



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

**ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD DEL MODELO DINÁMICO DE UN
ROBOT PARALELO TIPO 3UPS+1RPU PARA REHABILITACIÓN DE
RODILLA, MEDIANTE SIMULACIÓN DE MECANISMOS EN MSC-
ADAMS**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN MECATRÓNICA Y ROBÓTICA**

JOSÉ LUIS PULLOQUINGA ZAPATA

jose.pulloquina@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. IVÁN ZAMBRANO, M.Sc.

ivan.zambrano@epn.edu.ec

Quito, Julio, 2018

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **José Luis Pulloquina Zapata**, bajo mi supervisión.

Ing. Iván Zambrano, M.Sc.

DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **José Luis Pulloquina Zapata**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

José Luis Pulloquina Zapata

DEDICATORIA

A Dios, por todas las bendiciones que me ha dado. A mis padres, Sixto y Sonia, por brindarme su incondicional apoyo y amor. A mi hermana, Mary, por inspirarme a ser mejor persona.

José Luis Pulloquina Zapata

AGRADECIMIENTO

A Dios, por darme la fortaleza necesaria para seguir adelante, a pesar de los obstáculos que se presentan en la vida.

A mi papá, Sixto, por brindarme todas las herramientas necesarias para ser un buen profesional.

A mi madre, Sonia, por sus consejos, su apoyo incondicional y por enseñarme a luchar por mis metas.

A mi hermanita, Mary, por ser mi amiga, confidente, y por siempre brindarme una sonrisa en mis días grises.

A todos mis amigos, que de alguna forma contribuyeron en mi crecimiento profesional y personal.

Al Ing. Iván Zambrano por guiarme en la elaboración del presente trabajo, y de manera muy especial, al PhD. Patricio Cruz por su ayuda incondicional y desinteresada.

GRACIAS

ÍNDICE

Certificación	i
Declaración.....	ii
Dedicatoria.....	iii
Agradecimiento.....	iv
Índice de figuras	viii
Índice de tablas.....	xi
Glosario de términos.....	xii
Resumen	xv
Abstract.....	xvi
Introducción	1
Pregunta de Investigación.....	2
Objetivo general	2
Objetivos específicos	2
Alcance	3
1. Marco teórico.....	4
1.1. Rehabilitación robótica	4
1.1.1. Diagnósis y rehabilitación de rodilla.....	4
1.1.2. Movimientos de rehabilitación de rodilla	6
1.2. Robot paralelo.....	8
1.2.1. Análisis de movilidad de la rodilla	9
1.2.2. Topología 3UPS+1RPU	10
1.3. Métodos de modelación dinámica.....	11
1.3.1. Ecuaciones de Gibbs-Appell.....	12
1.4. Métodos de solución del problema dinámico	13
1.4.1. Análisis Cinemático.....	14
1.4.2. Análisis Dinámico.....	16
1.5. Modelo dinámico para el robot paralelo 3UPS+1RPU	19
1.5.1. Sistema de coordenadas	19
1.5.2. Configuración geométrica	19
1.5.3. Matriz de rotación de la plataforma móvil	21
1.5.4. Ecuaciones de restricción de posición.....	21
1.5.5. Matriz Jacobiana	28
1.5.6. Ecuaciones de restricción de velocidad.....	29
1.5.7. Ecuaciones de restricción de aceleración.....	29
1.5.8. Velocidad y aceleración angular de los cuerpos rígidos.....	29
1.5.9. Aceleración de los centros de gravedad de los cuerpos rígidos.....	34

1.5.10.	Momentos de inercia de los cuerpos rígidos.....	40
1.5.11.	Fuerzas externas	43
1.5.12.	Formulación Gibbs-Appell.....	45
1.6.	Identificación de sistemas	47
1.6.1.	Métodos de validación	47
1.6.2.	Análisis de residuos	48
1.7.	Solución de ecuaciones no lineales	50
1.7.1.	Método de Newton-Gauss	50
1.7.2.	Método de Levenberg-Marquardt.....	51
1.7.3.	Comando fsolve de Matlab	51
1.8.	MSC-Adams y Matlab	52
1.8.1.	Co-Simulación Adams/View y Matlab/Simulink.....	52
2.	Metodología.....	57
2.1.	Diseño asistido por computadora para el robot 3UPS+1RPU.....	58
2.1.1.	Cilindro del actuador lineal.....	59
2.1.2.	Vástago del actuador lineal.....	60
2.1.3.	Plataforma móvil	62
2.1.4.	Plataforma fija	63
2.1.5.	Condiciones iniciales.....	64
2.2.	Movimientos de rehabilitación	64
2.2.1.	Flexión de cadera.....	65
2.2.2.	Flexión-extensión de rodilla	65
2.2.3.	Rotación interna y externa de rodilla.....	66
2.2.4.	Flexión-extensión de tobillo.....	67
2.3.	Resolución del modelo dinámico.....	68
2.3.1.	Problema de cinemática inversa	69
2.3.2.	Problema de dinámica inversa	70
2.4.	Co-simulación MSC Adams-Matlab	71
2.4.1.	Mecanismo para el análisis de la cinemática inversa	72
2.4.2.	Mecanismo para el análisis de la dinámica inversa	76
2.4.3.	Análisis de compatibilidad de los resultados.....	79
3.	Resultados y discusión	80
3.1.	Resultados	80
3.1.1.	Flexión de cadera.....	80
3.1.2.	Flexión-extensión de rodilla	84
3.1.3.	Rotación interna y externa de rodilla.....	88
3.1.4.	Flexión-extensión de tobillo.....	92

3.2.	Discusión.....	96
3.2.1.	Flexión de cadera.....	96
3.2.2.	Flexión-extensión de rodilla	97
3.2.3.	Rotación interna y externa de rodilla.....	98
3.2.4.	Flexión-extensión de tobillo.....	99
4.	Conclusiones.....	101
4.1.	Conclusiones.....	101
4.2.	Recomendaciones.....	102
	Referencias Bibliográficas	103
	Anexos.....	105

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Robot Genu PLUS para la flexión-extensión de rodilla.	4
Figura 1.2. (a)Test de Lachman. (b) Test de desplazamiento de pivote.	5
Figura 1.3. (a)GNRB. (b) KSSTA.....	5
Figura 1.4. (a)Lokomat. (b) Lambda (c) Physiotherabot.....	6
Figura 1.5. Flexión de cadera activa con rodilla (a) extendida. (b) flexionada.	7
Figura 1.6. Movimientos activos de la rodilla: (a) Extensión. (b) Flexión.....	7
Figura 1.7. Rotación activa de la rodilla: (a) Interna. (b) Externa.	8
Figura 1.8. Movimiento de flexo-extensión de tobillo.....	8
Figura 1.9. Representación general de un robot paralelo.	9
Figura 1.10. Simulador de vuelo, Rexroth.	9
Figura 1.11. Movimientos principales en una rodilla.....	10
Figura 1.12. Robot paralelo tipo 3UPS+1RPU.	10
Figura 1.13. Solución del problema dinámico: (a)Procedimiento. (b) Trayectoria a seguir.	14
Figura 1.14. Problemas cinemáticos del robot.	15
Figura 1.15. Cadena cinemática cerrada de un robot paralelo.....	15
Figura 1.16. Problemas dinámicos del robot.	16
Figura 1.17. Representación simplificada robot 3UPS+1RPU.	19
Figura 1.18. Geometría de (a) la plataforma fija. (b) la plataforma móvil.	20
Figura 1.19. Movimientos rotacionales del robot paralelo 3UPS+1RPU.	21
Figura 1.20. Cadenada cinemática para la pata 1 (CC1).	22
Figura 1.21. Representación simplificada de una junta universal.	22
Figura 1.22. Matrices de rotación y traslación para la CC1.....	23
Figura 1.23. Cadena cinemática para la pata 2 (CC2).	25
Figura 1.24. Cadena cinemática para la pata 3 (CC3).	26
Figura 1.25. Cadenada cinemática para la pata 4 (CC4).	27
Figura 1.26. Matrices de rotación y traslación para la cadena cinemática de la pata 4.	27
Figura 1.27. Cuerpos rígidos que componen la pata 1.....	30
Figura 1.28. Cuerpos rígidos que componen la pata 4.....	32
Figura 1.29. Análisis vectorial de la plataforma móvil.....	33
Figura 1.30. Centros de gravedad de los cuerpos rígidos de la pata 1.	34
Figura 1.31. Centros de gravedad de los cuerpos rígidos de la pata 4.	37
Figura 1.32. Momento de inercia de los cuerpos rígidos de la pata 1.....	40
Figura 1.33. Momentos de inercia de los cuerpos rígidos de la pata 4.	41
Figura 1.34. Fuerzas externas aplicadas a la plataforma móvil.	44
Figura 1.35. Enlace Adams/View con Matlab/Simulink.	53
Figura 1.36. Activación del plugging Adams/Controls.	53
Figura 1.37. Variables en Adams/View.....	54
Figura 1.38. Exportación de planta Adams/View.....	55
Figura 1.39. Inicio de la planta Adams en Matlab.....	55
Figura 1.40. Planta Adams en Simulink.....	56
Figura 1.41. Configuración de parámetros de simulación para la planta Adams.	56
Figura 2.1. Robot paralelo 3UPS+1RPU en SolidWorks.	58
Figura 2.2. Junta universal para la pata 4.	59
Figura 2.3. Ensamble de cilindro del actuador lineal y bisagra de junta universal.	59
Figura 2.4. Propiedades físicas del cilindro y bisagra.	60
Figura 2.5. Unión entre la plataforma fija y la junta universal.....	60

Figura 2.6. Ensamble de vástago del actuador lineal y cabeza tipo rotula.....	61
Figura 2.7. Propiedades físicas del vástago y cabeza, patas 1,2 y 3.....	61
Figura 2.8. Propiedades físicas del vástago y cabeza, pata 4.	62
Figura 2.9. CAD de la plataforma móvil.....	62
Figura 2.10. Propiedades físicas de la plataforma móvil.	63
Figura 2.11. CAD de la plataforma fija.....	63
Figura 2.12. Posición inicial del robot paralelo 3UPS+1RPU.....	64
Figura 2.13. Trayectoria de movimiento para flexión de cadera.....	65
Figura 2.14. Posición inicial del vástago de la pata 1 y 4.....	66
Figura 2.15. Trayectoria de movimiento para flexión-extensión de rodilla.	66
Figura 2.16. Trayectoria de movimiento para la rotación interna y externa de rodilla.	67
Figura 2.17. Trayectoria de movimiento para la flexión-extensión de tobillo.....	68
Figura 2.18. Diagrama de flujo para resolver la dinámica del robot paralelo 3UPS+1RPU.....	69
Figura 2.19. Algoritmo para el problema cinemático inverso del robot 3UPS+1RPU.....	70
Figura 2.20. Algoritmo para el problema dinámico inverso del robot 3UPS+1RPU.....	71
Figura 2.21. Diagrama de flujo de la co-simulación para el robot paralelo 3UPS+1RPU.....	72
Figura 2.22. Importación del mecanismo CAD del robot 3UPS+1RPU desde SolidWorks.....	73
Figura 2.23. Fuerzas aplicadas sobre el robot 3UPS+1RPU en Adams/View.	73
Figura 2.24. Movimientos del robot 3UPS+1RPU en Adams/View.	74
Figura 2.25. Mediciones del primer par de revolución de la pata 1 (q_{11}) en Adams/View.....	74
Figura 2.26. Planta Adams para la simulación de la cinemática inversa del robot 3UPS+1RPU.....	75
Figura 2.27. Diagrama de Simulink para la simulación cinemática inversa del robot.....	76
Figura 2.28. Movimientos de los pistones del robot 3UPS+1RPU en Adams/View.....	77
Figura 2.29. Mediciones de fuerza, posición y orientación del robot 3UPS+1RPU.....	77
Figura 2.30. Planta Adams para la simulación de la dinámica inversa del robot 3UPS+1RPU.....	78
Figura 2.31. Diagrama de bloques en Simulink para la simulación dinámica inversa del robot.....	78
Figura 2.32. Función de residuos y cálculo del error mínimo cuadrático.	79
Figura 3.1. Flexión de cadera: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	80
Figura 3.2. Flexión de cadera: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	80
Figura 3.3. Flexión de cadera: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	81
Figura 3.4. Flexión de cadera: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	81
Figura 3.5. Flexión de cadera: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	82
Figura 3.6. Flexión de cadera: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	82
Figura 3.7. Flexión de cadera: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.	83
Figura 3.8. Flexión de cadera: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.	83
Figura 3.9. Flexión-extensión de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	84
Figura 3.10. Flexión-extensión de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	84
Figura 3.11. Flexión-extensión de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	85

Figura 3.12. Flexión-extensión de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	85
Figura 3.13. Flexión-extensión de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	86
Figura 3.14. Flexión-extensión de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	86
Figura 3.15. Flexión-extensión de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.	87
Figura 3.16. Flexión-extensión de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.	87
Figura 3.17. Rotación interna-externa de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	88
Figura 3.18. Rotación interna-externa de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	88
Figura 3.19. Rotación interna-externa de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	89
Figura 3.20. Rotación interna-externa de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	89
Figura 3.21. Rotación interna-externa de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	90
Figura 3.22. Rotación interna-externa de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	90
Figura 3.23. Rotación interna-externa de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.	91
Figura 3.24. Rotación interna-externa de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.	91
Figura 3.25. Flexión-extensión de tobillo: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	92
Figura 3.26. Flexión-extensión de tobillo: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	92
Figura 3.27. Flexión-extensión de tobillo: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	93
Figura 3.28. Flexión-extensión de tobillo: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	93
Figura 3.29. Flexión-extensión de tobillo: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.	94
Figura 3.30. Flexión-extensión de tobillo: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.	94
Figura 3.31. Flexión-extensión de tobillo: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.	95
Figura 3.32. Flexión-extensión de tobillo: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.	95
Figura 3.33. Flexión de cadera: comparativa de movimiento de la plataforma móvil.....	96
Figura 3.34. Flexión-extensión de rodilla: comparativa de movimiento en el eje X.....	97
Figura 3.35. Flexión-extensión de rodilla: comparativa de movimiento en el eje Z.....	98
Figura 3.36. Rotación interna-externa de rodilla: comparativa de movimiento (a) en el eje z. (b) alrededor del eje z.	99
Figura 3.37. Flexión-extensión de tobillo: comparativa de movimiento (a) en el eje z. (b) alrededor del eje y.	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Ventajas y desventajas del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU	11
Tabla 1.2. Vectores de posición para los vértices de las plataformas fija y móvil	20
Tabla 2.1. Parámetros geométricos para la plataforma móvil	62
Tabla 2.2. Parámetros geométricos óptimos para la plataforma fija	63
Tabla 3.1. Flexión de cadera: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU	83
Tabla 3.2. Flexión-extensión de rodilla: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU.....	87
Tabla 3.3. Rotación interna-externa de rodilla: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU.....	91
Tabla 3.4. Flexión-extensión de tobillo: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU.....	95

GLOSARIO DE TÉRMINOS

\overrightarrow{AB}	Vector posición desde el punto A hasta el punto B
A^T	Transpuesta de la matriz A
<i>CAD</i>	Diseño asistido por computador
<i>CCi</i>	Cadena cinemática numero <i>i</i>
<i>DOF</i>	Grados de libertad (Degrees of freedom)
<i>ECM</i>	Error cuadrático medio
<i>IND</i>	Valor indeterminado
<i>LCA</i>	Ligamento cruzado anterior
<i>RPU</i>	Cadena cinemática conformada por una junta rotacional, una prismática y una universal
<i>UPS</i>	Cadena cinemática conformada por una junta universal, una prismática y una esférica
$C(q, \dot{q})$	Matriz de fuerza de Coriolis y Centrifugas
\vec{F}_i	Vector de fuerza externo aplicado sobre el robot
<i>G</i>	Función Gibbs
$G(q)$	Vector de fuerzas gravitatorias
${}^jI_{G_i}$	Tensor de inercia del cuerpo <i>i</i> con respecto al centro de masa, en el sistema de referencia <i>j</i>
<i>J</i>	Matriz Jacobiana o matriz de restricciones del robot
$M(q)$	Matriz de inercia
m_i	Masa del cuerpo rígido <i>i</i>
<i>n</i>	Numero de cuerpos rígidos
\vec{Q}	Vector de fuerza generalizada externas al sistema
<i>q</i>	Vector de coordenadas generalizadas
\dot{q}_i	Velocidad de la junta <i>i</i> en coordenadas generalizadas.
\ddot{q}_i	Aceleración de la junta <i>i</i> en coordenadas generalizadas.
${}^jR_{i-1}$	Tensor de rotación, relaciona la orientación del sistema de referencia <i>i - 1</i> con respecto al sistema <i>j</i>
R_m	Matriz de rotación para los puntos ubicados sobre la plataforma móvil
$R(x)$	Función de residuos
${}^j\vec{r}_{G_i}$	Vector de aceleración del centro de gravedad del cuerpo <i>i</i> , con respecto al sistema de referencia <i>j</i>
\vec{T}_a	Vector de momento externo aplicado sobre el robot

${}^i\vec{\mu}_{zi}$	Vector unitario del eje de rotación en cada articulación
${}^j\vec{\omega}_i$	Vector de velocidad angular del cuerpo i , con respecto al sistema de referencia j
${}^j\dot{\vec{\omega}}_i$	Vector de velocidad angular del cuerpo i , con respecto al sistema de referencia j
x_0	Solución inicial para un sistema no lineal
x_+	Solución estimada a partir de la solución inicial para un sistema no lineal
X_a	Coordenada en el eje X del punto de aplicación de las fuerzas generalizadas externas, referido al sistema de coordenadas móvil
X_m	Coordenada en el eje X del centro de la plataforma móvil, referido al sistema de coordenadas fijo
\dot{X}_m	Velocidad del centro de la plataforma móvil sobre el eje X, referido al sistema de coordenadas fijo
\ddot{X}_m	Aceleración del centro de la plataforma móvil sobre el eje X, referido al sistema de coordenadas fijo
Y_a	Coordenada en el eje Y del punto de aplicación de las fuerzas generalizadas externas, referido al sistema de coordenadas móvil
Y_m	Coordenada en el eje Y del centro de la plataforma móvil, referido al sistema de coordenadas fijo
Z_a	Coordenada en el eje Z del punto de aplicación de las fuerzas generalizadas externas, referido al sistema de coordenadas móvil
Z_m	Coordenada en el eje Z del centro de la plataforma móvil, referido al sistema de coordenadas fijo
\dot{Z}_m	Velocidad del centro de la plataforma móvil sobre el eje Z, referido al sistema de coordenadas fijo.
\ddot{Z}_m	Aceleración del centro de la plataforma móvil sobre el eje Z, referido al sistema de coordenadas fijo.
ε	Residuo de la diferencia entre una respuesta estimada y la respuesta real
ρ_i	Tipo de junta: Para revolución $\rho_i = 1$, para prismático $\rho_i = 0$
τ_i	Fuerza generalizada del cuerpo rígido i
β_i^f	Angulo del vértice i con respecto al sistema de coordenadas de la plataforma fija
β_i^m	Angulo del vértice i con respecto al sistema de coordenadas de la plataforma móvil
ϕ	Angulo de rotación de la plataforma móvil alrededor del eje X

θ	Angulo de rotación de la plataforma móvil alrededor del eje Y
ψ	Angulo de rotación de la plataforma móvil alrededor del eje Z
$\dot{\phi}$	Velocidad angular de la plataforma móvil alrededor del eje X
$\dot{\psi}$	Velocidad angular de la plataforma móvil alrededor del eje Z
$\ddot{\phi}$	Aceleración angular de la plataforma móvil alrededor del eje X
$\ddot{\psi}$	Aceleración angular de la plataforma móvil alrededor del eje Z
$\vec{\lambda}$	Vector de multiplicadores de Lagrange

RESUMEN

El presente trabajo busca establecer el grado de compatibilidad del modelo dinámico del robot paralelo para rehabilitación de rodilla tipo 3UPS+1RPU, desarrollado por Aquino & Pozo, con el comportamiento real del robot. El modelo mencionado anteriormente, se desarrolló mediante la metodología de Gibbs Appell, y carece de una metodología de análisis de compatibilidad para fundamentar los resultados obtenidos. En el presente proyecto se calculan las fuerzas que deben ejercer los actuadores lineales del robot 3UPS+1RPU para realizar los movimientos de flexión de cadera, flexión-extensión de rodilla, rotación interna-externa de rodilla y flexión-extensión de tobillo, usados en la rehabilitación de rodilla. Estas fuerzas son comparadas con las fuerzas en los actuadores determinadas mediante la simulación dinámica del mecanismo diseñado por computador para el robot paralelo 3UPS+1RPU. Para analizar el comportamiento de los resultados calculados y simulados, se emplea la herramienta estadística de análisis de residuos. Finalmente, para cuantificar el grado de compatibilidad del modelo con el mecanismo simulado se usa el error cuadrático medio.

Palabras clave: Co-simulación, rehabilitación de rodilla, robot paralelo, validación de modelos dinámicos.

ABSTRACT

The present work seeks to establish the degree of compatibility of the dynamic model of the parallel robot for knee rehabilitation type 3UPS+1RPU, developed by Aquino & Pozo, with the real behavior of robot. This dynamic model was developed using the Gibbs Appell methodology; however, it lacks of a compatibility analysis methodology to support the results obtained. The present project calculates the forces that must be exerted by the linear actuators of the robot 3UPS+1RPU to perform movements of hip flexion, knee flexion-extension, internal-external knee rotation and ankle flexion-extension used in knee rehabilitation. These forces are compared with the forces in the actuators determined by the dynamic simulation of the computer-designed mechanism for the 3UPS+1RPU parallel robot. In order to analyze the behavior of the results calculated and simulated, a statistical tool called residue analysis is used. Finally, the mean square error quantifies the degree of compatibility between the model and the simulated mechanism.

Keywords: Co-simulation, knee rehabilitation, parallel robot, validation of dynamic models.

ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD DEL MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT PARALELO TIPO 3UPS+1RPU PARA REHABILITACIÓN DE RODILLA, MEDIANTE SIMULACIÓN DE MECANISMOS EN MSC-ADAMS.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la robótica ha ampliado sus campos de acción debido a los nuevos mercados y necesidades humanas; uno de los campos más desarrollados es el de la rehabilitación clínica asistida por robots (Araujo, Díaz-Rodríguez, Mata, Page, & Valera, 2016). La rehabilitación robótica busca devolver habilidades físicas y mentales de un paciente, perdidas por una lesión o enfermedad (Marizcal, 2017). Los equipos de rehabilitación robótica permiten reducir el trabajo del fisioterapeuta durante la sesión de rehabilitación, registrar información del estado del paciente e incluso implementar mandos a distancia.

La rehabilitación clínica de extremidades inferiores, requiere realizar ejercicios repetitivos, mientras se ejercen esfuerzos sobre el miembro en tratamiento, por esta razón, los robots paralelos han tomado un papel crucial en el campo de la rehabilitación clínica, por sus características de alta rigidez, precisión, velocidad y manejo de carga (Cazalilla, Vallés, Mata, Díaz, & Valera, 2014).

La alta complejidad estructural de un robot paralelo, hace que su espacio de trabajo sea más reducido que el de un robot en serie, y provoca un comportamiento dinámico no lineal; la rehabilitación robótica requiere movimientos de alta precisión, por lo cual, se requiere sistemas de control basados en el cálculo de modelos dinámicos (Díaz, Valera, Mata, & Valles, 2013). La mayor aproximación del modelo dinámico, al comportamiento real de un robot paralelo, permite garantizar la presión de los movimientos realizados por el mismo.

En Ecuador, la Escuela Politécnica Nacional (EPN), como parte de los proyectos de investigación de la Facultad de Ingeniería Mecánica, está desarrollando un robot paralelo tipo 3UPS+1RPU (proyecto PIMI-1504) para la diagnosis y rehabilitación de rodilla. Actualmente el proyecto mencionado, cuenta con el modelamiento dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU (Aquino & Pozo, 2017), bajo la metodología de Gibbs Appell, sin embargo, la validez de los resultados obtenidos, acerca del comportamiento dinámico y cinemático, no ha sido cuantificada.

Por lo expuesto anteriormente, el presente proyecto plantea validar el modelo dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU desarrollado por Aquino & Pozo (2017) mediante simulación de mecanismos; los resultados obtenidos por la resolución del problema de cinemática inversa y dinámica inversa del modelo dinámico del robot paralelo son comparados con los resultados de la simulación dinámica en el software MSC-ADAMS. La comparación estadística de los resultados se realiza mediante análisis de residuos.

La validación del modelo del robot paralelo 3UPS+1RPU permitirá al proyecto de investigación PIMI-1504, simular sistemas de control capaces de mantener su precisión una vez que sean implementados en el prototipo real.

Pregunta de Investigación

El modelo dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU desarrollado en la Escuela Politécnica Nacional (Aquino & Pozo, 2017) es estadísticamente compatible con el mecanismo desarrollado por computadora, considerando las mismas especificaciones geométricas e inerciales. En el presente trabajo los movimientos de rehabilitación de rodilla conocidos como: flexión de cadera, flexión-extensión de rodilla, rotación interna-externa de rodilla y la flexión-extensión de tobillo, son las curvas de análisis de compatibilidad.

Objetivo general

Analizar la compatibilidad del modelo dinámico de un robot paralelo tipo 3UPS+1RPU para rehabilitación de rodilla, mediante simulación de mecanismos en MSC-ADAMS.

Objetivos específicos

- Analizar el modelo dinámico del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU, desarrollado por Aquino & Pozo (2017), e identificar los requerimientos de entrada y salida en la resolución del mismo.
- Simular los movimientos de flexión, extensión, rotación interna y externa del proceso de rehabilitación (Kapandji, 2010), para resolver el modelo dinámico (determinar las fuerzas aplicadas sobre los actuadores del robot) del robot paralelo 3UPS+1RPU, utilizando un algoritmo desarrollado en el software MATLAB.
- Resolver el problema de dinámica inversa del robot paralelo 3UPS+1RPU para los movimientos de flexión, extensión, rotación interna y externa del proceso de rehabilitación, utilizando análisis numérico computacional (software MATLAB).

- Simular el comportamiento dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU utilizando el software MSC-ADAMS, para obtener patrones de comparación de fuerza requerida en las articulaciones activas.
- Determinar la compatibilidad del modelo matemático (Aquino & Pozo, 2017) y la simulación computacional del robot 3UPS+1RPU, mediante análisis de residuos entre las fuerzas en pares activos, obtenidos de la simulación en MSC-ADAMS y la resolución del modelo dinámico en el software MATLAB.

Alcance

Para cumplir con los objetivos del proyecto se plantea realizar las siguientes actividades:

- Analizar el problema de cinemática y dinámica de un robot paralelo tipo 3UPS+1RPU.
- Analizar los procesos de rehabilitación de rodilla y sus movimientos básicos.
- Resolver el modelo dinámico del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU usando una herramienta matemática computacional.
- Simular el mecanismo del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU, diseñado en computadora, usando un software de simulación dinámica.
- Analizar estadísticamente los resultados obtenidos de la resolución del modelo dinámico del robot paralelo y los entregados por la simulación del mismo.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Rehabilitación robótica

La rehabilitación robótica tiene como finalidad devolver habilidades físicas, sensoriales y mentales (perdidas por lesión o enfermedad) a un paciente. En los últimos diez años los estudios acerca de robots en el área de rehabilitación han generado gran interés, debido al incremento del número de personas que necesitan rehabilitación clínica, y al vertiginoso avance tecnológico de los equipos usados en el campo de la rehabilitación. (Marizcal, 2017)

La rehabilitación robótica está compuesta por robots de asistencia y de terapia; los de asistencia apoyan a las personas con discapacidad a cumplir las tareas diarias que no son capaces de llevar a cabo; en cambio, los de terapia permiten a las personas con lesiones recuperar la movilidad y fuerza de la extremidad lesionada. Los robots de terapia (ver Figura 1.1) intervienen en la fase inicial y funcional del tratamiento de rehabilitación. En la fase inicial el paciente lesionado tiene muy poca o no tiene capacidad de movimiento; en la fase funcional el paciente inicia la recuperación de fuerza y pretende completar la movilidad de la extremidad.



Figura 1.1. Robot Genu PLUS para la flexión-extensión de rodilla.
(Fuente: http://easytech-website-prod.s3.amazonaws.com/2015/04/29/09/46/41/627/IMG_2131.jpg)

1.1.1. Diagnóstico y rehabilitación de rodilla

El diagnóstico de lesiones de rodillas se realiza mediante el análisis del estado en el que se encuentran los ligamentos cruzados anteriores (LCA). La inestabilidad en la rodilla (traslación y rotación de la tibia respecto al fémur ya no limitada) es un indicador del daño en los LCA, así también, permite determinar la evolución del paciente después de una operación para la reconstrucción de ligamentos.

Existen dos tests para el diagnóstico de lesiones en rodilla, estos son: el de Lachman y el de desplazamiento del pivote (Pivot Shift Test) (Araujo, Díaz, & Mata, 2017) .

El test de Lachman (Figura 1.2a) es estático y permite estimar la laxitud de los LCA, en base al desplazamiento relativo entre la tibia y el fémur en el plano sagital, mientras que el test de desplazamiento del pivote (Figura 1.2b) busca reproducir la inestabilidad traslacional y rotacional en la rodilla, aplicando una torsión a la tibia y midiendo la rotación de la misma.

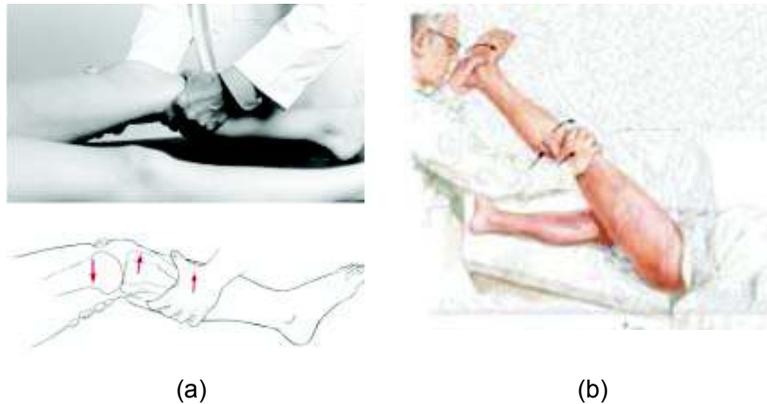


Figura 1.2. (a) Test de Lachman. (b) Test de desplazamiento de pivote. (Fuente: (Zamora, 2016))

El artrometró GNRB, desarrollado por la compañía Genourob, gracias a su alto grado de automatización es uno de los dispositivos más precisos al reproducir el test de Lachman (Figura 1.3). Para el test de desplazamiento del pivote, debido a que la rotación de la tibia es difícil de medir de un modo preciso y repetible, en los últimos diez años se han propuesto varios prototipos para reproducir dicho test.

La Figura 1.3b muestra un prototipo que cuenta con un par de servomotores y un par de sujeciones en cadera y tobillo (aíslan la rotación de la rodilla respecto a la tibia); se aplica un par al pie (8- 10 Nm) y un sensor electromagnético aplicado a la tibia mide la rotación.

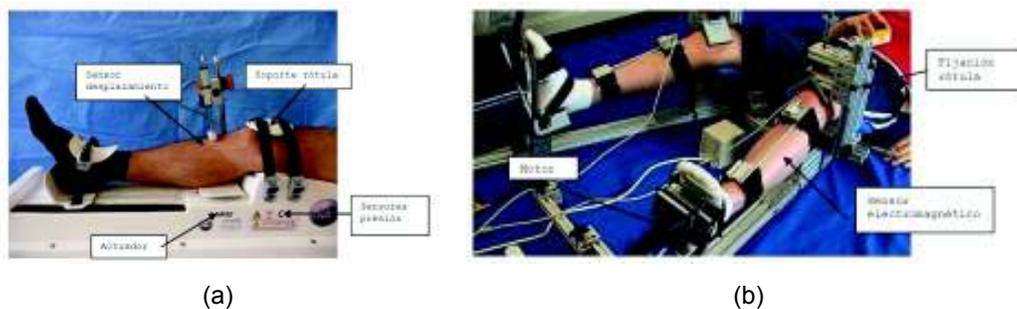


Figura 1.3. (a) GNRB. (b) KSSTA. (Fuente: (Zamora, 2016))

Hoy en día existen varios dispositivos para la rehabilitación de extremidades inferiores, estos dispositivos se clasifican por la fase del tratamiento a la que están destinados (Araujo, Díaz, & Mata, 2017).

Algunos ejemplos de dispositivos para rehabilitación de miembros inferiores son, la órtesis robótica para asistencia de marcha “Lokomat”, desarrollado por Hocoma AG, Volketswil, Suiza, (Ver Figura 1.4a), el sistema de dos articulaciones prismáticas y una rotacional para el movimiento en el plano sagital “Lambda” (Ver Figura 1.4b), y el rehabilitador estacionario para rodilla “Physiotherabot” (Figura 1.4c). Este último se encuentra en fase de investigación.

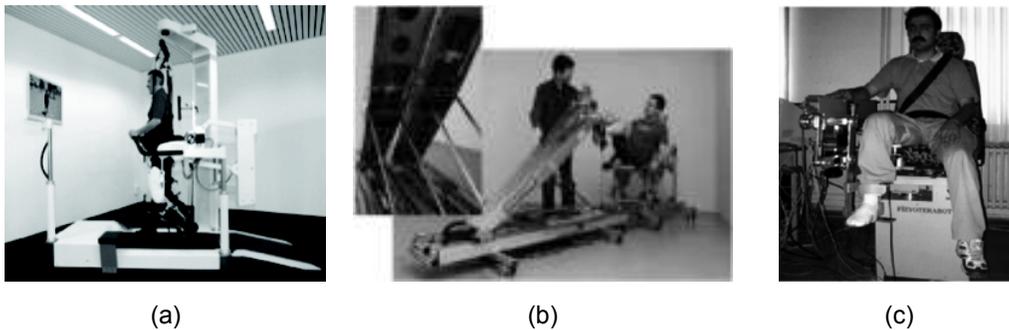


Figura 1.4. (a) Lokomat. (b) Lambda (c) Physiotherabot.
(Fuente: (Araujo, Díaz, & Mata, 2017))

1.1.2. Movimientos de rehabilitación de rodilla

Los principales movimientos empleados para la rehabilitación de la rodilla (Kapandji, 2010) son:

- Flexión de cadera: Es el movimiento que produce el contacto de la cara anterior del muslo con el tronco; en rehabilitación se analiza la amplitud de la flexión activa que varía según la posición de la rodilla: cuando la rodilla está extendida, la flexión no supera los 90° (Figura 1.5a), mientras que cuando la rodilla está flexionada (Figura 1.5b) alcanza e incluso sobrepasa los 120°.

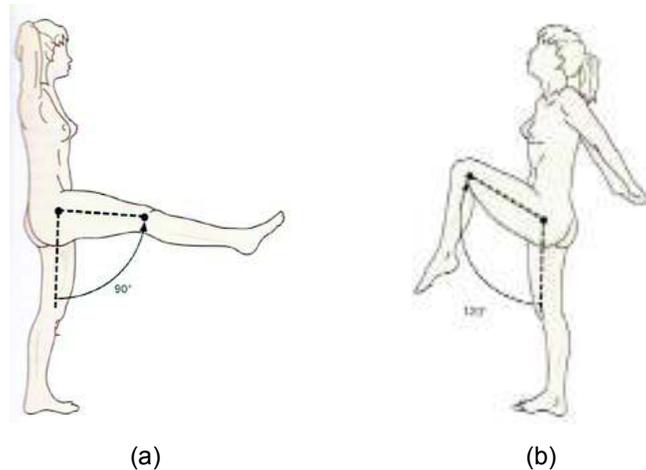


Figura 1.5. Flexión de cadera activa con rodilla (a) extendida. (b) flexionada.
(Fuente: (Kapandji, 2010))

- Flexión-extensión de rodilla: La flexo-extensión es el principal movimiento de la rodilla, su amplitud se mide a partir del eje de la pierna que se sitúa en la prolongación del eje del muslo (Figura 1.6b). En rehabilitación es necesario reproducir la extensión activa de rodilla, donde su punto máximo es el punto de referencia de la flexión (Figura 1.6a). Por otro lado, la flexión activa llega a los 120° si la cadera está en extensión (Figura 1.6b).

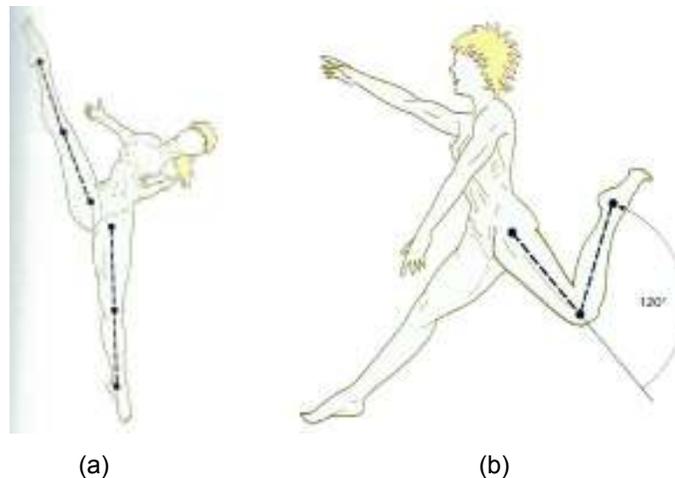


Figura 1.6. Movimientos activos de la rodilla: (a) Extensión. (b) Flexión.
(Fuente: (Kapandji, 2010))

- Rotación interna y externa de la rodilla: La rotación de la pierna alrededor de su eje longitudinal solo se puede realizar con la rodilla flexionada en un ángulo recto (individuo sentado). La rotación interna (Figura 1.7a) dirige la punta del pie hacia dentro e interviene en gran medida en el movimiento de aducción del pie, la amplitud de este movimiento es de 30°. La rotación externa (Figura 1.7b) dirige

la punta del pie hacia afuera e interviene también en el movimiento de abducción del pie, su amplitud es de 40° .

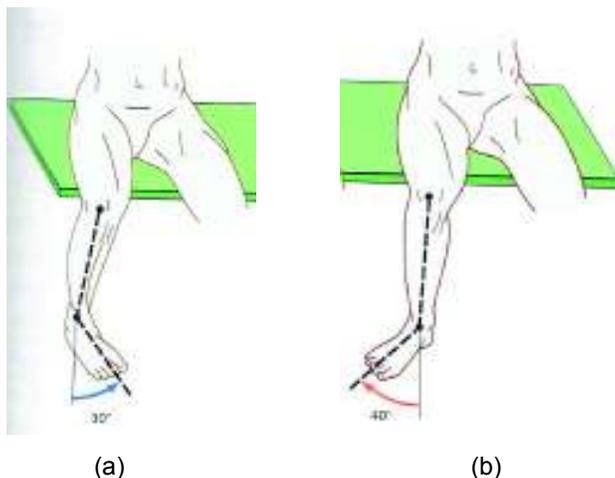


Figura 1.7. Rotación activa de la rodilla: (a) Interna. (b) Externa.
(Fuente: (Kapandji, 2010))

- Flexión-extensión de tobillo: La posición de referencia se determina cuando la planta del pie es perpendicular al eje de la pierna (línea naranja de la Figura 1.8). A partir de esta posición, la flexión del tobillo es el movimiento que aproxima el dorso del pie a la cara anterior de la pierna (línea roja de la Figura 1.8), la amplitud máxima de una flexión activa es de 20° a 30° . La extensión activa del tobillo aleja el dorso del pie de la cara anterior de la pierna (línea azul de la Figura 1.8); la amplitud máxima de este movimiento es de 30° a 50° .

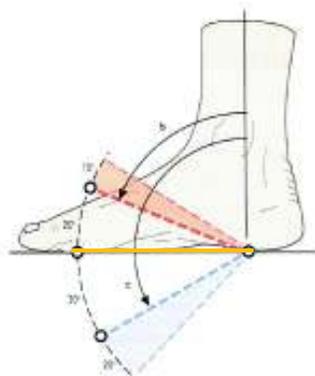


Figura 1.8. Movimiento de flexo-extensión de tobillo.
(Fuente: (Kapandji, 2010))

1.2. Robot paralelo

Un robot paralelo o manipulador paralelo (Figura 1.9), se define como un robot que controla los movimientos de su efector final a través de al menos dos cadenas cinemáticas que unen la base fija con el efector final (Briot & Khalil, 2015); generalmente

el efector final es una plataforma móvil. Las cadenas cinemáticas abiertas que unen la base fija con la plataforma móvil suelen ser llamadas patas.

