

# Análisis de Pequeña Señal de Sistemas de Regulación de Velocidad, Turbinas Hidroeléctricas y Generadores Sincrónicos Utilizando el Programa Computacional DIgSILENT Power Factory

Benigno Cevallos Pasquel  
Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Escuela Politécnica Nacional  
Quito, Ecuador

Jesús Játiva Ibarra  
Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Escuela Politécnica Nacional  
Quito, Ecuador

## RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en el análisis de pequeña señal de los sistemas de regulación de velocidad y turbinas hidráulicas y su influencia en el mejoramiento de la estabilidad de un sistema eléctrico de potencia. Se establece una metodología de sintonización de los reguladores de velocidad para centrales hidroeléctricas, ya sea para funcionamiento en modo aislado o en modo de operación integrada a un sistema de potencia.

En el estudio de pequeña señal se modela un regulador de velocidad para el control de una turbina hidráulica de una unidad de la fase AB de la central Paute Molino, conectada a través de un transformador de elevación a una carga eléctrica constante e independiente del voltaje y frecuencia, en el programa computacional DIgSILENT Power Factory. Se estudia también el sistema de 9 barras, donde se analiza la verificación y validación de la calibración de los reguladores de velocidad, cuyos resultados se comparan con los índices de desempeño de pequeña señal establecidos por el IEEE.

**Palabras clave:** Estabilidad de pequeña señal, Sistemas de regulación de velocidad, Turbinas hidráulicas, Modelos dinámicos, DIgSILENT.

## ABSTRACT

The stability study is one of the most important and complex field of electrical engineering, for this reason this work is focused on the small-signal analysis of speed regulating systems and hydraulic turbines and their influence on the power system stability improvement. It also provides for a methodology for tuning speed governors for hydroelectric, either for operating in isolated mode or integrated to a power system.

In the small signal analysis a speed regulator for controlling a hydraulic turbine of a Paute-Molino Phase AB unit is modeled, connected through a step-up transformer to a constant electrical load and independent of voltage and frequency in the computer program DIgSILENT Power Factory. The 9-bus power system is also studied, where verification and validation of the calibration of speed governors are analyzed, whose results are compared with the performance indices for small signal analysis established by the IEEE.

**Key words-** Small signal stability, Speed regulating systems, Hydraulic turbines, Dynamic models, DIgSILENT.

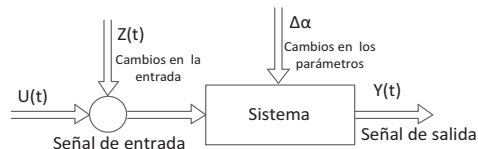
## I. INTRODUCCIÓN

En los estudios de estabilidad se analiza el comportamiento de un SEP frente a fenómenos que pueden ser de corta y larga duración como cambios en la carga eléctrica, pérdida de generación y otras. Bajo estas nuevas condiciones operativas el sistema debe adaptarse a la nueva condición de equilibrio.

Para el análisis de estabilidad se utilizan distintos métodos como: linealización de variables, análisis modal, factores de participación, diagramas de Bode y Nyquist.

### A. Ecuación de Estado

El modelado de sistemas mediante variables de estado es una metodología muy común, caracterizada por definir al sistema mediante entradas y salidas, que están dadas en función de las entradas, como se muestra en la figura 1.



**Figura 1:** Modelación de un sistema mediante variables de estado

Un sistema dinámico se lo puede representar por una serie de ecuaciones diferenciales de orden “n”, en la cual el tiempo es una variable independiente del mismo. La ecuación utilizada para representar un sistema dinámico está dada en la ecuación 1.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1)$$

Donde  $x$  es un n-vector que describe el estado del sistema y  $u$  es la entrada, también representada en forma vectorial. La variable del tiempo es denotada con la letra  $t$  y la derivada de la variable de estado  $n$  con respecto al tiempo por  $\dot{x}$ .

### B. Linealización de un sistema no-lineal

#### C.

Un sistema es no lineal cuando a partir de un cambio en la excitación se obtiene una respuesta variable a la salida del sistema. Para que un sistema sea lineal debe cumplir que las variaciones alrededor del punto de análisis deben cumplir con las ecuaciones (2) y (3) respectivamente.

$$\dot{x} = f(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \quad (2)$$

$$y = g(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \quad (3)$$

Si las variaciones son pequeñas, se las puede expresar en términos de la expansión en series de Taylor, despreciando los términos de orden superior a 1, para obtener la linealización del sistema expresada de una manera simplificada las ecuaciones (4) y (5) respectivamente, se tiene:

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \quad (4)$$

$$\Delta y = C\Delta x + D\Delta u \quad (5)$$

Donde:

- $\Delta x$  = Variación del vector de estado
- $\Delta u$  = Variación del vector de entrada
- $\Delta y$  = Variación del vector de salida
- $A$  = Matriz de estado
- $B$  = Matriz de entrada
- $C$  = Matriz de salida
- $D$  = Matriz de transmisión directa

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (4) y (5) se obtienen las ecuaciones de estado en el dominio de la frecuencia (5) y (6):

$$s\Delta x(s) - \Delta x(0) = A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \quad (5)$$

$$\Delta y(s) = C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \quad (6)$$

#### D. Valores y vectores propios de la matriz de estado

##### 1. Valores Propios

En los estudios de estabilidad de sistemas dinámicos surge el problema de encontrar, los vectores escalares  $\lambda$  y los vectores derechos  $\phi$  para una solución no trivial ( $\phi \neq 0$ ) tales que cumplan la ecuación (7).

$$(A - \lambda I)\phi = 0 \quad (7)$$

El valor  $\lambda$  se dice Valor Propio de la matriz A si cumple la ecuación (8).

$$\text{Det}(A - \lambda I) = 0 \quad (8)$$

Para un modo de oscilación debidamente representado por un valor propio complejo, su frecuencia de oscilación y amortiguamiento están dadas por las ecuaciones (9) y (10):

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (10)$$

##### 2. Vectores Propios

###### Vectores propios derechos

Si  $\lambda$  es un valor propio de la matriz A y si  $\phi$  es el vector no nulo tal que  $A\phi = \lambda\phi$  entonces  $\phi$  se dice que es un vector propio derecho de A correspondiente al valor propio  $\lambda$ . Los vectores propios tienen la forma:

$$\phi_i = \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \vdots \\ \phi_{ni} \end{bmatrix} \quad (11)$$

###### Vectores propios izquierdos

Por conveniencia se asume que los vectores propios son normalizados. De esta manera se obtiene:

$$\psi_i A = \lambda_i \psi_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Donde  $\psi_i$  son los vectores propios izquierdos.

#### E. Factor de Participación

Uno de los problemas en usar los vectores propios izquierdo y derecho individualmente para identificar la relación entre los estados y los modos, es que los elementos de los vectores propios son dependientes de las unidades y el escalamiento asociado a las variables de estado. Una solución a este problema, es la matriz de participación P que combina los vectores propios derecho e izquierdo, según se muestra en la ecuación (12).

$$p_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1i} \psi_{i1} \\ \phi_{2i} \psi_{i2} \\ \vdots \\ \phi_{ni} \psi_{in} \end{bmatrix} \quad (12)$$

#### F. Controlabilidad y Observabilidad

Existe una relación entre la entrada y el estado, así como entre el estado y la salida. En general estas medidas indican como el i-ésimo modo es excitado por las entradas y observado en las salidas del mismo.

