

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL**

**ESTUDIO TEÓRICO EXPERIMENTAL DE COLUMNAS SRC  
RECTANGULARES Y CIRCULARES DE HORMIGÓN  
REFORZADAS CON PERFIL DE ACERO TIPO "I", SUJETAS A  
FLEXOCOMPRESIÓN BIAXIAL**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGISTER EN  
ESTRUCTURAS**

**EDISON JAVIER QUISHPE PINENGLA**  
edison\_ncku@hotmail.com

**DIRECTOR: ING. JORGE RICARDO VINTIMILLA JARAMILLO Msc.**  
jvintimillaj@gmail.com

**Quito, Agosto 2016**

## DECLARACIÓN

Yo, Edison Javier Quishpe Pinengla, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

---

**Edison Javier Quishpe Pinengla**

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Edison Javier Quishpe Pinengla, bajo mi supervisión.

---

**ING. JORGE VINTIMILLA Msc.**  
**DIRECTOR DE PROYECTO**

## AGRADECIMIENTOS

Por medio de unas humildes palabras quiero expresar mis agradecimientos a Dios por su inmenso amor y cuidados que nos tiene, nos protege y guarda como ovejas. Salmos 23.

A la Escuela Politécnica Nacional y al personal docente administrativo con quienes he compartido muchas experiencias educativas.

A mis pastores Pedro Camacho y la Pastorita Yolanda Espinoza de la iglesia cristiana “Soldados de Cristo Jezreel”, por su comprensión, apoyo y oraciones.

A mi mami María Amelia y a mi Papito José por su amor, preocupación, paciencia brindándome siempre su apoyo y cuidados desde mi infancia.

A mis hermanos José, María de los Ángeles, Luis, Liliana, Yessy, Nancy por su apoyo moral.

A mis profesores de las materias en la maestría en especial a los Ingenieros Jorge Vintimilla, Patricio Placencia, Félix Vaca, Sigifredo Díaz, Dr. Roberto Aguiar, por haber impartido sus conocimientos con gran sabiduría y excelencia.

Al personal del Centro de Investigación de la Vivienda (CIV), por haberme colaborado en todo momento con su conocimiento y destrezas para poder realizar los ensayos de las probetas.

Al personal de los laboratorios de Ensayos de Materiales en la facultad de Ingeniería Mecánica y en el laboratorio de ensayo de materiales en la facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la Escuela Politécnica Nacional.

A Manuel, Fernando, Gabriela y la Familia Inca, Dieguito, Diego Sanchez, Carlita, Al Ing. Diego Sosa, Ing. Juan Carlos Pantoja por su ayuda incondicional en esta carrera. A la señora Ruth Hidalgo y personal administrativo por su ayuda a realizar los trámites correspondientes de este proyecto.

## DEDICATORIA

El presente trabajo lo dedico con mucho amor y consideración a Dios y a todas las personas que se afianzan en la preparación académica para ser mejores personas con su familia y país.

*Edison Javier Quishpe Pinengla*

## CONTENIDO

DECLARACIÓN.....	II
CERTIFICACIÓN.....	II
AGRADECIMIENTO.....	IV
DEDICATORIA.....	V
CONTENIDO.....	IV
ÍNDICE DE CUADROS.....	XII
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	XV
ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS.....	XXIV
RESUMEN.....	XXVI
ABSTRACT.....	XXVII
PRESENTACIÓN.....	XXVIII
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	1
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	1
1.3 ANTECEDENTES .....	2
1.4 METODOLOGIA.....	3
1.5 PROBLEMA .....	4
1.6 ALCANCE .....	4
<b>CAPÍTULO 2 BASE TEÓRICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 COLUMNAS CARGADAS AXIALMENTE .....	6
2.2 LONGITUD EFECTIVA .....	6
2.3 TIPO DE APOYOS.....	7
2.4 PARÁMETRO K .....	7
2.5 DUCTILIDAD.....	7
2.6 COLUMNAS ESBELTAS.....	8

2.7	COLUMNAS APOYADAS EMPOTRADAS .....	8
2.8	ECUACIÓN VIGA-COLUMNA.....	9
2.9	CRITERIOS DEL CÓDIGO AISC 360-05.....	11
2.10	PANDEO FLEXURAL.....	11
2.11	COLUMNAS MIXTAS (SRC) CON PERFILES DE ACERO TIPO I EMBEBIDAS EN SECCIONES DE HORMIGÓN .....	14
2.11.1	CONFIGURACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA SECCIÓN (SRC) .....	14
2.11.2	RELACIÓN DE CONTROL PANDEO LOCAL EN COLUMNAS TIPO SRC .....	15
2.11.3	CURVA DE CAPACIDAD A COMPRESIÓN DE COLUMNAS TIPO SRC .....	17
2.11.4	VENTAJAS Y LIMITACIONES DE UTILIZAR COLUMNAS SRC EN LA CONSTRUCCIÓN .....	18
2.12	FÓRMULAS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A FLEXIÓN UNIAXIAL DE COLUMNAS TIPO SRC.....	18
2.13	NORMA AMERICANA AISC LRFD .....	18
2.13.1	ECUACIONES BÁSICAS DEL AISC 360 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA.....	26
2.13.2	ECUACIONES BÁSICAS DEL AISC 360 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA .....	27
2.13.3	EJEMPLO DE APLICACIÓN A LOS CASOS DE ENSAYO .....	28
2.14	NORMA AMERICANA ACI 318.....	30
2.14.1	EFFECTOS DE SEGUNDO ORDEN .....	32
2.15	EUROCÓDIGO 4 .....	35
2.15.1	LIMITACIONES DEL EUROCÓDIGO 4 .....	38
2.15.2	ECUACIONES BÁSICAS DEL EUROCÓDIGO 4 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA .....	42
2.15.3	ECUACIONES BÁSICAS DEL EUROCÓDIGO 4 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA.....	46
2.15.1	EJEMPLO DE APLICACIÓN PARA CASOS DE ENSAYO.....	47

2.16	RESUMEN DE FÓRMULAS DE RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA POR DISTINTOS CÓDIGOS .....	50
2.17	FÓRMULAS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL DE COLUMNAS TIPO SRC.....	52
2.17.1	GENERALIDADES .....	52
2.18	MODELOS CONSTITUTIVOS DEL COMPORTAMIENTO DEL HORMIGÓN .....	56
2.18.1	MODELOS CONSTITUTIVOS DE HORMIGÓN NO CONFINADO .....	57
2.18.2	MODELOS DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES RECTANGULARES .....	58
2.18.3	CONSIDERACIONES EN COLUMNAS RECTANGULARES MIXTAS.....	63
2.18.4	MODELOS DE CONFINAMIENTO .....	64
2.18.5	MODELOS DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES CIRCULARES .....	65
2.19	MODELOS CONSTITUTIVOS DEL COMPORTAMIENTO A TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DEL ACERO .....	68
2.19.1	MODELO CONSTITUTIVO TEÓRICO DEL ACERO .....	68
2.19.2	MODELO CONSTITUTIVO EXPERIMENTAL DEL ACERO ESTRUCTURAL.....	69
2.19.3	MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL.....	69
2.19.4	MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO ESTRUCTURAL .....	71
2.20	RESISTENCIA A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL .....	72
2.21	ECUACIÓN GENERAL PARA SUPERFICIE DE FALLA .....	72
2.21.1	DIAGRAMA DE LÍNEAS DE CARGAS .....	73
2.21.2	MÉTODO DE BRESLER .....	80
2.21.3	MÉTODO DE LA PCA.....	83
2.21.4	CHEQUEO DE COLUMNA SRC.....	88
2.22	ANÁLISIS NUMÉRICO POR EL MÉTODO DE LA FIBRA .....	89
2.23	CENTROIDE PLÁSTICO.....	89



2.24	DISCRETIZACIÓN PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN NO CONFINADOS Y CONFINADOS DE COLUMNAS RECTANGULARES. ....	90
2.25	DISCRETIZACIÓN PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN NO CONFINADO Y CONFINADO DE COLUMNAS CIRCULARES.....	92
2.25.1	ÁNGULO DE INCLINACIÓN O ENVIAJE DEL EJE NEUTRO .....	94
2.26	LIMITACIONES DEL CONFINAMIENTO EN COLUMNAS MIXTAS.....	96
2.26.1	TRANSFERENCIA DE CARGA SECCIÓN DE COLUMNA MIXTA SRC.....	97
2.26.2	DISPOSICIÓN DE ARMADURA DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO AISC SEISMIC PROVISIONS (2005).....	97
2.26.3	DISPOSICIÓN DE ARMADURA DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO DE “TAIWAN SRC CODE”.....	98
<b>CAPÍTULO 3 DESARROLLO DEL PROGRAMA .....</b>		<b>99</b>
3.1	DIAGRAMA DE FLUJO DE ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL DE COLUMNAS SRC POR EL MÉTODO DE LA FIBRA.....	99
3.2	EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL PROGRAMA DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN POR EL MÉTODO DE LA FIBRA .....	107
3.3	INTERFAZ GRÁFICA PARA COLUMNAS RECTANGULARES SRC.....	107
3.4	CURVA INELÁSTICA PARA LAS PROBETAS RECTANGULARES SRC.....	114
3.5	INTERFAZ GRÁFICA PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC .....	115
<b>CAPÍTULO 4 CONSTRUCCIÓN DE LAS COLUMNAS MIXTAS Y ENSAYO DE PROBETAS.....</b>		<b>119</b>
4.1	TIPOS DE INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN LOS ENSAYOS.....	119
4.2	MARCO DE CARGA .....	119
4.3	PLACA DE APOYO INFERIOR DE LA COLUMNA.....	120
4.4	CELDA DE CARGA.....	121

4.5	DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE COLUMNAS.....	121
4.5.1	DISEÑO ARQUITECTÓNICO DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS MIXTAS.....	121
4.5.2	EXTREMO ACARTELADO PARA COLUMNAS .....	122
4.6	UBICACIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS (STRAIN GAUGES).....	127
4.6.1	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN COLUMNAS RECTANGULARES .....	127
4.7	FUNDICIÓN DE LAS COLUMNAS RECTANGULARES.....	130
4.8	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN COLUMNAS CIRCULARES .....	130
4.9	INSTALACIÓN DE LAS PROBETAS EN EL MARCO DE CARGA .....	133
4.10	INSTALACIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS (STRAIN GAUGES) EN EL HORMIGÓN .....	135
4.11	ENSAYO DE COLUMNAS TIPO SRC .....	135
4.11.1	METODOLOGIA DE ENSAYOS DE LAS PROBETAS SRC.....	135
4.11.2	INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN LINEAR VARIABLE DIFFERENTIAL TRANSFORMER (LVDT'S).....	136
4.11.3	ENSAYO DE LA PROBETA CC1 .....	136
4.11.4	ENSAYO DE LA PROBETA CC2.....	138
4.11.5	ENSAYO DE LA PROBETA CR1 .....	140
4.11.6	ENSAYO DE LA PROBETA CR2.....	142
	<b>CAPÍTULO 5 ANÁLISIS DE RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES.....</b>	<b>145</b>
5.1	ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DIFERENTES MÉTODOS UTILIZADOS Y DE LA EXPERIMENTACIÓN .....	145
5.1.1	RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DE COLUMNAS MIXTAS SRC .....	145
5.1.2	ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN POR LOS MÉTODOS DEL EUROCÓDIGO 4, AISC 360-05, ACI 318.....	147
5.1.3	ESCALA DE VARIACIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS .....	149

5.1.4	CURVAS CARGA DESPLAZAMIENTO OBTENIDOS DE LOS ENSAYOS.....	156
5.1.5	VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ EXPERIMENTAL HORIZONTAL Y VERTICAL EN CADA CICLO DE CARGA.....	163
5.2	VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ A FLEXIÓN TEÓRICA EN CADA EN CADA CICLO DE CARGA.....	165
5.2.1	COMPARACIÓN DE RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES.....	168
5.3	DUCTILIDAD DE LOS MIEMBROS .....	173
	CONCLUSIONES.....	175
	RECOMENDACIONES .....	178
	BIBLIOGRAFÍA.....	180
ANEXOS	.....	184
ANEXO 1	ENSAYO DE LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN.....	185
ANEXO 2	ENSAYO A TRACCIÓN DE LOS ACEROS DE REFUERZO Y ESTRUCTURAL.....	187

## ÍNDICE DE CUADROS

CUADRO 2.1	ECUACIÓN DE PANDEO ELÁSTICO DE UNA COLUMNA.....	8
CUADRO 2.2	FÓRMULA DE CARGA AXIAL NOMINAL PARA COLUMNAS MIXTAS SEGÚN EL AISC 360-05.....	12
CUADRO 2.3	RELACIÓN LÍMITE DE DIMENSIONES PARA CONFORMAR UNA SECCIÓN SRC EUROCODIGO 4 .....	16
CUADRO 2.4	ESFUERZO CRÍTICO SEGÚN EL CRITERIO DEL LRDF .....	19
CUADRO 2.5	FÓRMULAS DE CÁLCULO DE CARGA Y MOMENTO PARA EL EJE DE MAYOR INERCIA POR ESFUERZOS PLÁSTICOS.....	26
CUADRO 2.6	FÓRMULAS DE CÁLCULO DE CARGA Y MOMENTO PARA EL EJE DE MENOR INERCIA POR ESFUERZOS PLÁSTICOS.....	28
CUADRO 2.7	COEFICIENTES DE REDUCCIÓN PARA ANÁLISIS DE COLUMNAS EN COMPRESIÓN .....	31
CUADRO 2.8	CURVAS DE PANDEO E IMPERFECCIONES GEOMÉTRICAS .....	37
CUADRO 2.9	FACTORES $\beta$ PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS DE SEGUNDO ORDEN.....	38
CUADRO 2.10	FACTORES DE SEGURIDAD PARCIAL PARA ACERO ESTRUCTURAL, PARA EL HORMIGÓN Y EL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL .....	39
CUADRO 2.11	FACTORES DE IMPERFECCIÓN PARA LAS CURVAS DE PANDEO DEL EC3, 2008.....	40
CUADRO 2.12	COEFICIENTES $\alpha_M$ DE ANÁLISIS DE FLEXIÓN BIAxIAL SEGÚN EL EUROCÓDIGO 4 .....	42
CUADRO 2.13	DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS PLÁSTICOS EN CADA PUNTO (MOMENTOS DE SRC RESPECTO	

	AL EJE DE MAYOR INERCIA, CON FACTORES DE SEGURIDAD) ..... 45	45
CUADRO 2.14	DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN CADA PUNTO (MOMENTOS DE SRC RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA, CON FACTORES DE SEGURIDAD) ..... 49	49
CUADRO 2.15	RIGIDEZ EFECTIVA ..... 50	50
CUADRO 2.16	RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVAS TEÓRICAS ..... 51	51
CUADRO 2.17	RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTALES ..... 51	51
CUADRO 2.18.	DISTRIBUCIÓN DE ZONAS DE TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA RECTANGULAR SRC ..... 54	54
CUADRO 2.19	DISTRIBUCIÓN DE ZONAS DE TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA CIRCULAR SRC ..... 55	55
CUADRO 2.20	TIPOS DE ACERO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MIEMBROS ESTRUCTURALES ..... 68	68
CUADRO 2.21	MOMENTOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES ..... 81	81
CUADRO 3.1	PROPIEDADES DE LOS MATERIALES ..... 107	107
CUADRO 3.2	PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL (A)..... 108	108
CUADRO 3.3	PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL (B)..... 108	108
CUADRO 4.1	DATOS DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE COLUMNAS (PROBETAS) SRC RECTANGULARES Y CIRCULARES ..... 122	122
CUADRO 4.2	EXCENTRICIDADES APLICADAS EXPERIMENTALES ..... 133	133
CUADRO 4.3	CARGA CICLICA APLICADA A LAS PROBETAS ..... 135	135
CUADRO 4.4	RESUMEN DE MOMENTOS EXPERIMENTALES Mx y My ..... 136	136
CUADRO 4.5	CARGA DE AGOTAMIENTO, DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICAL REGISTRADOS ..... 144	144

CUADRO 5.1	CAPACIDAD POR CARGA AXIAL DE LAS PROBETAS RECTANGULARES .....	146
CUADRO 5.2	CAPACIDAD POR CARGA AXIAL DE LAS PROBETAS CIRCULARES .....	146
CUADRO 5.3	DEFORMACIÓN UNITARIA DE FLUENCIA EXPERIMENTAL DE ACEROS .....	149
CUADRO 5.4	VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CR1 MEDIANTE ESCALA DE COLORES .....	150
CUADRO 5.5	VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CR2 MEDIANTE ESCALA DE COLORES .....	151
CUADRO 5.6	VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CC1 MEDIANTE ESCALA DE COLORES .....	153
CUADRO 5.7	VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CC2 MEDIANTE ESCALA DE COLORES .....	154
CUADRO 5.8	DESPLAZAMIENTO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL .....	163
CUADRO 5.9	DETALLE DE LAS PROBETAS .....	169
CUADRO 5.10	COMPARACIÓN DE CARGA AXIAL DE RESULTADOS DE LAS PROBETAS ENSAYADAS .....	171
CUADRO 5.11	COMPARACIÓN DE CARGA AXIAL DE RESULTADOS DE LAS PROBETAS ENSAYADAS .....	173
CUADRO 5.12	DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE DÉBIL.....	173
CUADRO 5.13	DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE FUERTE.....	173
CUADRO 5.14	DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE VERTICAL .....	173

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO 2.1	FORMA DE FALLA DE LAS COLUMNAS a) CORTAS, b) ESBELTAS .....	6
GRÁFICO 2.2	CURVA CARGA VS. DESPLAZAMIENTO PARA COLUMNAS MIXTAS .....	7
GRÁFICO 2.3	VIGA COLUMNA EMPOTRADA APOYADA .....	9
GRÁFICO 2.4	CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA EQUIVALENTE .....	10
GRÁFICO 2.5	CONFIGURACIÓN DE SECCIONES DE COLUMNAS MIXTAS SRC .....	15
GRÁFICO 2.6	CURVA DE CAPACIDAD A COMPRESIÓN POR PANDEO LATERAL DE EULER.....	17
GRÁFICO 2.7	CURVA DE LA PROPORCIÓN DE LA ESBELTEZ VERSUS EL ESFUERZO COMPUESTO .....	25
GRÁFICO 2.8	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE ACUERDO AL AISC 360-05.....	26
GRÁFICO 2.9	PUNTOS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN SEGÚN EL EJE DE MAYOR INERCIA .....	27
GRÁFICO 2.10	PUNTOS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DEL EJE DE MENOR INERCIA .....	27
GRÁFICO 2.11	DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN CON EL CRITERIO DEL CÓDIGO ACI 318.....	31
GRÁFICO 2.12	EFECTO DE LA ESBELTEZ EN LA CAPACIDAD DE CARGA.....	35
GRÁFICO 2.13	SECCIÓN TRANSVERSAL TÍPICA DE COLUMNAS MIXTAS CON PERFIL "H" PARCIAL Y TOTALMENTE Y EMBEBIDOS .....	35
GRÁFICO 2.14	SECCIÓN TRANSVERSAL TÍPICA DE COLUMNAS MIXTAS CON TUBOS DE ACERO RELLENOS DE HORMIGÓN .....	36

GRÁFICO 2.15	CURVA DE INTERACCIÓN SIMPLIFICADA CORRESPONDIENTE A LA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS PLÁSTICOS .....	36
GRÁFICO 2.16	DETERMINACIÓN DEL FACTOR $\mu d$ PARA LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN Y FLEXIÓN UNIAXIAL Y BIAXIAL. ....	41
GRÁFICO 2.17	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA CALCULADO POR CONDICIONES DE PLASTIFICACIÓN DE LOS MATERIALES.....	44
GRÁFICO 2.18	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE COLUMNAS RECTANGULARES, EJE DE MENOR INERCIA. ....	50
GRÁFICO 2.19	COMPATIBILIDAD ESFUERZOS DEFORMACIONES EN UNA SECCIÓN PLANA .....	53
GRÁFICO 2.20:	CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA PARA HORMIGÓN NO CONFINADO SEGÚN EL CRITERIO DE POPOVICS.....	58
GRÁFICO 2.21	MODELO ESFUERZO DEFORMACIÓN PROPUESTO PARA CARGA MONOTÓNICA PARA HORMIGÓN CONFINADO Y NO CONFINADO.....	59
GRÁFICO 2.22	MODELO DE CONFINAMIENTO EN HORMIGÓN ARMADO PARA SECCIONES RECTANGULARES PLANTEADA POR CHANG Y MANDER, 1994.....	60
GRÁFICO 2.23	RELACIÓN DE LA RESISTENCIA DE HORMIGÓN CONFINADO .....	62
GRÁFICO 2.24	MATERIALES EN UNA COLUMNA MIXTA SRC DE ACERO EMBEBIDO EN HORMIGÓN .....	64
GRÁFICO 2.25	CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA COMPRESIÓN PARA HORMIGÓN NO CONFINADO, PARCIALMENTE CONFINADO, Y	



	ALTAMENTE CONFINADO PARA UNA SECCIÓN RECTANGULAR MIXTA .....	64
GRÁFICO 2.26	CURVA ESFUERZO DEFORMACION UNITARIA SEGÚN MANDER ET AL. (1988) DE HORMIGÓN CONFINADO SECCIÓN RECTANGULAR.....	65
GRÁFICO 2.27	MODELO DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES CIRCULARES PLANTEADA POR CHANG Y MANDER, 1994.....	66
GRÁFICO 2.28	CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DE HORMIGÓN CONFINADO PARA SECCIONES CIRCULARES .....	67
GRÁFICO 2.29	MODELO DE CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA EXPERIMENTAL PARA ACERO DE REFUERZO SEGÚN VINACOTA, (2006).....	69
GRÁFICO 2.30	CONSTRUCCIÓN DE LA CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DEL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL .....	70
GRÁFICO 2.31	MODELO EXPERIMENTAL DE LA CURVA ESFUERZO DEFORMACION UNITARIA PARA ACERO ESTRUCTURAL SEGÚN VINACOTA .....	71
GRÁFICO 2.32	CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DEL ACERO ESTRUCTURAL .....	71
GRÁFICO 2.33	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN TÍPICO PARA UNA COLUMNA COMPUESTA SRC SEGÚN (MUÑOZ, 1994) .....	76
GRÁFICO 2.34	SUPERFICIE DE FALLA TRIDIMENSIONAL TÍPICA.....	77
GRÁFICO 2.35	DIAGRAMAS DE CURVAS DE CARGA TÍPICA PARA UNA DETERMINADA CARGA $P_n$ .....	77
GRÁFICO 2.36	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN P-M <sub>x</sub> Y P-M <sub>y</sub> .....	78
GRÁFICO 2.37	a) CURVAS DE CARGA DE BRESLER PARA UNA CARGA AXIAL $P_N$ CONSTANTE EN LA	

	SUPERFICIE DE FALLA S3, b) CURVAS DE INTERACCIÓN PARA EL MÉTODO DE CONTORNO DE CARGA DE BRESLER.....	81
GRÁFICO 2.38	CURVA DE CARGA DE LA SUPERFICIE DE FALLA S <sub>3</sub> EN EL PLANO DE CARGA AXIAL CONSTANTE P <sub>n</sub> .....	83
GRÁFICO 2.39	CURVA DE CARGA ADIMENSIONAL EN UNA CARGA AXIAL CONSTANTE P <sub>n</sub> .....	84
GRÁFICO 2.40	SUPERFICIE DE FALLA S4 .....	84
GRÁFICO 2.41	RELACIÓN DE LA RESISTENCIA DE MOMENTO BIAxIAL, DONDE B ESTÁ EN PORCENTAJE .....	85
GRÁFICO 2.42	CURVA DE NIVEL ADIMENSIONAL BILINEAL APROXIMADA.....	85
GRÁFICO 2.43	IDEALIZACIÓN DE LAS FIBRAS DE COLUMNAS MIXTAS SRC CONSIDERANDO LA ZONA CONFINADA LIMITADA POR PARÁBOLAS.....	89
GRÁFICO 2.44	DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR: ZONA DE HORMIGÓN NO CONFINADO; ZONA DE HORMIGÓN PARCIALMENTE CONFINADO, ZONA DE HORMIGÓN ALTAMENTE CONFINADO.....	90
GRÁFICO 2.45	ELEMENTO DIFERENCIAL DE LA FIBRA PARA SECCIONES RECTANGULARES.....	91
GRÁFICO 2.46	DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA NO CONFINADA, PARCIALMENTE CONFINADA Y ALTAMENTE EN COLUMNAS RECTANGULARES.....	91
GRÁFICO 2.47	DISCRETIZACIÓN PARA EL PERFIL "I" DE ACERO ESTRUCTURAL .....	91
GRÁFICO 2.48	REPRESENTACIÓN DE DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA EN COMPRESIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR EN EL MODELO DE MATLAB PARA UN ÁNGULO DE ESVAJE DE 45°.....	92

GRÁFICO 2.49	DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL CIRCULAR: ZONA DE HORMIGÓN NO CONFINADO; ZONA DE HORMIGÓN PARCIALMENTE CONFINADO, ZONA DE HORMIGÓN ALTAMENTE CONFINADO, ELEMENTO DIFERENCIAL DE LA FIBRA PARA SECCIONES CIRCULARES .....	92
GRÁFICO 2.50	LÓGICA DE NUMERACIÓN DE ELEMENTOS DISCRETIZADOS DE LA ZONA NO CONFINADA Y PARCIALMENTE CONFINADA PARA COLUMNAS CIRCULARES .....	93
GRÁFICO 2.51	DETALLE 1C, MODALIDAD DE LECTURA DE COORDENADAS DE ELEMENTOS DISCRETIZADOS DE LA SECCIÓN CIRCULAR.....	93
GRÁFICO 2.52	REPRESENTACIÓN DE DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA EN COMPRESIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR EN EL MODELO DE MATLAB PARA UN ÁNGULO DE ESVAJE DE 45°. .....	94
GRÁFICO 2.53	LIMITACIONES DE ESTRIBOS DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318-11.....	96
GRÁFICO 3.1	DIAGRAMA DE FLUJO DE LA PROGRAMACIÓN DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN POR EL MÉTODO DE LA FIBRA .....	99
GRÁFICO 3.2	CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE AISC-LRDF.....	105
GRÁFICO 3.3	CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE ACI 318.....	106
GRÁFICO 3.4	CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE EUROCÓDIGO 4 .....	106
GRÁFICO 3.5	PANTALLA PRINCIPAL PARA COLUMNAS RECTANGULARES SRC .....	109

GRÁFICO 3.6	INGRESO DE DATOS DE COLUMNAS RECTANGULARES SRC .....	109
GRÁFICO 3.7	a) DIAGRAMA DE INTERACCIÓN BIAxIAL, b) SUPERFICIE DE FALLA Y CURVAS DE CARGA CADA 60 T. PARA DATOS DEL GRÁFICO 3.6 .....	110
GRÁFICO 3.8	ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL CON EL EUROCODIGO 4 (2004) A COLUMNAS RECTANGULARES SRC .....	111
GRÁFICO 3.9	ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL CON EL CÓDIGO AISC-LRFD A COLUMNAS RECTANGULARES SRC .....	112
GRÁFICO 3.10	CARGA AXIAL CON LAS NORMAS AISC 360-05 Y EUROCODIGO 4 EN COLUMNAS RECTANGULRES SRC.....	112
GRÁFICO 3.11	MÉTODO DE MUÑOZ (1994) PARA ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE INTERACCIÓN.....	113
GRÁFICO 3.12	MÉTODO DE MUÑOZ (1994) PARA ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE INTERACCIÓN Y SUPERFICIES DE FALLA.....	113
GRÁFICO 3.13	CURVA CARGA DESPLAZAMIENTO INELÁSTICO .....	114
GRÁFICO 3.14	PANTALLA PRINCIPAL PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC.....	115
GRÁFICO 3.15	PANTALLA DE INGRESO DE DATOS PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC.....	115
GRÁFICO 3.16	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A UN ANGULO DE INCLINACIÓN .....	116
GRÁFICO 3.17	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN SUPERFICIE DE FALLA Y CURVAS DE CARGA.....	116
GRÁFICO 3.18	FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL POR EL MÉTODO DE MUÑOZ (1994).....	117

GRÁFICO 3.19	FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL Y ANÁLISIS DE LA SUPERFICIE DE FALLA POR EL MÉTODO DE MUÑOZ (1994).....	117
GRÁFICO 4.1	UBICACIÓN DEL CENTRO DE APLICACIÓN DE LA CARGA .....	122
GRÁFICO 4.2	GEOMETRÍA DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS RECTANGULARES SRC .....	123
GRÁFICO 4.3	ARMADURAS DE LAS COLUMNAS SRC DE PRUEBA RECTANGULARES .....	124
GRÁFICO 4.4	UBICACIÓN DEL CENTRO DE APLICACIÓN DE LA CARGA EN LAS COLUMNAS CIRCULARES .....	125
GRÁFICO 4.5	GEOMETRÍA DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS CIRCULARES SRC.....	126
GRÁFICO 4.6	ARMADO DE LA CARTELA DE LA COLUMNA CIRCULAR SRC.....	126
GRÁFICO 4.7	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CR1 .....	128
GRÁFICO 4.8	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CR2 .....	129
GRÁFICO 4.9	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CC1 .....	130
GRÁFICO 4.10	DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CC2 .....	131
GRÁFICO 4.11	INSTALACIÓN DE PROBETAS PARA ENSAYOS.....	134
GRÁFICO 5.1	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN TEÓRICOS DE LAS PROBETAS SRC RECTANGULARES .....	147
GRÁFICO 5.2	DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE LAS PROBETAS SRC CIRCULARES .....	148
GRÁFICO 5.3	DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CR1.....	150

GRÁFICO 5.4	DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CR2 .....	152
GRÁFICO 5.5	DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CC1 .....	153
GRÁFICO 5.6	DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CC2 .....	155
GRÁFICO 5.7	CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL PROBETA CR1 .....	157
GRÁFICO 5.8	CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CR1 .....	158
GRÁFICO 5.9	CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE FUERTE Y DÉBIL PROBETA CR2 .....	158
GRÁFICO 5.10	CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL PROBETA CR2.....	159
GRÁFICO 5.11	CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL PROBETA CC1 .....	160
GRÁFICO 5.12	CURVAS CARGA VERSUS DESPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CC1 .....	161
GRÁFICO 5.13	CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL DE LA PROBETA CC2.....	161
GRÁFICO 5.14	CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CC2.....	162
GRÁFICO 5.15	RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL DE LA PROBETA CR1.....	163
GRÁFICO 5.16	RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL DE LA PROBETA CR2.....	164
GRÁFICO 5.17	RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL PROBETA CC1 Y CC2.....	165
GRÁFICO 5.18	RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CR1 .....	166
GRÁFICO 5.19	RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CR2 .....	166

GRÁFICO 5.20	RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CC1 .....	167
GRÁFICO 5.21	RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CC2 .....	168
GRÁFICO 5.22	CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS RECTANGULARES CR1 .....	169
GRÁFICO 5.23	CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS RECTANGULARES CR2 .....	170
GRÁFICO 5.24	CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS CIRCULARES CC1 .....	170
GRÁFICO 5.25	CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS CIRCULARES CC2 .....	171
GRÁFICO 5.26	VALOR DE CONFIANZA DE DATOS DE EXPERIMENTACIÓN FRENTE A DATOS TEÓRICOS .....	172

## ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS

FOTOGRAFÍA 2.1	CONSTRUCCIÓN DE UNA EDIFICACIÓN MIXTA DE LA PLATAFORMA GUBERNAMENTAL EN QUITO.....	17
FOTOGRAFÍA 4.1	MÁQUINA UNIVERSAL DE ENSAYOS.....	119
FOTOGRAFÍA 4.2	MARCO DE CARGA.....	120
FOTOGRAFÍA 4.3	PLACA PARA APOYO DE LAS COLUMNAS EN EL MARCO DE CARGA.....	120
FOTOGRAFÍA 4.4	CELDA DE CARGA.....	121
FOTOGRAFÍA 4.5	ENCOFRADO DE COLUMNA RECTANGULARES.....	123
FOTOGRAFÍA 4.6	REFUERZO EN LA CARTELA DE LA COLUMNA RECTANGULAR.....	124
FOTOGRAFÍA 4.7	FABRICACIÓN DE ESPIRALES DE CONFINAMIENTO DE LAS COLUMNAS CIRCULARES.....	125
FOTOGRAFÍA 4.8	CAJA DE STRAIN GAUGES.....	127
FOTOGRAFÍA 4.9	PREPARACIÓN DE MATERIAL (VARILLAS CORRUGADAS) Y PERFIL.....	128
FOTOGRAFÍA 4.10	ARMADO Y ENCOFRADO DE LAS COLUMNAS RECTANGULARES.....	129
FOTOGRAFÍA 4.11	FUNDICIÓN DE COLUMNAS RECTANGULARES.....	130
FOTOGRAFÍA 4.12	PREPARACIÓN DE VARILLAS EN LAS COLUMNAS CIRCULARES.....	131
FOTOGRAFÍA 4.13	DISTRIBUCIÓN DE LAS GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN LAS VARILLAS DE LA COLUMNAS CIRCULAR.....	131
FOTOGRAFÍA 4.14	DISTRIBUCIÓN DE LAS GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN EL PERFIL "I" DE LA COLUMNA CIRCULAR.....	132



FOTOGRAFÍA 4.15	DISTRIBUCIÓN DE LAS GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS Y ENCOFRADO DE LAS COLUMNAS CIRCULARES SRC .....	132
FOTOGRAFÍA 4.16	FUNDICIÓN Y CURADO DE LAS COLUMNA CIRCULARES .....	133
FOTOGRAFÍA 4.17	EXCENTRICIDAD EN LA PROBETAS CC1 Y CC2.....	134
FOTOGRAFÍA 4.18	EXCENTRICIDAD EN LA PROBETAS CR1 Y CR2.....	134
FOTOGRAFÍA 4.19	ENSAYO DE LA PROBETA CC1.....	137
FOTOGRAFÍA 4.20	ENSAYO DE LA PROBETA CC2.....	139
FOTOGRAFÍA 4.21	ENSAYO DE LA PROBETA CR1.....	141
FOTOGRAFÍA 4.22	ENSAYO DE LA PROBETA CR2.....	143

## RESUMEN

En el presente trabajo se observa, analiza y describe el comportamiento de columnas mixtas de hormigón armado reforzadas con perfil de acero "I" sujetas a flexocompresión biaxial, las mismas que son importantes dentro de la industria de las construcciones por su alta resistencia al fuego, cargas de servicio, cargas de sismo, y ductilidad.

Se realiza un estudio teórico mediante la aplicación del resultado obtenido de fórmulas aplicadas a este tipo de columnas las cuales involucran las propiedades físicas y mecánicas de los materiales de los elementos de la sección.

Se utilizan las fórmulas y criterios de diseño y análisis de los códigos AISC 360-05, Eurocódigo 4, y ACI 318 para elaborar un diagrama de interacción a flexocompresión para columnas mixtas I embebidas.

En este trabajo se implementa la programación en Matlab del diagrama de interacción a flexo compresión biaxial utilizando el método de la fibra en donde se utilizan los modelos constitutivos de cada uno de los materiales que conforman la sección transversal.

Para complementar el análisis de sensibilidad de los resultados teóricos se realizó modelos experimentales mediante el ensayo de probetas de columnas mixtas SRC sujetas a la acción de carga axial y momentos flectores biaxiales en los extremos de las mismas.

Posteriormente se realizó un análisis de los resultados teóricos y experimentales aplicados a las probetas ensayadas.

## ABSTRACT

The behavior of composite encased I section with reinforced concrete subjected to bi-axial bending is observed, analyzed, and described in this work. These sections are important at construction industries because of high resistance on fire, the available and seismic loading and ductility.

A theoretical study with analysis of the formulas applied to this kind of columns with the mechanical and phisic properties of the materials of the section element is made.

The criteria of designing of AISC 360-05, Eurocode 4, ACI 318 and formulas are used to code a compression and bending diagram program for composite I encased columns.

In this work a compression and biaxial bending diagram program on Matlab is implemented using the fiber method where constitutive models of materials of the cross sections is used.

To enhance the sensibility analysis of the theoretical results, an experimental specimens of composite SRC columns subjected to biaxial bending and axial load actions at the ends of specimens are performed

Analyzes of experimental and theoretical results to the performed specimens are made.

## PRESENTACIÓN

El presente trabajo hace hincapié en generar un modelo computacional en Matlab con opciones y escenarios de análisis para la elaboración del diagrama de interacción a flexo compresión biaxial para columnas mixtas SRC con el método de la fibra, que sea válido para los chequeos de miembros de obras de infraestructura como edificaciones y puentes.

Para el estudio teórico se utilizan los criterios de los códigos AISC, Eurocódigo 4, ACI 318, respecto a flexo compresión biaxial en columnas.

Posteriormente se diseñó y construyó probetas de columnas SRC rectangulares y circulares para realizar ensayos, que consisten en la aplicación de carga axial y momentos biaxiales con la finalidad de realizar una comparación de los resultados que se obtienen de manera teórica y experimental.

Se realiza una validación del experimento mediante el análisis de las teorías la fibra, el Euro código 4, ACI 318, AISC, que proveen sus respectivos criterios aplicados a columnas.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar el análisis teórico y experimental del comportamiento de columnas mixtas tipo SRC conformadas por un perfil de acero "I" embebidos en hormigón sujetas a flexo compresión biaxial asociado a los criterios de los códigos de diseño ACI-318, AISC-LRFD, Eurocódigo 4.

### 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Realizar la programación en Matlab del diagrama de interacción mediante el método de la fibra para el análisis a flexocompresión biaxial de columnas mixtas con perfil de acero tipo I embebidos secciones rectangulares y circulares de hormigón.

Estudiar el comportamiento de columnas compuestas tipo SRC, cortas y esbelta sujetas a la acción de carga axial y de momento mediante la aplicación del programa creado en el Software MATLAB.

Realizar un análisis comparativo de resultados obtenidos en el diagrama de interacción programado por el método de la fibra relativo a criterios y modelos matemáticos que provee los códigos ACI 318, AISC-LRFD, EUROCÓDIGO 4

Realizar un estudio experimental a través de los ensayos en el laboratorio de muestras columnas SRC de secciones rectangular y circular sujetas a la acción de carga-momento.

### 1.3 ANTECEDENTES

La construcción con secciones mixtas han sido de gran uso a partir de las últimas décadas y surge como solución estructural, dentro de las aplicaciones de columnas de acero I para montaje, que son conectadas en vigas metálicas con conexiones a cortante que se diseñan para proveer resistencia ante cargas de gravedad (PEREA T. y., 2004).

En Ecuador, los edificios como el destinado a la Plataforma gubernamental de la gestión financiera se la construye con materiales compuestos de hormigón armado y acero estructural (perfil de acero I), estas columnas están ubicadas en los ejes principales del edificio, y tubos rectangulares de acero para las columnas secundarias, las conexiones de las columnas y vigas de acero estructural se las realiza con soldadura.

Las construcciones de acero embebido en hormigón tiene múltiples aplicaciones y una de ellas es que puede resistir altas temperaturas, según el trabajo realizado por HAN et al (2013); en el que se demuestra la combinación de acero embebido en hormigón es adecuada en las secciones de columnas y vigas SRC para soportar la exposición al fuego resultados que se dieron en diferentes pruebas realizadas en laboratorio.

En la década de 1970, científicos e investigadores en Japón y Estados Unidos realizaron estudios concernientes a elementos marcos de vigas y columnas mixtas, añadido a pruebas realizadas, dan a conocer la ventaja que tienen este sistema constructivo respecto de aquellos sistemas fabricados solo de acero o de hormigón armado. Trata de problemas asociados con la soldadura, resistencia a la fractura de conexiones viga y columnas, se reduce la congestión de varillas para la fundición del concreto adecuadamente, según lo revisado en el artículo técnico de (DEIERLEIN, 2000).

En la literatura revisada de (Tokgoz, 2008), se realiza una investigación a columnas cortas y esbeltas sujetas a la acción de momentos biaxiales y carga axial, en donde se verifica la capacidad de 3 columnas mixtas tipo L y 12 columnas rectangulares, también se hace un análisis comparativo de la capacidad a flexión utilizando el

Método de Magnificación de Momentos respecto a aquellos obtenidos de los ensayos de laboratorio.

En el estudio de (WENG C. Y., 2008) se revisa la elaboración de un ensayo a carga lateral de una columna reforzada con cinco espirales de confinamiento, con la finalidad de revisar el comportamiento ante cargas laterales de este tipo de columnas, en donde se usa los criterios de las normas ACI 318, AISC, Taiwan SRC code para el dimensionamiento los refuerzos transversales.

En el artículo creado por (WANG, 1998), se realiza la comparación de resultados de la capacidad a flexión de columnas mixtas esbeltas obtenidos teórica y experimentalmente. Para la teoría se utiliza los códigos Eurocódigo 4, y el código británico BS 5400.

## **1.4 METODOLOGIA**

Para la obtención de información referente a columnas compuestas recubiertas de hormigón. Se realizan cálculos y análisis de puntos característicos aplicado a las probetas ensayadas, usando las normas: AISC-LRFD, ACI 318, EUROCODIGO4.

Se genera un código en el software MATLAB se programa por el método de la fibra para la obtención del gráfico del diagrama de interacción con eje esviado, luego se determina el diagrama con la superficie de falla de columnas SRC, y se complementa con un ejemplo de aplicación de las probetas ensayadas por último se realiza un análisis comparativo.

Se utiliza el programa creado en MATLAB para calcular el diagrama de interacción de las columnas SRC.

Finalmente se ensaya cuatro (4) especímenes sujetos a las acciones de compresión y momentos flectores bidireccionales en cada extremo. En donde se realiza un estudio pormenorizado del comportamiento de cada elemento de la sección desde el comienzo del ensayo hasta el instante de la falla.

## 1.5 PROBLEMA

Actualmente las construcciones del mundo requieren de elementos de los miembros estructurales más resistentes, contruidos con nueva tecnología que conlleve a la optimización, que sean dúctiles que cumplan con las normas de sismo resistencia, es importante destacar que, a través de diferentes estudios de columnas buscando la manera de optimizar tanto económica y técnicamente los diseños, se piensa en columnas de acero recubiertas de hormigón. En Ecuador, se realizan estas construcciones usando materiales combinados de acero estructural y hormigón, pero los estudios teóricos y de laboratorio son muy escasos referente a este tema, por lo que se debe proveer de una herramienta computacional con la suficiente capacidad de resolución de problemas de flexocompresión y que esté asociado a las normas vigentes, que sirva a nivel local, y que favorezca los análisis y diseños.

## 1.6 ALCANCE

Mediante el estudio analítico de las diversas ecuaciones que se tienen para elementos sujetos a las acciones de compresión y flexión de los miembros estructurales se logra generar un modelo matemático simplificado que conlleve a soluciones de problemas asociados a la resistencia de columnas con sus diferentes condiciones de apoyo.

Utilizando los criterios asociados a las normas: ACI 318, AISC- LRFD y Eurocódigo 4 realizar una comparación de los resultados obtenidos para columnas mixtas.

Ensayar a compresión axial de cilindros de hormigón de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura con la finalidad de obtener la resistencia característica medida a los 28 y 45 días de fraguado el hormigón y la curva experimental esfuerzo deformación, ensayar a tracción las varillas de acero de refuerzo y placas de acero estructural, los mismos que nos proveerá de los datos suficientes para graficar la curva esfuerzo deformación unitaria para cada probeta.



Comparación de las curvas de esfuerzo deformación teóricos propuestos por Mander et al (1988) para hormigón no confinado, respecto de las curva esfuerzo deformación experimentales obtenidos por medio del ensayo de compresión del cilindro de hormigón.

Obtención de las curvas esfuerzo deformación, teóricos y experimentales, de varillas de acero de refuerzo convencional y placas de acero estructural.

A través de la experimentación de las diferentes muestras de columnas mixtas se obtendrá datos asociados a la acción de flexo compresión, tales como deflexiones en el centro de la columna y en el tercio inferior de la luz de la columna, representado por la curva carga desplazamiento de las muestra medidos con los LVDT's, hasta llevar al límite de fluencia en cada material. Distribución de deformaciones unitarias en la sección medida con los Strain Gauges ubicados en diferentes puntos de la sección transversal: perfil I, acero de refuerzo longitudinal y el hormigón.

Realizar una validación de los modelos teóricos y experimentales con los resultados obtenidos de la experimentación de las columnas SRC, el cual está descrito en el capítulo 5 posteriores para análisis a flexo compresión biaxial de columnas.

## CAPÍTULO 2

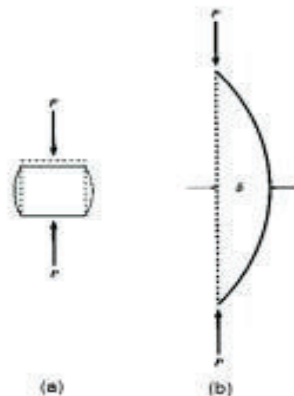
### BASE TEÓRICA

En los siguientes subcapítulos se da a conocer la teoría referente a columnas mixtas SRC, que incluye el estudio teórico pormenorizado de las características físicas y mecánicas del comportamiento de los materiales, reglamentaciones para diseño, modelos de diagramas de interacción que utilizan en los códigos: Eurocódigo 4, la norma Americana AISC-LRFD, y el código ACI 318S.

#### 2.1 COLUMNAS CARGADAS AXIALMENTE

Las columnas pueden ser cargadas axialmente y el efecto que corresponde a cada uno de ellos es de columnas cortas y columnas esbeltas, esto es de acuerdo a las dimensiones de la sección transversal de la columna, su longitud, el tipo de apoyo extremo y la forma de aplicación de la carga.

**GRÁFICO 2.1** FORMA DE FALLA DE LAS COLUMNAS a) CORTAS, b) ESBELTAS



FUENTE: Columnas de acero comportamiento y LRFD, (VINACOTA, 2006)

#### 2.2 LONGITUD EFECTIVA

Es la longitud reducida de las columnas, las mismas que están afectadas por el parámetro  $K$  o coeficiente de longitud efectiva.

## 2.3 TIPO DE APOYOS

Existen apoyos para el análisis de columnas según lo da a conocer en el manual del código LRFD en la sección de diseño de acero estructural, y los clasifica como: biarticulados en los extremos, articulado-empotrado, doble empotramiento en los extremos, empotramiento con traslación libre en un extremo, etc.

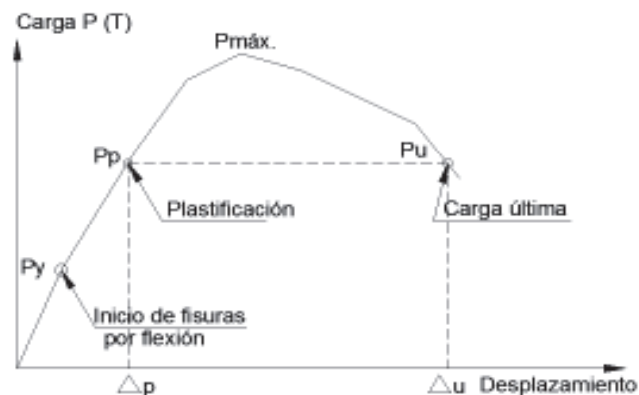
## 2.4 PARÁMETRO K

Es el parámetro que afecta a la columna y que permite clasificarlas como esbeltas según el tipo de apoyo.

## 2.5 DUCTILIDAD

La ductilidad es la habilidad que tiene un material para deformarse antes de fracturarse. En este trabajo investigativo se evalúa la ductilidad de las probetas columnas SRC mediante el coeficiente de ductilidad por desplazamiento,  $\mu$ , el cual se conoce como  $\mu = \Delta u / \Delta p$ , donde  $\Delta p$  es el desplazamiento plástico,  $\Delta u$  desplazamiento último, el coeficiente  $\mu$  tiene que ser mayor que dos (2) para tener estructuras dúctiles (Xiamuxi, 2010).

### GRÁFICO 2.2 CURVA CARGA VS. DESPLAZAMIENTO PARA COLUMNAS MIXTAS



ELABORACION: Jorge Vintimilla - Edison Quishpe

FUENTE: A discussion on ratio of axial reinforcement in RCFT columns, (Xiamuxi, 2010)

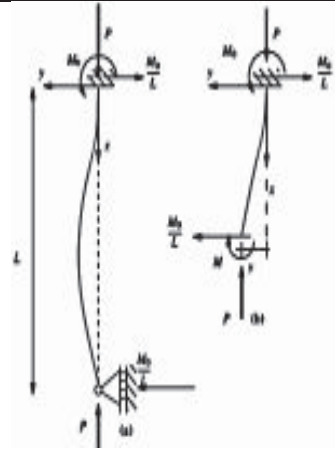
## 2.6 COLUMNAS ESBELTAS

Este tipo de columna tiene la dificultad de soportar la carga axial máxima de plastificación por lo que puede presentar una falla temprana o falla de los materiales debido al pandeo flexural que se muestra por las dimensiones de ancho y altura que tiene la columna.

## 2.7 COLUMNAS APOYADAS EMPOTRADAS

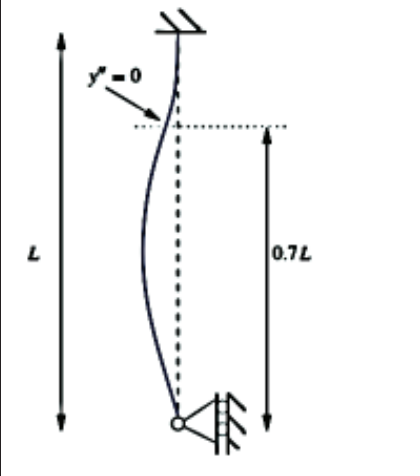
La columna está cargada con fuerza axial y momento flector. Al tener momento flector  $M_0$  se genera una fuerza horizontal  $M_0/L$  de modo que equilibra el sistema, las ecuaciones que describen este comportamiento en un tramo de 0 a  $x$ , según el trabajo de MARTINEZ, (2015) de Inestabilidad de Estructuras son:

**CUADRO 2.1** ECUACIÓN DE PANDEO ELÁSTICO DE UNA COLUMNA

Esquema	Fórmula	Descripción
	$M = Ely$	Relación momento curvatura
	$y^h(x) = c_1 \operatorname{sen} \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + c_2 \cos \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} x \right);$ $y^p(x) = \frac{M_0}{P} \left( 1 - \frac{x}{L} \right)$	$y^h$ : solución homogénea $y^p$ : solución particular
	$y(x) = \frac{M_0}{P} \left[ \frac{1}{L \sqrt{\frac{P}{EI}}} \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) - \cos \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \right]$	$y(x)$ : solución total de la ecuación; $P_{cr}$ : carga crítica de pandeo elástico para una columna empotrada apoyada

FUENTE: INESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS, (MARTINEZ A. P., 2015)

## CUADRO 2.12 CONTINUACIÓN

	$y(L) = \frac{M_0}{P} \left[ \frac{1}{L\sqrt{\frac{P}{EI}}} \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) - \cos \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) + (1 - 1) \right] = 0;$ $\theta = \sqrt{\frac{P}{EI}} L;$ $\frac{1}{\theta} \text{sen}(\theta) = \cos(\theta); \tan(\theta) = \theta, \theta \cong 4.493;$ $P_{cr} = \frac{4.493^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{4.493^2 L^2} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7L)^2}$	
---	--	--

FUENTE: INESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS, (MARTINEZ A. P., 2015)

## 2.8 ECUACIÓN VIGA-COLUMNA

Para el presente trabajo se plantea un modelo equivalente de viga-columna como se muestra en el gráfico 2.3 de manera de determinar el valor de la rigidez a flexión experimental de las probetas ensayadas.

### GRÁFICO 2.3 VIGA COLUMNA EMPOTRADA APOYADA



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En donde con la ecuación diferencial de la línea elástica se obtiene la relación para momentos  $EI \cdot y''$  válida para todos los puntos dentro del claro de la viga columna con sección transversal constante, y se describe como sigue a continuación:

$$EI \cdot y'' = P \cdot e - \frac{3P \cdot e \cdot x}{2L} \quad (2.1)$$

Integrando dos veces la ecuación 2.1 se obtiene:

$$EI * y' = C1 + P * e * x - \frac{3P * e * x^2}{4L} \quad (2.2)$$

$$EI * y = C1 * x + C2 + P * e * \frac{x^2}{2} - \frac{P * e * x^3}{4L} \quad (2.3)$$

$$x = 0, y = 0; x = L, y' = 0 \quad (2.4)$$

$$C2 = 0, C1 = -\frac{P * e * L}{4} \quad (2.5)$$

La ecuación diferencial se escribe como:

$$EI * y = -\frac{P * e * L}{4} * x + P * e * \frac{x^2}{2} - \frac{P * e * x^3}{4L} \quad (2.6)$$

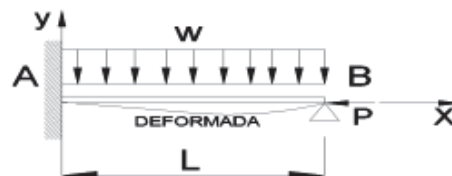
$$EI * y_{\left(\frac{L}{2}\right)} = -P * e * \frac{L^2}{32}, \quad (2.7)$$

La rigidez a flexión está dada como el valor absoluto de la expresión encontrada anteriormente.

$$EI = P * e * \frac{L^2}{32y_{\left(\frac{L}{2}\right)}}, \quad (2.8)$$

La ecuación 2.8 permite determinar la rigidez a flexión de las columnas para el registro de flechas medidas con LVDT'S medido en el centro de la columna para cada estado de carga P.

#### GRÁFICO 2.4 CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA EQUIVALENTE



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En donde con las ecuaciones de Momentos  $M(x)$  y deflexiones  $y(x)$  deducidas en los libros de resistencia de materiales y con las abscisas establecidas en el gráfico 2.4, se tiene lo siguiente:

$$y_{AB} = -\frac{wx^2}{48EI} (3L^2 - 5Lx + 2x^2), \text{ en } x = \frac{l}{2}; y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{wL^4}{192EI} \quad (2.9)$$

$$M_{AB} = -\frac{w}{8} (L^2 - 5Lx + 4x^2), \text{ en } x = \frac{5l}{8}; M_{\text{máx.}}\left(\frac{5L}{8}\right) = \frac{9wL^2}{128} \quad (2.10)$$

Para una columna empotrada apoyada se asume un momento producido por la carga axial  $P$ , una excentricidad  $e$  del punto de la aplicación de  $P$ , en una abscisa  $x=(1-5/8)*L=3/8*L$  del gráfico 2.3, se tendrá esta acción  $M=7*P*e/16$ , la misma que es una acción equivalente a la encontrada en la ecuación 2.10, donde  $w$  es una carga uniformemente repartida equivalente a lo largo de la viga, cuyo valor es  $56*P*e/(9*L^2)$

$$M\left(\frac{5 * L}{8}\right) = \frac{9 * w * L^2}{128} = 7 * \frac{P * e}{16}, \quad w = \frac{56 * P * e}{9L^2}, \quad (2.11)$$

## 2.9 CRITERIOS DEL CÓDIGO AISC 360-05

Para el diseño de columna y marcos de gravedad se tiene que tomar en cuenta que el coeficiente de pandeo elástico sea  $K=1$ ; estos marcos resisten momentos y están compuestos de marcos reforzado, muros de corte y otros sistemas equivalentes que resistan cargas laterales. Revisar la sección C-3c del código AISC 360-05.

El efecto  $P - \Delta$  de cargas verticales tiene que ser considerado en el análisis y diseño de cargas laterales, se sugiere revisar la sección C2 de código AISC 360-05 para el diseño de estructuras bajo cargas laterales y gravitacionales.

### 2.10 PANDEO FLEXURAL

El código AISC 360-05 da a conocer en la sección I2 en donde establece que para miembros de sección compuesta embebidos y tubos rellenos sujetos a compresión axial que la resistencia de diseño a compresión,  $\Phi_c P_n$ , y la resistencia admisible de compresión,  $P_n/\Omega$  para columnas compuestas embebidas cargadas axialmente tiene que ser determinado para el estado límite de pandeo flexural basados en la

esbeltez de la columna. A continuación se presentan las ecuaciones I2-2 e I2-3 del mencionado código:

**CUADRO 2.2 FÓRMULA DE CARGA AXIAL NOMINAL PARA COLUMNAS MIXTAS SEGÚN EL AISC 360-05**

Fórmula	Descripción
Para $P_e \geq 0.44 * P_o$ (Ecuación I2-2) $P_n = P_o \left[ 0.658^{(P_o/P_e)} \right]$	Po: Carga axial de agotamiento para columnas  $P_e$ = Carga máxima de pandeo elástico, de Euler, según la ecuación I2-5 del AISC 360-05.  $A_s$ = Área de la sección del perfil "I" de acero, (mm <sup>2</sup> )  $A_c$ = Área del hormigón, (mm <sup>2</sup> )
Para $P_e < 0.44P_o$ (Ecuación I2-3) $P_n = 0.877 * P_e$	$A_{sr}$ = Área del acero de refuerzo longitudinal o varillas, (mm <sup>2</sup> )  $E_c$ = Módulo de elasticidad del hormigón = $w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}$ , ksi ( $0.043w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}$ , MPa)
$P_o = A_s * F_y + A_{sr} * F_{yr} + 0.85 * A_c * f'_c$	$E_s$ = Módulo de elasticidad del acero = 29000 ksi (210 Mpa)
$P_e = \pi^2 (EI_{eff}) / (KL)^2$ $EI_{eff} = E_s I_s + E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$ $C_1 = 0.1 + 2 * \left( \frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$	$f'_c$ = Resistencia a compresión del hormigón especificada  $F_y$ = Esfuerzo de fluencia mínimo especificado para el acero estructural.  $F_{yr}$ = Esfuerzo de fluencia mínimo especificado para las barras de acero de refuerzo convencional.  $I_c$ = Momento de inercia de la sección de concreto  $I_s$ = Momento de inercia del perfil de acero estructural  $I_{sr}$ = Momento de inercia de las barras de acero de refuerzo convencional.  $K$ = Factor de longitud efectiva determinado de acuerdo al sección AISC 360-05-C.  $L$ = Longitud de la columna no arriostrada.  $w_c$ = Peso específico del hormigón.  $EI_{eff}$ = Rigidez efectiva a flexión de la sección compuesta

FUENTE: (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC., 2005)



La carga de agotamiento de la sección P, es decir, que la carga de plastificación que soporta la columna, corresponde a la colaboración de la carga del perfil I, el 100% de la carga nominal de las varillas, y la carga de la sección de hormigón.

Al reemplazar los datos de la sección rectangular de 20x20 cm con 4 varillas de 12 mm, perfil embebido IPE80 (180x46x5.2x3.8) de la columna rectangular ensayada, se tiene:

Materiales:

$$E_s = 2093479.05 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}, E_{sr} = 2032487.36 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}; E_c = 228235.18 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2};$$

Propiedades de la sección:

$$I_{sr} = 4 * \left( \left( \frac{\phi_L}{2} \right)^4 * \frac{\pi}{4} + A_{s1} \left( \frac{h}{2} - r - \phi_e - \frac{\phi_L}{2} \right)^2 \right) =$$

$$= \left( \left( \frac{1.20}{2} \right)^4 * \frac{\pi}{4} + 1.13 \left( \frac{20.00}{2} - 3.00 - 0.80 - \frac{1.20}{2} \right)^2 \right) * 4 = 142.28 \text{ cm}^4$$

$$I_s = \left( bf * \frac{hs^3}{12} - (bf - tw) * \frac{(hs - 2 * tf)^3}{12} \right)$$

$$= \left( 4.60 * \frac{8.00^3}{12} - (4.60 - 0.38) * \frac{(8.00 - 2 * 0.52)^3}{12} \right) = 77.69 \text{ cm}^4$$

$$I_c = b * \frac{h^3}{12} - I_s - I_{sr} = 20 * \frac{20^3}{12} - 142.28 - 77.69 = 13113.36 \text{ cm}^4;$$

$$A_s = 7.43 \text{ cm}^2, A_{sr} = 4.52 \text{ cm}^2; A_c = b * h - A_s - A_{sr} = 20 * 20 - 7.43 - 4.52 = 388.05 \text{ cm}^2$$

$$C_1 = 0.10 + 2 * \left( \frac{7.43}{388.05 + 7.43} \right) = 0.138 \leq 0.30 \text{ O.k.}$$

$$EI_{\text{eff}} = 2093479.05 * 77.70 + 0.5 * 2032487.36 * 142.28 + 0.138 * 228235.18$$

$$* 13113.36 = 7.2028 \times 10^8 \text{ Kg} - \text{cm}^2$$

## 2.11 COLUMNAS MIXTAS (SRC) CON PERFILES DE ACERO TIPO I EMBEBIDAS EN SECCIONES DE HORMIGÓN

### 2.11.1 CONFIGURACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA SECCIÓN (SRC)

Dentro de las limitaciones que establece la norma AISC 360-05 (American Institute of Steel Construction) para considerar a una sección mixta se puede encontrar que: 1) El área del núcleo de acero debe contener por lo menos el 1% del área total de la sección transversal, 2) El núcleo de acero tiene que ser reforzado con barras longitudinales continuas y estribos laterales o espirales. El área mínima de refuerzo transversal tiene que ser al menos 0.09 pulgadas cuadradas por cada pulgada (6 milímetros cuadrados por cada milímetro de espaciamiento de estribo), 3) la cuantía mínima de acero de refuerzo,  $\rho_{sr}$ , debe ser 0.004, en donde según el AISC 360-05,

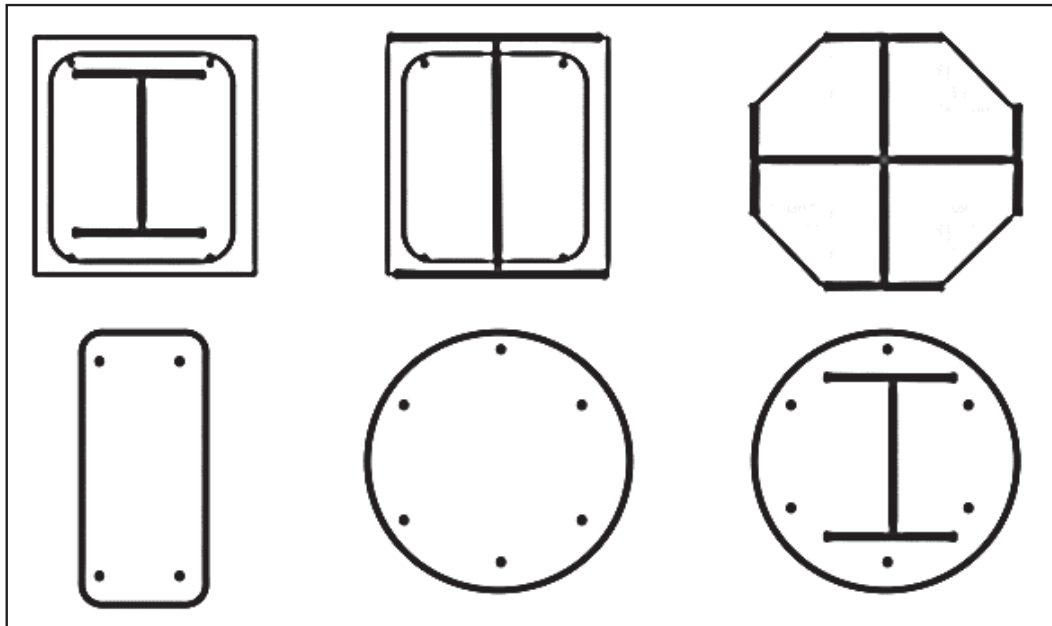
$$\rho_{sr} = A_{sr}/A_g \quad (2.12)$$

Además, conforme a la disposición de Eurocódigo 4 (2004) en lo referente a la disposición de los elementos de una sección compuesta, las columnas mixtas se pueden clasificar en dos tipos principales:

- Secciones abiertas parcial o completamente embebidas en hormigón Tipo SRC (Steel Reinforced Concrete).
- Secciones huecas de acero rellenas de hormigón Tipo CFT (Concrete Filled Tubular).

Las columnas parcialmente embebidas se basan en secciones de acero en I o H, con el espacio entre las alas relleno de hormigón. En las columnas completamente embebidas la sección I entera de acero se encuentra dentro del hormigón con un recubrimiento mínimo en todo su contorno. Secciones huecas rellenas de hormigón pueden ser circulares o rectangulares. El hormigón rellena la sección y su resistencia a compresión se ve incrementada debido a su confinamiento. Esta es una ventaja adicional para la resistencia a compresión la columna. El gráfico 2.5 muestra 6 tipos de columnas mixtas.

**GRÁFICO 2.5** CONFIGURACIÓN DE SECCIONES DE COLUMNAS MIXTAS SRC



FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

### 2.11.2 RELACIÓN DE CONTROL PANDEO LOCAL EN COLUMNAS TIPO SRC

En secciones mixtas SRC, en donde el perfil está totalmente embebido, no es necesario revisar el pandeo local de los elementos del perfil estructural, otro caso como el perfil parcialmente embebido, en donde se chequea el pandeo local de los patines de manera que se obtengan miembros seguros y resistentes ante el efecto de cargas gravitatorias y laterales. Se presenta el cuadro 2.3 que indica las limitaciones que se debe tener en el diseño y selección de los perfiles adecuados.

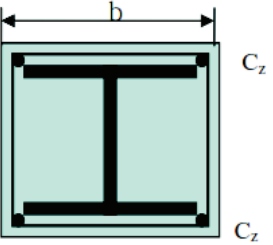
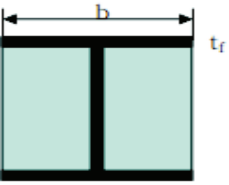
El recubrimiento mínimo requerido en este tipo de miembros es 4 cm, esto previene la explosión del hormigón en la zona no confinada, corrosión del perfil estructural bajo condiciones medioambientales y protección contra el fuego.

De acuerdo al EUROCODIGO 4, se tiene:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{34.08}{F_y}} \quad (2.13)$$

Donde:  $F_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero en Ksi.

**CUADRO 2.3 RELACIÓN LÍMITE DE DIMENSIONES PARA CONFORMAR UNA SECCIÓN SRC EUROCÓDIGO 4**

Tipo de sección transversal	<p>No es necesario chequear el pandeo local para secciones totalmente embebidas. Para prevenir la explosión del hormigón el recubrimiento mínimo tiene que ser:</p> $C_z \leq \text{máx. (40 mm, b/6)}$			
 <p>Sección "I" totalmente embebida</p>				
Tipo de sección transversal	Relación límite	Límites para diferentes grados de acero		
 <p>Sección "I" parcialmente embebida</p>	$\frac{b}{t_f} \leq$	S235	S 275	S355
44ε		41ε	36ε	

FUENTE: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)

La variedad de construcciones con perfiles puede ser determinada por el proyectista, el mismo que decide el modelo de junta o conexión en los apoyos, estas conexiones pueden ser soldadas, empernadas. Al tratarse de un estudio de miembros de acero estructural se tiene que tomar en cuenta que los perfiles embebidos en las columnas van unidos a perfiles usados en las vigas de un edificio.