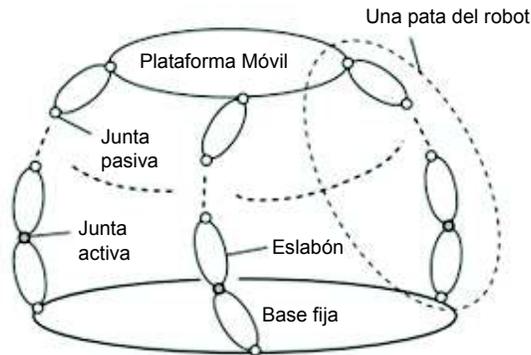


Figura 1.9. Representación general de un robot paralelo.
(Fuente: (Briot & Khalil, 2015))

En un robot paralelo cada cadena cinemática lleva solo una fracción de la carga total, lo que permite la creación de robots más rígidos, esta disposición física permite reducir la masa de los enlaces móviles, haciendo posible usar actuadores menos potentes con altas capacidades dinámicas y alta precisión; estas características hacen que un robot paralelo tenga un gran campo de aplicación. En la Figura 1.10 se muestra un robot paralelo para simulación de vuelo.



Figura 1.10. Simulador de vuelo, Rexroth.
(Fuente: (Briot & Khalil, 2015))

1.2.1. Análisis de movilidad de la rodilla

De acuerdo a Zamora (2016), en diagnóstico y rehabilitación de rodilla, un robot de cuatro grados de libertad (DOF) es el candidato ideal ya que debe ser capaz de desarrollar dos movimientos de rotación y dos de traslación.

En la Figura 1.11 se muestra:

- M_1 : Rotación en el eje transversal (plano perpendicular al plano sagital) con un rango de movimiento amplio para flexión y extensión activa de la rodilla. En rehabilitación el desplazamiento en el eje trasversal se considera insignificante.

- M_2 : Rotación que se produce sobre el eje longitudinal de la pierna (eje perpendicular al suelo) y es de menor grado que M_1 . Interviene en la rotación interna y externa de la rodilla.
- M_3 : Traslación de pequeño rango de movimiento sobre el eje anteroposterior (eje horizontal del plano sagital).
- M_4 : Traslación sobre el eje longitudinal (eje vertical del plano sagital), su rango de movimiento es mayor que el de M_3 .

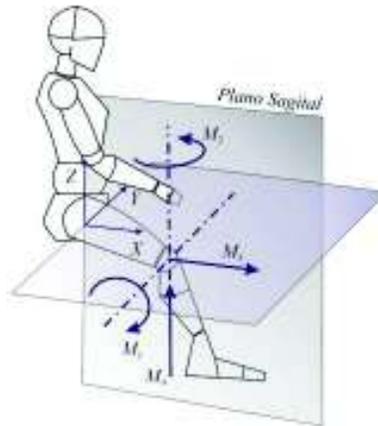


Figura 1.11. Movimientos principales en una rodilla.
(Fuente: (Zamora, 2016))

1.2.2. Topología 3UPS+1RPU

Robot paralelo formado, por tres patas con una junta universal, una junta prismática (actuador lineal) y una junta esférica, de ahí sus siglas UPS; y una pata central con una junta de revolución, una junta prismática (actuador lineal) y una junta universal, de ahí sus siglas RPU. Esta configuración se aprecia en la Figura 1.12.

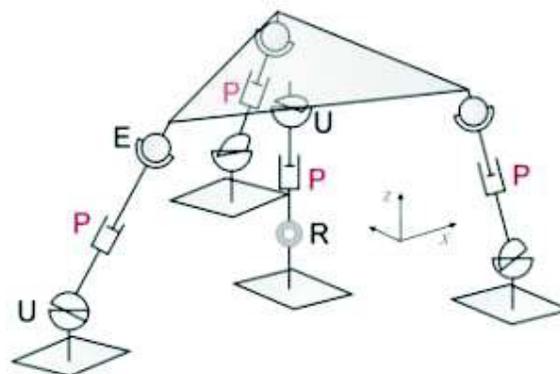


Figura 1.12. Robot paralelo tipo 3UPS+1RPU.
(Fuente: (Zamora, 2016))

Aquino & Pozo (2017), mediante la fórmula de Grübler comprobaron que matemáticamente que el robot paralelo 3UPS+1RPU tiene 4 grados de libertad. Constructivamente, para alcanzar los 4 DOF, se evita el desplazamiento sobre el eje Y en la pata RPU colocando la junta de rotación en el eje Y. Además, la rotación sobre el eje X se elimina a través de la junta universal de la pata central.

En Zamora (2016) se realiza una comparación cualitativa entre los robots paralelo tipo 3UPS+1RPU, 3PUS+1PRU y 2PRRR+2PUSR. Esta comparación concluye que el robot 3UPS+1RPU es la mejor opción para rehabilitación de rodilla. En la Tabla 1.1 se muestran las principales ventajas y desventajas del robot mencionado en comparación a las otras dos opciones analizadas.

Tabla 1.1. Ventajas y desventajas del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU

Ventaja	Desventaja
Construcción poco complicada, los componentes son comerciales.	Los pares esféricos disponibles comercialmente tienen movilidad limitada, ya que su función es evitar desalineaciones.
Se presenta una única singularidad para la rotación alrededor del eje Z.	El par rotacional de la pata central debe ser de alta rigidez para evitar el desplazamiento en el eje Y.
Tamaño reducido a pesar de emplear actuadores lineales (portabilidad).	

(Fuente: Autor)

1.3. Métodos de modelación dinámica

El modelo dinámico de un robot en serie de n grados de libertad (Castellanos, 2012), tiene una ecuación general del tipo:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$$

Ecuación 1.1

Donde:

$M(q)$ Matriz de inercia ($n \times n$).

$C(q, \dot{q})$ Matriz de fuerza de Coriolis y fuerzas Centrifugas ($n \times 1$).

$G(q)$ Vector de fuerzas gravitatorias ($n \times 1$).

q Vector de coordenadas articulares ($n \times 1$).

τ Vector de fuerzas y pares articulares generados ($n \times 1$).

En robots de tipo paralelo no existe un modelo general, por lo cual, en la aplicación de robots paralelos se emplean formulaciones matemáticas clásicamente empleadas en

robots en serie, para luego modificarlas en función de las particularidades de la estructura de un robot en paralelo

Los métodos más empleados para modelamiento dinámico son:

- Ecuaciones de Newton-Euler: Mediante las leyes de la mecánica Newtoniana, con base en las relaciones cinemáticas y fuerzas de restricción, se realizan balances de fuerzas y momentos aplicados a todos los elementos del robot para conformar un sistema de ecuaciones. Este proceso genera un gran número de expresiones, complejas de resolver, lo cual limita su uso práctico en lazos de control.
- Formulación Lagrangiana: Mediante las funciones de Lagrange se establece un balance de energía cinética y potencial, para cada uno de los grados de libertad del robot, considerando las restricciones y cinemática del mecanismo. Esta formulación contiene muchas fuerzas de restricción desconocidas, las cuales son representadas por multiplicadores de Lagrange, lo cual dificulta generalizar el modelo para arquitecturas de cadena cinemática cerrada (robot paralelo).
- Ecuaciones de Gibbs-Appell: Realiza la separación del sistema en subconjuntos de cadenas abiertas, mediante la transformación de un sistema mecánico restringido, de $n + m$ ecuaciones diferenciales (n indica el número de coordenadas generalizadas y m es el número de ecuaciones de restricción), en un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias. El proceso de separación en subconjuntos de cadena abierta es complejo, sin embargo, las ecuaciones de Gibbs-Appell es uno de los métodos más fáciles de comprender para formulación dinámica.
- Principio del Trabajo Virtual: Se emplea el principio de D'Alembert para formular las ecuaciones de equilibrio dinámico, donde el efecto de las fuerzas y momentos externos para un desplazamiento virtual es cero. Este método es computacionalmente eficiente, pero requiere el cálculo del Jacobiano del robot y la adopción de aproximaciones dinámicas.

1.3.1. Ecuaciones de Gibbs-Appell

La función de Gibbs (G) es un valor escalar conocido como energía de aceleración. Para un cuerpo rígido que se mueve en el espacio (Provenzano, 2001), la función de Gibbs está dado por:

$$G = \frac{1}{2}m(\ddot{\vec{r}}_G)^T \ddot{\vec{r}}_G + \frac{1}{2}(\dot{\vec{\omega}})^T I_G \dot{\vec{\omega}} + (\dot{\vec{\omega}})^T (\vec{\omega} \times \vec{\omega} I_G)$$

Ecuación 1.2

Donde:

- m Masa del cuerpo rígido.
- I_G Momento de inercia con respecto al centro de masa.
- $\ddot{\vec{r}}_G$ Vector de aceleración del centro de gravedad.
- $\dot{\vec{\omega}}$ Vector de aceleración angular.

Para un mecanismo compuesto por n cuerpos rígidos, en el sistema de coordenadas cartesianas locales, la función de Gibbs está dada por:

$$G = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i ({}^i \ddot{\vec{r}}_{G_i})^T {}^i \ddot{\vec{r}}_{G_i} + \frac{1}{2} ({}^i \dot{\vec{\omega}}_i)^T I_{G_i} {}^i \dot{\vec{\omega}}_i + ({}^i \dot{\vec{\omega}}_i)^T ({}^i \vec{\omega}_i \times I_{G_i} {}^i \vec{\omega}_i) \right)$$

Ecuación 1.3

Las ecuaciones dinámicas de Gibbs-Appell se obtiene al determinar las derivadas parciales de la función de Gibbs con respecto a la aceleración de cada par cinemático (Provenzano, 2001), tal como se muestra en la Ecuación 1.4.

$$\tau_j = \frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_j} = \sum_{i=1}^n \left[m_i ({}^i \ddot{\vec{r}}_{G_i})^T \frac{\partial {}^i \ddot{\vec{r}}_{G_i}}{\partial \ddot{q}_j} + ({}^i \dot{\vec{\omega}}_i)^T I_{G_i} \frac{\partial {}^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \ddot{q}_j} + \left(\frac{\partial {}^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \ddot{q}_j} \right)^T ({}^i \vec{\omega}_i \times I_{G_i} {}^i \vec{\omega}_i) \right]$$

Ecuación 1.4

Donde:

- τ_j Fuerza generalizada del sistema del cuerpo rígido j .

La expresión anterior genera las n ecuaciones de movimiento del sistema, en forma ideal.

1.4. Métodos de solución del problema dinámico

El problema dinámico más general es determinar las fuerzas generalizadas que deben proveer los actuadores de un robot, para que el robot se mueva en una trayectoria establecida bajo condiciones de velocidad y aceleración predefinidas.

En la Figura 1.13a se muestra que para determinar las fuerzas generalizadas requeridas en los actuadores (juntas activas) de un robot PUMA se debe conocer la posición, velocidad y aceleración de todas las coordenadas generalizadas (q , \dot{q} y \ddot{q}).

Las variables q , \dot{q} y \ddot{q} se obtienen a partir de las trayectoria de posición, velocidad y aceleración del efector final. En este caso, una trayectoria de tipo lineal, con velocidad lineal constante (Figura 1.13b).

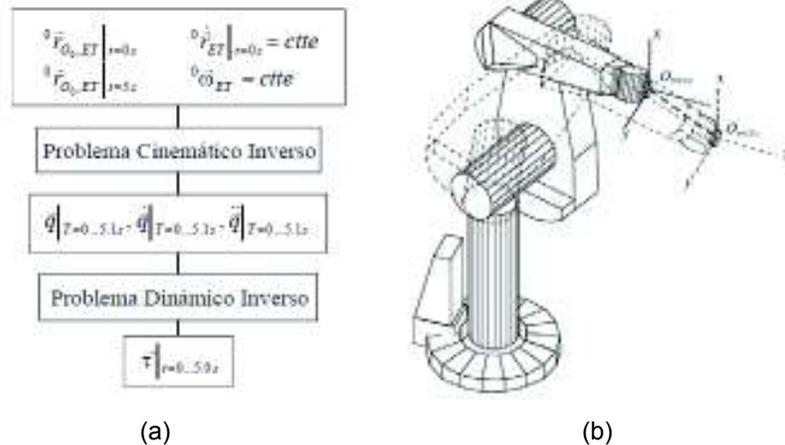


Figura 1.13. Solución del problema dinámico: (a) Procedimiento. (b) Trayectoria a seguir.
(Fuente: (Provenzano, 2001)

1.4.1. Análisis Cinemático

Barrientos (2007) afirma que existen dos problemas principales en cinemática (Figura 1.14).

- Problema cinemático directo: Se determina la posición y orientación del efector final de un robot, tomando como datos los ángulos de todas las articulaciones del robot.
- Problema cinemático inverso: Se determina la posición angular de todas las articulaciones de un robot, con base a la posición y orientación del efector final del robot.

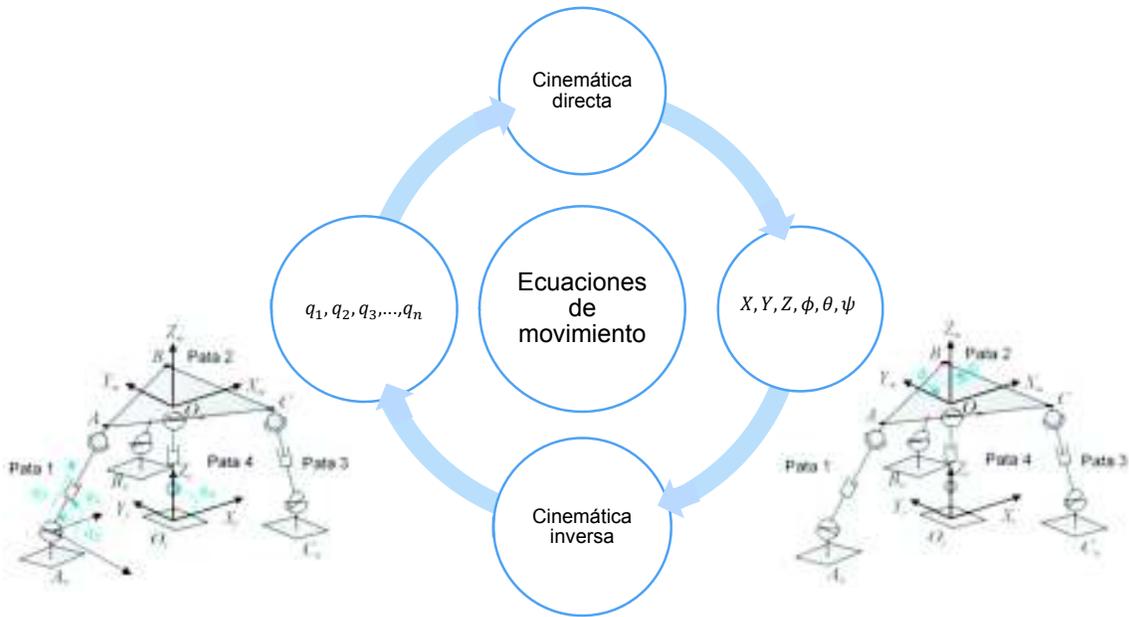


Figura 1.14. Problemas cinemáticos del robot.
(Fuente: Autor)

En robots en serie se emplea el método sistemático de Denavit-Hartenberg para obtener el modelo cinemático directo y para el modelo cinemático inverso es necesario utilizar restricciones geométricas. En robot paralelos el modelo cinemático inverso es fácil de establecer debido a las restricciones establecidas por sus cadenas cinemáticas cerradas, mientras que el modelo cinemático directo es más complejo por las restricciones geométricas en las cadenas cinemáticas cerradas, y en varias ocasiones no hay una solución única (Aracil, Saltarén, Sabater, & Reinoso, 2006).

El análisis cinemático se puede realizar mediante cadenas cinemáticas abiertas, y mediante cadenas cinemáticas cerradas. En el caso de cadenas cinemáticas cerradas se establece un análisis de tipo vectorial entre los componentes de la cadena.

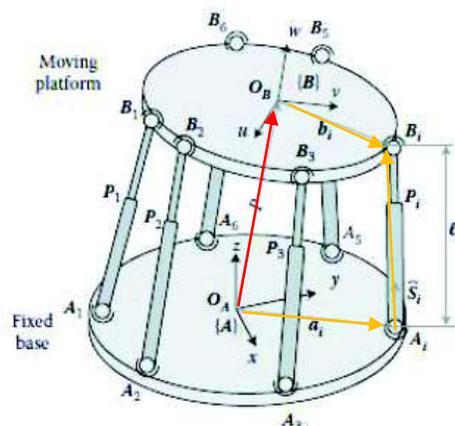


Figura 1.15. Cadena cinemática cerrada de un robot paralelo.
(Fuente: (Taghirad, 2013))

Al analizar vectorialmente el robot de la Figura 1.15, la cadena cerrada se establece como:

$$\overline{AB} = \overline{AA_i} + \overline{A_iB_i} - \overline{BB_i}$$

Ecuación 1.5

1.4.2. Análisis Dinámico

En dinámica existen dos problemas principales (Figura 1.16).

- Problema dinámico directo: Se determina la posición, velocidad y aceleración de cada articulación del robot, tomando como datos las fuerzas generalizadas aplicadas en los actuadores del robot.
- Problema dinámico inverso: Se determina las fuerzas generalizadas que deben generar los actuadores de un robot, con base en la posición, velocidad y aceleración de cada articulación del robot.

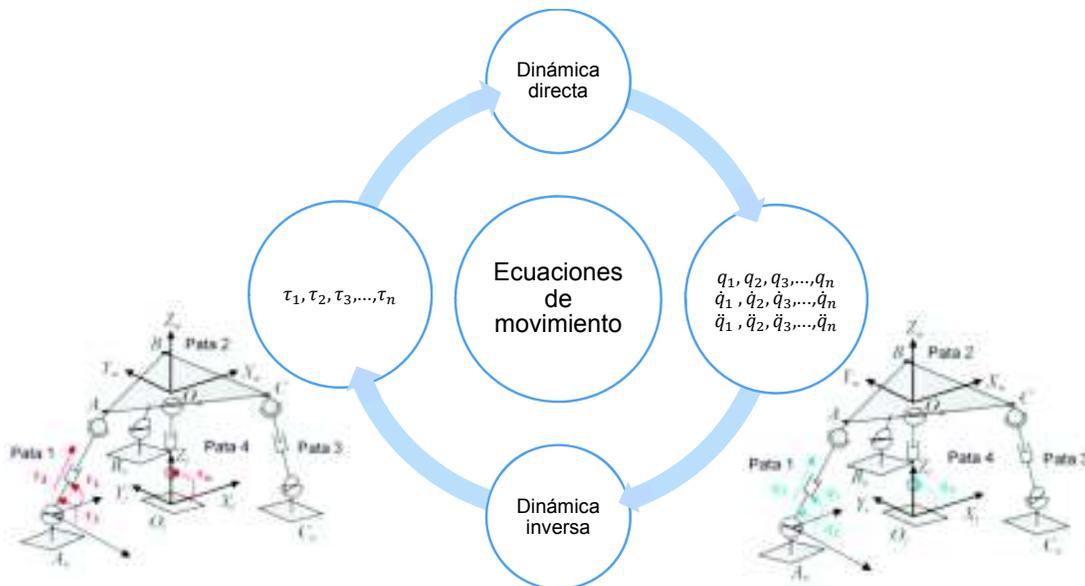


Figura 1.16. Problemas dinámicos del robot.
(Fuente: Autor)

Para un robot paralelo, la formulación para el modelo dinámico inverso usando ecuaciones de Gibbs-Appell se obtiene añadiendo el vector de gravedad a la Ecuación 1.4, dando como resultado:

$$\tau_j = \sum_{i=1}^n \left[m_i ({}^i\ddot{\mathbf{r}}_{G_i} - {}^i\ddot{\mathbf{g}})^T \frac{\partial {}^i\ddot{\mathbf{r}}_{G_i}}{\partial \dot{q}_j} + ({}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i)^T {}^iI_{G_i} \frac{\partial {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_j} + \left(\frac{\partial {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_j} \right)^T ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^iI_{G_i} {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i) \right]$$

Ecuación 1.6

Donde:

${}^i\ddot{\mathbf{g}}$ Vector de gravedad referido al sistema de coordenadas i .

Las variables cinemáticas de la Ecuación 1.6 se pueden determinar de manera recursiva (Provenzano, 2001) a través de la Ecuación 1.7, Ecuación 1.8, Ecuación 1.9 y la Ecuación 1.10.

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = {}^iR_{i-1} {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} + \rho_i {}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i} \dot{q}_i$$

Ecuación 1.7

$${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = {}^iR_{i-1} {}^{i-1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + {}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i} \ddot{q}_i + \rho_i [{}^iR_{i-1} {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times ({}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i} \dot{q}_i)]$$

Ecuación 1.8

$${}^i\ddot{\mathbf{r}}_{O_i} = {}^iR_{i-1} [{}^{i-1}\ddot{\mathbf{r}}_{O_{i-1}} + {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\overrightarrow{\mathbf{r}}_{O_{i-1},O_i}) + {}^{i-1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times {}^{i-1}\overrightarrow{\mathbf{r}}_{O_{i-1},O_i}] + (1 - \rho_i) [{}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i} \ddot{q}_i + 2 ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i} \dot{q}_i))]$$

Ecuación 1.9

$${}^i\ddot{\mathbf{r}}_{G_i} = {}^i\ddot{\mathbf{r}}_{O_i} + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\overrightarrow{\mathbf{r}}_{O_i,G_i}) + {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\overrightarrow{\mathbf{r}}_{O_i,G_i}$$

Ecuación 1.10

Donde:

${}^i\ddot{\mathbf{r}}_{G_i}$ Vector de posición del centro de gravedad (G) del cuerpo i , referido al sistema de coordenadas i .

${}^iR_{i-1}$ Tensor de rotación, relaciona la orientación del sistema de referencia $i - 1$ con respecto al sistema i .

ρ_i Tipo de junta: Para revolución $\rho_i = 1$, para prismático $\rho_i = 0$.

${}^i\overrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{z_i}$ Vector unitario del eje de rotación en la articulación.

\dot{q}_i Velocidad de junta en coordenadas generalizadas.

\ddot{q}_i Aceleración de junta en coordenadas generalizadas.

${}^{i-1}\overrightarrow{\mathbf{r}}_{O_{i-1},O_i}$ Vector de posición desde O_{i-1} hasta el origen O_i , en el sistema de coordenadas $i - 1$.

\times Producto cruz.

El tensor de rotación ${}^{i-1}R_i$ usando la notación de Denavit y Hartenberg modificado por Khalil y Col (Provenzano, 2001), se determina mediante.

$${}^{i-1}R_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.11

Donde:

θ_i Ángulo de la articulación medida a partir de x_{i-1} hasta x_i con respecto al eje z_i .

α_i Ángulo de separación del eje z_{i-1} al eje z_i respecto al eje x_{i-1} .

El tensor de rotación ${}^iR_{i-1}$ se determina mediante la matriz inversa del tensor ${}^{i-1}R_i$, entonces se tiene:

$${}^iR_{i-1} = ({}^{i-1}R_i)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.12

La formulación dinámica empleando el método de Newton-Euler, con restricciones internas del sistema establecidas por multiplicadores de Lagrange y bajo el principio de trabajos Virtuales (Aracil, Saltarén, Sabater, & Reinoso, 2006), establece la relación de la Ecuación 1.13.

$$\vec{\tau} = \vec{Q} - J^T \vec{\lambda}$$

Ecuación 1.13

Donde:

$\vec{\tau}$ Vector de fuerzas generalizadas del robot paralelo.

\vec{Q} Vector de fuerza generalizada externas al sistema.

J Matriz Jacobiana (matriz de restricciones del robot).

$\vec{\lambda}$ Vector de multiplicadores de Lagrange.

1.5. Modelo dinámico para el robot paralelo 3UPS+1RPU

1.5.1. Sistema de coordenadas

El modelamiento dinámico se realiza a partir de un sistema de coordenadas locales. El origen del sistema de coordenadas está ubicado sobre la plataforma fija (O_f) y la plataforma móvil tiene un sistema de referencia móvil cuyo origen está en O_m (Ver Figura 1.17).

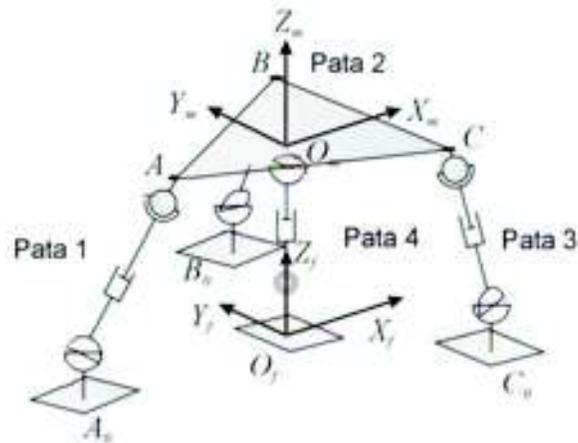


Figura 1.17. Representación simplificada robot 3UPS+1RPU.
(Fuente: (Zamora, 2016))

1.5.2. Configuración geométrica

Las dimensiones de la plataforma móvil y fija se establecen en función de un triángulo inscrito en una circunferencia. La posición de los vértices B_o y C_o de la plataforma fija está en función del radio R de la misma (Figura 1.18a) y los ángulos β_2^f y β_3^f ; de forma análoga los vértices B y C de la plataforma móvil dependen del radio r y los ángulos β_2^m y β_3^m (Figura 1.18b).

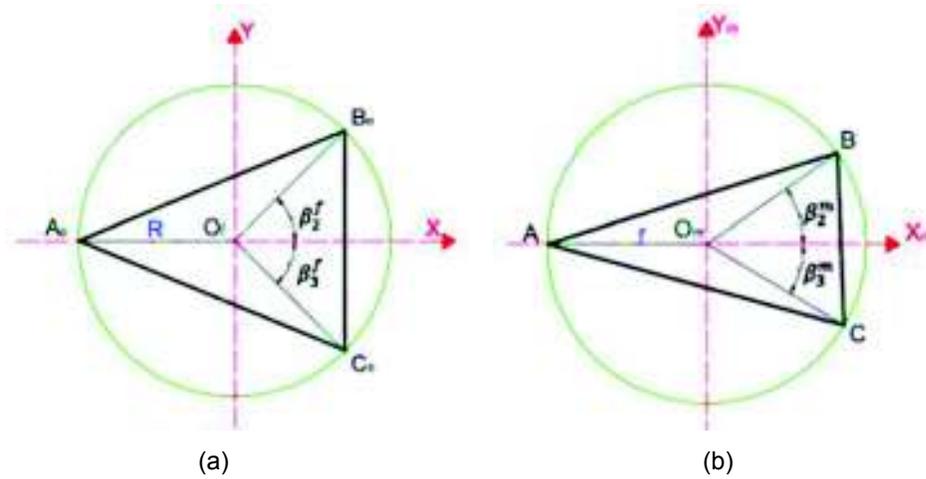


Figura 1.18. Geometría de (a) la plataforma fija. (b) la plataforma móvil.
(Fuente: (Aquino & Pozo, 2017))

Con base en la Figura 1.18 se determina el vector posición de cada uno de los vértices de las plataformas fija y móvil, respecto al origen correspondiente, la Tabla 1.2 muestra las expresiones de cada vector.

Tabla 1.2. Vectores de posición para los vértices de las plataformas fija y móvil

Elemento	Plataforma Fija	Plataforma Móvil
Pata 1	$\vec{r}_{O_f A_o} = \begin{bmatrix} -R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\vec{r}_{O_m A} = \begin{bmatrix} -r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Pata 2	$\vec{r}_{O_f B_o} = \begin{bmatrix} R \cos \beta_2^f \\ R \sin \beta_2^f \\ 0 \end{bmatrix}$	$\vec{r}_{O_m B} = \begin{bmatrix} r \cos \beta_2^m \\ r \sin \beta_2^m \\ 0 \end{bmatrix}$
Pata 3	$\vec{r}_{O_f C_o} = \begin{bmatrix} R \cos \beta_3^f \\ -R \sin \beta_3^f \\ 0 \end{bmatrix}$	$\vec{r}_{O_m C} = \begin{bmatrix} r \cos \beta_3^m \\ -r \sin \beta_3^m \\ 0 \end{bmatrix}$
Pata 4	$\vec{r}_{O_f O_f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\vec{r}_{O_m O_m} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(Fuente: (Aquino & Pozo, 2017))

1.5.3. Matriz de rotación de la plataforma móvil

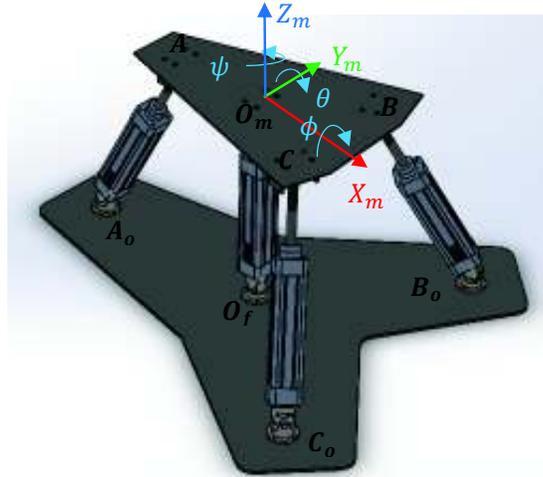


Figura 1.19. Movimientos rotacionales del robot paralelo 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

La matriz de orientación (R_m) para cualquier punto de la plataforma móvil, con respecto a la plataforma fija está dado por la expresión:

$$R_m = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi)$$

Ecuación 1.14

De acuerdo a la sección 1.2.2, la configuración física del robot no permite hacer giros alrededor del eje X, por lo que la matriz de rotación (R_m) para el robot paralelo tipo 3UPS+1RPU está dada por:

$$R_m = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(0) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & \cos \psi \sin \theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.15

1.5.4. Ecuaciones de restricción de posición

Las ecuaciones de restricción del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU se determinan a partir del análisis vectorial de cuatro cadenas cinemáticas cerradas (Aquino & Pozo, 2017), las primeras tres tienen un modelo genérico ya que las configuraciones de las patas 1, 2 y 3 (Figura 1.17) son idénticas.

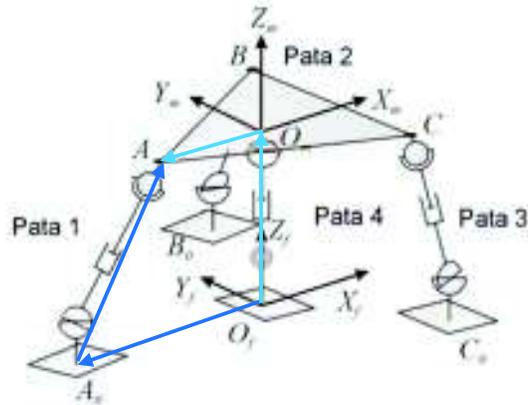


Figura 1.20. Cadena cinemática para la pata 1 (CC1).
(Fuente: Autor)

En este estudio, las juntas universales se analizan como dos pares de revolución ortogonales entre sí, ver Figura 1.21.

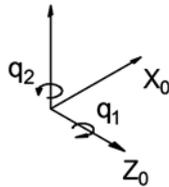


Figura 1.21. Representación simplificada de una junta universal.
(Fuente: Autor)

La cadena cinemática de la pata 1 (Figura 1.20), en forma vectorial está definida como:

$$\vec{r}_{O_f A_o} + \vec{r}_{A_o A} = \vec{r}_{O_f O_m} + R_m \vec{r}_{O_m A}$$

Ecuación 1.16

El vector $\vec{r}_{O_f O_m}$ representa las coordenadas del efector final o el centro de la plataforma móvil, con respecto al origen de la plataforma fija (Ecuación 1.17). Se debe considerar que el robot paralelo 3UPS+1RPU no puede realizar movimientos de traslación en el eje Y, por lo tanto, $Y_m = 0$.

$$\vec{r}_{O_f O_m} = \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.17

Donde:

X_m Coordenada en el eje X del centro de la plataforma móvil.

Y_m Coordenada en el eje Y del centro de la plataforma móvil.

Z_m Coordenada en el eje Z del centro de la plataforma móvil.

El vector \vec{r}_{A_oA} se determina mediante tensores de rotación (Provenzano, 2001).

$$\vec{r}_{A_oA} = {}^fR_0 {}^0R_1(q_{11}) {}^1R_2(q_{12}) {}^2\vec{r}_{q_{13}}$$

Ecuación 1.18

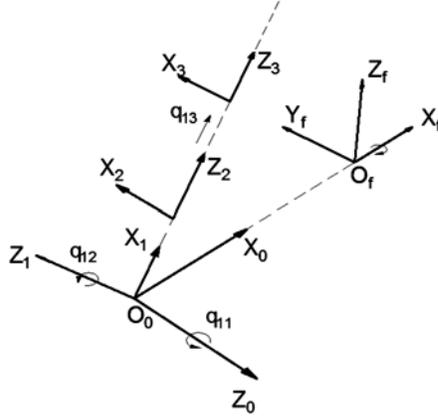


Figura 1.22. Matrices de rotación y traslación para la CC1.
(Fuente: Autor)

En la Figura 1.22 se muestra el proceso de transformación geométrica para obtener el vector \vec{r}_{A_oA} , partiendo desde el sistema de coordenadas local (X_f , Y_f y Z_f). Por fines de representación se han separado los orígenes O_f y O_o , pero en realidad son el mismo punto. El tensor de rotación fR_0 permite rotar el sistema de coordenadas local hacia el eje de giro del primer par de revolución de la junta universal, para ello se rota el sistema de coordenadas 90° desde el eje Z_f hacia Z_0 alrededor del eje X_0 .

$${}^fR_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.19

El tensor de rotación 0R_1 permite representar el giro del primer par de revolución de la junta universal (q_{11}) alrededor del eje Z_0 , y la rotación de -90° del eje Z_0 hacia Z_1 alrededor del eje X_1 .

$${}^0R_1(q_{11}) = \begin{bmatrix} \cos(q_{11}) & -\sin(q_{11}) \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \sin(q_{11}) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ \sin(q_{11}) & \cos(q_{11}) \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\cos(q_{11}) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.20

El tensor de rotación 1R_2 permite representar el giro del segundo par de revolución de la articulación universal (q_{12}) alrededor del eje Z_1 , y la rotación de 90° del eje Z_1 hacia Z_2 alrededor del eje X_2 .

$${}^1R_2(q_{12}) = \begin{bmatrix} \cos(q_{12}) & -\sin(q_{12}) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & \sin(q_{12}) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \sin(q_{12}) & \cos(q_{12}) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & -\cos(q_{12}) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.21

Finalmente, el vector de posición ${}^2\vec{r}_{q_{13}}$ del par prismático respecto al sistema de referencia 2 es:

$${}^2\vec{r}_{q_{13}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_{13} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.22

Al reemplazar los vectores de posición de los vértices de la pata 1, mostrados en la Tabla 1.2, la expresión de la Ecuación 1.15, las expresiones de la Ecuación 1.17 a la Ecuación 1.22, en la Ecuación 1.16, se obtiene la siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} q_{13} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) - R \\ -q_{13} \cos(q_{12}) \\ q_{13} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_m - r \cos \theta \cos \psi \\ -r \cos \theta \sin \psi \\ Z_m + r \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$q_{13} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) - R - X_m + r \cos \theta \cos \psi = 0$$

Ecuación 1.23

$$-q_{13} \cos(q_{12}) + r \cos \theta \sin \psi = 0$$

Ecuación 1.24

$$q_{13} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) - Z_m - r \sin \theta = 0$$

Ecuación 1.25

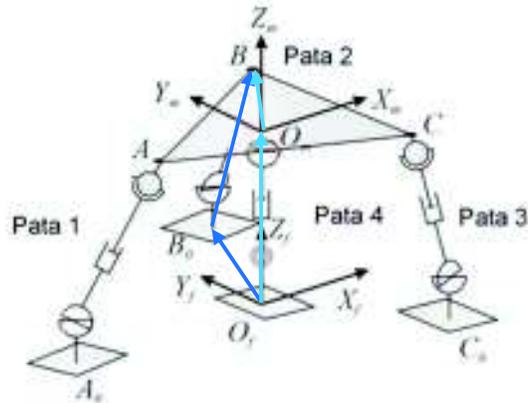


Figura 1.23. Cadena cinemática para la pata 2 (CC2).
(Fuente: Autor)

Para las cadenas cinemática de la pata 2 (CC2) (Figura 1.23), se emplea la misma formulación vectorial de la Ecuación 1.16, con base en los vectores de posición de los vértices de la pata 2, mostrados en la Tabla 1.2; se obtienen las siguientes ecuaciones de restricción.

$$q_{23} \cos(q_{21}) \sin(q_{22}) + R \cos \beta_2^f - X_m + r \sin \beta_2^m \sin \psi - r \cos \beta_2^m \cos \theta \cos \psi = 0$$

Ecuación 1.26

$$-q_{23} \cos(q_{22}) + R \sin \beta_2^f - r \sin \beta_2^m \cos \psi - r \cos \beta_2^m \cos \theta \sin \psi = 0$$

Ecuación 1.27

$$q_{23} \sin(q_{21}) \sin(q_{22}) - Z_m + r \cos \beta_2^m \sin \theta = 0$$

Ecuación 1.28

Donde:

- q_{21} Primer par de revolución de la junta universal de la pata 2.
- q_{22} Segundo par de revolución de la junta universal de la pata 2.
- q_{23} Longitud de la junta prismática de la pata 2.

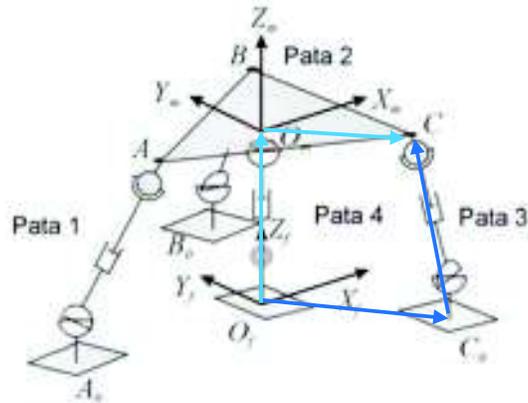


Figura 1.24. Cadena cinemática para la pata 3 (CC3).
(Fuente: Autor)

Para las cadenas cinemática de la pata 3 (CC3) (Figura 1.24), se emplea la misma formulación vectorial de la Ecuación 1.16, en base a los vectores de posición de los vértices de la pata 3, mostrados en la Tabla 1.2 se obtienen las siguientes ecuaciones de restricción.

$$q_{33} \cos(q_{31}) \sin(q_{32}) + R \cos \beta_3^f - X_m - r \sin \beta_3^m \sin \psi - r \cos \beta_3^m \cos \theta \cos \psi = 0$$

Ecuación 1.29

$$-q_{33} \cos(q_{32}) - R \sin \beta_3^f + r \sin \beta_3^m \cos \psi - r \cos \beta_3^m \cos \theta \sin \psi = 0$$

Ecuación 1.30

$$q_{33} \sin(q_{31}) \sin(q_{32}) - Z_m + r \cos \beta_3^m \sin \theta = 0$$

Ecuación 1.31

Donde:

- q_{31} Primer par de revolución de la junta universal de la pata 3.
- q_{32} Segundo par de revolución de la junta universal de la pata 3.
- q_{33} Longitud de la junta prismática de la pata 3.

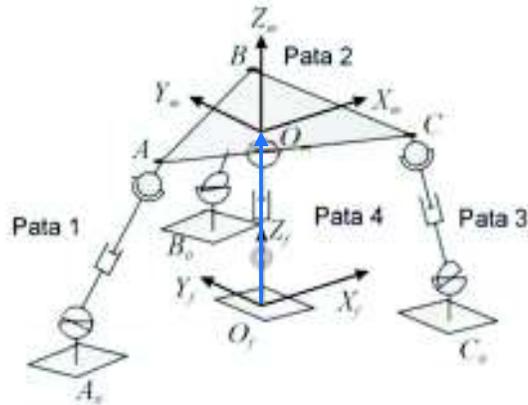


Figura 1.25. Cadena cinemática para la pata 4 (CC4).
(Fuente: Autor)

La cadena cinemática de la pata 4 (Figura 1.25), en forma vectorial está definida como:

$$\vec{r}_{O_f O_f} + \vec{r}_{O_f O_m} = \vec{r}_{O_m O_f}$$

Ecuación 1.32

El vector $\vec{r}_{O_m O_f}$ se determina mediante tensores de rotación (Provenzano, 2001).

$$\vec{r}_{O_m O_f} = {}^f R_0 {}^0 R_1(q_{41}) {}^1 \vec{r}_{q_{42}}$$

Ecuación 1.33

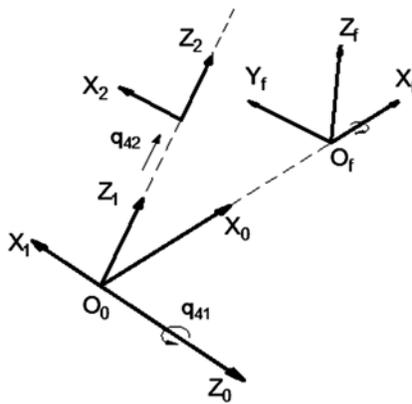


Figura 1.26. Matrices de rotación y traslación para la cadena cinemática de la pata 4.
(Fuente: Autor)

Considerando que O_f y O_o están sobre el mismo punto, la transformación geométrica del vector $\vec{r}_{O_m O_f}$ se muestra en la Figura 1.26, donde el tensor de rotación ${}^0 R_1$ permite representar el giro de la junta de revolución (q_{41}) alrededor del eje Z_0 , y la rotación de -90° del eje Z_0 hacia Z_1 alrededor del eje X_1 .

$${}^0R_1(q_{41}) = \begin{bmatrix} \cos(q_{41}) & -\sin(q_{41}) \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \sin(q_{41}) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ \sin(q_{41}) & \cos(q_{41}) \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\cos(q_{41}) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.34

Finalmente, el vector de posición ${}^1\vec{r}_{q_{42}}$ de la junta prismática respecto al sistema de referencia 1 es.

$${}^1\vec{r}_{q_{42}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_{42} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.35

Al reemplazar el vector $\vec{r}_{O_f O_f}$ de la Tabla 1.2, la expresión de la Ecuación 1.17, las expresiones de la Ecuación 1.34 y la Ecuación 1.35, en la Ecuación 1.32, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} X_m \\ 0 \\ Z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_{42} \sin(q_{41}) \\ 0 \\ q_{42} \cos(q_{41}) \end{bmatrix}$$

$$X_m + q_{42} \sin(q_{41}) = 0$$

Ecuación 1.36

$$Z_m - q_{42} \cos(q_{41}) = 0$$

Ecuación 1.37

Las ecuaciones 1.23 a la 1.31, junto con las ecuaciones 1.36 y 1.37 describen un sistema no lineal de 11 ecuaciones ($f_1 \dots f_{11}$) que describen la cinemática del robot paralelo 3UPS+1RPU, y permiten resolver el problema de cinemática directa e inversa (Aquino & Pozo, 2017).

