

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO
EN LA ESPECIALIZACION DE ELECTRICIDAD
DE LA ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

"ESTUDIO TEORICO BASICO DE FILTROS ELECTRICOS Y SU
COMPROBACION EXPERIMENTAL"

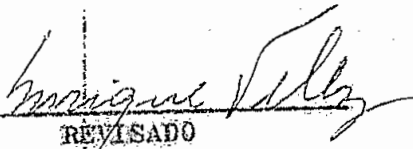
MARCO HURTADO MONTALVO

Quito, Agosto de 1.963

DIRECTOR DE TESIS

ING. ENRIQUE VELEZ

(EXPERTO DE UNESCO)



REVISADO

A ET MADRE

A MODO DE PROLOGO

He escogido la materia de "Filtros Eléctricos", para el desarrollo de esta tesis, por ser un capítulo de esencial interés en comunicaciones y que, sin embargo, recibe muy poca atención.

Las secciones A y B presentan una condensación seleccionada de los capítulos que interesan, de varios textos de valor, de modo que pueda servir como un formulario que facilite la comprensión de la teoría y el diseño elemental de filtros.

La parte personal constituye la extensa experimentación realizada cuyos resultados se sintetizan en la sección C. Para el efecto, se construyó un filtro determinado, con secciones típicas y sobre él se efectuaron numerosas y variadas pruebas. Debo anotar la dificultad encontrada en la realización de esas pruebas debido a la falta de un laboratorio adecuadamente equipado lo que demanda una multiplicación del trabajo necesario.

Agradezco a la "Empresa Nacional de Comunicaciones" que gentilmente permitió el desarrollo de la experimentación en sus dependencias, y a todas las personas que han colaborado con el desarrollo de la tesis.

Presento, también, mi gratitud a la "Escuela Politécnica Nacional" y a sus profesores por mi educación adquirida en ella.

INDICE GENERAL

<u>PARTE A.</u> -	DEFINICIONES Y PARAMETROS EN REDES EN ESCALA-	
	LENA-----	1
	1.- Impedancias iterativa, imágenes y caracte-	
	terística-----	1
	2.- Parámetros generales de las redes de dos	
	pares de terminales-----	4
	3.- Función de transferencia de imagen-----	7
	4.- Constante de transmisión-----	11
	5.- Pérdidas de inserción y pérdidas de	
	transmisión-----	12
	6.- Parámetros y propiedades de las hemisecc-	
	ciones-----	13
<u>PARTE B.</u> -	TEORIA DE LOS FILTROS ELECTRICOS-----	16
	1.- Estudio de la función de transferencia	
	de imagen a la frecuencia-----	17
	2.- Filtro de K constante-----	20
	3.- Clases de filtros y sus estructuras de	
	K constante-----	23
	4.- Filtro derivado "m" ⁿ -----	27
	5.- Secciones reordenadas y hemisecciones	
	terminales-----	32
	6.- Filtros compuestos-----	35
<u>PARTE C.</u> -	PRUEBAS PRACTICAS REALIZADAS Y SUS RESULTA-	
	DOS-----	36

INDICE DE DIAGRAMAS

- DIAGRAMA 1.- Sección prototipo "K": valor absoluto de la impedancia característica.
- DIAGRAMA 2.- Sección prototipo "K": componentes real e imaginaria de la impedancia característica.
- DIAGRAMA 3.- Sección prototipo "K": funciones de atenuación y de fase.
- DIAGRAMA 4.- Sección prototipo "K" terminada en resistencias $R=K$ y $R_1=0,75 K$: valor absoluto de la impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 5.- Sección prototipo "K" terminada en resistencias $R=K$ y $R_1=0,75 K$: componente real de la impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 6.- Sección prototipo "K" terminada en resistencias $R=K$ y $R_1=0,75 K$: componente imaginaria de la impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 7.- Sección prototipo "K" terminada en resistencia $R=K$ y $R_1=0,75 K$: constante de atenuación de corriente α_i y rotación de fase de corriente β_i .
- DIAGRAMA 8.- Sección prototipo "K" terminada en resistencias $R=K$ y $R_1=0,75 K$: razón de tensiones y pérdida de potencia en decibeles.
- DIAGRAMA 9.- Sección derivada "M": Valor absoluto y componentes real e imaginaria de la impedancia característica.
- DIAGRAMA 10.- Sección derivada "M": funciones de atenuación y de fase.

INDICE DE DIAGRAMAS (Continuación)

- DIAGRAMA 11.- Sección derivada "M" terminada en resistencia R-K: impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 12.- Sección derivada "M" terminada en resistencia R-K: constante de atenuación de corriente α , y rotación de fase de corriente β
- DIAGRAMA 13.- Sección derivada "M" terminada en resistencia R-K: razón de tensiones y pérdida de potencia.
- DIAGRAMA 14.- Sección reordenada "M": valor absoluto e imaginario de la impedancia característica.
- DIAGRAMA 15.- Sección reordenada "M": constante de atenuación α , constante de rotación de fase β
- DIAGRAMA 16.- Hemisección terminal, terminada en resistencia R-K: componentes real e imaginaria de la impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 17.- Filtro compuesto terminado en resistencia R-K: impedancia de entrada.
- DIAGRAMA 18.- Filtro compuesto con resistencia terminal R-K: constante de atenuación de corriente
- DIAGRAMA 19.- Filtro compuesto con resistencia terminal R-K: razón de tensión y pérdida de potencia.
- DIAGRAMA 20.- Filtro compuesto con resistencia terminal R-K: constante de retardo de fase de corriente.
- DIAGRAMA 21.- Filtro compuesto: impedancia de entrada pre-

INDICE DE DIAGRAMAS (Continuación)

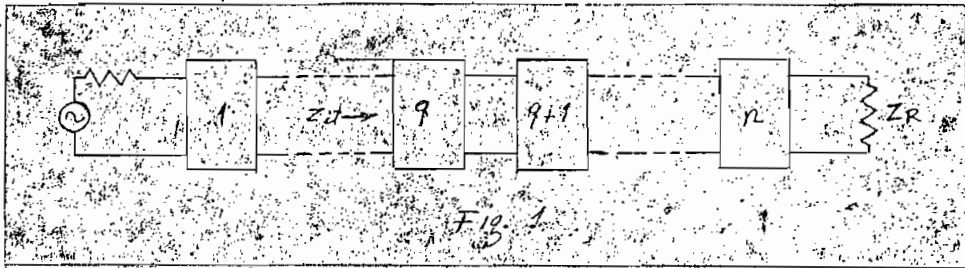
sentada por sección derivada "K" en cascada con la hemisección terminal.

DIAGRAMA 22.- Filtro compuesto; impedancia de entrada presentada por las secciones en cascada, prototipo K, derivada "K" y hemisección terminal.

P A R T E "A"

DEFINICIONES Y PARAMETROS EN REDES EN ESCALERA.

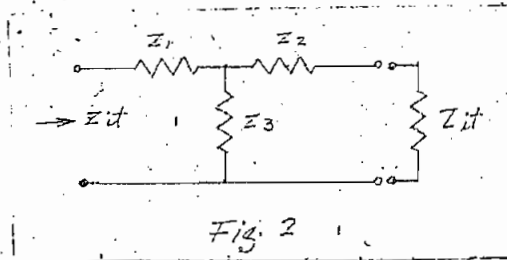
1.- IMPEDANCIAS ITERATIVA, IMAGENES Y CARACTERISTICA.



Suponemos una red formada por un número infinito de secciones idénticas (Fig. 1) conectadas entre un generador y la carga. La impedancia de entrada que se presenta mirando hacia el interior de la sección número "q", es la misma que se tiene mirando hacia el interior de la sección "q+1". Esta impedancia presentada por la sección "q+1", constituye la impedancia de carga de la sección "q", teniéndose igual valor de impedancia de entrada y de carga para esta última sección. Generalizando, igual condición se presenta para cualquier sección interior de la red iterativa. El valor de esa impedancia se denomina impedancia iterativa. Igual efecto se tiene si un número finito de secciones idénticas terminan en una impedancia de valor igual al de la impedancia iterativa, es decir es equivalente a prolongar indefinidamente la red.

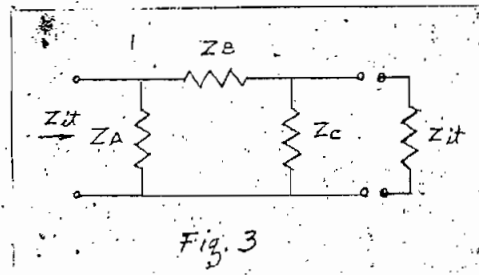
Los siguientes análisis se particularizan a estructuras T y "pi", ya que se usan ordinariamente y más tarde tendrán aplicación en la teoría de filtros eléctricos.

Según ASA, "La impedancia iterativa de un transductor es la impedancia que, conectada a un par de terminales, produce una impedancia igual en el otro par de terminales".



Según la notación de la figura 2, la impedancia iterativa de la sección T asimétrica, tiene el siguiente valor:

$$Z_{it} = \frac{Z_1 - Z_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(Z_1 + Z_2)^2}{4} + (Z_1 + Z_2)Z_3} \quad (1)$$



Aplicando el principio de la dualidad asimétrica, la sección II de la figura 3 presenta el siguiente valor de admitancia iterativa:

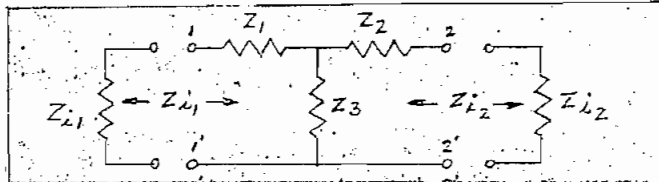
$$Y_{it} = \frac{Y_A - Y_C}{2} \pm \sqrt{\frac{(Y_A + Y_C)^2}{4} + (Y_A + Y_C)Y_B} \quad (2)$$

Al tratarse de unas secciones simétricas, es decir en las que $Z_1 = Z_2$ y $Z_a = Z_c$, se tienen los siguientes valores para la impedancia iterativa y admitancia iterativa de las secciones T y "pi" respectivamente.

$$Z_{it} = \sqrt{Z_1^2 + 2Z_1Z_3} \quad (3) \quad Y_{it} = \sqrt{Y_A^2 + 2Y_A Y_B} \quad (4)$$

En las estructuras asimétricas de dos pares de terminales se considera además las denominadas impedancias imágenes. En el texto "Líneas de Transmisión y Filtros Eléctricos" Por John J. Karakash, se encuentra la siguiente explicación que define clara-

mente las impedancias imágenes: "Para determinar los dos parámetros imagen Z_{i1} y Z_{i2} de una T asimétrica considérese la figura adjunta. Se definirá Z_{i1} como la impedancia de entrada en los terminales 11' cuando los terminales 22' están cerrados con la impedancia Z_{i2} , siendo ésta la impedancia que se ve desde los terminales 22' al mirar hacia el interior de la red estando cerrados los terminales 11' por una impedancia Z_{i1} ".



Los valores obtenidos son:

$$Z_{i1} = \frac{(Z_1 + Z_3)(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3)}{(Z_2 + Z_3)} \quad (5)$$

$$Z_{i2} = \frac{(Z_2 + Z_3)(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3)}{(Z_1 + Z_3)} \quad (6)$$

Por otro lado se ha deducido que esas impedancias imágenes se relacionan también con los valores de impedancias medidos en circuito abierto y cortocircuito, de acuerdo a las siguientes fórmulas;

$$Z_{i1} = \sqrt{Z_{o1} \cdot Z_{s1}} \quad (7)$$

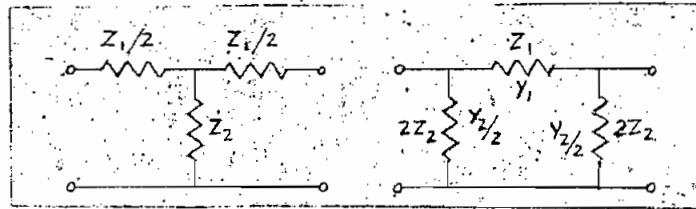
$$Z_{i2} = \sqrt{Z_{o2} \cdot Z_{s2}} \quad (8)$$

siendo Z_{o1} y Z_{s1} las impedancias de entrada que se tienen sobre los terminales 11', estando los terminales 22' en circuito abierto y en cortocircuito respectivamente, y Z_{o2} y Z_{s2} las impedancias que se tienen sobre los terminales 22' estando los terminales 11' en circuito abierto y en cortocircuito respectivamente.

Si la estructura es simétrica las dos impedancias imágenes toman un mismo valor e igual al de la impedancia iterativa de la misma estructura simétrica.

La impedancia iterativa y a la vez impedancias imágenes de una estructura simétrica se denomina impedancia característica, Z_o .

Es usual la notación de las figuras 3 y 4 para las impedancias de las estructuras "T" y "pi" relacionadas (formadas a partir de la misma sección L básica.):



De acuerdo con esa nominación, las impedancias características de las dos estructuras toman la forma;

$$Z_{OT} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \quad (9)$$

$$Y_{O\pi} = \sqrt{Y_1 Y_2 + \frac{Y_1^2}{4}} \quad \text{o} \quad Z_{O\pi} = \frac{Z_1 Z_2}{\sqrt{Z_1 Z_2 + Z_1^2/4}}$$

que están relacionadas según $Z_{OT} \times Z_{O\pi} = Z_1 Z_2$ (10).

Debido a la simetría de la estructura:

$$Z_{oc} = Z_{o1} = Z_{o2} \quad \text{y} \quad Z_{sc} = Z_{s1} = Z_{s2}$$

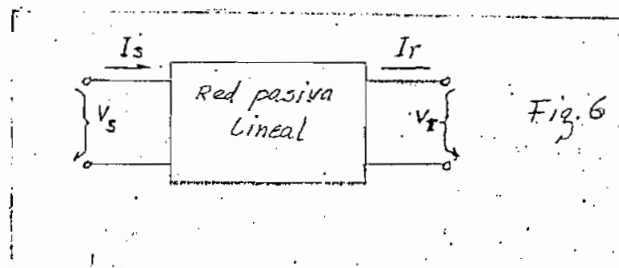
y en general:

$$Z_o = \sqrt{Z_{oc} \cdot Z_{sc}}$$

2.- PARAMETROS GENERALES DE LAS REDES DE DOS PARES DE TERMINALES.

Las secciones que forman las redes escaleras, entre ellas las secciones "T" y "pi", denominadas redes de dos pares de terminales, se caracterizan también por los denominados parámetros generales.

Tienen importancia por la generalización de sus aplicaciones.



Por medio de esos parámetros es posible escribir los valores de tensión y corriente en el par de terminales de entrada en función de los valores en el par de terminales de salida. (1)

Para la red de la figura 6, tomando en cuenta los valores y polaridades anotadas, se tienen las siguientes dos ecuaciones:

$$V_s = A V_r + B I_r \quad (11)$$

$$I_s = C V_r + D I_r \quad (12)$$

en las que A, B, C y D son los parámetros generales de la red.

Aplicando las ecuaciones de malla en la misma red, se tendrán las igualdades (13) y (14) y por las ecuaciones de nodo el par de igualdades (15) y (16).

$$I_s = Y_{11} V_s + Y_{12} V_r \quad (13)$$

$$-I_r = Y_{21} V_s + Y_{22} V_r \quad (14)$$

$$V_s = Z_{11} I_s - Z_{12} I_r \quad (15)$$

$$V_r = Z_{21} I_s - Z_{22} I_r \quad (16)$$

Y_{11} y Y_{22} son las denominadas admitancias en cortocircuito de punto impulsor y Y_{21} y Y_{12} son las admitancias en cortocircuito de transferencia.

En forma similar z_{11} y z_{22} son las impedancias en circuito abierto de punto impulsor y z_{21} y z_{12} las impedancias en circuito abierto de transferencia.

Relacionando adecuadamente las igualdades anteriores se obtiene los valores de los parámetros generales en función de las admitancias en cortocircuito y en función de las impedancias en circuito abierto.

(1) Se sigue la notación y deducción de fórmulas del texto "Circuitos en Ingeniería Eléctrica" de H. H. Skilling Ref.

$$A = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \quad (17)$$

$$B = -\frac{1}{Y_{21}} = \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} - Z_{12} \quad (18)$$

$$C = Y_{12} - \frac{Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}} = \frac{1}{Z_{21}} \quad (19)$$

$$D = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \quad (20)$$

Al tratarse de una red bilateral (se incluyen las redes pasivas ordinarias) $z_{21} = z_{12}$ y $y_{21} = y_{12}$, teniéndose $AD - BC = 1$ (21)

Si la red es simétrica $y_{22} = y_{11}$ y $z_{22} = z_{11}$, se obtiene

$$A = D.$$

A partir de las ecuaciones (11) y (12), se obtienen la impedancia de circuito abierto y la impedancia de cortocircuito en los terminales de entrada de la red, considerando $I_r = 0$ para la primera, y, $V_r = 0$ para la segunda.

$$\text{Impedancia de circuito abierto: } Z_{01} = A/C \quad (22)$$

$$\text{Impedancia de cortocircuito : } Z_{s1} = B/D \quad (23)$$

Para el cálculo de la impedancia característica, Z_0 se considera la impedancia de entrada de la red $V_s/I_s = Z_0$ y en el par de terminales de salida $V_r = I_r \times Z_0$, obteniéndose el siguiente valor:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{B}{C}} \quad (24)$$

$$\text{Fácilmente se comprueba que: } Z_0 = \sqrt{Z_{01} \cdot Z_{s1}}$$

Aplicando los parámetros generales y sus relaciones a la estructura simétrica T de la figura 4, se obtienen los siguientes valores:

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_1/2 + Z_2$$

$$Z_{12} = Z_2$$

$$A = D = 1 + \frac{1}{2} \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$B = Z_1 + \frac{Z_1^2}{4Z_2}$$

$$C = \frac{1}{Z_2}$$

$$Y \quad Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2 + Z_1^2 / 4} \quad (25)$$

3.- FUNCION DE TRANSFERENCIA DE IMAGEN

Es útil el estudio del comportamiento de una red terminada en su impedancia característica (impedancia imagen de una red simétrica) ya que en el diseño en redes de comunicaciones se trata de cumplir con esa condición, a fin de obtener la máxima transferencia de potencia, que es lo deseable en esos circuitos.

Volviendo a la red de dos pares de terminales cargada con su impedancia característica, Z_0 , considerando en la ecuación:

$$V_s = A V_r + B I_r$$

que I_r es igual a V_r / Z_0 . Se obtiene para la relación entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida la siguiente expresión:

$$\frac{V_s}{V_r} = A + \sqrt{BC} \quad (26)$$

La relación entre las corrientes de entrada y salida es de igual valor, ya que la corriente y la tensión en el par terminal de entrada, de igual manera que la corriente y tensión en el par terminal de salida, están relacionadas con Z_0 .

$$\frac{I_s}{I_r} = A + \sqrt{BC}$$

Esta expresión es válida tratándose o no de una red bilateral.

Al tratarse de una red simétrica, en que $A=D$ y por la igualdad general para redes bilaterales $AD - BC = 1$ la proporción anterior toma la forma:

$$\frac{V_s}{V_r} = \frac{I_s}{I_r} = A + \sqrt{A^2 - 1} \quad (26a)$$

que puede transformarse en exponencial al asumir por conveniencia que $\cosh \gamma = A$ dando lugar a:

$$\frac{V_s}{V_r} = \cosh \gamma + \sinh \gamma = e^\gamma \quad (27)$$

γ es denominada ya sea constante de propagación o función de transferencia de imagen.

Normalmente la relación de voltajes o de corrientes va a ser una cantidad compleja y por lo tanto lo será también γ ; así

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

La relación de corrientes puede escribirse en forma polar y obtener de ella las componentes de γ :

$$e^{\gamma} = \frac{I_s}{I_r} = |\frac{I_s}{I_r}| e^{j\phi}$$

$$e^{\alpha + j\beta} = |\frac{I_s}{I_r}| e^{j\phi}$$

$$\alpha + j\beta = \ln |\frac{I_s}{I_r}| + j\phi$$

Igualando las partes reales e imaginarias;

$$\alpha = \ln |\frac{I_s}{I_r}|$$

$$\beta = \phi = \arg. \frac{I_s}{I_r}$$

α es, por tanto, "la medida de la variación de la magnitud de corriente o tensión" entre la entrada y salida de una red de dos puertos terminada en su impedancia característica; y recibe el nombre de constante de atenuación o función de atenuación.

β es la diferencia de fase entre las corrientes o tensiones de entrada y de salida de la red terminada en su impedancia característica.

Se denomina constante de fase o función de fase.

La unidad de α es el neper que es una magnitud sin dimensión y que recuerda el uso de logaritmos naturales o neperianos.

β se mide en radianes y puede expresarse por supuesto en grados.

Si se cuenta con una cascada de secciones idénticas de dos terminales en número infinito, o en número finito terminada en

La impedancia característica de esas secciones, cada sección cumple con la condición de terminación en la impedancia característica y por tanto todas y cada una de las secciones producen la misma atenuación y el mismo retardo de fase. La red en escalamiento total, por tanto, produce una atenuación y un retardo de fase igual a la suma de los valores correspondientes producidos por las secciones parciales. Así, al contar con k secciones idénticas, la atenuación total y el retardo de fase total serán " K " y " k " y si I_0 es la corriente de entrada a la red total, e I_k la de salida,

$$\frac{I_0}{I_k} = e^{K(\alpha + j\beta)} = e^{K\gamma}$$

Se anotó ya que $\cos h\gamma = A$ y $\sinh h\gamma = \sqrt{A^2 - 1}$

de donde:

$$\tanh h\gamma = \frac{\sqrt{BC}}{A} \quad (28)$$

y por comparación con las impedancias de circuito abierto y de cortocircuito,

$$\tanh h\gamma = \sqrt{\frac{Z_{s1}}{Z_{o1}}} \quad (29)$$

relación de enorme valor que permite el cálculo de la constante de propagación y sus componentes a base de mediciones en el circuito problema.

Si $\tanh h\gamma = p + jq$ se han deducido las siguientes expresiones para α y β .

$$\alpha = \frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2p}{1+p^2+q^2} \quad (30)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2q}{1-(p^2+q^2)} \quad (31)$$

Las ecuaciones anteriores son generales para cualquier red de dos terminales conectada en condiciones de impedancia característica. Particularizando para la estructura T de la figura 4, de la que ya se conocen sus parámetros generales A, B, C y D, se tiene,

$$\cosh \gamma = 1 + Z_1 / 2 Z_2 \quad (32)$$

$$\operatorname{sech} \gamma = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2} \left(1 + \frac{Z_1}{4 Z_2}\right)} \quad (32a)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_1 + 4 Z_2}} \quad (33)$$

En la figura 5 se tiene una estructura "pi" relacionada con la T ya considerada (se forman a partir de la misma estructura L básica). En ellas, de acuerdo a las relaciones de los parámetros generales,

$$y_{11} = y_{22} = 1/2 Y_2 + Y_1$$

$$y_{12} = - Y_1$$

$$A = D = \frac{1}{2} \frac{Z_1}{Z_2} + 1$$

$$C = - \frac{1}{Z_1} + \frac{(1/2 Z_2 + 1/Z_1)^2}{1/2}$$

$$B = Z_1$$

Se observará que el parámetro A tiene un valor igual al obtenido para la estructura T relacionada, y de acuerdo a la ecuación (26a) esta sección "pi" presentará la misma constante de propagación que aquella.

Esto es fácilmente entendible al considerar que un número de secciones T en cascada dan origen a la misma red formada por igual número de secciones "pi" relacionadas, a excepción de las estructuras terminales, que, si se cuenta con un número apreciable de secciones, no van a influir sobre la atenuación y cambio de fase producida por la red total, deduciéndose que las secciones T y "pi" relacionadas presentan igual constante de propagación.

La pérdida de atenuación pueden expresarse también en función de potencias. Así, la potencia de entrada será igual a la de salida a

$$P_s = E_s \times I_s \times \cos \theta_s$$

$$P_r = E_r \times I_r \times \cos \theta_r$$

En los dos casos el factor de potencia es el mismo ya que las dos corrientes se aplican a impedancias de igual valor, la impedancia característica. La pérdida de atenuación es:

$$\begin{aligned} \text{Pérdida de atenuación} &= 10 \log \frac{P_s}{P_r} = 10 \log \left| \frac{I_s}{I_r} \right|^2 \\ &= 8,686 \alpha \quad (\text{dB}) \end{aligned}$$

estando α en nepers.

