

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN MÉTODO DE SINTONIZACIÓN DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO BASADO EN MODELO MEDIANTE UN FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN PARA UN REACTOR CONTINUAMENTE AGITADO

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL ELECTRÓNICO INDUSTRIAL

OSCAR OMAR GONZALES ZURITA

DIRECTOR: ING. ANDRÉS FERNANDO CELA ROSERO, MSc.

DECLARACIÓN

Yo Oscar Omar Gonzales Zurita, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Ing. Oscar Omar Gonzales Zurita

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el Ing. Oscar Omar Gonzales Zurita, bajo mi supervisión.

Ing. Andrés Cela, MSc DIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTO

A mis padres Walter y Carmen, por haberme apoyado toda la vida. Pese a que hemos tenido momentos difíciles en la vida, nunca me han dejado desamparado.

A mis hermanas Tamara y Leslie, que son parte importante de mi vida.

A la Escuela Politécnica Nacional, que es el lugar que me ha dado muchas alegrías y satisfacciones a nivel profesional.

Al Ing. Andrés Cela, MSc por haber aceptado ser mi director de tesis y por sus consejos en el desarrollo y finalización del proyecto de titulación.

Al Ing. Marco Herrera, MSc por haberme ayudado en varias etapas durante el desarrollo de mi proyecto de titulación.

A los diferentes profesores con los que tuve clases en la carrera de la Maestría en Automatización y Control Electrónico Industrial, por las enseñanzas adquiridas tanto para la realización de este proyecto como para mi formación profesional.

Finalmente, les doy gracias a mis amigos y compañeros quienes me animaron en situaciones difíciles, me dieron una palabra de aliento y sus mejores deseos en esta etapa importante de mi vida.

Oscar

DEDICATORIA

A mi padre Walter, mi madre Carmen y mis hermanas Leslie y 7amara.

Oscar

CONTENIDO

RESUMEN

PRESENTACIÓN

CAPÍTULO 1	
MARCO TEÓRICO	_
1.1. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO [1]	
1.1.1. COMPONENTES [1]	
1.1.1.1. Variables de entrada y salida	
1.1.1.2. Señal de control	3
1.1.1.3. Modelo del proceso	3
1.1.1.4. Optimización	4
1.1.2. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MPC [1]	6
1.1.2.1. Ventajas	6
1.1.2.2. Desventajas	6
1.1.3. APLICACIONES	7
1.2. FILTRO DE KALMAN [11]	10
1.2.1. MODELO DEL PROCESO [12]	11
1.2.2. ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN [12]	13
1.2.3. FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN [12]	15
1.2.4. VENTAJAS [11]	23
1.2.5. APLICACIONES	24
1.3. REACTOR CONTINUAMENTE AGITADO	25
1.3.1. APLICACIONES DEL CSTR [18]	27
1.4. PLANTEMIENTO DE PROBLEMÁTICA Y METODOLOGÍA DE TRABA	AJO
PARA EL PROYECTO	
1.4.1. PLANTEMIENTO DEL PROBLEMA	27
1.4.2. PLANTEMIENTO DE METODOLOGÍA DE TRABAJO	28
CAPÍTULO 2	
IDENTIFICACIÓN DEL REACTOR DE AGITACIÓN CONTINUA	
2.1. ANÁLISIS DEL CSTR	30
2.1.1. ESTABILIDAD TÉRMICA DEL PROCESO [22]	30
2.1.2 FCUACIONES DINÁMICAS [30]	32

2.1.3.	MODELO DEL ACTUADOR	38
2.1.3.1.	Dimensionamiento de la válvula	40
2.1.3.2.	Coeficiente de flujo	41
2.1.3.3.	Ganancia de la válvula de control	42
2.1.3.4.	Función de transferencia de la válvula	43
2.1.4.	MODELO DEL SENSOR – TRANSMISOR	44
2.1.4.1.	Variable de temperatura	44
2.1.4.2.	Función de transferencia del transmisor de temperatura	45
2.1.4.3.	Variable de concentración	45
2.1.4.4.	Función de transferencia del transmisor de concentración	46
2.2. IMP	LEMENTACIÓN EN SIMULINK	47
2.3. IDE	NTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA PLANTA	48
2.3.1.	IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA	48
2.3.1.1.	Modelo N4SID	50
2.3.2.	ANÁLISIS DEL MODELO LINEAL DE LA PLANTA [37]	51
2.3.2.1.	Estabilidad de sistemas lineales	51
2.3.2.2.	Controlabilidad	52
2.3.2.3.	Observabilidad	53
CAPÍTULO		
OINITONIIZ	DEL CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO ACIÓN POR FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN CRETIZACIÓN DEL MODELO LINEAL	CON 54
	EÑO DEL CONTROL PREDICTIVO EN BASE A MODELO	
	MODELO DE PREDICCIÓN EN VARIABLES DE ESTADO [4]	
	ÍNDICE DE RENDIMIENTO	
3.2.3.	LEY DE CONTROL	_
	RESTRICCIONES	
	DPUESTA DEL ESQUEMA DE CONTROL	
CAPÍTULO		
PRUEBAS	S Y RESULTADOS	
	C + EKF SIN RESTRICCIONES	
	RESPUESTA ANTE UNA SEÑAL PASO EN EL PUNTO DE OPERAC 72	CIÓN
4.1.2.	RESPUESTA ANTE EL RUIDO	75
4.1.3.	RESPUESTA ANTE PERTURBACIONES	 76

4.2. MPC + EKF CON RESTRICCIONES	79
4.2.1. RESPUESTA ANTE UNA SEÑAL PASO EN EL PUNTO DE 79	OPERACIÓN
4.2.2. RESPUESTA ANTE EL RUIDO	82
4.2.3. RESPUESTA ANTE PERTURBACIONES	83
4.3. VARIACIONES DE LA REFERENCIA	85
4.3.1. VARIACIONES DE LA REFERENCIA EN EL MPC + EKF SI RESTRICCIONES	
4.3.2. VARIACIONES DE LA REFERENCIA EN EL MPC + EKF CORESTRICCIONES	_
4.4. DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR	91
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
5.1. CONCLUSIONES	93
5.2. RECOMENDACIONES	95
REFERENCIAS	

RESUMEN

Las técnicas de regulación automática han ido evolucionando rápidamente durante las últimas décadas. Es por esto que en la actualidad se cuenta con una amplia gama de opciones al momento de implementar un controlador en una planta, como PID, LQR, difuso, control predictivo basado en modelo (Model Predictive Control - MPC), entre otros. Del espectro de opciones que se mencionó en el párrafo anterior, el control predictivo basado en modelo es una técnica que ha ido ganando mucho espacio a nivel industrial en los últimos años, debido a su flexibilidad en la regulación de sistemas multivariables y con restricciones [1].

Sin embargo, la sintonización del controlador es una tarea complicada debido a todos los parámetros que componen la ley de control, tales como horizontes de predicción y control, pesos en las variables de estado y control y restricciones. En el ámbito de la sintonización de controladores predictivos en base a modelo, existen técnicas que se agrupan en: modelos de sintonización en línea y fuera de línea [20]. Debido a que muchas de las técnicas son heurísticas, el presente plan de titulación presenta una propuesta para poder sintonizar un control predictivo en base a modelo a través del uso del filtro de extendido Kalman como parte de una técnica de sintonización en línea del controlador, con el fin de explorar una propuesta más a las ya presentes en la temática actual y probar su aplicabilidad a través de la implementación en simulación en una planta química.

Se realiza la implementación de las ecuaciones dinámicas del proceso para simular el sistema en SIMULINK. A partir de aquella simulación, se identifica el modelo para obtener una expresión en variables de estado que permita plantear un control predictivo lineal en una planta no lineal justificando esta acción a través del trabajo en el punto de operación de la planta.

La implementación del MPC en espacio de estados debido a que la planta en estudio es multivariable, donde las señales a tomar en cuenta son: la concentración molar del reactante dentro del reactor y la temperatura del tanque.

Para finalizar, se realiza la implementación del filtro extendido de Kalman como sintonizador del controlador predictivo a través de un modelo único que lo componen el MPC conjuntamente con el reactor. Por ende, se realizan las pruebas respectivas en simulación al algoritmo presentado y se recogen las conclusiones y recomendaciones generadas en el desarrollo íntegro del presente trabajo.

PRESENTACIÓN

El presente proyecto de titulación que tiene por título: Diseño y simulación de un método de sintonización de un controlador predictivo basado en modelo mediante un filtro extendido de Kalman para un reactor continuamente agitado, se exponen los siguientes capítulos:

En el Capítulo 1, el *Marco Teórico*. Se describen aspectos como el control predictivo en base a modelo, su filosofía, componentes, ventajas, desventajas y aplicaciones. También, se describe el algoritmo del filtro de Kalman en cuanto a su utilidad, componentes, ventajas, desventajas y aplicaciones. Finalmente, se describe el proceso de estudio, un reactor continuamente agitado con sus componentes y aplicaciones a nivel industrial.

En el Capítulo 2, la *Identificación del Reactor de Agitación Continua*. Se realiza un análisis de las ecuaciones dinámicas que describen el funcionamiento del proceso. A partir de las expresiones matemáticas y los datos de un reactor real que incluye válvula de control y transmisores, se procede a identificar el proceso para obtener su función de transferencia en el punto de operación.

En el Capítulo 3, el *Diseño del Controlador Predictivo Basado en Modelo con Sintonización por Filtro Extendido de Kalman*. Se realiza el planteamiento del controlador predictivo y del filtro de Kalman para obtener una sola expresión que relacione ambos algoritmos en una ley de control.

En el Capítulo 4, *Pruebas y Resultados*. Se implementan en SIMULINK los modelos de la planta, el controlador y el sintonizador para la realización de pruebas de seguimiento, reacciones ante ruido y perturbaciones y la valoración del controlador a partir de la integral de error absoluto.

En el Capítulo 5, las *Conclusiones y Recomendaciones*. A partir de la realización de los diferentes capítulos, se agrupan diferentes ideas que componen las conclusiones del trabajo de titulación y se realiza sugerencias como parte de las recomendaciones.

CAPÍTULO 1 MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se describe el soporte teórico del proyecto de titulación, en el cual existen 3 ejes importantes. El primero de ellos, la descripción del control predictivo en base a modelo, sus generalidades, componentes, sintonización, ventajas y desventajas. El segundo, la descripción del filtro de Kalman con sus generalidades y aplicabilidad en sistemas de control. El último, la descripción del reactor de agitación continua, su funcionamiento y aplicaciones a nivel industrial.

Conociendo el fundamento teórico de los 3 temas ya mencionados, se tendrá una idea global de lo que se quiere realizar en el desarrollo del presente proyecto de titulación. Finalmente, en este capítulo se describe la problemática que busca resolver el presente proyecto y las actividades que se realizarán para encontrar la solución.

1.1. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO [1]

El control predictivo basado en modelo es conocido en la lectura de habla inglesa como MPC (Model Predictive Control) o BMPC (Based Model Predictive Control). El control predictivo es una estrategia de regulación automática que abarca muchas variaciones que han sido utilizadas en las últimas décadas a nivel industrial como modelos monovariables, multivariables, lineales y no lineales.

La filosofía del control predictivo se basa en el uso del modelo del proceso a controlar para predecir la salida del mismo y con esta información, obtener las acciones de control adecuadas para regularlo.

El algoritmo es óptimo debido a la minimización de una función de costo o índice de rendimiento, que generalmente trata de encontrar valores mínimos para el error y la variación del esfuerzo de control. Es posible implementar otras variables a minimizar de acuerdo a los objetivos de control.

1.1.1. COMPONENTES [1]

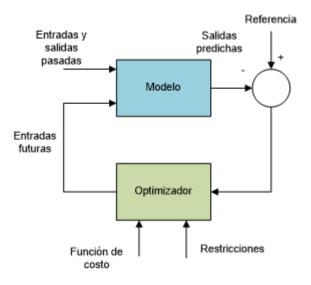


Figura 1.1. Esquema de bloques del MPC

La familia de algoritmos desarrollados para el diseño del MPC, tienen en común una estructura como la mostrada en la Figura 1.1. A continuación se detallarán los componentes del esquema.

1.1.1.1. Variables de entrada y salida

Las salidas futuras (Figura 1.1) se determinan a partir de un horizonte de predicción cuya notación se realiza con la letra N. El controlador puede predecir las salidas futuras a partir de los valores de las salidas pasadas y las actuales. Además, utiliza el valor de las entradas predichas para el cálculo.

Las entradas predichas (valores a futuro) son calculadas a partir de un criterio que se formaliza en un índice de rendimiento o función de costo el cual trata de mantener la salida del proceso a un valor de referencia predeterminado.

El criterio usualmente se forma a partir de una función cuadrática que contiene los valores del error, es decir, la diferencia entre las referencias real y predicha del proceso.

1.1.1.2. Señal de control

Al realizar el cálculo de la señal de control, se toman en cuenta expresiones matriciales que generan como solución un vector de señales de control a partir de las predicciones realizadas en el sistema. Sin embargo, siempre se tomará el primer elemento del vector debido a que este es el valor óptimo para cada instante determinado.

En la Figura 1.2 se puede observar de forma general la forma de implementar el MPC. Como se mencionó anteriormente, es necesario poseer el modelo del proceso para realizar las predicciones. El optimizador toma en cuenta parámetros de diseño que se desean implementar en el proceso y restricciones de la planta.

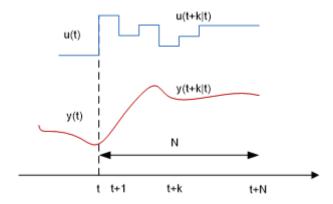


Figura 1.2. Señales de entrada y salida del MPC

1.1.1.3. Modelo del proceso

Actualmente, para obtener el modelo del proceso se tienen varias opciones: desde sistemas de identificación paramétricos hasta los clásicos [2]. Por ejemplo, en la industria los modelos obtenidos a partir de una entrada impulso son bien aceptados debido a que son sistemas de dinámica lenta. Otra de las ventajas que presentan los modelos a una entrada impulso es que se pueden aplicar a sistemas multivariables; por otra parte, existen desventajas como la necesidad de obtener varios parámetros en el modelo y la necesidad de que los procesos sean estable a lazo abierto. Ante estos inconvenientes, existen alternativas como la utilización de un modelo obtenido como respuesta ante una entrada tipo paso.

Para concluir con las opciones que se pueden presentar al escoger un modelo del proceso, se puede representar el mismo a través de una función de transferencia o en un sistema de espacio de estados. En el caso de la función de transferencia, se aplica a la mayoría de procesos en los cuales se necesita un modelo sencillo que refleje una dinámica de primer o segundo orden en donde se puedan expresar adicionalmente efectos de retardo y sensibilidad ante perturbaciones.

En cambio, los modelos en espacio de estados son muy útiles cuando se trata con procesos multivariables [3].

1.1.1.4. Optimización

La optimización genera las señales de control que utilizará el controlador en el proceso, se hacen uso de criterios que el diseñador los implementa matemáticamente en el índice de rendimiento de tal forma que se pueda optimizar una función cuadrática [4]. La función cuadrática por su estructura presenta la posibilidad de que se encuentre un valor mínimo, el cual en el caso del MPC, será el valor óptimo de la señal de control. La expresión que genera la optimización del índice de rendimiento (J) depende de valores como referencias futuras, entradas y salidas pasadas y ponderaciones que ayudan a penalizar variables como el error o el incremento del esfuerzo de control (Ecuación 1.1).

$$J = \underline{e}_{k+1}^T \underline{e}_{k+1} + \lambda \underline{\Delta u}_k^T \underline{\Delta u}_k$$
 (1.1)

Donde:

 e_{k+1} Error del proceso

 Δu_k Incremento de la señal de control que viene dado por la diferencia de la acción de control: $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$

 λ Ponderaciones en el incremento de la señal de control

Se presenta un inconveniente computacional en la formulación del controlador debido a que tomará más tiempo obtener un valor para la señal de control si el sistema presenta varias variables a controlar, valores diferentes a uno de horizontes de predicción, valores diferentes a uno de horizontes de control y/o restricciones. Por esta

razón, el dispositivo electrónico como un microcontrolador, PLC, FPGA, entre otros, tendrá más carga matemática que resolver para poder encontrar el valor de la señal de control, razón por la cual, hay casos donde se opta por la utilización de un MPC sin restricciones [5].

En varios recursos de literatura acerca del MPC se realiza la siguiente analogía para representar el controlador y cómo éste se diferencia de otros métodos de regulación, como por ejemplo, el PID. Si una persona conduce un automóvil, éste sería el proceso del cual se conoce el modelo (Figura 1.3).

Las acciones de control por parte del conductor pueden ser predichas debido a que se conoce la trayectoria a seguir por el automóvil. Los valores de señal de control incluyen acciones que permiten al auto seguir en el camino como acelerar, frenar y girar.

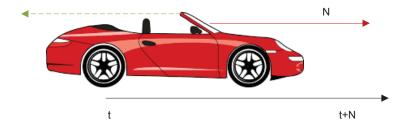


Figura 1.3. Analogía del MPC con un modelo de uso cotidiano

En el transcurso del viaje se cuenta con un horizonte ya definido, todas las posibles acciones de control ya están predichas, sin embargo, solo se escoge la primera y se vuelve a evaluar la trayectoria a seguir por parte del vehículo, con esto se hace referencia al horizonte deslizante para cada instante de muestreo.

Otros controladores como el PID, no toman en cuenta el modelo de la planta y trabajan con valores pasados que son las realimentaciones para obtener el error y generar una señal de control, que en el caso del automóvil, son las imágenes que el conductor puede apreciar desde el retrovisor [6].

1.1.2. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MPC [1]

1.1.2.1. Ventajas

- El MPC es muy intuitivo, de esta forma, es fácil de entender para personas que no están muy relacionadas con la teoría de control avanzado.
- El MPC puede ser utilizado en una gran variedad de plantas, no importa si estas tienen un gran periodo de retardo o fase no mínima.
- A diferencia de otros controladores, el MPC puede trabajar con sistemas multivariables sin la necesidad de desacoplar las plantas.
- Para sistemas que presentan tiempo muerto, se puede realizar la compensación con el MPC.
- Para la compensación de los efectos indeseables de las perturbaciones que sean medibles, el MPC realiza una regulación tipo feedforward.
- Se puede implementar la ley de control de forma digital sin problemas debido a la expresión lineal que ofrece el MPC.
- En el diseño del controlador predictivo se puede incluir restricciones que presenta la planta las cuales irán en el índice de rendimiento.
- El estudio del MPC se ha diversificado en la actualidad y ya hay trabajos y contribuciones que se centran en sistemas de dinámica rápida como son los robots
 [6].

1.1.2.2. Desventajas

- El algoritmo necesita implementarse en un procesador capaz de desarrollar el costo computacional que este genera.
- Por otra parte, el uso de restricciones también incrementan la carga computacional que debe realizar el dispositivo electrónico. Si bien, hoy en día se cuenta con procesadores más robustos, estos no solo están realizando el cálculo de la ley de control, también hacen tareas de supervisión y medición de variables del proceso lo cual recarga el sistema computacional.

- Si la dinámica del proceso no cambia, se puede diseñar el algoritmo de control para un caso ya generalizado. Sin embargo, si en realidad cambia la dinámica del proceso, el controlador debe ser adaptativo de tal forma que en cada instante de muestreo se vuelva a calcular una nueva ley de control.
- Finalmente, el MPC al ser un algoritmo de predicción, debe contar teóricamente con el modelo matemático del proceso a controlar. Por esta razón, es importante que el modelo se acerque a la realidad para que el controlador pueda realizar las predicciones necesarias de la señal de control.

1.1.3. APLICACIONES

A través de los años se han implementado varios algoritmos para el MPC. La filosofía de los algoritmos es la misma y solo se presentan variaciones a nivel del modelo del proceso, modelo del ruido y el planteamiento del índice de rendimiento.

A nivel industrial, la aplicabilidad del MPC se ha visto reflejada en varias aplicaciones que van desde procesos sencillos como el control de nivel de líquidos en tanques acoplados, control de temperatura en hornos o control de presión en reactores hasta aplicaciones más complejas como sistemas robóticos en donde se desean controlar la posición de robots móviles o la trayectoria de trabajo que debe realizar un brazo manipulador [1]. A continuación se muestran casos prácticos en los cuales el MPC se ha implementado con éxito en diferentes ámbitos a nivel industrial y de investigación.