1.5.5. Matriz Jacobiana

La matriz Jacobiana se determina (Barrientos, Peñin, Balaguer, Carlos, & Aracil, 2007), al derivar parcialmente las 11 ecuaciones de restricción de posición con respecto a las variables de las articulaciones del robot ($q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{31}, q_{32}, q_{33}, q_{41}, q_{42}$), así como, a la posición (X_m, Z_m) y orientación del centro de la plataforma móvil (θ, ψ). Para el caso del robot paralelo 3UPS+1RPU, la matriz Jacobiana está definida como:

$$J(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_{11}} & \frac{\partial f_1}{\partial q_{12}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_{42}} & \frac{\partial f_1}{\partial X_m} & \frac{\partial f_1}{\partial Z_m} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & \frac{\partial f_1}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_{11}} & \frac{\partial f_2}{\partial q_{12}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_{42}} & \frac{\partial f_2}{\partial X_m} & \frac{\partial f_2}{\partial Z_m} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & \frac{\partial f_2}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial q_{11}} & \frac{\partial f_{11}}{\partial q_{12}} & \dots & \frac{\partial f_{11}}{\partial q_{42}} & \frac{\partial f_{11}}{\partial X_m} & \frac{\partial f_{11}}{\partial Z_m} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \theta} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.38

Donde:

$f_1 \dots f_{11}$ Ecuaciones de restricción de posición (ver sección 1.5.4).

1.5.6. Ecuaciones de restricción de velocidad

Las ecuaciones de restricción de velocidad se determinan mediante las primeras derivadas con respecto al tiempo, de las 11 ecuaciones de restricción de posición (Aquino & Pozo, 2017). El nuevo sistema de 11 ecuaciones no lineales permite relacionar la velocidad de cada articulación ($\dot{q}_{11}, \dot{q}_{12}, \dot{q}_{13}, \dot{q}_{21}, \dot{q}_{22}, \dot{q}_{23}, \dot{q}_{31}, \dot{q}_{32}, \dot{q}_{33}, \dot{q}_{41}, \dot{q}_{42}$), con la velocidad de la posición y orientación del efector final o centro de la plataforma móvil ($\dot{X}_m, \dot{Z}_m, \dot{\theta}, \dot{\psi}$).

1.5.7. Ecuaciones de restricción de aceleración

Las ecuaciones de restricción de aceleración se determinan al obtener las segundas derivadas con respecto al tiempo de las 11 ecuaciones de restricción de posición (Aquino & Pozo, 2017). El nuevo sistema de 11 ecuaciones no lineales permite relacionar la aceleración de cada articulación ($\ddot{q}_{11}, \ddot{q}_{12}, \ddot{q}_{13}, \ddot{q}_{21}, \ddot{q}_{22}, \ddot{q}_{23}, \ddot{q}_{31}, \ddot{q}_{32}, \ddot{q}_{33}, \ddot{q}_{41}, \ddot{q}_{42}$), con la aceleración y orientación del efector final o centro de la plataforma móvil ($\ddot{X}_m, \ddot{Z}_m, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$).

1.5.8. Velocidad y aceleración angular de los cuerpos rígidos

Cada una de las cuatro cadenas cinemáticas cerradas del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU (Figura 1.27) están compuestas por dos cuerpos rígidos, el cilindro (Barra 1) y el vástago (Barra 2). Para determinar el modelo dinámico mediante las ecuaciones de Gibbs-Appell, se requiere conocer la velocidad y aceleración angular de cada cuerpo rígido expresado en el sistema de coordenadas locales $\vec{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$.

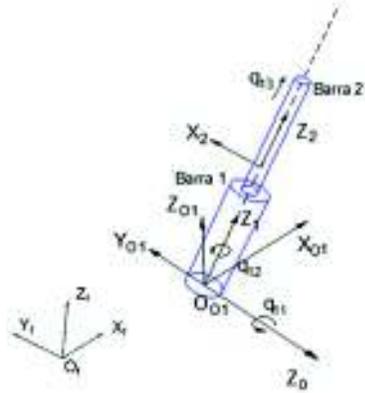


Figura 1.27. Cuerpos rígidos que componen la pata 1.
(Fuente: Autor)

Con base en la Figura 1.27, la velocidad angular del cilindro de la pata uno (ω_{11}), se determina mediante la Ecuación 1.7, así.

$$\vec{\omega}_{11} = {}^1\omega_1 = {}^1R_0 {}^0\vec{\omega}_0 + {}^f\vec{\mu}_{z_1} \dot{q}_{12}$$

Ecuación 1.39

$${}^0\vec{\omega}_0 = {}^0R_f {}^f\vec{\omega}_f + {}^f\vec{\mu}_{z_0} \dot{q}_{11}$$

Ecuación 1.40

Debido a que la velocidad angular debe ser medida con respecto al sistema de coordenadas local, los tensores de rotación 1R_0 y 0R_f pueden ser omitidos en las expresiones anteriores. Por otro lado, el sistema de referencia local no gira por lo tanto ${}^f\vec{\omega}_f = \vec{0}$.

De la Figura 1.27 se determina los vectores unitarios de los ejes de giro de las dos variables rotacionales (q_{11}, q_{12}), con respecto al sistema de referencia local:

$${}^f\vec{\mu}_{z_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.41

$${}^f\vec{\mu}_{z_1} = \begin{bmatrix} -\sin(q_{11}) \\ 0 \\ \cos(q_{11}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.42

Finalmente, reemplazando la Ecuación 1.40, Ecuación 1.41 y Ecuación 1.42 en la Ecuación 1.39, la velocidad angular ω_{11} es:

$$\vec{\omega}_{11} = \begin{bmatrix} -\dot{q}_{12} \sin(q_{11}) \\ -\dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{12} \cos(q_{11}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.43

El cilindro y el vástago de la pata 1 están ensamblados de forma prismática y rotan alrededor del mismo centro (Meriam & Kraige, 2009), por lo tanto la velocidad angular $\vec{\omega}_{11}$ del cilindro es igual a la velocidad angular $\vec{\omega}_{12}$ del vástago.

La aceleración angular se obtiene al derivar la expresión de $\vec{\omega}_{11}$ con respecto al tiempo, con lo que se obtiene:

$$\dot{\vec{\omega}}_{11} = \dot{\vec{\omega}}_{12} = \begin{bmatrix} -\ddot{q}_{12} \sin(q_{11}) - \dot{q}_{12} \dot{q}_{11} \cos(q_{11}) \\ -\ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \cos(q_{11}) - \dot{q}_{12} \dot{q}_{11} \sin(q_{11}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.44

Las patas 2 y 3, tienen la misma configuración mecánica que la pata 1, por tanto, las velocidades y aceleraciones angulares de los cilindros y vástagos de las patas 2 y 3 serán:

$$\vec{\omega}_{21} = \vec{\omega}_{22} = \begin{bmatrix} -\dot{q}_{22} \sin(q_{21}) \\ -\dot{q}_{21} \\ \dot{q}_{22} \cos(q_{21}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.45

$$\vec{\omega}_{31} = \vec{\omega}_{32} = \begin{bmatrix} -\dot{q}_{32} \sin(q_{31}) \\ -\dot{q}_{31} \\ \dot{q}_{32} \cos(q_{31}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.46

$$\dot{\vec{\omega}}_{21} = \dot{\vec{\omega}}_{22} = \begin{bmatrix} -\ddot{q}_{22} \sin(q_{21}) - \dot{q}_{22} \dot{q}_{21} \cos(q_{21}) \\ -\ddot{q}_{21} \\ \ddot{q}_{22} \cos(q_{21}) - \dot{q}_{22} \dot{q}_{21} \sin(q_{21}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.47

$$\dot{\vec{\omega}}_{31} = \dot{\vec{\omega}}_{32} = \begin{bmatrix} -\ddot{q}_{32} \sin(q_{31}) - \dot{q}_{32} \dot{q}_{31} \cos(q_{31}) \\ -\ddot{q}_{31} \\ \ddot{q}_{32} \cos(q_{31}) - \dot{q}_{32} \dot{q}_{31} \sin(q_{31}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.48

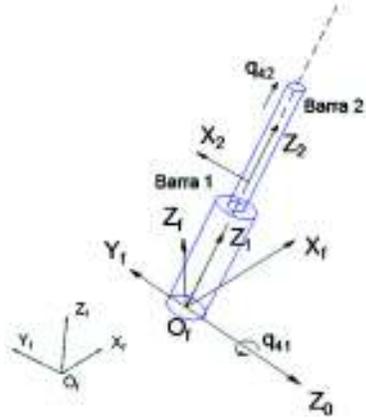


Figura 1.28. Cuerpos rígidos que componen la pata 4.
(Fuente: Autor)

Con base en la Figura 1.28, la velocidad angular del cilindro de la pata uno ($\vec{\omega}_{41}$), se determina mediante la Ecuación 1.7, así.

$$\vec{\omega}_{41} = {}^0\vec{\omega}_0 = {}^0R_f \vec{\omega}_f + {}^f\vec{\mu}_{z_0} \dot{q}_{41}$$

Ecuación 1.49

El cilindro y el vástago de la pata 4 están ensamblados de forma prismática y rotan alrededor del mismo centro, por lo tanto la velocidad angular $\vec{\omega}_{41}$ del cilindro es igual a la velocidad angular $\vec{\omega}_{42}$ del vástago. Al reemplazar las expresiones expuestas en el análisis de la pata 1 se tiene:

$$\vec{\omega}_{41} = \vec{\omega}_{42} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{q}_{41} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.50

La aceleración angular de los cuerpos rígidos de la pata 4 está definida por:

$$\dot{\vec{\omega}}_{41} = \dot{\vec{\omega}}_{42} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{q}_{41} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.51

La plataforma móvil es el último cuerpo rígido, en movimiento, que compone el robot paralelo 3UPS+1RPU, dicha plataforma cuenta con dos grados de libertad rotacionales (Figura 1.29).

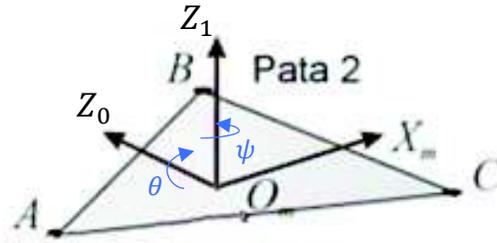


Figura 1.29. Análisis vectorial de la plataforma móvil.
(Fuente: Autor)

Con base en la Figura 1.29, la velocidad angular de la plataforma móvil ($\vec{\omega}_m$), se determina mediante la Ecuación 1.7, así.

$$\vec{\omega}_m = {}^1\omega_1 = {}^1R_0 {}^0\vec{\omega}_0 + {}^f\vec{\mu}_{z_1} \dot{\psi}$$

Ecuación 1.52

$${}^0\vec{\omega}_0 = {}^0R_f {}^f\vec{\omega}_f + {}^f\vec{\mu}_{z_0} \dot{\theta}$$

Ecuación 1.53

Los tensores de rotación 1R_0 y 0R_f no modifican la velocidad, por lo tanto pueden ser excluidos del cálculo; debido a que el sistema de referencia local no gira ${}^f\vec{\omega}_f = 0$.

De la Figura 1.29, los vectores unitarios de los ejes de giro de las dos variables rotacionales (q_{11}, q_{12}), con respecto al sistema de referencia local:

$${}^f\vec{\mu}_{z_0} = \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.54

$${}^f\vec{\mu}_{z_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.55

Finalmente, reemplazando las Ecuaciones 1.53 a 1.55 en la Ecuación 1.52, la velocidad angular $\vec{\omega}_m$ es:

$$\vec{\omega}_m = \begin{bmatrix} -\dot{\theta} \sin \psi \\ \dot{\theta} \cos \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.56

La aceleración angular de la plataforma móvil está definida por:

$$\dot{\vec{\omega}}_m = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta} \sin \psi - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \psi \\ \ddot{\theta} \cos \psi - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \psi \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.57

1.5.9. Aceleración de los centros de gravedad de los cuerpos rígidos

La aceleración de los centros de gravedad de cada uno de los cuerpos rígidos, de cada pata del robot paralelo, se determina a partir de la segunda derivada con respecto al tiempo del vector de posición del centro de gravedad de cada cuerpo rígido respecto al origen de cada pata (${}^i\vec{r}_{O_i,G_i}$).

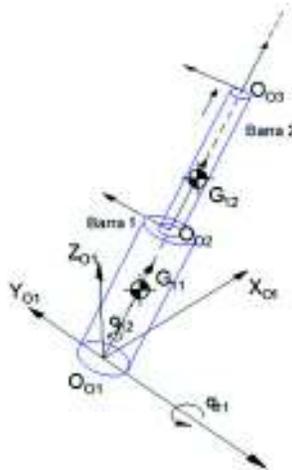


Figura 1.30. Centros de gravedad de los cuerpos rígidos de la pata 1.
(Fuente: Autor)

El centro de gravedad del cilindro de la pata 1 (barra 1) respecto al origen $O1$ (Figura 1.30) se determina mediante la expresión (Aquino & Pozo, 2017).

$${}^1\vec{r}_{O_1,G_{11}} = {}^1\vec{r}_{O_f,O_1} + ({}^fR_2) {}^2\vec{r}_{O_1,G_{11}}$$

Ecuación 1.58

Donde:

${}^j\vec{r}_{O_i,G_k}$ Vector entre el origen i y el centro de gravedad del cuerpo k , en el sistema de coordenadas j .

El vector entre el origen del sistema local y el sistema $O1$, es:

$${}^1\vec{r}_{O_f,O_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.59

El vector de ${}^2\vec{r}_{O_1,G_{11}}$ se define por la expresión:

$${}^2\vec{r}_{O_1,G_{11}} = \begin{bmatrix} X_{G_{11}} \\ Y_{G_{11}} \\ Z_{G_{11}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.60

El tensor de rotación fR_2 , se determina mediante la Ecuación 1.19, Ecuación 1.20 y Ecuación 1.21. Al reemplazar estas expresiones en la Ecuación 1.58, resulta:

$${}^1\vec{r}_{O_1,G_{11}} = \begin{bmatrix} X_{G_{11}} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) - Y_{G_{11}} \sin(q_{11}) + Z_{G_{11}} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) \\ X_{G_{11}} \sin(q_{12}) - Z_{G_{11}} \cos(q_{12}) \\ X_{G_{11}} \sin(q_{11}) \cos(q_{12}) + Y_{G_{11}} \cos(q_{11}) + Z_{G_{11}} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.61

Por lo tanto, la aceleración del centro de gravedad del primer cuerpo rígido de la pata 1 (cilindro) queda definido como:

$$\vec{a}_{G_{11}} = \frac{d^2}{dt^2} ({}^1\vec{r}_{O_1,G_{11}})$$

Ecuación 1.62

El centro de gravedad del vástago (barra 2) de la pata 1 respecto al origen $O1$ (Figura 1.30) se determina mediante la expresión.

$${}^1\vec{r}_{O_1,G_{12}} = {}^1\vec{r}_{O_1,O_3} - ({}^fR_3) {}^3\vec{r}_{O_3,G_{12}}$$

Ecuación 1.63

El vector ${}^1\vec{r}_{O_1,O_3}$ es igual al vector \vec{r}_{A_0A} de la Ecuación 1.18:

$${}^1\vec{r}_{O_1,O_3} = \vec{r}_{A_0A} = \begin{bmatrix} q_{13} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) \\ -q_{13} \cos(q_{12}) \\ q_{13} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.64

El vector de ${}^3\vec{r}_{O_3,G_{12}}$ se define por la expresión:

$${}^3\vec{r}_{O_3,G_{12}} = \begin{bmatrix} X_{G_{12}} \\ Y_{G_{12}} \\ Z_{G_{12}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.65

Ya que el sistema de referencia 2 y 3 son iguales se establece que los tensores de rotación también son iguales, es decir ${}^fR_3 = {}^fR_2$. Al remplazar estas expresiones en la Ecuación 1.63, se tiene:

$${}^1\vec{r}_{O_1,G_{12}} = \begin{bmatrix} -X_{G_{12}} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) + Y_{G_{12}} \sin(q_{11}) - Z_{G_{12}} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) + q_{13} \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) \\ -X_{G_{12}} \sin(q_{12}) + Z_{G_{12}} \cos(q_{12}) - q_{13} \cos(q_{12}) \\ -X_{G_{12}} \sin(q_{11}) \cos(q_{12}) - Y_{G_{12}} \cos(q_{11}) - Z_{G_{12}} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) + q_{13} \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.66

Por lo tanto, la aceleración del centro de gravedad del segundo cuerpo rígido de la pata 1 (vástago) queda definido como:

$$\vec{a}_{G_{12}} = \frac{d^2}{dt^2} ({}^1\vec{r}_{O_1,G_{12}})$$

Ecuación 1.67

La configuración mecánica de las patas 2 y 3, son iguales a la de la pata 1, por tanto, el vector posición del centro de gravedad de los cilindros y vástagos de las patas 2 y 3 son:

$${}^1\vec{r}_{O_1,G_{21}} = \begin{bmatrix} X_{G_{21}} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) - Y_{G_{21}} \sin(q_{21}) + Z_{G_{21}} \cos(q_{21}) \sin(q_{22}) \\ X_{G_{21}} \sin(q_{22}) - Z_{G_{21}} \cos(q_{22}) \\ X_{G_{21}} \sin(q_{21}) \cos(q_{22}) + Y_{G_{21}} \cos(q_{21}) + Z_{G_{21}} \sin(q_{21}) \sin(q_{22}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.68

$${}^1\vec{r}_{O_1, G_{22}} = \begin{bmatrix} -X_{G_{22}} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) + Y_{G_{22}} \sin(q_{21}) - Z_{G_{22}} \cos(q_{21}) \sin(q_{22}) + q_{23} \cos(q_{21}) \sin(q_{22}) \\ -X_{G_{22}} \sin(q_{21}) \cos(q_{22}) - Y_{G_{22}} \cos(q_{21}) - Z_{G_{22}} \sin(q_{21}) \sin(q_{22}) + q_{23} \sin(q_{21}) \sin(q_{22}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.69

$${}^1\vec{r}_{O_1, G_{31}} = \begin{bmatrix} X_{G_{31}} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) - Y_{G_{31}} \sin(q_{31}) + Z_{G_{31}} \cos(q_{31}) \sin(q_{32}) \\ X_{G_{31}} \sin(q_{32}) - Z_{G_{31}} \cos(q_{32}) \\ X_{G_{31}} \sin(q_{31}) \cos(q_{32}) + Y_{G_{31}} \cos(q_{31}) + Z_{G_{31}} \sin(q_{31}) \sin(q_{32}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.70

$${}^1\vec{r}_{O_1, G_{32}} = \begin{bmatrix} -X_{G_{32}} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) + Y_{G_{32}} \sin(q_{31}) - Z_{G_{32}} \cos(q_{31}) \sin(q_{32}) + q_{33} \cos(q_{31}) \sin(q_{32}) \\ -X_{G_{32}} \sin(q_{31}) \cos(q_{32}) - Y_{G_{32}} \cos(q_{31}) - Z_{G_{32}} \sin(q_{31}) \sin(q_{32}) + q_{33} \sin(q_{31}) \sin(q_{32}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.71

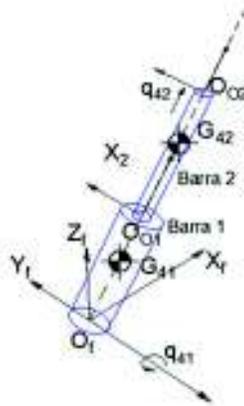


Figura 1.31. Centros de gravedad de los cuerpos rígidos de la pata 4.
(Fuente: Autor)

Debido a que la pata cuatro tiene una configuración RPU (diferente a la configuración UPS de las patas 1, 2 y 3), el centro de gravedad del cilindro de la pata 4 (barra 1) respecto al origen O_f (Figura 1.31) se determina mediante la expresión.

$${}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}} = {}^1\vec{r}_{O_f, O_f} + ({}^fR_1) {}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}}$$

Ecuación 1.72

El vector ${}^1\vec{r}_{O_f, O_f}$ es:

$${}^1\vec{r}_{O_f, O_f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.73

El vector de ${}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}}$ se define por la expresión:

$${}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}} = \begin{bmatrix} X_{G_{41}} \\ Y_{G_{41}} \\ Z_{G_{41}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.74

El tensor de rotación fR_1 , se determina mediante la Ecuación 1.19 y la Ecuación 1.20.

Al remplazar estas expresiones en la Ecuación 1.72, se obtiene:

$${}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}} = \begin{bmatrix} X_{G_{41}} \cos(q_{41}) - Z_{G_{41}} \sin(q_{41}) \\ Y_{G_{41}} \\ X_{G_{41}} \sin(q_{41}) + Z_{G_{41}} \cos(q_{41}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.75

Por lo tanto, la aceleración del centro de gravedad del primer cuerpo rígido de la pata 4 (cilindro) queda definido como:

$$\vec{a}_{G_{41}} = \frac{d^2}{dt^2} ({}^1\vec{r}_{O_f, G_{41}})$$

Ecuación 1.76

El centro de gravedad del vástago (barra 2) de la pata 4 respecto al origen O_1 (Figura 1.31) se determina mediante la expresión.

$${}^1\vec{r}_{O_f, G_{42}} = {}^1\vec{r}_{O_f, O_2} - ({}^fR_2) {}^2\vec{r}_{O_2, G_{42}}$$

Ecuación 1.77

El vector ${}^1\vec{r}_{O_f, O_2}$ es igual al vector $\vec{r}_{O_m O_f}$ de la Ecuación 1.33:

$${}^1\vec{r}_{O_f, O_2} = \vec{r}_{O_m O_f} = \begin{bmatrix} -q_{42} \sin(q_{41}) \\ 0 \\ q_{42} \cos(q_{41}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.78

El vector de ${}^2\vec{r}_{O_2, G_{42}}$ se define por la expresión:

$${}^2\vec{r}_{O_2, G_{42}} = \begin{bmatrix} X_{G_{42}} \\ Y_{G_{42}} \\ Z_{G_{42}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.79

Ya que el sistema de referencia 1 y 2 tienen orientación inversa (Aquino & Pozo, 2017) se establece que ${}^fR_2 = {}^fR_1 {}^1R_2$ donde:

$${}^1R_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.80

Al reemplazar estas expresiones en la Ecuación 1.77, se obtiene la siguiente expresión:

$${}^1\vec{r}_{O_f, G_{42}} = \begin{bmatrix} X_{G_{42}} \cos(q_{41}) - Y_{G_{42}} \sin(q_{41}) - q_{42} \sin(q_{41}) \\ Z_{G_{42}} \\ X_{G_{42}} \sin(q_{41}) + Y_{G_{42}} \cos(q_{41}) + q_{42} \cos(q_{41}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.81

Por lo tanto, la aceleración del centro de gravedad del segundo cuerpo rígido de la pata 4 (vástago) queda definido como:

$$\vec{a}_{G_{42}} = \frac{d^2}{dt^2} ({}^1\vec{r}_{O_f, G_{42}})$$

Ecuación 1.82

Finalmente, el centro de gravedad de la plataforma móvil respecto al origen O_m (Figura 1.29) se determina mediante la expresión:

$${}^m\vec{r}_{O_m, G_m} = (R_m) {}^1\vec{r}_{O_1, G_m}$$

Ecuación 1.83

Al reemplazar

$${}^1\vec{r}_{O_1, G_m} = \begin{bmatrix} X_{G_m} \\ Y_{G_m} \\ Z_{G_m} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.84

Se determina el vector ${}^m\vec{r}_{O_m, G_m}$ como:

$${}^m\vec{r}_{O_m, G_m} = \begin{bmatrix} X_{G_m} \cos \theta \cos \psi - Y_{G_m} \sin \psi + Z_{G_m} \cos \psi \sin \theta \\ X_{G_m} \cos \theta \sin \psi + Y_{G_m} \cos \psi + Z_{G_m} \sin \psi \sin \theta \\ -X_{G_m} \sin \theta + Z_{G_m} \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.85

Finalmente, la aceleración del centro de gravedad de la plataforma móvil es:

$$\vec{a}_{G_m} = \frac{d^2}{dt^2} (m \vec{r}_{O_m, G_m})$$

Ecuación 1.86

1.5.10. Momentos de inercia de los cuerpos rígidos

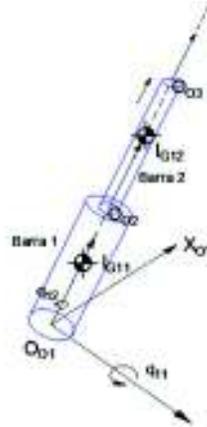


Figura 1.32. Momento de inercia de los cuerpos rígidos de la pata 1.
(Fuente: Autor)

El momento de inercia del cilindro de la pata 1 (barra 1) $I_{G_{11}}$ respecto al origen $O1$ se determina mediante la expresión (Aquino & Pozo, 2017), ver Figura 1.32.

$$I_{G_{11}} = {}^f R_2 {}^2 I_{G_{11}} ({}^f R_2)^T$$

Ecuación 1.87

El tensor de inercia del cilindro de la pata uno con respecto a su sistema de coordenadas ${}^2 I_{G_{11}}$, se define como:

$${}^2 I_{G_{11}} = \begin{bmatrix} I_{XX_{11}} & I_{XY_{11}} & I_{XZ_{11}} \\ I_{YX_{11}} & I_{YY_{11}} & I_{YZ_{11}} \\ I_{ZX_{11}} & I_{ZY_{11}} & I_{ZZ_{11}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.88

El momento de inercia del vástago (barra 2) de la pata 1 $I_{G_{12}}$ respecto al origen $O1$ (Figura 1.32) se determina mediante la expresión.

$$I_{G_{12}} = {}^f R_3 {}^3 I_{G_{12}} ({}^f R_3)^T$$

Ecuación 1.89

Donde el tensor de inercia ${}^3I_{G_{12}}$ se define como:

$${}^3I_{G_{12}} = \begin{bmatrix} I_{XX_{12}} & I_{XY_{12}} & I_{XZ_{12}} \\ I_{YX_{12}} & I_{YY_{12}} & I_{YZ_{12}} \\ I_{ZX_{12}} & I_{ZY_{12}} & I_{ZZ_{12}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.90

Ya que el sistema de referencia 2 y 3 son iguales se establece que los tensores de rotación también son iguales, es decir ${}^fR_3 = {}^fR_2$.

La configuración mecánica de las patas 2 y 3, son iguales a la de la pata 1, por tanto, el momento de inercia de los cilindros y vástagos de las patas 2 y 3 son:

$$I_{G_{21}} = {}^fR_2 {}^2I_{G_{21}} ({}^fR_2)^T$$

Ecuación 1.91

$$I_{G_{22}} = {}^fR_3 {}^3I_{G_{22}} ({}^fR_3)^T$$

Ecuación 1.92

$$I_{G_{31}} = {}^fR_2 {}^2I_{G_{31}} ({}^fR_2)^T$$

Ecuación 1.93

$$I_{G_{32}} = {}^fR_3 {}^3I_{G_{32}} ({}^fR_3)^T$$

Ecuación 1.94

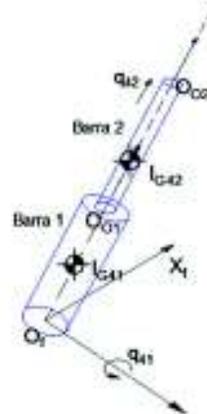


Figura 1.33. Momentos de inercia de los cuerpos rígidos de la pata 4.
(Fuente: Autor)

Debido a la configuración RPU de la pata 4 (diferente a la configuración UPS del resto de patas), El momento de inercia del cilindro de la pata 4 (barra 1) respecto al origen O_f (Figura 1.33) se determina mediante la Ecuación 1.95.

$$I_{G_{41}} = {}^f R_1 {}^1 I_{G_{41}} ({}^f R_1)^T$$

Ecuación 1.95

Donde el tensor de inercia ${}^1 I_{G_{41}}$ se define como:

$${}^1 I_{G_{41}} = \begin{bmatrix} I_{XX_{41}} & I_{XY_{41}} & I_{XZ_{41}} \\ I_{YX_{41}} & I_{YY_{41}} & I_{YZ_{41}} \\ I_{ZX_{41}} & I_{ZY_{41}} & I_{ZZ_{41}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.96

El momento de inercia del vástago (barra 2) de la pata 4 respecto al origen O_f (Figura 1.31) se determina mediante la expresión.

$$I_{G_{42}} = {}^f R_2 {}^2 I_{G_{42}} ({}^f R_2)^T$$

Ecuación 1.97

Donde el tensor de inercia ${}^2 I_{G_{42}}$ se define como:

$${}^2 I_{G_{42}} = \begin{bmatrix} I_{XX_{42}} & I_{XY_{42}} & I_{XZ_{42}} \\ I_{YX_{42}} & I_{YY_{42}} & I_{YZ_{42}} \\ I_{ZX_{42}} & I_{ZY_{42}} & I_{ZZ_{42}} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.98

Ya que el sistema de referencia 1 y 2 tienen orientación inversa (Aquino & Pozo, 2017) se establece que ${}^f R_2 = {}^f R_1 {}^1 R_2$ donde:

$${}^1 R_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.99

Finalmente, el momento de inercia de la plataforma móvil respecto al origen O_m (Figura 1.29) se determina mediante la expresión:

$$I_{G_m} = {}^f R_m {}^1 I_{G_m} ({}^f R_m)^T$$

Ecuación 1.100

Donde el tensor de inercia ${}^1 I_{G_m}$ se define como:

$${}^1 I_{G_m} = \begin{bmatrix} I_{XX_m} & I_{XY_m} & I_{XZ_m} \\ I_{YX_m} & I_{YY_m} & I_{YZ_m} \\ I_{ZX_m} & I_{ZY_m} & I_{ZZ_m} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.101

1.5.11. Fuerzas externas

En el robot paralelo tipo 3UPS+1RPU existen dos tipos de fuerzas externas:

- Las activas, que provienen de los cuatro actuadores localizados en cada una de las patas del robot.
- Las aplicadas, que provienen de medio externo y que el robot debe soportar durante su movimiento.

En el actuador lineal de la pata 1, la fuerza activa \vec{F}_1 se determina mediante:

$$\vec{F}_1 = {}^f R_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.102

Al reemplazar el tensor de rotación ${}^f R_2$, determinado por la Ecuación 1.19, Ecuación 1.20 y Ecuación 1.21, se obtiene:

$$\vec{F}_1 = \begin{bmatrix} F_1 \cos(q_{11}) \sin(q_{12}) \\ -F_1 \cos(q_{12}) \\ F_1 \sin(q_{11}) \sin(q_{12}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.103

De forma análoga para las patas 2 y 3, se determina.

$$\vec{F}_2 = \begin{bmatrix} F_2 \cos(q_{21}) \sin(q_{22}) \\ -F_2 \cos(q_{22}) \\ F_2 \sin(q_{21}) \sin(q_{22}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.104

$$\vec{F}_3 = \begin{bmatrix} F_3 \cos(q_{31}) \sin(q_{32}) \\ -F_3 \cos(q_{32}) \\ F_3 \sin(q_{31}) \sin(q_{32}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.105

Finalmente, para la pata 4 ubicada en el centro de la plataforma móvil se tiene que:

$$\vec{F}_4 = \begin{bmatrix} -F_4 \sin(q_{41}) \\ 0 \\ F_4 \cos(q_{41}) \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.106

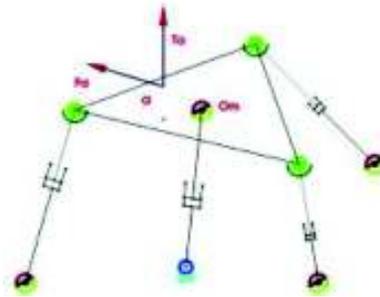


Figura 1.34. Fuerzas externas aplicadas a la plataforma móvil.
(Fuente: (Aquino & Pozo, 2017))

Las fuerzas externas aplicadas se localizan sobre un punto definido de la placa móvil, Figura 1.34, y vectorialmente está definido por:

$$\vec{F}_a = \begin{bmatrix} F_{ax} \\ F_{ay} \\ F_{az} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.107

Además, los momentos externos aplicados están definidos por:

$$\vec{T}_a = \begin{bmatrix} T_{ax} \\ T_{ay} \\ T_{az} \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.108

El punto de aplicación de la fuerza y momento externo aplicado sobre la plataforma móvil, se determina mediante la expresión:

$${}^m\vec{r}_{O_m, P_a} = (R_m) {}^1\vec{r}_{O_1, P_a}$$

Ecuación 1.109

Al reemplazar

$${}^1\vec{r}_{O_1, P_a} = \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.110

Se determina el vector ${}^m\vec{r}_{O_m, P_a}$ como:

$${}^m\vec{r}_{O_m, P_a} = \begin{bmatrix} X_a \cos \theta \cos \psi - Y_a \sin \psi + Z_a \cos \psi \sin \theta \\ X_a \cos \theta \sin \psi + Y_a \cos \psi + Z_a \sin \psi \sin \theta \\ -X_a \sin \theta + Z_a \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.111

Finalmente, la aceleración del punto de aplicación de la fuerza externa aplicada sobre la plataforma móvil es:

$$\vec{a}_a = \frac{d^2}{dt^2} (m \vec{r}_{O_m, P_a})$$

Ecuación 1.112

1.5.12. Formulación Gibbs-Appell

Para establecer el modelo del robot paralelo tipo 3UPS+1RPU, usando la Ecuación 1.13 (Aquino & Pozo, 2017), se deben establecer las fuerzas generalizadas de cada uno de los cuerpos rígidos que componen el robot. El robot paralelo tipo 3UPS+1RPU está compuesto por 1 plataforma móvil, 4 cilindros y 4 vástagos de las patas. Mediante la expresión de Gibbs-Appell (Ecuación 1.6) se obtiene.

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= m_{11} (\vec{a}_{G_{11}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{11}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{11})^T I_{G_{11}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{11}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{11}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{11} \times I_{G_{11}} \vec{\omega}_{11}) \\ \tau_{12} &= m_{12} (\vec{a}_{G_{12}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{12}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{12})^T I_{G_{12}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{12}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{12}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{12} \times I_{G_{12}} \vec{\omega}_{12}) \\ \tau_{21} &= m_{21} (\vec{a}_{G_{21}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{21}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{21})^T I_{G_{21}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{21}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{21}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{21} \times I_{G_{21}} \vec{\omega}_{21}) \\ \tau_{22} &= m_{22} (\vec{a}_{G_{22}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{22}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{22})^T I_{G_{22}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{22}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{22}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{22} \times I_{G_{22}} \vec{\omega}_{22}) \\ \tau_{31} &= m_{31} (\vec{a}_{G_{31}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{31}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{31})^T I_{G_{31}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{31}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{31}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{31} \times I_{G_{31}} \vec{\omega}_{31}) \\ \tau_{32} &= m_{32} (\vec{a}_{G_{32}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{32}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{32})^T I_{G_{32}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{32}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{32}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{32} \times I_{G_{32}} \vec{\omega}_{32}) \\ \tau_{41} &= m_{41} (\vec{a}_{G_{41}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{41}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{41})^T I_{G_{41}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{41}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{41}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{41} \times I_{G_{41}} \vec{\omega}_{41}) \\ \tau_{42} &= m_{42} (\vec{a}_{G_{42}} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_{42}}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_{42})^T I_{G_{42}} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{42}}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_{42}}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_{42} \times I_{G_{42}} \vec{\omega}_{42}) \\ \tau_m &= m_m (\vec{a}_{G_m} - \vec{g})^T \frac{\partial \vec{a}_{G_m}}{\partial \ddot{q}} + (\dot{\vec{\omega}}_m)^T I_{G_m} \frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_m}{\partial \ddot{q}} + \left(\frac{\partial \dot{\vec{\omega}}_m}{\partial \ddot{q}} \right)^T (\vec{\omega}_m \times I_{G_m} \vec{\omega}_m) \end{aligned}$$

$$\tau = \tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{21} + \tau_{22} + \tau_{31} + \tau_{32} + \tau_{41} + \tau_{42} + \tau_m$$

Ecuación 1.113

Donde:

- τ_{i1} Fuerza generalizada del cilindro de la pata i del robot paralelo.
- τ_{i2} Fuerza generalizada del vástago de la pata i del robot paralelo.
- τ_m Fuerza generalizada de la plataforma móvil del robot paralelo.
- m_{i1} Masa del cilindro de la pata i del robot paralelo.
- m_{i2} Masa del vástago de la pata i del robot paralelo.
- m_m Masa de la plataforma móvil del robot paralelo.
- $\partial \ddot{q}$ Derivada parcial de todas las aceleraciones del sistema $q = \{\ddot{q}_{11}, \ddot{q}_{12}, \ddot{q}_{13}, \ddot{q}_{21}, \ddot{q}_{22}, \ddot{q}_{23}, \ddot{q}_{31}, \ddot{q}_{32}, \ddot{q}_{33}, \ddot{q}_{41}, \ddot{q}_{42}, \ddot{X}_m, \ddot{Z}_m, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}\}$.

Por otro lado las fuerzas generalizadas externas Q , se determina mediante:

$$\vec{Q} = \vec{Q}_{act} + \vec{Q}_{apli}$$

Ecuación 1.114

Las fuerzas activas generalizadas se determinan mediante el producto punto de las fuerzas activas de cada actuador, con las derivadas de la aceleración del punto de aplicación (vástago de cada pata) con respecto a las aceleraciones generalizadas.

$$\vec{Q}_{act} = \vec{F}_1 \frac{\partial \vec{a}_{G_{12}}}{\partial \ddot{q}} + \vec{F}_2 \frac{\partial \vec{a}_{G_{22}}}{\partial \ddot{q}} + \vec{F}_3 \frac{\partial \vec{a}_{G_{32}}}{\partial \ddot{q}} + \vec{F}_4 \frac{\partial \vec{a}_{G_{42}}}{\partial \ddot{q}}$$

Ecuación 1.115

Al aplicar el mismo concepto para las fuerzas aplicadas generalizadas se tiene que.

$$\vec{Q}_{apli} = \vec{F}_a \frac{\partial \vec{a}_a}{\partial \ddot{q}} + \vec{T}_a \frac{\partial \vec{\omega}_m}{\partial \ddot{q}}$$

Ecuación 1.116

A partir de las expresiones anteriores, el modelo dinámico del robot 3UPS+1RPU es:

$$\begin{aligned} & [\tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{21} + \tau_{22} + \tau_{31} + \tau_{32} + \tau_{41} + \tau_{42} + \tau_m]_{15 \times 1} \\ & = [\vec{Q}_{act} + \vec{Q}_{apli}]_{15 \times 1} - J_{15 \times 11}^T \vec{\lambda}_{11 \times 1} \end{aligned}$$

Ecuación 1.117

Donde:

- $\vec{\lambda}$ Multiplicadores de Lagrange que representan las fuerzas internas del sistema.

$$\vec{\lambda} = [\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6 \lambda_7 \lambda_8 \lambda_9 \lambda_{10} \lambda_{11}]^T$$

1.6. Identificación de sistemas

Un modelo es una representación parcial de la realidad que recoge los aspectos esenciales de un sistema y se construye para una finalidad específica. Para determinar un modelo existen dos métodos, el modelamiento teórico que emplea leyes físicas para determinar el comportamiento dinámico de un sistema, y la identificación de sistemas que construye un modelo a partir de las variables medidas del proceso: entradas (variables de control), salidas (variables controladas) y, en ocasiones, perturbaciones (López, 2009).

El proceso de identificación de sistemas comprende los siguientes pasos.