4.- CONSTANTE DE TRANSMISION.

Se considera, ahora, una red de dos pares de terminales conectada en base imagen, o sea terminada en su impedancia imagen.

Al aplicar las ecuaciones de los parámetros generales de una red, las impedancias imágenes toman la forma:

$$Z_{i1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} \quad (34)$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{DB}{AC}} \quad (35)$$

Se anotó en una página anterior el significado de Z_{o1} , Z_{o2} , Z_{s1} y Z_{s2} . Para ellos se deducen los valores:

$$Y_{o1} = \frac{A}{C} \quad Z_{o2} = -\frac{D}{C} \quad (36)$$

$$Y_{s1} = \frac{B}{D} \quad Z_{s2} = -\frac{B}{A} \quad (37)$$

Por inspección de estas igualdades y las (34) y (35), se comprueban las ecuaciones (7) y (8) antes anotadas.

Para este caso, de conexión en base imagen, se define otro parámetro denominado constante de transmisión:

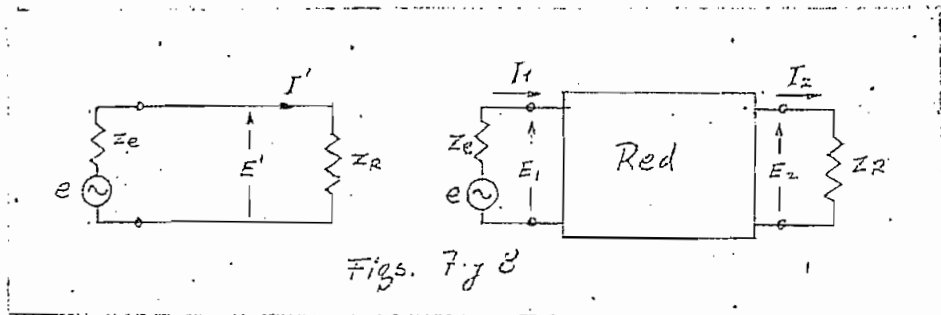
$$\theta = d_{\theta} + j\beta\theta = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1/l_1}{E_2/l_2} \quad (38)$$

que adquiere la forma:

$$\lg \theta = \sqrt{\frac{Z_{s1}}{Z_{o1}}} = \sqrt{\frac{Z_{s2}}{Z_{o2}}} = \sqrt{\frac{BC}{DA}} \quad (39)$$

5.- PERDIDAS DE INSERCIÓN Y PERDIDAS DE TRANSMISIÓN.

El caso más general en redes es que no estén conectadas en base imagen ni en base iterativa, sino en una impedancia de carga arbitraria. Para este caso se define la constante de inserción que es una función de los valores de corriente y tensión sobre la carga cuando se conecta directamente a las bases de las fuentes y de los que se obtienen cuando la carga se conecta a través de la red que produce la variación.



De acuerdo a las figuras (7) y 8 la constante de inserción tiene el valor:

$$L = \ln \frac{I'}{I_2} = \ln \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1/l_1}{E_2/l_2}$$

Se llega a deducir ecuaciones que dan el valor de L en fun-

ción de las impedancias de la red, del generador y de la carga y, admitiendo que a las dos últimas tienen un valor igual, es función de lo que se ha denominado razón de propagación de tensión y razón de propagación de corriente.

Razón de propagación de tensión:

$$\gamma_v = \alpha_v + j\beta_v = \ln \frac{E_1}{E_2}$$

siendo α_v la constante de atenuación de la tensión y β_v la constante de fase de la tensión.

Razón de propagación de la intensidad:

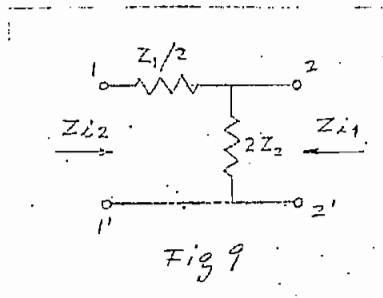
$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i = \ln \frac{I_1}{I_2}$$

siendo α_i la constante de atenuación de la intensidad y β_i la constante de fase de la intensidad.

Todavía más, se cuenta con la conocida pérdida de transmisión, conocida con el nombre simplemente de pérdida, y que indica simplemente la disminución de la potencia en la transmisión de un punto a otro de la red, expresada en decibeles.

6.- PARAMETROS Y PROPIEDADES DE LAS HEMISECCIONES.

Se ha anotado ya que las denominadas secciones T y "pi", relacionadas se formaban a partir de una estructura básica "L".



Si la estructura en L de la figura 9 se une en cascada con otra similar, por medio de sus ramas en derivación se forma una estructura T similar a la de la figura 4; si las dos estructuras

en L se unen en cascada, por medio de sus ramas en serie (rama de $Z_1/2$) se forma la estructura "pi".

Es interesante encontrar las impedancias imágenes de la estructura L con ayuda de las fórmulas 34 y 35, calculando previamente los parámetros generales de la red.

$$Z_{11} = Z_1/2 + 2Z_2$$

$$C = 1/2Z_2$$

$$Z_{22} = 2Z_2$$

$$D = 1$$

$$Z_{21} = Z_{12} = 2Z_2$$

$$Z_{i1} = \sqrt{2Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}$$

$$A = \frac{Z_1/2 + 2Z_2}{2Z_2}$$

$$Z_{i2} = \frac{Z_1Z_2}{\sqrt{2Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}}$$

$$B = Z_1/2$$

Los valores obtenidos para las impedancias imágenes son los mismos dados en las igualdades (9) y (10), que son los valores de las impedancias características de la estructura T y "pi" respectivamente formadas a partir de la sección L. Este particular es de enorme importancia ya que la hemisección en L puede servir cómodamente para transformar las magnitudes de las impedancias presentadas por una red, de acuerdo a las conveniencias de diseño como es usual en filtros eléctricos.

Para mayor claridad, lo obtenido indica que si a la hemisección se le conecta a la impedancia característica de una sección "pi" formada a partir de esa hemisección, por medio de sus terminales 22' (rama en derivación), presenta una impedancia de entrada en sus terminales 11' igual a la impedancia característica de la sección T correspondientes.

De igual forma si se conectase la impedancia característica de la sección T a los terminales 11' de la hemisección, mirando

hacia los terminales $22'$ se tiene la impedancia característica de la sección "pi".

Por medio de la ecuación (39), se calcula la constante de transmisión θ , obteniéndose:

$$\theta_h = \text{tg}^{-1} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_1 + 4Z_2}}$$

que es igual al valor encontrado en la igualdad (39).

En una red simétrica la constante de propagación γ es la misma que la de transmisión θ

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\theta}{2} = \text{tg}^{-1} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_1 + 4Z_2}}$$

La hemisección, por tanto, tiene la mitad de la constante de transmisión de la sección T o "pi" completa.

P A R T E "B"

TEORIA DE LOS FILTROS ELECTRICOS

Se definen los filtros de ondas eléctricas como las redes que permiten la transmisión libre de determinadas bandas de frecuencias, atenuando considerablemente las frecuencias exteriores a esas bandas.

El filtro ideal no producirá atenuación alguna para la banda de frecuencias de transmisión libre, presentando en cambio una atenuación infinita para las frecuencias exteriores.

Para una transmisión de calidad el filtro ideal, por otro lado no debe producir distorsión de amplitud ni distorsión de fase. Para cumplir con la primera condición, a fin de mantener la misma relación entre las magnitudes de las componentes de frecuencia de la señal, debe presentar atenuación nula en la banda de frecuencias útiles que ya se mencionó. En cuanto a la distorsión de fase (o retardo) la función de fase del filtro debe ser lineal en función de la frecuencia a fin de obtener la misma "velocidad de fase" para las componentes de frecuencia de la señal, dentro de las bandas de transmisión; esto quiere decir que las componentes de frecuencia de la señal deben sufrir un mismo retardo de fase.

Para claridad se anota:

$$\text{Velocidad de fase: } v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad \text{secciones/segundo.}$$

$$\text{Retardo de tiempo de fase: } t_p = \frac{\beta \chi}{\omega} \quad \text{segundos.}$$

en las que β es la variación de fase por sección ya definida y χ es el número de secciones.

El comportamiento del filtro real se aparta del indicado en mayor o menor escala dependiendo del desequilibrio de impedancias terminales y de las componentes resistivas de los elementos del circuito del filtro.

Se seguirá el procedimiento de diseño de filtros denominado clásico en el que se analiza el comportamiento de estructuras básicas y su utilización como secciones de filtraje.

1.- ESTUDIO DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE IMAGEN A LA FRECUENCIA.

Es necesario contar con secciones de filtraje con elementos puramente resistivos si se desea cumplir con la condición de atenuación nula en la banda de transmisión libre. En esas condiciones toda la potencia de señal entregada al filtro será transferida íntegramente a la carga conectada a sus terminales. Por esto el siguiente estudio se lo realiza considerando elementos reactivos. Si bien en la práctica no se cumple a satisfacción con lo anotado, se acerca a ello debido al alto factor de calidad de inductores y condensadores que es posible obtener.

Se considera por otro lado las secciones terminadas en su impedancia característica a fin de no tener efectos negativos producidos por la desadaptación de impedancias.

Se tratarán las secciones T y "pi" relacionadas que son las comúnmente usadas en secciones de filtraje.

La ecuación (32) de la parte anterior puede escribirse en la forma:

$$\operatorname{sen} \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$$

Se tendrá atenuación nula cuando δ sea igual únicamente a una cantidad imaginaria ($\alpha = 0$).

La ecuación (40) puede transformarse a:

$$\operatorname{sech} \frac{\delta}{2} = \operatorname{sech} \left(\frac{\alpha}{2} + j \frac{\beta}{2} \right) = \operatorname{sech} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + j \operatorname{cosh} \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \frac{\beta}{2} \quad (41)$$

$$\operatorname{sech} \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2}}$$

Ya que Z_1 y Z_2 son imaginarias puras, la relación $\epsilon_1/4\epsilon_2$ es un número real, dependiendo de que Z_1 y Z_2 sean del mismo signo o de signo contrario para ser un número positivo o negativo respectivamente.

Si $\epsilon_1/4\epsilon_2$ es un número negativo, $\sqrt{\epsilon_1/4\epsilon_2}$ es imaginario y de acuerdo a la ecuación (41),

$$\operatorname{sech} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = 0 \quad (42)$$

que tiene dos soluciones:

La primera solución de (42) da lugar al caso A.

Caso A: $\alpha = 0$

y en (41),

$$\operatorname{sen} \frac{\beta}{2} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2}} \quad \text{ó} \quad \beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2}} \quad (43)$$

Debido al rango de variación de la función seno el caso es válido para

$$-1 < \frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2} < 0$$

La segunda solución de (42) determina el caso C

Caso C:

En la igualdad (41)

$$\operatorname{cosh} \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2}} \quad \text{ó} \quad \alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{cosh} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2}} \quad (44)$$

Este caso es válido para $-\infty \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq -1$ ya que la función \cos no puede ser menor que 1.

Si, por otro lado $Z_1/4Z_2$ es un número positivo, su raíz es real y en (41) $\cosh \frac{\alpha}{2} \operatorname{sech} \frac{\beta}{2} = 0$

que se satisface únicamente para $\beta = 0$, dando lugar al caso B,

Caso B: $\beta = 0$

En (41) $\operatorname{sech} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$ ó $\alpha = 2 \operatorname{arcsech} \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$ (45)

que es válido para $0 \leq Z_1/4Z_2 \leq \infty$

Los tres casos se resumen en la tabla siguiente: (1)

Caso	$\frac{Z_1}{4Z_2}$	α	β	Carácter de Z_c	Banda
A	-1 a 0	0	$2 \operatorname{arc sen} \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$	Resistencia pura	Pasante
B	0 a $+\infty$	$2 \operatorname{arc senh} \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$	0	Reactancia pura	Detenido
C	$-\infty$ a -1	$2 \operatorname{arc cosh} \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$	$\pm \infty$	Reactancia pura	Detenido

Como se aprecia la banda de transmisión libre viene determinada por: $-1 \leq Z_1/4Z_2 \leq 0$ (46)

1) Tomada de "Ingeniería de Comunicaciones" por W.L. Everitt.

Para cualquier otro rango de variación de esa relación, se produce atenuación. Es posible la determinación de las bandas de transmisión libre de una sección de filtraje cualquiera a base del estudio de gráficos de variación de Z_1 y Z_2 .

Normalmente la relación de Z_1/EZ_2 , va a ser una cantidad compleja. Se han elaborado ábacos de distintas formas que dan los valores de las constantes de atenuación y fase en función de esa relación compleja, siendo uno de ellos el que adjunto y que va a servir luego para la determinación de esas constantes en los circuitos particulares con los que se ha experimentado. Para la utilización del ábaco mencionado es necesario poner la relación en la forma polar.

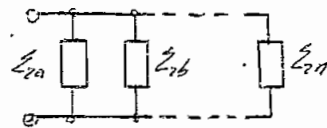
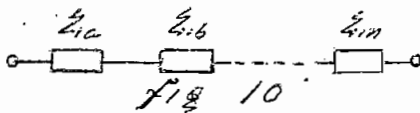
2.- FILTRO DE K CONSTANTE.

Se denomina a la sección de filtro en escalera en el que Z_1 y Z_2 son funciones inversas de la frecuencia, de tal forma que su producto permanezca constante, independiente de la misma. Se expresa

$$Z_{1K} \cdot Z_{2K} = K^2 \quad (47)$$

siendo K una constante.

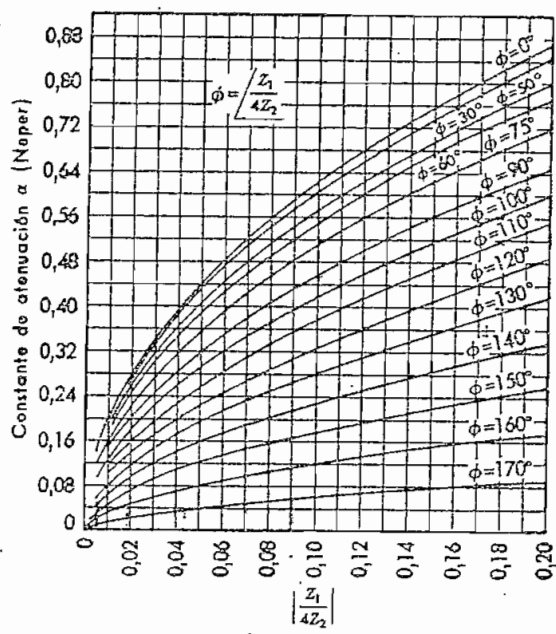
Para generalizar, si Z_1 consta de varios elementos en serie la rama inversa Z_2 deberá contar con el mismo número de elementos en paralelo. Según la nominación de los gráficos 10 y 11,

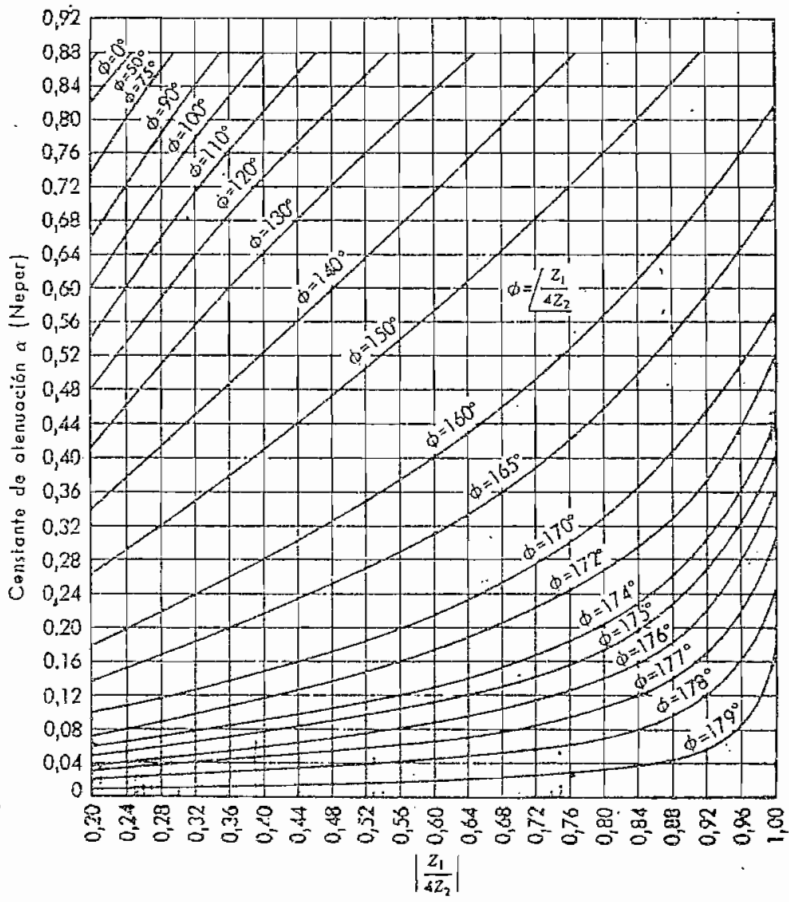


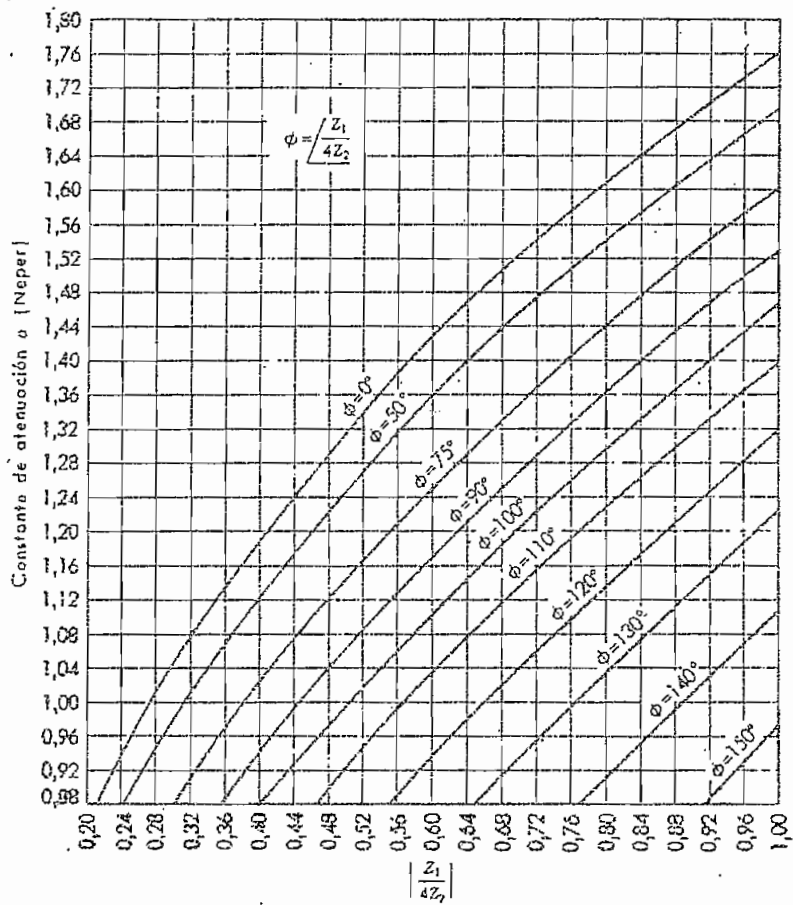
$$Z_{1K} = Z_{1a} + Z_{1b} + \dots + Z_{1n}$$

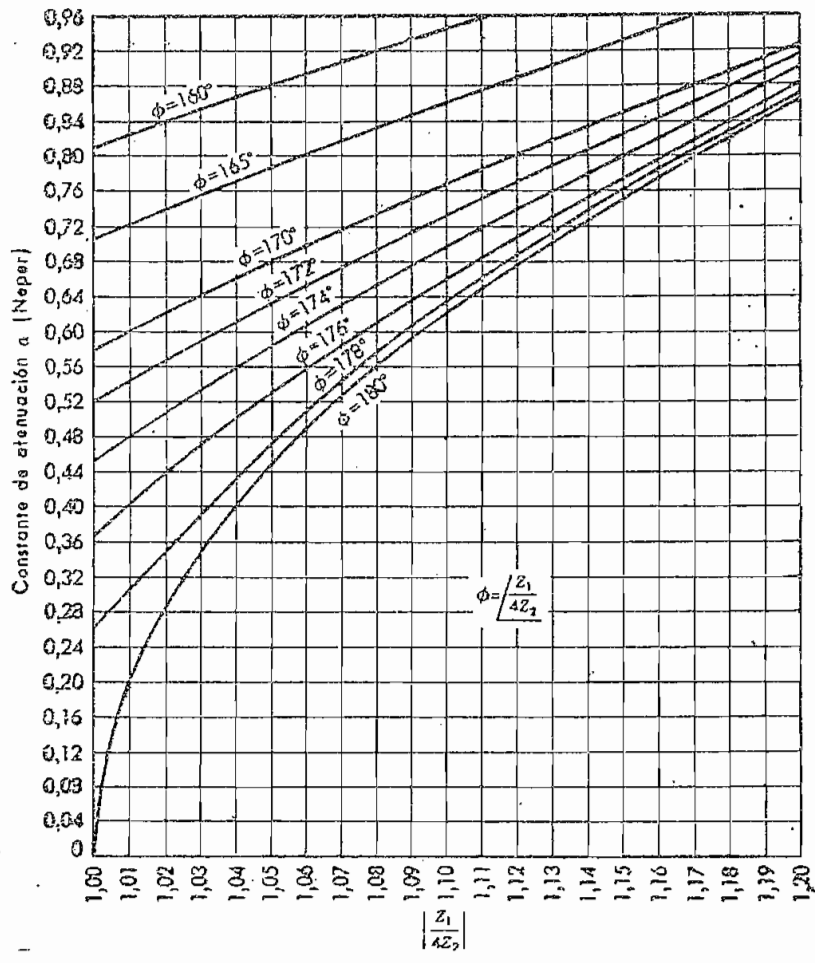
$$Z_{2K} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{2a}} + \frac{1}{Z_{2b}} + \dots + \frac{1}{Z_{2n}}}$$

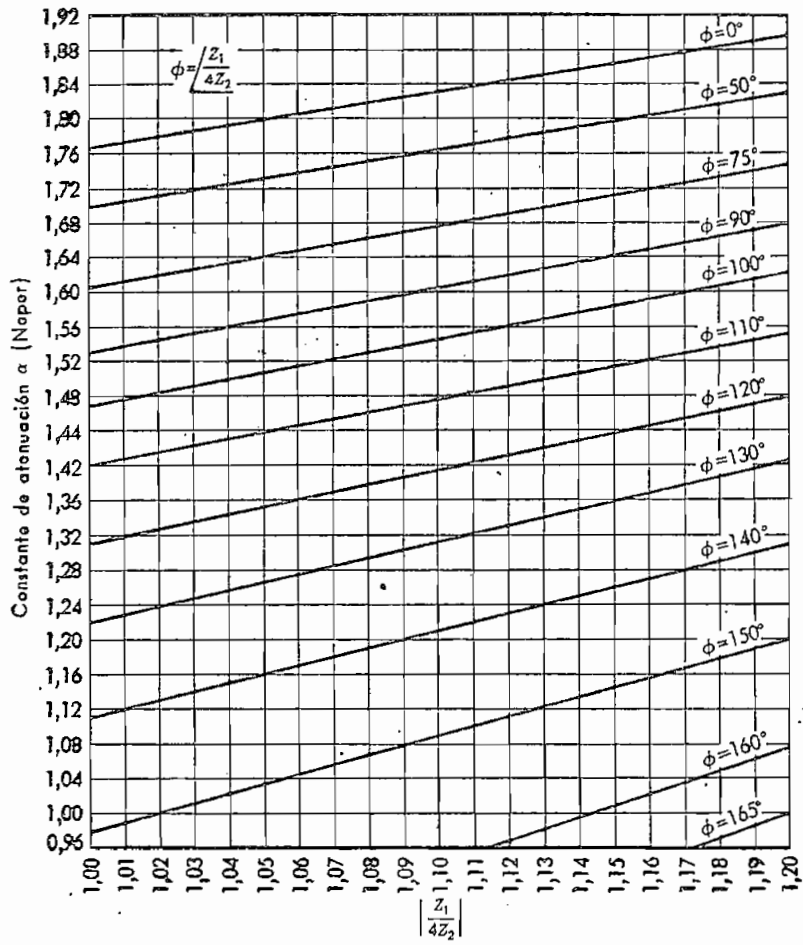
teniéndose. $Z_{1a} \cdot Z_{2a} = Z_{1b} \cdot Z_{2b} = Z_{1n} \cdot Z_{2n} = K^2$.

