

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA**

**(ANÁLISIS DE TRANSITORIOS EN ESTACIONES DE BOMBEO DE  
UN SISTEMA POLIDUCTO)**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER EN SISTEMAS  
DE TRANSPORTE DE PETRÓLEO Y DERIVADOS**

**JAIME ROBERTO SILVA ALTAMIRANO**

webjaime75@hotmail.com

**DIRECTOR: ING. RODIA LENIN UBIDIA GUERRA MSC.**

ubidialenin@yahoo.com

**Quito, Enero 2014**

## **DECLARACIÓN**

Yo Jaime Roberto Silva Altamirano, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

**Jaime Silva**

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el Sr. Jaime Silva bajo mi supervisión.

---

**Ing. Lenin Ubidia Msc.**  
**DIRECTOR DE PROYECTO**

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mi querida y muy amada esposa Gaby, que ha sido siempre mi mayor fuente de motivación y superación. Caminar a su lado cumpliendo juntos nuestras metas, permite entender el sentido de estar aquí.

A mis padres Efrén y Nancy que siempre han sido un apoyo en mi vida estudiantil, y me han guiado por el camino de lo honesto y lo correcto.

A mis hermanos Mauro, Liz y Susy que siempre están pendientes de mi bienestar.

A mis suegros Leoncio y Piedad que han sido buenos consejeros y me han brindando su apoyo incondicional.

A mis amigos y a todas las personas que han estado a mi lado en los tiempos difíciles, dándome fuerzas para seguir adelante.

JAIME

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios por darme la vida y disfrutar de estos logros que enriquecen al ser humano.

A mi Esposa que ha sido mi mejor amiga y mi mayor inspiración en el trabajo.

A mis Padres por ser tolerantes y pacientes, a mis hermanos por su apoyo, a mis amigos por su sinceridad y buenos deseos cuando uno de nosotros cumple una meta.

A mis queridos Suegros que día a día facilitaban las tareas para yo seguir avanzando en el proyecto.

De igual manera, un profundo agradecimiento al Ing. Lenin Ubidia por su colaboración y empeño para realizar un buen trabajo.

Al Ing. Johnny Zambrano, que brindó el aporte inicial para el desarrollo del proyecto.

Finalmente a todas las personas que directa o indirectamente colaboraron conmigo para culminar el trabajo con éxito.

## RESUMEN

Este proyecto permite dejar conocimientos claros de los transitorios que pueden producirse en las estaciones de bombeo de un sistema poliducto considerando diferentes perturbaciones generadas por variación en las revoluciones de las bombas así como el aporte o corte de flujo por la entrada o salida de una bomba.

Para analizar estos eventos, se realiza simulaciones utilizando el paquete computacional MATLAB, el cual permite implementar los algoritmos obtenidos del desarrollo de las ecuaciones que representan cada uno de los transitorios. Las ecuaciones son acondicionadas para determinar su solución por el método de las características, que a lo largo de muchos años, ha sido muy efectivo para representar este tipo de casos.

Se han desarrollado algunas aplicaciones para que el análisis sea más claro, de tal forma que al final se elabora una aplicación real de un sistema poliducto con varias estaciones de bombeo y su representación para los tipos de perturbaciones más comunes. El sistema está resuelto de tal forma que simula un solo producto en el sistema donde la temperatura no es un factor influyente.

## CONTENIDO

<b>LISTA DE ACRÓNIMOS Y ABREVIACIONES .....</b>	<b>XIV</b>
<b>GLOSARIO DE TÉRMINOS.....</b>	<b>XIV</b>
<b>CAPITULO 1</b>	
<b>INTRODUCCIÓN A FLUJOS TRANSITORIOS.....</b>	<b>1</b>
1.1. CAUSAS DE LOS TRANSITORIOS .....	1
1.2. ECUACIONES DIFERENCIALES BÁSICAS PARA FLUJO TRANSITORIO .....	2
1.2.1 ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO .....	2
1.2.2 ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD .....	6
1.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN PARA TUBERÍAS DE PAREDES DELGADAS ....	8
1.3.1. FLUJO DE MASA NETO .....	8
1.3.2. VARIACIÓN DEL VOLUMEN DEBIDO AL EFECTO DE COMPRESIBILIDAD .....	9
1.3.3. VARIACIÓN DEL VOLUMEN DEBIDO AL EFECTO DE ELASTICIDAD .....	10
1.4. ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD CONSIDERANDO TUBERÍA DEFORMADA .	17
 <b>CAPITULO 2</b>	
<b>MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS.....</b>	<b>20</b>
2.1. ECUACIONES CARACTERÍSTICAS.....	20
2.2. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS .....	23
2.3. CONDICIONES DE BORDE BÁSICAS .....	26
 <b>CAPITULO 3</b>	
<b>ELEMENTOS Y CARACTERÍSTICAS DE UN SISTEMA POLIDUCTO.....</b>	<b>29</b>
3.1. FRICCIÓN EN TUBERÍAS .....	29
3.2. CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DE LAS VÁLVULAS .....	31
3.2.1. TIPOS DE VÁLVULAS.....	32
3.3. TEORÍA Y CARACTERÍSTICAS DE BOMBAS .....	33
3.4. DIVISIÓN DE TRAMOS EN UN SISTEMA POLIDUCTO .....	36
 <b>CAPITULO 4</b>	
<b>APLICACIONES EN POLIDUCTOS .....</b>	<b>37</b>
4.1. VÁLVULA AL FINAL DE UNA TUBERÍA.....	37
4.1.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE .....	39
4.1.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA .....	41
4.1.3. CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS.....	42
4.1.4. CONDICIÓN DE BORDE EN EL RESERVORIO .....	43
4.1.5. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA .....	43
4.1.6. RESULTADOS.....	45
4.2. VÁLVULA ENTRE DOS TUBERÍAS .....	47
4.2.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE .....	48
4.2.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA .....	49
4.2.3. CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS.....	50
4.2.4. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA .....	51
4.2.5. RESULTADOS.....	53

4.3.	BOMBA CENTRÍFUGA CON VELOCIDAD CONSTANTE.....	56
4.3.1.	<i>CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE</i> .....	57
4.3.2.	<i>CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA</i> .....	58
4.3.3.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA</i> .....	59
4.3.4.	<i>RESULTADOS</i> .....	60
4.4.	BOMBA CENTRÍFUGA CON VARIACIÓN EN LAS REVOLUCIONES .....	62
4.4.1.	<i>CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE</i> .....	64
4.4.2.	<i>CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA</i> .....	64
4.4.3.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA</i> .....	64
4.4.4.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA</i> .....	66
4.4.5.	<i>RESULTADOS</i> .....	67
4.5.	ESTACIÓN DE BOMBEO CONSIDERANDO LA SALIDA DE UNA BOMBA.....	69
4.5.1.	<i>CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE</i> .....	70
4.5.2.	<i>CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA</i> .....	71
4.5.3.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA</i> .....	71
4.5.4.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA</i> .....	72
4.5.5.	<i>RESULTADOS</i> .....	73
4.6.	SISTEMA POLIDUCTO.....	76
4.6.1.	<i>CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN</i> .....	80
4.6.2.	<i>CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE</i> .....	80
4.6.3.	<i>CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA</i> .....	82
4.6.4.	<i>CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS</i> .....	83
4.6.5.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN EL TERMINAL 1</i> .....	84
4.6.6.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN EL TERMINAL 2</i> .....	86
4.6.7.	<i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA ESTACIÓN INTERMEDIA</i> .....	87
4.6.8.	<i>RESULTADOS DEL PRIMER CASO</i> .....	90
4.6.9.	<i>RESULTADOS DEL SEGUNDO CASO</i> .....	95

## CAPÍTULO 5

<b>MÉTODOS DE CONTROL Y SOLUCIONES.....</b>	<b>99</b>
5.1. DISPOSITIVOS MÁS UTILIZADOS .....	99
5.2. CONTROL DE PRESIÓN UTILIZANDO VÁLVULA DE ALIVIO .....	100
5.2.1. <i>CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA DE ALIVIO</i> .....	102
5.2.2. <i>RESULTADOS</i> .....	104

## CAPÍTULO 6

<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>108</b>
---	------------

<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>110</b>
---	------------

<b>ANEXOS .....</b>	<b>111</b>
---------------------	------------

<b>ANEXO 1 .....</b>	<b>112</b>
----------------------	------------

PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA QUE SE ENCUENTRA AL FINAL DE UNA TUBERÍA

<b>ANEXO 2</b> .....	<b>116</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA QUE SE ENCUENTRA ENTRE DOS TUBERÍAS DE DIFERENTES DIMENSIONES	
<b>ANEXO 3</b> .....	<b>122</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA CUANDO EL SISTEMA CONSTA DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA QUE GIRA A VELOCIDAD CONSTANTE APORTANDO FLUJO DESDE UN RESERVORIO	
<b>ANEXO 4</b> .....	<b>127</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL INCREMENTO EN LAS REVOLUCIONES DE UNA BOMBA	
<b>ANEXO 5</b> .....	<b>132</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR LA SALIDA DE UNA BOMBA DENTRO DE UNA ESTACIÓN DE BOMBEO	
<b>ANEXO 6</b> .....	<b>138</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL INGRESO DE UNA BOMBA DENTRO DE UNA ESTACIÓN INTERMEDIA DE UN SISTEMA POLIDUCTO	
<b>ANEXO 7</b> .....	<b>148</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA DENTRO DE UNA TERMINAL DE ALMACENAMIENTO PERTENECIENTE A UN SISTEMA POLIDUCTO	
<b>ANEXO 8</b> .....	<b>158</b>
PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA CUANDO SE TIENE INSTALADO OTRA VÁLVULA DE ALIVIO PARA CONTROLAR EL EXCESO DE PRESIÓN	

## ÍNDICE DE TABLAS

### **CAPÍTULO 1**

TABLA 1. 1. MÓDULOS DE ELASTICIDAD Y RADIOS DE POISSON PARA MATERIALES COMUNES EN TUBERÍAS .....	16
--	----

### **CAPÍTULO 2**

### **CAPÍTULO 3**

TABLA 3. 1. RUGOSIDAD RELATIVA EN TUBERÍAS .....	31
TABLA 3. 2. TIPOS DE BOMBA VS. VELOCIDAD ESPECÍFICA.....	34

### **CAPÍTULO 4**

TABLA 4. 1. ELEVACIÓN DEL POLIDUCTO .....	77
---	----

## ÍNDICE DE FIGURAS

### CAPÍTULO 1

FIGURA 1. 1. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE PARA APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO .....	3
FIGURA 1. 2. VOLUMEN DE CONTROL DE LA SUPERFICIE INTERIOR DE LA TUBERÍA .....	7
FIGURA 1. 3. PROPAGACIÓN DE LA ONDA DE PRESIÓN EN DOS INSTANTES DE TIEMPO .....	8
FIGURA 1. 4. FUERZAS SOBRE EL SEMICILINDRO DE LA TUBERÍA DEBIDO AL TRANSITORIO.....	11

### CAPÍTULO 2

FIGURA 2. 1. LÍNEAS CARACTERÍSTICAS EN EL PLANO $xt$ .....	23
FIGURA 2. 2. MALLA $xt$ PARA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN UNA TUBERÍA.....	24
FIGURA 2. 3. CARACTERÍSTICAS EN LOS BORDES.....	27

### CAPÍTULO 3

FIGURA 3. 1. DIAGRAMA DE MOODY PARA OBTENCIÓN DEL FACTOR DE FRICCIÓN.....	29
FIGURA 3. 2. SECCIONES TRANSVERSALES DE VÁLVULAS.....	32
FIGURA 3. 3. CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS .....	35

### CAPÍTULO 4

FIGURA 4. 1. VÁLVULA EN LA TUBERÍA (APLICACIÓN 4.1).....	37
FIGURA 4. 2. FLUJO EN ESTADO ESTABLE (APLICACIÓN 4.1).....	39
FIGURA 4. 3. ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO (APLICACIÓN 4.1) .....	41
FIGURA 4. 4. PUNTOS INTERNOS DE LA MALLA (APLICACIÓN 4.1).....	42
FIGURA 4. 5. CONDICIÓN DE BORDE EN EL RESERVORIO (APLICACIÓN 4.1) .....	43
FIGURA 4. 6. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.1).....	44
FIGURA 4. 7. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.1)....	46
FIGURA 4. 8. ALTURA EN EL RESERVORIO Y LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.1) .....	46
FIGURA 4. 9. CAUDAL EN EL RESERVORIO Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.1) .....	47
FIGURA 4. 10. VÁLVULA ENTRE DOS TUBERÍAS (APLICACIÓN 4.2) .....	48
FIGURA 4. 11. ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO (APLICACIÓN 4.2) .....	49
FIGURA 4. 12. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.2).....	51
FIGURA 4. 13. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA ENTRE DOS TUBERÍAS DE DIFERENTES DIMENSIONES (ANTES DE LA VÁLVULA - APLICACIÓN 4.2).....	54
FIGURA 4. 14. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA ENTRE DOS TUBERÍAS DE DIFERENTES DIMENSIONES (DESPUÉS DE LA VÁLVULA- APLICACIÓN 4.2) .....	54
FIGURA 4. 15. ALTURA EN TODAS LAS CONDICIONES DE BORDE (APLICACIÓN 4.2) .....	55
FIGURA 4. 16. CAUDAL EN TODAS LAS CONDICIONES DE BORDE (APLICACIÓN 4.2) .....	55
FIGURA 4. 17. BOMBA CENTRÍFUGA GIRANDO A VELOCIDAD CONSTANTE (APLICACIÓN 4.3) ....	56
FIGURA 4. 18. CURVA CARACTERÍSTICA DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA (APLICACIÓN 4.3).....	57
FIGURA 4. 19. ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO (APLICACIÓN 4.3) .....	58
FIGURA 4. 20. PUNTO DE OPERACIÓN DE LA BOMBA (APLICACIÓN 4.3).....	60
FIGURA 4. 21. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA AL FINAL DE LA TUBERÍA CON BOMBA CENTRÍFUGA QUE GIRA A VELOCIDAD CONSTANTE (APLICACIÓN 4.3) .....	61
FIGURA 4. 22. ALTURA EN LA BOMBA Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.3).....	61
FIGURA 4. 23. CAUDAL EN LA BOMBA Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.3) .....	62

FIGURA 4. 24. BOMBA CENTRÍFUGA CON VARIACIÓN EN LAS REVOLUCIONES (APLICACIÓN 4.4)	63
FIGURA 4. 25. CURVA CARACTERÍSTICA DE LA BOMBA A DIFERENTES REVOLUCIONES (APLICACIÓN 4.4)	63
FIGURA 4. 26. ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO (APLICACIÓN 4.4)	64
FIGURA 4. 27. PUNTO DE OPERACIÓN DE LA BOMBA A DIFERENTES REVOLUCIONES (APLICACIÓN 4.4)	67
FIGURA 4. 28. TRANSITORIO GENERADO POR EL INCREMENTO EN LAS REVOLUCIONES DE UNA BOMBA (APLICACIÓN 4.4)	68
FIGURA 4. 29. ALTURA EN LA BOMBA Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.4)	68
FIGURA 4. 30. CAUDAL EN LA BOMBA Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.4)	69
FIGURA 4. 31. ESTACIÓN DE BOMBEO CON 2 BOMBAS EN PARALELO (APLICACIÓN 4.5)	70
FIGURA 4. 32. PUNTO DE OPERACIÓN DE LA ESTACIÓN ANTES Y DESPUÉS DEL TRANSITORIO (APLICACIÓN 4.5)	74
FIGURA 4. 33. TRANSITORIO GENERADO POR LA SALIDA DE UNA BOMBA EN LA ESTACIÓN (APLICACIÓN 4.5)	74
FIGURA 4. 34. ALTURA EN LA ESTACIÓN DE BOMBEO Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.5)	75
FIGURA 4. 35. CAUDAL EN LA ESTACIÓN DE BOMBEO Y EN LA VÁLVULA (APLICACIÓN 4.5)	75
FIGURA 4. 36. POLIDUCTO CON 2 TERMINALES DE ALMACENAMIENTO Y 2 ESTACIONES DE BOMBEO	76
FIGURA 4. 37. CURVA CARACTERÍSTICA DE LAS BOMBAS DE CADA ESTACIÓN DE BOMBEO	78
FIGURA 4. 38. COEFICIENTES DE DESCARGA DE VÁLVULAS MÁS UTILIZADAS	79
FIGURA 4. 39. ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO (APLICACIÓN POLIDUCTO)	82
FIGURA 4. 40. CONDICIÓN DE BORDE EN TERMINAL 1 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	84
FIGURA 4. 41. CONDICIÓN DE BORDE EN TERMINAL 2 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	86
FIGURA 4. 42. CONDICIÓN DE BORDE EN LA ESTACIÓN INTERMEDIA (APLICACIÓN POLIDUCTO)	88
FIGURA 4. 43. TRANSITORIO GENERADO POR EL INGRESO DE UNA BOMBA EN LA ESTACIÓN INTERMEDIA (PRIMER TRAMO – APLICACIÓN POLIDUCTO)	91
FIGURA 4. 44. TRANSITORIO GENERADO POR EL INGRESO DE UNA BOMBA EN LA ESTACIÓN INTERMEDIA (SEGUNDO TRAMO – APLICACIÓN POLIDUCTO)	91
FIGURA 4. 45. ALTURA EN EL TRAMO TERMINAL 1 – ESTACIÓN INTERMEDIA (APLICACIÓN POLIDUCTO)	92
FIGURA 4. 46. ALTURA EN EL TRAMO ESTACIÓN INTERMEDIA – TERMINAL 2 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	92
FIGURA 4. 47. CAUDAL EN EL TRAMO TERMINAL 1 – ESTACIÓN INTERMEDIA (APLICACIÓN POLIDUCTO)	93
FIGURA 4. 48. CAUDAL EN EL TRAMO ESTACIÓN INTERMEDIA – TERMINAL 2 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	93
FIGURA 4. 49. PERFIL HIDRÁULICO DEL SISTEMA POLIDUCTO	94
FIGURA 4. 50. ALTURA PIEZOMÉTRICA Y ELEVACIÓN DEL SISTEMA POLIDUCTO	94
FIGURA 4. 51. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA EN EL TERMINAL 2 (PRIMER TRAMO – APLICACIÓN POLIDUCTO)	95
FIGURA 4. 52. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA EN EL TERMINAL 2 (SEGUNDO TRAMO – APLICACIÓN POLIDUCTO)	96
FIGURA 4. 53. ALTURA EN EL TRAMO TERMINAL 1 – ESTACIÓN INTERMEDIA (APLICACIÓN POLIDUCTO)	96
FIGURA 4. 54. ALTURA EN EL TRAMO ESTACIÓN INTERMEDIA – TERMINAL 2 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	97
FIGURA 4. 55. CAUDAL EN EL TRAMO TERMINAL 1 – ESTACIÓN INTERMEDIA (APLICACIÓN POLIDUCTO)	97
FIGURA 4. 56. CAUDAL EN EL TRAMO ESTACIÓN INTERMEDIA – TERMINAL 2 (APLICACIÓN POLIDUCTO)	98
FIGURA 4. 57. PERFIL HIDRÁULICO DEL SISTEMA POLIDUCTO	98

**CAPÍTULO 5**

FIGURA 5. 1. VÁLVULA DE ALIVIO INSTALADA ENTRE DOS TRAMOS DE TUBERÍA .....	100
FIGURA 5. 2. COMPORTAMIENTO DE LA VÁLVULA DE ALIVIO .....	100
FIGURA 5. 3. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA DE ALIVIO.....	102
FIGURA 5. 4. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA AL FINAL DE UNA TUBERÍA CON VÁLVULA DE ALIVIO PARA CONTROL DE PRESIÓN EN LA MITAD DEL TRAMO (ANTES DE LA VÁLVULA DE ALIVIO).....	104
FIGURA 5. 5. TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA VÁLVULA AL FINAL DE UNA TUBERÍA CON VÁLVULA DE ALIVIO PARA CONTROL DE PRESIÓN EN LA MITAD DEL TRAMO (DESPUÉS DE LA VÁLVULA DE ALIVIO).....	105
FIGURA 5. 6. ALTURA EN TODAS LAS CONDICIONES DE BORDE (CONTROL DE PRESIÓN).....	105
FIGURA 5. 7. CAUDAL EN TODAS LAS CONDICIONES DE BORDE (CONTROL DE PRESIÓN) .....	106
FIGURA 5. 8. ALTURA EN TODAS LAS CONDICIONES DE BORDE (VÁLVULA DE ALIVIO INSTALADA CERCA DE LA PERTURBACIÓN) .....	107

## GLOSARIO DE TÉRMINOS Y LISTA DE ACRÓNIMOS Y ABREVIACIONES

### LISTA DE ACRÓNIMOS Y ABREVIACIONES

API	American Petroleum Institute
BEP	Best Efficiency Point (Punto de Mejor Eficiencia)
MAOP	Maximum allowable operating pressure (Máxima Presión Operativa Admisible)
NPSH	Net Positive Suction Head (Cabeza neta de Succión Positiva)
TDH	Total Dynamic Head (Altura Dinámica Total)

### GLOSARIO DE TÉRMINOS

**Factor de Fricción.** Parámetro adimensional que se utiliza para calcular la pérdida de carga en una tubería.

**Material Isotrópico.** Material que se caracteriza por tener las mismas propiedades mecánicas en todas las direcciones

**Válvula Check.** Se conoce como válvula antiretorno o de retención cuyo objetivo es permitir el paso de flujo en una sola dirección.

## CAPITULO 1

### INTRODUCCIÓN A FLUJOS TRANSITORIOS

#### 1.1. CAUSAS DE LOS TRANSITORIOS

Todos los flujos transitorios son transiciones de larga o corta duración de un estado de flujo estable a otro. Cualquiera de estos estados finales puede ser el estado de reposo. Cada flujo transitorio es una respuesta del fluido con algún cambio en el sistema.

El primer tipo de transitorio es un flujo cuasi-estacionario caracterizado principalmente por la ausencia de efectos inerciales o elásticos sobre el comportamiento del flujo, de tal forma que la variación de las presiones con el tiempo es gradual, y en intervalos de tiempo cortos, tal que el flujo parece ser estable.

El segundo tipo de transitorios se conoce como flujos transitorios reales, en los cuales el efecto de la inercia y/o elasticidad del fluido y la tubería es un factor esencial en el comportamiento del sistema. Si los efectos inerciales son significativos, pero los efectos de compresibilidad del fluido y la tubería son relativamente menores o insignificantes, entonces se tiene un flujo transitorio real conocido como *columna rígida*. Si adicional a esto se mantiene los efectos elásticos del fluido y la tubería con el fin de obtener una caracterización exacta del transitorio, a esta condición se la conoce como *golpe de ariete*. La distinción entre columna rígida y golpe de ariete no se puede clasificar fácilmente, y depende de la rapidez con que cambian los eventos en un sistema.

Por ejemplo, la oscilación del nivel del agua en un tanque que se encuentra en una instalación puede ser analizada exactamente como columna rígida. En este caso se deben considerar los efectos inerciales, pero los efectos elásticos o de compresibilidad son menores. Por otro lado, el cierre repentino de una válvula es una situación de golpe de ariete donde se debe simular con precisión el comportamiento resultante, incluyendo la elasticidad de la tubería y el líquido en el análisis. Cuando la válvula se cierra lentamente, de igual manera hay incertidumbre. Si el tiempo de cierre es suficientemente largo, entonces un flujo de columna rígida puede representar la física del problema y así producir buenos resultados. Si existe una duda entonces se requiere un análisis de golpe de ariete para tener una caracterización más completa y general del flujo.

Las bases para el estudio de transitorios reales se establecen en el siguiente capítulo donde se analizan las principales ecuaciones utilizadas para resolver los diferentes tipos de sistemas.

## **1.2. ECUACIONES DIFERENCIALES BÁSICAS PARA FLUJO TRANSITORIO**

Las dos ecuaciones básicas para resolver problemas transitorios son la ecuación de la cantidad de movimiento y la ecuación de la continuidad. Las soluciones a estas ecuaciones se desarrollan más adelante así como la obtención de fórmulas especiales para determinar la velocidad de propagación de onda bajo diferentes condiciones de borde.

Los subíndices  $x$  y  $t$  denotan la diferenciación parcial (por ejemplo:  $P_x = \partial P / \partial x$ ).

### **1.2.1 ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

La ecuación de movimiento se utiliza para líquidos que fluyen a través de tubos cónicos o cilíndricos.

La ecuación se encuentra en términos de la presión  $P(x, t)$  y la velocidad  $V(x, t)$ , sin embargo, en este caso de estudio se utiliza el gradiente hidráulico  $H(x, t)$  que se denomina altura piezométrica o cabeza. En la mayor parte de problemas,  $H$  y la descarga  $Q(x, t)$  son las variables dependientes, mientras que  $x$  y  $t$  son las variables independientes.

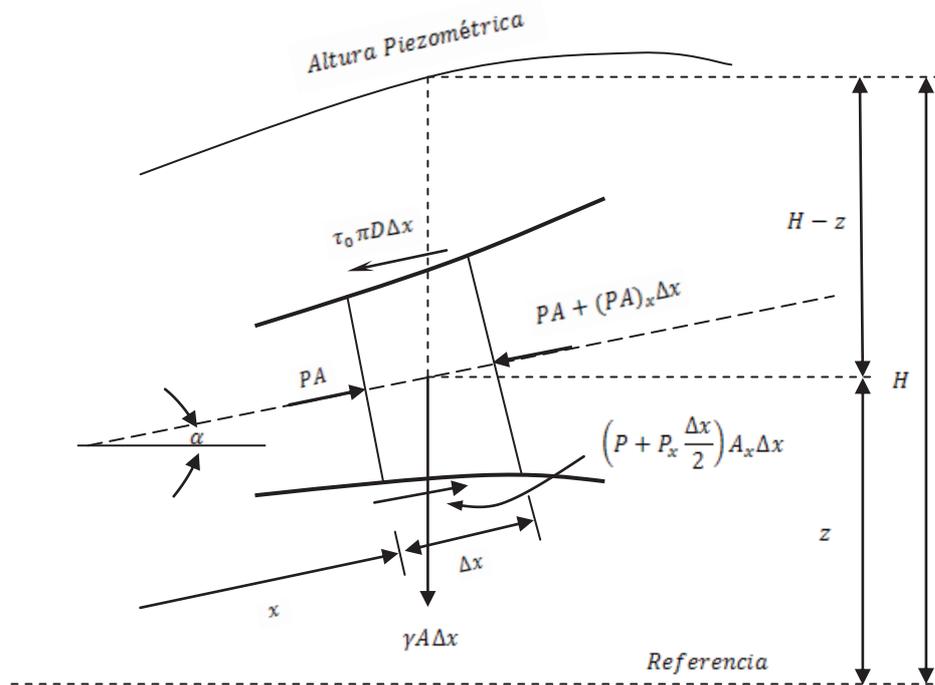


Figura 1. 1. Diagrama de cuerpo libre para aplicaciones de la ecuación de la cantidad de movimiento

La Figura 1.1 muestra un diagrama de cuerpo libre del fluido con una sección transversal  $A$  y espesor  $\Delta x$ . El área  $A$  se encuentra en función de  $x$ , que es la distancia a lo largo del eje del tubo desde un origen arbitrario. El tubo se encuentra inclinado un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal, siendo positivo cuando la elevación aumenta en la dirección  $+x$ . Las fuerzas sobre el cuerpo libre en la dirección  $x$  son las presiones normales a la superficie de las caras y corte transversales, y las componentes de la presión sobre la periferia. Adicional, se debe considerar la gravedad y la fuerza del cuerpo las mismas que tienen una componente en  $x$ . El esfuerzo de corte  $\tau_0$  se considera que actúa en la dirección  $-x$ . De esta manera, tomando un diferencial de fluido y aplicando la segunda ley de Newton, se tiene que:

$$\sum F_x = ma_x = m \frac{dV}{dt} \quad (\text{Ec. 1.1})$$

Donde  $m$  es la masa del fluido. El término  $dV/dt$  es en general la derivada total de la velocidad del fluido. Sustituyendo las fuerzas aplicadas en esta ecuación, y de igual manera la masa en términos de la densidad y el volumen se tiene que:

$$PA - [PA + (PA)_x \Delta x] + \left( P + P_x \frac{\Delta x}{2} \right) A_x \Delta x - \tau_0 \pi D \Delta x - \gamma A \Delta x \sin \alpha = \rho A \Delta x a_x$$

Desarrollando:

$$PA - PA - (PA)_x \Delta x + PA_x \Delta x + P_x A_x \frac{(\Delta x)^2}{2} - \tau_0 \pi D \Delta x - \rho g A \Delta x \sin \alpha = \rho A \Delta x a_x$$

$(\Delta x)^2$  al ser un valor muy pequeño se puede despreciar; simplificando:

$$-PA_x - P_x A + PA_x - \tau_0 \pi D - \rho g A \sin \alpha = \rho A \frac{dV}{dt}$$

$$P_x A + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin \alpha + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (\text{Ec. 1.2})$$

En cálculos de flujos transitorios, el esfuerzo de corte  $\tau_0$  se considera el mismo como si la velocidad fuera constante, por lo que en términos del factor de fricción:

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad (\text{Ec. 1.3})$$

Esta ecuación se desarrolla a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach.

$$\Delta P = \frac{\rho f L V^2}{D} \frac{1}{2}$$

Siendo  $L$  la longitud de la tubería horizontal. Realizando un balance energético de la tubería en estado estable mediante la eliminación de  $\Delta P$  se tiene que:

$$\Delta P \frac{\pi D^2}{4} = \tau_0 \pi D L$$

El signo de valor absoluto en el término de velocidad de la Ec 1.3 permite conservar la dirección apropiada de la fuerza debido al corte cuando el flujo invierte su dirección.

El término de la aceleración  $dV/dt$  en la Ec. 1.2 se aplica para una partícula de fluido (diferencial), por lo tanto, expandiendo en la derivada total se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = V V_x + V_t \quad (\text{Ec. 1.4})$$

Mediante el uso de las Ec. 1.3 y 1.4, la Ec. 1.2 toma la siguiente forma:

$$P_x A + \frac{\rho f V |V|}{8} \pi D + \rho g A \sin \alpha + \rho A (V V_x + V_t) = 0$$

Dividiendo para  $\rho A$ :

$$\frac{P_x}{\rho} + \frac{f V |V|}{2D} + g \sin \alpha + V V_x + V_t = 0 \quad (\text{Ec. 1.5})$$

Si se utiliza la cabeza o altura piezométrica  $H$  (Ver Figura 1.1) se puede reemplazar  $P$

$$H = \frac{P}{\rho g} + z \rightarrow P = \rho g (H - z)$$

Donde  $z$  es la elevación desde el eje  $x$  hacia el punto central de la tubería. Entonces:

$$P_x = \rho g(H_x - z_x) = \rho g(H_x - \sin \alpha) \quad (\text{Ec. 1.6})$$

Esta diferenciación parcial considera que  $\rho$  es constante, en comparación con  $H$  o  $z$ . Sustituyendo la Ec. 1.6 en la Ec. 1.5 se tiene:

$$gH_x + \frac{f V |V|}{2D} + V V_x + V_t = 0 \quad (\text{Ec. 1.7})$$

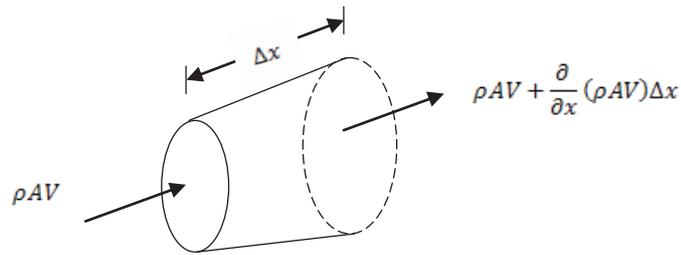
La Ec. 1.7 se restringe solamente a líquidos y se encuentra posicionada para resolverla numéricamente.

### 1.2.2 ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD

La conservación de la masa es el principio más básico para determinar la ecuación de la continuidad. En general, la densidad  $\rho$  puede variar con cambios en la temperatura y/o presión del fluido. Si se considera un volumen  $\forall$  delimitado por una superficie  $A$ , la conservación de masa estaría dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} \rho d\forall + \oint_A \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (\text{Ec 1.8})$$

Donde  $\vec{V}$  es la velocidad en un punto,  $\vec{n}$  es un vector unitario normal a la superficie  $A$  y  $t$  es el tiempo. El primer término representa la acumulación de masa sobre el tiempo en el volumen de control; para flujos estables este término es cero. En un punto de la superficie el producto punto  $\vec{V} \cdot \vec{n}$  da la componente de la velocidad que atraviesa la superficie, por lo que el segundo término permite obtener el flujo de salida neto a través de la superficie de control. Para flujos estables incompresibles de un solo líquido en un tramo de tubería, la conservación de la masa se refiere generalmente al principio de continuidad.



**Figura 1. 2. Volumen de control de la superficie interior de la tubería**

Considerando un volumen de control que coincide con el interior de la tubería de longitud  $\Delta_x$  (Ver Figura 1.2), y aplicando la conservación de la masa, se tiene:

$$\rho AV - \left[ \rho AV + \frac{\partial}{\partial x} (\rho AV) \Delta x \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A \Delta x)$$

ó

$$-\frac{\partial}{\partial x} (\rho AV) \Delta x = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A \Delta x) \quad (\text{Ec. 1.9})$$

Desarrollando los términos de la Ec. 1.9, se tiene lo siguiente:

$$-\left( \rho A \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \rho V \frac{\partial A}{\partial x} \Delta x + AV \frac{\partial \rho}{\partial x} \Delta x \right) = \rho A \frac{\partial}{\partial t} (\Delta x) + \rho \Delta x \frac{\partial A}{\partial t} + A \Delta x \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Reagrupando y dividiendo para  $\rho A \Delta x$

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{1}{A} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta x) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{Ec. 1.10})$$

Reconociendo que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{d\rho}{dt} \quad \text{y} \quad \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{dA}{dt}$$

La Ec. 1.10 se reduce a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\Delta x} \frac{d}{dt} (\Delta x) = 0 \quad (\text{Ec. 1.11})$$

### 1.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN PARA TUBERÍAS DE PAREDES DELGADAS

Para desarrollar una ecuación que permita obtener la velocidad de onda, se debe considerar la conservación de la masa en la sección de tubería  $\delta L$ . Adicional, se debe examinar el flujo de masa dentro y fuera de la sección durante un período de tiempo requerido por la onda que pasa en esa porción de la tubería. El flujo neto de masa será igual al incremento en masa almacenado en  $\delta L$  para obtener la velocidad de propagación  $a$ . Se asume también que ocurre un decremento de la velocidad, por lo tanto la masa se acumula.

Primeramente se analiza la situación cuando la onda ha llegado al primer volumen de control y después el momento que pasa a través de la sección en un tiempo  $\delta t$  como se muestra en la Figura 1.3.

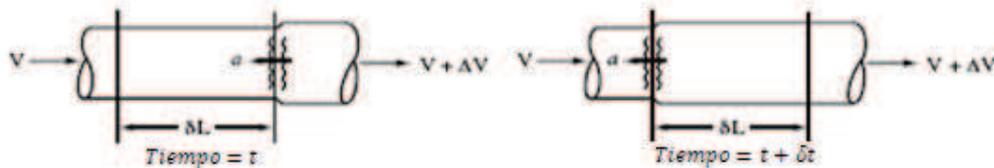


Figura 1. 3. Propagación de la onda de presión en dos instantes de tiempo

Por lo tanto,  $\delta L$  y  $\delta t$  se relacionan a través de la velocidad de propagación como

$$\delta L = a\delta t$$

#### 1.3.1. FLUJO DE MASA NETO

Durante el intervalo de tiempo necesario para que la onda pase a través del volumen de control, la masa acumula en la sección la siguiente cantidad:

$$\delta M = VA\rho\delta t - (V + \Delta V)(\rho + \delta\rho)(A + \delta A)\delta t \quad (\text{Ec. 1.12})$$

Expandiendo los términos en paréntesis y despreciando las cantidades pequeñas:

$$\delta M = -A\rho\Delta V\delta t$$

o, en términos de la velocidad de propagación y  $\delta L$ ,

$$\delta M = -A\rho\Delta V\frac{\delta L}{a} \quad (\text{Ec. 1.13})$$

Este líquido extra se almacena en el volumen de control; por una parte al ser comprimido ligeramente a una densidad mayor, y por otra al ocupar un espacio adicional por el estiramiento pequeño de la sección transversal.

### 1.3.2. VARIACIÓN DEL VOLUMEN DEBIDO AL EFECTO DE COMPRESIBILIDAD

Debido a que la presión aumenta durante el paso de una onda positiva originada por un decremento en la velocidad, el volumen del líquido se comprime en una sección a una densidad ligeramente superior. La ecuación que relaciona el aumento de la presión y el decremento del volumen es la ecuación que define el módulo de elasticidad para un líquido, como se puede ver a continuación:

$$K = -\frac{dP}{dV/V} = \frac{dP}{d\rho/\rho} \quad (\text{Ec. 1.14})$$

Donde  $K$  es el módulo de elasticidad del líquido y  $P$  y  $V$  son la presión y el volumen del líquido, respectivamente.

### 1.3.3. VARIACIÓN DEL VOLUMEN DEBIDO AL EFECTO DE ELASTICIDAD

Cuando el aumento de presión extiende a la tubería, existe más espacio disponible para almacenar el flujo neto acumulado. La tubería se puede estirar tanto circunferencialmente como longitudinalmente, por lo que se debe considerar los dos efectos en la variación del volumen de la tubería. Los diferentes desarrollos de la mecánica de materiales sólidos muestran la relación entre las deformaciones de las paredes de la tubería en dos direcciones perpendiculares. Si un material se deforma en una dirección una cantidad  $\varepsilon_1$ , entonces se producirá una deformación  $\varepsilon_2$  en dirección perpendicular (siempre que el material no tenga deformación sin desarrollar esfuerzo en esa dirección) tal que  $\varepsilon_2 = \mu\varepsilon_1$ , donde  $\mu$  es el radio de Poisson. Si hay una restricción a una deformación libre en cualquier dirección, la relación es más complicada. Un texto de mecánica de materiales puede proporcionar las siguientes ecuaciones para esfuerzo bidimensional que puede ser aplicado a tubería de paredes delgadas:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2}{1 - \mu^2} E \quad \text{o} \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \mu\sigma_2}{E} \quad (\text{Ec. 1.15})$$

$$\sigma_2 = \frac{\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad \text{o} \quad \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2 - \mu\sigma_1}{E} \quad (\text{Ec. 1.16})$$

Donde  $\sigma_1$  y  $\varepsilon_1$  son el esfuerzo y la deformación en la dirección a lo largo del eje de la tubería;  $\sigma_2$  y  $\varepsilon_2$  son los valores en la dirección circunferencial, y  $E$  es el módulo de elasticidad del material de la pared de la tubería. Si el material de la pared no es homogéneo e isotrópico, se requiere de un análisis más complejo.

Para transitorios por lo general hay un esfuerzo y una deformación ya existente en la tubería causados por el flujo en estado estable. Por lo tanto se puede escribir las ecuaciones anteriores en forma incremental:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta\varepsilon_1 + \mu\Delta\varepsilon_2}{1 - \mu^2} E \quad o \quad \Delta\varepsilon_1 = \frac{\Delta\sigma_1 - \mu\Delta\sigma_2}{E} \quad (\text{Ec. 1.17})$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta\varepsilon_2 + \mu\Delta\varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad o \quad \Delta\varepsilon_2 = \frac{\Delta\sigma_2 - \mu\Delta\sigma_1}{E} \quad (\text{Ec. 1.18})$$

El cambio en el volumen causado por el estiramiento circunferencial es:

$$\delta V_c = \pi D \frac{\delta D}{2} \delta L$$

Donde  $\pi\delta D = \pi D\Delta\varepsilon_2$ . Combinando las dos ecuaciones:

$$\delta V_c = \frac{1}{2} \pi D^2 \delta L \Delta\varepsilon_2 \quad (\text{Ec. 1.19})$$

El cambio en el volumen causado por el estiramiento longitudinal es:

$$\delta V_l = \frac{\pi}{4} D^2 \delta L \Delta\varepsilon_1 \quad (\text{Ec. 1.20})$$

Combinando la Ec. 1.19 y la Ec. 1.20, el cambio en el volumen total debido al estiramiento de la tubería es:

$$\delta V = \frac{\pi}{4} D^2 \delta L (\Delta\varepsilon_1 + 2\Delta\varepsilon_2) \quad (\text{Ec. 1.21})$$

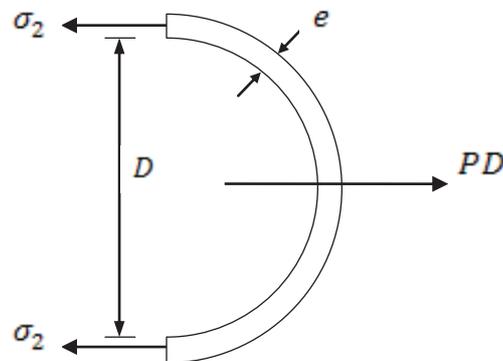


Figura 1. 4. Fuerzas sobre el semicilindro de la tubería debido al transitorio

El cambio en el esfuerzo circunferencial en la pared de la tubería (Ver Figura 1.4) bajo condiciones estáticas es:

$$\Delta\sigma_2 = \frac{\Delta PD}{2e} \quad (\text{Ec. 1.22})$$

Donde  $e$  es el espesor de la pared de la tubería. Sin embargo, las condiciones del transitorio serían causadas por el comportamiento dinámico de la tubería de manera que sólo puede ser analizado con precisión considerando cuidadosamente la masa de la tubería y los accesorios, además de las restricciones de la tubería. Es decir, todas las válvulas, accesorios, y otras consideraciones además del peso de la tubería deben ser desplazados por los cambios de presión. Estos desplazamientos se ven afectados por el tipo y el comportamiento elástico de las restricciones de la tubería. Este tipo de análisis sería demasiado complejo lograrlo, por lo que se asume que las condiciones estáticas son una aproximación adecuada del comportamiento dinámico. Sustituyendo la ecuación anterior en la primera de las Ec. 1.18 se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\Delta PD}{2e} = \frac{\Delta\varepsilon_2 + \mu\Delta\varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad (\text{Ec. 1.23})$$

Aunque la relación entre el esfuerzo circunferencial y la presión es válida para todos los tipos de restricción, la relación entre el esfuerzo longitudinal y la deformación varía con el tipo de restricción. Por ejemplo, si la tubería estuviese anclada en un extremo y libre para estirarse longitudinalmente, el esfuerzo longitudinal bajo condiciones estáticas sería:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta PD}{4e} \quad (\text{Ec. 1.24})$$

Por otro lado, si la tubería estuviese anclada rígidamente para evitar cualquier deformación axial, entonces  $\Delta\sigma_1 = \mu\Delta\sigma_2$  porque  $\Delta\varepsilon_1 = 0$ .

Sin embargo, si la tubería contiene juntas de expansión en toda su longitud, entonces  $\Delta\sigma_1 = 0$  y  $\Delta\varepsilon_1$  ya no es de interés. Siguiendo la nomenclatura de Wylie and Streeter (1993), se identifican los siguientes casos:

Caso a) La tubería se encuentra anclada aguas arriba;

Caso b) La tubería tiene restricción de movimiento axial.

Caso c) Se tiene juntas de expansión a lo largo de la tubería.

En un sentido práctico la situación real de la tubería no va a cumplir cualquiera de estos casos pero tiende a encontrarse en algún lugar de este rango de posibilidades. Debido a que las tuberías enterradas son relativamente comunes, se puede esperar que se encuentren restringidas axialmente por la fricción del suelo y los bloques de anclaje. Si se calcula la velocidad de propagación utilizando la restricción del caso b) se debe considerar que  $\Delta\varepsilon_1 = 0$ , por lo que la Ec. 1.17 se convierte en:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\mu\Delta\varepsilon_2}{1-\mu^2}E \quad \text{o} \quad \Delta\sigma_1 = \mu\Delta\sigma_2 \quad (\text{Ec. 1.25})$$

Y la Ec. 1.23 en:

$$\frac{\Delta PD}{2e} = \frac{\Delta\varepsilon_2}{1-\mu^2}E \quad (\text{Ec. 1.26})$$

Sustituyendo esta ecuación en la Ec 1.21 en lugar de  $\Delta\varepsilon_2$ , el cambio del volumen total es:

$$\delta V = \frac{\pi}{4}D^2\delta L \left( \frac{1-\mu^2}{E} \right) \left( \frac{\Delta PD}{e} \right) \quad (\text{Ec. 1.27})$$

Si se sustrae la masa en la tubería antes del paso de la onda desde la cantidad existente después de la onda, se obtiene:

$$\delta M = (\rho + \delta\rho)(A\delta L + \delta V) - \rho A\delta L$$

Igualando esta expresión con la Ec. 1.13, desarrollando y despreciando los términos pequeños:

$$\delta\rho A\delta L + \rho\delta V = A\rho\Delta V \frac{\delta L}{a} \quad (\text{Ec. 1.28})$$

Para que esta ecuación sea de mayor utilidad, se considera que una masa de material con un incremento de presión, provoca una disminución en el volumen y un incremento en la densidad. Es decir,  $\rho V = \text{constante}$  de modo que:

$$\begin{aligned} \forall \delta\rho + \rho\delta V &= 0 \\ \text{y} \\ \delta\rho &= -\frac{\delta V}{V} \end{aligned}$$

Sustituyendo este resultado en la Ec. 1.14.

$$\delta\rho = \rho \left( \frac{\Delta P}{K} \right)$$

Si se reemplaza  $\Delta P$  con  $\gamma\Delta H$  en la ecuación anterior y posteriormente se sustituye junto con la Ec. 1.27 en la Ec. 1.28

$$\gamma\Delta H \left[ \frac{1}{K} + \left( \frac{1 - \mu^2}{E} \right) \frac{D}{e} \right] = \frac{\Delta V}{a} \quad (\text{Ec. 1.29})$$

Utilizando el principio de transitorio donde se conoce que un cambio en la velocidad  $\Delta V$  provocará un cambio de presión  $\Delta H$  que se propaga a una velocidad  $a$  tal que:

$$\Delta H = -\frac{a}{g}\Delta V \quad (\text{Ec. 1.30})$$

Combinando con la Ec. 1.29, se obtiene:

$$a^2 \rho \left[ \frac{1}{K} + \frac{D}{e} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} \right) \frac{D}{e} \right] = 1$$

o, en la forma convencional de la velocidad de propagación:

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e} (1 - \mu^2)}}$$

Wylie and Streeter (1993) muestran que la ecuación para la velocidad de propagación puede ser expresada en forma general como:

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e} (C)}} \quad (\text{Ec. 1.31})$$

Donde:

Para el caso a)  $C = 1 - \mu/2$

Para el caso b)  $C = 1 - \mu^2$

Para el caso c)  $C = 1.0$

Se debe tener en cuenta que este conjunto de ecuaciones se aplica únicamente a tuberías de paredes delgadas. Si las paredes de la tubería son gruesas se requiere modificar las ecuaciones.

