



REPÚBLICA DEL ECUADOR

**Escuela Politécnica Nacional**

"SCIENTIA HOMINIS SALUS"

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

***Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.***

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DEL CAMPO ELÉCTRICO EN CABLES SUBTERRÁNEOS CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CAPAS DE DIFERENTE PERMITIVIDAD.**

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**RUBÉN DARÍO ARMAS TUZA**

**ruben160589@hotmail.com**

**DIRECTOR: ING. FAUSTO RAMIRO VALENCIA ARCOS**

**fausto.valencia@epn.edu.ec**

**Quito, Abril 2017**

## DECLARACIÓN

Yo, Rubén Darío Armas Tuza, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad intelectual vigente.

---

Rubén Darío Armas Tuza

## CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Rubén Darío Armas Tuza bajo mi supervisión.

---

**ING. FAUSTO VALENCIA**  
**DIRECTOR DE PROYECTO**

## **AGRADECIMIENTO**

A mi familia Luis, Gloria y Karla por haber sido el pilar fundamental de mi vida, sin ellos no tendría sentido lo que hago.

A mi abuelita Angelina, por haberme dado un ejemplo de trabajo constante y superación, además de brindarme su cariño y sus sabios consejos.

A la Escuela Politécnica Nacional por haberme formado como un profesional íntegro y ético, a su vez extendiendo mi agradecimiento al Ing. Fausto Valencia por su colaboración para la realización de este proyecto.

A mi novia Katia H. por ser parte de mi vida, por su apoyo y amor incondicional.

A mis amigos y compañeros de la E.P.N con quienes compartimos buenos y malos momentos, en especial a mis mejores amigos Santiago Q., Byron M., Stalin O. y Henry V.

**Rubén Darío.**

## DEDICATORIA

Dedico este logro a mi padre Luis A., por su ejemplo de trabajo y superación.

A mi hermano Francisco, por haberme cuidado y estar siempre a mi lado en este caminar.

**Rubén Darío.**

## CONTENIDO

<b>DECLARACIÓN .....</b>	<b>i</b>
<b>CERTIFICACIÓN.....</b>	<b>ii</b>
<b>AGRADECIMIENTO.....</b>	<b>iii</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>iv</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>5</b>
<b>PRESENTACIÓN .....</b>	<b>6</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>11</b>
1.1    CONSIDERACIONES GENERALES.....	11
1.2    ECUACIÓN DE LAPLACE APLICADA A LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN COAXIAL.....	12
1.3    MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	14
1.3.1    ELEMENTOS FINITOS.....	15
1.3.2    DISCRETIZACIÓN.....	15
1.3.3    CONDICIONES DE BORDE .....	17
1.3.3.1    Condiciones de Frontera de Dirichlet.....	17
1.3.3.2    Condiciones de frontera de Neumann.....	17
1.3.3.3    Condiciones de frontera de Cauchy.....	17
1.3.4    APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	18
1.4    APLICACIÓN DEL MODELO MEDIANTE EL USO DE UN SOFTWARE COMPUTACIONAL....	21
1.4.1    SELECCIÓN DE PROBLEMA A DESARROLLAR EN SOFTWARE FEMM.....	22
1.4.2    INGRESO DE LA GEOMETRÍA DEL CONDUCTOR.....	23
1.4.3    INGRESO DE PROPIEDADES DE LOS MATERIALES DEL CABLE.....	23
1.4.4    INGRESO DE CONDICIONES DE BORDE.....	25
1.4.5    DISCRETIZACIÓN.....	26
1.4.6    SIMULACIÓN Y RESULTADOS.....	27
1.5    MÉTODO DE GRADUACIÓN DE CAPACITANCIA.....	30
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>32</b>
2.1    CONSIDERACIONES GENERALES.....	32
2.2    APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 15 kV.....	33

2.2.1	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA. ....	34
2.2.1.1	Cable monopolar con aislamiento de XLPE.....	34
2.2.1.2	Cable monopolar con aislamiento de EPR. ....	39
2.2.1.3	Cable monopolar con aislamiento de PVC. ....	43
2.2.2	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO EN DOS CAPAS.....	45
2.2.2.1	Cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas: EPR y XLPE.....	46
2.2.2.2	Cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas: XLPE y EPR.....	52
2.2.3	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS. ....	57
2.2.3.1	Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: XLPE, EPR y PVC... ..	57
2.2.3.2	Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: EPR, PVC y XLPE. ..	59
2.2.3.3	Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE. ..	60
2.2.4	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CUATRO CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE. ....	62
2.3	APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 27 kV.....	65
2.3.1	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA. ....	65
2.3.2	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN DOS CAPAS: EPR Y XLPE. 67	
2.3.3	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS: PVC, EPR, XLPE. 69	
2.3.4	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CUATRO CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE. ....	70
2.4	APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 35 kV.....	72
2.4.1	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA. ....	73
2.4.2	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN DOS CAPAS: EPR Y XLPE. 75	
2.4.3	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS: PVC, EPR, XLPE. 76	
2.4.4	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 4 CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE. 77	
2.5	APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 69 kV.....	79
2.5.1	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA. ....	80
2.5.2	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 2 CAPAS: EPR Y XLPE. ..	81
2.5.3	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 3 CAPAS: PVC, EPR, XLPE. 83	
2.5.4	CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 4 CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE. 84	

<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>86</b>
3.1 CABLES TRIPOLARES .....	86
3.2 CABLES TRIPOLARES PARA 15 KV. ....	89
3.2.1 CABLE TRIPOLAR CON BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS. ..	91
3.2.1.1 Para instante cero grados. ....	91
3.2.1.2 Para instante 90 grados.....	94
3.2.2 CABLE TRIPOLAR SIN BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS Y CON APANTALLAMIENTO EXTERIOR PUESTO A TIERRA.....	97
3.2.2.1 Para instante cero grados. ....	98
3.2.2.2 Para instante 90 grados.....	99
3.3 CABLES TRIPOLARES PARA 27 kv. ....	99
3.3.1 CABLE TRIPOLAR CON BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS. ....	101
3.3.1.1 Para instante cero grados. ....	101
3.3.1.2 Para instante 90 grados.....	104
3.3.2 CABLE TRIPOLAR SIN BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS Y CON APANTALLAMIENTO EXTERIOR PUESTO A TIERRA.....	108
3.3.2.1 Para instante cero grados. ....	108
3.3.2.2 Para instante 90 grados.....	109
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>110</b>
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	110
4.1.- CONCLUSIONES. ....	110
4.2.- RECOMENDACIONES.....	111
<b>ANEXOS .....</b>	<b>113</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>113</b>
<b>USO DEL SOFTWARE FEMM .....</b>	<b>113</b>
A.1 SELECCIÓN DEL PROBLEMA .....	113
A.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA. ....	115
A.3 INGRESO DE LA GEOMETRÍA DEL CABLE.....	116
A.4 INGRESO DE PROPIEDADES DE MATERIALES Y CONDICIONES DE BORDE PARA EL PROBLEMA. ....	119
A.5 INGRESO DE MATERIALES Y CONDICIONES DE BORDE EN LA GEOMETRÍA DEL CABLE.....	122
A.6 DISCRETIZACIÓN .....	125
A.7 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS.....	127

**BIBLIOGRAFÍA..... 132**

## RESUMEN

En este proyecto se realiza un estudio del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento, el cual puede estar compuesto de una o varias capas de materiales con diferente permitividad eléctrica, mediante un software basado en el método de elementos finitos.

Se realizará un modelo para el estudio del comportamiento del campo eléctrico y enfoque en los métodos de graduación para cables de alto voltaje, es decir, métodos mediante los cuales se permite distribuir de mejor manera el campo eléctrico en el aislamiento para optimizar las dimensiones del mismo y cumplir con las condiciones para los niveles de voltaje requeridos.

De los métodos de graduación revisados se tomará uno de ellos que consiste en un aislamiento distribuido en varias capas con diferente permitividad y se lo aplicará al modelo del cable con un solo núcleo conductor.

Se hará un modelo para cables con tres núcleos conductores (tripolares) y se aplicará el método seleccionado que consiste en la distribución del aislamiento en capas con diferente permitividad y así realizar el estudio del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento para evidenciar si es el adecuado o si se lo podría optimizar, esto de acuerdo a las condiciones y especificaciones de funcionamiento del cable.

Finalmente se tomarán los resultados de las simulaciones realizadas y se analizará el comportamiento del campo eléctrico en cada uno de los casos de estudio para así determinar posibles cambios o sugerencias.

## PRESENTACIÓN

En el presente trabajo se realizará un estudio del comportamiento del campo eléctrico en cables subterráneos con aislamiento distribuido en capas de diferente permitividad.

En el capítulo 1 se desarrollará el modelo para la resolución de la ecuación de Laplace y el método de elementos finitos, se presentará un programa computacional que utiliza el método de elementos finitos para la resolución de problemas electrostáticos y así poder usarlo para el análisis del comportamiento del voltaje y campo eléctrico a lo largo del aislamiento de cables de alto voltaje subterráneos, a la intemperie o colocados sobre bandejas; finalmente se presentará el método de graduación que se ocupará para la diversificación del aislamiento del cable.

En el capítulo 2 se realiza la aplicación del modelo en cables de un solo núcleo conductor con aislamiento distribuido en capas de diferente permitividad y se analiza el comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento, para así evidenciar si las dimensiones de cada una de las capas son las adecuadas para las condiciones de funcionamiento del cable.

En el capítulo 3 se hace la aplicación del método en cables de tres núcleos conductores (tripolares), se realizan las simulaciones correspondientes para observar cómo se distribuye en campo eléctrico en el aislamiento.

En el capítulo 4 se presentan las conclusiones y las recomendaciones obtenidas durante la realización de este trabajo.

## INTRODUCCIÓN

Los cables de alto voltaje son una parte importante en los sistemas subterráneos de distribución, sub transmisión y transmisión; en algunos casos han reemplazado a sistemas aéreos debido a que las condiciones climáticas causan varios problemas en este tipo de redes. Algo similar sucede en áreas urbanas donde las redes aéreas constituyen un peligro y son poco estéticas por lo cual se han hecho soterramientos e implementación de sistemas subterráneos. [1]

Una de las variables relevantes en este desarrollo es obtener un aislamiento que no falle y que tenga dimensiones aceptables, ya que esto incurre directamente en la manipulación del cable, espacio ocupado y costos. Con esta finalidad, se ha desarrollado una tecnología de diseño de cables, en la cual el aislamiento se divide en capas de diferente material y permitividad, para optimizar el material aislante mediante la homogeneización del campo eléctrico. [2]

Sin embargo, el análisis del comportamiento del campo eléctrico en este tipo de cables se vuelve complejo, ya que la geometría del problema deja de ser simétrica y, por lo tanto, no se pueden aplicar las simplificaciones que posibilitarían la solución analítica de las ecuaciones de Maxwell. Este problema principalmente se presenta en cables tripolares en los cuales los equipotenciales se traslapan.

En la actualidad el avance tecnológico ha permitido tener una mejor calidad en los materiales aislantes, lo que ha permitido disminuir las dimensiones de los cables al usar menos cantidad de material. Además se da una mayor confiabilidad, ya que el mejoramiento en los materiales aislantes ayuda a no tener fallas en el aislamiento del cable evitando descargas o descargas parciales, que son los principales problemas en los sistemas subterráneos. Algunos materiales que se ocupan en la actualidad son:

- PILC (cables de plomo con aislamiento de papel)
- PE (Polietileno extruido)
- XLPE (Polietileno reticulado)
- TR-XLPE (Polietileno reticulado con retardo de absorberencia)
- EPR (elastómero)

Los materiales más usados para transmisión de energía eléctrica son el PE y XLPE, y se los utiliza en líneas de transmisión de hasta 230 kV. El XLPE es el primer material extruido utilizado para cables de transmisión, esta elección es debido a su facilidad de procesamiento y manejo. Se debe tener mucho cuidado y extrema atención a la limpieza en la fabricación, ya que si se presentan impurezas pueden producir descargas parciales o micro descargas que dañan el aislamiento, produciendo un fenómeno de arborización que finalmente produce una descarga y falla en el aislamiento del cable. [3]

Para los cables de distribución con niveles de voltaje entre 13,2 a 35 kV, el primer material extruido que fue desarrollado fue el PE en la década de 1960, este material es polietileno de alto peso molecular también conocido con el nombre de HMWPE, sin embargo este fue reemplazado por el XLPE para la década de los 70's por fallas prematuras debido a la absorbencia de agua. [3]

Los cables con aislamiento de EPR han estado disponibles desde la década de 1960, pero no se los usa frecuentemente en comparación con el HMWPE o XLPE, debido a sus mayores costos; sin embargo este material aislante se lo empezó a utilizar en mayor proporción para los años de 1970 a 1980, debido en parte al fácil procesamiento. [3]

Poniendo en contraste, el XLPE es un polímero semi-cristalino y el EPR que es un elastómero (caucho) que requiere la incorporación de mineral inorgánico, lo que implica requisitos de manipulación y procesamiento adicionales de proveedores de materiales. El XLPE resulta conveniente por el asunto de costos y recursos. [4]

Los cables de plomo aislados con papel (PILC) han sido empleados en distribución desde principios del siglo 20; muchos de estos cables aún están siendo usados. Tienen un alto grado de fiabilidad, debido en parte a la presencia de una cubierta exterior de plomo, es por esto que se lo usa en algunas zonas urbanas y en lugares específicos en donde el tamaño del conducto tiene un espacio limitado para el paso de los cables. [4]

El uso de cables de alto voltaje para aplicación en sistemas subterráneos o colocados sobre bandejas se ha extendido cada vez más, conforme la tecnología avanza se mejora la calidad de los materiales aislantes lo cual ocupar menor

cantidad de material aislante para el mismo fin; es así que los cables de alto voltaje actualmente son usados para líneas de transmisión de energía, en algunos casos para todo el trazado de la línea y en otros cuando existen tramos en los que se cruza con otra línea de transmisión de energía eléctrica y se ve necesario implementar un vano subterráneo. En el Ecuador se usan cables de alto voltaje para redes de distribución con niveles de voltaje de 6,3kV, 13,8 kV y 22,8 kV, y para líneas de transmisión y subtransmisión de 34,5 kV y 69 kV. [5] [6]

Para el área de distribución se usan los cables de alto voltaje cuando se hacen bajantes desde la red aérea hacia las cámaras de transformación ubicadas a nivel del piso, estas bajantes deben tener sus puntas terminales bien ejecutadas en ambos lados del cable para evitar el fenómeno del efecto corona o fallas en el aislamiento. También se usan vanos o tramos de red subterránea cuando existen cruces en el trazado con otras líneas de transmisión o distribución de energía eléctrica.



**Figura 1** Tramo de red subterránea de primario de distribución de 13,8 kV por cruce con línea de trasmisión de 69 kV.

La figura 1 muestra un tramo de red subterránea de un primario de distribución de 13,8 kV. Se ha realizado este tramo de red subterránea por el cruce con una línea de subtransmisión de 69 kV.

Para el área de transmisión y subtransmisión los cables de alto voltaje se los usa en la totalidad del trazado o en tramos que tienen cruce con otra línea de transmisión de energía eléctrica, existen lugares en los que resulta conveniente llevar la energía de manera subterránea en lugar de llevarla por vía aérea.



**Figura 2** Terminal de red subterránea de 34,5 kV e inicio de red aérea de línea de subtransmisión del Campo MDC al Campo PBH (Enap Sipec-Sacha).

En la figura 2 se observa una terminación de red subterránea e inicio de red aérea de la línea de subtransmisión de Enap Sipec, que inicia en el campo MDC y llega hasta el campo PBH. Esta línea de subtransmisión tiene varios tramos de red subterránea por los cruces que existen con líneas de transmisión que pertenecen a petroleras que operan en el sector.

# **CAPÍTULO 1**

## **MODELO DE CABLE PARA ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DEL CAMPO ELÉCTRICO EN EL AISLAMIENTO, MÉTODOS DE GRADUACIÓN PARA CABLES DE ALTO VOLTAJE.**

### **1.1 CONSIDERACIONES GENERALES**

La representación de un sistema que puede ser expresado de forma matemática se lo conoce como modelo, es así que un modelo no puede ser único ni tampoco ser usado para diversos casos de estudio. Un modelo estará orientado siempre al fenómeno que se desea estudiar, es decir se trata de representar en él las características más relevantes que permitan analizar el caso de estudio o el equipo en cuestión. En este capítulo se desarrollará un modelo que permita estudiar el comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable subterráneo, este aislamiento se encuentra dividido en capas que tienen diferentes valores de permitividad y rigidez dieléctrica. El modelo resolverá la ecuación de Laplace teniendo condiciones de frontera conocidas y utilizará el método de elementos finitos para obtener la solución de las ecuaciones de derivadas parciales.

Para obtener un modelo válido para el análisis del campo eléctrico en el aislamiento de un cable de alto voltaje es necesario entender que el problema que se va a desarrollar es un problema electrostático, en el cual es necesario resolver la ecuación de Laplace. [7]

Para dar solución a la ecuación de Laplace existen varios métodos numéricos como son:

- Método de diferencias finitas.
- Método de simulación de cargas.
- Método de elementos finitos.

Los métodos basados en elementos finitos y diferencias finitas por lo general se los ocupa cuando son geometrías cerradas en las que se conocen los valores de sus condiciones de frontera, como por ejemplo en máquinas eléctricas y en cables de alto voltaje en donde se conozcan las características de los materiales y sus voltajes de trabajo. [7]

El método de simulación de cargas se lo aplica principalmente cuando el problema a desarrollar es para diseño de geometrías abiertas, tales como líneas de transmisión, en donde no es necesario conocer las condiciones de borde del dieléctrico. [7]

## **1.2 ECUACIÓN DE LAPLACE APLICADA A LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN COAXIAL.**

La ecuación de Laplace es una herramienta matemática que permite encontrar campos de potencial dentro de regiones encerradas por potenciales o densidades de carga conocidas, teniendo valores definidos en la frontera. En los casos que son de una a tres dimensiones los problemas se los podrá resolver de una manera analítica y numérica.

Para el análisis de una línea de transmisión coaxial es necesario partir de la ecuación de Laplace que se presenta a continuación:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1.1)$$

Donde la operación  $\nabla^2$  se llama laplaciano en este caso de  $V$  que es el potencial eléctrico.

La ecuación de Laplace en coordenadas cartesianas es:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1.2)$$

Coordenadas cilíndricas.

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1.3)$$

Coordenadas esféricas.

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} = 0 \quad (1.4)$$

En la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas, no se considera las variaciones con respecto a  $z$  y al ángulo por la simetría del problema, por lo que no se las incluirá en el desarrollo de la solución; se tomarán en cuenta únicamente que las variaciones serán con respecto a  $\rho$ , por lo que se obtiene que la ecuación de Laplace se reduce (1.5). [8] [17]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) = 0 \quad (1.5)$$

Ya que se ha tomado la consideración que  $V$  solo es función de  $\rho$ , se pueden expresar las derivadas parciales por derivadas ordinarias, entonces resulta (1.6):

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{dV}{d\rho} \right) = 0 \quad (1.6)$$

Tomando en cuenta que  $\rho$  no puede ser 0 por estar en el denominador, multiplicando por  $\rho$  e integrando dos veces se obtiene (1.7):

$$V = A \ln \rho + B \quad (1.7)$$

Se tienen superficies que son equipotenciales, son cilíndricas y tienen un valor de  $\rho$  constante; por lo que el problema es el de una línea de transmisión coaxial en la cual se darán condiciones de borde en las que existirá un valor de  $V = V_0$  en  $\rho = a$  y  $V = 0$  en  $\rho = b$ , además que se considera que  $b > a$ , por lo que  $a$  sería el radio interno de la línea coaxial y  $b$  el radio externo. Interpretando estas condiciones de borde, lo que se desea expresar es que en la parte externa del cable, es decir en la periferia de su aislamiento con un radio  $b$  el voltaje será 0 y en la periferia del

conductor con un radio  $a$  el voltaje tendrá un valor de  $V_0$ . Entonces la expresión que resulta es la siguiente:

$$V = V_0 \frac{\ln \frac{b}{\rho}}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.8)$$

De la relación de gradiente  $E = -\nabla V$ , es decir tomando el valor negativo de la derivada con respecto a  $\rho$  de (1.8), se obtiene el valor de  $E$  (campo eléctrico) que será la ecuación que se utilizará en el presente proyecto de investigación para el estudio del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de cables subterráneos. Al elegir una diferencia de potencial  $V_0$  y utilizando  $V = V_0$  en  $\rho = a$ ,  $V = 0$  en  $\rho = b$  y finalmente  $b > a$ , se obtiene (1.9). [8]

$$E = \frac{V_0}{a} \frac{1}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.9)$$

### 1.3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

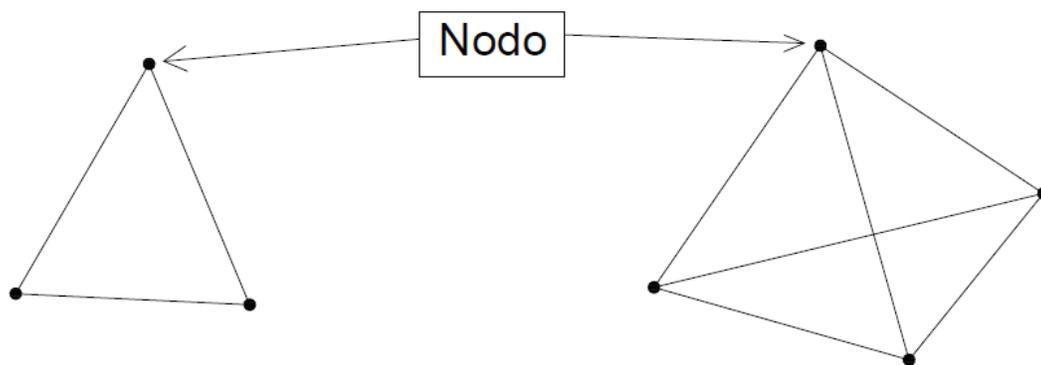
El método de elementos finitos, comúnmente conocido como FEM por sus siglas en inglés, es un método de aproximación a la solución de modelos matemáticos que están representados con ecuaciones diferenciales y definidos en una región (Continuo) por sus condiciones de frontera. Está basado en la discretización del dominio de un problema en varias pequeñas regiones llamadas elementos finitos, donde las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo rigen también la del elemento. Los elementos pueden estar en dos o tres dimensiones y pueden tener diferentes geometrías, como por ejemplo triángulos, cuadriláteros, tetraedros y hexaedros, estos elementos están conectados entre sí por una serie de puntos llamados nodos. [9]

Con el método de elementos finitos una cantidad continua que puede ser un campo, se aproxima a un modelo discreto compuesto por una serie de funciones continuas similares definidas sobre un número finito de subdominios [9]. El dominio o región

limitada se dividen en subdominios elementales, que se denominan elementos finitos y las ecuaciones de campo se aplican a cada uno de ellos [10].

### 1.3.1 ELEMENTOS FINITOS.

En la figura 1.1 se puede observar un elemento finito triangular y un elemento finito en forma de tetraedro, cada uno con sus respectivos nodos. Por lo general se usa la geometría triangular en dos dimensiones y tetraédrica en tres dimensiones ya que tienen una mayor adaptación para la representación de cualquier contorno o forma. La adición de las soluciones de todos los elementos proporciona la solución de toda la región, es así que mientras la cantidad de elementos finitos generados aumenta la precisión es mayor. [9]

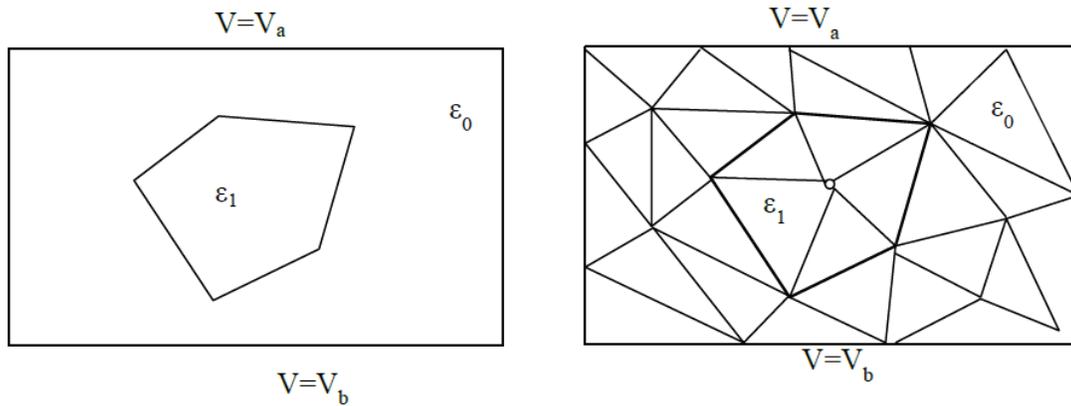


**Figura 1.1** Elementos de un Elemento Finito.

### 1.3.2 DISCRETIZACIÓN

Un ejemplo de la discretización del dominio en dos dimensiones es el que se observa en la Figura 1.2. El problema presenta dos dieléctricos diferentes  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_0$ , además de dos voltajes aplicados en las fronteras  $V_a$  y  $V_b$ . Se debe considerar que

un elemento no puede tener dos valores diferentes de permitividad dieléctrica y tampoco extenderse por fuera de la geometría y fronteras conductoras.



**Figura 1.2** Problema dieléctrico en dos dimensiones y discretización del dominio.

En el caso de un problema de dos dimensiones con valores de condiciones de borde y coordenadas cartesianas la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (1.10)$$

Donde:

**V**: potencial función de las coordenadas

$\varepsilon$ : constante dieléctrica del medio

La ecuación (1.6) presenta derivadas parciales de segundo orden en la cual los valores de  $\varepsilon$  están definidos por la naturaleza del problema, resolver esta ecuación por métodos analíticos es muy complejo y es ahí en donde entra una herramienta de gran utilidad que es el método de elementos finitos, este método lo que realiza es la reducción de las ecuaciones de derivadas parciales a un sistema de ecuaciones algebraicas para problemas de estado estable el cual puede ser resuelto usando métodos de análisis numérico.

### **1.3.3 CONDICIONES DE BORDE**

Para poder decir que el problema está completamente definido, es necesario dar condiciones de frontera que pueden ser de tres tipos: Dirichlet, Neunman y Cauchy. Para la solución de problemas de naturaleza electrostática las condiciones de frontera que aparecen son las de Dirichlet. [11]

#### **1.3.3.1 Condiciones de Frontera de Dirichlet.**

También son conocidas como condiciones de frontera de primer tipo o de valor fijo. Son las que en una ecuación de derivadas parciales especifican los valores de la solución que necesita la frontera del dominio, es decir, consisten en fijar el valor de la función incógnita en los puntos de la frontera. [12]

#### **1.3.3.2 Condiciones de frontera de Neumann.**

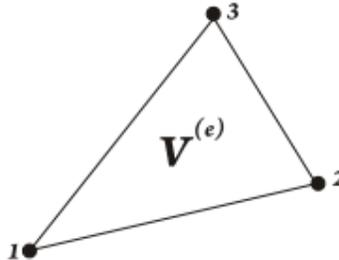
Las condiciones de frontera de Neumann también son conocidas como condiciones de frontera de segundo tipo o de flujo fijo, éstas son las que proporcionan a una ecuación de derivadas parciales los valores de la derivada de una solución tomada sobre la frontera, el valor de la derivada en dirección perpendicular al borde o frontera. [12]

#### **1.3.3.3 Condiciones de frontera de Cauchy.**

A las condiciones de frontera de Cauchy se las conoce también con el nombre de condiciones iniciales o valores iniciales, éstas imponen a la ecuación de derivadas parciales valores determinados de la solución de una de una ecuación diferencial tomada del dominio discretizado así como también el valor de la derivada perpendicular a la frontera, esto es similar a aplicar los dos tipos de condiciones de borde anteriormente mencionados. [12]

### 1.3.4 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

Una vez que se ha realizado la discretización de la región, el siguiente paso es obtener las ecuaciones que definen el elemento típico (figura 1.3).



**Figura 1.3** Elemento típico.

La solución para la función dentro del elemento y la función sobre varios elementos es continua en la frontera entre ellos. En 1.11 se muestra la solución aproximada para la región.

$$V = \sum_{i=1}^N V^{(i)} \quad (1.11)$$

Donde N representa el número de elementos en los que se divide la región de solución. En 1.12 se muestra la aproximación para la función V dentro del elemento y es la aproximación polinomial en el caso de un elemento triangular.

$$V^{(e)} = a + bx + cy \quad (1.12)$$

Si se considera un elemento triangular se calcula el valor de la función  $V^{(e)}$  para los nodos 1,2,3 que son los vértices del triángulo como  $V_1^{(e)}$ ,  $V_2^{(e)}$  y  $V_3^{(e)}$  utilizando la expresión 1.13.

$$\begin{bmatrix} V_1^{(e)} \\ V_2^{(e)} \\ V_3^{(e)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Donde los coeficientes a, b y c se obtienen mediante una simple inversa como se muestra en 1.14.

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^e \\ V_2^e \\ V_3^e \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Posteriormente se debe reemplazar 1.13 en 1.11 para obtener 1.15.

$$V^{(e)} = [1 \quad x \quad y] \frac{1}{2A} [\mathbf{H}] \begin{bmatrix} V_1^e \\ V_2^e \\ V_3^e \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Donde

$$[\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} (x_2 y_3 - x_3 y_2) & (x_3 y_1 - x_1 y_3) & (x_1 y_2 - x_2 y_1) \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

También se puede expresar como 1.17.

$$V^{(e)} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i(x, y) V_i^e \quad (1.17)$$

En 1.17 se puede observar que las funciones  $\alpha$  son funciones de interpolación lineal que valen uno en el nodo que se está estudiando y cero en los nodos restantes, éstas funciones son conocidas como las funciones de forma del elemento.

La solución del problema se la puede expresar como una minimización de un funcional de la forma, tal como se muestra en 1.18.

$$J(V) = \frac{1}{2} A(V, V) - \langle f | V \rangle \quad (1.18)$$

Para el cual se satisface que existe una función  $V$  que minimiza a 1 funcional  $J(\cdot)$  si y solo si

$$A(V, V) = \langle f | V \rangle \quad (1.19)$$

El cual es conocido como el principio de Galerkin. Donde  $A(V, V)$  es una función bilineal definida de la forma que se presenta en 1.20.

$$A(w, u) = \int_c^d \int_a^b S \, dx dy \quad (1.20)$$

Donde

$$S = p(x, y) \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + q(x, y) \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + r(x, y)w(x, y)u(x, y) \quad (1.21)$$

Y

$$\langle w|u \rangle = \int_c^d \int_a^b w(x, y)u(x, y)dx dy \quad (1.22)$$

Entonces si se reemplaza 1.11 en 1.19 y se reordena la expresión resultante en forma matricial como se muestra en 1.23.

$$[M][V] = [b] \quad (1.23)$$

Si se toma como

$$V_0 = \sum_{i=1}^n V_i \alpha_i (x_i, y_i) \quad (1.24)$$

Donde  $V_0$  es la solución del problema para las condiciones de frontera,  $V_i$  es el valor de la función sobre cada uno de los nodos ubicados en la frontera y  $\alpha_i(x, y)$  es la función del nodo  $i$  con respecto al elemento que lo contenga.

Entonces la función  $V$  se puede aproximar como se presenta en 1.25.

$$V(x, y) = V_0 + \sum_{i=n+1}^m V_i \alpha_i (x_i, y_1) \quad (1.25)$$

La suma sucesiva planteada en 1.25 representa los nodos interiores del problema. Luego de haber reemplazado 1.11 en 1.19 y ordenado de manera matricial se obtiene 1.26.

$$M_{ij} = A(\alpha_i, \alpha_j) \quad (1.26)$$

Donde  $M_{ij}$  estará compuesto por el aporte que realiza cada uno de los elementos que tienen vértice en  $i$  y  $j$ . Para obtener los valores de  $[b]$  se lo puede hacer de la siguiente forma:

$$b_i = \langle f | \alpha_i \rangle - A(V_0, \alpha_i) \quad (1.27)$$

Ahora se obtienen los valores de  $V_i$  para los nodos restantes del sistema como se muestra en 1.28.

$$[V] = [M]^{-1}[b] \quad (1.28)$$

Una vez obtenido el potencial por el método de elementos finitos, el campo eléctrico dentro de cada uno de los elementos está dado por 1.29.

$$\mathbf{E}^e = -\frac{1}{2\Delta^e} \sum_{j=1}^3 (b_j^e, x + c_j^e, y) V_j^e \quad (1.29)$$

#### **1.4 APLICACIÓN DEL MODELO MEDIANTE EL USO DE UN SOFTWARE COMPUTACIONAL.**

Para aplicar el modelo en un programa computacional se debe entender que este programa resolverá el problema electrostático planteado, es decir dará una solución a la ecuación del Laplace mediante la aplicación del método de elementos finitos. El problema particular que desarrollará el software será el de ecuación de Laplace para una línea de transmisión coaxial que se detalló el inicio de este capítulo.

El programa computacional que se utilizará se llama FEMM, éste ocupa el método de elementos finitos para solucionar problemas de campos magnéticos, electrostáticos, flujos de corriente y flujos de calor. [12]

En el caso particular de estudio se desarrollará un problema electrostático en que se ingresará la geometría del cable, valores de frontera y valores de permitividad eléctrica de los materiales usados para el aislamiento, posteriormente realizará un análisis de los resultados referentes al comportamiento del campo eléctrico.

Los datos requeridos son:

- Geometría del cable.
- Condiciones de borde (voltaje de trabajo).
- Permitividad de los materiales usados en las capas del aislamiento

Se tomará un cable de un solo núcleo conductor como ejemplo para mostrar cómo se realiza el ingreso de información al programa computacional y la presentación de resultados entregados por el mismo. En el presente proyecto se usa FEMM para el análisis del comportamiento del campo eléctrico en el aislamiento de cables monopolares.

Ejemplo 1.1.- Un cable de alto voltaje para uso subterráneo de un solo núcleo conductor, con su blindaje puesto a tierra ( $V = 0$ ), consta de un solo material aislante que tiene un valor de permitividad eléctrica de  $\varepsilon = 2.5$  y tiene las siguientes dimensiones:

*Radio del conductor ( $r$ ) = 1.65 cm*

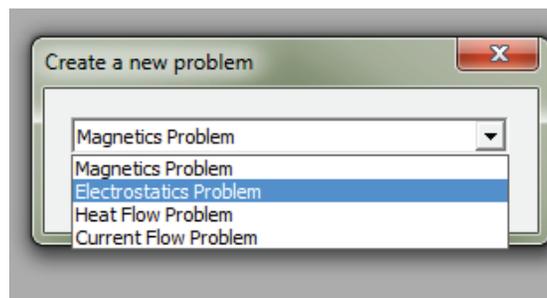
*Espesor del aislamiento = 2.85 cm*

*Permitividad del material = 2.5 (XLPE)*

*Voltaje del conductor ( $V$ ) = 66 kV*

#### 1.4.1 SELECCIÓN DE PROBLEMA A DESARROLLAR EN SOFTWARE FEMM.

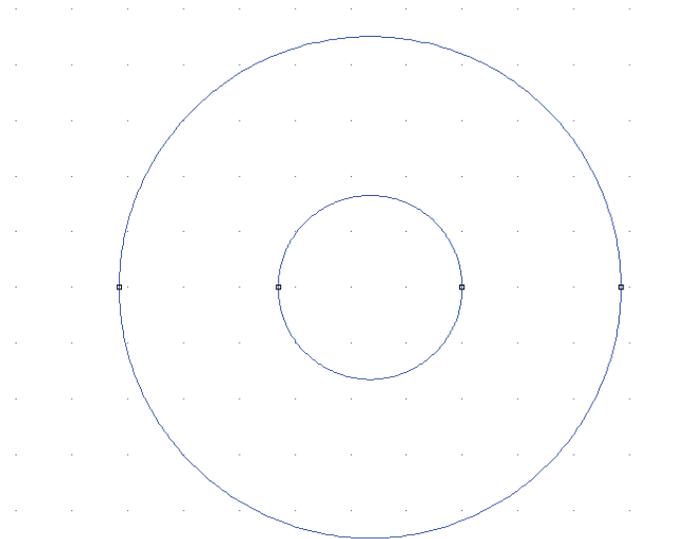
El software FEMM tiene varios tipos de problema que puede desarrollar, en el presente caso de estudio se selecciona un problema electrostático, como ya se ha mencionado anteriormente la solución de este tipo de problemas se realiza mediante la resolución de la ecuación de Laplace dando condiciones de borde.



**Figura 1.3** Selección de problema electrostático en software FEMM.

### 1.4.2 INGRESO DE LA GEOMETRÍA DEL CONDUCTOR.

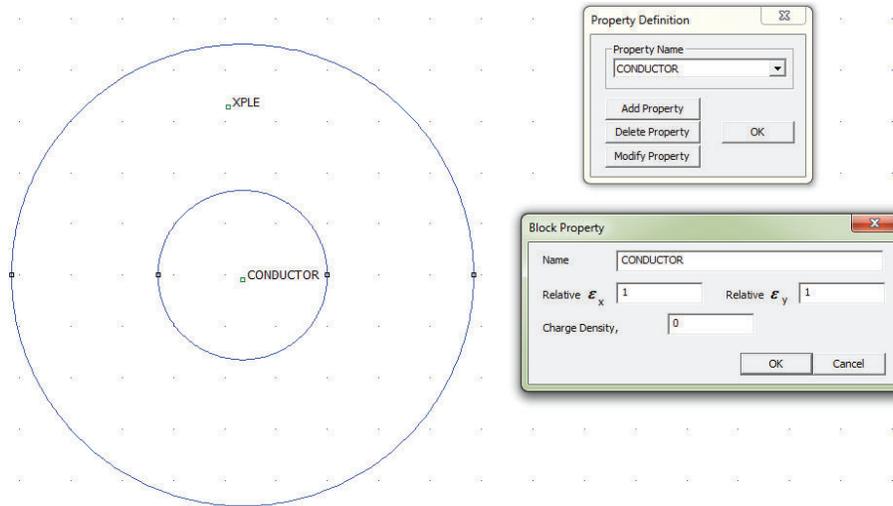
Se ingresa la geometría del conductor con las dimensiones especificadas en el ejemplo 1.1.



**Figura 1.4** Geometría de conductor ejemplo 1.1.

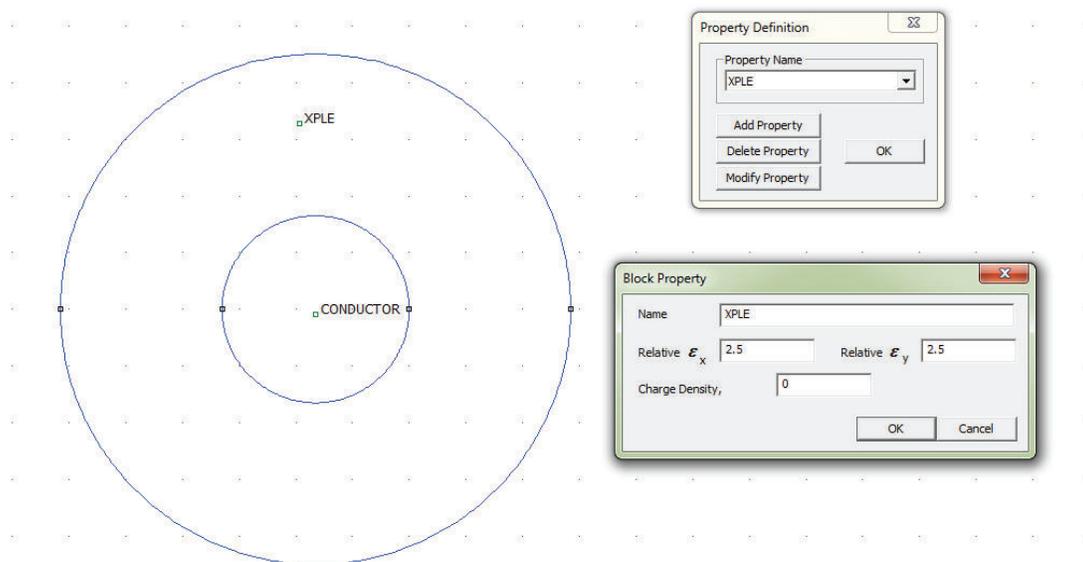
### 1.4.3 INGRESO DE PROPIEDADES DE LOS MATERIALES DEL CABLE.

Para continuar con la aplicación del modelo es necesario especificar los valores de permitividad eléctrica de los materiales del cable, para el caso del conductor el valor de permitividad será de 1 y la densidad volumétrica de carga será cero.



**Figura 1.5** Ingreso de propiedades del conductor al software FEMM.

De la misma manera se realiza para el material aislante que para el caso del ejemplo 1.1 es el XLPE, este material aislante tiene una permitividad de 2,5.

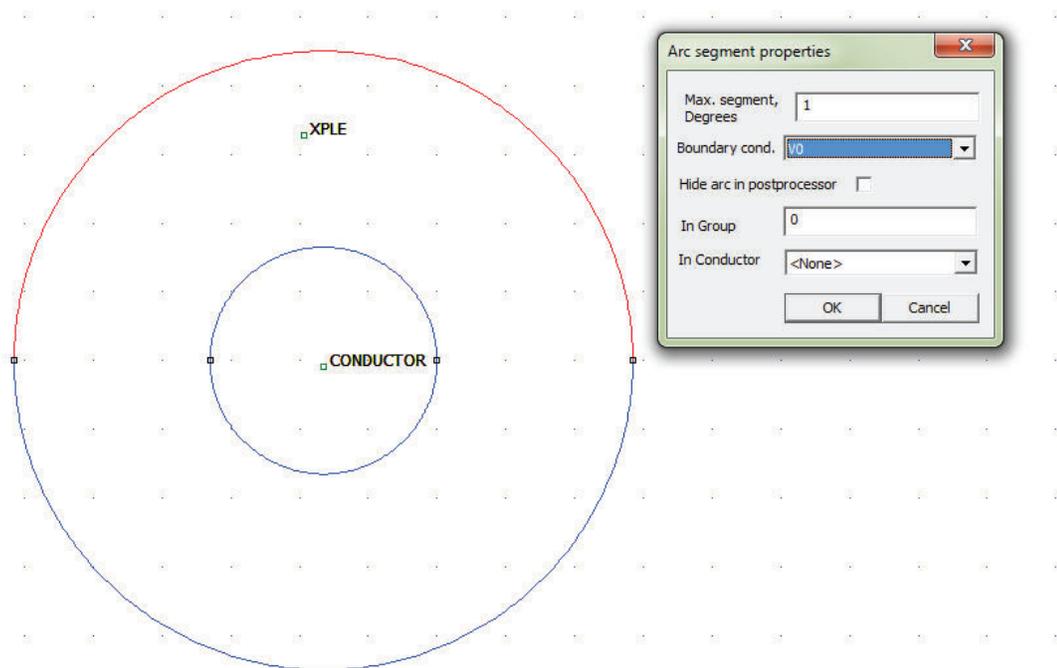


**Figura 1.6** Ingreso de propiedades del conductor al software FEMM.

También se toma en consideración que el valor de la permitividad eléctrica a lo largo de los materiales es constante es por eso que se ingresa el mismo valor en  $\epsilon_x$  y  $\epsilon_y$ .