## FOTOGRAFÍA 2.1 CONSTRUCCIÓN DE UNA EDIFICACIÓN MIXTA DE LA PLATAFORMA GUBERNAMENTAL EN QUITO



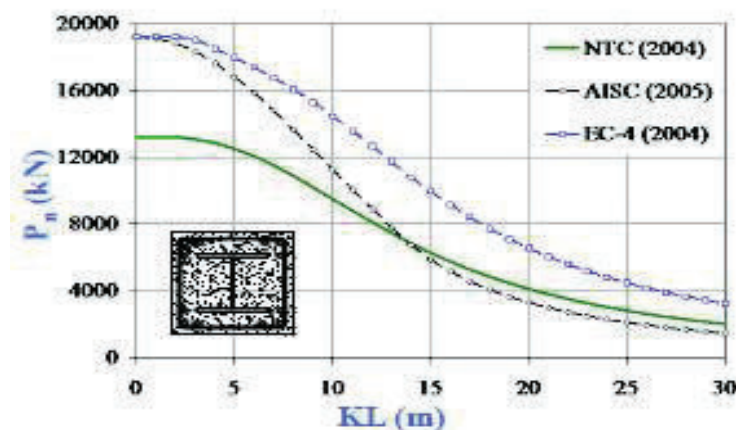
FUENTE Y ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 2.11.3 CURVA DE CAPACIDAD A COMPRESIÓN DE COLUMNAS TIPO SRC

Las columnas mixtas SRC tienen sus propiedades de pandeo flexural, y está relacionado con cada eje, fuerte y débil, los cuales van a generar diferentes formas de trazado de su respectiva curva de capacidad, y como resultado de esto se tiene la ductilidad de las mismas.

Respetando las condiciones de subcapítulo 2.10, acordes con las fórmulas I2-2 e I2-3 provistos por el AISC 360-05, se traza la curva de pandeo de Euler de las columnas mixtas SRC.

### GRÁFICO 2.6 CURVA DE CAPACIDAD A COMPRESIÓN POR PANDEO LATERAL DE EULER



FUENTE: Developments in Composite Column Design, (PEREA T. L., 2008)

#### **2.11.4 VENTAJAS Y LIMITACIONES DE UTILIZAR COLUMNAS SRC EN LA CONSTRUCCIÓN**

- Incrementan la resistencia de la columna,
- Incrementa la rigidez disminuyendo la esbeltez e incrementando la resistencia a pandeo.
- Resistente al fuego
- Protege al acero contra la corrosión.
- Aumentan la ductilidad de la estructura global

#### **2.12 FÓRMULAS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A FLEXIÓN UNIAXIAL DE COLUMNAS TIPO SRC**

En este apartado se refiere a criterios que utilizan los códigos AISC 360, ACI 318, Eurocódigo 4, respecto a la determinación de la capacidad a flexocompresión de las columnas SRC (Steel Reinforced Concrete).

#### **2.13 NORMA AMERICANA AISC LRFD**

Para la determinación de secciones en el diseño bajo flexo compresión biaxial que utiliza el código LRFD este provee de secciones rectangulares con su capacidad nominal, que cumpla con las correspondientes especificaciones. Y el usuario se debe guiar por el respectivo formulario para realizar sus diseños.

En este método se trabaja con estados límite, tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- La cuantía de acero del perfil metálico es mayor del 0.040.
- La separación de estribos de cortante será de al menos  $s \leq 2/3d_{\min}$ ,  $d_{\min}$ : Dimensión menor de la dos dimensiones de la sección transversal.
- Se trabajará con resistencias características del hormigón entre 20 y 55 MPa.

- Al disponer dos perfiles metálicos estos deben ir conectados entre sí.
- La parte de la fuerza axial que debe soportar el hormigón se transmitirá por apoyo directo en las uniones.

La resistencia de carga de compresión axial de diseño de las columnas compuestas,  $P_u$ , pueden ser calculadas siguiendo el siguiente formulario del código LRFD:

#### CUADRO 2.4 ESFUERZO CRITICO SEGÚN EL CRITERIO DEL LRFD

Fórmula	Descripción
$P_u = \phi_c P_n, \phi_c = 0.85$	$P_u$ : Resistencia última a compresión, $\phi_c$ : Factor de reducción a compresión
$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_{my}$ para $\lambda_c \leq 1.5$	
$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_{my}$ para $\lambda_c > 1.5$	

FUENTE: (American Institute Of Steel Construction Inc., 1994)

$$P_n = A_s F_{cr} \quad (2.14)$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{r_m \pi} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}} \quad (2.15)$$

$$F_{my} = F_y + c_1 F_{yr} \frac{A_r}{A_s} + c_2 f'_c \frac{A_c}{A_s} \quad (2.16)$$

$$E_m = E_s + c_3 E_c \frac{A_c}{A_s} \quad (2.17)$$

Donde:

$\lambda_c$ : Factor de esbeltez de la columna

$F_{my}$ : Esfuerzo de fluencia modificado (Manual LRFD (94) I2-1)

$E_m$ : Módulo de elasticidad modificado (Manual LRFD (94) I2-2)

K: Coeficiente de longitud efectiva

L: Longitud de la columna

$r_m$ : Radio de giro del perfil estructural y no menor de 0.30 el espesor de la sección mixta en el plano de pandeo

$A_c, A_r, A_s$ : Áreas respectivamente del hormigón, la armadura longitudinal y el perfil "I" estructural.

$E, E_c$ : Módulos de elasticidad, respectivamente, del acero estructural y del hormigón.

$F_y, F_r$ : Límite de fluencia, respectivamente, del acero estructural y de las armaduras.

$f'_c$ : Resistencia especificada del hormigón no confinado

$c_1, c_2, c_3$  : Coeficientes que toman el valor, respectivamente, de 0.7, 0.6 y 0.2 en caso de secciones de acero recubiertas.

La resistencia de diseño a compresión para secciones SRC según el código AISC 360-05 está dado por las ecuaciones I2-2, I2-3, revisados en el subcapítulo de pandeo flexural.

Al considerar el procedimiento aplicado por el método LRFD y para la combinación de efectos por flexión y compresión se debe aplicar las siguientes ecuaciones de interacción para secciones doblemente simétricas:

a) Si  $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.20$  (Ec. H1-1a)

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (2.18)$$

b) Si  $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.20$  (Ec.H1-1b)

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (2.19)$$

Donde:

$P_u$ : Resistencia a compresión requerida, fuerza a compresión factorada, (T)

$\phi P_n$ : Resistencia a compresión de diseño (T),  $\phi = \phi_c = 0.85$

$P_n$ : Resistencia a compresión nominal (T), definida en el capítulo E de la especificación LRFD.

$M_u$ : Resistencia flexión requerida incluido los efectos de segundo orden, (T-m)

$\phi_b M_n$ : Resistencia de diseño a flexión, (T-m)

$\phi_b$ : Factor de resistencia a flexión =0.90 (Manual LRFD (94) D1)



$M_n$ : Resistencia flexión nominal del capítulo F de las especificaciones del LRFD, (T-m)

Se aplica las ecuaciones de las curvas de interacción para cada caso de ensayo utilizando los criterios del manual de construcción de acero LRFD (1994).

**Carga axial nominal evaluada respecto al eje menor inercia: Sección Rectangular:**  $c_1=0.7$ ;  $c_2=0.6$ ;  $c_3=0.20$  (Manual LRFD (94) I2):

$$E_m = E + c_3 * E_c * A_c / A_s = 2093479.05 + 0.20 * 228235.18 * 388.05 / 7.43 =$$

$$E_m = 4477876.14 \text{ [Kg/cm}^2\text{]};$$

$$F_{my} = F_y + c_1 * F_{yr} * A_r / A_s + c_2 * f_c * A_c / A_s = 3496.11 + 0.7 * 4471.47 * 4.52 / 7.43 + 0.6 * 319.83 * 38$$

$$8.05 / 7.43 = 15426.09 \text{ [Kg/cm}^2\text{]}; \text{ radio de giro } r_y = ((I_g * E_c / 2.5 + I_s * E_s + I_{sr} * E_{sr})$$

$$/ (A_g * E_c / 2.5 + A_s * E_s + A_{sr} * E_{sr}))^{0.5} =$$

$$((13333.33 * 228235.18 / 2.5 + 8.47 * 2093479.05 + 142.28 * 2032487.36) /$$

$$(400 * 228235.18 / 2.5 + 7.43 * 2093479.05 + 4.52 * 2032487.36))^{0.5} = 4.99 \text{ cm,}$$

$$\lambda_c = 0.7 * 2.20 / (4.99 * \pi) * (15426.09 / 4477876.14)^{0.5} = 0.58 < 1.50; \text{ por lo tanto,}$$

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) * F_{my} = (0.658^{0.58^2}) * 15426.09 = 13420.61 \text{ Kg/cm}^2;$$

$$P_n = F_{cr} * A_s = 13420.61 * 7.43 = 99699.06 \text{ [Kg]};$$

Si el factor de reducción por compresión es  $\phi=0.85$ ;  $\phi P_n = 84.74 \text{ [T]}$ ;

Ecuación de interacción:  $P_u / \phi P_n + 8/9 * (M_{ux} / (\phi_b * M_{nx}) + M_{uy} / (\phi_b * M_{ny}))$ ;  $M_{ux} = P * e_y$ ;  $M_{uy} = P * e_x$ ;  $\phi_b = 1 - P / P_{ex,y}$ ;  $EI_{eff} = 576222049.87 \text{ [Kg/cm}^2\text{]}$ .

La carga crítica de Euler es:  $P_{ex} = \pi^2 * EI_{eff} / (K * L)^2 =$

$$\pi^2 * 576222049.87 / (0.7 * 220)^2 = 239.80 \text{ T}; P_{ey} = \pi^2 * 718986915.89 / (0.7 * 220)^2 = 299212.19 \text{ Kg} = 299.21 \text{ T.}$$

Al reemplazar en la ecuación de interacción valores de la **probeta rectangular**

**CR1:**  $M_{nx} = 5.27 \text{ T-m}$ ;  $M_{ny} = 4.72 \text{ T-m}$ , excentricidades  $e_x = 0.071 \text{ m}$ ;  $e_y = 0.053 \text{ m}$ .

$$P / \phi P_n + 8/9 * (P * e_y / (1 - P / P_{ex}) / M_{nx} + P * e_x / (1 - P / P_{ey}) / M_{ny})$$

$$= P / 84.74 + 8/9 * (P * 0.071 / (1 - P / 239.80) / 5.27 + P * 0.053 / (1 - P / 299.21) / 4.72) = 1.00;$$

**P = 27.56 [T]**. Y la carga experimental es:  $P_{exp} = 36.60 \text{ T} > 27.56 \text{ T}$ ; es seguro.

Al reemplazar en la ecuación de interacción valores de la **probeta rectangular CR2**:  $M_{nx}=5.31$  T-m;  $M_{ny}=4.71$  Tm, excentricidades  $e_x=0.050$  m;  $e_y=0.057$  m.

$$P/84.74+8/9*(P*0.050/(1-P/239.80))/5.31+ P*0.057/(1-P/299.21)/4.72=1.00;$$

**P=30.03 [T]**. Y la carga experimental es:  $P_{exp}=56.00$  T > **30.03 T**; es seguro.

**Carga axial nominal evaluada respecto al eje menor inercia: Sección circular:**

$$c_1=0.70; c_2=0.60; c_3=0.20:$$

$$E_m = E + c_3 * E_c * A_c / A_s = 2093479.05 + 0.20 * 240818.81 * 302.21 / 7.43 = 4052800.26$$

[Kg/cm<sup>2</sup>];

$$F_{my} = F_y + c_1 * F_{yr} * A_r / A_s + c_2 * f'_c * A_c / A_s$$

$$= 3496.11 + 0.7 * 4471.47 * 4.52 / 7.43 + 0.6 * 385.03 * 302.21 / 7.43 = 14800.10 \text{ [Kg/cm}^2\text{]}.$$

$$\text{Radio de giro } r_y = ((I_g * E_c / 2.5 + I_s * E_s + I_{sr} * E_{sr}) / (A_g * E_c / 2.5 + A_s * E_s + A_{sr} * E_{sr}))^{0.5} =$$

$$(7853.98 * 240818.81 / 2.5 + 8.47 * 2093479.05 + 142.28 * 2032487.36) / (314.16 * 240818.81 / 2.5 + 7.43 * 2093479.05 + 4.52 * 2032487.36)^{0.5} = 3.53 \text{ cm,}$$

$$\lambda_c = 0.7 * 220 / (3.53 * \pi) * (14800.10 / 4052800.26)^{0.5} = 0.76 < 1.50; \text{ por lo tanto,}$$

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) * F_{my} = (0.658^{0.76^2}) * 14800.10 = 11602.84 \text{ [Kg/cm}^2\text{];}$$

$$P_n = F_{cr} * A_s = 11602.84 * 7.43 = 86.19 \text{ [T];}$$

Si el factor de reducción por compresión es  $\phi=0.85$ ;

$$\phi P_n = 73.44 \text{ T;}$$

Ecuación de interacción:  $M_{ux} = P * e_y$ ;  $M_{uy} = P * e_x$ ;  $\phi_b = 1 - P / P_{e_{x,y}}$ ;  $EI_{effx} = 509749873.43$  [Kg/cm<sup>2</sup>],  $EI_{effy} = 367278509.49$  [Kg/cm<sup>2</sup>],

La carga crítica de Euler es:

$$P_{ex} = \pi^2 * EI_{effx} / (K * L)^2 = \pi^2 * 509749873.43 / (0.7 * 220)^2 = 212.14 \text{ [T];}$$

$$P_{ey} = \pi^2 * 367278509.49 / (0.7 * 220)^2 = 152.85 \text{ [T].}$$

Al reemplazar en la ecuación de interacción valores de la **probeta circular CC1**:

$M_{nx}=3.36$  [T-m];  $M_{ny}=2.77$  [T-m], las excentricidades son  $e_x=0.050$  m;  $e_y=0.085$  m.

$$P / \phi P_n + 8/9 * (P * e_y / (1 - P / P_{ex}) / M_{nx} + P * e_x / (1 - P / P_{ey}) / M_{ny}) = 1$$

$$P/73.27+8/9*(P*0.050/(1-P/212.14))/3.36 + P*0.085/(1-P/152.85)/2.77=1.00;$$

**P=18.00 [T].**

Y la carga experimental es:  $P_{exp} = 49.80 T > 18.00 T$ ; por tanto es muy seguro.

Al reemplazar en la ecuación de interacción valores de la **probeta circular CC2:**

$M_{nx}=3.53 T\cdot m$ ;  $M_{ny}=2.85 T\cdot m$ , excentricidades  $e_x=0.012 m$ ;  $e_y=0.054 m$ .

$$P/73.27+8/9*(P*0.012/(1-P/212.14))/3.53+ P*0.054/(1-P/152.85)/2.85=1;$$

**P=29.43 [T].**

Y la carga experimental es:  $P_{exp} = 66.00 T > 29.43 T$ ; por tanto es seguro.

La Ecuación C-I4-1 del código LRFD, se representa como:

En la ecuación 2.20 se debe cumplir que:  $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.30$

$$M_n = M_p = ZF_y + \frac{1}{3}(h_2 - 2C_r)A_sF_{yr} + \left(\frac{h_2}{2} + \frac{A_wF_y}{1.7f'_c h_1}\right)A_wF_y \quad ( 2.20 )$$

Donde:

$M_n$ : Resistencia nominal a flexión determinada de la distribución de esfuerzo plástico en la sección transversal compuesta con ciertas excepciones dadas en la sección I4.

$A_w$ : Área del alma de la sección "I" de acero; si se tiene tubos rellenos de hormigón,  $A_w = 0.00, in^2$ .

$Z$ : Módulo plástico de la sección de acero estructural,  $in^3$ .

$C_r$ : Promedio de la distancia medido desde la cara de compresión al acero de refuerzo longitudinal a dicha cara y la distancia de la cara tensión al acero refuerzo longitudinal en aquella cara.

$h_1$ : Ancho de la sección mixta perpendicular al plano de flexión, in.

$h_2$ : Ancho de la sección mixta paralelo al plano de flexión, in.

El efecto  $P - \Delta$  tiene que ser considerado en el diseño de un pórtico.

En estructuras diseñadas en base al análisis plástico, la resistencia a flexión requerida  $M_u$  se determina del análisis plástico de segundo orden que satisface las condiciones de la sección C2. En estructuras diseñadas en base al análisis elástico,  $M_u$  es para vigas, columnas, conexiones, estos deben ser determinados en base al análisis elástico de segundo orden o el siguiente análisis aproximado de segundo orden.

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (2.21)$$

Donde:

$M_{nt}$ : Resistencia a flexión requerida en miembros suponiendo que no hay traslación lateral de pórtico

$M_{lt}$ : Resistencia a flexión requerida en miembros como un resultado de la traslación del pórtico, en el presente trabajo se considera este valor cero por no existir cargas laterales y no es necesario el cálculo de  $B_2$ .

La ecuación C1-2 es:

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u/P_{e1})} \geq 1 \quad (2.22)$$

$$P_{e1} = A_g F_y / \lambda_c^2 \quad (2.23)$$

$\lambda_c$ : Parámetro de esbeltez, en donde el factor de longitud efectiva  $K$  en el plano de flexión debe ser determinada de acuerdo con la sección C2.1, para pórticos arriostrados

$P_{e1}$ : Fuerza axial crítica de compresión para miembros arriostrados

$C_m$ : Coeficiente basado en el análisis elástico de primer orden suponiendo que no hay traslación lateral del pórtico el mismo valor debe ser determinado como:

Para miembros en compresión no sujetos a cargas transversales entre sus apoyos en el plano de flexión, ecuación C1-3:

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) \quad (2.24)$$

Donde:

$M_1/M_2$ : Relación de momento pequeño sobre momento grande en los extremos de una columna en el respectivo plano de flexión.

$M_u$ : Resistencia requerida a flexión

$\phi_{c,t}$ : Factores de resistencia a tensión y compresión respectivamente.

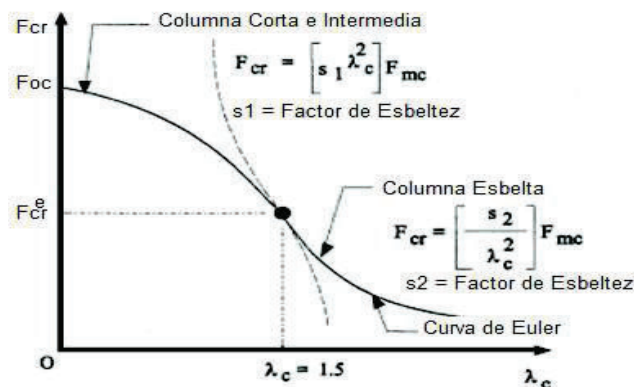
$\phi_c = 0.85$  Para compresión y  $\phi_t = 0.90$  para tensión,  $\phi_b$ : Factor de resistencia a flexión = 0.90

$A_g$ : Área total de la sección transversal de la columna.

Si se requiere diseñar bajo condiciones de cargas últimas y con secciones mixtas cuadradas SRC normadas con el código LRFD tiene sus tablas en la parte 4. En este código se considera el factor de esbeltez  $KL/r$  es sobre los 200 I-2-2.

La curva de Euler para columnas mixtas tiene los siguientes elementos:

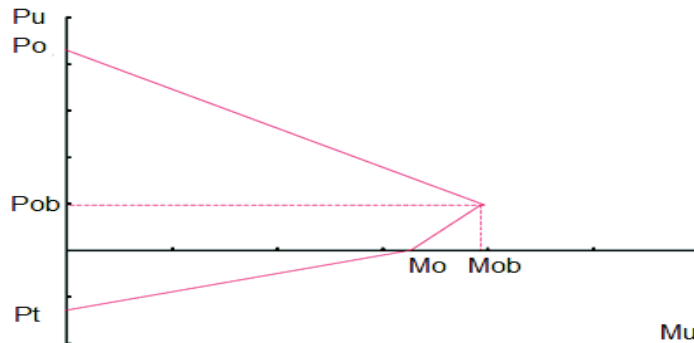
### GRÁFICO 2.7 CURVA DE LA PROPORCIÓN DE LA ESBELTEZ VERSUS EL ESFUERZO COMPUESTO



FUENTE: BEHAVIOR OF BIAXIALLY LOADED CONCRETE-ENCASED COMPOSITE COLUMNS, (MUÑOZ, 1994).  $S_1=0.658$ ,  $S_2=0.877$ .

El capítulo 12 del LRFD incluye lineamientos de diseño de miembros compuestos que hay que considerar, como: El área de la secciones transversal de acero estructural, área de acero de refuerzo o varillas, la resistencia a la compresión mínima de hormigón de peso normal es de 3000 psi y la máxima es de 8000 psi, la resistencia mínima a la compresión para concreto de peso ligero es 4000 psi, el esfuerzo de fluencia de los perfiles y varillas no puede exceder los 50 ksi,

**GRÁFICO 2.8** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE ACUERDO AL AISC 360-05



FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

Las fórmulas realizadas del efecto combinado de carga axial y momento aplicado a columnas compuestas SRC en este apartado se basan a método de distribución de esfuerzos plásticos.

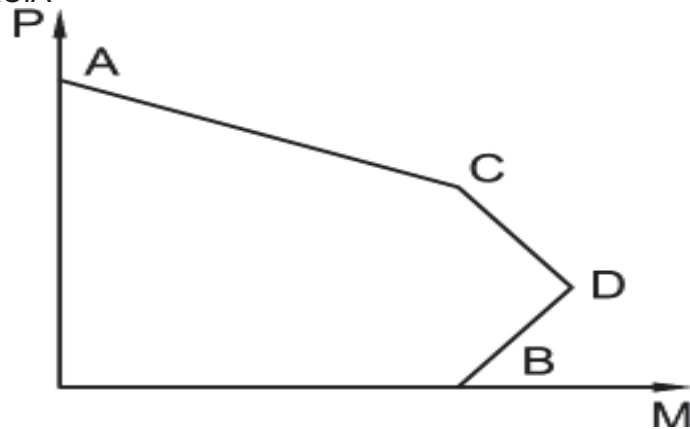
**2.13.1 ECUACIONES BÁSICAS DEL AISC 360 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA**

**CUADRO 2.5** FÓRMULAS DE CÁLCULO DE CARGA Y MOMENTO PARA EL EJE DE MAYOR INERCIA POR ESFUERZOS PLÁSTICOS

Sección	Distribución de esfuerzos	Pto	Ecuaciones definidas
		A	$PA = A_s \cdot F_y + A_{sr} \cdot F_{yr} + 0.85 \cdot f_c \cdot A_c$ $MA = 0$ $A_s = \text{área del perfil de acero}$ $A_{sr} = \text{área de las varillas}$ $A_c = h_1 \cdot h_2 - A_s - A_{sr}$
		C	$PC = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c$ $MC = MB$
		D	$PD = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c / 2$ $MD = Z_s \cdot F_y + Z_r \cdot F_{yr} + (1/2) \cdot Z_c \cdot (0.85 \cdot f_c)$ $Z_s = \text{Módulo plástico de la sección x-x}$ $Z_r = (A_{sr} - A_{srs}) \cdot (h_2 / 2 - c)$ $Z_c = h_1 \cdot h^2 / 4 - Z_s - Z_r$
		B	$PB = 0$ $MB = MD - Z_{sn} \cdot F_y - (1/2) \cdot Z_{cn} \cdot (0.85 \cdot f_c)$ $Z_{cn} = h_1 \cdot h^2 / 4 - Z_{sn}$ Para $h_n$ bajo el ala ( $h_n \leq d/2 - t_f$ ) $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_{sr}) - 2 \cdot F_{yr} \cdot A_{srs}}{2 \cdot [0.85 \cdot f_c \cdot (h_1 - t_w) + 2 \cdot F_y \cdot t_w]}$ $Z_{sn} = t_w \cdot h_n^2$ Para $h_n$ en el ala ( $d/2 - t_f < h_n \leq d/2$ ) $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_{sr} - d \cdot b_f + A_{srs}) - 2 \cdot F_{yr} \cdot A_{srs}}{2 \cdot [0.85 \cdot f_c \cdot (h_1 - b_f) + 2 \cdot F_y \cdot b_f]}$ $Z_{sn} = Z_s - b_f \cdot (d/2 - h_n) \cdot (d/2 + h_n)$ Para $h_n$ arriba del ala ( $h_n > d/2$ ) $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_s + A_{sr}) - 2 \cdot F_y \cdot A_s - 2 \cdot F_{yr} \cdot A_{srs}}{2 \cdot (0.85 \cdot f_c \cdot h_1)}$ $Z_{sn} = Z_{sx}$ Módulo plástico de la sección del perfil estructural x-x

FUENTE: Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC., 2005)  
 ELABORACIÓN: Edison Quishpe

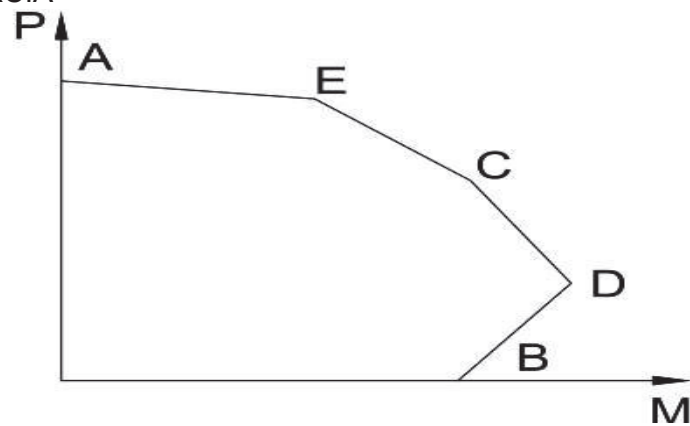
**GRÁFICO 2.9** PUNTOS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN SEGÚN EL EJE DE MAYOR INERCIA



FUENTE: (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC., 2005)  
ELABORACION: Edison Quishpe

### 2.13.2 ECUACIONES BÁSICAS DEL AISC 360 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA

**GRÁFICO 2.10** PUNTOS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DEL EJE DE MENOR INERCIA



FUENTE: (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC., 2005)  
ELABORACIÓN: Edison Quishpe



**CUADRO 2.6 FÓRMULAS DE CÁLCULO DE CARGA Y MOMENTO PARA EL EJE DE MENOR INERCIA POR ESFUERZOS PLÁSTICOS**

Sección	Distribución de esfuerzos	Pto	Ecuaciones definidas
(A)			$PA = A_s \cdot F_y + A_{sr} \cdot F_{yr} + 0.85 \cdot f_c \cdot A_c$ $MA = 0$ $A_s = \text{área del perfil de acero}$ $A_{sr} = \text{área de las varillas}$ $A_c = h_1 \cdot h_2 - A_s - A_{sr}$
(E)			$PE = A_s \cdot F_y + 0.85 \cdot f_c \cdot [A_c - h_1/2 \cdot (h_2 - b_f) + A_{sr}/2]$ $ME = MD - Z_s E \cdot F_y + (1/2) \cdot Z_c E \cdot (0.85 \cdot f_c)$ $Z_s = \text{Módulo plástico de la sección x-x}$ $Z_s E = h_1 \cdot b_f^2/4 - Z_r E$
(C)			$PC = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c$ $MC = MB$
(D)			$PD = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c/2$ $MD = Z_s \cdot F_y + Z_r \cdot F_{yr} + (1/2) \cdot Z_c \cdot (0.85 \cdot f_c)$ $Z_s = \text{Módulo plástico de la sección y-y}$ $Z_r = A_{sr} \cdot (h_2/2 - c)$ $Z_c = h_1 \cdot h^2/4 - Z_s - Z_r$
(C)			$PB = 0$ $MB = MD - Z_{sn} \cdot F_y - (1/2) \cdot (1/2) \cdot Z_{cn} \cdot (0.85 \cdot f_c)$ $Z_{cn} = h_1 \cdot h^2/4 - Z_{sn}$
(D)			<p>Para <math>h_n</math> bajo el ala (<math>h_n \leq b_f/2</math>)</p> $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_s - 2 \cdot t_f \cdot b_f) - 2 \cdot F_y \cdot (A_s - 2 \cdot t_f \cdot b_f)}{2 \cdot [4 \cdot t_f \cdot F_y + 0.85 \cdot f_c \cdot (h_1 - 2 \cdot t_f)]}$ $Z_{sn} = Z_s - 2 \cdot t_f \cdot (b_f/2 + h_n) \cdot (b_f/2 - h_n)$ <p>Para <math>h_n</math> en el ala (<math>h_n &gt; b_f/2</math>)</p> $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_s) - 2 \cdot F_y \cdot A_s}{2 \cdot [0.85 \cdot f_c \cdot h_1]}$ $Z_{sn} = Z_s - b_f \cdot (d/2 - h_n) \cdot (d/2 + h_n)$
(B)			<p>Para <math>h_n</math> arriba del ala (<math>h_n &gt; d/2</math>)</p> $h_n = \frac{0.85 \cdot f_c \cdot (A_c + A_s + A_{sr}) - 2 \cdot F_y \cdot A_s - 2 \cdot F_{yr} \cdot A_{sr}}{2 \cdot (0.85 \cdot f_c \cdot h_1)}$ $Z_{sn} = Z_{sy} \text{ Módulo plástico de la sección del perfil estructural y-y}$

FUENTE: (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC., 2005)  
 ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 2.13.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN A LOS CASOS DE ENSAYO

Dado una columna mixta SRC con una sección IPE80 (180\*46\*5.2\*3.8) embebida en hormigón de 20x20 cm de sección. El hormigón es reforzado con 4 varillas de 12 milímetros y estribos de 8 milímetros espaciados cada 10 cm. Determinar los puntos del diagrama de interacción a flexocompresión utilizando los criterios de la norma AISC-360-05 .



Solución:

**Propiedades de los materiales:**

a) Análisis respecto del eje débil, Y

IPE80

ASTM A50  $f_y=3496.11$  [Kg/cm<sup>2</sup>],

Hormigón:

$f'_c=319.83$  [Kg/cm<sup>2</sup>],  $E_c= 228235.176$  [Kg/cm<sup>2</sup>],

Acero de Refuerzo:

$F_{yr}=4471.47$  [Kg/cm<sup>2</sup>],

**Propiedades geométricas:**

Perfil de acero estructural tipo IPE80 (I80X46X5.2X3.8):

$A_s=7.43$  [cm<sup>2</sup>],  $I_y=8.47$  [cm<sup>4</sup>],  $Z_y=5.75$  [cm<sup>3</sup>],  $d=8.00$  [cm],  $b_f=4.6$  [cm],  $t_w=0.38$  [cm],  $t_f=0.52$  [cm],

Acero de refuerzo o varillas:

$A_{sr}=4.52$  [cm<sup>2</sup>],  $A_{srs}=0.00$  [cm<sup>2</sup>].  $I_{sr}=142.28$  [cm<sup>4</sup>].

Hormigón:

$A_c=388.05$  [cm<sup>2</sup>],  $I_c=13182.59$  [cm<sup>4</sup>],

Limitaciones:

i) Para concreto de peso normal  $10$  [ksi]  $\geq f'_c \geq 3$  [ksi],  $f'_c= 319.83$  [Kg/cm<sup>2</sup>]=  $4.54$  [Ksi] **Ok.**

ii)  $f_{yr}<70$  [ksi],  $f_{yr}=63.47$  [ksi], **Ok.**

El acero de la sección transversal del núcleo de acero debe ser mayor que el uno por ciento (1%) del área total de la sección transversal:

$A_g=20*20$  [cm<sup>2</sup>] =  $400$  [cm<sup>2</sup>],  $A_s=7.30$  [cm<sup>2</sup>]  $> 0.01*400=4.00$  [cm<sup>2</sup>]. **Ok.**

El acero longitudinal debe ser continuo con estribos o espirales, El refuerzo mínimo transversal debe ser al menos  $0.009$  [in<sup>2</sup>], por cada pulgada de espaciamiento o en también  $0.502*2=1.005$  [cm<sup>2</sup>/cm]  $> 0.6$  [cm<sup>2</sup>/cm], **Ok.**  $\rho_{sr}=0.004$ ,  $4.52$  [cm<sup>2</sup>]/ $400$  [cm<sup>2</sup>]= $0.0113 > 0.004$  **Ok.**

La cuantía de acero mínimo de acero longitudinal para acero de refuerzo continuo, A continuación se calcula los puntos de la curva de interacción a carga momento.

**Cálculo respecto al eje de menor inercia, Y**

Punto A (**M=0.00 [T-m]**), Compresión Pura

Determinar la resistencia a compresión disponible y la resistencia de momentos:

$P_o=A_s*f_y+A_{sr}*F_{yr}+0.85*A_c*f'_c=7.43*3496.11+0.5*4.52*4471.47+0.85*388.05*319.83=151693.16$  [Kg] =  $151.69$  [T],

Punto D ( $P_D=A_c*0.85*f'_c/2$ )

$P_D=388.05*0.85*319.83/2=52746.76$  [Kg]. = **52.75 [T]**.

$M_D=Z_s*F_y+Z_r*F_{yr}+(1/2)*Z_c*0.85*f'_c=5.75*3496.11+25.33*4471.47+(1/2)*1968.91*0.85*319.83=400994.47$  K-cm<sup>2</sup>=**4.01 [T-m]**.

Punto C

**M<sub>C</sub>=M<sub>B</sub>**

Para  $h_n > b_f/2 = 4.6/2 = 2.30$  [cm], **h<sub>n</sub> =**

$$\frac{0.85f'_c(A_c+A_s)-2F_yA_s}{2(0.85f'_c+h_1)} = \frac{0.85*319.83(388.05+7.43)-3496.11*7.43}{2(0.85*319.83+20)} = 5.11 \text{ [cm]}, 5.11$$

[cm]  $> 2.30$  [cm], **Ok.**

**h<sub>n</sub>=5.11 [cm]**

Por lo tanto  $Z_{sn}=Z_s=5.75$  [cm<sup>3</sup>],

$Z_{cn}=h_1*h_n^2-Z_{sn}=20*5.11^2-5.75=516.51$  [cm<sup>3</sup>]

**P<sub>B</sub>=0.00 [T]**; Flexión Pura

**M<sub>B</sub>=M<sub>D</sub>-Z<sub>sn</sub>\*f<sub>y</sub>-(1/2)Z<sub>cn</sub>\*0.85\*f'<sub>c</sub>=4.01\*10<sup>5</sup>-5.75\*3496.11-**

**Cálculo respecto al eje de mayor inercia, X**

**P<sub>A</sub>=A<sub>s</sub>\*F<sub>y</sub>+A<sub>sr</sub>\*F<sub>yr</sub>+0.85\*f'<sub>c</sub>\*A<sub>c</sub>=7.43\*3496.11+4.52\*4471.47+0.85\*319.83\*388.05=151680.67** [Kg]=**151.68 [T]**,

**M<sub>A</sub>=0.00 [T-m]; Compresión Pura**

**P<sub>C</sub>=0.85f'<sub>c</sub>A<sub>c</sub>=0.85\*319.83\*388.05=105493.53** [Kg] = **105.49 [T]**.

**M<sub>C</sub>=M<sub>B</sub>;**

**P<sub>D</sub>=0.85\*f'<sub>c</sub>\*A<sub>c</sub>/2=0.85\*319.83\*388.05/2=52746.76** [Kg] = **52.75 [T]**.

**M<sub>D</sub>=Z<sub>s</sub>\*F<sub>y</sub>+Z<sub>r</sub>\*F<sub>yr</sub>+(1/2)\*Z<sub>c</sub>\*0.85\*f'<sub>c</sub>=22.49\*3496.11+25.33\*4471.47+(1/2)\*1952.00\*0.85\*319.83=457220.82** [Kg-cm]=**4.57 [T-m]**.

$h_n=h_z/2=20/2=10$  [cm],  $Z_{sn}=Z_s=22.49$  [cm<sup>3</sup>],

$Z_{cn}=b*h_n^2/Z_{sn}=20*10^2-22.49=1977.50$  [cm<sup>3</sup>];

**M<sub>B</sub>=M<sub>D</sub>-Z<sub>sn</sub>\*F<sub>ys</sub>-Z<sub>cn</sub>/2\*0.85\*f'<sub>c</sub>=4.57\*10<sup>5</sup>-22.49\*3496.11+1977.50/2\*0.85\*319.83=109836.00** [Kg-cm] = **1.098 [T-m]**.

Carga axial nominal

**C<sub>1</sub>=0.138**

$E_{I_{eff}}=E_s I_s+0.5 E_s I_{sr}+C_1 E_c I_c=2.09*10^6*77.70+0.5*2.03*10^6*142.28+0.138*228235.176*13113.36=718986915.89$  [Kg-cm<sup>2</sup>]=**71.89 [T-m<sup>2</sup>]**

$K=0.7$ , para columna empotrada apoyada;

$L=2.20$  m

<p> <math>1/2 * 516.51 * 0.85 * 319.83 = 310689.32</math> [Kg-cm] = <b>3.106 [T-m]</b>.  <math>P_c = 0.85 * f'_c * A_c = 0.85 * 319.83 * 388.05 = 105493.52</math> [Kg] = <b>105.49 [T]</b>  <math>M_c = M_B = 3.106</math> [T-m];  <math>P_E = A_s * F_y + 0.85 * f'_c * (A_c - h_1/2 * (h_2 - b_f) + A_{sr}/2) = 7.43 * 3496.11 + 0.85 * 319.83 * (388.05 - 20/2 * (20 - 4.6) + 4.52/2) = 90218.27</math> [Kg] = <b>90.21 [T]</b>.  <math>Z_{CE} = b * b^2/4 - Z_{SE} = 20 * 4.6^2/4 - 5.75 = 100.05</math> [cm<sup>3</sup>];  <math>M_E = 4.01 * 10^5</math>  <math>5.75 * 3496.11 + (1/2) * 100.05 * 0.85 * 319.83 = 394496.94</math> [Kg-cm] = <b>3.94 [T-m]</b>.            Carga axial nominal  <math>C_1 = 0.1 + 2 * (A_s / (A_c + A_s)) = 0.1 + 2 * (7.43 / (7.43 + 388.05)) = 0.138 &lt; 0.30</math>, OK  <math>E_{eff} = E_s * I_s + 0.5 * E_s * I_{sr} + C_1 * E_c * I_c = 2.09 * 10^6 * 8.47 + 0.5 * 2.03 * 10^6 * 142.28 + 0.138 * 228235.176 * 13182.29 = 576222049.9</math> [Kg-cm<sup>2</sup>] = <b>57.62 [T-m<sup>2</sup>]</b>  <math>K = 0.7</math>, para columna empotrada apoyada; <math>L = 2.20</math> m  <math>P_e = \pi^2 * (E_{eff}) / (K * L)^2 = \pi^2 * (576222049.9) / (0.7 * 220)^2 = 239799.45</math> [Kg] = <b>239.80 [T]</b>.  <math>P_{e\_X} \geq 0.44 * P_o = 0.44 * 151693.16 = 66744.99</math> [Kg] = <b>66.74 [T]</b>.   <math>P_n = P_o * (0.658^{(P_o/P_e)}) = 151693.16</math>  <math>(0.658^{(151693.16/239799.45)}) = 116406.89</math> [Kg] = <b>116.41 [T]</b>.             Resistencia de diseño de compresión (LRFD)  <math>\phi P_n = 0.90 * 116406.89 = 87305.17</math> [Kg] = <b>87.31 T</b>.             Resistencia admisible de compresión (ASD)  <math>P_n / \Omega = 116406.89 / 2.00 = 58203.45</math> [Kg] = <b>58.20 [T]</b>.         </p>	<p> <math>P_{e\_X} = \pi^2 * (E_{eff}) / (K * L)^2 = \pi^2 * (718986915.89) / (0.7 * 220)^2 = 299212.19</math> [Kg] = <b>299.21 [T]</b>.  <math>P_{e\_X} &gt; 0.44 * P_o = 0.44 * 151693.16 = 66744.99</math> [Kg] = <b>66.74 [T]</b>.  <math>P_n = P_o * (0.658^{(P_o/P_e)}) = 151693.16</math>  <math>(0.658^{(151693.16/299212.19)}) = 122690.53</math> [Kg] = <b>122.69 [T]</b>             Resistencia de diseño de compresión (LRFD)  <math>\phi P_n = 0.90 * 122690.53 = 92017.89</math> [Kg] = <b>92.02 [T]</b>.             Resistencia admisible de compresión (ASD)  <math>P_n / \Omega = 122690.53 / 2.00 = 61345.26</math> [Kg] = <b>61.35 [T]</b>.         </p>
--	---

## 2.14 NORMA AMERICANA ACI 318

Propuesta de Whitney, la deformación máxima en el bloque de compresión del hormigón es 0.003, y la carga de agotamiento  $P_o$  de la sección es:

$$P_o = A_s f_y + A_s f_{yR} + 0.85 * f'_c A_c \quad (2.25)$$

$A_s$ ,  $A_{sn}$ ,  $A_c$ , Áreas del perfil estructural, del refuerzo longitudinal y del hormigón.

$f_y$ ,  $f_{yR}$ , Límite elástico respectivamente, del acero estructural y del acero de refuerzo.

$f'_c$ , Resistencia a compresión especificada del hormigón

$$(P_u, M_u) \leq (\phi P_n, \phi M_n) \quad (2.26)$$

Siendo:  $P_u, M_u$ , son la fuerza axial y momento mayorados, incluido el efecto de segundo orden;  $P_n, M_n$ , fuerza axial y momento nominales medidos en el diagrama de interacción a flexocompresión.

### CUADRO 2.7 COEFICIENTES DE REDUCCIÓN PARA ANÁLISIS DE COLUMNAS EN COMPRESIÓN

Coeficiente de minoración, $\Phi$	
Perfiles metálicos recubiertos de	0.70
Perfiles metálicos rellenos de	0.75
Vigas en flexión pura	0.90

FUENTE: Análisis de soportes mixtos sometidos a flexocompresión esviada, (Fenollosa, 2011) en base al Eurocódigo 4

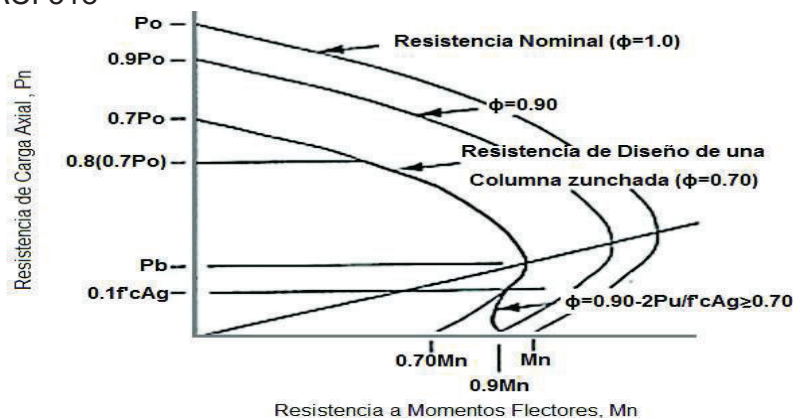
En el estudio realizado por (Dominguez, 2015) se considera que la resistencia a compresión axial de diseño para secciones SRC según el código ACI 318-11, está dado por las siguientes ecuaciones y que son las relaciones I2-2, I2-3, revisadas en el subcapítulo de pandeo flexural, en este caso se utiliza la siguiente ecuación para el cálculo de la rigidez efectiva en secciones compuestas.

$$EI_{\text{eff}} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d} \quad (2.27)$$

Donde:

$\beta_d$ : Relación entre la carga máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada.

### GRÁFICO 2.11 DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN CON EL CRITERIO DEL CÓDIGO ACI 318



FUENTE: (ACI318S, 2011 AMERICAN CONCRETE INTITUTE, 2011)

### 2.14.1 EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN

Los efectos de segundo orden corresponden a aquellos causados por cargas de gravedad como pesos adicionales de los materiales y desplazamientos laterales.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (2.28)$$

$M_{2b}$ : Momento en el extremo de soporte producido por cargas gravitatorias sobre el pórtico indesplazable.

$M_{2s}$ : Momento en el mismo extremo producido por los desplazamientos laterales.

El primer término de la igualdad son respectivamente, los efectos de la gravedad y de los desplazamientos laterales.

Los coeficientes  $\delta$  representan factores de amplificación de los momentos de primer orden, dados por:

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_{cb}}} \geq 1.0 \quad (2.29)$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_{cs}}} \geq 1.0 \quad (2.30)$$

$\delta_b, \delta_s$ : Coeficientes que representan los factores de amplificación respectivamente por carga gravitacional y por cargas sísmica de los momentos de primer orden.

La carga crítica de compresión de la columna  $P_{cb}$  es:

$$P_{cb} = \frac{\pi^2 EI}{(k_b * L_u)^2} \quad (2.31)$$

El coeficiente  $C_m$  se evalúa a partir de las solicitaciones reales de cálculo, utilizando la ecuación 2.32

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_{1b}}{M_{2b}} \geq 0.4 \quad (2.32)$$

Si el momento en alguno de los extremos fuera nulo, se adopta  $\frac{M_{1b}}{M_{2b}} = 1$

$C_m = 1$ : El análisis de cargas es de primer orden y no hay traslación lateral en los extremos de la columna.

$\sum P_u$ : Suma de las fuerzas axiales mayoradas de todas las columnas de la planta considerada.

$\Sigma P_{cs}$ : Suma de la carga crítica de todas las columnas de la planta considerada, dada por la ecuación 2.33:

$$P_{cs} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k_s L_u)^2} \quad (2.33)$$

La rigidez a flexión para el cálculo de las cargas críticas,  $P_{cb}$  y  $P_{cs}$ , considera el efecto de fisuración del hormigón, para columnas mixtas está dada por la ecuación 2.34:

$$E \cdot I = \frac{E_c \cdot I_g}{5} \cdot \frac{1}{1 + \beta_d} + E_s \cdot I_t \quad (2.34)$$

Donde:

$I_g, I_t$ : Momentos de inercia respecto al centro de gravedad de la sección, de hormigón y del perfil estructural, respectivamente.

$\beta_d$ : Coeficiente de minoración de la rigidez del hormigón, calculado con las siguientes expresiones:

Para cargas de gravedad se utiliza la ecuación 2.35:

$$\beta_d = \frac{\text{Peso propio}}{\text{Carga total}} \quad (2.35)$$

Las cargas utilizadas en las expresiones anteriores deben ser ponderadas por los coeficientes correspondientes. Los valores obtenidos con el código ACI 318 resulta ser más conservador.

Para evaluar los efectos de la esbeltez en la sección ACI 318-05 10.16.5, provee de la ecuación para calcular el radio de giro de una sección compuesta el mismo que no debe ser mayor que, el calculado con la ecuación 2.36:

$$r = \sqrt{\frac{(E_c I_g / 5) + E_s I_t}{(E_c A_g / 5) + E_s A_t}} \quad (2.36)$$

Donde:

$A_g$ : Área de la sección gruesa

$A_t$ : Área de la sección de la sección de perfil estructural

$E_s$ : Módulo de elasticidad del acero de refuerzo

$E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón.

$I_g$ : Momento de inercia de la sección gruesa

$I_t$ : Momento de inercia de la sección de acero estructural

En la sección ACI 318-05 10.16.1 y 10.16.2 provee criterios que se debe considerar para miembros de sección compuesta sujetas a compresión reforzados con secciones de acero, como tubos vacíos, tubos rellenos de hormigón y, la resistencia de un miembro compuesto debe ser calculado con las mismas limitaciones que en miembros de hormigón armado.

La excentricidad mínima nominal especificada por el ACI 318 es 0.05 veces el espesor mínimo de un tubo relleno de hormigón, y 0.10 veces el espesor total de perfil embebido en el hormigón.

La relación de acero de refuerzo en espiral,  $\rho_s$ , debe ser menor que el valor dado por la ecuación 2.37:

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (2.37)$$

El valor de la fuerza axial límite para columna compuestas embebidos es de  $0.8 \cdot P_o$  y  $0.85 \cdot P_o$  para tubos rellenos de hormigón.

$P_o$ : Resistencia a compresión axial de plastificación de la sección transversal de la columna.

La resistencia axial y el momento flector último para la sección mixta tienen la siguiente fórmula:

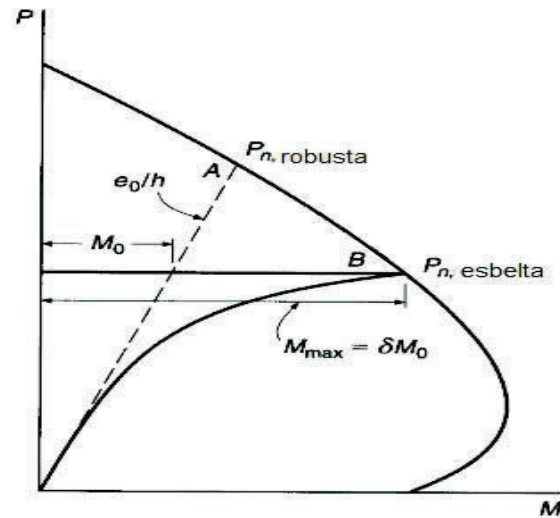
$$P_u = \phi P_n \quad (2.38)$$

$$M_u = \phi M_n \quad (2.39)$$

$P_n, M_n$ : Resistencia nominal obtenida de la ecuación del diagrama de interacción programado por fibras,  $\phi = 0.85$  para miembros a compresión y  $\phi = 0.90$  para miembros sujetos a flexión.

El efecto de la esbeltez en columnas llega a producir una amplificación de momentos a medida que se incrementa la carga  $P$ . Por lo que el momento sometido a mayor esfuerzo es  $M_{m\acute{a}x}$ , Nilson, 1999.

## GRÁFICO 2.12 EFECTO DE LA ESBELTEZ EN LA CAPACIDAD DE CARGA



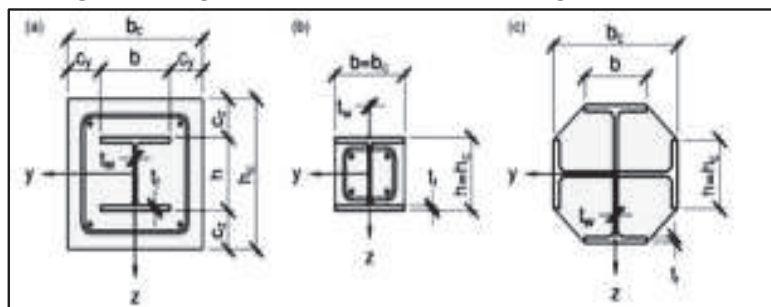
FUENTE: Diseño de estructuras de concreto, (NILSON, 1999)

El punto A, suponiendo que la columna se deflecta con curvatura simple y con excentricidades iguales en los extremos, se deprecia la amplificación de momentos, se considera la acción simultánea del momento,  $M_n = e_0 \cdot P_n$ , robusta,  $P_{n,robusta}$  es la resistencia de la columna.

## 2.15 EUROCÓDIGO 4

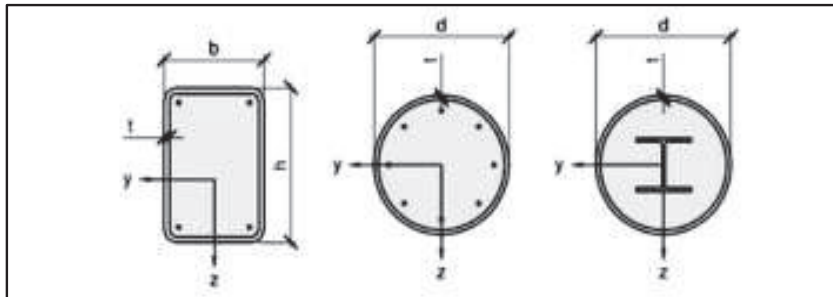
El Eurocódigo 4 considera perfil metálico en el interior de una sección de hormigón, o también tubo metálico relleno de hormigón, que sirve a la vez de encofrado.

### GRÁFICO 2.13 SECCIÓN TRANSVERSAL TÍPICA DE COLUMNAS MIXTAS CON PERFIL "H" PARCIAL Y TOTALMENTE Y EMBEBIDOS



FUENTE: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)

**GRÁFICO 2.14** SECCIÓN TRANSVERSAL TÍPICA DE COLUMNAS MIXTAS CON TUBOS DE ACERO RELLENOS DE HORMIGÓN

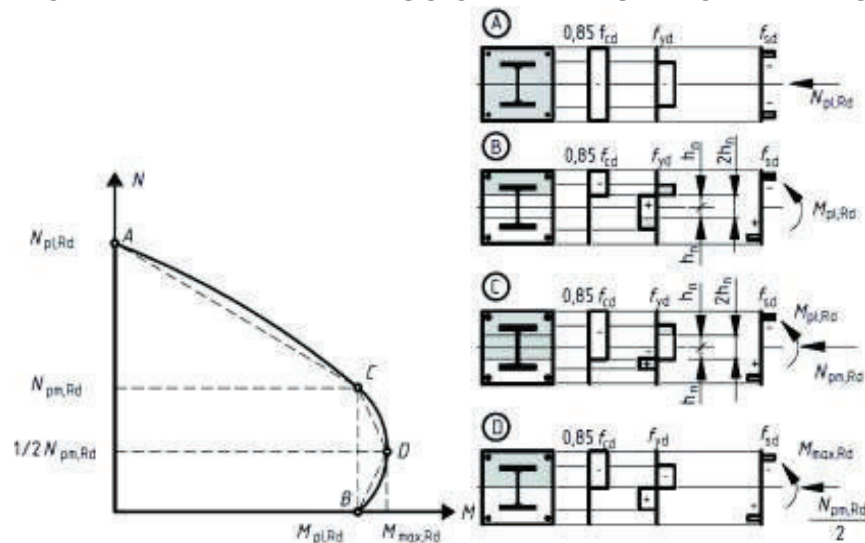


FUENTE: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)

### Resistencia de los miembros sometidos a compresión

El gráfico 2.15 muestra una distribución plástica de tensiones en los puntos del A - D. El punto A muestra la fuerza axial  $N_{pl,Rd}$  de agotamiento del material.

**GRÁFICO 2.15** CURVA DE INTERACCIÓN SIMPLIFICADA CORRESPONDIENTE A LA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS PLÁSTICOS



FUENTE: (Eurocode 4, 2004)

En el trabajo de (Alarcón, 2014), al analizar las imperfecciones globales, se lo realiza mediante el análisis de los efectos de segundo orden. Para determinar las fuerzas internas, el valor de la rigidez efectiva a flexión  $(EI)_{eff,II}$  se determina con la siguiente ecuación:

$$(EI)_{eff,II} = K_0(E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{cm} I_c) \quad (2.40)$$



$K_{e,II}$ : Factor de corrección igual a 0.5,  $K_o$ : factor de calibración igual a 0.9.

a,s,c: Son subíndices de los aceros de refuerzo y estructural, así como del hormigón, respectivamente.

Los efectos de la fluencia también deben tenerse en cuenta sustituyendo  $E_{cm}$  por  $E_{c,eff}$  si aplica.

Los efectos de segundo orden no necesitan ser analizados si se cumple la siguiente condición.

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \geq 10, N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{L^2} \quad (2.41)$$

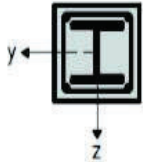
Donde:

$N_{Ed}$ : Fuerza axial aplicada (requerida)

$N_{cr}$ : Fuerza axial crítica elástica de Euler

La influencia por imperfecciones obedece las leyes de la siguiente tabla:

**CUADRO 2.8** CURVAS DE PANDEO E IMPERFECCIONES GEOMÉTRICAS

Cross-section	Axis of buckling	Buckling curve	Member imperfection
concrete encased section 	y-y	b	$L/200$
	z-z	c	$L/150$

FUENTE: Design of Composite Steel and Concrete Structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)



El efecto de segundo orden se los revisa al multiplicar el valor de momento máximo de primer orden calculado  $M_{Ed}$  por un factor  $k$  dado como:

$$k = \frac{\beta}{1 - N_{E,d}/N_{cr,eff}} \geq 1.0 \quad (2.42)$$

Donde:

$N_{cr,eff}$ : Fuerza axial crítica correspondiente a la rigidez efectiva  $(EI)_{eff,II}$  y  $\beta$  es un factor de momento equivalente dado en el cuadro 2.9.

**CUADRO 2.9** FACTORES  $\beta$  PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS DE SEGUNDO ORDEN

Moment distribution	Moment factors $\beta$	Comment
	First-order bending moments from member imperfection or lateral load: $\beta = 1.0$	$M_{Ed}$ is the maximum bending moment within the column length ignoring second-order effects
	End moments: $\beta = 0.66 + 0.44r$ but $\beta \geq 0.44$	$M_{Ed}$ and $rM_{Ed}$ are the end moments from first-order or second-order global analysis

FUENTE: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)

### 2.15.1 LIMITACIONES DEL EUROCÓDIGO 4

- Secciones doblemente simétricas y que sea de sección constante a lo largo de la columna.
- El parámetro de esbeltez de la columna,  $\lambda$ , es menor que 2.
- Cuantía mínima de acero de refuerzo es 0.003.
- Para columnas embebidas, el recubrimiento mínimo es de 40 mm para prevenir la explosión del hormigón y la corrosión del acero causado por el medio ambiente y el fuego.

La resistencia a carga axial de plastificación con factores de seguridad parcial,  $P_{pl}$ , en donde interviene la combinación de la resistencia del acero estructural, acero de refuerzo y hormigón, está dada por la siguiente ecuación:

$$P_{pl} = A_s \frac{F_y}{\gamma_s} + A_c \frac{0.85f'_c}{\gamma_c} + A_r \frac{F_{yr}}{\gamma_r} \quad (2.43)$$

Donde:

$A_s, A_c$  y  $A_r$ : Área de la sección transversal para el acero estructural, el hormigón y el acero de refuerzo, respectivamente.

$\gamma_s, \gamma_c, \gamma_r$ : Son los factores de seguridad parcial para el acero estructural, el hormigón y el acero de refuerzo, respectivamente.

**CUADRO 2.10** FACTORES DE SEGURIDAD PARCIAL PARA ACERO ESTRUCTURAL, PARA EL HORMIGÓN Y EL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL

Factor de seguridad parcial para acero estructural	$\gamma_s = 1.1$
Factor de seguridad parcial para el hormigón	$\gamma_c = 1.5$
Factor de seguridad parcial para acero de refuerzo	$\gamma_r = 1.15$

FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

La carga de pandeo elástico de Euler está dada por:

$$P_E = \frac{(EI)_e \pi^2}{(L)^2} \quad (2.44)$$

Donde:

L: Longitud efectiva de la columna

$(EI)_e$ : Rigidez a flexión efectiva considerada en el estudio de (Keon, 2005)

$$(EI)_e = E_s I_s + E_c I_c + E_r I_r \quad (2.45)$$

La carga de plastificación de la sección transversal sin considerar los factores de seguridad parcial es:

$$N_{pl,rd} = A_s F_y + A_c 0.85 f'_c + A_r F_{yr} \quad (2.46)$$

$N_{pl,rd}$ : Resistencia plástica de la sección transversal sin factores de seguridad parcial.

$$(EI)_e = E_s I_s + K_e E_{cm} I_c + E_r I_r \quad (2.47)$$

$(EI)_e$ : Rigidez a flexión efectiva considerado en el estudio de (AL-Bdoor M. , 2013)

$K_e$ : Factor de correlación que puede ser tomado como 0.6, (AL-Bdoor M. , 2013),

$$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \quad [\text{Mpa}] \quad (2.48)$$

$E_{cm}$ : Módulo de elasticidad secante del hormigón (AL-Bdoor M. , 2013)

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad [\text{Mpa}] \quad (2.49)$$

$f_{cm}$ : Valor principal de la resistencia a compresión del hormigón medido a los 28 días.

$f_{ck} = f'c$ : Resistencia especificada a la compresión del hormigón medido a los 28 días.

La esbeltez relativa,  $\lambda$ , se define como:

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,Rd}}{P_E}} \quad (2.50)$$

$\alpha$ : Factor de imperfección de las curvas de pandeo dado por el (EC3, 2008)

$\alpha = 0.34$ , Para secciones compuestas embebidas parcial o completamente con momentos flectores respecto al eje de mayor inercia.

$\alpha = 0.49$ , Para sección compuestas embebidas parcial o completamente con momentos flectores respecto al eje de menor inercia.

**CUADRO 2.11 FACTORES DE IMPERFECCIÓN PARA LAS CURVAS DE PANDEO DEL EC3, 2008**

Tipo de Curva de pandeo	$a_0$	a	b	c	d
Factor de imperfección $\alpha$	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

FUENTE: Proyecto de Estructuras de acero, (Eurocódigo 3, 2008)

La resistencia de la columna mixta bajo la carga axial de compresión es:

$$\frac{N_{ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1.0 \quad (2.51)$$

$$\phi = 0.50[1 + \alpha(\lambda - 0.2) + \lambda^2] \quad (2.52)$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \leq 1.0 \quad (2.53)$$

$N_{ed}$ : Valor de la fuerza axial de cálculo provisto del análisis estructural

La ecuación de revisión de la resistencia de columna SRC sometida a compresión y flexión uniaxial, se realiza con la ecuación 2.54.

En el análisis de la interacción de carga axial y momento uniaxial se debe considerar la siguiente ecuación:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\mu_d M_{pl,Rd}} \leq \alpha_M \quad (2.54)$$

Donde:

$M_{Ed}$ : El mayor de los momentos en los apoyos y el máximo a flexión a lo largo de la columna en donde se incluye las propiedades geométricas y los efectos de segundo orden de ser necesario.

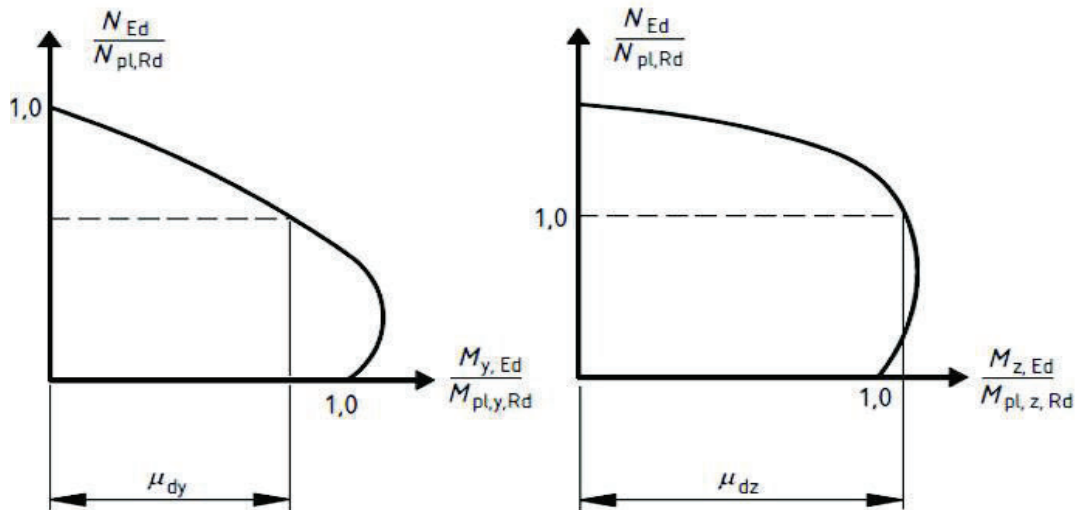
$M_{pl,N,Rd}$ : Resistencia plástica tomando en cuenta la fuerza axial  $N_{Ed}$  aplicada

$M_{pl,Rd}$ : Resistencia plástica a flexión

$\alpha_M$ : Coeficiente de valor 0.90 para el rango de aceros S235, S355 y 0.8 para los que están en S420 Y S460.

$\mu_d(\mu_{dy}, \mu_{dz})$ : Relación directa entre el momento plástico resistente  $M_{pl,Rd}$  y el momento de cálculo  $M_{Ed}$ .

**GRÁFICO 2.16** DETERMINACIÓN DEL FACTOR  $\mu_d$  PARA LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN Y FLEXIÓN UNIAXIAL Y BIAIXIAL.



FUENTE: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, (Eurocode 4, 2004)

Las imperfecciones y los efectos de segundo orden se deben considerar en el plano más susceptible a la rotura. Se debe seguir el procedimiento con el siguiente formulario para flexocompresión biaxial:

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_{dy} M_{pl,y,Rd}} \leq \alpha_{M,y} \quad (2.55)$$

$$\frac{M_{z,Ed}}{\mu_{dz}M_{pl,z,Rd}} \leq \alpha_{M,z} \quad (2.56)$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_{dy}M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{\mu_{dz}M_{pl,z,Rd}} \leq 1.0 \quad (2.57)$$

**CUADRO 2.12** COEFICIENTES  $\alpha_M$  DE ANÁLISIS DE FLEXIÓN BIAxIAL SEGÚN EL EUROcÓDIGO 4

Tipos de acero	$\alpha_M$
S235 y S355	0.9
S420 y S460	0.8

FUENTE: (Eurocode 4, 2004)

$M_{pl,y,Rd}$ ,  $M_{pl,z,Rd}$  : Resistencias plásticas a flexión para los planos de pandeo correspondientes.

$M_{y,Ed}$ ,  $M_{z,Ed}$ : Momentos de cálculo que incluyen efectos de segundo orden e imperfecciones geométricas.

Las imperfecciones tienen que ser consideradas solo si el plano de falla es esperado que ocurra. Si esto no es evidente el plano de falla es el más crítico, el chequeo debe ser realizado para los dos planos.

### 2.15.2 ECUACIONES BÁSICAS DEL EUROcÓDIGO 4 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA

Las siguientes ecuaciones permitirán determinar parámetros geométricos para evaluar la capacidad plástica y dibujar los puntos del diagrama de interacción poligonal respecto al eje de mayor inercia.

El valor de módulo plástico  $Z_s$  del perfil I de acero se lo puede obtener de las tablas o se lo obtiene utilizando la ecuación 2.58:

$$Z_s = \frac{(d - 2t_f)t_w^2}{4} + b_f t_f (d - t_f) \quad (2.58)$$

El módulo plástico para el hormigón se calcula con la ecuación 2.59:

$$Z_c = \frac{h_1 h_2}{4} - Z_s - Z_r \quad (2.59)$$

Hay tres regiones para determinar la posición del eje neutro, para lo cual se sigue el siguiente procedimiento iterativo:

- Asumir un valor de  $h_n$  que sea menor a la altura de la sección transversal dividido para dos.
- Calcular  $h_n$  sustituyendo en la ecuación correspondiente en las ecuaciones 2.60 a la 2.64
- Si el valor calculado coincide con el asumido, este es el valor buscado si no hay que repetir el proceso.

