

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

**DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA
EN UNA MUESTRA LÍQUIDA ABSORBENTE POR MEDIO DEL
ESTUDIO INTERFEROMÉTRICO DEL EFECTO DE LENTE TÉRMICA.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
FÍSICO.**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN.

Darwin Patricio Guanga Auqui

dpga_88@hotmail.com

DIRECTOR: César Costa Vera, Ph.D

cesar.costa@epn.edu.ec

Quito, Septiembre 2018

DECLARACIÓN

Yo, DARWIN PATRICIO GUANGA AUQUI, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación personal; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.



Darwin Patricio Guanga Auqui.

CERTIFICACIÓN

Certifico que le presente trabajo fue desarrollado por Darwin Patricio Guanga Auqui bajo mi supervisión.



César Costa Vera, Ph.D.
DIRECTOR DEL PROYECTO DE INVESTIGACION.

DEDICATORIA

A mis padres y hermanos, quienes son mi fortaleza y cuyas palabras me dejan saber que aún sigo vivo y en la lucha.

AGRADECIMIENTO

Agradezco al Dr. César Costa, Dr. Luis Rodríguez y Dr. José Luis Paz por la guía y colaboración en el desarrollo de este proyecto, de igual manera a mis padres, hermanos, amigos y profesores por sus consejos. Finalmente, al Departamento de Física de la Escuela Politécnica Nacional por el uso del laboratorio de Espectroscopía, Óptica y Fotónica.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS	I
ÍNDICE DE FIGURAS	II
RESUMEN	IV
ABSTRACT.....	VI
1. INTRODUCCIÓN	1
2. FUNDAMENTO TEÓRICO	4
2.1 Fundamento teórico de la lente térmica	5
2.1.1 Ley de Lambert-Beer-Bouger	5
2.1.2 Forma del perfil de intensidad de un haz gaussiano	5
2.1.3 Tiempo característico de lente térmica	6
2.1.4 Difusividad térmica	6
2.2 Propagación de calor conductiva y convectiva en un medio líquido	6
2.2.1 Ecuación de calor no homogénea en un medio líquido absorbente	8
2.2.2 Transformada de Hankel	9
2.2.3 Distribución de temperatura radial $\Delta T(r, t)$ para una solución líquida, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano	10
2.2.4 Distribución de temperatura en dirección axial $\Delta T(z, t)$ para una solución líquida, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano	12
2.2.5 Distribución de temperatura en dirección axial $\Delta T(z, t)$ para la capa de vidrio, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano	13
2.2.6 Convección natural o libre en líquidos	14
2.2.7 Parámetros físicos que describen la convección libre en un cilindro horizontal dentro de un medio líquido.....	15
2.2.8 Ecuaciones de Navier Stokes para fluido en régimen laminar	18
2.3 Fundamentos teóricos de la Interferometría	19
2.3.1 Interferencia de dos ondas	19
2.3.2 Interferómetro de Sagnac	20

2.4 Transformada de Fourier para determinar el mapa de fases fototérmico bidimensional	20
2.5 Relación de la fase fototérmica con la distribución de temperatura	24
2.5.1 Relación de la fase fototérmica con la distribución de la temperatura en la dirección axial	25
2.5.2 Relación de la fase fototérmica con la distribución de la temperatura en la dirección radial	26
3. METODOLOGÍA.....	28
3.1 Solución de agua con tartrazina	28
3.2 Cámara CCD	29
3.3 Obtención de interferogramas por medio del interferómetro de Sagnac	30
3.3.1 Transformada de Fourier bidimensional para obtener una distribución de frecuencias de cada interferograma	31
3.3.2 Mapa de fase fototérmico bidimensional	34
3.4 Modelo de un haz láser incidente sobre una cubeta de vidrio que contiene agua	34
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	36
4.1 Comparación de perfiles de intensidad para los distintos interferogramas	36
4.2 Interpretación física del mapa de fase fototérmico bidimensional	36
4.3 Determinación de la constante de difusividad térmica para la solución de tartrazina con agua	44
4.4 Curva de mejor ajuste para el vidrio	46
4.5 Simulación de la fase fototérmica en la dirección axial a un tiempo de 0.24s.	49