 En el área de procesos industriales, el control predictivo ha tenido un gran impacto a través de las últimas décadas como por ejemplo en columnas de destilación, debido al avance en el área de microprocesadores se pueden implementar algoritmos en línea en un controlador automático programable como en [7].

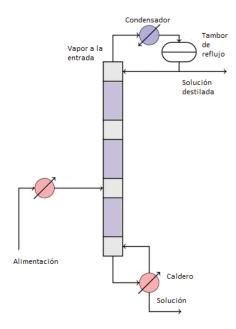


Figura 1.4. Columna de destilación utilizada en el trabajo de [7]

En la Figura 1.4 se observa el esquema utilizado en [7] en el cual la columna de destilación tiene tres secciones por las cuales se filtra el producto a ser tratado. El control predictivo manipula el flujo entrante a la cámara para obtener el producto destilado a través de flujo.

 En el área de energías renovables, se han visto aportes como el de [8], en el cual se realiza el control de una máquina de imanes permanentes considerando propiedades intrínsecas de un sistema de energía eólica tales como la no linealidad, incertidumbres y variabilidad.

En este caso, el algoritmo del control predictivo se encarga del seguimiento de referencias de potencia para el control eficiente del aerogenerador. Debido a que la energía eólica no se presenta de forma constante, es decir, es muy intermitente la cantidad de flujo de viento que golpea las aspas del aerogenerador, se debe garantizar un suministro de energía constante.

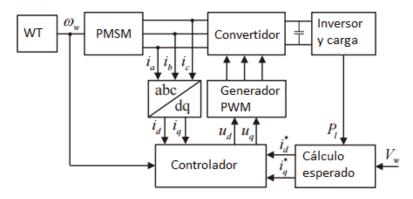


Figura 1.5. Diagrama de bloques de la implementación del MPC en [8]

En la Figura 1.5 se puede divisar el esquema de control de la máquina sincrónica de imanes permanentes (Permanent Magnet Synchronous Machine – PSMS en inglés) en donde el regulador obtiene el modelo del proceso a través del uso del control vectorial con las transformadas d-q.

• En la robótica, el MPC ha sido objeto de estudio en varios trabajos. Debido a los resultados obtenidos en el control de procesos, se ve con optimismo la utilización del control predictivo en sistemas de dinámica rápida como son los robots. Por lo cual, se han hecho varias propuestas para implementar el MPC en diferentes plantas como [9], donde un robot móvil es controlado por un MPC para asegurar que el sistema siga una trayectoria predeterminada, sea robusto ante perturbaciones y no supere restricciones provenientes de los actuadores (Figura 1.6).

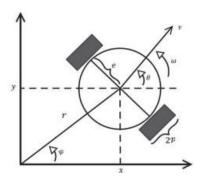


Figura 1.6. Modelo del robot móvil utilizado en [9]

El modelo utilizado en el trabajo de [9] es el de un robot tipo uniciclo, en el cual se aprovecha la facilidad de modelamiento cinemático y dinámico que este presenta.

 En las telecomunicaciones, el control predictivo ha sido utilizado para aliviar el retardo existente en sistemas de potencia DS-CDMA de lazo cerrado [10], incluso si el retardo es desconocido. Los resultados obtenidos se reflejan en el aumento del área de cobertura sin la necesidad de incrementar la magnitud de la señal de potencia, solo se utiliza el algoritmo del control predictivo generalizado.

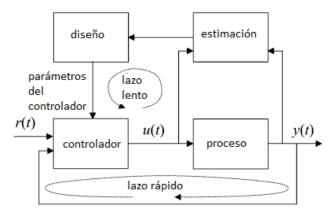


Figura 1.7. Diagrama de bloques de la implementación del MPC en [10]

El esquema de bloques de la Figura 1.7 muestra cómo se realizó el diseño y la implementación del MPC en un sistema de telecomunicaciones con un bloque estimador del modelo del proceso.

1.2. FILTRO DE KALMAN [11]

El algoritmo del Filtro de Kalman es un problema cuadrático lineal que busca optimizar un criterio, que en el caso de medición de señales, es el de obtener un error mínimo entre la variable medida en un proceso y su estimación.

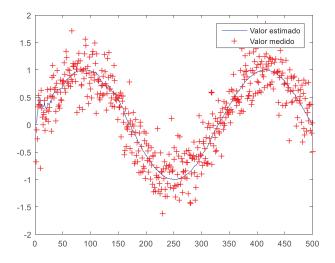


Figura 1.8. Filtro de Kalman aplicado a una señal.

El objetivo del Filtro de Kalman es el calcular el valor óptimo del estado instantáneo de un proceso para descartar los valores de las medidas de la planta real que se ven afectadas por ruido. En la actualidad su uso se ha diversificado en sistemas electrónicos que se ven beneficiados por los resultados obtenidos en la medición de variables de procesos como aviones, buques, plantas químicas, procesos de manufactura, entre otros.

En la Figura 1.8 se observa como el filtro de Kalman toma los valores de la variable de un proceso que presentan ruido (puntos en rojo) y estima los valores sin ruido (línea azul), lo cual se convierte en una información muy importante para el controlador.

1.2.1. MODELO DEL PROCESO [12]

El Filtro de Kalman toma como referencia las siguientes variables para calcular y estimar el error en la medida de una variable del proceso. El objetivo es representar matemáticamente un proceso en forma de espacio de estados, en el cual la ecuación del proceso es (Ecuación 1.2):

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} ag{1.2}$$

Donde:

 x_k Variable del proceso

u_k Señal de control

 W_{k-1} Ruido del proceso

A y B Matrices del modelo del proceso

Y la expresión de la medida de las salidas es (Ecuación 1.3):

$$z_k = Hx_k + v_k \tag{1.3}$$

Donde:

- z_k Medida de la salida del proceso
- v_k Ruido en las mediciones
- H Matriz de las medidas del proceso

El algoritmo será capaz de estimar los valores de las medidas del proceso sin importar si estos se ven modificados en gran manera por el ruido existente en el entorno, el desarrollo del algoritmo se realizará en el capítulo 3, donde se integrará el filtro de Kalman al controlador predictivo.

En la Figura 1.9 se observa la estructura general de cómo se adapta el filtro de Kalman a un proceso. El filtro de Kalman toma los valores de la señal de control que llega al proceso y de la salida de este que puede verse afectada por ruido. El algoritmo recursivo del filtro permite obtener un valor estimado minimizando los efectos indeseables del ruido.

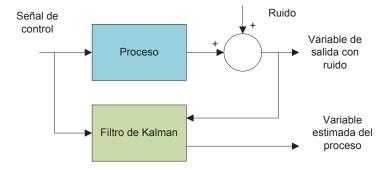
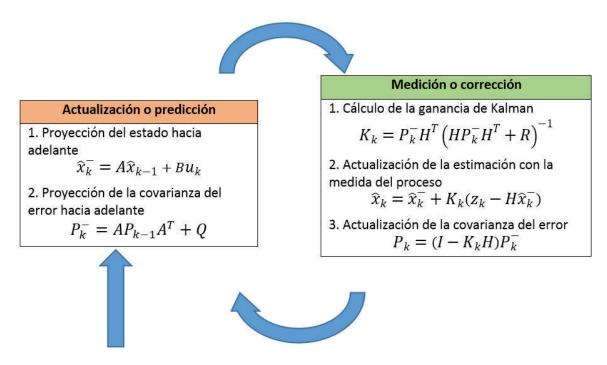


Figura 1.9. Esquema de implementación del filtro de Kalman

1.2.2. ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN [12]

En el sistema de control, la aplicación del filtro de Kalman se puede diferenciar por dos etapas: predicción o actualización y corrección o medición. Al ser recursivo, se sigue el siguiente esquema que detalla la forma de cómo se debe implementar el filtro en un sistema computacional.

En la Figura 1.10 se puede observar el proceso iterativo del filtro de Kalman para la implementación en sistemas digitales.



Estimaciones iniciales para: $\hat{x}_{k\!-\!1}$ y $P_{k\!-\!1}$

Figura 1.10. Algoritmo recursivo del filtro de Kalman

Donde:

- x_k^- es el valor a priori de la estimación. También se conoce como el valor predicho de la variable.
- \hat{x}_k es el valor a posteriori de la estimación. También se conoce como el valor estimado de la variable.
- x_k es el valor real o el valor del proceso a estimar.
- A y B son las matrices del modelo sobre el cual trabaja del filtro de Kalman.

- u_k= es la señal de entrada del modelo.
- ullet ${f P}_{f k}^-=$ es el valor a priori de la covarianza del error. El error se define como la diferencia entre el valor medido y el valor estimado del proceso.
- P_k= es el valor actualizado de la covarianza del error.
- K_k es la ganancia óptima de Kalman.
- H es la matriz de coeficientes de las variables de salida del proceso.
- Q es la matriz de covarianzas del ruido del proceso.
- R es la matriz de covarianzas del ruido en las mediciones.
- z_k es la medida de las salidas del proceso.

A continuación se dará una breve explicación de las ecuaciones que conforman el algoritmo del filtro:

Predicción o actualización

La primera etapa estima el predice la variable, tomando como referencia el modelo del proceso con los valores anteriores de la variable a estimar y los valores de la señal de control que se envía al proceso.

La segunda etapa calcula la covarianza del error que se espera tener un instante hacia el futuro.

Corrección o medición

La primera etapa realiza el cálculo de la ganancia óptima del filtro, la cual será la responsable de reducir la diferencia que existe entre la predicción y la estimación de una variable.

La segunda etapa actualiza el valor de la variable estimada. Se toma como base de cálculo los valores medidos del proceso a través de la variable z_k y los valores predichos de la variable de estado.

La tercera etapa actualiza la covarianza del error.

Hay que enfatizar que el algoritmo puede ser usado en procesos multivariables, de modo que se pueden predecir varios estados de una planta por el simple hecho de contar con un modelo del proceso expresado en espacio de estados.

1.2.3. FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN [12]

En sistemas reales, no siempre es fácil encontrar plantas lineales. Por lo cual, se observa una primera limitación del filtro de Kalman descrito anteriormente debido a que el modelo del proceso que toma para el cálculo iterativo es lineal en espacio de estados.

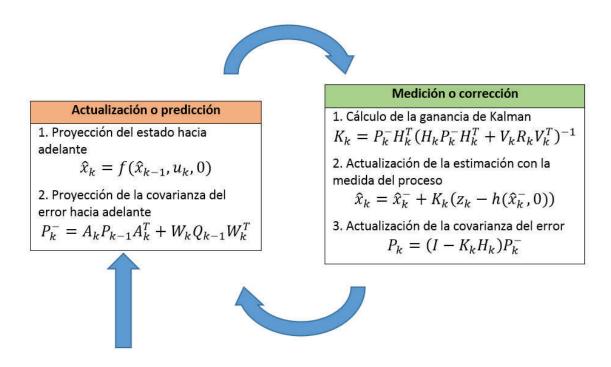
No obstante, existe una alternativa muy válida ante este cuestionamiento conocido como filtro extendido de Kalman, conocido en la literatura inglesa como EKF – Extended Kalman Filter. El EKF puede trabajar sobre plantas no lineales realizando un proceso de linealización en el valor estimado del proceso. En el capítulo 3 se realiza una descripción a detalle de este método.

El algoritmo del filtro extendido de Kalman es similar al presentado en el apartado 1.2.2, con la diferencia de que debe linealizarse el modelo no lineal. Se presenta a continuación el proceso recursivo del EKF (Figura 1.11).

El proceso recursivo de este método solo se diferencia con el filtro de Kalman normal por las siguientes razones:

La estimación del estado a priori del proceso se realiza en base del modelo no lineal del proceso.

En las ecuaciones restantes que componen el proceso, se necesita valores de A (matriz de estados del proceso) y de H (matriz de salidas del proceso), razón por la cual, se obtienen estos parámetros a partir de un proceso de linealización que será explicado a detalle en el Capítulo 3.



Estimaciones iniciales para: \hat{x}_{k-1} y P_{k-1}

Figura 1.11. Algoritmo recursivo del filtro extendido de Kalman

Donde:

- W_k es la matriz del ruido del proceso.
- V_k es la matriz del ruido en las mediciones.

Los términos restantes ya fueron descritos en la sección 1.2.2 a partir de la Figura 1.10.

Debido a que el EKF será la herramienta que sintonizará el control predictivo, se realizará una descripción más detallada a continuación a fin de obtener un mejor entendimiento sobre el algoritmo.

Un proceso estocástico no lineal está gobernado por la siguiente ecuación diferencial (Ecuación 1.4):

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}) \tag{1.4}$$

Donde:

x_k son los estados del proceso en un instante determinado

- x_{k-1} son los estados del proceso en un instante anterior
- u_k es la entrada al proceso.
- w_{k-1} es el ruido del proceso.

Las mediciones de los datos de la planta se realizan a través de (Ecuación 1.5):

$$z_k = h(x_k, v_k) \tag{1.5}$$

Donde:

- z_k : Medida de las variables del proceso.
- v_k : Ruido de las mediciones.

En la práctica, es difícil saber el valor individual del ruido en el proceso y en las mediciones, por lo cual, se realizan las siguientes aproximaciones en las ecuaciones de estados y mediciones (Ecuación 1.6 y 1.7), en las cuales los ruidos correspondientes en sus modelos son nulos:

$$\tilde{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{1.6}$$

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_k, 0) \tag{1.7}$$

Tomando como referencia las ecuaciones 1.4 y 1.5, las nuevas ecuaciones que gobiernan al proceso y linealizan un valor estimado se muestran a través de las Ecuaciones 1.8 y 1.9.

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + Ww_{k-1}$$
 (1.8)

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_k - \tilde{x}_k) + Vv_k \tag{1.9}$$

Donde:

- x_k y z_k son los vectores actuales de los estados y las medidas, respectivamente.
- \tilde{x}_k y \tilde{z}_k son los vectores de los estados y medidas aproximadas, respectivamente.
- \hat{x}_k en el estado a posteriori al instante k.
- w_k y v_k representan el ruido del proceso y de las mediciones, respectivamente.
- A es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de f con respecto a x de la siguiente manera (Ecuación 1.10):

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}} (\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$$
 (1.10)

 W es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de f con respecto a w de la siguiente manera (Ecuación 1.11):

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}} (\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$$
 (1.11)

 H es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de h con respecto a x de la siguiente manera (Ecuación 1.12):

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}} (\tilde{x}_k, 0) \tag{1.12}$$

• V es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de h con respecto a v de la siguiente manera (Ecuación 1.13):

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}} (\tilde{x}_k, 0) \tag{1.13}$$

Ahora, se define una nueva notación para la predicción del error (Ecuación 1.14):

$$\tilde{e}_{x_k} \equiv x_k - \tilde{x}_k \tag{1.14}$$

Y el residuo del error (Ecuación 1.15):

$$\tilde{e}_{z_k} \equiv z_k - \tilde{z}_k \tag{1.15}$$

Si bien existe una expresión matemática para obtener los valores de x_k , en la práctica no siempre es posible tener directamente la información de todos los estados del proceso. Lo que sí está disponible en el proceso son sus mediciones a través de z_k y a través de estos datos se estimarán las variables x_k .

Por lo tanto, se pueden transformar las ecuaciones 1.8 y 1.9 a las siguientes expresiones (Ecuaciones 1.16 y 1.17):

$$\tilde{e}_{x_k} \approx A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + \varepsilon_k \tag{1.16}$$

$$\tilde{e}_{z_k} \approx H\tilde{e}_{x_k} + \eta_k \tag{1.17}$$

Donde:

 ε_k y η_k representan nuevas variables aleatorias independientes que poseen un valor medio de cero y matrices de covarianza WQW^T y VRV^T respectivamente donde Q es el valor de la covarianza del ruido del proceso y R es el valor de la covarianza del ruido de la medida.

Las ecuaciones 1.16 y 1.17 son lineales y de cierta forma se parecen a las expresiones utilizadas por el filtro de Kalman para procesos lineales, por lo cual, se utiliza la misma lógica iterativa en el EKF.

Aunque hay que recordar que la obtención del estado a posteriori del proceso procede de (Ecuación 1.18):

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + \hat{e}_k \tag{1.18}$$

Asimismo, las variables aleatorias de las ecuaciones 1.16 y 1.17 presentan en las siguientes distribuciones de probabilidad (Ecuaciones 1.19, 1.20 y 1.21):

$$p(\tilde{e}_{x_k}) \sim N(0, E[\tilde{e}_{x_k} \tilde{e}_{x_k}^T]) \tag{1.19}$$

$$p(\varepsilon_k) \sim N(0, WQW^T) \tag{1.20}$$

$$p(\eta_k) \sim N(0, VRV^T) \tag{1.21}$$

Dadas aquellas aproximaciones y tomando el valor de \hat{e}_k como cero, la ecuación del filtro de Kalman utilizada para estimar \hat{e}_k es (Ecuación 1.22):

$$\hat{e}_k = K_k \tilde{e}_{z_k} \tag{1.22}$$

Sustituyendo la Ecuación 1.22 en 1.18, la ecuación de estados del filtro extendido de Kalman queda determinada por (Ecuación 1.23):

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k \tilde{e}_{z_k} \tag{1.23}$$

Expandiendo el término del error (Ecuación 1.24):

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k(z_k - \tilde{z}_k) \tag{1.24}$$

La Ecuación 3.74 es utilizada para la actualización de las medidas en el EKF. El valor de K_K se determina a través de la teoría de probabilidad implícita en el filtro de Kalman [4].

Para empezar, una variable de una planta tiene un valor esperado igual a la estimación que realiza el filtro (Ecuación 1.25):

$$E[x_k] = \hat{x}_k \tag{1.25}$$

Por otra parte, el valor de la covarianza del error, se define por (Ecuación 1.26):

$$E[e_k e_k^T] = P_k \tag{1.26}$$

Si se expande el término de la expresión anterior, se obtendrá (Ecuación 1.27):

$$E[(x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)^T] = P_k$$
 (1.27)

Por lo tanto, se define la función de probabilidad de una variable en función de su esperanza y covarianza a través de la Ecuación 1.28:

$$p(x_k|z_k) \sim N(E[x_k], E[(x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)^T]) = N(\hat{x}_k, P_k)$$
(1.28)

En un proceso de estimación de cualquier variable, el objetivo es el de tener un error mínimo entre el valor real del proceso y su respectiva predicción. Si esto no fuera posible, existe la posibilidad de realizar un ajuste a la predicción y es en este momento en donde se observa la utilidad de la variable de ajuste K_K . De este modo, se relaciona el valor de las variables real y estimada con el valor de ajuste a través de la Ecuación 1.29:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H \hat{x}_k^-) \tag{1.29}$$

Los valores de K_K cambian en cada iteración del algoritmo hasta que exista la convergencia de la misma en un valor, lo cual significaría que se ha llegado a generar estimaciones que no se alejan demasiado del valor real de la planta. Por esta razón,

hay que buscar un método en el cual se obtenga un valor de K_K específico y esto se realiza a través de la optimización de una función.

Por consiguiente, se toma como punto de partida la expresión del error entre la medición y el valor (Ecuación 1.30):

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \tag{1.30}$$

Desarrollando la expresión del error y reemplazando aquellos valores en la Ecuación 1.29 se obtendrá (Ecuación 1.31):

$$e_k = x_k - \hat{x}_k^- - K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \tag{1.31}$$

Tomando en cuenta que el valor de medida del proceso es \mathbf{z}_k y el valor estimado con la inclusión del ruido w_k viene dado por (Ecuación 1.32):

$$y_k = Hx_k + w_k \tag{1.32}$$

Realizando operaciones matemáticas en la ecuación del error se llegará a obtener la Ecuación 1.33:

$$e_k = (I - K_k H)e_k^- - K_k w_k (1.33)$$

Tomando en cuenta que el error a priori es (Ecuación 1.34):

$$e_k^- = (x_k - \hat{x}_k^-) \tag{1.34}$$

La expresión del error es de mucha utilidad para encontrar el valor de corrección ya que se reemplazará en la ecuación de la covarianza (Ecuación 1.26), obteniéndose la Ecuación 1.35:

$$P_{k} = E\left[\left((I - K_{k}H)e_{k}^{-} - K_{k}w_{k}\right)\left((I - K_{k}H)e_{k}^{-} - K_{k}w_{k}\right)^{T}\right]$$
(1.35)

Desarrollando la ecuación de la covarianza, se obtendrá la expresión a optimizar en el proceso (Ecuación 1.36):

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- (I - K_k H)^T + K_k w_k w_k^T K_k^T$$
(1.36)

Sin olvidar que la covarianza a priori viene dada por (Ecuación 1.37):

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] (1.37)$$

Derivando la expresión 1.37 en función del factor de corrección e igualándola a cero se buscará el valor óptimo de K_K (Ecuación 1.38):

$$\frac{\partial P_k}{\partial K_k} = \frac{\partial}{\partial K_k} \left((I - K_k H) P_k^- (I - K_k H)^T + K_k w_k w_k^T K_k^T \right) = 0 \tag{1.38}$$

En resumen, el valor óptimo de K_K se expresa en la Ecuación 1.39:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R_w)^{-1}$$
(1.39)

Donde:

$$R_w = w_k w_k^T$$

Al resultado al cual se ha llegado se le realizará un corto análisis a fin de comprender la dependencia del factor de corrección de ciertas variables. Por lo cual, se readecúa la Ecuación 3.89 de la siguiente manera (Ecuación 1.40):

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R_w} \tag{1.40}$$

Si se obtiene el límite de la función con el ruido de la medida del proceso si R_w tiende a cero (Ecuación 1.41):

$$\lim_{R_w \to 0} K_k = H^{-1} \tag{1.41}$$

El resultado indica que el factor de corrección dependerá del modelo de la inversa de la matriz de variables de salida del proceso lo cual hará que el proceso ya no tenga la necesidad de ser iterativo porque los modelos linealmente invariantes en el tiempo presentan valores constantes para *H*.

