

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

### **DISEÑO Y PROTOTIPADO RAPIDO DE UN ROBOT ARTICULAR CON 6 GRADOS DE LIBERTAD**

#### **PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

**ARGUELLO RIVERA FRANCISCO JAVIER**

Panchin1089@hotmail.com

**DIRECTOR:**

**Ing. GRANJA RAMIREZ MARIO GERMAN**

mario.granja@epn.edu.ec

**COLABORADOR:**

**Ing. CHANG HERRERA ANDRÉS NIKOLAS**

nikolas.chang@epn.edu.ec

**Quito, JULIO de 2016**

© Escuela Politécnica Nacional (2016)  
Reservado todos los derechos de reproducción

## DECLARACIÓN

Yo **Arguello Rivera Francisco Javier**, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

**Arguello Rivera Francisco Javier**

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el señor Arguello Rivera Francisco Javier, bajo mi supervisión.

---

**ING. GRANJA RAMIREZ MARIO**

**DIRECTOR DE PROYECTO**

## **AGRADECIMIENTOS**

Primeramente, quiere agradecer a mis padres Edwin Arguello, Mariana Rivera que son quienes me han sabido guiar en el trascurso de mi vida, apoyar en los momentos más difíciles, y aconsejarme cuando he tenido que tomar una decisión importante, ya que gracias a mis padres estoy a punto de ser Ingeniero de la República del Ecuador.

Por otra parte, agradecer a mis hermanos que me han acompañado en el desarrollo de mi vida estudiantil y personal, me han sabido dar su apoyo cuando lo he necesitado.

## DEDICATORIA

A mi querida esposa María Elizabeth y mi adorada hija Micaela Valentina, que son  
mi inspiración para seguir adelante

## ÍNDICE GENERAL

1. GENERALIDADES .....	1
1.1 ROBÓTICA .....	1
1.1.1 HISTORIA DE LA ROBÓTICA.....	1
1.1.2 ROBOTS INDUSTRIALES.....	4
1.2 DISEÑO MECÁNICO .....	5
1.2.1 DISEÑO INDUSTRIAL.....	6
1.3 PROTOTIPADO RÁPIDO .....	7
1.3.1 FUNDAMENTOS DEL PROTOTIPADO RÁPIDO .....	9
1.3.2 APLICACIONES (TÍPICO DE LA INDUSTRIA) .....	10
1.3.3 TECNOLOGÍAS EXISTENTES.....	12
1.3.4 IMPRESIONES 3D .....	13
2. MARCO TEÓRICO .....	15
2.1 MODELADO.....	15
2.1.1 MÉTODO DE DENAVIT-HARTENBERG (DH) ESTÁNDAR.....	15
2.1.2 MATRIZ JACOBIANA .....	20
3. MODELADO MATEMÁTICO .....	23
3.1 REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL ROBOT .....	23
3.1.1 CONVENCIONES PARA EL ANÁLISIS DEL ROBOT .....	24
3.3 ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL ROBOT ARTICULAR.....	26
3.3.1 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL MARCO DE REFERENCIA .....	26
3.4 APLICACIÓN DEL ALGORITMO D-H.....	27
3.5 MATRIZ Y TABLA D-H.....	32
3.5.1 Matrices de transformación de coordenadas del robot .....	32
3.5.2 ESTABLECIMIENTO DE LA MATRIZ D-H DEL ROBOT.....	33
3.5.3 ECUACIONES DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN. ....	36
4. DISEÑO DEL SISTEMA .....	43
4.1 INTRODUCCIÓN .....	43
4.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	43
4.3 REQUERIMIENTOS DEL ROBOT .....	44
4.3.1 VOZ DEL USUARIO .....	44
4.3.2 ESPECIFICACIONES TÉCNICAS.....	45
4.4 CASA DE LA CALIDAD .....	46
4.5 DESCOMPOSICIÓN FUNCIONAL .....	47

4.5.1 NIVEL 0 .....	47
4.5.2 NIVEL 1 .....	48
4.6 SOLUCIONES DE LOS MÓDULOS .....	48
4.6.1 ALTERNATIVAS MODULO 1: ARTICULACIONES .....	48
4.6.2 ALTERNATIVAS MODULO 2: BASE .....	49
4.6.2 ALTERNATIVAS MODULO 3: ESLABONES .....	50
4.7 PONDERACIÓN DE ALTERNATIVAS .....	52
4.3.1 ALTERNATIVAS MÓDULO 1 .....	52
4.3.2 ALTERNATIVAS MÓDULO 2 .....	54
4.3.3 ALTERNATIVAS MÓDULO 3 .....	55
4.7.4 SOLUCIÓN FINAL .....	57
4.8 DISEÑO DEL ROBOT .....	57
4.8.1 ELEMENTOS DEL DISEÑO .....	58
5. PROTOTIPAJE DEL ROBOT .....	68
5.1 INTRODUCCIÓN .....	68
5.2 CÁLCULO DE LOS ELEMENTOS DEL ROBOT .....	69
5.2.1 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 6 .....	69
5.2.2 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 5 .....	72
5.2.3 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 4 .....	73
5.2.4 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 3 .....	75
5.2.5 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 2 ¡Error! Marcador no definido.	
5.2.6 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 1 .....	77
5.3 IMPRESIÓN DEL SISTEMA .....	79
5.4 ENSAMBLE DEL SISTEMA .....	81
6. COSTOS DEL SISTEMA .....	86
6.1 INTRODUCCIÓN .....	86
6.2 COSTOS DIRECTOS .....	86
6.2.1 MATERIALES Y ELEMENTOS .....	86
6.2.2 MAQUINADO .....	87
6.2.3 MONTAJE .....	87
6.3 COSTOS INDIRECTOS .....	88
6.4 COSTO TOTAL .....	88
7. CONCLUSIONES .....	89
8. RECOMENDACIONES .....	90



Bibliografía .....	91
ANEXOS .....	93
ANEXO 1: PLANOS .....	94

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Autómata del siglo XVIII.....	2
Figura 1-2 Robot SCARA.....	3
Figura 1-3 Pasos del prototipado rápido.....	8
Figura 1-4 Prótesis de cráneo.....	10
Figura 1-5 Molde de juguete.....	11
Figura 1-6 Impresora 3D LulzBot mini.....	14
Figura 2-1 Parámetros D-H en un eslabón.....	16
Figura 2-2 Los cuatro parámetros de D-H.....	18
Figura 2-3 Matriz Jacobina directa e inversa.....	21
Figura 3-1 Robot Articular.....	23
Figura 3-2 Sistema de ejes de referencia ortogonal.....	24
Figura 3-3 Convenio de dextrógiro y levógiro.....	25
Figura 3-4 Elemento de giro.....	25
Figura 3-5 Eslabones y Articulaciones de un robot articular tipo PUMA.....	26
Figura 3-6 Diagrama de Bloques de un robot Articular.....	26
Figura 3-7 Numeración de Eslabones y Articulaciones del Robot.....	27
Figura 3-8 Sistema de coordenadas fijo.....	28
Figura 3-9 Pasos 1 al 4.....	28
Figura 3-10 Pasos 5 al 8.....	28
Figura 3-11 Pasos 9 al 11.....	29
Figura 3-12 Paso 12.....	29
Figura 3-13 Pasos 13 y 14.....	30
Figura 3-14 Pasos 14 y 16.....	30
Figura 3-15 Movimientos de sistemas de coordenadas.....	31
Figura 3-16 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-9 en Matlab.....	34
Figura 3-17 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-10.....	34
Figura 3-18 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-11.....	35
Figura 3-19 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-12.....	35
Figura 4-1 Nivel cero del robot.....	48
Figura 4-2 Nivel 1 del robot.....	48
Figura 4-3 Diseño Conceptual del Robot Paralelo.....	58

Figura 4-4 Base del Robot y Propiedades.....	59
Figura 4-5 Soporte de hombro y Propiedades.....	59
Figura 4-6 Hombro del robot y Propiedades .....	60
Figura 4-7 Transmisor de Mov. Articulación 1 y Propiedades .....	60
Figura 4-8 Tapa del Hombro del robot y Propiedades.....	61
Figura 4-9 Transmisor de Mov. Articulación 2 y Propiedades .....	61
Figura 4-10 Brazo1- eslabón2 y Propiedades .....	62
Figura 4-11 Tapa del brazo1 y Propiedades .....	62
Figura 4-12 Transmisor de Mov. Articulación 3 y Propiedades .....	63
Figura 4-13 Codo-Eslabón3 del robot y Propiedades.....	63
Figura 4-14 Tapa del codo y Propiedades .....	64
Figura 4-15 Transmisor de Mov. Articulación 4 y Propiedades .....	64
Figura 4-16 Brazo2-eslabón4 y Propiedades .....	65
Figura 4-17 Tapa del brazo2 y Propiedades .....	65
Figura 4-18 Muñeca del robot y Propiedades.....	66
Figura 4-19 Transmisor de Mov. Articulación 5 y Propiedades .....	66
Figura 4-20 Soporte de muñeca y Propiedades.....	67
Figura 4-21 Tapa soporte de muñeca y Propiedades .....	67
Figura 5-1 DLC eslabón 6 .....	70
Figura 5-5-2 DLC eslabón 5 .....	72
Figura 5-5-3 DLC eslabón 4 .....	74
Figura 5-5-4 DLC eslabón 3 .....	75
Figura 5-5-5 DLC eslabón 2 .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 5-5-6 DLC eslabón 1 .....	78
Figura 5-7 Eslabones 0 y 1, servomotor base. ....	82
Figura 5-8 Eslabon 2 y servomotor. ....	82
Figura 5-9 Eslabones 3 y 4 y servomotor.....	84
Figura 5-10 Ensamble del robot con 6 servomotores (GDL) .....	85

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Tabla D-H del Robot Articular .....	32
Tabla 4-1 Voz del usuario. ....	44
Tabla 4-2 Soluciones del módulo 1 .....	52
Tabla 4-3 Evaluación de criterios en el módulo 1 .....	52
Tabla 4-4 Evaluación de Soluciones para la Capacidad .....	53
Tabla 4-5 Evaluación de Soluciones para GDL.....	53
Tabla 4-6 Evaluación de Soluciones para el Estabilidad.....	53
Tabla 4-7 Evaluación de Soluciones para el Mantenibilidad .....	53
Tabla 4-8 Evaluación de soluciones para el módulo 1 .....	53
Tabla 4-9 Soluciones del módulo 2 .....	54
Tabla 4-10 Evaluación de criterios en el módulo 2.....	54
Tabla 4-11 Evaluación de Soluciones para la Capacidad .....	54
Tabla 4-12 Evaluación de Soluciones para GDL.....	54
Tabla 4-13 Evaluación de Soluciones para el Estabilidad.....	55
Tabla 4-14 Evaluación de Soluciones para el Mantenibilidad .....	55
Tabla 4-15 Evaluación de soluciones para el módulo 2 .....	55
Tabla 4-16 Soluciones del módulo 3 .....	55
Tabla 4-17 Evaluación de criterios en el módulo 3.....	56
Tabla 4-18 Evaluación de Soluciones para la Capacidad .....	56
Tabla 4-19 Evaluación de Soluciones para GDL.....	56
Tabla 4-20 Evaluación de Soluciones para el Estabilidad.....	56
Tabla 4-21 Evaluación de Soluciones para el Mantenibilidad .....	56
Tabla 4-22 Evaluación de soluciones para el módulo 1 .....	57
Tabla 6-1 Costos Directos.....	88
Tabla 6-2 Costos Indirectos del Sistema.....	88

## RESUMEN

En la época actual, la industria manufacturera, automotriz, sanitaria, alimenticia, farmacéutica, constructoras, minería, servicios petroleros, están en constante desarrollo y mejoramiento continuo de sus plantas productivas a través de sistemas automatizados que realicen tareas repetitivas de manera efectiva.

El presente trabajo se enfoca en la necesidad de generar diseños de estos sistemas de automatización industrial, presentar sus modelos matemáticos para su control y a través del enfoque actual, producir prototipos capaces de satisfacer las necesidades productivas, de desarrollo e investigación dentro de la industria y la academia. Esto permite a los diseñadores tomar el modelo y someterlo a diferentes aplicativos y condiciones, una vez establecidas sus condiciones de funcionamiento mediante la modelación cinemática y dinámica de sus posiciones, velocidades y aceleraciones.

Con dichos modelos se puede buscar una aplicación determinada y establecer las condiciones funcionales del sistema que permitirá la generación de prototipos en la industria. Este prototipado generaba varios problemas y un costo muy elevado para su verificación en el pasado, sin embargo, actualmente las tecnologías de prototipado rápido como la impresión 3D han permitido reducir de manera drástica el tiempo de generación de estos sistemas y el costo necesario para concebirlos. Haciendo que el diseño de los elementos sea más versátil y efectivo

El presente trabajo realiza el diseño de un robot articular, el cual es ampliamente usado en la industria para tareas de ensamblaje, soldadura por arco, oxicorte, pintura y más. Lo que permite a estos sistemas ser utilizados ampliamente en varios sectores productivos a nivel nacional, favoreciendo el desarrollo de la Matriz Productiva del Ecuador, mediante un prototipado utilizando la impresión 3D como medio de producción y generando un sistema para su estudio y mejoramiento futuro.

## ABSTRACT

In the current era, Manufacturing, automotive, medical, food, pharmaceutical, construction, mining, oil services industries are in constant development and continuous improvement of its production plants through automated systems that perform repetitive tasks effectively.

This work focuses on the need to generate designs of these industrial automation systems, to present their mathematical models for control and through the current approach, produce prototypes able to meet the production needs, research and development within the industry and Academy. This allows designers to take the model and submit it to different applications and conditions once established operating conditions by kinematic and dynamic modeling of their positions, speeds and accelerations.

With these models an application could be search and establishes the functional system conditions that allow industrial prototyping. This prototype methods used to generate several problems and a very high cost for verification in the past, but now the rapid prototyping technologies like 3D printing have reduced drastically the time of generation of these systems and the cost necessary to conceive it. Making the design of the elements more versatile and effective

This work makes the design of an Articular Robot, which is widely used in industry for assembly tasks, arc welding, flame cutting, painting and more. Allowing these systems to be widely used in various production sectors at national level, promoting the development of the Production Matrix of Ecuador.

Through a prototyping using 3D printing as a method of production and creating a system for study and future improvement.

## PRESENTACIÓN

El presente trabajo, en la sección I comienza introduciendo al lector dentro de la robótica, los términos más empleados en ella y la importancia que han tenido a través del paso del tiempo. También presenta las bases del diseño mecánico para desarrollar sistemas y el enfoque del prototipado rápido en la industria y la productividad.

En la sección II se muestra el marco teórico necesario para modelar el sistema analizado y determinar de esta forma la matriz de transformación de coordenadas, las expresiones que indiquen de manera acertada la posición del efector final del robot, la velocidad y la aceleración.

En la sección III se realiza el estudio y modelación cinemática del robot articular fundamentada en las expresiones mostradas en la sección II, por otro lado, se realizan diferentes métodos matemáticos para la obtención de las expresiones de posición, velocidad y aceleración del robot.

En la sección IV se procede con el método de diseño, comenzando con los requerimientos del usuario, la casa de la calidad y la descomposición funcional del sistema para de esta forma poder analizar las posibles soluciones y encontrar un sistema capaz de satisfacer los requerimientos de diseño.

En la sección V se dimensiona el sistema como parte del método de prototipado para así conocer las dimensiones requeridas de los elementos del sistema y poder enviar a su generación en una impresora 3D.

En la sección VI se realiza un análisis general de los costos que involucran concebir el sistema, para evaluar la factibilidad del mismo.

# CAPÍTULO I

## 1. GENERALIDADES

### 1.1 ROBÓTICA

#### 1.1.1 HISTORIA DE LA ROBÓTICA

La mayoría de las personas conoce sobre los robots y su potencial, tiene una idea de lo que es la robótica, pero no conocen el origen de la palabra ni sus aplicaciones en el campo de la ciencia.

La robótica tiene sus orígenes hace cientos de años y nos podemos basar en hechos históricos y se puede recalcar que en la antigüedad se conocía a los robots como autómatas, la robótica no era reconocida como ciencia, y la palabra robot nació mucho después del origen de los autómatas.

Desde el principio de los tiempos los hombres han querido crear vida artificial para que les acompañen en sus hogares y trabajos para desempeñar funciones que los humanos no pueden hacerlo por si solos o si pueden, pero son tareas pesadas y tediosas, los intentos por crear un autómata han sido muchos.

La elección de los materiales siempre ha sido una parte crítica en la fabricación de los autómatas ya que en la antigüedad usaban maderas resistentes y metales moldeables, que no se necesitaban de ningún proceso de transformación.

Durante siglos los humanos han imitados los movimientos del cuerpo humano, en las culturas antiguas como los egipcios y los griegos. En los siglos XVII y XVIII en Europa construían muñecos mecánicos muy ingeniosos con una característica en especial, el ser divertidos.

El desarrollo de la tecnología, lo que incluye el desarrollo de las súper computadoras, los dispositivos actuadores que funcionan remotamente, la transformación de energía mecánica a través de mecanismos y los avances con los sensores nos permite dar flexibilidad a los mecanismos autómatas para ayudarnos en la industria, un factor muy importante en el desarrollo de los robots,



es un estudio realizado en la década de los cincuenta sobre la inteligencia artificial y como emular el pensamiento humano en estas máquinas.



*Figura 1-1 Autómata del siglo XVIII<sup>1</sup>*

La palabra robot se utilizó por primera vez en una obra de teatro llamada “Los Robots Universales de Rossum” en el año de 1917 escrita por el dramaturgo noruego Karel Capek. La palabra checa Robot significa servidumbre o trabajador forzado

George Devol fue quien patentó el primer robot manipulador programable en 1948 con el objetivo de tener una máquina con flexibilidad y fácil adaptación al entorno además con un fácil manejo. En el mismo año se desarrolló un robot manipulador maestro-esclavo para manejar materiales radioactivos donde el operador podía ver el movimiento del esclavo además podía sentir la fuerza que ejercía el robot esclavo en el entorno.

Algunos años más tarde en 1954, Goertz cambió la transmisión mecánica por servomotores sustituyendo la energía mecánica por energía eléctrica y así logró desarrollar el primer robot tele manipulado con servomotores.

La industria espacial se sumó en los años sesenta a la investigación de los robots y tuvo logros importantes además de una evolución espectacular, se realizaron investigaciones solo en un puñado de ramas (nuclear, militar, espacial) la esencia

---

<sup>1</sup> Imagen tomada de: <http://finofilipino.org/post/66178092865>

de un tele manipulador, es básicamente que una persona controla al robot por medio de mandos a distancia solo en algunos casos el tele manipulador cumple tareas programadas y el control supervisado, hoy en día la tele presencia es promovida por la realidad virtual pero sus funciones básicas no han variado mucho.

Joseph F. Engelberger y Devol en 1956 decidieron trabajar juntos para utilizar sus máquinas en la industria formado la Consolidated Controls Corporation que después de un tiempo se convierte en Unimation, instalando su primera máquina en la General Motos de Trenton.

En 1968 Engelberger visita Japón después de un tiempo firma convenios con Kawasaki para desarrollar robots Unimate, la evolución de la robótica en Japón prosperara rápidamente gracias a la empresa Nissan, la que forma la primera asociación de robótica de Japón (JIRA) en 1972. Dos años después se forma el instituto de robótica de América (RIA).

Los primeros robots tenían una configuración denominada esférica y antropomórfica además se los utilizaba exclusivamente para la manipulación. En el año 1982 el profesor Makino de la universidad japonesa Yamanashi, propone el desarrollo de un robot orientado directamente al ensamblaje de piezas llamado robot SCARA el cual es un robot un numero reducidos de grados de libertad.



*Figura 1-2 Robot SCARA<sup>2</sup>*

---

<sup>2</sup> Imagen tomada de: <http://www.directindustry.es/prod/staubli-robotics/product-17645-232952.html>

Un robot industrial no es una máquina que puede cumplir una serie de procesos con un programa precargado en su sistema ya que existen muchas máquinas de control numérico que cumplen esto. El robot industrial debe tener cierta adaptabilidad a diferentes herramientas y tener la forma de brazo robótico. Otra de las características es que puede realizar trabajos muy diferentes a los que desempeñaba debido a su capacidad de adaptabilidad.

La evolución de los robots industriales ha sido bastante desenfrenada ya que en poco más de 30 años los robots se encuentran casi todas las zonas de la industria productiva, estos robots pueden sustituir al hombre en áreas que sean peligrosas y repetitivas con capacidades de adaptarse a los cambios de producción solicitada.

### **1.1.2 ROBOTS INDUSTRIALES**

La definición de un robot industrial según la Asociación de Industrias Robóticas (RIA) es:

Un robot industrial es un manipulador que puede realizar múltiples funciones, pueden ser programadas, además es capaz de mover múltiples objetos dependiendo de su funcionalidad con trayectorias variables pre programadas para una tarea.

La definición que aceptó la organización internacional de estándares (ISO) fue la siguiente que es muy parecida a la anterior:

Un manipulador con multifunciones y reprogramable que posee varios grados de libertad, que es capaz de manipular varios objetos cualesquiera que sean estos dependiendo de su función, con trayectoria variable dependiendo de la tarea.

Una definición más completa es la que establece la Asociación Francesa de Normalización (ARNOR), la cual primero define un manipulador para luego entender lo que es un robot.

**Manipulador:** es un mecanismo formado por piezas unidas una delante de la otra, con movimiento entre ellas, con el objetivo de mover objetos. Puede ser operado directamente por una persona o por un computador.

**Robot:** manipulador totalmente automático controlador por servos, reprogramable capaz de cumplir múltiples funciones, mover objetos y ubicarlos en posiciones específicas, utilizar múltiples herramientas, seguir direcciones específicas y variables, por lo general tiene forma de brazos o múltiples brazos terminando casi siempre en una muñeca, la unidad de control dispone de una memoria para su programación lo cual está orientado a realizar tareas cíclicas pudiendo adaptarse a otras tareas fácilmente sin realizar cambios permanentes en su material.

Lo que más aceptan en todas las definiciones anteriores es que, un robot industrial es un brazo mecánico capaz de manipular objetos y estos pueden tener un control complejo o no. En cambio, un sistema de robots contiene todos los dispositivos que realizan una tarea automática que sustituye al hombre y pueden tener uno o más robots en una serie de procesos.

## 1.2 DISEÑO MECÁNICO

La ingeniería mecánica está relacionada con todos los procesos de producción, los procesamientos de energía, todos los medios de producción, los medios de transporte y los procesos de automatización.

Las bases disciplinarias que se pueden nombrar son: mecánica de materiales, mecánica de fluidos, transferencia de calor y masa, los procesos de fabricación, el diseño en la ingeniería mecánica está compuesta por todas las materias de esta ingeniería

Los problemas que tenemos en la realidad son difícilmente tratados con una sola especialización, como es el ejemplo de escoger una chumacera con un rodamiento, ya que esto involucra, transferencia de calor, transmisión de cargas, fricción, selección de materiales, tratamientos termo mecánicos, estadística, entre otras.

La construcción de maquinaria debe estar dentro de los parámetros del cuidado del medio ambiente, si bien es verdad nosotros podemos construir lo que nos imaginemos, pero eso no justifica la destrucción del medio ambiente.

Si bien algunas personas piensan que el diseño de aire acondicionado, calefacción, ventilación, está separado del diseño ingeniería mecánica están equivocados, así como el adjetivo que sigue a la palabra diseño es para facilitar su entendimiento, mas no significa que son ramas separadas de la ingeniería mecánica, hay nombres como diseño de máquinas, turbo maquinaria, elementos de máquinas, sistemas hidráulicos entre otros, y todas ellas forman parte del diseño de ingeniería mecánica.

### **1.2.1 DISEÑO INDUSTRIAL**

El diseño industrial es la especialidad que se encuentra orientada a la creación y desarrollo de productos industriales estos pueden ser en series pequeñas o a gran escala. Como esta materia está orientada al diseño, una parte fundamental es la creatividad e inventiva.

El diseño industrial está inmerso en casi todos los campos de fabricación como la industria de automoción, la electrónica, la juguetería entre otras, en el caso de la industria de juguetes un ejemplo seria al momento de diseñar un producto seguro para los niños con materiales no tóxicos, amigables con los niños, que significa esto, que los niños puedan utilizar el juguete sin mayor problema, fácil de manipular y que sea duradero, no se despinte o se rompan, que no se salgan los tornillos con el uso.

El diseño es una parte muy importante en la evolución del ser humano, ya nos ha ayudado a satisfacer nuestras necesidades implementando esta área en las industrias.

El objetivo de diseñar es modelar las ideas o pensamiento sobre cualquier plataforma sea en papel, electrónica, o física, en nuestros tiempos el diseño industrial es una carrera de tercer nivel que crea especialistas en el desarrollo de productos electrónicos, metalúrgicos, plásticos, alimenticios, de la industria en general.

Todas las ciencias exactas, el diseño computarizado con paquetes para crea modelos, innovación tecnológica, forman parte de esta carrera, además el

diseñador debe adquirir los conocimientos necesarios para desarrollar un producto partiendo de las necesidades de la sociedad, del cliente, y del mercado.

Gracias al desarrollo tecnológico de software hoy en día existe una gran cantidad de programas que tiene un objetivo en común, facilitar las actividades de los diseñadores, dándoles la oportunidad de presentar sus diseños en documentos digitales y de fácil comprensión.

Los softwares que tiene un mayor impacto en el ámbito del diseño mecánico son: AutoCAD Autodesk Inventor, SolidWorks, NX 9, entre otros, estos nos permiten presentar diseños finales que se pueden apreciar en 3D, lo cual nos da una idea del producto final.