4.6 Asimetría del perfil radial fototérmico	51
4.6.1 Simulación de las ecuaciones de convección libre para el agua.	53
5. CONCLUSIONES	57
6. RECOMENDACIÓN	59
7. BIBLIOGRAFÍA	60
ANEXO A.....	66
ANEXO B.....	68
ANEXO C.....	72

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Parámetros convectivos asociados a la geometría de un cilindro horizontal inmerso en agua líquida.	16
Tabla 2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido un fluido newtoniano e incomprensible	18
Tabla 3.1. Propiedades fisicoquímicas de la tartrazina	28
Tabla 3.2. Propiedades fisicoquímicas del agua líquida a 290°K.....	35
Tabla 3.3. Dimensiones geométricas de la cubeta de vidrio.....	35
Tabla 4.1. Características del mapa de fase fototérmico bidimensional a 0.03s.....	38
Tabla 4.2. Características del mapa de fase fototérmico a diferentes tiempos.	41
Tabla 4.3. Características del mapa de fase fototérmico a diferentes potencias.	41
Tabla 4.4. Valores de las constantes B_0, B_1, D	45
Tabla 4.5. Valores de difusividad térmica para la solución de tartrazina con agua considerando diferentes potencias	45
Tabla 4.6. Valores de los parámetros a, b, c, D para la capa de vidrio	47
Tabla 4.7. Comparación del coeficiente de difusividad térmica para la capa vidrio utilizada en el experimento y en trabajos similares	48
Tabla 4.8. Parámetros para la fase fototérmica en dirección axial.....	49
Tabla 4.9. Comparación teórico-experimental de la distancia axial de propagación de calor y de fase fototérmica	50
Tabla 4.10. Parámetros convectivos calculados para el agua	52
Tabla 4.11. Valores de temperatura para el agua a diferentes tiempos.....	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Efecto de lente térmica	4
Figura 2.2. Propagación de calor por conducción y convección	7
Figura 2.3. Haz de perfil gaussiano incidente sobre una muestra líquida absorbente.	8
Figura 2.4. Interferencia de dos ondas planas	20
Figura 2.5. Montaje experimental del interferómetro de Sagnac de dos haces	21
Figura 2.6. Espacio de frecuencias	23
Figura 3.1. Espectro de absorción de la solución de agua con tartrazina	29
Figura 3.2. Interferogramas obtenidos con el interferómetro de Sagnac de dos haces.	31
Figura 3.3. Distribución de frecuencias a 0s.....	32
Figura 3.4. Distribución de frecuencias a 0.24s.....	33
Figura 3.5. Mapa de fase fototérmico bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s e interferograma con deformación a 0.24s.....	34
Figura 3.6. Modelo geométrico para el agua como fluido convectivo.	35
Figura 4.1. Comparación de perfiles de intensidad	36
Figura 4.2. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.03s.....	37
Figura 4.3. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.15s y 0.18s	39
Figura 4.4. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.21s y 0.24s	40
Figura 4.5. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.24s y con una potencia de 1.8mW y 1.5mW, respectivamente.....	42
Figura 4.6. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.24s y con una potencia de 1mW	43
Figura 4.7. Fase fototérmica axial en función de la distancia axial z para un tiempo de 0.24s.....	44
Figura 4.8. Fase fototérmica en función de la distancia axial para el vidrio	47
Figura 4.9. Fase fototérmica en función de la distancia axial para las capas de vidrio y de tartrazina en agua.....	48
Figura 4.10. Representación de la fase fototérmica axial teórica y experimental en	

función de la distancia axial.....	50
Figura 4.11. Comparación de los perfiles de fases fototérmico radial a 0.09s y 0.18s	51
Figura 4.12. Campo de temperatura para una muestra de agua a diferentes tiempos..	54
Figura 4.13. Contornos isotérmicos para una muestra líquida de agua a diferentes tiempos.....	55

