

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

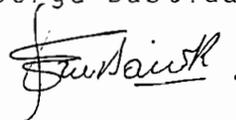
" ESTUDIO TEORICO EXPERIMENTAL DE UN  
SERVOMECANISMO DE VELOCIDAD Y POSICION "

TESIS PREVIO A LA OBTENCION DEL TITULO DE  
INGENIERO EN LA ESPECIALIDAD DE ELECTRONICA  
Y TELECOMUNICACIONES

JORGE A. BASTIDAS CASTRO

QUITO - 1981

Certifico que el presente  
trabajo ha sido elaborado  
en su totalidad por el se  
ñor Jorge Bastidas Castro



Ing. Patricio Burbano  
DIRECTOR DE TESIS

DEDICATORIA

A mi Madre  
y Hermanos

## AGRADECIMIENTO

Ai Ing. Patricio Burbano, por su colaboración y sugerencias oportunas, tanto en la parte teórica como en la parte experimental.

Al Ing. Luis Barajas, por su valioso aporte en la elaboración de este trabajo, a mi compañero César Esquetini, y a todas las personas que de una u otra manera tuvieron que ver con el desarrollo de la misma.

## P R O L O G O

La idea de realizar este tema como tesis, surgió como un objetivo de unificar y combinar los principios dinámicos, análisis de circuitos, conversión de energía electro-mecánica y métodos de diseño con el estudio de sistemas de Control Automático; ya que tienen una infinidad de aplicaciones en la industria.

Al mismo tiempo, este trabajo pretende ser un aporte para el Laboratorio de Sistemas de Control, pues se utiliza para el efecto el servomecanismo MCSL existente en dicho Laboratorio. El estudio de las características está enfocado por 2 métodos: teórico y experimental, y sobre estos dos campos se puede obtener la relación que existe, sin considerar todos los efectos presentes en la realidad.

Con la finalidad de seguir una secuencia lógica, el capítulo I, trata de una familiarización con los conceptos y principios de los servomecanismos. En el capítulo II, se analiza el sistema en el tiempo y la frecuencia, y para que se cumpla requerimientos necesarios (alto rendimiento), se realizan modificaciones adecuadas en el capítulo III. El resultado de este proceso se comenta en el capítulo IV.

# I N D I C E .

## Capítulo I

### 1. INTRODUCCION A LOS SERVOMECANISMOS

	Pág.
1.1 Fundamentos y Unidades .....	1
1.2 Componentes de los Servomecanismos .....	9
1.3 Funciones de Transferencia de los Componentes de Servos D.C. ....	16
1.4 Determinación Experimental de los Parámetros de un servomotor D.C. ....	25

## Capítulo II

### 2. ANALISIS DE UN SERVOMECANISMO

2.1 Control de Velocidad y de Posición .....	40
2.2 Conformación y Función de Transferencia del Servo MCSL Modelo 100 .....	45
2.3 Características de Funcionamiento .....	61
2.4 Respuesta de Frecuencia .....	81

## Capítulo III

### 3. COMPENSACION

3.1 Análisis y Diseño de Servomecanismos .....	107
3.2 Efectos de la Compensación en Cascada y Compensación de Realimentación .....	111
3.3 Pruebas de Compensación .....	114

## Capítulo IV

4. CONCLUSIONES

4.1	Resumen de las Características del Servomecanis <u>mo</u> de Velocidad y Posición .....	126
4.2	Resultados .....	127
	Bibliografía .....	130

# C A P I T U L O . I

## INTRODUCCION A LOS SERVOMECANISMOS

### 1.1 FUNDAMENTOS Y UNIDADES

#### 1.1.1 Definiciones.-

La palabra servomecanismo originalmente fué referida a un tipo específico de Sistemas de Control Automático.

La definición recomendada por el Instituto Americano de Ingeniería Eléctrica dice "Un servomecanismo es un sistema de control realimentado en el cual la variable controlada es la posición mecánica."

Haciendo una consideración más generalizada se puede decir que

Servomecanismo.- Es un sistema electromecánico de control de circuito cerrado en el cual la respuesta es la posición, velocidad, aceleración u otra característica de posición - tiempo de un eje mecánico.

Un servomecanismo generalmente está constituido por componentes electromecánicos y electrónicos combinados en tal forma que proporcionan la función de control deseada.

Una configuración típica de un servomecanismo se muestra en el diagrama de bloques de la figura 1.1.1. En donde la línea continua indica una señal eléctrica, en cambio la línea de segmentos indica una señal mecánica.

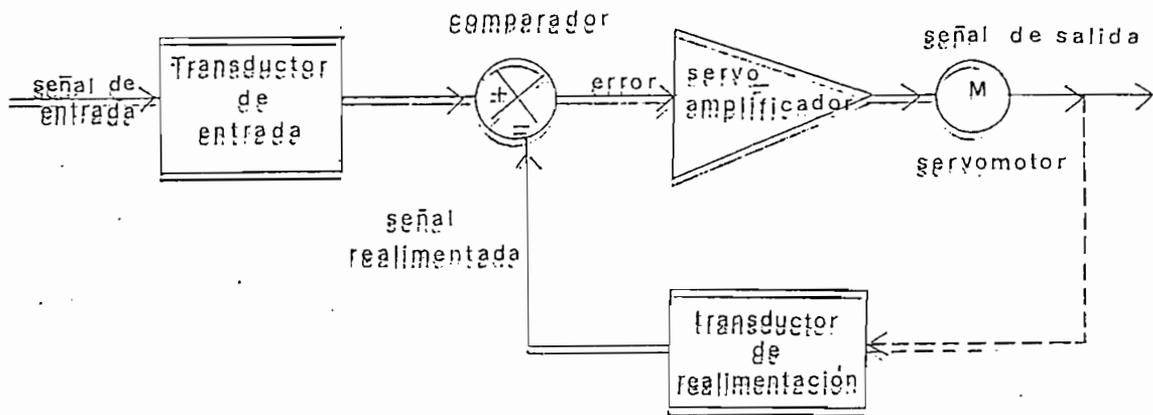


Fig. 1.1.1 Diagrama de la configuración básica de un servomecanismo.

A continuación se hará una breve descripción de los bloques indicados en la figura 1.1.1

Transductor de entrada..- Normalmente el transductor de entrada proporciona una señal eléctrica al sistema, y convierte la señal de entrada a una forma compatible con la naturaleza del servomecanismo.

Un ejemplo de transductor de entrada es:

= Potenciómetro, entrega una señal de voltaje para una entrada angular del eje.

Transductor de realimentación.- Mide la respuesta del servomecanismo en su eje de salida y la convierte en una señal eléctrica correspondiente. Ejemplos de transductores de realimentación son:

- Tacómetro, entrega una señal de voltaje proporcional a la velocidad del eje.
- Potenciómetro, produce un voltaje proporcional al ángulo del eje.

Elemento de comparación.- Recibe las señales de la entrada y del transductor de realimentación, las compara y proporciona una salida relacionada con su diferencia. Esta salida es una medida del error entre la señal de mando y la respuesta, y generalmente este error se expresa como un voltaje.

Servoamplificador.- Amplifica la señal de error recibida desde el elemento de comparación para impulsar al servomotor. La ganancia del amplificador se elige lo suficientemente para que incluso las señales de error pequeñas puedan iniciar una acción correctiva en el eje de salida.

Servomotor.- Es el elemento mecánico de potencia del sistema. Responde a la señal de error amplificada, aplicando torques correctivos al eje de salida, por lo general a través de un sistema de engranajes.

### 1.1.2 Clasificación.-

Existen numerosos criterios para clasificar a los servomecanismos, pero la de mayor importancia se refiere a señales que utilizan estos dispositivos, señales que son continuas en

el tiempo. En general las señales continuas pueden ser moduladas, en cuyo caso se considera al servomecanismo como de corriente alterna ó a.c, o bien sin modular en cuyo caso el servomecanismo se denomina de corriente continua ó d.c.

En la figura 1.1.2 se ilustra un ejemplo de un sistema de control que utiliza corriente continua. El voltaje de realimentación del tacómetro se compara con el voltaje de referencia de entrada, la diferencia se aplica al motor por medio de un amplificador de alta ganancia, produciendo un ajuste de velocidad.

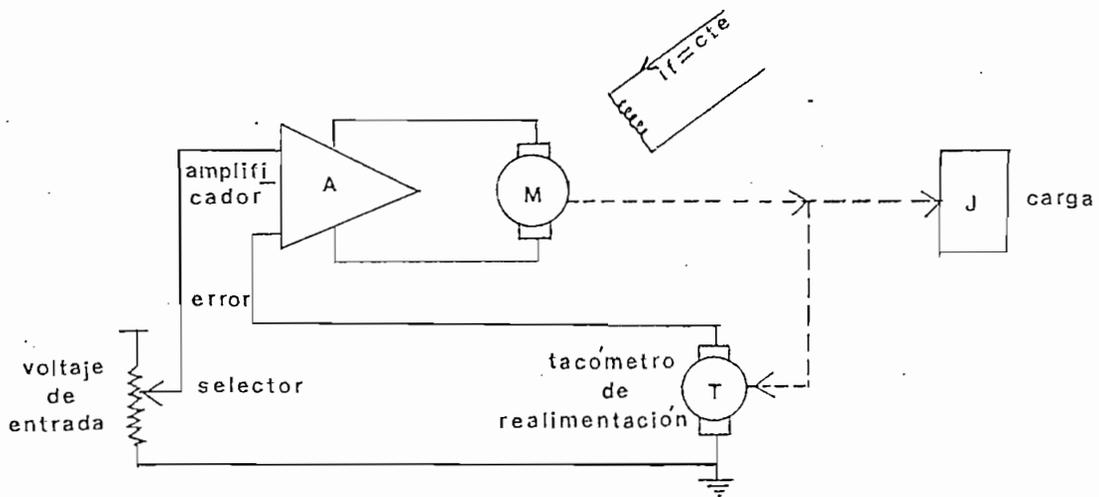


Fig. 1.1.2 sistema de control de velocidad de d.c

A continuación en la figura 1.1.3 se muestra un servomecanismo de posición típico de a.c, en el que el transductor de entrada desarrolla un voltaje proporcional al ángulo de entrada, y el transductor de realimentación desarrolla un voltaje

proporcional al ángulo de salida. Para balancear los voltajes de los transductores entre sí se usa el transformador de aislamiento.

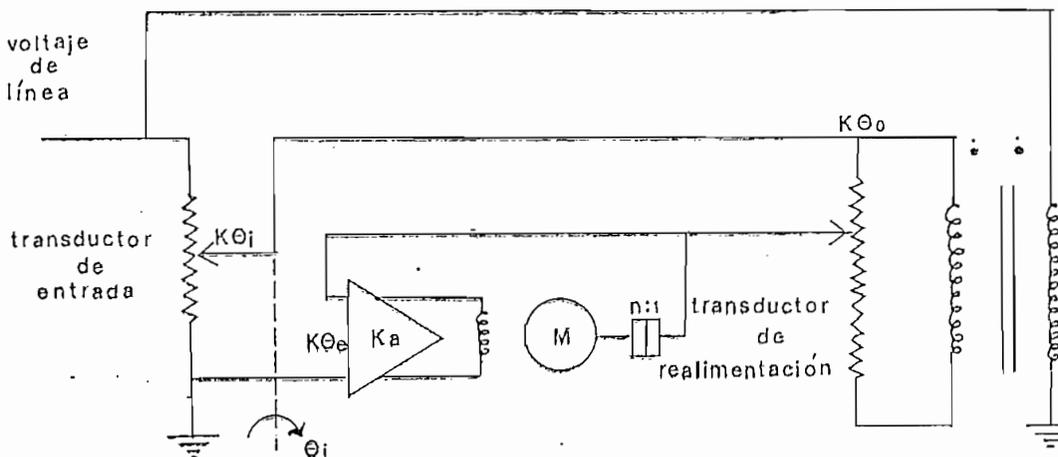


Fig. 1.1.3 Típico servomecanismo de posición de a.c

Cabe mencionar que en lo posterior nos dedicaremos exclusivamente al análisis de los servomecanismos de d.c, ya que estos presentan reconocidas ventajas con respecto a los de a.c. En efecto con el apareamiento de los elementos de estado sólido y el surgimiento de nuevos conceptos de diseño de motores d.c, es posible el diseño de servomecanismos de d.c. ultra-estables, de alto rendimiento, alta precisión y rapidez; lo que no ocurre con los servomecanismos de a.c.

### 1.1.3 Fundamentos Físicos y Unidades

Para que exista mayor claridad en el desarrollo del presente trabajo, realizaremos un breve resumen de los conceptos de tipo mecánico, que permitirán una mejor comprensión de las relaciones de conversión de la energía electromecánica.

Torque.- El torque se lo define como el producto de la fuerza aplicada al extremo libre, y la distancia perpendicular desde el punto de giro al vector fuerza.

Este concepto se ilustra en la figura 1.1.4

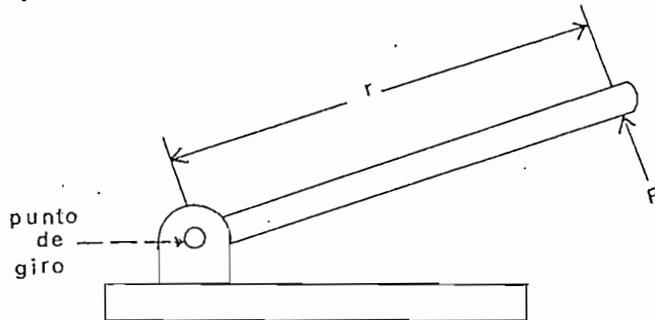


Fig. 1.1.4 Torque referido a la fuerza  $F$  y el radio  $r$

La ecuación del torque es:

$$T = F \cdot r \quad (\text{Nm; N,m}) \quad \text{ó} \quad (\text{oz-in; oz, in})$$

Con referencia al momento de inercia  $J$  y la velocidad angular  $\omega$ , se tiene que la ecuación del torque en función del tiempo es:

$$T(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$$

Potencia.- La potencia es el trabajo realizado por unidad de tiempo. La expresión matemática de la potencia es ta dado por:

$$P = \frac{W}{t} \quad (W; J, S)$$

Donde  $w$  es el trabajo y  $t$  es tiempo  
El trabajo en función del torque se lo encuentra como:

$$w = T \cdot \theta \quad (J; Nm, rad)$$

Donde  $\theta$  es el desplazamiento angular.

Combinando la ecuación de la potencia y la del trabajo se ob tiene:

$$P = \frac{T\theta}{t} = T \cdot \omega \quad (W; Nm, rad, s)$$

Momento de Inercia.- El momento de inercia del cuerpo con res pecto a un eje de rotación dado, esta representado por la integral de volúmen

$$J = \int_m r^2 dm \quad (kg \cdot m^2)$$

Donde  $dm$  es el elemento de masa y  $r$  es el radio con respecto a un eje de rotación.

Rozamiento Viscoso.- Siempre que existe movimiento, o tenden cia de movimientos entre cuerpos físi- cos existen fuerzas de rozamiento. El rozamiento viscoso es de tipo lineal, y el coeficiente de rozamiento esta dado por:

$$D = \frac{T(t)}{\omega(t)} \quad (N \cdot m / rad \cdot s^{-1})$$

Donde  $T(t)$  es el torque que actúa sobre el cuerpo y  $\omega(t)$  es la velocidad angular del mismo.

En la tabla 1.1.1 se presenta un resumen de las principales magnitudes eléctricas y mecánicas, su correspondiente simbología y unidades.

En cuanto se refiere a las unidades, estas se presentan tanto en el Sistema Internacional, como en el Sistema Inglés que es todavía ampliamente usado. En esta tabla, se han incluido tan solo las magnitudes que serán utilizadas en el presente trabajo.

ELEMENTO	SIMBOLO	UNIDADES	
		SI	inglés
Fuerza	F	N, kp	oz, lb
Velocidad	v	m/s	ft/s, IN/s
Masa	M	kg	lb, oz
Tiempo	t	s	s
Rigidez	s	N-m/rad	lb-ft/rad
Rozamiento viscoso	D	N-m/rad s <sup>-1</sup>	lb-ft/rad s <sup>-1</sup>
Velocidad angular	$\omega$	rad/s	rad/s
Torque	T	N-m	lb-ft, oz-IN
Momento de inercia	J	kg-m <sup>2</sup>	oz-IN-s <sup>2</sup>
Constante de Voltaje	KE	V/rad s <sup>-1</sup>	V/rad s <sup>-1</sup>
Constante de torque	KT	N-m/A	oz-IN/A
Frecuencia	f	Hz, c/s	Hz, c/s
Corriente	I	A	A
Inductancia	L	H	H
Potencia	P	w	w
Resistencia	R	$\Omega$	$\Omega$
Energía	W	J	lb-ft
Voltaje	E	v	v

Tabla 1.1.1 Magnitudes Principales

## 1.2 COMPONENTES DE LOS SERVOMECANISMOS

Una vez que han sido considerados los conceptos fundamentales sobre los servomecanismos es necesario que hagamos un estudio sobre los principales componentes electromecánicos, con la finalidad de resaltar el principio de su funcionamiento y las características de dichos componentes. Este conocimiento resulta muy útil cuando se analiza el servo en conjunto, permitiendo una mejor comprensión de su estructura y funcionamiento.

En el análisis subsiguiente se considera un comportamiento lineal de los elementos a estudiarse.

### 1.2.1. Servomotor de D.C

El motor de d.c es una de las primeras máquinas para convertir la potencia eléctrica en potencia mecánica, en general se los prefieren en sistemas de d.c y en sistemas en que se requiere una considerable cantidad de potencia en el eje.

En el campo de la instrumentación el más común de los servomotores de d.c, emplea un campo fijo de imán permanente y la potencia de control se suministra a la armadura. El torque del rotor bloqueado es proporcional a la corriente de armadura debido a su campo magnético fijo. La velocidad sin carga del rotor es proporcional al voltaje aplicado. En la figura 1.2.1 se muestra un diagrama esquemático de motor d.c controlado por armadura, en donde  $I_f$ , es la corriente de alimentación del campo y es constante.

La armadura debe alimentarse mediante una fuente de voltaje de baja impedancia para lograr un mejor funcionamiento dinámico. A medida que gira la armadura, se genera en ella una

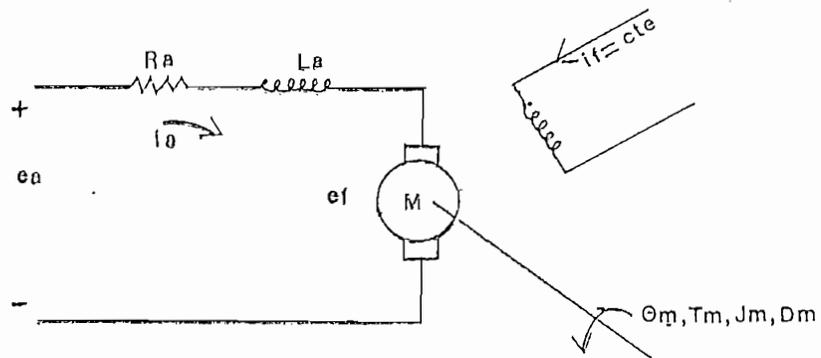


Fig. 1.2.1 Diagrama esquemático de un motor d.c.

fuerza contraelectromotriz (f.c.e.m) que se opone al flujo normal de corriente. Mientras más rápida sea la rotación, mayor será la f.c.e.m. y menor la corriente. Esto conduce a un torque que decrece con la velocidad como muestra la figura 1.2.2. Sin carga la f.c.e.m es casi igual al voltaje aplicado de forma que fluye una corriente muy pequeña y no hay torque de salida.

Donde se tiene que:

$T_s$  = torque nominal con rotor bloqueado

$\omega_0$  = velocidad nominal en el vacío

$k$  = voltaje del motor/voltaje nominal del motor

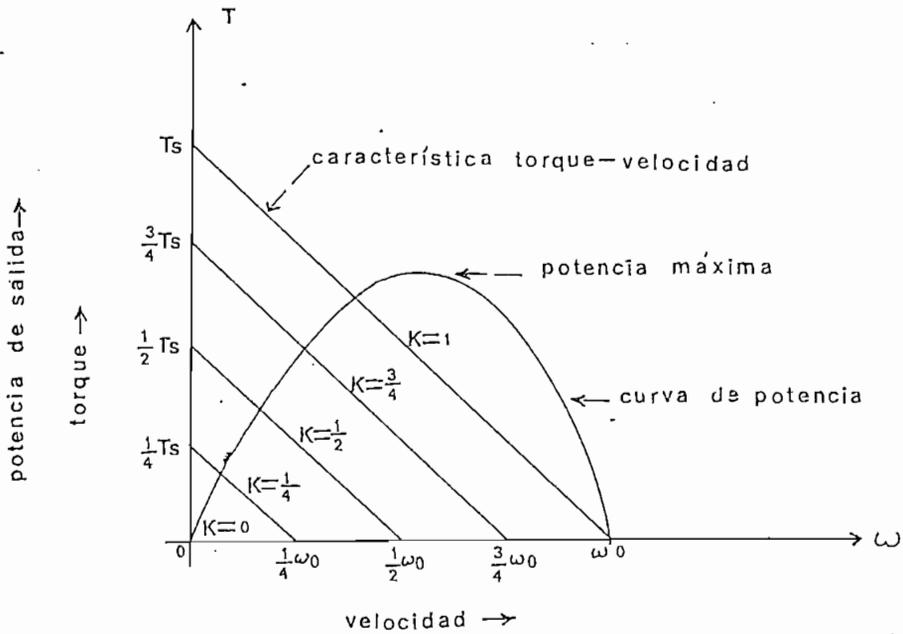


Fig. 1.2.2 Características idealizadas torque-velocidad de un servomotor

La potencia de salida en el eje del motor  $P_0$  varía con la velocidad según la curva de potencia de la figura 1.2.3 para  $k = 1$ . Esta curva se obtiene al calcular la potencia a partir de la relación Torque-velocidad del motor.

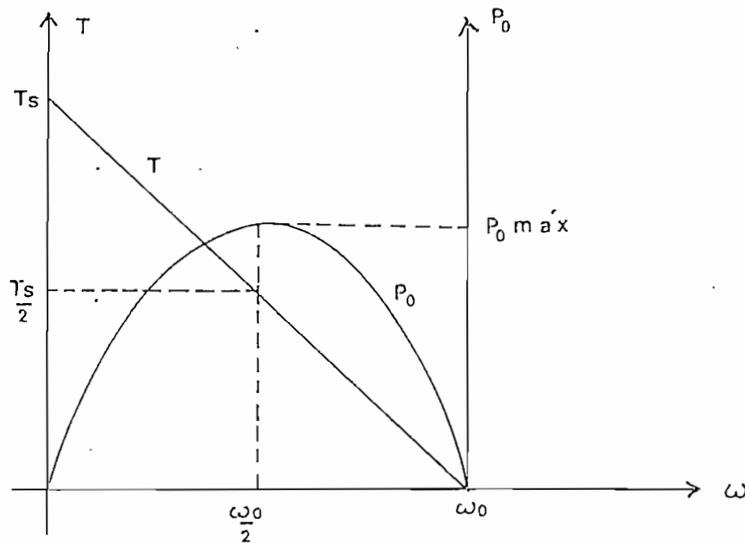


Fig. 1.2.3 Característica de la potencia de salida de un ser-  
vomotor lineal

En efecto

$$T = T_s - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) T_s = T_s \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$P_o = T\omega$$

$$P_o = T_s \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) \omega$$

Iguando la derivada  $\frac{dP_o}{d\omega}$  a cero para encontrar la expresi-  
ón de  $P_o \text{ máx}$

$$\frac{dP_o}{d\omega} = T_s \left(1 - \frac{2\omega}{\omega_0}\right) = 0$$

$$\omega = \omega_0/2$$

$$P_o \text{ máx} = T_s \left[ \frac{\omega_0}{2} - \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{\omega_0^2}{4}\right) \right] = \frac{1}{4} \omega_0 T_s$$

Tanto el torque con rotor bloqueado como la velocidad sin carga, varían linealmente con el voltaje de modo que el amortiguamiento y la constante de tiempo no son funciones del nivel de la señal de excitación. Sin embargo, a voltajes de control muy bajos la fricción de las escobillas y otros efectos introducen una fricción estática sustancial.

Generalmente se requiere un engranaje entre el servomotor y el eje de salida para adaptar la alta velocidad y bajo torque del servomotor a la baja velocidad y alto torque de la carga. Este engranaje deberá introducir un mínimo de roce e inercia al sistema, de lo contrario, reducirá su capacidad para reaccionar rápidamente y corregir errores pequeños.

La inercia efectiva del sistema depende de los momentos de inercia presentes en cada eje del conjunto de engranajes. Consideremos la disposición de la figura 1.2.4 en donde elegimos el eje (1) como aquel en el cual deseamos calcular la inercia efectiva, siendo  $k_n$  la velocidad relativa del eje  $n$  con respecto al eje 1,  $J_n$  la inercia efectiva de los respectivos ejes.

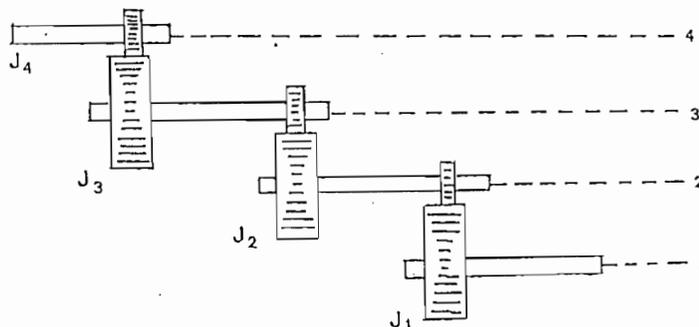


Fig. 1.2.4 Inercia efectiva de un sistema de ejes acoplados.

Tomando en cuenta que:

$$\text{Energía cinética} = 1/2 J \omega^2$$

$$\text{E.C total} = 1/2 J_1 \omega_1^2 + 1/2 J_2 \omega_2^2 + 1/2 J_3 \omega_3^2 + \dots$$

Sea  $\omega_n = K_n \omega_1$ , luego:

$$\text{E.C total} = 1/2 J_1 \omega_1^2 + 1/2 J_2 K_2^2 \omega_1^2 + 1/2 J_3 K_3^2 \omega_1^2 + \dots$$

Lo que significa que la inercia efectiva es la inercia en el eje considerado más la suma de las inercias reflejadas.

$$\text{Inercia efectiva} = J_1 + K_2^2 J_2 + K_3^2 J_3 + \dots$$

El amortiguamiento efectivo del sistema se calcula, si consideramos que el coeficiente de amortiguamiento es el torque resistente por unidad de velocidad, es claro que el amortiguamiento de un eje de alta velocidad aparece bruscamente aumentado en un eje de baja velocidad acoplado mediante una reducción de engranajes. La fórmula para el coeficiente de amortiguamiento se obtiene de la potencia como:

$$P = T \omega$$

$$T = D \omega$$

Combinando las dos anteriores tenemos  $P = D \omega^2$

$$P \text{ total} = D_1 \omega_1^2 + D_2 K_2^2 \omega_1^2 + D_3 K_3^2 \omega_1^2 + \dots$$

Donde:

$$D = D_1 + K_2^2 D_2 + K_3^2 D_3 + \dots$$

### 1.2.2 Potenciómetros

Un potenciómetro es un dispositivo electromecánico que desarrolla una señal eléctrica de salida proporcional a una función del ángulo del eje. En el caso especial, en que el ángulo del eje versus la función de salida eléctrica es una línea recta, se dice que el potenciómetro es lineal. Tal dispositivo puede servir como transductor sensor de posición para usarse como elemento de realimentación de un servomecanismo de posición.

De los diversos tipos de potenciómetros, el más versátil y ampliamente usado es el de resistencia. Desarrolla una señal eléctrica que responde al eje por medio de un contacto deslizante a lo largo de un elemento resistivo energizado.

### 1.2.3 Tacómetros

Se los utiliza para amortiguar un servomecanismo por medio de la realimentación por tacómetro, ya que este método es fácilmente ajustable, efectivo y relativamente económico. Un tacómetro para amortiguamiento se construye usualmente como parte integrante del servomotor, esto evita el juego de los engranajes y la elasticidad de los ejes en acoplamiento.

Existen dos tipos de tacómetros usados en la instrumentación, tacómetros de inducción de a.c y tacómetros de d.c. Al primero se le suministra energía de la red de a.c y desarrolla una salida de a.c que es proporcional a la velocidad. Este dispositivo es confiable, sin escobillas u otros contactos con el rotor, su salida sinusoidal es pura y libre de cualquier ruido generado eléctricamente.

Los tacómetros de d.c satisfacen la misma necesidad que los tacómetros de a.c. Ellos pueden generar gradientes de voltajes más altos que las unidades de a.c.

#### 1.2.4 Servoamplificadores

Los servoamplificadores pueden ser divididos en dos grupos principales, dependiendo del tipo de realimentación que usan, estos son: amplificadores de voltaje y amplificadores de corriente.

En los amplificadores de voltaje, idealmente deberían tener una ganancia constante para todas las frecuencias, sin embargo en la práctica esto no sucede, porque tienen un ancho de banda limitado. En estos amplificadores el voltaje es realimentado, y el voltaje de salida es proporcional al voltaje inicial.

En lo que se refiere a los amplificadores de corriente, difieren de los amplificadores de voltaje, por el hecho que la corriente es realimentada, de tal manera que la corriente de salida es proporcional al voltaje de entrada.

### 1.3 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS COMPONENTES DE SERVOS D.C

#### 1.3.1 Motor

Para llegar a la función de transferencia conviene describir las ecuaciones del motor.

Ecuación eléctrica.- Un modelo del circuito eléctrico equivalente del motor se muestra en la figura 1.3.1, en donde  $R_L$  representa las pérdidas del circuito magnético, sin embargo en la operación del motor es insignificante por ser más grande que la resistencia de armadura  $R_a$ ,  $L_a$  es la inductancia de armadura.

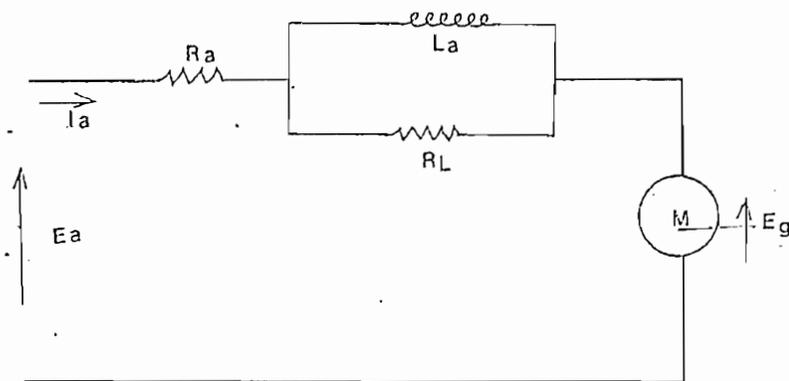


Fig. 1.3.1 Circuito equivalente del motor

La ecuación que rige al circuito es:

$$E_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a + E_g$$

Donde  $E_g$  es la fuerza contra electromotriz inducida f.c.e.m., que aparece en los terminales de armadura como un voltaje generado internamente, y es proporcional a la velocidad del motor  $\omega$ :

$$E_g = K_E \omega$$

Donde  $K_E$  es la constante de fuerza contra electromotriz. Combinando las 2 ecuaciones anteriores se obtiene la ecuación eléctrica del motor, y es la siguiente:

$$E_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R I_a + K_E \omega$$

Ecuación dinámica.- Si consideramos que el campo magnético en el motor es constante, el torque producido es proporcional a la corriente como:

$$T_g = K_T I_a$$

Donde  $T_g$  es el torque generado y  $K_T$  es la constante de torque. Si asumimos que el motor está acoplado a la carga, la relación entre torques y velocidades es:

$$T_g = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + D\omega + T_f + T_L$$

Conocida como la ecuación dinámica del motor, en donde  $J_m$  es el momento de inercia del motor,  $J_L$  momento de inercia de la carga,  $T_f$  constante de fricción de torque,  $T_L$  torque de carga y  $D$  coeficiente de rozamiento viscoso. Despreciando el efecto de  $T_f$  y  $T_L$  y haciendo  $J = J_m + J_L$  se tiene:

$$T_g = J \frac{d\omega}{dt} + D\omega \quad T_g = \omega(Js + D)$$

En base a las relaciones matemáticas expresadas anteriormente, se obtiene el diagrama de bloques de la fig. 1.3.2, a partir del cual se obtiene la función de transferencia.

De donde se obtiene:

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{L_a J s^2 + (R_a J + L_a D) s + (R_a D + K_E K_T)}$$

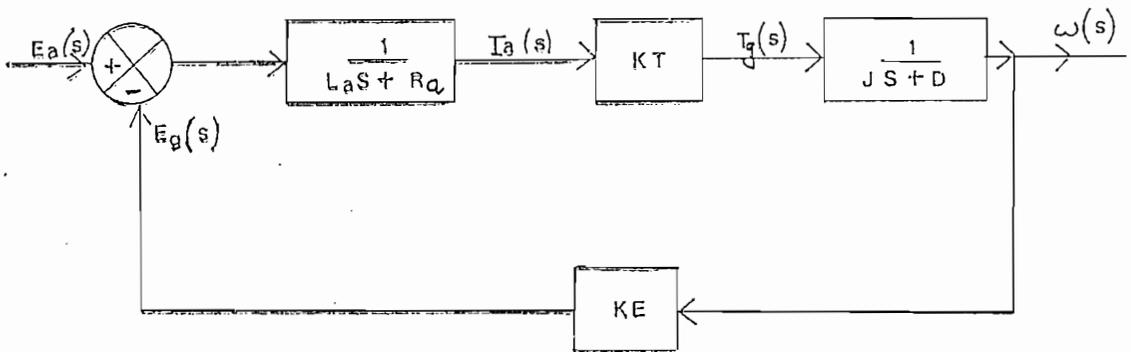


Fig. 1.3.2 Diagrama de bloques de un motor

Si asumimos que el coeficiente de rozamiento  $D \approx 0$ , y resolvemos la ecuación:

$$S^2 LaJ + SRaJ + K_E K_T = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{-RJ \pm \sqrt{(RJ)^2 - 4LaJK_E K_T}}{2LaJ}$$

En la práctica  $La$  es pequeña, así que

$$R^2 J^2 - 4LaJK_E K_T > 0$$

Aplicando la aproximación, donde  $X$  es pequeña

$$\sqrt{1 - X} = 1 - X/2$$

La aproximación de:

$$RJ \left( \sqrt{1 - \frac{4LaJK_E K_T}{R^2 J^2}} \right) = RJ \left( 1 - \frac{2LaJK_E K_T}{R^2 J^2} \right)$$

Substituyendo da:

$$P_1 = \frac{-RJ + RJ \left( 1 - \frac{2La K_E K_T}{R^2 J} \right)}{2LaJ} = - \frac{K_E K_T}{RJ}$$

$$P_2 = \frac{-RJ - RJ \left( 1 - \frac{2La K_E K_T}{R^2 J} \right)}{2LaJ} = - R/La$$

La función de transferencia puede ser escrita como:

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{1/K_E}{(s\tau_m + 1)(s\tau_e + 1)}$$

Donde:

$$\tau_e = \frac{La}{R} \text{ es la constante de tiempo eléctrica}$$

$$\tau_m = \frac{RJ}{K_E K_T} \text{ es la constante de tiempo mecánico}$$

### 1.3.2 Tacómetro

Tomando en cuenta, que un tacómetro tiene el bobinado acoplado al mismo eje de armadura del motor, se sabe que el flujo del campo es constante y por consiguiente el voltaje es proporcional a la velocidad angular, es decir se tiene:

$$E_g = K_g \omega$$

Cuya función de transferencia es:

$$\frac{E_g(s)}{\omega(s)} = K_g$$

Donde  $K_g$  se denomina la constante de voltaje del generador

La figura 1.3.3 muestra la variación de  $E_g$  con respecto a  $\omega$ . La pendiente de la recta de la figura 1.3.3, nos da el valor de  $K_g$ .