El diseño mecánico, consiste en diseñar un elemento o un sistema de elementos de naturaleza mecánica y para su desarrollo, el diseñador o ingeniero hace uso de las ciencias puras como son la Matemática, Física, Química, Termodinámica, Mecánica de Materiales, entre otras.

En el diseño de la ingeniería mecánica, se incluyen diferentes materias de la ingeniería como son: diseño mecánico, la física, la química, las ciencias exactas, mecánica de materiales, mecánica de fluidos, resistencia de materiales, en el diseño también se aplican diferentes técnicas aprendidas por la experiencia y la eficacia en el uso de los materiales y las fuerzas a los que estos van a estar sometidos, a través de lo cual podemos satisfacer una necesidad.

### **1.3 PROTOTIPADO RÁPIDO**

El prototipado rápido es la forma más rápida de obtener una pieza o elemento tridimensional extraído o generado de un formato CAD, de forma precisa y de bajo costo, uno de los sistemas de prototipado rápido más populares es el de adición de material fundido capa por capa o FDM, y esto se hace mediante una cabeza de inyección de termoplásticos que se mueve en todos los ejes ortogonales, el material de aporte puede ser ABS, ABS-M30, PC-ABS, con un diámetro variable de 1 a 2 milímetros.

Cuando se va depositando material, capa por capa de material, una vez que una capa está terminada, el cabezal se separa una distancia definida y continúa depositando material para hacer la siguiente capa y así sucesivamente hasta que el modelo esté terminado.

El prototipado rápido ha tomado fuerza en las empresas ya que es un paso antes del proceso de producción.



*Figura 1-3 Pasos del prototipado rápido<sup>3</sup>*

Algunos sectores de la industria han adoptado el prototipado rápido ya que es mucho más sencillo producir estos modelos de bajo costo, que después se pueden producir en otros materiales una vez que el diseño se ha perfeccionado por completo, y esto genera un gran ahorro para la empresa ya que esta no produce prototipos excesivamente caros desde un comienzo.

Los prototipos nos permiten analizar rápidamente los aspectos más importantes como son, la funcionalidad, la geometría, su ergonomía, la forma en que la gente los ve es decir su estética, en la fabricación de accesorios de celulares, tablas antes de lanzar una gran serie primero se prueban los prototipos, en la industria del calzado, cuando se quiere lanzar un nuevo modelo primero se lo hace por prototipado rápido, en el campo de la medicina una reconstrucción facial, primero se hace un prototipo para ver si encaja bien para después fabricarlo en titanio o en otro material, y en la industria en general.

<sup>3</sup> <http://www.centrotecnologicojc.org.ar/index.php/blog/112-prototipado/106-prototipado-rapido>

Existen una gran variedad de máquinas para el prototipado rápido que van desde una gama simple o baja hasta una gama alta o bastantes complejas pero mejores y más rápidas al momento de realizar prototipos.

### **1.3.1 FUNDAMENTOS DEL PROTOTIPADO RÁPIDO**

Se puede decir que el prototipado rápido no tiene una historia muy longeva ya que solo tiene un tiempo relativamente corto en las industrias y en el mercado así que solo proemos dar una breve definición teórica de cómo ha ido evolucionando.

#### **1.3.1.1 CONCEPTO DE PROTOTIPO**

Es la primera unidad o producto, estas pueden ser de varios elementos o de uno solo, que se fábrica para determina la viabilidad, funcionalidad, ergonomía y que no hay ninguna clase de inconveniente o error de la unidad antes de proceder a la fabricación de grandes cantidades de la misma.

#### **1.3.1.2 CONCEPTO DE PROTOTIPADO RÁPIDO.**

Un prototipado rápido es un conjunto de técnicas que se usa para producir de manera rápida un producto o elemento que ha sido previamente generada en CAD (Computer Aided Design) es decir un modelo en tres dimensiones, la mayor parte el método más usado es la impresión 3D, aunque también se puede hacer por capas aditivas.

En la década de los ochentas ya se disponía de los primeros métodos de prototipado rápido, su uso era exclusivo y costoso, pero en nuestra época se ha expandido a casi a todas las industrias, con solo decir que hoy en día se puede imprimir comida, y ya no solo se realizan prototipos, sino que se puede realizar series relativamente pequeñas, más conocido como proceso de tira corta.

Al igual que en los métodos de desbaste de material con máquinas CNC, los modelos deben ser introducidos como datos geométricos ya sean 2D o 3D, y estos no deben tener agujeros o volúmenes infinitos y para asegurar esto se usa formatos STL entre otros.



### 1.3.2 APLICACIONES (TÍPICO DE LA INDUSTRIA)

El prototipado rápido es una de las formas más rápidas y sencillas de construir piezas hasta de alta complejidad y esto es gracias a las impresoras 3D, debido a la facilidad con la que se construyen los elementos nos permite facilitar el proceso de creación y además se puede corregir errores iniciales rápidamente.

En el área de la arquitectura nos permite realizar maquetas de alta calidad para dar una mejor relación visual con los interesados en los proyectos de construcción ya que al tener una maqueta se puede apreciar mejor las dimensiones, los espacios y lugares de construcción.

En el área de la medicina nos permite imprimir órganos, huesos que han sufrido daños donde la información se saca directo de un eco o una resonancia magnética.



*Figura 1-4 Prótesis de cráneo<sup>4</sup>*

También es utilizado en la impresión de ciertas cadenas genéticas para su estudio ya que algunas impresoras 3D nos permiten inyectar tintas con lo cual podemos apreciar de una mejor manera.

En la ingeniería se usa fundamentalmente para:

---

<sup>4</sup> <http://gizmodo.com/objects-that-couldnt-be-made-before-3d-printers-existed-1718072112>

La creación de modelos prototipo, ya que es muy fácil de trabajar directamente con una librería CAD.

Prueba de elementos críticos en el diseño: se prueba los elementos más complejos para saber si son viables.

Esto hace que la lectura de planos complejos no sea indispensable para entender un proyecto que se quiera desarrollar.

Esta herramienta es muy importante en el campo del diseño de electrodomésticos ya que ayuda mucho en el proceso de desarrollo de nuevos elementos, así como facilita el análisis de la ergonomía y la estética.

En el campo de la educación ya nos ofrece toda una infinidad de ideas y creatividad para poder llevar toda esa imaginación al mundo real, en las universidades para el desarrollo de prototipos con mayor facilidad ya que el construir los elementos de una maquina con una impresora 3D es mucho más sencillo.



*Figura 1-5 Molde de juguete<sup>5</sup>*

A continuación, se lista todas las posibles aplicaciones del prototipado rápido.

- Piezas para otros procesos de fabricación.
- Ayudas visuales para ingeniería.
- Prototipos funcionales.
- Comprobaciones dimensionales.

---

<sup>5</sup> <http://www.imprimalia3d.com/recursos/proceso-impresi-n-3d-molde-inyecci-n>

- Modelos para presentaciones.
- Modelos conceptuales.
- Estudios ergonómicos.
- Estimación de presupuestos.

### **1.3.3 TECNOLOGÍAS EXISTENTES**

Con las impresoras 3D la creación de modelos complejos se facilitó muchísimo y así se puede aprobar bandas de producción ya que con el prototipado rápido se pueden corregir errores geométricos y realizar modificaciones del diseño a un bajo costo.

Como ya sabemos, para producir estas figuras tan complejas se utilizan softwares de tipo CAD, y para poder imprimir los elementos es necesario evaluar su geometría en las tres dimensiones y esto se hace dividiendo el sólido en capas paralelas que estén lo más cercanas y precisas posible.

A continuación, citaremos brevemente diversas tecnologías para realizar prototipos.

- SLA (Estereolitografía): este método utiliza resina líquida la cual se va poniendo capa a capa. Esta resina se solidifica utilizando un láser con una potencia y una frecuencia específica.
- SGS (Fotopolimerización por luz UV): se basa en la solidificación de resina como en la SLA, la diferencia está en que para solidificar la resina utiliza una luz UV de alta potencia, y va solidificando todos los puntos de una sección al mismo tiempo.
- SLS (Sinterización selectiva láser): este también utiliza un láser, pero el material fundente está en estado sólido en forma de polvo, en vez de ser líquido como los otros métodos.
- SLM (Fundido selectivo láser): este proceso es muy parecido al método SLS la diferencia radica en se utiliza para realizar piezas metálicas.
- EBM (Fundido por haz de electrones): este método es parecido al SLM pero en vez de usar un láser utiliza un chorro de electrones.

- FDM (Deposición de hilo fundido): este método utiliza una boquilla caliente que, al pasar el hilo de material por ella, calienta el hilo hasta unos grados por debajo del punto de fusión del material lo cual hace que el momento de entrar en contacto con el material de la capa anterior se funde, esto quiere decir que se fabrica por capas paralelas.
- LOM (Fabricación por corte y laminado): su fabricación se basa en unir hojas de papel capa por capa, cada capa tiene una forma en específico y así al termina de unir todas las hojas nos da un elemento en tres dimensiones.
- Polyjet: su principal característica es que puede inyectar dos materiales a la vez, los cuales forman un material fotopolímero, y esto se logra utilizando dos boquillas en el cabezal de impresión.
- Moldeado multi yet: este proceso usa una tecnología parecida a la de inyección de tinta, pero tiene algunas similitudes con la FDM, y en si cabezal tiene múltiples boquillas que depositan el material, y el material de soporte al mismo tiempo.

#### **1.3.4 IMPRESIONES 3D**

La impresión 3D utiliza el método de prototipado rápido conocido como FDM o deposición de hilo fundido el cual explicaremos a continuación.

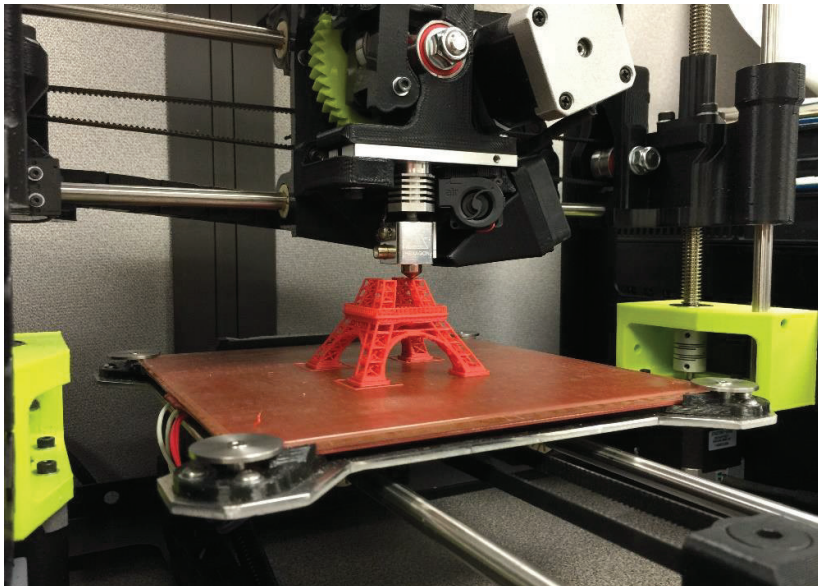
**Deposición de hilo fundido:** Esta tecnología es casi la más usada solo es superada por la Estereolitografía ya que esta es muy usada en el sector de la industria aeronáutica, de automoción y la medicina, entre otras.

Este es un sistema bastante sencillo ya que consiste en poder extruir un termo plástico sobre una superficie de trabajo utilizando un cabezal móvil.

En este proceso se utiliza una boquilla de extrusión que se va moviendo por la superficie de trabajo que está compuesta por coordenadas X y Y, cuando termina esta capa horizontal, la plataforma baja o el cabezal sube, se trabaja en la capa anterior. El cabezal cuenta con dos boquillas de aporte de material, una que es la que aporta el material base y la otra que se encarga de poner material de soporte para mantener la estabilidad estructural en el momento de la fabricación, cuando el prototipo está listo el material de soporte es fácilmente removible.

El filamento de extrusión tiene un diámetro por lo general de 1.25 mm y se calienta un grado por debajo de la temperatura de fusión. Algunos termoplásticos tienen buena resistencia térmica que pueden soportar temperaturas elevadas.

Los materiales que son usados en esta tecnología son termoplásticos, los más usados son los ABS (Acrilonitrilo Butadieno Estireno) por sus propiedades son perfectos para esta técnica. Se puede decir que los últimos años han surgido nuevos materiales como el policarbonato con el cual se han realizado mezclas como PC-ABS que son termoplásticos más resistentes a la tracción, torsión, y a la temperatura. Los mayores fabricantes de estos materiales específicos para esta tecnología son: HP, 3D ALCHEMI, REDEYE, I. MATERIALISE.



*Figura 1-6 Impresora 3D LulzBot mini<sup>6</sup>*

---

<sup>6</sup> Imagen tomada de: <http://www.computerworld.com/article/2868817/review-lulzbot-mini-3d-printer-delivers-outstanding-details.html>

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1 MODELADO

##### 2.1.1 MÉTODO DE DENAVIT-HARTENBERG (DH) ESTÁNDAR

Este método tiene un procedimiento sistemático para describir la estructura cinemática de un conjunto de eslabones unidos uno a continuación del otro con un solo grado de libertad y con respecto a un sistema de coordenadas fijo.

Este método logró encontrar la posición específica del último eslabón del robot con respecto a su base fija, utilizando una matriz de transformación homogénea de 4x4.

##### 2.1.1.1 OBTENCIÓN DEL MODELO CINEMÁTICO DIRECTO.

Este método establece la posición que cada sistema de coordenadas ( $S_i$ ) debería tener y que se encuentran ligadas a cada eslabón  $i$  de una cadena articula para así poder sistematizar la obtención de las diferentes ecuaciones cinemáticas de una manera más sencilla.

Si aplicamos lo anterior mencionado, se puede pasar de un eslabón al siguiente utilizando únicamente cuatro transformaciones estándar y estas solo dependen de características físicas (geometría de los eslabones).

Para utilizar las cuatro transformaciones se debe empezar por colocar adecuadamente el sistema de coordenadas a cada eslabón, dándonos la posibilidad de reducir en número de grados de libertad, de 6 a 4 grados de libertad que por lo general se encuentra y esto depende únicamente de la geometría del eslabón a analizar.

Las cuatro transformaciones son un proceso de rotaciones y traslaciones de manera que describan el movimiento del robot en el orden en que este se ha trasladado, lo cual nos permite relacionar el sistema de coordenadas  $i-1$  con el siguiente sistema  $i$ , lo cual podemos apreciar mejor en la figura (2.1).

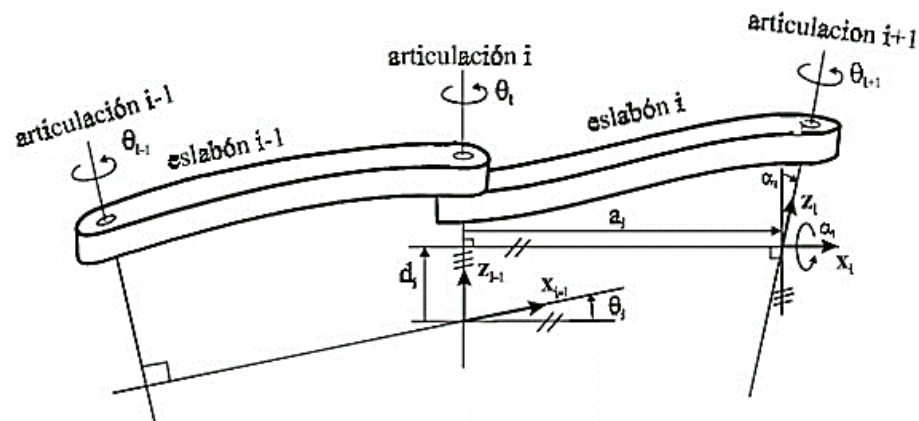


Figura 2-1 Parámetros D-H en un eslabón<sup>7</sup>

Las transformaciones son las siguientes.

- I. Rotación alrededor del eje  $Z_{i-1}$  un ángulo  $\theta_i$
- II. Traslación a lo largo del eje  $Z_{i-1}$  una distancia  $d_i$ ; vector  $d_i$  (0, 0,  $d_i$ )
- III. Traslación a lo largo del eje  $X_{i-1}$  una distancia  $a_i$ ; vector  $a_i$  ( $a_i$ , 0, 0)
- IV. Rotación alrededor del eje  $X_i$  con un ángulo  $\alpha_i$

Se debe tomar en cuenta que cuando se pasa del sistema de referencia i-1 al sistema i se lo debe realizar de forma establecida por Denavit Hartenberg, ya que solo así se cumple su modelo matemático.

En este procedimiento se debe anotar los movimientos que ha realizado el robot en una matriz de acuerdo con el procedimiento de D-H, y esto se debe hacer ya que el producto matricial no es conmutativo, y las transformaciones se las debe realizar según el procedimiento ya establecido dándonos como resultado la siguiente ecuación.

$${}^{i-1}A = R_{(z,\theta)} \cdot T(0,0, d_i) \cdot T(a_i, 0,0) \cdot R_{(x,\alpha)}(\alpha_i)$$

Ecuación 2-1 Transformación de matrices para el método de D-H

Utilizando las ecuaciones para cada caso ya sea para traslación o rotación se obtiene el siguiente producto matricial.

<sup>7</sup> Imagen tomada de: <http://slideplayer.es/slide/2261797/>

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\alpha_i * s\theta_i & s\alpha_i * s\theta_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\alpha_i * c\theta_i & -s\alpha_i * c\theta_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*Ecuación 2-2 Matriz homogénea de transformación de coordenadas de dos sistemas*

En la ecuación 2.2 se puede ver el resultado del método de D-H, donde  $\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$  son los parámetros D-H del i-ésimo eslabón de la cadena cinemática.

La matriz resultante de dimensiones 4x4 es el producto de multiplicar las matrices homogéneas de rotación y traslación de dimensiones 4x4 respectivamente para realizar un análisis del sistema, esta matriz resultante puede ser considerada la unión de sub-matrices las cuales son:

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & p_{3x1} \\ f_{1x3} & 1x1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matriz de rotación} & \text{Vector de Posición} \\ \text{Transformación de perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

*Ecuación 2-3 Matriz de transformación homogénea*

En la cual:

- La sub matriz de rotación del robot es una matriz de 3x3 que representa la rotación del mismo.
- La sub matriz de vector de posición es una matriz de 3x1 la cual representa el vector posición del origen del sistema coordenadas con respecto al sistema de referencia.
- La sub matriz de transformación de perspectiva es una matriz de 1x3.
- La sub matriz de escalado es una matriz es una matriz de 1x1 que representa el factor de escala global.

La matriz de transformación homogénea se utiliza en su mayor parte para explicar la relación geométrica que existen entre el sistema de referencia de la base con respecto a un sistema de referencia en el eslabón.



### 2.1.1.2 PARÁMETROS DE D-H

Los parámetros de D-H son cuatro y dependen únicamente de características geométricas de cada eslabón y su par cinemático el cual une a los eslabones, los cuales vamos a explicar a continuación ayudándonos de un gráfico.

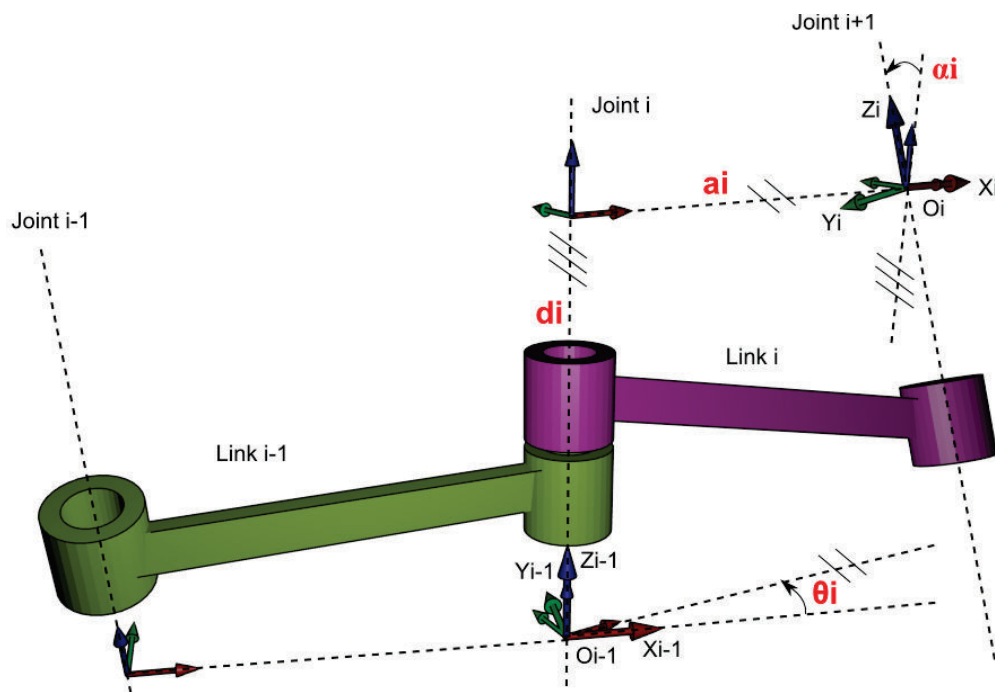


Figura 2-2 Los cuatro parámetros de D-H<sup>8</sup>

$\theta_i$ : Es el Angulo formado por el eje  $X_{i-1}$  con el eje  $X_i$  en un plano perpendicular al eje  $Z_i$ , y se usa la regla de la mano derecha. Además, es un parámetro que varía en los pares de revolución.

$d_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $Z_{i-1}$  desde el origen del sistema de coordenadas (i-1) hasta la intersección con el eje  $Z_{i-1}$  con el eje  $X_i$ . Para la mayoría de robots es 1 parámetro constante debido a su geometría, pero variable en articulaciones prismáticas.

$a_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $X_i$  que va desde la intersección del eje  $Z_{i-1}$  con el  $X_i$ , hasta el origen del sistema de coordenadas (i-ésimo), para los pares

<sup>8</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Denavit%E2%80%93Hartenberg\\_parameters#/media/File:Classic-DHparameters.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Denavit%E2%80%93Hartenberg_parameters#/media/File:Classic-DHparameters.png)

rotatorios. En el caso de pares prismáticos, se calcula como la distancia más corta entre los ejes de los sistemas  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .

$\alpha_i$ : Es aquel ángulo determinado por la separación del eje  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ , medido en un plano perpendicular al eje  $X_i$ , utilizando la regla de la mano derecha.

### **2.1.1.3 PASOS PARA LA OBTENCIÓN DEL MODELO DENAVIT-HARTENBERG**

Como se había mencionado anteriormente en este capítulo, para la correcta elaboración del análisis cinemático de la cadena cinemática (robot), se debe seguir una serie de pasos que permitirán de manera acertada determinar tanto los parámetros D-H, como la matriz de transformación del robot analizado.

Los parámetros determinados por Denavit-Hartenberg son:

**DH1.**Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.

**DH2.**Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad y acabando en n).

**DH3.**Localizar el eje de cada articulación. Si esta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

**DH4.**Para  $i$  de 0 a  $n-1$ , situar el eje  $Z_i$ , sobre el eje de la articulación  $i+1$ .

**DH5.**Situar el origen del sistema de la base ( $S_0$ ) en cualquier punto del eje  $Z_0$ . Los ejes  $X_0$  e  $Y_0$  se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con  $Z_0$ .

**DH6.**Para  $i$  de 1 a  $n-1$ , situar el sistema ( $S_i$ ) (solidario al eslabón  $i$ ) en la intersección del eje  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . Si ambos ejes se cortasen se situaría ( $S_i$ ) en el punto de corte. Si fuesen paralelos ( $S_i$ ) se situaría en la articulación  $i+1$ .

**DH7.**Situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .

**DH8.**Situar  $Y_i$  de modo que forme un sistema dextrógiro con  $X_i$  y  $Z_i$ .

**DH9.** Situar el sistema ( $S_n$ ) en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ .

**DH10.** Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $Z_{i-1}$  para que  $X_{i-1}$  y  $X_i$  queden paralelos.

**DH11.** Obtener  $D_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $Z_{i-1}$ , que habría que desplazar ( $S_{i-1}$ ) para que  $X_i$  y  $X_{i-1}$  quedasen alineados.

**DH12.** Obtener  $A_i$  como la distancia medida a lo largo de  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ) que habría que desplazar el nuevo ( $S_{i-1}$ ) para que su origen coincidiese con ( $S_i$ ).

**DH13.** Obtener  $A_i$  como el ángulo que habría que girar en torno a  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ), para que el nuevo ( $S_{i-1}$ ) coincidiese totalmente con ( $S_i$ ).

**DH14.** Obtener las matrices de transformación  $i-1A_i$ .

**DH15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$ .

**DH16.** La matriz  $T$  define la orientación (sub-matriz de rotación) y posición (sub-matriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las  $n$ -coordenadas articulares. (BARRIENTOS A., 2007, pág. 97)

Una vez que se han definido los diferentes parámetros característicos del Algoritmo D-H, el cálculo de las relaciones entre eslabones consecutivos de una cadena cinemática (robot) es inmediato ya que se aplica directamente a las matrices  $T$  anteriormente señaladas que se obtienen como un conjunto de matrices  $A$ .

### 2.1.2 MATRIZ JACOBIANA

Un modelo cinemático de un robot busca encontrar las relaciones entre variables de las articulaciones y su posición y orientación del robot, estas normalmente están expresadas en coordenadas cartesianas.

Por lo general en estas relaciones no se toman en cuenta las fuerzas y momentos que actúan sobre el robot, los cuales pueden generar movimientos en el mismo.

Pero esta matriz si debe permitir, además de la relación entre coordenadas articulares y del extremo, la relación entre sus respectivas derivadas. De esta forma el sistema de control del robot sabe que velocidad debe imprimir a cada uno de sus articulaciones mediante sus respectivos actuadores, de esta forma se consigue que el extremo del robot tenga una trayectoria concreta por un lapso de tiempo determinado, por ejemplo, hacer un círculo con una velocidad constante.

