



REPÚBLICA DEL ECUADOR

Escuela Politécnica Nacional

"SCIENTIA HOMINIS SALUS"

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA**

**IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS
MEDIANTE SOFTWARE MATLAB PARA SOLUCIÓN DEL
PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE DESPACHO ECONÓMICO**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO EN “INGENIERÍA ELÉCTRICA”**

RAZA SOLÍS HUGO DAVID

Director: M.Sc. Ing. JUAN CARLOS PLAZARTE ACHIG

Co-Director: Dr. Ing. HUGO NEPTALÍ ARCOS MARTÍNEZ

Quito, Mayo 2018

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Hugo David Raza Solís, bajo nuestra supervisión.

M.Sc. Ing. JUAN PLAZARTE
DIRECTOR DEL PROYECTO DE TITULACIÓN

Dr. Ing. HUGO ARCOS
CODIRECTOR DEL PROYECTO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Hugo David Raza Solís declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado todas las referencias bibliográficas que se incluyen en el presente documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Hugo David Raza Solís

DEDICATORIA

A mis padres que solamente con su apoyo, comprensión, con su forma de educarme desde pequeño y con todo el amor que me han brindado he podido alcanzar un objetivo más en mi vida.

A mis hermanos que han sido mi gran inspiración para poder cumplir este objetivo permitiéndome ser su ejemplo y puedan de la misma manera completar con éxito su formación estudiantil.

A toda mi familia que de buena forma han apoyado mi progreso a lo largo de este tiempo, a mis queridos amigos que han sido un pilar grande en mi vida ayudándome a salir de tristezas enormes así como el disfrutar de las más grandes alegrías y también para aquellas personas que de alguna u otra forma me dieron ánimos para seguir este duro camino y a pesar de que ya no estén junto a mi pude lograrlo.

Hugo David

AGRADECIMIENTO

En primer lugar a Dios que me ha dado las fuerzas necesarias para poder afrontar, recuperarme y salir adelante en todos los obstáculos que se me han presentado en la vida.

A mis padres que ante todo dieron siempre su respaldo incondicional en este arduo camino.

Al Ing. Juan Plazarte que no dudo ni un instante en apoyar la realización del presente proyecto y que con sus consejos se ha logrado culminar de la mejor manera el presente trabajo, tal como con la ayuda del Dr. Hugo Arcos que colaboró de igual manera en este tema.

A mis compañeros y profesores que con cada granito de arena han sido parte de mi formación en esta prestigiosa facultad de la mejor Universidad del país.

A todos los que me apoyaron, MUCHAS GRACIAS.

Hugo David

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL	II
DECLARACIÓN DE AUTORÍA	III
DEDICATORIA	IV
AGRADECIMIENTO	V
ÍNDICE DE CONTENIDO	VI
RESUMEN	IX
ABSTRACT	X
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. OBJETIVOS	2
1.1.1. Objetivo General	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. ALCANCE	2
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. FLUJO DE POTENCIA	4
2.1.1. Elementos de un Sistema Eléctrico de Potencia	4
2.1.2. Formulación de Flujo de Potencia.....	13
2.1.3. Flujo de Potencia Linealizado	15
2.2. FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO	16
Formulación de un Flujo de Potencia Óptimo	16
2.2.1. Variables de un Flujo Óptimo.....	17
2.2.2. Función Objetivo	17
2.2.3. Restricciones de operación.....	19
2.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA	21
2.3.1. Método de Multiplicadores de Lagrange	21
2.3.2. Método del punto interior	24
3. ESTRUCTURACIÓN DE MÓDULOS DE SOFTWARE	29

3.1. PROCESAMIENTO DE DATOS PARA LA ESTRUCTURACIÓN DE LA FUNCIÓN DE COSTO	29
3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL MÓDULO PARA CALCULAR LA FUNCIÓN DE COSTO	30
3.3. DESARROLLO DEL PRIMER MODELO DE OPTIMIZACIÓN.....	33
3.3.1. Formulación del problema de optimización.....	33
3.3.2. Método mediante multiplicadores de Lagrange	33
3.3.3. Métodos desarrollados por solvers de optimización en MATLAB	36
3.4. DESARROLLO DEL SEGUNDO MODELO DE OPTIMIZACIÓN	44
3.4.1. Formulación del problema	44
4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y RESULTADOS.....	52
4.1. CASOS DE ESTUDIO PARA SIMULACIÓN.....	52
4.2. EVALUACIÓN PRIMER MODELO DE OPTIMIZACIÓN	52
4.2.1. Método de multiplicadores de Lagrange	53
4.2.1. Aplicación de solver Quadprog	64
4.2.2. Método mediante Solver Fmincon	72
4.3. EVALUACIÓN SEGUNDO MODELO DE OPTIMIZACIÓN.....	79
4.3.1. Sistema IEEE 9 Barras	79
4.3.2. Sistema IEEE 39 Barras	89
4.4. ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS DE MODELOS DE SOFTWARE DE OPTIMIZACIÓN	94
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	101
5.1. CONCLUSIONES	101
5.2. RECOMENDACIONES	102
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106
ANEXO I: Programación módulo para calcular coeficientes de función de costo	105
ANEXO II: Comandos Quadprog y Fmincon.....	115

ANEXO III: Programación módulo de software mediante método de Lagrange	104
ANEXO IV: Base de Datos.....	112
ANEXO V: Programación módulo de software mediante solver Quadprog simple	122
ANEXO VI: Programación módulo de software mediante solver Fmincon.....	123
ANEXO VII: Programación módulo de software mediante solver Quadprog completo.....	125
Orden de Empastado.....	129

RESUMEN

En el presente trabajo de titulación se desarrolló módulos de software en los que se implementan algoritmos matemáticos para la solución de problemas de despacho económico, ayudando a mejorar el sistema enseñanza-aprendizaje que puede adquirir el estudiante en procesos de optimización de sistemas eléctricos.

Una vez analizados los algoritmos de Multiplicadores de Lagrange y el Método de Punto Interior, se procederá a desarrollar módulos de software que permiten encontrar la solución de problemas de despacho económico de potencia activa.

La resolución del primer problema de minimización de costos de generación se desarrolló en base a tres métodos: Multiplicadores de Lagrange, Solver Quadprog y Solver Fmincon de MATLAB. Este problema está sujeto a restricciones de límites de generación y balance de carga.

El segundo problema de minimización de costos se desarrolló mediante el comando Quadprog que a diferencia de lo señalado en el párrafo anterior está sujeto a una mayor cantidad de restricciones, estas son: balance nodal de carga, límites de generación de las unidades, límites de ángulos de nodos de la red y límites de transmisión de potencia activa a través de sus líneas. Este módulo de software es puesto a prueba en los casos IEEE 9 barras e IEEE 39 barras. Para comparar los resultados encontrados en MATLAB se realizan simulaciones en el software PowerFactory.

Una vez desarrollados los módulos y encontrados los resultados para cada caso planteado, se concluye así ventajas y desventajas presentes en cada módulo de software.

PALABRAS CLAVES: Despacho Económico, Algoritmos, Lagrange, Quadprog, Fmincon.

ABSTRACT

In the present work of certification we develop modules of software in which it implements mathematical algorithms for the solution of problems of economic dispatch helping to improve the system of teaching-learning that can be acquired by the student in the process of optimization of electrical systems.

Once the Lagrange multipliers and the interior point method are analyzed, software modules are developed that allow the finding of solutions to problems with economic dispatch of active power.

The resolution of the first problem of minimization of generation costs is developed based on three methods: Lagrange multipliers, Quadprog solver and Fmincon of MATLAB. This problem is subject to restrictions of generation limits and load balance.

The second problem of minimization costs is developed during the command of Quadprog unlike what is pointed out in the paragraphs before, it is subject to a higher quantity of restrictions, which are : load nodal balance, generation limits of units, limits of angles of nodes in the net and limits of transmissions of active power throughout your lines. This module of software will be put to the test in the cases of IEEE 9 bars and IEEE 39 bars, to verify the veracity of the results found to create simulations in the software Power Factory that will certify it.

Once the modules are developed and the results found for each case planned it can conclude to the disadvantages and advantages present in each software module.

KEYWORDS: Economic Dispatch, Algorithms, Lagrange, Quadprog, Fmincon

1. INTRODUCCIÓN

El momento que comienza a tratarse el tema de la optimización de sistemas eléctricos de potencia a su vez se empieza a desarrollar modelos matemáticos que ayuden a resolver de mejor manera estos problemas. Los modelos pueden plantearse para solucionar de manera óptima problemas de minimización de costos de generación o reducción de pérdidas en líneas de transmisión a través del Sistema Eléctrico de Potencia (SEP).

Al realizar la ejecución de un flujo de potencia se puede conocer cuáles son las variables involucradas en el problema del flujo y hallar sus resultados, estos resultados no aseguran que el punto de operación sea el indicado para un despacho económico adecuado. Por este motivo se desarrolla un flujo de potencia óptimo que brinde un mejor rendimiento al sistema eléctrico de potencia.

Una adecuada solución de flujos óptimos de potencia puede colaborar con el análisis respectivo para realizar posibles expansiones de la red, para análisis de reducción de costos en la generación y para plantear la minimización de pérdidas de transmisión por los elementos del sistema manteniendo en todos los casos restricciones como límites de voltaje o generación [1].

Al resolver un problema de flujos de potencia donde las variables son optimizadas, se dice que se realiza la solución de un flujo de potencia óptimo, estos resultados ayudan a operar un SEP de una manera más adecuada, contribuyendo al cumplimiento de un objetivo determinado que puede ser la reducción en los costos de operación o minimización de pérdidas de potencia activa a través de las líneas de transmisión.

La solución del problema de despacho económico implica encontrar la adecuada generación de potencia activa de las unidades de un SEP, considerando restricciones operativas. Esto se lo puede realizar mediante el uso de algoritmos que permitan encontrar la solución adecuada del problema.

Un método por el cual se puede resolver problemas de despacho económico es mediante la implementación del método de Multiplicadores de Lagrange, en el presente trabajo de titulación este método se lo aplica a un problema linealizado [2].

Otro método por el cual se puede resolver problemas de despacho económico es por medio del Método de Punto Interior, este método también permite encontrar las respuestas óptimas de potencia generada por las unidades del sistema eléctrico para resolución del problema [3].

En el presente trabajo se estudia los criterios principales acerca de los algoritmos de Multiplicadores de Lagrange y Método de Punto Interior que son fundamentales para el desarrollo de los módulos de software mencionados.

Para el primer modelo de despacho económico se plantea diversos casos de operación del sistema y se analiza los resultados obtenidos para cada uno de los métodos empleados. La resolución del segundo modelo se implementa en los casos IEEE 9 barras e IEEE 39 barras y se analiza comparativamente los resultados con simulaciones realizadas en el programa PowerFactory de DlgSILENT.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo General

Implementar a través de módulos de software, algoritmos matemáticos para la resolución del problema de optimización de despacho económico.

1.1.2. Objetivos específicos

Analizar los algoritmos de optimización basados en Multiplicadores de Lagrange y Método de Punto Interior para la resolución de despacho económico.

Desarrollar un módulo de software para la solución de despacho económico aplicando el Método de Multiplicadores de Lagrange a un problema linealizado.

Desarrollar módulos de software usando Solvers Quadprog y Fmincon que basan su desarrollo en el Método de Punto Interior.

Realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en cada uno de los algoritmos matemáticos desarrollados.

Brindar módulos de software didácticos capaces de ayudar a docentes del área de optimización de la carrera de ingeniería eléctrica a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el estudiante.

1.2. ALCANCE

El desarrollo del presente plan de titulación implica la implementación a través del software MATLAB algoritmos matemáticos que resuelvan el problema de despacho económico en sistemas de potencia.

Los módulos implementados permitirán realizar un análisis comparativo de los algoritmos con la finalidad de establecer las ventajas y desventajas de cada uno de ellos en la resolución de problemas de despacho económico.

El primer módulo a implementar se basa en el método de multiplicadores de Lagrange aplicado a un problema linealizado sujeto a restricciones de balance de carga y límites de generación de las unidades del sistema.

El segundo módulo a implementar utilizará los Solvers de MATLAB Quadprog y Fmincon utilizando el algoritmo de Punto Interior para la solución del problema no lineal de despacho económico sujeto a restricciones de balance de carga y límites en las unidades de generación.

Por último, el tercer módulo será desarrollado utilizando la función del Solver Quadprog y a diferencia del anterior incluirá una mayor cantidad de restricciones operativas, incluyéndose las siguientes: balance nodal de carga, límites de generación de sus unidades, límites de transmisión en las líneas y límites de ángulos en los nodos de la red. Este módulo será puesto a prueba en los casos del sistema IEEE 9 Barras y sistema IEEE 39 Barras.

Al finalizar, se realizará un análisis comparativo de los métodos de optimización, determinando las ventajas y desventajas de cada uno de los algoritmos en su implementación y uso.

2. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se desarrolla el sustento teórico empleado para la elaboración del trabajo de titulación, así como para reforzar los conocimientos necesarios para la elaboración de los respectivos modelos de software y su implementación en sistemas eléctricos de potencia.

2.1. FLUJO DE POTENCIA

Dentro de los sistemas eléctricos los estudios de flujos de potencia adquieren una gran importancia, mediante estos se puede efectuar análisis de planificación, expansión o determinación de condiciones operativas ideales para el Sistema Eléctrico de Potencia (SEP).

Al realizar un estudio de flujos de potencia se consigue información acerca de la magnitud de voltaje en cada nodo (V) y su respectivo ángulo de fase (θ), la potencia activa (P) y potencia reactiva (Q) [1].

Debido a que los sistemas eléctricos de potencia que se analiza son robustos y cuentan con una cantidad grande de elementos, es necesario emplear un software que permita resolver las ecuaciones no lineales que se forman. Para ello se puede emplear diversos software como PowerFactory de DlgSILENT, PowerWorld o ETAP.

2.1.1. Elementos de un Sistema Eléctrico de Potencia

Para analizar las características presentes en un flujo de potencia se debe conocer los elementos que conforman el sistema eléctrico, cada uno tiene un papel importante dentro del mismo e influencia el momento de la modelación del sistema. Una vez analizados los elementos del sistema eléctrico se puede efectuar estudios de flujos de potencia.

En la referencia [1], se puede hallar información más completa acerca de cada uno de los elementos del SEP que a continuación se tratarán, por lo que en este capítulo se tomará la información más relevante usada en el desarrollo del trabajo.

2.1.1.1. Generadores Eléctricos

Estos elementos son los encargados de proporcionar energía eléctrica al sistema, ésta se genera mediante conversión electromecánica de energía por medio del movimiento de una turbina impulsada mediante agua, vapor de agua, gas o viento. Otro caso en el que se puede realizar dicha conversión es mediante un acople mecánico entre rotores de un sistema motor-generator [1].

El generador se modela mediante el siguiente circuito equivalente, como se muestra en la Figura 2.1:

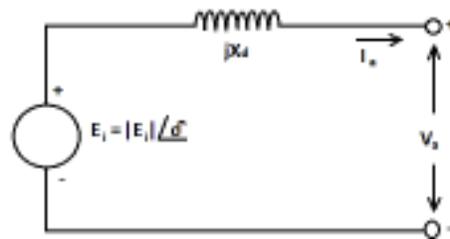


Figura 2.1 Circuito equivalente generador sincrónico [1]

Por lo cual el diagrama fasorial es:

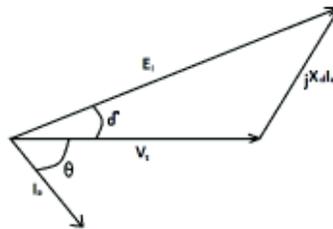


Figura 2.2 Diagrama fasorial del generador sincrónico [1]

De la Figura 2.2 se puede conocer que:

$$jX_d |I_a| = E_i \angle \delta - |V_t|$$

$$|I_a| = \frac{E_i \angle \delta - |V_t|}{jX_d}$$

$$|I_a|^* = \frac{E_i \angle (-\delta) - |V_t|}{-jX_d}$$

Ecuación 2.1 Equivalencia Corriente de Armadura I_a

Al conocer el circuito equivalente y mediante su diagrama fasorial se tiene que la potencia compleja que brinda el generador al sistema es:

$$S = P + jQ = V_t I_a^* = \frac{|V_t| |E_i| (\cos \delta + j \sin \delta) - |V_t|^2}{-jX_d}$$

Ecuación 2.2 Potencia compleja del generador sincrónico

Igualando las partes real e imaginaria de la Ecuación 2.2, se tiene:

$$P = \frac{|V_t| |E_i|}{X_d} \sin \delta$$

$$Q = \frac{|V_t|}{X_d} (|E_i| \cos \delta - |V_t|)$$

Ecuación 2.3 Potencia Activa y Reactiva del generador sincrónico

En la Ecuación 2.3 se puede observar de una manera clara la dependencia que P tiene respecto a δ si $|E_i|$ y $|V_t|$ permanecen constantes, sin embargo si el caso es que P y $|V_t|$ son los valores constantes la Ecuación 2.3 se indica que δ debe decrecer en caso de que $|E_i|$ aumente.

El valor de P del generador se lo regula con la apertura o cierre de válvulas por las cuales el vapor, gas o agua entran a la turbina. Si la potencia de ingreso al generador incrementa su valor, la velocidad del rotor también se eleva y si $|E_i|$ se mantiene constante el incremento del ángulo δ aumentará entre $|E_i|$ y $|V_t|$. Esto significa que a mayor δ , mayor será la entrega de P hacia el sistema [1].

Para limitar las condiciones mínimas de operación se realiza un análisis de las condiciones técnicas del equipo, tales como: turbina, caldera del generador en caso de máquinas térmicas o caudal en caso de hidroeléctricas. Además de analizar los límites para la operación de equipos auxiliares y límites de combustión.

Los límites máximos de potencia que pueda proveer el generador están determinados por la capacidad de diseño que el equipo tenga, por la capacidad de la turbina y por los límites térmicos de componentes del generador [2].

2.1.1.2. Transformadores de Potencia

Los transformadores eléctricos son equipos que enlazan a las unidades de generación con las líneas de transmisión, además unen líneas de transmisión que se encuentran a diferente nivel de voltaje. Estos equipos en caso de unir la generación con la transmisión de energía reciben una corriente eléctrica a cierto nivel de voltaje y pueden suministrarla a un voltaje superior, esto ayuda a que el valor de corriente disminuya y por tanto reduzca las pérdidas por transmisión a través de las líneas [1].

El transformador de potencia se puede representar de la siguiente manera:

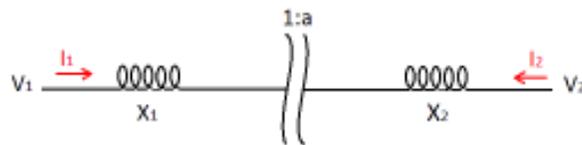


Figura 2.3 Circuito equivalente transformador eléctrico

Donde a representa la relación de transformación.

De la Figura 2.3 se puede determinar las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_1 - I_1 x_1}{1} = \frac{V_2 - I_2 x_2}{a}$$

Ecuación 2.4 Relación de voltaje en transformador

$$\frac{I_1}{a} = -\frac{I_2}{1}$$

Ecuación 2.5 Relación de corriente en transformador

Despejando la Ecuación 2.4, se tiene:

$$aV_1 - aI_1x_1 = V_2 - I_2x_2$$

Ecuación 2.6 Despeje de Ecuación 2.4

Para hallar la corriente I_1 , se reemplaza la Ecuación 2.5 en la **Ecuación 2.6**:

$$aV_1 - aI_1x_1 = V_2 + \frac{I_1}{a}x_2$$

$$I_1\left(\frac{x_2}{a} + ax_1\right) = aV_1 - V_2$$

$$I_1 = \frac{a^2V_1 - aV_2}{x_2 + a^2x_1}$$

Ecuación 2.7 Proceso para hallar I_1

Asumiendo que:

$$y = \frac{1}{x_2 + a^2x_1} = \frac{1}{x_{eq}}$$

Ecuación 2.8 Admitancia de x del lado 1 reflejado en el lado 2

Entonces:

$$I_1 = a^2V_1y - aV_2y$$

Ecuación 2.9 I_1 en función de: admitancia, voltaje y relación de transformación

Mediante la ayuda de un arreglo matemático se puede encontrar la corriente I_1 e I_2 que circula a través del transformador.

$$I_1 = a^2V_1y - aV_2y + ayV_1 - ayV_1$$

$$I_1 = ay(V_1 - V_2) + ayV_1(a - 1)$$

Ecuación 2.10 I_1 con arreglo matemático

$$I_2 = a^2V_2y - aV_1y + ayV_2 - ayV_2$$

$$I_2 = ay(V_2 - V_1) + yV_2(1 - a)$$

Ecuación 2.11 I_2 con arreglo matemático

Una vez halladas las corrientes que circulan a través del equipo es que se puede realizar el modelo “pi” del transformador.

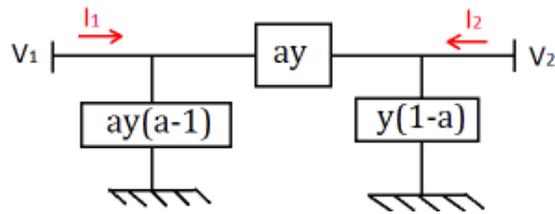


Figura 2.4 Modelo “pi” del transformador

En base al modelo “pi” del transformador se puede realizar el cálculo para hallar las potencias activa y reactiva, mediante flujo de potencia:

$$S_{12} = V_1 I_1^*$$

Ecuación 2.12 Flujo de potencia en transformador

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 [ay(|V_1| \angle \theta_1 - |V_2| \angle \theta_2) + ay(a-1)|V_1| \angle \theta_1]^*$$

Ecuación 2.13 Desarrollo Ecuación 2.12

Empleando la Ecuación 2.8 en la **Ecuación 2.13**, se tiene:

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 \left[aj \frac{1}{x_{eq}} (|V_1| \angle \theta_1 - |V_2| \angle \theta_2) + aj \frac{1}{x_{eq}} (a-1) |V_1| \angle \theta_1 \right]^*$$

$$S_{12} = |V_1| \left[aj \frac{1}{x_{eq}} (|V_1| - |V_2| \angle \theta_{12}) + aj \frac{1}{x_{eq}} (a-1) |V_1| \right]$$

$$S_{12} = |V_1| \left[j \frac{1}{x_{eq}} (-a|V_2| \angle \theta_{12} + a^2 |V_1|) \right]$$

Ecuación 2.14 Desarrollo Ecuación 2.13

Como:

$$P_i = \text{Re}\{S_i\}$$

$$Q_i = \text{Im}\{S_i\}$$

Ecuación 2.15 Potencia Activa y Reactiva respecto a Potencia Aparente

Entonces:

$$P_{12} = \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} \sin \theta_{12}$$

$$Q_{12} = \frac{a^2|V_1|^2}{x_{eq}} - \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} \cos \theta_{12}$$

Ecuación 2.16 Potencia Activa y Reactiva del transformador del nodo 1 al nodo 2

La Ecuación 2.16 muestra el flujo de Potencia Activa y Reactiva del transformador.

Analizando el flujo de potencia en sentido opuesto, se representa de la siguiente manera:

$$P_{21} = \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} (-\sin \theta_{21})$$

$$Q_{12} = \frac{a^2|V_1|^2}{x_{eq}} - \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} \cos \theta_{12}$$

Ecuación 2.17 Potencia Activa y Reactiva del transformador del nodo 2 al nodo 1

Por lo cual la potencia de pérdida activa en el transformador es:

$$P_{loss} = P_{12} + P_{21} = \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} \sin \theta_{12} + \frac{a|V_1||V_2|}{x_{eq}} (-\sin \theta_{21}) = 0$$

Ecuación 2.18 Potencia de pérdida activa del transformador

La limitación de potencia de este elemento viene dada por su capacidad expresada en MVA [1].

2.1.1.3. Líneas de Transmisión

Las líneas de transmisión son elementos que permiten movilizar energía eléctrica a través del SEP.

Los parámetros de una línea de transmisión son: resistencia, inductancia y capacitancia. La modelación de las líneas se la efectúa según los parámetros antes mencionados y se clasifica en: líneas largas, líneas medias y líneas cortas. Para el estudio del presente trabajo de titulación se analiza únicamente el modelo de líneas de transmisión cortas debido a la simplicidad que presenta su modelo [1].

Las líneas de transmisión cortas se pueden modelar de la siguiente manera:

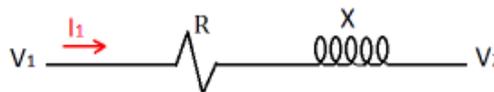


Figura 2.5 Modelo de línea de transmisión corta

En base a la Figura 2.5 se puede deducir la potencia activa y reactiva que circula a través de una línea de transmisión:

$$S_{12} = V_1 I_1^*$$

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 \left[\frac{|V_1| \angle \theta_1 - |V_2| \angle \theta_2}{R + jX} \right]^*$$

Como:

$$\frac{1}{R + jX} = g - jb$$

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 [(|V_1| \angle -\theta_1 - |V_2| \angle -\theta_2)(g + jb)]$$

$$S_{12} = [(|V_1|^2 - |V_1||V_2| \angle \theta_{12})(g + jb)]$$

$$S_{12} = g|V_1|^2 - g|V_1||V_2| \angle \theta_{12} + jb|V_1|^2 - jb|V_1||V_2| \angle \theta_{12}$$

$$S_{12} = g|V_1|^2 - g|V_1||V_2| \cos \theta_{12} - jg|V_1||V_2| \sin \theta_{12} + jb|V_1|^2 - jb|V_1||V_2| \cos \theta_{12} + b|V_1||V_2| \sin \theta_{12}$$

Ecuación 2.19 Potencia aparente de una línea de transmisión corta

Como:

$$P_i = Re\{S_i\}$$

$$Q_i = Im\{S_i\}$$

Ecuación 2.20 Potencia Activa y Reactiva respecto a Potencia Aparente

Entonces:

$$P_{12} = (g_{12}|V_1|^2 - g_{21}|V_1||V_2| \cos \theta_{12} + b_{21}|V_1||V_2| \sin \theta_{12})$$

$$Q_{12} = (b_{12}|V_1|^2 - b_{21}|V_1||V_2| \cos \theta_{12} - g_{21}|V_1||V_2| \sin \theta_{12})$$

Ecuación 2.21 Potencia Activa y Reactiva de una L/T del nodo 1 al nodo 2

La Ecuación 2.21 *Potencia Activa y Reactiva de una L/T del nodo 1 al nodo 2* muestra el flujo de potencia activa y reactiva que a circula a través de una línea de transmisión del punto 1 hacia el punto 2. Por simetría analizando el flujo en sentido opuesto, la potencia activa y reactiva de una L/T del punto 2 al 1 se representa de la siguiente manera:

$$P_{21} = (g_{21}|V_2|^2 - g_{21}|V_2||V_1| \cos \theta_{21} - b_{21}|V_2||V_1| \sin \theta_{21})$$

$$Q_{21} = (b_{21}|V_2|^2 - b_{21}|V_2||V_1| \cos \theta_{21} + g_{21}|V_2||V_1| \sin \theta_{21})$$

Ecuación 2.22 Potencia Activa y Reactiva de una L/T del nodo 2 al nodo 1

Por lo cual la pérdida de potencia activa en las líneas de transmisión es:

$$P_{loss} = P_{12} + P_{21} = (|V_1|^2 + |V_2|^2 - 2|V_1||V_2| \cos \theta_{12})g_{21}$$

Ecuación 2.23 Potencia de pérdida activa de líneas de transmisión

2.1.1.4. Cargas eléctricas

Finalmente el último de los elementos constituyentes de un sistema eléctrico de potencia es la carga, este elemento consume la energía producida por los generadores conectados al sistema [1].

