

# ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

## FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AGROINDUSTRIA

### DESARROLLO DE UN SIMULADOR PARA PROCESOS MINERALÚRGICOS

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN  
INGENIERÍA QUÍMICA

**FREDDY FERNANDO FUERTES ORTIZ**

*[alphanav@gmail.com](mailto:alphanav@gmail.com)*

**DIRECTOR: ING. MARCELO LOZADA MSc.**

*[mlozada55@yahoo.com](mailto:mlozada55@yahoo.com)*

**Quito, Noviembre 2008**

© Escuela Politécnica Nacional 2008  
Reservados todos los derechos de reproducción

## DECLARACIÓN

Yo Freddy Fernando Fuertes Ortiz, declaro que el trabajo aquí escrito es mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que es incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

---

Freddy Fernando Fuertes Ortiz

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el siguiente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Freddy Fernando Fuertes Ortiz como requerimiento parcial a la obtención del título de Ingeniero Químico.

---

Ing. MARCELO LOZADA Msc.

Director del Proyecto

## **AUSPICIO**

La presente investigación se realizó con el auspicio interno del Departamento de Metalurgia Extractiva de la Escuela Politécnica Nacional.

## AGRADECIMIENTOS

Muchas personas que me han rodeado me han dado buenos momentos y que he aprendido mucho de ello. Quiero agradecer a mis grandes amigos con quien ingresé a la universidad, mi segunda casa, especialmente para 'Cuchi' Arias y Carlita G, Danny 'Ocañon', Juan Pablo Tapia, Cristian Gómez, Rubén 'El Bobazo', Natalia Viera, 'Lucho' Peñaherrera, Marcelo 'Mora' Salvador, 'Wendyburger' Pilco, Gaby 'ChikiPack', Carmen Romero, Moni Jurado, Sandrita Bolaños, 'Wilo' (algún día el Quito será campeón), 'El chico migraña', Adriana Salgado, del prepolitécnico Gaby, Aleja, Fabi, Henry Cuasapaz: Compañeros de otras generaciones: José Brito, Sebastián Taco, Vivi Rosero, Franz Verdesoto, Xavier 'Thor', Cristina Sotomayor, Fernando Acuña, Mariuxi "la gata", Vanesa Suárez, Vero Tapia, Rick M. el chico counter strike, Maribel Luna, Pauli Loya, Fausto López, Jenny Arias "Pucita", Esteban Jiménez, mil disculpas a las personas que no he nombrado por culpa del Alzheimer pero que las llevo en mi corazón.

Un agradecimiento especial a los profesores de la carrera: Ing. Marcelo Lozada quien me dio la oportunidad de desarrollar este proyecto, Ing. Ernesto de la Torre quién me inculco el cariño a la metalurgia, a los profesores Dra. Jimena Díaz e Ing. Marcelo Albuja que fueron parte de mi tribunal, un especial agradecimiento a la Dra. Florinella Muñoz. Un profundo reconocimiento a los profesores: Ing. Ricardo Muñoz, Ing. Omar Bonilla, Ing. Pedro Vásquez, Ing. Mario Aldaz, Ing. Luís Mera, Ing. Neyda Espín.

Agradecimiento al personal del Departamento de Metalurgia Extractiva quién me acogió calurosamente para realizar mi tesis: Sra. Magi, Sra. Verito, Michel, Evelin, Sr. Cléber.

Agradecimiento al los docentes y al personal del Departamento de Ciencias Nucleares quien me acogió por un año de intensas labores en especial a 'Paito' Zárate, Ing. Trajano Ramírez, Sr. Milton.

Agradecimiento al personal y docentes del laboratorio de Textiles con quien compartí buenos momentos, al Departamento de Química por su acogida temporal. A la biblioteca de la Facultad especialmente a la Sra. Martha Ruiz. Al personal de la Facultad especialmente a la Sra. Charito, Xavier Yacelga.

Finalmente a todo el personal y docencia que componen a esta gran universidad que es uno de los pilares del desarrollo del País.

## DEDICATORIA

A quienes con amor me vieron nacer, crecer y me dieron a conocer la verdad de la vida, ellos son la representación del infinito amor de Dios para con los hombres en la tierra y gracias a ellos soy lo que he llegado a ser. El mejor regalo que se me ha otorgado es la vida y por ello dedico con todo el amor este trabajo a mis padres: **Ausberto Fuertes y Nelly Alicia.**

A mi gran amigo Danny “Bob” quien demostró que ser “un amigo más apegado que un hermano” (Proverbios 18:24). Un buen amigo es un regalo desde el cielo que esta en las buenas y en las malas, a pesar de la distancia nunca te abandona.

**“Éste no es el fin.  
Ni siquiera es el principio del fin.  
Pero sí el fin del principio.”**

**Winston Churchill.**

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN</b> .....	<b>i</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>xix</b>
<b>1. Revisión Bibliográfica</b> .....	<b>1</b>
1.1 Descripción de los Procesos Mineralúrgicos .....	1
1.1.1 Reducción de tamaño .....	2
1.1.2 Clasificación y Concentración .....	17
1.1.3 Separación por Flotación .....	27
1.1.4 Circuitos de reducción de tamaño y clasificación .....	28
1.2 Modelo del balance de población .....	31
1.3 Simulación De Procesos Mineralúrgicos .....	33
1.3.1 Características de un simulador .....	35
1.3.2 Metodología de la simulación .....	36
<b>2. Metodología Experimental</b> .....	<b>37</b>
2.1 Ensayos en el Laboratorio .....	38
2.1.1 Materiales y Equipos .....	38
2.1.2 Mineral de ensayo .....	41
2.1.3 Ensayos con monotamaños .....	42
2.2 Ensayos en la Planta Piloto .....	51
2.2.1 Descripción del circuito cerrado de molienda .....	51
2.2.2 Parámetros operacionales del hidrociclón .....	54
2.2.3 Obtención de datos del circuito de molienda y flotación .....	55
2.3 Recopilación de modelos matemáticos aplicados a procesos mineralúrgicos .....	57
2.3.1 Desarrollo de la ecuación del balance de población .....	57
2.3.2 Modelos matemáticos para la trituración .....	59
2.3.3 Modelos matemáticos para la molienda .....	63
2.3.4 Modelos matemáticos para el hidrociclón .....	75
2.3.5 Modelo matemático para el tamiz .....	79
2.4 Desarrollo del programa informático .....	82
2.4.1 Plataforma de Desarrollo .....	82
2.4.2 Estructura del simulador .....	84
2.4.3 Unidad de flujo de corriente .....	88
2.4.4 Unidad de molienda .....	88
2.4.5 Unidad hidrociclón .....	88
<b>3. Resultados y discusión</b> .....	<b>88</b>
3.1 Resultados Obtenidos en los Ensayos del Laboratorio .....	88
3.1.1 Ensayos con Monotamaños .....	90
3.1.2 Resultado de los ensayos dentro de la zona normal de fractura .....	95
3.1.3 Resultados de los ensayos con porcentajes de sólidos .....	102
3.1.4 Ensayos para encontrar la función de Fractura .....	103
3.1.5 Resultados de los ensayos en la zona de fractura anormal .....	107
3.1.6 Resultados para los ensayos de flotación .....	108
3.2 Resultado de los ensayos en la planta piloto: .....	112
3.2.1 Ensayos en el hidrociclón .....	112
3.2.2 Resultados obtenidos en el circuito de molienda .....	114
3.3 Resultados Obtenidos en el Simulador .....	118
3.3.1 Resultados con el Simulador desarrollado en Visual Basic .....	118
<b>4. Conclusiones Y Recomendaciones</b> .....	<b>137</b>

4.1	Conclusiones.....	137
4.2	Recomendaciones .....	140
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>141</b>
<b>1.</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>143</b>
1.1	Calculo del Valor U en el molino del laboratorio. ....	143
1.2	Datos de los ensayos de molienda para determinar el tamaño crítico. ....	144
1.3	Datos obtenidos de los ensayos de molienda con monotamaños. ....	146
1.4	Datos de los obtenidos para determinar la función de fractura. ....	154
1.5	Datos obtenidos a partir de ensayos de molienda modificando el porcentaje de sólidos.....	158
1.6	Datos obtenidos en la planta piloto. ....	158
1.7	Datos obtenidos de los ensayos de flotación .....	162

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Datos generales del molino y de las bolas de acero. ....	33
Tabla 2: Materiales y equipos utilizados en el laboratorio. ....	40
Tabla 3: Caracterización y propiedades del mineral Agro – Corazón (Araujo, 2007)...	41
Tabla 4: Intervalos de tamaño seleccionados para el ensayo granulométrico. ....	42
Tabla 5: Intervalos de tamaños seleccionados en las pruebas con monotamaños. ....	43
Tabla 6: Condiciones de los ensayos realizados para cada monotamaño. ....	45
Tabla 7: Monotamaños seleccionados para ensayos dentro de la zona de fractura normal. ....	45
Tabla 8: Condiciones experimentales para los ensayos realizados en cada monotamaño .....	46
Tabla 9: Condiciones para los ensayos de molienda realizados para el monotamaño.14x18. ....	47
Tabla 10: Ensayos realizados para el monotamaño 14x18. ....	47
Tabla 11: Intervalos de tamaños seleccionados para los análisis granulométricos. ....	48
Tabla 12: Condiciones experimentales en la molienda del monotamaño 4x8. ....	48
Tabla 13: Condiciones experimentales para la flotación. ....	49
Tabla 14: Cantidad de reactivos utilizados para cada ensayo de flotación. ....	49
Tabla 15: Cantidad de reactivos utilizados para los ensayos al fuego. ....	50
Tabla 16: Descripción de los equipos utilizados en la planta piloto. ....	53
Tabla 17: Condiciones de operación para el hidrociclón. ....	54
Tabla 18: Intervalos de tamaño utilizados para los análisis granulométricos. ....	55
Tabla 19: Modelos de DTR aplicados a la simulación de molienda. ....	70
Tabla 20: Estructura de la base de datos física. ....	88
Tabla 21: Resultados de los ensayos granulométricos del mineral agro - corazón. ....	88
Tabla 22: Valores de las pendientes de la curvas para cada monotamaño. ....	93
Tabla 23: Parámetros obtenidos de la ecuación [1.10] del mineral agro – corazón. ....	94
Tabla 24: Valores de los parámetros obtenidos de la ecuación [1.11] .....	94
Tabla 25: Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 10x18. ....	99
Tabla 26: Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 18x30. ....	99
Tabla 27: Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 30x45. ....	99
Tabla 28: Velocidades de fractura y la masa de mineral promedio para cada valor de U. ....	100

Tabla 29: Parámetros de la función de fractura para el mineral agro – corazón. ....	106
Tabla 30: Porcentaje de oro y plata recuperado de los ensayos de flotación. ....	109
Tabla 31: Valores obtenidos para cada corriente en el hidrociclón.....	112
Tabla 32: Valores de los parámetros del d50 y m de la ecuación de Plitt. ....	114
Tabla 33: Constantes obtenida para las ecuaciones del modelo de Plitt. ....	114
Tabla 34: Parámetros Utilizados en la simulación .....	118
Tabla 35: Parámetros de la velocidad de fractura utilizados en la simulación.....	119
Tabla 36: Parámetros Utilizados en la simulación .....	122
Tabla 37: Parámetros Utilizados en la simulación .....	122
Tabla 38: Parámetros Utilizados en la simulación .....	124
Tabla 39: Parámetros de la velocidad de fractura utilizados en la simulación.....	124
Tabla 40: Parámetros de las ecuaciones de Plitt para el hidrociclón.....	127
Tabla 41: Valores de los parámetros de la velocidad de fractura y función de fractura obtenidos mediante ajuste de mínimos cuadrados.....	130
Tabla 42: Parámetros utilizados en la simulación. ....	130
Tabla 43: Parámetros utilizados en la simulación. ....	133

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Representación gráfica de la velocidad de desaparición del material Agro – corazón, con 45% sólidos, 47 RPM y $U = 0.79$ . .....	8
Figura 2: Velocidad específica de fractura en función del tamaño, se observa un máximo, Mineral agro corazón.....	10
Figura 3: Representación de la función de fractura, tomado de “Diseño de Simulación de Circuitos de molienda”, (Austin y Concha, 1994).....	13
Figura 4: Curva de eficiencia del separador, donde Y1, Y2 son las fracciones no clasificadas. Tomado de Kelly y Spottiswood, 1990.....	18
Figura 5: Sección transversal de una criba, tomado de Maurice, 2003, “Principles of Mineral Processing” .....	21
Figura 6: Circuitos básicos de reducción de tamaño y clasificación (tomado de Kelly y Spottiswood, 1990).....	29
Figura 7: Representación de la estructura del módulo que posee el modelo matemático, el flujo de datos es transformado en las respuestas. ....	34
Figura 8: Molino de bolas utilizado para el ensayo en el laboratorio.....	39
Figura 9: Balanza Marcy (SEPOR) con sus partes, la escala de medición se muestra con mayor detalle en la parte inferior derecha. ....	39
Figura 10: Equipos Utilizados en los ensayos del laboratorio.....	41
Figura 11: Equipos utilizados para la obtención de monotamaños .....	44
Figura 12: Doré obtenido después de los ensayos al fuego.....	50
Figura 13: Esquema del circuito de molienda clasificación de la planta piloto. ....	52
Figura 14: Esquema del circuito de flotación de la planta piloto. ....	52
Figura 15: Molino de bolas con los dispositivos de clasificación. ....	53
Figura 16: Circuito cerrado del hidrociclón en la planta piloto.....	55
Figura 17: Diagrama de la planta piloto, los puntos rojos señalan los puntos de la toma de muestras para los análisis granulométricos y medición de caudales. ....	56
Figura 18.....	74
Figura 19: Curva de la función de la clasificación real y corregida para el hidrociclón (Tomado de Austin y Concha, 1994).....	76
Figura 20: En el proceso de creación de instancias de clase se crean copias a partir del modulo de clase, sin embargo cada objeto creado puede tener sus propios datos. ....	83
Figura 21: Representación del flujo de información entre la base de datos y la aplicación mediante la creación del objeto ADO. ....	86
Figura 22: La interfaz gráfica del objeto DATAGRID que presenta los datos almacenados en la base de datos física.....	87

Figura 23: Flowsheet del programa desarrollado en Visual Basic, se visualiza las unidades de procesamiento del molino y el hidrociclón y las corrientes de flujo indicadas por las flechas. ....	88
Figura 24: Interfaz gráfica del objeto que permite la interacción entre el usuario y la parte lógica de la unidad.....	88
Figura 25: Representación del flujo de datos entre el usuario, la base de datos y la información transferida a las otras unidades lógicas. ....	88
Figura 26: Estructura del modulo de molienda con los flujos de información y la unidad de proceso en el centro. ....	88
Figura 27: Esquema del ingreso de datos para el hidrociclón. ....	88
Figura 28: Gráfico del porcentaje acumulado pasante (PAP) versus el tamaño promedio geométrico.....	89
Figura 29: Representación de la distribución de partículas con el gráfico de Rosin Rammler. ....	89
Figura 30: Porcentaje acumulado pasante (PAP) para cada monotamaño en función del tiempo de molienda. 45% de sólidos y 47 RPM.....	90
Figura 31: Efecto de aceleración / desaceleración de la velocidad de fractura para el monotamaño 4x8. PAP porcentaje acumulado pasante 45% sólidos y 47 RPM....	91
Figura 32: Efecto de aceleración / desaceleración para los primeros 6 minutos de molienda para el monotamaño 14x18, PAP porcentaje acumulado pasante, 45% sólidos, 47 RPM. ....	92
Figura 33: Representación de la velocidad de fractura en función del tamaño promedio de partícula. ....	93
Figura 34: Variación de la velocidad de fractura en función del valor U para el monotamaño 10x18; U1 = 0.283, U2= 0.503, U3= 0.722, U4 = 0.846; 45% sólidos y 47 RPM.....	96
Figura 35: Diferentes ensayos de molienda para el monotamaño 18x30 para valores de U1 = 0.283, U2 = 0.503, U3 = 0.722, U4 = 0.846, U5 = 1.058, 45% sólidos y 47 RPM, Porcentaje acumulado pasante (PAP) .....	97
Figura 36: Variación de las cinéticas de fractura para el monotamaño 30x45 para valores de U1 = 0.283, U2 = 0.503, U3 = 0.722, U4 = 0.846, U5 = 1.058. ....	98
Figura 37: Variación de la velocidad absoluta de fractura en función de la fracción de polvo (carga en el molino).....	101
Figura 38: Variación de la velocidad de fractura en función del tamaño de partícula para diferentes valores de U. ....	102
Figura 39: Efecto del porcentaje de sólidos en volumen en la cinética de fractura para el mineral agro – corazón. ....	103
Figura 40: Función de fractura del monotamaño 10x14.....	104
Figura 41: Función de fractura del monotamaño 14x18.....	105
Figura 42: Función de fractura de los monotamaños 14x18 y 10x14 .....	106
Figura 43: Rapidez de la fractura para el monotamaño 4x8, 45% sólidos y 47 RPM..	107

Figura 44: Función de fractura para el monotamaño 4x8, 45% sólidos y 47 RPM.....	108
Figura 45: Efecto del tamaño de partícula en la recuperación por flotación del Oro...	110
Figura 46: Efecto del tamaño de partícula en la recuperación por flotación de la plata	110
Figura 47: Análisis granulométricos de los concentrados por flotación, C1 concentrado del ensayo 1, PAP% porcentaje acumulado pasante. ....	111
Figura 48: Curvas de eficiencia corregida del hidrociclón para los tres ensayos.....	112
Figura 49: Valor de las pendientes de las curvas de clasificación para cada ensayo, estos valores se relacionan con la ecuación de Plitt.....	113
Figura 50: Flujos de materiales y agua en el circuito de molienda de la planta piloto.	115
Figura 51: Resultados de los análisis granulométricos de la alimentación fresca y la salida del molino con el reciclo. ....	116
Figura 52: Porcentaje acumulado pasante de los flujos del hidrociclón.....	116
Figura 53: Distribución granulométrica de las corrientes en el clasificador mecánico.	117
Figura 54: Representación de la fracción acumulada pasante de la descarga del molino con respecto al tamaño, se muestra los resultados simulados y la alimentación fresca al sistema.....	119
Figura 55: Resultados de la alimentación simulada y experimental del hidrociclón ...	120
Figura 56: Corrientes del Over y del Under, resultados reales y simulados, puede observarse que no hay correspondencia entre estos valores.....	121
Figura 57: Corrientes de descarga del molino, las curvas correspondientes que muestran los valores simulados y experimentales muestran cierto grado de ajuste.....	122
Figura 58: Gráfico del porcentaje acumulado simulado y experimental de las corrientes de alimentación al hidrociclón.....	123
Figura 59: Gráfico del porcentaje acumulado simulado y experimental de las corrientes del Over y Under del hidrociclón. ....	123
Figura 60: Valores de la fracción acumulada experimental y simulada de la descarga del molino, se puede observar una mejor correlación. ....	125
Figura 61: Valores experimentales y simulados de la corriente de alimentación al hidrociclón. ....	126
Figura 62: Curvas del porcentaje acumulado simulados y experimentales de las corrientes del Over y Under. ....	126
Figura 63: Valores de la fracción acumulada experimental y simulada de la descarga del molino.....	127
Figura 64: Valores de la fracción acumulada experimental y simulada correspondiente a la alimentación al hidrociclón.....	128
Figura 65: Valores de la fracción acumulada experimental y simulada correspondiente a las corrientes del under y over del hidrociclón.....	128
Figura 66: Representación de la fracción acumulada pasante de la descarga del molino con respecto al tamaño, se muestra los resultados simulados y la alimentación fresca al sistema.....	131

Figura 67: Resultados de la alimentación simulada y experimental del hidrociclón ...	131
Figura 68: Corrientes del Over y Under comparados con los resultados de la simulación, puede observarse cierta correspondencia de la corriente del over.....	132
Figura 69: Resultados simulados y experimentales de la corriente de descarga y la corriente del Over, puede observarse cierta correlación de los resultados.....	133
Figura 70: Resultados simulados y experimentales de las corrientes de salida del tornillo clasificador.....	134
Figura 71: Resultado de las corrientes obtenidas de la simulación de la planta piloto	136
Figura 72: Ecuación obtenida por regresión lineal de los datos de velocidad de fractura a partir de los datos de velocidad de fractura obtenidos para cada monotamaño. ..	145
Figura 73: Regresión de datos para obtener los valores de la ecuación [1.17].....	158

## RESUMEN

El desarrollo de un simulador de procesos mineralúrgicos es una tarea compleja en donde convergen muchas disciplinas como la informática y la ingeniería de procesos químicos. El comprender los fenómenos que ocurren en los procesos mineralúrgicos permite el desarrollo de complejos modelos matemáticos que pueden ser utilizados en el análisis del comportamiento de un sistema. Mientras más detalles de los fenómenos involucrados posea el modelo, este se vuelve más complejo requiriendo la ayuda del ordenador para resolver dichos sistemas.

En el trabajo desarrollado se investigó el comportamiento y la rapidez de fractura del mineral Agro – corazón con el fin de obtener los valores de los parámetros que posee el modelo de molienda y clasificación con el fin de utilizarlos en la simulación. Los resultados del laboratorio no permitieron predecir el comportamiento de la planta piloto, sin embargo al triplicar el valor del parámetro “a” de la ecuación de velocidad de fractura, se pudo obtener mejores resultados. Se utilizó la técnica del “retro calculo” con el fin de obtener los valores de los parámetros ajustados a los resultados experimentales, con ello se pudo predecir la distribución granulométrica de la descarga del molino y de la descarga del hidrociclón mediante el simulador desarrollado en la hoja Excel.

Los valores obtenidos por retrocalculo no son similares a los obtenidos en el laboratorio, aunque en el simulador desarrollado en Excel presento buenos resultados, no fue lo mismo para el simulador desarrollado en Visual Basic.

# INTRODUCCIÓN

La representación de un fenómeno que ocurre dentro de un proceso o una operación unitaria mediante un modelo matemático permite responder preguntas del tipo ¿Qué pasaría Si? El uso de modelos en conjunto con paquetes computacionales son herramientas que dispone el Ingeniero para predecir el comportamiento de los sistemas, con ello es posible el análisis y la optimización a un relativo bajo costo.

Este trabajo muestra el desarrollo de un simulador, que parte del conocimiento de los fenómenos involucrados en las distintas operaciones unitarias como la molienda y la clasificación por tamaños, una vez que se ha recopilado del modelo, se necesita información acerca de los parámetros que permiten la descripción detallada del modelo.

Por lo que el objetivo de este trabajo es de desarrollar un simulador para procesos mineralúrgicos, y al mismo tiempo realizar estudios para tener la información requerida por el modelo, se disponen varias herramientas para ello, como el desarrollo de paquetes informáticos a partir del compilador Visual Basic que permite incorporar la filosofía de la arquitectura modular y con ello brindar enorme potencialidad al simulador, también se dispone parte del lenguaje del compilador Basic en el paquete informático de Excel, que en cierto modo no requiere del desarrollo de interfase para el usuario final.



# 1. Revisión Bibliográfica

## 1.1 Descripción de los Procesos Mineralúrgicos

El propósito del procesamiento mineral es la liberación, clasificación y concentración del mineral de interés que por lo general se encuentra atrapado dentro del material de menor interés llamado también ganga. Dependiendo de la naturaleza del mineral y las condiciones del entorno se han desarrollado una gran cantidad de procesos para el tratamiento mineral, sin embargo estos se fundamentan en tres operaciones básicas: la reducción de tamaño, la clasificación o separación de sólidos y el transporte de materiales (Kelly y Spottiswood, 1990).

El procesamiento mineral está conformado por varias etapas denominadas operaciones unitarias y que en su conjunto permiten la extracción del mineral para su posterior refinación, todo este proceso involucra alteraciones del medio ambiente y con la consecuencia de la problemática social, es por ello que es importante optimizar los procesos para reducir los posibles impactos al medio para evitar las soluciones del tipo “*final del túnel*” (Maurice C. et al., 2003).

En lo que respecta a la reducción del tamaño, durante esta fase la naturaleza química del mineral no cambia y en función del tamaño de partícula la reducción de tamaño puede clasificarse en trituración y en molienda. Los procesos de separación implican aprovechar las propiedades físicas o químicas del mineral con el fin de tener productos

valiosos, también es utilizada como complemento de las operaciones de reducción de tamaño con el fin de eliminar material fino para evitar la sobre molienda como es el caso de la separación por hidrociclones. (Perry y Green, 2001).

### **1.1.1 Reducción de tamaño**

Una de las operaciones de mayor importancia dentro del procesamiento mineral es la reducción de tamaño donde el mineral es fragmentado por trituración, por choque y molienda, mediante esta operación es posible la liberación del mineral que posteriormente puede ser concentrado o utilizado en otros procesos (Maurice et al. 2003).

A pesar de ello es una operación ineficiente que consume gran cantidad de energía que implica altos costos de producción. Este argumento ha hecho que la reducción de tamaño sea ampliamente estudiada con el fin optimizar el proceso y reducir costos. (Austin y Concha, 1994; Maurice et al. 2003).

Básicamente y en función del tamaño de partícula la reducción de tamaño se ha subdivido en: trituración que se caracteriza por manejar grandes volúmenes de material y tamaños gruesos de partículas en el orden de varios centímetros; y la molienda en donde el tamaño de partícula es por lo general inferior a una pulgada (Lynch y Rowland, 2005).

Las partículas procedentes del minado poseen tamaños gruesos que requieren que el material sea reducido mediante el uso de trituradoras o quebrantadoras (Hopp, 1984). Se logra mayor eficiencia en la trituración si esta se divide por etapas, que en función

del tamaño de partícula, se puede clasificar en primaria, secundaria y terciaria (Lynch y Rowland, 2005).

La trituración primaria se caracteriza por manejar altos flujos de material y de tamaño grueso. Las trituradoras primarias son equipos de baja velocidad y reducen las partículas en tamaños del orden de 15 – 25cm. En la trituración secundaria las trituradoras de cono son las más usadas y reducen el tamaño de partícula en el orden de 5cm (Kesvan, 2006; Mc. Cabe et al. 1991).

Cuando las partículas alcanzan un reducido tamaño, generalmente menor a una pulgada, se habla de molienda. Hay una interesante analogía entre la molienda y la operación con un reactor químico, un molino continuo puede ser considerado como un reactor continuo en la cual los productos de la “reacción” son los fragmentos formados debido a la transformación de la energía suministrada en energía de ruptura. Los parámetros operacionales de los molinos son la velocidad crítica, la fracción de llenado del medio de molienda (bolas, barras), y la relación que ocupa el material en los espacios entre los medios de molienda denominado U (Austin y Concha, 1994).

$$V_c = \frac{42.2}{\sqrt{D-d}} \text{ RPM} \quad [1.1]$$

Donde  $V_c$  es la velocidad crítica del molino,  $D$  es el diámetro del molino,  $d$  es diámetro de las bolas, ambos valores en metros.

La fracción del volumen del molino que representa la carga que incluye los medios de molienda (bolas) está dado por la siguiente expresión (Austin y Concha, 1994):

$$j = \frac{m_b / \delta_b}{V_m} \cdot \left( \frac{1}{1 - \varepsilon} \right) \quad [1.2]$$

Donde  $j$  representa la fracción de carga de las bolas al molino,  $m_b$  es la masa de las bolas dado en toneladas,  $\delta_b$  es la densidad de las bolas dado en ton/m<sup>3</sup>,  $V_m$  es el volumen del molino en m<sup>3</sup>,  $\varepsilon$  es la fracción de porosidad del lecho de molino, cuyo valor nominal es 0,4. La relación entre los espacios vacíos del lecho de las bolas y la carga de material esta dado por el valor  $U$  que es un indicador de la cantidad de carga de material en el molino (Austin y Concha, 1994).

$$U = \frac{f_c}{0.4 \cdot j} \quad [1.3]$$

Donde  $f_c$  es la fracción de masa que ocupa el interior del molino, similar expresión a la ecuación [1.2]. La fracción de material que ocupa los espacios entre las bolas está dada por la siguiente ecuación:

$$f_c = \frac{m_p / \delta_p}{V_m} \cdot \left( \frac{1}{1 - \varepsilon} \right) \quad [1.4]$$

Donde  $f_c$  representa la fracción de carga del material,  $m_p$  es la masa del material dado en toneladas métricas,  $\delta_p$  es la densidad del polvo dado en ton/m<sup>3</sup>,  $V_m$  es el volumen del molino en metros cúbicos,  $\varepsilon$  es la fracción de porosidad del lecho de molino, cuyo valor nominal es 0,4 (Austin y Concha, 1994).

### **1.1.1.1 Teoría de la fractura.**

La formación de fragmentos producto de una aplicación de esfuerzo a una partícula tiene su origen en el concepto de que todo material posee imperfecciones, los minerales por su naturaleza son heterogéneos y estos poseen diversas fallas en su estructura cristalina, las investigaciones de Griffith se basan en la suposición de que los sólidos tienen un comportamiento frágil y elástico y que poseen grietas o fallas de Griffith (Kelly y Spottiswood, 1990).

Cuando se aplica un esfuerzo a un sólido este se concentra en la punta de estas fallas o grietas, originando un frente de fractura y con ello la consecuente fragmentación del material, Esto implica que exista un esfuerzo transversal en la grieta por ende el material se fractura por tensión y no por compresión, parte de la energía de fractura es utilizada para la propagación de la grieta y otra parte es consumida en la deformación de los enlaces no tan cercanos a la grieta. En consecuencia de la teoría de Griffith se sabe que la resistencia a la tensión depende del número de fallas que posea el sólido y que el número de estas fallas es menor cuando el tamaño de la partícula también lo es. Por lo tanto el límite de la capacidad de molienda está dado el tamaño más pequeño que puede fracturarse (Austin y Concha, 1994).

A partir de la teoría de Griffith, se han desarrollado varias ecuaciones que permiten la predicción de la distribución de fragmentos de una partícula sometida a esfuerzos. Una ecuación propuesta por Gilvarry y modificada por Austin y Klimpel predice los fragmentos formados a partir de una partícula (Kelly y Spottiswood, 1990).

La siguiente expresión matemática representa la formación de fragmentos.

$$Y_a = 1 - \left[1 - \frac{d}{d^*}\right]^a \left[1 - \frac{d}{d^*}\right]^b \left[1 - \frac{d}{d^*}\right]^c \quad [1.5]$$

Donde  $Y_a$  representa la fracción acumulativa de tamaños,  $d^*$  es el tamaño de referencia arbitrario,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son constantes que dependen de la densidad de falla. Sin embargo la teoría de fractura es insuficiente para describir totalmente el proceso de reducción de tamaño por lo que se ha desarrollado conceptos de cinética de fractura, función de fractura, tiempos de residencia, función de clasificación, todos estos conceptos se enmarcan dentro del modelo general del balance de población y con ello es posible obtener una descripción más detallada del proceso de reducción de tamaño. (Sohn y Wadsworth, 1986).

### 1.1.1.2 Cinética De Fractura.

Los ensayos de molienda aplicados a diversos materiales, han demostrado que la cantidad de material dentro de un intervalo de tamaño que ‘desaparece’ o se fractura guarda proporcionalidad con la cantidad presente en el interior del molino. Esta aseveración es cierta cuando los parámetros operacionales no cambian con el tiempo (estado estacionario), y están ajustados dentro del rango normal de operación del equipo. Cumpliendo con estas condiciones es posible obtener una relación matemática que nos permita describir el proceso de fractura llamado también: hipótesis de molienda de primer orden (Austin y Concha, 1994; Austin et al., 1986).

$$-\frac{dw_i}{dt} \propto w_i \quad [1.6]$$

Donde  $w_i$  es la cantidad de material en el interior del molino que pertenece al intervalo de tamaño  $i$ , el signo negativo de la parte izquierda de la ecuación representa la cantidad de material de tamaño  $i$  que desaparece en función del tiempo. Es conveniente que los intervalos de tamaño correspondan a una serie geométrica de  $\sqrt{2}$  ó  $\sqrt[4]{2}$  de tamices. Si agregamos una constante de proporcionalidad, la ecuación anterior se convierte en (Austin y Concha, 1994):

$$-\frac{dw_i}{w_i} = k \cdot dt \quad [1.7]$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria, de primera orden, homogénea que puede ser fácilmente integrable, si la constante de proporcionalidad no cambia con el tiempo y dadas las condiciones de borde:

$$\begin{aligned} t = 0 &\Rightarrow w_i = w_{i0} \\ t \rightarrow \infty &\Rightarrow w_i = w_i \end{aligned}$$

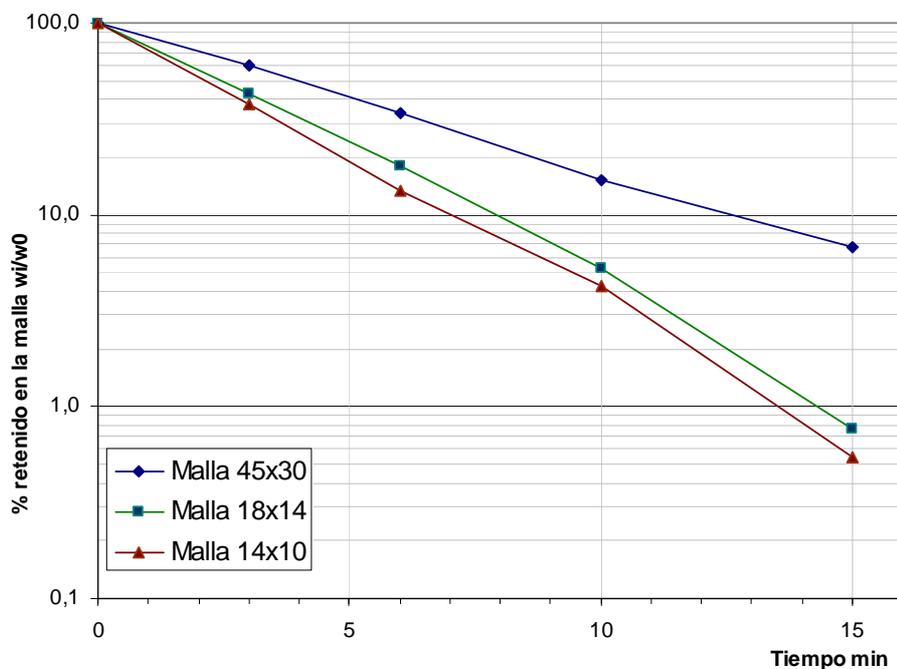
La integración de la ecuación es:

$$\ln w_i = \ln w_0 + e^{-kt} \quad [1.8]$$

Donde  $w_0$  representa la cantidad de material al inicio de la molienda,  $w_i$  es la cantidad de material en el interior del molino después de un tiempo  $t$  de molienda. La forma diferencial de esta ecuación también se la conoce como la *ley de cambio exponencial* (Thomas y Finney, 1998)

### 1.1.1.3 Velocidad específica de fractura.

La constante de proporcionalidad de la ecuación [1.7] se denominada velocidad específica de fractura y tiene unidades de  $t^{-1}$ . En investigaciones realizadas por Gardner y Austin con trazadores radiactivos se ha demostrado que la validez de esta hipótesis es aplicable a un conjunto finito de tamaños presentes en el molino y que en cada intervalo de tamaño hay una correspondencia entre la velocidad específica de fractura y el tamaño (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986). El siguiente gráfico confirma la validez de la correspondencia entre la velocidad de fractura específica y el tamaño. El gráfico fue obtenido realizando diversos ensayos con distintos intervalos de tamaño. La cantidad en el interior del molino fue predominantemente del mismo tamaño del intervalo seleccionado, esta técnica de ensayo se la conoce como *técnica del monotamaño* (Austin y Concha, 1994).



**Figura 2:** Representación gráfica de la velocidad de desaparición del material Agro – corazón, con 45% sólidos, 47 RPM y  $U = 0.79$ .

La pendiente de la curva del gráfico anterior corresponde a la constante de la velocidad de fractura, cabe destacar que no siempre se cumple con esta linealidad, y se tiene condiciones en las cuales la molienda no es de primer orden. Se ha desarrollado una relación matemática empírica entre la velocidad de fractura, el tamaño del material, las condiciones del molino y las características de mineral (Austin y Concha, 1994).

$$\begin{aligned} k &= S_i \\ S_i &= a \cdot x_i^\alpha \end{aligned} \quad [1.9]$$

Donde  $\alpha$  (*alfa*) es función del material, el parámetro “*a*” es sensible a las condiciones de molienda. El tamaño de partícula  $x$  representa la media geométrica del intervalo dado por  $\sqrt{x_i \cdot (x_i + \Delta x_i)}$ . La normalización de la ecuación permite conservar las unidades de “*a*” aunque los valores de  $\alpha$  cambien, es decir:

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha, \text{ Donde } x_0 = 1\text{mm}. \quad [1.10]$$

Al representar gráficamente la relación entre la velocidad específica de fractura y la media geométrica del tamaño de partícula que pertenece al *i*ésimo intervalo, se observa que existen dos regiones: una región que corresponde a fractura normal o cinética de fractura de primer orden y otra región de fractura anormal o cinética de fractura que no es de primer orden. El punto en donde se alcanzan valores máximos de velocidad específica se denomina tamaño crítico de partícula, a partir de allí para valores de tamaño mayores al crítico la cinética de fractura no es de primer orden (Austin y

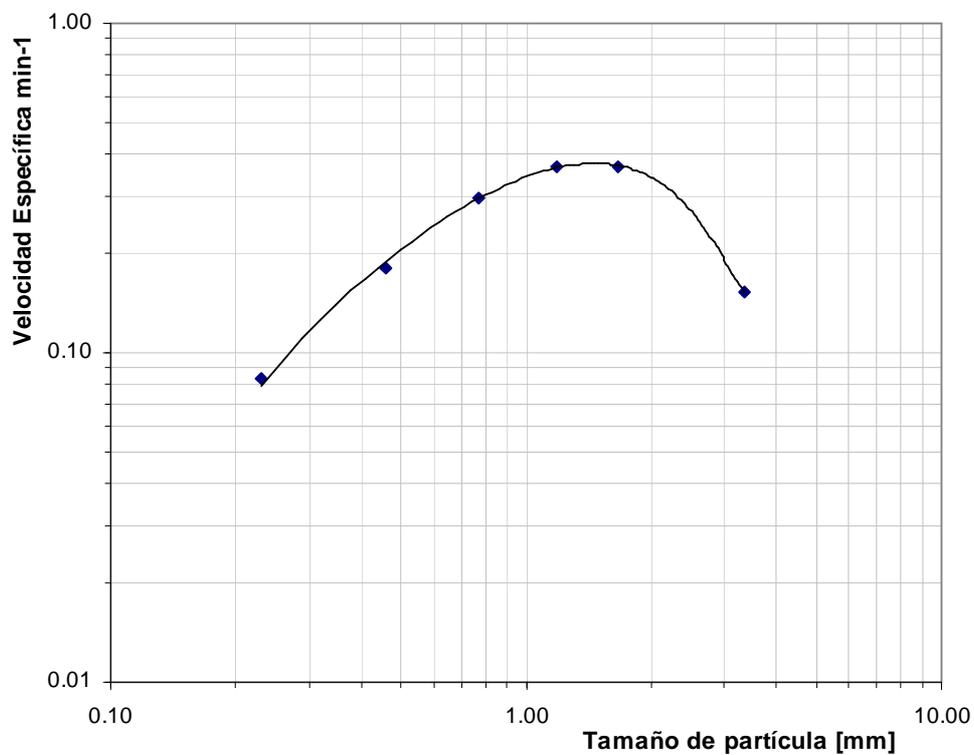
Concha, 1994). Esta región indica una ineficiencia en el proceso de molienda (Gráfico N° 2).

La representación matemática de la velocidad específica de fractura en función del tamaño de partícula incluye un factor de corrección para la zona de fractura anormal.

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha Q \quad \begin{cases} Q = 1 \rightarrow x < x_c \\ Q < 1 \rightarrow x > x_c \end{cases} \quad [1.11]$$

$$Q = \frac{1}{1 + (x_i / \mu)^\Lambda} \quad [1.12]$$

Donde  $Q$  es el factor de corrección y queda definido por dos parámetros:  $\mu$  y  $\Lambda$ ,  $x_i$  representa el tamaño medio geométrico (Austin y Concha, 1994).



**Figura 3:** Velocidad específica de fractura en función del tamaño, se observa un máximo, Mineral agrio corazón.

El parámetro  $\mu$  se relaciona con las condiciones de operación del molino, mientras que  $\Lambda$  se relaciona con las características del mineral e indica la rapidez con la que decrecen los valores de la velocidad específica. Si bien el tamaño crítico depende del tipo de mineral, también varía en función del diámetro de bola y del diámetro del molino, es decir (Austin y Concha, 1994):

$$x_c \propto d^{N_3} \quad [1.13]$$

Donde  $x_c$  es el tamaño en el cual se obtiene el máximo de la velocidad esta dado en milímetros,  $d$  es del diámetro de bola utilizado en milímetros y  $N_3$  tiene el valor que depende del material ensayado, Austin ha reportado el valor  $N_3$  de 1.2. La relación entre el diámetro del molino y el tamaño crítico está dada por (Austin y Concha, 1996):

$$x_c \propto D^{N_2} \quad [1.14]$$

Donde  $D$  es el diámetro del molino dado en metros y el valor del exponente es aproximadamente 0.2. Finalmente la relación entre  $\mu$ ,  $\Lambda$ ,  $x_c$  y el parámetro  $\alpha$  esta dada por la siguiente relación:

$$\mu = \left[ \frac{\Lambda - \alpha}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\Lambda}} \cdot x_c \quad \text{Para todo } \Lambda > \alpha \quad [1.15]$$

Donde  $\mu$  esta dado en unidades de milímetros

#### 1.1.1.4 Función de fractura.

Las partículas sometidas a una gran variedad de acciones de fractura generan una distribución de fragmentos de tamaños menores a los iniciales, si se puede contabilizar estos fragmentos antes de una mezcla total se tiene el concepto de función de fractura.

Las fracciones definidas por los intervalos de tamaños de serie geométrica ( $\sqrt{2}$ ), permiten definir a las funciones de fractura como una función acumulativa de fragmentos, empíricamente se ha hallado que la siguiente ecuación representa las fracciones acumuladas para cada intervalo de tamaño (Kelly y Spottiswood, 1990):

$$B_{ij} = \phi_i \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^\gamma + (1 - \phi_i) \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^\beta \quad [1.16]$$

Donde:

$B_{ij}$  = Fracción acumulada en peso del material fracturado a partir del tamaño j.

$d_i - d_j$  = Intervalo de tamaño, el tamaño j representa los intervalos superiores.

$\phi_j$  = Parámetro característico del material.

$\gamma$  = Parámetro de distribución granulométrica.

$\beta$  = Parámetro característico del material.

La relación  $d_i / d_j$  indica la normalización de la función de fractura, esto es posible si la fracción de fragmentos es independiente del tamaño inicial.

Sin embargo para ciertos materiales la función no es normalizable, es decir depende del tamaño inicial.

Para ello se introduce un factor de corrección dado por la siguiente ecuación (Austin et al. 1982).