La Tabla 1.1 muestra los valores de  $E$  y  $\mu$  para calcular la velocidad de propagación; el módulo  $K$  es aproximadamente  $300,000 \text{ lb/in}^2$  para agua, a pesar de algunas referencias donde citan a  $K$  como  $320,000 \text{ lb/in}^2$ .

**Tabla 1. 1. Módulos de Elasticidad y Radios de Poisson para materiales comunes en Tuberías**

<b>Material</b>	<b>E (lb/in<sup>2</sup>)</b>	<b>Radio de Poisson <math>\mu</math></b>
Acero	30 x 10 <sup>6</sup>	0.30
Hierro Fundido Dúctil	24 x 10 <sup>6</sup>	0.28
Cobre	16 x 10 <sup>6</sup>	0.36
Bronce	15 x 10 <sup>6</sup>	0.34
Aluminio	10.5 x 10 <sup>6</sup>	0.33
PVC	4 x 10 <sup>5</sup>	0.45
Fibra de vidrio- plástico reforzado	$E_2 = 4 \times 10^6$	$\mu_2 = 0.27-0.30$
	$E_1 = 1.3 \times 10^6$	$\mu_2 = 0.20-0.24$
Asbesto Cemento	3.4 x 10 <sup>6</sup>	0.30
Concreto	$57,000 \sqrt{f'_c}$	valor dinámico 0.24
	$f'_c = 28$	

Sin embargo, una pequeña cantidad de aire o gas suspendido en el líquido puede reducir drásticamente el valor de  $K$  y la resultante de la velocidad de propagación. Desafortunadamente, evaluar la cantidad de aire, su distribución, su capacidad de penetración, y su efecto sobre la velocidad de propagación es más difícil. Por consiguiente, en situaciones de diseño es una práctica común tomar una aproximación y asumir que no hay aire presente. Cualquier presencia de aire o gas en el sistema sería una circunstancia fortuita, al menos en el sentido de reducir la velocidad de la onda.

## 1.4. ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD CONSIDERANDO TUBERÍA DEFORMADA

Considerando una expansión longitudinal,  $d(\Delta x) = d\varepsilon_1 \Delta x$  la cual es cero para el caso b) da la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\Delta x} \frac{d}{dt} (\Delta x) = 0$$

De tal forma que la Ec. 1.11 se reduce a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{Ec. 1.32})$$

Esta ecuación sirve tanto para flujos líquidos como de gas. Con referencia a la Ec. 1.32

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dP}{dt} \quad (\text{Ec. 1.33})$$

De la definición de módulo de elasticidad de un fluido (Ec.1.31). La expansión de la pared de la tubería por unidad de área por unidad de tiempo es:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{2eE} \frac{dP}{dt} \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi D}{A} = \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt} = 2 \frac{d\varepsilon_t}{dt} \quad (\text{Ec. 1.34})$$

De la relación de radio de Poisson se tiene que:

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} = \frac{1}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) \quad (\text{Ec. 1.35})$$

Utilizando las Ec. 1.33, Ec. 1.34 y Ec. 1.35 en la Ec. 1.32, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{2}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) + \frac{1}{K} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{Ec. 1.36})$$

El esfuerzo transversal o circunferencial está relacionado con la presión por:

$$\sigma_2 = \frac{PD}{2e} \quad \text{o} \quad \frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dP}{dt} \quad (\text{Ec. 1.37})$$

El cual se aplica para las tres condiciones desarrolladas anteriormente. En flujo transitorio, la variación del diámetro es pequeña en el tiempo, en comparación con P que se considera constante para esta diferenciación.

La variación del esfuerzo axial  $\sigma_1$  está dado para los tres casos como:

$$a) \quad \frac{d\sigma_1}{dt} = \frac{A}{\pi D e} \frac{dP}{dt} = \frac{D}{4e} \frac{dP}{dt}$$

$$b) \quad \frac{d\sigma_1}{dt} = \mu \frac{d\sigma_2}{dt} \quad (\text{Ec. 1.38})$$

$$c) \quad \frac{d\sigma_1}{dt} = 0$$

Sustituyendo la Ec. 1.37 y Ec. 1.38 en la Ec. 1.36:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + a^2 V_x = 0 \quad (\text{Ec. 1.39})$$

Donde

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + [(K/E)(D/e)]C}$$

Con  $C$  definido para cada caso:

$$a) \quad c_1 = 1 - \frac{\mu}{2}$$

$$b) \quad c_1 = 1 - \mu^2$$

$$c) \quad c_1 = 1$$

En la Ec. 1.39, se considera  $a^2$  como una constante, en la cual intervienen propiedades del fluido, la tubería y sus soportes.

La altura piezométrica puede ser reemplazada en la Ec. 1.39.

$$P = \rho g(H - z)$$

y

$$\frac{dP}{dt} = \rho g \left( \frac{dH}{dt} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho g (VH_x + H_t - Vz_x - z_t)$$

Si la tubería no tiene movimiento transversal,  $z_t = 0$ . Adicional  $z_x = \sin \alpha$ , por lo tanto la Ec. 1.39 se convierte en

$$VH_x + H_t - V \sin \alpha + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (\text{Ec. 1.40})$$

La cual es una expresión conveniente de la ecuación de la continuidad con  $V$  y  $H$  como variables dependientes, y con  $x$  y  $t$  como variables independientes. En  $a^2$  se incluyen las propiedades del fluido como la tubería.

## CAPITULO 2

### MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

#### 2.1. ECUACIONES CARACTERÍSTICAS

Una vez desarrollado las ecuaciones diferenciales del estado transitorio, se las debe acondicionar para obtener su solución. El método de las características permite transformar las ecuaciones diferenciales parciales en ecuaciones diferenciales totales tal que puedan ser integradas para obtener ecuaciones en diferencias finitas, que son más convenientes para resolverlas numéricamente.

Las Ecuaciones 1.7 y 1.40 forman un par de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas cuasilineales en términos de dos variables dependientes, velocidad y altura piezométrica; y dos variables independientes que son la distancia a lo largo de la tubería y el tiempo. Las ecuaciones se transforman en cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias por el método de las características. Despreciando los términos de menor importancia (términos convectivos), las ecuaciones simplificadas de la cantidad de movimiento y la continuidad se pueden identificar como  $L_1$  y  $L_2$ , tal que:

$$L_1 = gH_x + \frac{f V |V|}{2D} + V_t = 0 \quad (\text{Ec. 2.1})$$

$$L_2 = H_t + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Estas ecuaciones pueden combinarse linealmente usando un factor multiplicador  $\lambda$

$$L = L_1 + \lambda L_2 = gH_x + \frac{fV|V|}{2D} + V_t + \lambda H_t + \lambda \frac{a^2}{g} V_x = 0$$

Agrupando los términos

$$L = \lambda \left[ H_x \frac{g}{\lambda} + H_t \right] + \left[ V_x \lambda \frac{a^2}{g} + V_t \right] + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Cualquiera de los dos valores reales, distintos de  $\lambda$  permiten obtener ecuaciones en términos de dos variables dependientes  $H$  y  $V$  que son un equivalente de la Ec. 2.1 y Ec. 2.2. La selección de dos valores particulares de  $\lambda$  permite obtener una simplificación de la Ec. 2.3.

En general, ambas variables  $H$  y  $V$  se encuentran en función de  $x$  y  $t$ . Si a la variable independiente  $x$  se la obtiene en función del tiempo, se tiene:

$$\frac{dH}{dt} = H_x \frac{dx}{dt} + H_t \quad , \quad \frac{dV}{dt} = V_x \frac{dx}{dt} + V_t \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Haciendo una comparación entre la Ec. 2.3 con la Ec. 2.4, se puede notar que:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \lambda \frac{a^2}{g} \quad (\text{Ec. 2.5})$$

De esta manera la Ec. 2.3 se convierte en la siguiente ecuación diferencial ordinaria

$$\lambda \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (\text{Ec. 2.6})$$

La solución de la Ec. 2.5 permite obtener dos valores particulares de  $\lambda$ :

$$\lambda = \pm \frac{g}{a}$$

Sustituyendo estos valores de  $\lambda$  en la Ec. 2.5, la forma particular en la que se relacionan  $x$  y  $t$  está dada por:

$$\frac{dx}{dt} = \pm a$$

Esto muestra el cambio en la posición de una onda relacionada al cambio en el tiempo por la velocidad de propagación  $a$ . Cuando se usa el valor positivo de  $\lambda$  en la Ec. 2.5, se debe usar de igual manera el valor positivo de  $\lambda$  en la Ec. 2.6. Un paralelismo semejante existe para el  $\lambda$  negativo. La sustitución de estos valores de  $\lambda$  en la Ec. 2.6 permite obtener dos pares de ecuaciones agrupadas e identificadas como  $C^+$  y  $C^-$ .

$$C^+ \left\{ \begin{array}{l} \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (\text{Ec. 2.7}) \\ \frac{dx}{dt} = +a \quad (\text{Ec. 2.8}) \end{array} \right.$$

$$C^- \left\{ \begin{array}{l} -\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (\text{Ec. 2.9}) \\ \frac{dx}{dt} = -a \quad (\text{Ec. 2.10}) \end{array} \right.$$

Los dos valores reales de  $\lambda$  se han utilizado para convertir las dos ecuaciones diferenciales parciales en dos ecuaciones diferenciales totales. La Ec. 2.7 y la Ec. 2.9 tienen la restricción de que son válidas solamente si las ecuaciones 2.8 y 2.10 son válidas.

Es conveniente visualizar la solución a medida que se desarrolla en el plano variable independiente, es decir, el plano  $xt$ . Puesto que  $a$  es generalmente constante para un tubo dado, la Ec. 2.8 se representa como una línea recta en el plano  $xt$ , y la Ec. 2.10 de manera similar se representa como una línea recta diferente. Estas líneas en el plano  $xt$  son las líneas “características” que permiten a la Ec. 2.7 y Ec. 2.9 ser válidas (Ver Figura 2.1). Las últimas ecuaciones se denominan ecuaciones de compatibilidad, cada una siendo válida sólo en la línea característica apropiada.

No hay aproximaciones matemáticas para resolver las ecuaciones diferenciales parciales originales. Por lo tanto, cualquier solución de este conjunto será una solución del sistema original dado por las Ecuaciones 2.1 y 2.2.

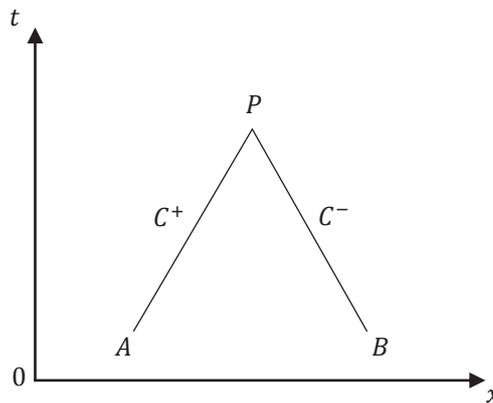


Figura 2. 1. Líneas características en el plano  $xt$

## 2.2. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS

Si se divide una tubería en  $N$  tramos iguales, cada  $\Delta x$  representa la longitud de cada tramo como se muestra en la Figura 2.2. Un intervalo de tiempo se calcula como  $\Delta t = \Delta x/a$  y la Ec. 2.8 es válida para la diagonal con pendiente positiva de la malla (línea  $AP$ ). Si las variables dependientes  $V$  y  $H$  son conocidas en  $A$ , entonces la Ecuación 2.7 la cual es válida a lo largo de la línea  $C^+$ , puede ser integrada entre los límites  $A$  y  $P$ , y se puede escribir en términos de variables desconocidas  $V$  y  $H$  en el punto  $P$ . La Ec. 2.9 es válida para la diagonal con pendiente negativa de la malla (línea  $BP$ ).

La integración de la ecuación de compatibilidad  $C^-$  a lo largo de la línea  $BP$ , conociendo las condiciones en  $B$  y siendo desconocidas en  $P$ , permite obtener una segunda ecuación en términos de las mismas dos variables desconocidas en  $P$ . Una solución simultánea permite obtener los valores en un tiempo y posición particular en el plano  $xt$ , designado por el punto  $P$ .

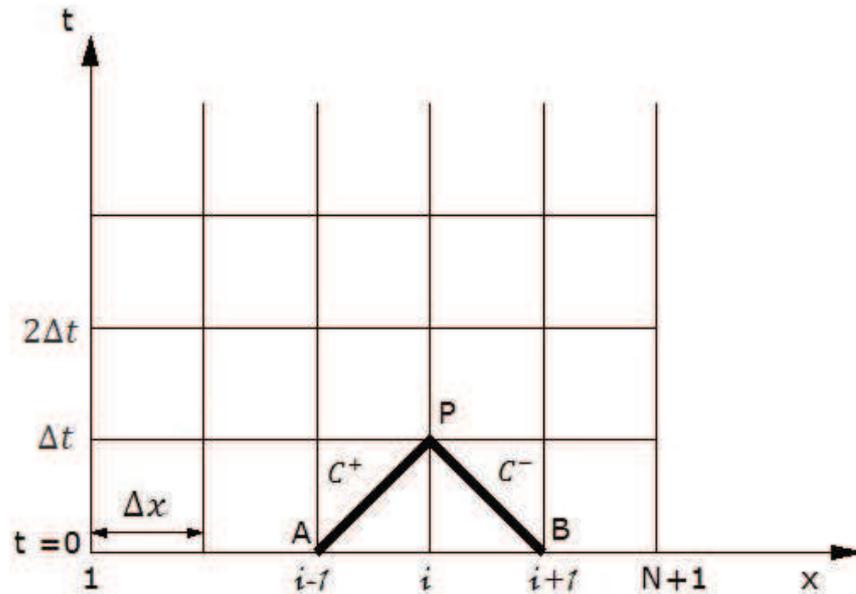


Figura 2. 2. Malla  $xt$  para solución de problemas en una tubería

Multiplicando la Ec. 2.7 por  $a dt/g = dx/g$ , y mediante la introducción del área de la tubería para escribir la ecuación en términos de la descarga en lugar de la velocidad, la ecuación puede ser colocada en una forma adecuada para la integración a lo largo de la característica  $C^+$  como se muestra en la Figura 2.2.

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_A}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} + \int_{x_A}^{x_P} Q |Q| dx = 0 \quad (\text{Ec. 2.11})$$

La variación de  $Q$  con  $x$  bajo la integral en el último término es desconocida, por lo que se debe realizar una aproximación que se aplica a la mayoría de problemas salvo los problemas donde domina el término de la fricción. La integración de la Ec. 2.11 y una integración similar a lo largo de la característica  $C^-$  entre  $B$  y  $P$  da como resultado:

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_A |Q_A| = 0 \quad (\text{Ec. 2.12})$$

$$H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_B |Q_B| = 0 \quad (\text{Ec. 2.13})$$

Estas dos ecuaciones compatibles son relaciones algebraicas básicas que describen la propagación del transitorio de presión y flujo en una tubería. Resolviendo, se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$C^+: H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - RQ_A |Q_A| \quad (\text{Ec. 2.14})$$

$$C^-: H_P = H_B + B(Q_P - Q_B) + RQ_B |Q_B| \quad (\text{Ec. 2.15})$$

Donde  $B = a/gA$  y  $R = f\Delta x/(2gDA^2)$

Estas ecuaciones deben ser válidas también para flujo estable. Para condiciones estables los flujos son iguales  $Q_A = Q_P = Q_B$ , y  $RQ_A |Q_A|$  es la pérdida por fricción en estado estacionario sobre  $\Delta x$ . Se puede utilizar una fórmula exponencial de la fricción en el último término de la Ec. 2.14, por ejemplo, se convertiría en  $R'Q_A |Q_A|^{n-1}$  donde  $n$  es el exponente en la ecuación de pérdida por fricción y  $R'$  el coeficiente.

La solución a un problema en transitorios generalmente comienza con condiciones de estado estable en un tiempo cero, de modo que  $H$  y  $Q$  son valores iniciales conocidos en cada iteración computacional (Ver Figura 2.2 para  $t = 0$ ). La solución está compuesta por la búsqueda de  $H$  y  $Q$  para cada punto de la malla a lo largo de  $t = \Delta t$ , posteriormente en  $t = 2\Delta t$ , etc., hasta un tiempo deseado. En cualquier punto de intersección de la malla interior (sección  $i$ ), las dos ecuaciones de compatibilidad se resuelven simultáneamente para las incógnitas  $Q_{P_i}$  y  $H_{P_i}$ . La Ec. 2.14 y la Ec. 2.15 se pueden escribir de manera sencilla como:

$$C^+: H_{P_i} = C_P - BQ_{P_i} \quad (\text{Ec. 2.16})$$

$$C^-: H_{P_i} = C_M + BQ_{P_i} \quad (\text{Ec. 2.17})$$

Donde  $C_P$  y  $C_M$  son siempre constantes cuando se aplican las ecuaciones:

$$C_P = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1}|Q_{i-1}| \quad (\text{Ec. 2.18})$$

$$C_M = H_{i+1} - BQ_{i+1} + RQ_{i-1}|Q_{i-1}| \quad (\text{Ec. 2.19})$$

Eliminando  $Q_{P_i}$  en la Ec. 1.16 y la Ec. 2.17

$$H_{P_i} = (C_P + C_M)/2 \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Entonces  $Q_{P_i}$  se puede encontrar directamente desde la Ec. 2.19 o Ec. 2.20. La notación del subíndice usado en las ecuaciones anteriores, el cual es necesario para realizar los cálculos computacionales, se muestra en la Figura 2.2. Cabe señalar que el subíndice  $i$  se refiere a cualquier punto de intersección de la malla en la dirección  $x$ . Los valores subíndices de  $H$  y  $Q$  en cada sección siempre están disponibles para el tiempo anterior, ya sea dadas las condiciones iniciales o como resultado de una cálculo anterior. Los nuevos valores de presión y flujo en el momento actual durante el transitorio tienen la letra  $P$  añadida a las variables. En la Figura 2.2 se puede ver que los puntos finales del sistema comienzan a influir en los puntos internos después del primer paso de tiempo. Por lo tanto, con el fin de completar la solución en cualquier instante de tiempo, es necesario introducir las condiciones de borde.

### 2.3. CONDICIONES DE BORDE BÁSICAS

En cada extremo de una tubería solamente se puede utilizar una de las ecuaciones de compatibilidad en las dos variables.

En el extremo aguas arriba (Ver Figura 2.3a), la Ec. 2.17 se aplica a lo largo de la característica  $C^-$ , y para el extremo aguas abajo (Ver Figura 2.3b), la Ec. 2.16 es válida a lo largo de la característica  $C^+$ . Estas son las ecuaciones lineales en  $Q_p$  y  $H_p$ , donde cada una transmite a sus respectivos bordes el comportamiento y la respuesta completa del fluido en la tubería durante el transitorio.

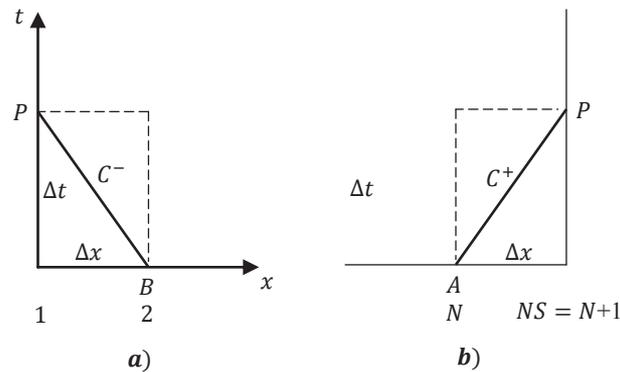


Figura 2. 3. Características en los bordes

Adicional, se requiere de una ecuación auxiliar donde se especifique  $Q_p$ ,  $H_p$ , o alguna relación entre ellos. Es decir, la ecuación auxiliar debe contener información sobre el comportamiento del borde de la tubería. Cada condición de borde se resuelve de forma independiente, e independientemente de los cálculos de punto internos. Algunas condiciones de borde básicas se describen a continuación:

**Reservorio aguas arriba con una elevación específica.** Se puede asumir que la altura piezométrica es constante durante un transitorio de corta duración. Esta condición se describe como  $H_{P_i} = H_R$ , en el cual  $H_R$  es la elevación de la superficie del reservorio sobre el nivel de referencia.

**Bomba centrífuga en el extremo aguas arriba con la curva característica conocida.** La respuesta de una operación de la bomba centrífuga a una velocidad constante puede ser incluida en un análisis mediante la definición de la curva característica de la bomba. En un programa computacional, se puede lograr esto mediante el almacenamiento de datos tabulares para describir la curva, o mediante una ecuación que relacione las variables.

**Extremo de una tubería cerrado aguas abajo.** Una tubería que se encuentra dividida en  $N$  tramos, tiene en su extremo final aguas abajo el punto  $NS = N + 1$  (Ver Figura 2.3b). Si la tubería contiene un extremo cerrado, entonces  $Q_{P_{NS}} = 0$ , y  $H_{P_{NS}}$  puede obtenerse directamente de la Ec. 2.17 o 2.19

**Válvula en el extremo de la tubería aguas abajo.** Se debe utilizar la ecuación de orificio, sin embargo las características hidráulicas de las válvulas varían mucho dependiendo principalmente de la configuración de la trayectoria de flujo a través de la apertura de la válvula. Los coeficientes de pérdida en estado estacionario se encuentran en función de la posición de la válvula.

**Válvula en línea.** Si una válvula se encuentra localizada dentro de una tubería dada, o se encuentra localizada entre dos tuberías diferentes, la ecuación debe ser resuelta simultáneamente con las condiciones de borde de cada tubería, y debe permitir la oportunidad de un flujo inverso.

## CAPITULO 3

### ELEMENTOS Y CARACTERÍSTICAS DE UN SISTEMA POLIDUCTO

#### 3.1. FRICCIÓN EN TUBERÍAS

Debido a la cantidad de tuberías disponibles comercialmente de distinto material, el factor de fricción o su equivalente empírico no se puede conocer con total precisión. El comportamiento funcional del factor de fricción  $f$  se muestra totalmente en el diagrama Moody (Figura 3.1).

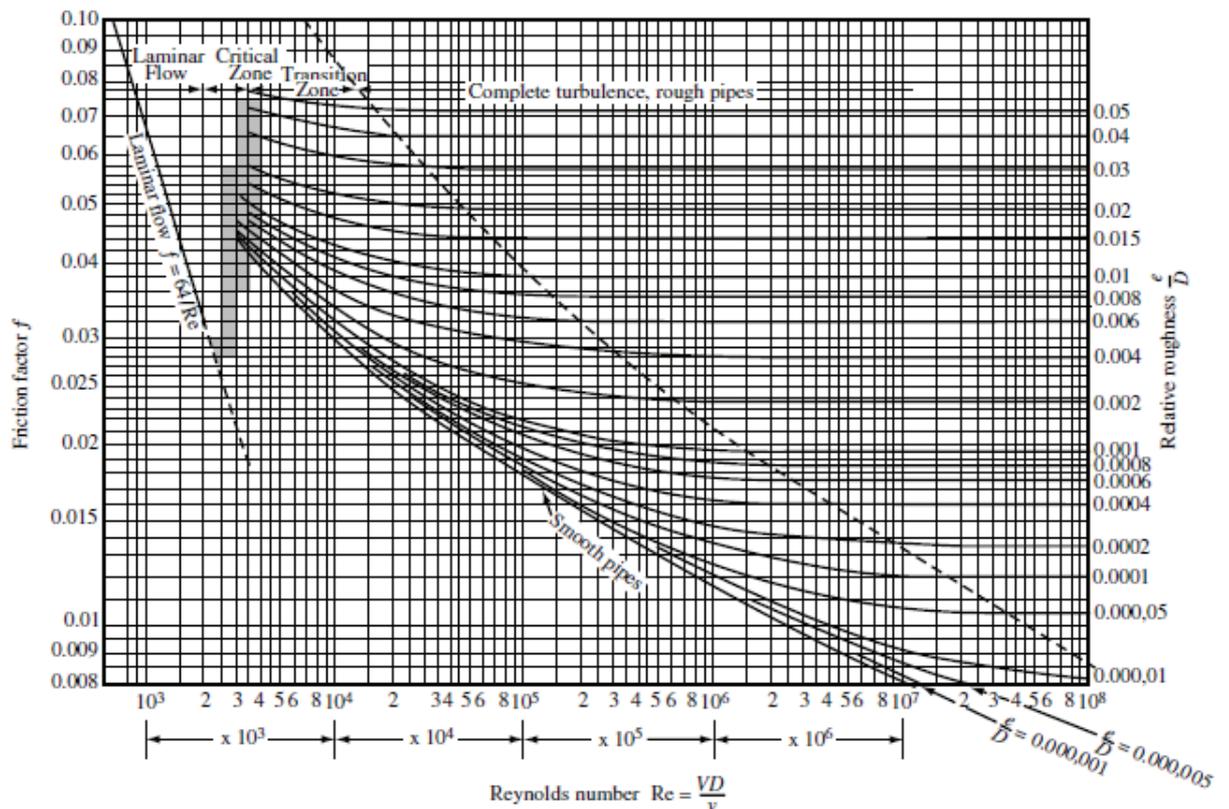


Figura 3. 1. Diagrama de Moody para obtención del factor de fricción

En este diagrama se puede ver las zonas que caracterizan los diferentes tipos de flujo en tuberías. Primero se debe observar que la gráfica es logarítmica a lo largo de ambos ejes. Por debajo del número de Reynolds  $Re = 2100$  existe solamente una línea la cual se deriva únicamente de flujo laminar donde el factor de fricción se calcula como  $f = 64/Re$ . Para números de Reynolds desde 2100 hasta 4000 se conoce como “zona crítica” donde hay un cambio leve entre flujo laminar y flujo turbulento. Para números de Reynolds mayores, se puede encontrar tres zonas:

1. Una zona ubicada en la parte superior derecha de la línea discontinua de la gráfica conocida como turbulencia completa para tuberías rugosas. El factor de fricción  $f$  es una función solamente de la rugosidad  $e/D$  y no de  $Re$ . De esta manera si se conoce el tipo de material, se puede calcular inmediatamente el valor de  $f$ .
2. La línea inferior se conoce como la línea de tubería lisa y se describe por la ecuación empírica:

$$1/\sqrt{f} = 2 \log_{10}(Re\sqrt{f}) - 0.8$$

Esta línea se inclina continuamente y nunca se hace horizontal, como en la zona de rugosidad total, de tal manera que  $f$  siempre depende de  $Re$ . Ya que el flujo en tuberías PVC se describe por esta línea, su importancia ha incrementado en los últimos años.

3. Entre la zona 1 y 2 se encuentra una banda de transición importante, conocida como zona de transición turbulenta, donde  $f$  depende del número de Reynolds  $Re$  y de la rugosidad relativa  $e/D$ . Se calcula con la ecuación de Colebrook-White.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log_{10} \left( \frac{e}{D} + \frac{9.35}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Para cada material se ha establecido un rango de valores de rugosidad. La Tabla 3.1 presenta los valores más comunes de materiales utilizados en las tuberías.

**Tabla 3. 1. Rugosidad Relativa en tuberías**

<b>MATERIAL</b>	<b>e (mm)</b>	<b>e (in)</b>
Acero remachado	0.9 – 9.0	0.035 – 0.35
Concreto	0.30 – 3.0	0.012 – 0.12
Hierro fundido	0.26	0.010
Hierro galvanizado	0.15	0.006
Hierro asfaltado	0.12	0.0048
Acero comercial o soldado	0.045	0.0018
PVC, vidrio	0.0015	0.00006

### **3.2. CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DE LAS VÁLVULAS**

Las válvulas son elementos integrales en un sistema de tuberías que sirven para manejar y transportar fluidos. Su función principal es el control de flujo, la disipación de energía y el aislamiento de tramos de tubería para mantenimiento por tal razón, es importante conocer las características hidráulicas en condiciones estables e inestables ya sea en diseño u operación. Ejemplos de condiciones dinámicas son la apertura o cierre directo de válvulas por un motor, la actuación de una válvula check bajo condiciones inestables, etc. Las características de las válvulas también dependen de su diseño para funciones especiales, del tamaño, además del tipo de accesorio utilizado. A continuación se presenta los diferentes tipos de válvulas más empleados en un poliducto.

### 3.2.1. TIPOS DE VÁLVULAS

Las válvulas utilizadas para el control del flujo varían considerablemente en tamaño, forma, y diseño en general debido a las diferentes aplicaciones. Las características hidráulicas de todos los tipos de válvulas, aunque sean diferentes en diseño y tamaño, pueden reducirse siempre a coeficientes básicos, sin considerar los efectos del fluido tales como viscosidad y cavitación. La Figura 3.2 muestra las secciones transversales de algunos tipos de válvulas utilizadas en la industria.

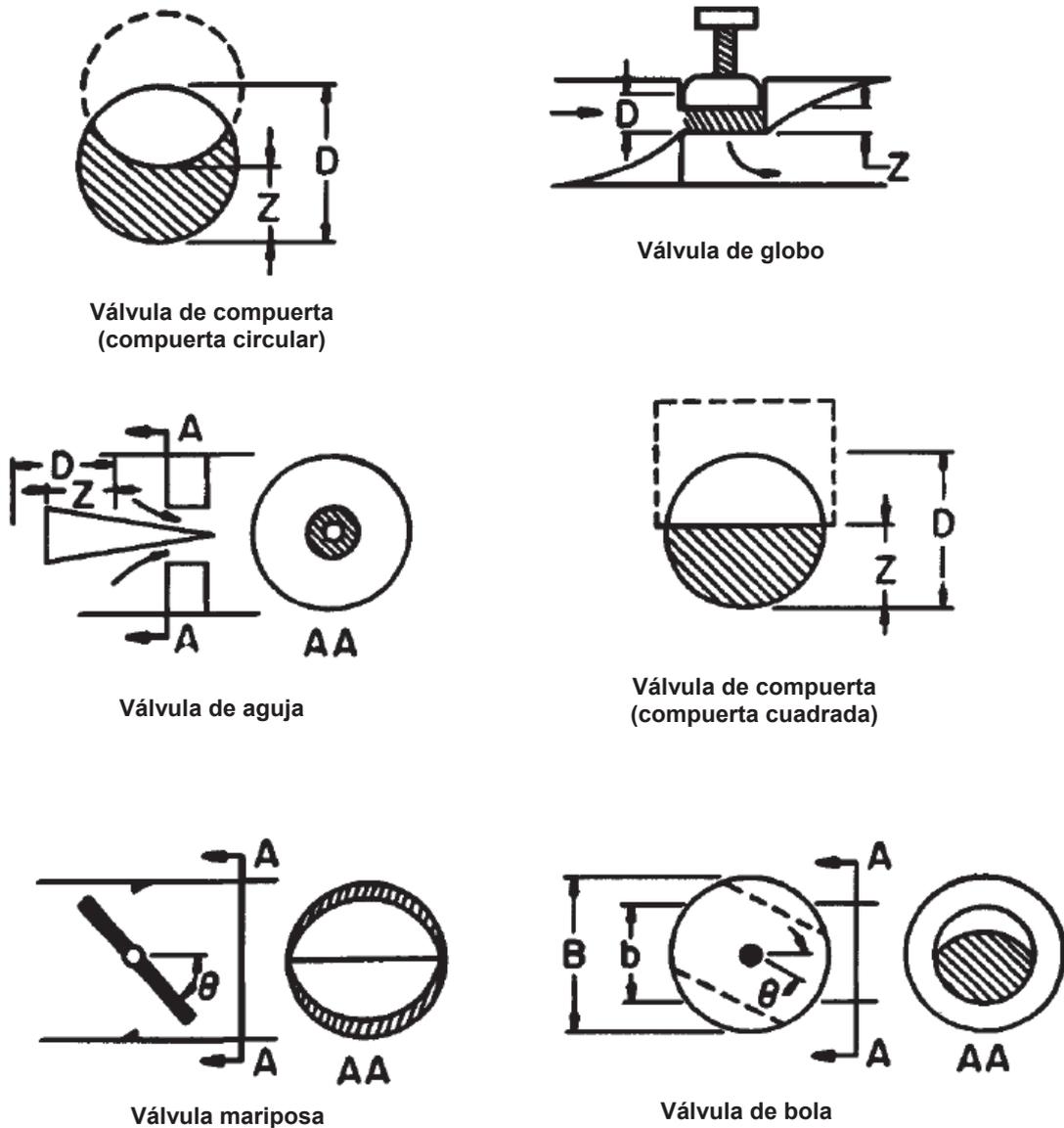


Figura 3. 2. Secciones transversales de válvulas

### 3.3. TEORÍA Y CARACTERÍSTICAS DE BOMBAS

La función de las bombas es permitir un desplazamiento positivo del fluido, para ello disponen de un impeler rotativo que aporta energía en forma de un incremento de presión del fluido que circula por una tubería. La forma del impeler varía de acuerdo al régimen de operación de la bomba. La adición de energía se llama cabeza neta  $h_p$  de la bomba. La potencia que entrega la bomba es producto de la cabeza neta, el flujo y el peso específico del fluido, es decir  $P_w = Q\gamma h_p$ . La potencia mecánica de la bomba debe ser mayor y se conoce como potencia al freno o  $bhp = T\omega$ , en el cual  $T$  y  $\omega$  son el torque y la velocidad angular del eje de la bomba. El radio  $\eta = P_w/bhp$  es la eficiencia de la bomba la cual debe ser mayor a 0.8 para bombas que operan cerca de su mejor punto de eficiencia (bep) y menor en el caso de las bombas que presentan un desgaste.

Las bombas son suficientemente complejas como para ser diseñadas basadas solamente en la teoría. Para los diseños, se utilizan primeramente los resultados experimentales y después se complementa con el modelo de tal manera que se pueda construir el prototipo. Los resultados del análisis dimensional se utilizan para relacionar el modelo y el prototipo. Primero se asume que son similares en forma, conocido como similitud geométrica, y segundo que los campos de velocidad son similares, conocido como similitud cinemática. Los equipos que satisfacen estos requerimientos se conocen como homólogos. Los parámetros adimensionales que se utilizan para completar el proceso de escalamiento se conocen como leyes de afinidad o semejanza:

$$\frac{h_0}{N_0^2 D_0^2} = \frac{h}{N^2 D^2} ; \quad \frac{Q_0}{N_0 D_0^3} = \frac{Q}{N D^3} ; \quad \frac{P_0}{\rho N_0^3 D_0^5} = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$$

La velocidad de rotación puede estar en  $rad/s$ ,  $rev/s$ , o  $rev/min$ . La velocidad específica  $N_s$  es un parámetro utilizado en bombas homólogas que contienen las variables importantes de cabeza y flujo sin considerar el diámetro.

Los rangos en los que se obtiene este parámetro, permite conocer la forma del impeler y así separar el desempeño de una bomba respecto de otra. La forma adimensional de la velocidad específica con  $N$  en  $rad/s$  es:

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{(gh_p)^{3/4}}$$

Basado en la velocidad específica, las bombas se pueden clasificar en tres categorías de acuerdo a la forma del impeler, como se muestra en la Tabla 3.2

**Tabla 3. 2. Tipos de bomba vs. Velocidad específica**

	<b><i>Flujo Radial</i></b>	<b><i>Flujo Mixto</i></b>	<b><i>Flujo Axial</i></b>
$N_s$	$N_s < 1.46$	$1.46 < N_s < 3.7$	$3.7 < N_s$

Para una velocidad específica baja, la bomba más eficiente utiliza impeler de flujo radial, donde la dirección del flujo es radial hacia fuera desde el eje de rotación del impeler; este tipo de bomba se la conoce como bomba centrífuga. Para el rango de velocidad específica mayor, el flujo es casi paralelo al eje de rotación y se llama flujo axial en las bombas que se denominada de hélice. La transición del flujo radial al flujo axial se produce en el rango intermedio llamado flujo mixto; este tipo de bombas se las conoce del tipo turbina.

El rendimiento de una bomba o grupo de bombas se describe por un conjunto de curvas características, que son desarrolladas por los fabricantes. En la Figura 3.3 se puede ver curvas características que proporciona el fabricante de cada bomba. La gráfica está dada por la cabeza (por etapa) vs. el caudal; un cambio en la forma de una curva normalmente significa que el patrón de flujo dentro de la bomba también ha cambiado. El cruce del conjunto de curvas son líneas de nivel de eficiencia. Por cada nivel se representa un porcentaje del valor de eficiencia, que por lo general se encuentra entre 70 y 85%.

Al otro lado de la parte inferior de la gráfica se encuentra el conjunto de curvas que relacionan la potencia al freno a la descarga; se puede ver que las líneas rectas se adaptan a la mayoría de estas pero no perfectamente. Finalmente en la esquina superior derecha de cada gráfica se encuentra el NPSH vs el caudal. La cabeza neta de succión positiva (NPSH) de una bomba se utiliza para determinar la cabeza  $z_i$  que se necesita en la entrada de la bomba de manera que se evite la cavitación en la misma. La cavitación se produce cuando la presión absoluta del fluido cae por debajo de la presión de vapor. El inicio de la cavitación también puede deducirse de pruebas para observar el deterioro de la eficiencia operativa, el ruido y posibles daños a la bomba. Una forma útil de la relación NPSH es:

$$NPSH = \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} - h_L - z_i$$

Donde  $p_{atm}$  y  $p_v$  son la presión atmosférica y la presión de vapor del líquido,  $h_L$  es la pérdida en la tubería de entrada y  $z_i$  es la elevación permisible hasta la entrada del impulsor de la bomba.

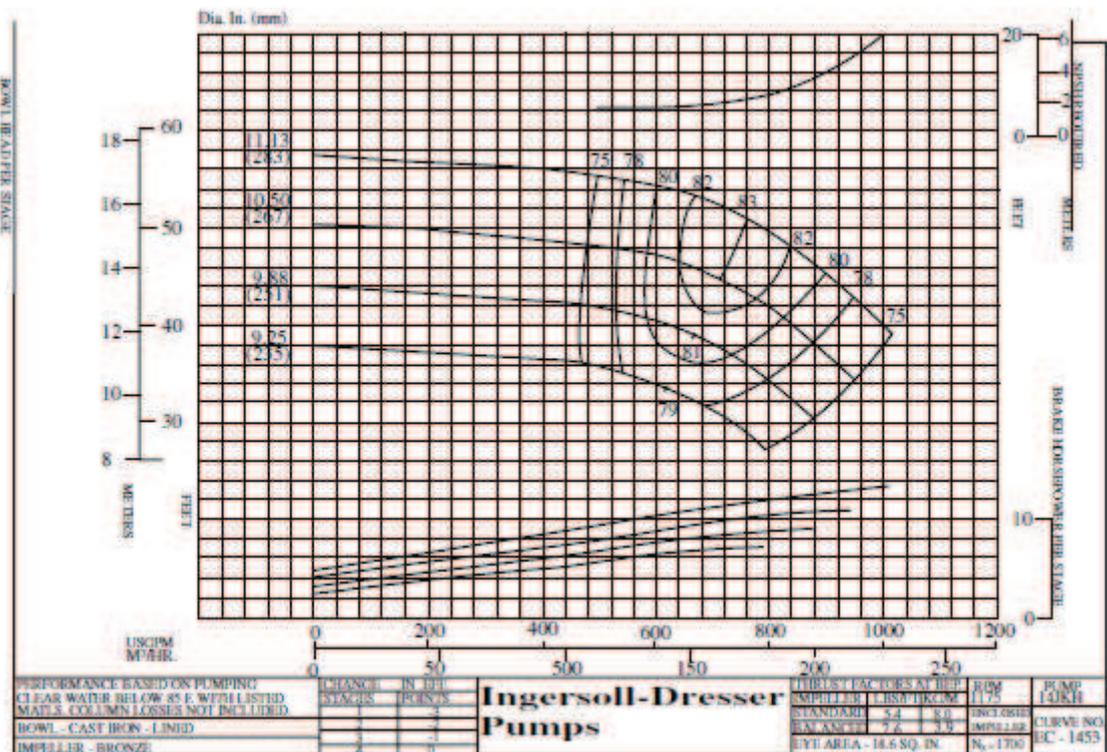


Figura 3. 3. Curvas características de las bombas

### 3.4. DIVISIÓN DE TRAMOS EN UN SISTEMA POLIDUCTO

Cuando se tiene un sistema de dos o más tuberías, es necesario que el incremento de tiempo  $\Delta t$  sea igual para todas las tuberías, por lo tanto se debe escoger un valor adecuado para el número de tramos  $N_i$  en el que divide cada tubería.

Si se considera la tubería 1 dividida en N tramos tal que:

$$\Delta x_1 = \frac{L_1}{N_1} \quad \Delta t = \frac{\Delta x_1}{a_1}$$

Se puede determinar el número de tramos de las otras tuberías con la siguiente ecuación:

$$N_i = \frac{L_i}{\Delta t \cdot a_i(1 \pm \gamma)}$$

En el cual  $N_i$  es un número entero y el valor de  $\gamma$  es una variación permisible de la velocidad de propagación ya que la misma no se obtiene con gran exactitud. En Matlab se puede utilizar la función `round()` la misma que permite obtener el número entero más cercano.

## CAPITULO 4

### APLICACIONES EN POLIDUCTOS

#### 4.1. VÁLVULA AL FINAL DE UNA TUBERÍA

En esta aplicación se analiza el transitorio generado por el cierre de una válvula que se encuentra en una tubería, aguas arriba se encuentra un reservorio y aguas abajo de la válvula se encuentra a la atmósfera (Ver Figura 4.1). La relación de cierre de la válvula está dada por:

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

Donde  $t_c$  es el tiempo en el que la válvula se cierra completamente.

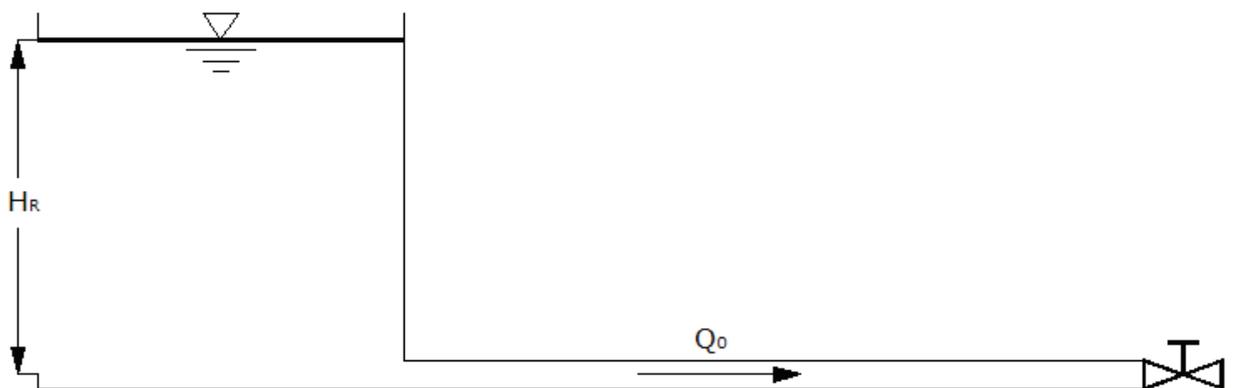
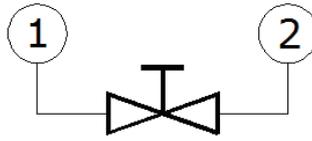


Figura 4. 1. Válvula en la tubería (Aplicación 4.1)

Analizando la condición inicial en la válvula:



$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + gH_T$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + H_T \Rightarrow H_1 = H_2 + H_T \quad (\text{Ec. 4.1})$$

Las pérdidas en la válvula están dadas por:

$$H_T = K \frac{V^2}{2g}$$

El coeficiente de descarga se calcula como:

$$Cd = \frac{1}{\sqrt{K}} \rightarrow K = \frac{1}{Cd^2}$$

Reemplazando en la Ec. 4.1

$$H_1 = H_2 + \frac{Q^2}{(CdA)^2 \cdot 2g}$$

$$Q = CdA \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$$

En estado estable  $Q = Q_0$  y  $H_1 - H_2 = H_0$

$$Q_0 = (CdA)_0 \sqrt{2gH_0} \quad (\text{Ec. 4.2})$$

Cuando la válvula se empieza a cerrar:

$$Q_P = CdA\sqrt{2g\Delta H} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

Haciendo una relación entre la Ec. 4.2 y la Ec. 4.3.