(a) El eje neutro está en el alma:  $h_n \leq \frac{d}{2} - t_f$

$$h_n = \frac{N_{pm} - A_{rn}(2f_{rd} - f_{cd})}{2h_1 f_{cd} + 2t_w(2f_{yd} - f_{cd})} \quad (2.60)$$

$$Z_{sn} = t_w h_n^2 \quad (2.61)$$

(b) El eje neutro está en el ala:  $\frac{d}{2} - t_f \leq h_n \leq \frac{d}{2}$

$$h_n = \frac{N_{pm} - A_{rn}(2f_{rd} - f_{cd}) + (b_f - t_w)(d - 2t_f)(2f_{yd} - f_{cd})}{2h_1 f_{cd} + 2b_f(2f_{yd} - f_{cd})} \quad (2.62)$$

$$Z_{sn} = b_f h_n^2 - \frac{(b_f - t_w)(d - 2t_f)}{4} \quad (2.63)$$

(c) El eje neutro está fuera del perfil "I":  $\frac{d}{2} \leq h_n \leq \frac{h_2}{2}$

$$h_n = \frac{N_{pm} - A_{rn}(2f_{rd} - f_{cd}) - A_s(2f_{yd} - f_{cd})}{2h_1 f_{cd}} \quad (2.64)$$

$$Z_{sn} = Z_s \quad (2.65)$$

El módulo plástico del hormigón en la zona de consideración, se calcula con la ecuación 2.66:

$$Z_{cn} = h_1 h_n^2 - Z_{sn} - Z_{rn} \quad (2.66)$$

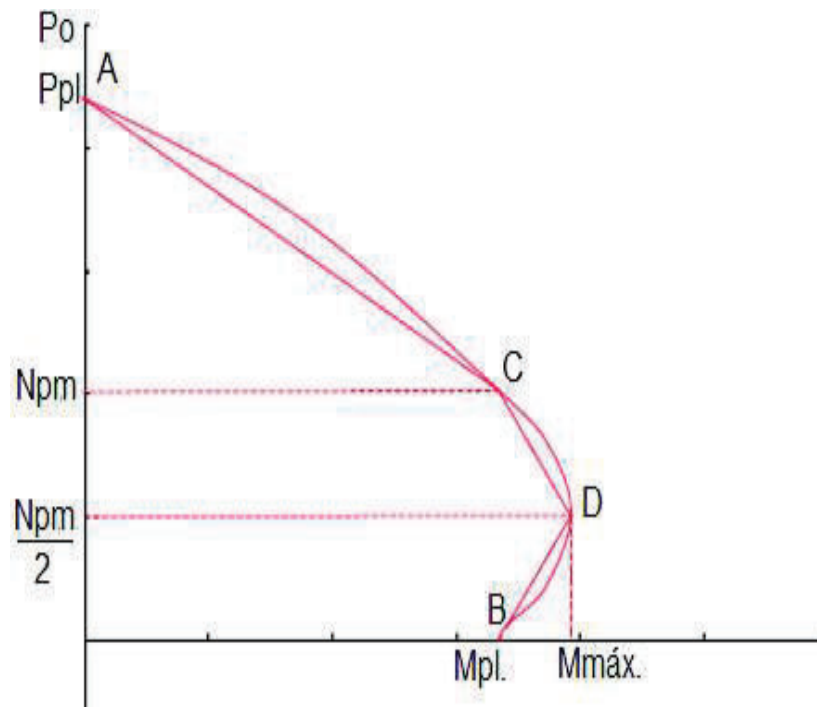
Donde:

$A_m$ : Es la suma de las áreas de acero de refuerzo contenidas en la región  $2h_n$

$Z_{cn}$ : Módulo plástico del hormigón en la zona  $2h_n$ .

El eje neutro es paralelo a la base y medido respecto del eje de mayor inercia.

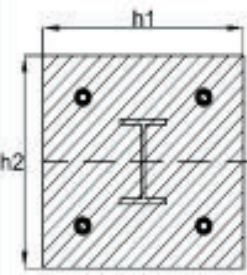
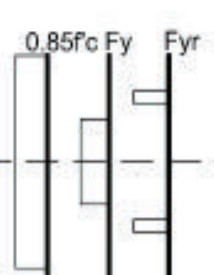
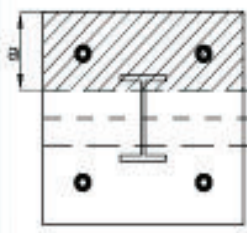
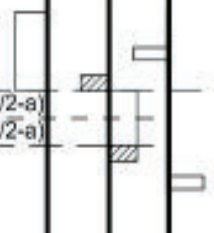
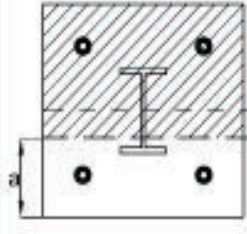
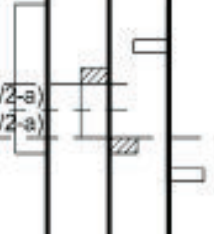
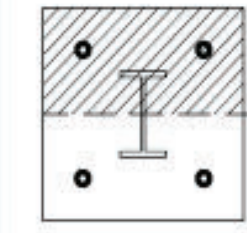
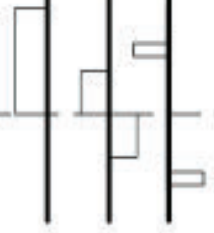
**GRÁFICO 2.17** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA CALCULADO POR CONDICIONES DE PLASTIFICACIÓN DE LOS MATERIALES



FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)



**CUADRO 2.13** DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS PLÁSTICOS EN CADA PUNTO (MOMENTOS DE SRC RESPECTO AL EJE DE MAYOR INERCIA, CON FACTORES DE SEGURIDAD)

	Sección	Distribución de esfuerzos	Ecuación
A			$N = P_{pl} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} + A_r \cdot f_{rd}$ $f_{cd} = 0.85 \cdot f_c / \gamma_c, f_{yd} = F_y / \gamma_s, f_{rd} = F_{yr} / \gamma_r$ $\gamma_c, \gamma_s, \gamma_r : \text{Factores de seguridad parcial}$ $A_c = h_1 \cdot h_2 - A_s - A_r$ $M = 0$
B			$N = 0$ $h_n \rightarrow h_1 \cdot a \cdot f_{cd} = (h_2 - 2a) \cdot t_w \cdot f_{yd}$ $M = M_{pn} = Z_{sn} \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_{cn} \cdot f_{cd} + Z_{sn} \cdot f_{sd}$ $Z_{sn} = t_w \cdot h_n^2; Z_{cn} = h_1 \cdot h_n^2 - Z_{sn} - Z_r$
C			$N = N_{pm} = A_c \cdot f_{cd}$ $h_n \rightarrow h_1 \cdot a \cdot f_{cd} = (h_2 - 2a) \cdot t_w \cdot f_{yd}$ $M = M_{pn} = Z_{sn} \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_{cn} \cdot f_{cd} + Z_{sn} \cdot f_{sd}$
D			$N = (1/2) N_{pm} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot A_c \cdot f_{cd}$ $M = M_{\max} = Z_s \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_c \cdot f_{cd} + Z_r \cdot f_{rd}$ $Z_s = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot (d - 2t_f) \cdot t_w^2 + b_f \cdot t_f \cdot (d - t_f)$ $Z_c = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot h_1 \cdot h_2^2 - Z_s - Z_r$

FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

Z: Módulo Plástico, esta propiedad es la suma del momento estático de las áreas a tensión y compresión respecto al eje neutro.

### 2.15.3 ECUACIONES BÁSICAS DEL EUROCÓDIGO 4 PARA COLUMNAS MIXTAS SRC PARA ANÁLISIS RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA

Las siguientes ecuaciones permitirán determinar parámetros geométricos para evaluar la capacidad plástica de la sección por medio del diagrama de interacción poligonal respecto al eje de menor inercia.

El módulo plástico de la sección del perfil "I" es:

$$Z_s = \frac{(d - 2t_f)t_w^2}{4} + \frac{2t_f b_f^2}{4} \quad (2.67)$$

El módulo plástico del hormigón:

$$Z_c = \frac{h_1 h_2}{4} - Z_c - Z_r \quad (2.68)$$

Hay dos regiones que se considera para localizar el eje neutro respecto al eje menor. Siendo el mismo procedimiento anterior para el eje de mayor inercia.

(a) El eje neutro está en las alas:  $\frac{t_w}{2} \leq h_n \leq \frac{b_f}{2}$

$$h_n = \frac{N_{pm} - A_{rn}(2f_{rd} - f_{cd}) + t_w(2t_f - d)(2f_{yd} - f_{cd})}{2h_1 f_{cd} + 4t_f(2f_{yd} - f_{cd})} \quad (2.69)$$

$$Z_{sn} = 2t_f h_n^2 + \frac{(b_f - t_w)t_w^2}{4} \quad (2.70)$$

(b) El eje neutro está en las alas:  $\frac{b_f}{2} \leq h_n \leq \frac{h_2}{2}$

$$h_n = \frac{N_{pm} - A_{rn}(2f_{rd} - f_{cd}) + A_s(2f_{yd} - f_{cd})}{2h_1 f_{cd}} \quad (2.71)$$

$$Z_{sn} = Z_s \quad (2.72)$$

$$Z_{cn} = h_1 h_n^2 - Z_{sn} - Z_{rn} \quad (2.73)$$

Porque el diagrama de interacción del eje débil varía significativamente entre los puntos A y C, un punto adicional E es calculado en la región entre los puntos A y C. Esta posición puede ser calculada arbitrariamente escogiendo un eje neutro entre  $h_n$  y el lado de la sección transversal. Es conveniente escoger el lado de la

forma de acero cuando hacer esta selección. El resultado de la fuerza axial en el punto E es:

$$N_E = h_2(h_E - h_n)f_{cd} + 2t_f(h_E - h_n)(2f_{yd} - f_{cd}) + A_{rE}(2f_{rd} - f_{cd}) + N_{pm} \quad (2.74)$$

$A_{rE}$ : Área del refuerzo cuando existe eventualmente existe en la región comprimida adicionalmente entre las distancias  $h_n$  y  $h_E$ .

Finalmente, el momento  $M_E$  es obtenido de la diferencia entre  $M_{max}$  y  $\Delta M_E$ .

$$M_E = M_{max} - \Delta M_E \quad (2.75)$$

$$\Delta M_E = Z_{sE}f_{yd} + \frac{1}{2}Z_{cE}f_{cd} + Z_{rE}f_{rd} \quad (2.76)$$

Los términos  $Z_{sE}$ ,  $Z_{cE}$ , y  $Z_{rE}$  pueden ser calculadas de la ecuación apropiada sustituyendo  $h_E$  en lugar de  $h_n$ .

En los siguientes ejemplos de aplicación: Estas ecuaciones se aplican para las probetas rectangulares CR1 Y CR2:

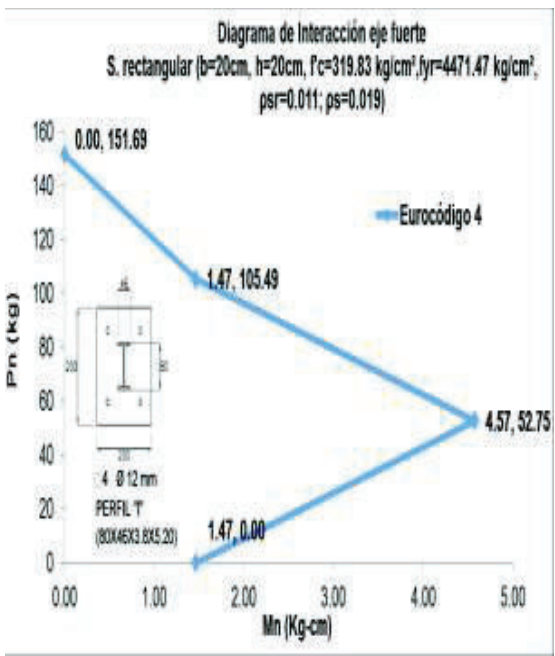
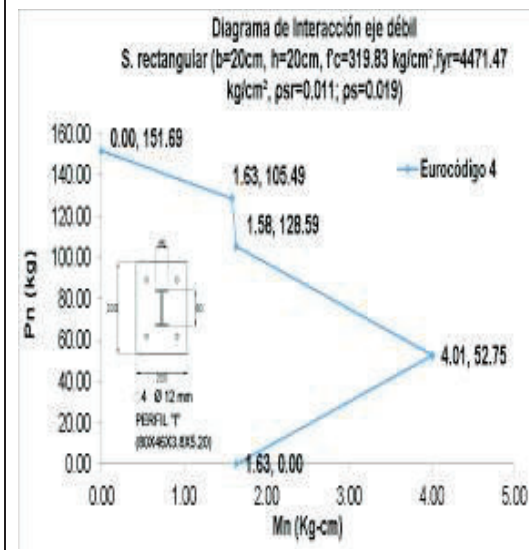
### 2.15.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN PARA CASOS DE ENSAYO

Resolver el ejemplo de la sección 2.3.13 utilizando las fórmulas del Euro código 4.

<p>Puntos del diagrama de interacción respecto al eje de menor inercia, Y  <math>Z_m=0 \text{ cm}^3</math> no existe aceros en la parte intermedia  <math>A_m=0 \text{ cm}^2</math>  <math>N_A=P_{pl}=A_s \cdot f_y + A_s \cdot f_{yr} + 0.85 \cdot A_c \cdot f'_c = 7.43 \cdot 3496.11 + 0.5 \cdot 4.52 \cdot 4471.47 + 0.85 \cdot 388.05 \cdot 319.83 = 151693.16 \text{ Kg} = 151.69 \text{ [T]}</math>,  <math>M_A=0</math>;            Caso 2: Eje Neutro se encuentra en las alas  <math>b/2 &lt; h_n &lt; h/2</math>,  <math>4.60/2 &lt; 5.11 &lt; 20.00/2 = 2.3 &lt; 5.11 &lt; 10</math>;  <math>h_n = (N_{pm} - A_m(2f_{rd} - f_{cd}) - A_s(2f_{yd} - f_{cd})) / (2 \cdot h_1 \cdot f_{cd}) = (105492.79 - 0 - 7.43 \cdot (2 \cdot 3496.11 - 271.86)) / (2 \cdot 20.00 \cdot 271.86) = 5.11 \text{ [cm]}</math>  <math>Z_{sn} = 2 \cdot t_f \cdot h_n^2 + 1/4 \cdot (d - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^2</math></p>	<p>Puntos del diagrama de interacción respecto al eje de mayor inercia, X            Los factores de seguridad parcial para determinar la capacidad nominal de la sección son <math>\gamma_c = 1.00</math>, <math>\gamma_s = 1.00</math>, <math>\gamma_r = 1.00</math>,  <math>f_{cd} = 0.85 \cdot f'_c / \gamma_c = 0.85 \cdot 319.83 / 1.00 = 271.86 \text{ [Kg/cm}^2]</math>  <math>f_{rd} = 4471.47 / 1.00 = 4471.47 \text{ [Kg/cm}^2]</math>  <math>f_{yd} = 3496.11 / 1.00 = 3496.11 \text{ [Kg/cm}^2]</math>  <math>N_A = P_{pl} = A_s \cdot f_y + A_s \cdot f_{yr} + 0.85 \cdot A_c \cdot f'_c = 7.43 \cdot 3496.11 + 0.5 \cdot 4.52 \cdot 4471.47 + 0.85 \cdot 388.05 \cdot 319.83 = 151693.16 \text{ [Kg]} = 151.69 \text{ [T]}</math>,  <math>M_A = 0.00 \text{ [T-m]}</math>; Compresión Pura  <math>N_{pm} = N_c = f_{cd} \cdot A_c = 271.86 \cdot 388.05 = 105492.79 \text{ [Kg]} = 105.49 \text{ [T]}</math>;  <math>Z_m = 0 \text{ [cm}^3]</math> no existe aceros en la parte intermedia  <math>A_m = 0 \text{ cm}^2</math></p>
---	--

$Z_{sn}=2*0.52*5.11^2+1/4*(8.00-2*0.52)*0.38^2=27.41$  [cm<sup>3</sup>]  
 $Z_{cn}=h_1h_n^2-Z_{sn}-Z_{rn}=20.00*5.11^2-27.41-0=494.83$  [cm<sup>3</sup>]  
 $M_B=Z_{sn}*f_{yd}+1/2*Z_{cn}*f_{cd}+Z_{rn}*f_{rd}=27.41*3496.11+1/2*494.83*271.86+0=1.63$  [T-m]  
 $N_B=0$ ;  
 $M_C=M_B=1.63$  [T-m];  
 $N_C=N_{pm}=A_c*f_{cd}=388.05*271.86=105495.27$  [Kg] = 105.50 [T]  
 $N_D=N_C/2=52747.64$  Kg=52.75 [T].  
 $M_D=M_{max}=Z_s*f_{yd}+1/2*Z_c*f_{cd}+Z_r*f_{rd}$   
 $M_D=5.75*3496.11+1/2*1968.91*271.86+25.33*4471.47=400998.90$  [Kg-cm]= 4.01 [T-m]  
 Punto E:  
 Asumiendo que sea  $h_E=5.50$  [cm] >  $h_n$ ;  
 $h_E < h/2$ ;  
 $A_{RE}=2.26$  cm<sup>2</sup>; que es el área de acero de refuerzo en la región comprimida;  
 $Z_{sE}=2tr*h_E^2+1/4*(d-2tr)t_w^2$   
 $Z_{sE}=2*0.52*5.50^2+1/4*(8.00-2*0.52)*0.38^2=31.71$  [cm<sup>3</sup>]  
 $Z_{cE}=h_1*h_E^2-Z_{sE}-Z_{rE}$   
 $Z_{rE}=Z_r=25.33/2=12.67$  [cm<sup>3</sup>].  
 $Z_{cE}=20.00*5.50^2-31.71-25.33/2=560.63$  [cm<sup>3</sup>]  
 $\Delta M_E=Z_{sE}*f_{yd}+1/2*Z_{cE}*f_{cd}+Z_{rE}*f_{rd}$   
 $\Delta M_E=31.71*3496.11+1/2*560.63*271.86+12.67*4471.47=243720.93$  [Kg-cm]=2.46 [T-m]  
 $M_E=M_{max}-\Delta M_E=4.01-2.43=1.58$  [T-m].  
 $P_E=1/2*(P_{pl}+N_{pm})=1/2*(151.69+105.50)/2=128.59$  [T].

Caso 3: Fuera del  $h_n$  perfil "I"  
 $h_n > d/2=8.00/2=4.00$  [cm],  $Z_{sn}=Z_s=22.49$  [cm<sup>3</sup>]  
 $h_n=(105492.79-0.743*(2*3496.11-271.86))/(2*20.00*271.86)=5.11$  [cm].  
 $Z_{cn} = h_1 h_n^2 - Z_{sn} - Z_{rn}$   
 $Z_{cn}=h_1*h_n^2-Z_{sn}-Z_{rn}=20.00*5.11^2-22.49-0=499.77$  [cm<sup>3</sup>]  
 $M_B=Z_{sn}*f_{yd}+(1/2)*Z_{cn}*f_{cd}+Z_{rn}*f_{rd}=22.49*3496.11+0.5*499.77*271.86+0=146574.78$  Kg-cm=1.47 [T-m].  
 $N_B=0$  [T]; flexión pura  
 $M_C=M_B=1.47$  [T-m].  
 $N_D=1/2*N_{pm}=1/2*105492.79$  Kg=52746.39 [Kg]  
 $N_D=52.74$  [T].  
 $M_D=M_{max}=Z_s*f_{yd}+1/2*Z_c*f_{cd}+Z_r*f_{rd}$   
 $M_D=22.49*3496.11+1/2*1952.17*271.86+25.33*4471.47=457248.31$  [Kg-cm]= 4.57 [T-m]

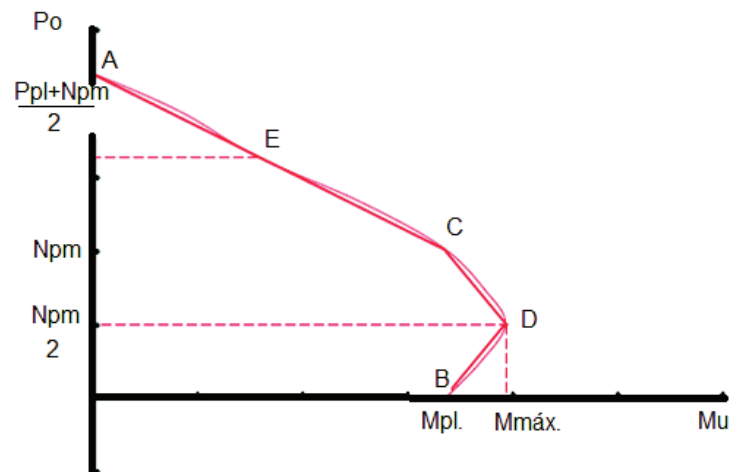


**CUADRO 2.14** DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN CADA PUNTO (MOMENTOS DE SRC RESPECTO AL EJE DE MENOR INERCIA, CON FACTORES DE SEGURIDAD)

	Sección	Distribución de esfuerzos	Ecuación
A			$N = Ppl = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} + A_r \cdot f_{rd}$ $A_c = h_1 \cdot h_2 - A_s - A_r$ $f_{cd} = 0.85 \cdot f_c / \gamma_c, \quad f_{yd} = F_y / \gamma_s, \quad f_{rd} = F_{yr} / \gamma_r$ $M = 0$
B			$N = 0$ $h_n = h_1 \cdot a \cdot f_{cd} = (h_2 - 2a) \cdot t_w \cdot f_{yd} + (d - 2t_f) \cdot t_w \cdot f_{yd}$ $M = M_{pn} = Z_{sn} \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_{cn} \cdot f_{cd} + Z_r \cdot f_{rd}$ $Z_{sn} = 2 \cdot t_f \cdot h_n^2 + \left(\frac{1}{4}\right) \cdot (d - 2t_f) \cdot t_w^2;$
C			$Z_{cn} = h_1 \cdot h_n^2 - Z_{sn} - Z_r$ $N = N_{pm} = A_c \cdot f_{cd}$ $M = M_{pn} = Z_{sn} \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_{cn} \cdot f_{cd} + Z_r \cdot f_{rd}$
D			$N = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot N_{pm} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot A_c \cdot f_{cd}$ $M = M_{máx} = Z_s \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_c \cdot f_{cd} + Z_r \cdot f_{rd}$ $Z_s = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (d - 2t_f) \cdot t_w^2 + b_f \cdot t_f \cdot b_f^2$ $Z_c = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot h_1 \cdot h^2 - Z_s - Z_r$
E			$N = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (Ppl + N_{pm})$ $M = M_{máx} - \Delta ME;$ $\Delta ME = Z_{sE} \cdot f_{yd} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot Z_{cE} \cdot f_{cd} + Z_r \cdot f_{rd}$ $Z_{sE} = 2t_f \cdot h_e^2 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (d - 2t_f) \cdot t_w^2$ $Z_{cE} = h_1 \cdot h_e^2 - Z_{sE} - Z_r$

FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

**GRÁFICO 2.18** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE COLUMNAS RECTANGULARES, EJE DE MENOR INERCIA.



FUENTE: A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS, (Keon, 2005)

## 2.16 RESUMEN DE FÓRMULAS DE RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA POR DISTINTOS CÓDIGOS

**CUADRO 2.15** RIGIDEZ EFECTIVA

Código	Fórmula aplicadas a columnas SRC
ANSI/AISC 360-05	$EI_{\text{eff}} = E_s I_s + 0.5 * E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c,$ $C_1 = 0.1 + 2 * \left( \frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$
ACI 318	$EI_{\text{eff}} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$
Eurocódigo 4 (2004)	$(EI)_{\text{eff}} = E_s I_s + E_s I_{sr} + 0.6 E_c I_c,$ $(EI)_{\text{eff,II}} = 0.9(E_s I_s + E_s I_{sr} + 0.5 E_c I_c),$
Mirza and Tikka (1999)	$EI_{\text{eff}} = \left( 0.313 + 0.00334 \frac{L}{h} - 0.203 \frac{e}{h} \right) E_c I_c + 0.729 E_s I_s$ $+ 0.788 E_s I_{sr}$
NTC-Acero (2012)	$EI_{\text{ef}} = \left( E_a I_a + E_a I_{ar} + \frac{C_c E_c I_c}{1 + u} \right) * 0.80, C_c = 0.4 + 2 \rho_a \leq 0.6,$ $\rho_a = \left( \frac{A_s + A_{sr}}{A_g} \right)$

ELABORACIÓN: Edison Quishpe



Donde  $u$ =el coeficiente de reducción de rigidez del concreto por carga sostenida,  $u$ , se define en las NTC de Concreto, y es la relación entre la carga sostenida y la carga total de diseño. No debe ser mayor a 1.0.  $L$ : Longitud de la columna,  $e$ : excentricidad aplicada,  $h$ : dimensión de la sección de la columna medida en el plano de flexión.

Al reemplazar los datos dados para las probetas de las columnas CR1, CR2, CC1 y CC2, se obtienen resultados para el cálculo de la rigidez a flexión efectiva teóricas. Los subíndices  $x$  e  $y$  corresponden a los ejes débil y fuerte.

**CUADRO 2.16 RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVAS TEÓRICAS**

Código	Rectangulares		Circulares	
	Eleffy	Eleffx	Eleffy	Eleffx
	t-m <sup>2</sup>	t-m <sup>2</sup>	t-m <sup>2</sup>	t-m <sup>2</sup>
<b>AISC 360-05</b>	71.90	57.62	57.93	43.68
<b>Eurocódigo 4 (I)</b>	45.45	30.72	45.35	30.71
<b>Eurocódigo 4 (II)</b>	40.87	27.64	40.79	27.63
<b>ACI 318</b>	26.30	19.08	40.98	33.90
<b>NTC-ACERO (2012)</b>	24.90	19.14	53.08	47.60
<b>*Mirza y Tikka (2006)<sub>PR1</sub></b>	44.96	35.13	89.61	72.95
<b>*Mirza y Tikka (2006)<sub>PR2</sub></b>	45.75	34.97	96.70	78.79
*: PR1 y PR2: probeta 1 y 2, recatngular y circular respectivamente				

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**CUADRO 2.17 RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTALES**

Probeta	Elexp_Y	Elexp_X
	T-m <sup>2</sup>	T-m <sup>2</sup>
<b>CR1</b>	31	11
<b>CR2</b>	69	43
<b>CC1</b>	50	70
<b>CC2</b>	79	97

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En el cuadro 2.17 se tiene la rigidez a flexión experimental calculada para el desplazamiento último de rotura, en donde hay que considerar que las probetas CR1 y CR2 son columnas rectangulares de 20x20 cm de sección transversal y las probetas CC1 y CC2 son probetas circulares de 20 cm de diámetro.

## 2.17 FÓRMULAS DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL DE COLUMNAS TIPO SRC

### 2.17.1 GENERALIDADES

Basándose en la hipótesis de Bernoulli-Navier, se considera que las secciones permanecen planas antes y después de haber aplicado las cargas externas de servicio y además, existe proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones dentro de un rango de valores hasta un límite de la pendiente  $E_{c0.45}$ , que es el módulo de elasticidad cuando el hormigón ha alcanzado una resistencia de 45% de la resistencia característica  $f'_c$ , según lo afirma Navier en su hipótesis.

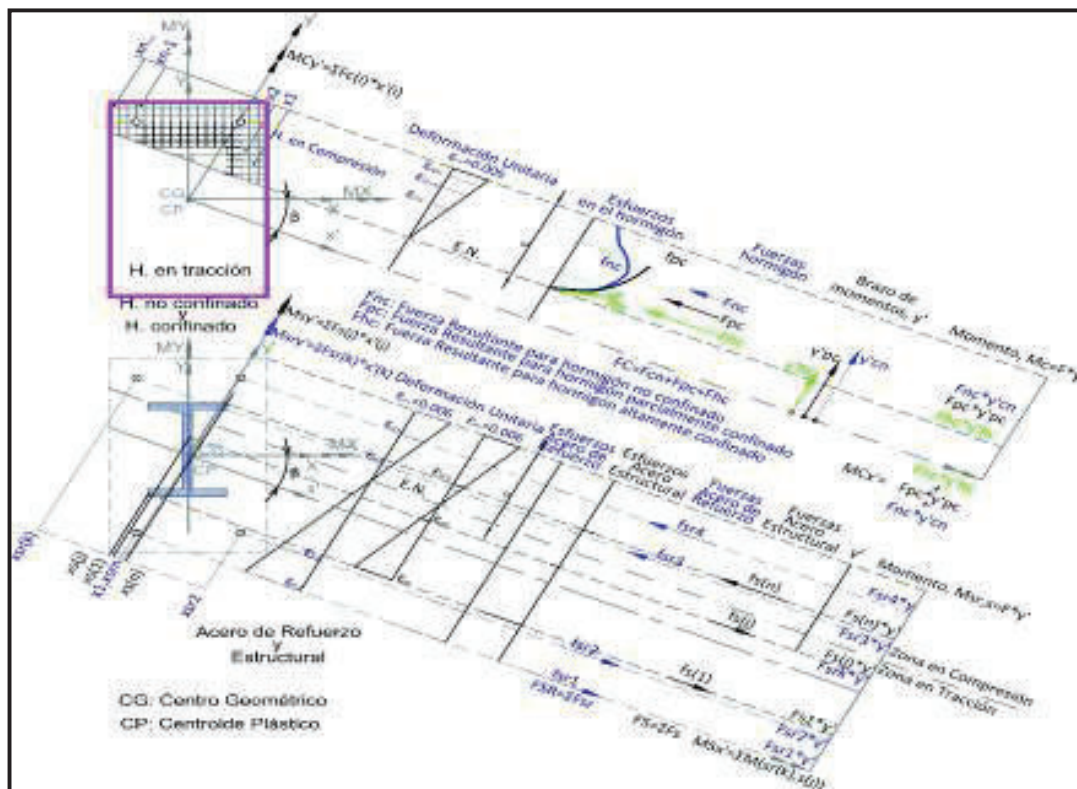
Para realizar el gráfico del diagrama de interacción de las columnas circulares y rectangulares se asume la distribución de deformaciones unitarias lineal, y con estas deformaciones se calcula los esfuerzos, las fuerzas y momentos correspondientes a la capacidad de la columna para la profundidad del eje neutro "c".

El comportamiento de los aceros de refuerzo convencional y estructural se basa a los modelos constitutivos respectivos vistos más adelante.

El programa trabaja con modelos de hormigón confinado, y para lograr esto se recurre a las ecuaciones de Mander et al (1988) para el cálculo de los coeficientes de confinamiento para modificar el respectivo diagrama esfuerzo deformación.



**GRÁFICO 2.19** COMPATIBILIDAD ESFUERZOS DEFORMACIONES EN UNA SECCIÓN PLANA



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

La fórmula para la determinación de la deformación unitaria  $\epsilon_i$ , de cada fibra a una determinada posición del eje neutro, c. será:

$$\epsilon_i = \epsilon_u - \frac{\epsilon_u}{c} (D \cos(\hat{2}) - y'_i) \quad (2.77)$$

Donde:

$\epsilon_u$ : Deformación unitaria de rotura del hormigón no confinado o de recubrimiento.

$y'_i$ : Distancia medida desde el plano de flexión hasta la fibra de hormigón, acero estructural y de cada posición de cada barra de acero de refuerzo convencional.

c: Profundidad adoptada por el usuario desde la fibra más alejada del hormigón a compresión u hormigón de recubrimiento, hasta el eje neutro (E.N.).

Para realizar un estudio de la capacidad a flexo compresión que genera la columna es importante trabajar con diagramas esfuerzo-deformación unitaria de cada material denominados los modelos constitutivos de los materiales con la finalidad

de trabajar con datos más reales del comportamiento lineal y no lineal de los materiales.

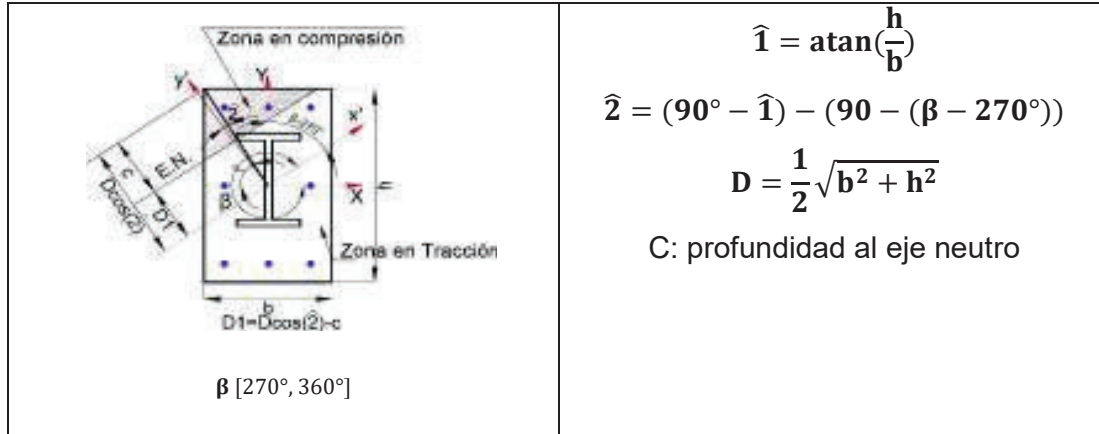
La distribución de los elementos que están en compresión es como se ilustra en los siguientes cuadros del 2.18 al 2.19:

**CUADRO 2.18. DISTRIBUCIÓN DE ZONAS DE TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA RECTANGULAR SRC**

Esquema	Ecuaciones para cada cuadrante
<p style="text-align: center;"><math>\beta [0^\circ, 90^\circ]</math></p>	$\hat{1} = \text{atan}\left(\frac{h}{b}\right)$ $\hat{2} = 90^\circ - \hat{1} - \beta$ $D = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2}$
<p style="text-align: center;"><math>\beta [90^\circ, 180^\circ]</math></p>	$\hat{1} = \text{atan}\left(\frac{h}{b}\right)$ $\hat{2} = (90^\circ - \hat{1}) - (180^\circ - \beta)$ $D = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2}$
<p style="text-align: center;"><math>\beta [180^\circ, 270^\circ]</math></p>	$\hat{1} = \text{atan}\left(\frac{h}{b}\right)$ $\hat{2} = (90^\circ - \hat{1}) - (\beta - 180^\circ)$ $D = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2}$


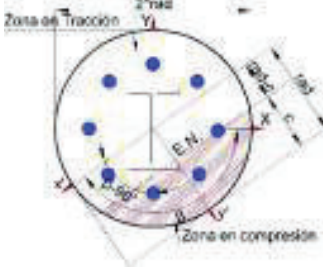
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## GRÁFICO 2.18 CONTINUACIÓN



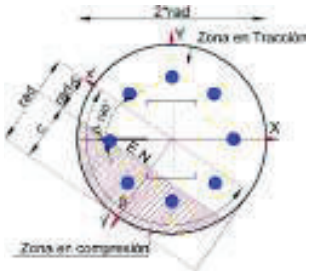
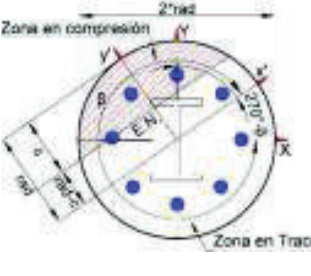
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## CUADRO 2.19 DISTRIBUCIÓN DE ZONAS DE TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA CIRCULAR SRC

Esquema	Condición para cada cuadrante
 <p style="text-align: center;"><math>\beta [0^\circ, 90^\circ]</math></p>	<p>Ver el diagrama de flujo de la programación respectiva</p>
 <p style="text-align: center;"><math>\beta [90^\circ, 180^\circ]</math></p>	<p>Ver el diagrama de flujo de la programación respectiva</p>

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## GRÁFICO 2.19 CONTINUACIÓN

 <p style="text-align: center;"><math>\beta [180^\circ, 270^\circ]</math></p>	<p>Ver el diagrama de flujo de la programación respectiva</p>
 <p style="text-align: center;"><math>\beta [270^\circ, 360^\circ]</math></p>	<p>Ver Diagrama de flujo de la programación</p>

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se sugiere revisar el diagrama de flujo de la programación respectiva para realizar el cálculo del diagrama de interacción a carga y momento flector en la subrutina correspondiente.

### 2.18 MODELOS CONSTITUTIVOS DEL COMPORTAMIENTO DEL HORMIGÓN

Para la programación del diagrama de interacción de columnas es necesario trabajar con datos de los modelos constitutivos del hormigón, para hormigón no confinado, el mismo que se encuentra en la zona de recubrimiento; y de hormigón confinado que está ubicado en la zona del núcleo de las secciones rectangulares y circulares. Al referirse a modelos constitutivos del hormigón se analiza todo lo referente a curva esfuerzo deformación unitaria teórica y la obtenida de ensayos de materiales en laboratorio.

La curva de esfuerzo deformación unitaria para hormigón no confinado como en hormigón confinado tiene distintas fases que parten desde el origen de coordenadas con una pendiente  $E_c$  o módulo de elasticidad, pasando por una fase monotónica hasta el punto de rotura del material. Es importante conocer al comportamiento físico del hormigón que en realidad es de carácter no lineal. Las propiedades mecánicas de este material se determinan en base de diferentes experimentos e investigaciones realizadas en laboratorios con la finalidad de determinar el esfuerzo de tracción y compresión de las diferentes fibras en cada etapa de aplicación de la carga monotónica de prueba.

### 2.18.1 MODELOS CONSTITUTIVOS DE HORMIGÓN NO CONFINADO

El hormigón no confinado para secciones mixtas SRC se encuentra en la zona de recubrimiento, para miembros que trabajan en conjunto con estribos, zunchos y espirales; además, se considera toda la sección sustrayendo el área de acero de refuerzo y estructural, para columnas armadas con acero longitudinal y el perfil. Para hormigón no confinado, Lin (2015) recomienda que la deformación unitaria correspondiente al punto de esfuerzo máximo  $f_{co}$  sea  $\epsilon_{co}=0.002$ , la misma que fue tomada de la resistencia a compresión del cilindro de prueba.

El módulo de elasticidad tangente inicial para hormigones de peso normal según el ACI 318 es:  $E_c = 15000 * \sqrt{f'_c}$ . Para análisis a tensión de las barras y probetas de hormigón y secciones no confinadas el ACI 318 establece que el factor de reducción a flexión es de 0.90, en tanto que para compresión se establece un factor de 0.85. Para secciones y elemento de hormigón completamente confinado el factor de reducción es la unidad.

La deformación unitaria cuando se tiene una resistencia a compresión a los 28 días del hormigón es de  $\epsilon'_c = 0.002$ , según (PARK, 1997).

En el estudio de (CHANG, 1994) recopila información de la investigación de (Kent and Park, 1971), respecto al modelo constitutivo del hormigón no confinado, en donde, para la rama de descenso de la curva monotónica de esfuerzo deformación para hormigón no confinado se tiene:

El esfuerzo a tracción descrito en el trabajo de Chang y Mander (1994) para el hormigón está dado por la ecuación 2.78:

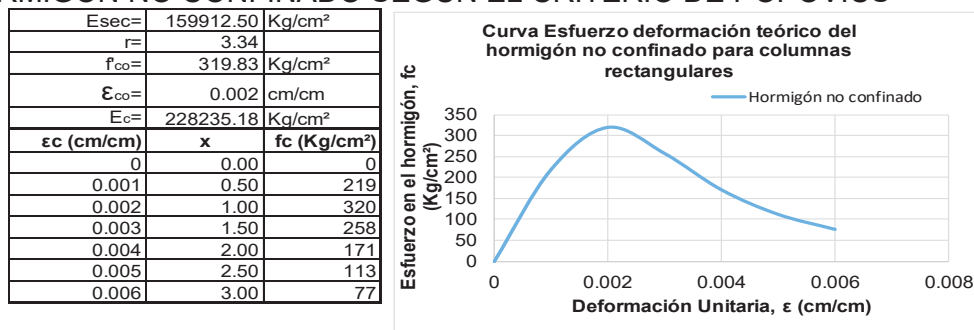
$$f_f = 0.5\sqrt{f'c} \quad (2.78)$$

Y la deformación unitaria está dada por:

$$\epsilon'_c = \frac{0.02 + 0.002f'c}{f'c - 6.9} \quad (2.79)$$

$f'c$ : Resistencia especificada del hormigón no confinado en Mpa.

**GRÁFICO 2.20:** CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA PARA HORMIGÓN NO CONFINADO SEGÚN EL CRITERIO DE POPOVICS



FUENTE: (Chang y Mander, 1994).  
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## 2.18.2 MODELOS DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES RECTANGULARES

Mander et al. (1988), permiten conocer la fórmula matemática para el cálculo de la envolvente monótonica representado en la ecuación 2.80 - 2.84 que a su vez se usa para determinar los esfuerzos del hormigón confinado de las secciones de hormigón armado, que es válida para la fase ascendente y la fase descendente, en donde se requiere datos principales como la resistencia característica del hormigón confinado  $f'_{cc}$  y la deformación unitaria  $\epsilon'_{cc}$  correspondiente a determinado pico. El gráfico 2.21 se presenta como resultado del uso de las mencionadas ecuaciones.

$$f_c = \frac{f'_{cc} * x * r}{r - 1 + x^r} \quad (2.80)$$

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \quad (2.81)$$

$$f'_{cc} = k * f'_{co} \quad (2.82)$$

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (2.83)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.84)$$

$$E_c = 15000 * \sqrt{f'_c} \quad (2.85)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon'_{cc}} \quad (2.86)$$

Donde:

$f_c$ : Esfuerzo en función de la deformación unitaria

$f'_{cc}$ : Resistencia máxima de compresión de hormigón confinado

$f'_{co}$ : Resistencia máxima de compresión de hormigón no confinado

$k$ : Factor de transformación de hormigón no confinado en hormigón confinado, ( $k=1$ , (Chang y Mander, 1994))

$x$ : Relación entre la deformación unitaria en un punto determinado y la deformación unitaria cuando en  $f'_{cc}$ .

$\varepsilon_{co}$ : Deformación correspondiente al esfuerzo  $f'_{co}$ .

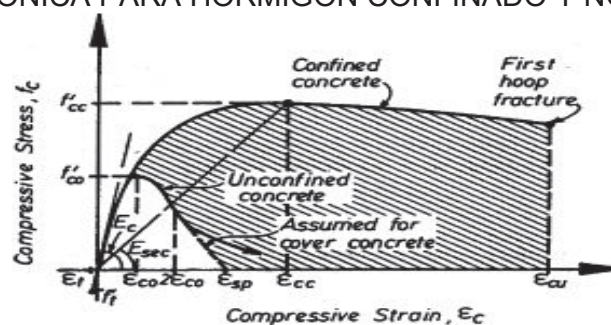
$\varepsilon_{cc}$ : Deformación correspondiente al esfuerzo  $f'_{cc}$ .

$r$ : Relación entre el módulo inicial y módulo secante de elasticidad.

$E_c$ : Módulo de elasticidad inicial del concreto.

$E_{sec}$ : Módulo secante de elasticidad del concreto cuando alcanza el esfuerzo máximo.

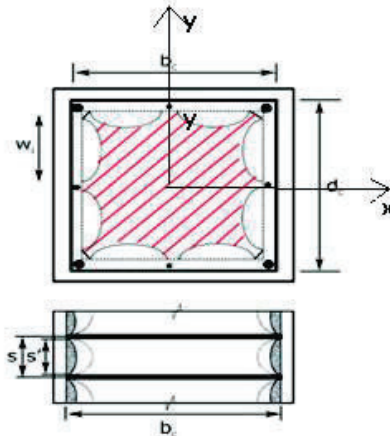
**GRÁFICO 2.21** MODELO ESFUERZO DEFORMACIÓN PROPUESTO PARA CARGA MONOTÓNICA PARA HORMIGÓN CONFINADO Y NO CONFINADO



FUENTE: (Mander, Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Agosto, 1988)

En hormigón armado la zona limitada por arcos parabólicos representan la zona no confinada y la zona parcialmente confinada.

**GRÁFICO 2.22** MODELO DE CONFINAMIENTO EN HORMIGÓN ARMADO PARA SECCIONES RECTANGULARES PLANTEADA POR CHANG Y MANDER, 1994.



FUENTE: (Mander, Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Agosto, 1988)

Las ecuaciones de Mander et al (1988) son utilizadas en el trabajo de (Sosa, 2014) del trabajo *Comportamiento de la Conexión Pilote-Losa en Hormigón Estructural* para la determinación de la curva esfuerzo deformación unitaria de hormigón no confinado y confinado

La distribución de los arcos parabólicos horizontalmente se debe tomar en cuenta que estos están entre las barras de aceros de refuerzo longitudinal y verticalmente entre las capas de acero transversal. La pendiente inicial que toman estas parábolas de segundo orden es de 45 grados.

Para secciones con una distribución uniforme de los aceros de refuerzo convencionales, el área efectiva del núcleo de hormigón confinado se lo calcula con la ecuación 2.87, que es el coeficiente de confinamiento efectivo.

$$K_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6b_c d_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{S'}{2d_c}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.87)$$

Donde:



$b_c$ : Dimensión del núcleo confinado medido entre los centros del perímetro del zuncho en la dirección x.

$d_c$ : Dimensión del núcleo confinado medido entre los centros del perímetro del zuncho en la dirección y.

$S'$ : Espaciamiento vertical libre entre estribos.

$\rho_{cc}$ : Relación de área entre el área de refuerzo longitudinal y el núcleo de la sección.

Las ecuaciones 2.88 y 2.89 son para calcular la relación entre el volumen de varillas en el núcleo confinado de la columna en la dirección x e y, se tiene:

$$\rho_x = \frac{A_{xx}}{Sd_c} \quad (2.88)$$

$$\rho_y = \frac{A_{yy}}{Sb_c} \quad (2.89)$$

Donde:

$A_{xx}$ ,  $A_{yy}$ : El área de las varillas transversales en las direcciones x y y, respectivamente.

S: el espaciamiento vertical entre espirales medido de centro a centro.

El esfuerzo de confinamiento el hormigón (la fuerza del total varillas transversales dividida para el área vertical de hormigón confinado) que se produce en la dirección x y en la dirección y es:

$$f_{Lx} = \rho_x f_{yh} \quad (2.90)$$

$$f_{Ly} = \rho_y f_{yh} \quad (2.91)$$

El confinamiento lateral efectivo está dado por:

$$f'_L = f_L K_e \quad (2.92)$$

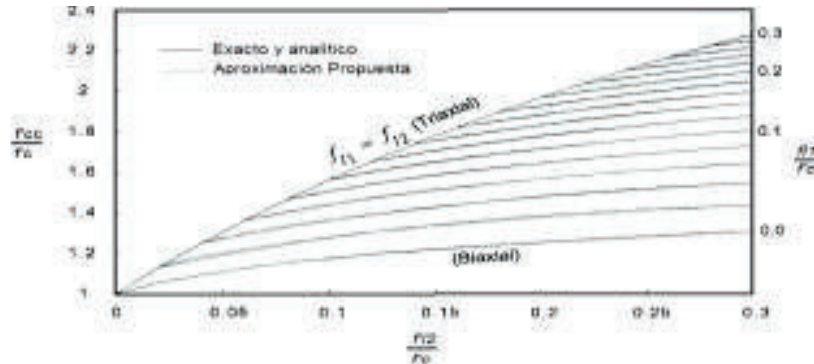
Para calcular el esfuerzo de confinamiento se utiliza la ecuación 2.93:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f'_L}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_L}{f'_{co}} \right) \quad (2.93)$$

Donde:

$f'_{co}$ : Esfuerzo máximo de compresión de hormigón no confinado

### GRÁFICO 2.23 RELACIÓN DE LA RESISTENCIA DE HORMIGÓN CONFINADO



FUENTE: Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns, (CHANG, 1994)

En secciones rectangulares, de manera general para calcular el coeficiente de confinamiento efectivo, Chang y Mander (1994), propone la ecuación 2.94 para calcular el coeficiente de conversión de hormigón no confinado a hormigón confinado dentro de la zona a nivel del estribo de confinamiento, esto sucede como resultado de la propuesta de la superficie de última resistencia, en donde se traza una curva de presión de confinamiento con la cuantía de resistencia confinada. Exclusivamente, para el análisis de columnas rectangulares se debe seguir un proceso iterativo para encontrar la superficie de falla propuesto por Mander et al. (1988)

$$K_{pc} = \frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + A\bar{x} \left( 0.1 + \frac{0.9}{1 + B\bar{x}} \right) \quad (2.94)$$

Con las respectivas ecuaciones que la representan:

$$\bar{x} = \frac{f'_{11} + f'_{12}}{2f'_c} \quad (2.95)$$

$$r = \frac{f'_{11}}{f'_{12}} \quad f'_{11} \geq f'_{12} \quad (2.96)$$

$$A = 6.8886 - (0.6069 + 17.275r)e^{-4.989r} \quad (2.97)$$

$$B = \frac{4.5}{\frac{5}{A}(0.9849 - 0.6306e^{-4.8939r}) - 0.1} - 5 \quad (2.98)$$

En la fórmula para calcular el valor del coeficiente de resistencia de la zona parcialmente confinada,  $K_{pc}$ , se debe sumar la aportación que ofrece el confinamiento en la zona central limitada por los patines y el alma del perfil "I", de esta manera obtener un nuevo coeficiente de resistencia del hormigón altamente confinado.

$$K_{eI} = \frac{1 - \sum_{i=1}^{n=2} \frac{(w_i)^2}{(6 * bc * dc)}}{1 - \rho_{cc}}, f'l_I = \frac{K_{eI} * \rho_s * fyh}{2}, K_I \quad (2.99)$$

$$= -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 * f'l_I}{f'c'}} - 2 * \frac{f'l_I}{f'c'}$$

Según la referencia encontrada en la investigación de (AL-Bdoor M. , 2013), el coeficiente de cálculo de la resistencia de hormigón altamente confinado, está dado por la suma representada en la ecuación 2.100:

$$K = K_{pc} + K_I \quad (2.100)$$

### 2.18.3 CONSIDERACIONES EN COLUMNAS RECTANGULARES MIXTAS

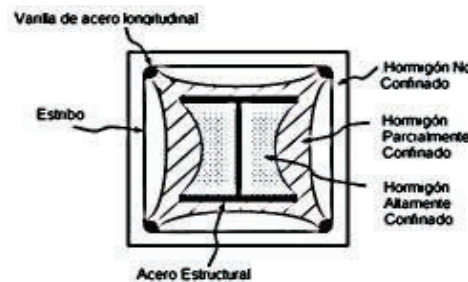
Para vigas y columnas compuestas embebidas en hormigón, la acumulación del confinamiento depende de la forma de la sección de acero y su resistencia a fluencia adicionalmente de los factores mencionados anteriormente. Como resultado, la zona de alto confinamiento ocurre como resultado de la acción de arco formado por la sección de acero.

El modelo constitutivo de hormigón no confinado y confinado realizado por Mander et al. (1988) y con la modificación de hormigón de alta resistencia

Para secciones de columnas SRC, Lin, 2005 en su estudio considera que existen tres zonas con sus respectivos estados en que se puede encontrar al hormigón. Para un área efectiva de hormigón confinado de asume que está limitado por parábolas teniendo como vértice los centros de la varillas longitudinales además de una zona de confinamiento en el núcleo confinado por el perfil I. La zona no

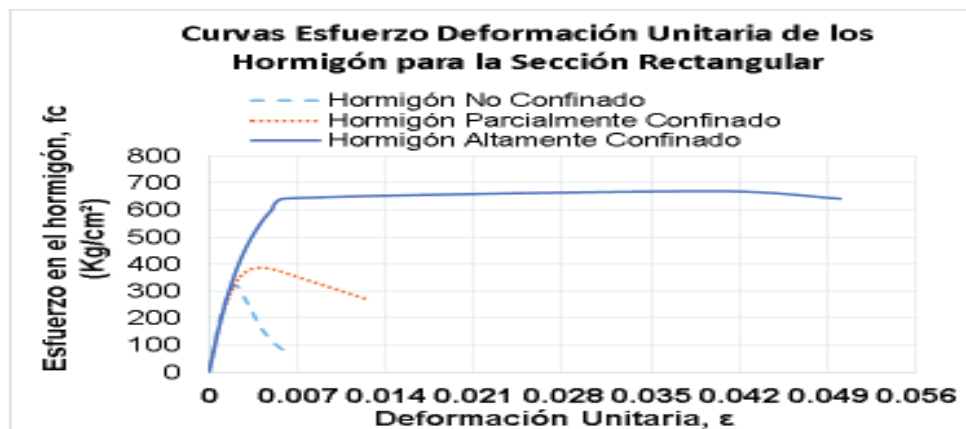
confinada está fuera de la parábola formada por las varillas longitudinales, la zona altamente confinada localizada dentro del perímetro de la sección de acero estructural, y parcialmente confinada en la región dentro de hormigón no confinado y hormigón altamente confinado. Cada una de estas tres zonas está representada por las propiedades de esfuerzo-deformación que son función de los diferentes niveles de confinamiento.

### GRÁFICO 2.24 MATERIALES EN UNA COLUMNA MIXTA SRC DE ACERO EMBEBIDO EN HORMIGÓN



FUENTE: Analytical model for predicting axial capacity and behavior of concrete encased steel composite stub columns, (LIN, 2015)

### GRÁFICO 2.25 CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA COMPRESIÓN PARA HORMIGÓN NO CONFINADO, PARCIALMENTE CONFINADO, Y ALTAMENTE CONFINADO PARA UNA SECCIÓN RECTANGULAR MIXTA



FUENTE: (Mander, Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Agosto, 1988)

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

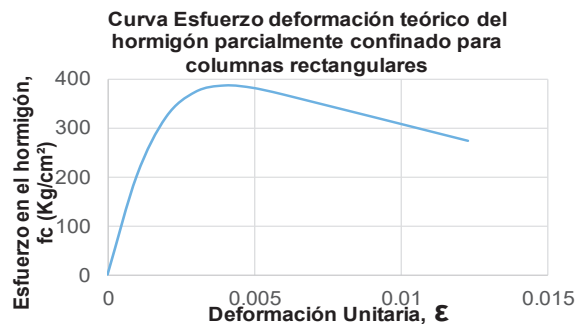
#### 2.18.4 MODELOS DE CONFINAMIENTO

Para este trabajo investigativo, se considera una simplificación previa en la determinación de la zona o área de hormigón confinado de las columnas

rectangulares se encuentra en la parte central o el núcleo de la sección limitada por la línea de baricentros de las barras de refuerzo convencional.

**GRÁFICO 2.26** CURVA ESFUERZO DEFORMACION UNITARIA SEGÚN MANDER ET AL. (1988) DE HORMIGÓN CONFINADO SECCIÓN RECTANGULAR

$f'_{c\ pc} (kg/cm^2) =$	386.67	$3 \cdot \epsilon_{cc} =$
$\epsilon_{cc} (cm/cm) =$	0.0041	0.0123
$E_{sec} (kg/cm^2) =$	94545.45	
$r =$	1.707	
$\epsilon_c (cm/cm)$	$x$	$f_c (Kg/cm^2)$
0	0.00	0
0.001	0.24	202
0.002	0.49	322
0.003	0.73	374
0.004	0.98	387
0.005	1.22	381
0.006	1.47	368
0.0123	3.01	273



FUENTE: (Mander, Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Agosto, 1988)

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## 2.18.5 MODELOS DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES CIRCULARES

Este modelo el cual permite calcular el coeficiente de confinamiento para amplificar el valor de la resistencia característica del hormigón en secciones circulares es aplicado en la zona central o núcleo de la columna limitada por la línea de baricentros de los aceros de refuerzo convencional.

Para el cálculo de la resistencia de hormigón confinado se debe seguir el siguiente procedimiento:

$$f'_1 = f_1 \quad (2.101)$$

$f_1$ : La presión lateral del refuerzo transversal, suponiendo ser la distribución uniforme sobre la superficie del núcleo de hormigón.

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (2.102)$$

$k_e$ : Coeficiente de confinamiento efectivo.

$A_e$ : Área confinada efectiva del núcleo de hormigón.

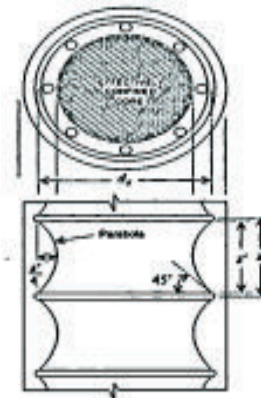
$$A_{cc} = A_c(1 - \rho_{cc}) \quad (2.103)$$

$\rho_{cc}$ : Cuantía del refuerzo longitudinal en el área del núcleo de la sección.

$A_c$ : Área del núcleo de la sección delimitada entre los centros de la línea del perímetro del espiral y zunchos.

La manera de confinamiento se asemeja a una parábola de segundo grado con una tangente inicial de 45°, el área del núcleo de hormigón confinado efectivo está centrado en la columna y los estribos.

**GRÁFICO 2.27** MODELO DE CONFINAMIENTO PARA SECCIONES CIRCULARES PLANTEADA POR CHANG Y MANDER, 1994



FUENTE: (Chang y Mander, 1994)

$$A_e = \frac{\pi}{4} \left( d_s - \frac{s'}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d_s^2 \left( 1 - \frac{s'}{2d_s} \right)^2 \quad (2.104)$$

$$A_{cc} = \frac{\pi}{4} d_s^2 (1 - \rho_{cc}) \quad (2.105)$$

$s'$ : Espaciamiento vertical libre entre espirales o zunchos.

$d_s$ : Diámetro del espiral medido centro a centro de los aceros transversales.

Por lo tanto, el coeficiente de confinamiento efectivo para zunchos circulares o estribos está dado por:

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{(1 - \rho_{cc})} \quad (2.106)$$

Además, el coeficiente de confinamiento efectivo para espirales circulares está dado por:

$$k_e = \frac{1 - \frac{s'}{2d_s}}{(1 - \rho_{cc})} \quad (2.107)$$

El esfuerzo efectivo de confinamiento está dado por la ecuación 2.108:

$$f_{pl} = \frac{k_e \rho_s f_{yh}}{2} \quad (2.108)$$

$$\rho_s = \frac{4A_{ps}}{d_s s} \quad (2.109)$$

Donde:

$f_{yh}$ : Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo transversal.

$\rho_s$ : Cuantía volumétrica de acero de confinamiento transversal.

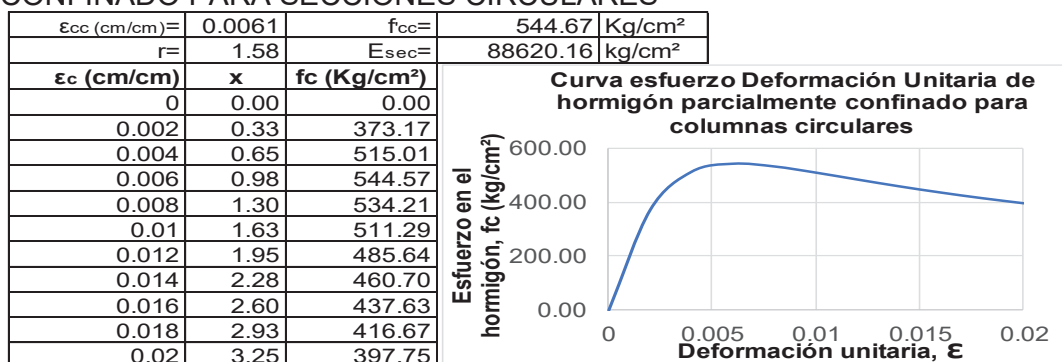
$$A_{ps} = \frac{\pi d^2}{4} \quad (2.110)$$

$A_{ps}$ : Diámetro de una varilla de acero de refuerzo transversal.

$f'_{cc}$ : Resistencia del hormigón al confinamiento.

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_L}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_L}{f'_{co}} \right) \quad (2.111)$$

### GRÁFICO 2.28 CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DE HORMIGÓN CONFINADO PARA SECCIONES CIRCULARES



FUENTE: Mander et al, 1988.

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Con el motivo de realizar el cálculo del módulo de elasticidad tangente del hormigón confinado se recurre al trabajo de (AIRE, 2008), el cual provee la siguiente ecuación:

$$E_c = 3320 * \sqrt{f'_{co}} + 6900 \quad (2.112)$$

Donde  $f'_{co}$ : Es la resistencia a compresión de hormigón no confinado en Mpa.

## 2.19 MODELOS CONSTITUTIVOS DEL COMPORTAMIENTO A TRACCIÓN Y COMPRESIÓN DEL ACERO

Dentro de la industria de la construcción de miembros en acero estructural realizado en el Ecuador se pueden utilizar la siguiente clasificación de acuerdo a las normas AISC Y AISI:

### CUADRO 2.20 TIPOS DE ACERO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MIEMBROS ESTRUCTURALES

AISC			
Acero	Fy (kg/cm <sup>2</sup> )	E (kg/cm <sup>2</sup> )	G (kg/cm <sup>2</sup> )
A36	2530	2043000	789000
A50	3520	2043000	789000
A588	3340	2070000	795000
AISI			
A36	2400	2070000	795000
A50	3340	2070000	795000
Módulo de Poisson		$\mu$	= 0.30

FUENTE: Edison Quishpe

#### 2.19.1 MODELO CONSTITUTIVO TEÓRICO DEL ACERO

Modelo teórico de análisis

Se toman dos fases en la curva esfuerzo deformación:

1. La primera fase va desde el origen de coordenadas hasta el punto donde se produce la fluencia del acero, esta zona es donde se produce un comportamiento "lineal" del hormigón debido a que se asume una tendencia lineal, el módulo tangente inicial es llamado el módulo de elasticidad.
2. La segunda fase parte desde el punto de inicio de la plataforma de fluencia hasta el punto de la rotura en donde la deformación unitaria  $\epsilon_{ur}=0.14$  para las varillas

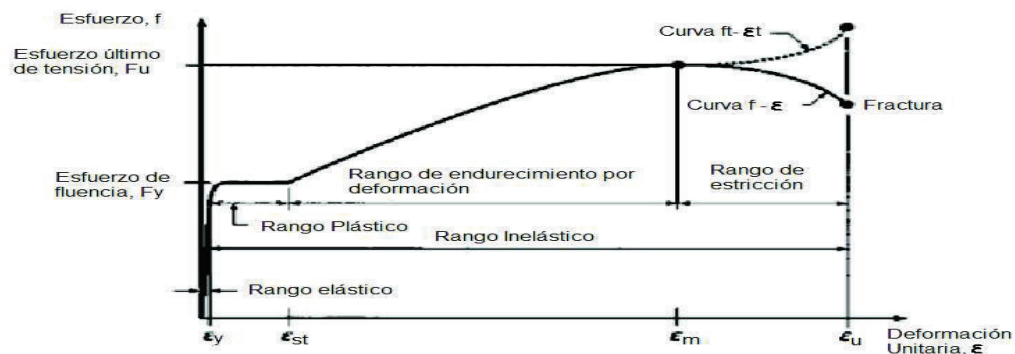


de acero corrugados y  $\epsilon_{US}=0.33$  para placas planas de acero estructural que son datos obtenidos experimentalmente esta tesis.

### 2.19.2 MODELO CONSTITUTIVO EXPERIMENTAL DEL ACERO ESTRUCTURAL

Se obtiene una curva esfuerzo deformación de los acero de refuerzo y estructural. A través del registro de medidas de deformaciones se va estudiando el comportamiento frente a la carga de tracción axial desde el inicio del ensayo, pasando por las diferentes fases como son: el comportamiento lineal, zona o plataforma de fluencia, zona de endurecimiento, estricción hasta llegar a la etapa de rotura.

**GRÁFICO 2.29** MODELO DE CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA EXPERIMENTAL PARA ACERO DE REFUERZO SEGÚN VINACOTA, (2006)



FUENTE: VINACOTA, 2006

### 2.19.3 MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL

Las ecuaciones 2.113 a la 2.116 permitirán obtener los puntos de la curva esfuerzo deformación teórico del comportamiento del acero de refuerzo convencional o varillas.

Chang y Mander (1994), utiliza la ecuación de Menegoto - Pinto (1973) (M-P) usada para acero de refuerzo para lo cual se procede a determinar los módulos de

elasticidad inicial  $E_o$  y módulo secante  $E_{sec}$  de este material, y con esto define el modelo constitutivo representado por la gráfica deformaciones unitaria versus esfuerzos.

La zona elástica está definida en el rango  $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ , en donde los esfuerzos son directamente proporcionales a las deformaciones unitarias teniendo como pendiente constante tangente o módulo elástico,  $E_t = E_s$ , que es llamado  $m$ . La deformación unitaria de fluencia está dada por  $\varepsilon_y$ .

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.113)$$

La zona o plataforma de fluencia está dada por  $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$ ,  $f_s = f_y$ ,  $E_t = 0$ ;  $\varepsilon_{sh}$  es la deformación unitaria en la zona de endurecimiento. En donde se tiene:  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{sh}$ , la ecuación para esfuerzos en este rango está dado por:

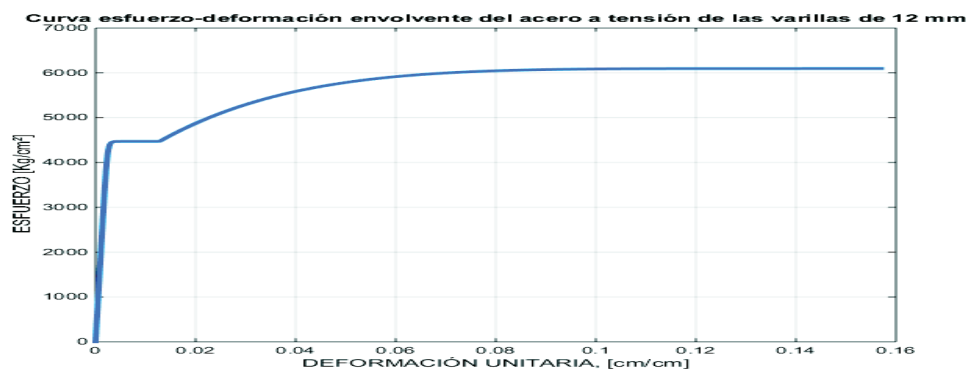
$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left| \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right|^p \quad (2.114)$$

$$E_t = E_{sh} \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right) \left| \frac{f_{su} - f_s}{f_{su} - f_y} \right|^{(1-\frac{1}{p})} \quad (2.115)$$

$$p = E_{sh} \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{f_{su} - f_y} \quad (2.116)$$

$\varepsilon_{su}$  es la deformación unitaria última,  $f_{su}$  es el esfuerzo último de rotura.