##### Controlabilidad

Se dice que el sistema es controlable si es posible construir una señal de control sin restricciones tal que transfiera cualquier estado inicial a cualquier estado final en un intervalo de tiempo finito. Si el sistema es completamente controlable, entonces, dado cualquier estado inicial  $x(0)$ , la ecuación (13) debe satisfacer la condición que el rango de la matriz  $n \times n$  sea n.

$$[B : AB : \dots : A^{n-1}B] \quad (13)$$

##### Observabilidad

Se dice que un sistema es completamente observable si el estado  $x(t_0)$  se determina a partir de las observaciones de  $y(t)$  durante un intervalo de tiempo finito  $t_0 \leq t \leq t_1$ . para que el sistema sea observable debe cumplir que la matriz (14):

$$[C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T] \quad (14)$$

sea de rango n.

#### G. Criterio de Estabilidad de Bode

Una función de transferencia sinusoidal puede representarse mediante dos gráficas distintas: Una que ofrece la magnitud vs la frecuencia y la otra el ángulo de

fase (en grados) vs la frecuencia, ambas graficadas en escala logarítmica, como se indica en la figura 2.

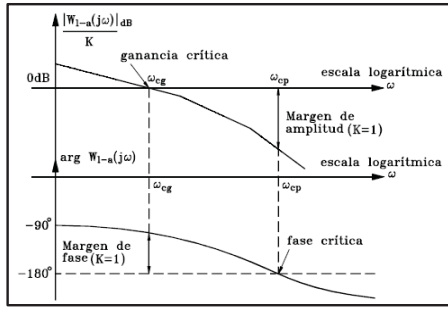


Figura 2: Diagrama de Bode

Las definiciones para determinar la estabilidad mediante los diagramas de Bode son:

1. Valor máximo de Resonancia ( $M_r$ ):

Determina una medida de las oscilaciones del sistema en lazo cerrado, ecuación (15):

$$M_r = |G(j\omega)|_{\max} = 20 \log \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (15)$$

2. Frecuencia de resonancia ( $w_r$ ):

Es la frecuencia donde ocurre el máximo valor de resonancia. Este valor de frecuencia se obtiene para valores entre  $0 < \xi < 0,707$ ; esta dado por la ecuación (16).

$$w_r = w_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (16)$$

3. Ancho de Banda ( $BW$ ):

Está definido para un sistema a lazo cerrado como una medida de la posibilidad que tiene el sistema reproducir fielmente, una señal de entrada.

4. Frecuencia de corte ( $w_b$ ):

Es la frecuencia en la cual la magnitud de la respuesta en frecuencia está 3 dB debajo del valor en la frecuencia  $\omega=0$ .

5. Margen de Fase:

Es el retardo de fase adicional en la frecuencia de la ganancia de cruce que se requiere para llevar al sistema de fase mínima a la frontera de la inestabilidad.

6. Margen de Ganancia:

Es el recíproco de la magnitud en la frecuencia de cruce de la fase. Esta frecuencia es donde el ángulo de fase  $\phi = 180^\circ$ .

H. CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

Un sistema de control con realimentación simple es estable si y solamente si, en el contorno  $\Gamma_p$  en el plano  $P(s)$  no rodea el punto  $(-1+j0)$ , cuando el número de polos de  $P(s)$  en la parte derecha del plano  $s$  es cero (Sistema de fase mínima).

II. MODELO DE UN GENERADOR SINCRÓNICO CON SISTEMA DE REGULACIÓN DE VELOCIDAD Y TURBINA HIDRÁULICA

El generador es el elemento más importante de un sistema eléctrico de potencia ya que es el encargado de proveer la potencia necesaria a la carga, por tal motivo requiere de un sistema de control, que asegure la generación de potencia eléctrica de la manera más eficiente y confiable, dentro de los límites de voltaje y frecuencia permitidos por los entes reguladores.

A. Representación del Generador Sincrónico en Variables de Estado

El circuito equivalente de un generador sincrónico para estudios de estabilidad de corta duración (primera oscilación) se lo representa por: una fuente interna constante, potencia mecánica inyectada al generador también constante, una reactancia, una resistencia de armadura despreciable, acoplado a una barra infinita con lo que el voltaje y la frecuencia son independientes de las variaciones de potencia. En la figura 3 se indica la representación de una máquina sincrónica en estudios de estabilidad.

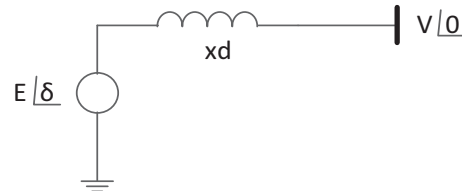


Figura 3: Representación de un generador sincrónico en estudios de estabilidad

Con la resistencia del estator despreciable la potencia en el entrehierro ( $P_e$ ) es igual a la potencia terminal en por unidad con lo que el torque en el entrehierro es igual a la potencia en el entrehierro como se indica en la ecuación (17).

$$T_e = P = \frac{EV_t}{x_d} \text{sen}\delta \quad (17)$$

Linealizando la ecuación (17) cerca al punto de operación  $\delta = \delta_0$ , se tiene la siguiente expresión:

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \cdot \Delta\delta = \frac{EV_t}{x_d} \text{cos}\delta_0 \cdot \Delta\delta \quad (18)$$

Las ecuaciones de movimiento en por unidad están dadas por las ecuaciones (19) y (20):

$$\frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D\Delta\omega_r) \quad (19)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0\Delta\omega_r \quad (20)$$

Donde  $\Delta\omega_r$  es la variación de la velocidad en por unidad,  $\delta$  es el ángulo del rotor en radianes eléctricos,  $\omega_0$  es la velocidad eléctrica nominal del rotor en rad/s.

Linealizando la ecuación (19) y sustituyendo el término  $\Delta T_e$  de la ecuación (18) se obtiene:

$$\frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} (\Delta T_m - K_s \Delta\delta - K_D \Delta\omega_r) \quad (21)$$

Donde  $K_s$  es el coeficiente de torque sincronizante y viene dado por la ecuación (22)

$$K_s = \frac{EV_t}{x_d} \cdot \cos\delta_0 \quad (22)$$

Linealizando la ecuación (20) se tiene:

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_r \quad (23)$$

Escribiendo las ecuaciones (21) y (23) en forma matricial vectorial:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & \frac{K_s}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (24)$$

Esta ecuación es de la forma  $\dot{x} = Ax + bu$ . Los elementos de la matriz de estado A dependen de los parámetros del sistema  $K_D$ , H,  $x_d$  y de las condiciones de operación iniciales, representada por los valores E y  $\delta_0$ . Aplicando la transformada de Laplace se obtiene la ecuación (25).

$$s^2 \cdot \Delta\delta + \frac{K_D}{2H} s \cdot \Delta\delta + \frac{K_s}{2H} \omega_0 \cdot \Delta\delta = \frac{\omega_0}{2H} \Delta T_m \quad (25)$$

La figura 4 puede ser usada para describir la representación de un generador sincrónico para pequeña señal.

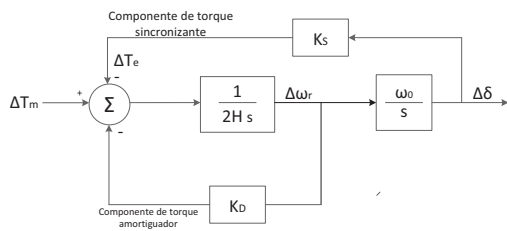


Figura 4: Diagrama de bloques de un generador – barra infinita

De la ecuación (25) se puede calcular la frecuencia, con la expresión (26):

$$\omega_n = \sqrt{K_s \frac{\omega_0}{2H}} \quad (26)$$

La variación de amortiguamiento es:

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{K_D}{\sqrt{K_s 2H\omega_0}} \quad (27)$$

B. Representación del Sistema de Regulación de Velocidad en Variables de Estado

Los reguladores de velocidad o gobernadores son los encargados de mantener la frecuencia del sistema estable. Los cambios que se producen en la potencia de salida se ven reflejados en la velocidad de la máquina, cuando existe un incremento de la potencia eléctrica se produce una disminución en la frecuencia, debido a la inercia del rotor del generador. Para que retorne a su velocidad nominal, la potencia mecánica debe comenzar a aumentar hasta conseguir que la velocidad sea la nominal, como se indica en la figura 5.