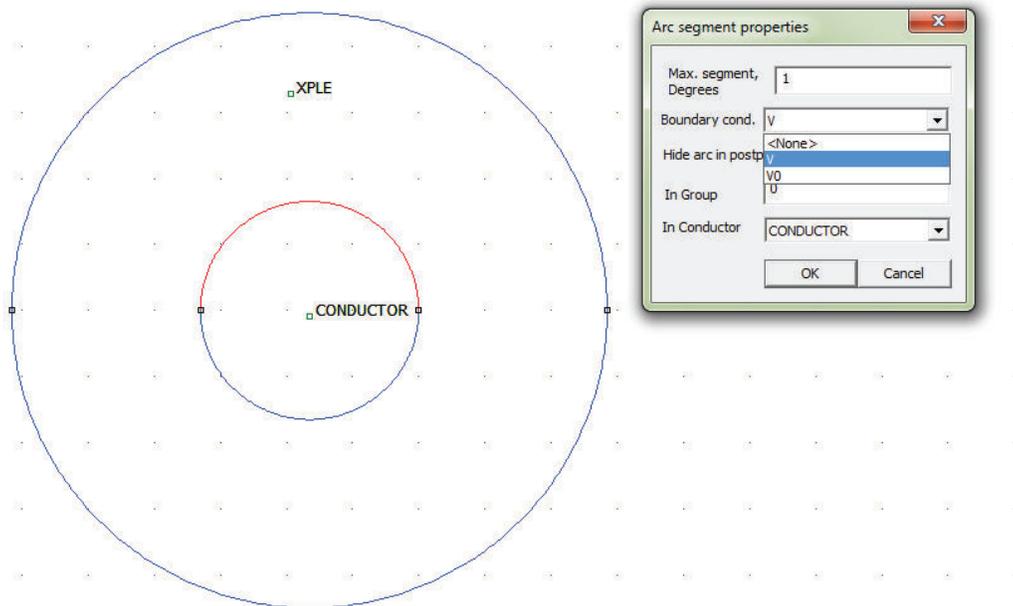
#### 1.4.4 INGRESO DE CONDICIONES DE BORDE.

Para el ingreso de las condiciones de borde es necesario entender que existirán dos de ellas: una en la periferia del conductor y otra en la periferia del aislamiento, para la parte del conductor el valor será  $V$  que es el voltaje de trabajo del cable en el caso del ejemplo 1.1 66 kV, para la parte del aislamiento el valor será  $V_0$  que al estar puesto a tierra será 0 voltios.



**Figura 1.7** Ingreso de condición de borde en el aislamiento.

De la misma manera se procede para el caso de la condición de borde del conductor.



**Figura 1.8** Ingreso de condición de borde en el conductor.

### 1.4.5 DISCRETIZACIÓN.

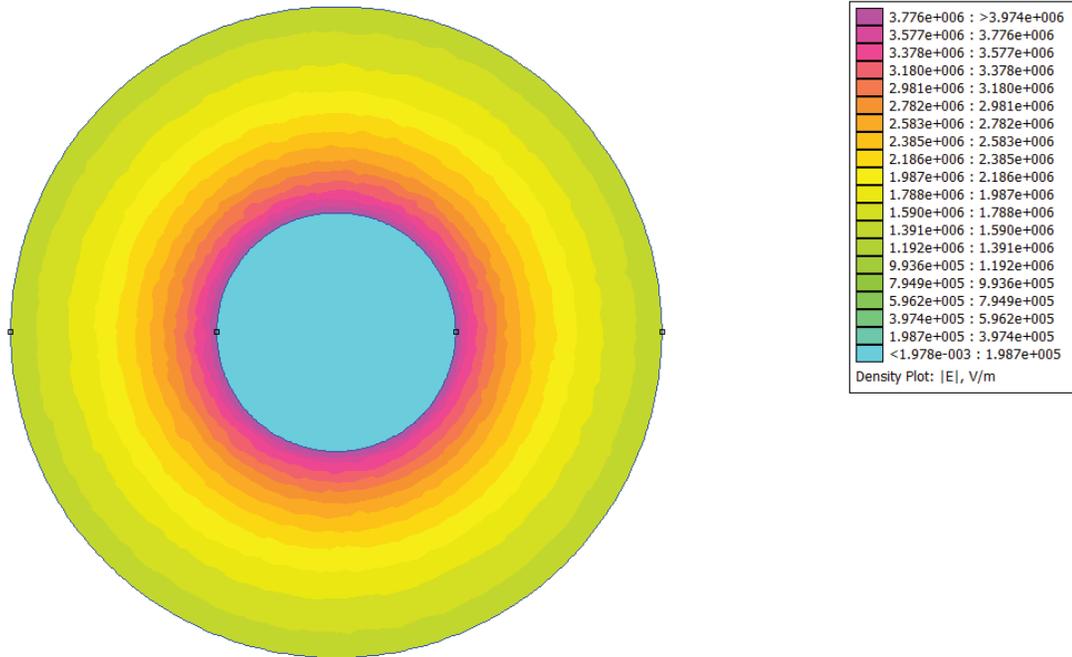
Una vez que se ha ingresado la información necesaria para la simulación, el programa procede a realizar la discretización del dominio.



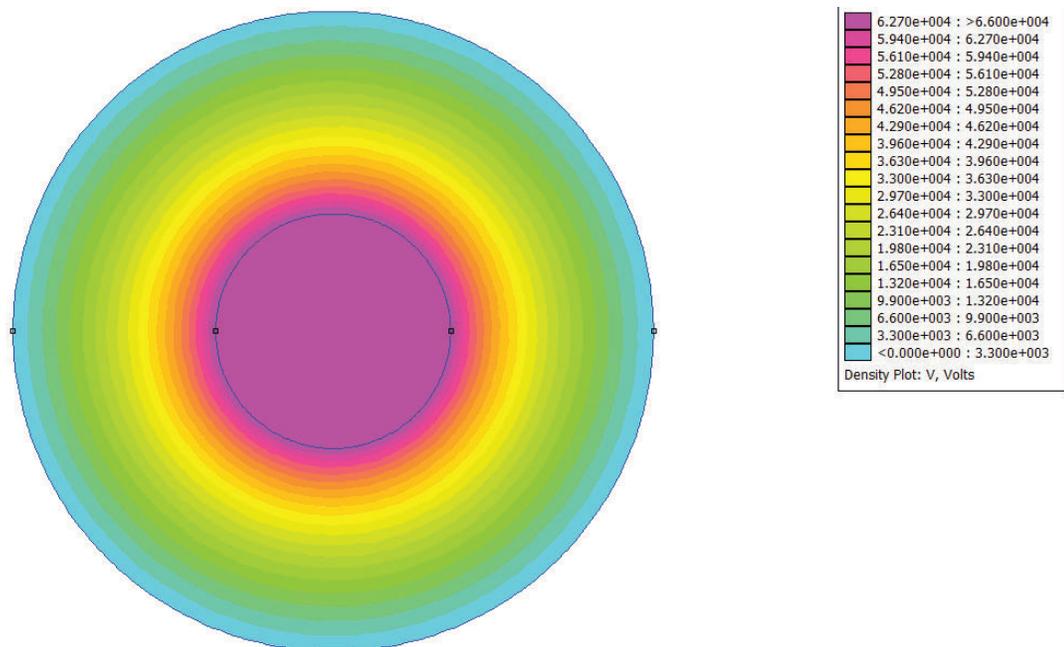
**Figura 1.9** Discretización del cable ejemplo 1.1.

#### **1.4.6 SIMULACIÓN Y RESULTADOS.**

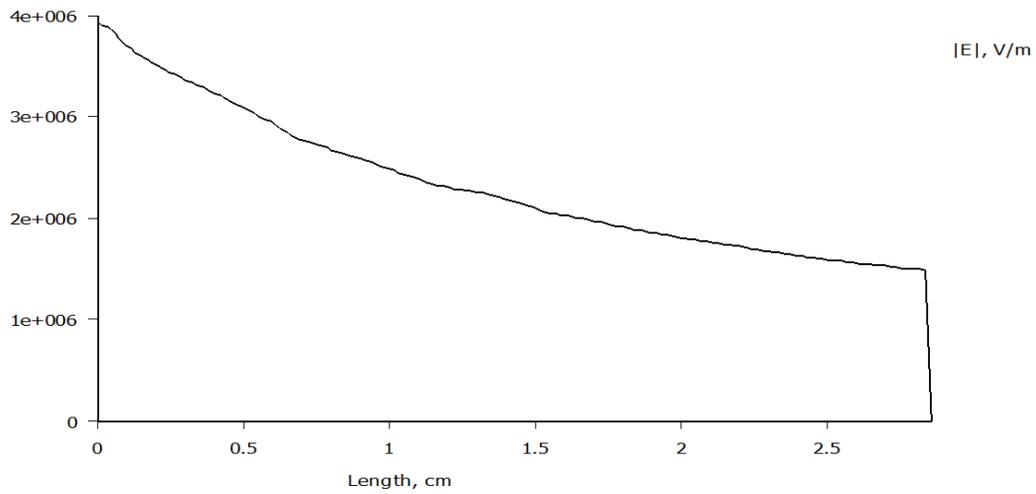
Finalmente el programa proporciona los resultados de la simulación: voltaje y campo eléctrico. Estos dos parámetros podrán ser analizados mediante gráficas y datos que proporciona el programa.



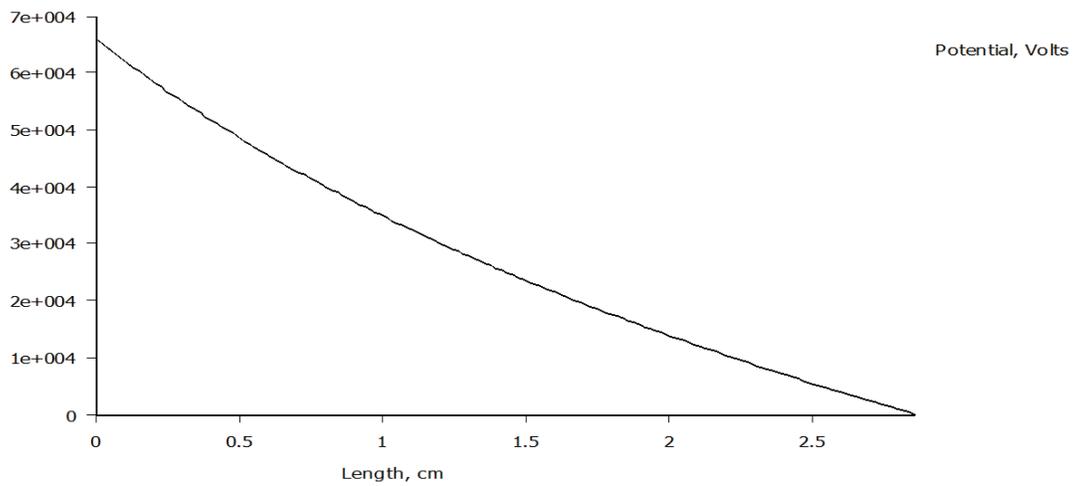
**Figura 1.10** Resultados de campo eléctrico.



**Figura 1.11** Resultados de voltaje.



**Figura 1.12** Gráfica del campo eléctrico en el aislamiento.



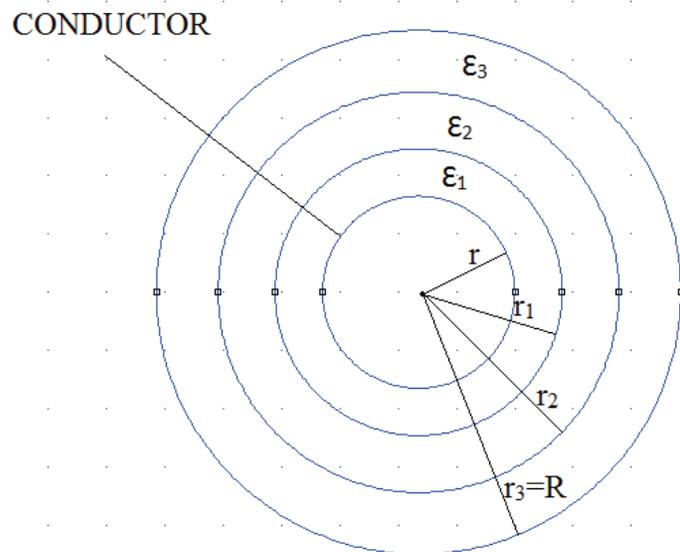
**Figura 1.13** Gráfica del voltaje en el aislamiento.

La longitud está tomada desde la periferia del conductor hasta la periferia del aislamiento, es decir las gráficas corresponden al comportamiento tanto del voltaje como del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable.

## 1.5 MÉTODO DE GRADUACIÓN DE CAPACITANCIA.

Con una distribución uniforme del campo se buscan dos cosas principalmente: que un cable trabaje a un determinado nivel de voltaje con menor material aislante y que un cable con determinadas dimensiones pase a trabajar a un voltaje mayor, manteniendo las mismas dimensiones del cable. [3]

Este método consiste básicamente en distribuir el aislamiento en capas que tengan diferentes valores de permitividad eléctrica, esto implica que se usa más de un material dieléctrico para el aislamiento. La distribución de estas capas a lo largo del aislamiento dependerá de las características del material. [2]



**Figura 1.14** Cable con método de graduación de capacitancia [2].

Para un cable con un conductor de radio “ $r$ ” y con un radio interior del aislamiento “ $R$ ”, el gradiente de potencial “ $g$ ” en una distancia “ $x$ ” desde el centro del conductor dentro del material dieléctrico es:

$$g = \frac{q}{2\pi\epsilon x} = E_x \quad (1.12)$$

Donde:

$E_x$ : es la intensidad de campo eléctrico.

$\varepsilon$ : es la permitividad del material dieléctrico.

$q$ : es la carga por unidad de longitud.

Para lograr obtener un valor máximo de campo eléctrico en cada una de las capas lo que se hace es dar este valor máximo a cada una de ellas e igualarlos, donde cada capa tiene su valor propio de permitividad. Partiendo de (1.7), se igualan los gradientes y se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2r_1} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_3r_2} \quad (1.13)$$

De donde al simplificar se obtiene:

$$\varepsilon_1r = \varepsilon_2r_1 = \varepsilon_3r_2 \quad (1.14)$$

Así como también la expresión para el voltaje:

$$V_1 = E_{max}r \ln \frac{r_1}{r} \quad (1.15)$$

Realizando el mismo procedimiento se determinan  $V_2$  y  $V_3$ , para calcular el voltaje total a lo largo del dieléctrico se aplica la siguiente expresión:

$$V = E_{max} \left( r \ln \frac{r_1}{r} + r_1 \ln \frac{r_2}{r_1} + r_2 \ln \frac{r_3}{r_2} \right) \quad (1.16)$$

Este método de graduación de la capacitancia permite aumentar el voltaje de trabajo sin variar las dimensiones del cable, sin embargo, una de las limitaciones es que no existe una amplia gama de materiales con permitividades que puedan ser usados como aislante en los cables de alto voltaje.

## CAPÍTULO 2

### APLICACIÓN DEL MODELO PARA ANÁLISIS DEL CAMPO ELÉCTRICO EN CABLES DE UN SOLO NÚCLEO CONDUCTOR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CAPAS DE DIFERENTE PERMITIVIDAD

#### 2.1 CONSIDERACIONES GENERALES

Para el aislamiento de cables de alto voltaje se han usado varios tipos de materiales aislantes, los cuales han ido evolucionando a la par con el avance de la tecnología, es por ello que se ha optimizado el uso de recursos, costos y características de los mismos.

Para el presente estudio se busca analizar el comportamiento del campo eléctrico en el material aislante, ya sea que el aislamiento esté compuesto por una o varias capas. Para esta finalidad se tomará los valores de permitividad de cada uno de los materiales aislantes a ser usados para ingresar esta información al software que permitirá obtener los resultados del comportamiento del campo eléctrico que posteriormente serán analizados.

Propiedades		XLPE	PE	EPR	PVC
Temperatura Nominal (°C)	Normal	90	70	90	70
	Sobrecarga	130	90	130	100
	Corto circuito	250	200	250	160
Fuerza de tensión (kg/mm <sup>2</sup> )		1,9	1,4	0,95	1,0 - 2,5
Elongación (%)		200 - 350	600 - 650	,	200 - 450
Resistividad de volumen a 20 C (Ω.cm)		10 <sup>16</sup>	10 <sup>16</sup>	10 <sup>15</sup>	10 <sup>13</sup>
Constante dielectrica, 1 kHz		2,3	2,3	3	4,5 - 9
Rigidez dieléctrica (kV/mm)		20	20	15 - 20	15 - 20

**Tabla 2.1** Tabla de propiedades de materiales aislantes [13].

El aislamiento será distribuido en 1, 2, 3 y 4 capas que tendrán un valor diferente de permitividad y rigidez dieléctrica, esto se aplicará para clases de aislamiento de 15 kV, 27 kV, 35 kV y 69 kV que son las clases de aislamiento que se maneja en el Ecuador para sistemas de distribución y subtransmisión.

Mediante un programa FEMM se realizarán simulaciones de las que se obtendrán resultados del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable, se colocarán distintas disposiciones de los materiales aislantes mostrados en la tabla 2.1 para posteriormente realizar un análisis de los resultados obtenidos y así concluir cual disposición es la más conveniente para disminuir los valores de campo eléctrico a lo largo del aislamiento y también distribuirlo de mejor manera.

Es importante tomar mencionar que la relación entre el grosor del núcleo conductor y el campo eléctrico es inversamente proporcional, por lo que si el uno aumenta el otro disminuye y viceversa. Para el presente proyecto se tomará un radio constante para el núcleo conductor por motivos de poder comparar los resultados obtenidos entre cada uno de los casos de estudio.

## **2.2 APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 15 kV**

El nivel de voltaje de 13,8 o 13,2 kV es usado en el Ecuador para la zona rural o partes periféricas de las grandes ciudades, sin embargo en varios lugares estos niveles de voltaje se manejan a lo largo de zonas urbanas. La clase de aislamiento que se usa para este nivel de voltaje es 15 kV.

Los cables de uso subterráneo o también llamados cables de alto voltaje son usados para las acometidas de medio voltaje que van a las cámaras de transformación de clientes industriales o clientes que ven necesaria la instalación de una cámara de transformación como es el caso de urbanizaciones o conjuntos residenciales; también se usan estos cables cuando se requiere realizar un tramo subterráneo por cruce con alguna línea de transmisión o un primario de distribución.

### **2.2.1 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA.**

El aislamiento del cable no será distribuido en capas de diferentes características, se ocupará una sola y se presentarán casos en los que se usen diferentes tipos de materiales aislantes que tienen propiedades diferentes entre sí, para posteriormente realizar un análisis del comportamiento del campo en cada uno de los casos.

#### **2.2.1.1 Cable monopolar con aislamiento de XLPE.**

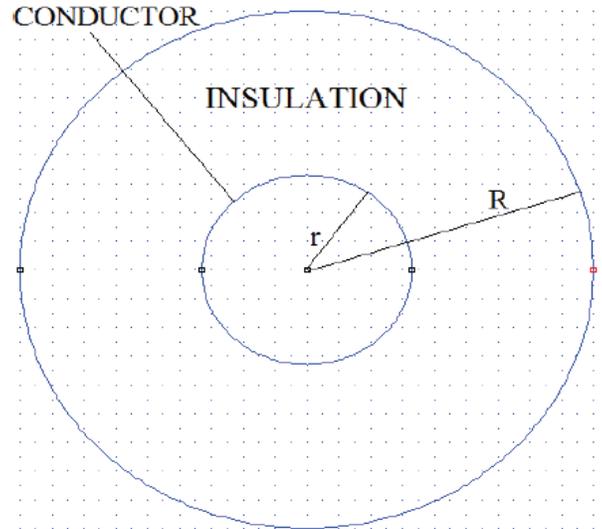
Se aplicará el modelo para un cable que trabaje a 13,8 kV y que su aislamiento esté formado únicamente por un material, que para este caso es el XLPE.

Como punto de partida se resolverá analíticamente el problema para obtener las dimensiones de partida para la simulación y el posterior análisis. Las características del conductor serán las siguientes:

Radio del conductor ( $r$ ): 0,5 cm

Permitividad del XLPE ( $\epsilon_1$ ): 2,3

Voltaje de trabajo: 15 kV



**Figura 2.1** Cable con un solo núcleo conductor.

Para la solución analítica se reemplazan los datos en la ecuación (1.20):

$$V_1 = E_{max} r \ln \frac{r_1}{r}$$

Finalmente se despeja  $r_1$  que es el radio externo del cable, de donde se obtiene que:

$$r_1 = 1,99 \text{ cm}$$

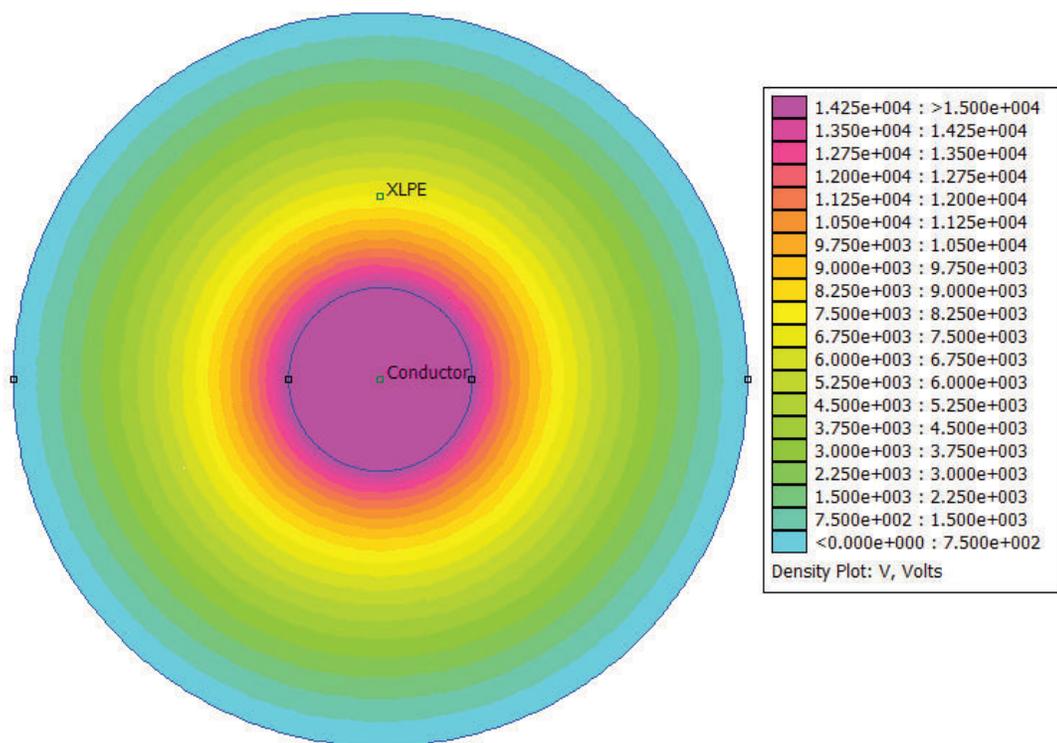
Es importante notar que para el cálculo de este  $r_1$  no interviene la permitividad del material aislante, es por ello que sea cual sea el material aislante su permitividad no tendrá relevancia en el grosor del aislamiento, éste dependerá de otros factores como la rigidez dieléctrica, resistencia mecánica y peso del material.

El ingreso de información y uso del software computacional se encuentra especificado en el Anexo A.

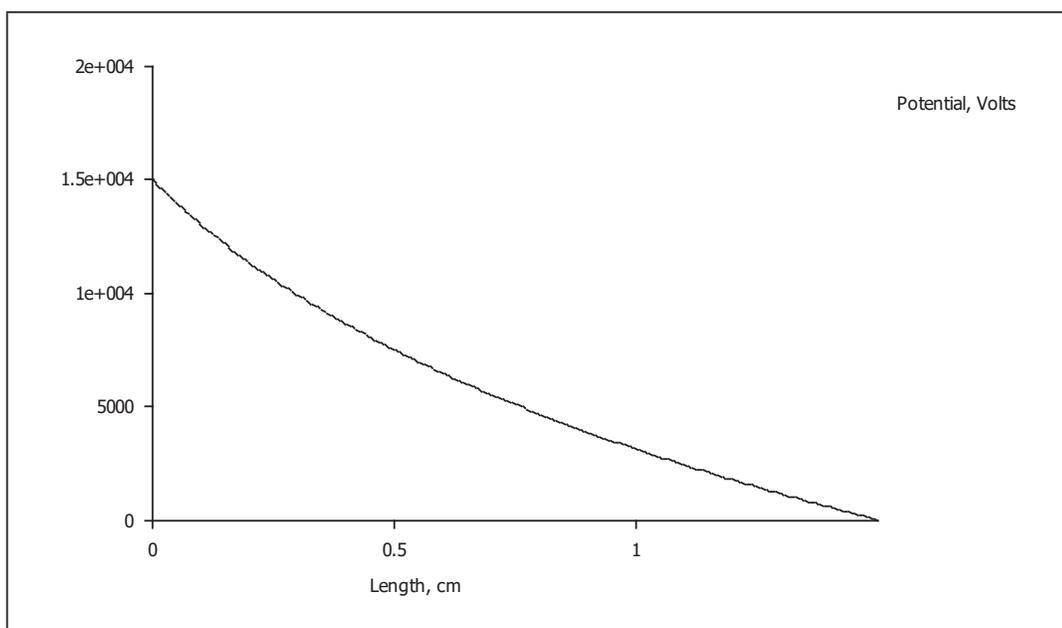


**Figura 2.2** Cable monopolar con una sola capa de aislamiento de XLPE aplicado el método de elementos finitos (discretización).

Una vez que se ha realizado el ingreso de la información para el modelo propuesto se obtienen la figura 2.3 en la que se observa los valores y distribución del voltaje a lo largo del cable.



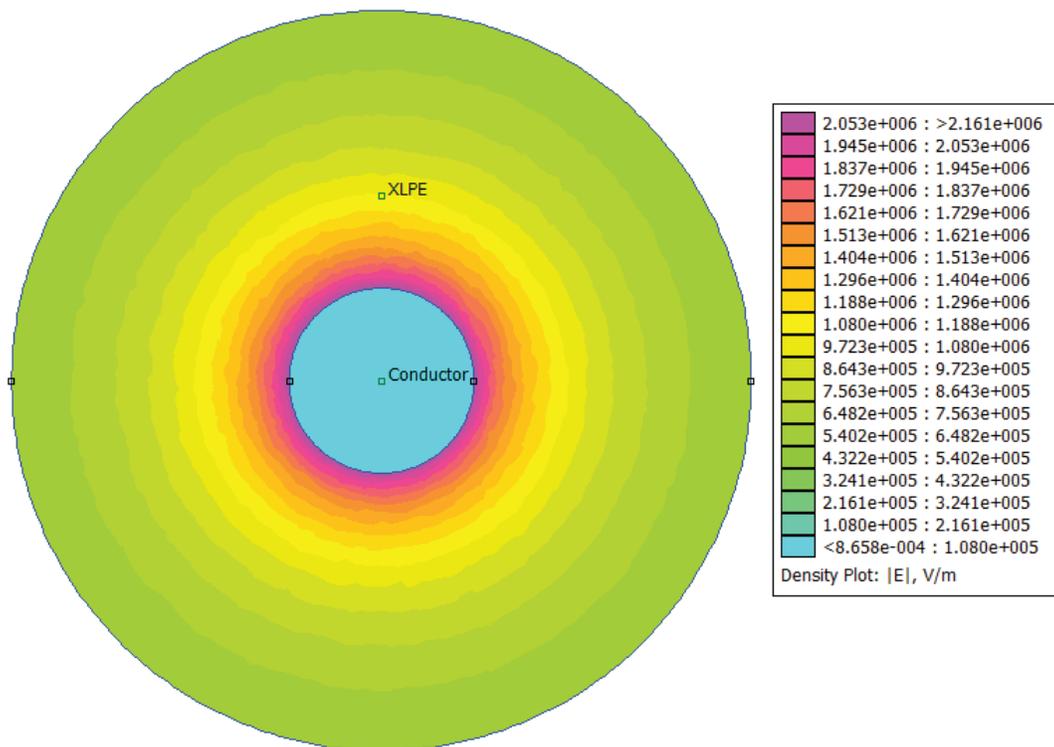
**Figura 2.3** Distribución del voltaje en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de XLPE.



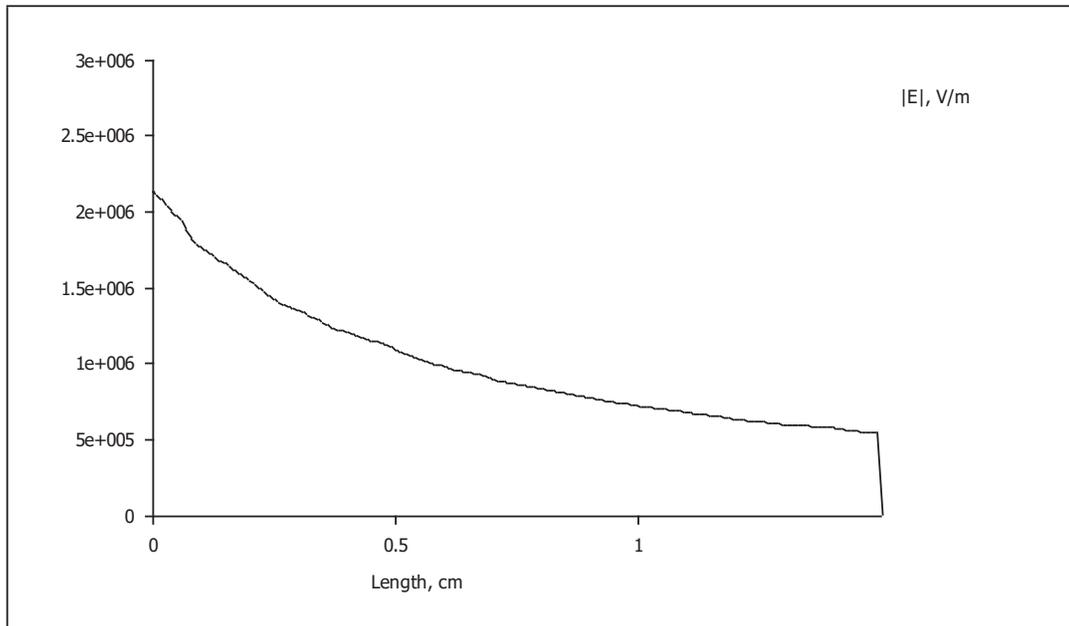
**Figura 2.4** Gráfica del voltaje a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con una sola capa de aislamiento de XLPE.

Se puede evidenciar que el voltaje se encuentra concentrado en la parte conductora del cable que puede ser cobre o aluminio, este voltaje se va atenuando en el aislamiento conforme se va alejando del núcleo conductor.

Para el caso del campo eléctrico se obtienen los resultados mostrados en la figura 2.5, en la que se observa valores y distribución del campo eléctrico.



**Figura 2.5** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de XLPE.



**Figura 2.6** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con una sola capa de aislamiento de XLPE.

El valor máximo de campo es de  $2.161 \frac{kV}{m}$  que está dentro de las consideraciones iniciales de rigidez dieléctrica, demostrando así que el modelo que se emplea cumple con los requerimientos para el análisis del campo eléctrico y con las ecuaciones analíticas para la aplicación del método de elementos finitos.

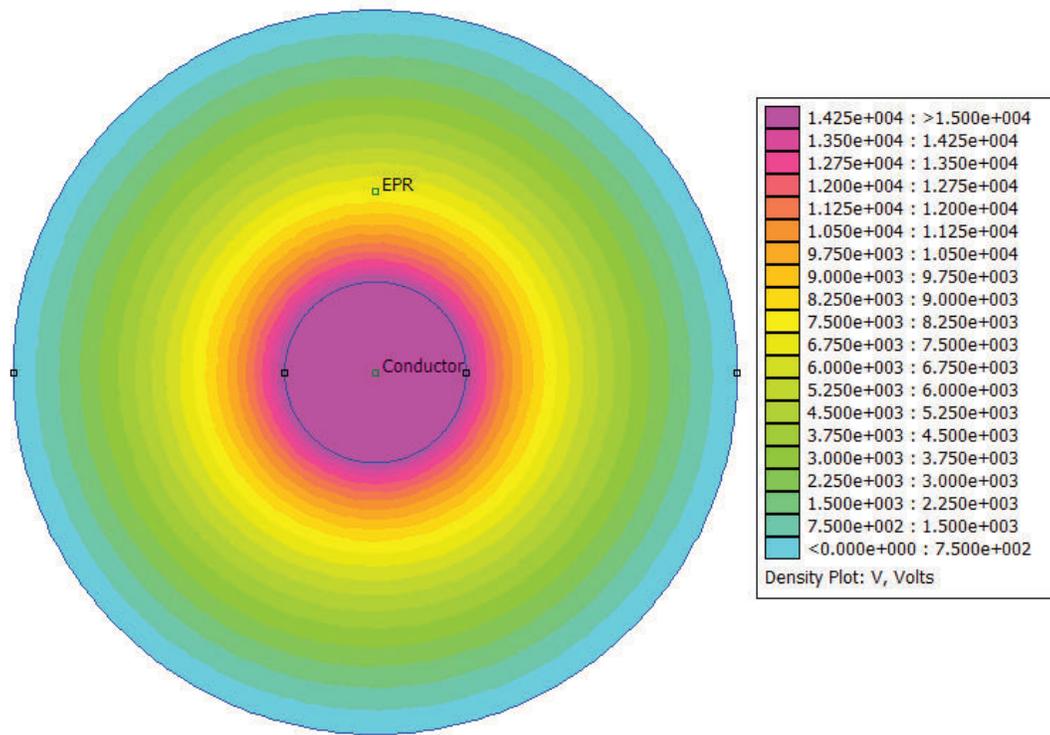
### 2.2.1.2 Cable monopolar con aislamiento de EPR.

Como se mencionó en el caso anterior la permitividad no interfiere en las dimensiones del cable, es así que para el caso de un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de EPR se lo realizará con las mismas dimensiones del caso anterior para posteriormente analizar sus resultados.

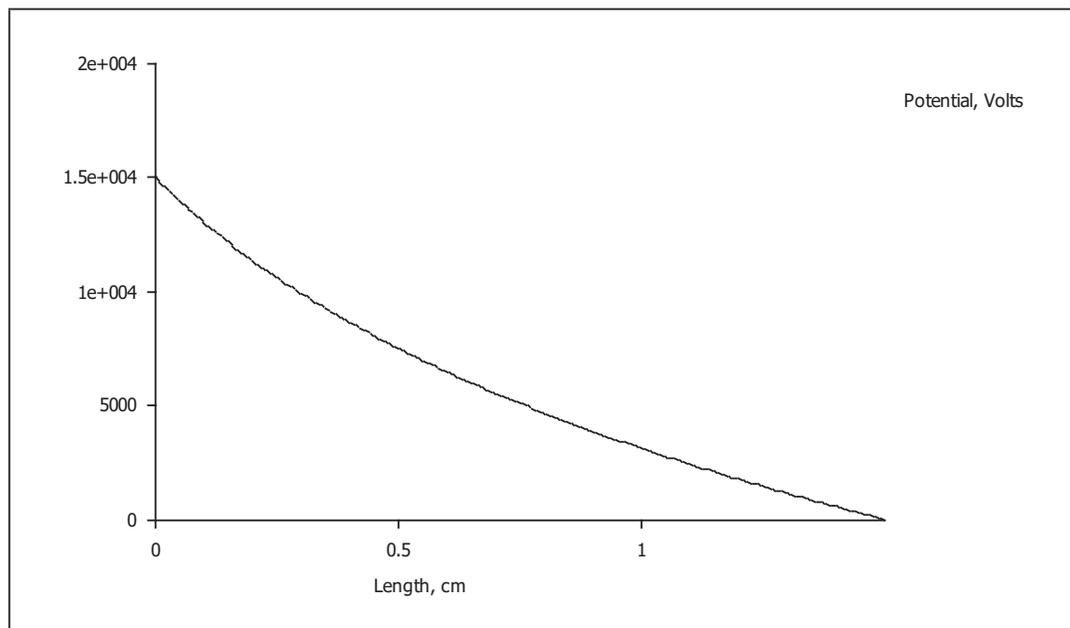


**Figura 2.7** Cable monopolar con una sola capa de aislamiento de EPR aplicado el método de elementos finitos (discretización).

Una vez que se ha realizado el ingreso de la información para el modelo propuesto se han obtenido los resultados referentes al voltaje y su distribución a lo largo del cable como se observa en las figuras 2.8 y 2.9.



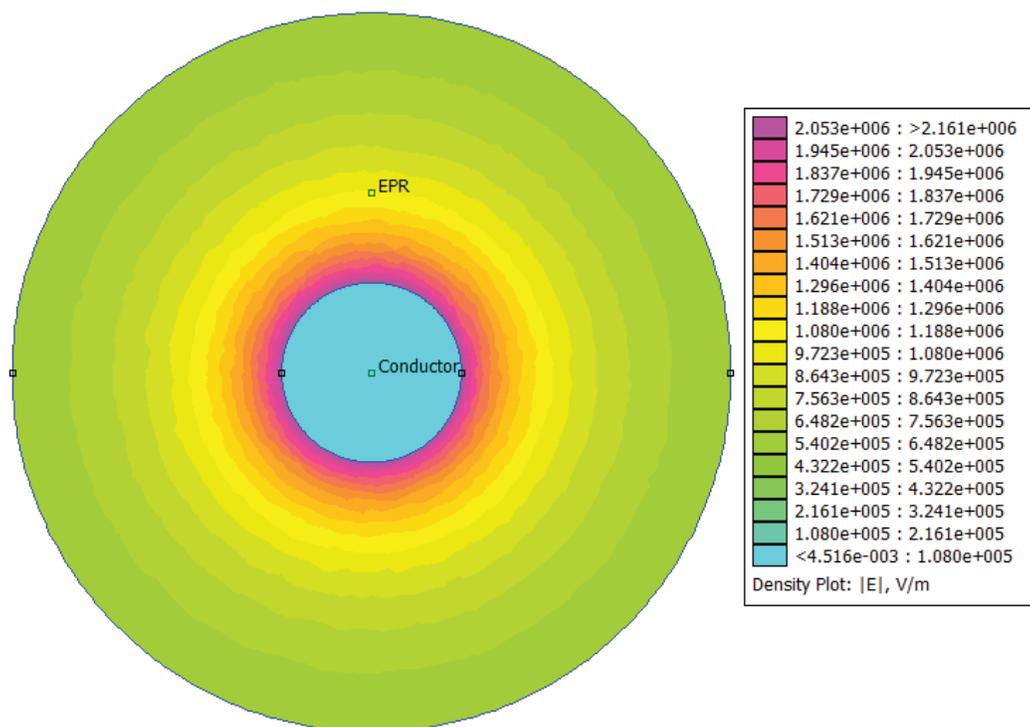
**Figura 2.8** Distribución del voltaje en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de EPR.



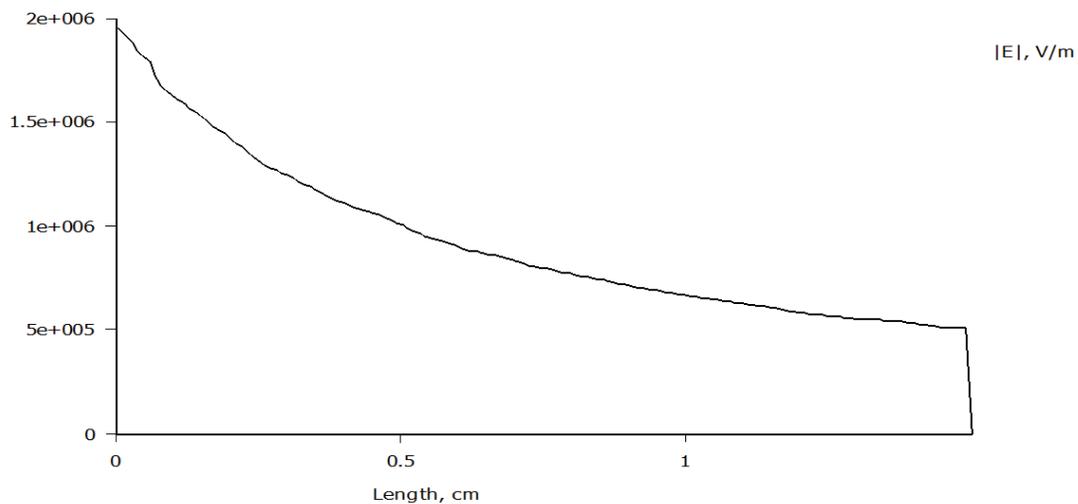
**Figura 2.9** Gráfica del voltaje a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con una sola capa de aislamiento de EPR.

Se observa que al igual que el caso anterior en el que se usó como material aislante el XLPE, la distribución del voltaje es la misma, es decir, conforme se va alejando del núcleo conductor, el voltaje se va atenuando en el aislamiento. Esto ocurrirá en todos los casos de estudio, ya que, por las condiciones de borde que se ingresan para la simulación, el voltaje en la periferia del núcleo conductor, será el voltaje de trabajo del cable y el voltaje en la periferia del cable que viene a ser la periferia del aislante será cero; este voltaje siempre se irá atenuando a lo largo del material aislante desde su valor de voltaje de trabajo hasta cero.

Para el caso del campo eléctrico se obtienen los resultados mostrados en las figuras 2.10 y 2.11.



**Figura 2.10** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de EPR.



**Figura 2.11** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con una sola capa de aislamiento de EPR.

De la misma manera en este caso la permitividad no juega un papel relevante, las dimensiones del cable son las mismas que en el caso anterior y el material que se ha ocupado es diferente y por ende tiene una diferente permitividad, sin embargo, el comportamiento del campo es el mismo que el caso anterior.

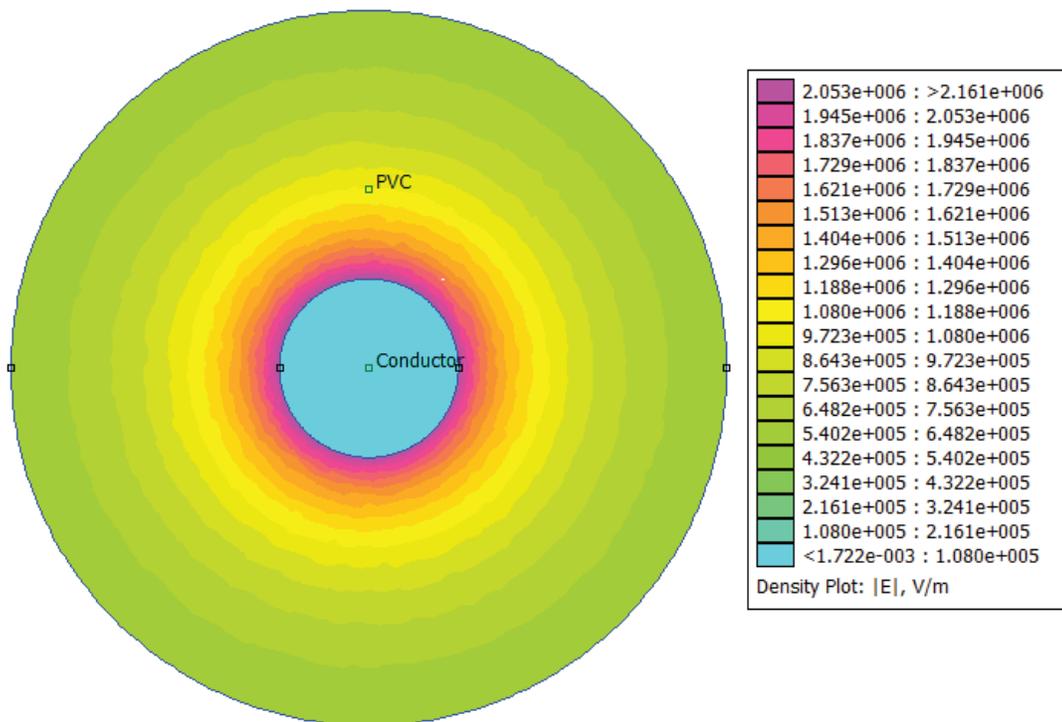
### 2.2.1.3 Cable monopolar con aislamiento de PVC.