De forma consecuente por esto es que se necesita saber la relación de velocidades de las coordenadas articulares y de las posiciones y orientación del extremo del robot, y la relación entre dos vectores de velocidad se obtiene con la llamada matriz jacobiana.

La matriz jacobiana directa nos permita las velocidades del extremo del robot a partir de los vectores de las velocidades de cada articulación, por otra parte, la matriz jacobiana inversa nos permite conocer las velocidades articulares necesarias para obtener unas velocidades determinadas en el extremo del robot.

### 2.1.2.1 RELACIONES DIFERENCIALES

El método más adecuado para obtener las relaciones entre las velocidades articulares y del extremo del robot consiste en realizar las diferenciales de las ecuaciones correspondientes al método cinemático directo. Entonces debemos suponer que ya conocemos las ecuaciones que resuelvan el problema cinemático del robot de  $n$  grados de libertad.

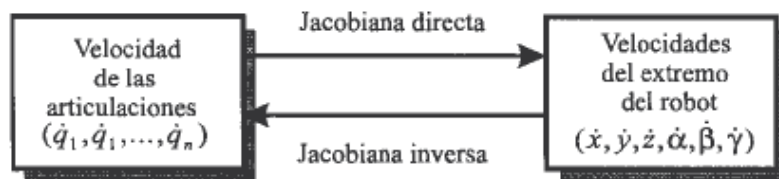


Figura 2-3 Matriz Jacobina directa e inversa<sup>9</sup>

$$x = f_x(q_1, \dots, q_n) \quad y = f_y(q_1, \dots, q_n) \quad z = f_z(q_1, \dots, q_n) \quad (2.4)$$

<sup>9</sup> Figura tomada de: Barrientos.A., 2007, Pág. 122

$$\alpha = f_\alpha(q_1, \dots, q_n) \quad \beta = f_\beta(q_1, \dots, q_n) \quad \gamma = f_\gamma(q_1, \dots, q_n) \quad (2.5)$$

Si se realiza la derivada de ambos miembros del conjunto de ecuaciones anterior con respecto al tiempo se obtiene.

$$\dot{x} = \sum_1^n \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{y} = \sum_1^n \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{z} = \sum_1^n \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.6)$$

$$\dot{\alpha} = \sum_1^n \frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\beta} = \sum_1^n \frac{\partial f_\beta}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\gamma} = \sum_1^n \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.7)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} \quad \text{Con } J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_n} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Siendo J la matriz Jacobiana y debido a que el valor numérico de cada uno de los elementos  $[j_x]$  de la matriz jacobiana dependerá de los valores instantáneos de las coordenadas articulares  $\theta_i$ , el valor de la matriz Jacobiana será diferente para cada uno de los puntos del espacio articular. (BARRIENTOS A., 2007, pág. 122)

Para encontrar la relación de aceleraciones del extremo del robot se debe realizar la segunda derivada.

## CAPÍTULO 3

### 3. MODELADO MATEMÁTICO

#### 3.1 REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL ROBOT

Como se había manifestado en el capítulo 1, este robot presenta una articulación con movimiento rotacional y dos articulaciones con movimientos angulares. Aunque este robot puede realizar un tipo de movimiento llamado interpolación lineal (el cual requiere mover simultáneamente 2 o 3 de sus articulaciones), el movimiento natural es el de interpolación por articulación, tanto rotacional como angular. Esta representación característica se asemeja en mucho a la estructura de un brazo humano por lo que algunas veces se lo llama robot antropomórfico.



*Figura 3-1 Robot Articular<sup>10</sup>*

En la figura 3-1 se aprecian las partes principales del robot articular lo cual da las premisas para el estudio cinemático del robot, considerando que:

1. Su geometría es constante durante todo el desarrollo.
2. 6 grados de libertad para un movimiento versátil, 6 rotaciones.

En base a esta consideración se puede representar geoméricamente el sistema para su concepción y posterior tratamiento, para esto se usa los diagramas de

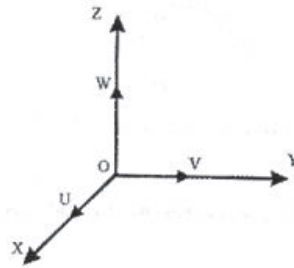
---

<sup>10</sup> Imagen tomada de: [unmundoextrano.wordpress.com](http://unmundoextrano.wordpress.com)

bloques, sin embargo es necesario establecer las condiciones para evaluar el sistema; estas se presentan a continuación.

### 3.1.1 CONVENCIONES PARA EL ANÁLISIS DEL ROBOT

**SISTEMAS DE COORDENADAS:** Sistemas de coordenadas espaciales, los cuales se representarán como se indica en la figura 3.2. Estos sistemas serán tanto fijos como móviles.



*Figura 3-2 Sistema de ejes de referencia ortogonal <sup>11</sup>*

Por consiguiente y de acuerdo a lo observable en la figura 3.2, se consideran las siguientes premisas:

- Movimientos hacia la derecha del punto de origen en sentido del eje y serán positivos.
- Movimientos hacia arriba del punto de origen (perpendicular a X) en sentido del eje Z, serán positivos.
- Movimientos según el arreglo de la mano derecha (perpendicular hacia afuera del planos Y-Z) en sentido del eje X, serán positivos

Para representar sistemas fijos se utilizarán sub-índices, por ejemplo el eslabón 2, el nombre del eje x será  $X_2$ . Para los sistemas de referencia móviles utilizados para representar los movimientos, se denotará los nombres de los ejes sin ningún subíndice. También se debe tener en cuenta los siguientes parámetros:

**SENTIDO DE GIRO:** Para definir el valor positivo del movimiento, se usa la convención de **dextrógiro** y **levógiro** (figura 3:3); es decir los movimientos

<sup>11</sup> Imagen tomada de: <http://www.industriaynegocios.cl/Academicos/AlexanderBorger/>

levógiro (en contra del sentido de las agujas del reloj) tendrá un valor positivo para su caracterización matemática.

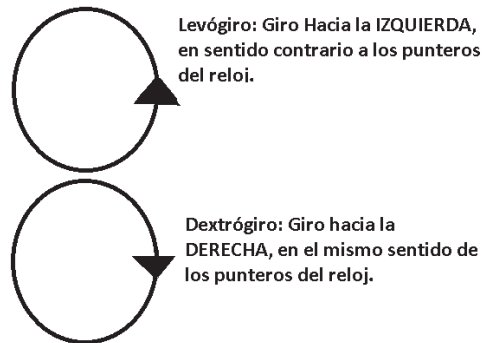


Figura 3-3 Convenio de dextrógiro y levógiro<sup>12</sup>

Cada giro referente a un eje coordenado ortogonal tendrá una denominación específica para el análisis:

$\theta$  Se usará para especificar el giro alrededor del eje Z

$\alpha$  Se usará para especificar el giro alrededor del eje X

$\beta$  Se usará para especificar el giro alrededor del eje Y

**UNIDADES:** Las unidades a utilizar serán:

**Longitud:** Milímetros

**Ángulos:** Grados sexagesimales

**Elementos de giro:** Los pares giratorios, se representan mediante bloques que muestran el funcionamiento de la articulación como se ve en la figura 3.4:

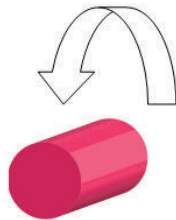


Figura 3-4 Elemento de giro

<sup>12</sup> Imagen tomada de: <http://3.bp.blogspot.com/-Rqa6wAZrncQ/>



## 3.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL ROBOT ARTICULAR

En este apartado se busca determinar las ecuaciones que rigen el movimiento cinemático del sistema, para ellos se utilizarán las herramientas explicadas en el marco teórico.

### 3.2.1 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL MARCO DE REFERENCIA

Primero se establece el sistema de referencia fijo del eslabón cero ( $X_0, Y_0, Z_0$ ). En la figura 3.5 nombran los elementos del sistema.

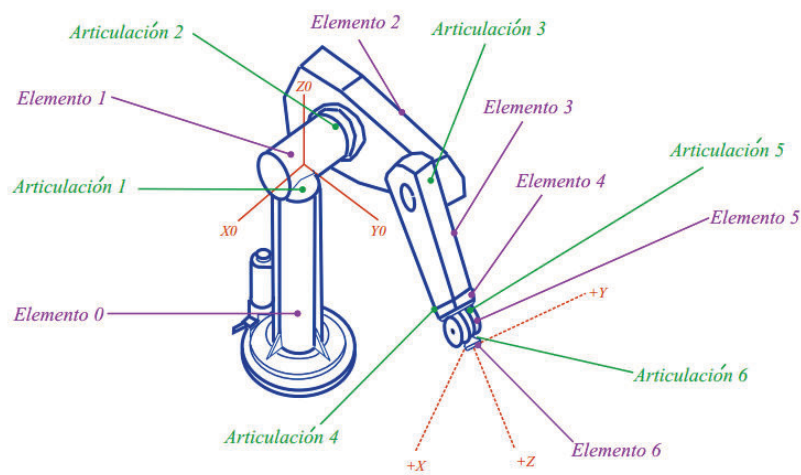


Figura 3-5 Eslabones y Articulaciones de un robot articular tipo PUMA<sup>13</sup>

En base a esta configuración, se puede determinar el diagrama de bloques del sistema:

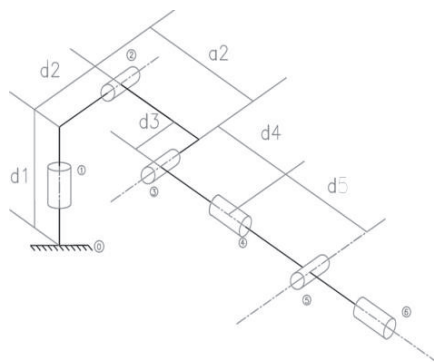


Figura 3-6 Diagrama de Bloques de un robot Articular<sup>14</sup>

<sup>13</sup> Imagen tomada de: (CHANG, 2014)

### 3.3 APLICACIÓN DEL ALGORITMO D-H

Siguiendo el procedimiento establecido por Denavit y Hartenberg para la modelación cinemática de las cadenas cinemáticas abiertas, se tiene

1) Numeración de eslabones y de articulaciones.

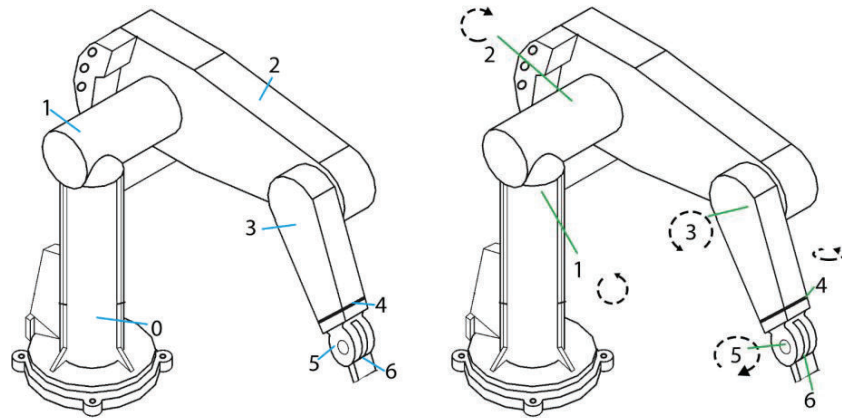
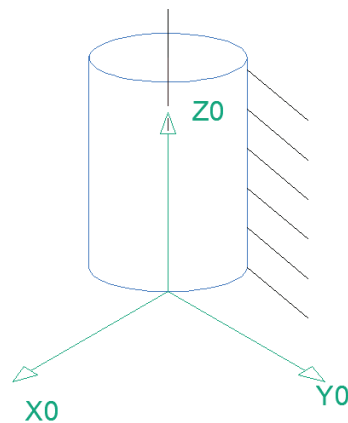


Figura 3-7 Numeración de Eslabones y Articulaciones del Robot

2) Mover el sistema de coordenadas móvil de eslabón a eslabón siguiendo el procedimiento D-H standard. Para este proceso se utilizará el diagrama de bloques de la figura 3.7.

I. Colocar el sistema de referencia fijo.



<sup>14</sup> Imagen tomada de: (CHANG, 2014)

Figura 3-8 Sistema de coordenadas fijo

- II. Giro alrededor del eje Z ( $R_z$ ):  $\theta_1 - 90^\circ$
- III. Traslación en dirección del eje Z:  $d_1$
- IV. Giro alrededor del eje X ( $R_x$ ):  $90^\circ$

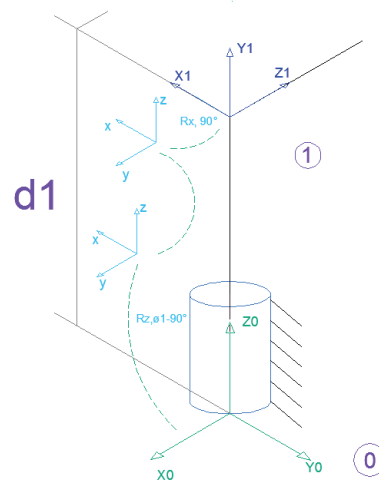


Figura 3-9 Pasos 1 al 4

- V. Traslación en dirección Z:  $d_2$
- VI. Giro alrededor del eje Z, ( $R_z$ ):  $\theta_2 + 180^\circ$
- VII. Giro alrededor del eje X ( $R_x$ ):  $180^\circ$
- VIII. Traslación en dirección X:  $a_2$

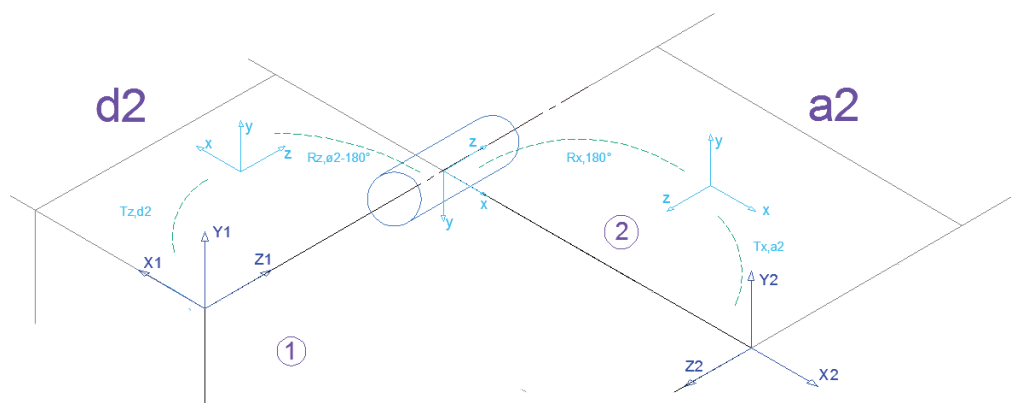


Figura 3-10 Pasos 5 al 8

- IX. Traslación en dirección Z:  $d_3$
- X. Giro alrededor del eje Z ( $R_z$ ):  $\theta_3 + 90^\circ$
- XI. Giro alrededor del eje X ( $R_x$ ):  $90^\circ$

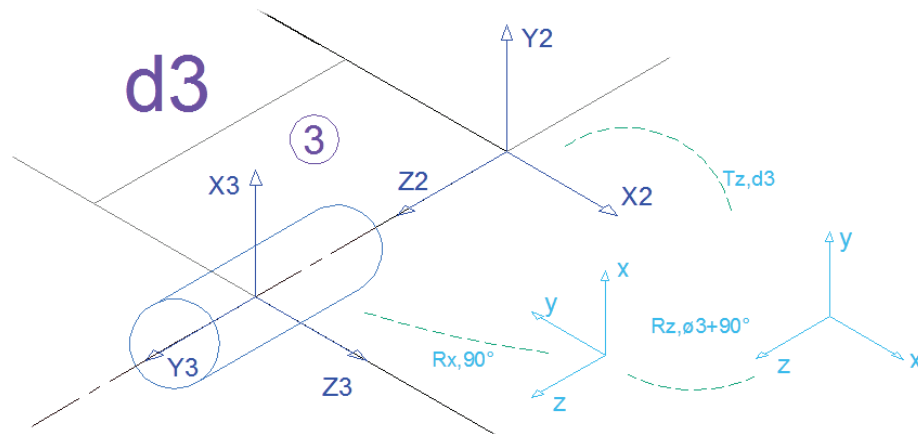


Figura 3-11 Pasos 9 al 11

- XII. Traslación en dirección Z:  $d_4$

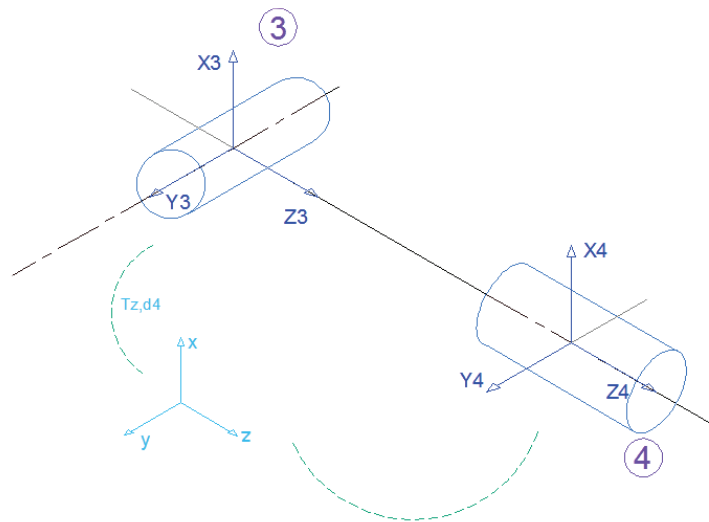


Figura 3-12 Paso 12

- XIII. Traslación en dirección Z:  $d_5$
- XIV. Giro alrededor del eje X ( $R_x$ ):  $90^\circ$

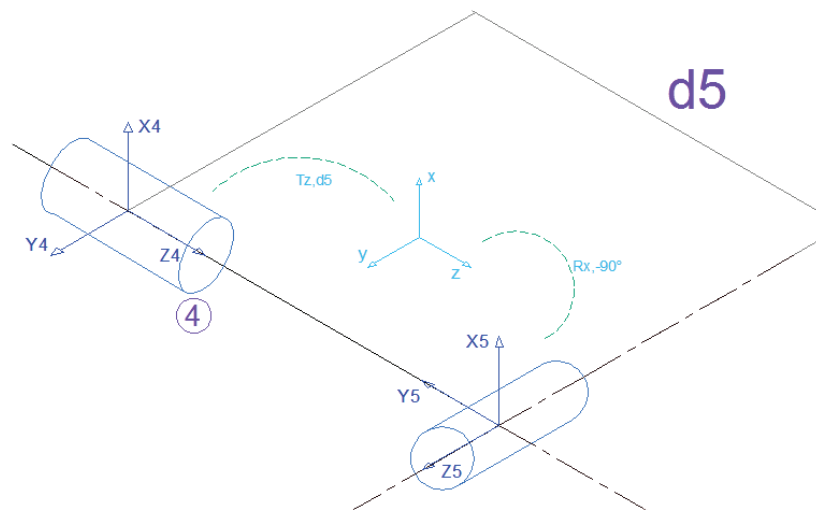


Figura 3-13 Pasos 13 y 14

- XV. Giro alrededor del eje Z (Rz):  $\theta_5$
- XVI. Giro alrededor del eje X (Rx):  $90^\circ$

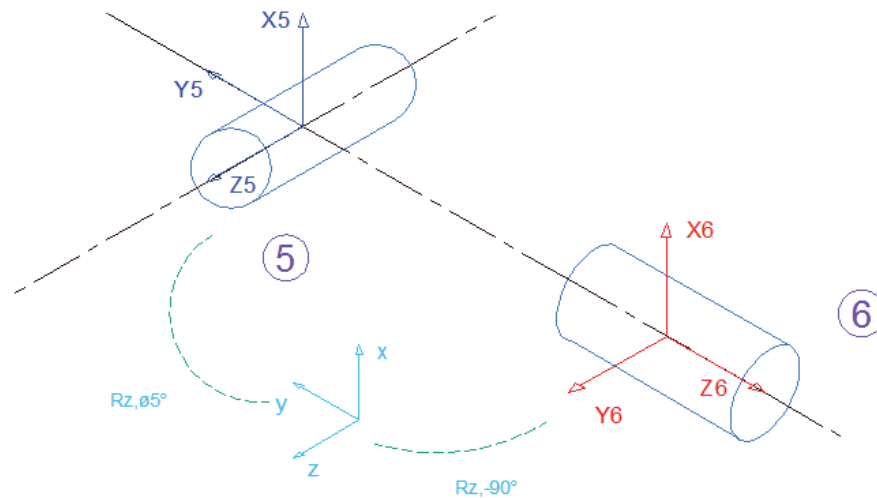


Figura 3-14 Pasos 14 y 16

Este conjunto de movimientos permiten obtener la tabla Denavit-Hartenberg con la cual se podrá realizar la multiplicación matricial y obtener la matriz característica del sistema estudiado. En la figura 3.15 se detalla todos los movimientos

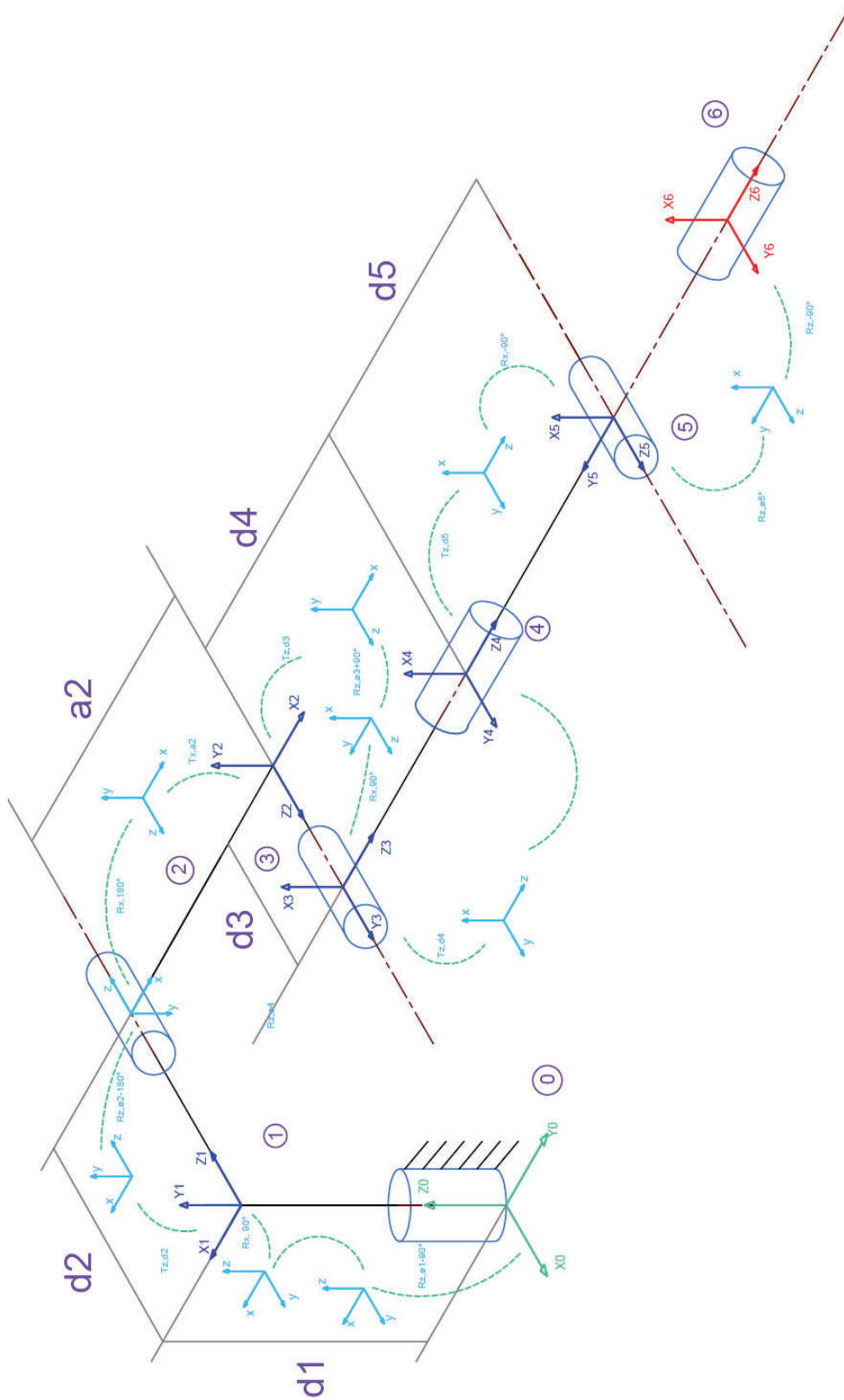


Figura 3-15 Movimientos de sistemas de coordenadas.

### 3.4 MATRIZ Y TABLA D-H

Partiendo del punto anterior, se pueden agrupar los movimientos realizados por los sistemas de coordenadas móviles y presentarlos en un formato más formal. Esto se puede apreciar en la tabla 3-1.