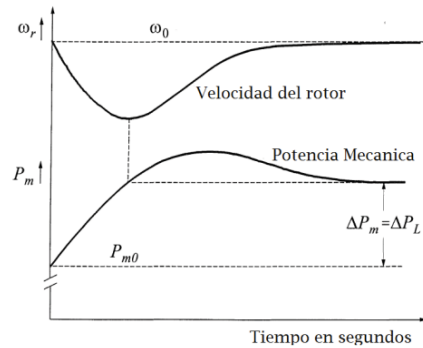


Figura 5: Respuesta de un generador con un regulador isocrono

1. Reguladores de velocidad para turbinas hidroeléctricas

Las turbinas hidráulicas tienen una característica especial debido a la inercia del agua. Un cambio en la posición de la compuerta produce un cambio en la potencia inicial de la turbina opuesto al deseado. En la figura 6 se indica un regulador de velocidad tipo para una turbina hidráulica.

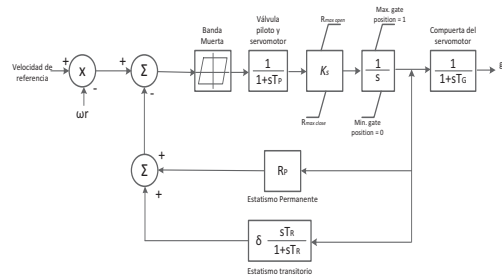


Figura 6: Regulador de velocidad para una turbina hidroeléctrica

Parámetros:

- $T_p$  = constante de tiempo del servomotor
- $K_s$  = Ganancia del servo
- $T_c$  = Constante de tiempo del servo
- $R_p$  = Estatismo permanente
- $\delta$  = Estatismo transitorio
- $T_r$  = Tiempo de reajuste

C. Representación de Turbinas Hidráulicas en Variables de Estado

Las turbinas hidráulicas son las encargadas de transformar la energía cinética del agua en energía mecánica, la cual posteriormente se transforma en energía eléctrica en los generadores. Las características de una turbina hidráulica así como de la tubería de presión están dadas por:

1. Velocidad del agua en la tubería de presión

La velocidad del agua en la tubería de presión está dada por la ecuación (28):

$$U = K_u G \sqrt{H} \quad (28)$$

Donde

- U = Velocidad del agua
- $K_u$  = Constante de proporcionalidad
- H = Altura de caída del agua
- G = Posición de la compuerta

Analizando para pequeños desplazamientos cercanos al punto de operación de estado estable.

$$\Delta U = \frac{\partial U}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial U}{\partial G} \Delta G \quad (29)$$

Resolviendo la ecuación diferencial cercana al punto de equilibrio

$$\Delta \bar{U} = \frac{1}{2} \Delta \bar{H} + \Delta \bar{G} \quad (30)$$

2. Potencia mecánica de la turbina

La potencia de una turbina hidráulica es directamente proporcional a la presión y al caudal de agua.

$$P_m = K_p H U \quad (31)$$

Analizando para pequeños desplazamientos cercanos al punto de operación de estado estable.

$$\Delta P_m = \frac{\partial P_m}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial P_m}{\partial U} \Delta U \quad (32)$$

Resolviendo la ecuación diferencial cercana al punto de equilibrio:

$$\Delta \bar{P}_m = \Delta \bar{H} + \Delta \bar{U} \quad (33)$$

Sustituyendo  $\Delta \bar{U}$  de la ecuación (30) se llega:

$$\Delta \bar{P}_m = 1,5 \Delta \bar{H} + \Delta \bar{G} \quad (34)$$

3. Aceleración de la columna de agua

Esta aceleración se debe a la energía potencial, basada en la segunda ley de Newton.

$$(\rho LA) \frac{d\Delta U}{dt} = -A(\rho \alpha_g) \Delta H \quad (35)$$

Donde:

- $\rho$  = Densidad de la masa del agua
- L = Longitud de la tubería de presión
- A = Área de la tubería de presión
- $\alpha_g$  = Aceleración debida a la gravedad
- $\rho LA$  = Masa del agua dentro de la tubería de presión
- $\rho \alpha_g \Delta H$  = Cambio de la presión sobre la compuerta
- t = Tiempo en segundos

La ecuación de aceleración (35) normalizada en por unidad (dividiendo por  $A\rho\alpha_g H_0 U_0$ )

$$T_w \frac{d\Delta \bar{U}}{dt} = -\Delta \bar{H} \quad (36)$$

Donde

$$T_w = \frac{LU_0}{\alpha_g H_0} \quad (37)$$

La variable  $T_w$ , representa el tiempo que tarda el agua almacenada a una cierta altura H en adquirir una velocidad U.

Las ecuaciones (30) y (36) pueden ser expresadas en función del cambio de velocidad y la apertura de la compuerta como se indica en la ecuación (38).

$$T_w \frac{d\Delta \bar{U}}{dt} = 2(\Delta \bar{G} - \Delta \bar{U}) \quad (38)$$

Aplicando Laplace a la ecuación anterior se tiene:

$$T_w s \Delta \bar{U} = 2(\Delta \bar{G} - \Delta \bar{U}) \quad (39)$$

Despejado  $\Delta \bar{U}$

$$\Delta \bar{U} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} T_w s} \Delta \bar{G} \quad (40)$$

Remplazando  $\Delta \bar{U}$  en la ecuación de la potencia mecánica (34) se obtiene:

$$\frac{\Delta \bar{P}_m}{\Delta \bar{G}} = \frac{1 - T_w s}{1 + \frac{1}{2} T_w s} \quad (41)$$

La ecuación (41) representa la función de transferencia de una turbina hidráulica. El polo en el plano izquierdo determina que la función de transferencia es estable, pero el cero en el lado derecho indica que las condiciones iniciales de la potencia de salida presenta un cambio opuesto al de la apertura de la válvula de la turbina tal como se indica en la figura 7.

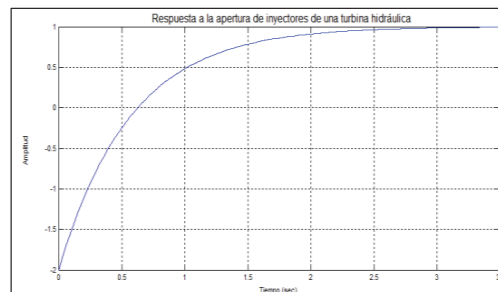


Fig. 7: Respuesta de la turbina a la apertura de la válvula

D. Modelación de la Planta Turbina Hidráulica – Regulador de Velocidad - Generador con el Programa Computacional DIGSILENT POWER FACTORY

Para la modelación de la planta turbina hidráulica – regulador de velocidad – Generador se utiliza una de las unidades de la Central Hidroeléctrica Paute de la Fase AB, en la cual se implementa un regulador de velocidad y turbina hidráulica al regulador IEEE3, existente en la librería del programa computacional DIGSILENT POWER FACTORY.

1. Sintonización de los Sistemas Reguladores de Velocidad

Para la sintonización de los reguladores de velocidad se utiliza la técnica de estimación de parámetros, que consiste en determinar los parámetros mediante minimización del error entre la respuesta que genera el sistema y la respuesta de un modelo de referencia, en este caso es un sistema de segundo orden.