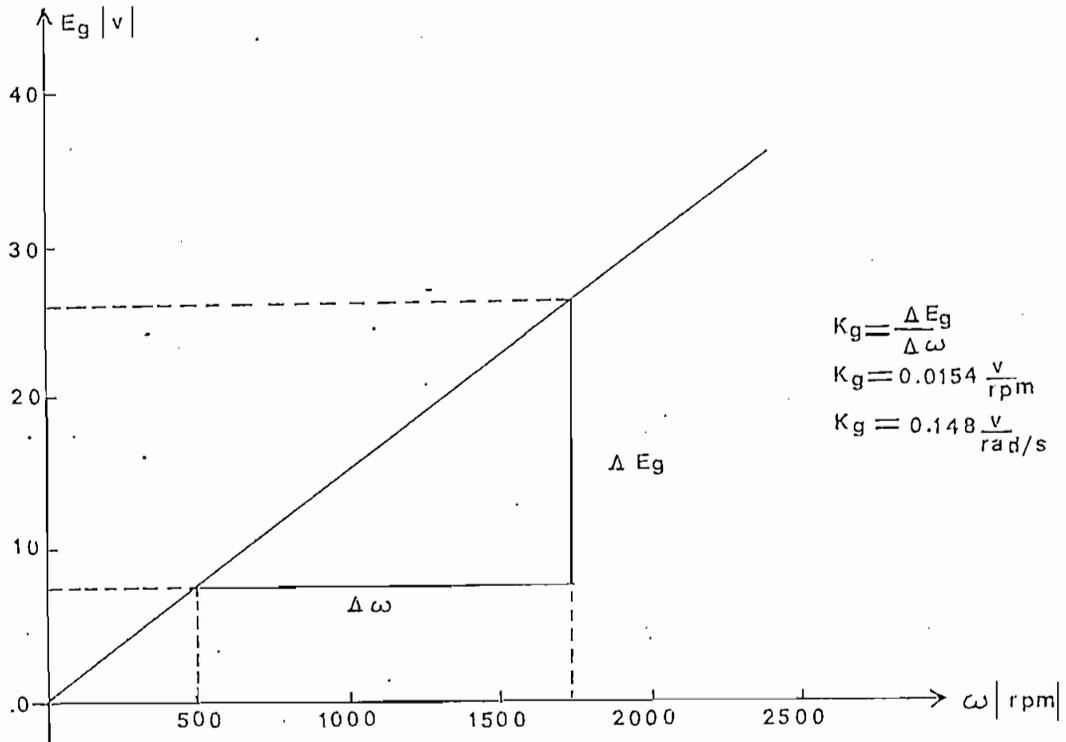


Fig. 1.3.3 Voltaje generado versus velocidad angular

El procedimiento seguido para obtener el gráfico anterior fué el siguiente: se colocó un voltímetro a los terminados del generador, y mediante un controlador de velocidad se detectó la misma en el eje, los valores se encuentran en la tabla 1.3.1

$\omega(\text{RPM})$	0	500	900	1000	1200	1500	2000	2400
$E_g$	0	8	14	15	18	23	31	37

Tabla 1.3.1 Valores para el cálculo de  $K_g$ .

### 1.3.3 Amplificador

Como unidades básicas de un servoamplificador se tiene un amplificador operacional con una ganancia alta, al cual se acopla un amplificador de potencia con ganancia baja.

El amplificador consiste de un amplificador d.c de alta ganancia con posibilidad de compensación en cascada por medio de  $G_I(s)$ , y compensación en realimentación por medio de  $G_{II}(s)$ , como se muestra en la figura 1.3.4

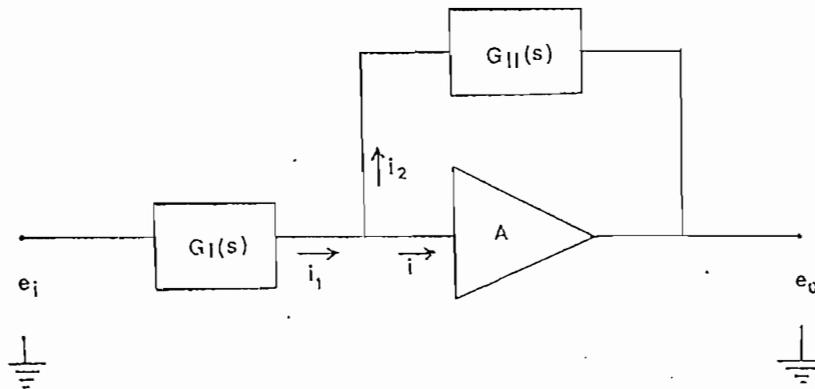


Fig. 1.3.4 Diagrama de un amplificador

El amplificador d.c es de estado sólido con una ganancia elevada, y una impedancia en el orden de los mega ohmios lo que hace que la corriente  $i_1$  sea insignificante con respecto a  $i_2$ . Haciendo  $AGI \gg GI$  se tiene:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = - \frac{GII(s)}{GI(s)}$$

Los amplificadores de potencia, proporcionan la suficiente potencia como para mover la carga, la amplificación de voltaje  $V_a$ , es de:

$$V_a = 5,3 \text{ V}$$

#### 1.3.4 Potenciómetro

Tenemos los potenciómetros sensores de posición que son un simple cilindro, cuya resistencia entre terminales es de 5 o 10 K $\Omega$ . La figura 1.3.5 muestra un esquema del elemento.

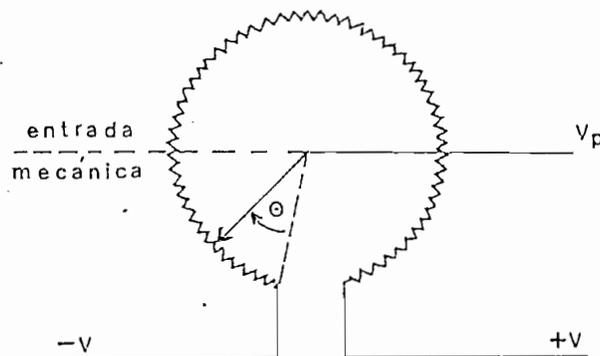


Fig. 1.3.5 Potenciómetro de posición

Este potenciómetro es lineal, esto es la señal de salida  $V_p$  es un voltaje directamente proporcional a la entrada angular de posición mecánica  $\theta$ , por tanto:

$$V_p = K_p \theta \quad 0^\circ < \theta < 340^\circ$$

En  $\theta=0^\circ$  el brazo del contacto deslizante comienza a ser posicionado en un terminal del potenciómetro, hay aproximadamente  $20^\circ$  de "zona muerta" en los potenciómetros usados en este trabajo. Tomando la transformada de Laplace tenemos:

$$\frac{V_p(s)}{\theta(s)} = K_p.$$

Para obtener el valor experimental de  $K_p$  en cada posición del ángulo  $\theta$ , tomamos el valor del voltaje  $V_p$ , ver la tabla 1.3.2 El valor de la pendiente de la recta de la figura 1.3.6, dará la constante  $K_p$ .

$\theta$	$0^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$
$V_p$	+20	-20	-18.2	-14,1	-10,5	-7	-3,8	0	+3,5	+6	+10	+14

Tabla 1.3.2 Valores para el cálculo de  $K_p$ .

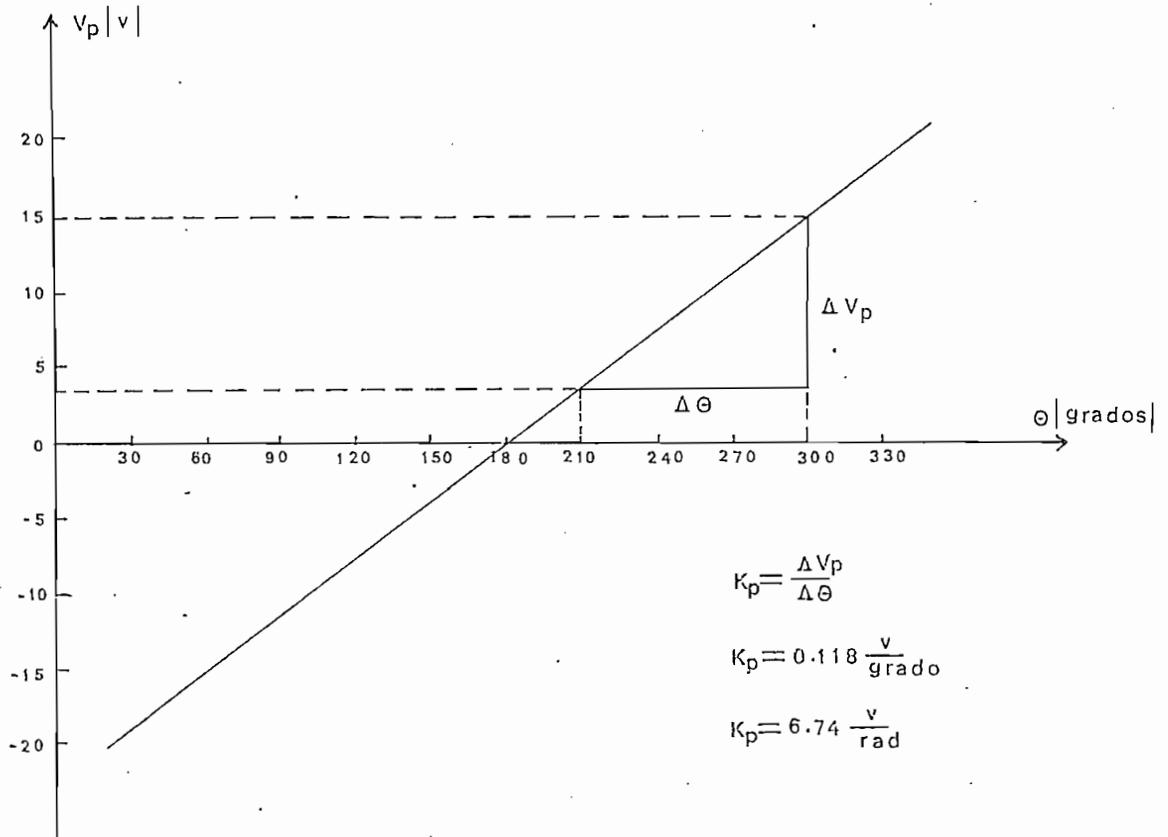


Fig. 1.3.6 Voltaje versus posición

#### 1.4 DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LOS PARAMETROS DE UN SERVO MOTOR D.C

Como se vió en el numeral 1.3.1 la función de transferencia del motor de corriente continua depende de algunos parámetros, los cuales hay que medirlos en forma experimental en el Laboratorio. La determinación del valor de estos paráme

tos permitirá una mejor familiarización con las características del motor; y por otra parte al reemplazar estos valores en la función de transferencia, estaremos en capacidad de realizar el análisis correspondiente del sistema de servomecanismo, objeto de este trabajo.

Las mediciones se harán varias veces, y el promedio de estas se expondrá en este trabajo con su respectiva unidad en el sistema Internacional.

#### 1.4.1 Medición del Momento de Inercia

El momento de inercia ( $J_m$ ) puede ser determinado utilizando el principio del péndulo torsional, ya que la única medida necesaria es el período de rotación angular de la masa suspendida en el terminal de un alambre de acero, como lo indica la figura 1.4.1

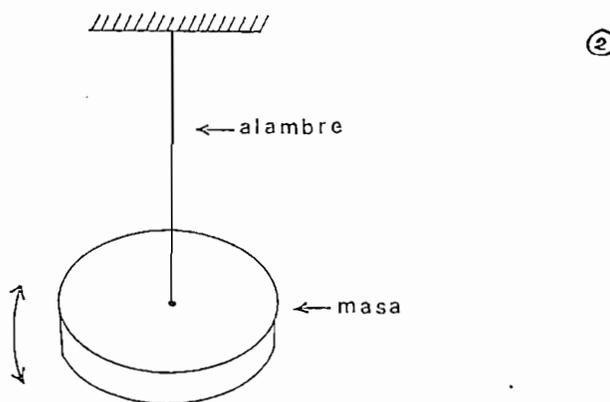


Fig. 1.4.1 Péndulo torsional

Para la medición se sigue el siguiente procedimiento: primero se trabaja con un cuerpo de masa conocido, que generalmente es un cilindro, y se la suspende con un alambre a un so-porte; y luego se lo hace girar tratando de obtener períodos precisos, los mismos que son registrados cronométricamente.

El procedimiento anterior se repite con la armadura del mo-  
tor en consideración. La fórmula aplicable para el momento  
de inercia es entonces:

$$J = J_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^2$$

Donde:

J = Momento de inercia de la armadura del motor

J<sub>0</sub> = Momento de inercia del cilindro de masa conocida.

T = Período de oscilación de la armadura

T<sub>0</sub> = Período de oscilación del cilindro

El parámetro desconocido en esta fórmula es J<sub>0</sub>, el cual se obtiene midiendo la masa y el radio del cilindro y aplicandola siguiente fórmula:

$$J_0 = \frac{MR^2}{2}$$

Donde:

M = masa |kg|

R = radio |m|

J<sub>0</sub> = momento de inercia |kg-m<sup>2</sup>|

Las mediciones son tabuladas en el cuadro de la tabla 1.4.1

masa del cilindro [kg]	0,1362
radio [m]	0.0127
período del cilindro (s)	1.776
período de armadura (s)	3,245

Tabla 1.4.1 Medición para el cálculo de J

Aplicando las fórmulas tenemos:

$$J = 36,58 \times 10^{-6} \text{ Kg-m}^2 \quad \times$$

#### 1.4.2 Medición de la Constante de Torque

Para determinar la constante de torque (KT) de un motor de corriente continua nos apoyaremos en las características torque ( $T_m$ ) con respecto a la corriente de armadura ( $I_m$ ), características que satisfacen la relación:

$$T_m = K_T I_m$$

$$K_T = \frac{T_m}{I_m} \quad \left| \frac{\text{N-m}}{\text{A}} \right, \text{ N-m, A}$$

El método a seguirse lo muestra la fig. 1.4.2. La escala del resorte fué previamente calibrada en el Laboratorio de Física. En el resorte se cumple que:

$$F = K.X.$$

Donde  $K$  es la constante de rigidez del resorte, cuyo valor de terminado experimentalmente es:  $K = 0,72 \text{ N/m}$ , y  $X$  es el desplazamiento debido a la fuerza  $F$ .

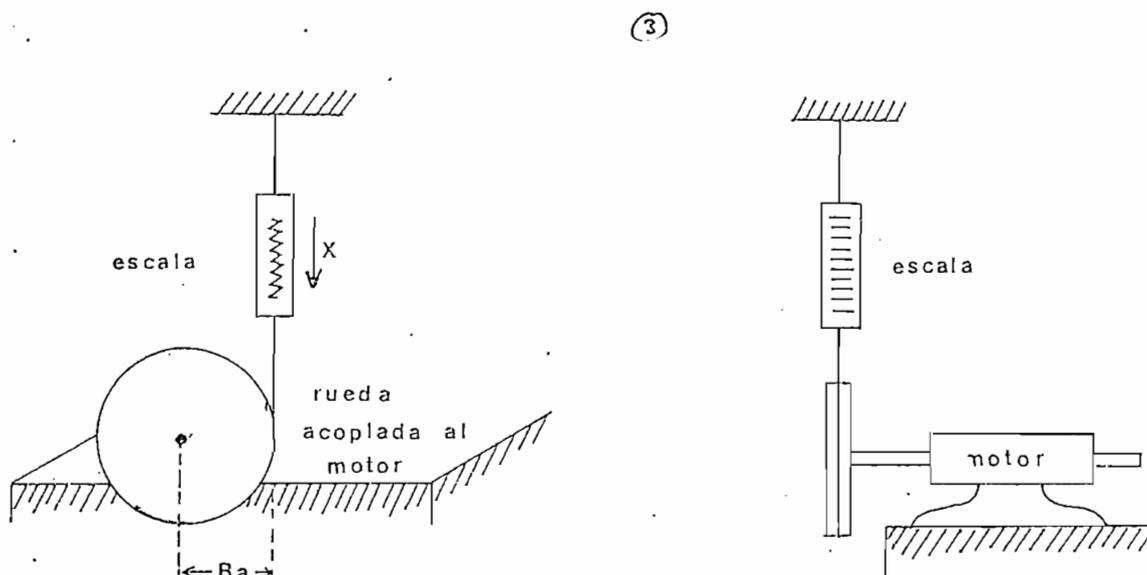


Fig. 1.4.2 Montaje para la medida del Torque del motor.

El procedimiento a seguirse consiste en envolver la cuerda al rededor de un plato ranurado acoplado al eje del motor por el un extremo, y por el otro asegurar al resorte, el mismo que estará previamente fijado para evitar movimiento. Se conecta un amperímetro en los terminales del motor para determinar su corriente, y luego se efectuaron las mediciones presentadas en la tabla 1.4.2

$$r = 0.0395 \text{ m}$$

$I_m$ (A)	Fuerza (N)	$T = F \cdot Ra$ (N-m)
0,4	0	0
0,5	0,075	0,00297
0,6	0,113	0,00446
1	0,488	0,0193
1,2	0,675	0,0267

Tabla 1.4.2 Mediciones para el cálculo de  $K_T$

Con estos valores se obtiene la figura 1.4.3 donde obtenemos el valor de  $K_T$  del motor de prueba.

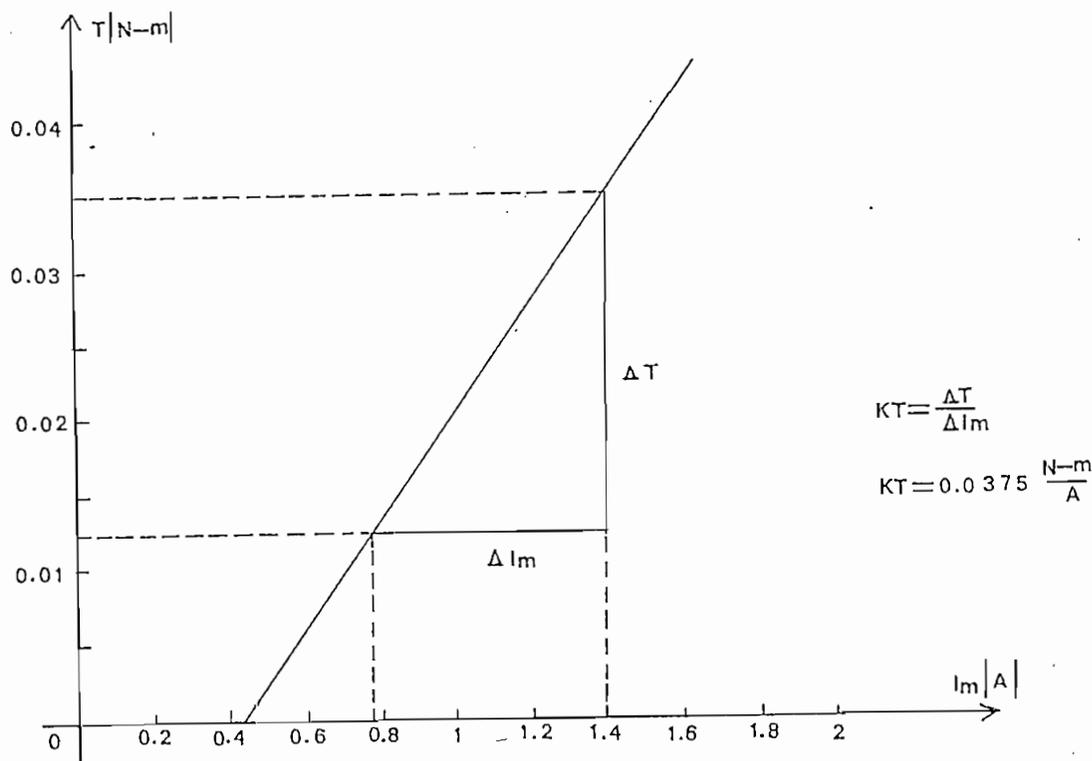


Fig. 1.4.3 Características Torque versus corriente

Para la graduación de la escala es mejor utilizar la constante de elasticidad del resorte porque se tiene una relación lineal ( $F=K.X$ ). El valor de  $K_T$  se obtiene calculando la pendiente de la recta del gráfico 1.4.3

#### 1.4.3 Medición de la constante de Fuerza Electromotriz

La constante de fuerza contra electromotriz ( $K_E$ ) puede ser medida considerando al motor de prueba como un generador, esto es accionándolo por medio de un motor auxiliar, y midiendo tanto el voltaje generado  $E_g$  a los terminales de armadura de nuestro motor de prueba, como también la velocidad del eje ( $\omega$ ). La constante  $K_E$  es obtenida de la relación:

$$E_g = K_E \omega$$

$$K_E = \frac{E_g}{\omega} \quad |V/RPM, V, RPM|$$

Un diagrama típico para realizar esta medida nos muestra la figura 1.4.4, donde el motor auxiliar es mantenido a velocidad constante por la unidad de control correspondiente.

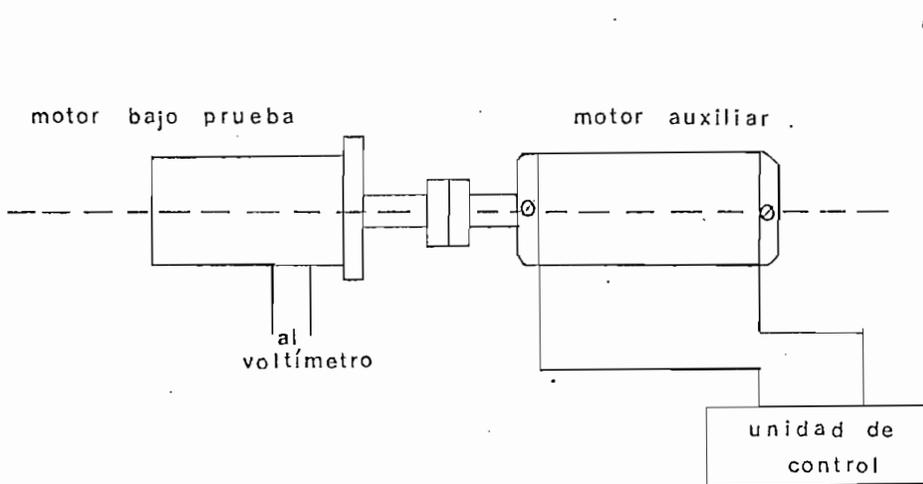


Fig. 1.4.4 Arreglo para medir el valor del parámetro  $K_E$

Con el montaje anterior podemos medir a diferentes velocidades el voltaje generado; ver la tabla 1.4.3, y con estos valores graficamos la curva de la figura 1.4.5.

RPM	0	500	700	900	1.200	1.800	2.400
Eg(v)	0	2,1	2,7	3,7	4,9	7,2	9,2

Tabla 1.4.3 Mediciones para el cálculo del  $K_E$

Conviene analizar el circuito equivalente del motor para ilustrar la validez del procedimiento indicado.

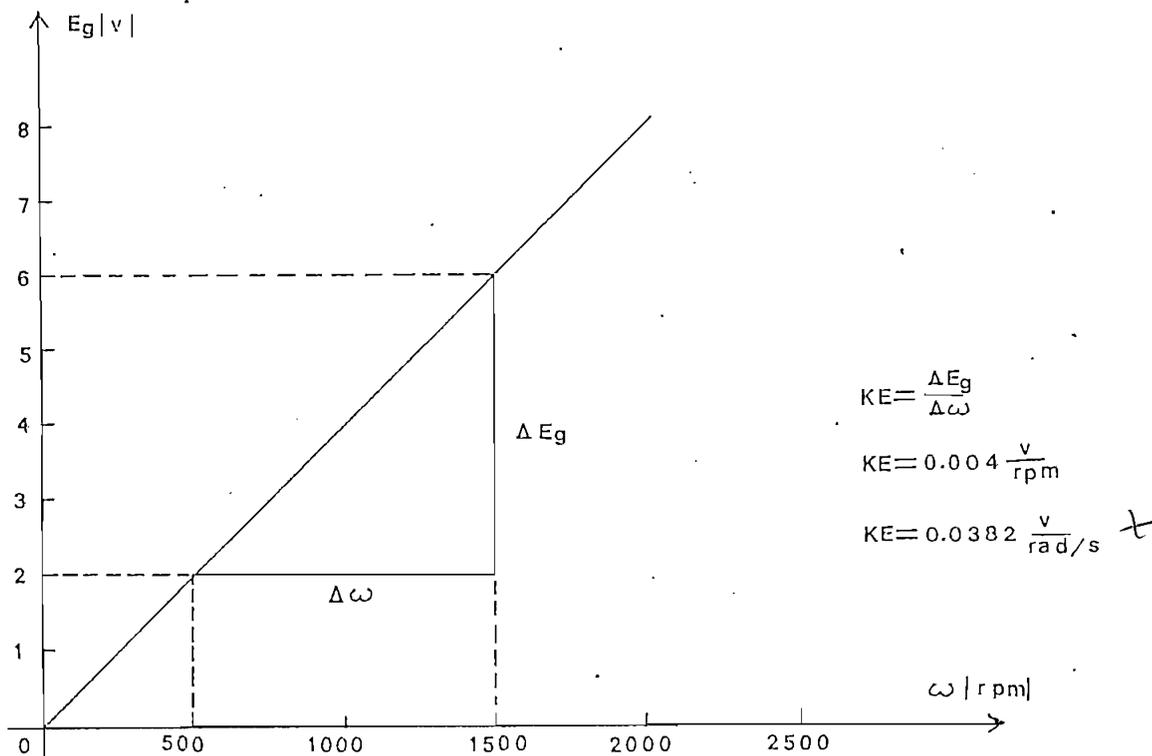


Fig. 1.4.5 Fuerza electromotriz generado versus velocidad angular.

La figura 1.4.6 muestra el circuito equivalente del motor de prueba trabajando como generador y accionado por un motor auxiliar.

Si el motor de prueba no está excitado esto implica que por su armadura no circula corriente  $i_a=0$ ; por tanto el voltaje  $E_g$  medido a los terminales del motor de prueba es igual a la fuerza contra electromotriz inducida  $E_e$  y entonces se puede aplicar al motor de prueba la relación de un generador.

$$E_g = K E \omega$$

Relación utilizada ya anteriormente.

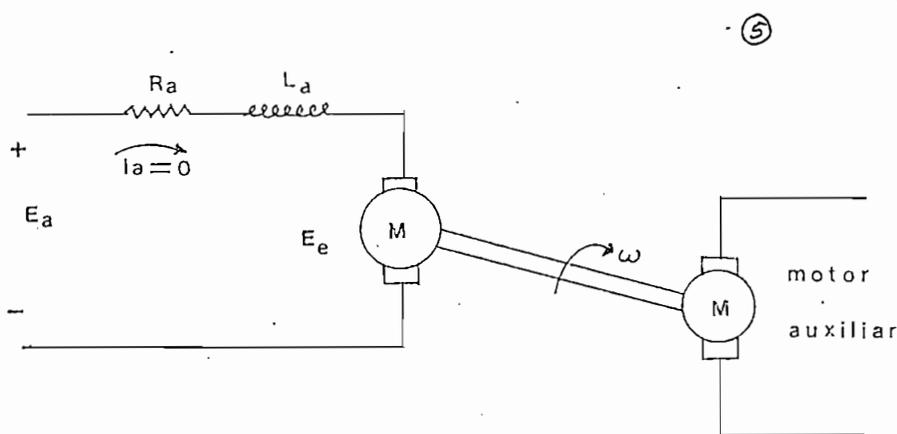


Fig. 1.4.6 Circuito del motor de prueba accionado por un motor auxiliar.

#### 1.4.4 Medición de la Resistencia del Motor

En la resistencia del motor  $\gamma_m$  está incluida la resistencia de armadura  $\gamma_a$  y la resistencia de las escobillas  $\gamma_b$

$$\gamma_m = \gamma_a + \gamma_b$$

La resistencia de armadura es constante, pero la resistencia de las escobillas decrece, cuando la corriente del motor incrementa, por esta razón al método deberá usarse para determinar la resistencia nominal del motor, usando el diagrama de la fig. 1.4.7 .

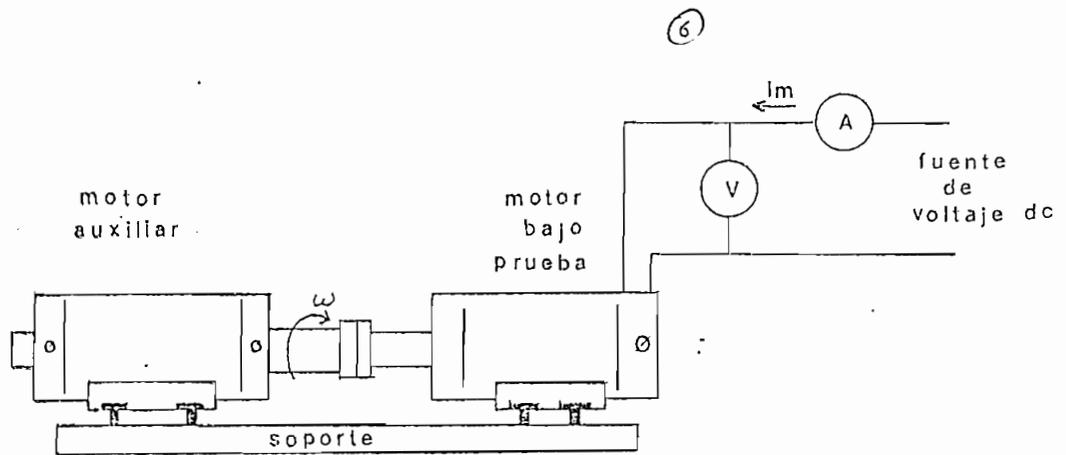


Fig. 1.4.7 Montaje para la determinación de la resistencia del motor.

Utilizando un circuito equivalente del diagrama anterior tenemos la figura 1.4.8

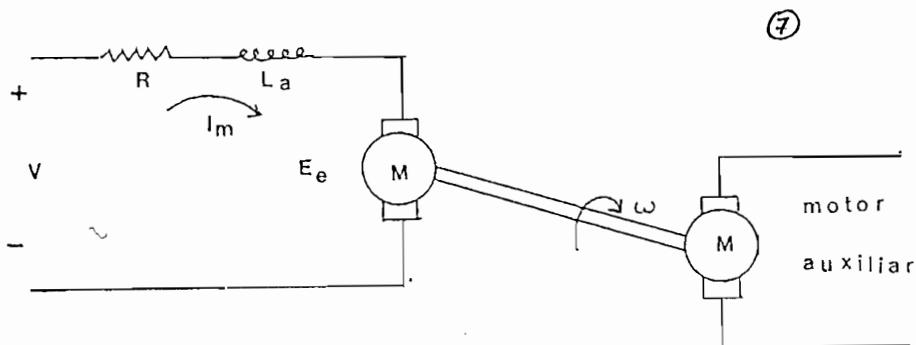


Fig. 1.4.8 Circuito equivalente del sistema de la fig. 1.4.7

Si consideramos que la corriente  $I$  es constante durante este proceso por cuanto  $\omega$  permanece constante debido al motor auxiliar, entonces  $v_L = L \frac{dI}{dt}$  es igual a 0; es decir, la inductancia se comporta como un cortocircuito, y la resistencia  $R$  será:

$$R = \frac{V - E_e}{I_m}$$

Donde:

$V$  es el voltaje constante de la fuente d.c

$E_e = K_e \omega$ , si  $\omega$  es constante,  $E_e$  es cte.

Ahora si mantenemos el rotor fijo, quiere decir que  $E_e = 0$ , y la resistencia será  $R = V/I_m$ , en cambio si mantenemos  $\omega < 30 \text{ RPM}$   $E_e$  es muy pequeño de tal manera que lo podemos despreciar, ya que  $K_e$  esta en el orden de milésimos de  $V/\text{RPM}$ .

Nuestras medidas, por facilidad se tomaron con el rotor fijo. Estas mediciones se presentan en la tabla 1.4.4

$I_m(\text{A})$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1.2	1.4
$V(\text{volt})$	0,83	1,4	1,7	2	2,3	2,5	2,8
$R_m(\Omega)$	4,15	3,5	2,83	2,5	2,3	2,08	2

Tabla 1.4.4 Mediciones para la determinación de  $R_m$

Con estos valores obtenemos la curva de la figura 1.4.9

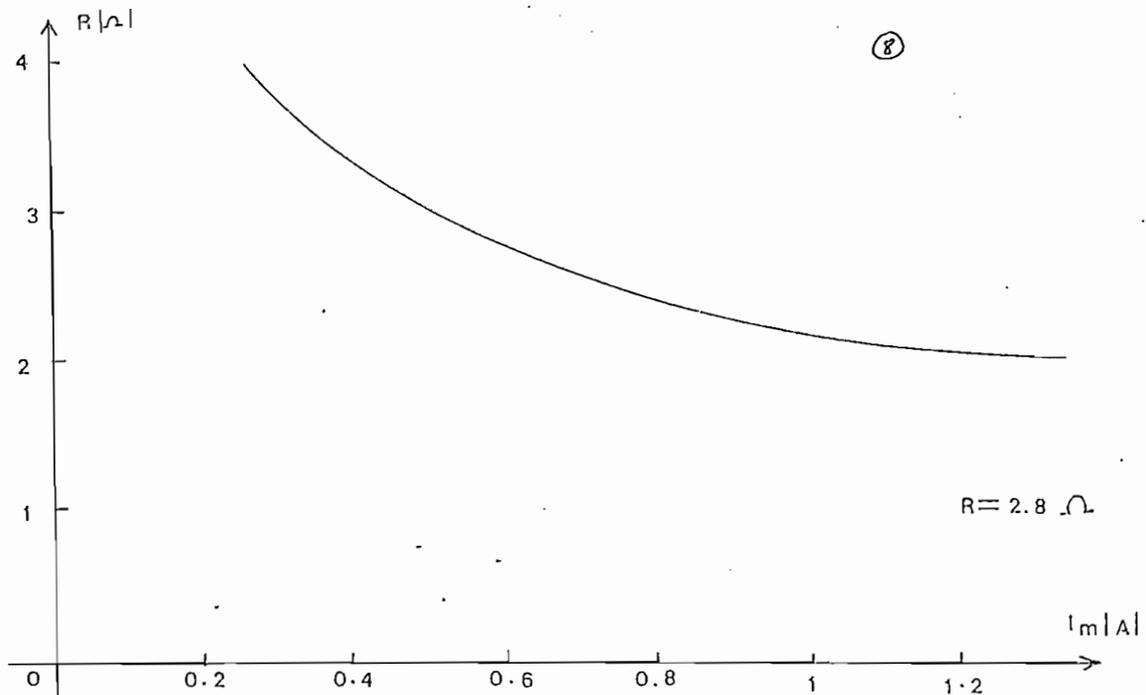


Fig. 1.4.9 Resistencia del motor Vs corriente de armadura.

#### 1.4.5 Medición de la Inductancia

Para la medida de la inductancia, el motor bajo prueba se lo conecta como indica la figura 1.4.10, en donde el puente de impedancia es seleccionado mediante el cursor de selección.

Cuando esto se ha logrado, la posición de  $L$  indica la inductancia del motor. Esto se hace para otras 3 posiciones del eje separados  $90^\circ$ , el valor de la inductancia  $L_a$  será el promedio de las 4 lecturas obtenidas.