Tabla 3-1 D-H del Robot Articular

<b>i</b>	<b><math>\theta_i</math></b>	<b><math>d_i</math></b>	<b><math>a_i</math></b>	<b><math>\alpha_i</math></b>
<b>1</b>	<b><math>\theta_1 - 90^\circ</math></b>	<b><math>d_1</math></b>	<b>0</b>	<b><math>90^\circ</math></b>
<b>2</b>	<b><math>\theta_2 + 180^\circ</math></b>	<b><math>d_2</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	<b><math>180^\circ</math></b>
<b>3</b>	<b><math>\theta_3 + 90^\circ</math></b>	<b><math>d_3</math></b>	<b>0</b>	<b><math>90^\circ</math></b>
<b>4</b>	<b>0</b>	<b><math>d_4</math></b>	<b>0</b>	<b><math>0^\circ</math></b>
<b>5</b>	<b>0</b>	<b><math>d_5</math></b>	<b>0</b>	<b><math>-90^\circ</math></b>
<b>6</b>	<b><math>\theta_5</math></b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b><math>90^\circ</math></b>

#### 3.4.1 MATRICES DE TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS DEL ROBOT

Partiendo del análisis anterior y debido a la extensión de los términos, a partir de este punto se usará la siguiente representación:

$$\cos(\theta_1) = c_1 \text{ y } \cos(90) = c_{90}$$

$$\text{sen}(\theta_1) = s_1 \text{ y } \text{sen}(90) = s_{90}$$

Continuando el cálculo y simplificando los términos respectivos se obtiene:

$${}^0A_1 = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecuación 3-1 Matriz D-H del primer grupo de movimientos

$${}^1A_2 = \begin{pmatrix} -c_2 & -s_2 & 0 & (-a_2)c_2 \\ -s_2 & c_2 & 0 & (-a_2)s_2 \\ 0 & 0 & -1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecuación 3-2 Matriz D-H del segundo grupo de movimientos

$${}^2A_3 = \begin{pmatrix} -s_3 & 0 & c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Ecuación 3-3 Matriz D-H del tercer grupo de movimientos*

$${}^3A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Ecuación 3-4 Matriz D-H del cuarto grupo de movimientos*

$${}^4A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Ecuación 3-5 Matriz D-H del quinto grupo de movimientos*

$${}^5A_6 = \begin{pmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Ecuación 3-6 Matriz D-H del sexto grupo de movimientos*

### 3.4.2 ESTABLECIMIENTO DE LA MATRIZ D-H DEL ROBOT

Para establecer la matriz característica del sistema, se utiliza el principio de premultiplicación matricial, visto en el capítulo 2:

$$T = {}^0A_6 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6$$

Partiendo de esta premisa y con la ayuda de Matlab®: se obtiene:



## SISTEMAS 0 AL 2

```

>> A01=[s1 0 -c1 0; -c1 0 -s1 0; 0 1 0 d1; 0 0 0 1]

A01 =

[ s1, 0, -c1, 0]
[ -c1, 0, -s1, 0]
[ 0, 1, 0, d1]
[ 0, 0, 0, 1]

>> A12=[-c2 -s2 0 -a2*c2; -s2 c2 0 -a2*s2; 0 0 -1 d2; 0 0 0 1]

A12 =

[ -c2, -s2, 0, -a2*c2]
[ -s2, c2, 0, -a2*s2]
[ 0, 0, -1, d2]
[ 0, 0, 0, 1]

>> A02=A01*A12

A02 =

[ -c2*s1, -s1*s2, c1, - c1*d2 - a2*c2*s1]
[ c1*c2, c1*s2, s1, a2*c1*c2 - d2*s1]
[ -s2, c2, 0, d1 - a2*s2]
[ 0, 0, 0, 1]

```

Figura 3-16 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-9 en Matlab

## MOVIMIENTO DE SISTEMAS 2 AL 4

```

>> A23=[-s3 0 c3 0; c3 0 s3 0; 0 1 0 d3; 0 0 0 1]

A23 =

[ -s3, 0, c3, 0]
[ c3, 0, s3, 0]
[ 0, 1, 0, d3]
[ 0, 0, 0, 1]

>> A34=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 d4; 0 0 0 1]

A34 =

[ 1, 0, 0, 0]
[ 0, 1, 0, 0]
[ 0, 0, 1, d4]
[ 0, 0, 0, 1]

>> A24=A23*A34

A24 =

[ -s3, 0, c3, c3*d4]
[ c3, 0, s3, d4*s3]
[ 0, 1, 0, d3]
[ 0, 0, 0, 1]

```

Figura 3-17 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-10

### MOVIMIENTO DE SISTEMAS 4 AL 6

```

>> A45=[1 0 -1 0; 0 0 1 0; 0 -1 0 d5; 0 0 0 1]

A45 =

[ 1, 0, -1, 0]
[ 0, 0, 1, 0]
[ 0, -1, 0, d5]
[ 0, 0, 0, 1]

>> A46=A45*A56

>> A56=[c5 0 s5 0; s5 0 -c5 0; 0 1 0 0; 0 0 0 1]

A56 =

[ c5, 0, s5, 0]
[ s5, 0, -c5, 0]
[ 0, 1, 0, 0]
[ 0, 0, 0, 1]

A46 =

[ c5, -1, s5, 0]
[ 0, 1, 0, 0]
[ -s5, 0, c5, d5]
[ 0, 0, 0, 1]

```

Figura 3-18 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-11

Continuando con el proceso se realiza las multiplicaciones,  ${}^0A_2$ ,  ${}^2A_4$  y  ${}^0A_6$ .

### MOVIMIENTO DE SISTEMAS 0 AL 4

```

>> A04=A02*A24

A04 =

[ c2*s1*s3 - c3*s1*s2, c1, - c2*c3*s1 - s1*s2*s3, c1*d3 - c1*d2 - a2*c2*s1 - d4*s1*s2*s3 - c2*c3*d4*s1]
[ c1*c3*s2 - c1*c2*s3, s1, c1*c2*c3 + c1*s2*s3, d3*s1 - d2*s1 + a2*c1*c2 + c1*d4*s2*s3 + c1*c2*c3*d4]
[ c2*c3 + s2*s3, 0, c2*s3 - c3*s2, d1 - a2*s2 + c2*d4*s3 - c3*d4*s2]
[ 0, 0, 0, 1]

```

Figura 3-19 Comprobación del Producto matricial de la ecuación 4-12

### MOVIMIENTO DE SISTEMAS 0 AL 6

$$T = {}^0A_6 =$$

$$\begin{pmatrix}
 s_1s_2s_3s_5 - c_3c_5s_1s_2 + c_2c_5s_1s_3 + c_2c_3s_1s_5 & c_3s_1s_2 - c_2s_1s_3 + c_1 & -c_5(c_2c_3s_1 + s_1s_2s_3) + s_5(c_2s_1s_3 - c_3s_1s_2) \\
 -s_5(c_1s_2s_3 + c_1c_2c_3) + c_5(c_1c_3s_2 - c_1c_2s_3) & s_1 - c_1c_3s_2 + c_1c_2s_3 & c_5(c_1s_2s_3 + c_1c_2c_3) + s_5(c_1c_3s_2 - c_1c_2s_3) \\
 c_5(s_2s_3 + c_2c_3) - s_5(c_2s_3 - c_3s_2) & -s_2s_3 - c_2c_3 & s_5(s_2s_3 + c_2c_3) + c_5(c_2s_3 - c_3s_2) \\
 0 & 0 & 0 \\
 -d_5(c_2c_3s_1 + s_1s_2s_3) - c_2c_3d_4s_1 - d_4s_1s_2s_3 - a_2c_2s_1 + c_1d_3 - c_1d_2 & & \\
 d_5(c_1s_2s_3 + c_1c_2c_3) + c_1c_2c_3d_4 + c_1d_4s_2s_3 + a_2c_1c_2 + d_3s_1 - d_2s_1 & & \\
 d_5(c_2s_3 - c_3s_2) + c_2d_4s_3 - c_3d_4s_2 - a_2s_2 + d_1 & & \\
 & & 1
 \end{pmatrix}$$

Ecuación 3-7 Matriz de Transformación de coordenadas D-H para los sistemas 0 al 6

Debido a que la expresión obtenida es muy larga, se procede a simplificarla mediante el uso de identidades trigonométricas, lo que nos permite obtener:

$$\begin{pmatrix} s_1 s_{5+2-3} & -s_1 s_{2-3} + c_1 & -s_1 c_{5+2-3} & s_1 (-(d_4+d_5)c_{3-2}+a_2 c_2) + c_1 (d_3-d_2) \\ -c_1 s_{5+2-3} & -c_1 s_{2+3} + s_1 & -c_5 s_1 c_{3-2} + c_1 s_5 s_{2-3} & c_1 ((d_4+d_5)c_{3-2}+a_2 c_2) + s_1 (d_3-d_2) \\ c_{5+2-3} & -c_{3-2} & c_{5+2-3} & (d_4+d_5)s_{3-2} - a_2 s_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Ecuación 3-8 Matriz de Transformación del Robot Manipulador, Simplificada*

### 3.4.3 ECUACIONES DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

#### 3.4.3.1 POSICIÓN

Una de las premisas establecidas para el análisis de las matrices de transformación de coordenadas es el hecho de sub-dividirla en varias sub-matriz y sus respectivos términos que permiten obtener la relación entre el sistema fijo del robot y la posición final del robot. Por lo tanto, se sabe que los términos 41, 42, 43 de la matriz  ${}^0A_6$  son respectivamente las coordenadas x, y, z del sistema. Por lo que se tiene las siguientes expresiones:

$$X = \text{sen}(\theta_1) (-(d_4+d_5) * \cos(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \cos(\theta_2)) + \cos(\theta_1) (d_3-d_2) \quad (3.9)$$

$$Y = \cos(\theta_1) ((d_4+d_5) * \cos(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \cos(\theta_2)) + \text{sen}(\theta_1) (d_3-d_2) \quad (3.10)$$

$$Z = (d_4+d_5) * \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \text{sen}(\theta_2) + d_1 \quad (3.11)$$

#### 3.4.3.2 VELOCIDAD

Partiendo de las ecuaciones de posición, se procede a derivarlas para cada una de sus diferentes variables:

Ecuación de velocidad en X:

Para este punto, se utiliza las ecuaciones de posición de coordenada

$$X = \text{sen}(\theta_1) (-(d_4+d_5) * \cos(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \cos(\theta_2)) + \cos(\theta_1) (d_3-d_2)$$

$\theta_1$

$$\frac{dx}{d\theta_1} = a_2 \cos(\theta_1) * \omega_1 \cos(\theta_2) - (d_4+d_5) * \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) * \omega_1 - \text{sen}(\theta_1) * \omega_1 (d_3 - d_2) \quad (3.12)$$

$\theta_2$

$$\frac{dx}{d\theta_2} = -a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) * \omega_2 + (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_2 \quad (3.13)$$

$\theta_3$ 

$$\frac{dx}{d\theta_3} = (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_3 \quad (3.14)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta_1} + \frac{dx}{d\theta_2} + \frac{dx}{d\theta_3} =$$

$$\begin{aligned} Vx = & (a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4+d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1 + \\ & (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_2 + (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \\ & \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_3 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ecuación de velocidad en Y:

De igual manera que en la coordenada x, se utiliza la ecuación de posición.

$$Y = \cos(\theta_1) ((d_4+d_5) * \cos(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \cos(\theta_2)) + \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

 $\theta_1$ 

$$\frac{dy}{d\theta_1} = -a_2 \text{sen}(\theta_1) * \omega_1 \cos(\theta_2) + (d_4+d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_1 + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2) * \omega_1 \quad (3.16)$$

 $\theta_2$ 

$$\frac{dy}{d\theta_2} = -a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) * \omega_2 - (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) * \omega_2 \quad (3.17)$$

 $\theta_3$ 

$$\frac{dy}{d\theta_3} = -(d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) * \omega_3 \quad (3.18)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta_1} + \frac{dy}{d\theta_2} + \frac{dy}{d\theta_3} =$$

$$\begin{aligned} Vy = & (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4+d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1 + \\ & (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2 + (-(d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \\ & \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_3 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ecuación de velocidad en Z:

De igual manera que en la coordenada x e y, se utiliza la ecuación de posición.

$$Z = (d_4+d_5) * \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \text{sen}(\theta_2) + d_1$$

$\theta_2$

$$\frac{dz}{d\theta_2} = (d_4 + d_5) * -\cos(\theta_3 - \theta_2) * \omega_2 - a_2 \cos(\theta_2) * \omega_2 \quad (3.20)$$

$\theta_3$

$$\frac{dz}{d\theta_3} = (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) * \omega_3 \quad (3.21)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{d\theta_2} + \frac{dz}{d\theta_3} =$$

$$V_z = -(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \cos(\theta_2)) * \omega_2 + ((d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_3 \quad (3.22)$$

### Arreglo matricial

Para la presentación formal de estas ecuaciones, es recomendable hacer un arreglo matricial, este arreglo se muestra a continuación en la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} R11 & R12 & R13 \\ R21 & R22 & R23 \\ R31 & R32 & R33 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

Donde:

$$R11: a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

$$R12: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$R13: (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$R21: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

$$R22: -a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)$$

$$R23: -(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)$$

$$R31: 0$$

$$R32: -(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \cos(\theta_2)$$

$$R33: (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

### 3.4.3.3 ACELERACIÓN

Del mismo modo, partiendo de las ecuaciones de velocidad obtenidas en el punto anterior, y derivándolas para cada una de sus variables articulares, se puede obtener la expresión correspondiente a la aceleración.

Ecuación de aceleración en X:

$$Vx = (a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1 + (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_2 + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_3 \quad (3.23)$$

$$\frac{dVx}{d\theta_1} = (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1^2 + (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_1 \omega_2 + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) * \omega_1 \omega_3 \quad (3.24)$$

$$\frac{dVx}{d\theta_2} = (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_1 \omega_2 + (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_2^2 - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_2 \omega_3 \quad (3.25)$$

$$\frac{dVx}{d\theta_3} = ((d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_1 \omega_3 + ((d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_2 \omega_3 + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_3^2 \quad (3.26)$$

$$\frac{dVx}{d\omega_1} = (a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \alpha_1 \quad (3.27)$$

$$\frac{dVx}{d\omega_2} = (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \alpha_2 \quad (3.28)$$

$$\frac{dVx}{d\omega_3} = (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \alpha_3 \quad (3.29)$$

$$\frac{dVx}{dt} = \frac{dVx}{d\theta_1} + \frac{dVx}{d\theta_2} + \frac{dVx}{d\theta_3} + \frac{dVx}{d\omega_1} + \frac{dVx}{d\omega_2} + \frac{dVx}{d\omega_3}$$

$$\begin{aligned} a_x = & (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1^2 \\ & + (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_2^2 \\ & + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \omega_3^2 \\ & + (a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \alpha_1 \\ & + (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \alpha_2 \\ & + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) * \alpha_3 \end{aligned}$$

(3-30)

Ecuación de aceleración en Y:

$$V_y = (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1 + (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2 + (-(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_3 \quad (3.31)$$

$$\frac{dV_y}{d\theta_1} = (-a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1^2 + (a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_1 \omega_2 + ((d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_1 \omega_3 \quad (3.32)$$

$$\frac{dV_y}{d\theta_2} = (a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_1 \omega_2 + (-a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2^2 + ((d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2 \omega_3 \quad (3.33)$$

$$\frac{dV_y}{d\theta_3} = (-(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)) * \omega_1 \omega_3 + (-(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2 \omega_3 + (-(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_3^2 \quad (3.34)$$

$$\frac{dV_y}{d\omega_1} = (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \alpha_1 \quad (3.35)$$

$$\frac{dV_y}{d\omega_2} = (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \alpha_2 \quad (3.36)$$

$$\frac{dV_y}{d\omega_3} = (-(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \alpha_3 \quad (3.37)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{dV_y}{d\theta_1} + \frac{dV_y}{d\theta_2} + \frac{dV_y}{d\theta_3} + \frac{dV_y}{d\omega_1} + \frac{dV_y}{d\omega_2} + \frac{dV_y}{d\omega_3}$$

$$\begin{aligned} a_y = & (-a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \omega_1^2 \\ & + (-a_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_2^2 \\ & + (-(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \omega_3^2 \\ & + (-a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)) * \alpha_1 \\ & + (-a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \alpha_2 \\ & + (-(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)) * \alpha_3 \end{aligned} \quad (3-38)$$

Ecuación de aceleración en Z:

$$V_z = (-(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \cos(\theta_2)) * \omega_2 + ((d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_3 \quad (3.39)$$

$$\frac{dV_z}{d\theta_2} = ((d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \text{sen}(\theta_2)) * \omega_2^2 + (-(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_2 \omega_3 \quad (3.40)$$

$$\frac{dV_z}{d\theta_3} = ((d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_2 \omega_3 + (-(d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_3^2 \quad (3.41)$$

$$\frac{dV_z}{d\omega_2} = (-(d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \text{cos}(\theta_2)) * \alpha_2 \quad (3.42)$$

$$\frac{dV_z}{d\omega_3} = ((d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2)) * \alpha_3 \quad (3.43)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{dV_z}{d\theta_2} + \frac{dV_z}{d\theta_3} + \frac{dV_z}{d\omega_2} + \frac{dV_z}{d\omega_3}$$

$$\begin{aligned} \alpha_z = & ((d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \text{sen}(\theta_2)) * \omega_2^2 + (-(d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)) * \omega_3^2 + \\ & (-(d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \text{cos}(\theta_2)) * \alpha_2 + ((d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2)) * \alpha_3 \end{aligned} \quad (3.44)$$

### Arreglo matricial

De la misma manera que el apartado de velocidades, se puede acomodar las ecuaciones en un formato matricial para una mejor presentación, para esto se tiene la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} R11 & R12 & R13 \\ R21 & R22 & R23 \\ R31 & R32 & R33 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I11 & I12 & I13 \\ I21 & I22 & I23 \\ I31 & I32 & I33 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

Donde:

$$R11: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{cos}(\theta_2) + (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

$$R12: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{cos}(\theta_2) - (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$R13: (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$R21: -a_2 \text{cos}(\theta_1) \text{cos}(\theta_2) + (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{cos}(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

$$R22: -a_2 \text{cos}(\theta_1) \text{cos}(\theta_2) + (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{cos}(\theta_1)$$

$$R23: -(d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{cos}(\theta_1)$$

$$R31: 0$$

$$R32: (d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) + a_2 \text{sen}(\theta_2)$$

$$R33: -(d_4+d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)$$

$$I11: a_2 \text{cos}(\theta_1) \text{cos}(\theta_2) - (d_4+d_5) \text{cos}(\theta_3 - \theta_2) \text{cos}(\theta_1) - \text{sen}(\theta_1)(d_3 - d_2)$$



$$I12: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$I12: (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1)$$

$$I21: -a_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) + (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) \text{sen}(\theta_1) + \cos(\theta_1)(d_3 - d_2)$$

$$I22: -a_2 \cos(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) - (d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)$$

$$I23: -(d_4 + d_5) \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_1)$$

$$I31: 0$$

$$I32: -(d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2) - a_2 \cos(\theta_2)$$

$$I33: (d_4 + d_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

Se puede apreciar en la ecuación matricial que cumple los parámetros dinámicos de la ecuación de aceleración para un cuerpo en movimiento (Juntas rotacionales), el cual es una función de su aceleración normal y tangencial:

$$a = aT + aN \quad (3.45)$$

$$aT = I \cdot \alpha \quad (3.46)$$

$$aN = R * \omega^2 \quad (3.47)$$

Por lo tanto se obtiene:

$$a = I \cdot \alpha + R * \omega^2 \quad (3.48)$$

## CAPÍTULO IV

### 4. DISEÑO DEL SISTEMA

#### 4.1 INTRODUCCIÓN

Para el desarrollo de este apartado, se procede de acuerdo a los parámetros establecidos para realizar un diseño basado en una estructura modular del sistema y de esta manera, concebir el sistema deseado.

#### 4.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En la actualidad, prototipar sistemas se ha convertido en un método de diseño y validación muy utilizado alrededor del mundo, debido a que existen nuevos métodos de prototipado que se pueden implementar en la industria para desarrollar de una forma más rápida y precisa los prototipos, lo que ayudaría mucho a las empresas ahorrando recursos y tiempo en la creación de nuevos productos.

Actualmente en el Ecuador, se ha comenzado un proceso de cambio en la matriz productiva, lo que implica avances en el campo científico y tecnológico, el cual se encuentra migrando hacia la automatización de los procesos de producción más eficientes y eficaces que los métodos convencionales.

Otra forma eficiente de mejorar la calidad y productividad de la planta, es mediante la automatización de los procesos parametrizables y que en ciertos casos podrían fallar por error humano debido a factores psicológicos o simplemente por fatiga.

El sistema presentado en este proyecto, se puede aplicar a procesos automatizados de soldadura por arco, oxicorte u otros procesos como pintura o ensamblaje de partes. El presente trabajo buscará obtener un diseño conveniente para los usuarios finales.

## 4.3 REQUERIMIENTOS DEL ROBOT

### 4.3.1 VOZ DEL USUARIO

Los requerimientos del sistema se pueden obtener por medio de benchmarking, o a través de investigar cuales son los requerimientos que desea el usuario para su robot, por lo que en la siguiente tabla se puede observar el desarrollo de la voz del usuario y las posibles alternativas para desarrollar el sistema.

*Tabla 4-1 Voz del usuario.*

<b>Voz del Usuario</b>	<b>Requerimiento</b>	<b>Meta</b>	<b>Planeación</b>
<b>Que sea fácil de manejar</b>	Interfaz	Facilidad de mover el robot	Establecer condiciones de trabajo ergonómicas de trabajo
<b>Que haya repuestos</b>	Materiales y elementos de construcción estándar	Uso de elementos normalizados	Escoger elementos normalizados para el diseño de elementos
<b>Que esté listo para trabajar</b>	Infraestructura de funcionamiento	Sistema robusto y sin necesidad de modificaciones	Sistema pre-calibrado
<b>Que no sea costoso</b>	Relativo bajo Costo	Costo menor a 15000 USD	Selección de alternativas de menor costo
<b>Que tenga un buen balance y peso</b>	Dimensiones y material	Configuración adaptable por rotaciones	Adaptar las variables en función de los requerimientos del usuario
<b>Que sea fácil dar mantenimiento</b>	Mantenibilidad	Facilitar guía de mantenimiento	Diseñar considerando el mantenimiento del sistema.
<b>Que se pueda adaptar a varios procesos</b>	Efecto Final	Efecto final con junta universal para adaptación	Diseñar el efecto final para adaptar otros sistemas

### 4.3.2 ESPECIFICACIONES TÉCNICAS

Una vez establecidos los requerimientos del usuario final, se obtienen las especificaciones técnicas del sistema.

Tabla 4-2 Especificaciones técnicas

Empresa: EPN		Productos: Robot Articular 6 GDL		Fecha inicial: 01/02/2016 Última revisión: Página 1/1
Especificaciones				
Concepto	Fecha	Propone	R/D	Descripción
Función	10/02/2016	C	R	Control de movimientos con precisión
		C+I	D	Rigidez de elementos
		I	R	Seguridad de elementos electrónicos
Dimensión	10/02/2016	C+I	D	Levantar peso de por lo menos 500 gr
Movimientos	10/02/2016	C+I	R	Desplazamiento angular
Materiales	10/02/2016	C	D	Polímero o de resistencia superior
Señales y control	10/02/2016	I	D	Control con señales analógicas o de 5V
		C+I	D	Sensores de posición.
		C+I	D	Sensores de Malfuncionamiento
Transporte	10/02/2016	C	D	Base adaptable
Vida útil	10/02/2016	C+I	R	En operación: 2 años
Costos y plazos	10/02/2016	C+I	R	Presupuesto: menor a los \$15000
		C+I	R	Plazo de 6 meses

### 4.4 CASA DE LA CALIDAD

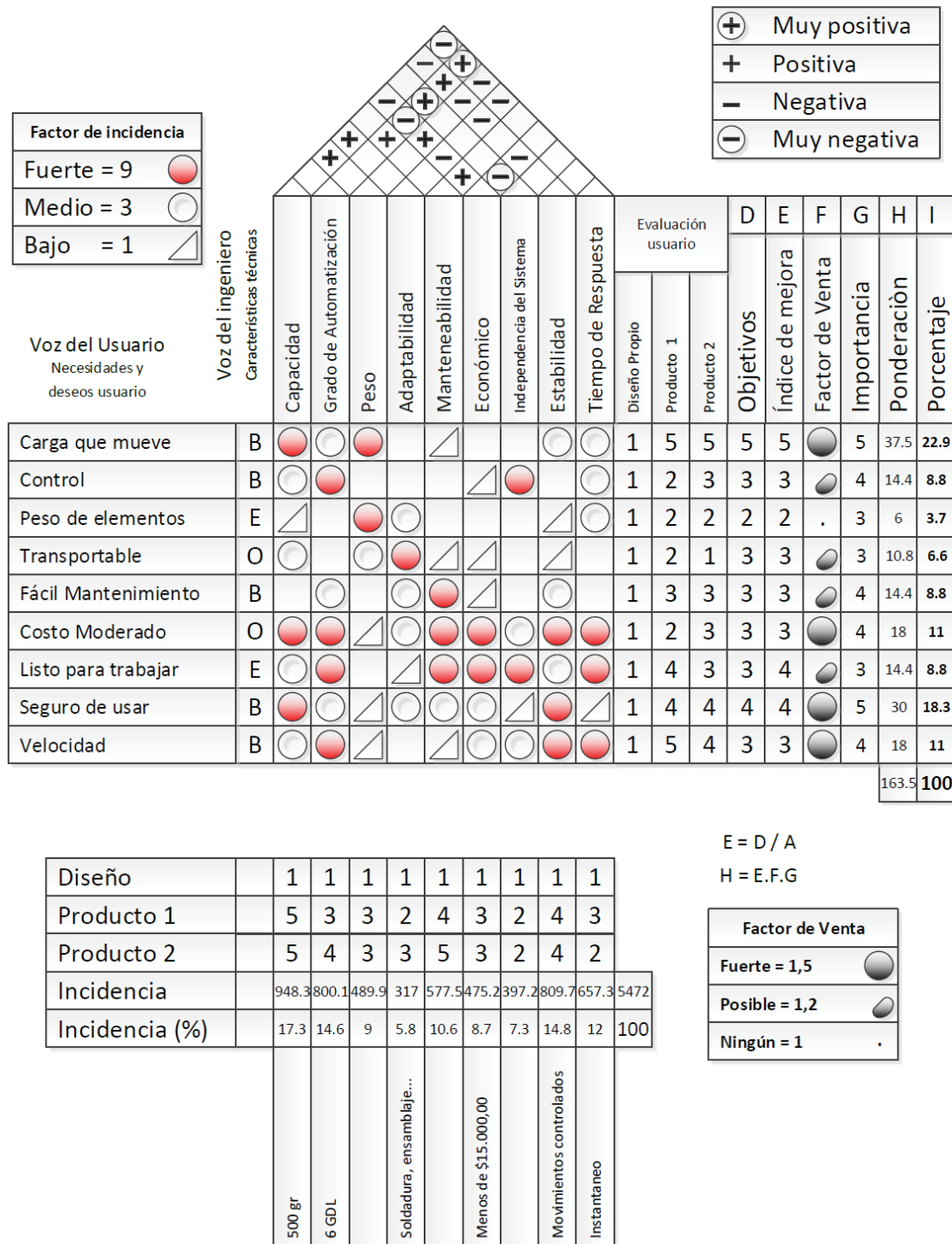


Figura 4-1 Casa de la calidad

De este análisis se obtuvieron los siguientes resultados:

- Elementos de mayor relevancia para los usuarios
  - Capacidad
  - Seguridad
  - Costo
  - Velocidad de trabajo
- Elementos de mayor relevancia para el diseño:
  - Capacidad de carga
  - Seis Grados de libertad
  - Estabilidad
  - Mantenibilidad

## **4.5 DESCOMPOSICIÓN FUNCIONAL**

Una vez esclarecidos los requerimientos de diseño para el sistema y las respectivas especificaciones técnicas, el siguiente paso consiste en dividir al robot en sub sistemas de tal manera que sea más efectiva la selección de soluciones para estos.