Bajo la condición de isla lo recomendable es calibrar las constantes de estatismo transitorio ( $\delta$ ) y tiempo de reajuste ( $T_R$ ) en función de las constantes del agua y la inercia del generador. Las ecuaciones (42), (43) muestran la relación indicadas.

$$T_R = 4 a 5 T_w \tag{42}$$

$$\delta = 2 a \frac{5}{2} \frac{T_w}{2H} \tag{43}$$

En la figura 8 y 9 se muestra la respuesta del generador ante la variación de los principales parámetros que influyen en la calibración de un sistema regulador de velocidad. Para ello se realiza una prueba de variación de +10% de la potencia de referencia (psetp) en el regulador de velocidad IEEE3.

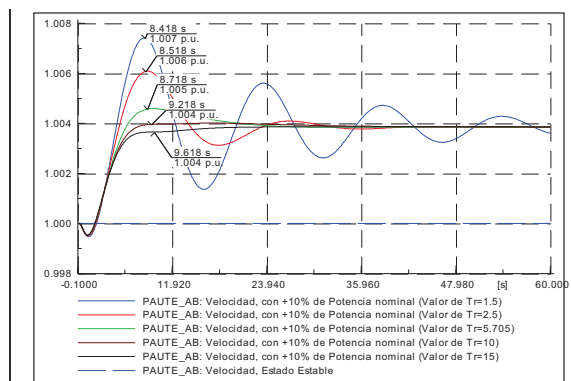


Figura 8: Velocidad del generador en la prueba de +10% de psetp y con variación de  $T_R$

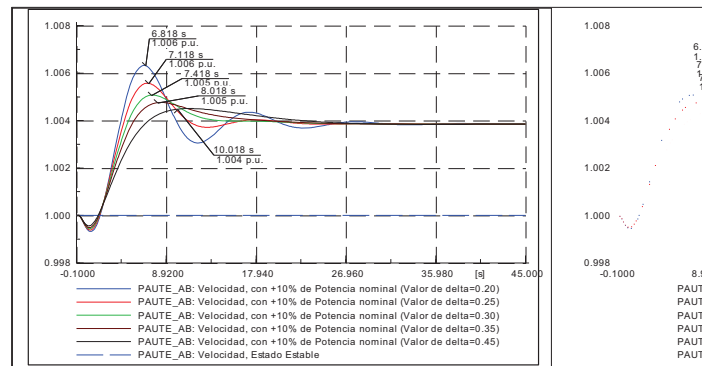


Figura 9 Velocidad del generador en la prueba de +10% de psetp y con variación del estatismo transitorio

E. Análisis de Controlabilidad y Observabilidad de la Planta

El análisis de controlabilidad y observabilidad permite determinar las características de respuesta de los elementos de un sistema. En la figura 10 se muestra el diagrama de bloques del modelo general de la planta representada por el modelo clásico del generador con el regulador de velocidad IEEE3.

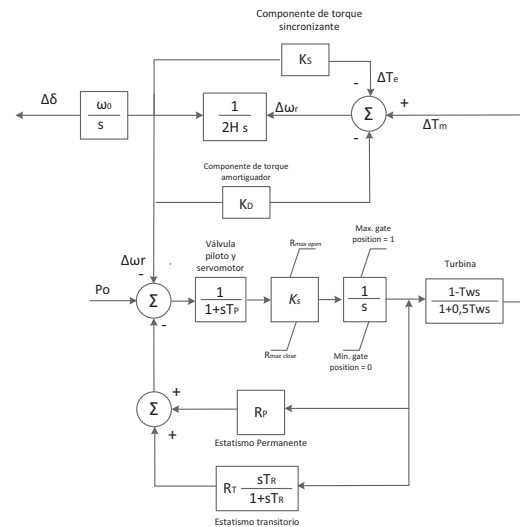


Figura 10: Diagrama de bloques de la planta

El sistema matricial en variables de estado de la planta generador, regulador de velocidad y turbina hidráulica está dado por las ecuaciones:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1753 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,466 & -2 & 5,259 & 0 & -1095 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 125 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1,753 & 0 & 0 \\ 0,007909 & -0,1387 & -0,09512 & 0 & -25 & 0 \\ 0 & 0,1387 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u1$$

$$\frac{d}{dt} [y1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{bmatrix} + [0] u1$$

Donde:

- x1 = Compensación de caída transitoria
- x2 = Velocidad
- x3 = Integrador del regulador de velocidad
- x4 = Turbina
- x5 = Válvula piloto y servomotor
- x6 = Integrador de la velocidad
- y1 = Variación del ángulo
- u1 = Variación de la carga

De las ecuaciones anteriores se calcula la matriz de controlabilidad:

$$C_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 17,3375 & -479,231 & 9254,93 \\ -1 & 2,466 & 145,79 & -768,733 & -19203,62 & 143102,76 \\ 0 & 0 & 17,33 & -476,19 & 9170,92 & -210266,1359 \\ 0 & 0 & 0 & 17,3375 & -5061,58 & 10058,9671 \\ 0 & 0,1387 & -3,8095 & 73,3673 & -1682,129 & 43840,641 \\ 0 & -0,1387 & 0,3420 & 20,2218 & -106,622 & 2663,54 \end{bmatrix}$$

Cuyo determinante tiene el valor de:

$$\det(C_o) = 303,81$$

Por lo que se puede concluir que el sistema regulador de velocidad turbina hidráulica es controlable.

Calculando la matriz de observabilidad se tiene:

$$O_{bs} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 \\ 0 & 52,289 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -128,94 & -104,571 & 274,99 & 0 & -57257,44 \\ 0 & 7623,62 & 523,886 & -1160,1937 & -13072,47 & 141196,84 \\ -130,39 & 40197,01 & 15330,50 & -38058,818 & 393422,671 & 8347868,23 \\ 3129,704 & 1004155,76 & -155978,59 & 278113,19 & -7919253,28 & -44015727,94 \end{bmatrix}$$

Donde el determinante de la matriz de observabilidad es:

$$\det(O_b) = 2,71 \cdot 10^{16}$$

Por lo que se puede concluir que el sistema regulador de velocidad turbina hidráulica es observable.

### III. APLICACIÓN A SISTEMAS ELÉCTRICOS DE PRUEBA

El modelo de un sistema eléctrico de potencia para estudios de estabilidad debe reflejar el comportamiento real del mismo frente un determinado fenómeno.

#### A. Sistema Generador de la Fase AB de la Central Paute Molino – Barra Infinita

Para verificar el funcionamiento del regulador de velocidad se utiliza un sistema asilado compuesto de una de las unidades de la fase AB de la Central Hidroeléctrica Paute – Molino, en la figura 11 se indica el sistema a utilizarse.

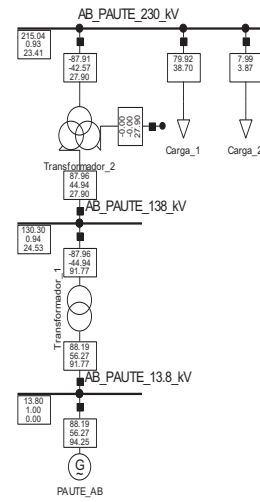


Figura 11: Planta general de una unidad de la fase AB de Paute – Molino

#### 1. Pruebas internas: respuesta al escalón del sistema de control de velocidad

En la figura 12 se muestra el comportamiento del sistema representado en la figura 13 frente a una entrada de escalón o paso.