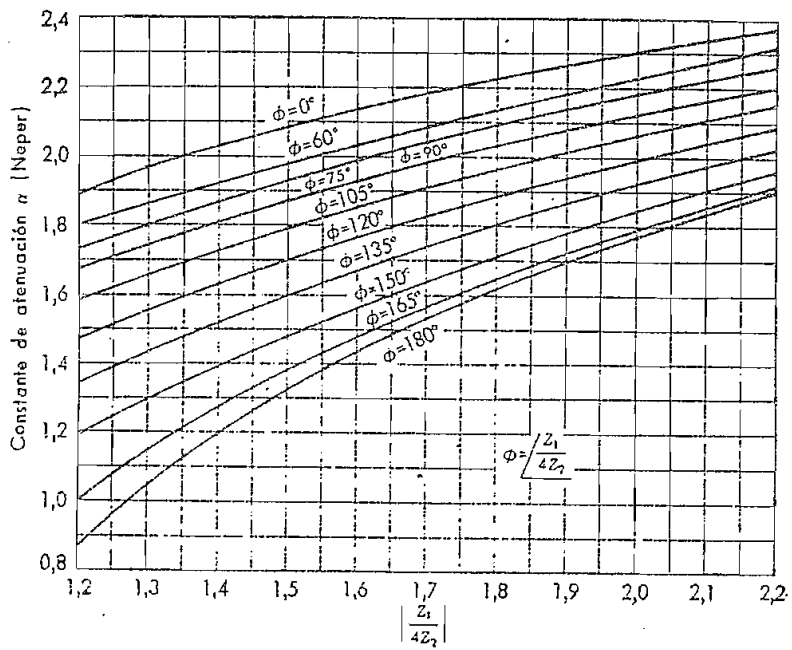


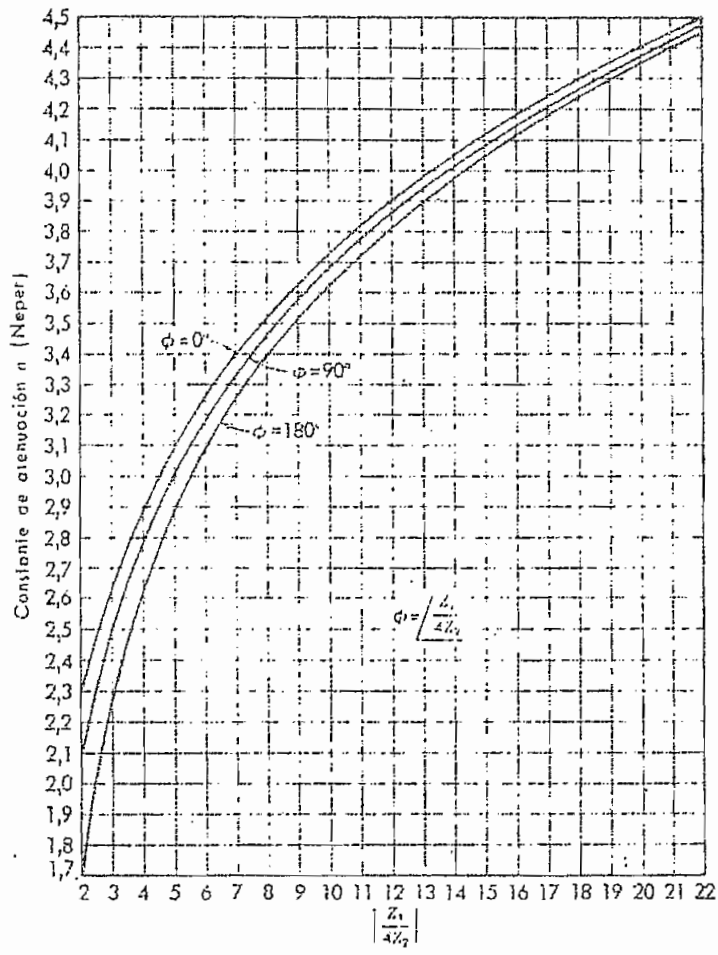




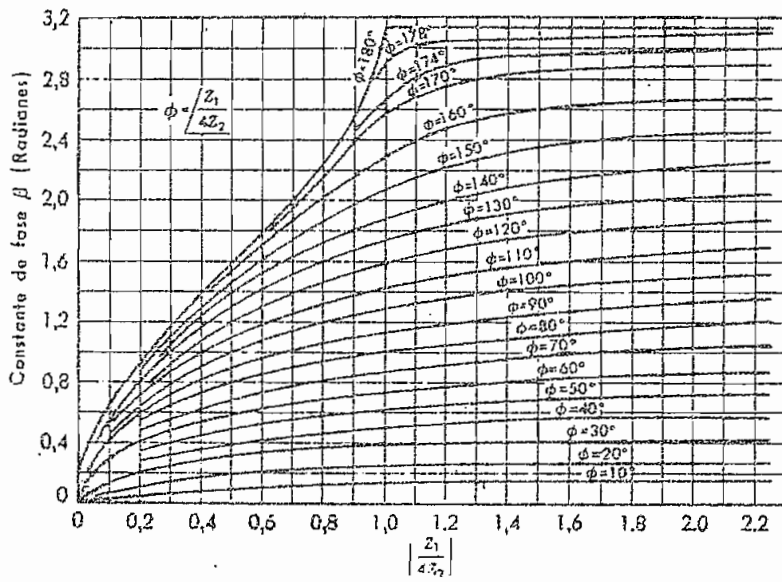




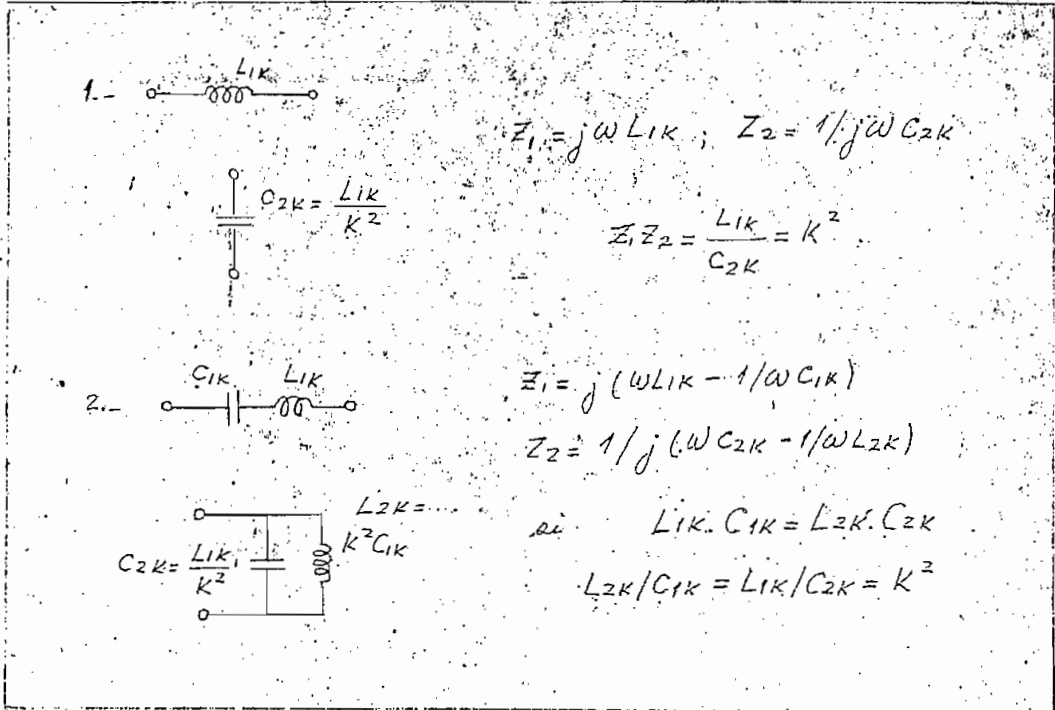




TEORÍA ELEMENTAL DE LOS FILTROS



Se anotan dos tipos de estructuras inversas, que serán útiles.



La condición (46) se transforma en

$$-1 < \frac{Z_{1K}^2}{4K^2} < 0$$

lo que indica que la transmisión libre se efectúa en las bandas de frecuencias para las que Z_1 toma valores entre $\pm 2jk$

$$-2jk < Z_{1K} < 2jk \quad (48)$$

Esta condición permite la determinación sencilla de las bandas de transmisión a partir de los gráficos de reactancia de Z_1 .

En el gráfico 12 se analizan en esta forma algunas estructuras y las bandas de transmisión libre a las que dan lugar.

Además: $\sqrt{Z_{1K}/4Z_{2K}} = \pm \frac{Z_{1K}}{2K} = \pm j \frac{K_1}{2K} = \pm jK \quad (49)$

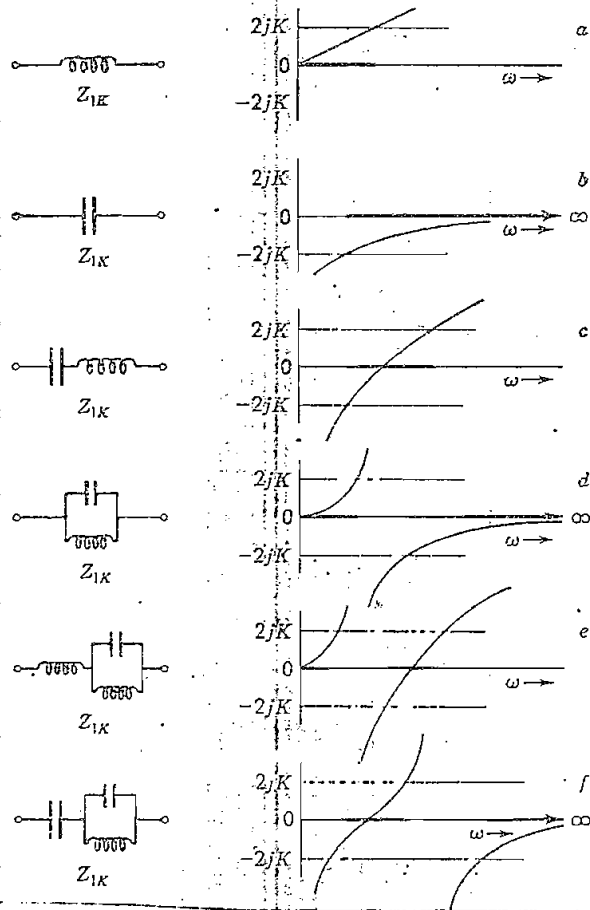
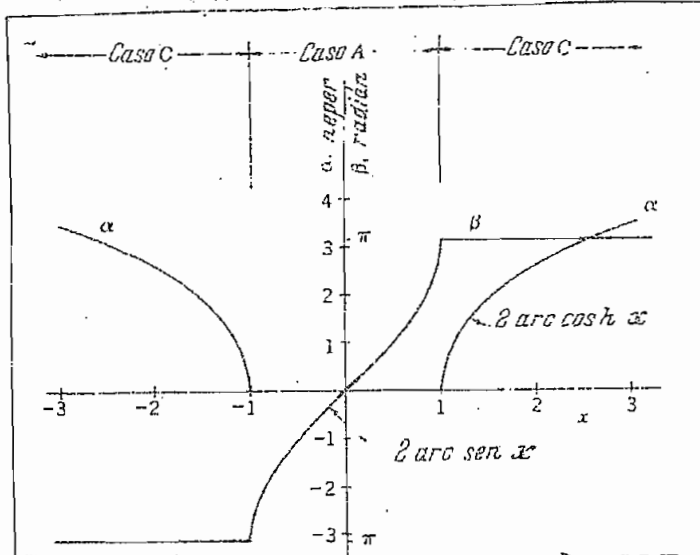


FIGURA 12

donde x es una variable auxiliar. Deberá notarse que α es imaginario, reduciéndose su campo de variación a los casos A y C mencionados. Según las igualdades obtenidas en ellos es posible dibujar las curvas universales de α y β para los filtros de K constante, figura 13 (1).



3.- CLASES DE FILTROS Y SUS ESTRUCTURAS K CONSTANTE.

Filtros Pasabajos.— Permite la transmisión libre de las señales de frecuencia, inferiores a la frecuencia de corte f_c , atenuando todas las superiores.

La estructura ZI apropiada es la de la fig. 12a, de una reactancia inductiva.

A partir de (48)

$$L_{1K} = \frac{2K}{\omega_c} \quad (50)$$

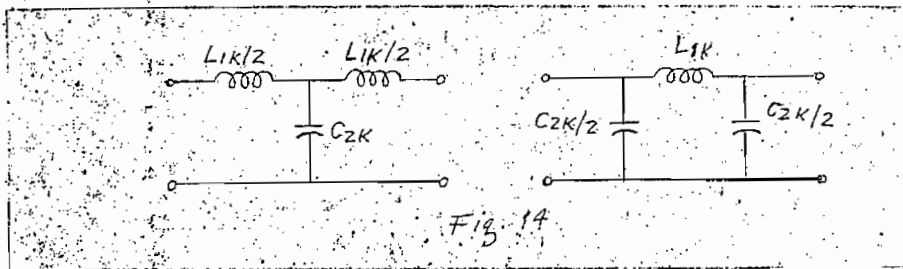
$$C_{2K} = \frac{2}{\omega_c K} \quad (51)$$

y de (49)

$$x = \frac{f}{f_c}$$

(1). Tomado de "Ingeniería de Comunicaciones" por W. L. Everitt.

que forman las estructuras de la figura 14.



De acuerdo a (48) x variará de 0 a $+\infty$ y las funciones de atenuación y fase corresponden a las que se tienen en el gráfico 13 desde el eje de ordenadas hacia la derecha.

Filtro Bascaltos. - Permite la transmisión libre de las frecuencias superiores a la de corte, atenuando todas las que se encuentren por debajo.

La rama serie es una reactancia capacitiva, (fig. 12b.)

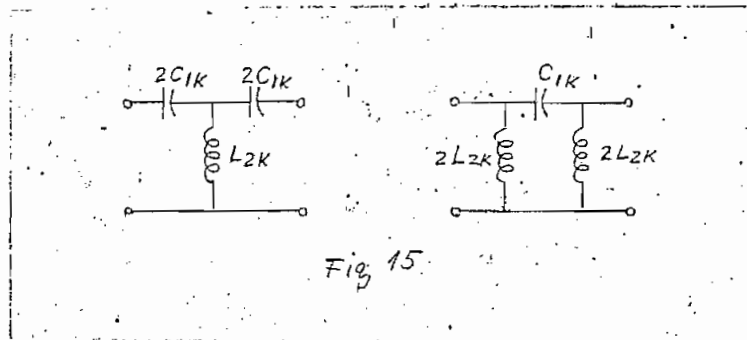
Por (48) y (49)
$$C_{12} = \frac{1}{2 \omega c K}$$

$$L_{2K} = \frac{K}{2 \omega c} \quad (52)$$

y

$$K = -fc/f$$

que forman las estructuras de la figura 15.



Las funciones de atenuación y fase corresponden a la parte del gráfico 13 en que x varía de $-\infty$ a 0.



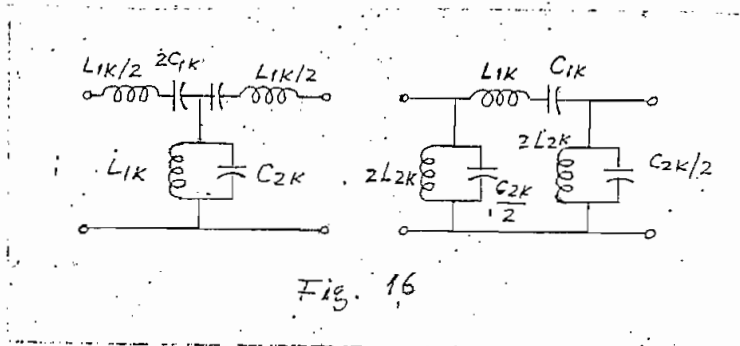
Filtro Pasabanda.— Permite la transmisión libre a las frecuencias comprendidas entre una frecuencia de corte inferior f_1 y otra superior f_2 , atenuando las frecuencias exteriores a esa banda.

Para este filtro corresponde la forma de la figura 12c.

Los valores de las reactancias de las ramas, serie y paralelo son:

$$\begin{aligned}
 L_{1K} &= \frac{2K}{\omega_2 - \omega_1} & L_{2K} &= \frac{(\omega_2 - \omega_1)K}{2\omega_1\omega_2} \\
 C_{1K} &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_1\omega_2K} & C_{2K} &= \frac{2}{(\omega_2 - \omega_1)K}
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

Se forman las estructuras de las figuras 16.



El campo de variación de α y β corresponde a todo el intervalo de $x = -\infty$ a $x = +\infty$ en la figura 13.

Filtro elimina-banda.— Atenúa únicamente las frecuencias que se encuentran entre una de corte inferior f_1 y una de corte superior f_2 .

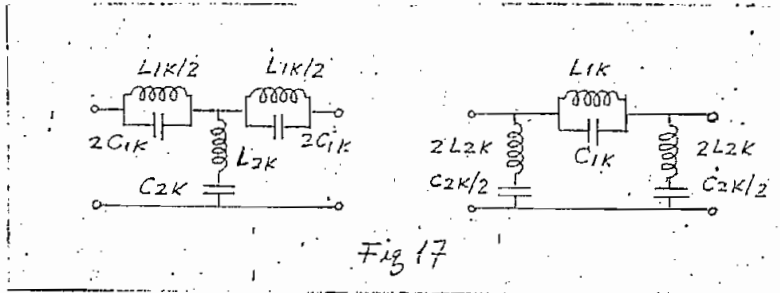
La rama serie es de la forma de la fig. 12d,

Se tienen los valores, para este filtro,

$$\begin{aligned}
 L_{1K} &= \frac{(\omega_2 - \omega_1)2K}{\omega_1\omega_2} & L_{2K} &= \frac{K}{2(\omega_2 - \omega_1)}
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

$$C_{1K} = \frac{1}{2K(\omega_2 - \omega_1)} \qquad C_{2K} = \frac{2(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1 \omega_2 K} \qquad (54)$$

que dan lugar a las estructuras de la figura 17.



IMPEDANCIA CARACTERISTICA DE LAS SECCIONES K PROTOTIPO

Para las estructuras T

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_{1K} \cdot Z_{2K} \left(1 + \frac{Z_{1K}}{2Z_{2K}}\right)} = K \sqrt{1 + \frac{Z_{1K}^2}{4K^2}} \qquad (55)$$

y para las "pi"

$$Z_{0\pi} = \frac{Z_{1K} \cdot Z_{2K}}{\sqrt{Z_{1K} \cdot Z_{2K} \left(1 + \frac{Z_{1K}}{4Z_{2K}}\right)}} = \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{Z_{1K}^2}{4K^2}}} \qquad (56)$$

por comparación

En estas dos ecuaciones se tiene:

- 1.- $Z_T = Z_\pi = K$ a las frecuencias para las que $Z_{1K} = 0$. Al valor K se le da el nombre de impedancia nominal.
- 2.- $Z_T = 1 / Z_\pi = 0$ en las frecuencias de corte, es decir cuando $Z_{1K} = \pm 2jk$.
- 3.- Z_T y Z_π son resistivas para los valores de Z_{1K} comprendidos entre $\pm 2jk$.
- 4.-

4.- Z_T y Z_π son reactivas para valores de Z que se encuentren fuera del rango $\pm 2jk$.

Las condiciones 3 y 4 expresan que la impedancia característica es resistiva únicamente en las bandas de transmisión y reactiva en las bandas de detención tomando el valor 0 a las frecuencias de corte (condición 2). Esto no es una característica exclusiva de las secciones prototipo K sino que se aplican en general a las impedancias imágenes, de redes de dos pares de terminales constituidos por elementos reactivos.

Es común terminar los filtros prototipo K en una carga resistiva de valor fijo.

4.- FILTRO DERIVADO M. (1)

El filtro K, si bien cumple con atenuación nula en la banda de transmisión libre, no cumple con la condición del filtro ideal de presentar atenuación infinita en toda la banda detenida, y al contrario es pequeña para frecuencias cercanas a la de corte.

Para obviar convenientemente el problema se ha desarrollado el filtro denominado derivado M., cuyo estudio se hace a continuación. Al conectar varias secciones en cascada es necesario que todas tengan la misma impedancia característica a fin de no tener los efectos debidos al desequilibrio de impedancias, lo que da lugar a que presenten iguales bandas de transmisión libre, ya que únicamente en ellas la impedancia característica es una resistencia pura.

(1). Se sigue el desarrollo de "Communication Networks" por E.

Guillemin y de "Ingeniería de Comunicaciones" por Everitt.

Se va a concretar el análisis a secciones T.

Suponiendo que las secciones derivadas M, se obtienen a partir de un "prototipo" de impedancia característica,

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}$$

y llamando Z_{0T}' la presentada por la sección derivada cuyos elementos serie sea Z_1' y elemento paralelo Z_2' ,

$$Z_{0T} = Z_{0T}'$$

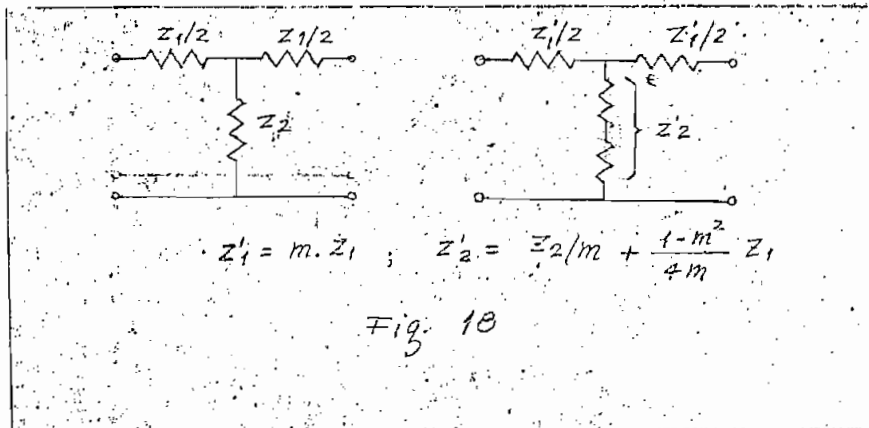
Las uniones se han relacionado de forma que,

$$Z_1' = m \cdot Z_1 \quad (57)$$

e igualando las ecuaciones de las impedancias características se obtiene:

$$Z_2' = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} Z_2 \quad (58)$$

Las configuraciones del prototipo y del derivado M, obtenido se encuentran en la figura 18.



Debe notarse que se obtendrán diferentes valores, en la estructura derivada M, de los elementos serie y paralelo,

de acuerdo a m , pero siempre presentará una misma impedancia característica. Estas secciones de ordinario se derivan de las de K constante.

A fin de que el segundo término que conforma Z_2' sean del mismo tipo que Z_1 , $1 - m^2$ debe ser siempre positivo, lo que limita a que m solamente pueda tener valores entre 0 y 1.