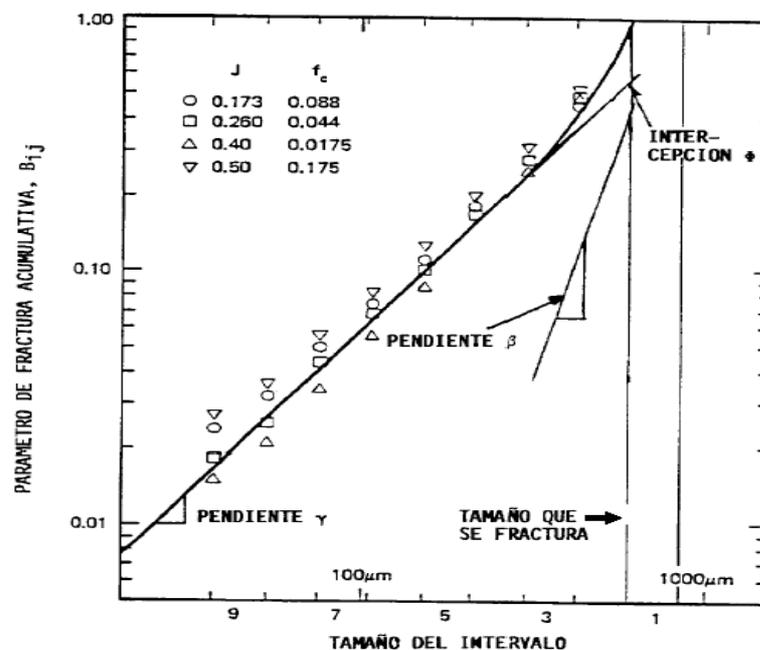
$$\phi_j = \phi_k (x_j/x_k)^{-\delta} \quad [1.17]$$

Donde:

$\phi_k$  = Parámetro en función del material, el subíndice indica el tamaño referencial.

$\delta$  = Parámetro de dispersión de distribución, característico del material.

Para la descripción completa de todos los tamaños originales y sus respectivos fragmentos es necesaria una matriz de números que puede representar a las fracciones en cada intervalo o también representar el acumulado. La fracción en peso que aparece en cada intervalo es  $b_{ij} = B_{ij} - B_{i+1,j}$ . El siguiente gráfico es una representación de la función de fractura de fracciones acumuladas versus el tamaño normalizado, es decir  $d_i/d_j$ . A partir de la representación gráfica es posible determinar los parámetros de la ecuación de función de fractura.



**Figura 4:** Representación de la función de fractura, tomado de “Diseño de Simulación de Circuitos de molienda”, (Austin y Concha, 1994).

Se han reportado valores de  $\gamma$  que oscilan entre 0.5 y 1.5, mientras que los valores de  $\beta$  están entre 2.5 y 5, Austin y Concha (1994) mencionan que la función de distribución es sensible al valor de  $\gamma$ .

Es interesante notar que los valores de  $B_{ij}$  son insensibles a las condiciones de tamaño de molino y carga de bolas. Por lo que se ha sugerido que el mecanismo de fractura es el mismo para diferentes diámetros de molinos y condiciones de carga de los medios de molienda (*bolas*) y material. La acción de cascada implica el golpe entre bola – bola mientras regresa al lecho del cual, por acción de giro y de lánas, fue levantada. Este mecanismo es independiente del tamaño del molino y condiciones de los medios. Al parecer el diámetro de bola influye en los valores de  $B_{ij}$ , por lo que en un medio donde hay un rango de tamaños de bola, los valores de  $B_{ij}$  deben ser el promedio para cada tamaño de bola, es decir (Kelly y Spottiswood, 1990):

$$\bar{B}_{ij} = \frac{\sum_k S_k B_{ik}}{\sum_k m_k S_{ik}} \quad [1.18]$$

Donde  $m_k$  representa la fracción en masa de bolas dentro del intervalo de tamaño  $k$ .

#### 1.1.1.5 Tiempos de residencia

En el enfoque macroscópico no se detalla la dependencia espacial de las partículas en el interior del sistema, por lo que la descripción de la ubicación de las partículas es de forma general y está dada por métodos estadísticos (Sohn y Wadsworth, 1986).

El tiempo de residencia de una partícula indica el tiempo en el cual la partícula permanece en el sistema desde un tiempo  $t_1$  hasta su salida a un tiempo  $t_2$ . No todas las partículas tienen los mismos tiempos de residencia, es decir a la salida del sistema se obtendrá toda una distribución de tiempos de residencia. Esta distribución permite caracterizar el mezclado que ocurre en el interior del recipiente. Un análisis completo de sistemas abiertos implica conocer los patrones de flujo determinados a partir del análisis de la distribución de los tiempos de residencia (Fogler, 2001). La función de distribución de tiempos de residencia (DTR) está representada por:

$$E_i(t)dt = \frac{dm}{W} \quad [1.19]$$

Donde  $\varphi_i$  es la DTR,  $W$  es la cantidad de materia total en el interior del recipiente,  $m$  la fracción másica de partículas que poseen el mismo tiempo de residencia. El tiempo promedio o edad de salida queda definido por (Fogler, 2001):

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t \cdot E(t) \cdot dt \quad [1.20]$$

Para elementos discretos:

$$\bar{t} = \sum_0^{\infty} t \cdot E(t) \cdot \Delta t \quad [1.21]$$

El tiempo promedio también resulta ser igual a:

$$\bar{t} = \frac{W}{F} \quad [1.22]$$

Donde  $W$  es la cantidad de material en el interior del sistema y  $F$  es el flujo másico de la alimentación.

Se considera dos tipos básicos de patrón de flujo. El flujo pistón cuando las velocidades son uniformes en el interior del recipiente, por lo que las partículas no se mezclan con otros elementos que poseen distintas edades. En el flujo mezcla perfecta toda la alimentación se dispersa totalmente en el interior del recipiente, se considera que el contenido es homogéneo y las propiedades de la corriente de salida son idénticas al interior del recipiente (Fogler, 2001). En los sistemas reales el comportamiento se encuentra entre estos dos patrones de flujo, este comportamiento es debido a (Himmelblau y Bischoff 1976):

- Formación de cortocircuitos, debido a que hay partículas con mayores velocidades que otras.
- Formación de espacios muertos debido a la geometría del equipo.
- Recirculación, cierta cantidad del fluido retorna al sistema.

Para cuantificar la DRT experimentalmente se hace uso de trazadores y midiendo la concentración del trazador a la salida del sistema. El trazador debe ser una sustancia inerte y con similares características a los materiales en el sistema, además debe ser fácilmente detectable. Hay dos métodos para inyectar el trazador en el sistema: inyección por pulso e inyección escalón (Fogler, 2001).

Dependiendo del método de inyección del trazador la función de DTR queda definida por:

$$E(t) = \frac{C(t)}{\int_0^{\infty} C(t)} \quad \text{Para el método de inyección por pulso.} \quad [1.23]$$

$$E(t) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{C(t)}{C_0} \right]_{Escalon} \quad \text{Para el método de inyección escalón.} \quad [1.24]$$

De acuerdo a los datos obtenidos de mediciones de la DTR se han propuesto varios modelos para molinos rotatorios que describen la función DRT: (a) mezcladores iguales en serie, (b) Un mezclador grande seguido por dos pequeños, (c) Modelo de Rogers – Graner, (d) Modelo de dispersión axial (Concha y Austin, 1994).

### 1.1.2 Clasificación y Concentración

La clasificación es esencialmente una separación de sólidos a partir de una mezcla de partículas aprovechando sus propiedades físicas como el tamaño, de sus propiedades químicas como la composición, los fenómenos involucrados en la separación son del tipo físico – mecánicos (Geankoplis, 1998). Las operaciones de separación por tamaños son de gran importancia en los procesos mineralúrgicos y son complemento de otras operaciones como la reducción de tamaño, las separaciones sólido – líquido, la recuperación de material valioso, la eliminación de desechos, etc. (Maurice, 2003).

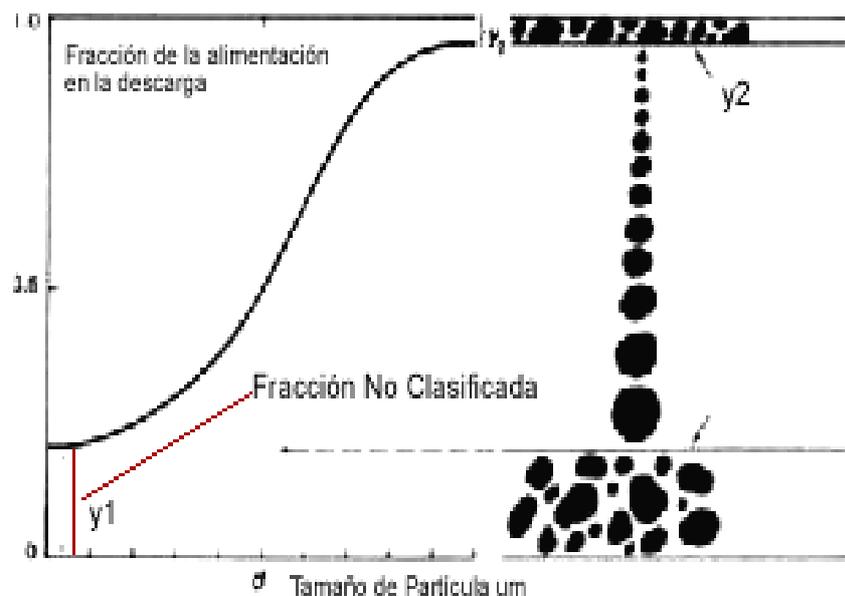
En los circuitos de reducción de tamaño la separación del material aumenta la eficiencia de lo equipos. En el caso de la trituración se evita el amortiguamiento por empaquetado de finos en las cámaras de trituración. En los circuitos de molienda la clasificación permite retirar el material muy fino evitando la sobre molienda y el excesivo gasto de energía (Bouso, 1985)

Los dispositivos utilizados para la clasificación pueden ser los tipos mecánicos o no mecánicos, y estos pueden dividirse en función del fenómeno mecánico involucrado:

por gravedad o por movimiento centrífugo. Los clasificadores por gravedad se pueden dividir en clasificadores tipo sedimentadores y en clasificadores tipo hidráulico (Perry y Green, 2001).

Las operaciones de separación por tamaños se efectúan básicamente de dos formas: mediante mallas denominadas también tamices o cribas y mediante el uso de un fluido como en el caso de los hidrociclones (Austin y Concha, 1994).

Un proceso de separación depende básicamente de tres factores: la propiedad del mineral, las características del equipo, los requerimientos del producto final (Kelly y Spottiswood, 1990). El rendimiento de un separador se basa en la capacidad del equipo y en el tamaño de separación, esto puede representarse mediante un gráfico que relaciona el porcentaje de material que aparece en la descarga con respecto a la alimentación y el tamaño de partícula, estas curvas se denominan curvas de rendimiento de un separador.



**Figura 5:** Curva de eficiencia del separador, donde Y1, Y2 son las fracciones no clasificadas. Tomado de Kelly y Spottiswood, 1990

De acuerdo con el gráfico anterior  $Y_1$  y  $Y_2$  representa la cantidad de partículas que no se han clasificado, la fracción  $Y_1$ , se consideran que tienen un comportamiento similar al del líquido en la que se encuentran suspendidas que generalmente es el agua, la fracción  $Y_2$  es el material grueso que tampoco ha sido afectado por las fuerzas de separación y generalmente es despreciable (Kelly y Spottiswood, 1990). La sección donde la pendiente de la curva es más pronunciada representa el valor medio del tamaño de separación. Una derivación de la representación anterior es la del rendimiento corregido y se define como:

$$y_c = \frac{y_r - y_1}{1 - y_1 - y_2} \quad [1.25]$$

Donde  $Y_1$  y  $Y_2$  son las fracciones no separadas,  $Y_c$  es la fracción corregida de la alimentación en la descarga,  $Y_r$  es la fracción real. La expresión anterior representa a total de las partículas que han sido separadas, esta curva puede normalizarse si se divide la escala de tamaños por el valor de  $d_{50}$ .

El  $d_{50}$  se convierte en un parámetro significativo obtenido a partir de la curva de rendimiento del separador y es una forma de expresar el tamaño de separación. Se han desarrollado varias ecuaciones para representar a la curva de eficiencia o clasificación a partir de relaciones empíricas del  $d_{50}$  y de la precisión del clasificador (Austin y Concha, 1994).

De manera similar a la cinética de fractura los procesos de separación pueden ser representados por la cinética de primer orden de manera que la desaparición de las

partículas de similar intervalo de tamaño pueden ser representadas mediante la ecuación [1.6] y adaptada a los procesos de separación resulta en:

$$m = m_0(1 - p)^n \quad [1.26]$$

Donde  $m$  y  $m_0$  representa la cantidad de material a un tiempo  $t$  y al inicio respectivamente,  $P$  representa la función de probabilidad y  $n$  representa el número de etapas del proceso (Kelly y Spottiswood, 1990).

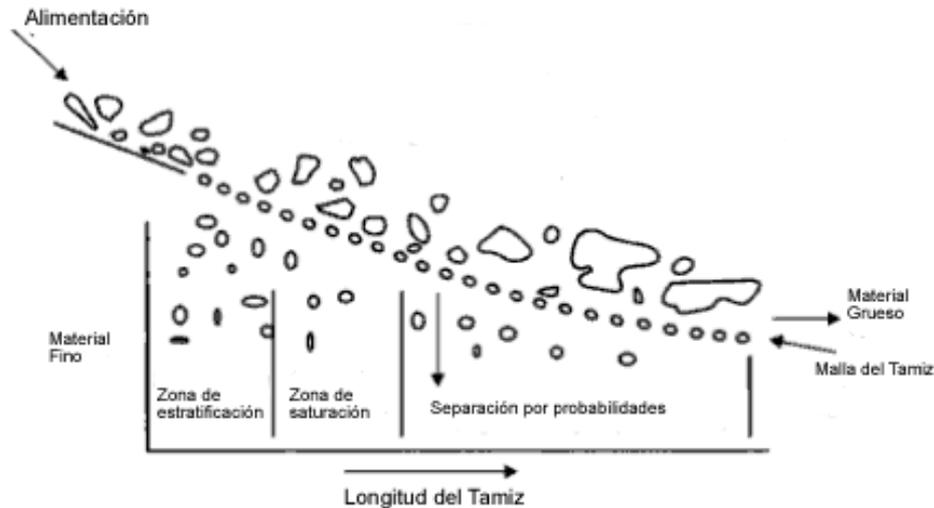
La concentración es un proceso de separación, donde una vez liberado el mineral valioso este es concentrado en función de sus características físicas y químicas. Una de las principales operaciones de concentración es la flotación por espuma y también es un proceso que se realiza por etapas (Biwas y Davenport, 1993).

#### **1.1.2.1 Separación por cribas o tamices.**

El cribado es una operación mecánica de separación que se basa en el tamaño de la partícula donde la separación ocurre mediante dispositivos de superficie que poseen aberturas por la cuales atraviesan las partículas. El rendimiento de una criba se basa en la capacidad y en la eficiencia que es determinada a partir de las curvas de rendimiento, las curvas dependen en gran medida del tipo de operación del dispositivo (Maurice, 2003).

Los dispositivos de superficie de cribado básicamente son de tres tipos: placa perforada, alambre tejido, y de barra perfilada. Las superficies deben ser fuertes para soportar el

peso de la alimentación y al mismo tiempo ser flexibles para permitir la transmisión del movimiento vibratorio por otra parte deben proporcionar un área razonable (Kelly y Spottiswood, 1990). La siguiente figura muestra el proceso de tamizado.



**Figura 6:** Sección transversal de una criba, tomado de Maurice, 2003, “Principles of Mineral Processing”

Del concepto de la rapidez de primer orden se derivan varios conceptos que difieren en función del comportamiento de las partículas y la probabilidad de atravesar la superficie de cribado (Kelly y Spottiswood, 1990).

El concepto del “proceso único” se basa en la ecuación [1.6] que representa la rapidez de desaparición de las partículas en el lecho, si relacionamos la ecuación [1.6] y la ecuación [1.26] se tiene:

$$\exp(-k \cdot t) = (1 - p)^n$$

$$k = \frac{n}{t} \ln(1 - p) \quad [1.27]$$

Donde  $p$  representa la probabilidad de que la partícula atraviese la superficie de cribado y puede remplazarse con funciones de probabilidad, una expresión derivada para el  $d_{50}$  es (Kelly y Spottiswood, 1990):

$$d_{50} = De - \frac{0.833(De + Dw)}{\sqrt{L} \cdot \sqrt{N_L}} \quad [1.28]$$

Donde  $D_e$  es la abertura efectiva de la criba,  $D_w$  el ancho del alambre,  $L$  es la longitud de la superficie de separación,  $N_L$  es un factor característico de la operación del equipo.

El tratamiento de “dos procesos” es cuando en la iteración entre las partículas, se define un valor crítico de flujo másico en la alimentación a partir del cual se definen dos condiciones: aglomeración, comportamiento individual. La aglomeración ocurre para valores mayores del flujo crítico y para valores menores las partículas como unidades individuales y aisladas (Kelly y Spottiswood, 1990).

Para flujos de alimentación menores al crítico se tiene la siguiente expresión para cada intervalo de tamaño:

$$-\frac{d\dot{m} \cdot x_i}{dL} = k_i \cdot \dot{m} \cdot x_i \quad [1.29]$$

Donde  $K_i$  representa la constante de rapidez,  $X_m$  es la fracción de partículas del  $i$  –ésimo intervalo,  $m$  es el flujo másico en la alimentación. Para valores mayores al crítico se tiene que:

$$-\frac{d\dot{m} \cdot x_i}{dL} = k_i \cdot x_i \quad [1.30]$$

La constante de rapidez para valores de flujo másico mayores al valor crítico es función de la probabilidad del paso de partículas y del flujo crítico:

$$k_i = \dot{m}_c \cdot N_L \cdot p_i \quad [1.31]$$

Donde  $\dot{m}_c$  es el flujo másico crítico y  $p_i$  es la función de probabilidad para cada intervalo de tamaño. Mientras para los valores mayores al valor crítico de la velocidad de flujo está dado por:

$$k_i = -N_L (1 - p_i) \quad [1.32]$$

El Cribado de Probabilidad se basa en la probabilidad de que una partícula atraviese la criba en base al número de intentos, mientras más pequeña sea la partícula tiene mayor probabilidad de atravesar la superficie. Si se define a  $p$  como la probabilidad que tiene la partícula de atravesar la superficie, la diferencia con la unidad representará la posibilidad de otros intentos, se ha desarrollado una expresión matemática para representar este concepto (Kelly y Spottiswood, 1990):

$$m = m_0 \cdot p \cdot (1 - p)^{n-1} \quad [1.33]$$

Donde  $n$  representa el número de intentos o abertura efectiva de paso.

Los factores que afectan al cribado dependen de la combinación de las características de la alimentación y de la operación del equipo, estos pueden resumirse en:

### **Relación tamaño partícula – abertura.**

Este problema tiene el enfoque estadístico ya que se fundamenta en la probabilidad que tiene una partícula de caer en la abertura, se han desarrollado varias ecuaciones que describen esta probabilidad.

### **Características de la criba.**

El tamaño de la abertura, la forma de la abertura, el diámetro del alambre son factores de diseño, mientras que el ángulo de inclinación de la superficie es un parámetros de operación, ambos factores afectan el rendimiento del cribado.

### **Movimiento de la criba.**

Es un parámetro operacional y permite aumentar la probabilidad de que una partícula ingrese por la abertura, el movimiento afecta al transporte del material en la superficie de la criba.

### **Humedad**

Mientras más cantidad de material fino se encuentra en la distribución de tamaños en la alimentación, menor cantidad de humedad debe tener el material a mayores cantidades de humedad ocurren don fenómenos: el cegamiento plástico que es la adherencia de las partículas en la superficie y la formación de mantos por unión de partículas. El cribado en húmedo puede ser útil si se desea eliminar partículas muy finas.

### 1.1.2.2 Separación en húmedo.

La clasificación es un proceso de separación que puede realizarse en medio líquido siendo el agua el líquido de uso común. Por lo general la clasificación está constituida por dos corrientes: una corriente de partículas gruesas llamada descarga o under, y otra corriente formada por partículas de tamaño pequeño llamado rebalse u over. (Austin y Concha, 1994; Perry y Green 2001).

La clasificación es un proceso continuo donde el mecanismo de separación se fundamenta en las distintas velocidades relativas que poseen las partículas con respecto al fluido debido a la influencia de las fuerzas de separación como la gravitatoria o la centrífuga (Maurice, 2003).

La mayor parte de dispositivos de clasificación en húmedo pueden modelarse a partir del concepto de “*estanque ideal de asentamiento*”, las partículas que ingresan al sistema tienen una velocidad horizontal similar a la velocidad del fluido; además posee una componente de velocidad vertical debido a las fuerzas gravitacionales lo que ocasiona que partículas más pesadas se dirijan al fondo del estanque (Kelly y Spottiswood, 1990). El concepto extendido de estanque de asentamiento incluye los efectos de dispersión de manera similar a los fenómenos de transferencia de masa, este concepto puede ser representado por:

$$v_t \frac{\partial C}{\partial L} - v_\infty \frac{\partial C}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H} \left[ D \frac{\partial C}{\partial H} \right] + D \frac{\partial^2 C}{\partial L^2} \quad [1.33]$$

Donde  $v_t$  es la componente de la velocidad horizontal,  $v_\infty$  es la velocidad de asentamiento de las partículas (estas velocidades son promediadas),  $L$  es la longitud del tanque,  $H$  es la altura del tanque,  $D$  es el coeficiente de difusión.

Para la solución de este sistema  $v_t$  y  $D$  deben estar en función de la longitud, sin embargo pueden tomarse como constantes. El gráfico de la solución de la ecuación anterior da resultados similares al gráfico de la curva de eficiencia, similar a la figura 4.

Un modelo simplificado fue propuesto por Reid quien estableció que la alimentación al estanque ideal está compuesto por dos flujos que poseen características de flujo tapón y con mezclado axial, debido a fuerzas de separación ocurre efectos turbulentos que implican un intercambio de partículas en la interfase de los dos flujos por lo que una expresión matemática desarrollada a partir de este concepto es (Austin y Concha, 1994):

$$C_i = 1 - \exp \left[ -0.6931 \left( \frac{d}{d50} \right)^s \right] \quad [1.34]$$

Donde  $C_i$  es la función de clasificación,  $d$  es el diámetro de la partícula,  $s$  es el coeficiente que representa la precisión de la separación. La función de clasificación es consecuencia del concepto de estanque ideal de asentamiento (Kelly y Spottiswood, 1990).

### **1.1.3 Separación por Flotación.**

La flotación es un caso especial de separación, en la cual no solo se toma en cuenta el tamaño de la partícula sino que además las características químicas del mineral, así como las condiciones de operación. La flotación se basa en las características de la superficie del mineral que puede ser de naturaleza hidrofílica, es decir que se humedecen fácilmente con agua, o de naturaleza hidrofóbica, es decir que repele al agua, estas características pueden ser cambiadas mediante el uso de reactivos (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986).

El proceso de flotación posee dos etapas: la etapa de acondicionamiento, en donde se añaden los reactivos que promueven las condiciones necesarias para asegurar la selectividad del colector; y, la etapa de separación cuando ocurre la formación de burbujas generando la interfase necesaria (líquido – aire) para el contacto de partículas no hidrofílicas luego son arrastradas hacia la superficie (Perry y Green, 2001).

La flotación se aplica a minerales con baja ley o a partículas de tamaño pequeño producto de la molienda en donde se ha liberado el componente valioso (Biswas y Devenport, 1993).

Los reactivos de la flotación se agrupan en: activadores, depresores, colectores, espumantes. Los activadores o depresores aumentan la selectividad del colector, el colector se absorbe selectivamente sobre las superficies minerales cambiando la hidroafinidad de la partícula. Los espumantes son reactivos que permiten la generación de espuma, favoreciendo con ello la formación de la interfase agua – aire (Perry y Green, 2001; Alcalá et al., 2001).

### 1.1.3.1 Cinética de la flotación.

La cinética de la flotación puede ser representada mediante las ecuaciones [1.7] y [1.33] de rapidez. Sin embargo estas ecuaciones no se ajustan a la mayoría de los resultados ya que la constante depende de condiciones únicas para el proceso y para el material. Se ha considerado que el mineral tienen dos componentes de flotación: flotación rápida y flotación lenta (Kelly y Spottiswood, 1990). La expresión matemática es:

$$m = m_0 [F_R \exp(-k_R \cdot t) + (1 - F_R) \exp(-k_l \cdot t)] \quad [1.35]$$

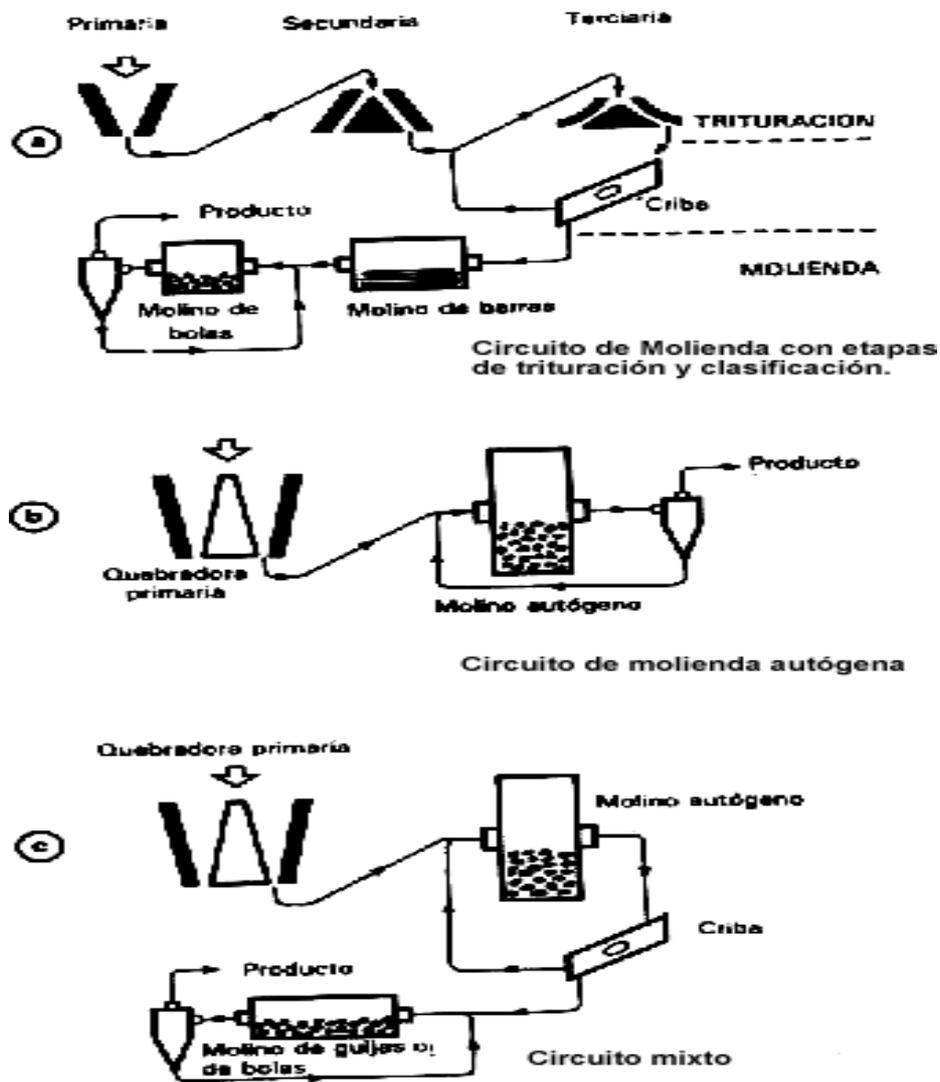
Donde  $F_R$  es la fracción del material que flota más rápido,  $K_R$  es la constante de velocidad para la flotación rápida,  $K_l$  es la constante de velocidad para la flotación lenta.

Las unidades de flotación son unidades múltiples y su configuración depende en gran medida de la naturaleza del mineral. Por lo general los circuitos de flotación tienen tres etapas: desbaste, afino y colección. La configuración de las etapas dependerán de los resultados ensayados en el laboratorio (Benítez, 1996).

### 1.1.4 Circuitos de reducción de tamaño y clasificación.

La reducción de tamaño es una de las operaciones con mayor ineficiencia desde el punto de vista de consumo energético cuando operan en circuito abierto, en las trituradoras la conversión de energía mecánica en energía de fractura es ineficiente, en el caso de la molienda gran parte de la energía se consume en la remolienda de finos (Austin y Concha, 1994). Si el material fino es retirado mediante un dispositivo de clasificación se mejora la eficiencia de operación. El clasificador permite la descarga del material del

sistema cuando este ha alcanzado el tamaño deseado (Perry y Green, 2001). Básicamente hay tres tipos de circuitos de reducción de tamaño, de los cuales puede derivarse una infinidad de configuraciones, dependiendo de las características físicas del mineral. En la siguiente figura se muestran los tres tipos básicos de circuitos.



**Figura 7:** Circuitos básicos de reducción de tamaño y clasificación (tomado de Kelly y Spottiswood, 1990).

La reducción de tamaño por etapas contribuye a la eficiencia del proceso, debido a que el rendimiento de los equipos es más eficiente cuando la relación disminuye o se limita

la relación de reducción. El cribado en las etapas de trituración retira parte del material disminuyendo el flujo para las otras etapas de trituración, como consecuencia de ello es posible la disminución del tamaño del equipo. El aumento de la eficiencia de las trituradoras han hecho que disminuya el flujo hacia los molinos de barras con la consecuente sobre producción de finos, la solución a este problema fue la configuración de circuito inverso (Bouso, 2001).

En los circuitos cerrados es importante el concepto de la razón de recirculación, que es la relación entre la recirculación y la alimentación fresca. También es importante el concepto de carga circulante que se define como el cociente entre la alimentación fresca más el reciclo y la alimentación fresca, las siguientes expresiones dan la razón de recirculación, y la carga circulante respectivamente (Austin y Concha, 1994):

$$C = \frac{R}{D}, \text{ Razón de recirculación.} \quad [1.36]$$

$$Cc = \frac{A + R}{A}, \text{ Carga circulante} \quad [1.37]$$

Donde  $C$  es la razón de recirculación,  $Cc$  es la carga circulante,  $A$  es la alimentación fresca,  $R$  es la recirculación o reciclo,  $D$  es la descarga del clasificador que en estado estacionario es igual a la alimentación fresca.

## **1.2 Modelo del balance de población.**

La mayoría de los procesos mineralúrgicos involucran el tratamiento de sistemas multiparticulados de naturaleza polidispersa; estos sistemas multiparticulados están formados por una cantidad finita de partículas. Las partículas forman la fase dispersa del sistema mientras que la fase continua es el medio que rodea a las partículas. El sistema se encuentra definido dentro de un límite que puede ser el interior de un recipiente, el interior del molino o una sección de una corriente de flujo (Sohn y Wadsworth, 1986).

La naturaleza polidispersa de estos sistemas involucra el concepto de que cada partícula posee una amplia distribución de propiedades como el tamaño, forma, composición, densidad, etc. En el sistema habrá una fracción de partículas que posean valores similares de una o varias propiedades. Si se agrupa el conjunto de estos valores dentro de intervalos de propiedades se obtiene, una serie de distribuciones en  $n$  subintervalos o fracciones. Si la propiedad de interés es el tamaño, estas fracciones pueden ser representadas mediante funciones matemáticas como la función de densidad y la función de distribución (Sohn y Wadsworth, 1986).

En los años 60 dos parejas de investigadores: Hulburt y Katz; Randolph y Larson (Himmelblau y Bischoff, 1976), desarrollaron una ecuación que permite la descripción del comportamiento de sistemas multiparticulados, considerando no solamente la propiedad de tiempos de residencia de las partículas, que inicialmente se aplicó a procesos de mezcla en tanques agitados, sino que también se consideró las otras propiedades tales como el tamaño, área de las partículas, forma, etc. Por lo tanto el

balance de población es un modelo que permite la contabilidad de un número limitado de partículas que poseen en común ciertos valores de determinada propiedad y que forman un sistema multiparticulado. Se considera que estas partículas poseen una amplia distribución de propiedades (Himmelblau y Bischoff, 1976).

La distribución de propiedades de una fracción de partículas dentro de un elemento geométrico de volumen esta dada por la función de distribución:  $\Psi(x, y, z, t, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n)$  donde  $x, y, z$  representan las coordenadas espaciales,  $t$  es el tiempo y  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  representan  $n$  propiedades de las partículas, como el tamaño, el área, la forma, etc. Por lo tanto la fracción en masa de partículas que posee una distribución de propiedades dentro de los límites de un volumen queda definida por la siguiente expresión (Sohn y Wadsworth, 1986):

$$\psi \cdot \Delta P = \psi \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \xi_1 \cdot \Delta \xi_2 \cdot \dots \cdot \Delta \xi_n \quad [1.38]$$

Donde  $\Delta$  representa el valor de un intervalo de la propiedad  $\xi_n$ , si la propiedad de interés es el tamaño la ecuación anterior puede ser simplificada en:

$$\psi \cdot \Delta P = \psi \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \xi_d \quad [1.39]$$

Donde  $\xi_d$  representa a la propiedad tamaño de partícula y  $\Delta$  es el valor del intervalo del tamaño que posee la fracción de partículas, es decir la fracción de partículas entre los valores de  $[\xi_a; \xi_a + \Delta \xi_a]$ . La suma de todas las fracciones dará como resultado el número total de partículas dentro del los límites del sistema.

La integral de la siguiente ecuación representa la suma de todas las fracciones:

$$\int \psi \cdot \Delta P = 1 \quad [1.40]$$

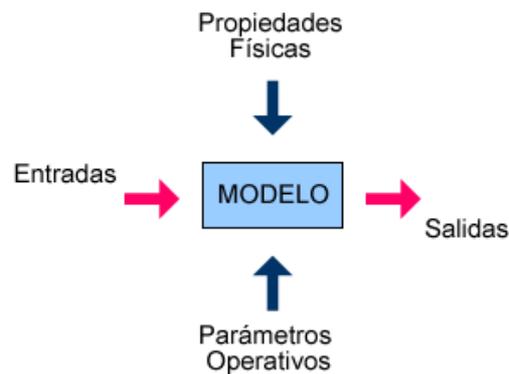
### **1.3 Simulación De Procesos Mineralúrgicos**

La simulación pretende reproducir un fenómeno natural mediante el uso de símbolo y reglas que en su conjunto representa a un modelo, pero un modelo no necesariamente es la descripción exacta del fenómeno sino una aproximación. Es necesario en la mayor parte de casos realizar simplificaciones con el objeto de poder solucionar sistemas complejos, este tipo de simplificaciones hacen que cierto comportamiento del fenómeno no pueda ser descrito por el modelo, por lo que la utilidad del modelo se reduce a un intervalo habiendo que recurrir a soluciones empíricas (Scenna et al, 1999).

Los métodos numéricos son herramientas para la solución de sistemas representados por el modelo, los símbolos y las reglas que no son más que el conjunto de ecuaciones. La utilidad de los métodos numéricos es más evidente cuando el sistema de ecuaciones es en extremo difícil de resolver o cuando para funciones continuas es válida la discretización, como por ejemplo la ecuación de la molienda, en la cual es posible su solución si se utiliza valores discretos (Nieto, 1969; Scenna et al, 1999)

Existe dos filosofías de simulación: simulación orientada a ecuaciones en la que se plantea que el modelo matemático que representa al proceso está constituido por una

gran sistemas de ecuaciones algebraicas que representa a toda la planta. Los simuladores modulares secuenciales se basan en módulos de simulación independiente que se asemejan al concepto de las operaciones unitarias (Scenna et al, 1999). El siguiente gráfico representa la estructura del simulador secuencial.



**Figura 8:** Representación de la estructura del módulo que posee el modelo matemático, el flujo de datos es transformado en las respuestas.

El desarrollo de modelos cada vez más complejos que permiten describir a los procesos mineralúrgicos ha ido de la mano con el desarrollo de nuevas tecnologías en el campo de la informática. Nuevos métodos de programación, avances en la tecnología del software, nueva arquitectura del hardware han permitido el desarrollo de potentes simuladores que incorporan nuevas herramientas como el análisis de costos. El uso de simuladores ha permitido obtener buenos resultados en la optimización de procesos, ha permitido evaluar las estrategias de control automático, también ha sido posible analizar el diseño de nuevos equipos y de nuevos sistemas de control automático a un bajo costo y sin necesidad de realizar modificaciones en las plantas de tratamiento (Sastry, 1982; Guillenau et al. 1982)

A medida que los modelos se vuelven más complejos, la estructura del simulador se vuelve difícil de mantener. La estrategia de programación orientada a objetos resuelve esta situación. El uso de objetos como segmentos del programa que pueden mejorarse o reutilizarse sin la necesidad de modificar el resto del simulador, ha permitido mantener cierto nivel de actualización con respecto a los avances de la tecnología informática (Stange, 1992).

Sin embargo muchos simuladores no poseen todas las características deseables por lo tanto es importante tomar en cuenta varios aspectos que debe tener un simulador.

### **1.3.1 Características de un simulador.**

Todas las características de un simulador se pueden resumir en tres aspectos principales: aspectos generales, funcionales, técnicos. Dentro de los aspectos generales es importante que el sistema sea robusto, es decir que el sistema no debe ingresar a bucles infinitos, debe estar protegido ante ingresos erróneos por parte del usuario y tener un sistema auto recuperable en caso de ingresar a un estado de error. También es deseable el intercambio de información con otros sistemas como entornos gráficos, hojas de cálculo, procesadores de texto, etc. (Sastry, 1992; Guillaneau et al. 1992).

En lo que tiene que ver con características funcionales es importante la interacción con el usuario final, el sistema tiene que adaptarse a las condiciones del usuario y no al revés, además no debe tener un sistema tedioso de ingreso de datos, la clave es “entradas mínimas resultados máximos” (Sastry, 1992). Finalmente en relación con las características técnicas es importante el orden y la calidad de las librerías, modelos y

datos que posee el simulador, esto se relaciona más con el aspecto de la arquitectura del simulador.

### **1.3.2 Metodología de la simulación.**

Para el proceso de simulación es importante seguir cierta metodología de tal forma que la simulación sea una herramienta para el análisis de procesos. El primer paso es determinar cual es el propósito de la simulación de tal forma que la aplicación de modelos sea la correcta. Segundo, una vez planteado el problema se identifica las operaciones involucradas en ello, puede que toda la planta sea el objeto de estudio o una porción, como por ejemplo, el circuito de molienda. Para una simulación se deben tener los modelos que representan a cada operación involucrada. Con métodos válidos, el último paso es la validación de los resultados del simulador, es decir la comparación de datos reales con los resultados de la simulación (Mular y Herbst, 1980).

## **2. Metodología Experimental.**

El objetivo de la experimentación consistió en realizar el estudio de la fractura del mineral Agro – corazón, así como el análisis del circuito de molienda y concentración por flotación para obtener datos necesarios para la simulación. Para determinar estos datos, se realizaron ensayos de laboratorio y posteriormente de planta piloto. La experimentación en el laboratorio permitió encontrar los parámetros de la ecuación de cinética de fractura y de la función de fractura primaria así como también permitió determinar la influencia de las variables en la cinética de fractura. Los ensayos a nivel de planta piloto permitieron encontrar los parámetros de operación del circuito y de los equipos que forman el circuito.

Los ensayos de flotación en el laboratorio son de gran utilidad para establecer los parámetros de operación de la flotación en la planta piloto, esto significa que en el laboratorio se establecen las condiciones en las cuales se obtiene la máxima recuperación del mineral valioso. El tamaño de partícula es función del tiempo de molienda, de la misma forma el grado de liberación del componente valioso también es función del tiempo de molienda. Sin embargo en la planta piloto las condiciones de descarga están dadas por el flujo del rebalse del hidrociclón y a su vez también es función del circuito de molienda, por lo que la recuperación del componente valioso también será un indicador de las condiciones de operación del circuito de molienda.

## 2.1 Ensayos en el Laboratorio.

### 2.1.1 Materiales y Equipos

Para los ensayos realizados en el laboratorio se utilizó un molino de bolas tipo BATCH con capacidad máxima de carga de 3Kg. Este molino posee un sistema de control de tiempo ajustable de 1 a 30 minutos. Las bolas utilizadas en la molienda fueron de acero de similar tamaño y peso. La tabla 2.1 resume las características del molino y de las bolas de acero utilizadas en los ensayos.

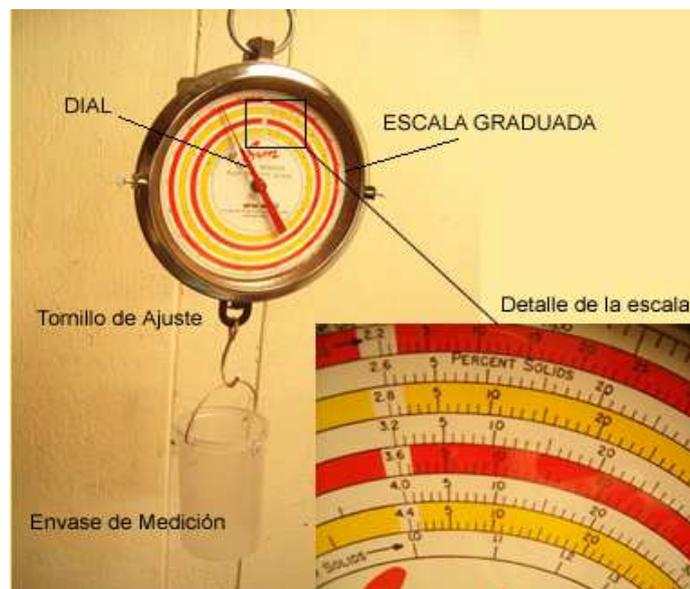
**Tabla 1:** Datos generales del molino y de las bolas de acero.

<b>Características del Molino</b>	
Volumen interno del molino	13.250 cm <sup>3</sup>
Diámetro del molino	55cm
Velocidad de rotación	74 RPM
Carga máxima	3 Kg.
<b>Características de las bolas</b>	
Numero de bolas	46
Masa total de las bolas	12.019 g
Masa promedio de cada bola	261,3 ± 6,61 g
Volumen total efectivo de las bolas	1558,5 cm <sup>3</sup>
Diámetro promedio de cada bola	39,9 ± 0,79 mm



**Figura 9:** Molino de bolas utilizado para el ensayo en el laboratorio.

Para la medición de densidad de pulpas, gravedad específica de sólidos se utilizó la balanza Marcy (SEPOR). El siguiente gráfico muestra al equipo con sus accesorios.



**Figura 10:** Balanza Marcy (SEPOR) con sus partes, la escala de medición se muestra con mayor detalle en la parte inferior derecha.

Para el proceso de medición de densidad de pulpas o gravedad específica de sólidos es necesario que el equipo se encuentre calibrado, el ajuste de calibración se lo realizó mediante un tornillo ubicado en la parte inferior del dial.

Este equipo posee una serie de escalas que permiten la lectura de la densidad de pulpas en función de la gravedad específica del sólido, por lo que se realizó la determinación de la gravedad específica del mineral, para determinar la escala a usar. Para determinar la gravedad específica del mineral se utilizó un tamaño de malla que comprende entre -10 (2.00mm) y malla +100 (0.15mm).

