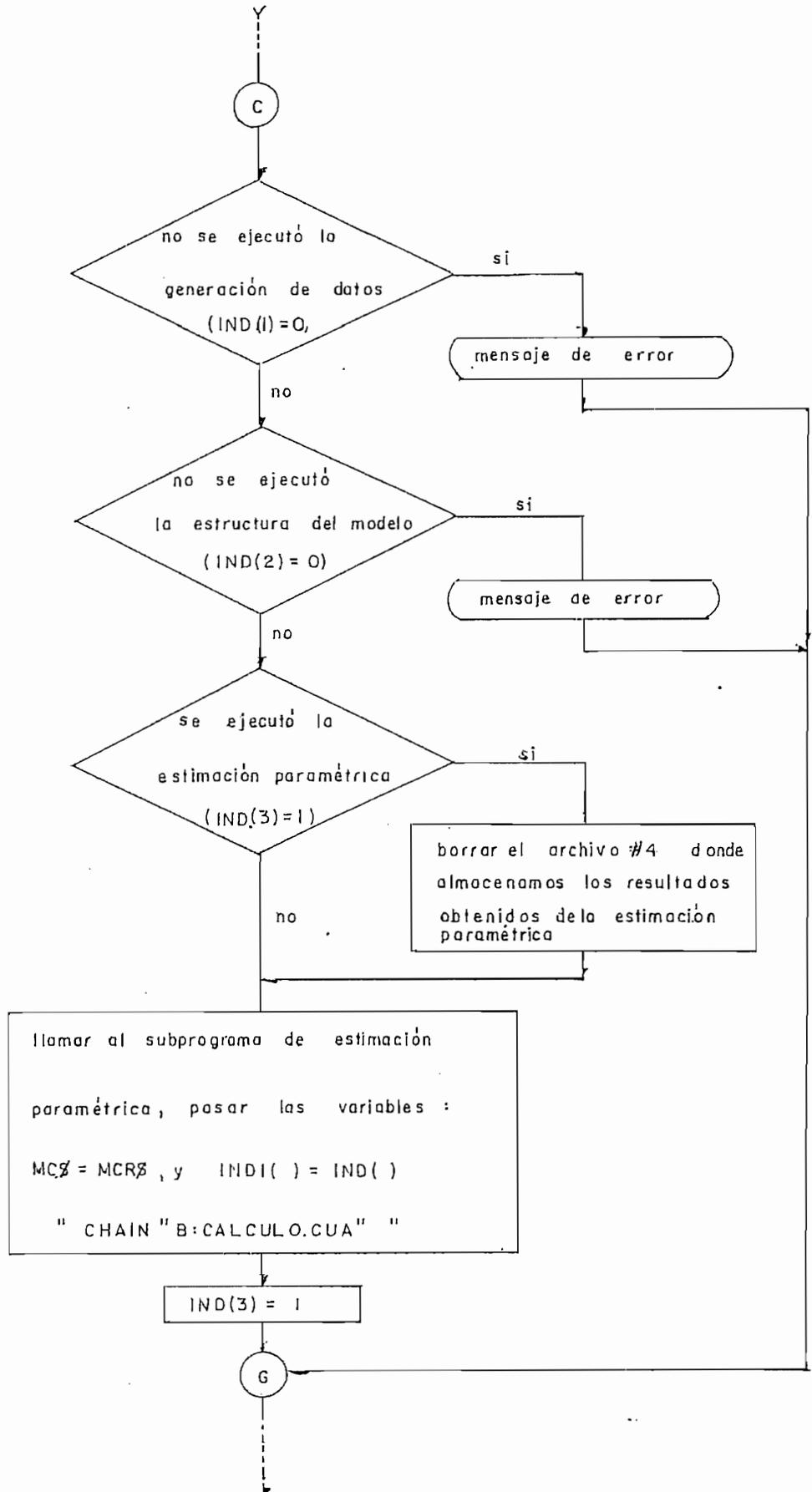


FIGURA 3.6: Diagrama de flujo para llamar al subprograma de estimación paramétrica

```

-----
---- COMMON MCR#, IND( )
---- MCR# = MCR#:IND(1) = IND1(1)
---- IND(2) = IND1(2):IND(3) = IND1(3)
---- CHAIN "B:MINIMO.CUA",840
-----

```

El diagrama de flujo del subprograma de la estimación paramétrica se indica en la figura 3.7

### 3.3.5 SUBPROGRAMA DE RESULTADOS MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS.

Cuando queremos observar los resultados, en el programa principal de minimos cuadrados ordinarios tenemos una sección destinada para esto, en el programa principal. Para presentar los resultados tenemos tres alternativas: resultados obtenidos directamente del programa de estimación paramétrica, los resultados que fueron almacenados previamente en archivos de resultados; y regreso al programa principal.

Si escogemos la primera opción el programa verificará si se ha realizado la estimación paramétrica si esto ocurrió la bandera IND(3) será igual a uno. Si no realizamos el programa de estimación ( IND(3) = 0 ) aparecerá en pantalla un mensaje de error y regresaremos a presentar las opciones de los resultados.

Si escogemos la segunda opción de los resultados almacenados en archivos, aparece en pantalla un mensaje pidiendo el número

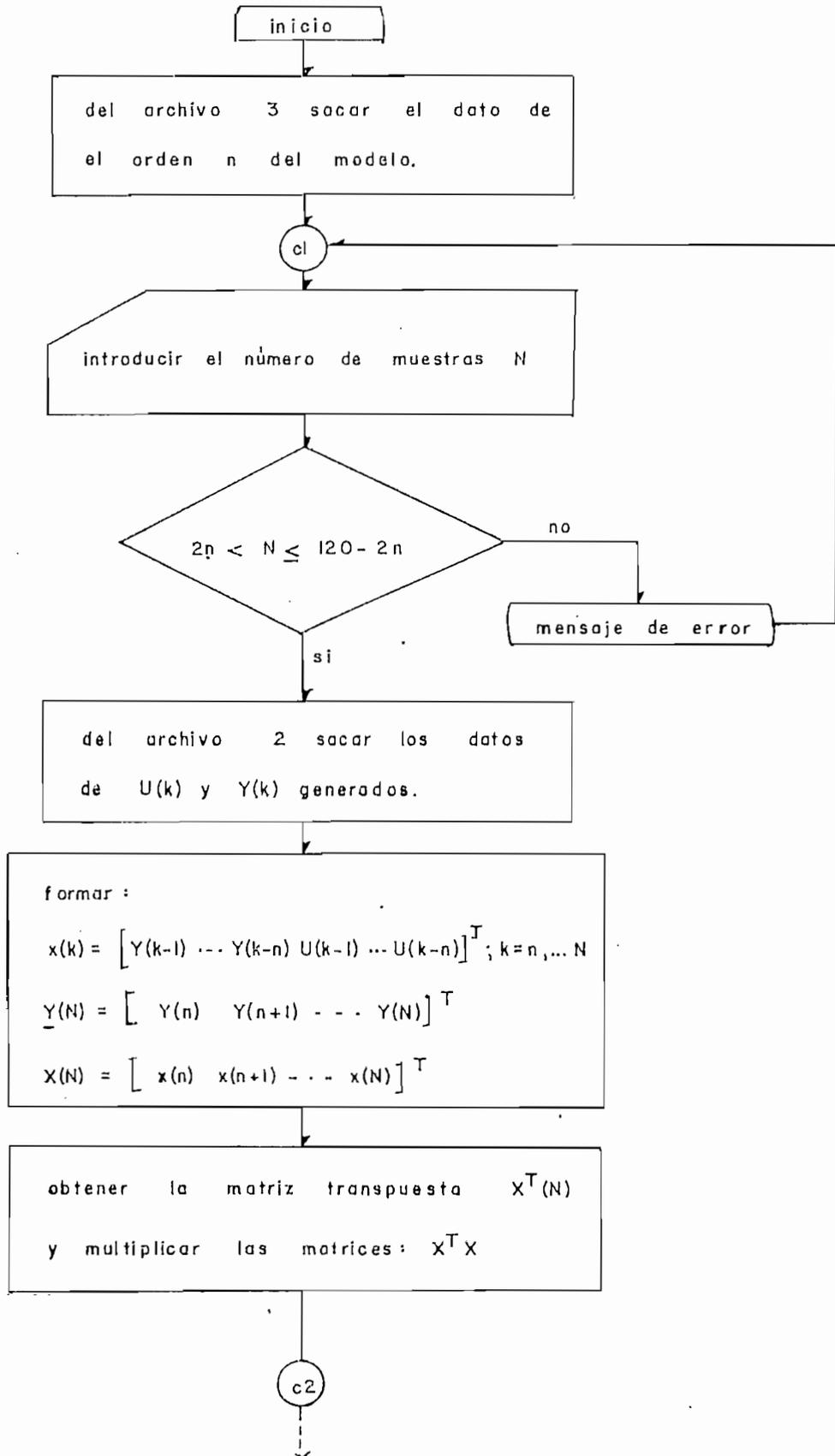


FIGURA 3.7 Diagrama de flujo del subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

continua ...

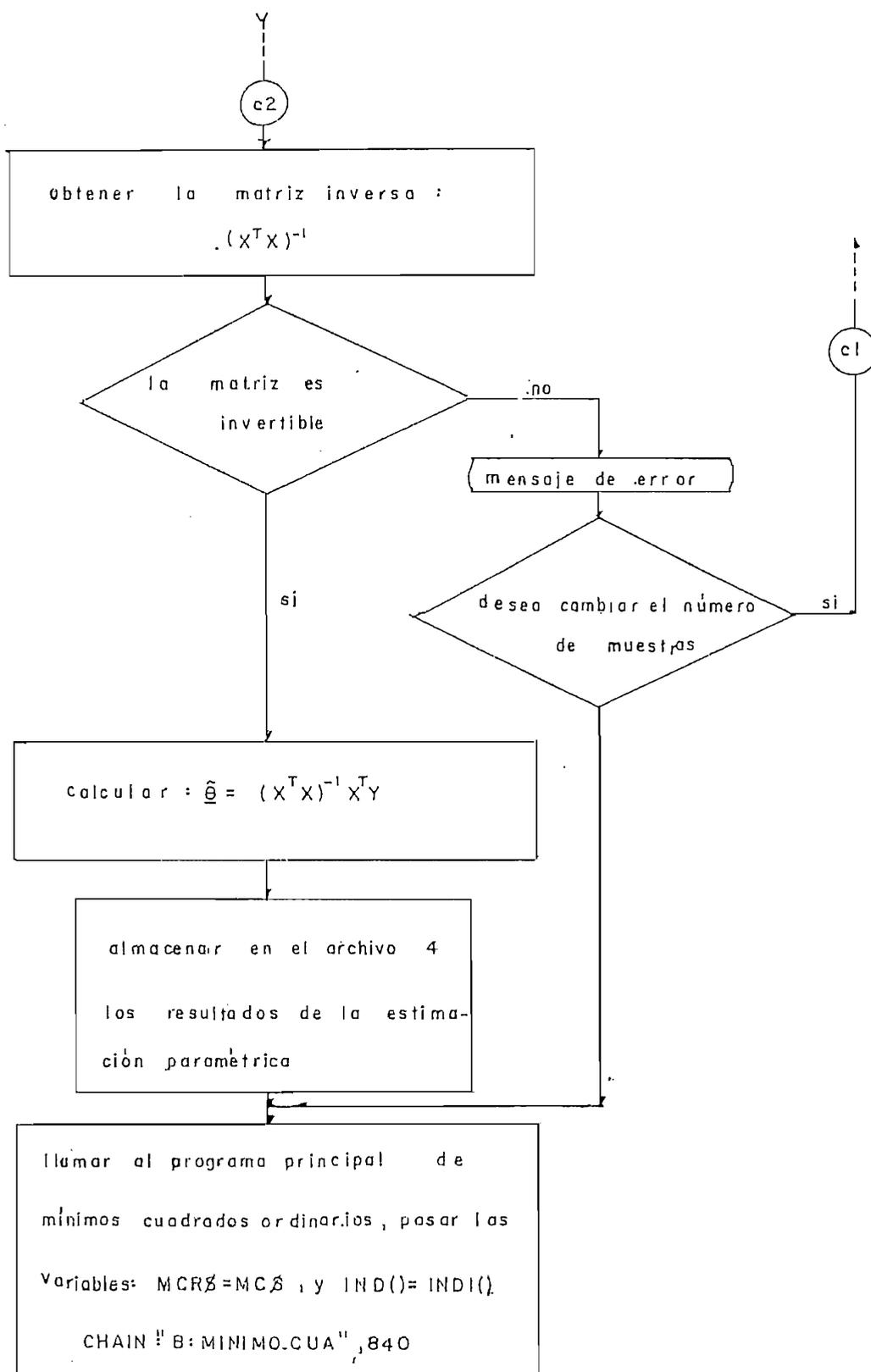


FIGURA 3.7: Diagrama de flujo del subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

del archivo del cual vamos a sacar los resultados para ser observados; estos pueden ser el archivo #5 o #6. Verificaremos la creación de estos archivos sacando del archivo #1 el valor de las variables CH\$,NOM\$ en el registro correspondiente a cada número de archivo; así, si deseamos verificar si ya existe el archivo #5 veremos el contenido del archivo #1 en el registro #5, al sacar los valores vemos que el valor que tiene CH\$ en ese registro es igual a 5 entonces existe dicho archivo. Esto es igual para el archivo #6 de resultados.

Una vez que hemos comprobado la existencia de resultados vamos a almacenar el número y nombre del archivo en el que se encuentra los resultados en el archivo #1. En CH\$ almacenamos el número y NOM\$ el nombre, y le almacenamos en el registro #1. Cerramos los archivos y procedemos a llamar y ejecutar el subprograma de resultados para mínimos cuadrados ordinarios de la siguiente manera:

```

-----
---- MCS = "MC":IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:RESULT1.CUA"
-----

```

Terminada la ejecución del subprograma de resultados, regresará el flujo del programa a la siguiente línea del programa principal de mínimos cuadrados ordinarios. Al regresar aparece en pantalla un mensaje indicando el fin del subprograma y

presionando cualquier tecla continuamos la ejecución. Luego de esto aparece en pantalla las opciones presentadas a un comienzo y es posible escoger otra opción para resultados o regresar al menú del programa principal. El diagrama de flujo de resultados se indica en la figura 3.8.

El subprograma de resultados (RESULT.CUA) lo primero que realiza es sacar del archivo #1, registro 1 los valores de las variables almacenadas CH\$, NOM\$ y luego sacar los resultados almacenados en del archivo #CH y con el nombre NOMI\$; donde CH es el valor numérico almacenado en CH\$ y NOMI\$ el nombre almacenado en NOM\$.

Luego aparece en pantalla el menú de resultados en el que tenemos cuatro alternativas, de las cuales tres de ellas es para presentar los resultados y última es para regresar al programa principal. El menú presentado en pantalla es:

```

RESULTADOS      OBTENIDOS      POR EL METODO DE MINIMOS      CUADRADOS
                ORDINARIOS

TECLA 1 ----- RESULTADOS EN PANTALLA
TECLA 2 ----- RESULTADOS EN IMPRESOR
TECLA 3 ----- GRAFICO DE LA SENAL DE SALIDA
TECLA 4 ----- SALIR DEL PROGRAMA
                ----- CUAL OPCION ?

```

continua ...

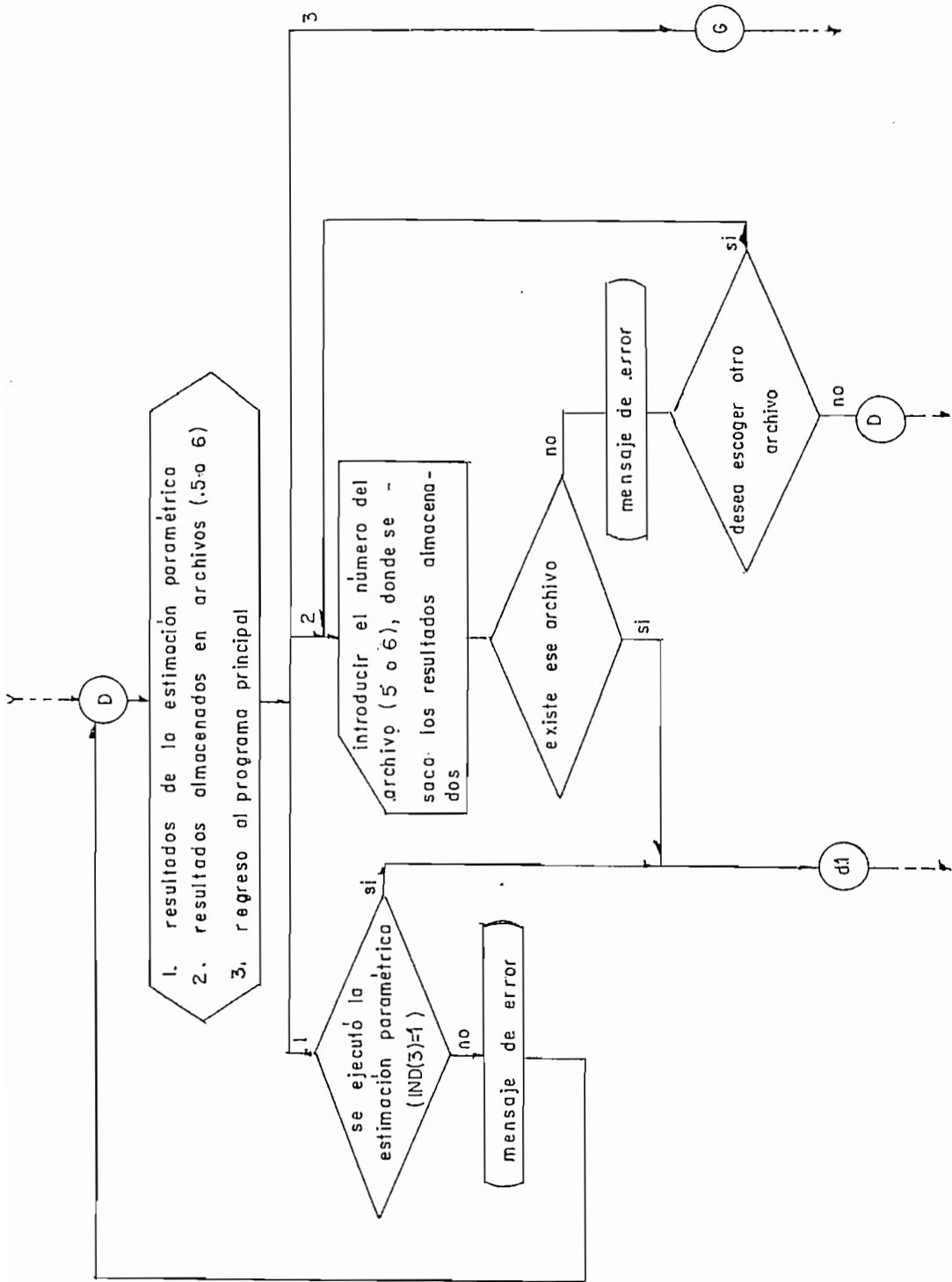


FIGURA 3.8: Diagrama de flujo para llamar al subprograma de resultados de M.C.O.

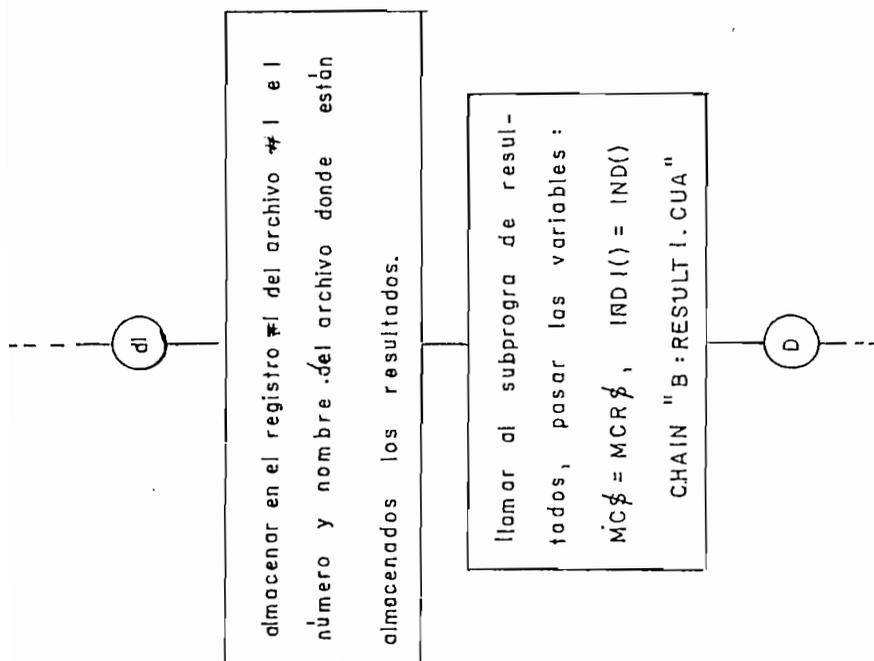


FIGURA 3.8: Diagrama de flujo para llamar al subprograma de resultados de M.C.O.

Cuando presentamos los resultados en pantalla o en impresor vamos a obtener la siguiente información: el método con el que obtuvimos la estimación paramétrica, la ecuación de diferencias del modelo real, la señal de entrada  $U(t)$  aplicada al modelo real para generar los datos, el parámetro real  $\theta^o$  de la planta, el parámetro estimado del modelo  $\hat{\theta}$ , y el número de muestras.

Solo cuando escogemos presentar los resultados en el impresor podemos escoger la opción de una carátula, a voluntad del programador.

Cuando deseamos el gráfico de la señal de salida  $Y$  de la planta real como de la señal de salida obtenida a partir del vector paramétrico estimado, llamamos al subprograma "GRAY#.MC" a partir de este subprograma de resultados. Las variables que pasaremos de este subprograma al subprograma de grafico de "Y" son:

```

---- COMMON MC#,IND(),TETA(),A(),B(),N,N1
----
---- CHAIN "B:GRAY#.MC"
----

```

Las variables MC# y IND() ya fueron estudiadas anteriormente, las variables: teta() es la variable del vector paramétrico estimado, N1 su orden, A() Y B() son componentes del vector paramétrico real y N su orden. Se explicará más detalladamente el subprograma de gráficos de la señal de salida "GRAY#.MC" más

adelante en el numeral 3.6.

Luego de realizar el programa "GRAY\$.MC" del gráfico de la señal de salida, regresa automáticamente al programa de resultados "RESULT.CUA".

Al terminar cualquiera de las opciones para presentar los resultados volveremos al menú de apertura de los resultados.

Con la cuarta opción regresaremos al programa principal de mínimos cuadrados ordinarios.

El diagrama de flujo del subprograma de resultados se indica en la figura 3.9.

### 3.3.6 ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS

El propósito de este subprograma es almacenar en archivos tanto los datos generados como los resultados obtenidos de la estimación paramétrica, y estos archivos no serán borrados del disco a menos que queramos almacenar nueva información en ellos.

Este subprograma se encuentra en el mismo bloque y archivo que el programa principal de mínimos cuadrados ordinarios y puede ser ejecutado presionando la tecla #5 cuando aparece en pantalla el menú principal de mínimos cuadrados ordinarios.

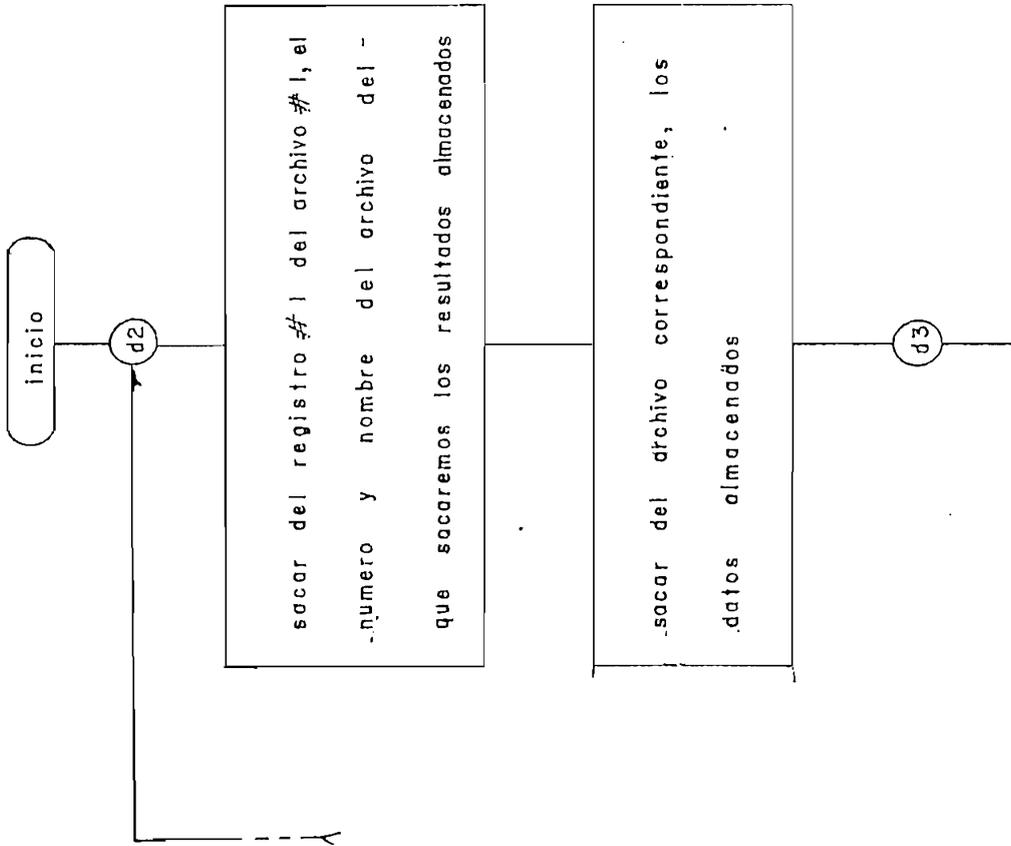
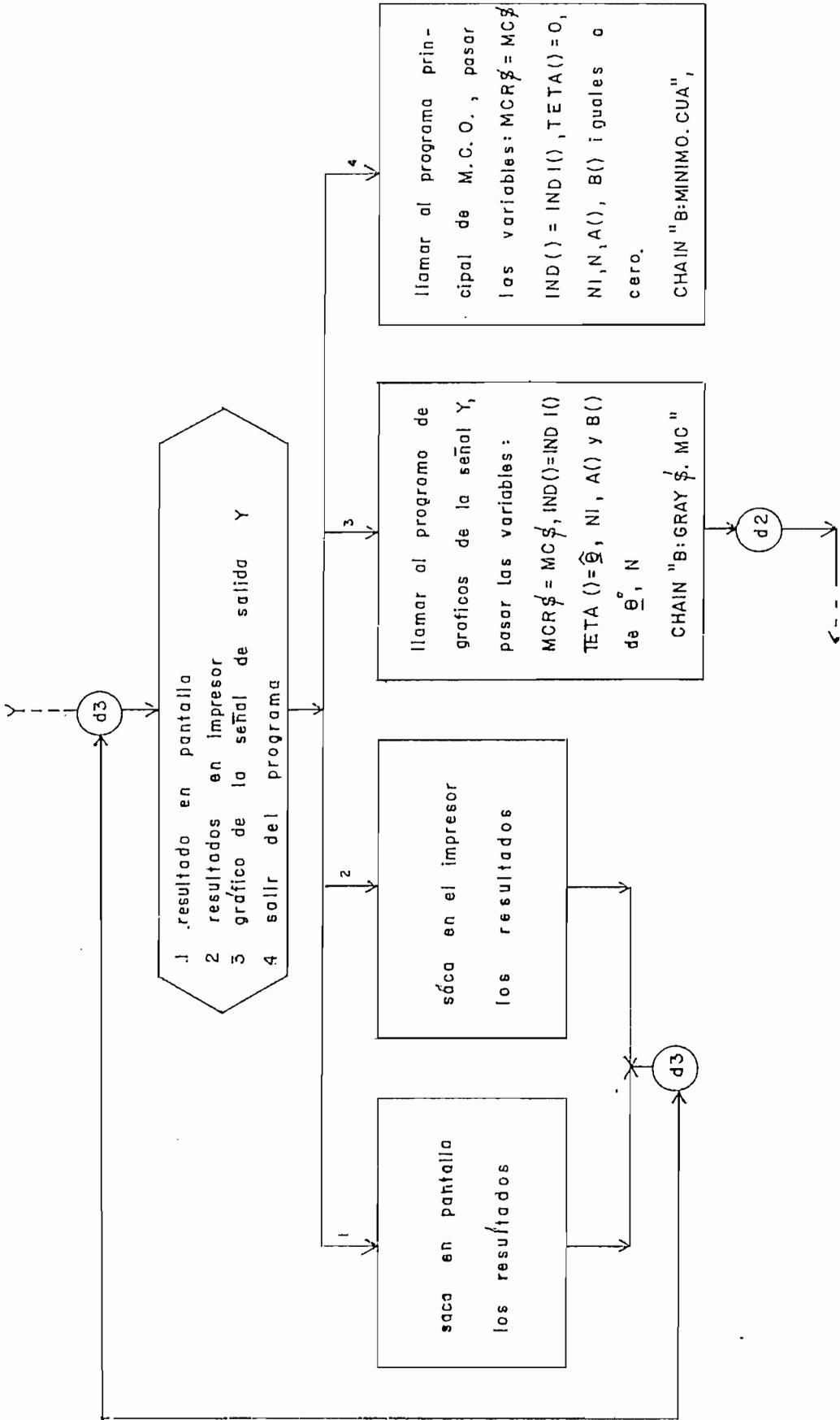


FIGURA 3.9: Diagrama de flujo del subprograma de resultados de M.C.O.

continua ...



FIGUARA 3.9: Diagrama de flujo del subprograma de resultados de M.C.O.

El subprograma para almacenar datos contiene el siguiente menú de opciones:

```
ALMACENAMIENTO DE DATOS / RESULTADOS
:.....: : : :.....:
```

```
TECLA 1 ----- ALMACENAR DATOS
TECLA 2 ----- ALMACENAR RESULTADOS
TECLA 3 ----- VOLVER AL PROGRAMA PRINCIPAL
----- CUAL OPCION ?
```

Cualquiera de estas opciones podemos escoger presionando el número correspondiente en el teclado.

El diagrama de flujo de este subprograma se encuentra en la figura 3.10.

### 3.3.7 FIN DE SECCION Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.

Quando queramos regresar al programa maestro desde el menú del programa principal de mínimos cuadrados ordinarios, vamos a presionar el número #6 en el teclado que corresponde a la opción señalada en el menú de apertura. Antes de llamar al programa maestro, en el caso de haber ejecutado todas las alternativas dadas en el menú apertura del programa principal, se borrarán los archivos utilizados en esta ejecución con excepción de los archivos que usamos en la opción de almacenamiento de datos y/o resultados; luego procedemos a llamar al programa maestro.

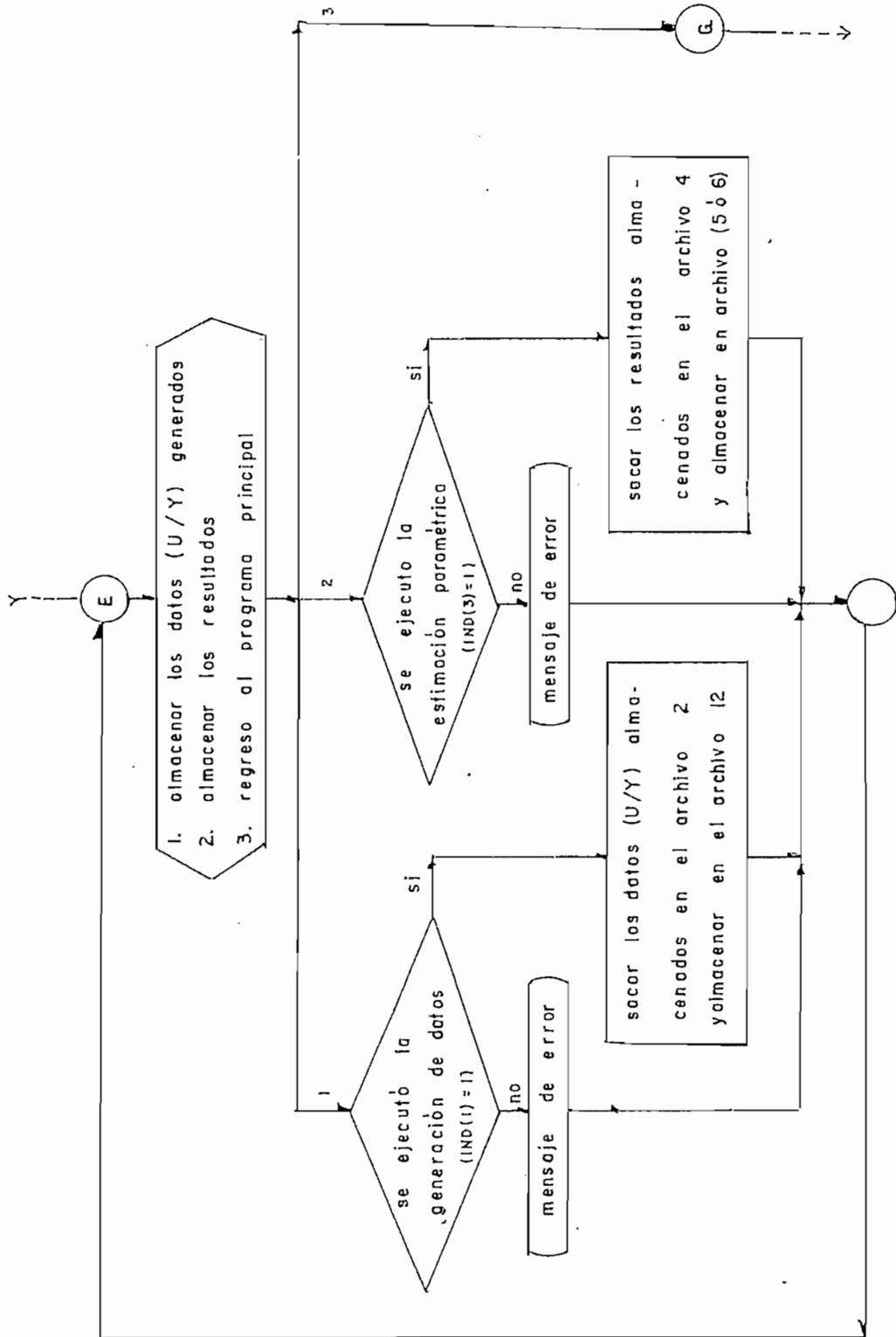


FIGURA 3.1C; Diagrama de flujo del subprograma de almacenamiento de datos/resultados de mínimos cuadrados ordinarios.

El diagrama de flujo de este subprograma se encuentra en la figura 3.11.

#### 3.4 MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS SIN PRESENCIA DE RUIDO Y MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS CON PRESENCIA DE RUIDO EN LOS DATOS.

Tanto la estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos sin presencia del ruido, como el método de mínimos cuadrados recursivos con presencia del ruido en los datos, comparten un mismo bloque de programas para su ejecución; debido a que la diferencia entre estos dos métodos es la presencia del ruido en los datos de la salida  $Y$  de la planta, que introducimos en la generación, pero su algoritmo para la estimación es el mismo.

Si queremos trabajar con uno de los dos métodos de mínimos cuadrados recursivos (con o sin ruido); es posible, si escogemos la opción respectiva del menú en el programa maestro, el cual irá dependiendo de la opción a ciertas líneas del programa y así para mínimos cuadrados recursivos sin ruido en esas líneas del programa a la variable  $MCR\#$  es igual a "MCR", o en el caso de que sea con ruido  $MCR\# = "MCRR"$ ; para que al pasar al programa principal de mínimos cuadrado recursivos (MINIMO1.MCR) tener presente con que método estamos trabajando.

Al igual que en el programa principal de mínimos cuadrados

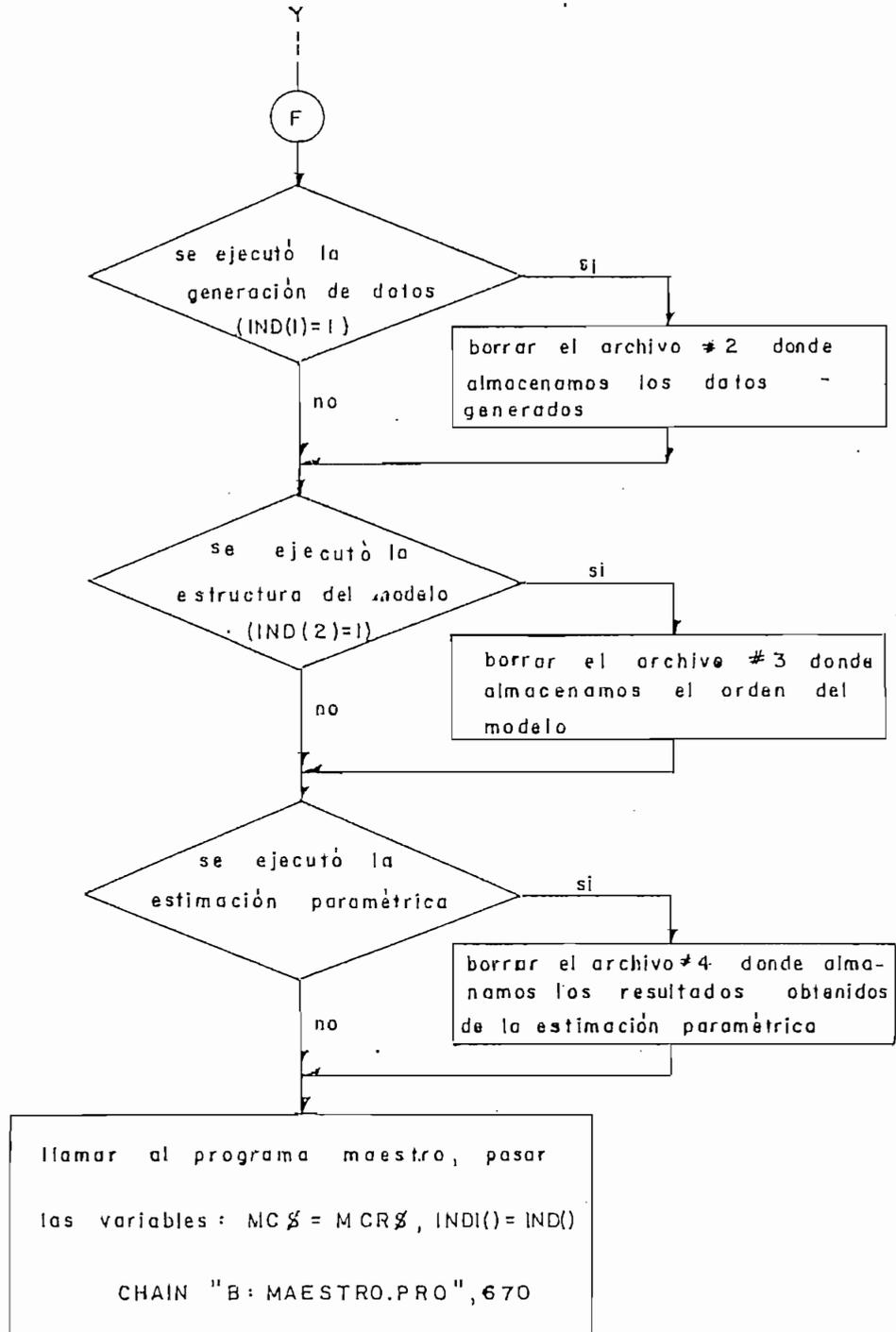


FIGURA 3.11: Diagrama de flujo del subprograma para llamar al programa maestro

ordinarios, este se divide en tres secciones: la primera sección el vector IND() de grado tres es igual a cero. Este vector servirá como bandera para indicar: IND(1) se ejecutó generación de datos, IND(2) la ejecución de la estructura del modelo; y, IND(3) la ejecución de la estimación paramétrica. Cuando sean igual a cero indica que aun no se ha ejecutado, si son igual a uno indica que ya se ejecutado los programas. Esta variable pasará a todos los subprogramas junto con MCR\$ que en este programa principal pasa como MC\$. La iniciación de IND() solo se realiza una sola vez durante el transcurso de la sesión de mínimos cuadrados recursivos y en el único caso de que sea llamado el programa principal desde el programa maestro.

Luego de iniciar IND(), tenemos el menú de apertura del programa principal, que indicado en pantalla se observa:

```

                M E N U
                :::::
TECLA 1 ----- GENERAR DATOS
TECLA 2 ----- ESTRUCTURA DEL MODELO
TECLA 3 ----- ESTIMACION DE PARAMETROS
TECLA 4 ----- RESULTADOS
TECLA 5 ----- GRAFICOS
TECLA 6 ----- ALMACENAMIENTO DE DATOS Y/O RESULTADOS
TECLA 7 ----- REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.
                ----- CUAL OPCION ?
```

Se puede ejecutar cualquiera de las alterativas indicadas en

el menú, presionando el número correspondiente a esta en el teclado.

En la última parte tenemos el algoritmo para llamar a ejecutar cualquiera de los subprogramas señalados en el menú. El análisis de cada uno de estos subprogramas realizamos más adelante en este capítulo.

El diagrama de bloques del programa principal de mínimos cuadrados se indica en la figura 3.12.

#### 3.4.1 DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

Al igual que con el método de mínimos cuadrados ordinarios, utilizaremos el método de mínimos cuadrados recursivos para la estimación paramétrica de modelos lineales de plantas dinámicas a base de los datos de las señales de entrada y salida tomados de la planta. Este método es iterativo.

El método exige para la identificación introducir el valor del orden del modelo que vamos a identificar y a las variables  $a$  y  $\gamma$  de la función de ponderación u olvido  $W = a\gamma^{N-k}$

El orden del modelo, por las razones explicadas en el numeral 3.3.1, vamos a suponer un valor (el orden máximo escogido es 4).

El factor de olvido  $W$ , consideramos que es igual a  $W = a\gamma^{N-k}$ , este factor es muy importante por las siguientes razones: la

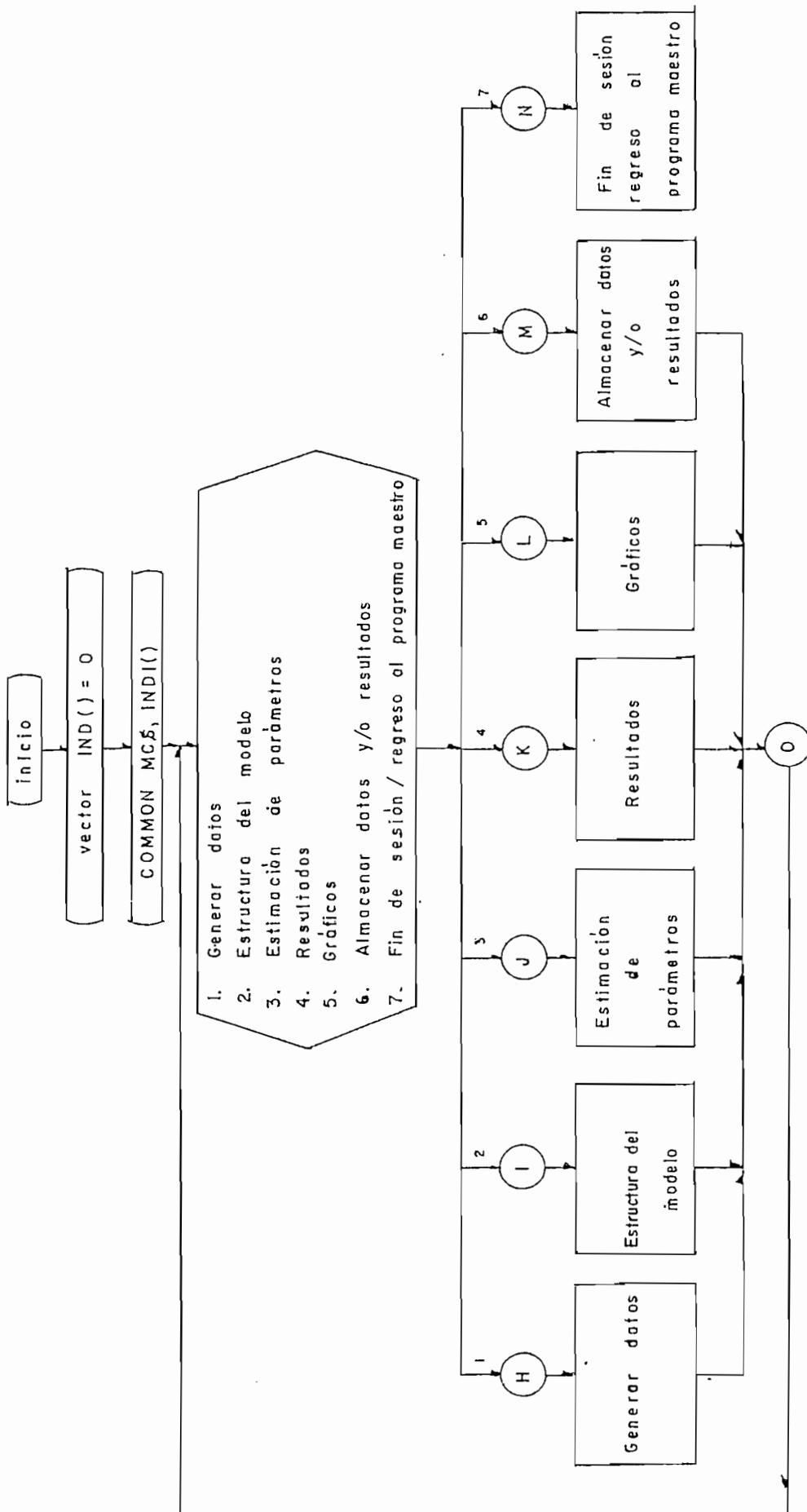


FIGURA 3.12: Diagrama de bloques del programa principal de mínimos cuadrados recursivos.

primera razón, obtenemos al analizar  $W$ , para los valores iniciales tendrá un valor pequeño que crece con el aumento del número de iteraciones que se realice para la estimación de  $\theta$ , si observamos la función de error  $J(\theta) = e^T W e$ ,  $J$  aumentará su valor en función directa al crecimiento  $W$ , por lo que decimos que este factor de olvido da mayor importancia a los últimos valores de los errores que a los iniciales (cercaos al orden del modelo), esto es lógico debido a que los parámetros del sistema varían lentamente en el tiempo. Ahora al aumentar el número de iteraciones y si el factor de olvido es  $W = 1$ ; las matrices  $P$  y  $L$  tienden rápidamente a cero y el vector paramétrico converge con igual velocidad a su valor verdadero, pero al permanecer  $P$  y  $L$  cercanos a cero el vector paramétrico permanece constante, luego comenzará a diverger debido a que las variaciones ya no son controladas con  $W$ , esto produce inestabilidad en el algoritmo. Para evitar estos problemas es necesario que los valores  $a$  y  $\gamma$  de ponderación cumplan con la condición de que  $0 < a \leq 1$  y  $0 < \gamma \leq 1$ , de tal manera que al dividir la matriz  $P$  por el factor de olvido el producto de  $(P/\gamma)$  de un valor mayor y así la matriz  $P$  para el instante  $k+1$  no tiende a cero.

Se ha considerado en este programa dos alternativas para elegir los valores de la función de olvido, y son: en la primera, el factor de olvido  $W = a\gamma^{N-k}$  tomará valores,  $a = 1$  y  $\gamma$  puede variar entre valores mayores que cero y menores o iguales que uno; la segunda alternativa,  $\gamma$  toma valores mayores que cero y menores que uno y  $a = 1 - \gamma$ .

Para las condiciones iniciales al vector paramétrico  $\underline{\theta}$  y la matriz  $P$ , para iniciar las estimaciones iterativas de  $\underline{\theta}$ , tenemos tres posibilidades:

1. coleccionar un conjunto de  $N$  datos, tal que  $N \geq 2n$  y resolvemos aplicando el método de mínimos cuadrados ordinarios el vector paramétrico  $\underline{\theta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y$  y obtenemos la matriz  $P = (X^T W X)^{-1}$  y con estas condiciones iniciales continuamos las iteraciones.
2. Podemos escoger como condición inicial dando a  $\underline{\theta}$  para el instante  $N$ ,  $\underline{\theta}(N) = 0$  y la matriz  $P$  como  $P(N) = \alpha I$ , donde  $\alpha$  es un escalar, y calculamos como:

$$\alpha = 10 \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N Y^2(i)$$

y la matriz  $I$  es la matriz identidad de tamaño  $N-n+1 \times N-n+1$ .

3. Introducimos las condiciones iniciales del vector paramétrico  $\underline{\theta}$  y  $\alpha$  de la matriz  $P$  ( $P = \alpha I$ ),  $\alpha$  daremos valores mayores que cero y a  $\underline{\theta}$  hemos limitado sus parámetros para valores iniciales de  $-10$  a  $10$ .

Estas 2 últimas manera de dar las condiciones iniciales a  $P$  y  $\underline{\theta}$  vamos a utilizar en la presente tesis, ya que no requiere llamar al programa de mínimos cuadrados ordinarios para iniciar el proceso iterativo.

El algoritmo de este método de mínimos cuadrados recursivos es:

1. seleccionar  $a, \gamma$  y  $N$
2. seleccionamos valores iniciales de  $P(N)$  y  $\hat{\theta}(N)$
3. coleccionamos  $Y(0), \dots, Y(N)$  y  $U(0), \dots, U(N)$  y formamos  $x^T(N+1)$
4. hacer  $k \leftarrow N$
5.  $L(k+1) \leftarrow \frac{P(k)}{\gamma} x(k+1) \left[ \frac{1}{a} + x^T(k+1) \frac{P(k)}{\gamma} x(k+1) \right]^{-1}$
6. coleccionar  $Y(k+1)$  y  $U(k+1)$
7.  $\hat{\theta}(k+1) \leftarrow \hat{\theta} + L(k+1) \left[ Y(k+1) - x^T(k+1) \hat{\theta} \right]$
8.  $P(k+1) \leftarrow \frac{1}{\gamma} \left[ I - L(k+1) x^T(k+1) \right] P(k)$
9. formar  $x(k+2)$
10. hacer  $k \leftarrow k+1$
11. ir al paso 5.

La matriz  $x(k) = [ Y(k-1) \dots Y(k-n) U(k-1) \dots U(k-n) ]^T$

### 3.4.2 GENERAR DATOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS SIN RUIDO O CON RUIDO.

Para llamar al subprograma de generación de datos "GENERAC.DAT" desde el programa principal de mínimos cuadrados ordinarios, el algoritmo es similar que para el caso de mínimos cuadrados ordinarios (podemos ver en el numeral 3.3.2).

El valor de la variable MC\$ que tenga ahora, dependerá si estamos trabajando con mínimos cuadrados recursivos sin presencia de ruido en los datos o con presencia de ruido en los datos. Y este valor indicará en el programa de generación de datos si necesitamos introducir ruido a los datos ; o los datos generados son para mínimos cuadrados recursivos sin ruido y no necesitamos introducir ruido en la señal de salida; como se explicará más adelante en el numeral 3.5 de este capítulo.

El diagrama de flujo para llamar al subprograma de generación de datos es similar al diagrama de flujo para llamar al subprograma de generación de datos en mínimos cuadrados ordinarios, y que indicamos en la figura 3.4.

#### 3.4.2 ESTRUCTURA DEL MODELO.

Este subprograma es similar al subprograma de estructura del modelo de mínimos cuadrados ordinarios descrito en el numeral 3.3.3 de este capítulo. Por lo tanto, el diagrama de flujo para este subprograma es similar al diagrama de flujo indicado en la figura 3.5.

#### 3.4.4 SUBPROGRAMA DE ESTIMACION PARAMETRICA POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

Este subprograma es llamado desde el programa principal de mínimos cuadrados recursivos, de igual manera que los anteriores, presionando el número correspondiente en el teclado, cuando

aparece en pantalla el menú de apertura.

El programa verificará si tenemos la generación de datos y el orden del modelo. Si estos no fueron realizados y almacenados en los archivos correspondientes, aparecerá en pantalla un mensaje de error deteniendo la ejecución del programa hasta que presionemos cualquier tecla para continuar, regresando nuevamente al menú de apertura de mínimos cuadrados recursivos.

Si la generación de datos y la estructura del modelo fueron ejecutadas, automáticamente llamaremos al programa de estimación paramétrica para ser ejecutado:

```

----
---- MCS = MCR$:IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:CALCULO2.MCR"
----

```

Una vez que se ha ejecutado este programa de estimación paramétrica regresará al programa de mínimos cuadrados recursivos, a la siguiente línea de la que se quedó antes de ser llamado. La bandera IND(3) ahora será igual a uno.

Terminada esta sesión aparecerá un mensaje y presionando cualquier tecla, regresaremos al menú de apertura del programa principal.

El diagrama de flujo para llamar al subprograma de estimación paramétrica es similar al caso de mínimos cuadrados ordinarios y que se indica en la figura 3.6

El subprograma de estimación paramétrica, cuando es ejecutado realizará el siguiente algoritmo. Primero sacará del archivo de la estructura del programa el orden del modelo  $n$ , que utilizaremos como dato para la estimación. Luego presentará en pantalla dos casos para dar valores a las función de olvido  $W$ ; en pantalla observaremos:

```
"LA FUNCION DE OLVIDO ES  $W = A * GAMA^{(K - NM^2)}$ "
  :: :::::::::: :: :::::::::: :: ::::::::::::::::::::::
```

```
OPCION #1 ----- VALOR DE GAMA; SI  $A = 1 - GAMA$ 
```

```
OPCION #2 ----- VALOR A GAMA; SI  $A = 1$ 
```

```
NOTA: PARA LAS DOS OPCIONES SE CUMPLE QUE  $0 < GAMA < 1$ 
```

```
----- CUAL OPCION ?
```

Una vez que hemos escogido por cualquiera de las dos opciones introducir el valor de la función de olvido correctamente, continuaremos la ejecución y el programa exigirá introducir el número de iteraciones para realizar la estimación. El número máximo de iteraciones será igual a  $140 - 2n$ , se toma este valor porque son 160 los datos de entrada/salida generados en el programa de generación y tomamos los datos desde el instante 20 ya que desde este instante los datos no dependen de las condiciones iniciales dadas ( los valores de  $U$  y  $Y$  antes del

instante cero). Si el número de iteraciones seleccionado para la estimación sobrepasa el número máximo, aparece en pantalla un mensaje de error.

Concluido la introducción de los datos anteriores, antes de proceder a la estimación paramétrica, el programa indicará en pantalla todos los valores introducidos y preguntará si están correctos, esto lo hacemos para que en el caso de que algún dato introducido este erróneo podamos rectificar antes sacar los datos de la generación (U/Y) y pasar a realizar la estimación paramétrica iterativa.

Una vez que ha terminado las iteraciones para la estimación paramétrica, los resultados serán almacenados en el archivo #4, antes de que sean borrados de la memoria del computador al llamar al programa principal de mínimos cuadrados recursivos "MINIMOI.MCR", de la siguiente manera:

```

----
---- MCR$ = MCR$:IND(1) = IND1(1)
---- IND(2) = IND1(2):IND(3) = IND1(3)
---- CHAIN "B:MINIMOI.MCR",890
----

```

El diagrama de flujo del subprograma de estimación paramétrica para mínimos cuadrados recursivos se encuentra en la figura 3.13.

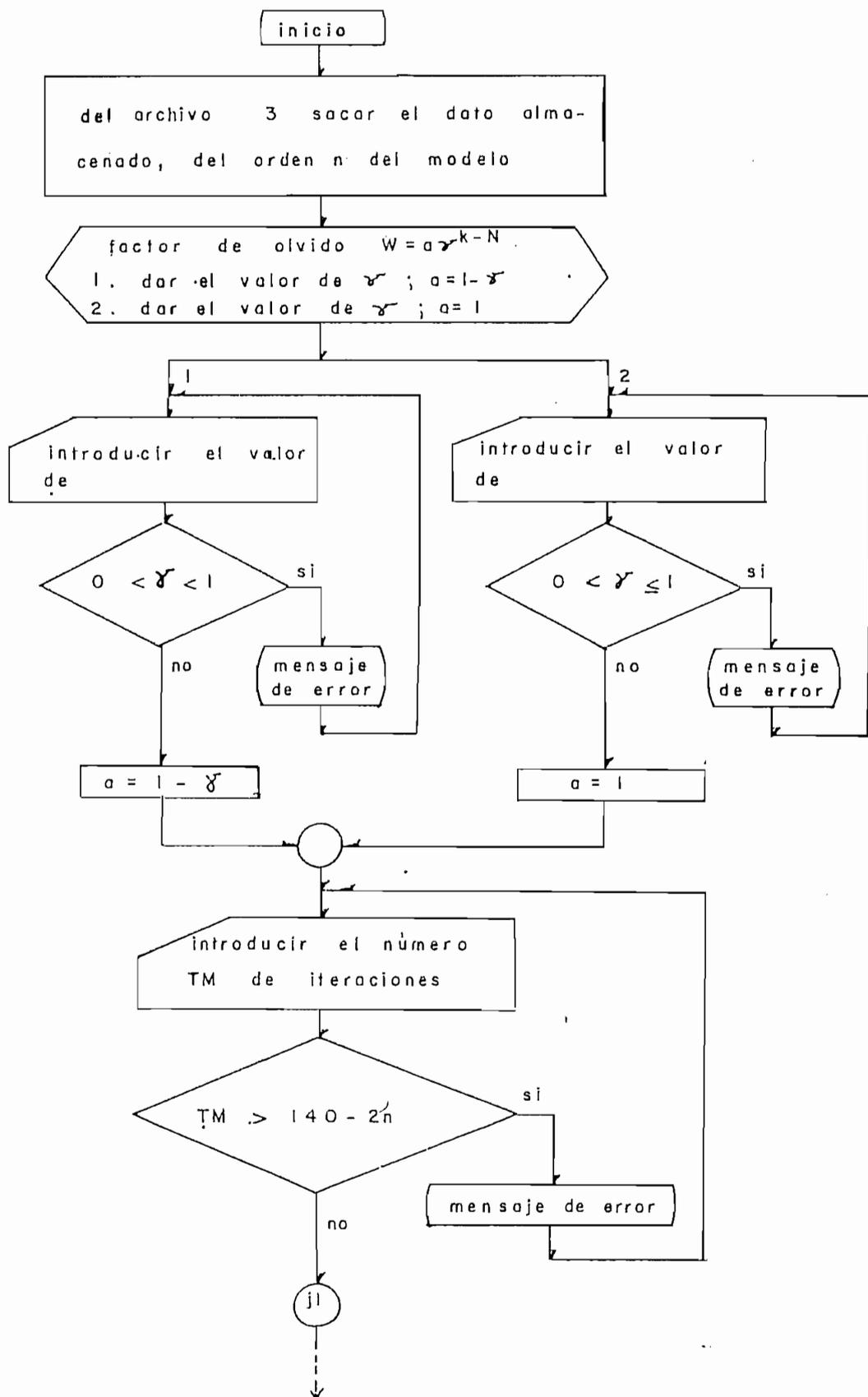


FIGURA 3.13: Subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos continua ...