### GRÁFICO 2.30 CONSTRUCCIÓN DE LA CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DEL ACERO DE REFUERZO CONVENCIONAL

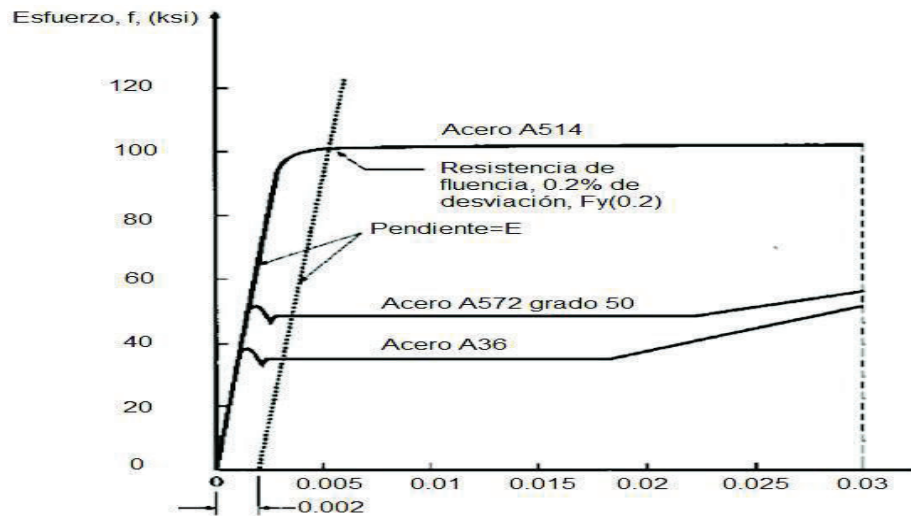


FUENTE: Mander y Chang, 1994  
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 2.19.4 MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO ESTRUCTURAL

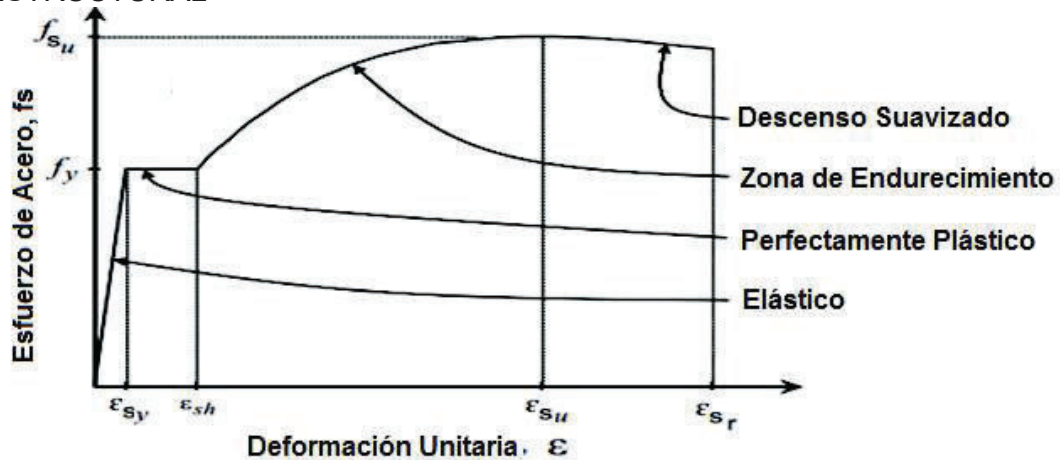
Las coordenadas de la curva esfuerzo deformación unitaria del acero estructural permiten definir el comportamiento de este material en el diseño de una estructura, por lo que es importante definir los términos correspondientes en cada fase, como sigue a continuación:

**GRÁFICO 2.31** MODELO EXPERIMENTAL DE LA CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA PARA ACERO ESTRUCTURAL SEGÚN VINACOTA



FUENTE: Columnas de acero comportamiento y LRFD, (VINACOTA, 2006)  
Para el modelo teórico se toma la deducción para columnas de acero estructural de (Holzer, 1975)

**GRÁFICO 2.32** CURVA ESFUERZO DEFORMACIÓN UNITARIA DEL ACERO ESTRUCTURAL



FUENTE: A Computer Code for General Analysis of Two-Dimensional Reinforced Concrete Structures, (Holzer, 1975)

Las siguientes ecuaciones son aplicadas para calcular la curva esfuerzo deformación unitaria del acero estructural, la misma que es tomada del estudio de (Holzer, 1975)

Para  $\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$  (zona elástica)

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.117)$$

Para  $\varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$

$$f_s = f_y \quad (2.118)$$

Para  $\varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sr}$

$$f_s = f_y \left[ 1 + r \left( \frac{f_{su}}{f_y} - 1 \right) * \exp(1 - r) \right] \quad (2.119)$$

$$r = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})}{(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh})} \quad (2.120)$$

Donde:

$\varepsilon_s$ : Deformación unitaria

$f_s$ : Esfuerzo del acero estructural

$E_s$ : Módulo de elasticidad del acero estructural

$f_y$ : Esfuerzo de fluencia del acero estructural

$f_{su}$ : Esfuerzo máximo del acero estructural

$\varepsilon_{sh}$ : Deformación unitaria al inicio de la etapa de endurecimiento

$\varepsilon_{su}$ : Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo máximo

$\varepsilon_{sr}$ : Deformación unitaria de rotura del acero estructural

## 2.20 RESISTENCIA A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL

### 2.21 ECUACIÓN GENERAL PARA SUPERFICIE DE FALLA

Este procedimiento se usa para realizar el chequeo de las columnas rectangulares mixtas, en donde toma en consideración momentos de diseño o solicitaciones y los momentos de capacidad resistente alrededor de los ejes fuerte y débil.

(MUÑOZ, 1994), realiza un estudio de columnas mixtas cortas y esbeltas a través de su ecuación propuesta. La misma que se basa en coeficientes que representan la interacción carga momento uniaxial y el diagrama de curvas isolíneas de cargas para una determinada carga axial constante para columnas cortas.

En el presente trabajo al realizar la programación en Matlab por el método de la fibra se analiza un conjunto o familias de diagramas de interacción a diferentes ángulos de esviaje medidos con respecto del eje de mayor inercia y el centroide plástico. El fin de esta programación es obtener un diagrama o superficie de interacción y de esta manera visualizar el comportamiento de las curvas de interacción a diferentes ángulos de esviaje.

También se obtiene las denominadas curvas de carga mediante el arreglo de datos del cálculo de los diagramas de interacción para conocer la distribución de momentos en cada dirección de acuerdo a cada nivel de carga axial que se produce en el análisis.

### 2.21.1 DIAGRAMA DE LÍNEAS DE CARGAS

Según el estudio de (MUÑOZ, 1994), para una determinada carga axial constante se analiza los momentos biaxiales en su respectiva línea de carga, representándolo con la ecuación 2.121:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{ox}}\right)^{\beta_i} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{oy}}\right)^{\beta_i} = 1.0 \quad (2.121)$$

Donde:

$\beta_i$ : Está definido como un factor aproximado de la forma de la curva de interacción que depende del nivel de carga axial y de la geometría, tamaño y distribución de acero de refuerzo en la sección.

En el trabajo de Muñoz (1994) se encuentra la ecuación de Hsu (1988), la cual es representada por una ecuación de superficie de falla, usada para columnas rectangulares, para momentos biaxiales y para el caso de carga axial determinado:

$$\left(\frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}}\right) + \left(\frac{M_{nx}}{M_{nbx}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{nby}}\right)^{1.5} = 1.0 \quad (2.122)$$

Al trabajar solo con el eje x se tiene:

$$\left(\frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}}\right) + \left(\frac{M_{nx}}{M_{nbx}}\right)^{1.5} = 1.0 \quad (2.123)$$

Al trabajar solo con el eje y se tiene:

$$\left(\frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}}\right) + \left(\frac{M_{ny}}{M_{nby}}\right)^{1.5} = 1.0 \quad (2.124)$$

(MUÑOZ, 1994), utiliza el criterio a través de la ecuación general para determinar la superficie de falla con la siguiente ecuación 2.125:

$$\left(\frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}}\right)^\alpha + \left[ \left( \delta_{mfx} \frac{M_{nx}}{M_{nb}} M_{fx} \right)^{\beta_i} + \left( \delta_{mfy} \frac{M_{ny}}{M_{nb}} M_{fy} \right)^{\beta_i} \right]^{1/\beta_i} = 1 \quad (2.125)$$

$\alpha = 2.75$  (MUÑOZ, 1994): Coeficiente que define la forma del diagrama de interacción carga momento.

$\beta_i = 1.5$  (MUÑOZ, 1994): Coeficiente que define la forma de las curvas de nivel del diagrama para una carga axial constante  $P_n$ .

$$\delta_{mfx} = \frac{C_{mx}}{\left(1 - \frac{P_n}{P_{crx}}\right)} \quad (2.126)$$

$$\delta_{mfy} = \frac{C_{my}}{\left(1 - \frac{P_n}{P_{cry}}\right)} \quad (2.127)$$

$P_n$ : Resistencia a la compresión axial nominal

$P_{nb}$ : Carga balanceada nominal para momentos alrededor de un plano inclinado alrededor de un eje de mayor inercia.

$P_o$ : Carga máxima en compresión axial de la sección mixta

$M_{nb}$ : Momento balanceado a flexión respecto a un plano inclinado respecto del eje de mayor inercia

$M_{nbx}$ : Momento balanceado a flexión alrededor del eje x

$M_{nby}$ : Momento balanceado a flexión alrededor del eje y.

$\delta_{mfx}, \delta_{mfy}$ : Factor de magnificación de momentos flectores para los ejes x e y, respectivamente.

$M_{fx}, M_{fy}$ : Factor de forma de momentos flectores alrededor de los ejes x e y, respectivamente.

$\delta_{mfx}, \delta_{mfy}$ : Son factores de magnificación de momentos para los ejes x e y respectivamente.

Siendo:

$$M_{fx} = \frac{M_{b1y}}{M_{b1x}} \quad (2.128)$$

$$M_{fy} = \frac{M_{b2x}}{M_{b2y}} \quad (2.129)$$

$$A_g = bt; \quad (2.130)$$

$M_{b1}, M_{b2}$ : Momentos flectores pequeños y grandes en el extremo de una columna no arriostrada.

$A_g$ : Área gruesa (total) de la sección transversal.

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_{1b}}{M_{2b}} \quad (2.131)$$

$C_m$ : Coeficiente aplicado a los términos de momentos flectores en la ecuación de interacción.

$$EI_{mc} = \frac{EcI_g/2.5}{1 + \beta_d} + E_s I_s + E_{sr} I_{sr} \quad (2.132)$$

$$P_{mcr} = \frac{\pi^2 EI_{mc}}{(KL)^2} \quad (2.133)$$

$EI_{mc}$ : Rigidez a flexión modificada

$I_g$ : Momento de inercia total de la sección transversal

$P_{mcr}$ : Carga de pandeo crítica modificada de Euler para secciones mixtas.

$$F_{mc} = k_1 f'_c \left( \frac{A_c}{A_g} \right) + k_2 F_{yr} \left( \frac{A_{sr}}{A_g} \right) + k_3 F_y \left( \frac{A_s}{A_g} \right) \quad (2.134)$$

$F_{mc}$ : Esfuerzo admisible modificado para secciones mixtas por el método LRFD

Se tienen las siguientes constantes de cálculo:

$$k_1 = 0.60, k_2 = 0.80, k_3 = 0.80, k_4 = 1/5$$

$$E_{mc} = E_{sr} \left( \frac{A_{sr}}{A_g} \right) + E_s \left( \frac{A_s}{A_g} \right) + k_4 E_c (A_c / A_g) \quad (2.135)$$

$E_{mc}$ : Módulo de elasticidad del hormigón modificado para secciones mixtas por el método LRFD.

$$r_{mc} = \sqrt{\frac{\frac{E_c I_g}{2.5} + E_s I_t + E_{sr} I_{sr}}{\frac{E_c A_g}{2.5} + E_s A_t + E_{sr} A_{sr}}} \quad (2.136)$$

$$r_{mc} \leq 0.3b \quad (2.137)$$

$$\lambda_{mc} = \frac{Kl}{r_{mc} \pi} \sqrt{\frac{F_{mc}}{E_{mc}}} \quad (2.138)$$

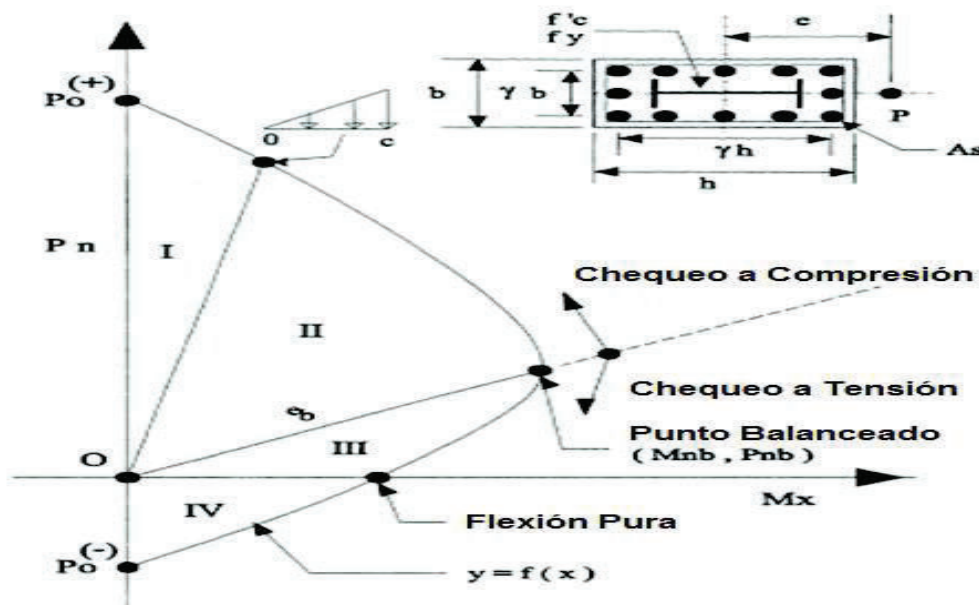
Si:

$$\lambda_{mc} \leq 1.5; F_{mcr} = (0.658 \lambda_{mc}^2) F_{mc} \quad (2.139)$$

Si:

$$\lambda_{mc} > 1.5; F_{mcr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_{mc}^2} \right) F_{mc} \quad (2.140)$$

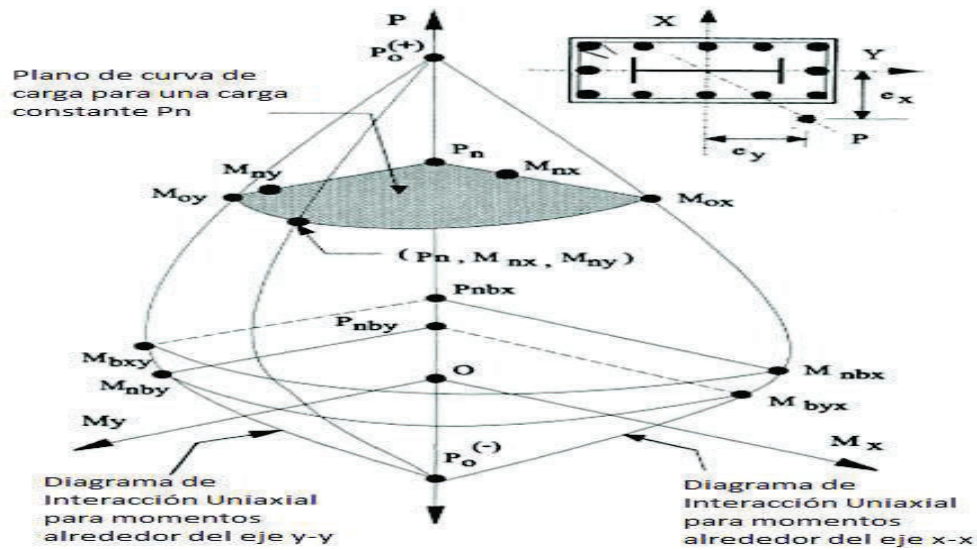
**GRÁFICO 2.33** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN TÍPICO PARA UNA COLUMNA COMPUESTA SRC SEGÚN (MUÑOZ, 1994)



FUENTE: BEHAVIOR OF BIAXIALLY LOADED CONCRETE-ENCASED COMPOSITE COLUMNS, (MUÑOZ, 1994)



**GRÁFICO 2.34** SUPERFICIE DE FALLA TRIDIMENSIONAL TÍPICA



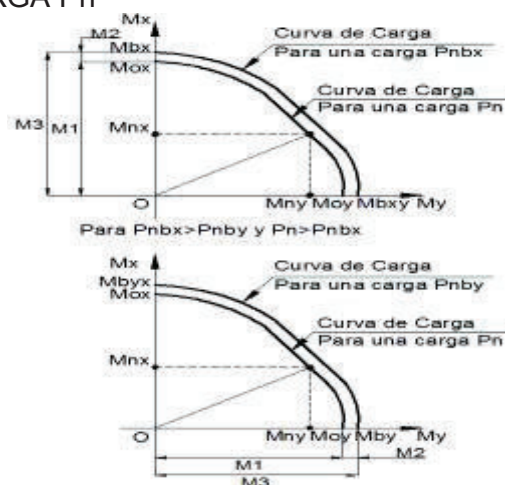
FUENTE: BEHAVIOR OF BIAXIALLY LOADED CONCRETE-ENCASED COMPOSITE COLUMNS, (MUÑOZ, 1994)

El procedimiento para encontrar las fuerzas axiales y momentos flectores biaxiales es el siguiente:

Determinación de los diagramas de interacción respecto a los ejes fuerte y débil.

Obtener los momentos balanceados respecto de los diagramas hallados, los mismos que son el máximo valor de  $M_n$ .

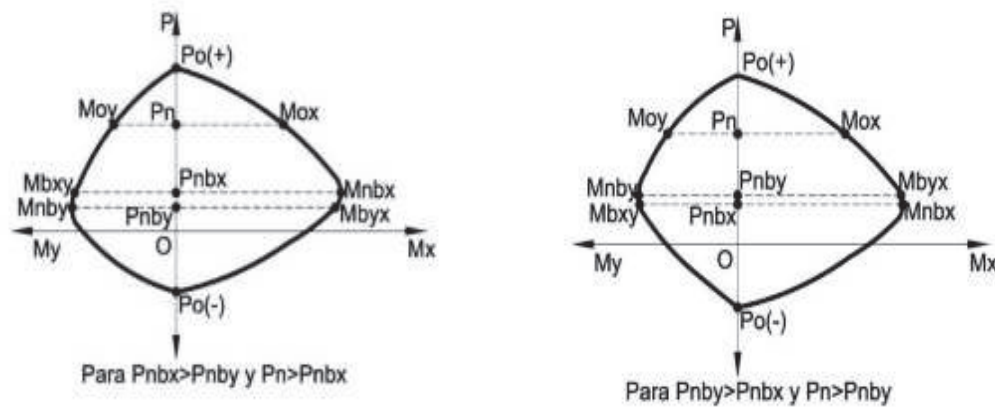
**GRÁFICO 2.35** DIAGRAMAS DE CURVAS DE CARGA TÍPICA PARA UNA DETERMINADA CARGA  $P_n$



FUENTE: (MUÑOZ, 1994)

El cálculo del momento referencial a flexión nominal  $M_{rx}$  y  $M_{ry}$ , lo mismos que toman diferentes valores en función de la ubicación de la carga nominal  $P_n$ .

**GRÁFICO 2.36** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN P-Mx Y P-My



FUENTE: (MUÑOZ, 1994)

Si  $P_n > P_{nbx}$ :

$$M_{rx} = M_{nbx} \quad (2.141)$$

$$M_{ry} = M_{bxy} \quad (2.142)$$

$$P_o = P_{o(+)} \quad (2.143)$$

Si  $P_{nby} \leq P_n \leq P_{nbx}$ :

$$M_{rx} = M_{byx} \quad (2.144)$$

$$M_{ry} = M_{nby} \quad (2.145)$$

$$P_o = P_{o(-)} \quad (2.146)$$

Si  $P_n < P_{nby}$ :

$$M_{rx} = M_{byx} \quad (2.147)$$

$$M_{ry} = M_{nby} \quad (2.148)$$

$$P_o = P_{o(-)} \quad (2.149)$$

La ecuación general de la superficie de falla cuando  $P_{nbx} > P_{nby}$ :

$$\left(\frac{P_n - P_{nbx}}{P_o - P_{nbx}}\right)^\alpha + \left[\left(\frac{M_{nx}}{M_{nbx}}\right)^{\beta i} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{ry}} \frac{M_{rx}}{M_{nbx}}\right)^{\beta i}\right]^{1/\beta i} = 1 \quad (2.150)$$

Cuando  $P_{nby} > P_{nbx}$ :

$$\left(\frac{P_n - P_{nby}}{P_o - P_{nby}}\right)^\alpha + \left[\left(\frac{M_{nx}}{M_{rx}} \frac{M_{ry}}{M_{nby}}\right)^{\beta_i} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{nby}}\right)^{\beta_i}\right]^{1/\beta_i} = 1 \quad (2.151)$$

La siguiente ecuación, es generalizada, y se escribe como:

$$\left(\frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}}\right)^\alpha + \left[\left(\frac{M_{nx}}{M_{nb}} M_{fx}\right)^{\beta_i} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{nb}} M_{fy}\right)^{\beta_i}\right]^{1/\beta_i} = 1 \quad (2.152)$$

Si  $P_{nbx} > P_{nby}$ ;

$$P_{nb} = P_{nbx} \quad (2.153)$$

$$M_{nb} = M_{nbx} \quad (2.154)$$

$$M_{fx} = 1 \quad (2.155)$$

$$M_{fy} = M_{rx}/M_{ry} \quad (2.156)$$

Si  $P_{nby} > P_{nbx}$ ;

$$P_{nb} = P_{nby} \quad (2.157)$$

$$M_{nb} = M_{nby} \quad (2.158)$$

$$M_{fx} = M_{ry}/M_{rx} \quad (2.159)$$

$$M_{fy} = 1 \quad (2.160)$$

Según (MUÑOZ, 1994), para secciones cuadradas mixtas con refuerzo simétrico se tiene las siguientes igualdades:

$$P_{nb} = P_{nbx} = P_{nby}, \text{ y} \quad (2.161)$$

$$M_{rx} = M_{ry} = M_{nbx} = M_{nby} \quad (2.162)$$

$\alpha$ : Coeficiente que define la forma del diagrama de interacción carga momento, en el trabajo de (MUÑOZ, 1994) este valor es  $\alpha = 2.75$ , para elementos sometidos a compresión,

$\beta_i$ : Coeficiente que define la forma de las curvas de nivel del diagrama para una carga axial constante  $P_n$ ; en el trabajo de (MUÑOZ, 1994) este valor es  $\beta_i = 1.50$ , para columnas sujetas a compresión axial y momentos flectores,

### 2.21.2 MÉTODO DE BRESLER

Para aplicar el método de Bresler para el estudio de la capacidad de la columna frente a solicitaciones externas es importante tomar en consideración que la distribución de los aceros sean totalmente uniformes respecto a los dos ejes principales.

La ecuación de una curva de carga, determinada por la superficie de falla limitada por los puntos  $(P_n, M_{nx}, M_{ny})$  a una determinada carga axial constante  $P_n$  puede ser expresada con la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^{\beta_i} = 1.0 \quad (2.163)$$

Bresler asume con bastante precisión que  $\alpha = \beta_i$ :

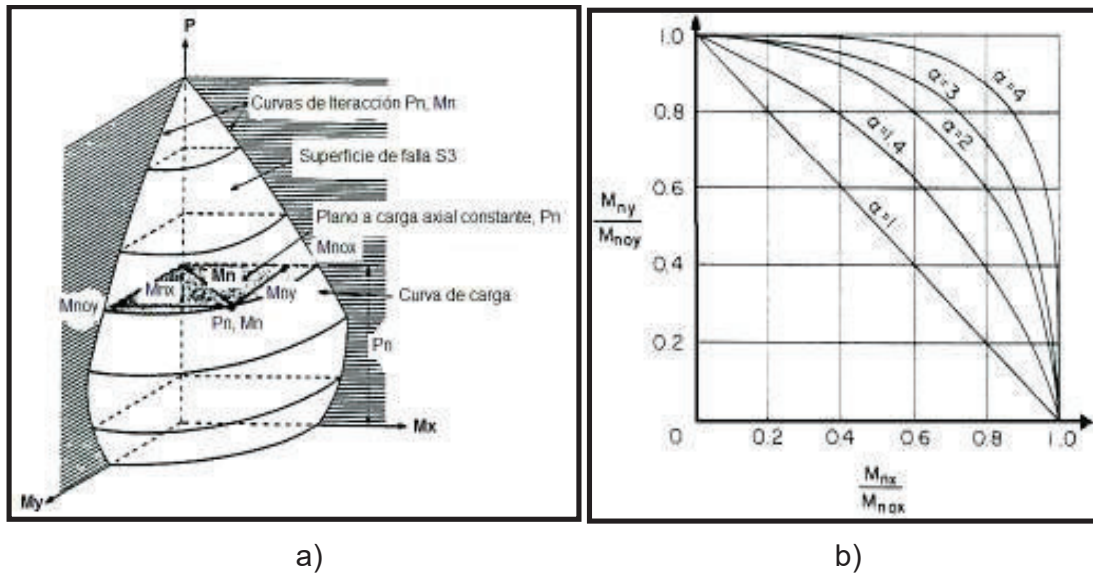
$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^\alpha = 1.0 \quad (2.164)$$

Bresler indica que  $\alpha$  toma valores de 1.15 a 1.55. Y toma un valor fijo  $\alpha = 1.50$  para secciones rectangulares y cuadradas con una distribución uniforme y simétrica de los aceros de refuerzo longitudinales (PCA ACI 318, 2008).

$\alpha, \beta_i$ : son exponentes de las ecuaciones de interacción en los eje x e y, respectivamente; y se producen en función de la cantidad de acero de refuerzo convencional y su distribución en la sección, las dimensiones de la columna, las propiedades elásticas y la resistencia del hormigón y del acero.

El valor del exponente  $\alpha$  se lo puede obtener de la curva de interacción del gráfico 2.37b. Para el presente trabajo se lo tomará como de la lectura con las coordenadas  $M_{nx}/M_{nox}$ , debido a que se una distribución de aceros de refuerzo y estructural simétrico a los dos ejes principales dados para las probetas SRC.

**GRÁFICO 2.37** a) CURVAS DE CARGA DE BRESLER PARA UNA CARGA AXIAL  $P_N$  CONSTANTE EN LA SUPERFICIE DE FALLA S3, b) CURVAS DE INTERACCIÓN PARA EL MÉTODO DE CONTORNO DE CARGA DE BRESLER.



FUENTE: PCA, ACI 318 08

$M_{nx}, M_{ny}$  : Resistencias nominales requeridas a momento flector en los ejes x e y respectivamente, y que son producto del cálculo estructural, en donde  $M_{nx}=M_{ux}/\phi$ ;  $M_{ny}=M_{uy}/\phi$ ; Para flexión  $\phi=0.90$  (ACI 318 -2011). El subíndice u es aplicado para cálculo de la respectiva combinación de carga.

$M_{nox}, M_{noy}$  : Resistencias a momento flector uniaxial en los ejes x e y respectivamente que son función de carga axial nominal  $P_n$ . Producidos por el cálculo del diagrama de interacción para ángulos de inclinación del eje neutro de 0 y 90 grados respectivamente.

Las ecuaciones de Bresler se aplican a las probetas de ensayo del presente trabajo como sigue a continuación:

**CUADRO 2.21** MOMENTOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

Criterio	EXPERIMENTAL		ACI 318		AISC LRFD		FIBRAS		Criterio	FIBRAS	
Probeta	$M_{xexp}$	$M_{yexp}$	$M_{nx}$	$M_{ny}$	$M_{nx}$	$M_{ny}$	$M_{nx}$	$M_{ny}$	Probeta	$M_{nox}$	$M_{noy}$
CR1	1.94	2.60	1.79	2.43	1.99	2.86	1.89	2.57	CR1	3.60	2.98
CR2	2.80	3.19	2.01	2.31	2.78	3.11	2.01	2.52	CR2	3.70	3.00

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Los valores  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$  calculados son diferentes para cada método normativo aplicado a la probeta CR1, así como son diferentes del método de la fibra. Los valores del método de la fibra son 5 % mayores que el método ACI318, 5% menores que el método AISC LRFD. Los valores experimentales obtenidos son 3% mayores a los valores teóricos del método de la fibra.

$M_{nox}$  y  $M_{noy}$  se lo obtiene del diagrama de interacción en el eje fuerte y el eje débil, respectivamente, calculado con el método de la fibra. Para el cálculo usando las ecuaciones de interacción se debe considerar como *carga última*, acciones externas o momentos experimentales  $M_{nx}=M_{xexp}$  y  $M_{ny}=M_{yexp}$ .

Para la probeta los momentos teóricos, obtenidos por el método de la fibra para el miembro CR1 son :  $M_{nox}=3.60$  T-m;  $M_{noy}=2.98$ T-m, los valores experimentales son  $M_{nx}=1.94$  T-m y  $M_{ny}=2.60$  T-m

Se comprueba la ec. 2.164 de Bresler y se tiene  $M_{nx}/M_{nox}=1.94/3.60=0.54$ ;  $M_{ny}/M_{noy}=2.60/2.98=0.87$ ; por lo tanto se estima un valor de  $\alpha=1.70$  en el gráfico 2.37 b; y al aplicar la ecuación de interacción respectiva se tiene:

$(M_{nx}/M_{nox})^\alpha + (M_{ny}/M_{noy})^\alpha = (0.54)^{1.70} + (0.87)^{1.70} = 1.14 > 1.00$ ; por lo tanto la sección se tiene 14% de diferencia, por lo que el método teórico coincide con los resultados experimentales, para la probeta CR1 la misma que presenta una condición de falla.

Para la probeta CR2: Los cálculos de la teoría de la fibra determinan los momentos teóricos  $M_{nox}=3.70$  T-m;  $M_{noy}=3.00$  T-m, y experimentalmente se obtuvieron los valores siguientes  $M_{nx}=2.80$  T-m y  $M_{ny}=3.19$  T-m;

Se comprueba la ecuación de Bresler y se tiene que  $M_{nx}/M_{nox}=2.80/3.70=0.97$ ;  $M_{ny}/M_{noy}=3.19/3.00=1.063 > 1.0$ ; por lo tanto se estima un valor de  $\alpha=4.00$  (para todos los casos) en el gráfico 2.37 b; y al aplicar la ecuación de interacción de Bresler se tiene:

$(M_{nx}/M_{nox})^\alpha + (M_{ny}/M_{noy})^\alpha = (0.97)^{4.00} + (1.00)^{4.00} = 1.885 > 1.00$ ; por lo tanto la sección CR2 falla a valores menores a los esperados teóricamente.

### 2.21.3 MÉTODO DE LA PCA

Para utilizar el método de la PCA del ACI 318-08 (American Concrete Institute, 2008), el mismo que está basado en el método de Bresler, se utiliza para el cálculo las curvas de carga de un diagrama de interacción, a una determinada carga axial constante  $P_n$ .

A través de la siguiente relación de momentos de  $M_{nx}$ ,  $M_{ny}$ ,  $M_{nox}$ , y  $M_{noy}$  se puede encontrar una ordenada en un punto B con un valor constante  $\beta$  como lo muestra el gráfico 2.38 :

$$\frac{M_{nx}}{M_{ny}} = \frac{M_{nox}}{M_{noy}} \quad (2.165)$$

$M_{nx}, M_{ny}$  : Resistencias nominales a momento flector biaxial en el punto B del gráfico 2.38.

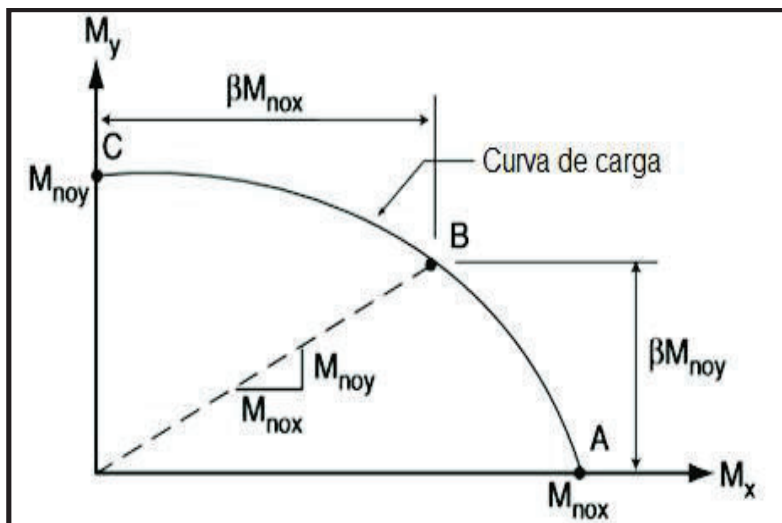
$M_{nox}, M_{noy}$  : Resistencias a momento uniaxial.

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  se relacionan con la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{\log 0.5}{\log \beta} \quad (2.166)$$

$\beta$ : Es en este caso particular en valor de exponente

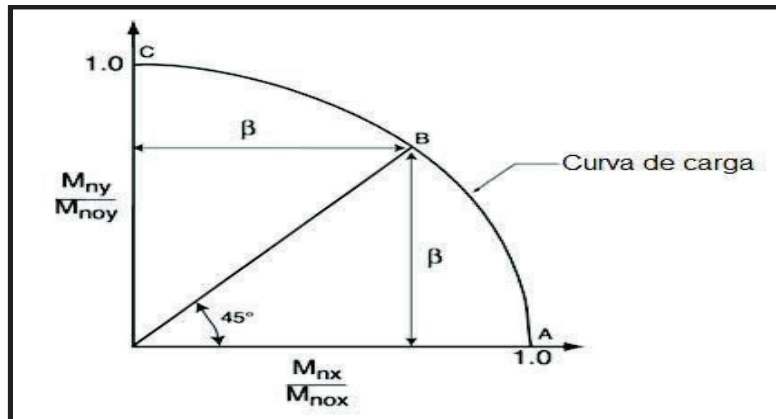
**GRÁFICO 2.38** CURVA DE CARGA DE LA SUPERFICIE DE FALLA  $S_3$  EN EL PLANO DE CARGA AXIAL CONSTANTE  $P_n$



FUENTE: PCA ACI 318 08

El gráfico 2.39 se lo obtiene de los valores adimensionales  $P_n/P_o$ ,  $M_{nx}/M_{nox}$ ,  $M_y/M_{noy}$  para el estudio de la superficie de falla  $S_4$ .

**GRÁFICO 2.39** CURVA DE CARGA ADIMENSIONAL EN UNA CARGA AXIAL CONSTANTE  $P_n$

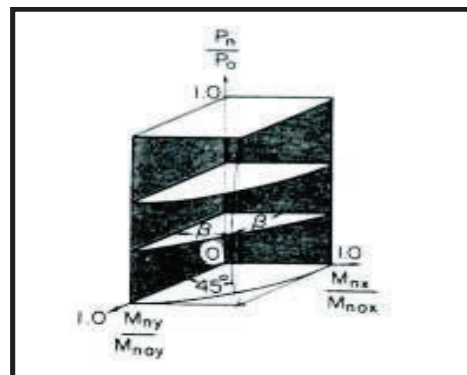


FUENTE: PCA, ACI 318 08

La superficie de falla  $S_4$  del gráfico 2.40 es útil para diseñar secciones rectangulares sujetas a flexocompresión biaxial con acero de refuerzo uniformemente distribuido uniformemente. En este trabajo se utiliza este método con propósitos de comparación de los resultados de los ensayos de las probetas.

Las coordenadas de la superficie de falla  $S_4$  son:  $\left( \frac{P_n}{P_o}, \frac{M_{nx}}{M_{nox}}, \frac{M_{ny}}{M_{noy}} \right)$

**GRÁFICO 2.40** SUPERFICIE DE FALLA  $S_4$



FUENTE: PCA ACI 318 08

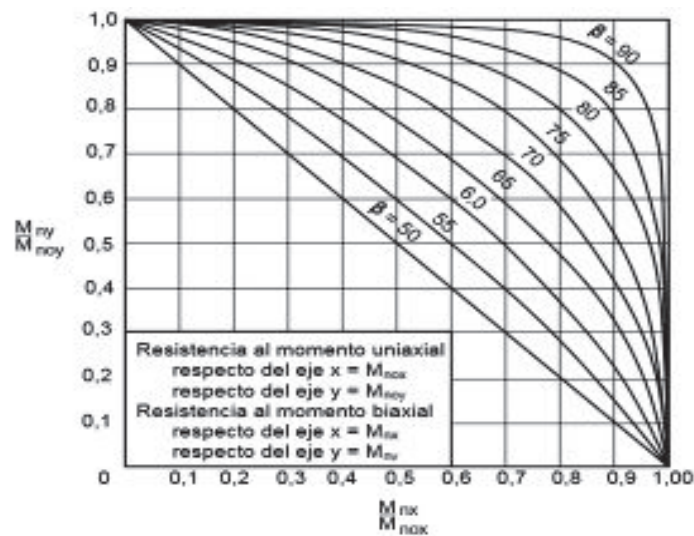


Transformando a la ecuación 2.156 en la ecuación 2.167:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{\frac{\log 0.5}{\log \beta}} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^{\frac{\log 0.5}{\log \beta}} = 1.0 \quad (2.167)$$

Para obtener el valor de  $\beta$  para el uso de la ecuación 2.167 es necesario calcular  $M_{nx}/M_{nox}$ ,  $M_{ny}/M_{noy}$ , y utilizar las curvas del gráfico 2.41

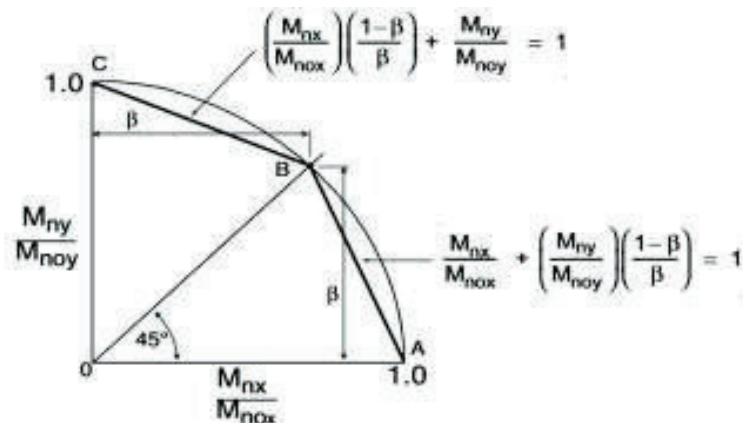
**GRÁFICO 2.41** RELACIÓN DE LA RESISTENCIA DE MOMENTO BIAIXIAL, DONDE B ESTÁ EN PORCENTAJE



FUENTE: PCA ACI 318 08

Se analiza la siguiente curva adimensional, la misma que se usa para secciones rectangulares de hormigón armado.

**GRÁFICO 2.42** CURVA DE NIVEL ADIMENSIONAL BILINEAL APROXIMADA



FUENTE: PCA, ACI 318 08

Para geometría simple, la ecuación sobre las líneas es:

$$\frac{M_{nx}}{M_{nox}} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) + \frac{M_{ny}}{M_{noy}} = 1.0 \text{ para } \frac{M_{ny}}{M_{nx}} > \frac{M_{noy}}{M_{nox}} \quad (2.168)$$

Para secciones rectangulares con igual distribución de los aceros en todas las caras, se tiene:

$$M_{nx} \frac{b}{h} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) + M_{ny} \approx M_{noy} \quad (2.169)$$

La ecuación debajo las líneas es:

$$\frac{M_{nx}}{M_{nox}} + \frac{M_{ny}}{M_{noy}} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) = 1.0 \text{ para } \frac{M_{ny}}{M_{nx}} < \frac{M_{noy}}{M_{nox}} \quad (2.170)$$

Para secciones rectangulares con igual distribución de los aceros en todas las caras, se tiene:

$$M_{nx} + M_{ny} \frac{h}{b} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) \approx M_{nox} \quad (2.171)$$

$\beta$ : Este valor es obtenido de la curva mostrada gráfico 2.41 dado por la PCA ACI 318-08 para los correspondientes chequeos de secciones de columnas rectangulares.

Ejemplo de aplicación para las probetas de columnas rectangulares SRC, en donde se utiliza los cálculos realizados para el método de Bresler:

Para la probeta CR1: los valores teóricos del método de la fibra son  $M_{nox}=3.60$  T-m;  $M_{noy}=2.98$  T-m, y los valores experimentales son  $M_{nx}=1.94$  T-m y  $M_{ny}=2.60$  T-m

Se comprueba  $M_{nx}/M_{nox}=1.94/3.60=0.54$ ;  $M_{ny}/M_{noy}=2.60/2.98=0.87$ ; por lo tanto se estima un valor de  $\beta=0.73$ ,  $\alpha=\log(0.5)/\log(0.71)=2.02$  en el gráfico 2.42; y al aplicar la ecuación de interacción respectiva se tiene:

$(M_{nx}/M_{nox})^{2.02} + (M_{ny}/M_{noy})^{2.02} = (0.54)^{2.02} + (0.87)^{2.02} = 1.004 > 1.00$ ; por lo tanto la sección tiene un error de 0.4 %. La teoría de PCA (Ec. de Parme) coincide totalmente con la experimentación.

Para la probeta CR2:  $M_{nox}=3.70$  T-m;  $M_{noy}=3.00$  T-m,  $M_{nx}=2.80$  T-m y  $M_{ny}=3.19$  T-m;

Se comprueba  $M_{nx}/M_{nox}=2.80/3.70=0.76$ ;  $M_{ny}/M_{noy}=3.19/3.00=1.063 > 1.00$ ; por lo tanto se estima un valor de  $\beta=0.90$ ,  $\alpha=\log(0.5)/\log(0.90)=6.58$  en el gráfico 2.42; y al aplicar la ecuación de interacción respectiva se tiene:

$(M_{nx}/M_{nox})^{6.58} + (M_{ny}/M_{noy})^{6.58} = (0.77)^{6.58} + (1.00)^{6.58} = 1.18 > 1.00$ ; por lo tanto la sección tiene un error de 18% por lo cual la teoría propuesta por el PCA (Ec. de Parme) coincide con la experimentación (además presenta una condición de falla).

**Ahora se realiza la aplicación de las ecuaciones PCA 2.168 a la 2.171 del**

$M_{ny}/M_{nx}=2.60/1.94=1.34$ ;  $M_{noy}/M_{nox}=2.98/3.60=0.83$ ;  $1.34 > 0.83$ . NC.

Por lo tanto, se utiliza la ecuación 2.168

$M_{nx}/M_{nox} * (1-\beta)/\beta + M_{ny}/M_{noy} = 1.34 * (1-0.73)/0.73 + 0.83 = 1.33$  es mayor a 1.00, la columna tiene una diferencia del 33%.

Para secciones rectangulares con igual distribución de los aceros en todas las caras, se tiene:

$M_{noy} = M_{nx} * b/h * ((1-\beta)/\beta) + M_{ny} = 1.94 * 0.20/0.20 * (1-0.73)/0.73 + 2.60 = 3.32$  T-m; que es similar al valor obtenido de la curva de interacción  $M_{nox}=2.98$  T-m (10.2 % de diferencia)

**Ahora se realiza la aplicación de las ecuaciones PCA 2.168 a 2.171**

Para la probeta CR2:  $M_{nox}=3.70$  T-m;  $M_{noy}=3.00$  T-m,  $M_{nx}=2.80$  T-m y  $M_{ny}=3.19$  T-m;

$M_{ny}/M_{nx}=3.19/2.80=1.14$ ;  $M_{noy}/M_{nox}=3.00/3.70=0.811 < 1.140$ . OK.

Por lo tanto, se utiliza la ecuación 2.168

$M_{nx}/M_{nox} * (1-\beta)/\beta + M_{ny}/M_{noy} = 0.811 * (1-0.9)/0.90 + 1.14 = 1.23 > 1.00$ , la columna tiene un error del 23% entre la teoría y la experimentación.

Para secciones rectangulares con igual distribución de los aceros en todas las caras, se tiene:

$M_{noy} = M_{nx} \cdot h/b \cdot ((1-\beta)/\beta) + M_{ny} = 2.80 \cdot 0.20/0.20 \cdot (1-0.90)/0.90 + 3.19 = 3.50 \text{ T-m}$ ; que es similar al valor obtenido de la curva de interacción  $M_{nox} = 3.70 \text{ T-m}$  (5 % de diferencia)

#### 2.21.4 CHEQUEO DE COLUMNA SRC

El código ACI 318 provee del método de magnificación de momentos para columnas esbeltas, este procedimiento permite chequear la capacidad de la sección compuesta respecto a las solicitaciones en obra real.

El procedimiento de revisión de las columnas SRC sujetas a la acción de la carga axial de servicio, utilizando el código AISC 360-05, depende en gran manera de la carga axial de plastificación que ofrece la sección y la longitud efectiva.

El procedimiento de revisión de las columnas SRC sujetas a la acción de las carga axial y momentos biaxiales, utilizando los métodos de (MUÑOZ, 1994), Bresler y de la PCA.

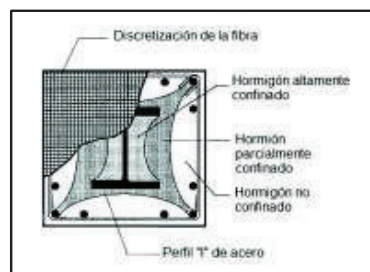
1. Determinación de los valores de  $M_{nx}$ ,  $M_{ny}$ ,  $M_{nox}$ ,  $M_{noy}$ ,  $P_{nbx}$ ,  $P_{nby}$ , en base al diagrama de interacción de las columnas rectangulares y circulares obtenidos de la programación de Matlab.
2. Los valores asumidos de  $\alpha$  y  $\beta$  en este estudio teórico son de para el método de Bresler  $\alpha = \beta = 1.50$ .
3. Con el método de (MUÑOZ, 1994), determinar  $P_n$  y  $M_n$ , de manera que sus ecuaciones de interacción sean menores o iguales a 1.0.
4. Con el método de Bresler se revisa que la ecuación de interacción sea menor o igual a 1.0.
5. Con el método de la PCA se considera que la relación de las ecuaciones representadas cumplan con la unidad.
6. Para secciones circulares se tiene la limitación de no contar con información o fórmulas de chequeo, pero al obtener la información con el diagrama de interacción del método de la fibra se procede a asociar el formulario del ACI 318 y los mencionados códigos, con la condición de que las armaduras estén distribuidas uniformemente en el perímetro de las varillas longitudinales.

## 2.22 ANÁLISIS NUMÉRICO POR EL MÉTODO DE LA FIBRA

Para la determinación de la resistencia a flexocompresión de la columna mixta se analiza cada fibra o elemento diferencial de la sección transversal de la columna relativos al modelo constitutivo de los materiales, estos son hormigón no confinado, hormigón parcialmente y altamente confinado, acero de refuerzo convencional, acero estructural.

Para el estudio de la resistencia de columnas compuestas El-Tawil S, et al 1999 hace una consideración de tres zonas para el hormigón: zona no confinada, zona parcialmente confinada, zona altamente confinada como se muestra en el gráfico 2.43.

**GRÁFICO 2.43** IDEALIZACIÓN DE LAS FIBRAS DE COLUMNAS MIXTAS SRC CONSIDERANDO LA ZONA CONFINADA LIMITADA POR PARÁBOLAS



FUENTE: El-Tawil S, 1999

Para el análisis numérico por el método de la fibra y la determinación de la resistencia de columnas mixtas Weng, 2007 asume que en toda la sección transversal el hormigón trabaja como no confinado y se muestra en el gráfico 2.42

## 2.23 CENTROIDE PLÁSTICO

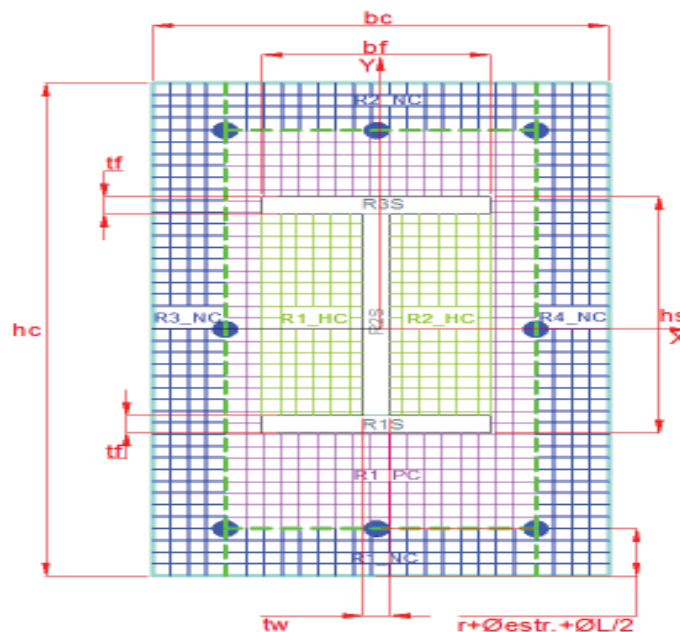
El centroide plástico (CP) es el punto dentro de una columna en donde se debe aplicar una carga  $P_0$  para obtener compresión pura. En el presente trabajo investigativo, este punto coincide con el centro geométrico de las secciones debido a que la distribución de aceros de refuerzo convencional y estructural es bi-simétrico.

## 2.24 DISCRETIZACIÓN PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN NO CONFINADOS Y CONFINADOS DE COLUMNAS RECTANGULARES.

Se subdivide a la secciones en pequeñas fibras o elementos rectangulares diferenciales, en donde, se considera una zona no confinada al área de recubrimiento en la columna, para el presente estudio se limita por las aristas exteriores y la línea de baricentro de las barras de refuerzo longitudinales, y para la zona confinada corresponde al núcleo de la columna.

Es importante mencionar que la aplicación de hormigón confinado y no confinado se la encuentra en la zona a nivel de los estribos o espirales, fuera de esta ubicación se tiene hormigón no confinado.

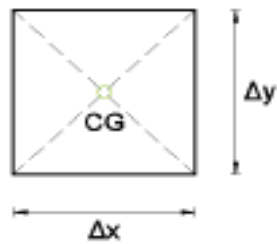
**GRÁFICO 2.44** DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR: ZONA DE HORMIGÓN NO CONFINADO; ZONA DE HORMIGÓN PARCIALMENTE CONFINADO, ZONA DE HORMIGÓN ALTAMENTE CONFINADO.



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

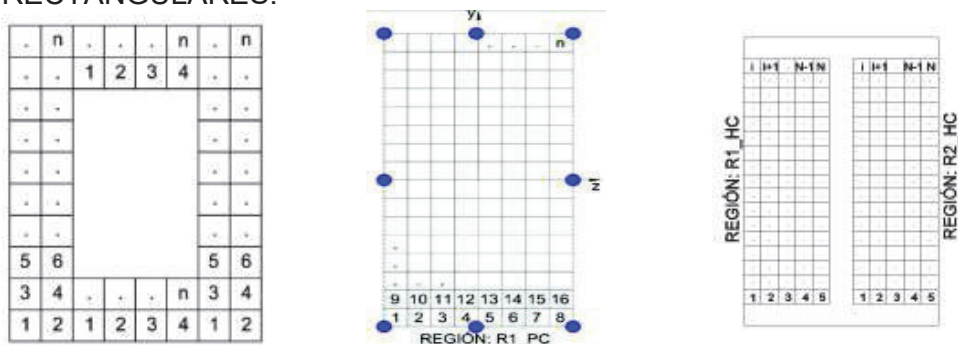
R: Es la forma de discretizar en la región (R) respectiva según los diferentes materiales en análisis.

**GRÁFICO 2.45** ELEMENTO DIFERENCIAL DE LA FIBRA PARA SECCIONES RECTANGULARES



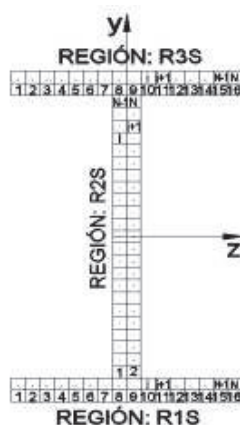
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 2.46** DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA NO CONFINADA, PARCIALMENTE CONFINADA Y ALTAMENTE EN COLUMNAS RECTANGULARES.



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

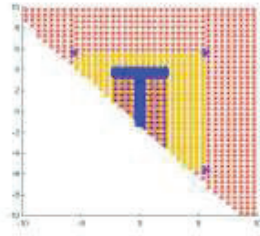
**GRÁFICO 2.47** DISCRETIZACIÓN PARA EL PERFIL "I" DE ACERO ESTRUCTURAL



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

El programa realizado en Matlab calcula el diagrama de interacción a carga axial y momento flector a un determinado ángulo de esviaje del eje neutro. Al ingresar un grupo de ángulos en un determinado rango de 0 a 360 grados se obtiene una familia de diagramas de interacción para la columna SRC.

**GRÁFICO 2.48** REPRESENTACIÓN DE DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA EN COMPRESIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR EN EL MODELO DE MATLAB PARA UN ÁNGULO DE ESVAIJE DE 45°.

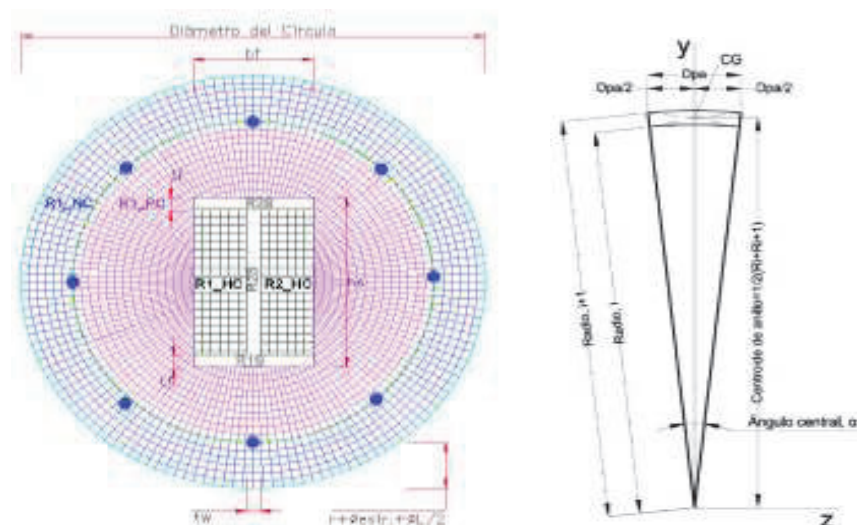


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## 2.25 DISCRETIZACIÓN PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN NO CONFINADO Y CONFINADO DE COLUMNAS CIRCULARES

Se subdivide a la secciones en pequeñas fibras o elementos de porción de anillo que son concéntricos, en donde, se considera una zona no confinada al área de recubrimiento en la columna, para el presente estudio se limita por las aristas exteriores y la línea de baricentro de las barras de refuerzo longitudinales, y para la zona confinada corresponde al núcleo de la columna.

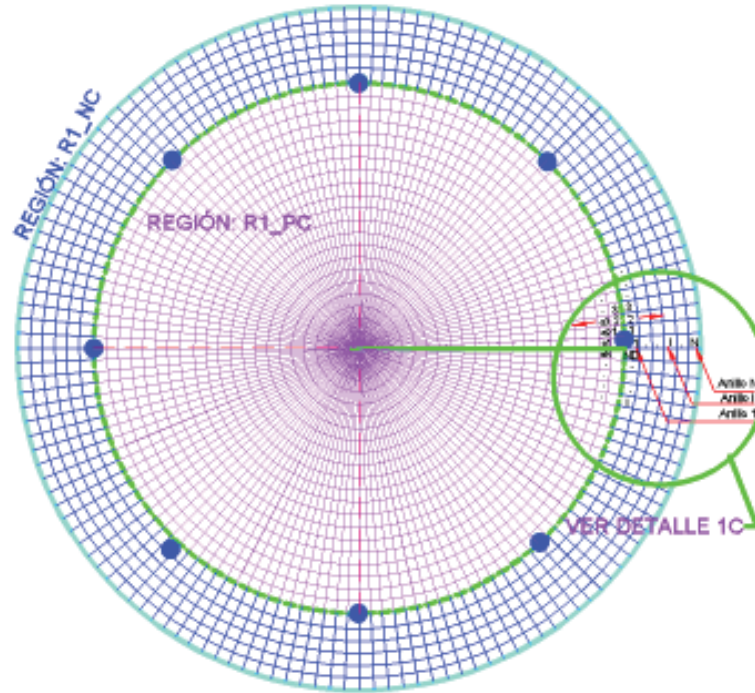
**GRÁFICO 2.49** DISCRETIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL CIRCULAR: ZONA DE HORMIGÓN NO CONFINADO; ZONA DE HORMIGÓN PARCIALMENTE CONFINADO, ZONA DE HORMIGÓN ALTAMENTE CONFINADO, ELEMENTO DIFERENCIAL DE LA FIBRA PARA SECCIONES CIRCULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

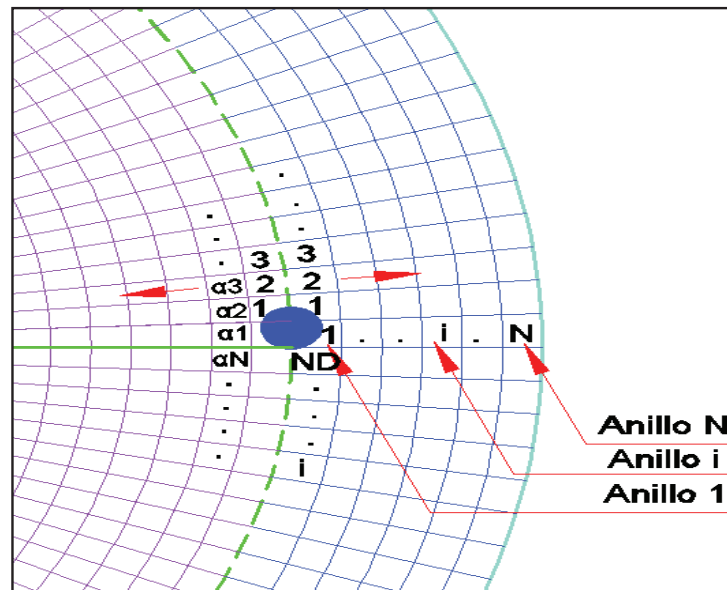


**GRÁFICO 2.50** LÓGICA DE NUMERACIÓN DE ELEMENTOS DISCRETIZADOS DE LA ZONA NO CONFINADA Y PARCIALMENTE CONFINADA PARA COLUMNAS CIRCULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

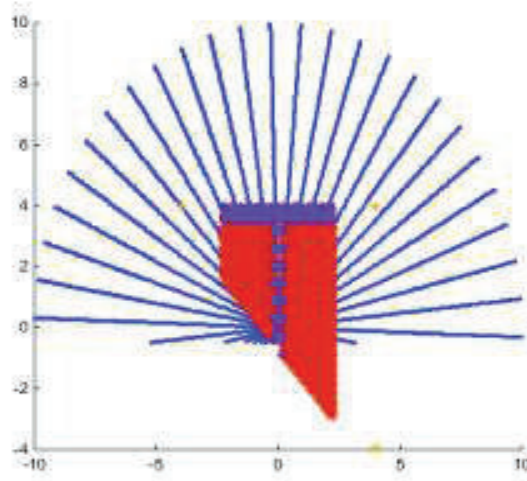
**GRÁFICO 2.51** DETALLE 1C, MODALIDAD DE LECTURA DE COORDENADAS DE ELEMENTOS DISCRETIZADOS DE LA SECCIÓN CIRCULAR.



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

La discretización del perfil I de acero estructural y la zona de alto confinamiento se lo realizan de la misma manera que para secciones rectangulares.

**GRÁFICO 2.52** REPRESENTACIÓN DE DISCRETIZACIÓN DE LA ZONA EN COMPRESIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR EN EL MODELO DE MATLAB PARA UN ÁNGULO DE ESVAJE DE 45°.



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

A través de la subdivisión de la sección transversal en elementos diferenciales de área, para los tres materiales, se procede a asignar la propiedad mecánica respectiva. Se utiliza los modelos constitutivos de los materiales como: el hormigón, el acero de refuerzo y el acero estructural

A través del modelo de análisis numérico tanto para hormigón armado y, en base a los requerimientos y limitaciones de los códigos ACI 318S-11, AISC 360-05, Euro código 4 respecto al diseño de secciones mixtas SRC, se procede a calcular el diagrama de interacción respectivo.

### 2.25.1 ÁNGULO DE INCLINACIÓN O ENVIAJE DEL EJE NEUTRO

Columnas rectangulares: se trabaja en cada cuadrante generando ángulos denominados " $\beta$ " y distancias genéricas que identifiquen los tres materiales en

cuestión y que están limitados por las aristas de la sección rectangular y la línea del eje neutro, la misma que va estar inclinada respecto del eje principal horizontal.

A través de una serie de valores numéricos de profundidad del eje neutro “c” generados se procede a determinar un punto correspondiente dado por el valor capacidad de carga axial y la capacidad de momento, en el caso del hormigón solo de la sección comprimida y para los aceros de refuerzo y estructural van generar fuerzas y momentos de tracción y compresión.

Columnas circulares: La modalidad de análisis del ángulo de inclinación “β” es similar que el utilizado en secciones rectangulares.

**La carga Axial Nominal  $P_n$ , se la calcula con:**

$$P = \sum_{i=1}^{nc} f_i A_i + \sum_{j=1}^{ns} f_j A_j + \sum_{k=1}^{nb} f_k A_k \quad (2.172)$$

**Los momentos flectores nominales  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$ , se calculan con:**

$$M_{nx} = \sum_{i=1}^{nc} f_i A_i y'_i + \sum_{j=1}^{ns} f_j A_j y'_j + \sum_{k=1}^{nb} f_k A_k y'_k \quad (2.173)$$

$$M_{ny} = \sum_{i=1}^{nc} f_i A_i x'_i + \sum_{j=1}^{ns} f_j A_j x'_j + \sum_{k=1}^{nb} f_k A_k x'_k \quad (2.174)$$

Donde:

$f_i$  : Esfuerzo de los elementos de acero de refuerzo convencional calculado con el modelo constitutivo de esfuerzos.

$A_i$  : Área de los elementos de acero de refuerzo convencional,

$x'_{i,j,k}$ ,  $y'_{i,j,k}$  : Distancia al centroide geométrico de cada elemento de acero de refuerzo convencional; acero estructural; hormigón no confinado de recubrimiento, hormigón parcialmente confinado, y hormigón altamente confinado medida desde el centroide plástico de la sección transversal.

$f_j$  : Esfuerzo de los elementos de acero estructural, calculados con el modelo constitutivo de esfuerzos.

$A_j$  : Área de los elementos de acero estructural.

$f_k$ : Esfuerzo de los elementos de hormigón no confinado de recubrimiento, hormigón parcialmente confinado, y hormigón altamente confinado medida desde el centroide plástico de la sección transversal, calculados con el modelo de Mander et al (1988).

$A_k$ : Área de los elementos de hormigón no confinado de recubrimiento, hormigón parcialmente confinado, y hormigón altamente confinado medida desde el centroide plástico de la sección transversal.

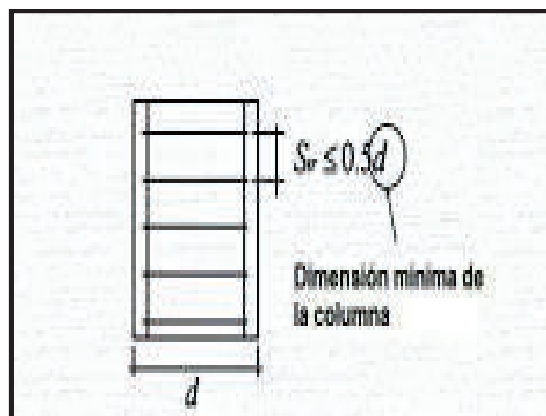
## 2.26 LIMITACIONES DEL CONFINAMIENTO EN COLUMNAS MIXTAS

La separación mínima entre estribos  $s_{min}$  es de  $0.5d$ , según el código ACI 318S-11, sección 7.10 y 10.9.3 referente a refuerzo a estribos en columnas.

Donde:

$d$ : es la menor dimensión de una columna rectangular.

**GRÁFICO 2.53** LIMITACIONES DE ESTRIBOS DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318-11.



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

FUENTE: (ACI318S, 2011 AMERICAN CONCRETE INTITUTE, 2011)

Dentro de las limitaciones de acuerdo al código AISC 360-05 para estructuras mixtas. Se debe cumplir que:  $\frac{A_g}{A_s} \geq 0.01$ .

La resistencia del hormigón  $3 \text{ ksi} \leq f'_c \leq 10 \text{ Ksi}$ , para hormigones de peso normal; y  $3 \text{ ksi} \leq f'_c \geq 6 \text{ Ksi}$ , para hormigones de peso ligero. Si  $f'_c = 12 \text{ Ksi}$ , se considera una supercolumna (AISC I1.3,12.1a y C-11,12).

Para los cálculos se debe considerar al acero de refuerzo y el acero estructural deben tener una resistencia  $F_y$  y  $F_{yr}$  menor a  $75 \text{ Ksi}$  respectivamente. La deformación unitaria límite para el hormigón se considera  $\epsilon=0.003$  (AISC I1.3 y C-11).

### 2.26.1 TRANSFERENCIA DE CARGA SECCIÓN DE COLUMNA MIXTA SRC

La carga aplicada directamente se necesita chequear según lo especificado en la norma en la sección AISC I6.

Si la carga es aplicada solo en la sección I no se necesita conectores de corte o solo es aplicado sobre el concreto si lo necesita.

(WENG C. Y., 2008) Realiza un estudio de la combinación de aceros de refuerzo transversal y da a conocer las limitaciones del código ACI 318 respecto a la provisión de fórmulas para armaduras de confinamiento, aquí se establece nuevas fórmulas empíricas para el confinamiento mediante estribos y espirales en columnas SRC, de acuerdo a estudios realizados en laboratorios.