Para el caso del aislamiento con PVC no se tomarán en cuenta los resultados obtenidos de voltaje ya que como se explicó, el comportamiento del voltaje será el mismo por las condiciones de frontera que se consideran para la solución del problema.

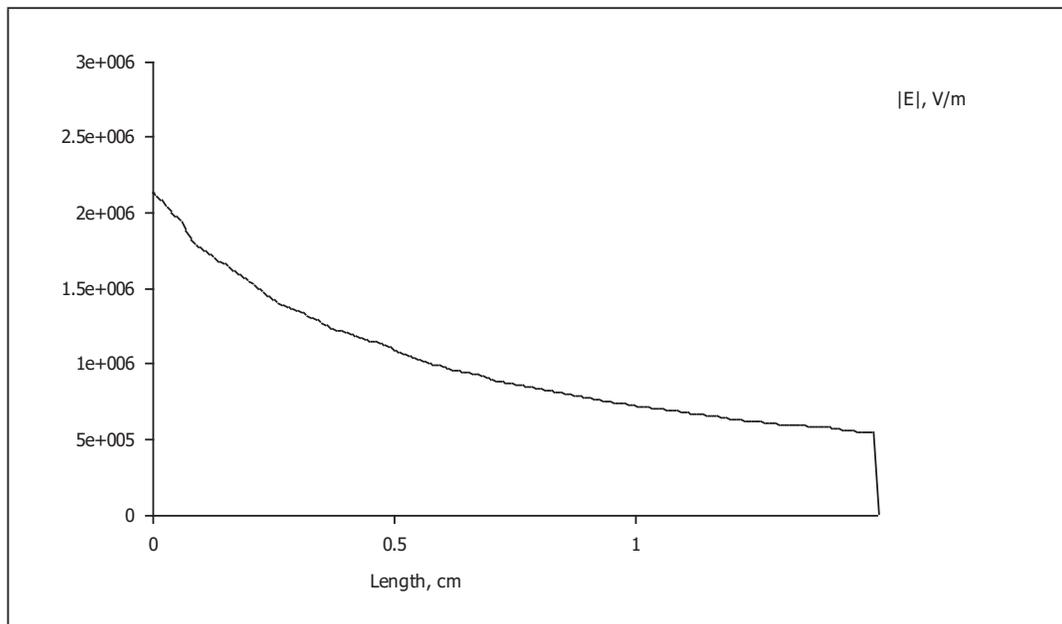
Además se ha evidenciado en los dos casos anteriores que el comportamiento del campo eléctrico así como su valor máximo a lo largo del aislamiento no varía a pesar que en cada caso se usa un material de diferente permitividad; es por ello que, con aislamiento de PVC, se espera obtener los mismos resultados que los dos casos anteriores.

En la tabla 2.1 se observa que la permitividad del PVC está entre 4,5 y 9, por lo que se tomará un valor promedio de 6,75 para la presente y futuras simulaciones en las que se use este material.

Los resultados del campo eléctrico se muestran en las figuras 2.12 y 2.13.



**Figura 2.12** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de PVC.



**Figura 2.13** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con una sola capa de aislamiento de PVC.

Los resultados obtenidos son los que se esperaba, es decir el campo y el voltaje en los tres casos fue el mismo independientemente del material que se ocupe para el aislamiento. Los valores de campo máximo y distribución de campo eléctrico a lo largo del aislamiento siempre serán los mismos y por ende el grosor del aislamiento también.

### 2.2.2 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO EN DOS CAPAS

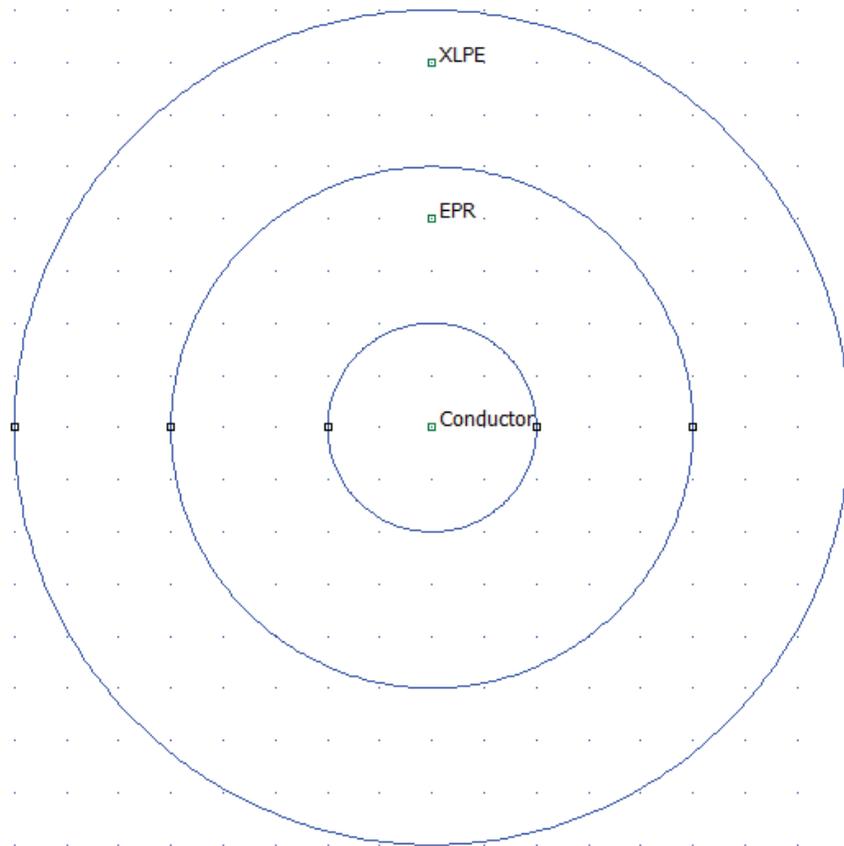
El aislamiento del cable será distribuido en dos capas de diferentes características, se ocupará materiales con diferentes valores de permitividad y se variará las dimensiones de las capas, para posteriormente realizar un análisis del comportamiento del campo en cada uno de los casos.

### 2.2.2.1 Cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas: EPR y XLPE.

En el presente caso se mantendrán las mismas dimensiones del cable y el voltaje de trabajo.

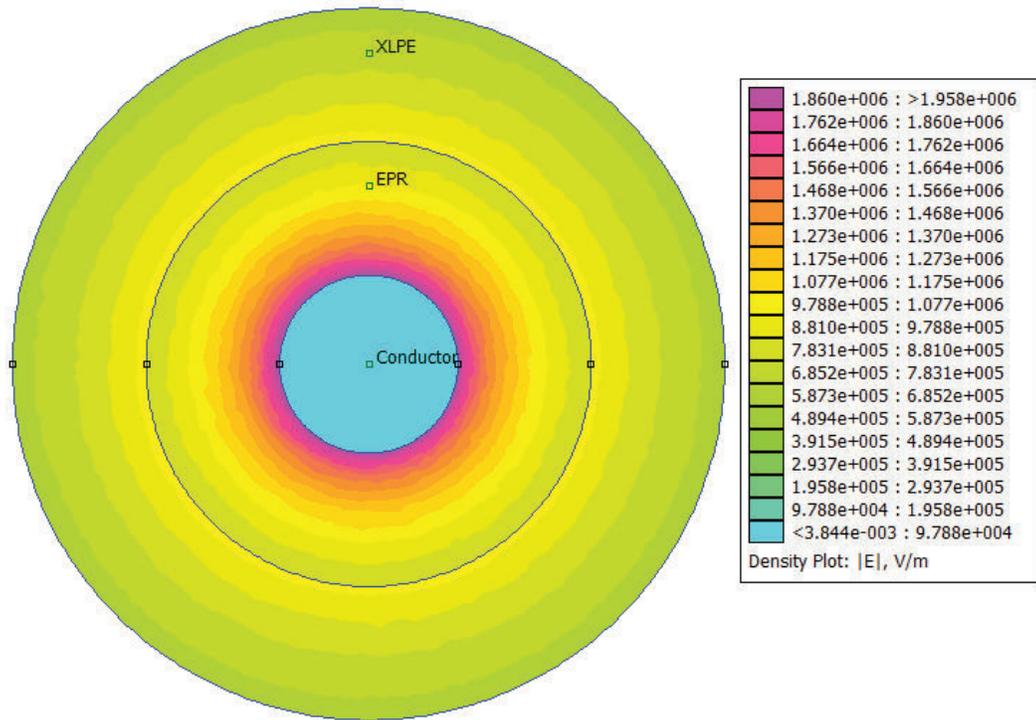
- **Caso 1**

La distribución de las dos capas se realizará colocando la de mayor permitividad en la cercanía del núcleo conductor del cable y la de menor permitividad en la parte exterior del cable. Se dividirá el grosor del aislamiento en partes iguales, es decir la mitad del grosor del aislamiento será de EPR y la otra de XLPE como se muestra en la figura 2.14.

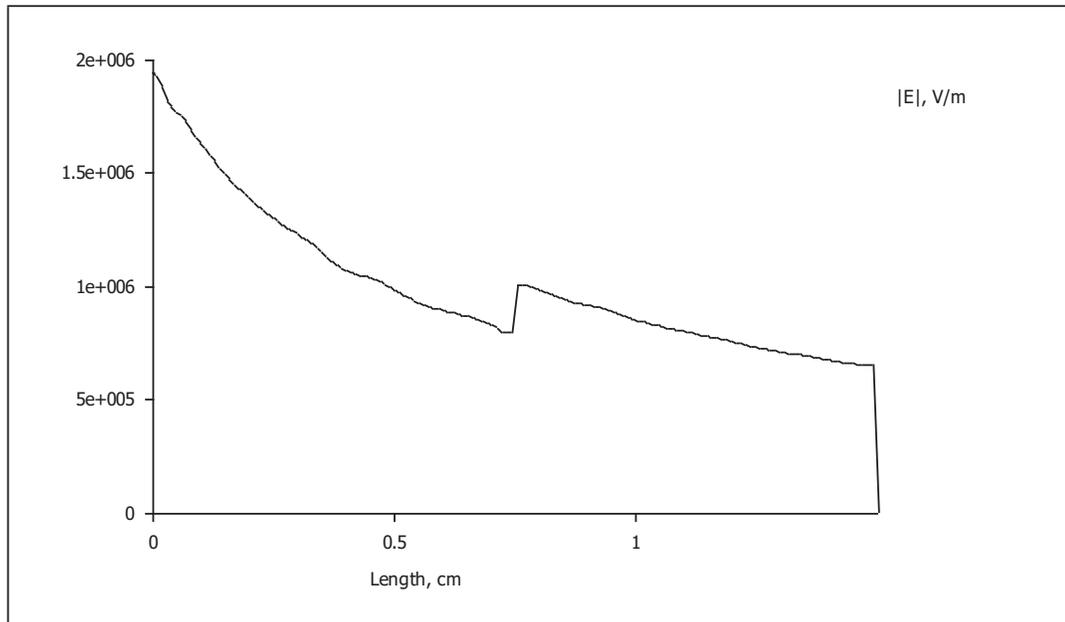


**Figura 2.14** Cable monopolar con aislamiento distribuido en 2 capas, una de EPR y otra de XLPE.

Únicamente se presentarán los resultados del comportamiento del campo eléctrico, ya que los resultados del comportamiento del voltaje no dependen del material y serán iguales a los ya analizados. Por lo tanto los resultados obtenidos para el campo eléctrico se pueden observar en las figuras 2.15 y 2.16.



**Figura 2.15** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.

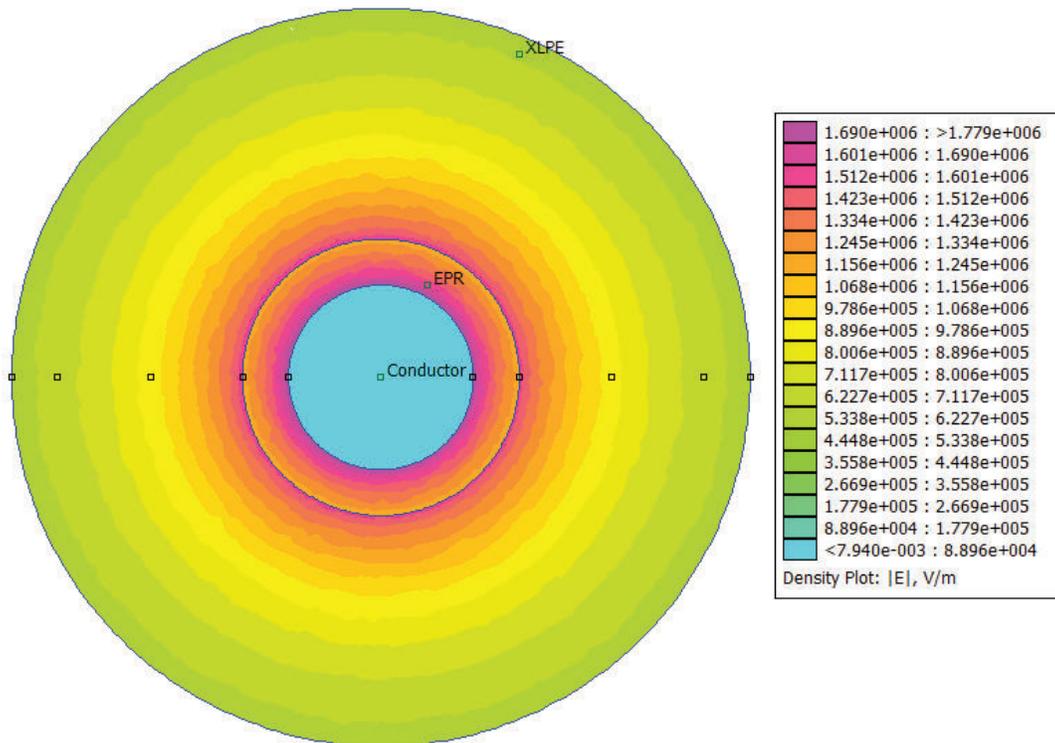


**Figura 2.16** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

El valor máximo de campo eléctrico se ha reducido y la distribución del mismo ha mejorado en comparación al caso anterior con una sola capa.

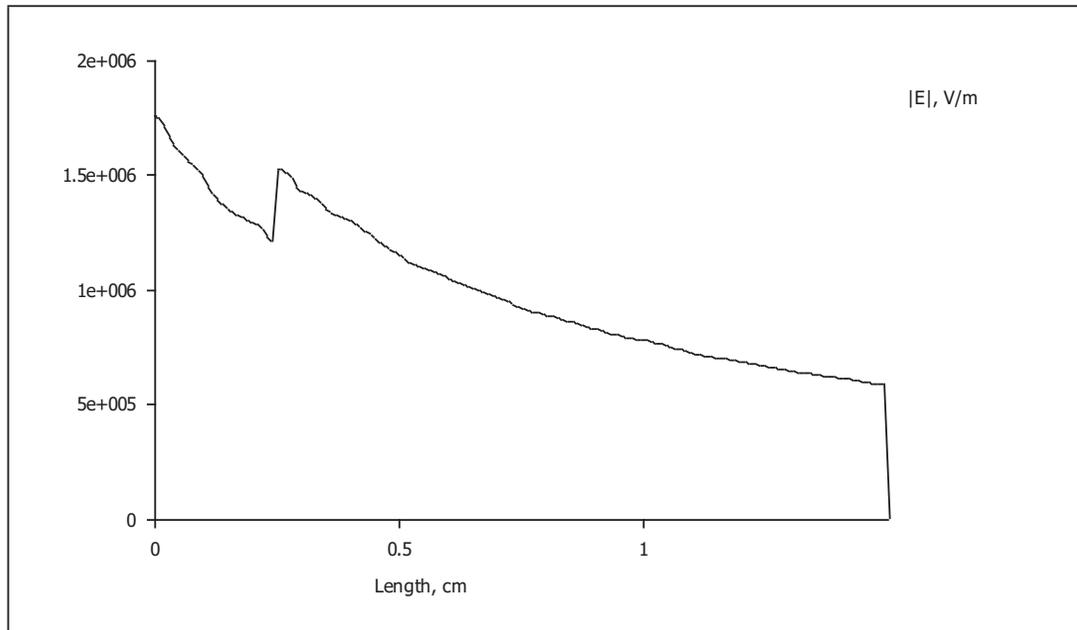
- **Caso 2**

Se presentan a continuación los resultados de haber reducido el grosor de la capa más cercana al núcleo conductor y aumentado el de la segunda capa.



**Figura 2.17** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.

La figura 2.17 muestra como al reducir el grosor de la primera capa y mantener las dimensiones del cable, se logra reducir el valor máximo de campo en las cercanías al núcleo conductor, pero el campo se torna más intenso en la primera capa y más disperso en la segunda. Hay que tomar en cuenta que mientras más pequeño sea el grosor de una capa más intenso será el campo a lo largo de ella, lo que en realidad se busca es tener distribuido lo más uniformemente posible el campo a lo largo del aislamiento.

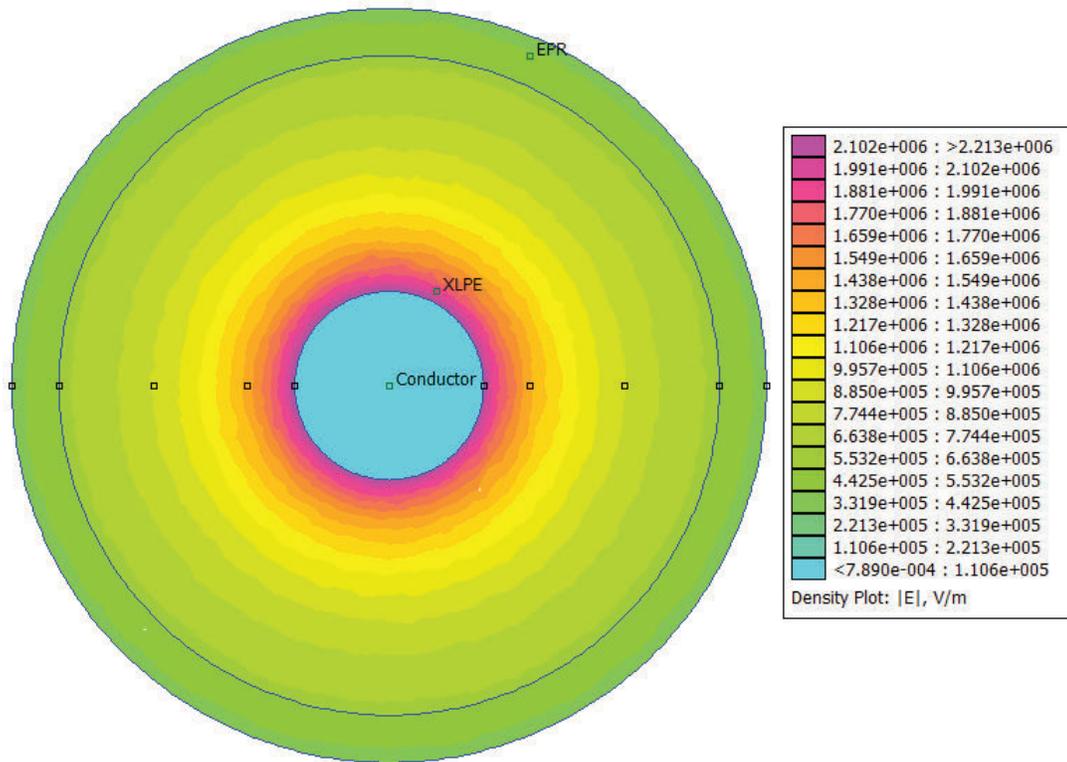


**Figura 2.18** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

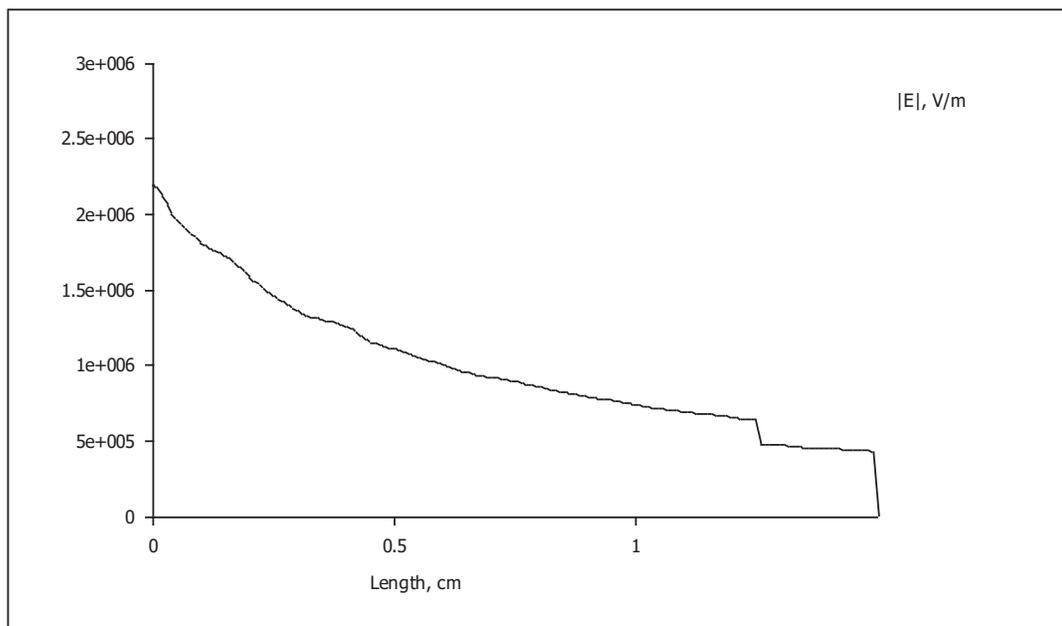
En la figura 2.18 se puede observar que el valor de campo eléctrico en la primera capa es menor en comparación con el caso 1, en la segunda capa el valor máximo del campo eléctrico aumenta, de esta forma la distribución del campo eléctrico en el aislamiento ha sido uniforme.

- **Caso 3**

Para este caso se realizará la simulación aumentando el grosor de la primera capa y reduciendo el grosor de la segunda. Se obtienen los resultados mostrados en las figuras 2.19 y 2.20 para el campo eléctrico.



**Figura 2.19** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.



**Figura 2.20** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

El valor del campo eléctrico en la primera capa aumentó considerablemente, hasta el punto de ser similar al obtenido con una sola capa aislante.

El caso 2 muestra la distribución más uniforme del campo eléctrico, para ello se deben reducir las dimensiones de la primera capa y aumentar las de la segunda ya que se está manteniendo un diámetro constante del cable, tomando en cuenta que al realizar esta distribución el valor máximo del campo eléctrico de la primera capa disminuye, pero el de la segunda aumenta. Es necesario notar que las dimensiones de la primera capa se deben reducir hasta el punto en el que el valor máximo de campo eléctrico sea similar en las dos capas, es decir, se de una distribución uniforme del campo entre las dos capas y que los valores del campo eléctrico de cada capa se encuentren dentro de los de rigidez dieléctrica del material del cual está hecha la capa aislante.

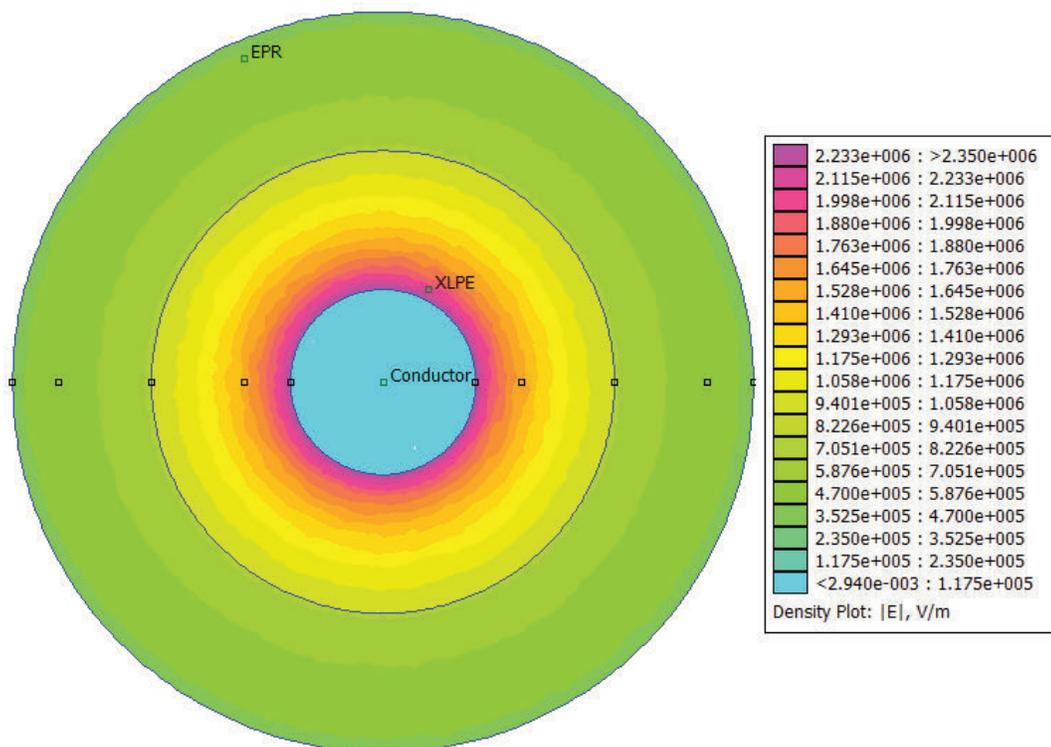
#### **2.2.2.2 Cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas: XLPE y EPR.**

Al igual que el caso anterior de dos capas se analizarán 3 casos con las mismas las dimensiones del cable para poder comparar los resultados obtenidos.

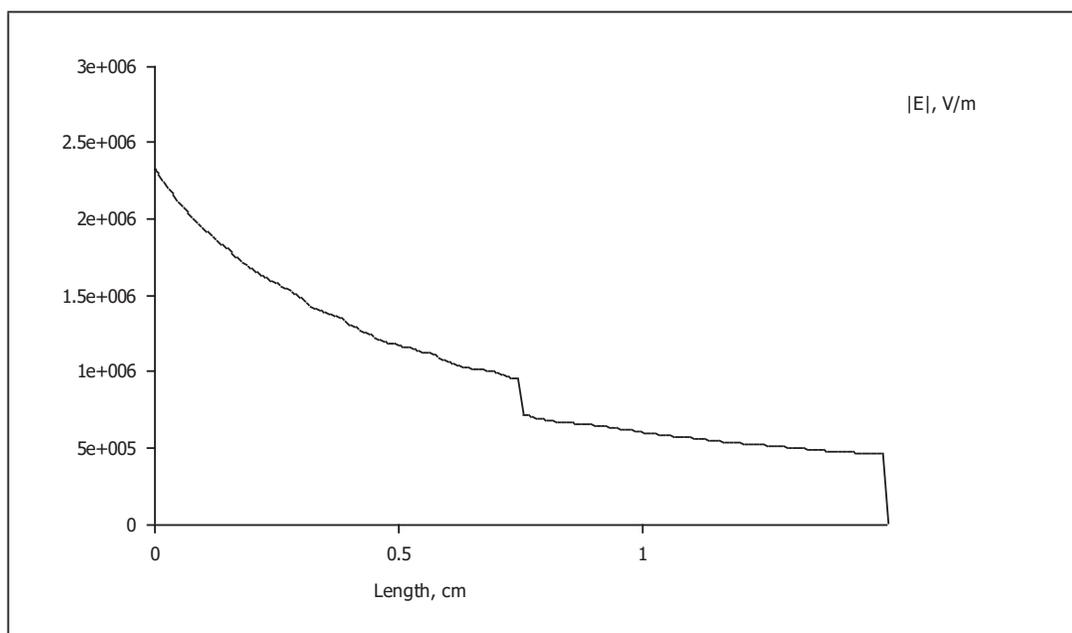
Para esta simulación el material de menor permitividad irá en la cercanía del núcleo conductor y el de mayor permitividad en la parte exterior.

- **Caso 1**

Se dividirá el grosor del aislamiento en partes iguales, es decir la mitad del grosor del aislamiento será de XLPE y la otra de EPR. Los datos obtenidos para el campo eléctrico son los siguientes:



**Figura 2.21** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de XLPE y otra de EPR.

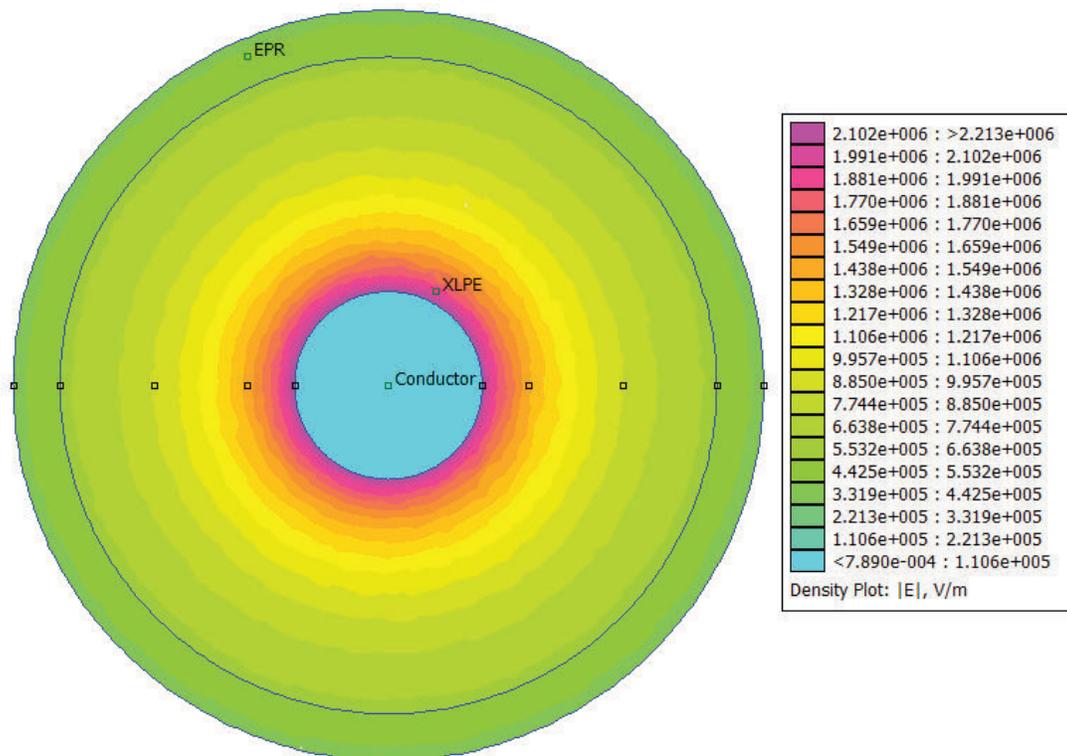


**Figura 2.22** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE y EPR.

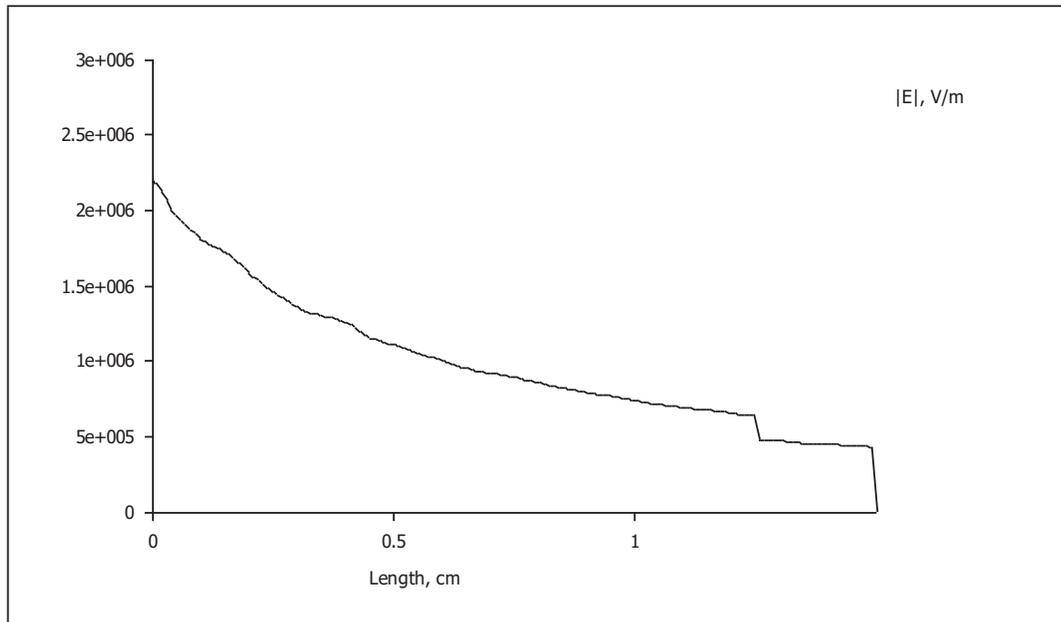
El valor máximo del campo aumentó en comparación con el de una sola capa, así que no habría sentido en distribuirlo en dos capas y poner el material de menor permitividad en las cercanías del núcleo conductor y el de mayor permitividad en la parte exterior. En la segunda capa, al ser la de mayor permitividad, el campo eléctrico disminuye considerablemente y en la primera capa, que es la de menor permitividad el campo se intensifica y adopta valores elevados.

- **Caso 2**

Para el caso 2 se aumentará el grosor de la primera capa y por ende el grosor de la segunda disminuirá, ya que las dimensiones del cable se conservan.



**Figura 2.23** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de XLPE y otra de EPR.

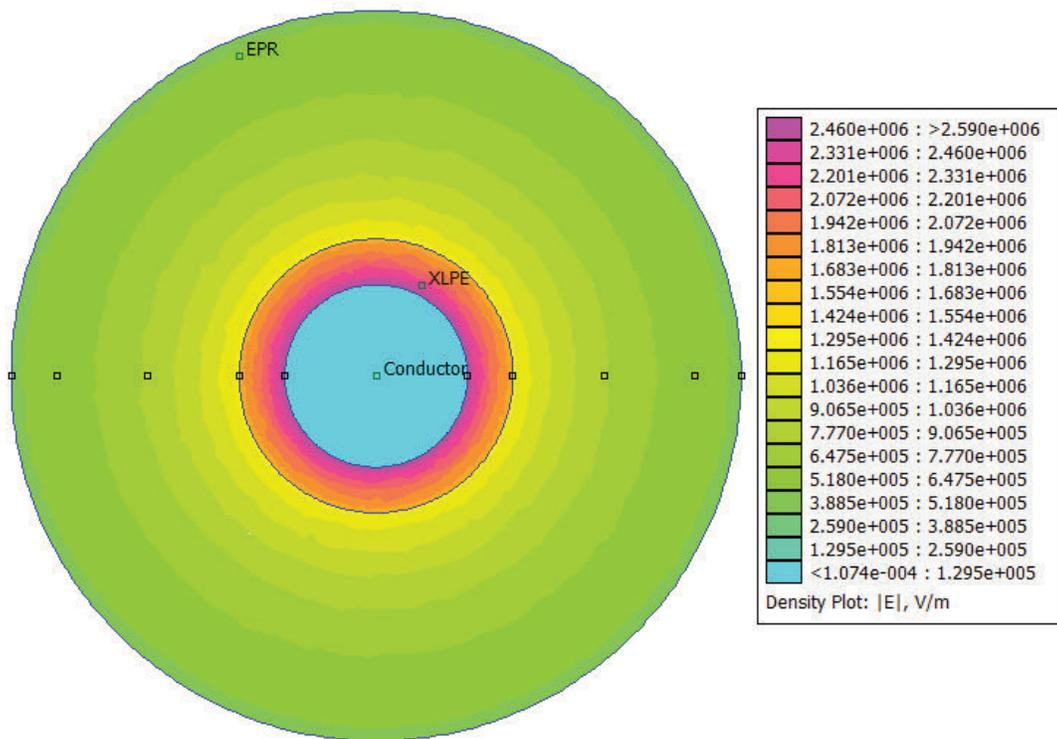


**Figura 2.24** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE y EPR.

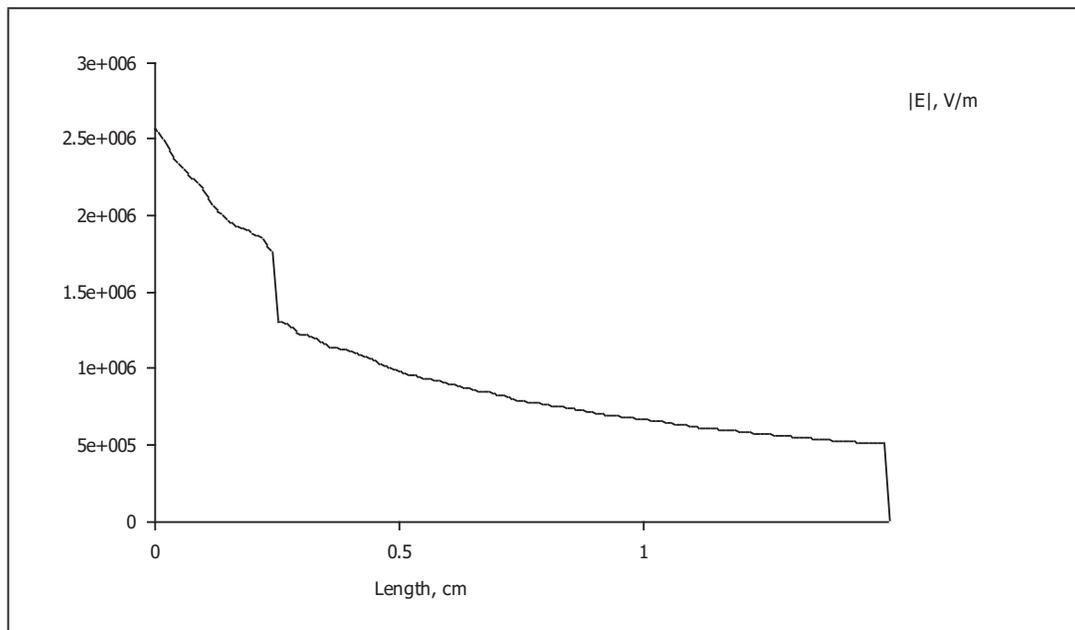
Se puede evidenciar una disminución del campo eléctrico en comparación al caso 1, pero éste sigue superando los valores obtenidos con una sola capa, por lo que no habría sentido en realizar esta distribución.

- **Caso 3**

Para el caso 3 el grosor de la primera capa disminuirá y el de la segunda aumentará. De esta simulación se han obtenido los resultados presentados en las figuras 2.25 y 2.26 para el campo eléctrico:



**Figura 2.25** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de XLPE y otra de EPR.



**Figura 2.26** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE y EPR.

El campo en la cercanía del núcleo conductor se incrementa considerablemente en comparación con todos los casos anteriores; es más, el valor máximo que toma es el más grande obtenido con respecto a las simulaciones pasadas. A medida que se vaya disminuyendo el grosor de la primera capa este campo irá incrementándose y haciéndose más denso a lo largo de la misma. Además la distribución del campo eléctrico no es conveniente, ya que éste no es uniforme y tiene valores altos.

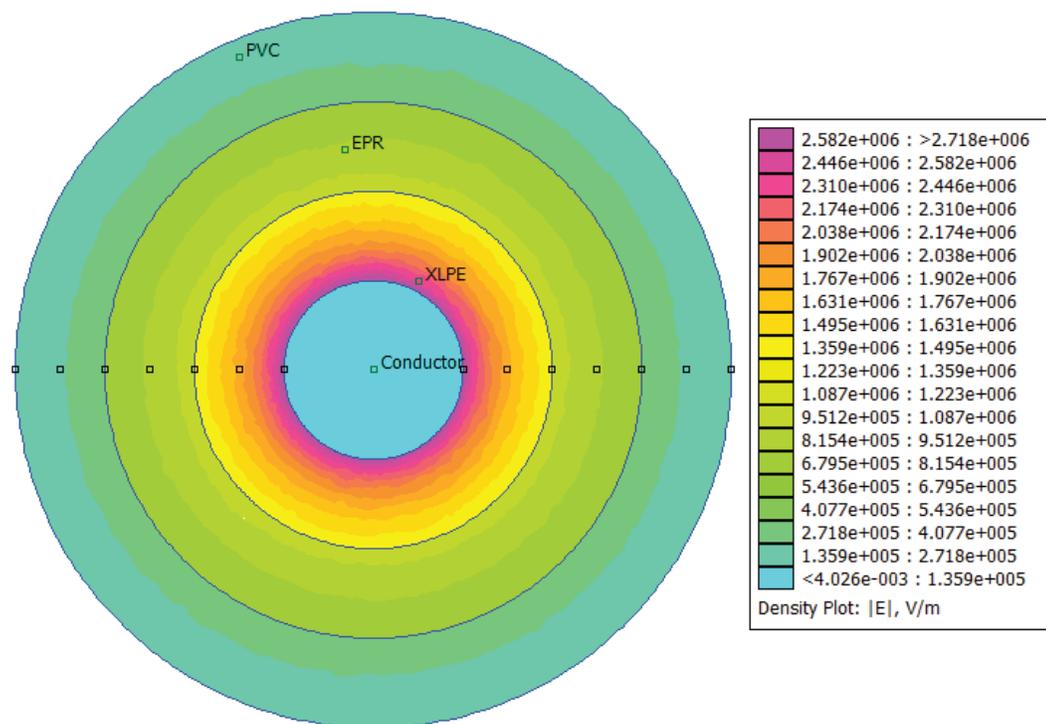
Dentro de los tres casos presentados en esta sección, para la distribución del aislamiento en dos capas colocando el material de menor permitividad en la primera capa y el de mayor en la segunda, en ninguno de los casos el valor máximo de campo eléctrico es menor que el obtenido cuando se coloca el material de mayor permitividad en la primera capa, es por ello que ninguno de los tres casos es recomendable para obtener una distribución uniforme del campo.