Por similitud con un desarrollo anterior se puede llamar

$$\sqrt{\frac{Z_1'}{4Z_2'}} = \pm j \chi_m$$

$$y \quad \chi_m^2 = -\frac{Z_1'}{4Z_2'}$$

Por (57) y (58),

$$\chi_m^2 = \frac{m^2 \chi^2}{1 - (1 - m^2) \chi^2} \quad (59)$$
$$\chi_m = \frac{m \chi}{\sqrt{1 - (1 - m^2) \chi^2}}$$

A partir de:

$$\operatorname{sech} \delta/2 = \operatorname{sech} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + j \operatorname{cosh} \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \frac{\beta}{2} = \pm j \chi_m$$

notando que χ_m de acuerdo a 59 es real para el intervalo,

$$\frac{-1}{\sqrt{1 - m^2}} \leq \chi \leq \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}$$

e imaginario para:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - m^2}} \leq |\chi| < \infty$$

Se obtienen tres casos:

Caso A: Banda pasante, $-1 \leq X \leq 1$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = 2 \operatorname{arcsen} \frac{mX}{\sqrt{1 - (1 - m^2)X^2}}$$

Caso B: Banda detenida

$$1 < |X| < 1/\sqrt{1 - m^2}$$

$$\alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{cosh} \frac{mX}{\sqrt{1 - (1 - m^2)X^2}}$$

$$\beta = \pm$$

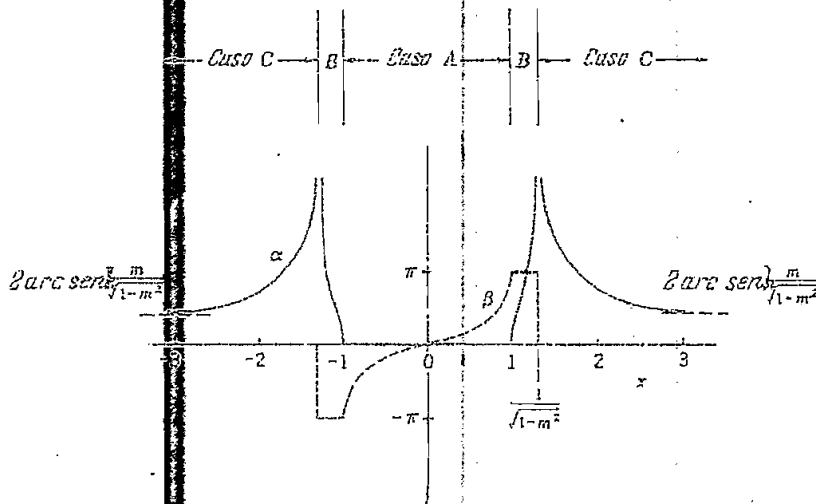
Caso C: Banda detenida

$$|X| > 1/\sqrt{1 - m^2}$$

$$\alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{sech} \frac{mX}{\sqrt{1 - (1 - m^2)X^2}}$$

$$\beta = 0$$

Estos resultados se grafican en la figura 19.



Como se aprecia se obtienen atenuaciones infinitas para las frecuencias en que

$$|K| = 1 / \sqrt{1 - m^2}$$

Por variación de m , es posible situar esa frecuencia de atenuación infinita en un punto conveniente para el diseño.

En el filtro pasabajo:

$$K = f / f_c$$

y, tomando $f = f_{\infty}$

$$\frac{f_{\infty}}{f_c} = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}$$

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_{\infty}}\right)^2}$$

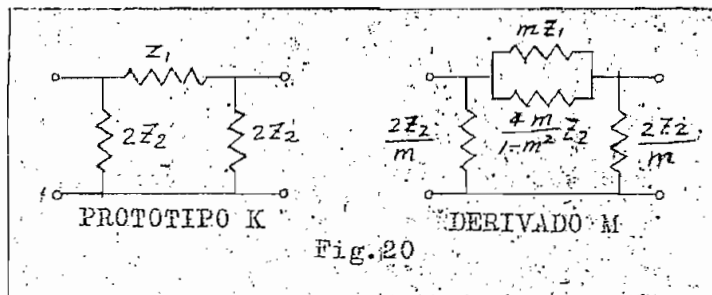
Si se considera como prototipo una sección "pi" de K constante, el derivado M , "pi" se obtiene relacionando

$$Z'_2 = Z_2 K / m$$

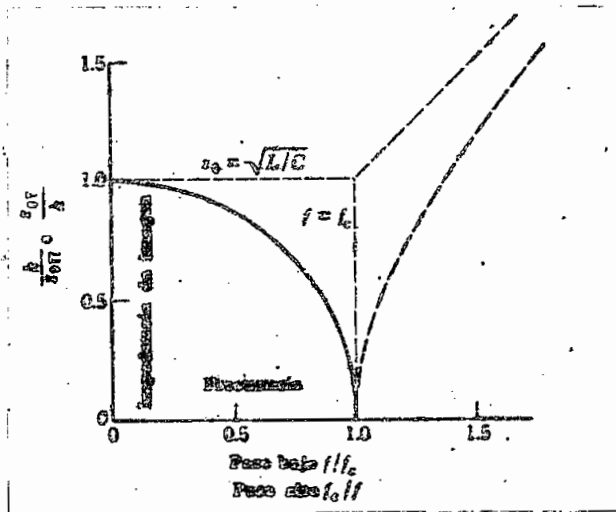
de donde

$$\frac{1}{Z'_1} = \frac{1}{m Z_1 K} + \frac{1}{Z_2 K} \frac{1 - m^2}{4m}$$

El filtro derivado M "pi", presenta las mismas funciones de atenuación y fase que el T ya analizado. Se comprueba al determinar que X_m tiene igual valor, en ambos casos en función de X .



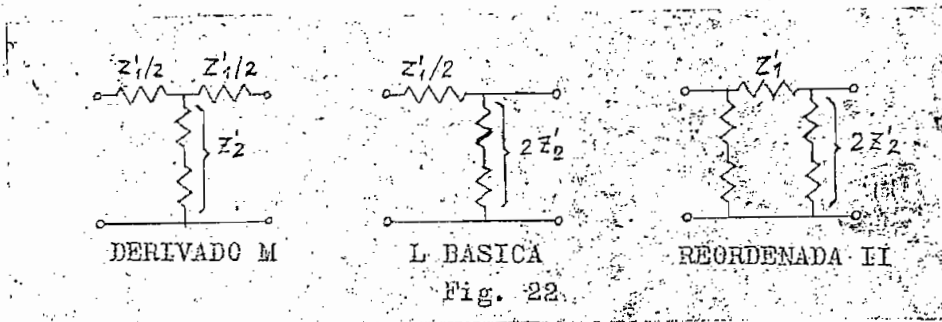
En la figura 21, se tiene una curva combinada de impedancia de imagen para un filtro pasaalto o pasabajo, sección "pi" o T, prototipo ó derivado m.



5.- SECCIONES REORDENADAS Y HEMISECCIONES TERMINALES.

La impedancia característica de las secciones de K constante y derivadas M, varían considerablemente en función de la frecuencia. En la práctica la impedancia de carga conectada a los terminales del filtro va a ser una resistencia de valor constante y por tanto el filtro trabajaría en condiciones de desadaptación de impedancias para casi toda la banda. Es útil por tanto contar con una sección de impedancia característica que sea más o menos constante a la frecuencia.

Se ha conseguido reordenando a la sección derivada M de forma T, concretándonos a esa estructura, obtener la estructura "pi" relacionada. Las estructuras derivada M, T y reordenada "pi", pueden considerarse construidas a partir de una L básica (figura 22).



La impedancia característica $Z_{0\pi}'$ presentada por la sección reordenada "pi", se obtiene a partir de

$$Z_{0\pi}' \cdot Z_{0T}' = Z_1' \cdot Z_2'$$

siendo Z_{0T}' la impedancia característica de la sección derivada \bar{M} y de su prototipo \bar{K} .

$$Z_{0\pi}' = \frac{K [1 - (1 - m^2) X^2]}{\sqrt{1 - X^2}}$$

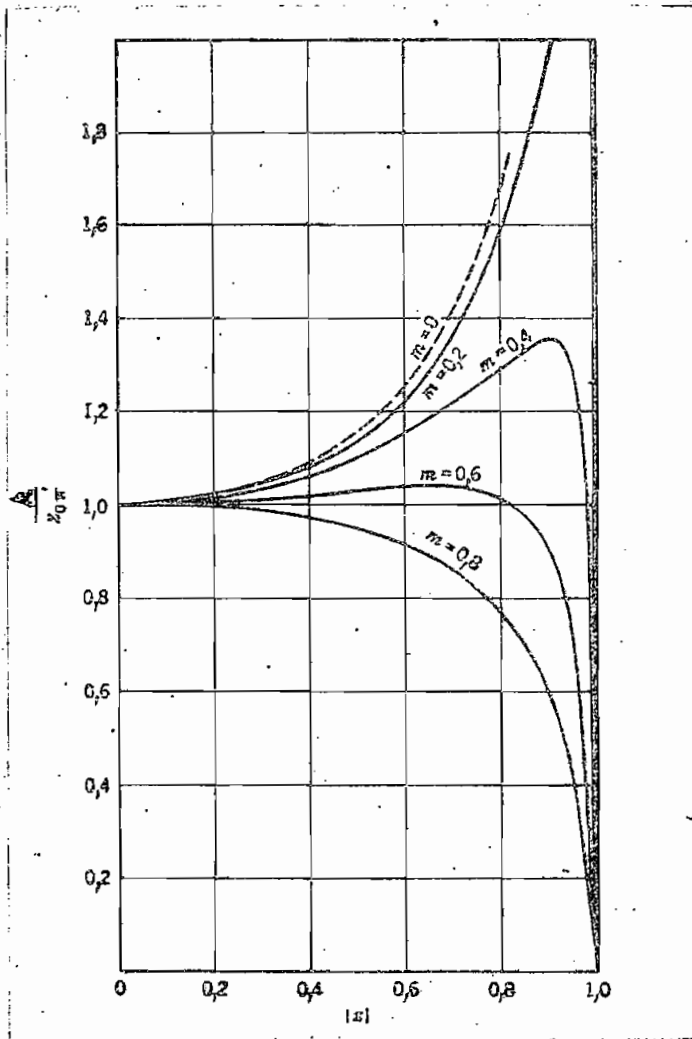
en la que X es la variable conocida dada por (49)

En la figura 23 se observa la variación de $Z_{0\pi}'$ teniendo como parámetro el valor de m . Por conveniencia el eje de ordenadas da valores de $K/Z_{0\pi}'$.

A partir de la derivada \bar{M} "pi" en igual forma se obtiene una sección reordenada \bar{T} . Su impedancia característica Z_{0T}' es la misma que la de la figura 23 pero para valores de Z_{0T}'/K .

En dicha figura se verá que $Z_{0\pi}'$ ó Z_{10T}' "queda dentro del 4% del valor de la impedancia nominal K para casi el 90% de la banda pasante, para $m = 0.6$ ".

Esta sección reordenada de $m = 0.6$ puede por tanto terminarse en una resistencia K , que es adecuada para casi toda la banda de transmisión libre.



De acuerdo a las propiedades de las hemisecciones, la sección L básica, que da origen a las secciones derivada y reordenada, se utiliza como adaptadora de impedancia conectando al principio y final del filtro en escalera, formado por secciones X constante y derivados M' , a fin de transformar la impedancia característica variable de esas secciones en una impedancia que va a variar poco, y que puede conectarse

adecuadamente a una resistencia terminal K de la carga o a la resistencia interna del generador, que podemos hacerla de valor K .

6.- FILTROS COMPUESTOS.

Para cumplir con la atenuación adecuada en las bandas de detención es necesario la conexión de varias secciones de filtraje en cascada y de iguales impedancias características, sumándose las atenuaciones parciales proporcionadas por cada sección.

Si se unen secciones todas del tipo K constante, en frecuencias cercanas a la dacrte, no se consigue una atenuación alta, a menos que sean varias las secciones. Mejor solución es usar secciones derivadas K , junto con las de K constante, pudiendo situar las frecuencias de atenuación infinita en valores que convengan.

Por otro lado, como se ha explicado, serán útiles dos hemisecciones terminales (a la entrada y terminación del filtro) con $m = 0.6$ a fin de adaptar impedancias.

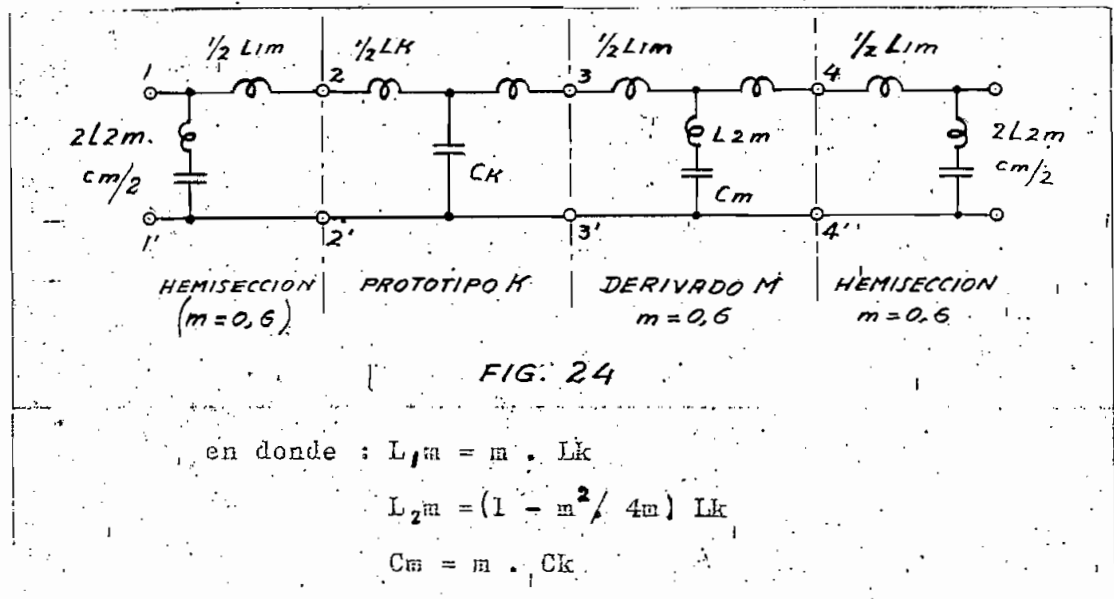
P A R T E C

PRUEBAS PRACTICAS REALIZADAS Y SUS RESULTADOS

La teoría desarrollada sobre filtros eléctricos los considera como redes formadas por elementos reactivos puros e interconectadas en base de su impedancia iterativa. En la realidad no se cumplen ninguna de las dos condiciones y los resultados obtenidos difieren un tanto de lo ideal.

Es posible, por otro lado, hacer un estudio también teórico de los resultados que se obtendrían de considerar componentes resistivas en las redes, y con sus valores desarrollar los cálculos. Me creído más útil construir un filtro, calculado a base de la teoría estudiada, y experimentar en él, ya que las inductancias y capacitores cambian de valor, aunque reducidamente, con la frecuencia; las resistencias en serie equivalentes sufren también variación; por falla de construcción no es posible conseguir valores muy correctos en las inductancias, y a pesar de hacer combinaciones de condensadores es difícil conseguir su valor exacto. Este trabajo, por tanto, sirve también como un estudio de la calidad del filtro que puede construirse sin contar con un equipo de construcción y medida adecuados, por una parte, y sin los materiales convenientes, cosa que sucede en nuestro medio. La parte de construcción del filtro, gracias al apoyo prestado, se realizó en el Laboratorio de la Empresa Nacional de Comunicaciones cuyo personal cuenta con una experiencia valiosa.

El filtro de experimentación es uno pasabajo con una frecuencia de corte de 3000 c/s, que corresponde más o menos al límite superior de la banda de frecuencia de la voz útil en comunicaciones. Consta de una sección prototipo de K constante, una sección derivada M de $m=0.6$, ambas en estructura T y dos hemisecciones terminales ($m=0.6$). La red total se tiene en la Fig. 24.



El valor de la impedancia nominal K y en la que terminará el filtro es de 530Ω , escogido para obtener valores de capacidad que se encuentran en el mercado. Los valores obtenidos para los diferentes elementos se anotan en la Fig. 25

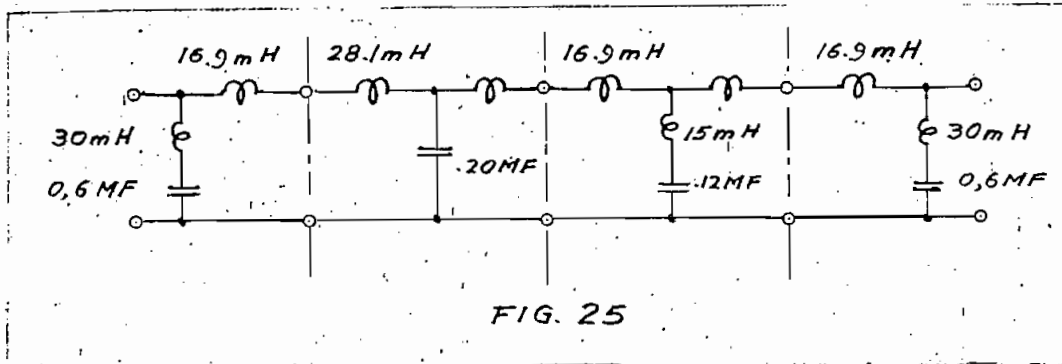


FIG. 25

Las inductancias se constuyeron a base de pruebas preliminares en los núcleos disponibles, siendo necesario, para obtener el valor correcto de inductancia, modificar ligeramente el entrehierro del núcleo. Como se notará por las curvas obtenidas de la experimentación, variaren en pequeña proporción los valores de inductancia deseados, por la manipulación.

El factor de mérito Q obtenido a 1000 c/s varía entre 11,3 y 12, habiéndose utilizado el embobinado corriente por capas.

Los condensadores usados fueron de papel, a falta de condensadores de mica, de mayor precisión y estabilidad, y se consiguió los valores deseados con ayuda de un puente de impedancias. El factor de calidad $Tg \delta$ oscila alrededor de 0,0045 para la frecuencia de 1000 c/s.

En los diagramas de curvas de comportamiento y repuestos del filtro y sus secciones, corrientemente se hacen comparaciones entre las curvas obtenidas a base de las lecturas efectuadas en la prueba y las que se obtienen por cálculo considerando los

valores de Q y $tg\delta$. Las pruebas se han desarrollado alimentando a las secciones determinadas a partir de una fuente de baja frecuencias y las mediciones de voltajes y corrientes requeridos, se efectuaron cada 200 c/s. He preferido determinar las diferencias de fase entre los distintos valores eléctricos por medio de un osciloscopio de doble trazado comparando las dos formas de ondas obtenidas. A pesar de que este procedimiento permite diferenciar valores más exactos que el que se obtiene a base del desplazamiento vertical y del desplazamiento horizontal producidas en el osciloscopio por las dos ondas a compararse, no hay plena seguridad en los ángulos ya que por las pequeñas dimensiones de las ondas en el trazado sobre la pantalla, errores de 1/2 milímetro de lectura en las longitudes de separación pueden significar algunos grados.

En las pruebas se determinan los parámetros y condiciones de funcionamiento de las diferentes secciones de filtraje, considerando primeramente, terminación en la impedancia característica y en segundo lugar, terminaciones en un valor resistivo fijo de carga lo que es ordinario en estos circuitos.

La determinación experimental de los valores de impedancia característica y funciones de atenuación y fase se realizaron a base de medidas de impedancias de circuito abierto y cortocircuito aplicando las fórmulas:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{01} \times Z_{s1}}$$

$$tg\gamma = \sqrt{Z_{s1}/Z_{01}}$$

FUNCIONES DE LA SECCION PROTOTIPO OBTENIDAS DE LAS PRUEBAS

f (g/s)	Z_{01} (K.G.)	Z_{02} (K.G.)	$Z_{01} \sqrt{Z_{01} Z_{02}}$ (K.G.)	$\operatorname{tg} \delta = \sqrt{Z_{01} / Z_{02}}$	α (Nepers)	β (Grados)
100	7,9	54,0°	0,531	0,067	0,0361	3,6°
200	4	67°	0,533	0,134	0,0278	7,4°
400	1,9	74,6°	0,566	0,208	0,0294	16,5°
600	1,19	76°	0,531	0,445	0,0456	24,4°
800	0,815	78°	0,512	0,628	0,0682	32°
1000	0,580	80°	0,484	0,837	0,0435	40,2°
1200	0,403	81,6°	0,456	1,130	0,0356	48,5°
1400	0,267	76,8°	0,450	1,690	0,0892	59,5°
1600	0,160	75,8°	0,412	2,575	0,065	69°
1800	0,085	67,5°	0,390	4,590	0,0751	79°
2000	0,0340	62,5°	0,405	12,000	0,0646	90,9°
2200	0,095	53,2°	0,378	4,000	0,102	102,8°
2400	0,157	73°	0,238	1,830	0,1420	117,9°
2600	0,224	73,1°	0,223	1,000	0,2230	135,2°
2800	0,276	74,5°	0,148	0,548	0,405	158,3°
3000	0,330	77°	0,218	0,662	0,756	169,3°

FUNCIONES DEL FILTRO PROTOTIPO K OBTENIDAS POR CALCULO

f (c/s)	Z_1 (Ω)	Z_2 (Ω)	Z_{0T} (Ω)	$Z_1/4Z_2$	α (nepers)	β (grados)
100	47,15	8000	614	0,00147	0	0
200	77,4	4000	555	0,00482	0,05	0
400	144,9	2000	531	0,0181	0,03	0,350
600	213,5	1340	524	0,0398	0,035	0,450
800	284	1000	514	0,0710	0,036	0,570
1000	354,3	800	501	0,1105	0,040	0,640
1200	424,0	667	489	0,160	0,045	0,810
1400	494	571	470	0,216	0,035	0,970
1600	564	500	451	0,283	0,047	1,140
1800	635	444	426	0,358	0,040	1,280
2000	706	400	396	0,441	0,040	1,500
2200	777	364	364	0,531	0,048	1,67
2400	847,2	333	319	0,638	0,050	1,86
2600	918	308	266	0,747	0,060	2,10
2800	988	286	196,5	0,860	0,080	2,40
3000	1060	267	90	0,990	0,200	2,93
3200	1130	250		1,130	0,715	3,03

C U A D R O 2 (Continuación)

f (c/s)	Z_1 (Ω)	Z_2 (Ω)	$Z_1/4Z_2$	α (nepers)	β (grados)
3500	1235 <u>38,5°</u>	229 <u>-89,3°</u>	1,350 <u>177,7°</u>	1,120	3,05-
4000	1410 <u>38,7°</u>	200 <u>-89,1°</u>	1,700 <u>177,8°</u>	1,580	3,07
4500	1590 <u>38,9°</u>	188 <u>-89°</u>	2,120 <u>177,9°</u>	1,840	3,09
5000	1765 <u>39°</u>	160 <u>-88,9°</u>	2,700 <u>177,9°</u>	2,180	3,10
5500	1940 <u>39,1°</u>	146 <u>-88,7°</u>	3,320 <u>177,8°</u>	2,40	
6000	2120 <u>39,2°</u>	133 <u>-88,6°</u>	3,970 <u>177,8°</u>	2,62	
7000	2470 <u>39,3°</u>	114 <u>-88,4°</u>	5,410 <u>177,7°</u>	2,97	

La obtención analítica de la impedancia característica se realizó calculando a las diferentes frecuencias las impedancias de las ramas serie y paralelo y aplicando la fórmula:

$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2 + Z_1^2 / 4}$$

Las funciones de atenuación y fase se determinan en el ábaco que se inserta en la parte A de este trabajo encontrando primeramente los valores previos de:

$$\left| \frac{Z_1}{4Z_2} \right| \quad | \phi$$

Para muestra de la labor realizada presento en el cuadro 1 y 2 el proceso seguido y los valores conseguidos.

Cuando la terminación se efectúa sobre una resistencia de valor fijo se determinaron las siguientes funciones: α_i definida como constante de atenuación de corriente y que es el logaritmo natural de la relación entre las corrientes de entrada y de salida del filtro; β_i que es la medida de la variación de fase de las ondas de corriente de entrada y de salida; el valor absoluto de la relación entre los voltajes de entrada y de salida y la pérdida de potencia, según su acepción más generalizada:

$$dB = 10 \log \frac{P_1}{P_2}$$

siendo P_1 y P_2 las potencias entregadas a la entrada del filtro y a la carga respectivamente.

En general los resultados gráficos obtenidos justifican el comportamiento previsto de los filtros a pesar de contar en el

filtro práctico con elementos disipativos. Se nota también diferencias, no mayores por supuesto, entre las curvas resultado del análisis matemático y las obtenidas de las pruebas de experimentación.