### 2.26.2 DISPOSICIÓN DE ARMADURA DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO AISC SEISMIC PROVISIONS (2005)

Para columnas SRC con zunchos rectangulares, se tiene:

$$A_{sh} = 0.09sh_c \left( \frac{f'_c}{f_{yh}} \right) \left( 1 - \frac{f_{ys}A_s}{P_n} \right) \quad (2.175)$$

Donde:

$f_{ys}$ : Resistencia de fluencia del acero de refuerzo longitudinal.

$A_s$ : Área del acero

$P_n$ : Resistencia a compresión axial nominal de la columna SRC.

$f_{yh}$ : Resistencia de fluencia del acero de confinamiento.

$f'_c$ : Resistencia característica a compresión axial del hormigón medida a 28 días.

$s$ : Espaciamiento de la columna.

$h_c$ : Altura de la columna

### 2.26.3 DISPOSICIÓN DE ARMADURA DE CONFINAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO DE “TAIWAN SRC CODE”

Con referencia a prácticas similares provisiones del código AISC, el código Taiwán SRC Code (2004) denota que el área de confinamiento  $A_{sh}$  utilizado para zunchos de confinamiento de columna SRC con zunchos rectangulares no debe ser menor que el requerido en las siguientes fórmulas:

$$A_{sh} = 0.3sh_c \left( \frac{f'_c}{f_{yh}} \right) \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \left( 1 - \frac{f_{ys}A_s}{(P_n)_u} \right) \quad (2.176)$$

$$A_{sh} = 0.09sh_c \left( \frac{f'_c}{f_{yh}} \right) \left( 1 - \frac{f_{ys}A_s}{(P_n)_u} \right) \quad (2.177)$$

Donde:

$(P_n)_u$ : Es la capacidad axial nominal de la columna SRC, y es igual a:

$$(P_n)_u = f_{ys}A_s + f'_cA_c + f_{yr}A_r \quad (2.178)$$

$f_{yr}$ : Resistencia de fluencia del acero de refuerzo convencional.

$A_r$ : Área del acero de refuerzo de la sección transversal.

$A_{ch}$ : Área del núcleo de hormigón confinado

Para acero de confinamiento representado por espirales, el código Taiwán SRC code propone que la cuantía volumétrica de acero de confinamiento dada para la espiral,  $\rho_s$ , no debe ser menor que el requerimiento dado en las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \rho_s &= 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \left( \frac{f'_c}{f_{yh}} \right) \left( 1 - \frac{f_{ys}A_s}{(P_n)_u} \right), \rho_s \\ &= 0.12sh_c \left( \frac{f'_c}{f_{yh}} \right) \left( 1 - \frac{A_s f_{ys}}{(P_n)_u} \right) \end{aligned} \quad (2.179)$$

## CAPÍTULO 3

### DESARROLLO DEL PROGRAMA

A continuación se realiza un diagrama de flujo que permite visualizar el orden de los cálculos correspondientes a las columnas mixtas y permiten al usuario familiarizarse con las aplicaciones respectivas.

#### 3.1 DIAGRAMA DE FLUJO DE ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL DE COLUMNAS SRC POR EL MÉTODO DE LA FIBRA

Para desarrollar el diagrama de flujo del gráfico 3.1 se debe tomar en cuenta las propiedades mecánicas de los materiales y tipo de sección transversal de la columna, la nomenclatura de cada uno de los uno de los procedimientos están detalladas en el capítulo 2 de este trabajo.

**GRÁFICO 3.1** DIAGRAMA DE FLUJO DE LA PROGRAMACIÓN DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN POR EL MÉTODO DE LA FIBRA

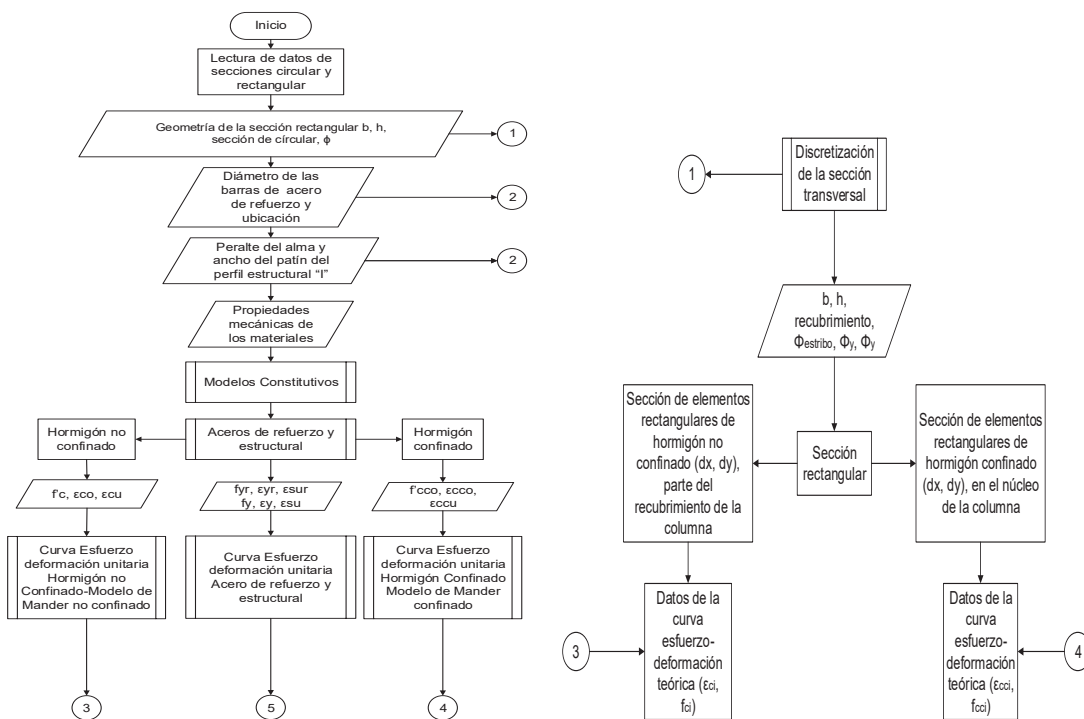
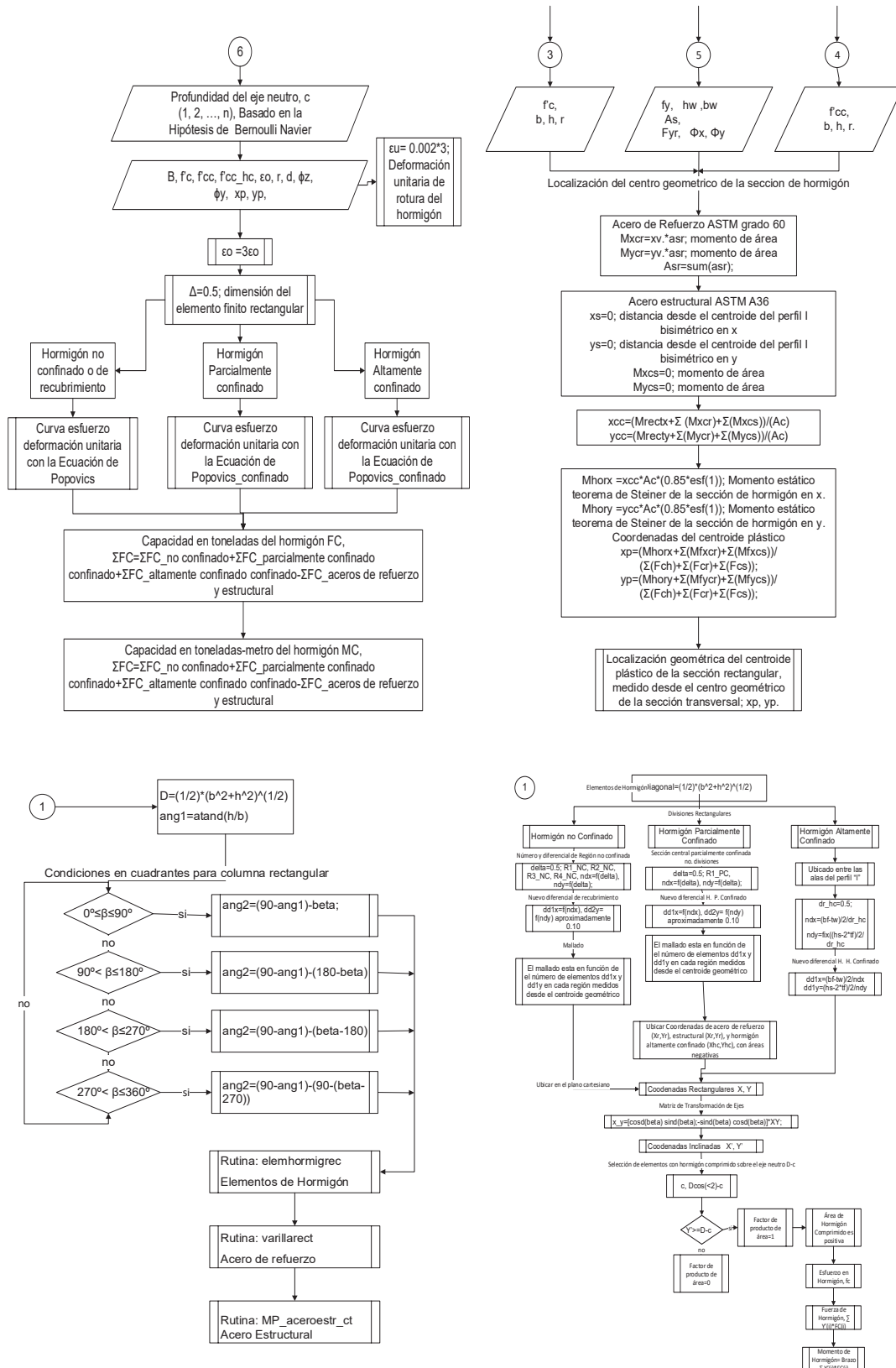
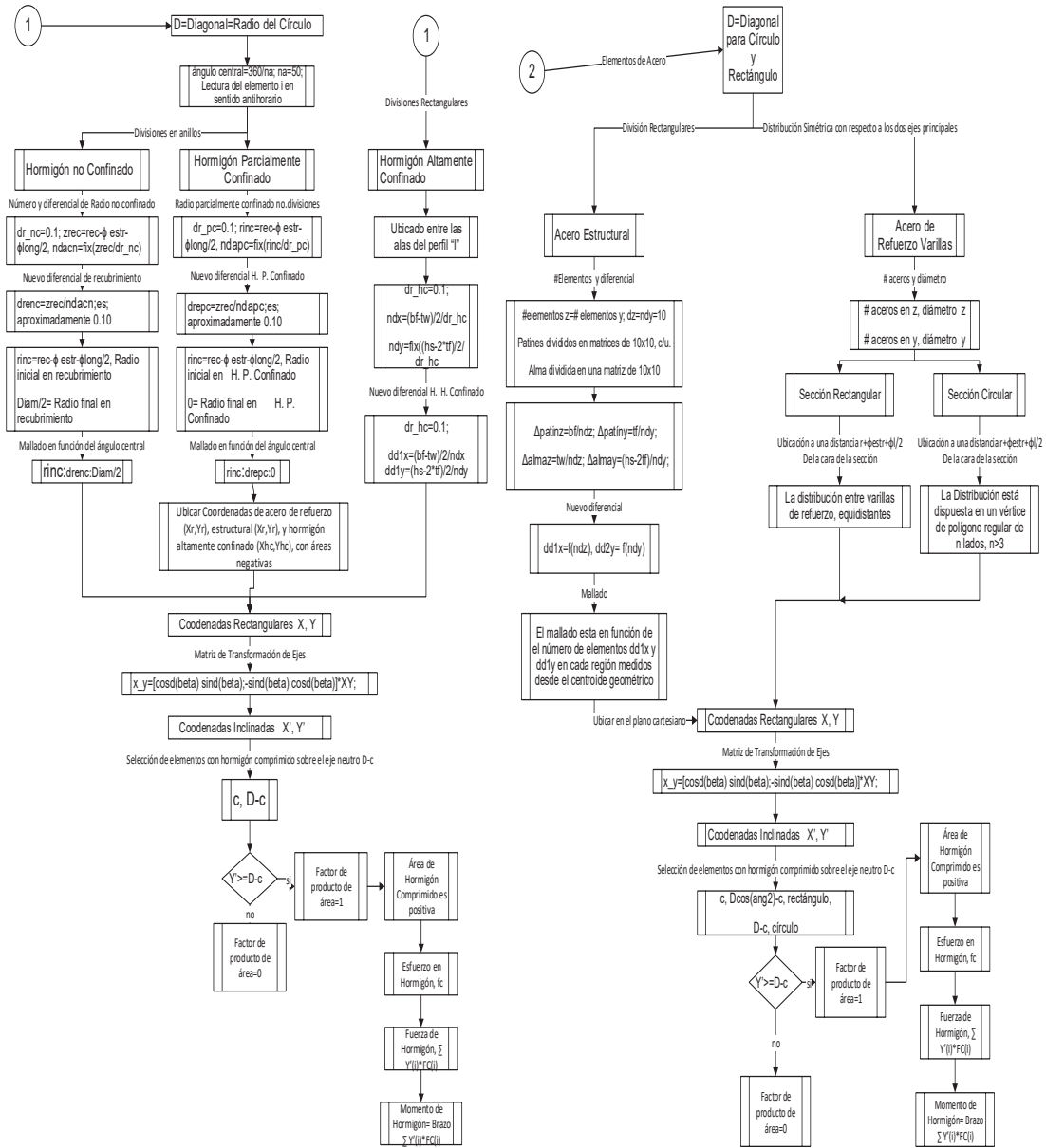


GRÁFICO 3.1 (CONTINUACIÓN)



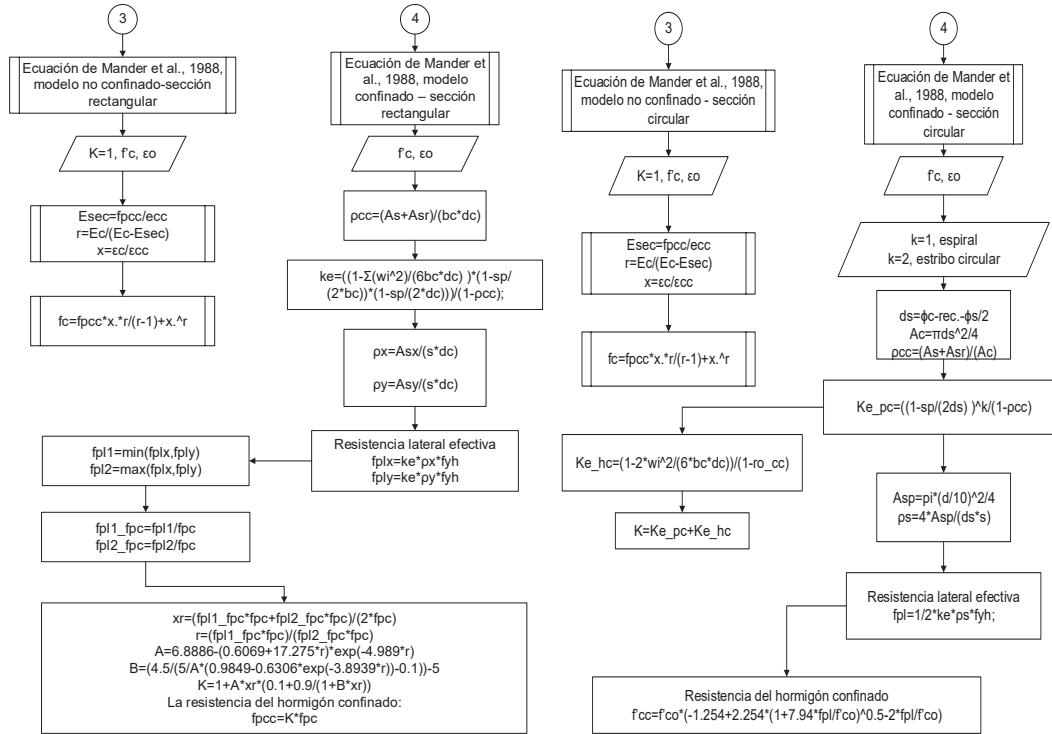


Es importante la localización del *centroide plástico* de la sección para referenciar el brazo de momentos flectores a generar.

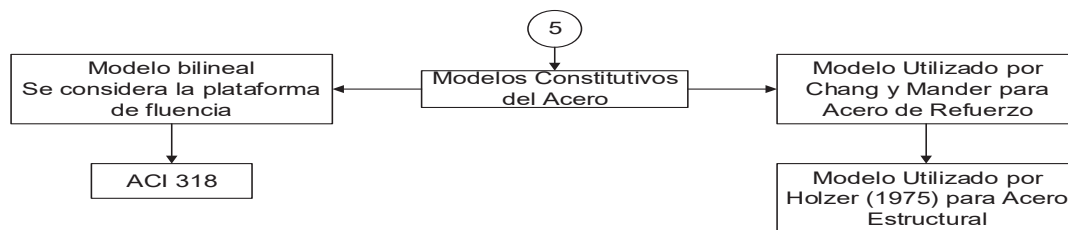


Seguidamente, el usuario debe trabajar con los modelos constitutivos para hormigón no confinado y hormigón confinado mediante la aplicación de las fórmulas respectivas para hallar el respectivo coeficiente de amplificación de hormigón no confinado.

**GRÁFICO 3.1 CONTINUACIÓN**



Para esta programación por el método de la fibra se considera el paso (5) que toma en cuenta el comportamiento del acero de refuerzo tiene diferente comportamiento de que va desde la zona elástica, zona de plataforma de fluencia o perfectamente plástica, zona de endurecimiento, y zona de rotura. Un caso particular que toma en cuenta el Código ACI 318 es la aplicación de un modelo bilineal en donde hay una zona elástica y una zona plástica a plataforma de fluencia.



Para el chequeo de las secciones de columnas mixtas SRC, en donde se toma en cuenta las acciones de carga axial de compresión y momentos biaxiales, se debe seguir el siguiente algoritmo, en donde se trabaja con las respectivas ecuaciones de interacción:

GRÁFICO 3.1 (CONTINUACIÓN)

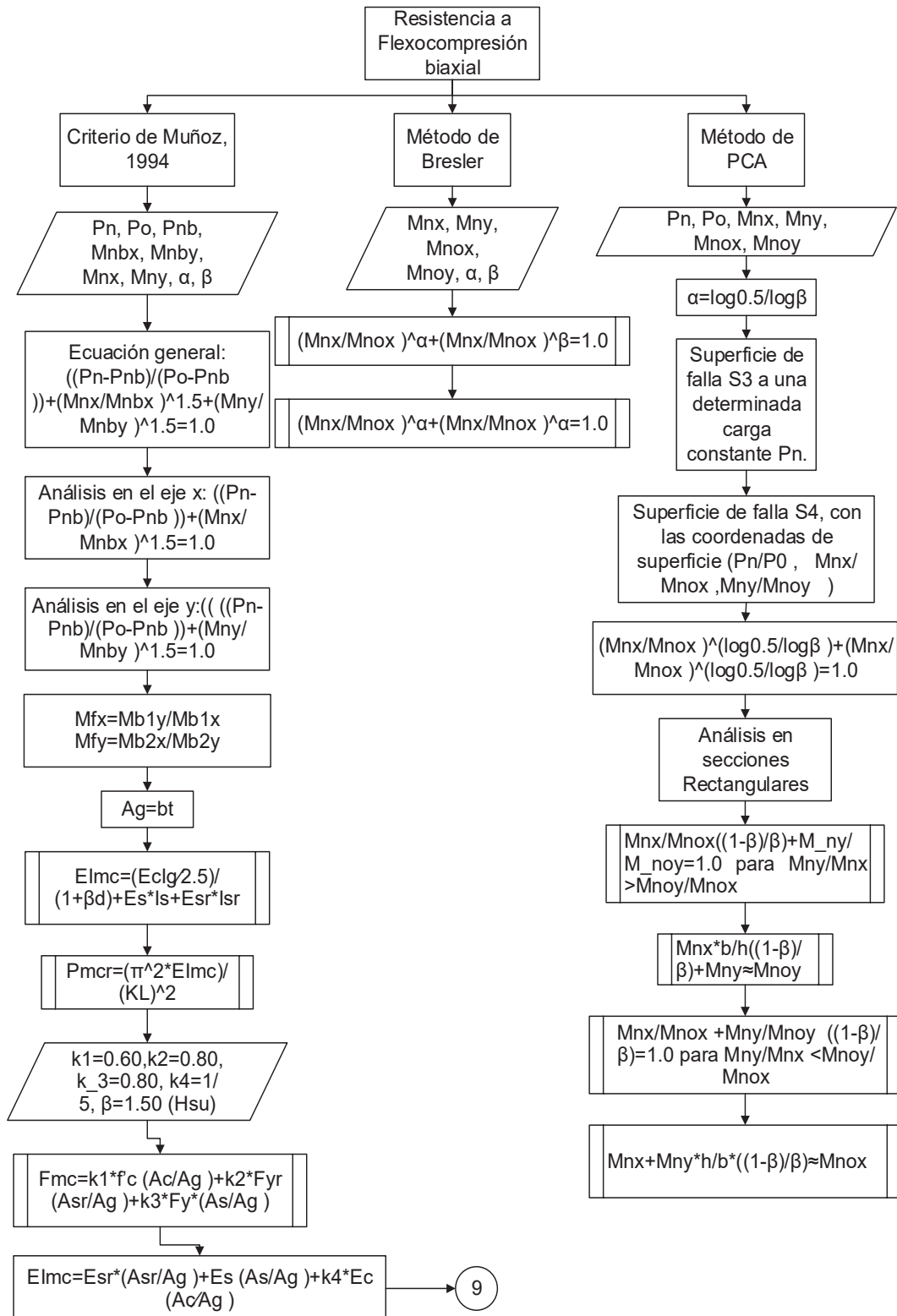


GRÁFICO 3.1 (CONTINUACIÓN)

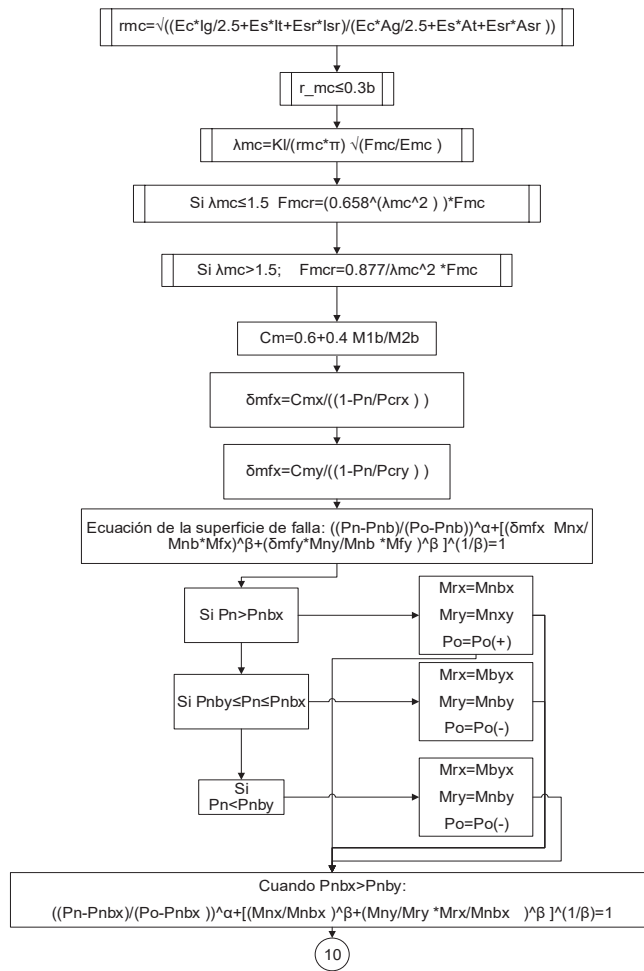
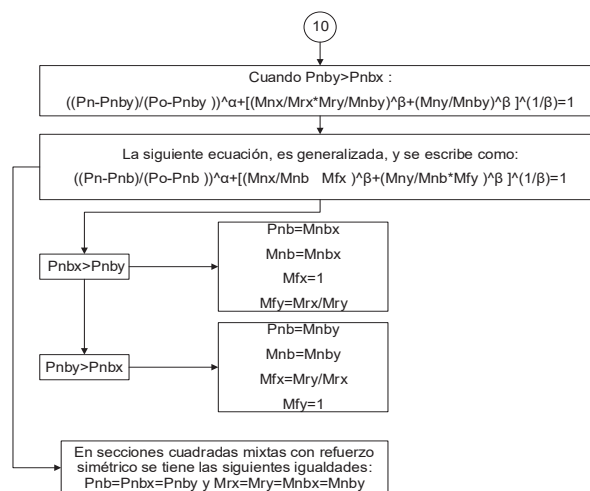


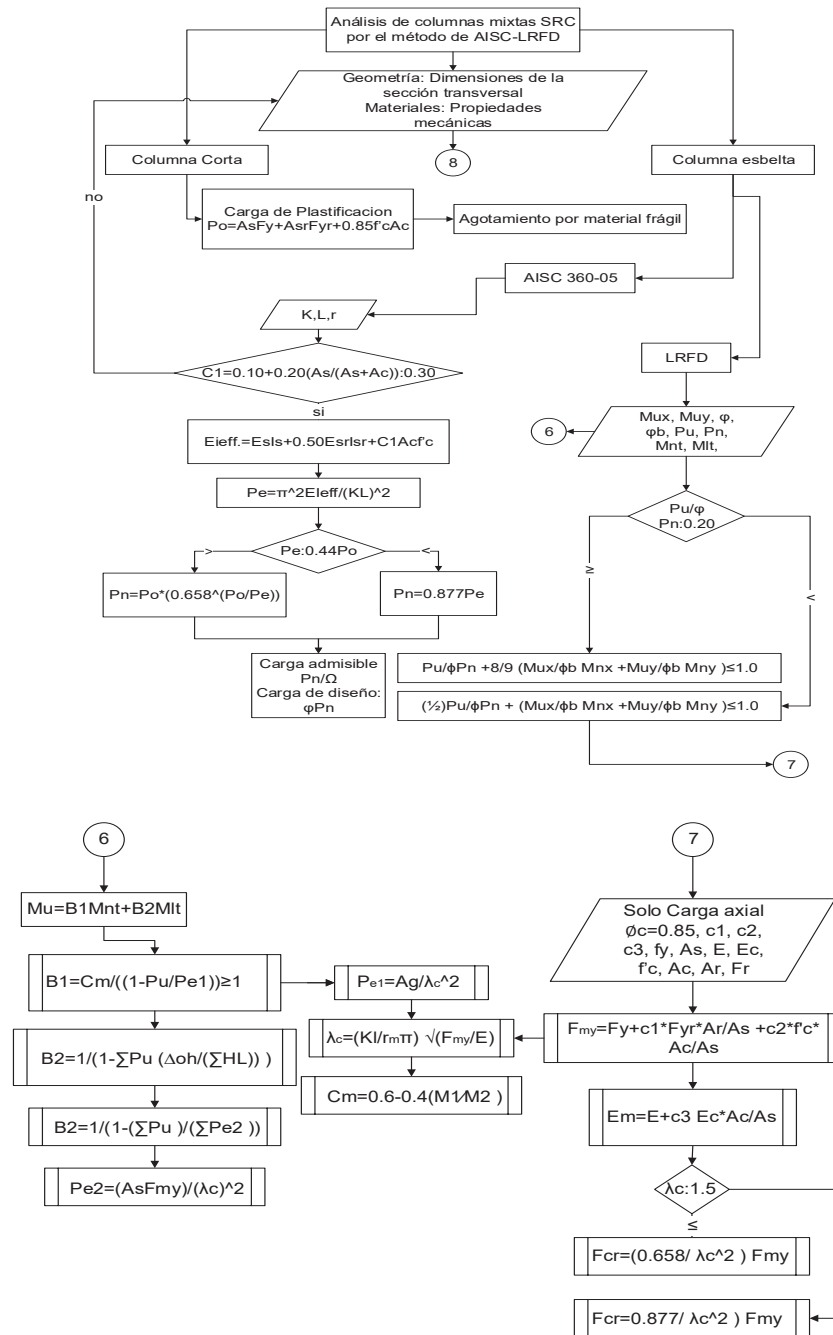
GRÁFICO 3.1 CONTINUACIÓN



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

La siguiente red lógica permite conocer el procedimiento de cálculo de la capacidad de las columnas mixtas utilizando el criterio del código AISC 360-05 y AISC-LRFD, donde permite el chequeo de las columnas ante solicitaciones de carga axial y momentos biaxiales.

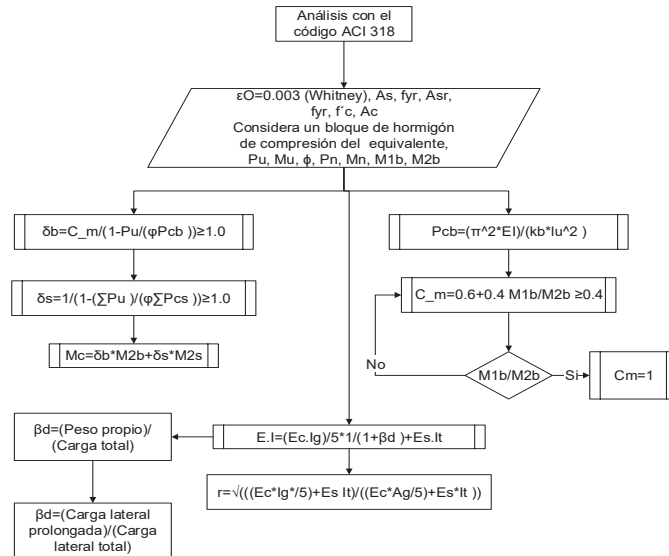
**GRÁFICO 3.2 CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE AISC-LRDF**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

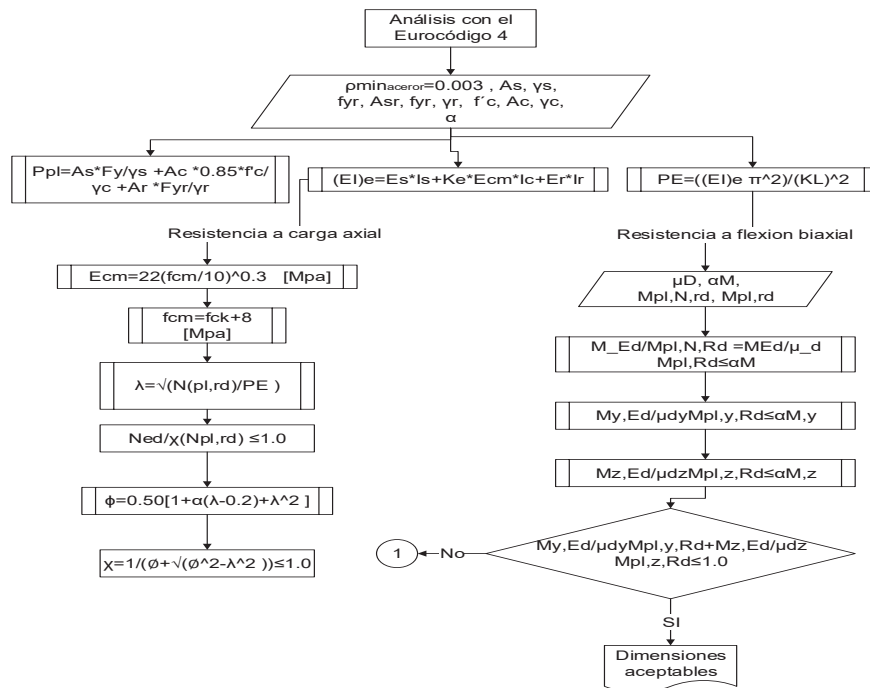
A continuación se debe seguir el siguiente procedimiento para encontrar la capacidad y chequeo de las columnas con criterios del ACI 318 y Eurocódigo 4.

**GRÁFICO 3.3 CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE ACI 318**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.4 CARGA AXIAL Y MOMENTOS A FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE EUROCÓDIGO 4**



### 3.2 EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL PROGRAMA DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN POR EL MÉTODO DE LA FIBRA

Para hacer uso del programa aquí desarrollado, es requisito que el usuario tenga instalado el programa Matlab.

Para una correcta aplicación del programa se implantó una opción de Ayuda en cada pantalla de los GUI'S de Matlab, en donde se describe la nomenclatura de cada término a ser usado. Se debe tomar en consideración que las unidades que se obtiene como resultado es en toneladas y metro.

### 3.3 INTERFAZ GRÁFICA PARA COLUMNAS RECTANGULARES SRC

Para facilidad del usuario, el diagrama de interacción a flexocompresión de columnas rectangulares SRC se elabora a manera de pantalla GUI'S. Y a través de las diferentes opciones de cálculo se procede a realizar el análisis de los miembros sometidos a flexocompresión biaxial.

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación del programa utilizando los datos obtenidos de los ensayos experimentales de cada material constitutivo de cada probeta que fueron realizados en el presente trabajo investigativo.

#### CUADRO 3.1 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Sección	$f_c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )
Rectangular	385.03	228235.18
Circular	319.83	240818.81

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**CUADRO 3.2 PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL (A)**

Sección Rectangular				
b=h1=	20.00	cm	base de la columna rectangular	
h=h2=	20.00	cm	peralte de la columna rectangular	
recub=	3.00	cm	recubrimiento	
Zc maj=	1952.17	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico del hormigón eje fuerte	
Zc min=	1968.91	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico del hormigón eje débil	
Ac=	388.05	cm <sup>2</sup>	Área de hormigón	
Ic maj=	13113.36	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia del hormigón eje de mayor inercia	
Ic min=	13182.59	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia del hormigón eje de menor inercia	
Acero de refuerzo	Número	f	mm	Asr (cm <sup>2</sup> )
As superior	2	f	12	2.26
As inferior	2	f	12	2.26
φestr.=	8	mm	suma	4.52
efuerzo longitudinal=	0.0113	> 0.004 que es el mínimo		O.k.
refuerzo transversal=	1.005	cm <sup>2</sup>	cada cm	> 0,6 cm <sup>2</sup> / cm O.k.
c=d'=	4.4	cm		
Módulo plástico del acero de refuerzo				
Zr maj=	25.33	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico varillas longitudinales eje fuerte	
Zr min=	25.33	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico varillas longitudinales eje débil	
Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo				
Fyr=	4471.47	kg/cm <sup>2</sup>	Esfuerzo de fluencia varillas, Dato experimental	
Momento de Inercia del acero de refuerzo I <sub>sr</sub> emaj>I <sub>sr</sub> emin				
I <sub>sr</sub> emaj=	142.28	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia varillas eje de mayor inercia	
I <sub>sr</sub> emin=	142.28	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia varillas eje de menor inercia	
Esr=	2.03E+06	Kg/cm <sup>2</sup>	Valor calculado en el rango elástico	

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

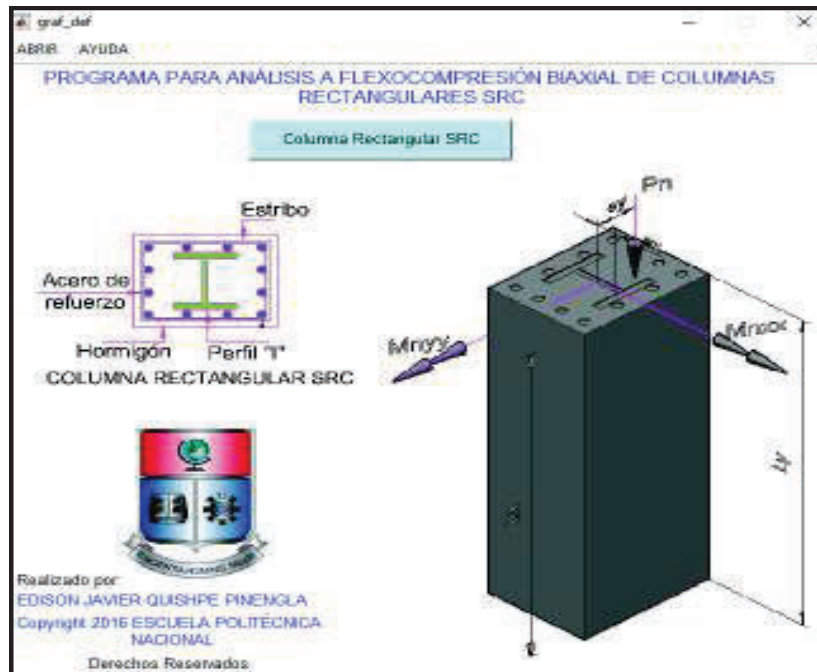
**CUADRO 3.3 PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL (B)**

Acero estructural	h	s	g	t	R
ASTM A50	mm	mm	mm	mm	mm
IPE80	80	46	3.8	5.2	5
Perfil I					
Es=	2.09E+06	Kg/cm <sup>2</sup>	Valor calculado en el rango elástico		
bf=	4.6	cm	ancho del patín		
hs=d=	8	cm	peralte total del perfil I		
tf=	0.52	cm	espesor del patín		
tw=bw=	0.38	cm	espesor del alma		
Fy=	3496.11	kg/cm <sup>2</sup>	Correspondente a un perfil A50		
As=	7.43	cm <sup>2</sup>			
Cuantía del perfil:	0.0186	> 0.01 que es el mínimo			O.k.
I <sub>s</sub> maj=	77.70	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia perfil I eje de mayor inercia		
I <sub>s</sub> min=	8.47	cm <sup>4</sup>	Momento de Inercia perfil I eje de menor inercia		
Z <sub>s</sub> maj=	22.49	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico del perfil I Eje de mayor inercia		
Z <sub>s</sub> min=	5.75	cm <sup>3</sup>	Módulo plástico del perfil I Eje de menor inercia		

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

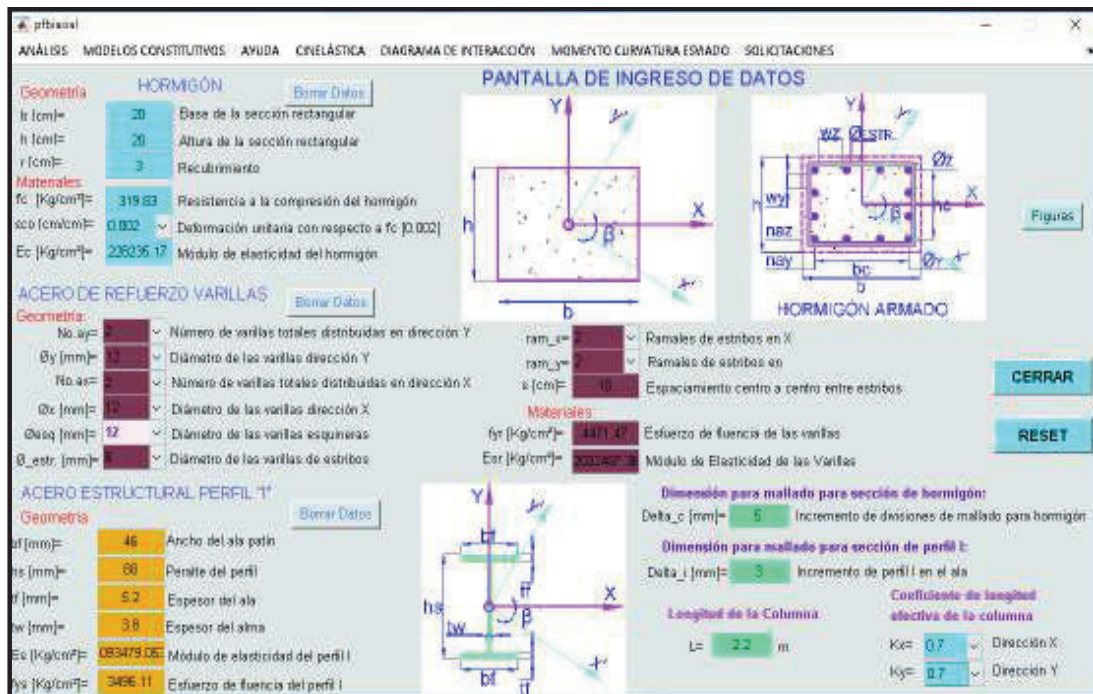


**GRÁFICO 3.5** PANTALLA PRINCIPAL PARA COLUMNAS RECTANGULARES SRC



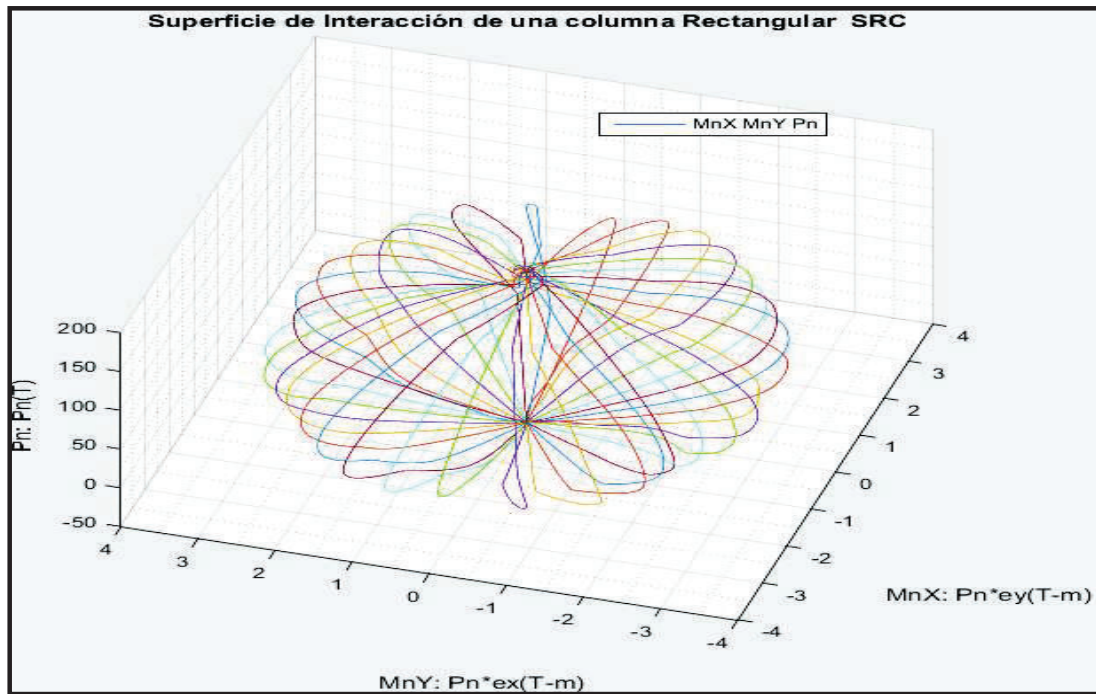
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.6** INGRESO DE DATOS DE COLUMNAS RECTANGULARES SRC

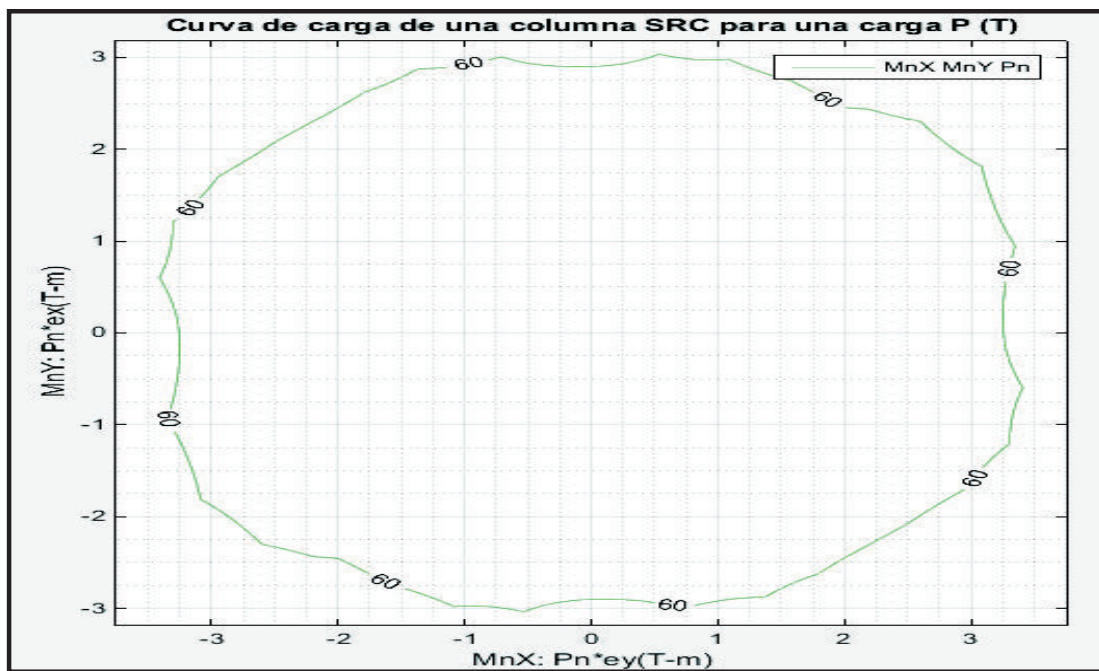


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.7** a) DIAGRAMA DE INTERACCIÓN BIAXIAL, b) SUPERFICIE DE FALLA Y CURVAS DE CARGA CADA 60 T. PARA DATOS DEL GRÁFICO 3.6



(a)



(b)

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

El gráfico 3.7 a), es la curva de interacción carga momento, en donde se puede visualizar la superficie de falla representada por una familia de curvas de interacción de una columna corta rectangular SRC de sección rectangular 20x20 cm; varillas: 4φ12, perfil: IPE80 (80X46X5.2X3.8). En el gráfico 3.7 b) se puede ver una curvas de carga o contorno de carga graficada en Matlab para una fuerza axial a compresión de 60 toneladas.

### GRÁFICO 3.8 ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAIXIAL CON EL EUROCÓDIGO 4 (2004) A COLUMNAS RECTANGULARES SRC

Diseño a Flexocompresión Biaxial de Columnas SRC por el método del Eurocódigo 4

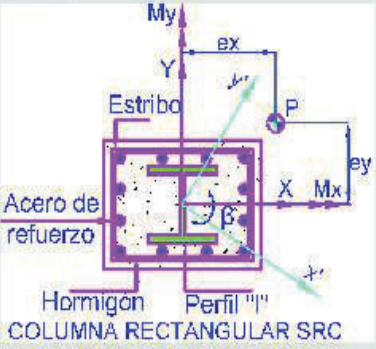
AYUDA SOLICITACIONES

**Factores de seguridad parcial**  
 Gama\_c= 1 Gama\_f= 1 Gama\_s= 1

\* Para Diseño: Gama\_c= 1.5; Gama\_R=1.1; Gama\_S=1.15  
 \* Para análisis: Gama\_c= 1; Gama\_R=1; Gama\_S=1

Calcular  
 Ir a Datos  
 CERRAR

**EUROCODES**  
 BUILDING THE FUTURE



**Combinación de Cargas: U=1.2\*D+1.6\*L**

Eje X	Eje Y	Resistencia requerida (Combinación de cargas), Mome
MxED [T-m]= 1.746	MyED [T-m]= 2.34	Resistencia en Momentos a flexión pura, P=0 [T] [EC4
Mplxrd [T-m]= 1.46506	Mplyrd [T-m]= 2.0351	Resistencia a compresión pura [EC4. 6.7.3.2 (1)]
Nplrd [T]= 151.693		Resistencia a compresión requerida, Pu=1.2D+1.6L
NED [T]= 31.1088		

**Chequeo a través de la curva de Interacción:**  
**[EC4. 6.7.3.6, 6.7.3.7]**

Para acero S235 y S355      Para acero S420 y S460  
 alfaM=0.9 [EC4. 6.7.3.6 (1)]      AlfaM=0.8 [EC4. 6.7.3.6 (1)]

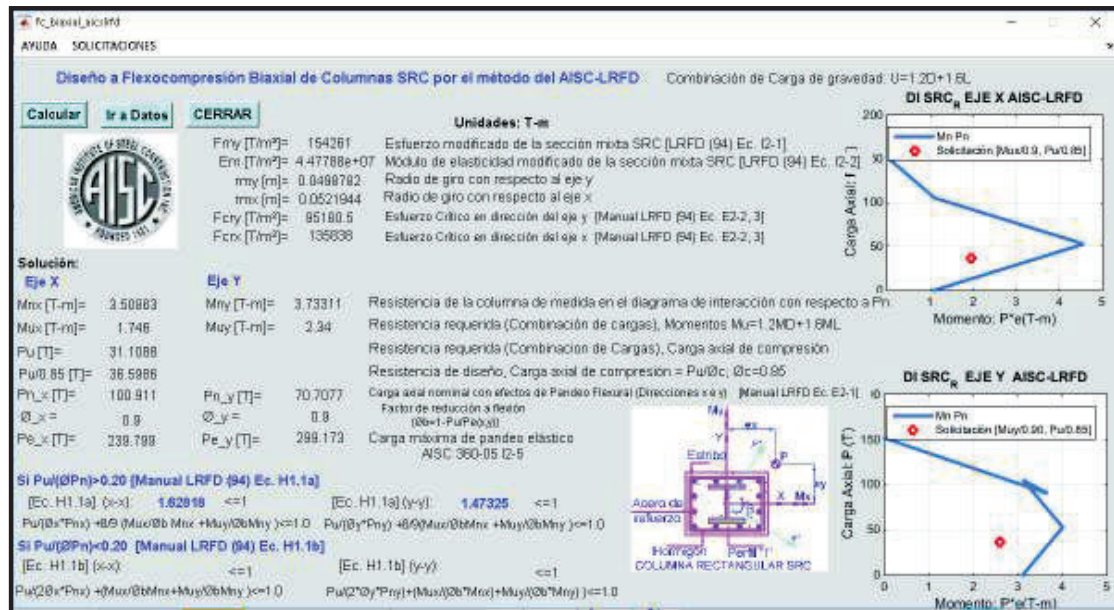
udx= 1.57212      udy= 2.25077      Relación entre Momento de Cálculo y momento plástico Resistente

MxED/(udxMplxrd)= 0.709626	<=alfaMx	MxED/(udxMplxrd)+MyED/(udyMplyrd)= 1.25534	<=1.0
MyED/(udyMplyrd)= 0.54571	<=alfaMy		[EC4. 6.7.3.7]

ELABORACIÓN: Edison Quishpe



**GRÁFICO 3.9 ANÁLISIS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAIXIAL CON EL CÓDIGO AISC-LRFD A COLUMNAS RECTANGULARES SRC**



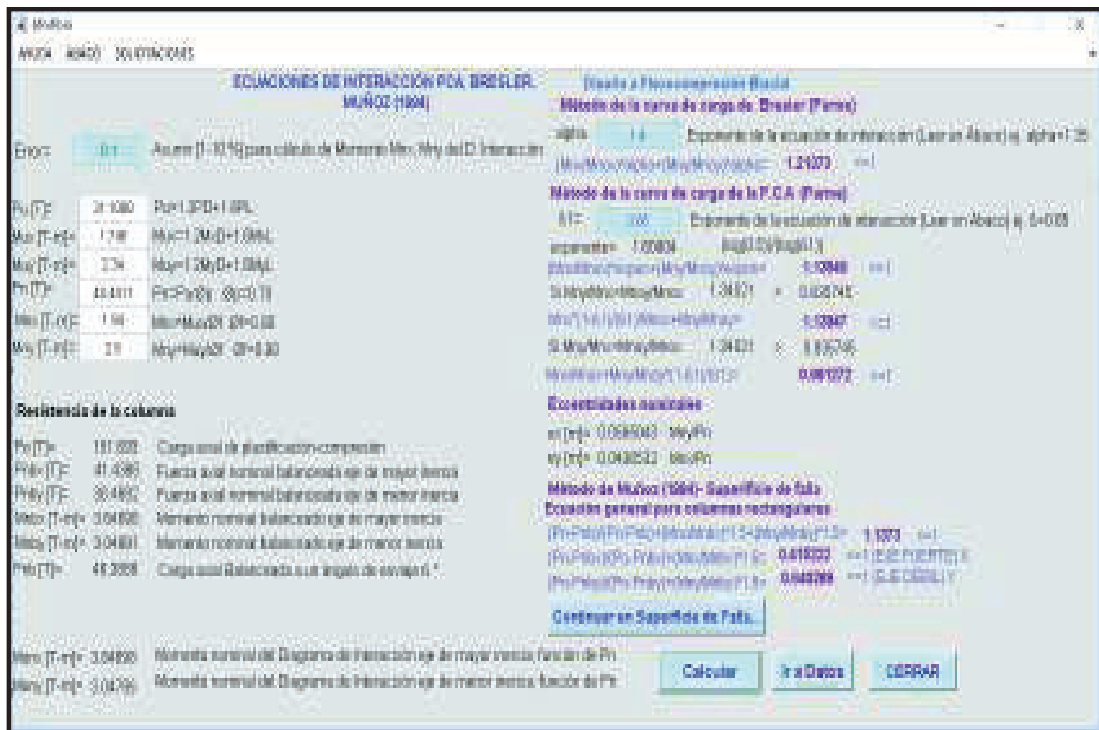
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.10 CARGA AXIAL CON LAS NORMAS AISC 360-05 Y EUROCÓDIGO 4 EN COLUMNAS RECTANGULRES SRC**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.11 MÉTODO DE MUÑOZ (1994) PARA ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE INTERACCIÓN**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.12 MÉTODO DE MUÑOZ (1994) PARA ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE INTERACCIÓN Y SUPERFICIES DE FALLA**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 3.4 CURVA INELÁSTICA PARA LAS PROBETAS RECTANGULARES SRC

La curva carga desplazamiento inelástico teórico de las probetas muestran el comportamiento de cada fibra considerando la suposición de deformaciones lineales. El gráfico 3.13 muestra el desplazamiento en el centro la columna empotrada apoyada de longitud de 2.20 m.

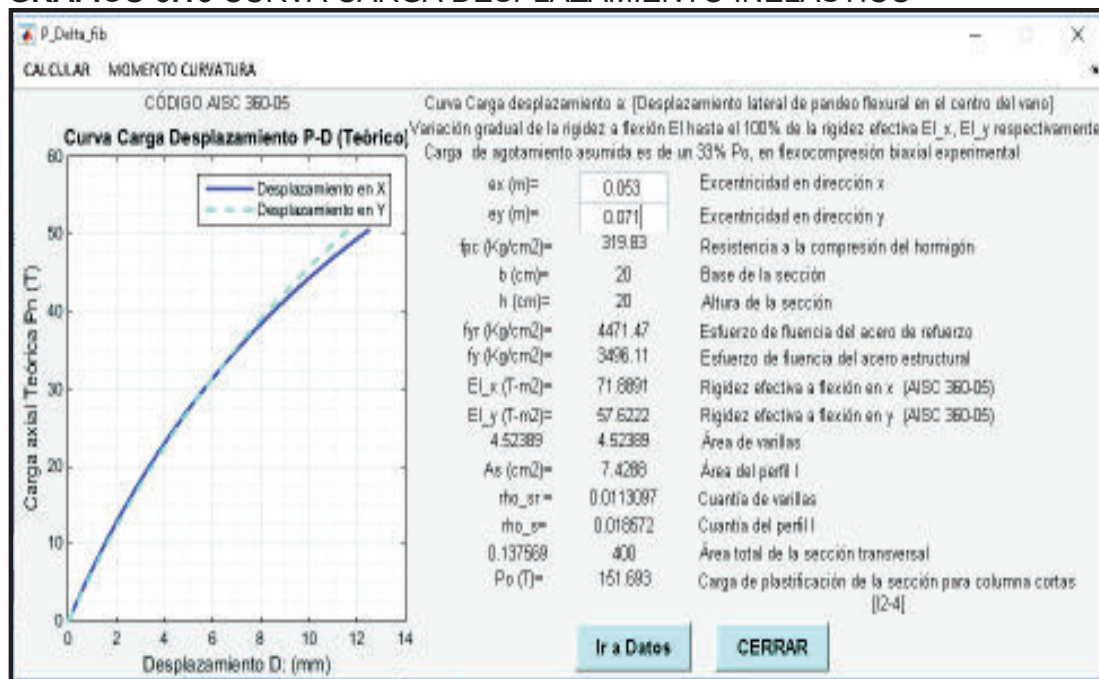
Le resistencia máxima sin confinamiento que ofrece este espécimen es  $P_o=151.693$  T.

Los desplazamientos máximos de la columna confinada sometida a una carga de plastificación  $P_o$  son de 0.8 cm en el eje fuerte y 1.1 cm.

Las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$  generan los momentos en cada dirección, los mismos que permiten los desplazamientos por pandeo de la columna en cada dirección.

Al tener más excentricidad en cada eje permite que la columna tenga mayor flecha por pandeo de flexión.

**GRÁFICO 3.13 CURVA CARGA DESPLAZAMIENTO INELÁSTICO**

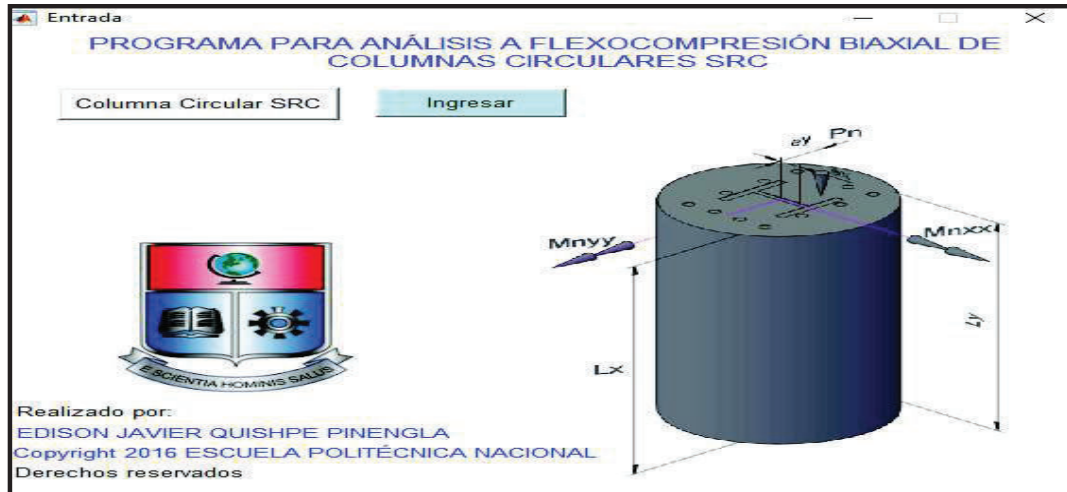


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 3.5 INTERFAZ GRÁFICA PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC

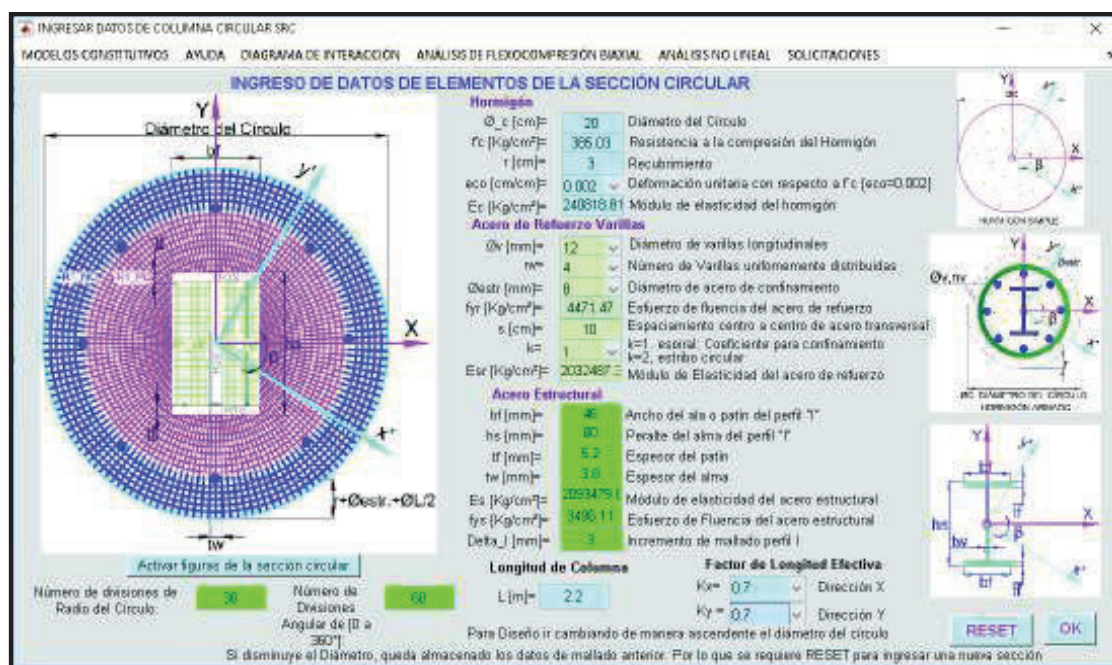
A continuación se hace una aplicación de la programación para secciones circulares:

**GRÁFICO 3.14** PANTALLA PRINCIPAL PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

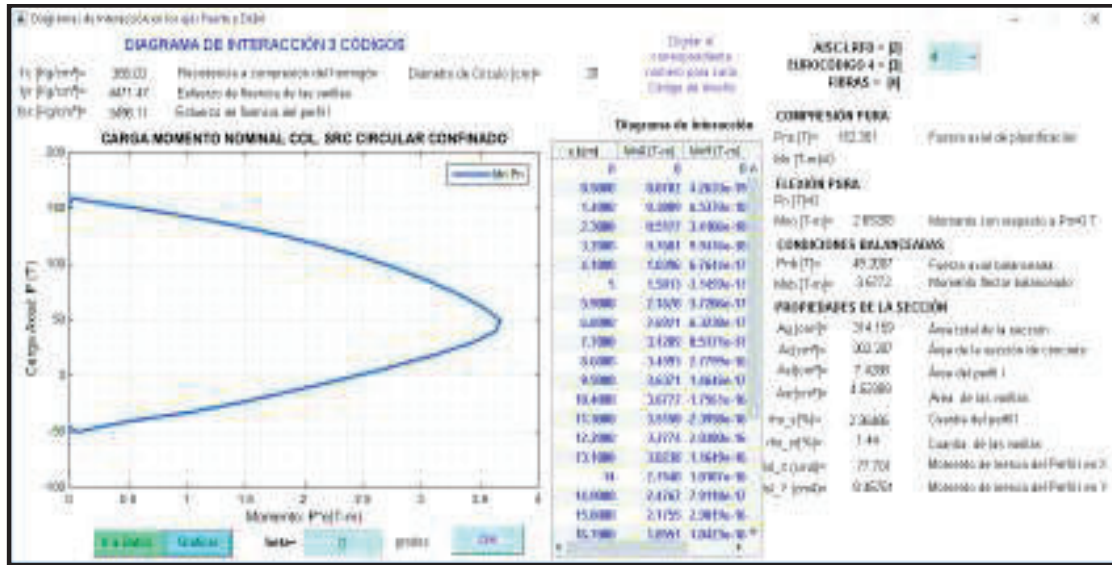
**GRÁFICO 3.15** PANTALLA DE INGRESO DE DATOS PARA COLUMNAS CIRCULARES SRC



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

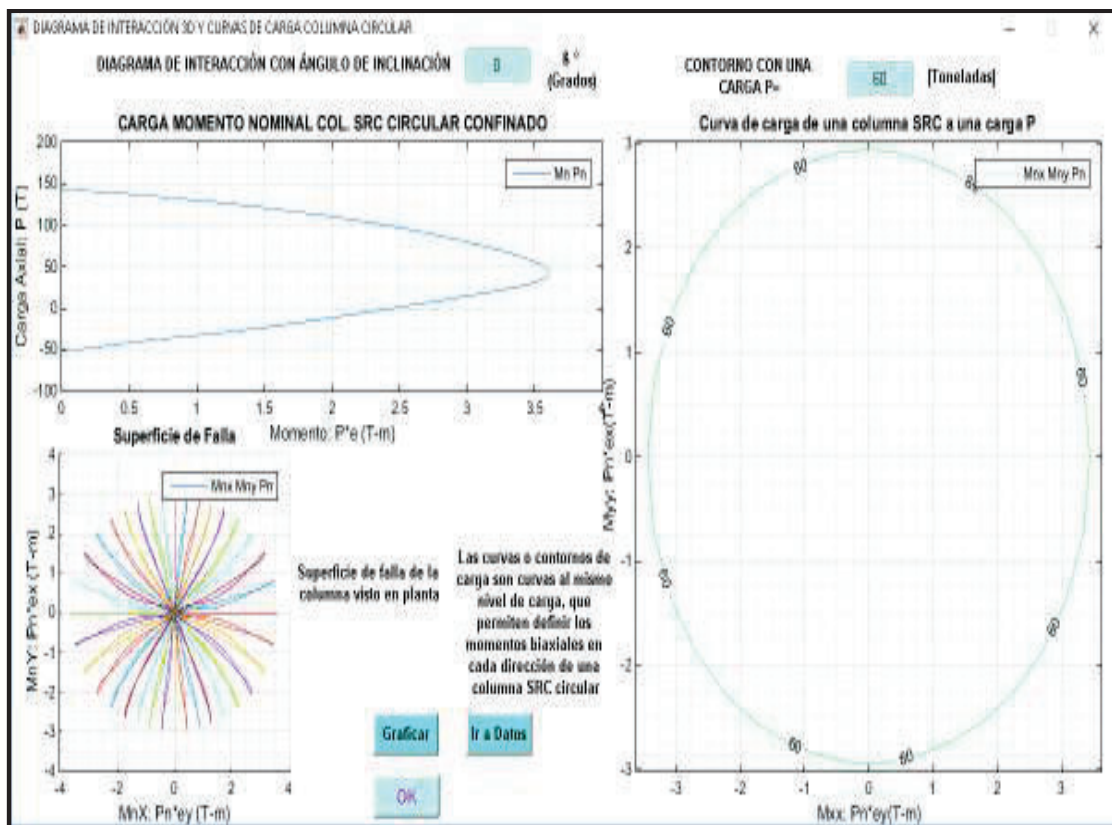


**GRÁFICO 3.16** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN A UN ANGULO DE INCLINACIÓN



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

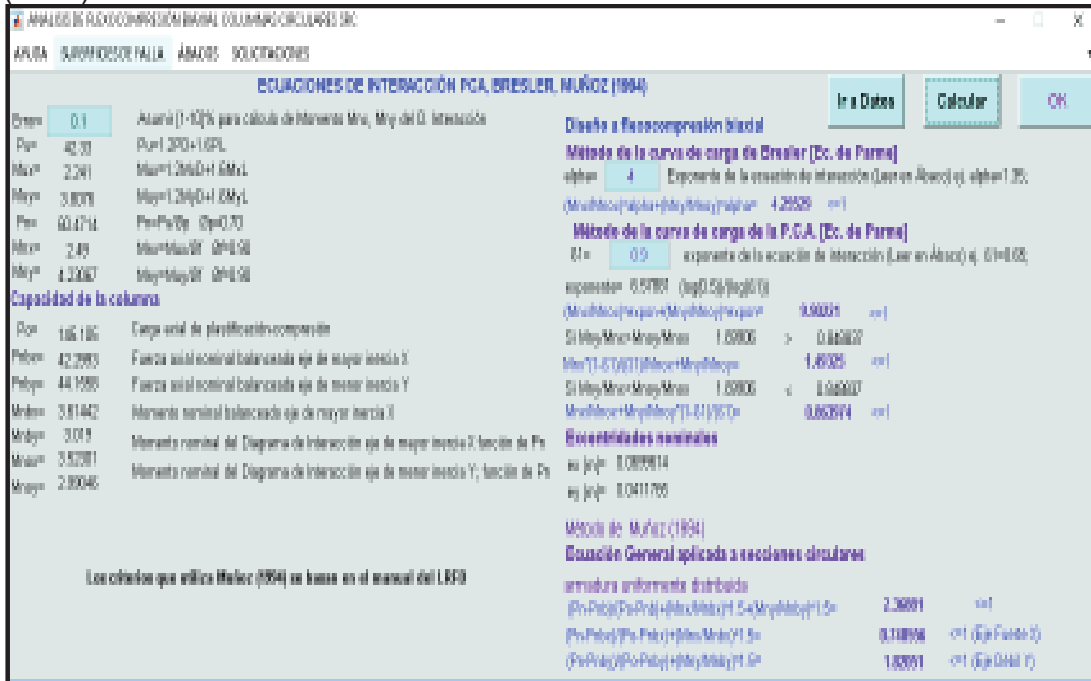
**GRÁFICO 3.17** DIAGRAMA DE INTERACCIÓN SUPERFICIE DE FALLA Y CURVAS DE CARGA



ELABORACIÓN: Edison Quishpe



**GRÁFICO 3.18 FLEXOCOMPRESIÓN BIAIXIAL POR EL MÉTODO DE MUÑOZ (1994)**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 3.19 FLEXOCOMPRESIÓN BIAIXIAL Y ANÁLISIS DE LA SUPERFICIE DE FALLA POR EL MÉTODO DE MUÑOZ (1994)**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

El gráfico 3.19 representa los cálculos para el control y dimensionamiento de una columna esbelta SRC. La misma se utiliza con datos de las columnas circulares, Al ver que cada ecuación de interacción Ecuación1, 2, 3 y 4 no cumplen con la condición para diseño se hace notable que la columna ya ha fallado para las condiciones de carga axial y momento solicitados en los extremos.