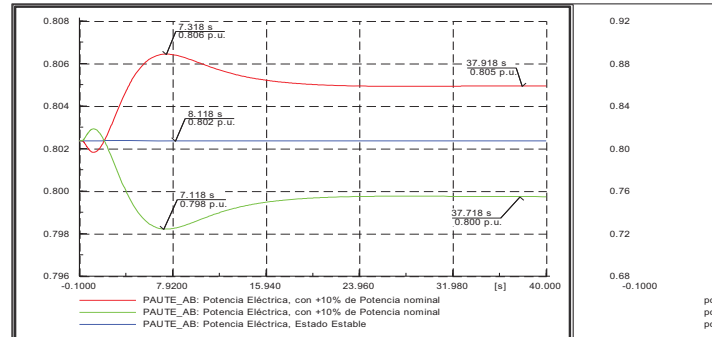


Figura 12: Respuesta de la potencia eléctrica frente a una entrada de escalón

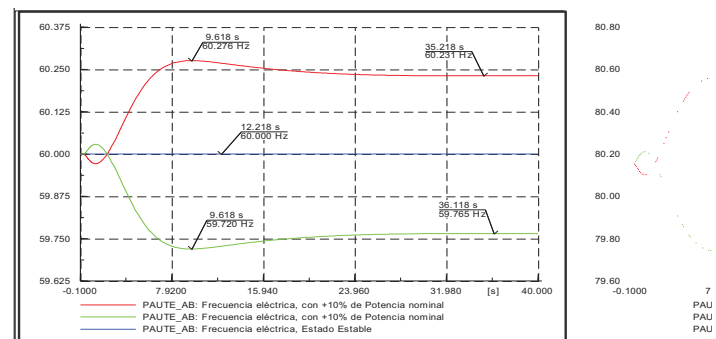


Figura 13: Respuesta de la potencia eléctrica frente a una entrada de escalón

Como se muestra en las figuras 14 y 15, la respuesta de la potencia y frecuencia tienen una componente inicial opuesta al cambio de incremento o decremento de la potencia de referencia, esto se debe a la característica de la turbina hidráulica.

2. Pruebas externas

Se analiza la respuesta del sistema de regulación de velocidad frente a un incremento y rechazo de carga activa.

Al existir un incremento de carga activa, el generador sin un regulador de velocidad, la frecuencia decae, mientras que con el regulador de velocidad esta trata de retornar a su frecuencia nominal.

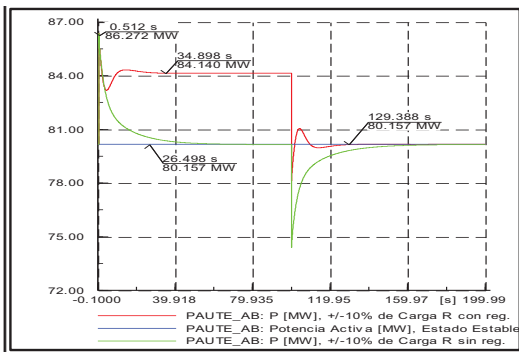


Figura 14: Respuesta de la potencia eléctrica frente a toma y rechazo de carga activa

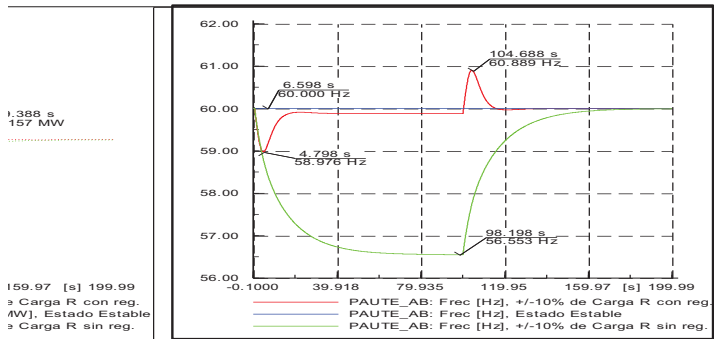


Figura 15: Respuesta de la frecuencia frente a toma y rechazo de carga activa

3. Análisis modal de la planta

Este tipo de análisis es usado para determinar si un sistema es estable frente a cambios pequeños en el balance generación - carga, así como la naturaleza de las oscilaciones producidas en un sistema. En la tabla 1 se presentan los modos de oscilación del sistema generador - barra infinita con regulador de velocidad.

Tabla 1 Modos del sistema generador barra infinita con regulador de velocidad

Nombre	Parte real 1/s	Parte imagin. rad/s	Magnitud	Ángulo deg	Frecuencia de a. Hz	Periodo s	Amortiguación 1/s	Coefficiente de a.	Constante de am. s	Factor A1/A2
Mode 0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mode 0002	-22.4288	0	22.4288	180	0	22.4288	1	0.04458554	0	0
Mode 0003	-26.17934	0	26.17934	180	0	26.17934	1	0.03819806	0	0
Mode 0004	-9.92318	0	9.92318	180	0	9.92318	1	0.1007741	0	0
Mode 0005	-3.70182	0	3.70182	180	0	3.70182	1	0.2701368	0	0
Mode 0006	-0.4387	0.407415	0.59871	137.1188	0.0648421	15.42207	0.438711	0.7327859	2.279363	887.796
Mode 0007	-0.4387	-0.407415	0.59871	-137.1188	0.0648421	15.42207	0.438711	0.7327859	2.279363	887.796
Mode 0008	-0.1713	0.123807	0.21138	144.1475	0.0197045	50.74868	0.171333	0.9116276	5.836618	5973.289
Mode 0009	-0.1713	-0.123807	0.21138	-144.1475	0.0197045	50.74868	0.171333	0.9116276	5.836618	5973.289

Los valores propios 6, 7, 8 y 9 son modos oscilatorios, pero su frecuencia de amortiguamiento es muy baja por lo

cual no se podría considerar que pertenezcan a un tipo particular que pueda producir una inestabilidad oscilatoria. En la figura 16 se encuentran graficados los valores propios del sistema generador - barra infinita con regulador de velocidad.

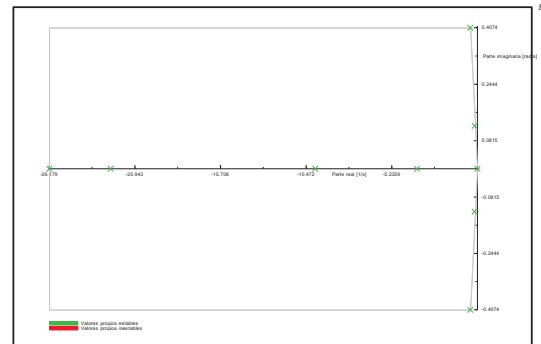


Figura 16: Valores propios del sistema generador con regulador de velocidad - barra infinita

B. Pruebas en el Sistema de 9 Barras

El sistema de 9 barras del IEEE tiene dos generadores térmicos (Gen 2 y Gen 3) y uno hidráulico (Gen1), al cual se ha incorporado el regulador de velocidad, ver figura 17.

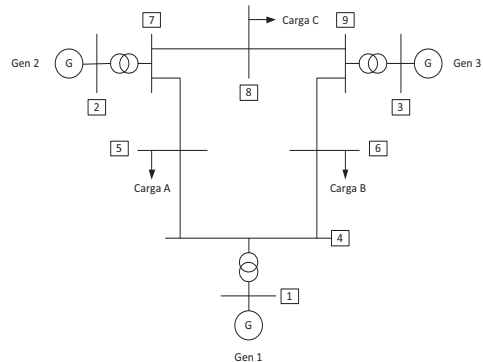


Figura 17: Sistema de 9 barras del IEEE

Las pruebas para comprobar el funcionamiento y la estabilidad de pequeña señal del sistema multimáquina con un sistema regulador de velocidad implementado en el generador 1, se realizan mediante un incremento de 10% de la carga activa en la carga A.