En base a las lecturas obtenidas, y haciendo el promedio resulta que:

$$L_a = 2,1 \text{ mH} \quad \times$$

9

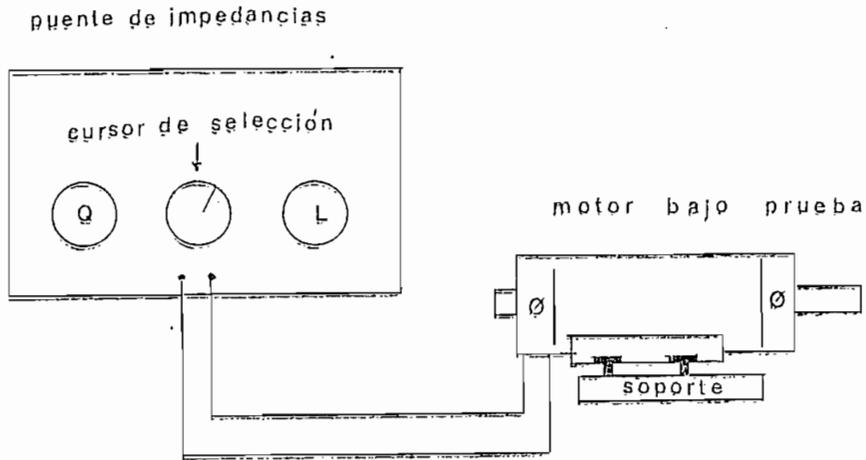


Fig. 1.4.10 Medición de  $L_a$  por el puente de impedancias.

#### 1.4.6 Medición del Coeficiente de Fricción Viscosa

Si consideramos las características de un motor sin carga, debemos tomar en cuenta en este caso el torque de fricción del motor ( $T_f$ ), como también el torque de fricción viscosa el mismo que es proporcional a la velocidad angular del eje. Tenemos entonces que el torque del motor ( $T_m$ ), siendo  $D$  el coeficiente de fricción viscosa será:

$$T_m = T_f + D\omega$$

Encontraremos la característica torque del motor Vs velocidad del motor. Utilizando el montaje de la figura 1.4.11 podemos medir la corriente  $I_m$ , si la multiplicamos por  $K_T$  obtendremos el torque en forma directa.

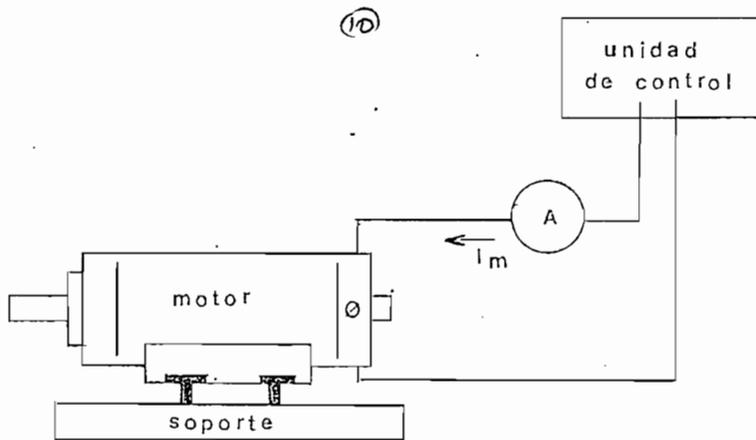


Fig. 1.4.11 Montaje para la determinación de las características torque Vs velocidad sin carga.

Las medidas obtenidas se encuentran en la tabla 1.4.5

$\omega$ (RPM)	0	500	1000	1500	2500	3000
$I_m$ (A)	0,4	0,45	0,48	0,5	0,51	0,53
$T_m$ (N-m)	0,015	0,017	0,018	0,019	0.0191	0,0199

Tabla 1.4.5 Mediciones para el cálculo de D

Con los valores de la tabla 1.4.5 se obtiene el gráfico de la figura 1.4.12 que muestra la característica torque versus velocidad angular. Puesto que esta característica es una rec-

ta, su pendiente nos da el coeficiente de fricción viscosa  $D$ .

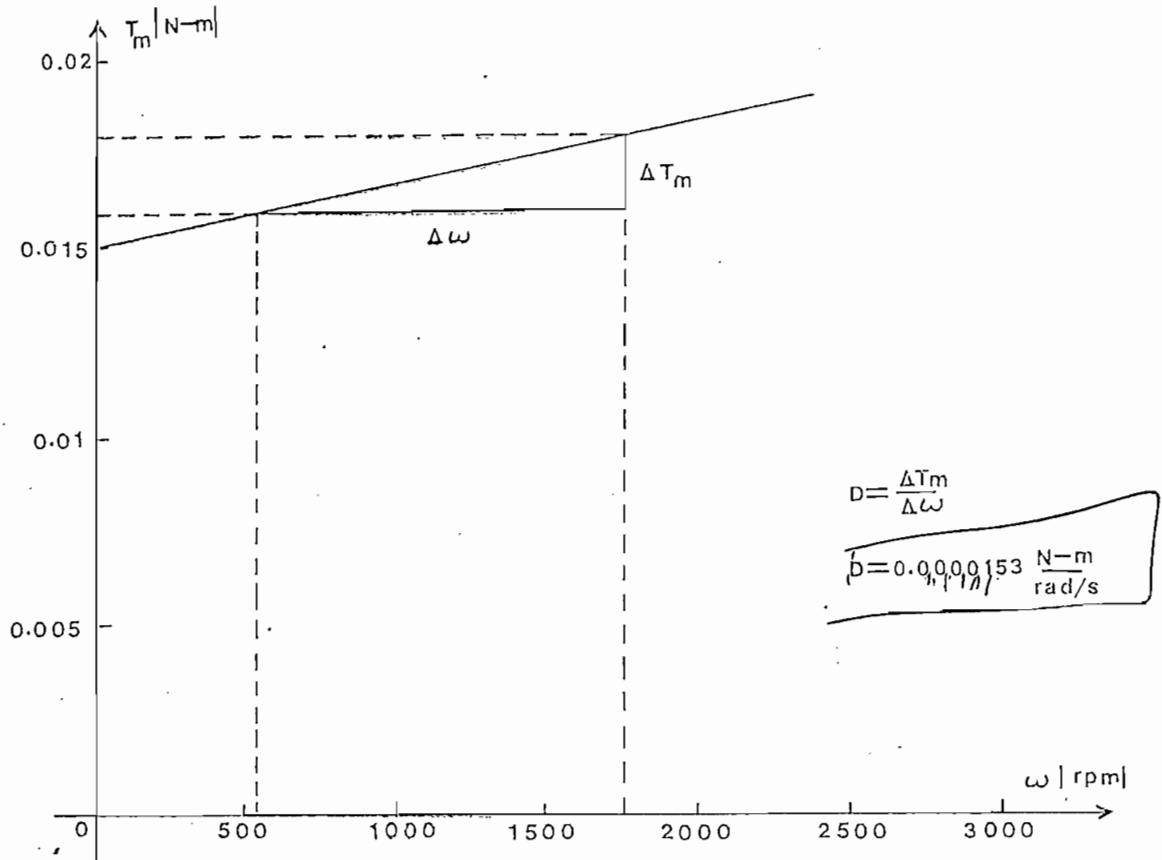


Fig. 1.4.12 Característica torque Vs velocidad sin carga.

## C A P I T U L O    I I

### ANÁLISIS DE UN SERVOMECANISMO DE VELOCIDAD Y POSICION

#### 2.1 CONTROL DE VELOCIDAD Y DE POSICION

##### 2.1.1 Control de Velocidad

En un sistema de control de velocidad, se compara la señal de velocidad con una referencia, de tal manera de tener a la salida la señal de velocidad deseada. El diagrama de bloques de la figura 2.1.1 muestra un sistema de control de velocidad con realimentación por tacómetro.

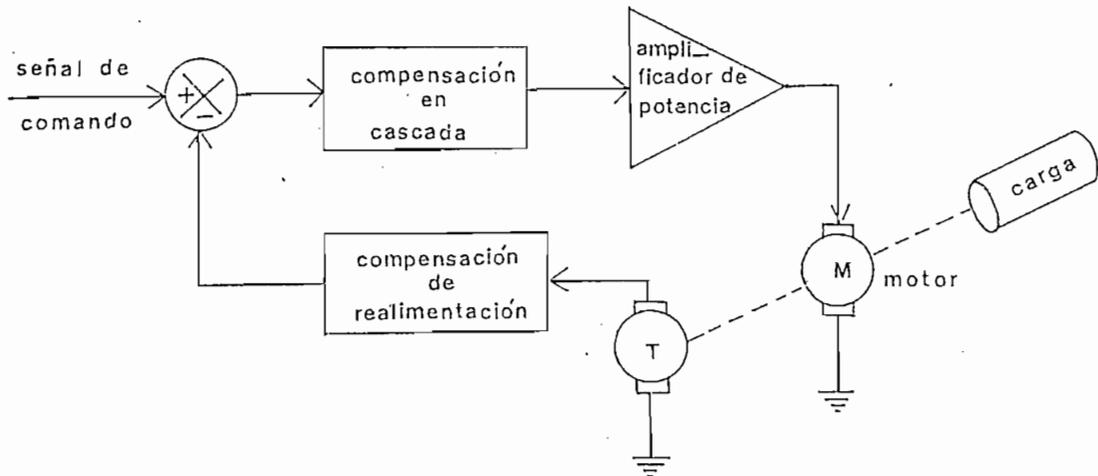


Fig. 2.1.1 Diagrama de bloques de un sistema de control de velocidad.

El funcionamiento de la figura 2.1.1 es el siguiente: al amplificador de potencia acciona el motor, el mismo que esta a coplado al tacómetro. Este dispositivo envia una señal al comparador, el cual relaciona la señal realimentada con la señal de comando, esta diferencia es entregada al amplifica dor que tiene compensación en cascada hasta obtener la señal de seada a la salida.

La operación del sistema en lazo abierto implica que la información de la señal realimentada es nula, y que la velocidad del motor es regulada solo por la señal de comando. Es decir la señal de salida deberá seguir~~la~~ a la señal de entra da deseada a lo largo de todos los componentes del sistema que son constantes. Un cambio en la carga, ganancia del amplificador o en otra variable del sistema repercutirá en una desviación del valor deseado.

Un método que se utiliza para evaluar el efecto de la ganán cia del amplificador en la respuesta del sistema, es el lu gar de las raíces y que para nuestro caso se lo muestra en la figura 2.1.2.

En el lugar de las raíces de la figura 2.1.2 se nota que para valores pequeños de la amplificación las raíces son rea les y negativas, lo que indica que el sistema es sobreamorti guado, cuando la ganancia viene a ser incrementada al siste ma se hace menos amortiguado y debería tender a una línea rec ta en respuesta a una entrada paso.

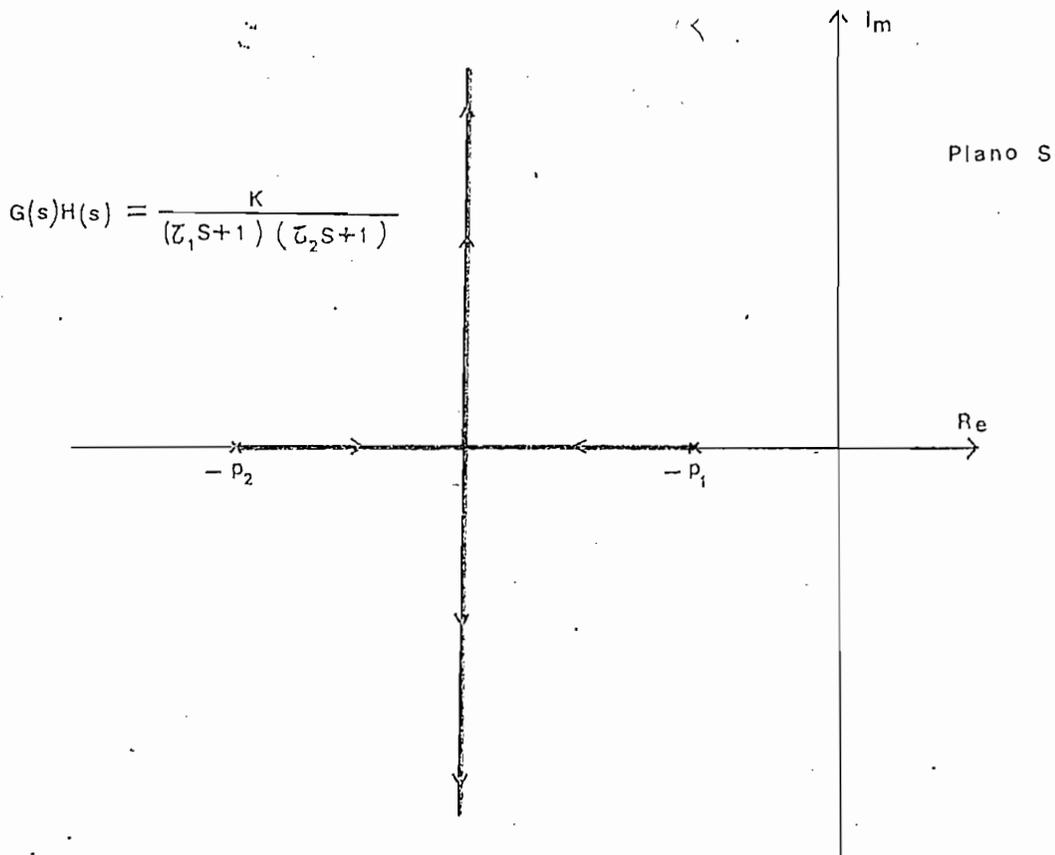


Fig. 2.1.2 Lugar de las raíces para un sistema de control de velocidad

### 2.1.2 Control de Posición

El objetivo de un sistema de control de posición es el control de la posición angular del eje del motor. Es un sistema de lazo cerrado, la salida variable es medida, realimentada y comparada a la función de entrada deseada, una diferencia entre las dos será una desviación del resultado al cual se quiere llegar.

También podemos decir que un sistema de lazo cerrado es insensible a las variaciones de los parámetros, lo cual hace que exista un alto rendimiento, a pesar de los cambios en las condiciones de carga y otros parámetros del sistema. Un diagrama de un sistema de control de posición nos muestra la figura 2.1.3

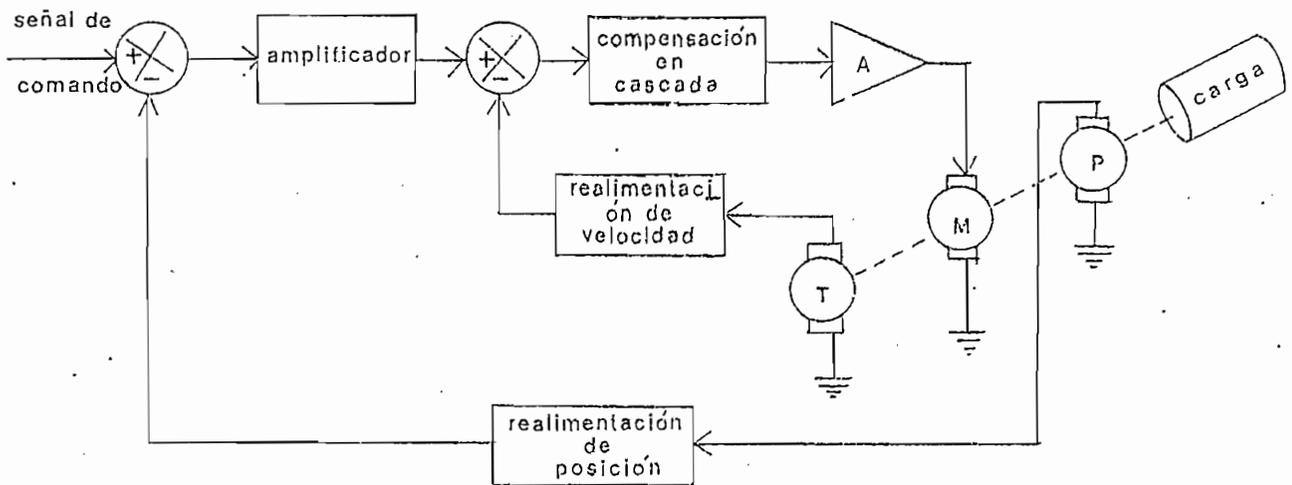


Fig. 2.1.3 Diagrama de bloques de un servo de posición.

Para analizar el sistema, utilizaremos el lugar de las raíces que está representado en la figura 2.1.4, en donde se no ta que sin realimentación del tacómetro  $k_g = 0$ , la ecuación característica debería tener 3 polos, con ausencia de ceros. Por otro lado se puede apreciar también que el sistema viene a ser inestable para valores grandes de la ganancia del amplificador.

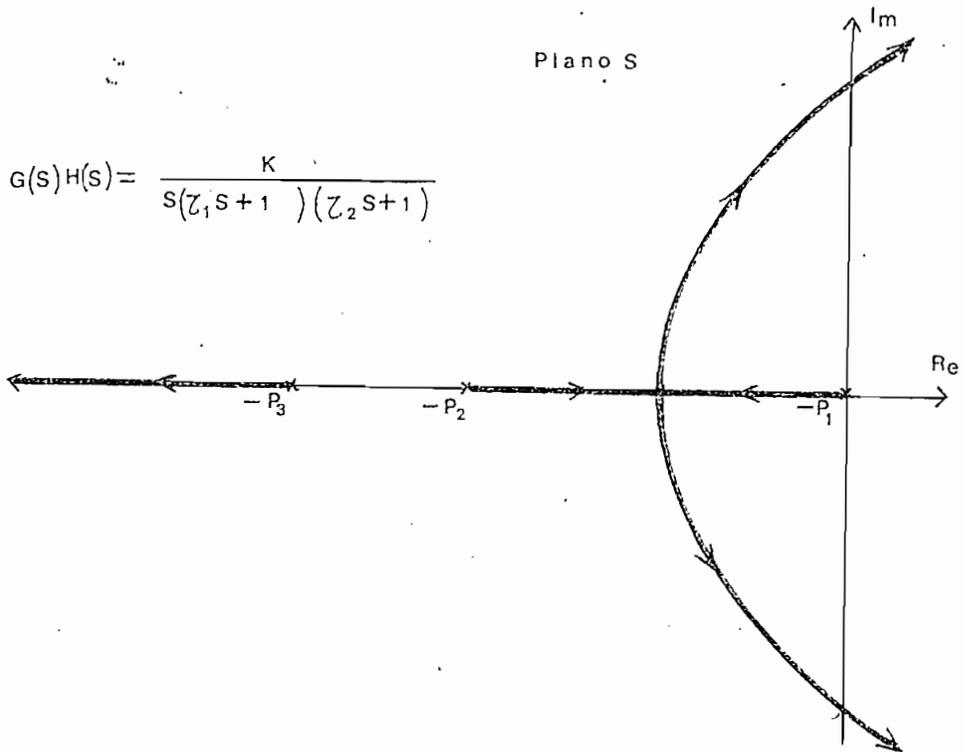


Fig. 2.1.4 Lugar de las raíces de un sistema de posición sin realimentación por tacómetro

La introducción del tacómetro, altera el lugar de las raíces como se puede ver en la figura 2.1.5, en donde se puede apreciar que la nueva configuración es más estable y puede adaptarse incluso a ganancias mucho más altas.

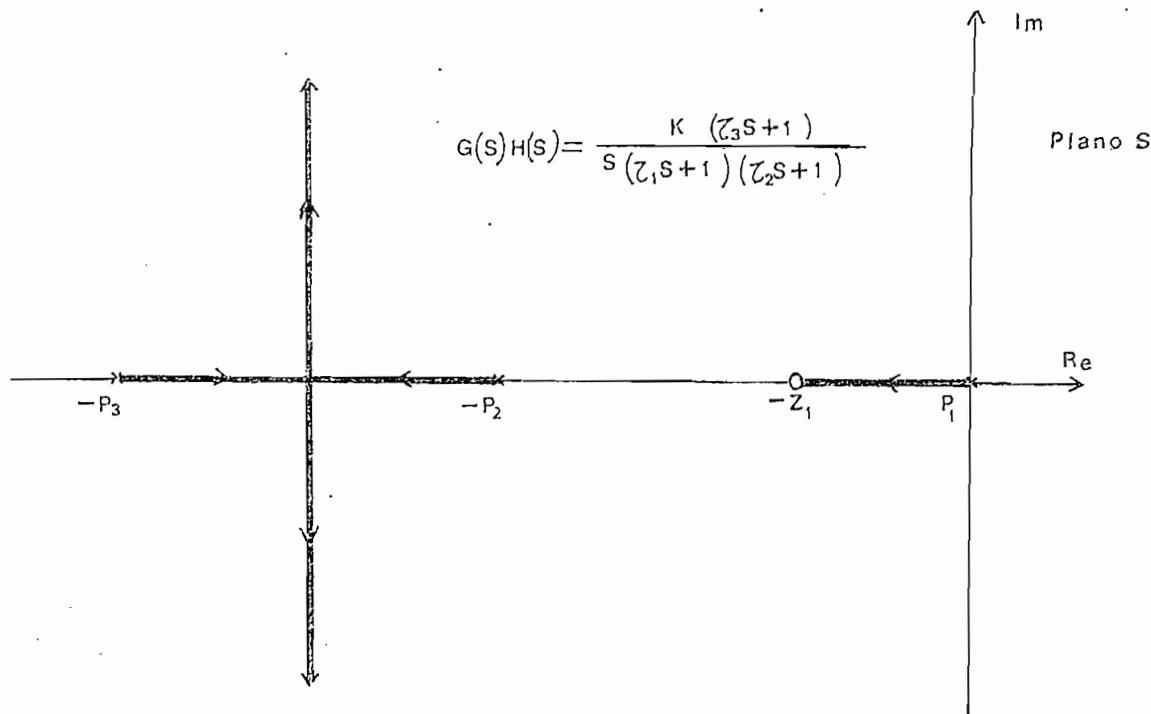


Fig. 2.1.5 Lugar de las raíces de un sistema de posición con realimentación por tacómetro.

Los efectos de la realimentación de velocidad incrementan la estabilidad de un sistema, además uno puede controlar la respuesta del sistema cambiando el valor de  $K_g$ . Cuando  $K_g$  es pequeño el sistema puede ser inestable o subamortiguado, y cuando  $K_g$  incrementa, el sistema viene hacerse más amortiguado.

## 2.2 CONFORMACION Y FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SERVO MCSL MODELO 100

### 2.2.1 Extructura

El Motomatic Control System Laboratory MCSL, consiste de una unidad de control contenida en un chasis electrónico y va-

rios elementos electro-mecánicos. La unidad de control es un dispositivo que contiene elementos de estado sólido, los cuales proporcionan en conjunto energía y compensación a los componentes electro-mecánicos.

El chasis en si está representado en la figura 2.2.1, el mismo que contiene 4 propósitos fundamentales para los cuales ha sido implementado tanto para el control de velocidad como de posición.

Los 4 propósitos básicos son:

- Contiene la fuente de energía, amplificador operacional, amplificador de potencia, generador de entrada para una función paso y circuitos e indicadores de sobrecarga.
- Provee terminales para la conexión de los instrumentos de medida.

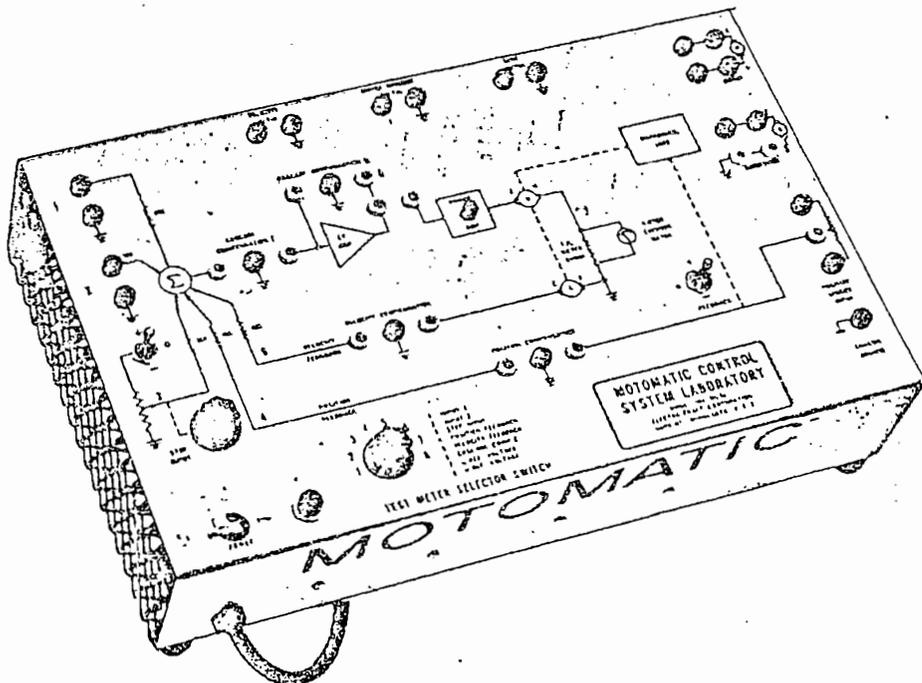


Fig. 2.2.1 Chasis electrónico MCSL.

- Proporciona terminales eléctricos para el acoplamiento de los componentes mecánicos.
- Provee terminales de entrada eléctrica, tanto para señales como para potencia.

### 2.2.2 Diagrama de Bloques

La distribución de cada una de las unidades que conforman el chasis MCSL modelo 100, se muestra en el diagrama de bloques de la figura 2.2.2

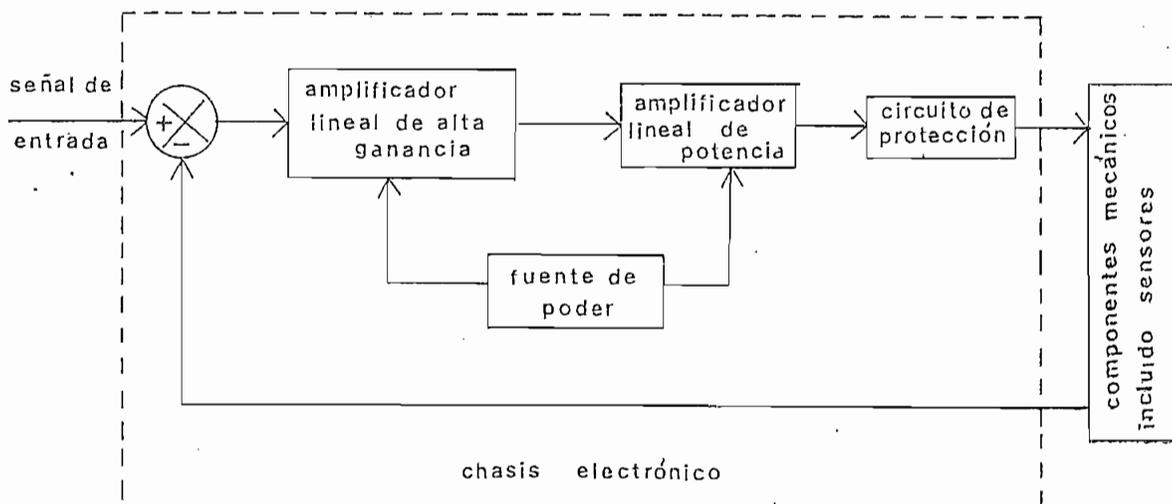


Fig. 2.2.2 Diagrama de bloques de un sistema de control para laboratorio

El punto de suma, consiste de un punto de unión de resistencias que están permanentes en cada rama del circuito. Físicamente tenemos dos amplificadores operacionales, el uno que

nos da la ganancia necesaria para el funcionamiento del sistema y el otro que forma la primera etapa de las 3 que tiene el amplificador de potencia y que toma el nombre de pre-amplificador.

El amplificador de potencia usa transistores de potencia de silicio y su ganancia de voltaje total esta en el orden de 5. En cuanto al circuito de sobrecarga no solo que opera el indicador, sino que también anticipa algunas condiciones de peligro que sufren las componentes del circuito.

Existen 3 fuentes de energía, una de  $\pm 30$  Vdc necesaria para el amplificador de potencia cuyo voltaje de rizado no excede del 15% bajo la condición de máxima carga. Otra fuente de  $\pm 21$  Vdc usada como un voltaje de referencia para la entrada y para el sensor de posición, con un voltaje de rizado máximo al 1%. Finalmente tenemos una fuente de  $\pm 15$  Vdc necesaria para los amplificadores operacionales con un rizado que no excede del 1%.

### 2.2.3. Función de Transferencia del Control de Velocidad

Previa la obtención de los parámetros en forma experimental de todos los componentes, y constantes asociadas en el MCSL, nos conviene analizar el diagrama de bloques del sistema de control de velocidad mostrado en la figura 2.2.3., de donde se obtendrá la función de transferencia correspondiente.

En el diagrama de la figura 2.2.3. se ha considerado el efecto del torque  $T_L$  debido a las perturbaciones, además se ha tomado en cuenta la constante del amplificador de potencia  $k_a$ , la misma que al ser introducida en el diagrama del motor es ta multiplicando en el lazo directo y dividiendo en el lazo

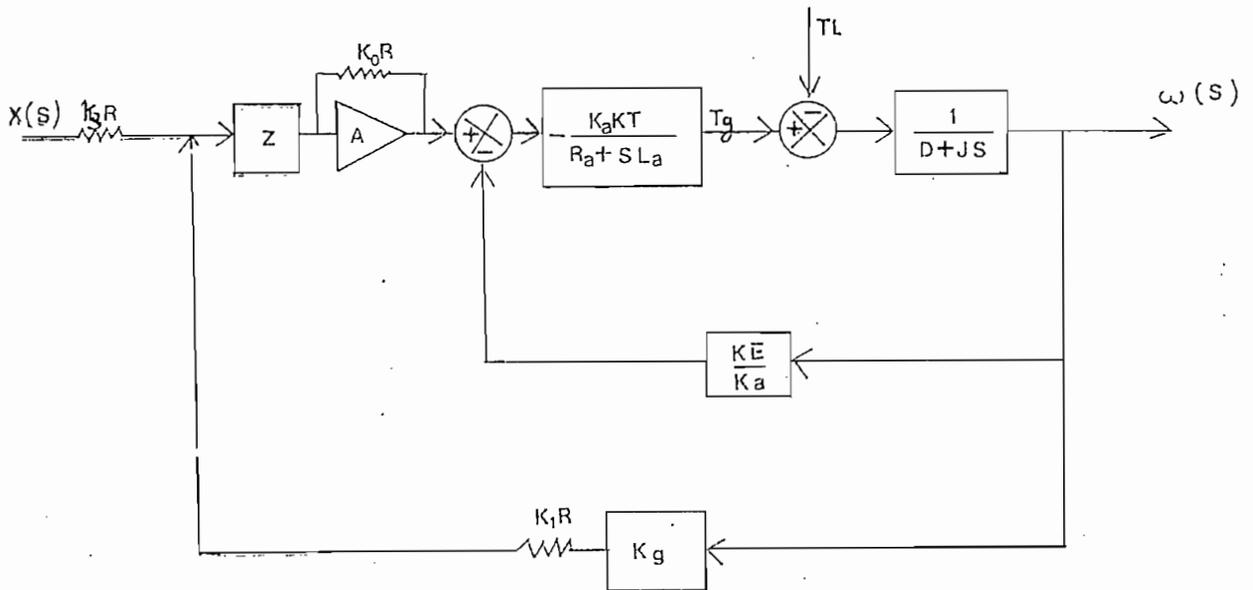


Fig. 2.2.3. Diagrama de bloques del control de velocidad MCSL

de realimentación de acuerdo a la equivalencia de los diagramas de bloques. Por otro lado el valor  $K_1R$  es un equivalente entre la resistencia de  $10\text{ k}\Omega$  ya existente y la impedancia de compensación respectiva.

Reduciendo el diagrama de la figura 2.2.3., es decir haciendo el desplazamiento de un punto de suma hacia adelante de un bloque y eliminando el lazo de realimentación se tiene el diagrama de la figura 2.2.4.

Donde  $G(s)$  es la función de transferencia del motor obtenida ya anteriormente, solo que en este caso está multiplicada por  $K_a$ , es decir es:

$$G(s) = \frac{K_a KT}{L_a J S^2 + (R_a J + L_a D)S + (R_a D + K_E K_T)}$$

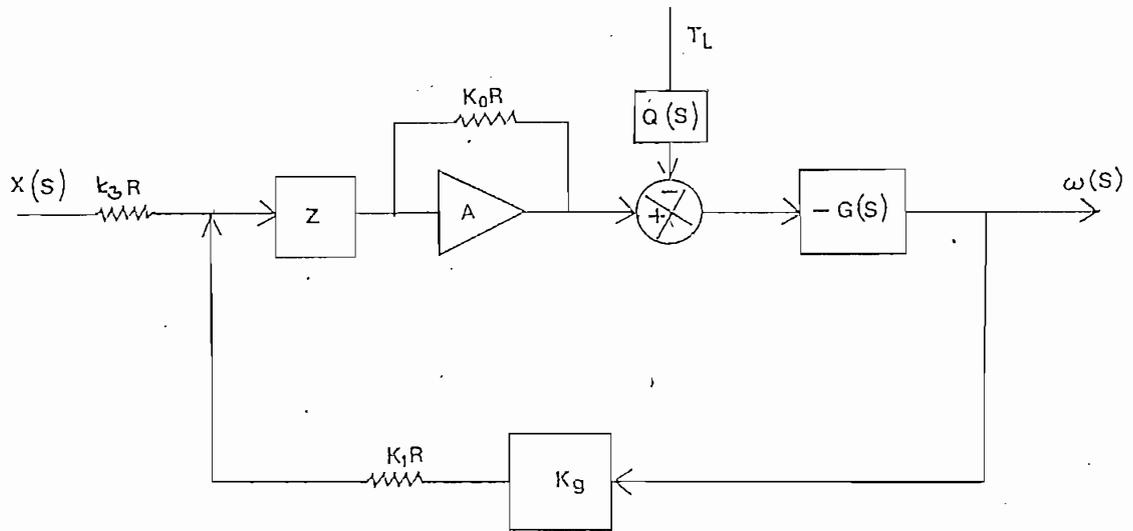


Fig. 2.2.4. Diagrama de bloques equivalente

$$Q(s) = \frac{R\bar{a} + s L\bar{a}}{K_a KT}$$

Tomando un diagrama equivalente para obtener los principales bloques del sistema obtendremos el de la figura 2.2.5:

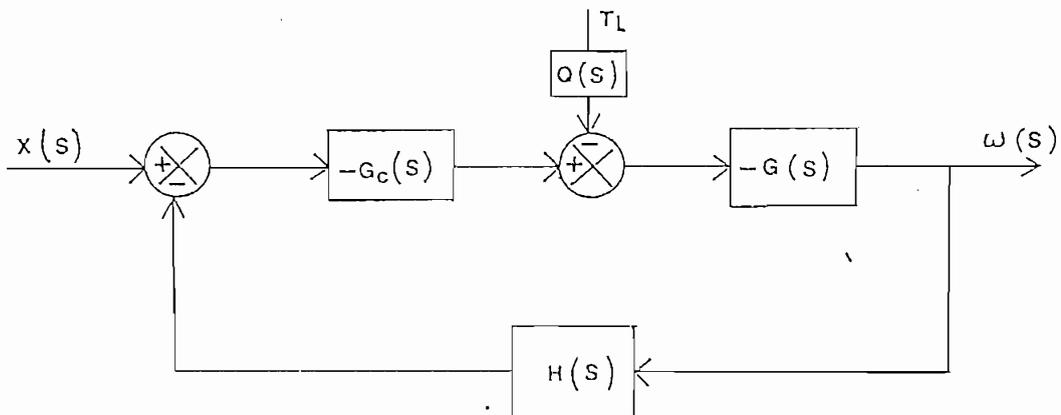


Fig. 2.2.5. Diagrama reducido de la figura 2.2.4.

En donde el circuito que representa  $G_C(s)$  se muestra en la figura 2.2.6.