En el diagrama 1 se han grafizado curvas de variación de la impedancia característica del filtro prototipo K_2 , siendo una de ellas la característica del filtro de elementos reactivos puros y las otras dos del filtro en experimentación. Las dos últimas imitan la forma de la primera y en el caso de la obtenida de la experimentación las diferencias se deben a inexactitudes en los valores de los elementos del filtro y en ciertas lecturas realizadas.

El hecho de no contar con elementos reactivos puros en un filtro práctico da lugar a un componente imaginaria en la impedancia característica, cuya variación se observa en el diagrama 2. La parte real de ella se acerca más a la forma obtenida con esa condición.

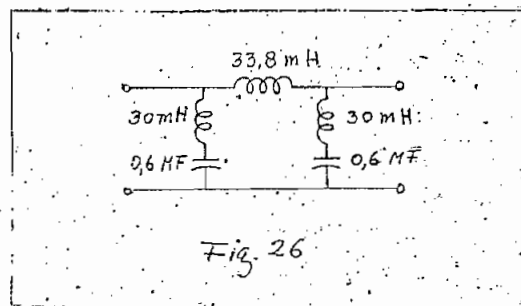
En el diagrama 9 consta la impedancia característica de la sección derivada M y sus componentes real e imaginaria. Se observará que toma una forma muy similar a la presentada por la sección K_2 , comprobándose la condición de igualdad de impedancias características de la que se parte para el diseño. Por su parte la sección derivada T reordenada " π " (Fig. 26) presenta una característica notablemente constante para la frecuencia, aunque no es una resistiva pura.

el diagrama 15.

Carrienteamente las cargas que van a conectarse a los terminales del filtro son de un valor fijo resistivo y bajo esa condición el funcionamiento va a ser diferente. Si en el caso del filtro pasabajo, la resistencia terminal se escoge de un valor cercano o igual a la impedancia nominal K , el filtro actuará satisfactoriamente para las frecuencias bajas y deficientemente a las frecuencias de la parte superior de la banda de transmisión libre. Se han realizado estudios de los valores de resistencia de carga más convenientes para las secciones K constante, encontrándose el máximo aplanamiento de la parte real de impedancias de entrada presentada por dicha sección, para un valor de la resistencia de carga igual a $0,75 K$.

Las pruebas con la sección prototipo K se realizan con dos resistencias de carga $R=K=530 \Omega$ y $R1=0,75K$.

En los diagramas 4 a 8 se comparan las curvas de respuesta con las dos resistencias de carga. En ninguno de los dos casos se consiguen características aceptables de transmisión libre como se puede apreciar en los gráficos 7 y 8. La denominada constante de atenuación de corriente es aceptable en la primera parte de la banda de transmisión libre, se mantiene en pequeños valores, pero crece rápidamente para frecuencias mayores, siendo más acentuado este efecto para la resistencia de carga $R=K$. En las curvas de variación de la relación de voltajes de entrada y de salida y de pérdidas de potencia en decibeles se aprecia igual comportamiento. La rotación de fase de corriente presenta



El filtro de K constante experimentado presenta las funciones de atenuación y fase grafizadas en el diagrama 3. Es importante notar la existencia de atenuación en la banda de transmisión que es nula en el filtro ideal. Este efecto es mucho más notable en la frecuencia de corte y las frecuencias cercanas a ella. En la banda de detención la atenuación es similar a la presentada por el filtro de elementos no disipativos.

En el diagrama 10 se han dibujado las curvas de las funciones de atenuación y fase obtenidas de la unión derivada M. En cuando a la atenuación se observa la característica distintiva que ofrece un filtro de este tipo, una frecuencia para la cual se tiene una atenuación mucho más acentuada que para el resto de frecuencias de la banda de detención.

Como se ha anotado en la parte B, el filtro derivado M de reactancias puras, presenta atenuación infinita a esa frecuencia; en el filtro práctico se tiene una atenuación alta, pero no infinita, producto de las componentes disipativos. Para $m=0,6$, con el que ha sido construida la sección, la presencia de atenuación mayor es 3750 c/s.

Características similares presenta el filtro derivado T reordenado "pi" formado por las dos hemisecciones terminales en

cierta linealidad, necesaria en la banda de transmisión libre, siendo mejor en el caso de $R=K$.

Con la sección derivada M se efectuaron pruebas únicamente con una resistencia de carga de valor K. Para la banda de transmisión igualmente que en el filtro inverso K, presenta atenuaciones indeseadas en las frecuencias cercanas a la de corte. En la banda de atenuación es notorio valores grandes para las diferentes funciones obtenidas a la frecuencia de atenuación infinita en el filtro puramente reactivo.

En el diagrama 16 se presenta un gráfico interesante y es la impedancia de entrada presentada por la hemisección terminal al conectarse a una carga de valor K. Esa impedancia tiene esencialmente la forma de la impedancia característica de la sección prototipo K, cumpliendo ventajosamente su condición de adaptadora de impedancias. La componente imaginaria de esa impedancia no es debida únicamente a la presencia de compuestos disipativos en las ramas de las secciones del filtro, sino también a la desadaptación ligera entre la impedancia característica de la sección reordenada M en estructura "pi", formada por dos hemisecciones en cascada, y el valor de la resistencia $R=K$.

Los diagramas a partir del 17 se refieren al filtro compuesto total y son valiosos para la calificación de él. La carga para todas las pruebas es igual a K (530Ω)

El filtro compuesto presenta una impedancia de entrada que varía entre límites estrechos, manteniéndose casi constante, lo que es una característica favorable y su forma de variación, co-

no es lo previsible, recuerda a la impedancia característica de la sección reordenada "pi" como se observa en el diagrama 17. En el mismo constan las componentes real e imaginaria de esa impedancia.

Al estar cargado el filtro las secciones se encuentran conectadas cercanamente a base a sus impedancias características. La hemisección terminal presenta en los terminales 44' la impedancia dibujada en el diagrama 16, muy similar a la característica de la sección derivada N. que le precede. Mirando hacia la derecha de los terminales 33' se obtiene una impedancia también similar a la característica, grafizada en el diagrama 21. Sobre los terminales 22' esta presenta una impedancia del mismo tipo, como se observa en el diagrama 22.

En esas condiciones las secciones presentarían funciones similares a α y β y las α_i y β_i del filtro compuesto total se acercarán a la suma de esos valores. Así en el diagrama 18, la curva de variación de α_i del filtro compuesto total es más o menos la suma de los valores correspondientes de α de las secciones individuales, también dibujadas. El diagrama 20 presenta las variaciones de β_i , que se aproxima también a la suma de los valores correspondientes de β . Debido a la razón anterior la curva de pérdidas, para puntos correspondientes, tiene valores en decibeles muy cercanos al valor $8,686 \alpha_i$, siendo el neper la unidad de

Las curvas de α_i y de pérdidas presentan en la banda de transmisión libre una variación inconveniente. En la última parte de ella la atenuación crece rápidamente; así para los 2400c/s en la curva de pérdidas se tiene alrededor de 3 decibeles y pa-

ra los 3000 un valor superior a los 20 dB no aceptable. Esto nos indica que el filtro no cumple a cabalidad su función en esa banda. En la banda de detención, para las frecuencias superiores de 3750 c/s el valor α_i no baja de 6 nepers y correspondientemente el de pérdidas de 48 dB, siendo una atenuación conveniente.

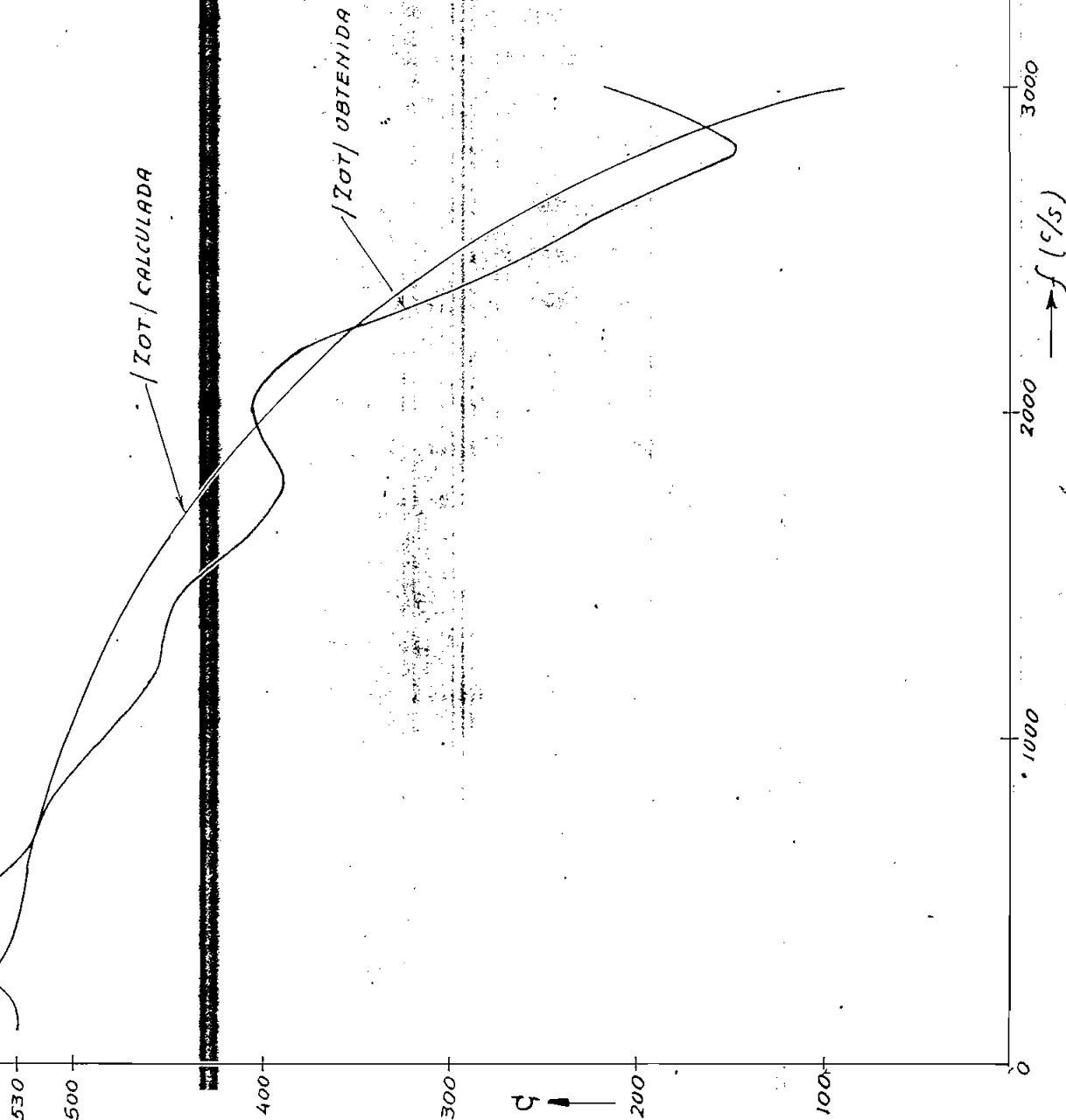
Como conclusión, en general, la presencia de componentes disipativas en los elementos de las secciones de filtraje, modifica la curva de atenuación, siendo el cambio mayor en la frecuencia de corte y en la frecuencia de atenuación infinita. En la banda de transmisión libre se tiene una atenuación que crece al acercarse a la frecuencia de corte y, en cambio que en la frecuencia de atenuación infinita para el filtro de elementos reactivos, se tiene una atenuación finita considerablemente menor.

El efecto sobre la función de fase es mucho menor y puede pasar desapercibido.

El filtro compuesto presenta una impedancia de entrada notablemente constante que facilita la conexión a una fuente de tensiones con la máxima transferencia de potencia, igualando impedancias.

La atenuación en la banda de transmisión libre le hace inadecuado para las frecuencias altas, pudiendo ser aceptable hasta para la frecuencia de 2400 c/s. La función de fase no presenta linealidad y la utilidad del filtro se reduce, siendo inadecuado para ciertas aplicaciones.

DIAGRAMA N° 1
SECCION PROTOTIPO "K"
VALOR ABSOLUTO DE IMPEDANCIA
CARACTERISTICA



SECCION PROTOTIPO N
COMPONENTES REA E IMAGINARIA DE LA IMPEDANCIA
CARACTERISTICA

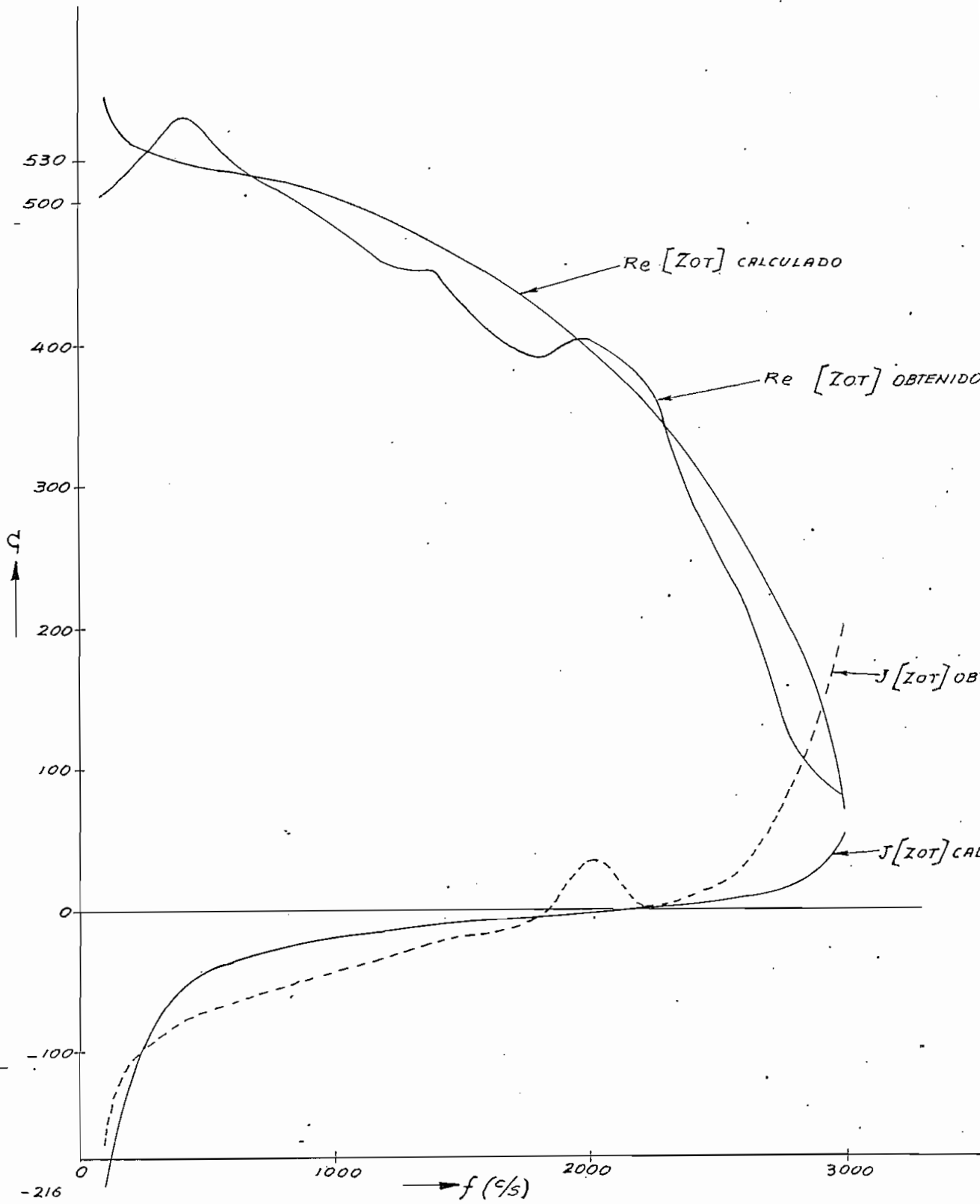


DIAGRAMA N° 3
 SECCIÓN PROTOTIPO "K"
 FUNCIONES DE ATENUACION Y
 DE FASE

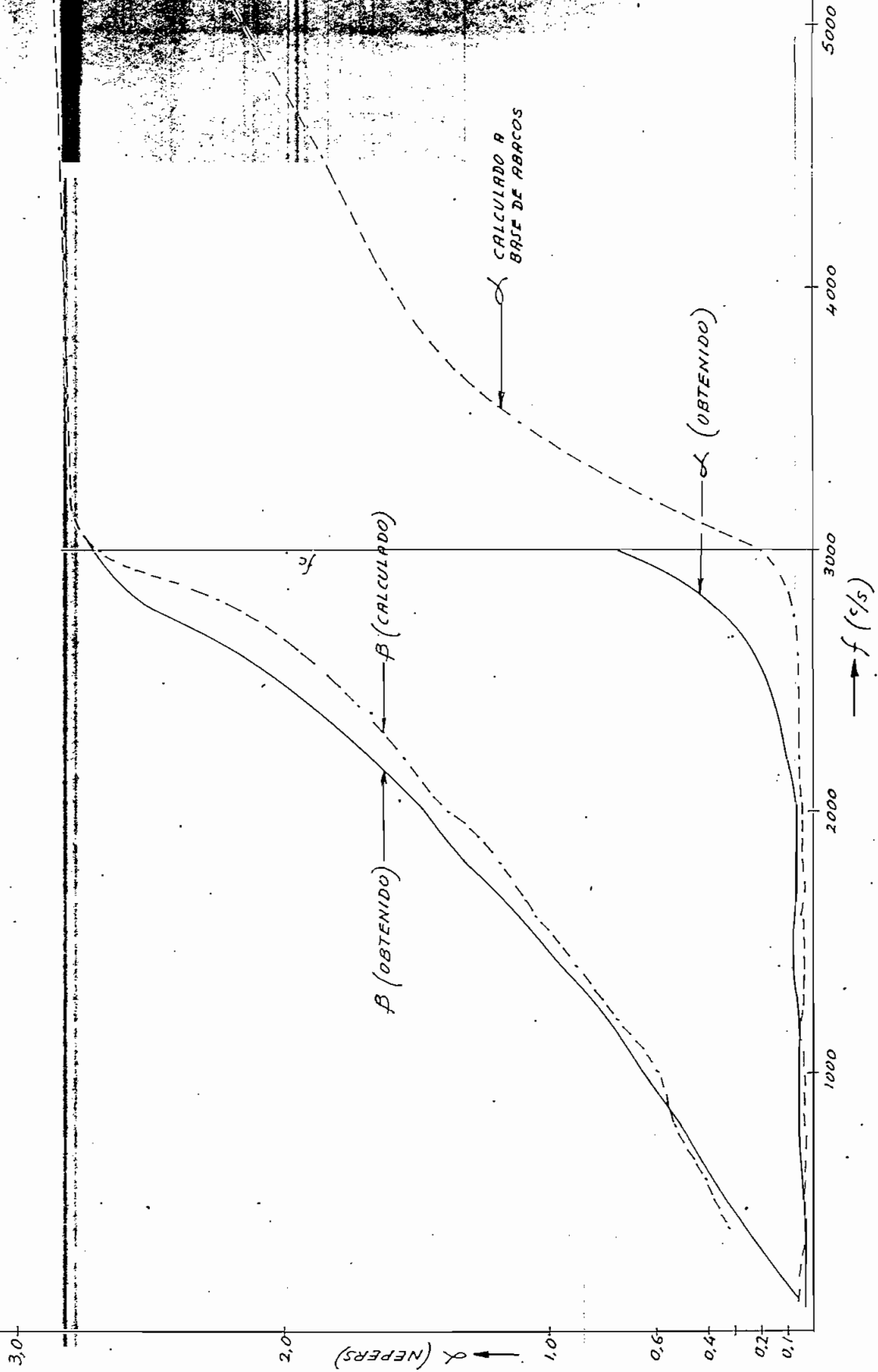


DIAGRAMA N° 4

SECCION PROTOTIPO "K"

TERMINADA EN RESISTENCIAS $R = K$ Y $R_1 = 0,75 K$.
VALOR ABSOLUTO DE LA IMPEDANCIA DE ENTRADA

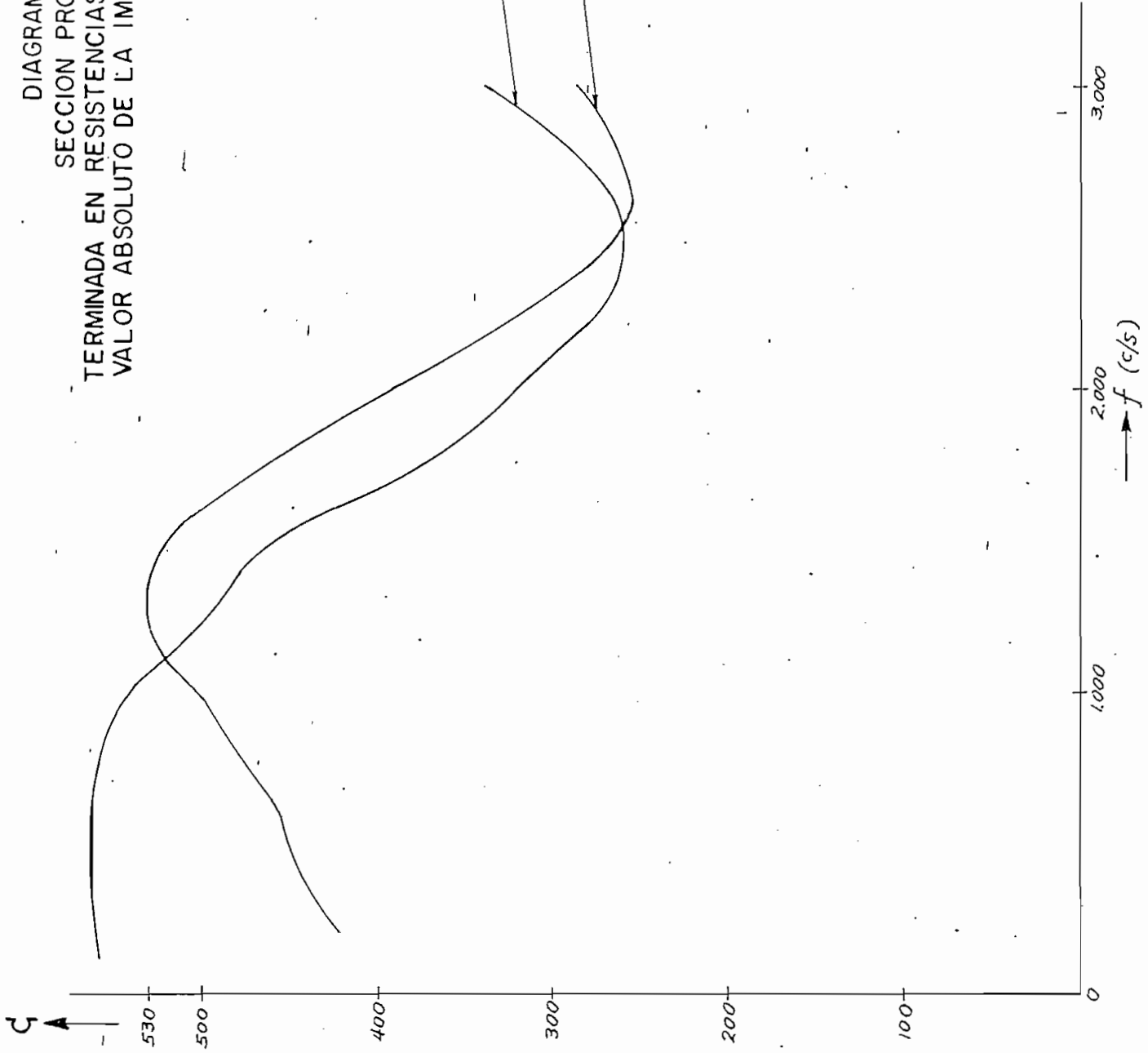


DIAGRAMA N° 5
SECCION PROTOTIPO "K"