La tabla 2 muestra los equipos utilizados en los ensayos de molienda en el laboratorio.

**Tabla 2:** Materiales y equipos utilizados en el laboratorio.

Materiales y Equipos	Marca	Rango de lectura o capacidad	Sensibilidad
Balanza	Metller	10.000g	0,1g
Estufa	Selecta	40 – 250° C	10° C
Probeta	NA	2000ml	20ml
Tamices	NA	NA	NA
Vibro Tamiz 1	NA	NA	NA
Vibro Tamiz 2	NA	NA	NA
Molino de Rodillos	NA	NA	NA
Celda de Flotación	Denver	NA	NA
Balanza Analítica	Metller	10g	0,0001g

NA = No aplica

El gráfico 10 muestra los equipos y aparatos utilizados para los ensayos en el laboratorio.



**Figura 11:** Equipos Utilizados en los ensayos del laboratorio.

### 2.1.2 Mineral de ensayo.

El mineral utilizado para los ensayos es el agro – corazón procedente del noroccidente de la provincia de Pichincha. En estudios anteriores se han realizado análisis del mineral, la siguiente tabla resume los resultados de estos ensayos.

**Tabla 3:** Caracterización y propiedades del mineral Agro – Corazón (Araujo, 2007)

<b>Análisis Químico</b>		
Oro		10,3 g/ton
Oro Amalgamado		1,1 g/ton
Plata		1,7 g/ton
Cinc		89,8 g/ton
Plomo		119 g/ton
<b>Análisis Mineralógico</b>		
Cuarzo	$\text{SiO}_2$	76,0%
Caolinita	$\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$	18,0%
Moscovita	$\text{KAl}_2(\text{AlSi}_3\text{O}_{10})(\text{OH})_2$	5,0%
Pirita	$\text{FeS}_2$	1,0%
<b>Propiedades Físico Químicas</b>		
Color		grisaseo
Densidad aparente		1,67 g/cm <sup>3</sup>
Densidad real		2,64 g/cm <sup>3</sup>
Índice de Bond		17,17 Kw/ton

### 2.1.2.1 Análisis granulométrico.

Se realizó un análisis granulométrico inicial del mineral; para ello se tomó una muestra representativa por el método del cuarteo, posteriormente fue sometida al proceso de tamizado. El tamizado consiste en colocar una cantidad mineral en la parte superior de la torre de tamices de alrededor de 100 g. Se tamiza por un intervalo de 15 minutos y se procede a pesar las fracciones obtenidas en cada tamiz. La tabla 2.4 presenta los intervalos de tamaños seleccionados para esta caracterización:

**Tabla 4:** Intervalos de tamaño seleccionados para el ensayo granulométrico.

Tamiz USA	Tamaño abertura mm.	Tamaño Promedio
1/4'	6,3	mm
4	4,750	5,470
8	2,360	3,348
10	2,000	2,173
14	1,400	1,673
18	1,000	1,183
35	0,500	0,707
45	0,355	0,421
80	0,180	0,253
100	0,150	0,164
140	0,106	0,126
200	0,075	0,089
270	0,053	0,063
400	0,038	0,045
fondo	0,000	0,019

### 2.1.3 Ensayos con monotamaños.

El uso de los monotamaños permite conocer la influencia de las variables en la cinética de fractura y en la distribución de fractura primaria. Aunque no es estrictamente necesario realizar ensayos con monotamaños para conocer los valores de la velocidad de

fractura, si es importante observar el comportamiento del velocidad de fractura en función de cada tamaño.

Los siguientes intervalos de tamaño seleccionados para las pruebas de monotamaño se presentan en la tabla 5:

**Tabla 5:** Intervalos de tamaños seleccionados en las pruebas con monotamaños

Malla USA estándar	Tamaño mm.
4x8	4,75 – 2,36
10x14	2,00 – 1,40
14x18	1,40 – 1,00
18x30	1,00 – 0,60
30x45	0,60 – 0,35
45x100	0,35 – 0,15

A excepción del monotamaño (4x8) que fue separado antes de la trituración en el molino de rodillos (figura 11 parte 1) el resto del mineral fue triturado, posteriormente se utilizó el vibro tamiz (figura 11 parte 2), y de acuerdo a los intervalos seleccionados se tamizó (figura 11 parte 3 – 4) para obtener las fracciones de cada tamaño. El proceso de tamizado es similar al realizado en el análisis granulométrico.



**Figura 12:** Equipos utilizados para la obtención de monotamaños

### 2.1.3.1 Ensayo para determinar el tamaño crítico.

El tamaño crítico indica el tamaño máximo de alimentación al molino, a mayores tamaños que el crítico el proceso de molienda se vuelve ineficiente, el uso de este valor puede útil si se desea saber el comportamiento de la velocidad de fractura cuando el tamaño de bola varía.

Cada monotamaño fue sometido a molienda por intervalos de tiempo de 3, 6, 10, 15 minutos y 45% de sólidos en peso. En cada intervalo de tiempo se descargó el material, se tamizó en húmedo con tamaño de malla 400 (35 micras). Posteriormente se secó el material retenido a 150° C y finalmente se procedió a tamizar utilizando el vibro tamiz. Se pesó la masa retenida en cada tamiz.

Finalmente después de cada proceso se cepilla el tamiz para limpiar residuos del mineral. La tabla 6 resume los ensayos experimentales realizados correspondientes a los ensayos del tamaño crítico.

**Tabla 6:** Condiciones de los ensayos realizados para cada monotamaño.

Monotamaños	Tiempos de molienda	Carga polvo/bolas U <sup>1</sup>	Porcentaje de sólidos en peso
4x8	3 – 6 – 10 – 20	1,058	45 %
10x14	3 – 6 – 10 – 15	1,058	
14x18	3 – 6 – 10 – 15	1,058	
18x30	3 – 6 – 10 – 15	1,058	
30x45	3 – 6 – 10 – 15	1,058	
45x100	3 – 6 – 10 – 15	1,058	

### 2.1.3.2 Ensayos con monotamaños dentro de la zona de fractura normal

Para los ensayos de molienda, en la zona de fractura normal, fue necesario que el tamaño del mineral no sobrepase la malla 10 (2mm), por consiguiente el mineral fue primeramente reducido de tamaño mediante la trituradora de rodillos; el mineral fragmentado fue tamizado utilizando el vibro tamiz con malla menor a malla 10 (2.00mm). Finalmente se procedió a la obtención de monotamaños de acuerdo a los intervalos de tamaños seleccionados que se presentan en la tabla 7.

**Tabla 7:** Monotamaños seleccionados para ensayos dentro de la zona de fractura normal.

Monotamaños seleccionados	
10x18	2,00mm – 1,0mm
18x30	1,00mm – 0,6mm
30x45	0,60mm – 0,355mm

<sup>1</sup> Ver el Anexo A.1 para detalles del cálculo de U.

A partir de los monotamaños seleccionados estos fueron sometidos a molienda. La tabla 8 muestra el ensayo experimental realizado con los monotamaños.

**Tabla 8:** Condiciones experimentales para los ensayos realizados en cada monotamaño

Monotamaño	Intervalos de tiempo en minutos.	Relación carga/ bolas U	Porcentaje de sólidos en masa.
10x18 (2,00 – 1,00)mm	3 – 6 – 10 – 15	0,283	45
	3 – 5 – 7	0,503	
	3 – 6 – 10 – 15	0,722	
	3 – 6 – 10 – 15	0,845	
18x30 (1,00 – 0,600)mm	3 – 5 – 7 – 10	0,283	45
	3 – 5 – 7 – 14	0,503	
	3 – 5 – 7 – 14	0,722	
	3 – 6 – 10 – 15	0,846	
	3 – 6 – 10 – 15	1,058	
30x45 (0,60 – 0,355)mm	3 – 6 – 10 – 15	0,283	45
	3 – 6 – 10 – 15	0,503	
	3 – 6 – 10 – 15	0,722	
	3 – 6 – 10 – 15	0,845	
	3 – 6 – 10 – 15	1,058	

Después de cada molienda el mineral fue tamizado en húmedo a malla 400 (35 $\mu$ m), la cantidad retenida fue secada a 150° C en la estufa y posteriormente se tamizó utilizando el vibro tamiz por un lapso de 15min, finalmente se pesó el material retenido.

### 2.1.3.3 Influencia del porcentaje de sólidos.

Para determinar la influencia del porcentaje de sólidos se procedió a seleccionar el monotamaño comprendido entre malla 14x18, este monotamaño fue sometido a pruebas de molienda variando el porcentaje de sólidos en peso y en intervalos de tiempo similares a las anteriores pruebas. La tabla 9 presenta los ensayos realizados en función del porcentaje de sólidos en peso.

**Tabla 9:** Condiciones para los ensayos de molienda realizados para el monotamaño.14x18.

Monotamaño	Porcentaje de sólidos en peso	Relación carga/ bolas U	Tiempos de molienda en minutos
14x18 (1,4-1,0)mm	40%	0,846	3 - 6 - 10 - 15
	45%		3 - 6 - 10 - 15
	55%		3 - 6
	70%		3 - 6 - 10 - 15

#### 2.1.3.4 Búsqueda de la función de fractura.

Los parámetros de la función de fractura se obtienen a partir de ensayos de molienda a tiempos cortos, fueron seleccionados dos monotamaños los intervalos 14x18 y 10x14 con 45% de sólidos en peso, los tiempos de molienda y la relación de carga/bolas están dados por la tabla 10.

**Tabla 10:** Ensayos realizados para el monotamaño 14x18

Monotamaños	Porcentaje de sólidos	Relación carga/ bolas U	Tiempos de molienda en segundos
10x14 (2,0-1,4)mm	45%	0,846	30
			60
14x18 (1,4-1,0)mm		0,846	30
			60

Se utilizaron los siguientes intervalos de malla para los análisis de granulometría mostrados en la tabla 11:

**Tabla 11:** Intervalos de tamaños seleccionados para los análisis granulométricos.

Malla USA	Tamaño mm
malla 18	1,000
malla 20	0,850
malla 30	0,600
malla 50	0,300
malla 100	0,150
malla 270	0,075
fondos	0,000

Cada fracción del intervalo obtenido es el parámetro  $b_{ij}$  la suma acumulativa de estos valores forman el parámetro acumulativo de la función de fractura denominado  $B_{ij}$ .

#### 2.1.3.5 Ensayo con monotamaño dentro de la zona de fractura anormal

Se utilizó el monotamaño 4x8 para observar el comportamiento de la función de fractura en condiciones anormales de molienda. Las condiciones del ensayo fueron de 45% en peso de sólidos y con valor U de 1,0. La tabla 12 muestra las condiciones del ensayo.

**Tabla 12:** Condiciones experimentales en la molienda del monotamaño 4x8.

Monotamaño	Tiempos de molienda [min]	Relación carga/bolas U	Porcentaje de sólidos en peso.
4x8	0.5 – 1 – 3 – 6 – 10 – 15	1,0	45

#### 2.1.3.6 Ensayos de flotación.

Para los ensayos de flotación el material fue reducido de tamaño en la trituradora de rodillos, luego se tamizó hasta alcanzar un tamaño menor a 10 mallas (2.00mm). Se tomó una muestra representativa del material triturado de 2Kg y se procedió con la

molienda. La tabla 13 resume el proceso experimental realizado y las condiciones de los ensayos de flotación.

**Tabla 13:** Condiciones experimentales para la flotación.

Ensayo	Tiempo de molienda minutos	Tiempo de Flotación Concentrado 1	Tiempo de Flotación Concentrado 2	pH de la solución	% Sólidos en peso
1	30	2 min	5 min	6,11	66
2	30	5 min	10 min	9,11	
3	30	5 min	10 min	6,10	
4	40	5 min	10 min	6,12	
5	20	5 min	10 min	6,11	

Se utilizó los siguientes reactivos para todos los ensayos de flotación:

- Aceite de pino como espumante
- KAX
- Aerofloat 208
- Carbonato de sodio, como regulador de pH

Las cantidades total dosificada de estos reactivos para los ensayos de flotación se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 14:** Cantidad de reactivos utilizados para cada ensayo de flotación.

Ensayo	Aceite de Pino	KAX <sup>2</sup>	Aerofloat 208	CaCO <sub>3</sub>
1	0,04 g	10 cm <sup>3</sup>	0,068 g	0 g
2	0,04 g	10 cm <sup>3</sup>	0,068 g	8 g
3	0,04 g	10 cm <sup>3</sup>	0,068 g	0 g
4	0,04 g	10 cm <sup>3</sup>	0,068 g	0 g
5	0,04 g	10 cm <sup>3</sup>	0,068 g	0 g

Para la flotación se utilizó la celda de flotación Denver con los tiempos dados en la tabla 13, los concentrados fueron recolectados y secados, posteriormente se tomó una muestra de 30g de cada concentrado y se sometió a tostación. Una vez que el material ha pasado por la tostación se realizó en ensayo al fuego con el fin de determinar las cantidades de

<sup>2</sup> Se añadió 5cm<sup>3</sup> para el primer concentrado y luego 5cm<sup>3</sup> para el segundo concentrado.

oro y plata recuperadas. Para los ensayos al fuego el material tostado se mezcló con la carga fundente que esta compuesto por:

**Tabla 15:** Cantidad de reactivos utilizados para los ensayos al fuego.

Reactivo	Cantidad
Bórax	30 g
Carbonato de sodio	50 g
Litalirgio (PbO)	40 g
Carbón	2 g
Silicato	10 g

Después de la fundición, y una vez que se separó la fase metálica (regulo) de la escoria se pesó la cantidad de doré obtenido en cada ensayo.



**Figura 13:** Doré obtenido después de los ensayos al fuego.

## **2.2 Ensayos en la Planta Piloto.**

Estos ensayos han permitido obtener los parámetros de operación del circuito cerrado de molienda – clasificación.

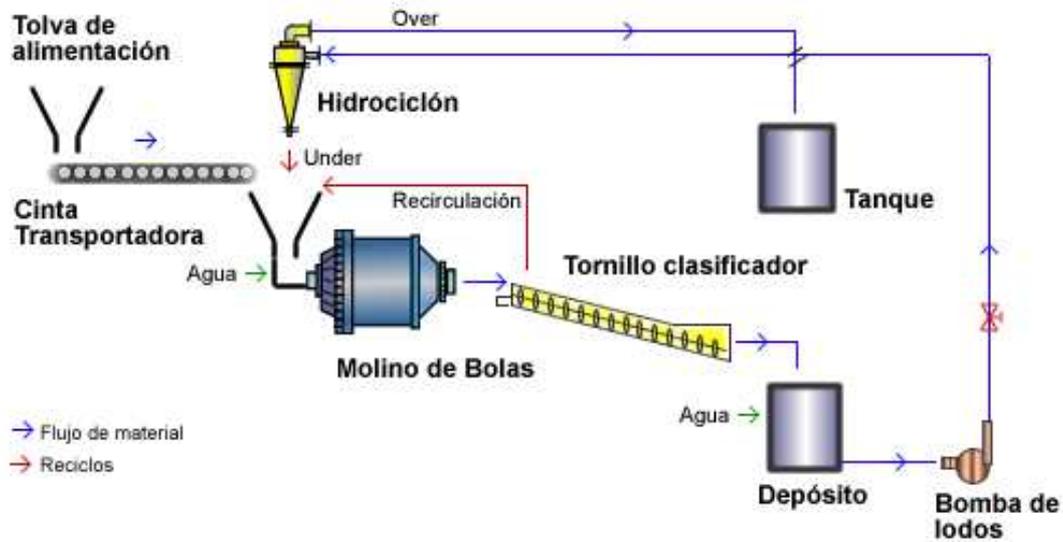
### **2.2.1 Descripción del circuito cerrado de molienda.**

El circuito de molienda de la planta piloto está constituido por una tolva de alimentación del material, de donde mediante una cinta transportadora el material es enviado hacia el molino de bolas. La velocidad de la cinta determina el flujo másico de la alimentación fresca.

En la entrada del molino convergen las corrientes de reciclaje constituidas por la corriente de retorno del clasificador espiral y por la corriente del hidrociclón. El mineral que ha sido reducido de tamaño se dirige hacia el clasificador de espiral, en donde el material fino es separado y se dirige hacia la bomba de lodos, el material grueso retorna al molino.

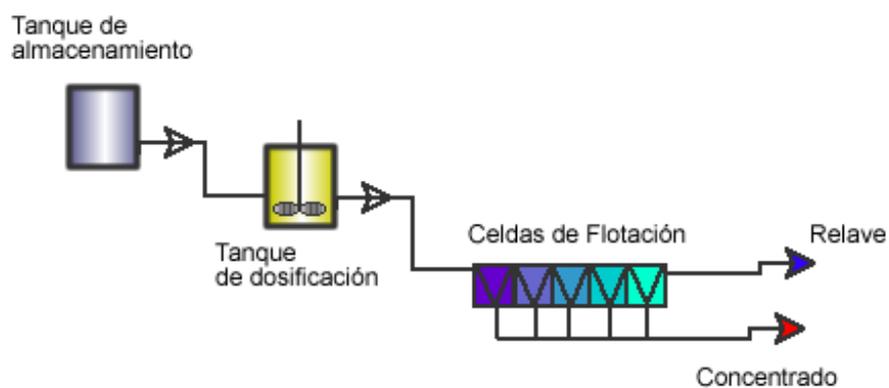
La corriente procedente de la bomba de lodos se convierte en la alimentación al hidrociclón, a partir de allí se generan dos corrientes: el over que contiene el material fino y el under que está formada por el material grueso. La corriente del under retorna al molino de bolas, mientras que la corriente del over ingresa a un tanque o depósito.

La figura 13 esquematiza el circuito cerrado de molienda y las unidades que forman el circuito.



**Figura 14:** Esquema del circuito de molienda clasificación de la planta piloto.

El proceso de concentración por flotación en la planta piloto está constituido por un tanque dosificador y por un banco de celdas de flotación en donde se obtienen dos corrientes: el concentrado que posee los elementos valiosos del mineral y los relaves. La siguiente figura presenta el proceso de flotación.



**Figura 15:** Esquema del circuito de flotación de la planta piloto.

La tabla 16 presenta las características de los equipos utilizados en la planta piloto.

**Tabla 16:** Descripción de los equipos utilizados en la planta piloto.

Molino de Bolas			
Diámetro	0,61m	Longitud.	0,82m
Potencia	7,40Hp	RPM	74
Masa bolas	300kg	Diámetro bola	4cm
Densidad de bola	7,70g/cm <sup>3</sup>	Jc.	0,50
Hidrociclón			
longitud	0,60m	Diámetro	0,10m
Diámetro Vortex	0,04	Diámetro Apex	0,01
Diámetro alimentación	0,04m		



Molino de Bolas  
y el tornillo Clasificador



Alimentación al molino  
y el hidrociclón

**Figura 16:** Molino de bolas con los dispositivos de clasificación.

## 2.2.2 Parámetros operacionales del hidrociclón

Es importante determinar el comportamiento del hidrociclón dentro del circuito de molienda con el fin de obtener los parámetros de operación. Los parámetros de operación permiten implementar los modelos para la simulación, dado que en la planta se conoce el número de hidrociclones y las dimensiones están especificadas, es necesario evaluar el comportamiento del equipo ante cambios que ocurren en el circuito tomando en cuenta las variables que se relacionan con la corriente de flujo.

Se utilizó el diseño experimental factorial de tres niveles para un factor  $3^1$ , el factor seleccionado fue el porcentaje de sólidos, sin embargo otro factor importante es el flujo volumétrico pero es un factor de difícil control (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986).

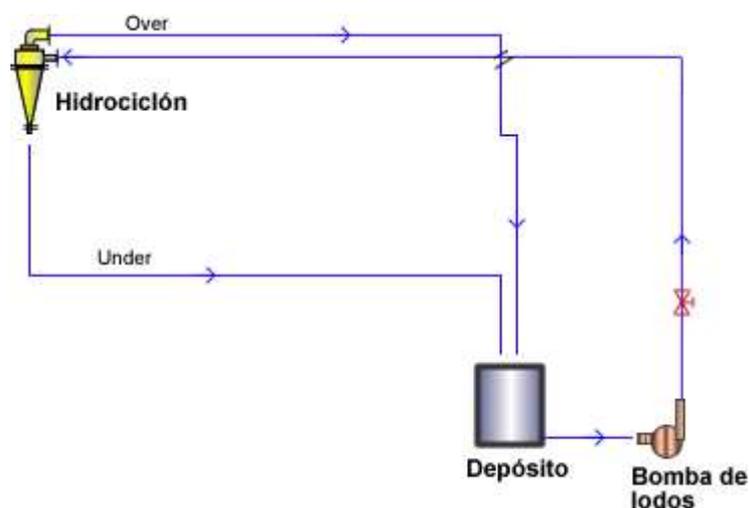
Para cada factor analizado se realizó una prueba de granulometría con el fin de obtener la curva de rendimiento del clasificador, esto permitirá evaluar la eficiencia del clasificador. Las siguientes tablas muestran los valores del porcentaje de sólidos y los intervalos de tamaño seleccionados para los ensayos.

**Tabla 17:** Condiciones de operación para el hidrociclón.

Ensayo	Caudal Alimentación cm <sup>3</sup> / s	Presión de trabajo PSI	Porcentaje en peso de sólidos
1	375	8	48%
2	390	14	43%
3	410	17	33%

**Tabla 18:** Intervalos de tamaño utilizados para los análisis granulométricos.

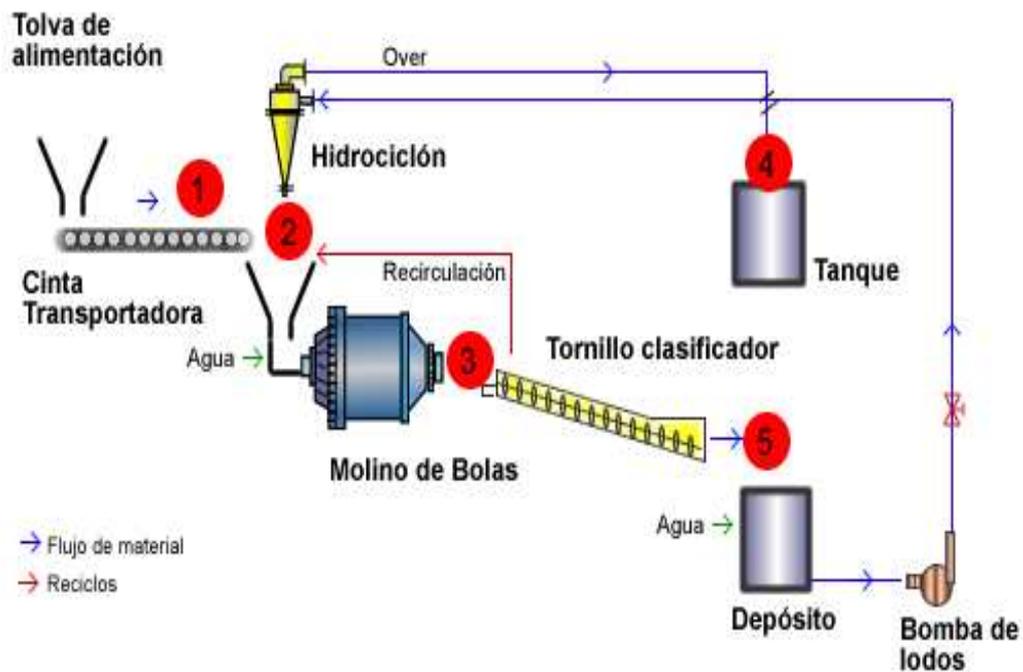
Malla USA	Tamaño [mm.]
80	0,180
100	0,150
140	0,106
200	0,075
270	0,053
400	0,038

**Figura 17:** Circuito cerrado del hidrociclón en la plata piloto.

### 2.2.3 Obtención de datos del circuito de molienda y flotación.

La alimentación al molino tiene un límite máximo. A partir de ese límite ocurre un rebose en la entrada del molino, por lo que se determinó la cantidad adecuada de pulpa más el mineral para que no rebose. También se determinó la cantidad de agua necesaria para la alimentación al hidrociclón, para ello se añadió una corriente de agua en la bomba de lodos y en función de la presión a la entrada del hidrociclón se reguló la cantidad de agua ingresada a la bomba se trabajó con una presión dentro del rango de 10 – 15psi.

Cuando el sistema ha entrado en régimen estacionario esto es cuando el clasificador de tornillo empieza a retornar al molino el material sedimentado, se procede a tomar medidas del caudal, densidad de la pulpa y muestras para el balance global de masa y para los ensayos granulométricos. La siguiente figura muestra los puntos para las mediciones.



**Figura 18:** Diagrama de la planta piloto, los puntos rojos señalan los puntos de la toma de muestras para los análisis granulométricos y medición de caudales.

## 2.3 Recopilación de modelos matemáticos aplicados a procesos mineralúrgicos.

En esta sección se presenta una recopilación de los modelos de las diferentes unidades del procesamiento mineral, se parte del concepto global del modelo del balance de población que es el modelo que se aplica a estos sistemas.

### 2.3.1 Desarrollo de la ecuación del balance de población.

La ecuación del balance de población se desarrolla a partir de la ecuación general de conservación, un enfoque mostrado por Himmemblau y Bischoff parte del método integral (Himmemblau y Bischoff, 1976).

$$\text{Acumulacion} = \text{Generación}$$

[2.1]

$$\frac{d}{dt} \int_P \psi \cdot dP = \int_P (G - C) dP$$

Donde los términos G y C corresponden a la generación y desaparición de entidades por unidad de volumen, por unidad de tiempo y por unidad del valor de la propiedad respectiva.

Mediante la aplicación de la regla de Leibnitz se modifica el término de la izquierda de la ecuación anterior, se omite los detalles del formulismo matemático que se puede encontrar en Himmelblau y Bischoff, por lo que al final la ecuación resultante es:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial (v_x \psi)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y \psi)}{\partial y} + \frac{\partial (v_z \psi)}{\partial z} + \sum_1^n \frac{\partial (v_i \psi)}{\partial \xi_i} = G - D \quad [2.2]$$

Donde  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ,  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ,  $v_z = \frac{dz}{dt}$  y  $v_i = \frac{d\xi_i}{dt}$ , representan la variación de las coordenadas espaciales con respecto al tiempo y la variación de la propiedad  $\xi_i$  en función del tiempo.

La ecuación anterior representa el balance de población microscópico, debido a que la función de distribución depende de las coordenadas espaciales implica mayores detalles en la que respecta a la posición espacial. Sin embargo por lo general no es de interés conocer o detallar los términos de dependencia espacial por lo que se toman valores promedio en todo el sistema (Himmelblau y Bischoff, 1976; Sohn y Wadsworth, 1986). Matemáticamente el valor promedio de la función de distribución es:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{V} \int_V \psi \cdot dV \quad [2.3]$$

Con el término anterior y utilizando regla de Leibnitz y remplazando en la ecuación [2.2] se llega a la ecuación Macroscópica del Balance de Población:

$$\frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} (V \cdot \bar{\psi}) + \sum_1^n \frac{\partial (v_i \bar{\psi})}{\partial \xi_i} = G - D + \frac{1}{V} [Q_{in} \psi_{in} + Q_{out} \psi_{out}] \quad [2.4]$$

Dónde:

$V$  = Es el volumen del sistema.

$\bar{\psi}$  = Función de distribución promedio por unidad de volumen.

$Q_{in}$  = Rapidez de flujo volumétrico de ingreso al sistema.

$Q_{out}$  = Rapidez de flujo volumétrico de salida del sistema.

$\psi_{in/out}$  = Función de distribución de entrada y salida por unidad de volumen.

$\xi_n$  = Propiedad n del conjunto de partículas.

$v_i$  = Rapidez de cambio de la propiedad  $\xi_i$

Los términos  $G$  y  $D$  representan los cambios discretos, producto de eventos “catastróficos” como la fractura, mientras que  $\sum_1^n \frac{\partial(v_i \psi)}{\partial \xi_i}$  representa los cambios continuos de las propiedades. Por lo que la generación neta de partículas está dada por la contribución debido a cambios discretos y cambios continuos en las propiedades de las partículas (Sohn y Wadsworth, 1986).

### 2.3.2 Modelos matemáticos para la trituración.

Se ha recopilado dos modelos que describen a la trituración: el modelo de Whiten, el modelo de Austin de para la trituradora de rodillos.

El modelo de Whiten esta dado por la siguiente ecuación matricial que es el resultado del balance de población para cada tamaño de partícula (Hatch et al.).

$$[P] = [I - C][I - B \cdot C]^{-1} F \quad [2.5]$$

Donde [P] es la matriz de producto, [I] es la matriz identidad, [C] es la matriz de la función de clasificación, [B] es la matriz de la función de fractura, [F] es la matriz de la alimentación.

Los valores de la función de fractura están dadas por:

$$[B] = \alpha[B_1] + (1 - \alpha)[B_2] \quad [2.6]$$

Que es similar a la ecuación [1.16], sin embargo los valores de las matrices B1 y B2 están en función del tamaño de partícula.

$$y_i = 1 - \left( 1 - \left( \frac{x_i}{x_j} \right)^\delta \right)^\beta, \text{ para los valores de la matriz B1} \quad [2.7]$$

$$y_i = \exp\left( - \left( \frac{x_i}{7.112} \right)^\gamma \right), \text{ para los valores de la matriz B2} \quad [2.8]$$

Donde  $Y_i$  es la fracción acumulativa de los fragmentos producidos a partir del tamaño  $j$ ,  $\delta, \beta, \gamma$  son constantes. El valor  $\alpha$  esta dado por la siguiente relación:

$$\alpha = a_0 + a_1 \cdot CSS \quad [2.9]$$

Donde  $a_0, a_1$  son constantes y CSS es el ajuste cerrado del triturado. Los valores de la matriz de clasificación está dada por:

$$C_i = \frac{F_i - F_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \quad [2.10]$$

Donde  $x$  es el promedio geométrico del tamaño de partícula. Los valores de  $F$  están dados por:

$$F_i = \begin{cases} k_1 - 1/3(k_1 - k_2), & \text{Si } x_i < k_1 \\ x_i - 1/3 \frac{(x_i - k_2)^3}{(k_1 - k_2)^2} & \text{Si } k_1 \leq x_i \leq k_2 \\ x_i & \text{Si } x_i > k_2 \end{cases} \quad [2.11]$$

Donde:

$$k_1 = c_1 \cdot CSS \quad [2.12]$$

$$k_2 = b_0 + b_1 \cdot CSS - b_2 T - b_3 S_x \quad [2.13]$$

Donde  $b_0, b_1, b_2, b_3$  son constantes y  $T$  representa es el flujo de alimentación a la trituradora,  $S_x$  es el porcentaje de la alimentación que posee un tamaño mayor a 5,44 cm.

El modelo proporcionado por Austin para la trituradora de rodillos asume los siguientes aspectos (Rogers y Austin, 1988):

- La fractura del material en cada intervalo ocurre en forma independiente del resto de intervalos.
- Los diámetros en los rodillos son mucho mayores que el tamaño de partículas en la alimentación y del espacio entre los rodillos.
- La función de fractura es normalizable.
- El proceso de fractura es un proceso cíclico, hay re – fractura.

Para la descripción del proceso de fractura se parte del concepto de By – pass, Si la fracción de partículas en la alimentación que no se fractura es  $a_i$  la fracción que no se fractura denominada como by – pass primario es  $(1-a_i)$ . Cierta fracción de fragmentos primarios también se descargan sin ser refracturados se denomina como by – pass

secundario  $(1-a'_i)$ . El valor del by –pass secundario puede ser 0 dependiendo de las características del equipo. La fracción descargada que aparece en el producto es:

$$p_i = (1 - a_i)(1 - a'_i) \quad [2.14]$$

Por lo tanto la cantidad de material fracturada que se convierte en el siguiente tamaño es:

$$p_{i+1}^* = a_1 b_{i+1,1} + a'_1 (1 - a_1) b_{i+1,j} + p_i^* \sum_{j=1}^{i-1} [b_{i,j} + b'_{i,j} a'_j (1 - a_j)] \quad [2.15]$$

La descarga del intervalo de tamaño es:

$$p_{i+1} = p_{i+1}^* (1 - a_{i+1})(1 - a'_{i+1}) \quad [2.16]$$

Al ser un fenómeno cíclico de fracturas y asumiendo que los valores de  $b_{i,j} = b'_{i,j}$  son los mismos se tiene la siguiente ecuación:

$$p_i \begin{cases} 1 - a_i^* & , i = 1 \\ (1 - a_i^*) p_i^* & , n \geq i > 1 \end{cases} \quad [2.17]$$

Donde  $P^*$  esta dado por:

$$p_i^* \begin{cases} 0 & , i = 1 \\ b_{i,1} a_1^* + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} a_j^* p_j^* & , n \geq i > 1 \end{cases} \quad [2.18]$$

Y los valores de  $a_i^*$  están dados por:

$$a_i^* = a_i + a'_i(1 - a_i) \quad [2.19]$$

### 2.3.3 Modelos matemáticos para la molienda.

El modelo de balance de población permite desarrollar expresiones matemáticas que describen el proceso de molienda continua y por lotes (batch), para ambos casos es necesario tomar en cuenta los conceptos de desaparición y generación de partículas que se relacionan con las funciones de fractura y cinética de fractura. También es necesario tomar en cuenta la influencia de las variables que pueden ser de utilidad para el escalamiento (Austin y Concha, 1994).

#### 2.3.3.1 Molienda por Lotes (Batch).

En el caso de la molienda por lotes no hay ingreso o salida de partículas por lo que la cantidad neta de partículas es igual (Sohn y Wadsworth, 1986):

$$\text{ACUMULADO} = \text{GENERA} - \text{CONSUME}$$

$$\frac{\partial(\psi \cdot dP)}{\partial t} = G - C \quad [2.20]$$

La cantidad de partículas que desaparecen del  $i$ -ésimo intervalo se debe al fenómeno de fractura, al considerar la hipótesis de fractura de primer orden y la cinética de fractura se obtiene la siguiente relación:

$$C = \frac{-d(w_i)}{dt} = -S_i \cdot w_i \quad [2.21]$$

El término de generación  $G$  es la fracción de partículas que resultado de la fractura de tamaños mayores ingresan a formar parte del  $i$ -ésimo intervalo, debemos sumar este valor para todas las partículas de tamaños mayores:

$$G = \int_i^n b_{ij} \cdot S_j \cdot w_j \quad \text{Donde } j > i. \quad [2.22]$$

El valor de  $n$  representa el valor máximo del tamaño de partícula presente en el sistema,  $S_j$  es la velocidad específica de fractura,  $w_j$  es la fracción en masa de partículas y  $b_{ij}$  representa la fracción de partículas fracturadas desde tamaños mayores. Recordando que la función  $\psi$  representa la fracción de partículas en masa que se encuentran dentro del  $i$ -ésimo de tamaño y que la propiedad de interés es el tamaño de partícula se tiene:

$$\frac{dw_i}{dt} = -S_i \cdot w_i + \int_i^b b_{ij} \cdot S_j \cdot w_j \quad [2.23]$$

Si para todo el intervalo de tamaños del sistema se ha dividido en  $n$  segmentos, podemos discretizar la ecuación anterior:

$$\frac{dw_i}{dt} = -S_i \cdot w_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot S_j \cdot w_j \quad \text{Para todo } i > 1 \rightarrow n \geq i \geq j \geq 1 \quad [2.24]$$

Esta es la ecuación general para molienda batch. La solución para este sistema de  $n$  ecuaciones diferenciales ( $n$  = todos los intervalos) fue hallada por Reid mediante métodos de recursividad (Austin y Concha, 1994).

La siguiente ecuación representa la solución para el modelo batch.

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{ij} \exp(-S_j \cdot t) \quad [2.25]$$

Donde  $w_i(t)$  es la fracción de partículas después de un tiempo  $t$ , y el valor de  $a_{ij}$  esta dado por:

$$a_{ij} \begin{cases} w_i(t=0) - \sum_{\substack{k=1 \\ i>j}}^{i-1} a_{ik}, & i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{ik} a_{kj}, & i > j \end{cases} \quad [2.26]$$

Una modificación a la solución de REID y que es utilizada en el simulador es la solución de Luckie y Austin, esta solución es mucho más compleja pero presenta mayor estabilidad (Austin y Concha, 1994). La solución es:

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i d_{ij} w_j(0) \quad [2.27]$$

Donde  $w_i(t)$  es la fracción de partículas después de un tiempo  $t$  y  $w_j(0)$  es la fracción de partículas a tiempo cero, es decir la fracción en la alimentación. El valor de  $d_{ij}$  esta dado por:

$$d_{ij} \begin{cases} 0 & , i < j \\ \exp(-S_i \cdot t) & , i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} c_{ik} c_{jk} (\exp(-S_k \cdot t) - \exp(-S_i \cdot t)), & i > j \end{cases} \quad [2.28]$$

El valor de  $c_{ij}$  es:

$$c_{ij} \begin{cases} - \sum_{k=i}^{j-1} c_{ik} c_{jk} & , i < j \\ 1 & , i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{ik} c_{kj} & , i > j \end{cases} \quad [2.29]$$

El conjunto de valores obtenidos puede ser representado en forma matricial:

$$[w_i(t)] = [d_{ij}] \times [w_j(0)] \quad [2.30]$$

Otra solución similar es la solución matricial de Herbst que reemplaza a la matriz  $[d_{ij}]$  con otra matriz también llamada la matriz de proceso de la unidad de molienda (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986).

$$\begin{aligned} [w_i(t)] &= [P] \times [w_i(0)] \\ [w_i(t)] &= [T] \times [J] \times [T]^{-1} \times [w_i(0)] \end{aligned} \quad [2.31]$$

Donde [P] es la matriz de proceso y es igual al producto matricial de la matriz triangular inferior [T] por la matriz diagonal [J] y la inversa de la matriz triangular [T]. La matriz  $[w_i]$  es la matriz de producto y la matriz  $[w_i(0)]$  es la matriz de la alimentación para todos los intervalos seleccionados a tiempo 0.

Los elementos de la matriz [T] están dados por:

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 & , i < j \\ 1 & , i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} \frac{b_{ik} \cdot S_k}{S_i - S_j} T_{kj} & , i > j \end{cases} \quad [2.32]$$

Los elementos de la matriz [J] están dados por:

$$J_{ij} = \begin{cases} \exp(-S_i \cdot t) & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \quad [2.33]$$

Estas fórmulas pueden ser ingresadas en el ordenador con el uso de algoritmos de solución matriciales.

### 2.3.3.2 Molienda Continua

A partir de la ecuación de balance de población y tomando en cuenta que no existe acumulación de material en el sistema, se obtiene la siguiente ecuación:

$$0 = \text{Entra} - \text{Sale} + \text{Generado} - \text{Consumido} \quad [2.34]$$

$$0 = Q_{in} \bar{\psi}_{in} - Q_{out} \bar{\psi}_{out} + V \left[ G - C - \sum_1^n \frac{\partial (v_i \cdot \bar{\psi})}{\partial \xi_i} \right]$$

Si la propiedad de interés es el tamaño, no hay cambios continuos en esta propiedad, además el sistema se encuentra en estado estacionario y cambiando los flujos volumétricos por másicos la ecuación anterior puede ser simplificada en:

$$F_{in} \Psi_{in} - F_{out} \Psi_{out} + W (G - C) = 0 \quad [2.35]$$

Donde  $F_{in}$ ,  $F_{out}$  son los flujos másicos de entrada y salida al sistema,  $W$  es la masa que ocupa el volumen que define al sistema,  $G$  y  $C$  son la generación y consumo del material. La generación está dada por la fractura de tamaños mayores y el consumo son las partículas que se fracturan y desaparecen dentro del intervalo de tamaño. La ecuación resultante es:

$$F_{in} \cdot w_{i0} - F_{out} \cdot w_i + W \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot S_j \cdot w_j - W \cdot S_i \cdot w_i = 0 \quad \text{Para todo } i > j \quad [2.36]$$

Se tiene un conjunto de  $n$  ecuaciones que corresponden a  $n$  intervalos, el conjunto de ecuaciones puede representarse en forma matricial, si la velocidad de fractura es constante al igual que los valores de la función de fractura e independientes de la distribución granulométrica:

$$[w_i] = [I + [I - B] \times S \cdot \tau]^{-1} w_{i0} \quad \text{Si } \tau = \frac{W}{F_{in}} \quad [2.37]$$

En estado estacionario  $F_{in} = F_{out}$ , Donde  $[I]$  representa la matriz identidad,  $\tau$  es el tiempo promedio,  $w_{i0}$  es la distribución granulométrica en la entrada,  $w_i$  es la distribución granulométrica del producto.

La molienda continua también puede ser descrita a partir de la molienda por lotes (Batch), si se toma en cuenta que todas las partículas poseen un tiempo de residencia común  $t_1$ , entonces el producto adquiere la misma granulometría que si hubiese sido

molida en un molino batch por un mismo tiempo  $t$ . Por lo tanto la distribución granulométrica del producto de la molienda continua será un promedio de respuestas Batch, promediadas en función de los tiempos de residencia del material (Austin y Concha, 1994; Sepúlveda y Gutiérrez, 1986).

$$w_{ip} = \int_0^{\infty} w(t)_i E(t) dt \quad [2.38]$$

Donde  $w_{ip}$  es el producto de la molienda continua,  $E(t)$  es la función de distribución de tiempos de residencia y  $w(t)$  es el producto de la molienda batch a un tiempo  $t$ . Si se reemplaza la solución de Luckie y Austin se tiene:

$$w_{ip}(t) = \sum_{j=1}^i d_{ij} w_{i0} \quad [2.39]$$

Donde  $d_{ij}$  esta dado es similar a los valores de la ecuación [2.28] con una modificación:

$$d_{ij} \begin{cases} e_j & , i = j \\ \sum_{k=1}^{i-1} C_{ik} (e_k - e_i) & , i \neq j \end{cases} \quad [2.40]$$

Donde  $C_{ik}$  está dado por los valores de la ecuación [2.29] y  $e_j$  es una función que depende del tipo de mezcla que ocurre en el interior del molino y corresponde a los modelos de DTR, la siguiente tabla presenta los modelos de la DTR incorporados al simulador:

**Tabla 19:** Modelos de DTR aplicados a la simulación de molienda.

Patrón de flujo	Ej
Batch o flujo pistón	$\exp[-S_j \cdot \tau]$
Mezcla perfecta	$\frac{1}{1 + S_j \cdot \tau}$
M mezcladores perfectos en serie	$\frac{1}{\left(1 + \frac{S_j \cdot \tau}{m}\right)^m}$

Tomado de Austin y Concha, 1994

El modelo de la función de tiempos de distribución que mayor aplicación ha tenido es el modelo de m mezcladores perfectos en serie en donde el valor de m está dado por:

$$m = \frac{L}{D} \quad [2.41]$$

Donde  $L$  es la longitud del molino dado en metros, y  $D$  es el diámetro del molino dado en metros.

El uso de las ecuaciones para describir la molienda batch y la molienda continua implica el conocimiento de las funciones de velocidad de fractura y la función de fractura, las funciones están representadas por las ecuaciones [1.11] y [1.16] respectivamente. La ecuación [1.11] no integra las variables operacionales que influyen en la velocidad de fractura como la velocidad de rotación del molino, la carga de bolas, el porcentaje de sólidos, etc. Para solucionar este problema se utiliza el concepto de la energía específica.