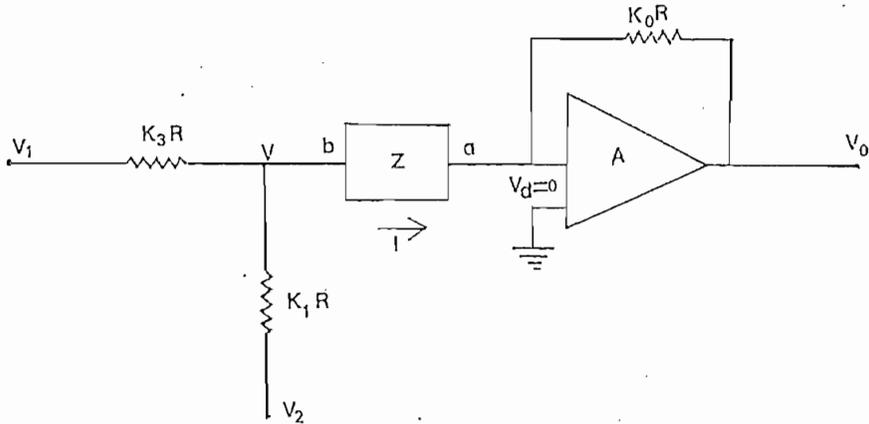


Fig. 2.2.6. Circuito de la función  $G_C(s)$

Para encontrar la corriente por la impedancia  $Z$  aplicaremos el teorema de Thévenin, cabe mencionar que para generalizar la resistencia de entrada, se ha tomado la variable  $K_3$  que puede tomar el valor de 1, ó de 3 según el caso. Por tanto el 1<sup>er</sup> paso para encontrar el equivalente de Thévenin es calcular la diferencia de potencial a los extremos de  $Z$  en circuito abierto, como se muestra en la figura 2.2.7.

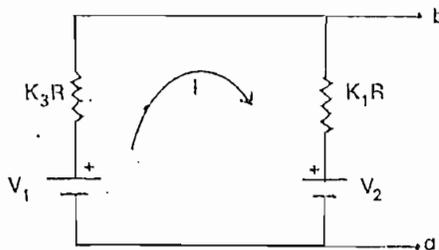


Fig. 2.2.7. Malla con la rama de  $Z$  en circuito abierto.

Donde:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{K_3 R + K_1 R}$$

$$V_{ab} = I_1 K_1 R + V_2$$

Reemplazando  $I_1$  y resolviendo la ecuación resulta:

$$V_{ab} = \frac{K_1 V_1 + K_3 V_2}{K_1 + K_3}$$

Para la impedancia de salida, se cortocircuita todas las fuentes de tensión, quedando en paralelo  $K_3 R$  y  $K_1 R$ , cuya resultante es:

$$Z_T = \frac{K_1 K_3 R}{K_1 + K_3}$$

El circuito equivalente, quedó tal como se muestra en la figura 2.2.8. en el cual se obtiene la corriente que circula por  $Z$ .

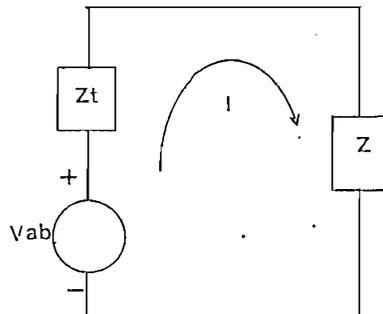


Fig. 2.2.8 Circuito equivalente

$$I = \frac{V_{ab}}{Z_T + Z}, \text{ reemplazando se obtiene}$$

$$I = \frac{K_1 V_1 + K_3 V_2}{K_1 K_3 R + K_1 Z + K_3 Z}$$

De la figura 2.2.6 se puede ver que se cumple la relación:

$$V_0 = - \frac{K_0 R}{Z} V$$

pero:

$$V = IZ$$

$$V_0 = - K_0 R I$$

Finalmente reemplazando I, se obtiene la ecuación general:

$$V_0 = - \frac{K_0 R}{K_1 K_3 R + K_1 Z + K_3 Z} (K_1 V_1 + K_3 V_2) \quad (\text{ec. 2.2.1})$$

De la ecuación 2.2.1. si  $K_3 = 1$ ,  $V_2 = K_g \omega$  condición inicial igual a cero, es decir  $\omega = 0$ , queda:

$$G_C(s) = - \frac{K_0 K_1 R}{K_1 R + K_1 Z + Z}$$

Si en la ecuación general 2.2.1;  $K_1 = \infty$ ,  $K_3 = 1$ , se tiene la función de compensación en lazo abierto

$$\frac{V_0}{V_1} = - \frac{K_0 R}{R + Z}$$

Si en cambio  $K_3 = \infty$ , es decir no existe entrada al sistema:

$$\frac{V_0}{V_2} = - \frac{K_0 R}{K_1 R + Z}$$

Puesto que  $\frac{V_0}{V_2}$  está en serie con la constante del generador se puede multiplicarla por  $K_1$ , y a su vez a  $K_g$  dividirla pa-  
ra  $K_1$ , que la función no se altera, la cual resulta que:

$$\frac{V_0}{V_2} = - \frac{K_0 R}{K_1 R + Z} K_1$$

$$H(s) = \frac{K_g}{K_1}$$

En general se tiene entonces que:

$$G_C(s) = \frac{K_0 Z'}{Z}$$

donde: 
$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{K_3 R} + \frac{1}{Z} + \frac{1}{K_1 R}$$

#### 2.2.4. Función de transferencia del control de posición

La figura 2.2.9. muestra un diagrama de bloques de un sistema de control, realimentado por potenciómetro, el mismo que será reducido a su mínima expresión para obtener su función de transferencia correspondiente.

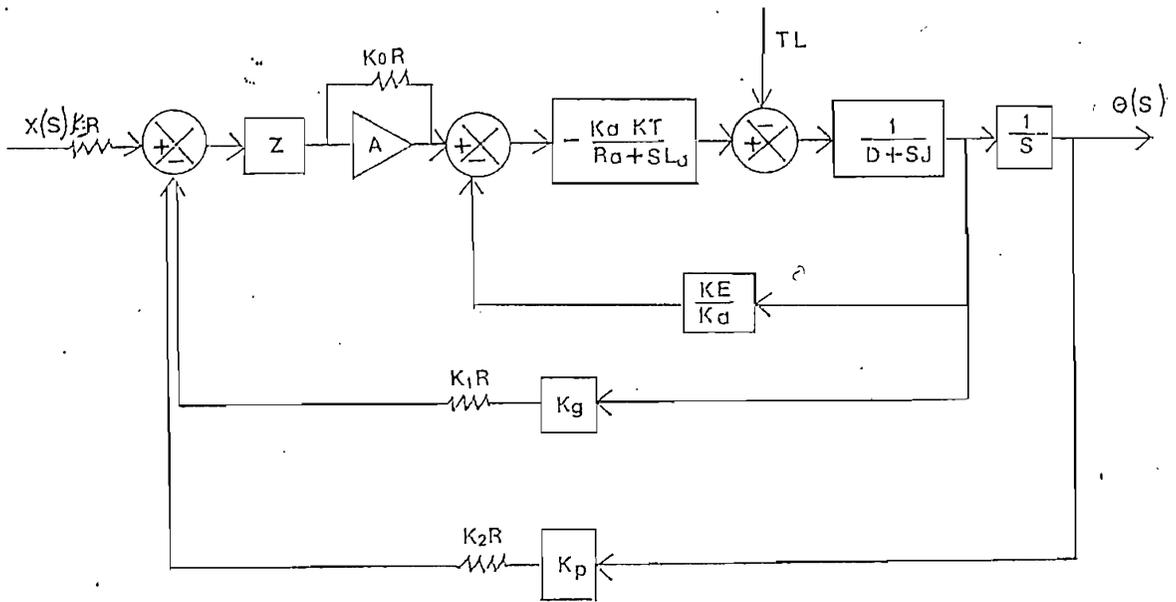


Fig. 2.2.9. Sistema de control de posición

Aplicando el mismo procedimiento del control de velocidad, para reducir la función de transferencia del motor, y desplazando el punto de toma más allá de un bloque, tenemos el diagrama de la figura 2.2.10.

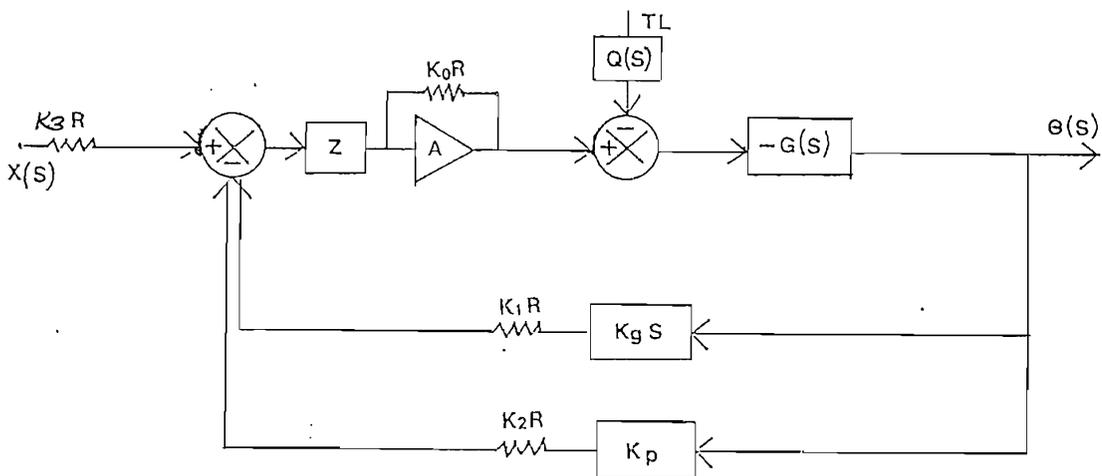


Fig. 2.2.10 Diagrama simplificado de control

Donde:

$$G(s) = \frac{\frac{K}{T_1 T_2}}{S(s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})}$$

Para demostrar la  $G_C(s)$ , analizaremos cada una de las ramas mostradas en la figura 2.2.11.

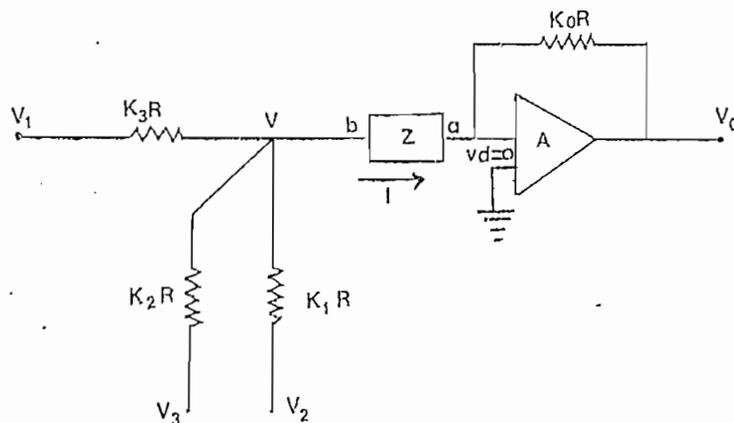


Fig. 2.2.11. Circuito equivalente para  $G_C(s)$

Como en el caso del control de velocidad, obtendremos el equivalente de Thévenin, primeramente encontrando la diferencia de potencial del circuito de la figura 2.2.12 en donde la rama de Z está en circuito abierto.

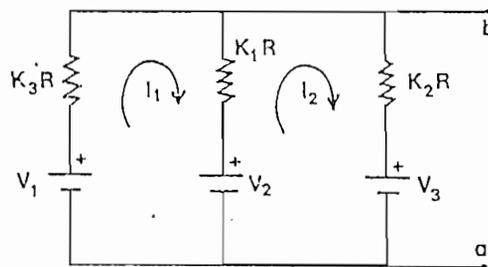


Fig. 2.2.12: Circuito para encontrar el  $V_{ab}$

Escribiendo las ecuaciones de malla se tiene:

$$(K_3R + K_1R)I_1 - K_1RI_2 = V_1 - V_2$$

$$-K_1R I_1 + (K_2R + K_1R)I_2 = V_2 - V_3$$

Resolviendo el sistema para encontrar el valor de  $I_1$  para  $V_{ab}$  tenemos:

$$I_1 = \frac{K_1V_1 - K_2V_2 + K_2V_1 - K_1V_3}{K_1K_3R + K_3K_2R + K_1K_2R}$$

$$V_{ab} = V_1 - I_1 K_3R$$

Reemplazando  $I_1$  y resolviendo queda:

$$V_{ab} = \frac{K_1K_2V_1 + K_2K_3V_2 + K_1K_3V_3}{K_1K_3 + K_2K_3 + K_1K_2}$$

La impedancia de salida, es el paralelo de  $K_3R$ ,  $K_1R$  y  $K_2R$ , es decir:

$$Z_T = \frac{K_1K_2K_3R}{K_1K_3 + K_2K_3 + K_1K_2}$$

El circuito equivalente es  $V_{ab}$  en serie con  $Z_T$  y  $Z$ , cuya corriente es:

$$I = \frac{V_{ab}}{Z_T + Z}$$

$$I = \frac{K_1K_2V_1 + K_2K_3V_2 + K_1K_3V_3}{K_1K_2K_3R + K_1K_3Z + K_2K_3Z + K_1K_2Z}$$

En la figura 2.2.11. se cumple la relación:

$$\dot{V}_0 = - \frac{K_0 R}{Z} V \quad \text{para } V = IZ$$

$$V_0 = - K_0 R I$$

Reemplazando I, encontramos la ecuación general.

$$V_0 = -K_0 R \frac{K_1 K_2 V_1 + K_2 K_3 V_2 + K_1 K_3 V_3}{K_1 K_2 K_3 R + K_1 K_3 Z + K_2 K_3 Z + K_1 K_2 Z} \quad (\text{ec. 2.2.2})$$

$$\text{Donde: } V_2 = K_g \omega$$

$$V_3 = K_p \theta$$

Con condiciones iniciales nulas, es decir  $\omega = \theta = 0$  se obtiene  $G_C(s)$  para  $K_3 = 1$  como:

$$G_C(s) = - \frac{K_0 K_1 K_2 R}{K_1 K_2 R + K_1 Z + K_2 Z + K_1 K_2 Z}$$

Si en la ecuación general 2.2.2.,  $K_3 = K_2 = \infty$ ; es decir solo realimentación por tacómetro.

$$\frac{V_0}{V_2} = - \frac{K_0 R}{K_1 R + Z}$$

Esta función está en serie con  $K_g S$ , es decir no altera si multiplico y divido  $K_1$ , así:

$$\frac{V_0}{V_2} = - \frac{K_0 R}{K_1 R + Z} K_1$$

$$H_1(s) = \frac{K_g}{K_1} S$$

Si  $K_3 = K_1 = \infty$ , sin entrada y sin realimentación de velocidad se tiene, una función en serie con  $K_p$ .

$$\frac{V_0}{V_3} = - \frac{K_0 R}{K_2 R + Z} K_2$$

$$H_2(s) = \frac{K_p}{K_2}$$

Como los lazos de realimentación tienen el mismo sentido se suman es decir:

$$H(s) = \frac{K_g}{K_1} S + \frac{K_p}{K_2}$$

Así pues el diagrama simplificado del sistema de control de posición es el mismo que el de velocidad con los nuevos valores de las funciones, y esta representado con la Fig. 2.2.13

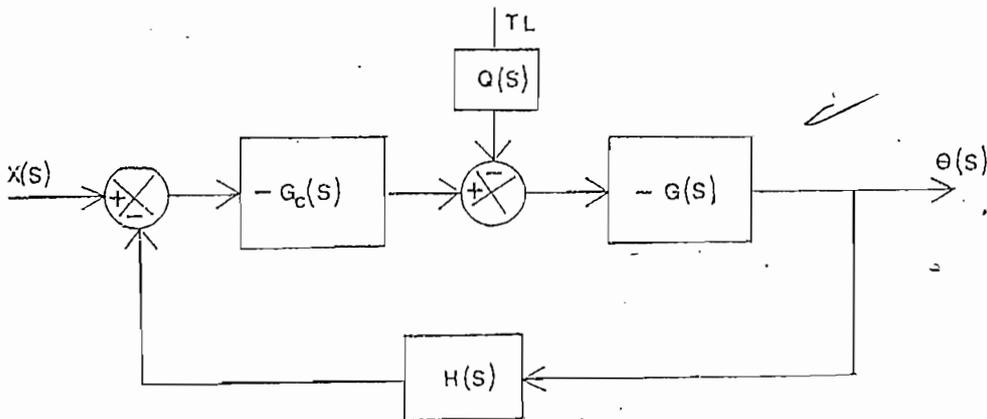


Fig. 2.2.13. Diagrama de bloques simplificado del control de Posición

Donde:

$$G_C(s) = \frac{K_0 K_1 K_2 R}{K_1 K_2 R + K_1 Z + K_2 Z + K_1 K_2 Z}$$

$$G(s) = \frac{K/T_1 T_2}{s(s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})}$$

$$H(s) = \frac{kg}{k_1} s + \frac{kp}{k_2}$$

En general se puede tener que:

$$G_C(s) = \frac{K_0 Z'}{Z}$$

Donde:

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{Z} + \frac{1}{R} + \frac{1}{K_1 R} + \frac{1}{K_2 R}$$

## 2.3 CARACTERISTICAS DE FUNCIONAMIENTO

### 2.3.1 Respuesta en el Dominio del Tiempo del Control de Velocidad.

Para analizar el sistema de control de velocidad en el dominio del tiempo, primeramente dibujaremos el lugar de las raíces de la función de transferencia de lazo abierto, para ello tendré que remplazar los valores de los parámetros obtenidos experimentalmente en el capítulo I, partiendo por la función  $G(s)$ .

$$G(s) = \frac{KaKT/LaJ}{s^2 + \frac{RaJ+LaD}{LaJ}s + \frac{RaD+KEKT}{LaJ}}$$

Remplazando valores:

$$G(s) = \frac{2'5867.89,22}{(s+1319,19)(s+14,56)}$$

En forma general se tiene que:

$$G(s) = \frac{K/T_1T_2}{(s+1/T_1)(s+1/T_2)}$$

Donde:

$$1/T_1 = 1319,19 \quad |1/s|$$

$$1/T_2 = 14,56 \quad |1/s|$$

$$K = 134,71 \quad |rad/v.s|$$

Handwritten notes and arrows on the right side of the page, including a checkmark and some scribbles.

Considerando las condiciones siguientes:  $k_1=1$ ,  $k_0=1$  y  $z=0$ , para obtener la función de transferencia directa, compuesta además de  $G(s)$  por:

$$G_c(s) = \frac{k_1 k_0 R}{k_1 R + k_1 Z + Z} = 1$$

$$H(s) = \frac{kg}{k_1} = 0.148$$

Luego la función de lazo abierto queda como:

$$G(s)H(s) = \frac{k}{(s+1.319,19)(14,56+s)}$$

Cuya función nos sirve para el gráfico del lugar de las raíces, cuyos polos de lazo abierto son:  $S_1 = -1.319,19$  y  $S_2 = -14,56$ . Siguiendo los pasos ya por demás conocidos el gráfico queda como muestra la figura 2.3.1

Los polos de lazo cerrado son:  $P_1 = -924,79$  y  $P_2 = -405,54$

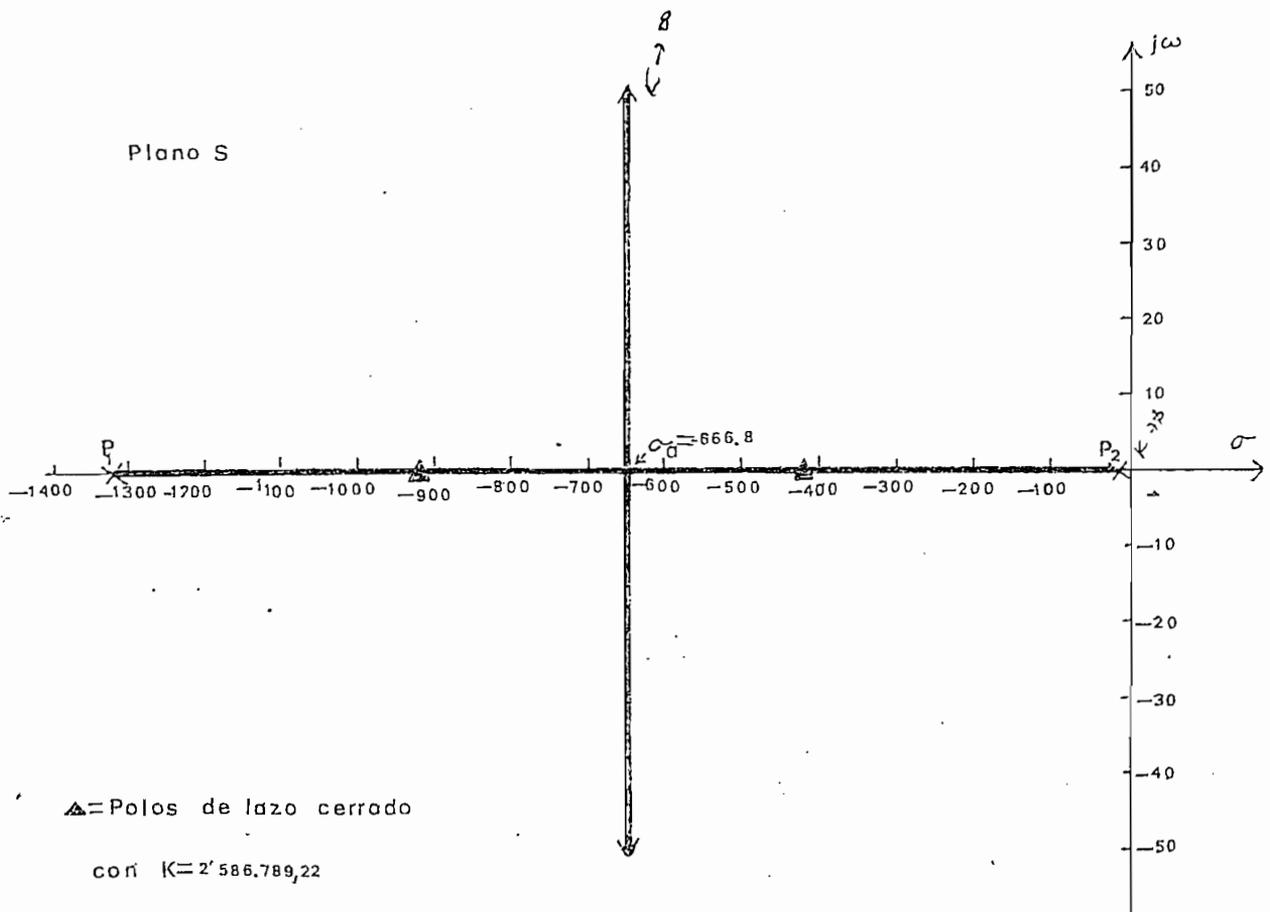


Fig. 2.3.1 Lugar de las raíces del control de velocidad

### 2.3.1.1 Análisis del Sistema

Para determinar las características del sistema, nos conviene encontrar la función de transferencia del motor bajo las condiciones reales de trabajo, pues las mediciones obtenidas en el capítulo I de cada uno de los parámetros separadamente, cum

plen en su conjunto una función diferente a la que se presenta en la realidad.

Diferencias que se deben porque cada parámetro es tomado a diferentes condiciones; porque no se han tomado en cuenta todos los efectos existentes; o porque el motor presenta no linealidades marcadas en cierto rango de voltaje de entrada, y en ciertas frecuencias de trabajo.

Aplicando el criterio de polos dominantes la función del motor, se la puede aproximar a una de primer orden, pues la constante eléctrica resulta despreciable frente a la constante mecánica, en la ecuación:

$$G(s) = \frac{k \frac{1}{\tau_e} \frac{1}{\tau_m}}{(s + 1/\tau_e)(s + 1/\tau_m)}$$

Manteniendo el mismo valor inicial y final de la función de segundo orden se tiene:

$$G(s) = \frac{k \cdot 1/\tau_m}{(s + 1/\tau_m)}$$

Para encontrar la constante mecánica se obtiene la característica velocidad versus tiempo del motor, como se muestra en la figura 2.3.2, en donde  $\tau_m$  se calcula a partir del 63% del valor final de la salida, cuyo valor es  $\tau_m = 0.29$  Seg. que corresponde a  $1/\tau_m = 3,45$

Para encontrar el valor de  $k$ , se tomó algunos valores para diferentes voltajes de entrada como muestra la tabla 2.3.1

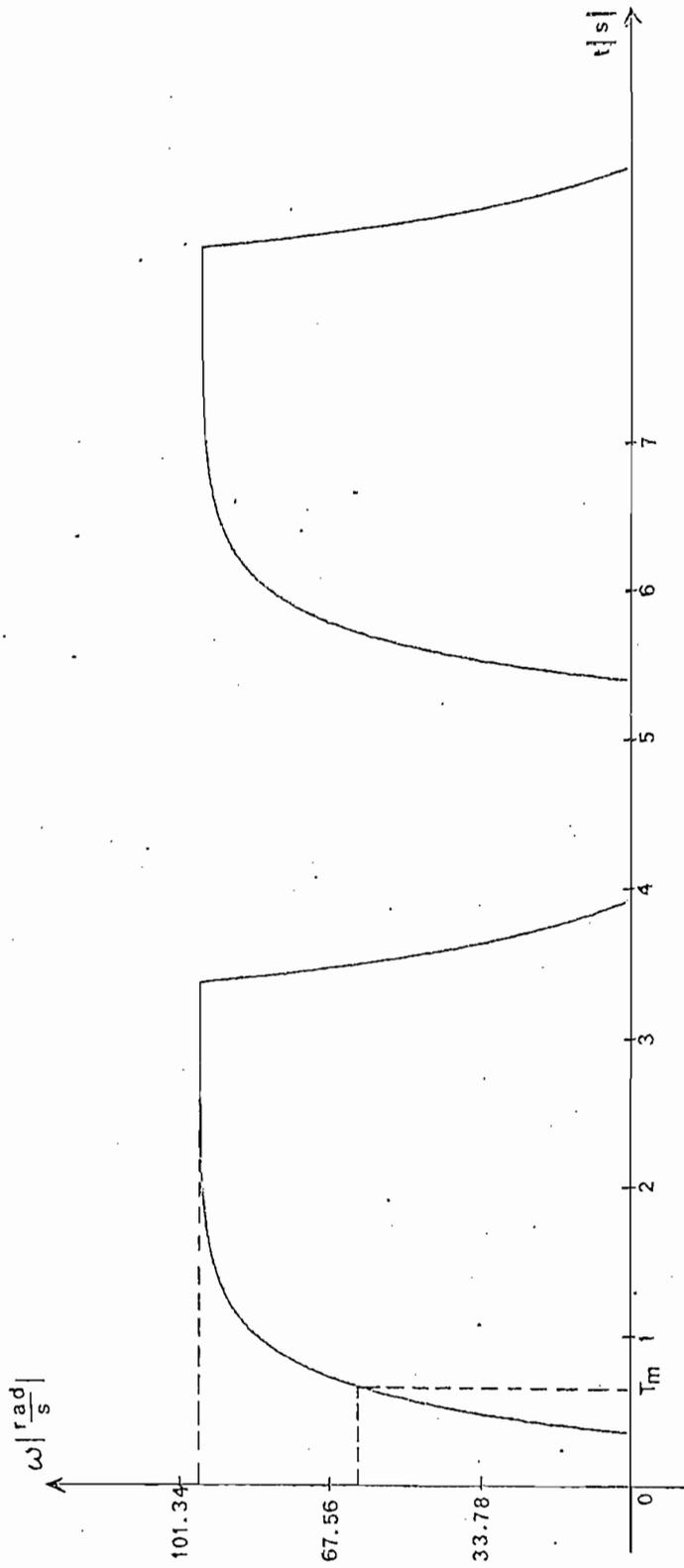


Fig. 2.3.2 Características Velocidad versus tiempo del motor

$V_{IN} \text{  V }$	0,5	1	2	3
$V_{out} \text{  V }$	4,9	15	34	54
$\omega \text{  rad/s }$	33,11	101,35	230,38	366,52
$K \left  \frac{\text{rad}}{\text{Vs}} \right $	66,22	101,35	115,19	122,17

*x 3,45*  
 Tabla 2.3.1 Valores para calcular K

Se ve que para voltajes de entrada mayores que 1v, la constante tiende a ser lineal, lo que no ocurre con voltajes menores que 1v. Esto hace suponer que se debe trabajar en la región mayor que 1v, pero resulta que a estos valores el amplificador de potencia se satura, lo que indica que estamos en condiciones no lineales.

En lo posterior se trabajará con un voltaje de entrada de 0,5v, para hacer toda medición, ya que es un voltaje que no satura al amplificador, y no da mucha velocidad al motor, además de que se conoce la ganancia.

La función de transferencia del motor, incluida la ganancia del amplificador de potencia será:

$$G(s) = \frac{228,46}{s+3,45}$$

La función de transferencia de lazo cerrado, para las condiciones  $K_1=1$ ,  $K_0=1$ ,  $Z=0$  y  $K_g=0,148$  será:

$$\frac{w(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} ; G_c(s)=1$$

$$\frac{228.46}{s + 3.45 + 228.46}$$

$$\frac{w(s)}{X(s)} = \frac{228,46}{s+37.26} =$$

El análisis de las características se hará en base a la estabilidad relativa, rapidez de respuesta y precisión.

- 1) La estabilidad relativa del sistema esta dado por el valor del máximo sobre impulso, expresado en forma porcentual, y es el valor pico máximo de la curva de respuesta medido desde la unidad para una entrada escalón unitaria. Siendo nuestro sistema de velocidad de primer orden, implica que es sobreamortiguado y no existe sobre impulso, porque no oscila.
- 2) La rapidez de respuesta, esta dado por:
  - Tiempo de crecimiento  $t_r$ , que es el tiempo requerido para que la respuesta crezca del 10% al 90% de su valor final.
  - Tiempo de establecimiento  $t_s$ , que es el tiempo requerido por la curva de respuesta para alcanzar y mantenerse dentro de determinado rango alrededor del valor final, habitualmente del 5% ó 2%.

En forma teórica, se resuelve la ecuación  $w(t)=228,46 \times (1-e^{-37,26t}) \times \frac{1}{2}$ , para una entrada paso de 0,5 v, donde el

10% corresponde a un  $t_1=0.0028$  y el 90% a un  $t_2=0.062$ , el tiempo de crecimiento  $t_r=t_2-t_1=0.059$  seg y  $t_s \approx t_r$  por ser un sistema muy rápido.

- 3) Precisión: Una medida de la exactitud de un sistema de control es el error actuante estacionario, debido a entradas escalón, rampa o parábola.

Para un sistema de realimentación no unitaria, como muestra el diagrama de la figura 2.3.3, el error actuante se define, como la señal de entrada menos la señal de realimentación.

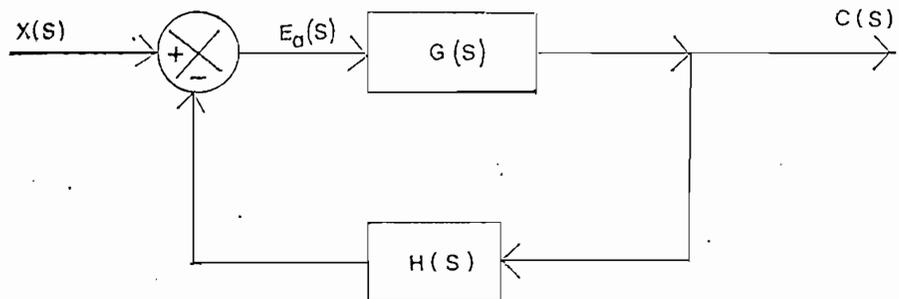


Fig. 2.3.3 Sistema de control realimentado

Donde:

$$E_a(s) = X(s) - C(s)H(s)$$

$$C(s) = E_a(s) G(s)$$

$$E_a(s) |1 + G(s)H(s)| = X(s)$$

$$E_a(s) = \frac{1}{1+G(s)H(s)} X(s)$$

El error actuante en estado estacionario es:

$$E_{ss} = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)} \cdot X(s) \text{ ecuación 2.3.1}$$

Haciendo en la ecuación 2.3.1;  $X(s)=1/s$ , se tiene el error actuante de posición en régimen permanente.

$$E_p = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot \frac{s+3,45}{s+37,26} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E_p = 9,26\%$$

### 2.3.1.2 Resultado Experimental

En el gráfico de la figura 2.3.4 se obtiene la velocidad angular de la salida para las siguientes especificaciones  $k_0=1$ ,  $k_1=1$  y  $Z=0$ , con un voltaje de entrada igual a un escalón de valor 0,5. (Esta condición trabaja con velocidad baja, lo cual permite que el tacómetro genere rizado de c.c. alto. El gráfico de la figura 2.3.4, por tal razón es en realidad una curva equivalente, con las mismas características y un bajo rizado.)

El tiempo de crecimiento  $t_r = t_2 - t_1$  es igual a  $t_r=0.077$  seg, valor que está sujeto a la baja respuesta de frecuencia del graficador. En cuanto al sobreimpulso se ve claramente que no existe, pues ya se ha dicho que es un sistema sobreamortiguado.

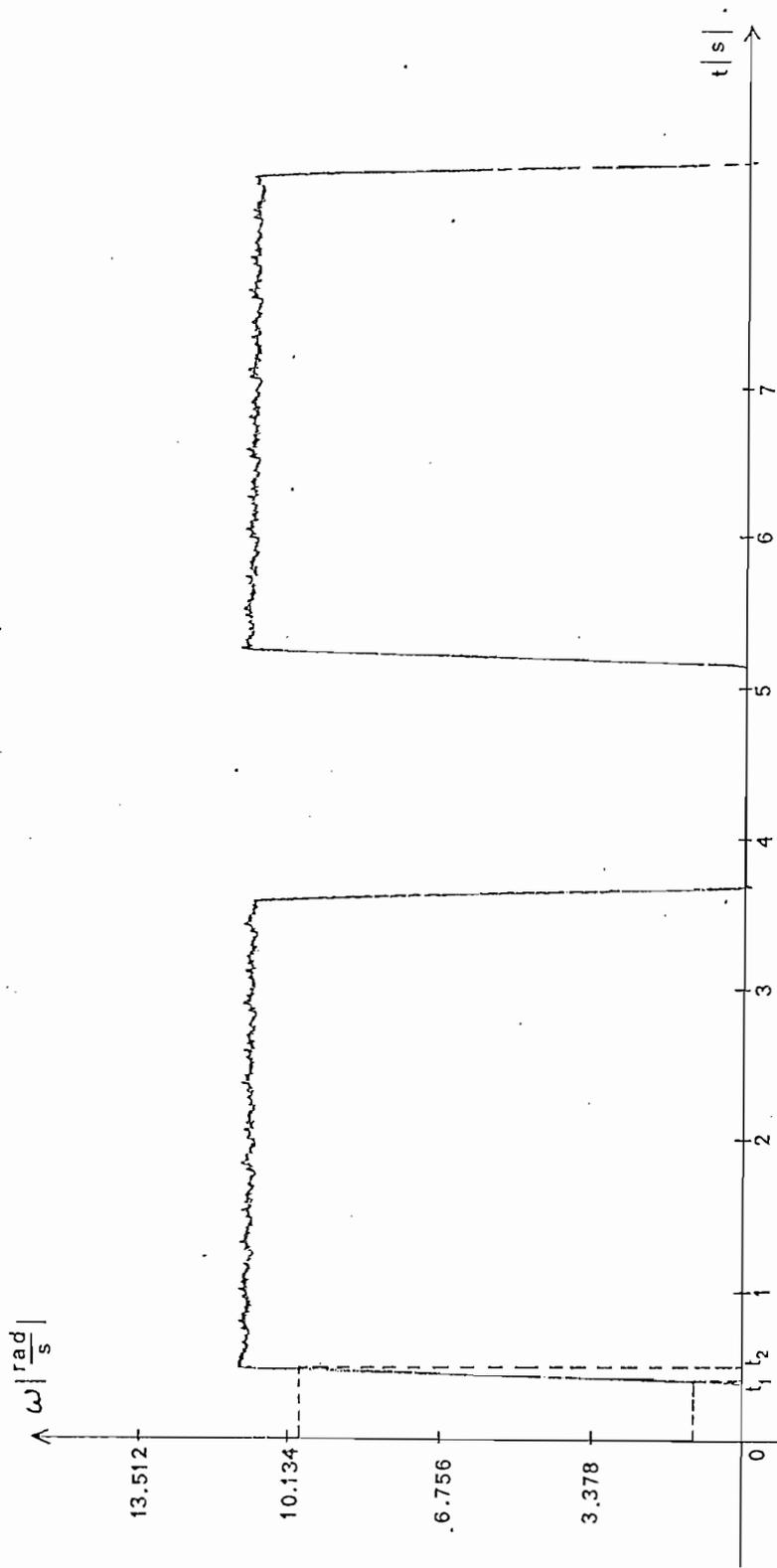


Fig. 2.3.4 Respuesta de Velocidad a una función escalón de 0,5V

### 2.3.2 Respuesta en el Dominio del Tiempo del Control de Posición.

Las características básicas de la respuesta transitoria de un sistema de lazo cerrado son determinadas por los polos de lazo cerrado, por lo tanto, en problemas de análisis es importante ubicar los polos de lazo cerrado en el plano  $s$ . Los polos de lazo cerrado son las raíces de la ecuación característica, y un método simple para hallar estas raíces se denomina método del lugar de las raíces.