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{CdA\sqrt{2g\Delta H}}{(CdA)_0\sqrt{2gH_0}}$$

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{\Delta H} \quad (\text{Ec. 4.4})$$

La Ec. 4.4 se conoce como Ecuación de Orificio y representa el comportamiento de la válvula donde:

$$\tau = \frac{CdA}{(CdA)_0}$$

De tal manera que si  $\tau = 1$ , la válvula tiene una apertura inicial y  $Q_P = Q_0$

Si  $\tau = 0$ , la válvula esta totalmente cerrada y  $Q_P = 0$

#### 4.1.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE

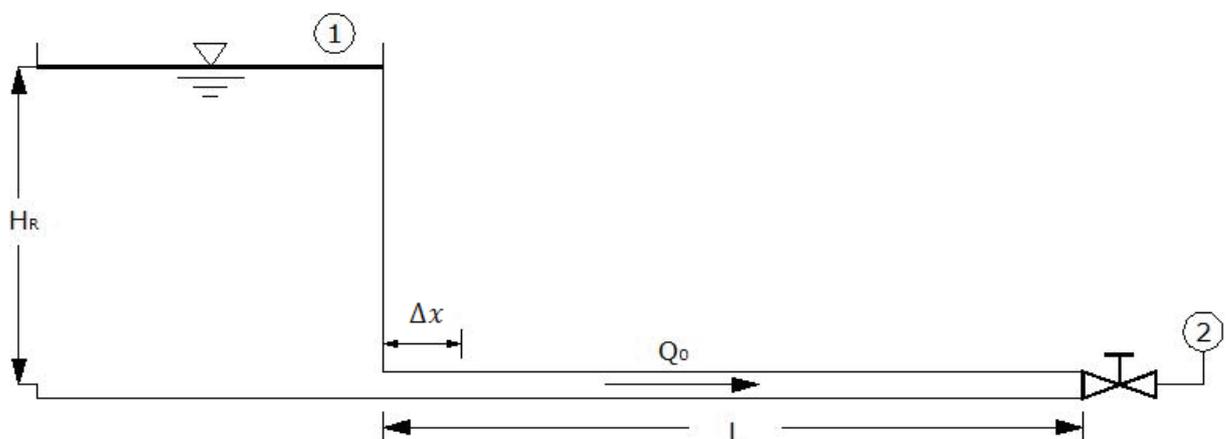


Figura 4. 2. Flujo en estado estable (Aplicación 4.1)

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + gH_T$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + H_T \Rightarrow H_1 = H_2 + H_T$$

$H_2 = 0$ , por encontrarse a la atmósfera

$$H_R = f \frac{L V^2}{D 2g} + \frac{1}{Cd^2} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} + \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

Si:  $R = f \frac{\Delta x}{2gDA^2}$  y  $N = \text{Número de tramos} \Rightarrow L = \Delta x \cdot N$

$$H_R = f \frac{L V^2}{D 2g} + \frac{1}{Cd^2} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} + \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

$$H_R = \left[ RN + \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q_0^2$$

$$Q_0^2 = \frac{H_R}{\frac{RN \cdot 2g(CdA)^2 + 1}{2g(CdA)^2}}$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2g(CdA)^2 H_R}{R \cdot N \cdot 2g(CdA)^2 + 1}}$$

### 4.1.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

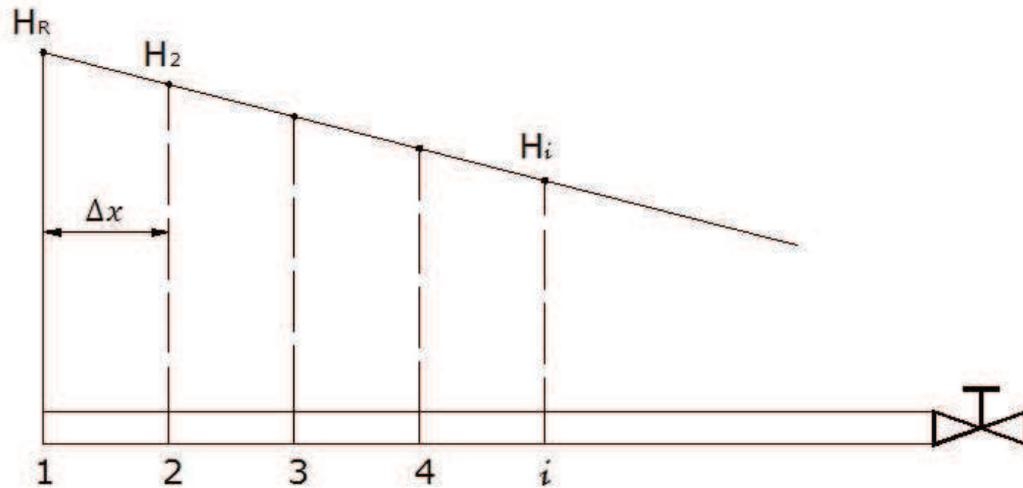


Figura 4. 3. Altura piezométrica en cada tramo (Aplicación 4.1)

Entre el punto 1 y 2:

$$H_R = H_2 + f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q^2$$

$$H_2 = H_R - RQ_0^2$$

Sea:  $\Delta H = RQ_0^2$

$$H_2 = H_R - \Delta H \quad (\text{Ec. 4.5})$$

Entre el punto 1 y 4:

$$H_4 = H_R - 3\Delta H \quad (\text{Ec. 4.6})$$

Analizando la Ec. 4.5 y la Ec. 4.6, se puede obtener una ecuación general para el cálculo computacional:

$$H_i = H_R - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = N + 1$

### 4.1.3. CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS

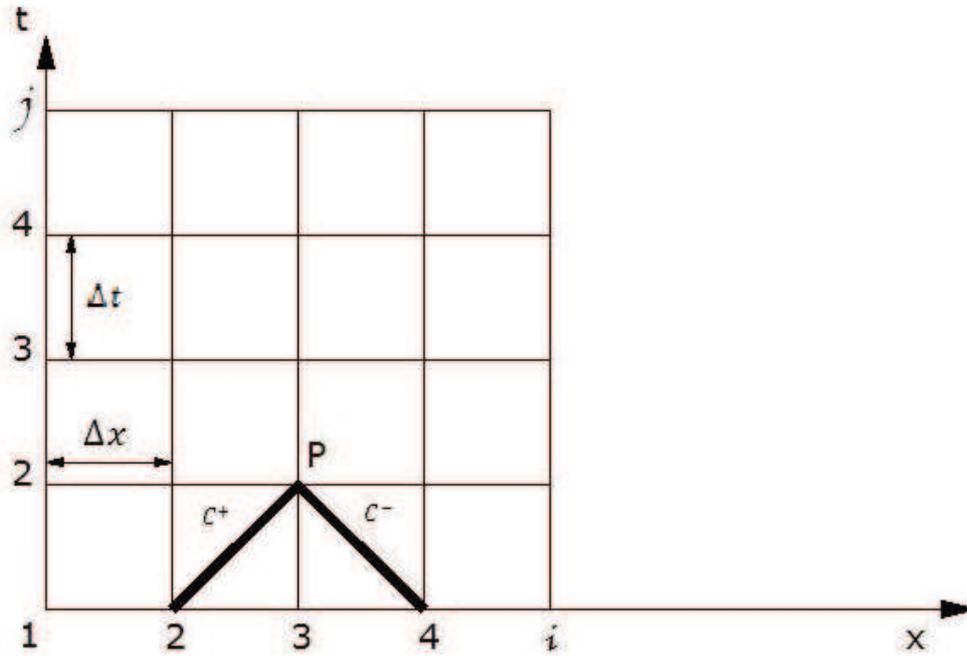


Figura 4. 4. Puntos internos de la malla (Aplicación 4.1)

$$C_P = H_{(i-1,j-1)} + BQ_{(i-1,j-1)} - RQ_{(i-1,j-1)}|Q_{(i-1,j-1)}|$$

$$C_M = H_{(i+1,j-1)} - BQ_{(i+1,j-1)} + RQ_{(i+1,j-1)}|Q_{(i+1,j-1)}|$$

$$H_P = H_{(i,j)} = \frac{C_P + C_M}{2} \quad (\text{Ec. 4.7})$$

$$Q_P = Q_{(i,j)} = \frac{C_P - C_M}{2B} \quad (\text{Ec. 4.8})$$

Siendo:  $B = a/gA$

Desde  $i = 2$  , hasta  $i = N$

Y  $j = 2$  , hasta  $j =$  Tiempo Máximo de simulación

#### 4.1.4. CONDICIÓN DE BORDE EN EL RESERVORIO

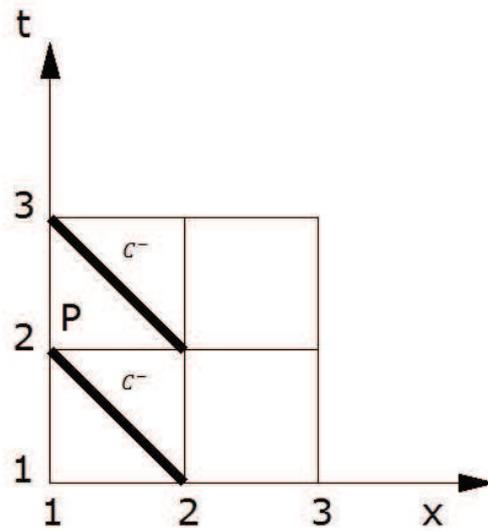


Figura 4. 5. Condición de borde en el reservorio (Aplicación 4.1)

$$H_P = H_{(1,j)} = H_R$$

$$C^-: H_P = C_M + BQ_P$$

$$C_M = H_{(2,j-1)} - BQ_{(2,j-1)} + RQ_{(2,j-1)}|Q_{(2,j-1)}|$$

$$Q_P = Q_{(1,j)} = \frac{H_{(1,j)} - C_M}{B} \quad (\text{Ec. 4.9})$$

#### 4.1.5. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA

$$Q_P = Q_{(NS,j)} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{(NS,j)}}$$

$$C^+: H_P = H_{(NS,j)} = C_P - BQ_P$$

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{C_P - BQ_P}$$

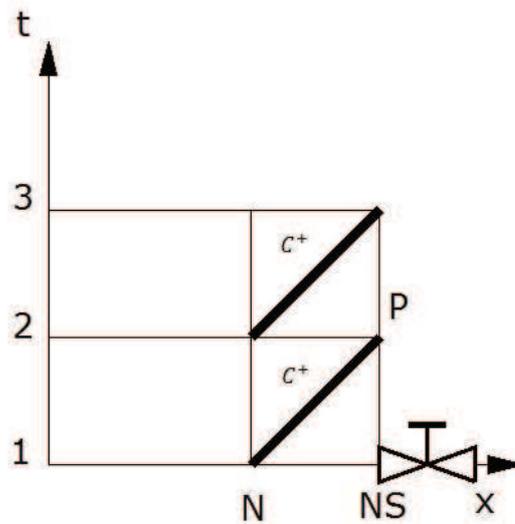


Figura 4. 6. Condición de borde en la válvula (Aplicación 4.1)

$$Q_P = Q_{(NS,j)} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{(NS,j)}}$$

$$C^+: H_P = H_{(NS,j)} = C_P - BQ_P$$

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{C_P - BQ_P}$$

$$Q_P^2 = \frac{Q_0^2}{H_0} \tau^2 (C_P - BQ_P)$$

Sea:  $C_V = \frac{Q_0^2 \tau^2}{2H_0}$

$$Q_P^2 = 2C_V (C_P - BQ_P)$$

$$Q_P^2 + 2C_V BQ_P - 2C_V C_P = 0$$

$$Q_P = \frac{-2BC_V \pm \sqrt{(2C_V B)^2 - 4(-2C_V C_P)}}{2}$$

Considerando que el flujo es positivo

$$Q_P = -BC_V + \sqrt{(C_V B)^2 + (2C_V C_P)} \quad (\text{Ec. 4.10})$$

$$C_P = H_{(N,j-1)} + BQ_{(N,j-1)} - RQ_{(N,j-1)}|Q_{(N,j-1)}|$$

$$H_{(NS,j)} = C_P - BQ_{(NS,j)} \quad (\text{Ec. 4.11})$$

De esta manera la condición es la siguiente:

$$\text{Si: } t < t_c \Rightarrow \tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

$$\text{Si: } t \geq t_c \Rightarrow \tau = 0$$

Siendo:  $t = (j - 1) \Delta t$  desde  $j = 2$  hasta el Número de muestreos deseados.

#### 4.1.6. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos:  $H_R = 50 \text{ m}$ ,  $L = 500 \text{ m}$ ,  $D = 0.25 \text{ m}$ ,  $f = 0.018$ ,  $a = 1000 \text{ m/s}$ ,  $CdA = 0.009$ ,  $t_c = 4 \text{ s}$ ,  $E_m = 1.5$ ,  $N = 5$ ,  $t_m = 8.2 \text{ s}$ , se puede realizar la simulación en Matlab (Ver Anexo 1) obteniendo los siguientes resultados:

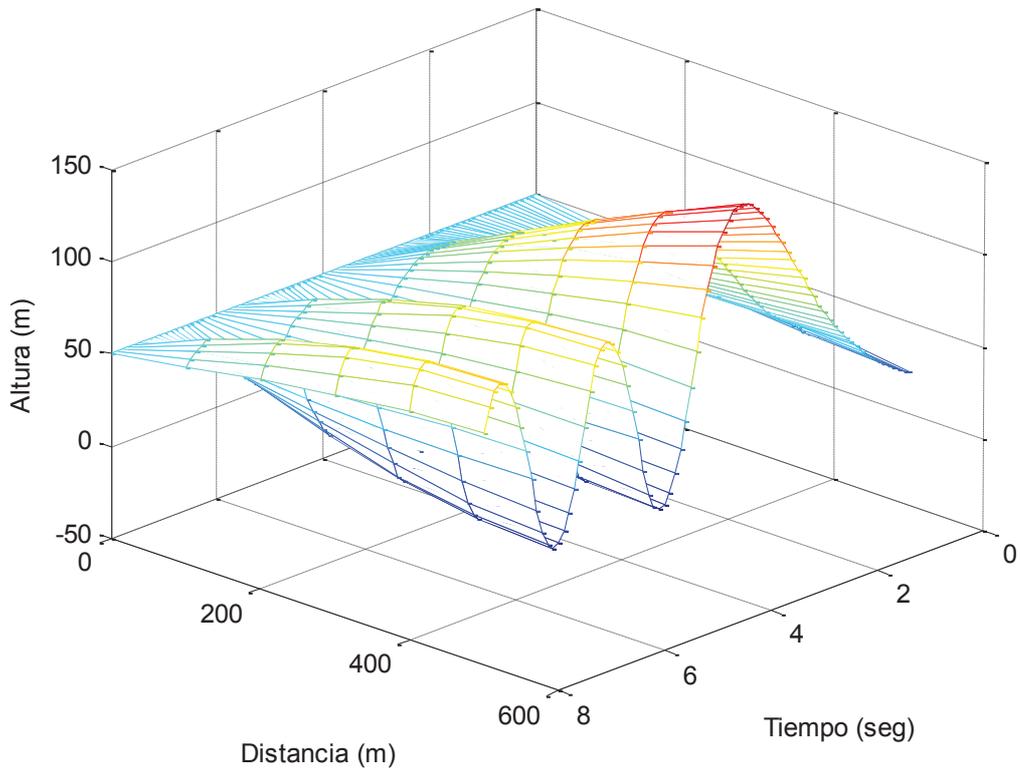


Figura 4. 7. Transitorio generado por el cierre de una válvula (Aplicación 4.1)

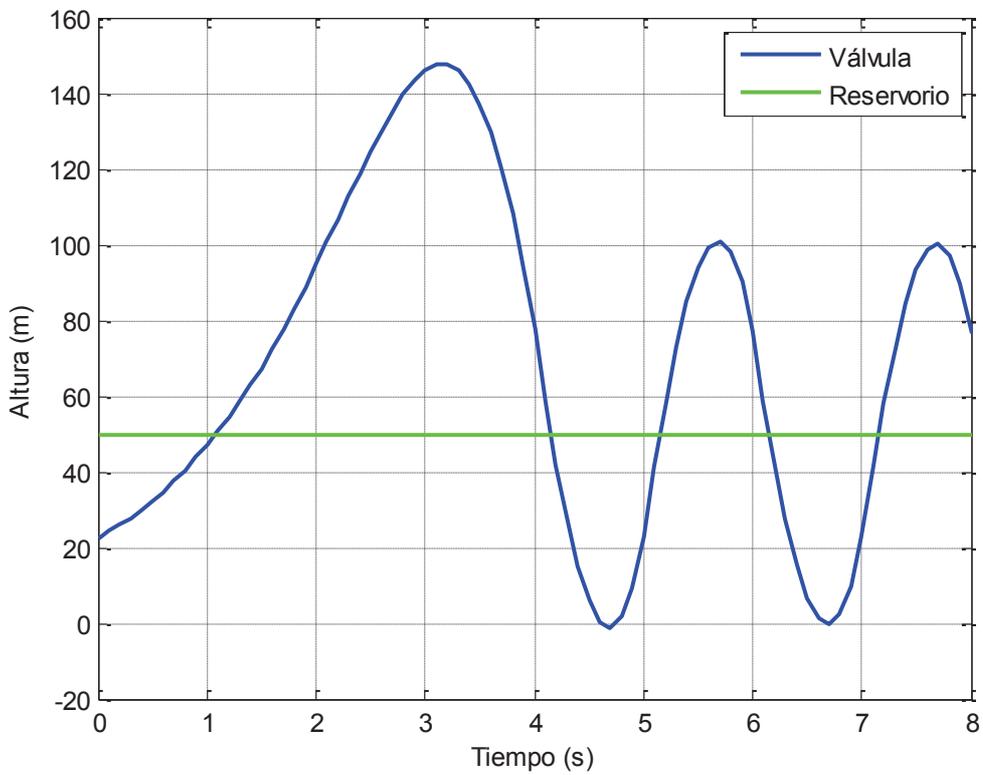
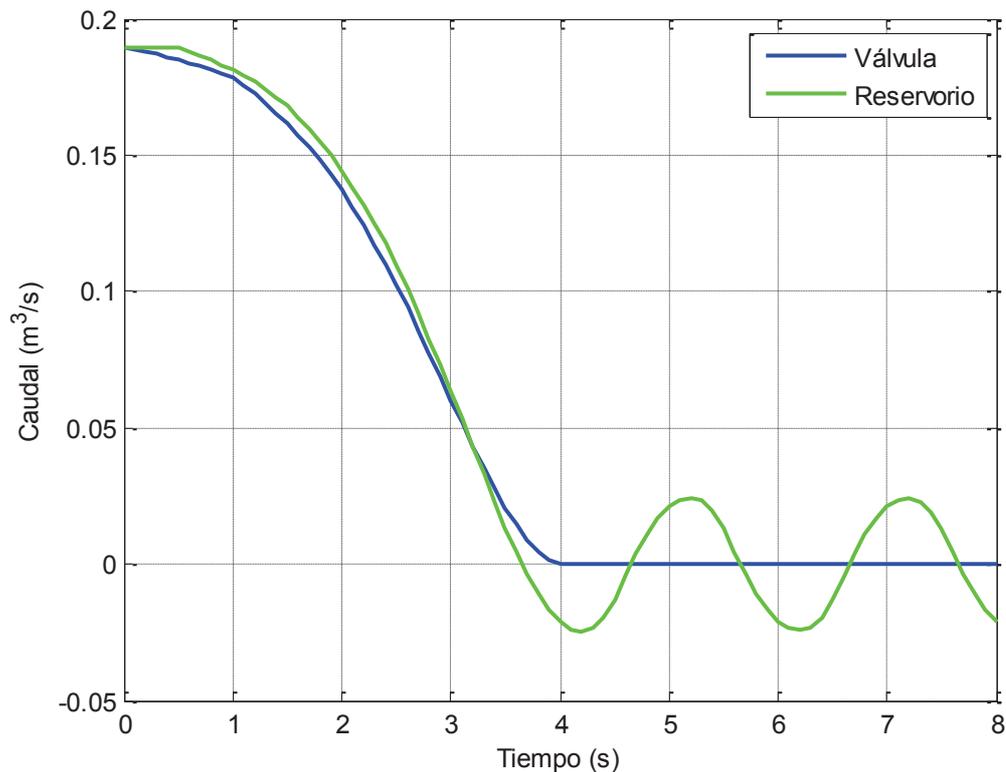


Figura 4. 8. Altura en el reservorio y la válvula (Aplicación 4.1)



**Figura 4. 9. Caudal en el reservorio y en la válvula (Aplicación 4.1)**

De las gráficas obtenidas, se puede observar que si el tiempo de cierre de la válvula es mayor, la variación de la altura es menor, sin embargo la oscilación permanece porque no hay ningún elemento que pueda controlar el transitorio. Es un transitorio subamortiguado.

## 4.2. VÁLVULA ENTRE DOS TUBERÍAS

En esta aplicación se analiza el transitorio generado por el cierre de una válvula que se encuentra entre dos tuberías de diferentes dimensiones. Arriba se encuentra un reservorio y abajo de la válvula está a la atmósfera (Ver Figura 4.10). De la misma forma que en la aplicación anterior, el cierre de la válvula está dado por:

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

Donde  $t_c$  es el tiempo en el que la válvula se cierra completamente.

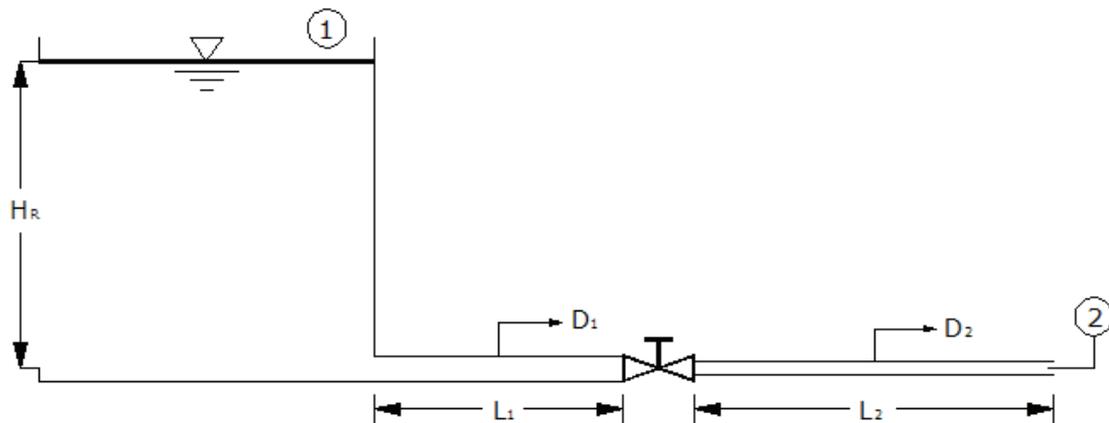


Figura 4. 10. Válvula entre dos tuberías (Aplicación 4.2)

#### 4.2.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + gH_T$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + H_T \Rightarrow H_1 = H_2 + H_T$$

$H_2 = 0$ , por encontrarse a la atmósfera

$$H_R = f_1 \frac{L_1 V_1^2}{D_1 2g} + f_2 \frac{L_2 V_2^2}{D_2 2g} + \frac{1}{Cd^2} \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H_R = f_1 \frac{L_1 Q^2}{D_1 2gA_1^2} + f_2 \frac{L_2 Q^2}{D_2 2gA_2^2} + \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

Si:  $R = f \frac{\Delta x}{2gDA^2}$  y  $N = \text{Número de tramos} \Rightarrow L_1 = \Delta x \cdot N_1$  y  $L_2 = \Delta x \cdot N_2$

$$H_R = f \frac{L V^2}{D 2g} + \frac{1}{Cd^2} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L Q^2}{D 2gA^2} + \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

$$H_R = \left[ R_1 N_1 + R_2 N_2 + \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q_0^2$$

$$Q_0^2 = \frac{H_R}{\frac{2g(R_1 N_1 + R_2 N_2)(CdA)^2 + 1}{2g(CdA)^2}}$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2g(CdA)^2 H_R}{2g(R_1 N_1 + R_2 N_2)(CdA)^2 + 1}} \quad (\text{Ec. 4.12})$$

#### 4.2.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

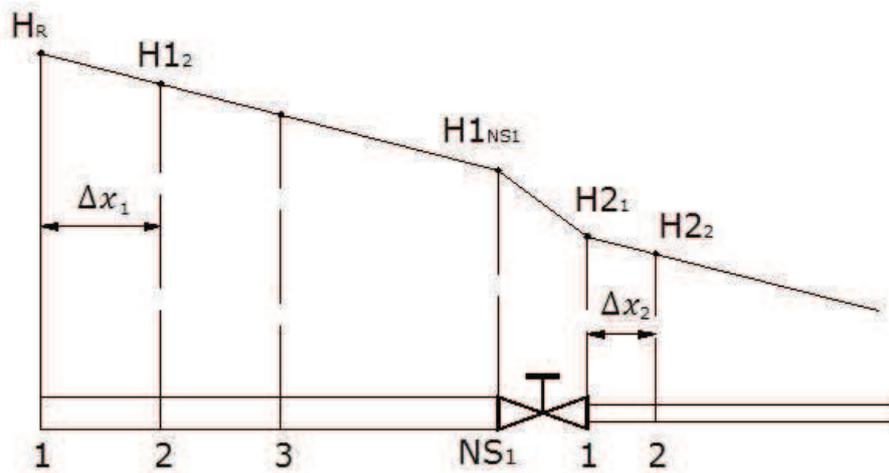


Figura 4. 11. Altura piezométrica en cada tramo (Aplicación 4.2)

##### En la tubería 1:

Entre el punto 1 y 2:

$$H_R = H_2 + f_1 \frac{\Delta x_1}{2gD_1 A_1^2} Q^2$$

$$H_2 = H_R - R_1 Q_0^2$$

Sea:  $\Delta H_1 = R_1 Q_0^2$

$$H_2 = H_R - \Delta H_1 \quad (\text{Ec. 4.13})$$

Entre el punto 1 y N+1:

$$H_{N_1+1} = H_R - N_1 \Delta H_1 \quad (\text{Ec. 4.14})$$

Analizando la Ec. 4.13 y la Ec. 4.14 se puede obtener una ecuación general para el cálculo computacional:

$$H1_i = H_R - (i - 1) \Delta H_1$$

### **En la tubería 2:**

Tomando en consideración la pérdida en la válvula, se tiene que:

$$H1 = H2 + H_T = H2 + \frac{1}{Cd^2} \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$H2_i = H1_{N_1+1} - \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

A partir de la ecuación anterior, se puede obtener la ecuación aplicable a la tubería 2:

$$H2_i = H2_1 - (i - 1) \Delta H_2 \quad (\text{Ec. 3.20})$$

Donde:  $\Delta H_2 = R_2 Q_0^2$

### **4.2.3. CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS**

Se aplica el mismo caso para una sola tubería, considerando que:

#### **Para la tubería 1:**

$$H_{P1} = H_{1(i,j)} = (C_{P1} + C_{M1})/2$$

$$Q_{P1} = Q_{1(i,j)} = (C_{P1} - C_{M1})/2B_1$$

Siendo:  $B_1 = a_1/gA_1$

Desde  $i_1 = 2$ , hasta  $i_1 = N_1$

**Para la tubería 2:**

$$H_{P2} = H_{2(i,j)} = (C_{P2} + C_{M2})/2$$

$$Q_{P2} = Q_{2(i,j)} = (C_{P2} - C_{M2})/2B_2$$

Siendo:  $B_2 = a_2/gA_2$

Desde  $i_2 = 2$  , hasta  $i_2 = N_2$

La condición de borde en el reservorio de la Aplicación 4.1 se utiliza en la tubería 1 y la condición de borde en la válvula se utiliza en la tubería 2.

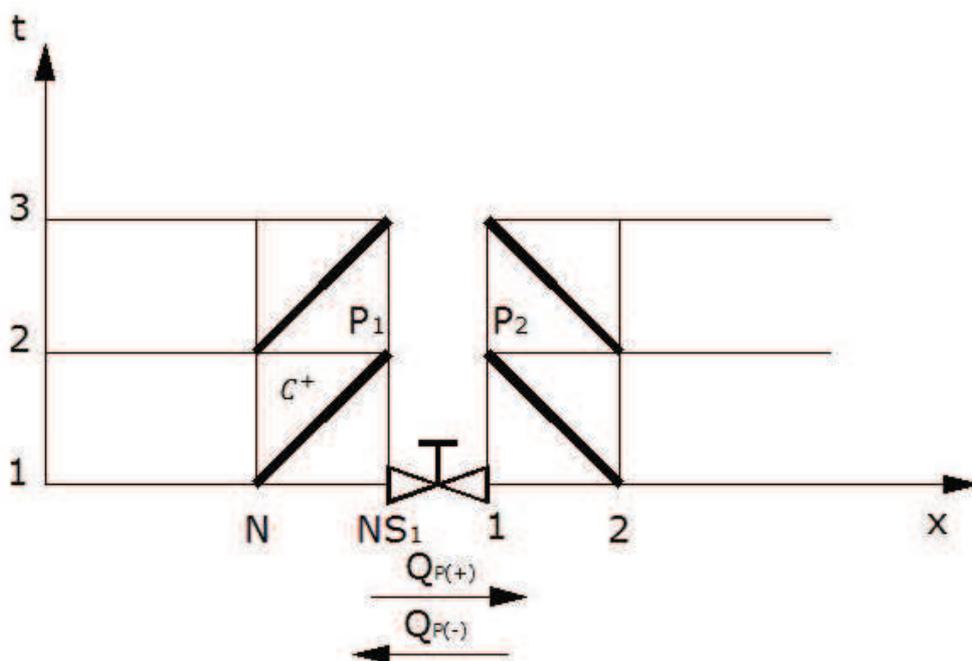
**4.2.4. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA**

Figura 4. 12. Condición de borde en la válvula (Aplicación 4.2)

La ecuación de la válvula se la debe desarrollar simultáneamente con las condiciones de borde de cada tubería y debe permitir el cambio en el sentido de flujo como se puede ver en la Figura 4.12

Aplicando la Ecuación de la continuidad se tiene que:  $Q_{P1} = Q_{P2}$

Considerando flujo positivo:

$$Q_{P1} = Q_{P2} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{P1} - H_{P2}} \quad (\text{Ec. 4.15})$$

Donde:

$$Q_{P1} = Q_{1(N_1+1,j)}$$

$$Q_{P2} = Q_{2(1,j)}$$

$$C^+: H_{P1} = H_{1(N_1+1,j)} = C_{P1} - B_1 Q_{P1} \quad (\text{Ec. 4.16})$$

$$C^-: H_{P2} = H_{2(1,j)} = C_{M2} + B_2 Q_{P2} \quad (\text{Ec. 4.17})$$

Reemplazando la Ec. 4.16 y la Ec. 4.17 en la Ec. 4.15

$$Q_{P1} = Q_{P2} = Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{C_{P1} - B_1 Q_{P1} - C_{M2} - B_2 Q_{P2}}$$

$$\text{Sea: } C_V = \frac{Q_0^2 \tau^2}{2H_0}$$

$$Q_P^2 = 2C_V [(C_{P1} - C_{M2}) - (B_1 + B_2)Q_P]$$

$$Q_P^2 + 2C_V(B_1 + B_2)Q_P - 2C_V(C_{P1} - C_{M2}) = 0$$

$$Q_P = \frac{-2C_V(B_1 + B_2) \pm \sqrt{4C_V^2(B_1 + B_2)^2 + 8C_V(C_{P1} - C_{M2})}}{2}$$

$$Q_P = -C_V(B_1 + B_2) + \sqrt{C_V^2(B_1 + B_2)^2 + 2C_V(C_{P1} - C_{M2})} \quad (\text{Ec. 4.18})$$

Considerando flujo negativo:

$$Q_{P1} = Q_{P2} = -\frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{H_{P1} - H_{P2}}$$

$$Q_P^2 = -2C_V [(C_{P1} - C_{M2}) - (B_1 + B_2)Q_P]$$

$$Q_P^2 - 2C_V(B_1 + B_2)Q_P + 2C_V(C_{P1} - C_{M2}) = 0$$

$$Q_P = \frac{2C_V(B_1 + B_2) \pm \sqrt{4C_V^2(B_1 + B_2)^2 - 8C_V(C_{P1} - C_{M2})}}{2}$$

$$Q_P = C_V(B_1 + B_2) - \sqrt{C_V^2(B_1 + B_2)^2 - 2C_V(C_{P1} - C_{M2})} \quad (\text{Ec. 4.19})$$

Analizando la Ec. 1.18 y la Ec. 4.19, en el cálculo computacional se deben considerar las siguientes condiciones:

Si:  $C_{P1} - C_{M2} \geq 0$ , el flujo es positivo y se calcula con la Ec. 4.18

Si:  $C_{P1} - C_{M2} < 0$ , el flujo es negativo y se calcula con la Ec. 4.19

#### 4.2.5. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos:  $H_R = 50 \text{ m}$ ,  $L_1 = 500 \text{ m}$ ,  $L_2 = 720 \text{ m}$   
 $D_1 = 0.25 \text{ m}$ ,  $D_2 = 0.15 \text{ m}$   $f_{1-2} = 0.018$ ,  $a_1 = 1000 \text{ m/s}$ ,  $a_2 = 1300 \text{ m/s}$   $CdA = 0.009$ ,  $t_c = 3.5 \text{ s}$ ,  $E_m = 2$ ,  $N_1 = 5$ ,  $t_m = 8.2 \text{ s}$ , se realiza la simulación en Matlab (Ver Anexo 2) obteniendo los siguientes resultados:

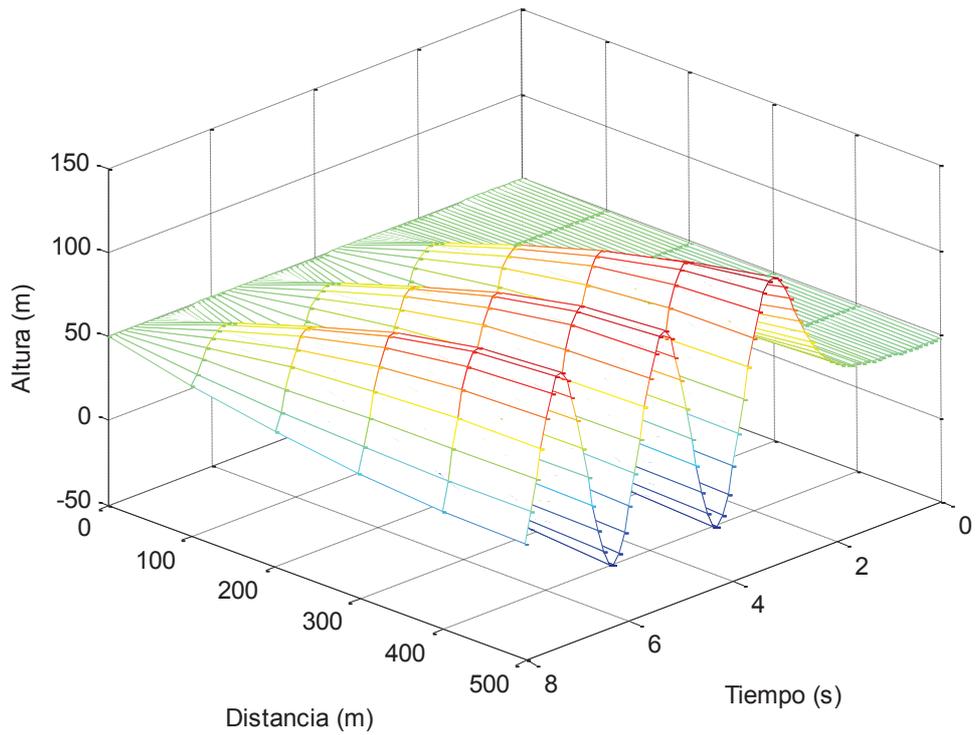


Figura 4. 13. Transitorio generado por el cierre de una válvula entre dos tuberías de diferentes dimensiones (Antes de la válvula - Aplicación 4.2)

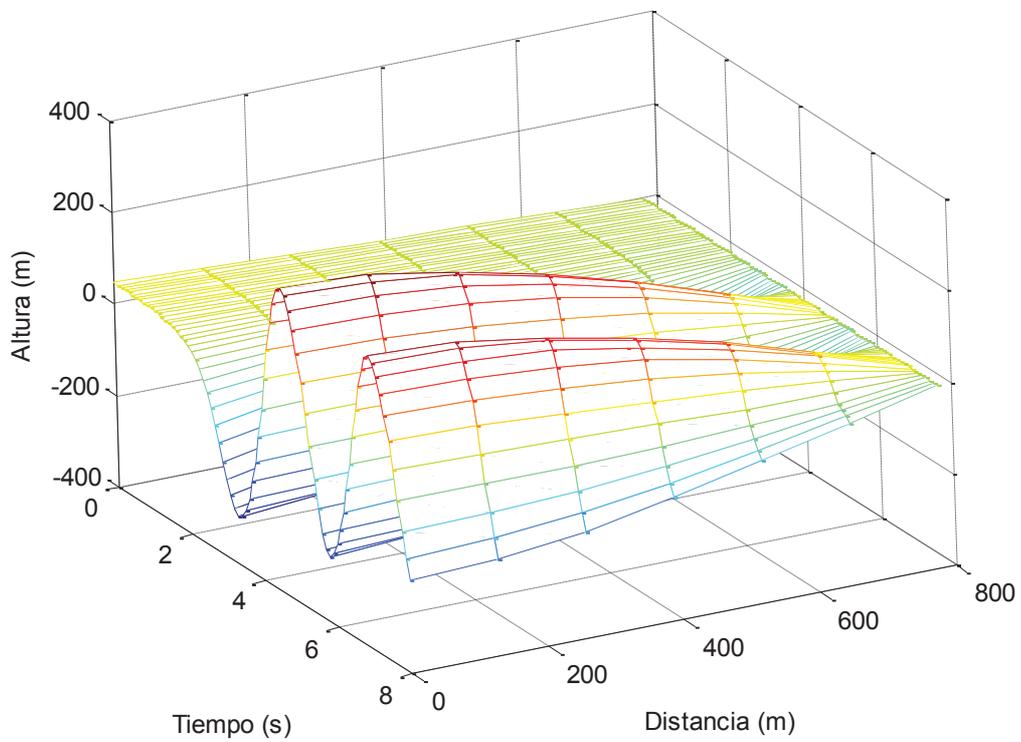


Figura 4. 14. Transitorio generado por el cierre de una válvula entre dos tuberías de diferentes dimensiones (Después de la válvula- Aplicación 4.2)

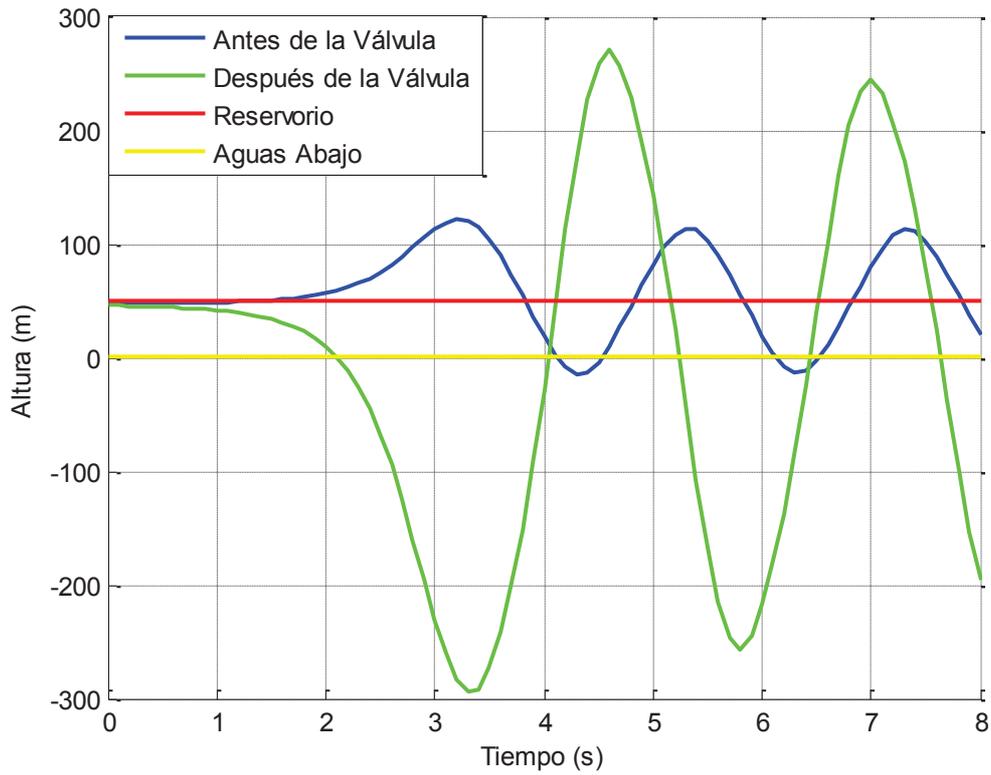


Figura 4. 15. Altura en todas las condiciones de borde (Aplicación 4.2)

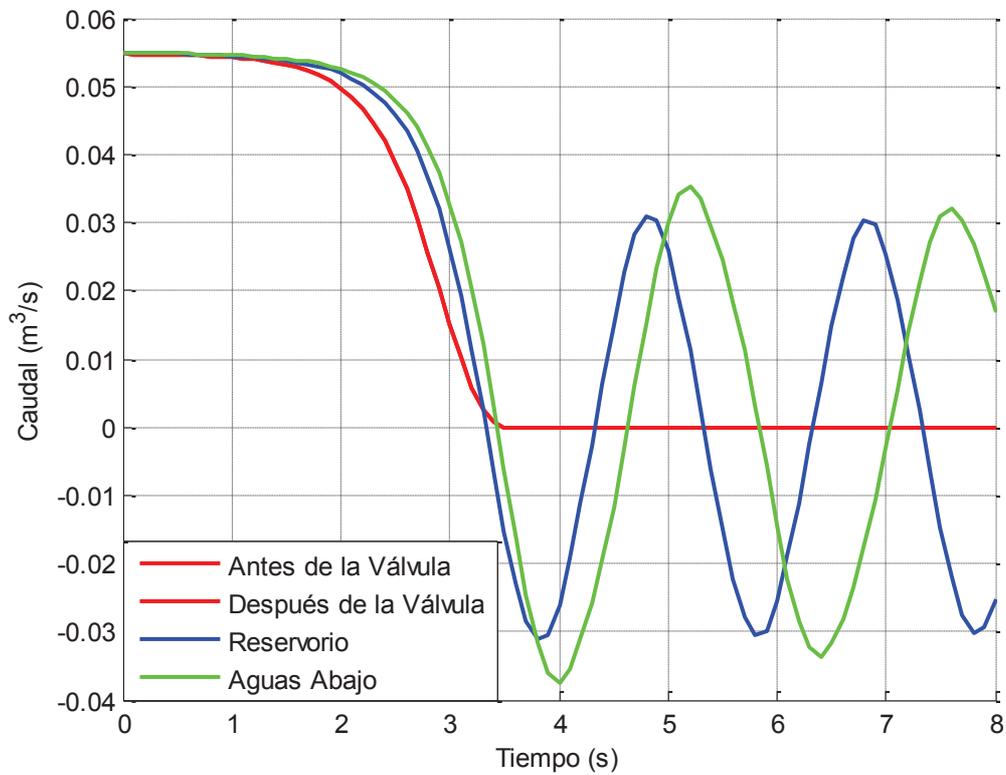


Figura 4. 16. Caudal en todas las condiciones de borde (Aplicación 4.2)

De las gráficas obtenidas se puede observar que la presión aumenta aguas abajo de la válvula por lo que debe ser necesario un control en la presión después de la válvula. Una alternativa debe ser la válvula de alivio que permite no superar los valores límites de la tubería pudiendo exceder el MAOP.

### 4.3. BOMBA CENTRÍFUGA CON VELOCIDAD CONSTANTE

En esta aplicación se analiza el transitorio generado por el cierre de una válvula que se encuentra al final de la tubería, aguas arriba se encuentra una bomba que aporta flujo desde un reservorio y aguas abajo de la válvula está a la atmósfera (Ver Figura 4.17).

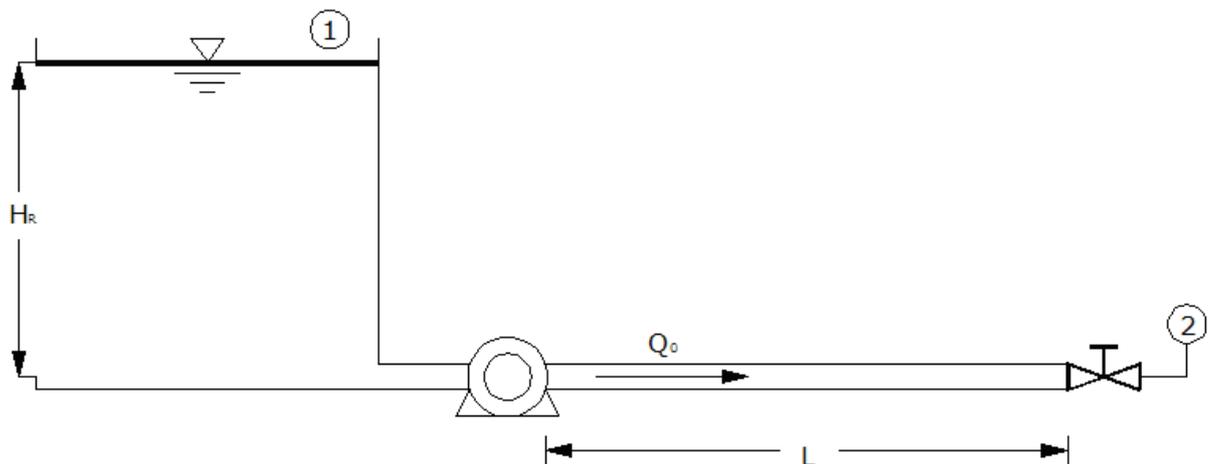


Figura 4. 17. Bomba centrífuga girando a velocidad constante (Aplicación 4.3)

La relación de cierre de la válvula está dada por:

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

Donde  $t_c$  es el tiempo en el que la válvula se cierra completamente.

La respuesta de la bomba operando a velocidad constante se debe incluir en el análisis, para esto es necesario obtener la curva característica como se muestra en la Figura 4.18

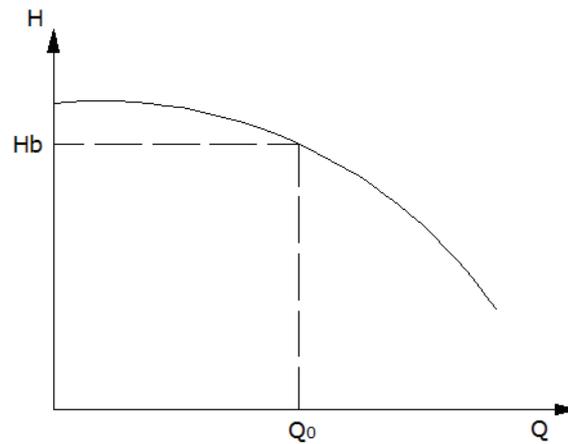


Figura 4. 18. Curva característica de una bomba centrífuga (Aplicación 4.3)

### 4.3.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE

Planteando la ecuación de la energía se tiene que:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + gH_b = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + gH_T$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 + H_b = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + H_T \Rightarrow H_1 + H_b = H_2 + H_T$$

De esta manera, la ecuación del sistema estaría dada por:

$$H_b = H_2 - H_1 + H_T$$

Donde:

$$H_T = \left[ RN + \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q^2 \quad (\text{Ec. 4.20})$$

Obtenido de la Aplicación 4.1

La ecuación de la bomba se puede obtener por el método de mínimos cuadrados a la forma:

$$H_b = a_b Q^2 + b_b Q + c_b \quad (\text{Ec. 4.21})$$

Igualando la Ec. 4.20 y la Ec. 4.21

$$a_b Q^2 + b_b Q + c_b = H_2 - H_1 + \left[ RN + \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q^2$$

De esta manera el flujo en estado estable se puede calcular de la siguiente ecuación:

$$\left[ a_b - RN - \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q_0^2 + b_b Q_0 + [c_b + H_1 - H_2] = 0 \quad (\text{Ec. 4.22})$$

### 4.3.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

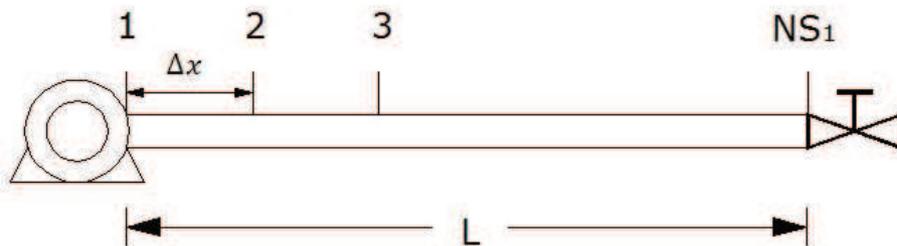


Figura 4. 19. Altura piezométrica en cada tramo (Aplicación 4.3)

Entre la bomba y el punto 2:

$$H_2 = H_b + H_R - f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q^2$$

$$H_2 = H_b + H_R - \Delta H$$

Donde:  $\Delta H = RQ_0^2$  y  $R = f \frac{\Delta x}{2gDA^2}$

Entre la bomba y el punto 3:

$$H_3 = H_b + H_R - 2\Delta H$$

Generalizando:

$$H_i = H_b + H_R - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = N + 1$

### 4.3.3. CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA

$$H_P = H_{(1,j)} = H_b + H_R$$

$$C^-: H_P = C_M + BQ_P$$

$$C_M = H_{(2,j-1)} - BQ_{(2,j-1)} + RQ_{(2,j-1)}|Q_{(2,j-1)}|$$

$$\Rightarrow a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b + H_R = C_M + BQ_P$$

$$a_b Q_P^2 + (b_b - B)Q_P + (c_b + H_R - C_M) = 0$$

Considerando que el flujo se dirige en dirección positiva:

$$Q_P = \frac{(B - b_b) + \sqrt{(b_b - B)^2 - 4a_b(c_b + H_R - C_M)}}{2a_b}$$

Si:  $Q_P > 0$

$$H_P = C_M + BQ_P$$

Si:  $Q_P \leq 0$

$$H_P = H_{(1,j)} = H_b + H_R$$

$$H_P = a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b + H_R$$

$$H_P = c_b + H_R$$

$$Q_P = Q_{(1,j)} = \frac{H_{(1,j)} - C_M}{B}$$

#### 4.3.4. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos de la tubería:  $H_R = 20 \text{ m}$ ,  $L = 500 \text{ m}$ ,  $D = 0.25 \text{ m}$ ,  $f = 0.018$ ,  $a = 1000 \text{ m/s}$ ,  $CdA = 0.009$ ,  $t_c = 5 \text{ s}$ ,  $E_m = 2$ ,  $N = 5$ ,  $t_m = 8.2 \text{ s}$ .