De acuerdo a la siguiente ecuación la velocidad de fractura es proporcional a la potencia consumida en el molino:

$$S_i = S_i^E \frac{P}{W} \quad [2.42]$$

Donde  $S_i^E$  es la constante de proporcionalidad denominada como función Selección específica de fractura (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986),  $P$  es la potencia consumida por el molino y  $W$  la cantidad de materia en el interior del molino, el consumo específico de energía esta dado por:

$$E = \frac{P \cdot t}{W} \quad [2.43]$$

Donde  $E$  es la energía específica de molienda y  $t$  es el tiempo. Reemplazando la potencia en la ecuación [2.42] se tiene la siguiente relación:

$$S_i \cdot t = S_i^E \cdot E \quad [2.44]$$

Donde la constante de proporcionalidad  $S_i^E$  es función únicamente del tamaño de partícula y esta dado por la ecuación [1.10], si la relación entre el diámetro de bola y tamaño de partícula no es suficientemente grande (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986), se presenta una forma modificada de la ecuación [1.10]

$$\frac{1}{1 + \alpha_{02}} \left[ \frac{\alpha_{01} \cdot \bar{d}_i}{1 + \left( \frac{\bar{d}_i}{d_{crit}} \right)^{\alpha_2}} + \alpha_{02} \cdot \bar{d}_i^{\alpha_{12}} \right] \quad [2.45]$$

Donde  $\alpha_x$  son constantes que dependen del tipo de mineral,  $\bar{d}_i$  es el promedio geométrico del intervalo de tamaño,  $d_{crit}$  es el tamaño de partícula en donde ocurre la fractura anormal.

Austin ha recopilado abundante información acerca de la influencia de las variables de operación en la velocidad de fractura, estos ensayos fueron realizados en el laboratorio (Austin y Concha, 1994). Incorporando la influencia de estas variables en la ecuación de la velocidad de fractura es posible hacer correcciones a la ecuación [1.11]:

$$S_i(d) = a \left( \frac{d_i^*}{d_1} \right)^\alpha \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{d_i}{C_1 \mu} \right)} \right) C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \cdot C_5 \quad [2.46]$$

Las constantes están expresadas por las siguientes ecuaciones:

$$C_1 = \left( \frac{D}{D_T} \right)^{N_2} \left( \frac{d}{d_T} \right)^{N_3} \quad [2.47]$$

$$C_2 = \left( \frac{d_T}{d} \right)^{N_0} \left[ \frac{1 + (d^*/d_T)}{1 + (d^*/d)} \right] \quad d^* = 2mm, d \geq 10mm \quad [2.48]$$

$$C_3 = \begin{cases} \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N1} & D \leq 3.8m \\ \left(\frac{3.8}{D_T}\right)^{N1} \left(\frac{D}{3.8}\right)^{N1-02} & D \geq 3.8m \end{cases} \quad [2.49]$$

$$C_4 = \left(\frac{1+6.6j_T^{2.3}}{1+6.6j^{2.3}}\right) \exp[-c(U-U_T)] \quad [2.50]$$

$$C_5 = \left(\frac{\varphi_c - 0.1}{\varphi_{cT} - 0.1}\right) \left(\frac{1 + \exp[15.7(\varphi_{cT} - 0.94)]}{1 + \exp[15.7(\varphi_c - 0.94)]}\right) \quad [2.51]$$

Donde:

$N0$ ,  $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$  son constantes,  $D$  es el diámetro del molino en metros,  $d$  es el diámetro de bolas en metros,  $j$  es la carga de bolas dada por la ecuación [1.2],  $U$  esta dada por la ecuación [1.3],  $\varphi$  es la fracción de velocidad crítica del molino. El subíndice denota los valores obtenidos en los ensayos en el laboratorio.

Para el cálculo de la potencia se incorporó dos expresiones: la ecuación de Bond y la ecuación de Hogg y Fuerstenau:

$$\text{Ecuación de Bond: } P = 7.33A \cdot j \cdot \varphi_c (1 - 0.937j) \left(1 - \frac{0.1}{2^{9-10\varphi}}\right) \cdot \delta_b \cdot L \cdot D^{2.3} \quad [2.52]$$

Donde  $A$  es una constante,  $A = 1$  molienda húmeda,  $A = 1.08$  molienda seca,  $j$  es la fracción de llenado de bolas,  $L$  y  $D$  son la longitud y diámetro del molino respectivamente,  $\varphi_c$  es la fracción de la velocidad crítica y  $\delta_b$  es la densidad de las bolas (Sepúlveda y Gutiérrez, 1986).

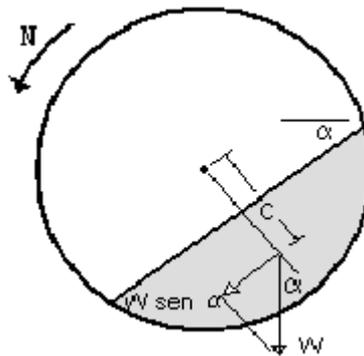
Ecuación de Hoog y Fuerstenau:

$$P = 0.238D^{3.5} \cdot \frac{L}{D} \cdot \varphi_c \cdot \delta_{ap} \cdot (j - 1.065j^2) \sin \alpha \quad [2.53]$$

Donde  $L$  y  $D$  son la longitud del molino y el diámetro respectivamente,  $j$  es la fracción de carga de bolas,  $\varphi_c$  es la fracción de la velocidad crítica,  $\alpha$  es el ángulo del centro de gravedad del material del lecho y se muestra en la figura 18,  $\delta_{ap}$  es la densidad aparente del lecho (bolas + material) y esta dado por:

$$\delta_{ap} = \frac{m_b + m_p}{V_b + V_p} \quad [2.54]$$

Donde  $m_b$  es la masa de bolas,  $m_p$  es la masa del material,  $V_b$  es el volumen de las bolas y  $V_p$  es el volumen del polvo.



**Figura 19**

La figura indica el ángulo dinámico que forma el centro de gravedad del lecho en movimiento con respecto a la perpendicular C. (Tomado de Simula V1.0 Universidad Católica de Chile)

### 2.3.4 Modelos matemáticos para el hidrociclón.

Los modelos aplicados en la simulación de hidrociclones se fundamentan en la ecuación [1.34]. Estos modelos son expresiones empíricas obtenidas mediante numerosos ensayos en donde las diferentes variables de diseño y operación han sido correlacionadas (Delgadillo, 2006). La principal desventaja de los modelos empíricos es que solo son aplicables a condiciones similares en las cuales se realizaron los ensayos, estos modelos no explican varios fenómenos como la formación de cortocircuitos.

Los modelos más recientes para la simulación de hidrociclones se basan en las teorías de la dinámica de fluidos computacional que describe de forma rigurosa la turbulencia y las fuerzas relacionadas con el movimiento del fluido en el interior del dispositivo. Sin embargo estos son modelos muy complejos que requieren gran capacidad de equipos informáticos por lo que este tema está fuera del alcance de este proyecto (Delgadillo, 2006).

A pesar de las desventajas de los modelos empíricos estos tienen una ventaja de que no son complejos y de fácil aplicación. El modelo de Plitt con modificaciones ha sido incorporado en el simulador, este modelo permite encontrar los parámetros del  $d_{50}$  y  $m$  de la función de clasificación corregida que se relaciona con la función de clasificación mediante la siguiente expresión:

$$C_i = \frac{S_i - a}{1 - a} \quad [2.55]$$

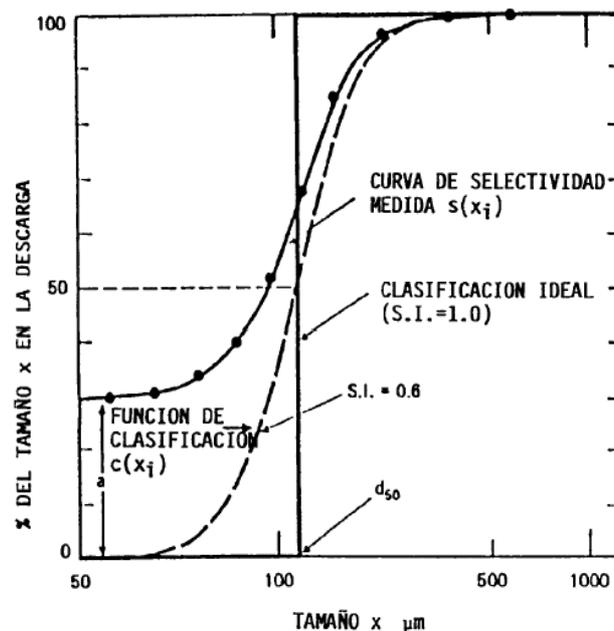
Donde  $C_i$  es la función de clasificación corregida para cada intervalo de tamaño,  $S_i$  es la función de clasificación y el valor  $a$  describe el comportamiento de cortocircuito se deriva de las siguientes expresiones:

$$C_i = \frac{U \cdot u_i - a_i}{F \cdot f_i - a_i} \quad [2.56]$$

Donde  $a_i = a \cdot F \cdot f_i$  representa la cantidad de cortocircuito que es proporcional a la cantidad de alimentación. La ecuación de la función de clasificación corregida proporcionada por Plitt es:

$$C_i = 1 - \exp \left[ - \ln 2 \left( \frac{x_i}{x_{50}} \right)^m \right] \quad [2.57]$$

El siguiente gráfico muestra la función de clasificación y la función de clasificación corregida.



**Figura 20:** Curva de la función de la clasificación real y corregida para el hidrociclón (Tomado de Austin y Concha, 1994).

El parámetro del d50 corregido está dado por la siguiente correlación:

$$d_{50} = \frac{A_0 \cdot \phi_c^{0.44} \cdot \phi_i^{0.58} \cdot \phi_o^{1.91} \exp(11.12 \cdot x_{v_s})}{\phi_u^{0.8} \cdot h^{0.37} \cdot Q_a^{0.44} \cdot (\delta_s - 1)^{0.5}} \quad [2.58]$$

Donde:

$\phi_c, \phi_i, \phi_o, \phi_u$  Son los diámetros del hidrociclón, diámetro de la alimentación, diámetro del over, diámetro del under respectivamente en pulgadas.

$h$  Es la longitud entre el vortex y la parte superior del ápex en pulgadas

$Q_a$  Es el caudal de alimentación en  $m^3/hr$ .

$x_{v_s}$  Es el porcentaje de sólidos en volumen en la alimentación.

$\delta_s$  Es la densidad del sólido en  $g/cm^3$

$A_0$  es la constante que es función del material y del diseño.

El parámetro  $m$  es función de las variables de diseño y operación del equipo:

$$m = \exp\left(m_0 - 1.58 \frac{S}{S+1}\right) \left(\frac{\phi_c^2 \cdot h}{Q_a}\right)^{0.15} \quad [2.59]$$

Donde:

$k_0$  Es la constante y su valor es función del tipo de mineral.

$R_v$  Es la relación de flujo de la descarga y la alimentación es decir

$$R_v = \frac{Q_u}{Q_a} = \frac{S}{1+S}, \quad S \text{ está dado por } S = \frac{Q_u}{Q_o}.$$

S representa la distribución de los caudales entre la descarga y la alimentación y están dados por la siguiente correlación.

$$S = \frac{S_0 \cdot h^{0.19} \cdot \left(\frac{\phi_u}{\phi_o}\right)^{2.64} \exp(-4.33 \cdot xv_s + 8.77 \cdot xv_s^2)}{H_p^{0.54} \cdot \phi_c^{0.38}} \quad [2.60]$$

Donde:

$S_0$  Es la constante que depende de la naturaleza del mineral y las condiciones de operación.

$h$  Es la longitud entre el vortex y la parte superior del ápex en pulgadas.

$xv_s$  Es el porcentaje de sólidos en volumen en la alimentación.

Son los diámetros del hidrociclón, del over, del under respectivamente en pulgadas

$H_p$  Es la altura de presión dado en ft.

Para el cálculo de la altura de presión se tiene la siguiente correlación:

$$H_p = \frac{H_0 \cdot Q_a^{1.46} \cdot \exp(-7.63 \cdot xv_s + 10.79 \cdot xv_s^2)}{\phi_c^{0.2} \cdot h^{0.15} \cdot \phi_i^{0.51} \cdot \phi_o^{1.65} \cdot \phi_u^{0.53}} \quad [2.61]$$

Donde:

$Q_a$  Es el caudal de alimentación en  $m^3/hr$ .

$h$  Es la longitud entre el vortex y la parte superior del ápex en pulgadas.

$\phi_c, \phi_i, \phi_o, \phi_u$  Son los diámetros del hidrociclón, diámetro de la alimentación, diámetro del over, diámetro del under respectivamente en pulgadas.

$xv_s$  Es el porcentaje de sólidos en volumen en la alimentación.

$H_0$  Es la constante que depende del material y de las condiciones de operación del equipo.

### 2.3.5 Modelo matemático para el tamiz.

El modelo del factor empírico utiliza una serie de factores de corrección que tienen que ver con las condiciones de operación del equipo y de las características de la alimentación (Sigüenza y Espinosa, 1997)

La eficiencia real del tamiz esta dada por la siguiente expresión:

$$\eta \begin{cases} 0.95 - 0.25(Rf - 0.8) - 0.05(Rf - 0.8)^2 & \text{Si } Rf \geq 0.8 \\ 0.95 - 1.67(0.8 - Rf)^2 & \text{Si } Rf < 0.8 \end{cases} \quad [2.62]$$

Donde  $Rf$  es la razón de reflujo y es función de la alimentación al equipo con una serie de factores de corrección dado por:

$$Rf = \frac{T}{C_t [F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5 \cdot F_6 \cdot F_7]} \quad [2.63]$$

Donde  $T$  es el flujo de alimentación,  $C_t$  es la capacidad del tamiz y  $F_n$  son los factores de corrección para ciertas condiciones de operación. La capacidad del tamiz se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$C_t \begin{cases} 0.783 \cdot L_m \cdot 37 & \text{Si } L_m \geq 25 \\ 20 \cdot L_m^{0.33} - 1.28 & \text{Si } L_m < 25 \end{cases} \quad [2.64]$$

Los factores de corrección están dados por el siguiente conjunto de ecuaciones:

**F1: factor de corrección de humedad**

$$F_1 = \begin{cases} 1 & \text{Si } L_m \geq 25 \\ 1 + 0.00024(25 - L_m)^{2.5} & \text{Si } L_m < 25 \end{cases} \quad [2.65]$$

**F2: Factor del ángulo de inclinación del tamiz**

$F_2 = 1 - 0.01(\alpha - 15)$  Donde  $\alpha$  representa al ángulo de inclinación de trabajo del tamiz y está en grados.

**F3: Factor de posición de cubierta:**

$F_3 = 1.1 - 0.1S$  Donde S representa la posición de la malla.

**F4: Factor de densidad a granel.**

$F_4 = \frac{\delta_{ap}}{1600}$  Donde  $\delta_{ap}$  es la densidad aparente.

**F5: Factor de sobre tamaño.**

$F_5 = 0.914 \exp(\exp(4.22(1 - Ph)) - 3.5)$  Donde Ph es la fracción de corte menor.

**F6: Factor de medio corte.**

$F_6 = 2 * Ph' + 0.2$  Dónde Ph' es igual a la fracción de medio corte

**F7: Factor de área abierta:**

$F_7 = \frac{aa\%}{50}$  Donde aa% es el porcentaje de área abierta y está dada por la siguiente

expresión:

$aa\% = \frac{L_m^2}{L_m + d_w}$  Donde  $L_m$  luz de malla y  $d_w$  es el diámetro del alambre.

## **2.4 Desarrollo del programa informático.**

### **2.4.1 Plataforma de Desarrollo**

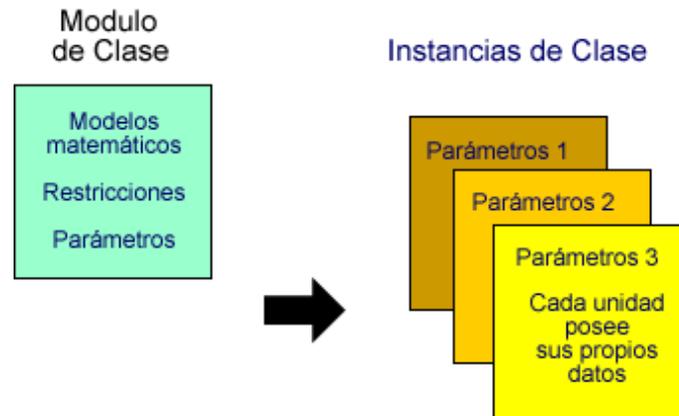
Para el desarrollo del programa informático se utilizó el lenguaje BASIC (Beginners All-Purpose Symbolic Instruction Code) que es uno de los lenguajes más utilizados para el desarrollo de potentes aplicaciones bajo la plataforma del sistema operativo Microsoft Windows. Este lenguaje posee instrucciones, funciones y palabras claves que se encuentran relacionadas con la interfaz gráfica del sistema Windows. Parte del lenguaje también se encuentra disponible en aplicaciones como Word, Excel que también es conocido como VBScript.

El uso de objetos se encuentra ampliamente difundido en el entorno de Visual Basic, los objetos son los ladrillos con los que se puede construir una aplicación, ejemplo de objetos son los formularios, bases de datos, datos, etc.

Un objeto es una estructura lógica que posee códigos y datos que funciona como una unidad independiente además permite el encapsulamiento y validación de sus propios datos, este concepto es muy importante ya que es posible la creación de diversos tipos de objetos cada uno con sus propias características (Stange, 1992).

Los objetos pueden crearse a partir de las *clases*, cuando un objeto es creado se ha creado una instancia de clase.

El siguiente gráfico permite visualizar este proceso de creación de instancias de clase.



**Figura 21:** En el proceso de creación de instancias de clase se crean copias a partir del modulo de clase, sin embargo cada objeto creado puede tener sus propios datos.

Antes de entrar en detalles acerca de la estructura del simulador y sus diversos componentes, es importante tomar en cuenta los conceptos utilizados y la estrategia de simulación utilizada. La filosofía de simulación adoptada es el concepto de un simulador modular secuencial, como se mencionó anteriormente esta estrategia implica la interpretación del diagrama de flujo de materia y energía como un grupo de unidades de procesos, muy similar al concepto de operaciones unitarias. Cada unidad de proceso posee en su interior rutinas de cálculo y segmentos de procedimientos que responden a eventos. De esta manera el simulador posee una colección de procesos o biblioteca de procesos relacionadas con las clases de objetos.

Inevitablemente la estrategia de simulación modular secuencial desemboca en el concepto de programación orientada a objetos, esta estrategia de programación se basa en la creación de objetos definidos por los módulos de clase (Stange, 1992).

Los módulos de clase almacenan la información, determinan el comportamiento de los objetos y su interacción con los demás objetos, cada objeto creado tendrá estas

características. Por otra parte el usuario determinará el valor de alguna variable, este cambio se lo puede realizar sin modificar los datos internos que posee el módulo a este proceso se lo conoce como encapsulamiento, esto es importante ya que ningún otro objeto o rutina de programación puede modificar los valores internos del objeto (Kamin, 1998).

#### **2.4.2 Estructura del simulador.**

Una característica del concepto de objeto es que este existe mientras haya una referencia a él en la aplicación, al momento que la variable que hace referencia al objeto tiene el valor vacío, automáticamente el objeto se destruye, por lo que fue necesario incorporar un módulo estándar en donde se mencionan las variables que se vinculan al objeto creado; el número de variables depende del número de unidades creadas, sin embargo no es práctico tener una variable para cada unidad creada por lo que se recurre a un concepto denominado matrices de objetos.

Las matrices en Visual Basic® almacenan valores, datos y objetos, la matriz que almacena los objetos se denomina matriz de objetos, la característica de esta matriz es que debe ser dinámica pues sus dimensiones cambian conforme el usuario va creando las instancias de clase u objetos.

Es importante crear una matriz para cada tipo de unidad, es decir debe haber una matriz para las unidades de molienda, otra matriz para las unidades de separación, etc. Una matriz de objetos también puede ser llamada colección de objetos aunque de estructura muy simple.

Mediante el uso de matrices se puede hacer referencia al objeto mediante un número índice, al tener todas las unidades distribuidas en matrices una línea de código como la siguiente puede hacer referencia desde cualquier parte de la aplicación al objeto:

### **Molinos(*ID molino*)**

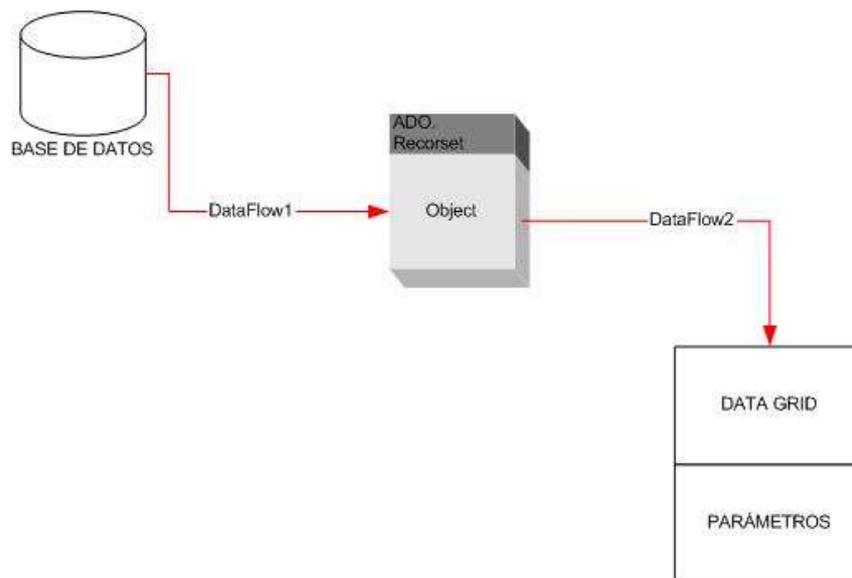
Donde *ID molino* es el índice que posee la unidad al momento de ser creada y es un valor del tipo integer (entero). De esta forma el objeto se mantiene presente en la aplicación mientras el valor del índice que hace referencia al objeto en la matriz no sea empty (vacío).

En la estrategia de simulación modular secuencial parte de la información que recibe el módulo debe ser interna, es decir la información incorporada por el simulador y no la información que introduce el usuario, estos datos son almacenados en una base de datos, que posee la información útil del mineral y las condiciones de operaciones estándares con lo que se obtuvieron los datos de velocidad de fractura. Estos datos por lo general son el resultado de ensayos en el laboratorio.

La base de datos del programa se encuentra en formato de texto, fácil de manipular e introducir datos, sin embargo es necesario crear objetos que permitan ser el origen y la interfaz de los datos para toda la aplicación.

El objeto que permite ser el origen y la interfaz de datos se denomina interfaz ADO que permite un acceso de cualquier origen de datos como correo electrónico y sistemas de archivo como texto y gráficos.

La instrucción *Recordset* del objeto ADO actúa como origen de datos, mientras que las otras características de ADO permiten la manipulación de los datos. Cabe destacar que cuando se habla de origen de datos no se refiere a la base de datos física, sino que se trata del vínculo entre la base de datos física y la aplicación.



**Figura 22:** Representación del flujo de información entre la base de datos y la aplicación mediante la creación del objeto ADO.

Para la presentación de los datos del mineral se usó el control DATAGRID que posee la facultad de presentar y escribir los valores en la base de datos en formato de hojas de cálculo.



**Figura 23:** La interfaz gráfica del objeto DATAGRID que presenta los datos almacenados en la base de datos física

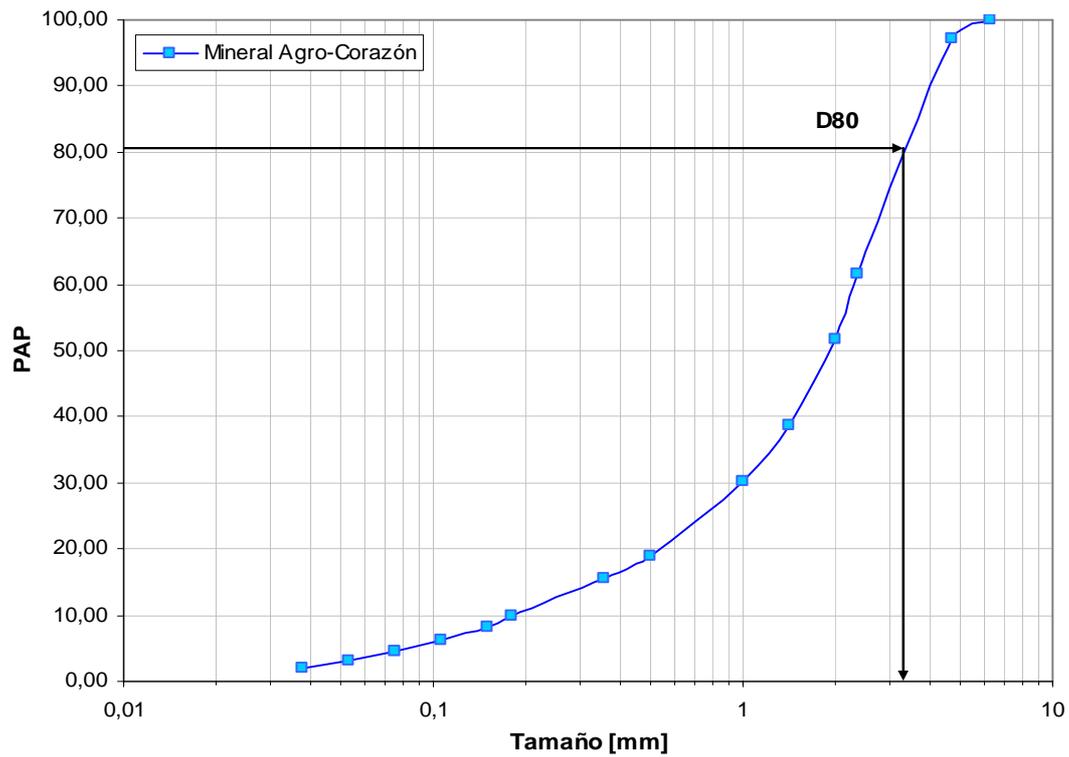
Los datos se encuentran almacenados en un archivo del sistema en formato de texto (extensión TXT). Los datos se encuentran organizados en filas y columnas. Las columnas representan a los diferentes minerales almacenados, mientras que las filas representan la información relacionada con cada mineral, la siguiente tabla representa los datos y la información que están disponibles en una sola línea que para efectos ilustrativos se ha organizado en categorías.

**Tabla 20:** Estructura de la base de datos física.

Datos del generales del mineral		Valores de la cinética y de la función de fractura								
ID	Nombre	Densidad Ton/m <sup>3</sup>	X crítico en mm	Valor a	alpha	cappa	B0 1	B0 2	B 1	B 2
Datos de los ensayos realizados en el laboratorio										
D	L	Dbola	J	U	Vcrítica	N0	N1	N2	N3	

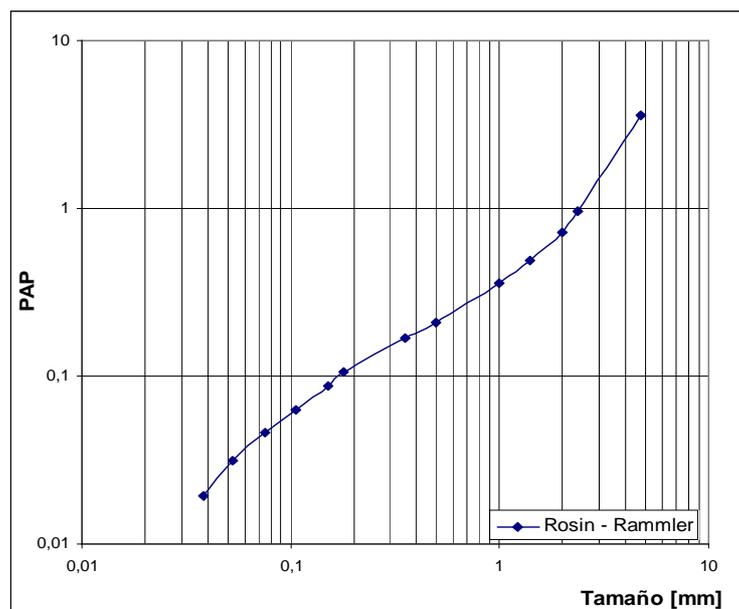
4	5,158	2,5	2,68	100,00
8	3,348	34,0	35,81	97,32
10	2,173	9,3	9,87	61,50
14	1,673	12,3	13,00	51,63
18	1,183	7,8	8,29	38,63
35	0,707	10,9	11,46	30,34
45	0,421	3,2	3,40	18,88
80	0,253	5,2	5,47	15,48
100	0,164	1,6	1,72	10,01
140	0,126	2,0	2,15	8,29
200	0,089	1,5	1,65	6,15
270	0,063	1,3	1,42	4,49
400	0,045	1,1	1,18	3,07
Fondos	0,019	1,8	1,89	1,89
	Total	95	100,00	

La representación gráfica de la distribución granulométrica que relaciona el tamaño promedio geométrico de los intervalos y el porcentaje acumulado pasado nos indica el parámetro d80 que se muestran en la siguiente figura:



**Figura 29:** Gráfico del porcentaje acumulado pasante (PAP) versus el tamaño promedio geométrico.

De acuerdo al gráfico 28 el D50 se encuentra alrededor de los 2mm, este gráfico presenta las similitudes de las curvas de distribución de Gaudin Shumman.

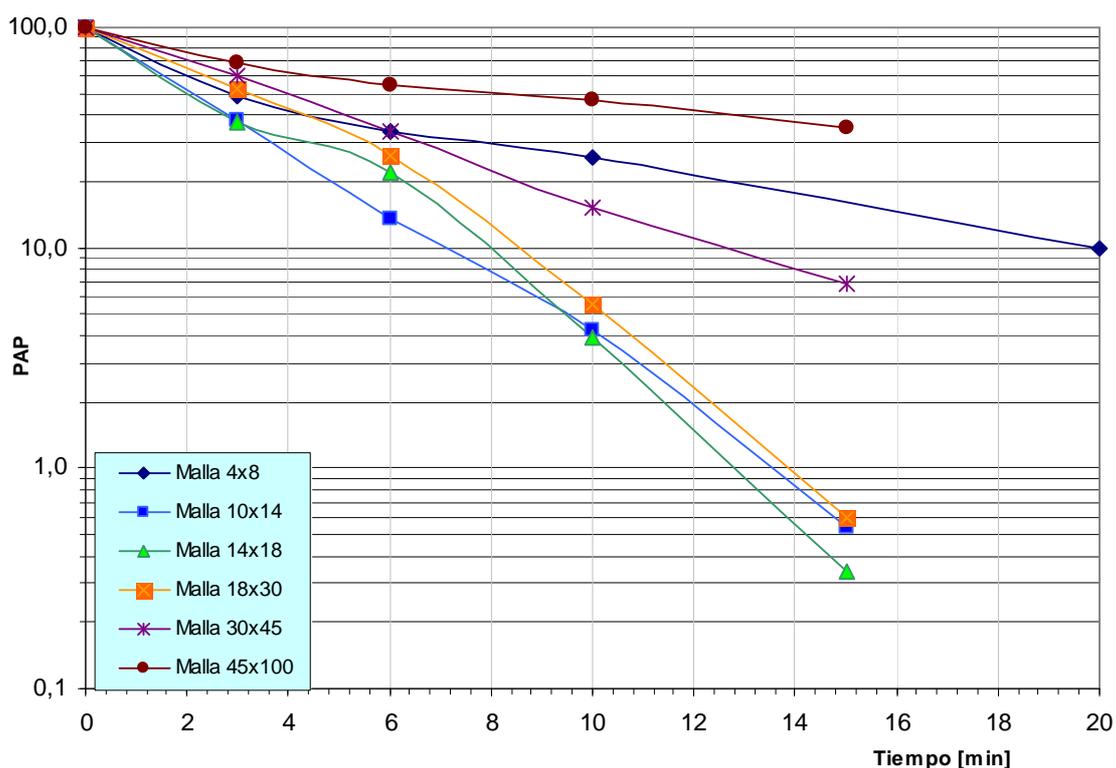


**Figura 30:** Representación de la distribución de partículas con el gráfico de Rosin Rammler.

## 2.4.3 Ensayos con Monotamaños.

### 2.4.3.1 Tamaño crítico de fractura

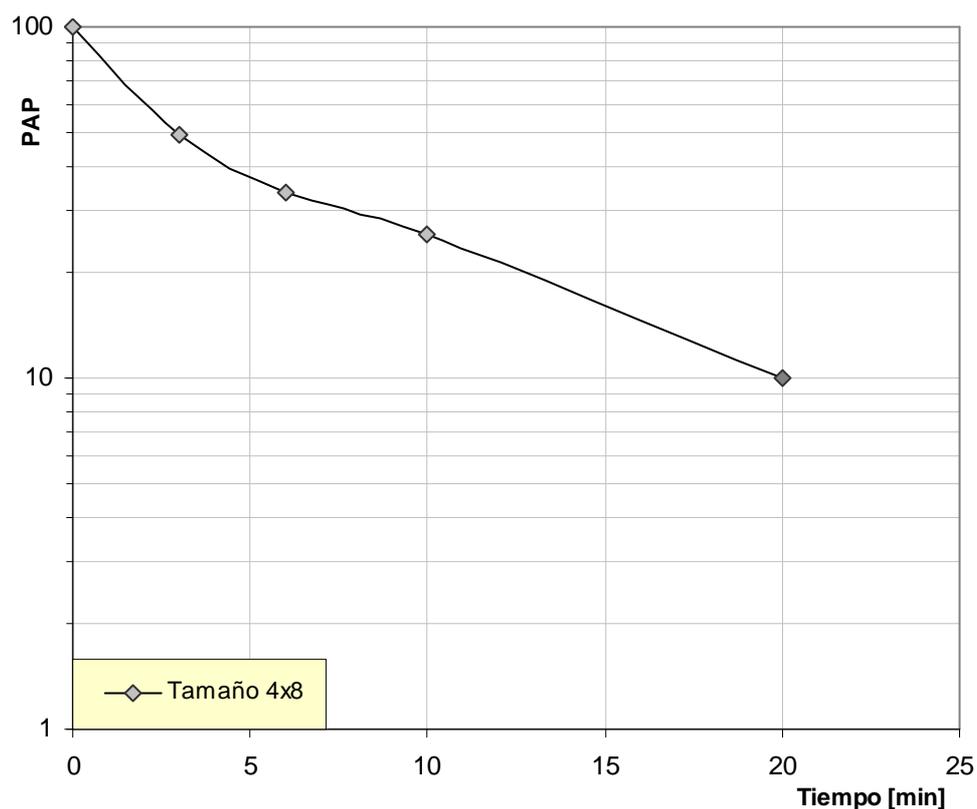
Para encontrar el tamaño crítico fue necesario conocer la velocidad de fractura para cada intervalo de tamaño dado por la tabla 5, cada monotamaño que fue sometido a diferentes tiempos de molienda permitió evaluar la constante dada por la ecuación [1.7] y que es la representación de la cinética de fractura. Al representar gráficamente el porcentaje acumulado pasante en la malla versus el tiempo utilizado para cada ensayo de molienda nos da una curva similar a la del gráfico N° 1 donde la pendiente de la curva es la velocidad específica de fractura dada en  $\text{min}^{-1}$ . El siguiente gráfico muestra las curvas obtenidas para cada monotamaño seleccionado.



**Figura 31:** Porcentaje acumulado pasante (PAP) para cada monotamaño en función del tiempo de molienda. 45% de sólidos y 47 RPM.

Todas las curvas tienen su origen en el 100%, el error por tamizado en blanco no superó el 2% del material, es decir que el 2% de una muestra de tamizado atravesó la malla inferior que define al monotamaño asegurándose con ello que el material es en su mayoría del tamaño correspondiente.

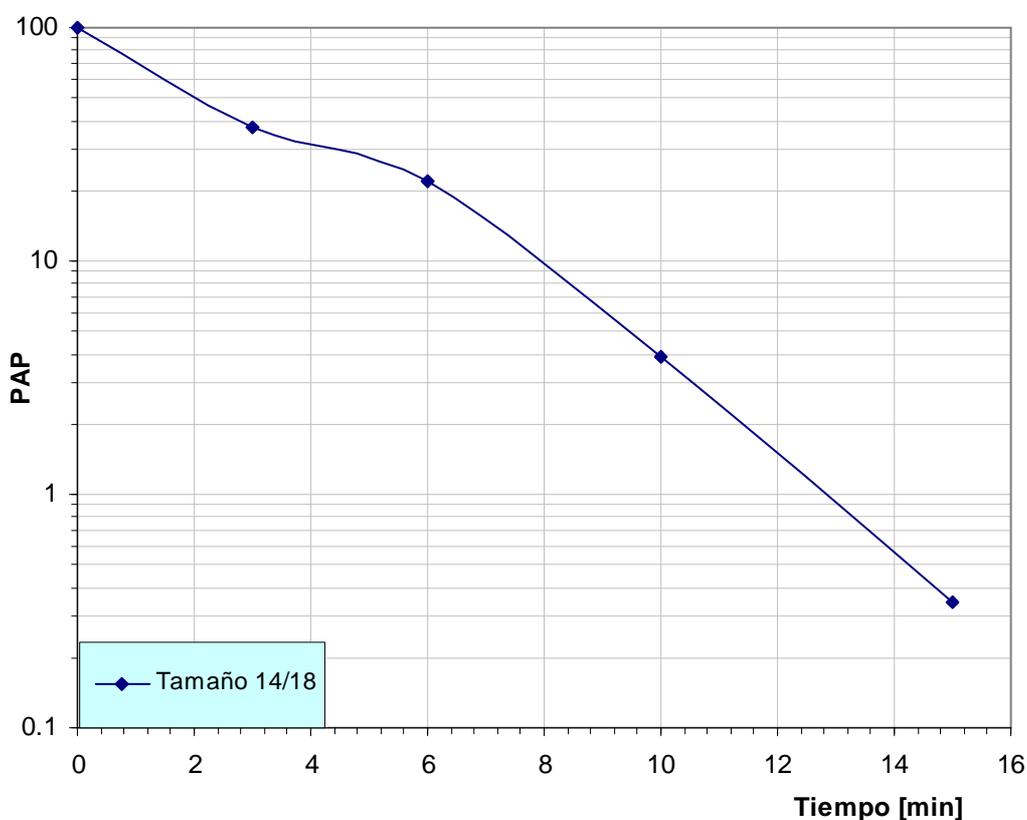
Del gráfico 30 se puede observar que no todas las curvas presentan una tendencia lineal como puede verse en la malla 14x18 (1.4mm – 1.0mm) y en la malla 4x8 (4.75mm – 2.36mm). Estas curvas presentan efectos de aceleración y desaceleración en la velocidad de fractura, es decir que la pendiente de la curva es mayor o menor, tal como lo muestra la siguiente figura resultado de los ensayos con el monotamaño 4x8.



**Figura 32:** Efecto de aceleración / desaceleración de la velocidad de fractura para el monotamaño 4x8. PAP porcentaje acumulado pasante 45% sólidos y 47 RPM.

Del gráfico 31 se observa que antes de los primeros 5 minutos de molienda la pendiente de la curva es pronunciada, luego de aquello se puede observar un descenso de la velocidad de fractura.

El siguiente gráfico muestra una anomalía en la curva correspondiente al monotamaño 14x18(1.4mm – 1.0mm) con la consiguiente disminución en la cinética de fractura



**Figura 33:** Efecto de aceleración / desaceleración para los primeros 6 minutos de molienda para el monotamaño 14x18, PAP porcentaje acumulado pasante, 45% sólidos, 47 RPM.

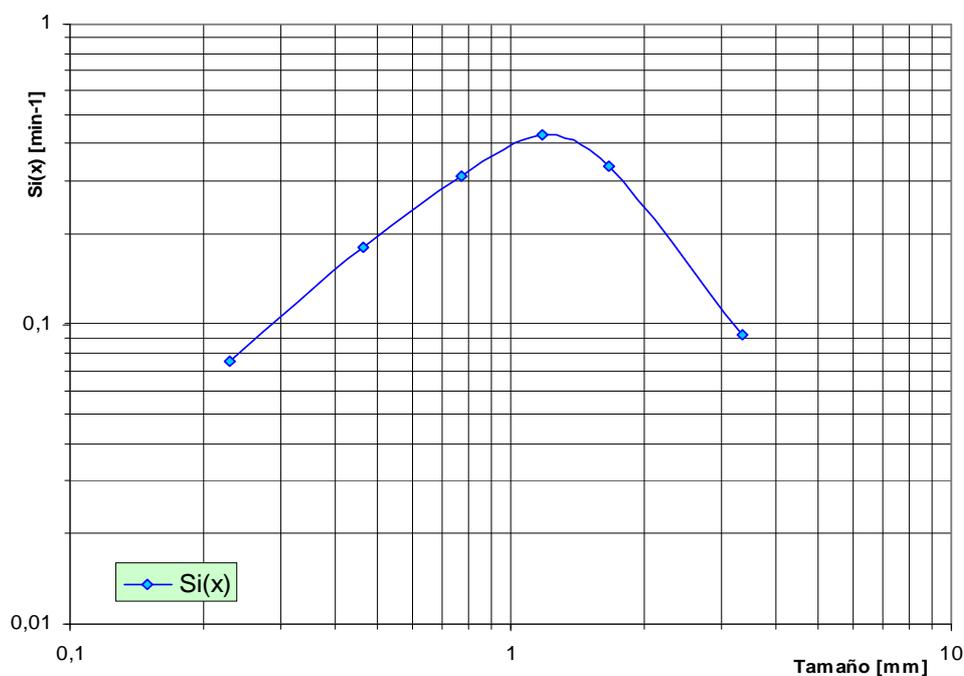
Mediante regresión lineal de datos es posible obtener el valor de la pendiente para cada monotamaño, para la curva que presentan efectos de aceleración y desaceleración malla (4x8), la regresión de datos se la realizó considerando la parte lineal de la curva. La

tabla 22 muestra los valores de velocidad de fractura con respecto al tamaño seleccionado:

**Tabla 22:** Valores de las pendientes de la curvas para cada monotamaño

Tamaño mm.	$S_i(x)$ min. <sup>-1</sup>	$R^2$ ajuste
3,348	0,0916	0,996
1,673	0,3375	0,9957
1,183	0,4295	0,9698
0,774	0,3132	0,9635
0,461	0,1815	0,9984
0,23	0,0754	0,9213

Si graficamos el promedio geométrico del intervalo de tamaño versus los valores de velocidad de fractura en ejes log – log, es posible determinar el tamaño crítico correspondiente al tamaño de bolas utilizado en los ensayos de molienda, este tamaño crítico esta dado por la velocidad de fractura más alta luego de lo cual los valores de velocidad empiezan a disminuir, a partir de este gráfico también podemos obtener los parámetros de la ecuación [1.11].



**Figura 34:** Representación de la velocidad de fractura en función del tamaño promedio de partícula.

De acuerdo al figura 33 la velocidad de fractura más alta alcanzada está en el intervalo de 14x18(1.4mm – 1.0mm), luego de lo cual para valores de mayor tamaño de partícula hay un descenso en la velocidad de fractura, el tamaño crítico divide al gráfico en dos zonas: la zona de fractura normal (izquierda del tamaño crítico) y la zona de fractura anormal.