Se recomienda la revisión de cada término y ecuaciones los mismos que están descritos en el capítulo 2.

**Nota:** La programación, codificación y manual están en anexos digitales del presente trabajo.

## CAPÍTULO 4

### CONSTRUCCIÓN DE LAS COLUMNAS MIXTAS Y ENSAYO DE PROBETAS

Se elabora probetas de columnas SRC rectangulares y circulares, las mismas que son probadas en el Laboratorio de Estructuras del Centro de Investigación de la Vivienda (CIV) en la Escuela Politécnica Nacional.

#### 4.1 TIPOS DE INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN LOS ENSAYOS

##### MÁQUINA UNIVERSAL

Se dispone de una máquina universal de ensayos de tracción barras de aceros de refuerzo convencional y estructural, así como de una máquina de compresión hormigones. Con estos instrumentos se procede a realizar los ensayos para obtener la resistencia de los materiales de acero y hormigón.

##### FOTOGRAFÍA 4.1 MÁQUINA UNIVERSAL DE ENSAYOS



FUENTE Y ELABORACIÓN: Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Facultad de Ingeniería Mecánica – E.P.N.

#### 4.2 MARCO DE CARGA

Es un marco metálico apoyado en una losa de reacción, este aparato en conjunto con sus dispositivos sirve de apoyo para la celda de carga, la misma que es

encargada de registrar la carga para la obtención de datos del comportamiento a flexocompresión biaxial en el ensayo de las probetas columnas SRC.

#### **FOTOGRAFÍA 4.2 MARCO DE CARGA**



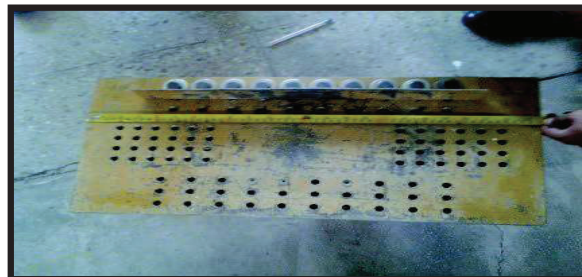
FUENTE: Laboratorio de Estructuras del Centro de Investigación de la Vivienda E.P.N.

#### **4.3 PLACA DE APOYO INFERIOR DE LA COLUMNA**

La placa de apoyo con orificios, existente del laboratorio del C.I.V de la E.P.N, se utilizará como un apoyo en la base de la columna de prueba de manera de instalar un anillo conformado por ángulos de L65x6 que servirán de topes en las columnas y de esa manera se mantendrá segura la estructura durante el ensayo.

Esta placa además simula un empotramiento perfecto en la base de la columna.

#### **FOTOGRAFÍA 4.3 PLACA PARA APOYO DE LAS COLUMNAS EN EL MARCO DE CARGA**



FUENTE: Laboratorio de Estructuras del Centro de Investigación de la Vivienda E.P.N.

#### **4.4 CELDA DE CARGA**

Es un aparato construido de piezas de acero estructural, el mismo que instalado en la parte superior de la cabeza de la columna una celda de carga que es la encargada de registrar la carga axial transmitida mediante un gato hidráulico.

##### **FOTOGRAFÍA 4.4 CELDA DE CARGA**



FUENTE: Laboratorio de Estructuras del Centro de Investigación de la Vivienda E.P.N.

#### **4.5 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE COLUMNAS**

Se inicia el proceso a partir de un prediseño de los elementos de las columnas sección SRC, para esto: se determina las secciones rectangular y circular de hormigón, cuantía del acero de refuerzo y estructural de acuerdo a la norma del Eurocódigo 4. La longitud provista para propósitos de experimentación es de 2.20 metros. Esta longitud es un dato importante para el análisis de columnas considerando la esbeltez y la modificación del valor de carga axial de agotamiento  $P_o$ . En el diseño y construcción de las columnas se considera la continuidad de los aceros de refuerzo longitudinal.

##### **4.5.1 DISEÑO ARQUITECTÓNICO DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS MIXTAS**

En el cuadro 4.1 se detalla los elementos de las columnas para los respectivos ensayos.

**CUADRO 4.1 DATOS DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE COLUMNAS (PROBETAS) SRC RECTANGULARES Y CIRCULARES**

Sección	Dimensiones	r (cm)	Acero de Refuerzo Longitudinal	Acero Estructural	Acero de refuerzo transversal
Cuadrada CR1 y CR2	b=0.20m; h=0.20m	3.0	4 $\Phi$ 12mm	Perfil "I" IPE80 (80x46x3.8x5.2)	Estribos cuadrado 1e $\Phi$ 8mm@0.1
Circular CC1 y CC2	$\Phi$ =0.20m	3.0	4 $\Phi$ 12mm	Perfil "I" IPE80 (80x46x3.8x5.2)	Espiral: 1esp. $\Phi$ 8mm@0.1

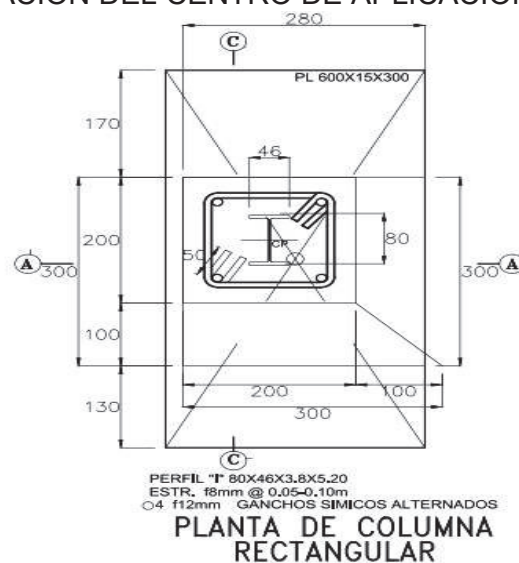
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

#### 4.5.2 EXTREMO ACARTELADO PARA COLUMNAS

Se realiza una distribución del acero de refuerzo con armadura mínima de 1  $\Phi$ 10 mm. Estas cartelas refuerzan los nudos de manera que exista la posibilidad de transmitir carga axial con una determinada excentricidad de la columna, evitando que las esquinas lleguen a fallar de manera temprana, y así obtener mejores resultados y mayor cantidad de datos del estudio en el centro de la columna.

El gráfico 4.1 da a conocer la ubicación en el marco de carga del centro de aplicación de la carga con cierta excentricidad.

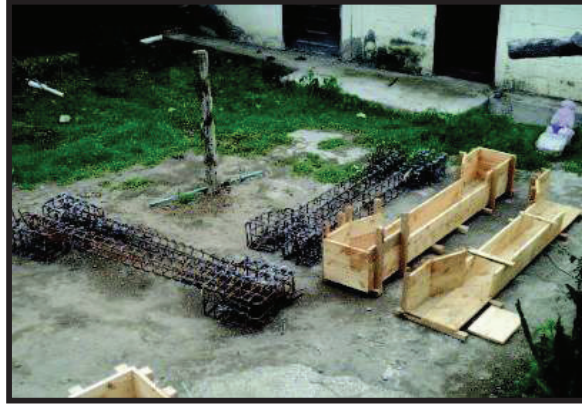
**GRÁFICO 4.1 UBICACIÓN DEL CENTRO DE APLICACIÓN DE LA CARGA**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

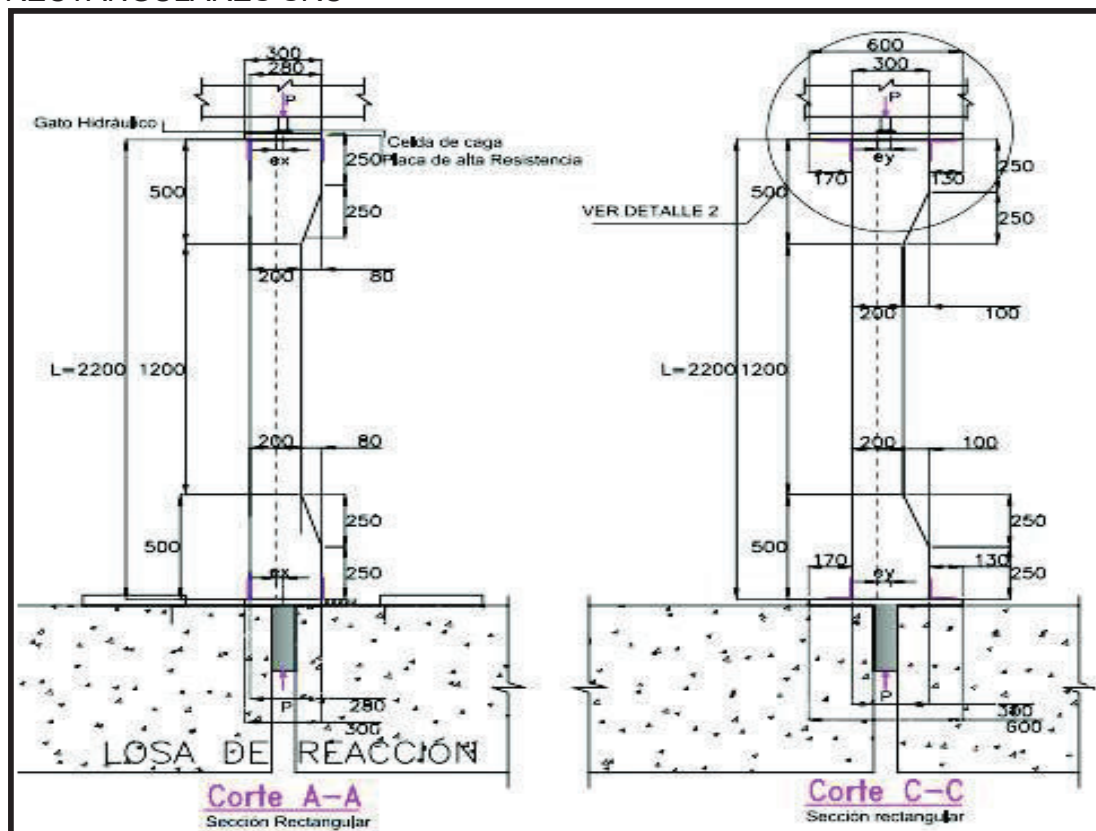
La siguiente fotografía muestra el encofrado de las probetas de columnas rectangulares y circulares SRC junto con la armadura de las mismas.

**FOTOGRAFÍA 4.5 ENCOFRADO DE COLUMNAS RECTANGULARES**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

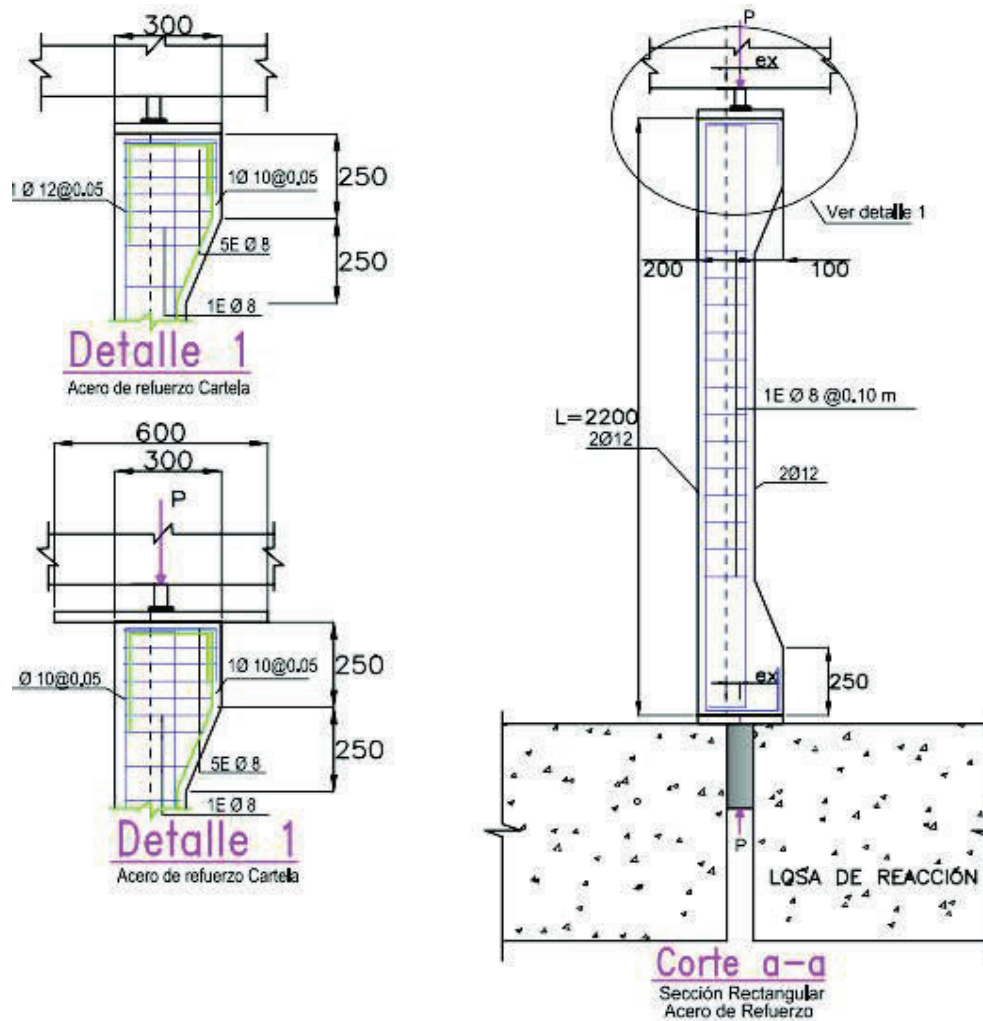
**GRÁFICO 4.2 GEOMETRÍA DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS RECTANGULARES SRC**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

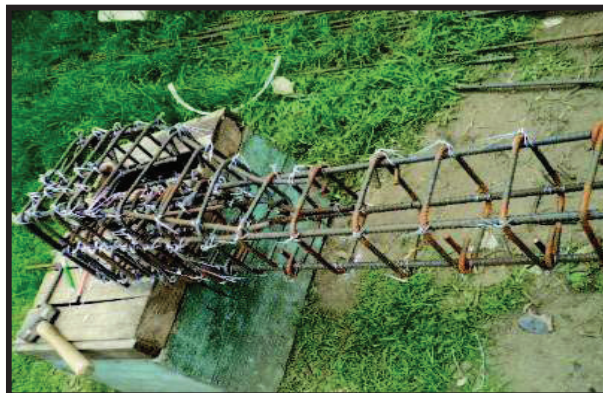


**GRÁFICO 4.3** ARMADURAS DE LAS COLUMNAS SRC DE PRUEBA RECTANGULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

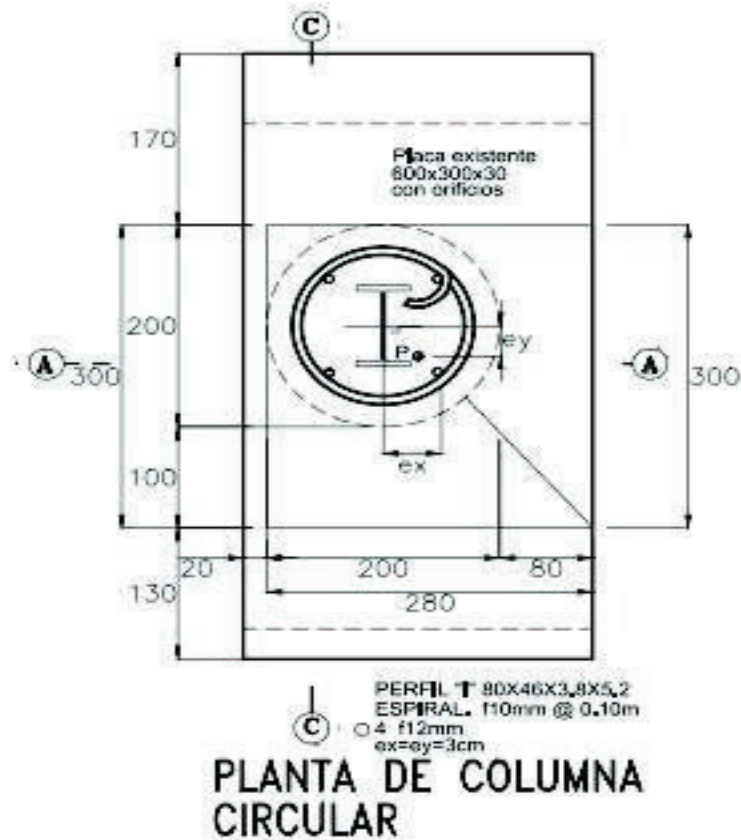
**FOTOGRAFÍA 4.6** REFUERZO EN LA CARTELA DE LA COLUMNA RECTANGULAR



ELABORACIÓN: Edison Quishpe



**GRÁFICO 4.4** UBICACIÓN DEL CENTRO DE APLICACIÓN DE LA CARGA EN LAS COLUMNAS CIRCULARES



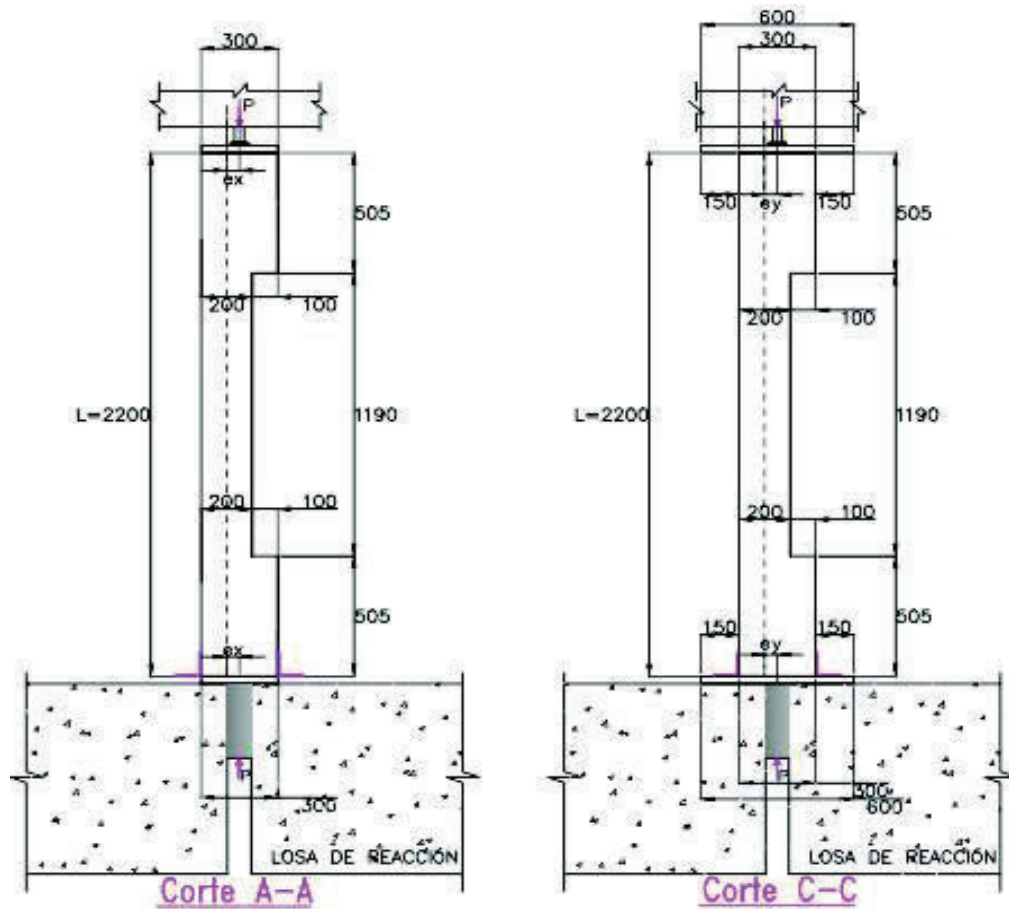
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.7** FABRICACIÓN DE ESPIRALES DE CONFINAMIENTO DE LAS COLUMNAS CIRCULARES



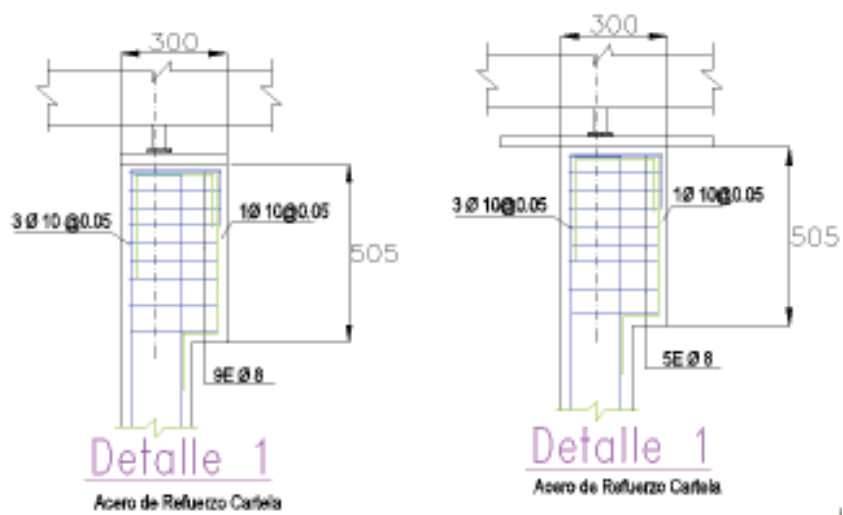
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 4.5** GEOMETRÍA DE LAS PROBETAS DE COLUMNAS CIRCULARES SRC



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 4.6** ARMADO DE LA CARTELA DE LA COLUMNA CIRCULAR SRC



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

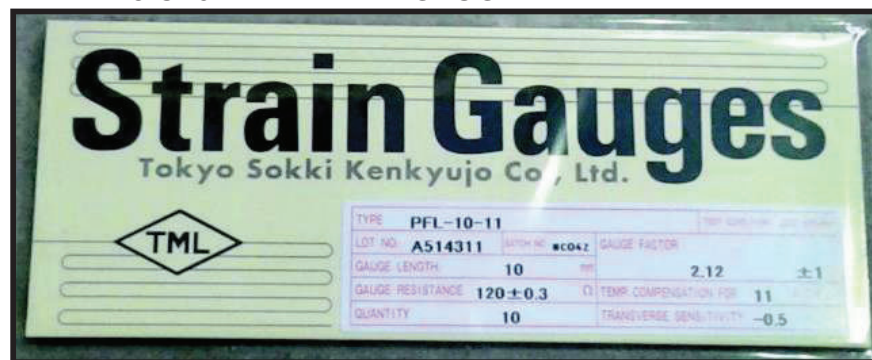
## 4.6 UBICACIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS (STRAIN GAUGES)

Las galgas extensiométricas son aparatos electrónicos que transmiten una señal de una determinada vibración y estas se reportan a la pantalla del computador en señales de onda que a su vez son transformadas a deformaciones unitarias por medio de un factor de conversión.

Estos dispositivos son ubicados en las varillas y perfil I, los cuales miden las deformaciones unitarias y permiten conocer el comportamiento de los elementos de la sección transversal en cada etapa de aplicación de la carga durante el ensayo.

Además, se verifica la tendencia del comportamiento lineal en los aceros, si las deformaciones unitarias son menores a la de fluencia; comportamiento inelástico si las deformaciones unitarias son mayores a la de fluencia.

### FOTOGRAFÍA 4.8 CAJA DE STRAIN GAUGES



FUENTE Y ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se debe dar a conocer que las deformaciones unitarias en el centro de la columna son mayores que aquellas medidas en tercera parte de la longitud de la columna. Además, la ubicación de los strain gauges se realiza de manera que estos registren deformaciones unitarias de tracción y compresión, respectivamente.

### 4.6.1 DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN COLUMNAS RECTANGULARES

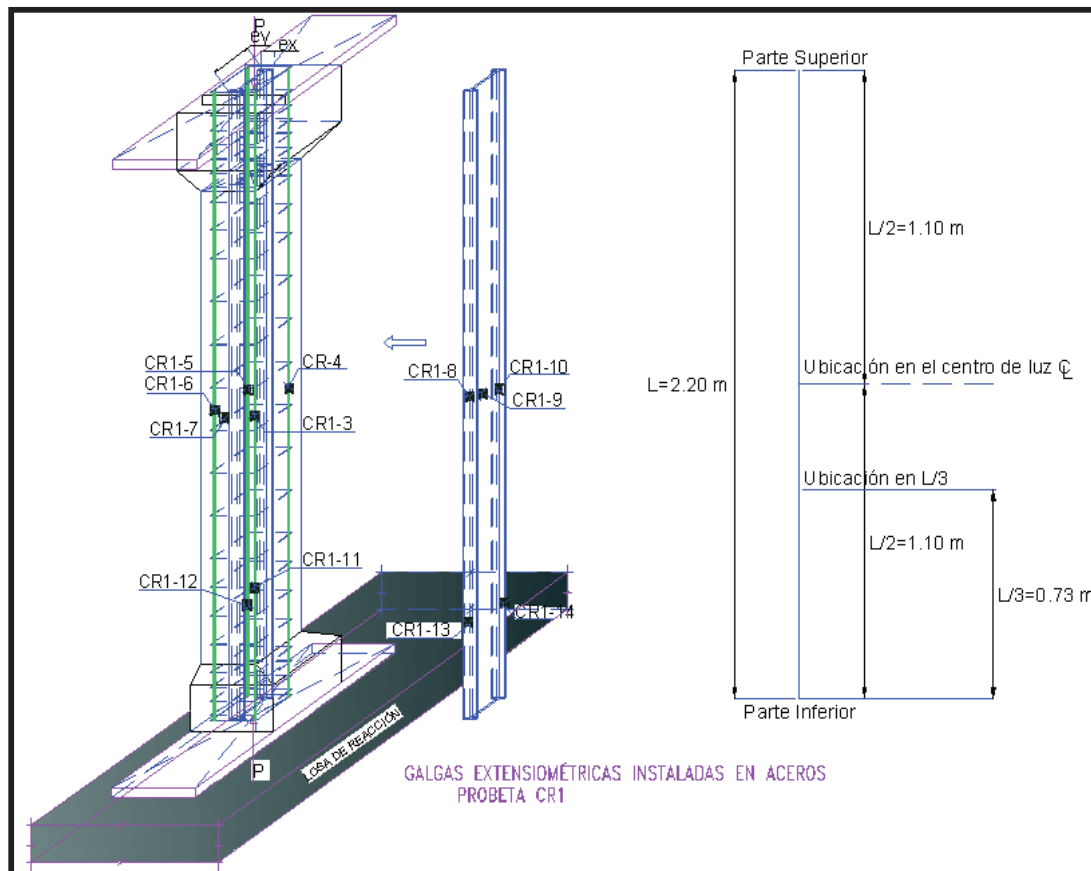
Se debe limpiar las superficie de los aceros para que se puedan adherir los strain gauges y evitar el despegue, logrando así medir las deformaciones unitarias.

**FOTOGRAFÍA 4.9 PREPARACIÓN DE MATERIAL (VARILLAS CORRUGADAS) Y PERFIL**



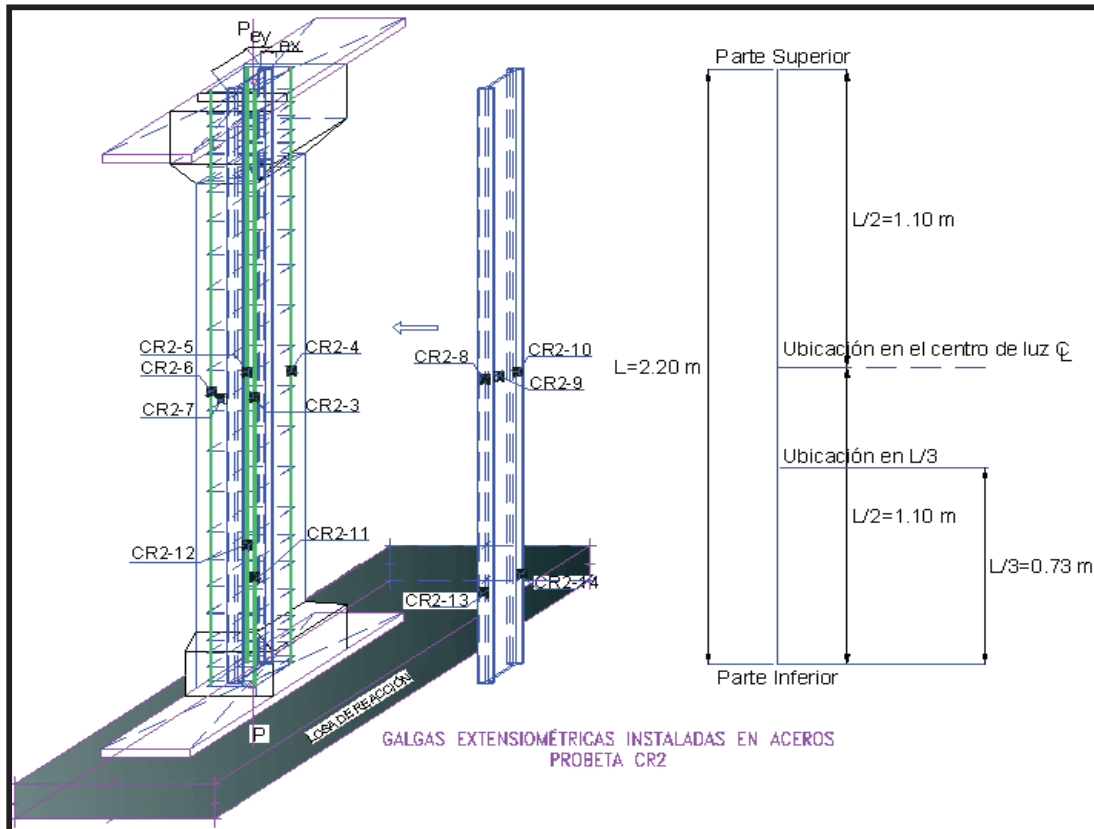
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 4.7 DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CR1**



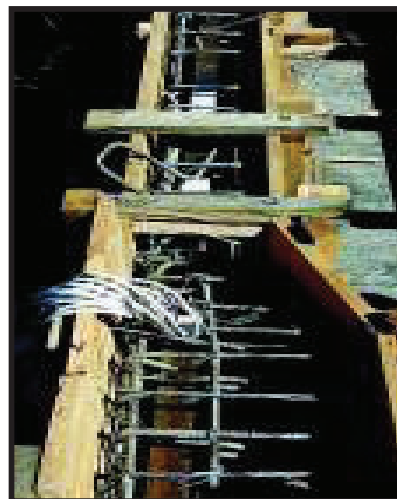
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 4.8** DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CR2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.10** ARMADO Y ENCOFRADO DE LAS COLUMNAS RECTANGULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

#### 4.7 FUNDICIÓN DE LAS COLUMNAS RECTANGULARES

Luego de realizar la dosificación para fabricar el hormigón, se procede a verter en los moldes respectivos dándole la forma respectiva a las columnas.

#### FOTOGRAFÍA 4.11 FUNDICIÓN DE COLUMNAS RECTANGULARES

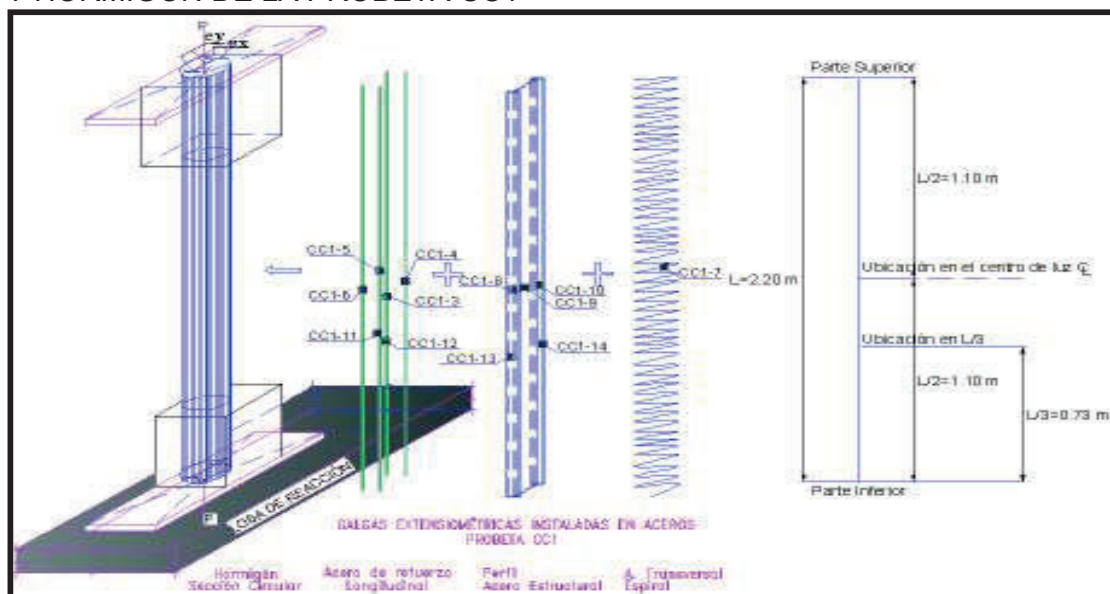


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

#### 4.8 DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN COLUMNAS CIRCULARES

Estos aparatos se sitúan en las zonas en donde se va a producir tracción y compresión respectivamente. Así se puede obtener el dato apropiado para la distribución de deformaciones unitarias.

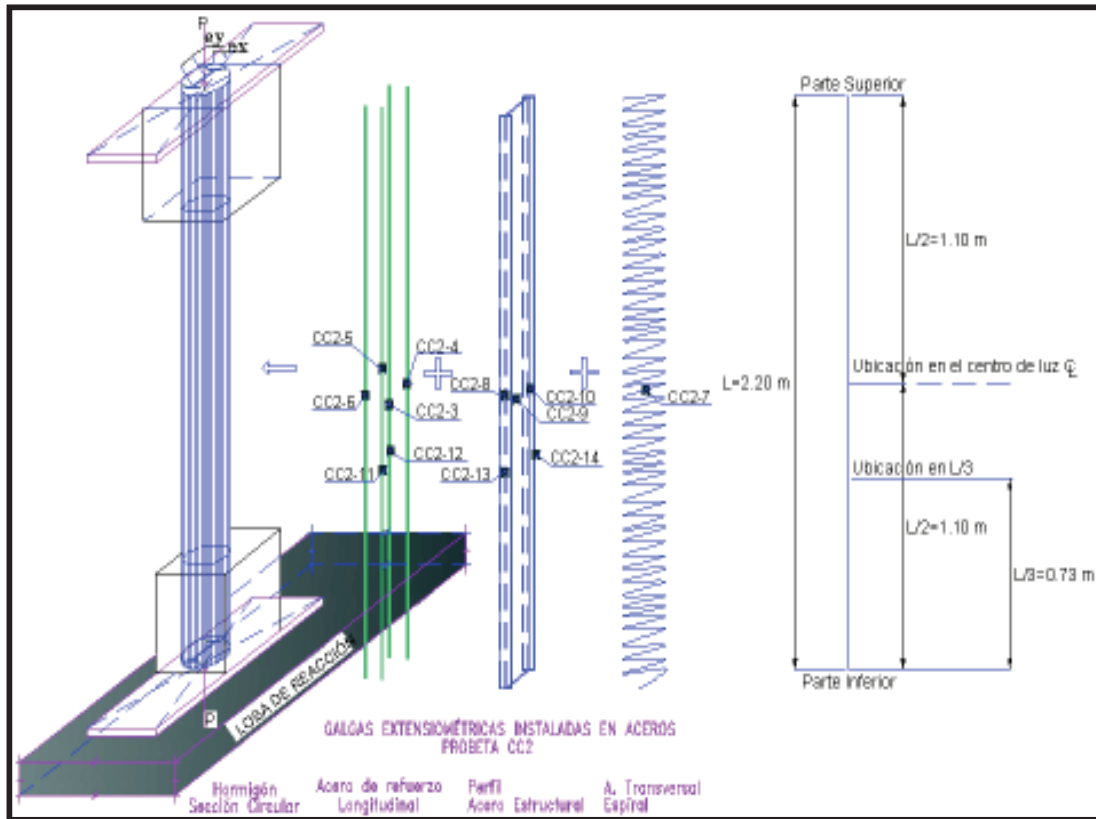
#### GRÁFICO 4.9 DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CC1



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

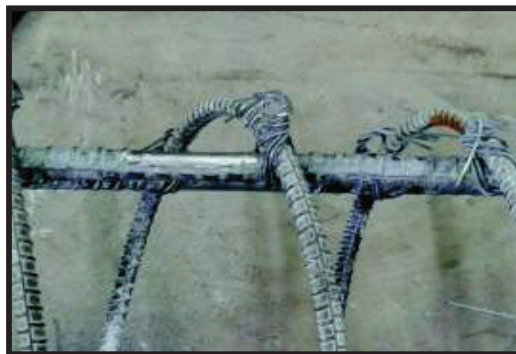


**GRÁFICO 4.10** DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN ACEROS Y HORMIGÓN DE LA PROBETA CC2



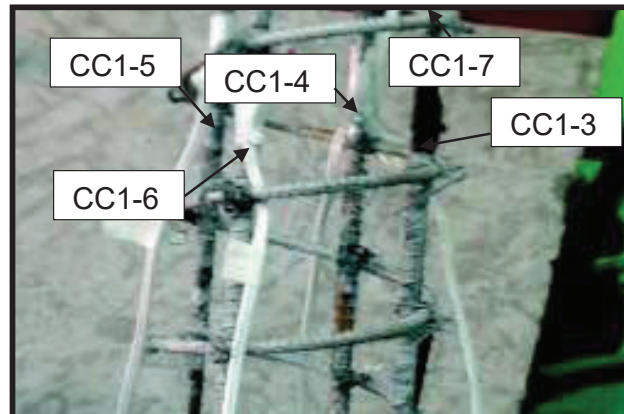
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.12** PREPARACIÓN DE VARILLAS EN LAS COLUMNAS CIRCULARES



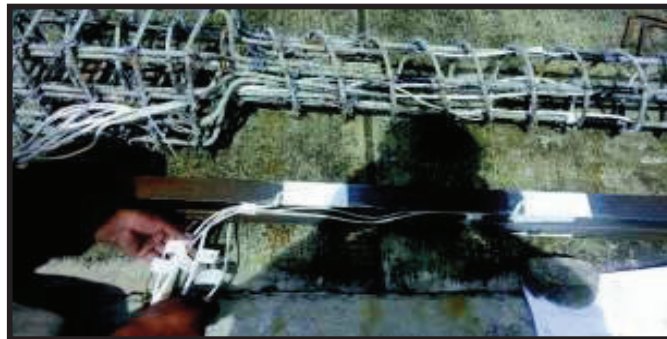
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.13** DISTRIBUCIÓN DE LAS GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN LAS VARILLAS DE LA COLUMNAS CIRCULAR



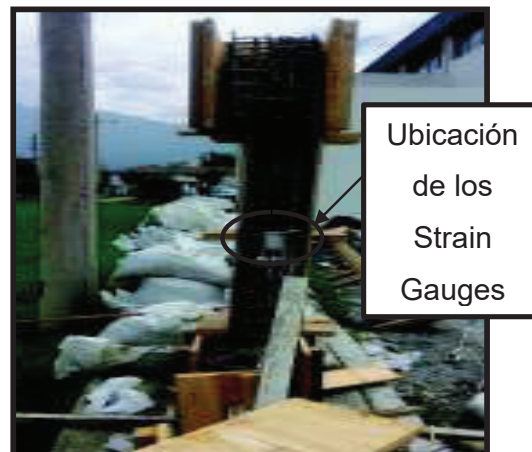
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.14** DISTRIBUCIÓN DE LAS GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS EN EL PERFIL "I" DE LA COLUMNA CIRCULAR



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.15** DISTRIBUCIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS Y ENCOFRADO DE LAS COLUMNAS CIRCULARES SRC



ELABORACIÓN: Edison Quishpe



Las columnas circulares se fundieron el miércoles 11 de mayo de 2016.

#### FOTOGRAFÍA 4.16 FUNDICIÓN Y CURADO DE LAS COLUMNA CIRCULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

#### 4.9 INSTALACIÓN DE LAS PROBETAS EN EL MARCO DE CARGA

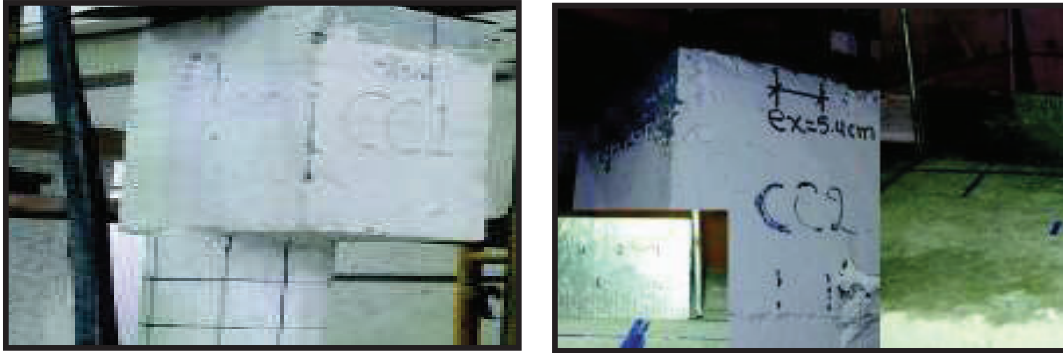
Se registran las excentricidades medidas desde el centro geométrico de las secciones cuadradas y circulares. Y se procede a la instalación de las probetas en el marco de carga para su respectivo ensayo.

#### CUADRO 4.2 EXCENTRICIDADES APLICADAS EXPERIMENTALES

Probeta	Excentricidad Registrada Cabeza, ex(cm)	Excentricidad Registrada Cabeza, ey(cm)
CR1	5.30	7.10
CR2	5.70	5.00
CC1	8.50	5.00
CC2	5.40	1.20

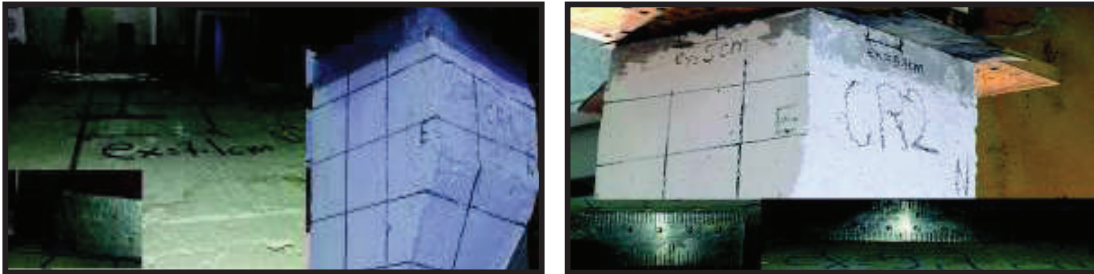
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.17** EXCENTRICIDADES EN LA PROBETAS CC1 Y CC2



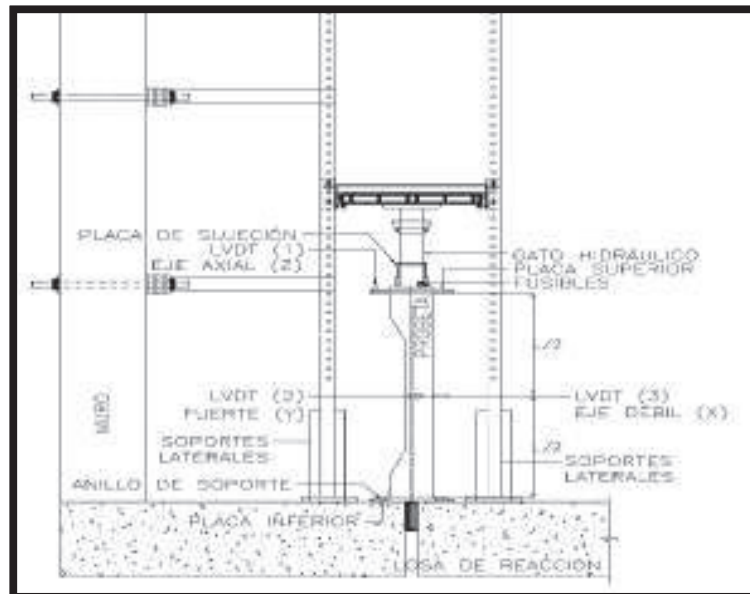
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**FOTOGRAFÍA 4.18** EXCENTRICIDADES EN LA PROBETAS CR1 Y CR2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 4.11** INSTALACIÓN DE PROBETAS PARA ENSAYOS



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## 4.10 INSTALACIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS (STRAIN GAUGES) EN EL HORMIGÓN

La finalidad de estos aparatos es medir las deformaciones unitarias en la zona de compresión y tracción más alejada medida desde el centroide plástico. Esto corrobora para generar un dato muy importante de la deformación unitaria experimental en la zona de compresión, y de esta manera se puede realizar una distribución adecuada de las deformaciones unitarias para el cálculo teórico del diagrama de interacción de columnas tipo SRC.

Se evalúan las características del hormigón confinado para columnas mixtas de las secciones rectangulares y circulares de manera teórica con las fórmulas de Mander et al (1988).

## 4.11 ENSAYO DE COLUMNAS TIPO SRC

### 4.11.1 METODOLOGIA DE ENSAYOS DE LAS PROBETAS SRC

#### CARGA CICLICA

La forma de la aplicación de la carga axial es cíclica, en donde a cada probeta de aplica las siguientes cargas como carga máxima en cada ciclo, la siguiente clasificación de carga y descarga se aplica a las columnas mixtas para conocer su comportamiento estructural.

#### CUADRO 4.3 CARGA CICLICA APLICADA A LAS PROBETAS

Probeta	CC1	CC2	CR1	CR2
Carga (T) Primer ciclo	10	10	10	10
Carga (T) Segundo ciclo	20	20	15	15
Carga (T) Tercer ciclo	30	30	20	20
Carga (T) Cuarto ciclo	35	35	25	25
Carga (T) Quinto ciclo	45	40	30	30
Carga (T) Sexto ciclo	<b>49.80 (Falla)</b>	45	35	40
Carga (T) Séptimo ciclo	-	55	<b>39.20 (Falla)</b>	45
Carga (T) Octavo ciclo	-	60	-	50
Carga (T) Noveno ciclo	-	<b>66.90 (Falla)</b>	-	<b>54.84 (Falla)</b>

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

El cuadro 4.4 representa el cálculo y resumen de los momentos que provocaron el colapso de la columnas, estos momentos están dados por  $M_x=P*e_y$ , y  $M_y=P*e_x$ ;

**CUADRO 4.4 RESUMEN DE MOMENTOS EXPERIMENTALES  $M_x$  y  $M_y$**

Probeta	$e_x$	$e_y$	$P_{exp}$	$M_{xexp}$	$M_{yexp}$
	m	m	T	T-m	T-m
CR1	0.053	0.071	36.60	1.94	2.60
CR2	0.057	0.050	56.00	2.80	3.19
CC1	0.085	0.050	49.80	2.49	4.23
CC2	0.054	0.012	65.00	0.78	3.51

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

#### 4.11.2 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN LINEAR VARIABLE DIFFERENTIAL TRANSFORMER (LVDT'S)

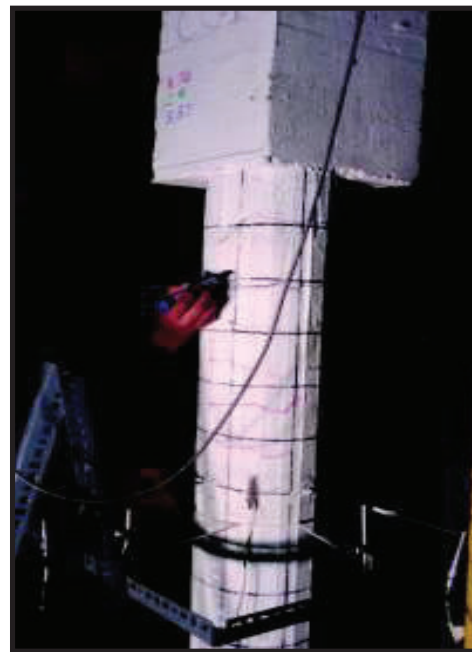
Como se puede observar en el esquema de “instalación de probetas para ensayos”, estos instrumentos se ubican de tal manera que se puedan medir los desplazamientos de pandeo horizontales en el centro de la columna (LVDT No. 2 y 3), perpendiculares a los ejes fuerte y débil; y vertical ubicado en la parte superior de cada columna (LVDT No. 1).

#### 4.11.3 ENSAYO DE LA PROBETA CC1

La probeta CC1 es una columna de sección circular de 20 cm de diámetro y armado con 4 varillas corrugadas de 12 mm y espirales de confinamiento de 8 mm espaciados cada 10 cm, este miembro tiene embebido un perfil de acero estructural IPE80 (80x46x5.2x3.8). La resistencia a la fluencia de las varilla es de  $f_{yr}=4471.43$  kg/cm<sup>2</sup> y el módulo de elasticidad experimental es  $E_{sr}=2032487.36$  kg/cm<sup>2</sup>, y la resistencia a la fluencia del perfil I es  $f_y=3496.11$  Kg/cm<sup>2</sup> y el módulo de elasticidad experimental  $E_s= 2093479.05$  Kg/cm<sup>2</sup>, la resistencia a compresión del hormigón es  $f'_c=385.03$  Kg/cm<sup>2</sup>, el módulo de elasticidad del hormigón  $E_c= 240818.81$  Kg/cm<sup>2</sup>. Esta probeta se ensaya a los 43 días de haber sido fundida, a la cual se procede a realizar la instalación de los respectivos instrumentos de medición para la posterior aplicación de la carga axial excéntrica de compresión mediante el gato hidráulico. Las excentricidades aplicadas a esta probeta son:  $e_x=8.50$  cm,  $e_y=5.00$  cm. La

longitud de esta columna es de 2.20 m. Finalmente esta columna está reforzada en los extremos con cartelas de dimensiones 30x30 cm de sección transversal y de 50 cm de profundidad, está cartela permite la trasmisión de carga axial excéntrica a la columna durante el ensayo.

**FOTOGRAFÍA 4.19** ENSAYO DE LA PROBETA CC1



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

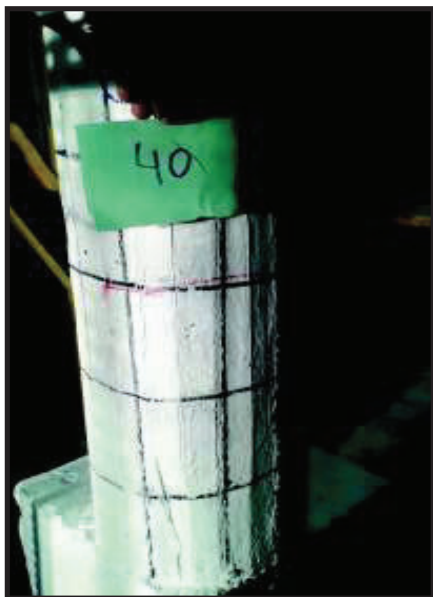
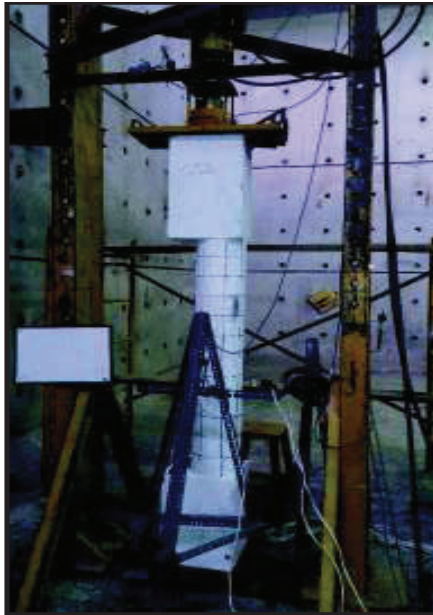
Se puede observar en la fotografía 4.19 la instalación, ensayo y toma de muestras de registros de fisuras, en la probeta circular CC1, en donde las primeras fisuras pertenecen a la zona de tracción del hormigón, zona tendiente al agotamiento, el modo de falla de esta probeta es de compresión a una carga de  $P_{m\acute{a}x}=49.80$  T, la deformada se asemeja a la de una columna empotrada – apoyada y los desplazamientos laterales por pandeo se producen en dirección opuesta a la excentricidad respectiva, los mismos que son registrados con los LVDT'S No. 2 y 3. El LVDT No. 1 está ubicado en la parte superior de la columna y se encarga de registrar los desplazamientos por acortamiento en la dirección longitudinal de la columna.

#### 4.11.4 ENSAYO DE LA PROBETA CC2

La probeta CC2 es una columna de sección circular de 20 cm de diámetro y armado con 4 varillas corrugadas de 12 mm y espirales de confinamiento de 8 mm espaciados cada 10 cm, este miembro tiene embebido un perfil de acero estructural IPE80 (80x46x5.2x3.8). La resistencia a la fluencia de las varilla es de  $f_{yr}=4471.43$  kg/cm<sup>2</sup> y el módulo de elasticidad experimental es  $E_{sr}=2032487.36$  kg/cm<sup>2</sup>, y la resistencia a la fluencia del perfil I es  $f_y=3496.11$  Kg/cm<sup>2</sup> y el módulo de elasticidad experimental  $E_s= 2093479.05$  Kg/cm<sup>2</sup>, la resistencia a compresión del hormigón es  $f'_c=385.03$  Kg/cm<sup>2</sup>, el módulo de elasticidad del hormigón  $E_c= 240818.81$  Kg/cm<sup>2</sup>. Esta probeta se ensaya a los 44 días de haber sido fundida, a la cual se procede a realizar la instalación de los respectivos instrumentos de medición para la posterior aplicación de la carga axial excéntrica de compresión mediante el gato hidráulico. Las excentricidades aplicadas a esta probeta son:  $e_x=5.40$  cm,  $e_y=1.20$  cm. La longitud de esta columna es de 2.20 m. Finalmente esta columna está reforzada en los extremos con cartelas de dimensiones 30x28 cm de sección transversal y de 50 cm de profundidad, esta cartela permite la trasmisión de carga axial excéntrica a la columna durante el ensayo.



**FOTOGRAFÍA 4.20 ENSAYO DE LA PROBETA CC2**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

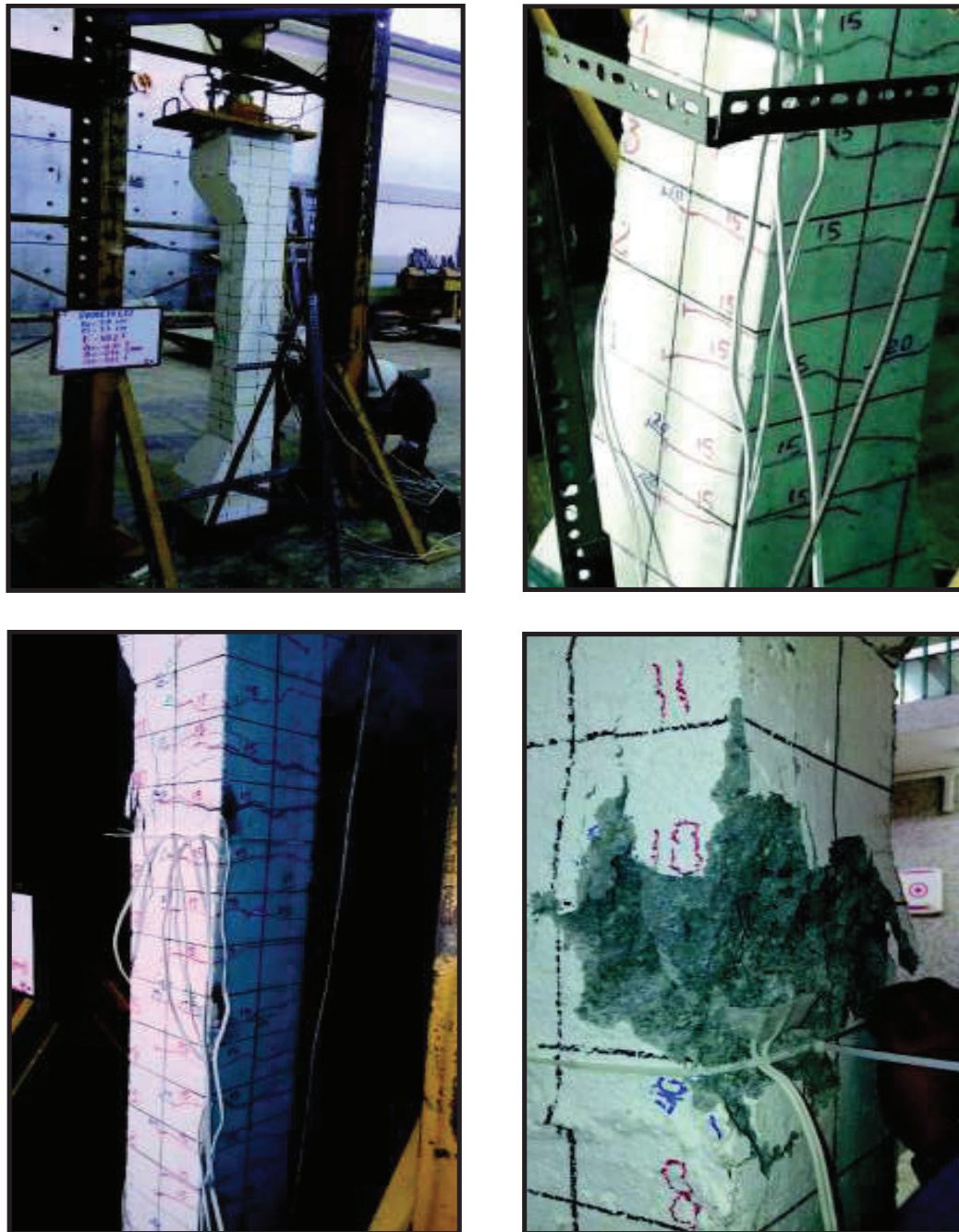
Se puede observar en la fotografía 4.20 la instalación, ensayo y toma de muestras de registros de fisuras, en la probeta circular CC2, en donde las primeras fisuras pertenecen a la zona de tracción del hormigón, zona tendiente al agotamiento, el modo de falla de esta probeta es de compresión, y se produce de manera instantánea (súbita) a una carga axial de  $P_{\text{máx}} = 66.90 \text{ T}$ , la deformada se asemeja a la de una columna empotrada – apoyada y los desplazamientos laterales por

pandeo se producen en dirección opuesta a la excentricidad respectiva, los mismos que son registrados con los LVDT'S No. 2 y 3. El LVDT No. 1 está ubicado en la parte superior de la columna y se encarga de registrar los desplazamientos por acortamiento en la dirección longitudinal de la columna.

#### **4.11.5 ENSAYO DE LA PROBETA CR1**

La probeta CR1 es una columna de sección cuadrada de 20 cm de base y 20 cm altura y armado con 4 varillas corrugadas de 12 mm y estribos de confinamiento de 8 mm espaciados cada 10 cm, este miembro tiene embebido un perfil de acero estructural IPE80 (80x46x5.2x3.8). La resistencia a la fluencia de las varilla es de  $f_{yr}=4471.43 \text{ kg/cm}^2$  y el módulo de elasticidad experimental es  $E_{sr}=2032487.36 \text{ kg/cm}^2$ , y la resistencia a la fluencia del perfil I es  $f_y=3496.11 \text{ Kg/cm}^2$  y el módulo de elasticidad experimental  $E_s= 2093479.05 \text{ Kg/cm}^2$ , la resistencia a compresión del hormigón es  $f'_c=319.83 \text{ Kg/cm}^2$ , el módulo de elasticidad del hormigón  $E_c= 228235.17 \text{ Kg/cm}^2$ . Esta probeta se ensaya a los 46 días de haber sido fundida, a la cual se procede a realizar la instalación de los respectivos instrumentos de medición para la posterior aplicación de la carga axial excéntrica de compresión mediante el gato hidráulico. Las excentricidades aplicadas a esta probeta son:  $e_x=5.30 \text{ cm}$ ,  $e_y=7.10 \text{ cm}$ . La longitud de esta columna es de 2.20 m. Finalmente esta columna está reforzada en los extremos con cartelas de dimensiones de la sección transversal variable de 30x30 cm a 20x20 cm y de 50 cm de profundidad, esta cartela permite la trasmisión de carga axial excéntrica a la columna durante el ensayo.



**FOTOGRAFÍA 4.21 ENSAYO DE LA PROBETA CR1**

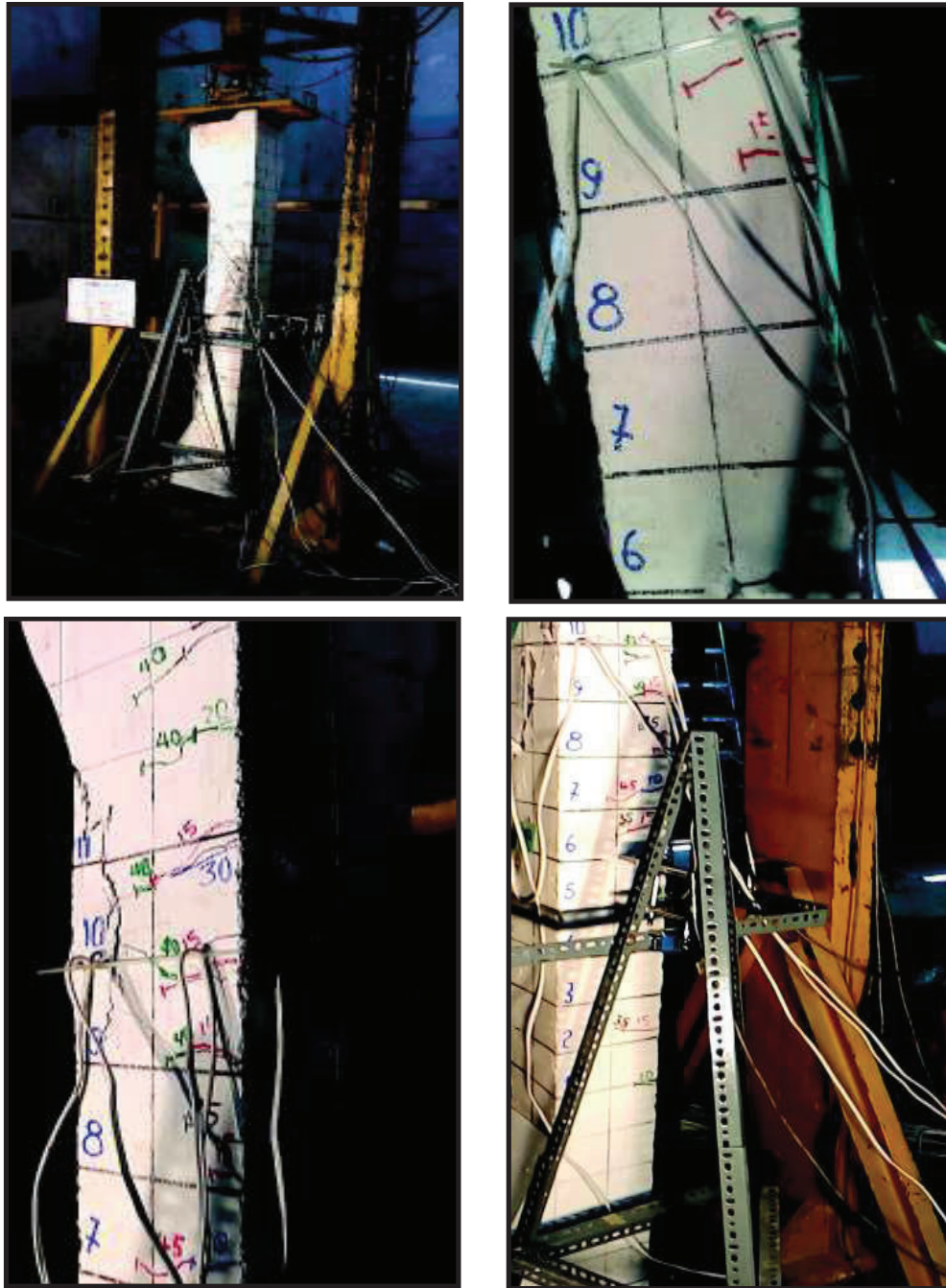
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se puede observar en la fotografía 4.21 la instalación, ensayo y toma de muestras de registros de fisuras, en la probeta rectangular CR1, en donde las primeras fisuras pertenecen a la zona de tracción del hormigón, zona tendiente al agotamiento, el modo de falla de esta probeta es de compresión, y se produce de manera lenta

hasta llegar a una carga axial de  $P_{m\acute{a}x} = 39.20$  T, la deformada se asemeja a la de una columna empotrada – apoyada y los desplazamientos laterales por pandeo se producen en direcci3n opuesta a la excentricidad respectiva, los mismos que son registrados con los LVDT'S No. 2 y 3. El LVDT No. 1 est3 ubicado en la parte superior de la columna y se encarga de registrar los desplazamientos por acortamiento en la direcci3n longitudinal de la columna.