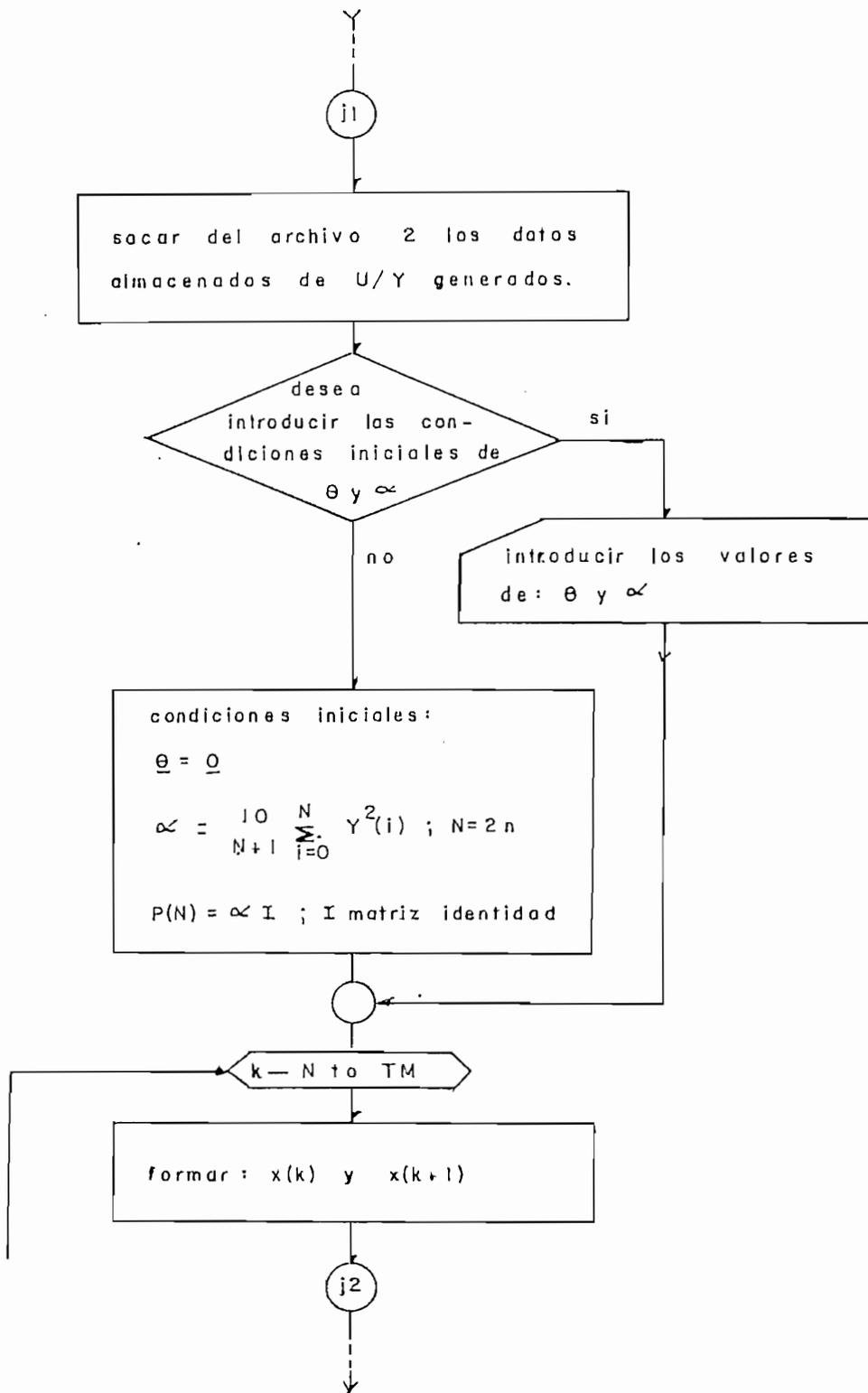


FIGURA 3.13: Subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos continua ...

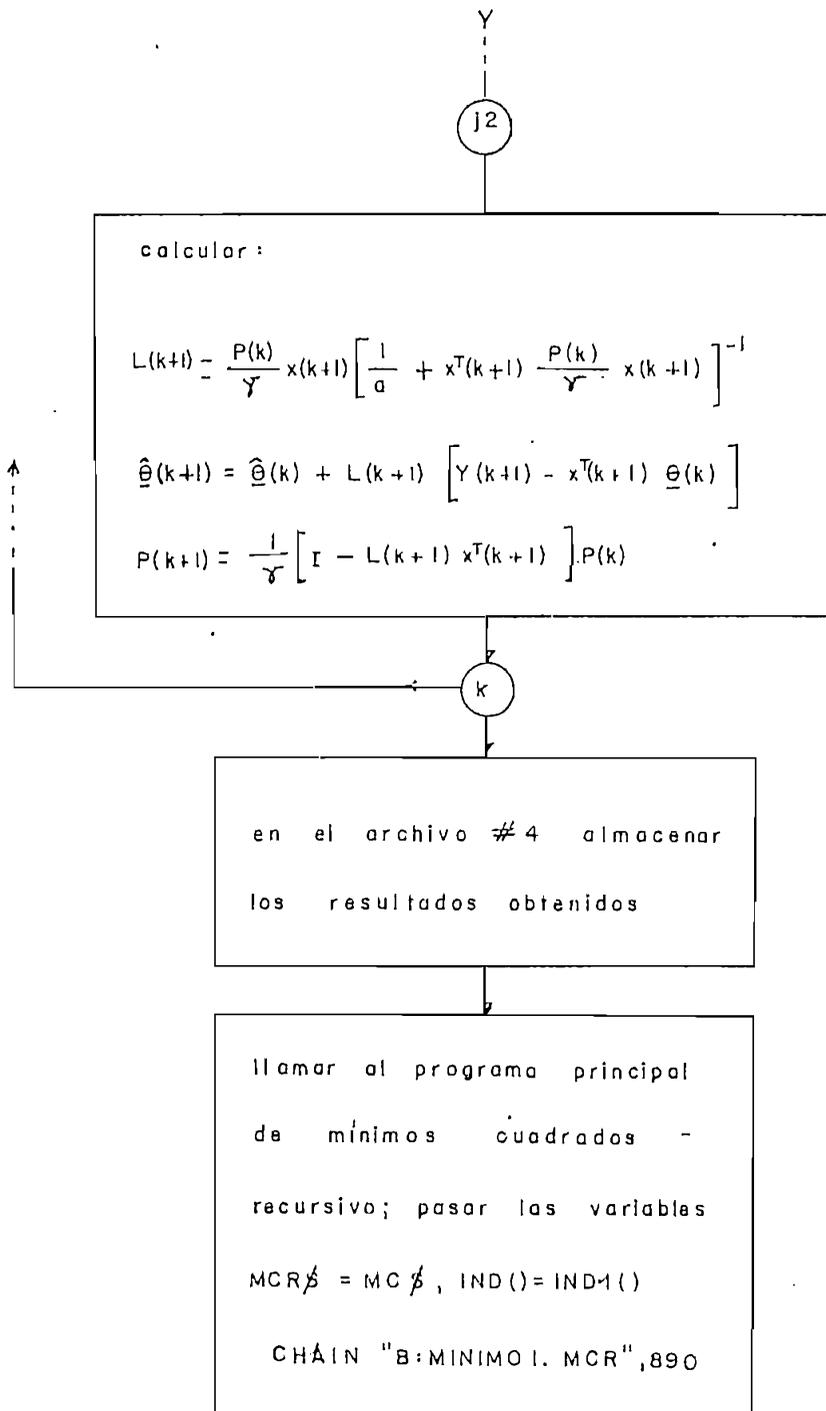


FIGURA 3.13: Subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos.

### 3.4.5 PROGRAMA DE RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

Si deseamos llamar al subprograma de resultados obtenidos de la estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos, deberemos presionar en el teclado, el número le correspondiente, y que se indica en el menú principal.

Al ser ejecutado aparece un primer menú de opciones en pantalla, que es:

```

"RESULTADOS"
::::::::::::

OPCION #1 ----- RESULTADOS OBTENIDOS DE LA ESTIMACION
OPCION #2 ----- RESULTADOS ALMACENADOS EN ARCHIVOS
OPCION #3 ----- REGRESO AL PROGRAMA PRINCIPAL
----- CUAL OPCION ?

```

Con la opción #1 vamos a sacar los datos almacenados en el archivo #4, donde fueron almacenados en el programa de estimación paramétrica. Si aun no hemos ejecutado el programa de estimación paramétrica (es decir si  $IND(3) = 0$ ) saldrá un mensaje de error y regresaremos a este primer menú de opciones de resultados. Si ya ejecutamos el subprograma de estimación ( $IND(3) = 1$ ), entonces procedemos almacenar el número y el nombre del archivo en donde estan almacenados los resultados, en el registro 1 del archivo #1, para luego proceder a llamar al subprograma de resultados "RESULT2.MCR".

Con la opción #2 de resultados almacenados en archivos, vamos

a sacar los resultados almacenados en el archivo #7 o #8 en el caso de mínimos cuadrados recursivos sin ruido y #9 o #10 con ruido, que fueron almacenados previamente en el programa de almacenamiento. El programa preguntará de que archivo deseamos los resultados y verificará que este archivo existe (verificará de la misma manera que en mínimos cuadrados ordinarios). Si no existe este archivo podemos ver los resultados almacenados en otro archivo o regresar al menú de opciones de resultados. Si existe procedemos como en el caso anterior de resultados obtenidos de la estimación, almacenar el número y nombre del archivo en el que se encuentra los resultados, en el registro #1 del archivo #1, y llamar al programa de resultados.

Antes de llamar a ejecutar el programa de resultados, cerramos archivos y llamamos de la siguiente manera:

```

----
---- MCR$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:RESULT2.MCR"
----

```

Terminada la ejecución del programa de resultados, regresamos al programa principal de mínimos cuadrados recursivos, a la siguiente línea que se quedó antes de ser llamado en el programa principal de mínimos cuadrados recursivos. Aparece un mensaje indicando que finalizamos el programa de resultados, y presionando cualquier tecla regresamos al menú de opciones de los

resultados descrito arriba de estos párrafos.

Si queremos regresar al menú del programa principal, tenemos la opción #3 del menú de resultados. El diagrama de flujo para llamar al subprograma de resultados desde el programa principal es similar que en el caso de mínimos cuadrados ordinarios, indicada en la figura 3.6.

El subprograma de resultados primero saca del registro #1 del archivo #1 el nombre y número del archivo donde se encuentra los resultados. Luego saca del archivo correspondiente los resultados almacenados y que deseamos observar, para luego presentar en pantalla un segundo menú de opciones de resultados, este es:

```
RESULTADOS    OBTENIDOS    POR    EL    METODO    DE    MINIMOS    CUADRADOS
:~::~~::~~:    :~::~~::~~:    :~:    :~:    :~::~~::~~:    :~:    :~::~~::~~:    :~::~~::~~:
```

```
RECURSIVOS
```

```
:~::~~::~~:
```

```
TECLA 1 ----- RESULTADOS EN PANTALLA
```

```
TECLA 2 ----- RESULTADOS EN IMPRESOR
```

```
TECLA 3 ----- SALIR DEL PROGRAMA
```

```
----- CUAL OPCION ?
```

Tanto en la opción para presentar los resultados en pantalla como en el impresor, los resultados indicados son: el método de la estimación paramétrica utilizada, la ecuación de diferencias del modelo real, la señal de entrada  $U(t)$  aplicada al modelo real para generar los datos, el parámetro real  $\theta^0$  de la planta, el factor de olvido ( $a$  y  $\gamma$ ), las condiciones iniciales de  $\hat{\theta}$  y  $\alpha$ ,

y el parámetro estimado en cada iteración.

Solo cuando presentamos los datos en impresor tenemos la alternativa de sacar la carátula, esto queda a voluntad del programador.

Con la opción #3 regresamos al programa principal de mínimos cuadrados recursivos, y a indicar al primer menú de resultados. Vamos a llamar al programa principal de la siguiente manera:

```

----
---- MCR$ = MC$:IND(1) = IND1(3)
---- IND(2) = IND(2):IND(3) = IND1(3)
---- CHAIN "B:MINIMO1.MCR",1380
----

```

Las variables que pasamos del programa principal al de resultados son: MCR\$,IND1(). Del subprograma de resultados pasamos al programa principal MCR\$,IND().

El diagrama de flujo del subprograma de resultados para mínimos cuadrados recursivos se indica en la figura 3.14.

#### 3.4.6 SUBPROGRAMA DE GRAFICOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

Con este subprograma graficamos con parámetros estimados en la última iteración del programa de estimación paramétrica de

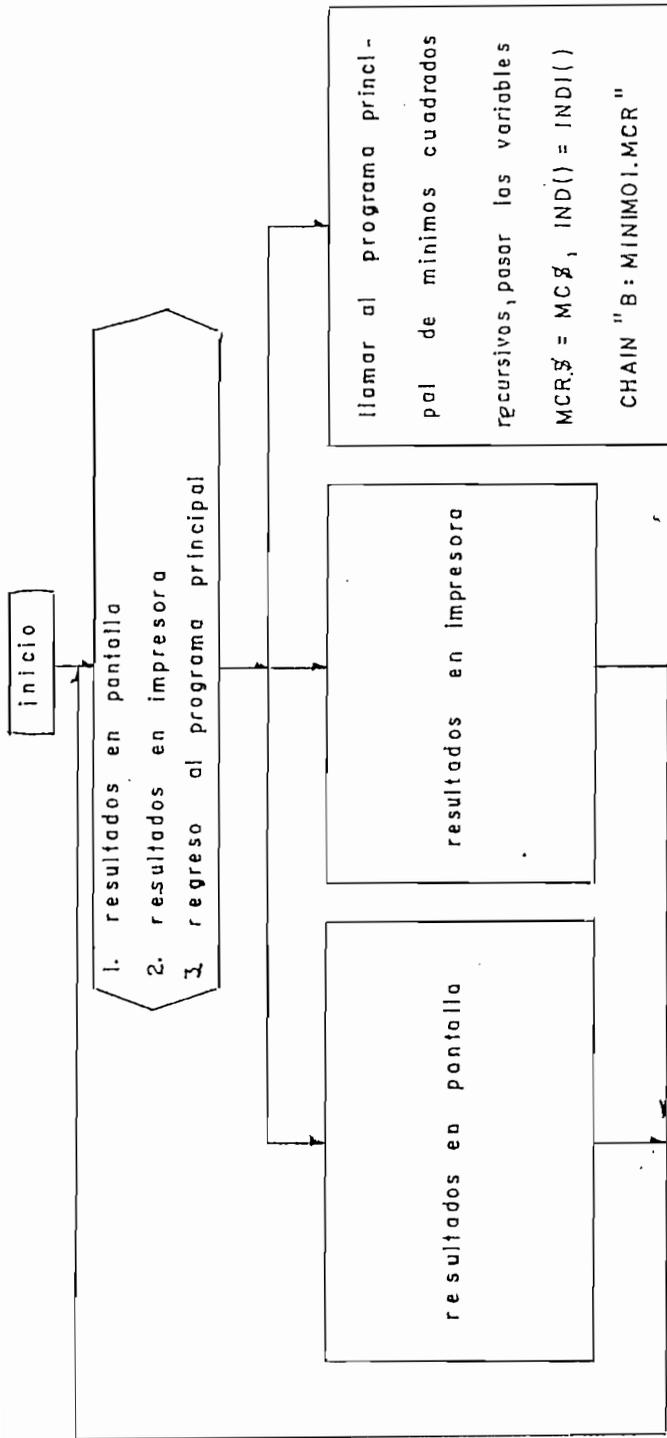


FIGURA 3.14: Diagrama de flujo del subprograma de resultados para mínimos cuadrados recursivos.

e y el gráfico de la señal de salida.

Al igual que en el subprograma de resultados tenemos dos alternativas para realizar los gráficos: de los resultados de la estimación paramétrica o de los resultados almacenados en archivos. El algoritmo en el programa principal es igual que en el caso de resultados, numeral 3.4.5.

Vamos a llamar al programa de gráficos desde el programa principal de la siguiente forma:

```

----
---- MCR$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
---- IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
---- CHAIN "B:GRAFICO.MCR"
----

```

El diagrama de flujo para llamar al subprograma de gráficos es similar al que se indica en la figura 3.6.

El subprograma de gráficos primero sacará del registro #1 del archivo #1, el número y nombre del archivo donde se encuentra los almacenados los resultados, luego sacará del archivo correspondiente los resultados para utilizarlos.

Antes de realizar los gráficos, obtenemos en el impresor la siguiente información: el método utilizado para la estimación paramétrica (mínimos cuadrados recursivos con ruido; o mínimos

cuadrados recursivos sin ruido), la ecuación de diferencias de la planta real, la señal de entrada  $U(t)$  aplicada a la planta, el vector paramétrico de la planta real, el factor de olvido, las condiciones iniciales de  $\theta$  y  $\alpha$ , y el parámetro estimado en la última iteración. Luego sacará en pantalla un menú de opciones para obtener los gráficos; y es:

```

"GRAFICOS"
:~::~~::

1 ----- GRAFICO DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS
2 ----- GRAFICO DE LA SENIAL DE SALIDA
3 ----- REGRESO AL PROGRAMA PRINCIPAL.
----- QUE GRAFICO DESEA ?

```

Con la opción 1, vamos a obtener en el impresor los gráficos de los parámetros estimados obtenidos en cada iteración; es decir el valor del vector paramétrico  $(a_i, b_i)$  estimado en de cada iteración. Con la segunda alternativa vamos a llamar al programa "GRAY\$.MC" para graficar la señal de salida de la planta real y de la señal de salida obtenida del parámetro estimado en la última iteración, en un mismo gráfico para poder ser comparadas.

Cuando deseamos el gráfico de salida Y, vamos a llamar al programa "GRAY\$.MC" de la siguiente manera:

```

---- COMMON MC$,IND(),TETA(),A(),B(),N,N1
----
---- CHAIN "B:GRAY$.MC"
----

```

Las variables MC\$ y IND() ya fueron explicadas anteriormente; la variable TETA() es el vector paramétrico estimado en la última iteración obtenida en la estimación, NI el orden del modelo estimado; A() y B() son los elementos del vector paramétrico real, N el orden del modelo real. En el numeral 3.6 se explica el subprograma "GRAY\$.MC" para los gráficos de la señal de salida.

Luego de realizar el programa "GRAY\$.MC" regresa la corriente del programa al subprograma de graficos "GRAFICO.MCR" de donde fue llamado.

El diagrama de flujo del subprograma de graficos "GRAFICO.MCR" se indica en la figura 3.15

#### 3.4.7 ALMACENAMIENTO DE DATOS GENERADOS Y/O RESULTADOS PARA MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS.

Este programa almacena en archivos de datos. los resultados obtenidos del subprograma de estimación paramétrica y/o los datos generados de las señales de entrada y salida de la planta, estos archivos no son borrados, a menos que deseemos almacenar otra información y necesitemos estos archivos para almacenar.

Este subprograma se encuentra incluido en el programa principal de mínimos cuadrados recursivos, compartiendo un mismo bloque del programa. Puede ser ejecutado presionando en el teclado el número 6, cuando aparece en pantalla el menú principal.

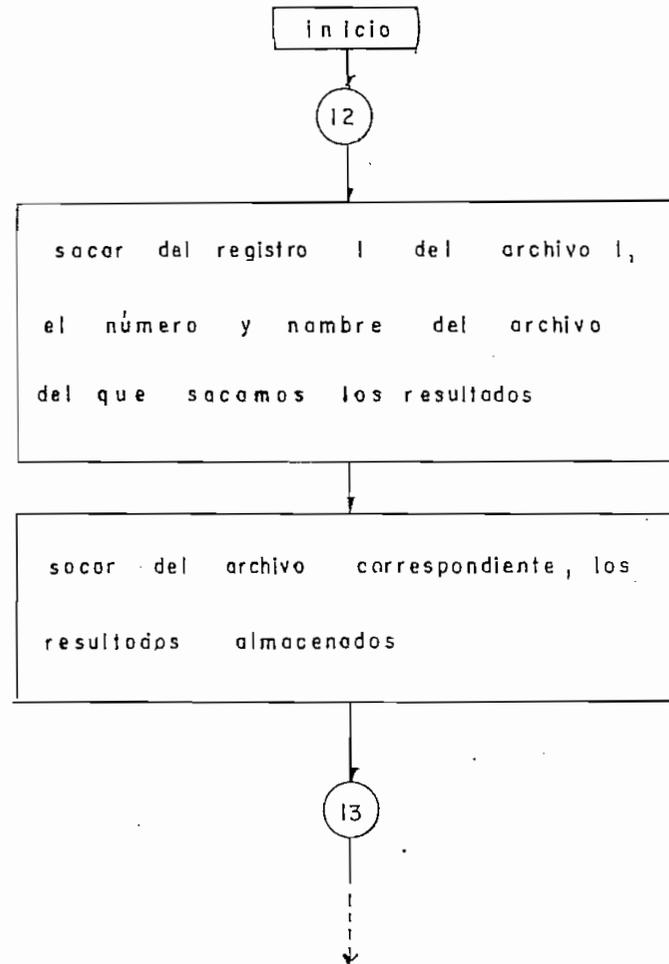


FIGURA 3.15: Diagrama de flujo del subprograma de gráficos "GRAFICO.MCR".

continua.....

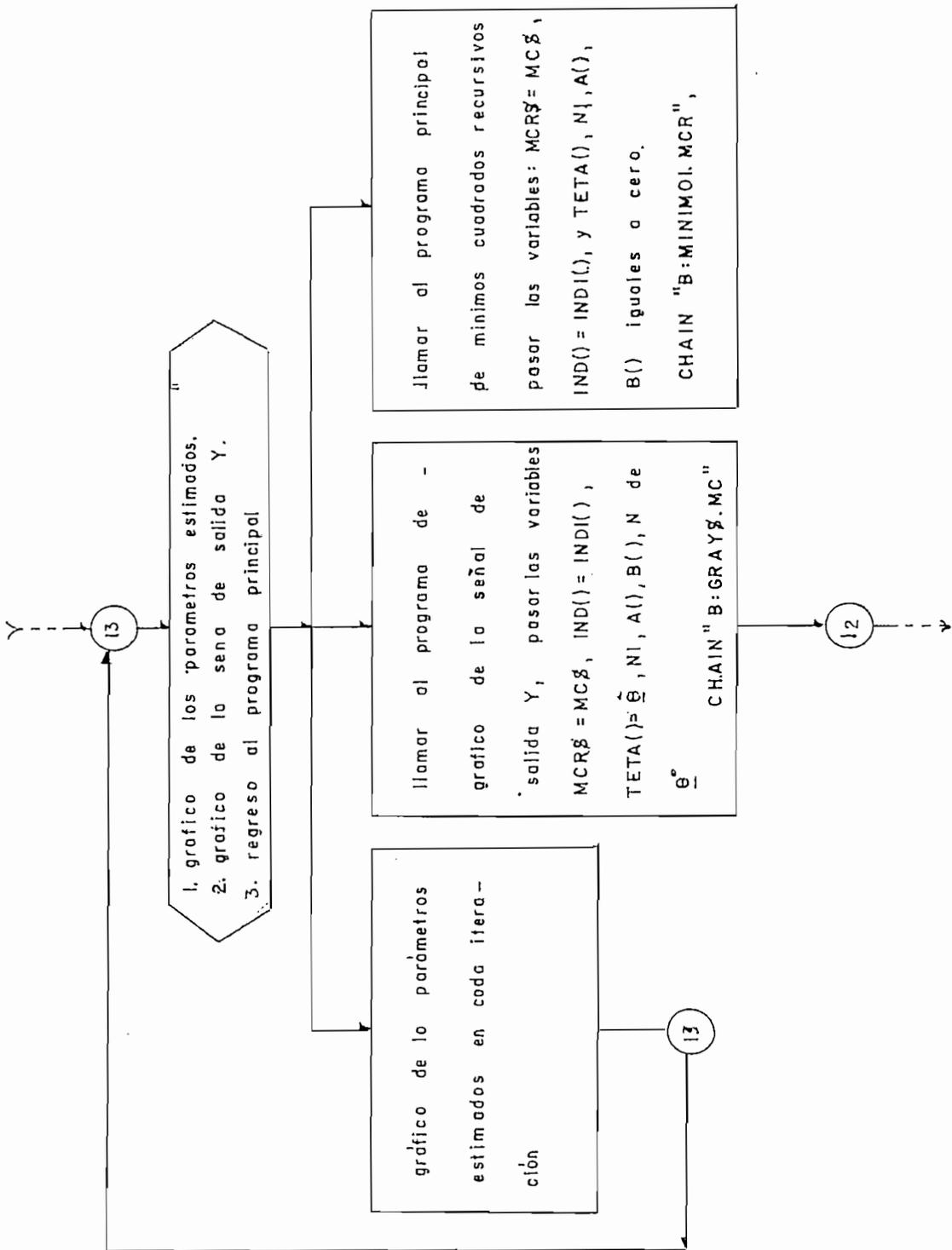


FIGURA 3.15: Diagrama de flujo del subprograma de gráficos "GRAFICO.MCR"



### 3.4.8 FIN DE SESION Y REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO.

Su algoritmo es similar al subprograma fin de sección y regreso al programa maestro; explicado para los mínimos cuadrados ordinarios en el numeral 3.3.7 de este capítulo.

### 3.5 SUBPROGRAMA DE GENERACION DE DATOS "GENERAC.DAT".

Como se explicó en párrafos anteriores, este computador no goza de la tarjeta para entregar los datos directamente al computador desde la planta real en estudio. Por lo que ha sido necesario implementar este programa de generación de datos para poder simular los datos de entrada y salida de la planta que utilizaremos en la estimación paramétrica.

Para obtener los datos de entrada y salida tenemos dos maneras: sacamos de archivo de datos o generamos los datos utilizando la subrutina de generación.

Los archivos de los cuales podemos sacar los datos son: para mínimo cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido el archivo #12 "DATA1"; y, para mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido el archivo #13 "DATA2". Si aun no han sido creados, aparece un mensaje de error y presionando cualquier tecla el flujo del programa continua en la generación de datos.

La subrutina de generación de datos nos permite generar los

datos de salida a partir de un modelo conocido de una planta; el modelo que introducimos está descrito en ecuaciones de diferencias, a la que aplicamos una señal de prueba (o excitación) a la entrada. Las señales pueden ser:

1. escalón unitario:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{para } k = 0 \\ 1 & \text{para } k > 0 \end{cases}$$

2. señal variable exponencial, de la forma:

$$u(t) = \begin{cases} 5(1 - \exp(-0.2 t)) & \text{para } 0 < t \leq 1 \\ 5 \exp(-0.2 t) & \text{para } 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

Los datos de la señal  $u(t)$  continua son tomados cada  $T$  períodos de muestreo, los períodos de muestreo para esta señal son:  $T = 0.2, 0.1, \text{ y } 0.05$ . De esta forma discretizamos la señal  $u(t)$ .

3. señal aleatoria, variable entre  $-1$  y  $1$ . Para generar esta señal usamos la función del BASIC; RND que genera números aleatorios entre  $0$  y  $1$ . Por lo que la señal aleatoria formada con RND es:

$$u(k) = 2[ \text{RND} - 0.5 ] \quad \text{para todo } k > 0$$

Al escoger un modelo de una planta, el método requiere que este sea lineal y estable. Introduciremos el modelo en ecuaciones de diferencias de la forma:

$$Y(k) - a_1 Y(k-1) - \dots - a_n Y(k-n) = b_1 U(k-1) + \dots + b_m U(k-m)$$

donde los datos que introducimos son: el orden del modelo  $n$ ,  $m$  con la condición de que  $m \leq n$ , las constantes  $a_i$  y  $b_i$  del modelo. Las condiciones iniciales de  $Y$  y  $U$  para los instantes de  $k < 0$  son iguales a cero. Con estos datos determinaremos la salida para  $k \geq 0$  aplicando la ecuación de diferencias

$$Y(k) = - a_1 Y(k-1) - \dots - a_n Y(k-n) + b_1 U(k-1) + \dots + b_m U(k-m)$$

para  $k \geq 0$

Este criterio aplicaremos para generar datos para los tres métodos de mínimos cuadrados; solo en el caso de mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido vamos a añadir una señal aleatoria simulando el ruido; está es:

$$v(k) = 2 [ \text{rnd} - 0.5 ]$$

y cumple con la condición del ruido blanco, de que su promedio tiende a cero cuando el número de muestras tienden al infinito. Luego la señal de salida con presencia de ruido es:

$$Y(k) = Y(k) + c v(k)$$

donde  $Y(k)$  es la señal generada por la subrutina de generación,  $c$  porcentaje de ruido con respecto a la señal y generada. Por lo que la ecuación quedaría:

$$Y(k) = Y(k) + c [ 2(\text{RND} - 0.5) ]$$

$$Y(k) = Y(k) + \text{porcentaje} * Y_e * [ 2(\text{RND} - 0.5) ] / 100$$

Ye es el valor de la salida en estado estable obtenido aplicando una señal escalón a la entrada. EL porcentaje de ruido es de 0% a 50%, debido a que para porcentajes mayores los datos ya no representarían las características de la planta.

El algoritmo utilizado para generar los datos es:

1. existen datos almacenados en archivos. No, vaya al paso 8,
2. desea utilizar los datos almacenados en archivo. No, vaya al paso 8,
3. saque los datos del archivo correspondiente.
4. revisar los datos
5. desea generar otra señal. Si, vaya al paso 9
6. almacenamiento de datos en archivo #2
7. pasar al programa principal correspondiente.
8. subrutina de generación de datos
9. desea revisar los datos. Si, vaya paso 4
10. vaya al paso 6..

El diagrama de flujo para la generación de datos se indica en la figura 3.16

El algoritmo de la subrutina de generación de datos es:

1. Introduzca el modelo real en ecuaciones de diferencias.
2. escoger la señal de entrada  $u(t)$
3. generar la señal  $Y$ , a partir de las ecuaciones de diferencias.
4. Si son mínimos cuadrados recursivos con ruido introducir el

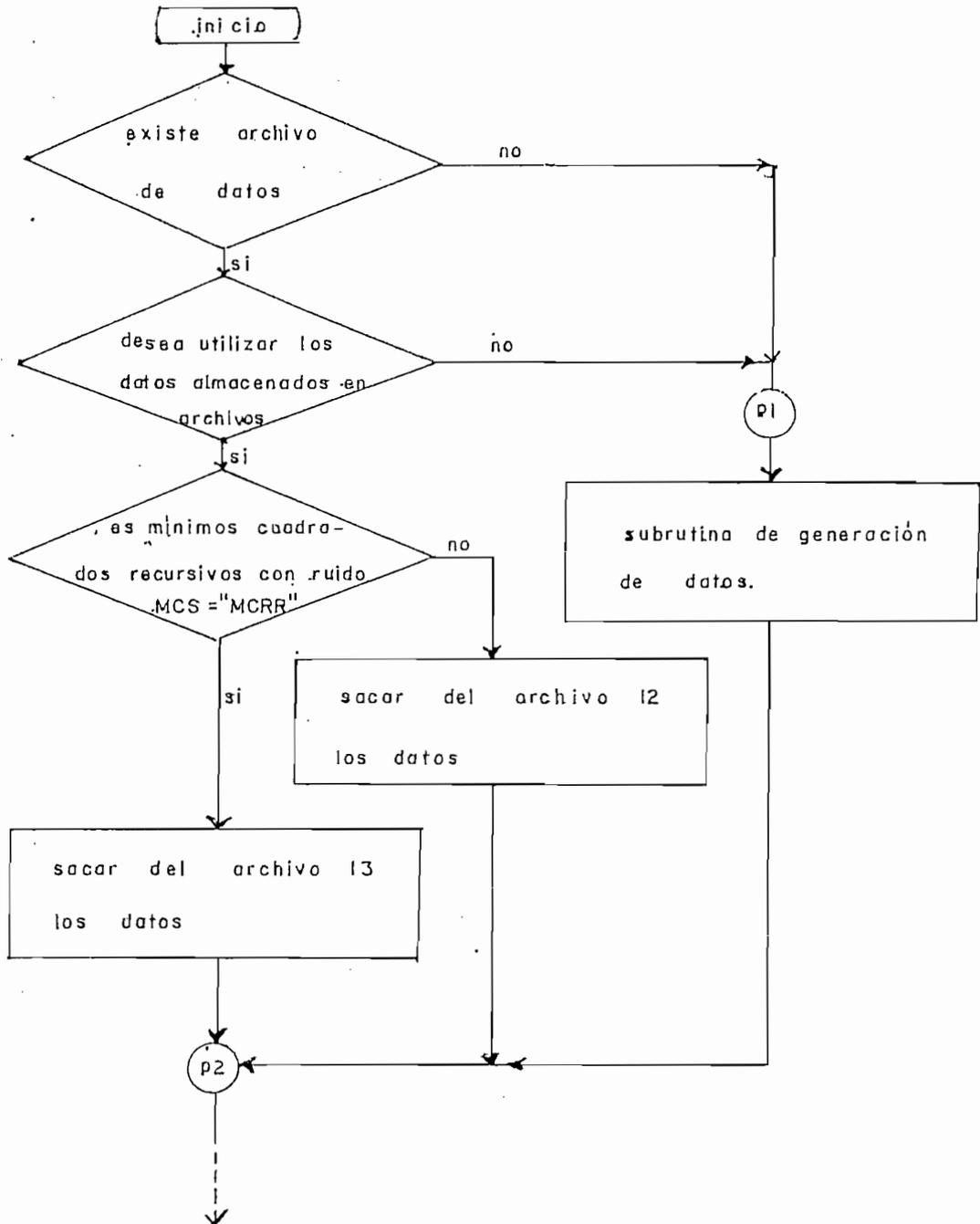


FIGURA 3.16: Diagrama de flujo del subprograma de generación de datos. continua ...

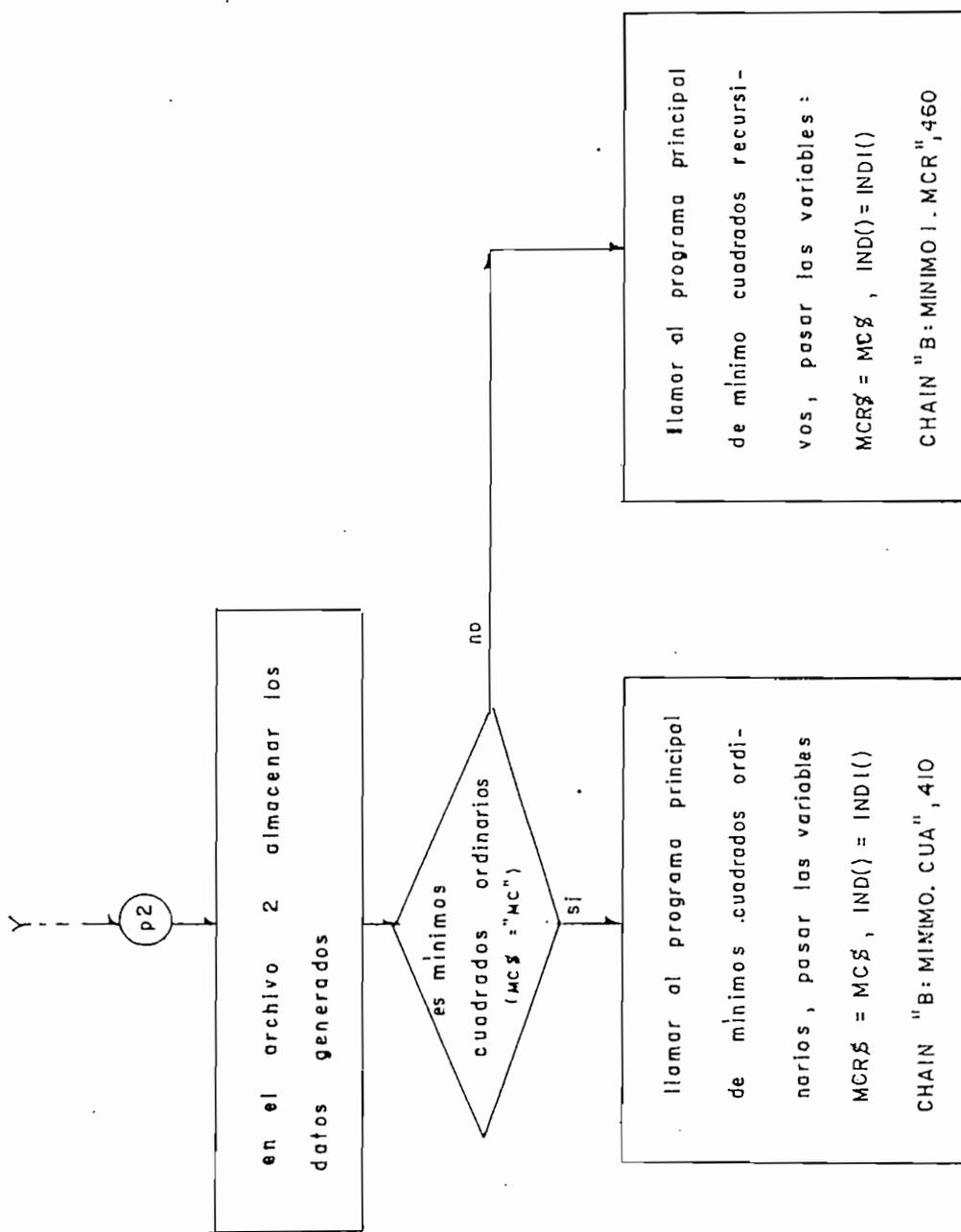


FIGURA 3.16: Diagrama de flujo del subprograma de generación de datos.

porcentaje de ruido  $c$  a la salida  $Y$ .

El diagrama de flujo de la subrutina de generación de datos se encuentra en la figura 3.17

Desde este subprograma pasa a los programas principales las variables  $MCR\$, INDI()$ . Para determinar a que programa principal tiene que pasar para continuar la ejecución, se especifica con la variable  $MCR\$,$  de la siguiente forma: si la variable  $MCR\$ = "MC"$  el programa llamara al programa principal de mínimos cuadrados ordinarios como:

```
---- CHAIN "B:MINIMO.CUA",410
```

si  $MCR\$ = "MCR"$  (caso de mínimos cuadrados recursivos sin ruido), o  $MCR\$ = "MCRR"$  (caso de mínimos cuadrados recursivos con ruido) llamará al programa principal de mínimos cuadrados recursivos, como:

```
---- CHAIN "B:MINIMO1.MCR",460
```

### 3.6 SUBPROGRAMA PARA GRAFICAR LA SENAL DE SALIDA Y "GRAY\$.MC".

Este programa es utilizado por los tres programas de estimación, desarrollados en la presente tesis. En el programa de mínimos cuadrados ordinarios podemos llamar este subprograma de gráfico, desde el programa de resultados "RESULT1.CUA"; en el programa de mínimos cuadrados recursivos (sin ruido o con ruido)

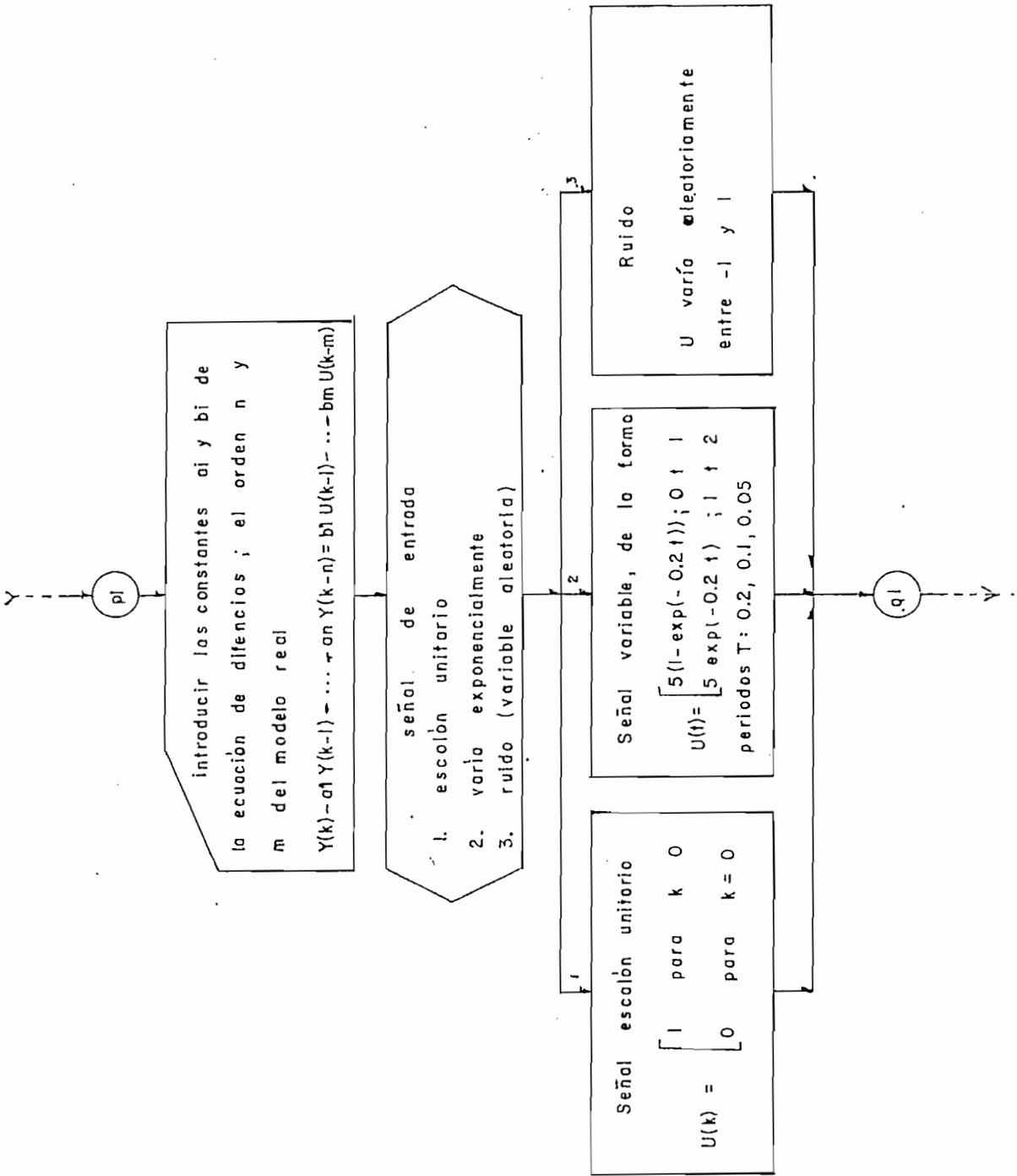


FIGURA 3.17: Diagrama de flujo de la subrutina de generación de datos.

continua ...

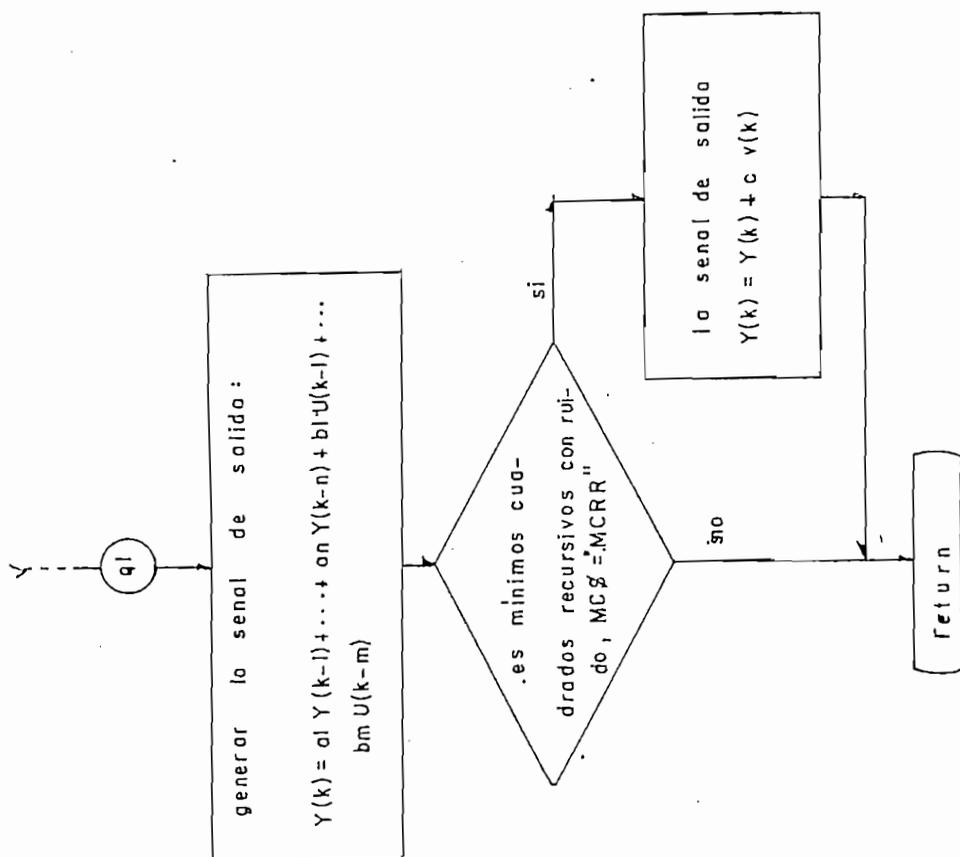


FIGURA 3.17: Diagrama de flujo de la subrutina de generación de datos

lo llamamos desde el subprograma de graficos "GRAFICO.MCR".

Este subprograma permite sacar el gráfico de la señal de salida, cuando se aplica a los modelos real y de parámetros estimados una señal escalón unitario. Se realiza las dos señales en un solo gráfico, en donde en el eje x están los valores que toma Y (modelo real y estimado) en cada instante k; en el eje y los instantes de muestreo ( $kT$  seg.).

Para el caso de mínimos cuadrados ordinarios el vector TETA() toma los valores del parámetro estimado  $\hat{\theta}$  que pasaremos desde el subprograma de resultados. Para el caso de mínimos cuadrados recursivos como es un método iterativo se toma el último parámetro estimado de la iteración para graficar la señal Y.

Desde este subprograma al nuevo subprograma a ser llamado, pasan las variables MCR\$, INDI(), TETA(), NI, A(), B(), y N. todas estas variables ya fueron explicadas en párrafos anteriores. Dependiendo del valor de la variable MCR\$ llamará a otro programa para continuar la ejecución; así: si MCR\$ = "MC" llamará al programa de resultados de mínimos cuadrados ordinarios, con el comando CHAIN "B:RESULT1.CUA",1850 ; si MCR\$ = "MCR" o si MCR\$ = "MCRR" pasa al programa de graficos para mínimos cuadrados recursivos, con el comando CHAIN "B:GRAFICO.MCR".

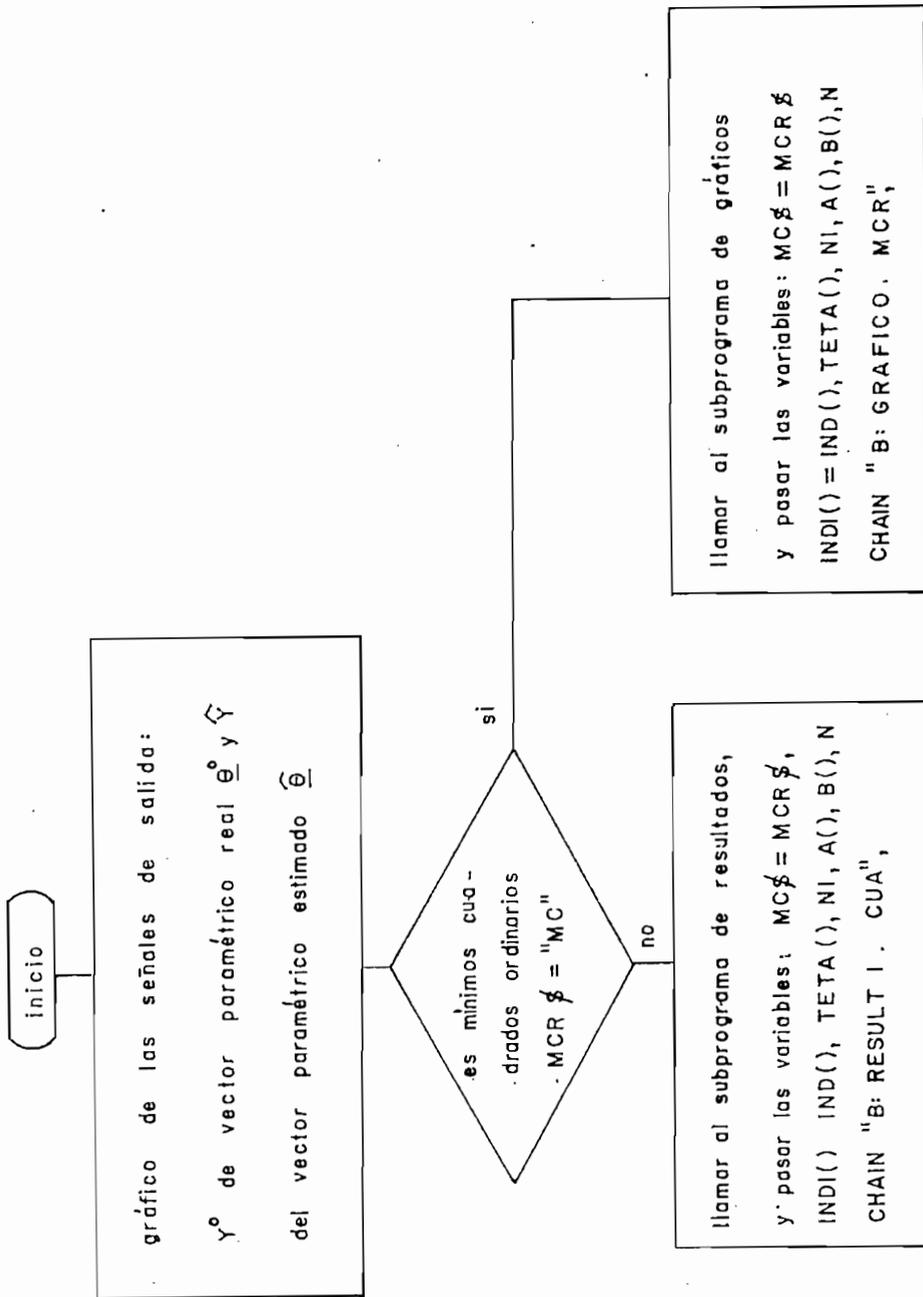


FIGURA 3.18: Diagrama de flujo del subprograma del gráfico de la señal de salida "GRAY\$.MC".

LISTA DE LAS VARIABLES PRINCIPALES DEL PROGRAMA DE MINIMOS  
CUADRADOS ORDINARIOS

VARIABLE	DESCRIPCION
MCR# y MC#	Variable utilizada como bandera, indica el método que ejecutamos para la estimación paramétrica. Así se le asigna diferentes valores de acuerdo al método; para: "MC" es para mínimos cuadrados ordinarios, "MCR" es para mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido en los datos, y "MCRR" para mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido.
IND() y IND1()	Vector utilizado como bandera para indicar la ejecución de los subprogramas; y que son: el subprograma de generación de datos, estructura del modelo, y de estimación paramétrica.
N1	Orden n del modelo estimado.
NM1	Número de muestras N utilizadas en la estimación.
MY1	Es el vector $Y(N) = [Y(n) \dots Y(N)]$
TETA1()	Vector paramétrico estimado $\underline{\theta}$ .

FI1(i,j)	Componente de la fila i y columna j de la matriz X, que es igual a:  $X = [x(n) \quad x(n+1) \quad \dots \quad x(N)]$
TFI1(i,j)	Componente de la fila i y columna j de la matriz X .
MA(i,j)	Componente de la fila i y columna j de la matriz producto de: $(X^T X)$ .
INVMA(i,j)	Componente de la fila i y columna j de la matriz inversa $(X^T X)^{-1}$ .
U(i)	Componente i del vector de datos de entrada generados del modelo real.
CHR\$	Variable con la que almacenamos en el archivo #1, el número del archivo creado para almacenar los datos U/Y, o resultados.
NOM1\$	Variable con la que se almacena en el archivo #1, el nombre con que fue creado el archivo para almacenar los datos o del archivo de resultados.

LISTA DE LAS VARIABLES PRINCIPALES DEL PROGRAMA DE MINIMOS  
CUADRADOS RECURSIVOS

VARIABLE	DESCRIPCION
MCR\$ y MC\$	Variable utilizada como bandera, indica el método que ejecutamos para la estimación paramétrica. Así se le asigna diferentes valores de acuerdo al método; para: "MC" es para mínimos cuadrados ordinarios, "MCR" es para mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido en los datos, y "MCRR" para mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido.
IND() y IND1()	Vector utilizado como bandera para indicar la ejecución de los subprogramas; y que son: el subprograma de generación de datos, estructura del modelo, y de estimación paramétrica.
N2	Orden n del modelo estimado.
TM	Número de iteraciones para realizar la estimación.
NM2	Instante en que comienza a realizar la estimación ( $NM2 = 2n$ ).

W	Factor de olvido o ponderación y es igual a: $W = a \gamma^{k-N}$ .
KA	Constante del factor de olvido o ponderación (KA = a).
GAMA	Constante del factor de olvido; Gama = $\gamma$ .
TETA2()	Vector paramétrico estimado en cada iteración.
MI()	Matriz identidad de tamaño $2n \times 2n$ .
U2(i)	Componente del vector de entrada $U2(k-i)$ , donde k es la iteración.
Y2(i)	Componente del vector de salida $Y2(k)$ , donde k es la iteración.
FI2(i)	Componente del vector $x(k)$ que es igual a: $x(k) = [Y(k-1) \dots Y(k-n) \ U(k-1) \dots U(k-n)]$
TFI2(i)	Componente i del vector $x$ .
P()	Matriz de covarianza ( $X^T X$ ), que para este método de estimación para el instante $k+1$ , es igual a:

$$P(k+1) = \frac{1}{\gamma} \left[ I - L(k+1) x^T(k+1) \right] P(k+1)$$

L(k) Matriz L(k) que para el instante k es igual a:

$$L(k) = \frac{P(k)}{\gamma} x(k+1) \left[ \frac{1}{a} + x^T(k+1) \frac{P(k)}{\gamma} x(k+1) \right]^{-1}$$

U(i) Componente i del vector de datos de entrada generados del modelo real.

Y(i) Componente i del vector de datos de salida generados del modelo real.

CHR\$ Variable con la que almacenamos en el archivo #1, el número del archivo creado para almacenar los datos U/Y, o resultados.

NOM1\$ Variable con la que se almacena en el archivo #1, el nombre con que fue creado el archivo para almacenar los datos o del archivo de resultados.

LISTA DE LAS VARIABLES PRINCIPALES DEL SUBPROGRAMA DE  
GENERACION DE DATOS DE ENTRADA Y SALIDA

VARIABLES	DESCRIPCION
N	Orden n de modelo real.
A(i)	Constante i de la ecuación de diferencias del modelo real.
B(i)	Constante i de la ecuación de diferencias del modelo real.
U(i)	Señal de entrada aplicada al modelo real para generar la señal de salida.
Y(i)	Señal de salida generada de el modelo real.
VRA1	Porcentaje de variación del ruido c%.

## CAPITULO IV: RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

4.1 RESULTADOS

4.2 CONCLUSIONES

4.3 RECOMENDACIONES

#### 4.1 RESULTADOS

En los dos capítulos anteriores estudiamos el método de mínimos cuadrados, y a base de este estudio desarrollamos programas que son utilizados en la estimación paramétrica del modelo de una planta.

En este capítulo vamos a dar conclusiones sobre los estudios realizados y en especial sobre los mínimos cuadrados; y verificar las características de los mínimos cuadrados y los atributos de los programas desarrollados, con este propósito ejecutamos varios ejemplos y de los resultados impresos obtenidos de la ejecución de los programas confirmaremos que estos cumplen con las necesidades del método de mínimos cuadrados.

Para los programas de mínimos cuadrados ordinarios, mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido y sin contenido de ruido en los datos; se realiza, ejemplos de identificación considerando sistemas de primero, segundo y tercer orden. En cada ejemplo de identificación utilizaremos ecuaciones de diferencias lineales, invariantes y estables. Utilizaremos la ecuación de diferencias para generar los datos de salida  $Y(k)$  dando como dato la señal de entrada  $U(k)$  que puede ser: señal escalón unitario, señal variable exponencial, o ruido.

Ejemplo 4.1: Sea la ecuación de diferencias del modelo de una planta, de la forma:

$$Y(k) - 0.27Y(k-1) = 2.8U(k-1)$$

para demostrar que este sistema es estable, utilicemos la transformada Z en esta ecuación

$$Y(Z) - 0.27Y(Z) Z^{-1} = 2.8U(Z) Z$$

queda:

$$\begin{aligned} \frac{Y(Z)}{U(Z)} &= \frac{2.8 Z}{1 - 0.27 Z^{-1}} \\ &= \frac{2.8}{Z - 0.27} \end{aligned}$$

sacando la raíz de la ecuación característica nos da

$$Z - 0.27 = 0$$

$$Z = 0.27$$

esto indica que la raíz está dentro del círculo unitario Z y que el sistema es estable.

En la estimación del vector paramétrico para este modelo, vamos a utilizar los programas de los tres métodos estudiados de la siguiente manera:

a) Utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios vamos a tomar un conjunto de datos (N = 10, 20 datos), las señales U(k) de excitación persistente, y consideraremos que el modelo estimado es de orden uno. Y a base de esto, verificar la eficacia del método en la estimación del modelo.

b) Utilizando el método de mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido demostramos que el valor de el vector estimado  $\underline{\theta}$  en las primeras iteraciones dependen de la condición inicial del vector paramétrico. Las condiciones iniciales dadas al vector  $\underline{\theta}$  en cada ejecución; son:

$$\underline{\theta} = [-2 \quad -2]$$

$$\underline{\theta} = [0 \quad 0]$$

$$\underline{\theta} = [2 \quad 2]$$

$$\alpha = 100000$$

la señal aplicada a la entrada es variable exponencial con periodo de muestreo es  $T = 0.2$  seg, el factor de olvido es:  $a = 1$  y  $\gamma = 1$ .

c) Utilizando el método de mínimos cuadrados recursivos con y sin contenido de ruido en los datos, vamos a observar como afecta en la convergencia  $\underline{\theta}$  las variaciones en el factor de olvido. Para analizar suponemos que los datos contienen un porcentaje de ruido  $c = 30\%$ , las condiciones iniciales de  $\underline{\theta}(0) = [0 \quad 0]$  y  $\alpha = 1000000$ , señal de entrada  $U(k)$  variable exponencial con un período de muestreo  $T = 0.2$  seg. Los valores dados al factor de olvido son:

$$a = 1 \quad \text{y} \quad \gamma = 1$$

$$a = 1 \quad \text{y} \quad \gamma = 0.9$$

$$a = 0.1 \quad \text{y} \quad \gamma = 0.9$$

$$a = 0.9 \quad \text{y} \quad \gamma = 1$$

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA.