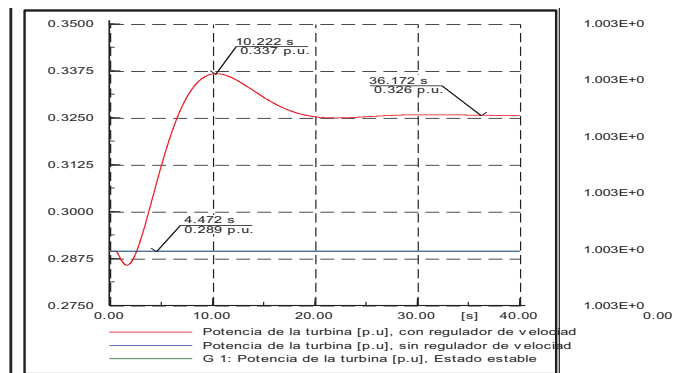


Figura 18: Respuesta de la potencia eléctrica frente a la toma de carga activa



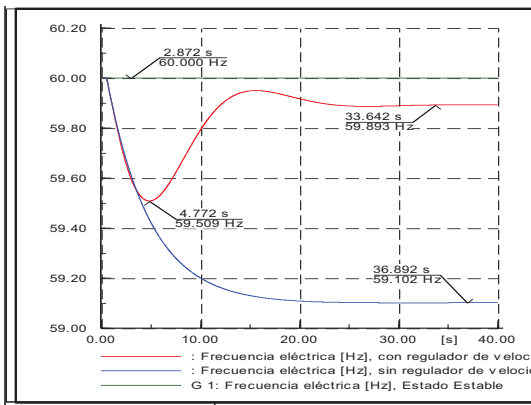


Figura 19: Respuesta de la frecuencia frente a la toma de carga activa

Las figuras 18, 19 y 20 se puede observar que el sistema tiene una respuesta amortiguada en la potencia de la turbina del generador 1 y frecuencia del sistema, además se observa que el ángulo del generador tiene un pequeño incremento esto es debido al aumento de transferencia de potencia del generador 1 hacia la carga A.

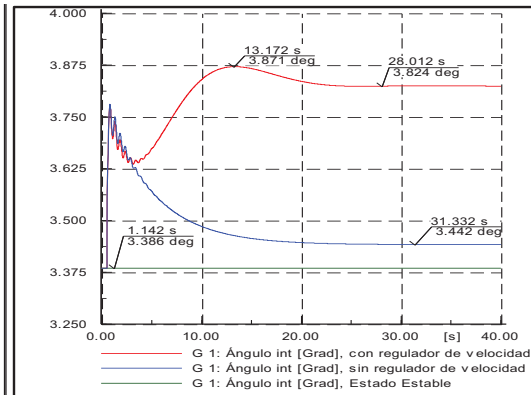


Figura 20: Respuesta del ángulo interno del generador frente a la toma de carga activa

1. Análisis modal del sistema de 9 barras sin elementos de control

En la tabla 2 se presentan los modos de oscilación del sistema de 9 barras del IEEE sin reguladores de velocidad.

Tabla 2 Modos del sistema de 9 barras del IEEE sin reguladores de velocidad

Nombre	Frete real 1/s	Frete magn. rad/s	Magnitud Hz	Ángulo deg	Frecuencia de am. Hz	Periodo s	Amortiguación 1/s	Coefficiente de am. %	Constante de am. s	Raíz(A1/A2)
Mode 0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mode 0002	-1.5802	-13.13071	13.19586	94.72153	3.044746	0.32843	1.580207	0.08221991	0.6220308	1.68033
Mode 0003	-1.5802	-13.13071	13.19586	94.72153	3.044746	0.32843	1.580207	0.08221991	0.6220308	1.68033
Mode 0004	-0.8453	-12.14286	12.17225	93.98248	1.932597	0.51743	0.845305	0.05845195	1.182096	1.54872
Mode 0005	-0.8453	-12.14286	12.17225	93.98248	1.932597	0.51743	0.845305	0.05845195	1.182096	1.54872
Mode 0006	-18.2170	0	18.57793	180	0	0	18.57793	1	0.05393554	0
Mode 0007	-18.1455	0	18.14557	180	0	0	18.14557	1	0.05513985	0
Mode 0008	-16.6578	0	16.65794	180	0	0	16.65794	1	0.05988793	0
Mode 0009	-16.3148	0	16.31486	180	0	0	16.31486	1	0.06125281	0
Mode 0010	-15.0183	0	15.01838	180	0	0	15.01838	1	0.06659113	0
Mode 0011	-9.8025	0	9.80251	180	0	0	9.80251	1	0.1032719	0
Mode 0012	-4.7854	0	4.78544	180	0	0	4.78544	1	0.2098971	0
Mode 0013	-3.4772	0	3.47728	180	0	0	3.47728	1	0.2675911	0
Mode 0014	-0.0804	0	0.08048	180	0	0	0.08048	1	11.05211	0
Mode 0015	-0.2008	0	0.20082	180	0	0	0.20082	1	4.87921	0
Mode 0016	-0.2478	0	0.24786	180	0	0	0.24786	1	4.024379	0
Mode 0017	-0.2270	0	0.22708	180	0	0	0.22708	1	4.405193	0

Las frecuencias que presentan los modos oscilatorios 2 y 3; y, 4 y 5 son de 3,044 y 1,932 Hz, respectivamente. Estos son modos electromecánicos causados por

oscilaciones generadas en las partes móviles de los generadores. En la gráfica 21 se muestran los factores de participación de los modos de oscilación del sistema sin elementos de control.

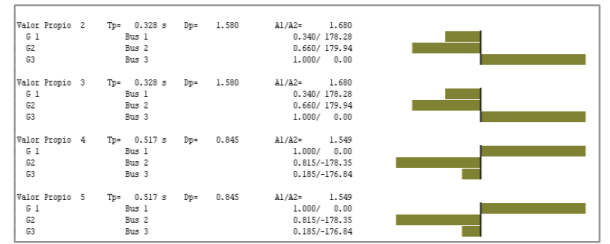


Figura 21 Modos de participación del sistema de 9 Barras del IEEE sin elementos de control

2. Análisis modal del sistema de 9 barras con un regulador de velocidad en el generador 1

En la tabla 3 se presentan los modos de oscilación del sistema de 9 barras del IEEE con un regulador de velocidad en el generador 1.