Una carga se puede representar de la siguiente manera:

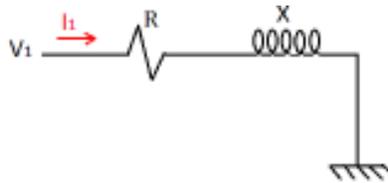


Figura 2.6 Modelo de cargas eléctricas

En base a la Figura 2.6 se puede calcular la potencia activa y reactiva que requiere una carga eléctrica:

$$S_{12} = V_1 I_1^*$$

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 \left[\frac{|V_1| \angle \theta_1}{R + jX} \right]^*$$

$$S_{12} = |V_1| \angle \theta_1 \left[\frac{|V_1| \angle -\theta_1}{R + jX} \right]$$

$$S_{12} = \left[\frac{|V_1|^2}{R + jX} \right]^* \frac{R - jX}{R - jX}$$

$$S_{12} = \frac{(|V_1|^2)(R - jX)}{R^2 + X^2}$$

$$S_{12} = \frac{|V_1|^2 R - jX |V_1|^2}{R^2 + X^2}$$

Ecuación 2.24 Potencia aparente de una carga eléctrica

Como:

$$P_i = \text{Re}\{S_i\}$$

$$Q_i = \text{Im}\{S_i\}$$

Ecuación 2.25 Potencia Activa y Reactiva respecto a Potencia Aparente

Entonces:

$$P_{12} = \frac{|V_1|^2 R}{R^2 + X^2}$$

$$Q_{12} = \frac{-X|V_1|^2}{R^2 + X^2}$$

Ecuación 2.26 Potencia Activa y Reactiva de una carga eléctrica

La ecuación 2.26 muestra el flujo de potencia activa y reactiva que va hacia una carga eléctrica [1].

2.1.1.5. Barras de un SEP

En un flujo de potencia a cada uno de los nodos se le asignan cuatro variables, siendo dos conocidas y dos desconocidas para poder realizar la evaluación respectiva. Por lo que al tener información de cada una de las barras se puede clasificarlas en: barra de referencia (*slack*), barra de voltaje controlado (*PV*) y barra de carga (*PQ*) [3].

Barra de referencia (*Slack*)

Conocida también como barra oscilante, en el SEP se debe seleccionar una y solo una barra de referencia. Esta barra tiene como variables conocidas y establecidas a la magnitud del Voltaje (V) y el ángulo del nodo (θ) que sirve como referencia al resto de ángulos de los nodos del SEP.

Las incógnitas de esta barra son la Potencia Activa (P) y la Potencia Reactiva (Q) ya que como no se puede conocer las pérdidas del sistema en primera instancia las variables de (P) y de (Q) compensan dichas pérdidas [3].

Barra de voltaje controlado o de generación (*PV*)

Dentro del sistema de potencia cualquier barra puede definirse como *PV* y pueden conectarse a elementos de generación, también puede conectarse motores sincrónicos o elementos de compensación para mantener un voltaje fijo (V) mediante el control de potencia reactiva (Q). Dentro de este nodo se establece la potencia activa (P) del SEP tanto como la magnitud de voltaje (V) al cual se mantiene la barra.

Las variables desconocidas en las barras (*PV*) por consecuencia son: el ángulo del nodo (θ) y la potencia reactiva (Q) [3].

Barra de carga o voltaje no controlado (*PQ*)

Dentro del sistema eléctrico estas barras aparecen en mayor cantidad, son en las cuales se conectan las cargas eléctricas. Las variables del sistema de potencia conocidas en

este nodo son: la potencia activa (P) y la potencia reactiva (Q) que son las que se desea abastecer hacia el punto de carga o distribución. En condiciones de estado estable se asume que las variables de (P) y (Q) no sufren cambios por pequeñas variaciones de voltaje (V).

Las variables desconocidas en las barras de carga (PQ) por consecuencia son: el ángulo del nodo (θ) y la magnitud del voltaje (V) [3].

2.1.2. Formulación de Flujo de Potencia

Para poder desarrollar un flujo de potencia se debe tener en cuenta cuál será la base del desarrollo, si se emplea la matriz de admitancias (Y_{barra}) del sistema o la matriz de impedancia (Z_{barra}), por cuestión de facilidad lo más sencillo es emplear las admitancias del SEP [4].

$$Y_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}} = \frac{1}{R_{ij} + jX_{ij}} = G_{ij} + jB_{ij}$$

Ecuación 2.27 Expresión de admitancia ij

Donde:

- Y_{ij} = Admitancia del elemento $i - j$
- Z_{ij} = Impedancia del elemento $i - j$
- R_{ij} = Resistencia del elemento $i - j$
- X_{ij} = Reactancia del elemento $i - j$
- G_{ij} = Conductancia del elemento $i - j$
- B_{ij} = Suceptancia del elemento $i - j$

Formación de la Matriz de Admitancias Y_{barra}

Esta matriz está conformada por dos secciones, los elementos que forman parte de su diagonal principal y los que se encuentran fuera. Los elementos que forman parte de la diagonal de la matriz Y_{barra} se hallan por medio de la suma de admitancias de los elementos que se encuentran entre los nodos i y j [3].

Matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera:

- Elementos de la diagonal de matriz de admitancias

$$Y_{ii} = \sum y_{ij}$$

Ecuación 2.28 Elementos de la diagonal de matriz de admitancias

- Elementos que no forman parte de la diagonal:

$$Y_{ij} = -y_{ij}$$

Ecuación 2.29 Elementos fuera de la diagonal de matriz de admitancias

Deducción de ecuaciones de flujo de potencia [1]

Para deducir las ecuaciones de flujo de potencia es necesario conocer cuál es la corriente que ingresa en un nodo i del sistema:

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Ecuación 2.30 Corriente inyectada en nodo i

Donde:

$$\begin{aligned} I_i &= \text{Corriente que ingresa al nodo } i \\ Y_{ij} &= \text{Elemento } i - j \text{ de } Y_{\text{barra}} \\ V_i &= \text{Voltaje del nodo } i \end{aligned}$$

La potencia aparente de un nodo $i - j$ viene dado por:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^*$$

Ecuación 2.31 Potencia Aparente en nodo $i - j$

Donde:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \text{Potencia aparente entre nodo } i - j \\ I_{ij}^* &= \text{Corriente conjugada que atraviesa por el elemento } i - j \\ V_i &= \text{Voltaje del nodo } i \end{aligned}$$

Al remplazar la Ecuación 2.30 en la **Ecuación 2.31**, se tiene:

$$\begin{aligned} S_i &= V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^* \\ S_i &= (|V_i| \angle \theta_i) \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) (|V_j| \angle -\theta_j) \\ S_i &= \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) (|V_i| |V_j| \angle \theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

$$S_i = \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij})(|V_i||V_j| \angle \theta_{ij})$$

$$S_i = \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij})(|V_i||V_j| \cos\theta_{ij} + j|V_i||V_j| \text{sen}\theta_{ij})$$

$$S_i = \sum_{j=1}^n (|V_i||V_j|G_{ij} \cos\theta_{ij} + j|V_i||V_j|G_{ij} \text{sen}\theta_{ij} - jB_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \text{sen}\theta_{ij})$$

Ecuación 2.32 Potencia Aparente del nodo i

Como:

$$P_i = \text{Re}\{S_i\}$$

$$Q_i = \text{Im}\{S_i\}$$

Ecuación 2.33 Potencia Activa y Reactiva respecto a Potencia Aparente

Entonces:

$$P_i = \text{Re}\{S_i\} = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \text{sen}\theta_{ij})$$

Ecuación 2.34 Potencia Activa en nodo $i - j$

$$Q_i = \text{Im}\{S_i\} = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \text{sen}\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij})$$

Ecuación 2.35 Potencia Reactiva en nodo $i - j$

Donde la Ecuación 2.34 y **Ecuación 2.35** representan la potencia activa y reactiva inyectadas en un nodo i del SEP [1].

2.1.3. Flujo de Potencia Linealizado (DC)

Para considerar un flujo de potencia linealizado se debe tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

1. $|V_i| = 1$
2. $\begin{cases} \sin \theta_{ij} = \theta_i - \theta_j \\ \cos \theta_{ij} = 0 \end{cases}$
3. Como $G_{ij} \ll B_{ij}$, entonces $G_{ij} = 0$

Por tanto, desarrollando la Ecuación 2.34, se tiene:

$$[P_i] = [B_{ij}] [\delta_{ij}]$$

Ecuación 2.36 Potencia Activa linealizada en nodo $i - j$

$$Q_{ij} = 0$$

Ecuación 2.37 Potencia Reactiva linealizada en nodo $i - j$

Donde la Ecuación 2.36 y Ecuación 2.37 representan la potencia activa linealizada y reactiva linealizada inyectadas en un nodo i del SEP [3].

2.2. FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO

El flujo de potencia óptimo (OPF), permite calcular los valores idóneos de las variables involucradas en el sistema de potencia, esto basado en el cumplimiento de una determinada función objetivo que se encuentra sujeta a ciertas restricciones de operación [4].

En sistemas eléctricos se analizan diversas funciones objetivo, sin embargo en el presente trabajo de titulación se enfoca en la minimización de costos de generación.

Un OPF tanto como un flujo de potencia clásico linealizado tratan de encontrar un punto de operación adecuado y estable del sistema. El flujo de potencia es una aproximación lineal del problema mientras que el flujo óptimo es la formulación del problema no lineal con la inclusión de restricciones.

Los valores que pueden tomar las variables deben encontrarse en un punto de operación tal que la función objetivo cumpla con las restricciones impuestas al problema, ya que el valor de las variables puede oscilar únicamente dentro de un rango operativo determinado [4].

Formulación de un Flujo de Potencia Óptimo

El modelo de un problema de optimización se plantea de modo que éste se puede resolver mediante algoritmos que emplean técnicas adecuadas de optimización [4].

El modelo general de un problema de optimización se define como:

$$\min Z = f(x)$$

Ecuación 2.38 Función objetivo

Sujeto a:

$$g(x) = 0$$

Ecuación 2.39 Condiciones de igualdad

$$h(x) \leq 0$$

Ecuación 2.40 Condiciones de desigualdad

$$x_{min} \leq x \leq x_{max}$$

Ecuación 2.41 Límite superior e inferior de variable del sistema

2.2.1. Variables de un Flujo Óptimo

Dentro del estudio de flujo óptimo de un sistema de potencia es necesario conocer las variables involucradas en el proceso de solución y como se pudo analizar en la sección 2.1.1.5 existen variables conocidas y desconocidas, siendo las últimas las que se encontrarán al final del proceso de solución [5].

En el presente trabajo de titulación es necesario conocer y diferenciar a las variables de estado de las variables de control.

Variables de estado

Estas variables corresponden al vector x , este conjunto de variables representan las características propias del sistema permitiendo observar la evolución de cada variable conforme el proceso avanza.

Las variables de estado comúnmente usadas en flujos óptimos son las magnitudes de voltaje y ángulos de nodos [5].

Variables de control

Estas variables son representadas por el vector u , estas variables son las que pueden ir cambiando su valor para satisfacer la relación entre generación y carga. Las modificaciones que se realizan sobre las variables de control deben cumplir los límites de operación que presenta el sistema [5].

2.2.2. Función Objetivo

La función objetivo es un factor fundamental para la solución de problemas de optimización, conocida también como índice de rendimiento. Por medio de la función objetivo es que se puede determinar los valores idóneos que deben poseer las variables de control.

Existen diversos criterios a tomar en cuenta, estos pueden ser: económicos, tecnológicos o temporales. En el estudio de sistemas eléctricos existen diversos casos a optimizar, sin embargo en el presente trabajo de titulación se analiza un caso en especial que es la minimización de costos de generación [6].

2.2.2.1. Minimización de costos de generación

La función objetivo de minimización de costos estudia la relación de la potencia generada en cada unidad respecto al costo que tiene producir dicha energía [2].

La función objetivo se puede expresar de la siguiente manera:

$$\min F_{costo} = \sum_{i=1}^n F_{costo_i}(P_{Gi})$$

Ecuación 2.42 Función objetivo para minimización de costos de generación

Donde:

F_{costo} = Función de costo total de generación

F_{costo_i} = Función de costo individual

P_{Gi} = Potencia activa generada por la unidad i

n = Número total de unidades de generación

2.2.2.2. Función de costos

Las características de entrada-salida de las unidades de generación se puede representar por medio de una ecuación en función de la potencia generada para expresar el consumo de combustible. A esta ecuación se la denomina “función de costo de generación” o “función de costo operativo” dada en (BTU/MWh) [2].

El costo operativo de una unidad incluye costos de funcionamiento, mantenimiento y transporte de combustible.

La función de costo puede expresarse mediante una curva convexa.

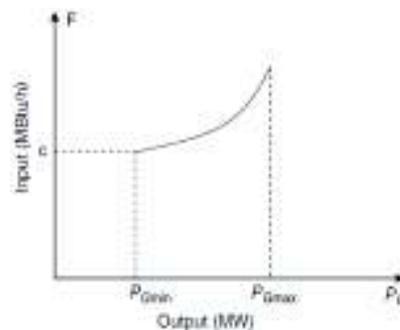


Figura 2.7 Curva de función entrada-salida de un generador eléctrico [2].

En la curva de función de costo mostrada en la Figura 2.7 se puede observar que la potencia se encuentra limitada por las capacidades operativas mínima y máxima de la unidad de generación.

$$P_{G_{min}} \leq P_G \leq P_{G_{max}}$$

Ecuación 2.43 Límites de generación de Potencia Activa P_G

Los límites de la capacidad de generación que poseen las unidades vienen determinados por parámetros que el fabricante otorga por medio de la realización de pruebas a los equipos, esto para asegurar un correcto funcionamiento [2].

Generalmente la función de costo operativo viene dada por una ecuación no lineal, y es muy frecuente el uso de una expresión cuadrática representada de la siguiente manera:

$$F(P_G) = aP_G^2 + bP_G + c$$

Ecuación 2.44 Expresión cuadrática de la función de costo

Donde a , b y c son coeficientes de la función de costo del generador. [2]

Sin embargo existen otras funciones de costo como: función de costo cúbica, lineal o lineal a trozos.

2.2.3. Restricciones de operación

Para un sistema eléctrico de potencia las variables que se encuentren involucradas en flujos y flujos óptimos de potencia deben mantenerse dentro de límites establecidos, esto ayuda a que los equipos y el sistema eléctrico no pasen a una zona insegura de operación [3].

Existen diversas variables a tomar en cuenta en el SEP que son: voltaje, potencia activa, potencia reactiva, potencia aparente, corriente y ángulos nodales. A continuación se tratará las restricciones usadas dentro del presente trabajo de titulación.

2.2.3.1. Balance de potencia nodal

La restricción de operación fundamental para realizar un análisis de flujo óptimo es la restricción de balance de potencia nodal, ya que la generación de potencia activa por parte de las unidades debe abastecer la potencia de demanda que requiera el sistema. Además de cumplir con dicha potencia debe cumplir con la generación necesaria para compensar las pérdidas que se producen por la transmisión de dicha energía.

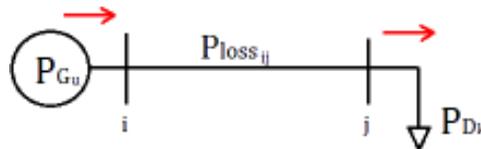


Figura 2.8 Balance de potencia de un SEP

De la Figura 2.8 se tiene que:

$$P_{Gu} = P_{Dk} + \sum_{j \in i} P_{loss_{ij}}$$

Ecuación 2.45 Ecuación de balance de potencia nodal

Donde:

- P_{G_u} = Potencia generada por la unidad u
- P_{D_k} = Potencia demandada por el nodo k
- $P_{loss_{ij}}$ = Pérdidas de potencia activa por la línea $i - j$, Ecuación 2.23
- u = Número de unidades de generación del SEP
- $\in i$ = Conjunto de barras vecinas a i , excluida la barra i
- k = Número de cargas conectadas al SEP

Por lo cual con la Ecuación 2.45 se puede expresar la restricción fundamental de un problema de potencia óptima que es el balance de potencia nodal que debe cumplir el SEP.

2.2.3.2. Límites de generación

Para limitar las condiciones mínimas de operación se realiza un análisis de las condiciones técnicas del equipo, tales como: turbina, caldera del generador en caso de máquinas térmicas o caudal en caso de hidroeléctricas. Además de analizar los límites para la operación de equipos auxiliares y límites de combustión.

Los límites máximos de potencia que pueda proveer el generador están determinados por la capacidad de diseño que el equipo tenga, por la capacidad de la turbina y por los límites térmicos de componentes del generador [2].

Por lo mencionado anteriormente la ecuación que puede definir a la restricción de generación es la siguiente:

$$P_{G \min} \leq P_G \leq P_{G \max}$$

Ecuación 2.46 Expresión de límites de generación de potencia activa

2.2.3.3. Límite de ángulo nodal

Los límites del valor que el ángulo tiene en cada nodo también es un factor importante dentro del presente trabajo ya que son valores importantes para mantener la estabilidad del sistema [5].

La ecuación que puede definir a la restricción de ángulos es:

$$\theta_{i \min} \leq \theta_i \leq \theta_{i \max}$$
$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi$$

Ecuación 2.47 Expresión de límites de ángulos en los nodos

2.2.3.4. Límite de transmisión de potencia activa a través de líneas del SEP

La capacidad que puede transferir normalmente una línea de transmisión es de un SIL (Surge Impedance Loading), esta capacidad se la define a continuación:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ecuación 2.48 Expresión que define al SIL

Donde:

Z_c = Impedancia característica [Ω]

L = Inductancia [$\frac{mH}{km}$]

C = Capacitancia [$\frac{\mu F}{km}$]

$$SIL = \frac{V^2}{Z_c} = P_{ij \max}$$

Ecuación 2.49 Máxima potencia de transferencia entre 2 nodos

Por lo cual mediante la ecuación anterior se puede determinar cuál es la capacidad máxima que puede transferir una línea sin tener inconvenientes en su operación.

2.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA

Una vez estudiados los elementos que conforman el sistema eléctrico y la influencia de estos en los modelos que plantean problemas de optimización, se puede analizar los métodos de resolución. Existen varios métodos, sin embargo, en el presente trabajo de titulación se analiza el Método de Multiplicadores de Lagrange y el Método del Punto Interior debido a que el primero cuenta con una mayor facilidad el momento de la deducción y explicación respecto a otros algoritmos. El Método de Punto Interior se eligió debido a que ambos los Solvers de MATLAB cuentan con dicho algoritmo de solución y respecto a lo estudiado en la carrera de ingeniería eléctrica es un nuevo método [7] [8].

2.3.1. Método de Multiplicadores de Lagrange

El Método de Multiplicadores de Lagrange es usado en diversas aplicaciones en sistemas eléctricos, entre estos el problema de despacho económico. Este método realiza la optimización de una función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, donde las variables del problema

x_1, x_2, \dots, x_n están sujetas a diversas restricciones $w_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ que limitan la solución de minimización en una región factible de operación [7].

El planteamiento del problema a resolver por medio de Multiplicadores de Lagrange, es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ \text{Sujeto a:} & \\ & w_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ & x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max} \\ & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{aligned}$$

Ecuación 2.50 Planteamiento del problema de minimización de la función $f(x)$

Aplicando el concepto de Multiplicadores de Lagrange:

$$\mathcal{L}(x_i, \lambda) = f(x_i) + \lambda w(x_i)$$

Ecuación 2.51 Aplicación de multiplicadores de Lagrange a $f(x)$

Se debe plantear derivadas parciales de la función $\mathcal{L}(x_i, \lambda)$ con respecto a x y λ . Se tiene por lo tanto la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{L}(x_i, \lambda) = \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_i) + \lambda \frac{\partial}{\partial x_i} w(x_i)$$

Ecuación 2.52 Derivada de la función $L(x_i, \lambda)$ respecto a x_i

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \mathcal{L}(x_i, \lambda) = w(x_i) = 0$$

Ecuación 2.53 Derivada de la función $L(x_i, \lambda)$ respecto a λ

Para un mayor entendimiento del Método de Multiplicadores de Lagrange se procederá a resolver un problema de optimización que se encuentra sujeto a un conjunto de restricciones [7].

Problema de Lagrange

Se plantea una función $f(x_1, x_2)$ que para el ejemplo será una función elíptica [2]:

$$f(x_1, x_2) = 0.25x_1^2 + x_2^2$$

Ecuación 2.54 Planteamiento función $f(x_1, x_2)$

Dado que la función planteada es la suma de dos cuadrados, como mínimo valor se tiene la igualdad a cero, y como máximo valor una cantidad positiva y no finita. El problema además posee las siguientes restricciones:

$$x_1 + x_2 - 5 = w(x_1, x_2) = 0$$

$$(x_1, x_2) \geq 0$$

Ecuación 2.55 Planteamiento restricciones del problema

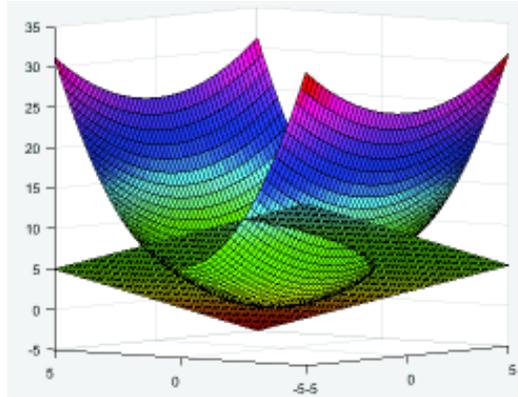


Figura 2.9 Región factible del problema planteado

Aplicando el concepto de multiplicadores, la función se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda w(x_1, x_2)$$

Ecuación 2.56 Aplicación de multiplicadores de Lagrange

En la Ecuación 2.56 se describe como la ecuación de Lagrange y se compone por las variables x_1, x_2 y λ . El procedimiento implica que el momento de encontrar x_1 y x_2 se puede encontrar el valor de λ .

Para poder cumplir con las condiciones del problema se debe realizar las derivadas parciales de \mathcal{L} con respecto a las variables involucradas igualándolas a 0, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$$

Ecuación 2.57 Aplicación de derivadas parciales a función $\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)$

Por lo cual el problema queda de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = (0.25x_1^2 + x_2^2) + \lambda(5 - x_1 - x_2)$$

Ecuación 2.58 Función $\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)$ planteada

Sus respectivas derivadas son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0.5x_1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 2x_2 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5 - x_1 - x_2 = 0$$

Ecuación 2.59 Derivadas parciales de la función $L(x_1, x_2, \lambda)$

Al plantear el problema de tal manera se establece un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, calculando se obtiene:

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 1$$

$$\lambda = 2$$

Ecuación 2.60 Resultados del problema aplicando multiplicadores de Lagrange

De esa manera se resuelve el problema planteado empleando el método de Multiplicadores de Lagrange y en el cuál se puede apreciar de mejor manera la solución.

2.3.2. Método del Punto Interior

En 1984 N. Karmarkar desarrolló un algoritmo polinomial que cruza el espacio de las soluciones posibles de manera interior, siendo eficaz el momento de ejecutarlo en problemas de gran magnitud.

Este método consiste en viajar a través del interior de una región factible de solución hasta encontrar el punto óptimo del problema, la variable se va movilizand o en la dirección que ayude a mejorar (minimizando o maximizando) cada vez más la función objetivo planteada [8].

Una de las características que posee el Método de Punto Interior es que transforma la región factible para poder ubicar la solución actual en su centro, esto mediante una normalización para intentar generar la mayor mejoría posible.

Los problemas se presentan de una forma canónica, como se muestra a continuación [8]:

$$\min \text{ o } \max \quad Z = C^T x$$

Sujeto a:

$$Ax = b$$

$$e^T = x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$$

$$x \geq 0$$

Ecuación 2.61 Planteamiento de problema en forma canónica

Para comprender de mejor manera el desarrollo del algoritmo, se realiza un ejemplo, con el objetivo de conocer la idea del desarrollo del Método de Punto Interior.

Ejemplo de problema del punto interior

$$\max Z = x_1 + 2x_2$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Ecuación 2.62 Ejercicio de prueba para resolución de punto interior

Conforme a la ecuación del problema planteada anteriormente, se tiene:

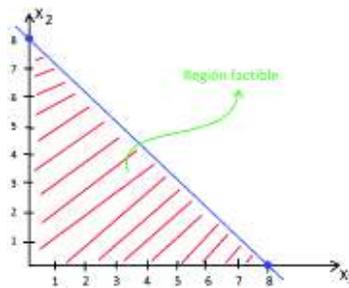


Figura 2.10 Región factible de problema planteado

Una vez que se plantea el problema es necesario organizarlo de forma canónica como se mencionó anteriormente.

$$\max Z = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sujeto a:

$$[1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq [8]$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Ecuación 2.63 Forma canónica del ejemplo del problema de punto interior

Debido a que el problema planteado en la Ecuación 2.63 cuenta con restricciones de desigualdad, se procede a ubicar una variable de holgura que permita expresar como igualdades las restricciones del problema, planteándolo de la siguiente forma:

$$\max Z = [1 \quad 2 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Sujeto a:

$$[1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = [8]$$

Ecuación 2.64 Replanteamiento de forma canónica para ejercicio de punto interior

De lo cual si se observa la Ecuación 2.64 se plantean los siguientes vectores:

$$\begin{aligned}
 C &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} & C^T &= [1 \quad 2 \quad 0] \\
 x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} & A &= [1 \quad 1 \quad 1] \\
 b &= [8] & lb &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Ecuación 2.65 Planteamiento de vectores del problema

Donde lb es un vector que impone los límites inferiores, indicando la positividad de las soluciones a hallar.

Una vez establecidos los vectores del problema, el ejercicio se lo puede desarrollar y este consiste en resolver la siguiente ecuación:

$$x = p_0 + N \frac{\alpha}{\beta} PG$$

Ecuación 2.66 Ecuación para solución método punto interior

Donde:

- x = Vector de solución
- p_0 = Punto inicial
- N = Mayor valor del p_0
- α = Valor de paso, donde $0 < \alpha \leq 1$, dependiendo su valor realiza una cantidad mayor o menor de iteraciones
- β = Valor más negativo de PG
- PG = Gradiente proyectado

Forma de encontrar al Gradiente Proyectado PG

El gradiente proyectado permite dirigir al p_0 hacia una mejor posición para el mejoramiento de la función objetivo conforme avancen las iteraciones. La ecuación que permite encontrar el gradiente proyectado es [8]:

$$PG = [P][C]$$

Ecuación 2.67 Ecuación para hallar el gradiente proyectado

Donde P es igual a:

$$P = I - A^T(AA^T)^{-1}A$$

Ecuación 2.68 Ecuación para hallar parte del gradiente proyectado

Donde I es una matriz identidad, y A y C son los vectores que se encuentran definidos en la Ecuación 2.65.