RESUMEN

Este trabajo utilizó la interferometría basada en el efecto de lente térmica, para medir la constante de difusividad térmica de una solución líquida absorbente. La medida de la difusividad térmica es de interés, porque permite conocer la rapidez con la que el calor se disipa a través de un medio. Esto es útil ya que permite estudiar diferentes soluciones líquidas y muestras sólidas, con el fin de elaborar instrumentos de un alto grado de refrigeración y a relativamente bajo costo. Particularmente, este trabajo de investigación utilizó un interferómetro de Sagnac y una solución de tartrazina con agua a 0.3M (molar) para medir el coeficiente de difusividad térmica.

El montaje experimental consistió en un interferómetro de Sagnac adaptado a dos haces, uno de prueba y otro de calentamiento o bombeo. Los brazos del interferómetro fueron usados como caminos ópticos para obtener patrones de interferencia. Una solución líquida de tartrazina con agua fue colocada en uno de los brazos del interferómetro. La incidencia del haz de bombeo sobre la solución generó el efecto de lente térmica, lo que causó un desplazamiento de fase en los patrones de interferencia originales. Al aplicar la transformada de Fourier sobre los patrones deformados se obtuvo un mapa de fases fototérmico bidimensional, el cual permitió entender el cambio de fase fototérmica en dos direcciones, axial y radial. La relación entre la ecuación de calor no homogénea y el mapa de fases fototérmico permitió determinar la difusividad térmica de la solución mixta de tartrazina.

El coeficiente de difusividad térmica de la solución mixta de tartrazina encontrado fue $5.37 \times 10^{-7} (m^2/s)$, el cual es cuatro veces mayor a la difusividad del agua. Un corte a lo largo del eje radial en el mapa de fase presentó una asimetría del perfil de fase, que fue atribuido a la presencia de un efecto convectivo dentro la solución. Para determinar el régimen del fluido convectivo se utilizó agua y se calcularon los parámetros físicos de Nusselt, Grashof, Prandtl, Reynolds, Rayleigh. Estos parámetros determinaron que el fluido presentaba una convección libre, lo que causaba una fuerza de flotamiento y

que el movimiento del líquido sea laminar. Finalmente, la asimetría en el perfil radial fue modelada, considerando: la incidencia de un haz de bombeo sobre agua y las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido compresible y newtoniano. La solución mostró una distribución de temperatura dentro del agua, la cual incrementó la temperatura del medio en un 1°K , durante el tiempo de exposición de haz de bombeo.

Palabras clave: Efecto fototérmico, fluido compresible, régimen laminar, coeficiente de difusividad térmica, mapa de fase fototérmica, fluido newtoniano.

ABSTRACT

An experiment based on thermal lens interferometry was studied to measure the coefficient of thermal diffusivity of an absorbent liquid sample. The measurement of this coefficient is important because it allows us to know the dispersion of heat through the medium. It is used to build devices with a high degree of refrigeration and low cost. This project used a Sagnac's interferometer and a 0.3M tartrazine mixed with water solution to measure the thermal diffusivity coefficient.

The experimental setup is a Sagnac's interferometer adapted of two beams, probe beam and pump beam. The arms of the interferometer were used as optical paths to obtain interference patterns. The tartrazine solution with water was in one arm of the interferometer. Whether the pump beam is impinging the mixed solution, it generates a photothermal deformation in interference patterns, these were processed by the Fourier transform to obtain a two-dimensional photothermal phase map. It had allowed to study the change of photothermal phase in axial and radial directions. A mathematical relation between the non-homogeneous heat equation and photothermal phase map had allowed to obtain the thermal diffusivity coefficient for an aqueous tartrazine solution.