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.270Y(K-1) = +2.800U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \exp(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\exp[-.2(t - 1)] \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

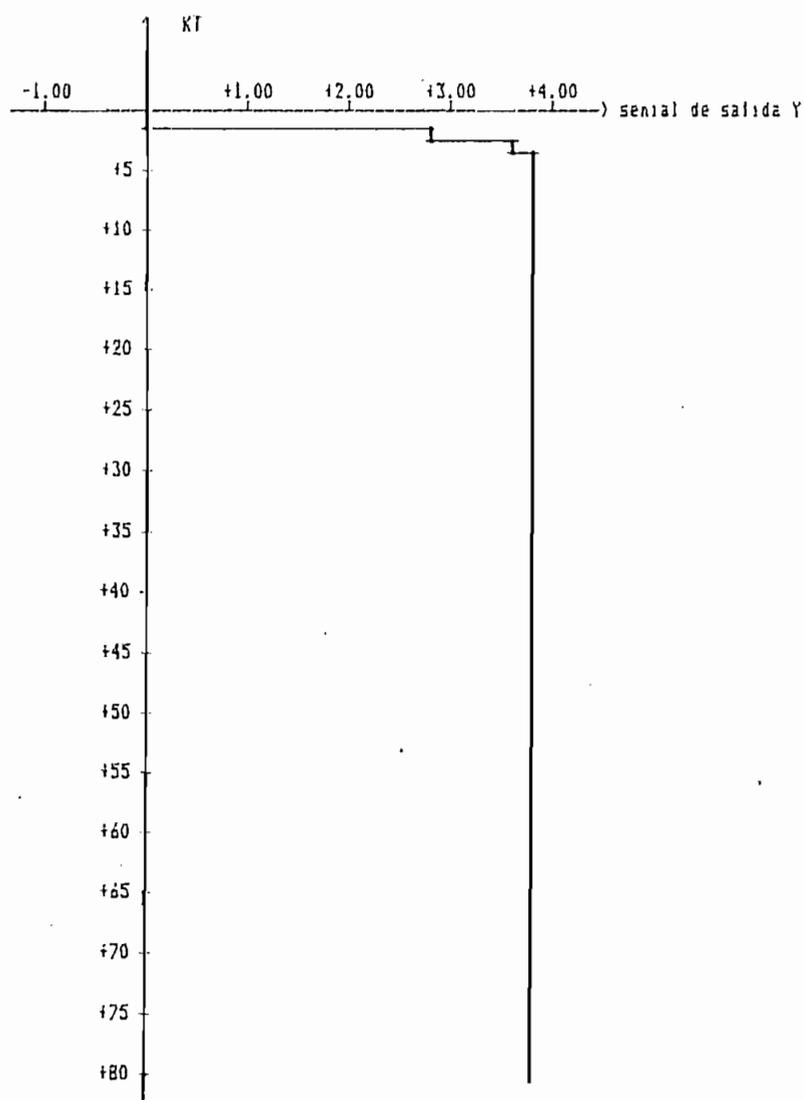
$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 10

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 3.83562$$

$$Y(80) = 3.83561$$

FIGURA 4.1:

## EJEMPLO 4.1a:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.270Y(K-1) = +2.800U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \exp(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\exp[-.2(t - 1)] \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

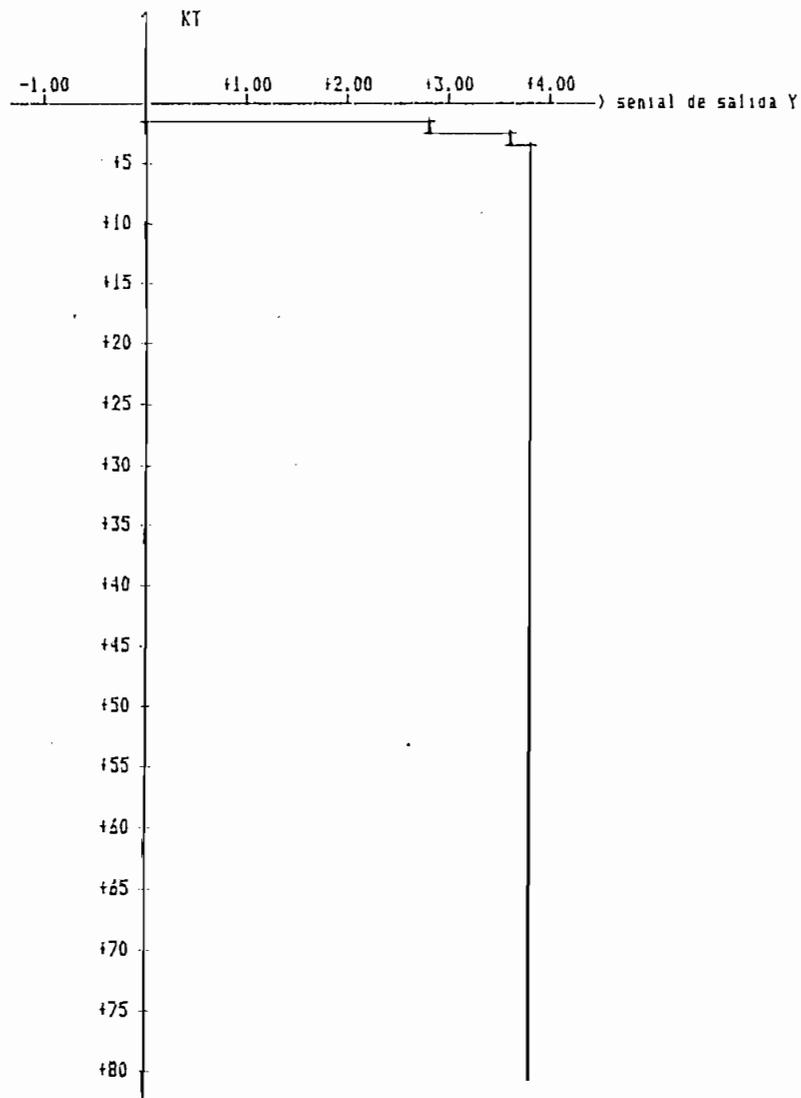
$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 20

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 3.83562$$

$$Y(80) = 3.83562$$

FIGURA 4.2:

EJEMPLO 4.1b:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [1 - \exp(-.2 * t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \exp(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ \quad A_0 \quad 1 \quad \quad B_0 \quad 1 \quad ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\theta(0) = [ -2.00 \quad -2.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ \quad A1 \quad 1 \quad \quad B1 \quad 1 \quad ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

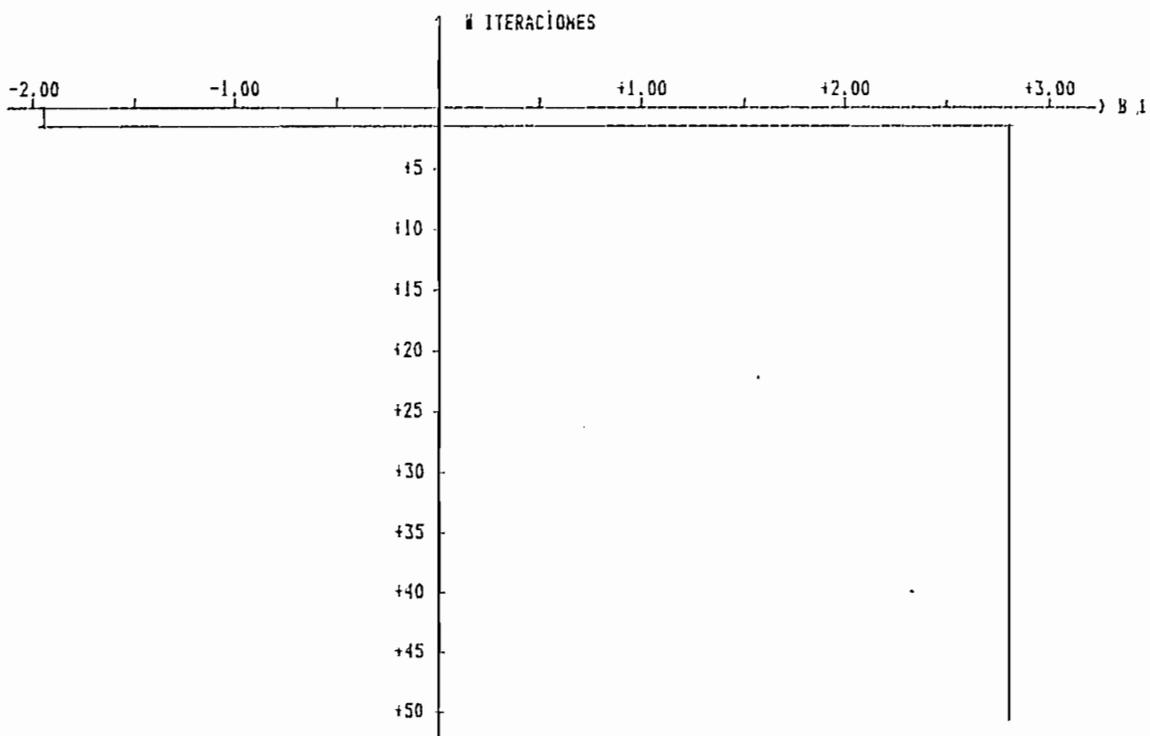
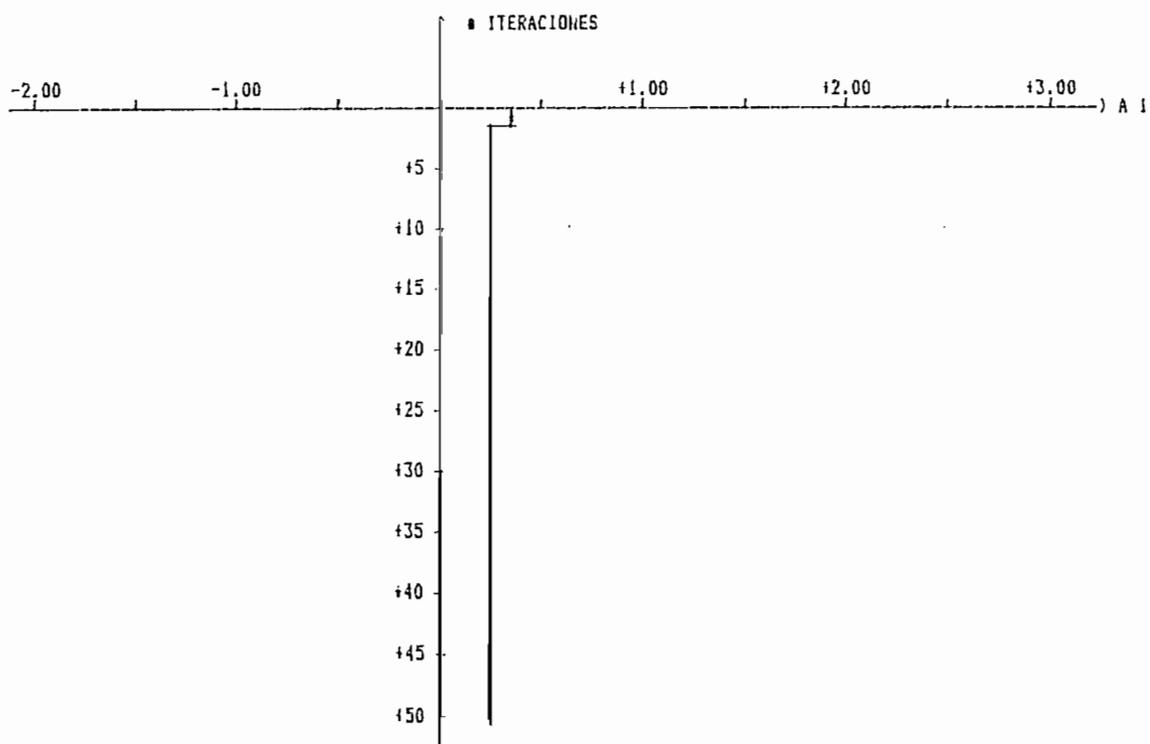
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.4:

EJEMPLO 4.1b:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [1 - \text{EXP}(-.2 * t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \text{EXP}(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

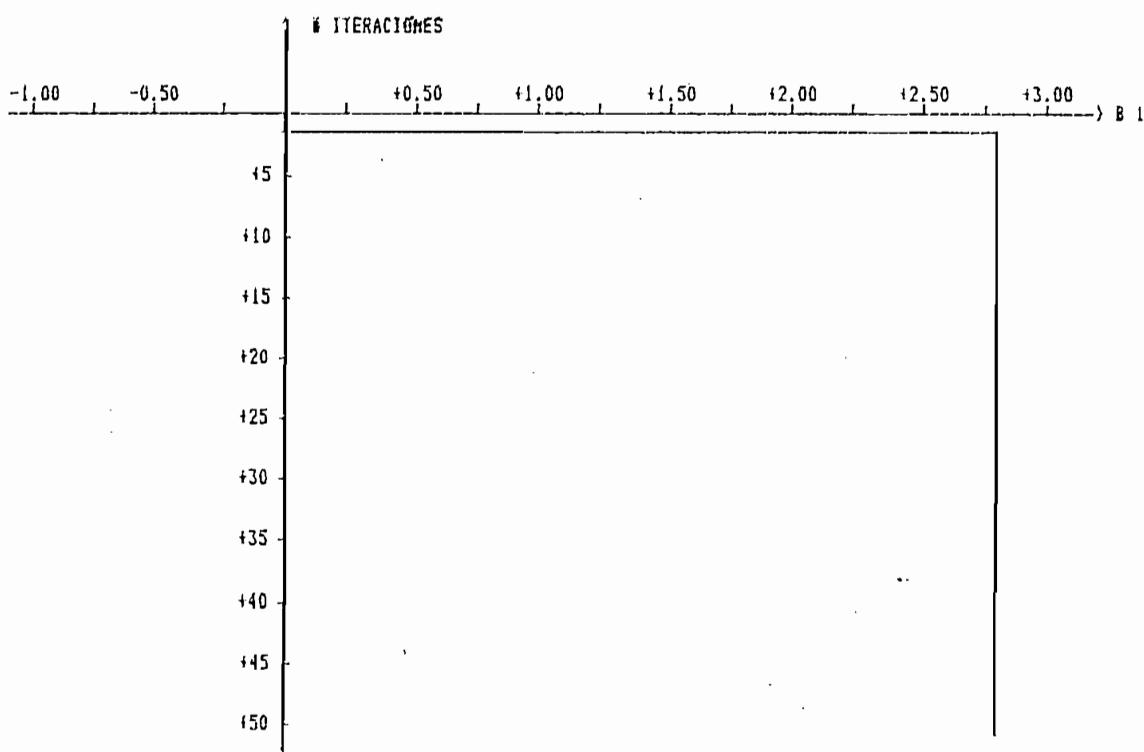
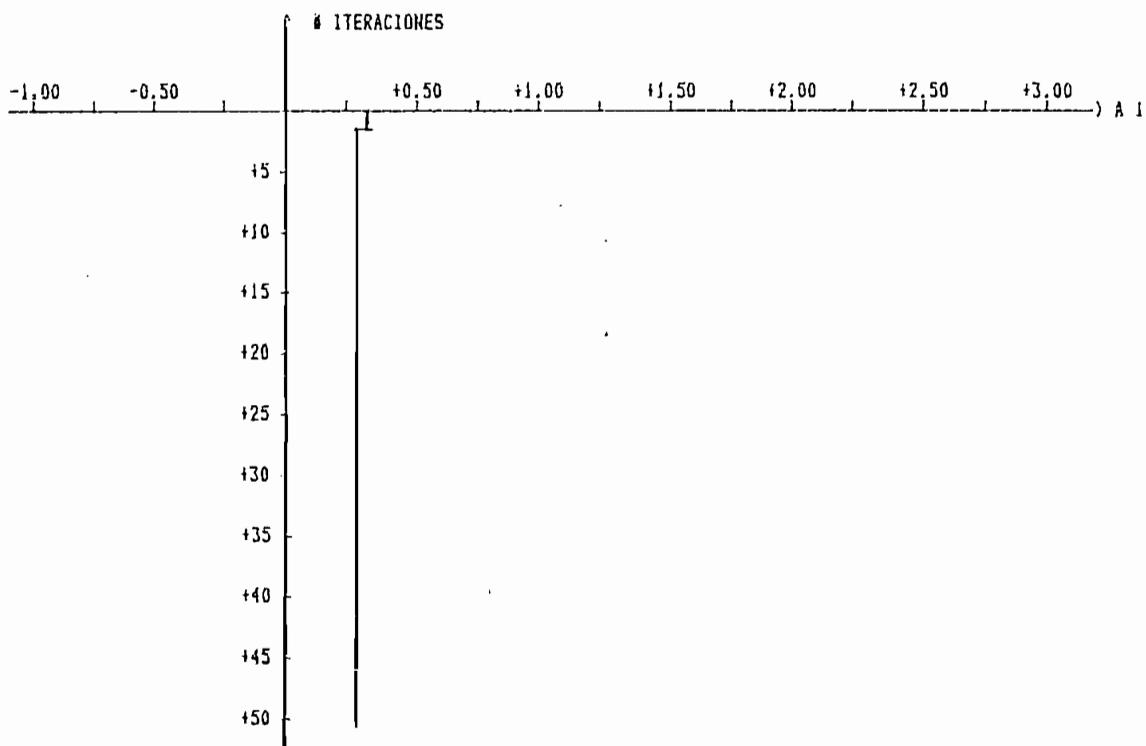
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.5:

## EJEMPLO 4.1b:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [ 1 - \text{EXP}(-.2*t) ] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \text{EXP}(-.2*(t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\theta(0) = [ +2.00 \quad +2.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

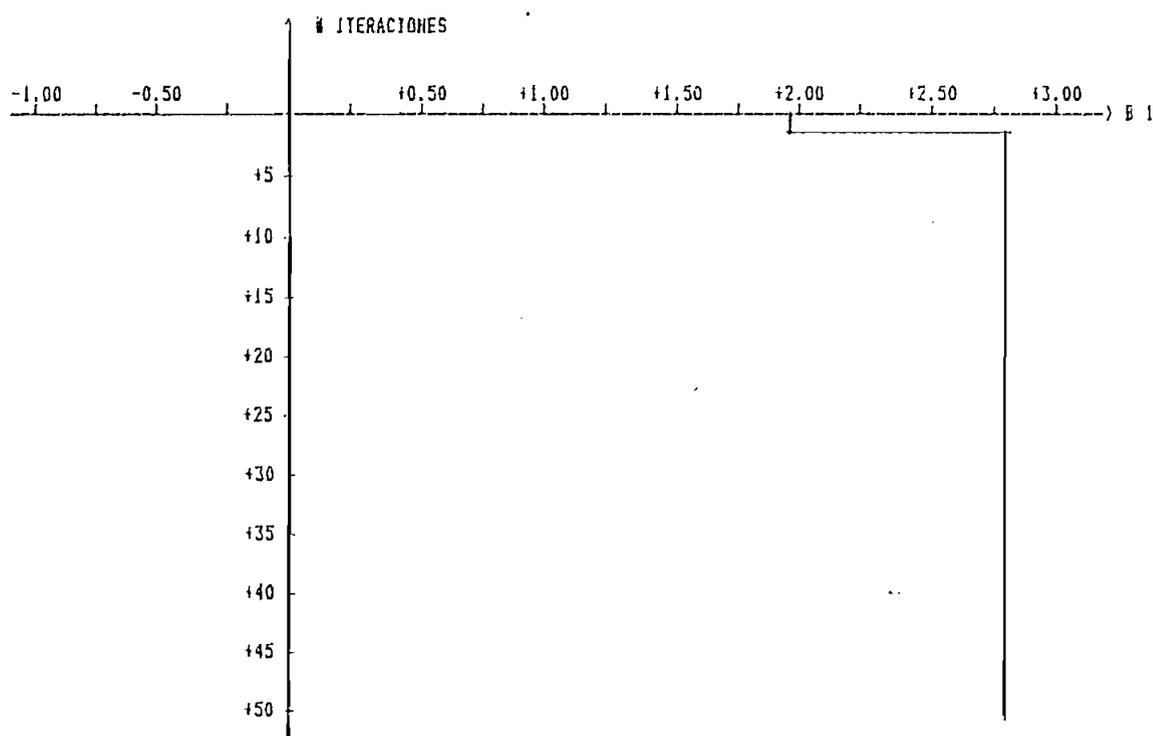
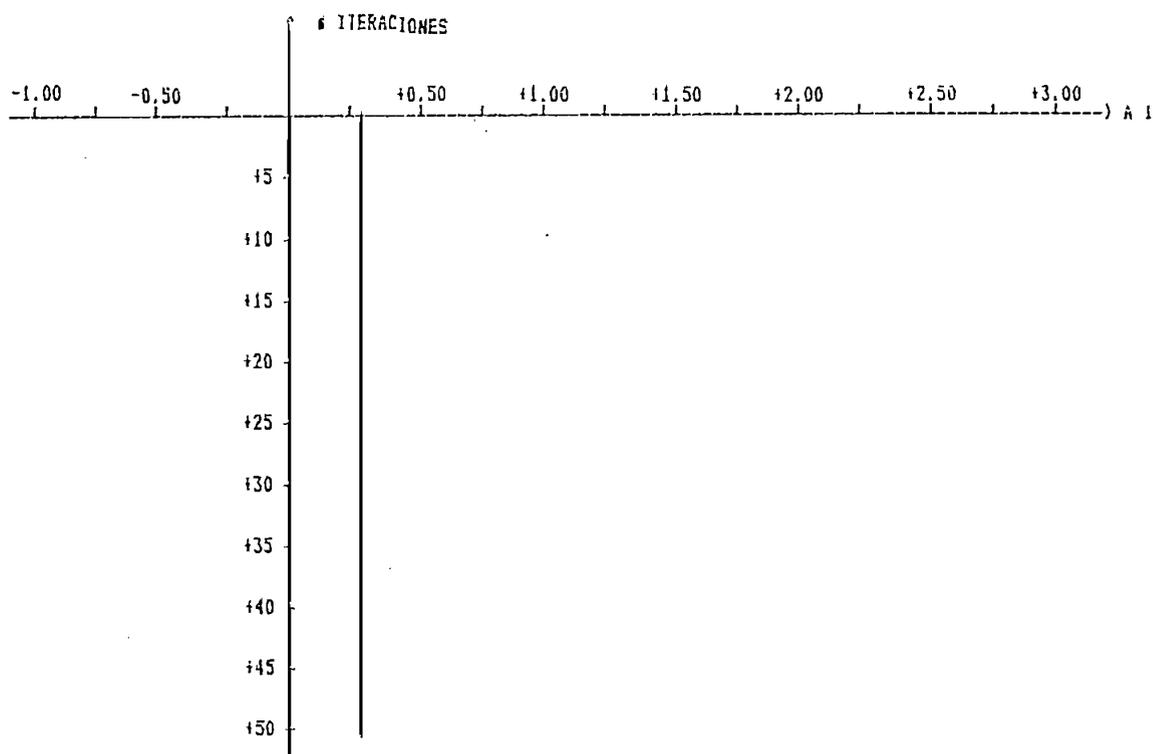
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.6:

## EJEMPLO 4.1c:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5 * [1 - \exp(-.2 * t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5 * \exp(-.2 * (t-1)) \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 30$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2611 \quad +2.8380 ]$$

## PARAMETRO ESTIMADO 6

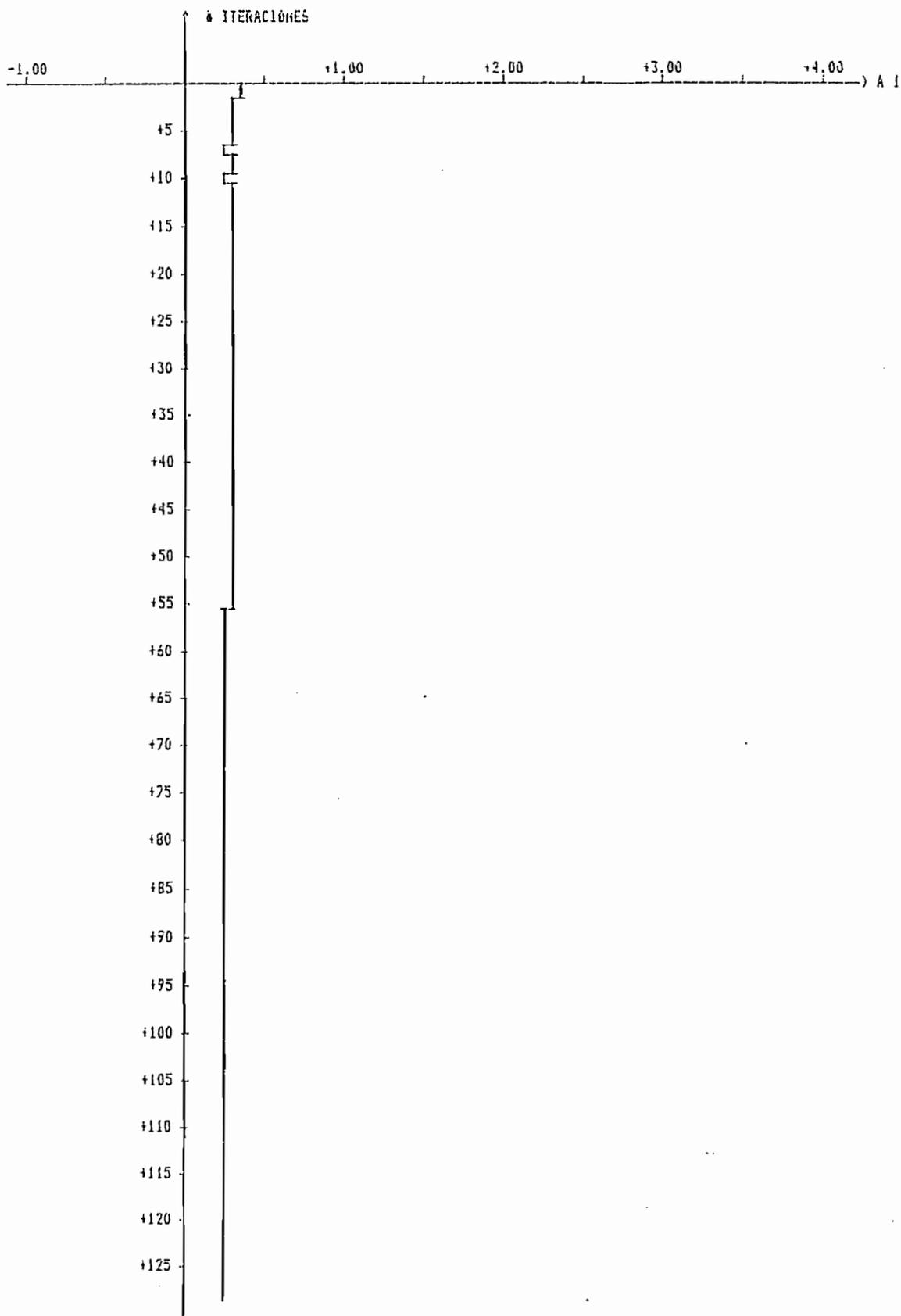


FIGURA 4.6a:

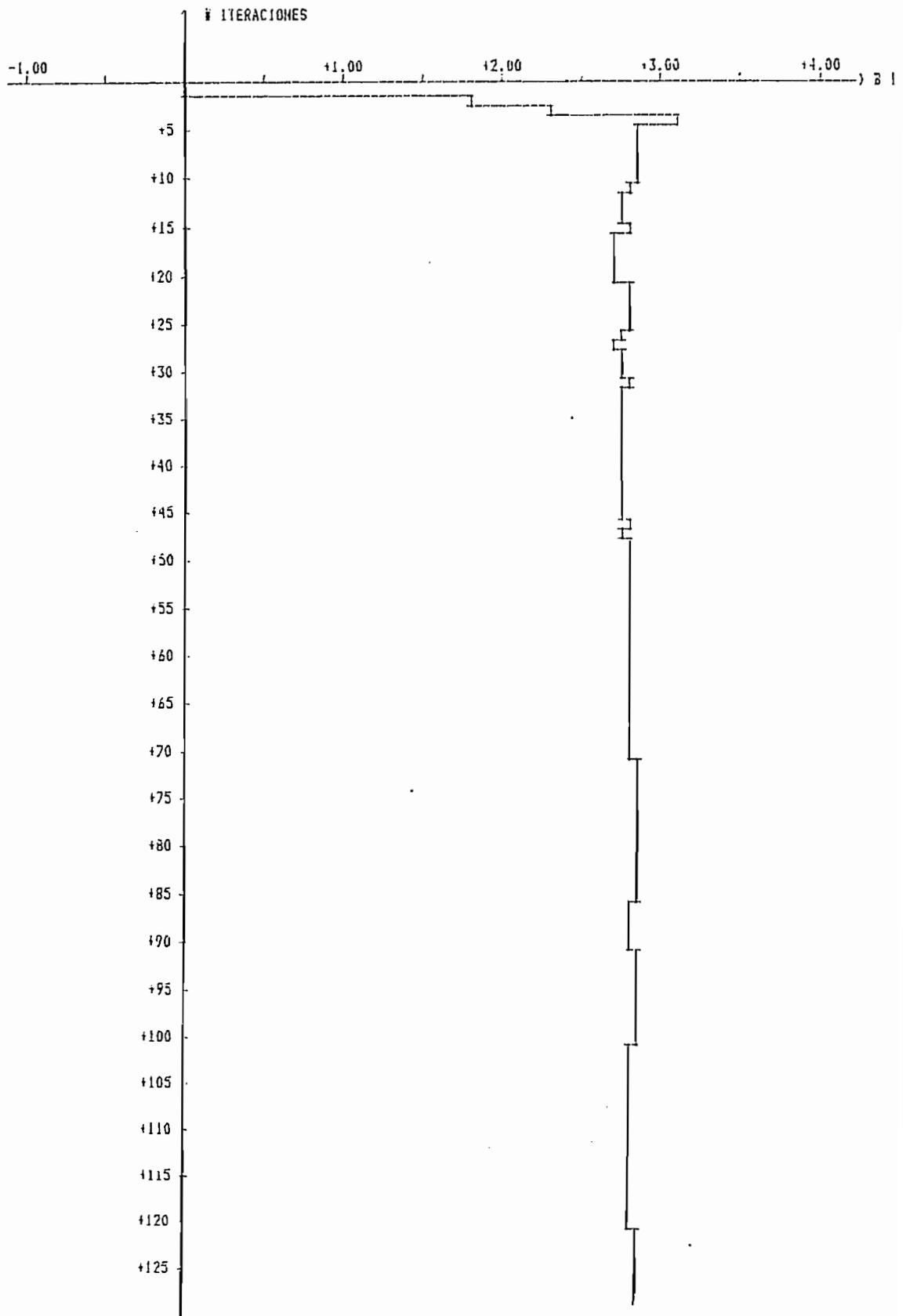


FIGURA 4.6b:

## EJEMPLO 4.1c:

## MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVO:

## CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [ 1 - \text{EXP}(-.2*t) ] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \text{EXP}(-.2*(t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ \quad A_0 \quad 1 \quad \quad B_0 \quad 1 \quad ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = .9$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

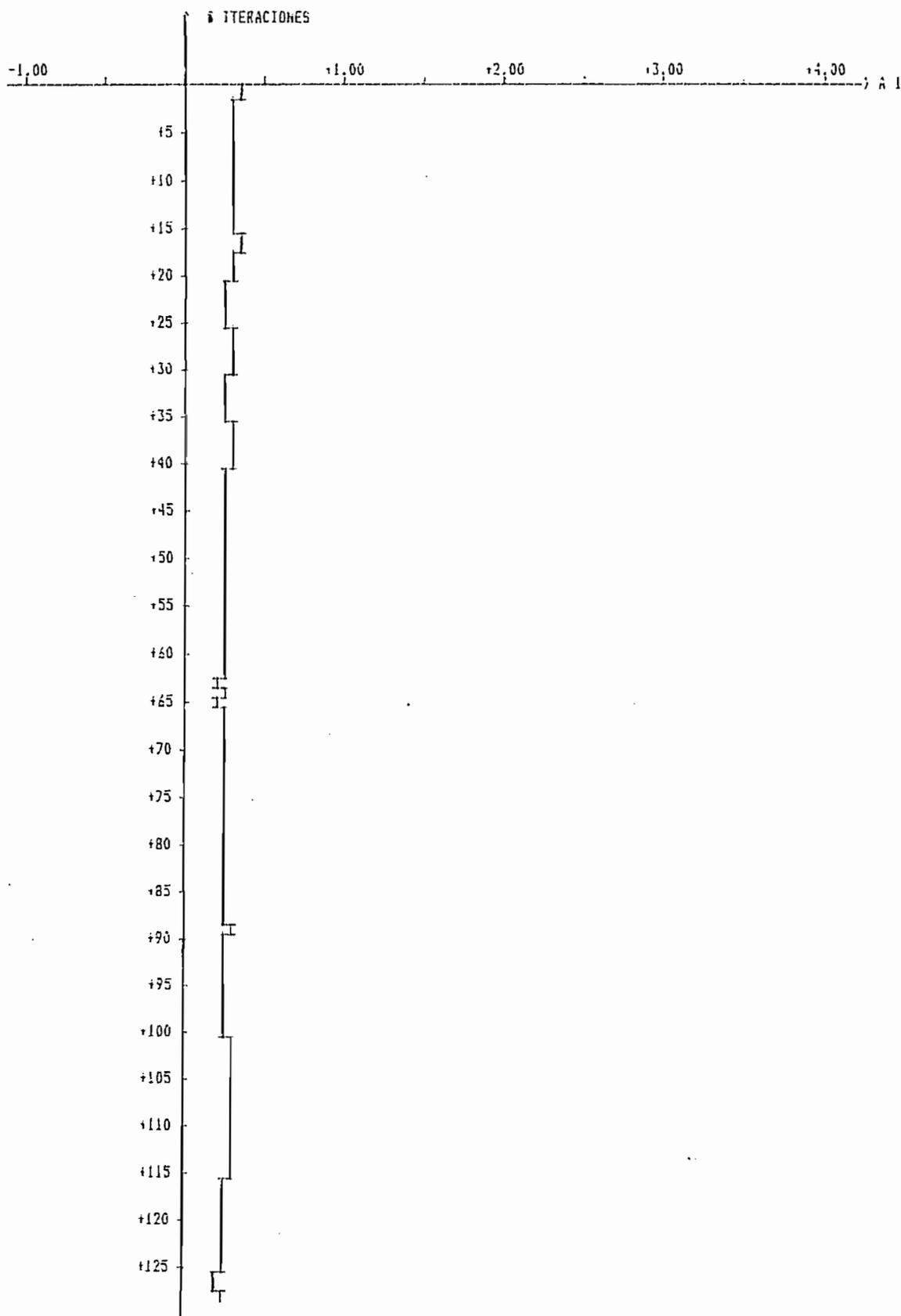
$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $\sigma = 30$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ \quad A_1 \quad 1 \quad \quad B_1 \quad 1 \quad ]$$

$$[ +0.2338 \quad +3.0062 ]$$

PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

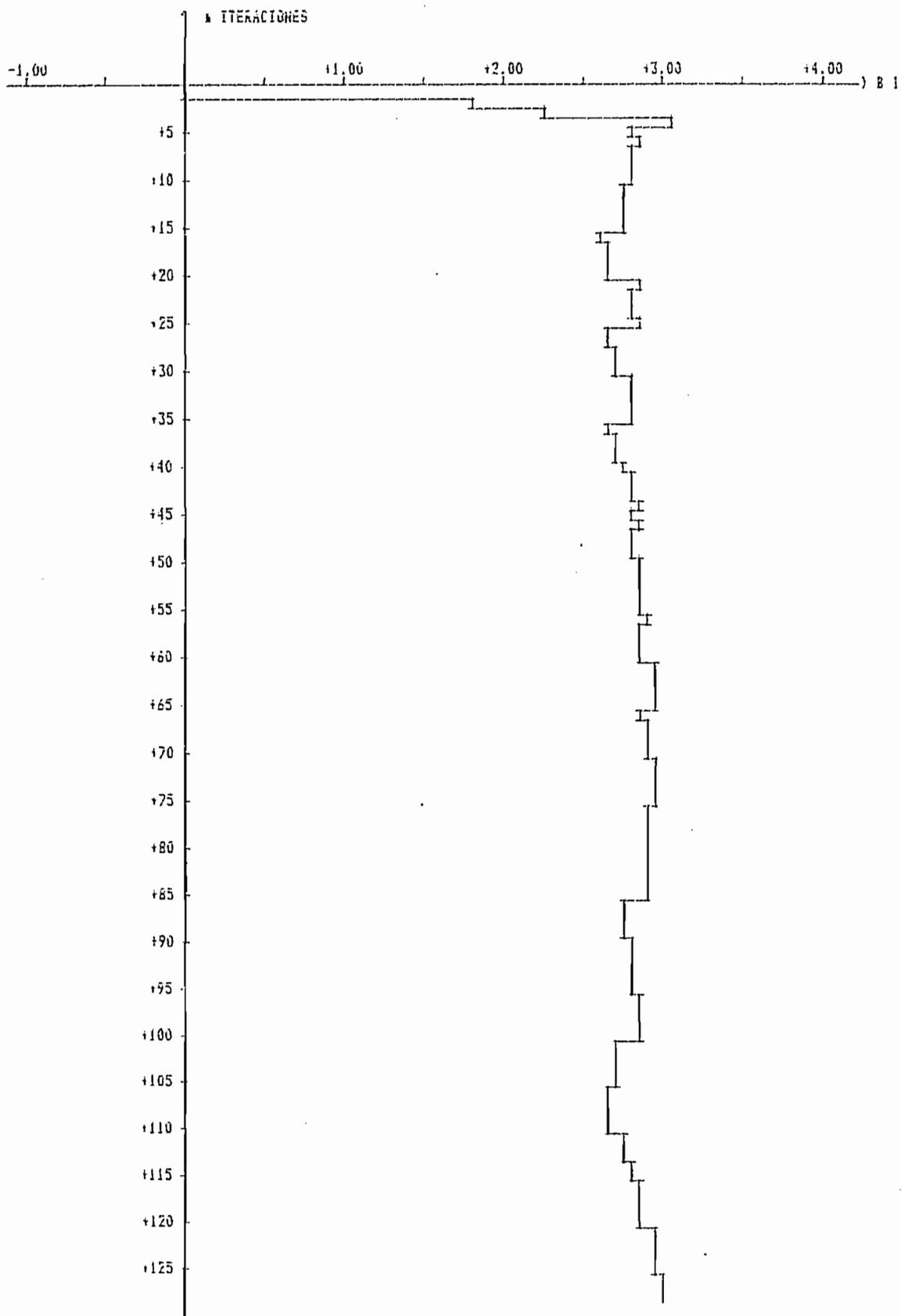


FIGURA 4.7b:

## EJEMPLO 4.1c:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned}
 U(t) &= 5 * [ 1 - \text{EXP}(-.2 * t) ] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\
 &= 5 * \text{EXP}(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2
 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \ 1 \quad B_0 \ 1 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = .1$$

$$GAMA = .9$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 30$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A1 \ 1 \quad B1 \ 1 ]$$

$$[ +0.2282 \quad +2.9565 ]$$

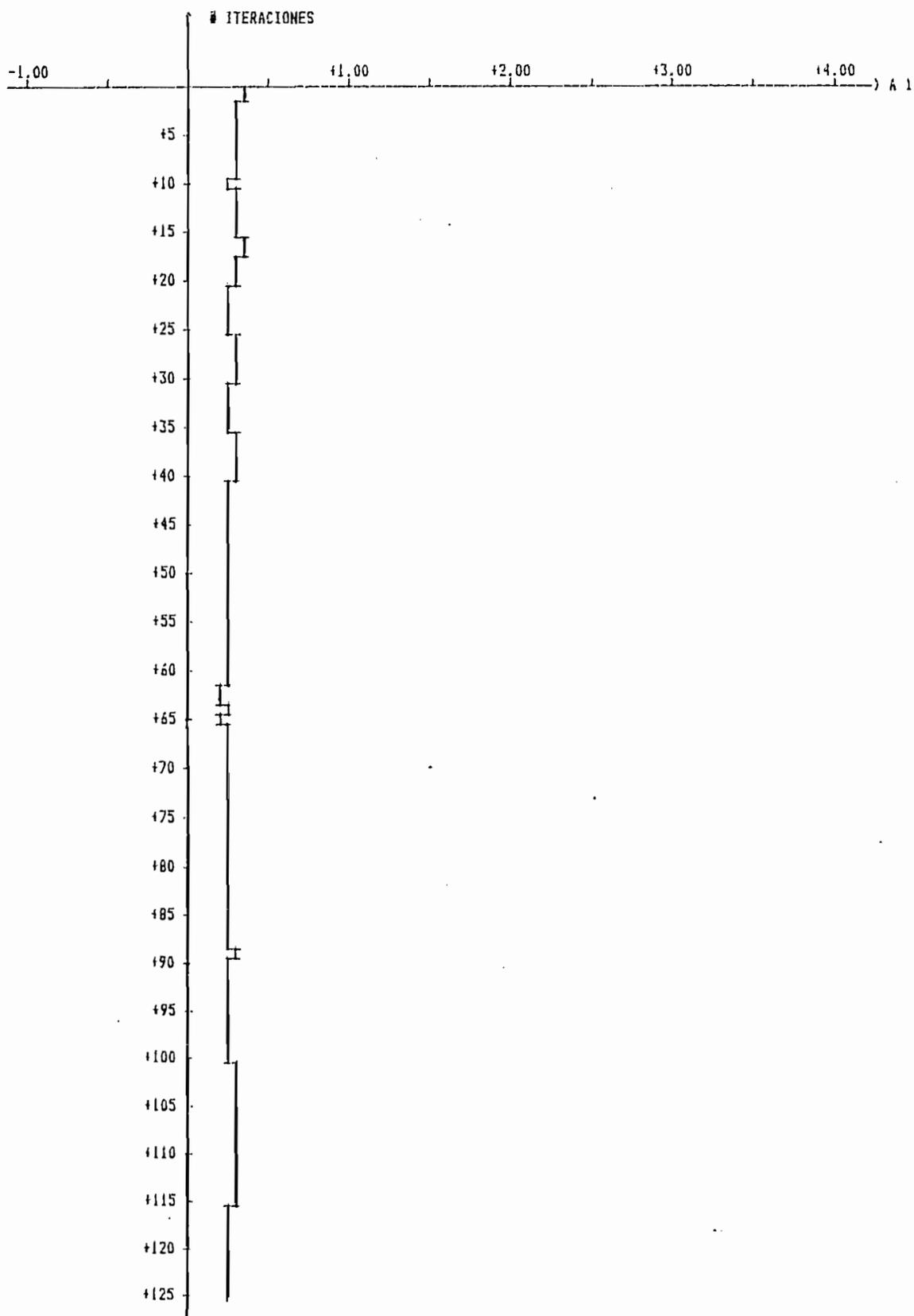
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.7c:

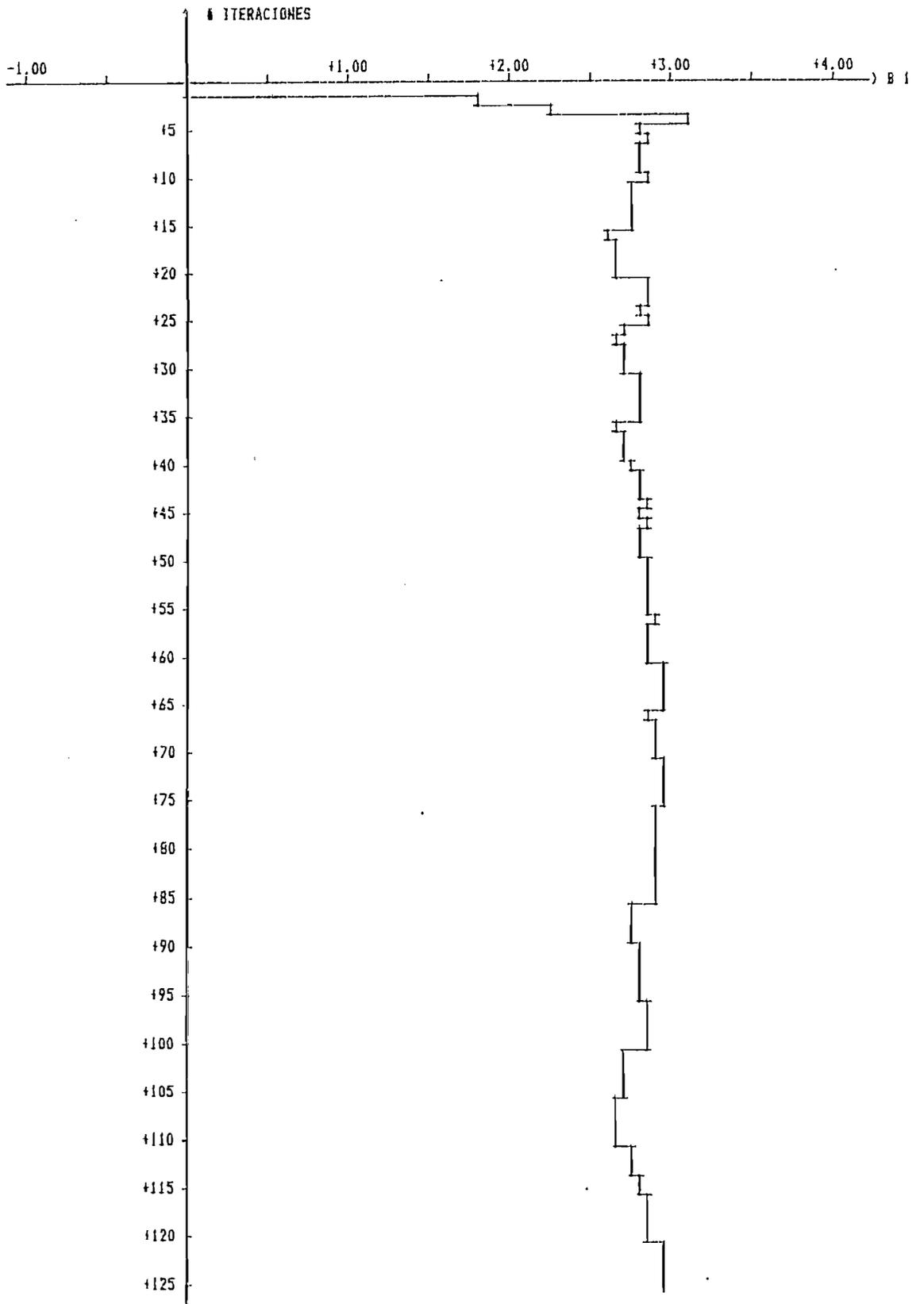


FIGURA 4.7d:

## EJEMPLO 4.1c:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
 CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [1 - \exp(-.2 * t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \exp(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +0.270 & +2.800 \end{bmatrix}$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = .9$$

$$\text{GAMA} = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 100000$$

$$\theta(0) = \begin{bmatrix} +0.00 & +0.00 \end{bmatrix}$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 30$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +0.2612 & +2.8378 \end{bmatrix}$$

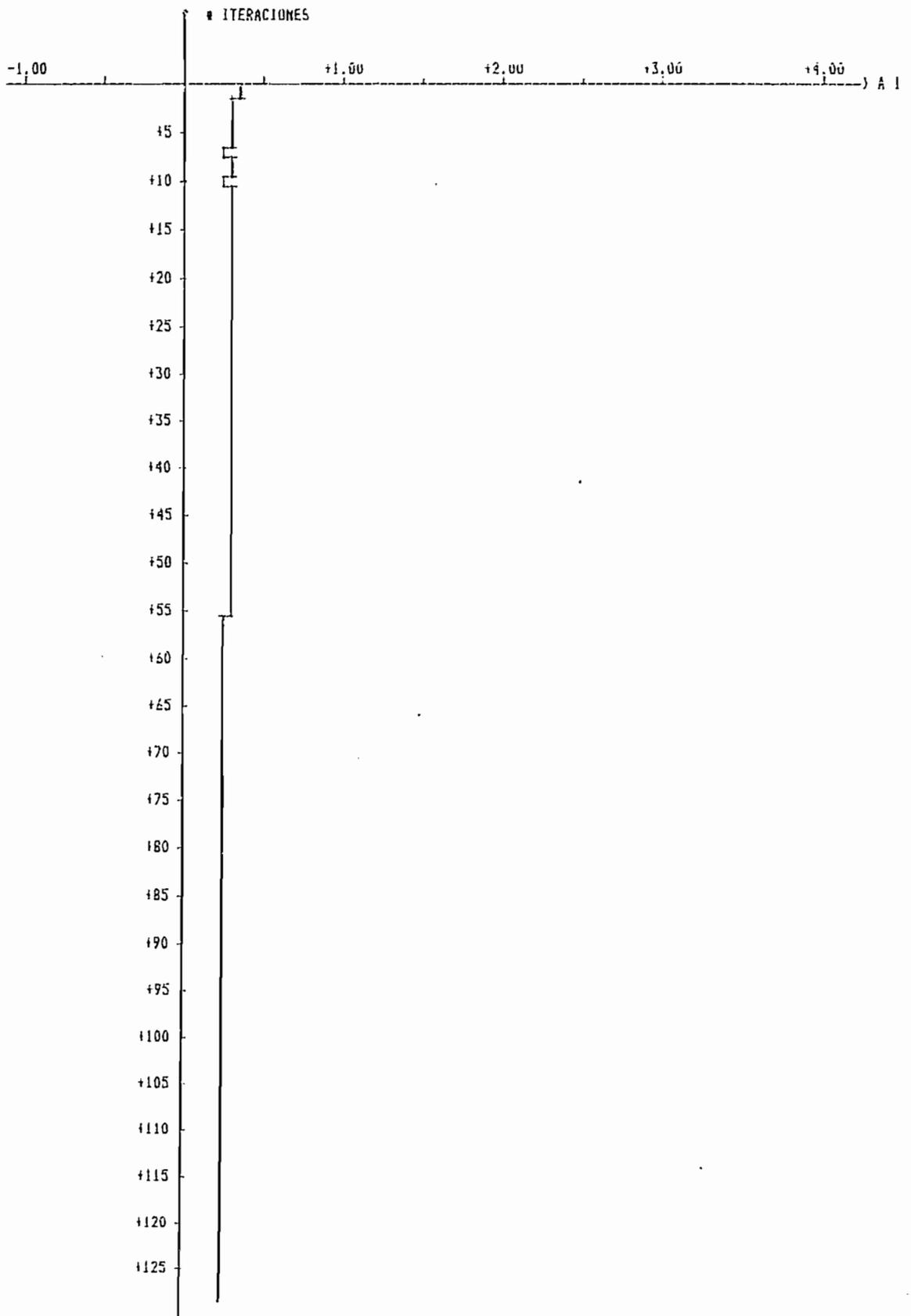
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4 8a.