Los parámetros de la ecuación [1.10] fueron obtenidos una vez que se ha identificado el tamaño crítico mediante regresión lineal con ajuste de curva exponencial y dentro de la zona de fractura normal, esto es a la izquierda del tamaño crítico. Los datos se encuentran tabulados en la siguiente tabla:

**Tabla 23:** Parámetros obtenidos de la ecuación [1.10] del mineral agro – corazón.

Valor $\alpha$	1,074
Valor $a \text{ min}^{-1}$	0,387

Con estos valores y el tamaño crítico es posible obtener todos los parámetros de la ecuación [1.11], empezando por la ecuación [1.15] y considerando el monotamaño 4x8, estos valores permiten conocer el factor de corrección para la zona de fractura anormal. En la siguiente tabla se resume los valores obtenidos:

**Tabla 24:** Valores de los parámetros obtenidos de la ecuación [1.11]

Valor $\mu \text{ mm}$	0,483
Valor $\Lambda$	1,388

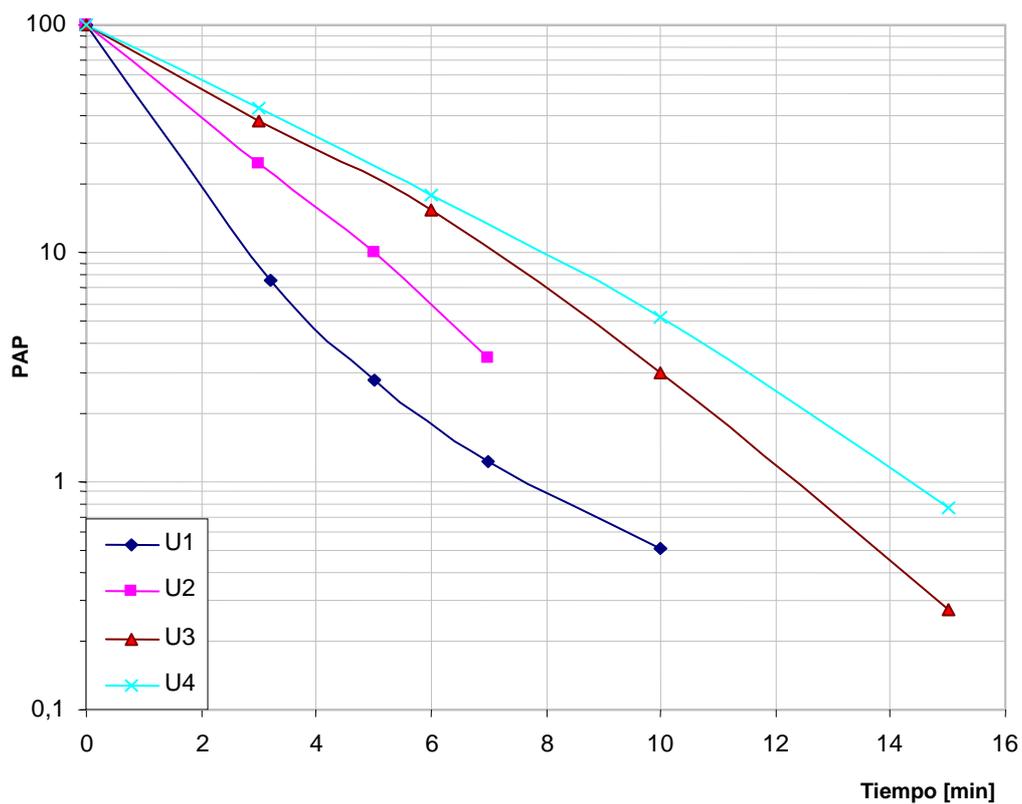
#### **2.4.4 Resultado de los ensayos dentro de la zona normal de fractura.**

Una vez que se ha identificado el tamaño crítico, se seleccionó los monotamaños que se encuentran dentro de la zona de fractura normal de acuerdo a la tabla N° 7. Siguiendo el esquema de los ensayos dado por la tabla N° 8 se obtuvo los siguientes resultados en la cual se puede observar el comportamiento de los monotamaños en función de la variación de la carga en el molino, manteniendo la carga de bolas constante.

Cuando se varía la carga en el molino es necesario utilizar el parámetro  $U$  que define relación entre la carga de material en el molino en función de los espacios vacíos entre las bolas.

La ecuación [1.3] nos proporciona el valor de  $U$  y cuyos valores están dados en la tabla N° 8. El rango de operación por lo general está dado para valores de  $U$  entre 0,6 y 1,2, en los ensayos realizados se partió desde un valor menor a este rango con el fin de observar el comportamiento de la velocidad de fractura.

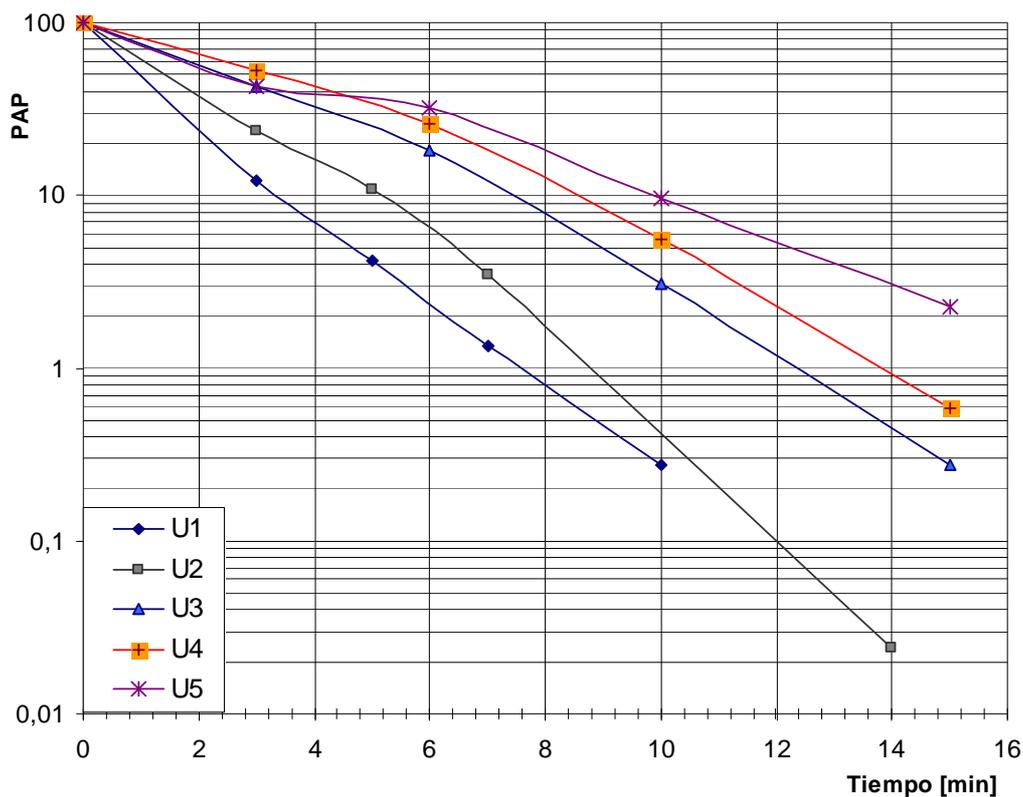
El siguiente gráfico muestra la variación de la velocidad de fractura en función de la variación de la carga en el molino para el monotamaño 10x18, donde se observa que la velocidad de fractura se desacelera para los valores de  $U_1 = 0,34$ , en el resto de las curvas se puede observar que se mantiene la tendencia lineal.



**Figura 35:** Variación de la velocidad de fractura en función del valor U para el monotamaño 10x18; U1 = 0.283, U2= 0.503, U3= 0.722, U4 = 0.846; 45% sólidos y 47 RPM

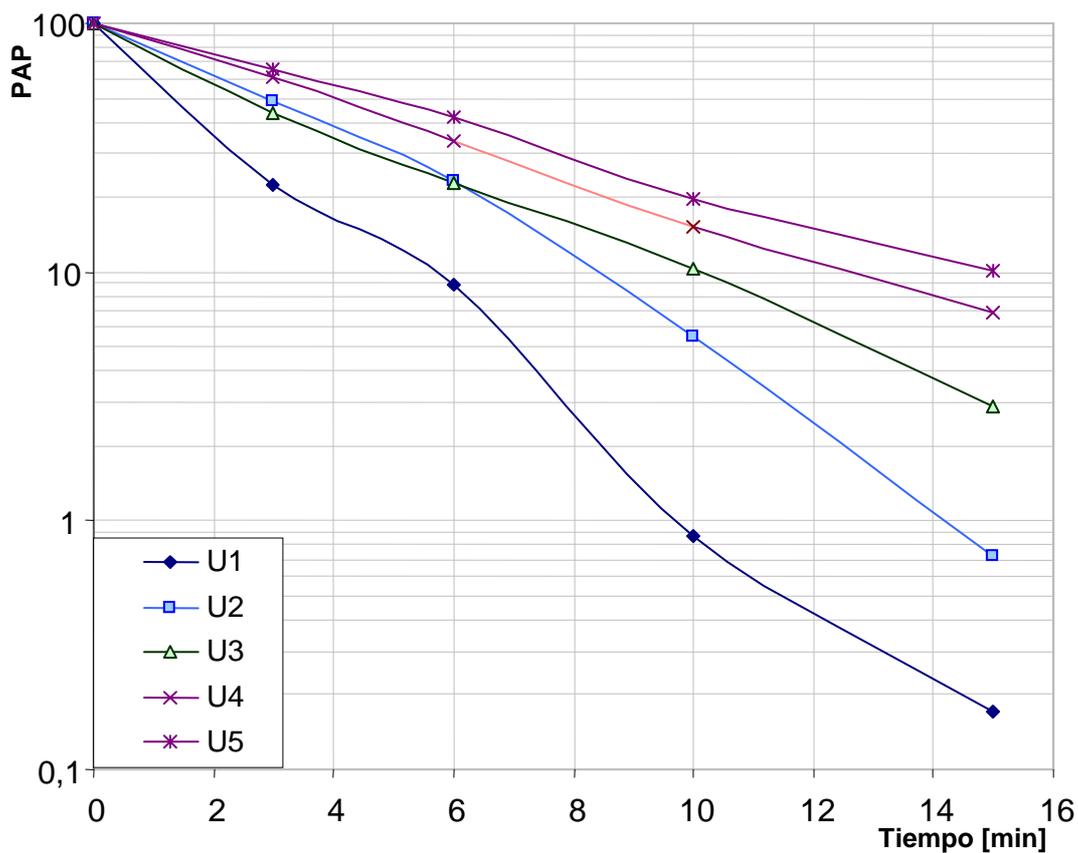
El gráfico 35 muestra las variaciones de la cinética de fractura para los distintos valores de U que corresponden al monotamaño 18x30, se puede observar una tendencia no lineal para el valor U5, cabe destacar que para los valores de U1 no existe desaceleración y aceleración en la cinética de la fractura.

Para el resto de curvas se puede observar una tendencia lineal con ciertas anomalías al inicio de la fractura.



**Figura 36:** Diferentes ensayos de molienda para el monotamaño 18x30 para valores de  $U1 = 0.283$ ,  $U2 = 0.503$ ,  $U3 = 0.722$ ,  $U4 = 0.846$ ,  $U5 = 1.058$ , 45% sólidos y 47 RPM, Porcentaje acumulado pasante (PAP)

El gráfico 36 muestra los valores de la variación de la velocidad de fractura en función de la variación de la carga al molino para el monotamaño 30x45, se puede observar efectos de aceleración y desaceleración en las velocidades de fractura para los valores de  $U1$  y  $U2$ . El resto de curvas sigue la tendencia lineal que caracteriza a la cinética de primer orden.



**Figura 37:** Variación de las cinéticas de fractura para el monotamaño 30x45 para valores de  $U1 = 0.283$ ,  $U2 = 0.503$ ,  $U3 = 0.722$ ,  $U4 = 0.846$ ,  $U5 = 1.058$ .

De los anteriores gráficos se puede observar que la pendiente de la curva, es decir la velocidad de fractura, disminuye conforme la carga al molino aumenta, esto fenómeno ocurre para todos los monotamaños ensayados.

Mediante regresión lineal y descartando los puntos que no se ajustan a la tendencia lineal y en los casos donde existe efecto de aceleración y desaceleración se obtiene la pendiente para cada ensayo de molienda en los distintos monotamaños, estos resultados se encuentran tabulados en las siguientes tablas:

**Tabla 25:** Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 10x18.

Valor U	Fracción de polvo fc.	Velocidad específica de fractura min <sup>-1</sup>	Valor de ajuste R <sup>2</sup>
0,283	0,022	0,337	0,99
0,503	0,039	0,472	0,99
0,722	0,056	0,372	0,91
0,846	0,066	0,312	0,99

**Tabla 26:** Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 18x30.

Valor U	Fracción de polvo fc.	Velocidad específica de fractura min <sup>-1</sup>	Valor de ajuste R2
0,283	0,022	0,608	0,99
0,503	0,039	0,558	0,97
0,722	0,056	0,368	0,97
0,846	0,066	0,313	0,96
1,058	0,082	0,242	0,96

**Tabla 27:** Valores de velocidad de fractura para cada valor de U correspondiente al monotamaño 30x45.

Valor U	Fracción de polvo fc.	Velocidad específica de fractura min <sup>-1</sup>	Valor de ajuste R2
0,283	0,022	0,438	0,99
0,503	0,039	0,307	0,97
0,722	0,056	0,235	0,99
0,846	0,066	0,185	0,99
1,058	0,082	0,154	0,99

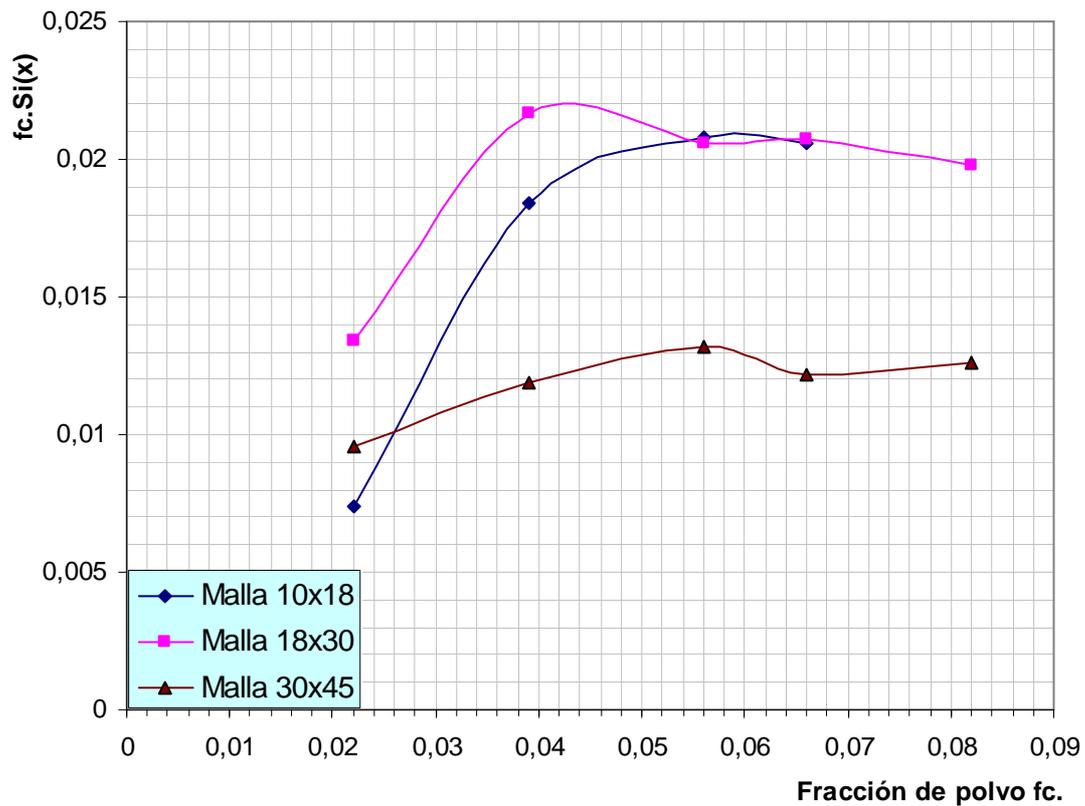
Es importante relacionar la velocidad de fractura con la carga de material en el molino, esto se lo hace mediante el concepto de velocidades absolutas de fractura (Concha y Austin, 1991). Tomando los valores de las tablas 25, 26, 27 de la velocidad específica de fractura con la cantidad de mineral utilizado el producto de ambos se denomina

velocidad de fractura absoluta:  $f_c W$  la siguiente tabla muestra el producto entre la velocidad de fractura absoluta y la cantidad promedio de material utilizado.

**Tabla 28:** Velocidades de fractura y la masa de mineral promedio para cada valor de U.

U	Velocidad de fractura $\text{min}^{-1} S(i)$	Valor $f_c$ .	$f_c * Si(x)$
Monotamaño 10x18			
0,283	0,337	0,022	0,0074
0,503	0,472	0,039	0,0184
0,722	0,372	0,056	0,0208
0,846	0,312	0,066	0,0206
Monotamaño 18x30			
0,283	0,608	0,022	0,0134
0,503	0,558	0,039	0,0217
0,722	0,368	0,056	0,0206
0,846	0,313	0,066	0,0207
1,058	0,242	0,082	0,0198
Monotamaño 30x45			
0,283	0,438	0,022	0,0096
0,503	0,307	0,039	0,0119
0,722	0,235	0,056	0,0132
0,846	0,185	0,066	0,0122
1,058	0,154	0,082	0,0126

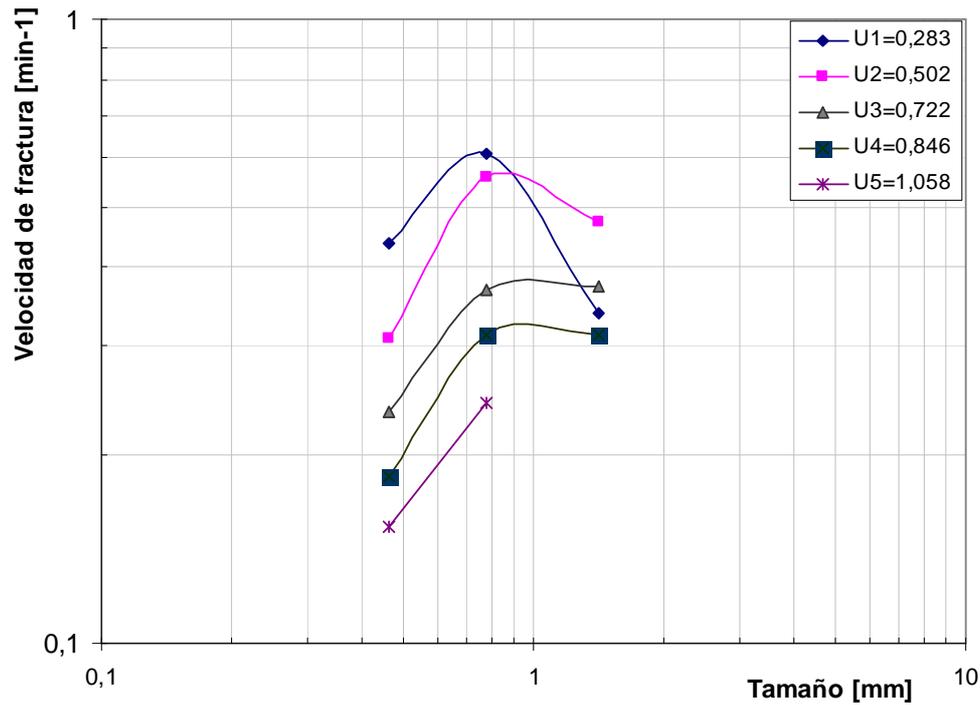
A partir de los valores de la tabla 28 graficamos  $f_c * Si(x)$  versus  $f_c$  para obtener la relación entre la velocidad de fractura y la carga de mineral en el molino.



**Figura 38:** Variación de la velocidad absoluta de fractura en función de la fracción de polvo (carga en el molino)

En el gráfico 37 se observan valores máximos para velocidades absolutas de fractura para cada monotamaño ensayado.

El siguiente gráfico muestra la variación de la velocidad de fractura con las condiciones de llenado para los tres monotamaños ensayados, sin embargo no se obtiene la linealidad esperada debido a que el monotamaño 10x18 se encuentra dentro del rango de tamaño crítico.

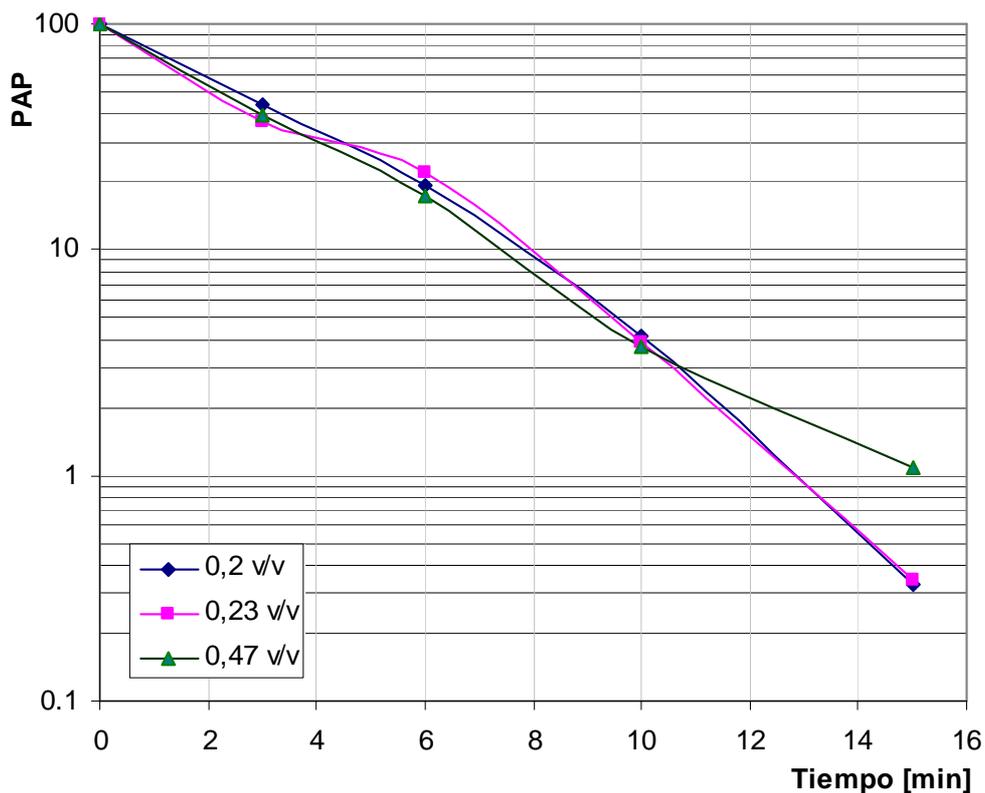


**Figura 39:** Variación de la velocidad de fractura en función del tamaño de partícula para diferentes valores de U.

Se puede apreciar del gráfico 38 que conforme aumenta la carga al molino la velocidad de fractura disminuye, también se observa que a valores cercanos al tamaño crítico la velocidad de fractura disminuye.

#### 2.4.5 Resultados de los ensayos con porcentajes de sólidos.

El resultado de los ensayos de molienda en los cuales se varió el porcentaje de sólidos en volumen son mostrados en las siguientes tablas, las condiciones de estos ensayos están dados por tabla 9 con una valor de  $U = 0.846$  y 455 de sólidos.



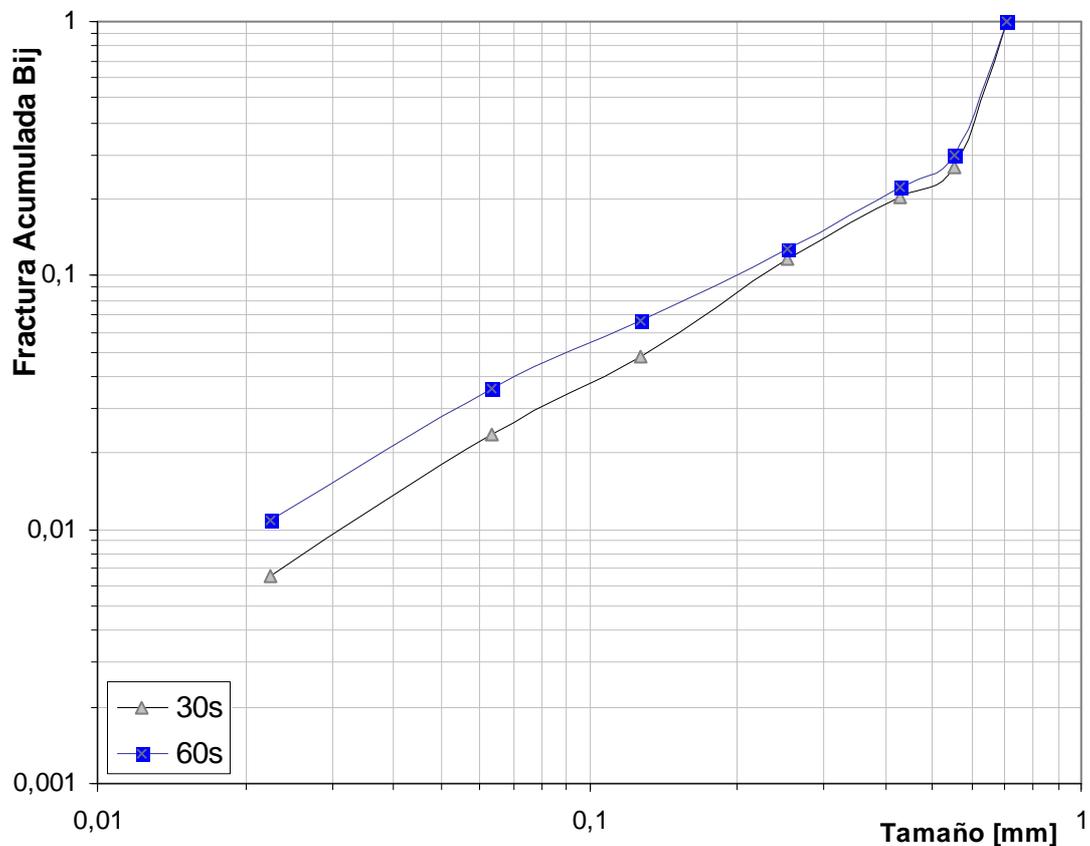
**Figura 40:** Efecto del porcentaje de sólidos en volumen en la cinética de fractura para el mineral agro – corazón.

Del gráfico 39 se puede observar que la cinética de fractura no cambia con el porcentaje de sólidos, sin embargo se observa un efecto de desaceleración para la curva de 47% de sólidos en volumen (70% sólidos en peso). También se observa una anomalía en la curva de 23% en sólidos en volumen para los primeros cinco minutos.

#### 2.4.6 Ensayos para encontrar la función de Fractura.

Las fracciones obtenidas a partir de los fragmentos producidos son los parámetros  $b_{ij}$ , cada intervalo de tamaño se encuentra normalizado por el tamaño superior de los monotamaños seleccionados y que están dados por la tabla 10. El siguiente gráfico

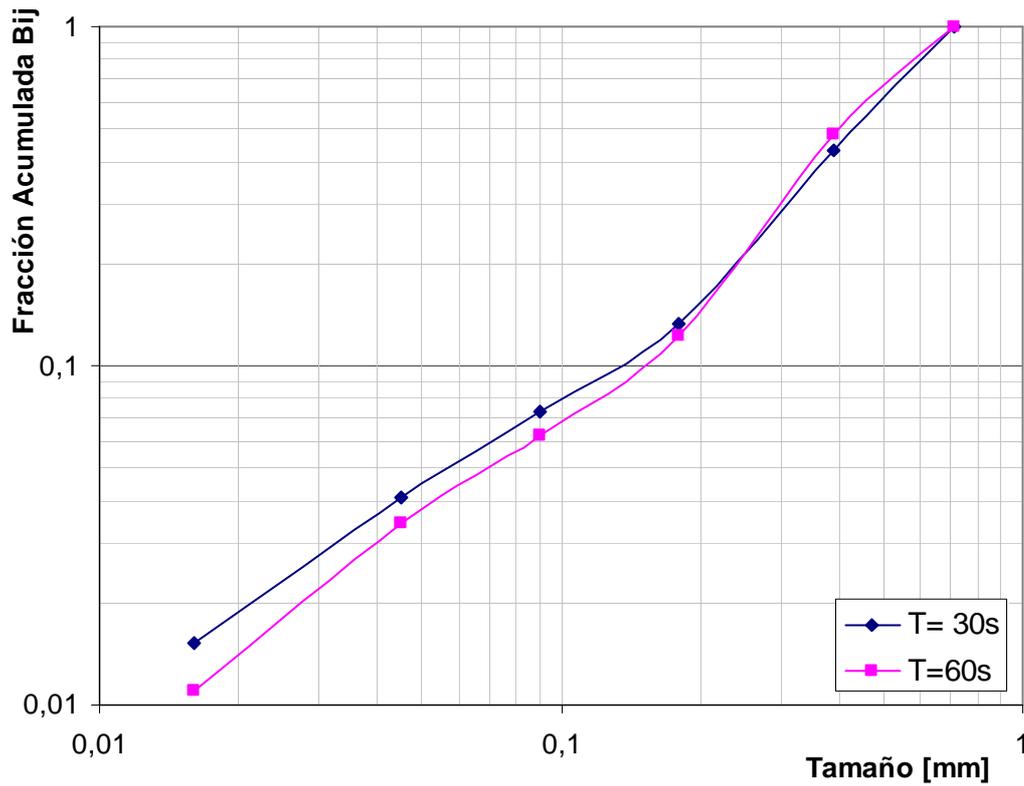
muestra la función de fractura para el monotamaño 10x14 resultados de dos ensayos de molienda a tiempos cortos de 30 y 60 segundos de molienda.



**Figura 41:** Función de fractura del monotamaño 10x14.

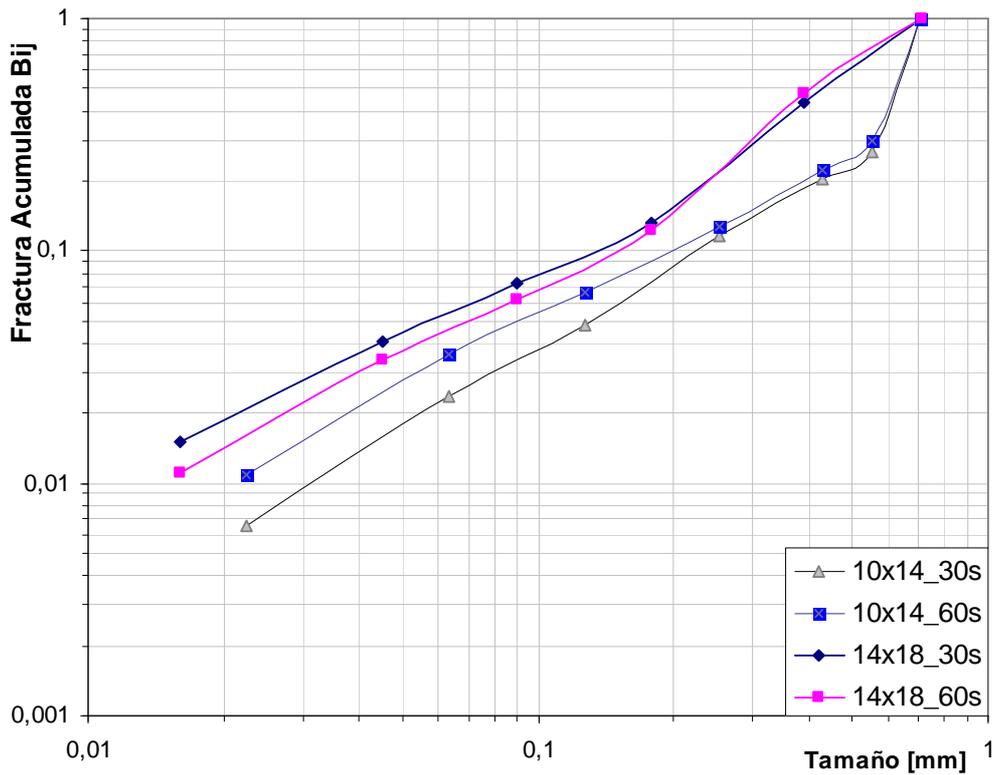
Del gráfico N° 40 se puede observar que los valores acumulativos de *Bij* no caen dentro de la misma región para cada ensayo realizado, esto puede ser indicativo de que la función no es normalizable, sin embargo para estos ensayos es importante que la fracción fragmentada no supere el 30% de la cantidad original, sin embargo para el ensayo a tiempo de 60 segundos el porcentaje de material fragmentado superó el 40%.

El siguiente gráfico muestra la función de fractura para el monotamaño 14x18.



**Figura 42:** Función de fractura del monotamaño 14x18

Del gráfico 41 se puede observar que los datos caen dentro de la misma región para dos ensayos de molienda aunque también se observa que para tamaños finos estos valores empiezan a dispersarse. Los resultados para los dos monotamaños reunidos en el gráfico 42 muestra a la variación de la función de fractura en función del tamaño, en donde se puede observar que no todos los puntos caen dentro de la misma región, esto indica la posibilidad de que el mineral no permita la normalización de la ecuación [1.16] y se necesite recurrir al factor de corrección dado por la ecuación [1.17].



**Figura 43:** Función de fractura de los monotaños 14x18 y 10x14

El evaluar las pendientes de las curva y de acuerdo al gráfico N° 3 se han obtenidos los parámetros de la función de fractura representados en la ecuación [1.16]. Estos datos se encuentran tabulados en la siguiente tabla:

**Tabla 29:** Parámetros de la función de fractura para el mineral agro – corazón.

Monotamaño 14x18					
$\gamma$	1,0123	$\beta$	1,25	$\phi$	0,6
Monotamaño 10x14					
$\gamma$	1,083	$\beta$	1,2	$\phi$	0,39

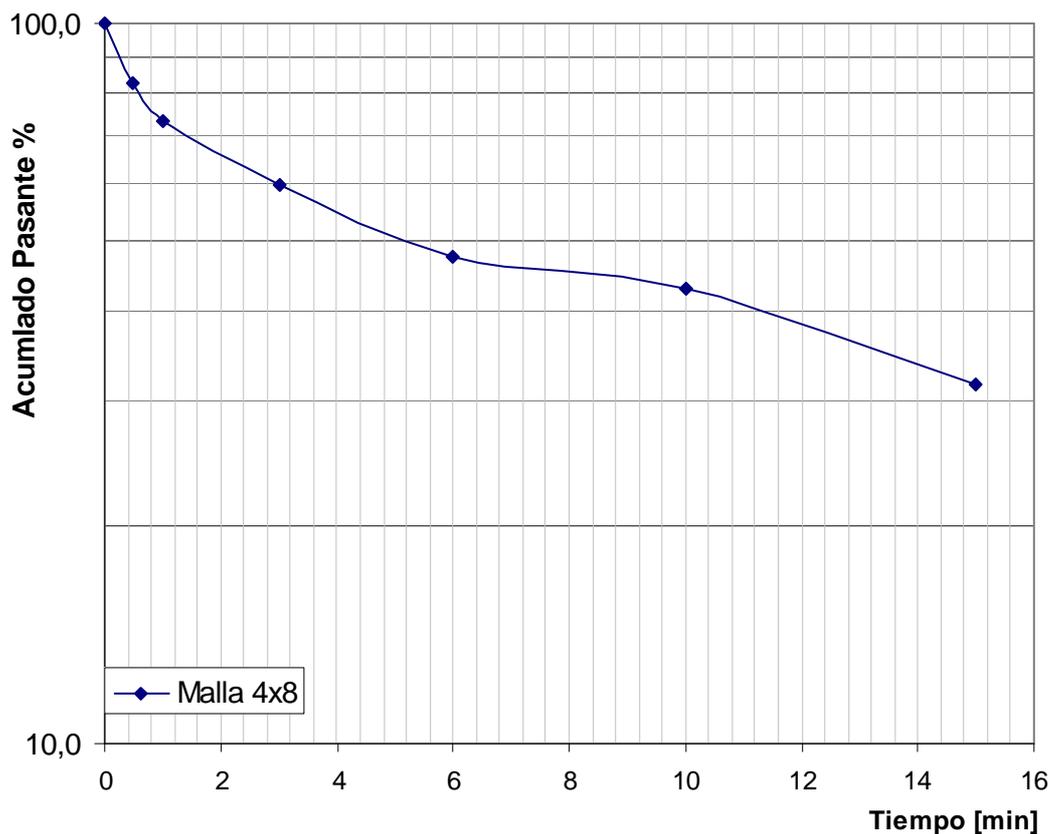
El factor de corrección para la función de fractura no normalizada es:

$$\delta = 1,2453$$

$$\phi = 0,3013$$

### 2.4.7 Resultados de los ensayos en la zona de fractura anormal.

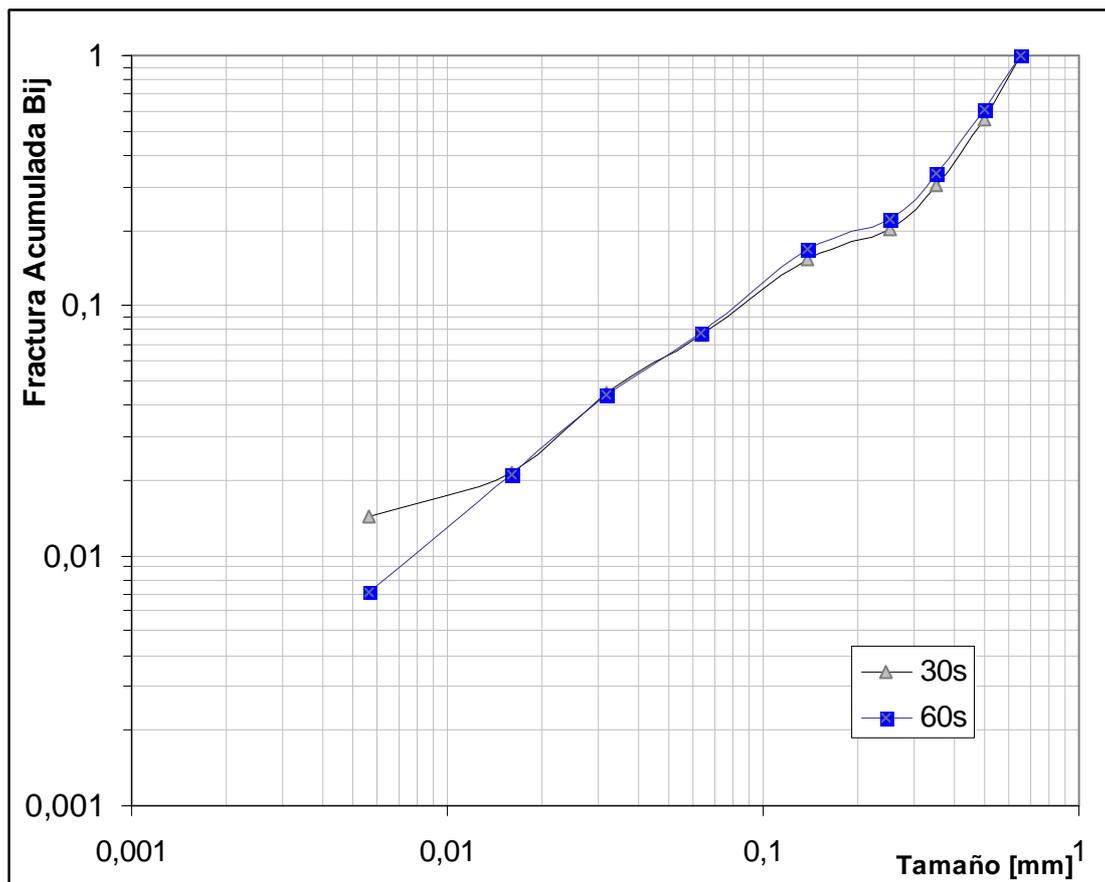
Los ensayos realizados dentro de la zona de fractura anormal de acuerdo a las condiciones experimentales dado por la tabla 12, los resultados se visualizan en el siguiente gráfico:



**Figura 44:** Rapidez de la fractura para el monotamaño 4x8, 45% sólidos y 47 RPM

De acuerdo al gráfico anterior se observa los efectos de aceleración y desaceleración característico para la cinética de fractura en zona anormal de molienda.

El siguiente gráfico muestra los valores de la función de fractura de acuerdo a las condiciones de ensayo dado por la tabla 12, con tiempos de molienda de 30s y 60s



**Figura 45:** Función de fractura para el monotamaño 4x8, 45% sólidos y 47 RPM

De acuerdo al siguiente gráfico los valores de los diferentes ensayos caen dentro de la misma zona y presenta similitudes con respecto a las curvas del gráfico N° 40.