El método del lugar de las raíces, permite encontrar los polos de lazo cerrado, partiendo de los polos y ceros de lazo abierto tomando la ganancia como parámetro. Para el sistema de posición analizaremos de 2 maneras con tacómetro y sin tacómetro.

#### 2.3.2.1 Control de posición sin realimentación de tacómetro

Utilizando para este caso, las funciones de transferencia de los respectivos bloques, las que se indican a continuación, graficaremos el lugar de las raíces.

$$G(s) = \frac{2'586.789,22}{s(s+1319,19)(s+14,56)}$$

$$H(s) = k_p/k_2$$

Para  $k_2=1$ ,  $Z=0$ ,  $k_0=1$ , la función de lazo abierto es:

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1319,19)(s+14,56)}$$

Siguiendo el procedimiento adecuado el lugar de las raíces es el de la figura 2.3.5, y los polos de lazo cerrado son:

$$P_1 = -1317,03, P_2 = -6,65 + j39,6, P_3 = -6,65 - j39,6$$

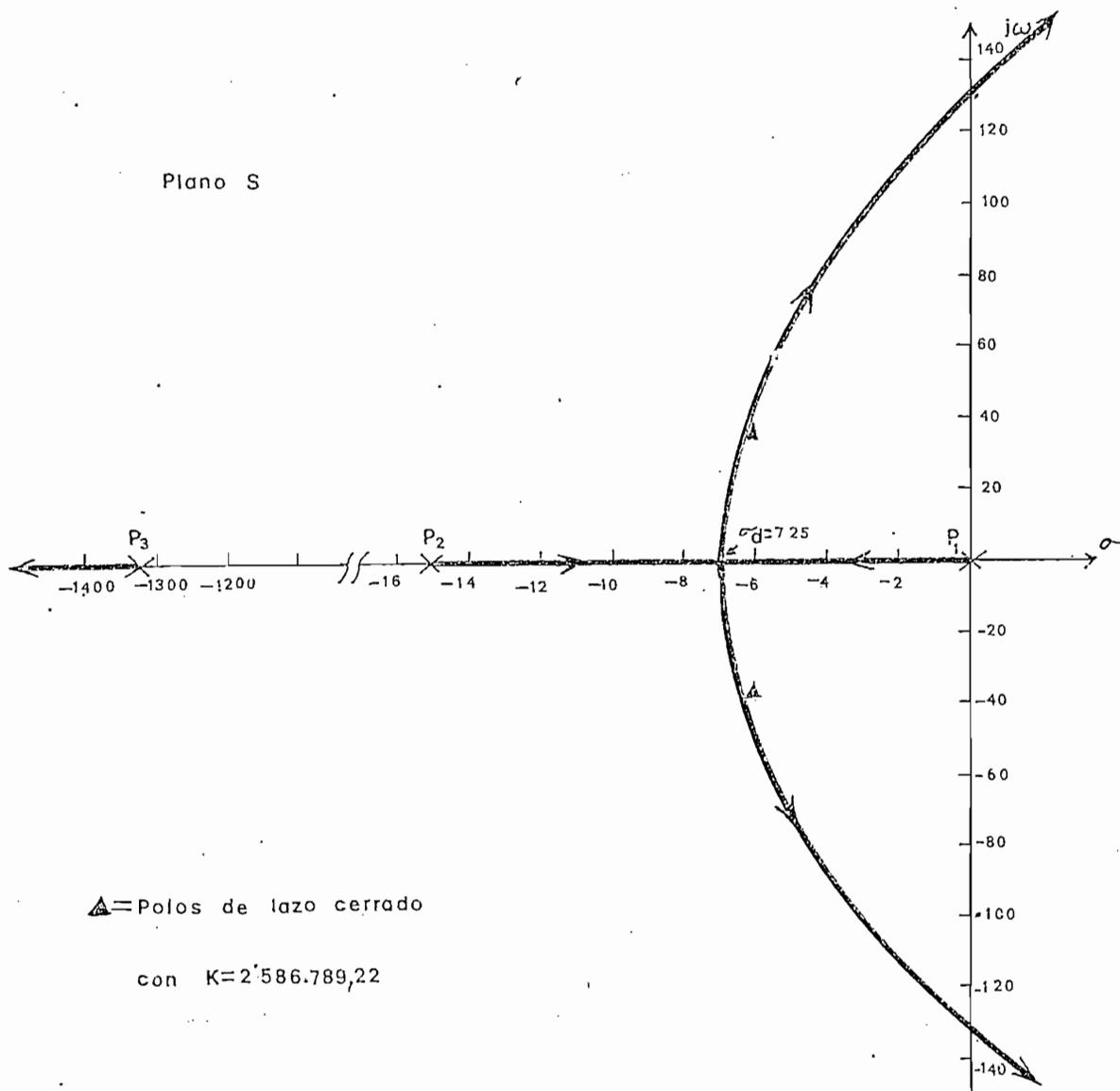


Fig. 2.3.5 Diagrama del lugar de las raíces

Análisis del sistema. - Para las condiciones;  $k_2=1$ ,  $Z=0$ ,  
 $k_p=6,74$  V/rad,  $N=1/9$ ,  $k_0=1$  y  $k_1=\infty$

$$G_c(s) = \frac{k_0 k_1 k_2 R}{R k_1 k_2 + Z k_1 k_2 + Z k_2 + Z k_1}$$

$$G_c(s) = 1 \quad \text{y} \quad H(s) = 0,749$$

Como en el sistema de velocidad, se tomara la función de transferencia del motor, calculando la constante mecánica, lo que resulta que:

$$G(s) = \frac{228,46}{s(s+3,45)}$$

La función de transferencia de lazo cerrado para el sistema de control de posición es:

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{228,46}{s^2+3,45s+171,12}$$

Esta función de transferencia corresponde a una de segundo orden de la forma:

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

es decir:

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{171,12}{s^2+3,45s+171,12} \times 1,34$$

De donde resulta que:

frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n = 13,08$   
 constante de amortiguamiento  $\zeta = 0,132$

Para este control también se analizará en términos de la estabilidad relativa, rapidez de respuesta y precisión. De la figura 2.3.6 se obtiene para un  $\zeta = 0,132$  un sobre impulso máximo del 53%, y como  $\zeta \ll 1$  significa que el sistema es sub-amortiguado.

El tiempo normalizado de las mismas curvas se obtiene que es  $\omega_n t_r = 1,2$  y el tiempo  $t_r$  será:

$$t_r = \frac{1,2}{13,08} = 0,09 \text{ seg.}$$

El tiempo de establecimiento para un sistema sub-amortiguado se define como:

$$t_s = 3T = \frac{3}{\zeta \omega_n} \quad \text{para el 5\%}$$

$$t_s = 1,73 \text{ seg.}$$

La precisión la obtendremos haciendo en la ecuación 2.3.1

$X(s) = \frac{1}{s^2}$ , pues es un sistema tipo 1

$$E_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G(s)H(s)} \times \frac{1}{s^2}$$

$$E_v = 2\%$$

El error de posición resulta de remplazar  $X(s) = 1/s$ , lo que significa que:  $E_p = 0$

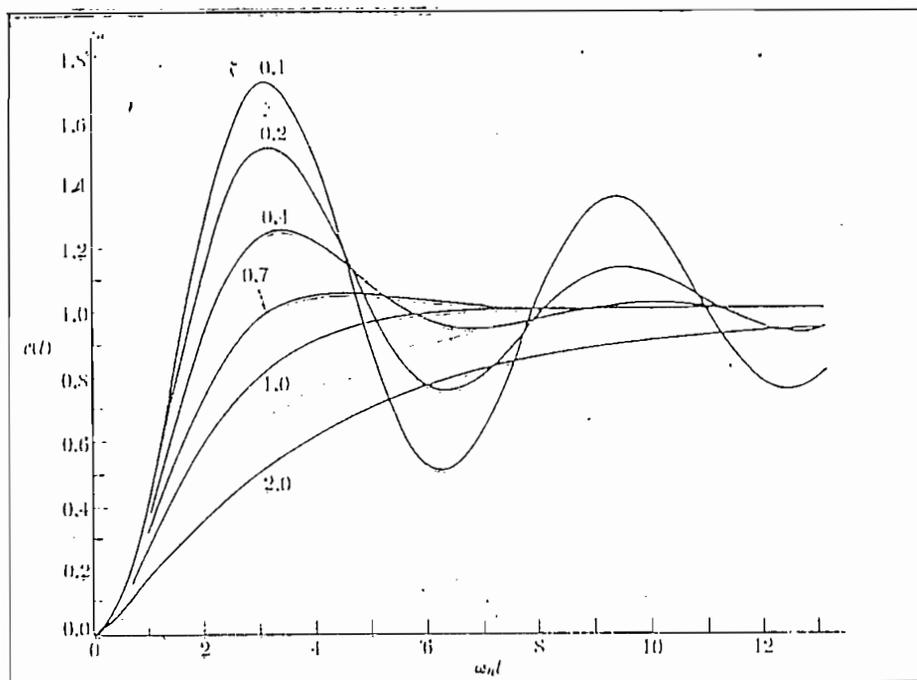


Fig. 2.3.6 Respuesta Transitoria de un sistema de segundo orden para una entrada de escalón

### Resultado Experimental

En la figura 2.3.7 obtenemos las características de la posición de salida sin tacómetro con una entrada paso de 0,5 volt.

Tomando los valores de  $\theta_2$ , y  $\theta_1$ , resulta un sobre impulso del 41,79%, en lo que se refiere al tiempo de crecimiento  $tr=t_2-t_1$  tiene un valor de  $tr=0,15$  seg, y a su vez el tiempo de establecimiento  $ts=1,65$  seg.

Los tiempos, están ligados a la baja respuesta de frecuencia, del graficador, y el sobre impulso depende del valor máximo, al cual el amplificador de potencia comienza a saturarse.

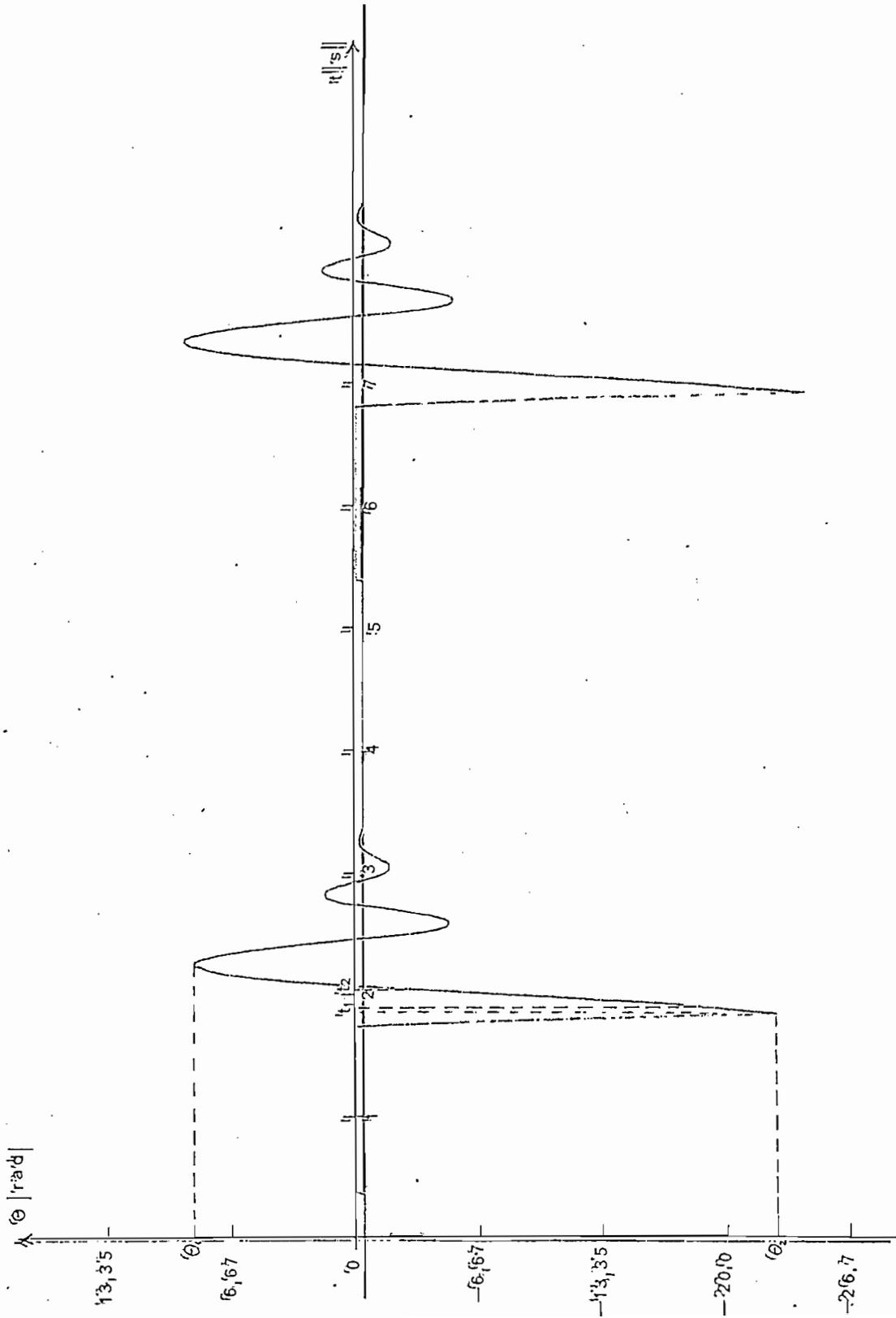


Fig. 2.3.7 Respuesta de posición sin retroalimentación a una función rescalón de 0,5 W

### 2.3.2.2 Control de Posición con Realimentación de Tacómetro

Es un método para mejorar el comportamiento del servomecanismo, y se lo usa como transductor para convertir la velocidad del eje rotativo en voltaje proporcional. Para  $k_0=k_1=k_2=1$  y  $Z=0$  se tiene:

$$H(s) = 0,148s + 0,749$$

$$G(s)H(s) = \frac{k(s+5,89)}{s(s+1319,1)(s+14,56)}$$

El lugar de las raíces se muestra en la figura 2.3.8, cuyos polos de lazo cerrado son:  $P_1 = -929,25$ ,  $P_2 = -395,19$  y  $P_3 = -5,9$

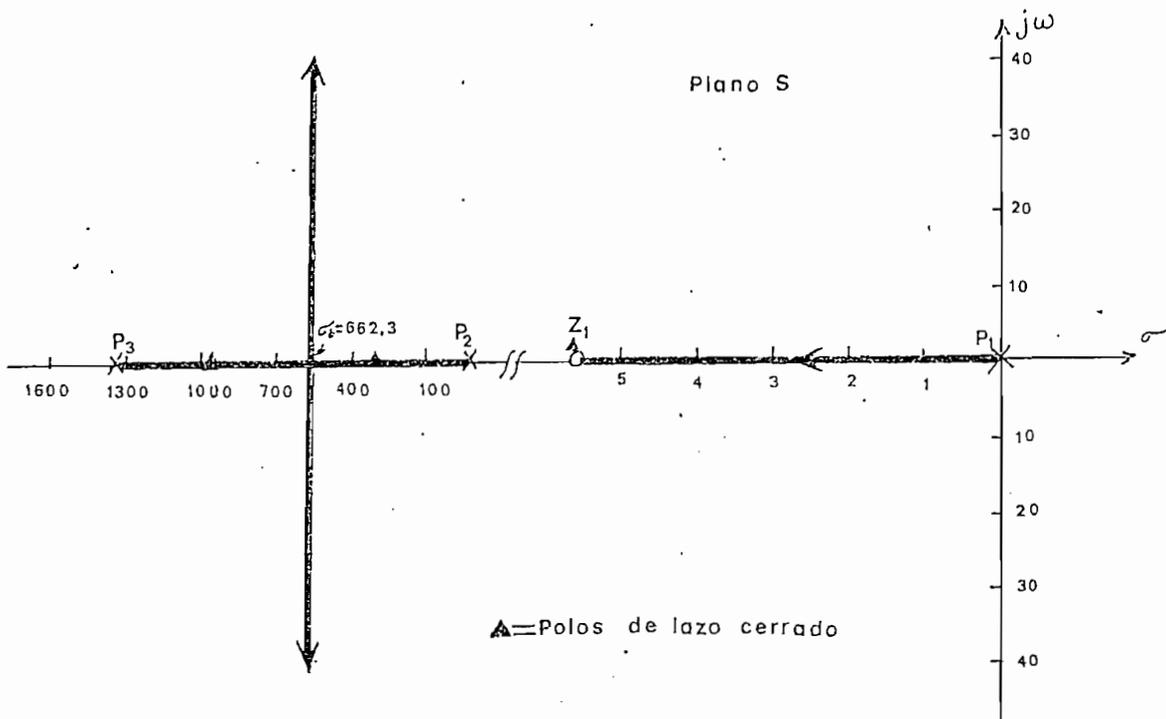


Fig. 2.3.8 Diagrama del lugar de las raíces

### Análisis del sistema:

Para las especificaciones  $k_0=k_1=k_2=1$  y  $Z=0$ , encontraremos las características del control de posición con tacómetro, utilizando para el efecto la nueva función de transferencia del motor, y las funciones de transferencia de los respectivos bloques que resultan ser:

$$H(s) = 0,148s + 0,749$$

$$G_c(s) = 1$$

$$G(s) = \frac{228,46}{s(s+3,45)}$$

Calcularemos la función de transferencia de lazo cerrado de la forma:

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{171,12}{s + 37,27s + 171,12} \times 1,34$$

Donde:

$$\omega_n = 13,08$$

$$\zeta = 1,42$$

Al igual que el caso sin tacómetro, se analizará la estabilidad relativa, rapidez de respuesta y la precisión por ser  $\zeta > 1$ , el sistema es sobreamortiguado, lo que significa que no existe sobreimpulso máximo.

De las curvas de la fig. 2.3.6 para un  $\zeta = 1,42$ , obtendremos el tiempo normalizado  $\omega_n tr = 6,5$  donde  $tr = \frac{6,5}{13,08} = 0,497$  seg.

Para el mismo valor de  $\zeta \omega_n t_s = 15$

$$t_s = \frac{15}{13,08} = 1,147 \text{ seg.}$$

De la ecuación 2.3.1, haciendo  $X=1/s$ , obtendremos el error de posición.

$$E_p = 0$$

En la misma ecuación para  $X=1/s^2$ , el error de velocidad será:

$$E_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+3,45}{s^2+37,26s+171,17}$$

$$E_v = 2,9\%$$

El error de posición no existe porque como en este caso sintá  
cómetro el sistema es de tipo 1.

### Resultado Experimental.-

Para  $k_0=k_1=k_2=1$  y  $Z=0$ , y con una entrada escalón de 0,5 V, la salida en función del tiempo se muestra en la figura 2.3.9, de cuyo gráfico podemos obtener las siguientes características.

El sobreimpulso por ser un sistema sobreamortiguado no existe, en cuanto al tiempo de crecimiento  $t_r = t_2 - t_1$ , tiene un valor de  $t_r = 0,62$  seg y el tiempo de establecimiento  $t_s = 1,5$  seg.

Al igual que los casos anteriores los tiempos están sujetos a la respuesta de frecuencia del grafisador, y es por eso la diferencia que existe con los valores teóricos.

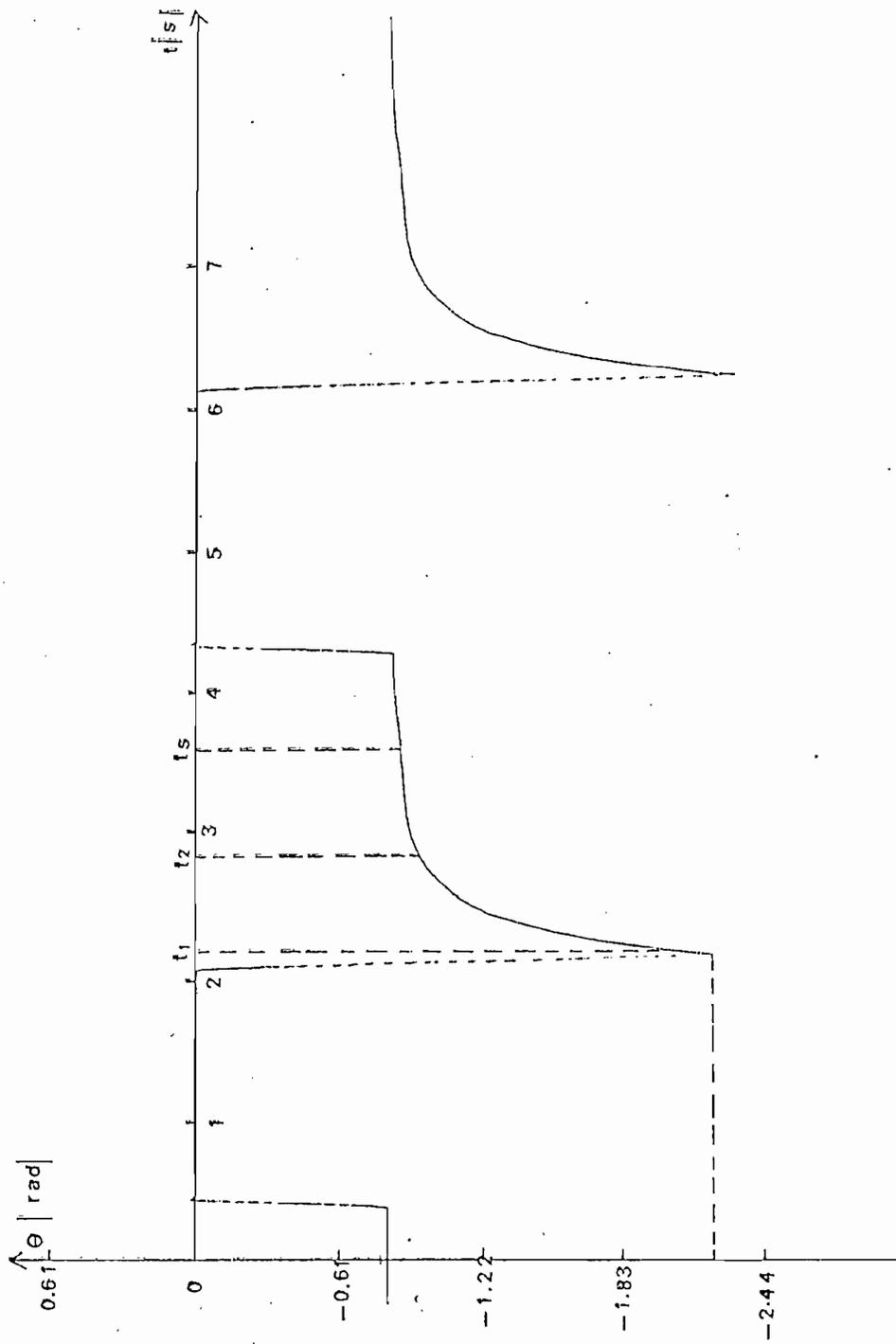


Fig. 2.3.9 Respuesta de Posición con Tacómetro a una función escalón de 0,5 V

## 2.4 RESPUESTA DE FRECUENCIA

### 2.4.1 Respuesta en el Dominio de la Frecuencia del Control de Velocidad.

El análisis en el dominio de la frecuencia es realizado en base a un programa ya existente sobre este campo, el mismo que fué elaborado por el señor César Esquetini en su tesis de grado.

Al introducir los valores en la función de transferencia del sistema, se obtienen las características, como también los diagramas correspondientes.

Se consideran las mismas condiciones que en el análisis en tiempo, las mismas funciones.

$$G(s) = \frac{228,46}{s+3,45}$$

$$H(s)=0,148$$

El análisis de las características del sistema, se encuentran en la página siguiente, cuyos valores se puede verificar en el diagrama de lazo abierto de la figura 2.4.1, en lo que se refiere a margen de ganancia, y margen de fase.

En el diagrama de lazo cerrado de la figura 2.4.2, se puede apreciar el máximo de resonancia, la frecuencia de resonancia y el ancho de banda. La información de estas características, también se encuentran en el diagrama de Nichols de la figura 2.4.3.

La precisión calculada con este programa no la tomamos en cuenta, porque está definida como la señal de entrada menos la se

VALORES CALCULADOS

VALORES REFERENCIALES

ESTABILIDAD RELATIVA

MARGEN DE GANANCIA=INFINITO

MG>6 DB

MARGEN DE FASE= 95.6 GRADOS

MF>40 GRADOS

MAXIMO DE RESONANCIA=INDEFINIDO

0<MR<3 DB

RÁPIDEZ DE RESPUESTA

FRECUENCIA DE RESONANCIA=INDEFINIDO

WR>1 RAD/SEG

ANCHO DE BANDA=320.2 RAD/SEG

AB>1 RAD/SEG

PRECISION

ERROR DE POSICION= -513.1%

EP<10%

ERROR DE VELOCIDAD=INFINITO

EV<10%

ERROR DE ACELERACION=INFINITO

EA<10%

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO CLAZO ABIERTO

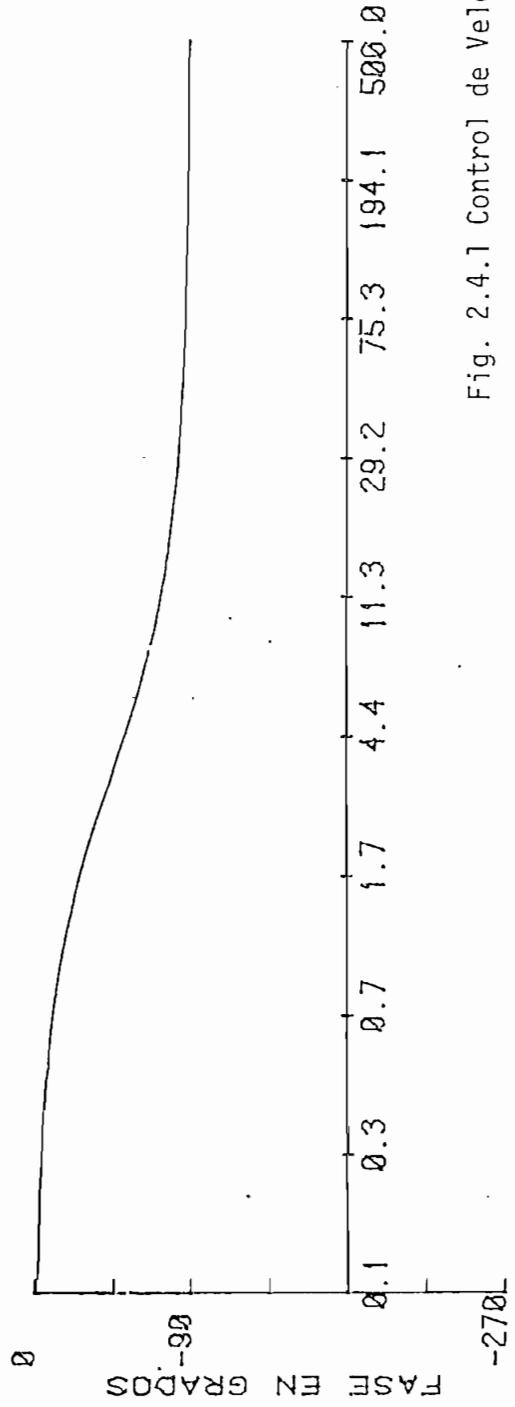
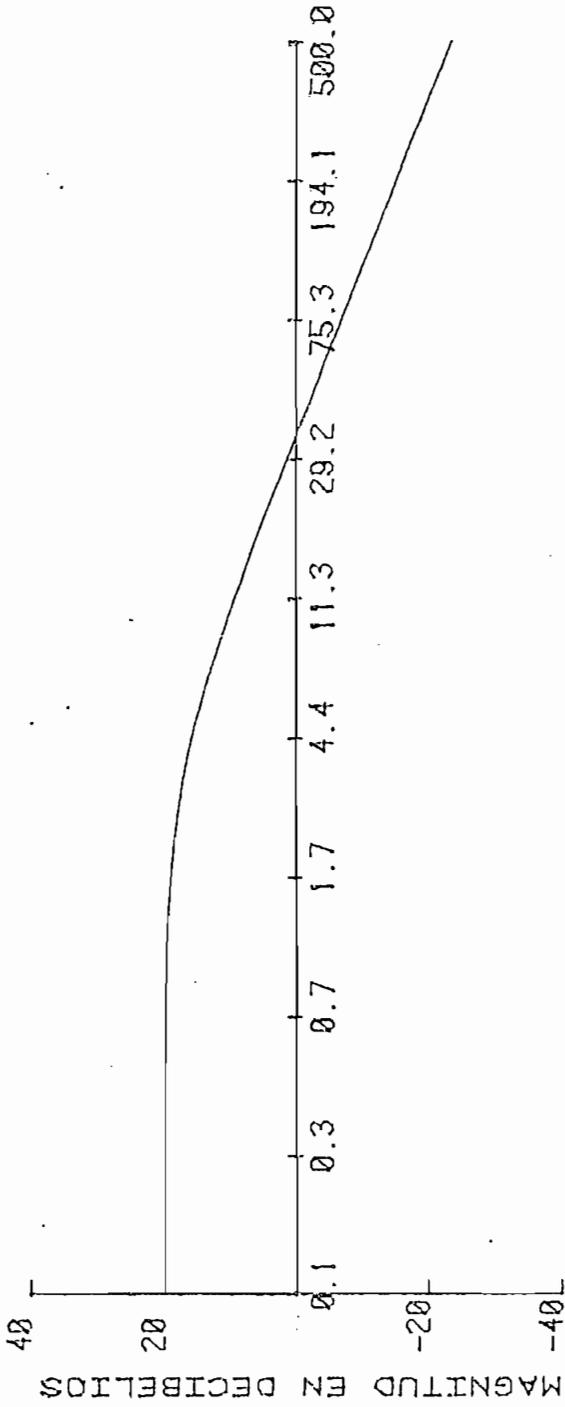


Fig. 2.4.1 Control de Velocidad

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO (LAZO CERRADO)

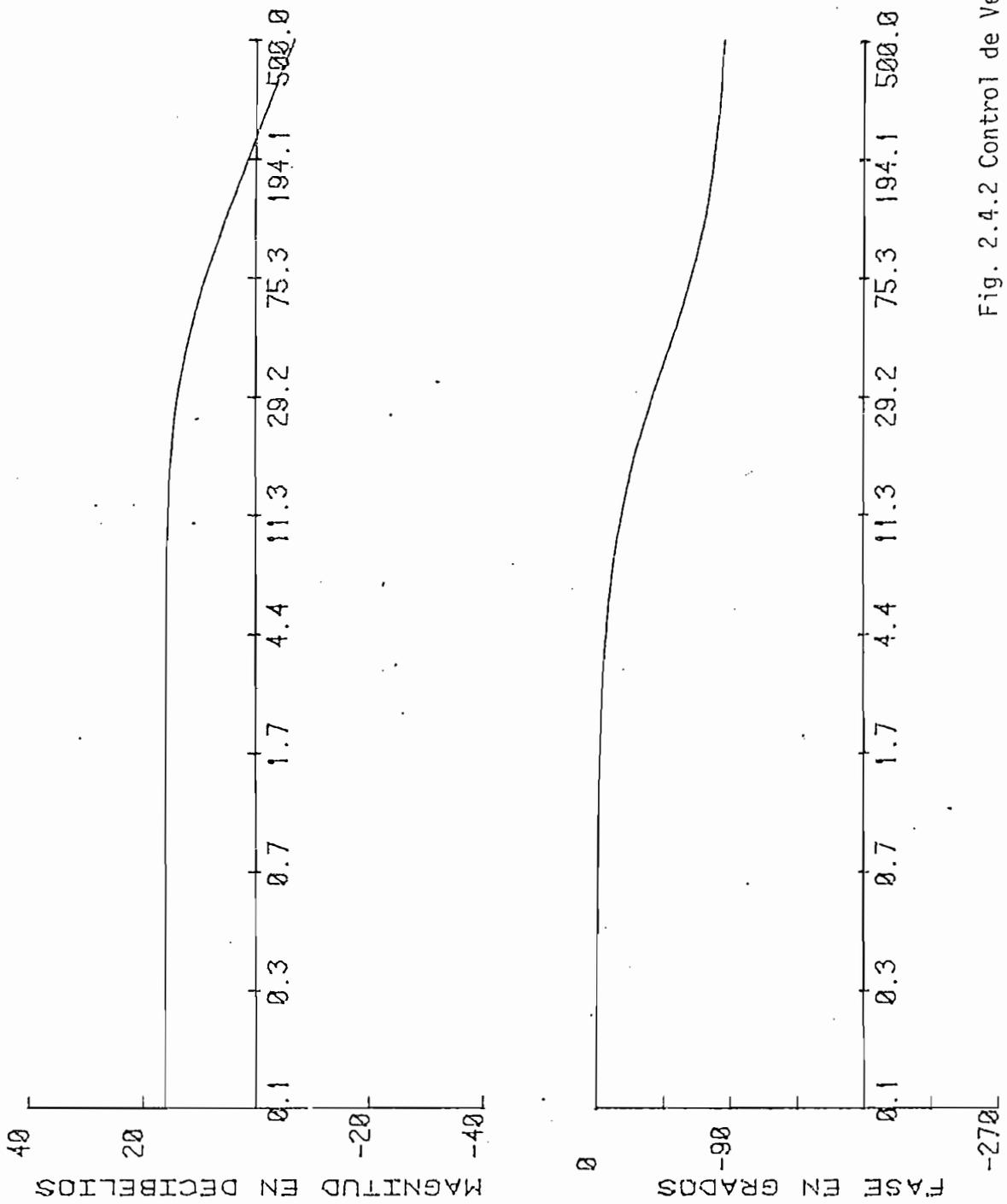
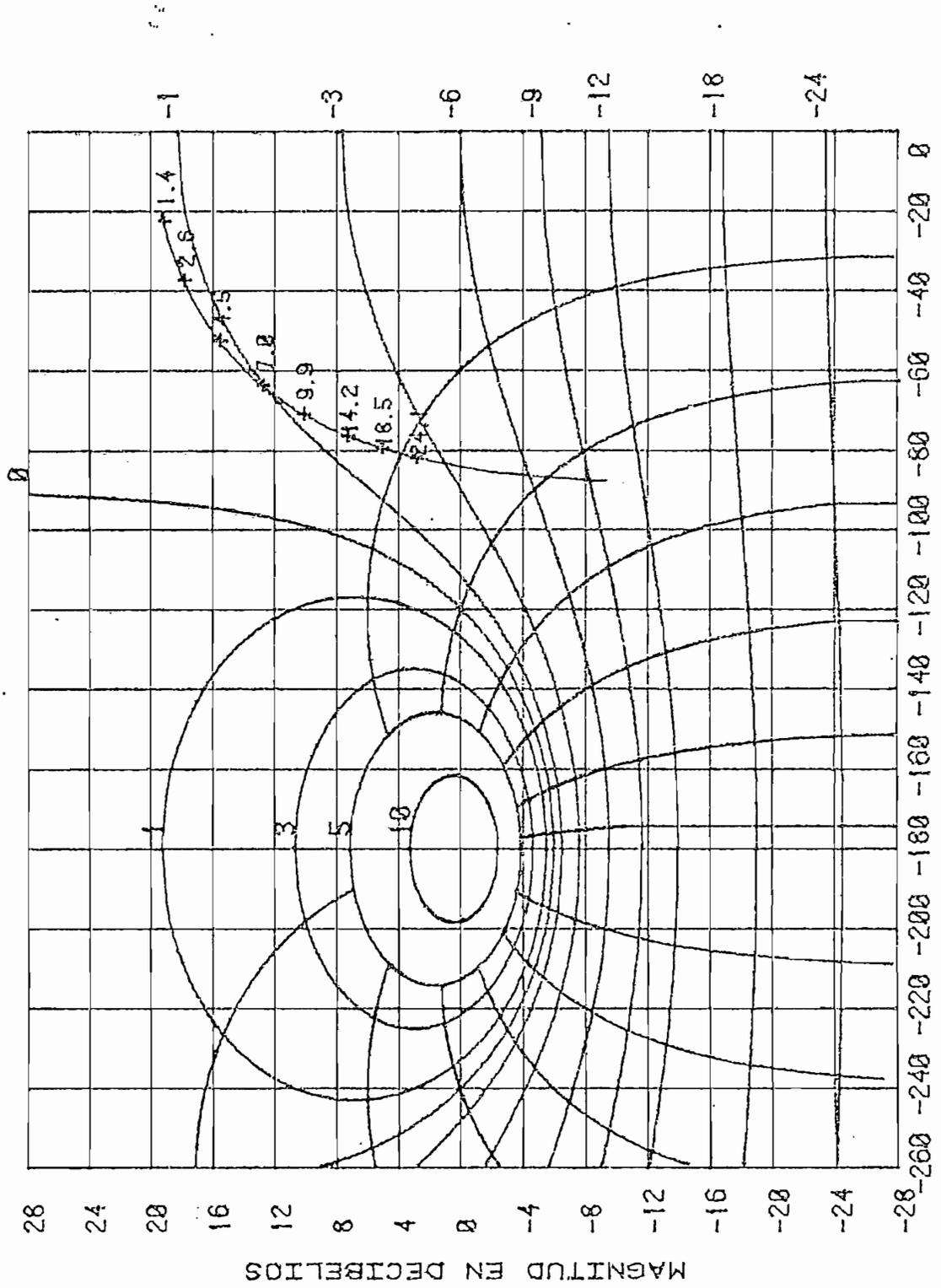


Fig. 2.4.2 Control de Velocidad 84

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

DIAGRAMA DE NICHOLS



FASE EN GRADOS

Fig. 2.4.3 Control de Velocidad

ñal de salida, lo que hace que sea diferente a los errores actuantes calculados anteriormente, pués  $H(s) \neq .1$ .