Por lo que aplicando el concepto de gradiente proyectado al problema, se tiene:

$$PG = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left([1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} [1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.69 Solución del gradiente proyectado

Entonces se define a $p_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, se tiene que no es un punto equidistante dentro de la zona factible por lo cual aplicando una normalización al problema se asumen variables auxiliares y se puede determinar que:

$$\begin{aligned} \text{Si} \quad (x_1 \ x_2 \ x_3) &= [2 \ 2 \ 4] \\ \text{Entonces} \quad (y_1 \ y_2 \ y_3) &= \left[\frac{x_1}{2} \ \frac{x_2}{2} \ \frac{x_3}{4} \right] = [1 \ 1 \ 1] \end{aligned}$$

Ecuación 2.70 Aplicación de normalización al punto interior

Por lo que la Ecuación 2.70 muestra un punto equidistante en la región factible de solución, y se tiene la siguiente relación entre variables:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2y_1 \\ x_2 &= 2y_2 \\ x_3 &= 4y_3 \end{aligned}$$

Ecuación 2.71 Relación variables auxiliares y soluciones del problema

Por lo que se tiene la siguiente definición:

$$x = D * y \quad \rightarrow \quad y = D^{-1} * x$$

Ecuación 2.72 Relación general de variables auxiliares y soluciones del problema

Donde:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.73 Matriz de relación de variables auxiliares y soluciones del problema

Aplicando la relación con las nuevas variables auxiliares al problema, se tiene:

$$\begin{aligned} \max \quad Z &= 2y_1 + 4y_2 \\ \text{Sujeto a:} \\ 2y_1 + 2y_2 + 4y_3 &= 8 \end{aligned}$$

Ecuación 2.74 Replanteamiento de problema mediante variables auxiliares

Donde se forman las siguientes matrices:

$$C' = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.75 Matrices del problema replanteado

Una vez replanteado el problema se consideran todos los elementos disponibles para el cálculo.

$$P' = I - A'^T(A'A'^T)^{-1}A'$$

Ecuación 2.76 Ecuación para hallar parte del gradiente proyectado replanteado

Por lo que aplicando el concepto de gradiente proyectado al problema, se tiene:

$$PG = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \left([2 \ 2 \ 4] \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \right)^{-1} [2 \ 2 \ 4] \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.77 Solución del gradiente proyectado replanteado

Aplicando la Ecuación 2.66, se tiene:

$$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 * \left(\frac{0,5}{2}\right) * \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 7 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.78 Solución del problema replanteado

Usando la Ecuación 2.70, se tiene:

$$x = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 7 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.79 Solución del problema planteado

Por tanto en la primera iteración la solución es:

$$x_1 = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{7}{2}$$

Ecuación 2.80 Solución de la primera iteración del problema

Para las iteraciones siguientes se realiza el cálculo de nuevos valores donde el punto inicial p_0 pasa a tener nuevos valores que serán los encontrados en la Ecuación 2.78. Se halla un nuevo D (matriz de transformación), otro gradiente proyectado, α , etc. Se lo realiza hasta que el avance de la función objetivo no sea significativo y se encuentra la solución óptima del problema.

Para ahondar profundamente en la resolución del problema del método de punto interior se puede acceder a la referencia [8] del presente trabajo de titulación.

3. ESTRUCTURACIÓN DE MÓDULOS DE SOFTWARE

En el presente capítulo se muestra el desarrollo de cada uno de los módulos de software, la descripción de los métodos implementados y la programación del problema empleando Multiplicadores de Lagrange, tanto como la programación a partir de comandos de optimización en MATLAB.

3.1. PROCESAMIENTO DE DATOS PARA LA ESTRUCTURACIÓN DE LA FUNCIÓN DE COSTO

Los coeficientes que forman la función de costo de una unidad generadora se los puede determinar mediante algunas formas, estas pueden ser:

1. En base a pruebas de eficiencia de la unidad generadora
2. En base a registro de datos de operación de la unidad generadora
3. En base a datos de diseño proporcionados por el fabricante

Es posible obtener los datos estadísticos de salida de combustible y de potencia generada en cada una de las unidades, mediante lo cual se pueden determinar los coeficientes de la función a través del análisis y cálculo de algunos conjuntos de datos (F_k, P_k) . Para una función de costo cuadrática un método para hallar los parámetros deseados es el de "mínimos cuadrados".

El procedimiento para hallar los coeficientes de la función de costo es el siguiente:

Dado un conjunto de datos (F_k, P_k) , donde $k = 1, 2, \dots, n$. Y una función de costo cuadrática, se puede calcular el error para cada par ordenado (F_k, P_k) :

$$\Delta F_k = (aP_k^2 + bP_k + c) - F_k$$

Ecuación 3.1 Error de conjunto de datos (F_k, P_k)

De acuerdo al principio de mínimos cuadrados, se puede formar la siguiente función objetivo tal como:

$$J = (\Delta F_k)^2 = \sum_{k=1}^n (aP_k^2 + bP_k + c - F_k)^2$$

Ecuación 3.2 Función objetivo de acuerdo al principio de mínimos cuadrados

Se tendrán las condiciones necesarias de borde de la función objetivo a partir de la primera derivada de la función J (Ecuación 3.2) en función de cada uno de los coeficientes independientes a, b, c y estableciendo cada derivada igual a cero.

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \sum_{k=1}^n 2P_k^2(aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0$$

Ecuación 3.3 Derivada parcial función J respecto al coeficiente a

$$\frac{\partial J}{\partial b} = \sum_{k=1}^n 2P_k(aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0$$

Ecuación 3.4 Derivada parcial función J respecto al coeficiente b

$$\frac{\partial J}{\partial c} = \sum_{k=1}^n 2(aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0$$

Ecuación 3.5 Derivada parcial función J respecto al coeficiente c

De la Ecuación 3.3 a la Ecuación 3.5, se tiene:

$$a \left(\sum_{k=1}^n P_k^2 \right) + b \left(\sum_{k=1}^n P_k \right) + nc = \sum_{k=1}^n F_k$$

Ecuación 3.6 Cálculo de mínimos cuadrados 1

$$a \left(\sum_{k=1}^n P_k^3 \right) + b \left(\sum_{k=1}^n P_k^2 \right) + c \left(\sum_{k=1}^n P_k \right) = \sum_{k=1}^n (F_k P_k)$$

Ecuación 3.7 Cálculo de mínimos cuadrados 2

$$a \left(\sum_{k=1}^n P_k^4 \right) + b \left(\sum_{k=1}^n P_k^3 \right) + c \left(\sum_{k=1}^n P_k^2 \right) = \sum_{k=1}^n (F_k P_k^2)$$

Ecuación 3.8 Cálculo de mínimos cuadrados 3

Las Ecuaciones Ecuación 3.6 a Ecuación 3.8 forman un sistema de ecuaciones mediante el cual se pueden determinar los coeficientes a , b y c .

3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL MÓDULO PARA CALCULAR LA FUNCIÓN DE COSTO

La función de costo de las unidades de generación es imprescindible para el cálculo en cada uno de los algoritmos a implementar para realizar despachos económicos de potencia activa, motivo por el cual en primera instancia se implementa un módulo de software que sea capaz de determinar la expresión de dicha función.

La función de costo a tratar en el presente trabajo de titulación vendrá expresada de forma cuadrática como lo indica la Ecuación 2.44 debido a que presenta una mejor

aproximación de resultados respecto a funciones lineales y brinda una mayor la facilidad en el manejo de la programación respecto a las funciones cúbicas.

La base de datos requerida para el cálculo de $F(P_G)$, vendrá determinada por la unidad de consumo de combustible (BTU/MWh) respecto a la potencia activa (MW) que genera la unidad.

Se realiza un ejemplo de cálculo para comprender el proceso de mejor manera:

A continuación se muestra una base de datos que contiene 3 unidades de generación con 11 pasos de potencia:

\$	Pasos	Unit1 \$BTU/MWh	Unit2	Unit3	Pow-Out	
Datos=[1	0.305	0.313	0.288	150.00	;
	2	0.312	0.315	0.298	175.00	;
	3	0.319	0.325	0.304	200.00	;
	4	0.329	0.334	0.313	225.00	;
	5	0.332	0.336	0.319	250.00	;
	6	0.346	0.353	0.327	275.00	;
	7	0.351	0.352	0.342	300.00	;
	8	0.370	0.381	0.353	325.00	;
	9	0.395	0.398	0.388	350.00	;
	10	0.413	0.426	0.399	375.00	;
	11	0.435	0.448	0.431	400.00];

Figura 3.11 Base de datos para calcular la función de costo

Los valores de potencia activa mostrados en la Figura 3.11 en la 5ta columna representan a P_k , descrito en las Ecuaciones Ecuación 3.6 a Ecuación 3.8.

En función de los valores de la base datos de la Figura 3.11 se procede a encontrar cada uno de los parámetros necesarios para el cálculo, en primer lugar se calcula el consumo de combustible (BTU/h)(Figura 3.12) de las unidades que representan los valores de F_k , que luego se emplean en las Ecuaciones Ecuación 3.6 a Ecuación 3.8:

Cons =		
45.7500	46.9500	43.2000
54.6000	55.1250	52.1500
63.8000	65.0000	60.8000
74.0250	75.1500	70.4250
83.0000	84.0000	79.7500
95.1500	97.0750	89.9250
105.3000	105.6000	102.6000
120.2500	123.8250	114.7250
138.2500	139.3000	135.8000
154.8750	159.7500	149.6250
174.0000	179.2000	172.4000

Figura 3.12 Consumo de combustible de unidades de generación

Con los valores de P_k y F_k ya establecidos se puede armar el sistema de ecuaciones para su desarrollo, para facilidad de manejo y cálculo este sistema de ecuaciones se lo ha representado en forma matricial como se muestra en la Figura 3.13:

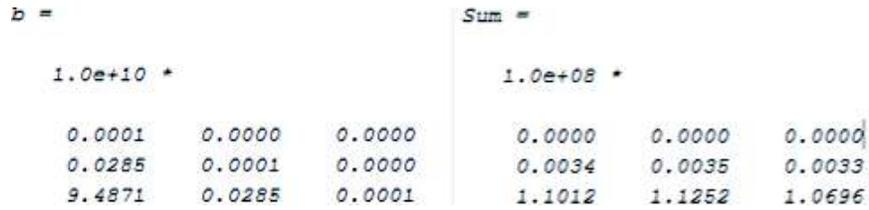


Figura 3.13 Formación matricial de sistema de Ecuaciones Ecuación 3.6, Ecuación 3.7 y Ecuación 3.8

Donde “b” es la parte izquierda de dichas ecuaciones y “Sum” la igualdad de las mismas. A partir de estas matrices se resuelve el sistema de ecuaciones donde su resultado otorga los coeficientes de la función de costo de cada unidad de generación, como se muestra a continuación en la Figura 3.14:

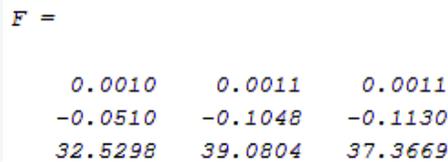


Figura 3.14 Coeficientes de la función de costo de unidades de generación

Donde la primera fila muestra los coeficientes a , la segunda indica coeficientes b y la última fila muestra el coeficiente c de la función de costo.

Para la base de datos presentada en la Tabla 3.1 se puede determinar lo siguiente:

Tabla 3.1 Funciones de costo de unidades de generación

Unidad	Función de Costo
1	$F(P_{G1}) = 0.0010P_{G1}^2 - 0.0510P_{G1} + 32.5298$
2	$F(P_{G2}) = 0.0011P_{G2}^2 - 0.1048P_{G2} + 39.0804$
3	$F(P_{G3}) = 0.0011P_{G3}^2 - 0.1130P_{G3} + 37.3669$

Adicionalmente se puede visualizar la curva de la función de costo de las unidades mediante la gráfica proporcionada dentro de la programación del módulo como se muestra en la Figura 3.5.

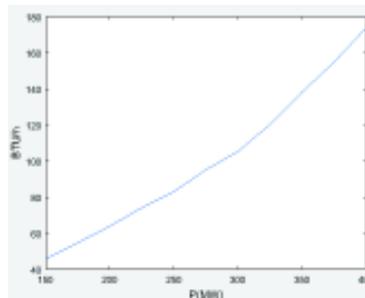


Figura 3.15 Curva de costo generador 1

El módulo de software encargado del cálculo de los coeficientes de la función de costo se lo empleó para 3 unidades de generación y 11 pasos de evaluación, sin embargo dicho módulo puede realizar cálculos para n -unidades y n -pasos, esto se logra incrementando la base de datos existente. La programación del módulo de cálculo de función de costo se lo puede encontrar en el Anexo I.

3.3. DESARROLLO DEL PRIMER MODELO DE OPTIMIZACIÓN

El primer modelo de optimización a desarrollar se soluciona mediante tres diferentes métodos que son: Multiplicadores de Lagrange y mediante solvers de optimización Quadprog y Fmincon de MATLAB.

3.3.1. Formulación del problema de optimización

La formulación del primer modelo matemático para resolver el problema de optimización de entrega de potencia activa hacia un sistema de generación eléctrica presenta las siguientes características:

$$\min F = \sum_{i=1}^n F_i(P_{Gi}) = \sum_{i=1}^n (a_i(P_{Gi})^2 + b_i(P_{Gi}) + c_i)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = P_D + P_{Loss} \quad \text{donde} \quad P_{Loss} = 0$$

$$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$$

Ecuación 3.9 Planteamiento de primer modelo matemático

Donde:

$F_i(P_{Gi})$ = función de costo operativo de unidad de generación i

P_D = potencia total demandada por el sistema

P_{Gi} = potencia de generación de la unidad i

P_{Gimax} = potencia máxima de generación de la unidad i

P_{Gimin} = potencia mínima de generación de la unidad i

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = P_D \quad \text{Ecuación de balance de carga del sistema}$$

$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$ Límites de generación de la unidad i

3.3.2. Método mediante multiplicadores de Lagrange

El primer método para solucionar el modelo de optimización de despacho económico está basado en el desarrollo de la función costo que tienen las unidades generadoras

del sistema, sujeto a sus respectivas restricciones operativas y en función del principio de la tasa de incremento igualitario. Esta tasa consiste en incrementar equitativamente la generación de energía de las unidades del sistema que se conectan hacia una carga total equivalente P_D , sujetas al balance de potencia de carga y a límites operativos de generación en cada una de las unidades.

Una vez formulado el problema a optimizar se aplica la teoría de multiplicadores de Lagrange, esto permite adherir las restricciones del problema a la función objetivo de la siguiente manera:

$$L = F + \lambda \left(P_D - \sum_{i=1}^n P_{Gi} \right)$$

Ecuación 3.10 Aplicación de multiplicadores de Lagrange a problema de optimización

Donde:

$\lambda =$ Tasa de incremento igualitaria = Costo incremental

Las condiciones necesarias para obtener los valores de la función de Lagrange están dados por la primera derivada con respecto a cada una de las variables independientes, y estas a su vez igualadas a cero.

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial F}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0$$

Ecuación 3.11 Derivada de L respecto a P_{Gi}

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_D - \sum_{i=1}^n P_{Gi} = 0$$

Ecuación 3.12 Derivada de λ respecto a P_{Gi}

Al realiza el despeje de λ de la Ecuación 3.11, se tiene:

$$\lambda = \frac{\partial F_i}{\partial P_{Gi}} = 2a_i(P_{Gi}) + b_i$$

Ecuación 3.13 Despeje de λ de Ecuación 3.11

Entonces, despejando P_{Gi} , se tiene:

$$P_{Gi} = \frac{\lambda - b_i}{2a_i}$$

Ecuación 3.14 Valor de P_{Gi} respecto a función de costo y λ

Al introducir la Ecuación 3.14 en la Ecuación 3.12, se tiene:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda - b_i}{2a_i} = P_D$$

Ecuación 3.15 Restricción de balance respecto a función de costo, λ y carga

Al despejar el valor de λ de la anterior ecuación, se tiene:

$$\lambda = \frac{P_D - \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}}$$

Ecuación 3.16 Despeje de λ respecto a Ecuación 3.15

Para hallar las potencias óptimas que debe generar cada unidad, el algoritmo se implementa mediante los siguientes pasos:

1. Se calcula la potencia eléctrica de cada unidad de acuerdo con el principio de tasa incremental igualitaria con la Ecuación 3.16 y posteriormente Ecuación 3.14 para determinar las potencias de salida en cada unidad.
2. Una vez halladas las potencias se verifica si los resultados se encuentran dentro de los límites operativos planteados en la Ecuación 3.9, en caso de ser factibles se finaliza el problema; caso contrario se establece que la potencia de salida es su límite operativo:

$$P_{Gk} \geq P_{Gkmax}, P_{Gk} = P_{Gkmax}$$

$$P_{Gk} \leq P_{Gkmin}, P_{Gk} = P_{Gkmin}$$

Ecuación 3.17 Límites de potencia activa como potencia de salida

3. Tomar el valor de la unidad excedida como nueva carga hacia el sistema, para obtener una carga prima.

$$P'_{Dk} = -P_{Gk} \quad \text{para las } k\text{-unidades excedidas } (k = 1, \dots, n)$$

Ecuación 3.18 Carga prima del sistema

4. Recalcular la ecuación de balance de carga,

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq nk}}^n P_{Gi} = P_D + \sum_{k=1}^{nk} P'_{Dk}$$

Ecuación 3.19 Nueva carga equivalente del sistema

5. Con la nueva ecuación de balance de carga, ir al paso 1 a calcular nuevamente los valores de potencia entregada por cada unidad.

Para mejor entendimiento se plantea un diagrama de flujo Figura 3.6 donde se indica los pasos anteriormente planteados para el desarrollo del primer modelo de optimización mediante el método de Lagrange.

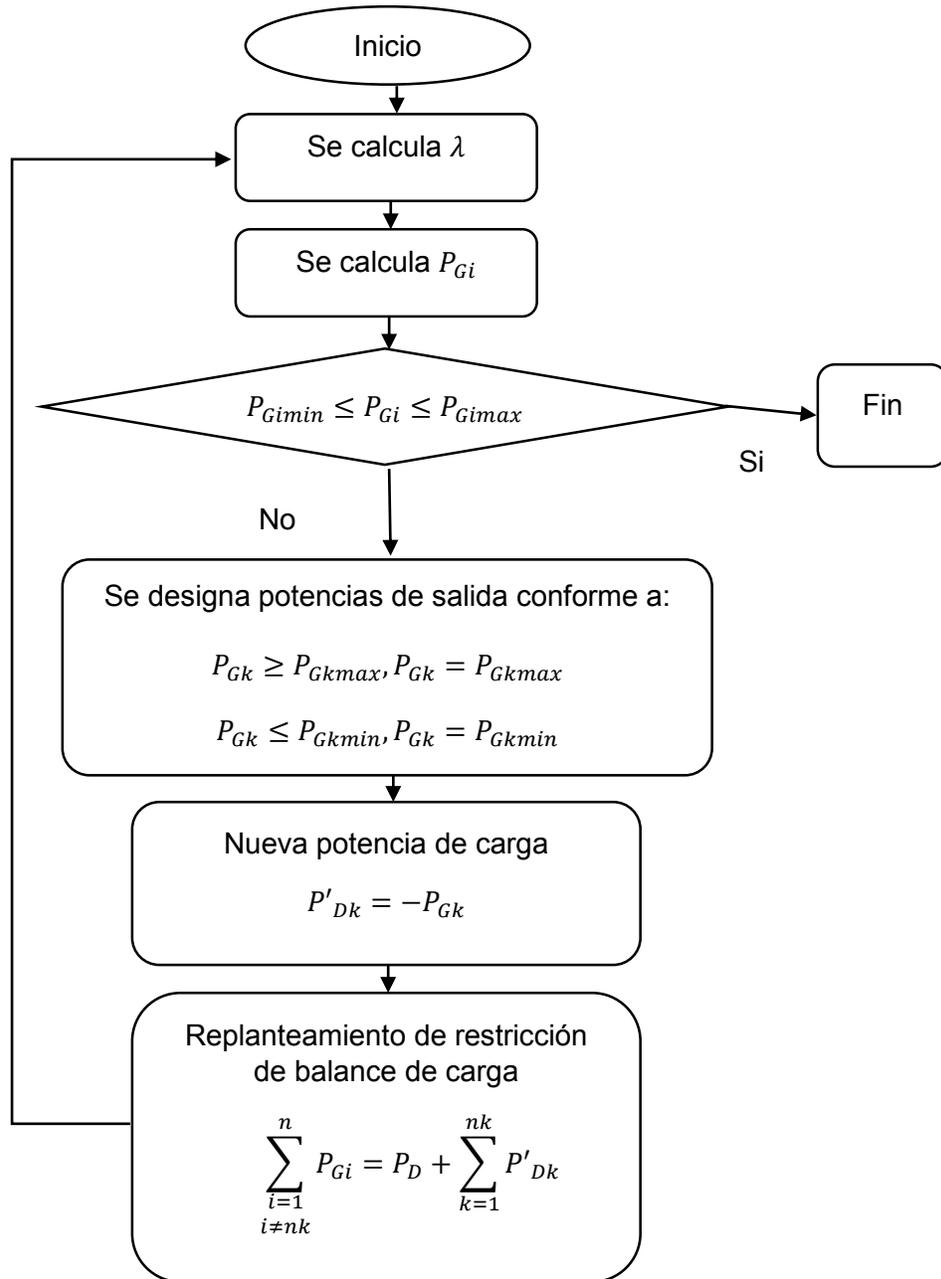


Figura 3.1 Diagrama de flujo, problema por multiplicadores de Lagrange

Una vez que todas las unidades de generación se encuentren dentro de los límites de generación establecidos por las restricciones del problema y cumplen la restricción de balance de carga, se puede finalizar el proceso de cálculo y se obtienen las potencias óptimas que cada unidad debe suministrar al sistema.

3.3.3. Métodos desarrollados por solvers de optimización en MATLAB

El segundo y tercer método está sujeto a solución de la función de costo operativo de las unidades de generación, dadas las condiciones operativas planteadas en el problema de optimización de la Ecuación 3.9.

La solución de las funciones de costo operativo se las realizará mediante solvers de optimización presentes en el software computacional MATLAB. Estos comandos son Quadprog y Fmincon, son los seleccionados para la resolución óptima de un sistema que posee ecuaciones No Lineales [3].

El desarrollo del problema se presenta mediante ambos comandos de optimización para analizar: diferencia de implementación, tiempo de ejecución, resolución del problema y los resultados que presentan.

3.3.3.1. Toolbox de Optimización en MATLAB

Dentro del programa computacional MATLAB se tiene toolbox de soluciones a diferentes problemas, uno de estos es *Optimization Toolbox* que proporciona al usuario funciones que permiten determinar los parámetros que maximicen o minimicen los objetivos planteados respetando las debidas restricciones del proceso [9].

Optimization Toolbox incluye *solvers* para:

- Programación lineal (LP)
- Programación lineal entera mixta (MILP)
- Programación cuadrática (QP)
- Programación No Lineal (NLP)
- Mínimos cuadrados lineales con restricciones
- Mínimos cuadrados No Lineales
- Ecuaciones No Lineales

Para la ejecución de estos *solvers* se puede definir el problema de optimización con funciones y matrices, o a su vez especificando expresiones de variables que reflejen la matemática subyacente.

Al utilizar estos comandos de *Toolbox* se puede realizar diversas tareas:

- Localizar soluciones óptimas a problemas continuos
- Localizar soluciones óptimas a problemas discretos
- Realizar análisis *Tradeoff*
- Incorporar métodos de optimización en algoritmos y aplicaciones
- Realizar optimización de diseños y estimación de parámetros
- Selección de componentes y ajuste de parámetros.

Para solucionar los sistemas planteados en el proyecto de titulación se emplearon los comandos Quadprog y Fmincon de MATLAB, la sintaxis que requiere para la ejecución se indica en el Anexo II [9].

3.3.3.2. Formulación mediante el comando Quadprog

La formulación del problema de optimización requiere una sintaxis adecuada para la utilización del comando Quadprog misma que se muestra en el siguiente cuadro [3].

Tabla 3.2 Cuadro comparativo de Sintaxis Quadprog

	Problema de optimización	Sintaxis del comando Quadprog
Función objetivo	$\min F = \sum_{i=1}^n (a_i(P_{Gi})^2 + b_i(P_{Gi}) + c_i)$	$\min \frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$
Condiciones de igualdad	$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = P_D$	$Aeq \cdot x = beq$
Condiciones de desigualdad	No posee	$A \cdot x \leq b$
Límites de operación	$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$	$lb \leq x \leq ub$

A continuación se analizará cada una de las matrices y vectores del problema de optimización que son necesarios para corresponder la sintaxis del comando Quadprog y su respectiva solución.

Formulación del vector x

El comando Quadprog de MATLAB crea un vector solución a partir del problema de optimización planteado. Los valores presentes en dicho vector representan las cantidades de las variables una vez optimizadas.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{nx1} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{Gn} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.20 Vector x , Quadprog

Este vector está formado a partir de información de las matrices A y Aeq con sus respectivos vectores asociados b y beq respectivamente, sujeto a limitaciones ub y lb . La dimensión del vector será igual al número de variables involucradas en el proceso de optimización.

Formulación de la matriz H

La formación de la matriz H viene dada por los elementos cuadráticos de la función de costo operativo de las unidades. Estos elementos deben ubicarse en la diagonal de la matriz duplicando cada uno de sus valores.

$$H = \begin{bmatrix} 2a_1 & 0_{1,2} & \dots & 0_{1,n} \\ 0_{2,1} & 2a_2 & \dots & 0_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n,1} & 0_{n,2} & \dots & 2a_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Ecuación 3.21 Matriz H , Quadprog

Formulación del vector f

La formación del vector f viene dado por los elementos lineales de la función de costo. Estos elementos forman un vector de dimensión $n \times 1$.

$$f = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Ecuación 3.22 Vector f , Quadprog

Formulación de la matriz A

Debido a que el problema de optimización planteado no contiene restricciones de desigualdad, la matriz A debe llenarse con elementos cero respetando las dimensiones del problema para no tener inconvenientes en la solución.

$$A = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & 0_{1,2} & \dots & 0_{1,n} \\ 0_{2,1} & 0_{2,2} & \dots & 0_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n,1} & 0_{n,2} & \dots & 0_{n,n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Ecuación 3.23 Matriz A , Quadprog

Formulación del vector b

Debido a que el problema de optimización planteado no contiene restricciones de desigualdad, el vector b debe completarse con elementos cero respetando la dimensión del problema para no tener inconvenientes en la solución.

$$b = \begin{bmatrix} 0_1 \\ 0_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Ecuación 3.24 Vector b , Quadprog

Formulación de la matriz A_{eq}

La matriz A_{eq} o en este caso vector debe completarse con una fila de unos, ya que esto representa las potencias despachadas por cada unidad y la suma de todas las potencias abastece la carga total equivalente del sistema.

$$A_{eq} = [P_{G1} \ P_{G2} \ \dots \ P_{Gn}]_{1 \times n} = [1_{1,1} \ 1_{1,2} \ \dots \ 1_{1,n}]_{1 \times n}$$

Ecuación 3.25 Matriz A_{eq} , Quadprog

Formulación del vector b_{eq}

La ecuación de carga es la responsable de identificar el valor presente en este vector, esta corresponde a la igualdad de la formulación de la matriz A_{eq} . Este vector de dimensión 1×1 tiene como valor la potencia de demanda que requiere el sistema.

$$b_{eq} = [P_D]_{1 \times 1}$$

Ecuación 3.26 Vector b_{eq} , Quadprog

Formulación del vector lb

Los límites del sistema de generación son importantes para determinar las zonas factibles de operación de las máquinas, por lo cual la formación del vector de límites inferiores se sustenta en los valores mínimos que pueden proveer cada una de las unidades de generación.

$$lb = \begin{bmatrix} P_{G1 \ min} \\ P_{G2 \ min} \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{Gn \ min} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Ecuación 3.27 Vector lb , Quadprog

Formulación del vector ub

Al igual que los límites inferiores, los límites superiores deben ser agrupados en un vector de valores máximos de entrega de potencia activa que pueden entregar cada una de las unidades. La formación del vector se realiza de la siguiente manera:

$$ub = \begin{bmatrix} P_{G1 \ max} \\ P_{G2 \ max} \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{Gn \ max} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Ecuación 3.28 Vector ub , Quadprog

3.3.3.3. Formulación mediante el comando Fmincon

Así como para el comando Quadprog, el comando Fmincon requiere una sintaxis adecuada para su implementación cuyo resumen se presenta en la Tabla 3.3: [9]

Tabla 3.3 Cuadro comparativo de Sintaxis Fmincon

	Problema de optimización	Sintaxis del comando Fmincon
Función objetivo	$\min F(P_{Gi})$	$\min f(x)$
Función de desigualdad	No posee	$c(x) \leq 0$
Función de igualdad	$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = P_D$	$ceq(x) = 0$
Condiciones de igualdad	No posee	$Aeq.x = beq$
Condiciones de desigualdad	No posee	$A.x \leq b$
Límites de operación	$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$	$lb \leq x \leq ub$

A continuación se analizan las funciones, matrices y vectores del problema de optimización necesarios para la sintaxis del comando Fmincon y su respectiva solución.