### **2.2.3 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS.**

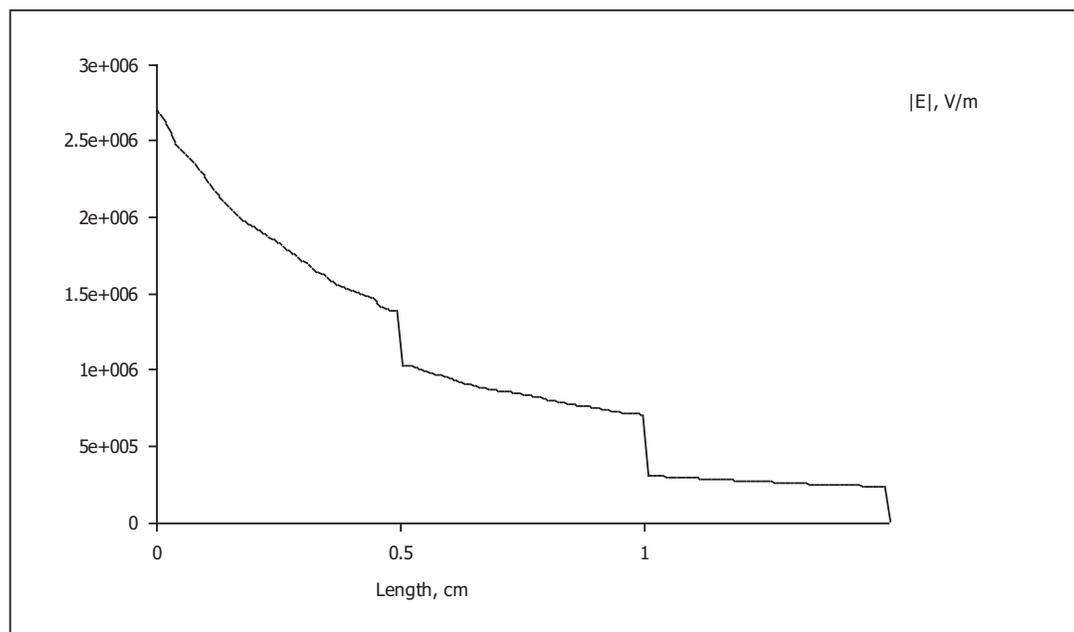
El aislamiento del cable será distribuido en tres capas de diferentes características, se ocupará materiales con diferentes valores de permitividad y se variará las dimensiones de las capas, para posteriormente realizar un análisis del comportamiento del campo en cada uno de los casos.

#### **2.2.3.1 Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: XLPE, EPR y PVC.**

Al igual que los casos anteriores, para este se mantendrán las dimensiones del cable y el aislamiento esta vez será distribuido en tres capas de diferentes características, éstas capas se las distribuirá uniformemente en un inicio para observar cual es el comportamiento del campo eléctrico y poder compararlo con los resultados de los casos anteriores. El resultado de las simulaciones se puede observar en la figura 2.27.



**Figura 2.27** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: XLPE, EPR y PVC.

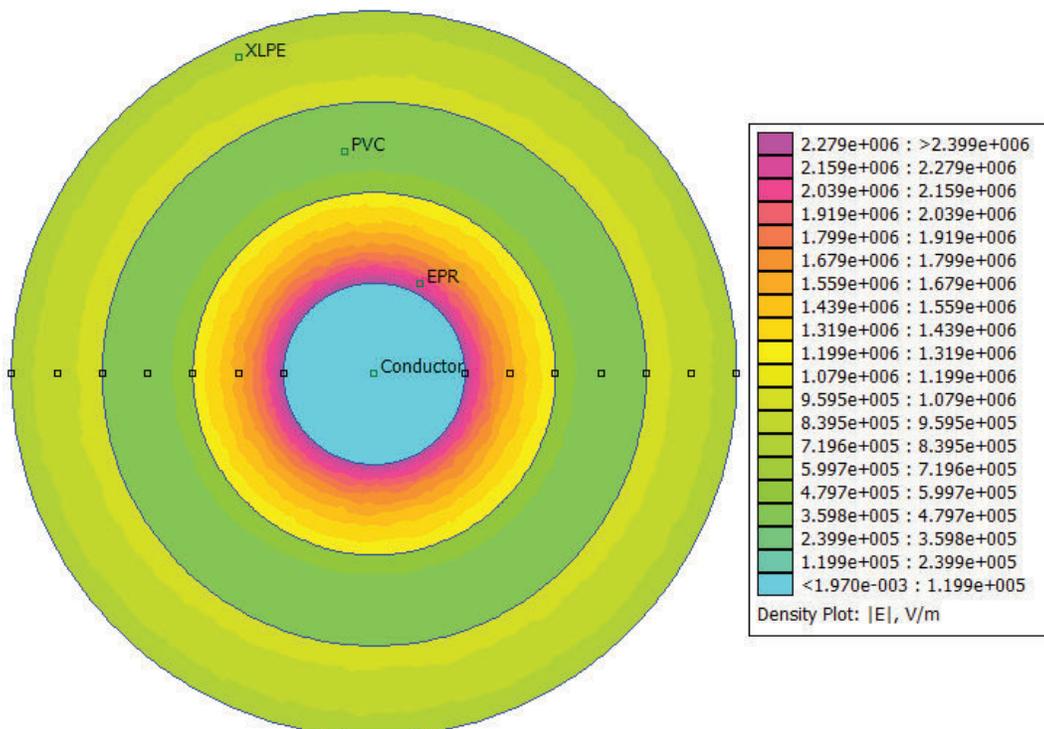


**Figura 2.28** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE, EPR y PVC.

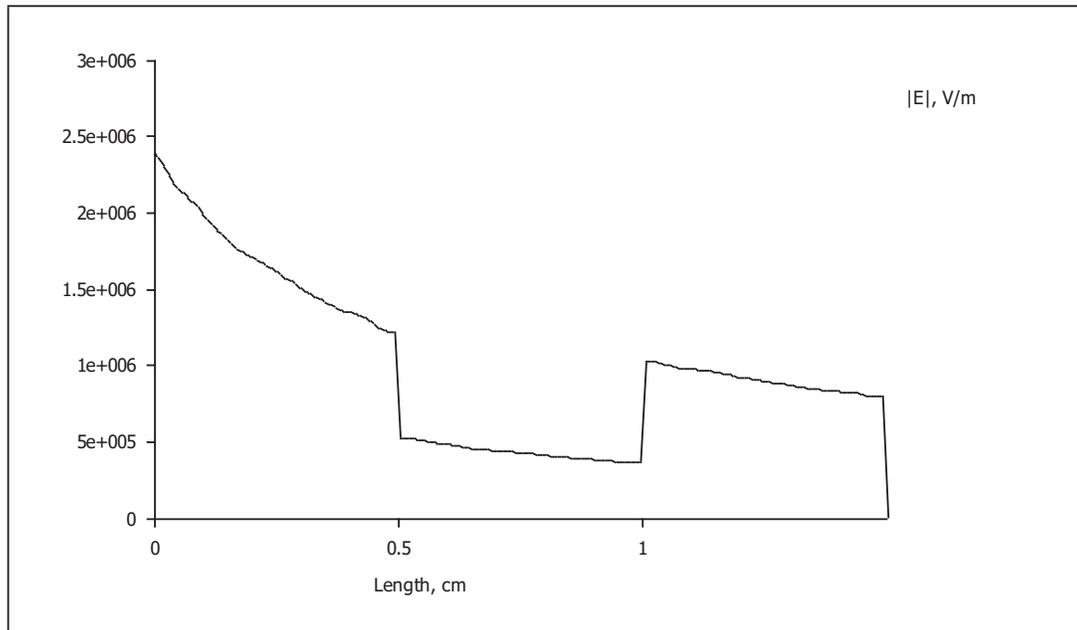
Se observa que el valor máximo del campo eléctrico es mayor al de las distribuciones anteriores por lo que no tendría sentido en realizar este tipo de distribución de materiales aislantes. De varias simulaciones realizadas, se ha observado que en ninguna de ellas el campo disminuye, los valores que se ha obtenido fluctúan entre  $2 \cdot 10^6$  y  $2,5 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$ , que como ya se mencionó son valores que están por sobre los obtenidos previamente.

### 2.2.3.2 Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: EPR, PVC y XLPE.

Para este caso se colocará el material con mayor permitividad en la capa de la mitad, el de menos permitividad al final y un material con permitividad intermedia entre los otros dos valores se colocará en la cercanía al núcleo conductor.



**Figura 2.29** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: EPR, PVC y XLPE.



**Figura 2.30** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR, PVC Y XLPE.

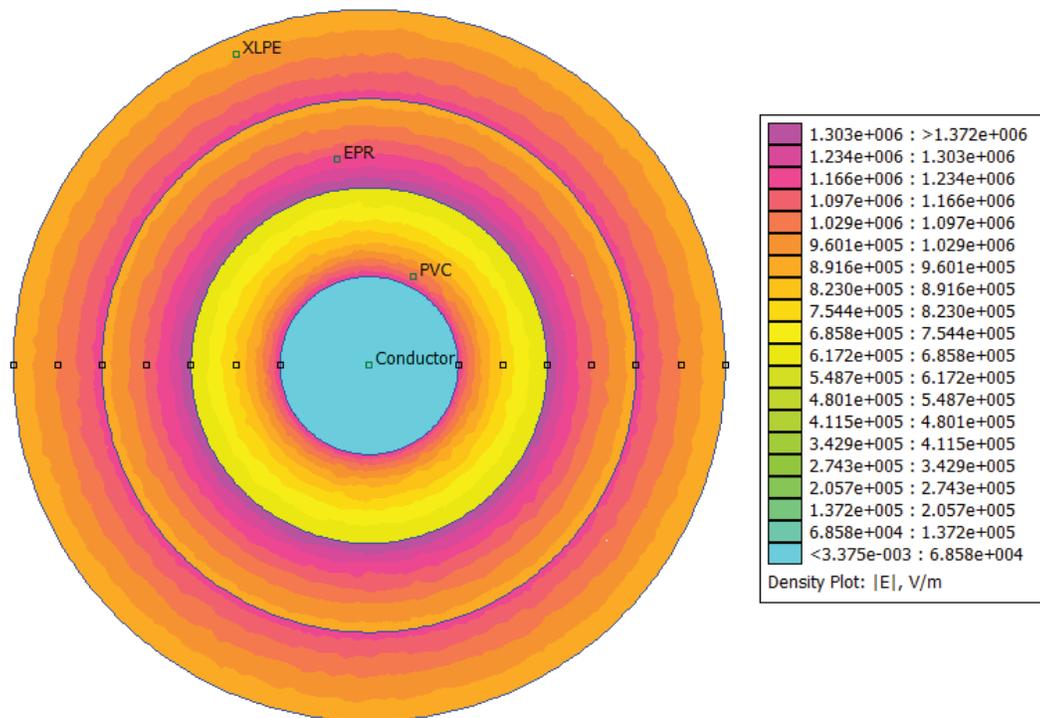
Se puede observar que el campo tiene un decremento considerable en la capa de la mitad, que es la de mayor permitividad. Sin embargo, el valor máximo de campo eléctrico sigue estando por sobre los valores obtenidos en la distribución del aislamiento con una sola y dos capas.

Al igual que el caso anterior de la distribución en tres capas se han realizado varias simulaciones de las que se ha obtenido resultados muy similares entre sí y que además siguen estando por encima de los valores obtenidos con las distribuciones en una y dos capas, por lo que la distribución de esta manera tampoco es conveniente.

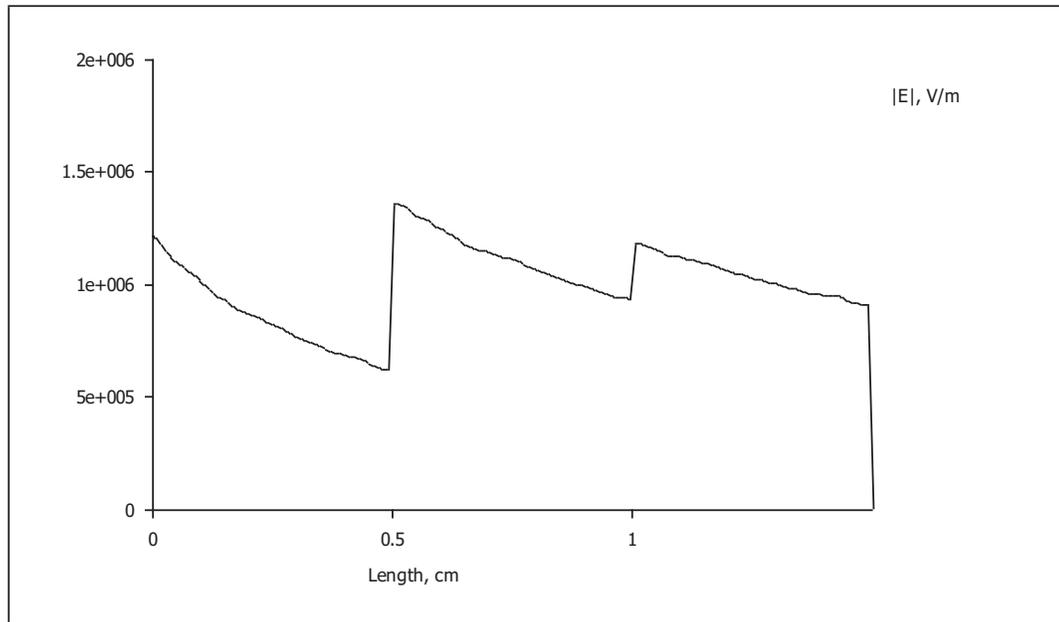
### 2.2.3.3 Cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE.

En este caso se realizará la distribución de los materiales aislantes ubicándolos de acuerdo a sus permitividades de mayor a menor, de adentro hacia afuera. En casos anteriores como el de la distribución en dos capas se observó que es conveniente

colocar el material de mayor permitividad en la cercanía del cable para obtener mejores resultados en la distribución del campo eléctrico.



**Figura 2.31** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE.



**Figura 2.32** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR y XLPE.

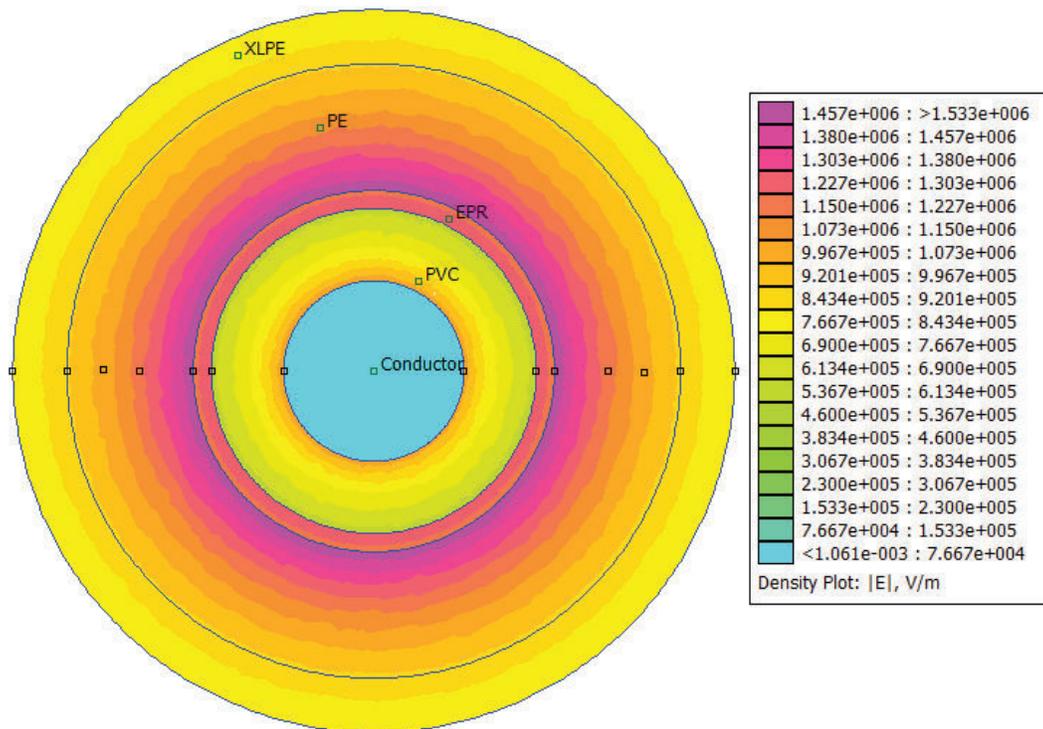
Se puede evidenciar que esta distribución de los materiales aislantes permite una mejor distribución del campo eléctrico, además que reduce el valor máximo del mismo en comparación con los casos de una y dos capas. Si se varían las dimensiones de las capas se pueden obtener resultados en los que los valores máximos en cada una de ellas van a ir variando conjuntamente con el cambio de sus dimensiones. Sin embargo, estos resultados siempre serán menores a los de los obtenidos en los casos anteriores, por lo que resulta ser esta la mejor distribución.

#### **2.2.4 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CUATRO CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE.**

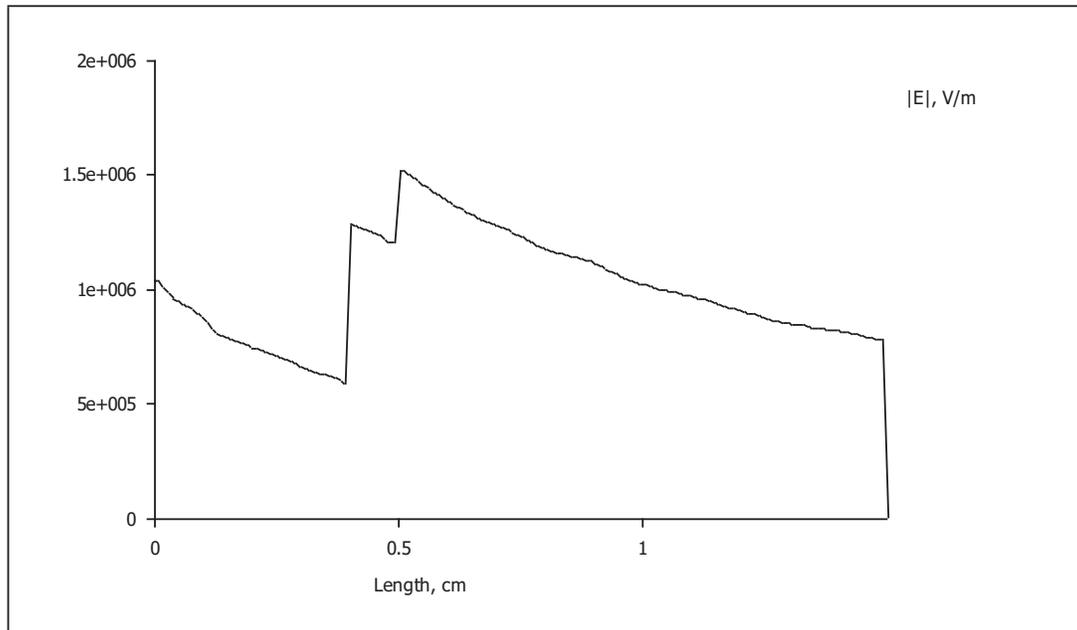
Para las simulaciones de esta sección es importante mencionar que ya no se realizarán todas las combinaciones anteriores, puesto que se ha determinado que la mejor disposición de los materiales es colocar el de mayor permitividad en las cercanías del núcleo conductor y el de menor permitividad en la periferia del cable,

independientemente del número de capas en las que se diversifique el aislamiento del cable. Tomando esta consideración en el caso de cuatro capas se dispondrá las capas de mayor a menor permitividad de adentro hacia afuera del cable.

Tomando en cuenta las consideraciones de las simulaciones anteriores, se presentarán los resultados en los que la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento es lo más uniforme posible de acuerdo a la disposición y distribución de los materiales aislantes en cada una de las capas.



**Figura 2.33** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en cuatro capas: PVC, EPR, PE y XLPE.



**Figura 2.34** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR, PE y XLPE.

Se logra una mejor distribución del campo eléctrico cuando se coloca el material de mayor permitividad en las cercanías del conductor y el de menor permitividad en la capa exterior.

La distribución del campo eléctrico se asemeja mucho a la que se obtuvo cuando el cable tenía distribuido su aislamiento en tres capas, por lo que se evidencia que aumentar más capas no tiene sentido, porque no se logra una mejor distribución del campo eléctrico ni tampoco reducir el valor máximo del mismo.

En la figura 2.34 se pueden diferenciar los puntos máximos de las tres primeras capas más cercanas al núcleo conductor, pero el pico que se forma entre la última y la penúltima capa casi es imperceptible, esto es porque estas dos capas tienen una permitividad muy parecida.

## **2.3 APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 27 kV**

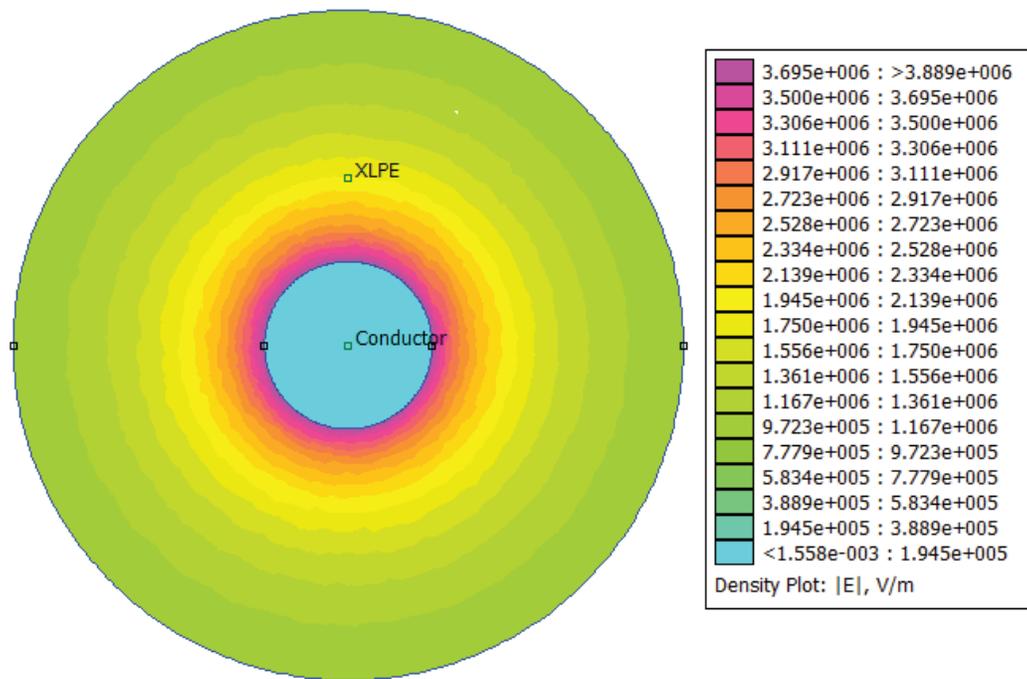
Otro de los voltajes que se usa para las redes de distribución en el Ecuador es 22,8 kV, la clase de aislamiento que se ocupa para cables que funcionan a este nivel de voltaje es 27 kV.

Las simulaciones que se realizarán para el caso del cable de 27 kV serán únicamente aquellas en las que la distribución de las capas sea de mayor a menor, de adentro hacia afuera del cable, ya que con esta disposición se obtiene la mejor distribución del campo eléctrico en el cable y, al variar únicamente el voltaje de trabajo, sólo van a cambiar los valores del campo eléctrico pero no su comportamiento.

### **2.3.1 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA.**

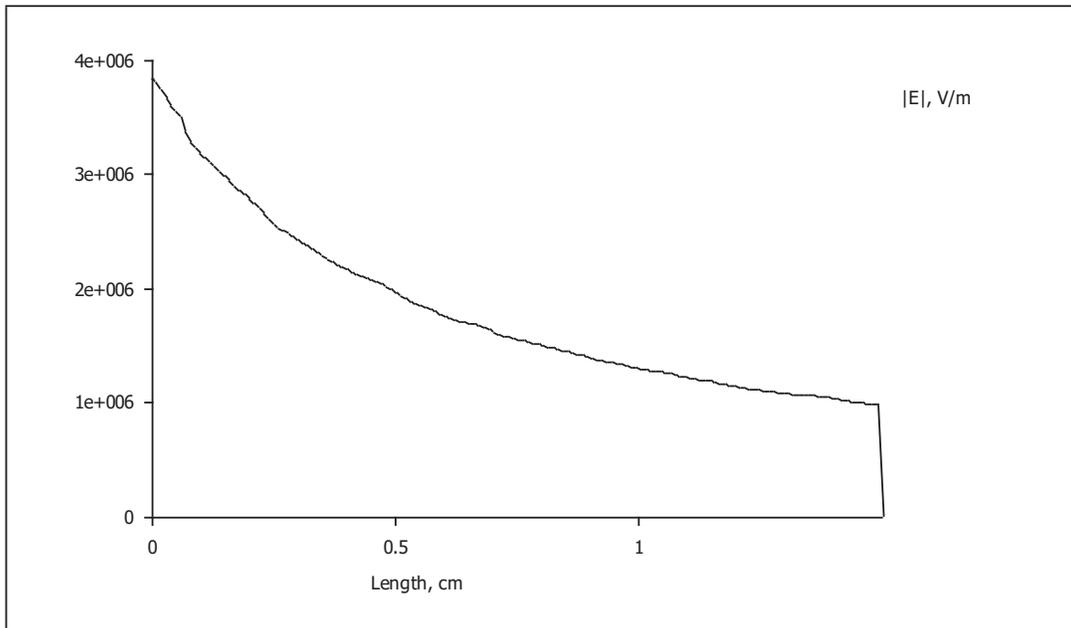
En base a lo observado en el caso del cable de 15 kV con el aislamiento de un solo material, se realizará una sola simulación para el cable de 27 kV, ya que el campo eléctrico no varía si se cambia el aislamiento a materiales de distintas características. El valor que cambia con referencia al caso anterior es el nivel de voltaje al que trabaja el cable, por lo que se esperan obtener resultados en los que el campo tendrá valores diferentes a los del caso anterior, pero el mismo comportamiento del campo eléctrico.

La simulación se la ha realizado con el aislamiento más usado que es el XLPE. Para poder realizar una comparación de los valores obtenidos en los diferentes casos de estudio se ha mantenido las dimensiones del cable que se usó en el caso de 15 kV. [18]



**Figura 2.35** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de XLPE.

Al igual que en el caso anterior en el que el nivel de voltaje era 15 kV el campo eléctrico se distribuye a lo largo del aislamiento compuesto de un solo material aislante, esta distribución y su valor máximo no dependen del material que se use.

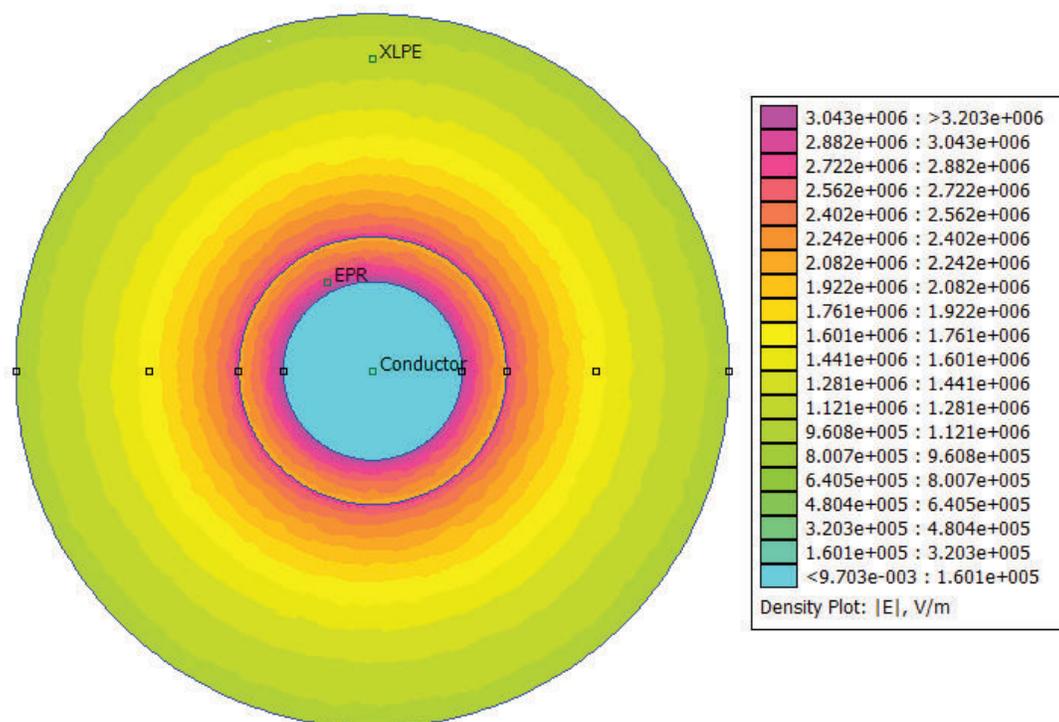


**Figura 2.36** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE.

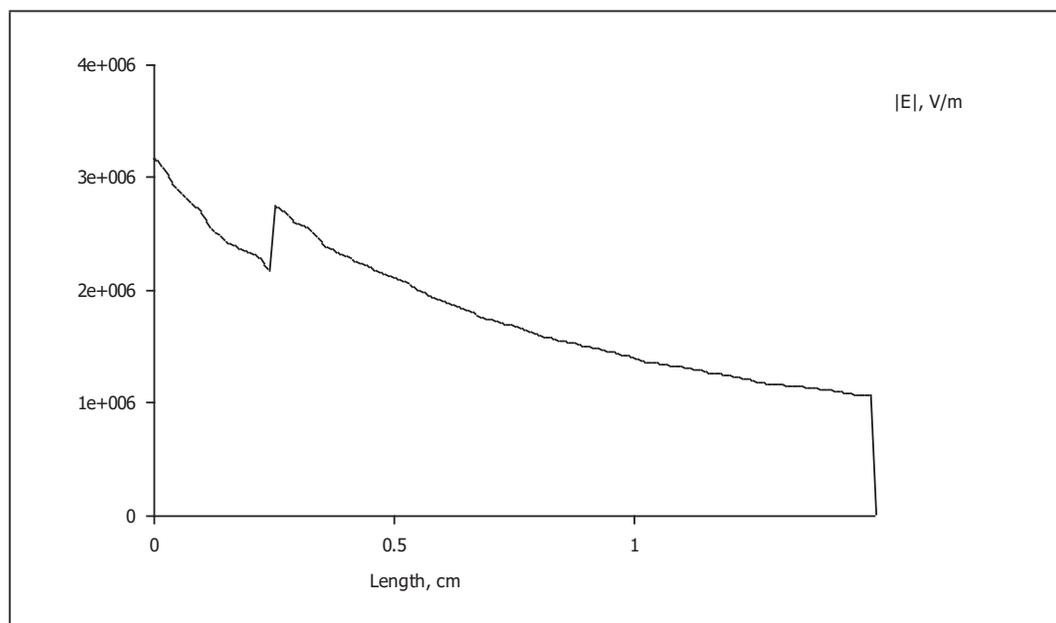
El valor máximo que adopta el campo es de  $3,889 \frac{kV}{m}$ , ésta será la referencia para realizar la comparación de lo que sucede en los casos posteriores cuando se analice el comportamiento del campo distribuido en dos, tres y cuatro capas, para los casos posteriores únicamente se distribuirán los materiales aislantes de mayor a menor permitividad de adentro hacia afuera, ya que se ha demostrado que las otras distribuciones no dan aportes relevantes para el análisis del campo en los cables.

### 2.3.2 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN DOS CAPAS: EPR Y XLPE.

El cable se distribuirá en dos capas, colocando el EPR que es el de mayor permitividad en las cercanías del núcleo conductor y el XLPE de menor permitividad en la parte exterior, además de mantener las dimensiones de los casos anteriores.



**Figura 2.37** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.



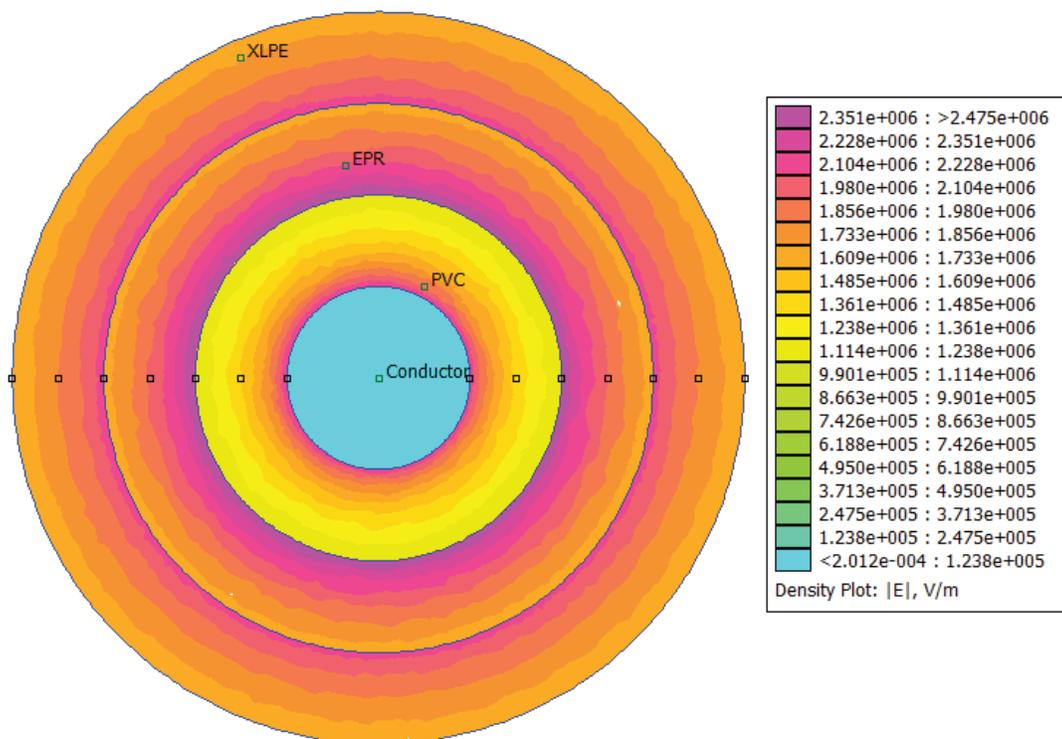
**Figura 2.38** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

Los valores obtenidos en comparación con los de una sola capa a este mismo valor de voltaje de trabajo de 27 kV son menores en referencia al valor máximo que adopta el campo eléctrico en el aislamiento del cable, la distribución del campo eléctrico tiene el mismo comportamiento que en el caso en el que el voltaje de trabajo era 15 kV y la distribución de los materiales aislantes era la misma que el presente caso.

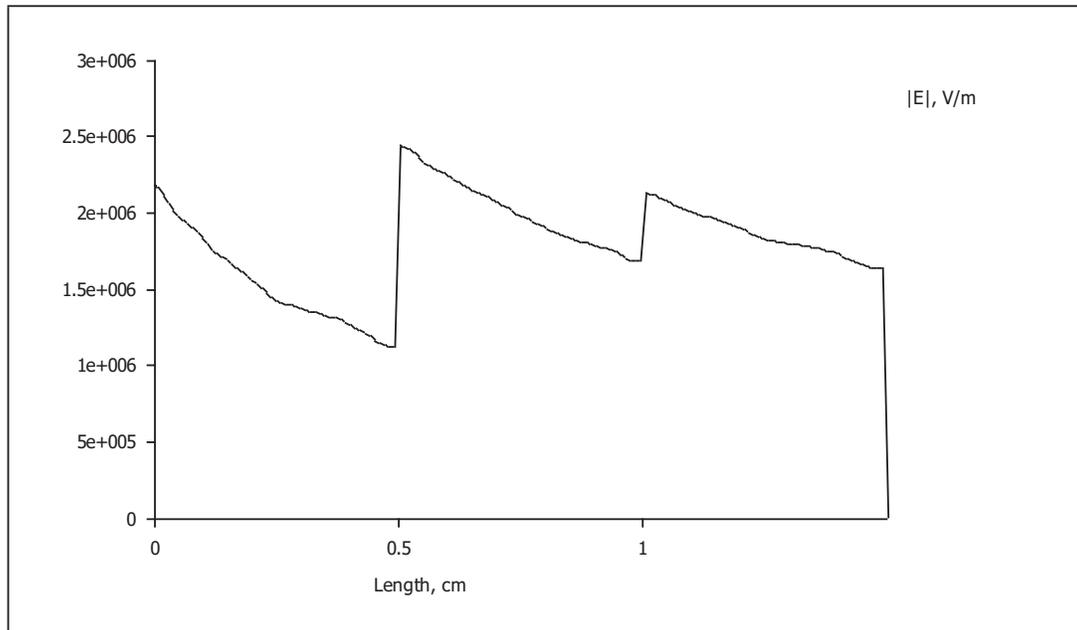
### 2.3.3 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS: PVC, EPR, XLPE.

Se distribuye el aislamiento en tres capas, colocando el material de mayor permitividad en las cercanías del núcleo conductor del cable para posteriormente colocar los materiales de menor permitividad en las capas externas.

De las simulaciones se obtienen los resultados mostrados en las figuras 2.39 y 2.40.



**Figura 2.39** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE.

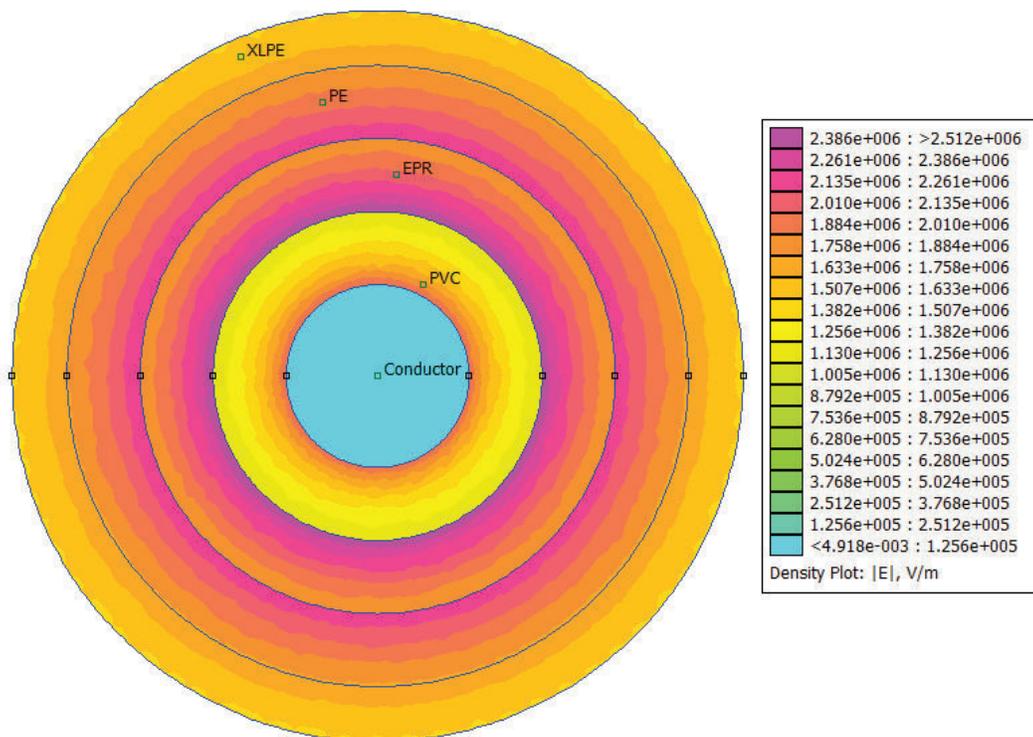


**Figura 2.40** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR y XLPE.

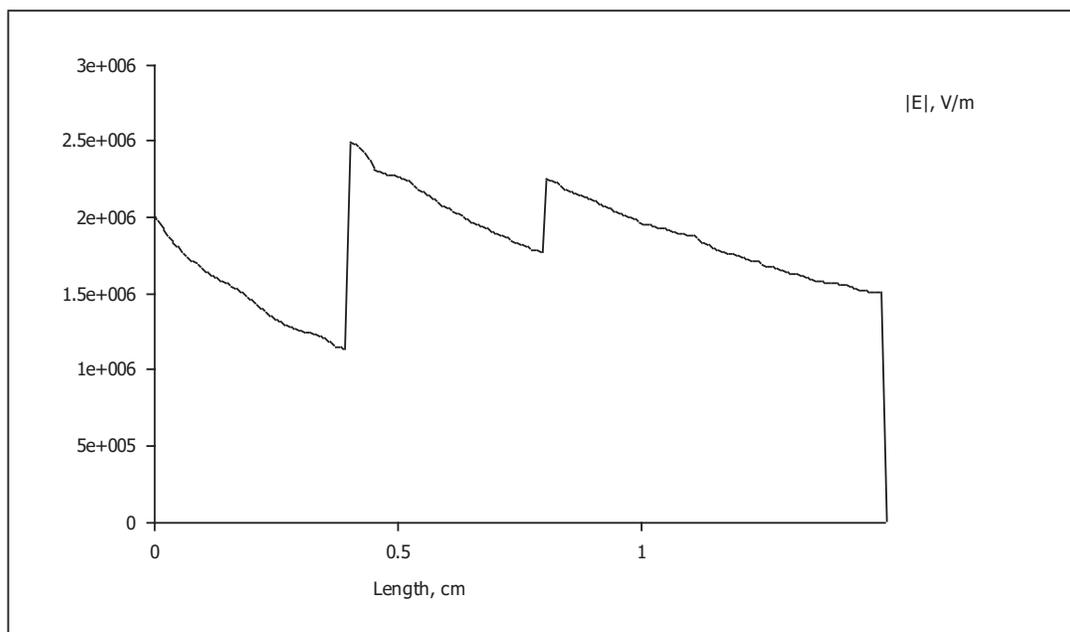
El comportamiento del campo es el mismo que en los casos anteriores en el que el voltaje es menor, es decir, con la diversificación del campo en 3 capas se obtiene una distribución más uniforme del campo eléctrico y se logra reducir el valor máximo del mismo.

### 2.3.4 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN CUATRO CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE.

Para este caso el aislamiento será distribuido en cuatro capas, colocando los materiales de mayor permitividad en las cercanías y los de menor permitividad en las afueras y con las dimensiones con las que se obtiene la mejor distribución del campo eléctrico en el aislamiento. De lo cual se ha obtenido los siguientes resultados como se muestra en las figuras 2.41 y 2.42.



**Figura 2.41** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en cuatro capas: PVC, EPR, PE y XLPE.



**Figura 2.42** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR, PE y XLPE.

El comportamiento del campo eléctrico es el mismo que en el caso de 15 kV lo que varía son los valores ya que esta vez el voltaje de trabajo es de 27 kV. Cuando se distribuye al aislamiento en cuatro capas, comparando los resultados con la distribución del caso de tres capas, la distribución es bastante similar y el valor máximo es muy parecido, por lo que no tendría sentido aumentar más capas para lograr una mejor distribución o buscar reducir el valor máximo del campo.

La simulación que se muestra es la que presenta los resultados de un campo uniforme a lo largo del aislamiento y al igual que en el caso anterior el pico máximo de la última capa es casi imperceptible porque el último y penúltimo material tiene una permitividad similar.