La descomposición modular colabora a que estos sistemas estén correctamente distribuidos y permite agrupar los sistemas por afinidad y funcionamiento, lo que permite encontrar una opción viable para conjuntos de procesos en el sistema a diseñar.

Utilizando los criterios de diseño establecido por Carlos Riba (Riba et Al, 2002), para la formulación de la estructura modular del sistema. Es importante demarcar que ciertos sistemas, dada su aparente sencillez, es necesario solamente dividir las tareas que realiza el sistema en un nivel básico y uno de las principales funciones.

### **4.5.1 NIVEL 0**

Los requerimientos del sistema para este nivel se basan en la función más básica que debe cumplir el diseño buscado. Esto se puede apreciar en la figura 4-1:



Figura 4-2 Nivel cero del robot

#### 4.5.2 NIVEL 1

Este nivel presentará un desarrollo más elaborado para cumplir la función principal del sistema de mover el robot articular, esta se puede apreciar en la figura 4-2:

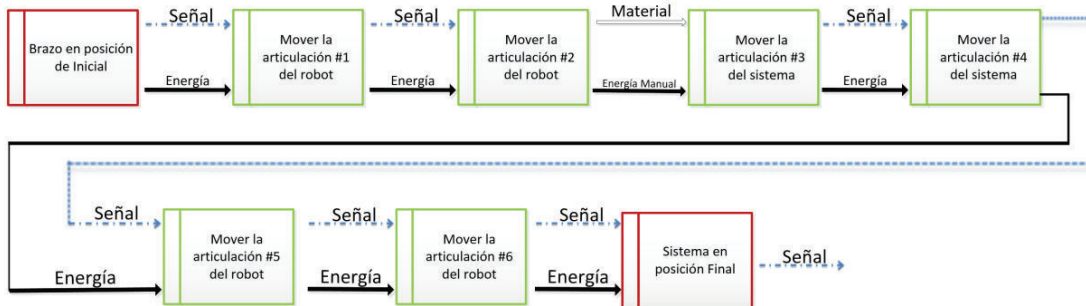


Figura 4-3 Nivel 1 del robot

## 4.6 SOLUCIONES DE LOS MÓDULOS

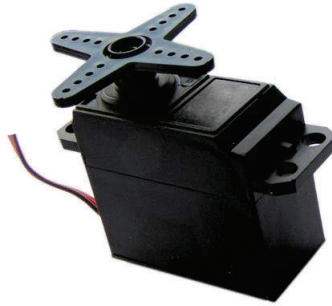
A partir del apartado 4.5.2, se puede inferir que los módulos dependerán de la articulación que se vaya a mover y estos están ligados directamente al eslabón al que representan en el diagrama de bloques de la Figura 3-6.

### 4.6.1 ALTERNATIVAS MODULO 1: ARTICULACIONES

Debido a que todas las articulaciones del sistema son de revolución, se puede estandarizar una solución aplicable a los criterios de diseño del sistema y que satisfagan las necesidades de los usuarios, para este módulo se tienen las siguientes alternativas:

➤ Solución 1: Servomotor

Este tipo de configuración permite obtener un sistema sencillo, con sencillos procesos de mecanizado para su obtención.




---

### VENTAJAS

Gran torque  
Control de posición preciso  
Bajo consumo de energía

### DESVENTAJAS

Requiere sistema de control  
Espacio físico ocupado

➤ Solución 2: Motor a pasos

Este sistema de caras paralelas y superficie circular, con buena fijación y adaptabilidad.




---

### VENTAJAS

Control de Velocidad  
Movimientos Precisos  
Tamaño reducido

### DESVENTAJAS

Requiere de Programación  
No soporta grandes cargas

#### 4.6.2 ALTERNATIVAS MODULO 2: BASE

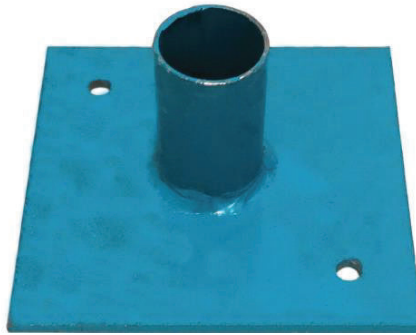
Este módulo requiere que esté fijo al piso y que proporcione una base al sistema para que de esta se sostengan los demás elementos al momento de realizar sus movimientos. Las alternativas para este módulo son:



## BASE

### ➤ Solución 1: Base Cuadrada

Este tipo de configuración permite obtener un sistema sencillo, con sencillos procesos de mecanizado para su obtención.



#### VENTAJAS

Fácil de construir  
Gran área base

#### DESVENTAJAS

Requiere de soldadura  
El eslabon y base son uno solo  
Difícil acoplamiento del actuador

### ➤ Solución 2: Base Circular

Este sistema de caras paralelas y superficie circular, con buena fijación y adaptabilidad.



#### VENTAJAS

Versatilidad  
Más fácil de anclar  
Acoplamiento del actuador

#### DESVENTAJAS

Mecanizado  
Para el eslabón requiere de otro elemento

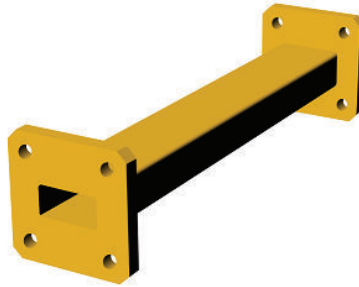
## 4.6.3 ALTERNATIVAS MODULO 3: ESLABONES

Este módulo involucra a la parte tangible del sistema, que permite trabajar con una configuración geométrica determinada.

## ESLABON

### ➤ Solución 1: Eje cuadrado

Este elemento requiere de cambios de sección y de forma,



#### **VENTAJAS**

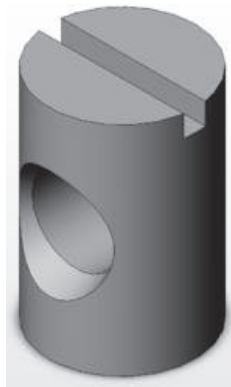
Sin elementos de acople  
Rigidez

#### **DESVENTAJAS**

Difícil construcción  
Concentradores de esfuerzos

### ➤ Solución 2: Eje cilíndrico

Este tipo de configuración permite obtener un sistema sencillo, con sencillos procesos



#### **VENTAJAS**

Sencillez de construcción  
Normalizados  
Homogeneidad geométrica

#### **DESVENTAJAS**



Operaciones extras de ensamble

## 4.7 PONDERACIÓN DE ALTERNATIVAS

Utilizando el método de matrices de ponderación, se procede a seleccionar la alternativa con mayor posibilidad de adaptarse a los requerimientos establecidos para el robot.

### 4.7.1 ALTERNATIVAS MÓDULO 1

Tabla 4-3 Soluciones del módulo 1

FUNCIÓN	COMPONENTES	
MOVER ARTICULACIONES		

Para la función del módulo uno se tiene las siguientes alternativas:

1. Servomotores
2. Motores paso a paso

#### 4.7.1.1 EVALUACIÓN Y SELECCIÓN DE LA SOLUCIÓN

Los criterios obtenidos a partir de la casa de la calidad para el diseño son:

- Capacidad de carga
- Seis Grados de libertad
- Estabilidad
- Mantenibilidad

Tabla 4-4 Evaluación de criterios en el módulo 1

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Capacidad		0,5	0	0,5	2	0.20
GDL	0,5		1	0,5	3	0.30
Estabilidad	1	0		0	2	0.20
Mantenibilidad	0,5	0,5	1		3	0.30
				<b>suma</b>	10,5	1

**GDL = Mantenibilidad > Capacidad = Estabilidad**

#### 4.7.1.2 EVALUACIÓN DE LA SOLUCIÓN RESPECTO A CADA CRITERIO

Tabla 4-5 Evaluación de Soluciones para la Capacidad

Velocidad	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.75	1.75	0.58
SOL. 2	0.25		1.25	0.42
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 1 > SOLUCIÓN 2

Tabla 4-6 Evaluación de Soluciones para GDL

Costo	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

Tabla 4-7 Evaluación de Soluciones para el Estabilidad

Método	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.75	1.75	0.58
SOL. 2	0.25		1.25	0.42
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 1 > SOLUCIÓN 2

Tabla 4-8 Evaluación de Soluciones para el Mantenibilidad

Material	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

#### 4.7.1.3 SELECCIÓN DE SOLUCIÓN PARA EL MÓDULO 1



Tabla 4-9 Evaluación de soluciones para el módulo 1

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Solución 1	0.58	0.50	0.58	0.50	2.92	0.527
Solución 2	0.42	0.50	0.42	0.50	3.08	0.473
			<b>suma</b>		6	1

En conclusión, basado en la tabla 4-8, la solución más viable y mejor adaptada a los requerimientos del sistema es la **SOLUCIÓN 1**, utilizando servomotores.

### 4.3.1 ALTERNATIVAS MÓDULO 2

Tabla 4-10 Soluciones del módulo 2

FUNCIÓN	COMPONENTES	
BASE DEL ROBOT	 CUADRADA	 CIRCULAR

Para la función del módulo uno se tiene las siguientes alternativas:

1. Base Cuadrada
2. Base Circular

#### 4.7.2.1 EVALUACIÓN Y SELECCIÓN DE LA SOLUCIÓN

Tabla 4-11 Evaluación de criterios en el módulo 2

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Capacidad		0.75	0.5	0,5	2,75	0,28
GDL	0.25		0.5	0,5	2,25	0,23
Estabilidad	0.5	0.5		0.5	2,5	0,25
Mantenibilidad	0,5	0,5	0.5		2,5	0,25
				<b>suma</b>	10	1

Capacidad > Estabilidad = Mantenibilidad > GDL

#### 4.7.2.2 EVALUACIÓN RESPECTO A CADA CRITERIO

Tabla 4-12 Evaluación de Soluciones para la Capacidad

Velocidad	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.25	1.25	0.42
SOL. 2	0.75		1.75	0.58
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 2 > SOLUCIÓN 1

Tabla 4-13 Evaluación de Soluciones para GDL

Costo	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

Tabla 4-14 Evaluación de Soluciones para el Estabilidad

Método	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.25	1.25	0.42
SOL. 2	0.75		1.75	0.58
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 2 > SOLUCIÓN 1

Tabla Evaluación de Soluciones para el Mantenibilidad

Material	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
		<b>suma</b>	3	1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

#### 4.7.2.3 SELECCIÓN DE SOLUCIÓN PARA MÓDULO 2

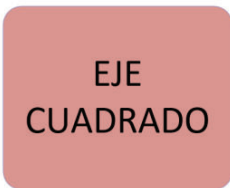

Tabla 4-15 Evaluación de soluciones para el módulo 2

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Solución 1	0.42	0.50	0.42	0.50	2.84	0.473
Solución 2	0.58	0.50	0.58	0.50	3.16	0.527
			<b>suma</b>		6	1

En conclusión, basado en la tabla 4-15, la solución más viable y mejor adaptada a los requerimientos del sistema es la **SOLUCIÓN 2**, utilizando una base circular.

#### 4.7.2.4 ALTERNATIVAS MÓDULO 3

Tabla 4-16 Soluciones del módulo 3

FUNCIÓN	COMPONENTES	
CUERPO RÍGIDO DEL SISTEMA	 <p>EJE CUADRADO</p>	 <p>EJE CILÍNDRICO</p>

Para la función del módulo uno se tiene las siguientes alternativas:

1. Eje cuadrado
2. Eje cilíndrico

#### 4.7.3.1 EVALUACIÓN Y SELECCIÓN DE LA SOLUCIÓN

Tabla 4-17 Evaluación de criterios en el módulo 3

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Capacidad		0.75	0.5	0,5	2,75	0,28
GDL	0.25		0.5	0,5	2,25	0,23
Estabilidad	0.5	0.5		0.72	2,75	0,28
Mantenibilidad	0,5	0,5	0.25		2,25	0,23
				<b>suma</b>	10	1

Capacidad = Estabilidad > GDL = Mantenibilidad

#### 4.7.3.2 EVALUACIÓN RESPECTO A CADA CRITERIO

Tabla 4-18 Evaluación de Soluciones para la Capacidad

Velocidad	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

Tabla 4-19 Evaluación de Soluciones para GDL

Costo	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.25	1.25	0.42
SOL. 2	0.75		1.75	0.58
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

Tabla 4-20 Evaluación de Soluciones para la Estabilidad

Método	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

Tabla 4-21 Evaluación de Soluciones para la Mantenibilidad

Material	SOL. 1	SOL. 2	$\Sigma+1$	Ponderación
SOL. 1		0.5	1.5	0.50
SOL. 2	0.5		1.5	0.50
			<b>suma</b>	3
				1

SOLUCIÓN 1 = SOLUCIÓN 2

### 4.7.3.3 SELECCIÓN DE SOLUCIÓN PARA EL MÓDULO 3

Tabla 4-22 Evaluación de soluciones para el módulo 1

	Capacidad	GDL	Estabilidad	Mantenibilidad	$\Sigma+1$	Ponderación
Solución 1	0.50	0.58	0.50	0.50	2.92	0.487
Solución 2	0.50	0.42	0.50	0.50	3.08	0.13
				<b>suma</b>	6	1

En conclusión, basado en la tabla 4-22, la solución más viable y mejor adaptada a los requerimientos del sistema es la **SOLUCIÓN 2**, utilizando ejes cilíndricos.

### 4.7.4 SOLUCIÓN FINAL

Habiendo sido evaluadas las opciones de cada módulo, se tiene una propuesta con las siguientes características:

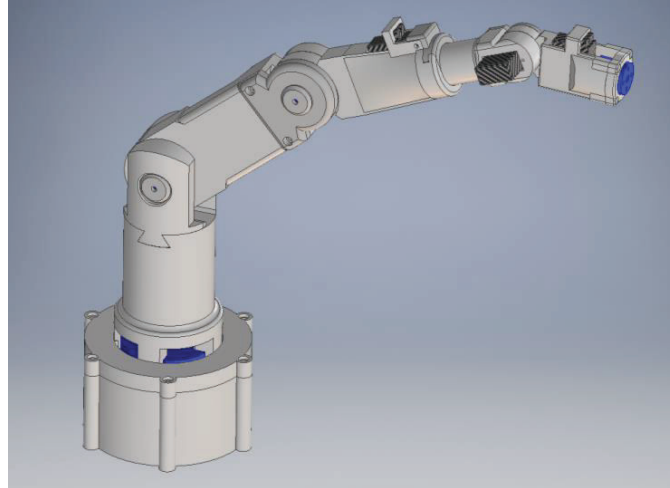
- Eslabones hechos con ejes cilíndricos.
- Base circular.
- Articulaciones movidas por servomotores.

## 4.8 DISEÑO DEL ROBOT

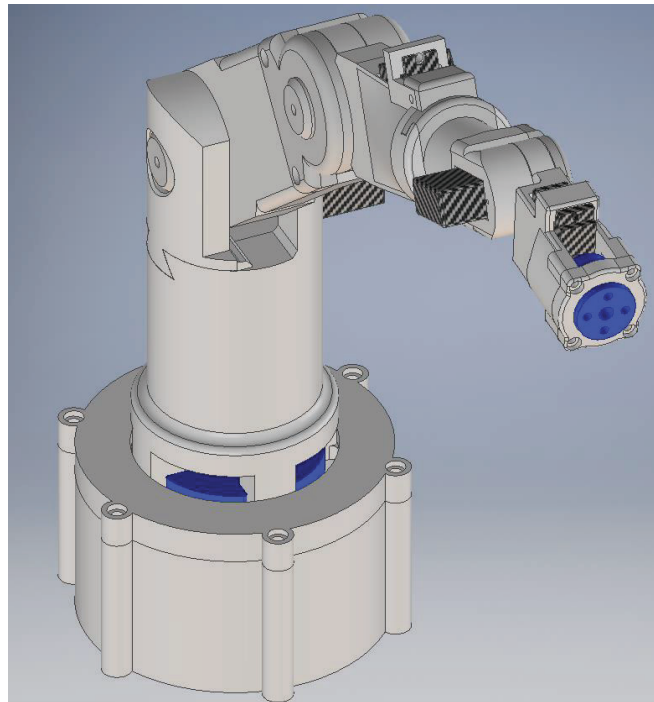
Habiendo establecido las condiciones para el diseño, con la ayuda del software CAD Inventor 2016©, se presenta una propuesta de diseño de los elementos a prototipar.

En la Figura 4-5, 4-4 se puede apreciar la configuración del sistema concebido.





*Figura 4-4 Diseño Conceptual del Robot*



*Figura 4-5 Diseño Conceptual del Robot*

#### **4.8.1 ELEMENTOS DEL DISEÑO**

El sistema diseñado ha sido dividido en varios elementos individuales para su construcción, estos elementos representan cada uno de los eslabones del sistema, en los cuales se ha dejado un espacio para que los servomotores puedan ser colocados, así como también elementos de apoyo para el correcto

funcionamiento del sistema, a continuación se muestran los diferentes elementos diseñados.

Los planos de los elementos diseñados en el presente proyecto, se encuentran en los Anexos.