Si se obtiene el límite de la función con la covarianza a priori del proceso si P_k^- tiende a cero (Ecuación 1.42):

$$\lim_{P_k^- \to 0} K_k = 0 \tag{1.42}$$

El resultado indica que no hay necesidad de encontrar un factor de corrección entre la medida y la estimación, debido a que una covarianza de cero se traduce como un valor estimado que es igual al valor real del proceso. Sin embargo, en procesos reales esto no es posible por diferentes causas que van desde tolerancia de los elementos a nivel de hardware y errores de procesamiento a nivel de software.

Para finalizar con el estudio del EKF, el algoritmo recursivo se compone de dos etapas: actualización de las predicciones y corrección de las medidas como ya se mencionó anteriormente. Por lo cual, el conjunto de ecuaciones para ambas etapas queda definido por:

Actualización

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \tag{1.43}$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T (1.44)$$

Corrección

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_{wk} V_k^T)^{-1}$$
(1.45)

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \tag{1.46}$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- (1.47)$$

1.2.4. **VENTAJAS** [11]

Entre las ventajas más destacables sobre el uso del filtro de Kalman se presentan:

- El filtro de Kalman se caracteriza por el uso del método de mínimos cuadrados para obtener de forma recursivamente un estado estimador de una o varias variables del proceso que se encuentran afectadas por ruido.
- No requiere que el proceso tenga una dinámica determinística, o que el comportamiento del ruido del proceso tenga cierta tendencia.
- Debido a que el modelo matemático que toma como base el filtro de Kalman para la estimación está representado en espacio de estados, lo hace un complemento

muy útil en sistemas de control que también presenten el diseño de sus algoritmos en sistemas representados en espacio de estados para la estimación de una o varias variables que no pueden ser directamente medibles en el proceso real.

1.2.5. APLICACIONES

El filtro de Kalman ha sido ampliamente utilizado en diferentes ámbitos a nivel industrial. Se pueden tomar como referencia algunas aplicaciones relacionadas a las siguientes áreas:

Control de procesos [13]

Se relacionan en su mayoría a plantas químicas que utilizan sensores para medición de variables como: presión, temperatura, flujo y análisis se gases.

Se puede observar un reactor en la Figura 1.12 en la cual se toma datos de temperatura a través de un sensor. Si el sistema incorpora otros sensores como medidores de presión, nivel o densidad, el filtro de Kalman será el encargado de obtener datos sin ruido, sea en un modelo que incorpore todos los sensores o de forma individual.

Seguimiento [14]

Los sistemas de seguimiento son bastante usados a nivel aeronáutico en aviones, en los cuales se busca que exista realimentación de posición a través de un radar y un buen sistema de adquisición de imágenes.

En la figura 1.13 se muestra un radar que toma valores de posición de aeronaves. Estos datos pueden venir afectados por el ruido debido a las grandes distancias que deben recorrer hasta los centros de control. Por lo tanto, una depuración de los mismos se hace necesaria a través del filtro de Kalman.

Navegación [15]

Los sistemas de navegación tienen como ejemplo práctico el caso de los barcos. En estos sistemas se busca datos de posición a través de sensores como giroscopios, acelerómetros o sistemas de posicionamiento global como los GPS.

Los datos de posición vehicular se pueden obtener a través de satélite por medio del GPS (Figura 1.14). Este sería un caso muy parecido al anterior descrito (radar), por lo cual el tratamiento de las señales también se realiza a través del filtro de Kalman.

1.3. REACTOR CONTINUAMENTE AGITADO

En la industria química se presentan una gran variedad de procesos industriales. Muchos de ellos son reactores que permiten realizar la conversión de una sustancia A hacia una B a través de una reacción que trae consigo el desprendimiento de energía calórica la cual le quita concentración al reactante del tanque.

En la actualidad se pueden encontrar tres tipos de reactores [16]:

- Reactor por lotes
- Reactor de agitación continua
- Reactor de flujo proveniente de un pistón

En este apartado solo se hará la descripción del reactor de agitación continua debido a que el trabajo se centra en el control de esta planta. Una explicación detallada sobre los otros dos reactores, se puede encontrar en [16], [17] y [18].

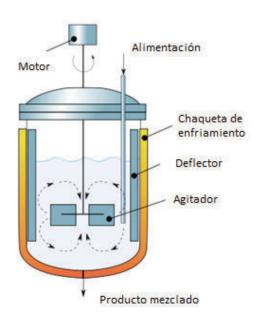


Figura 1.12. Reactor de agitación continua [18]

El reactor continuamente agitado se lo conoce en la literatura inglesa como CSTR – Continuos Stirred Tank Reactor. El CSTR es un proceso abierto en el cual el material es libre para entrar y salir del tanque. En la Figura 1.12 se puede observar los componentes principales del CSTR que se detallan a continuación:

Motor

Es el encargado de mover las paletas que ayudarán a que se cumpla la reacción del material dentro del tanque.

Alimentación

La entrada de alimentación se utiliza para enviar el material, este material entrante se conoce como reactante.

Chaqueta de enfriamiento

Como el interior del reactor se agita continuamente, se desprende energía en forma de calor (proceso exotérmico).

Por lo tanto, el control de la temperatura del tanque se realiza contrarrestando el calor generado con el envío de líquido frío a través de una chaqueta ubicada en la parte exterior.

Deflector

El sistema de deflector permite que se pueda ventilar el interior del tanque.

Agitador

Este elemento hace posible que se homogenice la mezcla de acuerdo a los productos que se desea obtener.

Producto mezclado

Es el resultado obtenido después de que el material ingresado al tanque haya llegado a obtener una temperatura y concentración determinadas [17].

1.3.1. APLICACIONES DEL CSTR [18]

- Muchas de las aplicaciones en las cuales se utilizan los CSTR están relacionadas con la industria de procesos, en donde se requiere reacciones homogéneas del producto a una agitación constante en el tanque.
- La industria farmacéutica también utiliza los CSTRs debido a que las reacciones que se deben obtener de los materiales no son simples, por lo cual, se necesita un conjunto de CSTRs conectados en serie.
- Los procesos biológicos también usan los reactores de agitación continua. A nivel de investigación o producción se suele cultivar células de animales de alta densidad a bajas temperaturas sin dañar al cultivo.
- Otro de los usos de los CSTR en desarrollos biológicos están relacionados con procesos de fermentación tales como: preparación de cerveza, elaboración de antibióticos y tratamiento de desechos.

1.4. PLANTEMIENTO DE PROBLEMÁTICA Y METODOLOGÍA DE TRABAJO PARA EL PROYECTO

El presente trabajo tiene como objetivo principal generar un método de sintonización de un controlador predictivo a través de un filtro extendido de Kalman, el método será probado en un reactor de agitación continua. Por lo tanto, se tratará la problemática encontrada y cuales sería los posibles pasos para su solución.

1.4.1. PLANTEMIENTO DEL PROBLEMA

El MPC es una técnica que ha sido utilizada en la industria desde varias décadas atrás en un conjunto variado de procesos industriales. Sin embargo, la sintonización del controlador es una tarea complicada debido a todos los parámetros que componen la ley de control, tales como horizontes de predicción y control, pesos en las variables de estado y control y la utilización de restricciones. Por esta razón, en los últimos años se han desarrollado un conjunto de técnicas para realizar la sintonización de los parámetros del control predictivo en base a modelo a través de acciones heurísticas que tienen incidencia en plantas industriales [20].

Las técnicas de sintonización se agrupan en: modelos de sintonización en línea y fuera de línea [20]. Debido a que muchas de las técnicas son heurísticas, el presente proyecto analiza una propuesta para sintonizar un controlador predictivo en base a modelo a través del uso del filtro de extendido Kalman como parte de una técnica de sintonización en línea del controlador, con el fin de explorar una propuesta más a las ya presentes en la temática actual y probar su aplicabilidad a través de la implementación en simulación en una planta química.

La razón por la cual se ha tomado en cuenta el filtro de Kalman como elemento de sintonización del controlador predictivo, es debido a su naturaleza para poder estimar valores a partir de un modelo. En el presente proyecto, el modelo lo conforman el CSTR y el controlador predictivo tal como se observa en [40], donde el filtro de Kalman sintoniza un controlador difuso a partir de las expresiones matemáticas de la planta y las ecuaciones de la fuzificación y defuzificación del controlador difuso. Con esta suposición, el problema a enfrentar es el de saber qué parámetros del controlador predictivo se debe sintonizar. Estos parámetros son: horizonte de predicción, horizonte de control, ponderaciones al error y ponderaciones al esfuerzo de control. Por lo tanto, se analizará la factibilidad de obtener los valores de sintonización de los 4 parámetros anteriormente mencionados o de fijar parámetros constantes como los horizontes de predicción y control [20] para obtener los valores de sintonización de las ponderaciones.

1.4.2. PLANTEMIENTO DE METODOLOGÍA DE TRABAJO

En el desarrollo del presente proyecto se realizarán las siguientes actividades:

Estudio del CSTR

Se realizará un breve estudio de la dinámica del proceso para comprender los fenómenos físicos presentes en la planta y cómo se podrá obtener un modelo lineal del proceso implementado en simulación. Dicho modelo lineal será la base para plantear el controlador predictivo y se explicará en el Capítulo 2.

Análisis y diseño del MPC

En esta fase, se realizará el análisis de la implementación del controlador. El diseño se complementará con la colocación del filtro extendido de Kalman en el Capítulo 3.

Análisis del EKF

Se realizará el análisis del filtro extendido de Kalman y cómo este algoritmo se integrará en el método de control que también se explicará en el Capítulo 3.

Implementación

Una vez establecida la ley de control con el MPC + EKF, se procederá a realizar las simulaciones respectivas para obtener resultados y comentarlos en el Capítulo 4. Posteriormente, se generarán conclusiones y recomendaciones alusivas al trabajo en el Capítulo 5.

CAPÍTULO 2

MODELACIÓN DEL REACTOR DE AGITACIÓN CONTINUA

En este capítulo se hace un análisis de las ecuaciones dinámicas que representan el comportamiento del CSTR. A través de este proceso, se encontrará el modelo que se implementará en simulación a través de SIMULINK. Debido a que el modelo del proceso que se implementará en el MPC debe ser lineal, se encontrará un equivalente lineal del proceso no lineal a través de la identificación de la planta.

2.1. ANÁLISIS DEL CSTR

Los reactores de agitación continua presentan efectos significativos de transferencia de calor comparados con otras plantas químicas. Debido a las grandes diferencias de temperatura entre el flujo de la chaqueta (líquido frío) y el flujo del interior del tanque (líquido caliente) se produce una alta transferencia de energía calórica [21]. Los CSTRs se conocen también como modelos de dinámica lenta, debido a que el procesamiento de un producto toma un tiempo de 1 a 2 horas [21]. Debido a estos factores, es necesario un estudio de la planta a través de los fenómenos físicos y de sus ecuaciones dinámicas que se desarrollan a continuación:

2.1.1. ESTABILIDAD TÉRMICA DEL PROCESO [22]

El CSTR es una planta que presenta un comportamiento no lineal. Evidentemente sus curvas de operación también serán no lineales por lo cual hay que escoger un punto de operación que haga que el proceso se conserve en una zona estable [22]. En la Figura 2.1, se aprecia dos curvas de calor en función de la temperatura, la primera (a – color rojo) es la curva de la liberación de calor a través de una reacción exotérmica desde el tanque y la segunda curva (b – color azul), muestra la cantidad de calor removida del tanque a través del flujo frío que circula por la chaqueta del reactor.

La curva de liberación de calor es sigmoidal mientras que la de absorción de calor es lineal, por lo tanto se definen los puntos de operación del CSTR (P1, P2 y P3) en los cruces de estas dos curvas. Esto significa que en estado estable tanto el calor liberado

del proceso y el calor absorbido desde el exterior tienen valores iguales. Sin embargo los puntos P1 y P3 se conocen como puntos de operación estables, mientras que P2 es un punto de operación inestable.

Para comprender a qué se refiere el concepto de estabilidad e inestabilidad, se analiza el punto P2, si a partir de ese punto se realiza un incremento de temperatura de T2 hacia T2′, la cantidad de calor también sufrirá un incremento, tanto para la curva a (Q2′) como la b (Q2). Si se analiza las nuevas cantidades de calor presentes en el proceso, se observa que el calor liberado por el tanque es mucho mayor que el calor que puede absorber el refrigerante de la chaqueta, por lo cual, el proceso sufriría un incremento drástico de temperatura que lo llevaría a la inestabilidad. En cambio en los puntos P1 y P3, ante un incremento de temperatura, el calor que desprende el tanque es menor que el calor absorbido por el refrigerante y de esta manera el proceso se conserva en su zona de estabilidad. Es importante tener en cuenta este concepto porque el incremento de temperatura no solo puede darse por un desplazamiento del punto de trabajo del reactor, también pueden presentarse efectos indeseables de perturbaciones que incrementen el valor de la temperatura del proceso.

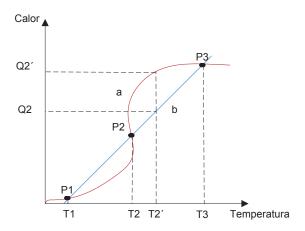


Figura 2.1. Puntos de operación en un CSTR

Si P2 es un punto de operación inestable, naturalmente se trataría de evitarlo. Sin embargo, hay ocasiones en las que se debe trabajar en el punto medio de operación de la curva sigmoidal debido a que el punto P1 al trabajar con bajas temperaturas no

aprovecha todo el rendimiento del reactor, mientras que el punto P3 puede llegar a trabajar con temperaturas realmente altas y con esto poner en peligro la planta o degradar el reactante del tanque [22]. Por estas razones, si se desea trabajar en un punto de operación inestable, se debe implementar un sistema de regulación automática que mantenga al proceso en un funcionamiento seguro.

2.1.2. ECUACIONES DINÁMICAS [30]

La terminología utilizada en la obtención del modelo se muestra a continuación en la Tabla 2.1:

Tabla 2.1. Terminología utilizada en el modelo del CSTR

Término	Dogorinoión
	Descripción Densidad del material en el proceso
ρ	·
$ ho_i$	Densidad del material en la i-ésima entrada de vapor
V	Volumen total del proceso
F_i	Flujo volumétrico en la i-ésima entrada de vapor
F_c	Flujo volumétrico del refrigerante
F	Flujo volumétrico del producto
T_i	Temperatura en la i-ésima entrada de vapor
T_{ci}	Temperatura del refrigerante a la entrada
T_{co}	Temperatura del refrigerante a la salida
T	Temperatura del producto
n_A	Número de moles del componente A del proceso
c_A	Concentración molar de A en el proceso
c_{Ai}	Concentración molar de A en la i-ésima entrada
r	Reacción por unidad de volumen del componente A del proceso
U	Energía interna
K	Energía cinética
P	Energía potencial
Q	Cantidad de calor intercambiada entre el proceso y la circundante por unidad de tiempo
\widetilde{H}	Entalpía parcial de la mezcla de reacción
c_p	Capacidad calorífica de la mezcla de reacción
$-\Delta H_r$	Coeficiente de calor de la reacción
Ε	Energía de activación
R	Constante de gas de Bolzmann
k_0	Factor pre-exponencial no térmico
UA	Coeficiente de transferencia de calor por el total de veces el área del tanque

Estos términos van ligados a la Figura 2.2, en los cuales se observa de forma clara la intervención de la mayoría de los términos:

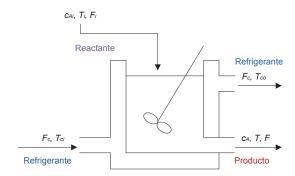


Figura 2.2. Esquema de los productos de entrada y salida en el CSTR

Consideremos que en el reactor se produce una reacción exotérmica del tipo $A \to B$, es decir, una sustancia cambiará sus propiedades de A hacia B conforme se encuentre en procesamiento dentro del tanque. Además, para controlar la temperatura existe en la chaqueta del reactor movimiento de líquido refrigerante, por lo tanto, el funcionamiento del reactor dependerá de las siguientes cantidades:

- Total de la masa de la mezcla del reactante en el tanque.
- Total de la masa del componente A en la mezcla.
- Total de la energía de reacción en el tanque.

Aplicando el principio de conservación de estas cantidades fundamentales, se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\begin{bmatrix} Acumulación \\ de\ masa\ total \end{bmatrix}}{tiempo} = \frac{\begin{bmatrix} Entrada \\ de\ masa\ total \end{bmatrix}}{tiempo} - \frac{\begin{bmatrix} Salida \\ de\ masa\ total \end{bmatrix}}{tiempo} \pm \frac{\begin{bmatrix} Masa\ total \\ generada\ o\ consumida \end{bmatrix}}{tiempo}$$

Que se expresa matemáticamente a través de la Ecuación 2.1:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_i F_i - \rho F \pm 0 \tag{2.1}$$

Por otra parte, el balance de masa en el componente A es:

$$\frac{\begin{bmatrix} Acumulación \\ de\ A \end{bmatrix}}{tiempo} = \frac{\begin{bmatrix} Entrada \\ de\ A \end{bmatrix}}{tiempo} - \frac{\begin{bmatrix} Salida \\ de\ A \end{bmatrix}}{tiempo} - \frac{\begin{bmatrix} Desprendimiento\ de\ A \end{bmatrix}}{tiempo}$$

Y se expresa matemáticamente a través de la Ecuación 2.2:

$$\frac{d(n_A)}{dt} = \frac{d(c_A V)}{dt} = c_{Ai} F_i - c_A F - rV \tag{2.2}$$

La razón de acumulación del componente A es equivalente a la entrada del componente mencionado menos la salida del producto procesada y la generación de cierta cantidad de energía calórica debido a la reacción.

El balance total de energía es (Ecuación 2.3):

$$E = U + K + P \tag{2.3}$$

La expresión anterior muestra que la energía total acumulada es igual al sumatorio de las energías de entrada, cinética y potencial, respectivamente.

Asumiendo que la reacción no tiene movimiento con respecto al tiempo, las energías cinética y potencial son nulas, por lo que la expresión 2.3 se reduce a (Ecuación 2.4):

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} \tag{2.4}$$

Cómo la reacción se realiza en un medio líquido, se realiza la siguiente aproximación entre la energía de entrada al proceso y la entalpía (Ecuación 2.5):

$$\frac{dU}{dt} \cong \frac{dH}{dt} \tag{2.5}$$

Donde la energía acumulada del reactante en el CSTR es aproximadamente igual a al total de la entalpía acumulada en el tanque.

Por lo tanto, la energía en el CSTR se expresa como (Ecuación 2.6):

$$\frac{dH}{dt} = \rho_i F_i h_i(T_i) - \rho F h(T) - Q \tag{2.6}$$

Donde la variación de la energía total de entrada realimentada es (Ecuación 2.7):

Razón de la energía de entrada =
$$\rho_i F_i h_i(T_i)$$
 (2.7)

La variación de la energía total de salida con vapor incluido y el calor removido por el refrigerante viene dado por la Ecuación 2.8:

Razón de la energía de salida =
$$-\rho Fh(T) - Q$$
 (2.8)

• Caracterización total de la masa

La característica total de la masa depende de la densidad de la mezcla ρ , y el volumen V. Esta densidad es función de las concentraciones c_A , c_B y la temperatura T (Ecuación 2.9).