Datos de la bomba:

$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	$H \text{ (m)}$
0	225
0.1	210
0.2	205
0.3	185
0.4	145
0.5	55

El programa en Matlab (Ver Anexo 3) permite obtener los siguientes resultados:

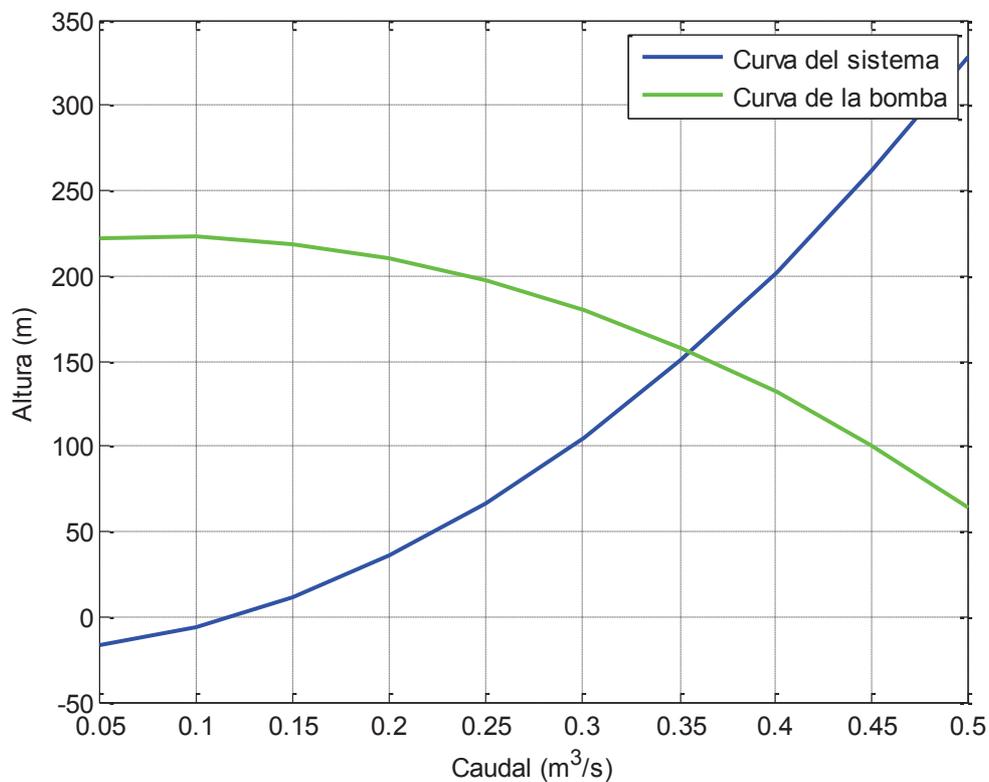


Figura 4. 20. Punto de operación de la bomba (Aplicación 4.3)

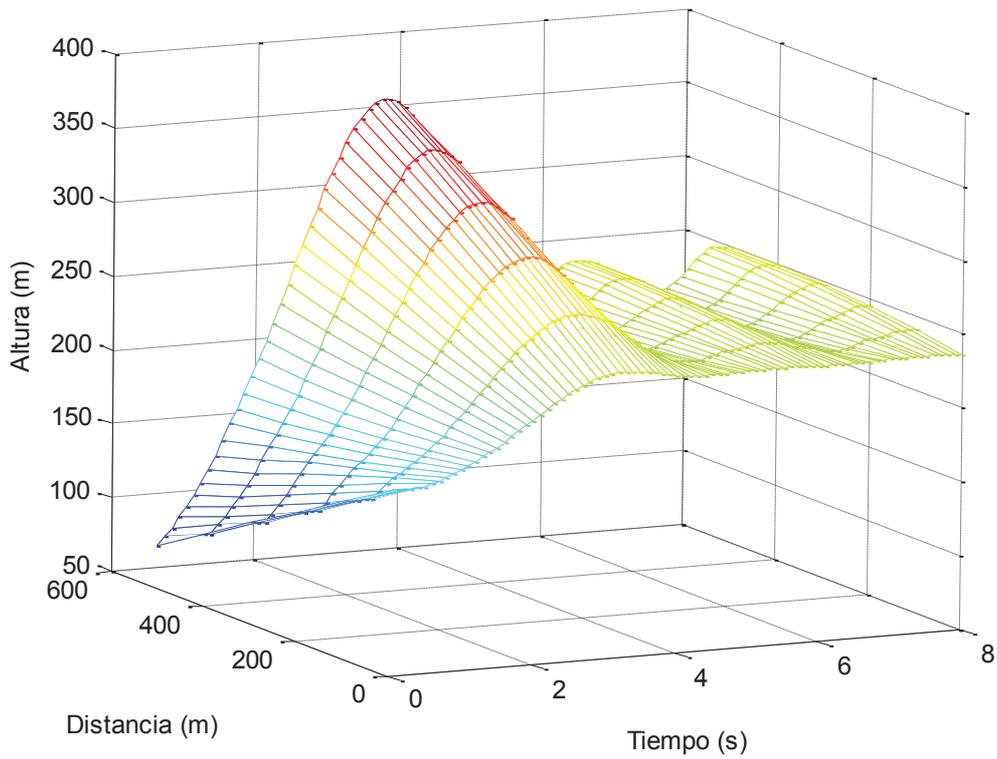


Figura 4. 21. Transitorio generado por el cierre de una válvula al final de la tubería con bomba centrífuga que gira a velocidad constante (Aplicación 4.3)

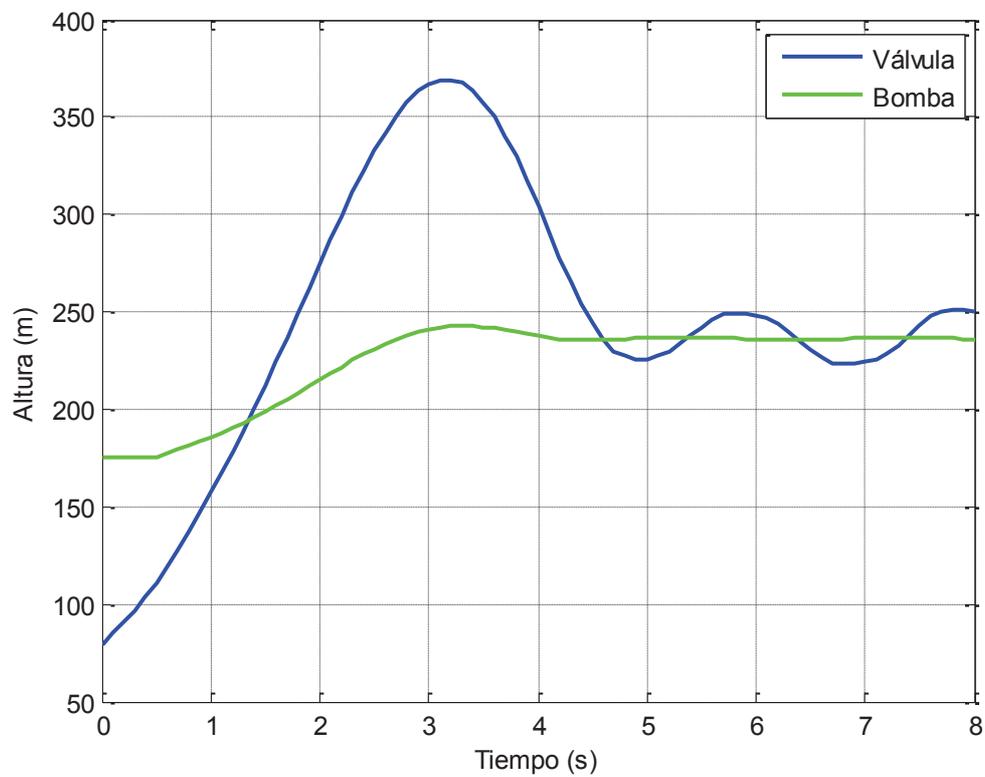


Figura 4. 22. Altura en la bomba y en la válvula (Aplicación 4.3)

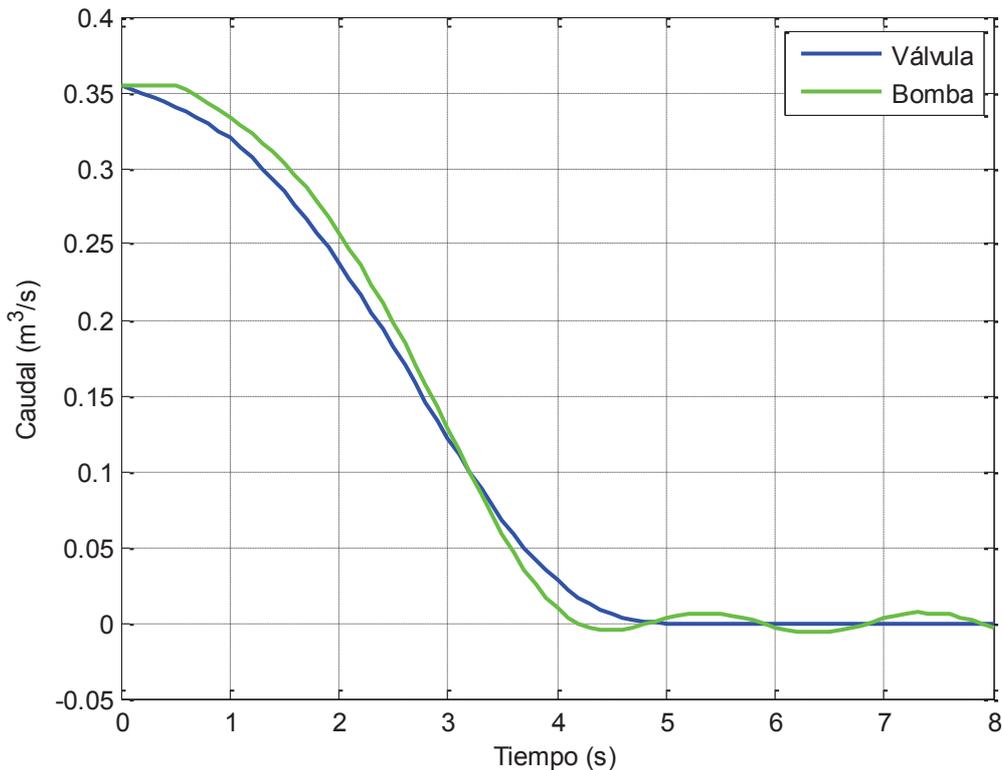


Figura 4. 23. Caudal en la bomba y en la válvula (Aplicación 4.3)

Cuando la válvula se cierra el caudal es cero por lo tanto la bomba alcanza su TDH. Este valor en el tiempo permanece constante como tener solamente el reservorio. Presenta un pico que podría afectar la tubería pero posteriormente el transitorio no presenta un pico muy grande.

#### 4.4. BOMBA CENTRÍFUGA CON VARIACIÓN EN LAS REVOLUCIONES

En esta aplicación se analiza el transitorio generado por la variación en las revoluciones de una bomba centrífuga. Aguas abajo se encuentra una válvula que mantiene su apertura inicial y al final se encuentra a la atmósfera (Ver Figura 4.24).

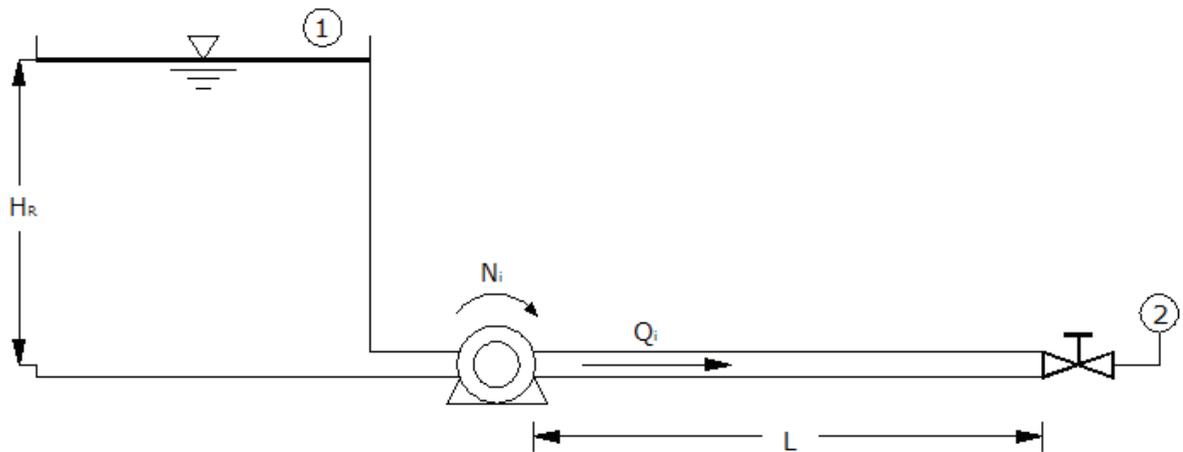


Figura 4. 24. Bomba centrífuga con variación en las revoluciones (Aplicación 4.4)

Considerando un aumento en las revoluciones de forma lineal tal que:

$$N = N_0 + kt$$

Donde  $k$  es una constante y  $N_0$  son las revoluciones iniciales de la bomba. La respuesta de la bomba operando a velocidad constante presenta una curva característica que varía conforme varía la velocidad en la bomba como se muestra en la Figura 4.25

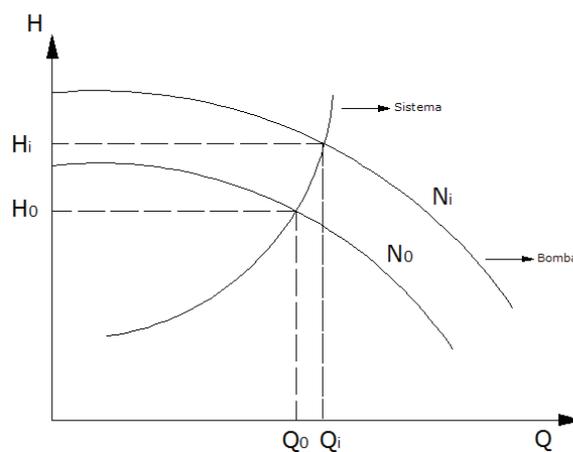


Figura 4. 25. Curva característica de la bomba a diferentes revoluciones (Aplicación 4.4)

#### 4.4.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE

En estado estable la bomba gira a una determinada velocidad, por lo tanto se puede utilizar la ecuación de la aplicación anterior (Ec. 4.22).

$$\left[ a_b - RN - \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q_0^2 + b_b Q_0 + [c_b + H_1 - H_2] = 0$$

#### 4.4.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

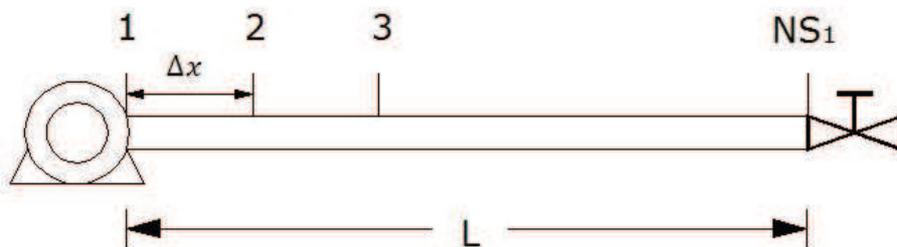


Figura 4. 26. Altura piezométrica en cada tramo (Aplicación 4.4)

Tomando el mismo caso anterior:

$$H_i = H_b + H_R - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = N + 1$

#### 4.4.3. CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA

Para determinar la altura y el caudal en el tiempo es necesario utilizar una ecuación que relacione la variación en las revoluciones. Esto se puede conseguir mediante el uso de la ley de semejanza en bombas donde se obtiene lo siguiente:

$$\frac{H_0}{N_0^2 D_0^2} = \frac{H}{N^2 D^2} \qquad \frac{Q_0}{N_0 D_0^3} = \frac{Q}{N D^3}$$

Al ser la misma bomba, se puede simplificar a:

$$H_0 = \left(\frac{N_0}{N}\right)^2 H \quad Q_0 = \left(\frac{N_0}{N}\right) Q \quad (\text{Ec. 4.23})$$

La ecuación de la bomba a las revoluciones iniciales está dada por:

$$H_0 = a_b Q_0^2 + b_b Q_0 + c_b \quad (\text{Ec. 4.24})$$

Reemplazando la Ec. 4.23 en la Ec. 4.24

$$\left(\frac{N_0}{N}\right)^2 H = a_b \left(\frac{N_0}{N}\right)^2 Q^2 + b_b \left(\frac{N_0}{N}\right) Q + c_b$$

$$H = a_b Q^2 + b_b \left(\frac{N}{N_0}\right) Q + c_b \left(\frac{N}{N_0}\right)^2$$

Sea:  $\alpha = \left(\frac{N}{N_0}\right)$

La ecuación de la bomba a las nuevas revoluciones está dada por:

$$H_b = a_b Q_P^2 + b_b \alpha Q_P + c_b \alpha^2$$

Donde:  $N = N_0 + kt$

$$H_P = H_{(1,j)} = H_b + H_R$$

$$C^-: H_P = C_M + BQ_P$$

$$C_M = H_{(2,j-1)} - BQ_{(2,j-1)} + RQ_{(2,j-1)} | Q_{(2,j-1)} |$$

$$\Rightarrow a_b Q_P^2 + b_b \alpha Q_P + c_b \alpha^2 + H_R = C_M + BQ_P$$

$$a_b Q_P^2 + (b_b \alpha - B) Q_P + (c_b \alpha^2 + H_R - C_M) = 0$$

Considerando que el flujo se dirige en dirección positiva:

$$Q_P = \frac{(B - b_b \alpha) + \sqrt{(b_b \alpha - B)^2 - 4a_b(c_b \alpha^2 + H_R - C_M)}}{2a_b}$$

Si:  $Q_P > 0$

$$H_P = C_M + BQ_P$$

Si:  $Q_P \leq 0$

$$H_P = H_{(1,j)} = H_b + H_R$$

$$H_P = a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b + H_R$$

$$H_P = c_b + H_R$$

$$Q_P = Q_{(1,j)} = \frac{H_{(1,j)} - C_M}{B}$$

#### 4.4.4. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA

Se aplica la misma Ec. 4.4 de la Aplicación 4.1, donde:

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{\Delta H}$$

y:

$$\tau = \frac{CdA}{(CdA)_0}$$

Puesto que se mantiene la apertura inicial, no hay variación en  $CdA$ , por lo tanto

$\tau = 1$ .

#### 4.4.5. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos de la tubería:  $H_R = 20 \text{ m}$ ,  $L = 500 \text{ m}$ ,  $D = 0.25 \text{ m}$ ,  $f = 0.018$ ,  $a = 1000 \text{ m/s}$ ,  $CdA = 0.009$ ,  $N = 5$ ,  $t_m = 10 \text{ s}$ .

Datos de la bomba:  $N_0 = 1500 \text{ rpm}$ ,  $N = 1800 \text{ rpm}$ ,  $T_n = 3 \text{ s}$ . La curva característica está dada por:

$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	$H \text{ (m)}$
0	225
0.1	210
0.2	205
0.3	185
0.4	145
0.5	55

El programa en Matlab (Ver Anexo 4) permite obtener los siguientes resultados:

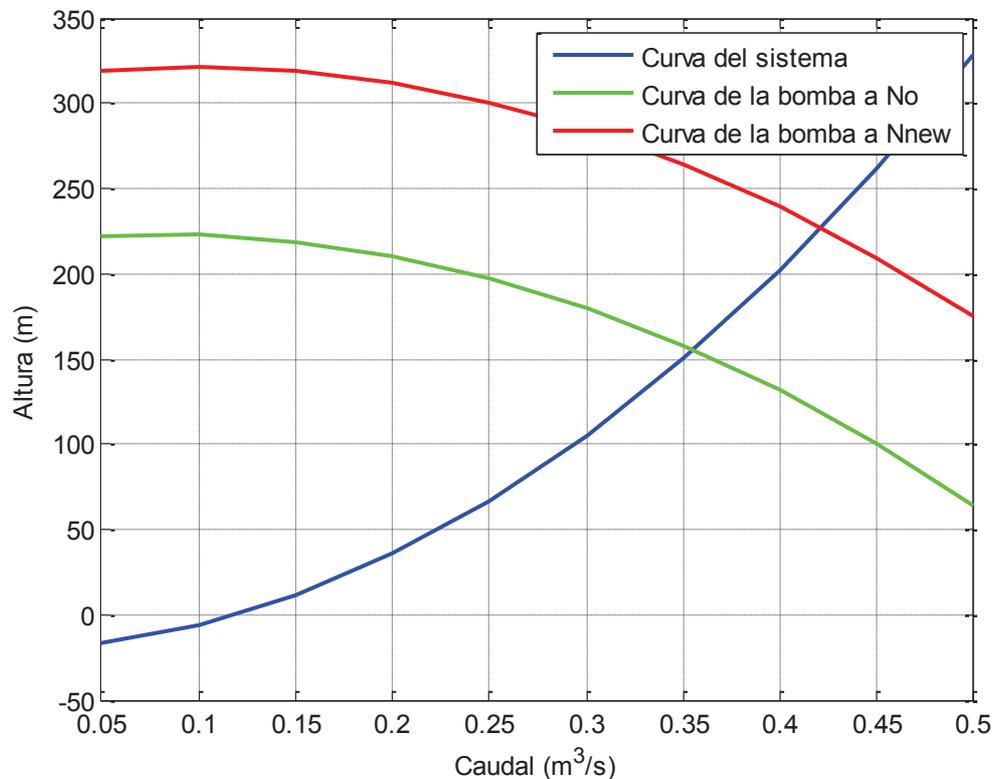


Figura 4. 27. Punto de operación de la bomba a diferentes revoluciones (Aplicación 4.4)

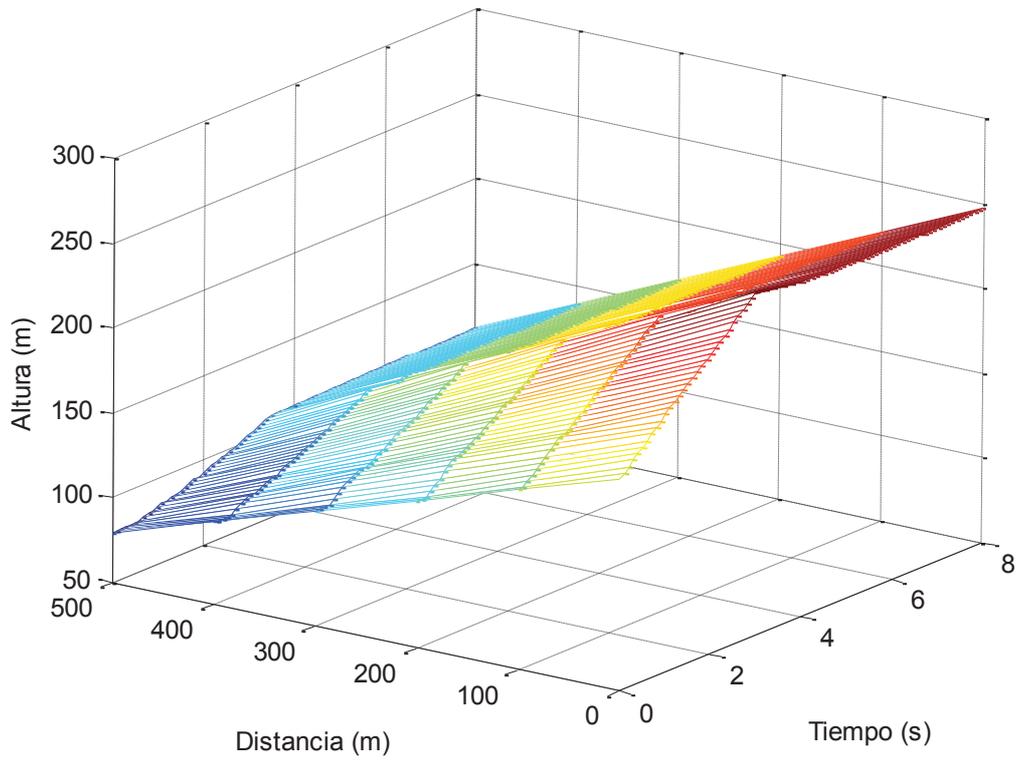


Figura 4. 28. Transitorio generado por el incremento en las revoluciones de una bomba (Aplicación 4.4)

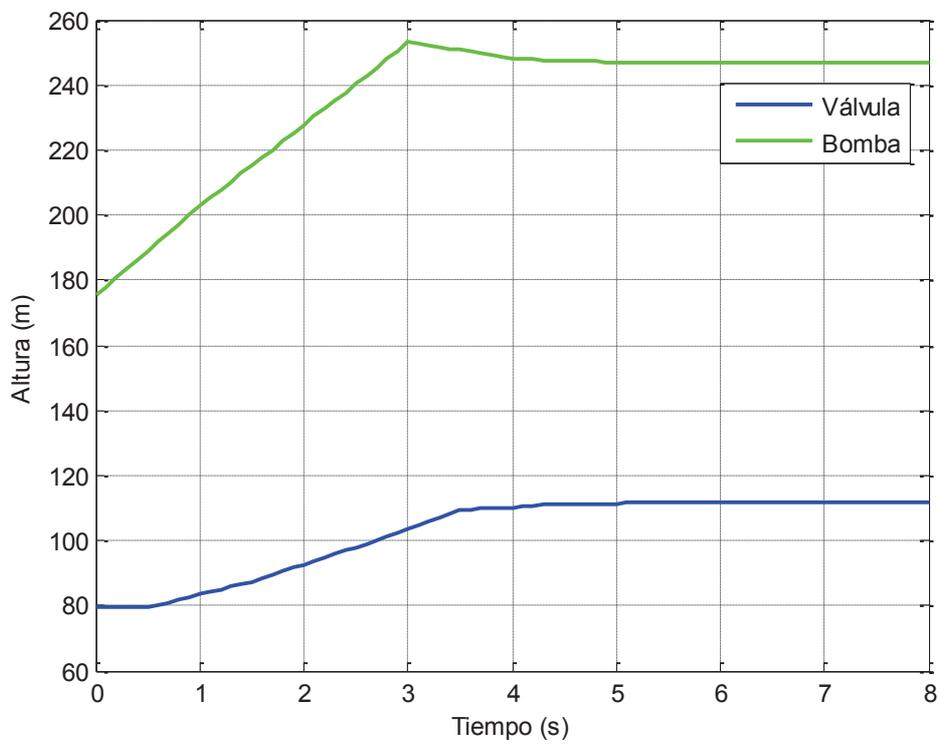
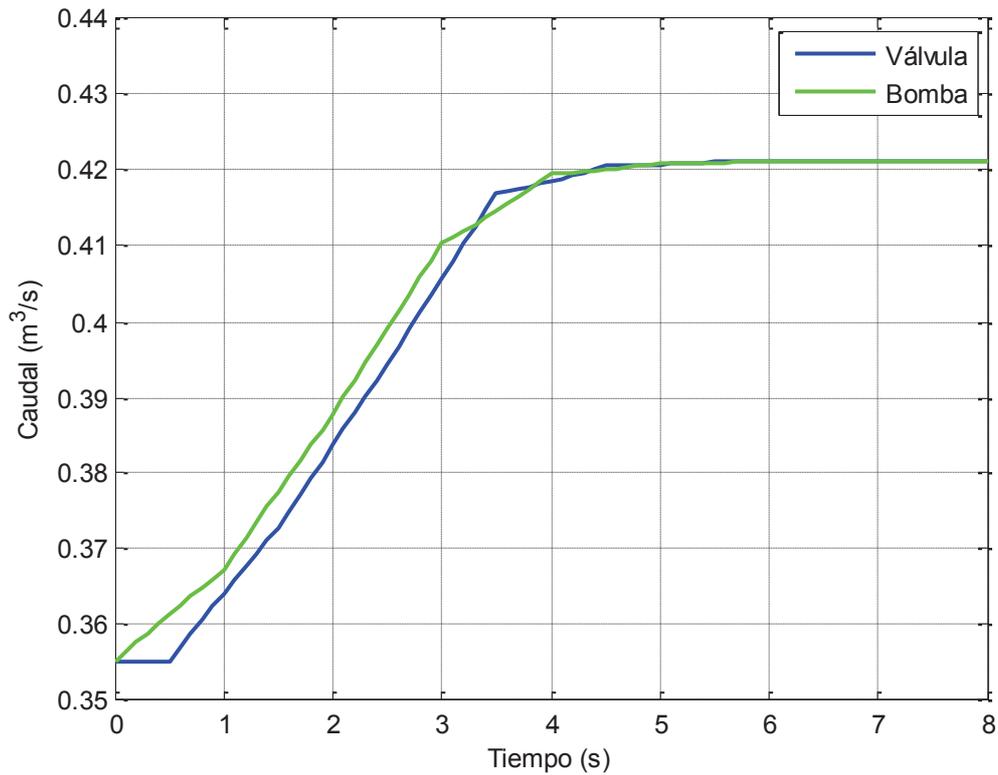


Figura 4. 29. Altura en la bomba y en la válvula (Aplicación 4.4)



**Figura 4. 30. Caudal en la bomba y en la válvula (Aplicación 4.4)**

De los resultados obtenidos, se puede ver que la variación en las revoluciones de la bomba no presenta mayor alteración en el sistema. La altura y el caudal incrementan de una manera progresiva sin producir ningún cambio brusco.

#### **4.5. ESTACIÓN DE BOMBEO CONSIDERANDO LA SALIDA DE UNA BOMBA**

En esta aplicación se analiza el transitorio generado por la salida de una bomba dentro de una estación de bombeo. La estación inicialmente consta de 2 bombas centrífugas operando a velocidad constante. Aguas abajo se encuentra una válvula con su apertura inicial y luego está a la atmósfera (Ver Figura 4.31).

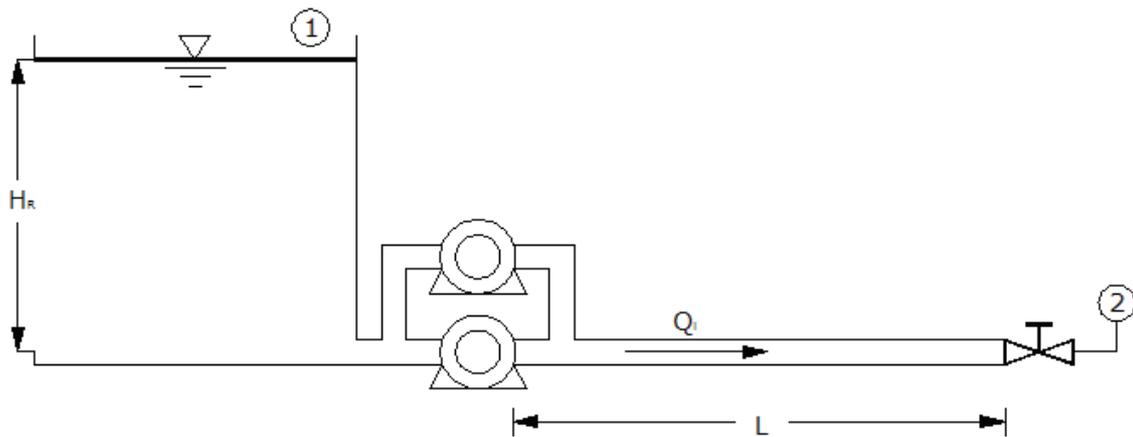


Figura 4. 31. Estación de bombeo con 2 bombas en paralelo (Aplicación 4.5)

Se considera al igual que la aplicación anterior un decremento lineal en las revoluciones de la bomba que sale tal que:

$$N = N_0 - kt$$

Donde  $k$  es una constante y  $N_0$  son las revoluciones iniciales a las cuales están girando las dos bombas.

#### 4.5.1. CÁLCULO DE FLUJO EN ESTADO ESTABLE

En estado estable la dos bomba giran a una determinada velocidad, por lo tanto se puede utilizar la ecuación de la aplicación anterior.

$$\left[ a_p - RN - \frac{1}{2g(CdA)^2} \right] Q_0^2 + b_p Q_0 + [c_p + H_1 - H_2] = 0$$

Donde  $a_p$ ,  $b_p$  y  $c_p$  son los coeficientes de las dos bombas operando en paralelo. Si la bomba entra aportando flujo desde 0, los coeficientes anteriores únicamente caracterizan el funcionamiento de una bomba.

### 4.5.2. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

Se realiza tomando referencia la aplicación anterior, por lo tanto:

$$H_i = H_b + H_R - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = N + 1$

### 4.5.3. CONDICIÓN DE BORDE EN LA BOMBA

Para determinar la curva resultante de las dos bombas en paralelo (una girando a velocidad constante y otra con decremento en las revoluciones), se debe calcular el valor de  $Q$  para el mismo  $H$  de cada bomba, de tal manera que se pueda sumar cada valor obtenido y obtener así la curva característica que represente a las dos bombas.

La primera bomba no presenta variación, por lo tanto:

$$H_b = a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b$$

En la segunda bomba se aplica la ley de semejanza, tal que:

$$H_b = a_b Q_P^2 + b_b \propto Q_P + c_b \propto^2$$

Donde:  $\propto = \left(\frac{N}{N_0}\right)$  y  $N = N_0 + kt$

Sumando las dos ecuaciones punto por punto, se obtiene una ecuación general de la siguiente forma:

$$H_{bo} = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_T$$

$$H_P = H_{(1,j)} = H_{bo} + H_R$$

$$C^-: H_P = C_M + BQ_P$$

$$C_M = H_{(2,j-1)} - BQ_{(2,j-1)} + RQ_{(2,j-1)}|Q_{(2,j-1)}|$$

$$\Rightarrow a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_T + H_R = C_M + BQ_P$$

$$a_T Q_P^2 + (b_T - B)Q_P + (c_T + H_R - C_M) = 0$$

Considerando que el flujo se dirige en dirección positiva:

$$Q_P = \frac{(B - b_T) + \sqrt{(b_T - B)^2 - 4a_T(c_T + H_R - C_M)}}{2a_b}$$

Si:  $Q_P > 0$

$$H_P = C_M + BQ_P$$

Si:  $Q_P \leq 0$

$$H_P = H_{(1,j)} = H_b + H_R$$

$$H_P = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_T + H_R$$

$$H_P = c_T + H_R$$

$$Q_P = Q_{(1,j)} = \frac{H_{(1,j)} - C_M}{B}$$

#### 4.5.4. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA

Se aplica la misma Ec. 4.4 de la Aplicación 4.1, donde:

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{\Delta H}$$

$$\tau = \frac{CdA}{(CdA)_0}$$

Puesto que se mantiene la apertura inicial, no hay variación en  $CdA$ , por lo tanto  $\tau = 1$ .

#### 4.5.5. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos de la tubería:  $H_R = 20 \text{ m}$ ,  $L = 800 \text{ m}$ ,  $D = 0.25 \text{ m}$ ,  $f = 0.018$ ,  $a = 1000 \text{ m/s}$ ,  $CdA = 0.009$ ,  $N = 5$ ,  $t_m = 10.2 \text{ s}$ .

Datos de la bomba:  $N_0 = 1200 \text{ rpm}$ ,  $N = 0 \text{ rpm}$ ,  $T_n = 4 \text{ s}$ .

La curva característica está dada por:

$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	$H \text{ (m)}$
0	225
0.1	210
0.2	205
0.3	185
0.4	145
0.5	55

El programa en Matlab permite simular la aplicación (Ver Anexo 5) y obtener los siguientes resultados:

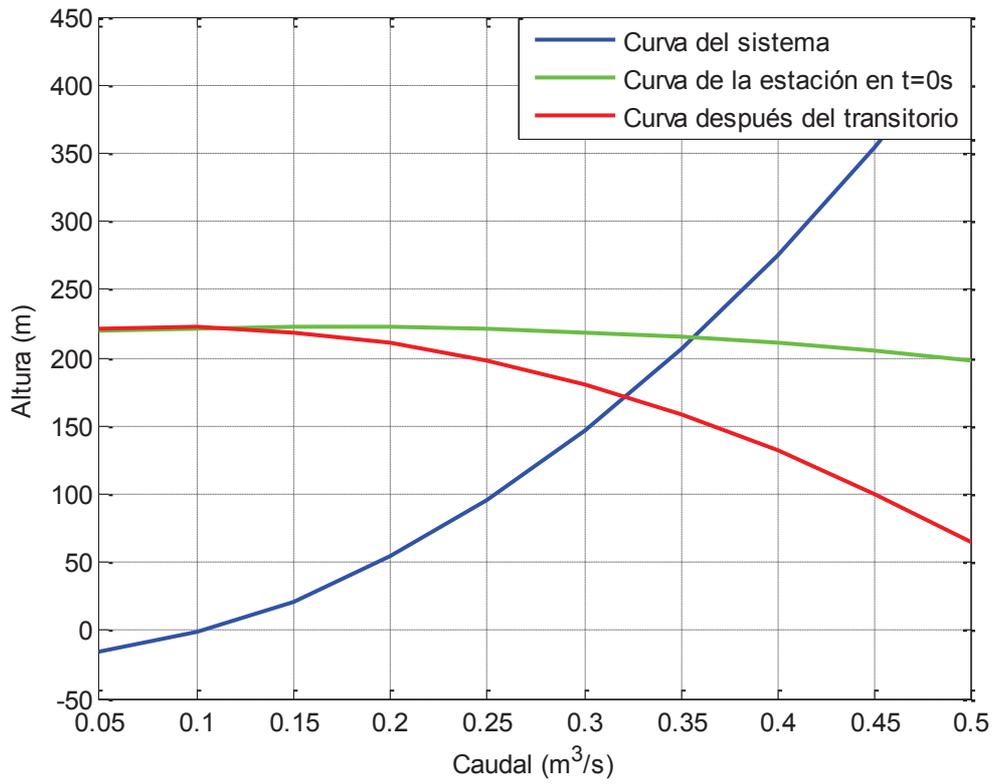


Figura 4. 32. Punto de operación de la estación antes y después del transitorio (Aplicación 4.5)

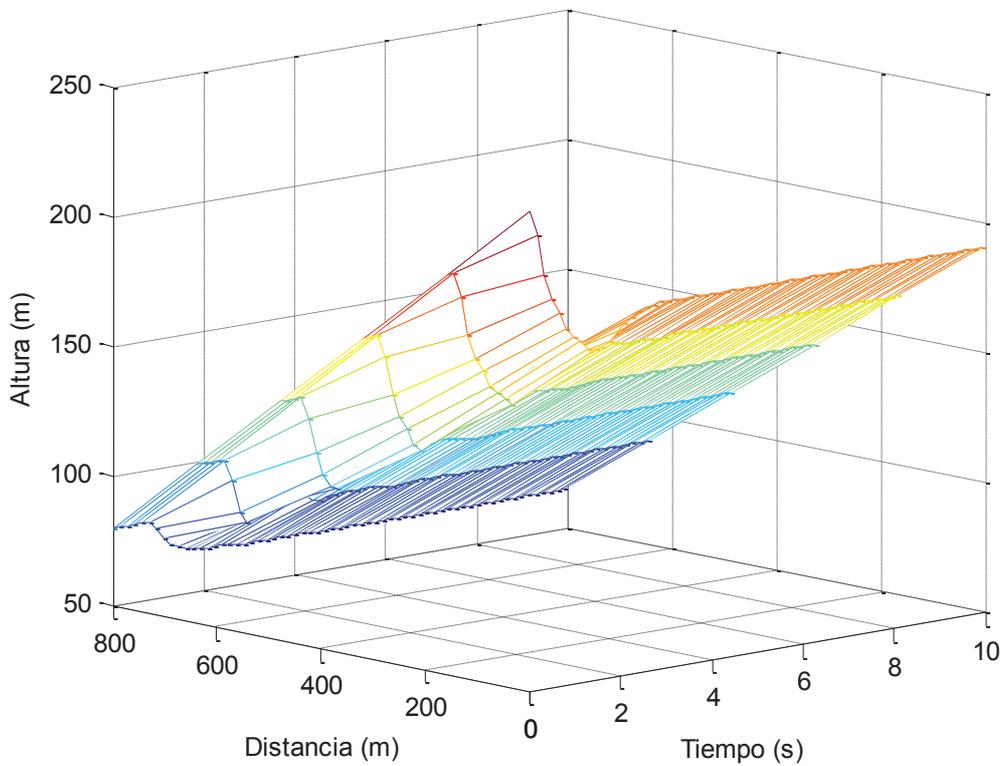


Figura 4. 33. Transitorio generado por la salida de una bomba en la estación (Aplicación 4.5)

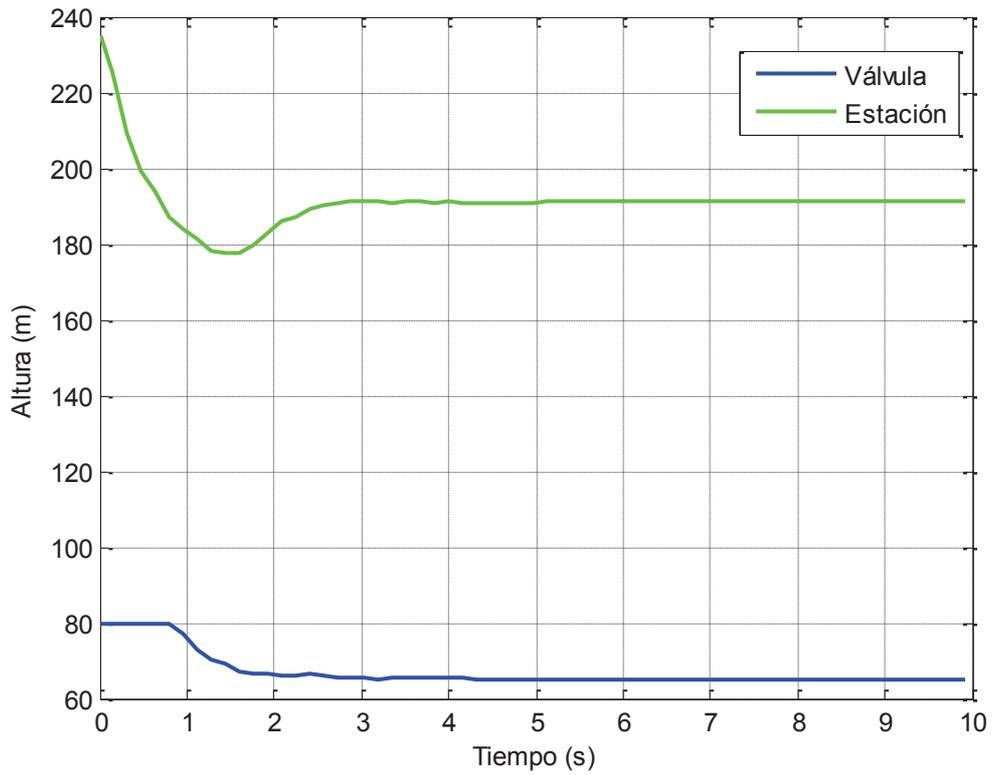


Figura 4. 34. Altura en la estación de bombeo y en la válvula (Aplicación 4.5)

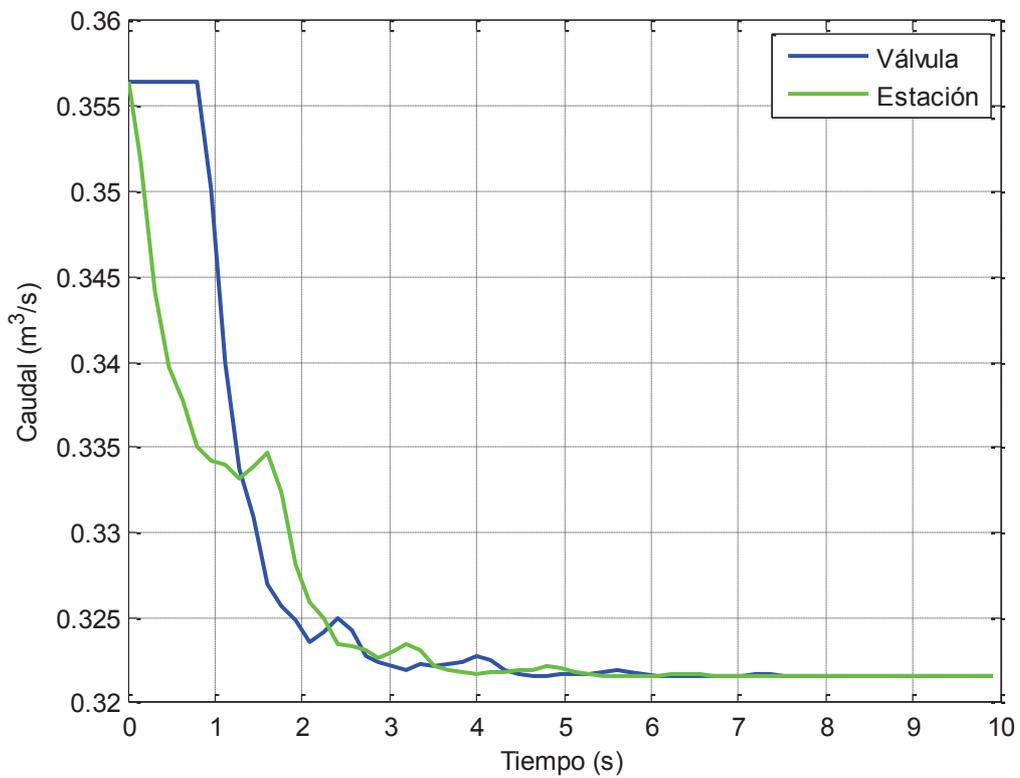


Figura 4. 35. Caudal en la estación de bombeo y en la válvula (Aplicación 4.5)

## 4.6. SISTEMA POLIDUCTO

Si se considera dos terminales de almacenamiento unidas por un poliducto que transporta gasolina (Ver Figura 4.36) y tiene las siguientes características:

- Altura de los tanques: 15 m
- Diámetro Exterior: 8.625 in
- Espesor: 0.277 in
- Especificación: API 5L X56
- Longitud del poliducto: 25 Km.
- Altitud Terminal 1: 0 m sobre el nivel del mar
- Altitud Terminal 2: 2100 m sobre el nivel del mar (Ver Tabla 4.1)

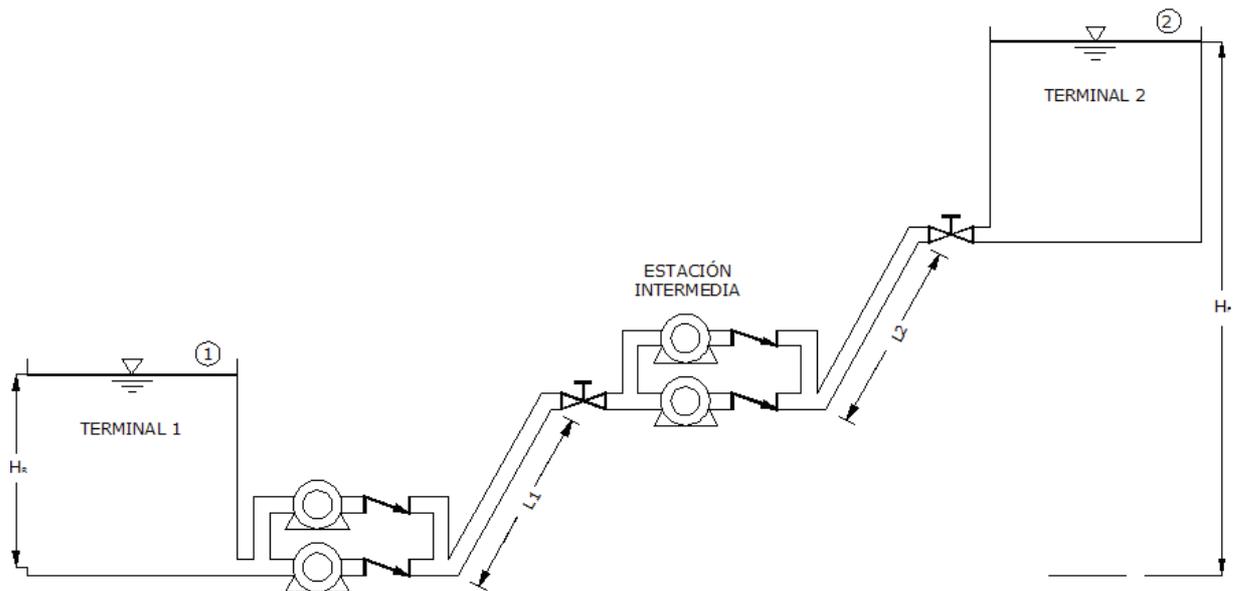


Figura 4. 36. Poliducto con 2 terminales de almacenamiento y 2 estaciones de bombeo

**Tabla 4. 1. Elevación del Poliducto**

<b>Distancia (Km)</b>	<b>Elevación (m)</b>
0	0
1	14
2	193
3	566
4	627
5	887
6	542
7	554
8	746
9	991
10	942
11	895
12	1131
13	1131
14	1274
15	1492
16	1587
17	1208
18	1201
19	1331
20	1427
21	1644
22	1732
23	1780
24	1954
25	2110

El sistema consta de una estación intermedia a 10 Km de la primera terminal para rebompear el producto derivado de petróleo (gasolina).