- Obtención de datos de entrada-salida: Se aplica una señal de entrada al sistema y se almacena la evolución de la salida.
- Tratamiento de los datos registrados: Se busca eliminar los ruidos indeseados presentes en los datos de entrada o salida, esto permite obtener mejores resultados de la identificación.
- Elección de la estructura del modelo: Define en función de si el sistema es de tipo paramétrico o no, lo cual depende del grado de conocimiento de las leyes físicas que rigen el proceso.
- Obtención de los parámetros del modelo: Busca estimar los parámetros de la estructura que obtienen el mejor ajuste del modelo a los datos de entrada y salida obtenidos previamente.
- Validación del modelo: Este paso permite determinar si el modelo identificado es representativo de forma adecuada del proceso estudiado, para lo cual se debe establecer un criterio para evaluar la calidad del modelo.

1.6.1. Métodos de validación

Para determinar si el modelo es lo suficientemente exacto para el propósito deseado, se debe contestar tres preguntas básicas.

- 1) ¿El modelo se adapta suficientemente bien a los datos observados?
- 2) ¿El modelo es suficientemente adecuado para nuestra finalidad?
- 3) ¿El modelo describe al sistema real?

La tercera pregunta, es imposible de responder ya que el sistema real no puede ser dimensionado en su totalidad sin incluir errores, es decir, no se puede obtener una referencia del sistema real sin incluir un mínimo error de los equipos de medición. Sin embargo, existen técnicas (Kunusch, 2003) que responden las dos primeras preguntas:

Validación del modelo con respecto al propósito del modelo: Busca verificar si el problema por el cual se desarrolló el modelo puede ser resuelto, con buena exactitud, usando el modelo obtenido.

Viabilidad de los parámetros físicos: Para una estructura basada en parámetros físicos, es necesario comparar los valores estimados y sus varianzas, con valores esperados del sistema (basado en conocimiento del mismo). Para ello, se debe evaluar la sensibilidad del comportamiento entrada-salida.

Consistencia del modelo entrada-salida: En un modelo de caja negra es indispensable establecer el comportamiento entrada-salida. En modelos lineales de emplean diagramas de Bode para caracterizar si la salida tiene correlación con la entrada, y finalmente determinar si las características principales del sistema dinámico han sido modeladas correctamente.

Reducción del modelo: Si al aplicar alguna técnica de reducción en el modelo, el resultado es una descripción simple y apropiada del sistema, entonces el modelo original era “innecesariamente complejo”.

Simulación del modelo: Un test de validación muy empleado, simula el sistema con una entrada específica y comparar la salida calculada ($y_m(t)$) con la simulada ($(y_s(t))$).

1.6.2. Análisis de residuos

El residuo de un sistema es el error de estimación (Anonimo, 2005) obtenido mediante la expresión:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

Ecuación 1.118

Donde:

ε	Residuo.
θ	Parámetro del modelo.
$y(t)$	Respuesta de simulación en el tiempo t.
$y_e(t, \theta)$	Respuesta calculada mediante el modelo en el tiempo t.

El tamaño de los residuos puede ser estimado mediante el error cuadrático medio (ECM).

$$ECM(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_t^N \varepsilon^2(t, \theta)}$$

Ecuación 1.119

Donde:

N Número de elementos simulados.

De forma ideal los residuos son independientes de la entrada, de no ser así, significa que el modelo no es capaz de describir el comportamiento dinámico del sistema. Para realizar este análisis se determina la correlación existente entre los residuos y la entrada.

$$R_{\varepsilon u}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_t^N \varepsilon(t + \tau, \theta) u(t, \theta)$$

Ecuación 1.120

Donde:

τ Retardos para el cálculo de la correlación.

Entre más cercanos a cero los términos de la correlación, más exacto es el modelo. Generalmente, la correlación se presenta con dos fronteras $\pm 3\sqrt{P_r}$, donde P_r se determina mediante:

$$P_r = \frac{1}{N} \sum_k^N R_\varepsilon(k) R_u(k)$$

Ecuación 1.121

Donde:

$R_\varepsilon(k)$ Covarianza de $\varepsilon(t, \theta)$

$R_u(k)$ Covarianza de $u(t, \theta)$

Para que el modelo tenga una confiabilidad del 99% debe mantener los términos de correlación dentro de los rangos establecidos por $\pm 3\sqrt{P_r}$, en correlación sesgada el rango es de $\pm 0,3$.

1.7. Solución de ecuaciones no lineales

En robots de cadena cerrada (robot paralelo) los modelos dinámicos obtenidos son sistemas de ecuaciones no lineales. Un sistema de ecuaciones no lineales a diferencia de un sistema lineal no cuenta con una única solución y regularmente no se puede obtener en un número finito de operaciones. Por lo cual, se debe recurrir a métodos de tipo interactivo para aproximar la respuesta a un vector solución del sistema lineal (Conde & Schiavi, 2010).

El método de mínimos cuadrados es el más empleado para la solución de un sistema de ecuaciones no lineales, los algoritmos principales para este método son el de Newton-Gauss, de Levenberg-Marquardt y el de región de confianza. El problema de los mínimos cuadrados consiste en buscar una solución x , que genere una mínima suma del cuadrado de los residuos. Matemáticamente se tiene:

$$\text{minimizar } (f(x)) = \frac{1}{2} R(x)^T R(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m r_i(x)^2$$

Ecuación 1.122

Donde:

$R(x)$ Función de residuos.

$r_i(x)$ Componente i -ésima de la función de residuos.

1.7.1. Método de Newton-Gauss

Al resolver la aproximación cuadrática de $f(x)$ en torno a un punto x_o , mediante el método de Newton (Morera, 2010) se obtiene:

$$x_+ = x_o - (J(x_o)^T J(x_o) + S(x_o))^{-1} J(x_o)^T R(x_o)$$

Ecuación 1.123

Donde:

$$J(x) = \frac{\partial r_i(x)}{\partial x_j}$$

$$S(x) = \sum_{i=1}^m r_i(x) \cdot \nabla^2 r_i(x)$$

El método de Newton-Gauss, omite el término $S(x)$ en la Ecuación 1.123, debido a que generalmente es difícil de determinar o no existe, y representa un alta carga computacional para el algoritmo. Sin embargo, la convergencia del método de Newton-Gauss depende de la importancia del término $S(x)$ como parte de la segunda derivada de $\nabla^2 f(x)$.

1.7.2. Método de Levenberg-Marquardt

Es una variación del método de Newton-Gauss que evita el problema de la segunda derivada, para ello el método de solución establece que:

$$x_+ = x_o - (J(x_o)^T J(x_o) + \xi I)^{-1} J(x_o)^T R(x_o)$$

Ecuación 1.124

En esta expresión ξ representa el parámetro de amortiguamiento, el cual inicia con un valor alto y va disminuyendo conforme la respuesta se aproxima a mínimo residual, el parámetro de amortiguamiento modifica la dirección de búsqueda y el tamaño del paso. Cuando ξ tiende al infinito la solución sigue la dirección del vector de máxima pendiente, y si ξ es cercano a cero la convergencia sigue la dirección del método de Newton-Gauss. Estos cambios permiten tener una convergencia más rápida con grados de exactitud aceptables.

1.7.3. Comando `fsolve` de Matlab

El comando `fsolve`, permite encontrar las raíces de un sistema de ecuaciones no lineales $f(x) = 0$ a partir de un vector de puntos iniciales, en ocasiones cercanos a las raíces buscadas. La sintaxis del comando es:

$$x = fsolve(@myfun, x_0)$$

Donde:

- x Vector solución del sistema no lineal.
- `@myfun` Función en Matlab que contiene el sistema de ecuaciones no lineales.
- x_0 Vector de puntos iniciales para iniciar la búsqueda de la solución.

El comando `fsolve` (MathWorks, 2018), puede encontrar la solución del sistema de ecuaciones no lineales mediante tres algoritmos:

- Dogleg de región de confianza, que es una variante del método Powell Dogleg. El requisito para emplear este método es que el número de ecuaciones sea igual al número de variables. Este método está configurado por defecto para el comando `fsolve`.
- De región de confianza, basado en el método de Newton reflectante-interior, al igual que el algoritmo anterior se requiere que el número de ecuaciones sea igual al número de variables.
- Algoritmo basado en el método de Levenberg-Marquardt, este algoritmo se emplea cuando el número de ecuaciones es diferente al número de variables por determinar.

1.8. MSC-Adams y Matlab

MSC-Adams es un software para el análisis y simulación de mecanismos lineales y no lineales, con un entorno amigable para el usuario. Este software permite crear piezas de modelos mecánicos, modificar sus parámetros y programar el comportamiento cinemático de un elemento. Su principal ventaja es la fácil comunicación con otros softwares de diseño computarizado, permitiendo desarrollar sistemas de control y análisis de compatibilidad de modelos matemáticos (Perez, 2012).

Matlab es un lenguaje computacional que permite realizar cálculos técnicos. Este software combina la programación, el cálculo y la visualización en un ambiente amigable, representando los problemas y las soluciones de forma matemática. Matlab permite resolver problemas computacionales que involucren vectores y matrices, en menor tiempo al que emplea un programa de lenguaje escalar no interactivo, tal como C o C++ (Esqueda, 2002).

1.8.1. Co-Simulación Adams/View y Matlab/Simulink

La simulación es el proceso de extracción de datos del sistema para analizar los resultados del comportamiento del sistema. El proceso de Co-Simulación permite realizar el comportamiento dinámico de un mecanismo diseñado en Adams/View, a través de movimientos establecidos en el entorno Simulink de Matlab, para visualizar los resultados de forma gráfica o animada (ver Figura 1.35).

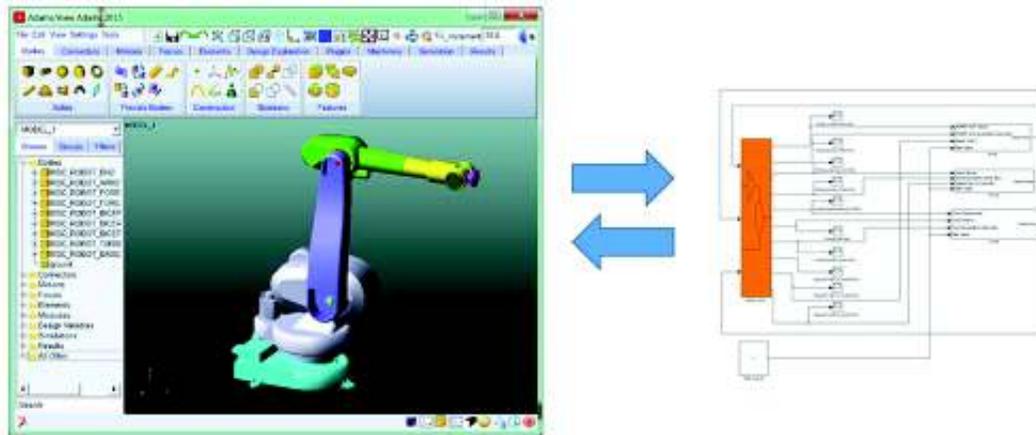


Figura 1.35. Enlace Adams/View con Matlab/Simulink.

(Fuente: https://la.mathworks.com/products/connections/product_detail/adams-controls.html)

El enlace entre Adams/View y Simulink se realiza mediante el módulo complemento Adams/Control.

Los pasos para realizar un estudio de Co-Simulación (Adams, 2013) son:

Construir el modelo en Adams: Los modelos en Adams pueden ser diseñados o importados desde otro software de diseño mecánico.

Cargar Adams/Controls: Para activar el complemento de control en Adams/View, se debe dirigir al menú Tools, Plugging Manager y seleccionar la casilla de Adams control sobre la columna Load. Esto se observa en la Figura 1.36.

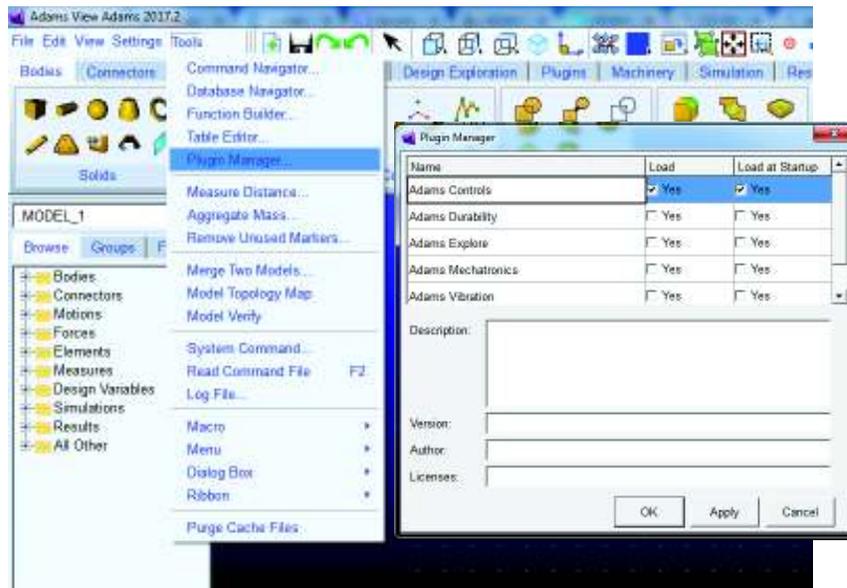


Figura 1.36. Activación del plugging Adams/Controls.

(Fuente: Autor)

Identificación de entradas y salidas para la planta Adams: Antes de exportar el mecanismo hacia los softwares de análisis matemático, se debe identificar cuáles serán las variables que llegan desde Simulink hacia Adams/View y cuáles van desde Adams/View hacia Simulink.

Configuración de variables de entrada y salida: Para crear una variable sobre el menú Elements, se debe buscar el icono de Create a State Variable (ver Figura 1.37). Si la variable es de entrada, el proceso culmina con pulsar OK. En caso de ser una variable de salida (mediciones geométricas o físicas.) su valor se asigna mediante el recuadro $F(\text{time}, \dots)$.

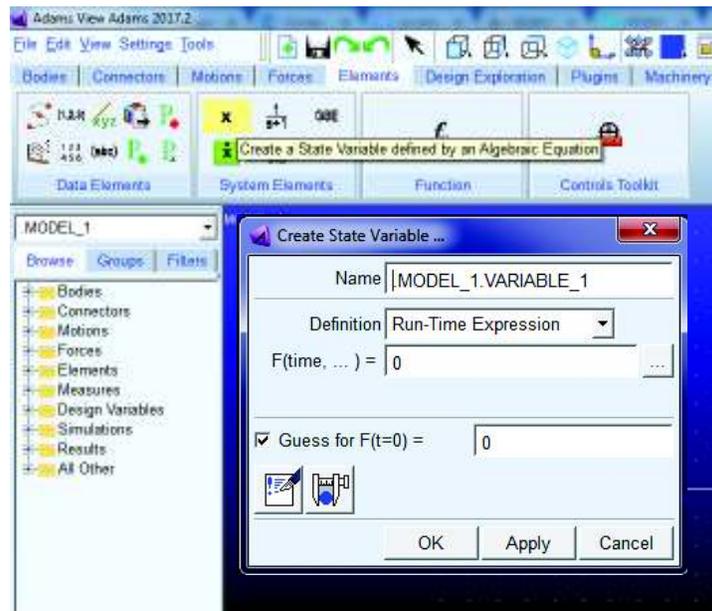


Figura 1.37. Variables en Adams/View.
(Fuente: Autor)

Exportar la planta Adams para la aplicación de control: Para exportar la planta diseñada en Adams/View, sobre el menú Plugins/Controls, seleccionar Plant Export. Introducir el nombre que se le va asignar a la planta en el cuadro New Control Plant, el cual debe coincidir con el texto del cuadro File Prefix (Ver Figura 1.38). Las variables de entrada se asignan en el cuadro de Input Signals, mientras que las salidas en el cuadro de Output Signals. En este recuadro se escoge el software al cual se va exportar la planta, en este caso Matlab (Target Software) y el tipo de análisis que se realiza en Adams/View (Non_linear muestra una simulación sin análisis de estado estático inicial).

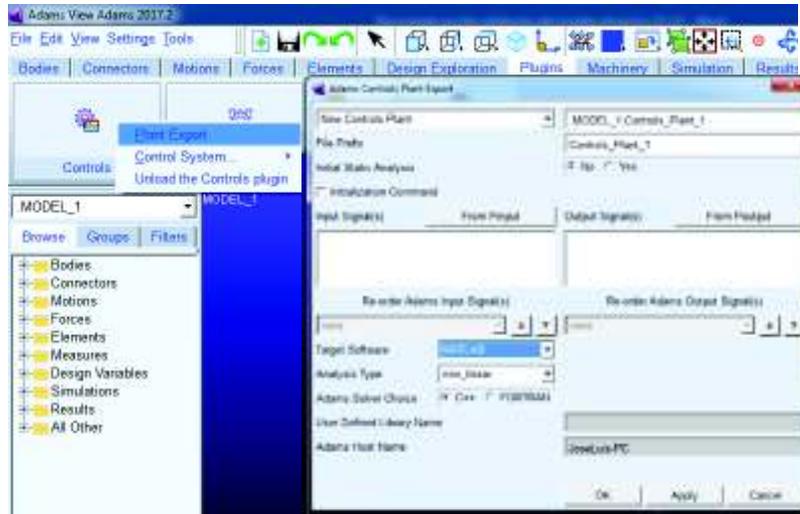


Figura 1.38. Exportación de planta Adams/View.
(Fuente: Autor)

Creación del diagrama de bloques en Matlab: En Matlab se dirige el directorio principal a la carpeta donde se exporto la planta Adams, luego, se inicia el archivo .m de la planta exportada (ver Figura 1.39).

```

Command Window

>> Planta_1

ans =

    '28-Apr-2018 11:53:10'

%%% INFO : ADAMS plant actuators names :
1 U0m
2 V2m
3 W1m
4 W2m
5 FAx
6 FAY
7 FAz
8 TAx
9 TAY
10 TAz
%%% INFO : ADAMS plant sensors names :
1 Q11
2 Q12
3 Q13
4 Q21

```

Figura 1.39. Inicio de la planta Adams en Matlab.
(Fuente: Autor)

En el software Matlab, mediante el comando `adams_sys` se construye un modelo en simulink llamado `adams_sys.mdl`, este modelo contiene el bloque para simulación que representa el mecanismo enviado desde Adams/View (ver Figura 1.40).

En el diagrama de la Figura 1.40 se encuentran tres bloques:

- S-Function: Tiene la representación matemática no lineal del mecanismo.
- `adams_sub`: Contiene el mecanismo diseñado en Adams/View, junto con las configuraciones de simulación.
- State-Space: Representación lineal del mecanismo diseñado en Adams/View

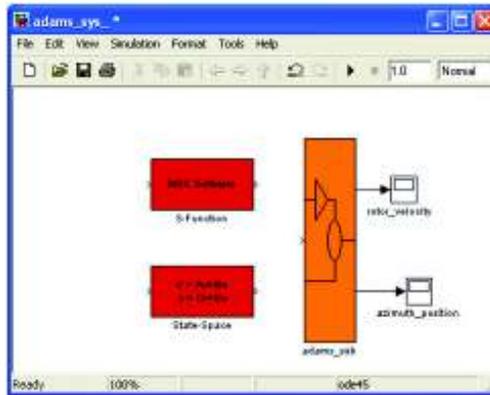


Figura 1.40. Planta Adams en Simulink.
(Fuente: (Adams, 2013))

Configuración de parámetros de simulación en la máscara de la planta Adams:

Sobre el bloque adams_sub, dar doble clic para abrirlo. Sobre el bloque ADAMS Plant, se debe dar doble clic para acceder a los parámetros de simulación.

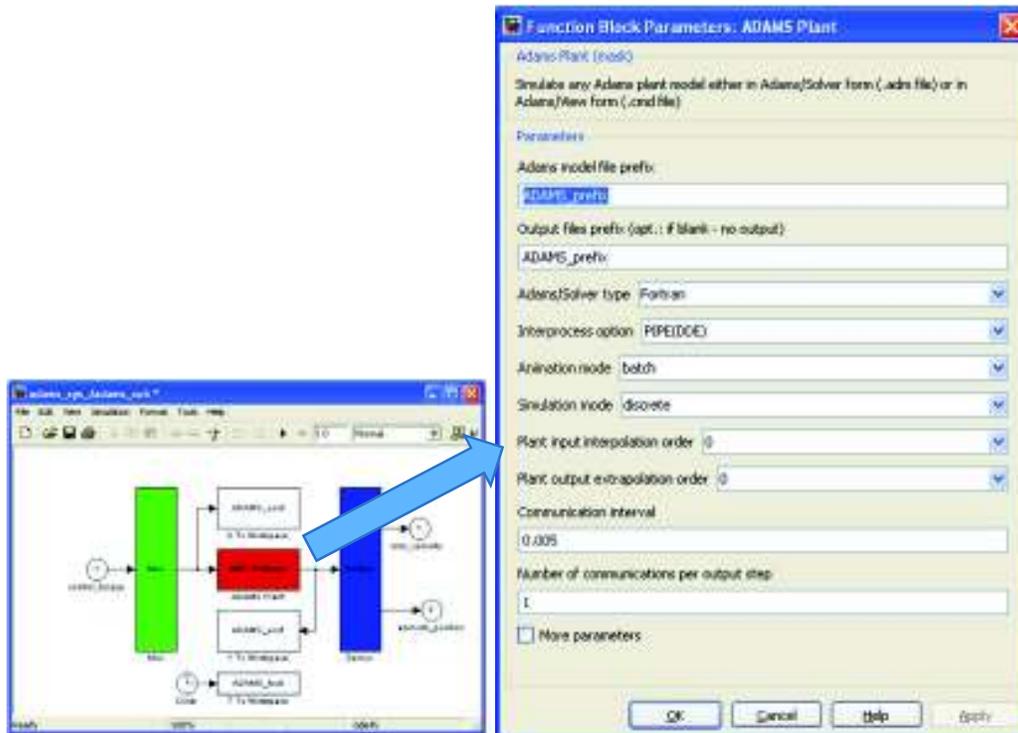


Figura 1.41. Configuración de parámetros de simulación para la planta Adams.
(Fuente: Autor)

Entre los principales parámetros que se pueden modificar están el tipo de Solver y el modo de animación y el intervalo de comunicación entre Matlab y MSC Adams.

2. METODOLOGÍA

La compatibilidad del modelo dinámico del robot 3UPS+1RPU (Aquino & Pozo, 2017), se analiza mediante la comparación de los movimientos de flexión, extensión, rotación externa e interna para rehabilitación de rodilla, calculados a través del modelo matemático y los movimientos simulados en software.

Los pasos a seguir para realizar el análisis de compatibilidad son los siguientes:

- Obtener las dimensiones geométricas, tensores de inercia y masas de los componentes móviles del mecanismo CAD del robot 3UPS+1RPU.
- Establecer los movimientos que debe realizar el robot paralelo 3UPS+1RPU para desarrollar el proceso de rehabilitación de rodilla.
- Determinar las fuerzas que deben ejercer los actuadores del robot para completar los movimientos de rehabilitación (problema de dinámica inversa), mediante la solución numérica del modelo matemático de la dinámica del robot 3UPS+1RPU establecido por Aquino & Pozo (2017).
- Simular los movimientos de rehabilitación de rodilla empleando un mecanismo diseñado por computadora y determinar las fuerzas que aplica cada actuador para completar los movimientos de rehabilitación (problema de dinámica inversa).
- Comparar los resultados de las fuerzas en los actuadores, proporcionados por la solución numérica del modelo dinámico y la simulación del mecanismo del robot paralelo 3UPS+1RPU.

2.1. Diseño asistido por computadora para el robot 3UPS+1RPU

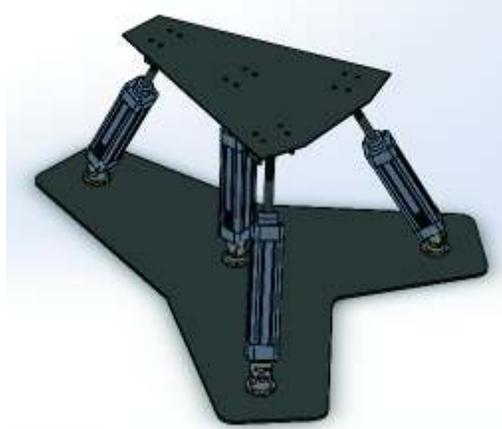


Figura 2.1. Robot paralelo 3UPS+1RPU en SolidWorks.
(Fuente: Autor)

El mecanismo virtual del robot paralelo 3UPS+1RPU (ver Figura 2.1), está conformado por los siguientes elementos:

- Cuatro actuadores lineales de tipo hidráulico construidos bajo norma ISO 21287, con un recorrido efectivo de 200mm y diámetro de embolo de 16mm.
- Cuatro juntas de tipo universal.
- Tres juntas de tipo esférica
- Tres cabezas tipo rotula para vástago.
- Una junta de tipo revolución.
- Una plataforma fija de geometría no simétrica.
- Una plataforma móvil de geometría no simétrica.

Estos componentes fueron diseñados y ensamblados, mediante restricciones de posición, en el software SolidWorks. Debido a la particularidad de la junta universal de la pata 4, esta debe ser fabricada mediante una junta de revolución, perpendicular a un rodamiento montado sobre la plataforma móvil, y con esta configuración obtener los movimientos requeridos en el robot paralelo (Figura 2.2).

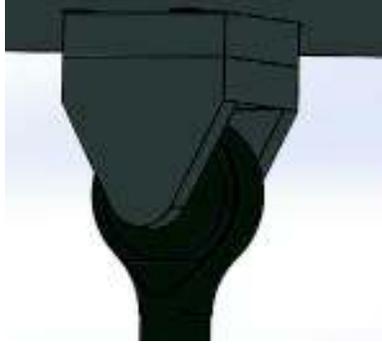


Figura 2.2. Junta universal para la pata 4.
(Fuente: Autor)

A continuación, se analizan las características de cada uno de los componentes.

2.1.1. Cilindro del actuador lineal

El modelo matemático del robot paralelo 3UPS+1RPU divide al actuador lineal en dos cuerpos rígidos, el cilindro y el vástago (ver sección 1.5). En dicho modelo, las dimensiones de la junta universal que une al cilindro del actuador con la plataforma fija, no son consideradas, sin embargo, para la solución numérica del modelo dinámico y su respectiva simulación se considera al cilindro y una bisagra del par universal como un solo cuerpo rígido. El cilindro de un actuador lineal es diseñado con aluminio 2219, mientras que la junta universal está diseñado con acero al carbono AISI 1018, este ensamble se muestra en la Figura 2.3.

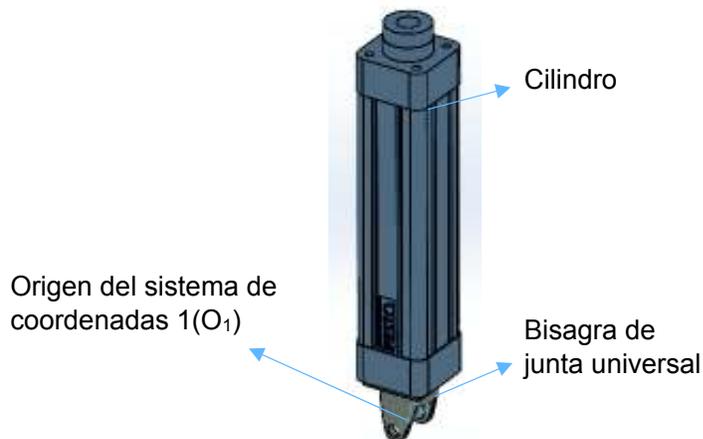


Figura 2.3. Ensamble de cilindro del actuador lineal y bisagra de junta universal.
(Fuente: Autor)

Las coordenadas del centro de masa con respecto al origen O_1 , así como los tensores de inercia con respecto al centro de masa, la masa del cilindro y la bisagra se obtienen mediante el software SolidWorks (ver Figura 2.4). En este proyecto la masa del fluido en el interior de los cilindros se desprecia.

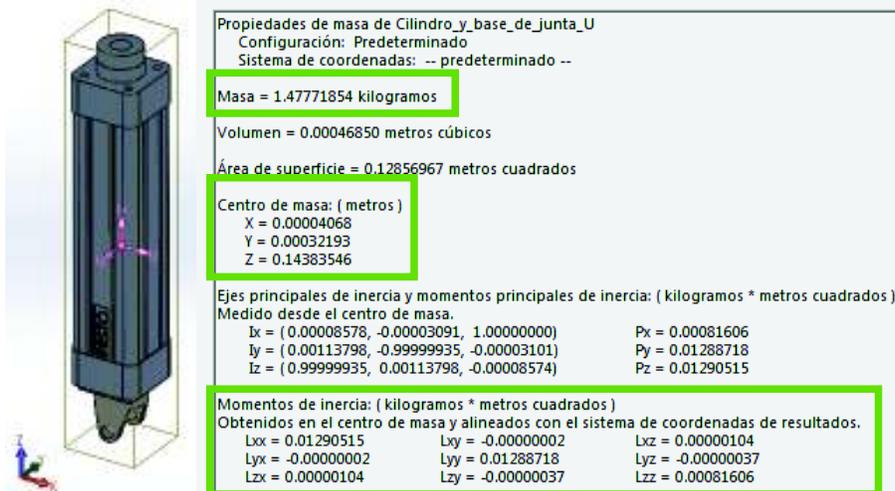


Figura 2.4. Propiedades físicas del cilindro y bisagra.
(Fuente: Autor)

Como se puede observar en la Figura 2.5 el origen de las patas del robot 3UPS+1RPU no coincide con la plataforma fija, debido a las dimensiones de la junta universal comercial, por lo cual en la simulación del modelo se realiza todas las mediciones de las articulaciones con respecto al plano paralelo a la plataforma fija que contiene los orígenes de cada pata del robot.

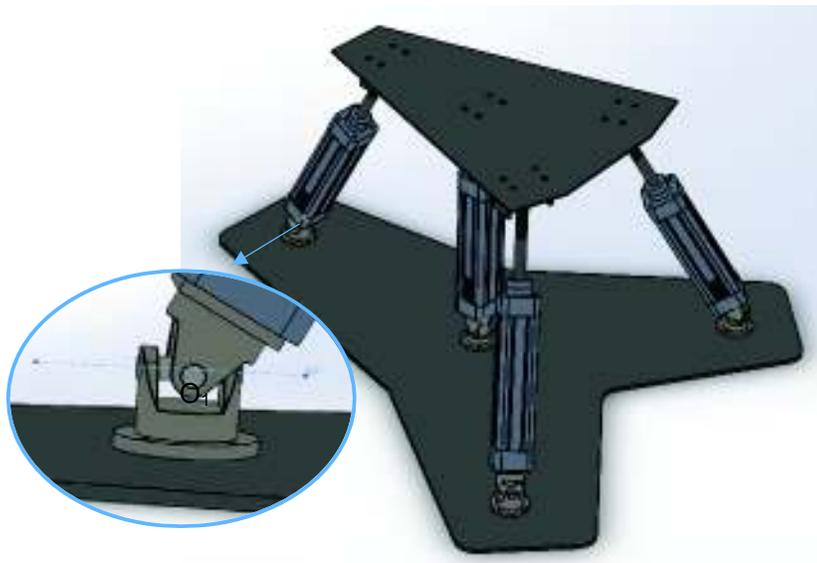


Figura 2.5. Unión entre la plataforma fija y la junta universal.
(Fuente: Autor)

2.1.2. Vástago del actuador lineal

Al igual que el cilindro, el vástago se considera un cuerpo rígido del modelo matemático del robot paralelo 3UPS+1RPU (ver sección 1.5). En dicho modelo, las dimensiones de las cabezas tipo rotula para los vástagos de los actuadores lineales no son

consideradas, sin embargo, para la solución numérica del modelo dinámico y su respectiva simulación se considera al vástago y las cabezas de tipo rotula, sin rodamientos, como un solo cuerpo rígido. El vástago de un actuador lineal es fabricado con acero inoxidable AISI 304, mientras que la cabeza tipo rotula está manufacturada con acero inoxidable AISI 4340, dicho ensamble se muestra en la Figura 2.6.

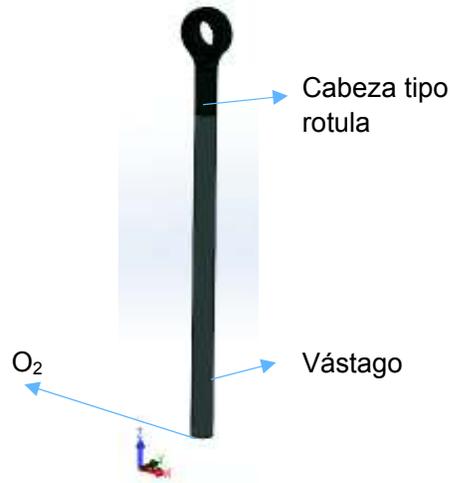


Figura 2.6. Ensamble de vástago del actuador lineal y cabeza tipo rotula.
(Fuente: Autor)

Las coordenadas del centro de masa con respecto al origen O_2 , así como los tensores de inercia con respecto al centro de masa y la masa, del vástago y la cabeza tipo rotula, para las patas 1,2 y 3 se muestran en la Figura 2.7.

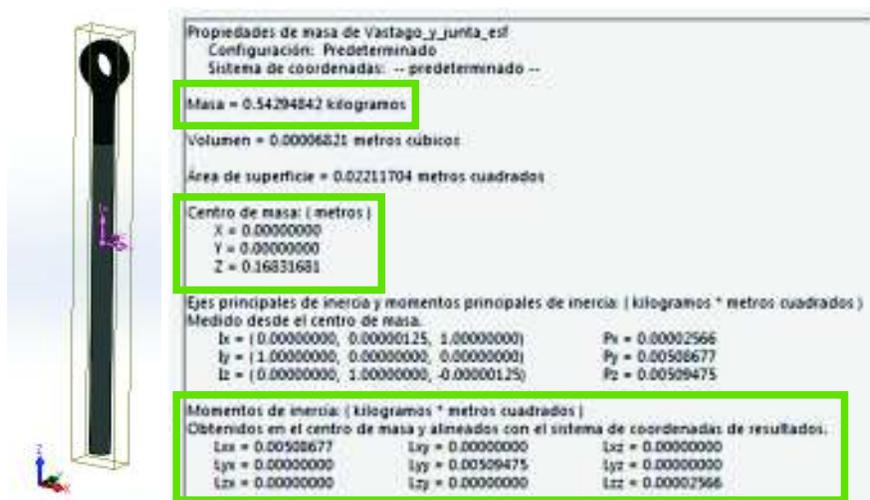


Figura 2.7. Propiedades físicas del vástago y cabeza, patas 1,2 y 3.
(Fuente: Autor)

Por otro lado, las propiedades físicas características del vástago y la cabeza tipo rotula, para la pata 4 se muestran en la Figura 2.8.

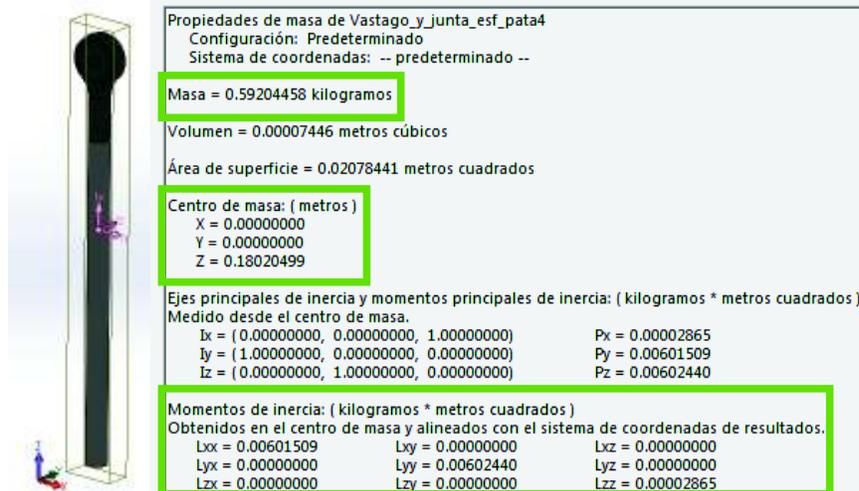


Figura 2.8. Propiedades físicas del vástago y cabeza, pata 4.
(Fuente: Autor)

2.1.3. Plataforma móvil

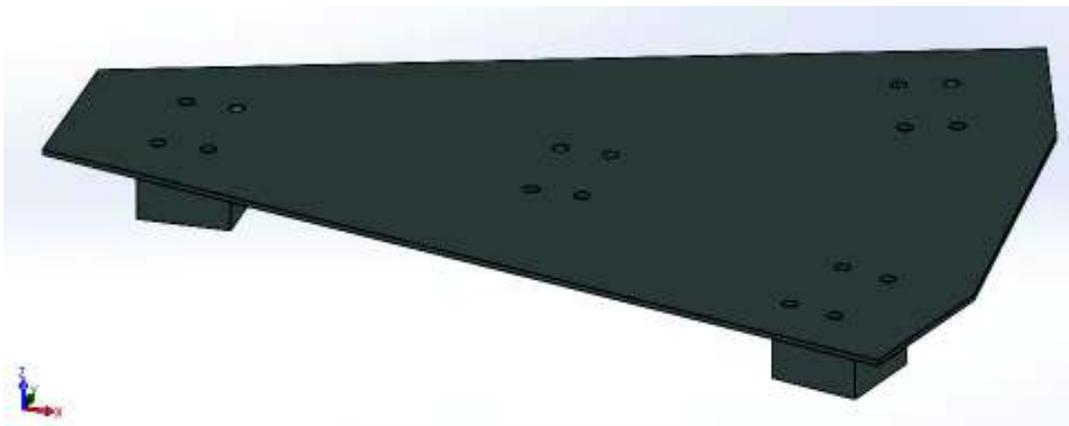


Figura 2.9. CAD de la plataforma móvil.
(Fuente: Autor)

De acuerdo con Aquino & Pozo (2017), para reducir puntos de singularidad las dimensiones óptimas de los parámetros geométricos de la plataforma móvil (Figura 2.9) son:

Tabla 2.1. Parámetros geométricos para la plataforma móvil

Plataforma Móvil		
$r = 0.2 \text{ m}$	$\beta_2^m = 40^\circ$	$\beta_3^m = 30^\circ$

(Fuente: (Aquino & Pozo, 2017))

El CAD de la plataforma móvil es de acero inoxidable AISI 304, las coordenadas del centro de masa con respecto al origen O_m , así como los tensores de inercia con respecto al centro de masa y la masa se detallan en la Figura 2.10.

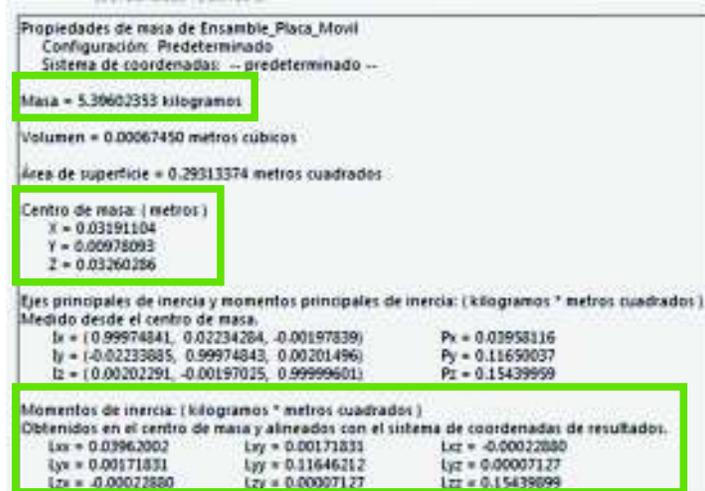


Figura 2.10. Propiedades físicas de la plataforma móvil.
 (Fuente: Autor)

2.1.4. Plataforma fija

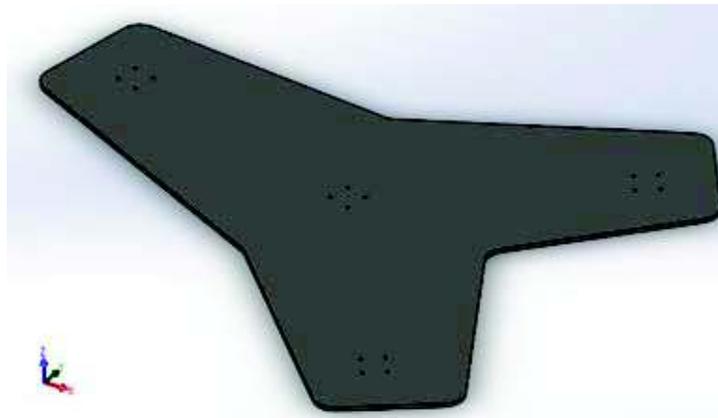


Figura 2.11. CAD de la plataforma fija.
 (Fuente: Autor)

Las propiedades físicas de la plataforma fija no son relevantes para el modelo dinámico del robot, sin embargo, se requiere determinar la posición de sus tres vértices. Aquino & Pozo (2017), determinaron que las dimensiones óptimas de los parámetros geométricos de la plataforma fija (Figura 2.9), para evitar bloqueos del robot son las indicadas en la Tabla 2.2. El proceso de optimización utiliza el determinante de la matriz jacobina como indicador del número de condiciones de singularidad.