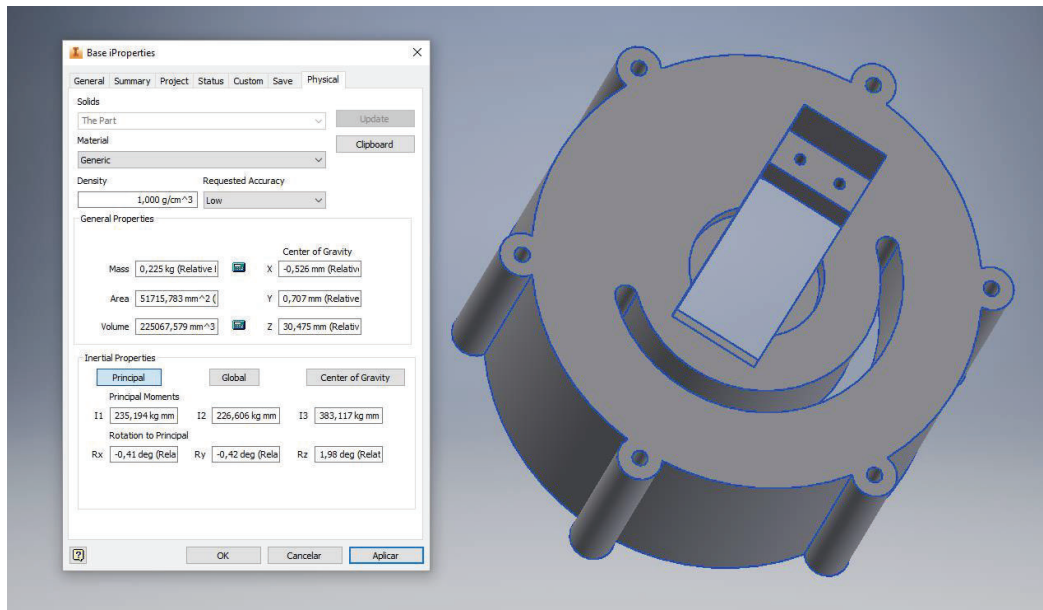


Figura 4-6 Base del Robot (Eslabón 0) y Propiedades

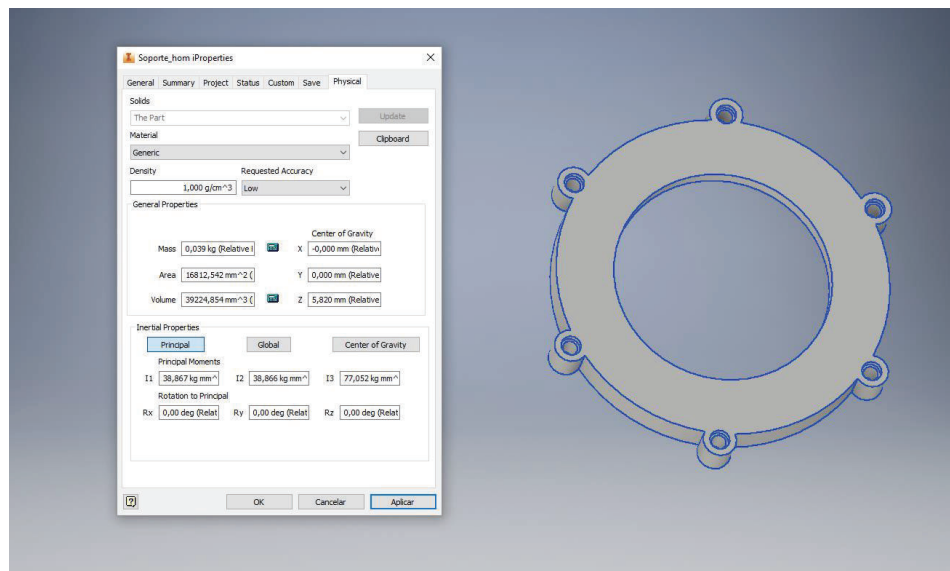


Figura 4-7 Soporte de hombro y Propiedades

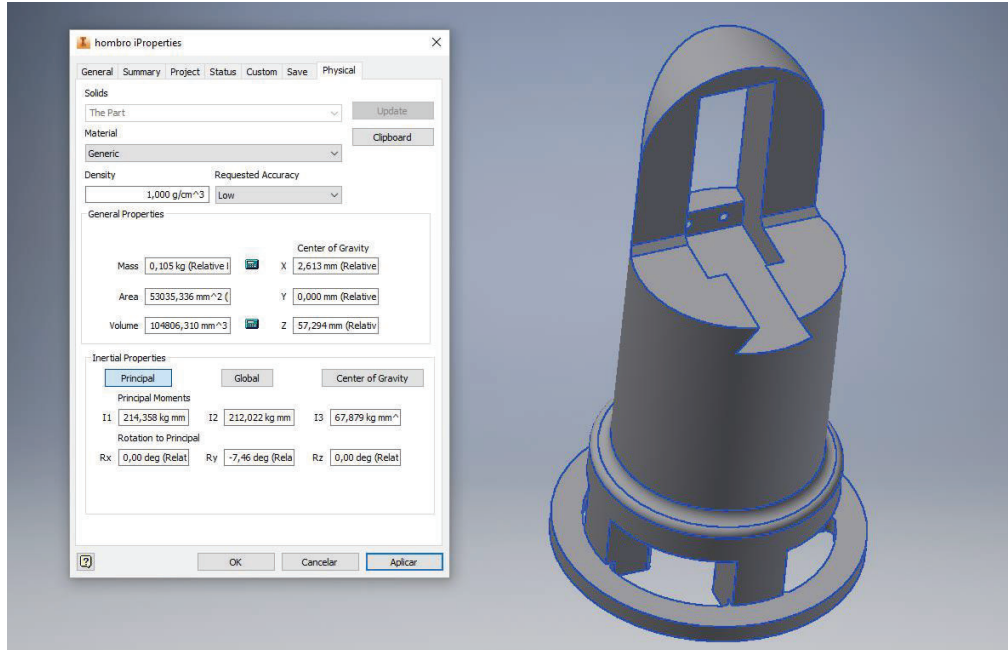


Figura 4-8 Hombro del robot (Eslabón 1) y Propiedades

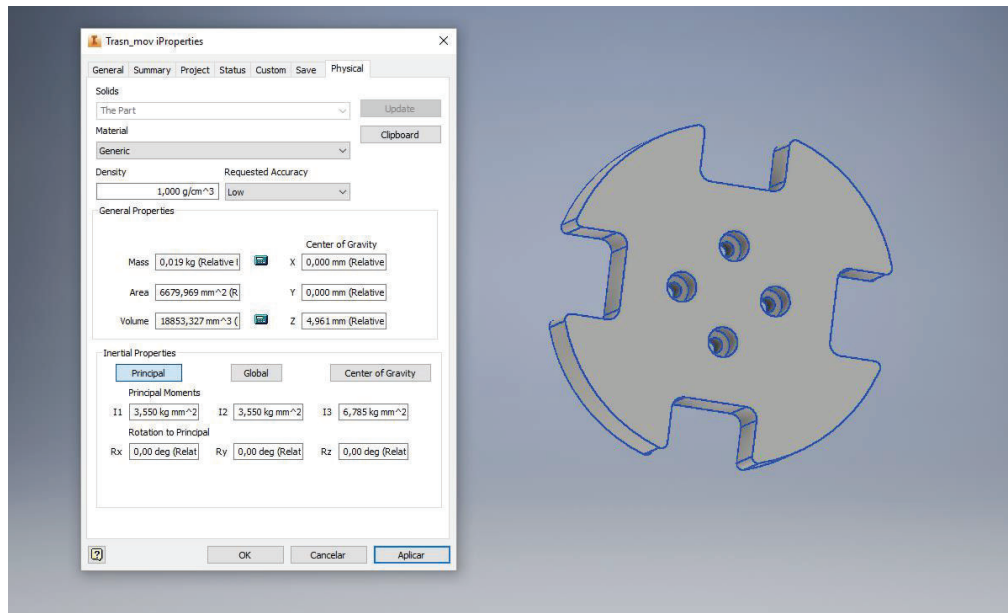


Figura 4-9 Transmisor de Mov. Articulación 1 y Propiedades

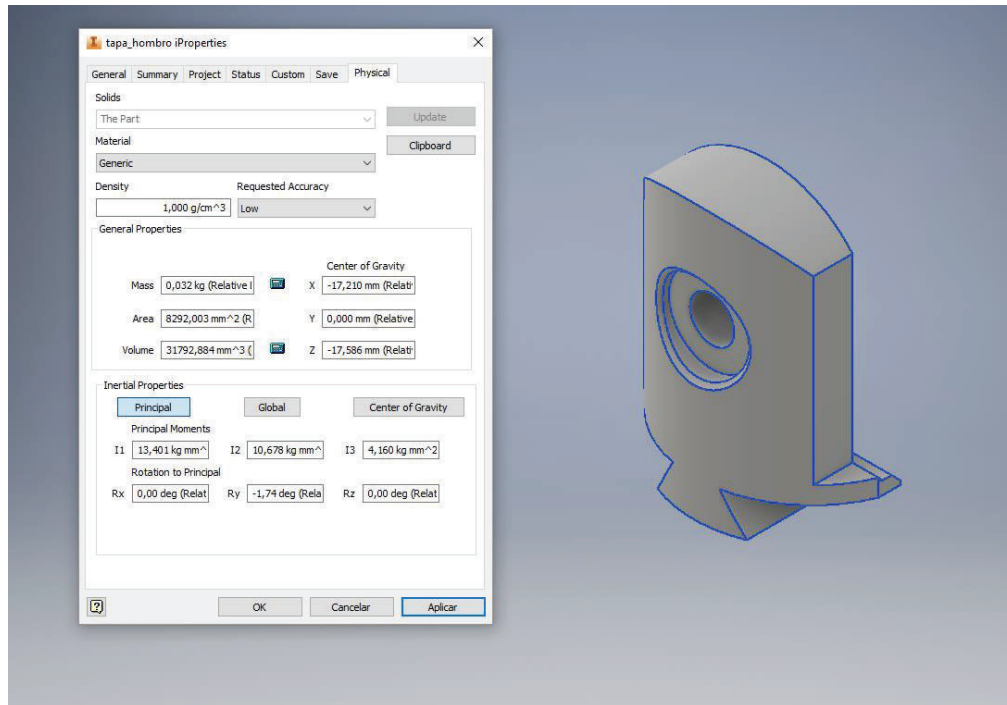


Figura 4-10 Tapa del Hombro del robot y Propiedades

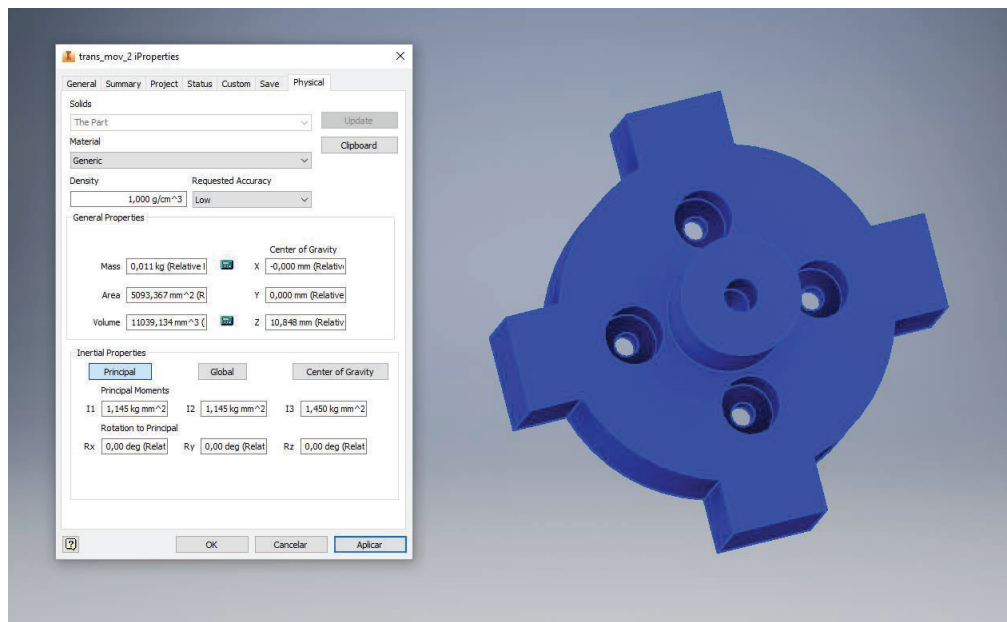


Figura 4-11 Transmisor de Mov. Articulación 2 y Propiedades

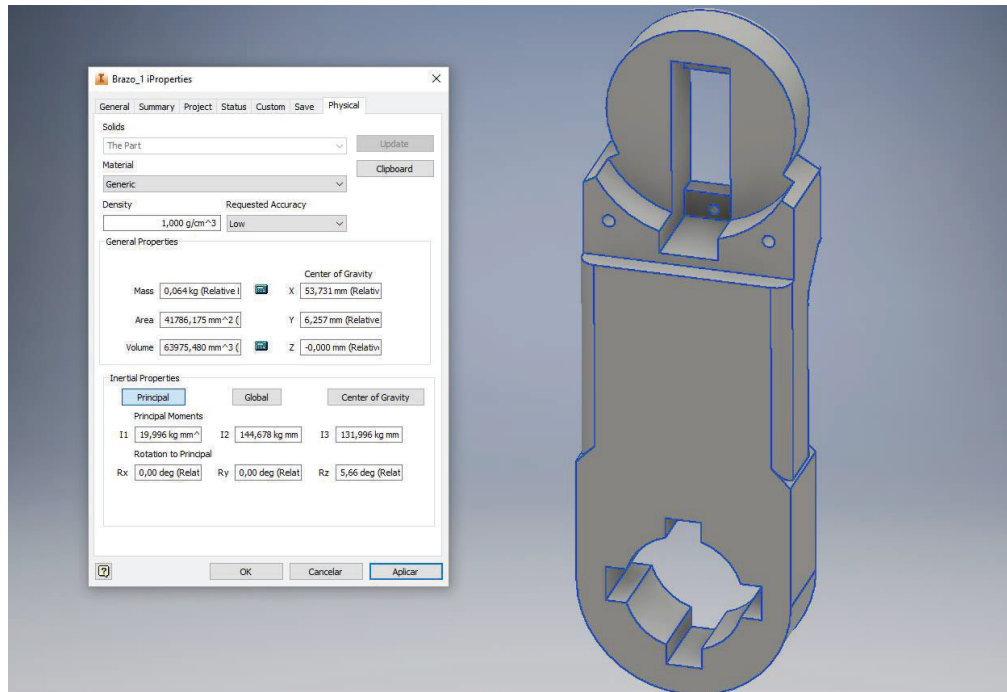


Figura 4-12 Brazo1 (Eslabón 2) y Propiedades

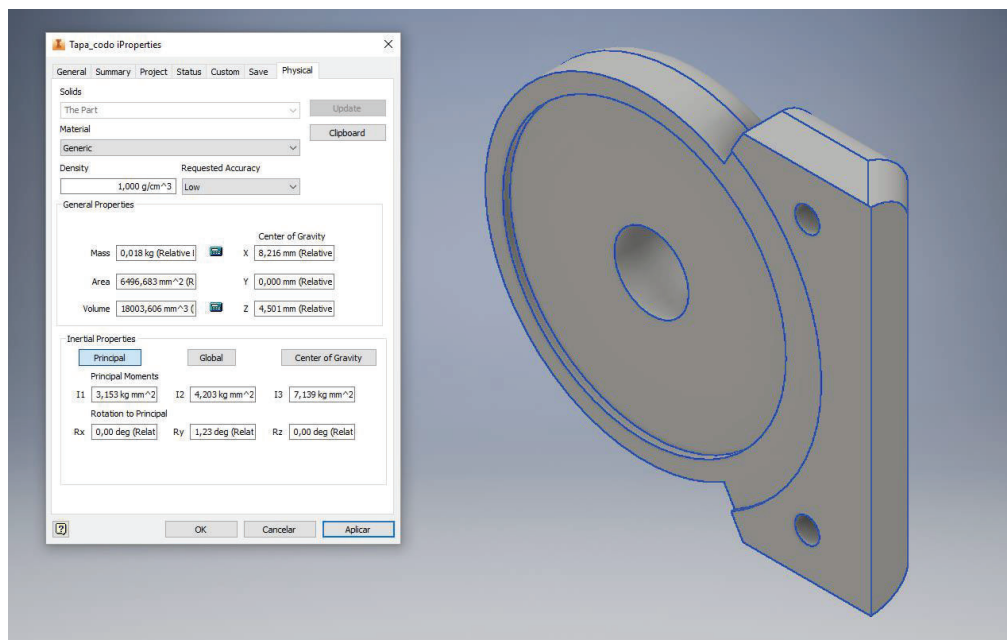


Figura 4-13 Tapa del brazo1 y Propiedades

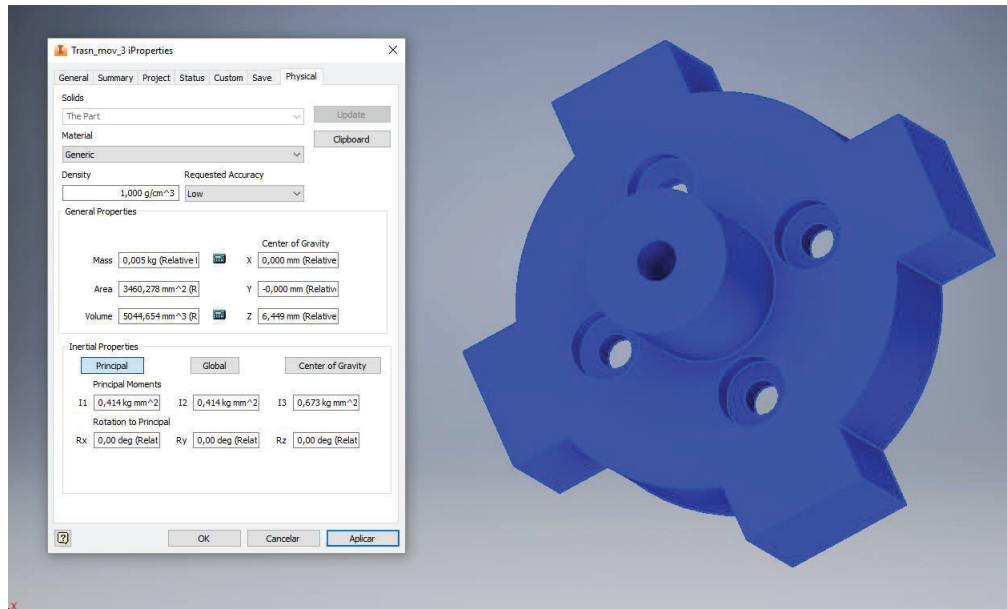


Figura 4-14 Transmisor de Mov. Articulación 3 y Propiedades

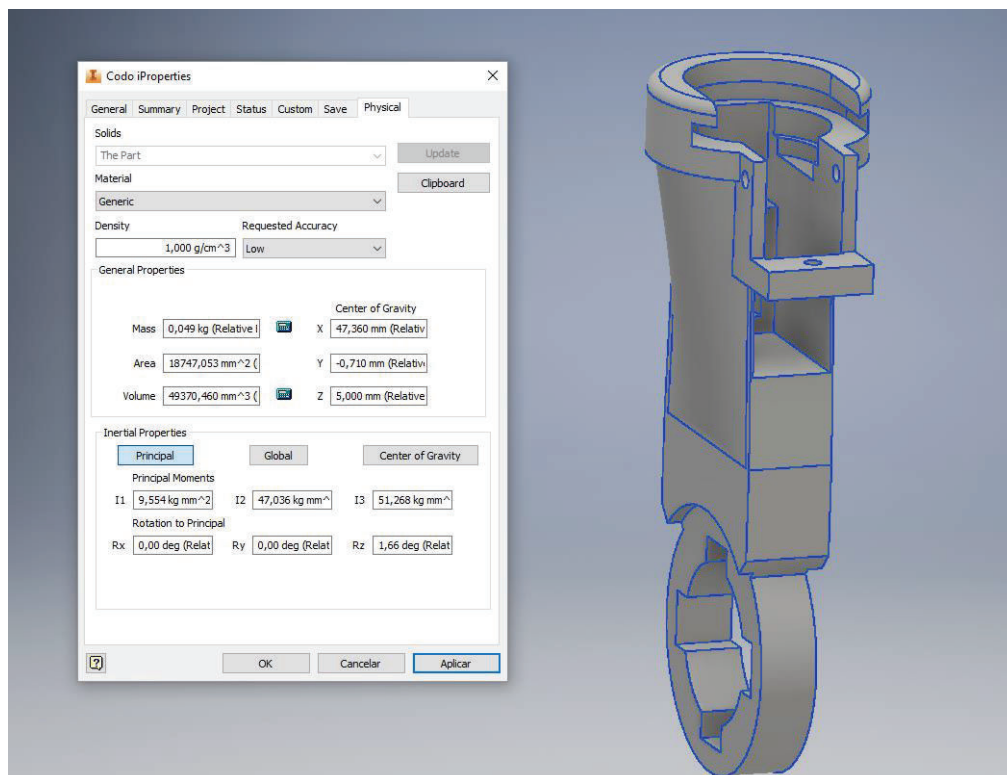


Figura 4-15 Codo (Eslabón 3) del robot y Propiedades

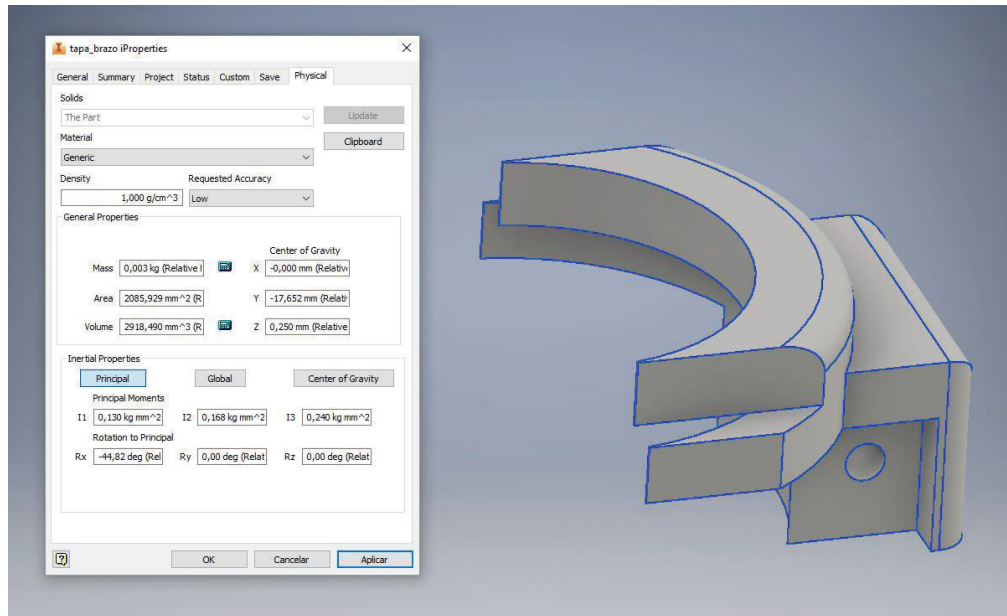


Figura 4-16 Tapa del codo y Propiedades

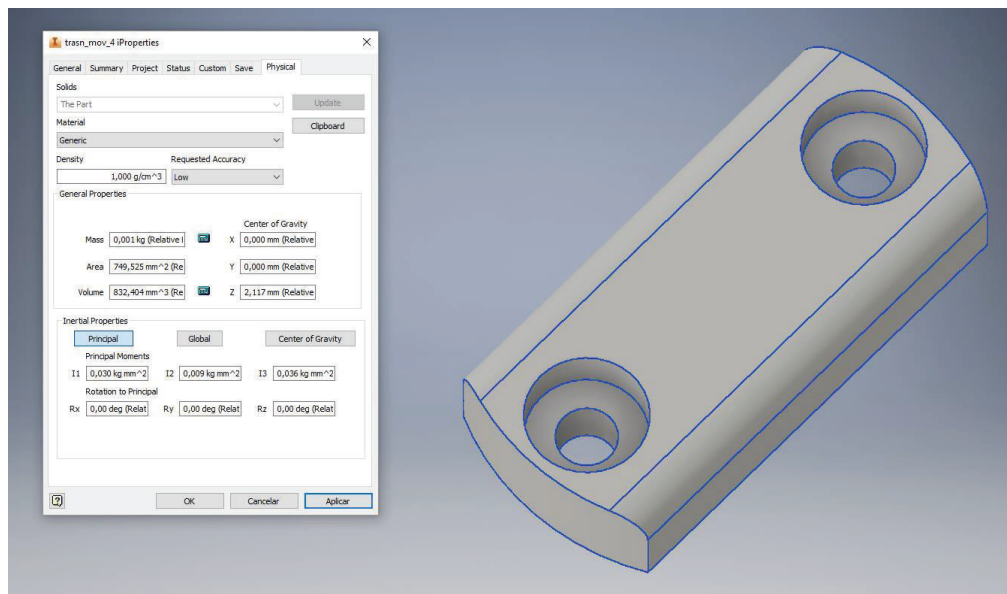


Figura 4-17 Transmisor de Mov. Articulación 4 y Propiedades

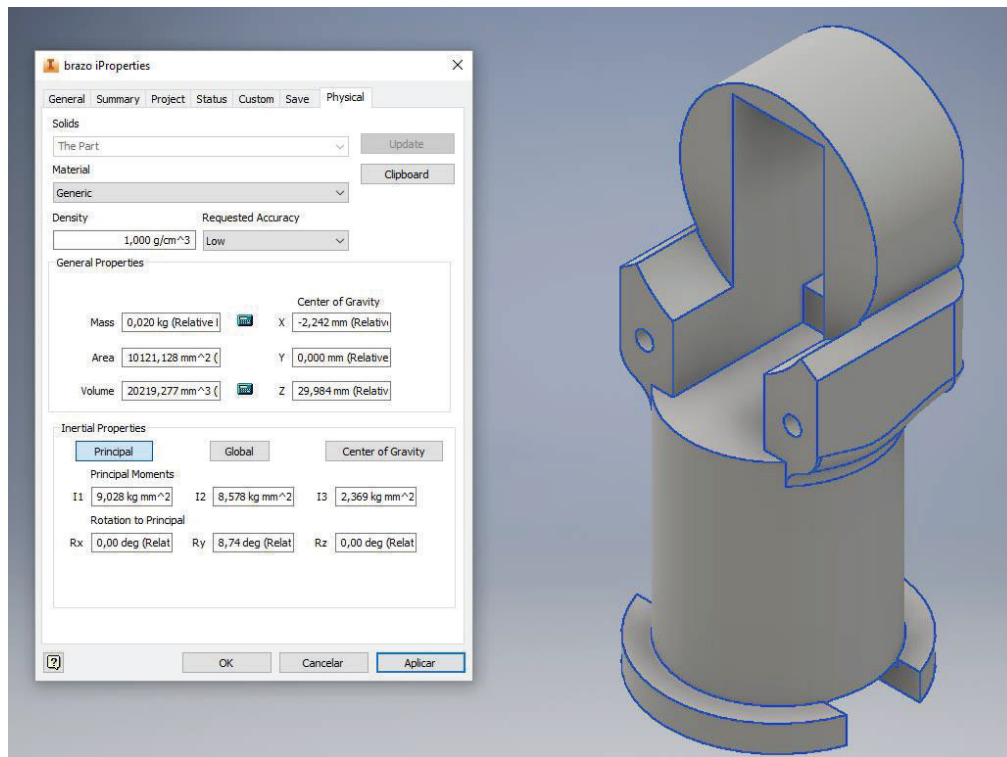


Figura 4-18 Brazo2 (Eslabón 4) y Propiedades

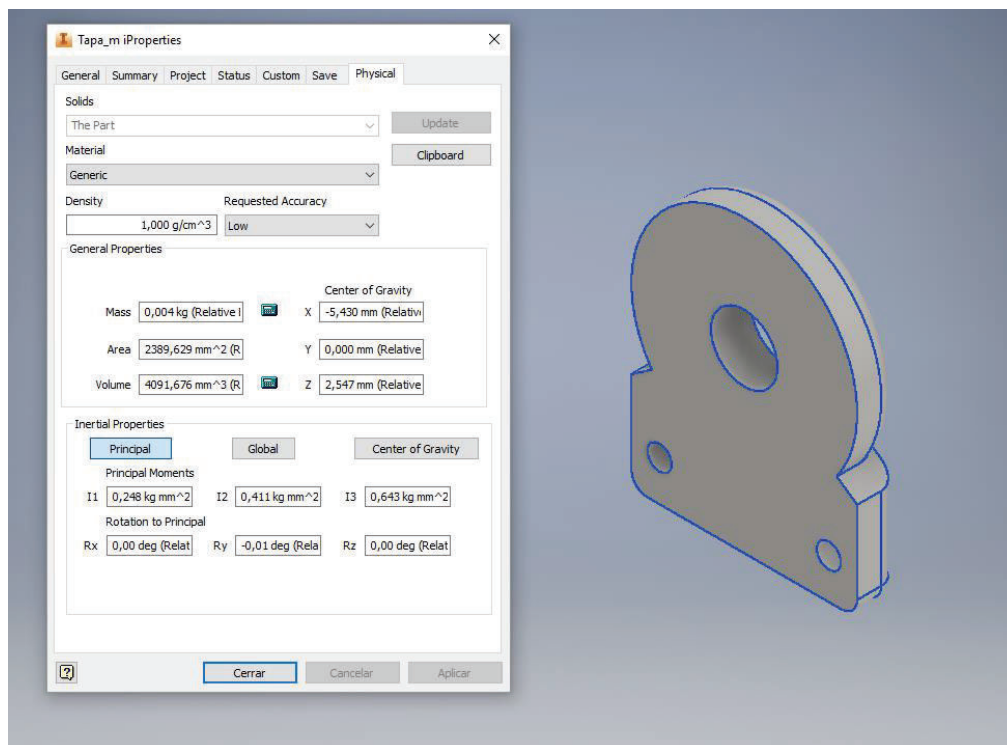


Figura 4-19 Tapa del brazo2 y Propiedades



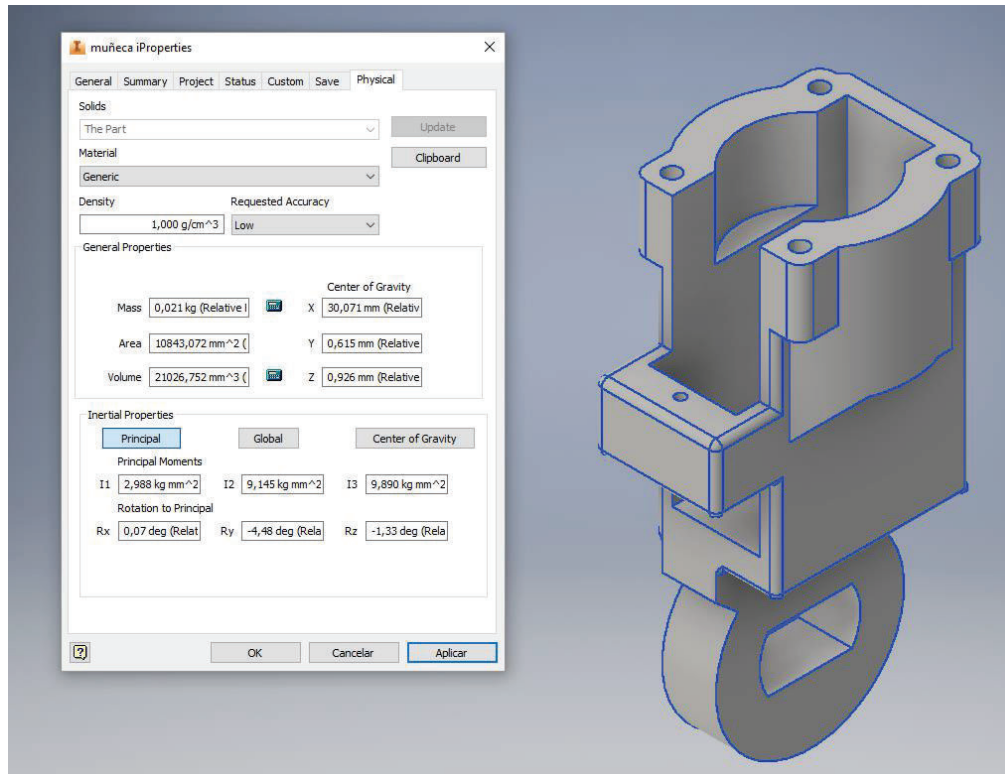


Figura 4-20 Muñeca del robot (Eslabón 5) y Propiedades

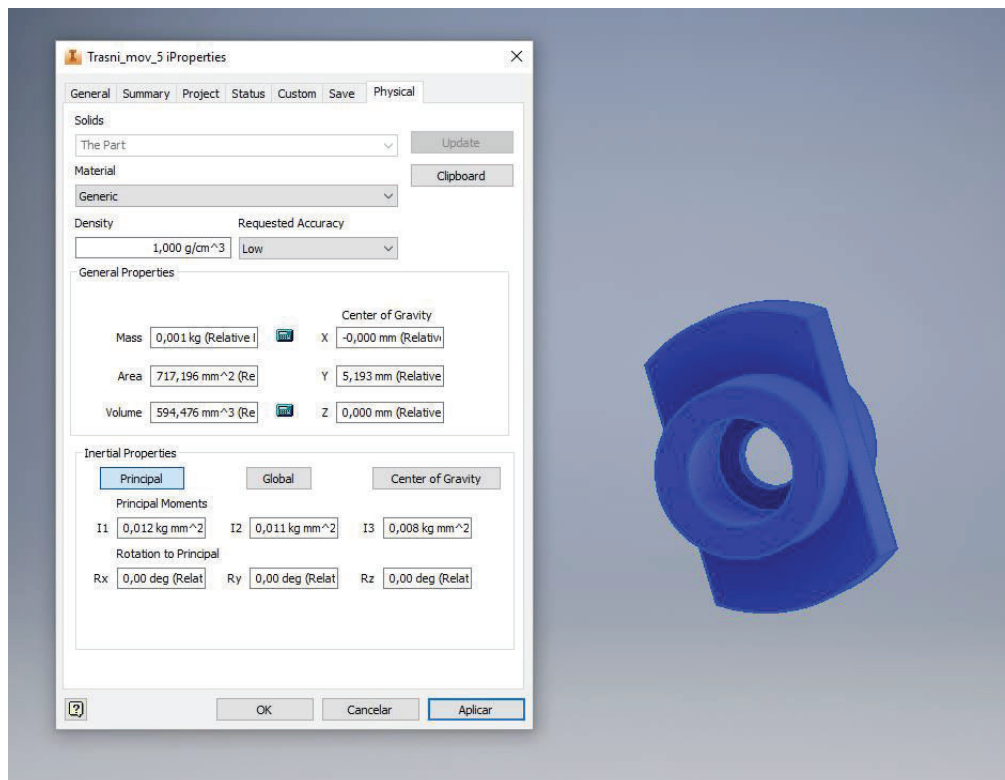


Figura 4-21 Transmisor de Mov. Articulación 5 y Propiedades

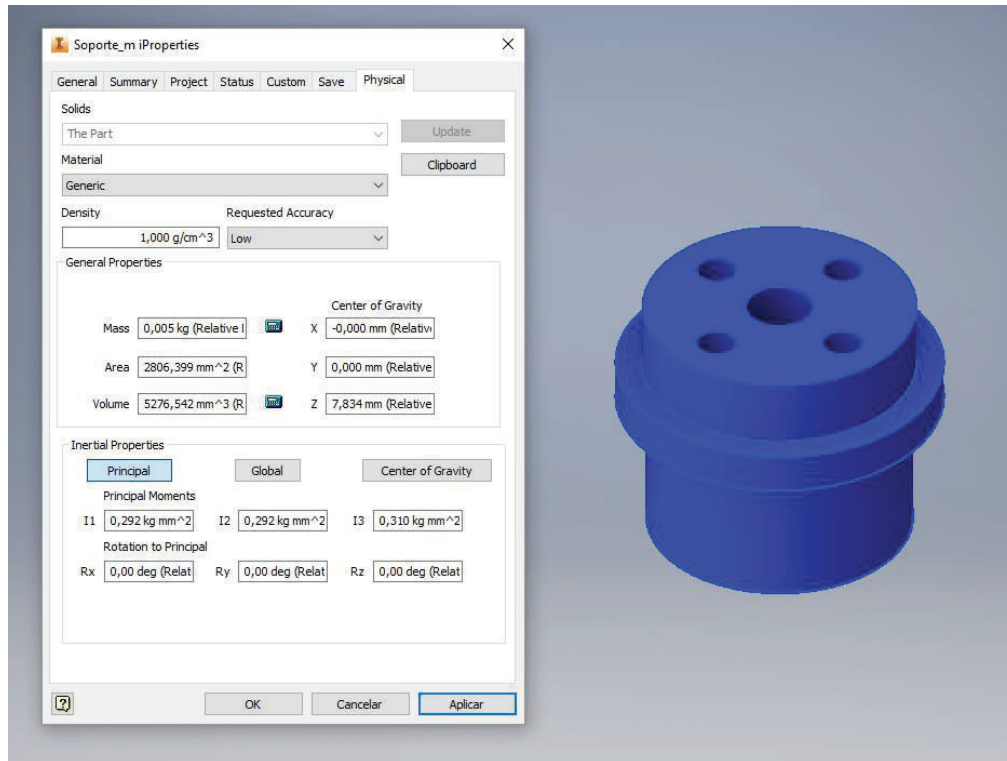


Figura 4-22 Soporte de muñeca (Eslabón 6) y Propiedades

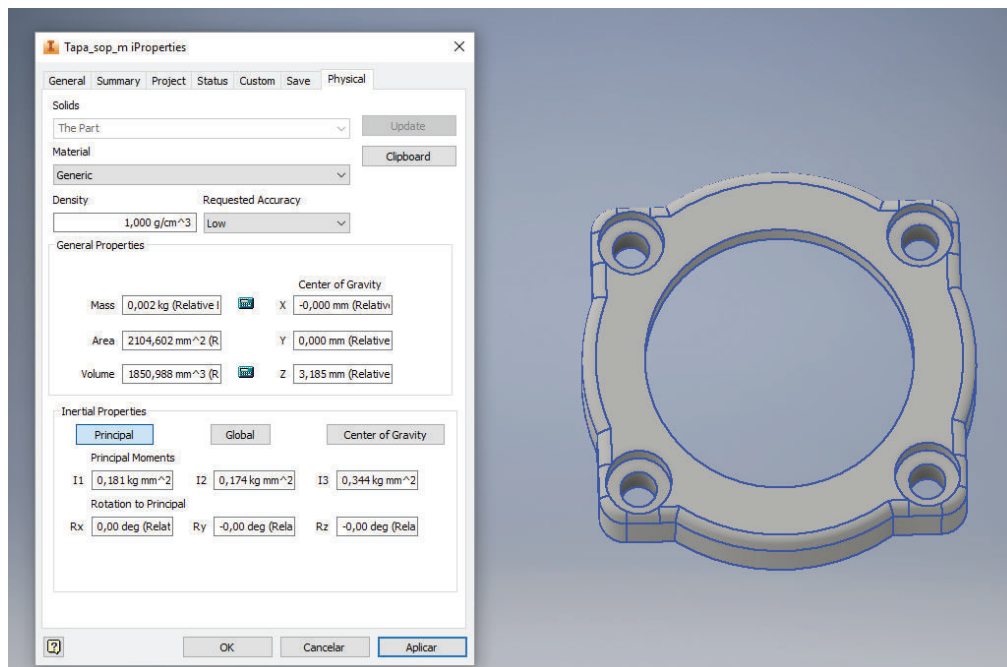


Figura 4-23 Tapa soporte de muñeca y Propiedades

## CAPÍTULO V

### 5. PROTOTIPAJE DEL ROBOT

#### 5.1 INTRODUCCIÓN

Un objetivo del proyecto es generar un sistema prototipado mediante técnicas de obtención de prototipos como la impresión 3D, para esto es necesario determinar las dimensiones necesarias del sistema y las condiciones de trabajo a las que se encuentra sometido.

Además vamos a presentar un diagrama unifilar de las dimensiones del robot

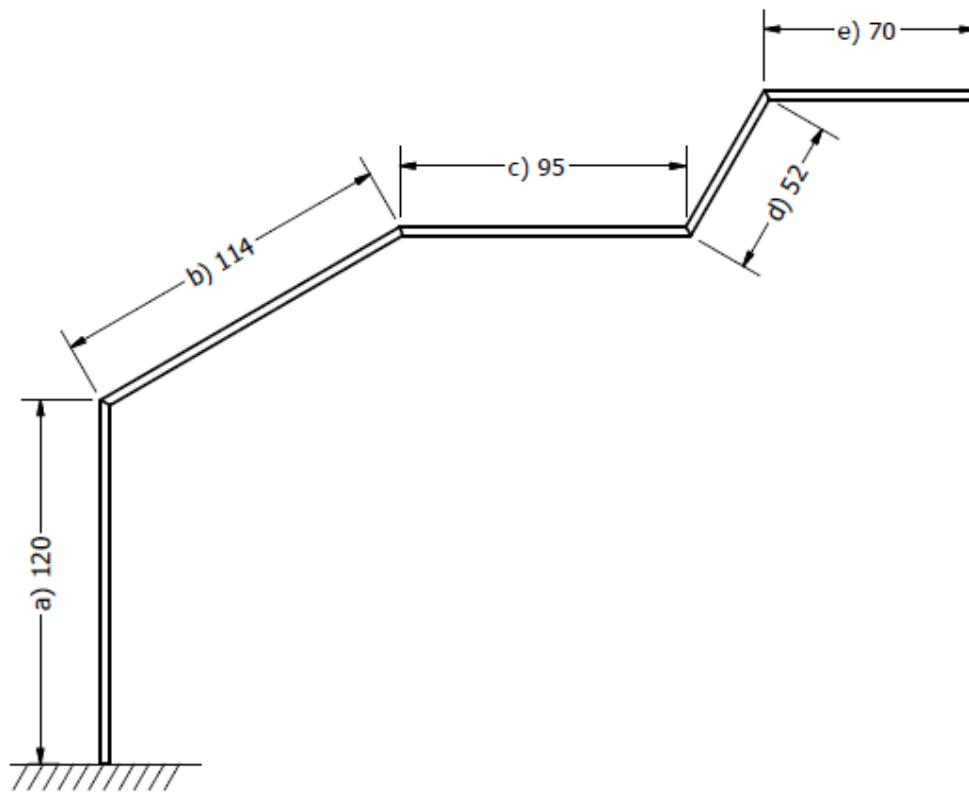


Figura 5-1 Diagrama unifilar del robot

## 5.2 CÁLCULO DE LOS ELEMENTOS DEL ROBOT

Al analizar este tipo de sistemas, es necesario determinar las dimensiones mínimas que deben tener los elementos sometidos a cargas de mecánicas de tal forma que satisfagan las condiciones de trabajo y brinden seguridad al sistema.

En conformidad con lo presentado se utilizarán las técnicas de diseño mostradas en el libro de Diseño de elementos de máquinas de Shigley (Budynas G., 2008).

También es importante considerar el material con el que el sistema va a ser producido ya que esto afecta mecánicamente al comportamiento del sistema, dado que se utilizará un método de impresión 3D como prototipado, se utilizará las propiedades del material PLA.

- ❖ Densidad ( $\gamma$ ):  $12,5 \left[ \frac{kN}{m^3} \right]$
- ❖ Esfuerzo de Flexión ( $S_y$ ):  $60 [MPa]$

Para garantizar la seguridad del diseño para el presente proyecto, se utilizará un factor de seguridad (FS) de 3.

En base a esto se tomará cada eslabón como una viga en voladizo de sección circular y rectangular a las cuales se aplica diferentes estados de esfuerzo en función de su configuración inicial.

Nota: Debido a que el eslabón 6 se encuentra embebido dentro del eslabón 5, este no requiere de análisis estático y sus dimensiones dependerán directamente del diseño del eslabón 5.

### 5.2.1 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 5

Se realiza el diagrama de cuerpo libre del eslabón DCL (Fig. 5-1)

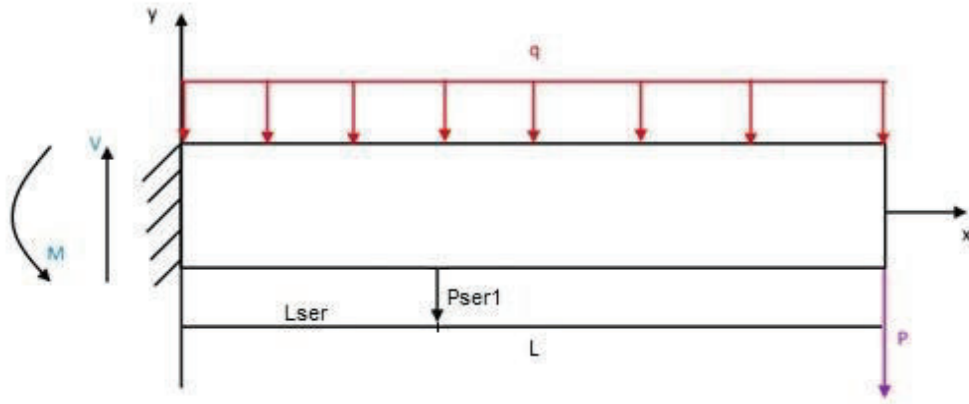


Figura 5-2 DLC eslabón 5

La carga distribuida  $q$ , siendo el peso propio del cuerpo se la calcula como una función de las propiedades del elemento. (Ec. 5.1)

$$q = \gamma * A = \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \quad (5.1)$$

Donde:

- $\gamma$ : densidad del PLA
- $A$ : área de la sección circular
- $D$ : Diámetro mayor de la sección circular
- $d$ : Diámetro menor de la sección circular

El momento generado en la base del eslabón donde este se sujeta, se calcula en función de los esfuerzos que generan dicho momento.

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{max} = P * L + q \frac{L^2}{2} + Pser1 * Lser \quad (5.2)$$

$$M_{max} = P * L + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + Pser1 * Lser$$

Donde:

- $P$ : Carga externa de 500 gramos 5[N]
- $Pser1$ : Peso del servo uno 13.4 [g]
- $L$ : Longitud del eslabón 70 [mm]
- $Lser$ : Longitud desde la base al centro de gravedad del servo 30 [mm]

La fuerza generada en la base del eslabón se determina aplicando la segunda ley de Newton.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = P + qL = P + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) L + P_{ser} \quad (5.3)$$

Para determinar el esfuerzo permisible ( $\sigma_p$ ) del sistema, nos basamos en el valor del esfuerzo de flexión  $S_y$ , del material con el que se trabaja, además usamos un factor de seguridad igual a 3 para asegurar la resistencia del prototipo.

$$\sigma_p = \frac{S_y}{FS} = \frac{60}{3} = 20 \text{ [MPa]} \quad (5.4)$$

El momento máximo con el que trabajará el sistema es equivalente al esfuerzo permisible multiplicado por el módulo de sección circular del eslabón.

Módulo de sección (Shigley 2008)