En cada estación se dispone de un arreglo de dos bombas centrífugas operando en paralelo. La curva característica de las bombas se observa en la Figura 4.37 a 3560 RPM.

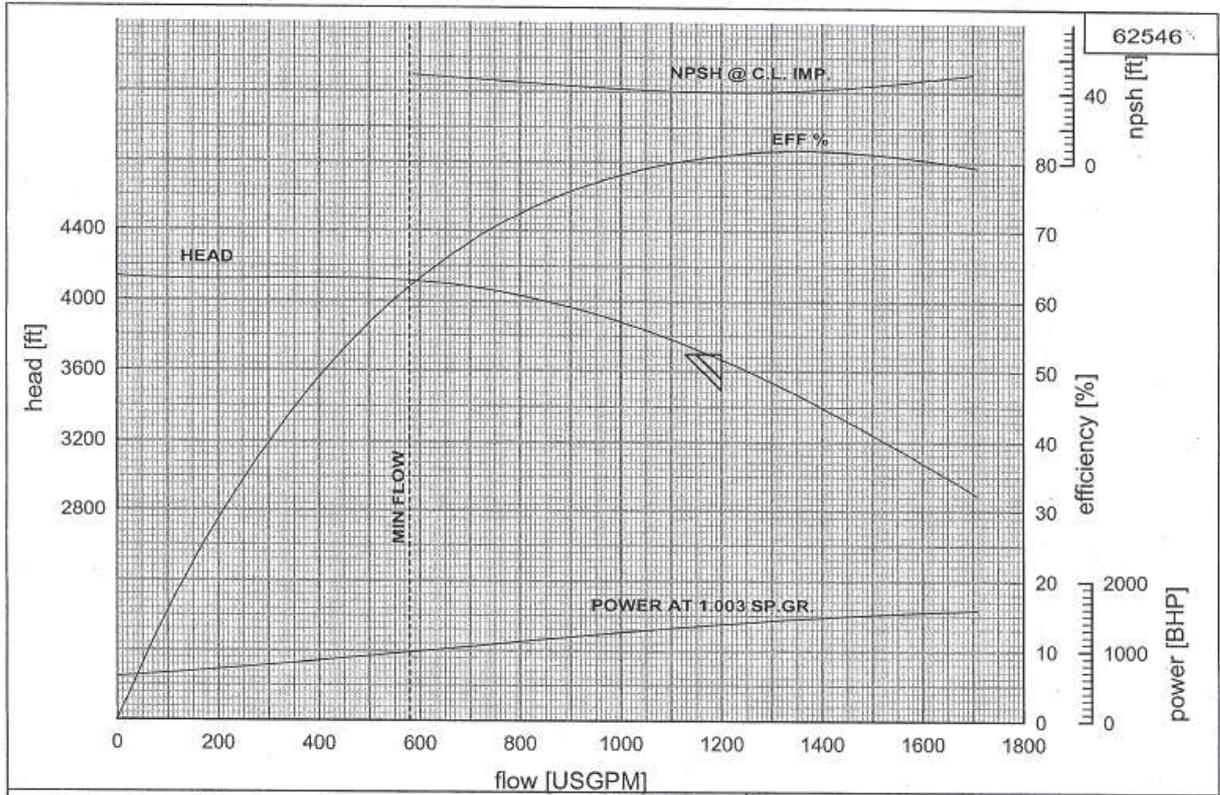


Figura 4. 37. Curva característica de las bombas de cada estación de bombeo

Del gráfico se pueden obtener los siguientes datos con su respectiva conversión a sistema internacional.

Q (USGPM)	H (ft)
0	4130
200	4120
400	4120
600	4100
800	4040
1000	3880
1200	3650
1400	3400
1600	3080

Q (m <sup>3</sup> /s)	H (m)
0.000	1258.824
0.013	1255.776
0.025	1255.776
0.038	1249.68
0.050	1231.392
0.063	1182.624
0.076	1112.52
0.088	1036.32
0.101	938.784

A la descarga de cada bomba se encuentra una válvula check la cual permite que no haya retorno de flujo. A la entrada de la Estación Intermedia y del Terminal 2 se encuentra una válvula de bola que permite aislar los dos tramos de tubería. Inicialmente las válvulas están totalmente abiertas ( $Cd = 1$ ) como se muestra en la Figura 4.38.

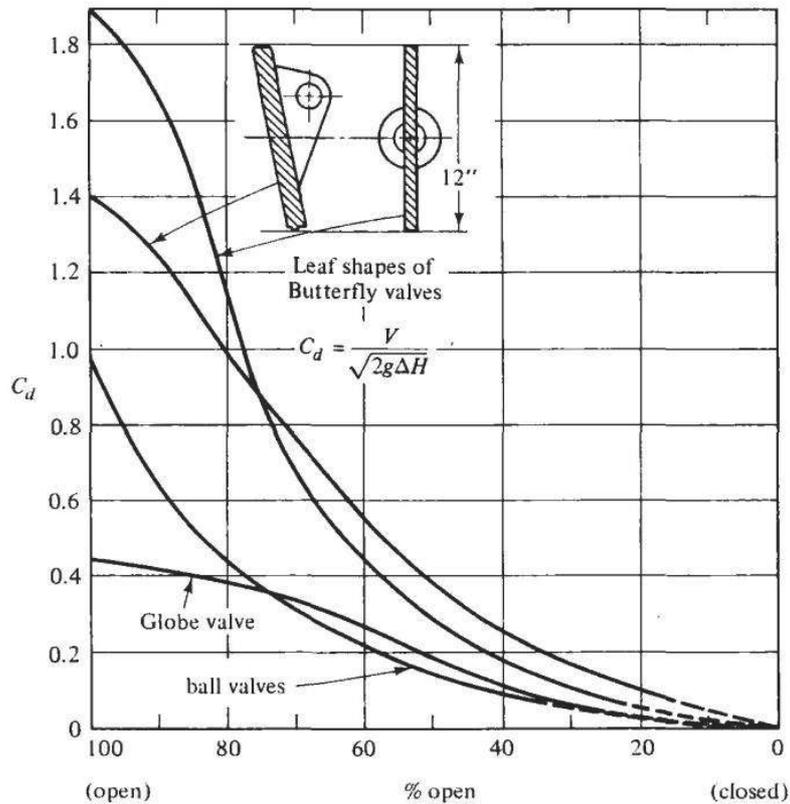


Figura 4. 38. Coeficientes de descarga de válvulas más utilizadas

En el primer caso de estudio se analiza el transitorio generado por el ingreso de una bomba dentro de la estación intermedia en 20 s.

En el segundo caso se analiza el transitorio generado por el cierre total de la válvula que se encuentra a la entrada del Terminal 2 de igual manera en 20 s.

#### 4.6.1. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{KD}{Ee}} (C)}$$

$$K_{gasolina} = 1.3 \times 10^9 Pa$$

$$\rho_{gasolina} = 719.7 Kg/m^3$$

De la Tabla 1.1 se puede obtener el módulo de elasticidad del acero  $E$  y el radio de Poisson  $\mu$ , por lo tanto:

$$E_{acero} = 30 \times 10^6 lb/in^2 = 2.07 \times 10^{11} Pa$$

$$\mu_{acero} = 0.3$$

$$C = 1 - \mu^2 = 0.91 \text{ (Considerando restricción axial)}$$

$$D = 8.625 - 2(0.277) in = 8.071 in = 0.205 m$$

$$e = 0.277 in = 0.00704 m$$

$$a = \frac{\sqrt{\frac{1.3 \times 10^9}{719.7}}}{\sqrt{1 + \frac{1.3 \times 10^9 \cdot 0.205}{2.07 \times 10^{11} \cdot 0.00704} (0.91)}}$$

$$a = 1244.43 \text{ m/s}$$

#### 4.6.2. CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + gH_{b1} + gH_{b2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + gH_T$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 + H_{b1} + H_{b2} = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + H_T \Rightarrow H_1 + H_{b1} + H_{b2} = H_2 + H_T$$

$$H_1 = 15 \text{ m} ; H_2 = 2115 \text{ m}$$

$$H_{b1} = a_1 Q^2 + b_1 Q + c_1$$

$$H_{b2} = a_2 Q^2 + b_1 Q + c_1$$

$$H_{bT} = H_{b1} + H_{b2} = (a_1 + a_2)Q^2 + (b_1 + b_2)Q + (c_1 + c_2)$$

$$H_T = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} + \frac{1}{(CdA_1)^2} \frac{Q^2}{2g} + \frac{1}{(CdA_2)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

Si:  $R = f \frac{\Delta x}{2gDA^2}$  y  $N = \text{Número de tramos} \Rightarrow L = \Delta x \cdot N$

El sistema se puede dividir en dos tramos tal que:

$$H_T = \left[ R_1 N_1 + R_2 N_2 + \frac{1}{2g(CdA_1)^2} + \frac{1}{2g(CdA_2)^2} \right] Q^2$$

Generalizando:

$$H_T = [R_T N_T + CdA_T] Q^2$$

Donde:

$$R_T N_T = R_1 N_1 + R_2 N_2 + R_n N_n$$

$$CdA_T = \frac{1}{2g(CdA_1)^2} + \frac{1}{2g(CdA_2)^2} + \frac{1}{2g(CdA_n)^2}$$

Reemplazando en la Ecuación se tiene:

$$H_{bT} = H_2 - H_1 + H_T$$

Igualando con la Ec. de las bombas:

$$a_T Q^2 + b_T Q + c_T = H_2 - H_1 + [R_T N_T + C d A_T] Q^2$$

El flujo en estado estable se calcula como:

$$[a_T - R_T N_T - C d A_T] Q_0^2 + b_T Q_0 + [c_T + H_1 - H_2] = 0$$

#### 4.6.3. CÁLCULO DE ALTURA PIEZOMÉTRICA

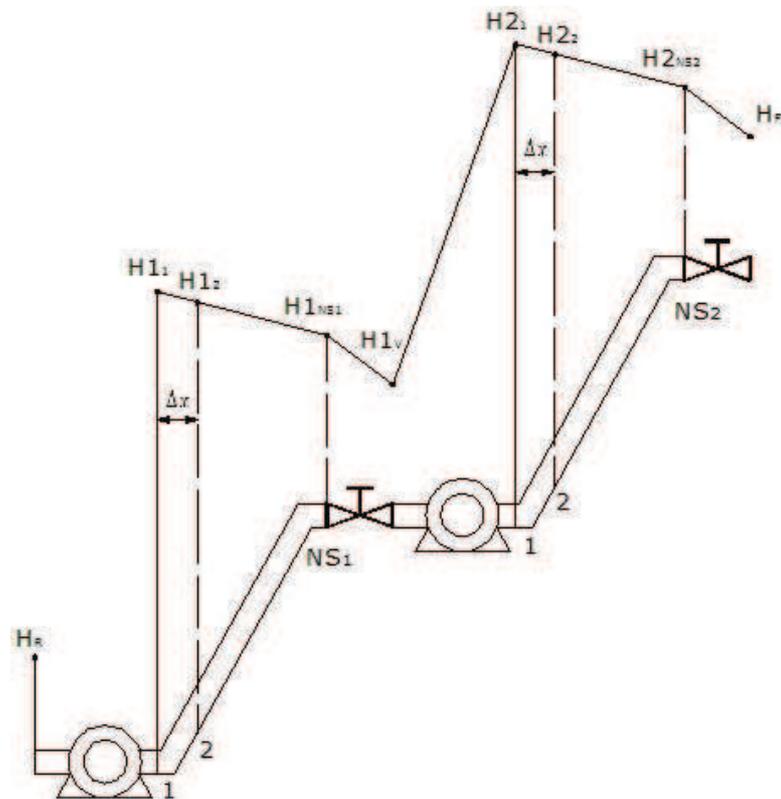


Figura 4. 39. Altura piezométrica en cada tramo (Aplicación Poliducto)

##### En la tubería 1:

Entre el punto 1 y el punto 2:

$$H1_2 = H1_1 + H_R - f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q^2$$

$$H1_2 = H1_1 + H_R - \Delta H$$

Donde:  $\Delta H = RQ_0^2$  y  $R = f \frac{\Delta x}{2gDA^2}$

Entre el punto 1 y el punto 3:

$$H1_3 = H1_1 + H_R - 2\Delta H$$

Generalizando:

$$H1_i = H1_1 + H_R - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = NS_1 + 1$

### **En la tubería 2:**

Se considera la pérdida en la válvula, por lo tanto:

$$H1_{NS_1} = H1_V + H_T = H1_V + \frac{1}{Cd^2} \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$H1_V = H1_{NS_1} - \frac{1}{(CdA)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

A partir de la ecuación anterior, se calcula la altura piezométrica en la tubería 2:

$$H2_i = H2_1 + H1_V - (i - 1)\Delta H$$

Desde  $i = 1$  , hasta  $i = NS_2 + 1$

#### **4.6.4. CÁLCULO DE PUNTOS INTERNOS**

Se aplica el mismo caso de la Aplicación 4.1, por lo tanto:

**Para la tubería 1:**

$$H_{P1} = H_{1(i,j)} = (C_{P1} + C_{M1})/2$$

$$Q_{P1} = Q_{1(i,j)} = (C_{P1} - C_{M1})/2B_1$$

Siendo:  $B_1 = a_1/gA_1$

Desde  $i_1 = 2$  , hasta  $i_1 = N_1$

**Para la tubería 2:**

$$H_{P2} = H_{2(i,j)} = (C_{P2} + C_{M2})/2$$

$$Q_{P2} = Q_{2(i,j)} = (C_{P2} - C_{M2})/2B_2$$

Siendo:  $B_2 = a_2/gA_2$

Desde  $i_2 = 2$  , hasta  $i_2 = N_2$

**4.6.5. CONDICIÓN DE BORDE EN EL TERMINAL 1**

La condición de borde en la Terminal 1 está dada por el arreglo de bombas junto con los tanques y las válvulas check:

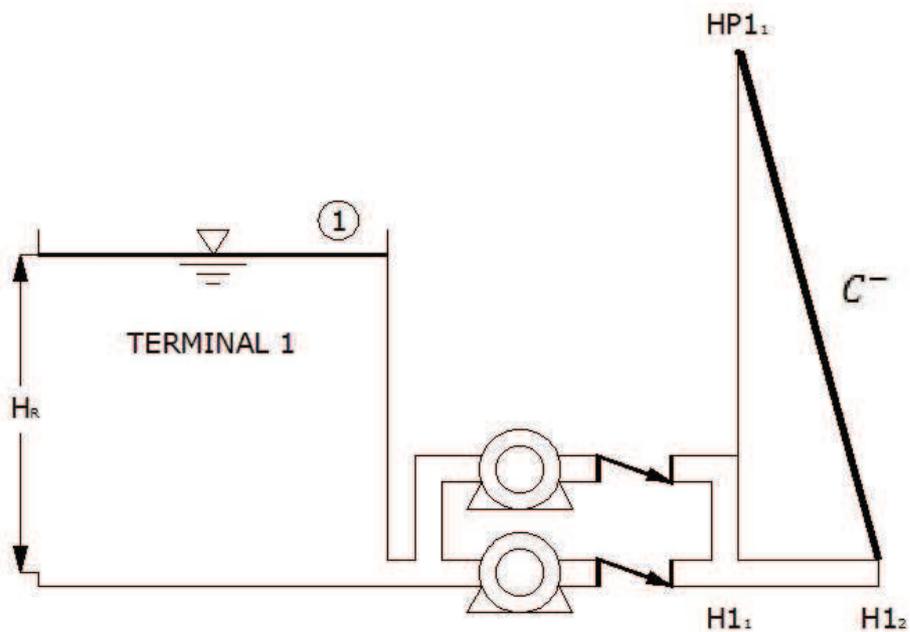


Figura 4. 40. Condición de borde en Terminal 1 (Aplicación Poliducto)

La curva resultante de las dos bombas en paralelo se lo realiza calculando el valor de  $Q$  para el mismo  $H$  de cada bomba y luego sumando cada valor obtenido como en la Aplicación 4.5, obteniendo una curva característica de la forma:

$$H_{bo} = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_T$$

$$H_{P1} = H1_{(1,j)} = H1_{bo} + H_R$$

$$C^-: H_{P1} = C_{M1} + B1Q_{P1}$$

$$C_{M1} = H1_{(2,j-1)} - B1Q1_{(2,j-1)} + R1Q1_{(2,j-1)}|Q1_{(2,j-1)}|$$

$$\Rightarrow a_{T1}Q_{P1}^2 + b_T Q_{P1} + c_T + H_R = C_{M1} + B1Q_{P1}$$

$$a_{T1}Q_{P1}^2 + (b_{T1} - B1)Q_{P1} + (c_{T1} + H_R - C_{M1}) = 0$$

Al existir una válvula check, el flujo se considera siempre en dirección positiva, por lo tanto:

$$Q_P = \frac{(B1 - b_{T1}) + \sqrt{(b_{T1} - B1)^2 - 4a_{T1}(c_{T1} + H_R - C_{M1})}}{2a_{T1}}$$

Si:  $Q_P > 0$

$$H_{P1} = C_{M1} + B1Q_{P1}$$

Si:  $Q_P \leq 0$

$$H_{P1} = H1_{(1,j)} = H_{bo1} + H_R$$

$$H_P = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_{T1} + H_R$$

$$H_{P1} = c_{T1} + H_R$$

## 4.6.6. CONDICIÓN DE BORDE EN EL TERMINAL 2

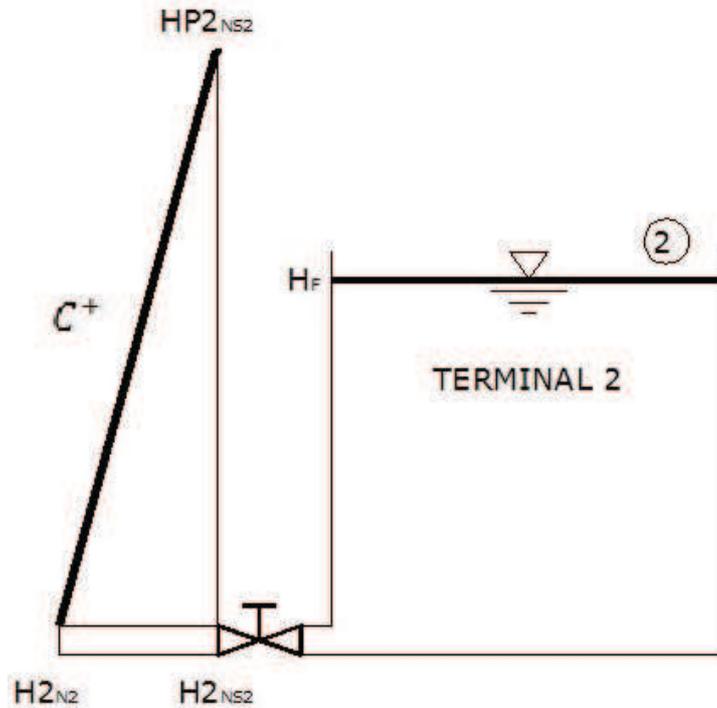


Figura 4. 41. Condición de borde en Terminal 2 (Aplicación Poliducto)

$$Q_{P2} = Q_{2(NS2,j)} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_{02}}} \tau_2 \sqrt{H_{2(NS2,j)} - H_F}$$

$$C^+: H_{P2} = H_{2(NS2,j)} = C_{P2} - B_2 Q_{P2}$$

$$Q_{P2} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_{02}}} \tau_2 \sqrt{C_{P2} - B_2 Q_{P2} - H_F}$$

$$\text{Sea: } C_{V2} = \frac{Q_0^2 \tau_2^2}{2H_{02}}$$

$$Q_{P2}^2 = 2C_{V2} (C_{P2} - B_2 Q_{P2} - H_F)$$

$$Q_{P2}^2 + 2C_{V2} B_2 Q_{P2} - 2C_{V2} C_{P2} + 2C_{V2} H_F = 0$$

$$Q_{P2} = \frac{-2B_2 C_{V2} \pm \sqrt{(2C_{V2} B_2)^2 - 4(2C_{V2} H_F - 2C_{V2} C_{P2})}}{2}$$

Considerando flujo es positivo

$$Q_{P2} = -B2C_{V2} + \sqrt{(C_{V2}B2)^2 + (2C_{V2}C_{P2} - 2C_{V2}H_F)}$$

$$C_{P2} = H_{2(N2,j-1)} + B2Q_{2(N2,j-1)} - R2Q_{2(N2,j-1)}|Q_{2(N2,j-1)}|$$

$$H_{2(NS2,j)} = C_{P2} - B2Q_{2(NS2,j)}$$

Para el primer caso donde el transitorio se genera por el ingreso de una bomba, la válvula se considera que mantiene su apertura inicial, por lo tanto  $\tau = 1$

En el segundo caso donde el transitorio se genera por el cierre total de la válvula se considera lo siguiente:

$$\text{Si: } t < t_c \Rightarrow \tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

$$\text{Si: } t \geq t_c \Rightarrow \tau = 0$$

Siendo:  $t = (j - 1) \Delta t$  desde  $j = 2$  hasta el Número de muestreos deseados.

#### 4.6.7. CONDICIÓN DE BORDE EN LA ESTACIÓN INTERMEDIA

La ecuación de la válvula junto con la ecuación de las bombas se las debe desarrollar simultáneamente con las condiciones de borde de cada tubería como se puede ver en la Figura 4.42.

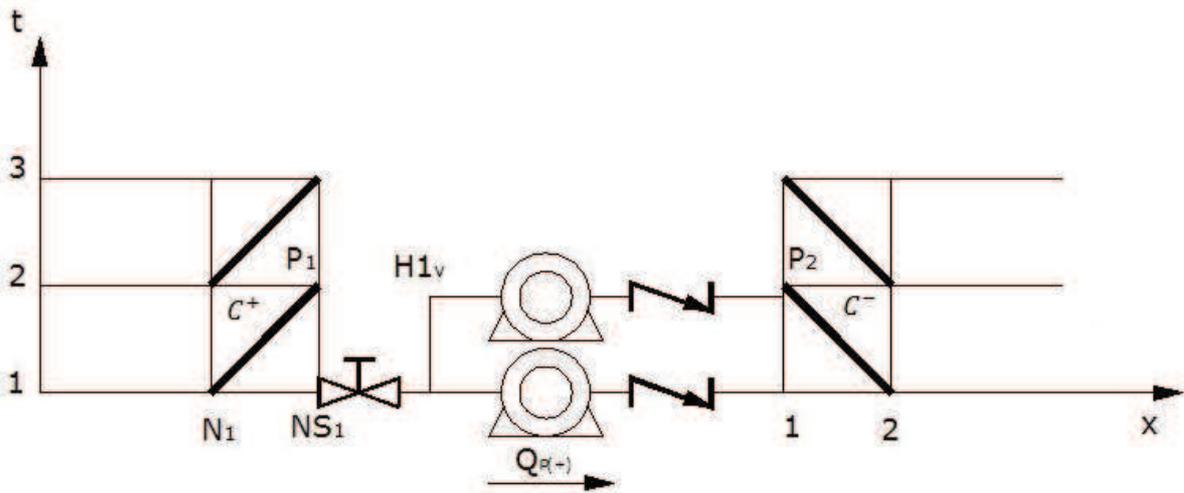


Figura 4. 42. Condición de borde en la Estación Intermedia (Aplicación Poliducto)

La ecuación orificio de la válvula está dada por:

$$Q_{P1} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_{01}}} \tau_1 \sqrt{H_{P1} - H_{1V}} \quad (\text{Ec. 4.25})$$

Donde:

$$Q_{P1} = Q_{1(N_1+1,j)}$$

$$Q_{P2} = Q_{2(1,j)}$$

$$C^+: H_{P1} = H_{1(N_1+1,j)} = C_{P1} - B_1 Q_{P1} \quad (\text{Ec. 4.26})$$

Reemplazando la Ec. 4.26 en la Ec. 4.25

$$Q_{P1} = \frac{Q_0}{\sqrt{H_{01}}} \tau_1 \sqrt{C_{P1} - B_1 Q_{P1} - H_{1V}}$$

Sea:  $C_{V1} = \frac{Q_0^2 \tau_1^2}{2H_{01}}$

$$Q_{P1}^2 = 2C_{V1} (C_{P1} - B_1 Q_{P1} - H_{1V})$$

$$H_{1V} = -\frac{Q_{P1}^2}{2C_{V1}} + C_{P1} - B_1 Q_{P1} \quad (\text{Ec. 4.27})$$

La ecuación de las bombas está dada por:

$$H_{P2} - H_{1V} = H_{b02}$$

$$H_{P2} - H_{1V} = a_{T2}Q_{P2}^2 + b_{T2}Q_{P2} + c_{T2} \quad (\text{Ec. 4.28})$$

$$C^-: H_{P2} = H_{2(1,j)} = C_{M2} + B_2Q_{P2} \quad (\text{Ec. 4.29})$$

Reemplazando la Ec 4.29 en la Ec. 4.28

$$C_{M2} + B_2Q_{P2} - H_{1V} = a_{T2}Q_{P2}^2 + b_{T2}Q_{P2} + c_{T2}$$

$$H_{1V} = -a_{T2}Q_{P2}^2 + (B_2 - b_{T2})Q_{P2} + (C_{M2} - c_{T2}) \quad (\text{Ec. 4.30})$$

Aplicando la Ecuación de la continuidad se tiene que:  $Q_{P1} = Q_{P2}$ , por lo tanto se puede igualar la Ec. 4.27 y la Ec. 4.30

$$-\frac{Q_P^2}{2C_{V1}} + C_{P1} - B_1Q_P = -a_{T2}Q_P^2 + (B_2 - b_{T2})Q_P + (C_{M2} - c_{T2})$$

$$\left(a_{T2} - \frac{1}{2C_{V1}}\right)Q_P^2 + (b_{T2} - B_1 - B_2)Q_P + (c_{T2} + C_{P1} - C_{M2}) = 0$$

Las válvulas check permiten tener flujo positivo por lo tanto:

$$Q_P = \frac{(B_1 + B_2 - b_{T2}) + \sqrt{(b_{T2} - B_1 - B_2)^2 - 4\left(a_{T2} - \frac{1}{2C_{V1}}\right)(c_{T2} + C_{P1} - C_{M2})}}{2\left(a_{T2} - \frac{1}{2C_{V1}}\right)}$$

Si:  $Q_P > 0$

$$H_{P1} = H_{1(N_1+1,j)} = C_{P1} - B_1Q_P$$

$$H_{P2} = H_{2(1,j)} = C_{M2} + B_2Q_{P2}$$

Si:  $Q_P \leq 0$

$$H_{P2} = H_{2(1,j)} = H_{bo2} + H_{1V}$$

$$H_{P2} = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_{T2} - \frac{Q_P^2}{2C_{V1}} + C_{P1} - B_1 Q_{P1}$$

$$H_{P2} = c_{T2} + C_{P1}$$

La válvula que se encuentra en la estación intermedia mantiene su apertura inicial, por lo tanto:  $\tau = 1$ . En el primer caso donde se considera el ingreso de la bomba se tiene que la primera no presenta variación, por lo tanto:

$$H_b = a_b Q_P^2 + b_b Q_P + c_b$$

En la segunda bomba se aplica la ley de semejanza, tal que:

$$H_b = a_b Q_P^2 + b_b \propto Q_P + c_b \propto^2$$

Donde:  $\propto = \left(\frac{N}{N_0}\right)$  y  $N = N_0 + kt$

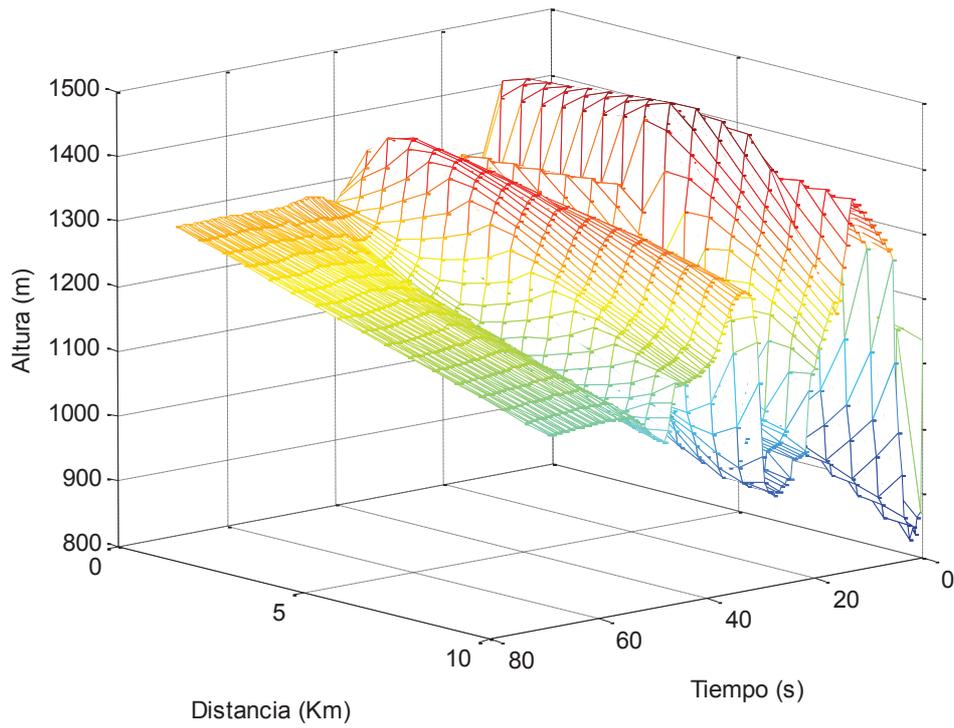
Sumando las dos ecuaciones punto por punto, se obtiene una ecuación general de la siguiente forma:

$$H_{bo} = a_T Q_P^2 + b_T Q_P + c_T$$

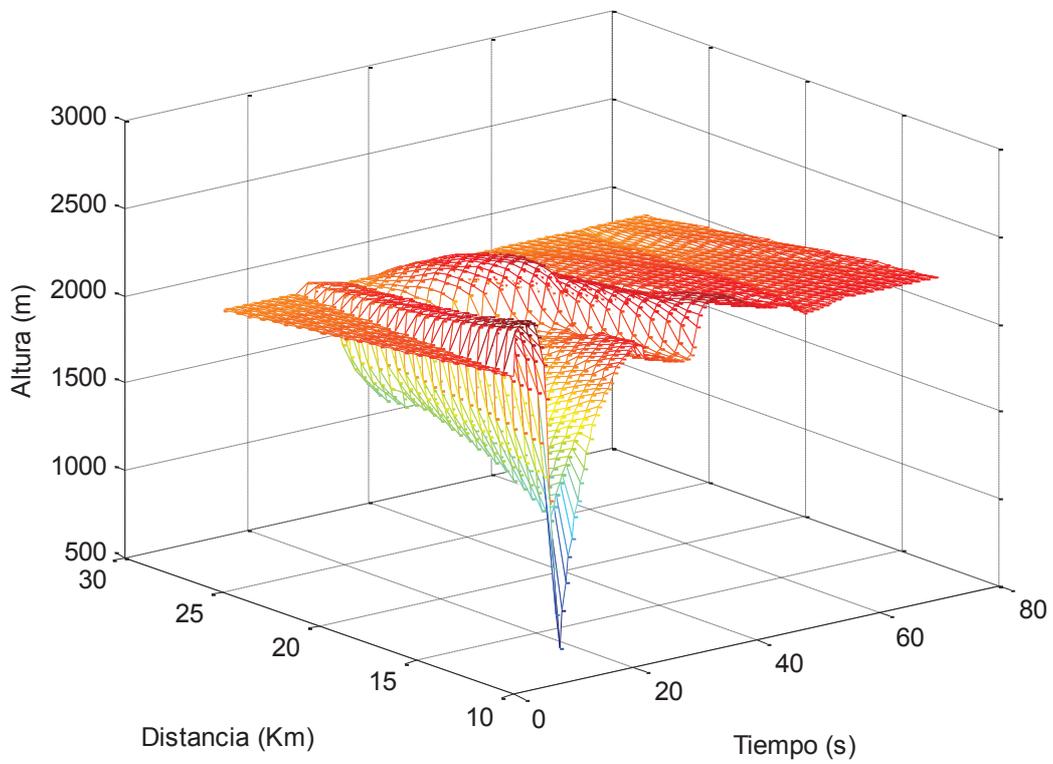
En el segundo caso donde no hay variación en las revoluciones, se considera  $\propto = 1$

#### 4.6.8. RESULTADOS DEL PRIMER CASO

En el Anexo 6 se encuentra el programa para simular el transitorio por el ingreso de una bomba, obteniendo los siguientes resultados:



**Figura 4. 43. Transitorio generado por el ingreso de una bomba en la estación intermedia (Primer Tramo – Aplicación Poliducto)**



**Figura 4. 44. Transitorio generado por el ingreso de una bomba en la estación intermedia (Segundo Tramo – Aplicación Poliducto)**

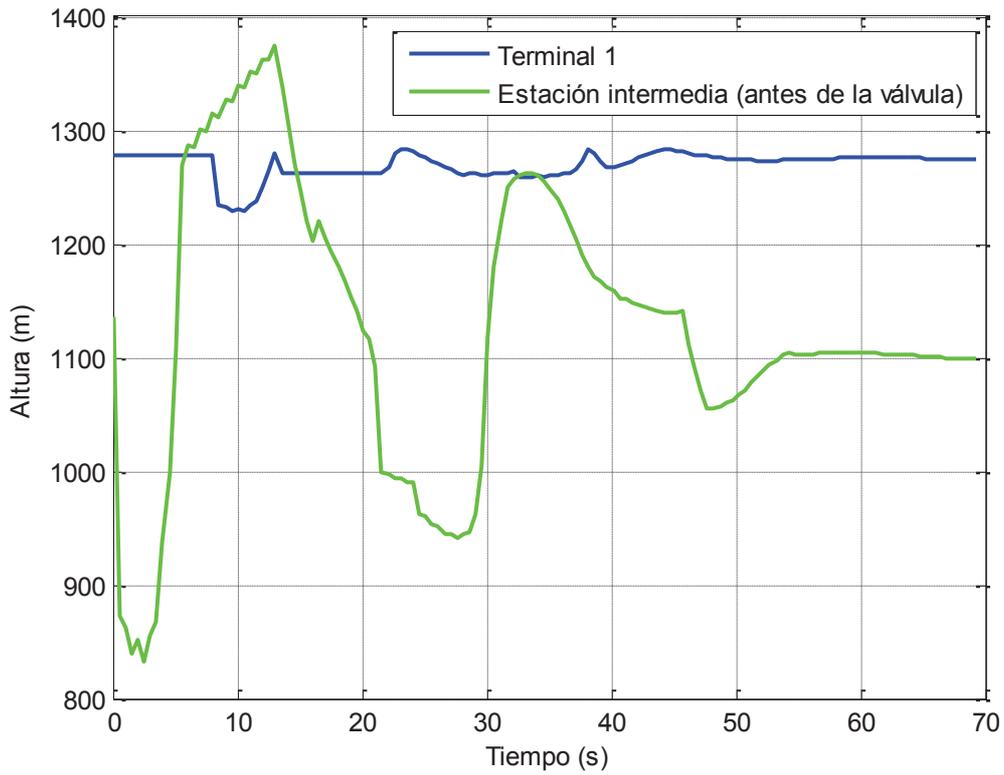


Figura 4. 45. Altura en el Tramo Terminal 1 – Estación intermedia (Aplicación Poliducto)

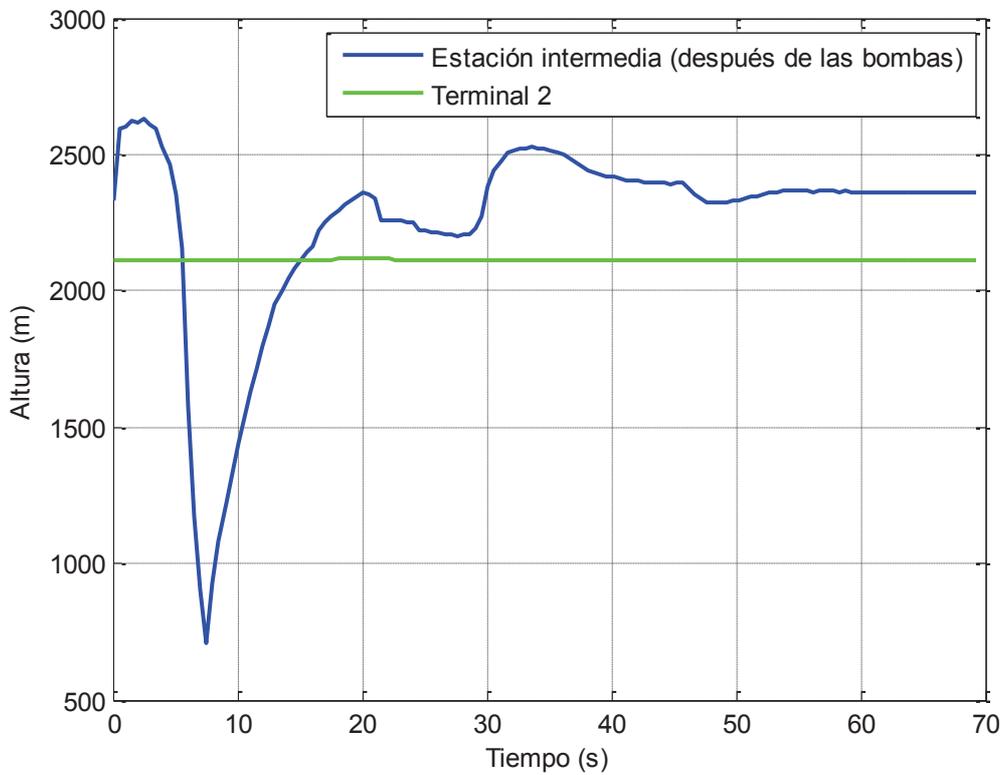


Figura 4. 46. Altura en el Tramo Estación intermedia – Terminal 2 (Aplicación Poliducto)

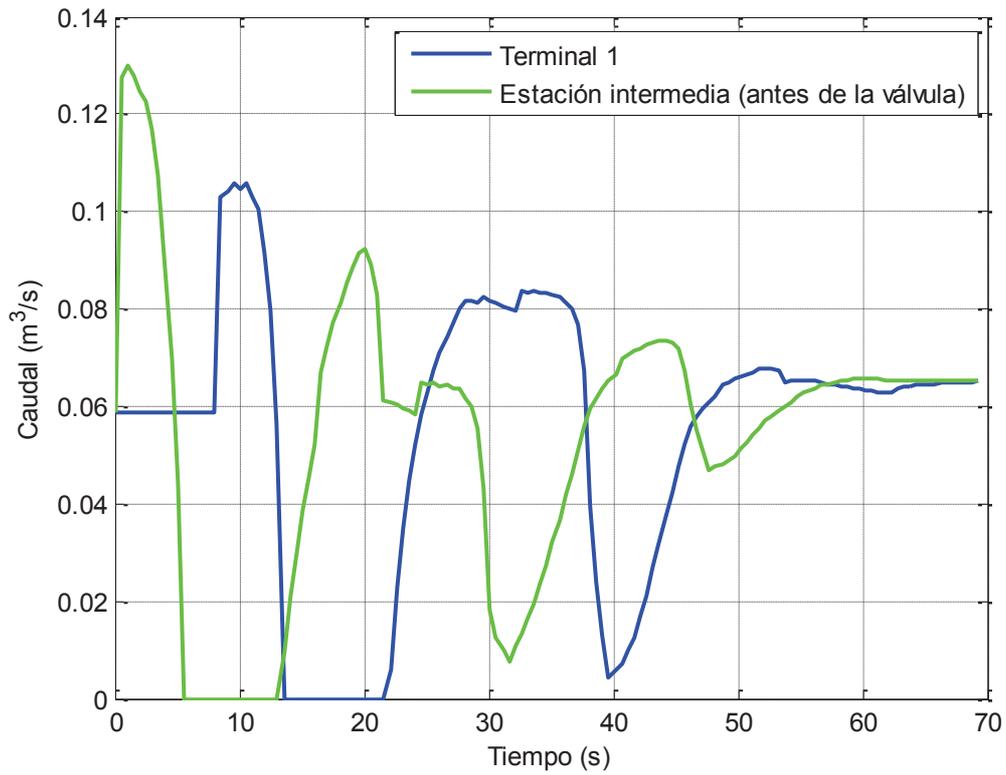


Figura 4. 47. Caudal en el Tramo Terminal 1 – Estación intermedia (Aplicación Poliducto)