TERMINADA EN RESISTENCIAS $R = K$ Y $R_1 = 0,75 K$.
COMPONENTE REAL DE LA IMPEDANCIA DE
ENTRADA

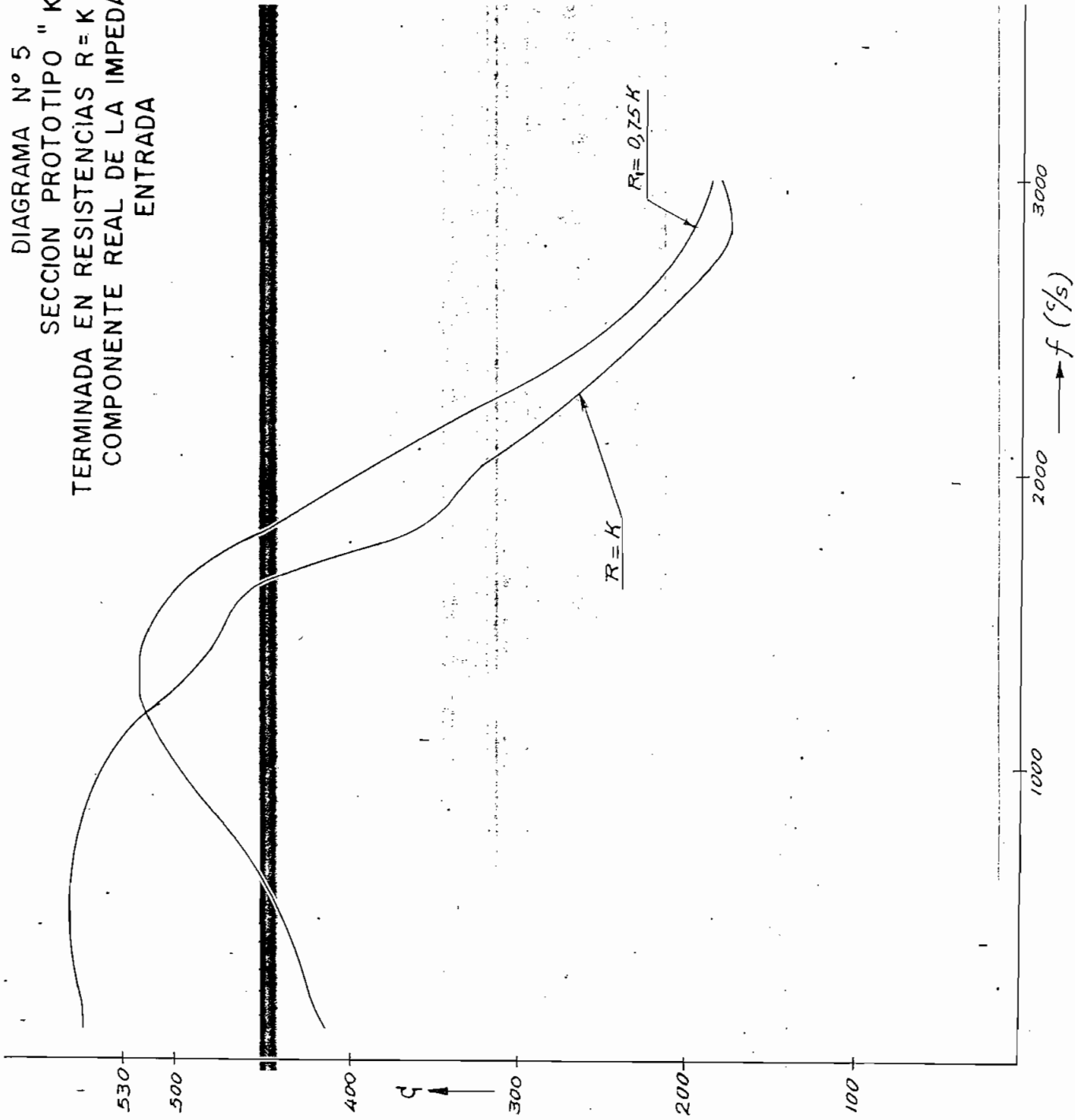


DIAGRAMA N° 6

SECCION PROTOTIPO "K"

TERMINADA EN RESISTENCIA $R=K$ Y $R_1 = 0,75 K$.
COMPONENTE IMAGINARIA DE LA IMPEDANCIA DE
ENTRADA CON RESISTENCIA TERMINAL

530

500

400

300

300

200

100

0

-50

$R = K$

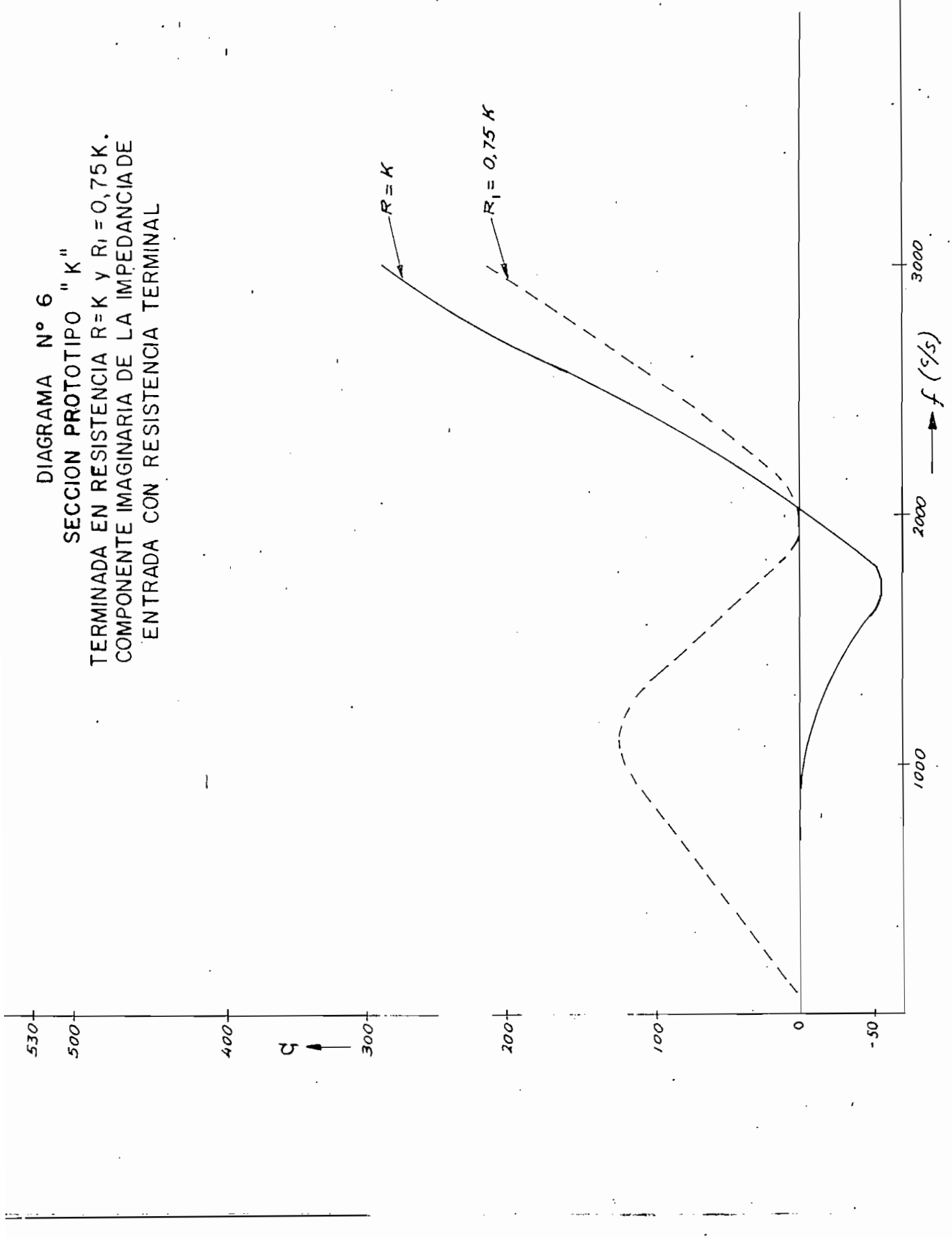
$R_1 = 0,75 K$

1000

2000

3000

f (s/s)



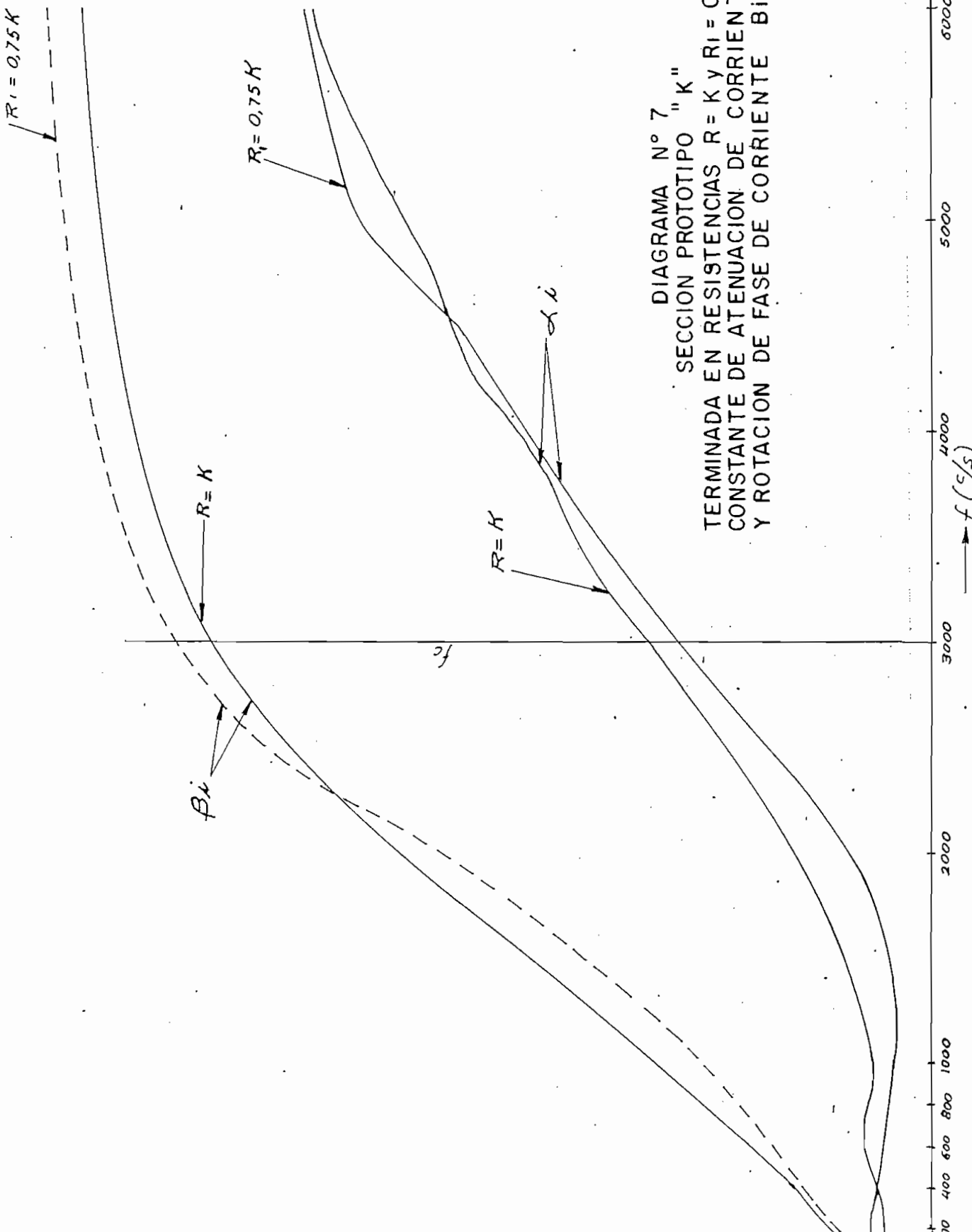


DIAGRAMA N° 7
 SECCION PROTOTIPO "K"
 TERMINADA EN RESISTENCIAS $R = K$ Y $R_1 = 0,75 K$
 CONSTANTE DE ATENUACION DE CORRIENTE α_i
 Y ROTACION DE FASE DE CORRIENTE B_i

DIAGRAMA N° 8
 SECCION PROTOTIPO "K"
 TERMINADA EN RESISTENCIAS $R=K$ Y $R=0,75K$
 RAZON DE TENSIONES Y
 PERDIDA DE POTENCIA EN DECIBELES