#### 4.11.6 ENSAYO DE LA PROBETA CR2

La probeta CR1 es una columna de secci3n cuadrada de 20 cm de base y 20 cm altura y armado con 4 varillas corrugadas de 12 mm y estribos de confinamiento de 8 mm espaciados cada 10 cm, este miembro tiene embebido un perfil de acero estructural IPE80 (80x46x5.2x3.8). La resistencia a la fluencia de las varilla es de  $f_{yr} = 4471.43$  kg/cm<sup>2</sup> y el m3dulo de elasticidad experimental es  $E_{sr} = 2032487.36$  kg/cm<sup>2</sup>, y la resistencia a la fluencia del perfil I es  $f_y = 3496.11$  Kg/cm<sup>2</sup> y el m3dulo de elasticidad experimental  $E_s = 2093479.05$  Kg/cm<sup>2</sup>, la resistencia a compresi3n del hormig3n es  $f'_c = 319.83$  Kg/cm<sup>2</sup>, el m3dulo de elasticidad del hormig3n  $E_c = 228235.17$  Kg/cm<sup>2</sup>. Esta probeta se ensaya a los 47 d3as de haber sido fundida, a la cual se procede a realizar la instalaci3n de los respectivos instrumentos de medici3n para la posterior aplicaci3n de la carga axial exc3ntrica de compresi3n mediante el gato hidr3ulico. Las excentricidades aplicadas a esta probeta son:  $e_x = 5.70$  cm,  $e_y = 5.00$  cm. La longitud de esta columna es de 2.20 m. Finalmente esta columna est3 reforzada en los extremos con cartelas de dimensiones de la secci3n transversal variable de 30x20 cm a 20x20 cm y de 50 cm de profundidad, est3 cartela permite la trasmisi3n de carga axial exc3ntrica a la columna durante el ensayo.

**FOTOGRAFÍA 4.22 ENSAYO DE LA PROBETA CR2**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se puede observar en la fotografía 4.22 la instalación, ensayo y toma de muestras de registros de fisuras, en la probeta rectangular CR2, en donde las primeras fisuras pertenecen a la zona de tracción del hormigón, zona tendiente al agotamiento, el modo de falla de esta probeta es de compresión, y se produce de manera lenta

hasta llegar a una carga axial de  $P_{m\acute{a}x} = 54.84$  T, la deformada se asemeja a la de una columna empotrada – apoyada y los desplazamientos laterales por pandeo se producen en direcci3n opuesta a la excentricidad respectiva, los mismos que son registrados con los LVDT'S No. 2 y 3. El LVDT No. 1 est3 ubicado en la parte superior de la columna y se encarga de registrar los desplazamientos por acortamiento en la direcci3n longitudinal de la columna.

Despu3s de haber realizado los ensayos de las probetas columnas SRC se elabora el cuadro 4.5 el cual da a conocer el resumen de la carga de agotamiento, desplazamientos horizontales por pandeo y desplazamiento vertical por acortamiento en el momento de la falla.

**CUADRO 4.5 CARGA DE AGOTAMIENTO, DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICAL REGISTRADOS**

<b>PROBETA</b>	<b>Carga M3xima (T)</b>	<b>Desplazamiento Eje D3bil (mm)</b>	<b>Desplazamiento Eje Fuerte (mm)</b>	<b>Desplazamiento Eje Axial, Acortamiento (mm)</b>
<b>CC1</b>	49.80	9.90	11.36	3.04
<b>CC2</b>	66.90	13.36	10.05	2.48
<b>CR1</b>	39.82	26.14	12.31	5.15
<b>CR2</b>	54.84	10.93	6.02	6.36

FUENTE Y ELABORACI3N: Edison Quishpe

## **CAPÍTULO 5**

### **ANÁLISIS DE RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES**

#### **5.1 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DIFERENTES MÉTODOS UTILIZADOS Y DE LA EXPERIMENTACIÓN**

Los resultados obtenidos en el diagrama de interacción, aplicando los métodos descritos en el código ACI 318, la norma americana AISC 360-05 y el Eurocódigo 4, son aproximadamente similares.

En el código ACI 318 la distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos es lineal, para el rango inelástico se tiene una distribución de esfuerzos constante que es igual al esfuerzo de fluencia. Los códigos AISC 360-05 y el Eurocódigo 4 realizan sus tablas para determinar los puntos característicos del diagrama de interacción asumiendo que todos los elementos trabajan en el rango de plastificación, es decir que los aceros trabajan en el límite de fluencia, por lo que se puede decir en este caso que las columnas trabajan en compatibilidad de capacidades de sus elementos.

El diagrama de interacción por el método de la fibra se lo realiza asumiendo que la distribución de deformaciones lineal y los esfuerzos son calculados con los modelos constitutivos de los aceros.

##### **5.1.1 RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DE COLUMNAS MIXTAS SRC**

###### **Carga axial**

La carga axial nominal, de agotamiento y de diseño se las determina de acuerdo a los criterios usados por los códigos AISC 360-05, Eurocódigo 4, y ACI 318, el cuadro 5.1 da a conocer las cargas nominales de las probetas de las columnas SRC rectangulares y circulares.



Los datos para la un sección rectangular SRC y para la sección circular SRC están descritas en el capítulo 4 en ensayos de las probetas CR1, CR2 y CC1, CC2, respectivamente

**CUADRO 5.1 CAPACIDAD POR CARGA AXIAL DE LAS PROBETAS RECTANGULARES**

Columna rectangular SRC de 20x20 cm					
Resumen de Carga	P <sub>no_plástico</sub>	P <sub>n_y</sub>	P <sub>n_x</sub>	P <sub>u_y</sub>	P <sub>u_x</sub>
Norma	T	T	T	T	T
<b>AISC 360-05</b>	151.69	122.69	116.41	81.73	73.14
<b>Eurocódigo 4</b>	151.69	76.63	52.94	-	-
<b>ACI 318-11</b>	151.69	84.93	68.18	63.70	51.14

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**CUADRO 5.2 CAPACIDAD POR CARGA AXIAL DE LAS PROBETAS CIRCULARES**

Columna circular SRC diámetro=20cm					
Resumen de Carga	P <sub>no_plástico</sub>	P <sub>n_y</sub>	P <sub>n_x</sub>	P <sub>u_y</sub>	P <sub>u_x</sub>
Norma	T	T	T	T	T
<b>AISC 360-05</b>	145.11	108.98	97.52	81.73	73.14
<b>ACI 318-11</b>	145.11	94.39	84.28	70.79	63.21

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Dónde: P<sub>no\_plástico</sub>, es la carga de agotamiento a compresión pura.

P<sub>ny</sub>: la resistencia nominal a compresión axial de la sección calculada con las fórmulas I2-2 e I2-3 de la norma AISC 360-05, Euro código 4, ACI 318, respectivamente, cuando el pandeo flexural de la columna sucede en la dirección del eje fuerte.

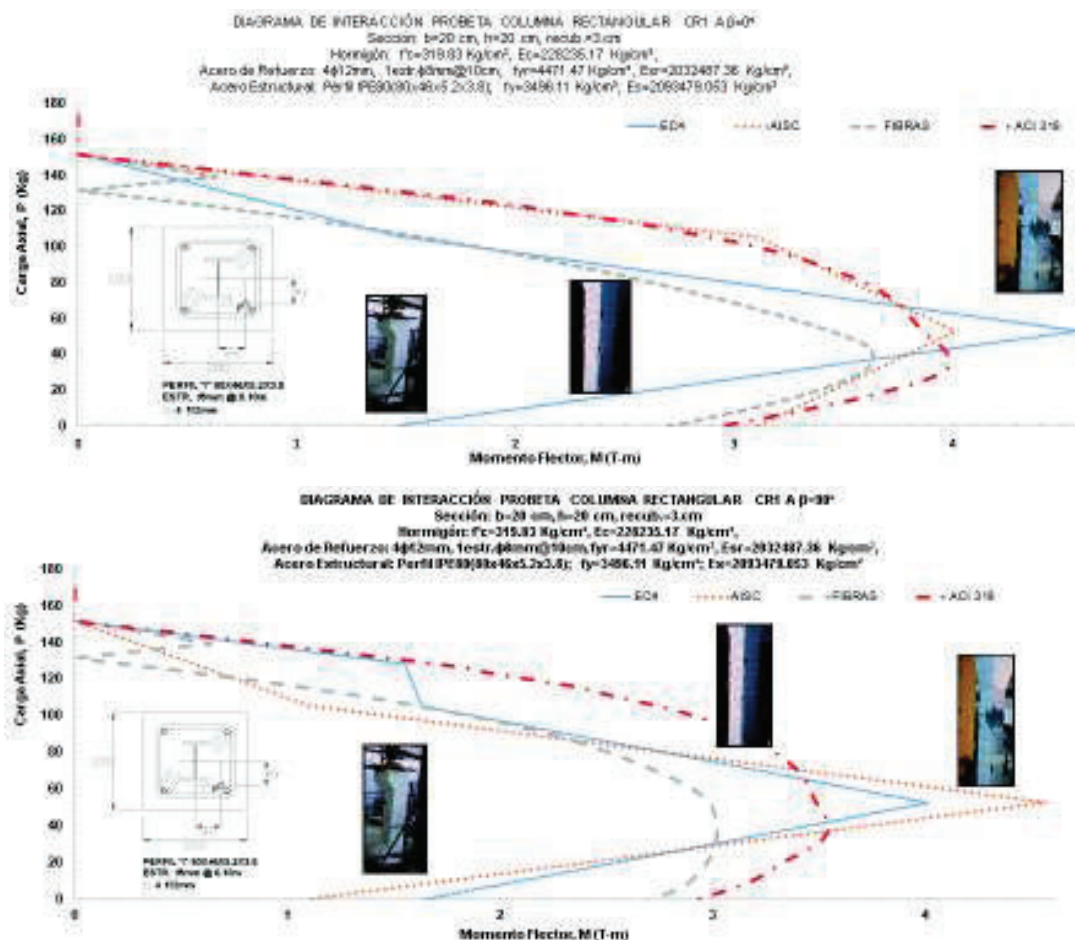
P<sub>nx</sub>: la resistencia nominal a compresión axial de la sección calculada con las fórmulas I2-2 e I2-3 de la norma AISC 360-05, Euro código 4, ACI 318, respectivamente, cuando el pandeo flexural de la columna sucede en la dirección del eje débil.

P<sub>uy</sub> y P<sub>ux</sub>: resistencia de diseño para pandeo flexural en el eje fuerte y débil, respectivamente. Donde  $P_u = \phi P_n$ ; tomando como  $\phi = 0.75$  según la norma AISC 360-05. Se debe tomar en consideración que la resistencia nominal a compresión P<sub>n</sub> de las columnas permiten predecir la carga de agotamiento al someter las probetas a compresión axial concéntrica para las condiciones de apoyo empotrada – apoyada.

## 5.1.2 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN POR LOS MÉTODOS DEL EUROCÓDIGO 4, AISC 360-05, ACI 318.

Los siguientes diagramas de interacción se realizan utilizando los datos de cada material ensayado en los laboratorios de la Escuela Politécnica Nacional.

### GRÁFICO 5.1 DIAGRAMA DE INTERACCIÓN TEÓRICOS DE LAS PROBETAS SRC RECTANGULARES

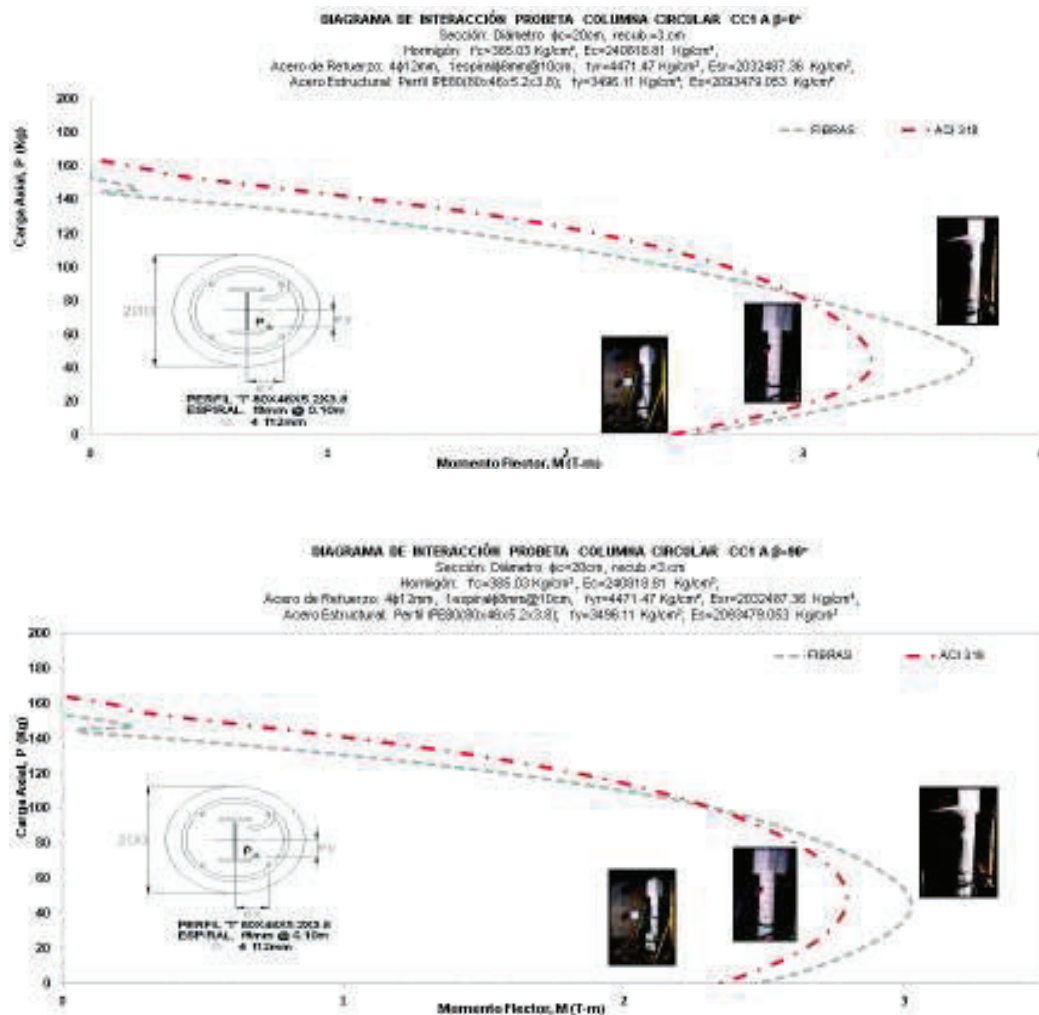


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En el gráfico 5.1 se puede observar el diagrama de interacción respecto a los ejes de mayor y menor inercia de una columna rectangular aplicando los métodos del Eurocódigo 4, AISC 360-05, fibras y el ACI 318, los cuales tienen gran parecido de acuerdo a la apreciación gráfica, la selección de cada método de cálculo depende del diseñador. Se debe tomar en cuenta que el gráfico calculado por fibras

considera el efecto de confinamiento y la distribución lineal de deformaciones unitaria. Además, la resistencia a flexión es menor en el eje débil.

## GRÁFICO 5.2 DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE LAS PROBETAS SRC CIRCULARES



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En el presente trabajo se realiza el cálculo del diagrama de interacción para columnas circulares SRC, por el método de la fibra en donde a través del gráfico 5.2. Teóricamente, al trabajar con los métodos de la fibra y el ACI 318 se considera una distribución lineal de las deformación unitarias, también se debe tomar en cuenta que el método de la fibra trabaja con los modelos constitutivos de los materiales para obtener los esfuerzos de cada fibra, pero el método del ACI 318



toma en cuenta el bloque de compresión de Whitney. Los códigos AISC 360-05 y Eurocódigo 4 no dispone de tablas de cálculo para columnas circulares SRC.

### 5.1.3 ESCALA DE VARIACIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS

A continuación se realiza una distribución de deformaciones unitarias obtenidas experimentalmente para los aceros mediante los strain gauges, en donde da a conocer el comportamiento de los aceros durante el ensayo al aplicar cada probeta a una carga axial excéntrica.

Con el objeto de medir las deformaciones unitarias de las varillas y perfil tipo “I” se ubicaron strain gauges, los mismos que registran lecturas para cada ciclo de carga mostrados en los cuadros 5.4 a 5.7:

En base a los resultados de las deformaciones unitarias de fluencia que se obtuvieron de los ensayos a tracción de las varillas corrugadas y las placas de acero estructurales mostrados en el cuadro 5.3 se puede determinar el estado de fluencia de los elementos de acero y componentes de las secciones SRC, al aplicar carga axial excéntrica a las mismas. Los elementos que tienen una deformación unitaria mayor a la de fluencia significan que están en el rango plástico.

**CUADRO 5.3** DEFORMACIÓN UNITARIA DE FLUENCIA EXPERIMENTAL DE ACEROS

Material	$\epsilon_y$ (mm/mm)
Acero de Refuerzo Longitudinal	0.00256
Acero de Refuerzo Transversal	0.00237
Perfil	0.00167

FUENTE Y ELABORACIÓN: Edison Quishpe

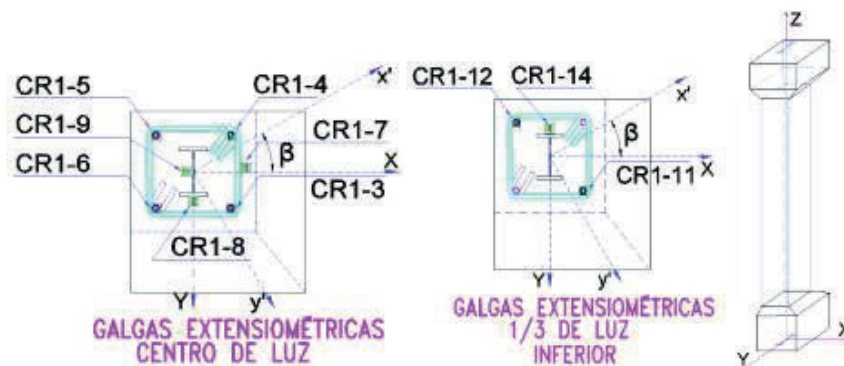
Para poder entender la nomenclatura de cada strain gauge ubicado en los aceros de las secciones SRC en los cuadros 5.4 al 5.7, cada uno de estos se los denomina con CR1 (Columna Rectangular) y la numeración respectiva (1), la misma descripción corresponde a los aceros de las columnas circulares.

Los aceros que están en el estado plástico son CR1-3, CR1-4, CR1-5, CR1-8, CR1-9, CR1-11, CR1-12. El acero CR1-7 del zuncho presenta deformaciones unitarias menores a la de fluencia o en estado elástico en todo el experimento.

Los gráficos 5.3 al 5.6 son una distribución gráfica de las deformaciones unitarias de las varillas y del perfil I, en donde se detalla las lecturas de cada strain gauge que se registró en computador, aquí para deformaciones unitarias por tracción son valores positivos y las deformaciones unitarias de compresión son negativos.

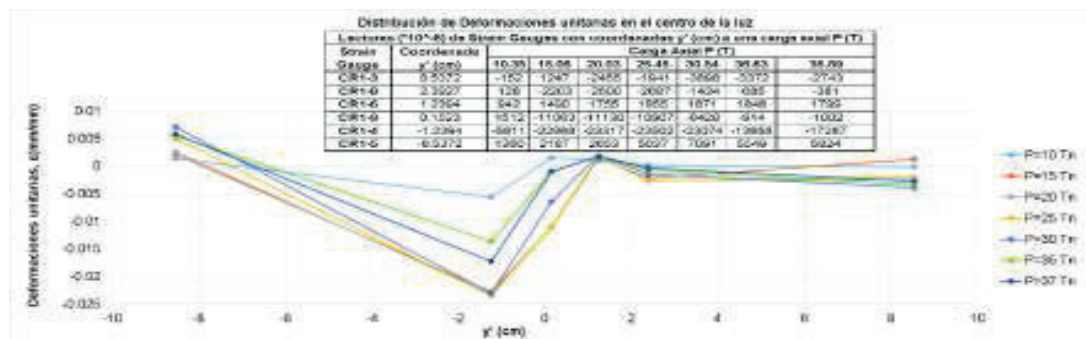
**CUADRO 5.4 VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CR1 MEDIANTE ESCALA DE COLORES**

Carga (T)	CR1-3	CR1-4	CR1-5	CR1-6	CR1-7	CR1-8	CR1-9	CR1-11	CR1-12	CR1-14
	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)
10.346	0.00015	0.00561	0.00136	0.00094	0.0000289	0.00013	0.00151	0.00093	0.00143	0.00021
15.061	0.00125	0.02287	0.00219	0.00149	0.0000233	0.00220	0.01106	0.00149	0.00211	0.00021
20.03	0.00246	0.02332	0.00265	0.00176	0.0000195	0.00260	0.01113	0.00190	0.00205	0.00022
25.452	0.00194	0.02350	0.00504	0.00186	0.0000347	0.00269	0.01091	0.00218	0.00211	0.00022
30.545	0.00390	0.02307	0.00709	0.00187	0.0000347	0.00143	0.00643	0.00231	0.00211	0.00023
36.635	0.00337	0.01366	0.00555	0.00185	0.0000123	0.00068	0.00091	0.00251	0.00210	0.00022
36.889	0.00274	0.01729	0.00582	0.00180	0.0000032	0.00038	0.00100	0.00228	0.00188	0.00022



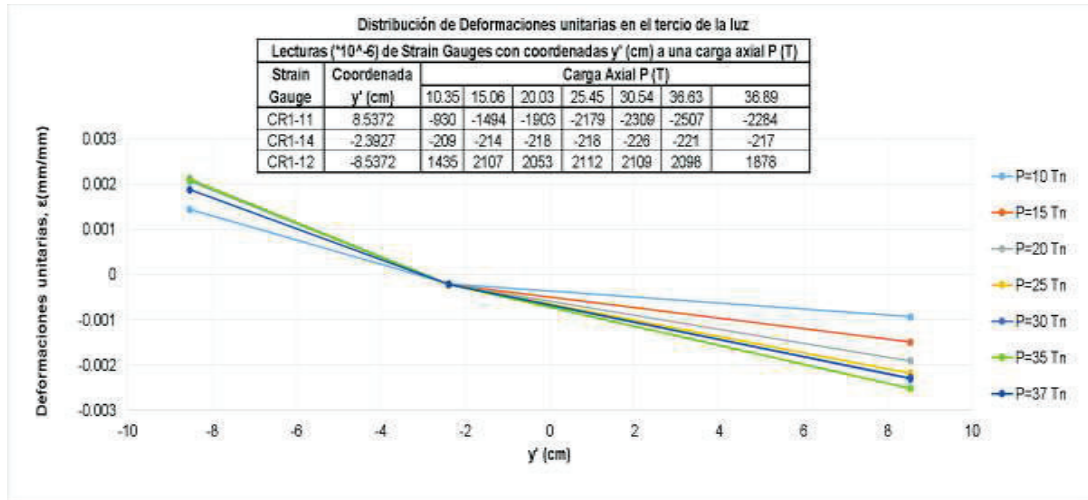
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 5.3 DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CR1**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 5.3 CONTINUACIÓN**

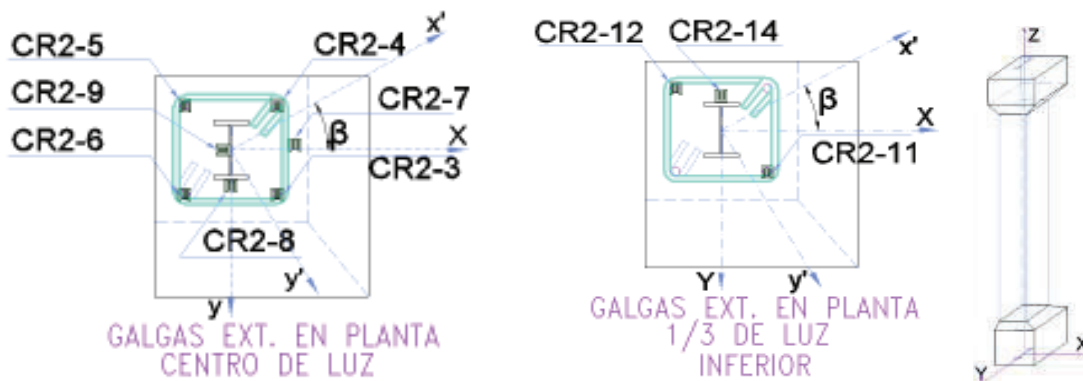


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En la probeta CR2, los strain gauges que registran deformaciones unitarias en estado plástico son: CR2-1, CR2-4, CR2-9, CR2-12 y CR2-14. Los strain gauges que registran estado elástico en los aceros son: CR2-3, CR2-5, CR2-6, CR2-7, CR2-8 y CR2-11.

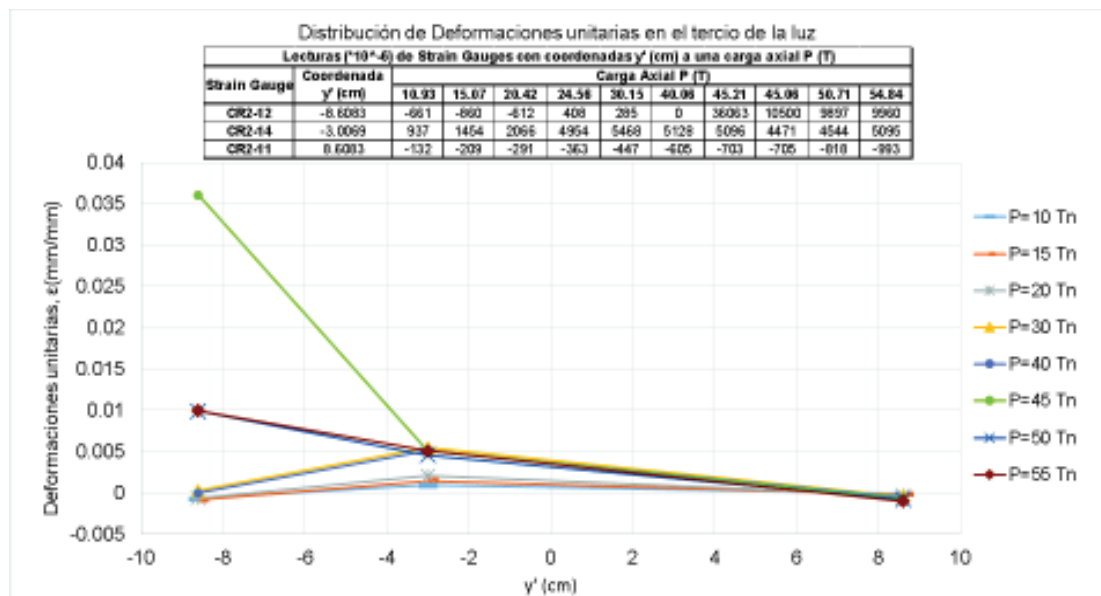
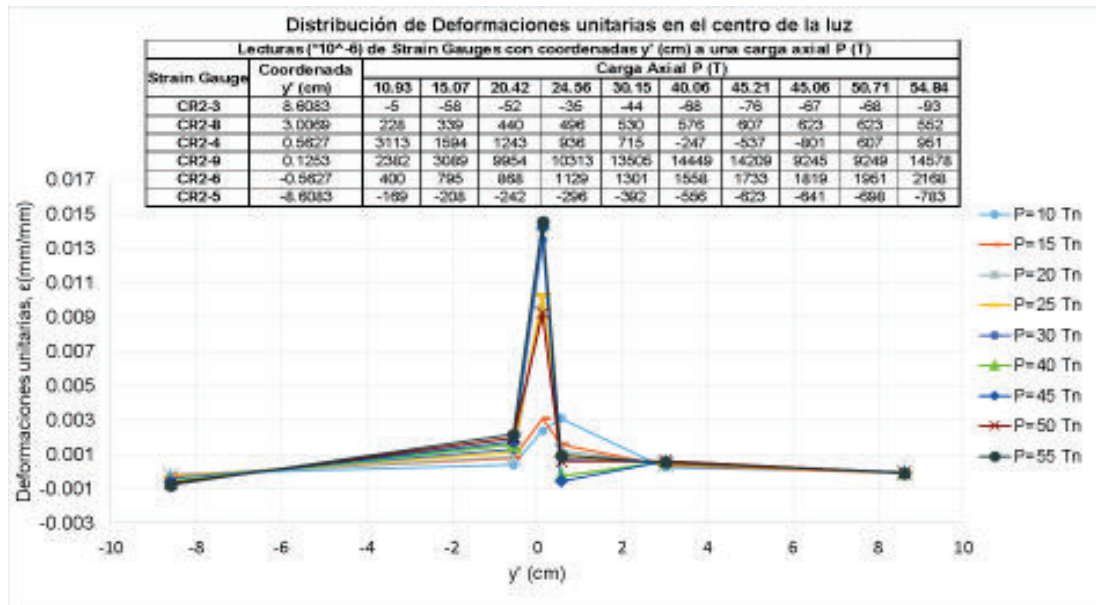
**CUADRO 5.5 VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CR2 MEDIANTE ESCALA DE COLORES**

Carga (T)	CR2-1 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-3 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-4 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-5 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-6 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-7 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-8 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-9 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-12 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-14 $\epsilon$ (mm/mm)	CR2-11 $\epsilon$ (mm/mm)
10.93	0.00050	0.00001	0.00311	0.00017	0.00040	0.00004	0.00023	0.00238	0.00066	0.00094	0.00013
15.07	0.00082	0.00006	0.00159	0.00021	0.00079	0.00007	0.00034	0.00309	0.00086	0.00145	0.00021
20.42	0.00112	0.00005	0.00124	0.00024	0.00087	0.00009	0.00044	0.00995	0.00061	0.00207	0.00029
24.56	0.00139	0.00003	0.00094	0.00030	0.00113	0.00010	0.00050	0.01031	0.00041	0.00495	0.00036
30.15	0.00172	0.00004	0.00071	0.00039	0.00130	0.00011	0.00053	0.01351	0.00029	0.00547	0.00045
40.06	0.00232	0.00007	0.00025	0.00056	0.00156	0.00013	0.00058	0.01445	N.R.	0.00513	0.00061
45.21	0.00265	0.00008	0.00054	0.00062	0.00173	0.00014	0.00061	0.01421	N.R.	0.00510	0.00070
45.06	0.00273	0.00007	0.00080	0.00064	0.00182	0.00016	0.00062	0.00925	0.01050	0.00447	0.00071
50.71	0.00304	0.00007	0.00061	0.00070	0.00195	0.00017	0.00062	0.00925	0.00990	0.00454	0.00082
54.84	0.00338	0.00009	0.00095	0.00078	0.00217	0.00018	0.00055	0.01458	0.00996	0.00510	0.00099



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**GRÁFICO 5.4** DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CR2

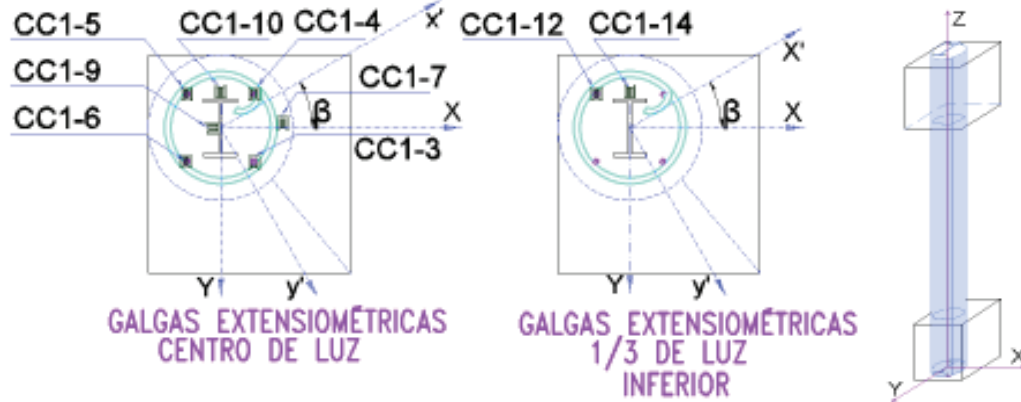


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En las probeta CC1, los strain gauges que registran deformaciones unitarias en estado plástico son: CC1-3, CC1-9, CC1-10 y C1-14. Los strain gauges que registran estado elástico en los aceros son: CC1-4, CC1-5, CC1-6, CC1-7 y CC1-12.

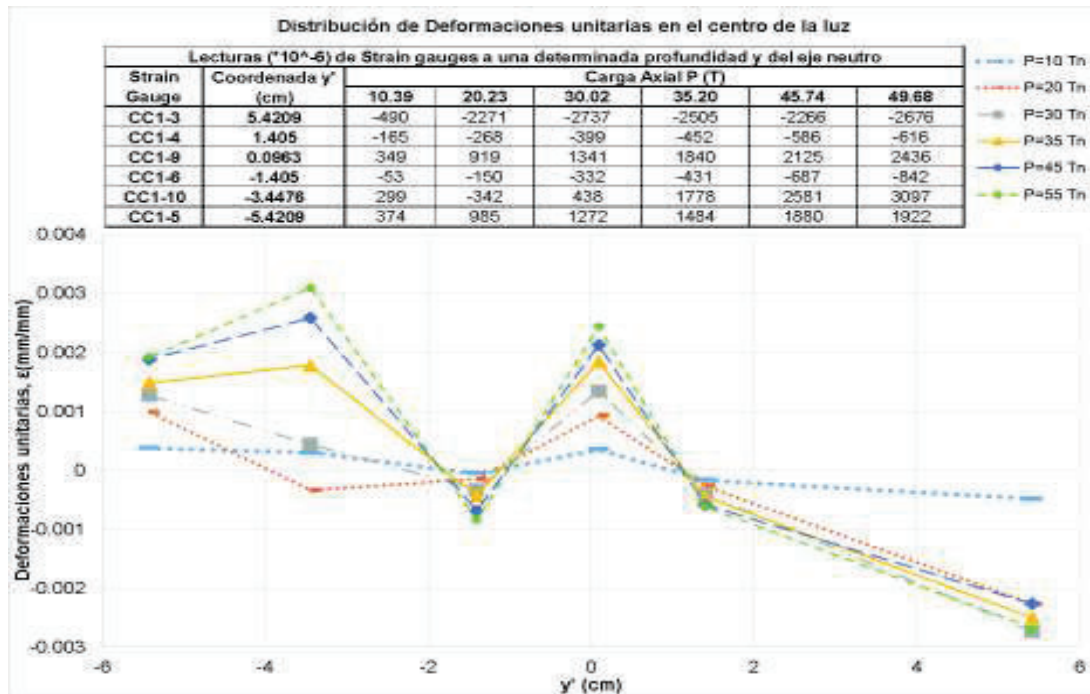
**CUADRO 5.6** VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CC1 MEDIANTE ESCALA DE COLORES

Carga (T)	CC1-3	CC1-4	CC1-5	CC1-6	CC1-7	CC1-9	CC1-10	CC1-12	CC1-14
	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)	$\epsilon$ (mm/mm)
10.39	0.00049	0.000165	0.000374	5.31E-05	9.9224E-06	0.000349	0.000299	4.74E-05	1.64E-05
20.23	0.002271	0.000268	0.000985	0.00015	4.335E-05	0.000919	0.000342	4.03E-05	0.000578
30.02	0.002737	0.000399	0.001272	0.000332	4.6722E-05	0.001341	0.000438	6.74E-07	0.001047
35.20	0.002505	0.000452	0.001484	0.000431	5.4622E-05	0.00184	0.001778	1.27E-05	0.001603
45.74	0.002266	0.000586	0.00188	0.000687	5.1732E-05	0.002125	0.002581	8.27E-05	0.002572
49.68	0.002676	0.000616	0.001922	0.000842	6.1365E-05	0.002436	0.003097	0.000207	0.003026



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

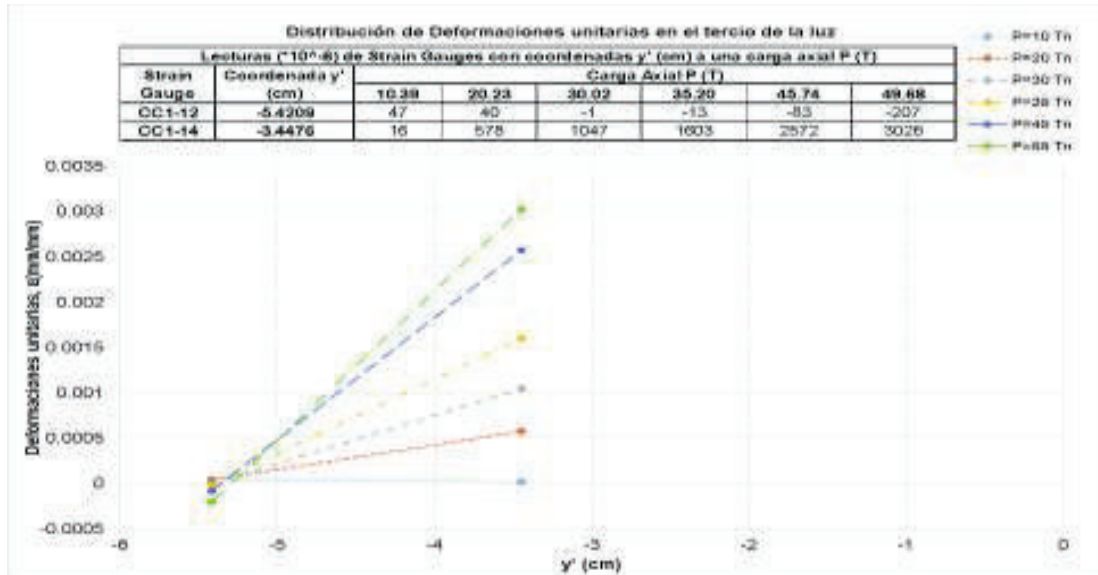
**GRÁFICO 5.5** DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CC1



ELABORACIÓN: Edison Quishpe.



**GRÁFICO 5.5 CONTINUACIÓN**

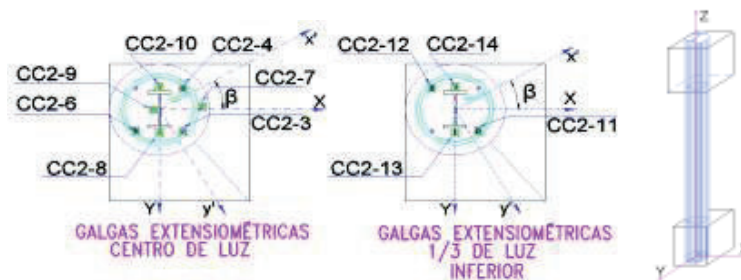


ELABORACIÓN: Edison Quishpe.

En las probeta CC2, los strain gauges que registran deformaciones unitarias en estado plástico son: CC2-3, CC2-13, CC2-8, CC2-9, CC2-10, CC2-11, CC2-14. Los strain gauges que registran estado elástico en los aceros son: CC2-4, CC2-6, CC2-7 y CC2-12.

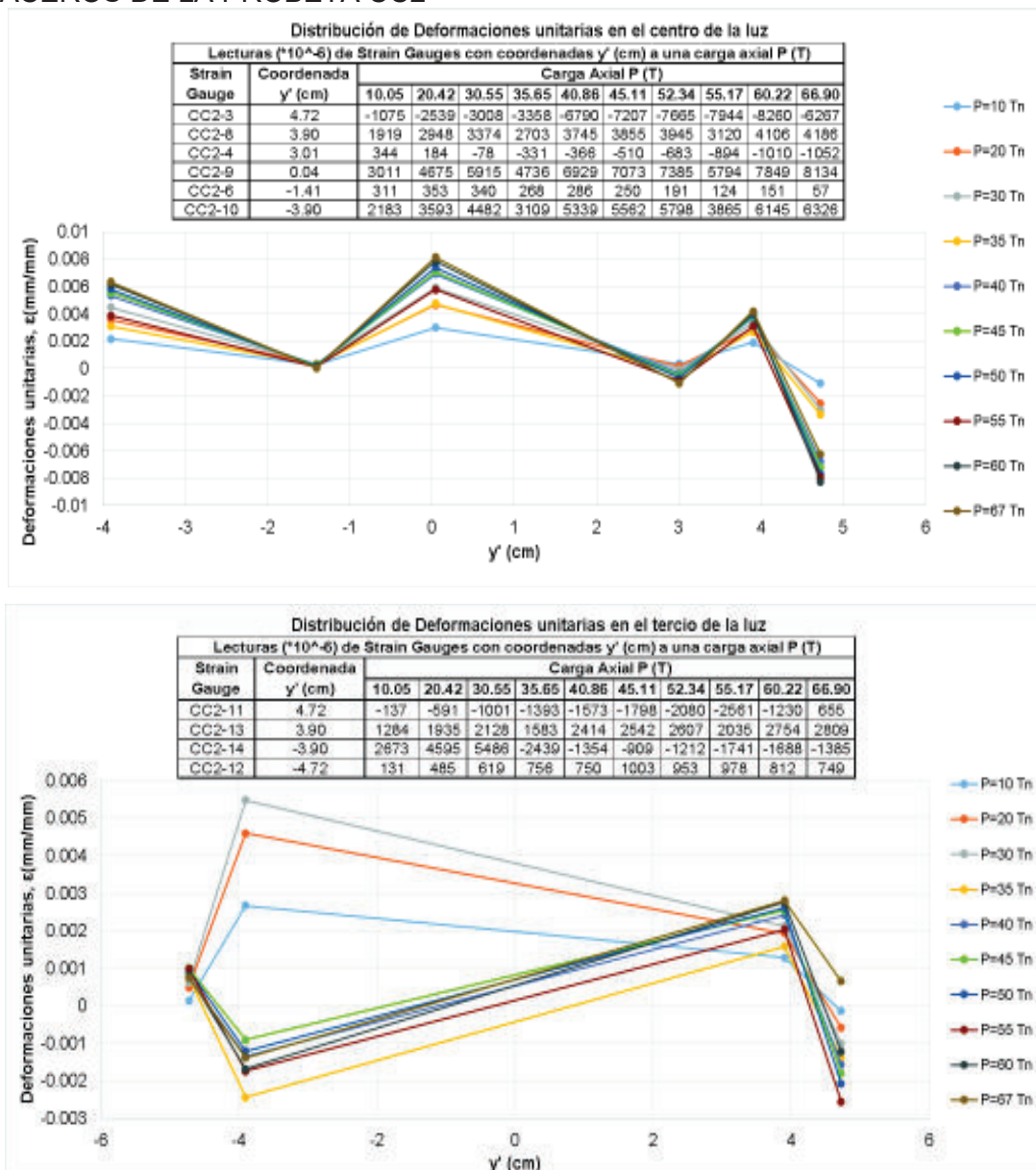
**CUADRO 5.7 VARIACIÓN DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS EN LOS ACEROS DE LA PROBETA CC2 MEDIANTE ESCALA DE COLORES**

CC2-3	CC2-4	CC2-13	CC2-6	CC2-7	CC2-8	CC2-9	CC2-10	CC2-11	CC2-12	CC2-14
0.001075	0.000344	0.001284	0.000311	0.000292	0.001919	0.003011	0.002183	0.000137	0.000131	0.002673
0.002539	0.000184	0.001935	0.000353	0.000370	0.002948	0.004675	0.003593	0.000591	0.000485	0.004595
0.003008	0.000078	0.002128	0.000340	0.000378	0.003374	0.005915	0.004482	0.001001	0.000619	0.005486
0.003358	0.000331	0.001583	0.000268	0.000587	0.002703	0.004736	0.003109	0.001393	0.000756	0.002439
0.006790	0.000366	0.002414	0.000286	0.000654	0.003745	0.006929	0.005339	0.001573	0.000750	0.001354
0.007207	0.000510	0.002542	0.000250	0.000581	0.003855	0.007073	0.005562	0.001798	0.001003	0.000909
0.007665	0.000683	0.002607	0.000191	0.000585	0.003945	0.007385	0.005798	0.002080	0.000953	0.001212
0.007944	0.000894	0.002035	0.000124	0.000509	0.003120	0.005794	0.003865	0.002561	0.000978	0.001741
0.008260	0.001010	0.002754	0.000151	0.000547	0.004106	0.007849	0.006145	0.001230	0.000812	0.001688
0.006267	0.001052	0.002809	0.000057	0.000530	0.004186	0.008134	0.006326	0.000655	0.000749	0.001385



ELABORACIÓN: Edison Quishpe.

**GRÁFICO 5.6** DISTRIBUCIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS DE LOS ACEROS DE LA PROBETA CC2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe.

En la distribución de los *strain gauges* se observa que lo siguiente:

Los strain gauges que resultaron dañados en la probeta CR1 son: CR1-10 y CR1-13;

Los strain gauges que resultaron dañados en la probeta CR2 son: CR2-10, CR2-11 y CR2-13;

Los strain gauges que resultaron dañados en la probeta CC1 son: CC1-8, CC1-11 y CC1-13;

Los strain gauges que resultaron dañados en la probeta CC2 son: CC2-5.

El motivo del daño de los strain gauges, se dieron porque durante el proceso constructivo se pudo haber averiado o despegado de la varilla o perfil.

En los gráficos de la 5.3 al 5.6 los strain gauges registran lecturas, las misma que multiplicado por  $(10^{-6})$ , es transformada a deformación unitaria. También que, en la mayoría de los casos la distribución de deformaciones unitarias en cada ciclo de carga no es lineal y existen aceros de refuerzo y estructural que llegan a tener deformaciones unitarias mayores a la de fluencia

En conclusión, la distribución de las deformaciones unitarias en los aceros de cada miembro ensayado son datos muy útiles para el diseñador de miembros estructurales con motivos de chequeo de secciones por esfuerzos plásticos o elásticos que sean requeridos.

#### **5.1.4 CURVAS CARGA DESPLAZAMIENTO OBTENIDOS DE LOS ENSAYOS**

Durante la experimentación de las probetas de columnas SRC se obtuvieron datos de la curva carga versus desplazamiento en la dirección de los ejes fuerte o y (medido con LVDT2), en la dirección débil o x (medido con el LVDT3), de las probetas y en dirección normal o z (medido con el LVDT1).

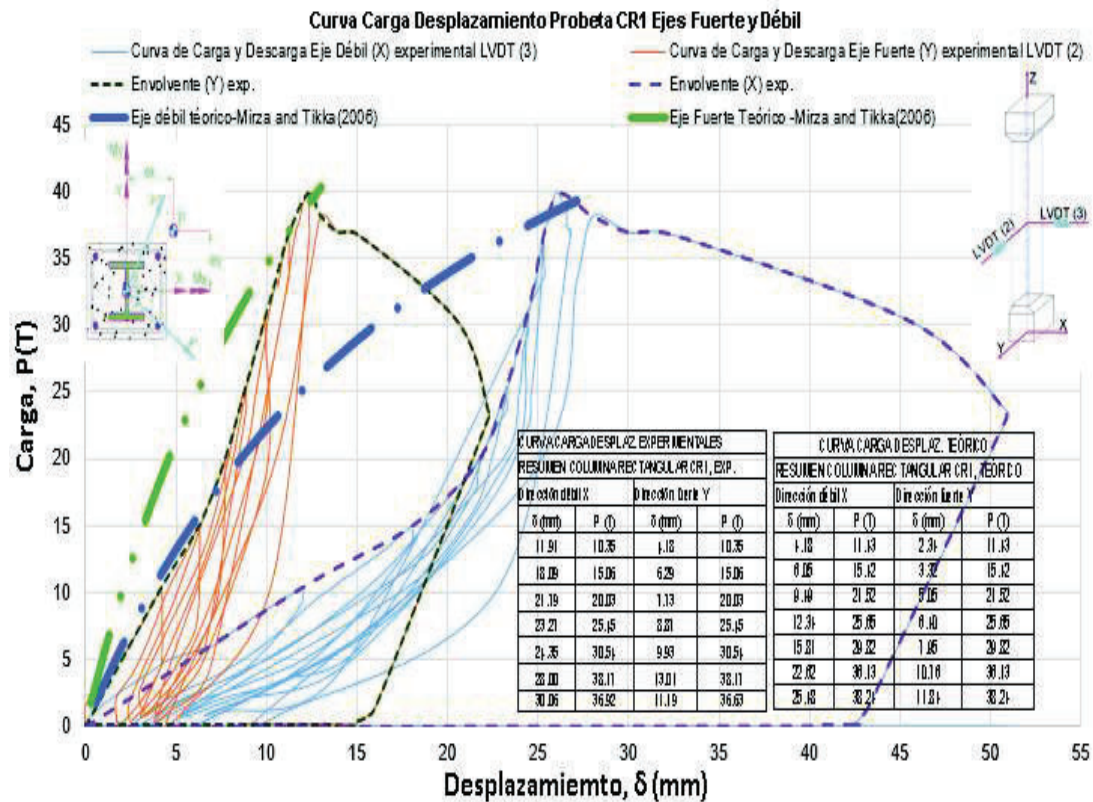
En donde con motivos de comparación de los resultados experimentales se aplica la metodología de solución de la ecuación diferencial, con solución particular y homogénea, que incluya efectos no lineales y que son deducidas por (MARTINEZ A. P., 2015) para una columna apoyada – empotrada para calcular las curvas carga desplazamiento teóricas de las probetas ensayadas utilizando datos registrados como excentricidades en cada dirección, carga axial máxima de falla, rigidez a flexión experimental obtenido para cada ciclo de carga. Se presenta el gráfico 5.7 que da a conocer la curva carga desplazamiento teórico y experimental que resulta de formar la envolvente de cargas en cada eje de análisis respectivo.



La manera de cálculo de la rigidez a flexión experimental es utilizando la ecuación 2.8 deducida para una viga columna de sección constante (Como cálculos aproximados).

Para determinar la curva carga desplazamiento teórico como consecuencia del pandeo en cada dirección de la columna CR1, se utiliza una rigidez a flexión efectiva constante para todas las cargas o puntos de  $EI_{effx}=35.43 \text{ T}\cdot\text{m}^2$  y  $EI_{effy}=44.96 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ , calculadas con la fórmula planteada por Mirza and Tikka (2006) y que está descrito en la sección 2.16 de este trabajo ya que genera valores similares a los experimentales en cuanto a desplazamientos.

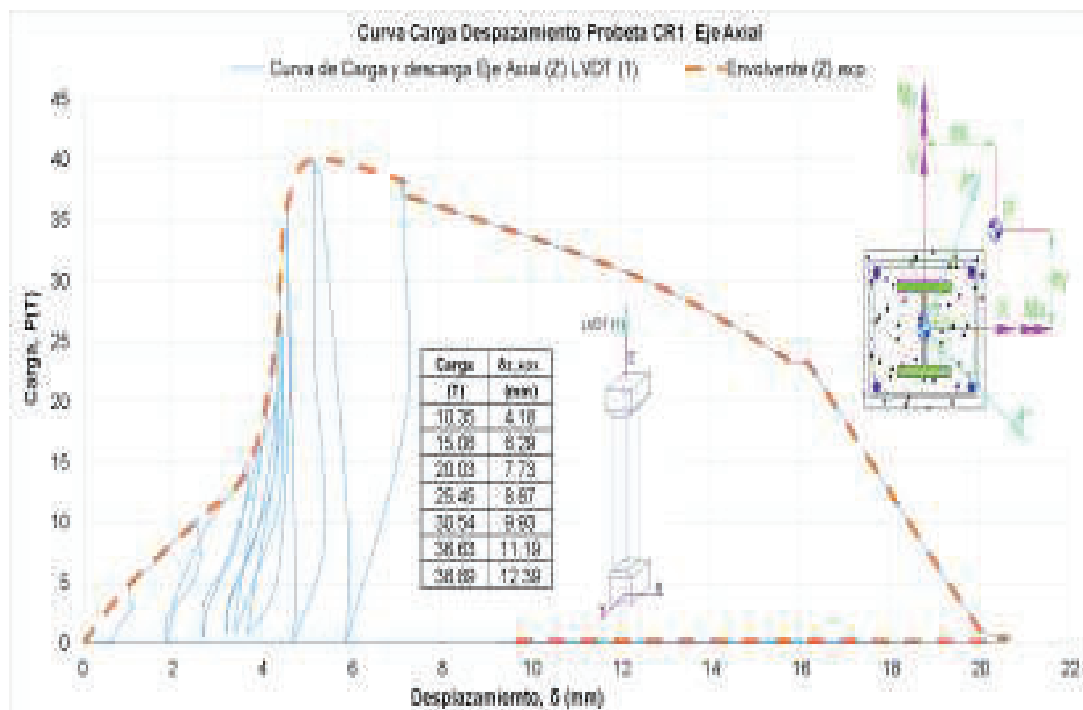
**GRÁFICO 5.7 CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL PROBETA CR1**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

A continuación se presenta la curva carga desplazamiento en dirección normal de la columna CR1 ensayada. En donde se representa la gráfica de carga y descarga para cada ciclo de carga aplicada el desplazamiento de acortamiento máximo registrado es de 12.39 mm.

**GRÁFICO 5.8** CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CR1



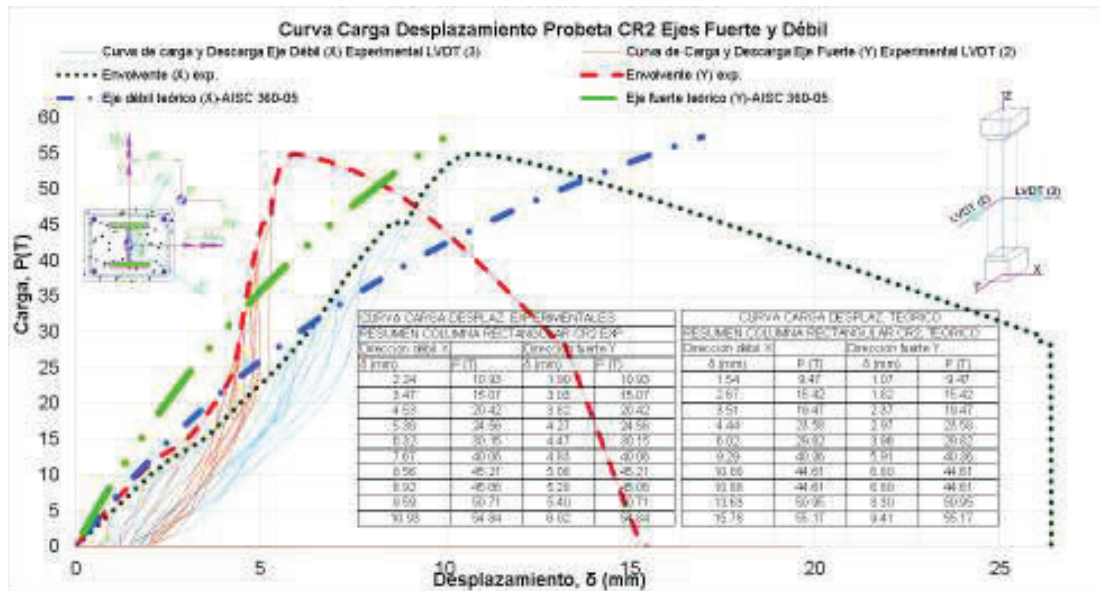
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Luego de haber realizado el ensayo de la columna rectangular CR1 se obtuvo resultados del gráfico 5.7 el cual da conocer la curva de pandeo de la columna en la dirección del eje débil, eje fuerte. Al haber realizado el ensayo mediante cargas cíclicas se grafica la envolvente respectiva. Además, se muestra que una comparación teórica para las curvas de pandeo flexural utilizando valores de la rigidez a flexión experimental descrita en el subcapítulo 5.2.

La relación desplazamiento teórico y experimental son de 0.91 y 0.91, respectivamente para los ejes débil y fuerte, la tendencia de las curvas y semejanza se la puede visualizar en el gráfico 5.7.

A continuación, para determinar la curva carga desplazamiento teórico como consecuencia del pandeo en cada dirección de la columna CR2, se utiliza una rigidez a flexión efectiva constante para todas las cargas o puntos de  $EI_{\text{effx}}=57.62 \text{ T}\cdot\text{m}^2$  y  $EI_{\text{effy}}=71.90 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ , calculadas con la fórmula planteada por la norma AISC 360-05 y que está descrito en la sección 2.16 de este trabajo ya que genera valores similares a los experimentales en cuanto a desplazamientos.

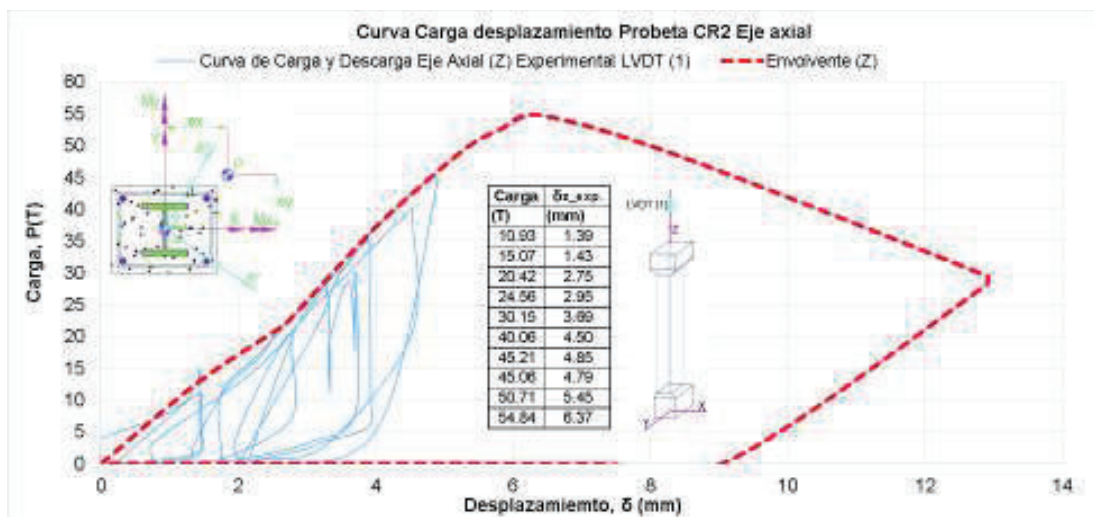
**GRÁFICO 5.9** CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE FUERTE Y DÉBIL PROBETA CR2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

El gráfico 5.9 representa la curva carga desplazamiento en dirección normal de la columna, cuya envolvente se presenta en forma monótonica en donde se registra un desplazamiento de acortamiento de 6.37 mm para una carga máxima de  $P_{m\acute{a}x.} = 54.84$  T.

**GRÁFICO 5.10** CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL PROBETA CR2

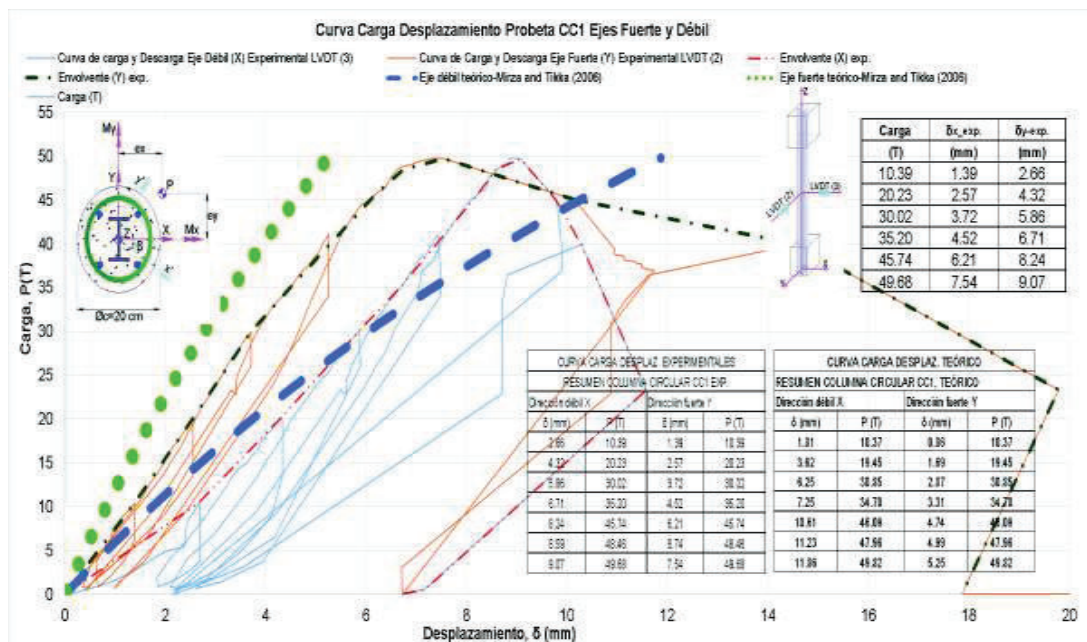


ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En la probeta columna rectangular CR2 la relación desplazamiento teórico y experimental son de 1.44 y 1.56, respectivamente para los ejes débil y fuerte, la tendencia de las curvas y semejanza se la puede visualizar en el grafico 5.9.

A continuación, para determinar la curva carga desplazamiento teórico como consecuencia del pandeo en cada dirección de la columna CC1, se utiliza una rigidez a flexión efectiva constante para todas las cargas o puntos de  $EI_{effx}=78.90$  T-m<sup>2</sup> y  $EI_{effy}=96.70$  T-m<sup>2</sup>, calculadas con la fórmula planteada por Mirza and Tikka (2006) y que está descrito en la sección 2.16 de este trabajo ya que genera valores similares a los experimentales en cuanto a desplazamientos.

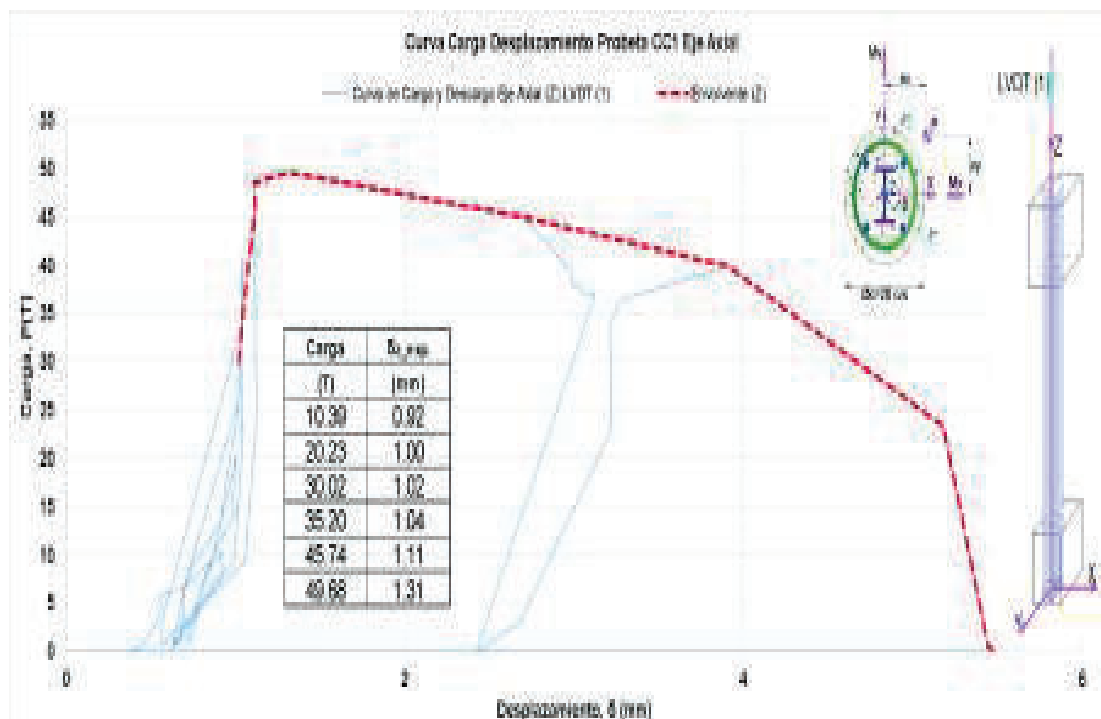
**GRÁFICO 5.11 CURVAS CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL PROBETA CC1**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se observa en la probeta columna circular CC1 que la relación desplazamiento teórico y experimental son de 1.31 y 0.70, respectivamente para los ejes débil y fuerte, la tendencia de las curvas y semejanza se la puede visualizar en el grafico 5.11.

**GRÁFICO 5.12** CURVAS CARGA VERSUS DESPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CC1



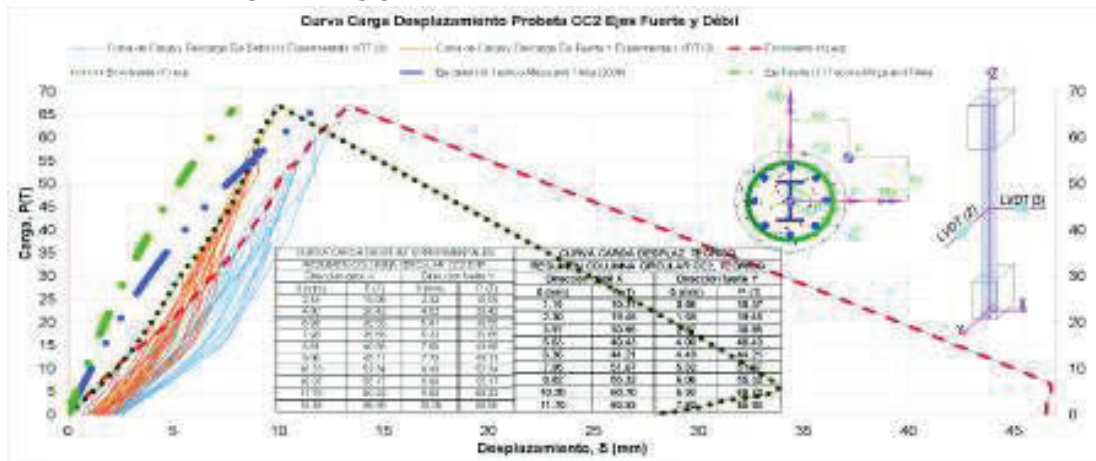
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En el presente trabajo se somete a la probeta columna circular CC1 a una carga decreciente luego de haber ocurrido la falla en donde se tienen las curvas carga desplazamiento gráficas 5.7 y 7.8 con desplazamientos máximos de  $\delta_x=7.54$  mm,  $\delta_y=9.07$  mm,  $\delta_z= 1.31$  mm.