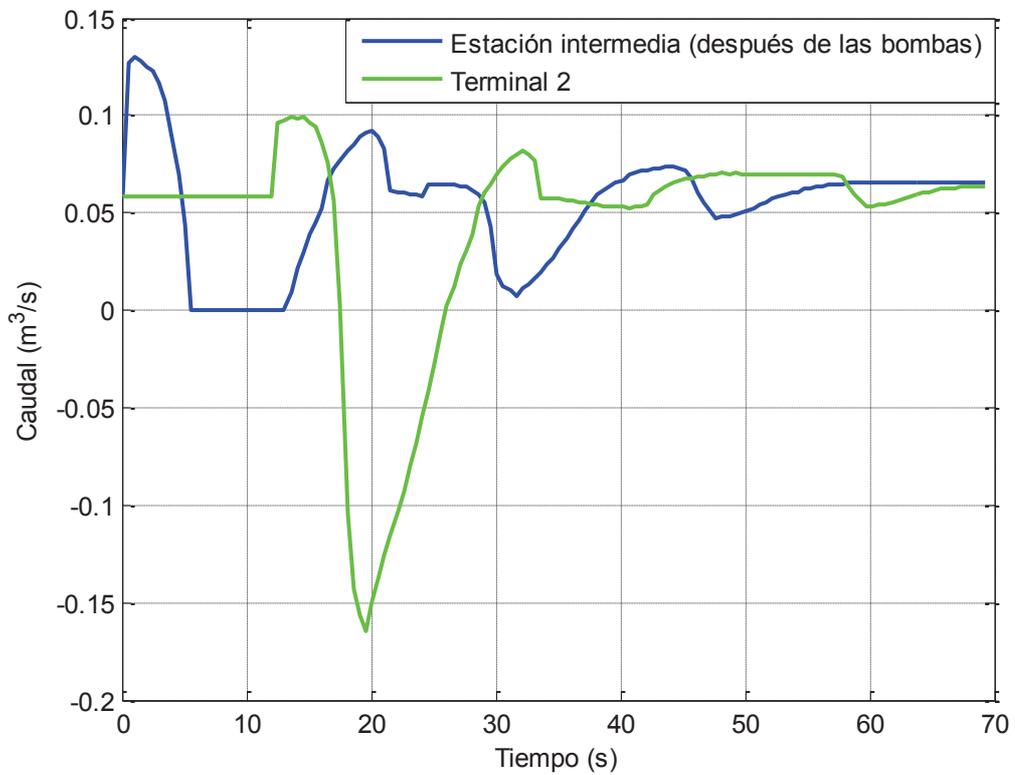
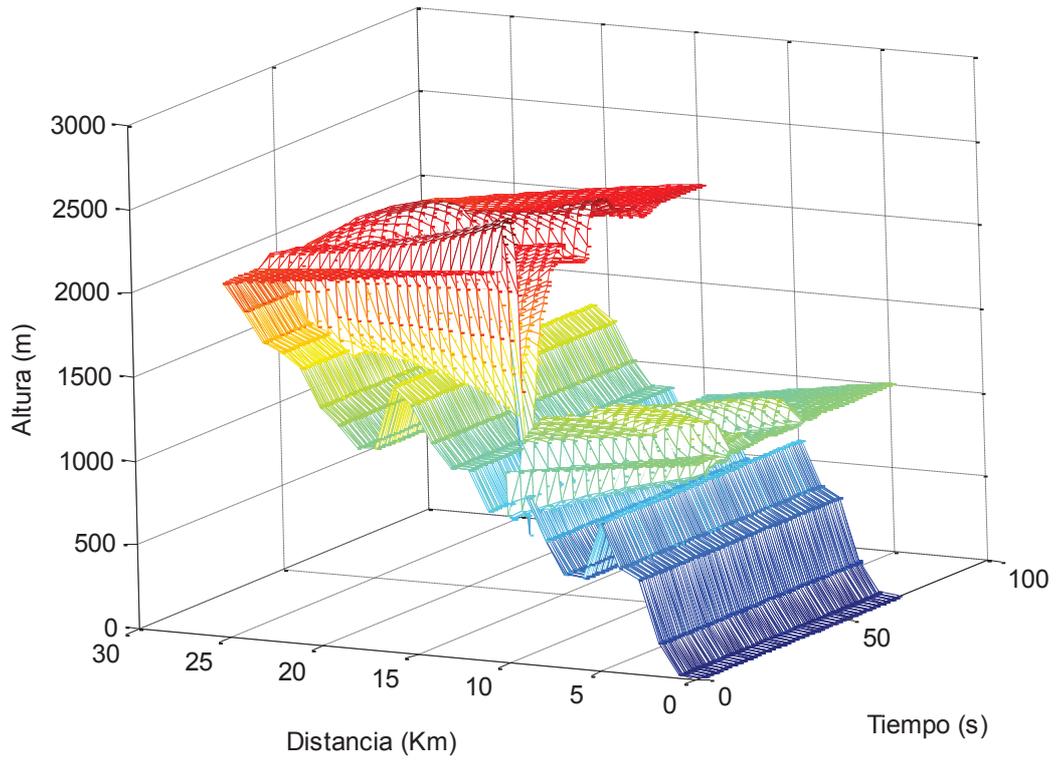
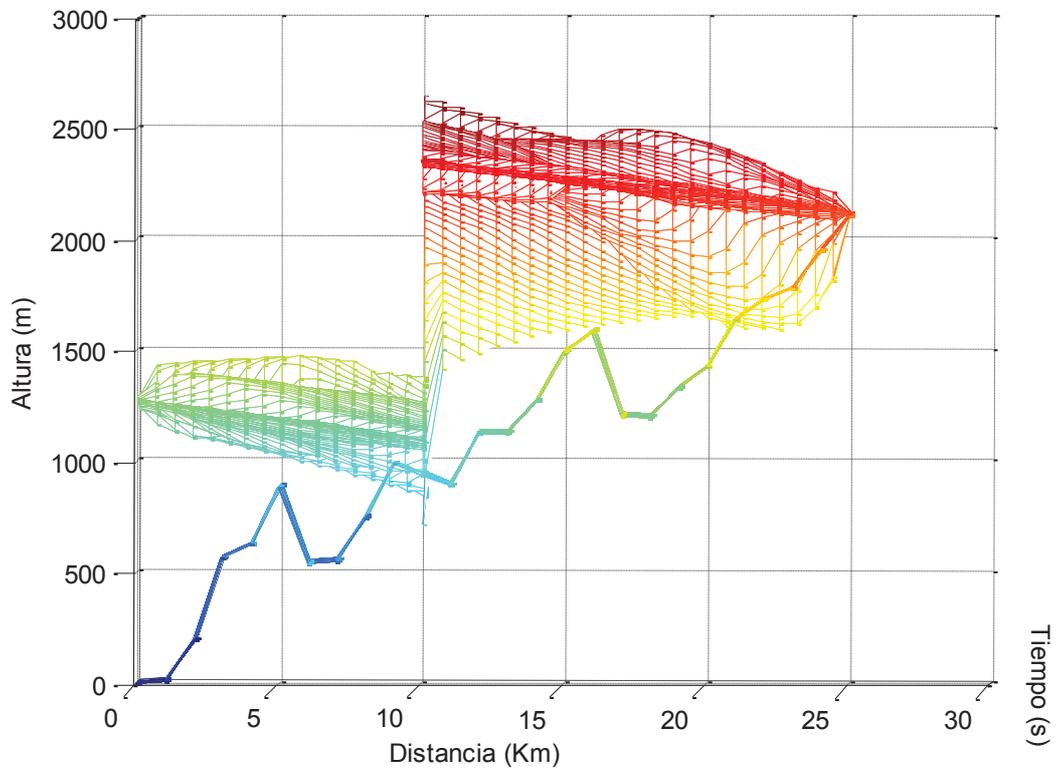


Figura 4. 48. Caudal en el Tramo Estación intermedia – Terminal 2 (Aplicación Poliducto)



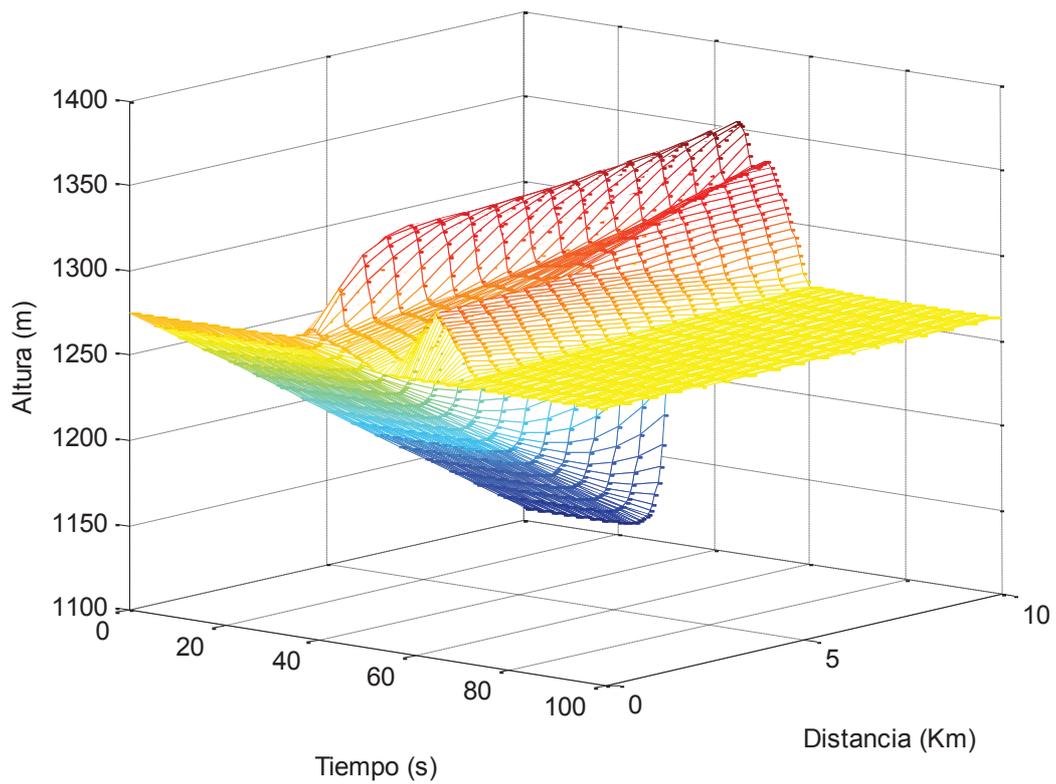
**Figura 4. 49. Perfil Hidráulico del Sistema Poliducto**



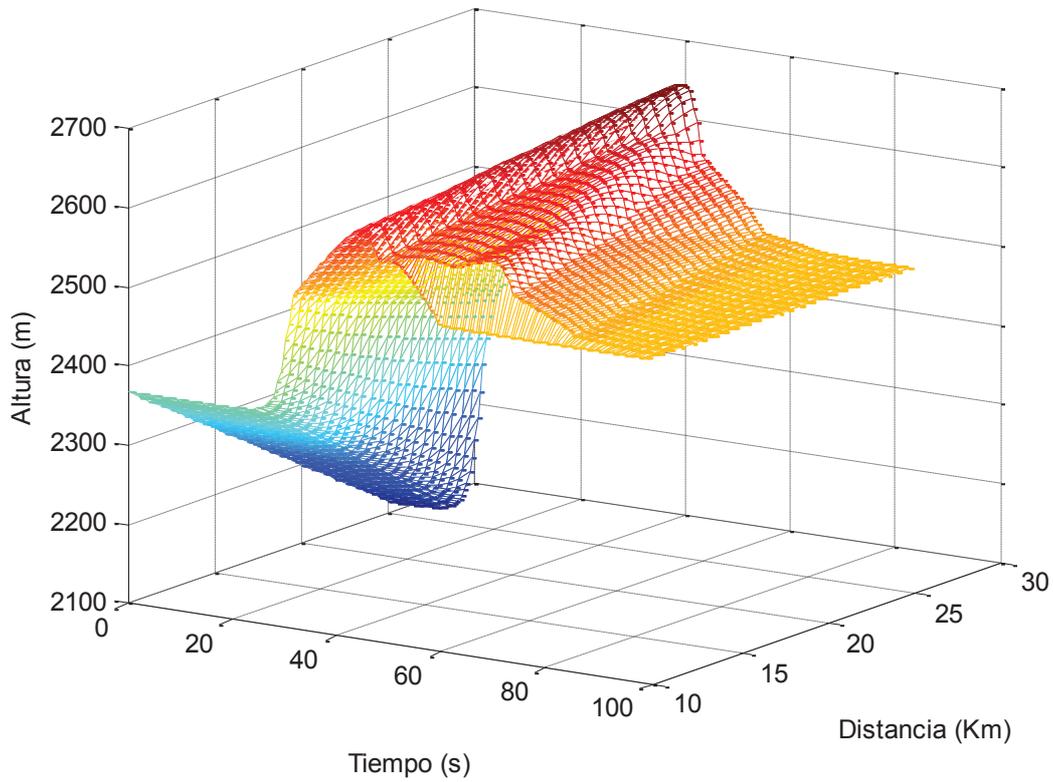
**Figura 4. 50. Altura piezométrica y elevación del Sistema Poliducto**

#### 4.6.9. RESULTADOS DEL SEGUNDO CASO

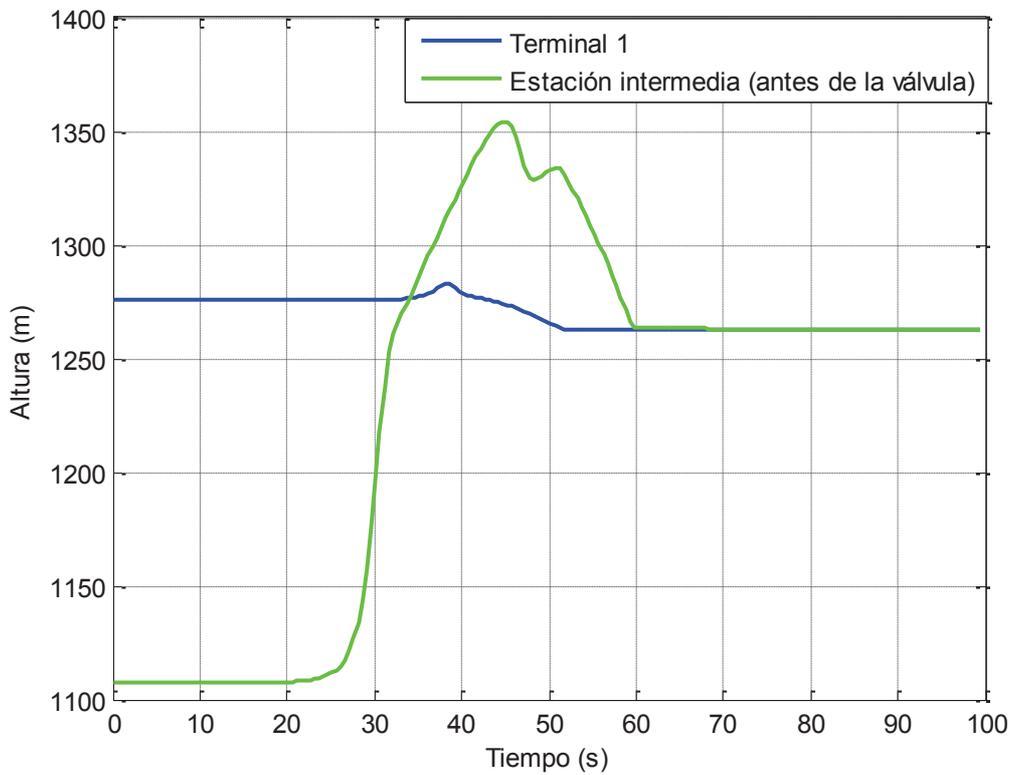
En el Anexo 7 se encuentra el programa para simular el transitorio generado por el cierre de la válvula que se encuentra al final del poliducto en la entrada del Terminal 2. Los resultados obtenidos son los siguientes:



**Figura 4. 51. Transitorio generado por el cierre de una válvula en el Terminal 2 (Primer Tramo – Aplicación Poliducto)**



**Figura 4. 52. Transitorio generado por el cierre de una válvula en el Terminal 2 (Segundo Tramo – Aplicación Poliducto)**



**Figura 4. 53. Altura en el Tramo Terminal 1 – Estación intermedia (Aplicación Poliducto)**

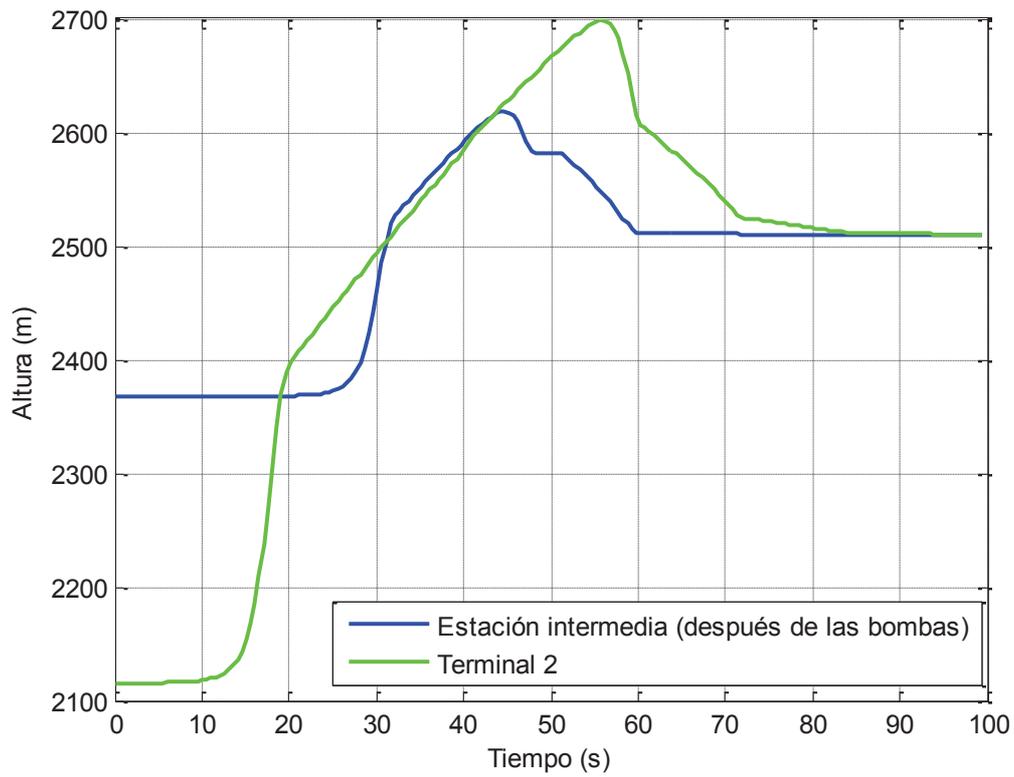


Figura 4. 54. Altura en el Tramo Estación intermedia – Terminal 2 (Aplicación Poliducto)

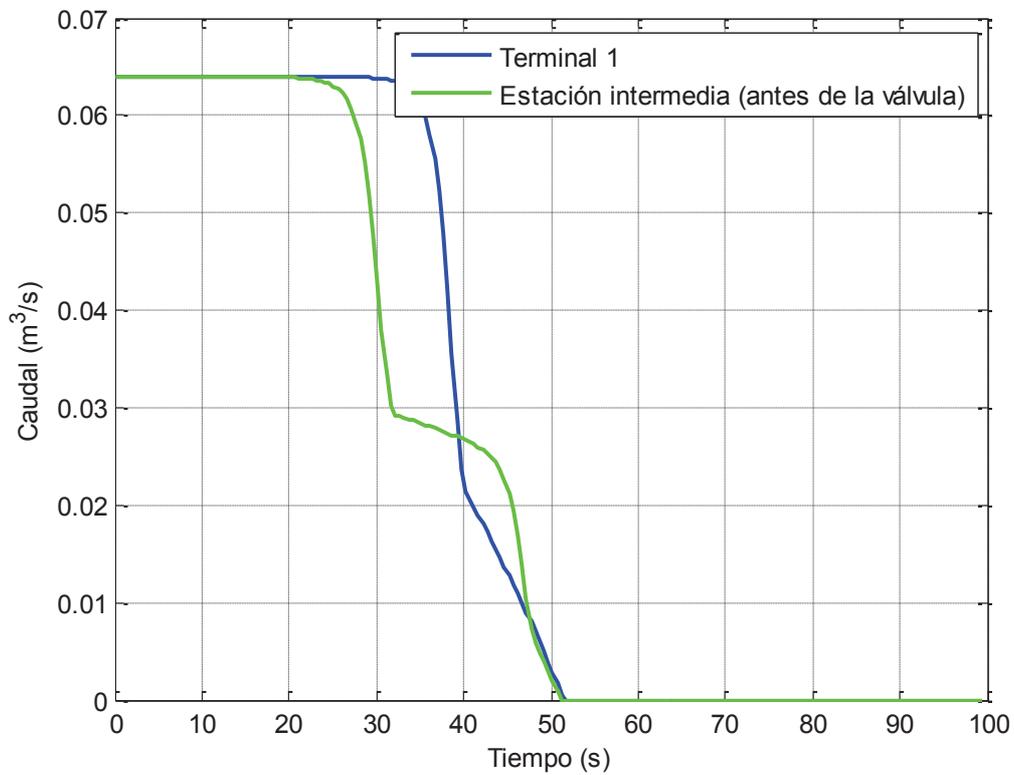


Figura 4. 55. Caudal en el Tramo Terminal 1 – Estación intermedia (Aplicación Poliducto)

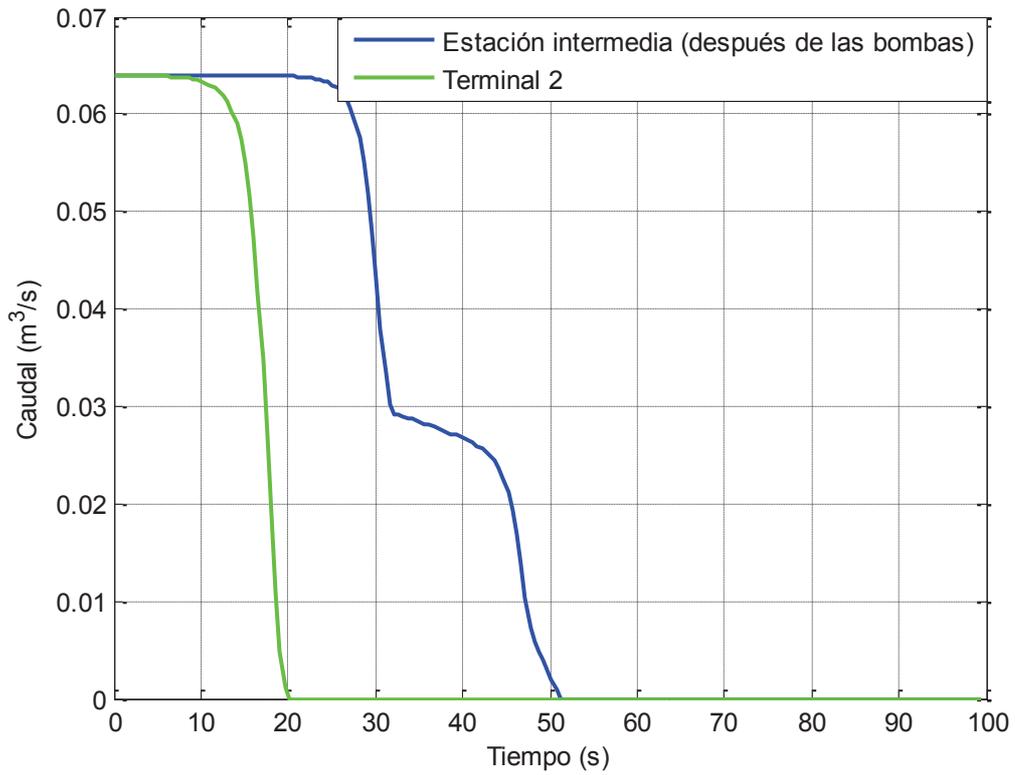


Figura 4. 56. Caudal en el Tramo Estación intermedia – Terminal 2 (Aplicación Poliducto)

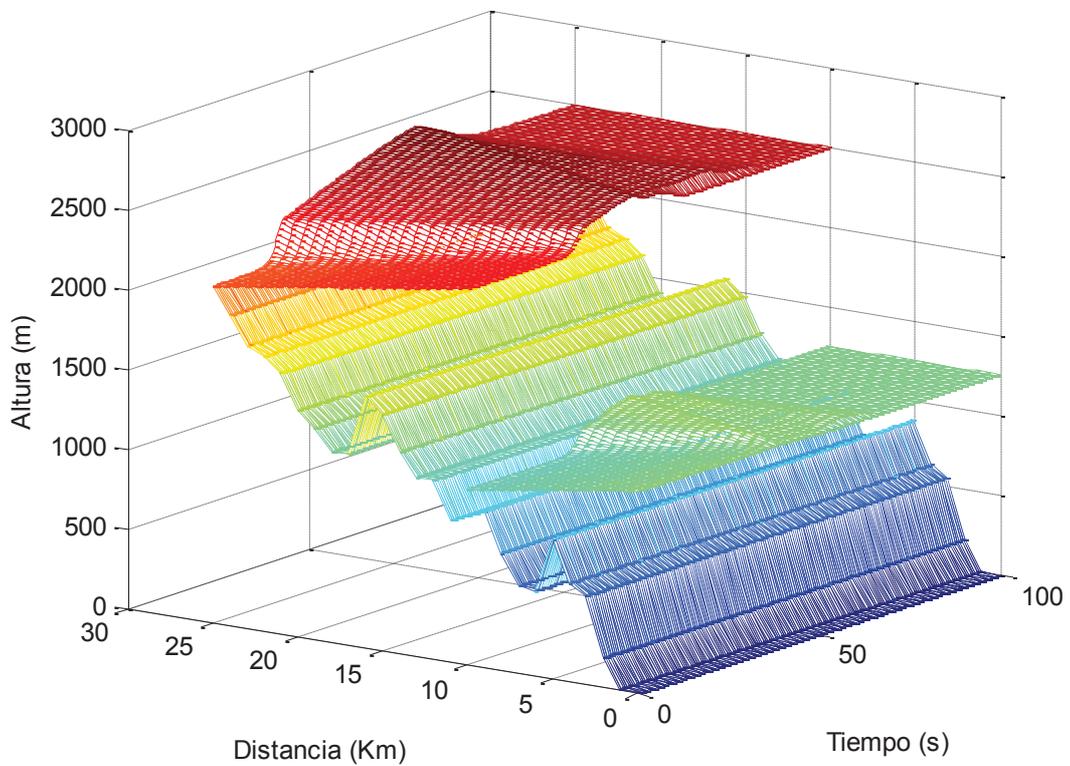


Figura 4. 57. Perfil Hidráulico del Sistema Poliducto

## CAPÍTULO 5

### MÉTODOS DE CONTROL Y SOLUCIONES

#### 5.1. DISPOSITIVOS MÁS UTILIZADOS

La válvula de alivio es uno de los dispositivos más común para controlar el exceso de presión el cual consta de un resorte que ejerce una fuerza determinada sobre el sello de la válvula, la cual se empieza a abrir cuando se supera el set de presión y se cierra inmediatamente cuando cae por debajo del set.

Es importante que una válvula de alivio tenga baja inercia de tal manera que se pueda abrir antes de que el set sea superado en exceso.

Un disco de ruptura sirve como una medida de seguridad siempre y cuando no sea activado con mucha frecuencia. Este consta de un diafragma que se rompe a un determinado set de presión permitiendo así aliviar la presión para proteger un determinado equipo. El inconveniente de usar este método de protección es que una vez activado, se lo debe reemplazar ya que el diafragma se rompe.

Las válvulas check son instaladas con frecuencia a la descarga de una bomba para evitar flujo inverso a través de la unidad cuando se apaga. Si la válvula tiene baja inercia y es no amortiguada, ésta se cierra inmediatamente cuando el flujo se invierte.

## 5.2. CONTROL DE PRESIÓN UTILIZANDO VÁLVULA DE ALIVIO

Si se considera el caso de la Aplicación 4.1 donde se genera un transitorio por el cierre de una válvula, se puede controlar el exceso de presión con la instalación de una válvula de alivio. Considerando que se instala la válvula entre dos tramos de tubería distintos (Ver Figura 5.1). De la misma manera se puede utilizar el cierre de la válvula de bola dado por:

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$$

Donde  $t_c$  es el tiempo en el que la válvula se cierra completamente.

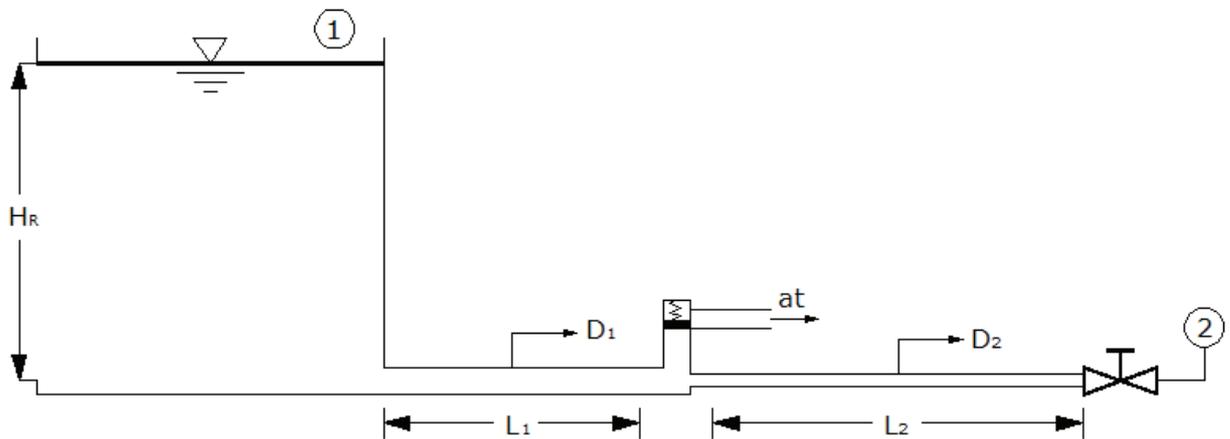


Figura 5. 1. Válvula de Alivio instalada entre dos tramos de tubería

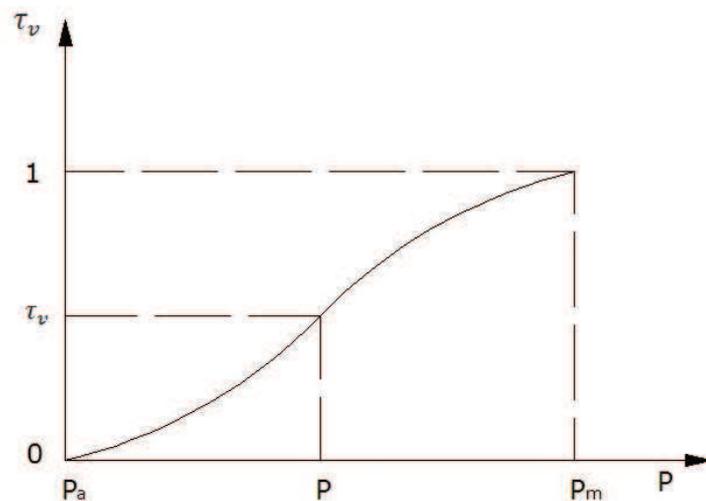


Figura 5. 2. Comportamiento de la válvula de alivio

Considerando una curva  $\tau_v \sim P$  de grado  $m$  (Ver Figura 5.2), el comportamiento de la válvula de alivio se considera de la siguiente forma

$$\tau_v = K(P - P_a)^m \quad (\text{Ec. 5.1})$$

Donde:  $P_a$  es la presión de apertura de la válvula o setpoint y  $P_m$  es la presión máxima cuando la válvula se encuentra totalmente abierta.

Este tipo de válvula se abre totalmente cuando  $P \geq P_m$  y se cierra automáticamente cuando  $P < P_a$ . El valor de  $P_a$  y  $P_m$  van a depender de la fuerza del resorte. De la Figura 5.2 se puede observar que cuando  $P = P_m$ ,  $\tau_v = 1$ . Reemplazando estos valores en la Ec. 5.1, se puede determinar el valor de  $K$ :

$$1 = K(P_m - P_a)^m$$

$$K = \frac{1}{(P_m - P_a)^m} \quad (\text{Ec. 5.2})$$

Reemplazando la Ec. 5.2 en la Ec. 5.1

$$\tau_v = \frac{1}{(P_m - P_a)^m} (P - P_a)^m$$

$$\tau_v = \left( \frac{P - P_a}{P_m - P_a} \right)^m$$

Considerando la altura piezométrica:

$$\tau_v = \left( \frac{H - H_a}{H_m - H_a} \right)^m \quad (\text{Ec. 5.3})$$

De la Ec. 5.3 se puede notar que:

Si:  $H = H_m \Rightarrow \tau_v = 1$  (Válvula Abierta)

Si:  $H = H_a \Rightarrow \tau_v = 0$  (Válvula Cerrada)

### 5.2.1. CONDICIÓN DE BORDE EN LA VÁLVULA DE ALIVIO

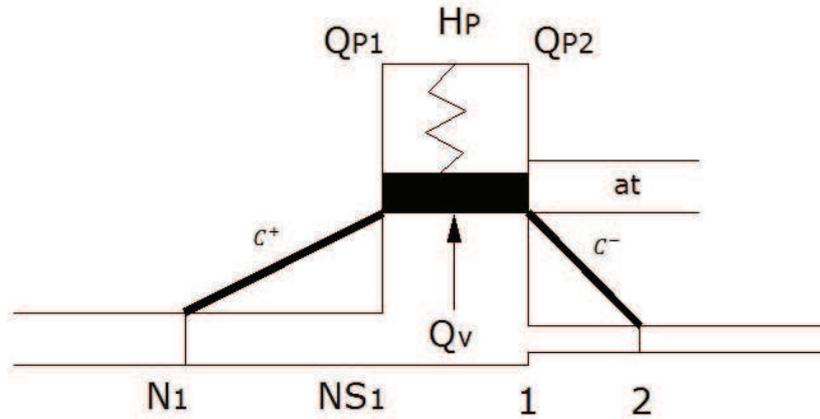


Figura 5. 3. Condición de borde en la válvula de alivio

Despreciando las pérdidas en la válvula ya que no son significativas, se tiene que:

$$H_P = H_{P1} = H_{P2}$$

Aplicando la Ecuación de la continuidad se tiene que:

$$Q_{P1} = Q_v + Q_{P2} \quad (\text{Ec. 5.4})$$

Donde  $Q_v$  es el caudal que circula por la válvula. Utilizando las ecuaciones características:

$$C^+: H_{P1} = H_{1(NS1,j)} = C_{P1} - B_1 Q_{P1} \quad (\text{Ec. 5.5})$$

$$C^-: H_{P2} = H_{2(1,j)} = C_{M2} + B_2 Q_{P2} \quad (\text{Ec. 5.6})$$

Reemplazando la Ec. 5.4 en la Ec. 5.5

$$H_P = C_{P1} - B_1(Q_v + Q_{P2})$$

$$H_P = C_{P1} - B_1 \left( Q_v + \frac{H_P - C_{M2}}{B_2} \right)$$

$$H_P = C_{P1} - B_1 Q_v - \frac{B_1}{B_2} H_P + \frac{B_1}{B_2} C_{M2}$$

$$H_P \left( 1 + \frac{B_1}{B_2} \right) = C_{P1} - B_1 Q_v + \frac{B_1}{B_2} C_{M2}$$

Sea:  $B_v = 1 + \frac{B_1}{B_2}$

$$H_P = \frac{C_{P1}}{B_v} - \frac{B_1}{B_v} Q_v + \frac{B_1}{B_v B_2} C_{M2}$$

Sea:  $C_U = \frac{C_{P1}}{B_v} + \frac{B_1}{B_v B_2} C_{M2}$

$$H_v = H_P = C_U - \frac{B_1}{B_v} Q_v \quad (\text{Ec. 5.7})$$

Para determinar el caudal  $Q_v$ , se utiliza la Ecuación Orificio para la válvula:

$$Q_v = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau_v \sqrt{H_P} \quad (\text{Ec. 5.8})$$

Reemplazando la Ec. 5.7 en la Ec 5.8

$$Q_v = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau_v \sqrt{C_U - \frac{B_1}{B_v} Q_v}$$

$$Q_v^2 = \frac{Q_0^2}{H_0} \tau_v^2 \left( C_U - \frac{B_1}{B_v} Q_v \right)$$

Sea:  $C_{VA} = \frac{Q_0^2}{2H_0} \tau_v^2$

$$Q_v^2 = 2C_{VA}C_U - 2C_{VA}\frac{B_1}{B_v}Q_v$$

$$Q_v^2 = 2C_{VA}C_U - 2C_{VA}\frac{B_1}{B_v}Q_v$$

$$Q_v = -C_{VA}\frac{B_1}{B_v} + \sqrt{\left(C_{VA}\frac{B_1}{B_v}\right)^2 + (2C_{VA}C_U)}$$

### 5.2.2. RESULTADOS

Considerando los siguientes datos:  $H_R = 70 \text{ m}$ ,  $L_1 = 250 \text{ m}$ ,  $L_2 = 250 \text{ m}$ ,  $D_1 = 0.25 \text{ m}$ ,  $D_2 = 0.25 \text{ m}$ ,  $f_{1-2} = 0.018$ ,  $a_1 = 1000 \text{ m/s}$ ,  $a_2 = 1000 \text{ m/s}$ ,  $CdA = 0.009$ ,  $t_c = 3 \text{ s}$ ,  $E_m = 1.5$ ,  $s = 2$ ,  $N_1 = 5$ ,  $t_m = 10.1 \text{ s}$ , se realiza la simulación en Matlab (Ver Anexo 8) obteniendo los siguientes resultados:

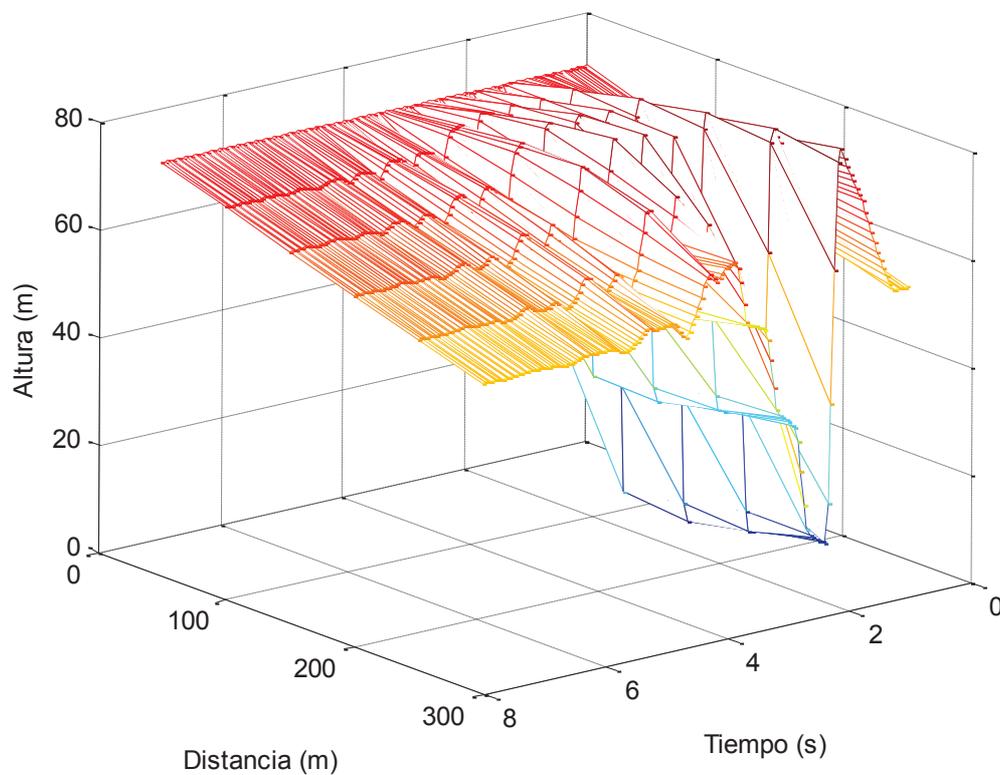


Figura 5. 4. Transitorio generado por el cierre de una válvula al final de una tubería con válvula de alivio para control de presión en la mitad del tramo (Antes de la válvula de alivio)

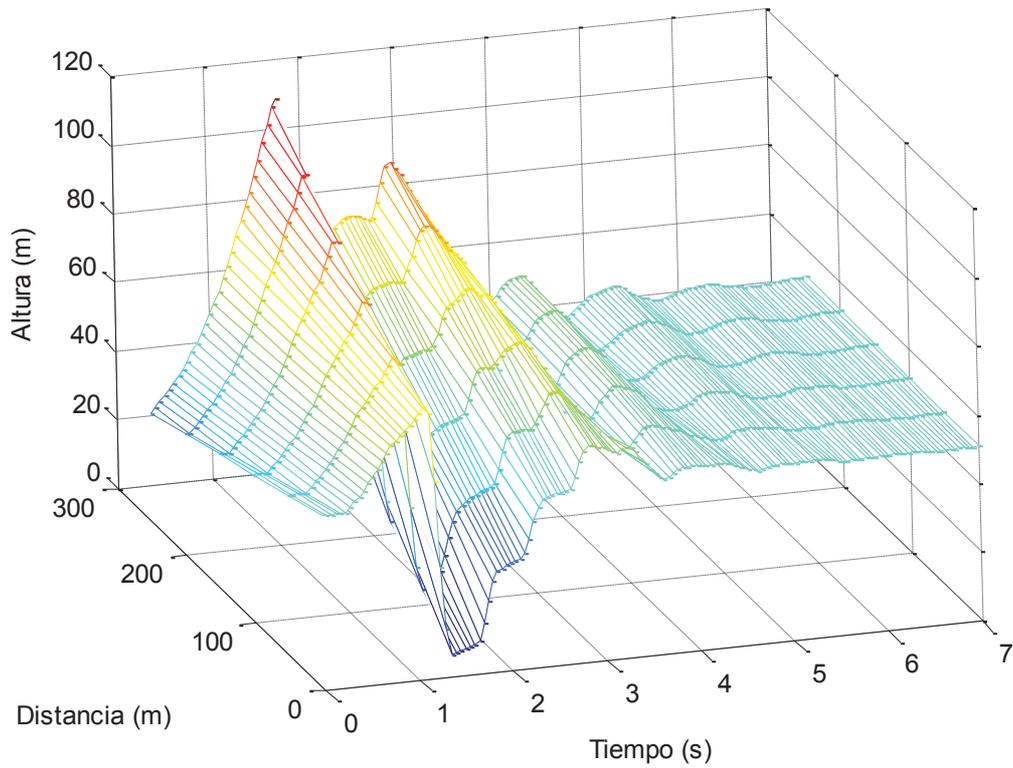


Figura 5. 5. Transitorio generado por el cierre de una válvula al final de una tubería con válvula de alivio para control de presión en la mitad del tramo (Después de la válvula de alivio)

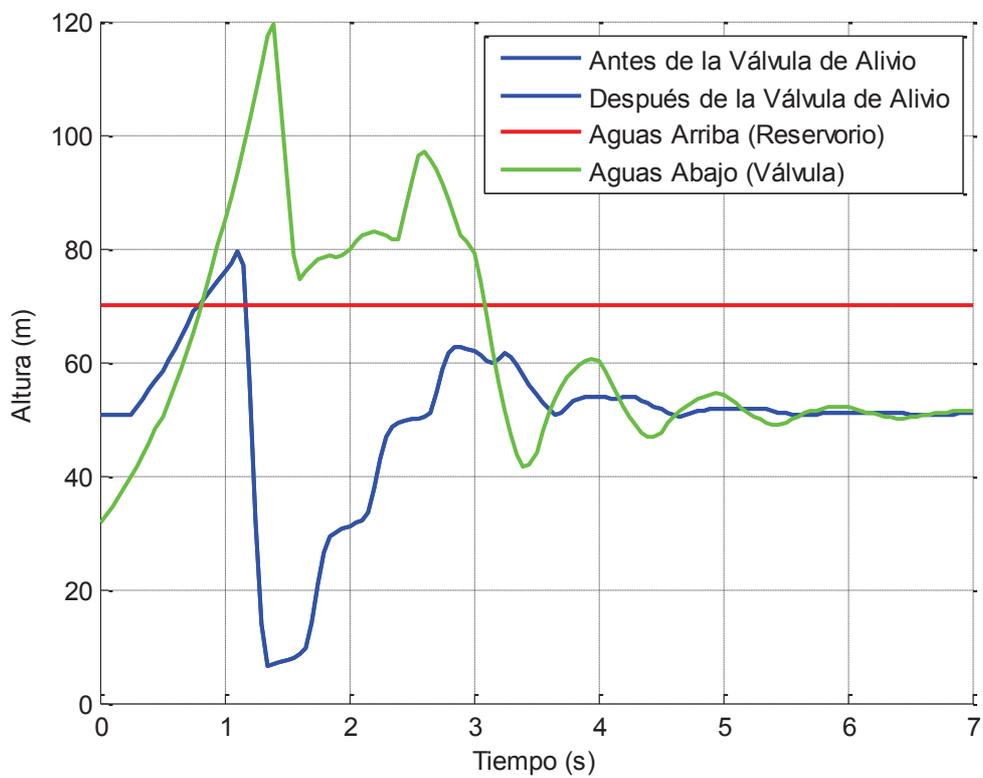
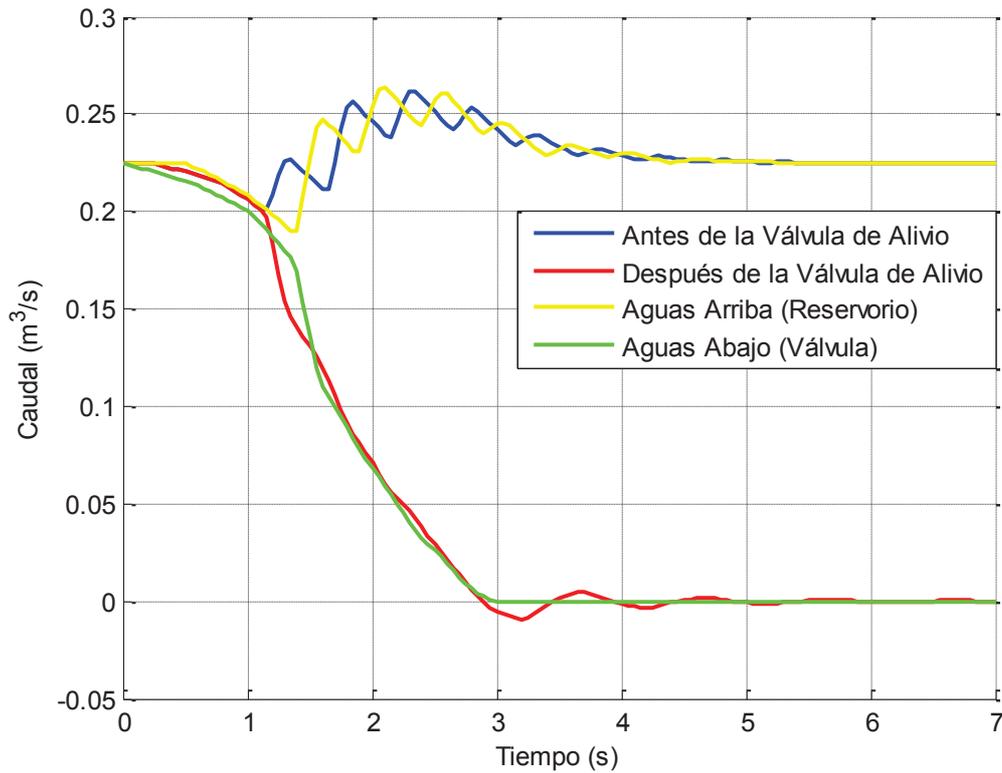


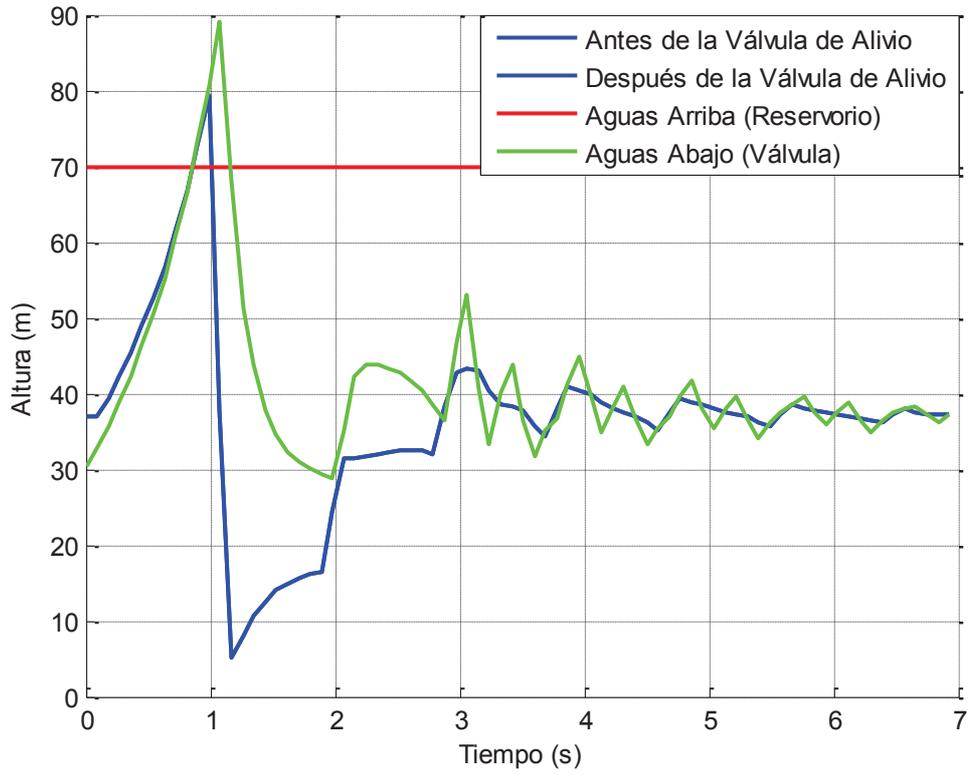
Figura 5. 6. Altura en todas las condiciones de borde (Control de presión).