Tabla 2.2. Parámetros geométricos óptimos para la plataforma fija

Plataforma Móvil		
$R = 0.4 \text{ m}$	$\beta_2^f = 50^\circ$	$\beta_3^f = 40^\circ$

(Fuente: (Aquino & Pozo, 2017))

2.1.5. Condiciones iniciales

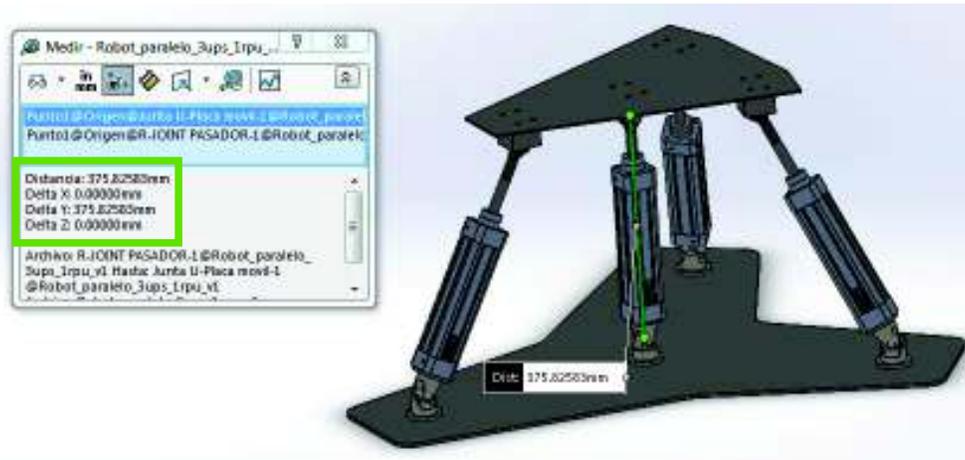


Figura 2.12. Posición inicial del robot paralelo 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

El punto de partida de la plataforma móvil, en el sistema de coordenadas establecido en la sección 1.5.1 se determina con la ayuda del CAD del robot paralelo 3UPS+1RPU (ver Figura 2.12). El punto de origen de la plataforma fija se establece en el eje de rotación de la junta de revolución, y el punto de origen de la plataforma móvil se coloca en el centro del eje de conexión a la rótula central, de donde se obtiene que $X_m = 0 \text{ m}$, $Y_m = 0 \text{ m}$, $Z_m = 0,37582 \text{ m}$, $\psi = 0^\circ$, y $\theta = 0^\circ$.

Debido a que el eje Z se establece como el eje vertical del modelo, mientras que el eje Y es el eje vertical en el software de simulación, es necesario asignar todos los valores del eje Y de la simulación, al eje Z del modelo.

2.2. Movimientos de rehabilitación

El robot paralelo 3UPS+1RPU debe ser capaz de realizar los movimientos empleados en rehabilitación de rodilla, llevando sobre su plataforma móvil el peso del pie del paciente y la fuerza de oposición que ejerce el paciente a los movimientos de rehabilitación. Para el presente análisis se emplea una fuerza de -200 N en el eje Z, que de acuerdo con Aquino & Pozo (2017) corresponde al peso del pie de un paciente promedio, y una fuerza de 100 N en el eje X, que conforme al trabajo de Zamora (2016) representa la oposición del paciente a los movimientos. Después de un análisis de la posición del pie sobre la plataforma móvil, las cargas mencionadas anteriormente se aplican a 0,02 m en el eje X medido desde el origen O_m de la plataforma móvil.

2.2.1. Flexión de cadera

El movimiento de flexión de cadera con rodilla flexionada, para una persona de 1,70 a 1,80 m de altura, descrito en la sección 1.1.2 (ver Figura 1.5), se obtiene cuando el robot paralelo 3UPS+1RPU recorre 0,2 m sobre el eje Z, con una velocidad constante de 0,01 m/s (Aquino & Pozo, 2017). La trayectoria descrita se puede observar en la Figura 2.13, en esta figura se puede apreciar un periodo estacionario de 2 segundos al final de la trayectoria para verificar que el error cometido por el modelo no incrementa sin control.

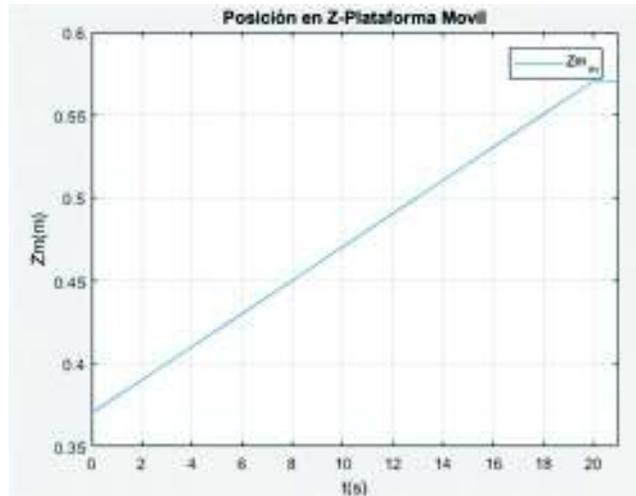


Figura 2.13. Trayectoria de movimiento para flexión de cadera.
(Fuente: Autor)

Para este movimiento del robot paralelo no existe ninguna restricción geométrica.

2.2.2. Flexión-extensión de rodilla

Con base en los trabajos de Aquino & Pozo (2017) y Zamora (2016), se establece que el movimiento de flexión y extensión de rodilla (Sección 1.1.2) para una persona de 1,70 a 1,80 m de altura (Figura 1.6), se obtiene cuando el robot paralelo 3UPS+1RPU recorre 0,3 m sobre el eje X, con una velocidad constante de 0,01 m/s. Para lograr este recorrido, el robot paralelo se desplaza desde $X = 0$ m hasta $X = 0,2$ m y posteriormente desde $X = 0,2$ m hasta $X = -0,11$ m.

La Figura 2.12 muestra la posición inicial del robot paralelo, donde el actuador de la pata 4 se encuentra totalmente retraído, mientras que la pata 1 se encuentra cercana a su límite mínimo (Figura 2.14). Si se realiza movimientos de la plataforma móvil sobre el eje X a partir de esta posición podría ocasionar una colisión del pistón de la pata 1 si el movimiento es hacia el cuadrante negativo y en las patas 2 y 3 si el movimiento hacia el

cuadrante positivo, por lo cual, primero se debe desplazar la plataforma móvil la mitad de su recorrido total en el eje Z, es decir 100 mm.

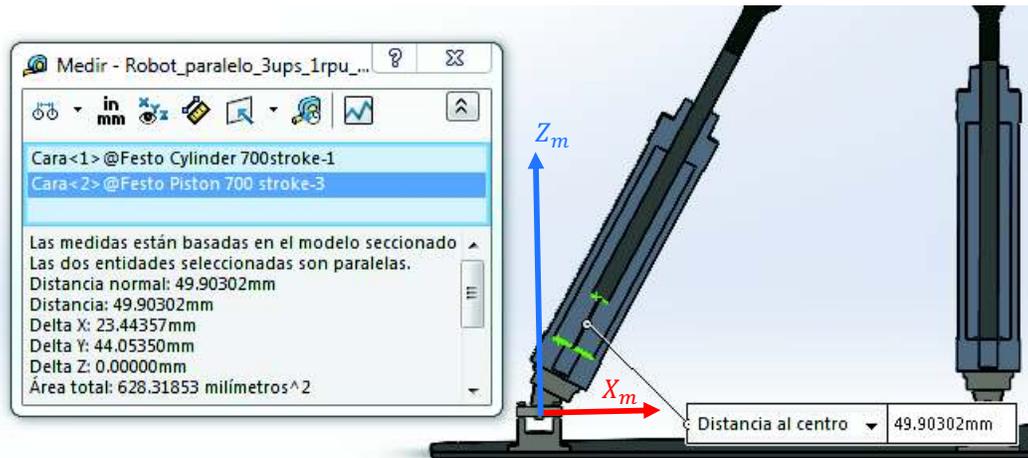


Figura 2.14. Posición inicial del vástago de la pata 1 y 4.
(Fuente: Autor)

La Figura 2.15 muestra los movimientos que debe ejecutar el robot paralelo sobre los ejes X y Z respectivamente, para completar el movimiento preestablecido de flexión y extensión de rodilla.

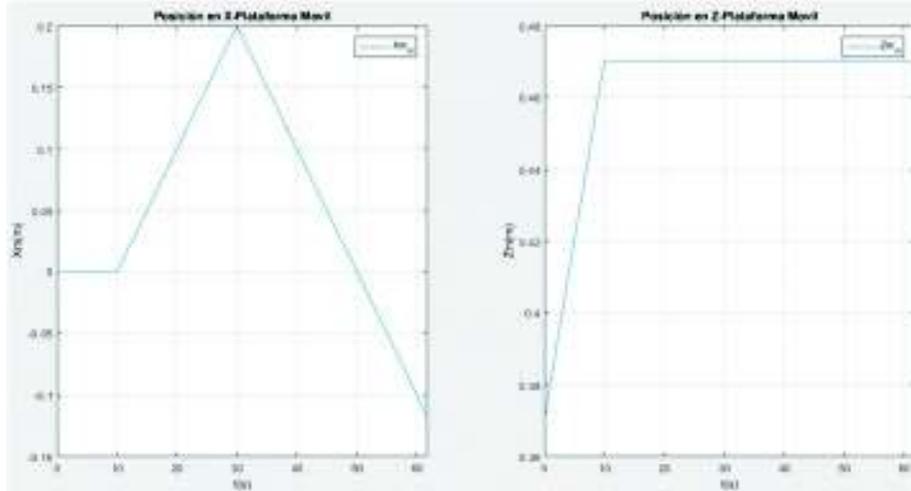


Figura 2.15. Trayectoria de movimiento para flexión-extensión de rodilla.
(Fuente: Autor)

2.2.3. Rotación interna y externa de rodilla

De acuerdo con Aquino & Pozo (2017) para realizar el movimiento de rotación interna y externa de rodilla (Figura 1.7), el robot paralelo debe recorrer 30° alrededor del eje Z, con una velocidad constante de $10^\circ/s$. Para lograr este recorrido se debe girar alrededor del eje Z desde $\psi = 0^\circ$ hasta $\psi = 15^\circ$ y posteriormente desde $\psi = 15^\circ$ a $\psi = -15^\circ$.

En la configuración del robot 3UPS+1RPU las rotaciones alrededor del eje Z se desarrollan con menor probabilidad de bloqueo, cuando el robot está más alejado de su posición inicial sobre el eje Z (Zamora, 2016). En este proyecto antes de realizar los movimientos rotacionales se desplaza al robot a la mitad del recorrido total en el eje Z, es decir 100 mm.

Los valores de las variables generalizadas q que hacen el determinante de la matriz Jacobiana nulo se conocen como puntos singulares. En un punto de singularidad el robot pierde un grado de libertad haciendo que no pueda moverse, al simular el movimiento de rotación interna y externa se encuentra que para $\psi = \pm 8^\circ$, el $|J| = 0$. Por lo cual, se reduce los límites de la trayectoria a $\psi = \pm 7^\circ$.

Para ejecutar el movimiento de rotación interna y externa de la rodilla, el robot paralelo debe ejecutar las trayectorias de desplazamiento sobre el eje X y el giro alrededor del eje Z mostradas en la Figura 2.16.

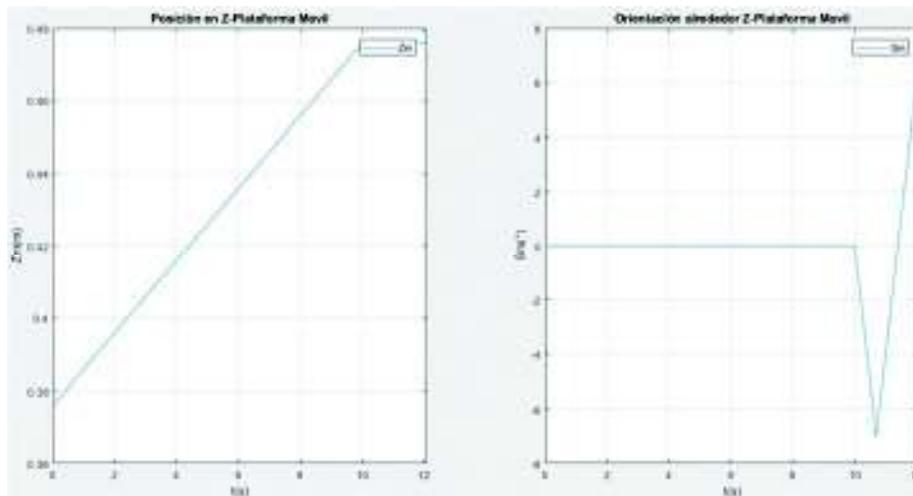


Figura 2.16. Trayectoria de movimiento para la rotación interna y externa de rodilla. (Fuente: Autor)

2.2.4. Flexión-extensión de tobillo

El movimiento de flexión-extensión de tobillo (sección 1.1.2), se obtiene cuando el robot paralelo 3UPS+1RPU recorre 60° alrededor del eje Y (ver Figura 1.8), con una velocidad constante de $10^\circ/s$. Para lograr este recorrido, el robot paralelo gira alrededor del eje Y desde $\theta = 0^\circ$ hasta $\theta = 30^\circ$ y posteriormente desde $\theta = 30^\circ$ a $\theta = -30^\circ$.

Debido a la configuración del robot paralelo, las rotaciones alrededor del eje Y se desarrollan sin restricciones cuando el robot está más alejado de su posición inicial sobre el eje Z.

En este trabajo, antes de ejecutar el movimiento de rotación alrededor del eje Y, el robot se debe desplazar a la mitad del recorrido en el eje Z, es decir 100 mm.

La Figura 2.17 muestra las trayectorias de desplazamiento sobre el eje Z y el giro alrededor del eje Y que debe ejecutar el robot paralelo para completar el movimiento de flexión-extensión de tobillo.

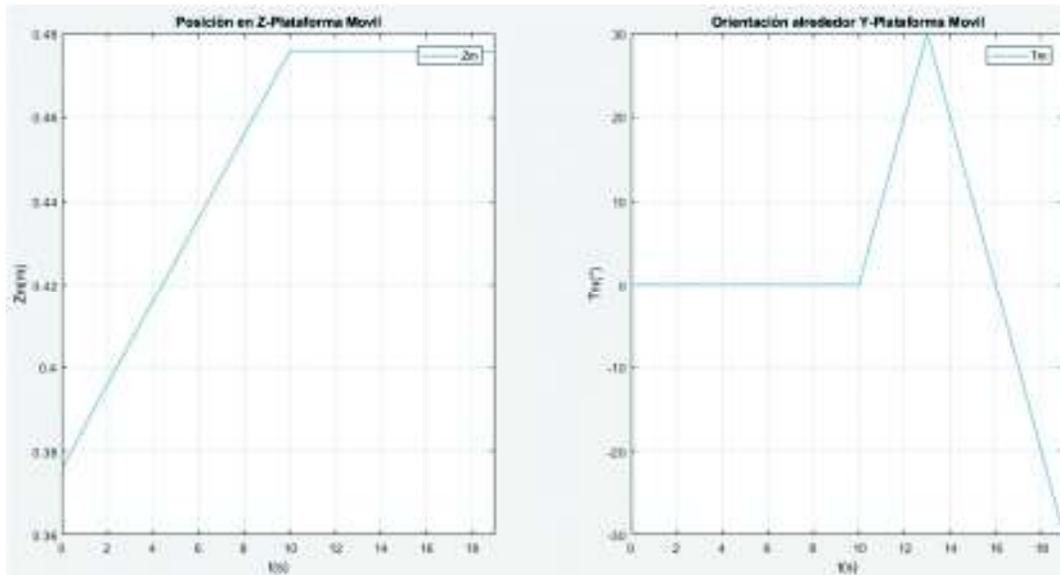


Figura 2.17. Trayectoria de movimiento para la flexión-extensión de tobillo.
(Fuente: Autor)

2.3. Resolución del modelo dinámico

El problema de dinámica analizado en el presente trabajo es determinar las fuerzas requeridas por los actuadores localizados en las cuatro patas del robot (F_1, F_2, F_3 y F_4) paralelo tipo 3UPS+1RPU, a partir de la posición (X_m, Z_m), orientación (θ, ψ), las velocidades ($\dot{X}_m, \dot{Z}_m, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) y las aceleraciones ($\ddot{X}_m, \ddot{Z}_m, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$) del centro de la plataforma móvil. Así también, se debe ingresar las fuerzas y momentos externos aplicados ($F_{ax}, F_{ay}, F_{az}, T_{ax}, T_{ay}, T_{az}$).

En la Figura 2.18 se muestra el diagrama de flujo para la resolución del problema dinámico planteado anteriormente.

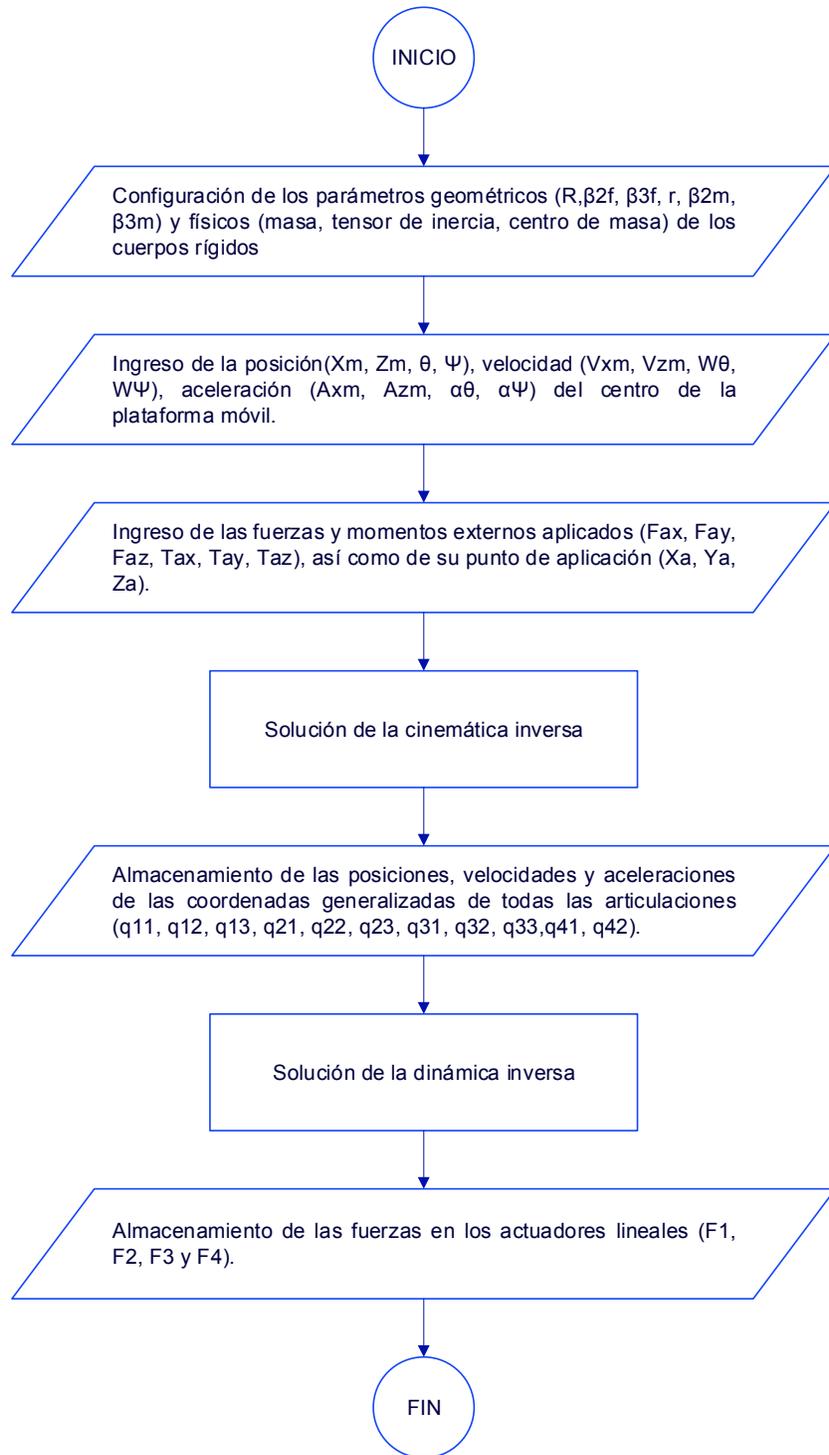


Figura 2.18. Diagrama de flujo para resolver la dinámica del robot paralelo 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

2.3.1. Problema de cinemática inversa

El problema de cinemática inversa (sección 1.4.1) para el caso particular del robot paralelo 3UPS+1RPU busca determinar las posiciones de cada junta en coordenadas

generalizadas ($q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{31}, q_{32}, q_{33}, q_{41}, q_{42}$), en función de la posición (X_m, Z_m) y orientación (θ, ψ) del centro de la plataforma móvil en coordenadas cartesianas; esto se logra al resolver el sistema de 11 ecuaciones de restricción de posición establecidas en la sección 1.5.4.

Por otro lado, el modelo dinámico del robot requiere determinar la velocidad ($\dot{q}_{11}, \dot{q}_{12}, \dot{q}_{13}, \dot{q}_{21}, \dot{q}_{22}, \dot{q}_{23}, \dot{q}_{31}, \dot{q}_{32}, \dot{q}_{33}, \dot{q}_{41}, \dot{q}_{42}$) en función de la posición de cada articulación en coordenadas generalizadas y de la velocidad ($\dot{X}_m, \dot{Z}_m, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) del origen de la plataforma móvil en coordenadas cartesianas. Además, se requiere obtener la aceleración ($\ddot{q}_{11}, \ddot{q}_{12}, \ddot{q}_{13}, \ddot{q}_{21}, \ddot{q}_{22}, \ddot{q}_{23}, \ddot{q}_{31}, \ddot{q}_{32}, \ddot{q}_{33}, \ddot{q}_{41}, \ddot{q}_{42}$) de cada junta en coordenadas generalizadas en función de la posición y velocidad de cada junta en coordenadas generalizadas, y la aceleración ($\ddot{X}_m, \ddot{Z}_m, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$) del origen de la plataforma móvil en coordenadas cartesianas.

Para resolver el sistema de ecuaciones no lineales del problema de cinemática inversa, se emplea el método de Levenberg-Marquardt (por su capacidad de modificar el grado de convergencia en función del parámetro de amortiguamiento, ver sección 1.7.2) a través del comando `fsolve` de Matlab. La Figura 2.19 muestra el proceso secuencial del cálculo de las posiciones, velocidades y aceleraciones de las juntas en coordenadas generalizadas. El algoritmo completo que se emplea, se puede ver en el Anexo I.

```

%Tipo de algoritmo para fsolve
opfsolve=optimoptions(@fsolve,'Algorithm','levenberg-marquardt');
%Resolución del problema de cinemática inversa
%Calculo de posiciones en coordenadas generalizadas
q=fsolve(@posang,qo,opfsolve);
qo=q;
qsim=[qsim qo'];
%Calculo de velocidades en coordenadas generalizadas
qp=fsolve(@vang,qpo,opfsolve);
qpo=qp;
qpsim=[qpsim qpo'];
%Calculo de aceleraciones en coordenadas generalizadas
qpp=fsolve(@aang,qppo,opfsolve);
qppo=qpp;
qpps=[qpps qppo'];

```

Figura 2.19. Algoritmo para el problema cinemático inverso del robot 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

2.3.2. Problema de dinámica inversa

El problema de dinámica inversa (sección 1.4.2) para el robot paralelo 3UPS+1RPU consiste en determinar las fuerzas aplicadas en cada actuador (F_1, F_2, F_3, F_4) y las fuerzas internas del robot ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}$), al resolver el sistema no lineal de la Ecuación 1.113. Para resolver el problema de dinámica inversa del robot 3UPS+1RPU, se emplea el método de Levenberg-Marquardt (debido a que permite

solucionar un sistema de 11 ecuaciones con 15 incógnitas) a través del comando `fsolve` de Matlab, esto se muestra en la Figura 2.20.

```
%Calculo de fuerzas de cada cilindro y coeficientes de lagrange  
F=fsolve(@mdinam,Fo,opfsolve);  
Fo=F;
```

Figura 2.20. Algoritmo para el problema dinámico inverso del robot 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

El algoritmo completo que se emplea para la resolución del problema dinámico inverso se puede ver en el Anexo I.

2.4. Co-simulación MSC Adams-Matlab

En el presente trabajo, el proceso de co-simulación se emplea como herramienta de verificación de compatibilidad para el modelo dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU. Mediante simulación de mecanismos, permite determinar las fuerzas requeridas por los actuadores localizados en las cuatro patas del robot (F_1, F_2, F_3 y F_4), a partir de la posición (X_m, Z_m), orientación (θ, ψ), las velocidades ($\dot{X}_m, \dot{Z}_m, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) y las aceleraciones ($\ddot{X}_m, \ddot{Z}_m, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$) del centro de la plataforma móvil.

La simulación incluye el efecto de las fuerzas y momentos externos aplicados sobre la plataforma móvil ($F_{ax}, F_{ay}, F_{az}, T_{ax}, T_{ay}, T_{az}$). Todos los datos mencionados anteriormente se envían desde el software Matlab.

En la Figura 2.21 se muestra el diagrama de flujo para la resolución del problema dinámico planteado anteriormente.

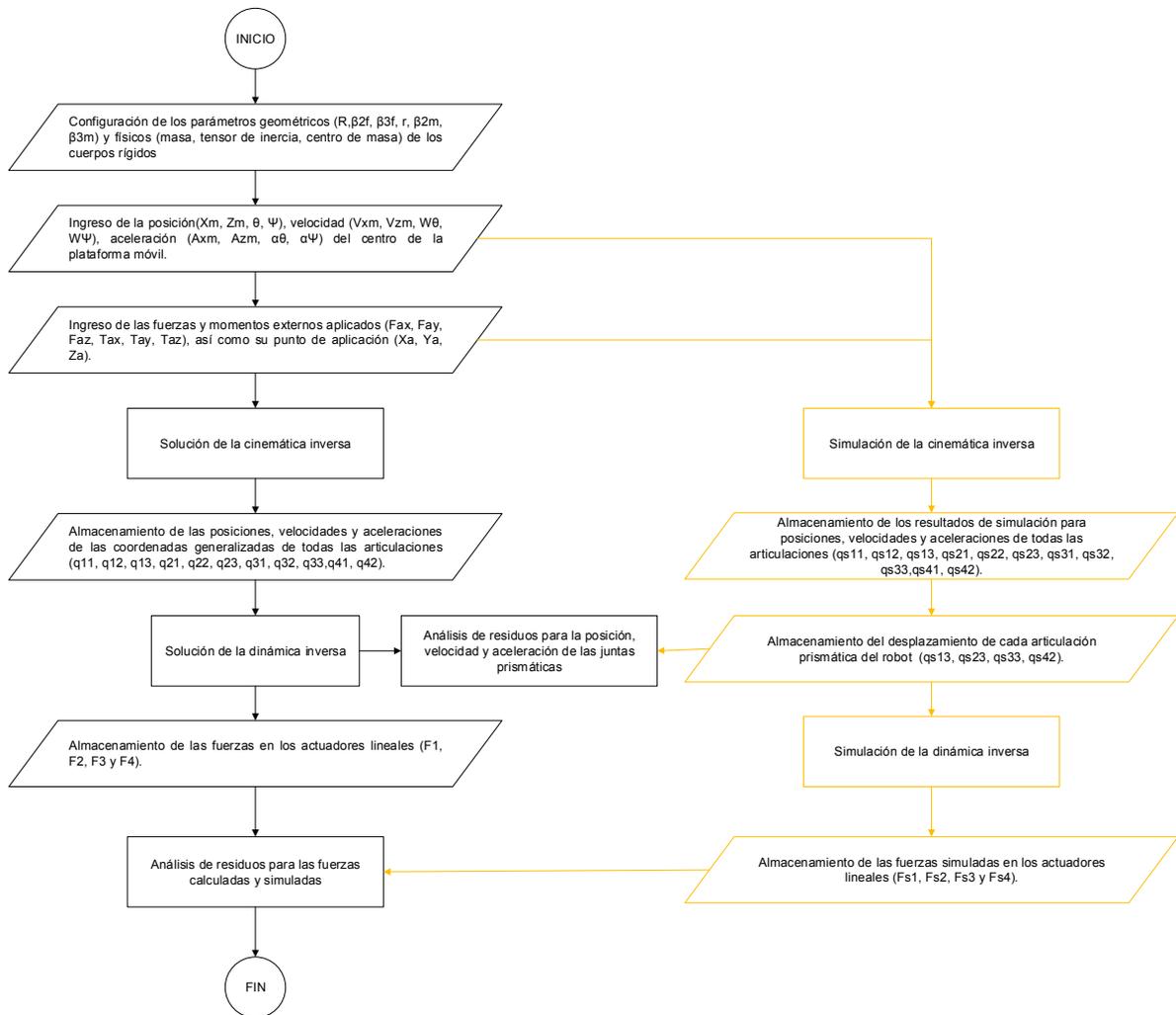


Figura 2.21. Diagrama de flujo de la co-simulación para el robot paralelo 3UPS+1RPU. (Fuente: Autor)

2.4.1. Mecanismo para el análisis de la cinemática inversa

El mecanismo CAD del robot paralelo 3UPS+1RPU en MSC Adams/View es importado desde el software de diseño mecánico SolidWorks; para ello desde el módulo de análisis de movimiento en SolidWorks se exporta el mecanismo hacia Adams/View, y desde Adams/View se importa el análisis de movimiento en SolidWorks.

Este proceso se puede ver en la Figura 2.22.

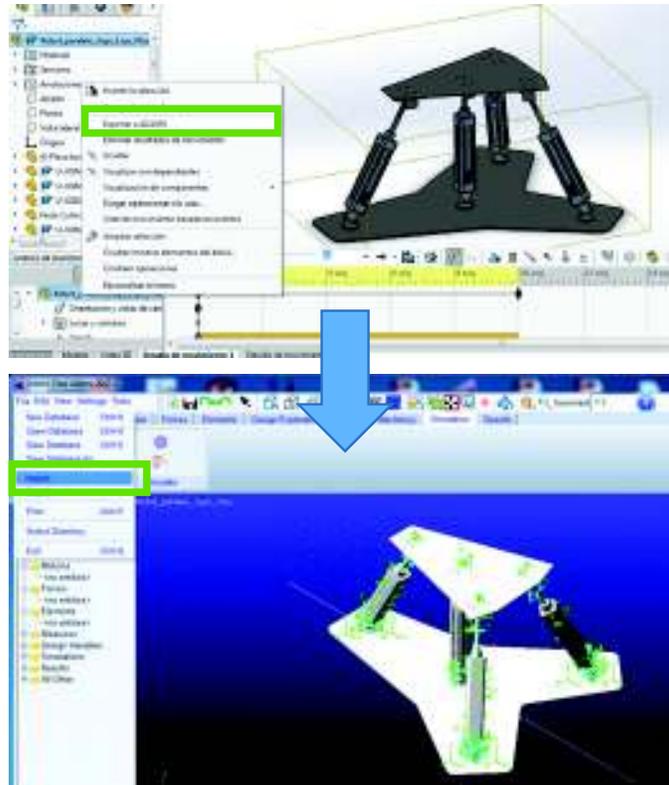


Figura 2.22. Importación del mecanismo CAD del robot 3UPS+1RPU desde SolidWorks.
(Fuente: Autor)

De acuerdo a la Figura 2.21, las fuerzas que se ejercen sobre la plataforma móvil del robot paralelo 3UPS+1RPU son el peso de los componentes producido por la gravedad y las cargas externas aplicadas por el pie del paciente (F_{ax} , F_{ay} , F_{az} , T_{ax} , T_{ay} , T_{az}). Para representar estas fuerzas se utiliza la herramienta de fuerza aplicada de simple componente (ver Figura 2.23).

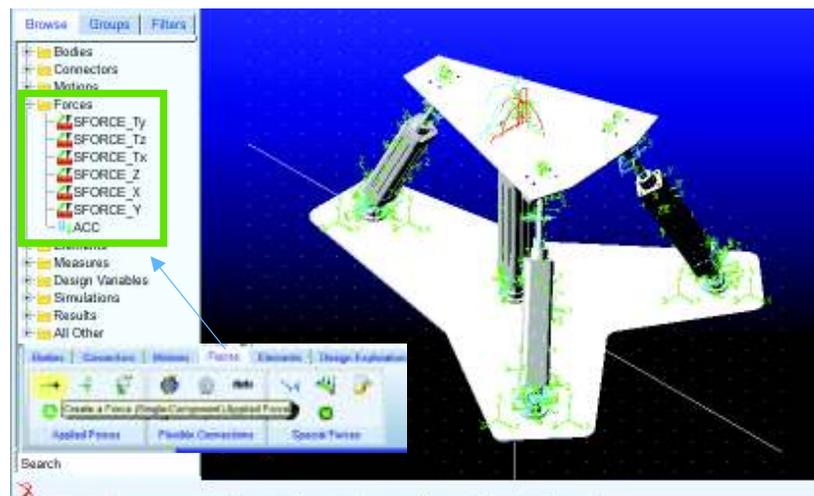


Figura 2.23. Fuerzas aplicadas sobre el robot 3UPS+1RPU en Adams/View.
(Fuente: Autor)

Por otro lado, los movimientos de traslación y rotación del origen de la plataforma móvil se establecen mediante la herramienta de movimiento de punto en una coordenada (ver Figura 2.24).

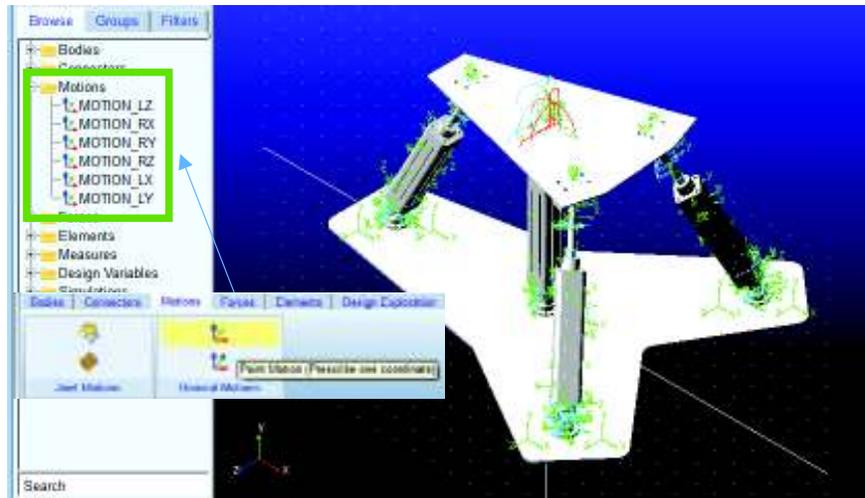


Figura 2.24. Movimientos del robot 3UPS+1RPU en Adams/View.
(Fuente: Autor)

Después de configurar las fuerzas ejercidas sobre la plataforma móvil y los movimientos que debe realizar el robot paralelo, el siguiente paso es definir las mediciones que se debe realizar. La Figura 2.25 muestra las mediciones de posición, velocidad y aceleración para el primer par de revolución de la junta universal de la pata 1.

Estas mediciones se generan de forma análoga para todas las variables de las articulaciones del robot paralelo (ver Figura 2.21).



Figura 2.25. Mediciones del primer par de revolución de la pata 1 (q_{11}) en Adams/View.
(Fuente: Autor)

Después de realizar estas configuraciones, y de establecer las variables de entrada y salida, se realiza la exportación del mecanismo hacia Matlab (ver sección 1.8.1).

La planta que se exporta hacia Matlab desde Adams se puede ver en la Figura 2.26.

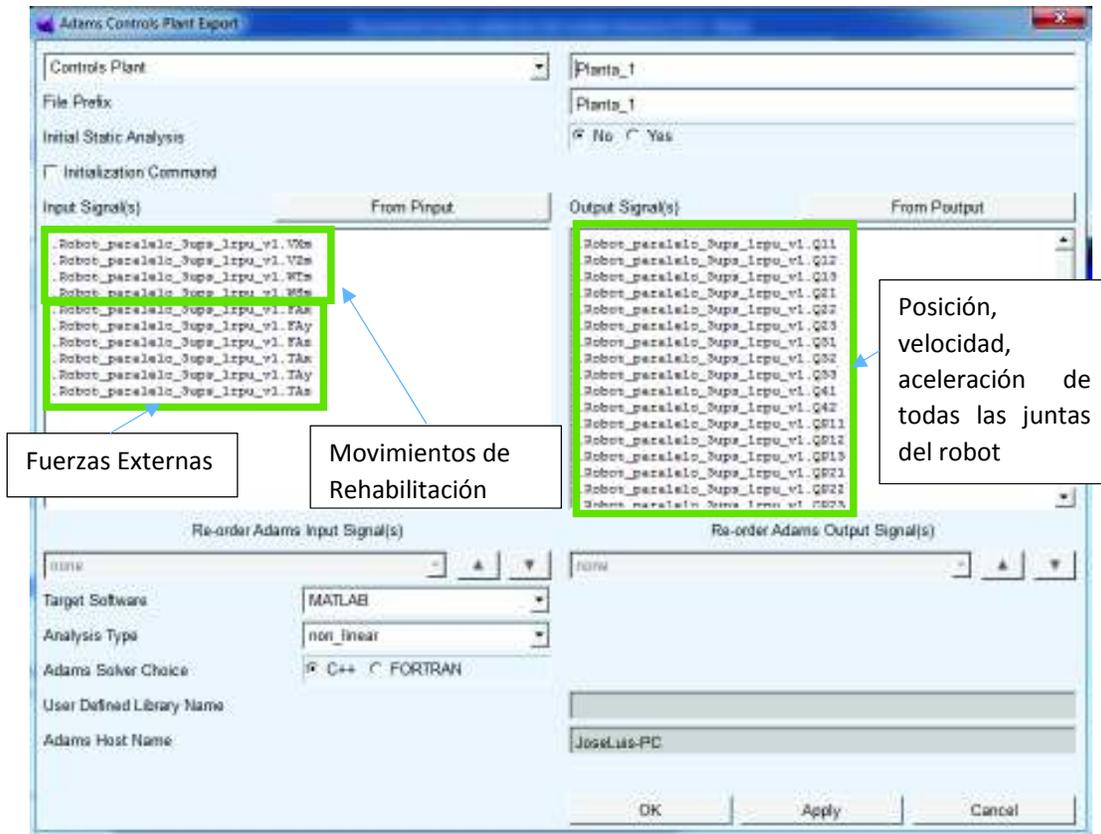


Figura 2.26. Planta Adams para la simulación de la cinemática inversa del robot 3UPS+1RPU. (Fuente: Autor)

En la Figura 2.27 se muestra el diagrama de bloques desarrollado en Simulink para resolver el problema de cinemática inversa usando la planta exportada desde Adams, en función del diagrama mostrado en la Figura 2.21.

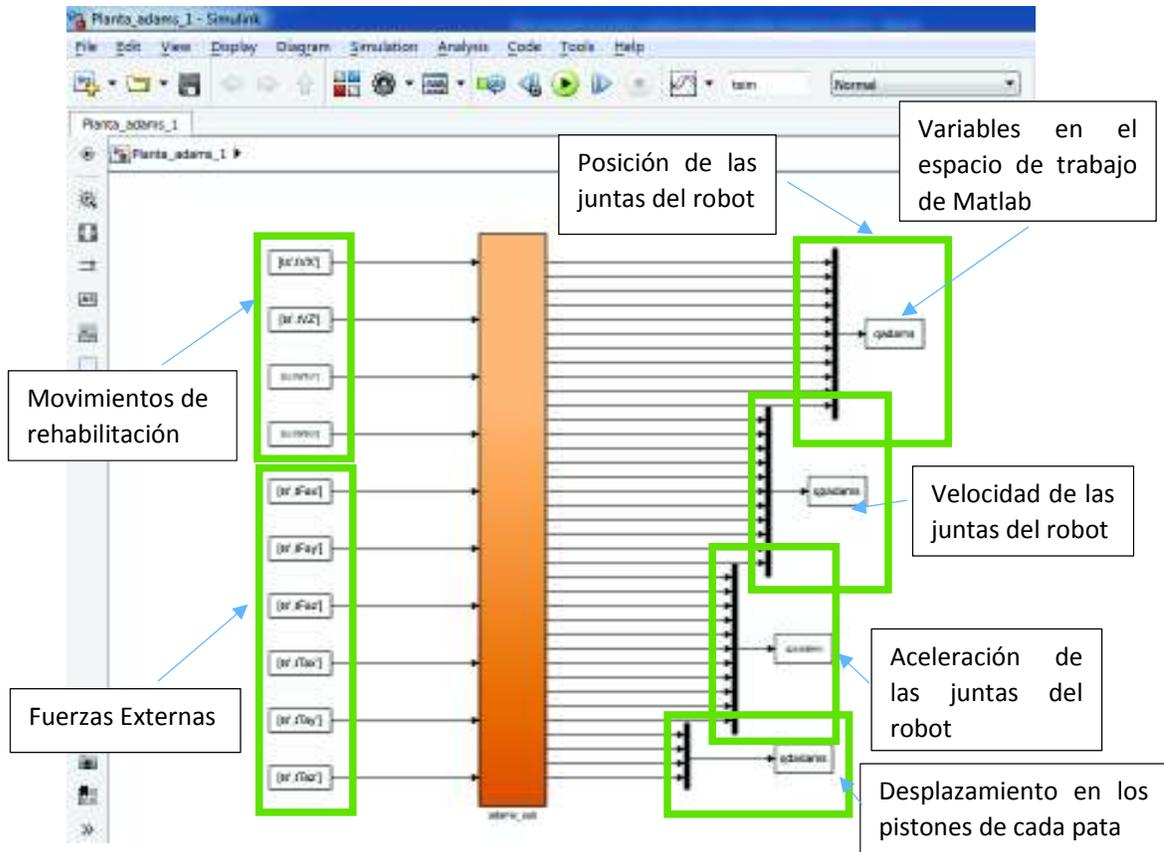


Figura 2.27. Diagrama de Simulink para la simulación cinemática inversa del robot.
(Fuente: Autor)

2.4.2. Mecanismo para el análisis de la dinámica inversa

Para simular la dinámica inversa del robot paralelo 3UPS+1RPU, se establece un nuevo mecanismo en Adams/View, con las mismas fuerzas aplicada de la Figura 2.23.