Tabla 3: Modos del sistema de 9 barras del IEEE con regulador de velocidad

Nombre	Frete real	Frete magn.	Magnitud	Ángulo	Frecuencia de am.	Periodo	Amortiguación	Coefficiente de am.	Constante de am.	Raíz(A1/A2)
Mode 0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mode 0002	-1.5803	-13.13045	13.19582	94.72296	3.044706	0.32843	1.580305	0.08220088	0.6220343	1.68045
Mode 0003	-1.5803	-13.13045	13.19582	94.72296	3.044706	0.32843	1.580305	0.08220088	0.6220343	1.68045
Mode 0004	-23.0797	0	23.07978	180	0	0	23.07978	1	0.04344081	0
Mode 0005	-0.8482	-12.13002	12.15965	94.00038	1.930253	0.51798	0.848205	0.06376329	1.178832	1.55178
Mode 0006	-0.8482	-12.13002	12.15965	94.00038	1.930253	0.51798	0.848205	0.06376329	1.178832	1.55178
Mode 0007	-18.6209	0	18.62095	180	0	0	18.62095	1	0.05393695	0
Mode 0008	-18.1453	0	18.14532	180	0	0	18.14532	1	0.05511064	0
Mode 0009	-15.0184	0	15.01841	180	0	0	15.01841	1	0.06659382	0
Mode 0010	-16.3148	0	16.31482	180	0	0	16.31482	1	0.06125281	0
Mode 0011	-16.6580	0	16.65802	180	0	0	16.65802	1	0.05988793	0
Mode 0012	-6.7895	0	6.78958	180	0	0	6.78958	1	0.1032919	0
Mode 0013	-4.7839	0	4.78399	180	0	0	4.78399	1	0.2099032	0
Mode 0014	-3.3967	0.18989	3.39695	177.1313	0.02637462	37.91955	3.39670	0.9987469	0.3024157	BNF
Mode 0015	-3.3967	0.18989	3.39695	177.1313	0.02637462	37.91955	3.39670	0.9987469	0.3024157	BNF
Mode 0016	-0.8415	0	0.84157	180	0	0	0.84157	1	1.188348	0
Mode 0017	-0.1620	0.29822	0.16206	122.0746	0.04623895	21.62721	0.16206	0.571822	5.452548	51.23382
Mode 0018	-0.1620	0.29822	0.16206	122.0746	0.04623895	21.62721	0.16206	0.571822	5.452548	51.23382
Mode 0019	-0.1141	0	0.11415	180	0	0	0.11415	1	0.765041	0
Mode 0020	-0.2185	0	0.21858	180	0	0	0.21858	1	4.67172	0
Mode 0021	-0.2284	0	0.22844	180	0	0	0.22844	1	4.418015	0

Como se observa los modos de oscilación en el sistema de 9 barras con un regulador de velocidad implementado en el generador 1 presenta 8 modos, de los cuales 4 tienen una frecuencia de amortiguamiento de 3,04 Hz y 1,93 Hz estos modos son modos propios del sistema y 4 modos cuya frecuencia de amortiguamiento están en el orden de los 0,026 Hz y 0,046 Hz, muy bajos para considerarlos que pertenezcan algún tipo de modo de oscilación en particular.

La figura 22 muestra los factores de participación del sistema con regulador de velocidad en el generador 1.

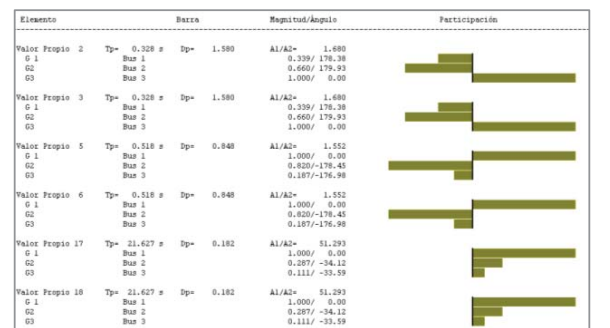


Figura 22 Modos de participación del sistema de 9 Barras del IEEE con regulador de velocidad en el generador 1

Como se observa los factores de participación 2, 3, 5 y 6 del sistema con regulador de velocidad en el generador 1, presenta valores muy similares a los que se tienen cuando el sistema está sin reguladores de velocidad, por lo que se puede decir que estos modos corresponden a los modos electromecánicos de los generadores.

Por el contrario, los factores de participación 17 y 18 corresponden a los modos producidos por el regulador de velocidad IEEE3 en el generador 1 y no producen oscilación entre generadores, ya que los tres generadores tienen una participación en la misma dirección.

Los factores 14 y 15, producidos por el regulador de velocidad, no son considerados para el análisis debido a que presentan un amortiguamiento alto, haciendo que tengan una respuesta sobreamortiguada. Lo mismo se puede apreciar en la tabla 3, al analizar la relación de amplitudes A1/A2 que tiende a infinito.

C. Análisis de Resultados de las Respuestas Dinámicas en el Tiempo y la Frecuencia

Para realizar el análisis de las respuestas dinámicas en el tiempo y la frecuencia se considera el sistema aislado de un generador representado por el modelo clásico con regulador de velocidad y turbina hidráulica modelado en el programa computacional Matlab – Simulink.

El coeficiente de torque sincronizante se calcula a partir de un flujo de potencia en una de las unidades de la fase AB de la central Paute Molino. De donde se calcula los siguientes valores.

$$K_s = 2,9056$$

$$K_D = 17,7715$$

La variable de entrada se la considera la variación de la carga y la variable de salida la variación del ángulo, en la figura 23 se encuentra representado el sistema generador barra infinita con regulador de velocidad.

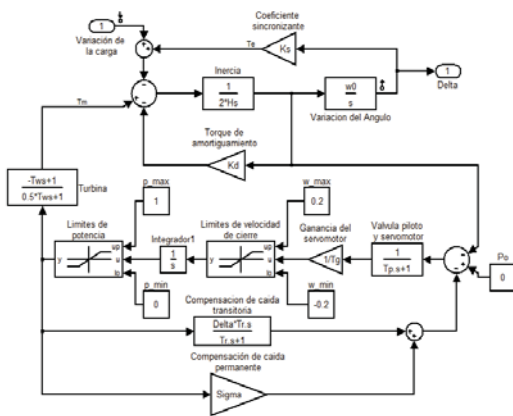


Figura 23 Modelo generador barra infinita con regulador de velocidad implementado en Matlab

Donde los parámetros del regulador de velocidad son

$$K_s = \text{Torque sincronizante} = 2,9056$$

$$K_D = \text{Torque de amortiguamiento} = 17,7715$$

$$H = \text{Inercia} = 3,604$$

$$T_w = \text{Tiempo de arranque del agua} = 1.1410$$

$$T_g = \text{Ganancia del servo} = 5$$

$$T_p = \text{Tiempo de tiempo de la válvula piloto} = 0.04$$

$$\text{Sigm} = \text{Estatismo permanente} = 0,05$$

$$\text{Delta} = \text{Estatismo Temporal} = 0,3957$$

La función de transferencia de la figura 23 con los valores listados arriba está dada por la siguiente expresión:

$$FT = \frac{-52.3s^4 - 1408,4s^3 - 5451,2s^2 - 5566,7s - 100,4}{s^6 + 29,4s^5 + 322,6s^4 + 4421s^3 + 16130s^2 + 16180s + 292}$$

En la figura 24 se muestra la respuesta en el dominio del tiempo del sistema generador - barra infinita al paso de carga. Como aprecia el sistema tiene una respuesta amortiguada en la señal del ángulo interno del generador.

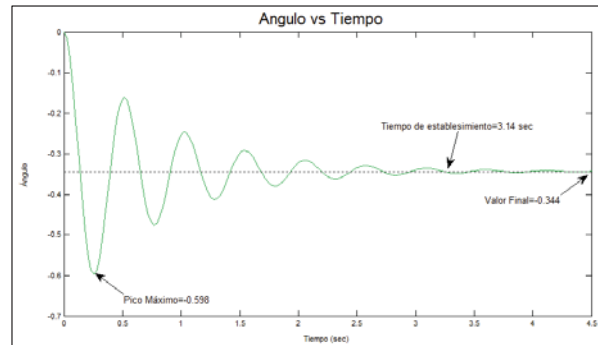


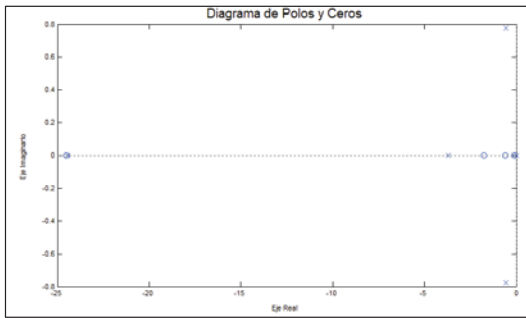
Figura 24: Respuesta al paso de la función de transferencia del sistema generador con regulador de velocidad – barra infinita

Los indicadores de la curva de respuesta están dados en la tabla 4.