#### 2.4.1.1 Resultado Experimental

Para la obtención de las características en el dominio de la frecuencia, se tomará en cuenta la no linealidad tanto del motor como del generador, lo cual hace que se obtengan resultados que dependan de dichas alinealidades.

La figura 2.4.4 muestra las no linealidades del motor-generador, al observar las curvas de Lissajous, donde se puede apreciar que la no linealidad existe para frecuencias menores que 1 Hz, de allí que resulta conveniente trabajar con frecuencias mayores que este valor, pero al igual que la ganancia a frecuencias grandes el amplificador de potencia entra en saturación.

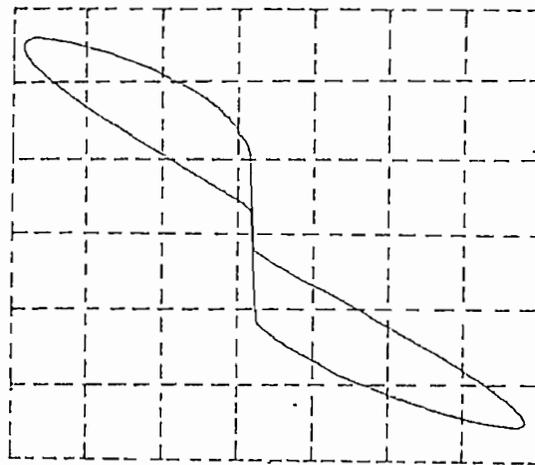


Fig. 2.4.4 Curvas de Lissajous

### Lazo Abierto

Para el control de velocidad en lazo abierto con las condiciones  $k_0=1$  y  $Z=0$ , y con un voltaje alterno de entrada de  $1V_{pp}$ , se obtuvieron los resultados de la tabla 2.4.1, esto en lo que se refiere a la magnitud de la señal correspondiente al  $V=\omega kg$ .

$\omega$   rad/seg	0,63	1,26	1,88	2,51	3,14	3,77	5,02	6,28
V   volt	8,8	8	6,8	6,4	5,6	5,4	4,6	3,8
db	18,88	18,06	16,65	16,12	14,96	14,64	13,25	11,59

Tabla 2.4.1 Resultados de lazo abierto

Para la fase, los valores están expuestos en la tabla 2.4.2, cuyo gráfico juntamente con los de la tabla 2.4.1 corresponde a la figura 2.4.5

$\omega$   rad/seg	6,3	9,42	12,56	18,84	31,4	63	94,2	125,6
Fase	-40,6	-49,4	-54,8	-56,6	-61,2	-68,4	-78,4	-87,2

Tabla 2.4.2 Valores para la fase en lazo abierto

### Lazo Cerrado

Para  $k_0=1$ ,  $Z=0$  y  $k_1=1$ , los valores obtenidos de módulo, en lazo cerrado se exponen en la tabla 2.4.3, y su correspondiente

gráfico, se presenta en la figura No. 2.4.6

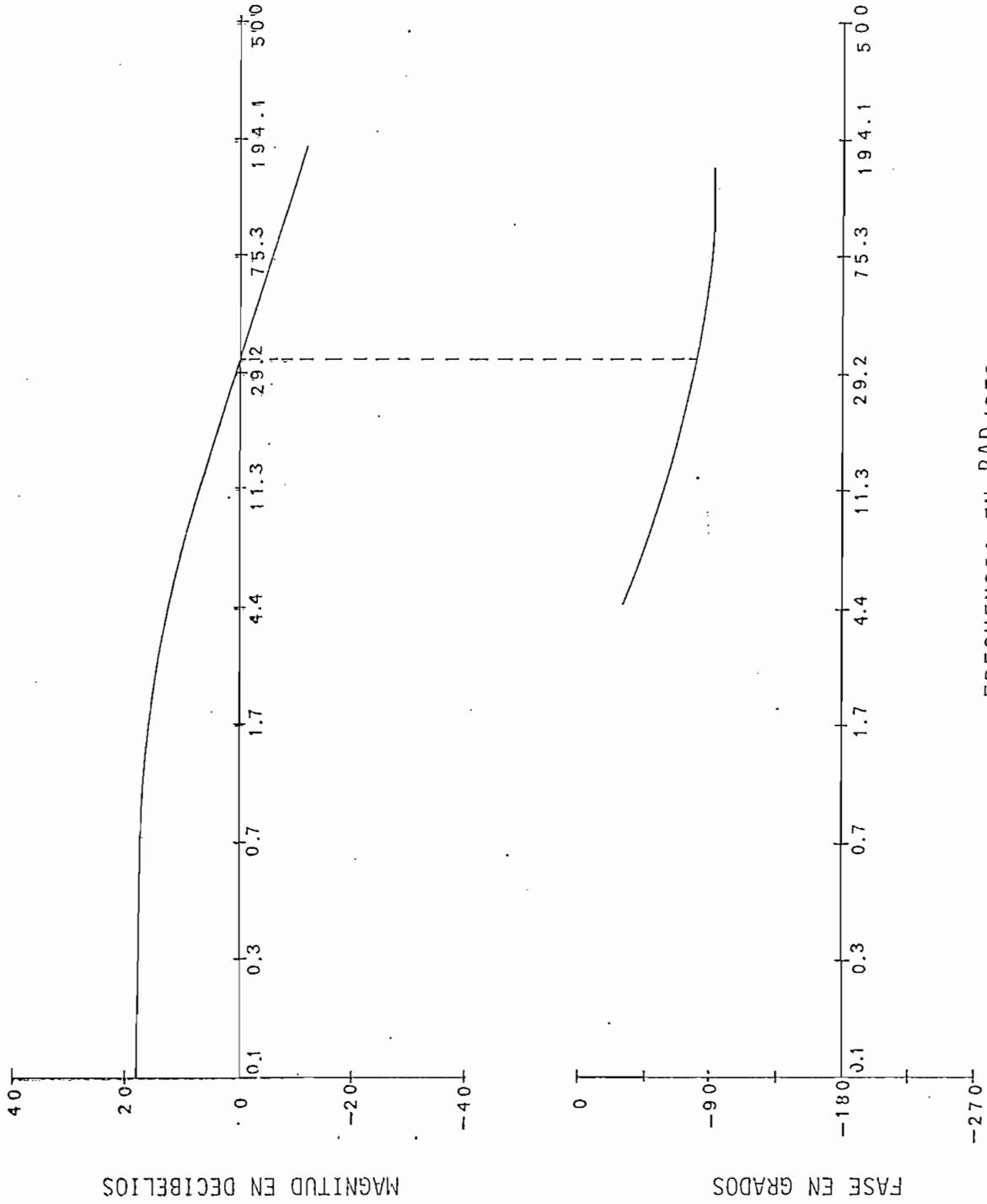
$\omega$   rad/seg	0,63	6,28	18,84	31,4	50,24	62,8	125,6	314
V   volt	0,54	0,54	0,48	0,45	0,42	0,4	0,3	0,14
db	11,85	11,85	10,83	10,27	9,67	9,24	6,74	0,125

Tabla 2.4.3. Valores de lazo cerrado

Como es un sistema sobreamortiguado, no existe máximo de resonancia, ni frecuencia de resonancia. En lo que se refiere al margen de fase, tenemos 97 grados aproximadamente, y su margen de ganancia es infinito por no cortar el diagrama de fase el eje de -180 grados.

El ancho de banda, es decir la frecuencia para el cual el módulo de la respuesta es de -3db, respecto a la ganancia d.c., es de 35 rad/seg. Este resultado es diferente del teórico por que se supone una ganancia d.c. de cero.

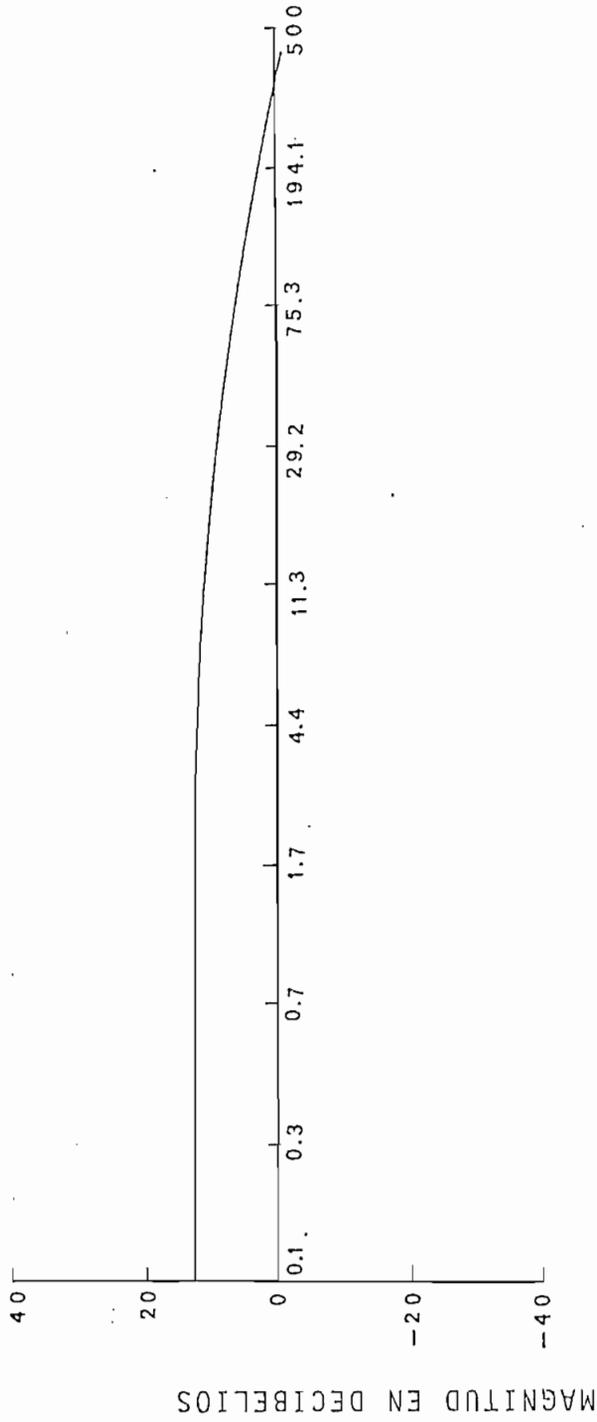
DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO (LAZO ABIERTO)



FRECUENCIA EN RAD/SEG.

Fig. 2.4.5 Control de Velocidad

DIAGRAMA DE BODE EN MODULO (LAZO CERRADO)



FRECUENCIA EN RAD/SEG.

Fig. 2.4.6 Control de Posición sin Tacómetro

### 2.4.2. Respuesta de frecuencia del Control de Posición sin Tacómetro.

Con las especificaciones  $k_0=k_2=1$  y  $z=0$ , y las funciones:

$$G(s) = \frac{228,46}{s(s+3,45)}$$

$$H(s) = 0,749$$

$$G_c(s) = 1$$

Las características del sistema; estabilidad relativa y rapidez de respuesta se encuentran a continuación, valores que son obtenidos del diagrama de bode de lazo abierto de la figura 2.4.7 y del diagrama de bode de lazo cerrado de la figura 2.4.8. El diagrama de Nichols correspondiente es el mostrado en la figura 2.4.9.

VALORES CALCULADOS

VALORES REFERENCIALES

## ESTABILIDAD RELATIVA

MARGEN DE GANANCIA=INFINITO

MG&gt;6 DB

MARGEN DE FASE= 15.1 GRADOS

MF&gt;40 GRADOS

MAXIMO DE RESONANCIA= 12.8 DB

0&lt;MR&lt;3 DB

## RAPIDEZ DE RESPUESTA

FRECUENCIA DE RESONANCIA= 13.9 RAD/SEG

WR&gt;1 RAD/SEG

ANCHO DE BANDA= 22.0 RAD/SEG

AB&gt;1 RAD/SEG

## PRECISION

ERROR DE POSICION= -33.5%

EP&lt;10%

ERROR DE VELOCIDAD=INFINITO

EV&lt;10%

ERROR DE ACELERACION=INFINITO

EA&lt;10%

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO CLAZO ABIERTO

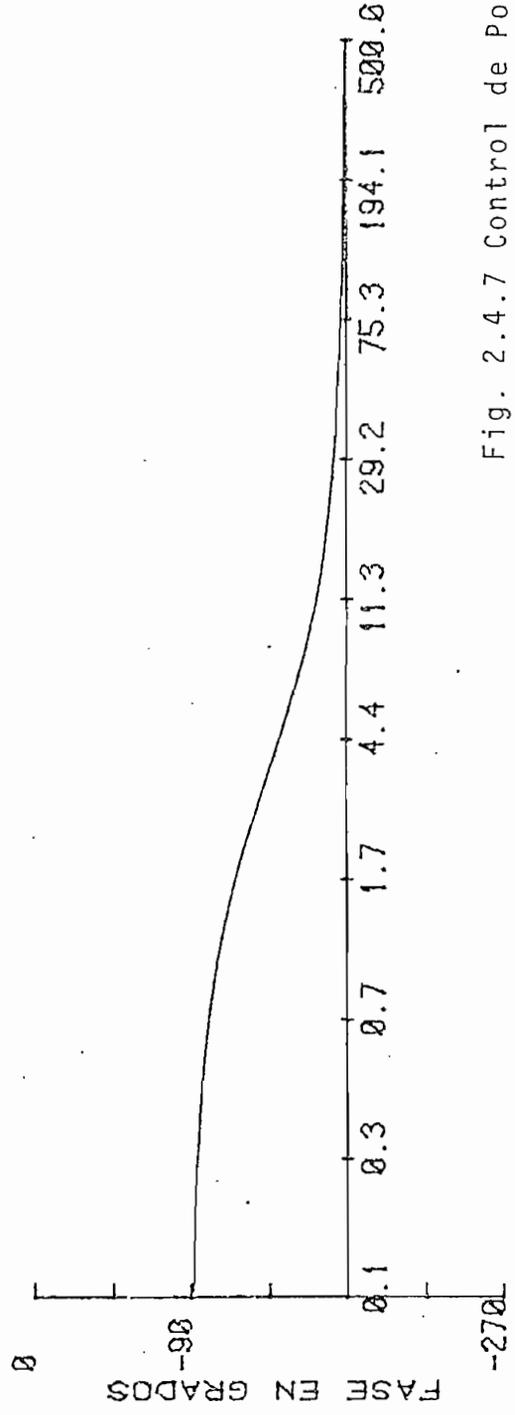
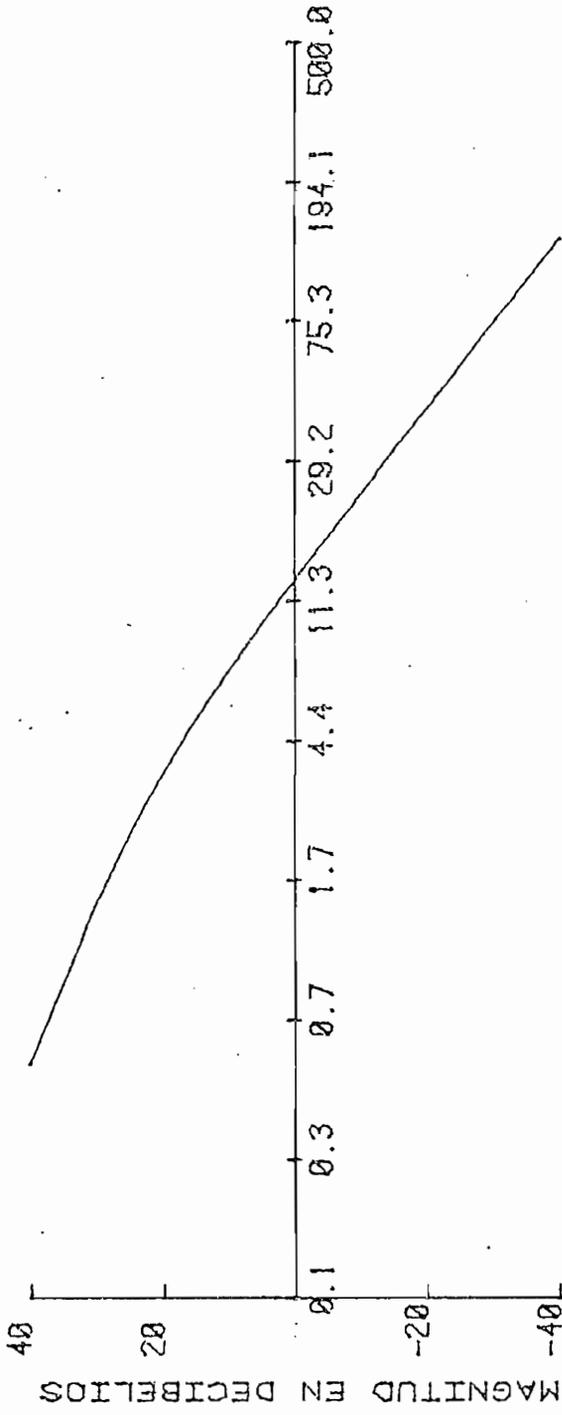


Fig. 2.4.7 Control de Posición  $\sin \omega$  Tacómetro.

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO CLAZO CERRADO

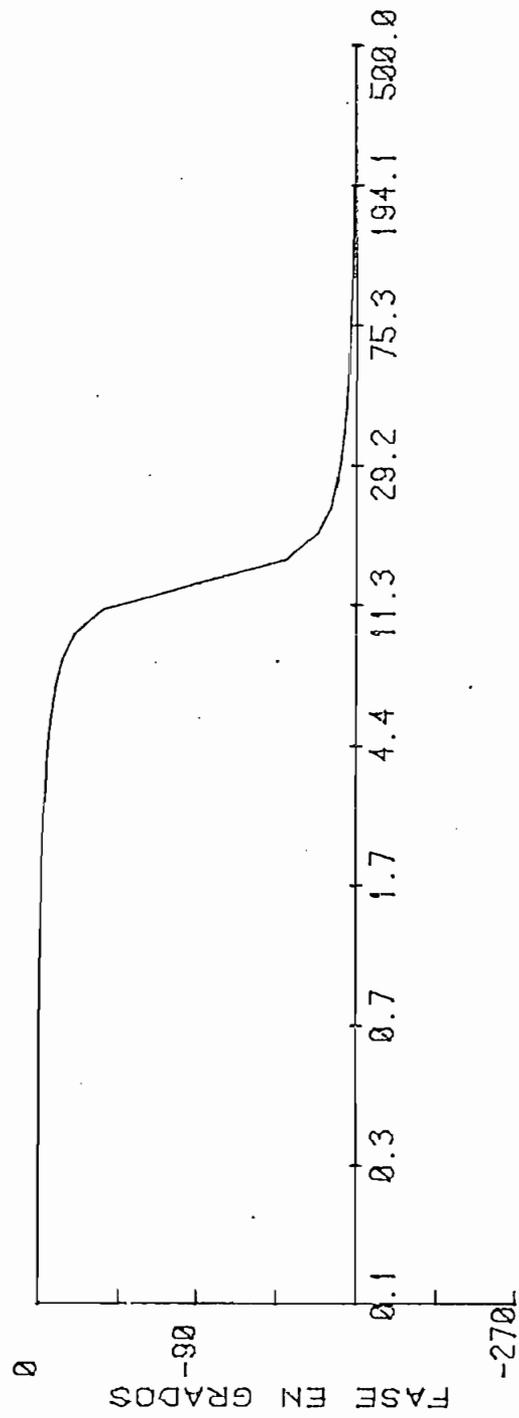
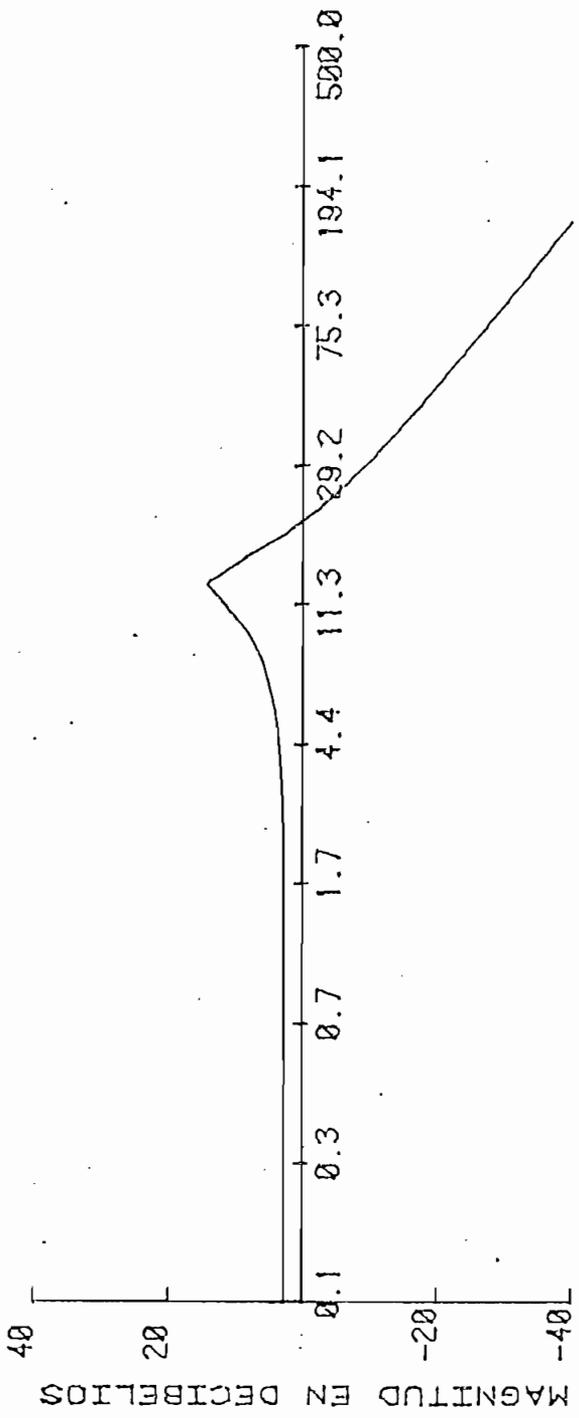


Fig. 2.4.8 Control de Posición sin tacómetro.

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

DIAGRAMA DE NICHOLS

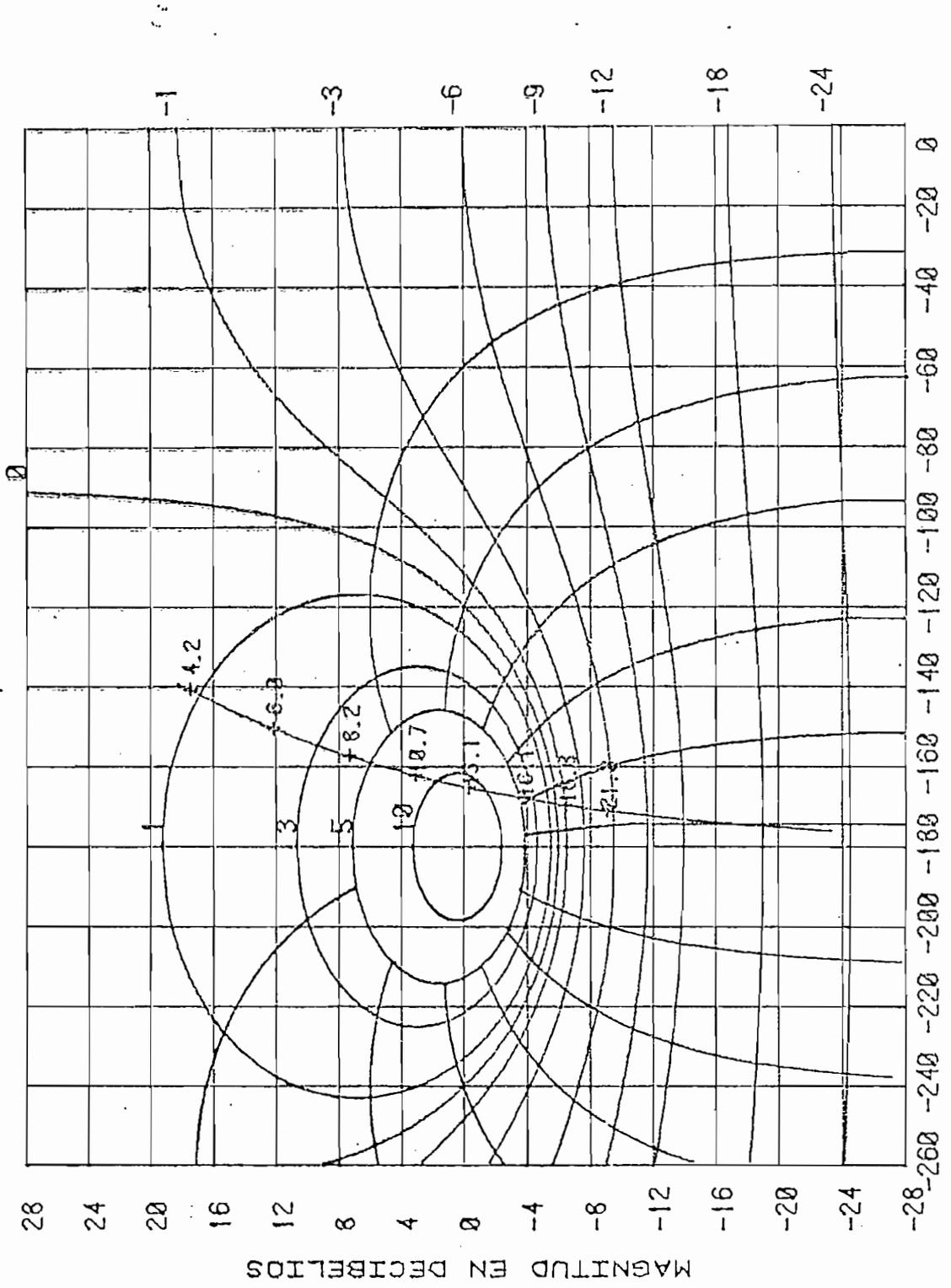


Fig. 2.4.9 Control de Posición sin Tacómetro

### Resultado Experimental

Tomando en cuenta que el diagrama de bode, tanto en módulo como en fase se realiza en lazo abierto, se obtuvieron los valores de la tabla 2.4.4, para una entrada alterna de 1Vpp, y las mismas especificaciones anteriores.

$\omega$   rad/s	0,63	1,26	1.88	2.51	3.14	4.39	6.28
Vout   v	34	32	20	9	6,8	4,4	2.6
db	30,65	30,1	26,02	19,08	16,65	12,87	8,29

Tabla 2.4.4 Valores de lazo abierto

Para la fase los respectivos valores se encuentran en la tabla 2.4.5, y los gráficos del diagrama de bode, en fase y módulo están en la figura 2.4.10, para lazo abierto.

$\omega$   rad/s	6,28	12,6	18,84	25,1	31,4	37,7	50,24	63
fase	-134,8	-147	-164,3	-166,7	-169	-170	-172,3	-175,2

Tabla 2.4.5 Datos de la fase

Para lazo cerrado, los valores para el diagrama de bode en módulo se expresan en la tabla 2.4.6

$\omega$  rad/seg	0,63	1,88	2,51	4,39	6,28	12,6	37,7	56,5
Vout  v	0,76	0,8	0,82	0,88	1,2	1,9	0,14	0,07
db	0,13	0,57	0,79	1,4	4,09	8,08	-14,6	-20,6

Tabla 2.4.6 Resultados para el módulo de lazo cerrado

El gráfico correspondiente a la tabla 2.4.6 se muestra en la figura 2.4.11.

El sistema resulta ser subamortiguado, con un máximo de resonancia de unos 11db, y su correspondiente frecuencia de resonancia de 13 rad/seg. El ancho de banda tiene un valor de 25 rad/seg, y el margen de fase positivo de 21 grados, que indica que el sistema es estable.

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO (LAZO ABIERTO)

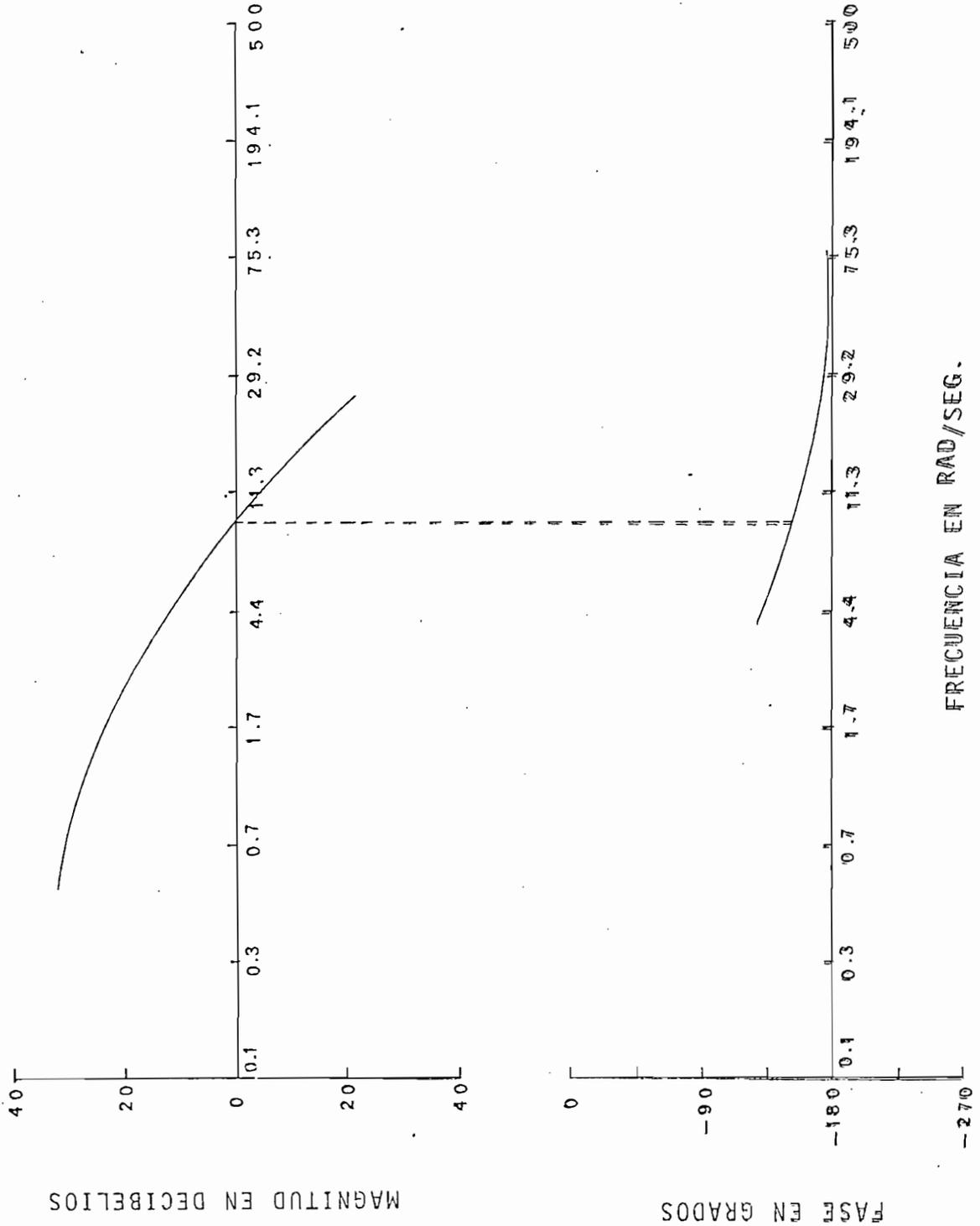
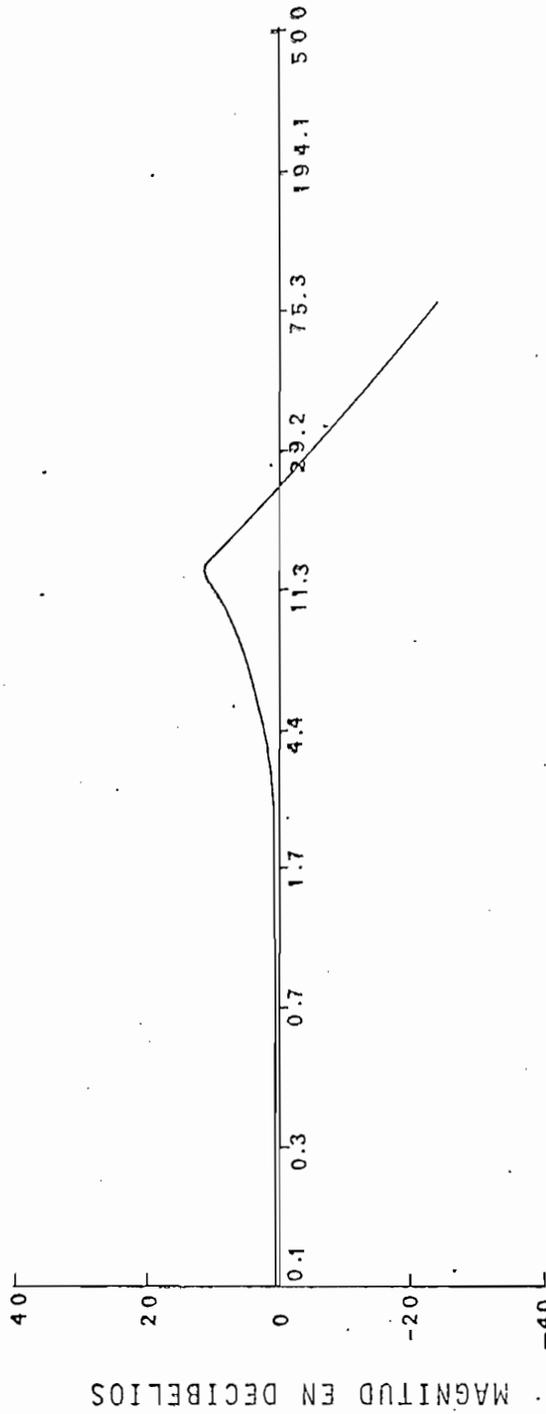


Fig. 2.4.10 Control de posición sin tacómetro

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

DIAGRAMA DE BODE EN MODULO (LAZO CERRADO)



FRECUENCIA EN RAD/SEG.