En este caso, los movimientos a realizar son controlados por cada una de las cuatro juntas prismáticas (actuadores lineales). Los movimientos de los pistones se configuran mediante la herramienta de “movimiento de un punto”, y se fija el eje de movimiento el eje longitudinal del vástago de cada actuador (ver Figura 2.28).

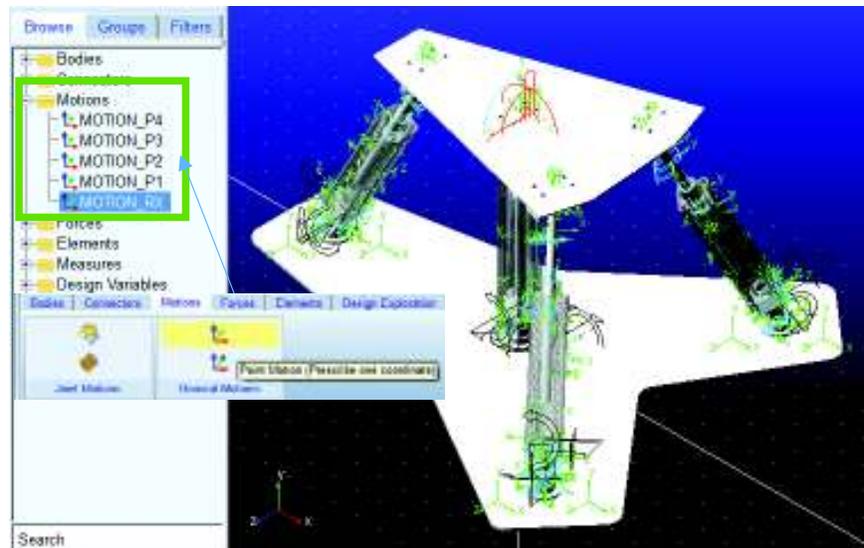


Figura 2.28. Movimientos de los pistones del robot 3UPS+1RPU en Adams/View.
(Fuente: Autor)

Una vez configurado las fuerzas a las que está sometido el robot (peso del paciente y oposición del mismo a la rehabilitación) y los desplazamientos de los pistones de cada articulación para el robot, se debe establecer las mediciones de las fuerzas en cada pistón, y la posición alcanzada por el origen de la plataforma móvil, esto se puede ver en la Figura 2.29.

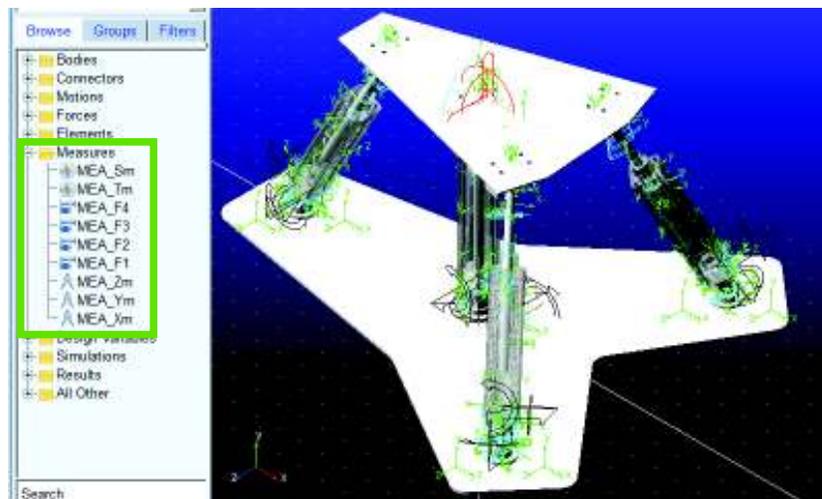


Figura 2.29. Mediciones de fuerza, posición y orientación del robot 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

Después de establecer las variables de entrada y salida, se exporta el mecanismo hacia Matlab (ver sección 1.8.1), los parámetros de la planta exportada hacia Matlab se muestra en la Figura 2.30

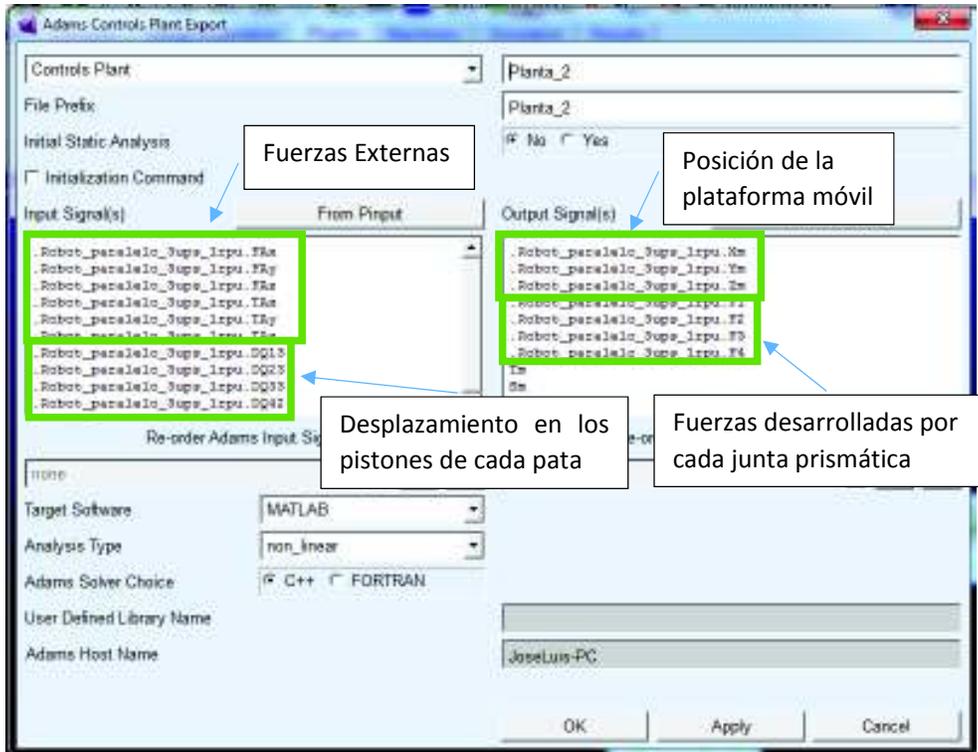


Figura 2.30. Planta Adams para la simulación de la dinámica inversa del robot 3UPS+1RPU.
(Fuente: Autor)

En la Figura 2.31 se muestra el diagrama de bloques desarrollado en Simulink para resolver el problema de dinámica inversa usando la planta exportada desde Adams, en función del diagrama mostrado en la Figura 2.21.

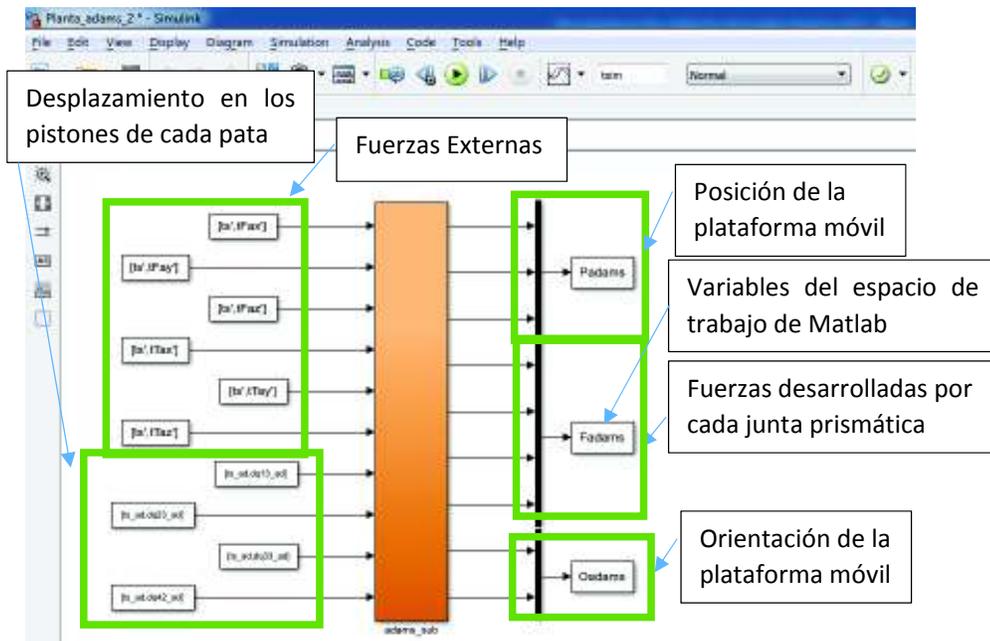


Figura 2.31. Diagrama de bloques en Simulink para la simulación dinámica inversa del robot.
(Fuente: Autor)

2.4.3. Análisis de compatibilidad de los resultados

Debido a que las articulaciones activas son de principal importancia para un robot paralelo (Briot & Khalil, 2015), en este trabajo se analiza el comportamiento cinemático y dinámico de las cuatro juntas prismáticas (q_{13} , q_{23} , q_{33} , q_{42}).

El análisis de compatibilidad cinemático, se realiza mediante la gráfica de residuos de la posición, velocidad y aceleración de las cuatro juntas prismáticas (pistones) y el cálculo del error medio cuadrático de la posición, velocidad y aceleración de las juntas prismáticas.

La Figura 2.32 muestra el proceso de cálculo de las curvas de residuos y del error medio cuadrático.

```
%Residuos de posiciones calculadas en coordenadas generalizadas
eqsim=(qsim_ad-qsim);
%Error cuadrático medio
ECMqsim=sqrt((sum((eqsim.^2),2))/(esim+1));

%Residuos de velocidades calculadas en coordenadas generalizadas
eqpsim=(qpsim_ad-qpsim);
%Error cuadrático medio
ECMqpsim=sqrt((sum((eqpsim.^2),2))/(esim+1));

%Residuos de aceleraciones calculadas en coordenadas generalizadas
eqppsim=(qppsim_ad-qppsim);
%Error cuadrático medio
ECMqppsim=sqrt((sum((eqppsim.^2),2))/(esim+1));
```

Figura 2.32. Función de residuos y cálculo del error mínimo cuadrático.
(Fuente: Autor)

El análisis de compatibilidad dinámico, se realiza mediante la gráfica de residuos de las fuerzas generadas (F_1 , F_2 , F_3 y F_4) por cada una de las cuatro juntas prismáticas (pistones) y el cálculo del error medio cuadrático de las mismas.

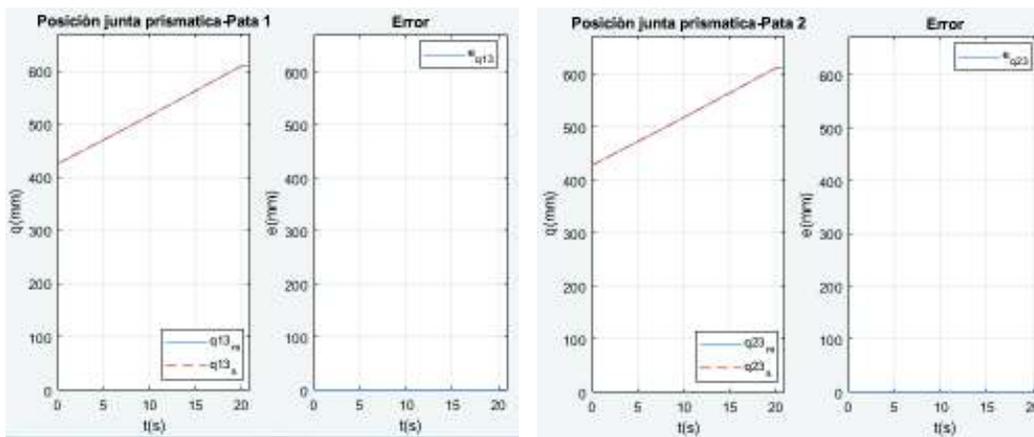
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados

Los resultados que se analizan corresponden a los movimientos de rehabilitación de rodilla vistos (sección 2.2). Se analizan las juntas prismáticas (actuadores lineales), ya que al ser articulaciones activas son las que definen el movimiento del robot.

3.1.1. Flexión de cadera

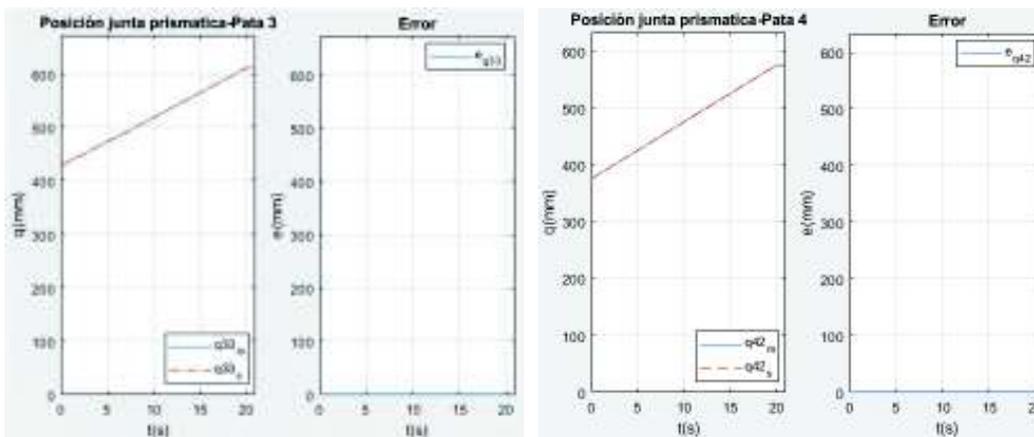
Las curvas de posición para cada junta prismática, junto con la gráfica de los residuos entre el cálculo del modelo (q_m) y la simulación (q_s) del mecanismo del robot 3UPS+1RPU, se indican en la Figura 3.1 y Figura 3.2.



(a)

(b)

Figura 3.1. Flexión de cadera: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

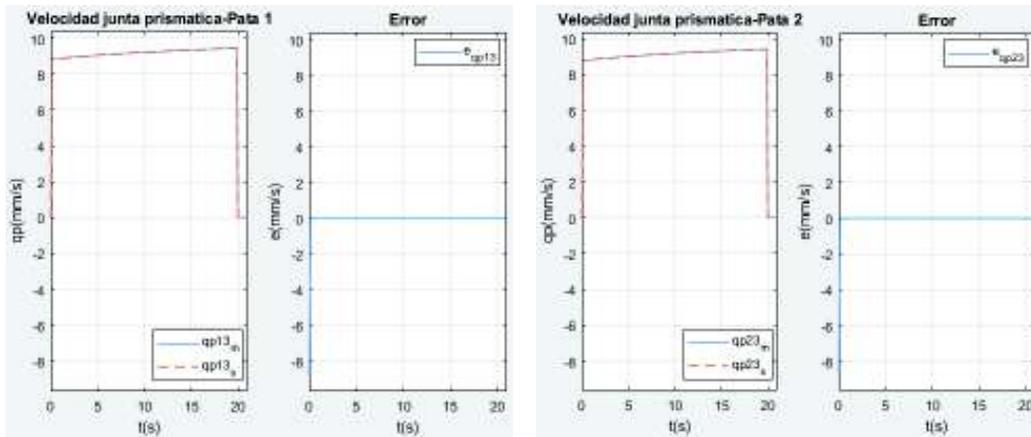


(a)

(b)

Figura 3.2. Flexión de cadera: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

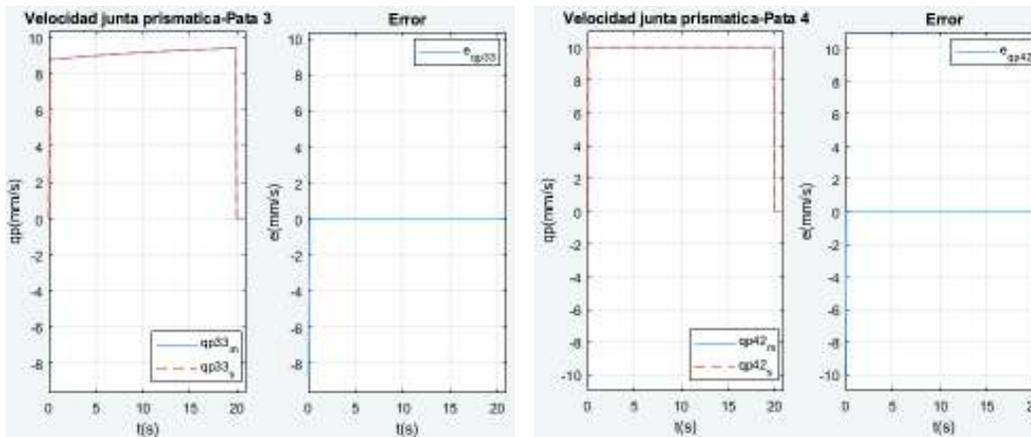
Las curvas de velocidad para cada junta prismática se muestran en la Figura 3.3 y la Figura 3.4. Por otro lado, la aceleración de cada junta prismática se muestran en la Figura 3.5 y la Figura 3.6.



(a)

(b)

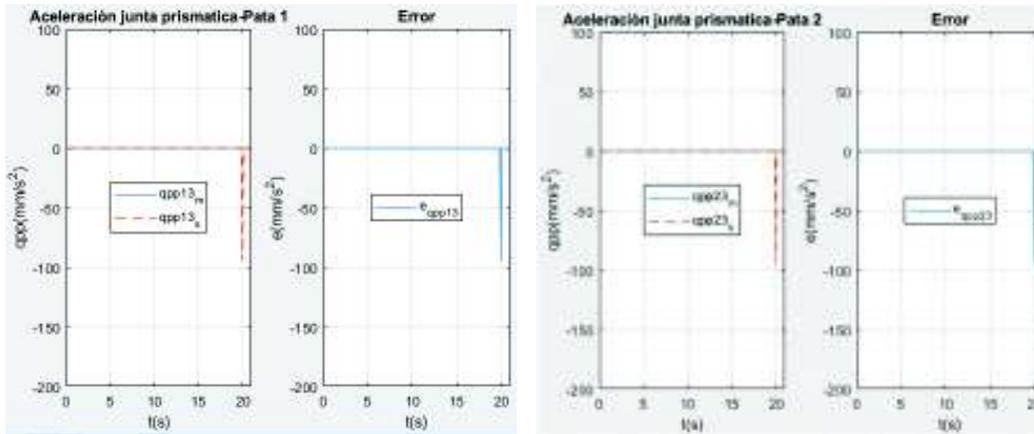
Figura 3.3. Flexión de cadera: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)



(a)

(b)

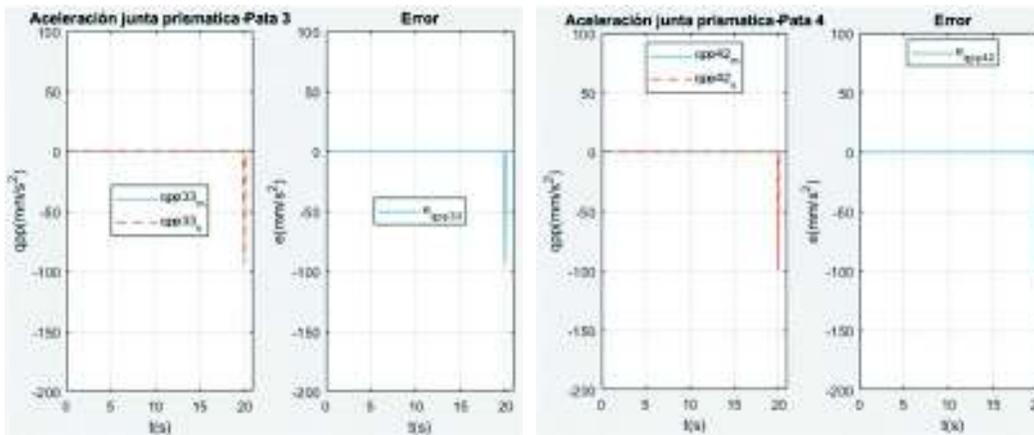
Figura 3.4. Flexión de cadera: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)



(a)

(b)

Figura 3.5. Flexión de cadera: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2
(Fuente: Autor)

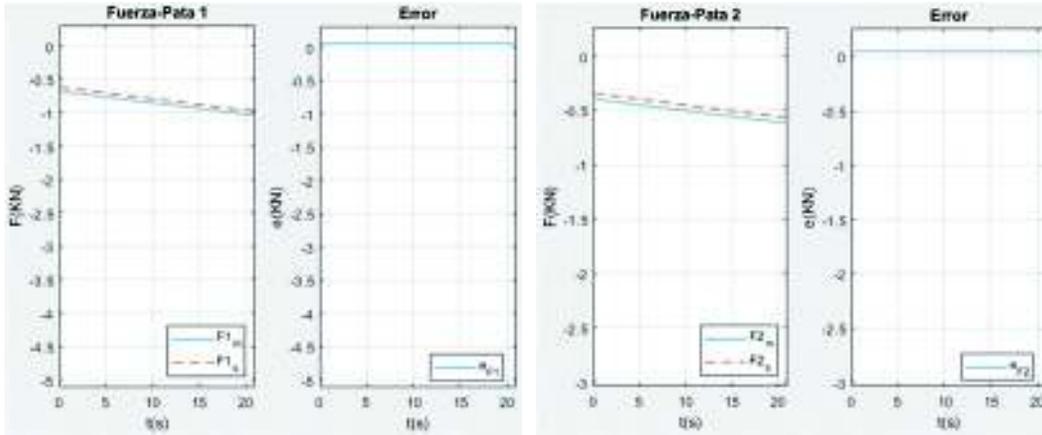


(a)

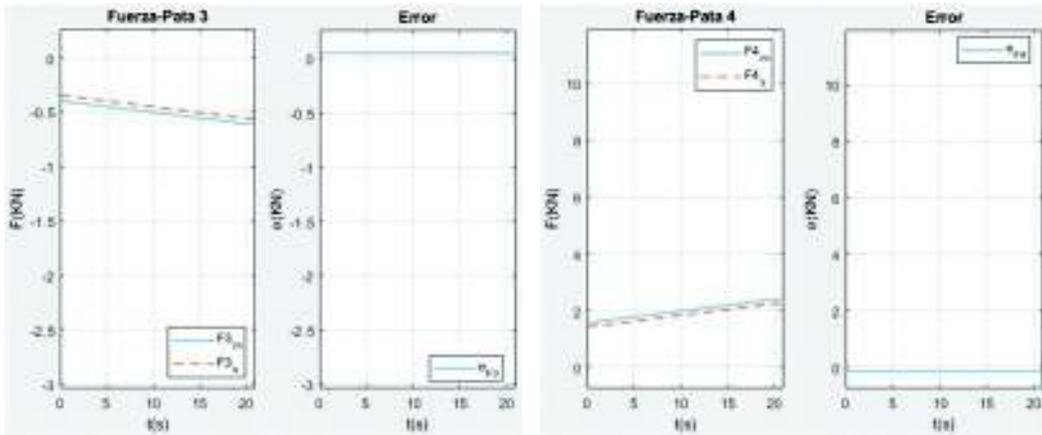
(b)

Figura 3.6. Flexión de cadera: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

Las curvas de fuerza generada para cada junta prismática, junto con la gráfica de los residuos entre el cálculo del modelo y la simulación del mecanismo del robot 3UPS+1RPU, se muestran en la Figura 3.7 y la Figura 3.8.



(a) (b)
 Figura 3.7. Flexión de cadera: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.
 (Fuente: Autor)



(a) (b)
 Figura 3.8. Flexión de cadera: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.
 (Fuente: Autor)

En función de las figuras presentadas anteriormente, se determina el error cuadrático medio, la Tabla 3.1 muestra el resumen de los errores cuadráticos medios obtenidos.

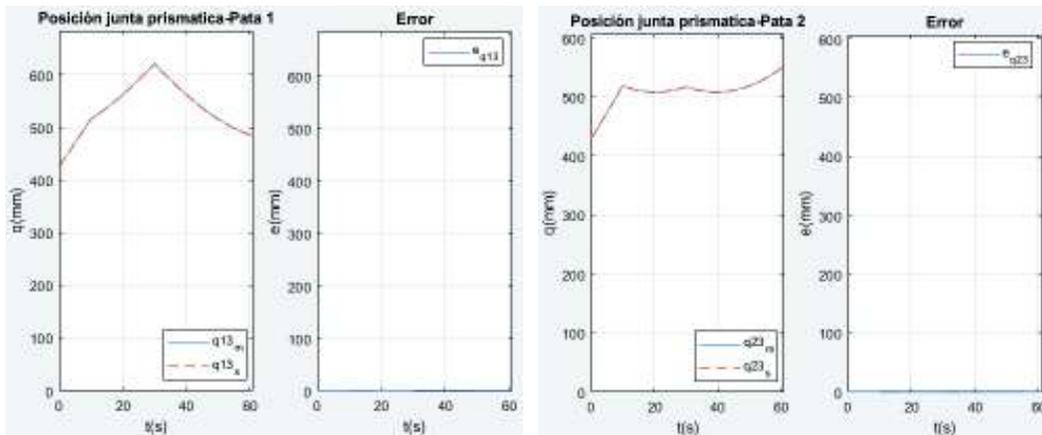
Tabla 3.1. Flexión de cadera: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU

Error	Unidad	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
Posición	mm	0,113	0,112	0,112	0,119
	%	0,004	0,004	0,004	0,004
Velocidad	mm/s	0,607	0,603	0,603	0,688
	%	0,001	0,001	0,001	0,001
Aceleración	mm/s ²	6,502	6,481	6,481	6,884
	%	IND	IND	IND	IND
Fuerza	KN	0,059	0,050	0,050	0,148
	%	7,099	10,213	10,202	7,518

(Fuente: Autor)

3.1.2. Flexión-extensión de rodilla

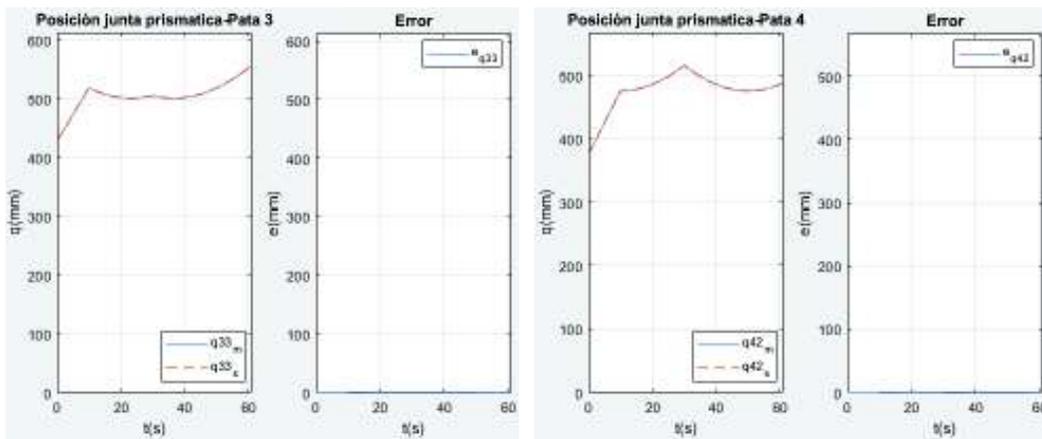
Las curvas de posición de cada junta prismática, así como, la gráfica de los residuos entre el cálculo del modelo (q_m) y la simulación (q_s) del mecanismo del robot 3UPS+1RPU, se muestran en la Figura 3.9 y la Figura 3.10.



(a)

(b)

Figura 3.9. Flexión-extensión de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

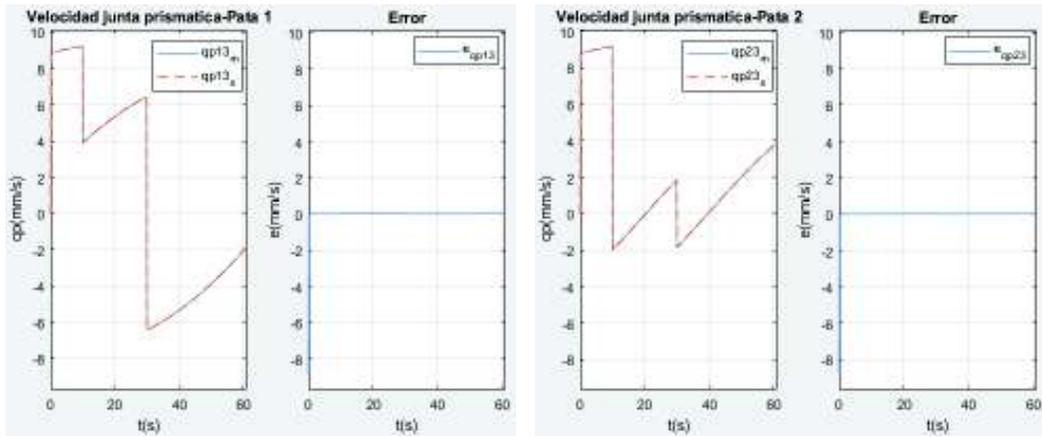


(a)

(b)

Figura 3.10. Flexión-extensión de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

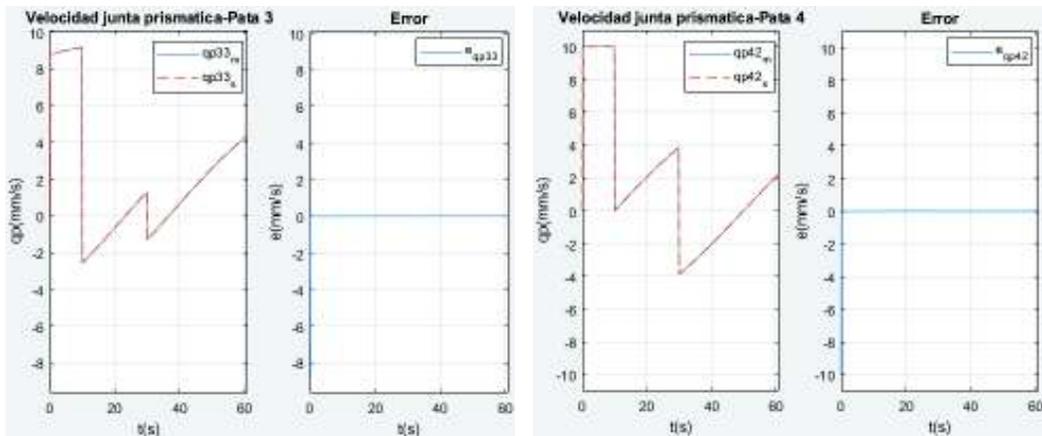
Las curvas de velocidad de las juntas prismáticas se muestran en la Figura 3.11 y la Figura 3.12.



(a)

(b)

Figura 3.11. Flexión-extensión de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

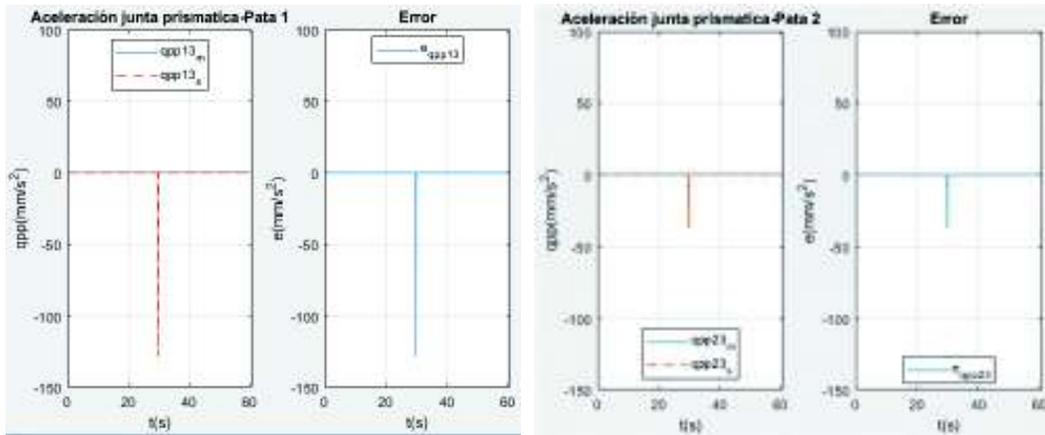


(a)

(b)

Figura 3.12. Flexión-extensión de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

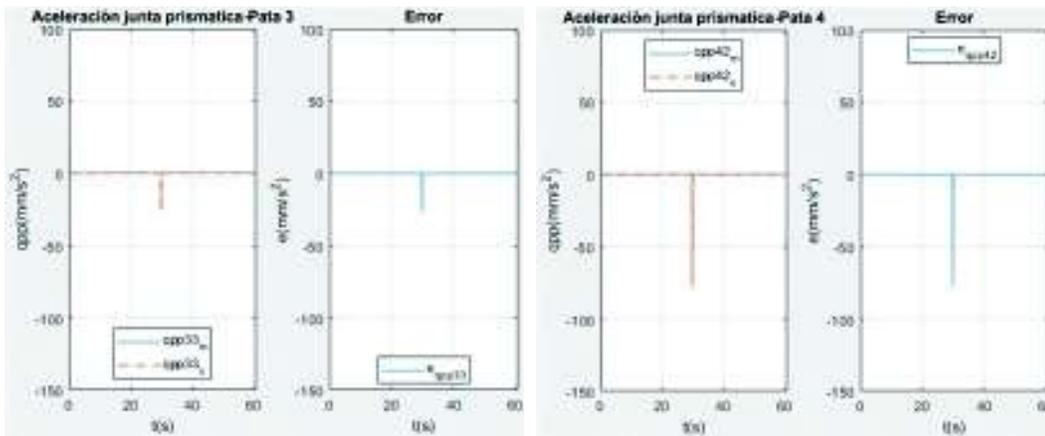
Las curvas de aceleraciones se muestran en la Figura 3.13 y la Figura 3.14.



(a)

(b)

Figura 3.13. Flexión-extensión de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

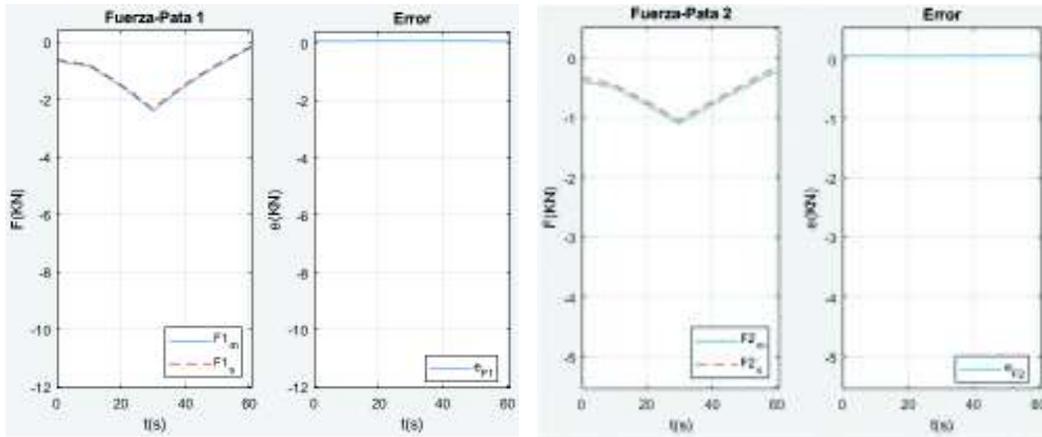


(a)

(b)

Figura 3.14. Flexión-extensión de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

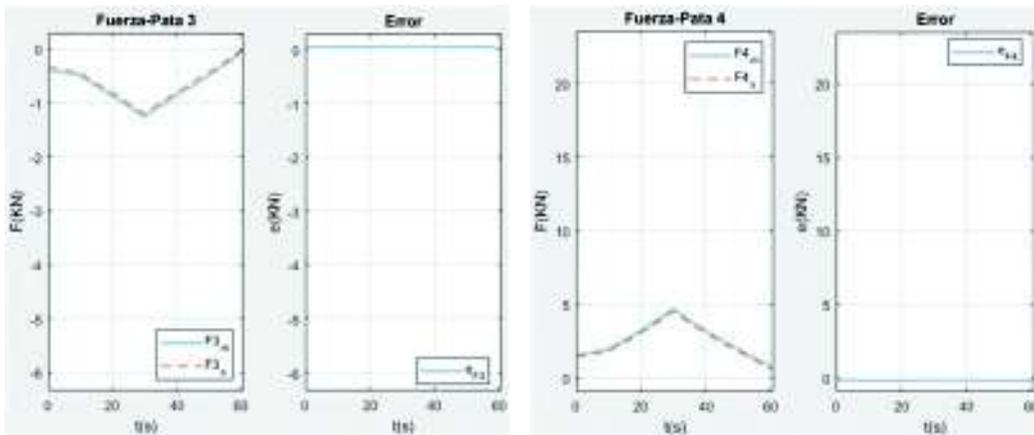
Las curvas de fuerza generada para cada junta prismática, junto con los residuos entre el cálculo del modelo y la simulación del mecanismo del robot 3UPS+1RPU, se muestran en la Figura 3.15 y la Figura 3.16.



(a)

(b)

Figura 3.15. Flexión-extensión de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)



(a)

(b)

Figura 3.16. Flexión-extensión de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

Con base en las figuras indicadas anteriormente, se determina el error cuadrático medio, la Tabla 3.2 muestra el resumen de los errores cuadráticos medios obtenidos.

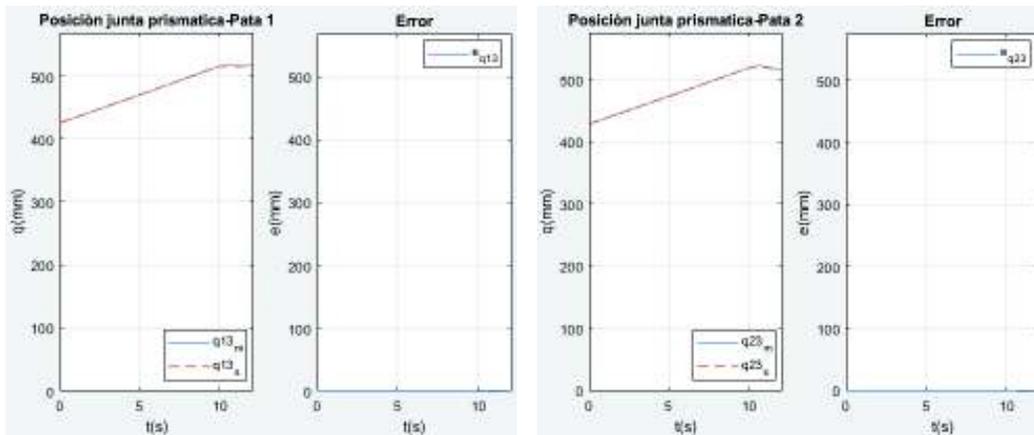
Tabla 3.2. Flexión-extensión de rodilla: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU

Error	Unidad	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
Posición	mm	0,504	0,415	0,416	0,463
	%	0,001	0,001	0,001	0,001
Velocidad	mm/s	0,357	0,354	0,354	0,404
	%	0,001	0,001	0,001	0,001
Aceleración	mm/s ²	5,209	1,506	1,072	3,137
	%	IND	IND	IND	IND
Fuerza	KN	0,065	0,052	0,051	0,156
	%	6,715	9,720	9,911	6,952

(Fuente: Autor)

3.1.3. Rotación interna y externa de rodilla

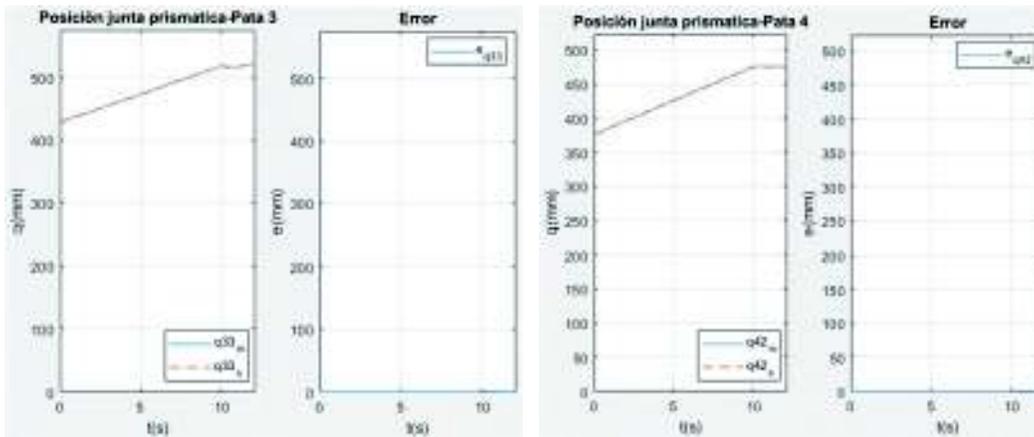
Las curvas de posición para cada junta prismática y las gráficas de los residuos entre el cálculo del modelo (q_m) y la simulación (q_s) del mecanismo del robot 3UPS+1RPU, se muestran en la Figura 3.17 y la Figura 3.18.