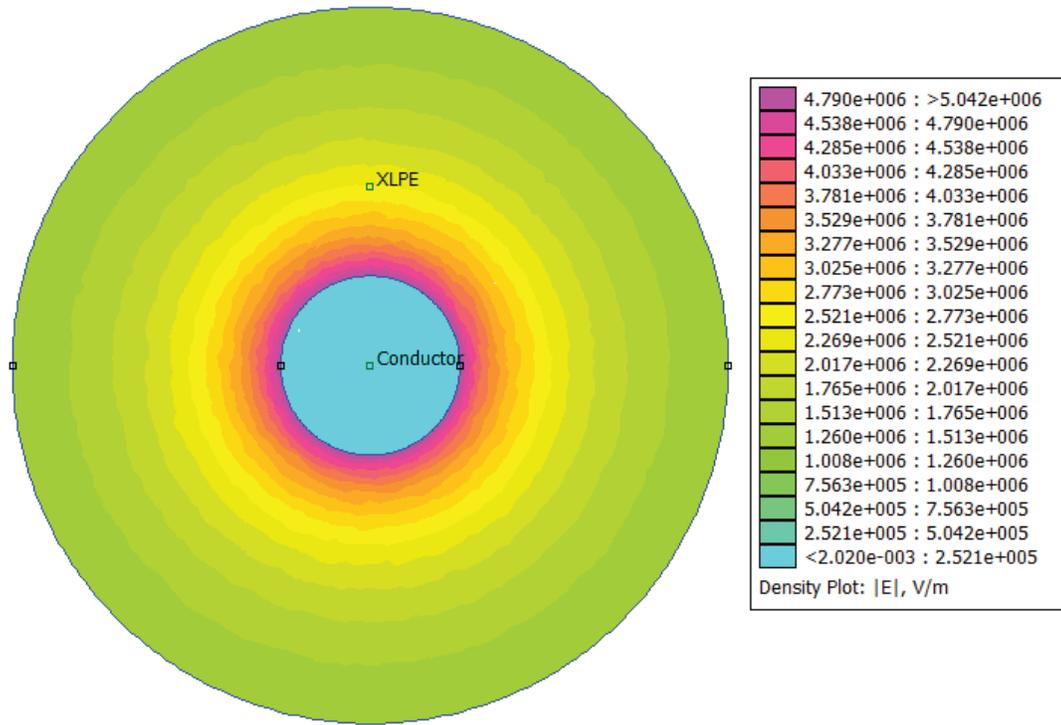
## **2.4 APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 35 kV.**

A continuación se presentarán las simulaciones del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de varios casos en los que se ha variado el número de capas, pero ya no el orden ya que de los resultados de las simulaciones anteriores se ha obtenido que la distribución de las permitividades de mayor a menor de adentro hacia afuera del cable proporcionan mejores resultados en la distribución del campo eléctrico, así como también reducen el valor máximo del campo en el aislamiento.

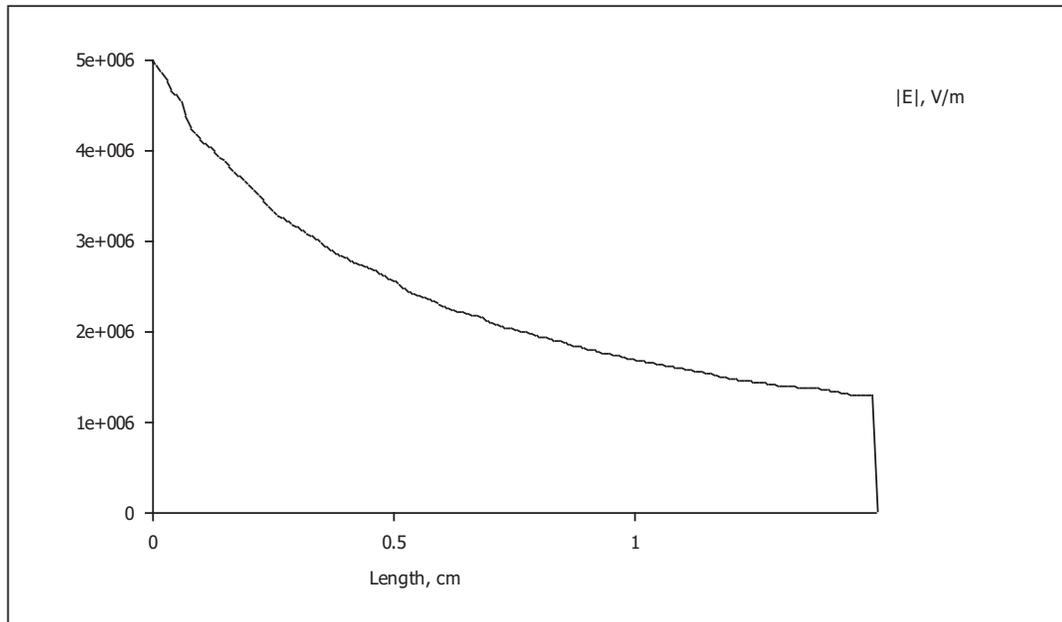
Las dimensiones del cable tampoco se las ha cambiado con la finalidad de poder comparar los resultados obtenidos en cada uno de los casos.

### 2.4.1 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA.

Los resultados de la simulación se muestran en las figuras 2.43 y 2.44.



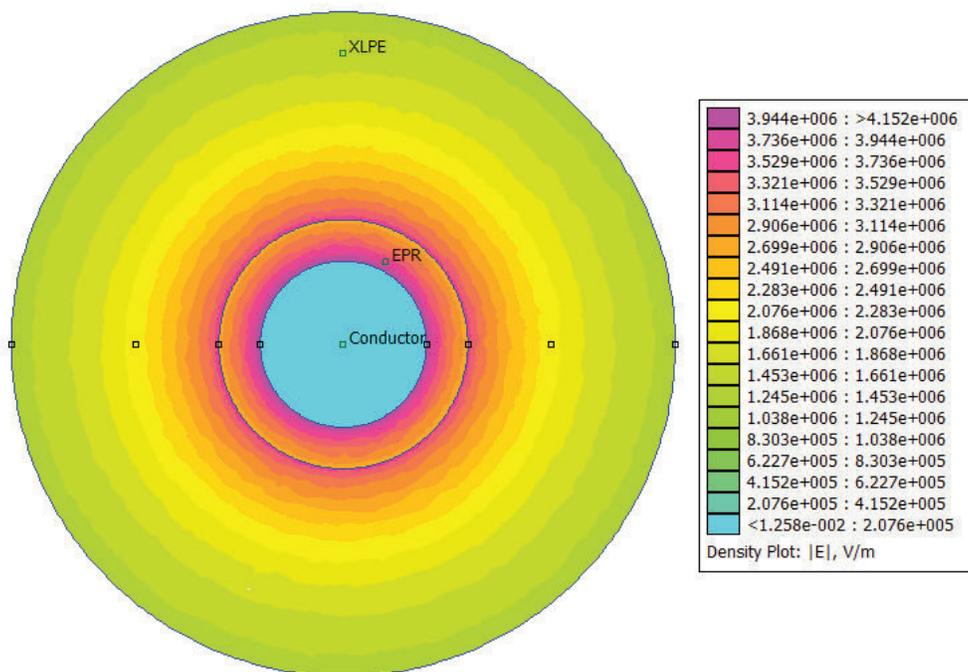
**Figura 2.43** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de XLPE.



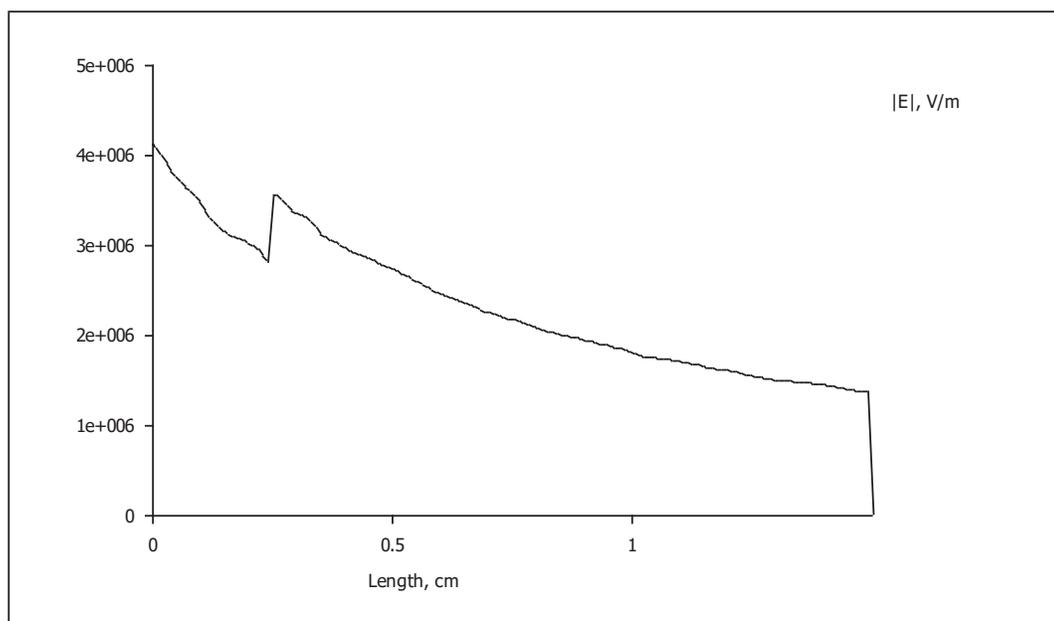
**Figura 2.44** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE.

Los resultados obtenidos de las simulaciones muestran que el valor pico del campo eléctrico es mayor al que se obtuvo en el caso anterior en el que el nivel de voltaje era 27 kV, el comportamiento del campo eléctrico es el mismo. También es importante mencionar que, sin importar la resistividad del material aislante, el comportamiento y los valores del campo eléctrico serán los mismos.

## 2.4.2 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN DOS CAPAS: EPR Y XLPE.



**Figura 2.45** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.

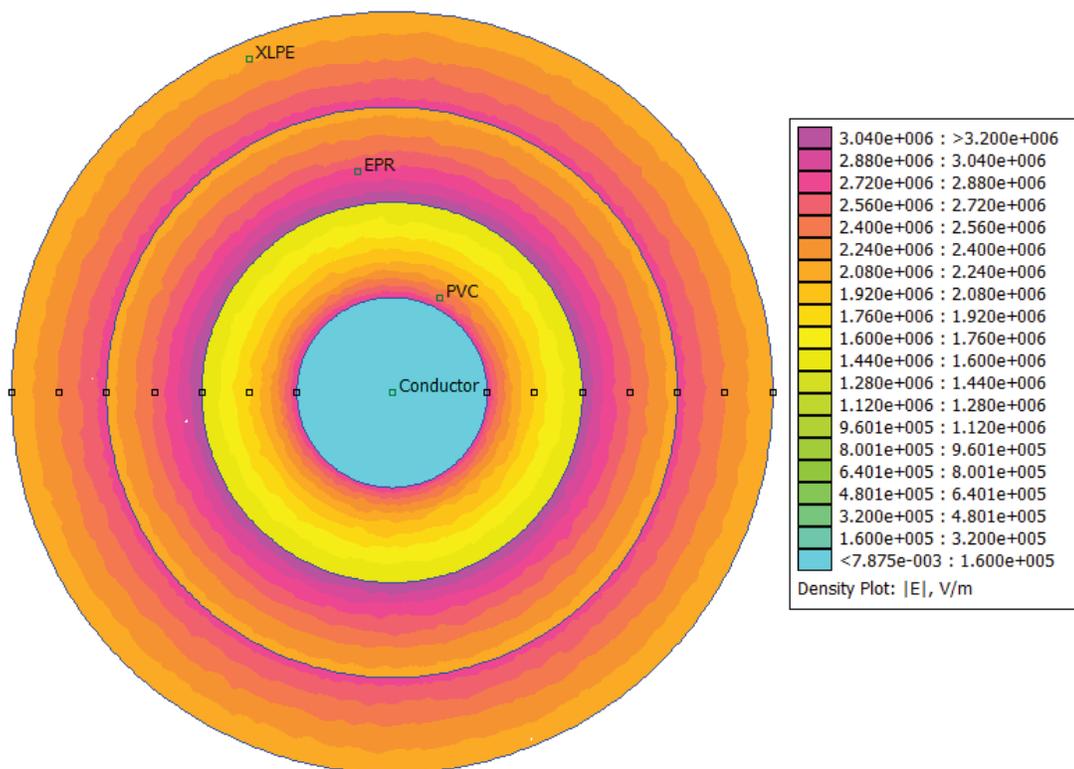


**Figura 2.46** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

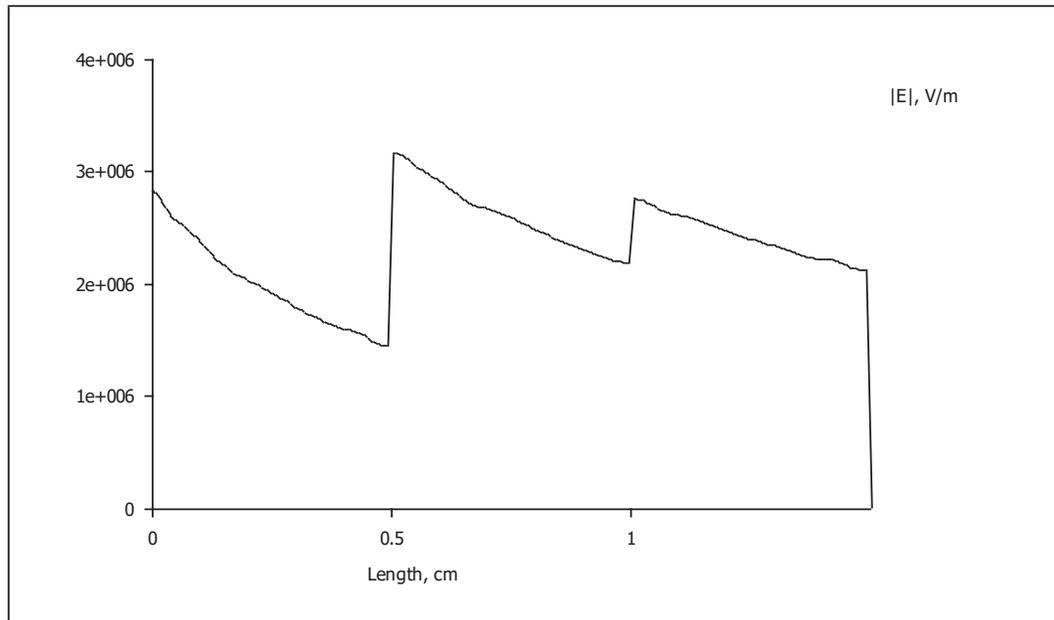
En el caso del aislamiento distribuido en dos capas se puede lograr elevar el valor pico de campo eléctrico de la segunda capa y disminuir el de la primera, esto con la reducción de las dimensiones de la primera capa hasta obtener los resultados deseados de acuerdo a las características del material de cada capa.

La simulación que se ha presentado para el caso de dos capas, muestra la distribución uniforme del campo eléctrico en el aislamiento, tratando de conseguir que el valor máximo del campo eléctrico en las dos capas sea similar.

### 2.4.3 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN TRES CAPAS: PVC, EPR, XLPE.



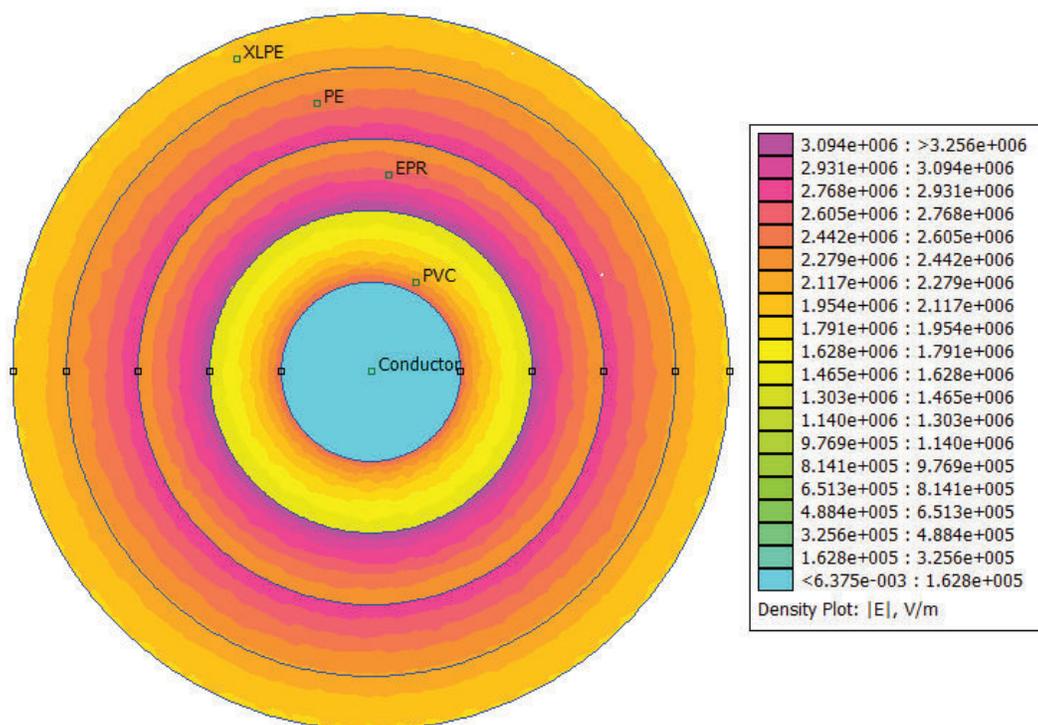
**Figura 2.47** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE.



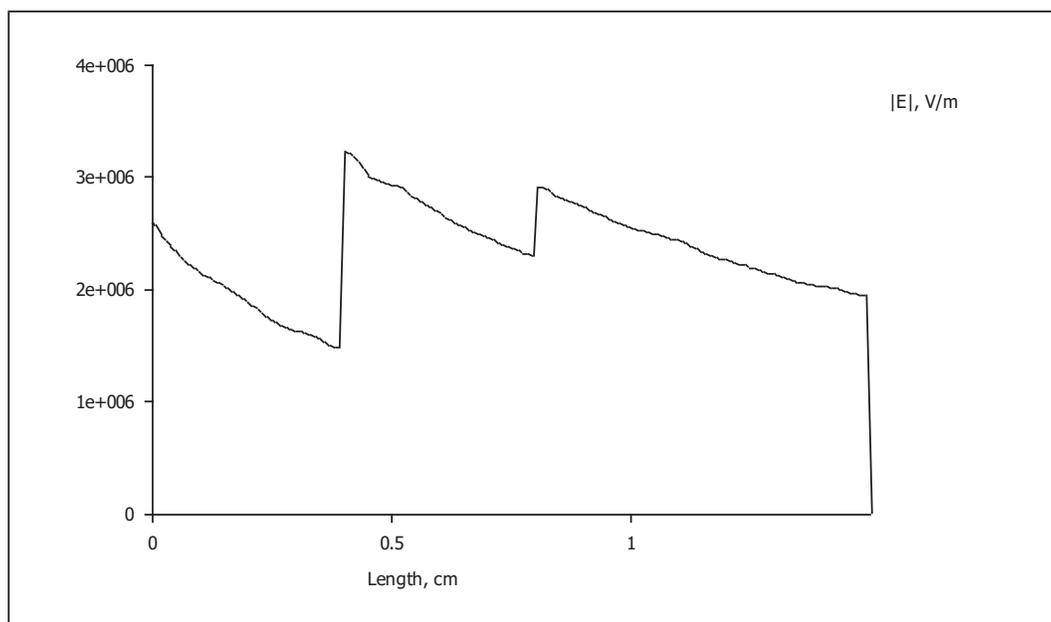
**Figura 2.48** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR y XLPE.

En campo eléctrico al distribuir el aislamiento en tres capas se reparte uniformemente cuando el grosor de las capas es similar, es así que los valores máximos de cada una de las capas son parecidos por lo que se evidencia una mejor distribución del campo eléctrico.

#### **2.4.4 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 4 CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE.**



**Figura 2.49** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en cuatro capas: PVC, EPR, PE y XLPE.



**Figura 2.50** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR, PE y XLPE.

Comparando los valores obtenidos para tres y cuatro capas, se puede observar que los cambios en los valores máximos de campo eléctrico no son relevantes, por lo que sería innecesario aumentar más capas para obtener mejores resultados.

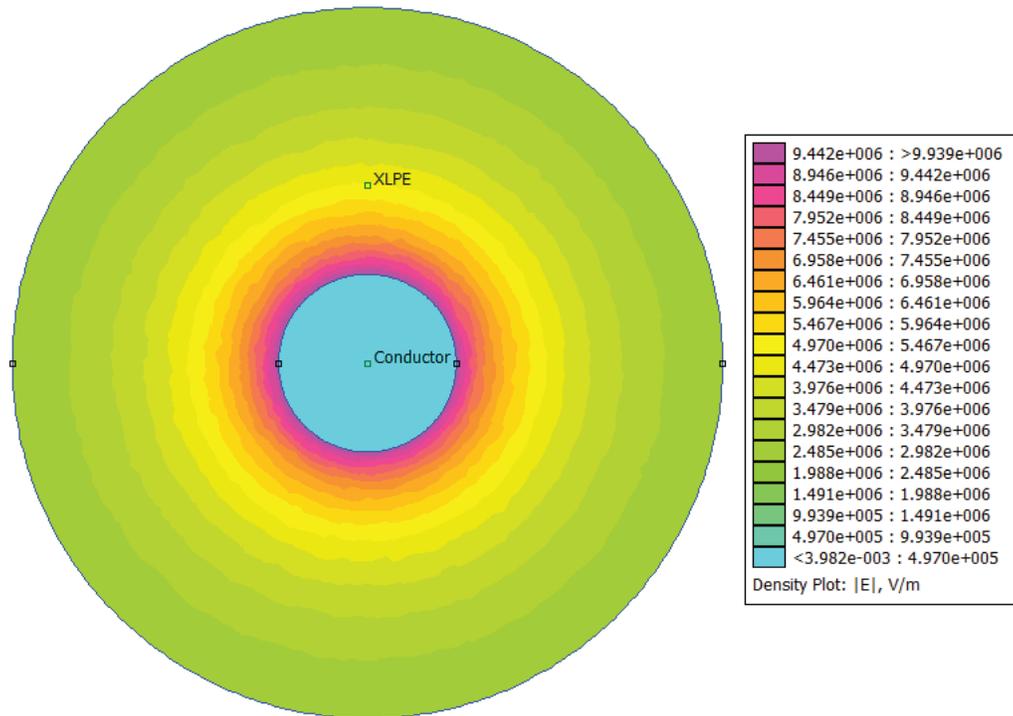
Si se va a realizar la diversificación del aislamiento se deben ocupar materiales que tengan diferente permitividad, ya que como se observa en la figura 2.50 casi no se puede notar la diferencia entre la última y penúltima capa.

## **2.5 APLICACIÓN DEL MODELO PARA CABLES MONOPOLARES DE 69 kV.**

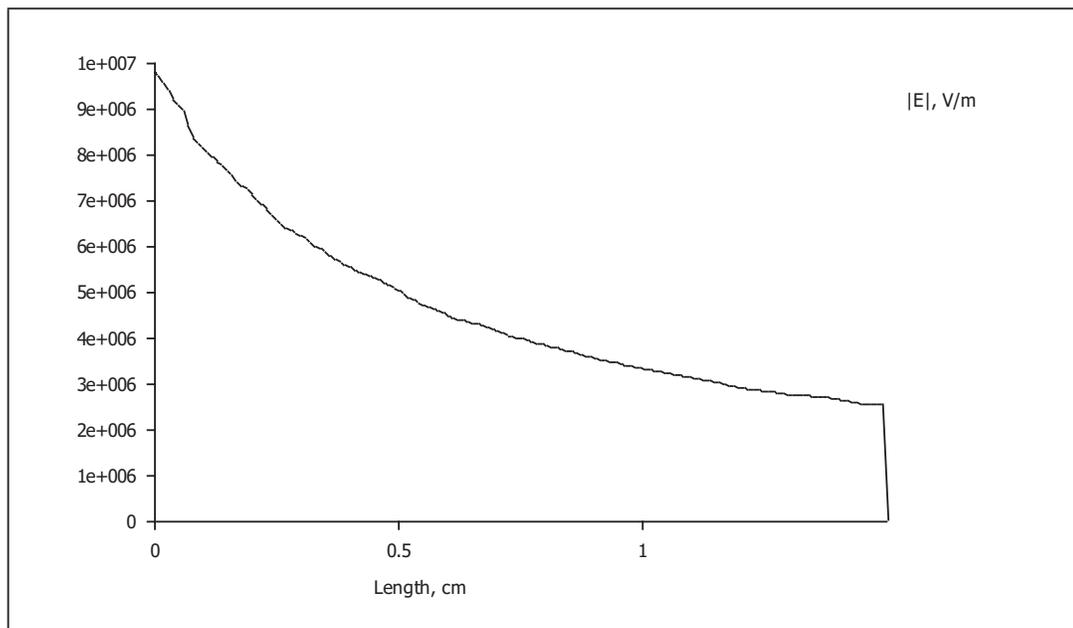
Tomando en cuenta los resultados de los casos anteriores con voltaje de 15 kV, 27 kV y 35 kV, el comportamiento del campo es el mismo, es decir se logra una mejor distribución del campo eléctrico cuando se diversifica el aislamiento en tres capas, si se aumentan más capas no se obtienen mejoras relevantes. Las permitividades de los materiales se deben colocar de mayor a menor de adentro hacia afuera del cable. Lo único que ha variado en cada uno de los casos han sido los valores del campo mas no su comportamiento. Esto de cierta manera es algo obvio ya que lo que varía entre cada uno de los casos es el voltaje de trabajo y este es directamente proporcional al campo. Las dimensiones del cable se las ha mantenido en todos los casos para poder comparar los resultados y observar como varía y se comporta el campo conforme se cambian las condiciones del mismo.

Para el caso de 69 kV únicamente se presentarán las simulaciones con los valores obtenidos.

### 2.5.1 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DE UNA SOLA CAPA.



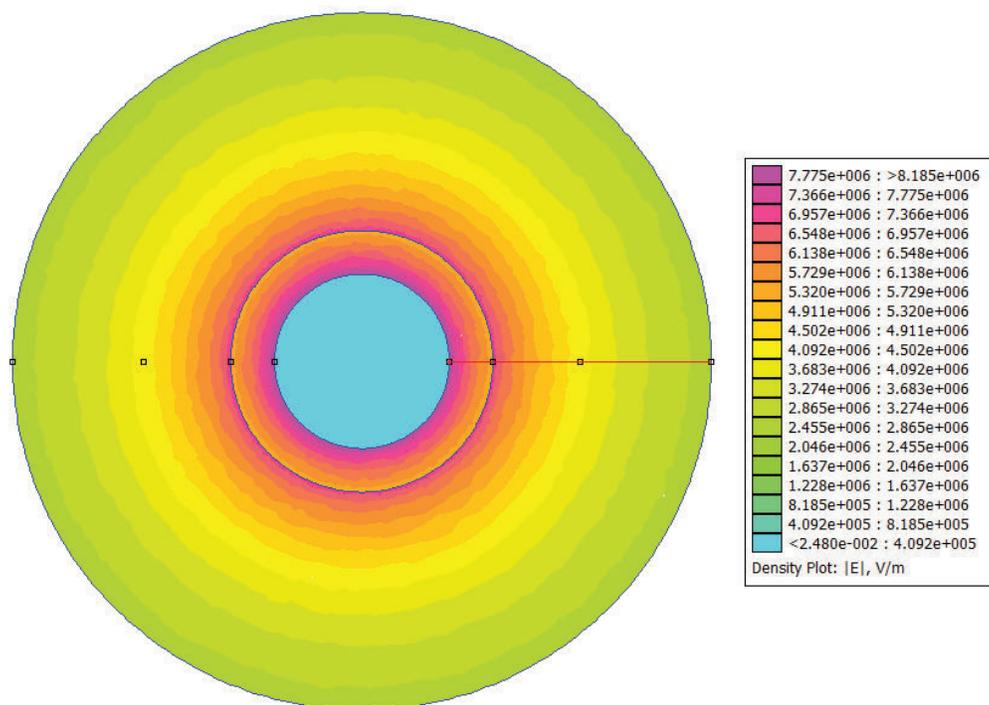
**Figura 2.51** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento de una sola capa de XLPE.



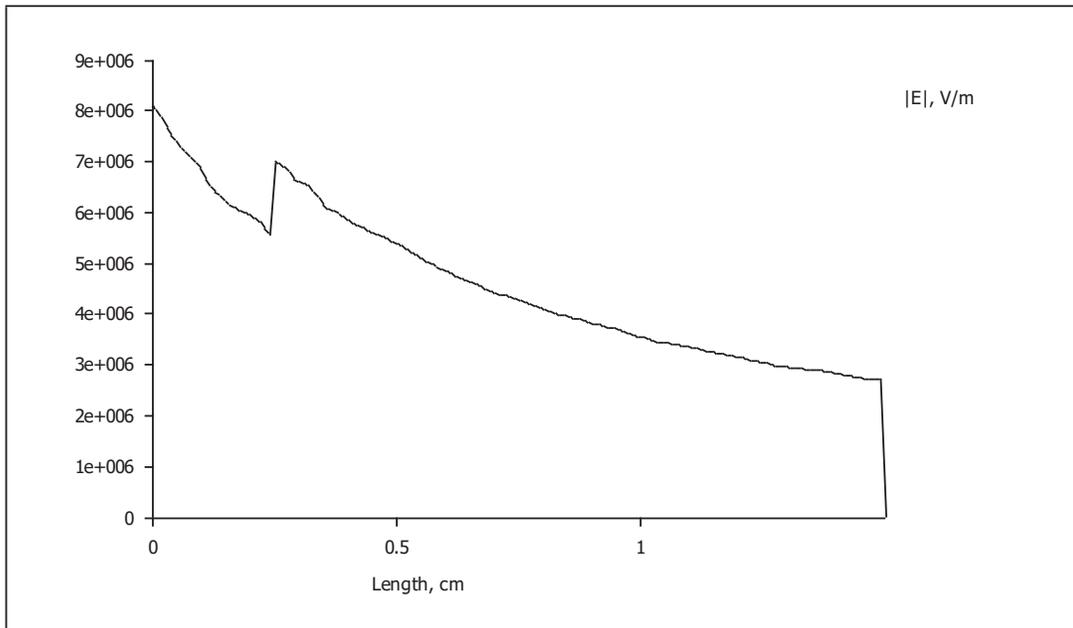
**Figura 2.52** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de XLPE.

A medida que se ha ido incrementando el valor de voltaje de trabajo para las simulaciones se puede observar cómo el campo eléctrico se ha ido intensificando en el aislamiento, es decir el campo eléctrico es proporcional al voltaje de trabajo del cable, esto se ha podido evidenciar por el hecho de haber mantenido las dimensiones del cable.

### 2.5.2 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 2 CAPAS: EPR Y XLPE.



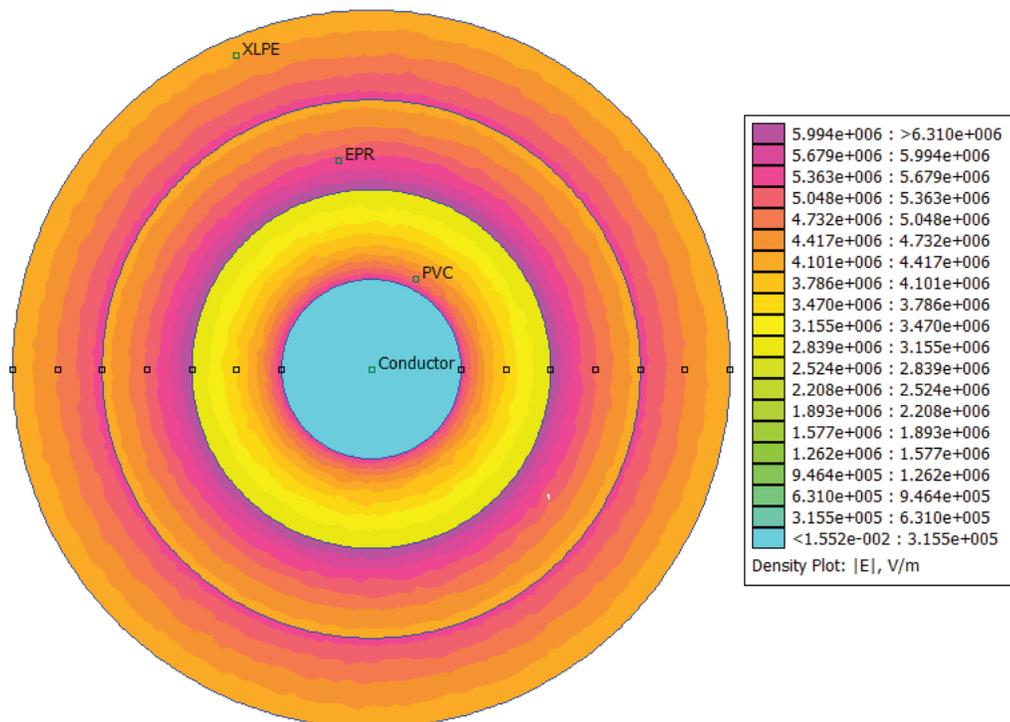
**Figura 2.53** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en dos capas, una de EPR y otra de XLPE.



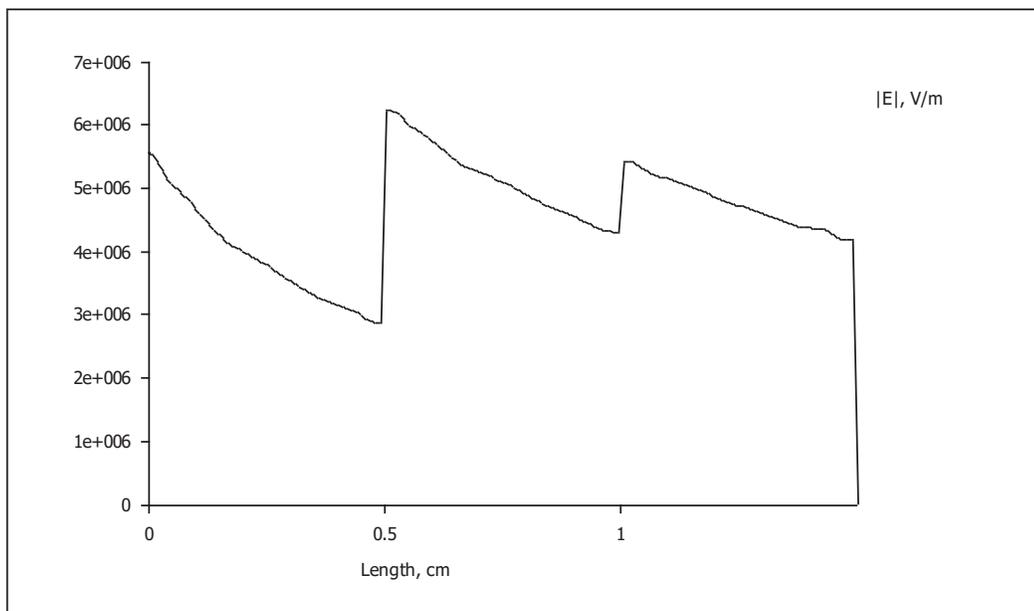
**Figura 2.54** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de EPR y XLPE.

Al dividir el aislamiento en dos capas se logra obtener una reducción considerable en el valor máximo del campo eléctrico en la primera capa, sin embargo en la segunda capa el valor aumenta, por lo que es recomendable que este valor sea similar al máximo de la primera capa para tener una distribución uniforme del campo.

### 2.5.3 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 3 CAPAS: PVC, EPR, XLPE.



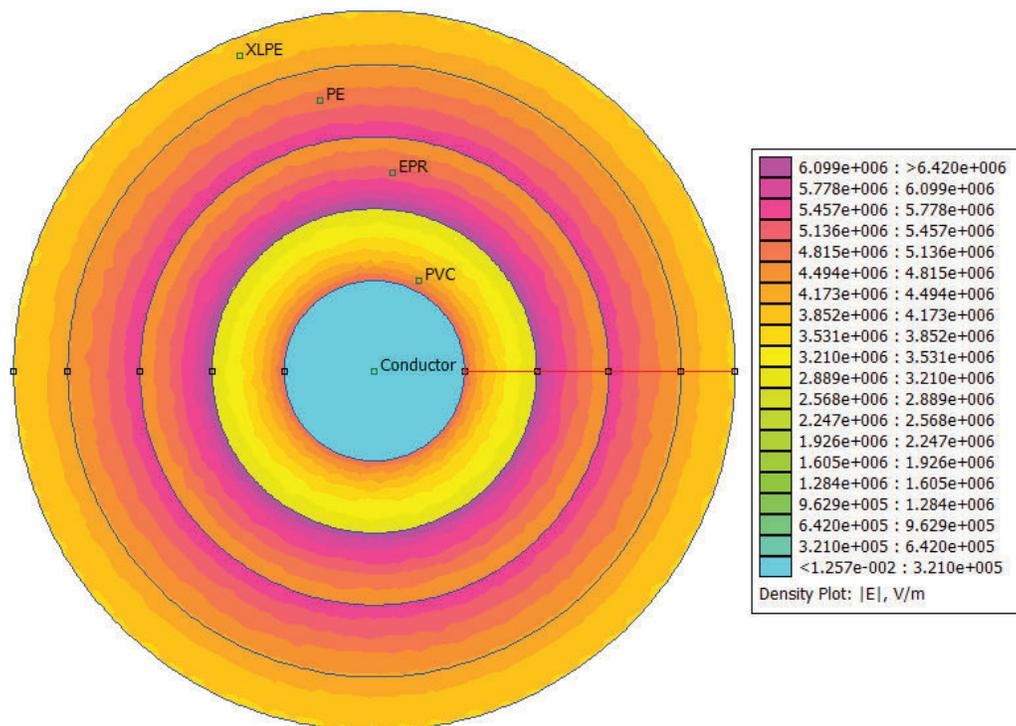
**Figura 2.55** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en tres capas: PVC, EPR y XLPE.



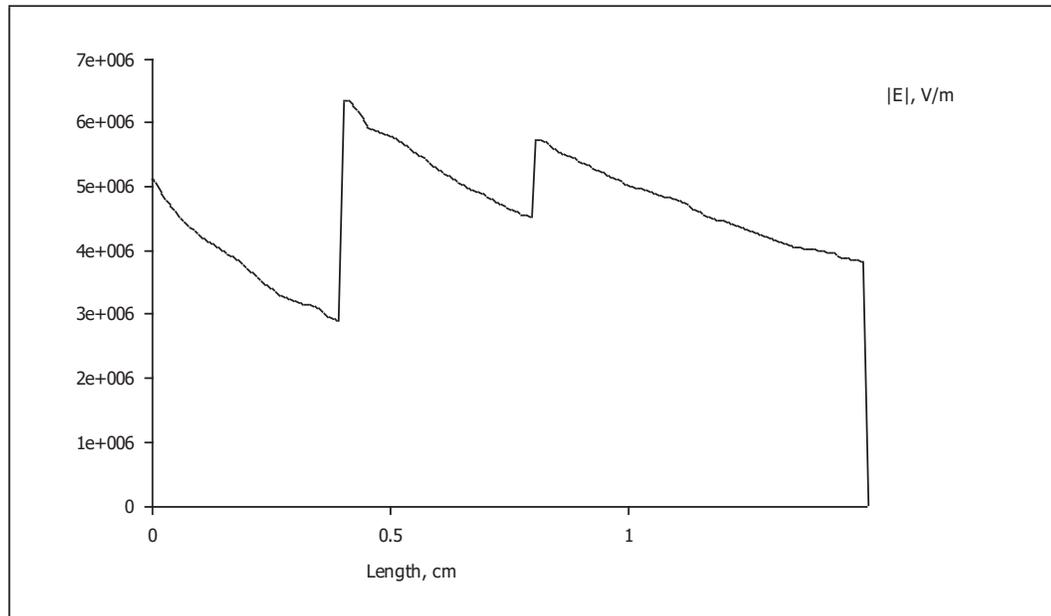
**Figura 2.56** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR y XLPE.

Con un aislamiento diversificado en tres capas el valor máximo del campo eléctrico se reduce considerablemente y de la misma manera que cuando se tenían dos capas es recomendable que los valores pico de cada una de las capas sean similares y además estén dentro de las características aceptables de cada uno de los materiales.

#### 2.5.4 CABLE MONOPOLAR CON AISLAMIENTO DISTRIBUIDO EN 4 CAPAS: PVC, EPR, PE Y XLPE.



**Figura 2.57** Distribución del campo eléctrico en un cable monopolar con aislamiento distribuido en cuatro capas: PVC, EPR, PE y XLPE.



**Figura 2.58** Gráfica del campo eléctrico a lo largo del aislamiento de un cable monopolar con aislamiento de PVC, EPR, PE y XLPE.

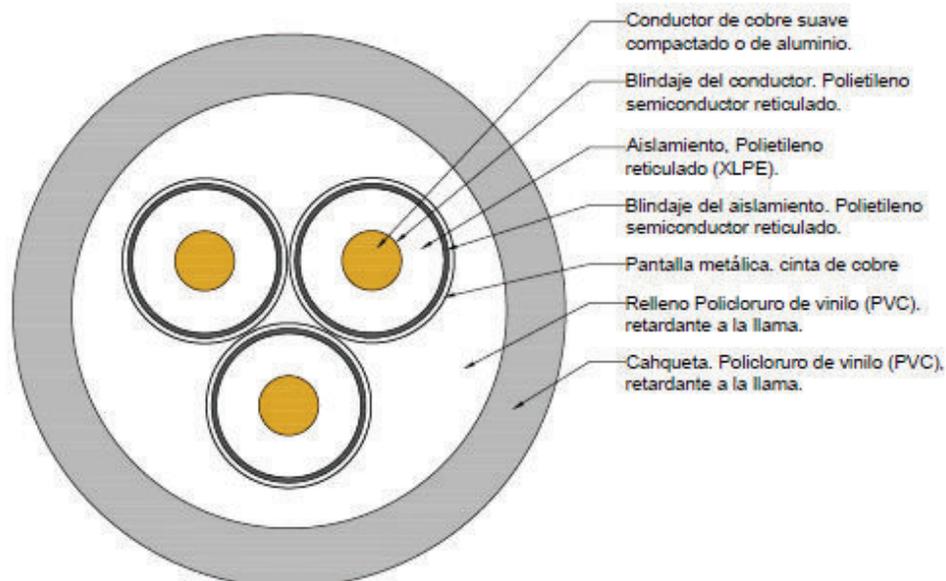
La reducción en el valor máximo del campo eléctrico no es considerable, por lo que colocar cuatro o más capas sería innecesario.

## CAPÍTULO 3

### APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA ANÁLISIS DEL CAMPO ELÉCTRICO EN CABLES DE TRES NÚCLEOS CONDUCTORES (TRIPOLARES).

#### 3.1 CABLES TRIPOLARES

Para el caso de un cable de tres hilos conductores o tripolar que es como se lo conoce comúnmente, cada uno de los núcleos conductores tiene su propio aislamiento y a su vez el cable tiene un relleno como se observa en la figura 3.1. El tipo de material aislante que se ocupa depende del lugar en donde se lo vaya a ocupar, ya que por ejemplo el cable puede ser sumergible y esto exige especificaciones diferentes.