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} \tag{2.9}$$

Donde:

$$\rho_i = \rho$$

A partir de la Ecuación 2.9 se observa que V es la única variable de estado que interviene en la expresión de la masa total. Entonces se tiene (Ecuación 2.10):

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \tag{2.10}$$

• Característica total de la masa del componente A

La caracterización de la masa del componente A se realiza a partir de la Ecuación 2.2, donde las variables de estado son c_A y V. Teniendo en cuenta que la reacción por unidad de volumen del componente es (Ecuación 2.11):

$$r = k_0 e^{-E/RT} c_A \tag{2.11}$$

Se manipula algebraicamente la ecuación 2.2, se obtiene (Ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14):

$$\frac{d(c_A V)}{dt} = c_A \frac{dV}{dt} + V \frac{dc_A}{dt} = c_{A_i} F_i - c_A F - k_0 e^{-E/RT} c_A V$$
 (2.12)

$$V\frac{dc_A}{dt} = -c_A(F_i - F) + c_{Ai}F_i - c_AF - k_0e^{-E/RT}c_AV$$
 (2.13)

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F_i}{V} (c_{A_i} - c_A) - k_0 e^{-E/RT} c_A \tag{2.14}$$

Característica de la energía total

La entalpía se detalla como (Ecuación 2.15):

$$H = H(T, n_A, n_B) \tag{2.15}$$

Derivando parcialmente la expresión 2.15, se obtiene (Ecuación 2.16):

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \frac{\partial H}{\partial n_A}\frac{dn_A}{dt} + \frac{\partial H}{\partial n_B}\frac{dn_B}{dt}$$
(2.16)

Donde:

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \rho V c_p$$

$$\frac{\partial H}{\partial n_A} = \widetilde{H}_A(T)$$

$$\frac{\partial H}{\partial n_B} = \widetilde{H}_B(T)$$

Además, se debe realizar el balance de masa en el componente B tal como se lo hizo en el componente A (Ecuación 2.17):

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{d(c_B V)}{dt} = 0 - c_B F + rV \tag{2.17}$$

Sustituyendo en la Ecuación 2.16 se obtiene la Ecuación 2.18:

$$\frac{dH}{dt} = \rho V c_p \frac{dT}{dt} + \widetilde{H}_A \left[c_{A_i} F_i - c_A F - r V \right] + \widetilde{H}_B \left[-c_B F + r V \right]$$
 (2.18)

Donde $\frac{dH}{dt}$ es de nuevo la energía total del CSTR. Y sustituyéndola en la Ecuación 2.17, se obitnen las Ecuaciones 2.19 y 2.20:

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = -\widetilde{H}_A \left[c_{A_i} F_i - c_A F - r V \right] - \widetilde{H}_B \left[-c_B F + r V \right] + \rho_i F_i h_i(T_i) - \rho F h(T) - Q \tag{2.19}$$

$$F_{i}\rho_{i}h_{i}(T_{i}) = F_{i}[\rho_{i}h_{i}(T) + \rho_{i}c_{n_{i}}(T_{i} - T)] = F_{i}[c_{A_{i}}\widetilde{H}_{A}(T) + \rho_{i}c_{n_{i}}(T_{i} - T)]$$
(2.20)

Con:

$$F\rho h(T) = F[c_A \widetilde{H}_A(T) + c_B \widetilde{H}_B(T)]$$

Resolviendo el proceso de ecuaciones presentados en el párrafo anterior:

$$\rho c_p V \frac{dT}{dt} = -\widetilde{H}_A c_{A_i} F_i + \widetilde{H}_A c_A F + \widetilde{H}_A r V + \widetilde{H}_B c_B F - \widetilde{H}_B r V + \widetilde{H}_A c_{A_i} F_i$$

$$+ F_i \rho_i c_{p_i} (T_i - T) - \widetilde{H}_A c_A F - \widetilde{H}_B c_B F - Q$$

$$\rho c_p V \frac{dT}{dt} = F_i \rho_i c_{p_i} (T_i - T) + (\widetilde{H}_A - \widetilde{H}_B) r V - Q$$

Tomando en cuenta que el calor de la reacción a temperatura *T* es (Ecuación 2.21):

$$\left(\widetilde{H}_A - \widetilde{H}_B\right) = \left(-\Delta H_r\right) \tag{2.21}$$

Entonces se obtiene la Ecuación 2.22:

$$V\frac{dT}{dt} = F_i(T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r)rV}{\rho c_p} - \frac{Q}{\rho c_p}$$
(2.22)

Las ecuaciones resultantes del modelo del CSTR son 2.23, 2.24 y 2.25:

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \tag{2.23}$$

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F_i}{V} (c_{A_i} - c_A) - k_0 e^{-E/RT} c_A \tag{2.24}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V} (T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r) k_0 e^{-E/RT} c_A}{\rho c_p} - \frac{Q}{\rho c_p V}$$
 (2.25)

Además, la cantidad de calor es equivalente a (Ecuación 2.26):

$$Q = UA(T - T_c) \tag{2.26}$$

Finalmente, se puede simplificar el sistema de ecuaciones del proceso al hacer una aproximación. Dicha aproximación consiste en considerar que el volumen V de la mezcla de la reacción permanece constante durante el procesamiento del producto. Por lo tanto, el modelo del CSTR se reducirá a las Ecuaciones 2.27 y 2.28:

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F}{V}(c_{A_i} - c_A) - k_0 e^{-E/RT} c_A \tag{2.27}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r)k_0 e^{-E/RT} c_A}{\rho c_p} - \frac{UA}{\rho c_p V}(T - T_c)$$
(2.28)

Los valores de las constantes del reactor se presentan en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2 Parámetros del CSTR tomados de [22]

Parámetro	Valor
F	100 L/min
c_{Ai}	1 mol/L
T_i	300 K
V	100 L
ρ	1000 g/L
c_p	0.239 J/gK
$-\Delta H_r$	50000 J/mol
E/R	8750 K
k_0	7.2x10 ¹⁰ min ⁻¹
UA	50000 J/minK
T_c	300 K
c_A	0.5mol/L
T	350 K

2.1.3. MODELO DEL ACTUADOR

En el CSTR el fluido frío es impulsado por una bomba a través de la camisa del proceso. Este fluido puede ser agua o alcohol [23], y en el presente caso de estudio se toma el refrigerante como agua, de acuerdo a los datos que se proporcionan en [19]. Se regula el flujo de refrigerante que ingresa en la camisa a través de una válvula isoporcentual [24]. El modelo de la válvula de actuación se obtiene a partir de una función de primer orden [24], tal como se muestra en la Ecuación 2.29:

$$G_V(s) = \frac{K_V}{\tau_V s + 1} \tag{2.29}$$

Donde:

 G_V : Función de transferencia de la válvula

 K_V : Ganancia de la función de transferencia

 au_{V} : Constante de tiempo de la función de transferencia

$$K_V = rac{Rango\ del\ flujo\ de\ la\ válvula}{Rango\ de\ la\ señal\ de\ control}$$

Sin embargo, se debe tomar en cuenta que los valores proporcionados en [20] para la señal de control del actuador son de temperatura y no de flujo, por lo cual, se realizará un cálculo del fluido en función de la temperatura del refrigerante [25] (Ecuación 2.30).

$$T_C = \frac{\rho_C C_{\rho c} F_C T_{C0} + UAT}{\rho_C C_{\rho c} F_C + UA}$$
 (2.30)

La Ecuación 2.30 permite realizar el cambio de variables de flujo del refrigerante F_c a temperatura de enfriamiento T_c . Hay que tomar en cuenta que la expresión ya incorpora términos conocidos como la temperatura del reactor T, la constante resultante de los términos de transferencia de calor y área del reactor UA y la temperatura de inicio del refrigerante T_{c0} . Por lo tanto, es necesario encontrar los valores de la densidad y de la capacidad calorífica del agua, que se toman de [25]:

$$\rho_C = 1000g/l$$

$$C_{\rho c} = 4.18J/gK$$

En el modelo del CSTR se realizan pruebas con una señal de entrada (temperatura de enfriamiento) para el líquido de enfriamiento de 290 ±10°K que será el rango en el cual se probará un control lineal en la planta no lineal [20]. Por lo tanto, se simula el proceso en lazo abierto para obtener el rango en el cual varía la temperatura del tanque ante la señal de entrada mencionada (Tabla 2.3):

Tabla 2.3 Temperatura del refrigerante (T_c) vs temperatura del tanque (T)

<i>T_c</i> [°K]	<i>T</i> [°K]
280	304.2
285	308.2
290	312.7
295	317.7
300	324.5

Los valores obtenidos en la Tabla 2.3, servirán para obtener valores estimados del flujo que circulará a través de la válvula. Para ello, se utiliza la Ecuación 2.30, en donde se complementa la fórmula con los valores de densidad y capacidad calorífica del agua. Por lo tanto, a partir de la Ecuación 2.30, los valores del rango del fluido de enfriamiento se encuentran entre: 15 – 51 L/min.

En la obtención de la función de transferencia de la válvula de control, se considerarán ciertos aspectos como el tipo de actuación ante una falla, el cuerpo de la válvula, el tipo de actuador, la respuesta de apertura o cierre ante una señal de control determinada, entre otros [26]. Por consiguiente, se hace una breve descripción de los parámetros más importantes al momento de la selección de una válvula a continuación:

- La posición de seguridad de la válvula es Fail Open (FO), es decir, ante una falla la válvula debe quedar abierta para dejar pasar todo el refrigerante y así enfriar el tanque para evitar daños en el CSTR debido a altas temperaturas que se producen durante la reacción.
- El tipo de válvula es de globo de simple asiento debido a que puede trabajar en un rango de caudal más amplio que las válvulas de aguja y presenta mayor robustez [27]. Este es un criterio muy importante a tener en cuenta debido a que comercialmente los reactores vienen con tanques de almacenamiento desde los 5 hasta los 8000 galones americanos.
- El tipo de actuador utilizado en las aplicaciones de control de flujo es neumático.
 En el presente estudio se escogerá uno de tipo comercial conocido como: 87/88
 Actuators Pneumatic Multi-Spring (87 Air to close) con presión de suministro de 3 a 15 psig. El fin de escoger el mencionado actuador es por la facilidad de obtención de sus datos técnicos por parte del fabricante.
- La respuesta de la válvula ante una señal de control determinada es isoporcentual.

2.1.3.1. Dimensionamiento de la válvula

En la etapa de dimensionamiento se considera el flujo de actuación de la válvula ante un rango de la señal de control. Existe un procedimiento estandarizado como el

encontrado en [26]. No obstante, hay algunas variaciones en el cálculo de ciertos parámetros de la válvula que presenta cada fabricante respecto a su producto. Se escoge el procedimiento del fabricante MASONEILAN [28] debido a que se pueden obtener los valores numéricos de los parámetros que figuran en la función de transferencia de la válvula.

2.1.3.2. Coeficiente de flujo

El fluido a utilizar como refrigerante es agua, por lo tanto es un fluido que no se vaporiza. De acuerdo con la fórmula propuesta por [28], se calcula $\mathcal{C}v$ de la siguiente manera (Ecuación 2.31):

$$Cv = \frac{q}{N_1 F_p} \sqrt{\frac{G_f}{\Delta P}}$$
 (2.31)

Donde:

Cv Coeficiente de flujo de la válvula

q: Flujo volumétrico [m³/h]

 N_1 : Constante numérica según el fabricante (Masoneilan)

 ${\it F}_{\it p}$: Factor de geometría de la tubería (corrección del reductor)

 G_f : Gravedad específica de la temperatura de flujo respecto al agua, (agua = 1) @ 60° F/15.5°C

 ΔP : Caída de presión [kPa]

Reemplazando valores:

$$Cv = \frac{3.06}{0.0865 \times 1} \sqrt{\frac{1.008}{659.5 - 436.4}} \times 1.15 = 2.73$$

El valor de q es el máximo caudal que transitará por la válvula, este valor es convertido a unidades de m³/h; los valores de N_1 y F_p se obtienen del manual de MASONEILAN

Direction: FLOW-TO-CLOSE (FTC)

y los valores de G_f y ΔP de [27]. Es aconsejable sobredimensionar el coeficiente de Cv en un 10 al 15% debido a que el proceso debe soportar condiciones de mayor exigencia. Por lo tanto, el coeficiente de Cv será:

$$Cv = 3.0$$

Tabla 2.4 Coeficiente de flujo (Cv) vs recorrido de la válvula (F_L) [29].

Contou	ired Plu	ıg										Flow	Charact	eristic: E	QUAL P	ERCEN
		Percer	t of Trave				10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
			FL		10		0.53	0.53	0.55	0.63	0.72	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
Valv	Valve Size ASME Rat- Diameter Travel									Rate	ed C					
Inch	mm	ing	Inch	mm	Inch	mm	1									
		150 - 1500	0.25	6.4	0.8	20.3	0.1	0.1	0.2	0.22	0.3	0.5	0.8	1.1	1.5	1.7
0.75	20		0.375	9.5	0.8	20.3	0.2	0.2	0.3	0.39	0.68	1.13	1.76	2.5	3.26	3.8
0.75	20		0.5	12.7	0.8	20.3	0.3	0.4	0.5	0.64	1.07	1.79	2.77	3.95	5.14	6
			0.812	20.6	0.8	20.3	0.6	0.8	1.2	1.48	2.32	4.3	6.8	9.13	10.7	12
			0.25	6.4	0.8	20.3	0.1	0.1	0.2	0.22	0.3	0.5	0.8	1.1	1.5	1.7
1	25		0.375	9.5	0.8	20.3	0.2	0.2	0.3	0.39	0.68	1.13	1.76	2.5	3.26	3.8
1	25		0.5	12.7	0.8	20.3	0.3	0.4	0.5	0.64	1.07	1.79	2.77	3.95	5.14	6
			0.812	20.6	0.8	20.3	0.6	0.8	1.2	1.48	2.32	4.3	6.8	9.13	10.7	12

De acuerdo a la Tabla 2.4, se obtiene un diámetro del orificio de 0.375" y el recorrido del actuador de 0.8" para el valor de Cv de 3.8 que es el más cercano al calculado teóricamente.

2.1.3.3. Ganancia de la válvula de control

La ganancia de la válvula de control se calculará a través de las siguientes etapas:

 Se estima que la ganancia del flujo másico con el porcentaje de apertura de la válvula isoporcentual es lineal para una pérdida del 30% del total de carga dinámica [35]. Por lo que la ganancia global es descrita como (Ecuación 2.32):

$$G_1 = \frac{(51 - 15)L/min}{(15 - 3)psig} = 3\frac{L}{psig\ min}$$
 (2.32)

 El convertidor IP realiza el cambio de variable de corriente a presión para el accionamiento de la válvula con la respectiva señal de control, esta conversión de realiza de acuerdo a valores normalizados instrumentalmente para corriente y presión. Por lo cual, la ganancia de esta etapa viene dada por (Ecuación 2.33):

$$G_2 = \frac{(15-3)psig}{(20-4)mA} = 0.75 \frac{psig}{mA}$$
 (2.33)

2.1.3.4. Función de transferencia de la válvula

Muchos de los fabricantes no ofrecen la constante de tiempo de respuesta de sus válvulas, en el presente caso de estudio, se dificulta un poco más la obtención de la constante de tiempo ya que el elemento final de control se compone de un sistema: válvula-actuador-posicionador. Sin embargo, se puede estimar el valor de la constante de tiempo de acuerdo a [30].

Tomando como referencia los datos del manual para el actuador de la válvula [38], el área del diafragma es 60 in² y el recorrido de 0.88 in para nuestro modelo, se obtiene una constante de tiempo aproximada de 7 seg (Tabla 2.5).

Tabla 2.5 Constantes de tiempo para actuadores neumáticos [41].

Time Constant(s)

Actuator Size	Rated Travel	Air In	Air Exhaust			
32in ²	1/2 in.	1.1	2.5			
32in ²	3/4 in.	1.8	2.6			
54in ²	3/4 in.	5	7			
108in ²	2-1/4 in.	10	12			

Finalmente, la ganancia de la válvula se da por (Ecuación 2.34):

$$K_V = G_1 \times G_2 = 3 \frac{L}{psig \, min} \times 0.75 \frac{psig}{mA} = 2.25 \frac{L}{min \, mA}$$
 (2.34)

Y la función de transferencia se representa en la Ecuación 2.35, tomando en cuenta que la constante de tiempo debe estar expresada en minutos para que exista concordancia con el resto de variables del proceso que también se expresan en minutos.

$$G_V(s) = \frac{2.25}{0.12s + 1} \tag{2.35}$$

2.1.4. MODELO DEL SENSOR – TRANSMISOR

El transmisor está compuesto por un sensor y un circuito de acondicionamiento de la señal medida [26]. Muchos de los sensores son sumamente rápidos por lo cual su función de transferencia se resume a encontrar solamente el valor de una ganancia. Sin embargo, otros procesos presentan constantes de tiempo del transmisor del orden de los segundos por lo cual se debe obtener su función de transferencia de una manera análoga al hecho con el actuador, es decir, a partir de una función de primer orden (Ecuación 2.36).

$$G_T(s) = \frac{K_T}{\tau_T s + 1} \tag{2.36}$$

Donde:

 G_T Función de transferencia del sensor – transmisor.

K_T Ganancia de la función de transferencia.

 τ_T Constante de tiempo de la función de transferencia.

$$K_T = rac{Rango\ de\ entrada\ al\ controlador}{Rango\ de\ la\ variable\ controlada}$$

2.1.4.1. Variable de temperatura

El sensor a modelar es un RTD del tipo PT100 debido a que el rango de temperatura se ajusta a las necesidades del proceso. En cambio si se escogiera una termocupla el rango de medida se excedería debido al alto SPAN que estas poseen y otros sensores son no lineales como los termistores [26]. Algunas de las características más importantes del RTD se enuncian a continuación [31].

- Rango moderado de medición (-50°C a 250°C)
- Rango de tolerancia del ±0.06%.
- Coeficiente nominal de temperatura = 0.00385.

- Constante de tiempo τ_{63.2}= 6 seg.
- Repetitividad del orden de ±0.06%.
- Rango de histéresis de ±0.15%

Para el transmisor se selecciona uno de clase 675 acorde al RTD considerado anteriormente con las siguientes características:

- Entrada de sensor SI19.
- Conexión de RTD en 3 hilos tipo PT100.
- Coeficiente nominal de temperatura = 0.00385.
- Salida análoga de 4 a 20 mA.
- Rango de temperatura de -200 a 850°C.
- Precisión de ±0.5% del alcance.

2.1.4.2. Función de transferencia del transmisor de temperatura

De acuerdo a la Ecuación 2.34, se obtiene la ganancia y la función de transferencia del grupo sensor – transmisor de temperatura a través de las Ecuaciones 2.37 y 2.38:

$$K_{TT} = \frac{(20 - 4)mA}{(324.5 - 304.2)K} = 0.79 \frac{mA}{K}$$
 (2.37)

$$G_{TT}(s) = \frac{0.79}{0.1s + 1} \tag{2.38}$$

Donde:

 G_{TT} : Función de transferencia del transmisor de temperatura

K_{TT}: Ganancia de la función de transferencia

2.1.4.3. Variable de concentración

Para el sensado de concentración se utiliza el sensor – transmisor DT302MS SMAR [32] el cual presenta las siguientes características:

Incorpora un transmisor de presión diferencial tipo capacitivo probado en campo.

- Es muy versátil debido a que permite elegir diferentes tipos de función de transferencia.
- Permite medir concentración/densidad de flujo.
- Trabaja con fluidos industriales que presentan un rango de temperatura entre 0 a 120°C.
- La densidad de los fluidos de trabajo se presenta en los siguientes rangos:
 - 0.5 a 1.8g/cm³
 - 1.0 a 2.5g/cm³
 - 2.0 a 5.0g/cm³
- Señal de salida digital Fieldbus, modo tensión a 31.5 Kbit/s.
- Tiempo máximo de encendido de 5 seg.

Para complementar el modelo de la función de transferencia del sensor – transmisor de concentración, se utiliza un convertidor de sistema Fieldbus a corriente el cual se presenta en. Las características de este instrumento son:

- Comunicación Foundation Fieldbus en modo tensión a 31.25 Kbit/s.
- Tres salidas de corriente de 4 20 mA.
- Precisión de ±0.1%.
- Alimentación eléctrica a través de Fieldbus, 9 32 Vdc.
- Tiempo de actualización 0.2 seg.