(a)

(b)

Figura 3.17. Rotación interna-externa de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

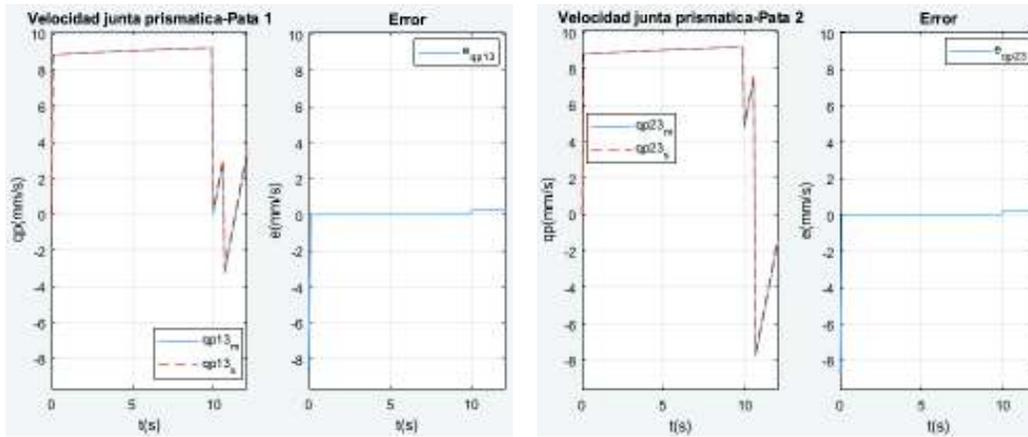


(a)

(b)

Figura 3.18. Rotación interna-externa de rodilla: posición de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

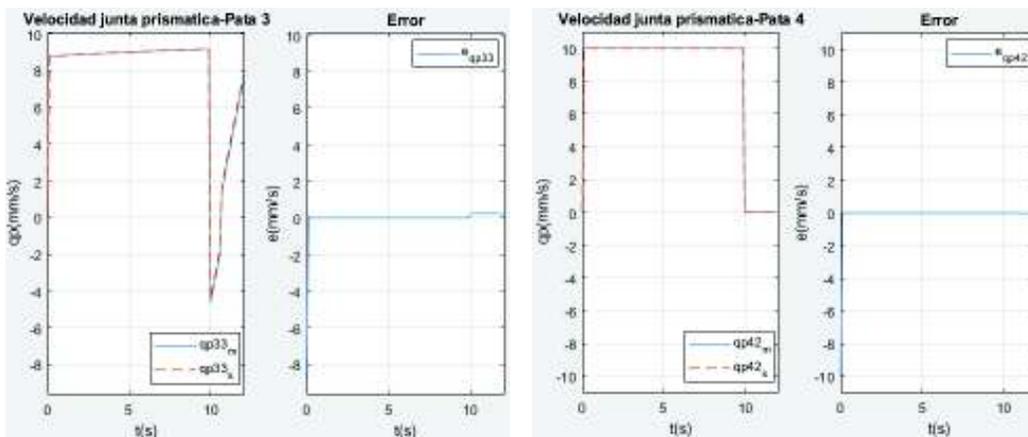
En la Figura 3.19 y la Figura 3.20 se observan las curvas de velocidad para cada junta prismática obtenidas después de la simulación.



(a)

(b)

Figura 3.19. Rotación interna-externa de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

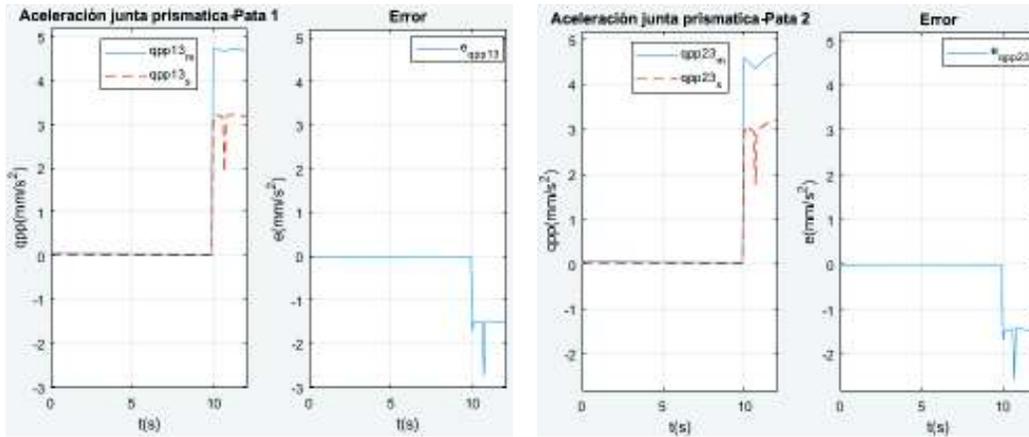


(a)

(b)

Figura 3.20. Rotación interna-externa de rodilla: velocidad de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

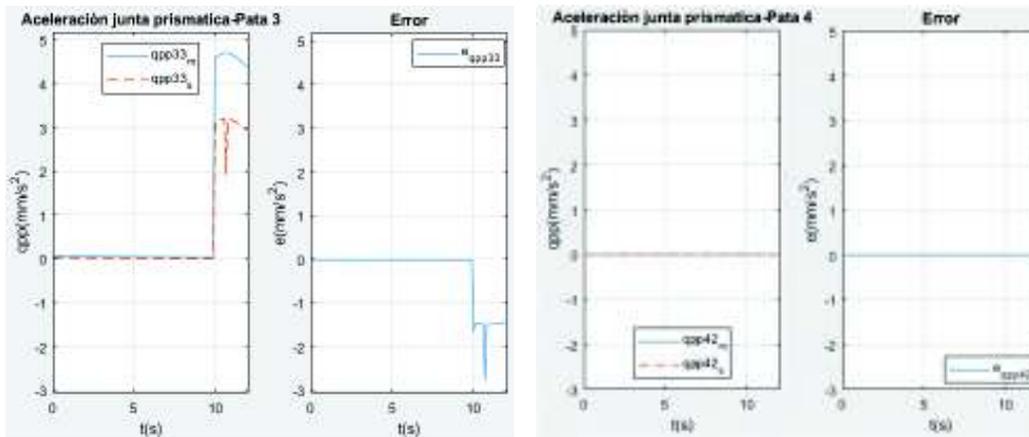
En la Figura 3.21 y la Figura 3.22 se presentan las curvas de aceleración para cada junta prismática obtenidas después de la simulación.



(a)

(b)

Figura 3.21. Rotación interna-externa de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

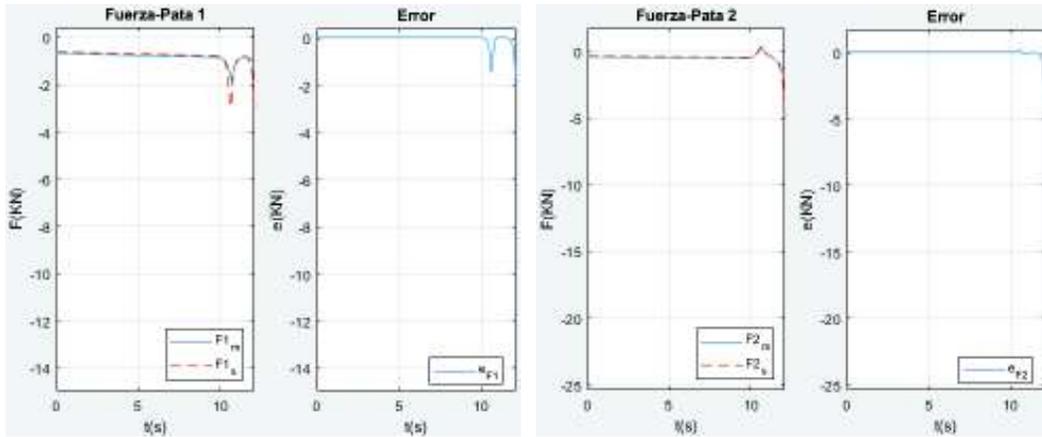


(a)

(b)

Figura 3.22. Rotación interna-externa de rodilla: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

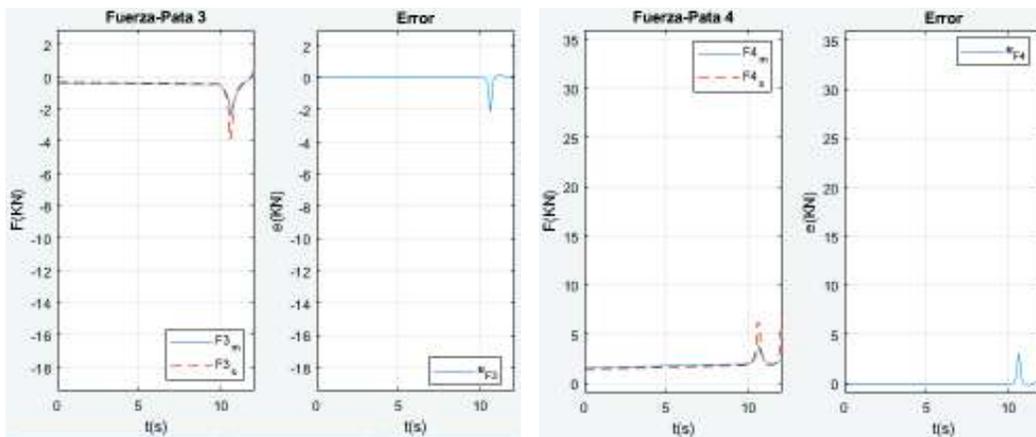
En la Figura 3.23 y la Figura 3.24 se observan las curvas de fuerza generada por cada junta prismática y los residuos entre el cálculo del modelo y la simulación del mecanismo del robot.



(a)

(b)

Figura 3.23. Rotación interna-externa de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)



(a)

(b)

Figura 3.24. Rotación interna-externa de rodilla: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

En la Tabla 3.3 se resumen los errores cuadráticos medios obtenidos.

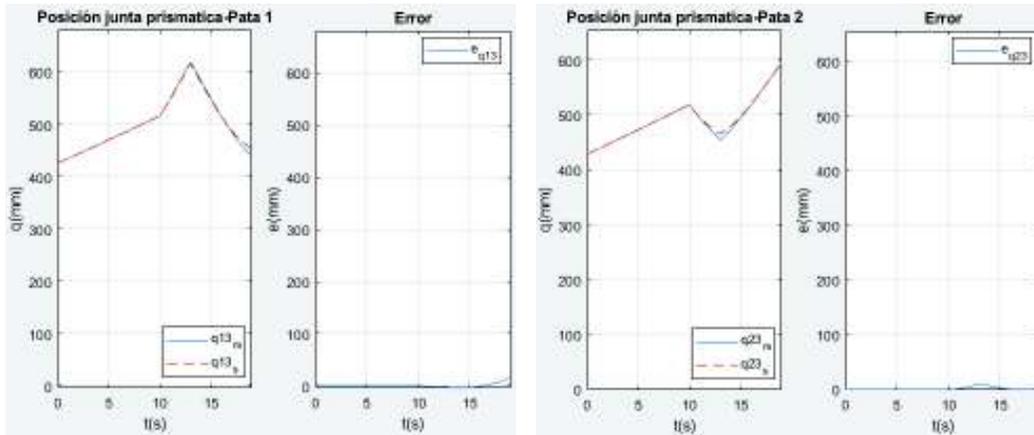
Tabla 3.3. Rotación interna-externa de rodilla: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU

Error	Unidad	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
Posición	mm	0,194	0,255	0,177	0,220
	%	0,016	0,019	0,013	0,020
Velocidad	mm/s	0,805	0,799	0,800	0,905
	%	0,001	0,001	0,001	0,001
Aceleración	mm/s ²	0,675	0,655	0,667	0
	%	IND	IND	IND	IND
Fuerza	KN	0,251	0,339	0,245	0,583
	%	11,123	16,353	16,627	11,53

(Fuente: Autor)

3.1.4. Flexión-extensión de tobillo

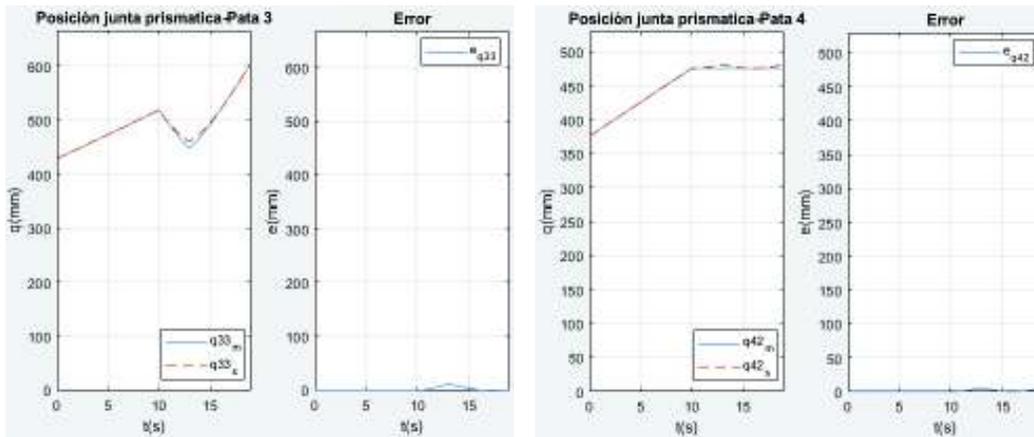
La Figura 3.25 y la Figura 3.26 muestran las curvas de posición para cada junta prismática, junto con el análisis gráfico de los residuos entre q_m y q_s del mecanismo del robot 3UPS+1RPU.



(a)

(b)

Figura 3.25. Flexión-extensión de tobillo: posición de q_{13} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

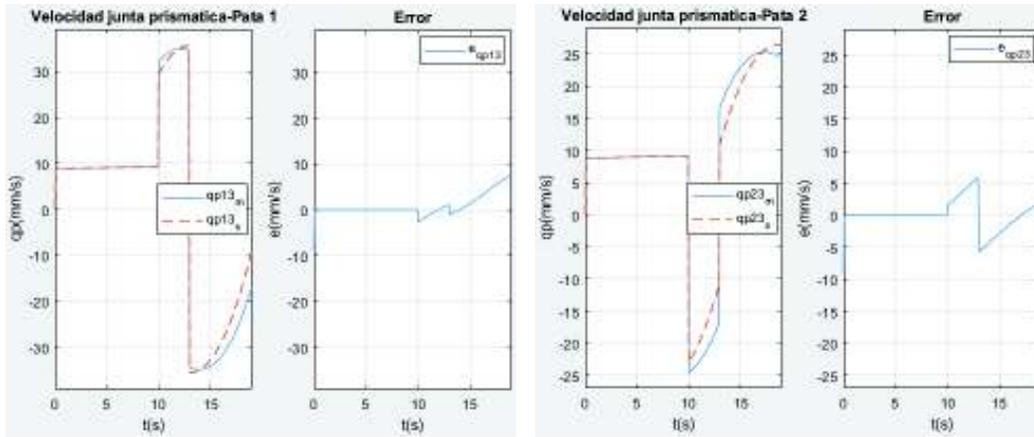


(a)

(b)

Figura 3.26. Flexión-extensión de tobillo: posición de q_{13} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

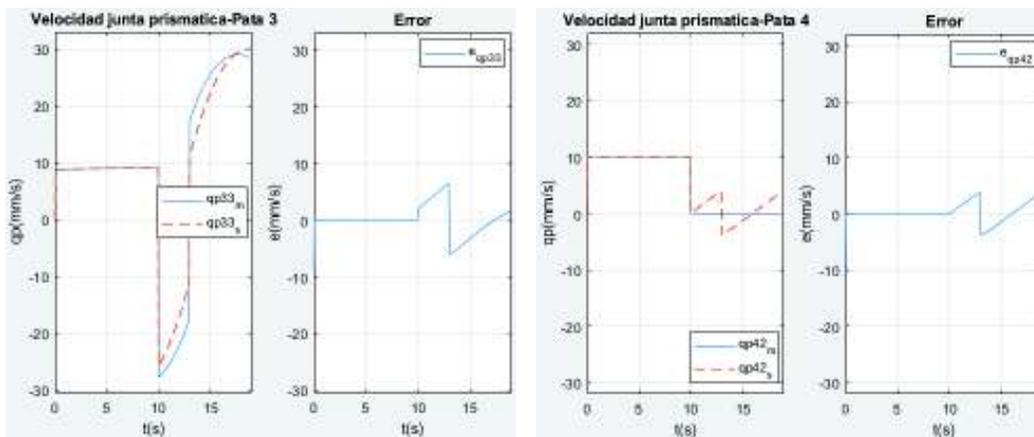
En la Figura 3.27 y la Figura 3.28 se observan las curvas de velocidad de cada junta prismática resultantes de la simulación del movimiento.



(a)

(b)

Figura 3.27. Flexión-extensión de tobillo: velocidad de q_{13} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

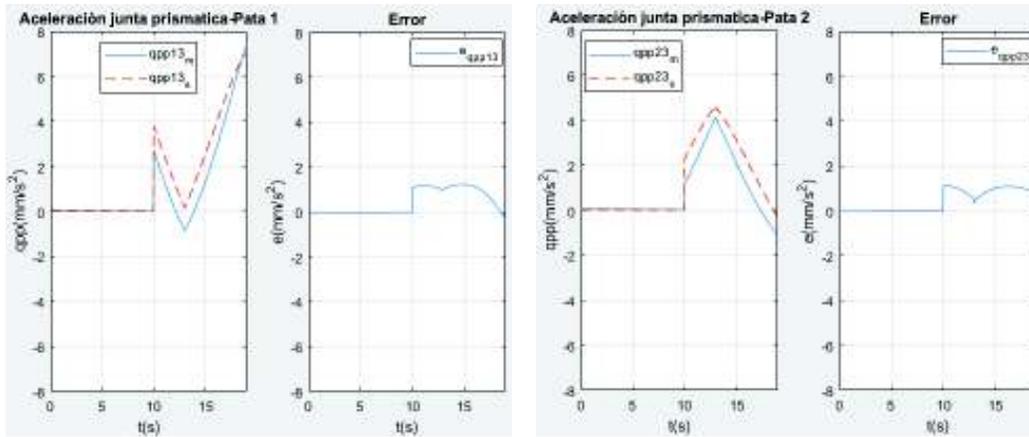


(a)

(b)

Figura 3.28. Flexión-extensión de tobillo: velocidad de q_{13} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

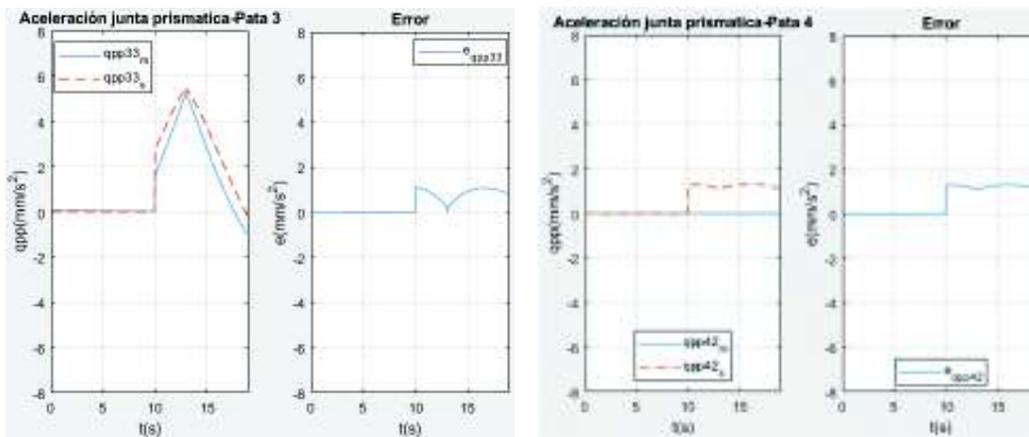
En la Figura 3.29 y la Figura 3.30 se pueden ver las curvas de aceleración para cada junta prismática resultantes de la simulación del movimiento.



(a)

(b)

Figura 3.29. Flexión-extensión de tobillo: aceleración de q_{i3} , pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)

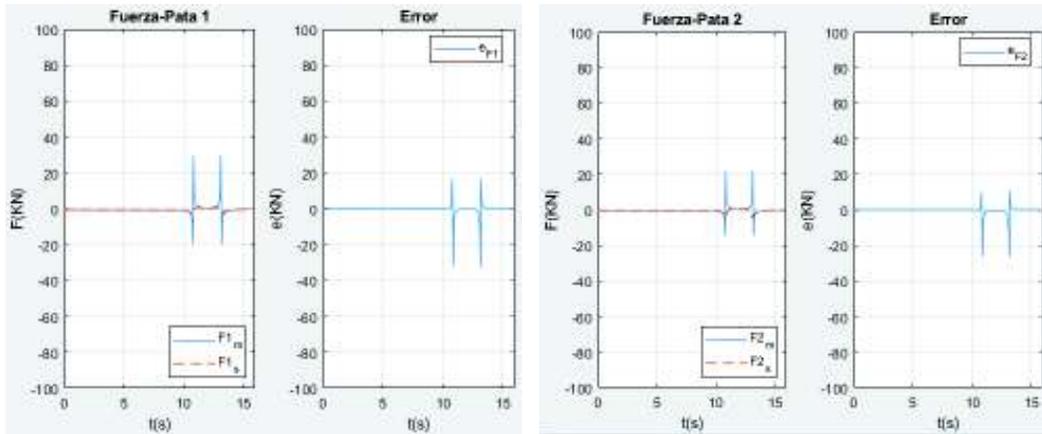


(a)

(b)

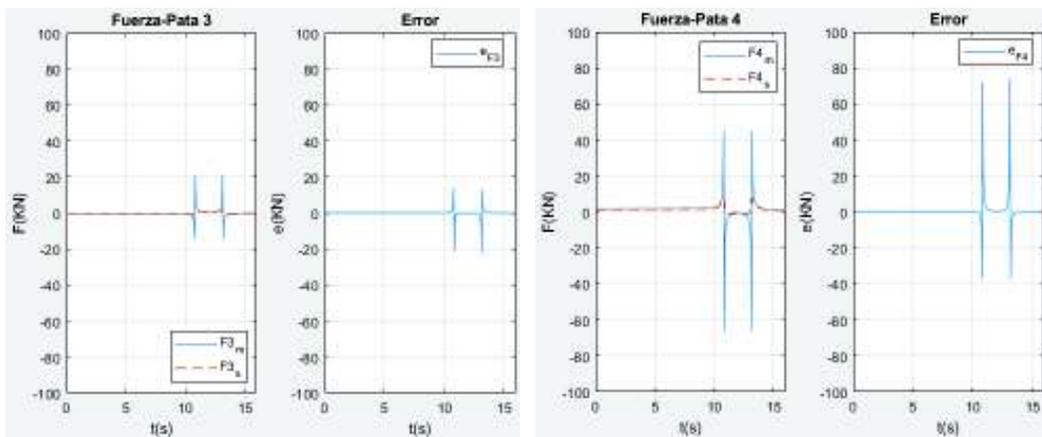
Figura 3.30. Flexión-extensión de tobillo: aceleración de q_{i3} , pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

En la Figura 3.31 y la Figura 3.32 se pueden observar las curvas de fuerza generada por cada junta prismática y su respectivo análisis de residuos.



(a) (b)

Figura 3.31. Flexión-extensión de tobillo: fuerza del actuador, pata (a) 1. (b) 2.
(Fuente: Autor)



(a) (b)

Figura 3.32. Flexión-extensión de tobillo: fuerza del actuador, pata (a) 3. (b) 4.
(Fuente: Autor)

El error cuadrático medio para las curvas analizadas anteriormente se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Flexión-extensión de tobillo: ECM para las variables del robot 3UPS+1RPU

Error	Unidad	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
Posición	mm	3,370	2,957	3,414	1,754
	%	2,030	2,001	2,145	2,033
Velocidad	mm/s	2,406	2,259	2,516	1,673
	%	2,110	2,011	2,170	2,001
Aceleración	mm/s ²	0,698	0,649	0,608	0,852
	%	IND	IND	IND	IND
Fuerza	KN	13,191	9,892	9,437	29,731
	%	18,470	20,174	15,911	19,845

(Fuente: Autor)

3.2. Discusión

En esta sección se determina si el modelo dinámico para el robot paralelo 3UPS+1RPU es compatible con el mecanismo de simulación computacional desarrollado en Adams/View, para ello se emplea el análisis de residuos y la función de correlación entre las fuerzas obtenidas y las trayectorias de posición ingresadas.

3.2.1. Flexión de cadera

Con base en la Tabla 3.1, se determina que el error cuadrático medio (ECM) más elevado en posición, en las articulaciones prismáticas del robot paralelo, es de $0,11 \text{ mm}$ (0,004 %), el ECM máximo de velocidad es $0,68 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ (0,001 %), y el ECM máximo de aceleración es $6,88 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, en este caso no se puede establecer un error porcentual debido a que el valor obtenido por el modelo es cero, sin embargo, con base en los errores porcentuales menores al 1% en posición y velocidad, se puede asegurar que el modelo es compatible con el comportamiento cinemático del mecanismo virtual del robot.

Por otro lado, las fuerzas que debe ejercer cada junta prismática calculadas por el modelo dinámico y las simuladas por el mecanismo virtual, difieren en el peor caso en $0,05 \text{ KN}$ (10,21 %).

La Figura 3.33 muestra que el error entre posición determinada mediante el modelo sobre el eje Z y la posición simulada por el mecanismo virtual del robot, no supera $0,01 \text{ mm}$, es decir, a pesar de la diferencia existente entre las fuerzas de cada articulación activa, el modelo representa la trayectoria simulada con bajo error. Por lo tanto, se puede establecer que, para aplicaciones de rehabilitación de rodilla, el modelo matemático es compatible con el comportamiento dinámico del robot.

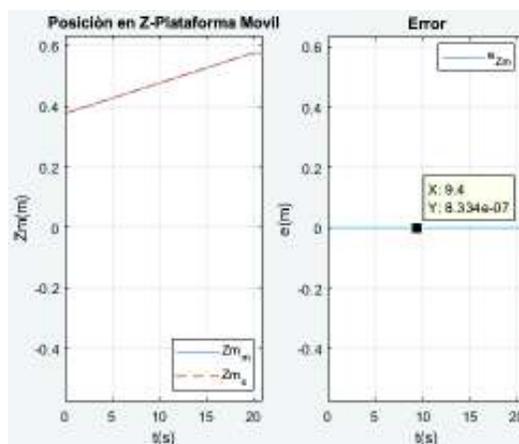


Figura 3.33. Flexión de cadera: comparativa de movimiento de la plataforma móvil.
(Fuente: Autor)

3.2.2. Flexión-extensión de rodilla

De acuerdo a la Tabla 3.2, el error cuadrático medio más elevado para la posición de los actuadores del robot paralelo es de $0,50 \text{ mm}$ (0,001 %), el ECM más alto de velocidad es de $0,404 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ (0,001 %), y el ECM máximo en las aceleraciones de las juntas prismáticas es de $5,209 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$. Este último error se produce por el cambio instantáneo de velocidad en X y Z, el cual no puede ser expresado en forma porcentual ya que el valor de referencia es cero, lo que provocaría un error porcentual infinito.

Con base en el error menor al 1 % producido en las posiciones y velocidades calculadas para cada articulación activa del robot se establece que el modelo del robot paralelo es compatible con el comportamiento del mecanismo simulado para el movimiento de rehabilitación de flexión y extensión de rodilla.

Por otro lado, las fuerzas estimadas por el modelo dinámico para cada articulación prismática difieren en $0,05 \text{ KN}$ (9,72 %) del comportamiento dinámico del mecanismo simulado en Adams/View, por lo tanto, se establece que el modelo matemático es compatible para el comportamiento dinámico en flexión y extensión de rodilla.

Finalmente, en la Figura 3.34 Figura 3.35 se puede observar que las curvas de posición en el eje X y Z, calculadas y la alcanzada durante la simulación tiene un error menor a $0,001 \text{ mm}$. Por lo tanto, el error de la posición alcanzada por el centro de la plataforma móvil es despreciable.

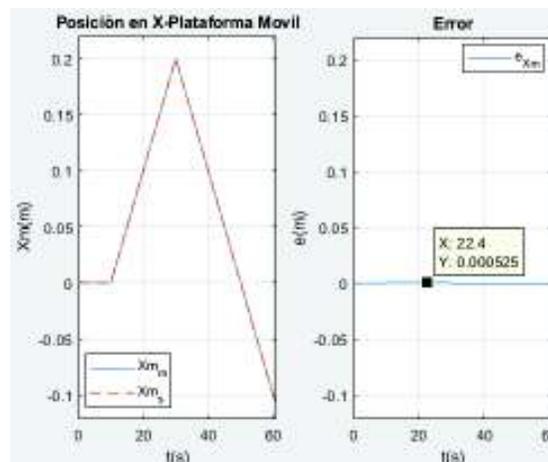


Figura 3.34. Flexión-extensión de rodilla: comparativa de movimiento en el eje X. (Fuente: Autor)

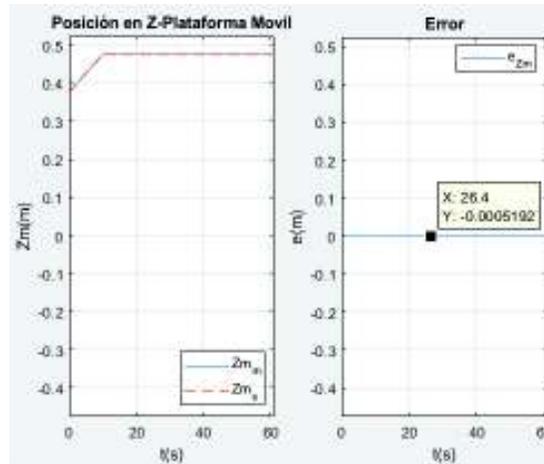


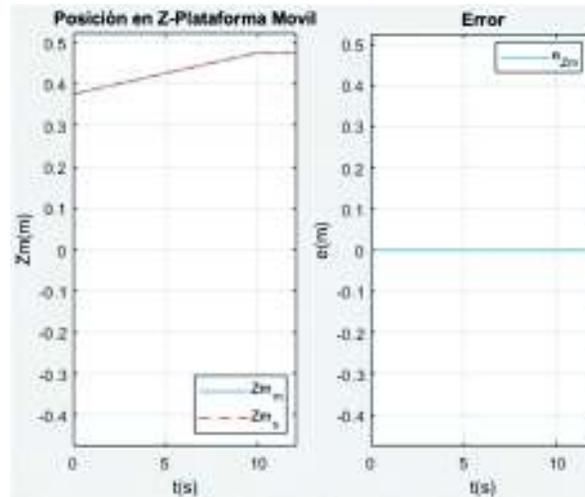
Figura 3.35. Flexión-extensión de rodilla: comparativa de movimiento en el eje Z.
(Fuente: Autor)

3.2.3. Rotación interna y externa de rodilla

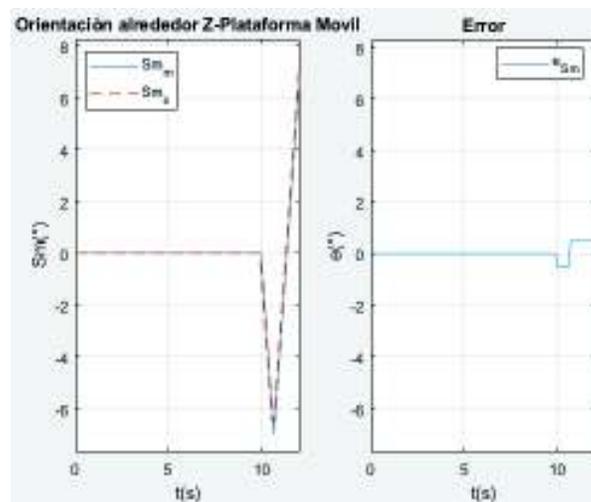
La Tabla 3.3 muestra un error cuadrático medio de posición en las articulaciones prismáticas del robot paralelo de $0,255 \text{ mm}$ ($0,02 \%$), en velocidad el ECM más elevado es de $0,905 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ ($0,001 \%$), y el ECM producido en las aceleraciones de las juntas prismáticas es de $0,675 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$. Este último error no puede ser expresado en porcentaje debido a que el valor referencial es cero.

Al analizar el error menor al 1% en las posiciones y velocidades de las juntas prismáticas del robot se establece que el modelo matemático del robot paralelo es compatible con el comportamiento cinemático del mecanismo virtual.

Por otro lado, el error entre las fuerzas calculadas y las fuerzas simuladas, que ejerce las juntas prismáticas de cada pata es de $0,339 \text{ KN}$ ($16,35 \%$). Por otro lado, la Figura 3.36 muestra que la posición en el eje Z establecida por el modelo y la alcanzada en simulación tiene un error que no supera $0,01 \text{ mm}$, mientras que el giro alrededor del eje Z establecido en el modelo y el simulado tiene un error menor a $0,6^\circ$. Por lo tanto, se establece que el modelo matemático es compatible con el comportamiento dinámico del robot para los movimientos de rotación interna y externa en rehabilitación de rodilla.



(a)



(b)

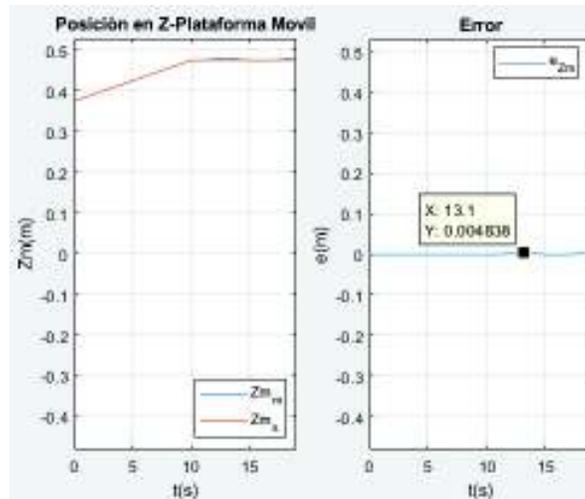
Figura 3.36. Rotación interna-externa de rodilla: comparativa de movimiento (a) en el eje z. (b) alrededor del eje z.
(Fuente: Autor)

3.2.4. Flexión-extensión de tobillo

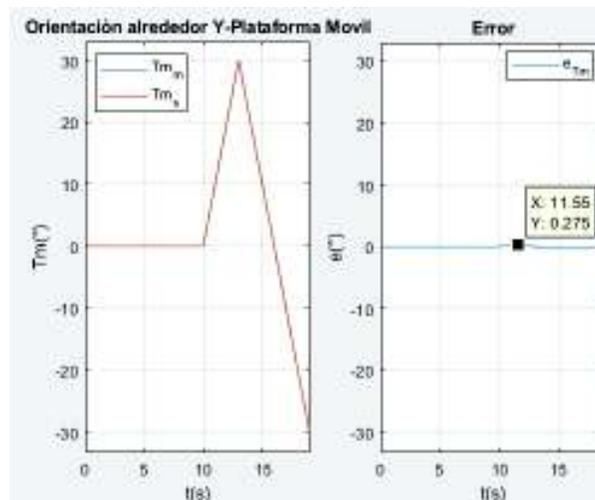
Con base en la Tabla 3.4, el error cuadrático medio de mayor valor en las articulaciones prismáticas, es de $3,37 \text{ mm}$ (2,03 %), en velocidad el ECM es de $2,51 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ (2,17 %), y el ECM más elevado en las aceleraciones de las juntas prismáticas es de $0,85 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$, este parámetro no se puede expresar en forma porcentual debido a su valor referencial cero.

Debido a los errores menores al 3% en los resultados de posición y velocidad, se puede decir que el modelo es compatible con la respuesta cinemática del robot simulado para la aplicación de rehabilitación de rodilla.

El ECM determinado entre la fuerza calculada por el modelo y la simulada en el mecanismo virtual es de 29,74 KN (19,84 %), sin embargo, en la Figura 3.36 se puede observar que la posición en el eje Z estimada por el modelo y la alcanzada en simulación tiene un error que no supera los 0,01 mm, mientras que el giro alrededor del eje Z entre el establecido por el modelo y el simulado tiene un error menor a 0,3 °. Por lo tanto, el modelo matemático es compatible con el comportamiento dinámico del robot paralelo con un error mayor al analizado en los movimientos anteriores.



(a)



(b)

Figura 3.37. Flexión-extensión de tobillo: comparativa de movimiento (a) en el eje z. (b) alrededor del eje y.
(Fuente: Autor)

4. CONCLUSIONES

4.1. Conclusiones

- Una vez comparadas las fuerzas calculadas mediante el modelo dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU y las fuerzas simuladas mediante ADAMS/VIEW, para el movimiento de “flexión de cadera”, se establece que ambos resultados son compatibles para aplicaciones de rehabilitación de rodilla, con un error máximo del 10,21 % (0,05 KN), lo cual de acuerdo con Zeigler (1979) es aceptable.
- Después de simular el movimiento de rehabilitación de rodilla denominado como “flexión-extensión de rodilla”. Al comparar las fuerzas de cada actuador lineal del robot paralelo calculadas mediante el modelo dinámica y las fuerzas simuladas mediante el software ADAMS/VIEW se determinó un error máximo de 9,72 % (0,05 KN), por lo tanto, mediante el análisis de residuos se determinó que el modelo dinámico es aceptable para aplicaciones de rehabilitación de rodilla.
- Mediante análisis de residuos entre las fuerzas calculadas por el modelo dinámico y las fuerzas simuladas en el software ADAMS/VIEW, para cada actuador lineal en el movimiento de rehabilitación de “rotación interna y externa de rodilla”, se establece la compatibilidad del modelo dinámico con comportamiento dinámico del mecanismo virtual en ADAMS, con un error máximo de 16,35 % (0,339 KN).
- Después de simular del movimiento de rehabilitación de rodilla denominado como “flexión-extensión de tobillo”. El análisis de residuos entre las fuerzas calculadas y las fuerzas simuladas para cada actuador lineal del robot paralelo 3UPS+1RPU, permitió demostrar que el modelo dinámico es compatible con la simulación del mecanismo virtual en ADAMS/VIEW, cuyo error máximo es 19,84 % (29,74 KN).
- Después de analizar los residuos, entre los resultados obtenidos de la simulación en MSC-ADAMS y la resolución del modelo dinámico en el software MATLAB de todos los movimientos de rehabilitación de rodilla se establece que el modelo dinámico determinado por Aquino & Pozo (2017) tiene una confiabilidad de 89,79 % (error de 10,21 %) para la representación de movimientos de traslación, y una confiabilidad de 80,16 % (error de 19.84%) para movimientos rotacionales. Por lo tanto, de acuerdo al análisis de residuos y al criterio de modelamiento de sistemas dinámicos, el modelo dinámico del robot paralelo 3UPS+1RPU es compatible con el comportamiento del mecanismo virtual (Zeigler, 1979).

- Después de realizar el análisis del comportamiento cinemático de los movimientos de flexión de cadera, flexión-extensión de rodilla, rotación interna y externa de rodilla, y flexión-extensión de tobillo para el modelo del robot paralelo 3UPS+1RPU, se determina una confiabilidad del 97,83 % (error del 2,17 %) en la representación del comportamiento cinemático del robot.
- Después de analizar los errores obtenidos en los movimientos de rehabilitación, se establece que el error se debe a que el modelo dinámico analizado no considera modelos de fricción en las articulaciones activas y pasivas, lo cual de acuerdo a Díaz (2009), causa un error de hasta el 20% de las fuerzas estimadas en las juntas prismáticas del robot paralelo.
- Al analizar y comprobar la compatibilidad del modelo dinámico, establecido por Aquino & Pozo (2017), y el mecanismo virtual en ADAMS/VIEW para el robot paralelo 3UPS+1RPU, el proyecto PIMI-1504 puede iniciar el diseño y simulación de controladores de posición o trayectoria para su futura implementación en el robot real.