$$Z = \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) \quad (5.5)$$

Momento máximo (Shigley 2008)

$$M_{max} = \sigma_p Z = \sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) \quad (5.6)$$

Igualando las ecuaciones (5.2) y (5.6) tenemos

$$M_{max} = \sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = P * L + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + P_{ser} * L_{ser} \quad (5.7)$$

$$\sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = P * L + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + P_{ser} * L_{ser}$$

De esta ecuación se puede obtener el diámetro mayor, mínimo que deberá tener el elemento a una determinada longitud, o de otra manera, la longitud requerida para un determinado diámetro, para solucionar la ecuación asumimos que el diámetro menor es  $\frac{3}{4}$  del diámetro mayor y obtenemos lo siguiente:

$$D = 0.0064 \text{ [m]} = 6.4 \text{ [mm]} \quad d = 4.8 \text{ mm}$$

Una vez que obtenemos estos diámetros, reemplazamos estos valores en las ecuaciones (5.3) y (5.6) tenemos:

$$V = P + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) L + P_{ser} = 0.0053 \text{ [KN]}$$

$$M_{max} = \sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = 3.51 \times 10^{-4} \text{ [KN.m]}$$

### 5.2.2 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 4

Se realiza el diagrama de cuerpo libre del eslabón (DLC), considerando las reacciones de las fuerzas y momentos transmitidos desde el anterior eslabón.

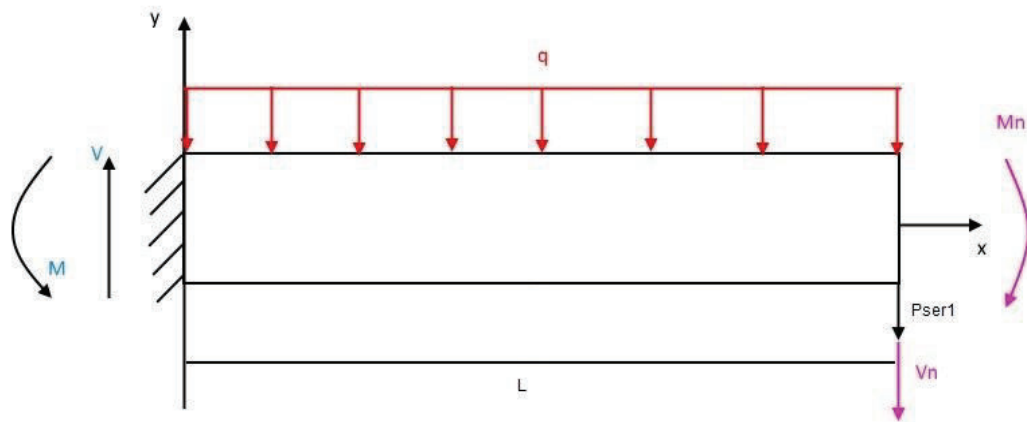


Figura 5-3 DLC eslabón 4

Procediendo del mismo modo que el eslabón anterior se tiene:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = V_n + qL + Pser1 \quad (5.8)$$

Se calcula el momento máximo realizando una sumatoria de momento en M

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{max} = V_n L + q \frac{L^2}{2} + M_n + Pser1 L$$

$$M_{max} = V_n L + \gamma \pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + Pser1 * Lser + M_n \quad (5.9)$$

El momento máximo también es igual a:

$$M_{max} = \sigma_p * Z \quad (5.10)$$

Iguamos las ecuaciones de momento máximo (5.9) y (5.10) tenemos

$$V_n L + \gamma \pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + Pser1 * Lser + M_n - \sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = 0 \quad (5.11)$$

Donde:

- $V_n$ : Carga del eslabón anterior

- $M_n$ : Momento del eslabón anterior
- L: Longitud del eslabón 52 [mm]
- D: Diámetro mayor de la sección circular
- d: Diámetro menor de la sección circular
- Pser1: Peso del servo uno 13.4 [g]
- $\sigma_p$ : Esfuerzo permisible
- Z: Módulo de la sección

Reemplazando los valores conocidos y evaluando para una longitud de 52 mm además asumimos que el diámetro menor es 2/3 del diámetro mayor, y se obtiene:

$$D = 7.4 [mm], d = 4.9 [mm]$$

Una vez que obtenemos estos diámetros, reemplazamos estos valores en las ecuaciones (5.8) y (5.10) y tenemos:

Fuerza cortante:

$$V = V_n + qL + Pser1 = 0.0055 [KN]$$

Momento flector:

$$M_{max} = \sigma_p \frac{\pi}{32 D} (D^4 - d^4) = 6.32 \times 10^{-4} [KN.m]$$

### 5.2.3 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 3

Se realiza el diagrama de cuerpo libre del eslabón (DLC), considerando las reacciones de las fuerzas y momentos transmitidos desde el anterior eslabón.



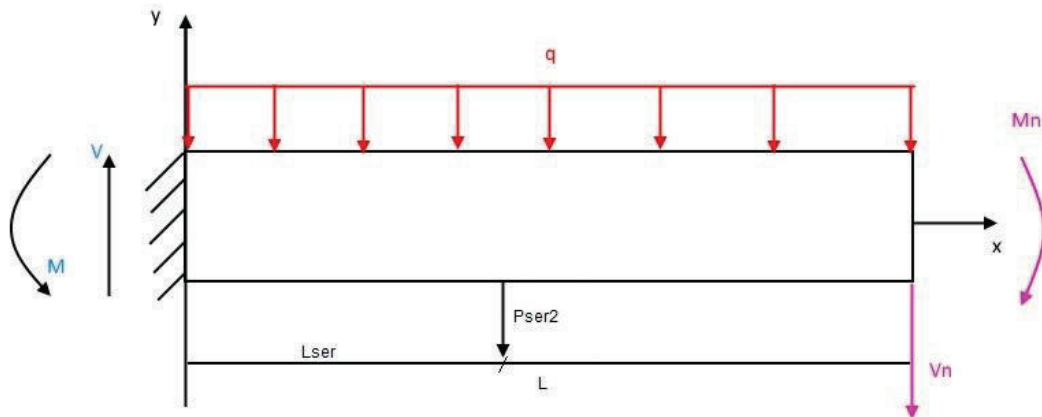


Figura 5-4 DLC eslabón 3

Procediendo del mismo modo que el eslabón anterior se tiene:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = V_n + qL + P_{ser2} \quad (5.12)$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{max} = V_n L + P_{ser2} * L_{ser} + q \frac{L^2}{2} + M_n \quad (5.13)$$

$$M_{max} = V_n L + \gamma \pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + P_{ser2} * L_{ser} + M_n \quad (5.14)$$

$$M_{max} = \sigma_p * Z \quad (5.15)$$

Igualando ecuaciones (5.14) y (5.15) tenemos

$$V_n L + \gamma \pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) \frac{L^2}{2} + P_{ser2} * L_{ser} + M_n - \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = 0 \quad (5.16)$$

Donde:

- $V_n$ : Carga del eslabón anterior
- $M_n$ : Momento del eslabón anterior
- $L$ : Longitud del eslabón 95 [mm]
- $L_{ser}$ : Longitud desde la base del eslabón al centro de gravedad del servo 68 [mm].
- $D$ : Diámetro mayor de la sección circular
- $d$ : Diámetro menor de la sección circular

- $P_{ser2}$ : Peso del servo dos 22 [g]
- $\sigma_p$ : Esfuerzo permisible
- $Z$ : Módulo de la sección circular

Reemplazando los valores conocidos y evaluando para una longitud de 95 [mm], además consideramos que el diámetro menor es 2/3 del diámetro mayor

$$D = 9.4 [mm], d = 6.26 [mm]$$

Una vez que obtenemos estos diámetros, reemplazamos estos valores en las ecuaciones (5.12) y (5.15)

$$V = V_n + \gamma\pi \left( \frac{D^2 - d^2}{4} \right) L + P_{ser2} = 0.011 [KN]$$

$$M_{max} = \sigma_p \frac{\pi}{32 D} (D^4 - d^4) = 1.3 \times 10^{-3} [KN.m]$$

#### 5.2.4 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 2

Se realiza el diagrama de cuerpo libre del eslabón (DLC), considerando las reacciones de las fuerzas y momentos transmitidos desde el anterior eslabón.

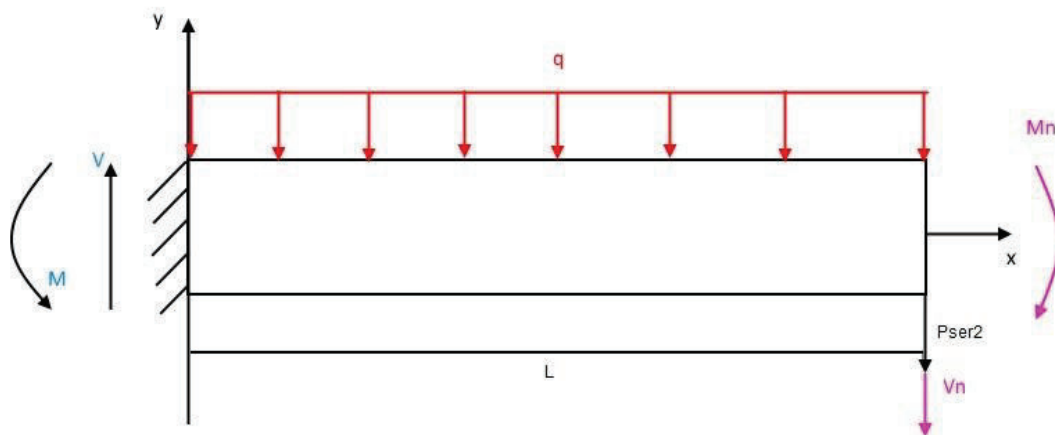


Figura 5-5 DLC eslabón 2

Procediendo del mismo modo que el eslabón anterior se tiene:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = V_n + qL + P_{ser2} \quad (5.17)$$

Donde q se calcula con la ecuación (5.1)

$$q = \gamma * A = \gamma(BH - bh)$$

El are (A) es de sección rectangular vaciada.