**Figura 3.1** Partes de un cable tripolar.

Para el caso de la simulación no se tomará en cuenta el blindaje ni la chaqueta del cable, es decir únicamente se tomará en cuenta el diámetro de los núcleos conductores y el grosor del aislamiento que puede ser de un solo material o estar diversificado en capas de materiales de diferente permitividad.

Las dimensiones de los cables internos que se mantendrán para todas las simulaciones del presente capítulo son las siguientes:

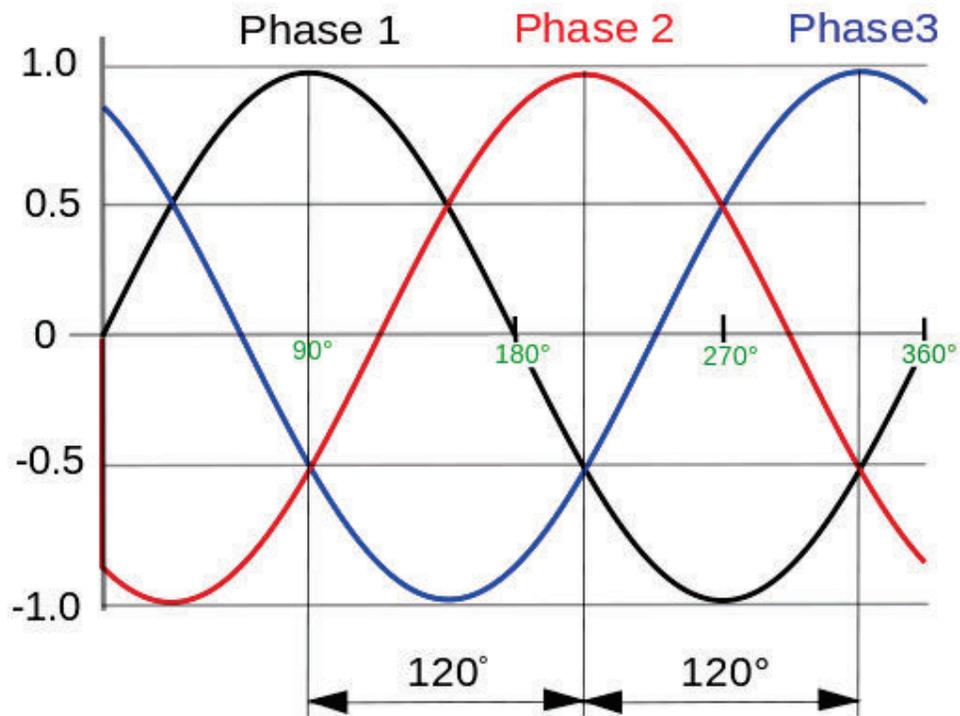
Radio del conductor: 0.5 cm.

Grosor del aislamiento: 0.5 cm.

El radio del cable tripolar es de: 2.5 cm.

Las condiciones de borde para las simulaciones tomarán tres valores diferentes para el caso de los núcleos conductores, es decir cada núcleo conductor estará a un potencial diferente, esto por el desfase de 120 grados que existe entre las fases del sistema.

Considerando que la corriente eléctrica es variable en el tiempo, tomar cada uno de los puntos de un solo ciclo se vuelve algo completamente extenso, es por ello que se tomarán los valores que adoptan cada una de las tres fases en dos instantes críticos que son: al instante cero grados y 90 grados, en cada uno de ellos tomando en cuenta el desfase de 120 grados como muestra la figura 3.2.



**Figura 3.2** Sistema trifásico.

Para el cálculo de los valores en el instante cero grados y 90 grados se ocupará (3.1).

$$V_{inst} = V_{m\acute{a}x} \sin(\alpha + \beta) \quad (3.1)$$

Donde:

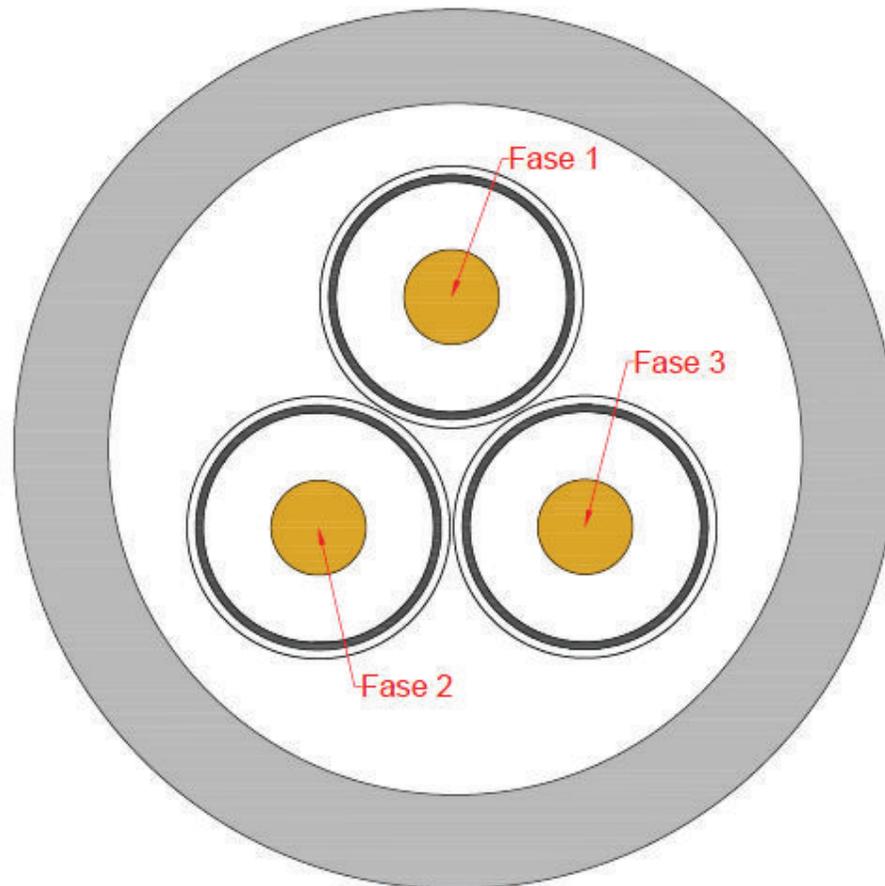
$V_{inst}$ : Voltaje instantáneo.

$V_{m\acute{a}x}$ : Voltaje máximo (clase de aislamiento).

$\alpha$ : Instante en que se evalúa la onda (en grados).

$\beta$ : Ángulo de desfase.

La distribución de las fases para la simulación es la que se muestra en la figura 3.3.



**Figura 3.3** Identificación de fases de cable tripolar.

Al ser cables tripolares el voltaje de trabajo es el de línea, pero el análisis se lo hace de cada núcleo conductor con respecto de una referencia de potencial cero, será necesario usar los voltajes de fase para la aplicación de 3.1.

### **3.2 CABLES TRIPOLARES PARA 15 KV.**

Se realizará el análisis del comportamiento para cables tripolares con clase de aislamiento de 15 kV que es un voltaje ocupado para algunos alimentadores primarios de distribución en el Ecuador. [5]

Para la simulación se han tomado valores para las dimensiones del cable que se asemejan a los que existen en la industria.

Para la aplicación del modelo a cables tripolares se ingresará la información al software como se lo hizo en el caso de cables de un solo núcleo conductor, tomando en cuenta que las condiciones de borde se las ingresará para cada uno de los cables individuales; es decir, el valor del voltaje en cada uno de los núcleos conductores y la condición de borde de voltaje cero en el perímetro de la última capa aislante de cada uno de los cables.

Para cables tripolares se tomarán en cuenta dos niveles de voltaje que son en los que más se usa cables tripolares en el Ecuador, [5] ya que como se observó en el capítulo 2, cuando el voltaje de trabajo varía los valores de campo eléctrico lo hacen también de una manera directamente proporcional, pero el comportamiento del campo es el mismo. De igual manera si se diversifica el aislamiento en cada uno de los cables o del relleno del cable tripolar no se gana nada ya que el comportamiento del campo será el mismo que en el caso del aislamiento de un solo material aislante.

Para realizar las simulaciones, es necesario tener los valores que se colocarán en las condiciones de borde de cada uno de los núcleos conductores, para ello se usa la ecuación 3.1.

Para el instante cero grados los valores obtenidos de aplicar la ecuación 3.1 son:

$$V_1 = 0 \text{ V}$$

$$V_2 = - 18,37 \text{ kV}$$

$$V_3 = 18,37 \text{ kV}$$

Para el instante 90 grados los valores obtenidos de aplicar la ecuación 3.1 son:

$$V_1 = 21,21 \text{ kV}$$

$$V_2 = - 10,61 \text{ kV}$$

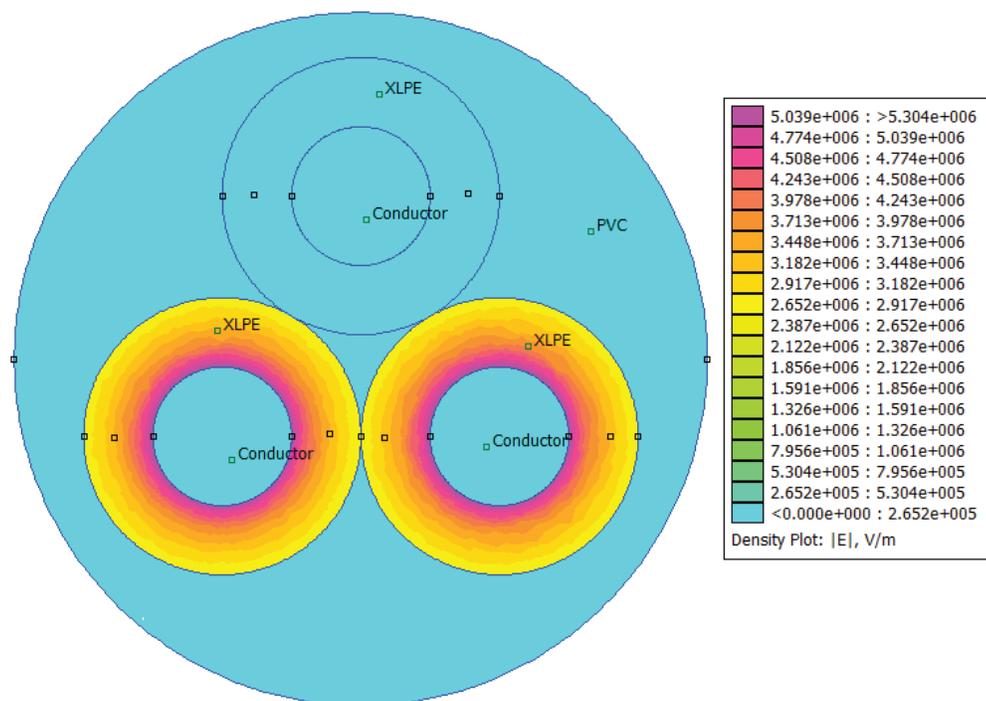
$$V_3 = - 10,61 \text{ kV}$$

### 3.2.1 CABLE TRIPOLAR CON BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS.

Los cables internos del cable tripolar en este caso tendrán su propio blindaje para colocarlo a un potencial cero voltios. El blindaje por lo general consta de un de una lámina de cobre que va enrollada al aislamiento de cada uno de los cables internos y que al momento de la instalación se la conecta a tierra, de esta manera se garantiza que si existiese una corriente de fuga, esta sea descargada a tierra, así como también que la distribución del campo eléctrico sea más uniforme y no haya efectos electromagnéticos entre las fases. [3] [4] Existe también un blindaje de todo el cable tripolar que por lo general se lo hace de una capa de aluminio.

#### 3.2.1.1 Para instante cero grados.

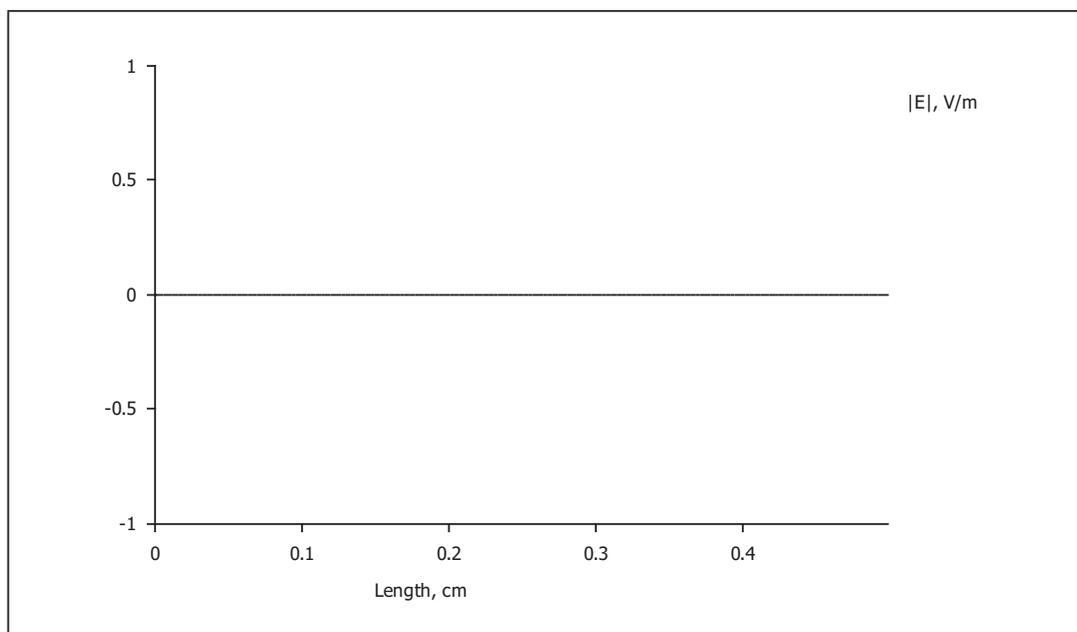
De las simulaciones realizadas se han obtenido los resultados mostrados en las figuras 3.4 hasta 3.7.



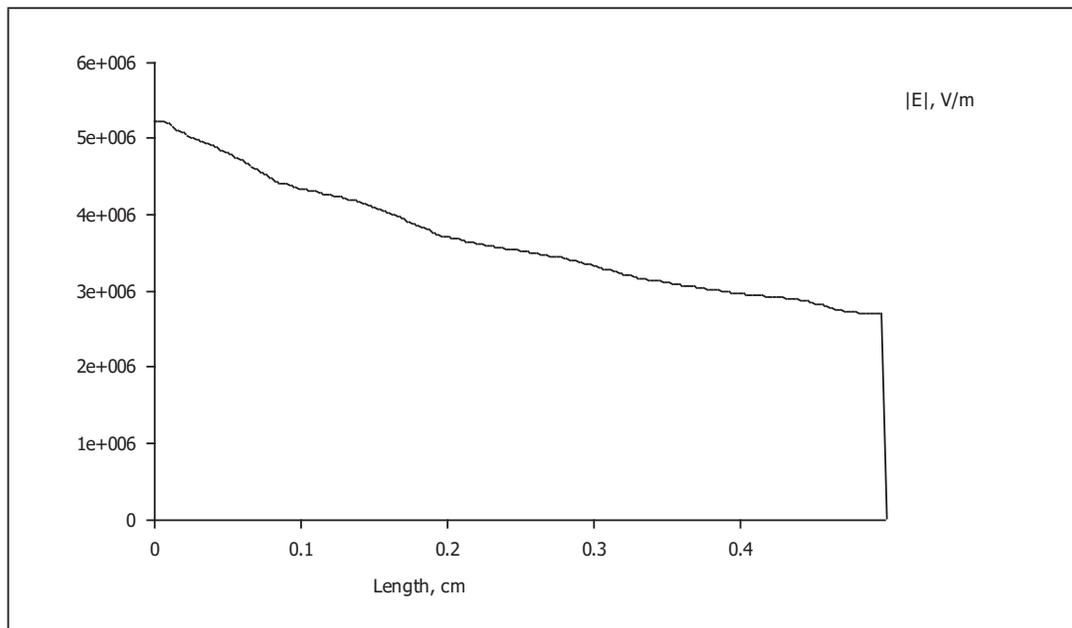
**Figura 3.4** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 15 kV.

El comportamiento del campo eléctrico en los cables internos es similar al que se obtuvo en los casos de cables monopolares, es por ello que los valores del campo eléctrico estarán asociados al voltaje de trabajo de cada uno de los cables internos y el voltaje al ser un sistema trifásico en un mismo instante cada una de las fases estará en un potencial diferente.

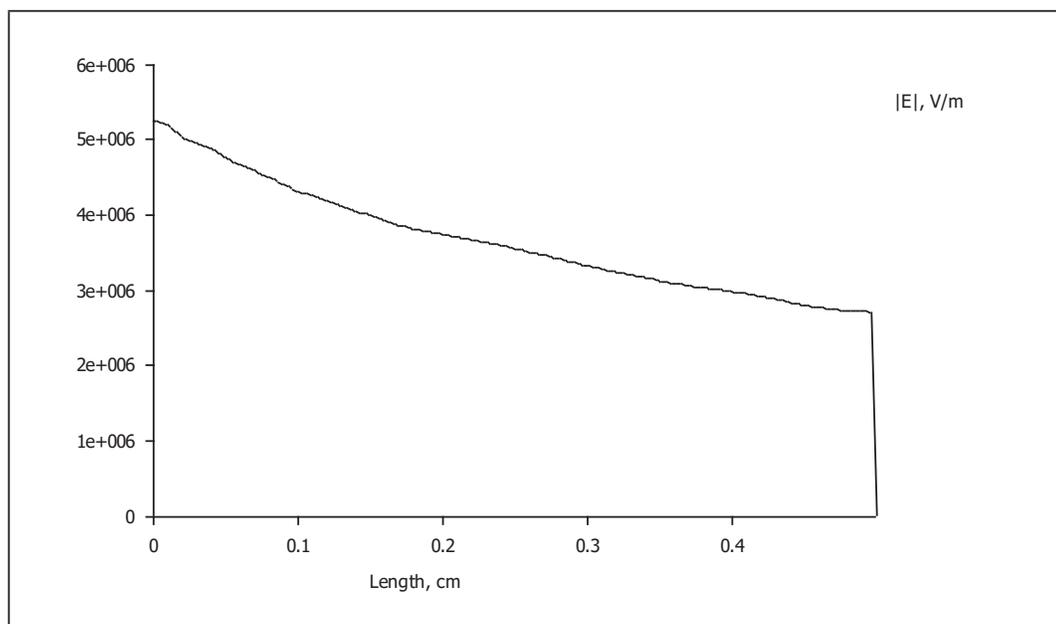
No se obtienen resultados diferentes con la diversificación del aislamiento de cada uno de los cables internos comparados a los que ya se obtuvo con el análisis en cables monopolares.



**Figura 3.5** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase uno del cable tripolar de 15 kV.



**Figura 3.6** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase dos del cable tripolar de 15 kV.



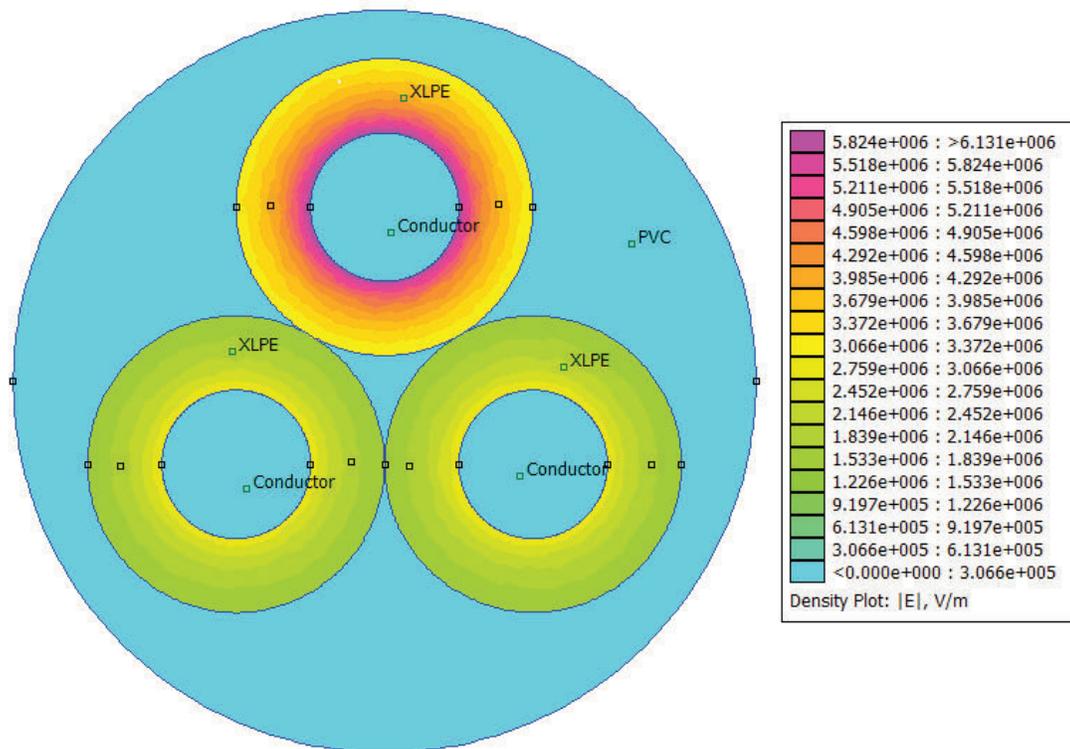
**Figura 3.7** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase tres del cable tripolar de 15 kV.

El comportamiento del campo eléctrico en cada uno de los cables internos es el mismo que cuando se los analizaba individualmente, ya que al tener cada uno su blindaje, que es una referencia de potencial cero, el campo eléctrico se va a distribuir uniformemente a lo largo del aislamiento. El campo eléctrico y el voltaje al momento de diversificar el aislamiento de los cables internos tendrán el mismo comportamiento que se observó cuando se realizaba el análisis en cables de un solo núcleo conductor en el capítulo 2 de este proyecto. En el relleno el valor tanto de voltaje como de campo eléctrico deben ser cero, ya que si los cables tienen su blindaje puesto a un potencial 0 no tiene por qué existir una diferencia de potencial o un valor de campo eléctrico en el relleno del cable tripolar.

#### **3.2.1.2 Para instante 90 grados.**

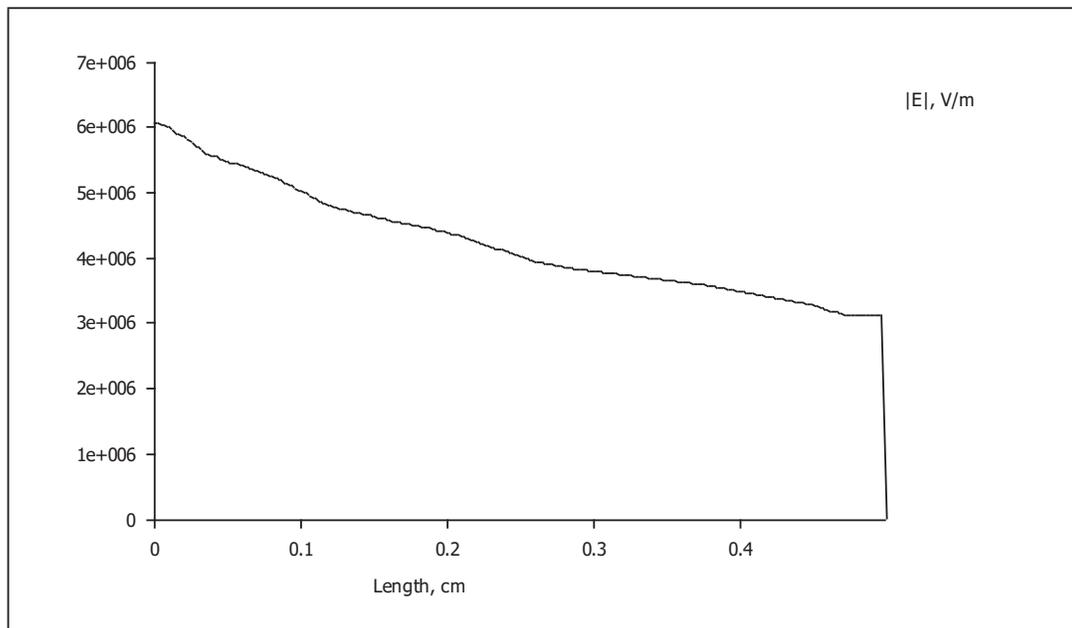
Se seleccionan los valores de voltaje al instante 90 grados, porque cada 90 grados la onda senoidal toma un valor máximo negativo o positivo, es por ello que se ha considerado realizar el análisis al instante que las ondas han recorrido 90 grados tomando como inicio en cero y con su respectivo desfase de 120 grados entre sí.

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 3.8 hasta 3.11:

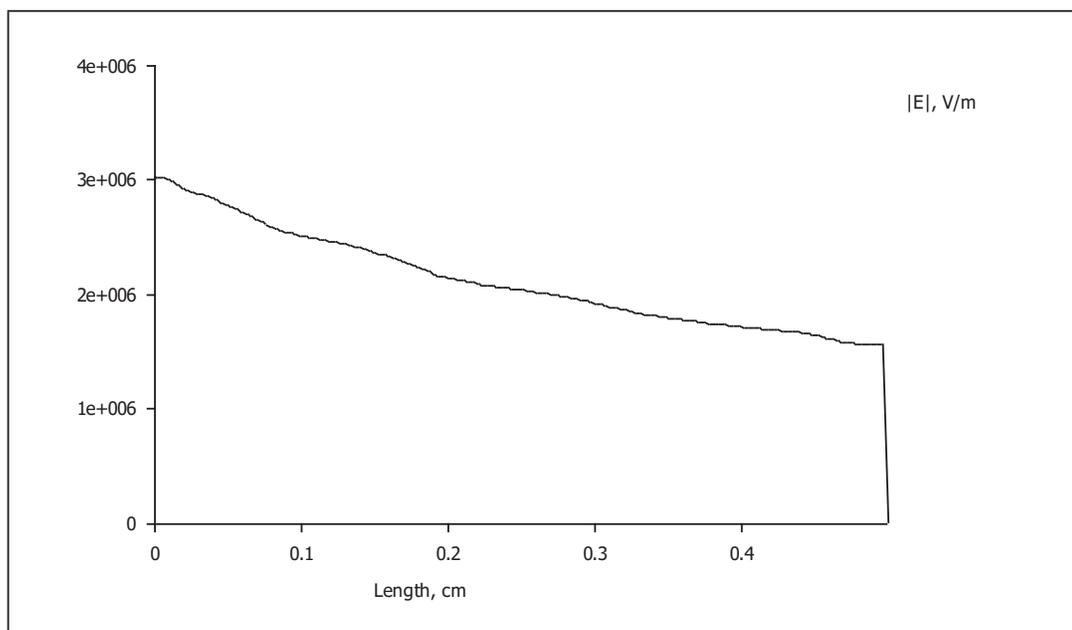


**Figura 3.8** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 15 kV.

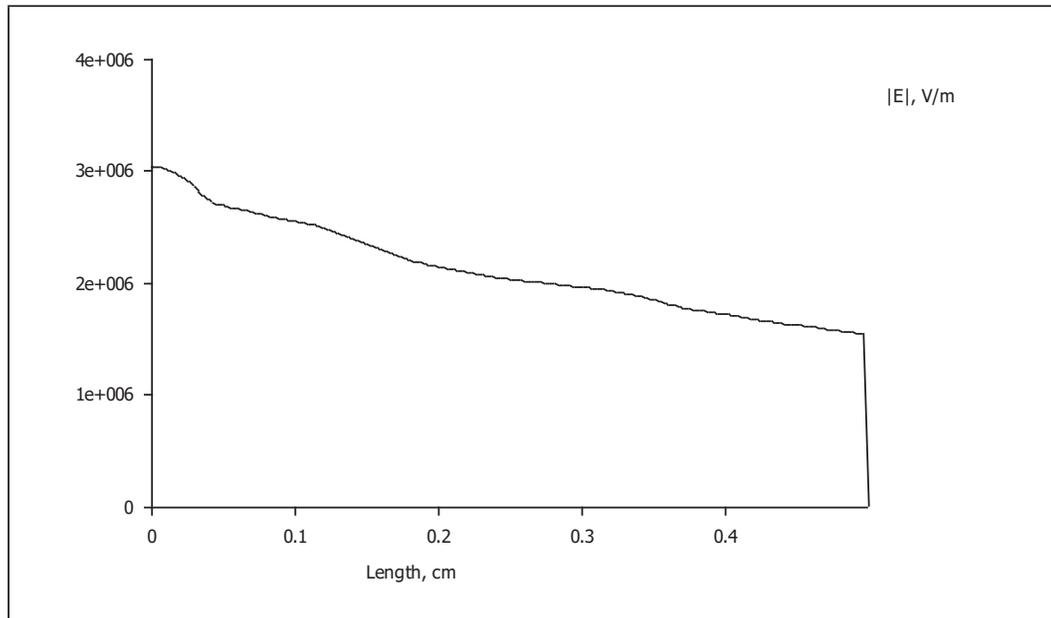
La figura 3.8 muestra cómo el campo eléctrico se distribuye uniformemente a lo largo del aislamiento del cable, así como también un campo eléctrico mayor en la fase que se encuentra en un mayor potencial al instante 90 grados.



**Figura 3.9** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase uno del cable tripolar de 15 kV.



**Figura 3.10** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase dos del cable tripolar de 15 kV.

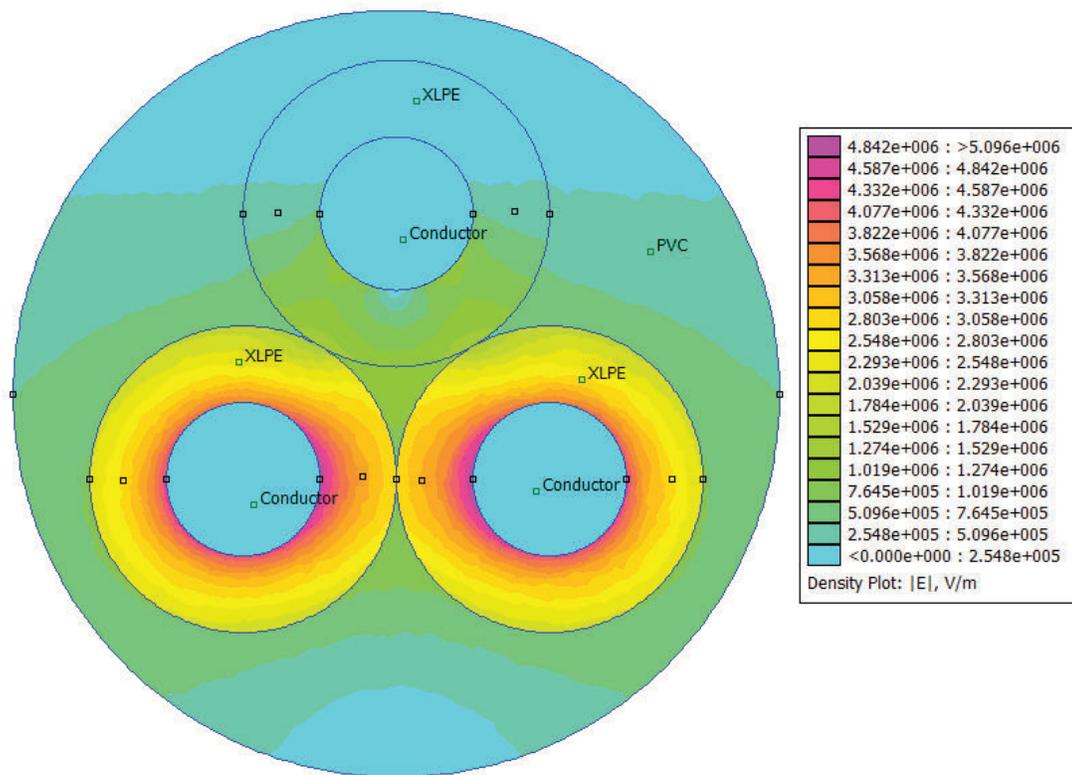


**Figura 3.11** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase tres del cable tripolar de 15 kV.

### 3.2.2 CABLE TRIPOLAR SIN BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS Y CON APANTALLAMIENTO EXTERIOR PUESTO A TIERRA.

Se realizará en análisis del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable, para poder determinar cuáles son los efectos de no tener blindaje en los cables internos de un cable tripolar. El apantallamiento exterior del cable tripolar está colocado a tierra.

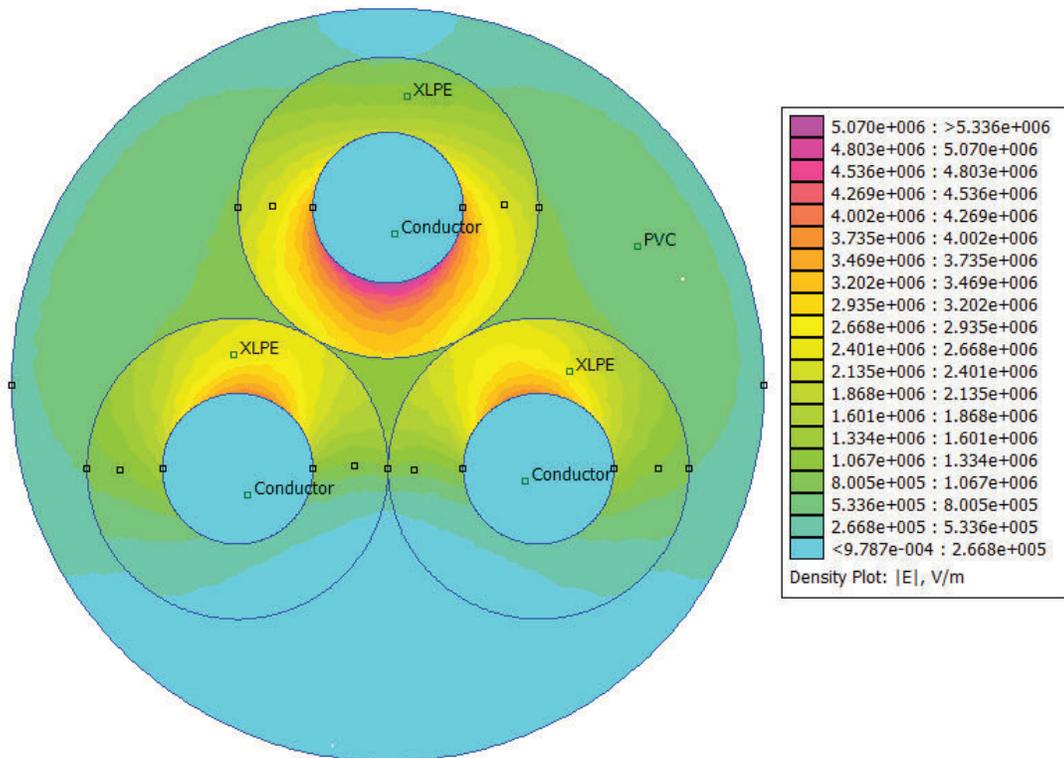
### 3.2.2.1 Para instante cero grados.



**Figura 3.12** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 15 kV, sin blindaje de cables internos puesto a tierra y con blindaje exterior puesto a potencial cero.

Para el caso del campo eléctrico que se observa en la figura 3.12, el comportamiento es al igual que en el caso del voltaje irregular, es decir no tiene una distribución uniforme y tiende a concentrarse en la parte exterior de una manera no homogénea.

### 3.2.2.2 Para instante 90 grados.



**Figura 3.13** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 15 kV, sin blindaje de cables internos puesto a tierra y con blindaje exterior puesto a potencial cero.

Al igual que en el caso que se analizó en el instante cero grados, el campo eléctrico no tiene una distribución uniforme en los cables internos y además presenta campo eléctrico disperso a lo largo del relleno.

## 3.3 CABLES TRIPOLARES PARA 27 kV.

Los cables tripolares de 27 kV son ocupados en su mayor parte para el área de distribución ya que en el área urbana se maneja 22,8 kV como nivel de voltaje para las redes de distribución, se lo ocupa en casos de cruce con otro alimentador de red aérea o para las acometidas de medio voltaje para cámaras de transformación.

Se aplicará el modelo para resolver el problema de un cable tripolar para una clase de aislamiento de 27 kV, para ello se ingresará la geometría con las mismas dimensiones que para el caso de 15 kV, para poder realizar un análisis comparativo entre estos dos casos.

Se ha observado que cuando el nivel del voltaje de trabajo sube el campo eléctrico también lo hace, es decir el comportamiento del campo eléctrico será similar al que se tuvo para 15 kV, pero con valores de campo mayores.

Las condiciones de borde para la resolución del problema dependerá del caso que se esté estudiando, es decir si tiene o no el cable un blindaje que está puesto a tierra o con un potencial cero.

Las características de los materiales aislantes son las mismas que se han venido utilizando en los casos anteriores.

Para realizar las simulaciones, es necesario tener los valores que se colocarán en las condiciones de borde de cada uno de los núcleos conductores, para ello se usa (3.1).

Para el instante cero grados los valores obtenidos de aplicar la ecuación 3.1 son:

$$V_1 = 0 \text{ V}$$

$$V_2 = - 33,01 \text{ kV}$$

$$V_3 = 33,01 \text{ kV}$$

Para el instante 90 grados los valores obtenidos de aplicar la ecuación 3.1 son:

$$V_1 = 38,18 \text{ kV}$$

$$V_2 = - 19,1 \text{ kV}$$

$$V_3 = - 19,1 \text{ kV}$$

### 3.3.1 CABLE TRIPOLAR CON BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS.

El cable tripolar también tendrá un blindaje puesto a potencial cero en cada uno de los cables internos, se espera observar un comportamiento similar al caso anterior; pero con valores un tanto más elevados ya que el voltaje de trabajo ha cambiado a 22,8 kV.

Para la presente simulación al igual que en casos anteriores se mantendrá la geometría del cable para poder hacer un análisis comparativo; de la misma manera, con las características de los materiales aislantes que se ocuparán, simplemente hay que tener mayor cuidado al momento de ingresar las condiciones de borde para la solución del problema, ya que en este caso cada cable interno tendrá su condición de borde con potencial cero en el exterior y potencial igual al voltaje de trabajo en su núcleo conductor.

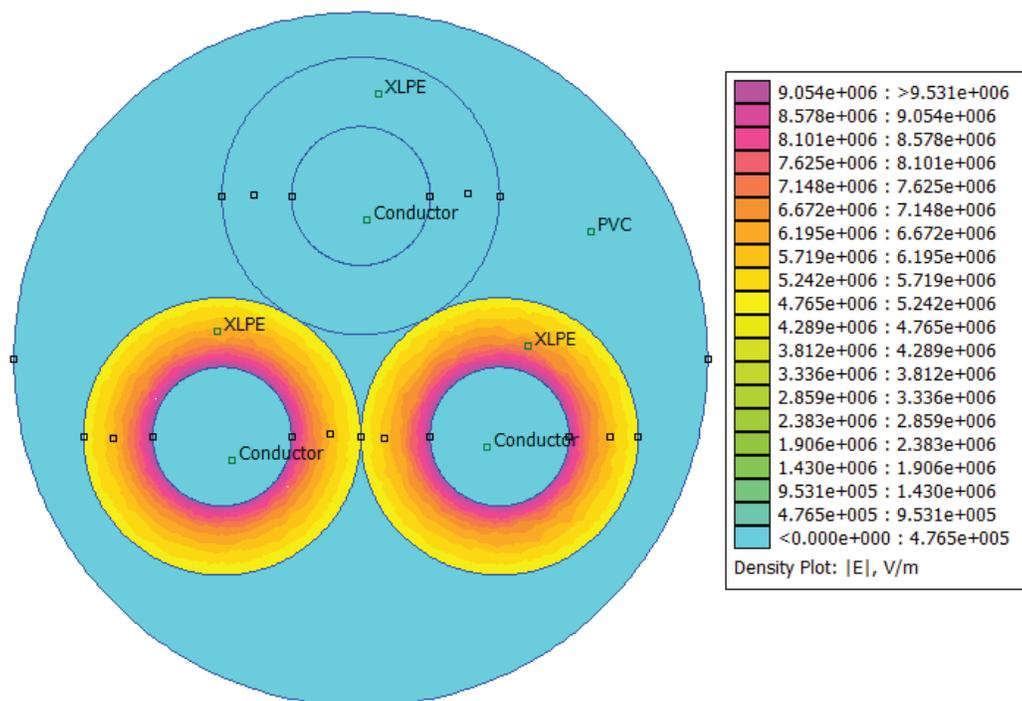


**Figura 3.14** Cable tripolar con blindaje en cada uno de los cables internos.

Como se puede observar en la figura 3.14 cada uno de los cables tiene su lámina de cobre como blindaje y que estará puesto a tierra o un potencial cero.

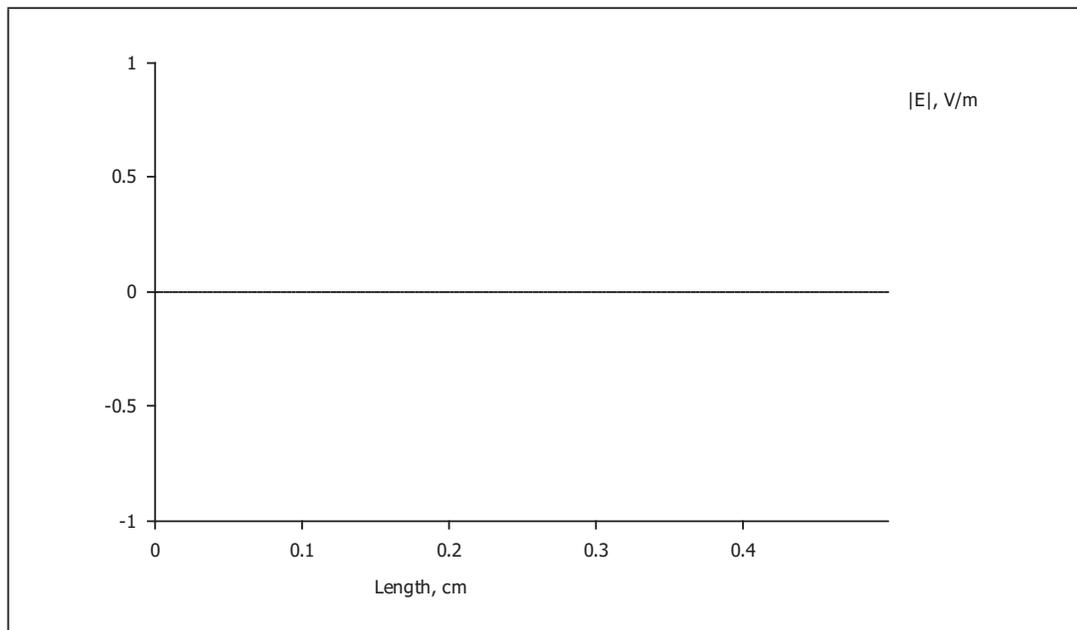
#### 3.3.1.1 Para instante cero grados.