Fig. 2.4.11 Control de Posición sin Tacómetro

### 2.4.3 Respuesta de Frecuencia del Control de Posición con ta cómetro.

Con  $k_0=k_1=k_2=1$  y  $Z=0$ , y las siguientes funciones, se analizará el sistema:

$$G(s) = \frac{228,46}{s(s+3,45)}$$

$$H(s) = 0,148s+0,749$$

$$G_c(s) = 1$$

Las características de este sistema se encuentran en la siguiente página, y los diagramas de bode de lazo abierto en la figura 2.4.12, y de lazo cerrado en la figura 2.4.13. Como en los casos anteriores el diagrama de Nichols de la figura 2.4.14 verifica estos cálculos.

VALORES CALCULADOS

VALORES REFERENCIALES

ESTABILIDAD RELATIVA

MARGEN DE GANANCIA=INFINITO

MG>6 DB

MARGEN DE FASE= 87.4 GRADOS

MF>40 GRADOS

MAXIMO DE RESONANCIA=INDEFINIDO

0<MR<3 DB

RAPIDEZ DE RESPUESTA

FRECUENCIA DE RESONANCIA=INDEFINIDO

WR>1 RAD/SEG

ANCHO DE BANDA= 8.1 RAD/SEG

AB>1 RAD/SEG

PRECISION

ERROR DE POSICION= -33.5%

EP<10%

ERROR DE VELOCIDAD=INFINITO

EV<10%

ERROR DE ACELERACION=INFINITO

EA<10%

DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO CLAZO ABIERTO

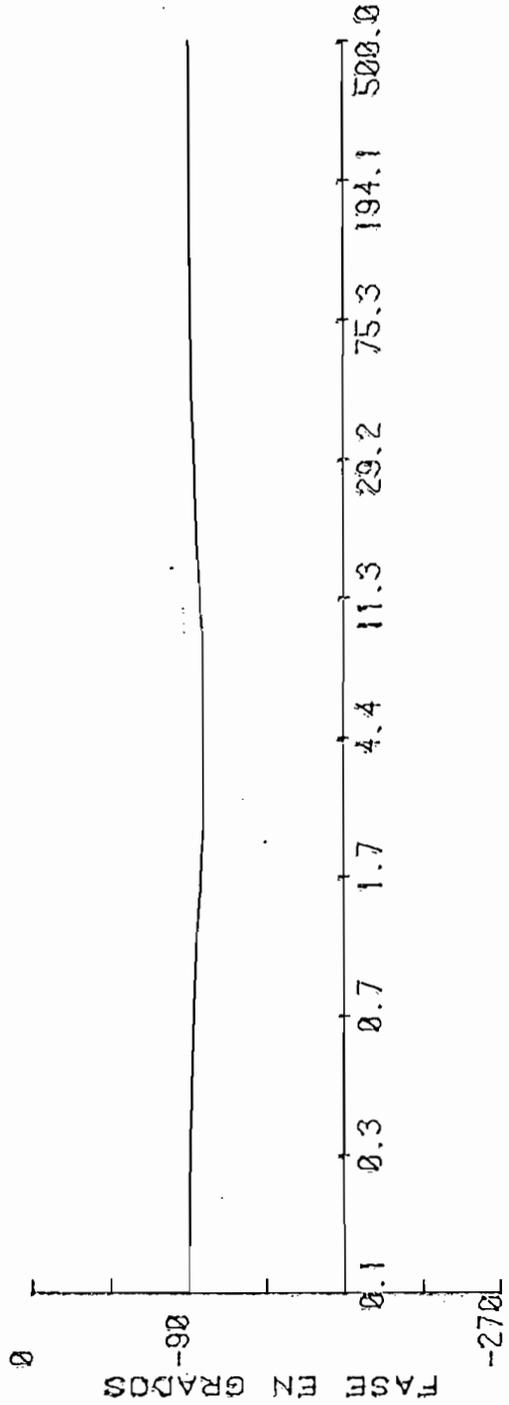
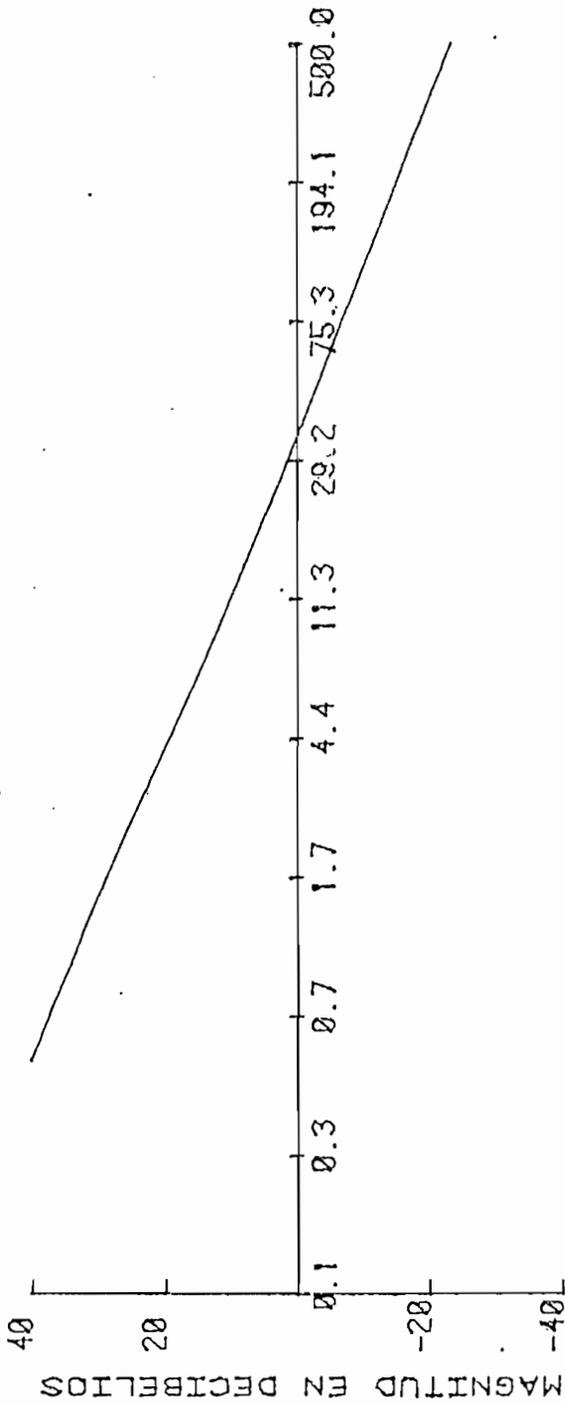
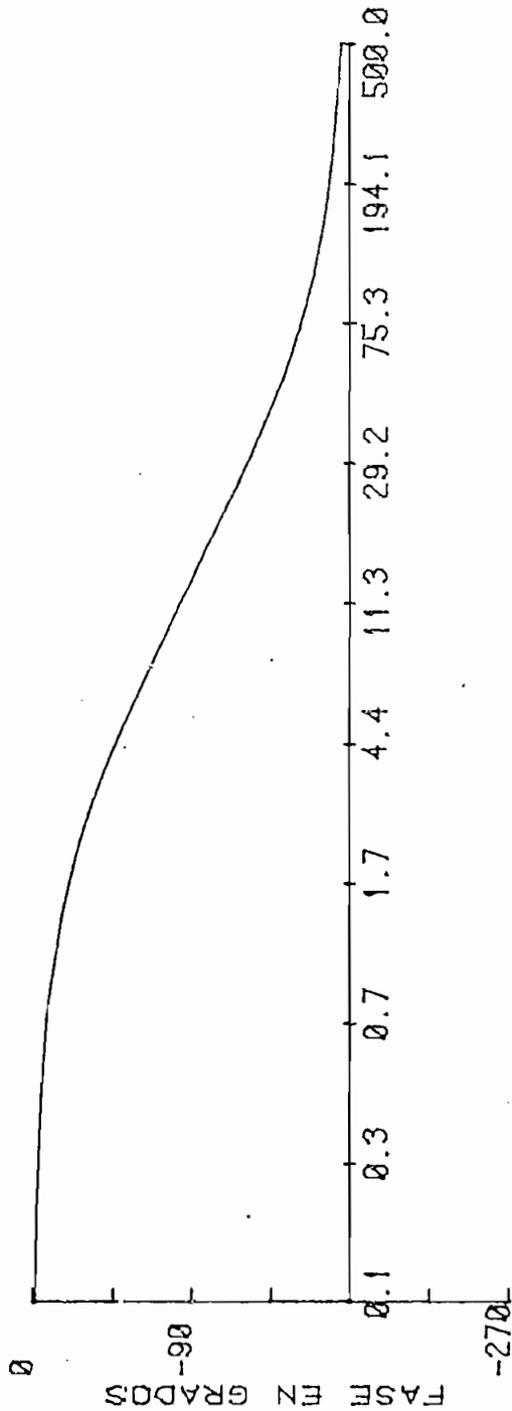
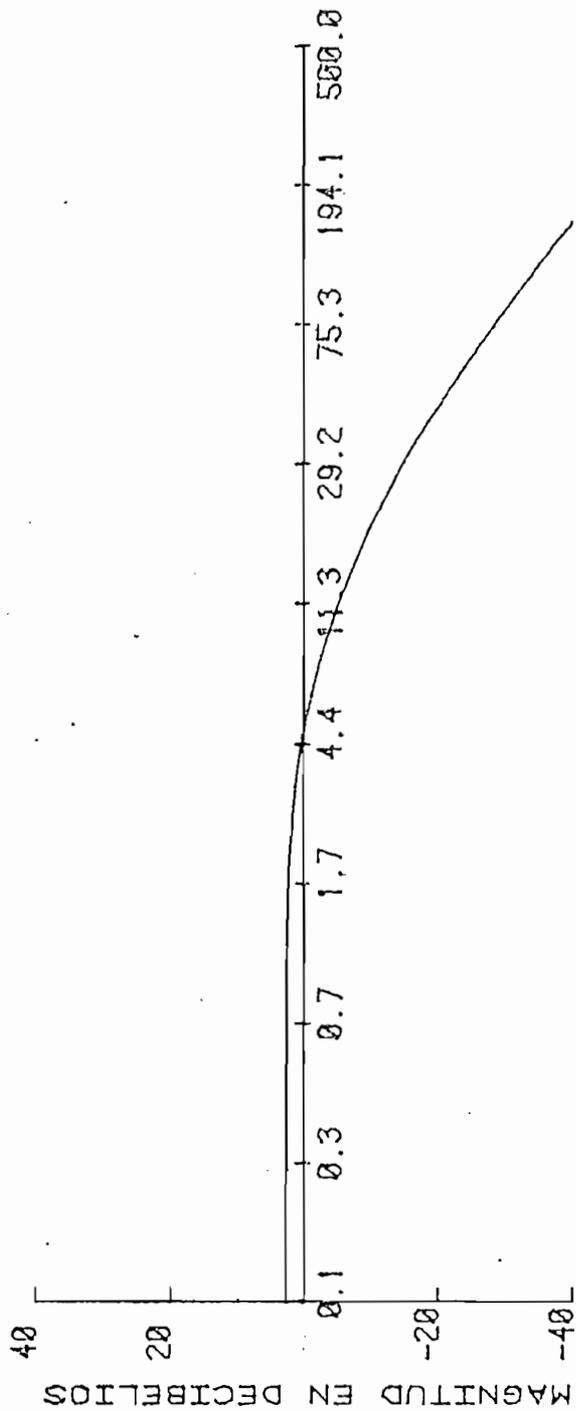


Fig. 2.4.12 Control de Posición con Tacómetro.

FRECUENCIA EN RAD/SEG.

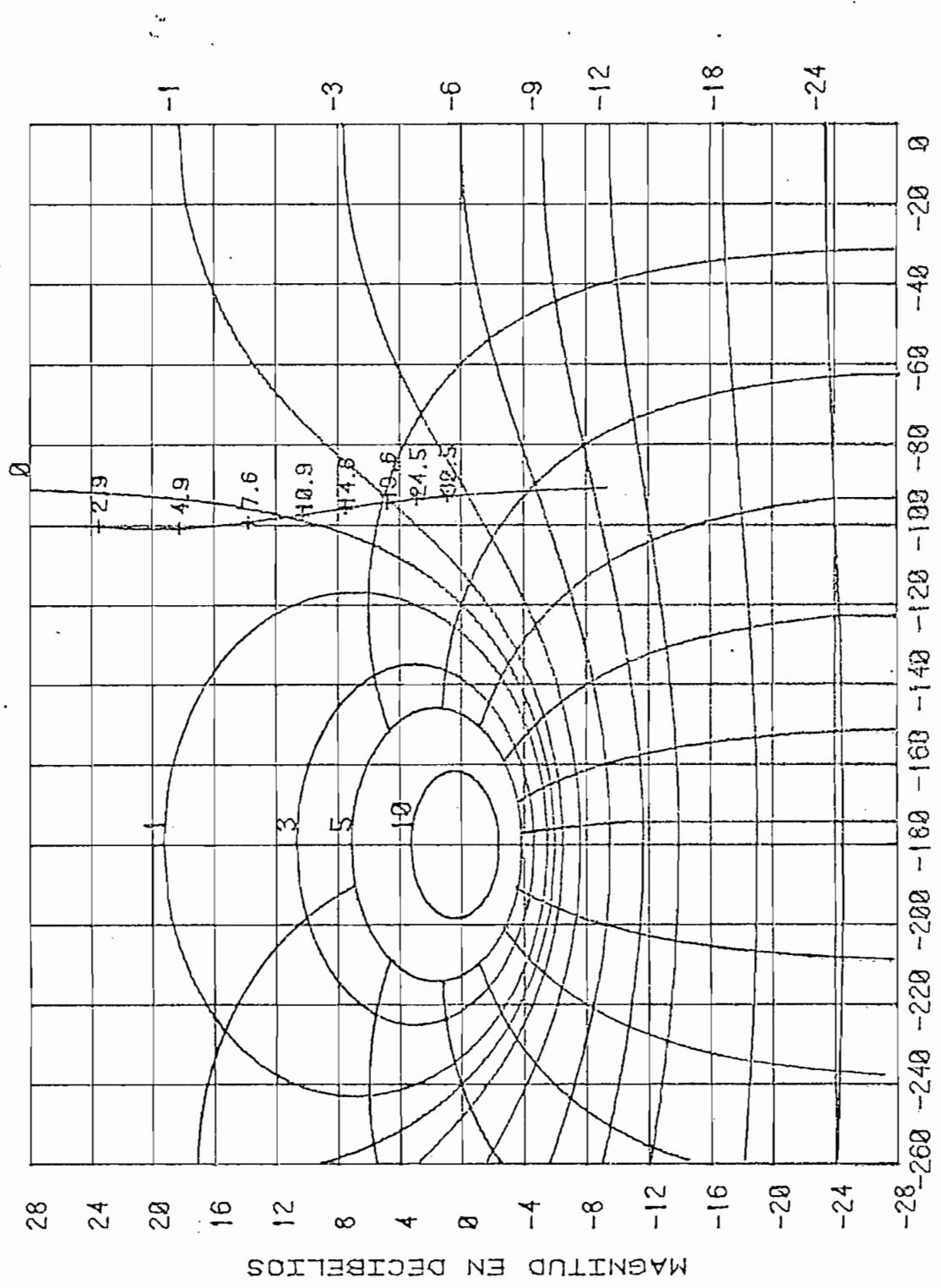
DIAGRAMA DE BODE DE FASE Y MODULO (LAZO CERRADO)



FRECUENCIA EN RAD/SEG.

Fig. 2.4.13 Control de Posición con Tacómetro.

DIAGRAMA DE NICHOLS



FASE EN GRADOS

### Respuesta Experimental

Para lazo cerrado, con el mismo voltaje alterno de 1 vpp, y con  $k_0=k_1=k_2=1$  y  $Z=0$ , la tabla 2.4.7 muestra los resultados del módulo de la posición con respecto a la entrada. El gráfico se indica en la figura 2.4.15.

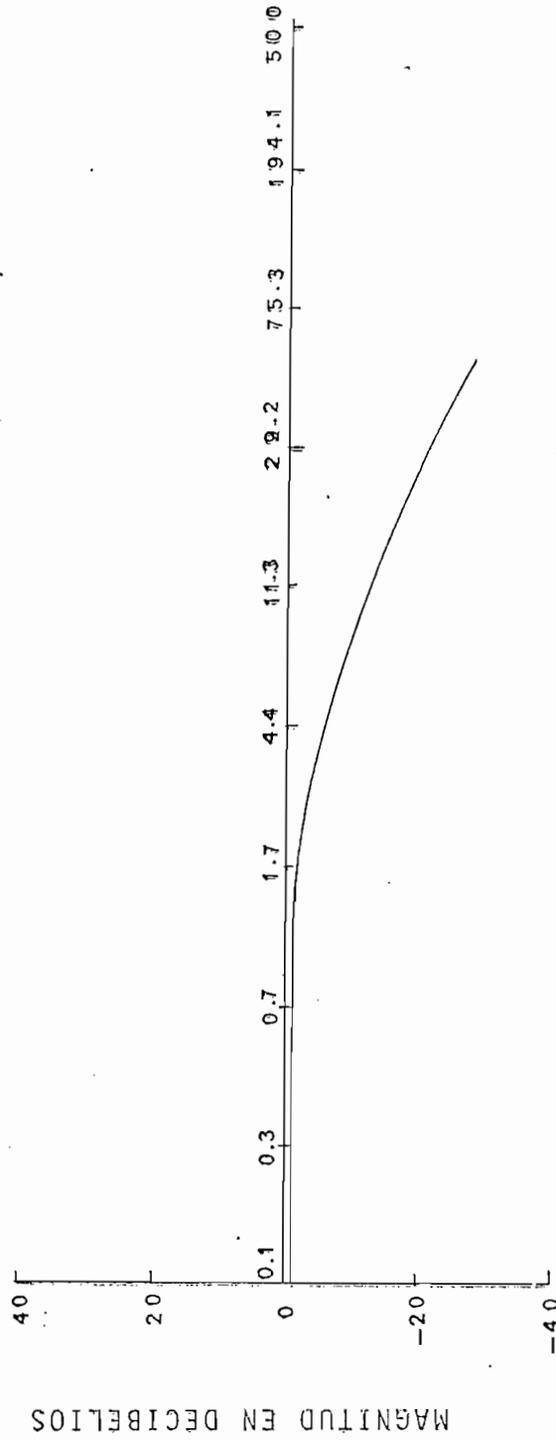
$\omega$   rad/seg	0,63	1,26	3,14	5,02	6,28	12,6	25,1	63
$V_{out}$   v	0,6	0,6	0,3	0,2	0,15	0,1	0,08	0,04
db	-1,96	-1,96	-7,94	-11,74	-13,96	-17,48	-19,4	-25,4

Tabla 2.4.7 Resultado de lazo cerrado

Los valores para lazo abierto, no se presenta porque la medición ya no es directa, pues  $H(s)$  es una función que depende de  $s$ , y tanto en módulo como en fase resulta compleja la medición.

Por tanto el dato que se obtiene en lazo cerrado es el ancho de banda con un valor de 3,5 rad/seg. El valor máximo de resonancia y la frecuencia de resonancia no existen por ser un sistema sobreamortiguado.

DIAGRAMA DE BODE EN MODULO (LAZO CERRADO)



FRECUENCIA EN RAD/SEG.

Fig. 2.4.15 Control de Posición con tacómetro

## C A P I T U L O   I I I

### COMPENSACION

#### 3.1 ANALISIS Y DISEÑO DE SERVOMEKANISMOS

##### 3.1.1 Analisis de Servomecanismos

El primer paso al analizar un servomecanismo, es establecer un modelo matemático del sistema. Obtenido dicho modelo se dispone de diversos métodos para analizar el comportamiento del sistema, en el tiempo y en frecuencia.

La respuesta temporal de un sistema de control, consiste de dos partes: la respuesta transitoria, que es aquella que va desde el estado inicial al estado final, y la respuesta estacionaria que se entiende a la forma en la que la salida del sistema se comporta cuando  $t$  tiende al infinito.

Al diseñar un sistema se debe poder predecir el comportamiento dinámico del sistema por un conocimiento de sus componentes. La característica más importante del comportamiento dinámico, es la estabilidad absoluta, es decir, si el sistema es estable o inestable. Un sistema está en equilibrio si, en ausencia de cualquier perturbación o entrada, la salida se mantiene en el mismo estado. Un sistema de control lineal invariante en el tiempo, es estable si finalmente la salida retorna a su estado de equilibrio cuando el sistema es sometido a una perturbación.

Un comportamiento importante del sistema al cual hay que dar cuidadosa consideración incluye la estabilidad relativa y el error estacionario. Como un sistema físico de control involucra almacenamiento de energía, la salida del sistema, relacionada con su entrada, no puede seguir a ésta inmediatamente si

no que presenta una respuesta transitoria antes de poder alcanzar un estado estacionario. La respuesta transitoria a un sistema de control práctico presenta frecuentemente oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar un estado de equilibrio. Si la salida de un sistema en estado estacionario no coincide exactamente con la entrada, se dice que el sistema tiene un error estacionario, este error indica la exactitud del sistema.

Al analizar un sistema de control, se debe examinar el comportamiento de la respuesta transitoria, tal como el tiempo requerido para alcanzar el estado estacionario y el valor del error en seguir una señal de entrada, generalmente una entrada escalón, ya que es de fácil generación.

Excepto en ciertas aplicaciones en que no se puede tolerar oscilaciones, es deseable que la respuesta transitoria sea suficientemente rápida y esté suficientemente amortiguada. Así para una respuesta transitoria deseable de un servomecanismo, la relación de amortiguamiento ( $\zeta$ ) debe estar entre 0,4 y 0,8 ya que valores bajos dan excesivo sobreimpulso y valores grandes responde tardamente.

Por otro lado tenemos también la respuesta de frecuencia, que es la respuesta en estado de régimen permanente, de un sistema ante una entrada sinusoidal. En los métodos de respuesta de frecuencia para efectuar el análisis y diseño de sistemas de control, se varía la frecuencia de la señal de entrada en un cierto rango y se estudia la respuesta de frecuencia resultante, manteniendo la amplitud de la señal de entrada constante.

En respuesta de frecuencia no hace falta determinar las raíces de la ecuación característica.

La correlación entre respuestas de frecuencia y transitoria, es indirecta, excepto para el caso de sistemas de segundo orden. El diseño de un sistema de control basado en el método de respuesta de frecuencia, tiene 3 representaciones:

1) Diagrama de bode.- Representa la función de transferencia sinusoidal por dos diagramas distintos; uno que de la amplitud en decibelios en función de la frecuencia, y el otro el ángulo de fase en función de la frecuencia.

La ventaja principal de usar diagrama de bode, es que se pueda convertir la multiplicación de amplitudes en adición.

2) Diagrama de Nyquist o polar.- Es un diagrama de la amplitud de  $G(j\omega)$  en función del ángulo de fase de  $G(j\omega)$  en coordenadas polares al variar  $\omega$  desde cero a infinito.

Una ventaja de utilizar un diagrama polar es que presenta las características de respuesta de frecuencia de un sistema en todo el rango de frecuencias en un único diagrama. Una desventaja es que el diagrama no indica claramente las contribuciones de cada uno de los factores individuales de la función de transferencia de lazo abierto.

3) Diagrama de Nichols.- Constituye un diagrama de una magnitud logarítmica en decibelios en función del ángulo de fase para un rango de frecuencias de interés.

Las ventajas de este tipo de diagramas, son que se puede determinar rápidamente la estabilidad relativa del sistema de lazo cerrado, y se puede determinar fácilmente la compensación, además las curvas del diagrama de bode están combinadas en una sola.

### 3.1.2 Compensación

Compensación es el ajuste de un sistema para satisfacer especificaciones dadas. Los procedimientos para la compensación de sistemas de control utilizados son el método del lugar de las raíces y el método de respuesta de frecuencia.

Generalmente a las condiciones requeridas en un sistema de control, se las denomina especificaciones de funcionamiento, y se refieren a la exactitud, estabilidad relativa, y velocidad de respuesta. El primer paso para ajustar el sistema a los fines de lograr el funcionamiento satisfactorio, es el ajuste de la ganancia. Sin embargo, en muchos casos reales, el ajuste de la ganancia no puede brindar suficiente variación del comportamiento del sistema.

Frecuentemente resulta que aumentar el valor de la ganancia mejora el comportamiento estacionario, pero produce una pobre estabilidad o incluso inestabilidad. En este caso se hace necesario, un dispositivo adicional insertado en el sistema (compensador) para que compense el funcionamiento deficiente del sistema original.

Los métodos del lugar de las raíces y de respuesta de frecuencia, consisten esencialmente en el ajuste de la ganancia y diseño de los compensadores. Al realizar el diseño por tanteo y ajuste, se establece un modelo matemático del sistema de control y se ajustan los parámetros del compensador, la parte más lenta de este trabajo es la verificación de las especificaciones de funcionamiento, analizando cada ajuste de los parámetros.

## 3.2 EFECTOS DE LA COMPENSACION EN CASCADA Y COMPENSACION DE REALIMENTACION.

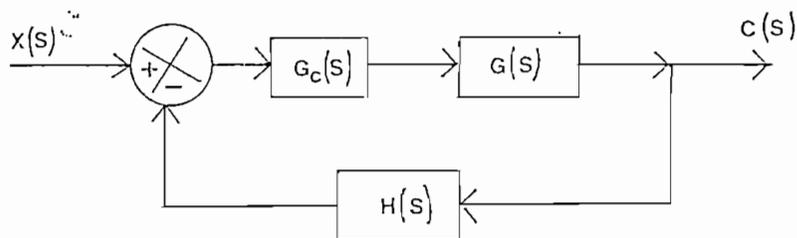
### 3.2.1 Compensación serie y compensación de realimentación

Como se ha dicho la compensación de un sistema de control se reduce al diseño de un filtro cuyas características tienden a compensar las características indeseables e inalterables del sistema.

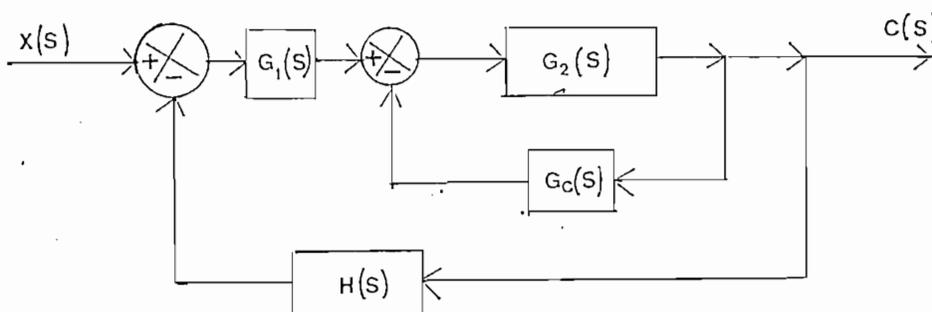
Si se coloca el compensador  $G_c(s)$  en serie con la función de transferencia inalterable  $G(s)$ , como se ve en la figura 3.2.1 (a) la compensación se denomina compensación serie. Una alternativa es realimentar la señal de algún elemento y colocar un compensador en el lazo de realimentación interno, como se ve en la figura 3.2.1 (b). Esta compensación se denomina compensación de realimentación o compensación en paralelo.

La elección entre compensación serie y compensación de realimentación depende de la naturaleza de las señales del sistema, de los niveles de potencia en los distintos puntos de los componentes disponibles, de las consideraciones económicas, etc.

En general, la compensación serie puede ser más simple que la de realimentación; sin embargo la compensación serie requiere amplificadores adicionales para aumentar la ganancia, o para brindar aislamiento. Para evitar la disipación de potencia el compensador serie va insertado en el punto de mínima energía en el camino directo. Además la cantidad de componentes requeridos en la compensación de realimentación es menor que en la compensación serie, siempre que se disponga



(a)



(b)

Fig. 3.2.1 (a) Compensación serie; (b) compensación de realimentación.

de una señal adecuada, porque la transferencia de energía es desde un nivel de potencia más alto a uno más bajo.

Entre los muchos compensadores del tipo de compensación serie empleados, están los denominados compensadores de adelanto, atraso y atraso-adelanto. En cambio el dispositivo de compensación de realimentación más utilizado es el tacómetro.

### 3.2.2 Efectos de la Compensación

Consideramos principalmente los efectos de la compensación en serie, esta depende de la elección adecuada de polos y ceros

del compensador  $G_c(s)$  para alterar el lugar de las raíces o la respuesta de frecuencia de manera que se cumplan las especificaciones de funcionamiento.

El método del lugar de las raíces es un procedimiento gráfico para determinar las ubicaciones de todos los polos de lazo cerrado conociendo las posiciones de los polos y los ceros de lazo abierto al vaciar algún parámetro (ganancia), o de lo contrario insertando un compensador adecuado, cuando el ajuste es distinto a la ganancia.

El agregado de un polo o la función de transferencia de lazo abierto tiene el efecto de desplazar el lugar de las raíces hacia la derecha, tendiendo a reducir la estabilidad del sistema, y hacer más lento el establecimiento de la respuesta.

El agregado de un cero a la función de lazo abierto, desplaza el lugar de la raíz hacia la izquierda, tendiendo a hacer el sistema más estable y acelerar el establecimiento de la respuesta.

Al tratar el problema de la compensación de sistemas de control por técnicas en el dominio de la frecuencia se asegura el control del comportamiento de respuesta transitoria en términos de especificaciones del dominio de la frecuencia, tales como margen de fase, margen de ganancia y ancho de banda; este procedimiento indica claramente de qué manera hay que modificar el sistema.

Se podría decir que en muchos casos prácticos la compensación es esencialmente un compromiso entre el error en régimen estacionario y la estabilidad relativa para tener un valor elevado del coeficiente de error de velocidad y estabilidad relativa satisfactoria, resulta necesario modificar la curva de respuesta de frecuencia de lazo abierto.

### 3.3. PRUEBAS DE COMPENSACION

Las pruebas consisten en variar las constantes  $k_0$ ,  $k_1$  y  $k_2$ , colocando valores de resistencias en el orden de los  $k\Omega$ . Este procedimiento se llevará a cabo, con un voltaje de entrada de 0,5 V, y con  $Z=0$  tanto para el control de velocidad, como para el de posición.

#### 3.3.1 Compensación en el Control de Velocidad

Para este caso, los parámetros son  $k_0$  y  $k_1$ , y el resultado de variar será previamente analizado teóricamente, y luego se confirmará experimentalmente.

Con las siguientes funciones:

$$G(s) = \frac{228,46}{s+3,45}$$

$$G_c(s) = K_0$$

$$H(s) = \frac{0,148}{k_1}$$

La función de lazo cerrado será:

$$\frac{\omega(s)}{X(s)} = \frac{228,46 k_0}{s + (3,45 + 33,8 \frac{k_0}{k_1})}$$

En donde se nota, que si  $k_0$  aumenta, el amortiguamiento también aumenta y esto hace que la respuesta del sistema sea más rápida. Un ejemplo práctico se puede ver en la figura 3.3.1, en donde  $k_0=2$  y  $k_1=1$ , pero por tener baja velocidad se aprecia el rizado del tacómetro. El tiempo  $t_r = 0,065$  seg.