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{max} = V_n L + q \frac{L^2}{2} + P_{ser2} * L + M_n \quad (5.18)$$

$$M_{max} = V_n L + \gamma(BH - bh) \frac{L^2}{2} + P_{ser2} * L + M_n$$

$$M_{max} = \sigma_p * Z \quad (5.19)$$

Siendo Z el módulo de la sección, que en este caso es rectangular y se calcula de la siguiente forma. (Shigley 2008)

$$Z = \frac{BH^3 - bh^3}{6H} \quad (5.20)$$

Remplazando la ecuación (5.20) en la ecuación (5.19) tenemos

$$M_{max} = \sigma_p * \frac{BH^3 - bh^3}{6H} \quad (5.21)$$

Igualando las ecuaciones (5.18) y (5.21) tenemos

$$V_n L + \gamma(BH - bh) \frac{L^2}{2} + P_{ser2} L + M_n - \sigma_p \frac{BH^3 - bh^3}{6H} = 0 \quad (5.22)$$

Donde:

- $V_n$ : Carga del eslabón anterior
- $M_n$ : Momento del eslabón anterior
- L: Longitud del eslabón 114 [mm]
- H: Altura mayor de la sección rectangular
- h: Altura menor de la sección rectangular (h=2/3 H)
- B: Ancho mayor de la sección rectangular
- b: Ancho menor de la sección rectangular (b=2/3 B)
- Pser2: Peso del servo dos 22 [g]
- $\sigma_p$ : Esfuerzo permisible
- Z: Módulo de la sección rectangular

Reemplazando los valores conocidos en la (5.22) y evaluando para una longitud de 114 mm asumimos que el alto es dos veces el ancho  $H=2B$  y se obtiene lo siguiente.

$$B = 6.2 [mm], H = 12.4 [mm]$$

$$b = 4.13 [mm], h = 8.26 [mm]$$

Una vez calculados los valores de B, b y H, h podemos remplazarlos en las ecuaciones (5.17) y (5.21)

$$V = V_n + \gamma(BH - bh)L + P_{ser2} = 11.25 \times 10^{-3} [KN]$$

$$M_{max} = \sigma_p \frac{BH^3 - bh^3}{6H} = 2.55 \times 10^{-3} [KN.m]$$

### 5.2.5 DIMENSIONAMIENTO DEL ESLABÓN 1

Se realiza el diagrama de cuerpo libre del eslabón (DLC), considerando las reacciones de las fuerzas y momentos transmitidos desde el anterior eslabón. Se considera la carga cortante del eslabón anterior como una carga vertical para garantizar la estabilidad del sistema.

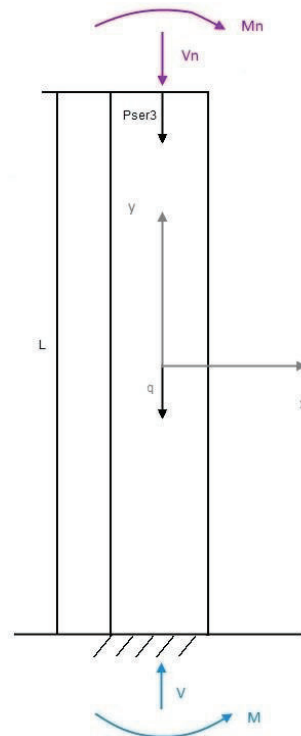


Figura 5-6 DLC eslabón 1

Procediendo del mismo modo que el eslabón anterior se tiene:

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V = V_n + qL + P_{ser3} \quad (5.26)$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{max} = M_n \quad (5.27)$$

$$M_{max} = M_n$$

$$M_{max} = \sigma_p * Z \quad (5.28)$$

Módulo de sección (Shigley 2008)

$$Z = \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) \quad (5.29)$$

Igualando las ecuaciones (5.27) y (5.28) tenemos

$$M_n - \sigma_p \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4) = 0 \quad (5.30)$$

Donde:

- $V_n$ : Carga de compresión del eslabón anterior
- $M_n$ : Momento del eslabón anterior
- L: Longitud del eslabón 119.5 [mm]
- D: Diámetro mayor de la sección circular
- d: Diámetro menor de la sección circular
- Pser3: Peso del servo tres, 44 [g]
- $\sigma_p$ : Esfuerzo permisible
- Z: Modulo de la sección circular

Reemplazando los valores conocidos y evaluando para una longitud de 119.5 [mm], además consideramos que el diámetro menor es 2/3 del diámetro mayor

$$D = 11.7 [mm], d = 7.8 [mm]$$

Una vez que obtenemos estos diámetros, reemplazamos estos valores en las ecuaciones (5.26) y (5.28)

$$V = V_n + qL + P_{ser3} = 11.77 \times 10^{-3} [KN]$$

$$M_{max} = \sigma_p \frac{\pi}{32 D} (D^4 - d^4) = 2.55 \times 10^{-3} \text{ [KN.m]}$$

### 5.3 IMPRESIÓN DEL SISTEMA

Una vez establecidos los diámetros mínimos, se procede a aplicar estos cambios al diseño, esto se valida por medio de software y se procede con el proceso de impresión de los elementos utilizando el software MatterControl

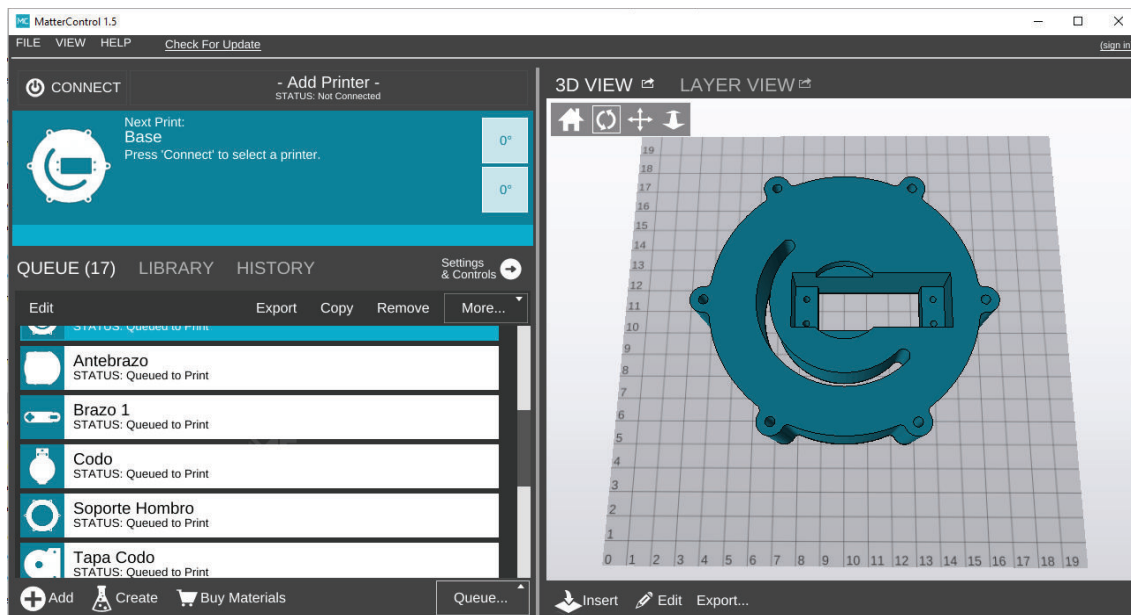


Figura 5-7 Software de impresión MatterControl

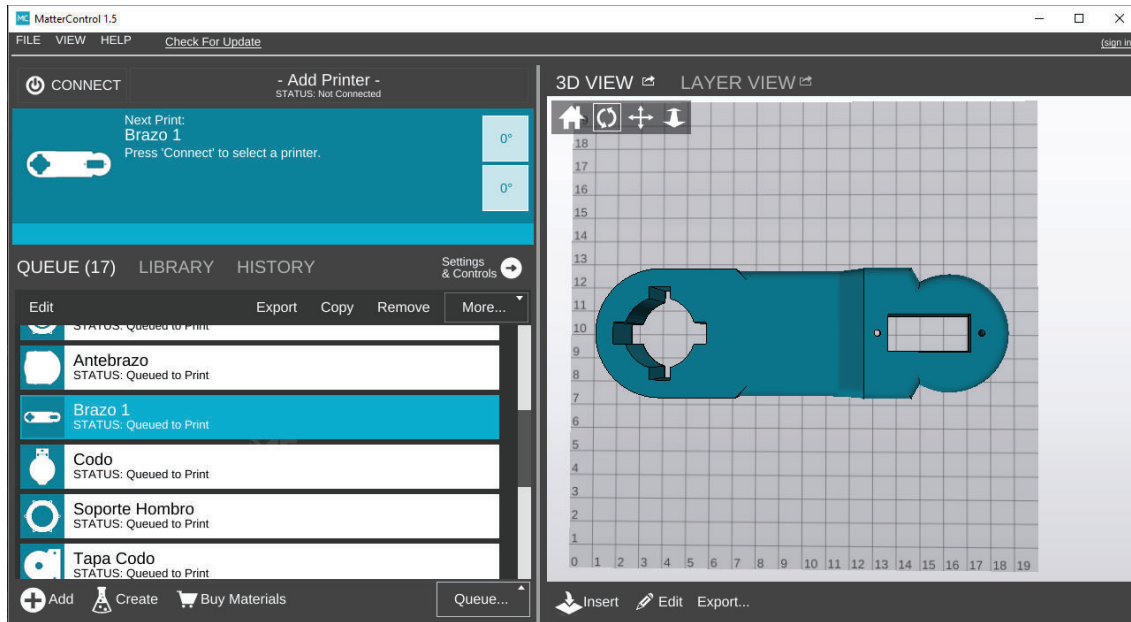


Figura 5-8 Software de impresión MatterControl

#### IMPRESORA:

La impresora utilizada para imprimir el sistema es DeltaWASP la cual tiene las siguientes características:

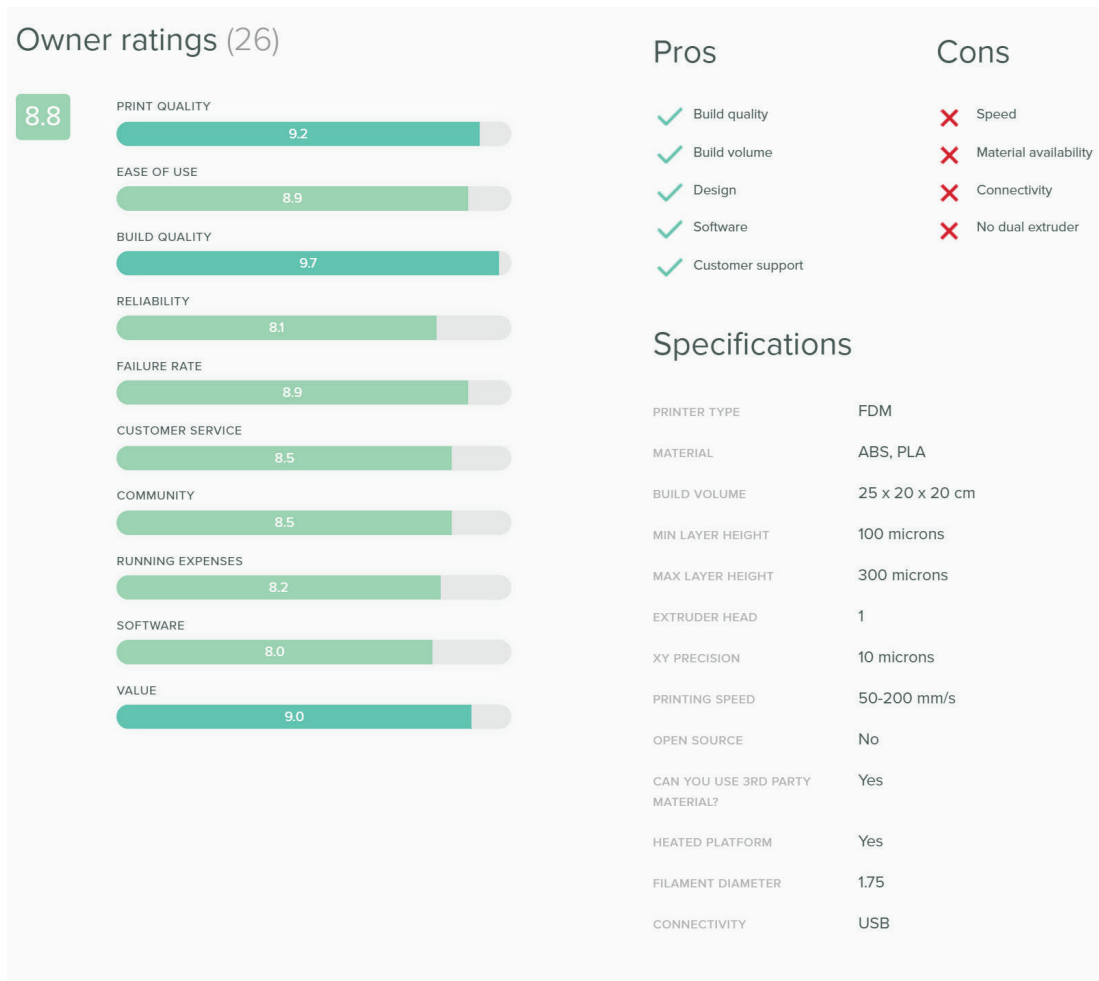


Figura 5-9 Datos característicos de la impresora 3D

Los elementos se generarán de acuerdo al diseño mostrado en el capítulo 4, para la configuración ensamblada del robot articular.

## 5.4 ENSAMBLE DEL SISTEMA

Una vez obtenidos los elementos del sistema, se procede a imprimirlos en 3D conforme a las dimensiones obtenidas. En las siguientes figuras se puede apreciar el resultado de la impresión y su integración con los servomotores.





Figura 5-10 Eslabones 0 y 1, servomotor base.

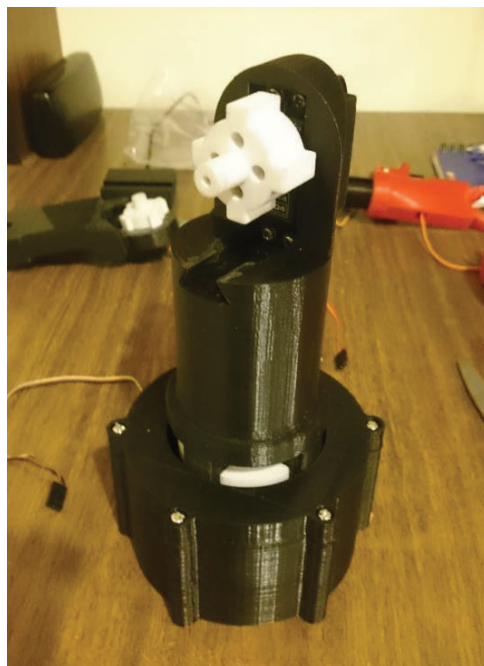


Figura 5-11 Ensamble 0-1 y servomotores.

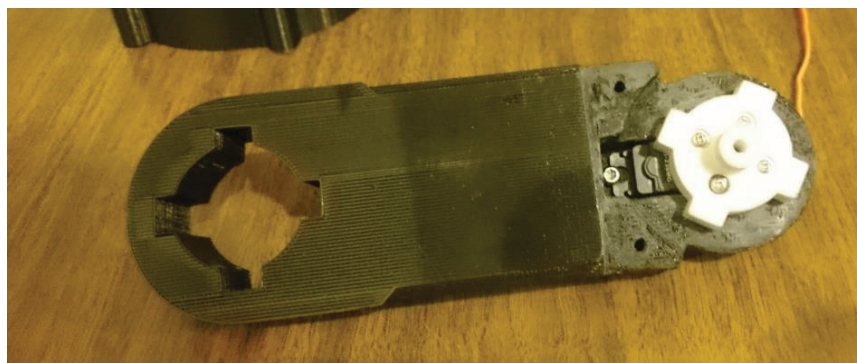
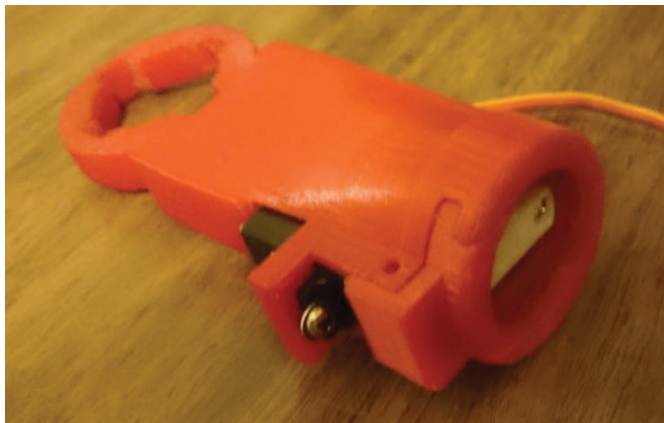
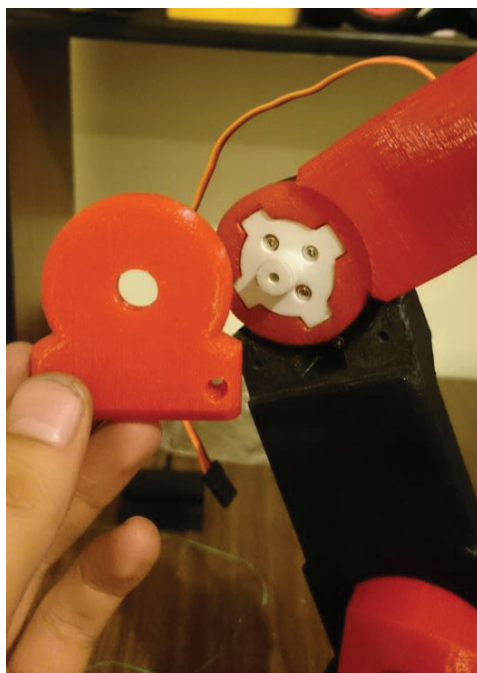


Figura 5-12 Eslabón 2 y servomotor.



*Figura 5-13 Eslabón 3 y servomotor.*



*Figura 5-14 Ensamble 2-3 y servomotores*



*Figura 5-15 Ensamble 0-3 y servomotores*



*Figura 5-16 Eslabones 4-5 y servomotor.*



*Figura 5-17 Ensamble del Robot 0-5 con 6 servomotores (GDL)*

## CAPÍTULO VI

### 6. COSTOS DEL SISTEMA

#### 6.1 INTRODUCCIÓN

Los costos del sistema se evaluarán en base a los elementos necesarios para concebir el sistema, así como también de los procesos de fabricación necesarios para la producción del mismo. Este análisis es de vital importancia para evaluar la factibilidad económica del sistema.

#### 6.2 COSTOS DIRECTOS

Los rubros a considerar son:

- Material
- Elementos Comerciales
- Maquinado
- Montaje

##### 6.2.1 MATERIALES Y ELEMENTOS

*Tabla 6-1 Eslabones*

Tipo	Número de elementos	Distribuidor	Necesario	Cantidad/Elemento	Precio unitario [\$]	Precio Total [\$]
Eje D10x50	1	ANDEC	Eje	1Kg	2.86/Kg	2.86
Eje D20x50	2	ANDEC	Eje	1.8Kg	2.86/Kg	5.15
Eje D50x50	2	ANDEC	Eje	3.5Kg	2.86/Kg	10.01
Eje D75x50	1	ANDEC	Eje	2.5Kg	2.86/Kg	7.15

*Tabla 6-2 Acoples y Transmisores de movimiento*

Tipo	Número de elementos	Distribuidor	Necesario	Cantidad	Precio unitario [\$]	Precio Total [\$]
Plancha	1	ANDEC	Plancha 1/4"	0.5 m <sup>2</sup>	17.50/ m <sup>2</sup>	8.75

Tabla 6-3 Elementos Eléctricos y comprados

Tipo	Número de elementos	Distribuidor	Necesario	Cantidad	Precio unitario [\$]	Precio Total [\$]
Servomotor	6	HobbyKing	Compra	6	48.98	195.92
Baterías de 12 V	2	Bosch	Compra	1	56	56
Cables y Conectores	36	HobbyKing	Compra	1	24.22	24.22

Tabla 6-4 Elementos Normalizados

Tipo	Número de elementos	Distribuidor	Necesario	Precio unitario [\$]	Precio Total [\$]
Tuerca M5	24	Ferretería "LA COLINA"	Compra	0.25	6
Arandela D =5	24	Ferretería "LA COLINA"	Compra	0.1	2.4

### 6.2.2 MAQUINADO

En este punto se analiza las horas necesarias en las máquinas y con el costo de uso por hora, se pueda obtener el costo total

OPERACIÓN	Tiempo [horas]	Costo (USD/h)	Costo Total (USD)
Corte del Material	3	5.00	15
Torneado	10	18.25	182.50
Fresado	10	20.50	205.00
Taladrado	5	12.00	60
Rectificado	4	12.50	50
Esmerilado	2	5.00	10

### 6.2.3 MONTAJE

Estos se relacionan con la mano de obra requerida para el armado y ensamblado de cada una de las partes del sistema. Se toma un promedio de 3 personas trabajando durante 2 días, por 8 horas diarias de trabajo a un costo de 6 USD/hora

Horas de Trabajo	Personas	Costo (USD/h)	Costo Total (USD)
8x5	2	8.00	640

Tabla 6-5 Costos Directos

Componente del Costo	Valor [USD]
Eslabones	25.17
Acoples	8.75
Electrónicos	276.14
Comprados	8.4
Maquinado	519.50
Montaje	640
<b>TOTAL</b>	<b>1477.96</b>

### 6.3 COSTOS INDIRECTOS

Este rubro, hace referencia a las personas involucradas en el proceso de diseño y los costos que implica su ayuda técnica durante el proceso de desarrollo del proyecto. Esto se puede observar en la tabla 6-2.

Tabla 6-6 Costos Indirectos del Sistema

	Cantidad	Valor/Hora	Horas Totales	Costo Total
<b>Director</b>	1	20	20	400
<b>Proyectistas</b>	1	3	200	600

### 6.4 COSTO TOTAL

Una vez analizados los costos directos e indirectos, se procede a realizar la suma de los mismos y obtener el costo total del proyecto.

Tabla 6-7 Costos totales

Costo	Valor [USD]
Directos	<b>1447.96</b>
Indirectos	<b>1000</b>

**COSTO TOTAL = 2447.96 USD**

## CAPÍTULO VII

### 7. CONCLUSIONES

1. Al finalizar el presente proyecto se cumplió el objetivo de diseñar 1 sistema funcional para el robot Articular con 6 grados de libertad y prototipar dicho sistema.
2. Se estableció el modelo cinemático para la matriz de transformación de coordenadas, así como también la expresión para determinar la posición, velocidad y aceleración del efector final en función de sus variables articulares.
3. Se dimensionó el sistema concebido en función del material de impresión para su prototipado, dejando las expresiones necesarias para evaluar el sistema con diferentes materiales para su mejoramiento y posible producción futura.
4. Se evaluó los costos de producción del sistema, estos se encuentran dentro del rango establecido por las especificaciones técnicas para las dimensiones consideradas durante el prototipado. Este análisis se puede utilizar de base para futuros proyectos con diferentes materiales y dimensiones.
5. Se escogió un grupo de elementos capaces de satisfacer las principales condiciones de diseño obtenidas en la casa de calidad, de tal forma que existe una congruencia positiva entre el planteamiento y el diseño presentado



## CAPÍTULO VIII

### 8. RECOMENDACIONES

1. El presente trabajo puede servir de base para la producción de sistemas parecidos, y su posible manufactura debido a la parametrización de los cálculos para obtener las dimensiones de los elementos mecánicos.
2. Se recomienda utilizar las ecuaciones obtenidas durante el análisis matemático, de tal forma que se pueda aplicar un sistema de control preciso y obtener las condiciones de trabajo deseadas.
3. Se recomienda utilizar los resultados obtenidos en el presente trabajo para las cátedras de diseño, mecatrónica y robótica para la aplicación, diseño y modelación de robots industriales.
4. Se recomienda continuar con el trabajo de diseñar, modelar y obtener las principales relaciones de otros robots característicos a nivel mundial, como el robot Scara, Kuka o los robots paralelos.

## Bibliografía

- ASIMOV Isaac. (1942). *Runaround*. New York: Street & Smith.
- BARRIENTOS A. (2007). *Fundamentos de Robótica*. Madrid - España: Mc Graw Hill.
- BELU. (2007, Octubre 12). *Robotiica.blogspot*. Retrieved from <http://robotiica.blogspot.com/2007/10/historia-de-la-robtica.html>
- Budynas., R., & Nisbett, J. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. Mexico: McGraw-Hill.
- CHANG, N. (2014). *DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN ROBOT ARTICULAR CON SEIS GRADOS DE LIBERTAD UTILIZANDO EL TOOLBOX ROBOTICS DE MATLAB*. Quito, Pichincha, Ecuador: EPN.
- Corke P. (2014). *Robotics Toolbox for Matlab*.
- Corke P.I. (2011). *Robotics, Vision & Control: Fundamental aLgorithms in MATLAB*. Springer: ISBN 978-3-642-20143-1.
- CORKE Peter. (2011). *Robotics, Visión and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB*. Berlin Heidelberg: Springer.
- CRAIG Jhon. (2005). *Introductiono to Robotics*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- GONZALES A; PINEDA M; SOBERANES D. (2007). *Seguimiento Adaptativo de Trayectorias con convergencia en tiempo finito de un Robot antropomórfico de Tres grados de Libertad*. Pachuca de Soto: UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE HIDALGO.
- GOZÁLES P. & JMÉNEZ M. (2008). *Robótica Industrial*. Madrid: Instituto de automática industria.
- MICHALA Ismael. (2009). *Fundamentos de la Robótica Industrial*. Quito: EPN-FEPON.
- MOYA, D. (2014). *Modelo y Análisis de un robot manipulador industrial esférico aplicando MATLAB*. Quito: Tesis EPN.
- OLLERO A. (2001). *ROBÓTICA, Manipuladores y robots móviles*. Barcelona: MARCOMBO.
- R.C. Gonzalez; K.S. Fu; C.S.G Lee;. (1987). *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*. New York: MC Graw Hill.

TORRES Fernando. (2002). *Robots y Sistemas Sensoriales*. Madrid: Pearson Alhambra.

UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA. (2010, Octubre).  
<http://proton.ucting.udg.mx/materias/robotica/>. Retrieved from  
<http://proton.ucting.udg.mx/materias/robotica/r166/r64/r64.htm>

WIKIPEDIA. (2013, 05 29). Retrieved from  
[http://es.wikibooks.org/wiki/La\\_Rob%C3%B3tica\\_y\\_sus\\_componentes](http://es.wikibooks.org/wiki/La_Rob%C3%B3tica_y_sus_componentes)

## **ANEXOS**

## **ANEXO 1: PLANOS**