Formulación del vector x

El comando Fmincon de MATLAB crea un vector solución a partir del problema de optimización planteado. Los valores presentes en dicho vector representan las cantidades de las variables una vez optimizadas.

$$x = [x_{1,1} \quad x_{1,2} \quad \dots \quad x_{1,n}]_{n \times 1} = [P_{G1} \quad P_{G2} \quad \dots \quad P_{Gn}]$$

Ecuación 3.29 Vector x , Fmincon

La dimensión del vector x será igual al número de variables involucradas en el proceso de optimización.

Formulación de la función fun

El comando de optimización Fmincon tiene como principal objetivo la minimización de la función $f(x)$, esta se forma por la suma de costos operativos implementados mediante la función cuadrática de costos y las potencias despachadas a partir de un punto inicial.

$$fuction \quad fobj = fun$$

$$costo(i) = a_i(P_{Gi})^2 + b_i(P_{Gi}) + c_i$$

$$fobj = \sum_{i=1}^n costo(i)$$

Ecuación 3.30 Función fun , Fmincon

Donde:

- fun = función empleada en el comando Fmincon
- $fobj$ = costo total de unidades en un punto de operación dado
- $costo(i)$ = costo de operación de la unidad i en un punto de operación

Formulación del vector x_0

Para el vector de punto de operación inicial se asume el promedio de los límites de generación de las unidades, brindando un equilibrio el momento inicial del despacho de cada una de las unidades.

$$x_0 = \begin{bmatrix} x_{0_1} \\ x_{0_2} \\ \vdots \\ x_{0_n} \end{bmatrix}_{nx1} = \begin{bmatrix} \frac{P_{G1max} + P_{G1min}}{2} \\ \frac{P_{G2max} + P_{G2min}}{2} \\ \vdots \\ \frac{P_{Gnmax} + P_{Gnmin}}{2} \end{bmatrix}_{nx1}$$

Ecuación 3.31 Vector x_0 , Fmincon

Formulación de la matriz A

Debido a que el problema de optimización planteado no contiene condiciones de desigualdad como muestra la sintaxis del comando Fmincon (Tabla 3.2), A debe ser una matriz vacía.

$$A = []$$

Ecuación 3.32 Matriz A , Fmincon

Formulación del vector b

Debido a que el problema de optimización planteado no contiene condiciones de desigualdad como muestra la sintaxis del comando Fmincon (Tabla 3.2), entonces b debe ser un vector vacío.

$$b = []$$

Ecuación 3.33 Vector b , Fmincon

Formulación de la matriz Aeq

Debido a que las condiciones de igualdad, es decir, la ecuación de balance de carga se calcula dentro de la función de igualdad por tanto la matriz Aeq debe ser una matriz vacía para no tener inconvenientes en la solución.

$$Aeq = []$$

Ecuación 3.34 Matriz Aeq , Fmincon

Formulación del vector *beq*

Al igual que *Aeq*, su vector asociado *beq* debe ser una matriz vacía.

$$beq = [\]$$

Ecuación 3.35 Vector *beq*, *Fmincon*

Formulación del vector *lb*

Los límites de operación del sistema de generación son importantes para determinar las zonas factibles en que operan las máquinas, por lo cual la formación del vector de límites inferiores se sustenta en los valores mínimos que pueden entregar cada una las unidades de generación. La formación del vector de límites inferiores se muestra a continuación:

$$lb = [P_{G1\ min} \ P_{G2\ min} \ \dots \ \dots \ P_{Gn\ min}]_{1 \times n}$$

Ecuación 3.36 Vector *lb*, *Fmincon*

Formulación del vector *ub*

Así como los límites inferiores, los límites superiores se forman mediante valores que indican la máxima entrega de potencia por parte de las unidades de generación. La formación del vector se realiza de la siguiente manera:

$$ub = [P_{G1\ max} \ P_{G2\ max} \ \dots \ \dots \ P_{Gn\ max}]_{1 \times n}$$

Ecuación 3.37 Vector *ub*, *Fmincon*

Formulación de la función *nonlcon*

Finalmente, la función *nonlcon* es la última en ser evaluada para procesar el comando de optimización de MATLAB. En esta función se analiza la restricción de balance de carga del problema.

Esta función está definida por la potencia que entrega cada una de las unidades y la demanda equivalente del sistema, entregando así el valor más adecuado. La función se interpreta de la siguiente manera:

$$function \ [res, reseq] = nonlcon$$

$$P_t = \sum_{i=1}^n P_{Gi}$$

$$reseq = P_D - P_t$$

$$res = [\]$$

Ecuación 3.38 Vector *b*, *Fmincon*

3.4. DESARROLLO DEL SEGUNDO MODELO DE OPTIMIZACIÓN

La solución del segundo modelo matemático desarrollado en el presente trabajo de titulación está sujeto a la solución de la función de costo operativo de las unidades de generación, dadas condiciones y limitaciones operativas del problema.

En este modelo se incrementa la cantidad de restricciones operativas del problema con respecto al primer modelo de optimización.

Al finalizar el proceso de optimización se analizarán características como el tiempo de ejecución, la resolución del problema y los resultados respecto a la solución encontrada mediante el programa PowerFactory de DlgSILENT [8].

3.4.1. Formulación del problema

En este caso la formulación matemática del problema de optimización de entrega de potencia activa hacia un sistema de generación eléctrica presenta las siguientes características:

$$\min F = \sum_{i=1}^n F_i(P_{Gi}) = \sum_{i=1}^n (a_i(P_{Gi})^2 + b_i(P_{Gi}) + c_i)$$

Sujeto a:

$$\theta_k = 0$$

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = \sum_{j \in \Omega_i} B_{ij}(\theta_i - \theta_j) + P_D$$

$$P_{min\ ij} \leq B_{ij}(\theta_i - \theta_j) \leq P_{max\ ij}$$

$$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi$$

Ecuación 3.39 Formulación de problema de optimización, segundo modelo

Donde:

$F_i(P_{Gi})$ = función de costo de la unidad de generación i

θ_k = ángulo de referencia, generador slack

P_D = potencia total demandada por el sistema

P_{Gi} = potencia de generación de la unidad i

$\sum_{j \in \Omega_i} B_{ij}(\theta_i - \theta_j)$ = pérdidas de la línea de transmisión i - j

$P_{min\ ij}$ = potencia mínima de transmisión por línea i - j

- $P_{max\ ij}$ = potencia máxima de transmisión por línea i - j
 P_{Gimax} = potencia máxima de generación de la unidad i
 P_{Gimin} = potencia mínima de generación de la unidad i
 θ_i = ángulo del nodo i

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = \sum_{j \in \Omega_i} B_{ij}(\theta_i - \theta_j) + P_D = \text{ecuación de balance de carga del sistema}$$

$$P_{min\ ij} \leq B_{ij}(\theta_i - \theta_j) \leq P_{max\ ij} = \text{límite capacidad de transmisión por línea } i\text{-}j$$

$$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax} = \text{límites de generación de la unidad } i$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi = \text{límites de ángulos del nodo } i$$

3.4.1.1. Formulación mediante el comando Quadprog

Para la formulación del problema de optimización se requiere una sintaxis adecuada para implementar el comando Quadprog respecto a la variación en la cantidad de restricciones presentes en el segundo modelo según se resumen en la Tabla 3.4:

Tabla 3.4 Tabla comparativa de Sintaxis Quadprog y problema de optimización

	Problema de optimización	Sintaxis Quadprog
Función objetivo	$\min F = \sum_{i=1}^n (a_i(P_{Gi})^2 + b_i(P_{Gi}) + c_i)$	$\min \frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$
Condiciones de igualdad	$\theta_k = 0$ $\sum_{i=1}^n P_{Gi} = \sum_{j \in \Omega_i} B_{ij}(\theta_i - \theta_j) + P_D$	$Aeq \cdot x = beq$
Condiciones de desigualdad	$P_{min\ ij} \leq B_{ij}(\theta_i - \theta_j) \leq P_{max\ ij}$	$A \cdot x \leq b$
Límites de operación	$P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax}$ $-\pi \leq \theta_i \leq \pi$	$lb \leq x \leq ub$

A continuación se analizará cada una de las matrices y vectores del problema de optimización que son necesarios para la sintaxis del comando Quadprog [3].

Formulación del vector x

El comando Quadprog de MATLAB crea un vector solución a partir del problema de optimización planteado. Los valores presentes en dicho vector representan los valores de las variables una vez optimizadas.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{nx1}$$

Ecuación 3.40 Vector x , Quadprog Completo

Este vector cuenta con dos clases de variables, de estado (nodos de la red) y de control (potencia de generación). Debido a esto es importante considerar la posición de cada una de las variables en el vector x para que los cálculos que realiza el comando Quadprog se analicen correctamente.

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}_{(2n-1)x1} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}_{kx1}$$

Ecuación 3.41 Consideración de posiciones vector x , Quadprog Completo

Donde:

$$k = 2n - 1$$

$$n = \text{número de barras en el sistema}$$

$$k = \text{número de variables de estado y control}$$

Formulación de la matriz H

La formación de la matriz cuadrada H viene dada por los elementos cuadráticos de la función de costo de las unidades, sin embargo, estos elementos interactúan únicamente con las variables de control motivo por lo cual es necesario completar la matriz con elementos cero para que anulen la influencia de las variables de estado dentro de la función a minimizar y asocien correctamente las variables al vector x de resultados.

Los elementos de la función de costo deben ubicarse en la diagonal de la matriz duplicando su valor para equipararse a la sintaxis del comando Quadprog, el resto de elementos se completan con cero como se muestra a continuación:

$$H = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & 0_{1,2} & \dots & 0_{1,(n-1)} & 0_{1,n} & 0_{1,(n+1)} & \dots & 0_{1,k} \\ 0_{2,1} & 0_{2,2} & \dots & 0_{2,(n-1)} & 0_{2,n} & 0_{2,(n+1)} & \dots & 0_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{(n-1),1} & 0_{(n-1),2} & \dots & 0_{(n-1),(n-1)} & 0_{(n-1),n} & 0_{(n-1),(n+1)} & \dots & 0_{(n-1),k} \\ 0_{n,1} & 0_{n,2} & \dots & 0_{n,(n-1)} & 2a_1 & 0_{n,(n+1)} & \dots & 0_{n,k} \\ 0_{(n+1),1} & 0_{(n+1),2} & \dots & 0_{(n+1),(n-1)} & 0_{(n+1),n} & 2a_2 & \dots & 0_{(n+1),k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{k,1} & 0_{k,2} & \dots & 0_{k,(n-1)} & 0_{k,n} & 0_{k,(n+1)} & \dots & 2a_n \end{bmatrix}_{kxk}$$

Ecuación 3.42 Matriz H , Quadprog Completo

Formulación del vector f

El vector f involucrado en el comando Quadprog viene dado por los elementos lineales de la función de costo. Así como en la matriz H , el vector f debe tener un número determinado de elementos cero que anulen la influencia de las variables de estado en la respuesta. Los elementos cero forman un subvector de dimensión $(n - 1) \times 1$, los elementos lineales de la función de costo forman un subvector de dimensión $(n \times 1)$, por lo cual la dimensión total de f será de $k \times 1$, como se muestra a continuación:

$$f = \begin{bmatrix} 0_{1,1} \\ 0_{2,1} \\ \vdots \\ 0_{(n-1),1} \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{k \times 1}$$

Ecuación 3.43 Vector f , Quadprog Completo

Formulación de la matriz A

La formación de esta matriz representa las condiciones de desigualdad que se plantea dentro del sistema, por lo cual para encontrar la potencia que transfieren las líneas se debe tomar en cuenta las siguientes condiciones:

1. G_{ij} mucho menor que B_{ij} , entonces $G_{ij} = 0$
2. V igual en todas las barras, entonces $Q_i = 0$
3. $\sin(\theta_i - \theta_j) = \theta_i - \theta_j$
 $\cos(\theta_i - \theta_j) = 1$

Por tanto tomando las consideraciones antes mencionadas y la Ecuación 2.22 *Potencia Activa y Reactiva de una L/T del nodo 2 al nodo 1*, se tiene:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= (g_{ij}|V_i|^2 - g_{ij}|V_i||V_j| \cos \theta_{ij} + b_{ij}|V_i||V_j| \sin \theta_{ij}) \\ P_{ij} &= (b_{ij}(\theta_{ij})) \\ P_{ij} &= (b_{ij}(\theta_i - \theta_j)) = P_{Tij} \end{aligned}$$

Ecuación 3.44 Potencia de transmisión de líneas del sistema

La línea de transmisión se debe regir a cierto límite de transmisión de potencia, por la cual:

$$P_{T_{min\ ij}} \leq P_{Tij} \leq P_{T_{max\ ij}}$$

Ecuación 3.45 Límites de transmisión de potencia activa a través de las líneas

Desarrollando la inecuación, se tiene:

$$P_{Tij} \leq P_{T_{max\ ij}}$$

Ecuación 3.46 Límite de transmisión de potencia activa

Una ecuación que permite obtener el flujo de potencia activa que atraviesa por medio de las líneas de transmisión y por los transformadores de potencia, es: [3]

$$P_T = \gamma MI^T \delta$$

Ecuación 3.47 Ecuación de flujo de potencia a través de las líneas

Donde:

γ = matriz primitiva de elementos del sistema

MI = matriz de incidencia de elementos entre nodos

δ = vector de variables de estado del sistema

La matriz primitiva de elementos γ se forma mediante los valores propios de las reactancias de los elementos de transmisión que componen el sistema eléctrico son ubicados de manera diagonal, el resto son ceros como se muestra a continuación:

$$\gamma = \begin{bmatrix} x_1 & 0_{1,2} & \dots & 0_{1,m} \\ 0_{2,1} & x_2 & \dots & 0_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{m,1} & 0_{m,2} & \dots & x_m \end{bmatrix}_{m \times m}$$

Ecuación 3.48 Matriz primitiva de elementos

La matriz de incidencia de elementos entre nodos A , se forma mediante valores unitarios a partir de la conexión existente entre nodos mediante un elemento de conexión sea línea de transmisión o transformador como se muestra a continuación:

$$MI = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

Ecuación 3.49 Matriz de incidencia

Debido a que se toma en cuenta el ángulo del generador *slack* como referencia y es igual a cero ($\theta_k = 0$), se debe eliminar la columna referente a este nodo por tanto la dimensión de la matriz de incidencia es igual a $m \times (n - 1)$ y la dimensión del vector de variables de estado es de $(n - 1) \times 1$.

La potencia que fluye a través de los elementos puede expresarse como:

$$P_{Tij} = \gamma_{mxm} MI_{mx(n-1)} \delta_{(n-1)x1}$$

Ecuación 3.50 Ecuación de potencia activa de transmisión por las líneas

Donde:

m = número de elementos del sistema

n = número de nodos del sistema

Para desarrollar la matriz A , expresada por la Ecuación 3.46, se tiene 4 submatrices:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ -A_3 & A_4 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.51 Matriz A

Donde:

A_1 = representa la Ecuación 3.47, dimensión $mx(n - 1)$

A_2 = matriz de ceros, dimensión mxn

A_3 = representa la Ecuación 3.47, dimensión $mx(n - 1)$

A_4 = matriz de ceros, dimensión mxn

La inclusión de las matrices con elementos cero es necesaria para poder equiparar el número de filas del vector de variables x con el número de columnas de la matriz A . Además los valores encontrados en la matriz A_1 corresponden a los valores negativos presentes en la matriz A_3 . Debido a los subelementos de la matriz A , la dimensión final de la matriz es igual a $2mxk$.

Para analizar de mejor manera y verificar la deducción de las ecuaciones que forman la matriz de equivalencias A , puede dirigirse a la referencia [3] empleada para el presente trabajo de titulación.

Formulación del vector b

La formación de este vector se la realiza por medio del lado opuesto de la Ecuación 3.47 que muestran los límites operativos de transmisión máxima por medio de los elementos del sistema. Por lo cual el vector queda definido de la siguiente manera:

$$b = \begin{bmatrix} P_{max\ ij_1} \\ P_{max\ ij_2} \\ \vdots \\ P_{max\ ij_m} \\ P_{max\ ij_1} \\ P_{max\ ij_2} \\ \vdots \\ P_{max\ ij_m} \end{bmatrix}_{2mx1}$$

Ecuación 3.52 Vector b

Los valores de potencia máxima que puede transmitir una línea se representan en la Ecuación 3.49.

Formulación de la matriz Aeq

La matriz Aeq representa a las restricciones de igualdad que se tiene en el problema de optimización, estas se encuentran en función del balance de carga.

$$P_{Gi} = B_{ij}(\theta_i - \theta_j) + P_D$$

Ecuación 3.53 Balance de carga del sistema

La sintaxis empleada debe coincidir de tal manera que el comando Quadprog pueda procesarla correctamente, para lo cual se la debe tratar de la siguiente manera: mediante la obtención de la Ybarra del sistema, se obtiene la matriz de admitancias y se procede a eliminar la columna asociada al nodo de referencia.

Junto a la matriz de admitancias del sistema se aumenta una matriz identidad que represente a las variables de control a determinar caso contrario con elementos cero. Por lo cual la matriz y sus dimensiones quedan de la siguiente manera:

$$[Aeq] = \left[[B]_{n,(n-1)} \quad [I]_{n,n} \right]_{nxk}$$

Ecuación 3.54 Matriz Aeq

Formulación del vector beq

Este vector muestra la carga que debe ser suministrada en cada uno de los nodos del sistema. Por lo cual el vector queda definido de la siguiente manera:

$$beq = \begin{bmatrix} P_{D1} \\ P_{D2} \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{Dn} \end{bmatrix}_{nx1}$$

Ecuación 3.55 Matriz beq

Formulación del vector lb

La formación del vector de límites inferiores comprende 2 subvectores, el primero indica los valores mínimos del ángulo que puede existir en cada uno de los nodos de

generación y el segundo muestra los límites mínimos de generación de potencia activa de la unidad.

La formación del vector de límites inferiores se muestra a continuación:

$$lb = \begin{bmatrix} -\pi_1 \\ -\pi_2 \\ \vdots \\ -\pi_{n-1} \\ P_{G \min 1} \\ P_{G \min 2} \\ \vdots \\ P_{G \min n} \end{bmatrix}_{nx1}$$

Ecuación 3.56 Vector lb

Formulación del vector ub

Así como los valores inferiores son influyentes para la operación de las unidades, la misma importancia poseen los valores superiores por lo que la formación de este vector implica los límites máximos del ángulo que puede existir en cada barra de generación y los límites superiores de generación de potencia activa de las unidades. La formación del vector se la realiza de la siguiente manera:

$$ub = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_{n-1} \\ P_{G \max 1} \\ P_{G \max 2} \\ \vdots \\ P_{G \max n} \end{bmatrix}_{nx1}$$

Ecuación 3.57 Matriz A

Dependiendo la función objetivo que se pretenda analizar mediante el comando de optimización Quadprog se utilizan los valores de las matrices y vectores antes descritos, por lo cual los valores mencionados se podrán implementar solamente para la solución del problema de optimización planteado en el presente trabajo de titulación [8].

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y RESULTADOS

Con el objetivo de realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en cada uno de los algoritmos matemáticos desarrollados, se procede a realizar diversas simulaciones en cada uno de los módulos de software elaborados. Luego se analiza las ventajas y desventajas de cada modelo y algoritmo.

4.1. CASOS DE ESTUDIO PARA SIMULACIÓN

A continuación se presentan los casos de estudio planteados como ejemplos en el presente trabajo de titulación.

Tabla 4.1 Casos de simulación

Restricciones	Casos	#Unidades Generación	Demanda (MW)	Característica de Variación
$P_{Gmin_i} \leq P_{G_i} \leq P_{Gmax_i}$ $\sum_i^n P_{G_i} = D$	Caso 1	3	700	Unidades de generación
	Caso 2	4	1000	
	Caso 3	9	2700	
	Caso 4	3	1000	Demanda
	Caso 5	4	1500	
	Caso 6	9	3500	
	Caso 7	3	300	Límites inferiores
	Caso 8	4	1350	Límites superiores
	Caso 9	9	400	Límites inferiores
	Caso 10	3	2000	Límites superiores
	Caso 11	4	1100	Límites inferiores
	Caso 12	9	500	Límites superiores
$\theta_k = 0$ $\sum_{i=1}^n P_{G_i} = \sum_{j \in \Omega_i} B_{ij}(\theta_{ij}) + D_i$ $P_{min_{ij}} \leq B_{ij}(\theta_{ij}) \leq P_{max_{ij}}$ $P_{Gimin} \leq P_{G_i} \leq P_{Gimax}$ $-2\pi \leq \theta_i \leq 2\pi$	Caso 13	3	700	Caso principal IEEE 9 barras
	Caso 14	3	1000	Cargas en sistema IEEE 9 barras
	Caso 15	3	700	Límites de generación en IEEE 9 barras
	Caso 16	10	6124.1	Caso principal IEEE 39 barras
	Caso 17	10	6124.1	Cargas en sistema IEEE 39 barras
	Caso 18	10	6124.1	Límites de generación en IEEE 39 barras

4.2. EVALUACIÓN PRIMER MODELO DE OPTIMIZACIÓN

El primer modelo de optimización será evaluado para diferentes casos de operación y tres diferentes métodos de solución, considerando proceso y resultados para un posterior análisis comparativo.

4.2.1. Método de multiplicadores de Lagrange

Para el módulo de software se toma en cuenta variaciones como: número de unidades de generación, balance de carga y variación en los límites de las unidades de generación.

La programación del módulo para despacho de potencia activa y los subprogramas para limitación de generación de las unidades eléctricas se encuentra en el Anexo III.

4.2.1.1. Evaluación a N-elementos de generación

Caso 1

Evaluación de problema con 3 unidades

En la Tabla 3.1 se indica un cálculo de la función de costo $F(P_G)$. La demanda para este ejemplo es de 700 MW, y los límites de generación de las unidades se encuentran en la base de datos del Anexo IV. La formulación del problema de despacho se muestra en la Ecuación 4.1:

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) = P_D = 700 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}$$

Ecuación 4.1 Problema 1er caso

Conforme a lo indicado en el capítulo 3 y la Ecuación 3.16, para aplicar el método de Multiplicadores de Lagrange se debe obtener λ , de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{700 - \left(\frac{0.0510}{2(0.0010)} + \frac{0.1048}{2(0.0011)} + \frac{0.1130}{2(0.0011)} \right)}{\left(\frac{1}{2(0.0010)} + \frac{1}{2(0.0011)} + \frac{1}{2(0.0011)} \right)}$$

Ecuación 4.2 Desarrollo lambda para caso 1

Por lo cual se tiene que $\lambda = 0.4158 \left[\frac{\$}{\text{MWh}} \right]$.

Posterior a esto se emplea la Ecuación 3.14, y se encuentran las potencias óptimas del problema de despacho.

$$P_{G1} = \frac{\lambda - b_1}{2a_1} = \frac{0.4158 - 0.0510}{2(0.0010)} = 232.1416 [MW]$$

$$P_{G2} = \frac{\lambda - b_2}{2a_2} = \frac{0.4158 - 0.0510}{2(0.0010)} = 230.2601 [MW]$$

$$P_{G3} = \frac{\lambda - b_3}{2a_3} = \frac{0.4158 - 0.0510}{2(0.0010)} = 237.5983 [MW]$$

Ecuación 4.3 Desarrollo de potencias para caso 1

Estos resultados también se obtienen mediante el módulo en MATLAB, y se la muestra en la Figura 4.1.

```

P =
    232.1416
    230.2601
    237.5983

lam =
    0.4158

```

Figura 4.1 Valores de lambda en [$\frac{\$}{MWh}$] y potencia 3 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
PrograMinimizar	1	0.471 s	0.024 s	
ProNunidades	1	0.447 s	0.447 s	
DatosGeneracion3uni	1	0.000 s	0.000 s	

Figura 4.2 Tiempo que demora el proceso del problema de 3 unidades

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.471 s.

Caso 2

Evaluación de problema con 4 unidades

Al igual que en el planteamiento de 3 unidades se formula el problema conforme a sus datos de función de costo, demanda y límites de generación. Para la base de datos de 4 unidades de generación que se encuentra en el Anexo IV se tiene las siguientes funciones de costo:

```

F =
    0.0010    0.0011    0.0011    0.0010
   -0.0510   -0.1048   -0.1130   -0.0678
   32.5298   39.0804   37.3669   33.5870

```

Figura 4.3 Coeficientes función de costo para 4 unidades de generación

Se asume una demanda de 1000 MW, los límites de los generadores eléctricos se encuentran en el Anexo IV.

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + F(P_{G4})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) + (P_{G4}) = P_D = 1000 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}$$

$$120 \text{ MW} \leq P_{G4} \leq 500 \text{ MW}$$

Ecuación 4.4 Problema 2do caso

Conforme a lo señalado en el anterior ejemplo se obtiene el valor de lambda y posteriormente el valor de potencia generada por las unidades, obteniendo los siguientes resultados:

	P =
	250.0001
lam =	246.1447
	253.7345
	250.1206
	0.4517

Figura 4.4 Valores de lambda en $[\frac{\$}{MWh}]$ y potencia 4 unidades de generación en $[MW]$

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.071 s.

Caso 3

Evaluación de problema con 9 unidades

Al igual que en el planteamiento de los anteriores problemas se lo formula conforme a sus datos de función de costo, demanda y límites de generación. Para la base de datos de 9 unidades de generación que se encuentra en el Anexo IV se tiene las siguientes funciones de costo:

F =

0.0010	0.0011	0.0011	0.0010	0.0011	0.0011	0.0012	0.0011	0.0011
-0.0510	-0.1048	-0.1130	-0.0678	-0.0804	-0.0799	-0.1746	-0.1204	-0.0932
32.5298	39.0804	37.3669	33.5870	35.0151	36.1400	44.7750	39.7289	37.3065

Figura 4.5 Coeficientes función de costo para 9 unidades de generación

Se asume una potencia de demanda de 2700 MW y los límites de los generadores eléctricos se encuentran en el Anexo IV.