The thermal diffusivity coefficient of tartrazine mixed solution was $5.37 \times 10^{-7} (m^2/s)$, it's four times greater than thermal diffusivity of water. Making a cut along of radial axis in the phase map, it showed an asymmetry of phase profile. It was explained by a convective effect inside the liquid sample. A sample of water and physical parameters such as: number of Nusselt, Grashof, Prandtl, Rayleigh, Reynold were used to explain the regime of convective fluid. These parameters showed a free convection inside the liquid and a buoyancy force. Finally, the asymmetry of radial profile was simulated considering two aspects: a pump beam impinges on a water sample and Navier-Stokes equations for a incompressible and newtonian fluid. The results showed a temperature

distribution inside of water, it caused an increasing of temperature of water in 1°K , meanwhile the pump beam is on.

Key words: Photothermal effect, compressible fluid, laminar regime, thermal diffusivity coefficient, photothermal phase map, Newtonian fluid.

1. INTRODUCCIÓN.

El desarrollo de diferentes técnicas basadas en el efecto de lente térmica y el efecto fotoacústico permiten la caracterización de propiedades físicas y químicas, en diferentes materiales con alta precisión comparado con los métodos espectroscópicos convencionales [1, 2]. Técnicas basadas en el efecto de lente térmica como Z-scan, el análisis holográfico de imágenes, la interferometría es de interés en las ciencias puras y en la industria, debido a que permiten caracterizar térmicamente muestras sólidas y líquidas [3, 4, 5]. Algunas de las aplicaciones más conocidas son: determinación de las propiedades térmicas para distintos aceites vegetales, estudio del efecto fototérmico en películas delgadas y caracterización de sus propiedades térmicas, determinación de la constante de difusividad térmica en diferentes muestras sólidas y líquidas, para elaborar instrumentos electrónicos con dimensiones óptimas para un alto grado de refrigeración [6, 7, 8, 9].

Este trabajo permite determinar el coeficiente de difusividad térmica de una solución líquida absorbente. La caracterización térmica es realizada mediante el estudio teórico y experimental del efecto de lente térmica [10, 11]. Este efecto se produce cuando la energía de un haz de luz es absorbida por un medio líquido o sólido. La absorción genera un incremento de la temperatura del medio, el cual da lugar a un cambio del índice de refracción con respecto a la temperatura, $\left(\frac{dn}{dT}\right)$ [4, 12]. De forma particular, este trabajo permite determinar la constante de difusividad térmica de una solución de tartrazina con agua a una concentración 0.3 molar.

Existen algunas técnicas ópticas para caracterizar propiedades ópticas de líquidos, como se mencionó anteriormente. Así la técnica Z-scan permite realizar el escaneo de una muestra absorbente a lo largo del eje de propagación de un haz de prueba. Esta técnica es útil para determinar perturbaciones en los frentes de onda del haz y permite medir el cambio del índice de refracción respecto de la temperatura $\left(\frac{dn}{dT}\right)$. Su aplicación sirve para determinar propiedades como: el coeficiente de difusividad y la

conductividad térmicas. A pesar de la sensibilidad en las medidas, existe limitaciones como: movimiento mecánico de la muestra a lo largo del eje de propagación del haz, cada posición del eje de propagación requiere varias medidas experimentales [12, 13]. A su vez la técnica de análisis holográfico se basa en obtener un patrón de interferencia no lineal, a partir de dos haces de diferente intensidad incidentes sobre una muestra absorbente. Esta técnica permite medir la susceptibilidad óptica de tercer orden, la cual sirve para determinar el índice de refracción no lineal de materiales orgánicos sintetizados [14]. La interferometría en lente térmica utiliza un interferómetro adaptado con dos haces láser y una muestra líquida o sólida absorbente, para obtener un patrón de interferencia deformado por el efecto de lente térmica. Esta técnica permite determinar propiedades como la difusividad térmica, conductividad térmica, capacidad calorífica, entre otras. Algunas ventajas de interés son: requiere dos patrones de interferencia para caracterizar la muestra, no es invasiva [4, 12, 15].