#### 2.4.8 Resultados para los ensayos de flotación.

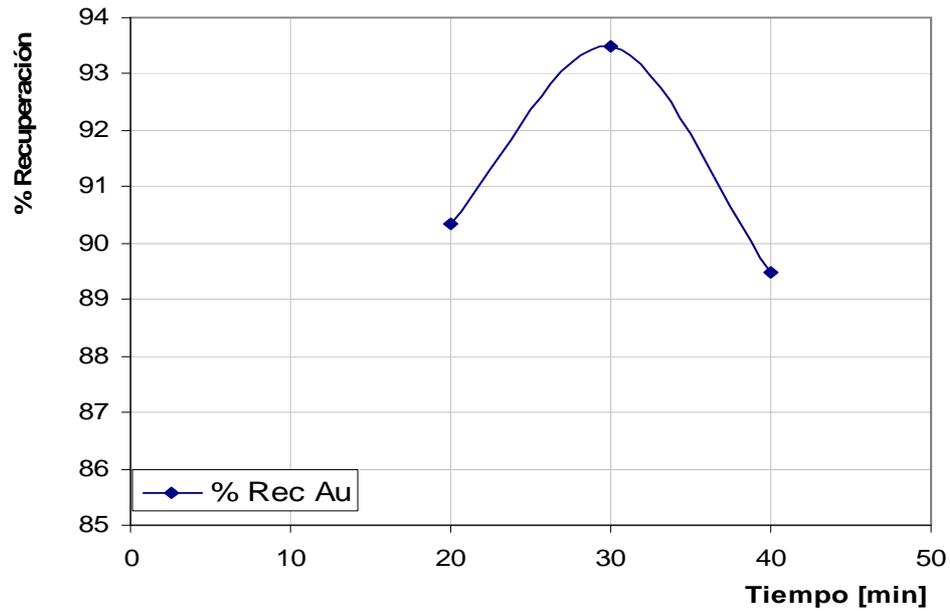
De los concentrados y el relave de cada ensayo de flotación se obtuvo el porcentaje de recuperación, estos datos se tabulan en la siguiente tabla donde se muestra la cantidad de oro y plata recuperada tanto en los concentrados como en los relaves:

**Tabla 30:** Porcentaje de oro y plata recuperado de los ensayos de flotación.

Ensayo N° 1				
	Oro g/ton	Oro %	Plata g/ton	Plata %
Concentrado A	138,33	77,03	20,67	37,84
Concentrado B	45,53	14,61	6,80	7,18
Relave	1	8,36	2	54,99
Ensayo N° 2				
Concentrado A	56,84	38,58	8,49	16,41
Concentrado B	98,02	50,51	14,65	21,48
Relave	1	10,91	2	62,11
Ensayo N° 3				
Concentrado A	141,23	62,95	21,1	34,88
Concentrado B	141,51	30,56	18,16	16,94
Relave	1	6,50	2	48,18
Ensayo N° 4				
Concentrado A	169,36	78,97	25,31	35,98
Concentrado B	30,74	11,38	4,59	5,19
Relave	1	9,65	2	58,83
Ensayo N° 5				
Concentrado A	30,45	8,01	4,55	3,48
Concentrado B	142,39	81,48	21,28	35,40
Relave	1	10,51	2	61,12

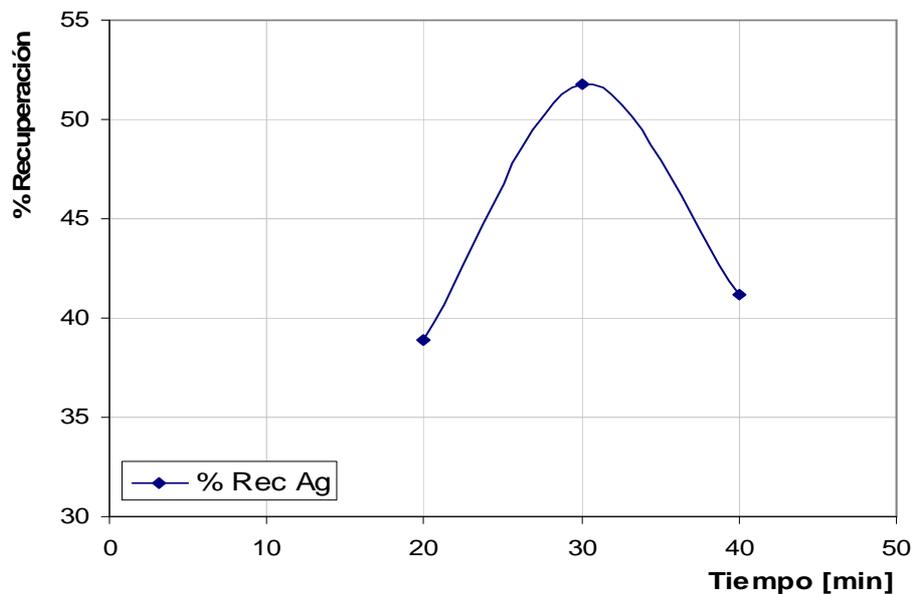
De la tabla anterior los valores más altos de recuperación del concentrado A está dado para los ensayos N° 1 y N° 4. En lo que respecta al concentrado B los valores más altos de recuperación están dados por los ensayos N° 2 y N° 5. Los valores de recuperación más altos en los relaves se encuentran en los ensayos N° 2 y N° 5. En los ensayos N° 1 y N° 2 las variantes fueron el tiempo de flotación y el pH de la pulpa; se obtienen mejores rendimientos para pH no básico, sin embargo para el ensayo N° 2 con pH 9.11 se tiene el mayor valor de recuperación en el concentrado B.

La recuperación de oro y plata en función del tiempo de molienda se presenta en el siguiente gráfico, los tiempos de molienda están dados por la tabla 13, tomando en cuenta los ensayos N° 3, N° 4, N° 5, donde la única variante fue el tiempo de molienda, con ello se puede observar el efecto del tamaño de partícula en la flotación.



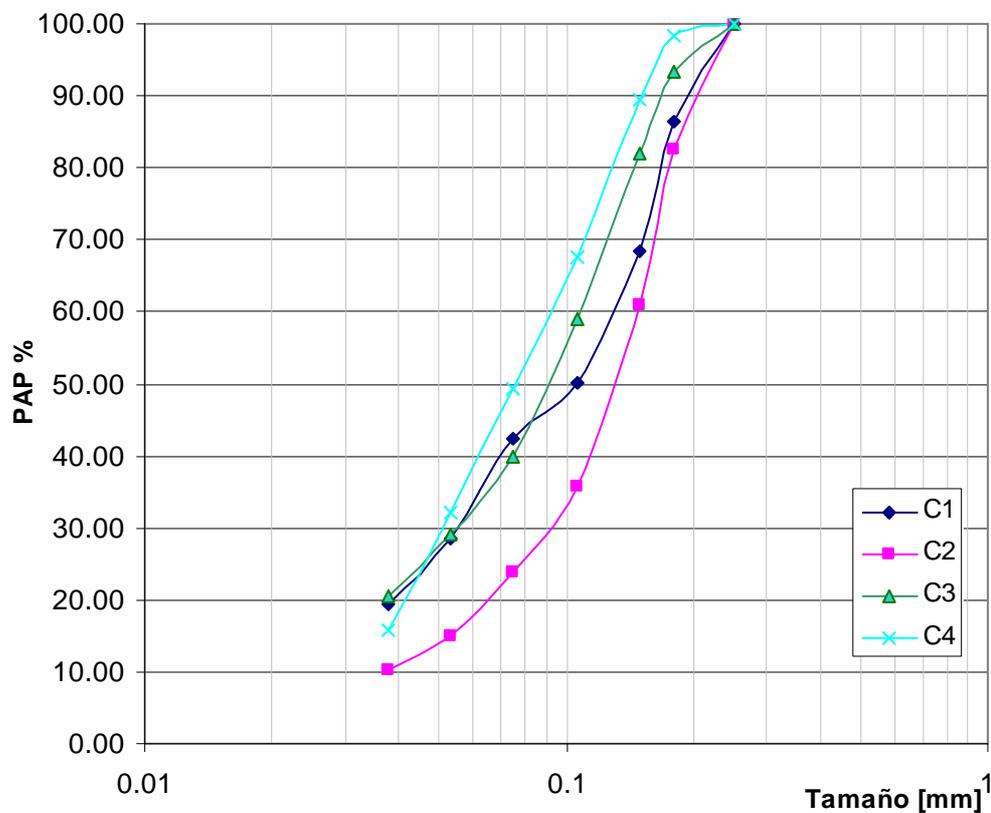
**Figura 46:** Efecto del tamaño de partícula en la recuperación por flotación del Oro

Del gráfico 45 se observa un porcentaje de recuperación máxima para el tiempo de molienda de 30 minutos. El siguiente gráfico muestra el % de recuperación para la Plata en función del tiempo de molienda.



**Figura 47:** Efecto del tamaño de partícula en la recuperación por flotación de la plata

Los ensayos granulométricos realizados en los concentrados de la flotación se muestran en la siguiente figura:



**Figura 48:** Análisis granulométricos de los concentrados por flotación, C1 concentrado del ensayo 1, PAP% porcentaje acumulado pasante.

Del gráfico 47 se observa que el d80 pasante se encuentra entre 100 y 200 micras, los máximos de recuperación se dieron a 30 minutos de molienda, de acuerdo a la tabla el concentrado N° 3 es el de mayor recuperación de oro y plata, el d80 para este concentrado está alrededor de las 150 micras.

## 2.5 Resultado de los ensayos en la planta piloto:

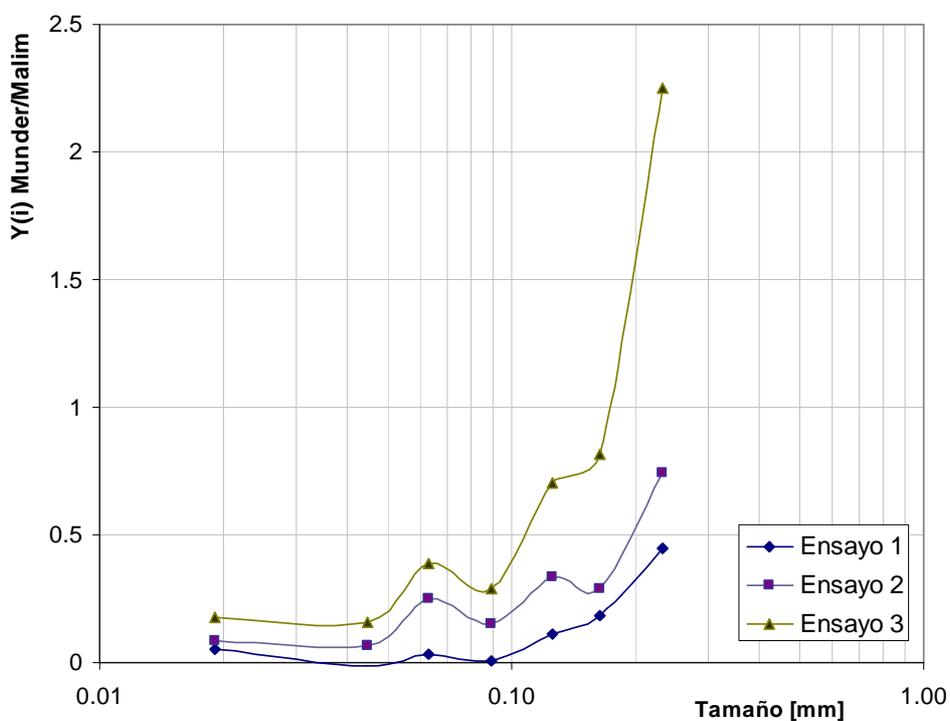
### 2.5.1 Ensayos en el hidrociclón

Los resultados del análisis granulométrico para cada ensayo en el hidrociclón se muestran en la tabla 3.10, son los resultados obtenidos para las corrientes del Under y del Over.

**Tabla 31:** Valores obtenidos para cada corriente en el hidrociclón.

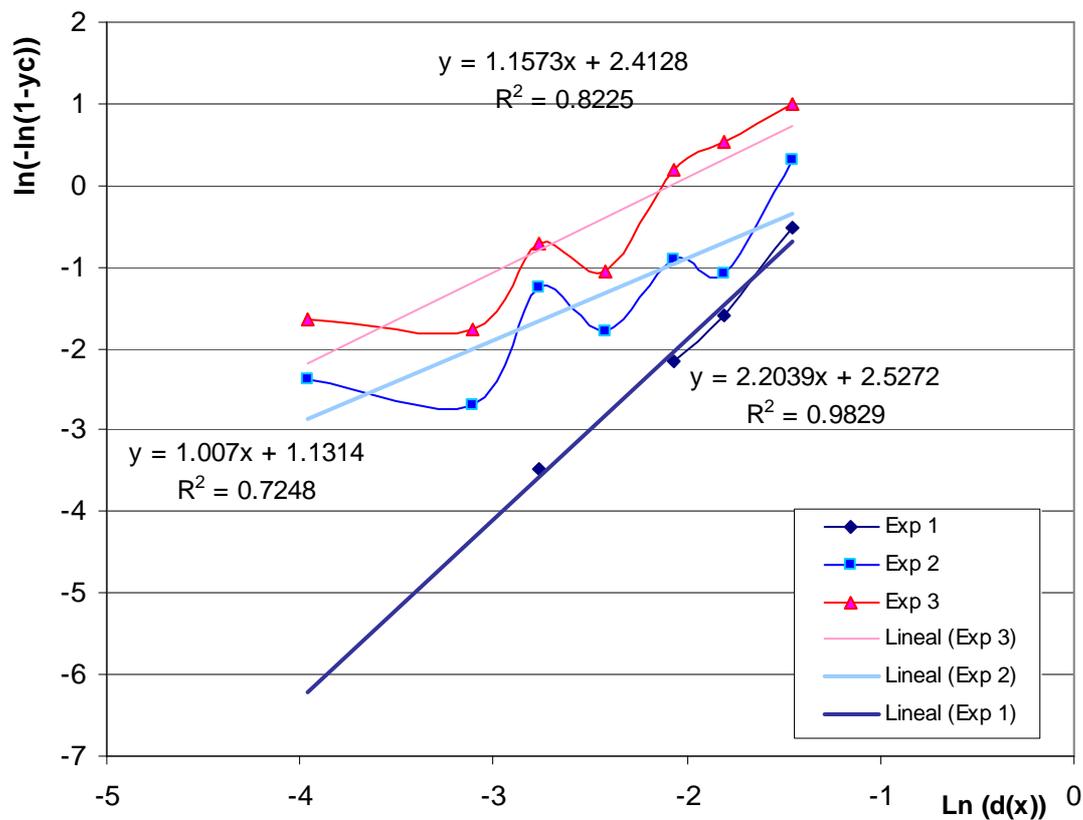
Ensayo N°	Caudal Under $\text{cm}^3/\text{s}$	% sólidos	Densidades $\text{g}/\text{cm}^3$	Caudal Over $\text{cm}^3/\text{s}$	% sólidos	Densidad $\text{g}/\text{cm}^3$
1	44	58	1,517	331	46	1,411
2	46	71	1,802	344	38	1,312
3	56	75	1,889	364	22	1,181

Los siguientes gráficos representan la función de clasificación corregida o la curva de Tromp para los ensayos dados:



**Figura 49:** Curvas de eficiencia corregida del hidrociclón para los tres ensayos

Los análisis de las distribuciones granulométricas se obtuvieron a partir de los datos de distribución granulométrica de las corrientes de la alimentación y del under (descarga). Mediante correlación de datos se obtuvieron los parámetros de la ecuación de Plitt para la eficiencia dada por la ecuación [2.57], el gráfico 49 muestra los valores del logaritmo natural de la función de clasificación corregida contra el logaritmo natural del tamaño de partícula.



**Figura 50:** Valor de las pendientes de las curvas de clasificación para cada ensayo, estos valores se relacionan con la ecuación de Plitt

La tabla 32 muestra los resultados de los parámetros  $m$  y  $d_{50}$  de la ecuación [2.57], el  $d_{50}$  tiene unidades en micrones.

**Tabla 32:** Valores de los parámetros del d50 y m de la ecuación de Plitt.

Ensayo	Parámetro m	Parámetro D50 um.	Presión psi
1	2,204	269,0	8
2	1,007	226,0	13
3	1,157	90,6	17

A partir de los valores dados por la tabla 32 se obtienen las constantes de las ecuaciones del modelo de Plitt, La tabla 33 muestra las constantes de las ecuaciones [2.58], [2.59], [2.60], [2.61] obtenidas para las condiciones de operación para el hidrociclón

**Tabla 33:** Constantes obtenida para las ecuaciones del modelo de Plitt.

A0	S0	H0	M0
0.,698	52,384	106,94	-0,4701

## 2.5.2 Resultados obtenidos en el circuito de molienda.

A partir de los análisis granulométricos de la corriente del Over y la corriente del Under y mediante el uso de la siguiente expresión se encuentra la carga circulante del hidrociclón al molino:

$$C = \frac{\sum_i |p_i - q_i|}{\sum_i |t_i - p_i|} \quad [3.1]$$

La carga circulante en base a los análisis granulométricos es de 1.47, en el siguiente diagrama se observa los flujos para cada corriente del circuito cuando el sistema alcanzado el estado estacionario, el flujo máximo de alimentación en el molino es de 132.54cm<sup>3</sup>/s, para valores mayores la entrada al molino se inunda.

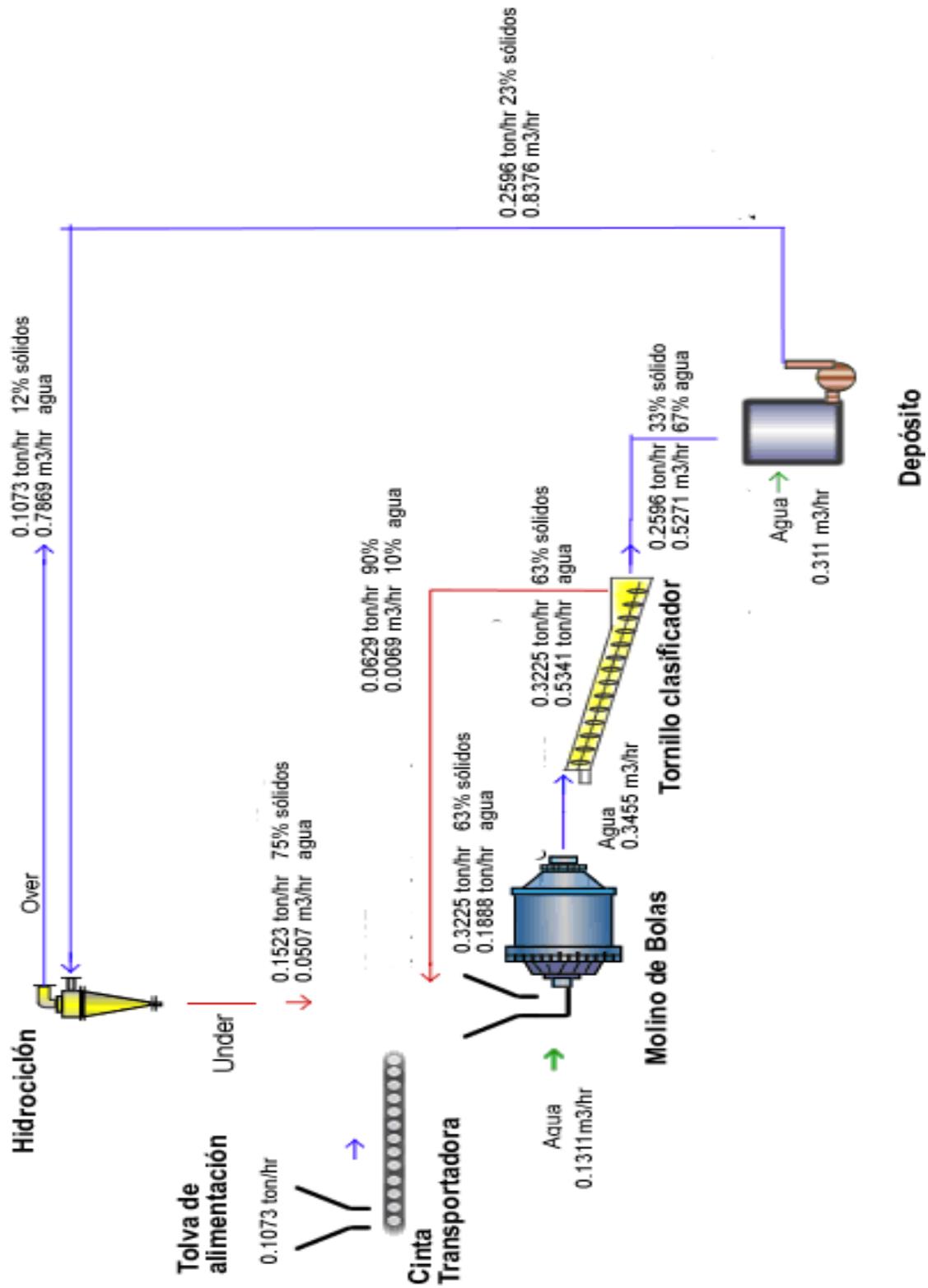
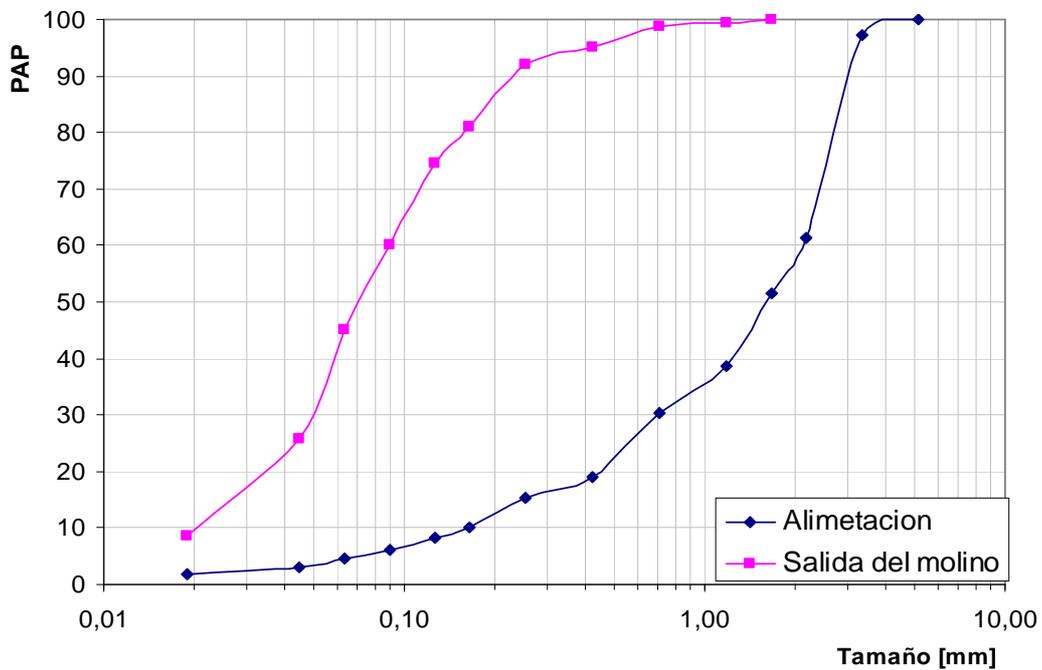
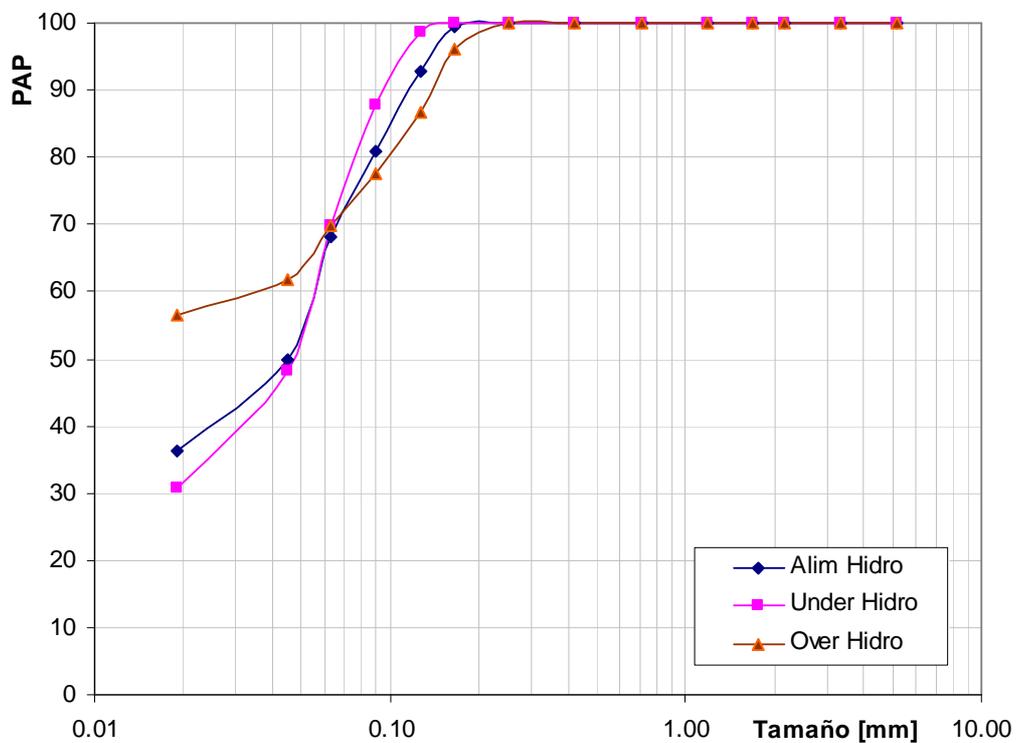


Figura 51: Flujos de materiales y agua en el circuito de molienda de la planta piloto.

El siguiente gráfico muestra los resultados de los análisis granulométricos se muestra la salida del over en el hidrociclón.

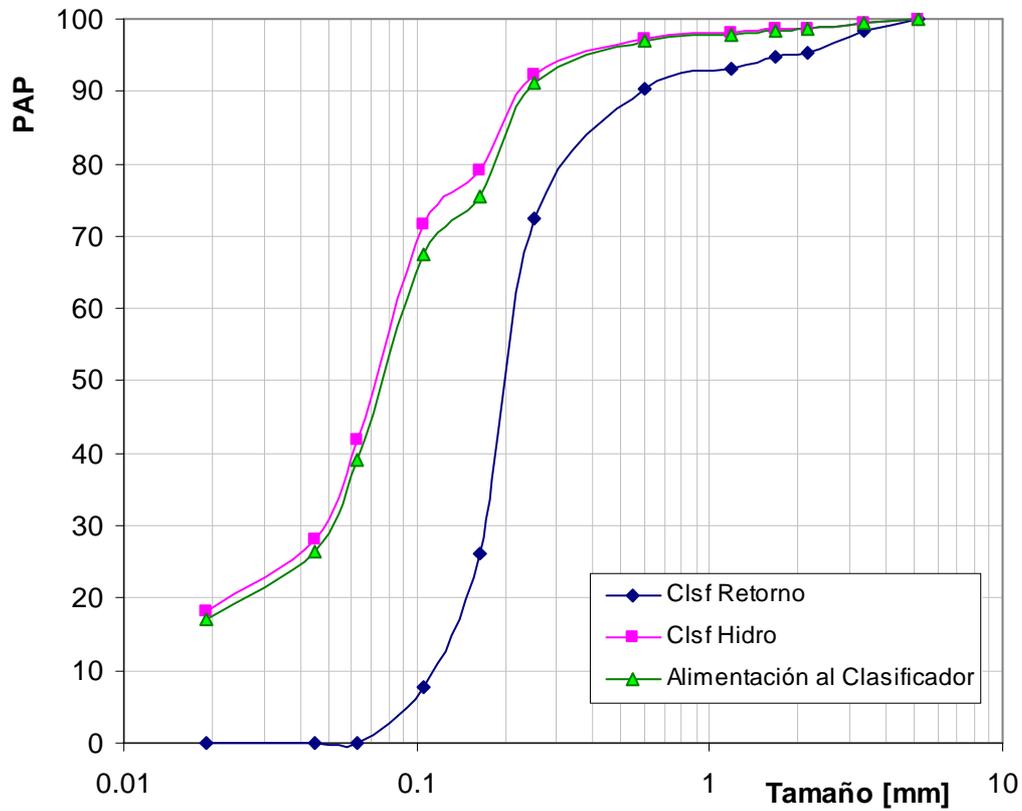


**Figura 52:** Resultados de los análisis granulométricos de la alimentación fresca y la salida del molino con el reciclo.



**Figura 53:** Porcentaje acumulado pasante de los flujos del hidrociclón

Del gráfico N° 52 se observa las curvas de distribución granulométrica de las corrientes desde y hacia el hidrociclón, cabe destacar la similitud entre la corriente de alimentación y la corriente de descarga del hidrociclón.



**Figura 54:** Distribución granulométrica de las corrientes en el clasificador mecánico.

El gráfico 53 muestra las distribuciones granulométricas en las corrientes hacia y desde el clasificador mecánico (clasificador espiral), se observa la similitud entre las corrientes de salida del clasificador hacia el hidrociclón y la alimentación al clasificador.

## 2.6 Resultados Obtenidos en el Simulador

Para el efecto se desarrolló dos simuladores, uno basado en la arquitectura modular que ofrece Visual Basic y otro con similar filosofía en una hoja Excel en donde se configuró la planta piloto.

A partir de los valores de los parámetros de la velocidad de fractura y función de fractura hallados en los ensayos del laboratorio se realizaron simulaciones cuyos resultados se muestran a continuación:

### 2.6.1 Resultados con el Simulador desarrollado en Visual Basic

Se utilizó los valores de los parámetros obtenidos en los diferentes ensayos en el laboratorio y en la planta piloto dados por las tablas 23, 24, 29, 32, 33 que corresponden a los valores de los parámetros de la velocidad de fractura, función de fractura y los parámetros de las ecuaciones de Plitt para el hidrociclón.

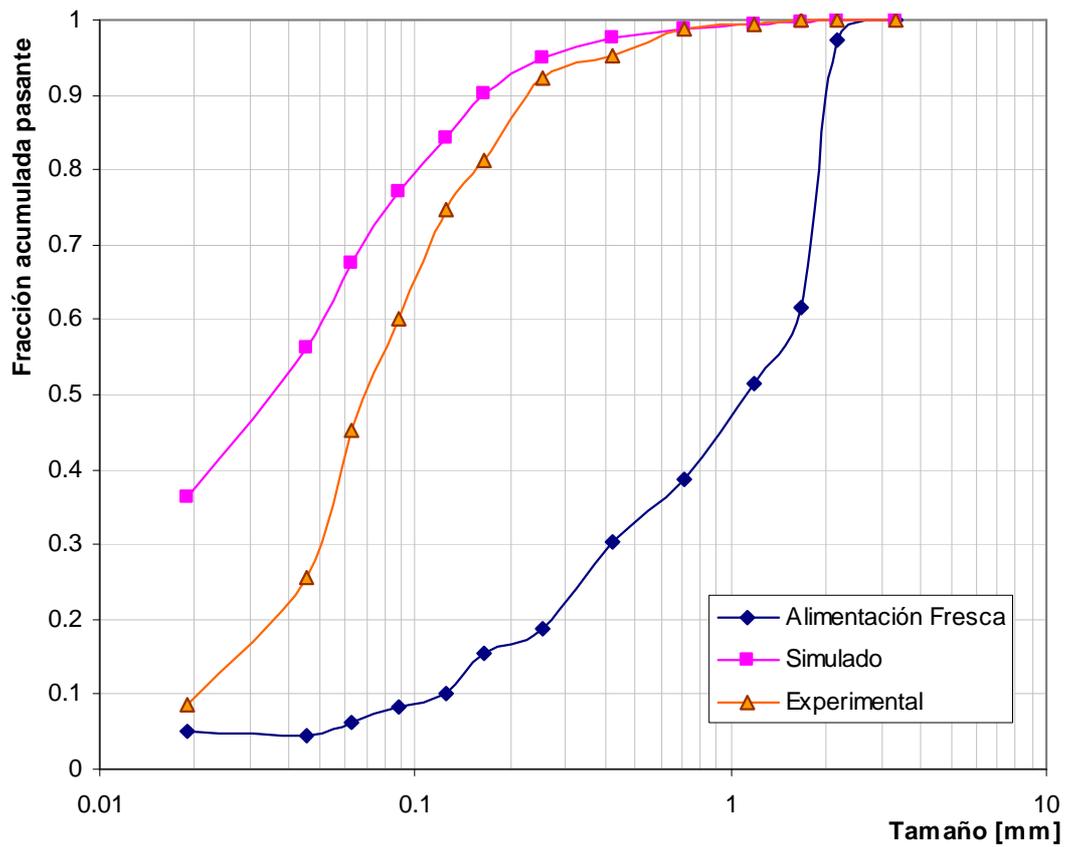
#### 2.6.1.1 Simulación N° 1.

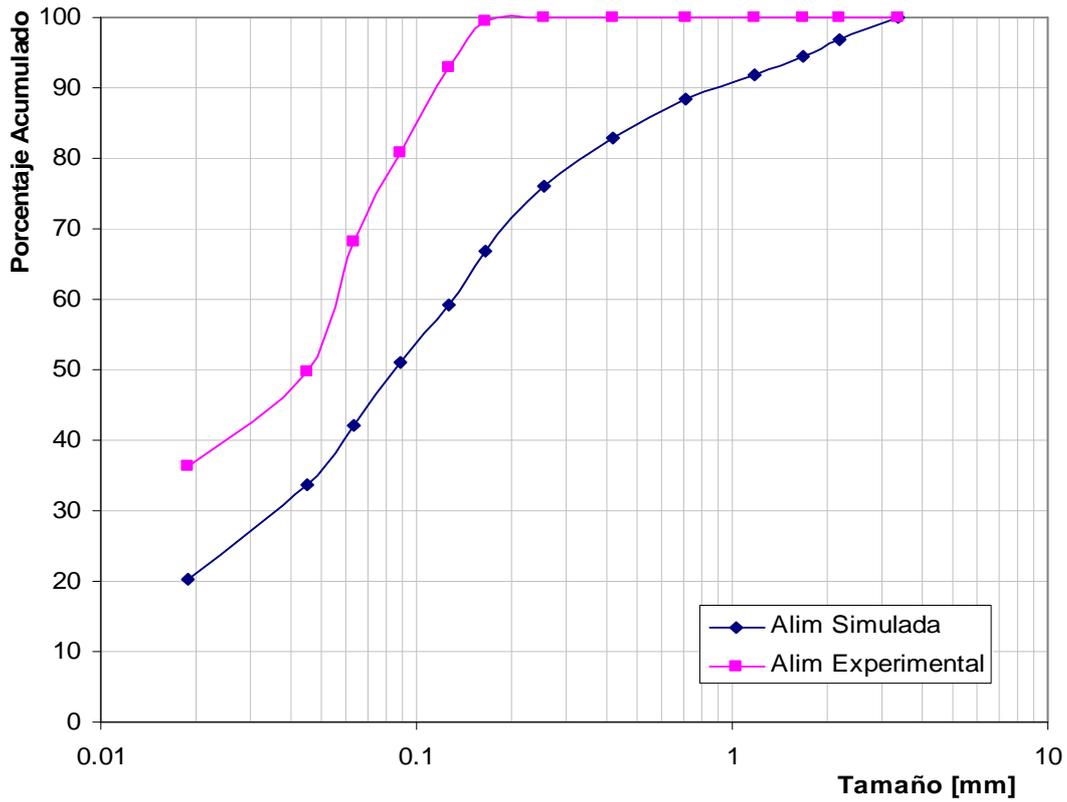
**Tabla 34:** Parámetros Utilizados en la simulación

MOLINO		HIDROCICLON	
Longitud (m)	0,75	Longitud (m)	0,6
Diámetro (m)	0,61	Diámetro (m)	0,1
RPM	37,52	Ápex (m)	0,04
Jc	0,5	Vortex (m)	0,01
% Velocidad Cr	66	Alim. (m)	0,04
PARAMETROS OPERACIONALES			
Fc	0,24	A0	6,698
U	1,2	H0	106,94
Potencia KW-hr	1,578	S0	52,3848
Energía KW/ton	5,4	M0	-0,4701

**Tabla 35:** Parámetros de la velocidad de fractura utilizados en la simulación

Parámetros de la Velocidad	
A	0,387
Alpha	1,074
Cappa	1,388
Tamaño crit.	1,18

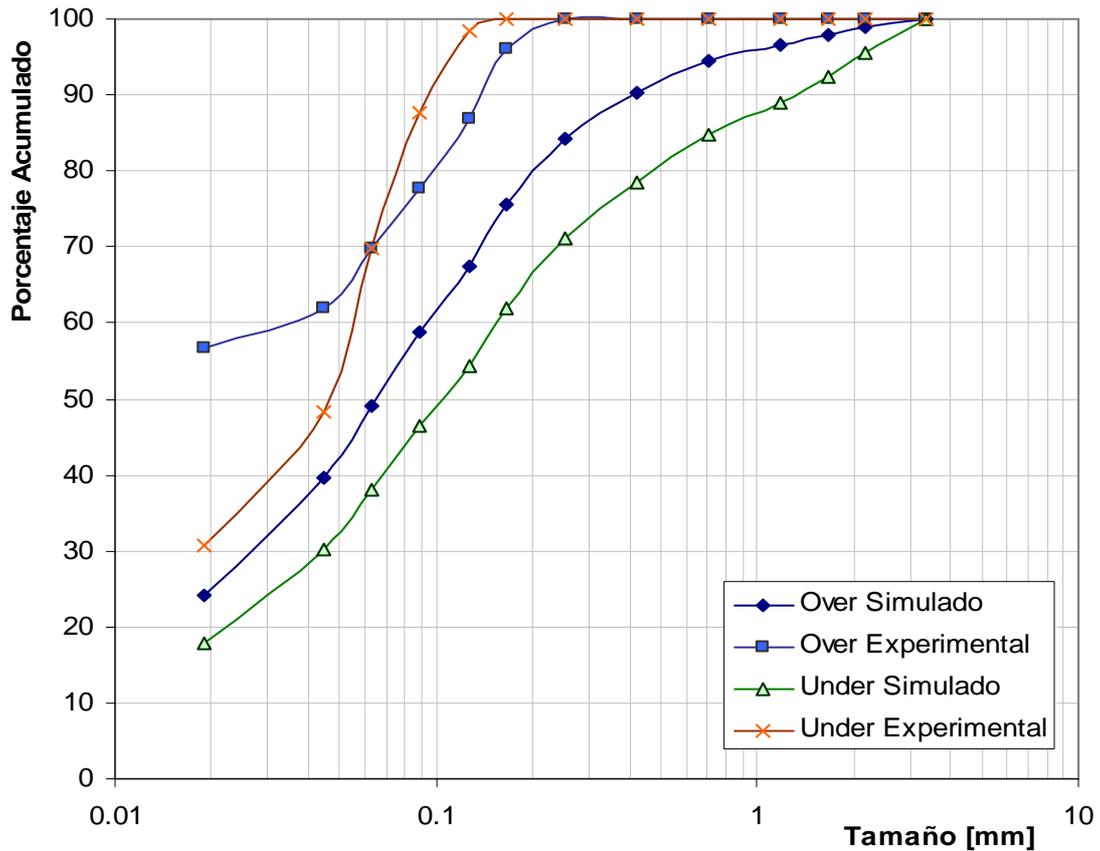
**Figura 55:** Representación de la fracción acumulada pasante de la descarga del molino con respecto al tamaño, se muestra los resultados simulados y la alimentación fresca al sistema



**Figura 56:** Resultados de la alimentación simulada y experimental del hidrociclón

Del anterior gráfico se puede observar que los valores simulados no se ajustan a los valores experimentales.

El siguiente gráfico muestra los resultados comparativos entre los valores simulados y experimentales tomados en la alimentación del hidrociclón y de las corrientes del Over y Under.



**Figura 57:** Corrientes del Over y del Under, resultados reales y simulados, puede observarse que no hay correspondencia entre estos valores.

Es evidente que los valores de los parámetros de la velocidad de fractura no permiten la predicción en la planta piloto, si las condiciones de molienda cambian es probable que el valor a modificar sea el parámetro “a” de la función de la velocidad de fractura, ya que este valor es sensible a las condiciones de molienda.

Los siguientes resultados muestran el efecto de cambiar el valor “a” al duplicar el valor al original.

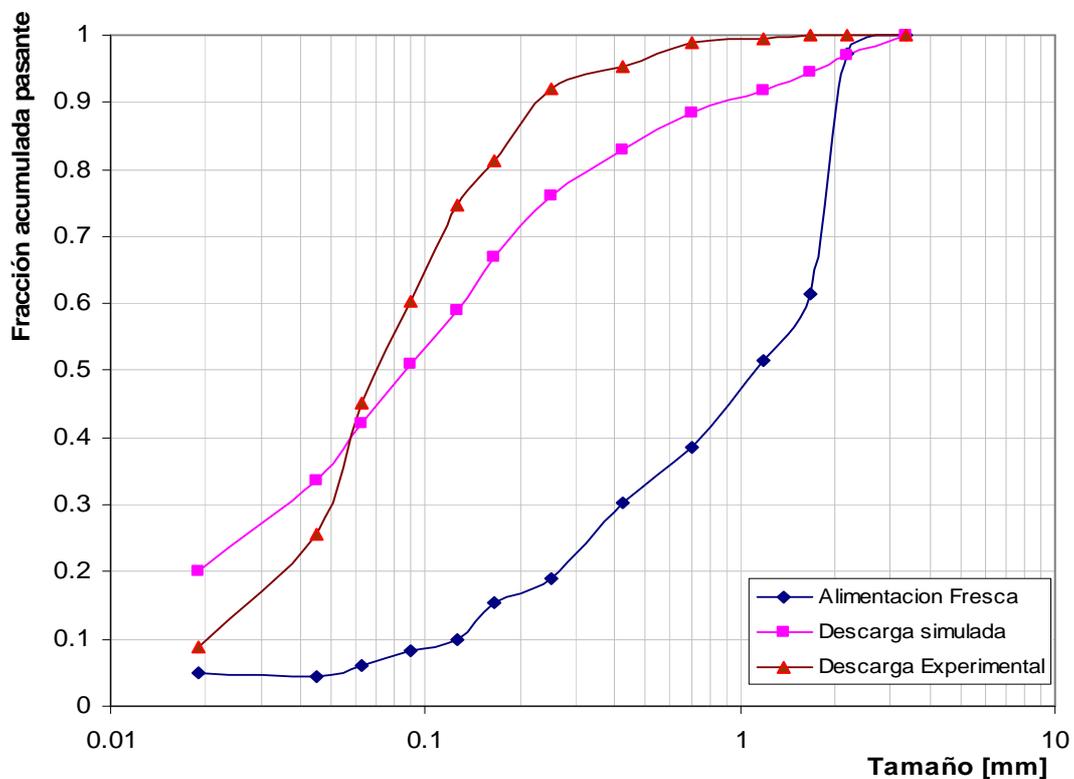
### 2.6.1.2 Simulación N° 2.