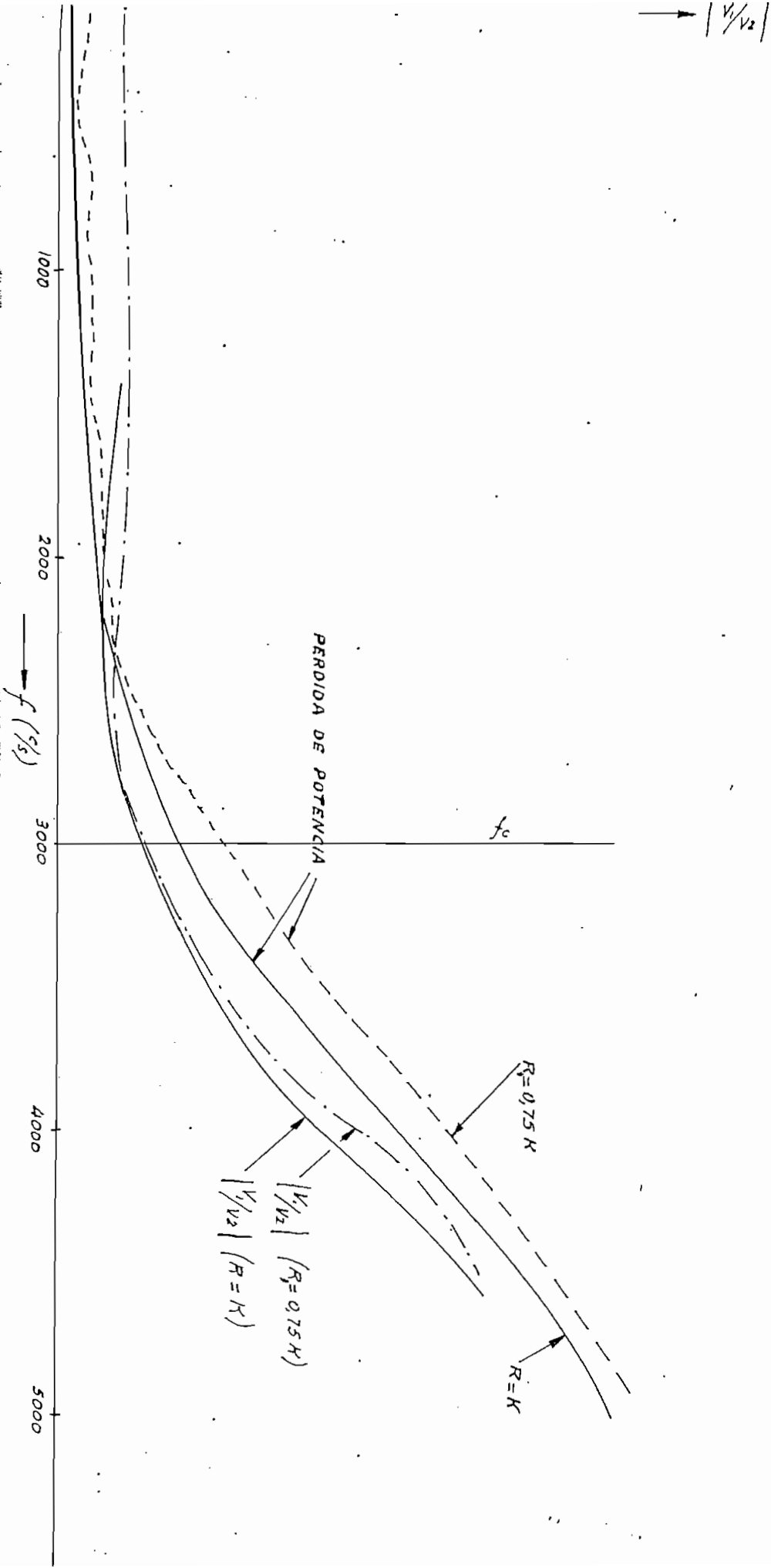


DIAGRAMA N° 9
 SECCION DERIVADA "M"
 IMPEDANCIA CARACTERISTICA: VALOR
 ABSOLUTO Y COMPONENTES REAL E
 IMAGINARIA

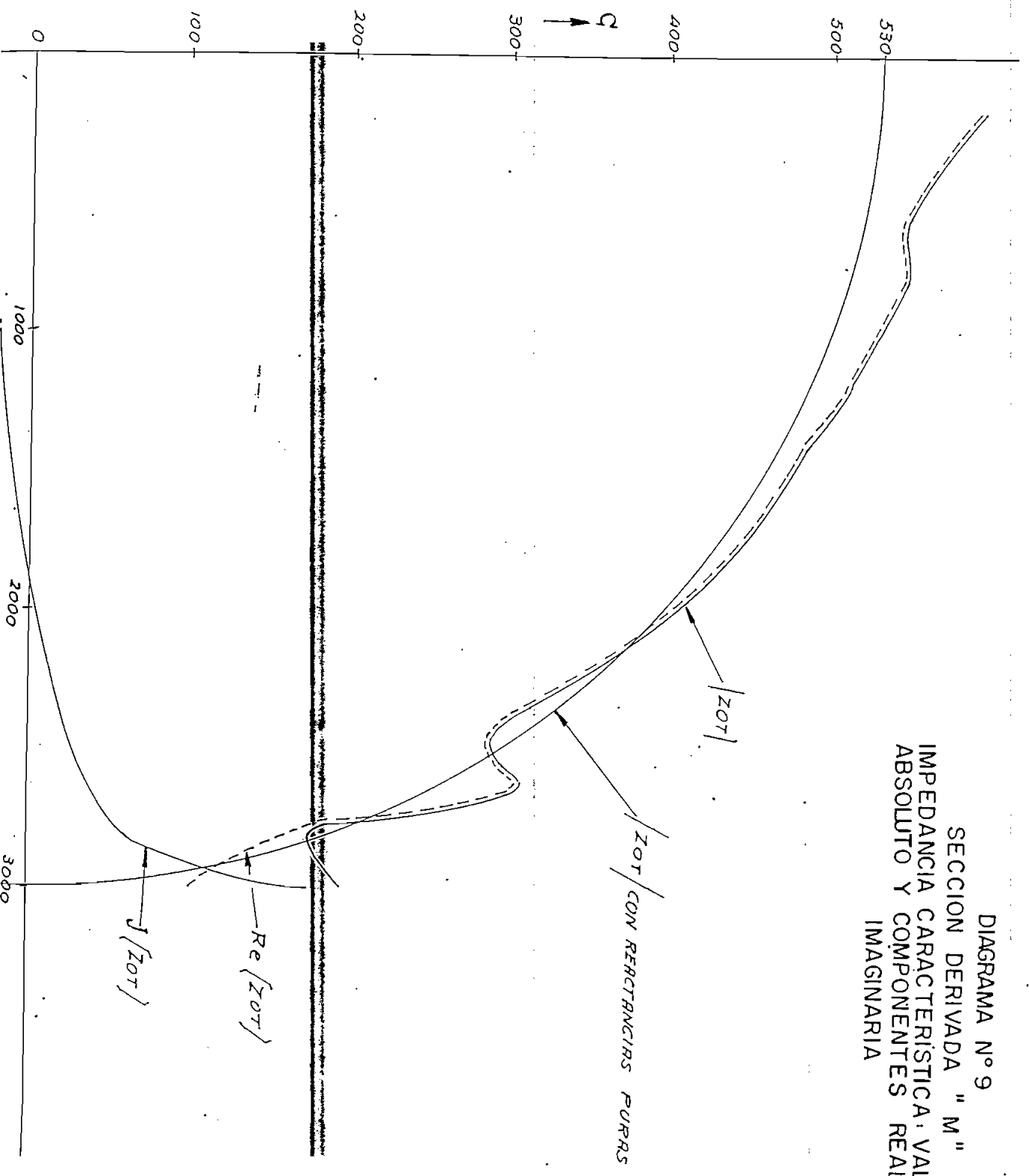


DIAGRAMA N° 10
 SECCION DERIVADA "M"
 FUNCIONES DE ATENUACION Y DE FASE

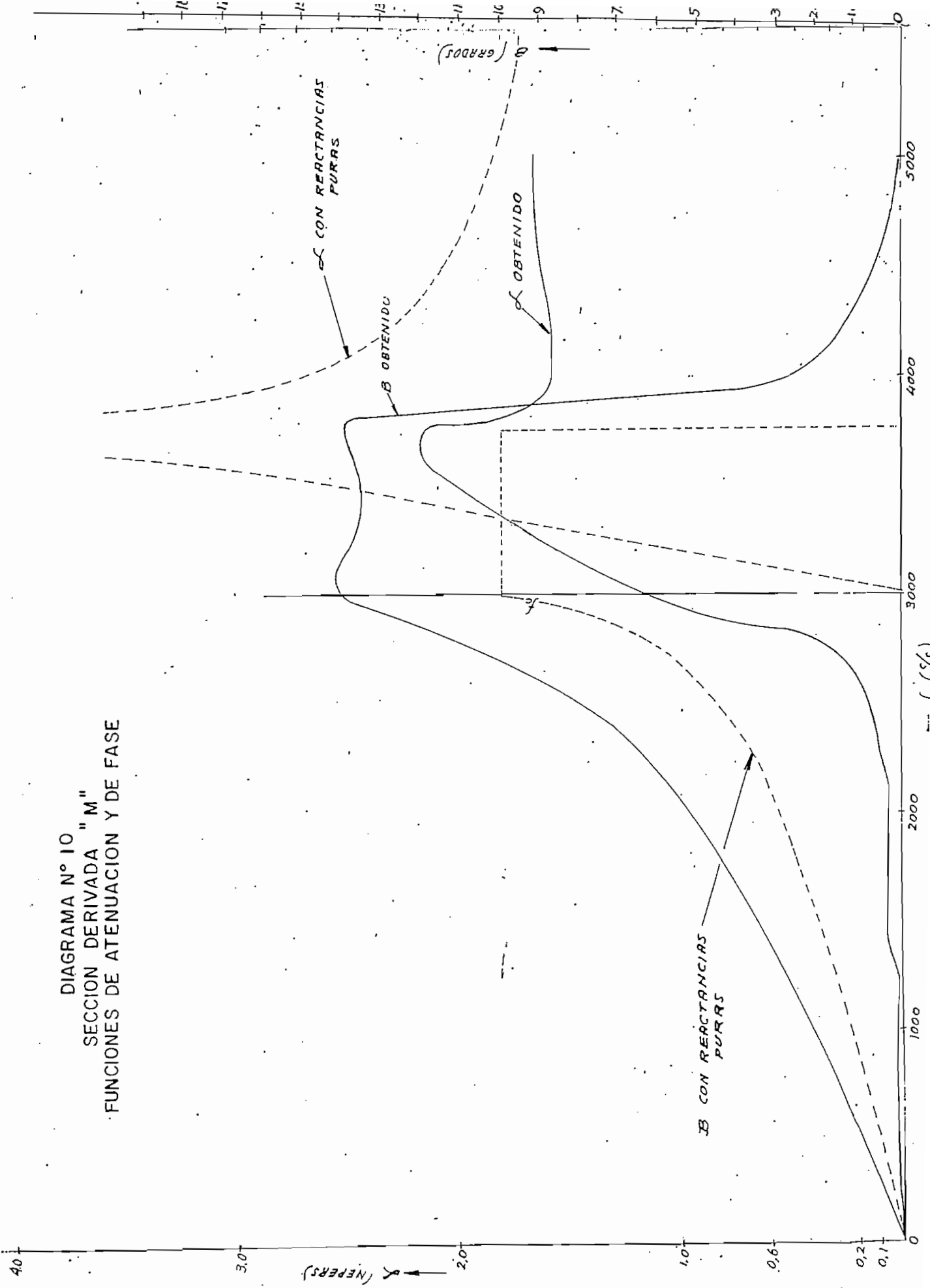


DIAGRAMA N° II
SECCION DERIVADA "M"
TERMINADA EN RESISTENCIA $R = K$
IMPEDANCIA DE ENTRADA

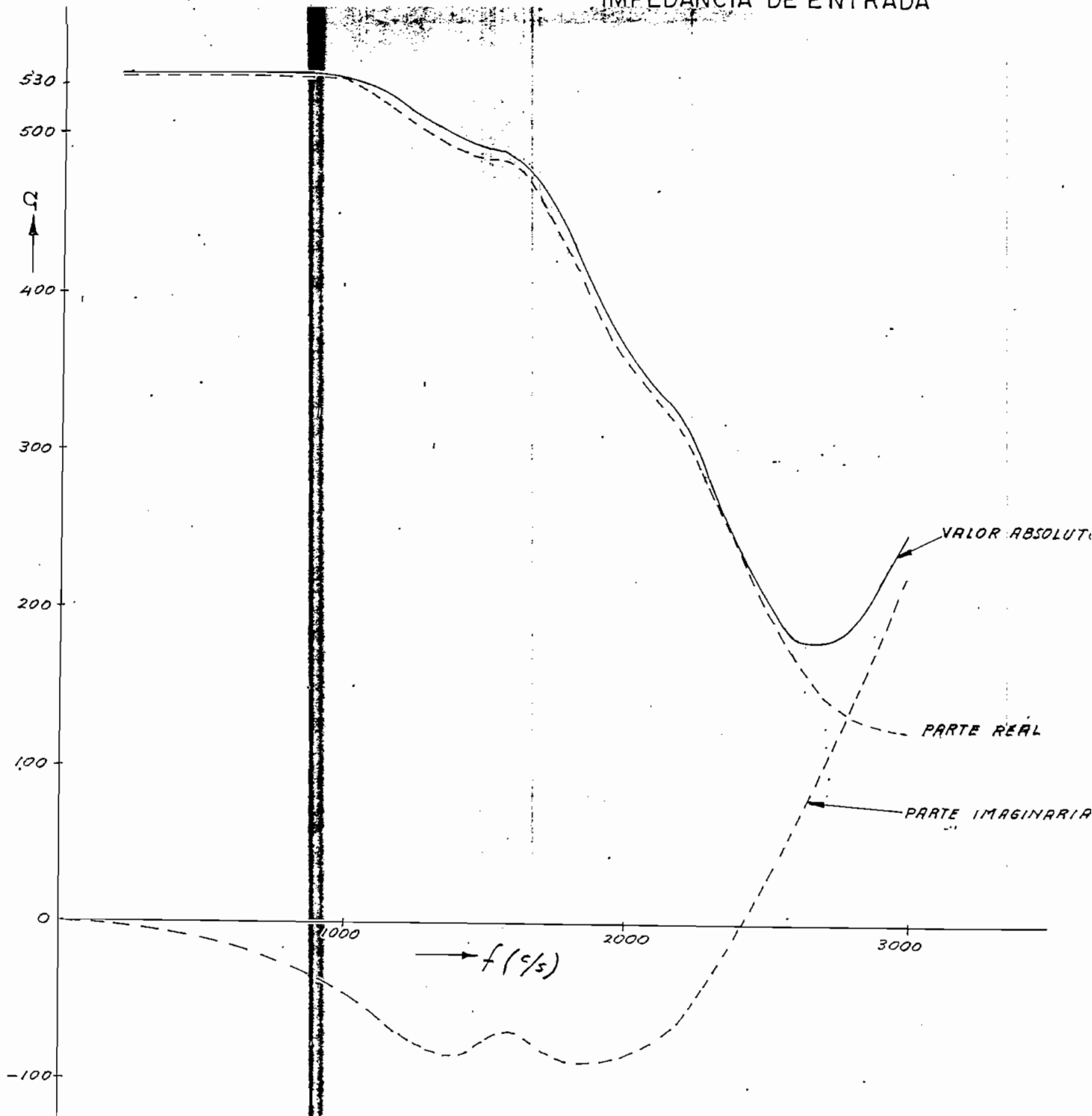


DIAGRAMA N° 12
 SECCION DERIVADA "M"
 TERMINADA EN RESISTENCIA R = K
 CONSTANTE DE ATENUACION DE CORRIENTE α
 Y ROTACION DE FASE DE CORRIENTE B_i

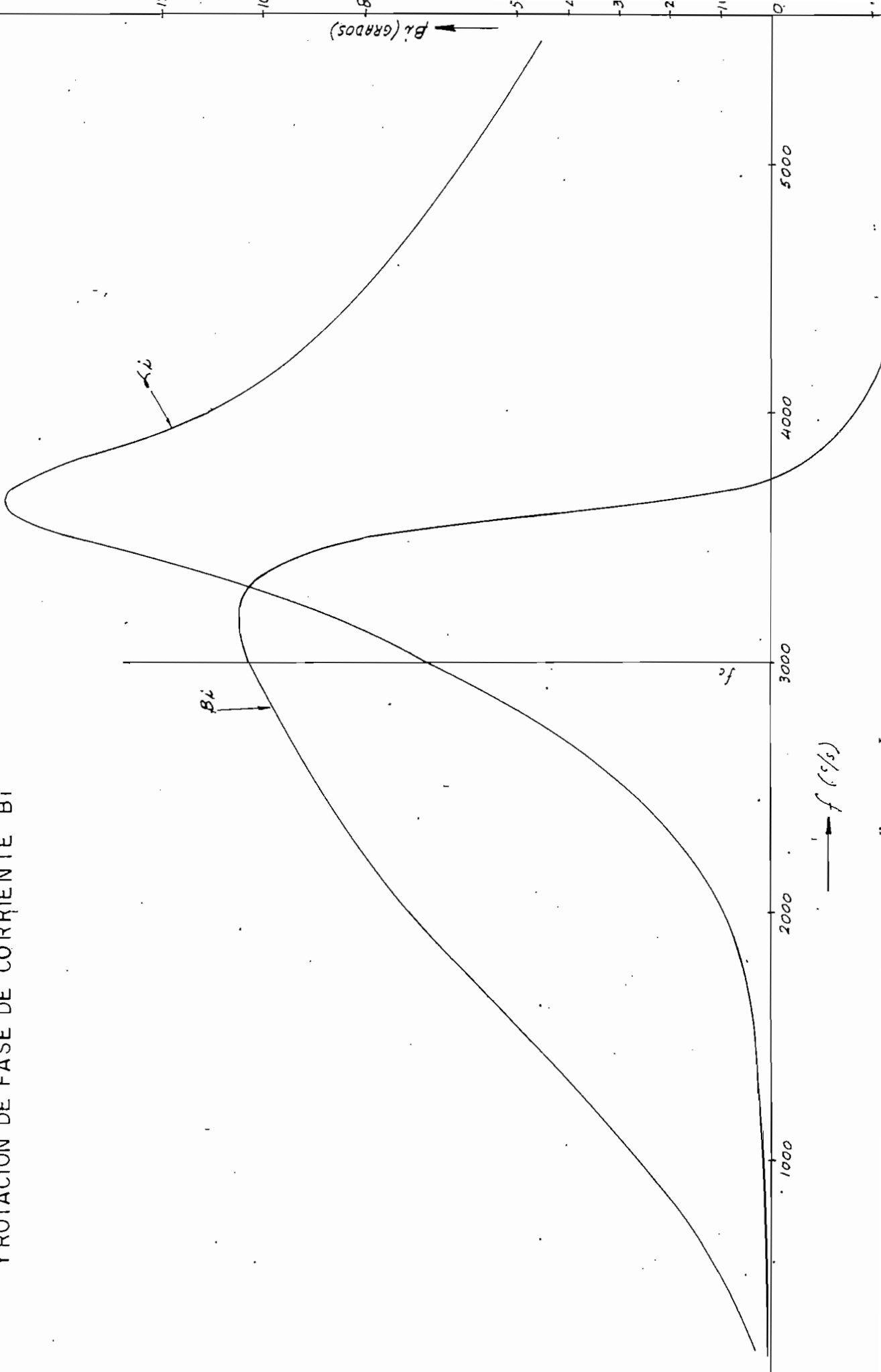


DIAGRAMA N° 13
 SECCION DERIVADA "M"
 TERMINADA CON RESISTENCIA R=K
 RAZON DE TENSIONES
 Y PERDIDA DE POTENCIA

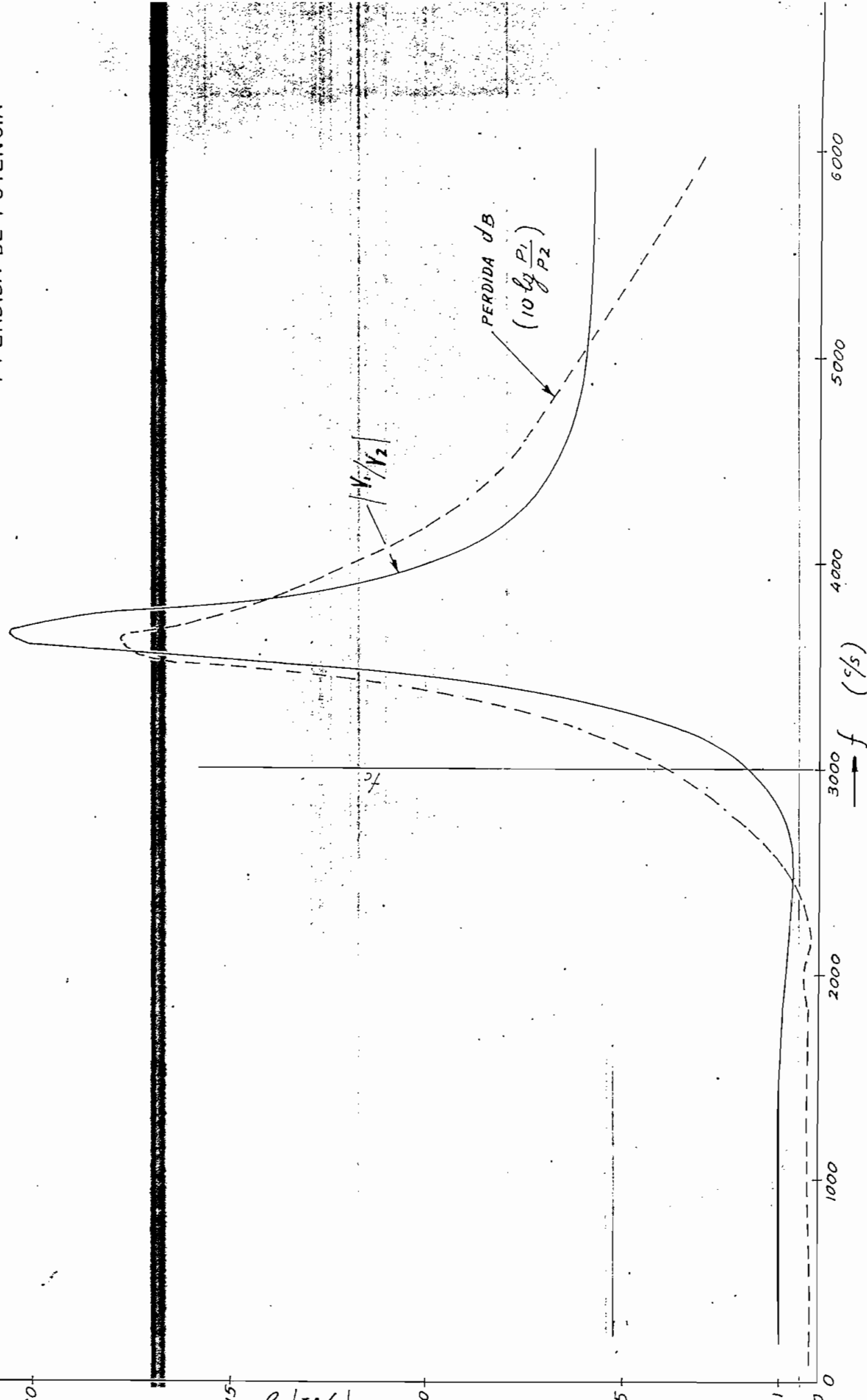
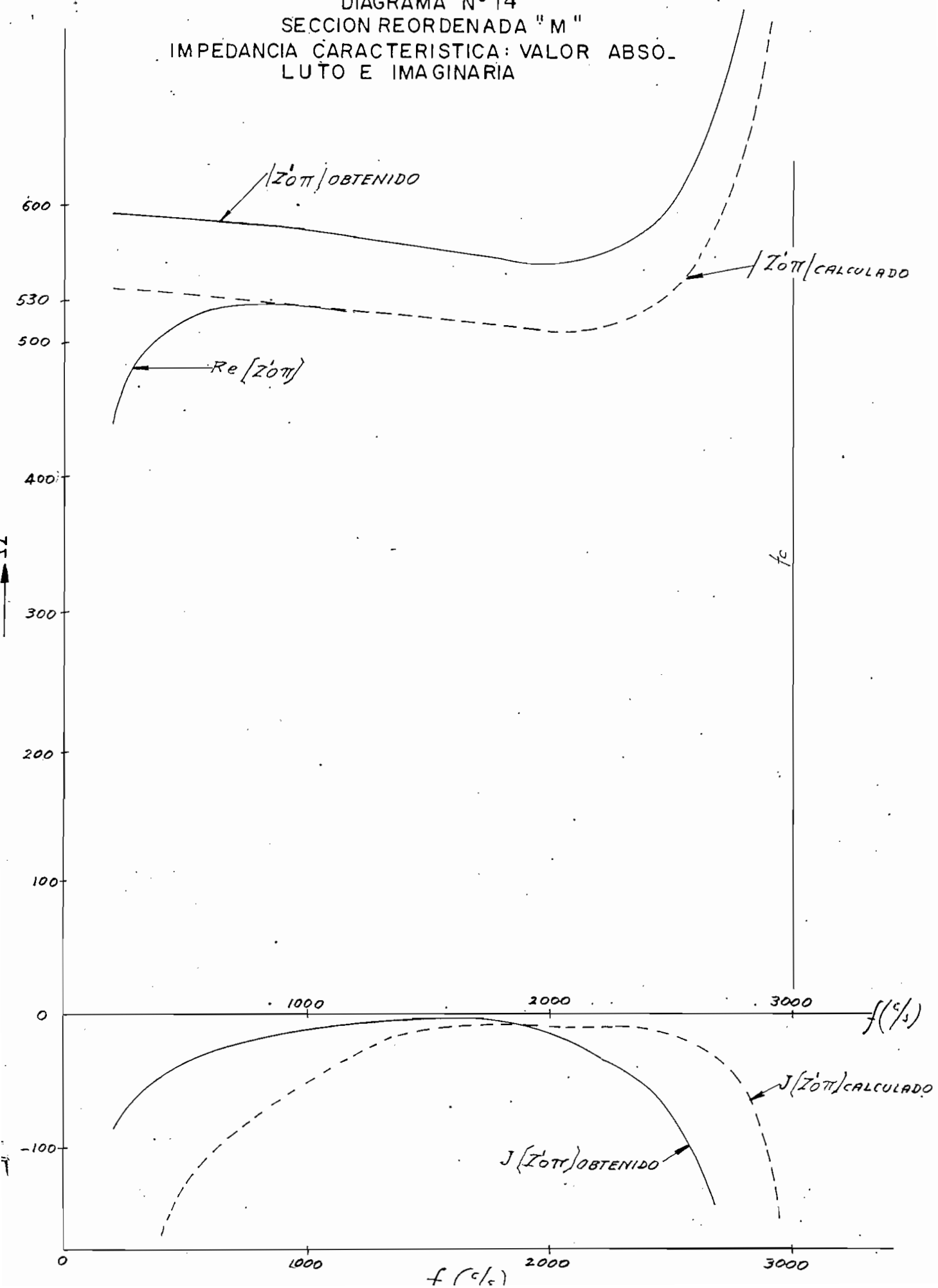


DIAGRAMA N° 14
 SECCION REORDENADA "M"
 IMPEDANCIA CARACTERISTICA: VALOR ABSOLUTO E IMAGINARIA



SECCION REORDENADA "M"
 CONSTANTE DE ATENUACION α
 CONSTANTE DE ROTACION DE FASE B

3.0

2.0

α (NEPERS)

1.0

0.2

0

α CON REACTANCIAS
 PURAS

OBTENIDO

B CON REACTANCIAS
 PURAS

β

1000

2000

3000

4000

5000

f (c/s)

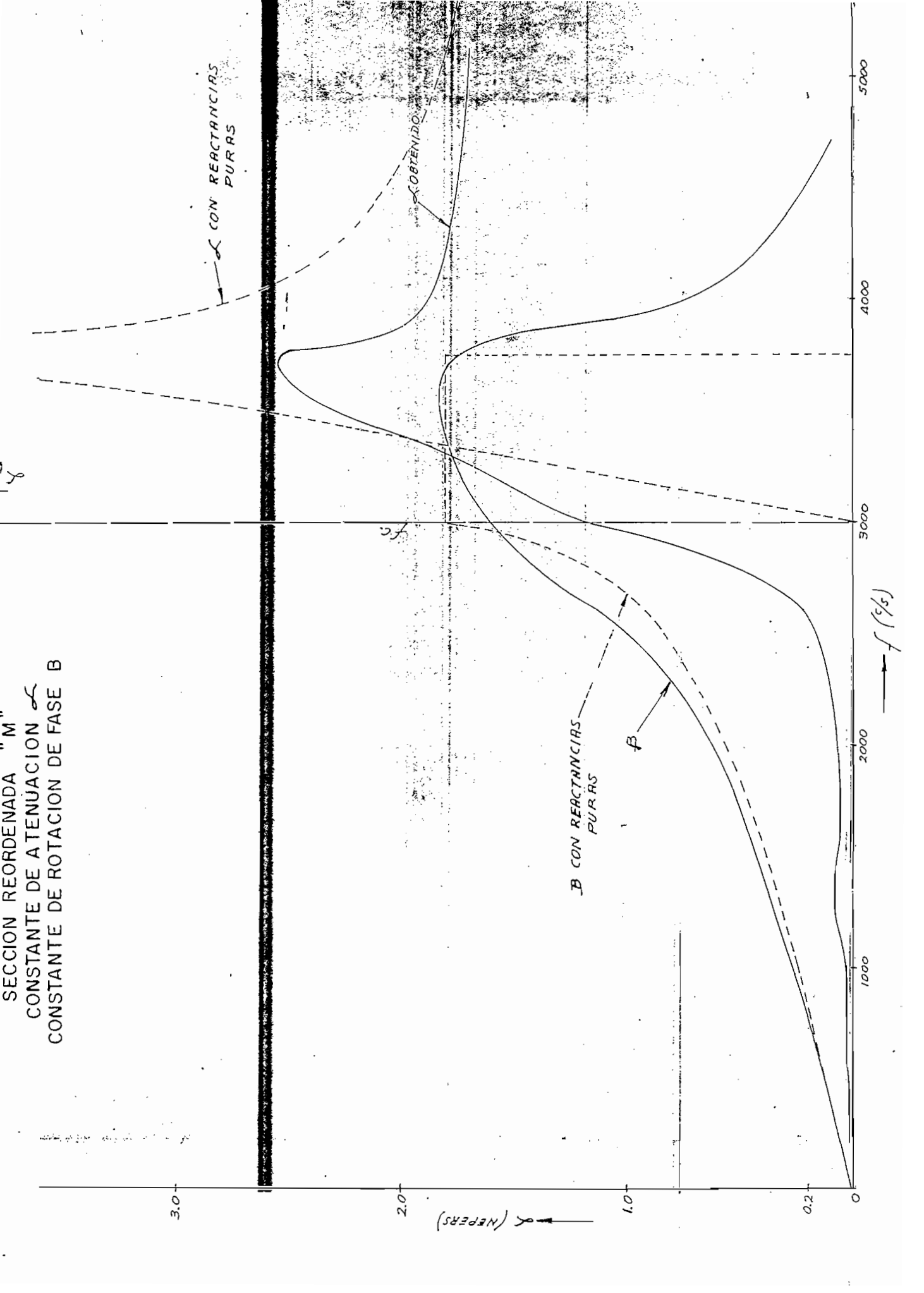
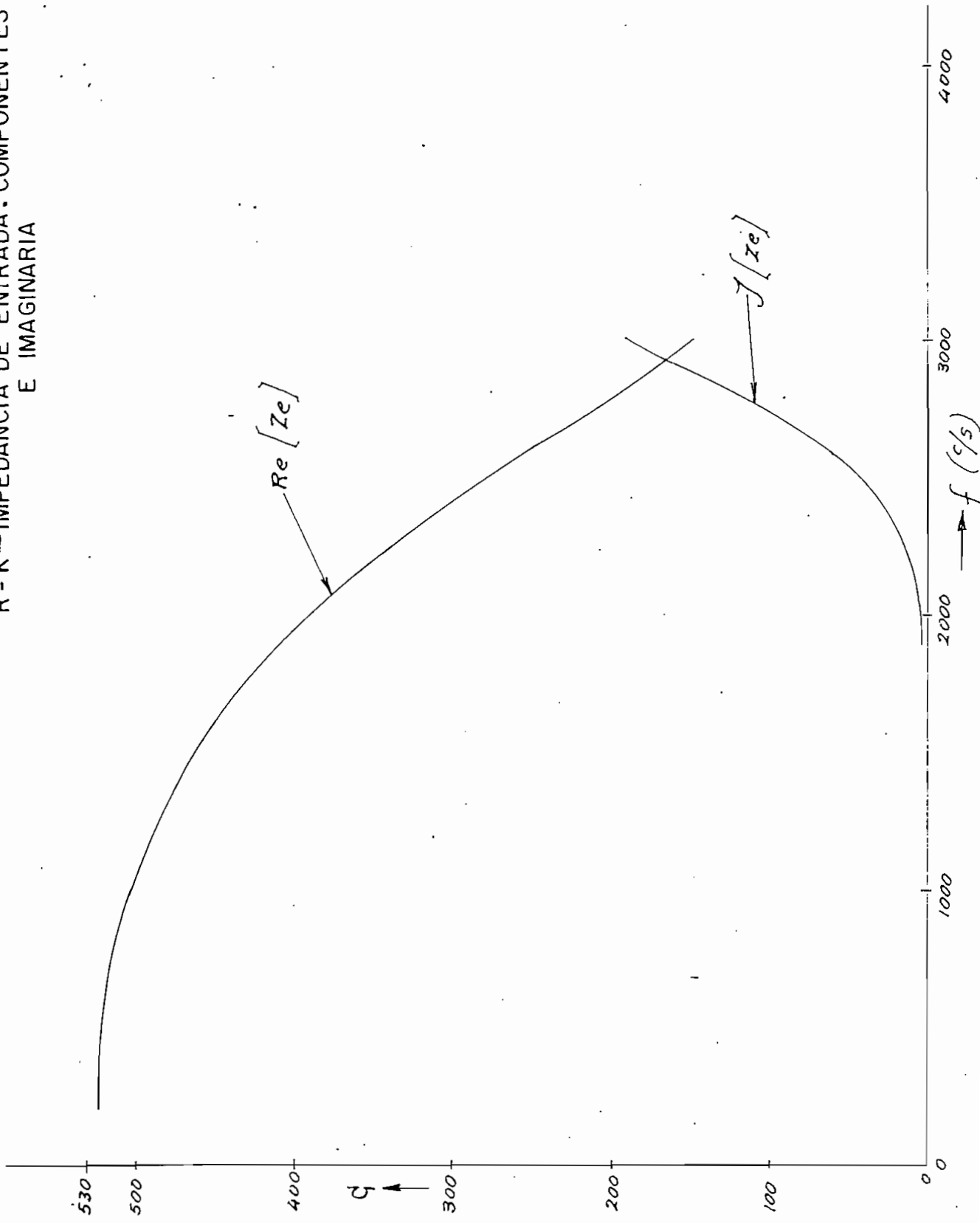