Los resultados obtenidos para campo eléctrico luego de la simulación son los siguientes:

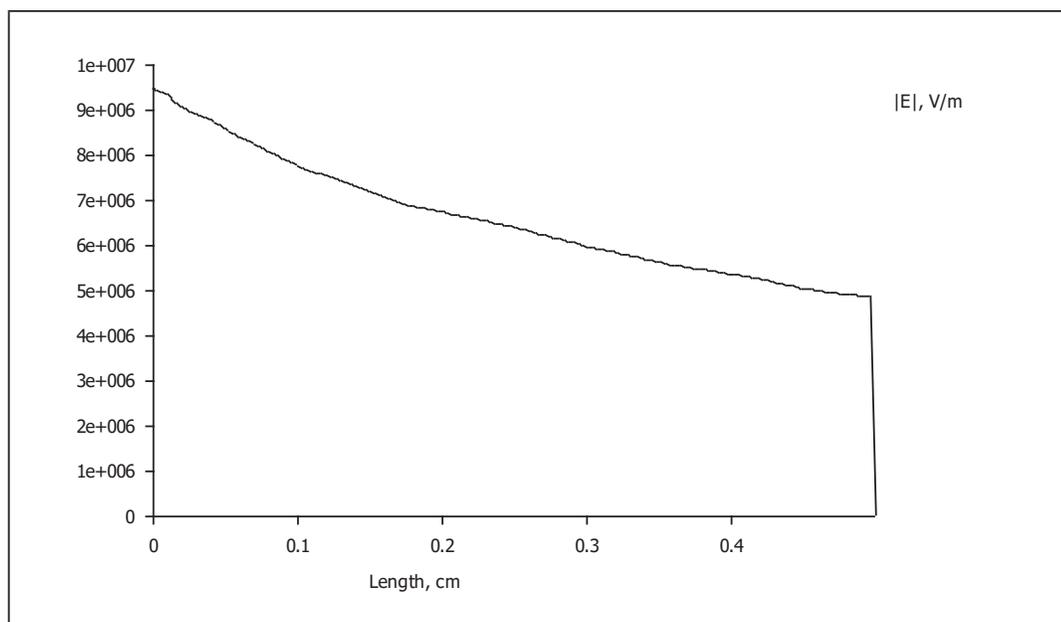


**Figura 3.15** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 27 kV, con blindaje puesto a tierra o potencial 0.

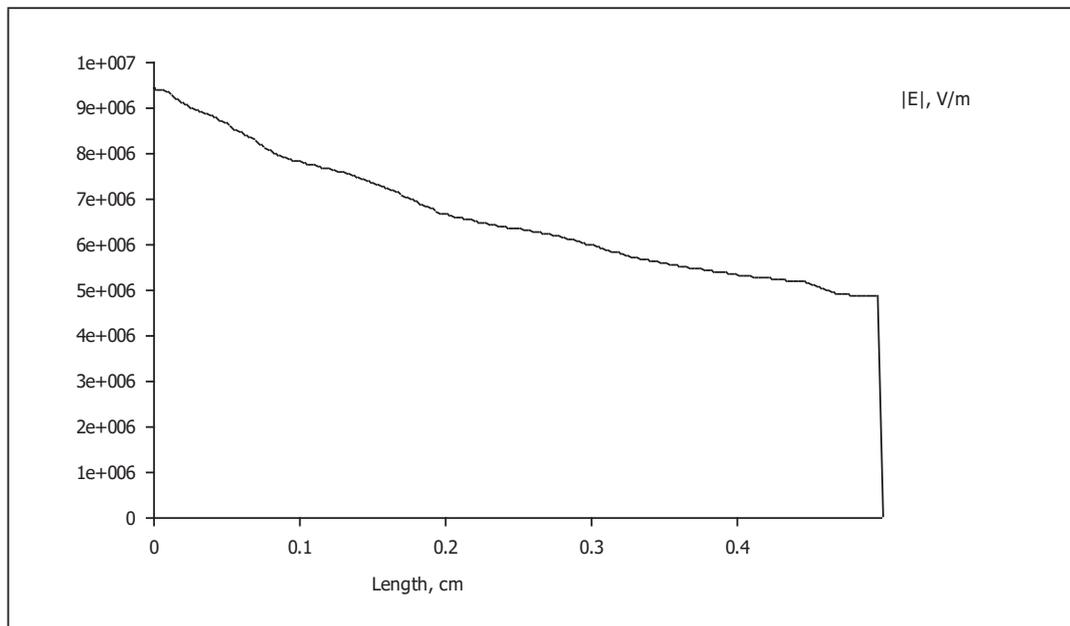
Cuando existe un blindaje o lámina conductora que recubre los cables internos del cable tripolar la distribución del campo eléctrico se da de una manera uniforme de tal forma que en el relleno el campo eléctrico sea cero o tenga un valor muy bajo, el campo eléctrico se concentra y se distribuye a lo largo del aislamiento de cada uno los cables internos del cable tripolar.



**Figura 3.16** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase uno del cable tripolar de 27 kV.



**Figura 3.17** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase dos del cable tripolar de 27 kV.

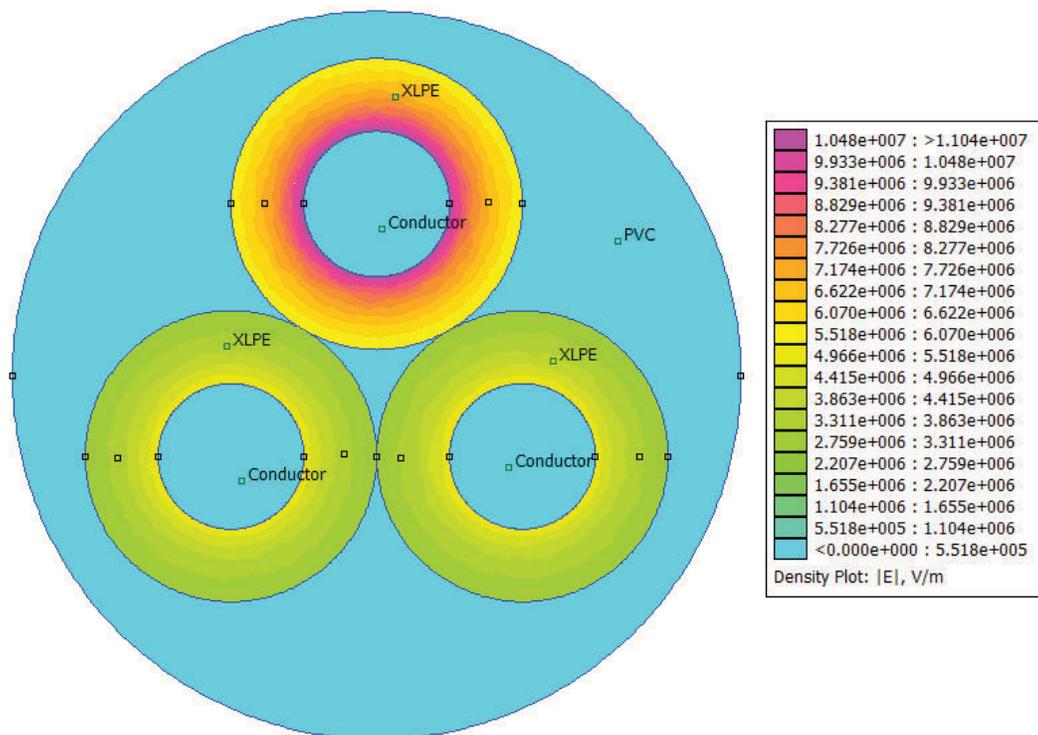


**Figura 3.18** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase tres del cable tripolar de 27 kV.

En las figuras 3.16 hasta 3.18 se observa la gráfica del comportamiento del campo eléctrico en cada uno de los cables internos.

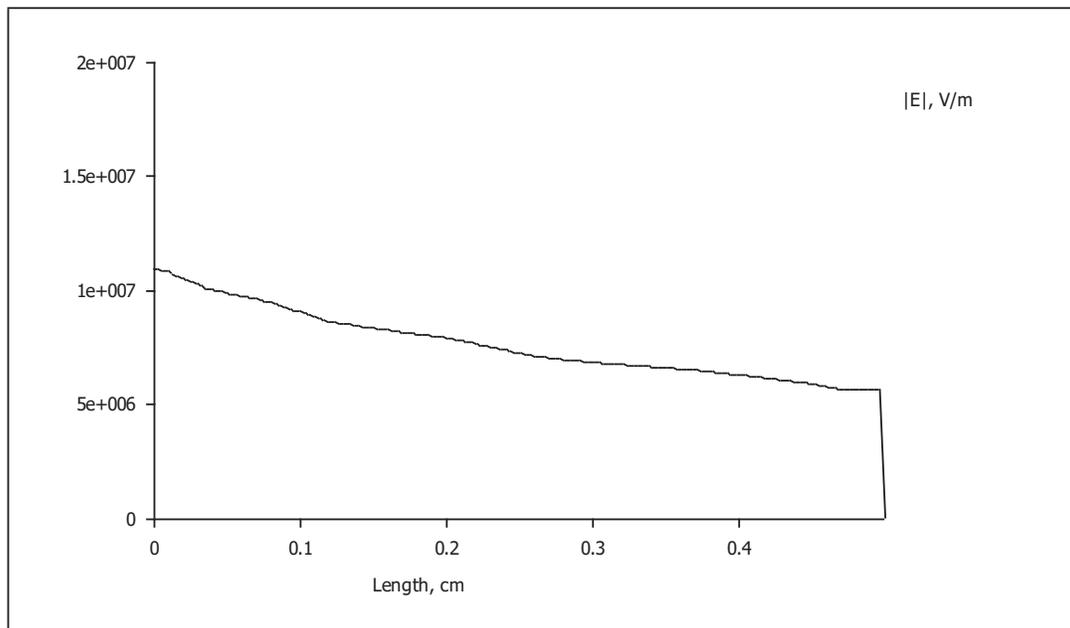
### 3.3.1.2 Para instante 90 grados.

Se considera los valores de voltaje obtenidos para cada una de las fases al inicio de esta sección con su respectivo desfase de 120 grados y se considera el instante 90 grados, cada una de las fases se encontrará a potenciales diferentes.

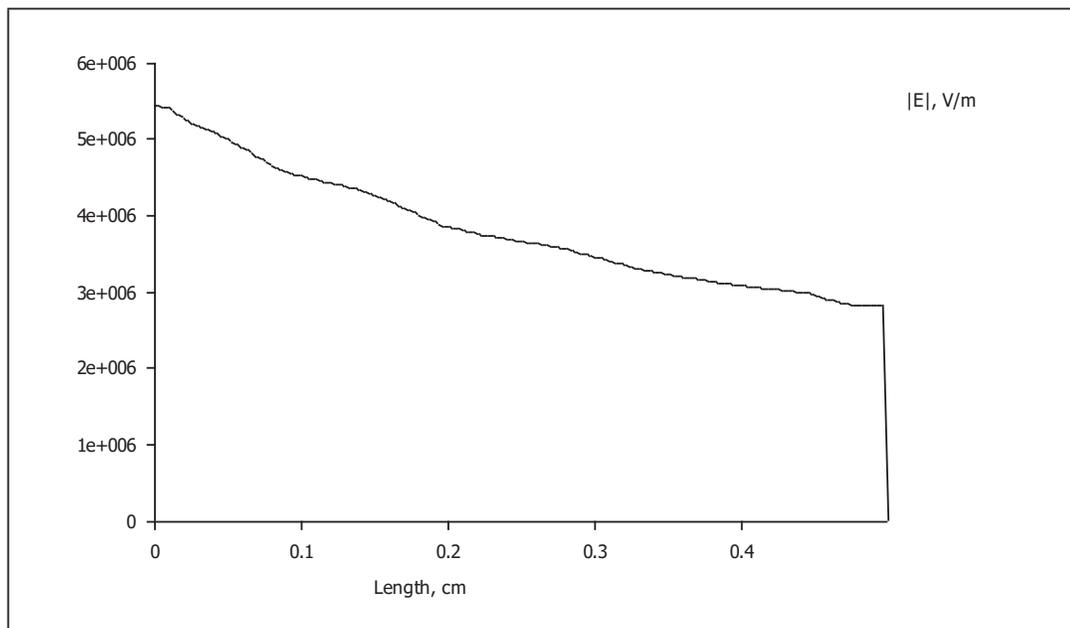


**Figura 3.19** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 27 kV, con blindaje puesto a tierra o potencial 0.

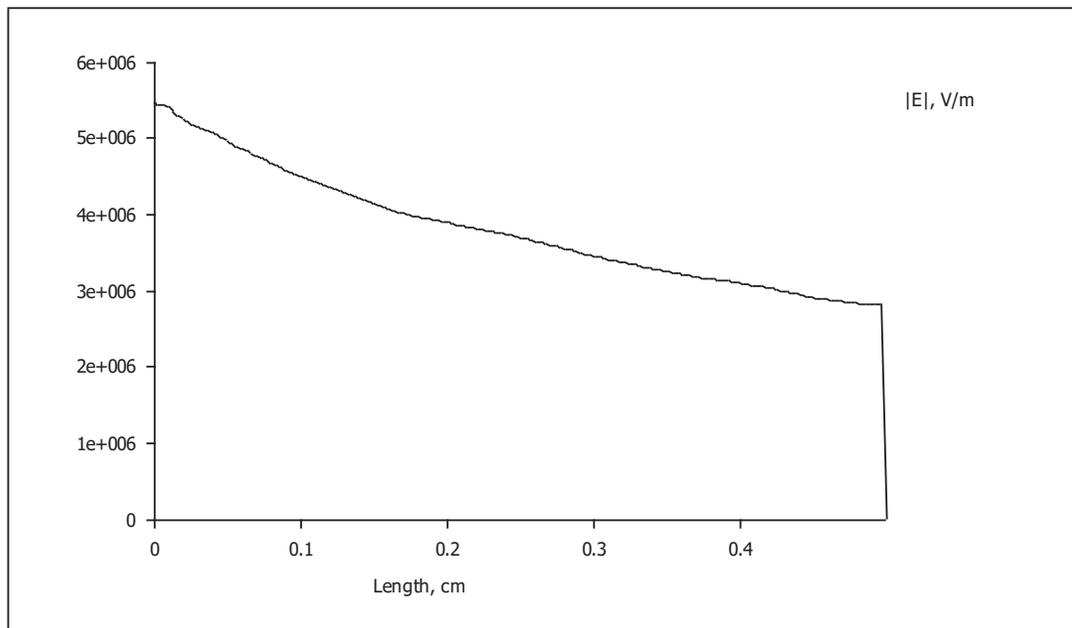
En la figura 3.19 se puede observar cómo se distribuye el campo eléctrico a lo largo de los cables internos y también que en el relleno el campo eléctrico es cero. También se puede observar como el campo eléctrico es más intenso en la fase de mayor potencial al instante 90 grados.



**Figura 3.20** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase uno del cable tripolar de 27 kV.



**Figura 3.21** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase dos del cable tripolar de 27 kV.

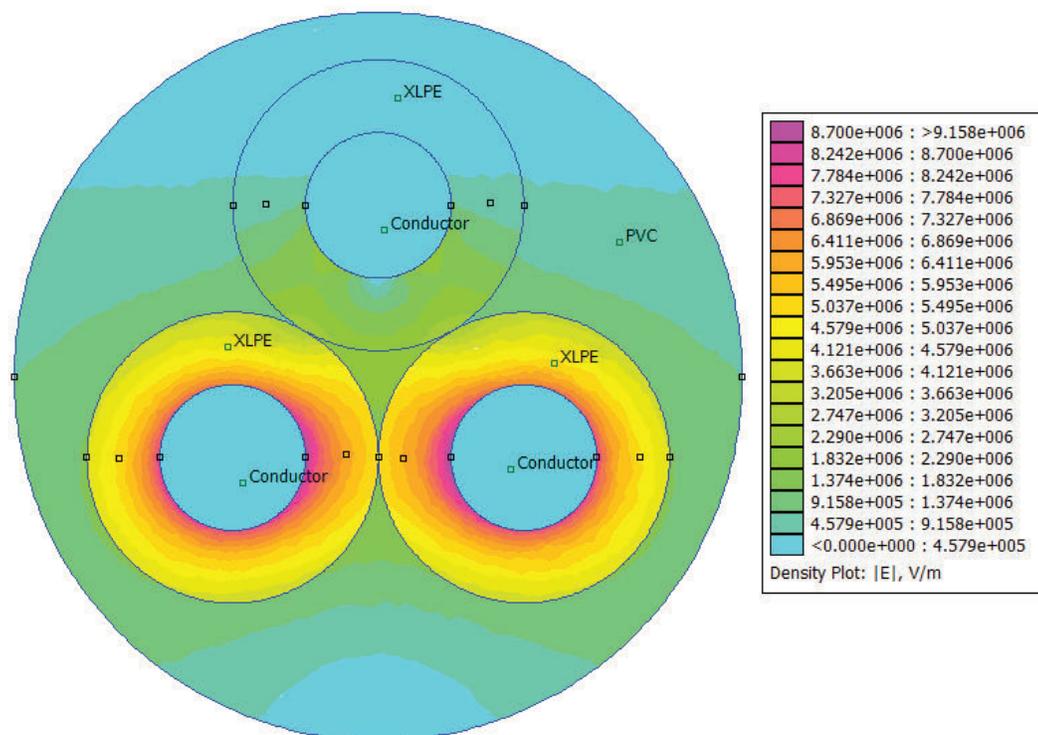


**Figura 3.22** Gráfica de la distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable correspondiente a la fase tres del cable tripolar de 27 kV.

Las figuras 3.20 hasta 3.22 muestran las gráficas del campo eléctrico en cada uno de los cables internos, en las que se puede evidenciar el valor máximo y mínimo del campo eléctrico.

### 3.3.2 CABLE TRIPOLAR SIN BLINDAJE PARA PUESTA A TIERRA DE CABLES INTERNOS Y CON APANTALLAMIENTO EXTERIOR PUESTO A TIERRA.

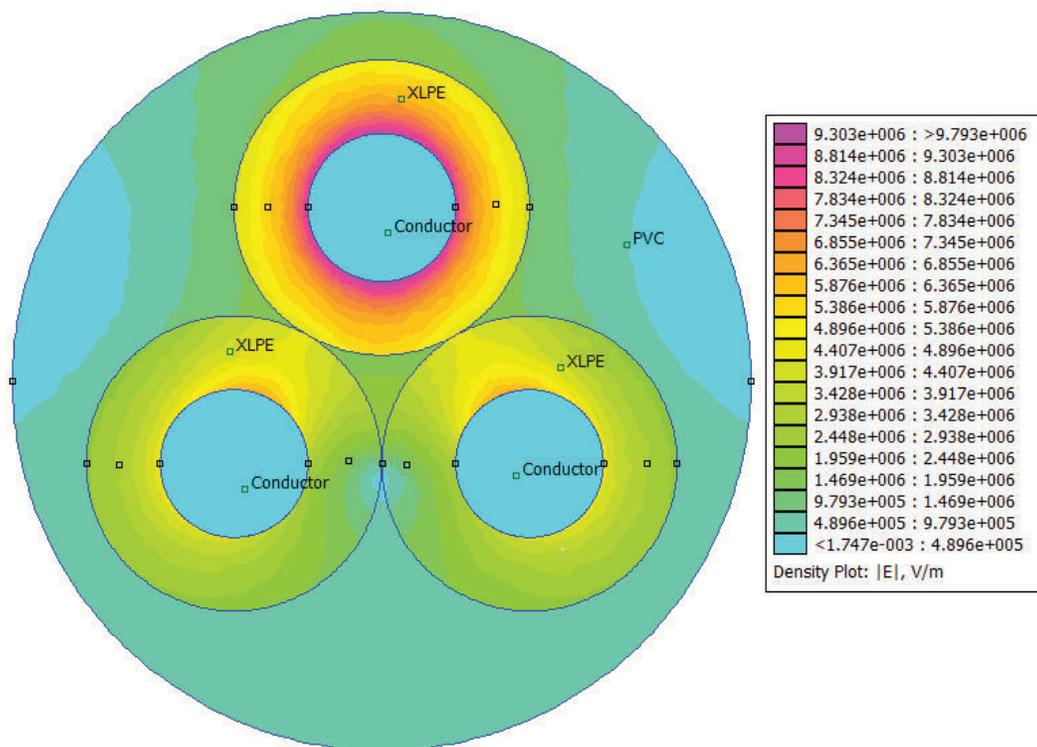
#### 3.3.2.1 Para instante cero grados.



**Figura 3.23** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 27 kV, sin blindaje de cables internos puesto a tierra y con blindaje exterior puesto a potencial cero.

Como se observa de la misma manera que en el caso de 13,8 kV el voltaje y el campo se encuentran dispersos, el campo tiende a acumularse en la parte exterior más cercana al relleno del cable tripolar e inclusive en la parte del relleno.

### 3.3.2.2 Para instante 90 grados.



**Figura 3.24** Distribución del campo eléctrico en un cable tripolar para 27 kV, sin blindaje de cables internos puesto a tierra y con blindaje exterior puesto a potencial cero.

En la figura 3.24 se puede observar como el campo eléctrico tiende a distribuirse en el relleno del cable tripolar, concentrándose mayormente cerca del cable que se encuentra en ese momento con mayor potencial, esta distribución poco uniforme del campo puede ocasionar fallas en el aislamiento del cable.

## CAPÍTULO 4

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 4.1.- CONCLUSIONES.

Los materiales aislantes deben ser colocados de mayor a menor permitividad de adentro hacia afuera del cable para obtener la mejor distribución del campo eléctrico a lo largo del aislamiento.

Los materiales usados para la diversificación del aislamiento deben tener permitividades diferentes, porque si tienen valores similares no se logra tener una diferencia relevante que haga válida la diversificación del aislamiento.

Cuando se diversifica el aislamiento en capas colocando la de mayor permitividad de adentro hacia afuera del cable, se obtiene reducción considerable en los valores pico del campo eléctrico cuando son tres capas, pero al aumentar cuatro o más capas no se obtienen resultados que justifiquen aumentar más de tres capas.

Cuando el cable tiene únicamente una sola capa de material aislante, el material que se ocupe para esta capa no interviene para la distribución del campo eléctrico ni el voltaje a lo largo del aislamiento, es decir no importará la permitividad que tenga el material aislante para la distribución del campo eléctrico, pero hay que tomar en cuenta que para la selección de este material aislante intervienen otros factores como su costo, rigidez y características mecánicas.

Al variar las dimensiones de las capas del aislamiento el punto óptimo se lo logra cuando los valores pico de campo eléctrico en cada una de las capas es similar, ya que con ello se logra distribuir la intensidad de campo eléctrico lo más uniformemente posible.

En un cable tripolar es necesario que exista el blindaje o lámina conductora que recubra a cada uno de los cables internos para una mejor distribución de campo eléctrico y de voltaje, pero no es necesario colocar la parte externa del relleno a tierra o potencial cero, ya que en las simulaciones se ha observado que a pesar de

que la parte externa del relleno no esté colocada a tierra tanto el voltaje como el campo eléctrico se distribuirán a lo largo de cada uno de los cables internos; es por ello que es necesario que los cables internos tengan su referencia a potencial cero aunque la parte externa del relleno no la tenga.

#### **4.2.- RECOMENDACIONES.**

Para obtener mejores resultados en la aplicación del método de graduación de capacitancias es recomendable que los valores de permitividad sean diferentes entre sí, puesto que si se colocan materiales que tengan el mismo o similar valor de permitividad no se logra una mejora sustancial en los resultados, ya que como se ha concluido anteriormente las permitividades deben ir de mayor a menor de adentro hacia afuera y por ende si existen dos materiales con la misma permitividad irán juntos y los resultados serán igual al de tener una sola capa, es decir colocar una capa incurre en mayor trabajo y más gastos, pero si estos no son de ayuda es un trabajo y gasto innecesario.

Es recomendable, para la instalación de los cables tripolares tener una puesta a tierra del cable y más importante aún es conectarla, ya que en varios casos en la industria se observa que no se le pone mayor interés a la puesta a tierra del cable tripolar, no conectan la puesta a tierra y en algunos casos el conductor de puesta a tierra es cortado. Como se observó en el comportamiento tanto del voltaje como del campo eléctrico cuando los blindajes o láminas conductoras que recubren a cada uno de los conductores internos del cable tripolar y que esta está haciendo contacto eléctrico con el conductor no están conectadas a una referencia de potencial cero, que en el mejor de los casos es una puesta a tierra, el comportamiento de voltaje y campo eléctrico no son uniformes, es decir no tienen una distribución adecuada a lo largo del cable y es por ello que tienden a causar una falla en el cable tripolar y en el sistema al que están conectados.

Cuando se distribuye el aislamiento en cuatro capas es recomendable que las divisiones sean uniformes, es decir que las cuatro capas tengan el mismo grosor para poder tener una distribución uniforme del campo eléctrico.

Se recomienda, se haga la diversificación del aislamiento en tres materiales aislantes que estén colocados de mayor a menor respecto a sus valores de permitividad y de adentro hacia afuera del cable; además éstos no deben tener valores de permitividad similares, ya que la diferencia entre los valores de estas dos capas adyacentes no es significativo. Se debe tomar en cuenta que el estudio es analítico y únicamente se toma en cuenta parámetros eléctricos, por lo que para el diseño de cables se debe tomar en cuenta características mecánicas de los materiales que se usan, costos de los materiales y costos de fabricación de cables con aislamiento distribuido en capas de diferente permitividad.

## **ANEXOS**

### **ANEXO A**

#### **USO DEL SOFTWARE FEMM**

El análisis del comportamiento del campo eléctrico en cables de alto voltaje para uso subterráneo tanto monopoles como tripolares que se realizó en los capítulos 2 y 3 fue en base a los resultados obtenidos de las simulaciones del software FEMM, este software mediante el uso del método de elementos finitos que se explicó en el capítulo 1 del presente proyecto, permite obtener resultados del comportamiento del campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable, se puede obtener gráficas en donde se tiene valores máximos, mínimos y variaciones del campo eléctrico entre capas de materiales aislantes de diferentes características.

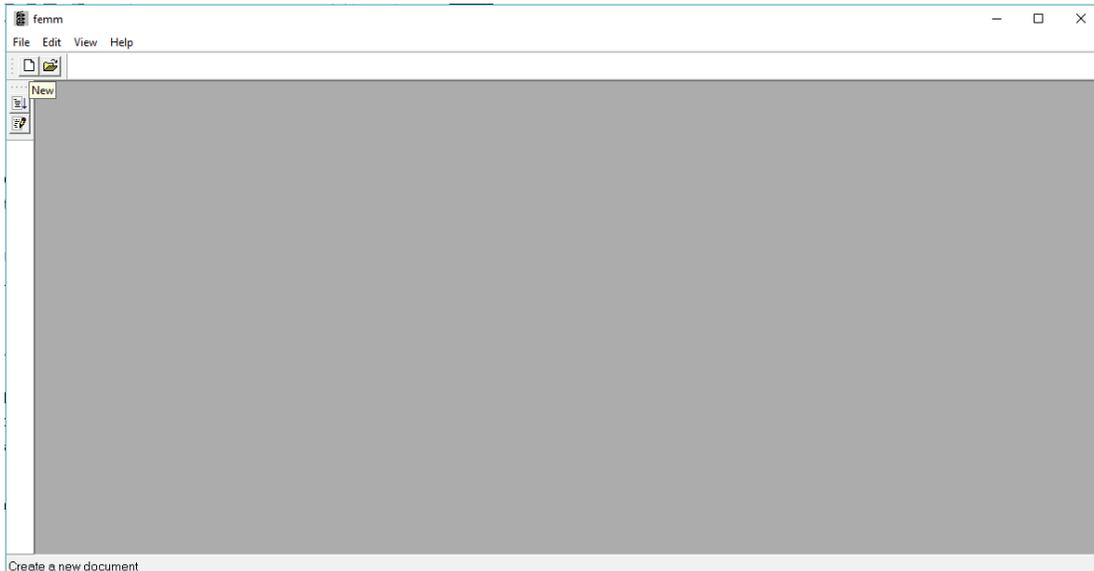
En este anexo se explicará cómo se realiza el ingreso de información en el software para el caso de un problema electrostático que es como se lo puede interpretar a un cable de alto voltaje.

##### **A.1 SELECCIÓN DEL PROBLEMA**

Para poder empezar con el uso del software FEMM es importante saber cuál es su funcionamiento del mismo que como ya se ha mencionado y detallado en el primer capítulo de este proyecto el software lo que realiza es la resolución de la ecuación de Laplace, esto lo realiza usando el método de elementos finitos que básicamente lo que hace es discretizar el dominio para así poder tener un valor lo más aproximado posible de la solución de la ecuación de Laplace.

Una vez que se encuentra abierto el software, para crear un nuevo problema o caso de estudio debemos ir al icono que tiene una hoja en blanco, este icono se encuentra en la parte superior izquierda bajo la palabra "File". Si se coloca el

puntero del mouse sobre el icono se desplegará una palabra “New”, al dar clic sobre este icono se creará un nuevo problema o caso de estudio.

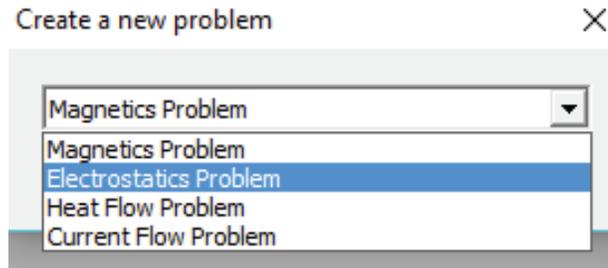


**Figura a.1** Selección de nuevo caso de estudio.

Cuando se ha hecho clic sobre el icono “New” se desplegará una ventana en la que se puede elegir el tipo de problema que se desea crear, los tipos de problema que se pueden trabajar con el software FEMM son:

- Magnetics Problem (Problemas Magnéticos).
- Electrostatic Problem (Problemas Electrostáticos).
- Heat Flow Problem (Problemas de Flujo de Calor).
- Current Flow Problem (Problemas de Flujo de Corriente).

Para el análisis propuesto en el presente proyecto el problema que se va a seleccionar es el “Electrostatic Problem” para poder aplicar el modelo desarrollado y realizar el posterior análisis del comportamiento del campo eléctrico en el aislamiento de los cables monopolares y tripolares de uso subterráneo para alto voltaje.

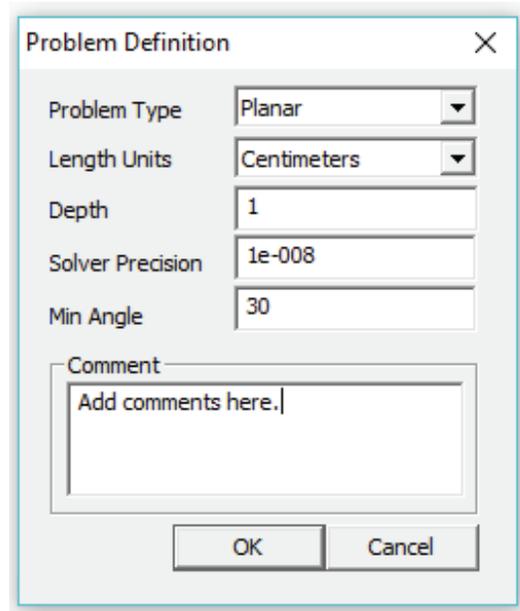


**Figura a.2** Selección de nuevo caso de estudio.

## **A.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.**

Para definir los parámetros del problema se debe seleccionar la opción “Problem” que se encuentra en la parte superior izquierda de la venta del software, una vez que se da clic en esta opción se desplegará una ventana en la que se podrá definir las condiciones del problema.

Es importante definir las unidades de longitud en las que se va a trabajar, tipo de problema, profundidad, precisión de la solución y ángulo mínimo. Los datos relevantes para nuestro caso de estudio serán únicamente las unidades de longitud, que deben estar colocadas en centímetros o milímetros que son las unidades que manejamos en nuestro sistema de medida (sistema internacional), cabe mencionar que el software tiene la opción para otros tipos de sistema de medida como es el sistema anglosajón. Los demás parámetros de esta ventana quedan fijados en el valor por defecto que entrega el programa, los datos ingresados quedarían de la siguiente manera:

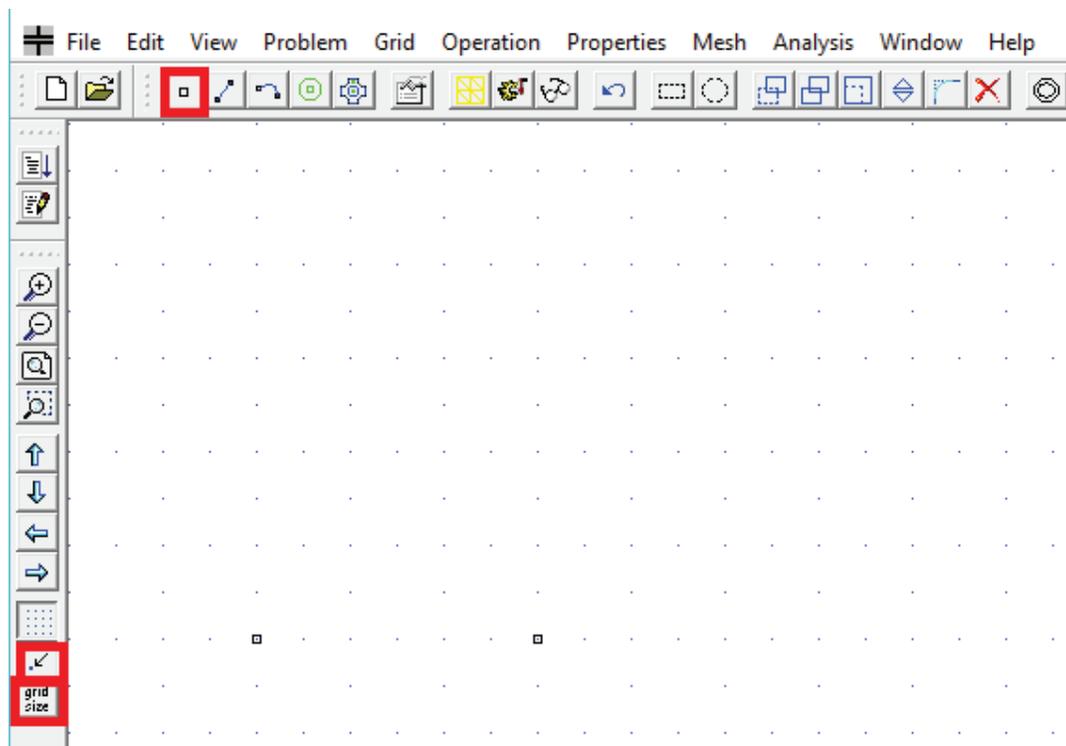


**Figura a.3** Selección de nuevo caso de estudio.

### **A.3 INGRESO DE LA GEOMETRÍA DEL CABLE.**

Para realizar el ingreso de geometría del cable es importante conocer cuáles son las herramientas del software que se usarán, ya que si bien es cierto el software tiene varias opciones, las que se utilizarán para realizar nuestro trabajo serán solo un grupo de ellas.

Para empezar se debe colocar los nodos entre los cuales se pondrá posteriormente los semicírculos de las secciones del cable, es decir si se desea realizar el círculo del núcleo conductor primero se colocará los dos nodos que marcarán el diámetro del círculo como se muestra en la figura a.4. El icono que se debe seleccionar para crear un nodo se lo encuentra en la parte superior izquierda bajo

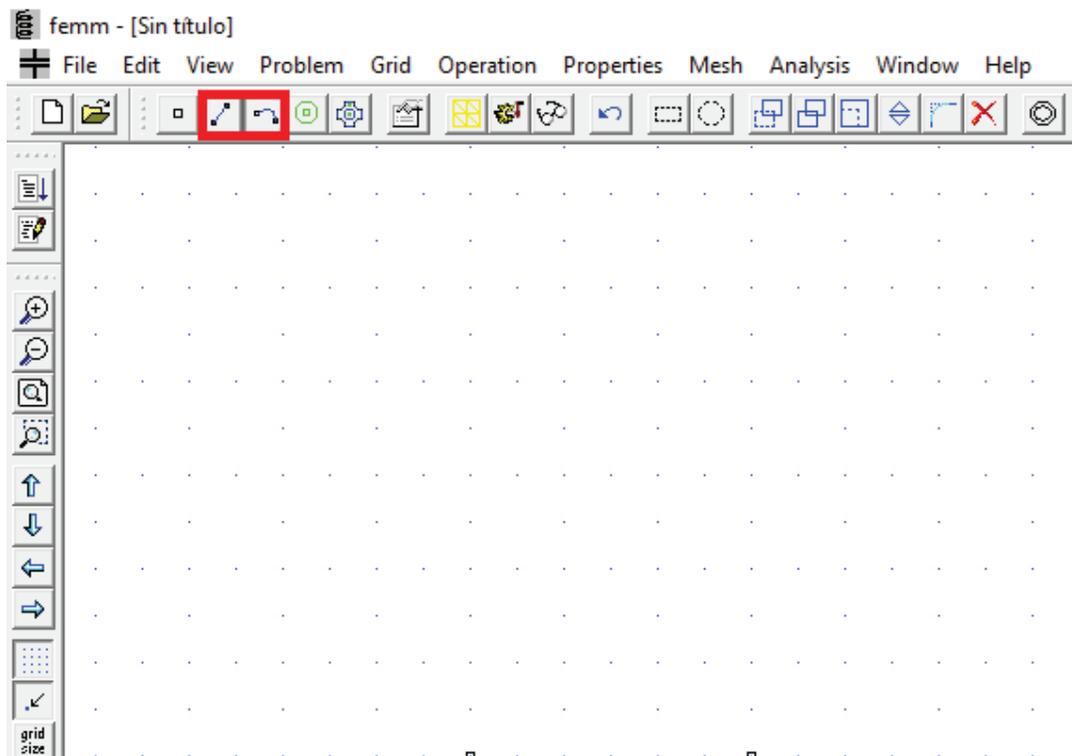


**Figura a.4** Ingreso de nodos.

Es importante tomar en cuenta que FEMM nos proporciona ayudas para ingresar nodos, estas ayudas son una grilla con un tamaño determinado que puede ser ingresado de acuerdo a las necesidades del dibujo que se esté realizando, para ingresar este valor del tamaño de la grilla se puede encontrar el icono “Grid Size” en la parte inferior izquierda. Otra de las ayudas para ingresar nodos es el icono que se encuentra arriba de “Grid Size”, el cual tiene una flecha con un punto, este icono permite seleccionar puntos únicamente en los que está definida la grilla y esto ayuda para tener una mayor precisión al marcar los nodos. Es importante tomar en cuenta que si se tiene activada esta función si el tamaño de la grilla está definido en un valor muy grande o muy pequeño dependiendo del gráfico si se desea colocar un punto intermedio se debe cambiar el tamaño de la grilla.

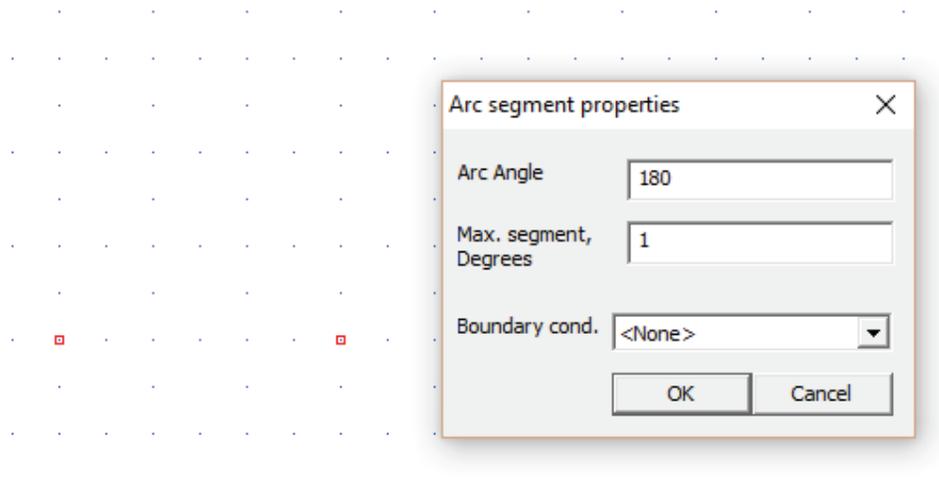
Ya colocados los nodos que definirán los puntos entre los cuales irán los círculos que representan tanto el núcleo conductor como las diferentes capas en las que se diversificará el aislamiento. Para realizar los círculos mencionados en FEMM es preciso saber que un círculo se lo hace en dos partes, es decir dos semicírculos que se los implementan seleccionando el icono que lleva precisamente la forma de

un semicírculo que se encuentra en la barra principal de herramientas en la parte superior izquierda debajo de la opción “Problem” como se observa en la figura a.5, cabe mencionar que al lado izquierdo de este icono se encuentra una línea recta la que de ser el caso permitirá unir los nodos que fueron ingresados anteriormente, es decir los nodos que se coloca inicialmente pueden ser unidos bien con un semicírculo o con una línea dependiendo de la geometría del caso que se desee estudiar.



**Figura a.5** Iconos para ingreso de líneas y arcos.

Para la realización de los semicírculos, una vez que se ha seleccionado el icono antes mencionado se da clic en los dos nodos entre los cuales se desea se cree el semicírculo, se desplegará una ventana como se muestra en la figura a.6, en esta ventana es necesario ingresar el valor del ángulo del arco que se va a crear que para un semicírculo es 180, además se puede ingresar valores como el máximo segmento en grados y la condición de borde o frontera que en este caso aún no se la ha definido, pero que posteriormente se verá otra forma en la que se la puede ingresar, en este momento se dejará esa opción en “none” que es su valor por defecto.



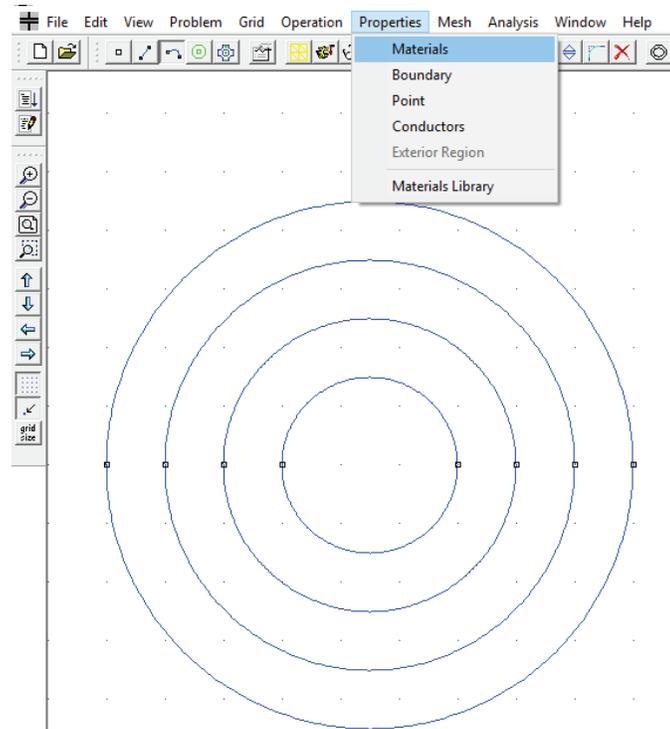
**Figura a.5** Iconos para ingreso de líneas y arcos.