**Tabla 36:** Parámetros Utilizados en la simulación

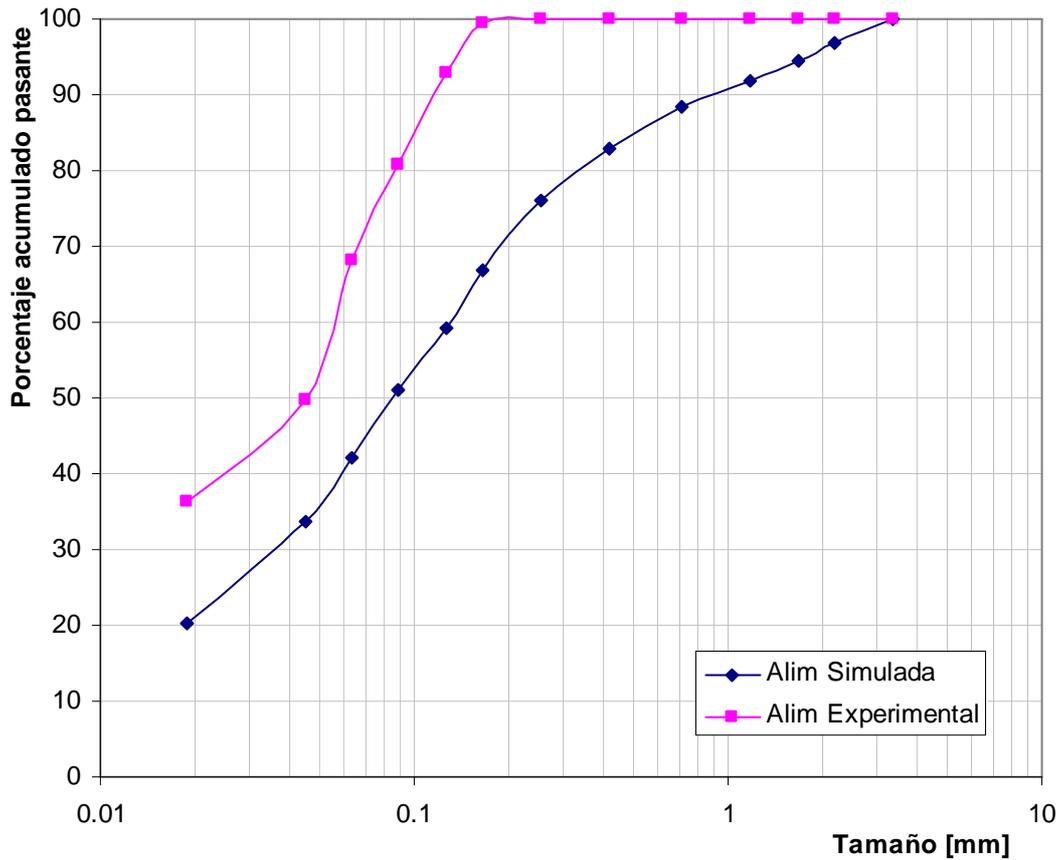
MOLINO		HIDROCICLON	
Longitud (m)	0,75	Longitud (m)	0,6
Diámetro (m)	0,61	Diámetro (m)	0,1
RPM	37,52	Ápex (m)	0,04
Jc	0,5	Vortex (m)	0,01
% Velocidad Cr	66	Alim. (m)	0,04
PARAMETROS OPERACIONALES			
Fc	2,4	A0	6,698
U	12	H0	106,94
Potencia KW-hr	0,9673	S0	52,3848
Energía KW/ton	3,298	M0	-0,4701

**Tabla 37:** Parámetros Utilizados en la simulación

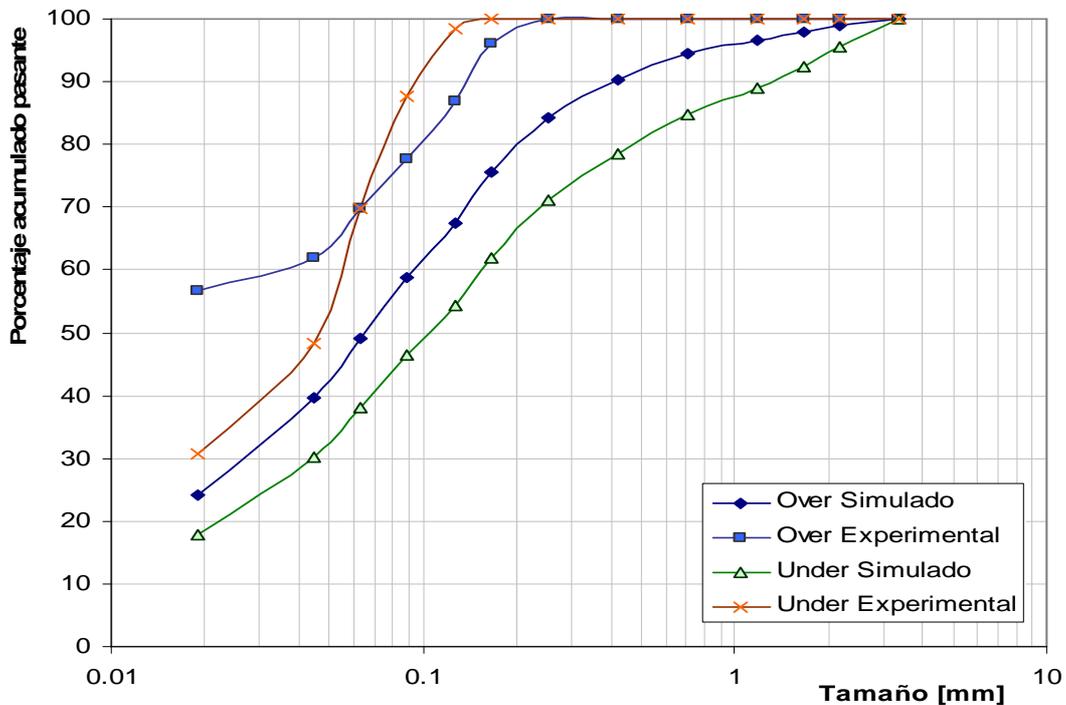
Parámetros de la Velocidad	
A	0,774
Alpha	1,074
Cappa	1,388
Tamaño crit.	1,18



**Figura 58:** Corrientes de descarga del molino, las curvas correspondientes que muestran los valores simulados y experimentales muestran cierto grado de ajuste.



**Figura 59:** Gráfico del porcentaje acumulado simulado y experimental de las corrientes de alimentación al hidrociclón.



**Figura 60:** Gráfico del porcentaje acumulado simulado y experimental de las corrientes del Over y Under del hidrociclón.

De la descarga del molino se puede observar que existe cierto grado de ajuste entre los valores experimentales y valores simulados, sin embargo los resultados de la simulación falla cuando el tamaño del material disminuye. Se puede observar del gráfico 58 que no hay correlación entre los valores experimentales y simulados de la corriente de alimentación al hidrociclón excepto en los tamaños menores a 100 micras. Del gráfico 59 se puede observar que existe cierta correlación entre los valores experimentales y simulados de la corriente del Over, sin embargo para la corriente del Under no existe correlación.

Los siguientes gráficos muestran los resultados comparativos entre los valores simulados y reales cuando el parámetro “a” de la velocidad de fractura se triplicó a su valor original

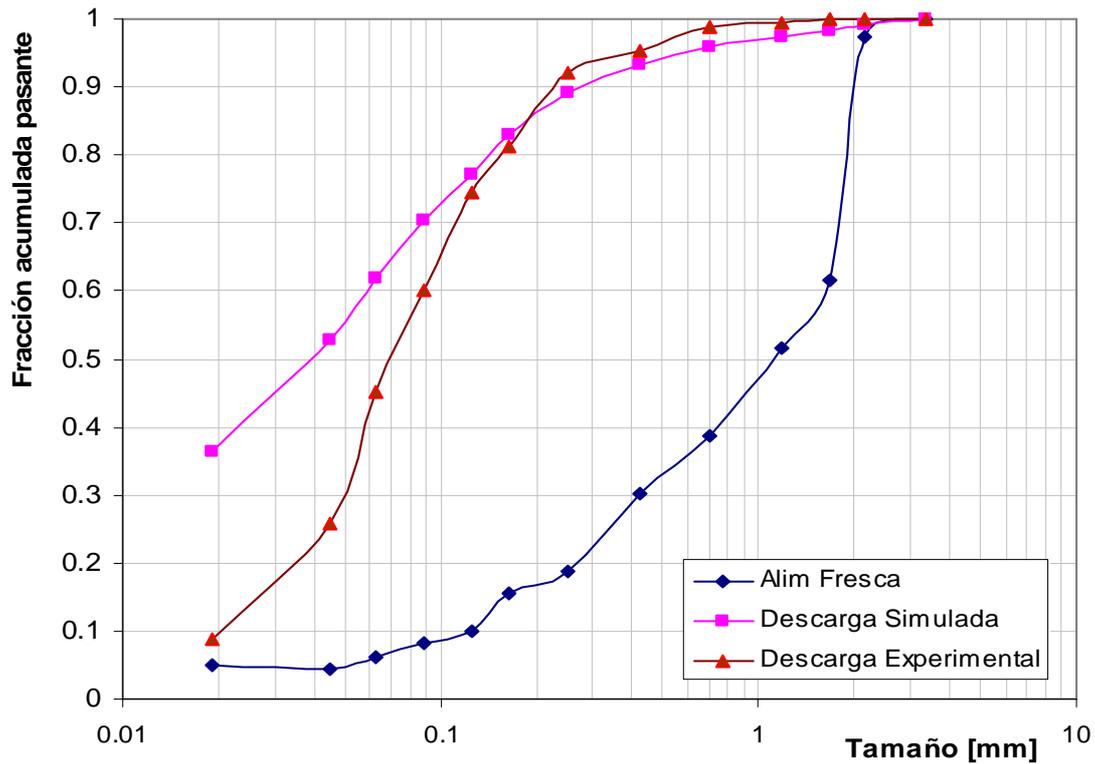
### 2.6.1.3 Simulación N° 3.

**Tabla 38:** Parámetros Utilizados en la simulación

MOLINO		HIDROCICLON	
Longitud (m)	0,75	Longitud (m)	0,6
Diámetro (m)	0,61	Diámetro (m)	0,1
RPM	37,52	Ápex (m)	0,04
Jc	0,5	Vortex (m)	0,01
% Velocidad Cr	66	Alim. (m)	0,04
PARAMETROS OPERACIONALES			
Fc	0,24	A0	6,698
U	1,2	H0	106,94
Potencia KW-hr	1,673	S0	52,3848
Energía KW/ton	5,17	M0	-0,4701

**Tabla 39:** Parámetros de la velocidad de fractura utilizados en la simulación

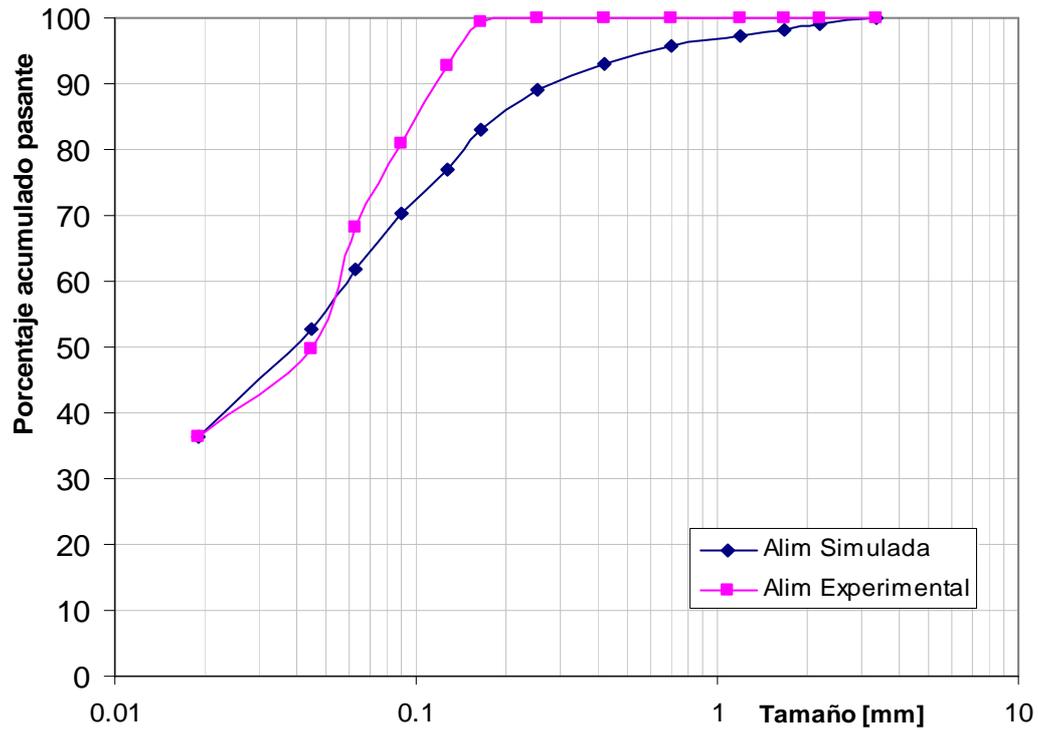
Parámetros de la Velocidad	
a	1,161
alpha	1,074
cappa	1,388
tamaño crit.	1,18



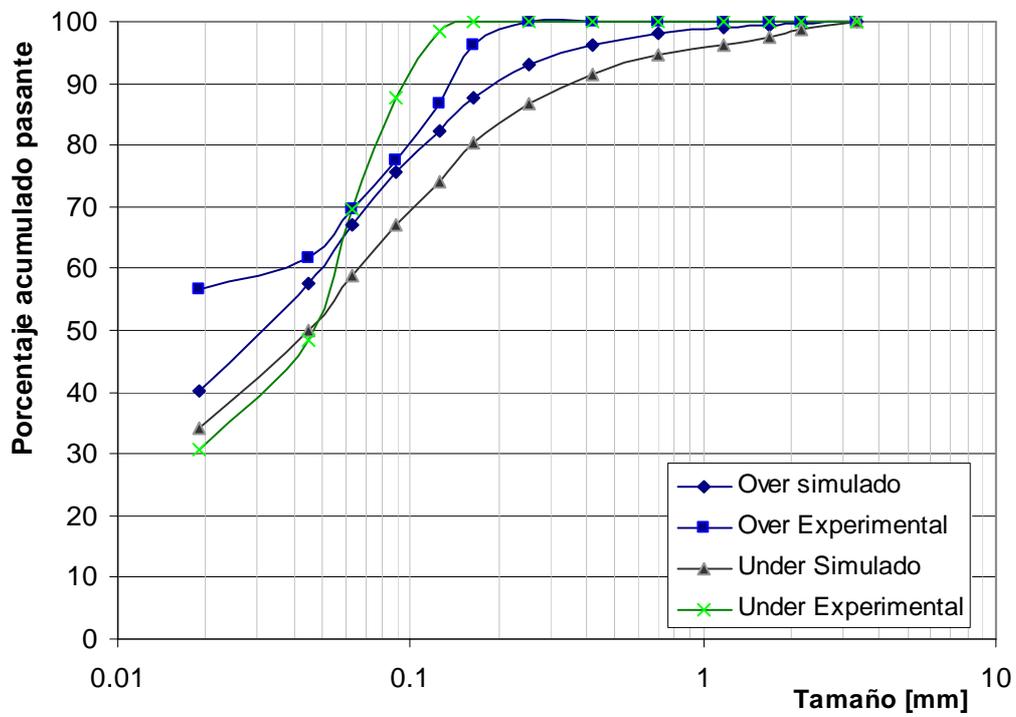
**Figura 61:** Valores de la fracción acumulada experimental y simulada de la descarga del molino, se puede observar una mejor correlación.

Del anterior gráfico se puede observar una mejor correlación entre los valores simulados y experimentales, lo que implica que las condiciones en el interior del molino no son correspondientes a las condiciones en el laboratorio y que el escalamiento de resultados a partir de los factores de corrección no permite la predicción de resultados en condiciones poco similares a las ensayadas.

Los siguientes gráficos permiten la comparación entre los valores reales y simulados de las corrientes de alimentación, descarga y rebalse.



**Figura 62:** Valores experimentales y simulados de la corriente de alimentación al hidrociclón.



**Figura 63:** Curvas del porcentaje acumulado simulados y experimentales de las corrientes del Over y Under.

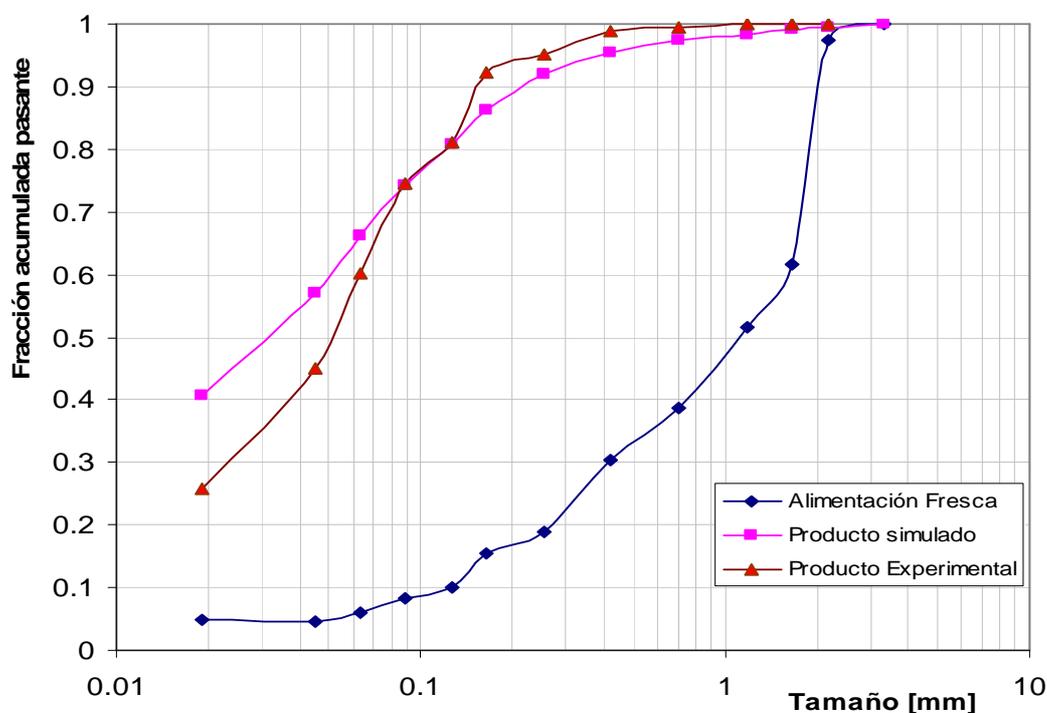
Del gráfico 62 se observa que existe un buen ajuste entre las curvas del over simulado y experimental, sin embargo para los resultados del under estos no muestran correlación alguna, cabe destacar que el d80 del under experimental es menor que el d80 del over experimental.

#### 2.6.1.4 Simulación N° 4

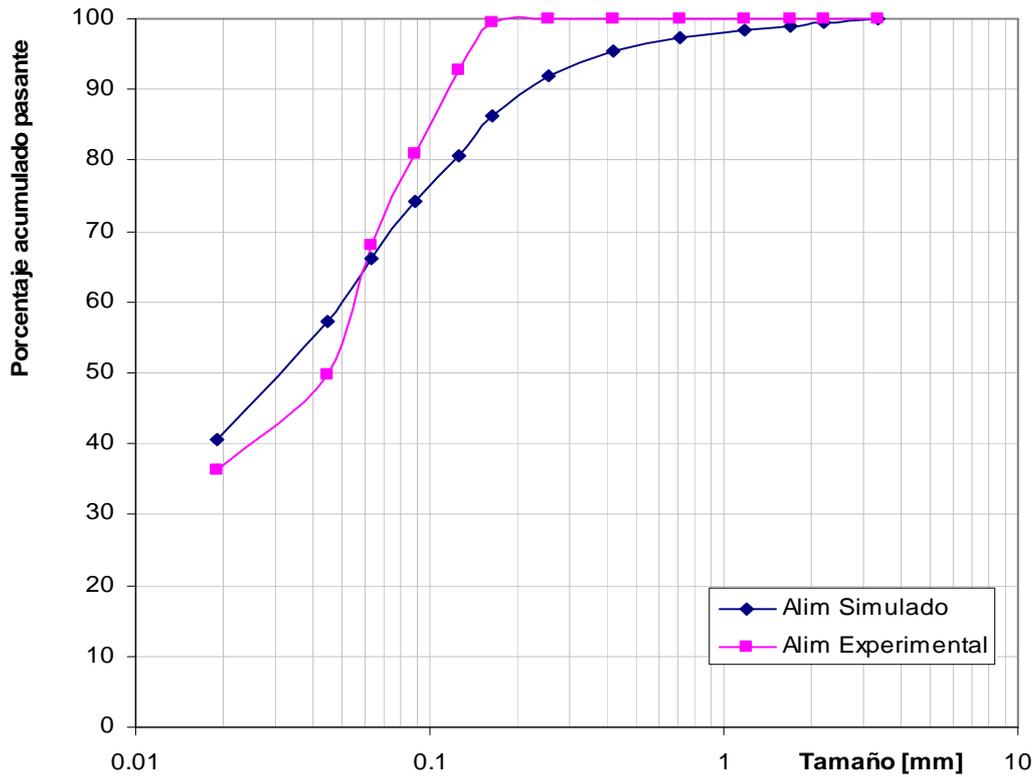
Se procedió a cambiar los valores de los parámetros de las ecuaciones de Plitt para ajustar los resultados del hidrociclón experimentales, los siguientes gráficos muestran los resultados de la simulación comparados con los resultados experimentales. La siguiente tabla muestra los valores ajustados para el hidrociclón.

**Tabla 40:** Parámetros de las ecuaciones de Plitt para el hidrociclón

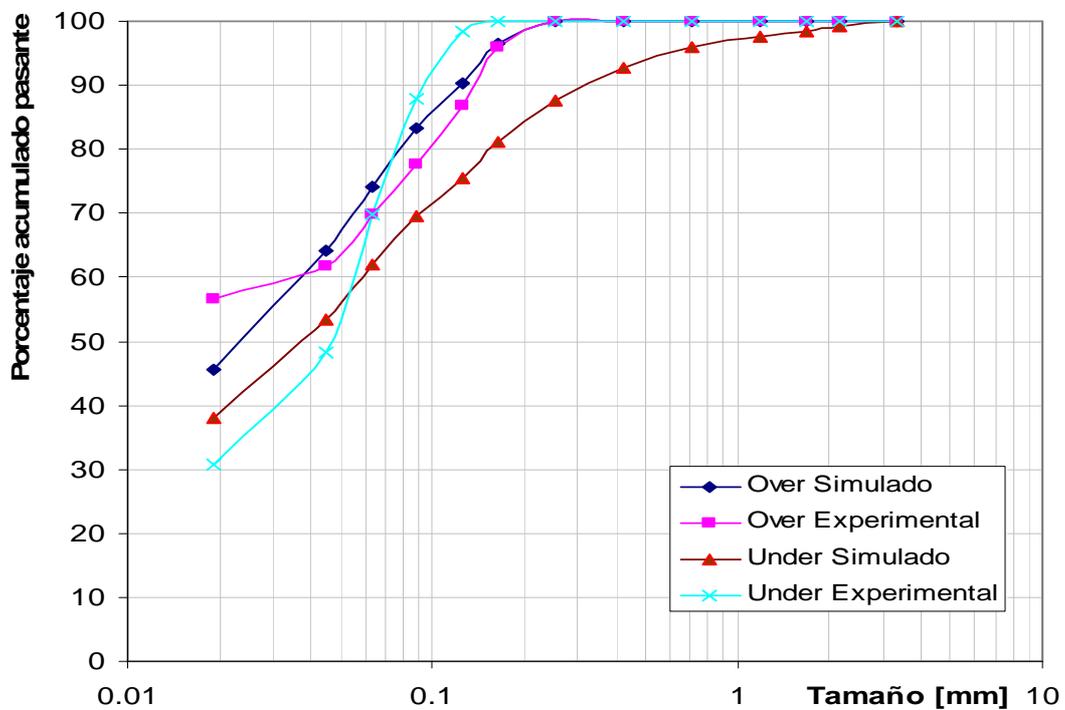
Parámetros del hidrociclón	
A0	48
H0	600
S0	15
M0	-2,3



**Figura 64:** Valores de la fracción acumulada experimental y simulada de la descarga del molino.



**Figura 65:** Valores de la fracción acumulada experimental y simulada correspondiente a la alimentación al hidrociclón.



**Figura 66:** Valores de la fracción acumulada experimental y simulada correspondiente a las corrientes del under y over del hidrociclón.

De los gráficos anteriores se puede observar que valores dados por la tabla 39 que corresponden a los parámetros de la ecuación de Plitt no permite la predicción de resultados, sin embargo permiten la predicción en los porcentajes de sólidos en peso en la descarga y el rebalse del hidrociclón.

### 2.6.1.5 Simulación N° 5

La técnica de retrocálculo permite obtener los valores de los parámetros de la velocidad de fractura y de la función de fractura a partir de los ensayos experimentales, los valores son el resultado del ajuste entre los datos experimentales y simulados por ajuste de mínimos cuadrados, matemáticamente se expresa por:

$$Min = \sum_k \sum_{i=1}^n w_i (p_i^E - p_i^S)$$

Donde:

$w_i$ , es el factor de ponderación que depende del error en la obtención de datos.

$p_i^E$ , representa la fracción de la descarga experimental.

$p_i^S$ , representa la fracción de la descarga simulada.

Para cada ensayo se cambian los valores hasta encontrar el mínimo de la ecuación anterior. Los valores obtenidos de la velocidad de fractura están dados por la tablas 41 y 42, así como también los valores de la función de fractura.

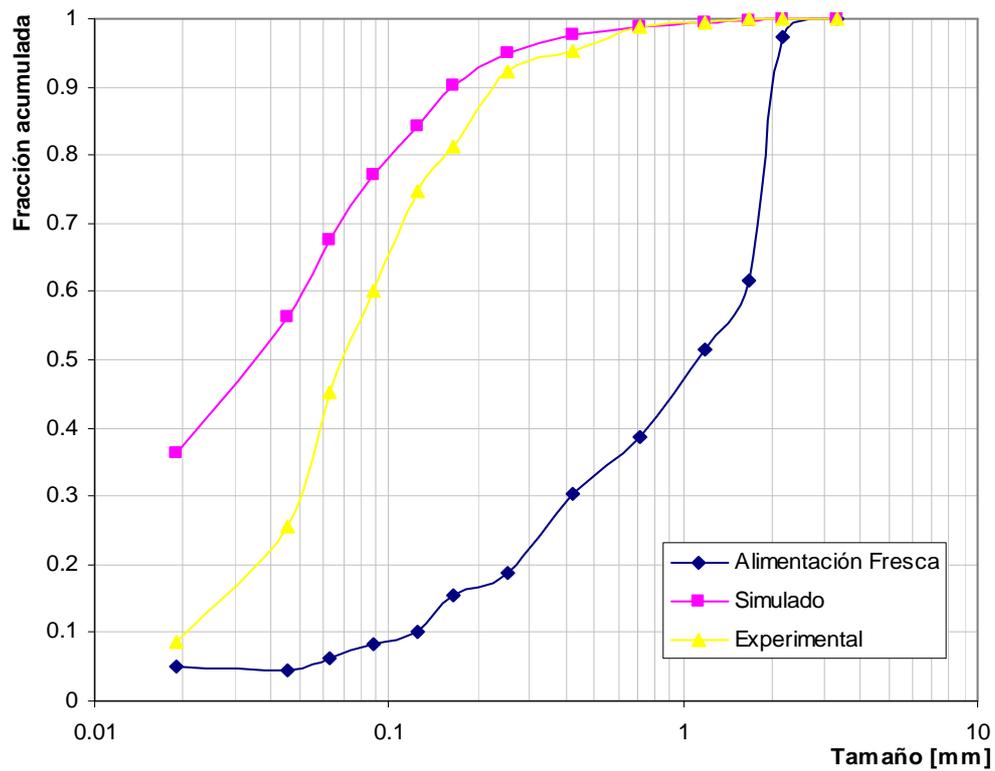
**Tabla 41:** Valores de los parámetros de la velocidad de fractura y función de fractura obtenidos mediante ajuste de mínimos cuadrados.

<b>Función de Velocidad de Fractura</b>			
A min-1	8,5	Tamaño crítico. mm	2,34
alfa	1,399	cappa	6,305
<b>Función de Fractura</b>			
$\gamma$	1,012	$\beta$	1,250

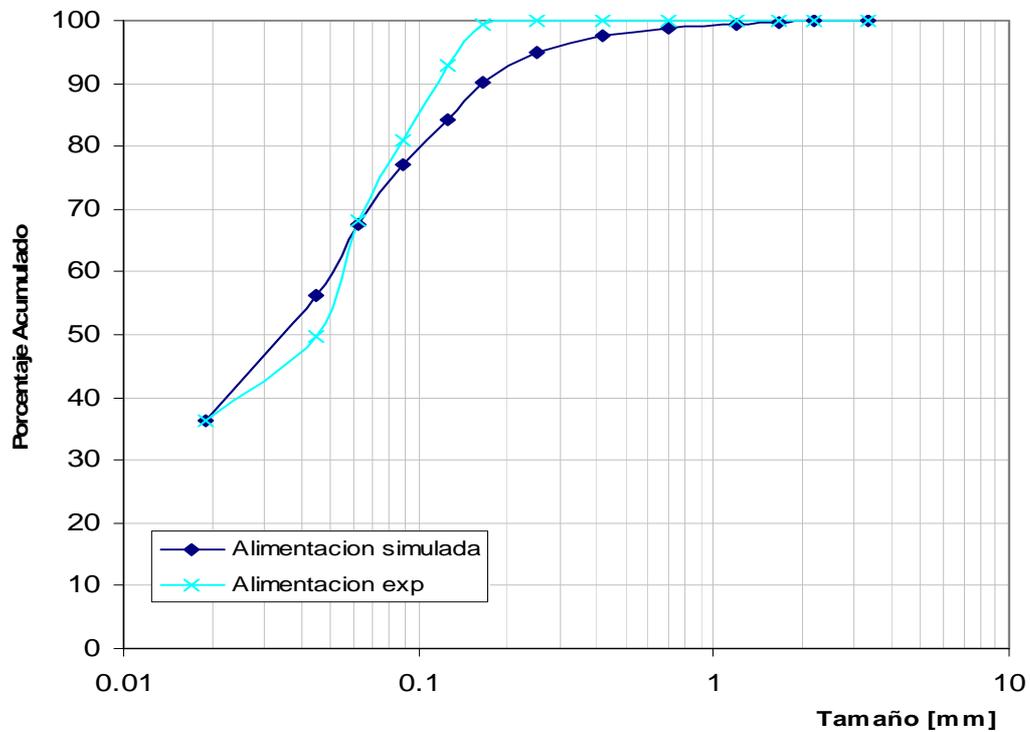
Con estos valores obtenidos por retrocalculo se ingresó al simulador, la siguiente tabla presenta los parámetros utilizados en el retocalculo.

**Tabla 42:** Parámetros utilizados en la simulación.

<b>MOLINO</b>		<b>HIDROCICLON</b>	
Longitud (m)	0,75	Longitud (m)	0,6
Diámetro (m)	0,61	Diámetro (m)	0,1
RPM	37,52	Ápex (m)	0,04
Jc	0,5	Vortex (m)	0,01
% Velocidad Cr	66	Alim. (m)	0,04
<b>PARAMETROS OPERACIONALES</b>			
Fc	0,24	A0	6,698
U	1,2	H0	106,94
Potencia KW-hr	1,578	S0	52,3848
Energía KW/ton	5,4	M0	-0,4701

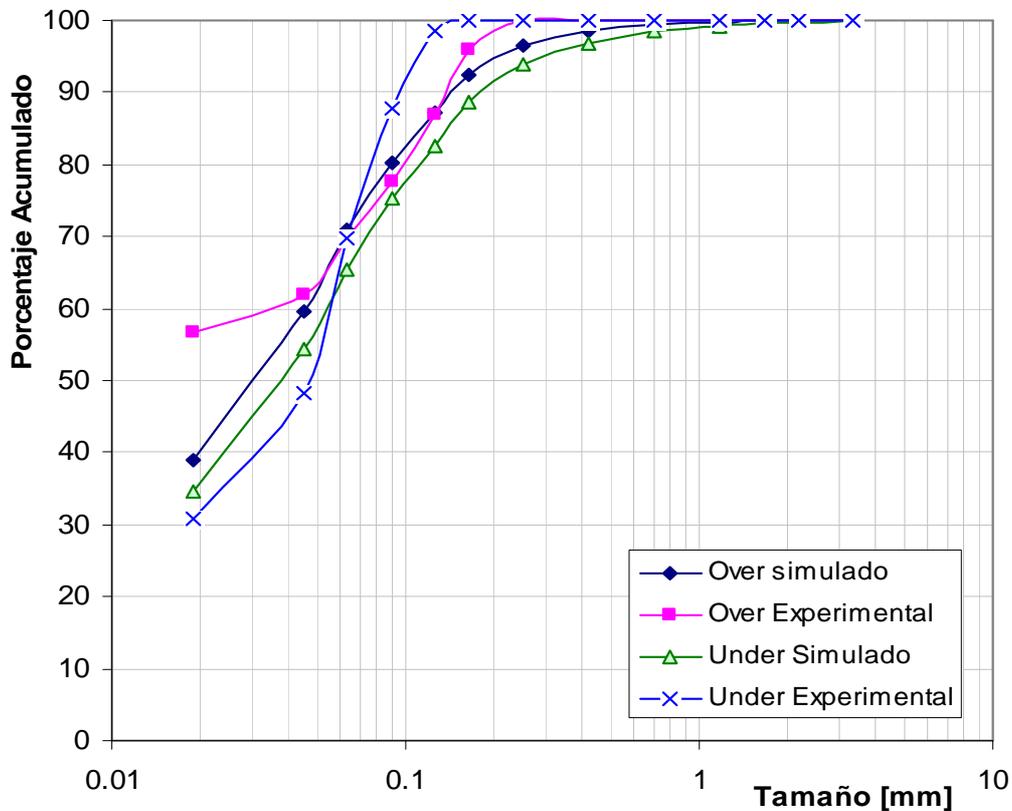


**Figura 67:** Representación de la fracción acumulada pasante de la descarga del molino con respecto al tamaño, se muestra los resultados simulados y la alimentación fresca al sistema



**Figura 68:** Resultados de la alimentación simulada y experimental del hidrociclón

Se puede observar cierta correlación entre los valores simulados y reales para la corriente de alimentación la hidrociclón el d80 es similar para ambas curvas.



**Figura 69:** Corrientes del Over y Under comparados con los resultados de la simulación, puede observarse cierta correspondencia de la corriente del over.

Del gráfico anterior se puede observar que existe cierta correlación entre los valores de la corriente del Over simulados y experimentales, sin embargo para los valores del Under no existe correlación.

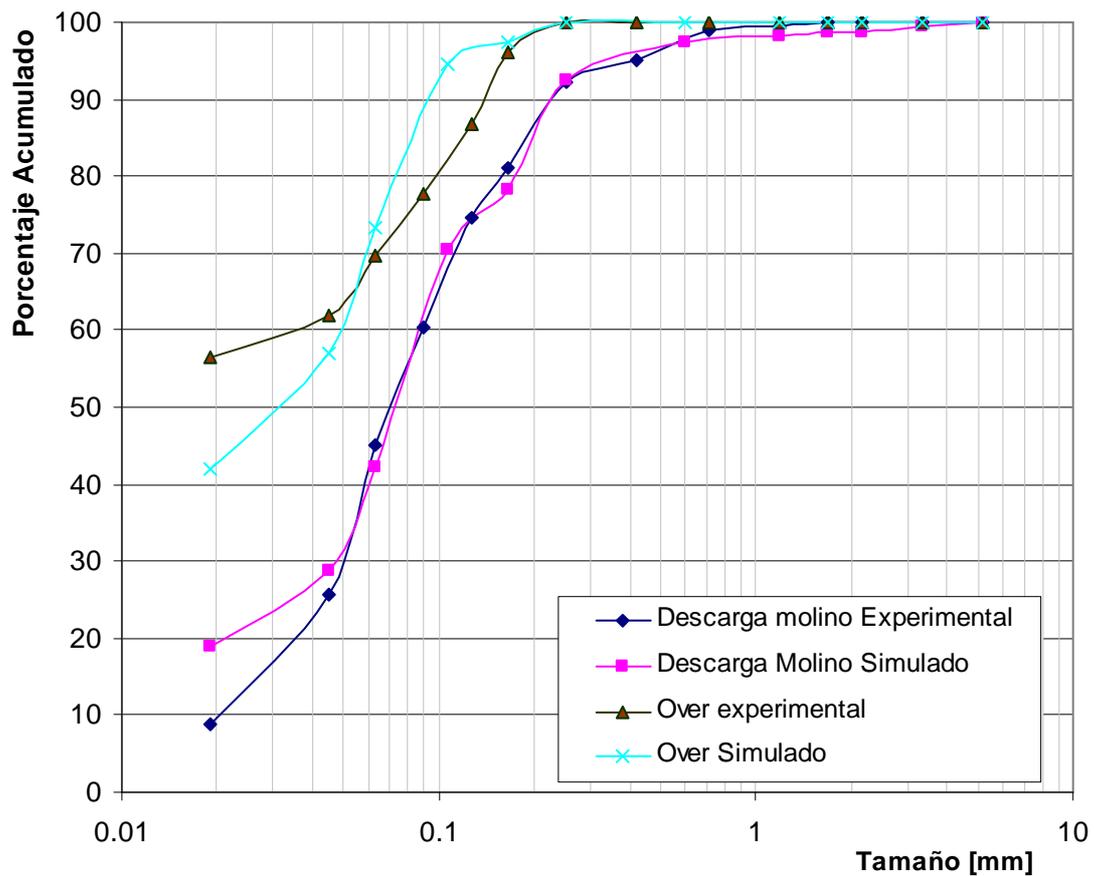
#### 2.6.1.6 Resultados de simulación en Hoja Excel.

Con los valores obtenidos por retrocalculo se ingresaron estos datos en el simulador desarrollado en Excel, los siguientes gráficos muestran los resultados simulados y que son comparados con los experimentales.

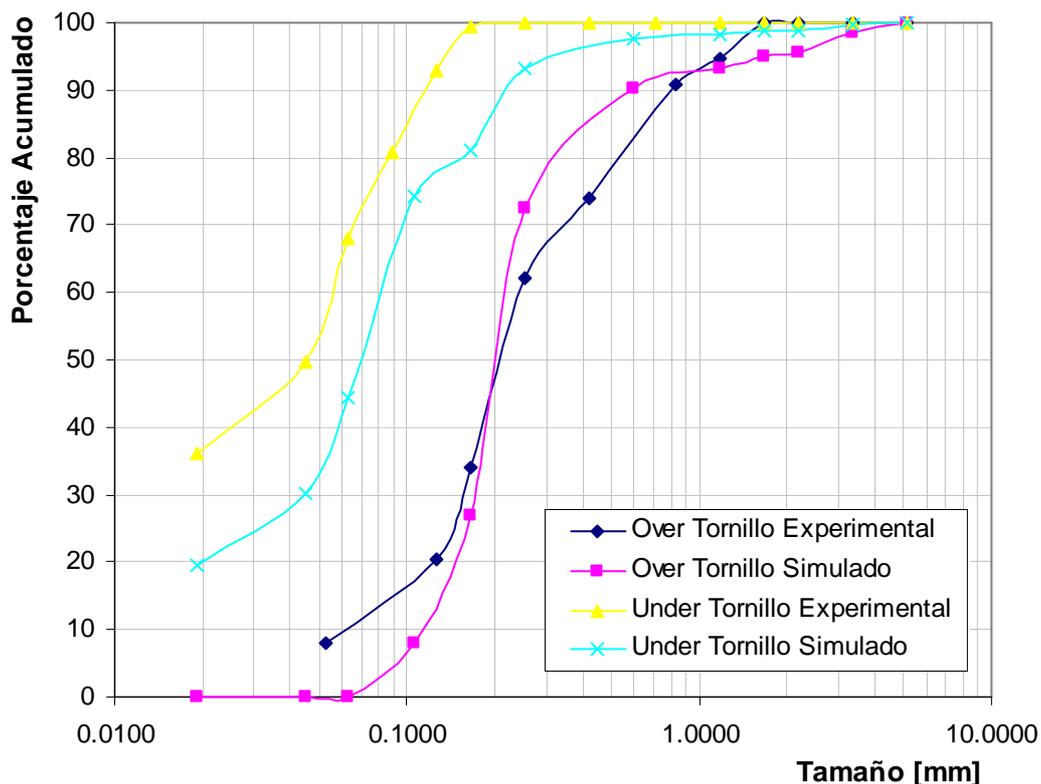
Con los valores de la tabla 40 se obtuvieron los siguientes resultados.

**Tabla 43:** Parámetros utilizados en la simulación.

MOLINO		HIDROCICLON	
Longitud (m)	0,75	Longitud (m)	0,6
Diámetro (m)	0,61	Diámetro (m)	0,1
RPM	37,52	Ápex (m)	0,04
Jc	0,5	Vortex (m)	0,01
% Velocidad Cr	66	Alim. (m)	0,04
PARAMETROS OPERACIONALES			
Fc	0,24	A0	6,698
U	1,2	H0	106,94
Potencia KW-hr	0,33	S0	52,3848
Energía KW/ton	0,6287	M0	-2,2



**Figura 70:** Resultados simulados y experimentales de la corriente de descarga y la corriente del Over, puede observarse cierta correlación de los resultados.



**Figura 71:** Resultados simulados y experimentales de las corrientes de salida del tornillo clasificador.

Del gráfico anterior se puede observar cierta correlación entre los resultados simulados y experimentales de la corriente del Under del tornillo clasificador, esta corriente se convierte en la corriente de alimentación al hidrociclón.

De los resultados anteriores se deduce que los valores de los parámetros de la función de velocidad de fractura obtenidos por ensayos en el laboratorio no permiten la predicción de resultados del molino de la planta piloto, sin embargo del gráfico 60 se observa un mejor ajuste entre los valores simulados y experimentales, esto es cuando el valor de la constante “a” se tres veces el valor original obtenido en los ensayos en el laboratorio, también se observa un mejor ajuste para los resultados del over del hidrociclón, sin embargo también se observa que los resultados de la simulación de la

corriente del under no se ajustan a los valores experimentales. Similar resultado se observa del gráfico 61 que corresponde a la alimentación al hidrociclón.

El cambiar los parámetros de la ecuación de Plitt tampoco permitieron mejorar el ajuste entre valores simulados y experimentales tal como se observa en los gráficos 63, 64 y 65.

Los resultados obtenidos de la simulación utilizando los valores obtenidos por retrocalculo no ofrecen mejores resultados tal como se observa en el gráfico 66, el gráfico 67 se observa un mejor ajuste para la curva de alimentación al hidrociclón. Se observa en el gráfico 68 una cierta correspondencia entre los valores del over simulados y experimentales. Sin embargo los valores simulados del under no se ajustan a los valores experimentales.

Finalmente utilizando los valores obtenidos por retrocalculo y utilizando la hoja en Excel para simular la planta piloto se ha obtenido un mejor ajuste entre los valores simulados y experimentales para la descarga del molino, igual similitud se observa para los valores simulados y experimentales de la corriente del hidrociclón tal como se muestra en el gráfico 69.

Similar resultado se tiene para la descarga del tornillo hacia el molino, sin embargo la descarga del tornillo clasificador hacia el hidrociclón no presenta ajuste entre el valor simulado y experimental.

El siguiente gráfico muestra los resultados de las corrientes obtenidas en la simulación.