Por otro lado si  $k_1$  aumenta, el amortiguamiento disminuye haciéndolo al sistema más lento. El ejemplo de la figura 3.3.2

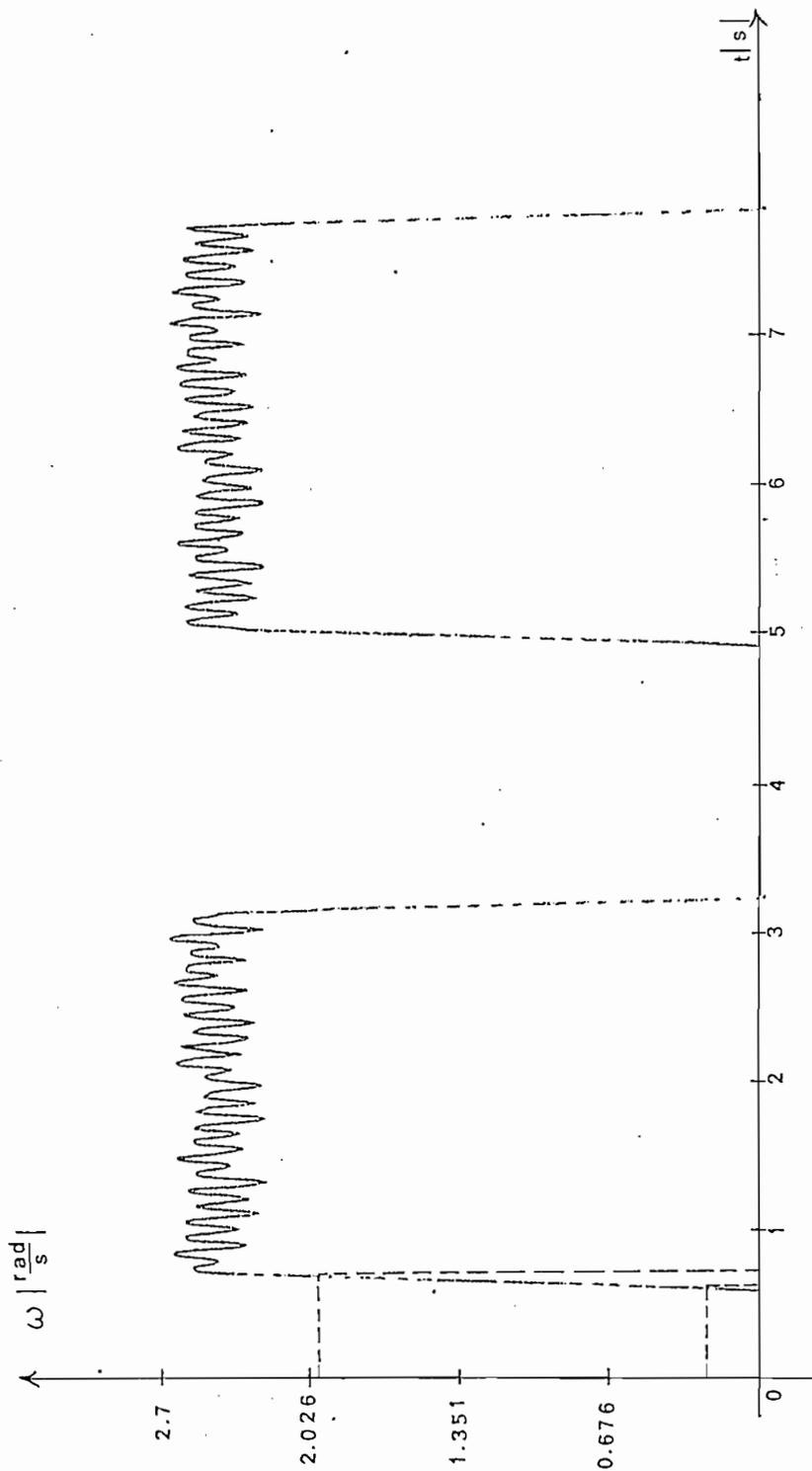
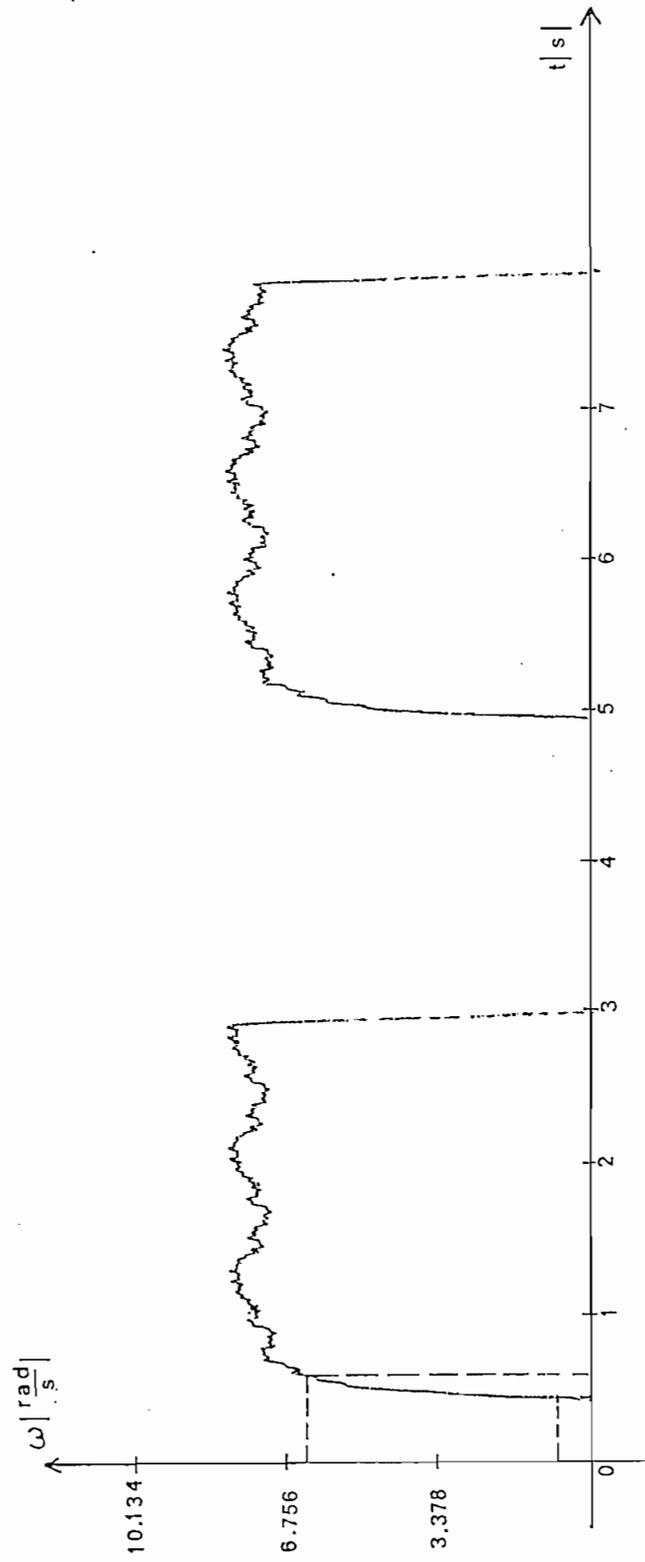


Fig. 3.3.1 Respuesta de velocidad a un escalón con  $k_0=2$  y  $k_1=1$

Fig. 3.3.2 Respuesta de Velocidad con  $k_0=1$  y  $k_1=6$

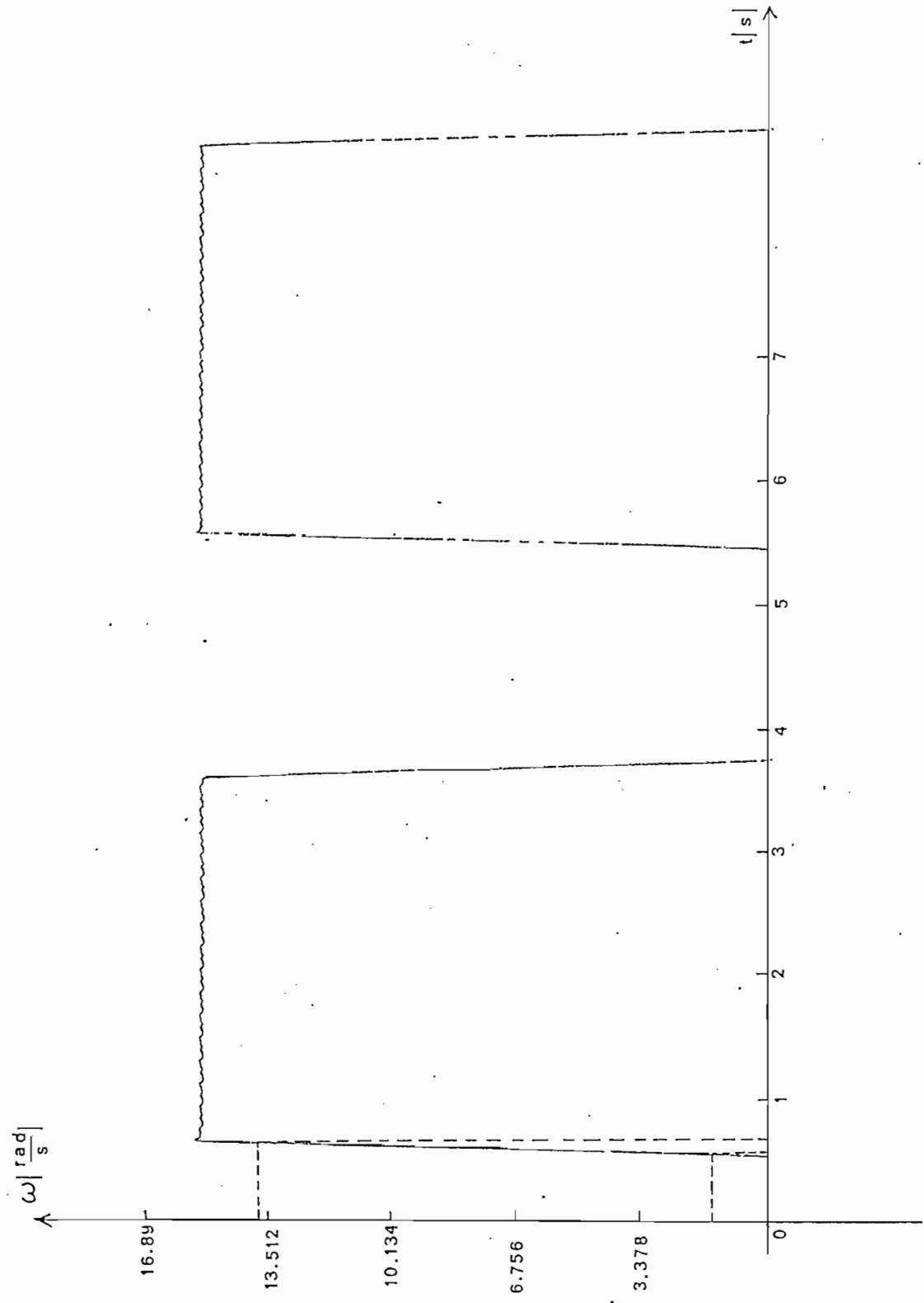


Fig. 3.3.3 Respuesta de Velocidad a un escalón

nos muestra esta afirmación con un  $k_0=1$  y  $k_1=6$ ,  $t_r=0,15$  seg, pero también existe rizado por la baja velocidad.

Si  $k_0=k_1$ , regresamos al análisis del capítulo II, porque el amortiguamiento es el mismo. Para mejorar el rizado del tacómetro, debemos variar simultáneamente  $k_0$  y  $k_1$ , aunque la rapidez sea intermedia entre los dos casos, como lo muestra la figura 3.3.3 para un  $k_0=4$  y  $k_1=5$ , en donde  $t_r=0,1$  seg.

### 3.3.2 Compensación en el Control de Posición sin Tacómetro

A semejanza del control de velocidad, los parámetros a variar se son  $k_0$  y  $k_2$ . Aunque el sistema se mejora con el tacómetro, se verá los efectos al hacer los cambios respectivos en forma teórica, confirmándolos en el Laboratorio.

Con las funciones:

$$G(s) = \frac{228,46}{s^2+3,45s}$$

$$G_c(s) = k_0$$

$$H(s) = 0,749/k_2$$

La función de lazo cerrado del sistema es:

$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{228,46 k_0}{s^2+3,45s+171,1 k_0/k_2}$$

donde:

$$\omega_n = \sqrt{171,1 \frac{k_0}{k_2}}$$

$$\zeta = \frac{3,45}{2\omega_n}$$

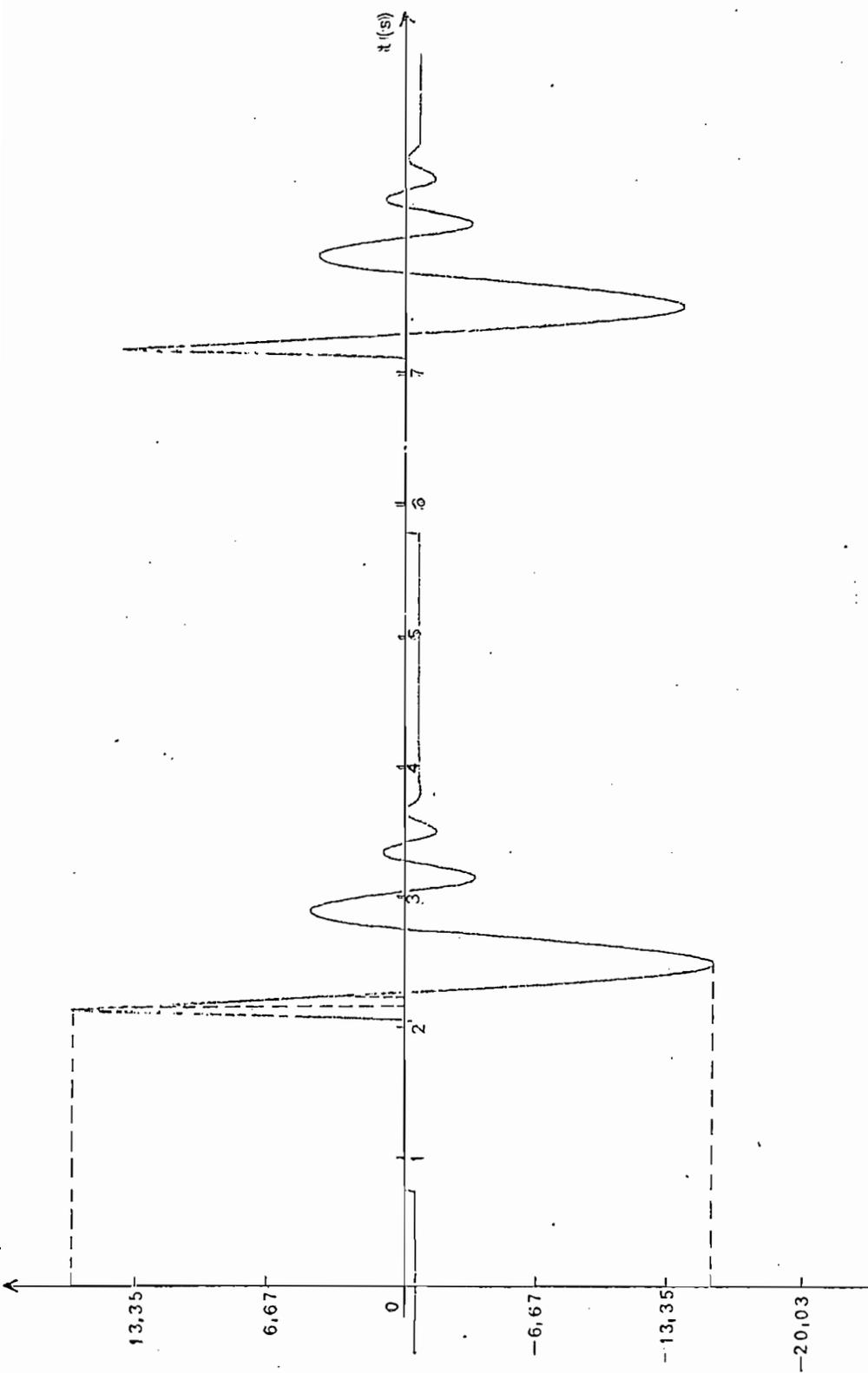


Fig. 3.3.4 Respuesta de posición sin Tacómetro con  $k_0=2$  y  $k_2=1$

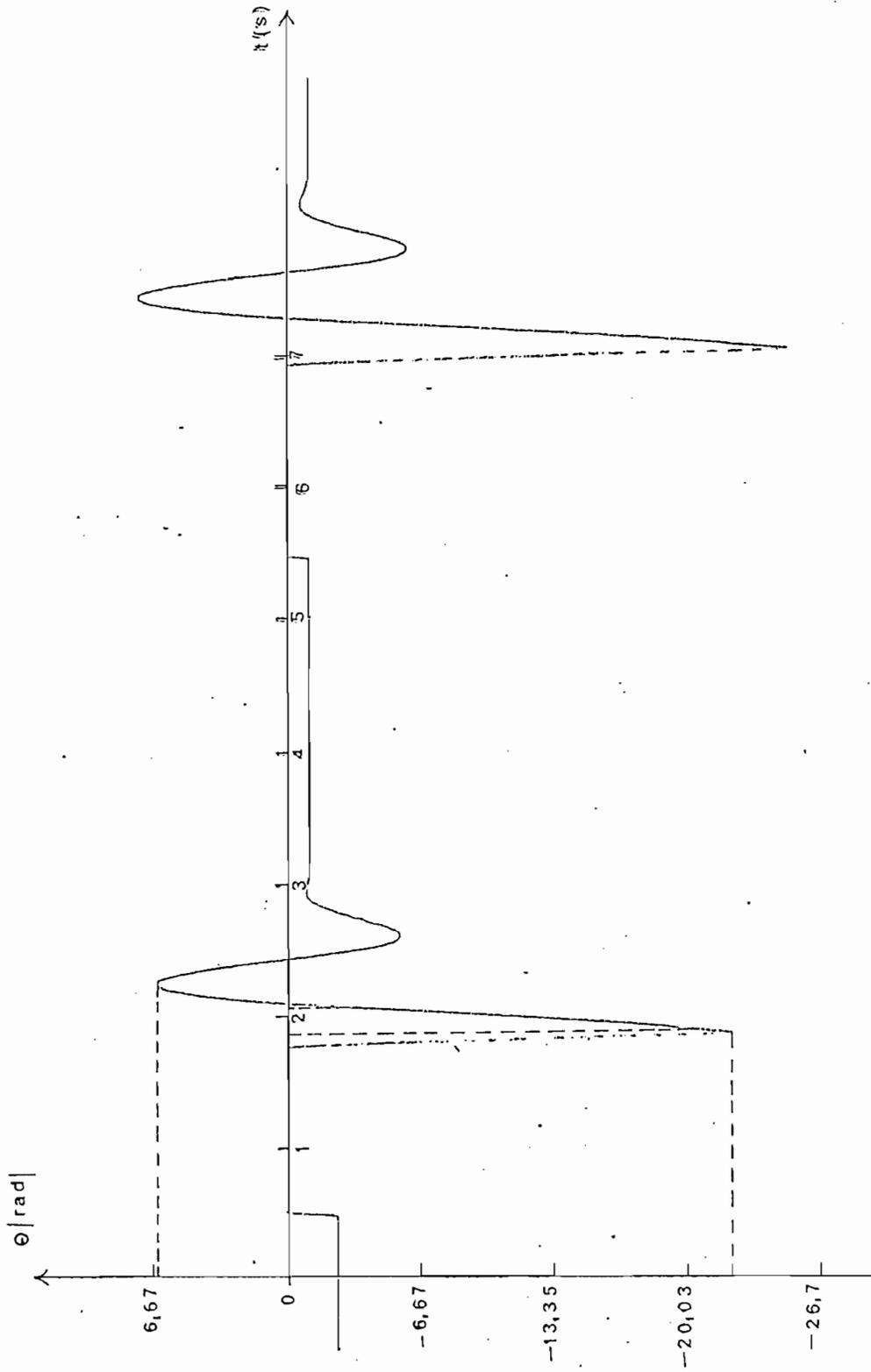


Fig. 3.3.5 Respuesta de posición sin tacómetro con  $k_0=1$  y  $k_2=3$

De lo anterior, se puede decir que al aumentar  $k_0$ , la frecuencia  $\omega_n$  aumenta, haciéndolo a  $\zeta$  más pequeño. Esto produce un sobre impulso elevado y consiguientemente un tiempo de crecimiento bajo; la figura 3.3.4 confirma lo dicho, pues posee un  $t_r=0,1$  seg; sobre impulso del 87% y  $t_s=1,75$  seg. Condición del gráfico  $k_0=2$  y  $k_2=1$

Si incrementamos  $k_2$ , siguiendo el mismo análisis produce una rapidez de respuesta lenta y un sobre impulso bajo. En la figura 3.3.5 para un  $k_0=1$  y un  $k_2=3$ , se aprecia estos efectos. Midiendo el sobre impulso es del 35,4%,  $t_r=0,175$  y  $t_s=1,6$  seg.

Al variar  $k_0$  y  $k_2$ , simultáneamente, nos encontramos en cualquiera de los dos casos anteriores, excepto para cuando  $k_0=k_2$  que es el caso inicial de este estudio, y cuyo análisis se encuentra en el capítulo II.

### 3.3.3 Compensación en el Control de Posición con Tacómetro

Aquí, a diferencia de los otros dos sistemas se tiene tres variables  $k_0$ ,  $k_1$  y  $k_2$ , de tal manera que el análisis se hará tomando dos parámetros iguales, y variando el restante.

Considerando las funciones de los respectivos bloques que integran el sistema, como en los casos anteriores se tiene:

$$G(s) = \frac{228,46}{s^2 + 3,45 s}$$

$$G_c(s) = k_0$$

$$H(s) = \frac{0,148}{k_1} s + \frac{0,749}{k_2}$$

Obteniendo la función de transferencia, del sistema de lazo cerrado queda:

$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{228,46 k_0}{s^2 + (3,45 + 33,8 \frac{k_0}{k_1})s + 171,1 \frac{k_0}{k_2}}$$

Donde:

$$\omega_n = \sqrt{171,1 \frac{k_0}{k_2}}$$

$$\zeta = \frac{3,45 + 33,8 \frac{k_0}{k_1}}{2\omega_n}$$

Para  $k_0 = k_2 = 1$ , existe un  $k_1$  que puede tomar solo ciertos valores, ya que el sistema se vuelve subamortiguado. El rango está en;  $1 \leq k_1 < 1,5$ , pasado estos valores el sistema deja de tener las características de un sobreamortiguado. Esto se puede comprobar en la fórmula de  $\zeta$ , o en forma práctica en la figura 3.3.6, que es tomado para un  $k_1 = 5$ .

En cambio si aumentamos  $k_0$ , y mantenemos  $k_1 = k_2$ , en valores inferiores a  $k_0$ , el  $\zeta$  aumenta, dando como consecuencia una rapidez aproximadamente igual para cualquier caso, pues se incrementa también  $\omega_n$ . La figura 3.3.7, tiene un  $k_1 = k_2 = 1$  y un  $k_0 = 2$  con tiempo;  $t_r = 0,35$  seg. Este caso es más rápido que el de condiciones unitarias.

Una última consideración, se puede hacer tomando  $k_1 = k_0$ , y variando  $k_2$  por encima de los otros dos parámetros. El efecto que produce en la rapidez de respuesta es inverso al valor de  $k_2$ , es decir mientras más grande sea, el tiempo de crecimiento es más lento y viceversa. Esto se puede ver en la figura 3.3.8, con un  $k_1 = k_0 = 1$ , y un  $k_2 = 5$ , con un  $t_r = 1,25$  seg. Si  $k_1 = k_0 = k_2$ , estamos en el caso analizado anteriormente.

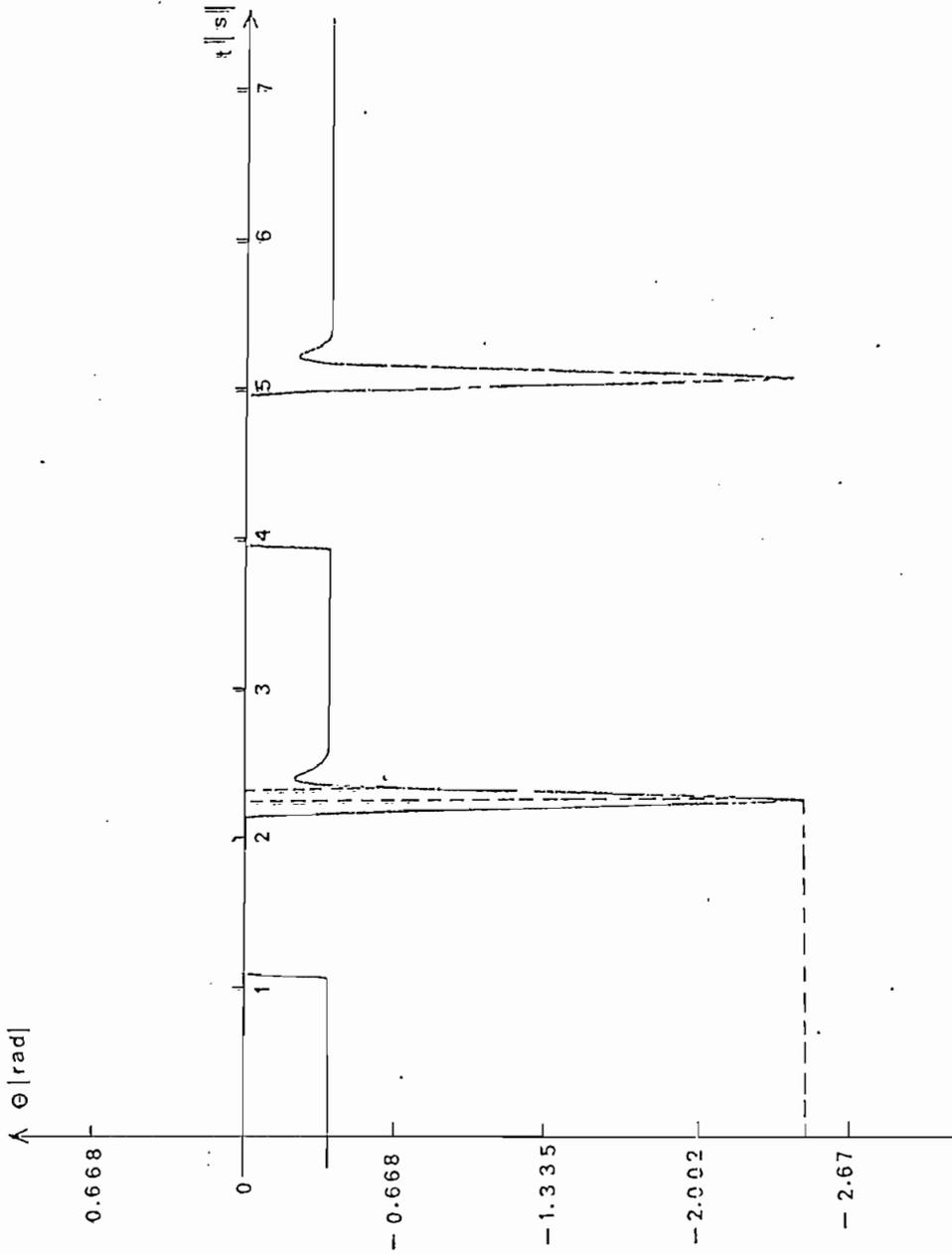


Fig. 3.3.6 Respuesta de posición con tacómetro para  $k_0=k_2=1$  y  $k_1=5$

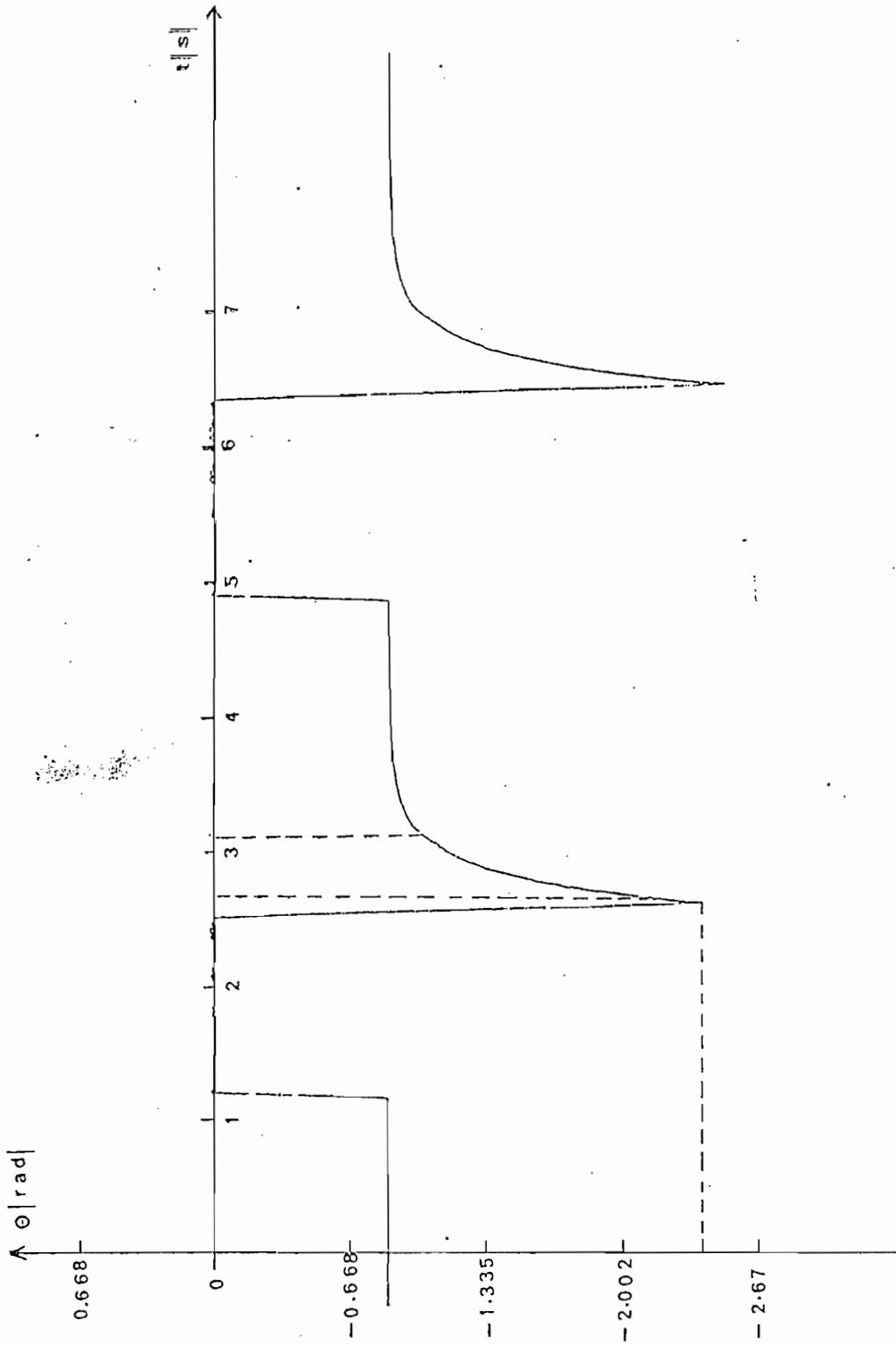


Fig. 3.3.7 Respuesta de posición con tacómetro para  $k_0=2$   $k_1=k_2=1$

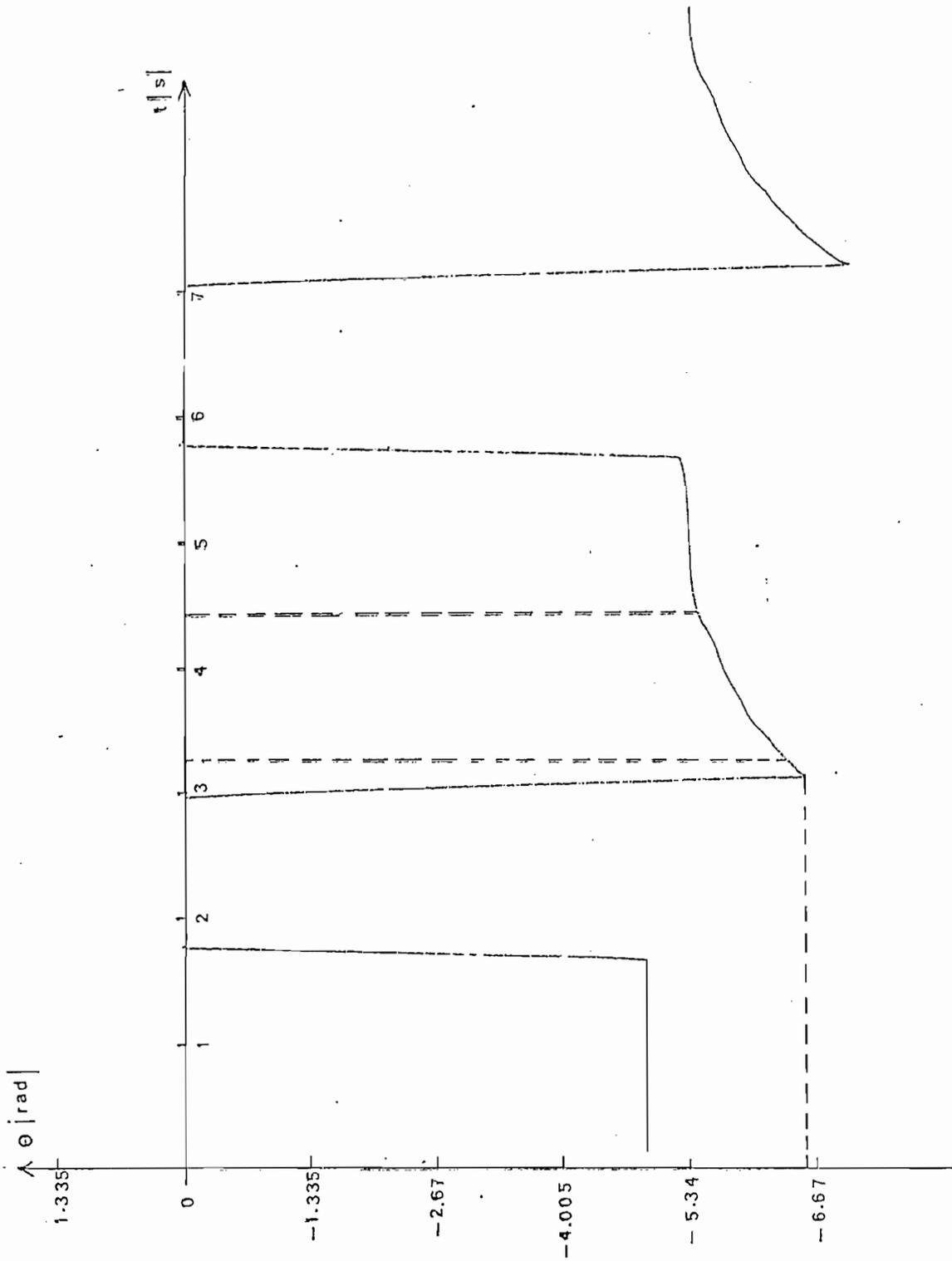


Fig. 3.3.8 Respuesta de posición con tacómetro para  $k_0=k_1=1$  y  $k_2=5$

C A P Í T U L O    I VCONCLUSIONES

## 4.1 RESUMEN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SERVOMECANISMO

El siguiente resumen, es de las características obtenidas en forma experimental, tanto en el tiempo como en la frecuencia para condiciones unitarias.

Control de velocidad

En el tiempo:

$$t_r = 0,071 \text{ seg.}$$

$$t_s \approx t_r$$

En la frecuencia:

$$MF = 97 \text{ grados}$$

$$MG = \text{Infinito}$$

$$AB = 35 \text{ rad/seg}$$

Control de Posición sin Tacómetro

En el tiempo:

$$\text{sobre impulso} = 41,79\%$$

$$t_r = 0,15 \text{ seg.}$$

$$t_s = 1,65 \text{ seg.}$$

En la frecuencia:

$$MF = 21 \text{ grados}$$

$$\begin{aligned} MG &= \text{infinito} \\ MR &= 11\text{db} \\ \omega R &= 13 \text{ rad/seg.} \\ AB &= 25 \text{ rad/seg.} \end{aligned}$$

### Control de Posición con Tacómetro

En el tiempo:

$$\begin{aligned} t_r &= 0,62 \text{ seg.} \\ t_s &= 1,5 \text{ seg.} \end{aligned}$$

En la frecuencia:

$$\begin{aligned} AB &= 3,5 \text{ rad/seg} \\ MR \text{ y } \omega R &\text{ no existe} \end{aligned}$$

## 4.2 RESULTADOS

Los resultados experimentales, como era de esperarse confirman el comportamiento analizado previamente en forma teórica. Por razones que se explicarán a continuación, los valores teóricos difieren de los experimentales, pero de ninguna manera esto hace que el análisis teórico sea diferente al análisis experimental.

El análisis en el dominio del tiempo, y en el dominio de la frecuencia guardan una relación directa, tratándose de sistemas de segundo orden, y de ahí que se puede confirmar las características del sistema por los dos métodos. Una información más amplia sobre los resultados se encuentra en el literal 3.3.

#### 4.3 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante la ejecución del presente trabajo, se obtuvieron algunas conclusiones, que se las puede resumir de la siguiente forma:

- Se encontró que la función de transferencia del motor evaluada midiendo cada parámetro por separado, difiere de la función de transferencia del motor en condiciones reales de trabajo, pues en el primer caso, se dieron circunstancias adversas, ya sea porque se despreció algunos efectos alineados que realmente están presentes, ó porque se tomaron mediciones a diferentes voltajes de entrada.
- Se ve claramente que la ganancia del motor-generador varía en forma no lineal con la amplitud de la entrada, y en una forma muy marcada para voltajes menores de 1V, pues para valores mayores que éste, la ganancia tiende a permanecer constante.
- A su vez este efecto se confirma, al introducir una señal alterna, dando como resultado en las curvas de Lissajous una región de "zona muerta" bajo el rango de frecuencias de 1Hz.
- El tacómetro tiene el inconveniente de presentar rizado y ruido de las escobillas proveniente del colector a bajas velocidades que perturban sus características lineales.
- En el sistema de engranajes, en la realidad existen rozamientos que producen pérdidas de energía, además al existir ciertas holguras aparecen retardos en la salida que alteran las características del sistema.

- El grafizador, como un servomecanismo, posee un retardo de tiempo, que incrementa a la rapidez de respuesta del servo en estudio.
- El tacómetro como se puede ver en el literal 3.3.3, afecta en el factor de amortiguamiento, haciendo al sistema sobre amortiguado, y más estable.
- Se recomienda que este servo, se lo siga analizando, especialmente con redes compensación y se estudie los efectos resultantes. Por otro lado también queda la inquietud de hacer este estudio con técnicas de control no lineal que están presentes en este sistema.