En este trabajo, se introduce un método interferométrico usando un interferómetro de Sagnac. Como muestra de prueba se usa una solución de agua con tartrazina. La tartrazina es un colorante de amplio uso en la tecnología de alimentos. A partir del interferómetro adaptado a dos haces láser, prueba y bombeo, se obtuvieron varios patrones de interferencia. Aplicando la transformada de Fourier bidimensional sobre dos patrones se obtuvieron distribuciones de frecuencias, estas permiten obtener un mapa de fase fototérmico bidimensional [4, 16]. Una relación matemática entre el mapa de fase y la ecuación de fase fototérmica en soluciones líquidas permite calcular la constante de difusividad térmica, para la solución mixta de tartrazina [11]. Finalmente se correlacionó los datos experimentales y teóricos de la fase fototérmica.

Los resultados muestran un valor de difusividad térmica de la solución mixta cuatro veces mayor a la difusividad del agua, esto implica que el calor se propaga de manera más rápida en la solución de tartrazina con agua. Un corte a lo largo del eje radial en el mapa de fase presenta una asimetría, la cual es atribuida a la presencia de un efecto convectivo dentro la solución. Un corte a lo largo del eje axial en el mapa de fase permite determinar la constante de difusividad térmica de la cubeta de vidrio usado en

el experimento, este valor es utilizado como referencia para calibrar el método utilizado.

Este trabajo comienza su desarrollo en el capítulo 2, el cual presenta: las bases teóricas del efecto de la lente térmica, el estudio de la propagación de calor conductiva y convectiva en medio líquidos, la técnica de la transformada de Fourier para obtener una expresión matemática de la fase fototérmica, la relación matemática entre la fase fototérmica y la ecuación de propagación de calor, y las bases teóricas de la interferometría. El capítulo 3 describe el método utilizado para obtener interferogramas con y sin deformación fototérmica, aplicación de la transformada de Fourier para obtener el mapa de fases fototérmico bidimensional. El capítulo 4 muestra los diferentes resultados obtenidos a partir de la metodología y se discute físicamente su significado. El capítulo 5 se presenta las conclusiones del trabajo realizado respecto de los objetivos planteados. Finalmente, los anexos A, B y C muestran los diferentes interferogramas obtenidos, los perfiles de fase radial y axial obtenidos a partir de los diferentes mapas de fase y el código de la transformada de Fourier bidimensional para obtener los mapas de fase realizado en Matlab.

2. FUNDAMENTO TEÓRICO.

2.1 Fundamento teórico de la Lente térmica.

El efecto de lente térmica se produce cuando un haz de luz de bombeo coherente incide sobre un material absorbente. La absorción genera un incremento de la temperatura del medio alrededor del eje de propagación del haz, esto produce una variación del índice de refracción y un gradiente térmico que originará la lente térmica, como indica la Figura 2.1a. La distribución de temperatura a partir del eje de propagación conservará el perfil de intensidad del haz de luz incidente, véase Figura 2.1b [1, 13].