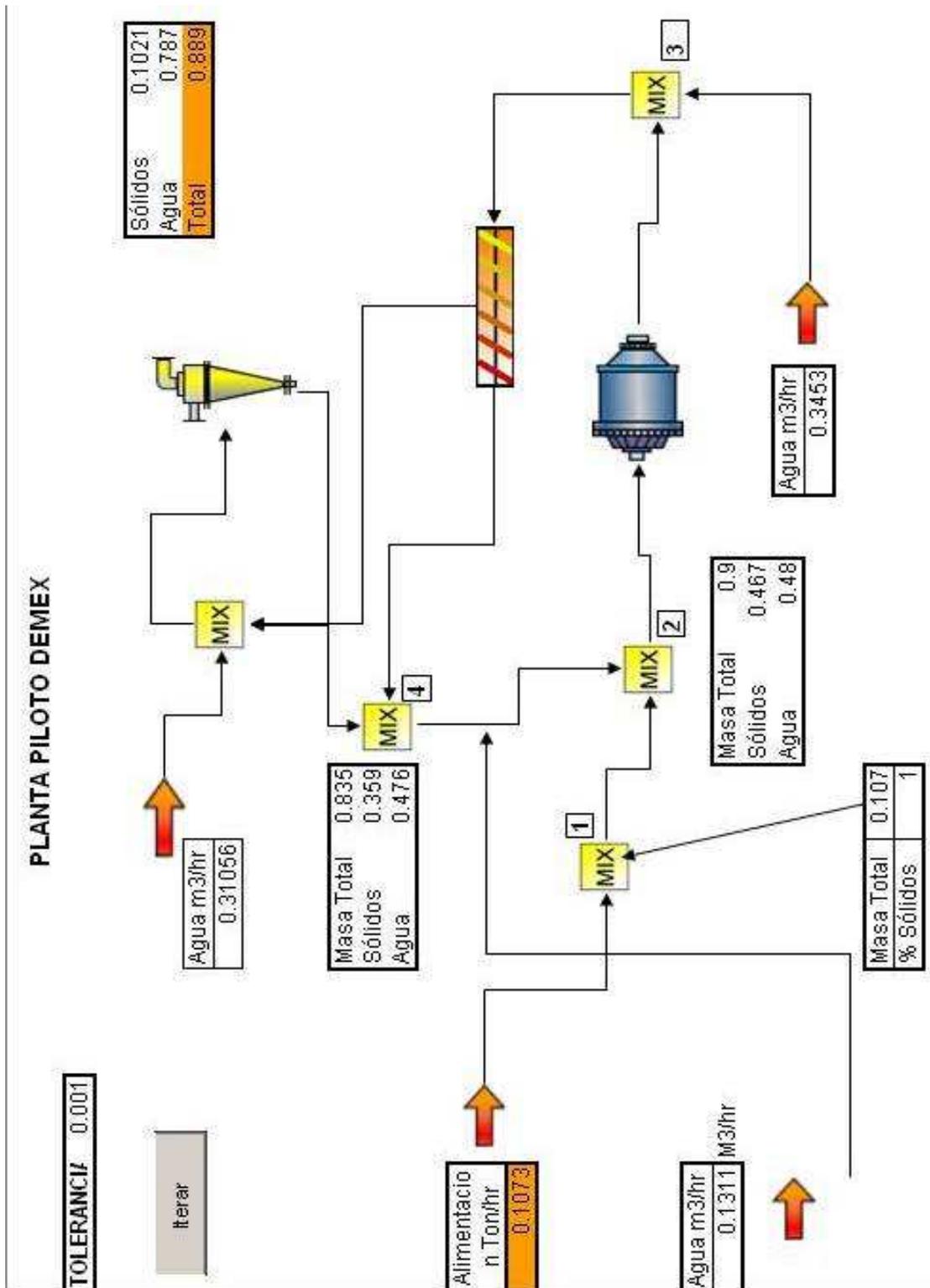


Figura 72: Resultado de las corrientes obtenidas de la simulación de la planta piloto

## 3. Conclusiones y Recomendaciones

### 3.1 Conclusiones

De acuerdo a los ensayos de molienda en el laboratorio el tamaño crítico de partículas es de 1.18mm, este tamaño esta dado para un tamaño promedio de bola de  $39.9 \pm 0.79$ mm y condiciones de molienda dado por la tabla 5, esto se confirma al observar el comportamiento de la pendiente del gráfico 31 en la que se puede apreciar un efecto de aceleración / desaceleración de la rapidez de fractura para la molienda de un monotamaño mayor a tamaño crítico.

Del gráfico 33 se puede concluir que la velocidad de fractura de partículas disminuye conforme el tamaño de partícula disminuye, para tamaño mayores al tamaño crítico, que está representado por el tamaño en la cual la velocidad de fractura es mayor, también disminuye a mayor tamaño de partícula, es decir para cada tamaño promedio de bola existe una óptimo en el tamaño de partículas que producen altas velocidades de fractura.

En los gráficos 34, 35 y 36 de los ensayos de molienda con monotamaños se puede observar anormalidades en los primeros minutos de molienda, esto implica que cierta cantidad de material frágil se fractura dando valores de rapidez de fractura elevados que alteran el valor de la pendiente de la curva.

A pesar de que la rapidez de fractura de los ensayos con monotamaño disminuye conforme se aumenta la carga, tal como lo muestra los gráficos 34, 35 y 36, hay que

tomar en cuenta que la velocidad de fractura dada en términos absolutos aumenta y se representa por el gráfico 37. Esto implica que para cada monotamaño hay un máximo en la velocidad absoluta que dependerá de la carga en el interior del molino.

No se observó cambios en la rapidez de fractura debido a la variación del porcentaje de sólidos, esto significa que el agua no influye en la rapidez de fractura al menos para el rango ensayado.

De las observaciones del gráfico 42 se desprende la idea de que la función de fractura del mineral agro - corazón no es normalizable, es decir que los fragmentos producidos después de un evento de fractura dependerán del tamaño inicial de la partícula.

De los resultados de los ensayos de flotación se concluye que el tamaño de partícula es importante en la recuperación del oro, las condiciones del circuito de molienda como la eficiencia en la separación del hidrociclón influirán en el tamaño de partícula del sistema.

Al aumentar el caudal en el hidrociclón aumenta la presión en el sistema, de esta manera disminuye el  $d_{50}$ , por lo que la presión es un excelente indicador de la operación del hidrociclón, mediante análisis granulométricos y medición de flujos es posible establecer los valores de las correlaciones empíricas, sin embargo estos datos son válidos únicamente para condiciones de operación similares.

Los valores de la rapidez de fractura obtenidos en el laboratorio no permiten predecir con exactitud los valores experimentales de los ensayos en la planta piloto, esto implica

que las condiciones de molienda en el laboratorio son diferentes a los condiciones en la planta piloto por lo que los valores de la velocidad de fractura cambian.

El uso de factores de corrección para el escalamiento de la velocidad de fractura es difícil de aplicar pues se necesita abundante información de los parámetros involucrados en la molienda, además las condiciones de operación de un circuito de molienda no siempre son conocidas y generalmente es muy difícil conocer la forma de cómo estos factores cambian dentro de un circuito.

El uso de la técnica de retrocálculo permite obtener los parámetros de operación de los equipos de un circuito de molienda, sin embargo hay que tomar en cuenta que los resultados obtenidos por esta técnica también incluirá los posibles errores en el proceso de medición y análisis granulométrico, por lo que no siempre los valores obtenidos sean los valores “reales”.

Los resultados arrojados por la simulación N° 3 muestran que el parámetro de la velocidad de fractura “a” es tres veces superior al valor obtenido en el laboratorio, es decir que en la planta piloto las condiciones de molienda hacen que el mineral se fracture más rápido, en acorde con la literatura cuando varían las condiciones de molienda el parámetro cambiante es el “a”.

Los valores de los parámetros de la función de fractura permiten predecir los resultados obtenidos en los ensayos experimentales, los valores obtenidos por retrocálculo presenta similitud con los obtenidos en el laboratorio.

Los valores obtenidos por las tablas 23, 24, 29, 32, 33 pueden ser utilizados para simular operaciones de reducción de tamaño y separación, siempre y cuando las condiciones de operación sean similares, caso contrario se debe tomar en cuenta como varían los parámetros con las condiciones de la planta.

El proceso de desarrollo de un simulador de procesos mineralúrgicos con características comerciales es una tarea muy compleja y requiere el conocimiento de diversas disciplinas, no solamente es esencial el conocimiento de la informática sino que también es importante conocer las diversas operaciones unitarias involucradas, además se debe tomar en cuenta al usuario final quién será el que realmente trabaje con el simulador.

### **3.2 Recomendaciones**

En los ensayos de molienda verificar que durante los primeros minutos la rapidez de fractura tenga un comportamiento normal, caso contrario se sugiere una preparación del mineral es decir moliendo por un corto periodo de tiempo con el fin de eliminar material frágil.

Sería importante realizar ensayos de molienda para otros minerales, con el fin de recopilar la información acerca de su comportamiento en los procesos de reducción de tamaño, esta información puede estar disponible para su uso en la simulación.

El simulador posee una estructura flexible que permite la incorporación de nuevas unidades, es deseable realizar estudios de otras unidades de procesamiento mineral e incorporar estos modelos al simulador.

## Bibliografía

1. Alban J. Lynch, Chester A. Rowland, 2005, "The History of Grinding", Society Mechanical Engine SME, United States of America, 207 pages.
2. Austin et al., 1982, Simulation of Grinding Circuits for design, en A. Mular y G. Jergensen, Design and Installation of Conminution Circuits, American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum, New York, USA.
3. Benitez, 1996, "circuitos de flotación", Tesis Previa a la obtención del grado de Ingeniería Química, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
4. Biswas, W. Davenport, 1993, "El cobre metalurgia extractiva", Limusa S.A., México, p. 49 – 75.
5. C Geankoplis, 1998, "Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias", Compañía Editorial Continental, México DF, México, pp. 884.
6. E. Hartge et al. 2006, "Flowsheet Simulation of Solids Processes", University Hamburg – Harburg, Hamburgo, Alemania.
7. E. Kelly; D. Spottiswood, 1990, "Introducción al procesamiento de Minerales", Editorial Limusa S. A., México DF., México, pp. 153 – 184.
8. Edgar Alcalá, Alfredo Flores, Arturo Beltrán, "Manual de entrenamiento de concentración de minerales", SERGEOTECMIN, [www.segeotecmin.com](http://www.segeotecmin.com), 2008
9. G. Thomas, R. Finney, 1998, "Cálculo en una variable", Addison Wesley Longman, México DF. México, sección 6.3
10. H. Fogler, 2001, "Elementos de Ingeniería de las Reacciones Químicas", Perason Educación, México DF, México, pp 809 – 871.
11. H. Yong Sonh; M. E. Wadsworth., 1986, "Cinética de los Procesos de la Metalurgia Extractiva". Editorial Trillas, México DF, México, pp. 73 – 142.
12. Himmelblau, David; Bischoff, Kenneth B; 1976, "Análisis y Simulación de Procesos", Editorial Reverté S.A., Barcelona, España, pp. 127 – 182, 399 – 420.
13. IX Simposium sobre Procesamiento de Minerales Moly-Cop 2001, Juan Luis Bouso, Puyehue, Chile.
14. J. Delgadillo, 2006, "Modeling of 75 and 250mm Hydrocyclones and Exploration of novel designs using Computational Fluid Dynamics", Disertación para el título de Doctor en Filosofía, Universidad de Utah, USA.
15. J. Guillaneau et al., 1992, "Advances in the Design and Optimization of Mineral Processing Plants", en en Y. C. Kim, "Application of Computers and Operations Research in the mineral Industry", Arizona, USA.
16. J. Otero de la Góndora, 1990, "Operaciones de Separación en Metalurgia", Editorial Alambra, Madrid, España, pp. 70 – 78.
17. J. Scenna, 1999, "Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos", Universidad Tecnológica Nacional, Buenos Aires, Argentina, pp. 1 – 114.
18. J. Sepúlveda; L. Gutierrez, 1986, "Dimensionamiento y Optimización de plantas concentradoras mediante técnicas de modelación matemática.", Centro de Investigación Mineral y metalúrgica CIMM, Santiago, Chile, pp. 127 – 138.
19. José Nieto, 1969, "Métodos Numéricos en Computadoras Digitales", Editorial Limusa, México DF. México, pp. 23 – 109.
20. Kal Sastry, 1992, "Exciting Trenes for an ideal mineral process Simulator", en Y. C. Kim, "Application of Computers and Operations Research in the mineral Industry", Arizona, USA.
21. L. Austin y P. Trubleja, 1994, "The Capacity and product size distributions of high pressure grinding rolls", en S. Castro y F. Concha, "Mineral Processing Environment", Univesidad de Concepción, Chile.
22. L. Austin; F. Concha; 1994, "Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación", Taller Multimedia Universidad Técnica Federico Santa María, Concepción, Chile, pp. 85 – 137.
23. Luis Bouso, 1985, "Evaluación de la operación de los hidrociclones en circuitos cerrados de molienda", Separata de la revista Canteras y Explotaciones, Mayo 1985, Nº 219.
24. Maurice C. Fuerstenau, Kenneth N. Han, 2003, "Principles of Mineral Processing", SME 2003 ISBN 0873351673, 9780873351676; United States of America, 573 páginas.

25. McCabe, Smith, Harriott, 1991, "Operaciones Unitarias en Ingeniería Química", McGraw Hill, Madrid, España, pp 901 – 906.
26. Mular y J. Herbst, 1980, "Digital Simulation: an aid for mineral processing plant desing", en A. Mular y R. Bhappu, "Mineral Processing Plant Design", American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers INC., Maryland, USA.
27. Programa Moly Cops Tools de J. Sépulveda, MOLYCOPS. INC
28. R. Rogers, L Austin, 1988, "Predinting Size Distributions of pulverizad Coal", en Klimpel y Luckie, "Industrial Practice of fine Coal Processing, The Pennsylvania Sate University, Pennsylvania, USA.
29. Roberth Perry, Down Green; 2001, "Manual del Ingeniero Químico", McGRAW HILL, Madrid, España, Volumen III, sección. 19 -29.
30. Samuel Kamin, Dennis Mickunas, Edward Reingold; 1998, "An Introduccion To Computer Science Using Java". McGraw Hill, United States of America, pp 14 – 17.
31. Sigüenza y Espinoza, 1997, "Simulación de procesos de reducción y clasificación por tamizado e hidrociclado", Tesis Previa a la obtención del grado de Ingeniería Química, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
32. Sunil Kesavan, 2006, "Encyclopedia of Chemical Processing", United States of America. 2005
33. Vollrath Hopp, 1984, "Fundamentos de tecnología química para formación profesional", Reverté, 1984, España, 512 páginas
34. W. Stange, 1992, "The Use of Objet Oriented Programming for the Simulation of Mineral Processing Systems", en Y. C. Kim, "Application of Computers and Operations Research in the mineral Industry", Arizona, USA.

## 1. ANEXOS

### 1.1 Calculo del Valor U en el molino del laboratorio.

A partir de los datos del molino de bolas se obtiene:

$$V_{mill} = 13250 \text{ cm}^3$$

Aplicando la ecuación [1.2]

$$V_{rb} = j \cdot V_{mill}(1 - \varepsilon)$$

$$1540 \text{ cm}^3 = j \cdot 13250 \cdot (1 - 0.4)$$

$$j = 0.194$$

Donde  $V_{rb}$  es el volumen real de las bolas y  $V_{mill}$  es el volumen del molino.

A partir de la cantidad de masa utilizada para cada ensayo de molienda con

Monotamaños y aplicando la ecuación [1.4] se tiene:

$$m = 472.2 \text{ g}$$

$$V = 472.2 \text{ g} \frac{\text{cm}^3}{2.68 \text{ g}} = 176.2 \text{ cm}^3$$

$$176.2 \text{ cm}^3 = fc \cdot 13250(1 - 0.4)$$

$$fc = 0.022$$

De la ecuación [1.3] obtenemos el valor U.

$$U = \frac{0.022}{0.4 \cdot 0.19} = 0.283$$

De la misma forma se procede con el resto de monotamaños.

## 1.2 Datos de los ensayos de molienda para determinar el tamaño crítico.

### Ensayo N° 1

**Objetivo:** Determinar las velocidades de fractura de cada monotamaño para encontrar la variación de la velocidad de fractura en función del tamaño.

**Condiciones:**

Tiempos de molienda	Porcentaje de sólidos	Valor U	Valor fc	RPM
3 – 6 – 10 – 15	45%	1.058	0.082 (1400 g)	47

**Porcentajes acumulados después de cada molienda:**

4x8			10x14		
Tiempos minutos	Masa Retenida g	Porcentaje acumulado retenido	Tiempos minutos	Masa Retenida g	Porcentaje acumulado retenido
0	1400.6	100.00	0	1400.33	100.00
3	687.3	49.05	3	525.90	37.56
6	476.2	33.98	6	188.20	13.45
10	356.9	25.51	10	59.20	4.23
20	264.2	10.00	15	7.60	0.54

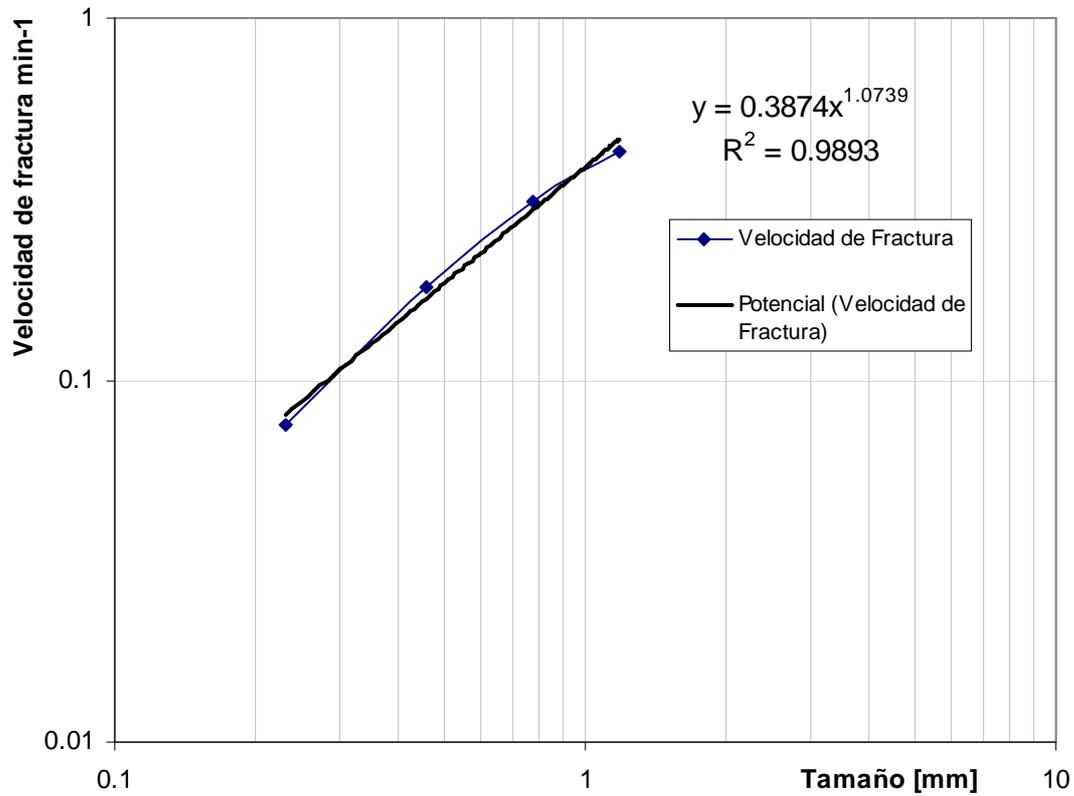
  

14x18			18x30		
Tiempos minutos	Masa Retenida g	Porcentaje acumulado retenido	Tiempos minutos	Masa Retenida g	Porcentaje acumulado retenido
0	1400.53	100	0	1400.42	100
3	520	37.14	3	740.5	52.87
6	309.7	22.12	6	364.5	26.03
10	54.6	3.90	10	77.3	5.52
15	4.8	0.34	15	8.3	0.59

**Valores de velocidad de fractura obtenidos por regresión lineal.**

Tamaño	Si(x)	Valor
mm	min-1	R2 ajuste
3.348	0.0916	0.996
1.673	0.3375	0.9957
1.183	0.4295	0.9698
0.774	0.3132	0.9635

0.461	0.1815	0.9984
0.23	0.0754	0.9213



**Figura 73:** Ecuación obtenida por regresión lineal de los datos de velocidad de fractura a partir de los datos de velocidad de fractura obtenidos para cada monotamaño.

### 1.3 Datos obtenidos de los ensayos de molienda con monotamaños.

#### Ensayo N° 2:

Molienda del monotamaño 10x18

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

#### Condiciones de molienda:

Valor U	0.283
Valor fc	0.022
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	577.26
Masa de sólido (g)	472.3
RPM	47

#### Retenido en cada malla

Tiempos	0	3.22	5	7	10
Masa inicial	472.3	472.2	472.2	472.6	472.1
Masa Resultante					
Malla 18	472.3	36.2	13.2	5.8	2.4
Pérdidas	0.0	4.0	6.1	11.9	272.4
Porcentajes					
Malla 18	100	7.67	2.80	1.23	0.51
Pérdidas	0.00	0.85	1.29	2.52	57.71

#### Ensayo N° 3:

Molienda del monotamaño 10x18

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

#### Condiciones de molienda:

Valor U	0.503
Valor fc	0.039
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1017.4
Masa de sólido (g)	832.4
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	5	7
Masa inicial	832.4	832.7	832.7	831.7
Masa Resultante				
Malla 18	832.4	204.84	84.2	29.1
Pérdidas	0.0	69.4	116.6	119.4
Porcentajes				
malla 18	100	24.60	10.11	3.50
Pérdidas	0.00	8.33	14.00	14.36

**Ensayo N° 4:**

Molienda del monotamaño 10x18

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.722
Valor fc	0.056
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1470.5
Masa de sólido (g)	1200.5
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1200.5	1200.4	1201.5	1199.9	1200.1
Masa Resultante					
Malla 18	1200.5	454	184.6	36.2	3.3
Pérdidas	0.0	168.0	194.9	187.7	585.9
Porcentajes					
malla 18	100	37.82	15.36	3.02	0.27
Pérdidas	0.00	14.00	16.22	15.64	48.82

**Ensayo N° 5:**

Molienda del monotamaño 10x18

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.846
Valor fc	0.065
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1720.5
Masa de sólido (g)	1400.3
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1400.3	1400.4	1400.1	1400.4	1400.3
Masa Resultante					
Malla 18	1400.3	601.9	249.5	73.1	10.7
Pérdidas	0.0	97.9	224.7	267.4	281.2
Porcentajes					
malla 18	100	42.98	17.82	5.22	0.76
Pérdidas	0.00	6.99	16.05	19.09	20.08

**Ensayo N° 6:**

Molienda del monotamaño 18x30

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.283
Valor fc	0.022
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	577.26
Masa de sólido (g)	472.3
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	5	7	10
Masa inicial	471.9	472.1	472.1	471.5	471.9
Masa Resultante					
Malla 30	471.9	57.6	20	6.3	1.3
Pérdidas	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Porcentajes					
malla 30	100	12.20	4.24	1.34	0.28
Fondos	0	87.8	95.76	98.66	99.72

**Ensayo N° 7:**

Molienda del monotamaño 18x30

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.503
Valor fc	0.039
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1017.4
Masa de sólido (g)	832.2
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	5	7	14
Masa inicial	833.2	834.1	833	833	832.6

**Masa Resultante**

Malla 30	833.2	197.2	90	28.7	0.2
Pérdidas	0.0	239.0	20.9	328.8	526.7

**Porcentaje**

malla 30	100	23.64	10.80	3.45	0.02
Pérdidas	0.00	28.65	2.51	39.47	63.26

**Ensayo N° 8:**

Molienda del monotamaño 18x30

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.722
Valor fc	0.056
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1470.5
Masa de sólido (g)	1200.7
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1200.7	1200.1	1200.5	1201.1	1201.1
Masa Resultante					
Malla 30	1200.7	697	255.3	40.7	1.5
Pérdidas	0.0	87.4	168.1	297.0	357.6
Porcentaje					
malla 30	100	58.08	21.27	3.39	0.12
Pérdidas	0.00	7.28	14.00	24.73	29.77

**Ensayo N° 9:**

Molienda del monotamaño 18x30

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	1.05
Valor fc	0.0822
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1720
Masa de sólido (g)	1400.4
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1400.4	1400.7	1400.08	1400.8	1400.1
Malla 30	1400.4	740.5	364.5	77.3	8.3
Pérdidas	0.0	27.3	57.6	129.8	132.2
Porcentajes					
malla 30			26.03	5.52	0.59
Pérdidas	0.00	1.95	4.11	9.27	9.44

**Ensayo N° 10:**

Molienda del monotamaño 18x30

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	1.05
Valor fc	0.0822
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	2140
Masa de sólido (g)	1749.9
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1749.9	1750.8	1750.3	1749.5	1749
Masa Resultante					
Malla 30	1749.9	753.8	566.5	166.4	39.2
Pérdidas	0.0	364.1	205.8	373.9	1709.8
Porcentajes					
malla 30	100	43.05	32.37	9.51	2.24
Pérdidas	0.00	20.80	11.76	21.37	97.76

**Ensayo N° 11:**

Molienda del monotamaño 30x45

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.283
Valor fc	0.022
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	580.
Masa de sólido (g)	472.2
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	472.2	472.4	472.4	471.5	472.4
Masa Resultante					
Malla 45	472.2	106	42.2	4.1	0.8
Pérdidas	0.0	33.2	21.5	104.8	113.4
Porcentajes					
Malla 45	100	22.44	8.93	0.87	0.17

Pérdidas	0.00	7.03	4.55	22.23	24.01
----------	------	------	------	-------	-------

**Ensayo N° 12:**

Molienda del monotamaño 30x45

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.503
Valor fc	0.039
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1017.4
Masa de sólido (g)	832.2
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	832.1	832.1	831.9	832.5	831.8
Masa Resultante					
Malla 45	832.1	406.9	193.1	46.2	6
Pérdidas	0.0	27.0	47.1	88.6	149.9
Porcentajes					
Malla 45	100	48.90	23.21	5.55	0.72
Pérdidas	0.00	3.24	5.66	10.64	18.02

**Ensayo N° 13:**

Molienda del monotamaño 30x45

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	0.722
Valor fc	0.056
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1470.5
Masa de sólido (g)	1200.7
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1200.2	1200.1	1200.1	1200.4	1200.2
Masa Resultante					
Malla 45	1200.2	523	275.1	123	34.8
Pérdidas	0.0	24.2	211.9	286.6	464.5
Masa Resultante					
Malla 45	100	43.58	22.92	10.25	2.90
Pérdidas	0.00	2.02	17.66	23.88	38.70

**Ensayo N° 14:**

Molienda del monotamaño 30x45

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	1.05
Valor fc	0.0822
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	1720
Masa de sólido (g)	1400.3
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1400.3	1400.5	1400.1	1400.2	1400.3
Masa Resultante					
Malla 45	1400.3	842.8	470.7	212.8	95.6
Pérdidas	0.0	26.4	59.6	305.9	121.0
Masa Resultante					
Malla 45	100	60.18	33.62	15.20	6.83
Pérdidas	0.00	1.89	4.26	21.85	8.64

**Ensayo N° 15:**

Molienda del monotamaño 30x45

**Objetivo:** Observar el comportamiento de la velocidad de fractura al variar la carga de material en el molino.

**Condiciones de molienda:**

Valor U	1.05
Valor fc	0.0822
% de sólidos	45
Volumen de agua (cm <sup>3</sup> )	2140.1
Masa de sólido (g)	1750.1
RPM	47

**Retenido en cada malla**

Tiempos	0	3	6	10	15
Masa inicial	1750.1	1750	1749.8	1750.8	1749.8
Masa Resultante					
Malla 45	1750.1	1142.3	733.4	341.6	178.3
Pérdidas	0.0	72.0	11.4	130.9	261.0
Porcentajes					
Malla 45	100	65.27	41.91	19.51	10.19
Pérdidas	0.00	4.11	0.65	7.48	14.92

**1.4 Datos de los obtenidos para determinar la función de fractura.****Ensayo N° 16:**

Molienda del monotamaño 14x18

**Objetivo:** Determinar las fracciones formadas a partir de tiempos cortos de molienda para determinar los parámetros de la función de fractura.

**Condiciones de molienda:**

Tiempo	30s
% sólidos	45%
malla	14x18
M agua	1720
M sólido	1399.9

**Retenido en cada malla**

mallas	masa	%
malla 10		
malla 14	0	0.00
malla 18	1083.5	79.35
malla 20	117.7	8.41
malla 30	89.3	6.38
malla 50	52.5	3.75
malla 100	16.6	1.19
malla 270	14.1	1.01
fondos	7.8	0.56
Total	1381.5	100.64
Perdidas	18.4	
% Fracturado	22.60	

**Ensayo N° 17:**

Molienda del monotamaño 14x18

**Objetivo:** Determinar las fracciones formadas a partir de tiempos cortos de molienda para determinar los parámetros de la función de fractura.

**Condiciones de molienda:**

Tiempo	60s
%sólidos	45%
malla	14 - 18
M agua	1720
M sólido	1400.1

**Retenido en cada malla**

mallas	masa	%
malla 10		
malla 14	0	0.00
malla 18	969.1	69.22
malla 20	120.3	8.59
malla 30	136.1	9.72
malla 50	89.6	6.40
malla 100	27.9	1.99
malla 270	19.5	1.39
fondos	8.4	0.60
Total	1370.9	97.91
Perdidas	29.2	2.09
% Fracturado	30.78	

**Ensayo N° 18:**

Molienda del monotamaño 10x14

**Objetivo:** Determinar las fracciones formadas a partir de tiempos cortos de molienda para determinar los parámetros de la función de fractura.

**Condiciones de molienda:**

Tiempo	30s
%sólidos	45%
malla	10-14
M agua	1720
M sólido	1400.1

**Retenido en cada malla**

mallas	masa	%
malla 10		
malla 14	880.8	62.91
malla 18	367	26.21
malla 20	31.5	2.25
malla 30	44.3	3.16
malla 50	34.4	2.46
malla 100	11.9	0.85
malla 270	8.6	0.61
fondos	3.3	0.24
Total	1381.8	98.69
Perdidas	18.3	1.31
% Fracturado	37.09	

**Ensayo N° 19:**

Molienda del monotamaño 10x14

**Objetivo:** Determinar las fracciones formadas a partir de tiempos cortos de molienda para determinar los parámetros de la función de fractura.

**Condiciones de molienda:**

Tiempo	60s
%sólidos	45%
malla	10-14
M agua	1720
M sólido	1400.1

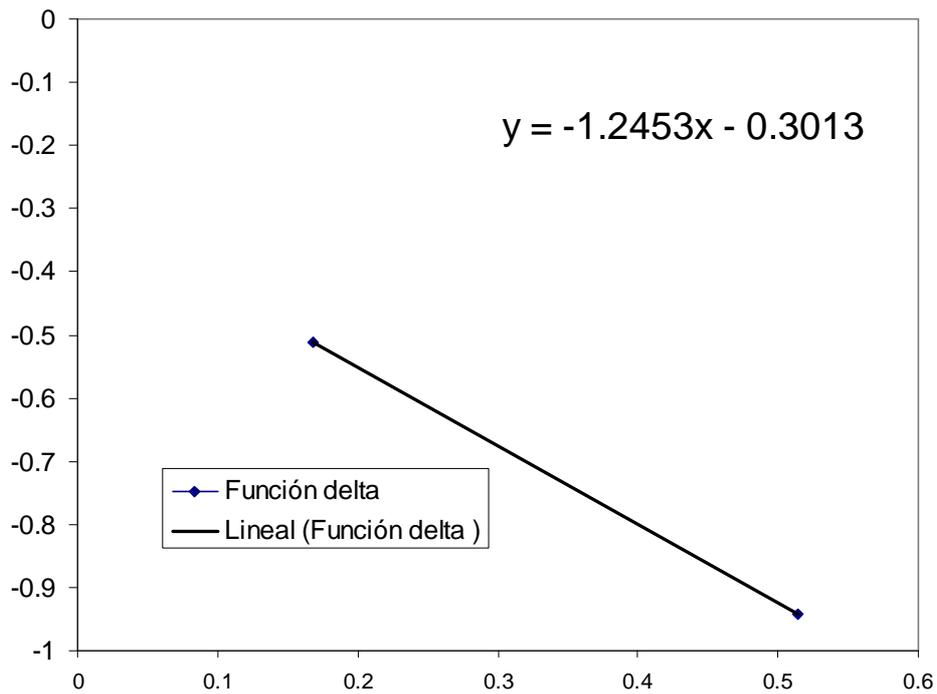
**Retenido en cada malla**

mallas	masa	%
malla 10		
malla 14	732.5	52.32
malla 18	436.4	31.17
malla 20	45.3	3.24
malla 30	59.1	4.22
malla 50	38.3	2.74
malla 100	18.7	1.34
malla 270	15.6	1.11
fondos	6.8	0.49
Total	1352.7	96.61
Perdidas	47.4	3.39
% Fracturado	47.68	

**Regresión de datos para obtener los valores de  $\delta$  y  $\phi$  de la ecuación de corrección para la función de fractura.**

## Valores de Función de fractura

	gamma promedio	phy promedio	x promedio
14x18	1.0123	0.6	1.18322
10x14	1.0831	0.39	1.67223
		ln phy	ln x
14x18		-0.51083	0.168239536
10x14		-0.94161	0.514158065



**Figura 74:** Regresión de datos para obtener los valores de la ecuación [1.17]

### **1.5 Datos obtenidos a partir de ensayos de molienda modificando el porcentaje de sólidos.**

% 40 Sólidos

Tiempo	0	3	6	10	15
malla 18	0.00	520	309.7	54.6	4.8
malla 18 %	100	37.1429	22.1214	3.8992	0.3424

% 45 Sólidos

Tiempos	0	3	6	10	15
Malla 18	0.0	601.9	249.5	73.1	10.7
malla 18 %	100	42.9806	17.8202	5.2199	0.7641

% 70 Sólidos

tiempo	0	3	6	10	15
malla 18	0.00	553	242.4	52.4	15.2
malla 18 %	100	39.5	17.3155	3.7426	1.0855

### **1.6 Datos obtenidos en la planta piloto.**

**Resultados de los análisis granulométricos.**

**ALIMENTACION FRESCA**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.158	25.5	2.68	100.00
2	8	3.348	340.3	35.81	97.32
3	10	2.173	93.8	9.87	61.50
4	14	1.673	123.5	13.00	51.63
5	18	1.183	78.8	8.29	38.63
6	35	0.707	108.9	11.46	30.34
7	45	0.421	32.3	3.40	18.88
8	80	0.253	52	5.47	15.48
9	100	0.164	16.3	1.72	10.01
10	140	0.126	20.4	2.15	8.29
11	200	0.089	15.7	1.65	6.15
12	270	0.063	13.5	1.42	4.49
13	400	0.045	11.2	1.18	3.07
14	Fondo	0.019	18	1.89	1.89
		Total	950.2	100.00	

**DESCARGA DEL MOLINO**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.1575	0	0.00	100.00
2	8	3.3481	0	0.00	100.00
3	10	2.1726	0	0.00	100.00
4	14	1.6733	1.2	0.60	100.00
5	18	1.1832	1	0.50	99.40
6	35	0.7071	7.4	3.70	98.90
7	45	0.4213	6.1	3.05	95.20
8	80	0.2528	22	11.01	92.14
9	100	0.1643	13.1	6.56	81.13
10	140	0.1261	28.6	14.31	74.57
11	200	0.0892	30.3	15.17	60.26
12	270	0.0630	38.7	19.37	45.10
13	400	0.0449	34	17.02	25.73
14	Fondo	0.0190	17.4	8.71	8.71
		Total	199.8	100.00	

**Descarga del Tornillo hacia el hidro**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.1575	0	0.000	100.000
2	8	3.3481	0	0.000	100.000
3	10	2.1726	0	0.000	100.000
4	14	1.6733	0	0.000	100.000
5	18	1.1832	0	0.000	100.000
6	35	0.7071	0	0.000	100.000
7	45	0.4213	0	0.000	100.000
8	80	0.2528	0.4	0.473	100.000
9	100	0.1643	5.7	6.746	99.527
10	140	0.1261	10.1	11.953	92.781
11	200	0.0892	10.8	12.781	80.828
12	270	0.0630	15.4	18.225	68.047
13	400	0.0449	11.5	13.609	49.822
14	Fondo	0.0190	30.6	36.213	36.213
Total			84.5	100.000	

**Descarga del Tornillo hacia el molino**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.1575	0	0	100
2	8	3.3481	0	0	100
3	10	2.1726	0	0	100
4	14	1.6733	14.7	5.3164557	100
5	18	1.1832	10.8	3.9059675	94.683544
6	35	0.8367	46.8	16.925859	90.777577
7	45	0.4213	32.8	11.862568	73.851718
8	80	0.2528	77	27.848101	61.98915
9	100	0.1643	37.6	13.598553	34.141049
10	140	0.1261	34.7	12.549729	20.542495
11	Fondo	0.0530	22.1	7.9927667	7.9927667
Total			276.5	100	

**Descarga Under del Hidrociclón**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.1575	0	0.000	100.000
2	8	3.3481	0	0.000	100.000
3	10	2.1726	0	0.000	100.000
4	14	1.6733	0	0.000	100.000
5	18	1.1832	0	0.000	100.000
6	35	0.7071	0	0.000	100.000
7	45	0.4213	0	0.000	100.000
8	80	0.2528	0.1	0.042	100.000
9	100	0.1643	3.5	1.479	99.958
10	140	0.1261	25.3	10.693	98.478
11	200	0.0892	42.7	18.047	87.785
12	270	0.0630	50.8	21.471	69.738
13	400	0.0449	41.5	17.540	48.267
14	Fondo	0.0190	72.7	30.727	30.727
Total			236.6	100.000	

**Descarga Under del Hidrociclón**

Nº	malla USA	Tamaño Promedio mm	Masa Retenida g	Porcentaje Retenido %	Porcentaje Acumulado %
1	4	5.1575	0	0.000	100.000
2	8	3.3481	0	0.000	100.000
3	10	2.1726	0	0.000	100.000
4	14	1.6733	0	0.000	100.000
5	18	1.1832	0	0.000	100.000
6	35	0.7071	0	0.000	100.000
7	45	0.4213	0	0.000	100.000
8	80	0.2528	0.1	0.042	100.000
9	100	0.1643	3.5	1.479	99.958
10	140	0.1261	25.3	10.693	98.478
11	200	0.0892	42.7	18.047	87.785
12	270	0.0630	50.8	21.471	69.738
13	400	0.0449	41.5	17.540	48.267
14	Fondo	0.0190	72.7	30.727	30.727
Total			236.6	100.000	

### Balances de Masa de la planta piloto

#### Alimentación Fresca

Sólidos 0.1073 ton/hr  
 Agua 0.1311 m3/hr

#### Alimentación al molino

Sólidos del Under	0.1523 ton/hr
Sólidos del tornillo	0.0026 ton/hr
Sólidos alimentación fresca	0.1073 ton/hr
<b>TOTAL</b>	<b>0.3225 ton/hr</b>
Agua	0.1887 m3/hr

#### Alimentación al tornillo

Sólidos 0.3225 ton/hr  
 Agua 0.5341 m3/hr

#### Retorno del tornillo al molino

Sólidos 0.0026 ton/hr  
 Agua 0.0069 m3/hr

#### Salida del tornillo al hidrociclón

Sólidos 0.2596 ton/hr  
 Agua 0.5271 m3/hr

#### Alimentación al hidrociclón

Sólidos 0.2596 ton/hr  
 Agua 0.8376 m3/hr

#### Corriente del Over

Sólidos 0.1072 ton/hr  
 Agua 0.7869 m3/hr

#### Corriente del Under

Sólidos 0.1523 ton/hr  
 Agua 0.0507 m3/hr

## 1.7 Datos obtenidos de los ensayos de flotación

### FICHA TÉCNICA Nº 1

#### Flotación colectiva del mineral Agro – corazón

##### Datos de Molienda:

Muestra del mineral: 2000g  
 Volumen de agua: 1000cc  
 Carga de Bolas: 12Kg  
 RPM molino: 74 RPM  
 Tiempo de molienda: 30min

##### Acondicionamiento Nº 1

pH solución: 6.1  
 Aerofloat208 0.068g  
 Aceite de pino 0.04g  
 KAX: 5cc 1%

Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación Nº 1:** 2min

**Acondicionamiento Nº 2**

KAX: 5cc 1%

Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación Nº 2:** 10min

**Balance Másico:**

Fracción	Masa muestra	% peso	Au g/ton	% Au	Ag g/ton	% Ag
CA1	118.7	6.03	138.33	77.03	20.67	37.84
CB1	68.4	3.47	45.53	14.61	6.80	7.18
R1	1782.9	90.5	1	8.36	2	54.99
Fracción De Oro			10.82g/ton	% Recuperado Au		91.64

**FICHA TÉCNICA Nº 2**

**Flotación colectiva del mineral Agro – corazón**

**Datos de Molienda:**

Muestra del mineral: 2000g  
 Volumen de agua: 1000cc  
 Carga de Bolas: 12Kg  
 RPM molino: 74 RPM  
 Tiempo de molienda: 30min

**Acondicionamiento Nº 1**

pH solución: 9.1

Aerofloat208 0.068g

Aceite de pino 0.04g

KAX: 5cc

Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación Nº 1:** 5min

**Acondicionamiento Nº 2**

KAX: 5cc

Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación Nº 2:** 10min

**Balance Másico:**

Fracción	Masa muestra	% peso	Au g/ton	% Au	Ag g/ton	% Ag
CA1	107.89	5.61	56.84	38.58	8.49	16.41
CB1	81.9	4.26	90.82	50.51	14.65	21.48
R1	1734.4	90.14	1	10.91	2	62.11
Fracción De Oro			8.26g/ton	% Recuperado Au		89.09

**FICHA TÉCNICA N° 3****Flotación colectiva del mineral Agro – corazón****Datos de Molienda:**

Muestra del mineral: 2000g  
 Volumen de agua: 1000cc  
 Carga de Bolas: 12Kg  
 RPM molino: 74 RPM  
 Tiempo de molienda: 20min

**Acondicionamiento N° 1**

pH solución: 6.1  
 Aerofloat208 0.068g  
 Aceite de pino 0.04g  
 KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación N° 1:** 5min

**Acondicionamiento N° 2**

KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación N° 2:** 10min

**Balance Másico:**

Fracción	Masa muestra	% peso	Au g/ton	% Au	Ag g/ton	% Ag
CA1	45	2.32	30.45	8.01	4.55	3.48
CB1	97.9	5.04	142.39	81.48	21.28	35.40
R1	1798	92.64	1	10.51	2	62.12
Fracción De Oro			8.81/ton	% Recuperado Au		89.49

### FICHA TÉCNICA N° 4

#### Flotación colectiva del mineral Agro – corazón

##### Datos de Molienda:

Muestra del mineral: 2000g  
 Volumen de agua: 1000cc  
 Carga de Bolas: 12Kg  
 RPM molino: 74 RPM  
 Tiempo de molienda: 20min

##### Acondicionamiento N° 1

pH solución: 6.2  
 Aerofloat208 0.068g  
 Aceite de pino 0.04g  
 KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

Tiempo de Flotación N° 1: 5min

##### Acondicionamiento N° 2

KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

Tiempo de Flotación N° 2: 10min

##### Balance Másico:

Fracción	Masa muestra	% peso	Au g/ton	% Au	Ag g/ton	% Ag
CA1	123.49	6.20	141.23	62.95	21.10	34.88
CB1	69.68	3.50	121.51	30.56	18.16	16.94
R1	1799.7	90.31	1	6.50	2	48.18
Fracción De Oro			13.90/ton	% Recuperado Au		93.50

### FICHA TÉCNICA N° 5

#### Flotación colectiva del mineral Agro – corazón

##### Datos de Molienda:

Muestra del mineral: 2000g  
 Volumen de agua: 1000cc  
 Carga de Bolas: 12Kg  
 RPM molino: 74 RPM  
 Tiempo de molienda: 40min

##### Acondicionamiento N° 1

pH solución: 6.1  
 Aerofloat208 0.068g  
 Aceite de pino 0.04g  
 KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación N° 1:** 5min

**Acondicionamiento N° 2**

KAX: 5cc  
 Tiempo: 5min

**Tiempo de Flotación N° 2:** 10min

**Balance Másico:**

Fracción	Masa muestra	% peso	Au g/ton	% Au	Ag g/ton	% Ag
CA1	87.5	4.45	169.36	78.97	25.31	35.98
CB1	69.5	3.53	30.74	11.38	4.59	5.19
R1	1810	92.02	1	9.65	2	58.83
% De Oro Balance			9.54	% Recuperado Au	90.35	