Figura 4: Índices de desempeño de la figura 23

Parámetro	Valor
Sobreimpulso	73,70 %
Tiempo de crecimiento	0,091
Tiempo de establecimiento	3,13 s
Valor inicial	0
Valor Final	-0,344
Valor pico	-0,598
Amortiguamiento	0,807

El análisis en el dominio de la frecuencia se realiza mediante la gráfica de polos y ceros de la función de transferencia, el diagrama de Bode y el diagrama de Nyquist. En la figura 25 se muestran los polos y ceros.

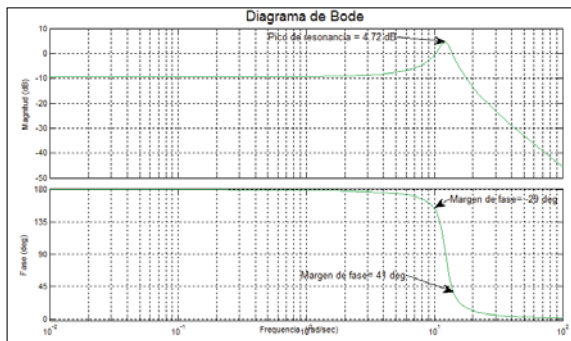


**Figura 25** Diagrama de polos y ceros de la función de transferencia del sistema generador con regulador de velocidad – barra infinita

Los polos de la función de transferencia, correspondientes al sistema generador – barra infinita son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -22,4341 \\ \lambda_2 &= -1,2388 + j12,2078 \\ \lambda_3 &= -1,2388 - j12,2078 \\ \lambda_4 &= -2,7575 \\ \lambda_5 &= -1,7060 \\ \lambda_6 &= -0,0184 \end{aligned}$$

Se puede apreciar que todos los polos se encuentran en el semiplano izquierdo, de lo que se deduce que el sistema es estable. En la figura 26 se presenta el diagrama de Bode.



**Figura 26** Diagrama de Bode del sistema generador con regulador de velocidad – barra infinita

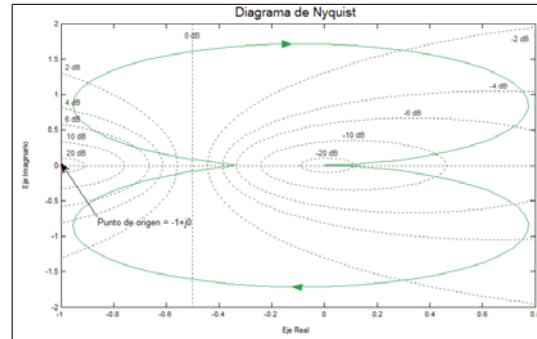
En la tabla 5 se puede apreciar los indicadores de estabilidad calculados para el sistema de la figura 22 y los rangos permitidos para este tipo de pruebas según la norma IEEE- 1207-2004.

**Tabla 5** Indicadores de desempeño de la figura 25

Parámetro	Valor	Rango de valores
Margen de ganancia	2,9056	2 dB a 20 dB
Margen de fase	41 grados	20 a 80 grados
Sobreimpulso	73,70%	0% – 80%
Pico de resonancia	4,72 dB	0 dB a 12 dB
Amortiguamiento	0,8	0,25 – 1,0
Tiempo de restauración	3,13 s	100 s
Tiempo de subida	0,09 s	0 a 25s

Como se puede apreciar los valores de los indicadores están dentro de los rangos de aceptación para un sistema de control.

En la figura 27 se muestra el diagrama de Nyquist para el sistema de la figura 22.



**Figura 27:** Diagrama de Nyquist

Como se aprecia en la figura 26 la traza de Nyquist no encierra el punto, es decir el sistema es estable.

#### IV. CONCLUSIONES

- Los estudios de estabilidad de pequeña señal están relacionados con el efecto de pequeñas perturbaciones que generalmente provienen de cambios de carga en un sistema eléctrico. En vista de que el sistema de generación opera bajo un esquema de crecimiento de carga, el sistema debe estar en la capacidad de mantener el balance entre oferta y demanda. Por esta razón la importancia del estudio de este tipo de eventos que de no ser analizados de forma adecuada pueden llevar a un escenario de cortes de carga en el sistema.
- El análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia no solo permite determinar la estabilidad absoluta sino también su estabilidad relativa de un sistema de control en lazo abierto y cerrado.
- Típicamente los reguladores de velocidad tienen aplicación en el control de las oscilaciones de baja frecuencia, que generalmente se presentan en sistemas interconectados con valores entre 0,2 Hz y 0,8 Hz, debido a que sus tiempos de actuación son relativamente grandes en comparación con los reguladores de voltaje.
- El análisis modal se lo debe hacer conjuntamente con los modos de participación, para de esta manera determinar la frecuencia de oscilación que tiene cada uno de ellos y su participación para predecir su origen así como determinar las medidas correctivas del correspondiente sistema de control, ya sea sintonizando los parámetros o cambiando el regulador de velocidad.
- Las pruebas realizadas permiten observar el funcionamiento del regulador de velocidad tanto en un sistema aislado como en un sistema multimáquina y

determinar el comportamiento de sus principales variables.

### BIBLIOGRAFÍA

1. KUNDUR Prabha, Power System Stability and Control, McGraw – Hill, 1994.
2. <http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisdigitales/texto/621381533A282.pdf>
3. ANDERSON P.M., FOUAD A.A., Power System Control and Stability, IEEE PRESS, 2003.
4. OGATA Katsuhiko, Ingeniería de control Moderna, Prentice Hall, 1998.
5. ROUCO L., GONZÁLEZ M, Ajuste de Reguladores de Turbinas Hidráulicas con Técnicas de Estimación de Parámetros
6. <http://www.bdigital.unal.edu.co/5980/2/7108503.2012.pdf>
7. BROKERING Walter, Los Sistemas Eléctricos de Potencia, Pearson 2010.
8. BENJAMIN, Kuo, “Sistemas de Control Automático”, Prentice Hall, 1996
9. IEEE Std 1207-2004, Guide for the Application of Turbine Governing Systems for Hydroelectric Generating Units, Energy Development and Power Generation Committee, Power Engineering Society, November 2004.
10. IEEE Committee Report, Dynamic Models for Steam and Hydro Turbines in Power System Studies, 1972.
11. AGUDELO Viviana, Parra Diego, “Control De Oscilaciones Electromecánicas en Sistemas Eléctricos De Potencia Usando el Análisis Modal”, EPN 2008
12. Yu Yao-nan, “Electric Power System Dynamics”, Academic Press, 1983

### BIOGRAFÍAS



Jesús Játiva Ibarra: Ingeniero Eléctrico (1981) de la Escuela Politécnica Nacional; Master of Science in Electrical Engineering (1988) y Doctor of Philosophy Ph.D. (1991) de la Universidad de Texas en Arlington Estados Unidos de América. Cursos de posgrado en Energy Conservation in Industry realizado en Suecia en 1995 y en Development Planning Techniques with Computer Applications efectuado en los Países Bajos en 1998. Profesor Titular de la Escuela Politécnica Nacional y Consultor de Sistemas Eléctricos de Potencia.



Benigno Rafael Cevallos Pasquel, Nació en Quito, el 16 de octubre de 1986. Sus estudios secundarios los realizó en el Colegio Técnico Ascázubi en la parroquia Ascázubi- Cantón Cayambe. Sus estudios superiores los realizó en la Escuela Politécnica Nacional obteniendo el título de Ingeniero Eléctrico.