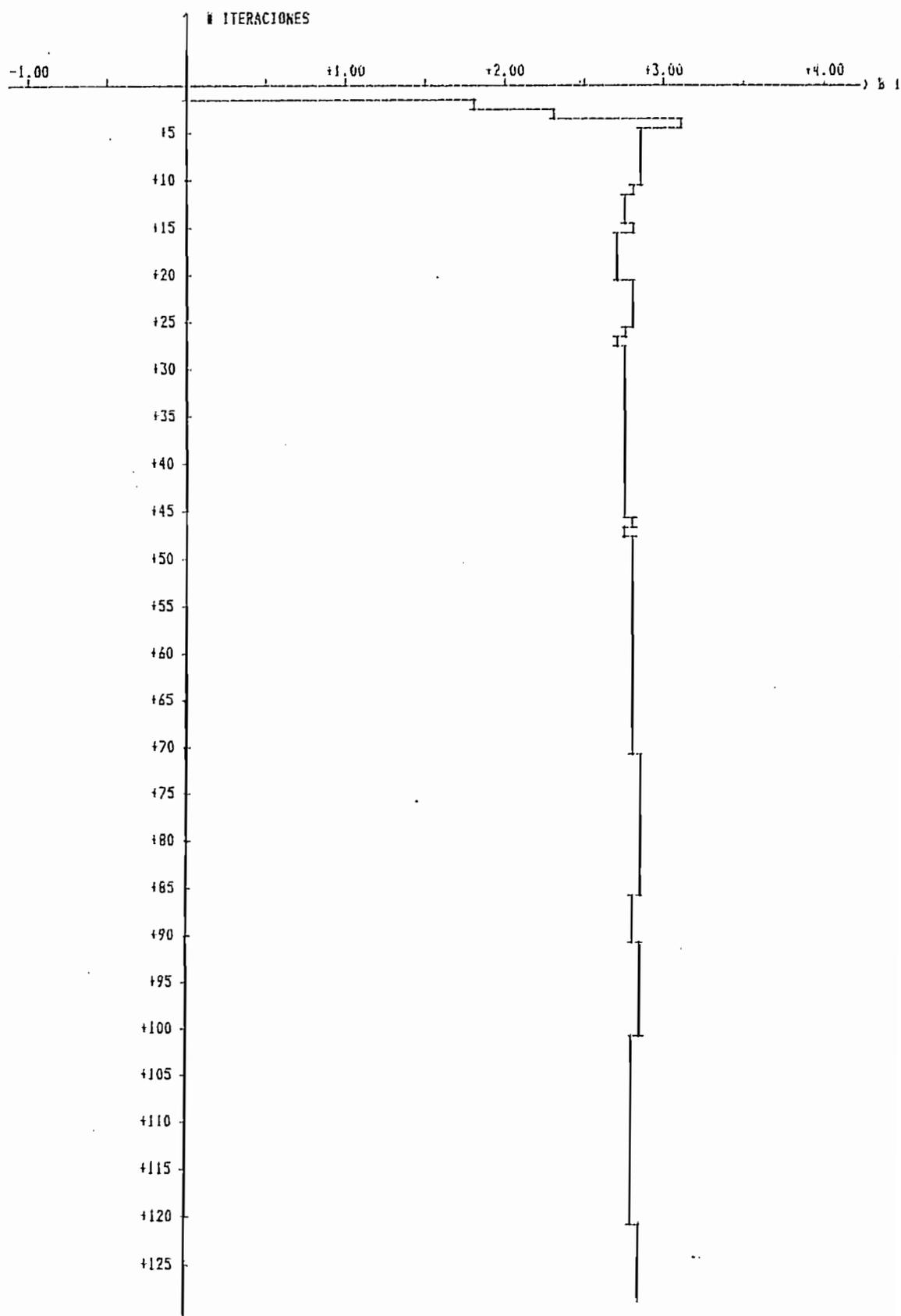


FIGURA 4.8b:

EJEMPLO 4.1c:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

### SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5*\text{EXP}(-.2*(t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ \text{A}_0 \ 1 \quad \text{B}_0 \ 1 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$\text{GAMA} = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ \text{A}_1 \ 1 \quad \text{B}_1 \ 1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

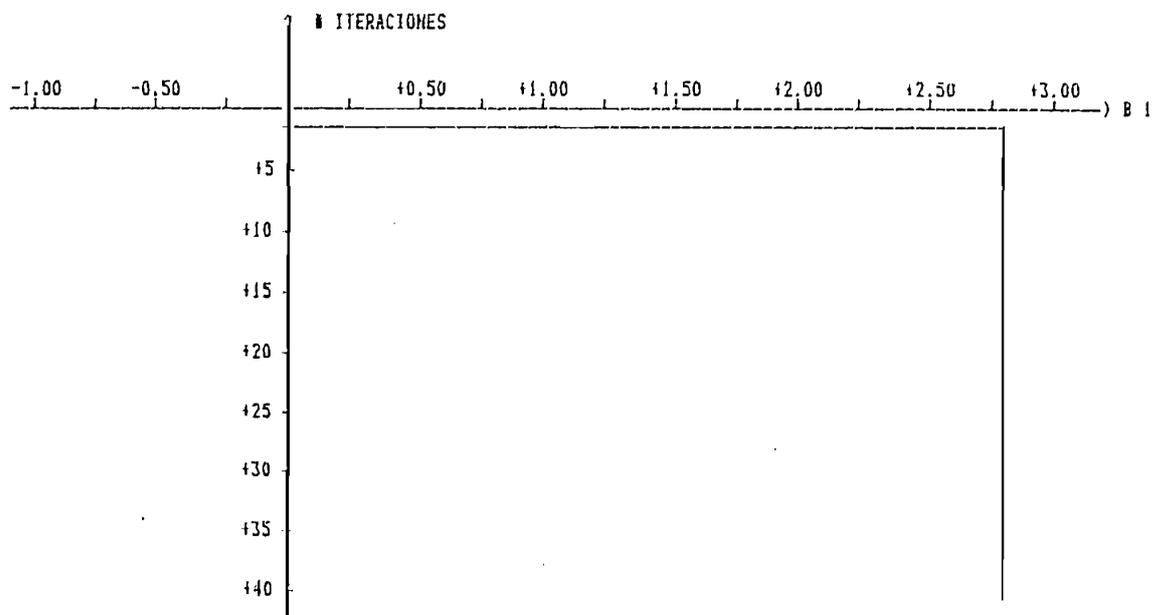
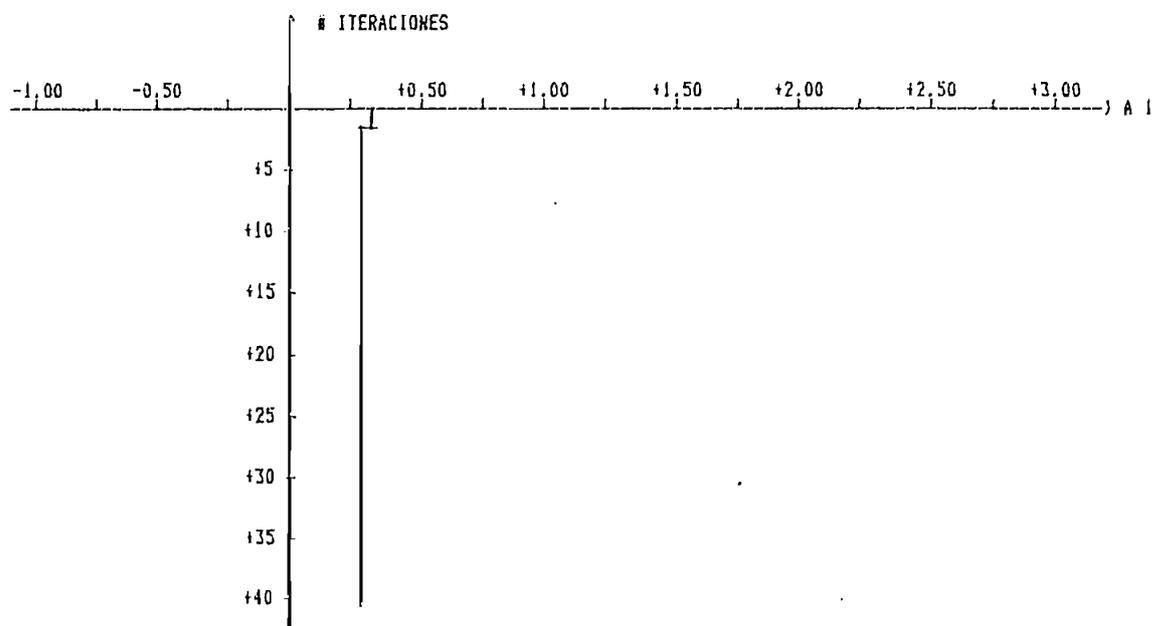
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.9:

## EJEMPLO 4.1c:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}(-.2*(t-1)) \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$\text{GAMA} = .9$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

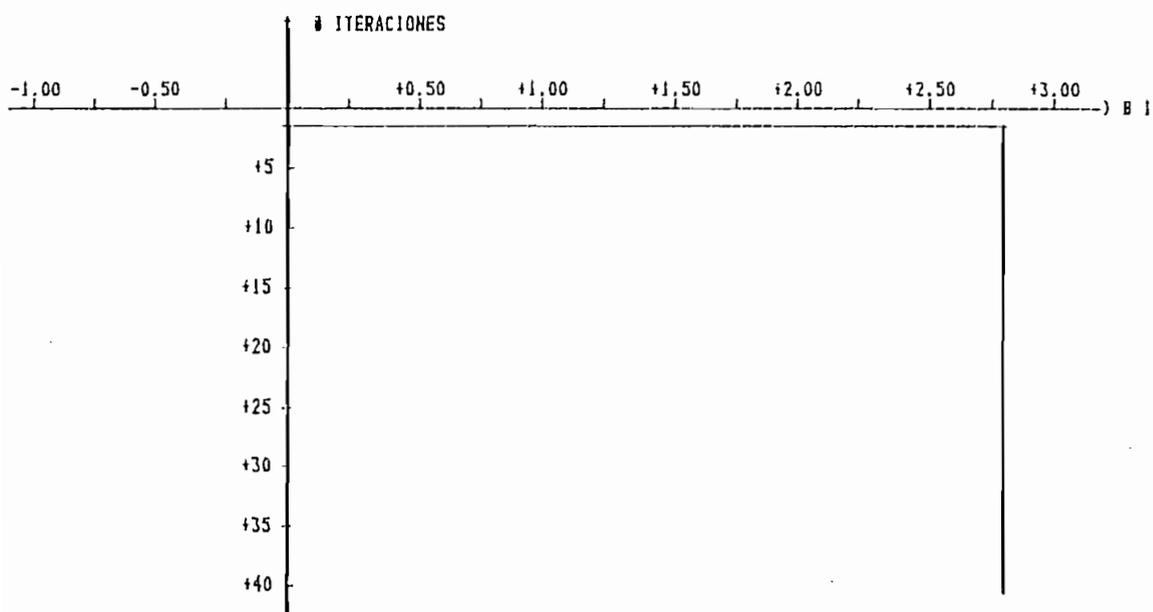
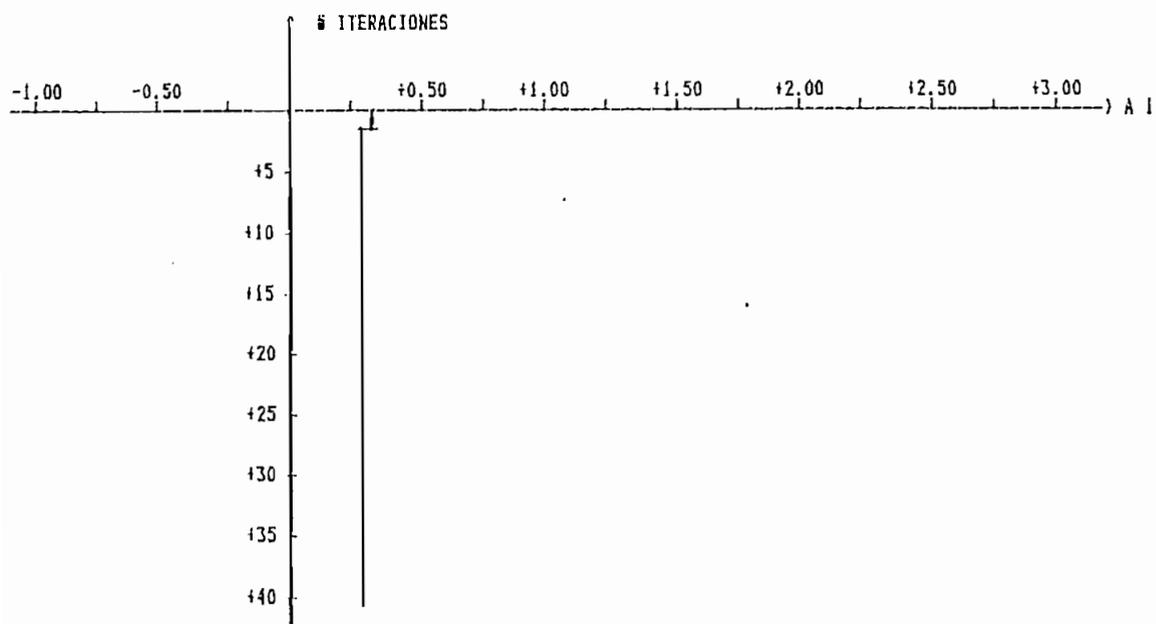
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.10:

## EJEMPLO 4.1c:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.27Y(K-1) = +2.80U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5*\text{EXP}(-.2*(t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo  $T = .2$

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \ 1 \quad B_0 \ 1 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = .9$$

$$\text{GAMA} = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 100000$$

$$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \ 1 \quad B_1 \ 1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

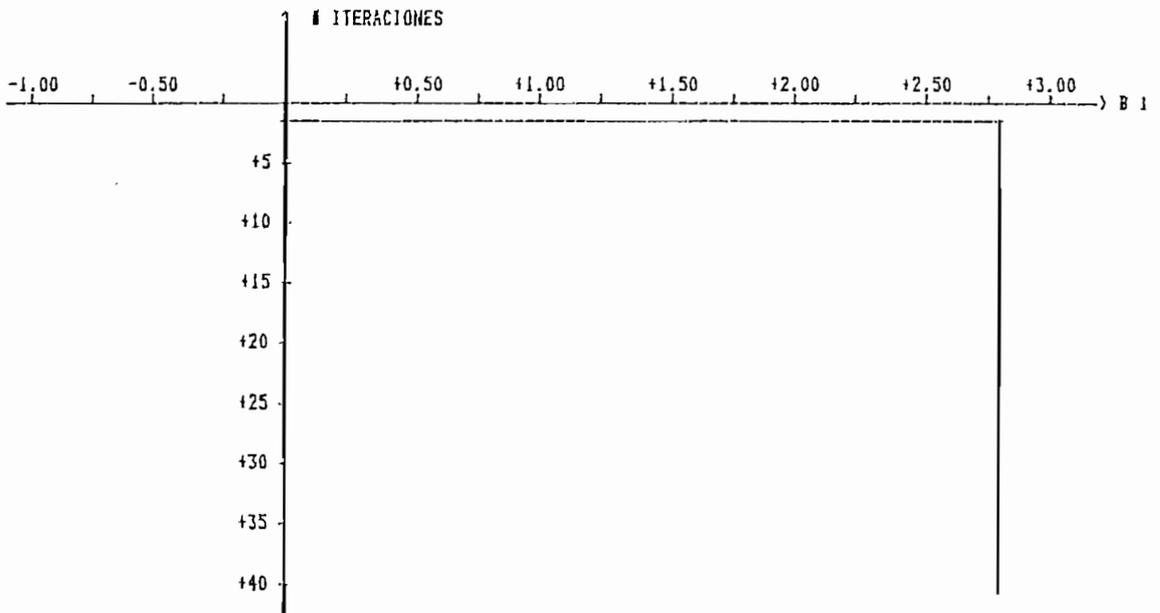
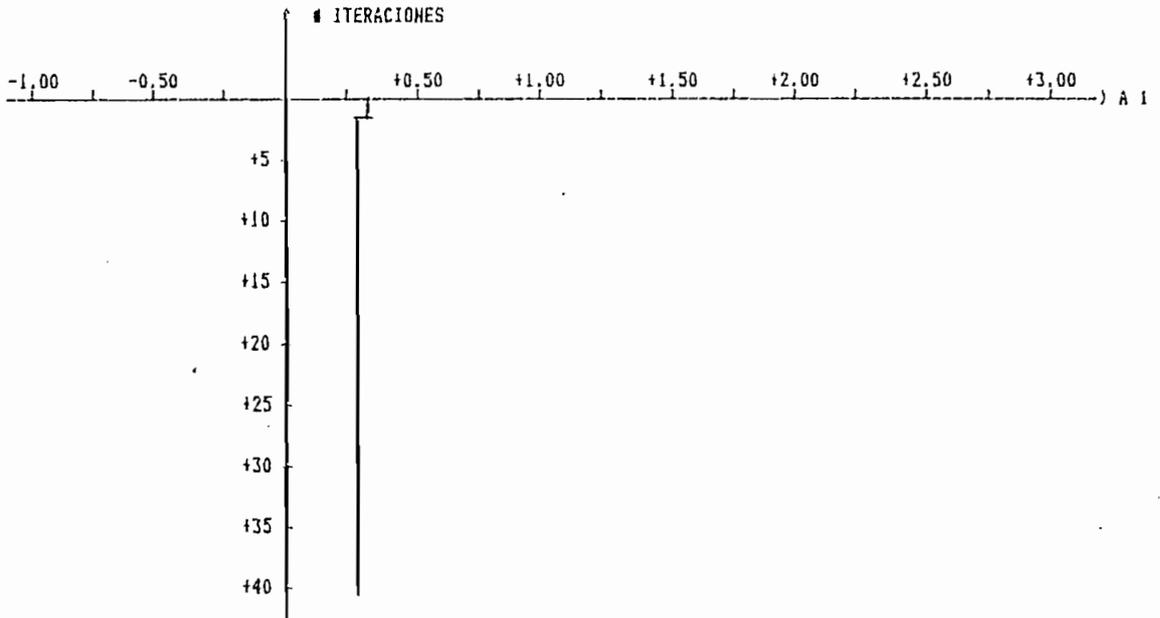
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.11:

De la ejecución de estos ejemplos sacamos las siguientes conclusiones: de los resultados de la estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados ordinarios y que se indican en las figura 4.1 y 4.2; de los gráficos de las señales de salida del modelo real y del modelo estimado, de los cuales comprobamos la eficiencia en la estimación del vector paramétrico. Al ejecutar el programa de mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido en los datos y dar diferentes valores a las condiciones iniciales del vector paramétrico  $\theta$ , de los resultados gráficos de los parámetros estimados que se indican en las figuras 4.4, 4.5 y 4.6, concluimos que el valor inicial del vector paramétrico no afecta la convergencia del vector paramétrico estimado hacia el vector paramétrico real. Al ejecutar el programa de mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido en los datos, en los resultados gráficos de los parámetros del vector estimado  $\hat{\theta}$  que se indica en las figuras 4.6, 4.7 y 4.8; concluimos que: las curvas de los parámetros estimados tienen inestabilidad y no convergen cuando  $\alpha$  del factor de olvido le damos valores menores que 1, lo que no ocurre con  $a$ . En el caso de que el modelo sea determinístico la convergencia no es afectada por los valores que tomen  $a$  y  $\alpha$ , como observamos en los gráficos de los parámetros estimados de las figuras 4.9, 4.10, 4.11.

Ejemplo 4.2: Sea la ecuación de diferencias lineal de la forma:

$$Y(k) - 0.16Y(k-1) - 0.64Y(k-2) = 2.0U(k-1)$$

primero vamos a demostrar que el sistema es estable, utilizando el criterio de la transformada Z, tenemos

$$Y(Z) - 0.16Z Y(Z) - 0.64 Z Y(Z) = 2.0 U(Z)$$

la función de transferencia G(z) da:

$$G(Z) = \frac{Y(Z)}{U(Z)} = \frac{2.0 Z^{-1}}{1 - 0.16 Z^{-1} - 0.64 Z^{-2}}$$

las raíces de la ecuación característica nos da

$$Z^2 - 0.16 Z - 0.64 = 0$$

las raíces son:

$$Z_1 = 0.88 \quad \text{y} \quad Z_2 = -0.72$$

como las raíces de la ecuación característica son en modulo menores que 1, esto demuestra que el sistema es estable.

Los datos U/Y son generados por una señal escalón unitario y una señal de excitación persistente ( el ruido o aleatoria), con el fin de demostrar que es necesario aplicar una señal U(k) que sea de excitación persistente para la generacion de los datos. Ejecutamos el método de mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido en los datos y en condiciones iniciales  $\theta$  igual a cero y  $\infty$  igual a 1.000.000; el factor de olvido  $\alpha = 1$  y  $\gamma = 1$ , número de iteraciones 50.

## EJEMPLO 4.2:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.16Y(K-1) - 0.64Y(K-2) = +2.00U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [ 1 - \text{EXP}(-.2*t) ] & \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \text{EXP}(-.2*(t-1)) & \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = 0

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{aligned} &[ \text{Ao } 1 \quad \text{Ao } 2 \quad \text{Bo } 1 \quad \text{Bo } 2 ] \\ &[ +0.160 \quad +0.640 \quad +2.000 \quad +0.000 ] \end{aligned}$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ \text{GAMA} &= 1 \end{aligned}$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\begin{aligned} \text{ALFA} &= 1\text{E}+06 \\ \theta(0) &= [ +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 ] \end{aligned}$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$\begin{aligned} &[ \text{A1 } 1 \quad \text{A1 } 2 \quad \text{B1 } 1 \quad \text{B1 } 2 ] \\ &[ +0.8398 \quad +0.0257 \quad +0.6723 \quad +0.6732 ] \end{aligned}$$

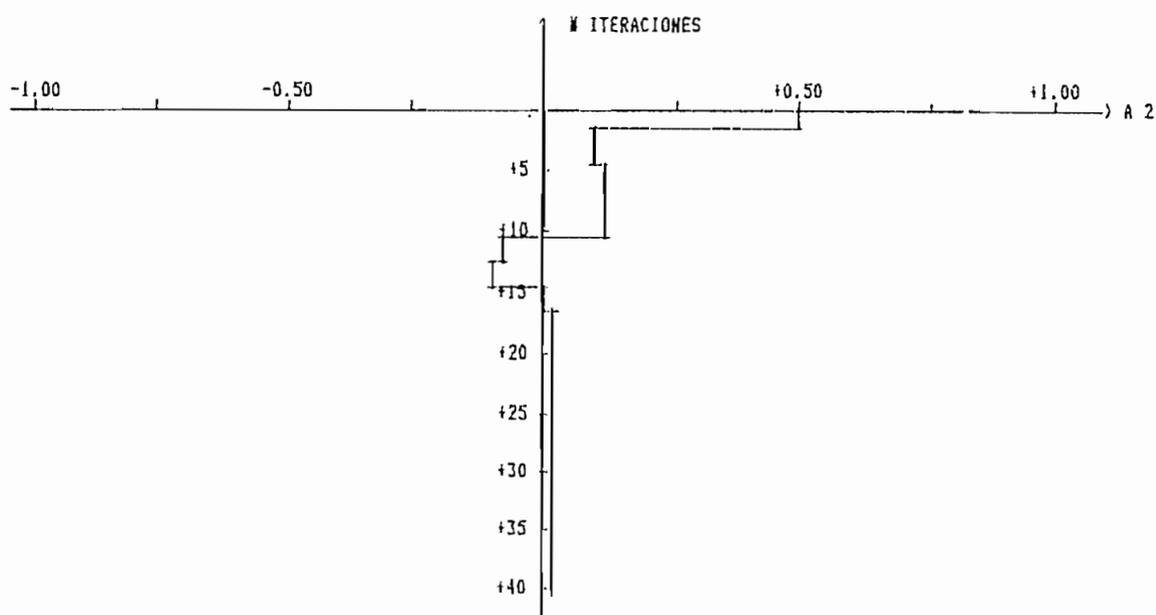
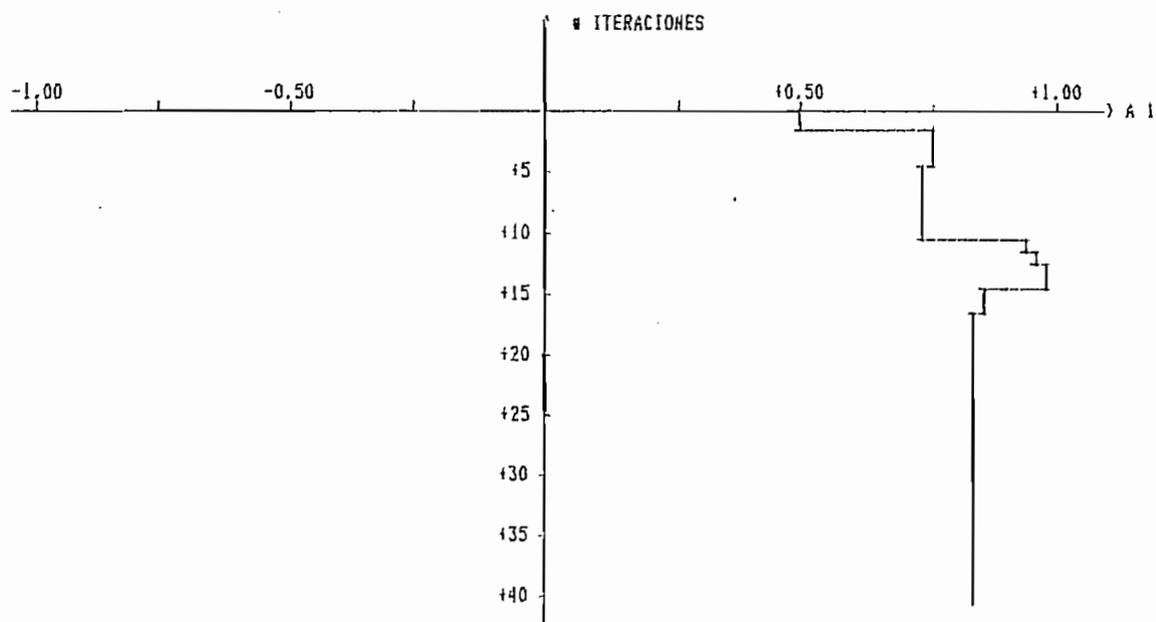
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.12a:

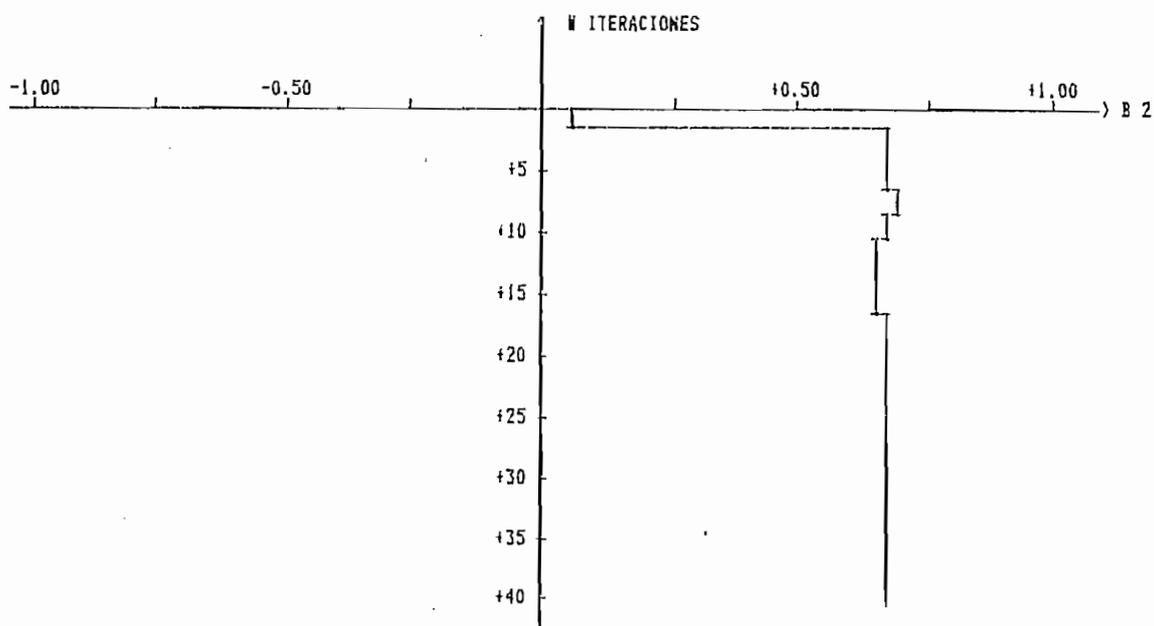
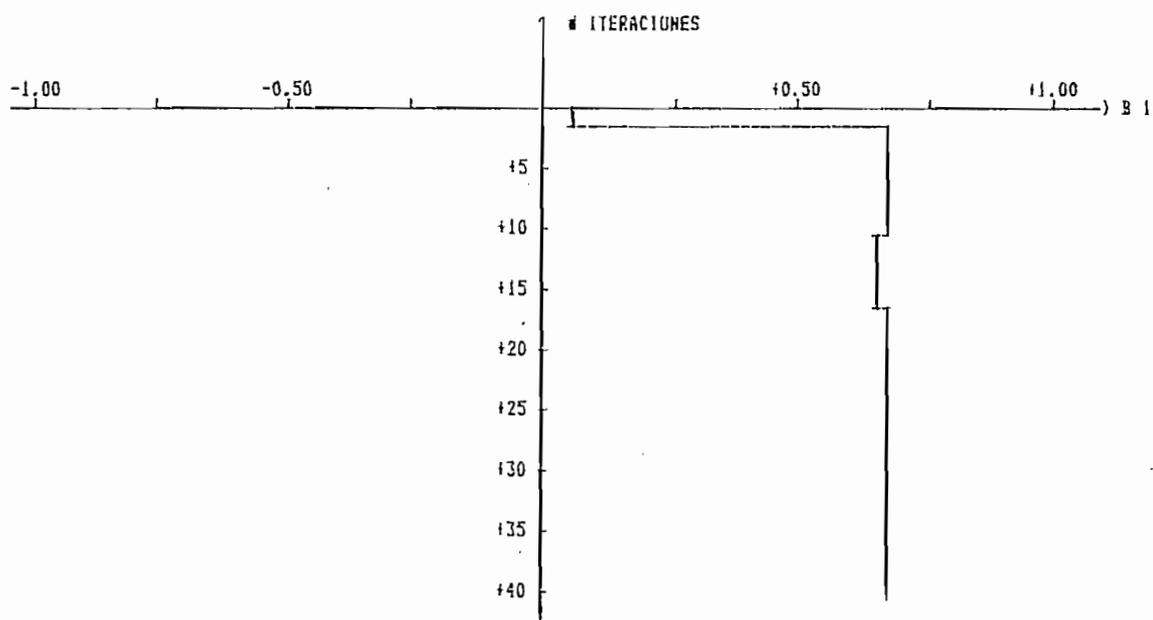
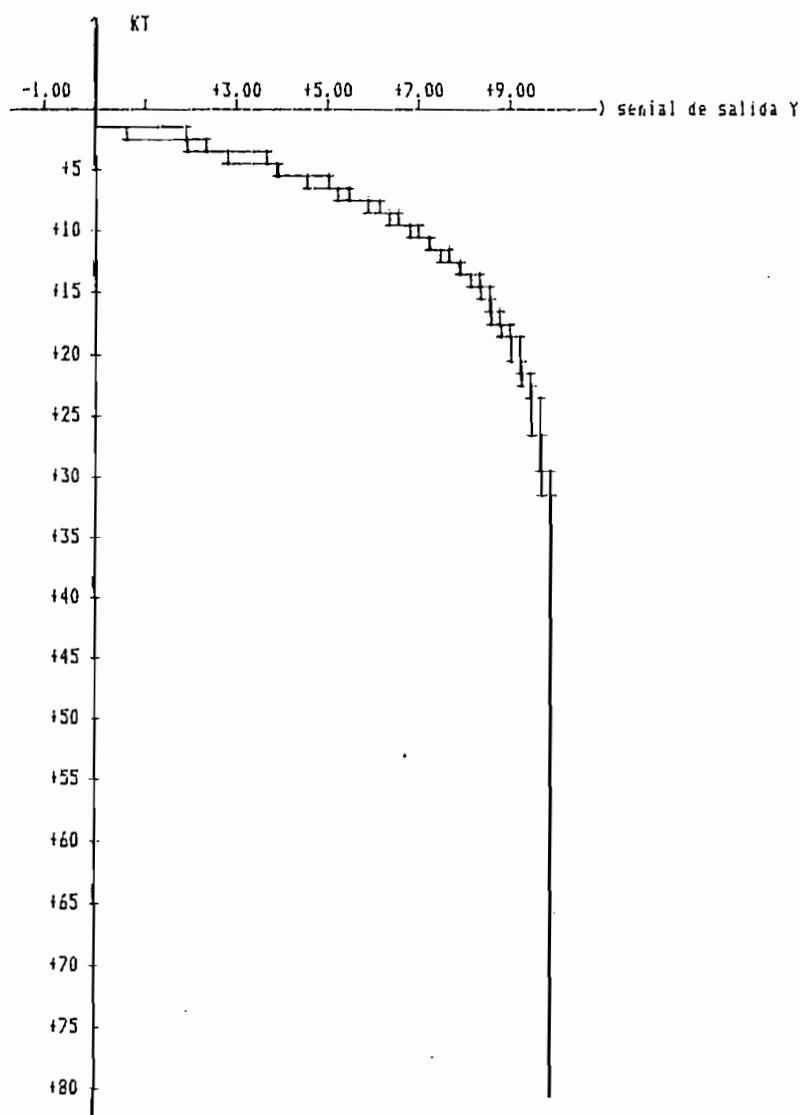


FIGURA 4.12b:

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_D$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_D(80) = 9.99944$$

$$Y(80) = 9.99925$$

FIGURA 4.12c:

## EJEMPLO 4.2:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVO

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.16Y(K-1) - 0.64Y(K-2) = +2.00U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \exp(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\exp(-.2*(t-1)) \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = 0

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ Ao 1      Ao 2      Bo 1      Bo 2 ]

[ +0.160    +0.640    +2.000    +0.000 ]

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 1E+06$$

$$\theta(0) = [ +0.00    +0.00    +0.00    +0.00 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

[ A1 1      A1 2      B1 1      B1 2 ]

[ +0.1600    +0.6400    +2.0000    +0.0000 ]

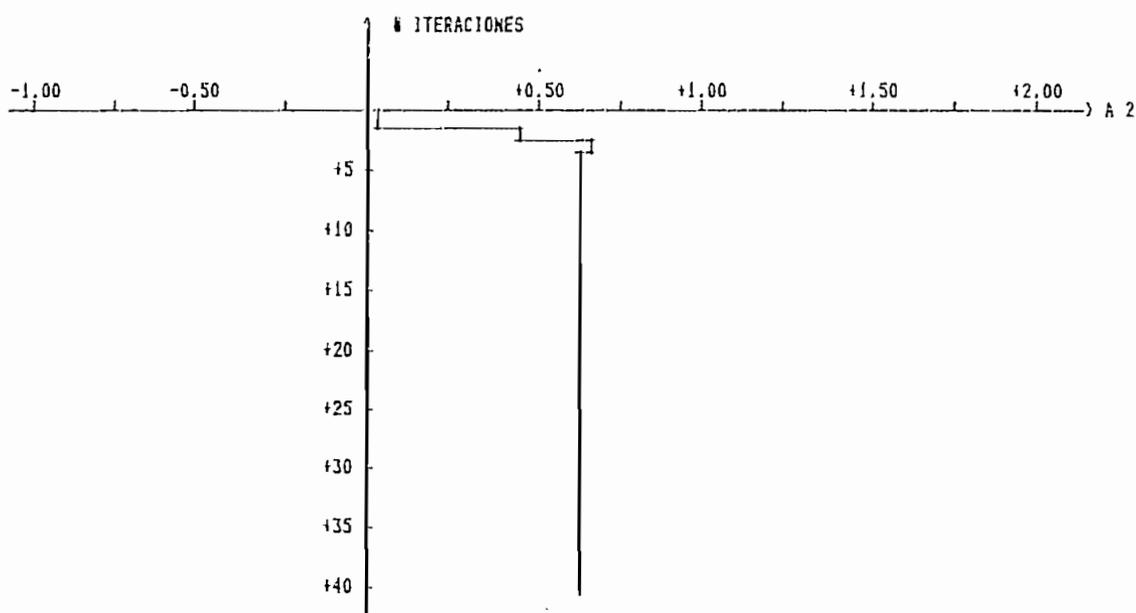
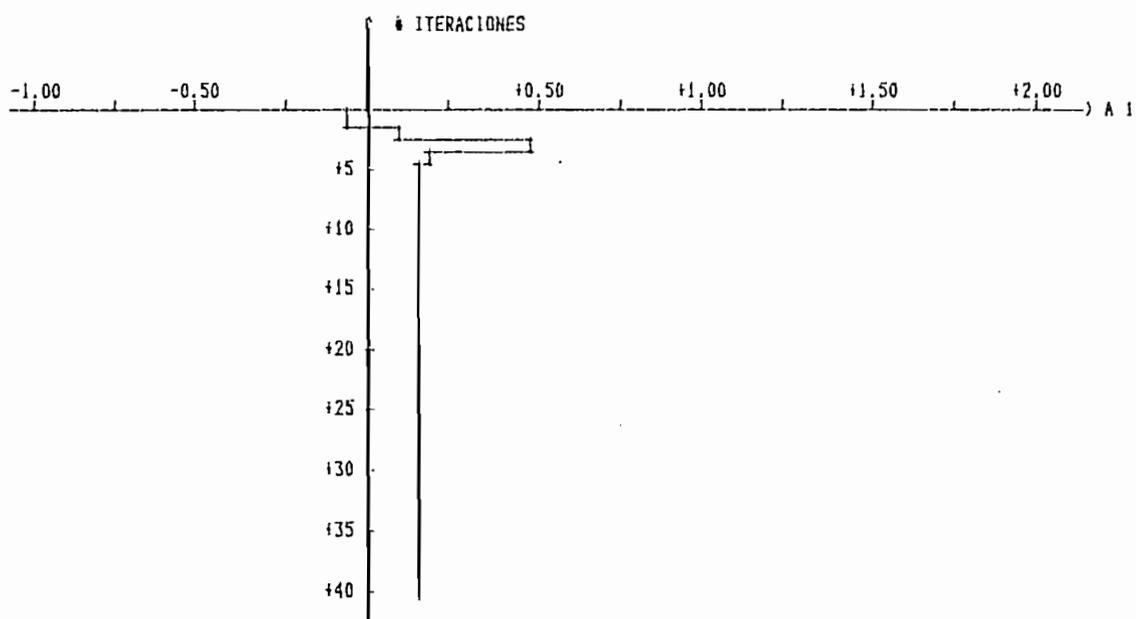
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.13a:

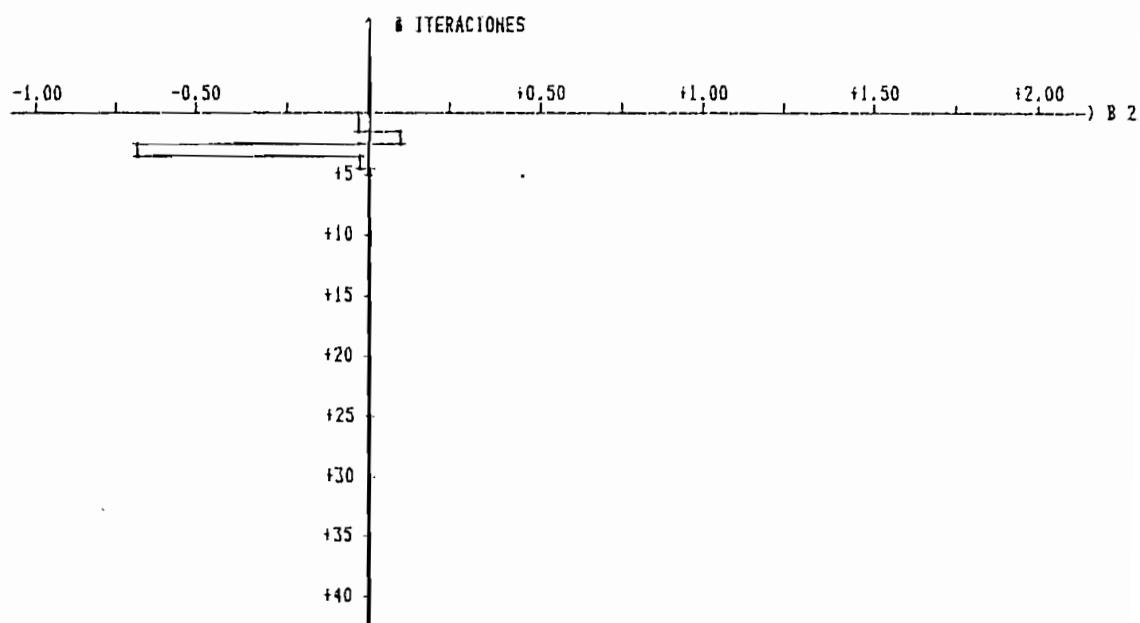
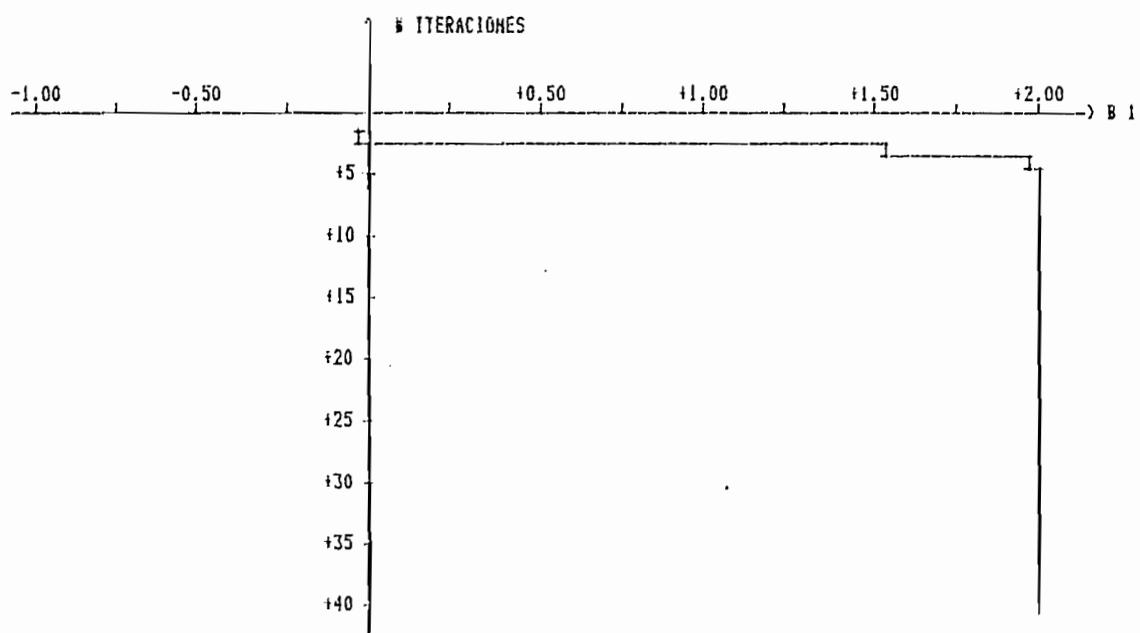
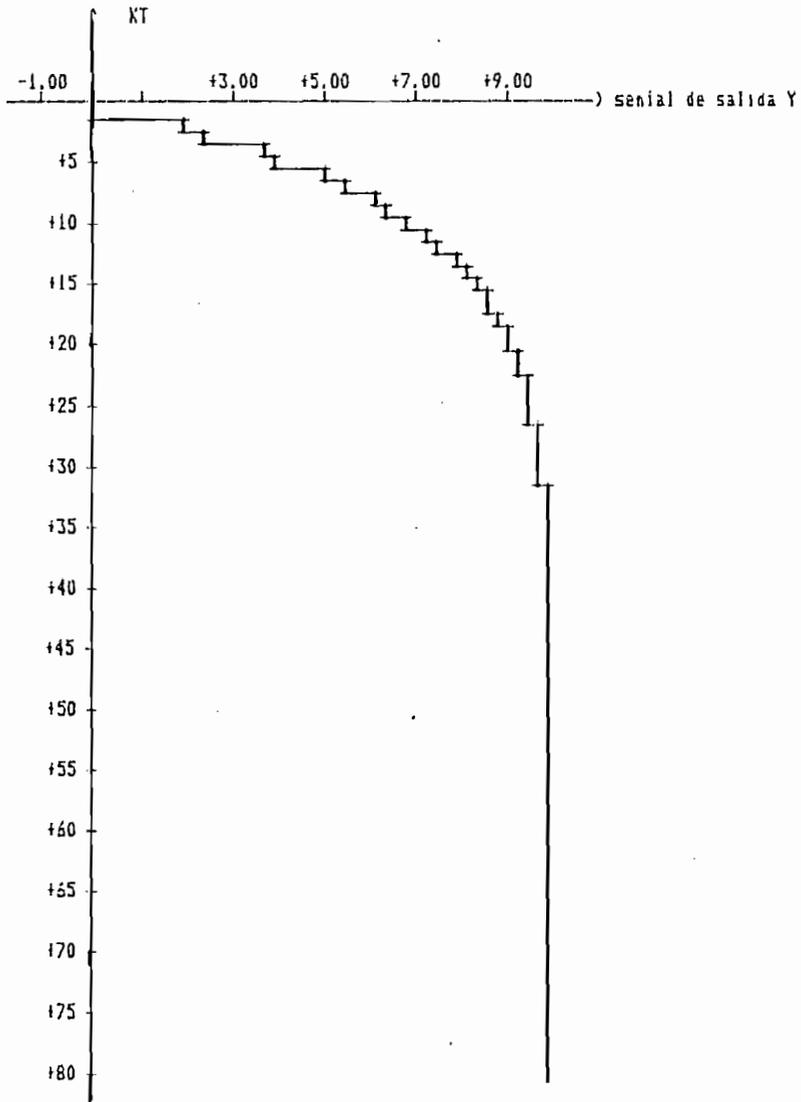


FIGURA 4.13 b:

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 9.99944$$

$$Y(80) = 9.99944$$

FIGURA 4.13c:

De los resultados obtenidos y que se indican las curvas de los parámetros estimados en las figuras 4.12 y 4.13 (para cada caso estimación). Observamos que para ambos casos de estimación las curvas son convergentes; y si comparamos los parámetros estimados cuando en la generación de datos se utilizó una señal de excitación persistente con los parámetros estimados cuando la señal de excitación es escalón unitario, vemos que los primeros convergen a los parámetros del modelo real.

Ejemplo 4.3: El ejemplo desarrollado a continuación es utilizado para demostrar la importancia de identificar previa a la ejecución de cualquier programa de identificación el orden del modelo. Y que no realizamos en la presente tesis debido a que estamos dando una introducción a la identificación paramétrica discreta.

La ecuación de diferencias utilizada es:

$$Y(k) - 1.7 Y(k-1) + 0.85 Y(k-2) = 0.4 U(k-1)$$

esta ecuación representa a un sistema estable, demostramos su estabilidad sacando las raíces de la ecuación característica, que es:

$$z^2 - 1.7 z + 0.85 = 0$$

las raíces son:

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 1.700Y(K-1) + 0.850Y(K-2) = +0.400U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}[-.2(t - 1)] \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ A0 1      A0 2      B0 1      B0 2 ]

[ +1.700    -0.850    +0.400    +0.000 ]

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

[ A1 1      B1 1 ]

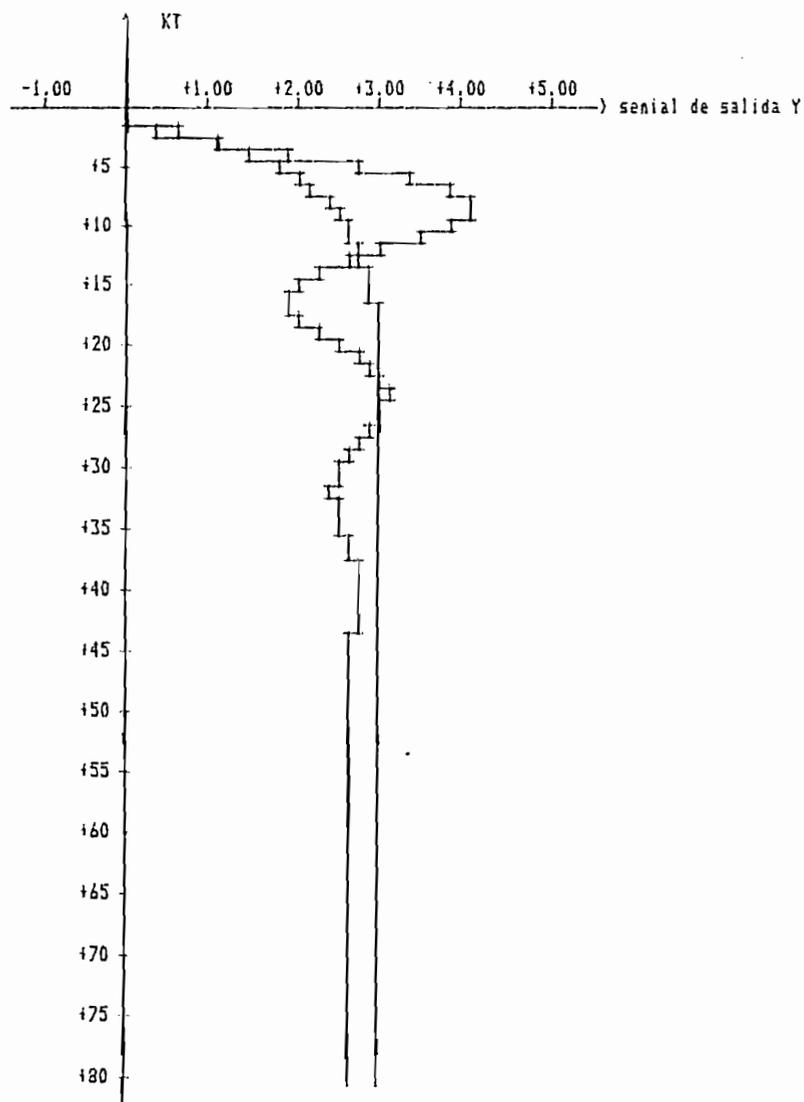
[ +0.8035    +0.5967 ]

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 20

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 2.66232$$

$$Y(80) = 3.03623$$

FIGURA 4.14:

## EJEMPLO 4.3:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 1.700Y(K-1) + 0.850Y(K-2) = +0.400U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5*\text{EXP}[-.2(t - 1)] && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{aligned} &[ A_0 \ 1 \quad A_0 \ 2 \quad B_0 \ 1 \quad B_0 \ 2 ] \\ &[ +1.700 \quad -0.850 \quad +0.400 \quad +0.000 ] \end{aligned}$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

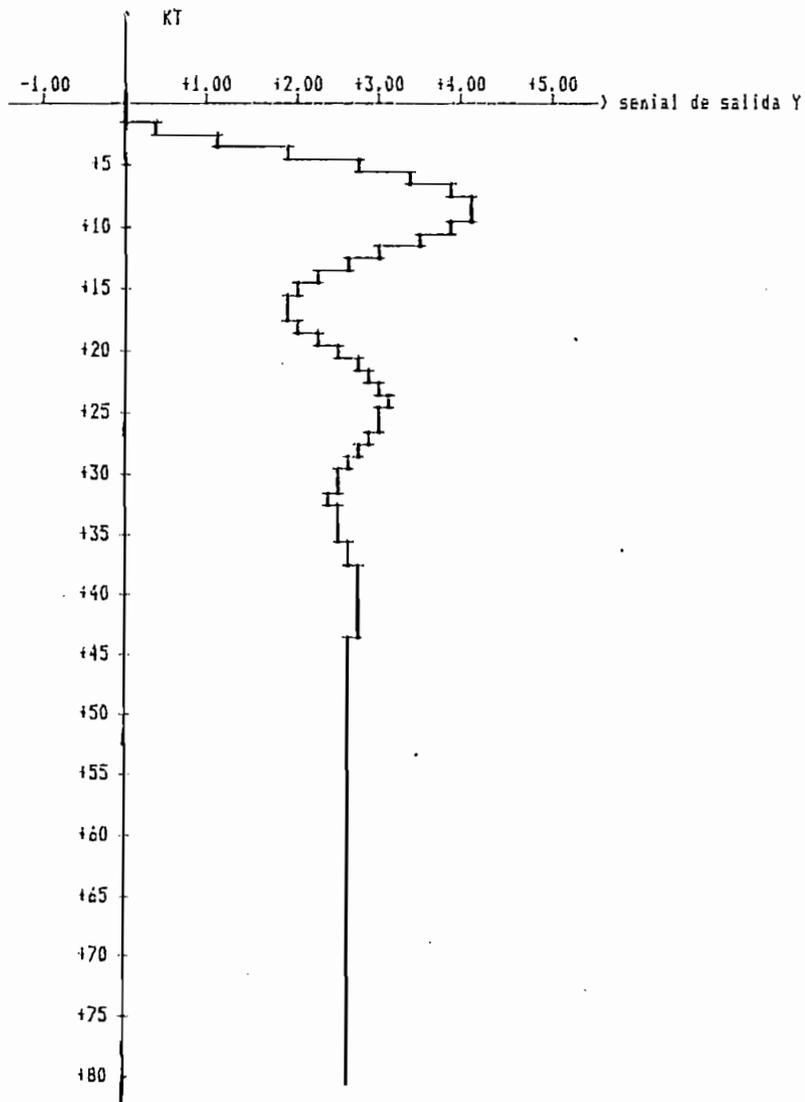
$$\begin{aligned} &[ A_1 \ 1 \quad A_1 \ 2 \quad B_1 \ 1 \quad B_1 \ 2 ] \\ &[ +1.7000 \quad -0.8500 \quad +0.4000 \quad -0.0000 ] \end{aligned}$$

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 20

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 2.66232$$

$$Y(80) = 2.66226$$

FIGURA 4.15:

$$Z_1 = 0.85 - j0.357$$

y

$$Z_2 = 0.85 + j0.357$$

el módulo de las raíces son  $|Z_1| = |Z_2| = 0.922$  que están dentro del círculo unitario en  $Z$ , lo que indica que el sistema es estable.

Ejecutamos en el programa de mínimos cuadrados ordinarios, y estimamos los parámetros del modelo primero suponiendo el orden del modelo estimado igual a orden del modelo real (orden 2), y luego suponemos el orden menor que del modelo real (orden 1). El número de muestras 20 y la señal de excitación  $U(k)$  aleatoria (ruido blanco).

Los resultados gráficos se indica en las figuras 4.14 y 4.15 para cada caso; al comparar los resultados observamos que los parámetros del modelo de segundo orden converge al modelo real y que el modelo estimado de primer orden no representa todas las características de la planta como lo observamos en los gráficos de las figuras anteriores.

Ejemplo 4.4: Sea la ecuación de diferencias de la forma:

$$Y(k) - 0.773 Y(k-1) + 0.018Y(k-2) = 0.245U(k-1)$$

de igual forma que en el ejemplo anterior demostramos que la

## EJEMPLO 4.4:

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

## T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.773Y(K-1) + 0.018Y(K-2) = +0.245U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION ES UNA SENIAL ALEATORIA (ruido)

varia entre: -1 y 1

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ A0 1      A0 2      B0 1      B0 2 ]

[ +0.773    -0.018    +0.245    +0.000 ]

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

[ A1 1      B1 1 ]

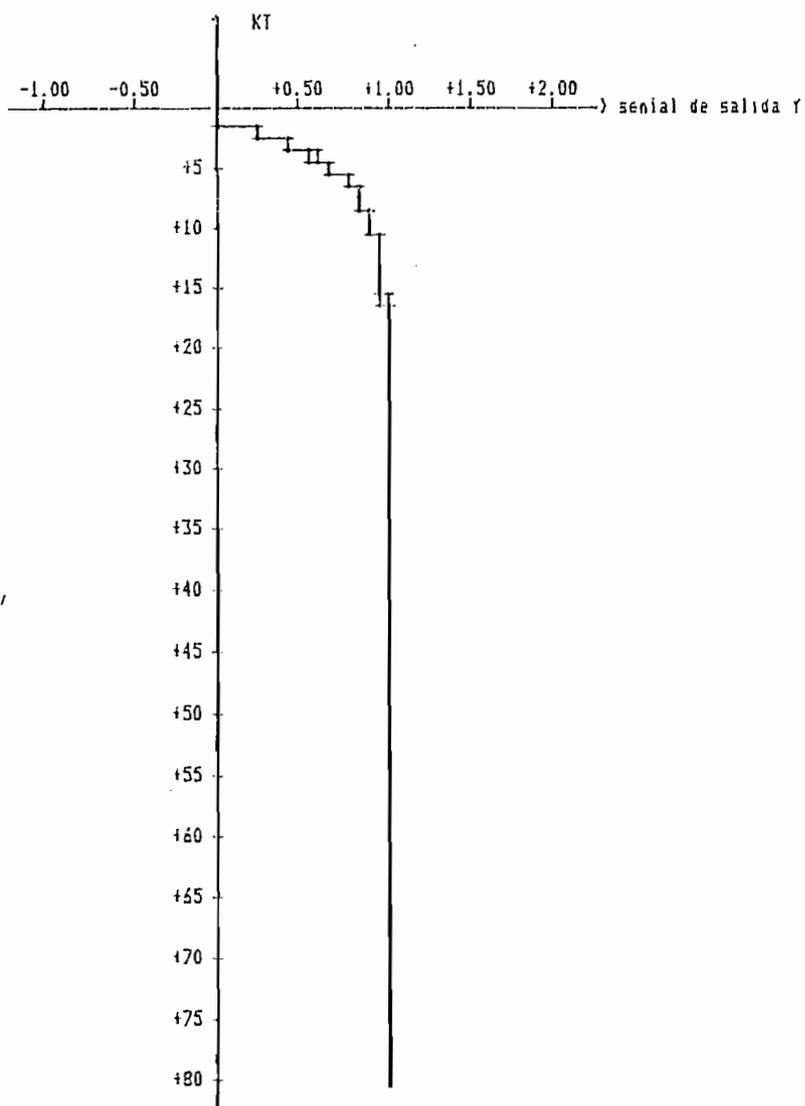
[ +0.7438    +0.2438 ]

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 20

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 1$$

$$Y(80) = 1.01064$$

FIGURA 4.16:

ecuación de diferencias es estable; la ecuación característica es:

$$z^2 - 0.773 z + 0.018 = 0$$

las raíces son:

$$z_1 = 0.024$$

y

$$z_2 = 0.2486$$

son raíces reales cuyos módulos están dentro del círculo unitario  $Z$ , entonces el modelo es estable.

Ejecutamos el programa de mínimos cuadrados ordinarios, suponiendo que el modelo es de primer orden, y 20 muestras para la estimación.

De los resultados obtenidos y que se indican en la figura 4.16 observamos que, el modelo de un sistema se puede aproximar a un modelo orden menor cuando tenemos un polo dominante, como es el presente caso.

Ejemplo 4.5: Sea la ecuación de diferencias de la forma:

$$Y(k) - 0.97Y(k-1) + 0.84Y(k-2) - 0.23Y(k-3) = 1.12 U(k-1)$$

la ecuación característica en Z es:

$$Z^3 - 0.97 Z^2 + 0.84 Z - 0.23 = 0$$

haciendo la transformación en Z para utilizar el criterio de estabilidad de Routh, queda:

$$\left[ \frac{r+1}{r-1} \right]^3 - 0.97 \left[ \frac{r+1}{r-1} \right]^2 + 0.84 \left[ \frac{r+1}{r-1} \right] - 0.23 = 0$$

luego

$$0.64 r^3 + 1.88 r^2 + 2.44 r + 1.1 = 0$$

entonces:

$r^3$	0.64	2.44
$r^2$	1.88	1.1
$r^1$	3.88	
$r^0$	4.27	

no hay cambios de signo en la primera columna, lo que indica que el sistema es estable.

Para generar los datos de entrada y salida del modelo, aplicamos dos señales de excitación diferentes: señal variable exponencial con periodo de muestreo  $T = 0.2$  seg. y ruido (señal aleatoria), para estimar el modelo utilizaremos los programas de mínimos cuadrados ordinarios, el número de muestras en cada

## EJEMPLO 4.5:

---

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

## T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.970Y(K-1) + 0.840Y(K-2) - 0.230Y(K-3) = +1.120U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION ES UNA SENIAL ALEATORIA (ruido)

varia entre: -1 y 1

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ A0 1    A0 2    A0 3    B0 1    B0 2    B0 3 ]

[ +0.970   -0.840   +0.230   +1.120   +0.000   +0.000 ]

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

[ A1 1    A1 2    A1 3    B1 1    B1 2    B1 3 ]

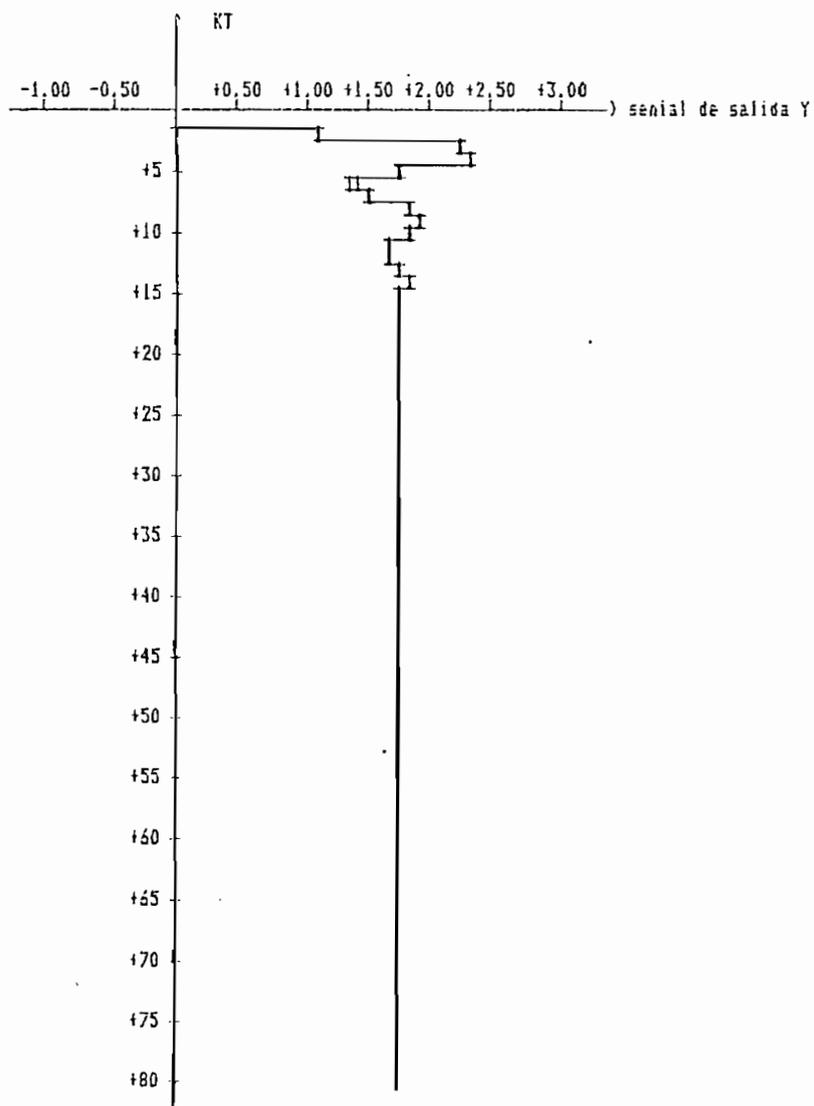
[ +0.9706   -0.8403   +0.2303   +1.1200   -0.0007   -0.0002 ]

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 10

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 1.75$$

$$Y(80) = 1.75033$$

FIGURA 4.17:

## EJEMPLO 4.5:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.970Y(K-1) + 0.840Y(K-2) - 0.230Y(K-3) = +1.120U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5*\text{EXP}[-.2*(t - 1)] && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

Ao 1	Ao 2	Ao 3	Bo 1	Bo 2	Bo 3
+0.970	-0.840	+0.230	+1.120	+0.000	+0.000

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

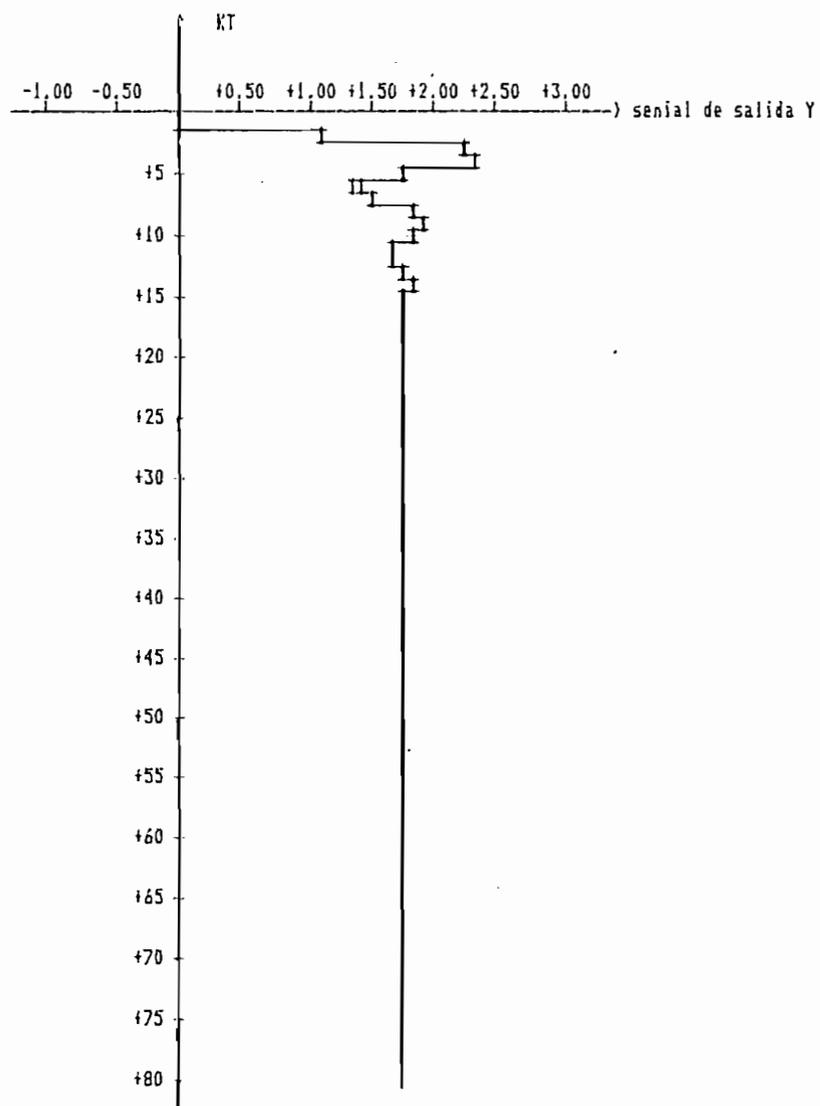
A1 1	A1 2	A1 3	B1 1	B1 2	B1 3
+0.9703	-0.8402	+0.2301	+1.1199	-0.0001	-0.0002

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 10

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 1.75$$

$$Y(80) = 1.75012$$

FIGURA 4.18:

ejecución es 10.