Finalmente se da clic en “OK” y se creará el primer semicírculo. Para realizar el otro semicírculo es necesario tomar en cuenta que si la primera selección de nodos se la hizo de izquierda a derecha, la próxima se la debe realizar al contrario, es decir de derecha a izquierda para poder crear el segundo semicírculo y completar el círculo.

De esta manera se ingresa la geometría tanto del núcleo conductor del cable como la representación del aislamiento distribuido en capas.

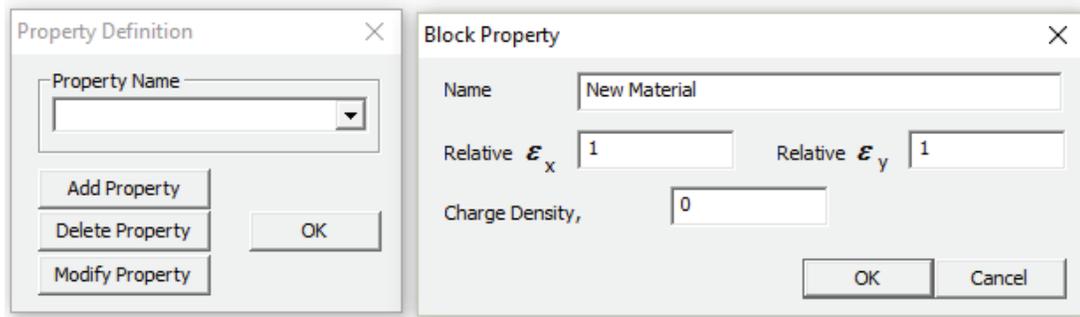
#### **A.4 INGRESO DE PROPIEDADES DE MATERIALES Y CONDICIONES DE BORDE PARA EL PROBLEMA.**

Para proporcionar los datos necesarios para la simulación se debe ingresar las propiedades de los materiales que se ocupará para el desarrollo del problema, en este caso los materiales serán: el conductor y los materiales que se ocupen para las diferentes capas en las que estará dividido el aislamiento del cable. El ingreso de estas propiedades se lo realiza seleccionando la opción “Properties” de la barra de herramientas, al hacer clic sobre esta opción se despliegan varias opciones de las que en este caso se seleccionará “Materials” como se muestra en la figura a.6.



**Figura a.6** Selección de opción para ingreso de propiedades de materiales.

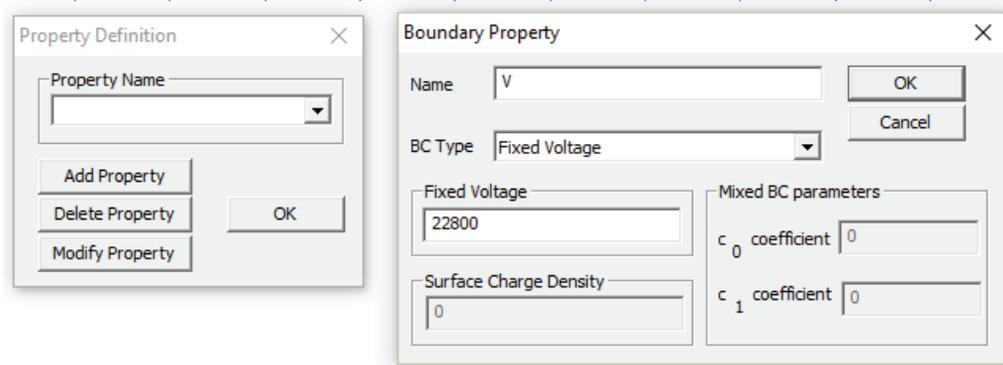
Cuando ya se ha seleccionado “Materials” se desplegará una ventana en la que se debe seleccionar las opciones de agregar nuevas propiedades, eliminar propiedades y modificar propiedades. Por ser este un problema nuevo no existirán propiedades de materiales ingresadas previamente, entonces se elige la opción “Add property” que permite ingresar propiedades de un nuevo material, al dar clic sobre esta opción se despliega una nueva ventana (figura a.7) en la que se puede ingresar el nombre del material que se está creando, la permitividad relativa tanto en el eje de las ordenadas como en el de las abscisas y además la densidad de carga que para el análisis propuesto en este proyecto será cero, ya que se considera que no existe una carga densidad de carga en el cable para empezar la simulación.



**Figura a.7** Ingreso de propiedades de un material nuevo.

También es necesario ingresar las condiciones de borde para el problema, ya que éstas se las usa para la aplicación del método de elementos finitos. En el problema del cable se debe ingresar las condiciones de borde del perímetro del núcleo conductor y del perímetro de la última capa aislante.

Para ingresar condiciones de borde en FEMM se debe seleccionar la opción “Properties” y esta vez seleccionar “Boundary”, al dar clic al igual que el caso anterior se tiene las opciones de ingresar nuevas propiedades, eliminar propiedades y modificar propiedades, al seleccionar “Add property” se despliega una ventana en la que se puede ingresar el nombre de la nueva condición de borde que se está creando, además de características importantes como: el tipo de condición de borde que para el caso del cable será de “fixed voltage” que traducido al español es de voltaje fijo, una vez que se ha seleccionado esta opción el único casillero editable de la ventana permite ingresar el valor del voltaje fijo que para el caso del perímetro del círculo que representa el núcleo conductor será el valor del voltaje de trabajo del cable y para el del círculo de la última capa de material aislante será de 0, ya que se considera que el voltaje al final de la capa aislante debe ser cero. En la figura a.8 se observa el ingreso de esta información.

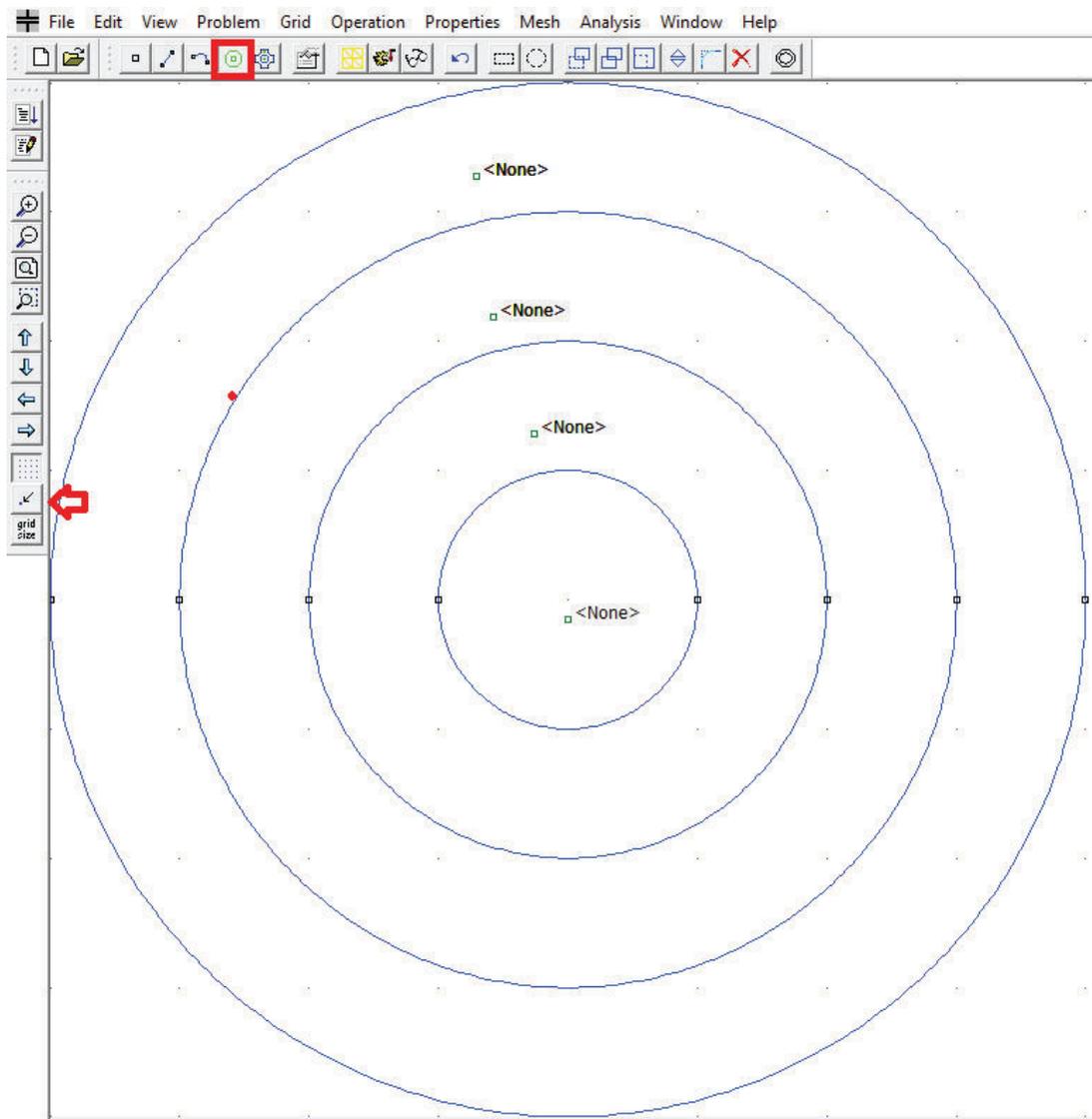


**Figura a.8** Ingreso de propiedades de condiciones de borde.

## **A.5 INGRESO DE MATERIALES Y CONDICIONES DE BORDE EN LA GEOMETRÍA DEL CABLE.**

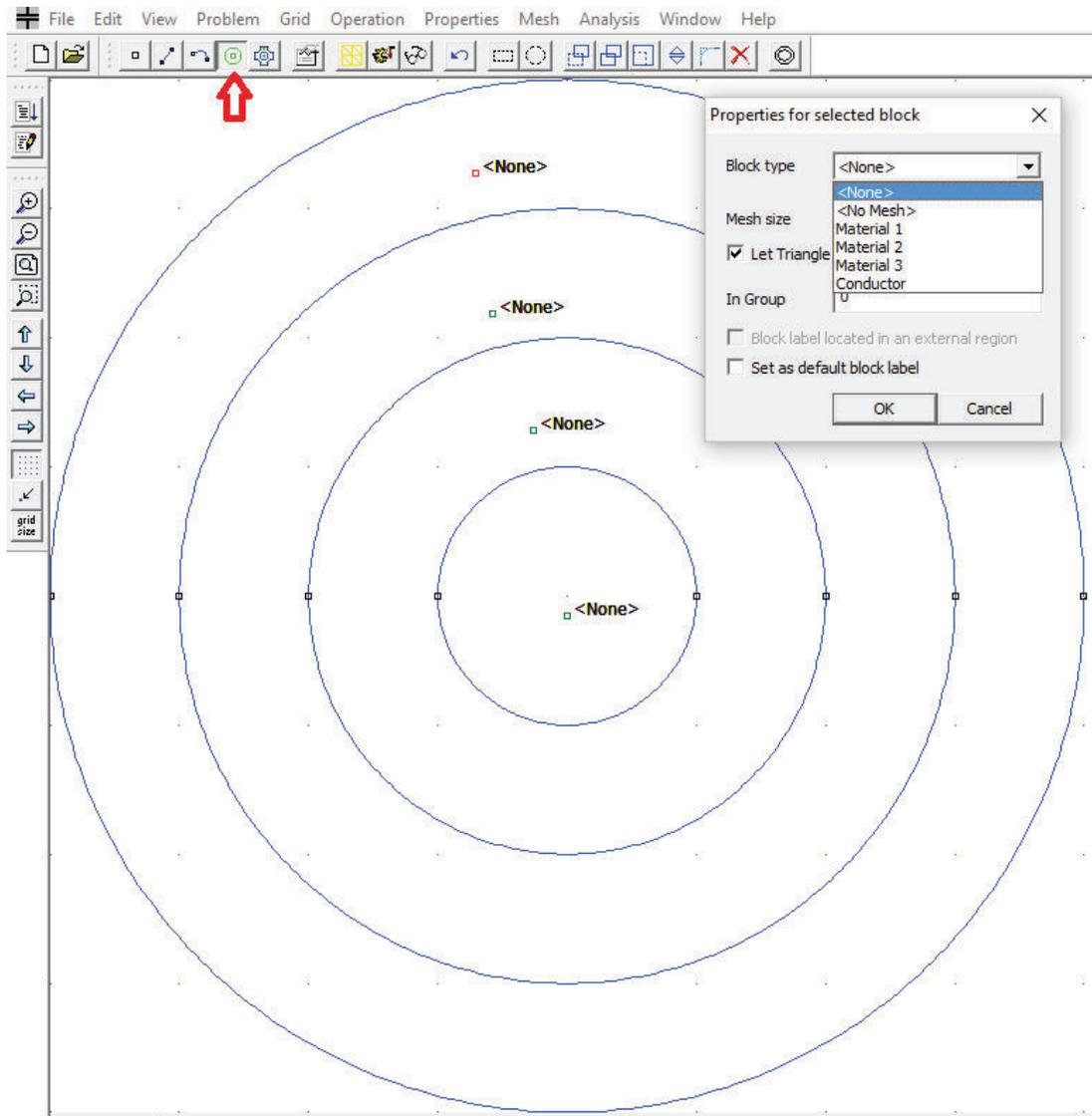
Cuando las propiedades de materiales y condiciones de borde han sido definidas se procede a colocar estos valores en la geometría del cable que se realizó previamente.

Para ingresar los materiales en la geometría del cable se debe seleccionar el icono que se encuentra en la parte superior izquierda figura a.9, junto al símbolo del arco que ya se utilizó en el ingreso de la geometría del cable. Una vez que se ha seleccionado el icono se da clic en cualquier parte de la superficie que se desea ingresar el tipo de material como se muestra en la figura a.9, es necesario tener desactivado el icono de precisión que tiene como símbolo una flecha y un punto y se encuentra ubicado en la parte inferior izquierda bajo del icono de grilla.



**Figura a.9** Ingreso de materiales a la geometría del cable.

Quando se tiene ingresado el material se debe dar un clic derecho sobre el nodo que se crea con la denominación de “None”, es necesario que esté seleccionado el icono de ingreso de material, el nodo al ser seleccionado se tornará de color rojo, es entonces momento de pulsar la barra espaciadora con la que se desplegará una ventana en la que se puede ingresar el tipo de material pulsando en la pestaña de “block type” en donde se puede seleccionar los materiales que se ha creado en el punto anterior. En la figura a.10 se muestra como se debe realizar este ingreso de materiales a la geometría del cable.

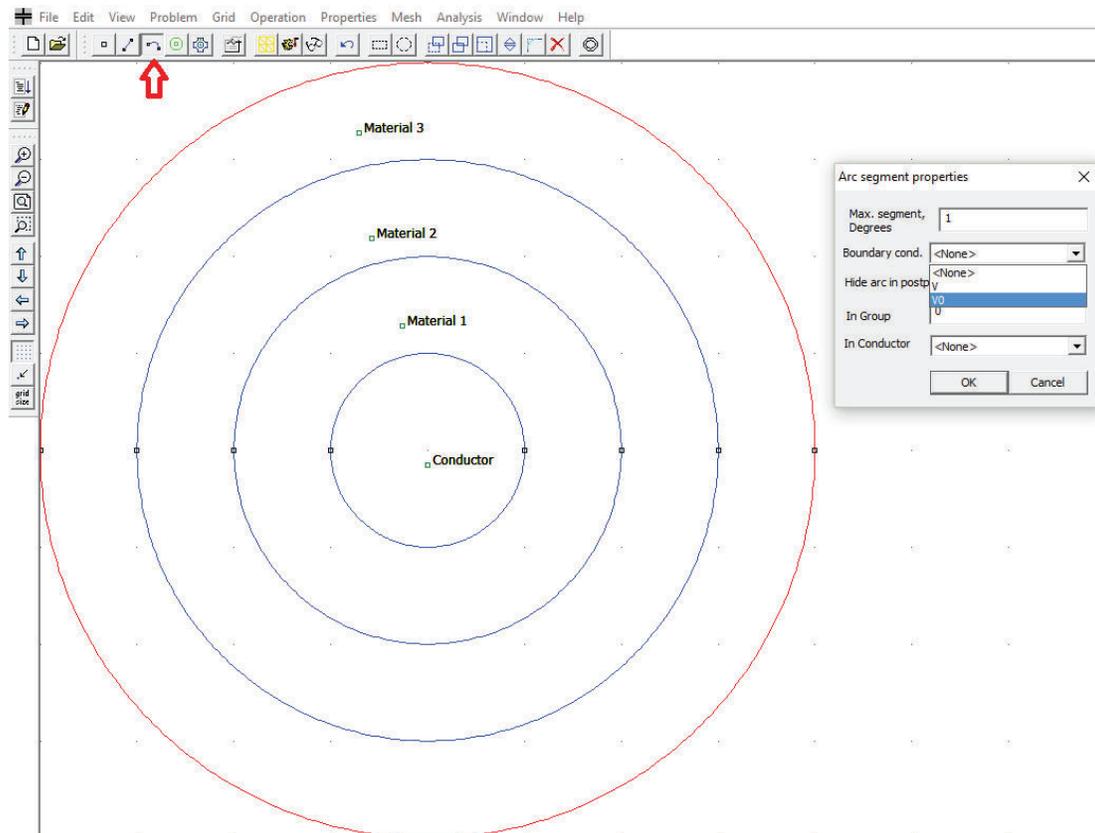


**Figura a.10** Selección de materiales para el cable.

Se repite este mismo proceso para todos los materiales que se debe ingresar para el desarrollo del problema.

Para el ingreso de las condiciones de borde es necesario que esté seleccionado el icono para hacer arcos, es decir el icono con el que se realizó en ingreso de los semicírculos de la geometría del cable. Entonces se procede a dar un clic derecho sobre los dos semicírculos que conforman el núcleo conductor, estos se tornarán de color rojo, entonces se presiona la barra espaciadora y se despliega una ventana en la que dando clic en la pestaña de "Boundary cond." se puede seleccionar la

condición de borde deseada que para el caso del núcleo conductor se seleccionará la condición de borde que fue ingresada con el valor del voltaje dijo de trabajo. Para la condición de borde de la última capa aislante se realiza el mismo proceso pero al momento de seleccionar se toma la opción de condición de borde en la que se colocó voltaje dijo 0 (cero). En la figura a.11 e observa cómo se realiza el ingreso de esta información.

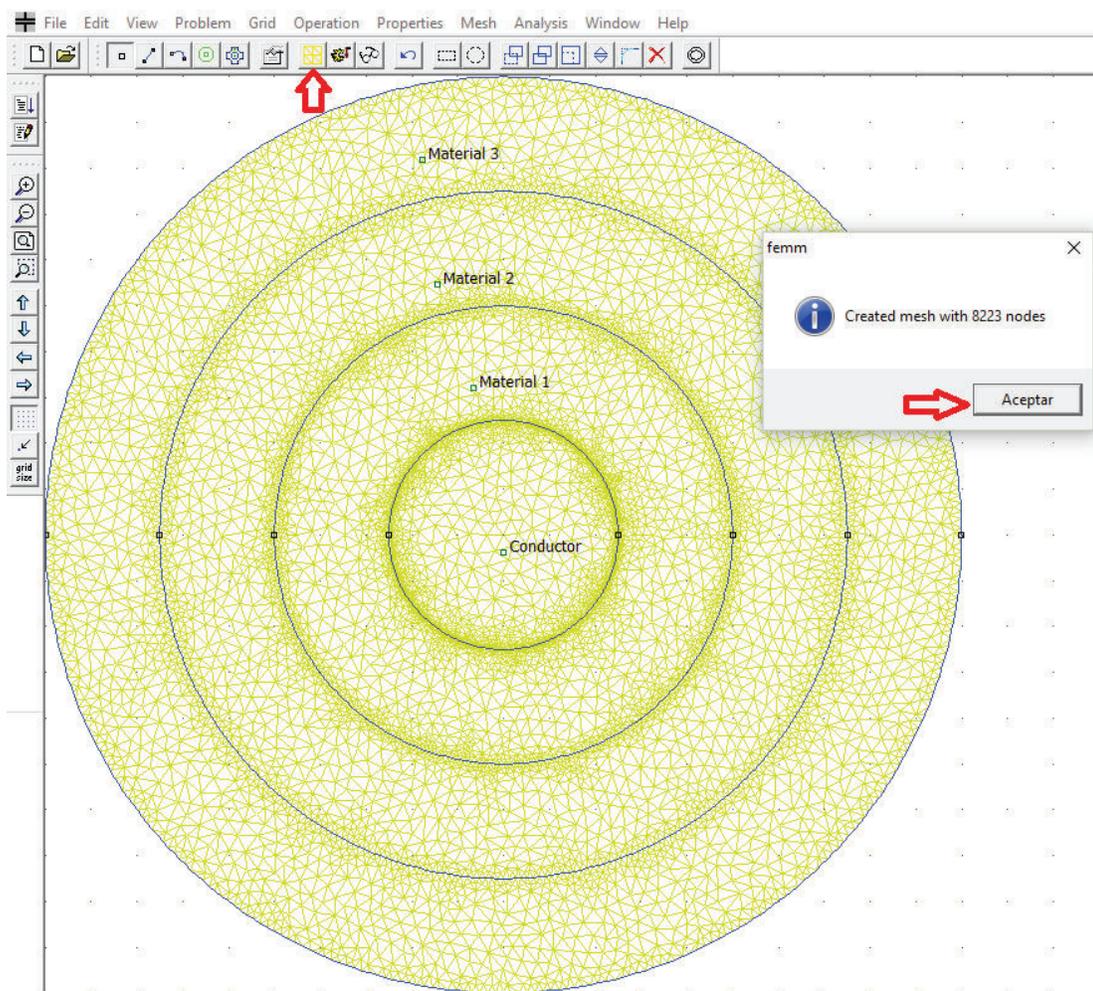


**Figura a.11** Selección de condición de borde para la última capa aislante.

## A.6 DISCRETIZACIÓN

Al momento de tener ingresado ya toda la información, se procede a la discretización del problema que como ya lo realiza el software en este caso solo es necesario dar un clic en el icono que realizar este proceso, este icono se encuentra en la parte superior bajo la opción "Operation", su símbolo es un cuadrado dividido en varios triángulos de color amarillo. Al dar clic en este icono si aún no se ha guardado el archivo el software nos pedirá que lo guardemos, una vez que se lo ha

guardado el software realiza la discretización del problema que consiste en dividir en varios la mayor cantidad de triángulos al problema para así poder tener una mejor aproximación en los resultados. Cuando ha terminado con el proceso de discretización la geometría del problema presentará varios triángulos de color amarillo y una ventana nos indicará el número exacto de triángulos en los que se dividió el problema, se da clic en “Aceptar” y se ha terminado con este paso. La figura a.12 muestra cómo se realiza este proceso.



**Figura a.12** Discretización del problema.

## A.7 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS.

Una vez que se ha discretizado el problema se procede a darle solución, para realizar esta acción se da clic en el icono que se encuentra en la parte superior (figura a.13), el programa procederá a resolver el problema en base a la información que se ha ingresado.

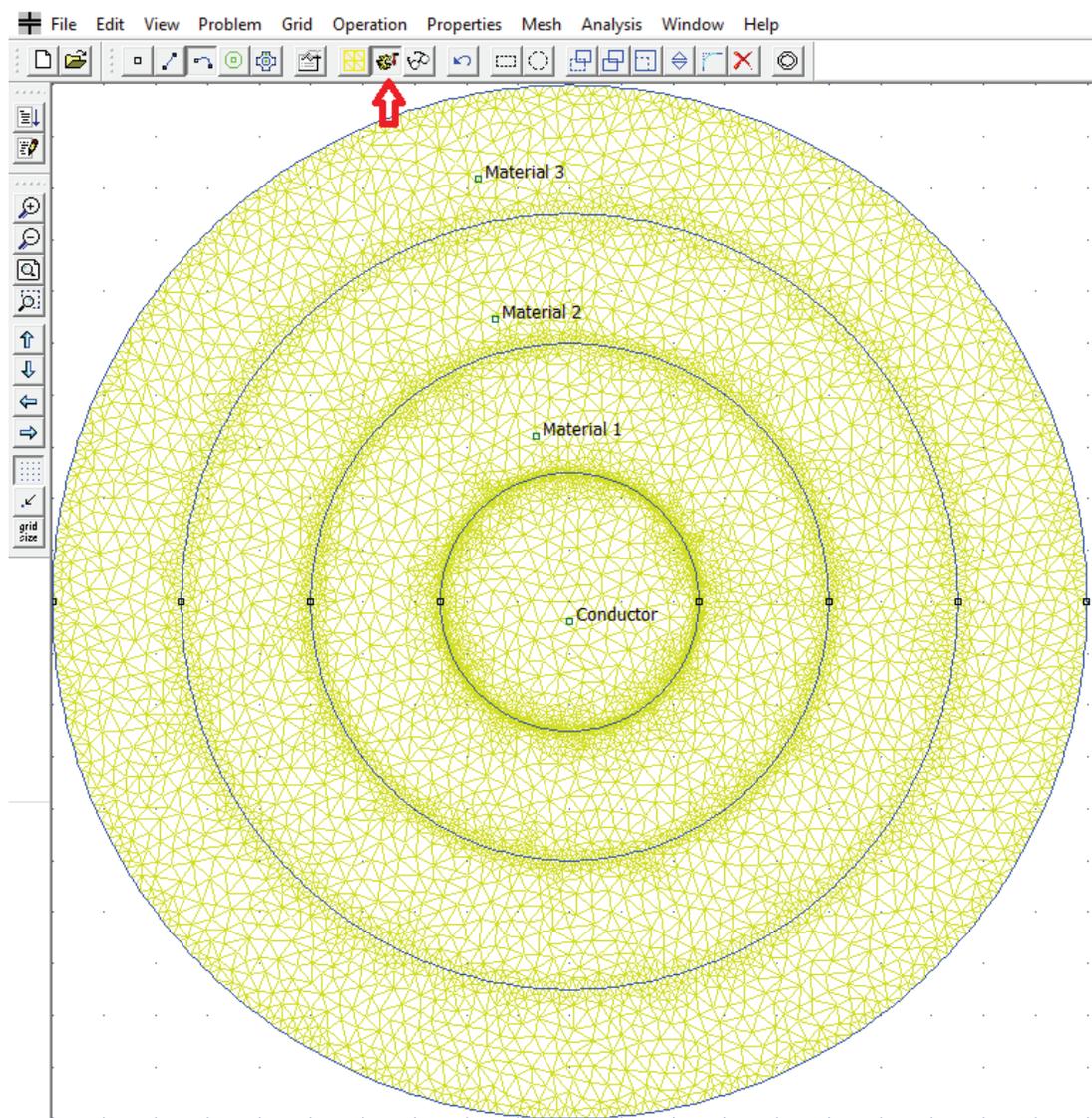
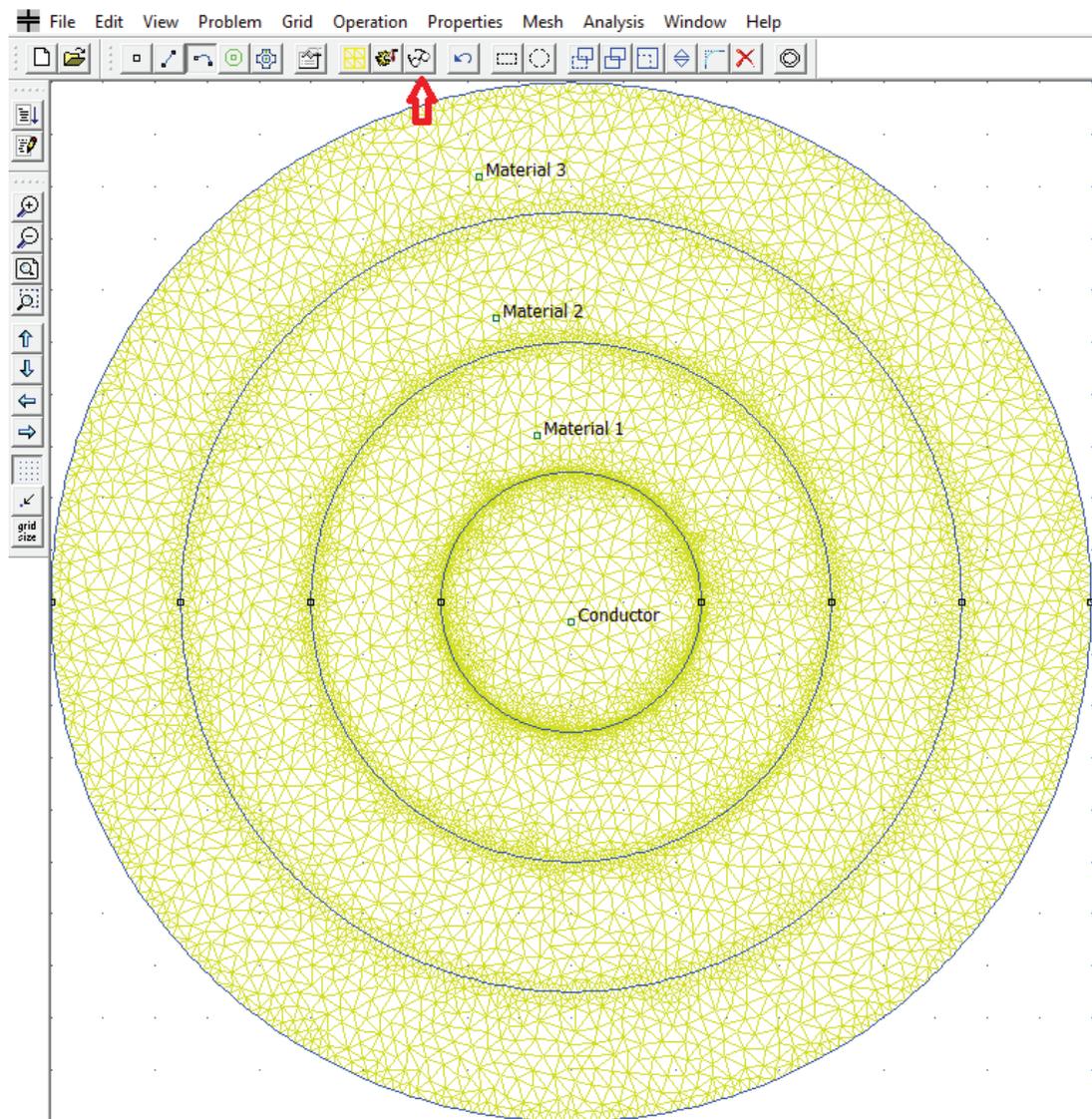


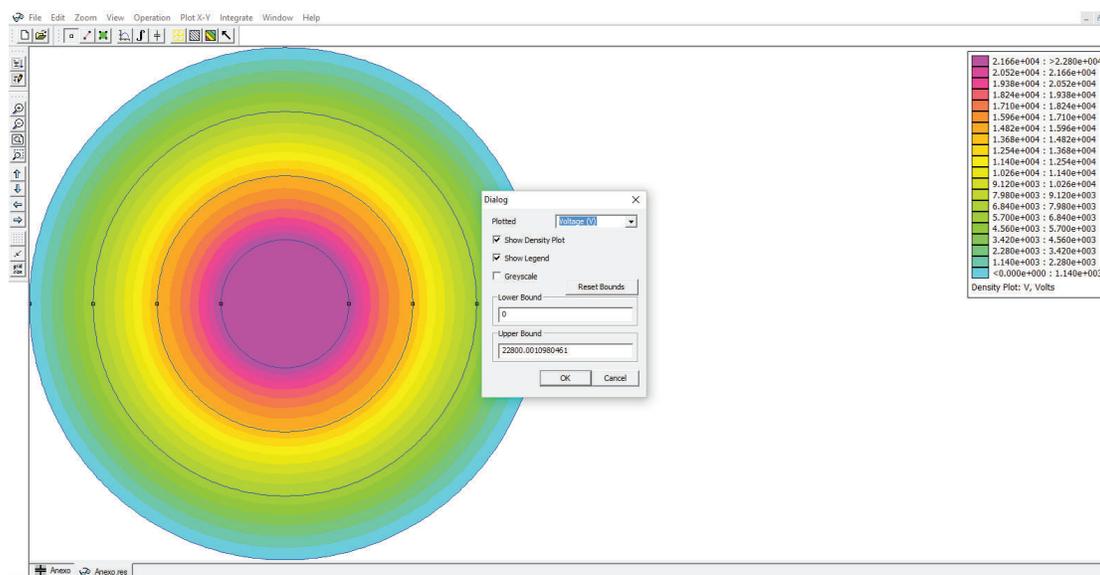
Figura a.13 Solución del problema.

Cuando el problema ha sido solucionado ya se puede visualizar los resultados dando clic en el icono que se encuentra en la parte superior (figura a.14), al dar clic en este icono se despliega una nueva hoja en la que se muestran los resultados de la simulación, existen varias opciones permiten cambiar la visualización de resultados.



**Figura a.14** Visualización de resultados.

Para obtener los resultados representados mediante colores a lo largo del problema se debe dar un clic en el icono mostrado en la figura a.15, tomar en cuenta que este icono se lo encuentra en la hoja de resultados. Se despliega una ventana en la que se puede seleccionar que magnitud es la que se desea observar (figura a.15) con escala de colores. Al lado derecho se encuentra la tabla en la que muestra entre que valores se encuentra la franja de cada color para poder interpretar los resultados.



**Figura a.15** Visualización de resultados.

Existen varias opciones para obtener los resultados, pero las que se utilizó en el presente proyecto es la de franja de colores y la que se explicará a continuación que es la gráfica de magnitudes. Se puede realizar la gráfica del comportamiento de todas las magnitudes que estén incluidas en el resultado de la simulación esto se lo logra seleccionando la opción "Options" y luego "Contour" como se muestra en la figura a.16.

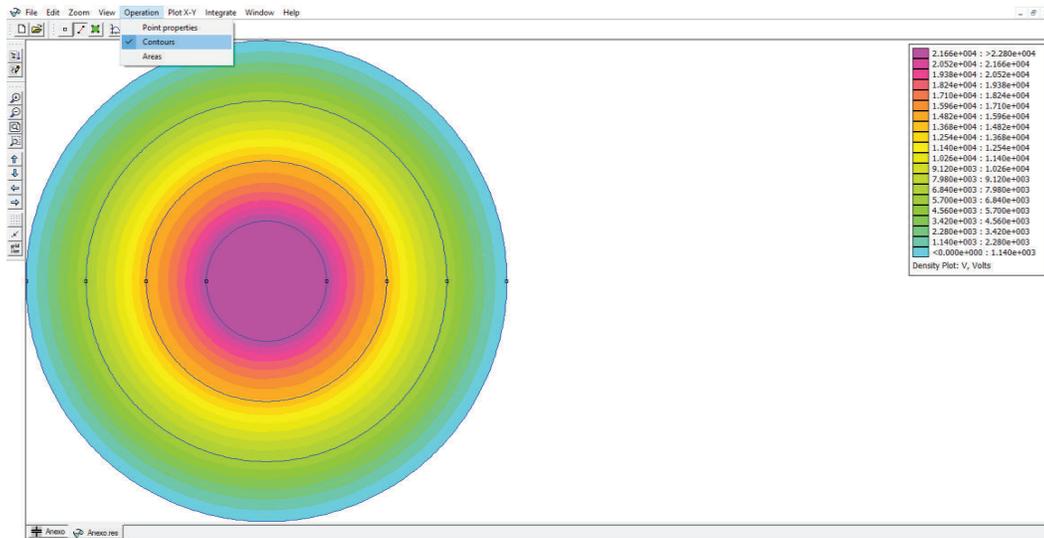


Figura a.16 Opciones de visualización de resultados.

Luego de haber seguido el proceso antes mencionado se debe dar clic en los dos entre los cuales se desea realizar la gráfica de los resultados, entonces se dibujará automáticamente una línea de color rojo que unirá los dos puntos seleccionados, cuando se ha terminado este proceso y se ha dibujado la línea roja de selección se da clic en el icono mostrado en la figura a.17 y en la ventana que se despliega se selecciona la magnitud que se desea graficar y automáticamente se crea una nueva hoja en la que se grafica la magnitud seleccionada a lo largo de los puntos seleccionados.

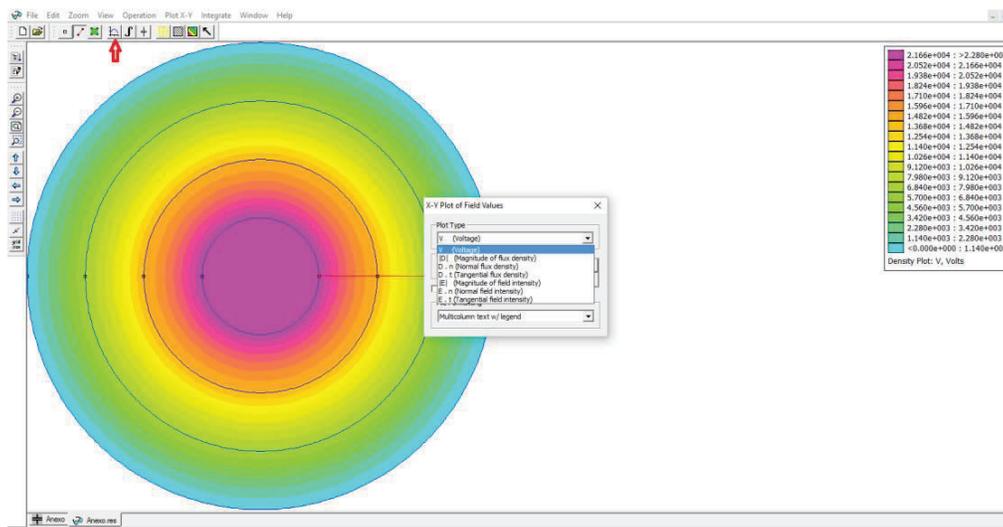
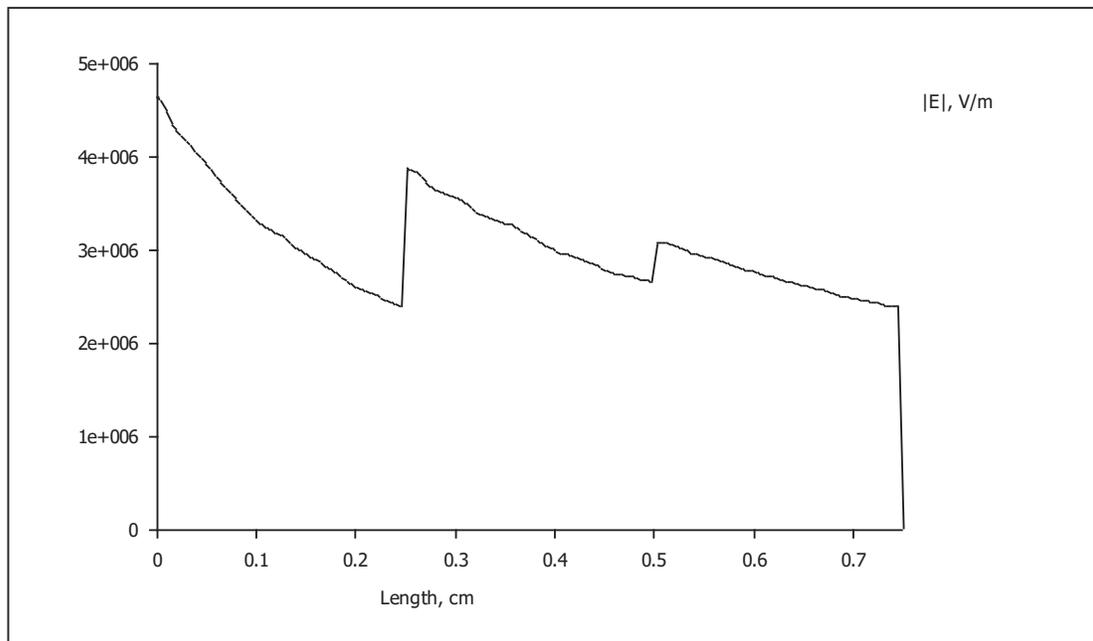


Figura a.17 Opciones para gráfica de resultados.

La gráfica que se obtiene luego de haber realizado todo el proceso ya descrito es la que se presenta en la figura a.18, que por ser el caso de un ejemplo se ha graficado el campo a lo largo del cable.



**Figura a.18** Gráfica de campo eléctrico a lo largo del aislamiento del cable.

El presente anexo mostró como se ingresa la información al software FEMM para la simulación y obtención de resultados, estos resultados han sido utilizados para el análisis del comportamiento del campo eléctrico a lo largo de cables de alto voltaje para uso subterráneo, pero el software FEMM es utilizado para un sin número de aplicaciones tanto de la parte eléctrica como en otras áreas de la ingeniería.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Resolución A-0029, Distrito Metropolitano de Quito, Alcalde Augusto Barrera, 2011.
- [2] Prashant S. Patel, Viral S Chaudhari, Hiren M. Patel, "Analysis of Grading Techniques in XPLE Cables Insulation by FEM ", IJERT, 2014.
- [3] William A. Thue, Electrical Power Cable Engineering, 2da ed., North Carolina, USA: Taylor & Francis Group, Llc, 2005.
- [4] Rohan Lucas, High Voltage Engineering, Sri Lanka., 2001.
- [5] Empresa Eléctrica Quito, Normas para sistemas de distribución parte A, Guía de diseño para redes de distribución.
- [6] Empresa Eléctrica Quito, Normas para sistemas de distribución parte B, Unidades de propiedad y de construcción.
- [7] Roman Francisco, El Método de los Elementos Finitos para el Cálculo de campos electrostáticos, Estudios de postgrado en Alta Tensión, Universidad de Karlsruhe, Alemania Federal.
- [8] W.H. Hayt, J.A. Buck, Teoría Electromagnética, 7ma ed., México, 2006
- [9] Mohamed Zafaruddin, Finite Element Analysis a Multi-Conductor, Tesis para Maestría en Ciencias, University of Akron, Estados Unidos, Mayo 2013.
- [10] Santiago Chicaiza, Diagnóstico de deformaciones en devanados de transformadores de potencia mediante la evaluación de la reactancia de dispersión, Escuela Politécnica Nacional, 2016.

- [11] Mohamed Boutaayamou, Ruth V. Sabariego, Patrick Dular, "Electrostatic Analysis of Moving Conductors Using a Perturbation Finite Element Method". IEEE 10.1109/TMAG.2009.2012541 Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Liège, Belgium, Marzo 2009.
- [12] Enrique Zuazuna, Ecuaciones en derivadas parciales, Universidad Antonio Nariño, Colombia.
- [13] Enlace de descarga de programa computacional FEMM, [www.femm.info/wiki/download](http://www.femm.info/wiki/download).
- [14] XLPE, Insulated power cables up to 1000 V (IEC 60502-1).
- [15] Felipe Faria da Silva, Claus Leth Bak, Electromagnetic Transients in Power Cables, Denmark: Springer-Verlag London, 2013
- [16] C.L Wadhwa, "Electrical Power Systems", New Age International Publishers, 6ta ed, 2012.
- [17] Romero Sixto, Francisco J. Moreno, Isabel M. Rodríguez, Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP's), Escuela Politécnica Superior de la Rábida.