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + \dots + F(P_{G9})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + \dots + (P_{G9}) = P_D = 2700 \text{ MW}$$

$$\begin{aligned}
 100 \text{ MW} &\leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW} \\
 110 \text{ MW} &\leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW} \\
 &\vdots \\
 160 \text{ MW} &\leq P_{G9} \leq 500 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

Ecuación 4.5 Problema 3er caso

Conforme a lo señalado para el desarrollo de las anteriores unidades de generación se obtiene el valor de lambda y el valor de potencia generada por las unidades, obteniendo los siguientes resultados:

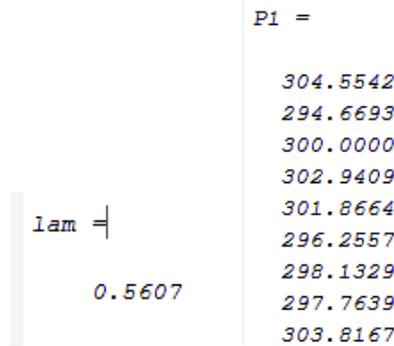


Figura 4.6 Valores de lambda en [$\frac{\$}{MWh}$] y potencia 9 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.195 s.

4.2.1.2. Variación en balance de carga

Caso 4

Evaluación de problema con 3 unidades

Conforme a la formulación indicada anteriormente se realizará casos similares cambiando la demanda del problema. La demanda para este ejemplo será de 1000 MW, y los límites de generación de las unidades se mantienen por lo cual el problema se muestra así:

$$\begin{aligned}
 \min F &= F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) \\
 \text{Sujeto a:} \\
 (P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) &= P_D = 1000 \text{ MW} \\
 100 \text{ MW} &\leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW} \\
 110 \text{ MW} &\leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW} \\
 100 \text{ MW} &\leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

Ecuación 4.6 Problema 4to caso

Al aplicar el método de multiplicadores de Lagrange, λ se obtiene de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{1000 - \left(\frac{0.0510}{2(0.0010)} + \frac{0.1048}{2(0.0011)} + \frac{0.1130}{2(0.0011)} \right)}{\left(\frac{1}{2(0.0010)} + \frac{1}{2(0.0011)} + \frac{1}{2(0.0011)} \right)}$$

Ecuación 4.7 Desarrollo lambda para 4to caso

Por lo cual tenemos que $\lambda = 0.6318 \left[\frac{\$}{MWh} \right]$.

Posterior a esto se encuentran las potencias óptimas del problema de despacho.

$$P_{G1} = \frac{\lambda - b_1}{2a_1} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 357.8899 [MW]$$

$$P_{G2} = \frac{\lambda - b_2}{2a_2} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 342.1101 [MW]$$

$$P_{G3} = \frac{\lambda - b_3}{2a_3} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 300 [MW]$$

Ecuación 4.8 Desarrollo potencias para 4to caso

De la misma manera se puede visualizar en el módulo de software:

	<i>P1 =</i>
<i>lam =</i>	<i>357.8899</i>
	<i>342.1101</i>
<i>0.6318</i>	<i>300.0000</i>

Figura 4.7 Valores de lambda en $\left[\frac{\$}{MWh} \right]$ y potencia 3 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.128 s.

Caso 5

Evaluación de problema con 4 unidades

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + F(P_{G4})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) + (P_{G4}) = P_D = 1500 MW$$

$$100 MW \leq P_{G1} \leq 400 MW$$

$$110 MW \leq P_{G2} \leq 500 MW$$

$$100 MW \leq P_{G3} \leq 300 MW$$

$$120 MW \leq P_{G4} \leq 500 MW$$

Ecuación 4.9 Problema 2do caso

Los resultados son:

	P2 =
lam =	400.0000
	391.5749
	300.0000
0.7190	408.4251

Figura 4.8 Valores de lambda en $[\frac{\$}{MWh}]$ y potencia 4 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.161 s.

Caso 6

Evaluación de problema con 9 unidades

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + \dots + F(P_{G9})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + \dots + (P_{G9}) = P_D = 3500 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

⋮

$$160 \text{ MW} \leq P_{G9} \leq 500 \text{ MW}$$

Ecuación 4.10 Problema 6to caso

Los resultados son:

	P2 =
	400.0000
	393.2253
	300.0000
lam =	410.2216
	406.6632
	399.1839
0.7554	388.3952
	395.0758
	407.2348

Figura 4.9 Valores de lambda en $[\frac{\$}{MWh}]$ y potencia 9 unidades generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.177 s.

4.2.1.3. Variación en las restricciones de operación

Evaluación de problema con 3 unidades

Conforme a la formulación del problema en casos similares se cambian los límites de generación inferiores y/o superiores, tanto como la demanda del sistema.

Caso 7

Variación de límites inferiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) = P_D = 300 \text{ MW}$$

$$90 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$80 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

$$90 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}$$

Ecuación 4.11 Problema 7mo caso

Los resultados son:

$$\lambda = \frac{300 - \left(\frac{0.0510}{2(0.0010)} + \frac{0.1048}{2(0.0011)} + \frac{0.1130}{2(0.0011)} \right)}{\left(\frac{1}{2(0.0010)} + \frac{1}{2(0.0011)} + \frac{1}{2(0.0011)} \right)}$$

Ecuación 4.12 Problema 2do caso

Por lo cual se tiene que $\lambda = 0.1278 \left[\frac{\$}{\text{MWh}} \right]$.

Posterior a esto se encuentran las potencias óptimas del problema de despacho.

$$P_{G1} = \frac{\lambda - b_1}{2a_1} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 88.9283 \text{ [MW]}$$

$$P_{G2} = \frac{\lambda - b_2}{2a_2} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 102.8753 \text{ [MW]}$$

$$P_{G3} = \frac{\lambda - b_3}{2a_3} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 108.1963 \text{ [MW]}$$

Ecuación 4.13 Desarrollo lambda 7mo caso

De acuerdo a la Ecuación 3.17, los límites establecidos de generación de la unidad 1 no cumple su restricción por lo cual, con ayuda de la Ecuación 3.18 y Ecuación 3.19 se recalcula las potencias de generación.

Por lo cual

$$P_{G1} = P_{G1min} = 90 \text{ MW}$$

$$P'_D = -P_{G1min} = -90 \text{ MW}$$

$$(P_{G2}) + (P_{G3}) = 300 - 90 = 210 \text{ MW}$$

Ecuación 4.14 Potencias recalculadas, problema 7

Entonces realizando nuevamente los cálculos para las potencias establecidas, se tiene:

$$P_{G2} = 102.3437 [MW]$$

$$P_{G3} = 107.6563 [MW]$$

Ecuación 4.15 Solución potencias, problema 7

De la misma manera se puede visualizar en el módulo de software, al no encontrarse en primera instancia potencias que respeten los límites de operación de las unidades, se realiza un nuevo cálculo, el subprograma de recalcu de potencias activas en el sistema se encuentra en el Anexo III:

```

P =

    88.9283
   102.8753
   108.1963

No cumple rango de operación inferior, se procede a recalcular

P1 =

    90.0000
   102.3437
   107.6563

```

Figura 4.10 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Cabe mencionar que el programa efectúa iteraciones del valor de sus potencias activas hasta que los valores se encuentren dentro de sus límites establecidos.

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es el siguiente: 0.158 s.

Caso 8

Variación de límites superiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) = P_D = 1350 MW$$

$$100 MW \leq P_{G1} \leq 500 MW$$

$$110 MW \leq P_{G2} \leq 600 MW$$

$$100 MW \leq P_{G3} \leq 400 MW$$

Ecuación 4.16 Problema 8vo caso

Los resultados son:

$$\lambda = \frac{1350 - \left(\frac{0.0510}{2(0.0010)} + \frac{0.1048}{2(0.0011)} + \frac{0.1130}{2(0.0011)} \right)}{\left(\frac{1}{2(0.0010)} + \frac{1}{2(0.0011)} + \frac{1}{2(0.0011)} \right)}$$

Ecuación 4.17 Desarrollo lambda, problema 8

Por lo cual se tiene que $\lambda = 0.8838 \left[\frac{\$}{MWh} \right]$.

Posterior a esto se encuentran las potencias óptimas del problema de despacho.

$$P_{G1} = \frac{\lambda - b_1}{2a_1} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 464.8633 \text{ [MW]}$$

$$P_{G2} = \frac{\lambda - b_2}{2a_2} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 437.2602 \text{ [MW]}$$

$$P_{G3} = \frac{\lambda - b_3}{2a_3} = \frac{0.6318 - 0.0510}{2(0.0010)} = 447.8765 \text{ [MW]}$$

Ecuación 4.18 Problema 8vo caso

De acuerdo a la Ecuación 3.17, los límites establecidos de la generación de la unidad 3 no cumple su restricción por lo cual, con ayuda de la Ecuación 3.18 y Ecuación 3.19 se recalcula las potencias de generación.

Por lo cual

$$P_{G3} = P_{G3max} = 400 \text{ MW}$$

$$P'_D = -P_{G1min} = -400 \text{ MW}$$

$$(P_{G2}) + (P_{G3}) = 1350 - 400 = 950 \text{ MW}$$

Ecuación 4.19 Potencias recalculadas, problema 8

Entonces realizando nuevamente los cálculos para las potencias establecidas, se tiene:

$$P_{G1} = 490.2018 \text{ [MW]}$$

$$P_{G2} = 459.7982 \text{ [MW]}$$

Ecuación 4.20 Solución potencias, problema 8

De la misma manera se puede visualizar los resultados del programa, al no encontrarse en primera instancia potencias que respeten los límites de operación de las unidades se realiza un nuevo cálculo. El subprograma de recalcu de potencias activas se encuentra en el Anexo III:

```

P =
464.8633
437.2602
447.8765

No cumple rango de operación superior, se procede a recalcular

P1 =
490.2018
459.7982
400.0000

```

Figura 4.11 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Cabe mencionar que el programa efectúa iteraciones del valor de sus potencias activas hasta que los valores se encuentren dentro de los límites establecidos.

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es de 0.119 s.

Evaluación de problema con 4 unidades

Caso 9

Variación de límites inferiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + F(P_{G4})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) + (P_{G4}) = P_D = 400 \text{ MW}$$

$$90 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

$$90 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G4} \leq 500 \text{ MW}$$

Ecuación 4.21 Problema 9no caso

Los resultados son:

```

P3 =
90
100
100
110

```

Figura 4.12 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es de 0.200 s.

Caso 10

Variación de límites superiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + F(P_{G4})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) + (P_{G4}) = P_D = 2000 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 500 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 600 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 400 \text{ MW}$$

$$120 \text{ MW} \leq P_{G4} \leq 600 \text{ MW}$$

Ecuación 4.22 Problema 10mo caso

Los resultados son:

```
P2 =
500.0000
535.2169
400.0000
564.7831
```

Figura 4.13 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es de 0.171 s.

Evaluación de problema con 9 unidades

Caso 11

Variación de límites inferiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + \dots + F(P_{G9})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + \dots + (P_{G9}) = P_D = 1100 \text{ MW}$$

$$90 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

⋮

$$150 \text{ MW} \leq P_{G9} \leq 500 \text{ MW}$$

Ecuación 4.23 Problema 11vo caso

Los resultados son:

```
P5 =
96.5569
109.6608
115.0892
110.0000
140.0000
120.0000
128.6931
130.0000
150.0000
```

Figura 4.14 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es de 0.506 s.

Caso 12

Variación de límites superiores

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + \dots + F(P_{G9})$$

Sujeto a:

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + \dots + (P_{G9}) = P_D = 5000 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 500 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 600 \text{ MW}$$

⋮

$$160 \text{ MW} \leq P_{G9} \leq 600 \text{ MW}$$

Ecuación 4.24 Problema 12vo caso

Los resultados son:

```
P3 =  
  
500.0000  
576.4229  
400.0000  
600.0000  
601.4612  
590.5085  
556.1764  
575.9608  
599.4702
```

Figura 4.15 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

El tiempo en el cual se desarrolla el proceso es de 0.209 s.

Por lo visto en los ejemplos tratados el programa cumple con variaciones de límites de generación superiores e inferiores.

4.2.1. Aplicación de solver Quadprog

La programación del módulo para despacho de potencia activa mediante solver Quadprog simple se encuentra en el Anexo V.

4.2.1.1. Evaluación en N-elementos de generación

Caso 1

Evaluación de problema con 3 unidades

En la Tabla 3.1 se determina los coeficientes de la función de costo $F(P_G)$. La demanda es semejante a los ejemplos del primer método de resolución ya que esto permite comparar los resultados con el segundo método. La demanda para el primer caso es de 700 MW.

La base de datos de este módulo es idéntica al primer módulo. Los límites de generación de las unidades se encuentran en el Anexo IV.

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.1 *Problema 1er caso*.

Para corresponder la sintaxis indicada en la Tabla 3.2, a continuación se realiza el análisis de cada matriz necesaria para el ingreso correcto y solución adecuada mediante el solver Quadprog.

Función objetivo

La sintaxis de la función objetivo para el comando Quadprog requiere una matriz H y un vector f .

Evaluación matriz H

Esta matriz cuenta en su diagonal con el duplo de los coeficientes cuadráticos de cada función de costo, para este caso son 3 unidades de generación por lo cual la dimensión será $[3 \times 3]$ y el resto de elementos son ceros:

$$H = \begin{bmatrix} 0.0020 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0023 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0022 \end{bmatrix}$$

Figura 4.16 Elementos matriz H

Evaluación vector f

Este vector está formado con los coeficientes lineales de la función de costo formando un vector columna, su dimensión es $[1 \times 3]$:

$$f = \begin{bmatrix} -0.0510 \\ -0.1048 \\ -0.1130 \end{bmatrix}$$

Figura 4.17 Elementos vector f

Condiciones de desigualdad

El presente problema no posee condiciones de desigualdad lo cual permite a la matriz A y vector b llenar sus elementos con valores de ceros. Hay que tomar en cuenta las dimensiones del problema para la correcta aplicación del solver.

Evaluación matriz A

Esta matriz se encuentra llena de 0, su dimensión es $[3 \times 3]$:


```
lb =  
    100  
    110  
    100
```

Figura 4.22 Elementos del vector lb

Evaluación vector ub

Estos límites representan a los límites superiores de generación de las unidades, su dimensión es $[3 \times 1]$:

```
ub =  
    400  
    500  
    300
```

Figura 4.23 Elementos del vector ub

Una vez establecidas las matrices respectivas para el uso del solver Quadprog de MATLAB, se tiene como resultado:

```
Minimum found that satisfies the constraints.  
  
Optimization completed because the objective function is non-decreasing in  
feasible directions, to within the default value of the optimality tolerance,  
and constraints are satisfied to within the default value of the constraint tolerance.  
  
<stopping criteria details>  
  
Minimizacion =  
    232.1416  
    230.2601  
    237.5983
```

Figura 4.24 Resolución problema despacho económico mediante Quadprog en $[MW]$

El tiempo en que se demora realizar el proceso es:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
PrograMinimizar	1	0.632 s	0.096 s	
quadprog	1	0.472 s	0.099 s	
ipqpdense	1	0.346 s	0.280 s	
ProNunidades	1	0.064 s	0.064 s	
optimlib\private\presolve	1	0.035 s	0.017 s	
prepareOptionsForSolver	1	0.016 s	0.007 s	
createExitMsg	1	0.014 s	0.014 s	
optimget	15	0.013 s	0.006 s	
optimlib\private\classifyBoundsOnVars	1	0.011 s	0.007 s	
createOptionFeedback	1	0.008 s	0.008 s	
optimget>optimgetfast	15	0.007 s	0.007 s	
...te\presolve>forcingRedundantConstr	2	0.006 s	0.006 s	
...te\classifyBoundsOnVars>equalFloat	1	0.004 s	0.004 s	
isoptimargdbl	1	0.003 s	0.003 s	
optimlib\private\presolve>emptyRows	2	0.003 s	0.003 s	
optimlib\private\presolve>fixVarsEqBnds	2	0.002 s	0.002 s	
checkbounds	1	0.002 s	0.002 s	
optimlib\private\presolve>singletonIneqs	2	0.001 s	0.001 s	
optimlib\private\interiorPointQPmex (MEX-file)	1	0.001 s	0.001 s	

Figura 4.25 Tiempo que demora el proceso en problema de 3 unidades

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 0.626 s.

Caso 2

Evaluación de problema con 4 unidades

La demanda es de 1000 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.4.

Como se visualizó en el problema de 3 unidades la formación de cada una de las matrices y vectores necesarios para la evaluación mediante el comando Quadprog, se tiene como resultado:

```

Minimizacion =
    250.0001
    246.1447
    253.7345
    250.1206

```

Figura 4.26 Resolución despacho económico mediante Quadprog 4 unidades [MW]

El tiempo en que se demora realizar el proceso es de 0.604 s.

Caso 3

Evaluación de problema con 9 Unidades

La demanda es de 2700 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.5.

Como se visualizó en el problema de 3 unidades la formación de cada una de las matrices y vectores necesarios para la evaluación mediante el comando Quadprog, se tiene como resultado:

```
Minimizacion =
304.5542
294.6693
300.0000
302.9409
301.8664
296.2557
298.1329
297.7639
303.8167
```

Figura 4.27 Resolución despacho económico Quadprog de 9 unidades en [MW]
El tiempo en que se demora realizar el proceso es de 0.547 s.

4.2.1.2. Variación en balance de carga

Caso 4

Evaluación de problema con 3 unidades

La demanda es de 1000 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.6.

Como se visualizó en los problemas de variación de n -elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

```
Minimizacion =
357.8899
342.1101
300.0000
```

Figura 4.28 Resolución despacho económico 3 unidades Quadprog en [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 0.681 s.

Caso 5

Evaluación de problema con 4 unidades

La demanda es de 1500 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.9.

Como se visualizó en los problemas de variación de n -elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

```
Minimizacion =
400.0000
391.5749
300.0000
408.4251
```

Figura 4.29 Resolución despacho económico de 4 unidades Quadprog en [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 0.602 s.

Caso 6

Evaluación de problema con 9 unidades

La demanda es de 3500 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.10.

Como se visualizó en los problemas de variación de n -elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

```
Minimizacion =  
  
400.0000  
393.2253  
300.0000  
410.2216  
406.6632  
399.1839  
388.3952  
395.0758  
407.2348
```

Figura 4.30 Resolución despacho económico 9 unidades Quadprog [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 0.587 s.

4.2.1.3. Variación en las restricciones de operación

A diferencia del primer módulo de software, el segundo módulo no posee subprogramas que regulen la limitación de potencia ya que el solver Quadprog emplea vectores que regula los límites que la solución posee.

Evaluación de problema con 3 unidades

Conforme a la formulación del problema en casos similares se cambian los límites de generación inferiores y/o superiores, tanto como la demanda del sistema.

Caso 7

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.11.

Se tiene como resultado:

```
Minimizacion =  
  
90.0000  
102.3437  
107.6563
```

Figura 4.31 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.607 s.

Caso 8

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.16.

Se tiene como resultado:

```
Minimizacion =  
490.2018  
459.7982  
400.0000
```

Figura 4.32 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.606 s.

Evaluación de problema con 4 unidades

Caso 9

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.21.

Los resultados son:

```
Minimizacion =  
90.0000  
100.0000  
100.0000  
110.0000
```

Figura 4.33 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.684 s.

Caso 10

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.22.

Los resultados son:

```
Minimizacion =  
500.0000  
535.2169  
400.0000  
564.7831
```

Figura 4.34 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.649 s.

Evaluación de problema con 9 unidades

Caso 11

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.23.

Los resultados son:

```
Minimizacion =  
  
96.5569  
109.6608  
115.0892  
110.0000  
140.0000  
120.0000  
128.6931  
130.0000  
150.0000
```

Figura 4.35 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.581 s.

Caso 12

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.24.

Los resultados son:

```
Minimizacion =  
  
500.0000  
576.4229  
400.0000  
600.0000  
601.4612  
590.5085  
556.1764  
575.9608  
599.4702
```

Figura 4.36 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 0.615 s.

4.2.2. Método mediante Solver Fmincon

La programación del módulo para despacho de potencia activa mediante solver Fmincon se encuentra en el Anexo VI, donde se muestra el programa principal y las funciones empleadas para la correcta aplicación del solver.

4.2.2.1. Evaluación en N-elementos de generación

Caso 1

Evaluación de problema 3 Unidades

A diferencia del solver Quadprog analizado anteriormente, la base de datos necesaria para aplicar Fmincon requiere de los coeficientes de la función de costo $F(P_G)$ para resolver el problema y no la adquisición de los coeficientes por medio de otro subprograma, la tabla se encuentra en el Anexo IV.

La demanda de este ejemplo como el resto de ejemplos es para verificar si la solución por medio de este método es similar a los valores de demanda del primer y segundo módulo de software, esto sirve para posteriormente para realizar un análisis comparativo de los resultados. La demanda es de 700 MW.

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.1. Para corresponder la sintaxis adecuada indicada en la Tabla 3.3, se realiza el siguiente análisis de cada matriz necesaria para el ingreso correcto y solución adecuada mediante el solver Fmincon.

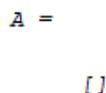
Función objetivo

La sintaxis analizada de la función objetivo para el comando Fmincon requiere una función que considere la Ecuación 3.30 *Función fun*, *Fmincon*, la programación de esta función se la encuentra en el Anexo VI.

Condiciones de desigualdad

El presente problema no posee condiciones de desigualdad, sin embargo a diferencia del comando Quadprog, la sintaxis de Fmincon indica que los valores a asignar son matrices vacías para A y para b .

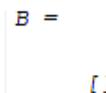
Evaluación matriz A



```
A =  
[]
```

Figura 4.37 Elementos matriz A

Evaluación vector b



```
B =  
[]
```

Figura 4.38 Elementos vector b

Condiciones de igualdad

A diferencia del comando Quadprog, la sintaxis de Fmincon analiza las condiciones de igualdad en una función adicional y no en esta matriz, la programación de esta función

se encuentra en el Anexo VI. De igual manera que en las condiciones de desigualdad de la presente función Fmincon los valores de Aeq y beq que son matrices vacías.

Evaluación vector Aeq

```
Aeq =  
[]
```

Figura 4.39 Elementos del vector Aeq

Evaluación vector beq

```
Beq =  
[]
```

Figura 4.40 Elemento vector beq

Límites de las variables de generación

Los límites de las variables se encuentran en la base de datos del Anexo IV, y estas serán parte de la formulación de los vectores li y ls .

Evaluación vector li o lb

Estos valores representan a los límites inferiores de generación de las unidades, su dimensión es $[1 \times 3]$:

```
li =  
100 110 100
```

Figura 4.41 Elementos del vector li

Evaluación vector ls o ub

Estos valores representan a los límites superiores de generación de las unidades, su dimensión es $[1 \times 3]$:

```
ls =  
400 500 300
```

Figura 4.42 Elementos del vector lb

Evaluación de $x0$ o Po

Una de las características que diferencia este solver del Quadprog es que se debe presentar un vector inicial de solución, este sirve para buscar la solución a partir de un punto dado. Se asume como punto inicial de generación de cada unidad al punto medio entre límites de operación, siendo estos:

$$P_0 = \left[\frac{Pmax_1 + Pmin_1}{2} \quad \frac{Pmax_2 + Pmin_2}{2} \quad \frac{Pmax_3 + Pmin_3}{2} \right]$$

$$P_0 = \left[\frac{100 + 400}{2} \quad \frac{110 + 500}{2} \quad \frac{100 + 300}{2} \right]$$

$$P_0 = \left[\frac{500}{2} \quad \frac{610}{2} \quad \frac{400}{2} \right]$$

$$P_0 = [250 \quad 305 \quad 200]$$

Ecuación 4.25 Punto inicial de operación, problema 1

Tal como se muestra en el programa:

```
Po =
      250    305    200
```

Figura 4.43 Valores del punto inicial de solución Po

Una vez establecidas las funciones y matrices respectivas para el uso del solver Fmincon de MATLAB, se tiene como resultado:

```
Pot =
      232.1417    230.2602    237.5981
```

Figura 4.44 Resolución despacho económico 3 unidades mediante Fmincon

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 1.289 s.

Caso 2

Evaluación de problema con 4 unidades

La demanda es de 1000 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.4.

Como se visualizó en el problema de 3 unidades la formación de cada función tanto como cada una de las matrices y vectores necesarios para la evaluación mediante el comando Fmincon, se tiene como resultado:

```
Pot =
      250.0003    246.1446    253.7344    250.1207
```

Figura 4.45 Resolución despacho económico Fmincon 4 unidades en [MW]

El tiempo en que se demora realizar el proceso es de 1.617 s.

Caso 3

Evaluación de problema con 9 Unidades

La demanda es de 2700 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.5.

Como se visualizó en el problema de 3 unidades la formación de cada función tanto como cada una de las matrices y vectores necesarios para la evaluación mediante el comando Fmincon, se tiene como resultado:

Pot =

304.5545 294.6694 300.0000 302.9409 301.8663 296.2557 298.1327 297.7638 303.8167

Figura 4.46 Resolución despacho económico Fmincon de 9 unidades en [MW]

El tiempo en que se demora realizar el proceso es de 2.098 s.

4.2.2.2. Variación en balance de carga

Caso 4

Evaluación de problema con 3 unidades

La demanda es de 1000 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.6.

Como se visualizó en los problemas de variación de n-elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

Pot =

357.8899 342.1101 300.0000

Figura 4.47 Resolución despacho económico 3 unidades Fmincon en [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 1.712 s.

Caso 5

Evaluación de problema con 4 unidades

La demanda es de 1500 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.10.

Como se visualizó en los problemas de variación de n-elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

Pot =

400.0000 391.5749 300.0000 408.4251

Figura 4.48 Resolución despacho económico 4 unidades Fmincon en [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 1.604 s.

Caso 6

Evaluación de problema con 9 unidades

La demanda es de 3500 MW. La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.10.

Como se visualizó en los problemas de variación de n-elementos de generación para problemas de variación de demanda, se tiene como resultado:

Pot =

400.0000 393.2252 300.0000 410.2212 406.6629 399.1842 388.3954 395.0761 407.2349

Figura 4.49 Resolución despacho económico 9 unidades Fmincon en [MW]

Por lo cual el tiempo total del proceso es de 2.163 s.

4.2.2.3. Variación en las restricciones de operación

A diferencia del primer módulo de software, el segundo y tercer módulo no poseen subprogramas que regulen la limitación de potencia ya que el solver emplea vectores que regula los límites que la solución posee.

Evaluación de problema con 3 unidades

Conforme a la formulación del problema en casos similares se cambian los límites de generación inferiores y/o superiores, tanto como la demanda del sistema.

Caso 7

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.11.

Se tiene como resultado:

Pot =

90.0000 102.3438 107.6561

Figura 4.50 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 1.749 s.

Caso 8

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.16.

Se tiene como resultado:

Pot =

490.2018 459.7982 400.0000

Figura 4.51 Valores de potencias 3 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 1.516 s.

Evaluación de problema con 4 unidades

Caso 9

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.21.

Los resultados son:

```
Pot =  
90.0000 100.0000 99.9999 110.0000
```

Figura 4.52 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 2.975 s.

Caso 10

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.22.

Los resultados son:

```
Pot =  
500.0000 535.2169 400.0000 564.7831
```

Figura 4.53 Valores de potencias 4 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 1.604 s.

Evaluación de problema con 9 unidades

Caso 11

Variación de límites inferiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.23.

Los resultados son:

```
Pot =  
96.5569 109.6608 115.0892 110.0000 140.0000 120.0000 128.6931 130.0000 150.0000
```

Figura 4.54 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 2.429 s.

Caso 12

Variación de límites superiores

La formulación del problema se basa en la Ecuación 4.24.

Los resultados son:

Pot =

500.0000 576.4231 400.0000 600.0000 601.4612 590.5082 556.1764 575.9610 599.4701

Figura 4.55 Valores de potencias de 9 unidades de generación en [MW]

Por lo que el tiempo total del proceso es de 2.429 s.

Con eso se concluye todas las variaciones previstas para los casos a implementarse dentro del módulo de software implementando los solvers Quadprog y Fmincon, y están disponibles para el análisis comparativo respecto al primer módulo implementado por medio del Método de Lagrange.