La finalidad es demostrar que el ruido es una señal con buenas características para ser utilizada en muchos trabajos experimentales, como ser una señal de excitación persistente.

Los resultados gráficos de las señales de salida se indican en en las figuras 4.17 y 4.18; y de la comparación de las curva de la señal de salida obtenida del modelo estimado cuyos datos fueron generados con la señal de entrada variable exponencial presenta la misma bondad que la señal de salida del modelo cuyos datos fueron generados al aplicar una señal aleatoria (el ruido). Por lo tanto hemos comprobado que el ruido es una señal de excitación persistente cuyas ventajas serían analizadas dentro de un contexto estocástico.

Ejemplo 4.6: Utilizando la ecuación de diferencias del ejemplo anterior (del modelo de tercer orden), observaremos el efecto que produce en la convergencia de la estimación paramétrica la condición inicial que demos a  $\alpha$  de la matriz  $P$  ( $P = \alpha I$ ). Al ejecutar el programa de mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido, el orden del modelo es 3 (igual al orden del modelo real), el factor de olvido es:  $\lambda = 1$  y  $\gamma = 1$ , la condición inicial dada al vector paramétrico estimado  $\hat{\theta}$  es cero, las condiciones iniciales dadas para  $\alpha$  son: 100000, 100; el número de iteraciones 50.

De los resultados obtenidos, que se indican en los listados a

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.970Y(K-1) + 0.840Y(K-2) - 0.230Y(K-3) = +1.120U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE DE LA FORMA:

$$U(t) = 5(1 - \text{EXP}(-.2*t)) \quad \text{para } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}(-.2*(t-1)) \quad \text{para } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ Ao 1    Ao 2    Ao 3    Bo 1    Bo 2    Bo 3 ]

[ +0.970   -0.840   +0.230   +1.120   +0.000   +0.000 ]

- EL FACTOR DE OLVIDO:

$$A = 1$$

$$GANA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100000$$

$$\Theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 \quad +0.00 ]$$

ITERACION	PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO					
	A1 1	A1 2	A1 3	B1 1	B1 2	B1 3
1	+0.1590	+0.2025	+0.1964	+0.0893	+0.0902	+0.0911
2	-0.0264	-0.1075	+0.5248	+0.1908	+0.1928	+0.1947
3	+0.6463	-0.6588	+0.0336	+0.5611	+0.5667	+0.5724
4	+0.9507	-0.8290	+0.2180	+0.3776	+0.3814	+0.3852
5	+0.9442	-0.8254	+0.2140	+0.3816	+0.3855	+0.3895
6	+0.9459	-0.8264	+0.2150	+0.3806	+0.3845	+0.3885
7	+0.9481	-0.8276	+0.2164	+0.3793	+0.3831	+0.3871
8	+0.9514	-0.8295	+0.2184	+0.3772	+0.3810	+0.3850
9	+0.9515	-0.8295	+0.2185	+0.3772	+0.3810	+0.3849
10	+0.9528	-0.8302	+0.2193	+0.3764	+0.3802	+0.3841
11	+0.9536	-0.8307	+0.2198	+0.3759	+0.3797	+0.3836
12	+0.9536	-0.8307	+0.2198	+0.3759	+0.3797	+0.3836
13	+0.9541	-0.8310	+0.2201	+0.3756	+0.3794	+0.3833
14	+0.9542	-0.8310	+0.2202	+0.3755	+0.3793	+0.3832
15	+0.9542	-0.8310	+0.2202	+0.3755	+0.3793	+0.3832
16	+0.9543	-0.8311	+0.2203	+0.3754	+0.3792	+0.3831
17	+0.9427	-0.8245	+0.2130	+1.1200	+0.0250	+0.0254
18	+0.9427	-0.8245	+0.2131	+1.1200	+0.0305	+0.0198
19	+0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	+0.0000	+0.0001

20	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	+0.0000	+0.0000]
21	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
22	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
23	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
24	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
25	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
26	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
27	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
28	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
29	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
30	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
31	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
32	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
33	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
34	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
35	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
36	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
37	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
38	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
39	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
40	[ +0.9700	-0.8400	+0.2300	+1.1200	-0.0000	+0.0000]
41	[ +0.9702	-0.8401	+0.2301	+1.1200	-0.0002	-0.0000]
42	[ +0.9702	-0.8401	+0.2301	+1.1200	-0.0002	-0.0000]
43	[ +0.9752	-0.8438	+0.2327	+1.1201	-0.0058	-0.0013]
44	[ +0.9699	-0.8399	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
45	[ +0.9699	-0.8399	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
46	[ +0.9699	-0.8399	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
47	[ +0.9699	-0.8399	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
48	[ +0.9699	-0.8400	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
49	[ +0.9699	-0.8400	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]
50	[ +0.9699	-0.8400	+0.2300	+1.1200	+0.0001	+0.0000]

## EJEMPLO 4.6:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.970Y(K-1) + 0.840Y(K-2) - 0.230Y(K-3) = +1.120U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE DE LA FORMA:

$$U(t) = 5[1 - \text{EXP}(-.2*t)] \quad \text{para } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}(-.2(t-1)) \quad \text{para } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo  $T = .05$

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ Ao 1    Ao 2    Ao 3    Bo 1    Bo 2    Bo 3 ]

[ +0.970   -0.840   +0.230   +1.120   +0.000   +0.000 ]

- EL FACTOR DE OLVIDO:

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 100$$

$$\theta(0) = [ +0.00   +0.00   +0.00   +0.00   +0.00   +0.00 ]$$

ITERACION	PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO					
	[ A1 1	A1 2	A1 3	B1 1	B1 2	B1 3 ]
1	[ +0.1590	+0.2025	+0.1964	+0.0893	+0.0902	+0.0911]
2	[ -0.0256	-0.1062	+0.5236	+0.1905	+0.1924	+0.1943]
3	[ +0.6442	-0.6564	+0.0351	+0.5597	+0.5653	+0.5710]
4	[ +0.6569	-0.6612	+0.0354	+0.5558	+0.5614	+0.5670]
5	[ +0.6747	-0.6688	+0.0433	+0.5457	+0.5511	+0.5567]
6	[ +0.6975	-0.6804	+0.0569	+0.5315	+0.5368	+0.5422]
7	[ +0.7107	-0.6882	+0.0657	+0.5234	+0.5286	+0.5339]
8	[ +0.7135	-0.6902	+0.0676	+0.5219	+0.5271	+0.5324]
9	[ +0.7141	-0.6905	+0.0678	+0.5216	+0.5269	+0.5322]
10	[ +0.7152	-0.6911	+0.0683	+0.5211	+0.5263	+0.5316]
11	[ +0.7179	-0.6925	+0.0698	+0.5194	+0.5246	+0.5299]
12	[ +0.7207	-0.6940	+0.0715	+0.5177	+0.5229	+0.5282]
13	[ +0.7221	-0.6949	+0.0724	+0.5169	+0.5221	+0.5274]
14	[ +0.7227	-0.6953	+0.0728	+0.5166	+0.5218	+0.5270]
15	[ +0.7233	-0.6956	+0.0731	+0.5163	+0.5215	+0.5267]
16	[ +0.7240	-0.6960	+0.0735	+0.5159	+0.5211	+0.5263]
17	[ +0.5952	-0.6220	-0.0084	+1.1184	+0.3447	+0.3482]
18	[ +0.6021	-0.6260	-0.0041	+1.1185	+0.4125	+0.2688]
19	[ +0.9201	-0.8112	+0.2050	+1.1190	+0.0566	+0.0249]
20	[ +0.9199	-0.8116	+0.2051	+1.1190	+0.0567	+0.0253]
21	[ +0.9286	-0.8176	+0.2095	+1.1191	+0.0470	+0.0228]
22	[ +0.9371	-0.8217	+0.2132	+1.1192	+0.0376	+0.0181]
23	[ +0.9375	-0.8217	+0.2133	+1.1192	+0.0370	+0.0176]
24	[ +0.9384	-0.8223	+0.2137	+1.1192	+0.0361	+0.0174]
25	[ +0.9392	-0.8226	+0.2141	+1.1192	+0.0352	+0.0168]
26	[ +0.9392	-0.8226	+0.2141	+1.1192	+0.0352	+0.0168]

27	[	+0.9394	-0.8228	+0.2142	+1.1192	+0.0349	+0.0167]
28	[	+0.9395	-0.8228	+0.2142	+1.1192	+0.0348	+0.0167]
29	[	+0.9395	-0.8228	+0.2142	+1.1192	+0.0348	+0.0167]
30	[	+0.9396	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0347	+0.0166]
31	[	+0.9396	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0347	+0.0166]
32	[	+0.9396	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0347	+0.0166]
33	[	+0.9396	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0347	+0.0166]
34	[	+0.9397	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0347	+0.0166]
35	[	+0.9397	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0346	+0.0166]
36	[	+0.9397	-0.8229	+0.2143	+1.1192	+0.0346	+0.0166]
37	[	+0.9397	-0.8229	+0.2143	+1.1196	+0.0342	+0.0166]
38	[	+0.9397	-0.8229	+0.2143	+1.1196	+0.0343	+0.0165]
39	[	+0.9437	-0.8250	+0.2168	+1.1196	+0.0298	+0.0133]
40	[	+0.9437	-0.8250	+0.2168	+1.1196	+0.0298	+0.0132]
41	[	+0.9457	-0.8264	+0.2178	+1.1196	+0.0275	+0.0127]
42	[	+0.9478	-0.8274	+0.2187	+1.1195	+0.0252	+0.0115]
43	[	+0.9478	-0.8274	+0.2187	+1.1195	+0.0252	+0.0115]
44	[	+0.9489	-0.8281	+0.2192	+1.1196	+0.0240	+0.0111]
45	[	+0.9497	-0.8285	+0.2196	+1.1196	+0.0231	+0.0107]
46	[	+0.9497	-0.8285	+0.2196	+1.1196	+0.0230	+0.0106]
47	[	+0.9497	-0.8285	+0.2196	+1.1196	+0.0230	+0.0106]
48	[	+0.9498	-0.8285	+0.2197	+1.1196	+0.0230	+0.0106]
49	[	+0.9499	-0.8286	+0.2197	+1.1196	+0.0228	+0.0106]
50	[	+0.9501	-0.8287	+0.2198	+1.1196	+0.0226	+0.0105]

continuación, concluimos que para valores altos de la convergencia hacia el vector paramétrico real es más rápida que para valores bajos de  $\alpha$ . Por lo que es recomendable dar en la estimación de mínimos cuadrados recursivos, como condición inicial un valor alto a  $\alpha$ , tal como  $\alpha = 100.000$ .

Ejemplo 4.7: Utilizando la ecuación de diferencias del modelo de tercer orden utilizado en ejemplos anteriores y ejecutar el programa de mínimos cuadrados recursivos sin contenido de ruido, en condiciones iniciales:  $\hat{\theta}$  estimado igual a cero y  $\alpha = 100000$  el factor de olvido  $a = 1$  y  $\gamma = 1$ . Suponemos el orden del modelo estimado mayor que el orden del modelo real, esto es el orden 4 para estimar el modelo.

Los gráficos de los parámetros estimados se indican en las figuras 4.19 a, b, y, c. En los que comprobamos la convergencia del vector paramétrico estimado hacia otro vector paramétrico equivalente a pesar que el orden para la estimación sea mayor al del modelo real. La efectividad en la estimación se demuestra en el gráfico de la figura 4.20 de las señales de salida calculada partir del vector paramétrico real y del vector paramétrico estimado.

Ejemplo 4.8: Ahora tomemos nuevamente la ecuación de diferencias del modelo de segundo orden, utilizada en ejemplos anteriores, y que es:

$$Y(k) - 1.7Y(k-1) + 0.85Y(k-2) = 0.4 U(k-1)$$

## EJEMPLO 4.7:

## METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

## SIN RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 0.97Y(K-1) + 0.84Y(K-2) - 0.23Y(K-3) = +1.12U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [ 1 - \text{EXP}(-.2 * t) ] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \text{EXP}(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .05

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

[ Ao 1    Ao 2    Ao 3    Bo 1    Bo 2    Bo 3 ]

[ +0.970   -0.840   +0.230   +1.120   +0.000   +0.000 ]

- FACTOR DE OLVIDO

A = 1

GAMA = 1

- CONDICIONES INICIALES

ALFA = 1E+06

$\theta(0) = [ +0.00 \quad +0.00 ]$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

[ A1 1    A1 2    A1 3    A1 4    B1 1    B1 2    B1 3    B1 4 ]

[ +0.4698   -0.3548   -0.1902   +0.1151   +1.1200   +0.5503   -0.0000   -0.0000 ]

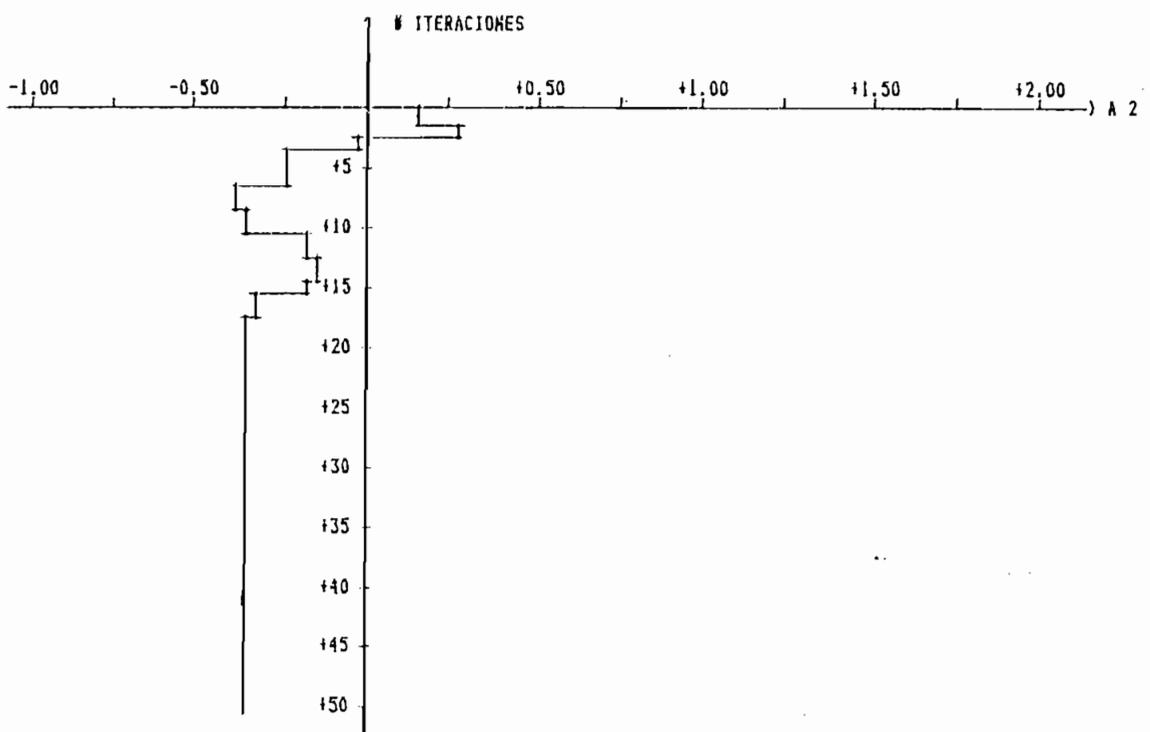
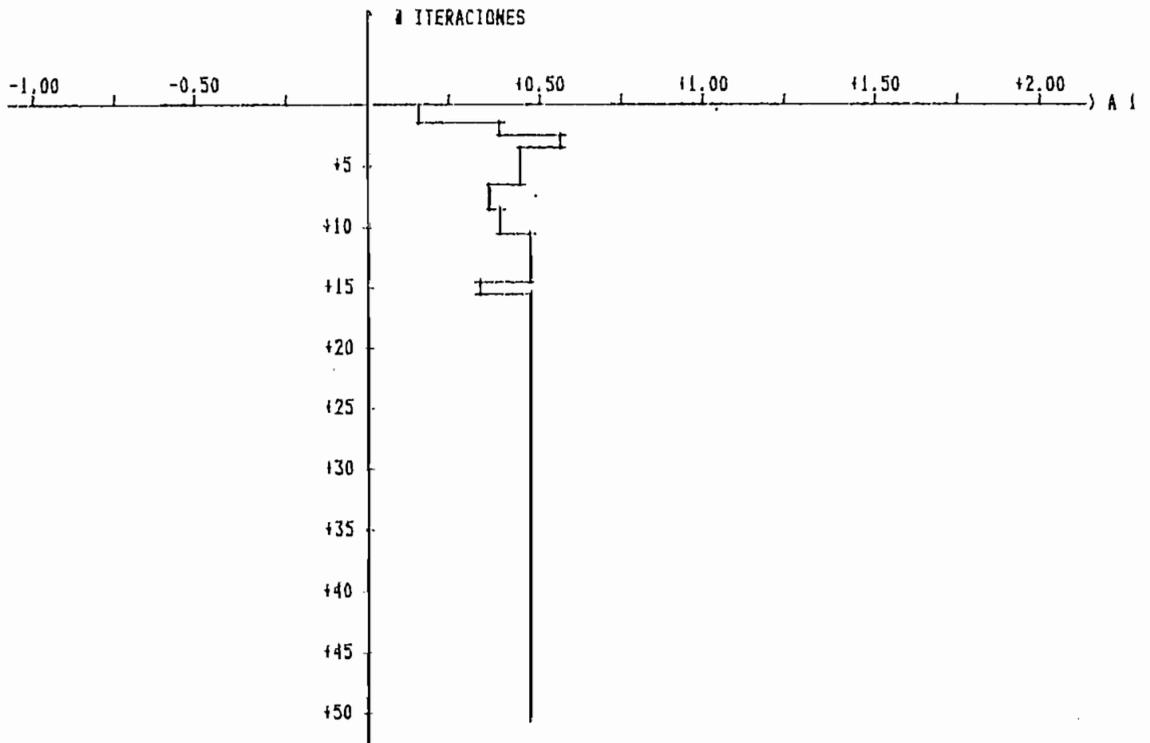
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.19.a:

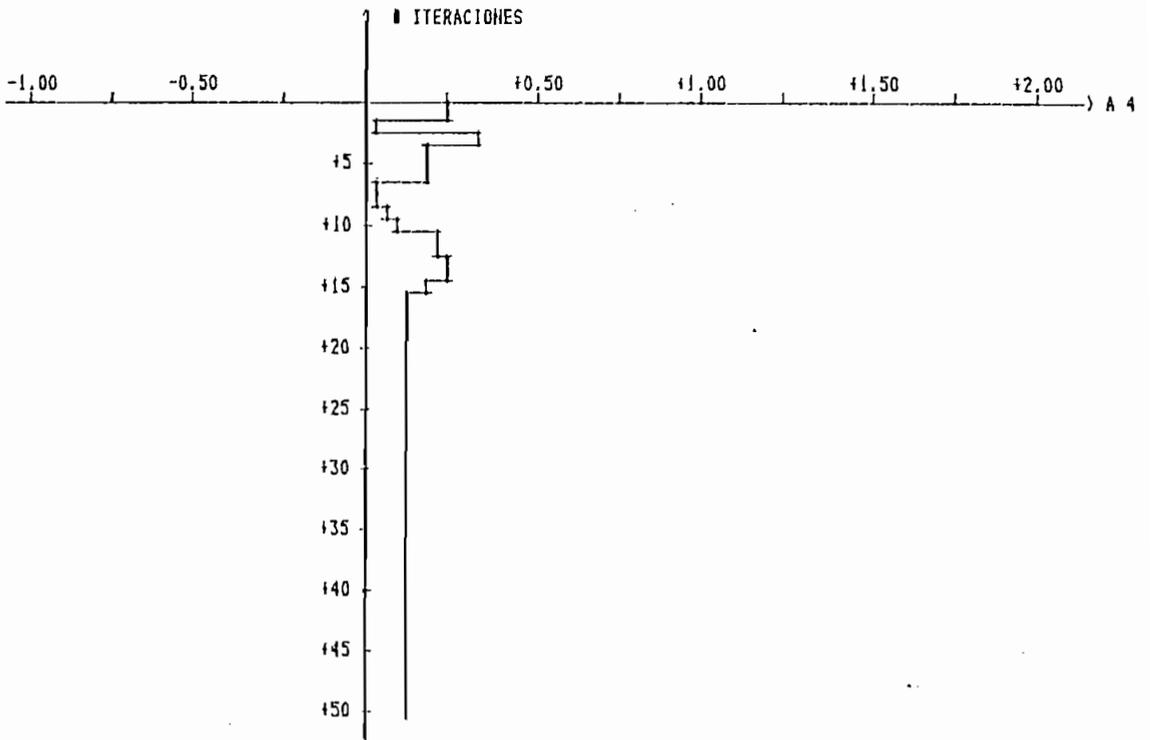
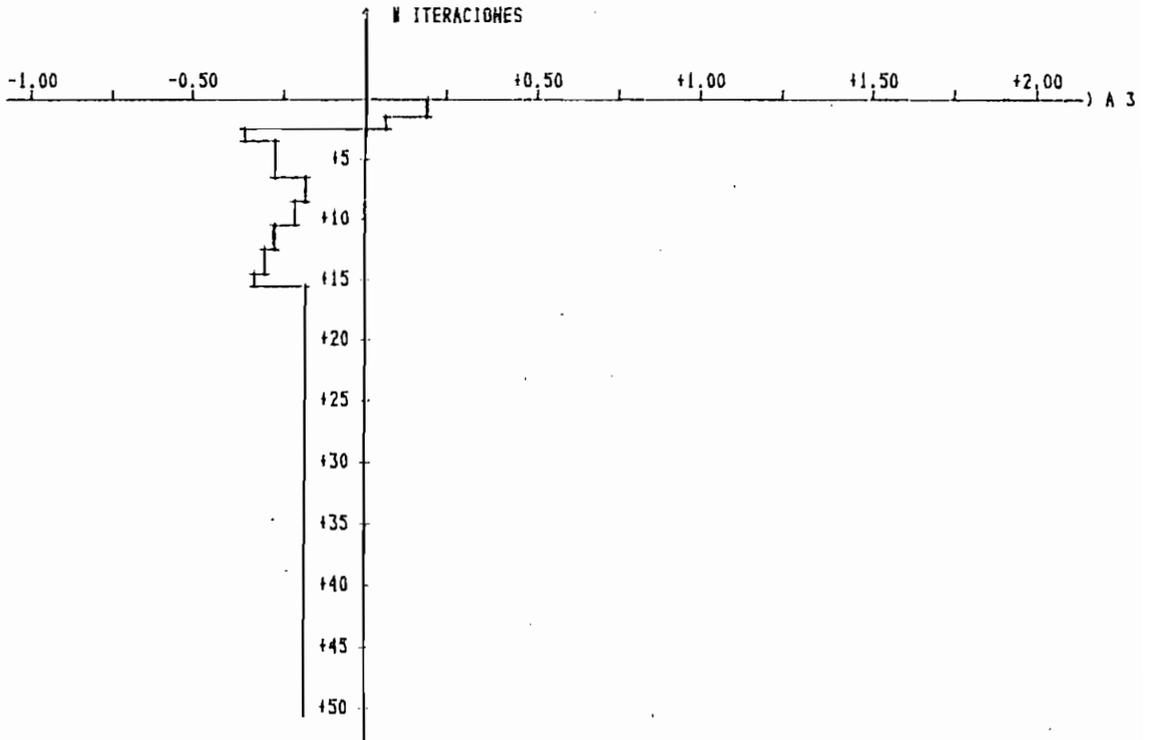


FIGURA 4.19. b:

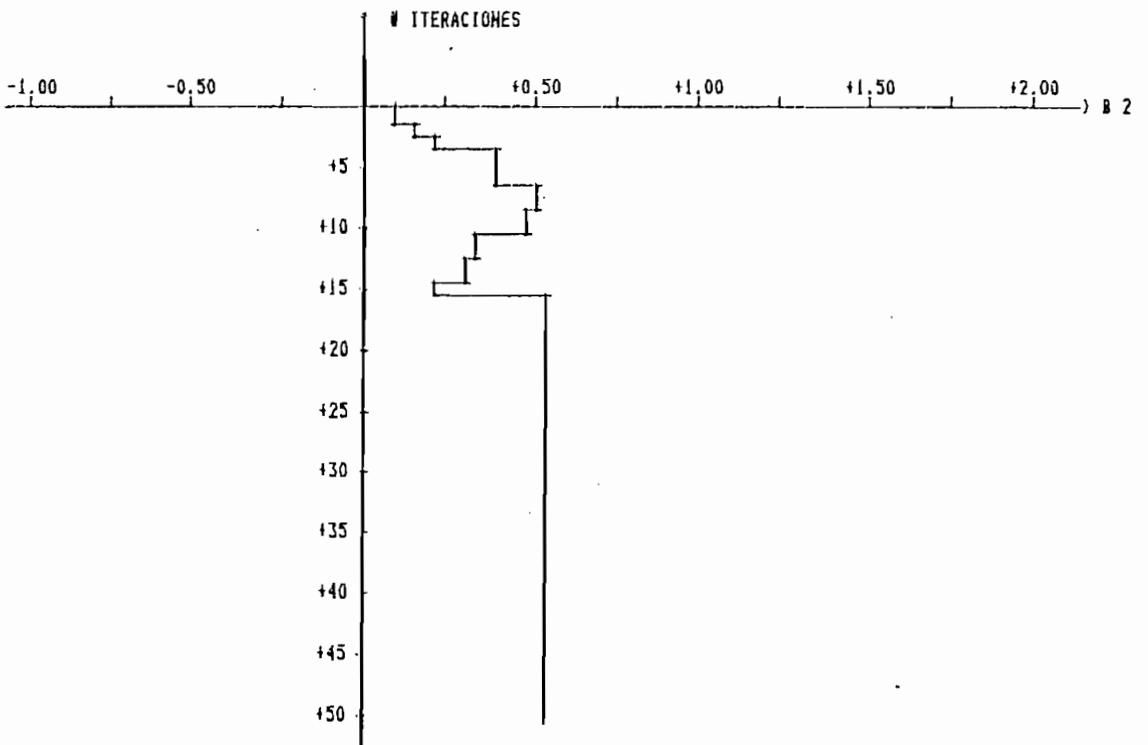
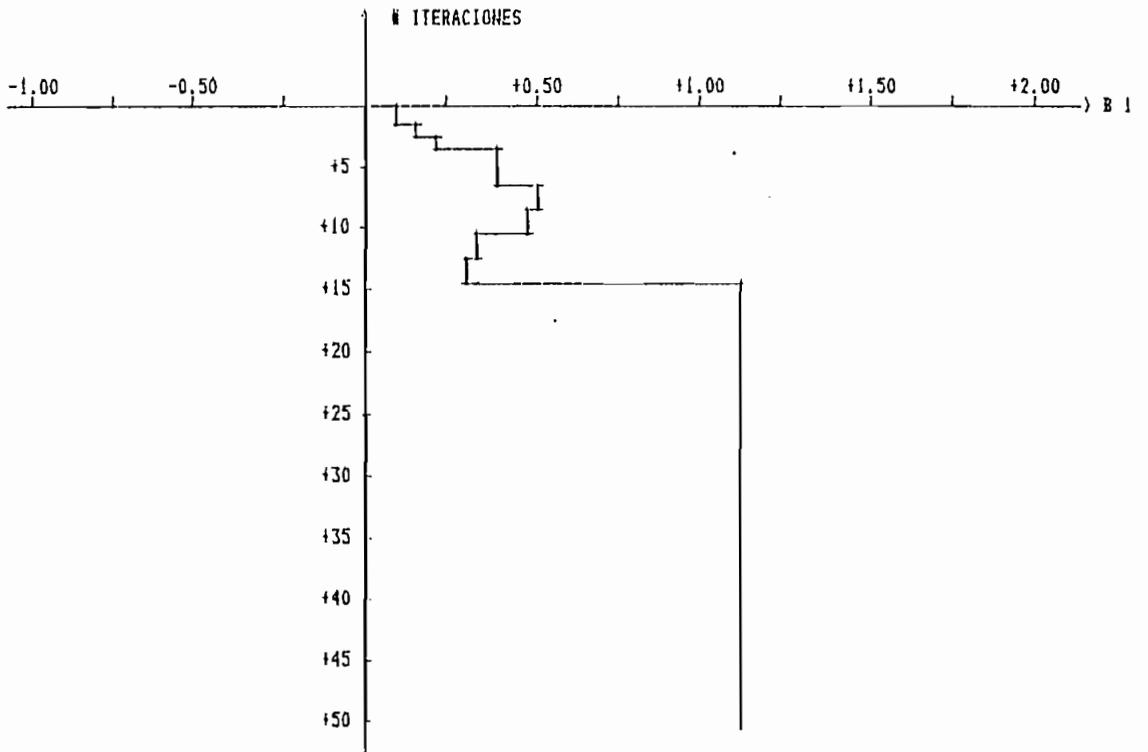


FIGURA 4.19.c:

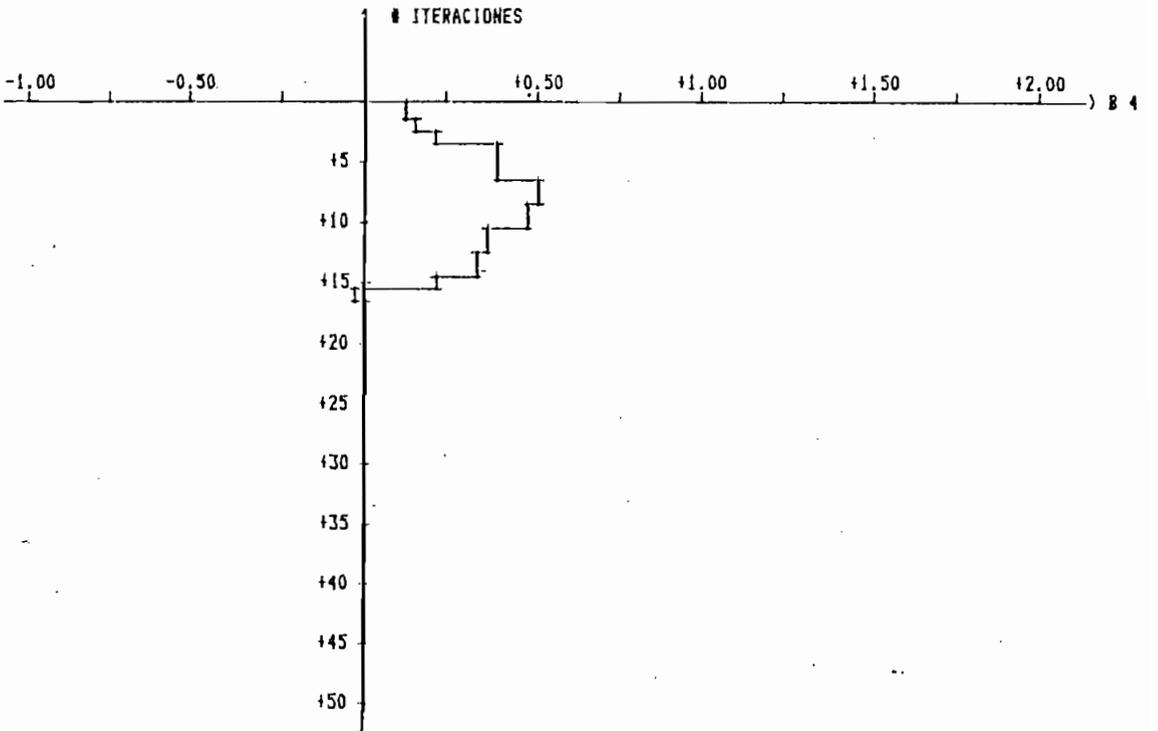
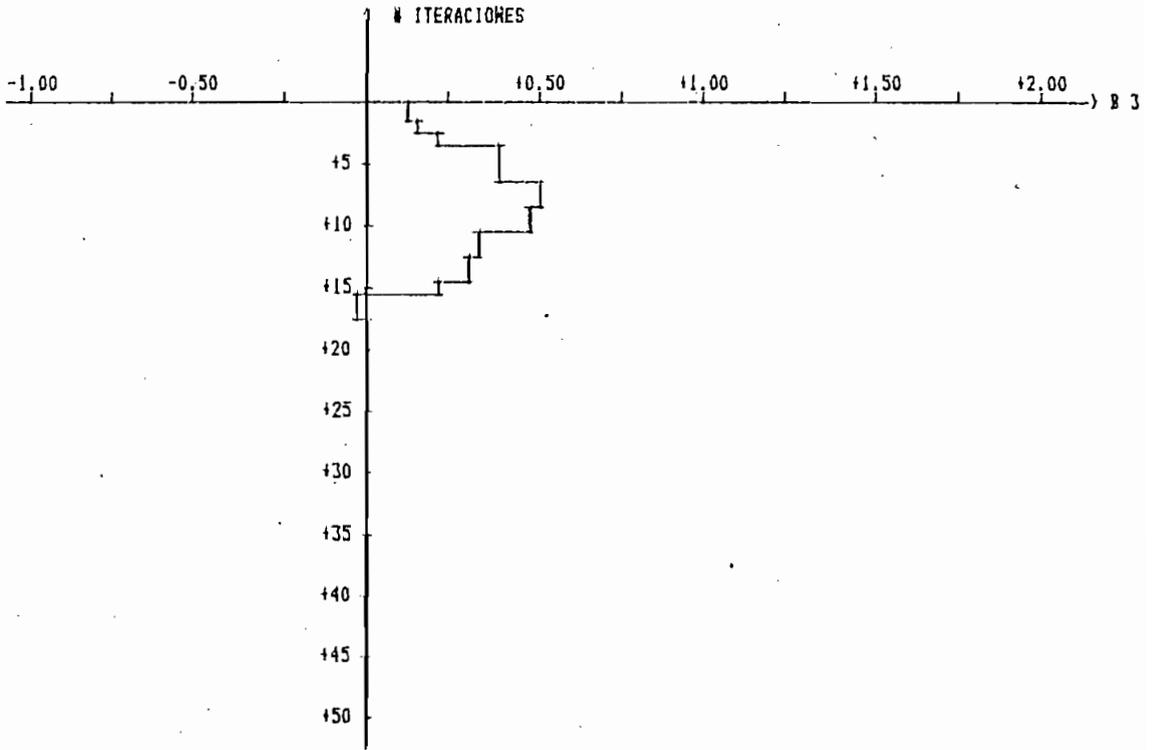
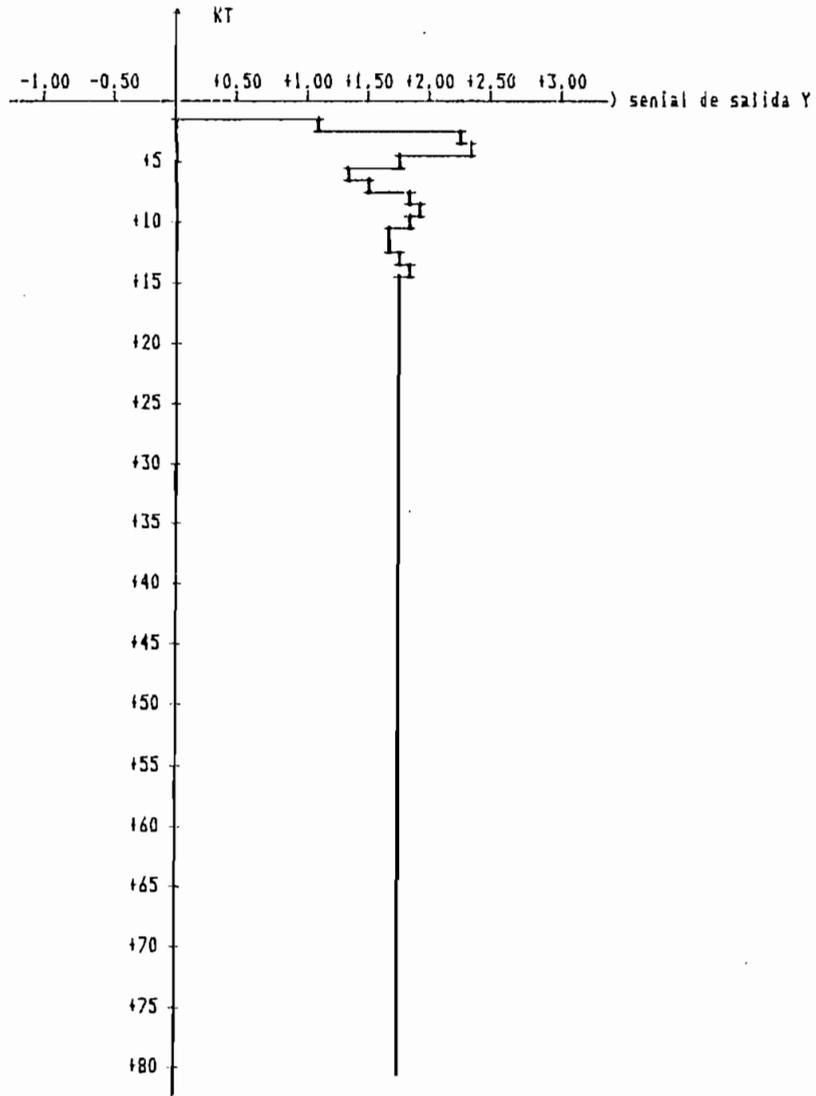


FIGURA 4.19 .d:

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_D$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_D(80) = 1.75$$

$$Y(80) = 1.75$$

FIGURA 4.20:

para generar los datos de entrada y salida utilizamos la señal de entrada variable exponencial con un periodo de muestreo  $T = 0.2$  seg.; las condiciones iniciales para  $\hat{\theta}$  estimado igual a cero,  $\alpha = 1000000$ , el factor de olvido  $a = 1$  y  $\gamma = 1$ ; y, ejecutamos el programa de mínimos cuadrados recursivos con contenido de ruido, variamos el porcentaje de contenido de ruido  $c$  y observaremos cuales son las consecuencias en la estimación del vector paramétrico al aumentar el porcentaje de contenido de ruido a la salida.

Los porcentajes de ruido considerados son: 5%, 20% y 45%. El número de iteraciones realizadas son 80.

De los resultados obtenemos la siguiente conclusión: que a mayor porcentaje de ruido, los datos de entrada y salida de la planta presentan mayor contenido de ruido y proveerán menos información sobre el modelo, por lo que la estimación no converge al vector paramétrico real, como observamos en los gráficos de la señal de salida en las figuras: 4.21, 4.22 y 4.23. Vemos que, a mayor porcentaje de contenido de ruido en los datos existe inestabilidad en la curvas de los parámetros estimado, que el parámetro estimado en la última iteración no contiene todas las características de la planta.

Ejemplo 4.9: De la ecuación de diferencia ya utilizada en ejemplo anterior:

## EJEMPLO 4.8:

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 1.70Y(K-1) + 0.85Y(K-2) = +0.40U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$\begin{aligned} U(t) &= 5 * [1 - \exp(-.2 * t)] && \text{PARA } 0 < t \leq 1 \\ &= 5 * \exp(-.2 * (t-1)) && \text{PARA } 1 < t \leq 2 \end{aligned}$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{bmatrix} A_0 1 & A_0 2 & B_0 1 & B_0 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} +1.700 & -0.850 & +0.400 & +0.000 \end{bmatrix}$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1 \\ \text{GANA} = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 1E+06 \\ \theta(0) = \begin{bmatrix} +0.00 & +0.00 & +0.00 & +0.00 \end{bmatrix}$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 5$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$\begin{bmatrix} A1 1 & A1 2 & B1 3 & B1 4 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} +1.6850 & -0.8369 & +0.3881 & +0.0176 \end{bmatrix}$$

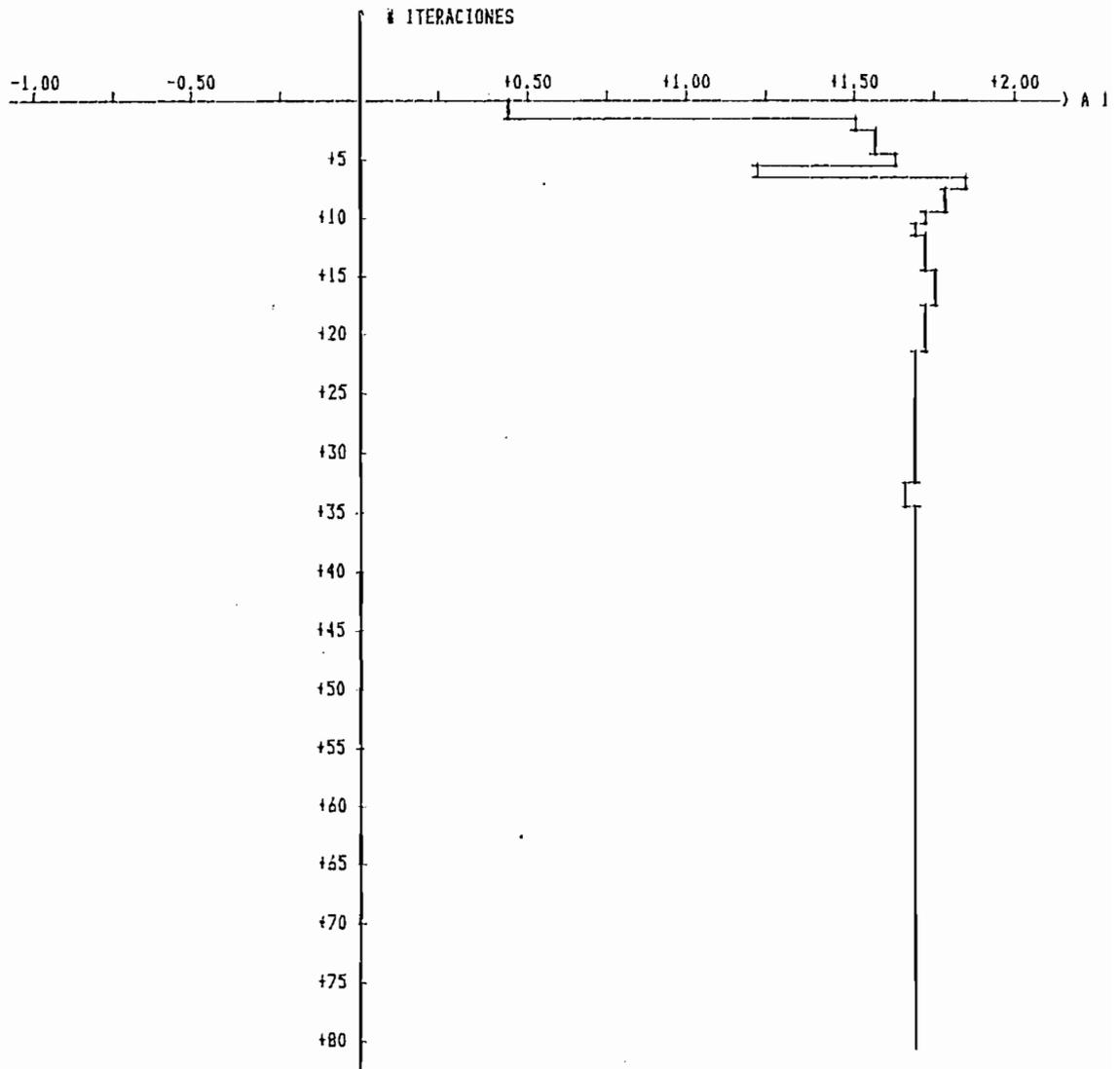
PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$ 

FIGURA 4.21 a:

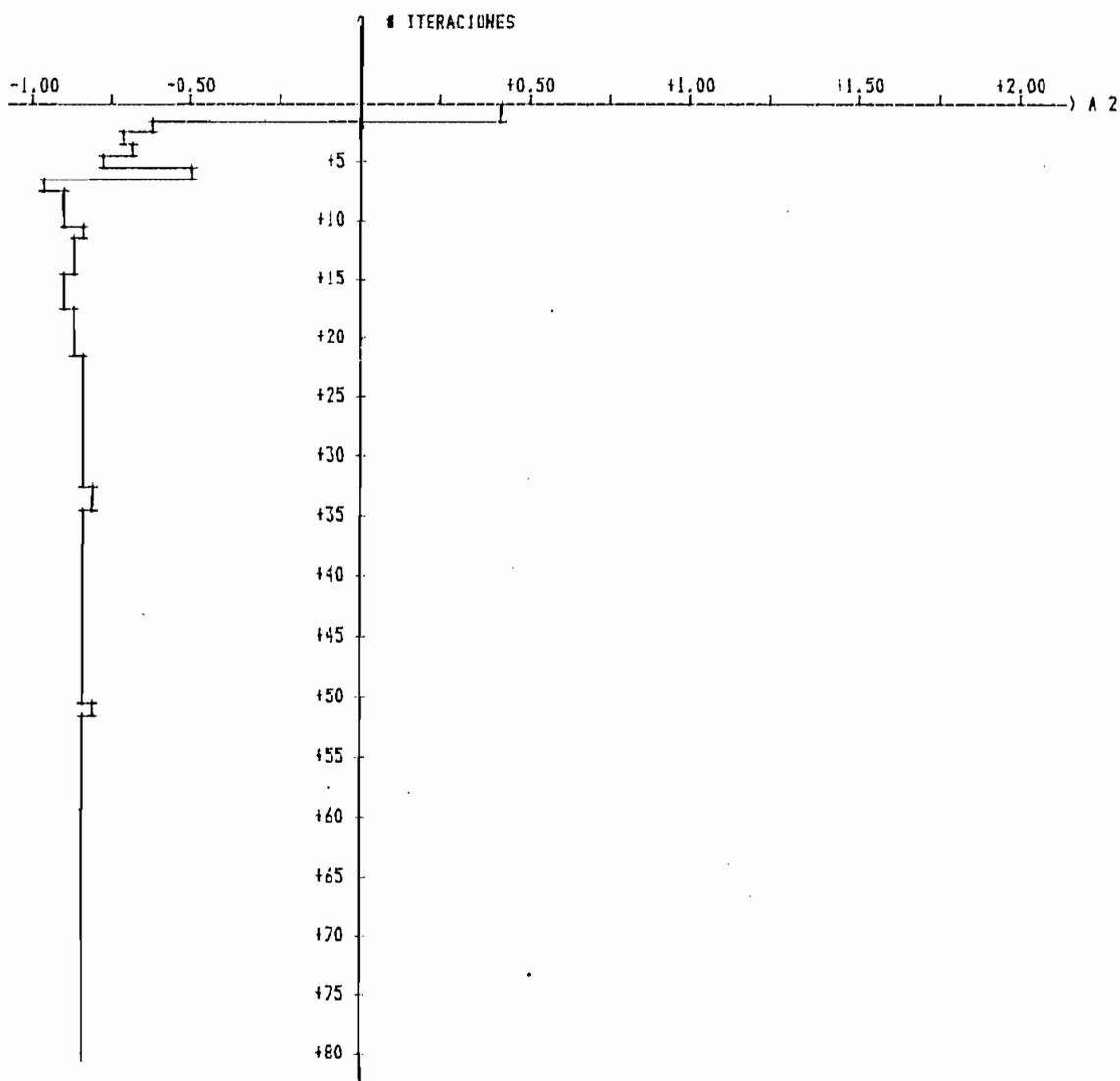


FIGURA 4.21 b:

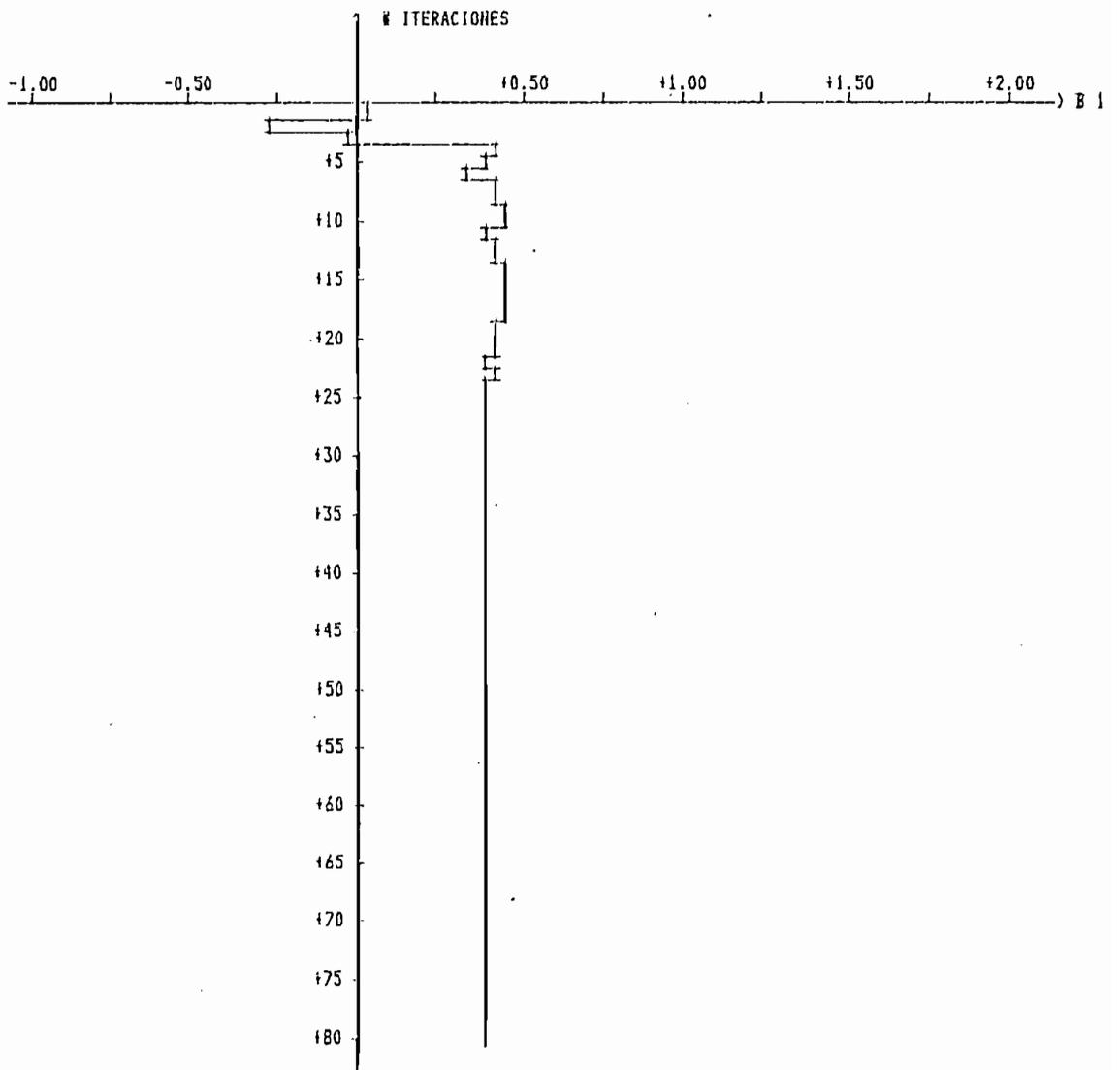


FIGURA 4.21c:

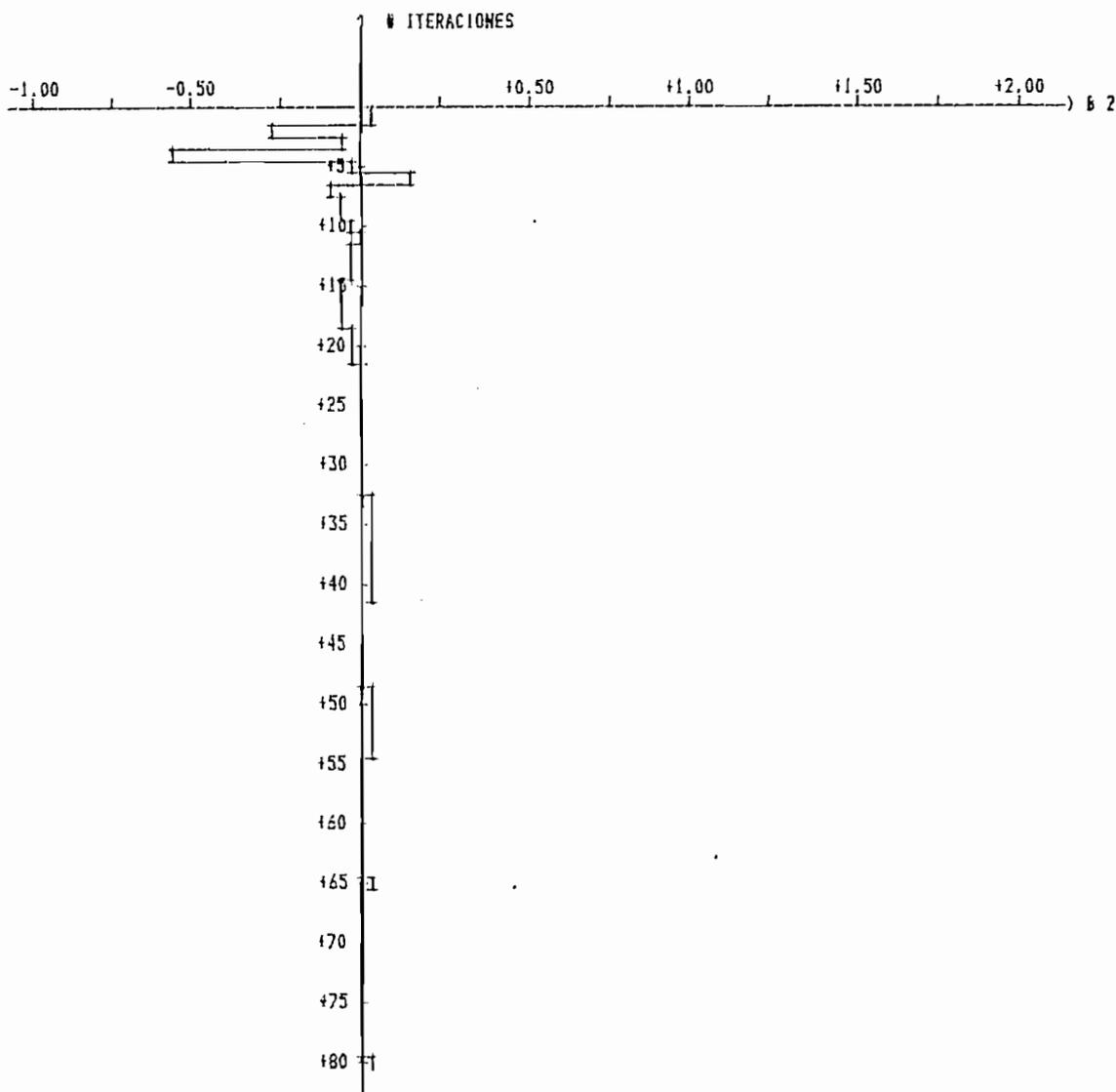
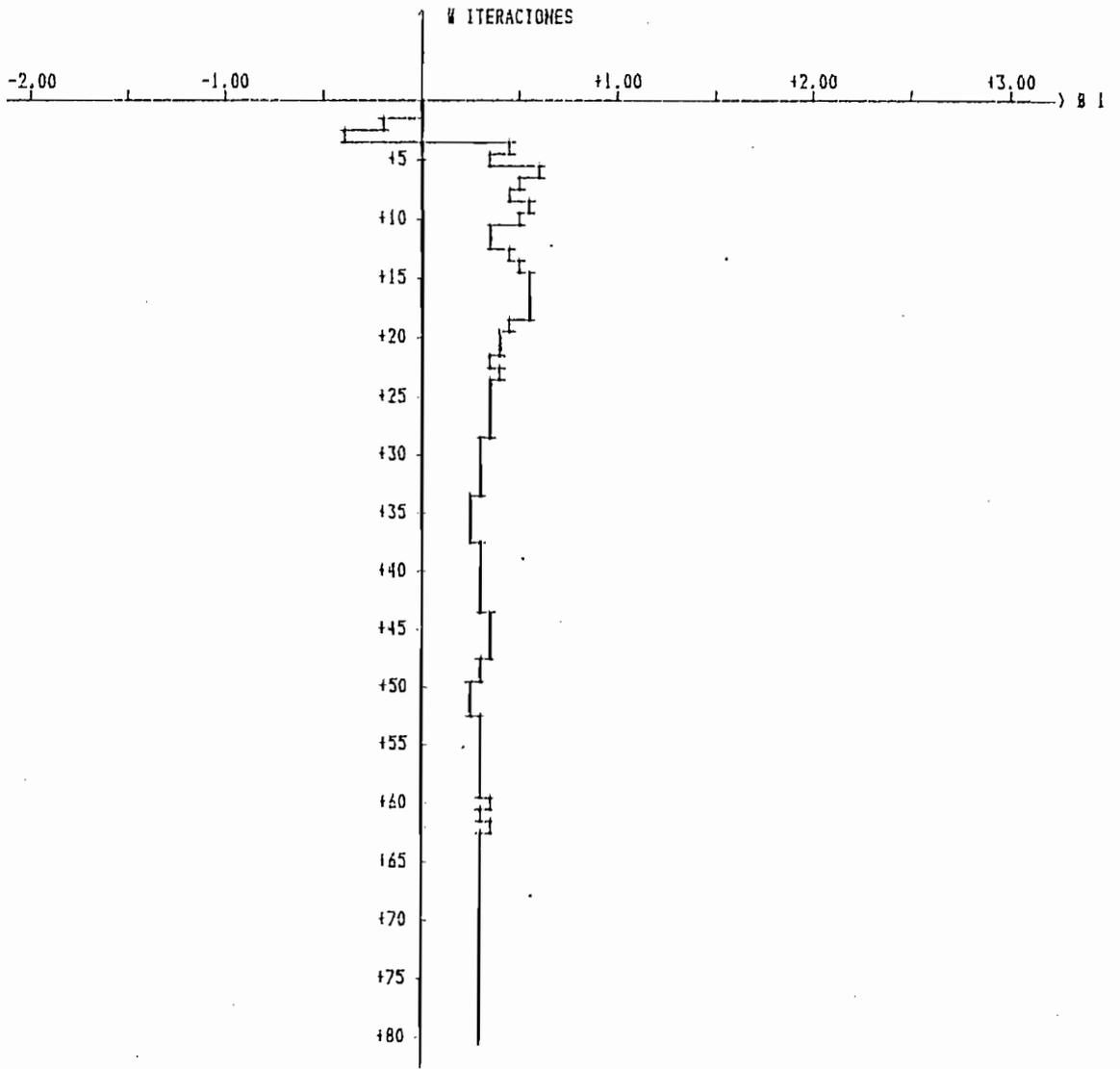