2.1.4.4. Función de transferencia del transmisor de concentración

Por lo tanto, se obtiene la ganancia (Ecuación 2.39) y la función de transferencia (Ecuación 2.40) con los datos técnicos del transmisor y el convertidor:

$$K_{TC} = \frac{(20 - 4)mA}{(1 - 0)mol/L} = 16 \frac{mAL}{mol}$$
 (2.39)

$$G_{TC}(s) = \frac{16}{0.1s + 1} \tag{2.40}$$

Donde:

 G_{TC} : Función de transferencia del transmisor de concentración molar

 K_{TC} : Ganancia de la función de transferencia

2.2. IMPLEMENTACIÓN EN SIMULINK

Se plantea el modelo en simulación (Figura 2.3) a partir de las ecuaciones obtenidas en el numeral 2.1.2 junto con los valores de las constantes de la Tabla 2.2. En las variables que se aprecian en la gráfica, se encuentra la temperatura de enfriamiento a la entrada T_c de 290°K y como condiciones iniciales x0, los valores de 312.7°K y 0.9519 mol/L para la temperatura del reactor T y la concentración del reactante c_A , respectivamente.



Figura 2.3. CSTR implementado en SIMULINK

El modelo fue implementado a través de una máscara y con archivos .m de MATLAB.

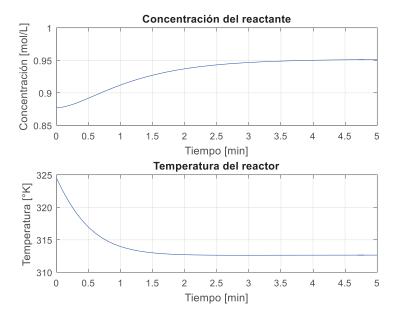


Figura 2.4. Respuesta del CSTR implementado en SIMULINK

En la Figura 2.3 se aprecia las respuestas de las salidas del sistema las cuales coinciden con las simulaciones realizadas en [20]. Sin embargo, el modelo está incompleto debido a que no se ha implementado el actuador y el transmisor.

El modelo completo se muestra en la Figura 2.5:

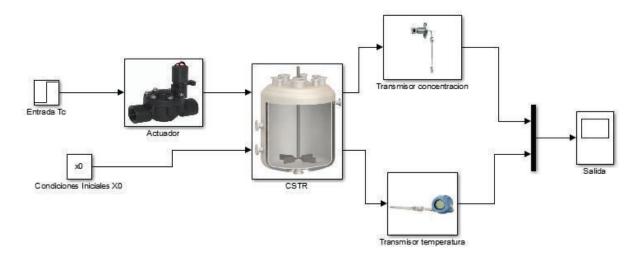


Figura 2.5. Modelo completo del CSTR implementado en SIMULINK

En donde se considera también la conversión de flujo a temperatura de enfriamiento en la camisa del CSTR.

2.3. IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA PLANTA

2.3.1. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

Antes de encontrar un modelo equivalente lineal del CSTR se toma en cuenta el tiempo de muestreo del sistema debido a que el proceso de identificación toma en cuenta este parámetro para realizar los cálculos pertinentes de la expresión lineal. Con este propósito se analiza diferentes criterios como los que se detallan a continuación:

Existe un criterio formulado para [33] en el cual los procesos industriales que tienen variables de dinámica lenta como flujo, presión o temperatura (caso puntual del CSTR), se tiene un tiempo de muestreo 1; 5 y 20 seg respectivamente. Sin embargo, no se puede aplicar enteramente este criterio debido a que hay otra variable a considerar en el proceso la cual es la concentración molar.

Por ende, se utilizará el criterio de [34], en el cual el tiempo de muestreo se obtiene al dividir el tiempo de establecimiento en un rango de 6 a 15, con un valor típico de 10. Se aplica esta valoración en su mayoría a procesos de lazo abierto de dinámica rápida.

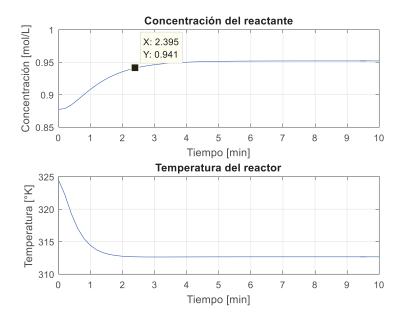


Figura 2.6. Respuesta del modelo completo

Para obtener el tiempo de establecimiento se observa que el proceso llegue al 95% de la respuesta final. Después de la simulación en lazo abierto, se presenta las respuestas de las variables de concentración y temperatura en la Figura 2.6. La variable más crítica es la concentración por lo cual se tomará el valor del tiempo de establecimiento de ella para obtener el tiempo de muestreo.

Para un valor final de concentración de 0.95 mol/L el tiempo de establecimiento es de 2.4 min para una concentración de 0.94 mol/L que representa el 95% del valor final. Por lo tanto el tiempo de muestreo será de 0.2 min.

Para la estimación del modelo, existen varios métodos que presentan expresiones matemáticas en forma polinomial, para luego mostrar los resultados en una función de transferencia o en variables de estado [35]. Estos métodos se aplican para identificar tanto modelos lineales como no lineales a través de la herramienta *ident* de MATLAB. Las opciones con las cuales cuenta esta aplicación son:

2.3.1.1. Modelo N4SID

Sus siglas denotan *State space model using subspace method,* lo que significa obtener un modelo en espacio de estados por el método de subespacios. Se describe por:

- Proyección oblicua de subespacios generados por el bloque de matrices de Hankel.
- El bloque de matrices de *Hankel* es formulado por datos de entrada y de salida.

La estimación por N4SID es más usada con respecto a la identificación clásica debido a su modelamiento iterativo de objetivos [36]. Por esta razón, se utiliza este método y se obtienen las siguientes matrices en espacio de estados para la identificación (Ecuación 2.41):

$$A = \begin{bmatrix} -1.226 & -0.008442 \\ 32.08 & -1.618 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.01313 \\ 1.64 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.41)

La validación del modelo lineal se realiza a través de la misma herramienta de MATLAB, en la cual se obtiene el porcentaje de coincidencia entre la respuesta dinámica de las variables del modelo no lineal y las variables del modelo lineal que se formularon a través del proceso de identificación.

Este valor del porcentaje de coincidencia determina cuánto se parece el comportamiento dinámico del modelo lineal simulado en el punto de operación con respecto al modelo no lineal; estos valores son tomados en el punto de operación del proceso y se presentan en valores de 0 al 100%, donde el valor más alto significa que existe una mayor coincidencia entre los modelos estudiados.

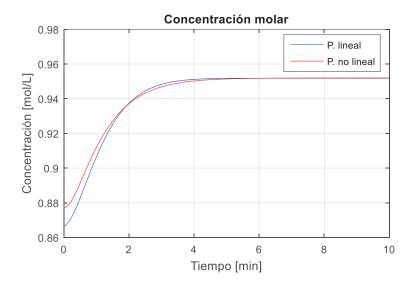


Figura 2.11. Coincidencia para la variable de concentración

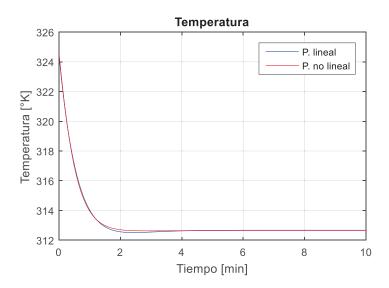


Figura 2.12. Coincidencia para la variable de temperatura

En las Figuras 2.11 y 2.12 se tienen los porcentajes de ajuste entre la planta lineal (P. lineal) y la no lineal (P. no lineal) para las variables de concentración y temperatura en valores de 84.56% y 96.51%, respectivamente.

2.3.2. ANÁLISIS DEL MODELO LINEAL DE LA PLANTA [37]

2.3.2.1. Estabilidad de sistemas lineales

Se define a un sistema expresado en tiempo continuo con variaciones nulas en la señal de entrada que es estable si (Ecuación 2.42):

$$Re\{\lambda_i(A)\} < 0, \quad \forall i$$
 (2.42)

Es decir, que los valores propios de la matriz A del sistema deben estar situados a la izquierda del plano 's'.

Por lo tanto, los valores propios que se obtienen del modelo identificado a través del comando eig(A) en MATLAB son:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -1.4220 + 0.4821i \\ -1.4220 - 0.4821i \end{bmatrix}$$

El resultado muestra dos polos que son complejos conjugados y su parte real se encuentra a la izquierda del plano s. Por lo tanto, el sistema es estable.

2.3.2.2. Controlabilidad

Se define a un sistema como controlable si una variable del mismo presenta un valor inicial x_0 y alcanza un valor final x_f en un tiempo determinado. La matriz de controlabilidad se define por (Ecuación 2.43):

$$Co = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$$
 (2.43)

El sistema puede ser totalmente o parcialmente controlable, es decir, se podrán controlar todas las variables del modelo o una parte de ellas. Para conocer cuántas variables son controlables se obtiene el rango de la matriz de controlabilidad y de acuerdo al resultado se tienen las siguientes opciones:

- rank[Co] = n
- $rank[Co] = n_1 < n$

Donde n es el número de variables del modelo.

Se obtiene la matriz de controlabilidad del CSTR a través de la instrucción *ctrb(A, B)* y sus valores son:

$$Co = \begin{bmatrix} 0.0131 & -0.0299 \\ 1.64 & -2.2323 \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz se obtiene con la instrucción rank(Co), el cual es 2 e igual al número de variables a controlar del proceso (concentración y temperatura).

2.3.2.3. Observabilidad

Se define a un sistema como observable si a partir de una serie de mediciones se puede obtener el estado de las variables del sistema. La matriz de observabilidad se define por (Ecuación 2.44):

$$Ob = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$
 (2.44)

El sistema puede ser totalmente o parcialmente observable, es decir, se podrán observar todas las variables del modelo o una parte de ellas. Para conocer cuántas variables son observable se obtiene el rango de la matriz de observabilidad y de acuerdo al resultado se tienen las siguientes opciones análogas al criterio de controlabilidad:

- rank[0b] = n
- $rank[Ob] = n_1 < n$

Donde n es el número de variables del modelo.

Se obtiene la matriz de observabilidad del CSTR a través de la instrucción *obsv(A, C)* y sus valores son:

$$Ob = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -1.226 & -0.0084 \\ 32.08 & -1.618 \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz se obtiene con la instrucción $rank(\mathbf{0b})$, el cual es 2 e igual al número de variables a observar del proceso.

CAPÍTULO 3

DISEÑO DEL CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO CON SINTONIZACIÓN POR FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

En este capítulo se realiza el diseño del controlador predictivo en base a modelo para el CSTR tomando un modelo lineal de la planta el cual se obtuvo en el capítulo anterior. A partir de este punto se necesitará un modelo discreto porque los algoritmos que se plantean son en tiempo discreto. La sintonización será realizada con el filtro de Kalman en su versión extendida, debido a que el proceso en cuestión es no lineal.

Por lo tanto, se explicará en este capítulo el proceso de la formulación del MPC, el diseño del algoritmo de sintonización con el EKF el cual proporcionará las ponderaciones que requiere la ley de control del MPC tal como se muestra en la Figura 3.1.

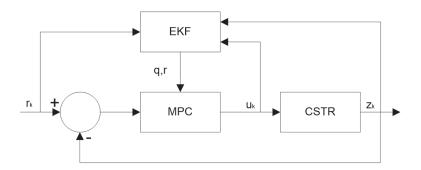


Figura 3.1. Propuesta de control para sintonizar el MPC con el EKF

En el esquema de la figura anterior, el EKF recibe los datos de las señales de referencia r_k , entrada y salida del proceso u_k y z_k para sintonizar la ley de control a través de las ponderaciones del error q y del esfuerzo de control r.

3.1. DISCRETIZACIÓN DEL MODELO LINEAL

En el capítulo anterior, fue necesario encontrar el periodo de muestreo de la planta para obtener la identificación del modelo. Por lo tanto, se parte de que el dato del periodo de muestro es de 0.2 min.

Dado un sistema en tiempo continuo en donde su respuesta dinámica se representa por la forma (Ecuación 3.1):

$$\dot{x}(t) = f(t, x) \tag{3.1}$$

Se puede obtener la solución numérica de la expresión matemática por el método de Euler [38] dada una condición inicial $x(t_0) = x_0$ (Ecuación 3.2):

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + T_0 f(t_k, x(t_k))$$
(3.2)

Donde:

$$T_0 = t_{k+1} - t_k$$

El término T_0 representa el paso de integración para la solución del modelo. En el presente caso, el paso de integración se define por el tiempo de muestreo que se obtuvo para el CSTR.

Por lo tanto, si se toma en cuenta el modelo identificado en espacio de estados de la sección 2.3.1 y se opera la expresión con el algoritmo de Euler se obtendrá (Ecuaciones 3.3, 3.4 y 3.5):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{3.3}$$

$$x_{k+1} = x_k + [Ax_k + Bu_k]T_0 (3.4)$$

$$x_{k+1} = (I + AT_0)x_k + BT_0u_k \tag{3.5}$$

Finalmente, las expresiones en espacio de estado discreto para los estados y las salidas de la planta se observan en las Ecuaciones 3.6 y 3.7:

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \tag{3.6}$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k (3.7)$$

Los valores numéricos de las expresiones matriciales discretizadas para el CSTR se muestran a continuación en 3.8, donde el tiempo de muestreo es de T_{θ} = 0.2 min, como se mencionó en la sección 3.1.

$$A_{d} = \begin{bmatrix} 0.6048 & -0.0035 \\ 15.144 & 0.7986 \end{bmatrix}$$

$$B_{d} = \begin{bmatrix} 0.0360 \\ 1.1796 \end{bmatrix}$$

$$C_{d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.8)

3.2. DISEÑO DEL CONTROL PREDICTIVO EN BASE A MODELO

3.2.1. MODELO DE PREDICCIÓN EN VARIABLES DE ESTADO [4]

El MPC es un algoritmo que se diseña en tiempo discreto, por lo cual, fue necesario encontrar las expresiones en espacio de estados del modelo en el apartado anterior.

Un sistema lineal en espacio de estados discretizado se plantea a través de las siguientes expresiones (Ecuaciones 3.9 y 3.10):

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k (3.9)$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k + d_k \tag{3.10}$$

Donde d_k representa la perturbación en la salida del sistema; como la mayor parte de modelos no tienen acoplamiento directo entre la entrada y la salida, se puede obtener un modelo más simplificado de la expresión de salida con la matriz D_d nula.

Una de las características de los modelos discretos es que son modelos de un paso hacia adelante, es decir, que pueden plantearse como modelos de predicción en un instante hacia el futuro.

De esta manera, se pueden desarrollar la siguiente expresión como modelo de predicción en espacio de estados para un instante hacia el futuro (Ecuación 3.11):

$$y_{k+1} = C_d x_{k+1} + d_{k+1} (3.11)$$

Reemplazando la Ecuación 3.9 en la Ecuación 3.11 se obtiene una nueva expresión en la cual se va a predecir el estado de la salida del sistema para un instante adicional al actual (Ecuación 3.12):

$$y_{k+1} = C_d A_d x_k + C_d B_d u_k + d_{k+1} (3.12)$$

Si bien en cada instante de muestreo se debería tomar un valor de ruido hacia adelante (predicción), se puede considerar por facilidad que (Ecuación 3.13):

$$d_{k+1} = d_k (3.13)$$

Para encontrar predicciones de *n* pasos hacia el futuro, se implemente el procedimiento desarrollado anteriormente de forma recursiva en n veces. Por ejemplo, si se toma un valor de 4 predicciones, las ecuaciones para esos valores se describen como:

$$\chi_{k+1} = A_d \chi_k + B_d u_k \tag{3.9}$$

$$x_{k+2} = A_d x_{k+1} + B_d u_{k+1} (3.14)$$

$$x_{k+3} = A_d x_{k+2} + B_d u_{k+2} (3.15)$$

$$x_{k+4} = A_d x_{k+3} + B_d u_{k+3} (3.16)$$

Realizando el reemplazo recursivo en las expresiones de predicción, se obtiene:

$$\chi_{k+1} = A_d \chi_k + B_d u_k \tag{3.9}$$

$$x_{k+2} = A_d^2 x_k + A_d B_d u_k + B_d u_{k+1} (3.17)$$

$$x_{k+3} = A_d^3 x_k + A_d^2 B_d u_k + A_d B_d u_{k+1} + B_d u_{k+2}$$
(3.18)

$$x_{k+4} = A_d^4 x_k + A_d^3 B_d u_k + A_d^2 B_d u_{k+1} + A_d B_d u_{k+2} + B_d u_{k+3}$$
(3.19)

Tomando en cuenta las expresiones para la predicción de estados, existe un patrón en común lo cual sirve para plantear una expresión general que muestre predicciones de n estados (Ecuación 3.20):

$$x_{k+n} = A_d^n x_k + A_d^{n-1} B_d u_k + A_d^{n-2} B_d u_{k+1} + \dots + A_d B_d u_{k+n-2} + B_d u_{k+n-1}$$
 (3.20)

Se realiza la predicción de las salidas del sistema de la misma forma como se procedió a la predicción de estados. Las Ecuaciones 3.12 y 3.13 son la base para la elaboración de las predicciones, por lo tanto, la expresión genérica para encontrar la predicción de las salidas n pasos hacia el futuro es (Ecuación 3.21):

$$y_{k+n} = C_d A_d^n x_k + C_d (A_d^{n-1} u_k + A_d^{n-1} B_d u_k + A_d^{n-2} B_d u_{k+1} + \dots + A_d B_d u_{k+n-2} + (3.21)$$

$$B_d u_{k+n-1}) + d_k$$

Cuando se trata modelos de predicción, la literatura ofrece una notación definida para citar a los instantes en los cuales se realiza la predicción y para qué instante se ha hecho la predicción. Por ejemplo, la siguiente expresión de predicción:

$$\chi_{k+4|k}$$

Indica que se realiza la predicción del estado en el instante k + 4 a partir del instante k. Otro ejemplo se muestra a continuación:

$$x_{k+6|k+2}$$

Se realiza la predicción del estado en el instante k + 6 a partir del instante k + 2.

Con esta explicación, se resumen los modelos de predicción de estados y salidas a través de las Ecuaciones 3.20 y 3.21:

$$x_{k+n|k} = A_d^n x_k + A_d^{n-1} B_d u_{k|k} + A_d^{n-2} B_d u_{k+1|k} + \dots + A_d B_d u_{k+n-2|k}$$
$$+ B_d u_{k+n-1|k}$$

$$y_{k+n|k} = C_d A_d^n x_k + C_d \left(A_d^{n-1} u_{k|k} + A_d^{n-1} B_d u_{k|k} + A_d^{n-2} B_d u_{k+1|k} + \dots + A_d B_d u_{k+n-2|k} + B_d u_{k+n-1|k} \right) + d_k$$

Con estas expresiones, se visualiza las variables que van a ser predichas y las variables que van a ser medidas en un instante k dado. Las variables futuras se componen de un número dado de señales de entrada que se cuantificar por el parámetro conocido como horizonte de control.

Se puede agrupar el conjunto de ecuaciones de predicción en vectores y matrices para obtener modelos más simplificados (Ecuación 3.22):

$$\begin{bmatrix} x_{k+1|k} \\ x_{k+2|k} \\ \vdots \\ x_{k+n|k} \end{bmatrix} = x_{k+1}$$

$$(3.22)$$

Donde:

 \underline{x}_{k+1} Vector de predicción de estados

El vector de predicción de estados presenta una flecha hacia la derecha en su notación que indica que los valores de aquel elemento son a futuro.