DIAGRAMA N° 16

HEMISECCION TERMINAL TERMINADA EN RESISTENCIA
R = K -- IMPEDANCIA DE ENTRADA: COMPONENTES RE
E IMAGINARIA



FILTRO COMPUESTO TERMINADO EN RESISTENCIA
R = K - IMPEDANCIA DE ENTRADA

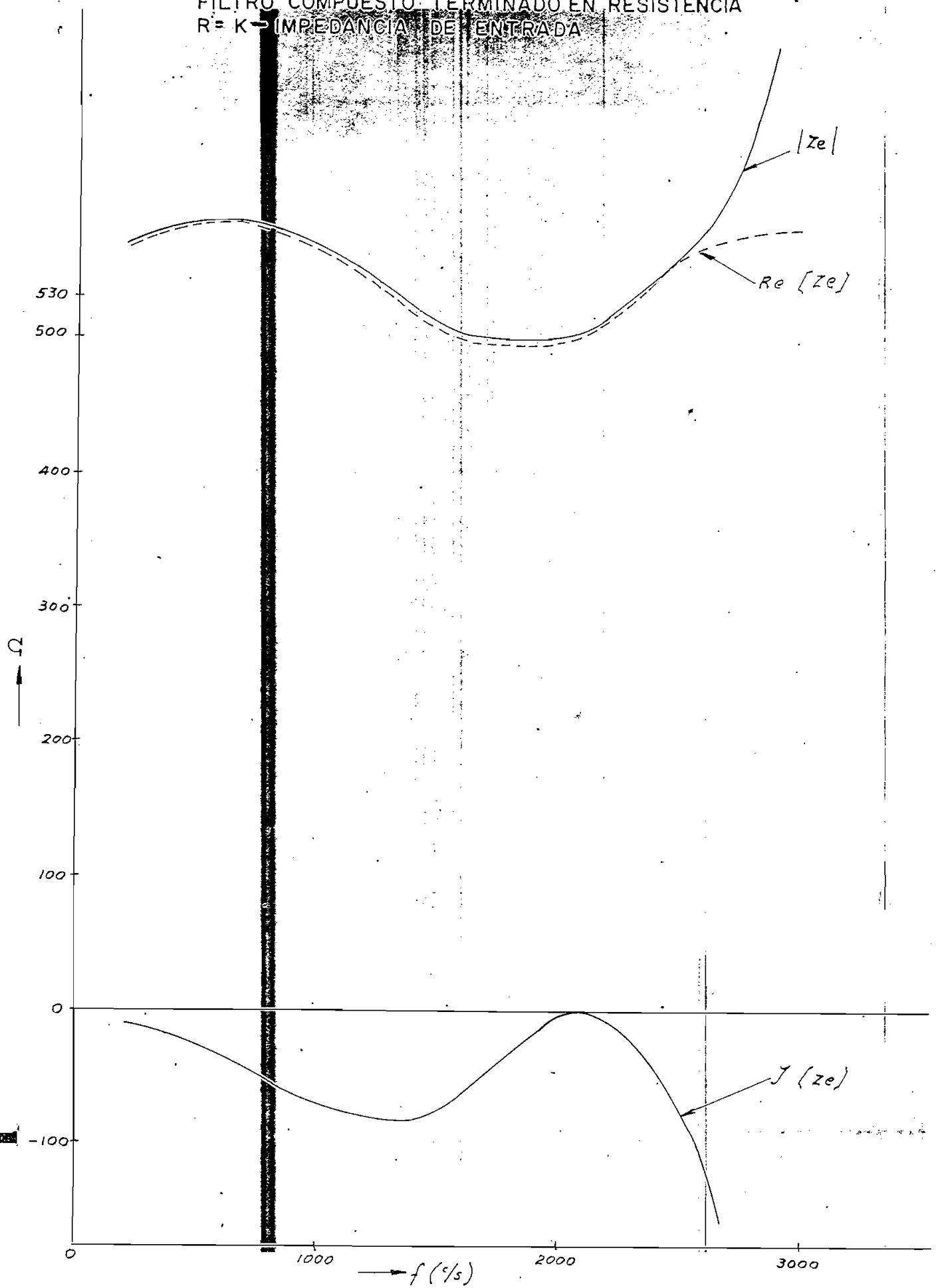


DIAGRAMA N° 18
 FILTRO COMPUESTO CON RESISTENCIA TERMINAL $R=K$
 CONSTANTE DE ATENUACION DE
 CORRIENTE α_i

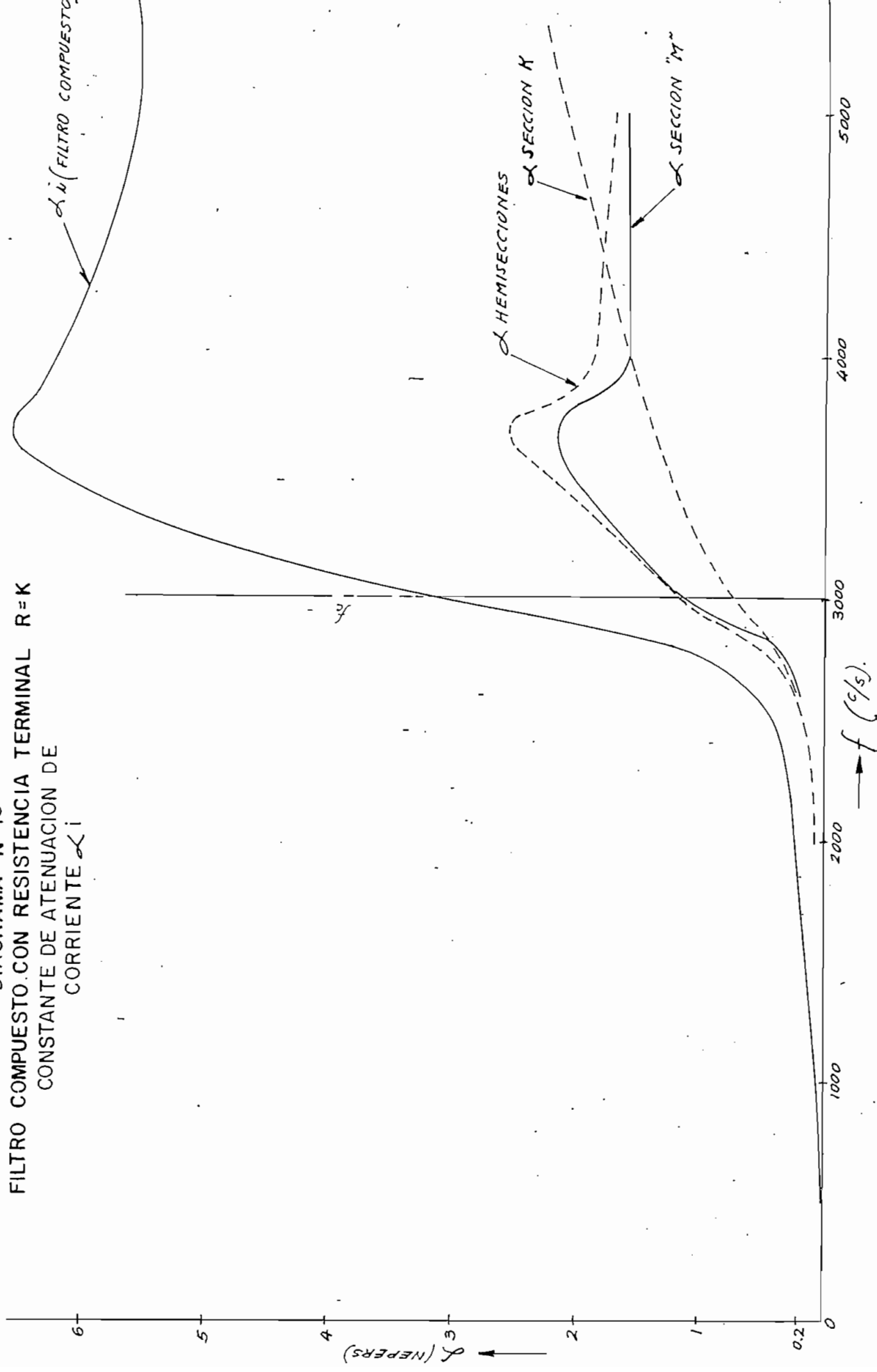
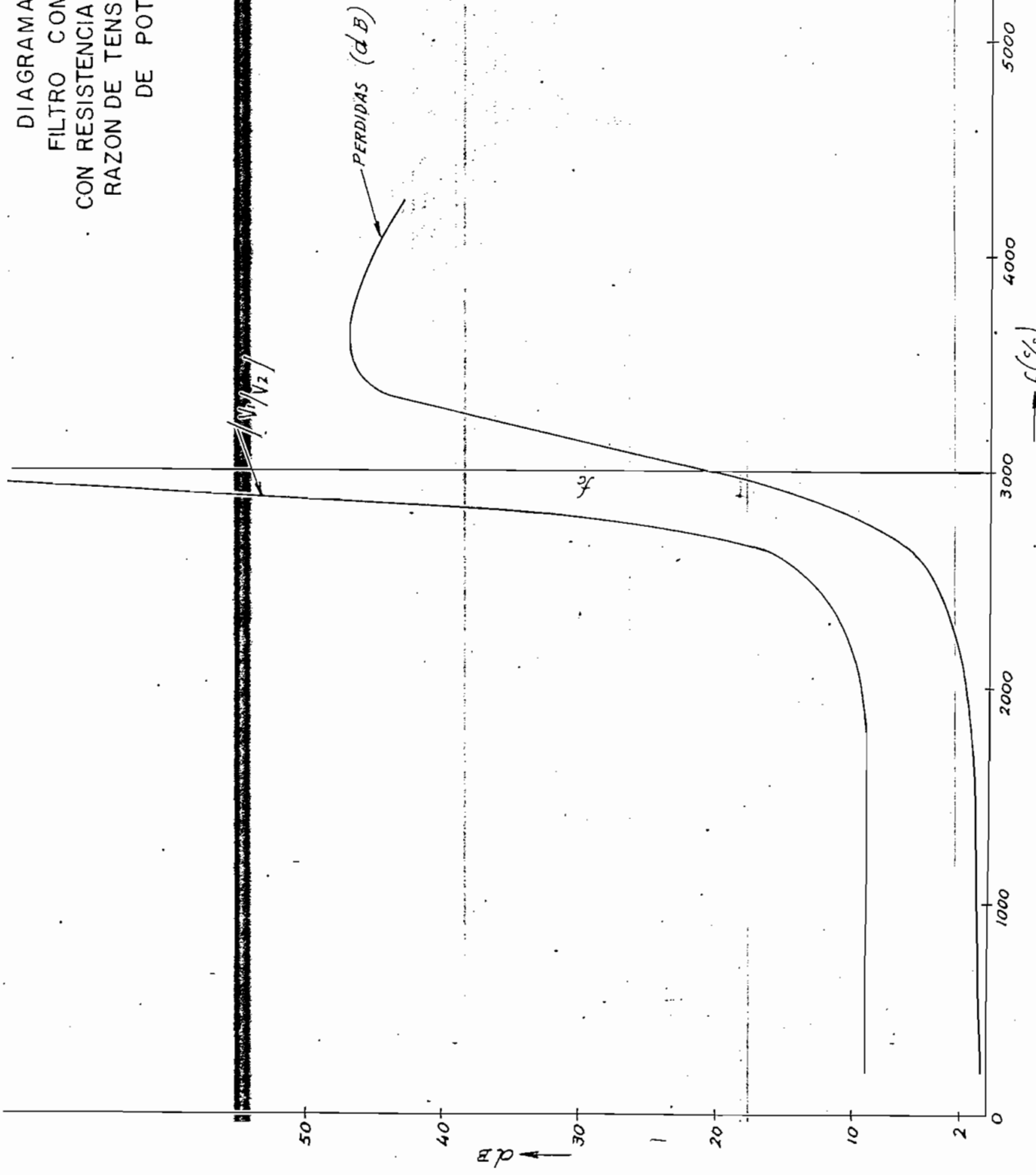


DIAGRAMA N°19
FILTRO COMPUESTO
CON RESISTENCIA TERMINAL R=K
RAZON DE TENSION Y PERDIDA
DE POTENCIA



FILTRO COMPUESTO CON
RESISTENCIA TERMINAL $R=530 \Omega$
CONSTANTE DE RETARDO DE FASE
DE CORRIENTE

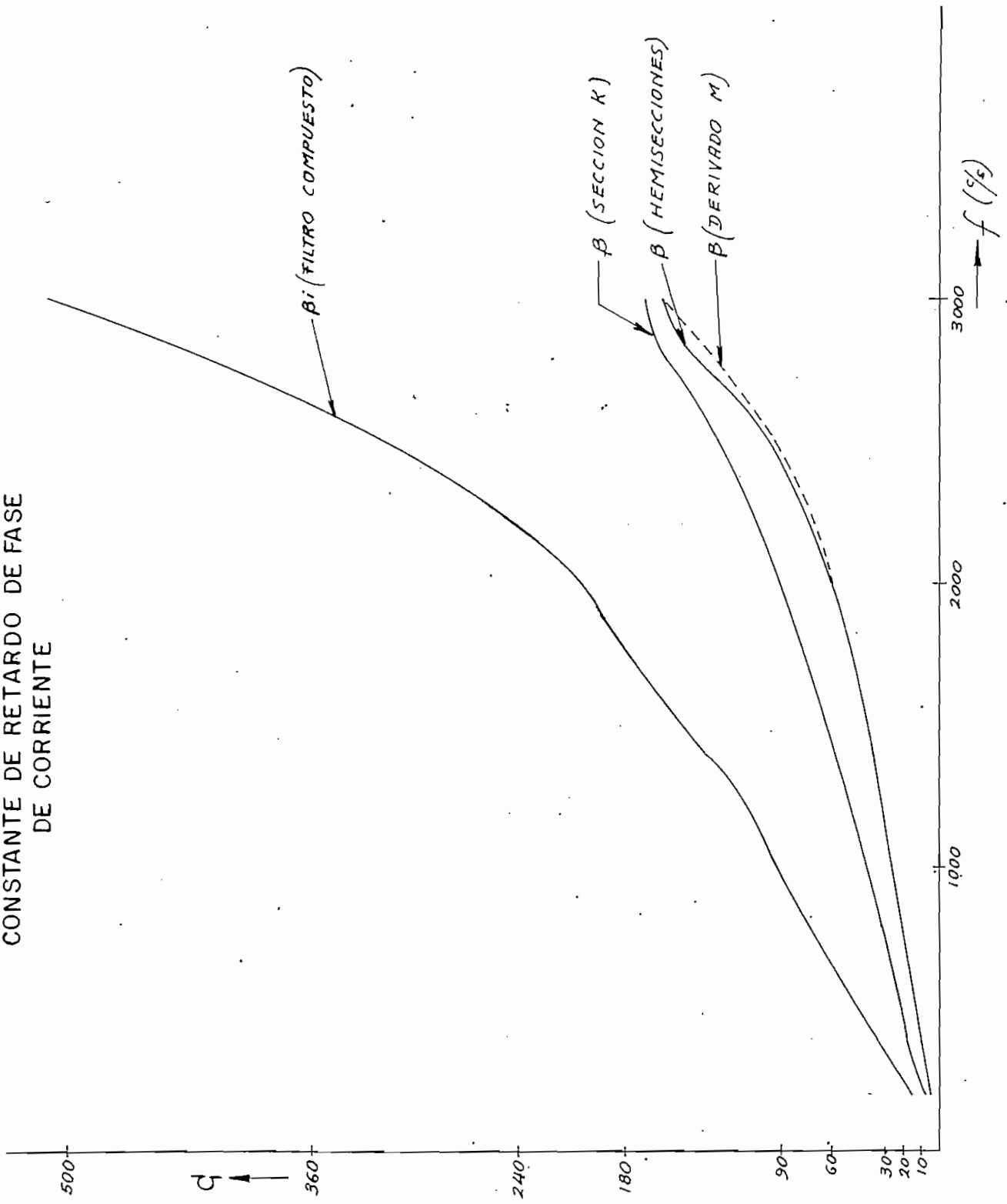


DIAGRAMA N° 21
FILTRO COMPUESTO
IMPEDANCIA DE ENTRADA
PRESENTADA POR SECCION DERIVADA "M" EN
CASCADA CON LA HEMISECCION TERMINAL

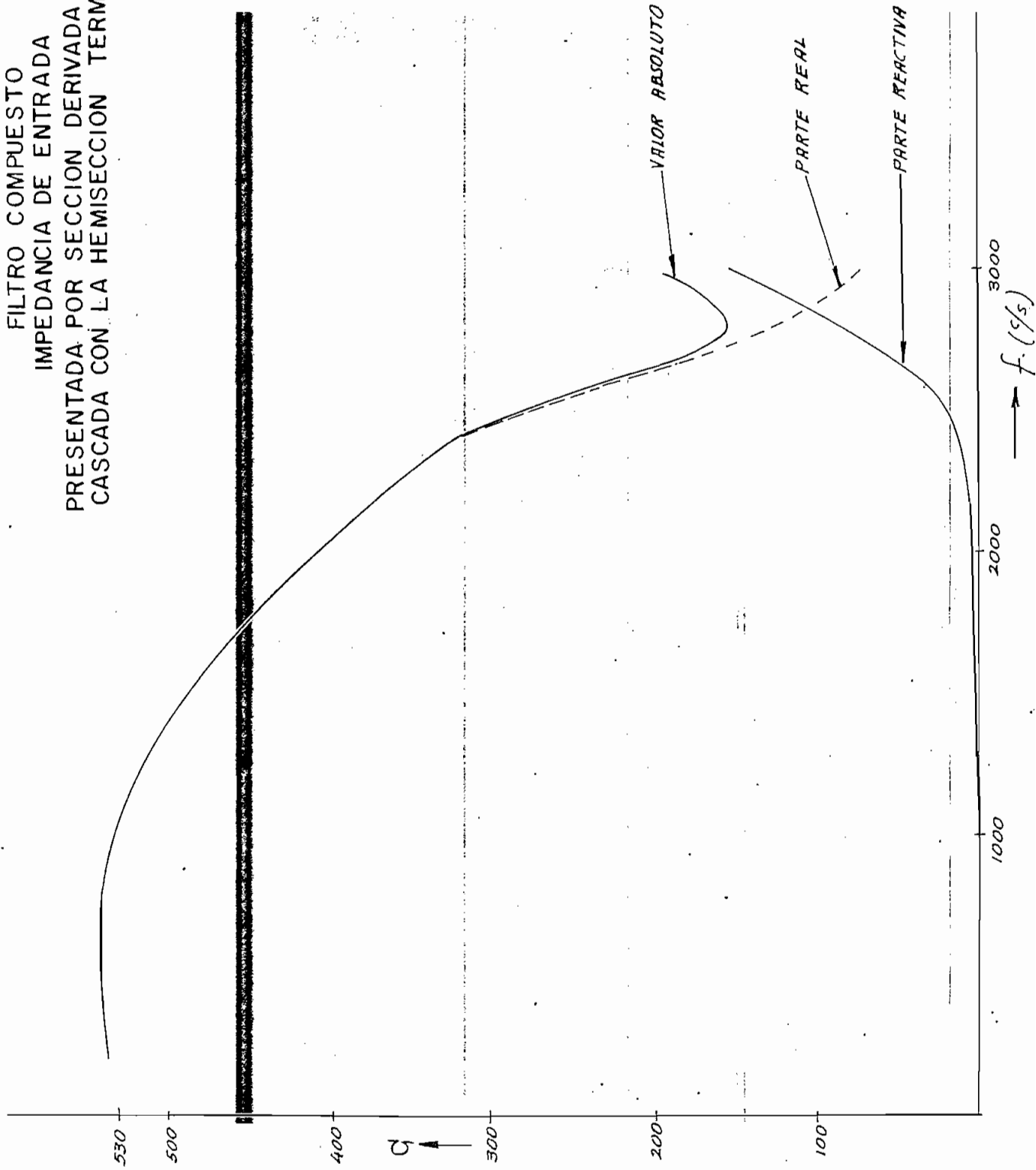
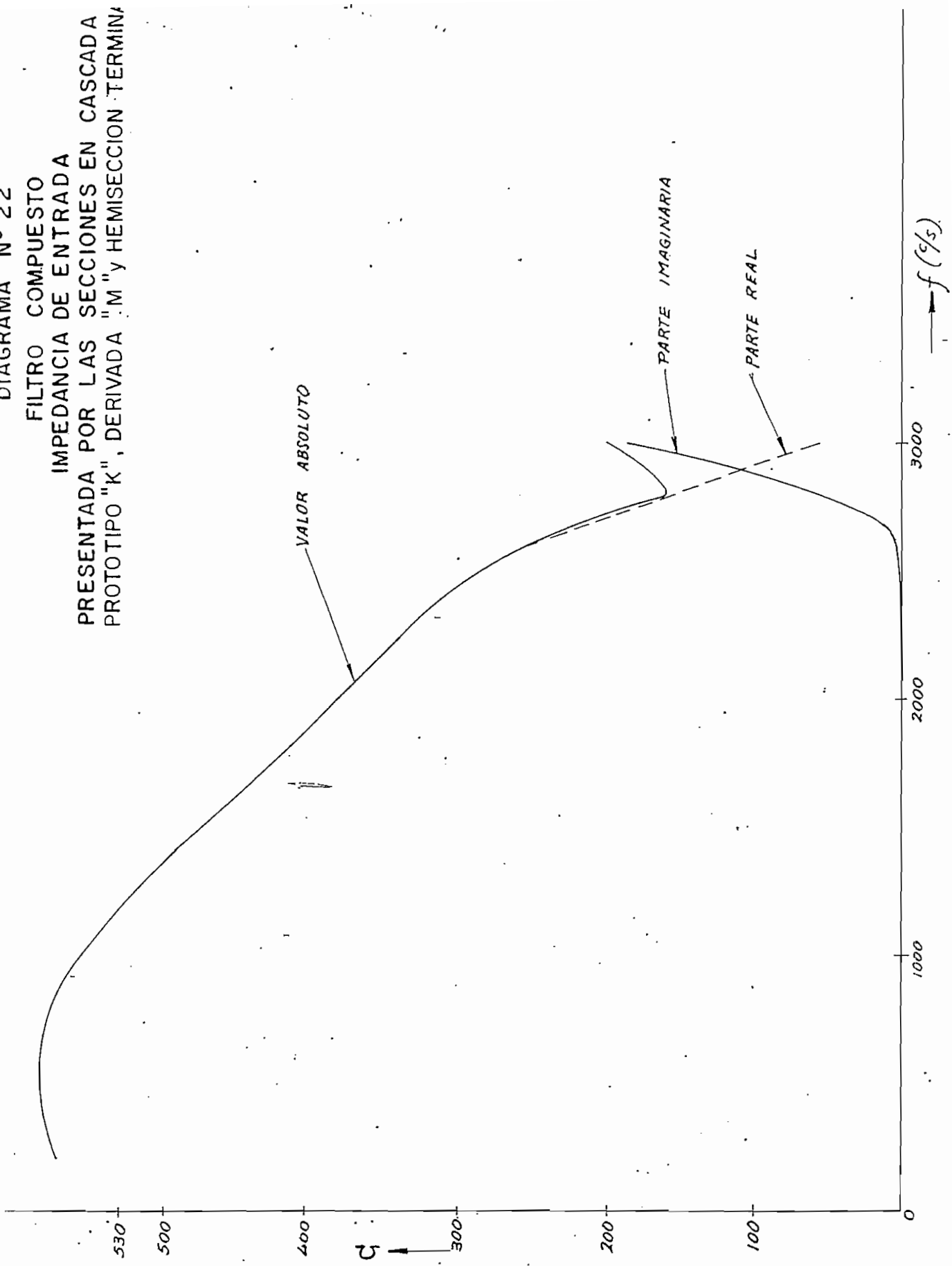


DIAGRAMA N° 22

FILTRO COMPUESTO

IMPEDANCIA DE ENTRADA

PRESENTADA POR LAS SECCIONES EN CASCAIDA
PROTOTIPO "K", DERIVADA "M" y HEMISECCION TERMINADA



BIBLIOGRAFIA

- 1) John J. Karakash, "LINEAS DE TRANSMISION Y FILTROS ELECTRICOS", Madrid, Editorial Reverté, 1.960.
- 2) Hugh Hildreth Skilling, "CIRCUITOS EN INGENIERIA ELECTRICA", primera edición en Castellano, México, CECSA, 1.962.
- 3) Miembros del personal de Massachusetts Institute of Technology, "CIRCUITOS ELECTRICOS", tercera impresión en español, México, CECSA, 1.960.
- 4) W.L. Everitt & G.E. Anner, "INGENIERIA DE COMUNICACIONES", segunda edición en Castellano, Buenos Aires, Arhó Editores, 1.961.
- 5) Ernest A. Guillermin, "COMUNICACIONES NETWORKS", segundo volumen, primera edición, New York, Editorial Wiley, 1.956.
- 6) R. Kerchner & G. Cercoran, "CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNIA", primera edición, México, CECSA, 1.959.