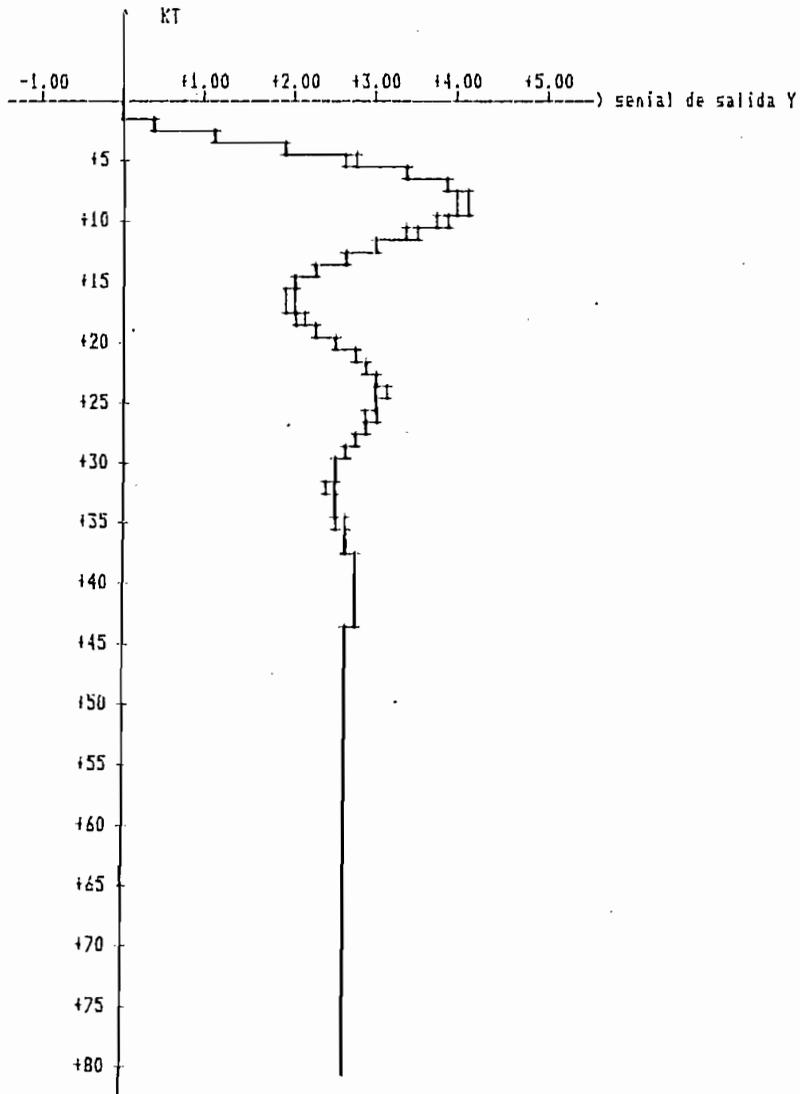
FIGURA 4.21d:



## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ----> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 2.66232$$

$$Y(80) = 2.66834$$

FIGURA 4.21e:

## EJEMPLO 4.8

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 1.70Y(K-1) + 0.85Y(K-2) = +0.40U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5 * [1 - \exp(-.2 * t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5 * \exp(-.2 * (t-1)) \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{bmatrix} A_0 1 & A_0 2 & B_0 1 & B_0 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +1.700 & -0.850 & +0.400 & +0.000 \end{bmatrix}$$

- FACTOR DE OLVIDO

$$A = 1$$

$$GAMA = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$ALFA = 1E+06$$

$$\theta(0) = \begin{bmatrix} +0.00 & +0.00 & +0.00 & +0.00 \end{bmatrix}$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 20$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$\begin{bmatrix} A1 1 & A1 2 & B1 3 & B1 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +1.5511 & -0.7156 & +0.2902 & +0.1519 \end{bmatrix}$$

## PARAMETRO ESTIMADO 6

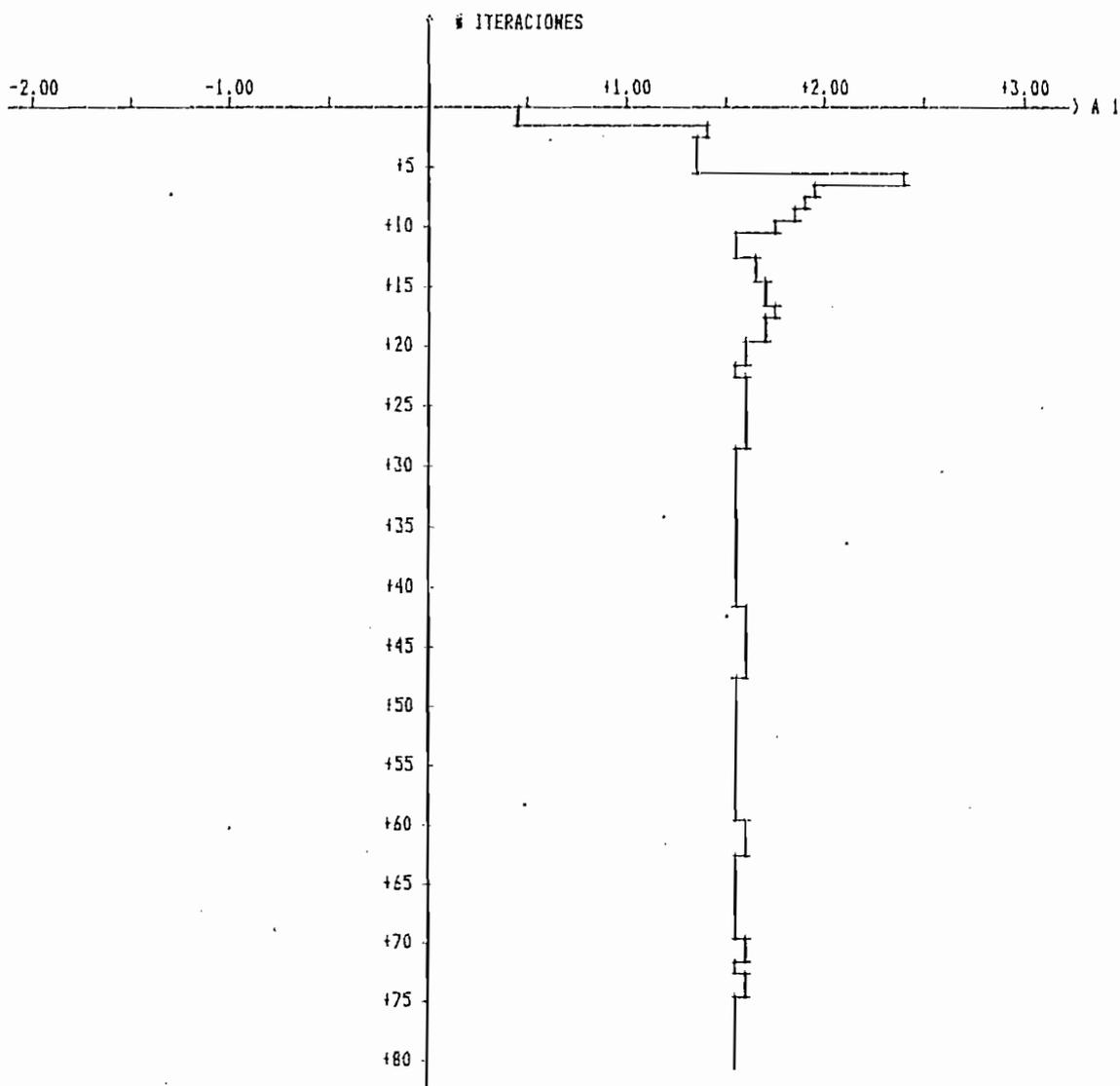


FIGURA 4.22a:

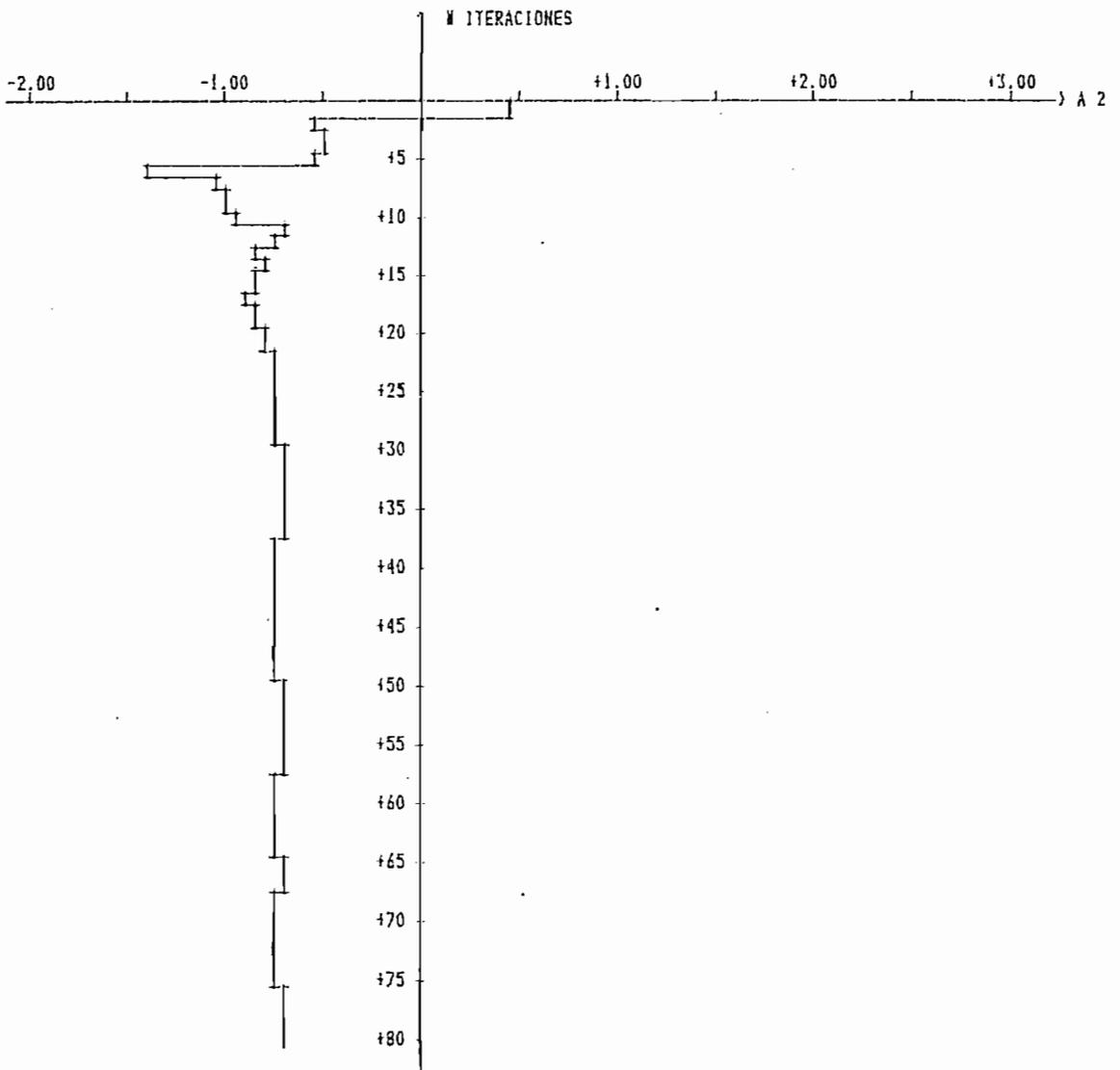


FIGURA 4.22b:

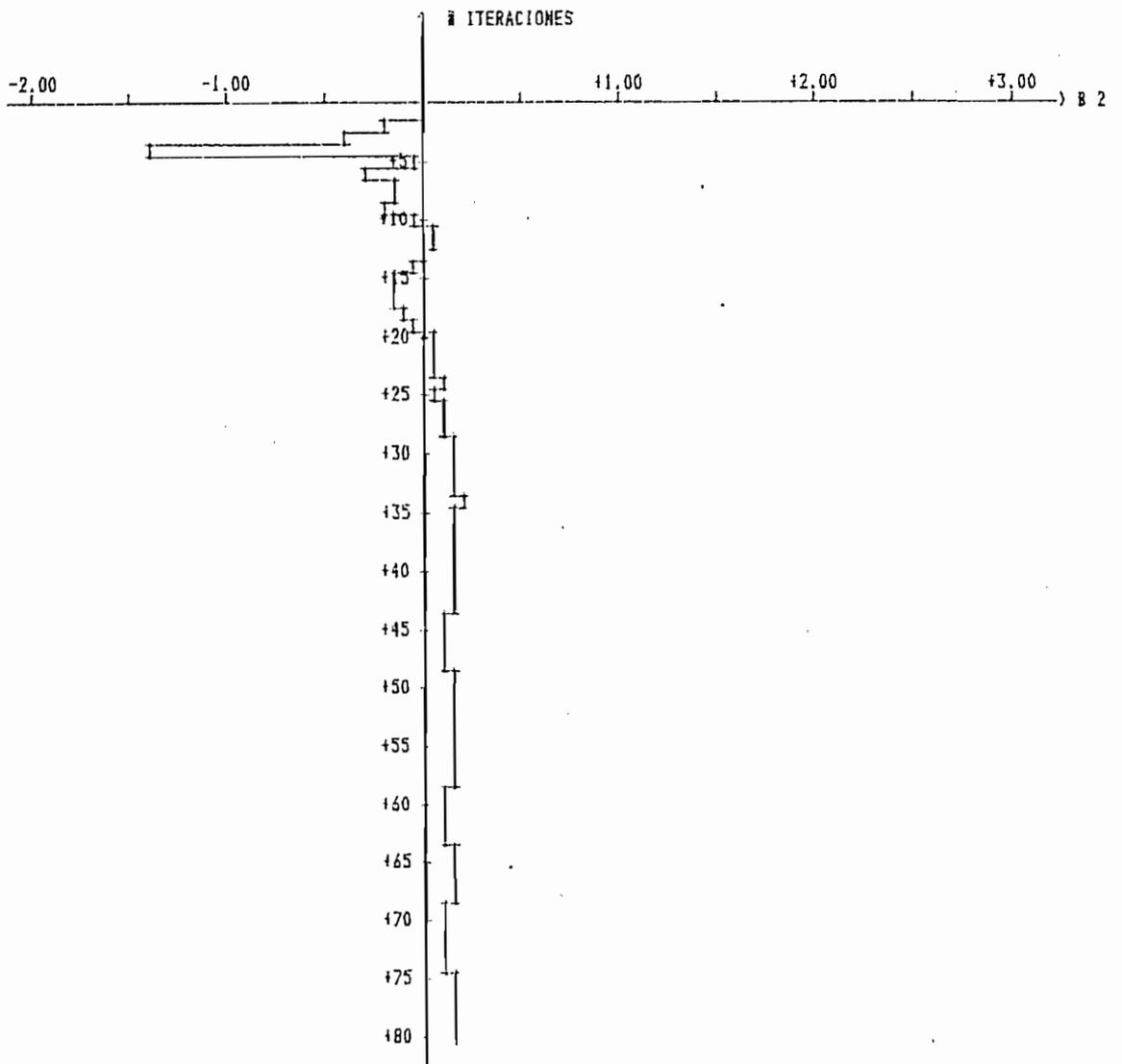
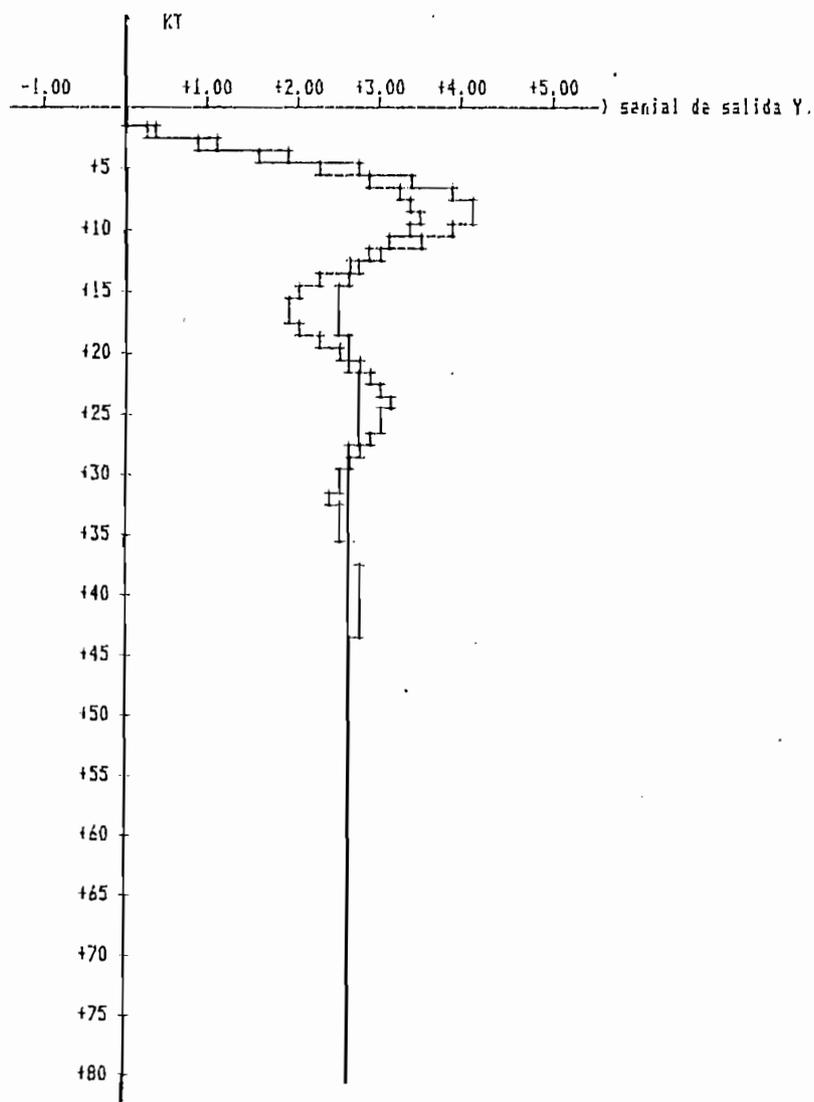


FIGURA 4.22d:

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 2.66232$$

$$Y(80) = 2.68771$$

FIGURA 4.22e:

## EJEMPLO 4.8

METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS  
CON RUIDO

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:

$$Y(K) - 1.700Y(K-1) + 0.850Y(K-2) = +0.400U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE DE LA FORMA:

$$U(t) = 5[1 - \text{EXP}(-.2*t)] \quad \text{para } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}(-.2*(t-1)) \quad \text{para } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo  $T = .2$

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$\begin{bmatrix} A_0 1 & A_0 2 & B_0 1 & B_0 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +1.700 & -0.850 & +0.400 & +0.000 \end{bmatrix}$$

- EL FACTOR DE OLVIDO:

$$A = 1$$

$$\text{GAMA} = 1$$

- CONDICIONES INICIALES

$$\text{ALFA} = 1\text{E}+06$$

$$\theta(0) = \begin{bmatrix} +0.00 & +0.00 & +0.00 & +0.00 \end{bmatrix}$$

- PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO  $c = 45$

ITERACION	PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO			
	[ A1 1	A1 2	B1 1	B1 2 ]
1	[ +0.4717	+0.4324	+0.0227	+0.0155]
2	[ +1.2670	-0.4239	-0.1040	-0.1125]
3	[ +1.2177	-0.3273	-0.6136	-0.5601]
4	[ +1.2001	-0.3208	+0.4404	-1.7570]
5	[ +0.0652	+0.4028	+0.1560	+0.0342]
6	[ -2.0456	+1.9385	-0.1689	+0.6484]
7	[ +1.9821	-1.0453	+0.4708	-0.1534]
8	[ +2.0583	-1.0991	+0.4791	-0.1735]
9	[ +1.9099	-1.0485	+0.6922	-0.2926]
10	[ +1.6748	-0.9589	+0.5567	+0.0285]
11	[ +1.2104	-0.3627	+0.1292	+0.3245]
12	[ +1.1160	-0.3154	+0.0635	+0.4441]
13	[ +1.3106	-0.5329	+0.2206	+0.2938]
14	[ +1.2738	-0.4974	+0.3942	+0.1663]
15	[ +1.2815	-0.4795	+0.3549	+0.0734]
16	[ +1.2728	-0.4743	+0.3526	+0.0922]
17	[ +1.3450	-0.5464	+0.4322	+0.0552]
18	[ +1.3631	-0.5624	+0.4486	+0.0397]
19	[ +1.3331	-0.5105	+0.2382	+0.2560]
20	[ +1.2743	-0.4708	+0.1948	+0.3266]
21	[ +1.2831	-0.4895	+0.2047	+0.3257]
22	[ +1.2220	-0.4167	+0.1529	+0.3748]
23	[ +1.2298	-0.4298	+0.1584	+0.3713]
24	[ +1.2202	-0.4224	+0.1206	+0.4061]
25	[ +1.2477	-0.4451	+0.1333	+0.3655]
26	[ +1.2465	-0.4451	+0.1354	+0.3724]

27	[ +1.2377	-0.4366	+0.1266	+0.3758]
28	[ +1.2430	-0.4411	+0.1316	+0.3738]
29	[ +1.2162	-0.4089	+0.0353	+0.4790]
30	[ +1.2206	-0.4120	+0.0380	+0.4744]
31	[ +1.2207	-0.4180	+0.0397	+0.4789]
32	[ +1.2298	-0.4294	+0.0464	+0.4732]
33	[ +1.2102	-0.4078	+0.0336	+0.4876]
34	[ +1.1994	-0.3986	+0.0031	+0.5160]
35	[ +1.2416	-0.4328	+0.0154	+0.4578]
36	[ +1.2333	-0.4266	+0.0139	+0.4708]
37	[ +1.2463	-0.4404	+0.0269	+0.4696]
38	[ +1.2852	-0.4758	+0.0558	+0.4503]
39	[ +1.2792	-0.4725	+0.0718	+0.4350]
40	[ +1.2870	-0.4764	+0.0758	+0.4255]
41	[ +1.2838	-0.4631	+0.0713	+0.4200]
42	[ +1.2852	-0.4760	+0.0741	+0.4278]
43	[ +1.3118	-0.5050	+0.0910	+0.4086]
44	[ +1.3015	-0.4939	+0.1402	+0.3717]
45	[ +1.3150	-0.5009	+0.1363	+0.3380]
46	[ +1.2988	-0.4892	+0.1336	+0.3661]
47	[ +1.3047	-0.4951	+0.1388	+0.3631]
48	[ +1.2860	-0.4787	+0.1240	+0.3742]
49	[ +1.2638	-0.4527	+0.0581	+0.4473]
50	[ +1.2362	-0.4337	+0.0425	+0.4762]
51	[ +1.2195	-0.4067	+0.0301	+0.4804]
52	[ +1.2173	-0.4083	+0.0290	+0.4852]
53	[ +1.2366	-0.4322	+0.0406	+0.4738]
54	[ +1.2315	-0.4263	+0.0628	+0.4568]
55	[ +1.2391	-0.4320	+0.0644	+0.4447]

56	[ +1.2386	-0.4303	+0.0603	+0.4386]
57	[ +1.2399	-0.4319	+0.0629	+0.4407]
58	[ +1.2620	-0.4520	+0.0821	+0.4318]
59	[ +1.2516	-0.4455	+0.1083	+0.4058]
60	[ +1.2652	-0.4486	+0.1149	+0.3859]
61	[ +1.2584	-0.4466	+0.1114	+0.3954]
62	[ +1.2659	-0.4562	+0.1166	+0.3908]
63	[ +1.2609	-0.4508	+0.1135	+0.3946]
64	[ +1.2499	-0.4419	+0.0698	+0.4342]
65	[ +1.2398	-0.4334	+0.0654	+0.4464]
66	[ +1.2363	-0.4289	+0.0603	+0.4447]
67	[ +1.2388	-0.4316	+0.0634	+0.4451]
68	[ +1.2616	-0.4521	+0.0825	+0.4344]
69	[ +1.2489	-0.4439	+0.1078	+0.4103]
70	[ +1.2552	-0.4437	+0.1105	+0.3997]
71	[ +1.2551	-0.4438	+0.1105	+0.3999]
72	[ +1.2504	-0.4369	+0.1071	+0.4021]
73	[ +1.2556	-0.4457	+0.1102	+0.4005]
74	[ +1.2568	-0.4481	+0.0895	+0.4177]
75	[ +1.2290	-0.4243	+0.0760	+0.4508]
76	[ +1.2218	-0.4167	+0.0687	+0.4530]
77	[ +1.2229	-0.4177	+0.0698	+0.4528]
78	[ +1.2251	-0.4196	+0.0717	+0.4518]
79	[ +1.2214	-0.4148	+0.0556	+0.4696]
80	[ +1.2153	-0.4108	+0.0521	+0.4763]

PARAMETRO ESTIMADO  $\theta$

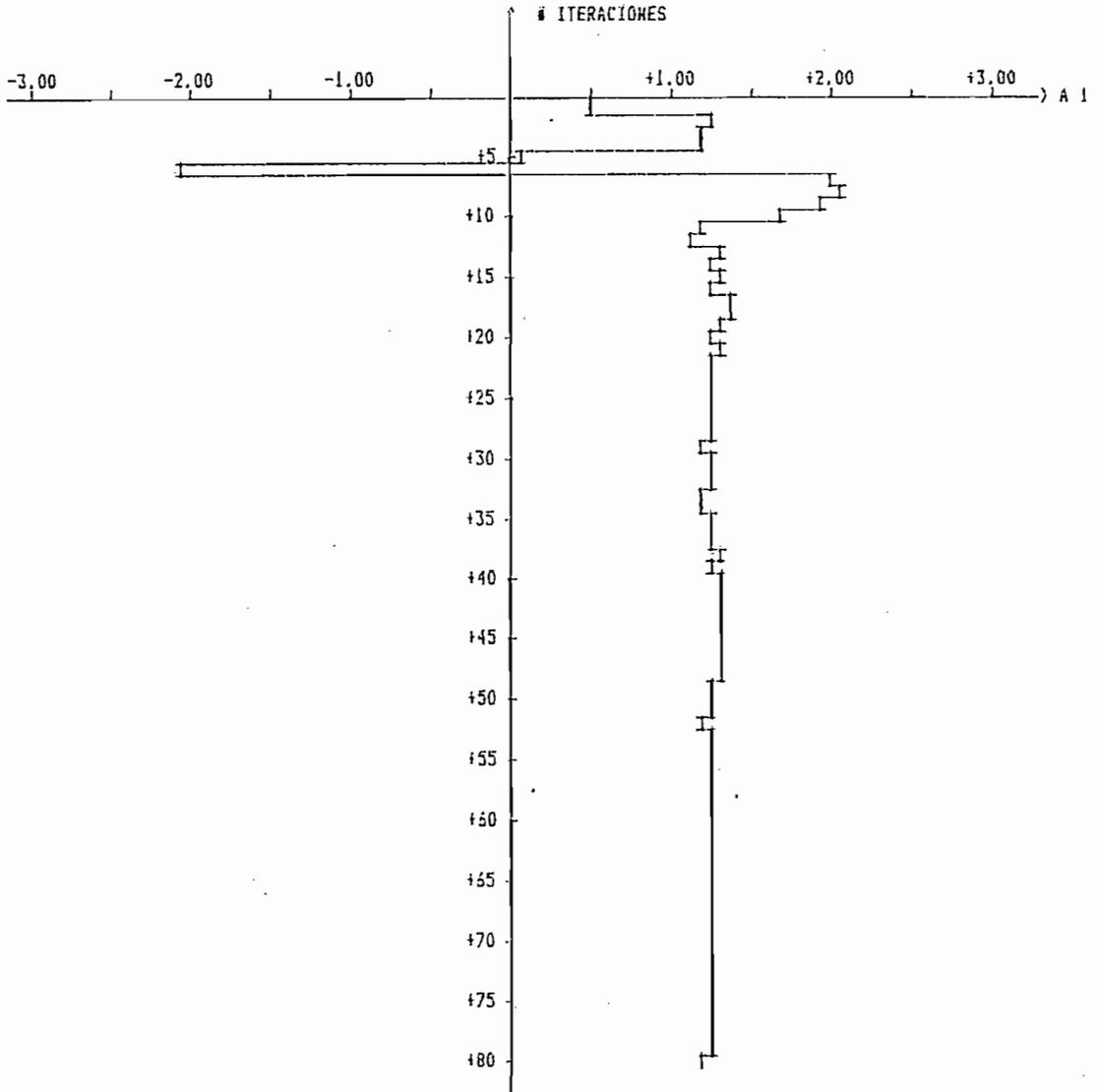


FIGURA 4.23a:

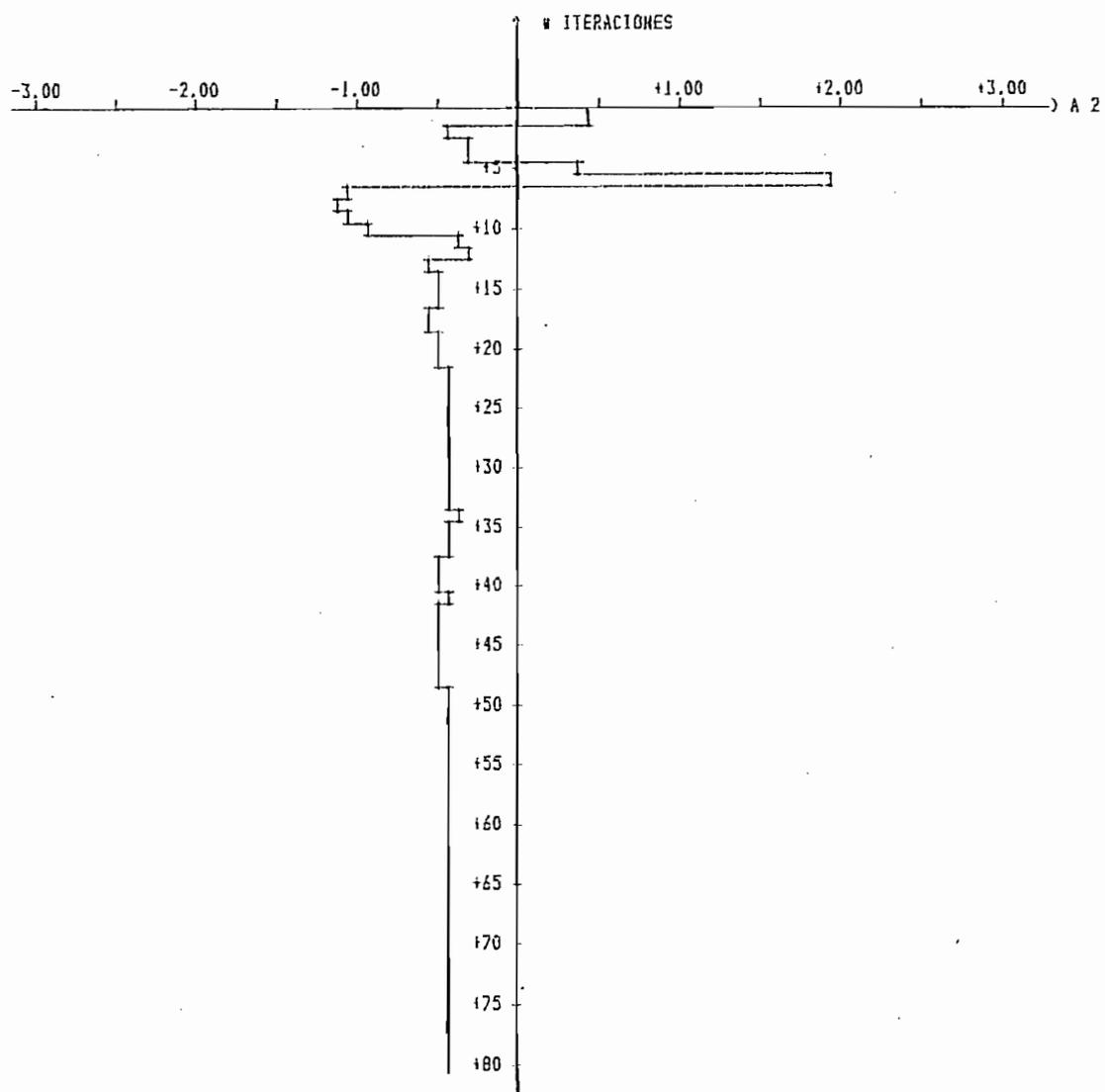


FIGURA 4.23b:

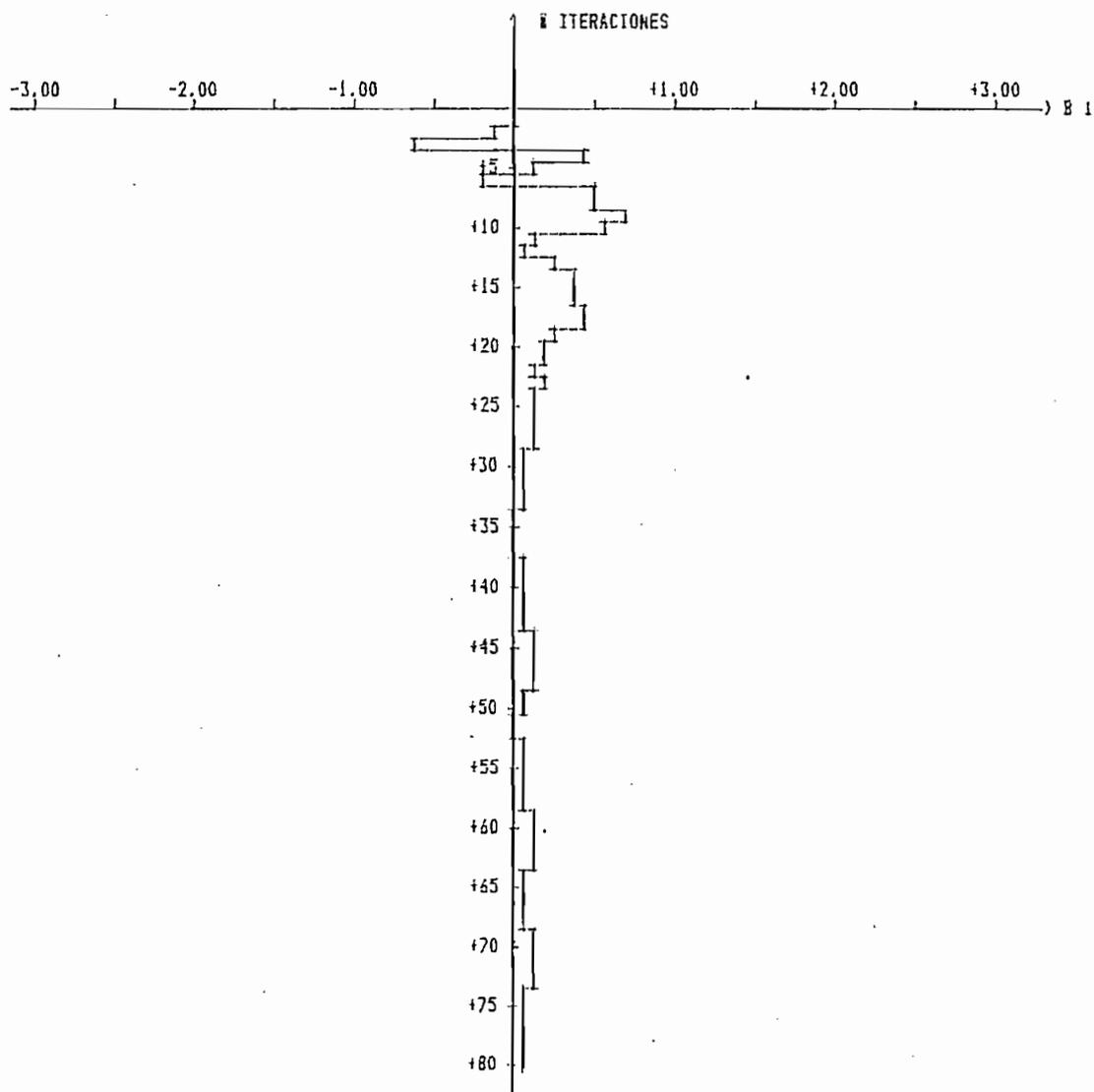


FIGURA 4.23c:

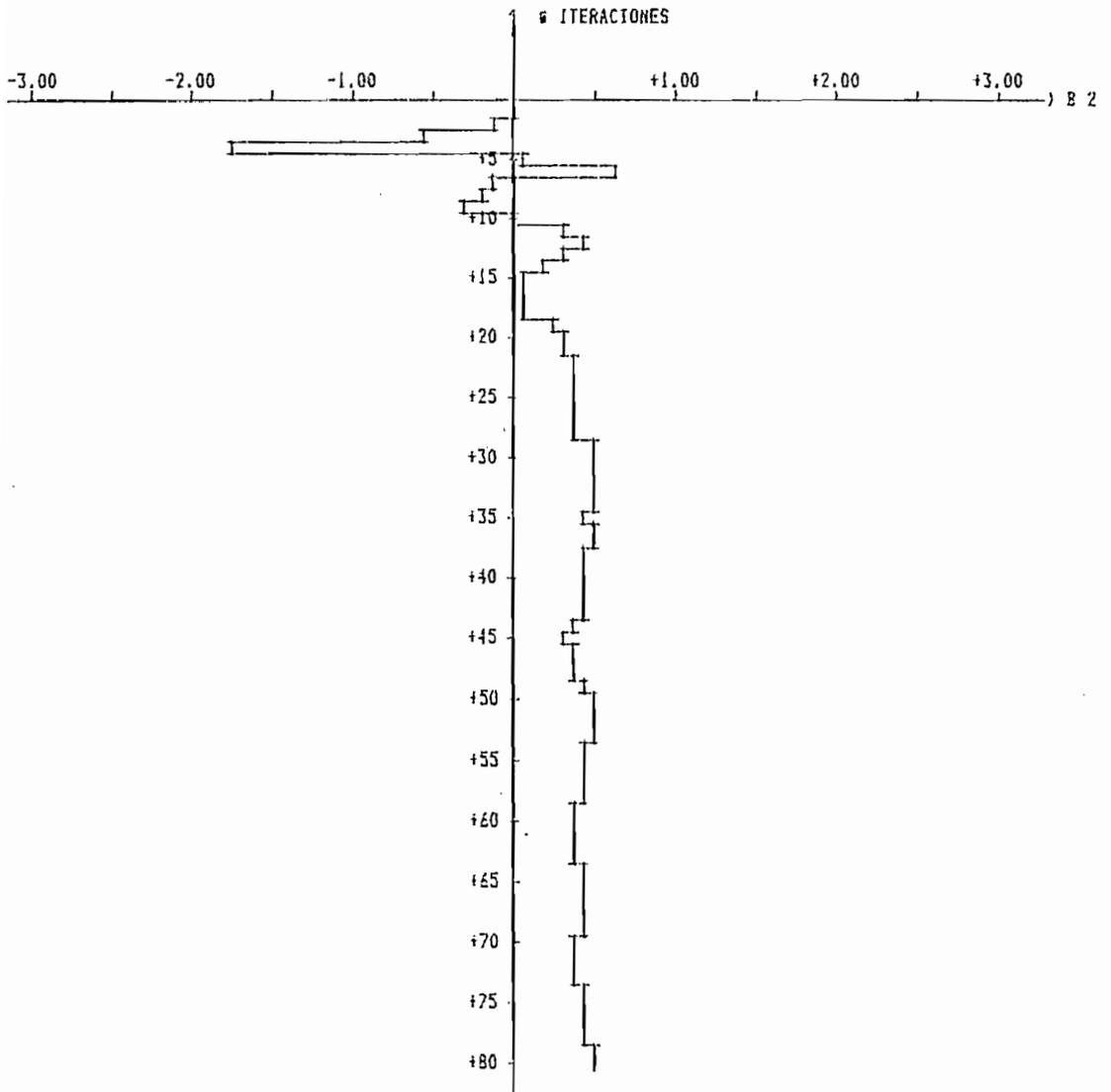
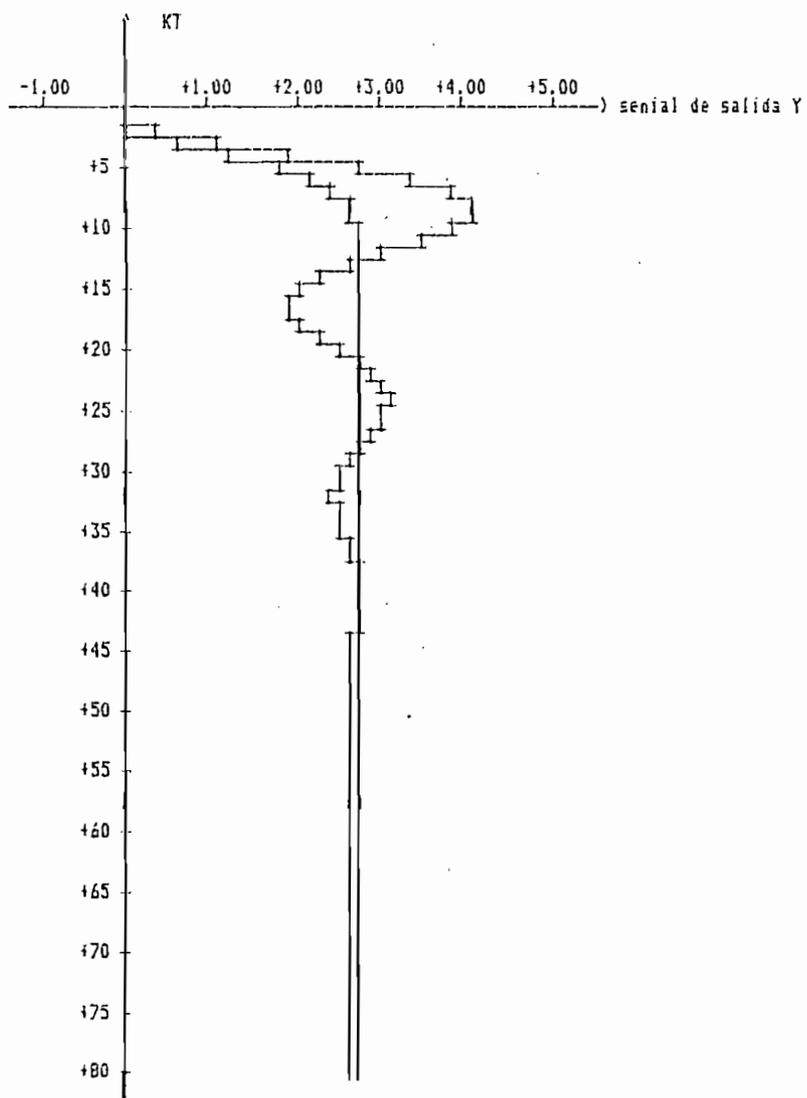


FIGURA 4.23d:

## SEÑALES DE SALIDA:

$Y_0$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO REAL

$Y$  ---> SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO



$$Y_0(80) = 2.66232$$

$$Y(80) = 2.70257$$

FIGURA 4.23e:

$$Y(k) - 0.27Y(k-1) = 2.8U(k-1)$$

utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios, vamos a ha realizar la estimación paramétrica del modelo, para esto utilizamos una señal de excitación persistente que varia exponencialmente y con  $T = 0.2$  seg tomamos los datos, orden del modelo estimado suponemos 1, vamos a realizar una primera estimación con dos muestras y una segunda estimación con 4 muestras.

Los resultados obtenidos de la ejecución se indican a continuación, vemos que existe mejor precisión cuando tenemos 4 muestras para estimación. Por lo que concluimos que mientras mayor es el número de muestras tomadas para la estimación mejor el la precisión en la estimación.

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA .

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.270Y(K-1) = +2.800U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \text{EXP}(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\text{EXP}[-.2*(t - 1)] \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2695 \quad +2.7813 ]$$

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 2

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
 ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL

T E S I S

IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA

AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA

DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO

FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988

METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

- LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:

$$Y(K) - 0.270Y(K-1) = +2.800U(K-1)$$

- LA SENIAL DE EXITACION VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA:

$$U(t) = 5*[1 - \exp(-.2*t)] \quad \text{PARA } 0 < t \leq 1$$

$$= 5*\exp[-.2(t - 1)] \quad \text{PARA } 1 < t \leq 2$$

Periodo de muestreo T = .2

- PARAMETRO REAL DE LA PLANTA

$$[ A_0 \quad B_0 ]$$

$$[ +0.270 \quad +2.800 ]$$

- PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO

$$[ A_1 \quad B_1 ]$$

$$[ +0.2700 \quad +2.8000 ]$$

- NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: 4

## 4.2 CONCLUSIONES

En base al análisis realizado en los capítulos I, II y III de la presente tesis, y conjuntamente con los resultados de los ejemplos ejecutados con los programas desarrollados, demostramos algunas características de los mínimos cuadrados; y sacamos las siguientes conclusiones:

- El método identificación utilizando la curva de respuesta de frecuencia, no es exacto y se complica mientras mayor es el orden del modelo, además de que tiene menos precisión que los métodos de mínimos cuadrados.
- La ventaja del análisis de la respuesta de un sistema en el dominio del tiempo, esta en que permite dar una visión rápida del tipo de respuesta del sistema, es decir si es de primero, o segundo, o existe un fuerte retardo de transporte. Es aconsejable en casos de que es permisible señales de prueba transitorias y en procesos.
- Para que la obtención de los parámetros del modelo de el sistema sean lo más aproximados a los de la planta es necesario que la respuesta dinámica  $c(t)$ , no sea contaminada por el ruido, por lo que puede ser filtrada utilizando un analizador de respuesta transitoria.
- Para realizar la identificación de los parámetros de un modelo podemos aprovechar de la disponibilidad de los computadores

digitales. Debido a que en la realidad existen sistemas continuos, se tiene que discretizar los modelos con el fin de implementar en un computador digital los algoritmos computacionales para la identificación, para la aplicación se ha trabajado con simulación.

- Estos métodos son aplicables cuando los datos del modelo no contienen ruido, ya que como observamos a mayor porcentaje de ruido más inestable es la estimación.
- Los mínimos cuadrados ordinarios requiere de gran capacidad de almacenamiento de datos, debido a que el cálculo lo realiza en base de un conjunto de datos de longitud  $N$ , la utilización de las matrices  $Y, X$ , y la solución de las ecuaciones normales.
- Los mínimos cuadrados recursivos realizan el cálculo en base a un algoritmo computacional que permite la estimación paramétrica en cada instante de muestreo de los datos o en forma secuencial. Por lo que requiere menor capacidad de almacenamiento de datos.
- Una característica muy importante para aplicar los métodos de mínimos cuadrados es que la señal sea de excitación persistente.
- Las técnicas de mínimos cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados recursivos tienen bastante eficacia para la estimación de parámetros de un modelo determinístico.

- La técnica de mínimos cuadrados ordinarios no permite analizar lo que sucede con el vector paramétrico en cada instante debido a que esta técnica realiza la estimación a base de un conjunto  $N$  de datos medidos. En cambio, la técnica de mínimos cuadrados recursivos debido a su cálculo iterativo puede realizar un análisis de los parámetros en cada instante de muestreo, y así en base a este parámetro estimado dentro de un mismo período de muestreo obtener una señal de control en tiempo real.
  
- La propiedad de la consistencia se cumple para los métodos de mínimos cuadrados ordinarios y recursivos, como observamos en los ejemplos realizados; mientras mayor es el número de muestras la estimación mas converge al vector paramétrico real de la planta.
  
- Estos métodos son aplicables en modelos lineales, estables.
  
- Las condiciones iniciales que demos al vector  $\hat{\theta}$  y a la matriz  $P$  en el método de mínimos cuadrados recursivos, dependerá la la velocidad de convergencia de la estimación. De las pruebas realizadas; se considera los valores apropiados para:  $\hat{\theta}$  igual a cero y la matriz  $P = \alpha I$ , al valor de  $\alpha = 100.000$ ; pues como observó valores inferiores de  $\alpha$  hace que la convergencia sea muy lenta.
  
- Para el caso de modelos determinísticos el valor que se de al factor de olvido no altera la convergencia ni la estabilidad en la estimación. Cuando los datos del modelo contienen ruido del

valor del factor de olvido depende la estabilidad en la convergencia, es aconsejable variar  $\alpha$ , ya que al variar  $\gamma$  ( $\gamma \neq 1$ ) la estimación es inestable.

- Al introducir una señal aleatoria en los datos (semejante a ruido) observamos que a medida que aumentabamos el porcentaje de ruido el error en la estimación es mayor y el vector paramétrico estimado se aleja cada vez mas del vector paramétrico verdadero.
- Es una estimación ON-LINE.

En general, hemos cumplido con el propósito de la tesis, que es realizar un estudio introductorio de las técnicas de identificación y un análisis de los métodos de mínimos cuadrados. Y a base de este análisis desarrollar programas que serán utilizados para ejecutar ejemplos con los cuales se ha probado la eficacia de los métodos, sus características y limitaciones.

#### 4.3 RECOMENDACIONES.

Es recomendable realizar un estudio de los métodos estocásticos y para realizar análisis de los sistemas con contenido de ruido, perturbaciones ya que estos son los que encontramos en la realidad.

Se debe realizar un estudio de otros métodos para la estimación de parámetros y compararlos con los métodos ya

existentes. Con el fin de tener una biblioteca con la cual podamos contar para el caso de que se desee realizar investigaciones aplicando estos métodos.

A P E N D I C E S

## APENDICE A.

### MANUAL DE USO DE LOS PROGRAMAS

En este apéndice se menciona algunas características importantes del equipo de computación utilizado en la ejecución de los programas, el procedimiento que debe seguirse para la utilización de los programas, y algunos aspectos importantes necesarios para la ejecución de los programas.

El equipo utilizado es: un computador marca DUCOM con capacidad de memoria RAM de 64 Kbytes trabaja con el sistema operativo CP/M 56. Los periféricos son: un monitor monocromático cuya resolución es 80 columnas por 25 filas, dos disk drive conocidos como drive A y drive B trabaja con diskettes flexibles de un solo lado doble densidad 126 Kbytes de 5 1/4 pulgadas; una impresora marca Super S-CP80 cuyo sistema de impresión es matriz de puntos en papel de 9 1/2 pulgadas de ancho.

Para ejecutar los programas realizados en esta tesis se necesitan dos diskettes. El diskette #1 que colocamos en el drive A, y en el que están almacenados: el MBASIC, el programa maestro, y además se almacena los archivos de datos, resultados y el que sirve como bandera. El diskette # 2 colocamos en el drive B, en este disco están almacenados los demás programas utilizados para la ejecución del programa de mínimos cuadrados, como son: mínimos cuadrados ordinarios, mínimos cuadrados recursivos, generación de

datos, resultados y gráficos.

El programa completo se segmenta en 3 programas principales y 7 subprogramas. Los programas principales son: programa maestro "MAESTRO.PRO", programa principal de mínimos cuadrados ordinarios "MINIMO.CUA", programa principal de mínimos cuadrados recursivos "MINIMO1.MCR"; y, los subprogramas son: subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados ordinarios "CALCULO.CUA" subprograma de resultados para mínimos cuadrados ordinarios "RESULT1.CUA", subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos "CALCULO2.MCR", subprograma de resultados para mínimos cuadrados recursivos "RESULT2.MCR", subprograma de gráficos para mínimos cuadrados recursivos "GRAFICO.MCR", y subprograma de gráficos de la señal de salida "GRAY\$.MC".

El programa maestro contiene un segmento de presentación de la tesis que se ejecuta una sola vez al iniciar el programa, el menú principal de apertura y un segmento que permite llamar a cargar en memoria y ejecutar cualquiera de las opciones presentadas en el menú principal. Los segmentos correspondientes a los otros programas principales; mínimos cuadrados ordinarios y recursivos se indican en el menú principal de apertura y por medio de estos podemos llamar y ejecutar los diferentes subprogramas.

Adicionalmente existen archivos que sirven para almacenar datos, resultados o como bandera para poder utilizar ciertos

archivos.

Para llamar a ejecutar a los programas y subprogramas se realiza de forma automática, como se indica en el numeral 3.1 del capítulo III.

Los pasos que se deben seguir para la utilización correcta de los programas es:

1. Encender la impresora, el botón de encendido se localiza en la parte lateral derecha y la impresora debe ser habilitada colocando el interruptor ON-LINE/OFF-LINE ubicado en la parte superior derecha en ON-LINE.
2. Encender el monitor girando el botón de encendido hacia la derecha, se encuentra en la parte en la parte frontal derecha del monitor, es el primero de contando hacia arriba.
3. Insertar el diskette #1 en el drive A y el diskette #2 en el drive B, deben ser introducidos correctamente con el membrete hacia arriba, luego cerrar los drives girando los seguros hacia abajo.
4. Una vez colocados correctamente los diskettes encendamos el CPU presionando el botón de encendido que se encuentra en la cara delantera del CPU, a la izquierda. Al encender el CPU aparece en pantalla indicaciones sobre el sistema operativo que utiliza y "A>", esto significa que está cargado en memoria

RAM el sistema operativo CP/M 56.

5. Si el paso anterior está correcto procedemos a cargar el language MBASIC y el programa principal "MAESTRO.PRO" con el siguiente comando:

```
MBASIC MAESTRO.PRO/F:15
```

6. Una vez realizado el paso anterior, se tendrá después de unos segundos en pantalla el membrete de la tesis, presionando cualquier tecla se presenta en pantalla el menú principal de apertura.

"MENU DE APERTURA"

:::: :: ::::: .

```
TECLA #1 ----- MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
TECLA #2 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS SIN RUIDO
TECLA #3 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS CON RUIDO
TECLA #4 ----- FIN
----- CUAL OPCION ?
```

al ejecutar cualquiera de las 3 opciones primeras, se aparecen otros menús, con los cuales podemos ejecutar los diferentes subprogramas.

7. Procedemos con la identificación escogiendo la opción que se necesite ejecutar.

8. Si por alguna razón se necesita interrumpir el programa aplastamos las teclas CTRL C y para reiniciar el programa ponemos RUN "MAESTRO.PROD" y reiniciamos toda la sesión. No es aconsejable presionar estas teclas cuando estamos ejecutando los programas de identificación y aun peor cuando se esta imprimiendo ya que la impresora quedará en muchos casos programada para un modo funcionamiento. Si esta o cualquier otra situación sucediera se puede apagar la impresora y el CPU y reiniciar todo el proceso.

Para un correcto desarrollo de los programas se recomienda revisar la secuencia que se debe seguir para ejecutar los diferentes programas y que se explica en el numeral 3.1 del capítulo III.

Para la finalización del trabajo se debe regresar al menú de apertura y presionar la opción correspondiente para el el Fin de sesión (opción 4), la cual permite regresar al sistema operativo CP/M 56. Posteriormente se puede apagar el equipo y para ello debemos retirar primero los diskettes y luego desconectar la impresora, el monitor y luego el CPU.

## APENDICE B

### LISTADO DE PROGRAMAS

Para el listado de programas se considera que el programa esta segmentado en 4 programas principales que son: programa maestro "MAESTRO.PRO", programa principal de mínimos cuadrados ordinarios "MINIMO.CUA", programa principal de mínimos cuadrados recursivos "MINIMO1.MCR"; y en los subprogramas: estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados ordinarios "CALCULO.CUA", subprograma de resultados para mínimos cuadrados ordinarios "RESULT1.CUA", subprograma de estimación paramétrica por el método de mínimos cuadrados recursivos "CALCULO2.MCR", subprograma de resultados para mínimos cuadrados recursivos "RESULT2.MCR", gráficos "GRAFICO.MCR", subprograma de generación de datos de entrada y salida "GENERAC.DAT", subprograma de gráficos de la señal de salida "GRAY\$.MC".