A partir de las ecuaciones de predicción de estados se puede agrupar términos para simplificar expresiones y obtener el siguiente modelo matricial de predicción de estados (Ecuación 3.23):

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} A_d \\ A_d^2 \\ \vdots \\ A_d^n \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} B_d & 0 & 0 & 0 \\ A_d B_d & B_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{n-1} B_d & A_d^{n-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k|k} \\ u_{k+1|k} \\ \vdots \\ u_{k+n-1|k} \end{bmatrix}$$
(3.23)

También se puede mostrar la expresión matricial anterior en términos más simplificados a través de la Ecuación 3.24:

$$\underline{x}_{k+1} = P_x x_k + H_x \underline{u}_k \tag{3.24}$$

Donde:

$$P_{x} = \begin{bmatrix} A_{d} \\ A_{d}^{2} \\ \vdots \\ A_{n}^{n} \end{bmatrix}$$

$$H_{x} = \begin{bmatrix} B_{d} & 0 & 0 & 0 \\ A_{d}B_{d} & B_{d} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{d}^{n-1}B_{d} & A_{d}^{n-2}B_{d} & \cdots & B_{d} \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}_{k} = \begin{bmatrix} u_{k|k} \\ u_{k+1|k} \\ \vdots \\ u_{k+n-1|k} \end{bmatrix}$$

Con respecto a las predicciones de la ecuación de salida, se realiza un procedimiento análogo al anterior (Ecuación 3.25):

$$y_{\perp k+1} = \begin{bmatrix} C_d A_d \\ C_d A_d^2 \\ \vdots \\ C_d A_d^n \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} C_d B_d & 0 & 0 & 0 \\ C_d A_d B_d & C_d B_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_d A_d^{n-1} B_d & C_d A_d^{n-2} B_d & \cdots & C_d B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k|k} \\ u_{k+1|k} \\ \vdots \\ u_{k+n-1|k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_k \\ d_k \\ \vdots \\ d_k \end{bmatrix}$$
(3.25)

Y su expresión simplificada se aprecia en la Ecuación 3.26:

$$y_{k+1} = Px_k + Hu_k + Ld_k \tag{3.26}$$

$$P = \begin{bmatrix} C_d A_d \\ C_d A_d^2 \\ \vdots \\ C_d A_d^n \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} C_{d}B_{d} & 0 & 0 & 0 \\ C_{d}A_{d}B_{d} & C_{d}B_{d} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{d}A_{d}^{n-1}B_{d} & C_{d}A_{d}^{n-2}B_{d} & \cdots & C_{d}B_{d} \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}_{k} = \begin{bmatrix} u_{k|k} \\ u_{k+1|k} \\ \vdots \\ u_{k+n-1|k} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Se observa que en las ecuaciones de estados y de salidas hay una dependencia de la medición de las variables actuales del proceso x_k y de la predicción de las variables futuras de control \underline{u}_k . El modelo simplificado variará el tamaño de sus vectores y matrices de acuerdo al horizonte de predicción Np y al horizonte de control Nu.

3.2.2. ÍNDICE DE RENDIMIENTO

El índice de rendimiento es una expresión que se encarga de tomar en cuenta criterios que serán optimizados para encontrar la ley de control. Estos criterios comúnmente están relacionados con el error del modelo el cual se busca que sea mínimo. Sin embargo, el control predictivo es versátil en este tema, debido a que se puede implementar otros criterios en el índice de rendimiento que tengan que ver con el manejo del proceso como el esfuerzo de control o la variación del esfuerzo de control con sus respectivas ponderaciones (Ecuación 3.27).

$$J = \sum_{k=0}^{n} (Qe_{k+1}^{2} + R(u_{k})^{2} + S(\Delta u_{k})^{2})$$
(3.27)

- ullet $e_{{\scriptscriptstyle k+1}}$ es el error de una o varias variables del modelo.
- u_k es el esfuerzo de control

- Δu_{ν} es la variación del esfuerzo de control.
- *Q* es el valor de la ponderación para el error
- R es el valor de la ponderación el esfuerzo de control
- S es el valor de la ponderación para la variación del esfuerzo de control

Además, el criterio que se escoja para formalizar el índice de rendimiento puede ser ampliado para un mayor número de variables, lo cual en el presente proyecto será útil para el control de temperatura y concentración del CSTR.

El modelo del proceso que se obtuvo en el proceso de identificación se encuentra en espacio de estados, por lo cual, es conveniente cambiar la forma de presentar el índice de rendimiento [4]. El cambio consiste en cambiar las variables de estado por sus respectivas desviaciones, lo cual hace que el controlador, tenga implícitamente una parte integral [4].

Por consiguiente, las variables de estado del modelo se representarán por (Ecuación 3.28):

$$\widetilde{x}_k = x_k - x_{ss} \tag{3.28}$$

Donde:

- \widetilde{x}_{k} es el valor de la desviación de la variable de estado
- x_k es el valor actual de la variable de estado
- x_{ss} es el valor en estado estable de la variable de estado

Se realiza el mismo procedimiento para los valores de la señal de control. Pero hay que tomar en cuenta que el incremento del esfuerzo de control es reemplazado por el esfuerzo de control [4] para el modelo en variables de estado. Por lo tanto, se obtendrá la Ecuación 3.29:

$$\widetilde{\underline{u}}_{k} = \underline{u}_{k} - u_{ss} \tag{3.29}$$

- \widetilde{u}_{k} es el valor de la desviación de la señal de control a futuro
- <u>μ</u>_k es el valor de la señal de control a futuro
- u_{ss} es el valor en estado estable de la señal de control

Además, se fijan penalizaciones en el error y en la desviación de la variable de control formulando un nuevo índice de rendimiento a través de la Ecuación 3.30:

$$J = \underline{e}_{k+1}^T Q \underline{e}_{k+1} + \underline{\widetilde{\mu}}_k^T R \underline{\widetilde{\mu}}_k$$
 (3.30)

3.2.3. LEY DE CONTROL

A partir de la Ecuación 3.30 se expande el término del error en función de los componentes del MPC (Ecuación 3.31):

$$J = [P_x \widetilde{x}_k + H_x \widetilde{u}_k]^T Q [P_x \widetilde{x}_k + H_x \widetilde{u}_k] + \widetilde{u}_k^T R \widetilde{u}_k$$
(3.31)

Donde la expresión del error es la desviación de los valores de las variables de estado del MPC (Ecuación 3.32), que se obtiene a partir de la Ecuación 3.24:

$$e_{\overrightarrow{k}+1} = P_x \widetilde{x}_k + H_x \widetilde{u}_k \tag{3.32}$$

Se realiza la factorización de términos para obtener una expresión más simplificada:

$$J = \left[(P_x \widetilde{x}_k)^T Q + (H_x \widetilde{u}_k)^T Q \right] \left[P_x \widetilde{x}_k + H_x \widetilde{u}_k \right] + \widetilde{\underline{u}}_k^T R \widetilde{\underline{u}}_k$$
(3.33)

$$J = (P_x \widetilde{x}_k)^T Q(P_x \widetilde{x}_k) + (P_x \widetilde{x}_k)^T Q(H_x \widetilde{u}_k) + (H_x \widetilde{u}_k)^T Q(P_x \widetilde{x}_k) + (H_x \widetilde{u}_k)^T Q(H_x \widetilde{u}_k) + \underbrace{\widetilde{u}_k}^T R \widetilde{\underline{u}}_k$$

$$(3.34)$$

Finalmente, se obtiene la expresión del índice de rendimiento a optimizar después de la operación algebraica de algunos términos del índice de rendimiento (Ecuación 3.35):

$$\underbrace{\min_{\widetilde{\mathcal{U}}_{k}} J \equiv \min_{\widetilde{\mathcal{U}}_{k}} \widetilde{\mathcal{U}}_{k}^{T} \left[H_{x}^{T} Q H_{x} + R \right] \widetilde{\mathcal{U}}_{k} + 2 H_{x}^{T} Q \left[P_{x} \widetilde{x}_{k} \right] \widetilde{\mathcal{U}}_{k} + \left(P_{x} \widetilde{x}_{k} \right)^{T} Q \left(P_{x} \widetilde{x}_{k} \right) }$$
(3.35)

El valor óptimo de una función se obtiene con la primera derivada de la expresión e igualándola a cero. Por lo cual, si se deriva la expresión 3.34 se obtendrá la Ecuación 3.36:

$$\frac{\partial J}{\partial \widetilde{u}_{k}} = 2 \left[H_{x}^{T} Q H_{x} + R \right] \widetilde{\underline{u}}_{k} + 2 H_{x}^{T} Q P_{x} \widetilde{x}_{k} = 0$$
(3.36)

En dónde el valor óptimo de la desviación de la señal de control se muestra es (Ecuación 3.37):

$$\widetilde{\underline{u}}_{k} = -\left[H_{x}^{T}QH_{x} + R\right]^{-1}H_{x}^{T}QP_{x}\widetilde{x}_{k}$$
(3.37)

No obstante, el controlador debe recibir el valor de la señal de control y no su desviación, por tanto, se despeja el valor de la variable de control (Ecuación 3.38).

$$\underline{u}_{k} = -[H_{x}^{T}QH_{x} + R]^{-1}H_{x}^{T}QP_{x}\widetilde{x}_{k} + u_{ss}$$
(3.38)

3.2.4. RESTRICCIONES

El control predictivo en base a modelo posee la ventaja de incorporar restricciones en el índice de rendimiento, de esta manera, se puede calcular un nuevo valor óptimo de la ley de control tomando en cuenta que la salida de este no supere los límites máximos permitidos a la entrada de la planta.

Para el planteamiento de restricciones, se debe tomar en cuenta el modelo de la programación cuadrática [39]. Esté método numérico opta por la minimización de una función de segundo orden, la cual ya se obtuvo a partir de la Ecuación 3.35, en la formulación del índice de rendimiento.

$$J = \underbrace{\min}_{\underline{\widetilde{u}}_{k}} \underbrace{\widetilde{u}}_{k}^{T} \Big[H_{x}^{T} Q H_{x} + R \Big] \underline{\widetilde{u}}_{k} + 2 H_{x}^{T} Q \Big[P_{x} \widetilde{x}_{k} \Big] \underline{\widetilde{u}}_{k} + (P_{x} \widetilde{x}_{k})^{T} Q (P_{x} \widetilde{x}_{k})$$
(3.35)

Las restricciones se caracterizan porque en un sistema se pueden presentar los siguientes casos en los cuales los valores deben encontrarse:

- Inferiores a un límite.
- Superiores a un límite.
- Comprendidos en un rango.

Se aprovecha el planteamiento matemático de la función cuadrática debido a que esta puede presentar un punto de inflexión mínimo o máximo. En este caso, se espera encontrar un punto mínimo que significará que se ha encontrado el valor óptimo de una variable, que para el control predictivo, será el valor óptimo de la señal de control.

Por otra parte, el valor óptimo que se desea encontrar puede verse afectado por la implementación de restricciones, las cuales componen condiciones en las cuales ciertas variables no deben sobrepasar esos valores, en el caso del MPC, aquellas condiciones se basan en rangos de operación de la señal que entra el proceso y en rangos de variabilidad de la salida las cuales toman en cuenta condiciones de seguridad.

Por lo tanto, se definen las restricciones a partir de la siguiente inecuación en 3.39:

$$C_u \widetilde{\underline{u}}_k \le d_u \tag{3.39}$$

Donde:

- C_u es la matriz de coeficientes de correspondientes a las variaciones del esfuerzo de control.
- d_u son los valores límite de las restricciones

Los valores que imponen las restricciones hacen que el punto óptimo tenga que desplazarse espacialmente para no superar los límites impuestos en el diseño del controlador. Por lo cual, hay que tomar en cuenta otro método de optimización del índice del rendimiento [4].

Los límites para la señal de control se definen por:

$$\underline{\widetilde{u}} \le \underline{\widetilde{u}}_k \le \overline{\widetilde{u}}, \quad \forall k$$
 (3.40)

 $\overline{\widetilde{u}}$ es el límite superior de la desviación de la señal de control: 20 mA - $\underline{\widetilde{u}}_{_k}$

 $\underline{\widetilde{u}}$ es el límite inferior de la desviación de la señal de control: 4mA - $\underline{\widetilde{u}}_{_{A}}$

Por lo tanto, las restricciones de la señal de control predichas hasta cierto horizonte de predicción se muestran en la Ecuación 3.41 y su equivalente en matriz en la Ecuación 3.42.

$$\underbrace{\widetilde{u}}_{k} \leq \overline{\widetilde{u}} \\
\widetilde{u}_{k+1} \leq \overline{\widetilde{u}} \\
\vdots \\
\underbrace{\widetilde{u}}_{kn_{u}-1} \leq \overline{\widetilde{u}} \\
-\overline{\widetilde{u}}_{k} \leq -\widetilde{u} \\
-\overline{u}_{k+1} \leq -\widetilde{u} \\
\vdots \\
-\overline{u}_{k+n_{u}-1} \leq -\overline{u}$$
(3.41)

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 1 \\
-1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & -1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix}
\widetilde{u} \\
\widetilde{u} \\
\vdots \\
\widetilde{u} \\
-\widetilde{u} \\
-\widetilde{u} \\
-\widetilde{u} \\
\vdots \\
-\widetilde{u}
\end{bmatrix}$$
(3.42)

Finalmente, la programación cuadrática tomará los valores de la Ecuación 3.35. Se ingresarán en el método los valores de los coeficientes de la señal de control C_u y los valores de d_u que componen las restricciones de modo que se pueda encontrar un punto óptimo para la señal de control.

3.3. PROPUESTA DEL ESQUEMA DE CONTROL

El modelo propuesto para la sintonización del controlador predictivo a través del filtro extendido de Kalman aplicado en el CSTR se mostró en la Figura 3.1, en la cual se sigue el trabajo desarrollado por [40]

En el trabajo desarrollado por [40], se realizó el diseño de un algoritmo de sintonización de un controlador PID + Difuso a través de un filtro de Kalman no lineal robusto aplicado a un sistema electroneumático. El trabajo fue de gran impacto de modo que existieron propuestas parecidas como [41], en el cual se aplica el mismo procedimiento al control de un motor DC. Tomando como base la mima lógica, se plantea el algoritmo de Kalman en el presente proyecto de titulación de la siguiente manera: se realiza un cambio en las ecuaciones de predicción y corrección de estados tomando en cuenta que el sistema que tiene que estimar el EKF es el controlador + planta (Figura 3.2).

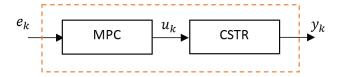


Figura 3.2. Sistema completo que en el cual se implementará el EKF

En el sistema completo, la entrada será el error e_k que se origina por la diferencia entre las referencias y las variables de salida del CSTR y la salida serán también las variables de salida del proceso y_k .

La optimización del control predictivo basado en modelo es un problema óptimo en el cual se minimiza el error estimado que existe entre la señal de salida de la planta y la señal de salida estimada de la planta (Ecuación 3.43).

$$\hat{e}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{y}_k \tag{3.43}$$

Los estados involucrados en el algoritmo de Kalman son las ponderaciones que deben darse al esfuerzo de control y a las variables de estado. Sin embargo, como se está diseñando el MPC con una estructura basada en espacio de estados, hay que tomar en cuenta que las ponderaciones están relacionadas a las desviaciones de la señal de control y a las desviaciones de las variables de estado respectivamente.

Las variables de estado estimadas del EKF son (Ecuación 3.44):

$$\widehat{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{q}_k \, \mathbf{r}_k]^T \tag{3.44}$$

Los valores de q_k y r_k se estiman continuamente en línea, por lo cual estos no son constantes hasta que el EKF pueda converger.

Los parámetros a estimar son las ponderaciones que se dan al error y al esfuerzo de control. El MPC tiene otros parámetros de sintonización como lo son el horizonte de predicción y el horizonte de control, pero se ha establecido un vector de estados menos complejo tomando en cuenta que los valores que se van a implementar para los horizontes de predicción y control son de uno [20].

Por lo tanto las ecuaciones de actualización y corrección de estados son, como se observó en el Capítulo 1, son:

Actualización

$$\widehat{x}_k^- = \widehat{x}_{k-1} + w_k$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T$$

Corrección

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_{wk} V_k^T)^{-1}$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

$$\widehat{x}_k = \widehat{x}_k^- + K_k (z_k - y_k)$$

La función no lineal h (Ecuación 3.45) se compone de la expresión lineal de la planta y de la ecuación de la ley de control, en las Ecuaciones 3.9, 3.10 y 3.38, respectivamente.

$$h = f(u_k, y_k, Q, R)$$
 (3.45)

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \tag{3.9}$$

$$y_k = C_d x_k \tag{3.10}$$

$$\underline{u}_{k} = -[H_{x}^{T}QH_{x} + R]^{-1}H_{x}^{T}QP_{x}\widetilde{x}_{k} + u_{ss}$$
(3.38)

La linealización de h proporcionará como resultado la matriz H (Ecuación 3.46), en la cual sus elementos que la forman son el resultado de las derivadas parciales.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(q, u_k)}{\partial q} & \frac{\partial h(q, u_k)}{\partial r} \\ \frac{\partial h(r, u_k)}{\partial q} & \frac{\partial h(r, u_k)}{\partial r} \end{bmatrix}$$
(3.46)

Por lo tanto, se deben desarrollar cada uno de los términos de H de la siguiente forma (Ecuaciones 3.47 - 3.50):

$$H_{11} = \frac{\partial h(q, u_k)}{\partial a} = \frac{\partial y_1}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial a}$$
(3.47)

$$H_{12} = \frac{\partial h(q, u_k)}{\partial r} = \frac{\partial y_1}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial r}$$
(3.48)

$$H_{21} = \frac{\partial h(r, u_k)}{\partial q} = \frac{\partial y_2}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial q}$$
(3.49)

$$H_{22} = \frac{\partial h(r, u_k)}{\partial r} = \frac{\partial y_2}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial r}$$
(3.50)

Las expresiones de las derivadas parciales de las salidas con respecto a la señal de control (Ecuaciones 3.51 y 3.52) se obtienen del modelo lineal identificado del proceso (Ecuación 3.6):

$$\frac{\partial y_1}{\partial u_k} = \frac{\partial y}{\partial u_k}(y_1, u_k) = 0.0360 \tag{3.51}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial u_k} = \frac{\partial y}{\partial u_k}(y_2, u_k) = 1.1796 \tag{3.52}$$

Las expresiones de las derivadas parciales de la señal de control con respecto a los valores de las ponderaciones (Ecuaciones 3.53 y 3.54), se obtienen de la expresión de la ley de control del MPC sin restricciones (Ecuación 3.37):

$$\frac{\partial u_k}{\partial q} = -[H_x^T Q H_x + R]^{-2} H_x^T P_x \widehat{x}_k [H_x^T Q H_x + R] - H_x^T H_x [H_x^T Q P_x \widehat{x}_k] (q, r)$$
(3.53)

$$\frac{\partial u_k}{\partial r} = [H_x^T Q H_x + R]^{-2} [H_x^T Q P_x \widehat{x}_k](q, r)$$
(3.54)

No hay que olvidar que los valores de las ponderaciones para las variables y el esfuerzo de control son matriciales. Sin embargo, el EKF calcula valores escalares, por lo cual se toman en cuenta las Ecuaciones 3.55 y 3.56 para adecuar estos valores a la ley de control del MPC.

$$Q = q \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

$$R = r \tag{3.56}$$

En resumen, en la Figura 3.3 se muestra el proceso del cálculo de la ley de control del MPC y su sintonización a través de las expresiones del EKF.

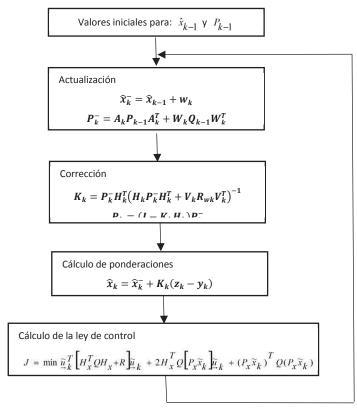


Figura 3.3. Control del CSTR a través del MPC y el EKF

CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y RESULTADOS

En este capítulo se realiza la implementación en SIMULINK del proceso que comprende la planta, el controlador y el filtro de extendido de Kalman. Una vez llevado a cabo la fase de programación, se realizará pruebas en el controlador ante diferentes situaciones como el desempeño del MPC en el punto de operación, pruebas ante señales de ruido, pruebas ante perturbaciones y variaciones de la referencia.

Finalmente, se obtendrá el desempeño del controlador implementado en valores numéricos a través de la integral del error absoluto.

El sistema completo se muestra en la Figura 4.1, donde se aprecian los bloques de la planta, el controlador, el filtro extendido de Kalman, entre otros.