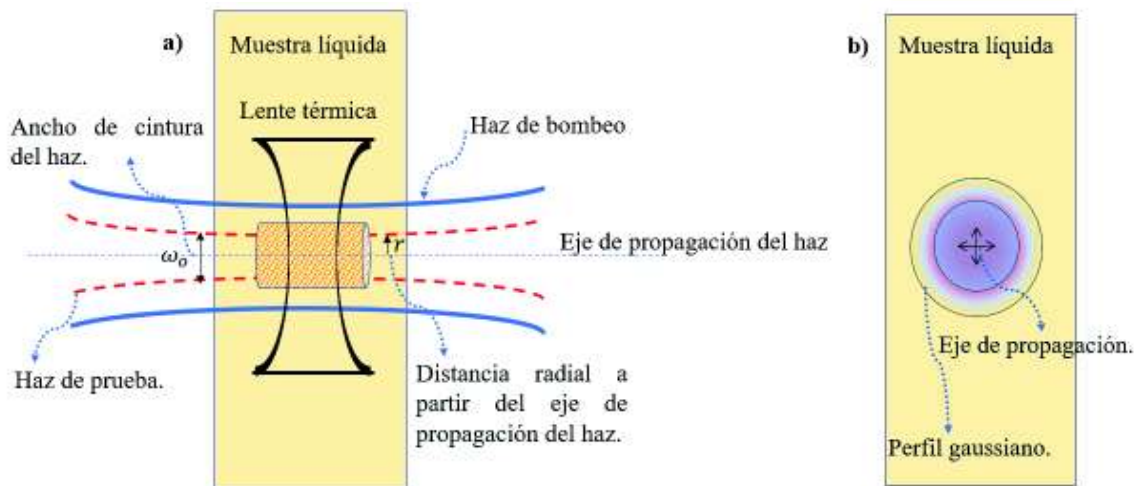


Figura 2.1. Efecto de lente térmica. a) Formación de la lente térmica causado por el haz de luz de bombeo. b) Gradiente de temperatura alrededor del eje de propagación del haz. Si la intensidad del haz tiene perfil gaussiano, este causará una propagación de calor en el medio con simetría cilíndrica. El haz de prueba sufre una distorsión en su perfil de intensidad, debido al efecto de lente térmica

En la mayoría de líquidos, la variación del índice de refracción es producido por un cambio en la densidad del medio, el cual a su vez es causado por un gradiente de temperatura interno, de esta manera el cambio del índice de refracción respecto a la temperatura $\left(\frac{dn}{dT}\right)$ tendrá un valor negativo y la lente dentro del medio líquido será divergente [10]. Cualquier frente de onda que se propague a través del medio sufre

una distorsión en su perfil de intensidad, esto es utilizado para determinar las propiedades térmicas de una muestra absorbente [18, 19].

La relación entre la intensidad del haz incidente y la intensidad dispersada en el medio es descrita por medio de la ley de Lambert-Beer-Bouger.

2.1.1 Ley de Lambert-Beer-Bouger.

La ley de Lambert-Beer-Bouger describe el cambio de intensidad de un haz de luz incidente sobre un medio absorbente [1, 19].

$$\Delta I(r) = I_o(r) - I(r) \approx I_o(r)cl \quad (2.1)$$

Donde: ΔI es la variación de intensidad del haz de luz incidente, $I_o(r)$ es la intensidad de luz que ingresa a la muestra, $I(r)$ es la intensidad de luz a la salida de la muestra, c es el coeficiente de absorción de la muestra, l es la longitud de la muestra, r es la distancia radial medida a partir del eje de propagación del haz.

2.1.2 Forma del perfil de intensidad de un haz gaussiano.

El perfil de intensidad de un haz gaussiano incidente sobre una solución líquida se muestra en la ecuación (2.2), [10].

$$I_o(r) = \frac{2P}{\pi\omega_0^2} e^{-\frac{2r^2}{\omega_0^2}} \quad (2.2)$$

Donde: P es la potencia del haz, ω_0 es el ancho de cintura del haz. Estos parámetros normalmente son conocidos experimentalmente.

2.1.3 Tiempo característico de lente térmica.

Es el tiempo necesario para que se forme la lente térmica dentro de una muestra líquida, como muestra la ecuación (2.3), [13].

$$t_c = \frac{\omega_0^2}{4D} \quad (2.3)$$

Donde: D es la difusividad térmica.

2.1.4 Difusividad térmica.

La difusividad térmica es una propiedad física de una muestra líquida, el cual permite medir la velocidad con la que el calor se propaga dentro de un medio. Sus unidades de medida son (m^2/s) [10, 14].

$$D = \frac{\kappa}{\rho c_p} \quad (2.4)$$

Donde: κ es la conductividad térmica, ρ es la densidad, c_p es la capacidad calorífica.

Como se mostró en la Figura 2.1. La incidencia de un haz de luz en una solución líquida origina un gradiente de temperatura local, la cual causa una propagación de calor en el medio. Esta propagación será estudiada en régimen conductivo y convectivo.