A continuación, para determinar la curva carga desplazamiento teórico como consecuencia del pandeo en cada dirección de la columna CC2, se utiliza una rigidez a flexión efectiva constante para todas las cargas o puntos de  $EI_{\text{eff}x}=78.90$  T-m<sup>2</sup> y  $EI_{\text{eff}y}=96.70$  T-m<sup>2</sup>, calculadas con la fórmula planteada por Mirza and Tikka (2006) y que está descrito en la sección 2.16 de este trabajo ya que genera valores similares a los experimentales en cuanto a desplazamientos.



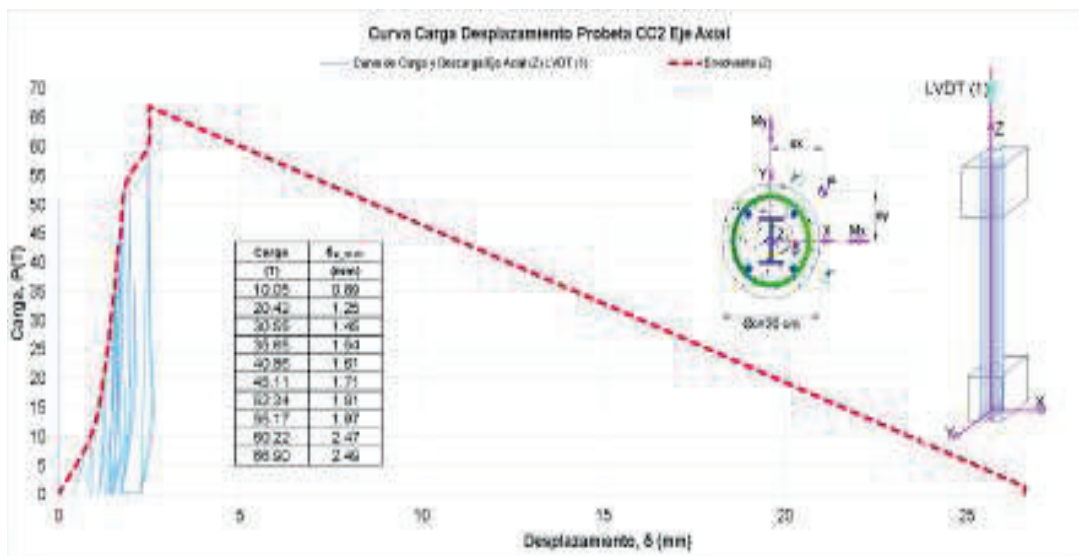
**GRÁFICO 5.13 CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJES FUERTE Y DÉBIL DE LA PROBETA CC2**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Durante el experimento de la probeta circular CC2 se presentaron pequeñas fisuras en la zona de tracción del hormigón, al haber aplicado una excentricidad de  $e_y=1.20$  cm, genera un momento flector pequeño, por lo cual se asume que el modelo matemático de esta probeta se asemejaba al ensayo de una columna circular con carga concéntrica. Al finalizar el ensayo de esta columna la falla que de produjo fue súbita o por plastificación de los materiales.

**GRÁFICO 5.14 CURVA CARGA VERSUS DEPLAZAMIENTO EJE AXIAL DE LA PROBETA CC2**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se observa en la probeta columna circular CC2 que la relación desplazamiento teórico y experimental son de 0.88 y 0.78, respectivamente para los ejes débil y fuerte, la tendencia de las curvas y semejanza se la puede visualizar en el gráfico 5.13.

El cuadro 5.8 es un resumen de los desplazamientos que se obtuvieron de carácter teórico y experimental, a la vez se da a conocer la relación desplazamiento teórico y experimental.

**CUADRO 5.8 DESPLAZAMIENTO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL**

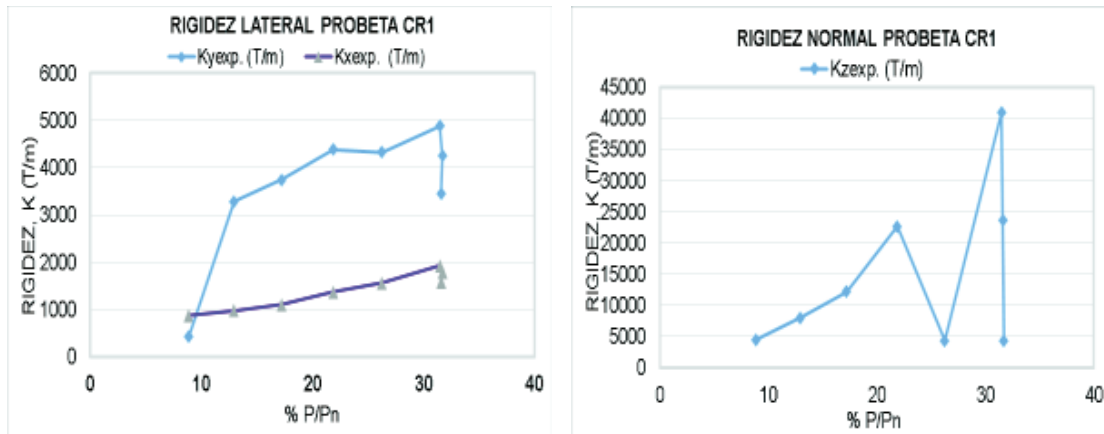
Probeta	$\delta_{xteórico}$	$\delta_{yteórico}$	$\delta_{xexp.}$	$\delta_{yexp.}$	$\delta_{xteor.}/\delta_{xexp.}$	$\delta_{yteór.}/\delta_{yexp.}$	$\delta_{Débil}/\delta_{Fuerte}$ (Experimental)
	mm	mm	mm	mm			
CR1	25.48	11.84	28	13.01	0.91	0.91	215
CR2	15.78	9.41	10.93	6.02	1.44	1.56	182
CC1	11.86	5.25	9.07	7.54	1.31	0.70	120
CC2	11.7	7.82	13.36	10.05	0.88	0.78	133

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Al haber revisado numéricamente la relación de desplazamientos, los mismos que están alejados, esto se debe a la manera de haber ubicado la placa superior en cada columna

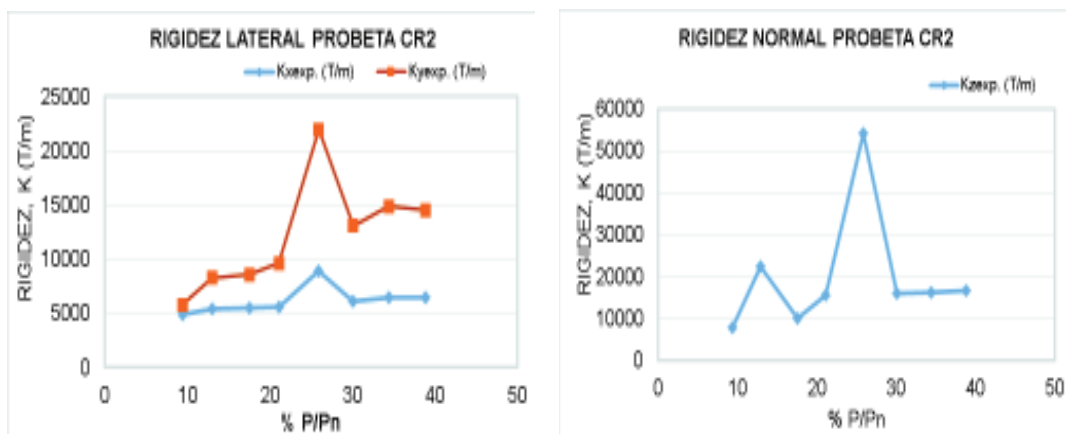
### 5.1.5 VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ EXPERIMENTAL HORIZONTAL Y VERTICAL EN CADA CICLO DE CARGA

Luego de haber realizado los ensayos respectivos se procede a realizar cálculos de la rigidez secante en cada ciclo de carga, para lo cual se requiere de los datos de la curva carga desplazamiento experimental de cada probeta. Esta rigidez se evalúa a partir de inicio hasta el momento de la falla de cada ensayo de las probetas de columna SRC.

**GRÁFICO 5.15 RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL DE LA PROBETA CR1**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

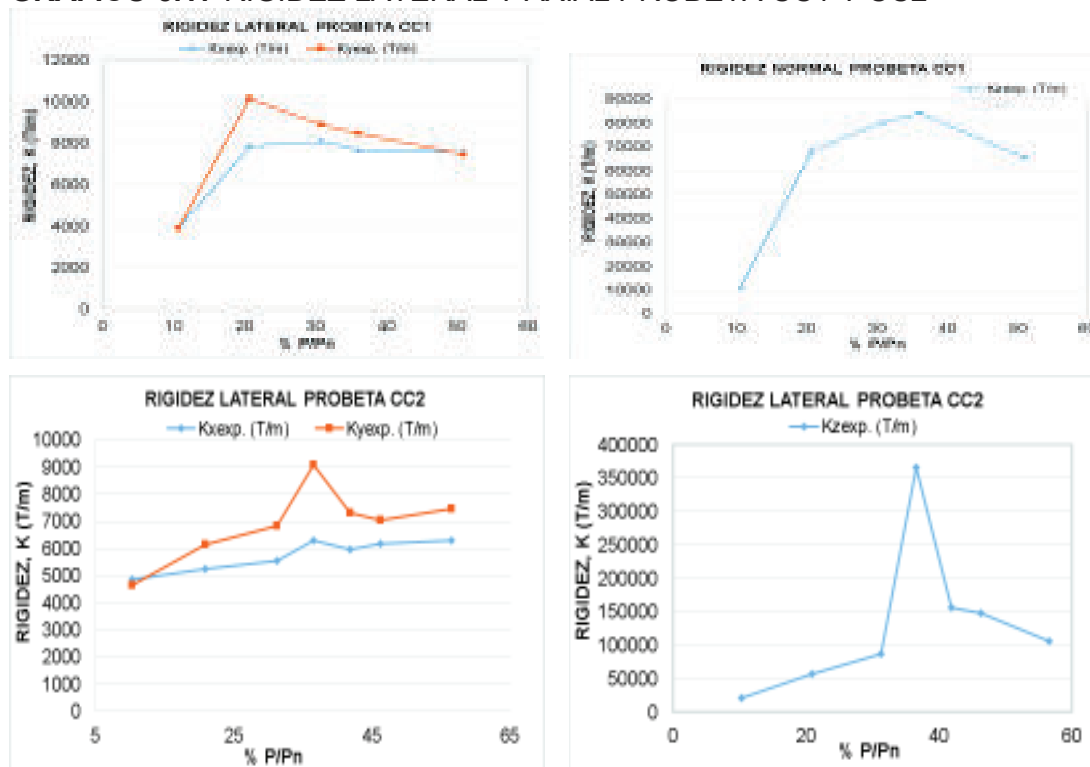
Se observa que la rigidez lateral de en dirección del eje débil,  $K_x$ , es menor que la rigidez en la dirección del eje fuerte,  $K_y$ , que es un resultado satisfactorio. Pero, se puede observar que la rigidez va en aumento, esto se produce debido a que la placa superior no está totalmente apoyada en el extremo superior de la columna, por lo que se concluye que los resultados en este caso no son tan confiables. El comportamiento en la dirección axial tiene la misma explicación.

**GRÁFICO 5.16 RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL DE LA PROBETA CR2**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

La explicación para el comportamiento de la rigidez secante para la probeta CR2 ensayada tiene la misma explicación dada para la probeta CR1. La Resistencia nominal a compresión axial de las columnas rectangulares es de  $P_n=116.41$  T.



**GRÁFICO 5.17 RIGIDEZ LATERAL Y AXIAL PROBETA CC1 Y CC2**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En las probetas circulares CC1 y CC2 se observa que el valor de la rigidez secante va en aumento, la explicación de este comportamiento tiene que ver de acuerdo a que la placa superior no está totalmente en contacto durante el experimento.

## 5.2 VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ A FLEXIÓN TEÓRICA EN CADA EN CADA CICLO DE CARGA

Considerando que el modelo real es una columna empotrada apoyada, se calcula un modelo viga-columna teórico para obtener una rigidez a flexión experimental con los datos de las flechas y carga axial aplicada en cada ciclo de carga tomando en cuenta en este caso que la luz del miembro es 100% de la luz total del miembro ensayado.

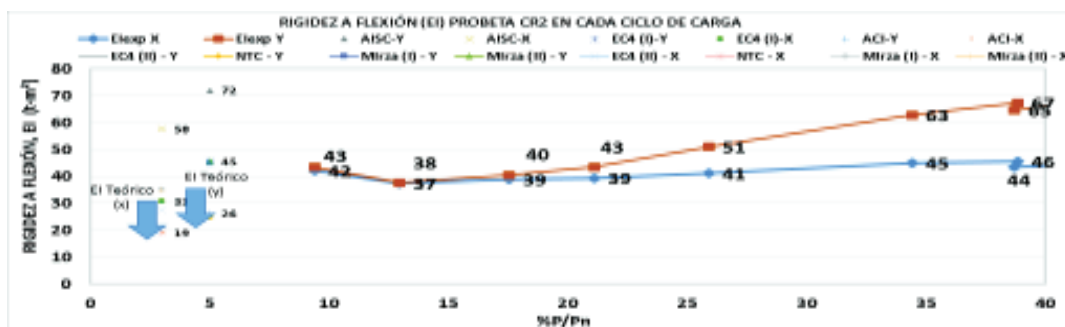
Las rigideces a flexión experimental para cada columna de sección constante y que están distribuidas para ciclo de carga se muestran en los siguientes gráficos:

**GRÁFICO 5.18 RIGIDEZ A FLECCIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CR1**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Como se explicó en el capítulo 2 la forma de obtener la rigidez a flexión es a través de conversión de carga axial momentos con carga axial excéntrica,  $P_e$ , y el momento flector que produce una viga empotrada apoyada. En la probeta CR1, los valores de la rigidez a flexión en cada ciclo de carga tanto teóricos y experimentales estén en una relación promedio  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=1.38$  para la dirección y de mayor inercia, y  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=3.38$  para la dirección x de menor inercia. Por lo tanto los valores son confiables, para el cien por ciento (100%) de la rigidez calculada o teórica en los dos sentidos, utilizando este modelo numérico. Los valores de la rigidez a flexión experimental en dirección del eje débil aumentan en menor proporción tomado un valor de 34 T-m<sup>2</sup>,

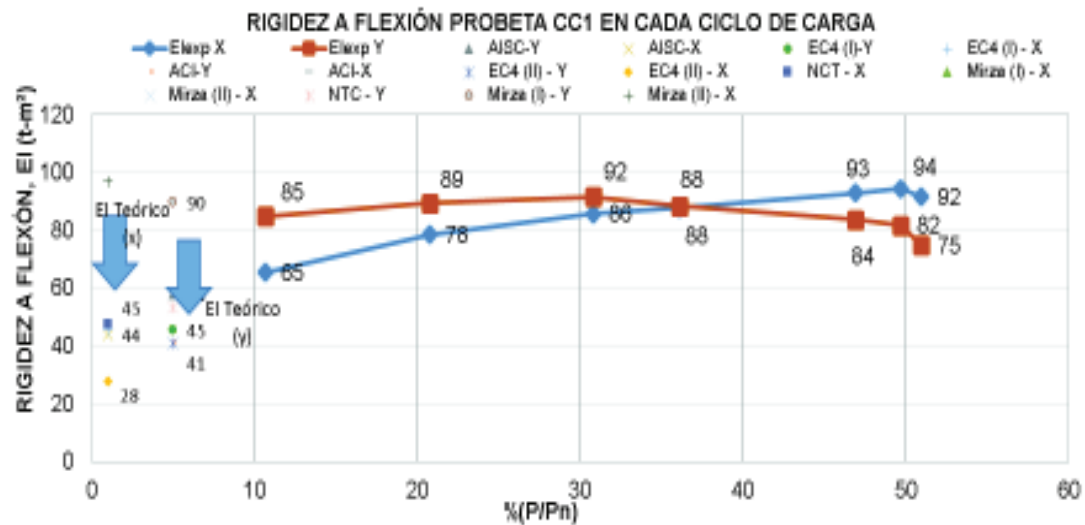
Tomando como referencia la resistencia nominal de la columna CR1,  $P_n=116.41$  T, la y los valores de la carga axial de la envolvente en cada ciclo de carga, el porcentaje de resistencia de la columna es 40% cuando se somete al miembro a la acción de flexocompresión biaxial.

**GRÁFICO 5.19 RIGIDEZ A FLECCIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CR2**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

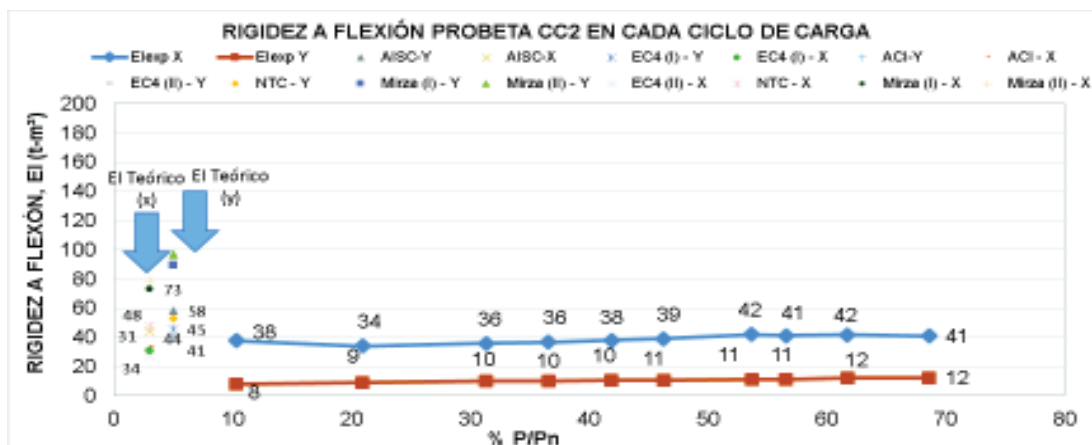
En la probeta CR2 analizando los valores promedio,  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=1.02$  para la dirección y de mayor inercia, y  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=0.58$  para para la dirección x de menor inercia. Por lo tanto los valores no son confiables en el eje débil utilizando este modelo numérico, el porcentaje de resistencia de la columna es 40% cuando se somete al miembro a la acción de flexocompresión biaxial. Los valores de la rigidez a flexión experimental en dirección del eje débil aumentan en menor proporción tomado un valor de 67 T-m<sup>2</sup>, mientras que el valor de la rigidez a flexión en dirección toma un valor de 46 T-m<sup>2</sup>, considerando el 100 por ciento (100%) de la rigidez a flexión calculada en cada dirección.

**GRÁFICO 5.20 RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CC1**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En la probeta CC1 analizando los valores promedio,  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=0.93$  para el eje y de mayor inercia, y  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=0.85$  para el eje x de menor inercia. Por lo tanto los valores no son confiables utilizando este modelo numérico. Los valores de la rigidez a flexión experimental en dirección del eje débil aumentan en menor proporción tomado un valor de 73 T-m<sup>2</sup>, mientras que el valor de la rigidez a flexión en dirección toma un valor de 56 T-m<sup>2</sup>, pero en este caso la rigidez a flexión en el eje fuerte tiende a degradarse, y la columna falla cuando alcanza un 50 % de la resistencia nominal a compresión axial. En donde la resistencia nominal a compresión axial de la columna es de  $P_n=97.52$  T. Para cada caso se tiene un (100%) de la rigidez a flexión calculada.

**GRÁFICO 5.21 RIGIDEZ A FLEXIÓN EXPERIMENTAL DE LA PROBETA CC2**

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

En la probeta CC2 analizando los valores promedio,  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=1.57$  para la dirección de mayor inercia, y  $EI_{teórico}/EI_{exp.}=4.55$  para el eje x de menor inercia. Por lo tanto los valores muy son confiables utilizando este modelo numérico. Los valores de la rigidez a flexión experimental en dirección del eje débil aumentan en menor proporción tomado un valor de 12 T-m<sup>2</sup>, mientras que el valor de la rigidez a flexión en dirección toma un valor de 42 T-m<sup>2</sup>, para valores de 100% de la rigidez total calculada, pero en este caso la rigidez a flexión en el eje fuerte tiende a degradarse, y la columna falla cuando alcanza un 69 % de la resistencia nominal a compresión axial. En donde la resistencia nominal a compresión axial de la columna es de  $P_n=97.52$  T.

## 5.2.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

### DIAGRAMA DE INTERACCIÓN MOMENTO FLECTOR Y CARGA AXIAL

Para obtener los resultados teóricos se calcula el diagrama de interacción a flexocompresión por el método de la fibra con determinado ángulo de esviaje del eje neutro, utilizando los datos experimentales de los aceros de refuerzo convencional, acero estructural y el hormigón.

Se modifica el código de programación para calcular el diagrama de interacción para un eje esviado por el método de la fibra pero utilizando los criterios de la norma AISC 360-05, Eurocódigo 4 y ACI 318.

A continuación se presenta un análisis comparativo de los resultados obtenidos de manera teórica y experimental de la interacción carga y momento aplicado a cada probeta.

**CUADRO 5.9 DETALLE DE LAS PROBETAS**

Probeta	L	f <sub>c</sub>	e <sub>x</sub>	e <sub>y</sub>	P <sub>exp.</sub>	M <sub>xexp.</sub> =P <sub>exp.</sub> *e <sub>y</sub>	M <sub>yexp.</sub> =P <sub>exp.</sub> *e <sub>x</sub>	β
	m	Kg/cm <sup>2</sup>	m	m	T	T-m	T-m	°
CR1	2.20	385	0.053	0.071	36.60	1.94	2.60	53.26
CR2	2.20	385	0.057	0.050	56.00	2.80	3.19	48.74
CC1	2.20	320	0.085	0.050	49.80	2.49	4.23	59.53
CC2	2.20	320	0.054	0.012	65.00	0.78	3.51	77.47

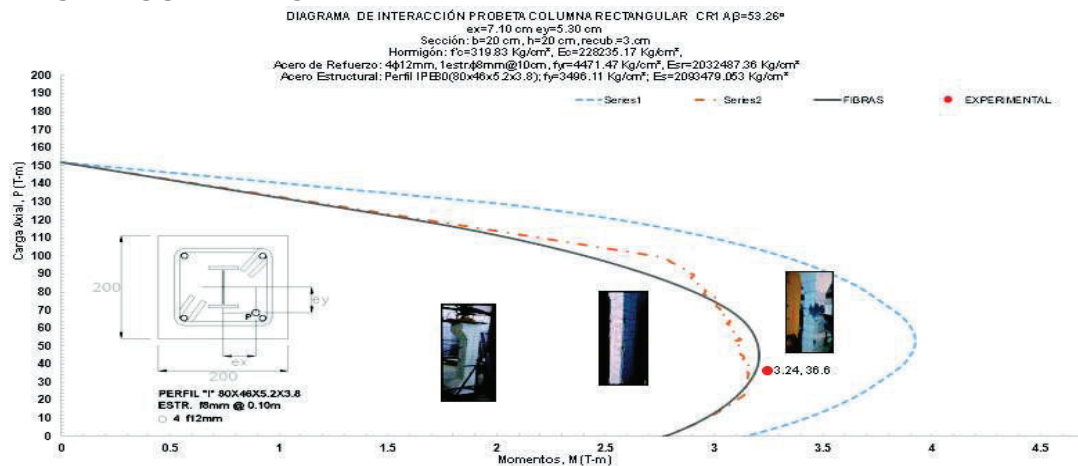
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Donde: β: ángulo de inclinación o esviaje del eje neutro = arctan(M<sub>yexp.</sub>/M<sub>xexp.</sub>),

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$$

Los siguientes diagramas de interacción corresponden a un ángulo de inclinación β, elaborado en el programa Matlab por elaborado por método de la fibra.

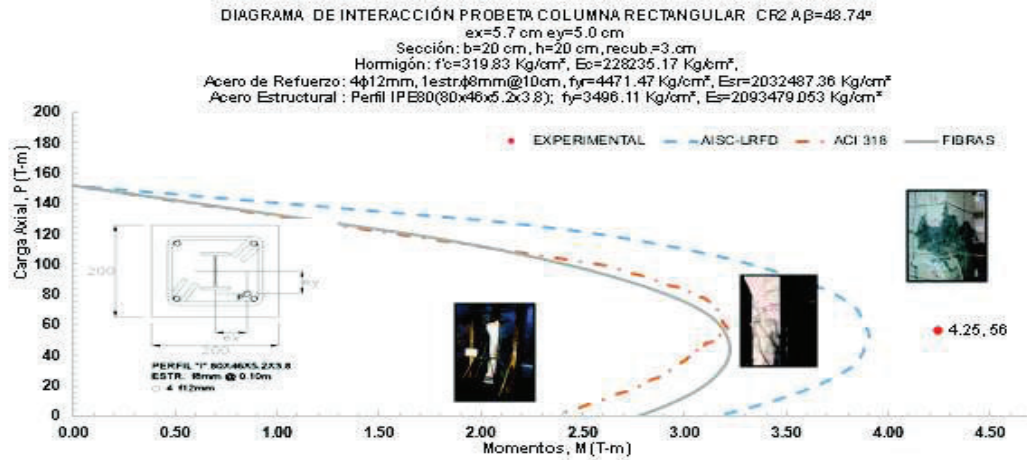
**GRÁFICO 5.22 CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS RECTANGULARES CR1**



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se observa en la probeta rectangular CR1 que la carga axial de agotamiento experimental registrada es  $P_{\text{máx}}=36.60$  T, los momentos  $M_{x\text{exp.}}=1.94$  T-m y  $M_{y\text{exp.}}=2.60$  T-m. La relación de la carga analizada por los métodos del ACI 318, AISC-LRFD, FIBRAS respecto a la carga de agotamiento son  $P_{\text{análisis ACI 318}}/P_{\text{exp.}}=0.93$ ;  $P_{\text{análisis AISC-LRFD}}/P_{\text{exp.}}=1.15$ ;  $P_{\text{análisis FIBRAS}}/P_{\text{exp.}}=0.97$ ; por lo tanto la predicción de carga tiene condición aproximadamente segura.

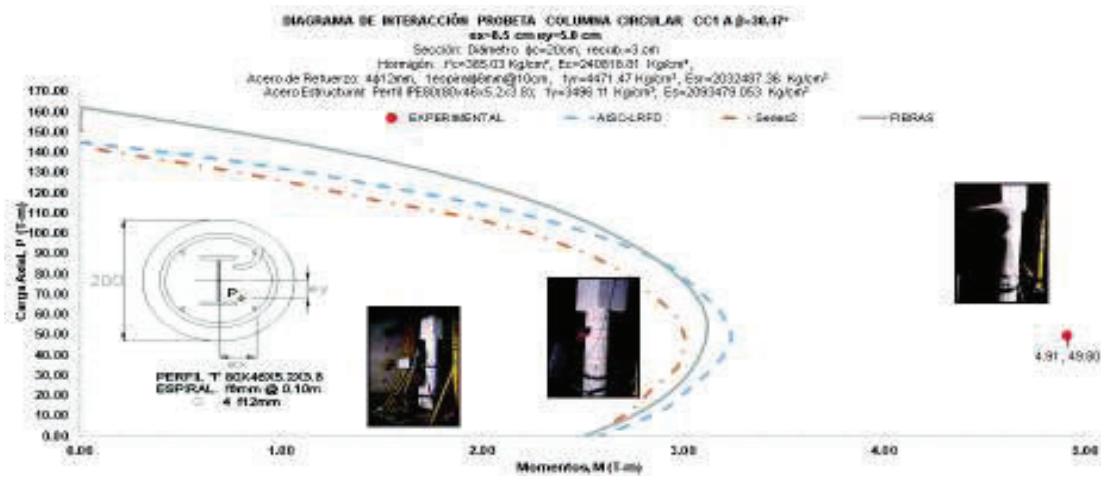
### GRÁFICO 5.23 CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS RECTANGULARES CR2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se observa en la probeta rectangular CR2 que la carga axial de agotamiento experimental registrada es  $P_{m\acute{a}x}=56.00$  T, los momentos  $M_{xexp.}=2.80$  T-m y  $M_{yexp.}=3.19$  T-m. La relación de la carga analizada por los métodos del ACI 318, AISC-LRFD, FIBRAS respecto a la carga de agotamiento son  $P_{an\acute{a}lisis\ ACI\ 318}/P_{exp.}=0.72$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ AISC-LRFD}/P_{exp.}=0.90$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ FIBRAS}/P_{exp.}=0.73$ ; por lo tanto la predicción de carga tiene condición insegura, con excepción del cálculo realizado por el AISC-LRFD.

### GRÁFICO 5.24 CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS CIRCULARES CC1

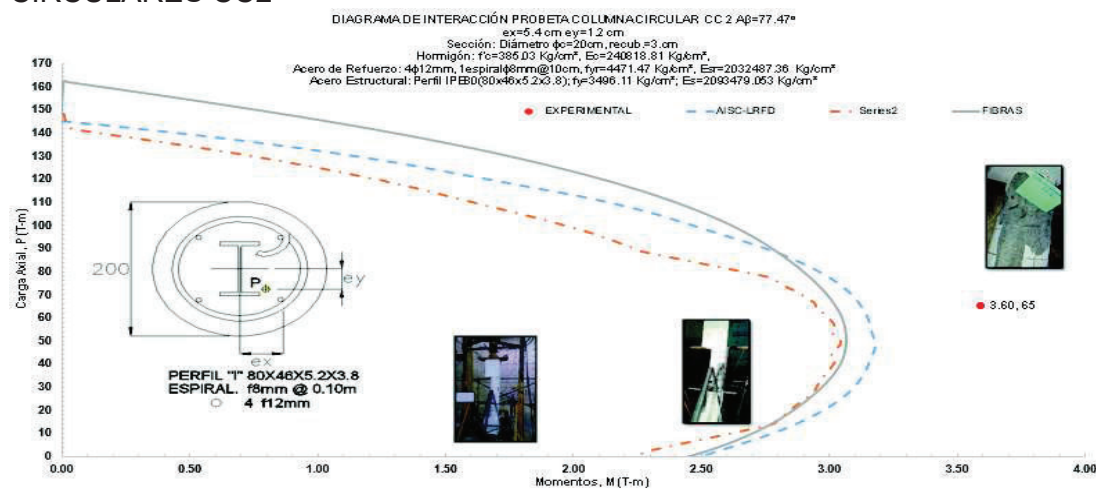


ELABORACIÓN: Edison Quishpe



Se observa en la probeta circular CC1 que la carga axial de agotamiento experimental registrada es  $P_{m\acute{a}x}=49.80$  T, los momentos  $M_{x_{exp.}}=2.49$  T-m y  $M_{y_{exp.}}=4.23$  T-m. La relación de la carga analizada por los métodos del ACI 318, AISC-LRFD, FIBRAS respecto a la carga de agotamiento son  $P_{an\acute{a}lisis\ ACI\ 318}/P_{exp.}=0.58$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ AISC-LRFD}/P_{exp.}=0.70$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ FIBRAS}/P_{exp.}=0.70$ ; por lo tanto la predicción de carga tiene condición insegura. Es importante dar a conocer que estos valores con condición inseguras se producen por la posición de la probeta descentrada.

### GRÁFICO 5.25 CARGA Y MOMENTO FLECTOR DE LAS PROBETAS CIRCULARES CC2



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se observa en la probeta circular CC2 que la carga axial de agotamiento experimental registrada es  $P_{m\acute{a}x}=65.00$  T, los momentos  $M_{x_{exp.}}=0.78$ T-m y  $M_{y_{exp.}}=3.51$  T-m. La relación la carga analizada por los métodos del ACI 318, AISC-LRFD, FIBRAS respecto a la carga de agotamiento son  $P_{an\acute{a}lisis\ ACI\ 318}/P_{exp.}=0.89$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ AISC-LRFD}/P_{exp.}=0.86$ ;  $P_{an\acute{a}lisis\ FIBRAS}/P_{exp.}=0.85$ ; por lo tanto la predicción de carga tiene condición aproximadamente segura para los tres métodos, pero en cada método de análisis teórico se está aproximado a la unidad por lo tanto se tiene una buena aproximación

El siguiente cuadro representa del resumen de los momentos flectores leídos en el diagrama de interacción para cada probeta ensayada y los valores de la relación de momentos de cálculo sobre momentos experimentales en cada eje analizado.

**CUADRO 5.10** COMPARACIÓN DE CARGA AXIAL DE RESULTADOS DE LAS PROBETAS ENSAYADAS

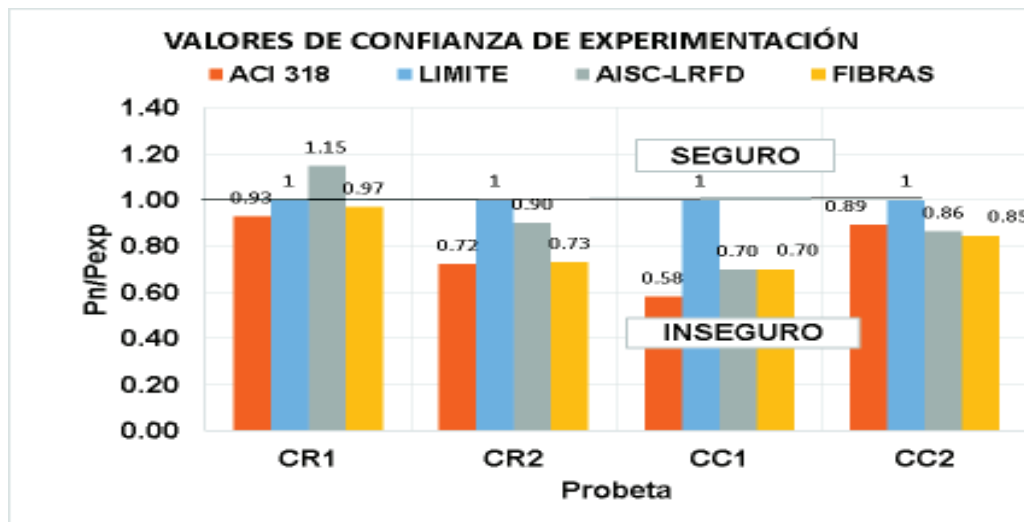
Criterio	EXPERIMENTAL		ACI 318		AISC LRFD		FIBRAS	
Probeta	M <sub>xexp</sub>	M <sub>yexp</sub>	M <sub>nx</sub>	M <sub>ny</sub>	M <sub>nx</sub>	M <sub>ny</sub>	M <sub>nx</sub>	M <sub>ny</sub>
CR1	1.94	2.60	1.79	2.43	1.99	2.86	1.89	2.57
CR2	2.80	3.19	2.01	2.31	2.78	3.11	2.01	2.52
CC1	2.49	4.23	1.64	2.63	1.49	2.77	1.30	2.74
CC2	0.78	3.51	0.74	2.92	0.57	3.11	0.57	3.01

Criterio	ACI 318		AISC LRFD		FIBRAS	
Probeta	M <sub>nx</sub> /M <sub>xexp</sub>	M <sub>ny</sub> /M <sub>yexp</sub>	M <sub>nx</sub> /M <sub>xexp</sub>	M <sub>ny</sub> /M <sub>yexp</sub>	M <sub>nx</sub> /M <sub>xexp</sub>	M <sub>ny</sub> /M <sub>yexp</sub>
CR1	0.92	0.94	1.03	1.10	0.97	0.99
CR2	0.72	0.72	0.99	0.97	0.72	0.79
CC1	0.66	0.62	0.60	0.66	0.52	0.65
CC2	0.95	0.83	0.73	0.89	0.73	0.86

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Se realiza un esquema mediante diagrama de barras en donde en el gráfico 5.26 en donde se resume las resistencia a carga axial de las columnas de las columnas medidos en el respectivos diagrama de interacción respecto de la carga axial de agotamiento experimental.

**GRÁFICO 5.26** VALOR DE CONFIANZA DE DATOS DE EXPERIMENTACIÓN FRENTE A DATOS TEÓRICOS

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Al revisar el gráfico 5.26 los resultados son casi seguros para las probetas columnas rectangulares, pero en las probetas circulares se obtuvieron situaciones inseguras lo cual se debe a la ubicación inadecuada de la excentricidad en el momento de la experimentación.



Se debe recordar que en el capítulo 2 se calculó los valores de  $P_{teórico}$  utilizando las ecuaciones de interacción del AISC-LRFD H1-1<sup>a</sup> y se comprobó que los valores teóricos son menores que los experimentales para las dos probetas rectangulares y las dos probetas circulares y que son valores aceptables, lo cual se representa en el cuadro 5.10.

**CUADRO 5.11** COMPARACIÓN DE CARGA AXIAL DE RESULTADOS DE LAS PROBETAS ENSAYADAS

Probeta	Pteórico	Pexp.	Pteórico ≤ Pexp
	T	T	
CR1	27.56	36.60	O.K.
CR2	30.03	56.00	O.K.
CC1	18.00	49.80	O.K.
CC2	29.43	65.00	O.K.

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

### 5.3 DUCTILIDAD DE LOS MIEMBROS

Considerando la definición de este trabajo de investigación, se procede a determinar la ductilidad de las probetas que se obtuvieron de los ensayos. Considerando que la carga de plastificación  $P_p$ , en donde se empieza a presentar un cambio de pendiente brusco en la curva carga versus desplazamiento.

**CUADRO 5.12** DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE DÉBIL

Probeta	$\delta y$ (mm)	$P_y$ (T)	$\delta p$ (mm)	$P_p$ (T)	$\delta u$ (mm)	$P_u$ (T)	$\mu_x$
CR1	18.09	15.06	23.48	52.34	49.51	52.34	2.11
CR2	3.47	15.07	7.67	40.05	20.26	40.05	2.64
CC1	5.86	30.00	5.28	25.65	11.34	25.65	2.15
CC2	6.98	30.55	10.23	51.93	21.45	51.93	2.10

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**CUADRO 5.13** DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE FUERTE

Probeta	$\delta y$ (mm)	$P_y$ (T)	$\delta p$ (mm)	$P_p$ (T)	$\delta u$ (mm)	$P_u$ (T)	$\mu_y$
CR1	18.0944	15.06	8.84	52.34	22.20	52.34	2.51
CR2	3.46965	15.07	4.42	40.05	10.96	40.05	2.48
CC1	5.85693	30.00	3.18	25.65	11.33	25.65	3.56
CC2	6.98421	30.55	8.14	51.93	15.78	51.93	1.94

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**CUADRO 5.14** DUCTILIDAD A DESPLAZAMIENTO EN EL EJE VERTICAL

Probeta	$\delta y$ (mm)	$P_y$ (T)	$\delta p$ (mm)	$P_p$ (T)	$\delta u$ (mm)	$P_u$ (T)	$\mu_z$
CR1	3.73	15.06	4.29	52.34	11.81	52.34	2.75
CR2	1.43	15.07	4.26	40.05	10.39	40.05	2.44
CC1	1.02	30.00	0.98	25.65	4.80	25.65	4.90
CC2	1.45	30.55	1.8	51.93	7.39	51.93	4.11

ELABORACIÓN: Edison Quishpe

La ductilidad a desplazamiento de cada miembro se la obtuvo de trazando una línea paralela al eje de las abscisas de la curva carga desplazamiento de cada probeta en el punto donde hay un cambio brusco de pendiente, en donde se localiza la carga axial plástica de las secciones. Los desplazamientos plástico y último son encontrados para lo cual se calcula el coeficiente de ductilidad a desplazamiento que resulta de la división de desplazamiento último y el desplazamiento plástico, por lo que se obtienen ductilidades mayores a dos (2), es decir miembros de estructuras con una ductilidad adecuada. El par de valores  $\delta_y$  y  $P_y$  son desplazamientos y carga de fluencia en la probeta que son registrados en el momento en que empieza a aparecer las primeras fisuras. Los demás términos están descritos en el capítulo 2.

## CONCLUSIONES

### **Conclusiones a nivel teórico de la literatura técnica y de la programación**

La programación del cálculo del diagrama de interacción por el método de la fibra del presente trabajo permite calcular la capacidad de las columnas manifestada en esfuerzos, fuerzas axiales y momentos flectores a un determinado eje de inclinación del eje neutro, medido en sentido horario.

Se utiliza el programa elaborado para calcular el diagrama de interacción de las probetas a ensayar, el mismo que permite la predicción de la carga por agotamiento por flexocompresión biaxial.

### **Conclusiones de la experimentación**

La mayoría de datos obtenidos de deformaciones unitarias que provee el Strain Gauge medidos en los ensayos de las varillas corrugadas y placa de acero estructural se registran en el rango lineal. A partir de la fluencia de los aceros el strain gauge falla.

Se debe destacar que la aplicación de la carga axial se la realiza de manera directa al extremo de la columna, es decir sin ningún instrumento que simule la rotación, pero con cierta excentricidad, y se debe notar que la carga axial máxima de agotamiento permite que las columnas fallen por compresión dentro del tercio medio de cada columna en donde las fibras de hormigón empiezan a explotar en las dos caras de la sección rectangular y en la circunferencia de la columna circular.

Respecto a la predicción de carga axial de diseño de las probetas se toma un valor asumido de coeficiente de esbeltez de  $K=0.70$ , considerando que la columna estuviera empotrada – articulada. Al revisar la carga de agotamiento en el diagrama de interacción corresponde al caso de una columna corta y se puede encontrar falla por el deterioro del hormigón.

Al graficar las curvas carga desplazamiento se obtiene un mayor desplazamiento en la dirección más débil de la probeta desplazamiento menor en dirección normal al mencionado eje. La comparación de valores de desplazamientos en el eje débil

respecto al eje fuerte son: para la columna rectangular CR1 es de 215%, para la columna rectangular CR2 es de 182%, para la columna circular CC1 es de 120 % y para la columna circular CC2 es de 133%.

Durante los ensayos de las probetas columnas SRC se puede observar un incremento en la rigidez lateral, esto se produce debido a que la placa superior no está completamente en contacto con la columna lo cual induce a que los datos registrados no sean tan correctos respecto a aquellos de modelos teóricos.

La construcción de los nudos o cartelas en los extremos de las columnas resultaron ser favorables por lo que resistieron durante la carga axial de ensayo hasta la forma de rotura y a la vez contribuyó a la generación de la excentricidad deseada.

La probeta CC1 se observa que al colocar una excentricidad mayor en el eje débil esta produce un mayor momento en los extremos de la columna por lo que permite que la columna se agote más pronto.

Se presentan pequeñas fisuras durante el proceso de aplicación de la carga incrementándose las mismas pero menor grado, hasta el momento de la falla.

Las cuatro columnas ensayadas fallaron por compresión, y la prueba de esto es el desmoronamiento del hormigón en la zona de compresión.

La excentricidad aplicada a las columnas permite que se produzcan momentos flectores y carga axial en los extremos de las columnas, al observar el gráfico del diagrama de interacción la predicción de la carga de falla se la realiza en función de la carga y momento con un determinado ángulo de esviaje del eje neutro.

La distribución de las deformaciones unitarias de las varillas y perfil no tienen una tendencia o comportamiento lineal y cada uno de los aceros tienen deformaciones unitarias mayores a las de fluencia según la lectura de los strain gauges ubicados en el centro y tercio de la longitud.

En el presente trabajo al tratarse de un análisis flexocompresión biaxial de columnas mixtas lo importante es la toma de decisiones respecto de que modelo utilizar para realizar los diseños ciertamente los modelos como los del ACI 318 y de la fibra cuya finalidad es trabajar con modelos bilineal y con modelo constitutivos

de los materiales, lleva a un ahorro y economía considerando la seguridad de los diseños. Al trabajar con los modelos como los del Eurocódigo 4 y la Norma AISC 360-05, se debe trabajar con las tablas para análisis a flexocompresión de columna mixtas, las cuales consideran la fluencia de los materiales durante la aplicación de las cargas, se diseñan miembros seguros pero con un costo más alto que los diseños por condición elasto-plástica de los materiales.

Al comparar los valores de la resistencia nominal de carga de compresión obtenida del diagrama de interacción por el método de la fibra el porcentaje de acierto en la predicción de la carga para la probeta rectangular CR1 es de 98%, 73% para la probeta rectangular CR2, 70% para la probeta circular CC1 y 85% para la probeta circular CC2. Aquí cae la carga axial que se predice en menor que la que soporta.

Luego al comparar los valores de la resistencia nominal de momentos flectores obtenida del diagrama de interacción por el método de la fibra el porcentaje de acierto en la predicción de la carga para la probeta rectangular CR1 es de 97%, para el eje fuerte y 99% para el eje débil, para la probeta rectangular CR2 el 72% en momentos para el eje fuerte y 79% para el eje débil, para la probeta circular CC1 el 52% de acierto para el eje fuerte y 65% para el eje débil, y para la probeta circular CC2 el 73% de acierto en momentos para el eje fuerte y 86% para el eje débil. Por lo tanto, los resultados del diagrama de interacción para la predicción de carga axial y momentos flectores ofrecen valores de alta confianza.

Las probetas CR2 y CC1 dan resultados muy alejados de la carga de falla respecto a la carga nominal para el método de la fibra, siendo la relación entre carga teórica respecto a la carga axial de falla de 0.73 y 0.70, respectivamente. Las probetas CR1 y CC2 tienen una relación de carga teórica respecto a la carga de falla de 0.97 y 0.87, los cuales están en un rango aproximadamente aceptable.

Finalmente, es importante tomar en cuenta que la buena instalación de los instrumentos necesarios en los ensayos, alineación correcta en la construcción de las probetas, lleva a tener resultados teóricos y experimentales afines.

## RECOMENDACIONES

### **Recomendaciones a nivel teórico de la literatura técnica y de la programación**

Es necesario la utilización de las tablas del Eucódigo 4, AISC-LRFD para la determinación de carga axial de compresión y momentos para su posterior análisis, estos códigos se basan al criterio de trabajo de los materiales en el límite de fluencia, es decir cuando los materiales tienen un comportamiento plástico.

El uso correcto de las diferentes opciones del programa por el método de la fibra le conllevará a una mejor toma de decisiones respecto de los diseños de estructuras de edificaciones que se construyen utilizando secciones mixtas SRC.

Se recomienda utilizar los modelos constitutivos para aceros y hormigón ya que estos permiten definir de manera precisa el comportamiento de los materiales de una columna mixta.

Utilizar el software Matlab para una distribución uniforme de la armadura o varillas, el perfil metálico "I" está centrado y es simétrico respecto a los dos ejes principales, por lo que se asume que el centroide plástico de las secciones coincide con el centro geométrico de la sección.

## RECOMENDACIONES DE LA EXPERIMENTACIÓN

Realizar una prueba de reforzamiento de columnas mixtas luego de la falla y de esta manera se puede obtener realizar el del comportamiento del hormigón confinado en secciones circulares y rectangulares SRC.

En la elaboración de una obra de construcción real con columnas tipo SRC es siempre importante revisar la resistencia última frente a las solicitaciones aplicadas como momentos, carga axial, y se puede verificar la excentricidad que esta pueda proveer de esta manera se puede reforzar la columna en la dirección más vulnerable.

En el proceso constructivo es muy importante chequear las medidas de las probetas a ensayar de manera de evitar que se generen dimensiones no esperadas que impidan obtener respuestas muy favorables en el ámbito de predicción de cargas de falla de una probeta determinada.

Realizar un ensayo de columnas SRC esbeltas en donde se compruebe la falla por columna esbeltas y con la aplicación del coeficiente de esbeltez.

Utilizar los datos calculados de esta investigación como la ductilidad ya que se obtuvieron miembros dúctiles, como se esperaba.

## BIBLIOGRAFÍA

- ACI318S, 2011 AMERICAN CONCRETE INTITUTE. (2011). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*. México: Comité ACI 318.
- AIRE, C. G. (2008). Estudio experimental y modelo teórico del hormigón confinado lateralmente con polímeros reforzados con fibras (FRP) . 13.
- Alarcón, O. (2014). *ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DE PILARES MIXTOS HORMIGÓN-ACERO SOMETIDOS A COMPRESIÓN* . Catalunya.
- AL-Bdoor, M. (2013). *Behavior of Composite Columns Subjected to Lateral Cyclic Loading*. Gazimağusa, North Cyprus.
- American Concrete Institute. (2008). *ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary and PCA Notes on 318-08*. ACI Committe 318.
- American Institute Of Steel Construction Inc. (1994). *LOAD AND RESISTANCE FACTOR DESIGN* . U.S.A.: American Institute Of Steel Construction Inc.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC. (2005). *Seismic Provisions for Structural Steel Buildings*. Chicago, Illinios 60601-10802.
- ANSI/AISC 360-10. (2010). *Especificación ANSI/AISC 360-10 para Construcciones de Acero*. Santiago de Chile: Asociación Latinoamericana del acero.
- Barsenas, A. (2005). *Diseño de Elementos Compuestos*. México D, F, A.
- Chang y Mander, G. a. (1994). *Part I - Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns*. Buffalo, New York 14260: NEC-91029.
- Chen, C.-C. L.-N.-J. (Abril, 2005). Analytical model for predicting axial capacity and behavior encased steel composite stub columns. (424–433).



- DAN, D. A. (2010). Theoretical and experimental study on composite steel–concrete shear walls with vertical steel encased profiles. *Journal of Constructional Steel Research*, 14.
- DEIERLEIN, G. (2000). RESEARCH ON RC/SRC COLUMN SYSTEMS. *12WCEE 2000*, 7.
- DENAVIT, M. a. (2014). *Characterization of Behavior of Steel-Concrete Composite Members and Frames with Applications for Design* . Illinois: NSEL Report Series.
- Dominguez, J. (2015). *ANÁLISIS INELÁSTICO Y MODELO NO LINEAL PARA UNA COLUMNA DE SECCIÓN COMPUESTA*. México D.F.
- EL-Tawil S, D. G. (1999). Strength and ductility of concrete encased composite columns. (125(9): 1009–19.).
- Eurocode 4. (2004). *Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings* . Austria.
- Eurocódigo 3. (2008). *Proyecto de Estructuras de acero*. España: AENOR.
- Fenollosa, E. (2011). *ANALISIS DE SOPORTES MIXTOS SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESION ESVIADA* . España.
- Hadi, M. y. (2012). Axial and flexural performance of square RC columns wrapped with CFRP under excentric loading. (16(6), 640-649).
- HAN, L. T. (2013). Fire performance of steel reinforced concrete (SRC) structures . *ELSEVIER*, 10.
- Holzer, y. o. (1975). A Computer Code for General Analysis of Two-Dimensional Reinforced Concrete Structures. *SINDER*, 228.
- Keon, D. (2005). *A DATABASE FOR COMPOSITE COLUMNS*. Georgia.
- Lim, J., & Ozbakkaloglu, T. (2014). Stress–strain model for normal- and light-weight concretes under uniaxial and triaxial compression. En J. Lim, & T.

- Ozbakkaloglu, *Construction and buildings MATERIALS*. South Australia 5005: ELEVIER.
- LIN, N. C. (2015). Analytical model for predicting axial capacity and behavior of concrete encased steel composite stub columns. *ELSEVIER*, 10.
- Mander, J. B. (Agosto, 1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *114(8)*.
- MARTINEZ, A. P. (2015). *INESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS*. Granada.
- MUÑOZ, P. R. (1994). *BEHAVIOR OF BIAXIALLY LOADED CONCRETE-ENCASED COMPOSITE COLUMNS*. New Jersey.
- NILSON, H. (1999). *Diseño de estructuras de concreto*. Colombia: McGRAW-HILL INTERAMERICANA, S.A.
- PARK, R. y. (1997). *Estructuras de Concreto Reforzado*. México: LIMUSA NORIEGA .
- PEREA, T. L. (2008). *Developments in Composite Column Design*.
- PEREA, T. y. (2004). REVISIÓN DE LAS NTC (2004) PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS.
- Popovics, S. (1973). A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete. *3(104(9))*.
- Shanmugan, N. y. (2001). State of the art on steel-concrete composite columns. (57 (2001) 1041-1080).
- Sosa, D. A. (2014). *Comportamiento de la Conexión Pilote-Losa en Hormigón Estructural*. Quito.
- Tokgoz, S. (2008). Steel and Composite Structures. *ELSEVIER*, 5(423-438), 13.
- VINACOTA, S. (2006). *Columnas de acero comportamiento y LRFD*. Santa Fé: Mc Graw Hill Interamericana.
- WANG, Y. (1998). Tests on slender composite columns. *ELSEVIER*, 18.

WENG, C. C. (2014). A relative rigidity approach for design of concrete-encased composite columns.

WENG, C. Y. (2008). Seismic cyclic loading test of SRC columns confined with 5-spirals. *Springer*, 27.

Xiamuxi, A. H. (2010). A DISCUSSION ON RATIO OF AXIAL REINFORCEMENT IN RCFT COLUMNS. 8.

YANCHA, A. (2013). *MÓDULO ESTÁTICO DE ELASTICIDAD DEL HORMIGÓN EN BASE A SU RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN ( $f_c = 28$  MPa), FABRICADO CON MATERIALES DE LA MINA SAN RAMÓN, UBICADA EN LA PARROQUIA DE MULALÓ EN LA PROVINCIA DE COTOPAXI Y CEMENTO CHIMBORAZO.* . Quito.

**ANEXOS**

## **ANEXO 1**

### **ENSAYO DE LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN**

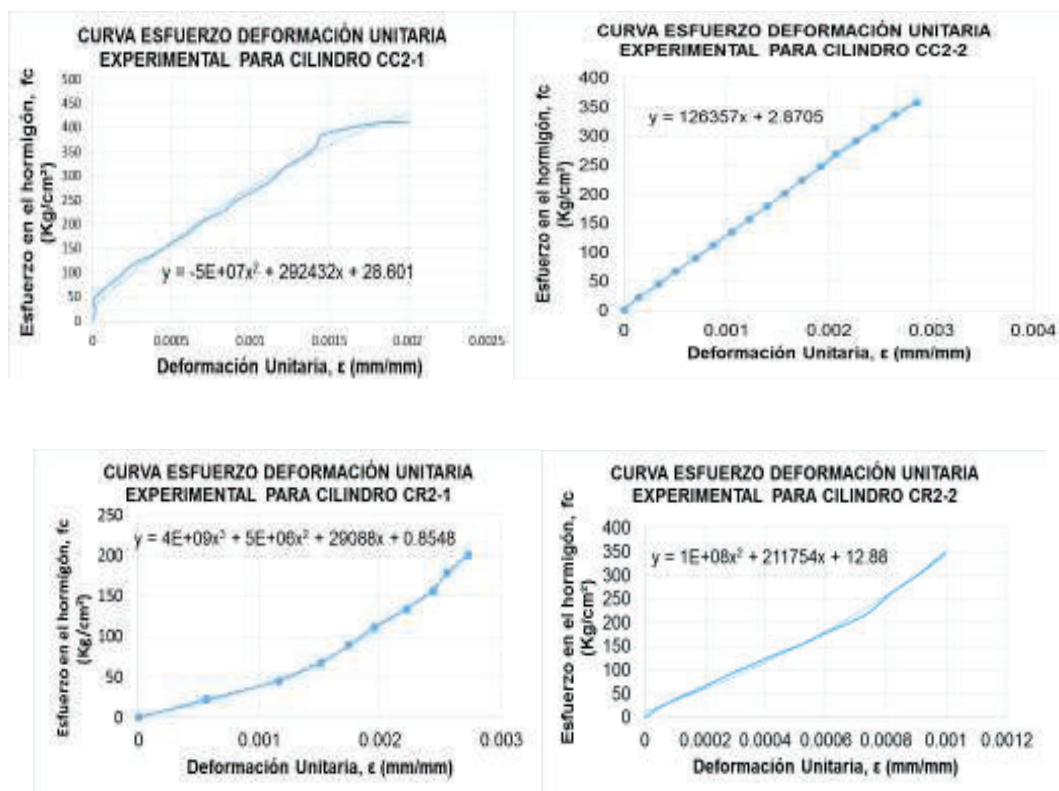
Resistencia del hormigón, módulo de elasticidad y deformación unitaria respecto a  $f'_c$

Probeta	Edad	$f'_c$	$E_c$	$\epsilon_o$
	días	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	mm/mm
CC1-1	28	269.66	139338.30	0.002*
CC1-2	29	260.61	126949.50	0.002*
CR1-1	28	312.06	118304.03	0.002*
CR1-2	28	230.25	122236.92	0.002*
CC2-1	48	412.53	224951.35	0.0020
CC2-2	49	357.53	134510.00	0.0029
CR2-1	47	290.96	196343.65	0.0013
CR2-2	47	348.69	285293.97	0.0010

\*: Valores experimentales de Park y Paulay para hormigón de peso normal

FUENTE Y ELABORACIÓN: Edison Quishpe

Curvas esfuerzo deformación unitaria del hormigón



ELABORACIÓN: Edison Quishpe

## **ANEXO 2**

### **ENSAYO A TRACCIÓN DE LOS ACEROS DE REFUERZO Y ESTRUCTURAL**

## ENSAYO A TRACCIÓN DE LOS ACEROS DE REFUERZO Y ESTRUCTURAL

Se realiza el ensayo a tracción de 2 varillas corrugadas de 12 mm, 2 varillas corrugadas de 8 mm y dos placas de acero tomadas del alma de un perfil I, IPE80X46X5.2X3.8, de acuerdo a la norma ASTM A370-10. Se utilizará una Maquina Universal de Ensayos

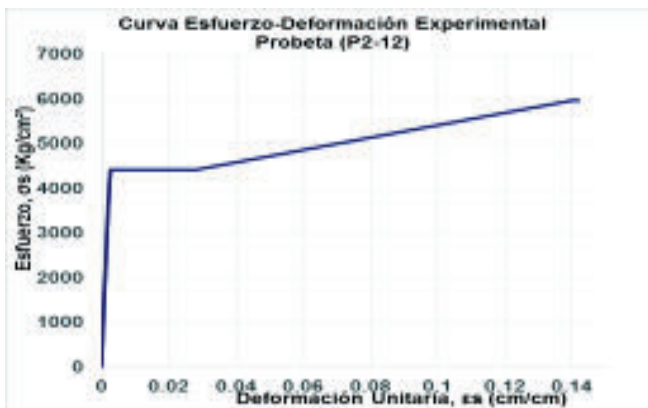
**Curvas esfuerzo deformación experimental obtenidos de datos en los ensayos de varillas corrugadas**

	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00018	258
	0.0003	517
	0.00126	2585
	0.00144	2843
	0.00153	3102
	0.00167	3360
	0.00178	3618
	0.00192	3877
	0.00208	4135
	0.00226	4394
	0.0023	4425
	0.00239	4528
$\epsilon_y$	0.00239	4528
	0.00448	4528
	0.00409	4528
	0.028	4528
$\epsilon_{sh}$ (ASTM*)	0.028	4528
(ASTM*)	0.15	6169
$\epsilon_{sr}$	0.172	6169

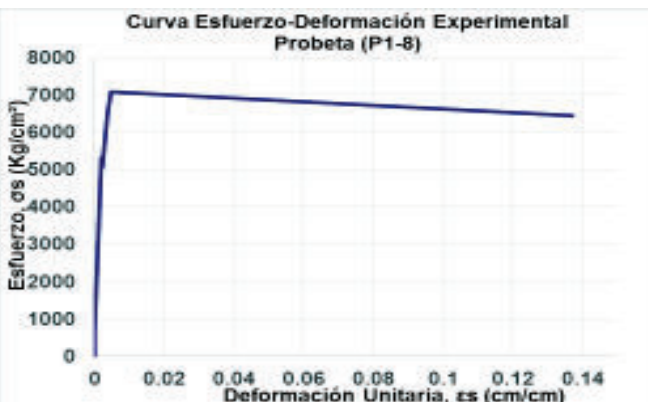
\*: Tomado de Park y Paulay  
Pág. (41)



	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00014	259
	0.00084	1556
	0.00097	1815
	0.00117	2075
	0.00131	2334
	0.00142	2593
	0.00159	2853
	0.00172	3112
	0.00191	3371
	0.00204	3631
	0.00228	3890
	0.00244	4149
	0.00272	4415
$\epsilon_y$	0.00272	4415
	0.028	4415
$\epsilon_{sh}$ (ASTM*)	0.028	4415
	0.14	5965
$\epsilon_{sr}$	0.14205	5965



	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00005	590
	0.00023	1180
	0.00049	1770
	0.00068	2360
	0.0009	2950
	0.00121	3540
	0.00145	4130
	0.00177	4720
	0.00201	5310
	0.0022	5058
$\epsilon_y$	0.0022	5058
	0.00378	6490
	0.00472	7080
	0.137	6434
$\epsilon_{sr}$	0.137	6434





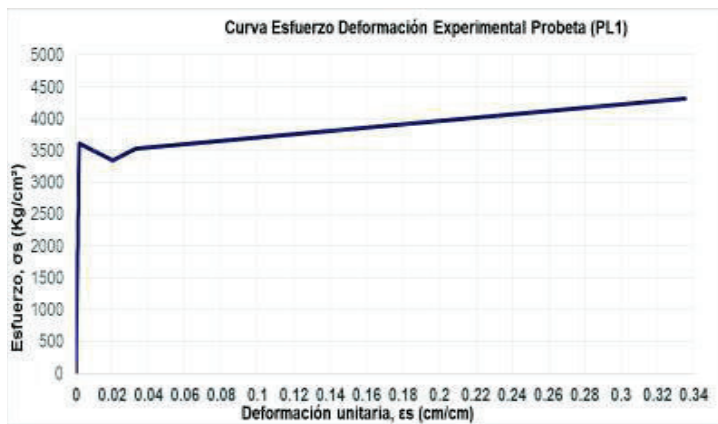
	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00026	601
	0.0005	1201
	0.0008	1802
	0.00112	2403
	0.00152	3003
	0.00192	3604
	0.00199	4205
	0.00233	4805
	0.0024	4926
	0.00251	4974
	0.00254	4976
$e_y$	0.00261	4782
	0.00489	6793
	0.01059	6793
	0.033	6292
$e_{sr}$	0.1338	6292



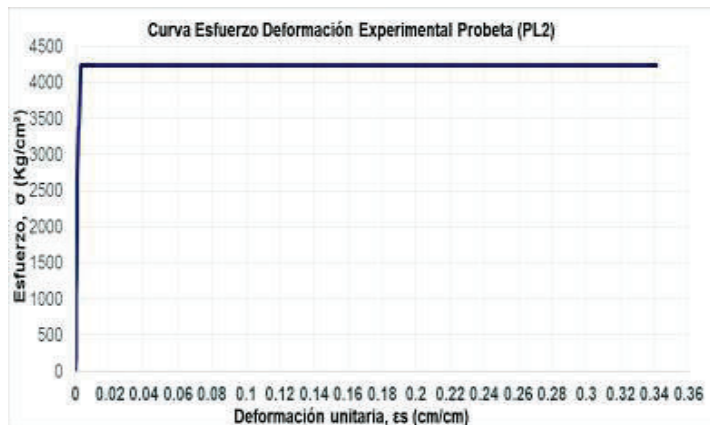
ELABORACIÓN: Edison Quishpe

**Curvas esfuerzo deformación experimental obtenidos de datos en los ensayos de placas de acero estructural**

	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00006	186
	0.00013	372
	0.00074	1674
	0.00083	1860
	0.00098	2046
	0.00103	2232
	0.00109	2418
	0.0013	2604
	0.00132	2790
	0.00136	2976
	0.00152	3163
$e_y$	0.00159	3617
$e_{sh}$ (ASTM)	0.02	3349
	0.033	3535
$e_{sr}$	0.3354	4322



	$\epsilon_s$ [cm/cm]	$\sigma_s$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]
	0	0
	0.00007	210
	0.00012	420
	0.00020	630
	0.00023	841
	0.00030	1051
	0.00041	1261
	0.00077	2101
	0.00085	2311
	0.00099	2522
	0.00108	2732
$e_y$	0.00175	3375
	0.00183	3375
	0.00300	4232
$e_{sr}$	0.34140	4232



ELABORACIÓN: Edison Quishpe



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA



LABORATORIO DE ANÁLISIS  
DE ESFUERZOS Y VIBRACIONES

## INFORME TÉCNICO

LAEV – MAY.16.14

Quito, 30 de mayo de 2016

**TRABAJO SOLICITADO POR:** ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
Ing. Jorge Vintimilla

Los resultados contenidos en el presente informe corresponden a ensayos realizados en muestras de acero pertenecientes al señor EDISON QUISHPE, para el proyecto de titulación "ESTUDIO TEÓRICO EXPERIMENTAL DE COLUMNAS SRC RECTANGULARES Y CIRCULARES REFORZADAS CON PERFIL DE ACERO TIPO I, SUJETAS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAIXIAL". Las muestras fueron entregadas en el Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional.

### RESULTADOS

- MUESTRAS:** Dos (2) varillas corrugadas de diámetro 12 mm y dos (2) varillas corrugadas de diámetro 8 mm para ensayo de tracción, dos (2) probetas planas de espesor 3,8 mm para ensayo de tracción.
- ENSAYO DE TRACCIÓN**

En la tabla 1 se muestran los resultados de los ensayos de tracción realizados en las varillas corrugadas.

Tabla 1. Resultados del ensayo de tracción.

Id.	Diámetro promedio	Carga máxima registrada		Límite de fluencia		Resistencia a la tracción		% Elongación en 200 mm
	mm	lbf	N	ksi	MPa	ksi	MPa	
P1-12	12,0	15.375	68.391	64,5	444	87,7	605	17,2
P2-12	12,0	14.875	66.167	62,7	433	84,9	585	14,2
P1-8	8,0	7.125	31.694	71,9	496	91,4	631	13,7
P2-8	8,0	6.975	31.026	68,0	469	89,5	617	13,4

LAEV-EPN



En la tabla 2 se muestran los resultados de los ensayos de tracción realizados en las probetas planas.

Id.	Ancho promedio	Esesor promedio	Carga máxima registrada		Límite de fluencia		Resistencia a la tracción		% Elongación en 50 mm
	mm	mm	lbf	N	ksi	MPa	ksi	MPa	
PL-1	40,0	3,7	14.100	62.720	51,4	354,7	61,5	423,8	33,5
PL-2	40,0	3,7	13.800	61.385	48,0	331	60,2	415	34,1

Ing. Salvatore Reina M.Sc.  
JEFE DEL LABORATORIO DE  
ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y VIBRACIONES