4.3. EVALUACIÓN SEGUNDO MODELO DE OPTIMIZACIÓN

Este módulo será puesto a prueba en los casos del sistema IEEE 9 Barras y sistema IEEE 39 Barras, posteriormente se realiza la comparación de resultados entre los valores obtenidos en el módulo y en PowerFactory.

4.3.1. Sistema IEEE 9 Barras

A continuación se presenta el caso del sistema IEEE 9 barras:

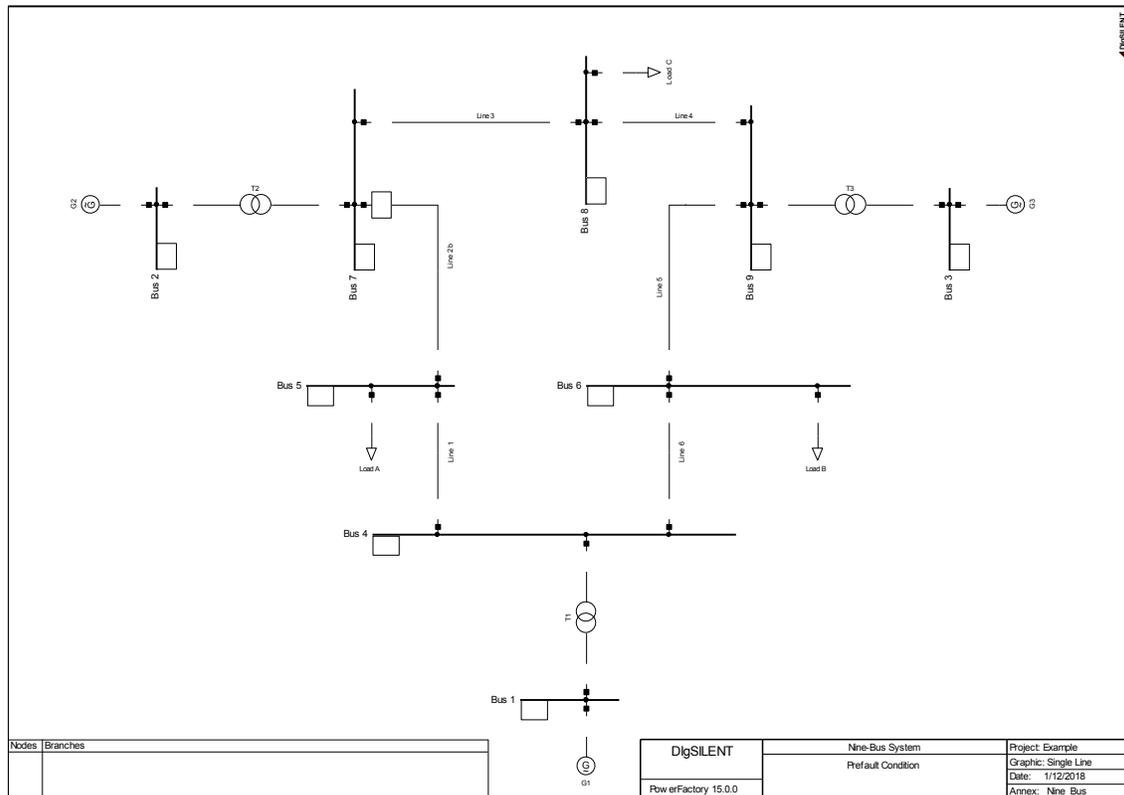


Figura 4.56 Caso Sistema IEEE 9 barras

Este ejemplo servirá para obtener los datos requeridos de los elementos de un sistema de potencia como son: datos de líneas y transformadores, número de barras, datos de ubicación de carga. Además se incorporará datos de generación y valores de carga que serán bases para el desarrollo.

El objetivo de plantear este caso además es para verificar resultados en comparación al programa computacional PowerFactory de DigSILENT.

4.3.1.1. Evaluación en MATLAB

La programación del módulo para despacho de potencia activa mediante solver Quadprog completo se encuentra en el Anexo VII, así como el subprograma que ayuda a encontrar la Ybarra y es parte importante de la solución.

Con ayuda del programa de cálculo que determina los coeficientes de la función de costo del Anexo I se obtienen las $F(P_G)$ de cada unidad generadora que son necesarias para plantear el problema a minimizar. La base de datos del caso se presenta en el Anexo IV.

Caso 13

La formulación del problema se muestra a continuación:

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3})$$

Sujeto a:

$$\theta_k = 0$$

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) = \sum_{j \in i} Bij(\theta_i - \theta_j) + \sum_{d=1}^D Ld$$

$$-1.8 \leq Bij(\theta_i - \theta_j) \leq 1.8$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi \quad \text{donde} \quad i = 1, 2, \dots, 9$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G1} \leq 400 \text{ MW}$$

$$110 \text{ MW} \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW}$$

$$100 \text{ MW} \leq P_{G3} \leq 300 \text{ MW}$$

Ecuación 4.26 Problema caso IEEE 9 Barras

Para corresponder la sintaxis adecuada indicada en la Tabla 3.3, se realiza el siguiente análisis de cada matriz necesaria para el ingreso correcto y solución adecuada mediante el solver Quadprog de una manera más completa que en el segundo módulo del primer método de resolución.

Función objetivo

La sintaxis analizada de la función objetivo para el comando Quadprog requiere una matriz H y un vector f que se analiza a continuación:

Evaluación matriz H

Tal como se muestra en la Ecuación 3.42, matriz H contiene 4 submatrices que son:

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.27 Matriz H

Donde:

h_1 = matriz de elementos 0, dimensión [8x8]

h_2 = matriz de elementos 0, dimensión [8x9]

h_3 = matriz de elementos 0, dimensión [9x8]

Finalmente la matriz h_4 contiene el duplo de los elementos cuadráticos de la función de costo en su diagonal:

$h_4 =$

0.0020	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0023	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0022	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 4.57 Elementos de la matriz H

La dimensión total de la matriz H será de [17x17].

Evaluación vector f

Este vector al igual que la matriz H cuenta con 2 subvectores, el que son:

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.28 Vectos f

Donde:

f_1 = vector de elementos 0, dimensión [7x1]

El subvector f_2 contiene el valor lineal de la función de costo formando una columna de dimensión [8x1].

El vector f es:

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0510 \\ -0.1048 \\ -0.1130 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.58 Elementos vector f

La dimensión total del vector f es de $[17 \times 1]$.

Condiciones de desigualdad

Evaluación de la matriz A

La formación de esta matriz representa las condiciones de desigualdad que se plantea dentro del sistema, por lo cual se debe tomar en cuenta la Ecuación 3.51.

La matriz de incidencia es:

$$MI = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 4.59 Elementos de matriz de incidencia

La matriz de reactancia es:

$$Reac = \begin{bmatrix} 0.0576 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0625 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0586 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0850 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0920 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1610 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1700 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0720 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1008 \end{bmatrix}$$

Figura 4.60 Elementos de matriz de reactancia

Por lo cual la matriz A viene formada por

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.29 Matriz A

Donde:

$$A_1 = -A_3 = \text{su dimensión es } [8 \times 8]$$

$$A_2 = A_4 = \text{matriz de elementos } 0, \text{ dimensión } [9 \times 9]$$

La matriz $A_1 =$

$A_4 =$

0	0	-0.0576	0	0	0	0	0	0
0.0625	0	0	0	0	-0.0625	0	0	0
0	0.0586	0	0	0	0	0	0	-0.0586
0	0	0.0850	-0.0850	0	0	0	0	0
0	0	0.0920	0	-0.0920	0	0	0	0
0	0	0	-0.1610	0	0.1610	0	0	0
0	0	0	0	-0.1700	0	0	0	0.1700
0	0	0	0	0	0.0720	-0.0720	0	0
0	0	0	0	0	0	-0.1008	0.1008	0

Figura 4.61 Elementos resultados multiplicación matriz de reactancia e incidencia

La dimensión de la matriz A será de 18×17 .

Evaluación vector b

Este vector representa los límites máximos de flujo a través de los elementos del sistema, por lo cual tenemos:

$B =$

4.0000
 5.0000
 3.0000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 4.0000
 5.0000
 3.0000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000
 1.8000

Figura 4.62 Elementos vector b

La dimensión del vector es de $[18 \times 1]$.

Condiciones de igualdad

Al poseer restricción de balance de carga existe por consecuencia condiciones de igualdad en el problema, y se formula los vectores de la siguiente manera:

Evaluación vector Aeq

La matriz Aeq posee dos submatrices que son:

$$Aeq = [Aeq1 \quad Aeq2]$$

Ecuación 4.30 Vector Aeq

Donde:

$Aeq1$ = matriz de admitancias sin columna de barra de referencia, dimensión [9x8]

$Aeq2$ = matriz identidad en elementos de generación, dimensión [9x9]

La matriz $Aeq1$ es:

$aeq1 =$

0	0	17.3611	0	0	0	0	0	0
-16.0000	0	0	0	0	16.0000	0	0	0
0	-17.0648	0	0	0	0	0	0	17.0648
0	0	-39.4759	11.6041	10.5107	0	0	0	0
0	0	11.6041	-17.5792	0	5.9751	0	0	0
0	0	10.5107	0	-16.0989	0	0	0	5.5882
16.0000	0	0	5.9751	0	-35.6731	13.6980	0	0
0	0	0	0	0	13.6980	-23.4822	9.7843	0
0	17.0648	0	0	5.5882	0	9.7843	-32.4374	0

Figura 4.63 Elementos submatriz de igualdad $Aeq1$

La matriz $Aeq2$ es:

$aeq2 =$

1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 4.64 Elementos submatriz de igualdad $Aeq2$

La dimensión final de la matriz Aeq es de [9x17].

Evaluación vector beq

Este vector representa a las potencias activas que se requiere abastecer en cada uno de los nodos del sistema, así:

```

Beq =
      0
      0
      0
      0
      2.8000
      1.9000
      0
      2.3000
      0

```

Figura 4.65 Elementos de vector de igualdad b

La dimensión que posee es de $[9 \times 1]$.

Límites de las variables de generación

Evaluación vector lb

Estos valores representan a los límites inferiores de generación de las unidades, conforme se indica en la Ecuación 3.56 tenemos:

```

lb =
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
-6.2832
 1.0000
 1.1000
 1.0000
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

```

Figura 4.66 Elementos del vector lb

La dimensión del vector lb es de $[17 \times 1]$.

Formulación vector ub

Estos valores representan a los límites superiores de generación de las unidades, conforme se indica en la Ecuación 3.57 tenemos:

```

ub =
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    6.2832
    4.0000
    5.0000
    3.0000
    0
    0
    0
    0
    0
    0

```

Figura 4.67 Elementos del vector *lb*

La dimensión del vector *ub* es de [17x1].

Una vez establecidas las matrices respectivas para el uso del solver Quadprog de MATLAB, se tiene como resultado:

```

Minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in
feasible directions, to within the default value of the optimality tolerance,
and constraints are satisfied to within the default value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>

Angulos =          PotenciaOptima =
    0                1.2800
  21.8345            3.0000
  24.0161            3.0000
  -3.3002             0
  -7.5345             0
  -4.0767             0
  11.0915             0
   6.6680             0
  13.9435             0

```

Figura 4.68 Resolución despacho económico Quadprog caso IEEE 9 barras

El tiempo en que se demora en total realizar el proceso es de 0.789 s.

4.3.1.2. Evaluación en PowerFactory DigSilent

Los datos de todos los elementos excepto generadores, vienen dados por defecto en el caso del sistema, sin embargo hay que realizar el ingreso respectivo de los valores de las cargas.

A los generadores en PowerFactory debe ingresarse sus valores respecto a la función de costo y determinar los límites de generación, de esta manera los resultados ser comparables respecto al módulo de software en MATLAB. [8]

El ingreso de parámetros se lo realiza a cada una de las unidades generadoras en la pestaña de Flujo Óptimo de Potencia, como se muestra a continuación:

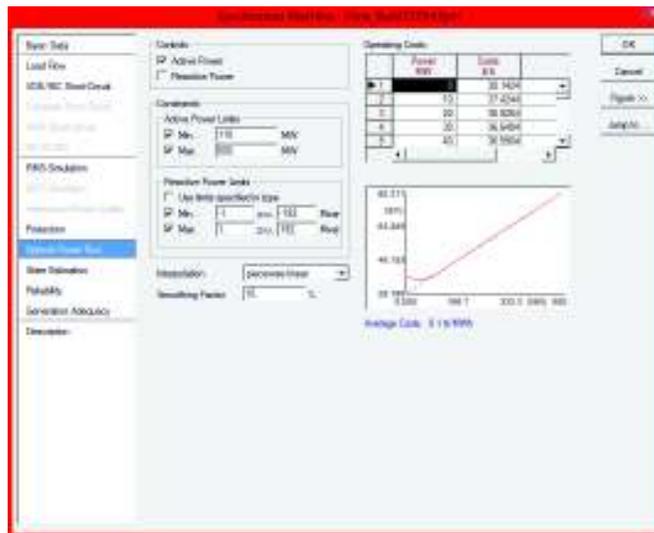


Figura 4.69 Ingreso de parámetros de generadores en caso IEEE 9 barras

Una vez realizado dicho ingreso se efectúa la simulación de flujo óptimo de potencia, tomando en cuenta las consideraciones de operación establecidas para el problema.

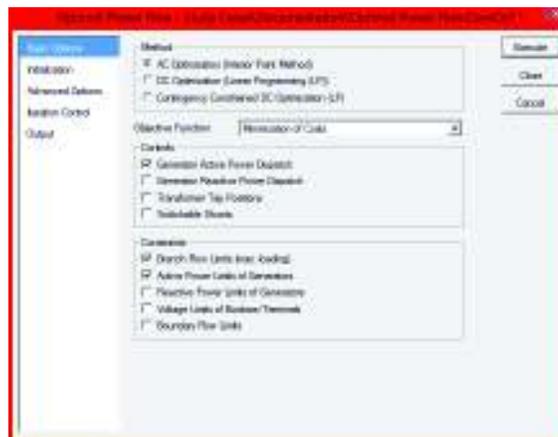


Figura 4.70 Simulación de Flujo Óptimo de Potencia

Los resultados de entrega de potencia activa por parte de los generadores del sistema son:

Name	Grid	Active Power MW
G1	Nine_Bus	128.4889
G2	Nine_Bus	299.8984
G3	Nine_Bus	299.5293

Figura 4.71 Resultados de potencia activa de los generadores en PowerFactory

4.3.1.3. Variación en condiciones de simulación

Para validar el módulo de software realizado en MATLAB se efectúan cambios en datos que al efectuarlo a su vez en PowerFactory se pueda reflejar en sus resultados.

Caso 14

Variación en el valor de cargas del sistema

```

%Datos de Carga
$Barra MW MVAR
Carga=[ 1 0 0 ;
        2 0 0 ;
        3 0 0 ;
        4 0 0 ;
        5 380 50 ;
        6 290 30 ;
        7 0 0 ;
        8 330 35 ;
        9 0 0 ];

```

Figura 4.72 Variación de cargas en el sistema IEEE 9 barras

Al realizar la simulación en MATLAB tenemos como resultados:

```

PotenciaOptima =
    2.5000
    5.0000
    3.0000
    0
    0
    0
    0
    0
    0

```

Figura 4.73 Resultados MATLAB variando valores carga caso IEEE 9 barras en [MW]

Y al realizar la simulación en PowerFactory, tenemos:

Name	Grid	Active Power MW
G1	Nine_Bus	251.6582
G2	Nine_Bus	499.8864
G3	Nine_Bus	299.8992

Figura 4.74 Resultados simulación PowerFactory con variación de cargas

Caso 15

Variación en límites de generación del sistema

```
$Datos de Generadores
$
Barra      Pmin      Pmax
Generacion=[ 1      100      400      ;
              2      110      290      ;
              3      100      290      ;
              4       0       0       ;
              5       0       0       ;
              6       0       0       ;
              7       0       0       ;
              8       0       0       ;
              9       0       0       ];
```

Figura 4.75 Variación de límites de generación

Al realizar la simulación en MATLAB tenemos como resultados:

```
PotenciaOptima =
2.3920
2.9000
2.9000
0
0
0
0
0
0
```

Figura 4.76 Resultados MATLAB variando límites generación IEEE 9 barras en [MW]

Y al realizar la simulación en PowerFactory, tenemos:

Name	Grid	Active Power MW
G1	Nine_Bus	240.3208
G2	Nine_Bus	289.8471
G3	Nine_Bus	289.8588

Figura 4.77 Resultados PowerFactory con variación de límites de generación

4.3.2. Sistema IEEE 39 Barras

A continuación se presenta el caso del sistema IEEE 39 barras:

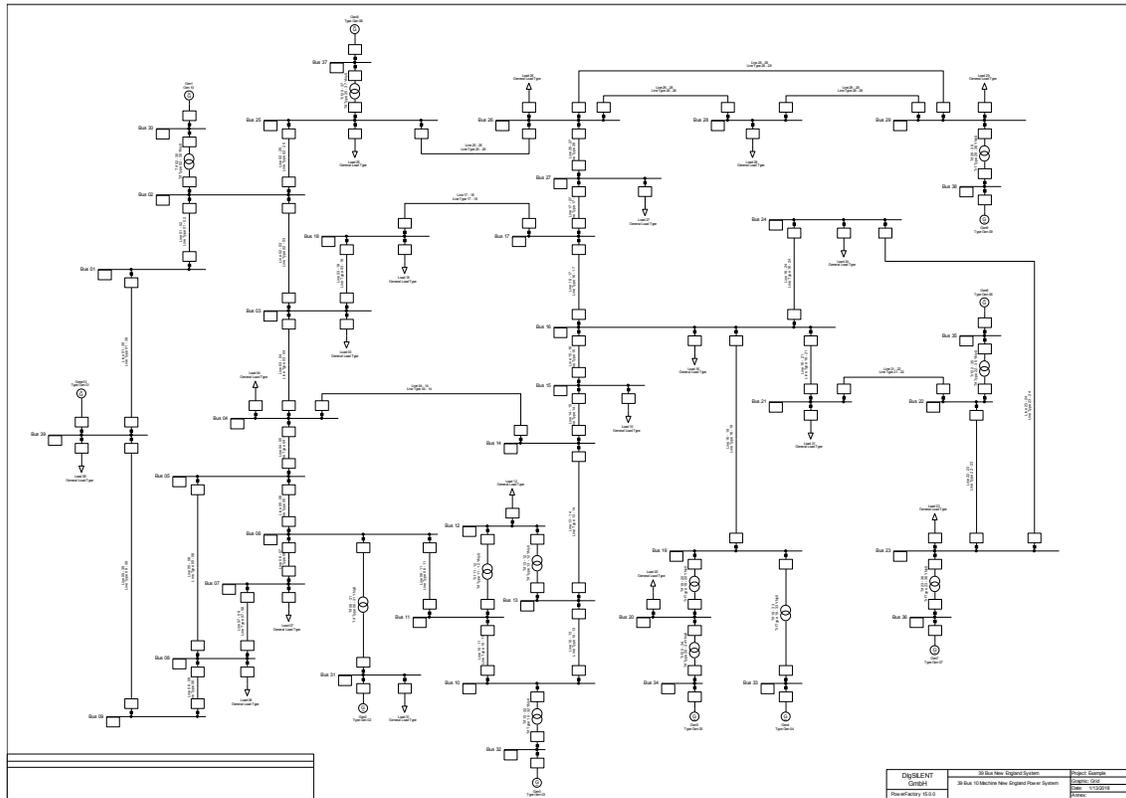


Figura 4.78 Caso Sistema IEEE 39 barras

4.3.2.1. Evaluación en MATLAB

La programación del módulo para despacho de potencia activa mediante solver Quadprog completo se encuentra en el Anexo VII, el subprograma que ayuda a encontrar la Ybarra y es parte importante de la resolución se encuentra al final del mismo.

Con ayuda del programa de cálculo que determina los coeficientes de la función de costo del Anexo I se obtienen las $F(P_G)$ de cada unidad generadora que son necesarias para plantear el problema a minimizar. La base de datos se presente en el Anexo IV.

Caso 16

La formulación del problema se muestra a continuación:

$$\min F = F(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + \dots + F(P_{G10})$$

Sujeto a:

$$\theta_k = 0$$

$$(P_{G1}) + (P_{G2}) + (P_{G3}) + \dots + = \sum_{j \in i} Bij(\theta_i - \theta_j) + \sum_d^D L_d$$

$$-1.8 \leq Bij(\theta_i - \theta_j) \leq 1.8$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi \quad \text{donde} \quad i = 1, 2, \dots, 39$$

$$\begin{aligned} 150 \text{ MW} &\leq P_{G1} \leq 550 \text{ MW} \\ 200 \text{ MW} &\leq P_{G2} \leq 1000 \text{ MW} \\ &\vdots \\ 100 \text{ MW} &\leq P_{G10} \leq 650 \text{ MW} \end{aligned}$$

Ecuación 4.31 Problema caso IEEE 39 Barras

Los datos de los elementos implicados en las condiciones de simulación se encuentran en el Anexo IV. Una vez establecidas las matrices respectivas para el uso del solver Quadprog de MATLAB, se tiene como resultado:

```
PotenciaOptima =
    5.5000
    6.4000
    6.4000
    6.7000
    5.0500
    6.0000
    5.9000
    5.9000
    8.4000
    5.2896
```

Figura 4.79 Resolución despacho económico Quadprog caso IEEE 39 barras en [MW]

El tiempo en que se demora en total realizar el proceso es de 1.891 s.

4.3.2.2. Evaluación en PowerFactory DigSilent

Los resultados de entrega de potencia activa por parte de los generadores del sistema son:

Name	Grid	Active Power MW
Gen1	Grid	547.9801
Gen2	Grid	642.4926
Gen3	Grid	639.7687
Gen4	Grid	669.3281
Gen5	Grid	503.8589
Gen6	Grid	598.9219
Gen7	Grid	589.8813
Gen8	Grid	589.7957
Gen9	Grid	839.4827
Gene10	Grid	531.963

Figura 4.80 Resultados de potencia activa de los generadores en PowerFactory

4.3.2.3. Variación en condiciones de simulación

Para validar el módulo de software realizado en MATLAB se efectúan cambios en datos que al efectuarlo a su vez en PowerFactory se pueda reflejar en sus resultados.

Caso 17

Variación en el valor de cargas del sistema

Se realiza los siguientes cambios de valores en las cargas del sistema:

```

%Datos de Carga
Carga=[
    3      372      2.4   ;
    4      400      184   ;
    7    233.8      84    ;
    8      522      176   ;
   12       7.5      88   ;
   15      320      153   ;
   16      329      32    ;
   18      158      30    ;
   20      628     -105   ;
   21      324      115   ;
   23    274.5      85    ;
   24    308.6     -93    ;
   25      224      48    ;
   26      139      20    ;
   27      281      76    ;
   28      206      27    ;
   29    283.5      27    ;
   31       9.2      46    ;
   39    1104      250   ];

```

Figura 4.81 Variación de valores en las cargas del caso IEEE 39 barras

Al realizar la simulación en MATLAB tenemos como resultados:

```

PotenciaOptima =
    5.5000
    5.1500
    6.4000
    6.7000
    5.0500
    6.0000
    5.9000
    5.9000
    8.4000
    6.5246

```

Figura 4.82 Resultados MATLAB variando valores carga caso IEEE 9 barras en [MW]

Y al realizar la simulación en PowerFactory, tenemos:

Name	Grid	Active Power MW
Gen1	Grid	549.9533
Gen2	Grid	515.1996
Gen3	Grid	639.9493
Gen4	Grid	669.9609
Gen5	Grid	504.9613
Gen6	Grid	599.9599
Gen7	Grid	589.9694
Gen8	Grid	589.9616
Gen9	Grid	839.9635
Gene10	Grid	649.9426

Figura 4.83 Resultados simulación PowerFactory con variación de cargas

Caso 18

Variación en límites de generación del sistema

Se realiza los siguientes cambios de valores en los límites de las unidades generadoras del sistema:

```

%Datos de Generadores
%
% Barra Pmin Pmax
Generacion=[ 30 150 550 ;
              31 200 640 ;
              32 200 640 ;
              33 200 650 ;
              34 140 550 ;
              35 200 600 ;
              36 150 590 ;
              37 150 690 ;
              38 250 840 ;
              39 100 650 ];

```

Figura 4.84 Variación de valores en las cargas del caso IEEE 39 barras

Al realizar la simulación en MATLAB tenemos como resultados:

```

PotenciaOptima =
    5.5000
    6.4000
    6.4000
    6.5000
    5.5000
    6.0000
    5.9000
    6.9000
    8.4000
    4.2113

```

Figura 4.85 Resultados MATLAB variando límites generación IEEE 39 barras en [MW]

Y al realizar la simulación en PowerFactory, tenemos:

Name	Grid	Active Power MW
Gen1	Grid	547.2108
Gen2	Grid	639.2604
Gen3	Grid	639.7609
Gen4	Grid	649.2278
Gen5	Grid	548.3907
Gen6	Grid	598.6604
Gen7	Grid	589.8787
Gen8	Grid	689.78
Gen9	Grid	839.4133
Gene10	Grid	421.2141

Figura 4.86 Resultados PowerFactory con variación de límites de generación

4.4. ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS MODELOS DE SOFTWARE DE OPTIMIZACIÓN

A continuación se presenta una tabla de resultados de cada uno de los casos estudiados para los modelos de software desarrollados mediante Multiplicadores de Lagrange, comando Quadprog y Fmincon, y estos son:

Tabla 4.2 Comparación de resultados de diversos módulos de Software 1

Caso	Valor	Modelo de Multiplicadores Lagrange	Modelo Comando Quadprog	Método Comando Fmincon
Caso 1	P1 [MW]	232.1416	232.1416	232.1417
	P2 [MW]	230.2601	230.2601	230.2602
	P3 [MW]	237.5983	237.5983	237.5981
	t [s]	0.471	0.626	1.289
Caso 2	P1 [MW]	250	250	250
	P2 [MW]	246.1447	246.1447	246.1446
	P3 [MW]	253.7345	253.7345	253.7344
	P4 [MW]	250.1206	250.1206	250.1207
	t [s]	0.071	0.604	1.617
Caso 3	P1 [MW]	304.5542	304.5542	304.5545
	P2 [MW]	294.6693	294.6693	294.6694
	P3 [MW]	300	300	300
	P4 [MW]	302.9409	302.9409	302.9409
	P5 [MW]	301.8664	301.8664	301.8663
	P6 [MW]	296.2557	296.2557	296.2557
	P7 [MW]	298.1329	298.1329	298.1327
	P8 [MW]	297.7639	297.7639	297.7638

	P9 [MW]	303.8167	303.8167	303.8167
	t [s]	0.195	0.547	2.098
Caso 4	P1 [MW]	357.8899	357.8899	357.8899
	P2 [MW]	342.1101	342.1101	342.1101
	P3 [MW]	300	300	300
	t [s]	0.128	0.681	1.712
Caso 5	P1 [MW]	400	400	400
	P2 [MW]	391.5749	391.5749	391.5749
	P3 [MW]	300	300	300
	P4 [MW]	408.4251	408.4251	408.4251
	t[s]	0.161	0.602	1.604
Caso 6	P1 [MW]	400	400	400
	P2 [MW]	393.2253	393.2253	393.2252
	P3 [MW]	300	300	300
	P4 [MW]	410.2216	410.2216	410.2212
	P5 [MW]	406.6632	406.6632	406.6629
	P6 [MW]	399.1839	399.1839	399.1842
	P7 [MW]	388.3952	388.3952	388.3952
	P8 [MW]	395.0758	395.0758	395.0761
	P9 [MW]	407.2348	407.2348	407.2349
	t[s]	0.177	0.587	2.613
Caso 7	P1 [MW]	90	90	90
	P2 [MW]	102.3437	102.3437	102.3438
	P3 [MW]	107.6563	107.6563	107.6561
	t[s]	0.158	0.607	1.749
Caso 8	P1 [MW]	490.2018	490.2018	490.2018
	P2 [MW]	459.7982	459.7982	459.7982
	P3 [MW]	400	400	400
	t[s]	0.119	0.606	1.516
Caso 9	P1 [MW]	90	90	90
	P2 [MW]	100	100	100
	P3 [MW]	100	100	99.9999
	P4 [MW]	110	110	110
	t[s]	0.200	0.684	2.975
Caso 10	P1 [MW]	500	500	500

	P2 [MW]	535.2169	535.2169	535.2169
	P3 [MW]	400	400	400
	P4 [MW]	564.7831	564.7831	564.7831
	t[s]	0.171	0.649	1.604
Caso 11	P1 [MW]	96.5569	96.5569	96.5569
	P2 [MW]	109.6608	109.6608	109.6608
	P3 [MW]	115.0892	115.0892	115.0892
	P4 [MW]	110	110	110
	P5 [MW]	140	140	140
	P6 [MW]	120	120	120
	P7 [MW]	128.6931	128.6931	128.6931
	P8 [MW]	130	130	130
	P9 [MW]	150	150	150
	t[s]	0.506	0.581	2.429
Caso 12	P1 [MW]	500	500	500
	P2 [MW]	576.4229	576.4229	576.4231
	P3 [MW]	400	400	400
	P4 [MW]	600	600	600
	P5 [MW]	601.4612	601.4612	601.4612
	P6 [MW]	590.5085	590.5085	590.5082
	P7 [MW]	556.1764	556.1764	556.1764
	P8 [MW]	575.9608	575.9608	575.9610
	P9 [MW]	599.4702	599.4702	599.4701
	t [s]	0.209	0.615	2.429

Se presenta un gráfico para cada caso con el despacho de generación de una unidad del sistema, para poder visualizar los resultados en cada uno de los problemas resueltos.