Se realiza el listado por separado de cada programa principal y subprograma; y, en el orden indicado en el párrafo superior.

```

10 M2 = 1
20 RESET
100 ' ::::::::::::::::::::
110 ' PROGRAMA MAESTRO (MAESTRO.PRO)
120 ' ::::::::::::::::::::
130 '
140 ' -----
150 ' | ESCUELA POLITECNICA NACIONAL |
160 ' | FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA |
170 ' | ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL |
180 ' | |
190 ' | T E S I S |
200 ' | ----- |
210 ' | |
220 ' | IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA |
230 ' | ----- |
240 ' | |
250 ' | |
260 ' | AUTORA: Silvia Elena Racines silva |
270 ' | DIRECTOR DE TESIS: Ing. Patricio Burbano |
280 ' | |
290 ' -----
300 '
310 '
320 HOME
330 PRINT
340 VTAB 4:PRINT '-----'
350 PRINT ' ESCUELA POLITECNICA NACIONAL'SPC(20)!'
360 PRINT '!'SPC(7)!'
370 PRINT ' FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA 'SPC(17)!'
380 PRINT '!'SPC(7)!'
390 PRINT ' ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL'SPC(15)!'
400 PRINT '!'SPC(7)!'':PRINT '!'SPC(7)!'
410 PRINT ' T E S I S 'SPC(30)!'
420 PRINT '!'SPC(7)!'
430 PRINT ' IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA !'
440 PRINT '!'SPC(7)!'':PRINT '!'SPC(7)!'
450 PRINT '!'SPC(7)!'':PRINT ' AUTORA: Silvia Elena Racines Silva'SPC(33)!'
460 PRINT ' DIRECTOR DE TESIS: Ing. Patricio Burbano'SPC(27)!'
470 PRINT ' FECHA: 20 DE MAYO DE 1988'SPC(42)!'
480 PRINT '-----'
490 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 490
500 HOME
510 PRINT:VTAB 4: PRINT
520 PRINT ' MENU DE APERTURA'
530 PRINT ' ::::: :: :::::::::::::::::::::PRINT
540 PRINT:PRINT:PRINT ' TECLA 1 ----- MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS'
550 PRINT:PRINT ' TECLA 2 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS SIN RUIDO'
560 PRINT:PRINT ' TECLA 3 ----- MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS CON RUIDO'
570 PRINT:PRINT ' TECLA 4 ----- FIN'
580 PRINT:PRINT ' ----- CUAL OPCION ? ;
590 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 1 OR VAL(A$) > 4 THEN 590
600 PRINT VAL(A$)
610 ON VAL(A$) GOTO 620,770,780,820
620 '
630 ' -----
640 ' PASAMOS DEL PROGRAMA MAESTRO AL PROGRAMA DE MINIMOS CUADRADOS
650 ' -----

```

```
660 '  
670 COMMON MCR$  
680 MCR$ = 'MC'  
690 CHAIN 'B:MINIMO.CUA'  
700 GOTO 500  
710 '  
720 ' -----  
730 ' PASAMOS DEL PROGRAMA MAESTRO AL PROGRAMA DE MINIMOS CUADRADOS  
740 ' RECURSIVOS  
750 ' -----  
760 '  
770 MCR$ = 'MCR':GOTO 790  
780 MCR$ = 'MCRR'  
790 CHAIN 'B:MINIMO1.MCR'  
800 '  
810 GOTO 500  
820 ' -----  
830 ' REGRESO AL SISTEMA OPERATIVO CP/M  
840 ' -----  
850 SYSTEM
```

```

10 DIM IND(3),IND(3)
20 FOR I = 1 TO 3
30 IND(I) = 0
40 NEXT I
100 '
110 ' .....
120 ' PROGRAMA DE MINIMOS CUADRADOS (MINIMO.CUA)
130 ' .....
140 '
150 HOME
160 PRINT:VTAB 4
170 PRINT '      M I N I M O S   C U A D R A D O S   O R D I N A R I O S '
180 PRINT '      .....   .....   .....
190 PRINT:PRINT:PRINT
200 PRINT '                      M E N U '
210 PRINT '                      ..... '
220 PRINT:PRINT '      TECLA 1 ----- GENERAR DATOS'
230 PRINT:PRINT '      TECLA 2 ----- ESTRUCTURA DEL MODELO'
240 PRINT:PRINT '      TECLA 3 ----- ESTIMACION DE PARAMETROS'
250 PRINT:PRINT '      TECLA 4 ----- RESULTADOS'
260 PRINT:PRINT '      TECLA 5 ----- ALMACENAR DATOS Y/O RESULTADOS'
270 PRINT:PRINT '      TECLA 6 ----- REGRESO AL PROGRAMA MAESTRO'
280 PRINT:PRINT '      ----- CUAL OPCION ? '
290 AS = INKEY$:IF VAL(AS) ( 1 OR VAL(A$) ) < 6 THEN 290
300 PRINT VAL(A$)
310 ON VAL(A$) GOTO 320,470,750,910,1370,2720
320 '
330 ' GENERACION DE DATOS
340 ' -----
350 IF IND(1) (<) 1 THEN 370
360 IND(1) = 0:KILL "DATOS"
370 COMMON MCS,IND(1)
380 MCS = MCR$:IND(1) = IND(1)
390 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
400 CHAIN "B:SENERAC.DAT"
410 IND(1) = 1
420 HOME
430 PRINT:VTAB 8
440 PRINT:PRINT:PRINT '      ### F I N   D E   L A   G E N E R A C I O N   ### '
450 AS = INKEY$:IF AS = "" THEN 450
460 GOTO 150
470 '
480 ' ESTRUCTURA DEL MODELO
490 ' -----
500 IF IND(2) (<) 1 THEN 520
510 KILL "ORDEN"
520 HOME
530 PRINT:VTAB 4
540 PRINT '      E S T R U C T U R A   D E L   M O D E L O '
550 PRINT '      .....   .....   .....
560 PRINT:PRINT:PRINT
570 PRINT ' SE CONSIDERA PARA EL MODELO QUE SE USARA EN LA IDENTIFICACION'
580 PRINT ' LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LA FORMA : '
590 PRINT:PRINT ' G(s) = ( 1 + B1s + ... + BNs^N ) / ( 1 + A1s + ... + ANs^N ) '
600 PRINT:PRINT ' CUAL ES EL ORDEN DEL MODELO ? '
610 XS = INPUT$(1):IF VAL(X$) ( 1 OR VAL(X$) ) > 5 THEN 610

```

```

620 NI = VAL(X$):PRINT NI
630 OPEN 'R',#3,'ORDEN',2
640 FIELD#3,2 AS M1$
650 LSET M1$ = MKI$(NI)
660 PUT#3,1
670 IND(2) = 1
680 CLOSE #3
690 HOME
700 PRINT:VTAB 10
710 PRINT:PRINT:PRINT '          ### FIN DE LA ESTRUCTURA ###'
720 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 720
730 GOTO 150
740 '
750 ' CALCULO DE PARAMETROS
760 ' -----
770 IF IND(1) (<) 1 THEN PRINT ' FALTA GENERAR DATOS U/Y ':GOTO 890
780 IF IND(2) (<) 1 THEN PRINT ' FALTA DAR VALORES DE ESTRUCTURA DEL MODELO':GOTO 880
790 IF IND(3) (<) 1 THEN 810
800 IND(3) = 0:KILL 'RESULTAD'
810 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
820 IND(2) = IND(2): IND(3) = IND(3)
830 CHAIN 'B:CALCULO.CUA'
840 IND(3) = 1
850 HOME
860 PRINT:VTAB 10
870 PRINT:PRINT '          ### FIN DE LA ESTIMACION ###'
880 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 880
890 GOTO 150
900 '
910 ' RESULTADOS
920 ' -----
930 '
940 HOME
950 PRINT:VTAB 4
960 PRINT:PRINT '          R E S U L T A D O S '
970 PRINT '          :::::::::::::::::::::PRINT:PRINT
980 PRINT:PRINT '          OPCION #1 ---- RESULTADOS OBTENIDOS DE LA ESTIMACION DE PARAMETROS'
990 PRINT:PRINT '          OPCION #2 ---- RESULTADOS ALMACENADOS EN ARCHIVOS'
1000 PRINT:PRINT '          OPCION #3 ---- REGRESO AL PROGRAMA PRINCIPAL'
1010 PRINT:PRINT '          ---- CUAL OPCION ? '
1020 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) (< 1 OR VAL(A$) > 3) THEN 1020
1030 PRINT VAL(A$)
1040 CH VAL(A$) GOTO 1050,1100,150
1050 CH! = 4: NOM$ = 'RESULTAD'
1060 IF IND(3) = 1 THEN 1240
1070 PRINT:PRINT:PRINT ' PRIMERO SE DEBE REALIZAR EL CALCULO DE PARAMETROS'
1080 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 1080
1090 GOTO 930
1100 PRINT:PRINT ' NUMERO DE ARCHIVO QUE DESEA REVISAR ( 5 O 6) '
1110 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) (< 5 OR VAL(A$) > 6) THEN 1110
1120 CL = VAL(A$):PRINT CL
1130 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1140 FIELD#1,2 AS CH1$,2 AS NOM1$
1150 GET#1,CL
1160 CH! = CVT(CH1$):NOM$ = NOM1$
1170 CLOSE #1
1180 IF CH! = CL THEN 1240
1190 PRINT:PRINT ' NO EXISTE RESULTADOS ALMACENADOS EN ESE ARCHIVO'
1200 PRINT:PRINT ' DESEA ESCOGER OTRO ARCHIVO (si o no) ? '

```

```

1210 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 1100
1220 IF S$ <> 'N' THEN 1210
1230 PRINT 'NO':GOTO 930
1240 OPEN 'R',#1,"BANDERA2",10
1250 FIELD#1,2 AS CH1$,8 AS NOM1$
1260 LSET CH1$ = MKI$(CH1):LSET NOM1$ = NOM$
1270 PUT#1,1
1280 CLOSE #1
1290 M$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
1300 IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
1310 CHAIN 'E:RESULT1.CUA'
1320 HOME
1330 PRINT:VTAB 10
1340 PRINT:PRINT '          $$$ F I N   D E   R E S U L T A D O S   $$$'
1350 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 1350
1360 GOTO 940
1370 '
1380 ' PASA ALMACENAR DATOS O RESULTADOS
1390 ' -----
1400 '
1410 DIM U(161),Y(161)
1420 HOME
1430 PRINT:VTAB 4
1440 PRINT ' A L M A C E N A M I E N T O   D E   D A T O S / R E S U L T A D O S '
1450 PRINT ' -----'
1460 PRINT:PRINT:PRINT
1470 PRINT:PRINT '          TECLA 1 ----- ALMACENAR DATOS'
1480 PRINT:PRINT '          TECLA 2 ----- ALMACENAR RESULTADOS'
1490 PRINT:PRINT '          TECLA 3 ----- VOLVER AL PROGRAMA PRINCIPAL'
1500 PRINT:PRINT '          ----- CUAL OPCION ? *'
1510 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 1 OR VAL(A$) > 3 THEN 1510
1520 PRINT VAL(A$)
1530 ON VAL(A$) GOTO 1550,2040,150
1540 '
1550 ' ALMACENAMIENTO DE DATOS
1560 ' -----
1570 IF IND(1) = 1 THEN 1610
1580 PRINT:PRINT ' FALTA GENERAR DATOS DE U/Y'
1590 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 1590
1600 GOTO 1420
1610 HOME
1620 PRINT:VTAB 6
1630 PRINT '          A L M A C E N A M I E N T O   D E   D A T O S '
1640 PRINT '          ::::::::::::::::::::: ::: ::::::::::'
1650 PRINT:PRINT:PRINT ' COMIENZA ALMACENAR DATOS'
1660 OPEN 'R',#2,"DATOS",30
1670 FIELD#2,2 AS N$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRA1$
1680 FOR I = 1 TO 161
1690 J = I-1
1700 IF I = 1 THEN GET#2,1:GOTO 1730
1710 IF I > 1 AND I < N+1 THEN GET#2,1:GOTO 1750
1720 IF I >= N+1 THEN GET#2,1:GOTO 1760
1730 N = CVI(N$):M = CVI(M$)
1740 T = CVS(T$):TZ1 = CVI(TZ$)
1750 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
1760 U(J) = CVS(U$):Y(J) = CVS(Y$)
1770 NEXT I

```

```

1780 CLOSE #2
1790 OPEN 'R',#12,'DATA1',30
1800 FIELD#1,2 AS M$,2 AS N$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRAI$
1810 FOR I = 1 TO 161
1820 J = I-1
1830 IF I = 1 THEN 1850
1840 IF I > 1 AND I < N+1 THEN 1880
1850 IF I >= N+1 THEN 1890
1860 LSET M$ = MKI$(H):LSET N$ = MKI$(H)
1870 LSET T$ = MKS$(T):LSET TZ$ = MKI$(TZ1)
1880 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1890 LSET U$ = MKS$(U(J)):LSET Y$ = MKS$(Y(J))
1900 PUT#12,I
1910 NEXT I
1920 CLOSE #2
1930 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1940 FIELD#1,2 AS CHI$,2 AS NOMI$
1950 LSET CHI$ = MKI$(12)
1960 PUT#1,12
1970 CLOSE #1
1980 HOME
1990 PRINT:VTAB 10
2000 PRINT:PRINT '          $$$ FIN DE ALMACENAMIENTO DE DATOS $$$'
2010 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 2010
2020 GOTO 1420
2030 '
2040 ' ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS
2050 ' -----
2060 HOME
2070 PRINT:VTAB 8
2080 PRINT '          ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS'
2090 PRINT '          :::::::::::::: ::::::::::::::':PRINT:PRINT
2100 IF INB(3) = 1 THEN 2140
2110 PRINT:PRINT:PRINT 'EJECUTE PRIMERO LA ESTIMACION DE PARAMETROS'
2120 A$ = INKEY$:IF A$ = '' THEN 2120
2130 GOTO 1420
2140 PRINT:PRINT:PRINT ' ESCOJA EL ARCHIVO 5 O 6 PARA ALMACENAR DATOS '
2150 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 5 OR VAL(A$) > 6 THEN 2150
2160 CHI = VAL(A$):PRINT CHI
2170 IF CHI = 5 THEN NOM$ = 'RES1$':GOTO 2190
2180 IF CHI = 6 THEN NOM$ = 'RES2$':GOTO 2190
2190 OPEN 'R',#1,'RESULTAD',26
2200 FIELD#1,2 AS M$,2 AS N$,2 AS NI$,2 AS NI1$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS TE$,2 AS TZ$,4 AS T$
2210 GET#1,I
2220 N = CVI(N$):NI = CVI(NI$)
2230 NI1 = CVI(NI1$):M = CVI(M$)
2240 TZ1 = CVI(TZ$):T = CVS(T$)
2250 FOR I = 1 TO N
2260 GET#1,I
2270 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
2280 NEXT I
2290 FOR I = 1 TO 2*NI
2300 GET#1,I
2310 TETA(I) = CVS(TE$)
2320 NEXT I
2330 CLOSE #1
2340 PRINT:PRINT '          $$$ COMIENZA ALMACENAR RESULTADOS $$$'
2350 OPEN 'R',#CHI,NOM$,26

```

```

2360 FIELD#CHI,2 AS N$,2 AS M$,1 AS H1$,2 AS HH1$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS T$,2 AS TZ$,4 AS T$
2370 IF M (<= 2*N) THEN M2 = 2*N:GOTO 2390
2380 M2 = M:L2 = 1
2390 FOR I = 1 TO M2
2400 IF I = 1 THEN 2430
2410 IF I > 1 AND L2 = 0 THEN 2500
2420 IF I > 1 AND L2 = 1 THEN 2550
2430 LSET M$ = MKI$(M):LSET H1$ = MKI$(M)
2440 LSET HH1$ = MKI$(HH1):LSET M$ = MKI$(M)
2450 LSET TZ$ = MKI$(TZ):LSET T$ = MKS$(T)
2460 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
2470 LSET T$ = MKS$(TETA(I))
2480 PUT#CHI,I
2490 GOTO 2590
2500 IF I > M THEN 2520
2510 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
2520 LSET T$ = MKS$(TETA(I))
2530 PUT#CHI,I
2540 GOTO 2590
2550 IF I > 2*N THEN 2570
2560 LSET T$ = MKS$(TETA(I))
2570 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
2580 PUT#CHI,I
2590 NEXT I
2600 CLOSE #CHI
2610 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
2620 FIELD#1,2 AS CHI$,8 AS NOM1$
2630 LSET CHI$ = MKI$(CHI):LSET NOM1$ = NOM$
2640 PUT#1,CHI
2650 CLOSE #1
2660 HOME
2670 PRINT:VTAB 10
2680 PRINT:PRINT "          *** FIN DE ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS ***"
2690 A$ = INKEY$:IF A$ = "" THEN 2690
2700 GOTO 1420
2710 '
2720 ' PASA AL PROGRAMA MAESTRO
2730 ' -----
2740 IF IND(1) = 1 THEN KILL 'DATOS':GOTO 2750
2750 IF IND(2) = 1 THEN KILL 'ORDEN':GOTO 2760
2760 IF IND(3) = 1 THEN KILL 'RESULTAD':GOTO 2770
2770 M$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
2780 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
2790 CHAIN 'A:MAESTRO.PRO',700
2800 STOP

```



```

620 PRINT:PRINT " CUAL ES EL ORDEN DEL MODELO PARA IDENTIFICACION = ?";
630 X$ = INPUT$(1):IF VAL(X$) < 1 OR VAL(X$) > 5 THEN 630
640 N2 = VAL(X$):PRINT N2
650 IF IND(2) < 1 THEN 670
660 KILL 'ORDEN'
670 OPEN 'R',#3,'ORDEN',2
680 FIELD#3,2 AS N2$
690 LSET N2$ = MKI$(N2)
700 PUT#3,1
710 CLOSE #3
720 IND(2) = 1
730 HOME
740 PRINT:VTAB 10
750 PRINT:PRINT "          ### FIN DE LA ESTRUCTURA ###"
760 A$ = INKEY$:IF A$ = "" THEN 760
770 GOTO 150
780 '
790 ' PASA A LA ESTIMACION DE PARAMETROS DE K.C.R
800 ' -----
810 '
820 IF IND(2) < 1 THEN PRINT 'FALTA DAR VALORES DE ESTRUCTURA DEL MODELO':GOTO 930
830 IF IND(1) < 1 THEN PRINT 'FALTA GENERAR DATOS DE ENTRADA/SALIDA U/Y':GOTO 930
840 IF IND(3) < 1 THEN 860
850 IND(3) = 0:KILL 'RESULTAD'
860 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
870 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
880 CHAIN 'B:CALCULOZ.MCR'
890 IND(3) = 1
900 HOME
910 PRINT:VTAB 10
920 PRINT:PRINT "          ### FIN DE LA ESTIMACION ###"
930 A$ = INKEY$:IF A$ = "" THEN 930
940 GOTO 150
950 '
960 ' PASA AL PROGRAMA DE RESULTADOS
970 ' -----
980 HOME
990 PRINT:VTAB 4
1000 PRINT:PRINT "          R E S U L T A D O S "
1010 PRINT "          ::::::::::::::::::::":PRINT:PRINT
1020 PRINT:PRINT " OPCION #1 ----- RESULTADOS OBTENIDOS DE LA ESTIMACION DE PARAMETROS"
1030 PRINT:PRINT " OPCION #2 ----- RESULTADOS ALMACENADOS EN ARCHIVOS"
1040 PRINT:PRINT " OPCION #3 ----- REGRESO A PROGRAMA PRINCIPAL"
1050 PRINT:PRINT "          ----- CUAL OPCION ? ";
1060 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 1 OR VAL(A$) > 3 THEN 1050
1070 PRINT VAL(A$)
1080 ON VAL(A$) GOTO 1070,1180,150
1090 CHI = 4:NOM$ = "RESULTAD"
1100 IF IND(3) = 1 THEN 1320
1110 PRINT:PRINT:PRINT " FALTA REALIZAR LA ESTIMACION DE PARAMETROS "
1120 S$ = INKEY$:IF S$ = "" THEN 1120
1130 GOTO 980
1140 IF MCR$ = 'MCR' THEN 1180
1150 PRINT:PRINT " NUMERO DE ARCHIVO QUE DESEA VER (7 u 8) ";
1160 X$ = INPUT$(2):IF VAL(X$) < 7 OR VAL(X$) > 8 THEN 1160
1170 GOTO 1200
1180 PRINT:PRINT " NUMERO DE ARCHIVO QUE DESEA VER (7 u 8) ";
1190 X$ = INKEY$:IF VAL(X$) < 7 OR VAL(X$) > 8 THEN 1190
1200 CL = VAL(X$):PRINT CL

```

```

1210 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1220 FIELD#1,2 AS CHI$,8 AS NOM1$
1230 GET#1,CL
1240 CHI = CVI(CHI$):NOM$ = NOM1$
1250 CLOSE #1
1260 IF CHI = CL THEN 1320
1270 PRINT:PRINT 'NO EXISTE RESULTADOS ALMACENADOS EN ESE ARCHIVO'
1280 PRINT:PRINT 'DESEA ESCOGER OTRO NUMERO DE ARCHIVO (si o no) ';
1290 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 1140
1300 IF S$ <> 'N' THEN 1290
1310 PRINT 'NO':GOTO 970
1320 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1330 FIELD#1,2 AS CHI$,8 AS NOM1$
1340 LSET CHI$ = NKI$(CHI):LSET NOM1$ = NOM$
1350 PUT#1,2
1360 CLOSE #1
1370 MCR$ = MCR$:IND1(1) = IND(1)
1380 IND1(2) = IND(2):IND1(3) = IND(3)
1390 CHAIN 'B:RESULT2.MCR'
1400 HOME
1410 PRINT:UTAB 10
1420 PRINT:PRINT '          *** FIN DE RESULTADOS ***'
1430 X$ = INKEY$:IF X$ = '*' THEN 1430
1440 GOTO 980
1450 '
1460 ' PASA A REALIZAR GRAFICOS
1470 ' -----
1480 '
1490 HOME
1500 PRINT:UTAB 4
1510 PRINT:PRINT:PRINT '          P R O G R A M A   D E   G R A F I   C O S'
1520 PRINT '          :::::::::::::::   :::   :::::::::::::::':PRINT
1530 PRINT:PRINT:PRINT '          OPCION #1 ----- DE RESULTADOS OBTENIDOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS'
1540 PRINT:PRINT '          OPCION #2 ----- DE RESULTADOS ALMACENADOS EN ARCHIVOS'
1550 PRINT:PRINT '          OPCION #3 ----- VOLVER AL PROGRAMA PRINCIPAL'
1560 PRINT:PRINT '          ----- CUAL OPCION ? ' ;
1570 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 1 OR VAL(A$) > 3 THEN 1570
1580 PRINT VAL(A$):PRINT:PRINT
1590 ON VAL(A$) GOTO 1400,1660,150
1600 IF IND(3) = 1 THEN 1440
1610 PRINT:PRINT ' REALIZAR PRIMERO LA ESTIMACION DE PARAMETROS '
1620 S$ = INKEY$:IF S$ = '*' THEN 1620
1630 GOTO 1460
1640 CHI = 4:NOM$ = 'RESULTAD'
1650 GOTO 1840
1660 IF MCR$ = 'MCR' THEN 1700
1670 PRINT:PRINT ' DE QUE NUMERO DE ARCHIVO DESEA GRAFICAR RESULTADOS (9 o 10) ';
1680 X$ = INPUT$(2):IF VAL(X$) < 9 OR VAL(X$) > 10 THEN 1680
1690 GOTO 1720
1700 PRINT:PRINT 'QUE # DE ARCHIVO DESEA GRAFICAR LOS RESULTADOS (7 u 8) ';
1710 X$ = INKEY$:IF VAL(X$) < 7 OR VAL(X$) > 8 THEN 1710
1720 CL = VAL(X$):PRINT CL
1730 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1740 FIELD#1,2 AS CHI$,8 AS NOM1$
1750 GET#1,CL
1760 CHI = CVI(CHI$):NOM$ = NOM1$
1770 CLOSE #1

```

```

1790 IF CHI = CL THEN 1840
1790 PRINT:PRINT 'NO EXISTE RESULTADOS ALMACENADOS EN ESE ARCHIVO'
1800 PRINT:PRINT ' DESEA ESCOGER OTRO ARCHIVO (si o no) ? '
1810 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 1860
1820 IF S$ <> 'N' THEN 1810
1830 PRINT 'NO':GOTO 1460
1840 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
1850 FIELD#1,2 AS CH1$,3 AS NOM1$
1860 LSET CH1$ = MKI$(CHI):LSET NOM1$ = NOM$
1870 PUT#1,2
1880 CLOSE #1
1890 MC$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
1900 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
1910 CHATK 'B:GRAFICO.MCR'
1920 ' PASA A PROGRAMA PRINCIPAL
1930 HOME
1940 PRINT:VTAB 10
1950 PRINT:PRINT '          *** FIN DE GRAFICOS ***'
1960 A$ = INKEY$:IF A$ = '*' THEN 1960
1970 GOTO 150
1980 '
1990 ' ALMACENAMIENTO DE DATOS
2000 ' -----
2010 DIM U(161),Y(161)
2020 HOME
2030 PRINT:VTAB 4
2040 PRINT:PRINT:PRINT
2050 PRINT:PRINT '          TECLA 1 ----- ALMACENAR DATOS'
2060 PRINT:PRINT '          TECLA 2 ----- ALMACENAR RESULTADOS'
2070 PRINT:PRINT '          TECLA 3 ----- VOLVER AL PROGRAMA PRINCIPAL'
2080 PRINT:PRINT '          ----- CUAL OPCION ? '
2090 X$ = INKEY$:IF VAL(X$) < 1 OR VAL(X$) > 3 THEN 2090
2100 PRINT VAL(X$)
2110 ON VAL(X$) GOTO 2120,2450,150
2120 HOME
2130 PRINT:VTAB 8
2140 PRINT '          ALMACENAMIENTO DE DATOS'
2150 PRINT '          ::::::::::: :: :::::::::::PRINT:PRINT
2160 IF IND(1) = 1 THEN 2200
2170 PRINT:PRINT 'NO EXISTE DATOS GENERADOS'
2180 X$ = INKEY$:IF X$ = '*' THEN 2190
2190 GOTO 2020
2200 PRINT:PRINT ' COMIENZA ALMACENAR DATOS'
2210 OPEN 'R',#2,'DATOS',26
2220 FIELD#2,2 AS N$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,1 AS T$
2230 FOR I = 1 TO 161
2240 J = 1 ~ J
2250 IF I = 1 THEN GET#2,1:GOTO 2280
2260 IF I > 1 AND I < N+1 THEN GET#2,1:GOTO 2300
2270 IF I >= N+1 THEN GET#2,1:GOTO 2310
2280 N = CUI(N$):M = CUI(M$)
2290 T = CVS(T$):TZ1 = CUI(TZ$)
2300 A(1) = CVS(A$):B(1) = CVS(B$)
2310 U(1) = CVS(U$):Y(1) = CVS(Y$)
2320 NEXT I
2330 CLOSE #2
2340 IF MCR$ = 'MCR' THEN 2370
2350 CL = I3:HOA$ = 'DATA2'

```

```

2360 GOTO 2380
2370 CL = 12: NOM$ = "DATA1"
2380 OPEN "R", #CL, NOM$, 26
2390 FIELD#CL, 2 AS N$, 2 AS M$, 4 AS A$, 4 AS B$, 4 AS U$, 4 AS Y$, 2 AS TZ$, 4 AS T$
2400 FOR I = 1 TO 161
2410 J = I-1
2420 IF I = 1 THEN 2450
2430 IF I ) 1 AND I < N+1 THEN 2470
2440 IF I )= N+1 THEN 2480
2450 LSET M$ = MKI$(M):LSET N$ = MKI$(N)
2460 LSET T$ = MKS$(T):LSET TZ$ = MKI$(TZ1)
2470 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
2480 LSET U$ = MKS$(U(J)):LSET Y$ = MKS$(Y(J))
2490 PUT#CL, I
2500 NEXT I
2510 CLOSE #CL
2520 OPEN "R", #1, "BANDERA2", 10
2530 FIELD#1, 2 AS CH1$, 8 AS MON1$
2540 LSET CH1$ = MKI$(CL)
2550 PUT#1, CL
2560 CLOSE #1
2570 HOME
2580 PRINT:VTAB 10
2590 PRINT:PRINT "          *** FIN DE ALMACENAMIENTO DE DATOS ***"
2600 X$ = INKEY$:IF X$ = "" THEN 2600
2610 GOTO 2020
2620 '
2630 ' ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS
2640 ' -----
2650 HOME
2660 PRINT:VTAB 8
2670 PRINT:PRINT "          A L M A C E N A M I E N T O   D E   R E S U L T A D O S"
2680 PRINT "          :::::::::::::::::::::::::::: ::: :::::::::::::::::::::::::::::PRINT:PRINT
2690 IF INB(3) = 1 THEN 2730
2700 PRINT:PRINT "REALICE LA ESTIMACION DE PARAMETROS"
2710 X$ = INKEY$:IF X$ = "" THEN 2710
2720 GOTO 2020
2730 IF MCR$ = "MCR" THEN 2800
2740 PRINT:PRINT:PRINT " ESCOJA EL ARCHIVO 9 O 10 PARA ALMACENAMIENTOS DE RESULTADOS";
2750 X$ = INPUT$(2):IF VAL(X$) < 9 OR VAL(X$) > 10 THEN 2750
2760 CHI = VAL(X$):PRINT CHI
2770 IF CHI = 9 THEN MON$ = "RES5$":GOTO 2850
2780 IF CHI = 10 THEN MON$ = "RES6$":GOTO 2850
2790 GOTO 2740
2800 PRINT:PRINT:PRINT "ESCOJA EL ARCHIVO 7 U 8 PARA ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS ";
2810 X$ = INKEY$:IF VAL(X$) < 7 OR VAL(X$) > 8 THEN 2810
2820 CHI = VAL(X$):PRINT CHI
2830 IF CHI = 7 THEN MON$ = "RES3$":GOTO 2850
2840 IF CHI = 8 THEN MON$ = "RES4$":GOTO 2850
2850 OPEN "R", #4, "RESULTAD", 42
2860 FIELD#4, 2 AS N$, 2 AS M$, 2 AS NI$, 2 AS TM$, 4 AS A$, 4 AS B$, 4 AS TE$, 4 AS KA$, 4 AS GA$, 2 AS TZ$, 4 AS T$, 4 AS VRA1$, 4 AS ALFA$
2870 GET#4, I
2880 N = CVI(M$):N2 = CVI(NI$)
2890 M = CVI(M$):ALFA = CVS(ALFA$)
2900 TM = CVI(TM$):VRA1 = CVS(VRA1$)

```

```

2910 KA = CVS(KA#):GAMA = CVS(GA#)
2920 TZI = CVI(TZ#):T = CVS(T#)
2930 DIM TETA2(2#M2,TH#1)
2940 FOR I = 1 TO TH#1
2950 IF I = 1 THEN RST=0:GOTO 2970
2960 RST = (I-1)#2#M2
2970 FOR J = 1 TO 2#M2
2980 RST = RST +1
2990 IF RST >= M#1 THEN GET#4,RST:GOTO 3020
3000 GET#4,RST
3010 A(RST) = CVS(A#):B(RST) = CVS(B#)
3020 TETA2(J,I) = CVS(TE#)
3030 NEXT J,I
3040 CLOSE #4
3050 PRINT:PRINT:PRINT '          ### COMIENZA ALMACENAR RESULTADOS   ###'
3060 OPEN 'R',#CHI,MOV#42
3070 FIELD#CHI,2 AS H#,2 AS M#,2 AS N#,#,2 AS TH#,4 AS A#,4 AS B#,4 AS TE#,4 AS KA#,4 AS GA#,2 AS TZ#,4 AS T#,4 AS VRAI#,4 AS ALFA#
3080 FOR KO = 1 TO TH#1
3090 IF KO = 1 THEN RST = 0
3100 RST = (KO-1)#2#M2
3110 FOR J = 1 TO 2#M2
3120 RST = RST +1
3130 IF RST = 1 THEN 3160
3140 IF RST > 1 AND RST < M#1 THEN 3210
3150 IF RST >= M#1 THEN 3220
3160 LSET H# = MKI#(H):LSET M# = MKI#(M)
3170 LSET A# = MKI#(A):LSET ALFA# = MKS#(ALFA)
3180 LSET TH# = MKI#(TH):LSET VRAI# = MKS#(VRAI)
3190 LSET KA# = MKS#(KA):LSET GA# = MKS#(GAMA)
3200 LSET TZ# = MKI#(TZ):LSET T# = MKS#(T)
3210 LSET A# = MKS#(A(RST)):LSET B# = MKS#(B(RST))
3220 LSET TE# = MKS#(TETA2(J,KO))
3230 PUT#CHI,RST
3240 NEXT J,KO
3250 CLOSE #CHI
3260 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
3270 FIELD#1,2 AS CHI#,8 AS NOMI#
3280 LSET CHI# = MKI#(CHI):LSET NOMI# = NOM#
3290 PUT#1,CHI
3300 CLOSE #1
3310 HOME
3320 PRINT:VTAB 10
3330 PRINT:PRINT '          ### FIN DE ALMACENAMIENTO DE RESULTADOS   ###'
3340 X# = INKEY#:IF X# = '' THEN 3340
3350 GOTO 2020
3360 '
3370 ' PASA A PROGRAMA MAESTRO
3380 ' -----
3390 '
3400 IF IND(1) = 1 THEN KILL 'DATOS':GOTO 3410
3410 IF IND(2) = 1 THEN KILL 'ORDEN':GOTO 3420
3420 IF IND(3) = 1 THEN KILL 'RESULTAD':GOTO 3430
3430 MC# = HCR#:IND(1) = IND(1)
3440 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
3450 CHAIN '%:MAESTRO.PRO',800

```

```

100 '
110 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
120 ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS (CALCULO.CUA)
130 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
140 '
150 HOME
160 PRINT:VTAB 4
170 PRINT ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR METODO DE '
180 PRINT ' :::::::::::::::::::: : : :::::::::::::::::::: : : : : : : : : : : : : '
190 PRINT:PRINT '          MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS '
200 PRINT '          :::::::::::::::::::: : : :::::::::::::::::::: : : : : : : : : : : '
210 ' SACAR DATOS DE ARCHIVOS DE GENERACION Y ESTRUCTURA
220 ' -----
230 DIM U(161),Y(161)
240 OPEN 'R',#3,'ORDEN',2
250 FIELD#3,2 AS N1$
260 GET#3,1
270 N1 = CVI(N1$)
280 CLOSE #3
290 ' NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION
300 ' -----
310 PRINT:PRINT:PRINT ' EL ORDEN DEL MODELO A IDENTIFICARSE ES = ' ;N1
320 PRINT:PRINT ' EL NUMERO DE MUESTRAS ES MAYOR QUE EL ORDEN DEL MODELO Y MENOR QUE ' ;120-(2*N1)
330 PRINT:INPUT ' NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION = ' ;NM1$
340 IF NM1$ (<= N1 OR NM1$) (120-(2*N1)) THEN PRINT ' El valor es incorrecto, introduzca nuevamente':GOTO 330
350 NM1 = NM1$
360 OPEN 'R',#2,'DATOS',30
370 FIELD#2,2 AS N$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VR$1$
380 FOR I = 20 TO NM1+22
390 J = I-20
400 GET#2,1
410 U(J) = CVS(U$):Y(J) = CVS(Y$)
420 NEXT I
430 CLOSE #2
440 HOME
450 PRINT:VTAB 9
460 PRINT '          $$$ ESPERE ESTA CALCULANDO $$$':PRINT
470 DIM HYI(NM1-N1+1,1),FII(NM1-N1+1,2*N1),TFII(2*N1,NM1-N1+1)
480 DIM TETA1(2*N1,1),MA(2*N1,2*N1),INVMAT(2*N1,2*N1)
490 FOR I = 1 TO NM1-N1+1
500 HYI(I,1) = Y(N1-I+1)
510 NEXT I
520 ' $$$ ENCONTRAR LA MATRIZ FII $$$
530 ERASE TFII
540 DIM TFII(2*N1,NM1-N1+1)
550 FOR J = 1 TO NM1-N1+1
560 FOR I = 1 TO 2*N1
570 IF J >= N1+1 THEN FII(I,J) = U(2*N1-J+I-1):GOTO 590
580 FII(I,J) = Y(N1-I+1-1)
590 NEXT I
600 NEXT J
610 FOR I = 1 TO 2*N1
620 FOR J = 1 TO NM1-N1+1
630 TFII(I,J) = FII(J,I)
640 NEXT J,I
650 FOR I = 1 TO 2*N1

```

```

660 FOR J = 1 TO 2*N1
670 MA(I,J) = 0
680 FOR K = 1 TO MM1-MI+1
690 MA(I,J) = MA(I,J) + TFII(I,K)*FII(K,J)
700 NEXT K,J
710 NEXT I
720 NC = 2*N1
730 GOSUB 1390
740 ' OBTENEMOS LA MATRIZ INVERSA DE MA
750 IF IDI$ (<) *NO* THEN 840
760 PRINT:PRINT *CAMBIE EL NUMERO DE MUESTRAS*:PRINT:PRINT *O DESEA IR AL PROGRAMA PRINCIPAL (SI O NO) ? *;
770 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT *SI*:GOTO 1330
780 IF S$ (<) *N' THEN 770
790 PRINT *NO*
800 ERASE MY1,FII,TFII
810 ERASE TETA1,MA,INVMA
820 ERASE C,M1,U1
830 GOTO 310
840 ERASE C
850 DIM C(2*N1,1)
860 FOR I = 1 TO 2*N1
870 C(I,1) = 0
880 FOR J = 1 TO MM1-MI+1
890 C(I,1) = C(I,1) + TFII(I,J)*MY1(J,1)
900 NEXT J,I
910 FOR K = 1 TO 2*N1
920 TETA1(K,1) = 0
930 FOR J = 1 TO 2*N1
940 TETA1(K,1) = TETA1(K,1) + INVMA(K,J)*C(J,1)
950 NEXT J,K
960 L2 = 0
970 OPEN *R*,#2,"DATOS",30
980 FIELD#2,2 AS N$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRA1$
990 GET#2,I
1000 N = CVI(N$):TZ1 = CVI(TZ$)
1010 T = CVS(T$):M = CVI(M$)
1020 FOR I = 1 TO N
1030 GET#2,I
1040 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
1050 NEXT I
1060 CLOSE #2
1070 OPEN *R*,#4,"RESULTAD",26
1080 FIELD#4,2 AS N$,2 AS M$,2 AS H1$,2 AS MM1$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS T$,2 AS TZ$,4 AS T$
1090 IF N <= 2*N1 THEN N2 = 2*N1:GOTO 1110
1100 N2 = N:L2 = 1
1110 FOR I = 1 TO N2
1120 IF I = 1 THEN 1150
1130 IF I > 1 AND L2 = 0 THEN 1220
1140 IF I > 1 AND L2 = 1 THEN 1270
1150 LSET N$ = MKI$(N):LSET M1$ = MKI$(M1)
1160 LSET MM1$ = MKI$(MM1):LSET M$ = MKI$(M)
1170 LSET TZ$ = MKI$(TZ1):LSET T$ = MKS$(T)
1180 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1190 LSET T$ = MKS$(TETA1(I,1))
1200 PUT#4,I
1210 GOTO 1310
1220 IF I > N+1 THEN 1240

```

```

1230 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1240 LSET TE$ = MKS$(TETA(I,1))
1250 PUT#4,I
1260 GOTO 1310
1270 IF I > 2#N1 THEN 1290
1280 LSET TE$ = MKS$(TETA(I,1))
1290 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1300 PUT#4,I
1310 NEXT I
1320 CLOSE #4
1330 COMMON MCR$,IND(1)
1340 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
1350 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
1360 IF ID1$ = 'NO' THEN 1370
1370 CHAIN 'B:MINIMO.CUA',240
1380 STOP
1390 ' ### SUBPROGRAMA PARA CALCULAR LA MATRIZ INVERSA DE MA ###
1400 ' ### REALIZADO CON PIVOTAJE COMPLETO Y MATRIZ ADJUNTA ###
1410 '
1420 ' MATRIZ C = MA I I
1430 REM
1440 DIM C(NC,2#NC),MI(NC,NC)
1450 FOR I = 1 TO NC
1460 FOR J = 1 TO NC
1470 IF I <> J THEN MI(I,J) = 0:GOTO 1490
1480 MI(I,J) = 1
1490 NEXT J
1500 NEXT I
1510 FOR I = 1 TO NC
1520 FOR J = 1 TO 2#NC
1530 IF J <= NC THEN C(I,J) = MA(I,J):GOTO 1560
1540 J1 = J - NC
1550 C(I,J) = MI(I,J1)
1560 NEXT J
1570 NEXT I
1580 DIM U1(NC)
1590 FOR I = 1 TO NC
1600 U1(I) = I
1610 NEXT I
1620 FOR I = 1 TO NC
1630 R = I:S = I
1640 T = ABS(C(I,I))
1650 FOR K = I TO NC
1660 FOR J = I TO NC
1670 IF T >= C(K,J) THEN 1700
1680 T = ABS(C(K,J))
1690 R = K:S = J
1700 NEXT J
1710 NEXT K
1720 IF T <= .00002 THEN PRINT 'LA MATRIZ NO ES INVERTIBLE':GOTO 2160
1730 ID1$ = 'SI'
1740 IF R = I THEN 1790
1750 FOR J = I TO 2#NC
1760 Q = C(R,J):C(R,J) = C(I,J)
1770 C(I,J) = Q
1780 NEXT J
1790 IF S = I THEN 1880

```

```

1800 FOR K = 1 TO NC
1810 0 = C(K,1)
1820 C(K,1) = C(K,S):C(K,S) = 0
1830 U2 = U1(I):U1(I) = U1(S):U1(S) = U2
1840 NEXT K
1850 F0 = U1(I)
1860 U1(I) = U1(S)
1870 U1(S) = F0
1880 FOR I1 = 1 TO NC
1890 F = - C(I1,1)/C(I,1)
1900 FOR K = I+1 TO 2*NC
1910 IF I1 = 1 THEN C(I,K) = C(I,K)/C(I,1):GOTO 1940
1920 IF I1 > 1 THEN C(I1,K) = C(I1,K) - C(I,K)*F:C(I,1):GOTO 1940
1930 C(I1,K) = C(I1,K) + F*C(I,K)
1940 NEXT K
1950 NEXT I1
1960 NEXT I
1970 FOR I1 = 1 TO NC
1980 FOR K1 = NC+1 TO 2*NC
1990 K = K1-NC:INVMA(I1,K) = C(I1,K)
2000 NEXT K1
2010 NEXT I1
2020 FOR I1 = 1 TO NC
2030 IF I1 = NC THEN 2150
2040 IF U1(I1) = I1 THEN 2140
2050 FOR I2 = I1+1 TO NC
2060 IF U1(I2) = I1 THEN R = I2:GOTO 2090
2070 NEXT I2
2080 U1(R) = U1(I1)
2090 FOR J1 = 1 TO NC
2100 A4 = INVMA(I1,J1)
2110 INVMA(I1,J1) = -INVMA(R,J1)
2120 INVMA(R,J1) = A4
2130 NEXT J1
2140 NEXT I1
2150 RETURN
2160 END = *NO*:GOTO 2150

```

```

100 '
110 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
120 ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS (CALCULO.CUA)
130 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
140 '
150 HOME
160 PRINT:VTAB 4
170 PRINT ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR METODO DE '
180 PRINT ' :::::::::::::::::::: : : : : : : : : : : : : : : : : : '
190 PRINT:PRINT '          MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS '
200 PRINT '          :::::::::::::: : : : : : : : : : : : : : : : '
210 ' SACAR DATOS DE ARCHIVOS DE GENERACION Y ESTRUCTURA
220 ' -----
230 DIM U(161),Y(161)
240 OPEN 'R',#3,'ORDEN',2
250 FIELD#3,2 AS N1$
260 GET#3,1
270 N1 = CVI(N1$)
280 CLOSE #3
290 ' NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION
300 ' -----
310 PRINT:PRINT:PRINT ' EL ORDEN DEL MODELO A IDENTIFICARSE ES = ';N1
320 PRINT:PRINT ' EL NUMERO DE MUESTRAS ES MAYOR QUE EL ORDEN DEL MODELO Y MENOR QUE ';120-(2*N1)
330 PRINT:INPUT ' NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION = ';NM1$
340 IF NM1$ <= N1 OR NM1$ > (120-(2*N1)) THEN PRINT ' El valor es incorrecto, introduzca nuevamente':GOTO 330
350 NM1 = NM1$
360 OPEN 'R',#2,'DATOS',30
370 FIELD#2,2 AS N$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRA1$
380 FOR I = 20 TO NM1+22
390 J = I-20
400 GET#2,1
410 U(J) = CVS(U$):Y(J) = CVS(Y$)
420 NEXT I
430 CLOSE #2
440 HOME
450 PRINT:VTAB 8
460 PRINT '          $$$ ESPERE ESTA CALCULANDO $$$':PRINT
470 DIM MY1(NM1-N1+1,1),F11(NM1-N1+1,2*N1),TF11(2*N1,NM1-N1+1)
480 DIM TETA1(2*N1,1),MA(2*N1,2*N1),INVMA(2*N1,2*N1)
490 FOR I = 1 TO NM1-N1+1
500 MY1(I,1) = Y(XI-I+1)
510 NEXT I
520 ' $$$ ENCONTRAR LA MATRIZ F11 $$$
530 ERASE TF11
540 DIM TF11(2*N1,NM1-N1+1)
550 FOR I = 1 TO NM1-N1+1
560 FOR J = 1 TO 2*N1
570 IF J >= N1+1 THEN F11(I,J) = U(2*N1-J+I-1):GOTO 590
580 F11(I,J) = Y(N1-J+I-1)
590 NEXT J
600 NEXT I
610 FOR I = 1 TO 2*N1
620 FOR J = 1 TO NM1-N1+1
630 TF11(I,J) = F11(I,J)
640 NEXT J,I

```

```

650 FOR I = 1 TO 2*N1
660 FOR J = 1 TO 2*N1
670 MA(I,J) = 0
680 FOR K = 1 TO NM1-N1+1
690 MA(I,J) = MA(I,J) + TF1(I,K)*F11(K,J)
700 NEXT K,J
710 NEXT I
720 MC = 2*N1
730 GOSUB 1390
740 ' OBTENEMOS LA MATRIZ INVERSA DE MA
750 IF ID1$ (<) 'NO' THEN 840
760 PRINT:PRINT 'CAMBIE EL NUMERO DE MUESTRAS':PRINT:PRINT 'O DESEA IR AL PROGRAMA PRINCIPAL (si o no) ? '
770 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 1330
780 IF S$ (<) 'N' THEN 770
790 PRINT 'NO'
800 ERASE MY1,F11,TF11
810 ERASE TETA1,HA,INVMA
820 ERASE C,M1,U1
830 GOTO 310
840 ERASE C
850 DIM C(2*N1,1)
860 FOR I = 1 TO 2*N1
870 C(I,1) = 0
880 FOR J = 1 TO NM1-N1+1
890 C(I,1) = C(I,1) + TF1(I,J)*MY1(J,1)
900 NEXT J,1
910 FOR K = 1 TO 2*N1
920 TETA1(K,1) = 0
930 FOR J = 1 TO 2*N1
940 TETA1(K,1) = TETA1(K,1) + INVMA(K,J)*C(J,1)
950 NEXT J,K
960 L2 = 0
970 OPEN 'R',#2,'DATOS',30
980 FIELD#2,2 AS M$,2 AS N$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRA1$
990 GET#2,1
1000 M = CVI(M$):TZ1 = CVI(TZ$)
1010 T = CVS(T$):N = CVI(N$)
1020 FOR I = 1 TO N
1030 GET#2,1
1040 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
1050 NEXT I
1060 CLOSE #2
1070 OPEN 'R',#4,'RESULTAD',26
1080 FIELD#4,2 AS M$,2 AS N$,2 AS N1$,2 AS NM1$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS T$,2 AS TZ$,4 AS T$
1090 IF N (<= 2*N1 THEN M2 = 2*N1:GOTO 1110
1100 M2 = N:L2 = 1
1110 FOR I = 1 TO M2
1120 IF I = 1 THEN 1150
1130 IF I > 1 AND L2 = 0 THEN 1220
1140 IF I > 1 AND L2 = 1 THEN 1270
1150 LSET M$ = MKI$(N):LSET N1$ = MKI$(N1)
1160 LSET NM1$ = MKI$(NM1):LSET M$ = MKI$(M)
1170 LSET TZ$ = MKI$(TZ1):LSET T$ = MKS$(Y)
1180 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1190 LSET T$ = MKS$(TETA1(I,1))
1200 PUT#4,1
1210 GOTO 1310
1220 IF I > 1 THEN 1240

```

```

1230 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ =MKS$(B(I))
1240 LSET TE$ = MKS$(TETA(I,I))
1250 PUT#4,I
1260 GOTO 1310
1270 IF I > 2*NI THEN 1290
1280 LSET TE$ = MKS$(TETA(I,I))
1290 LSET A$ = MKS$(A(I)):LSET B$ = MKS$(B(I))
1300 PUT#4,I
1310 NEXT I
1320 CLOSE #4
1330 COMMON MCR$,IND()
1340 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
1350 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
1360 IF IDI$ = "NO" THEN 1370
1370 CHAIN "B:MINIKO.CUA",840
1380 STOP
1390 ' ### SUBPROGRAMA PARA CALCULAR LA MATRIZ INVERSA DE HA ###
1400 ' ### REALIZADO CON PIVOTAJE COMPLETO Y MATRIZ ADJUNTA ###
1410 '
1420 '   MATRIZ C = HA I I
1430 REM
1440 DIM C(1NC,2*1NC),MI(1NC,1NC)
1450 FOR I = 1 TO 1NC
1460 FOR J = 1 TO 1NC
1470 IF I <> J THEN MI(I,J) = 0:GOTO 1490
1480 MI(I,J) = 1
1490 NEXT J
1500 NEXT I
1510 FOR I = 1 TO 1NC
1520 FOR J = 1 TO 2*1NC
1530 IF J <= 1NC THEN C(I,J) = HA(I,J):GOTO 1560
1540 J1 = J - 1NC
1550 C(I,J) = MI(I,J1)
1560 NEXT J
1570 NEXT I
1580 DIM U(1NC)
1590 FOR I = 1 TO 1NC
1600 U(I) = I
1610 NEXT I
1620 FOR I = 1 TO 1NC
1630 R = I:S = I
1640 T = ABS(C(I,I))
1650 FOR K = 1 TO 1NC
1660 FOR J = 1 TO 1NC
1670 IF T <= C(K,J) THEN 1700
1680 T = ABS(C(K,J))
1690 R = K:S = J
1700 NEXT J
1710 NEXT K
1720 IF T <= .00002 THEN PRINT "LA MATRIZ NO ES INVERTIBLE":GOTO 2160
1730 IDI$ = "SI"
1740 IF R = I THEN 1790
1750 FOR J = 1 TO 2*1NC
1760 B = C(R,J):C(R,J) = C(I,J)
1770 C(I,J) = B
1780 NEXT J
1790 IF S = I THEN 1980

```

```

1800 FOR K = 1 TO NC
1810  @ = C(K,I)
1820 C(K,I) = C(K,S):C(K,S) = @
1830 U2 = U1(I):U1(I) = U1(S):U1(S) = U2
1840 NEXT K
1850 F0 = U1(I)
1860 U1(I) = U1(S)
1870 U1(S) = F0
1880 FOR I1 = 1 TO NC
1890 F = - C(I1,I)/C(I,I)
1900 FOR K = I1 TO 2*NC
1910 IF I1 = I THEN C(I1,K) = C(I,K)/C(I,I):GOTO 1940
1920 IF I1 > I THEN C(I1,K) = C(I1,K) - C(I,K)*C(I1,I):GOTO 1940
1930 C(I1,K) = C(I1,K) + F*C(I,K)
1940 NEXT K
1950 NEXT I1
1960 NEXT I
1970 FOR I1 = 1 TO NC
1980 FOR K1 = NC+1 TO 2*NC
1990 K = K1-NC:INVMA(I1,K) = C(I1,K1)
2000 NEXT K1
2010 NEXT I1
2020 FOR I1 = 1 TO NC
2030 IF I1 = NC THEN 2150
2040 IF U1(I1) = I1 THEN 2140
2050 FOR I2 = I1+1 TO NC
2060 IF U1(I2) = I1 THEN R = I2:GOTO 2080
2070 NEXT I2
2080 U1(R) = U1(I1)
2090 FOR J1 = 1 TO NC
2100 A4 = INVMA(I1,J1)
2110 INVMA(I1,J1) = INVMA(R,J1)
2120 INVMA(R,J1) = A4
2130 NEXT J1
2140 NEXT I1
2150 RETURN
2160 IDI* = 'NO':GOTO 2150

```

```

90 DIM A(1),B(1),TETA(1)
100 '
110 ' RESULTADOS MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (RESULTI.CUA )
120 ' -----
130 '
140 ERASE A,E,TETA
150 OPEN "R",#1,"BANDERA2",10
160 FIELD#1,2 AS CH1$,8 AS NOM1$
170 GET#1,1
180 CH1 = CVI(CH1$);NOMS = NOM1$
190 CLOSE #1
200 OPEN "R",#CHI,NOMS,26
210 FIELD#CHI,2 AS H$,2 AS H$,2 AS H1$,2 AS H1$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS T$,2 AS T$,4 AS T$
220 GET#CHI,1
230 M = CVI(H$);N1 = CVI(H1$)
240 M1 = CVI(NM1$);N = CVI(H$)
250 T2 = CVI(T$);T = CVS(T$)
260 DIM TETA(2*N1),A(N1),B(N1)
270 FOR I = 1 TO M
280 GET#CHI,1
290 A(I) = CVS(A$);B(I) = CVS(B$)
300 NEXT I
310 FOR J = 1 TO 2*N1
320 GET#CHI,J
330 TETA(J) = CVS(T$)
340 NEXT J
350 CLOSE #CHI
360 HOME
370 PRINT:VTAB 4
380 PRINT '   RESULTADOS UTILIZANDO EL METODO'
390 PRINT '   ::::::::::::::::::::: ::::::::::::::::::::: ::::: :::::::::::::::::::::'
400 PRINT:PRINT '           DE MINIMOS CUADRADOS'
410 PRINT '   ::: ::::::::::::::::::::: :::::::::::::::::::::'
420 PRINT:PRINT:PRINT
430 PRINT:PRINT '   TECLA 1 ----- RESULTADOS EN PANTALLA'
440 PRINT:PRINT '   TECLA 2 ----- RESULTADOS EN IMPRESORA'
450 PRINT:PRINT '   TECLA 3 ----- GRAFICO DE LA SENIAL DE SALIDA Y'
460 PRINT:PRINT '   TECLA 4 ----- SALIR AL PROGRAMA PRINCIPAL'
470 PRINT:PRINT '   ----- CUAL OPCION ? ';
480 A$ = INKEY$:IF VAL(A$) < 1 OR VAL(A$) > 4 THEN 480
490 PRINT VAL(A$)
500 ON VAL(A$) GOTO 520,1070,1820,1720
510 GOTO 360
520 '
530 ' RESULTADOS EN PANTALLA
540 ' -----
550 HOME
560 PRINT:VTAB 4
570 PRINT ' - LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS PARA LA SIMULACION DE LA '
580 PRINT '   SENIAL DE ENTRADA/SALIDA (U/Y) ES: '
590 PRINT:PRINT 'Y(K)';
600 FOR I = 1 TO M
610 PRINT USING "+###.###";(-1)A(I);
620 IF I >= N THEN PRINT 'Y(K-'I') = ';GOTO 640
630 PRINT 'Y(K-'I')';
640 NEXT I
650 FOR J = 1 TO M

```

```

660 PRINT USING "###.###";B(J);PRINT "U(K-'J')";
670 NEXT J
680 PRINT
690 PRINT:PRINT:PRINT " - LA SENIAL DE EXITACION ";
700 IF T2 = 3 THEN PRINT " ES EL RUIDO":GOTO 750
710 PRINT " VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA: "
720 PRINT:PRINT "          U(K) = 5( 1 - EXP(-.2XK)) PARA 0 < K <= 1"
730 PRINT:PRINT "          = 5*EXP(-.2(K-1)) PARA 1 < K <= 2"
740 PRINT:PRINT " Periodo de muestreo T = ";T
750 PRINT:PRINT:PRINT " - PARAMETRO REAL DE LA PLANTA "
760 PRINT:PRINT:PRINT " [';
770 FOR I = 1 TO 2*M
780 L = I-M
790 IF I >= M+1 THEN PRINT " Bc'L" ";GOTO 810
800 PRINT " Ad'I" ";
810 NEXT I
820 PRINT ']'
830 PRINT:PRINT " [';
840 FOR I = 1 TO 2*M
850 IF I >= M+1 THEN PRINT USING "###.### " ;B(I-M);GOTO 870
860 PRINT USING "###.### " ;A(I);
870 NEXT I
880 PRINT ']'
890 C$ = INKEY$:IF C$ = "" THEN 890
900 PRINT:PRINT:PRINT " - PARAMETRO ESTIMADO DE LA PLANTA"
910 PRINT:PRINT:PRINT " [';
920 FOR I = 1 TO 2*M
930 L = I-M
940 IF I >= M+1 THEN PRINT " B1'L" ";GOTO 960
950 PRINT " A1'I" ";
960 NEXT I
970 PRINT ']'
980 PRINT:PRINT " [';
990 FOR I = 1 TO 2*M
1000 PRINT USING "###.###" ;TETA(I);
1010 NEXT I
1020 PRINT ']'
1030 PRINT:PRINT:PRINT " - NUMERO DE MUESTRAS UTILIZADAS PARA IDENTIFICACION = ";NMI
1040 C$ = INKEY$:IF C$ = "" THEN 1040
1050 GOTO 360
1060 '
1070 ' RESULTADOS EN IMPRESORA
1080 ' -----
1090 '
1100 PRINT:PRINT "DESEA CARATULA (si o no) ? ";
1110 S$ = INKEY$:IF S$ = "N" THEN PRINT "NO":GOTO 1150
1120 IF S$ <> "S" THEN 1110
1130 PRINT 'S1'
1140 GOSUB 1940
1150 HOME
1160 PRINT:VTAB 10
1170 PRINT:PRINT "      *** ESPERE, ESTA IMPRIMIENDO ***"
1180 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1190 LPRINT CHR$(14);" METODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS";CHR$(13);CHR$(14);
1200 LPRINT:LPRINT:LPRINT " - LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADA ES:"
1210 IF N*M > 5 THEN LPRINT CHR$(15)
1220 LPRINT:LPRINT "      Y(K)";

```

```

1230 FOR I = 1 TO M
1240 LPRINT USING "+###.###";|-1|*A(I);
1250 IF I = M THEN LPRINT "Y(K-";CHR$(9);I;CHR$(9);') = ";GOTO 1270
1260 LPRINT "Y(K-";CHR$(9);I;CHR$(9);')';
1270 NEXT I
1280 FOR J = 1 TO M
1290 LPRINT USING "+###.###";B(J);LPRINT "U(K-";CHR$(8);J;CHR$(9);')';
1300 NEXT J
1310 IF M+M > 5 THEN LPRINT CHR$(10)
1320 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT " - LA SENAL DE EXITACION ";
1330 IF T2 < 3 THEN 1350
1340 LPRINT "ES UNA SENAL ALEATORIA (ruido) ";LPRINT:LPRINT "      varia entre: -1 y 1";GOTO 1390
1350 LPRINT "VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA: "
1360 LPRINT "      U(t) = 5*( 1 - EXP(-.2*t)) PARA 0 < t (<= 1"
1370 LPRINT "      = 5*EXP(-.2*(t - 1)) PARA 1 < t (<= 2"
1380 LPRINT:LPRINT "      Periodo de muestreo T = ";T
1390 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT " - PARAMETRO REAL DE LA PLANTA"
1400 IF M > 2 THEN LPRINT CHR$(15)
1410 LPRINT:LPRINT "  ";
1420 FOR I = 1 TO 2*M
1430 L = I-M
1440 IF I >= M+1 THEN LPRINT " B0'L" ";GOTO 1460
1450 LPRINT " A0'I" ";
1460 NEXT I
1470 LPRINT CHR$(9);CHR$(9);')'
1480 LPRINT:LPRINT "  ";
1490 FOR I = 1 TO 2*M
1500 IF I >= M+1 THEN LPRINT USING "+###.### " ;B(I-M);GOTO 1520
1510 LPRINT USING "+###.### " ;A(I);
1520 NEXT I
1530 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
1540 IF M > 2 THEN LPRINT CHR$(18)
1550 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT " - PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO"
1560 IF M1 > 2 THEN LPRINT CHR$(15)
1570 LPRINT:LPRINT:LPRINT "  ";
1580 FOR I = 1 TO 2*M1
1590 L = I-M1
1600 IF I >= M1+1 THEN LPRINT " B1'L" ";GOTO 1620
1610 LPRINT " A1'I" ";
1620 NEXT I
1630 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
1640 LPRINT:LPRINT "  ";
1650 FOR I = 1 TO 2*M1
1660 LPRINT USING "+###.### " ;TETA(I);
1670 NEXT I
1680 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
1690 IF M1 > 2 THEN LPRINT CHR$(10)
1700 LPRINT:LPRINT:LPRINT " - NUMERO DE MUESTRAS PARA IDENTIFICACION: ";M1
1710 GOTO 350
1720 COMMON MCR$,IND(1),M,M1,TETA(1),A(1),B(1)
1730 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
1740 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
1750 FOR I = 1 TO 2*M1:TETA(I) = 0:NEXT I
1760 FOR J = 1 TO M
1770 A(J) = 0:B(J) = 0
1780 NEXT J
1790 H = 0:M1 = 0

```

```

1800 CHAIN 'B:MIHINO.CUA',1320
1810 STOP
1820 '
1830 ' PASA A GRAFICO DE LA SENIAL DE SALIDA
1840 ' -----
1850 MCR% = MC%:IND(1) = IND(1)
1860 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
1870 FOR I = 1 TO N
1880 A(I) = A(I):B(I) = B(I)
1890 NEXT I
1900 FOR J = 1 TO 2*NI:TETA(J) = TETA(J):NEXT J
1910 N = N:NI = NI
1920 CHAIN 'B:GRAY%.MC'
1930 GOTO 130
1940 '
1950 ' CARATULA
1960 ' -----
1970 LPRINT SPACE$(2);
1980 FOR I = 1 TO 5
1990 LPRINT CHR$(27);"K";LPRINT CHR$(120);CHR$(0);
2000 FOR J = 1 TO 120:LPRINT CHR$(3);:NEXT J
2010 NEXT I
2020 LPRINT
2030 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2040 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);" ESCUELA POLITECNICA NACIONAL ";CHR$(19);CHR$(LHD)
2050 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2060 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA ";CHR$(19);CHR$(LHD)
2070 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2080 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);"ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL";CHR$(19);CHR$(LHD)
2090 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2100 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);" T E S I S";SPACE$(14);CHR$(19);CHR$(LHD)
2110 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2120 LPRINT CHR$(14);CHR$(27);"E";SPACE$(1);CHR$(19);" IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA ";CHR$(19);CHR$(27);"F";CHR$(LHD);CHR$(14);
A);
2130 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
2140 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
2150 LPRINT CHR$(27);"G";" AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA ";SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHE);CHR$(LHA);
2160 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
2170 LPRINT CHR$(27);"G";" DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBANO";SPACE$(32);CHR$(19);CHR$(LHD);CHR$(LHA);
2180 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
2190 LPRINT CHR$(27);"G";" FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988";SPACE$(44);CHR$(19);CHR$(LHD);CHR$(LHA);
2200 LPRINT CHR$(27);"H";
2210 LPRINT CHR$(LHE);SPACE$(1);CHR$(19);SPACE$(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT SPACE$(2);
2220 FOR I = 1 TO 5
2230 LPRINT CHR$(27);"K";LPRINT CHR$(120);CHR$(0);
2240 FOR J = 1 TO 120:LPRINT CHR$(3);:NEXT J
2250 NEXT I
2260 RETURN