4.2. Recomendaciones

- Para reducir los errores determinados entre las fuerzas calculadas por el modelo dinámico y la simulación en ADAMS/VIEW, se sugiere incorporar modelos de fricción en las articulaciones activas y pasivas. De acuerdo con Díaz (2009) la falta de modelos de fricción ocasiona un error de hasta el 20% en la estimación de fuerzas en articulaciones activas.
- Con el propósito de facilitar el diseño de controladores electrónicos se recomienda simplificar el modelo dinámico del robot, mediante el método de identificación de parámetros base. Este método permite representar modelos dinámicos de forma lineal con respecto a parámetros dinámicos.
- Se recomienda realizar un diseño de trayectorias sobre los movimientos de rehabilitación enfocado en la evasión de puntos de singularidad dentro del espacio de trabajo.

Referencias Bibliográficas

- Adams, M. (2013). *Introducing and starting the tutorials*. Recuperado el 12 de Marzo de 2018, de MSC Software: https://simcompanion.mscsoftware.com/resources/sites/MSC/content/meta/DOCUMENTATION/10000/DOC10388/~secure/controls_gs_2013.pdf?token=ys7TE0yZfV-kXLKl4qO4YcgIk-6yXbjSbbIBqF9vclyFaHltgRZuGyPCBQbxMIMCIbmsHR0B9e4VtLILG071ZBICI2ad8HfGhKAl0eeySpX1dJ6BIt-WNvNaD
- Anonimo. (2005). *Identificación de sistemas-Selección de la estructura y validación del modelo*. Recuperado el 12 de Marzo de 2018, de Universidad del Cauca: ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Identificacion/2005a/parte%20III/clase5-III/clase_04.pdf
- Aquino, S., & Pozo, E. (2017). Modelo dinámico de un robot paralelo para rehabilitación de rodilla. *Tesis de Maestría*. Quito: Escuela Politécnica Nacional.
- Aracil, R., Saltarén, R., Sabater, J., & Reinoso, O. (2006). Robots paralelos: Maquinas con un pasado para una robótica del futuro. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*.
- Araujo, P., Díaz, M., & Mata, V. (2017). *Diseño de dispositivo robótico para la rehabilitación y diagnosis de extremidades inferiores*. Recuperado el 12 de Febreo de 2018, de ResearchGate: https://www.researchgate.net/profile/Miguel_Diaz-Rodriguez/publication/320410575_Disenio_de_dispositivo_robotico_para_la_rehabilitacion_y_diagnosis_de_extremidades_inferiores/links/59e3b6710f7e9b97fbeb0307/Disenio-de-dispositivo-robotico-para-la-rehabilitac
- Araujo, P., Díaz-Rodríguez, M., Mata, V., Page, Á., & Valera, A. (2016). Análisis cinemático inverso de un robot paralelo RPU+3UPS para la rehabilitación de extremidades inferiores. *Simulación y aplicaciones recientes para ciencia y tecnología*.
- Barrientos, A., Peñin, L., Balaguer, Carlos, & Aracil, R. (2007). *Fundamentos de robótica* (Segunda ed.). Madrid: McGRAW-HILL.
- Briot, S., & Khalil, W. (2015). *Dynamics of Parallel Robots*. Londres: Springer International Publishing Switzerland. Obtenido de <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-19788-3.pdf>
- Castellanos, E. (2012). Control cinemático en el espacio de tareas de robot paralelo neumático en aplicación de simulador de movimiento. *Tesis de Doctorado*. Santa Clara: Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- Cazalilla, J., Vallés, M., Mata, V., Díaz, M., & Valera, A. (2014). Adaptive control of a 3-DOF parallel manipulator considering payload handling and relevant parameter models. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 30.
- Conde, C., & Schiavi, E. (2010). *Métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales*. Recuperado el 25 de Enero de 2018, de OpenCourseWare: http://ocw.upm.es/matematica-aplicada/programacion-y-metodos-numericos/contenidos/TEMA_8/Apuntes/EcsNoLin.pdf

- Díaz, M. (2009). Identificación de parámetros dinámicos de robots paralelos basados en conjunto de parametros significativos. *Tesis de Doctorado*. Valencia: Universidad Politecnica de Valencia.
- Díaz, M., Valera, A., Mata, V., & Valles, M. (2013). Model-Based control of a 3-DOF parallel robot based on identified relevant parameters. *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*.
- Esqueda, J. (2002). *Matlab e interfaces gráficas*. Recuperado el 5 de Enero de 2018, de Instituto Tecnológico de ciudad de madero: ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Identificacion/matlab_seminar/docs/Matlab6xConatec.pdf
- Kapandji, A. (2010). *Fisiología articular*. Madrid: Editorial médica panamericana.
- Kunusch, C. (2003). *Identificación de sistemas dinámicos*. Recuperado el 27 de Diciembre de 2017, de Universidad Nacional de la Plata: <ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Identificacion/Parte%20III/clase%20ident/docs/Identificacion.pdf>
- López, E. (2009). *Identificación de Sistemas. Aplicación al modelado de un motor de continua*. Recuperado el 6 de Enero de 2018, de Universidad del Cauca: <ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Identificacion/Parte%20III/clase%20ident/docs/Ricardo%20Garc%EDa%20L%F3pez/Identif.pdf>
- Marizcal, A. (2017). Diseño de un exoesqueleto para terapias de rehabilitación. *Tesis de Maestría*. La Paz: Tecnológico Nacional de México.
- MathWorks. (2018). *MathWorks*. Recuperado el 14 de Abril de 2018, de Ayuda de Matlab: <https://la.mathworks.com/help/optim/ug/fsolve.html#butbmfz-5>
- Meriam, J., & Kraige, L. (2009). *Engineering Mechanics: Dynamics* (Sexta ed.). USA: John Wiley & Sons Ltd.
- Morera, I. (2010). Identificación de parámetros de modelos de motores de inducción a partir de datso de catálogo. *Tesis de Pregrado*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Perez, M. (2012). Co-simulación Admas/Matlab para el control de posición del robot gryphon. *Título de pregrado*. Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana.
- Provenzano, S. (2001). Aplicaciones de las ecuaciones de Gibbs-Appell a la dinamica de robots. *Tesis de Doctorado*. Valencia: Universidad Politécnica de Valecia.
- Puig, M. (2010). Implementación del algoritmo de mínimos cuadrados aplicado al diseño de dispositivos de microondas. *Tesis de Pregrado*. Gandia: Escuela politecnica superior de Gandia.
- Taghirad, H. (2013). *Parallel Robots Mechanics and Control*. CRC Press Taylor & Francis Group.
- Zamora, P. (2016). Diseño de un robot paralelo para aplicaciones de diagnosis y rehabilitación de rodilla. *Tesis de Maestría*. Valencia: Universidad Politécnica de València.
- Zeigler, B. (1979). Theory of Modelling and Simulation. *IEEE*.

Anexos

ANEXO I. ALGORITMO COMPUTACIONAL PARA EL ANALISIS DE COMPATIBILIDAD DEL MODELO DEL ROBOT 3UPS+1RPU

```
% Escuela Politécnica Nacional
% Maestría en Mecatrónica y Robótica
% Proyecto de desarrollo
% Ing. José Pulloquina
%ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD DEL MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT PARALELO TIPO
3UPS+1RPU PARA REHABILITACIÓN DE RODILLA, MEDIANTE SIMULACIÓN DE
MECANISMOS EN MSC-ADAMS

clear all
close all
clc

%DECLARACIÓN DE VARIABLES GLOBALES
global R r b2f b3f b2m b3m lb m11 m12 XG11 YG11 ZG11 XG12 YG12 ZG12 IXX11
IYY11 IYZ11 IZY11 IZZ11 IXX12 IYY12 IZZ12 I2G11 I3G12 m21 m22 XG21 YG21
ZG21 XG22 YG22 ZG22 IXX21 IYY21 IYZ21 IZY21 IZZ21 IXX22 IYY22 IZZ22 I2G21
I3G22 m31 m32 XG31 YG31 ZG31 XG32 YG32 ZG32 IXX31 IYY31 IYZ31 IZY31 IZZ31
IXX32 IYY32 IZZ32 I2G31 I3G32 m41 m42 XG41 YG41 ZG41 XG42 YG42 ZG42 IXX41
IYY41 IYZ41 IZY41 IZZ41 IXX42 IYY42 IZZ42 I1G41 I2G42 mm XGm YGm ZGm
IXXGm IXYGm IXZGm IYXGm IYYGm IYZGm IZXGm IZYGm IZZGm ImGm qo qpo qppo Xm
Zm Tm Sm VXm VZm Tmp Smp AXm AZm Tmpp Smpp g Fax Fay Faz Tax Tay Taz Xa
Ya Za

%CARACTERISTICAS GENERALES
%Dimensiones geometricas de la placa base
R=0.4;
b2f=50*(pi/180);
b3f=40*(pi/180);
%Dimensiones geometricas de la placa movil
r=0.2;
b2m=40*(pi/180);
b3m=30*(pi/180);
%Longitud del cilindro sin extensión
lb=0.307651;
%Masa del cilindro
mc=1.477718;
%Masa del bastago
mb=0.542948;
%Masa de la plataforma movil
mm=5.396023;

%Centros de gravedad y momentos de inercia
%Pata 1
%Cilindro
%Masa
m11=mc;
%Centro de gravedad
XG11=0.000040;
YG11=0.000321;
```

```

ZG11=0.143835;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX11=0.012905;
IYY11=0.012887;
IYZ11=-0;
IZY11=-0;
IZZ11=0.000816;
%Vástago
%Masa
m12=mb;
%Centro de gravedad
XG12=0;
YG12=0;
ZG12= 0.168316;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX12=0.005086;
IYY12=0.005094;
IZZ12=0.000025;
%Tensores de Inercia
I2G11=[IXX11 0 0;0 IYY11 IYZ11;0 IZY11 IZZ11];
I3G12=[IXX12 0 0;0 IYY12 0;0 0 IZZ12];
%Pata 2
%Cilindro
%Masa
m21=mc;
%Centro de gravedad
XG21=XG11;
YG21=YG11;
ZG21=ZG11;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX21=IXX11;
IYY21=IYY11;
IYZ21=IYZ11;
IZY21=IZY11;
IZZ21=IZZ11;
%Vástago
%Masa
m22=mb;
%Centro de gravedad
XG22=XG12;
YG22=YG12;
ZG22=ZG12;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX22=IXX12;
IYY22=IYY12;
IZZ22=IZZ12;
%Tensores de Inercia
I2G21=[IXX21 0 0;0 IYY21 IYZ21;0 IZY21 IZZ21];
I3G22=[IXX22 0 0;0 IYY22 0;0 0 IZZ22];
%Pata 3
%Cilindro
%Masa
m31=mc;
%Centro de gravedad
XG31=XG11;
YG31=YG11;
ZG31=ZG11;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX31=IXX11;
IYY31=IYY11;

```

```

IYZ31=IYZ11;
IZY31=IZY11;
IZZ31=IZZ11;
%Vástago
%Masa
m32=mb;
%Centro de gravedad
XG32=XG12;
YG32=YG12;
ZG32=ZG12;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX32=IXX12;
IYY32=IYY12;
IZZ32=IZZ12;
%Tensores de Inercia
I2G31=[IXX31 0 0;0 IYY31 IYZ31;0 IZY31 IZZ31];
I3G32=[IXX32 0 0;0 IYY32 0;0 0 IZZ32];
%Pata 4
%Cilindro
%Masa
m41=mc;
%Centro de gravedad
XG41=XG11;
YG41=YG11;
ZG41=ZG11;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX41=IXX11;
IYY41=IYY11;
IYZ41=IYZ11;
IZY41=IZY11;
IZZ41=IZZ11;
%Vástago
%Masa
m42=0.592044;
%Centro de gravedad
XG42=0;
YG42=0;
ZG42=0.180204;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXX42=0.006015;
IYY42=0.006024;
IZZ42=0.000028;
%Tensores de Inercia
I1G41=[IXX41 0 0;0 IYY41 IYZ41;0 IZY41 IZZ41];
I2G42=[IXX42 0 0;0 IYY42 0;0 0 IZZ42];
%Plataforma movil
%Centro de gravedad
XGm=0.031911;
YGm=0.009780;
ZGm=0.032602;
%Momento de inercia respecto al centroide
IXXGm=0.039620;
IXYGm=0.001718;
IXZGm=-0.000228;
IYXGm=0.001718;
IYYGm=0.116462;
IYZGm=0.000071;
IZXGm=-0.000228;
IZYGm=0.000071;
IZZGm=0.154398;

```

```

%Tensores de Inercia
ImGm=[IXXGm IXYGm IZXGm;IYXGm IYYGm IYZGm;IZXGm IZYGm IZZGm];

%CARACTERISTICAS DE SIMULACIÓN
%Tipo de algoritmo para fsolve
opfsolve=optimoptions(@fsolve,'Algorithm','levenberg-marquardt');
%gravedad
g=-9.81;
%TIPO DE MOVIMIENTO A SIMULAR
%1=Flexion de cadera
%2=Flexión-extensión de rodilla
%3=Rotación interna-externa de rodilla
%4=Flexión-extensión de tobillo
tmov=4;

%PUNTOS DE INICIO Y FINAL PARA LAS TRAYECTORAS
switch tmov
case 1
    %Fuerza externa aplicada en plataforma movil
    Faxo=100;Faxf=100;
    Fayo=0;Fayf=0;
    Fazo=-200;Fazf=-200;
    %Momento externo aplicado en plataforma movil
    Taxo=0;Taxf=0;
    Tayo=0;Tayf=0;
    Tazo=0;Tazf=0;
    %Coordenadas del punto de aplicación
    Xao=0.02;Xaf=0.02;
    Yao=0;Yaf=0;
    Zao=0;Zaf=0;
    %Posición
    Xo=[0 0];Xf=[0 0];
    Zo=[0.375825 0.575825];Zf=[0.575825 0.575825];
    Tmo=[0 0];Tmf=[0 0];
    Smo=[0 0];Smf=[0 0];
    %Velocidad
    Vxo=[0 0];Vxf=[0 0];
    Vzo=[0.01 0];Vzf=[0.01 0];
    WTmo=[0 0];WTmf=[0 0];
    WSmo=[0 0];WSmf=[0 0];
    %Aceleración
    Axo=0;Axf=0;
    Azo=0;Azf=0;
    ATmo=0;ATmf=0;
    ASmo=0;ASmf=0;
    %Tiempo de analisis
    tt=[abs((Zf(1)-Zo(1))/Vzo(1)) 1];
    tsim=sum(tt);
    psim=0.1;
    tesim=tt/psim;
case 2
    %Fuerza externa aplicada en plataforma movil
    Faxo=100;Faxf=100;
    Fayo=0;Fayf=0;
    Fazo=-200;Fazf=-200;
    %Momento externo aplicado en plataforma movil
    Taxo=0;Taxf=0;
    Tayo=0;Tayf=0;
    Tazo=0;Tazf=0;
    %Coordenadas del punto de aplicación

```

```

Xao=0.02;Xaf=0.02;
Yao=0;Yaf=0;
Zao=0;Zaf=0;
%Posición
Xo=[0 0 0.2];Xf=[0 0.2 -0.11];
Zo=[0.37582 0.47582 0.47582];Zf=[0.47582 0.47582 0.47582];
Tmo=[0 0 0];Tmf=[0 0 0];
Smo=[0 0 0];Smf=[0 0 0];
%Velocidad
Vxo=[0 0.01 -0.01];Vxf=[0 0.01 -0.01];
Vzo=[0.01 0 0];Vzf=[0.01 0 0];
WTmo=[0 0 0];WTmf=[0 0 0];
WSmo=[0 0 0];WSmf=[0 0 0];
%Aceleración
Axo=0;Axf=0;
Azo=0;Azf=0;
ATmo=0;ATmf=0;
ASmo=0;ASmf=0;
%Tiempo de analisis
tt=[abs((Zf(1)-Zo(1))/Vzo(1)) abs((Xf(2)-Xo(2))/Vxo(2))
abs((Xf(3)-Xo(3))/Vxo(3))];
tsim=sum(tt);
psim=0.1;
tesim=tt/psim;
case 3
%Fuerza externa aplicada en plataforma movil
Faxo=100;Faxf=100;
Fayo=0;Fayf=0;
Fazo=-200;Fazf=-200;
%Momento externo aplicado en plataforma movil
Taxo=0;Taxf=0;
Tayo=0;Tayf=0;
Tazo=0;Tazf=0;
%Coordenadas del punto de aplicación
Xao=0.02;Xaf=0.02;
Yao=0;Yaf=0;
Zao=0;Zaf=0;
%Posición
Xo=[0 0 0];Xf=[0 0 0];
Zo=[0.37582 0.47582 0.47582];Zf=[0.47582 0.47582 0.47582];
Tmo=[0 0 0];Tmf=[0 0 0];
Smo=[0 0 -7*(pi/180)];Smf=[0 -7*(pi/180) 7*(pi/180)];
%Velocidad
Vxo=[0 0 0];Vxf=[0 0 0];
Vzo=[0.01 0 0];Vzf=[0.01 0 0];
WTmo=[0 0 0];WTmf=[0 0 0];
WSmo=[0 -10*(pi/180) 10*(pi/180)];WSmf=[0 -10*(pi/180)
10*(pi/180)];
%Aceleración
Axo=0;Axf=0;
Azo=0;Azf=0;
ATmo=0;ATmf=0;
ASmo=0;ASmf=0;
%Tiempo de analisis
tt=[abs((Zf(1)-Zo(1))/Vzo(1)) abs((Smf(2)-Smo(2))/WSmo(2))
abs((Smf(3)-Smo(3))/WSmo(3))]; %abs((Zf(1)-Zo(1))/Vzo(1))
tsim=sum(tt);
psim=0.1;
tesim=tt/psim;
case 4

```

```

%Fuerza externa aplicada en plataforma movil
Faxo=100;Faxf=100;
Fayo=0;Fayf=0;
Fazo=-200;Fazf=-200;
%Momento externo aplicado en plataforma movil
Taxo=0;Taxf=0;
Tayo=0;Tayf=0;
Tazo=0;Tazf=0;
%Coordenadas del punto de aplicación
Xao=0.02;Xaf=0.02;
Yao=0;Yaf=0;
Zao=0;Zaf=0;
%Posición
Xo=[0 0 0];Xf=[0 0 0];
Zo=[0.37582 0.47582 0.47582];Zf=[0.47582 0.47582 0.47582];
Tmo=[0 0 30*(pi/180)];Tmf=[0 30*(pi/180) -30*(pi/180)];
Smo=[0 0 0];Smf=[0 0 0];
%Velocidad
Vxo=[0 0 0];Vxf=[0 0 0];
Vzo=[0.01 0 0];Vzf=[0.01 0 0];
WTmo=[0 10*(pi/180) -10*(pi/180)];WTmf=[0 10*(pi/180) -
10*(pi/180)];
WSmo=[0 0 0];WSmf=[0 0 0];
%Aceleración
Axo=0;Axf=0;
Azo=0;Azf=0;
ATmo=0;ATmf=0;
ASmo=0;ASmf=0;
%Tiempo de analisis
tt=[abs((Zf(1)-Zo(1))/Vzo(1)) abs((Tmf(2)-Tmo(2))/WTmo(2))
abs((Tmf(3)-Tmo(3))/WTmo(3))];
tsim=sum(tt);
psim=0.05;
tesim=tt/psim;

end

%Numero de elementos para simulación
esim=sum(tesim);

%TRAYECTORIAS DE SIMULACIÓN
%Fuerza externa aplicada en plataforma movil
tFax=gtray(Faxo,Faxf,esim);
tFay=gtray(Fayo,Fayf,esim);
tFaz=gtray(Fazo,Fazf,esim);
%Momento externo aplicado en plataforma movil
tTax=gtray(Taxo,Taxf,esim);
tTay=gtray(Tayo,Tayf,esim);
tTaz=gtray(Tazo,Tazf,esim);
%Coordenadas del punto de aplicación
tXa=gtray(Xao,Xaf,esim);
tYa=gtray(Yao,Yaf,esim);
tZa=gtray(Zao,Zaf,esim);
%Posición
tX=gtray(Xo,Xf,tesim);
tZ=gtray(Zo,Zf,tesim);
tTm=gtray(Tmo,Tmf,tesim);
tSm=gtray(Smo,Smf,tesim);
%Velocidad
tVX=gtray(Vxo,Vxf,tesim);
tVZ=gtray(Vzo,Vzf,tesim);

```

```

tWTm=gtray(WTmo,WTmf,tesim);
tWSm=gtray(WSm0,WSmf,tesim);

%Aceleración
tAX=gtray(Axo,Axf,esim);
tAZ=gtray(Azo,Azf,esim);
tATm=gtray(ATmo,ATmf,esim);
tASm=gtray(ASmo,ASmf,esim);

%Contador para simulación
cs=1;

%CONDICIONES INICIALES DE SIMULACIÓN
%Posición inicial de las articulaciones
qo11=61.979*(pi/180);qo12=90*(pi/180);qo13=0.425728;
qo21=104.031*(pi/180);qo22=65.480*(pi/180);qo23=0.428574;
qo31=108.109*(pi/180);qo32=111.506*(pi/180);qo33=0.428574;
qo41=90*(pi/180);qo42=0.375825;

qo=[qo11,qo12,qo13,qo21,qo22,qo23,qo31,qo32,qo33,qo41,qo42];

%Velocidad inicial de las articulaciones
qpo11=0;qpo12=0;qpo13=0;
qpo21=0;qpo22=0;qpo23=0;
qpo31=0;qpo32=0;qpo33=0;
qpo41=0;qpo42=0;

qpo=[qpo11,qpo12,qpo13,qpo21,qpo22,qpo23,qpo31,qpo32,qpo33,qpo41,qpo42];

%Aceleración inicial de las articulaciones
qppo11=0;qppo12=0;qppo13=0;
qppo21=0;qppo22=0;qppo23=0;
qppo31=0;qppo32=0;qppo33=0;
qppo41=0;qppo42=0;

qppo=[qppo11,qppo12,qppo13,qppo21,qppo22,qppo23,qppo31,qppo32,qppo33,qppo41,qppo42];

%Fuerzas aplicadas por los cilindros y coeficientes de lagrange
Fo=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

%Variables de almacenamiento de resultados
ts=[];
qsim=[];qpsim=[];qpsim=[];
Fsim=[];
Jsim=[];
for i=0:psim:tsim
    ts=[ts i];
    %Posición del centro de la plataforma Fija
    Xm=tX(cs);
    Zm=tZ(cs);
    Tm=tTm(cs);
    Sm=tSm(cs);
    %Velocidad del centro de la plataforma Fija
    VXm=tVX(cs);
    VZm=tVZ(cs);
    Tmp=tWTm(cs);
    Smp=tWSm(cs);

```

```

%Aceleración del centro de la plataforma Fija
AXm=tAX(cs);
AZm=tAZ(cs);
Tmpp=tATm(cs);
Smpp=tASm(cs);

%FUERZAS EXTERNAS APLICADAS A LA PLATAFORMA MOVIL
%Fuerza externa
Fax=tFax(cs);
Fay=tFay(cs);
Faz=tFaz(cs);
%Momento externo
Tax=tTax(cs);
Tay=tTay(cs);
Taz=tTaz(cs);
%Coordenadas del punto de aplicación
Xa=tXa(cs);
Ya=tYa(cs);
Za=tZa(cs);

%Incremento del contador de simulación
cs=cs+1;
%Resolución del problema de cinemática inversa
%Calculo de posiciones en coordenadas generalizadas
q=fsolve(@posang,qo,opfsolve);
qo=q;
qsim=[qsim qo'];
%Calculo de velocidades en coordenadas generalizadas
qp=fsolve(@vang,qpo,opfsolve);
qpo=qp;
qpsim=[qpsim qpo'];
%Calculo de aceleraciones en coordenadas generalizadas
qpp=fsolve(@aang,qppo,opfsolve);
qppo=qpp;
qppsim=[qppsim qppo'];
%Determinación de parámetros para análisis dinámico

[J,w11,w12,w21,w22,w31,w32,w41,w42,wm,wp11,wp12,wp21,wp22,wp31,wp32,wp41,
wp42,wpm,AG11,AG12,AG21,AG22,AG31,AG32,AG41,AG42,AGm,IG11,IG12,IG21,IG22,
IG31,IG32,IG41,IG42,IGm]=param_din();
Jsim=[Jsim det(J(1:11,1:11))];
%Calculo de fuerzas de cada cilindro y coeficientes de lagrange
F=fsolve(@mdinam,Fo,opfsolve);
Fo=F;
Fsim=[Fsim Fo'];
end
Fsim=Fsim/1000;
%%
%SIMULACIÓN DE RESULTADOS
%Grafica 3D de la posición actual del robot
%for i=1:(cs-1)
%prgraf3D(qsim(:,i)',1);
%end
%%
%SIMULACIÓN DE MODELO CINEMATICO EN MSC ADAMS
%Directorio principal de los archivos
mainfolder=pwd;
%Directorio donde se encuentra el modelo cinemático desarrollado en adams
cinfolder=strcat(mainfolder,'\Modelo Cinemático');
%Cambio a directorio

```

```

cd(cinfolder);
%Configuración del sistema a simular
Planta_1;
%Simulación de movimiento en MSC ADAMS
sim('Planta_adams_1');
%Retorna a directorio principal
cd(mainfolder);

%DATOS DE SIMULACIÓN DESDE MSC ADAMS
%Posiciones en coordenadas generalizadas
qsim_ad=qadams.Data';
%Velocidades en coordenadas generalizadas
qpsim_ad=qpadams.Data';
%Aceleraciones en coordenadas generalizadas
qppsimsim_ad=qppadams.Data';
%Trayectorias de desplazamiento de cada articulación prismática
ts_ad=qdadams.Time;
psim_ad=ts_ad(2)-ts_ad(1);
dq13_ad=qdadams.Data(:,1);
dq23_ad=qdadams.Data(:,2);
dq33_ad=qdadams.Data(:,3);
dq42_ad=qdadams.Data(:,4);

%SIMULACIÓN DE MODELO DINAMICO EN MSC ADAMS
%Directorio donde se encuentra el modelo dinamico desarrollado en adams
dinfolder=strcat(mainfolder,'\Modelo Dinamico');
%Cambio a directorio
cd(dinfolder);
%Configuración del sistema a simular
Planta_2;
%Simulación de movimiento en MSC ADAMS
sim('Planta_adams_2');
%Retorna a directorio principal
cd(mainfolder);

%DATOS DE SIMULACIÓN DESDE MSC ADAMS
%Posiciones del centro de plataforma móvil
tX_ad=Padams.Data(:,1)';
tY_ad=Padams.Data(:,2)';
tZ_ad=Padams.Data(:,3)';
tTm_ad=Oadams.Data(:,1)';
tSm_ad=Oadams.Data(:,2)';
%Fuerza en cada junta prismática
F_ad=Fadams.Data';
F_ad=F_ad/1000;

%%
%GRAFICAS COMPARATIVAS

%Conversión de unidades para comparación de resultados (de m a mm, y de
rad a grados)
qsim=[qsim(1,:)*(180/pi);qsim(2,:)*(180/pi);qsim(3,)*1000;qsim(4,)*(180
/pi);qsim(5,)*(180/pi);qsim(6,)*1000;qsim(7,)*(180/pi);qsim(8,)*(180/
pi);qsim(9,)*1000;qsim(10,)*(180/pi);qsim(11,)*1000];
qpsim=[qpsim(1,)*(180/pi);qpsim(2,)*(180/pi);qpsim(3,)*1000;qpsim(4,)*
*(180/pi);qpsim(5,)*(180/pi);qpsim(6,)*1000;qpsim(7,)*(180/pi);qpsim(8
,)*(180/pi);qpsim(9,)*1000;qpsim(10,)*(180/pi);qpsim(11,)*1000];
qppsimsim=[qppsimsim(1,)*(180/pi);qppsimsim(2,)*(180/pi);qppsimsim(3,)*1000;qppsimsim
(4,)*(180/pi);qppsimsim(5,)*(180/pi);qppsimsim(6,)*1000;qppsimsim(7,)*(180/pi)

```

```

;qppsim(8,:)*(180/pi);qppsim(9,)*1000;qppsim(10,)*(180/pi);qppsim(11,)*
*1000];
tTm=tTm*(180/pi);
tSm=tSm*(180/pi);
%%
%ANÁLISIS DE RESIDUOS

%Residuos de posiciones calculadas en coordenadas generalizadas
eqsim=(qsim_ad-qsim);
%Error cuadrático medio
ECMqsim=sqrt((sum((eqsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPqsim=((sum(abs((eqsim./qsim)),2)/(esim+1)))*100;

%Residuos de velocidades calculadas en coordenadas generalizadas
eqpsim=(qpsim_ad-qpsim);
%Error cuadrático medio
ECMqpsim=sqrt((sum((eqpsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPqpsim=((sum(abs((eqpsim./qpsim)),2)/(esim+1)))*100;

%Residuos de aceleraciones calculadas en coordenadas generalizadas
eqppsim=(qppsim_ad-qppsim);
%Error cuadrático medio
ECMqppsim=sqrt((sum((eqppsim.^2),2))/(esim+1));
%Error cuadrático medio porcentual
EPqppsim=((sum(abs((eqppsim./qppsim_ad)),2)/(esim+1)))*100;

%Residuos de trayectoria en X
exsim=(tX_ad-tX);
%Error cuadrático medio
ECMexsim=sqrt((sum((exsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPexsim=((sum(abs((exsim./tX)),2)/(esim+1)))*100;
%Residuos de trayectoria en Z
ezsim=(tZ_ad-tZ);
%Error cuadrático medio
ECMezsim=sqrt((sum((ezsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPezsim=((sum(abs((ezsim./tZ)),2)/(esim+1)))*100;
%Residuos de trayectoria de giro alrededor de Y
etmsim=(tTm_ad-tTm);
%Error cuadrático medio
ECMetmsim=sqrt((sum((etmsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPetmsim=((sum(abs((etmsim./tTm)),2)/(esim+1)))*100;
%Residuos de trayectoria de giro alrededor de Z
esmsim=(tSm_ad-tSm);
%Error cuadrático medio
ECMesmsim=sqrt((sum((esmsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPesmsim=((sum(abs((esmsim./tSm)),2)/(esim+1)))*100;

%Residuos de Fuerzas calculadas en coordenadas generalizadas
efsim=(F_ad-Fsim(1:4,:));
%Error cuadrático medio
ECMefsim=sqrt((sum((efsim.^2),2))/(esim+1));
%Error absoluto porcentual
EPefsim=((sum(abs((efsim./Fsim(1:4,:))),2)/(esim+1)))*100;

```

```
%Análisis de correlación de las fuerzas calculadas en los actuadores
```

```
%Fuerza F1
%Respecto a las coordenadas X
[Ref1Xm,lag1Xm]=xcorr(efsim(1,:),tX,'biased');
%Respecto a las coordenadas Z
[Ref1Zm,lag1Zm]=xcorr(efsim(1,:),tZ,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Y
[Ref1Tm,lag1Tm]=xcorr(efsim(1,:),tTm,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Z
[Ref1Sm,lag1Sm]=xcorr(efsim(1,:),tSm,'biased');
```

```
%Fuerza F2
%Respecto a las coordenadas X
[Ref2Xm,lag2Xm]=xcorr(efsim(2,:),tX,'biased');
%Respecto a las coordenadas Z
[Ref2Zm,lag2Zm]=xcorr(efsim(2,:),tZ,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Y
[Ref2Tm,lag2Tm]=xcorr(efsim(2,:),tTm,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Z
[Ref2Sm,lag2Sm]=xcorr(efsim(2,:),tSm,'biased');
```

```
%Fuerza F3
%Respecto a las coordenadas X
[Ref3Xm,lag3Xm]=xcorr(efsim(3,:),tX,'biased');
%Respecto a las coordenadas Z
[Ref3Zm,lag3Zm]=xcorr(efsim(3,:),tZ,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Y
[Ref3Tm,lag3Tm]=xcorr(efsim(3,:),tTm,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Z
[Ref3Sm,lag3Sm]=xcorr(efsim(3,:),tSm,'biased');
```

```
%Fuerza F4
%Respecto a las coordenadas X
[Ref4Xm,lag4Xm]=xcorr(efsim(4,:),tX,'biased');
%Respecto a las coordenadas Z
[Ref4Zm,lag4Zm]=xcorr(efsim(4,:),tZ,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Y
[Ref4Tm,lag4Tm]=xcorr(efsim(4,:),tTm,'biased');
%Respecto al giro alrededor de Z
[Ref4Sm,lag4Sm]=xcorr(efsim(4,:),tSm,'biased');
```

```
%%
%Etiquetas de graficas
etiqla='lags';
eticor='R';
etiqt='t(s)';
etiqtar='q(°)';
etiqtap='q(mm)';
etiqtpar='qp(°/s)';
etiqtppar='qp(mm/s)';
etiqtpppar='qpp(°/s^2)';
etiqtpppap='qpp(mm/s^2)';
etiqttx='Xm(m)';
etiqtz='Zm(m)';
etiqtmm='Tm(°)';
etiqtmsm='Sm(°)';
etiqtif='F(KN)';
```

```

etieqap='e(mm)';
etieqpap='e(mm/s)';
etieqppap='e(mm/s^2)';
etieqar='e(°)';
etieqpar='e(°/s)';
etieqppar='e(°/s^2)';
etie='e(m)';
etief='e(KN)';
%fgrafica(t,y,ts,disg,xeti,yeti,titg,legg,i)
%Graficas comparativas de posición para las articulaciones prismaticas de
las pata 1,2,3 y 4

fgrafica(ts,[qsim(3,:);qsim_ad(3,:);eqsim(3,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqap,etieqap],{'Posición junta prismatica-Pata
1','Error'},{'q13_m','q13_s','e_q_1_3'},2)
fgrafica(ts,[qsim(6,:);qsim_ad(6,:);eqsim(6,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqap,etieqap],{'Posición junta prismatica-Pata
2','Error'},{'q23_m','q23_s','e_q_2_3'},3)
fgrafica(ts,[qsim(9,:);qsim_ad(9,:);eqsim(9,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqap,etieqap],{'Posición junta prismatica-Pata
3','Error'},{'q33_m','q33_s','e_q_3_3'},4)
fgrafica(ts,[qsim(11,:);qsim_ad(11,:);eqsim(11,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqap,etieqap],{'Posición junta prismatica-Pata
4','Error'},{'q42_m','q42_s','e_q_4_2'},5)

%Graficas comparativas de velocidad para las articulaciones de las pata
1,2,3 y 4
fgrafica(ts,[qpsim(3,:);qpsim_ad(3,:);eqpsim(3,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqpap,etieqpap],{'Velocidad junta prismatica-Pata
1','Error'},{'qp13_m','qp13_s','e_q_p_1_3'},6)
fgrafica(ts,[qpsim(6,:);qpsim_ad(6,:);eqpsim(6,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqpap,etieqpap],{'Velocidad junta prismatica-Pata
2','Error'},{'qp23_m','qp23_s','e_q_p_2_3'},7)
fgrafica(ts,[qpsim(9,:);qpsim_ad(9,:);eqpsim(9,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqpap,etieqpap],{'Velocidad junta prismatica-Pata
3','Error'},{'qp33_m','qp33_s','e_q_p_3_3'},8)
fgrafica(ts,[qpsim(11,:);qpsim_ad(11,:);eqpsim(11,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqpap,etieqpap],{'Velocidad junta prismatica-Pata
4','Error'},{'qp42_m','qp42_s','e_q_p_4_2'},9)

%Graficas comparativas de aceleración para las articulaciones de las pata
1,2,3 y 4
fgrafica(ts,[qppsim(3,:);qppsim_ad(3,:);eqppsim(3,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqppap,etieqppap],{'Aceleración junta prismatica-Pata
1','Error'},{'qpp13_m','qpp13_s','e_q_p_p_1_3'},10)
fgrafica(ts,[qppsim(6,:);qppsim_ad(6,:);eqppsim(6,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqppap,etieqppap],{'Aceleración junta prismatica-Pata
2','Error'},{'qpp23_m','qpp23_s','e_q_p_p_2_3'},11)
fgrafica(ts,[qppsim(9,:);qppsim_ad(9,:);eqppsim(9,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqppap,etieqppap],{'Aceleración junta prismatica-Pata
3','Error'},{'qpp33_m','qpp33_s','e_q_p_p_3_3'},12)
fgrafica(ts,[qppsim(11,:);qppsim_ad(11,:);eqppsim(11,:)],[0 tsim],[2
1],[etiqat,etiqat],[etiqppap,etieqppap],{'Aceleración junta prismatica-Pata
4','Error'},{'qpp42_m','qpp42_s','e_q_p_p_4_2'},13)

%Graficas comparativas de la posición del punto central de la plataforma
movil

```

```

fgrafica(ts,[tX;tX_ad;exsim],[0 tsim],[2
1],{etiqtx,etiqtx},{etiqtx,etie},{'Posición en X-Plataforma
Movil','Error'},{'Xm_m','Xm_s','e_X_m'},14)
fgrafica(ts,[tZ;tZ_ad;ezsim],[0 tsim],[2
1],{etiqz,etiqz},{etiqztz,etie},{'Posición en Z-Plataforma
Movil','Error'},{'Zm_m','Zm_s','e_Z_m'},15)
fgrafica(ts,[tTm;tTm_ad;etmsim],[0 tsim],[2
1],{etiqtm,etiqtm},{etiqttm,etieqar},{'Orientación alrededor Y-Plataforma
Movil','Error'},{'Tm_m','Tm_s','e_T_m'},16)
fgrafica(ts,[tSm;tSm_ad;esmsim],[0 tsim],[2
1],{etiqs,etiqs},{etiqtsm,etieqar},{'Orientación alrededor Z-Plataforma
Movil','Error'},{'Sm_m','Sm_s','e_S_m'},17)

%Graficas comparativas de la fuerza generada en cada piston
fgrafica(ts,[Fsim(1,:);F_ad(1,:);efsim(1,:)],[0 tsim],[2
1],{etiqf,etiqf},{etif,etief},{'Fuerza-Pata
1','Error'},{'F1_m','F1_s','e_F_1'},18)
fgrafica(ts,[Fsim(2,:);F_ad(2,:);efsim(2,:)],[0 tsim],[2
1],{etiqf,etiqf},{etif,etief},{'Fuerza-Pata
2','Error'},{'F2_m','F2_s','e_F_2'},19)
fgrafica(ts,[Fsim(3,:);F_ad(3,:);efsim(3,:)],[0 tsim],[2
1],{etiqf,etiqf},{etif,etief},{'Fuerza-Pata
3','Error'},{'F3_m','F3_s','e_F_3'},20)
fgrafica(ts,[Fsim(4,:);F_ad(4,:);efsim(4,:)],[0 tsim],[2
1],{etiqf,etiqf},{etif,etief},{'Fuerza-Pata
4','Error'},{'F4_m','F4_s','e_F_4'},21)

%Graficas de de correlación para fuerzas en pistones
fgrafica(lag1Xm,[Ref1Xm;Ref1Zm;Ref1Tm;Ref1Sm],[min(lag1Xm)
max(lag1Xm)],[1 1 1
1],{etiqla,etiqla,etiqla,etiqla},{eticor,eticor,eticor,eticor},{'Correlac
ión','Correlación','Correlación','Correlación'},{'F1-Xm','F1-Zm','F1-
Tm','F1-Sm'},22)
fgrafica(lag2Xm,[Ref2Xm;Ref2Zm;Ref2Tm;Ref2Sm],[min(lag2Xm)
max(lag2Xm)],[1 1 1
1],{etiqla,etiqla,etiqla,etiqla},{eticor,eticor,eticor,eticor},{'Correlac
ión','Correlación','Correlación','Correlación'},{'F2-Xm','F2-Zm','F2-
Tm','F2-Sm'},23)
fgrafica(lag3Xm,[Ref3Xm;Ref3Zm;Ref3Tm;Ref3Sm],[min(lag3Xm)
max(lag3Xm)],[1 1 1
1],{etiqla,etiqla,etiqla,etiqla},{eticor,eticor,eticor,eticor},{'Correlac
ión','Correlación','Correlación','Correlación'},{'F3-Xm','F3-Zm','F3-
Tm','F3-Sm'},24)
fgrafica(lag4Xm,[Ref4Xm;Ref4Zm;Ref4Tm;Ref4Sm],[min(lag4Xm)
max(lag4Xm)],[1 1 1
1],{etiqla,etiqla,etiqla,etiqla},{eticor,eticor,eticor,eticor},{'Correlac
ión','Correlación','Correlación','Correlación'},{'F4-Xm','F4-Zm','F4-
Tm','F4-Sm'},25)

```