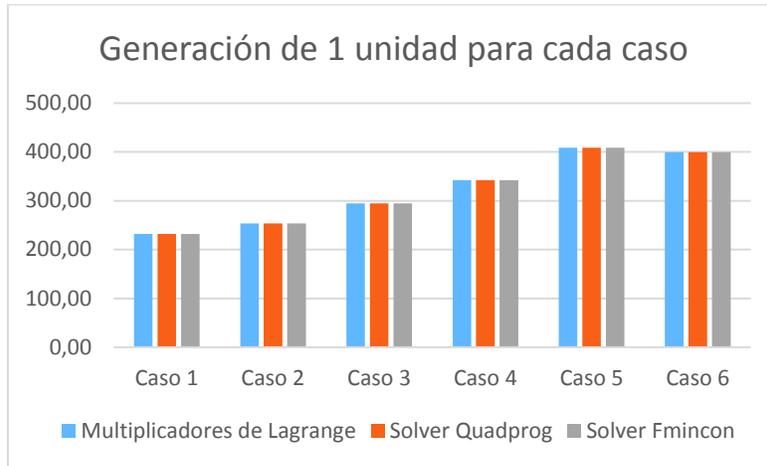


Figura 4.87 Cuadro comparativo de generación Caso 1 al 6

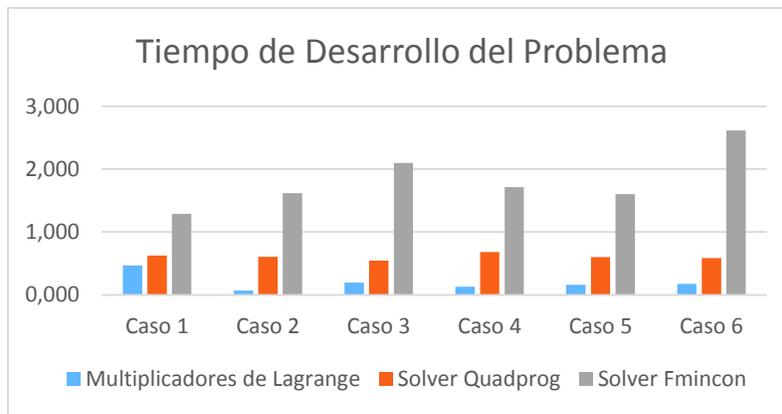


Figura 4.88 Cuadro comparativo de tiempos de ejecución Caso 1 al 6

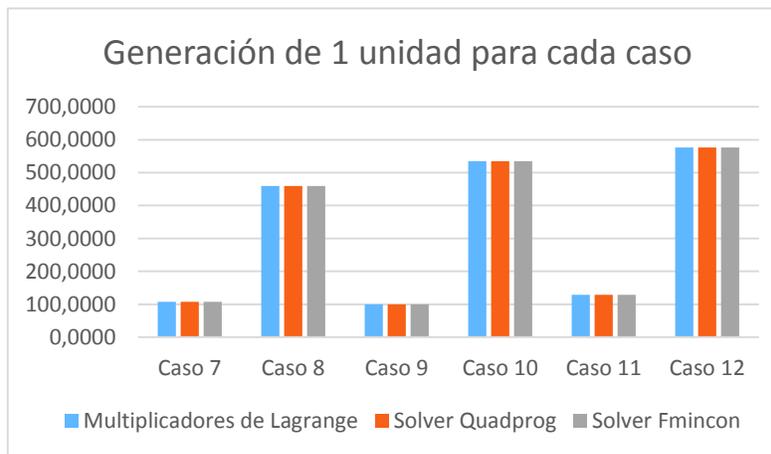


Figura 4.89 Cuadro comparativo de generación Caso 7 al 12

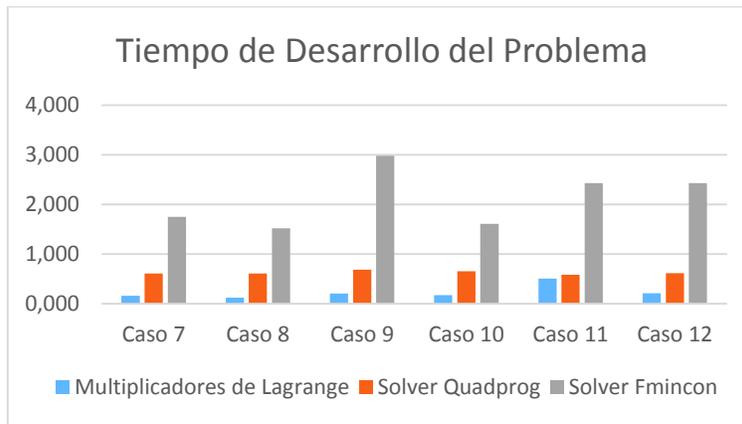


Figura 4.90 Cuadro comparativo de tiempos de ejecución Caso 7 al 12

En cada uno de los casos presentados la variación de los resultados es de un máximo de 0.0004 [MW] entre los 3 módulos de software desarrollados, el despacho de energía que brinda cada unidad generadora depende exclusivamente de la función de costo que posea y los resultados obtenidos cumplen las restricciones propuestas.

Conforme se ha visto en la solución de los diferentes casos de despacho económico, el tiempo en que se obtienen los resultados para los diferentes métodos de solución muestran que los solvers de MATLAB demoran mucho más su proceso de optimización que el método a partir de multiplicadores de Lagrange.

La precisión que cada uno de los modelos presenta es adecuada para cualquier proceso de despacho óptimo de potencia activa, esto implica que la selección adecuada del modelo se basa en la complejidad de programación y/o tiempo de ejecución.

A continuación se presenta los resultados obtenidos mediante el modelo de software desarrollado mediante el comando Quadprog y los resultados en el programa PowerFactory de DigSILENT.

Tabla 4.3 Comparación de resultados de diversos módulos de Software 2

Caso	Valor	Módulo Quadprog MATLAB	Implementación PowerFactory DigSilent
Caso 13	P1 [MW]	128	128.4889
	P2 [MW]	300	299.8984
	P3 [MW]	300	299.5293
	t [s]	0.789	-----
Caso 14	P1 [MW]	250	251.6582
	P2 [MW]	500	499.8864
	P3 [MW]	300	299.8992

	t [s]	0.789	-----
Caso 15	P1 [MW]	239.32	240.3208
	P2 [MW]	290	289.8471
	P3 [MW]	290	289.8588
	t [s]	0.789	-----
Caso 16	P1 [MW]	550	547.9801
	P2 [MW]	640	642.4926
	P3 [MW]	640	639.7687
	P4 [MW]	670	669.3281
	P5 [MW]	505	503.8589
	P6 [MW]	600	598.9219
	P7 [MW]	590	589.8813
	P8 [MW]	590	589.7957
	P9 [MW]	840	839.4827
	P10 [MW]	528.96	531.963
	t [s]	1.891	-----
Caso 17	P1 [MW]	550	549.9533
	P2 [MW]	515	515.1996
	P3 [MW]	640	639.9493
	P4 [MW]	670	669.9609
	P5 [MW]	505	504.9613
	P6 [MW]	600	599.9599
	P7 [MW]	590	589.9694
	P8 [MW]	590	589.9616
	P9 [MW]	840	839.9635
	P10 [MW]	652.46	649.9426
	t [s]	1.891	-----
Caso 18	P1 [MW]	550	547.2108
	P2 [MW]	640	639.2604
	P3 [MW]	640	639.7609
	P4 [MW]	650	649.2278
	P5 [MW]	550	548.3907
	P6 [MW]	600	598.6604
	P7 [MW]	590	589.8787
	P8 [MW]	690	689.78

	P9 [MW]	840	839.4133
	P10 [MW]	421.13	421.2114
	t [s]	1.891	-----

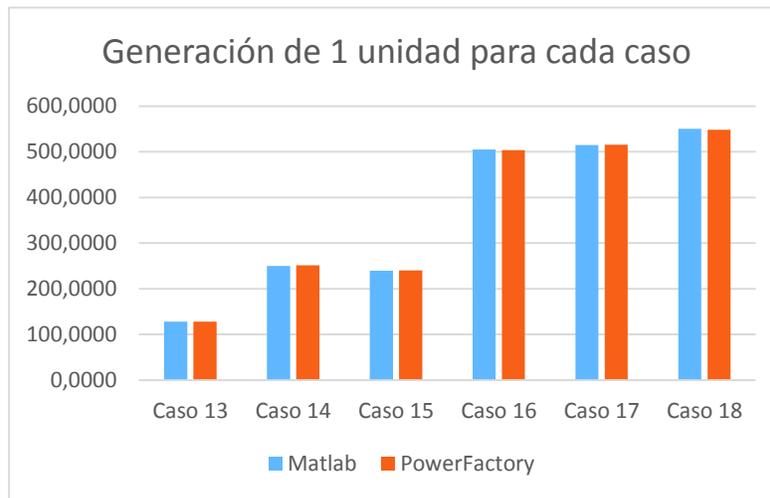


Figura 4.90 Cuadro comparativo de generación Caso 7 al 12

En los casos 13, 14 y 15 implementados en el caso IEEE 9 barras presentes se muestra que el rango en su resultados varía entre 0 y 1 MW, mientras que en los casos restantes implementados en el caso IEEE 39 barras el rango sube hasta 3 MW. El incremento del error entre los casos planteados se debe al aumento de elementos involucrados en el sistema, esto genera un aumento en las restricciones que el problema debe cumplir y por tanto la convergencia del proceso es más compleja, esto se ve reflejado además en el tiempo de ejecución del programa que es alrededor de 2.4 veces más.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

- Mediante tablas que muestran los resultados obtenidos para cada uno de los casos propuestos y aplicando los métodos seleccionados en el presente trabajo de titulación, los resultados indican una variación mínima entre cada uno de los métodos.
- Al desarrollar módulos de software para el estudio de despacho económico de potencia activa, se tiene una herramienta que permite manejar de una manera didáctica la base de datos que ayuda a plantear la función objetivo, variar las restricciones del problema permitiendo visualizar los resultados para cada caso planteado.
- El tiempo en el cual el método de multiplicadores de Lagrange se ejecuta es más rápido que los efectuados mediante solvers de MATLAB para la solución del primer modelo de optimización planteado en el presente trabajo de titulación.
- La solución efectuada por medio del comando Fmincon debe contener en su base de datos los coeficientes de la función objetivo y dichos valores deben tener al menos 15 decimales, con tal cantidad de cifras significativas el error no es significativo y puede ser comparado respecto a los otros métodos caso contrario se incrementan alrededor de 6 a 10% dependiendo el caso.
- Para el caso desarrollado en el sistema IEEE 39 barras se refleja una mayor variación entre los resultados obtenidos con los encontrados en PowerFactory, esto se debe a que mientras mayor número de elementos posee el sistema mayor será el número de restricciones y esto a su vez aumenta la complejidad de convergencia del problema.
- El segundo modelo de optimización cuenta con un mayor número de restricciones operativas y éstas pueden ser ideales para la simulación de un sistema eléctrico de potencia.
- Al tomar en cuenta la cantidad de restricciones, la facilidad de cálculo y la convergencia rápida del problema se puede concluir que el modelo más sencillo a implementar es el desarrollado en la primera parte del presente trabajo de titulación el cual consiste en la minimización de costos de generación sujeto a balance de carga y límites de generación en cada una de sus unidades.
- La implementación del método de multiplicadores de Lagrange posee una gran ventaja respecto a los otros métodos estudiados y es la simplicidad que tiene el momento de resolver los problemas.

- La solución del problema de optimización de entrega de potencia activa tiende a ser más exacta el momento en que las expresiones empleadas son no lineales, en el presente trabajo de titulación las funciones empleadas fueron cuadráticas, sin embargo el uso de funciones lineales, lineales a trozos y funciones cúbicas brinda muy buenas aproximaciones.

5.2. RECOMENDACIONES

- Realizar varias simulaciones alterando los diversos parámetros de los problema planteados, esto ayudará a comprender de mejor manera la importancia de cada valor dentro del desarrolla del proceso.
- Implementar dentro de una gráfica de interface los módulos desarrollados que permita variar los parámetros de cada problema logrando así tener una herramienta aún más didáctica para los estudiantes y/o profesores que desee usarlo dentro del estudio de optimización de potencia activa en la carrera de Ingeniería Eléctrica.
- Incrementar las restricciones operativas a los módulos de software desarrollados mediante el método de multiplicadores de Lagrange y método por comando Fmincon.
- Desarrollar un modelo de optimización para un flujo de potencia AC completo, considerando el mayor número de restricciones posibles sin que esto afecte a la convergencia que el programa debe poseer el momento de su implementación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. J. Grainger, *Análisis de Sistemas de Potencia*, México: McGraw-Hill / Interamericana de México, 2002.
- [2] J. Zhu, *Optimization of Power System Operation*, Wiley IEEE Press.
- [3] D. Canacuan, *Flujo de Potencia linealizado para minimizar costos operativos de generación en sistemas eléctricos de potencia*, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [4] F. J. Vinueza, *Flujo Óptimo de Potencia*, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 1984.
- [5] E. Castillo, *Formulación y Resolución de Modelos de programación matemática de Ingeniería y Ciencias*, México, 2002.
- [6] J. C. Fernández, *Modelo de Flujo Óptimo de Potencia Utilizando Técnicas de Optimización*, El Salvador, 2011.
- [7] E. Uresti, *Optimización con restricciones, Multiplicadores de LaGrange*, México: ITESM.
- [8] J. Momoh, G. Brown y R. Adapa, *Evaluation of interior point methods and their application to power system economic dispatch*, American Power Symposium, Octubre 1993.
- [9] Mathworks, «Optimization Toolbox,» [En línea]. Available: <https://www.mathworks.com/products/optimization.html>.
- [10] N. S. Rau, *Optimization Principles*, Wiley IEEE Press.
- [11] P. Murty, *Electrical Power System*, 50 Hampshire Street, 5th Floor, Cambridge, MA 02139, United States: Elsevier Ltd, 2017.
- [12] CENACE, «Procedimiento para Depacho y Operación,» *Regulación Eléctrica*, vol. 2.0, p. 129, 2015.
- [13] G. Arguello, *Sistemas Eléctricos de Potencia, Operación de SEP*, Quito, 1983.
- [14] W. Wood, *Economic Operation of Power Systems*, New Jersey, 2009.
- [15] A. Blanco, *Optimización con MATLAB*, Oruro, 2004.

ANEXO I: Programación módulo para calcular coeficientes de función de costo

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Programa para encontrar la ecuación característica de
%Consumo de unidades de generacion
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear all;
clc;

format short;

DatosGeneracion3uni;      %para base de datos 3 unidades
%DatosGeneracion4uni;     %para base de datos 4 unidades
%DatosGeneracion9uni;     %para base de datos 9 unidades

Pasos=Datos(:,1);
Unit=Datos(:,2:size(Datos,2)-1);
Power=Datos(:,size(Datos,2));
for i=1:1:size(Datos,2)-2
    Cons(:,i)=Unit(:,i).*Power;
end
Cons %Consumo de combustible en BTU/h

SumPk=0;
SumPk2=0;
SumPk3=0;
SumPk4=0;

Sum=zeros(3,size(Datos,2)-2);

for i=1:1:size(Power)
    SumPk=Power(i,1)+SumPk;
    SumPk2=(Power(i,1))^2+SumPk2;
    SumPk3=(Power(i,1))^3+SumPk3;
    SumPk4=(Power(i,1))^4+SumPk4;
end

for j=1:1:size(Unit,2)
    for i=1:1:size(Power)
        Sum(1,j)=Cons(i,j)+Sum(1,j);
        Sum(2,j)=Cons(i,j).*Power(i,1)+Sum(2,j);
        Sum(3,j)=Cons(i,j).*(Power(i,1))^2+Sum(3,j);
    end
end
n=size(Pasos,1)

b=[ SumPk2    SumPk    n    ;
    SumPk3    SumPk2    SumPk  ;
    SumPk4    SumPk3    SumPk2 ] %Parte izquierda ecuaciones (3.8) a
(3.10)
Sum %Parte de igualdad de ecuaciones (3.8) a (3.10)

F=inv(b)*Sum %Muestra los coeficientes de la función de costo

```

ANEXO II: Comandos Quadprog y Fmincon

Comando Quadprog

Quadprog es una función interna del *Toolbox* de optimización de MATLAB, se basa en métodos de programación cuadrática para resolver los problemas de optimización planteados. Los problemas de programación no lineal según el comando Quadprog basan su ejecución en la optimización de funciones no lineales sujetas a un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad lineales.

La programación No lineal del problema matemático según esta expresión consiste en hallar un vector (x) de resultados que minimicen la función f ingresada, como se muestra a continuación:

$$\min \frac{1}{2} x^T H x + f^T x$$

Sujeto a:

$$A \cdot x \leq b$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq}$$

$$lb \leq x \leq ub$$

Donde H , A y A_{eq} son matrices, mientras que f , b , b_{eq} , ub , lb y x son vectores.

Sintaxis Comando Quadprog [3]

Para realizar el llamado del comando Quadprog se lo puede hacer de diferentes formas, dependiendo si el problema requiere cumplir solamente restricciones de igualdad, desigualdad o límites de variables de estado, etc.

A continuación se muestran las diferentes formas en las cuales se puede hacer el llamado al comando Quadprog, y son:

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2} x^T H x + f^T x$, y no se encuentre sujeto a restricción alguna se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2} x^T H x + f^T x$, y se encuentre sujeto a restricciones de desigualdad se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, y se encuentre sujeto a restricciones de desigualdad e igualdad se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad pero No de desigualdad se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq)$$

Tomando en cuenta que A y b son matrices de ceros, respetando las dimensiones del problema para la correcta evaluación.

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad, además sujeto a límites en el valor de sus variables se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad, además sujeto a límites en el valor de sus variables a partir de un punto x_0 dado se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq, lb, ub, x_0)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, con nuevos parámetros se tiene:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq, lb, ub, x_0, options)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$, donde la estructura del problema puede plantearse exportándola mediante la aplicación de optimización se tiene:

$$x = \text{quadprog}(problem)$$

Donde:

H: es la matriz de coeficientes cuadráticos de la función objetivo, organizando sus valores según correspondan las variables.

f: es el vector de coeficientes lineales de la función objetivo, organizando sus valores según correspondan las variables.

A, b: corresponden a las restricciones de desigualdad, la primera es una matriz que representa las ecuaciones del problema y el segundo representa los valores de desigualdad para cada una de las ecuaciones.

Aeq, beq: corresponden a las restricciones de igualdad, la primera es una matriz que representa las ecuaciones del problema y el segundo representa los valores de igualdad para cada una de las ecuaciones.

lb, ub: son vectores que representan los límites de los valores de las variables, siendo límite inferior y superior respectivamente.

x0: es el vector que representa un punto inicial para el problema, puede o no ser incluido.

options: establece nuevos parámetros para la evaluación de la función según se pretenda desarrollarlo.

problem: puede exportarse la estructura de un nuevo problema a través de la aplicación de optimización para resolver de una nueva manera la función.

Además de obtener el vector de respuestas óptimas para la función determinada, se puede obtener otros valores que pueden ser de importancia para la solución del problema, y estas variables pueden ser:

- La variable *fval*, ayuda a conocer el valor final de la función optimizada.

$$[x, fval] = quadprog(...)$$

- La variables *exitflag*, muestra la convergencia del proceso de optimización.

$$[x, fval, exitflag] = quadprog(...)$$

- La variable *output*, muestra el proceso de optimización

$$[x, fval, exitflag, output] = quadprog(...)$$

- La variable *lambda*, devuelve un conjunto de multiplicadores de Lagrange, para las condiciones de igualdad, desigualdad y límites de las variables.

$$[x, fval, exitflag, output, lambda] = quadprog(...)$$

Donde:

x: es el vector de soluciones al problema de minimización

fval: es el valor de la solución al problema de optimización.

exitflag: número entero que muestra la razón de la finalización del proceso de optimización, a continuación se muestra los valores de *exitflag* que se presentan:

- 1 Finalización del proceso de iteraciones correctamente
- 0 Numero de iteraciones excedido
- 2 Problema no solucionado, restricciones no satisfechas
- 3 Problema de solución infinita

output: estructura que contiene información sobre la optimización del proceso, los campos son los siguientes:

Iteraciones	Número de iteraciones requeridas
Algoritmo	Algoritmos empleado en la optimización
Violación de restricciones	Número máximo de restricciones
Mensaje	Mensaje de salida

lambda: estructura que contiene a los multiplicadores de Lagrange en la solución x , los campos son los siguientes:

Inferior	Límites inferiores
Superior	Límites superiores
Ineqlin	Desigualdades lineales
Eqlin	Igualdades lineales

Comando Fmincon [3]

Fmincon es una función interna del *Toolbox* de optimización de MATLAB, se basa en métodos de programación No Lineal para resolver los problemas de optimización planteados. Los problemas de programación no lineal según el comando Fmincon ejecutan la optimización de una función no lineal sujeto a un conjunto de restricciones de funciones multivariables no lineales.

La programación No lineal del problema matemático según esta expresión consiste en hallar un vector (x) de resultados que minimicen la función f ingresada, como se muestra a continuación:

$$f(x)$$

Sujeto a:

$$c(x) \leq 0$$
$$ceq(x) = 0$$

$$A \cdot x \leq b$$

$$Aeq \cdot x = beq$$

$$lb \leq x \leq ub$$

Donde b y beq son vectores, A y Aeq son matrices, $c(x)$ y $ceq(x)$ son funciones que retornan vectores y $f(x)$ es una función que retorna un valor escalar, además $f(x)$, $c(x)$ y $ceq(x)$ pueden ser funciones no lineales.

Sintaxis Comando Fmincon

Para realizar el llamado del comando Fmincon se lo puede hacer de diferentes maneras, dependiendo cuales son las condiciones que el problema desee evaluar. A continuación se muestran las diferentes formas en las cuales se puede hacer el llamado al comando Fmincon, y son:

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, dado un punto inicial y se encuentre sujeto a restricciones de desigualdad, se tiene:

$$x = fmincon(fun, x0, A, b)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, dado un punto inicial y se encuentre sujeto a restricciones de desigualdad e igualdad se tiene:

$$x = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, dado un punto inicial y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad pero No de desigualdad se tiene:

$$x = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq)$$

Tomando en cuenta que A y b son matrices de ceros, respetando las dimensiones del problema para la correcta evaluación.

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, dado un punto inicial y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad, además sujeto a límites en el valor de sus variables se tiene:

$$x = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, y se encuentre sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad, además sujeto a límites en el

valor de sus variables a partir de un punto x_0 dado mediante una función que maneje todos los límites se tiene:

$$x = fmincon(fun, x_0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, con nuevos parámetros se tiene:

$$x = fmincon(fun, x_0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options)$$

- Para encontrar un vector de soluciones x que minimice $f(x)$, donde la estructura del problema puede plantearse exportándola mediante la aplicación de optimización, y se tiene:

$$x = fmincon(problem)$$

fun: es la función a minimizar, puede aceptar un vector o una matriz para devolver un valor escalar minimizado la función.

x0: vector que representa un punto inicial para el problema.

A, b: corresponden a las restricciones de desigualdad, la primera es una matriz que representa las ecuaciones del problema y el segundo representa los valores de desigualdad para cada una de las ecuaciones.

Aeq, beq: corresponden a las restricciones de igualdad, la primera es una matriz que representa las ecuaciones del problema y el segundo representa los valores de igualdad para cada una de las ecuaciones.

lb, ub: son vectores que representan los límites de los valores de las variables, siendo límite inferior y superior respectivamente.

options: establece nuevos parámetros para la evaluación de la función según se pretenda desarrollarlo.

problem: puede exportarse la estructura de un nuevo problema a través de la aplicación de optimización para resolver de una nueva manera la función.

Además de obtener el vector de respuestas óptimas para la función determinada, se puede obtener otros valores que pueden ser de importancia para la solución del problema, y estas variables pueden ser:

- La variable $fval$, ayuda a conocer el valor final de la función optimizada.

$$[x, fval] = fmincon(...)$$

- La variables *exitflag* y *output*, muestra la convergencia del proceso de optimización e información del proceso.

$$[x, fval, exitflag, output] = fmincon(...)$$

- La variable *lambda*, *grad* y *hessian*, muestra los multiplicadores de Lagrange, el gradiente y hessiano de la solución del problema.

$$[x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon(...)$$

x: muestra el vector de soluciones al problema de minimización.

fval: indica el valor de la solución al problema de minimización *x*.

exitflag: número entero que muestra la razón de la finalización del proceso de optimización, a continuación se muestra las valores de *exitflag* que se presentan:

- 1 Finalización del proceso de iteraciones correctamente
- 0 Numero de iteraciones excedido
- 1 Detenido por una función de salida
- 2 No se encuentra punto factible de solución

output: estructura que contiene información sobre la optimización del proceso, los campos son los siguientes:

Iteraciones	Número de iteraciones requeridas
Conteo de función	Numero de funciones a evaluar
Algoritmo	Algoritmos empleado en la optimización
Violación de restricciones	Número máximo de restricciones
Optimalidad de 1er orden	Medida de optimalidad del proceso
Mensaje	Mensaje de salida

lambda: estructura que contiene a los multiplicadores de Lagrange en la solución *x*, los campos son los siguientes:

Inferior	Límites inferiores
Superior	Límites superiores
Ineqlin	Desigualdades lineales
Eqlin	Igualdades lineales

Grad: muestra el Gradiente de la solución.

Hessian: muestra el aproximado de Hessiano.

ANEXO III: Programación módulo de software mediante método de Lagrange

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                    %Programa Minimizacion con Ecuaciones
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ProNunidades;
Pdemanda=1000; %Ingreso de la demanda del sistema

Sum1=0;
Sum2=0;

for i=1:1:size(Unit,2)
    Sum1=F(2,i)/(2*F(1,i))+Sum1;
end
Sum1;
for i=1:1:size(Unit,2)
    Sum2=1/(2*F(1,i))+Sum2;
end
Sum2;
lam=(Pdemanda+Sum1)/Sum2 %Valor de lambda

for i=1:1:size(Generacion,1)
    P(i,1)=(lam-F(2,i))/(2*F(1,i));
end
P %Valor de potencias activas del problema

%Para limitar la operación de los generadores se tiene:

for i=1:1:size(Unit,2)
    if P(i,1)>=Generacion(i,2)

        else
            disp('No cumple rango de operación inferior, se procede a
recalcular')
            RecalInf; %En caso de no cumplir con los rangos de operacion
inferiores
        end
    end
for i=1:1:size(Unit,2)
    if P(i,1)<=Generacion(i,3)

        else
            disp('No cumple rango de operación superior, se procede a
recalcular')
            RecalSup; %En caso de no cumplir con los rangos de operacion
superiores
        end
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                    %Recalculo de limites operativos inferiores
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

P(i,1)=Generacion(i,2); %Se designa la potencia encontrada al valor de
generación