```

```

100 '
110 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
120 ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS
130 '           CON Y SIN RUIDO (CALCULO2.MCR)
140 ' ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
150 '
160 HOME
170 PRINT:VTAB 4
180 PRINT ' ESTIMACION DE PARAMETROS POR EL METODO '
190 PRINT ' ::::::::::::::: : : : ::::::::::::::: : : : : : ::::::::::
200 PRINT:PRINT '           M I N I M O S   C U A D R A D O S   R E C U R S I V O S
210 PRINT '           (::::::::::: ::::::::::::::: :::::::::::::::)'
220 ' SACAR DATOS DE LA GENERACION DE LA ESTRUCTURA
230 ' -----
240 DIM Y(161),U(161)
250 OPEN 'R',#3,'ORDEN',2
260 FIELD#3,2 AS N2$
270 GET#3,1
280 N2 = CUI(N2$)
290 CLOSE #3
300 OPEN 'R',#2,'DATOS',30
310 FIELD#2,2 AS M$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRA1$
320 GET#2,1
330 M = CUI(M$):TZ1 = CUI(TZ$)
340 M = CUI(M$)
350 T = CVS(T$):VRA1 = CVS(VRA1$)
360 A(1) = CVS(A$):B(1) = CVS(B$)
370 IF M <= 1 THEN 420
380 FOR I = 2 TO M
390 GET#2,1
400 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
410 NEXT I
420 ' NUMERO DE ITERACIONES Y VALOR DE LA FUNCION DE OLVIDO
430 ' -----
440 NM2 = 2*Y2
450 PRINT:PRINT 'LA FUNCION DE OLVIDO ES  $V = A \cdot GAMA^{(K-NM2)}$ 
460 PRINT:PRINT ' OPCION #1 ---- VALORES DE A Y GAMA '
470 PRINT:PRINT ' OPCION #2 ---- VALOR DE GAMA; A = 1 '
480 PRINT:PRINT '           ---- ESCOJA OPCION '
490 X$ = INKEY$:IF VAL(X$) < 1 OR VAL(X$) > 2 THEN 490
500 PRINT VAL(X$)
510 ON VAL(X$) GOTO 520,570
520 PRINT:PRINT:PRINT ' El rango es: 0 < GAMA < 1; y, A = 1 - GAMA '
530 PRINT:INPUT ' GAMA = ';GAMA$
540 IF VAL(GAMA$) <= 0 OR VAL(GAMA$) >= 1 THEN PRINT ' Introduzca el dato correctamente':GOTO 530
550 GAMA = VAL(GAMA$)
560 KA = 1 - GAMA:GOTO 620
570 PRINT:PRINT:PRINT ' el rango es: 0 < GAMA <= 1; y, KA = 1 '
580 PRINT:INPUT ' GAMA = ';GAMA$
590 IF VAL(GAMA$) <= 0 OR VAL(GAMA$) > 1 THEN PRINT 'Introduzca el dato correctamente':GOTO 580
600 GAMA = VAL(GAMA$)
610 KA = 1
620 PRINT:PRINT:PRINT ' El numero de iteraciones menor que 'i150-20-NM2
630 PRINT:INPUT ' NUMERO DE ITERACIONES = 'iTM$
640 IF VAL(TM$) < 1 OR VAL(TM$) > (130-NM2) THEN PRINT ' Introduzca el dato correctamente ':GOTO 630
650 TM2$ = VAL(TM$):TM = TM2$

```

```

660 HOME
670 PRINT:VTAB 10
680 PRINT:PRINT '      LOS DATOS INTRODUCIDOS SON: '
690 PRINT:PRINT '      GAMA = ' ; GAMA
700 PRINT:PRINT '      A = ' ; KA
710 PRINT:PRINT '      NUMERO DE ITERACIONES = ' ; TK
720 PRINT:PRINT:PRINT '      DESEA CAMBIAR LOS VALORES (SI o No) ? ' ;
730 S$ = INKEY$; IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 420
740 IF S$ (<) 'N' THEN 730
750 PRINT 'NO'
760 FOR I = 20 TO MM2+TM+2!
770 J = I-20
780 GET#2, I
790 U(J) = CVS(U$):Y(J) = CVS(Y$)
900 NEXT I
910 CLOSE #2
920 DIM TETA2(2*MM2, TM+1), L(2*MM2, 1), P(2*MM2, 2*MM2), F12(MM2-MM2+2, 2*MM2)
930 DIM TF12(2*MM2, MM2-MM2+2), Y2(MM2+2), U2(MM2+2)
940 DIM C(2), D(2), G(2)
950 C = 0: D = 0: G = 0
960 ' ## CONDICIONES INICIALES PARA TETA2(N) Y P(N) = ALFA*MI ##
970 ' -----
980 HOME
990 PRINT:VTAB 6
1000 PRINT ' DESEA USTED INTRODUCIR LAS CONDICIONES INICIALES PARA EL VECTOR ' :PRINT:PRINT ' PARAMETRICO TETA Y LA MATRIZ P(N) (SI o
No) ? ' ;
1010 S$ = INKEY$; IF S$ = 'N' THEN PRINT 'NO':GOTO 1080
1020 IF S$ (<) 'S' THEN 910
1030 PRINT 'SI':PRINT:PRINT
1040 PRINT 'CONDICION INICIAL PARA TETA(N) ES = '
1050 FOR I = 1 TO 2*MM2
1060 PRINT ' TETA('I') = ' ; INPUT TETA2(I, 1)
1070 IF TETA2(I, 1) (< (-10) OR TETA2(I, 1) > 110) THEN 950
1080 NEXT I
1090 PRINT:PRINT ' CONDICIONES INICIALES PARA LA MATRIZ P(N) = ALFA*MI : '
1100 PRINT:INPUT 'ALFA = ' ; ALFA
1110 FOR J = 1 TO 2*MM2
1120 FOR I = 1 TO 2*MM2
1130 IF I (<) J THEN MI(I, J) = 0:GOTO 1050
1140 XI(I, J) = 1
1150 P(I, J) = ALFA*MI(I, J)
1160 NEXT I, J
1170 GOTO 1220
1180 FOR J = 1 TO 2*MM2
1190 TETA2(J, 1) = 0
1200 NEXT J
1210 ALFA = 0
1220 FOR J = 0 TO MM2
1230 ALFA = ALFA + Y(J)^2
1240 NEXT J
1250 ALFA = ALFA # 10 / (MM2+1)
1260 FOR I = 1 TO 2*MM2
1270 FOR J = 1 TO 2*MM2
1280 IF I = J THEN MI(I, J) = 1:GOTO 1200
1290 MI(I, J) = 0
1300 P(I, J) = ALFA*MI(I, J)
1310 NEXT J, I
1320 HOME

```

```

1230 PRINT:VTAB 8
1240 PRINT " LAS CONDICIONES INICIALES PARA TETA(H) SON :":PRINT:PRINT " (";
1250 FOR I = 1 TO 2#N2:PRINT USING "#.#" "TETA2(I,1)";NEXT I
1260 PRINT "J":PRINT
1270 PRINT " CONDICIONES INICIALES PARA P(H) SON ":PRINT
1280 FOR I = 1 TO 2#N2
1290 FOR J = 1 TO 2#N2
1300 IF J = I THEN PRINT "!";
1310 PRINT USING "#.#" "P(I,J)";
1320 IF J = 2#N2 THEN PRINT "!"
1330 NEXT J,I
1340 PRINT:PRINT " DESEA CAMBIAR LAS CONDICIONES INICIALES (SI o No) ? ";
1350 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 940
1360 IF S$ < 'N' THEN 1350
1370 PRINT "NO"
1380 HOME
1390 PRINT:VTAB 10
1400 PRINT "      *** ESPERE ESTA CALCULANDO ***"
1410 K0 = 0
1420 FOR K = N2 TO (N2+M-1)
1430 K0 = K0 + 1
1440 " ***GENERACION DE LA MATRIZ F12 (K+1) ***
1450 L1 = 0
1460 FOR I = N2+1 TO 0 STEP -1
1470 Y2(I) = Y(K+1-L1):U2(I) = U(K+1-L1)
1480 L1 = L1+1
1490 NEXT I
1500 FOR J = 1 TO 2#N2
1510 IF J >= N2+1 THEN F12(N2-N2+2,J) = U2(N2+N2+1-J):GOTO 1530
1520 F12(N2-N2+2,J) = Y2(N2+1-J)
1530 TF12(J,N2-N2+2) = F12(N2-N2+2,J)
1540 NEXT J
1550 ERASE D,C
1560 DIM D(2#N2,1),C(1,1)
1570 FOR J = 1 TO 2#N2
1580 D(J,1) = 0
1590 FOR KL = 1 TO 2#N2
1600 D(J,1) = D(J,1) + P(J,KL)*TF12(KL,N2-N2+2)
1610 NEXT KL,J
1620 FOR I = 1 TO 2#N2
1630 D(I,1) = D(I,1)/GAHA
1640 NEXT I
1650 C(1,1) = 0
1660 FOR I = 1 TO 2#N2
1670 C(1,1) = C(1,1) + F12(N2-N2+2,1)*D(I,1)
1680 NEXT I
1690 SUM = 1/KA + C(1,1)
1700 FOR I = 1 TO 2#N2
1710 L(I,1) = D(I,1)/SUM
1720 NEXT I
1730 SUM1 = 0
1740 FOR J = 1 TO 2#N2
1750 SUM1 = SUM1 + F12(N2-N2+2,J)*TETA2(J,K0)
1760 NEXT J
1770 SUM = Y(K+1) - SUM1
1780 FOR I = 1 TO 2#N2
1790 K2 = K0+1

```

```

1800 TETA2(I,K2) = TETA2(I,K0) + L(I,1)*SUK
1810 NEXT I
1820 ERASE C,D
1830 DIM C(2#N2,2#N2),D(2#N2,2#N2)
1840 FOR I = 1 TO 2#N2
1850 FOR J = 1 TO 2#N2
1860 C(I,J) = (MI(I,J) - (L(I,1)*FI2(NM2-N2+2,J)))/GAMA
1870 NEXT J,I
1880 FOR I = 1 TO 2#N2
1890 FOR J = 1 TO 2#N2
1900 D(I,J) = 0
1910 FOR KL = 1 TO 2#N2
1920 D(I,J) = D(I,J) + C(I,KL)*P(KL,J)
1930 NEXT KL,J
1940 NEXT I
1950 FOR J = 1 TO 2#N2
1960 FOR I = 1 TO 2#N2
1970 P(J,I) = D(J,I)
1980 NEXT I,J
1990 NEXT K
2000 OPEN 'R',#4,'RESULTAD',42
2010 FIELD#4,2 AS M$,2 AS N$,2 AS H$,2 AS TH$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS TE$,4 AS KA$,4 AS GA$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRAI$,4 AS ALFA$
2020 FOR KO = 1 TO TM+1
2030 IF KO = 1 THEN RST = 0:GOTO 2050
2040 RST = (KO-1)*2#N2
2050 FOR J = 1 TO 2#N2
2060 RST = RST +1
2070 IF RST = ! THEN 2100
2080 IF RST > ! AND RST < N+1 THEN 2150
2090 IF RST >= N+1 THEN 2160
2100 LSET M$ = MKI$(N):LSET N1$ = MKI$(N2)
2110 LSET M$ = MKI$(M):LSET ALFA$ = MKS$(ALFA)
2120 LSET KA$ = MKS$(KA):LSET GA$ = MKS$(GAMA)
2130 LSET VRAI$ = MKS$(VRAI):LSET TM$ = MKI$(TM)
2140 LSET TZ$ = MKI$(TZ):LSET T$ = MKS$(T)
2150 LSET A$ = MKS$(A(RST)):LSET B$ = MKS$(B(RST))
2160 LSET TE$ = MKS$(TETA2(I,K0))
2170 PUT#4,RST
2180 NEXT J,KO
2190 CLOSE #4
2200 ' PASA A PROGRAMA PRINCIPAL
2210 ' -----
2220 ' PASA AL PROGRAMA PRINCIPAL DE MINIMO CUADRAOS RECURSIVOS
2230 COMMON MCR$,IND(1)
2240 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
2250 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
2260 CHAIN 'B:MINIMO1.MCR',890
2270 STOP

```



```

660 PRINT USING "###.###";B(I);PRINT "U(K-'I')";
670 NEXT J
680 PRINT:PRINT:PRINT " - LA SENIAL DE EXITACION ";
690 IF T2I = 1 THEN PRINT " ES ESCALON UNITARIO ":GOTO 750
700 IF T2I = 3 THEN PRINT " ES ALEATORIA (varia en el rango -1 a +1) ":GOTO 750
710 PRINT " VARIA EXPONENCIALMENTE DE LA FORMA: "
720 PRINT:PRINT "          U(L) = S(L - EXP(-.2*L))   para 0 < t <= 1"
730 PRINT "          = S*EXP(-.2*L)           para 1 < t <= 2"
740 PRINT:PRINT " Periodo de muestreo T = ";T
750 PRINT:PRINT:PRINT " - PARAMETRO REAL DE LA PLANTA"
760 PRINT:PRINT "[';
770 FOR I = 1 TO 2*N
780 L = I-N
790 IF I >= N+1 THEN PRINT " B*L" ";:GOTO 810
800 PRINT " A*I" ";
810 NEXT I
820 PRINT ']'
830 PRINT:PRINT "[';
840 FOR I = 1 TO 2*N
850 L = I-N
860 IF I >= N+1 THEN PRINT USING "###.### ";B(L);:GOTO 880
870 PRINT USING "###.### ";A(I);
880 NEXT I
890 PRINT ']'
900 S$ = INKEY$:IF S$ = "" THEN 900
910 PRINT:PRINT:PRINT " - FACTOR DE OLVIDO":PRINT:PRINT "          A = ";KA:PRINT:PRINT "          GAN = ";GANA
920 S$ = INKEY$:IF S$ = "" THEN 920
930 PRINT:PRINT:PRINT " - CONDICIONES INICIALES ":PRINT:PRINT "          TETA(0) = ";I;
940 FOR I = 1 TO 2*N/2:PRINT USING "###.### ";TETA(I,1);:NEXT I
950 PRINT ']:PRINT:PRINT "          ALFA = ";ALFA
960 IF MC$ <> "MCR" THEN 990
970 PRINT:PRINT:PRINT " - PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO c = ";VRA
980 C$ = INKEY$:IF C$ = "" THEN 990
990 HOME
1000 PRINT:PRINT " ITERACION*SPC(5)*PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO"
1010 PRINT
1020 LI = 1
1030 FOR J = 2 TO TN+1
1040 PRINT J-1; "          [";
1050 FOR I = 1 TO 2*N/2
1060 PRINT USING "###.### ";TETA(I,1);
1070 NEXT I
1080 PRINT ']'
1090 IF J <> LI+20 THEN 1120
1100 LI = LI + 1
1110 C$ = INKEY$:IF C$ = "" THEN 1110
1120 NEXT J
1130 C$ = INKEY$:IF C$ = "" THEN 1130
1140 GOTO 390
1150 '
1160 ' RESULTADOS EN IMPRESORA
1170 ' -----
1180 PRINT:PRINT "DESEA REALIZAR CARATULA (si o no) ? ";
1190 S$ = INKEY$:IF S$ = "N" THEN PRINT "NO":GOTO 1550
1200 IF S$ <> "S" THEN 1190
1210 PRINT "SI"
1220 GOSUB 1240

```

```

1230 GOTO 1550
1240 LPRINT SPACES(2);
1250 FOR I = 1 TO 5
1260 LPRINT CHR$(27);"K";LPRINT CHR$(120);CHR$(0);
1270 FOR J = 1 TO 120:LPRINT CHR$(3);:NEXT J
1280 NEXT I
1290 LPRINT
1300 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1310 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);" ESCUELA POLITECNICA NACIONAL ";CHR$(19);CHR$(LHD)
1320 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1330 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA ";CHR$(19);CHR$(LHD)
1340 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1350 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);"ESPECIALIZACION ELECTRONICA Y CONTROL";CHR$(19);CHR$(LHD)
1360 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1370 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);" T E S I S";SPACES(14);CHR$(19);CHR$(LHD)
1380 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1390 LPRINT CHR$(14);CHR$(27);"E";SPACES(1);CHR$(19);" IDENTIFICACION PARAMETRICA DISCRETA ";CHR$(19);CHR$(27);"F";CHR$(LHD);CHR$(A);
1400 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD)
1410 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
1420 LPRINT CHR$(27);"G";" AUTORA: SILVIA ELENA RACINES SILVA ";SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD);CHR$(LHA);
1430 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
1440 LPRINT CHR$(27);"G";" DIRECTOR DE TESIS: ING. PATRICIO BURBAHO";SPACES(32);CHR$(19);CHR$(LHD);CHR$(LHA);
1450 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);CHR$(LHD);
1460 LPRINT CHR$(27);"G";" FECHA: 19 DE FEBRERO DE 1988";SPACES(44);CHR$(19);CHR$(LHD);CHR$(LHA);
1470 LPRINT CHR$(27);"H";
1480 LPRINT CHR$(LHE);SPACES(1);CHR$(19);SPACES(37);CHR$(19);CHR$(LHD):LPRINT SPACES(2);
1490 FOR I = 1 TO 5
1500 LPRINT CHR$(27);"K";LPRINT CHR$(120);CHR$(0);
1510 FOR J = 1 TO 120:LPRINT CHR$(3);:NEXT J
1520 NEXT I
1530 LPRINT:LPRINT
1540 RETURN
1550 LPRINT:LPRINT:LPRINT
1560 LPRINT:LPRINT CHR$(14);" METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS";CHR$(LHD);CHR$(LHA)
1570 IF NCR = 'MCR' THEN 1600
1580 LPRINT:LPRINT CHR$(14);SPACES(15);"CON RUIDO";CHR$(LHD);CHR$(LHA)
1590 GOTO 1610
1600 LPRINT:LPRINT CHR$(14);SPACES(15);"SIN RUIDO";CHR$(LHD);CHR$(LHA)
1610 LPRINT:LPRINT:LPRINT " - LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:"
1620 IF N+M > 5 THEN LPRINT CHR$(15);
1630 LPRINT:LPRINT " Y(K)";
1640 FOR I = 1 TO M
1650 LPRINT USING "###.###";(-1)^(I);
1660 IF I = M THEN LPRINT "Y(K-";CHR$(8);I;CHR$(8);") = ";GOTO 1680
1670 LPRINT "Y(K-";CHR$(8);I;CHR$(8);")";
1680 NEXT I
1690 FOR J = 1 TO M
1700 LPRINT USING "###.###";B(J);LPRINT "U(K-";CHR$(8);J;CHR$(8);")";
1710 NEXT J
1720 IF N+M > 5 THEN LPRINT CHR$(18)
1730 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT " - LA SENAL DE EXITACION ";
1740 IF TZ1 (>) 1 THEN 1770
1750 LPRINT " ES ESCALON UNITARIO";LPRINT:LPRINT " U(k) = 1 para k > 0"
1760 LPRINT:LPRINT " U(k) = 0 para k <= 0 ";GOTO 1820
1770 IF TZ1 (>) 3 THEN LPRINT "VARIA EXPONENCIALMENTE DE LA FORMA: ";GOTO 1770

```

```

1780 LPRINT 'ES ALEATORIA':LPRINT:LPRINT '      rango de variacion -1 a +1':GOTO 1820
1790 LPRINT:LPRINT '      U(t) = 5[1 - EXP(-.2t)] para 0 < t (<= 1'
1800 LPRINT:LPRINT '      = 5*EXP(-.2(t-1)) para 1 < t (<= 2'
1810 LPRINT:LPRINT '      Periodo de muestreo T = 'T
1820 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT '      - PARAMETRO REAL DE LA PLANTA'
1830 IF N > 2 THEN LPRINT CHR$(15)
1840 LPRINT:LPRINT '      [';
1850 FOR J = 1 TO 2*N
1860 I = J-N
1870 IF J >= N+1 THEN LPRINT '      B0'J' ';:GOTO 1890
1880 LPRINT '      A0'J' ';
1890 NEXT J
1900 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);']'
1910 LPRINT:LPRINT '      [';
1920 FOR I = 1 TO 2*N
1930 J = I-N
1940 IF I >= N+1 THEN LPRINT USING '+###.### 'B(J);:GOTO 1960
1950 LPRINT USING '+###.### 'A(I);
1960 NEXT I
1970 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);']'
1980 IF N > 2 THEN LPRINT CHR$(18)
1990 LPRINT:LPRINT:LPRINT '      - EL FACTOR DE OLVIDO: '
2000 LPRINT:LPRINT '      A = 'KA
2010 LPRINT:LPRINT '      GAMA = 'GAMA
2020 S# = INKEY$:IF S# = '' THEN 2020
2030 LPRINT:LPRINT:LPRINT '      - CONDICIONES INICIALES '
2040 LPRINT:LPRINT '      ALFA = 'ALFA
2050 LPRINT:LPRINT '      0';CHR$(8);'-(0) = [';
2060 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(15);
2070 FOR I = 1 TO 2*N2:LPRINT USING '+###.### 'TETA2(I,1);:NEXT I
2080 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(18);
2090 LPRINT 'J'
2100 IF N2 < 'NCR' THEN 2120
2110 LPRINT:LPRINT:LPRINT '      - PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO c = 'VRA
2120 S# = INKEY$:IF S# = '' THEN 2120
2130 IF N2 >= 3 THEN LPRINT CHR$(15)
2140 LPRINT:LPRINT:LPRINT '      ITERACION'SPC(6)'PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO'
2150 LPRINT:LPRINT SPACES(16);'[';
2160 FOR I = 1 TO 2*N2
2170 L = I-N2
2180 IF I >= N2+1 THEN LPRINT '      B1'L' ';:GOTO 2200
2190 LPRINT '      A1'J' ';
2200 NEXT I
2210 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);']'
2220 FOR I = 2 TO TM+1
2230 IF I < (10+1) THEN 2270
2240 IF I < (100+1) THEN 2250
2250 LPRINT:LPRINT SPACES(4);I-I; '      !';:GOTO 2280
2260 LPRINT:LPRINT SPACES(5);I-I; '      !';:GOTO 2280
2270 LPRINT:LPRINT SPACES(6);I-I; '      !';
2280 FOR J = 1 TO 2*N2
2290 LPRINT USING '+###.### 'TETA2(J,1);
2300 NEXT J
2310 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);']'
2320 NEXT I

```

```
2320 NEXT I
2330 IF N2 >= 3 THEN LPRINT CHR$(19)
2340 GOTO 390
2350 COMMON MCR$,IND(1)
2360 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
2370 IND(2) = IND(2):IND(3) = IND(3)
2380 CHAIN "B:MINIHO1.MCR",1400
2390 STOP
```

```

100 '
110 ' PROGRAMA DE GRAFICOS (GRAFICO.MCR)
120 ' -----
130 '
140 OPEN 'R',#1,'BANDERA2',10
150 FIELD#1,2 AS CHI#,8 AS NOM#5
160 GET#1,2
170 CHI = CVI(CHI#):NOM# = NOM#5
180 CLOSE #1
190 OPEN 'R',#CHI,NOM#,42
200 FIELD#CHI,2 AS N#,2 AS M#,2 AS NI#,2 AS TH#,4 AS A#,4 AS B#,4 AS TE#,4 AS KA#,4 AS GA#,2 AS TZ#,4 AS T#,4 AS VRAI#,4 AS ALFA#
210 GET#CHI,1
220 N = CVI(N#):N2 = CVI(NI#)
230 M = CVI(M#):ALFA = CVS(ALFA#)
240 TH = CVI(TH#):VRAI = CVS(VRAI#)
250 KA = CVS(KA#):GAMA = CVS(GA#)
260 TZI = CVI(TZ#):T = CVS(T#)
270 DIM TETA2(2#N2,T#2)
280 FOR KO = 1 TO T#2
290 IF KO = 1 THEN RST = 0:GOTO 310
300 RST = (KO-1)*2#N2
310 FOR J = 1 TO 2#N2
320 RST = RST +1
330 GET#CHI,RST
340 IF RST >= N+1 THEN 360
350 A(RST) = CVS(A#):R(RST) = CVS(B#)
360 TETA2(J,KO) = CVS(TE#)
370 NEXT J,KO
380 CLOSE #CHI
390 IF IMD2 = 1 THEN 1060
400 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT CHR$(14);' METODO DE MINIMOS CUADRADOS RECURSIVOS';CHR$(LHD);CHR$(LHA);
410 IF M# = 'MCR' THEN 430
420 LPRINT:LPRINT CHR$(14);SPACE$(15);'CON RUIDO';CHR$(LHD);CHR$(LHA):GOTO 440
430 LPRINT:LPRINT CHR$(14);SPACE$(15);'SIN RUIDO';CHR$(LHD);CHR$(LHA)
440 LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - LA ECUACION DE DIFERENCIAS UTILIZADAS ES:'
450 IF N#M > 5 THEN LPRINT CHR$(15)
460 LPRINT:LPRINT ' Y(K)=';
470 FOR I = 1 TO N
480 LPRINT USING '###.##';(-1)*A(I);
490 IF I = N THEN LPRINT 'Y(K-';CHR$(8);I;CHR$(8);') = ';GOTO 510
500 LPRINT 'Y(K-';CHR$(8);I;CHR$(8);)';
510 NEXT I
520 FOR J = 1 TO M
530 LPRINT USING '###.##';B(J);LPRINT 'U(K-';CHR$(8);J;CHR$(8);)';
540 NEXT J
550 IF N#M > 5 THEN LPRINT CHR$(19)
560 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - LA SENIAL DE EXITACION '
570 IF TZI (<) 3 THEN 590
580 LPRINT 'ES UNA SENIAL ALEATORIA':LPRINT:LPRINT ' rango de variacion de -1 a +1':GOTO 660
590 IF TZI (<) 1 THEN 620
600 LPRINT 'ES ESCALON UNITARIO':LPRINT:LPRINT ' U(k) = 1 para k > 0 '
610 LPRINT:LPRINT ' U(k) = 0 para k <= 0 ':GOTO 660 EBIT 590
620 LPRINT 'VARIA EXPONENCIALMENTE, DE LA FORMA: '
630 LPRINT:LPRINT ' U(l) = 5#1 - EXP(-.2#l) PARA 0 < l (<= 1'
640 LPRINT ' = 5#EXP(-.2#l(-1)) PARA 1 < l (<= 2'
650 LPRINT:LPRINT ' Periodo de muestreo T = 'T

```

```

660 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - PARAMETRO REAL DE LA PLANTA '
670 IF N > 2 THEN LPRINT CHR$(15)
680 LPRINT:LPRINT ' [';
690 FOR I = 1 TO N:LPRINT ' A0I' ';NEXT I
700 FOR J = 1 TO M:LPRINT ' B0J' ';NEXT J
710 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
720 LPRINT:LPRINT ' [';
730 FOR I = 1 TO 2*N
740 J = I-N
750 IF I >= N+1 THEN LPRINT USING '#E.### ';(I);GOTO 770
760 LPRINT USING '#E.### ';(I);
770 NEXT I
780 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
790 IF N > 2 THEN LPRINT CHR$(18)
800 LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - FACTOR DE OLVIDO '
810 LPRINT:LPRINT ' A = 'KA
820 LPRINT:LPRINT ' GAMA = ';GAMA
830 LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - CONDICIONES INICIALES '
840 LPRINT:LPRINT ' ALFA = ';ALFA
850 LPRINT:LPRINT ' 0';CHR$(8);'-10; = [';
860 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(15);
870 FOR I = 1 TO 2*N2:LPRINT USING '#E.## ';(TETA2(I,1));NEXT I
880 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(18);
890 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')'
900 IF NCF < 'MCSR' THEN 920
910 LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO c = ';VRAI
920 LPRINT:LPRINT:LPRINT ' - PARAMETRO ESTIMADO DEL MODELO '
930 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(15)
940 LPRINT:LPRINT ' [';
950 FOR I = 1 TO 2*N2
960 IF I >= N2+1 THEN LPRINT ' B1'I-N2' ';GOTO 980
970 LPRINT ' A1'I' ';
980 NEXT I
990 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')':LPRINT
1000 LPRINT ' [';
1010 FOR I = 1 TO 2*N2
1020 LPRINT USING '#E.### ';(TETA2(I,TX+1));
1030 NEXT I
1040 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);')':LPRINT:LPRINT
1050 IF N2 > 2 THEN LPRINT CHR$(18)
1060 HOME
1070 PRINT:VTAB 4
1080 PRINT ' GRAFICOS '
1090 PRINT ' ::::::::::::::: '
1100 PRINT:PRINT ' 1.- GRAFICOS DE LOS PARAMETROS ESTIMADOS'
1110 PRINT:PRINT ' 2.- GRAFICOS DE LA SENAL DE SALIDA '
1120 PRINT:PRINT ' 3.- REGRESO AL PROGRAMA PRINCIPAL '
1130 PRINT:PRINT ' --) QUE GRAFICO DESEA ?';
1140 CF = INKEY$:IF VAL(CF) < 1 OR VAL(CF) > 3 THEN 1140
1150 PRINT VAL(CF)
1160 ON VAL(CF) GOTO 1180,2240,2140
1170 '
1180 ' GRAFICOS DEL PARAMETRO ESTIMADO
1190 ' -----
1200 HOME
1210 PRINT:VTAB 10
1220 PRINT ' ### ESPERE ESTA GRAFICANDO ###'

```

```

1230 ' ENCONTRAR EL MAYOR VALOR ABSOLUTO DE TETA2'
1240 MAX = TETA2(1,2):MIN = TETA2(1,2)
1250 FOR I = 2 TO 2#N1
1260 FOR J = 1 TO 2#N2
1270 IF MAX < TETA2(J,I) THEN MAX = TETA2(J,I):GOTO 1290
1280 IF MIN > TETA2(J,I) THEN MIN = TETA2(J,I):GOTO 1290
1290 NEXT J
1300 NEXT I
1310 IF MIN >= 0 THEN R1% = -1:GOTO 1330
1320 R1% = FIX(MIN) - 1
1330 IF MAX <= 0 THEN R2% = 1:GOTO 1460
1340 R2% = FIX(MAX) + 1
1350 IF (R2%-R1%) <= 4 THEN KT = .25:GOTO 1460
1360 IF (R2%-R1%) > 4 AND (R2%-R1%) <= 8 THEN KT = .5:GOTO 1460
1370 IF (R2%-R1%) > 8 AND (R2%-R1%) <= 12 THEN KT = 1:GOTO 1460
1380 IF (R2%-R1%) > 12 AND (R2%-R1%) <= 20 THEN KT = 2:GOTO 1460
1390 IF (R2%-R1%) > 20 AND (R2%-R1%) <= 50 THEN KT = 5:GOTO 1460
1400 IF (R2%-R1%) > 200 THEN KT = 10:GOTO 1460
1410 HOME
1420 PRINT:VTAB 6
1430 PRINT ' ### El valor de los parametros salen fuera del rango para graficar ###'
1440 S% = INKEY$:IF S% = "" THEN 1440
1450 GOTO 1060
1460 R = 100\ (R2% - R1%)
1470 RL1% = R1%:RL2% = R2%
1480 X1% = SPACE$(17):X2% = SPACE$(19-RL1%)
1490 LPRINT:LPRINT:LPRINT CHR$(14);CHR$(27);'E'; PARAMETRO ESTIMADO 0';CHR$(8);'-' ;CHR$(27);'F';CHR$(LND1);CHR$(LMA)
1500 FOR I = 1 TO 2#N2
1510 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1520 LPRINT CHR$(27);'3';CHR$(7):LPRINT CHR$(15)
1530 LPRINT X2%;'^' # ITERACIONES'
1540 FOR II = 1 TO 10
1550 LPRINT X2%;CHR$(156)
1560 NEXT II
1570 LPRINT SPACES(19);
1580 D1 = R1%
1590 II = RL1%:DL% = D1#R
1600 IF II > RL2% THEN 1690
1610 IF II = 0 THEN LPRINT CHR$(156);:GOTO 1670
1620 IF II <> DL% THEN LPRINT SPACE$(11);:GOTO 1680
1630 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);CHR$(8);
1640 LPRINT USING '+###.##';D1;
1650 D1 = D1 + 2#KT:DL% = D1#R
1660 II = II + 3:GOTO 1600
1670 D1 = D1 + 2#KT:DL% = D1#R
1680 II = II+1:GOTO 1600
1690 LPRINT
1700 LPRINT X2%;CHR$(156):LPRINT X2%;CHR$(156)
1710 D1 = R1%:DL% = D1#R
1720 LPRINT X1%;CHR$(157);CHR$(157);
1730 FOR II = RL1% TO RL2%+2
1740 IF II <> DL% THEN LPRINT CHR$(157);:GOTO 1770
1750 LPRINT CHR$(159);
1760 D1 = D1 + 4#KT:DL% = D1#R
1770 NEXT II
1780 LPRINT CHR$(157);CHR$(157);' ';
1790 IF I >= N2+1 THEN LPRINT ' E'I-N2' ':GOTO 1810

```

```

1800 LPRINT ' A'I' '
1810 FOR J = 2 TO TX+1
1820 LPRINT X2%;CHR$(156);
1830 L% = TETA2(I,J)R
1840 IF J = 2 THEN L1% = L%;GOTO 1860
1850 L1% = TETA2(I,J-1)R
1860 S = L% - L1%
1870 IF S < 0 THEN L2% = L%;GOTO 1890
1880 L2% = L1%
1890 IF L2% > 0 THEN LPRINT SPACE$(L2%-1);GOTO 1930
1900 FOR I1 = 1 TO ABS(L2%)+1
1910 LPRINT CHR$(9);
1920 NEXT I1
1930 IF S = 0 THEN LPRINT CHR$(156);GOTO 1990
1940 IF S > 0 THEN L3% = L1%;GOTO 1960
1950 L3% = L1
1960 FOR I2 = L2% TO L3%
1970 LPRINT CHR$(157);
1980 NEXT I2
1990 LPRINT
2000 IF (J-1)/5 < (J-1)/5 THEN LPRINT X2%;CHR$(156);GOTO 2030
2010 LPRINT SPACE$(14-2*L1%);LPRINT USING "#####"J-1;
2020 LPRINT SPACE$(1);CHR$(157);
2030 IF L% > 0 THEN LPRINT SPACE$(L%-1);GOTO 2070
2040 FOR I2 = 1 TO ABS(L%)+1
2050 LPRINT CHR$(8);
2060 NEXT I2
2070 LPRINT CHR$(156)
2080 NEXT I
2090 LPRINT X2%;CHR$(156);LPRINT X2%;CHR$(156)
2100 LPRINT X2%;CHR$(156);LPRINT X2%;CHR$(156)
2110 LPRINT CHR$(27);"2";LPRINT CHR$(18);
2120 NEXT I
2130 GOTO 1060
2140 COMMON MCR%,IND(1),N,M1,TETA(1),A(1),S(1)
2150 MCR% = MCR%;IND(1) = IND(1)
2160 IND(2) = IND(1);IND(3) = IND(1)
2170 FOR J = 1 TO N
2180 A(J) = 0;B(J) = 0
2190 NEXT J
2200 FOR I = 1 TO 2*N2:TETA(J) = 0;NEXT J
2210 N = 0;M1 = 0
2220 CHAIN 'B:MININD1.MCR',1920
2230 STOP
2240 '
2250 ' PASA A GRAFICO DE LA SENIAL DE SALIDA
2260 ' -----
2270 N = N;M1 = M2
2280 FOR I = 1 TO 2*N2:TETA(I) = TETA2(I,IX+1);NEXT I
2290 FOR J = 1 TO N
2300 A(J) = A(J);B(J) = B(J)
2310 NEXT J
2320 MCR% = MCR%;IND(1) = IND(1)
2330 IND(2) = IND(1);IND(3) = IND(1)
2340 CHAIN 'B:GRAY%.MC'
2350 IND2 = 1;GOTO 140

```

```

80 ON ERROR GOTO 2520
90 DIM A(1),B(1),Y(161),U(161)
95 NR = 0
100 '
110 ' ::::::::::::::::::::
120 ' GENERACION DE DATOS (GENERAC.DAT)
130 ' ::::::::::::::::::::
140 '
150 HOME
160 PRINT:VTAB 4
170 PRINT '          G E N E R A C I O N   D E   D A T O S '
180 PRINT '          ::::::::::::::::::::   ::   ::::::::::'
190 PRINT:PRINT:PRINT
200 COMMON MCR$,IND(1)
210 '
220 IF MCR$ = 'MCR' THEN 240
230 CHI = 12:NMH$ = 'DATA1':GOTO 250
240 CHI = 13:NMH$ = 'DATA2'
250 OPEN 'R',#1,'PANDERAZ',10
260 FIELD#1,2 AS CHI$,2 AS NMH$
270 GET#1,CHI
280 CL = CVT(CHI$)
290 CLOSE #1
300 IF CL (<) CHI THEN 570
310 PRINT:PRINT ' Desea utilizar los datos almacenados en archivo (Si o No) ?';
320 ST = INKEY$:IF ST = 'N' THEN PRINT 'No':GOTO 570
330 IF ST (<) 'S' THEN 320
340 PRINT 'Si'
350 ERASE A,B
360 OPEN 'R',#CHI,NMH$,30
370 FIELD#CHI,2 AS H$,2 AS M$,4 AS A$,4 AS B$,4 AS U$,4 AS Y$,2 AS TZ$,4 AS T$,4 AS VRAIS
380 FOR I = 1 TO 161
390 J = I-1
400 IF I = 1 THEN GET#CHI,I:GOTO 440
410 IF I (<= N THEN GET#CHI,I:GOTO 470
420 IF I > N THEN GET#CHI,I:GOTO 480
430 VRA = CVS(VRAIS)
440 K = CVT(H$):K = CVT(M$)
450 TZ = CVT(TZ$):TJ = CVS(T$)
460 DIM A(M),B(H)
470 A(I) = CVS(A$):B(I) = CVS(B$)
480 U(J) = CVS(U$):Y(J) = CVS(Y$)
490 NEXT I
500 CLOSE #CHI
510 GOSUB 880
520 HOME
530 PRINT:PRINT:PRINT ' DESEA GENERAR OTROS DATOS (Si o No) ? ';
540 ST = INKEY$:IF ST = 'N' THEN PRINT 'No':GOTO 780
550 IF ST (<) 'S' THEN 540
560 PRINT 'Si'
570 ' PASA A SUBROUTINA DE GENERACION DE DATOS.
580 ' -----
590 GOSUB 1360
600 IF MCR$ (<) 'MCR' THEN 680
610 PRINT:PRINT:INPUT 'PORCENTAJE PARA VARIACION DE RUIDO c = ':VRA
620 PRINT:PRINT 'SEKILLA PARA VARIACION DE RUIDO':PRINT

```

```

530 RANDOMIZE
540 FOR I = 1 TO 161
550 J = I-1
560 Y(J) = Y(J) + (IRND - .5)*URAXYF/50)
570 NEXT I
580 PRINT:PRINT:PRINT ' DESEA REVISAR LOS DATOS GENERADOS (SI o No) ? '
590 S$ = INKEY$:IF S$ = 'N' THEN PRINT 'NO':GOTO 780
700 IF S$ (<) 'S' THEN 690
710 PRINT 'SI'
720 GOSUB 880
730 HOME
740 PRINT:PRINT:PRINT ' DESEA GENERAR OTRA SENIAL (SI o No) ? '
750 S$ = INKEY$:IF S$ = 'S' THEN PRINT 'SI':GOTO 570
760 IF S$ (<) 'N' THEN 750
770 PRINT 'NO'
780 GOSUB 2440
790 ' PASA AL PROGRAMA PRINCIPAL DE M.C.R
800 ' -----
810 MCR$ = MCR$:IND(1) = IND(1)
820 IND(2) = IND(1(2):IND(3) = IND(1(3)
830 IF MCR$ = 'MC' THEN 850
840 CHAIN 'B:MINIMO1.MCR',460
850 ' PASA AL PROGRAMA PRINCIPAL DE MINIMOS CUADRADOS
860 ' -----
870 CHAIN 'B:MINIMO.CUA',410
880 HOME
890 PRINT:PRINT:PRINT ' - LA ECUACION DE DIFERENCIAS PARA LA SIMULACION ES:'
900 IF MCR$ (<) 'MCR' THEN 940
910 PRINT:PRINT ' A(N)Y(T-K) = B(N)U(T-K) + C*e
920 PRINT ' DONDE : e = RUIDO Y C = PORCENTAJE DE VARIACION DEL RUIDO'
930 GOTO 960
940 PRINT:PRINT ' A(N)Y(T-K) = B(N)U(T-K)'
950 PRINT:PRINT ' DONDE:'
960 PRINT:PRINT ' A(N) = '
970 FOR I = 1 TO N
980 PRINT USING '###.### ' ;A(I)
990 NEXT I
1000 PRINT:PRINT:PRINT ' B(N) = '
1010 FOR I = 1 TO N
1020 PRINT USING '###.### ' ;B(I)
1030 NEXT I
1040 IF MCR$ (<) 'MCR' THEN 1060
1050 PRINT:PRINT:PRINT ' - PORCENTAJE DE VARIACION DE RUIDO c = ' ;CRA
1060 IF TZ1 (<) 1 THEN 1110
1070 PRINT:PRINT:PRINT ' - LA SENIAL DE EXITACION ES ESCALON UNITARIO'
1080 PRINT:PRINT ' U(K) = 1 para K > 0
1090 PRINT ' U(K) = 0 para K <= 0'
1100 GOTO 1190
1110 IF TZ1 (<) 2 THEN 1170
1120 PRINT:PRINT:PRINT ' - LA SENIAL DE EXITACION VARIABLE EXPONENCIAL'
1130 PRINT:PRINT ' U(t) = (5*(1 - EXP(-0.2*t))) PARA 0 < t < 1'
1140 PRINT ' = 5*EXP(-0.2*(1-t)) PARA 1 <= t < 2'
1150 PRINT:PRINT ' Periodo de muestreo T = ' ;T1
1160 GOTO 1190
1170 PRINT:PRINT:PRINT ' - SENIAL DE EXITACION ALEATORIA'
1180 PRINT:PRINT ' varia entre: -1 y 1'
1190 S$ = INKEY$:IF S$ = '*' THEN 1190

```

```

1200 HOME
1210 PRINT:VTAB 4
1220 PRINT " LA SENIAL DE ENTRADA U/ SALIDA Y, SON:"
1230 PRINT:PRINT " SENIAL DE ENTRADA U(K)'SPC(10)'SENIAL DE SALIDA Y(K)'"
1240 X$ = SPACE$(24)
1250 FOR I = 20 TO 160 STEP 20
1260 J = I-20
1270 FOR K = J TO I
1280 PRINT USING "#####.#####";U(K);
1290 PRINT X$;
1300 PRINT USING "#####.#####";Y(K)
1310 NEXT K
1320 S$ = INKEY$:IF S$ = "" THEN 1320
1330 PRINT " SENIAL DE ENTRADA U(K)'SPC(10)'SENIAL DE SALIDA Y(K)'"
1340 NEXT I
1350 RETURN
1360 '
1370 ' GENERACION
1380 ' -----
1390 '
1400 HOME
1410 PRINT:VTAB 4
1420 PRINT " PARA SIMULAR LAS SENIALES DE ENTRADA Y SALIDA DE UNA PLANTA SE UTILIZARA
CONSISTE DE ECUACIONES DE DIFERENCIAS DEL TIPO: "
1430 PRINT:PRINT "      1 + A(1)Y(K-1) + ... + A(N)Y(K-N) = B(1)U(K-1) + ... + E(K-N)
1440 PRINT:PRINT:PRINT " EL ORDEN DEL MODELO N = ";
1450 X$ = INPUT$(1):IF VAL(X$) < 1 OR VAL(X$) > 4 THEN 1450
1460 N = VAL(X$):PRINT N
1470 PRINT:PRINT " El valor de N <= N "
1480 PRINT:PRINT " EL VALOR DE M = ";
1490 X$ = INPUT$(1):IF VAL(X$) < 1 OR VAL(X$) > N THEN 1490
1500 M = VAL(X$):PRINT M:PRINT
1510 ERASE A,B
1520 DIM A(N),B(M)
1530 FOR I = 1 TO N
1540 PRINT " A('I') = ";INPUT A(I)
1550 IF A(I) < (-10) OR A(I) > 10 THEN PRINT " Valores muy altos para A":GOTO 1540
1560 NEXT I
1570 FOR I = 1 TO M
1580 PRINT " B('I') = ";INPUT B(I)
1590 IF B(I) < (-5) OR B(I) > 10 THEN PRINT " Valores muy altos para B":GOTO 1580
1600 NEXT I
1610 PRINT:PRINT " DESEA REVIZAR LOS DATOS INTRODUCIDOS (Si o No) ? ";
1620 S$ = INKEY$:IF S$ = "N" THEN PRINT "NO":GOTO 1740
1630 IF S$ < "S" THEN 1620
1640 PRINT "SI"
1650 HOME
1660 PRINT:VTAB 5
1670 PRINT:PRINT " EL ORDEN DEL MODELO N = ";N
1680 PRINT:PRINT " EL VALOR DE M = ";M:PRINT
1690 FOR I = 1 TO N:PRINT " A('I') = ";A(I):NEXT I
1700 PRINT
1710 FOR J = 1 TO M:PRINT " B('J') = ";B(J):NEXT J
1720 PRINT:PRINT:PRINT " DESEA CAMBIAR LOS DATOS (Si o No) ? ";
1730 S$ = INKEY$:IF S$ = "S" THEN PRINT "SI":GOTO 1370
1740 IF S$ < "N" THEN 1730
1750 PRINT "NO"
1760 IF M$ < "XCR" THEN 1780

```

LA REPRESENTACION DEL MODELO ARMA, BUE



```

2310 ' CONDICIONES INICIALES DE U(-1) = U(-2) = ... = U(-N) = 0
2320 Y(0) = P(0)*U(0)
2330 FOR K = 1 TO 140
2340 Y(K) = B(0)*U(0)
2350 IF K >= N THEN LL = N:GOTO 2370
2360 LL = K
2370 FOR L = 1 TO LL
2380 Y(K) = Y(K) + A(L)*Y(K-L) + P(L)*U(K-L)
2390 NEXT L,K
2400 IF NR (<) 1 THEN 2430
2410 YF = Y(100):NR = 0
2420 GOTO 1780
2430 RETURN
2440 ' ALMACENAMIENTO DE DATOS
2450 ' -----
2460 OPEN 'R',#2,'DATOS',30
2470 FIELD#2,2 AS N#,2 AS M#,4 AS A#,4 AS B#,4 AS U#,4 AS V#,2 AS T#,4 AS T#,4 AS VRA#
2480 FOR I = 1 TO 161
2490 J = I-1
2500 IF I = 1 THEN 2530
2510 IF I <= N THEN 2560
2520 IF I > N THEN 2570
2530 LSET N# = MKI$(M):LSET M# = MKI$(M)
2540 LSET T# = MKS$(T1):LSET T# = MKI$(T21)
2550 LSET VRA# = MKS$(VRA)
2560 LSET A# = MKS$(A(I)):LSET B# = MKS$(B(I))
2570 LSET U# = MKS$(U(I)):LSET V# = MKS$(Y(I))
2580 PUT#2,1
2590 NEXT I
2600 CLOSE #2
2610 RETURN
2620 HOME
2630 POINT:VTAB 8
2640 PRINT '      !!! Existe error en la generacion de datos, genere otra vez *!PRINT:PRINT *      los datos para un modelo de
      real# !!!'
2650 S# = INKEY$:IF S# = '' THEN 2650
2660 GOTO 1370

```

```

50 ON ERROR GOTO 1420
100 '
110 ' -----
120 ' GRAFICO DE LA SENIAL DE SALIDA 'Y' (GRAY%.MC)
130 ' -----
140 HOME
150 PRINT:VTAB 4
160 PRINT:PRINT '          G R A F I C O   D E   L A   S E N I A L   D E   S A L I D A   '
170 PRINT '          :::::::::::  ::  ::  :::::::::::  ::  :::::::::::'
180 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT ' LA SENIAL DE EXITACION QUE SE USA PARA COMPARAR LA SENIAL DE SALIDA GENERADA POR EL PARAMETRO REAL
    CON LA SENIAL DE SALIDA GENERADA POR EL PARAMETRO ESTIMADO DE LA PLANTA, ES LA SENIAL ESCALON UNITARIO'
190 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
200 PRINT '          $$$ E S P E R E $$$'
210 DIM U(161),YO(161),YI(161)
220 U(0) = 0
230 FOR I = 1 TO 90:U(I) = 1:NEXT I
240 YO(0) = 0:YI(0) = 0
250 FOR K = 1 TO 90
260 YO(K) = 0:YI(K) = 0
270 IF K >= M THEN LL = H:GOTO 290
280 LL = K
290 FOR L = 1 TO LL:YO(K) = YO(K) + A(L)*YO(K-L) + S(L)*U(K-L):NEXT L
300 IF K >= N1 THEN LL = N1:GOTO 320
310 LL = K
320 FOR L = 1 TO LL:YI(K) = YI(K) + TETA(L)*YI(K-L) + TETA(L+N1)*U(K-L):NEXT L
330 NEXT K
340 MAX = YO(0):MIN = YO(0)
350 FOR I = 0 TO 90
360 IF YO(I) < YI(I) THEN MAXI = YI(I):MINI = YO(I):GOTO 360
370 MINI = YI(I):MAXI = YO(I)
380 IF MAX < MAXI THEN MAX = MAXI:GOTO 390
390 IF MIN > MINI THEN MIN = MINI:GOTO 400
400 NEXT I
410 IF MIN >= 0 THEN R1% = -1:GOTO 430
420 R1% = FIX(MIN) - 1
430 IF MAX <= 0 THEN R2% = 1:GOTO 450
440 R2% = FIX(MAX) + 1
450 R = 50/(R2%-R1%)
460 IF (R2%-R1%) <= 4 THEN KT = .5:GOTO 570
470 IF (R2%-R1%) > 4 AND (R2%-R1%) <= 8 THEN KT = 1:GOTO 570
480 IF (R2%-R1%) > 8 AND (R2%-R1%) <= 12 THEN KT = 2:GOTO 570
490 IF (R2%-R1%) > 12 AND (R2%-R1%) <= 20 THEN KT = 5:GOTO 570
500 IF (R2%-R1%) > 20 AND (R2%-R1%) <= 50 THEN KT = 10:GOTO 570
510 IF (R2%-R1%) > 50 AND (R2%-R1%) <= 100 THEN KT = 20:GOTO 570
520 IF (R2%-R1%) > 100 AND (R2%-R1%) <= 200 THEN KT = 50:GOTO 570
530 IF (R2%-R1%) <= 500 THEN KT = 100:GOTO 570
540 PRINT:PRINT:PRINT ' No es posible graficar, los valores de Y salen fuera del rango'
550 SE = INKEY$:IF SE = "" THEN 550
560 GOTO 1240
570 R1% = R1%+R:R2% = R2%-R
580 X1% = SPACE$(30):X2% = SPACE$(73-R1%)
590 LPRINT:LPRINT:LPRINT CHR$(14);CHR$(27);"E";"          SENIALES DE SALIDA:"
600 LPRINT:LPRINT:LPRINT '          Ye ---) SALIDA DEL PARAMETRO REAL'
610 LPRINT:LPRINT '          Y ---) SALIDA DEL PARAMETRO ESTIMADO'
620 LPRINT CHR$(27);"F";CHR$(LMD);CHR$(LHA):LPRINT
630 LPRINT:LPRINT CHR$(27);"I";CHR$(7):LPRINT CHR$(15)
640 LPRINT X2%;""  KT'

```

```

850 FOR I = 1 TO 10:LPRINT X2$;CHR$(155);NEXT I
860 LPRINT SPACE$(33);D1 = R1X
870 I1 = RL1X;DLX = D1#R
880 IF I1 > RL2X THEN LPRINT:GOTO 760
890 IF I1 = 0 THEN LPRINT CHR$(155);GOTO 740
900 IF I1 < 0 THEN LPRINT SPACE$(1);GOTO 750
910 LPRINT CHR$(8);CHR$(8);CHR$(8);LPRINT USING "+###.##";D1;
920 D1 = D1 + KT;DLX = D1#R
930 I1 = I1+3;GOTO 880
940 D1 = D1 + KT;DLX = D1#R
950 I1 = I1 + 1;GOTO 880
960 LPRINT X2$;CHR$(155);LPRINT X2$;CHR$(155)
970 D1 = R1X;DLX = D1#R
980 LPRINT X1$;CHR$(157);CHR$(157);CHR$(157);
990 FOR I1 = RL1X TO RL2X+4
1000 IF I1 < 0 THEN LPRINT CHR$(157);GOTO 930
1010 LPRINT CHR$(159);
1020 D1 = D1 + KT;DLX = D1#R
1030 NEXT I1
1040 LPRINT ' ) serial de salida Y'
1050 FOR J = 1 TO 80
1060 LY = Y0(J)*R;LPRINT X2$;CHR$(156);
1070 IF J = 1 THEN L1X = L1;GOTO 950
1080 L1X = Y0(J-1)*R
1090 GOSUB 1320
1100 IF S = 0 THEN L3X = L1X;GOTO 910
1110 IF -L3X > 0 THEN LPRINT SPACE$(-L3X);GOTO 940
1120 FOR I1 = 1 TO ABS(L3X)+1:LPRINT CHR$(9);NEXT I1
1130 LPRINT SPACE$(1);
1140 LY = Y1(J)*R
1150 IF J = 1 THEN L1X = L1;GOTO 970
1160 L1X = Y1(J-1)*R
1170 '
1180 GOSUB 1320
1190 LPRINT
1200 IF J/5 < 1/5 THEN LPRINT X2$;CHR$(155);GOTO 1030
1210 LPRINT SPACE$(28-RL1X);LPRINT USING "+###.##";J;
1220 LPRINT SPACE$(1);CHR$(157);
1230 LY = Y0(J)*R;Z = 0
1240 GOSUB 1420
1250 IF Z = 1 THEN LPRINT SPACE$(ABS(L3X));GOTO 1080
1260 FOR I1 = 1 TO L1+1:LPRINT CHR$(8);NEXT I1
1270 LPRINT SPACE$(1);
1280 LY = Y1(J)*R
1290 GOSUB 1420
1300 LPRINT
1310 NEXT J
1320 LPRINT X2$;CHR$(156);LPRINT X2$;CHR$(156)
1330 LPRINT X2$;CHR$(156);LPRINT X2$;CHR$(156)
1340 LPRINT CHR$(19);LPRINT CHR$(27);"2";
1350 LPRINT:LPRINT:LPRINT SPACE$(20);"Y0(80) = ";Y0(80)
1360 LPRINT SPACE$(20);"Y1(80) = ";Y1(80);LPRINT
1370 COMMON HCF,IND1(),TETA(),A(),B(),N,H1
1380 HCF = HCF;IND1(1) = IND(1)
1390 IND1(2) = IND(2);IND1(3) = IND(3)
1400 FOR I = 1 TO 2*H1:TETA(I) = TETA(I);NEXT I
1410 FOR J = 1 TO H

```

```

1220 A(J) = A(J):B(J) = B(J)
1230 NEXT J
1240 IF MCR# = 'MC' THEN 1270
1250 CHAIN 'B:GRAFICO.MCR',2350
1260 '
1270 CHAIN 'E:RESULT1.CUA',1930
1280 STOP
1290 '
1300 ' SUBROUTINAS
1310 ' -----
1320 S = L% - L1%
1330 IF S < 0 THEN L2% = L%:GOTO 1350
1340 L2% = L1%
1350 IF L2% > 0 THEN LPRINT SPACE$(L2%-1);:GOTO 1370
1360 FOR I! = 1 TO ABS(L2%):LPRINT CHR$(81);:NEXT I!
1370 IF S = 0 THEN LPRINT CHR$(156);:GOTO 1410
1380 IF S < 0 THEN L3% = L1%:GOTO 1400
1390 L3% = L%
1400 FOR I2 = L2% TO L3%:LPRINT CHR$(157);:NEXT I2
1410 RETURN
1420 '
1430 IF L% > 0 THEN LPRINT SPACE$(L%-1);:GOTO 1460
1440 FOR I2 = 1 TO ABS(L%):LPRINT CHR$(19);:NEXT I2
1450 Z = 1
1460 LPRINT CHR$(156);
1470 RETURN
1480 PRINT:PRINT ' E R R O R   D E   O V E R F L O W ,   R E S P E S A   A L   P R O C E S A M A '
1490 SF = INKEY#:IF SF = '*' THEN 1490
1500 GOTO 1170

```

## REFERENCIAS

- (1) GELB Arthur, "Applied optimal estimation", The M.I.T Press, U.S.A, 1979, pp., 1-3.
- (2) WELLSTEAD Peter, "Frequency response analysis", Solartron Instrumentation Group, 1982.
- (3) OGATA Katsuhiko, "Ingenieria de Control Moderna", Editorial Prentice-Hall International, 1974, pp., 414-421.
- (4) DESHANDE P. and ASHR, "Computer Process Control with advanced Control applications, U.S.A., Instrumental Society of America, 1981, pp., 208-204.
- (5) OGATA Katsuhiko, "Ingenieria de Control Moderna", Editorial Prentice-Hall International, 1974, p., 259.
- (6) Ibid, p., 250.
- (7) WELLSTEAD B., "Using Digital Spectral Techniques", Solartron Instrumentation Group, 1981.
- (8) DESHANDE P. and ASHR, "Computer Process Control with advanced Control applications, U.S.A., Instrument Society of America, 1981, p.13.
- (9) Ibid, p., 96.

(10) Ibid, p., 99

(11) Ibid, p. 199

## BIBLIOGRAFIA

- FRANKLIN G.F., and Powell I.D., "Digital Control of Dynamic System", Addison-Wesley, U.S.A., 1980.
- Kuo B., "Digital Control Systems", Hall, Richard and Winston, 1980.
- SANG S., "Adaptive Filtering Prediction and Control", University of Newcastle new south Wales, 1984.
- RUIZ C. and RIVERA B., "Análisis de Sistemas Dinámicos y Control Automático", México, Editorial Limusa, 1977.
- MEYER P., "Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas", Fondo Educativo Interamericano S.A., 1981.
- COGGER N., "Frequency Response an Effective Solution to a complex Problem", 1982
- OGATA K., "Ingeniería de Control Moderna", University of Minesota, Editorial Prentice-Hall International, 1974.
- LANG S., "Algebra lineal", México, Fondo Educativo Interamericano, 1976.