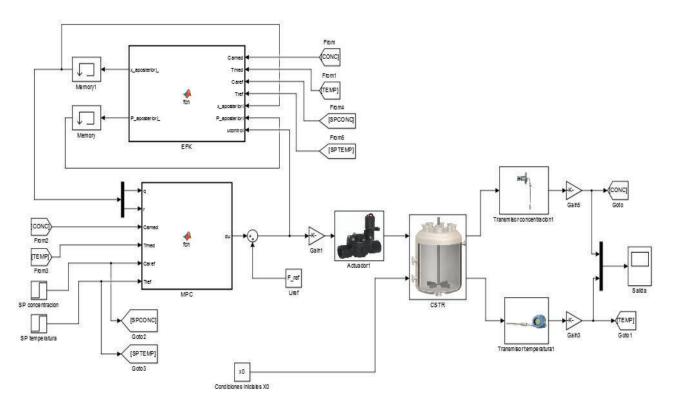


Figura 4.1. Simulación del CSTR implementada en SIMULINK

4.1. MPC + EKF SIN RESTRICCIONES

4.1.1. RESPUESTA ANTE UNA SEÑAL PASO EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

Las salidas observables del proceso son la temperatura del reactor y la concentración, como previamente se había acordado en el Capítulo 2. Por lo tanto, la respuesta del sistema en el punto de trabajo de $T=312.7^{\circ}K$ y $C_a=0.9519mol/L$ [19] es (Figura 4.2):

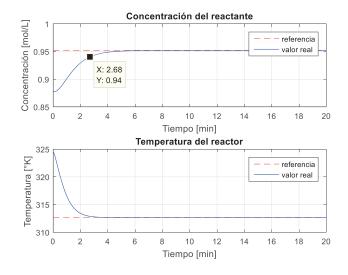


Figura 4.2. Respuesta del controlador ante una señal paso

En la Figura 4.2 se aprecia que el sistema ha llegado a los valores objetivos establecidos con un tiempo de establecimiento de 2.68 min.

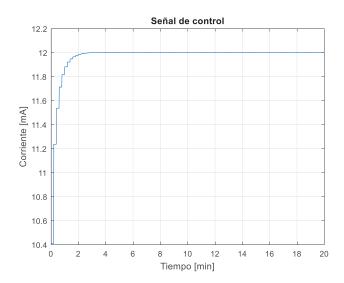


Figura 4.3. Señal de control sin restricciones

La señal de control de muestra en la Figura 4.3, en donde se muestra la variación de la corriente a la entrada de la válvula de control.

Se puede apreciar que la señal tiene un incremento brusco referido a la parte dinámica del proceso, en el cual, se trata de alcanzar la referencia lo más pronto posible. Sin embargo, la magnitud con la que cambia la señal de control no supera los límites establecidos a la entrada del convertidor I/P de 4 - 20mA a la entrada.

También, es importante analizar el tiempo de procesamiento del algoritmo (TPA). Este es un concepto que mide cuánto se tarda la lógica de control en entregar la señal de entrada al proceso. Lo que se busca establecer con este análisis es la vialidad de la implementación del sistema de control ante un tiempo de muestreo dado.

El MPC se caracteriza por presentar una carga computacional alta y si el tiempo de procesamiento del controlador es mayor que el tiempo de muestreo del sistema, las señales generadas por el control predictivo ingresarán a la planta en tiempos de muestreo que no son acordes a la respuesta y de esta forma no se hará un adecuado control del proceso.

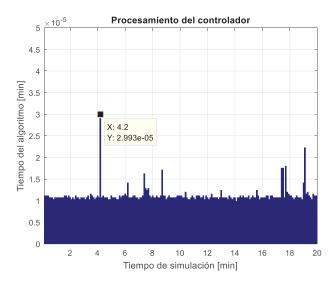


Figura 4.4. TPA del controlador sin restricciones

Por lo tanto, el TPA se muestra en la Figura 4.4 en donde se visualiza en el eje de las abscisas los intervalos de muestreo y en el eje de las ordenadas el tiempo de duración del cómputo del algoritmo para cada uno de los instantes de muestreo.

El valor de tiempo más alto producido en la concepción de la señal de control es de 2.99x10⁻⁵ min lo cual no supera el valor del tiempo de muestreo predeterminado de 0.2 min. Además, los valores predichos por el filtro extendido de Kalman se muestran en la Figura 4.5, en donde se aprecia las ponderaciones para la señal del error y el esfuerzo de control:

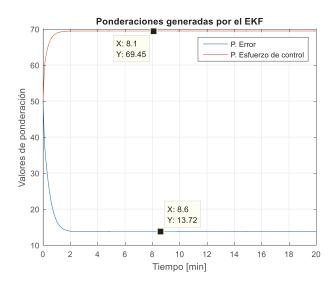


Figura 4.5. Ponderaciones estimadas por el EKF

Los valores de las ponderaciones en estado estable generados por el filtro son:

Ponderación del error = 13.72

Ponderación del esfuerzo de control = 69.45

Finalmente, se aplica el índice de la integral del error absoluto (IEA) que es un criterio que se caracteriza por ser adecuado en la evaluación de sistemas que no son altamente sub ni sobreamortiguados [42].

La relación matemática que obtiene el coeficiente numérico de desempeño se muestra en (Ecuación 4.1):

$$IEA = \int_{0}^{\infty} |e(t)| dt \tag{4.1}$$

Por lo tanto, al implementar este criterio en el MPC + EKF sin restricciones, se obtiene el siguiente valor (Ecuación 4.2):

$$IEA = 11.37$$
 (4.2)

El valor de *IEA* obtenido se contrastará con el MPC + EKF con restricciones para determinar cuál de ellos tiene un menor índice, lo cual significará, un mejor desempeño en la corrección del error.

4.1.2. RESPUESTA ANTE EL RUIDO

Otro parámetro que se toma en cuenta en este estudio es el efecto del ruido hacia el algoritmo del EKF. Tomando como referencia el trabajo de [46], el ruido que se implementa en la planta es blanco de tipo gaussiano. Este tipo de perturbación se caracteriza por tener un valor medio de cero y una distribución de probabilidad normal [45]. En [46], la desviación estándar (σ) de la señal se implementa un valor de σ = 0.001 en las señales que ingresan a los instrumentos de medida de concentración y temperatura del reactante.

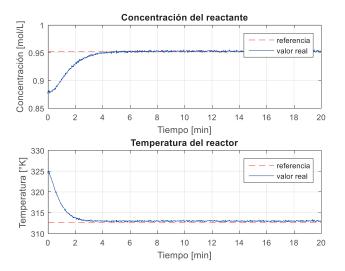


Figura 4.6. Respuesta del CSTR con influencia del ruido

Debido a que el ruido es una señal aleatoria, el cálculo del EKF seguirá en marcha para obtener nuevos valores de las ponderaciones que debe llevar consigo el MPC y de esta forma seguir compensando la diferencia entre la referencia y el valor actual de la planta. De modo que la respuesta del controlador ante el ruido se aprecia en la Figura 4.6.

La señal de control se observa en la Figura 4.7, donde se aprecia el efecto del ruido en la generación de la corriente a la entrada del actuador:

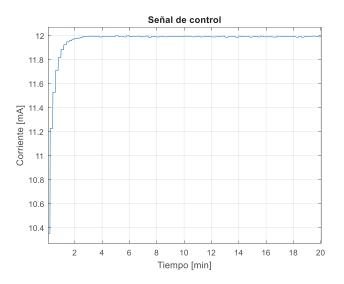


Figura 4.7. Señal de control ante la influencia del ruido

La valoración del desempeño del controlador ante el ruido se realiza a través de la integral del error absoluto, obteniendo el siguiente valor (Ecuación 4.3):

$$IEA = 17.29$$
 (4.3)

4.1.3. RESPUESTA ANTE PERTURBACIONES

Las perturbaciones en el CSTR se implementan a partir del modelo desarrollado en [43], en el cual, se describen los valores para las perturbaciones en la concentración molar y en la temperatura a través de las Ecuaciones 4.4 y 4.5:

$$d_1 = \frac{(c_{Ai} - c_{A0})}{c_{A0}} \tag{4.4}$$

$$d_2 = \frac{(T_i - T_0)}{T_0} \tag{4.5}$$

$$d_1 = \frac{(1 - 0.8772)}{0.8772} = 0.14 \tag{4.6}$$

$$d_2 = \frac{(350 - 324.5)}{324.5} = 0.078 \tag{4.7}$$

Por lo tanto, la perturbación que se implementa el sistema es un porcentaje de la señal paso para cada una de las variables del CSTR. La señal paso se toma desde las condiciones iniciales del reactor hasta la referencia que representa el punto de trabajo de la planta. Por esta razón, los valores de perturbación a implementarse se muestran en las Ecuaciones 4.8 y 4.9:

$$D_1 = 0.14(0.8773 - 0.9519) = -0.01 L/mol$$
 (4.8)

$$D_2 = 0.078(324.47 - 312.7) = 0.918 \,{}^{\circ}K \tag{4.9}$$

Además, la señal implementada como perturbación es de tipo paso en el tiempo de 5 min, durante un minuto para ambas variables, la concentración y la temperatura. La perturbación representa la entrada de flujo a una concentración y temperatura propias del fluido y diferentes a la del reactante tratado al interior del tanque, de tal modo que esta perturbación se añade al modelo del proceso en ecuaciones diferenciales tal como lo presenta el trabajo de [43]. La respuesta del CSTR ante la perturbación se aprecia en la Figura 4.8:

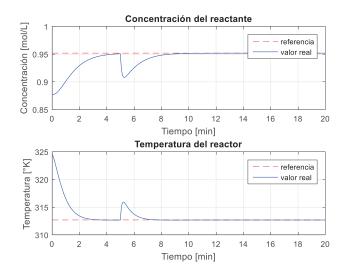


Figura 4.8. Respuesta del CSTR ante la influencia de una perturbación

La señal de control se observa en la Figura 4.9, donde se aprecia el efecto de la perturbación en la corriente que se dirige al actuador:

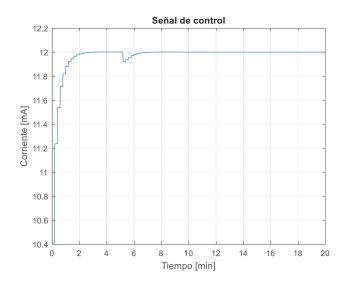


Figura 4.9. Señal de control ante la influencia de una perturbación

Y la integral del error absoluto se muestra en la Ecuación 4.10:

$$IEA = 13.89$$
 (4.10)

Finalmente, se aprecia en la Figura 4.10 las variaciones de la señal de las ponderaciones.

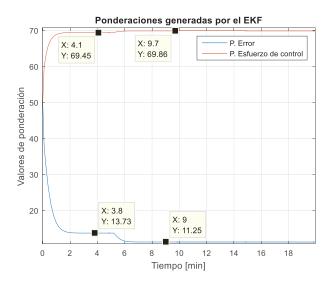


Figura 4.10. Cálculo de las ponderaciones con el efecto de perturbación

Los valores de las ponderaciones son estimados nuevamente después de la presencia de la perturbación. Por lo tanto, se evidencia la forma de cálculo de las ponderaciones en línea que se ha implementado en este proyecto.

4.2. MPC + EKF CON RESTRICCIONES

El control predictivo con restricciones implementado en SIMULINK tiene una variante en la relación al MPC sin restricciones, la inclusión del algoritmo de la programación cuadrática para la resolución del índice de rendimiento con restricciones. Los valores que componen las restricciones son los límites establecidos por el convertidor I/P de 4-20mA.

4.2.1. RESPUESTA ANTE UNA SEÑAL PASO EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

En la Figura 4.11 se muestra la respuesta de las variables del CSTR:

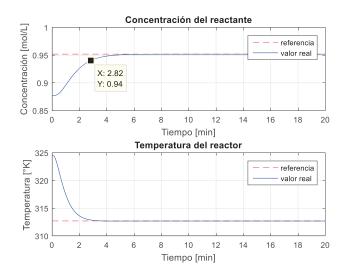


Figura 4.11. Respuesta del CSTR ante una señal paso

El tiempo de establecimiento es mayor al presentado en la simulación sin restricciones. Por otra parte, el valor en estado estable cumple el objetivo de llegar al punto de operación.

La respuesta de la señal de control se aprecia en la Figura 4.12:

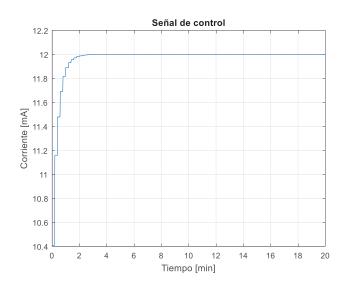
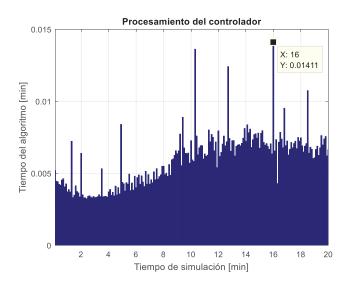


Figura 4.12. Señal de control ante la señal paso

Se observa que el cambio de la señal sigue el patrón del ejemplo implementado en la simulación sin restricciones debido a que en ningún momento supera el valor máximo de control al llevar al proceso al punto de operación.



En la Figura 4.13, se observa el TPA del MPC con restricciones:

Figura 4.13. TPA ante una señal paso

Se confirma que el TPA ha sufrido un incremento por la implementación de restricciones en el índice de rendimiento. Los valores de tiempo no varían de manera uniforme como en el MPC sin restricciones debido a que la programación cuadrática debe encontrar un valor mínimo el cual satisface las condiciones impuestas al índice de rendimiento y para ello necesitará más o menos iteraciones. Por otra parte, el tiempo más alto encontrado en la resolución del algoritmo es de 0.014 min lo cual no sobrepasa el tiempo de muestreo del proceso de 0.2 min.

Los valores de las ponderaciones para el error y el esfuerzo de control obtenidos del EKF se muestran en la Figura 4.14:

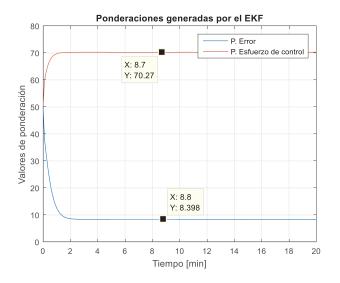


Figura 4.14. Predicciones de las ponderaciones por el EKF

Las predicciones en estado estable del filtro son:

Ponderación del error = 8.398

Ponderación del esfuerzo de control = 70.27

Por último, el índice de la integral del error absoluto obtenido en la Ecuación 4.11:

$$IEA = 13.04$$
 (4.11)

Este valor es mayor al obtenido en el MPC + EKF sin restricciones debido a que la variación de la señal de control en el tiempo transitorio no es tan agresiva y por lo tanto no trata de corregir el error rápidamente debido al tiempo procesamiento del algoritmo de la programación cuadrática.

4.2.2. RESPUESTA ANTE EL RUIDO

Se implementa los valores del ruido de la misma forma que lo realizado en el caso anterior, con el controlador sin restricciones. Por lo tanto, el CSTR controlado por el MPC + EKF con restricciones presenta en la Figura 4.15 la respuesta ante el ruido:

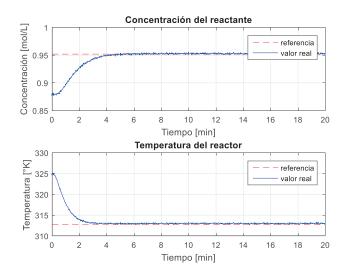


Figura 4.15. Respuesta del CSTR ante la influencia del ruido

La señal de control generada se aprecia en la Figura 4.16, la cual se encuentra bajo el efecto del ruido:

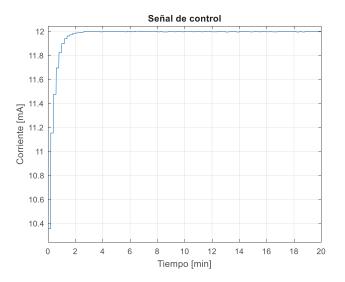


Figura 4.16. Señal de control ante la influencia del ruido

La integral del error absoluto se muestra en la Ecuación 4.12:

$$IEA = 18.89$$
 (4.12)

4.2.3. RESPUESTA ANTE PERTURBACIONES

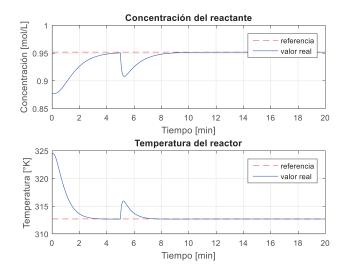


Figura 4.17. Respuesta del CSTR ante la influencia de una perturbación

La implementación de las perturbaciones en las variables del CSTR se hace de la misma manera que lo realizado en el controlador sin restricciones. De modo que la respuesta del CSTR ante perturbaciones se muestra en la Figura 4.17.

La señal de control respectiva se aprecia en la Figura 4.18:

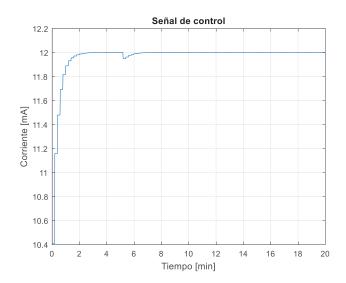


Figura 4.18. Señal de control ante la influencia de una perturbación

La integral del error absoluto en este caso, se observa en la Ecuación 4.113:

$$IEA = 15.53$$
 (4.13)

Como se puede observar con el dato del IEA este valor es mayor con respecto al obtenido en el caso de la implementación del ruido en la planta debido a que la perturbación es compensada después de los 5 min mientras que el ruido permanece durante todo el tiempo de simulación.

Los cambios en las ponderaciones debido al efecto de la perturbación se muestra en la Figura 4.19.

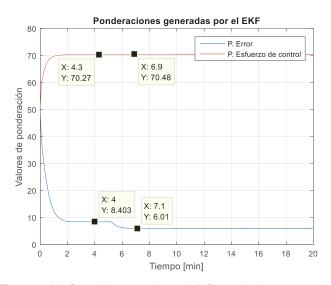


Figura 4.19. Señal de control ante la influencia de una perturbación

Se vuelven a calcular los valores de las ponderaciones tal como sucedió en el caso del MPC sin restricciones al tiempo de 5 min.

4.3. VARIACIONES DE LA REFERENCIA

Se realiza la variación de la referencia de temperatura para probar la robustez del controlador ante variaciones del punto de trabajo cerca del valor de operación. En la industria química, se genera una gran gama de productos en un CSTR el cual trabaja desde temperaturas bajas de 278°K para producir *alquilato* (uno de los componentes de la gasolina) hasta 723°K en la producción de *ácido o-metil benzoico* (sustancia que conserva los alimentos con ph ácido protegiéndolos del moho) [44]. En el CSTR del presente estudio, se varía la temperatura del reactor en un valor de ±10°K, es decir entre 302.7 y 322.7, pero de acuerdo al modelo de [22], la variación tendrá un pequeño cambio de 304.2 hasta 324.5 para evitar que el reactor trabaje un puntos donde el proceso tienda a ser inestable, existen varias opciones para tratar reactantes en este

rango de operación, como lo es el *glicerol* (producto en la elaboración del biodiesel) el cual tiene un rango típico de operación de 323°K (50°C) como se muestra en la Figura 4.20.

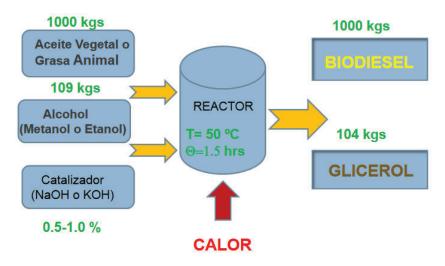


Figura 4.20. Generación de glicerol y biodiesel con un CSTR a T = 50°C.

Por lo tanto, se tomarán en cuenta 5 referencias (Ref 1 – Ref 5) con sus respectivos puntos de operación (Tabla 4.1).

Referencia	Intervalo [min]	Concentración [mol/L]	Temperatura [°K]		
Ref 1	0 – 5	0.9672	308.2		
Ref 2	5 – 10	0.9772	304.2		
Ref 3	10 – 15	0.9519	312.7		
Ref 4	15 – 20	0.9268	317.7		
Ref 5	20 – 25	0.8773	324.5		

Tabla 4.1. Referencias para los puntos de operación del CSTR

4.3.1. VARIACIONES DE LA REFERENCIA EN EL MPC + EKF SIN RESTRICCIONES

En la Figura 4.21 se presenta la variación de referencia de la temperatura y por lo tanto, de la concentración.

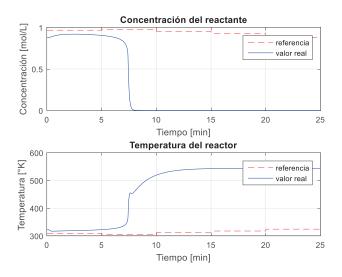


Figura 4.21. Respuesta del CSTR ante variaciones de la referencia

El seguimiento de las referencias solo es posible en los periodos de 0 a 10 minutos y posteriormente el sistema no puede continuar con la trayectoria.