```

```

a=i; %variable auxiliar

Sum3=0;
Sum4=0;

for i=1:1:size(Unit,2)
    if i~=a
        Sum3=F(2,i)/(2*F(1,i))+Sum3;
    end
end
Sum3;

for i=1:1:size(Unit,2)
    if i~=a
        Sum4=1/(2*F(1,i))+Sum4;
    end
end
Sum4;

lam=(Pdemanda-P(a,1)+Sum3)/Sum4; %Nuevo valor de lambda

for i=1:1:size(Generacion,1)
    if i~=a
        P1(i,1)=(lam-F(2,i))/(2*F(1,i));
    end
end

P1(a,1)=P(a,1);
P1 % Nuevo Valor de Potencias para el despacho económico

%Nuevo calculo de ser necesario
for i=1:1:size(Unit,2)
    if P1(i,1)>=Generacion(i,2)

        else
            disp('No cumple rango de operación inferior, se procede a
recalcular')
            RecalInf; %Si sale de límites se realiza un nuevo calculo
        end
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                    %Recalculo de limites operativos superiores
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

P(i,1)=Generacion(i,3); %Se designa la potencia encontrada al valor de
generacion maxima

a=i; %variable auxiliar

Sum3=0;
Sum4=0;

for i=1:1:size(Unit,2)
    if i~=a
        Sum3=F(2,i)/(2*F(1,i))+Sum3;
    end
end
end

```

```

Sum3;

for i=1:1:size(Unit,2)
    if i~=a
        Sum4=1/(2*F(1,i))+Sum4;
    end
end
Sum4;

lam=(Pdemanda-P(a,1)+Sum3)/Sum4; %Nuevo valor de lambda

for i=1:1:size(Generacion,1)
    if i~=a
        P1(i,1)=(lam-F(2,i))/(2*F(1,i));
    end
end

P1(a,1)=P(a,1);
P1 %Valores de nuevas potencias de despacho económico

%Nuevo calculo de ser necesario
for i=1:1:size(Unit,2)
    if P1(i,1)<=Generacion(i,3)

        else
            disp('No cumple rango de operación superior, se procede a
recalcular')
            RecalSup; %En caso de salirse nuevamente del límite
        end
    end
end

```

ANEXO IIV: Base de Datos

BASE DE DATOS 3 UNIDADES DE GENERACIÓN MÉTODO LAGRANGE Y QUADPROG SIMPLE

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Datos Generacion 3 unidades
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Pasos  Unit1  Unit2  Unit3  Pow-Out
%      %BTU/MWh
Datos=[ 1      0.305  0.313  0.288  150.00  ;
        2      0.312  0.315  0.298  175.00  ;
        3      0.319  0.325  0.304  200.00  ;
        4      0.329  0.334  0.313  225.00  ;
        5      0.332  0.336  0.319  250.00  ;
        6      0.346  0.353  0.327  275.00  ;
        7      0.351  0.352  0.342  300.00  ;
        8      0.370  0.381  0.353  325.00  ;
        9      0.395  0.398  0.388  350.00  ;
        10     0.413  0.426  0.399  375.00  ;
        11     0.435  0.448  0.431  400.00  ];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Unidad  Pmin  Pmax
Generacion=[ 1      100  400  ;
             2      110  500  ;
             3      100  300  ];

plot(Datos(:,5),Datos(:,2).*Datos(:,5)) %Valor de 2do termino es
para visualizar curva de costo del generador requerido
    
```

BASE DE DATOS 4 UNIDADES DE GENERACIÓN MÉTODO LAGRANGE Y QUADPROG SIMPLE

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Datos Generacion 4 unidades
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Pasos  Unit1  Unit2  Unit3  Unit4  Pow-Out
%      %BTU/MWh
Datos=[ 1      0.305  0.313  0.288  0.301  150.00  ;
        2      0.312  0.315  0.298  0.307  175.00  ;
        3      0.319  0.325  0.304  0.313  200.00  ;
        4      0.329  0.334  0.313  0.326  225.00  ;
        5      0.332  0.336  0.319  0.323  250.00  ;
        6      0.346  0.353  0.327  0.347  275.00  ;
        7      0.351  0.352  0.342  0.344  300.00  ;
        8      0.370  0.381  0.353  0.373  325.00  ;
        9      0.395  0.398  0.388  0.391  350.00  ;
        10     0.413  0.426  0.399  0.408  375.00  ;
        11     0.435  0.448  0.431  0.436  400.00  ];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Unidad  Pmin  Pmax
Generacion=[ 1      100  400  ;
             2      110  500  ;
             3      100  300  ;
             4      120  500  ];
    
```

```
plot(Datos(:,6),Datos(:,2).*Datos(:,6)) %Para visualizar curva de
costo del generador 2
```

BASE DE DATOS 9 UNIDADES DE GENERACIÓN MÉTODO LAGRANGE Y QUADPROG SIMPLE

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Datos Generacion 9 unidades
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Pasos Unit1 Unit2 Unit3 Unit4 Unit5 Unit6 Unit7
Unit8 Unit9 Pow-Out
%BTU/MWh
```

```
Datos=[ 1 0.305 0.313 0.288 0.301 0.300 0.309 0.292
0.297 0.304 150.00 ;
2 0.312 0.315 0.298 0.307 0.306 0.319 0.294
0.311 0.305 175.00 ;
3 0.319 0.325 0.304 0.313 0.316 0.320 0.307
0.312 0.322 200.00 ;
4 0.329 0.334 0.313 0.326 0.320 0.337 0.312
0.332 0.325 225.00 ;
5 0.332 0.336 0.319 0.323 0.330 0.335 0.325
0.328 0.327 250.00 ;
6 0.346 0.353 0.327 0.347 0.339 0.359 0.332
0.341 0.340 275.00 ;
7 0.351 0.352 0.342 0.344 0.354 0.357 0.336
0.345 0.348 300.00 ;
8 0.370 0.381 0.353 0.373 0.366 0.375 0.354
0.367 0.361 325.00 ;
9 0.395 0.398 0.388 0.391 0.390 0.399 0.382
0.391 0.396 350.00 ;
10 0.413 0.426 0.399 0.408 0.407 0.420 0.401
0.414 0.406 375.00 ;
11 0.435 0.448 0.431 0.436 0.439 0.450 0.442
0.443 0.436 400.00 ];
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Unidad Pmin Pmax
Generacion=[ 1 100 400 ;
2 110 500 ;
3 100 300 ;
4 120 500 ;
5 150 600 ;
6 130 500 ;
7 100 550 ;
8 140 550 ;
9 160 500 ];
```

```
plot(Datos(:,11),Datos(:,2).*Datos(:,11)) %Para visualizar curva de
costo del generador 2
```

BASE DE DATOS 3 UNIDADES DE GENERACIÓN SOLVER FMINCON

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Base de Datos Fmincon 3 unidades
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%-----Constantes de FC-----
```

```

% Unid Pmin Pmax a b c
Generacion=[ 1 100 400 0.001005501165501 -
0.051043822843809 32.529825174828147 ;
2 110 500 0.001130442890443 -
0.104798135198138 39.080384615390358 ;
3 100 300 0.001112820512821 -
0.113014918414905 37.366923076922831 ];

```

BASE DE DATOS 4 UNIDADES DE GENERACIÓN SOLVER FMINCON

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Base de Datos Fmincon 4 unidades
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%-----Constantes de FC-----
% Unid Pmin Pmax a b c
Generacion=[ 1 100 400 0.001005501165501 -
0.051043822843809 32.529825174828147 ;
2 110 500 0.001130442890443 -
0.104798135198138 39.080384615390358 ;
3 100 300 0.001112820512821 -
0.113014918414905 37.366923076922831 ;
4 120 500 0.001038508158508 -
0.067797668997713 33.586958041967591 ];

```

BASE DE DATOS 9 UNIDADES DE GENERACIÓN SOLVER FMINCON

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Base de Datos Fmincon 9 unidades
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%-----Constantes de FC-----
% Unid Pmin Pmax a b c
Generacion=[ 1 100 400 0.001005501165501 -
0.051043822843809 32.529825174828147 ;
2 110 500 0.001130442890443 -
0.104798135198138 39.080384615390358 ;
3 100 300 0.001112820512821 -
0.113014918414905 37.366923076922831 ;
4 120 500 0.001038508158508 -
0.067797668997713 33.586958041967591 ;
5 150 600 0.001063123543124 -
0.080427039627040 35.015104895104741 ;
6 130 500 0.00108242424242424 -
0.0799333333333315 36.140000000003056 ;
7 100 550 0.001234312354312 -
0.174562703962692 44.774965034968773 ;
8 140 550 0.001144895104895 -
0.120401398601359 39.728916083920922 ;
9 160 500 0.001077296037296 -
0.093185547785509 37.306503496507503 ];

```

BASE DE DATOS CASO IEEE 9 BARRAS QUADPROG COMPLETO

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Base de datos caso IEEE 9 barras Quadprog Completo
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%Datos para hallar funcion de costo de cada generador
% Pasos Unit1 Unit2 Unit3 Pow-Out
%BTU/MWh
Datos=[ 1 0.305 0.313 0.288 150.00 ;
        2 0.312 0.315 0.298 175.00 ;
        3 0.319 0.325 0.304 200.00 ;
        4 0.329 0.334 0.313 225.00 ;
        5 0.332 0.336 0.319 250.00 ;
        6 0.346 0.353 0.327 275.00 ;
        7 0.351 0.352 0.342 300.00 ;
        8 0.370 0.381 0.353 325.00 ;
        9 0.395 0.398 0.388 350.00 ;
        10 0.413 0.426 0.399 375.00 ;
        11 0.435 0.448 0.431 400.00 ];

%Datos de barras
Barras=9; %Cantidad de barras del sistema

%Datos de lineas de transmision y trafos
% Num Nod i Nod j R X Flujo Maximo
Elementos=[ 1 1 4 0.0000 0.0576 400 ;
            2 2 7 0.0000 0.0625 500 ;
            3 3 9 0.0000 0.0586 300 ;
            4 4 5 0.0100 0.0850 180 ;
            5 4 6 0.0170 0.0920 180 ;
            6 7 5 0.0320 0.1610 180 ;
            7 9 6 0.0390 0.1700 180 ;
            8 7 8 0.0085 0.0720 180 ;
            9 9 8 0.0119 0.1008 180 ];

%Datos de Generadores
% Barra Pmin Pmax
Generacion=[ 1 100 400 ;
             2 110 500 ;
             3 100 300 ;
             4 0 0 ;
             5 0 0 ;
             6 0 0 ;
             7 0 0 ;
             8 0 0 ;
             9 0 0 ];

Slack=1; %Ingreso del generador Slack

%Datos de Carga
%Barra MW MVAR
Carga=[ 1 0 0 ;
        2 0 0 ;
        3 0 0 ;
        4 0 0 ;
        5 280 50 ;
        6 190 30 ;
        7 0 0 ;
        8 230 35 ;
        9 0 0 ];

```

BASE DE DATOS CASO IEEE 39 BARRAS QUADPROG COMPLETO

%%%

%Base de datos caso IEEE 39 barras Quadprog Completo

%%%

%Datos para hallar funcion de costo de cada generador

%	Pasos	Unit1	Unit2	Unit3	Unit4	Unit5	Unit6	Unit7
Unit8	Unit9	Unit10	Pow-Out	%BTU/MWh				
Datos=[1	0.305	0.313	0.288	0.301	0.300	0.309	0.292
0.297	0.304	0.288	150.00	;				
	2	0.312	0.315	0.298	0.307	0.306	0.319	0.294
0.311	0.305	0.298	175.00	;				
	3	0.319	0.325	0.304	0.313	0.316	0.320	0.307
0.312	0.322	0.307	200.00	;				
	4	0.329	0.334	0.313	0.326	0.320	0.337	0.312
0.332	0.325	0.312	225.00	;				
	5	0.332	0.336	0.319	0.323	0.330	0.335	0.325
0.328	0.327	0.319	250.00	;				
	6	0.346	0.353	0.327	0.347	0.339	0.359	0.332
0.341	0.340	0.330	275.00	;				
	7	0.351	0.352	0.342	0.344	0.354	0.357	0.336
0.345	0.348	0.345	300.00	;				
	8	0.370	0.381	0.353	0.373	0.366	0.375	0.354
0.367	0.361	0.348	325.00	;				
	9	0.395	0.398	0.388	0.391	0.390	0.399	0.382
0.391	0.396	0.360	350.00	;				
	10	0.413	0.426	0.399	0.408	0.407	0.420	0.401
0.414	0.406	0.383	375.00	;				
	11	0.435	0.448	0.431	0.436	0.439	0.450	0.442
0.443	0.436	0.415	400.00];				

%Datos de barras

Barras=39; %Cantidad de barras del sistema

%Datos de lineas de transmision y trafos

%	Num	Nod i	Nod j	R	X	Flujo Maximo
Elementos=[1	30	2	0.0000	0.0181	1000 ;
	2	31	6	0.0000	0.0250	700 ;
	3	32	10	0.0000	0.0200	800 ;
	4	12	11	0.0000	0.0435	300 ;
	5	12	13	0.0000	0.0435	300 ;
	6	20	19	0.0000	0.0138	1000 ;
	7	33	19	0.0000	0.0142	800 ;
	8	34	20	0.0000	0.0180	600 ;
	9	35	22	0.0000	0.0143	800 ;
	10	36	23	0.0000	0.0272	700 ;
	11	37	25	0.0000	0.0232	700 ;
	12	38	29	0.0000	0.0156	1000 ;
	13	2	1	0.0035	0.0411	1800 ;
	14	1	39	0.0010	0.0250	1800 ;
	15	2	3	0.0013	0.0151	1800 ;
	16	25	2	0.0070	0.0086	1800 ;
	17	3	4	0.0013	0.0213	1800 ;
	18	18	3	0.0011	0.0133	1800 ;
	19	5	4	0.0008	0.0128	1800 ;
	20	14	4	0.0008	0.0129	1800 ;
	21	6	5	0.0002	0.0026	1800 ;
	22	5	8	0.0008	0.0112	1800 ;
	23	6	7	0.0006	0.0092	1800 ;
	24	11	6	0.0007	0.0082	1800 ;

```

25 7 8 0.0004 0.0046 1800 ;
26 8 9 0.0023 0.0363 1800 ;
27 9 39 0.0010 0.0250 1800 ;
28 10 11 0.0004 0.0043 1800 ;
29 10 13 0.0004 0.0043 1800 ;
30 13 14 0.0009 0.0101 1800 ;
31 15 14 0.0018 0.0217 1800 ;
32 16 15 0.0009 0.0094 1800 ;
33 16 17 0.0007 0.0089 1800 ;
34 19 16 0.0016 0.0195 1800 ;
35 21 16 0.0008 0.0135 1800 ;
36 24 16 0.0003 0.0059 1800 ;
37 17 18 0.0007 0.0082 1800 ;
38 27 17 0.0013 0.0173 1800 ;
39 22 21 0.0008 0.0140 1800 ;
40 22 23 0.0006 0.0096 1800 ;
41 23 24 0.0022 0.0035 1800 ;
42 25 26 0.0032 0.0323 1800 ;
43 26 27 0.0014 0.0147 1800 ;
44 28 26 0.0043 0.0474 1800 ;
45 29 26 0.0057 0.0625 1800 ;
46 29 28 0.0014 0.0151 1800 ];

```

%Datos de Generadores

```

%
Generacion=[ Barra Pmin Pmax ;
1 0 0 ;
2 0 0 ;
3 0 0 ;
4 0 0 ;
5 0 0 ;
6 0 0 ;
7 0 0 ;
8 0 0 ;
9 0 0 ;
10 0 0 ;
11 0 0 ;
12 0 0 ;
13 0 0 ;
14 0 0 ;
15 0 0 ;
16 0 0 ;
17 0 0 ;
18 0 0 ;
19 0 0 ;
20 0 0 ;
21 0 0 ;
22 0 0 ;
23 0 0 ;
24 0 0 ;
25 0 0 ;
26 0 0 ;
27 0 0 ;
28 0 0 ;
29 0 0 ;
30 150 550 ;
31 200 1000 ;
32 200 640 ;
33 200 670 ;
34 140 505 ;
35 200 600 ;
36 150 590 ;

```

```

37      150      590      ;
38      250      840      ;
39      100      650      1;

```

```
Slack=39; %Ingreso del generador como Slack
```

```
%Datos de Carga
```

```

          %Barra      MW      MVAR
Carga=[
1         0         0      ;
2         0         0      ;
3        322        2.4    ;
4        500       184     ;
5         0         0      ;
6         0         0      ;
7       233.8       84     ;
8        522       176     ;
9         0         0      ;
10        0         0      ;
11        0         0      ;
12        7.5       88     ;
13        0         0      ;
14        0         0      ;
15       320       153     ;
16       329        32     ;
17        0         0      ;
18       158        30     ;
19        0         0      ;
20       628      -105     ;
21       274       115     ;
22        0         0      ;
23      274.5       85     ;
24      308.6      -93     ;
25       224        48     ;
26       139        20     ;
27       281        76     ;
28       206        27     ;
29      283.5       27     ;
30        0         0      ;
31        9.2       46     ;
32        0         0      ;
33        0         0      ;
34        0         0      ;
35        0         0      ;
36        0         0      ;
37        0         0      ;
38        0         0      ;
39      1104       250     1;

```

ANEXO III: Programación módulo de software mediante solver Quadprog simple

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Programa Minimizacion comando Quadprog simple
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ProNunidades;
Pdemanda=5000; %Ingreso de la demanda del sistema

%Parte de función objetivo
for i=1:1:size(Unit,2)
    H(i,i)=2*F(1,i);
end
H
for i=1:1:size(Unit,2)
    f(i,1)=F(2,i);
end
f
%Parte de condiciones de desigualdad
A=zeros(size(Unit,2))
B=zeros(size(Unit,2),1)

%Parte de condiciones de desigualdad
Aeq=ones(1,size(Unit,2))
Beq=Pdemanda

%Límites inferior y superior del problema
for i=1:1:size(Generacion,1)
    lb(i,1)=Generacion(i,2);
    ub(i,1)=Generacion(i,3);
end

lb
ub

%Comando de optimización
Minimizacion=quadprog(H,f,A,B,Aeq,Beq,lb,ub)
```

ANEXO IV: programación módulo de software mediante solver

Fmincon

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Programa Principal para Fmincon
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear all;
clc;
format short

%Selección de base de datos para el problema
BaseDatos3uni;
%BaseDatos4uni;
%BaseDatos9uni;

%Limites inferiores de generación
for i=1:1:size(Generacion,1)
    li(1,i)=Generacion(i,2);
end

%Limites superiores de generación
for i=1:1:size(Generacion,1)
    ls(1,i)=Generacion(i,3);
end

%Condiciones de igualdad
A=[];
B=[];

%Condiciones de desigualdad
Aeq=[];
Beq=[];

%Punto inicial de iteración
for i=1:1:size(Generacion,1)
    Po(1,i)=(Generacion(i,2)+Generacion(i,3))/2;
end

%Comando para aplicar solver fmincon
Pot=fmincon(@funobjDADA, Po, A, B, Aeq, Beq, li, ls, @resDADA)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Declaracion de Funcion objetivo Fmincon
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function fobj=funobjDADA(P)

%Selección de Base de datos
BaseDatos3uni;
%BaseDatos4uni;
%BaseDatos9uni;

%Análisis de la función objetivo
for i=1:1:size(Generacion,1)
    c(i)=Generacion(i,4)*P(i)^2+Generacion(i,5)*P(i)+Generacion(i,6);
```

```

end

fobj=0;
for i=1:1:size(Generacion,1)
    fobj=fobj+c(i);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                    %Restricciones para Fmincon
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [res,reseq]=resDADA(P)

BaseDatos3uni;
%BaseDatos4uni;
%BaseDatos9uni;

Pt=0;

for i=1:1:size(Generacion,1)
    Pt=Pt+P(i); %Valor de demanda - Ecuacion de balance de carga
end

reseq=1000-Pt;    %Ingreso del valor de demanda

res=[];

```

ANEXO V: Programación módulo de software mediante solver

Quadprog completo

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Programación modulo de software mediante solver quadprog completo
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

ProNunidades; %Para hallar los coeficientes de función de costo

```

```

h1=zeros(Barras-1,Barras-1);
h2=zeros(Barras-1,Barras);
h3=zeros(Barras,Barras-1);

```

```

j=1;
for i=1:1:size(Generacion,1)
    if Generacion(i,2)~=0
        h4(i,i)=2*F(1,j);
        j=j+1;
    else
        h4(i,i)=0;
    end
end
H=[h1 h2; h3 h4] %Matriz para función objetivo

```

```

f1=zeros(Barras-1,1);
k=1;
for i=1:1:size(Generacion,1)
    if Generacion(i,2)~=0
        f2(i,1)=F(2,k);
        k=k+1;
    else
        f2(i,1)=0;
    end
end
f=[f1;f2] %Vector para función objetivo

```

```

Ybarra; %Subprograma que calcula la Ybarra del sistema

```

```

%Condiciones de igualdad
aeqla=Bbus(:,1:Slack-1);
aeqlb=Bbus(:,Slack+1:size(Generacion,1));
aeq1=[aeqla aeqlb];

```

```

for i=1:1:size(Generacion,1)
    if Generacion(i,2)~=0
        aeq2(i,i)=1;
    else
        aeq2(i,i)=0;
    end
end

```

```

Aeq=[aeq1 aeq2];

```

```

Beq=(Carga(:,2))/100;

```

```

%Condiciones de desigualdad
Al=zeros(size(Elementos,1),size(Generacion,1));

```

```

for i=1:1:size(Elementos,1)
    for j=1:1:size(Generacion,1)
        if Elementos(i,2)==j
            A1(i,j)=1;
        end
        if Elementos(i,3)==j
            A1(i,j)=-1;
        end
    end
end

A2=A1(:,1:Slack-1);
A3=A1(:,Slack+1:size(Generacion,1));
MI=[A2 A3]; %Matriz de incidencia
for i=1:1:size(Elementos,1)
    Reac(i,i)=Elementos(i,5);
end
Reac; %matriz de reactancias de cada elemento

A4=Reac*MI;
A5=zeros(size(Elementos,1),size(Generacion,1));

A=[A4 A5;-A4 A5];

B1=Elementos(:,6)/100;
B=[B1;B1];

%Límites de generación
for i=1:1:size(Generacion,1)-1
    lb1(i,1)=-2*pi;
    ub1(i,1)=2*pi;
end

lb2=Generacion(:,2)/100;
ub2=Generacion(:,3)/100;

lb=[lb1;lb2]; %límites superiores
ub=[ub1;ub2]; %límites inferiores

Minimizacion=quadprog(H,f,A,B,Aeq,Beq,lb,ub);

for i=1:1:size(Generacion,1)-1
    Deg1(i,1)=180/pi;
end

for i=1:1:size(Generacion,1)
    Deg2(i,1)=1;
end

Deg=[Deg1;Deg2]; %Respuesta de ángulos de los nodos de la red

X=Minimizacion.*Deg;

for i=1:1:size(Generacion,1)-1
    Angulo(i,1)=X(i,1);
end

z=1;
for i=size(Generacion,1):1:size(X)

```

```

        Potencias(z,1)=X(i,1);
        z=z+1;
end

Angl=zeros(size(Generacion,1),1);
for i=1:1:Slack-1
    Angl(i,1)=Angulo(i,1);
end

for i=Slack+1:1:size(Generacion,1)
    Angl(i,1)=Angulo(i-1,1);
end

Bij=imag(Y);
AnguRad=Angl/180*pi;

Ploss=zeros(size(Elementos,1),1);
Perd=0;
for i=1:1:size(Ploss,1)
    Perd=Ploss(i,1)+Perd;
end
Perd; %Potencia total perdida del sistema

Potl=zeros(size(Generacion,1),1);
for i=1:1:Slack-1
    Potl(i,1)=Potencias(i,1);
end

Potl(Slack,1)=Potencias(Slack,1)+Perd/100;

for i=Slack+1:1:size(Generacion,1)
    Potl(i,1)=Potencias(i,1);
end

Angulos=Angl %Muestra los angulos en GRADOS tomando en cuenta la
posicion del angulo Slack
PotenciaOptima=Potl %Muestra las potencias optimas de los generadores
tomando en cuenta las perdidas

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                    %Cálculo del Ybarra
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

im=sqrt(-1);
r=Elementos(:,4);
x=Elementos(:,5);
G=r./(r.*r+x.*x);
B=-x./(r.*r+x.*x);
Y=G+im*B;
barra_i=Elementos(:,2);
barra_j=Elementos(:,3);

%Calculo del Ybus fuera de la diagonal
for i=1:size(barra_i,1)
    YbusNoDiagonal(barra_i(i),barra_j(i))=-Y(i); %matriz triangular
superior

```

```

        YbusNoDiagonal(barra_j(i),barra_i(i))=-Y(i); %matriz triangular
inferior
end

%Calculo del Ybus en la diagonal
YbusDiagonal=zeros(max(max(barra_i,barra_j)));
for i=1:size(barra_i,1)

YbusDiagonal(barra_i(i),barra_i(i))=Y(i)+YbusDiagonal(barra_i(i),barra
_i(i));
end
for i=1:size(barra_j,1)

YbusDiagonal(barra_j(i),barra_j(i))=Y(i)+YbusDiagonal(barra_j(i),barra
_j(i));
end

Ybus=YbusNoDiagonal+YbusDiagonal;
Bbus=imag(Ybus);

```



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
"CAMPUS POLITÉCNICO JOSÉ RUBÉN ORELLANA RICAURTE"

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

ORDEN DE EMPASTADO

De acuerdo con lo estipulado en el Art. 27 del Instructivo para la Implementación de la Unidad de Titulación en las Carreras y Programas Vigentes de la Escuela Politécnica Nacional, aprobado por Consejo Politécnico en sesión extraordinaria del 29 de abril de 2015 y por delegación del Decano, una vez verificado el cumplimiento de formato de presentación establecido, se autoriza la impresión y encuadernación final del Trabajo de Titulación presentado por:

HUGO DAVID RAZA SOLÍS

Fecha de autorización: 30 de mayo de 2018



Paola P