2.2 Propagación de calor conductiva y convectiva en un medio líquido.

La propagación de calor por conducción se produce por una diferencia de temperatura entre dos partes del líquido, esto causa un gradiente de temperatura y una dirección preferencial para transmitir la energía calórica, como se muestra en la Figura 2.2a. La propagación de calor se produce por medio de la transferencia de momento entre

moléculas de capas adyacentes, las cuales van desde la zona con mayor temperatura hacia la zona con menor temperatura, es decir el movimiento cinético se da entre capas [20, 21, 22].

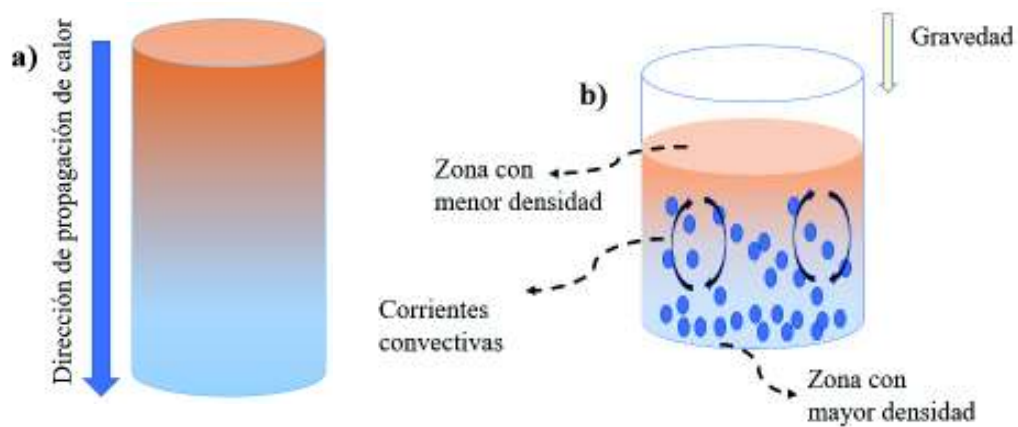


Figura 2.2. Propagación de calor por conducción y convección. a) Propagación de calor por conducción de una muestra líquida homogénea. La transferencia de momento se da entre capas adyacentes, esto resulta en una única dirección de propagación. b) Propagación de calor por convección. La parte superior e inferior son zonas con menor y mayor densidad. La presencia de la fuerza gravitacional genera las corrientes convectivas. Las zonas con alta y baja temperatura se representan de color rojo y azul respectivamente

La propagación de calor por convección se caracteriza por una variación en la densidad del líquido, esta variación en presencia de la gravedad genera una fuerza de flotamiento, la cual genera un movimiento cinético de las capas internas conocido como corrientes convectivas [20]. Algunas de las causas de la variación de densidad son: una diferencia de temperatura entre dos zonas del líquido originada por una fuente externa al sistema o una diferencia de concentración de moléculas, esto se indica en la Figura 2.2b. La propagación de calor por convección depende de propiedades como: conductividad térmica k , densidad ρ , calor específico c_p , velocidad del fluido v , la gravedad g y las dimensiones geométricas de la superficie contenedora. El movimiento de las capas del líquido puede ser laminar o turbulento [22].

En este trabajo, la propagación de calor en régimen conductivo es descrita por la ecuación de calor no homogénea, mientras para el régimen convectivo se considera las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido con convección libre, causado por una fuente de calor externa.

2.2.1 Ecuación de calor no homogénea en un medio líquido absorbente.

Se considera un haz de luz incidente de perfil gaussiano, tal que la distribución de temperatura generada alrededor del eje de propagación del haz tendrá una simetría cilíndrica y el calor se propagará a lo largo del eje radial y axial, como se muestra en la Figura 2.3, [6, 17].