Se puede deducir que el sistema trata de compensar el error en cada una de sus variables pero a partir de los 10 min, la ponderación que regula el esfuerzo de control no tiene un cambio significativo lo cual hace que el controlador no regule la diferencia del error entre las variables del CSTR y por lo tanto, exista un error en estado estable. El filtro de Kalman al ser un algoritmo estimador, converge su ganancia de Kalman a un valor cuando las predicciones y las estimaciones no varían entre sí. Sin embargo, existe un pequeño inconveniente el cual radica en escoger un valor de predicción inicial antes de ejecutar el algoritmo recursivo. De acuerdo a [12], se debe escoger un valor inicial de predicción cercano al valor real de la variable a predecir para que pueda converger la ganancia de Kalman. Este argumento no es generalizado porque dependerá de la dinámica del sistema en el cual la convergencia será más rápida o lenta si el valor inicial de estimación está más cerca o lejos del valor inicial de la variable de medición respetivamente. Por lo cual, se cambian las condiciones iniciales de $x_0 = [10 \ 10]^T$ a $x_0 = [50 \ 50]^T$ (Figura 4.22).

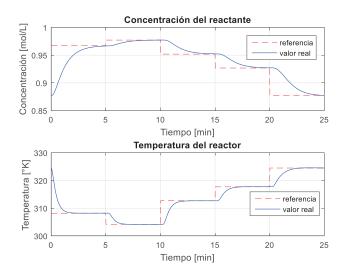


Figura 4.22. Respuesta del CSTR ante variaciones de la referencia

La señal de control se aprecia en la Figura 4.23, en donde se puede evidenciar que la variación de la misma no supera los límites mínimo y máximo permitidos en el actuador a nivel de corriente.

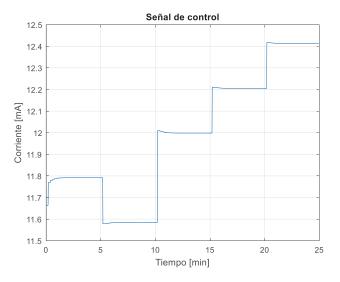


Figura 4.23. Señal de control ante variaciones de la referencia

Los valores de predicción del EKF para las ponderaciones del error y el esfuerzo de control se muestran en la Figura 4.24, donde dichas cantidades están asociadas a los cambios de referencia propuestos.

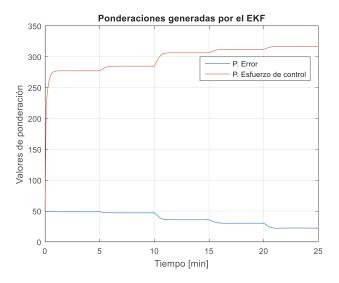


Figura 4.24. Predicciones del EKF ante variaciones de la referencia

Para valorar la simulación del controlador sin restricciones se toma en cuenta el valor generado por la integral del error absoluto el cual es (Ecuación 4.14):

$$IEA = 33.84$$
 (4.14)

4.3.2. VARIACIONES DE LA REFERENCIA EN EL MPC + EKF CON RESTRICCIONES

Tomando en cuenta las consideraciones de la simulación del MPC + EKF sin restricciones, se realiza análogamente las simulaciones en el MPC + EKF con restricciones, en el cual el seguimiento de la trayectoria se observa en la Figura 4.25.

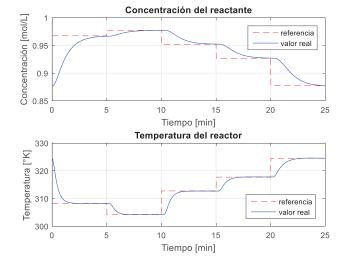


Figura 4.25. Respuesta del CSTR ante variaciones de la referencia

El cambio de la señal de control se aprecia en la Figura 4.26, bajo el mismo criterio adoptado en la Figura 4.22.

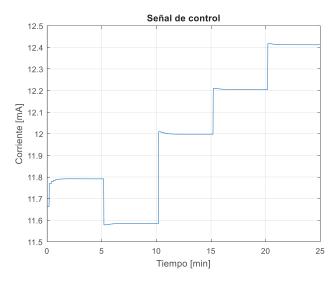


Figura 4.26. Señal de control ante variaciones de la referencia

Y los valores de las ponderaciones del error y el esfuerzo de control se observan en la Figura 4.27, donde se aplica el mismo criterio que fue adoptado en la Figura 4.24.

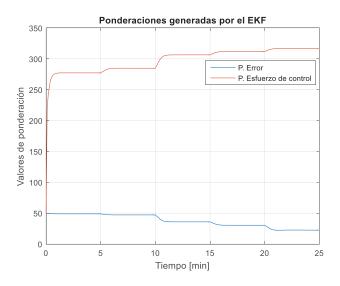


Figura 4.27. Predicciones del EKF ante variaciones de la referencia

La integral del error absoluto obtenida es (Ecuación 4.15):

$$IEA = 33.8$$
 (4.15)

Se puede concluir que las respuestas de los controladores sin y con restricciones son muy similares. Debido a que el cambio de referencia no provoca una señal que supere los límites de operación a la entrada del actuador para el controlador sin restricciones, las respuestas presentan el mismo valor de IEA. Hay que tomar en cuenta que en ambos casos, los valores iniciales de las predicciones fueron cambiados a 10 para cada variable.

4.4. DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR

Cambios en la referencia

Para evaluar el desempeño de los controladores predictivos en base a modelo, implementados con y sin restricciones, se toan en cuenta los datos de las IEA tal como se muestra en la Tabla 4.2.

Fenómeno IEA de MPC + EKF IEA de MPC + EKF con sin restricciones restricciones

Sin ruido ni perturbación 11.37 13.04

Ruido 17.29 18.89

Perturbación 13.89 15.53

33.8

33.84

Tabla 4.2. Resumen de la IEA obtenida en cada uno de los controladores

La tabla indica que el controlador MPC + EKF sin restricciones tiene menores valores de IEA con respecto a su similar con restricciones. Esto se debe a que el controlador con restricciones realiza la optimización de la función de costo a través de la programación cuadrática la cual evita que el valor de la ley de control se mantenga fuera de los límites de entrada del proceso.

También, se realiza un resumen del máximo valor del TPA de cada controlador mediante la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Máximo TPA de cada uno de los controladores

	MPC	+	EKF	sin	MPC	+	EKF	con
	restricciones			restricciones				
TPA [seg]	2.99e-	5			0.014			

La Tabla 4.4 muestra que la inclusión de la programación cuadrática en el proceso de optimización de la ley de control bajo restricciones se incrementa hasta en 466 veces comparando los valores del TPA entre los controladores MPC + EKF sin y con restricciones. Sin embargo, el TPA del MPC + EKF con restricciones, al no superar el valor de tiempo de muestreo establecido en la planta de 0.2 min, no presenta mayores problemas en la aplicación de este método de control en la simulación del CSTR.

CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente capítulo se las conclusiones y recomendaciones sobre los resultados obtenidos a partir de todo el trabajo desarrollado.

5.1. CONCLUSIONES

- Se realizó el estudio de las ecuaciones que gobiernan los fenómenos químicos del CSTR, de modo que se entienda el funcionamiento del proceso y así reconocer sus variables de entrada y de salida. La información que se obtuvo de las ecuaciones del sistema permitió tener una idea clara de cómo debe ser el modelo lineal reducido que simula el CSTR en su punto de operación. Por ejemplo, se concluye que el modelo de estudio tiene una dinámica lenta lo cual permite obtener un tiempo de muestreo de 0.2 min que no presenta problemas al implementar un controlador de alto costo computacional como el MPC.
- Se encontró un modelo lineal del proceso a simular a través de una representación del mismo en variables de estado que tiene por matriz C la matriz identidad en el modelo de variables de estado. Se concluye que este modelo fue el más adecuado debido a que se trabaja con una planta multivariable de una entrada y dos salidas. Además, la expresión en variables de estado permite al diseñador la posibilidad de obtener los valores de las salidas del proceso directamente a través de sus variables de estado, lo cual es posible ya que se usan sensores independientes para la concentración y la temperatura.
- Se consideraron elementos como la válvula de control y los transmisores de concentración molar y temperatura en el sistema a modelar para obtener una expresión más real del CSTR. Los mencionados elementos fueron formulados como funciones de transferencia de primer orden los cuales agregan un retardo al proceso por su respectiva constante de tiempo. Por lo tanto, la modelación toma

los datos de entrada y salidas del sistema para generar una sola expresión en variables de estado que agrupe a la planta, el actuador y los transmisores junto con el retardo total de los elementos conectados al proceso. Por estas razones, se concluye que el controlador trabaja con un sistema con retardo implícito en sus transmisores y actuador.

- Se formuló el controlador predictivo a partir de un modelo de la planta en espacio de estados. Este modelo permite al diseñador trabajar con procesos multivariables como lo es el CSTR del presente caso de estudio. Además, hay que destacar que la expresión del MPC con variables de estado utiliza variables de desviación lo cual permite concluir que estas variables proporcionan un elemento integrador análogo al PID en el cual, la misión del mismo es hacer que la desviación de una variable tienda a cero.
- Se implementó el filtro extendido de Kalman, el cual es un algoritmo estimador, por lo cual necesita de un modelo en el que pueda basar sus acciones de predicción. Como se observó en el trabajo, el modelo debe contener el MPC y la planta junto con los elementos de actuación y medición en una sola expresión, de modo que el EKF pueda tomar como entrada de ese único sistema los parámetros del controlador que sintonizarán el MPC. Por estas razones, se concluye que el sistema que debe estimar el EKF debe contener el modelo completo del sistema, sea este lineal o no lineal, como lo fue la expresión reducida el CSTR y la acción de control del MPC, respectivamente.
- Se realizó la prueba del método de sintonización con los controladores predictivos sin y con restricciones. Se observó que el MPC + EKF sin restricciones muestra mejores prestaciones debido a que la integral del error absoluto presenta valores menores en comparación al controlador con restricciones, se concluye que estos valores son altos en comparación al controlador sin restricciones debido a que el MPC con restricciones debe implementar en la optimización de la función de costo la programación cuadrática.

- Se analizó los resultados entregados por el controlador predictivo con restricciones. Existen valores en los cuales el algoritmo del MPC + EKF con restricciones no encuentra una solución numérica para satisfacer la condición de minimización del índice de rendimiento, debido a que las restricciones modifican lo cual hará que el procesamiento de la programación cuadrática aumente. Este problema se solucionó con el cambio de los valores iniciales de las variables de estado y la covarianza de predicción del EKF, con lo cual se concluye que los valores iniciales del EKF permiten sintonizar el MPC buscando de formas más rápida la convergencia del algoritmo.
- Se estudiaron los valores calculados de las ponderaciones por el EKF, si alguno de ellos es negativo, es posible que en la minimización no se tenga el valor óptimo global, sino uno local de la función cuadrática. El algoritmo sintoniza el controlador pese a que existen valores negativos; sin embargo, la función de costo tiende a cero debido a que el error también tiende a cero y no importa si este resultado se multiplica por una ponderación negativa. Sin embargo, se cambiaron los valores iniciales del EKF y se añadió una restricción para que el Filtro Extendido de Kalman no se procese valores negativos, con lo cual se concluye que estos cambios garantizan la minimización de una función cuadrática con un solo mínimo y no un mínimo local.

5.2. RECOMENDACIONES

- Para disminuir el tiempo de procesamiento de la programación cuadrática, se recomienda usar recursos de algunos autores que trabajan en algoritmos personalizados para la optimización del índice de rendimiento con restricciones, el cual va dirigido a plantas reales que deben trabajar con un sistema computarizado.
- Hay otros parámetros que no han sido implementados en el algoritmo de este proyecto como la sintonización del horizonte de predicción y control. Otros autores sintonizan el MPC variando los parámetros ya mencionados y de alguna forma, si

se pueden incluir en el EKF para predecirlos, se podría realizar otro estudio respecto a la sintonización del MPC.

Se debe plantear el modelo de simulación de la planta en SIMULINK debido a que este entorno presenta diferentes opciones de resolución de métodos numéricos, lo cual hará que se simule un sistema de forma más real. Si se considera un script y en él se plantea un algoritmo de resolución como el de Euler, se obtiene un error de procesamiento mayor que con otros algoritmos encontrados en la literatura como por ejemplo, se recomienda usar el algoritmo de Runge Kutta.

REFERENCIAS

- [1] B. Kouvaritakis and M. Cannon, *Model Predictive Control*. Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [2] K. Keesman, System identification, 1st ed. London: Springer, 2011.
- [3] V. Kumar, L. Singh, A. Tripathi and P. Singh, "Safety Analysis of Safety-Critical Systems Using State-Space Models", *IEEE Software*, vol. 34, no. 4, pp. 38-47, 2017.
- [4] J. Rossiter, Model-based predictive control, 1st ed. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- [5] B. Zhu and X. Xia, "Adaptive Model Predictive Control for Unconstrained Discrete-Time Linear Systems With Parametric Uncertainties", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 10, pp. 3171-3176, 2016.
- [6] S. Oyelere, "The Application of Model Predictive Control (MPC) to Fast Systems such as Autonomous Ground Vehicles (AGV)", *IOSR Journal of Computer Engineering*, vol. 16, no. 3, pp. 27-37, 2014.
- [7] B. Huyck, J. De Brabanter, B. De Moor, J. Van Impe and F. Logist, "Online model predictive control of industrial processes using low level control hardware: A pilot-scale distillation column case study", *Control Engineering Practice*, vol. 28, pp. 34-48, 2014.
- [8] J. Haiping, J. Xiaohong and R. Lina, "MPC-based power tracking control for a wind energy conversion system with PM synchronous generator", 2015 34th *Chinese Control Conference (CCC)*, 2015.
- [9] M. Manzoor, Q. Wu and R. Masood, "Coordination Control of Wheeled Mobile Robot Using MPC", 2015 7th International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks, 2015.
- [10] M. Rintamaki, H. Koivo and I. Hartimo, "Adaptive Closed-Loop Power Control Algorithms for CDMA Cellular Communication Systems", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 53, no. 6, pp. 1756-1768, 2004.
- [11] P. Zarchan and H. Musoff, *Fundamentals of Kalman filtering*. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2015.
- [12] G. Welch, & G. Bishop, "An introduction to the kalman filter". Department of Computer Science, University of North Carolina, 2006.

- [13] L. Zhao, A. Su, J. Wang, T. Yu and K. Chen, "Nonlinear state estimation based on improved high-degree cubature Kalman filter for fermentation process", *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 2016.
- [14] C. Hajiyev and M. Ata, "Unscented Kalman Filter based two-stage estimation of spacecraft position and velocity with single station antenna tracking data", *2015 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 2015.
- [15] H. Zhang and X. Mao, "Fuzzy-based Kalman Filter for ship navigation", 2009 International Conference on Mechatronics and Automation, 2009.
- [16] M. Mazzotti, *Introduction to Chemical Engineering: Chemical Reaction Engineering*, 1st ed. Zurich, 2015, pp. 6, 7.
- [17] H. Fogler, *Elements of chemical reaction engineering*, 1st ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education Internat, 2006.
- [18] C. Hill and T. Root, *Introduction to Chemical Engineering Kinetics and Reactor Design, 2nd Editi*, 1st ed. John Wiley & Sons, 2014.
- [19] D. Seborg, *Process dynamics and control*, 3rd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- [20] J. Garriga and M. Soroush, "Model Predictive Control Tuning Methods: A Review", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 49, no. 8, pp. 3505-3515, 2010.
- [21] B. Bequette, *Process control*, 1st ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 2010.
- [22] G. Stephanopoulos, *Chemical process control*, 1st ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2003.
- [23] M. Davis and R. Davis, *Fundamentals of chemical reaction engineering*, 1st ed. Boston: McGraw-Hill, 2003.
- [25] M. Galluzzo and B. Cosenza, "Control of a non-isothermal continuous stirred tank reactor by a feedback–feedforward structure using type-2 fuzzy logic controllers", *Information Sciences*, vol. 181, no. 17, pp. 3535-3550, 2011.
- [26] A. Creus Solé, *Instumentación Industrial*, 8va ed. Barcelona: Marcombo, 2014.
- [27] A. Delvecchio and F. Montagna, *Lazo de control de temperatura en CSTR*, 1st ed. Mendoza: UTN, 2017, pp. 22-29. [Online]. Available: https://www.academia.edu/6313334/Lazo_de_control_de_temperatura_en_CSTR. [Accessed: 04- Mar- 2017].

- [28] *Handbook for control valve sizing*, 4 ed. [Houston, Tex.]: Masoneilan-Dresser, 2004, p. 5. [Online]. Available: http://www.ipsa-cv.com.mx/masoneilan/docs/specdata/engdata/OZ1000_03-05-04.pdf. [Accessed: 04-Mar- 2017].
- [29] *Masoneilan*21000 Series*, 2 ed. [Houston, Tex.]: Masoneilan-Dresser, 2016, p. 10. http://www.ipsa-cv.com.mx/masoneilan/docs/specdata/engdata/OZ1000_03-05-04.pdf
- [30] H. Baumann, *Control valve primer*, 4th ed. Research Triangle Park, NC: ISA, 2009, p. 63.
- [31] Cable Sensor, Pt100/Pt1000, 1st ed. pp. 1-4. . [Online]. Available: http://www.baumer.com/fileadmin/user_upload/international/Services/Download/Date nblaetter/PI/B1_Electronic_Temperature/Pt100_Pt1000_cablesensor_EN.pdf. [Accessed: 04- Mar- 2017].
- [32] "Transmisor de concentración", 2017. [Online]. Available: http://www.smar.com/PDFs/manuals/DT302MS.pdf. [Accessed: 04- Mar- 2017].
- [33] T. Williams, "Economics and the future of process control", *Automatica*, vol. 3, no. 1, pp. 1-13, 1965.
- [34] M. Fadali and A. Visioli, *Digital control engineering*. Amsterdam: Elsevier, Academic Press, 2013.
- [35] L. Ljung, System identification toolbox 7, 1ra ed. Natick, Mass.: MathWorks, Inc., 2007.
- [36] S. Hachicha, M. Kharrat and A. Chaari, "N4SID and MOESP Algorithms to Highlight the III-conditioning into Subspace Identification", International Journal of Automation and Computing, vol. 11, no. 1, pp. 30-38, 2014.
- [37] Katsuhiko Ogata., *Ingeniería de control moderna*, 4th ed. Pearson Educación de México, S.A. de C.V., 2011, pp. 779, 786.
- [38] J. Haunschmied, A. Pietrus and V. Veliov, *The Euler Method for Linear Control Systems Revisited*, 1ra ed. Vienna: Institute of Mathematical Methods in Economics Vienna University of Technology, 2013, pp. 1, 2.
- [39] Z. Dostál, *Optimal quadratic programming algorithms*, 1ra ed. New York: Springer, 2009, pp. 1, 2.

- [40] K. Ahn and D. Truong, "Online tuning fuzzy PID controller using robust extended Kalman filter", *Journal of Process Control*, vol. 19, no. 6, pp. 1011-1023, 2009.
- [41] M. Shadkam, "Speed Control of DC Motor Using Extended Kalman FilterBased Fuzzy PID", *International Journal of Information and Electronics Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 109 112, 2013.
- [42] A. Bartoszewicz and A. Nowacka-Leverton, *Time-varying sliding modes for second and third order systems*, 1st ed. [Berlin]: Springer, 2009, p. 23.
- [43] D. Zhao, Q. Zhu and J. Dubbeldam, "Terminal sliding mode control for continuous stirred tank reactor", Chemical Engineering Research and Design, vol. 94, pp. 266-274, 2015.
- [44] J. Castellanos Corona, M. García Ruiz and J. Moreyra Mercado, Perry, 7th ed. McGraw-Hill Interamericana, 2000, pp. Vol. IV, Tabla 23.1 Seccion 23-7.
- [45] A. Ahmed, G. Gasmelseed, A. Karama and A. Musa, "Cascade Control of a Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR)", Journal of Applied and Industrial Sciences, vol. 1, no. 4, pp. 16-23, 2013.
- [46] D. Simakov and J. Pérez-Mercader, "Effect of Noise Correlation on Noise-Induced Oscillation Frequency in the Photosensitive Belousov–Zhabotinsky Reaction in a Continuous Stirred Tank Reactor", The Journal of Physical Chemistry A, vol. 117, no. 51, pp. 13999-14005, 2013.