**Figura 5. 7. Caudal en todas las condiciones de borde (Control de presión)**

Al tener una válvula de alivio, permite que ese exceso de presión se descargue a la atmósfera, sin embargo aguas abajo la presión sigue siendo alta. Una solución para disminuir el efecto puede ser instalar la válvula de alivio al final de la tubería junto a la válvula de bola que se cierra (Ver Figura 5.8).

Realizando este cambio se logra alcanzar un pico de hasta 90 m y no 120 m como el caso anterior (Ver Figura 5.6), lo cual se ajustaría más a la realidad puesto que el control se lo debe hacer cercano al elemento que produce la perturbación.



**Figura 5. 8. Altura en todas las condiciones de borde (Válvula de alivio instalada cerca de la perturbación)**

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Analizar el fenómeno transitorio de un sistema muy extenso puede convertirse en una desventaja ya que al existir gran cantidad de elementos, el número de variables incrementa, por lo tanto el cálculo debe ser minucioso con el fin de no obtener resultados erróneos muy lejanos a la realidad. Lo recomendable sería dividir el sistema y analizar un tramo específico.

Dentro de un sistema poliducto pueden ocurrir fenómenos transitorios que tengan efectos imperceptibles pero que a largo plazo pueden provocar algún tipo de daño, ya sea en la tubería o en los equipos. Con una buena simulación de estos transitorios se puede detectar fallas que pueden ser solucionables desde un inicio incluyendo el manejo operacional.

Actualmente no hay una solución analítica para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que determinan el transitorio, por lo cual es necesario utilizar técnicas numéricas para solucionar el problema. El método de las características sigue siendo el más destacado por la facilidad en su programación y por los excelentes resultados que se obtienen.

Existen algunos métodos para controlar los transitorios como el caso de la válvula de alivio, la cual permite liberar el exceso de presión que se tiene en la línea. De esta forma se protegen a los equipos que conforman el sistema actuando principalmente como un elemento de seguridad

De los análisis obtenidos se puede notar que el tipo y el tiempo que dure la perturbación afecta considerablemente al sistema. Una perturbación muy rápida puede desestabilizar todo el poliducto llegando a tener consecuencia en sitios lejanos a donde se produjo. Por otro lado, una perturbación lenta genera un transitorio mínimo que no afectaría al poliducto ni a los equipos.

Realizar las simulaciones de algunos tipos de eventos utilizando el método de las características, permite tener una visión clara de lo que sucede realmente, de tal manera que se puede determinar con precisión los puntos críticos donde se puede tomar soluciones inmediatas. En algunos casos se identifica que la presión puede ubicarse por debajo de la presión de vapor ocasionando un problema muy común como es la cavitación. En otros la presión puede superar la máxima admisible pudiendo debilitar el material y ocasionar una fisura.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

WYLIE B., STREETER, V., **Fluid Transients**, McGraw-Hill, United States of America, 1978.

CHAUDRY, Mohammad, **Boundary Conditions for Analysis of Waterhammer in Pipe Systems**, Thesis for Degree, British Columbia, 1965

MARTIN, Samuel, **Hydraulic Transient Design for Pipeline Systems**, McGraw-Hill, United States of America, 2004

LAROCK, Bruce, JEPPSON, Roland, **Hydraulics of Pipeline Systems**, CRC Press, U.S., 2000

ORTEGA, A., AZEVEDO. B., PIRES. L. **A Numerical Model about the Dynamic Behavior of a Pressure Relief Valve**, 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering, Belo Horizonte, 2008

MAGZOUN, M., KWAME, S. **Hydraulic Transient in a Pipeline**, Master Thesis, Lund University, Sweden, 2007

BOULOS, P., KARNEY, B. **Hydraulic Transient Guidelines**, Journal American Water Works Association, May 2005.

QINFEN, K., KARNEY, B. **Pressure-relief valve selection and transients pressure control**, Journal American Water Works Association, May 2008.

WOOD, Stephen. **Modeling of Pipeline Transients: Modified Method of Characteristics**, Thesis for Degree, Florida International University, 2011.

API, **Specification for Line Pipe 5L**, Forty Second Edition, January 2000.

# ANEXOS

## **ANEXO 1**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA  
VÁLVULA QUE SE ENCUENTRA AL FINAL DE UNA  
TUBERÍA**

```

% Programa para resolver el problema del transitorio generado por el
% cierre
% de una válvula que se encuentra al final de una tubería. La relación de
% cierre está dada por  $\tau = (1-t/t_c)^m$  donde  $t_c$  es el tiempo de cierre.
% Se resuelve por el método de las características, donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i) = CP - B \cdot QP(i)$  en C+
%  $HP(i) = CM + B \cdot QP(i)$  en C-
%  $CP = H(i-1) + B \cdot Q(i-1) - R \cdot Q(i-1) \cdot \text{ABS}(Q(i-1))$ 
%  $CM = H(i+1) - B \cdot Q(i+1) + R \cdot Q(i+1) \cdot \text{ABS}(Q(i+1))$ 
%  $B = a / (g \cdot A)$ 
%  $R = f \cdot \Delta X / (2 \cdot D \cdot g \cdot A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $HP(i)$  o  $QP(i)$ :
%  $HP(i) = (CP + CM) / 2$ 
%  $QP(i) = (CP - CM) / (2 \cdot B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Reservorio con  $H_r$ 
%  $HP(1) = H_r$ 
%  $QP(1) = (HP(1) - CM) / B$  en C-
%
% AGUAS ABAJO: Válvula que se cierra
%  $HP(NS) = CP - B \cdot QP(NS)$  en C+
%  $QP(NS) = (Q_0 / \sqrt{H_0}) \cdot \tau \cdot \sqrt{HP(NS)}$ 
% En el estable  $\tau = 1$ , cuando la válvula se cierra  $\tau = 0$ .

% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $Q_0 = (C_d \cdot A_g) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$  donde  $H_0$  es pérdida en la válvula, y
%  $(C_d \cdot A_g)$  es el coeficiente de descarga por el área cuando está
% con un porcentaje de apertura

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=50;      %Altura del reservorio (m)
L=500;     %Longitud de la tubería (m)
D=0.25;    %Diámetro de la tubería (m)
f=0.018;   %Factor de fricción
a=1000;    %Velocidad de propagación (m/s)
g=9.806;   %Gravedad (m/s^2)
CdAg=0.009; %Coeficiente de descarga de la válvula
tc=4;      %Tiempo de cierre de la válvula (s)
m=1.5;     %Exponente para cierre de válvula  $\tau = (1-t/t_c)^m$ 
N=5;       %Número de tramos
tm=8.2;    %Tiempo máximo de simulación (s)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
NS=N+1;    %Último tramo en la válvula
DX=L/N;    %Distancia de cada tramo (m)
DT=DX/a;   %Ecuación característica del  $dx/dt=a \rightarrow dt=dx/a$  (s)
Tmax=tm/DT; %Tiempo máximo de tramos  $\Delta T$  para simulación
A=pi*D^2/4; %Área de la tubería (m^2)
R=f*DX/(2*g*D*A^2);
B=a/(g*A);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se obtiene de la ecuación de la energía de todo el sistema.
Qo=sqrt((2*g*(CdAg^2)*Hr)/(R*N*2*g*(CdAg^2)+1));

%Enceramiento de matrices H y Q
for j=1:Tmax
    for i=1:NS
        H(i,j)=0;
        Q(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH=R*Qo^2; %DeltaH=(f*DX/D)*(Qo^2)/(2*g*A^2)=R*Qo^2 por cada tramo
for i=1:NS
    H(i,1)=Hr-(i-1)*DH;
    Q(i,1)=Qo;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    for i=2:N
        CP=H(i-1,j-1)+B*Q(i-1,j-1)-R*Q(i-1,j-1)*abs(Q(i-1,j-1));
        CM=H(i+1,j-1)-B*Q(i+1,j-1)+R*Q(i+1,j-1)*abs(Q(i+1,j-1));
        HP=(CP+CM)/2; %H en t+deltat
        QP=(CP-CM)/(2*B); %Q en t+deltat
        H(i,j)=HP;
        Q(i,j)=QP;
    end

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP(1)=Hr,
    %HP(1)=CM+B*QP(1) en C-
    H(1,j)=Hr;
    CM=H(2,j-1)-B*Q(2,j-1)+R*Q(2,j-1)*abs(Q(2,j-1));
    Q(1,j)=(H(1,j)-CM)/B;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % La ecuación de la válvula cuando se comienza a cerrar es:
    % QP(NS)=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP(NS))
    % Tau=(1-t/tc)^m, t=tiempo,tc =tiempo cierre, m=coeficiente
    % HP(NS)=CP-B*QP(NS) en C+
    t=(j-1)*DT;

```

```

%Válvula cuando comienza a cerrarse
if t<tc
    Tau=(1-t/tc)^m;
end

%Válvula completamente cerrada
if t>=tc
    Tau=0;
end

%Solución de  $QP^2+2*Cv*B*QP-2*Cv*CP=0$ 
Cv=((Qo*Tau)^2)/(2*H(NS,1));
CP=H(N,j-1)+B*Q(N,j-1)-R*Q(N,j-1)*abs(Q(N,j-1));
QPv=-B*Cv+sqrt((Cv*B)^2+(2*Cv*CP));
Q(NS,j)=QPv;
H(NS,j)=CP-B*Q(NS,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS
    x(i)=(i-1)*DX; %Distancia (m)
end
for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end

% GRÁFICO 1
% mesh(y,x,H);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');
%
% GRÁFICO 2
% plot(y,H(NS,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot(y,H(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Válvula', 'Reservorio');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 3
plot(y,Q(NS,:), 'LineWidth',2);
hold on;
plot(y,Q(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
legend('Válvula', 'Reservorio');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Caudal (m^3/s)');
grid on;

```

## **ANEXO 2**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA  
VÁLVULA QUE SE ENCUENTRA ENTRE DOS TUBERÍAS  
DE DIFERENTES DIMENSIONES**

```

% Programa para resolver el problema del transitorio generado por el
% cierre
% de una válvula que se encuentra entre dos tuberías de diferentes
% dimensiones. La relación de cierre está dada por  $\text{Tau}=(1-t/\text{tc})^m$  donde
% tc es el tiempo de cierre.
% Se resuelve por el método de las características, donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $\text{HP}(i)=\text{CP}-\text{B}*\text{QP}(i)$  en C+
%  $\text{HP}(i)=\text{CM}+\text{B}*\text{QP}(i)$  en C-
%  $\text{CP}=\text{H}(i-1)+\text{B}*Q(i-1)-\text{R}*Q(i-1)*\text{ABS}(Q(i-1))$ 
%  $\text{CM}=\text{H}(i+1)-\text{B}*Q(i+1)+\text{R}*Q(i+1)*\text{ABS}(Q(i+1))$ 
%  $\text{B}=a/(g*A)$ 
%  $\text{R}=f*\text{DeltaX}/(2*D*g*A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $\text{HP}(i)$  o  $\text{QP}(i)$ :
%  $\text{HP}(i)=(\text{CP}+\text{CM})/2$ 
%  $\text{QP}(i)=(\text{CP}-\text{CM})/(2*B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Reservorio con Hr
%  $\text{HP1}(1)=\text{HR}$ 
%  $\text{QP1}(1)=(\text{HP1}(1)-\text{CM1})/\text{B1}$  en C-
%
% AGUAS ABAJO: Se encuentra a la atmósfera  $\text{H}=0$ 
%  $\text{HP2}(\text{NS2})=0$ 
%  $\text{QP2}(\text{NS2})=(\text{CP2}-\text{HP2}(\text{NS2}))/\text{B2}$  en C+
%
% VÁLVULA: Se cierra entre dos tuberías
%  $\text{HP1}(\text{NS1})=\text{CP1}-\text{B1}*\text{QP1}(\text{NS1})$  en C+
%  $\text{HP2}(1)=\text{CM2}+\text{B2}*\text{QP2}(1)$  en C-
%  $\text{QP1}(\text{NS})=\text{QP2}(1)=\text{QP}$ 
%  $\text{QP}=(\text{Qo}/\text{sqrt}(\text{Ho}))*\text{Tau}*\text{sqrt}(\text{HP1}(\text{NS})-\text{HP2}(1))$ 
% En el estable  $\text{Tau}=1$ , cuando la válvula se cierra  $\text{Tau}=0$ .

% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $\text{Qo}=(\text{Cd}*\text{Ag})*\text{sqrt}(2*g*\text{Ho})$  donde Ho es pérdida en la válvula, y
% (Cd*Ag) es el coeficiente de descarga por el área cuando está
% con un porcentaje de apertura

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=50;           %Altura del reservorio (m)
L1=500;         %Longitud de la tubería 1 (m)
L2=720;         %Longitud de la tubería 2 (m)
D1=0.25;        %Diámetro de la tubería 1 (m)
D2=0.15;        %Diámetro de la tubería 2 (m)
f1=0.018;       %Factor de fricción tubería 1
f2=0.018;       %Factor de fricción tubería 2
a1=1000;        %Velocidad de propagación tubería 1 (m/s)
a2=1300;        %Velocidad de propagación tubería 2 (m/s)
g=9.806;        %Gravedad (m/s^2)
CdAg=0.009;     %Coeficiente de descarga de la válvula
tc=3.5;         %Tiempo de cierre de la válvula (s)
m=2;           %Exponente para cierre de válvula  $\text{Tau}=(1-t/\text{tc})^m$ 
N1=5;          %Número de tramos de tubería 1
tm=8.2;        %Tiempo máximo de simulación (s)

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DX1=L1/N1;           %Distancia de cada tramo de la tubería 1 (m)
DT=DX1/a1;          %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
DX2=DT*a2;          %Distancia tramo tubería 2 considerando mismo dt (m)
N2=round(L2/DX2);   %Número de tramos de la tubería 2 (Debe ser entero)
NS1=N1+1;           %Último tramo en la válvula 1
NS2=N2+1;           %Último tramo en la válvula 2
Tmax=tm/DT;         %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A1=pi*D1^2/4;       %Área de la tubería 1 (m^2)
A2=pi*D2^2/4;       %Área de la tubería 2 (m^2)
R1=f1*DX1/(2*g*D1*A1^2);
R2=f2*DX2/(2*g*D2*A2^2);
B1=a1/(g*A1);
B2=a2/(g*A2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se obtiene de la ecuación de la energía de todo el sistema.
Qo=sqrt((2*g*(CdAg^2)*Hr)/((R1*N1+R2*N2)*2*g*(CdAg^2)+1));

%Enceramiento de matrices
for j=1:Tmax
    %Enceramiento de matrices H1 y Q1 para tubería 1
    for i=1:NS1
        H1(i,j)=0;
        Q1(i,j)=0;
    end
    %Enceramiento de matrices H2 y Q2 para tubería 2
    for i=1:NS2
        H2(i,j)=0;
        Q2(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH1=R1*Qo^2; %DeltaH=(f*DX1/D1)*(Qo^2)/(2*g*A1^2)=R1*Qo^2 por cada
longitud
DH2=R2*Qo^2; %DeltaH=(f*DX2/D2)*(Qo^2)/(2*g*A2^2)=R2*Qo^2 por cada
longitud

%Antes de la válvula
for i=1:NS1
    H1(i,1)=Hr-(i-1)*DH1;
    Q1(i,1)=Qo;
end

%Después de la válvula
H2r=H1(NS1,1)-(Qo^2)/(2*g*CdAg^2); %Obtenido con pérdida en la válvula
for i=1:NS2
    H2(i,1)=H2r-(i-1)*DH2;
    Q2(i,1)=Qo;
end
Ho=H1(NS1,1)-H2(1,1); %Pérdida en la válvula en el estable

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=2:N1
    CP1=H1(i-1,j-1)+B1*Q1(i-1,j-1)-R1*Q1(i-1,j-1)*abs(Q1(i-1,j-1));
    CM1=H1(i+1,j-1)-B1*Q1(i+1,j-1)+R1*Q1(i+1,j-1)*abs(Q1(i+1,j-1));
    HP1=(CP1+CM1)/2; %H en t+deltat
    QP1=(CP1-CM1)/(2*B1); %Q en t+deltat
    H1(i,j)=HP1;
    Q1(i,j)=QP1;
end

for i=2:N2
    CP2=H2(i-1,j-1)+B2*Q2(i-1,j-1)-R2*Q2(i-1,j-1)*abs(Q2(i-1,j-1));
    CM2=H2(i+1,j-1)-B2*Q2(i+1,j-1)+R2*Q2(i+1,j-1)*abs(Q2(i+1,j-1));
    HP2=(CP2+CM2)/2; %H en t+deltat
    QP2=(CP2-CM2)/(2*B2); %Q en t+deltat
    H2(i,j)=HP2;
    Q2(i,j)=QP2;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP1(1)=Hr,
%HP1(1)=CM+B*QP1(1) en C-
H1(1,j)=Hr;
CM1=H1(2,j-1)-B1*Q1(2,j-1)+R1*Q1(2,j-1)*abs(Q1(2,j-1));
Q1(1,j)=(H1(1,j)-CM1)/B1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas abajo se calcula en C+, HP2(NS2)=0,
%HP2(NS2)=CP2-B2*QP2(NS2) en C+
H2(NS2,j)=0;
CP2=H2(N2,j-1)+B2*Q2(N2,j-1)-R2*Q2(N2,j-1)*abs(Q2(N2,j-1));
Q2(NS2,j)=(CP2-H2(NS2,j))/B2;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES EN LA VÁLVULA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula cuando se comienza a cerrar es:
% QP=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP1(NS1)-HP2(1))
% y se la desarrolla simultáneamente con las condiciones de borde
% de cada tubería. Adicional permite cambio en el sentido de flujo:
% Tubería 1: HP1(NS1)=CP1-B1*QP1(NS1) en C+
% Tubería 2: HP2(1)=CM2+B2*QP2(1) en C-
% Tau=(1-t/tc)^m, t=tiempo,tc =tiempo cierre, m=coeficiente
t=(j-1)*DT;
CP1=H1(N1,j-1)+B1*Q1(N1,j-1)-R1*Q1(N1,j-1)*abs(Q1(N1,j-1));
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));

```

```

%Solucion de  $QP^2+2*Cv*(B1+B2)*QP-2*Cv*(CP1-CM2)$ 
if t<tc
    Tau=(1-t/tc)^m;
    Cv=((Qo*Tau)^2)/(2*Ho);
    if CP1-CM2>=0 %Flujo Positivo
        QPv=-Cv*(B1+B2)+sqrt(((Cv^2)*(B1+B2)^2)+2*Cv*(CP1-CM2));
    end
    if CP1-CM2<0 %Flujo Negativo
        QPv=Cv*(B1+B2)-sqrt(((Cv^2)*(B1+B2)^2)-2*Cv*(CP1-CM2));
    end
end

%Válvula completamente cerrada
if t>=tc; QPv=0; end

Q1(NS1,j)=QPv;
Q2(1,j)=QPv;
H1(NS1,j)=CP1-B1*Q1(NS1,j);
H2(1,j)=CM2+B2*Q2(1,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS1
    x1(i)=(i-1)*DX1; %Distancia (m)
end

for i=1:NS2
    x2(i)=(i-1)*DX2; %Distancia (m)
end

for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end

% GRÁFICO 1.1
% mesh(y,x1,H1);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 1.2
% mesh(y,x2,H2);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 2
% hold on;
% plot (y,H1(NS1,:), 'LineWidth',2);
% plot (y,H2(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% plot (y,H1(1,:), 'r', 'LineWidth',2);
% plot (y,H2(NS2,:), 'y', 'LineWidth',2);
% legend('Antes de la Válvula','Después de la
Válvula','Reservorio','Aguas Abajo');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');

```

```
% grid on;

% GRÁFICO 3
hold on;
plot (y,Q1(NS1,:), 'r', 'LineWidth', 2);
plot (y,Q2(1,:), 'r', 'LineWidth', 2);
plot (y,Q1(1,:), 'b', 'LineWidth', 2);
plot (y,Q2(NS2,:), 'g', 'LineWidth', 2);
legend('Antes de la Válvula', 'Después de la Válvula', 'Reservorio', 'Agua
Abajo');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Caudal (m^3/s)');
grid on;
```

### **ANEXO 3**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA  
VÁLVULA CUANDO EL SISTEMA CONSTA DE UNA  
BOMBA CENTRÍFUGA QUE GIRA A VELOCIDAD  
CONSTANTE APORTANDO FLUJO DESDE UN  
RESERVORIO**

```

% Programa para resolver el problema del transitorio generado por el
% cierre
% de una válvula que se encuentra al final de una tubería.
% El sistema está conformado por una bomba centrífuga que gira a
% velocidad
% constante y aporta flujo a través de un reservorio a la succión.
% La relación de cierre de la válvula está dada por  $\tau = (1-t/\tau_c)^m$  donde
%  $\tau_c$  es el tiempo de cierre.
% Se resuelve por el método de las características donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i) = CP - B * QP(i)$  en C+
%  $HP(i) = CM + B * QP(i)$  en C-
%  $CP = H(i-1) + B * Q(i-1) - R * Q(i-1) * ABS(Q(i-1))$ 
%  $CM = H(i+1) - B * Q(i+1) + R * Q(i+1) * ABS(Q(i+1))$ 
%  $B = a / (g * A)$ 
%  $R = f * \Delta X / (2 * D * g * A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $HP(i)$  o  $QP(i)$ :
%  $HP(i) = (CP + CM) / 2$ 
%  $QP(i) = (CP - CM) / (2 * B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Bomba centrífuga girando a velocidad constante
%  $HP(1) = H_b$  donde  $H_b = a * Q^2 + b * Q + c$  (Ec. característica de la bomba)
%  $QP(1) = (HP(1) - CM) / B$  en C-

% AGUAS ABAJO: Válvula que se cierra
%  $HP(NS) = CP - B * QP(NS)$  en C+
%  $QP(NS) = (Q_0 / \sqrt{H_0}) * \tau * \sqrt{HP(NS)}$ 
% En el estable  $\tau = 1$ , cuando la válvula se cierra  $\tau = 0$ .

% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $Q_0 = (C_d * A_g) * \sqrt{2 * g * H_0}$  donde  $H_0$  es pérdida en la válvula, y
%  $(C_d * A_g)$  es el coeficiente de descarga por el área cuando está
% con un porcentaje de apertura

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=20      %Altura del reservorio (m)
Hf=0;      %Altura después de la válvula (m) 0=atmósfera
L=500;     %Longitud de la tubería (m)
D=0.25;    %Diámetro de la tubería (m)
f=0.018;   %Factor de fricción
a=1000;    %Velocidad de propagación (m/s)
g=9.806;   %Gravedad (m/s^2)
CdAg=0.009; %Coeficiente de descarga de la válvula
tc=5;      %Tiempo de cierre de la válvula (s)
m=2;       %Exponente para cierre de válvula  $\tau = (1-t/\tau_c)^m$ 
N=5;       %Número de tramos
tm=8.2;    %Tiempo máximo de simulación (s)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DE LA BOMBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Qb=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5]; %Caudal de la bomba (m^3/s)
Hb=[225 210 205 185 145 55]; %Altura de la bomba (m)

```

```

CoefBomb=polyfit(Qb,Hb,2); %Obtiene la curva por mínimos cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb=CoefBomb(1);
b_bomb=CoefBomb(2);
c_bomb=CoefBomb(3);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
NS=N+1; %Último tramo en la válvula
DX=L/N; %Distancia de cada tramo (m)
DT=DX/a; %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
Tmax=tm/DT; %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A=pi*D^2/4; %Área de la tubería (m^2)
R=f*DX/(2*g*D*A^2);
B=a/(g*A);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se obtiene igualando la ecuación de la bomba con la ecuación del sistema
ast=a_bomb-R*N-(1/(2*g*(CdAg^2)));
bst=b_bomb;
cst=c_bomb+Hr-Hf;
PoliSt=[ast bst cst]; %Obtiene una ecuación de la forma ast*Q^2+bst*Q+c
QSt=roots(PoliSt); %Obtiene las raíces de la ecuación
if QSt(1)>0; Qo=QSt(1); end
if QSt(2)>0; Qo=QSt(2); end
%Al tener dos raíces, se escoge el valor positivo
Ho=a_bomb*Qo^2+b_bomb*Qo+c_bomb;

%Enceramiento de matrices H y Q
for j=1:Tmax
    for i=1:NS
        H(i,j)=0;
        Q(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH=R*Qo^2; %DeltaH=(f*DX/D)*(Qo^2)/(2*g*A^2)=R*Qo^2 por cada tramo
for i=1:NS
    H(i,1)=Ho+Hr-(i-1)*DH;
    Q(i,1)=Qo;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    for i=2:N
        CP=H(i-1,j-1)+B*Q(i-1,j-1)-R*Q(i-1,j-1)*abs(Q(i-1,j-1));
        CM=H(i+1,j-1)-B*Q(i+1,j-1)+R*Q(i+1,j-1)*abs(Q(i+1,j-1));
    end
end

```

```

    HP=(CP+CM)/2;      %H en t+deltat
    QP=(CP-CM)/(2*B); %Q en t+deltat
    H(i,j)=HP;
    Q(i,j)=QP;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP(1)=Hb+Hr
%HP(1)=CM+B*QP(1) en C-
CM=H(2,j-1)-B*Q(2,j-1)+R*Q(2,j-1)*abs(Q(2,j-1));
ab=a_bomb;
bb=b_bomb-B;
cb=c_bomb+Hr-CM;
Polib=[ab bb cb];      %Obtiene una ecuación de la forma ab*Q^2+bb*Q+cb
Qab=roots(Polib);     %Obtiene las raíces de la ecuación
if Qab(1)>0; Q(1,j)=Qab(1); end
if Qab(2)>0; Q(1,j)=Qab(2); end
%Al tener dos raíces, se escoge el valor real
if Q(1,j)<=0
    H(1,j)=c_bomb+Hr;
    Q(1,j)=(H(1,j)-CM)/B;
else
    H(1,j)=CM+B*Q(1,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula cuando se comienza a cerrar es:
% QP(NS)=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP(NS))
% Tau=(1-t/tc)^m, t=tiempo,tc =tiempo cierre, m=coeficiente
% HP(NS)=CP-B*QP(NS) en C+
t=(j-1)*DT;

%Válvula cuando comienza a cerrarse
if t<tc
    Tau=(1-t/tc)^m;
end

%Válvula completamente cerrada
if t>=tc
    Tau=0;
end

%Solución de QP^2+2*Cv*B*QP-2*Cv*CP=0
Cv=((Qo*Tau)^2)/(2*H(NS,1));
CP=H(N,j-1)+B*Q(N,j-1)-R*Q(N,j-1)*abs(Q(N,j-1));
QPv=-B*Cv+sqrt((Cv*B)^2+(2*Cv*CP));
Q(NS,j)=QPv;
H(NS,j)=CP-B*Q(NS,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS
    x(i)=(i-1)*DX; %Distancia (m)

```

```

end
for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT;    %Tiempo (s)
end
for i=1:10
    Qt(i)=0.05*i;    %Caudal (m^3/s)
    Hsis(i)=Hf-Hr+(R*N+(1/(2*g*(CdAg^2))))*Qt(i)^2; %Curva del sistema
    Hbomb(i)=a_bomb*Qt(i)^2+b_bomb*Qt(i)+c_bomb;    %Curva de la bomba
end

% GRÁFICO 1
% plot (Qt,Hsis,'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (Qt,Hbomb,'g','LineWidth',2);
% legend('Curva del sistema','Curva de la bomba');
% xlabel('Caudal (m^3/s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 2
% mesh(y,x,H);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 3
% plot (y,H(NS,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Válvula', 'Bomba');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 4
plot (y,Q(NS,:), 'LineWidth',2);
hold on;
plot (y,Q(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
legend('Válvula', 'Bomba');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Caudal (m^3/s)');
grid on;

```

## **ANEXO 4**

### **PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL TRANSITORIO GENERADO POR EL INCREMENTO EN LAS REVOLUCIONES DE UNA BOMBA**

```

% Programa para resolver el problema del transitorio generado por el
% incremento en las revoluciones de una bomba. La relación está dada por
%  $N_{new}=N_0+K*t$  donde  $N_0$  son las revoluciones iniciales,  $N_{new}$  son las
nuevas
% revoluciones a un tiempo  $t$  y  $K$  es una constante.
% Se resuelve por el metodo de las características donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i)=CP-B*QP(i)$  en C+
%  $HP(i)=CM+B*QP(i)$  en C-
%  $CP=H(i-1)+B*Q(i-1)-R*Q(i-1)*ABS(Q(i-1))$ 
%  $CM=H(i+1)-B*Q(i+1)+R*Q(i+1)*ABS(Q(i+1))$ 
%  $B=a/(g*A)$ 
%  $R=f*DeltaX/(2*D*g*A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $HP(i)$  o  $QP(i)$ :
%  $HP(i)=(CP+CM)/2$ 
%  $QP(i)=(CP-CM)/(2*B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Bomba centrífuga con aumento en la velocidad
%  $HP(1)=H_b$  donde  $H_b=a*Q^2+b*alfa*Q+c*alfa^2$  (Ec. característica de la
bomba)
%  $alfa=N_{new}/N_0$  y  $N_{new}=N_0+K*t$ 
%  $QP(1)=(HP(1)-CM)/B$  en C-

% AGUAS ABAJO: Válvula mantiene su apertura inicial
%  $HP(NS)=CP-B*QP(NS)$  en C+
%  $QP(NS)=(Q_0/sqrt(H_0))*Tau*sqrt(HP(NS))$ 
% En el estable y en el tiempo  $Tau=1$ 

% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $Q_0=(C_d*Ag)*sqrt(2*g*H_0)$  donde  $H_0$  es pérdida en la válvula, y
%  $(C_d*Ag)$  es el coeficiente de descarga por el área cuando está
% con un porcentaje de apertura

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=20;      %Altura del reservorio (m)
Hf=0;      %Altura después de la válvula (m) 0=atmósfera
L=500;     %Longitud de la tubería (m)
D=0.25;    %Diámetro de la tubería (m)
f=0.018;   %Factor de fricción
a=1000;    %Velocidad de propagación (m/s)
g=9.806;   %Gravedad (m/s^2)
CdAg=0.009; %Coeficiente de descarga de la válvula
N=5;       %Número de tramos
tm=10;     %Tiempo máximo de simulación (s)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DE LA BOMBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
No=1500;   %Revoluciones Iniciales
Nnew(1)=No; %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf=1800;   %Revoluciones que alcanza la bomba
Tn=3;      %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K=(Nf-No)/Tn; %Se obtiene de  $N=N_0+Kt$ 

```



```

    CP=H(i-1,j-1)+B*Q(i-1,j-1)-R*Q(i-1,j-1)*abs(Q(i-1,j-1));
    CM=H(i+1,j-1)-B*Q(i+1,j-1)+R*Q(i+1,j-1)*abs(Q(i+1,j-1));
    HP=(CP+CM)/2;      %H en t+deltat
    QP=(CP-CM)/(2*B); %Q en t+deltat
    H(i,j)=HP;
    Q(i,j)=QP;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP(1)=Hb+Hr
%HP(1)=CM+B*QP(1) en C-
%La bomba empieza a incrementar sus revoluciones de manera lineal tal
que:
    %Nnew=No+K*t
    t=(j-1)*DT;
    Nnew(j)=No+K*t;      %Variación de revoluciones en el tiempo
    if Nnew(j)>=Nf&&Nf>No %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
        Nnew(j)=Nf;
    end
    if Nnew(j)<=Nf&&Nf<No %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
        Nnew(j)=Nf;
    end
    alfa=Nnew(j)/No; %Relación de las Nnew/No
    CM=H(2,j-1)-B*Q(2,j-1)+R*Q(2,j-1)*abs(Q(2,j-1));
    ab=a_bomb;
    bb=(b_bomb*alfa)-B;
    cb=(c_bomb*alfa^2)+Hr-CM;
    Polib=[ab bb cb]; %Obtiene una ecuación de la forma ab*Q^2+bb*Q+cb
    Qab=roots(Polib); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qab(1)>0; Q(1,j)=Qab(1); end
    if Qab(2)>0; Q(1,j)=Qab(2); end
    %Al tener dos raíces, se escoge el valor real
    if Q(1,j)<=0
        H(1,j)=(c_bomb*alfa^2)+Hr;
        Q(1,j)=(H(1,j)-CM)/B;
    else
        H(1,j)=CM+B*Q(1,j);
    end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula está dada por:
% QP(NS)=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP(NS))
% Tau=1 porque la válvula mantiene su apertura inicial
% HP(NS)=CP-B*QP(NS) en C+
Tau=1;
%Solución de QP^2+2*Cv*B*QP-2*Cv*CP=0
Cv=((Qo*Tau)^2)/(2*H(NS,1));
CP=H(N,j-1)+B*Q(N,j-1)-R*Q(N,j-1)*abs(Q(N,j-1));
QPv=-B*Cv+sqrt((Cv*B)^2+(2*Cv*CP));
Q(NS,j)=QPv;
H(NS,j)=CP-B*Q(NS,j);
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS
    x(i)=(i-1)*DX; %Distancia (m)
end
for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end
for i=1:10
    Qt(i)=0.05*i; %Caudal (m^3/s)
    Hsis(i)=Hf-Hr+(R*N+(1/(2*g*(CdAg^2))))*Qt(i)^2; %Curva del sistema
    Hbomb(i)=a_bomb*Qt(i)^2+b_bomb*Qt(i)+c_bomb; %Curva de la bomba a
No
    Hrpm(i)=a_bomb*Qt(i)^2+b_bomb*alfa*Qt(i)+c_bomb*alfa^2; %Bomba a Nnew
end

% GRÁFICO 1
% plot (Qt,Hsis,'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (Qt,Hbomb,'g','LineWidth',2);
% hold on;
% plot (Qt,Hrpm,'r','LineWidth',2);
% legend('Curva del sistema','Curva de la bomba a No','Curva de la bomba
a Nnew');
% xlabel('Caudal (m^3/s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 2
% mesh(y,x,H);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 3
% plot (y,H(NS,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Válvula','Bomba');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 4
plot (y,Q(NS,:), 'LineWidth',2);
hold on;
plot (y,Q(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
legend('Válvula','Bomba');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Caudal (m^3/s)');
grid on;

```

## **ANEXO 5**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR LA SALIDA DE UNA  
BOMBA DENTRO DE UNA ESTACIÓN DE BOMBEO**



```

Par=2;           %Número de bombas en paralelo
Ni=1200;        %Revoluciones de la 1era bomba
No=1200;        %Revoluciones de la 2da bomba: puede ser Ni ó 0
Nnew(1)=No;     %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf=0;           %Revoluciones que alcanza la 2da bomba
Tn=4;           %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K=(Nf-No)/Tn;   %Se obtiene de N=No+Kt
Qb=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5]; %Caudal de las bombas (m^3/s)
Hb=[225 210 205 185 145 55]; %Altura de las bombas (m)
CoefBomb=polyfit(Qb,Hb,2); %Obtiene la curva por mínimos cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb=CoefBomb(1);
b_bomb=CoefBomb(2);
c_bomb=CoefBomb(3);

if No==0
    Qpar=Qb; %Caudal de 1 bomba en operación
    CoefBombP=polyfit(Qpar,Hb,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP=CoefBombP(1);
    b_bombP=CoefBombP(2);
    c_bombP=CoefBombP(3);
end
if No==Ni
    Qpar=Qb*Par; %Caudal de 2 bombas en paralelo
    CoefBombP=polyfit(Qpar,Hb,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP=CoefBombP(1);
    b_bombP=CoefBombP(2);
    c_bombP=CoefBombP(3);
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
NS=N+1; %Último tramo en la válvula
DX=L/N; %Distancia de cada tramo (m)
DT=DX/a; %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
Tmax=tm/DT; %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A=pi*D^2/4; %Área de la tubería (m^2)
R=f*DX/(2*g*D*A^2);
B=a/(g*A);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se obtiene igualando la ecuación de la bomba con la ecuación del sistema
ast=a_bombP-R*N-(1/(2*g*(CdAg^2)));
bst=b_bombP;
cst=c_bombP+Hr-Hf;
PoliSt=[ast bst cst]; %Obtiene una ecuación de la forma ast*Q^2+bst*Q+c
QSt=roots(PoliSt); %Obtiene las raíces de la ecuación
if QSt(1)>0; Qo=QSt(1); end
if QSt(2)>0; Qo=QSt(2); end
%Al tener dos raíces, se escoge el valor positivo
Ho=a_bombP*Qo^2+b_bombP*Qo+c_bombP;

```

```

%Enceramiento de matrices H y Q
for j=1:Tmax
    for i=1:NS
        H(i,j)=0;
        Q(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH=R*Qo^2; %DeltaH=(f*DX/D)*(Qo^2)/(2*g*A^2)=R*Qo^2 por cada tramo
for i=1:NS
    H(i,1)=Ho+Hr-(i-1)*DH;
    Q(i,1)=Qo;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=2:N
    CP=H(i-1,j-1)+B*Q(i-1,j-1)-R*Q(i-1,j-1)*abs(Q(i-1,j-1));
    CM=H(i+1,j-1)-B*Q(i+1,j-1)+R*Q(i+1,j-1)*abs(Q(i+1,j-1));
    HP=(CP+CM)/2; %H en t+deltat
    QP=(CP-CM)/(2*B); %Q en t+deltat
    H(i,j)=HP;
    Q(i,j)=QP;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP(1)=Hb+Hr
%HP(1)=CM+B*QP(1) en C-
%La bomba 2 empieza a variar sus revoluciones de manera lineal tal
que:
%Nnew=No+K*t
t=(j-1)*DT;
Nnew(j)=No+K*t; %Variación de revoluciones en el tiempo
if Nnew(j)>=Nf&&Nf>No %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew(j)=Nf;
end
if Nnew(j)<=Nf&&Nf<No %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew(j)=Nf;
end
alfa=Nnew(j)/Ni; %Relación de las Nnew/Ni
CM=H(2,j-1)-B*Q(2,j-1)+R*Q(2,j-1)*abs(Q(2,j-1));

for i=1:20 %Subrutina para descomponer las dos curvas
    Hbo(i)=(i-1)*10; %Obtiene i valores de H

```

```

%Bomba 1 que permanece constante
a1=a_bomb;
b1=b_bomb;
c1=c_bomb-Hbo(i);
Polib1=[a1 b1 c1];
Qb1=roots(Polib1); %Obtiene las raíces de la ecuación
if Qb1(1)>0; Q1(i)=Qb1(1); end
if Qb1(2)>0; Q1(i)=Qb1(2); end

%Bomba 2 que varía las revoluciones desde Nnew=0(entra) o
%Nnew=Ni(sale)
a2=a_bomb;
b2=b_bomb*alfa;
c2=c_bomb*alfa^2-Hbo(i);
if c2<=0
    Q2(i)=0;
else
    Polib2=[a2 b2 c2];
    Qb2=roots(Polib2); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qb2(1)>0; Q2(i)=Qb2(1); end
    if Qb2(2)>0; Q2(i)=Qb2(2); end
end
end
Qpp=Q1+Q2; %Vector que suma los caudales de ambas bombas
CoefBombT=polyfit(Qpp,Hbo,2); %Obtiene la curva resultante
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de las 2 bombas
a_bombT=CoefBombT(1);
b_bombT=CoefBombT(2);
c_bombT=CoefBombT(3);

%Cálculo de HP y QP con la característica C- y la ec. de la bomba
ap=a_bombT;
bp=b_bombT-B;
cp=c_bombT+Hr-CM;
Polibp=[ap bp cp];
Qbp=roots(Polibp); %Obtiene las raíces de la ecuación
if Qbp(1)>0; Q(1,j)=Qbp(1); end
if Qbp(2)>0; Q(1,j)=Qbp(2); end
if Q(1,j)<=0
    H(1,j)=c_bombT+Hr;
    Q(1,j)=(H(1,j)-CM)/B;
else
    H(1,j)=CM+B*Q(1,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula está dada por:
%  $QP(NS) = (Qo/\sqrt{Ho}) * \tau * \sqrt{HP(NS)}$ 
%  $\tau = 1$  porque la válvula mantiene su apertura inicial
%  $HP(NS) = CP - B * QP(NS)$  en C+
 $\tau = 1;$ 
% Solución de  $QP^2 + 2 * Cv * B * QP - 2 * Cv * CP = 0$ 
 $Cv = ((Qo * \tau)^2) / (2 * H(NS, 1));$ 
 $CP = H(N, j-1) + B * Q(N, j-1) - R * Q(N, j-1) * \text{abs}(Q(N, j-1));$ 
 $QPv = -B * Cv + \sqrt{(Cv * B)^2 + (2 * Cv * CP)};$ 
 $Q(NS, j) = QPv;$ 
 $H(NS, j) = CP - B * Q(NS, j);$ 

```

```

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS
    x(i)=(i-1)*DX; %Distancia (m)
end
for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end
for i=1:10
    Qt(i)=0.05*i; %Caudal (m^3/s)
    Hsis(i)=Hf-Hr+(R*N+(1/(2*g*(CdAg^2))))*Qt(i)^2; %Curva del sistema
    Hbomb(i)=a_bombP*Qt(i)^2+b_bombP*Qt(i)+c_bombP; %Curva 2 bombas en
paralelo
    Hrpm(i)=a_bombT*Qt(i)^2+b_bombT*Qt(i)+c_bombT; %Curva después del
transitorio
end

% GRÁFICO 1
% plot (Qt,Hsis,'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (Qt,Hbomb,'g','LineWidth',2);
% hold on;
% plot (Qt,Hrpm,'r','LineWidth',2);
% legend('Curva del sistema','Curva de la estación en t=0s','Curva
después del transitorio');
% xlabel('Caudal (m^3/s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 2
% mesh(y,x,H);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 3
% plot (y,H(NS,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Válvula', 'Estación');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 4
plot (y,Q(NS,:), 'LineWidth',2);
hold on;
plot (y,Q(1,:), 'g', 'LineWidth',2);
legend('Válvula', 'Estación');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Caudal (m^3/s)');
grid on;

```

## **ANEXO 6**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL INGRESO DE UNA  
BOMBA DENTRO DE UNA ESTACIÓN INTERMEDIA DE  
UN SISTEMA POLIDUCTO**

```

% Programa para resolver el transitorio generado por el ingreso de una
bomba
% dentro de una estación intermedia que opera con 2 bombas en paralelo.
% El sistema consta de dos terminales de almacenamiento unidas por un
% poliducto que transporta gasolina.
% Se resuelve por el metodo de las características donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i) = CP - B * QP(i)$  en C+
%  $HP(i) = CM + B * QP(i)$  en C-
%  $CP = H(i-1) + B * Q(i-1) - R * Q(i-1) * ABS(Q(i-1))$ 
%  $CM = H(i+1) - B * Q(i+1) + R * Q(i+1) * ABS(Q(i+1))$ 
%  $B = a / (g * A)$ 
%  $R = f * \Delta X / (2 * D * g * A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $HP(i)$  o  $QP(i)$ :
%  $HP(i) = (CP + CM) / 2$ 
%  $QP(i) = (CP - CM) / (2 * B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Bomba centrífugas operando a velocidad constante
%  $HP1(1) = Hb1$  donde
%  $Hb1 = aT1 * Q^2 + bT1 + cT1^2$  (Ec. característica de las 2 bombas en paralelo)
%  $\alpha = N_{new} / N_i$  y  $N_{new} = N_o + K * t$ 
%  $QP(1) = (HP(1) - CM) / B$  en C-

% AGUAS ABAJO: Válvula mantiene su apertura inicial
%  $HP2(NS2) = CP2 - B2 * QP2(NS2)$  en C+
%  $QP2(NS2) = (Q_o / \sqrt{H_o2}) * \tau_2 * \sqrt{HP2(NS) - H_f}$ 
% En el estable y en el tiempo  $\tau = 1$ 

% ESTACIÓN INTERMEDIA: Arranca bomba aportando flujo
%  $QP1(NS1) = QP2(1) = (Q_o / \sqrt{H_o1}) * \tau_1 * \sqrt{HP1(NS1) - H_{1v}}$ 
%  $HP2(1) - H_{1v} = aT2 * Q^2 + bT2 + cT2^2$ 
%  $Hb2(1) = a2 * Q^2 + b2 * \alpha * Q + c2 * \alpha^2$ 
%  $\alpha = N_{new} / N_i$  y  $N_{new} = N_o + K * t$ 
%  $HP1(NS1) = CP1 - B1 * QP$  en C+
%  $HP2(1) = CM2 + B2 * QP$  en C-

% En el estable y en el tiempo  $\tau_1 = \tau_2 = 1$ 
% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $Q_o = (C_d * A_g) * \sqrt{2 * g * H_o}$  donde  $H_o$  es pérdida en la válvula, y
%  $(C_d * A_g)$  es el coeficiente de descarga por el área de la válvula

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=15;           %Altura del Terminal 1 (m)
Hf=2115;        %Altura del Terminal 2 (m)
L1=10000;       %Longitud de la tubería 1 (m)
L2=15000;       %Longitud de la tubería 2 (m)
D1=0.205;       %Diámetro de la tubería 1 (m)
D2=0.205;       %Diámetro de la tubería 2 (m)
f1=0.018;       %Factor de fricción inicial asumido tubería 1
f2=0.018;       %Factor de fricción inicial asumido tubería 2
a1=1244.43;     %Velocidad de propagación tubería 1 (m/s)
a2=1244.43;     %Velocidad de propagación tubería 2 (m/s)
g=9.806;        %Gravedad (m/s^2)

```

```

Cd1=1;           %Coeficiente de descarga de la válvula 1
Cd2=1;           %Coeficiente de descarga de la válvula 2
N1=16;          %Número de tramos de tubería 1
tm=70;          %Tiempo máximo de simulación (s)

%Elevación del terreno obtenida de los datos en hoja de excel
Elev=xlsread('c:\Perfil\PerfilEjemplo.xlsx','hoja1','a2:b27');
xel(:,1)=Elev(:,1); %Distancia (km)
zel(:,1)=Elev(:,2); %Elevación (m)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DX1=L1/N1;       %Distancia de cada tramo de la tubería 1 (m)
DT=DX1/a1;       %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
DX2=DT*a2;       %Distancia tramo tubería 2 considerando mismo dt (m)
N2=round(L2/DX2); %Número de tramos de la tubería 2 (Debe ser entero)
NS1=N1+1;        %Último tramo en la válvula 1
NS2=N2+1;        %Último tramo en la válvula 2
Tmax=tm/DT;      %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A1=pi*D1^2/4;    %Área de la tubería 1 (m^2)
A2=pi*D2^2/4;    %Área de la tubería 2 (m^2)
CdAg1=Cd1*A1;
CdAg2=Cd2*A2;
R1=f1*DX1/(2*g*D1*A1^2);
R2=f2*DX2/(2*g*D2*A2^2);
B1=a1/(g*A1);
B2=a2/(g*A2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DEL TERMINAL 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Par1=2;          %Número de bombas en paralelo
N11=3560;        %Revoluciones de la 1era bomba
No1=3560;        %Revoluciones de la 2da bomba: puede ser Ni ó 0
Nnew1(1)=No1;    %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf1=3560;        %Revoluciones que alcanza la 2da bomba
Tn1=1;          %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K1=(Nf1-No1)/Tn1; %Se obtiene de N=No+Kt
Qb1=[0 0.013 0.025 0.038 0.05 0.063 0.076 0.088 0.101]; %Caudal de las
bombas (m^3/s)
Hb1=[1258.82 1255.77 1255.77 1249.68 1231.39 1182.62 1112.52 1036.32
938.78]; %Altura de las bombas (m)
CoefBomb1=polyfit(Qb1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb1=CoefBomb1(1);
b_bomb1=CoefBomb1(2);
c_bomb1=CoefBomb1(3);

if No1==0
    Qpar1=Qb1; %Caudal de 1 bomba en operación
    CoefBombP1=polyfit(Qpar1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP1=CoefBombP1(1);
    b_bombP1=CoefBombP1(2);
    c_bombP1=CoefBombP1(3);

```

```

end
if No1==Nil
    Qpar1=Qb1*Par1; %Caudal de 2 bombas en paralelo
    CoefBombP1=polyfit(Qpar1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP1=CoefBombP1(1);
    b_bombP1=CoefBombP1(2);
    c_bombP1=CoefBombP1(3);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DE LA ESTACIÓN INTERMEDIA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Par2=2; %Número de bombas en paralelo
Ni2=3560; %Revoluciones de la 1era bomba
No2=0; %Revoluciones de la 2da bomba: puede ser Ni ó 0
Nnew2(1)=No2; %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf2=3560; %Revoluciones que alcanza la 2da bomba
Tn2=20; %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K2=(Nf2-No2)/Tn2; %Se obtiene de N=No+Kt
Qb2=[0 0.013 0.025 0.038 0.05 0.063 0.076 0.088 0.101]; %Caudal de las
bombas (m^3/s)
Hb2=[1258.82 1255.77 1255.77 1249.68 1231.39 1182.62 1112.52 1036.32
938.78]; %Altura de las bombas (m)
CoefBomb2=polyfit(Qb2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb2=CoefBomb2(1);
b_bomb2=CoefBomb2(2);
c_bomb2=CoefBomb2(3);

if No2==0
    Qpar2=Qb2; %Caudal de 1 bomba en operación
    CoefBombP2=polyfit(Qpar2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP2=CoefBombP2(1);
    b_bombP2=CoefBombP2(2);
    c_bombP2=CoefBombP2(3);
end
if No2==Ni2
    Qpar2=Qb2*Par2; %Caudal de 2 bombas en paralelo
    CoefBombP2=polyfit(Qpar2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP2=CoefBombP2(1);
    b_bombP2=CoefBombP2(2);
    c_bombP2=CoefBombP2(3);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a_bombPT=a_bombP1+a_bombP2;
b_bombPT=b_bombP1+b_bombP2;
c_bombPT=c_bombP1+c_bombP2;
RNt=R1*N1+R2*N2;
CdAt=(1/(2*g*(CdAg1^2)))+(1/(2*g*(CdAg2^2)));

```

```

%Se obtiene igualando la ecuación de las bombas con la ecuación del
sistema
ast=a_bombPT-RNt-CdAt;
bst=b_bombPT;
cst=c_bombPT+Hr-Hf;
PoliSt=[ast bst cst]; %Obtiene una ecuación de la forma ast*Q^2+bst*Q+c
QSt=roots(PoliSt); %Obtiene las raíces de la ecuación
%Al tener dos raíces, se escoge el valor positivo
if QSt(1)>0; Qo=QSt(1); end
if QSt(2)>0; Qo=QSt(2); end
Ho1=a_bombP1*Qo^2+b_bombP1*Qo+c_bombP1;
Ho2=a_bombP2*Qo^2+b_bombP2*Qo+c_bombP2;
%Enceramiento de matrices H y Q
for j=1:Tmax
    %Enceramiento de matrices H1 y Q1 para tubería 1
    for i=1:NS1
        H1(i,j)=0;
        Q1(i,j)=0;
    end
    %Enceramiento de matrices H2 y Q2 para tubería 2
    for i=1:NS2
        H2(i,j)=0;
        Q2(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH1=R1*Qo^2; %DeltaH=(f*DX1/D1)*(Qo^2)/(2*g*A1^2)=R1*Qo^2 por cada
longitud
DH2=R2*Qo^2; %DeltaH=(f*DX2/D2)*(Qo^2)/(2*g*A2^2)=R2*Qo^2 por cada
longitud

%En la Tubería 1
for i=1:NS1
    H1(i,1)=Ho1+Hr-(i-1)*DH1;
    Q1(i,1)=Qo;
end

%Estación Intermedia
H1v=H1(NS1,1)-(Qo^2)/(2*g*CdAg1^2); %Obtenido con pérdida en la válvula

%En la Tubería 2
for i=1:NS2
    H2(i,1)=Ho2+H1v-(i-1)*DH2;
    Q2(i,1)=Qo;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    for i=2:N1
        CP1=H1(i-1,j-1)+B1*Q1(i-1,j-1)-R1*Q1(i-1,j-1)*abs(Q1(i-1,j-1));
    end
end

```

```

CM1=H1(i+1,j-1)-B1*Q1(i+1,j-1)+R1*Q1(i+1,j-1)*abs(Q1(i+1,j-1));
HP1=(CP1+CM1)/2; %H en t+deltat
QP1=(CP1-CM1)/(2*B1); %Q en t+deltat
H1(i,j)=HP1;
Q1(i,j)=QP1;
end

for i=2:N2
CP2=H2(i-1,j-1)+B2*Q2(i-1,j-1)-R2*Q2(i-1,j-1)*abs(Q2(i-1,j-1));
CM2=H2(i+1,j-1)-B2*Q2(i+1,j-1)+R2*Q2(i+1,j-1)*abs(Q2(i+1,j-1));
HP2=(CP2+CM2)/2; %H en t+deltat
QP2=(CP2-CM2)/(2*B2); %Q en t+deltat
H2(i,j)=HP2;
Q2(i,j)=QP2;
end

t=(j-1)*DT;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES TERMINAL 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP1(1)=Hb1+Hr
%HP1(1)=CM1+B1*QP1(1) en C-
%Las 2 bombas operan normalmente en paralelo
Nnew1(j)=No1+K1*t; %Variación de revoluciones en el tiempo
if Nnew1(j)>=Nf1&&Nf1>No1 %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
Nnew1(j)=Nf1;
end
if Nnew1(j)<=Nf1&&Nf1<No1 %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
Nnew1(j)=Nf1;
end
alfal=Nnew1(j)/Ni1; %Relación de las Nnew/Ni
CM1=H1(2,j-1)-B1*Q1(2,j-1)+R1*Q1(2,j-1)*abs(Q1(2,j-1));

for i=1:20 %Subrutina para descomponer las dos curvas
Hb01(i)=(i-1)*10; %Obtiene i valores de H

%Bomba 1 que permanece constante
a11=a_bomb1;
b11=b_bomb1;
c11=c_bomb1-Hb01(i);
Polib11=[a11 b11 c11];
Qb11=roots(Polib11); %Obtiene las raíces de la ecuación
if Qb11(1)>0; Q11(i)=Qb11(1); end
if Qb11(2)>0; Q11(i)=Qb11(2); end

%Bomba 2 que permanece constante y alfa=1;
a21=a_bomb1;
b21=b_bomb1*alfal;
c21=c_bomb1*alfal^2-Hb01(i);
if c21<=0
Q21(i)=0;
else
Polib21=[a21 b21 c21];
Qb21=roots(Polib21); %Obtiene las raíces de la ecuación
if Qb21(1)>0; Q21(i)=Qb21(1); end
if Qb21(2)>0; Q21(i)=Qb21(2); end
end

```

```

end

Qpp1=Q11+Q21; %Vector que suma los caudales de
ambas bombas
CoefBombT1=polyfit(Qpp1,Hbo1,2);%Obtiene la curva resultante
% Hb=aT1*Q^2+bT1*Q+cT1 %Curva característica de las 2 bombas
a_bombT1=CoefBombT1(1);
b_bombT1=CoefBombT1(2);
c_bombT1=CoefBombT1(3);

%Cálculo de HP y QP con la característica C- y la ec. de la bomba
ap1=a_bombT1;
bp1=b_bombT1-B1;
cp1=c_bombT1+Hr-CM1;
if cp1<=0
    Q1(1,j)=0;
else
    Polibp1=[ap1 bp1 cp1];
    Qbp1=roots(Polibp1); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qbp1(1)>0; Q1(1,j)=Qbp1(1); end
    if Qbp1(2)>0; Q1(1,j)=Qbp1(2); end
end
if Q1(1,j)<=0
    H1(1,j)=c_bombT1+Hr;
else
    H1(1,j)=CM1+B1*Q1(1,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES ESTACIÓN INTERMEDIA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se resuelve con la ecuación de las bombas y la válvula junto con las
%características C+ en Tuberial y C- en Tubería 2
%La bomba 2 empieza a variar sus revoluciones de manera lineal tal
que:
Nnew=No+K*t
Nnew2(j)=No+K2*t; %Variación de revoluciones en el tiempo
if Nnew2(j)>=Nf2&&Nf2>No2 %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew2(j)=Nf2;
end
if Nnew2(j)<=Nf2&&Nf2<No2 %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew2(j)=Nf2;
end
alfa2=Nnew2(j)/Ni2; %Relación de las Nnew/Ni
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));

for i=1:20 %Subrutina para descomponer las dos curvas
    Hbo2(i)=(i-1)*10; %Obtiene i valores de H

    %Bomba 1 que permanece constante
    a12=a_bomb2;
    b12=b_bomb2;
    c12=c_bomb2-Hbo2(i);
    Polib12=[a12 b12 c12];
    Qb12=roots(Polib12); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qb12(1)>0; Q12(i)=Qb12(1); end
    if Qb12(2)>0; Q12(i)=Qb12(2); end

```

```

%Bomba 2 que varía las revoluciones desde Nnew=0(entra) o
%Nnew=Ni (sale)
a22=a_bomb2;
b22=b_bomb2*alfa2;
c22=c_bomb2*alfa2^2-Hbo2(i);
if c22<=0
    Q22(i)=0;
else
    Polib22=[a22 b22 c22];
    Qb22=roots(Polib22); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qb22(1)>0; Q22(i)=Qb22(1); end
    if Qb22(2)>0; Q22(i)=Qb22(2); end
end
end

Qpp2=Q12+Q22; %Vector que suma los caudales de
ambas bombas
CoefBombT2=polyfit(Qpp2,Hbo2,2);%Obtiene la curva resultante
% Hb=aT2*Q^2+bT2*Q+cT2 %Curva característica de las 2
bombas
a_bombT2=CoefBombT2(1);
b_bombT2=CoefBombT2(2);
c_bombT2=CoefBombT2(3);

%Cálculo de HP y QP con la característica C- de las bombas y C+ de la
válvula
Tau1=1;
Cv1=((Qo*Tau1)^2)/(2*(H1(NS1,1)-H1v));
CP1=H1(N1,j-1)+B1*Q1(N1,j-1)-R1*Q1(N1,j-1)*abs(Q1(N1,j-1));
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));

%Solución de la ecuación resuelta simultáneamente de las 2 Tuberías
ap2=a_bombT2-(1/(2*Cv1));
bp2=b_bombT2-B1-B2;
cp2=c_bombT2+CP1-CM2;
if cp2<=0
    Q2(1,j)=0;
else
    Polibp2=[ap2 bp2 cp2];
    Qbp2=roots(Polibp2); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qbp2(1)>0; Q2(1,j)=Qbp2(1); end
    if Qbp2(2)>0; Q2(1,j)=Qbp2(2); end
end
if Q2(1,j)<=0
    H2(1,j)=c_bombT2+CP1;
else
    H2(1,j)=CM2+B2*Q2(1,j);
end
Q1(NS1,j)=Q2(1,j);
H1(NS1,j)=CP1-B1*Q1(NS1,j);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES TERMINAL 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula está dada por:
% QP2(NS2)=(Qo/sqrt(Ho2))*Tau2*sqrt(HP2(NS2))
% Si la válvula mantiene su apertura inicial Tau2=1
% HP2(NS2)=CP2-B2*QP2(NS2) en C+

```

```

Tau2=1;%(1-t/tc)^m;
%Solución de la ecuación de la válvula
Cv2=((Qo*Tau2)^2)/(2*(H2(NS2,1)-Hf));
CP2=H2(N2,j-1)+B2*Q2(N2,j-1)-R2*Q2(N2,j-1)*abs(Q2(N2,j-1));
QPv2=-B2*Cv2+sqrt((Cv2*B2)^2+(2*Cv2*CP2-2*Cv2*Hf));
Q2(NS2,j)=QPv2;
H2(NS2,j)=CP2-B2*Q2(NS2,j);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%ELEVACIÓN DEL TERRENO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xel(:,j)=xel(:,1);
zel(:,j)=zel(:,1);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS1
    x1(i)=(i-1)*DX1/1000; %Distancia (Km)
end

for i=1:NS2
    x2(i)=(i-1)*DX2/1000+x1(NS1); %Distancia (Km)
end

for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end

for i=1:NS1+NS2
    x(i)=(i-1)*DX1/1000; %Distancia (Km)
end

%Unión de los 2 tramos
for i=1:NS1
    Htot(i,:)=H1(i,:);
end
for i=1:NS2
    Htot(NS1+i,:)=H2(i,:);
end

% GRÁFICO 1.1
% mesh(y,x1,H1);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (Km)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 1.2
mesh(y,x2,H2);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Distancia (Km)');
zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 2.1
% plot (y,H1(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H1(NS1,:), 'g', 'LineWidth',2);

```

```

% legend('Terminal 1','Estación intermedia (antes de la válvula)');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 2.2
% plot (y,H2(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Estación intermedia (después de las bombas)', 'Terminal 2');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 3.1
% plot (y,Q1(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,Q1(NS1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Terminal 1','Estación intermedia (antes de la válvula)');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Caudal (m^3/s)');
% grid on;

% GRÁFICO 3.2
% plot (y,Q2(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,Q2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Estación intermedia (después de las bombas)', 'Terminal 2');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Caudal (m^3/s)');
% grid on;

% GRÁFICO 4
mesh(y,x1,H1);
hold on;
mesh(y,x2,H2);
hold on;
mesh(y,xel,zel);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Distancia (Km)');
zlabel('Altura (m)');

```

## **ANEXO 7**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA  
VÁLVULA DENTRO DE UNA TERMINAL DE  
ALMACENAMIENTO PERTENECIENTE A UN SISTEMA  
POLIDUCTO**

```

% Programa para resolver el transitorio generado por el cierre de una
% válvula dentro de una terminal de almacenamiento. El sistema consta de
% dos terminales unidas por un poliducto que transporta gasolina. Para
esto
% posee una estación intermedia que opera con 2 bombas en paralelo.
% Se resuelve por el metodo de las características donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i) = CP - B * QP(i)$  en C+
%  $HP(i) = CM + B * QP(i)$  en C-
%  $CP = H(i-1) + B * Q(i-1) - R * Q(i-1) * ABS(Q(i-1))$ 
%  $CM = H(i+1) - B * Q(i+1) + R * Q(i+1) * ABS(Q(i+1))$ 
%  $B = a / (g * A)$ 
%  $R = f * \Delta X / (2 * D * g * A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener  $HP(i)$  o  $QP(i)$ :
%  $HP(i) = (CP + CM) / 2$ 
%  $QP(i) = (CP - CM) / (2 * B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Bomba centrífugas operando a velocidad constante
%  $HP1(1) = Hb1$  donde
%  $Hb1 = aT1 * Q^2 + bT1 + cT1^2$  (Ec. característica de las 2 bombas en paralelo)
%  $\alpha = N_{new} / N_i$  y  $N_{new} = N_o + K * t$ 
%  $QP(1) = (HP(1) - CM) / B$  en C-

% AGUAS ABAJO: Válvula mantiene su apertura inicial
%  $HP2(NS2) = CP2 - B2 * QP2(NS2)$  en C+
%  $QP2(NS2) = (Q_o / \sqrt{H_o2}) * \tau_2 * \sqrt{HP2(NS) - H_f}$ 
% En el estable y en el tiempo  $\tau = 1$ 

% ESTACIÓN INTERMEDIA: Arranca bomba aportando flujo
%  $QP1(NS1) = QP2(1) = (Q_o / \sqrt{H_o1}) * \tau_1 * \sqrt{HP1(NS1) - H_{1v}}$ 
%  $HP2(1) - H_{1v} = aT2 * Q^2 + bT2 + cT2^2$ 
%  $Hb2(1) = a2 * Q^2 + b2 * \alpha * Q + c2 * \alpha^2$ 
%  $\alpha = N_{new} / N_i$  y  $N_{new} = N_o + K * t$ 
%  $HP1(NS1) = CP1 - B1 * QP$  en C+
%  $HP2(1) = CM2 + B2 * QP$  en C-

% En el estable y en el tiempo  $\tau_1 = \tau_2 = 1$ 
% El flujo en estado estable a través de la válvula es:
%  $Q_o = (C_d * A_g) * \sqrt{2 * g * H_o}$  donde  $H_o$  es pérdida en la válvula, y
%  $(C_d * A_g)$  es el coeficiente de descarga por el área de la válvula

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=15;           %Altura del Terminal 1 (m)
Hf=2115;        %Altura del Terminal 2 (m)
L1=10000;       %Longitud de la tubería 1 (m)
L2=15000;       %Longitud de la tubería 2 (m)
D1=0.205;       %Diámetro de la tubería 1 (m)
D2=0.205;       %Diámetro de la tubería 2 (m)
f1=0.018;       %Factor de fricción inicial asumido tubería 1
f2=0.018;       %Factor de fricción inicial asumido tubería 2
a1=1244.43;     %Velocidad de propagación tubería 1 (m/s)
a2=1244.43;     %Velocidad de propagación tubería 2 (m/s)
g=9.806;        %Gravedad (m/s^2)

```

```

Cd1=1;      %Coeficiente de descarga de la válvula 1
Cd2=1;      %Coeficiente de descarga de la válvula 2
tc=20;      %Tiempo de cierre de la válvula (s)
m=2;        %Exponente para cierre de válvula Tau=(1-t/tc)^m
N1=16;      %Número de tramos de tubería 1
tm=100;     %Tiempo máximo de simulación (s)

%Elevación del terreno obtenida de los datos en hoja de excel
Elev=xlsread('c:\Perfil\PerfilEjemplo.xlsx','hoja1','a2:b27');
xel(:,1)=Elev(:,1); %Distancia (km)
zel(:,1)=Elev(:,2); %Elevación (m)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DX1=L1/N1;   %Distancia de cada tramo de la tubería 1 (m)
DT=DX1/a1;   %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
DX2=DT*a2;   %Distancia tramo tubería 2 considerando mismo dt (m)
N2=round(L2/DX2); %Número de tramos de la tubería 2 (Debe ser entero)
NS1=N1+1;    %Último tramo en la válvula 1
NS2=N2+1;    %Último tramo en la válvula 2
Tmax=tm/DT;  %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A1=pi*D1^2/4; %Área de la tubería 1 (m^2)
A2=pi*D2^2/4; %Área de la tubería 2 (m^2)
CdAg1=Cd1*A1;
CdAg2=Cd2*A2;
R1=f1*DX1/(2*g*D1*A1^2);
R2=f2*DX2/(2*g*D2*A2^2);
B1=a1/(g*A1);
B2=a2/(g*A2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DEL TERMINAL 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Par1=2;      %Número de bombas en paralelo
Ni1=3560;    %Revoluciones de la 1era bomba
No1=3560;    %Revoluciones de la 2da bomba: puede ser Ni ó 0
Nnew1(1)=No1; %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf1=3560;    %Revoluciones que alcanza la 2da bomba
Tn1=1;      %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K1=(Nf1-No1)/Tn1; %Se obtiene de N=No+Kt
Qb1=[0 0.013 0.025 0.038 0.05 0.063 0.076 0.088 0.101]; %Caudal de las
bombas (m^3/s)
Hb1=[1258.82 1255.77 1255.77 1249.68 1231.39 1182.62 1112.52 1036.32
938.78]; %Altura de las bombas (m)
CoefBomb1=polyfit(Qb1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb1=CoefBomb1(1);
b_bomb1=CoefBomb1(2);
c_bomb1=CoefBomb1(3);

if No1==0
    Qpar1=Qb1; %Caudal de 1 bomba en operación
    CoefBombP1=polyfit(Qpar1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP1=CoefBombP1(1);

```

```

    b_bombP1=CoefBombP1(2);
    c_bombP1=CoefBombP1(3);
end
if No1==Ni1
    Qpar1=Qb1*Par1; %Caudal de 2 bombas en paralelo
    CoefBombP1=polyfit(Qpar1,Hb1,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP1=CoefBombP1(1);
    b_bombP1=CoefBombP1(2);
    c_bombP1=CoefBombP1(3);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DE LA ESTACIÓN INTERMEDIA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Par2=2; %Número de bombas en paralelo
Ni2=3560; %Revoluciones de la 1era bomba
No2=3560; %Revoluciones de la 2da bomba: puede ser Ni ó 0
Nnew2(1)=No2; %Nuevas Revoluciones empiezan en No
Nf2=3560; %Revoluciones que alcanza la 2da bomba
Tn2=1; %Tiempo en que llega a obtener Nf (s)
K2=(Nf2-No2)/Tn2; %Se obtiene de N=No+Kt
Qb2=[0 0.013 0.025 0.038 0.05 0.063 0.076 0.088 0.101]; %Caudal de las
bombas (m^3/s)
Hb2=[1258.82 1255.77 1255.77 1249.68 1231.39 1182.62 1112.52 1036.32
938.78]; %Altura de las bombas (m)
CoefBomb2=polyfit(Qb2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
% Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
a_bomb2=CoefBomb2(1);
b_bomb2=CoefBomb2(2);
c_bomb2=CoefBomb2(3);

if No2==0
    Qpar2=Qb2; %Caudal de 1 bomba en operación
    CoefBombP2=polyfit(Qpar2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP2=CoefBombP2(1);
    b_bombP2=CoefBombP2(2);
    c_bombP2=CoefBombP2(3);
end
if No2==Ni2
    Qpar2=Qb2*Par2; %Caudal de 2 bombas en paralelo
    CoefBombP2=polyfit(Qpar2,Hb2,2); %Obtiene la curva por mínimos
cuadrados
    % Hb=a*Q^2+b*Q+c %Curva característica de la bomba
    a_bombP2=CoefBombP2(1);
    b_bombP2=CoefBombP2(2);
    c_bombP2=CoefBombP2(3);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a_bombPT=a_bombP1+a_bombP2;
b_bombPT=b_bombP1+b_bombP2;
c_bombPT=c_bombP1+c_bombP2;

```



```

for i=2:N1
    CP1=H1(i-1,j-1)+B1*Q1(i-1,j-1)-R1*Q1(i-1,j-1)*abs(Q1(i-1,j-1));
    CM1=H1(i+1,j-1)-B1*Q1(i+1,j-1)+R1*Q1(i+1,j-1)*abs(Q1(i+1,j-1));
    HP1=(CP1+CM1)/2; %H en t+deltat
    QP1=(CP1-CM1)/(2*B1); %Q en t+deltat
    H1(i,j)=HP1;
    Q1(i,j)=QP1;
end

for i=2:N2
    CP2=H2(i-1,j-1)+B2*Q2(i-1,j-1)-R2*Q2(i-1,j-1)*abs(Q2(i-1,j-1));
    CM2=H2(i+1,j-1)-B2*Q2(i+1,j-1)+R2*Q2(i+1,j-1)*abs(Q2(i+1,j-1));
    HP2=(CP2+CM2)/2; %H en t+deltat
    QP2=(CP2-CM2)/(2*B2); %Q en t+deltat
    H2(i,j)=HP2;
    Q2(i,j)=QP2;
end

t=(j-1)*DT;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES TERMINAL 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP1(1)=Hb1+Hr
%HP1(1)=CM1+B1*QP1(1) en C-
%Las 2 bombas operan normalmente en paralelo
Nnew1(j)=No1+K1*t; %Variación de revoluciones en el tiempo
if Nnew1(j)>=Nf1&&Nf1>No1 %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew1(j)=Nf1;
end
if Nnew1(j)<=Nf1&&Nf1<No1 %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew1(j)=Nf1;
end
alfal=Nnew1(j)/Ni1; %Relación de las Nnew/Ni
CM1=H1(2,j-1)-B1*Q1(2,j-1)+R1*Q1(2,j-1)*abs(Q1(2,j-1));

for i=1:20 %Subrutina para descomponer las dos curvas
    Hbo1(i)=(i-1)*10; %Obtiene i valores de H

    %Bomba 1 que permanece constante
    a11=a_bomb1;
    b11=b_bomb1;
    c11=c_bomb1-Hbo1(i);
    Polib11=[a11 b11 c11];
    Qb11=roots(Polib11); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qb11(1)>0; Q11(i)=Qb11(1); end
    if Qb11(2)>0; Q11(i)=Qb11(2); end

    %Bomba 2 que permanece constante y alfa=1;
    a21=a_bomb1;
    b21=b_bomb1*alfal;
    c21=c_bomb1*alfal^2-Hbo1(i);
    if c21<=0
        Q21(i)=0;
    else
        Polib21=[a21 b21 c21];
        Qb21=roots(Polib21); %Obtiene las raíces de la ecuación
        if Qb21(1)>0; Q21(i)=Qb21(1); end
    end
end

```

```

        if Qb21(2)>0; Q21(i)=Qb21(2); end
    end
end

Opp1=Q11+Q21; %Vector que suma los caudales de
ambas bombas
CoefBombT1=polyfit(Qpp1,Hbo1,2);%Obtiene la curva resultante
% Hb=aT1*Q^2+bT1*Q+cT1 %Curva característica de las 2 bombas
a_bombT1=CoefBombT1(1);
b_bombT1=CoefBombT1(2);
c_bombT1=CoefBombT1(3);

%Cálculo de HP y QP con la característica C- y la ec. de la bomba
ap1=a_bombT1;
bp1=b_bombT1-B1;
cp1=c_bombT1+Hr-CM1;
if cp1<=0
    Q1(1,j)=0;
else
    Polibp1=[ap1 bp1 cp1];
    Qbp1=roots(Polibp1); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qbp1(1)>0; Q1(1,j)=Qbp1(1); end
    if Qbp1(2)>0; Q1(1,j)=Qbp1(2); end
end
if Q1(1,j)<=0
    H1(1,j)=c_bombT1+Hr;
else
    H1(1,j)=CM1+B1*Q1(1,j);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES ESTACIÓN INTERMEDIA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se resuelve con la ecuación de las bombas y la válvula junto con las
%características C+ en Tubería 1 y C- en Tubería 2
%La bomba 2 empieza a variar sus revoluciones de manera lineal tal
que:
Nnew=No+K*t
Nnew2(j)=No2+K2*t; %Variación de revoluciones en el tiempo
if Nnew2(j)>=Nf2&&Nf2>No2 %Valor máximo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew2(j)=Nf2;
end
if Nnew2(j)<=Nf2&&Nf2<No2 %Valor mínimo de velocidad que alcanza la
bomba
    Nnew2(j)=Nf2;
end
alfa2=Nnew2(j)/Ni2; %Relación de las Nnew/Ni
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));

for i=1:20 %Subrutina para descomponer las dos curvas
    Hbo2(i)=(i-1)*10; %Obtiene i valores de H

    %Bomba 1 que permanece constante
    a12=a_bomb2;
    b12=b_bomb2;
    c12=c_bomb2-Hbo2(i);
    Polib12=[a12 b12 c12];
    Qb12=roots(Polib12); %Obtiene las raíces de la ecuación

```

```

if Qb12(1)>0; Q12(i)=Qb12(1); end
if Qb12(2)>0; Q12(i)=Qb12(2); end

%Bomba 2 que varía las revoluciones desde Nnew=0(entra) o
%Nnew=Ni(sale)
a22=a_bomb2;
b22=b_bomb2*alfa2;
c22=c_bomb2*alfa2^2-Hbo2(i);
if c22<=0
    Q22(i)=0;
else
    Polib22=[a22 b22 c22];
    Qb22=roots(Polib22); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qb22(1)>0; Q22(i)=Qb22(1); end
    if Qb22(2)>0; Q22(i)=Qb22(2); end
end
end

Qpp2=Q12+Q22; %Vector que suma los caudales de
ambas bombas
CoefBombT2=polyfit(Qpp2,Hbo2,2);%Obtiene la curva resultante
% Hb=aT2*Q^2+bT2*Q+cT2 %Curva característica de las 2
bombas
a_bombT2=CoefBombT2(1);
b_bombT2=CoefBombT2(2);
c_bombT2=CoefBombT2(3);

%Cálculo de HP y QP con la característica C- de las bombas y C+ de la
válvula
Tau1=1;
Cv1=((Qo*Tau1)^2)/(2*(H1(NS1,1)-H1v));
CP1=H1(N1,j-1)+B1*Q1(N1,j-1)-R1*Q1(N1,j-1)*abs(Q1(N1,j-1));
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));

%Solución de la ecuación resuelta simultáneamente de las 2 Tuberías
ap2=a_bombT2-(1/(2*Cv1));
bp2=b_bombT2-B1-B2;
cp2=c_bombT2+CP1-CM2;
if cp2<=0
    Q2(1,j)=0;
else
    Polibp2=[ap2 bp2 cp2];
    Qbp2=roots(Polibp2); %Obtiene las raíces de la ecuación
    if Qbp2(1)>0; Q2(1,j)=Qbp2(1); end
    if Qbp2(2)>0; Q2(1,j)=Qbp2(2); end
end
if Q2(1,j)<=0
    H2(1,j)=c_bombT2+CP1;
else
    H2(1,j)=CM2+B2*Q2(1,j);
end
Q1(NS1,j)=Q2(1,j);
H1(NS1,j)=CP1-B1*Q1(NS1,j);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES TERMINAL 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula está dada por:
% QP2(NS2)=(Qo/sqrt(Ho2))*Tau2*sqrt(HP2(NS2))

```

```

% Si la válvula mantiene su apertura inicial Tau2=1
% HP2(NS2)=CP2-B2*QP2(NS2) en C+
%Válvula cuando comienza a cerrarse
if t<tc
    Tau2=(1-t/tc)^m;
end

%Válvula completamente cerrada
if t>=tc
    Tau2=0;
end

%Solución de la ecuación de la válvula
Cv2=((Qo*Tau2)^2)/(2*(H2(NS2,1)-Hf));
CP2=H2(N2,j-1)+B2*Q2(N2,j-1)-R2*Q2(N2,j-1)*abs(Q2(N2,j-1));
QPv2=-B2*Cv2+sqrt((Cv2*B2)^2+(2*Cv2*CP2-2*Cv2*Hf));
Q2(NS2,j)=QPv2;
H2(NS2,j)=CP2-B2*Q2(NS2,j);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%ELEVACIÓN DEL TERRENO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xel(:,j)=xel(:,1);
zel(:,j)=zel(:,1);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS1
    x1(i)=(i-1)*DX1/1000; %Distancia (Km)
end

for i=1:NS2
    x2(i)=(i-1)*DX2/1000+x1(NS1); %Distancia (Km)
end

for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end

for i=1:NS1+NS2
    x(i)=(i-1)*DX1/1000; %Distancia (Km)
end

%Unión de los 2 tramos
for i=1:NS1
    Htot(i,:)=H1(i,:);
end
for i=1:NS2
    Htot(NS1+i,:)=H2(i,:);
end

% GRÁFICO 1.1
% mesh(y,x1,H1);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (Km)');
% zlabel('Altura (m)');

```

```

% GRÁFICO 1.2
% mesh(y,x2,H2);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (Km)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 2.1
% plot (y,H1(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H1(NS1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Terminal 1', 'Estación intermedia (antes de la válvula)');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 2.2
% plot (y,H2(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,H2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Estación intermedia (después de las bombas)', 'Terminal 2');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Altura (m)');
% grid on;

% GRÁFICO 3.1
% plot (y,Q1(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,Q1(NS1,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Terminal 1', 'Estación intermedia (antes de la válvula)');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Caudal (m^3/s)');
% grid on;

% GRÁFICO 3.2
% plot (y,Q2(1,:), 'LineWidth',2);
% hold on;
% plot (y,Q2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Estación intermedia (después de las bombas)', 'Terminal 2');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Caudal (m^3/s)');
% grid on;

% GRÁFICO 4
mesh(y,x1,H1);
hold on;
mesh(y,x2,H2);
hold on;
mesh(y,xel,zel);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Distancia (Km)');
zlabel('Altura (m)');

```

## **ANEXO 8**

**PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL  
TRANSITORIO GENERADO POR EL CIERRE DE UNA  
VÁLVULA CUANDO SE TIENE INSTALADO OTRA  
VÁLVULA DE ALIVIO PARA CONTROLAR EL EXCESO  
DE PRESIÓN**

```

% Programa para resolver el problema del transitorio generado por el
% cierre
% de una válvula que se encuentra al final de una tubería. Aguas arriba
% se
% encuentra un reservorio y el sistema está dividido en dos tramos de
% diferentes dimensiones donde se tiene instalado una válvula de alivio
% para controlar el exceso de presión. La relación de cierre está dada
% por
%  $Tau=(1-t/tc)^m$  donde tc es el tiempo de cierre.
% Se resuelve por el método de las características, donde se obtiene el
% siguiente set de ecuaciones:

%  $HP(i)=CP-B*QP(i)$  en C+
%  $HP(i)=CM+B*QP(i)$  en C-
%  $CP=H(i-1)+B*Q(i-1)-R*Q(i-1)*ABS(Q(i-1))$ 
%  $CM=H(i+1)-B*Q(i+1)+R*Q(i+1)*ABS(Q(i+1))$ 
%  $B=a/(g*A)$ 
%  $R=f*DeltaX/(2*D*g*A^2)$ 
% De lo anterior se puede obtener HP(i) o QP(i):
%  $HP(i)=(CP+CM)/2$ 
%  $QP(i)=(CP-CM)/(2*B)$ 

% LAS CONDICIONES DE BORDE SON:
% AGUAS ARRIBA: Reservorio con Hr
%  $HP1(1)=HR$ 
%  $QP1(1)=(HP1(1)-CM1)/B1$  en C-
%
% AGUAS ABAJO: Válvula que se cierra
%  $HP2(NS2)=CP2-B2*QP2(NS2)$  en C+
%  $QP2(NS2)=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP2(NS2))$ 
% En el estable  $Tau=1$ , cuando la válvula se cierra  $Tau=0$ .
%
% VÁLVULA DE ALIVIO: Se abre totalmente a una Hm y se cierra
% automáticamente a una Ha
%  $HP1(NS1)=CP1-B1*QP1(NS1)$  en C+
%  $HP2(1)=CM2+B2*QP2(2)$  en C-
%  $HP1(NS1)=HP2(1)=HP$ 
%  $QP1(NS1)=Qv+QP2(1)$ 
% donde Qv es el caudal que circula por la válvula y se calcula como:
%  $Qv=(Qo/sqrt(Ho))*Tauf*sqrt(HP)$ 

% El flujo en estado estable a través de la válvula al final de la
% tubería:
%  $Qo=(Cd*Ag)*sqrt(2*g*Ho)$  donde Ho es pérdida en la válvula, y
% (Cd*Ag) es el coeficiente de descarga por el área cuando está
% con un porcentaje de apertura

clear all;clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SUPONIENDO LOS SIGUIENTES DATOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Hr=70;      %Altura del reservorio (m)
L1=250;    %Longitud de la tubería 1 (m)
L2=250;    %Longitud de la tubería 2 (m)
D1=0.25;   %Diámetro de la tubería 1 (m)
D2=0.25;   %Diámetro de la tubería 2 (m)
f1=0.018;  %Factor de fricción tubería 1
f2=0.018;  %Factor de fricción tubería 2

```

```

a1=1000;    %Velocidad de propagación tubería 1 (m/s)
a2=1000;    %Velocidad de propagación tubería 2 (m/s)
g=9.806;    %Gravedad (m/s^2)
CdAg=0.009; %Coeficiente de descarga de la válvula
tc=3;       %Tiempo de cierre de la válvula (s)
m=1.5;      %Exponente para cierre de válvula Tau=(1-t/tc)^m
s=2;        %Exponente de la válvula de alivio Tauv=((HPv-Ha)/(Hm-Ha))^s;
N1=5;       %Número de tramos de tubería 1
tm=7.1;     %Tiempo máximo de simulación (s)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONDICIONES INICIALES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DX1=L1/N1;   %Distancia de cada tramo de la tubería 1 (m)
DT=DX1/a1;   %Ecuación característica del dx/dt=a -> dt=dx/a (s)
DX2=DT*a2;   %Distancia tramo tubería 2 considerando mismo dt (m)
N2=round(L2/DX2); %Número de tramos de la tubería 2 (Debe ser entero)
NS1=N1+1;    %Último tramo en la válvula 1
NS2=N2+1;    %Último tramo en la válvula 2
Tmax=tm/DT;  %Tiempo máximo de tramos DeltaT para simulación
A1=pi*D1^2/4; %Área de la tubería 1 (m^2)
A2=pi*D2^2/4; %Área de la tubería 2 (m^2)
R1=f1*DX1/(2*g*D1*A1^2);
R2=f2*DX2/(2*g*D2*A2^2);
B1=a1/(g*A1);
B2=a2/(g*A2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DATOS DE LA VÁLVULA DE ALIVIO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ha=80;       %H de apertura inicial de la válvula (m)
Hm=90;       %H máxima cuando la válvula está totalmente abierta (m)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DEL FLUJO EN ESTADO ESTABLE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Se obtiene de la ecuación de la energía de todo el sistema.
Qo=sqrt((2*g*(CdAg^2)*Hr)/((R1*N1+R2*N2)*2*g*(CdAg^2)+1));

%Enceramiento de matrices
for j=1:Tmax
    %Enceramiento de matrices H1 y Q1 para tubería 1
    for i=1:NS1
        H1(i,j)=0;
        Q1(i,j)=0;
    end
    %Enceramiento de matrices H2 y Q2 para tubería 2
    for i=1:NS2
        H2(i,j)=0;
        Q2(i,j)=0;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULO DE LA ALTURA PIEZOMÉTRICA EN CADA TRAMO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DH1=R1*Qo^2; %DeltaH=(f*DX1/D1)*(Qo^2)/(2*g*A1^2)=R1*Qo^2 por cada
longitud

```

```
DH2=R2*Qo^2; %DeltaH=(f*DX2/D2)*(Qo^2)/(2*g*A2^2)=R2*Qo^2 por cada
longitud
```

```
%Antes de la válvula
```

```
for i=1:NS1
    H1(i,1)=Hr-(i-1)*DH1;
    Q1(i,1)=Qo;
end
```

```
end
```

```
%Después de la válvula
```

```
for i=1:NS2
    H2(i,1)=H1(NS1,1)-(i-1)*DH2;
    Q2(i,1)=Qo;
end
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%CÁLCULOS DE TODA LA MALLA
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
for j=2:Tmax %j=1 corresponde a estable
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%CÁLCULOS EN PUNTOS INTERNOS DE LA RED
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
for i=2:N1
    CP1=H1(i-1,j-1)+B1*Q1(i-1,j-1)-R1*Q1(i-1,j-1)*abs(Q1(i-1,j-1));
    CM1=H1(i+1,j-1)-B1*Q1(i+1,j-1)+R1*Q1(i+1,j-1)*abs(Q1(i+1,j-1));
    HP1=(CP1+CM1)/2; %H en t+deltat
    QP1=(CP1-CM1)/(2*B1); %Q en t+deltat
    H1(i,j)=HP1;
    Q1(i,j)=QP1;
end
```

```
end
```

```
for i=2:N2
    CP2=H2(i-1,j-1)+B2*Q2(i-1,j-1)-R2*Q2(i-1,j-1)*abs(Q2(i-1,j-1));
    CM2=H2(i+1,j-1)-B2*Q2(i+1,j-1)+R2*Q2(i+1,j-1)*abs(Q2(i+1,j-1));
    HP2=(CP2+CM2)/2; %H en t+deltat
    QP2=(CP2-CM2)/(2*B2); %Q en t+deltat
    H2(i,j)=HP2;
    Q2(i,j)=QP2;
end
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ARRIBA
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%Las condiciones aguas arriba se calcula en C-, HP1(1)=Hr,
%HP1(1)=CM+B*QP1(1) en C-
H1(1,j)=Hr;
CM1=H1(2,j-1)-B1*Q1(2,j-1)+R1*Q1(2,j-1)*abs(Q1(2,j-1));
Q1(1,j)=(H1(1,j)-CM1)/B1;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%CÁLCULOS DE CONDICIONES AGUAS ABAJO
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% La ecuación de la válvula cuando se comienza a cerrar es:
% QP2(NS2)=(Qo/sqrt(Ho))*Tau*sqrt(HP2(NS2))
% Tau=(1-t/tc)^m, t=tiempo,tc =tiempo cierre, m=coeficiente
% HP2(NS2)=CP2-B2*QP2(NS2) en C+
t=(j-1)*DT;
```

```

%Válvula cuando comienza a cerrarse
if t<tc
    Tau=(1-t/tc)^m;
end

%Válvula completamente cerrada
if t>=tc
    Tau=0;
end

%Solución de  $QP^2+2*Cv*B*QP-2*Cv*CP=0$ 
Cv=((Qo*Tau)^2)/(2*H2(NS2,1));
CP2=H2(N2,j-1)+B2*Q2(N2,j-1)-R2*Q2(N2,j-1)*abs(Q2(N2,j-1));
QPvf=-B2*Cv+sqrt((Cv*B2)^2+(2*Cv*CP2));
Q2(NS2,j)=QPvf;
H2(NS2,j)=CP2-B2*Q2(NS2,j);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CÁLCULOS DE CONDICIONES EN LA VÁLVULA DE ALIVIO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% La ecuación de la válvula es:
%  $Qv=(Qo/sqrt(Ho))*Tauf*sqrt(HPv)$ 
% donde  $Tauf=0$  si  $HPv\leq Ha$ ;  $Tauf=(HPv-Ha)/(Hm-Ha)^s$  si  $Ha<HPv\leq Hm$ 
%  $Tauf=1$  si  $HPv>Hm$ 
% Se la desarrolla simultáneamente con las condiciones de borde
% de cada tubería:
% Tubería 1:  $HP1(NS1)=CP1-B1*QP1(NS1)$  en C+
% Tubería 2:  $HP2(1)=CM2+B2*QP2(1)$  en C-
%  $HP1(NS1)=HP2(1)=HPv$ 
%  $QP1(NS1)=Qv+QP2(1)$ 
CP1=H1(N1,j-1)+B1*Q1(N1,j-1)-R1*Q1(N1,j-1)*abs(Q1(N1,j-1));
CM2=H2(2,j-1)-B2*Q2(2,j-1)+R2*Q2(2,j-1)*abs(Q2(2,j-1));
Bv=1+B1/B2;
Cu=(CP1/Bv)+(B1*CM2/(Bv*B2));
HPv=(CP1+CM2)/2;

if HPv<=Ha
    Tauf=0;
end

if HPv>Ha && HPv<=Hm
    Tauf=((HPv-Ha)/(Hm-Ha))^s;
end

if HPv>Hm
    Tauf=1;
end

Cva=((Qo*Tauf)^2)/(2*H1(NS1,1));
Qva(j)=(-Cva*B1/Bv)+sqrt((Cva*B1/Bv)^2+(2*Cva*Cu));
HPv=Cu-(B1*Qva(j)/Bv);
Q1(NS1,j)=(CP1-HPv)/B1;
Q2(1,j)=(HPv-CM2)/B2;
H1(NS1,j)=HPv;
H2(1,j)=HPv;
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%GENERACIÓN DE VECTORES PARA GRAFICACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:NS1
    x1(i)=(i-1)*DX1; %Distancia (m)
end

for i=1:NS2
    x2(i)=(i-1)*DX2; %Distancia (m)
end

for j=1:Tmax
    y(j)=(j-1)*DT; %Tiempo (s)
end

% GRÁFICO 1.1
% mesh(y,x1,H1);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 1.2
% mesh(y,x2,H2);
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Distancia (m)');
% zlabel('Altura (m)');

% GRÁFICO 2
hold on;
plot (y,H1(NS1,:), 'LineWidth',2);
plot (y,H2(1,:), 'b', 'LineWidth',2);
plot (y,H1(1,:), 'r', 'LineWidth',2);
plot (y,H2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
legend('Antes de la Válvula de Alivio','Después de la Válvula de
Alivio','Aguas Arriba (Reservorio)','Aguas Abajo (Válvula)');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Altura (m)');
grid on;

% GRÁFICO 3
% hold on;
% plot (y,Q1(NS1,:), 'LineWidth',2);
% plot (y,Q2(1,:), 'r', 'LineWidth',2);
% plot (y,Q1(1,:), 'y', 'LineWidth',2);
% plot (y,Q2(NS2,:), 'g', 'LineWidth',2);
% legend('Antes de la Válvula de Alivio','Después de la Válvula de
Alivio','Aguas Arriba (Reservorio)','Aguas Abajo (Válvula)');
% xlabel('Tiempo (s)');
% ylabel('Caudal (m^3/s)');
% grid on;

```