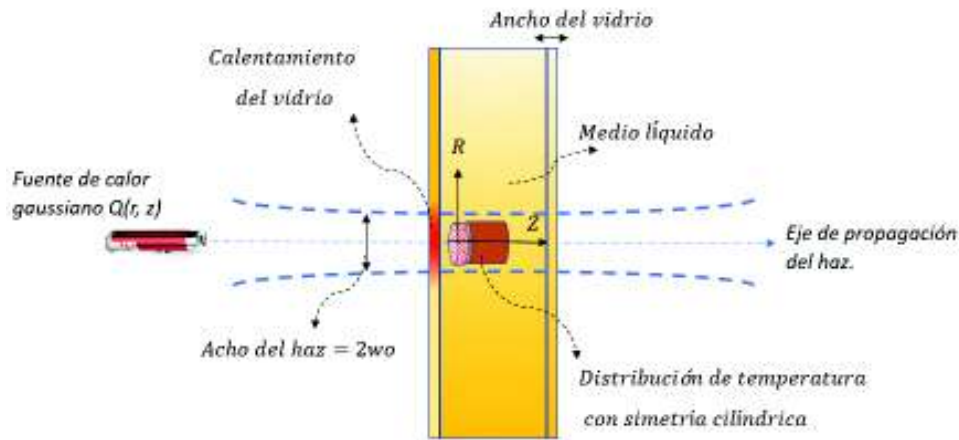


Figura 2.3. Haz de perfil gaussiano incidente sobre una muestra líquida absorbente. La distribución de temperatura alrededor del eje de propagación del haz tiene simetría cilíndrica, R y Z representan la dirección radial y axial respectivamente. El líquido se encuentra dentro de un recipiente de vidrio. Sobre la superficie del vidrio existe un calentamiento, debido a la incidencia del haz de luz

La ecuación de calor no homogénea esta descrita en la ecuación (2.5).

$$\frac{\partial}{\partial t} [\Delta T(r, z, t)] = Q(r, z) + \frac{\kappa}{c_p \rho} \nabla^2 [\Delta T(r, z, t)] \quad (2.5)$$

Donde: $Q(r, z)$ es la fuente externa de calor de perfil gaussiano, r es la distancia radial

a partir del eje de propagación del haz, z es una distancia axial a lo largo del eje de propagación del haz, $\Delta T(r, z, t)$ es la distribución de temperatura en un medio absorbente a lo largo de la dirección radial-axial a distintos instantes de tiempo. El término fuente externa de calor $Q(r, z)$ se obtiene a partir de la ley de Lambert-Beer-Bouger, como se muestra en la ecuación (2.6).

$$Q(r, z) = \frac{\Delta I(r)}{l} = \frac{2c(0.24P)}{(\pi\omega_0^2)} e^{-\frac{2r^2}{\omega_0^2}} e^{-cz} \quad (2.6)$$

Donde: e^{-cz} es término en la dirección axial de la fuente de calor.

2.2.2 Transformada de Hankel.

Sea la función $f(r)$ definida para $r \geq 0$. La transformación de Hankel de orden cero para dicha función se escribe como [24, 25]:

$$F_0(s) = H_0[f(r)] = \int_0^\infty r f(r) J_0(sr) dr \quad (2.7)$$

Donde: r es la coordenada radial, s es la nueva coordenada en el espacio de Hankel, J_0 es la función de Bessel de primer tipo y orden cero, F_0 es la nueva función en el espacio de Hankel. Su función inversa, se escribe.

$$f(r) = H_0^{-1}[F_0(r)] = \int_0^\infty s F_0(s) J_0(sr) ds \quad (2.8)$$

2.2.3 Distribución de temperatura radial $\Delta T(r, t)$ para una solución líquida, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano.

La ecuación de distribución de temperatura radial $\Delta T(r, t)$, es deducida a partir de la función de Green y la fuente de calor en la dirección radial, ecuación (2.6).

$$\Delta T(r, t) = \int_0^{\infty} \int_0^t Q(r') G(r, r', t') dt' dr' \quad (2.9)$$

La función del Green para una fuente de calor unitaria a radio r' y tiempo t en un medio semi-infinito se define como [14, 24, 25].

$$G(r, r', t) = \frac{1}{4\pi\kappa t} e^{-\frac{(r^2+r'^2)}{4Dt}} J_0\left(\frac{rr'}{2Dt}\right) \quad (2.10)$$

Donde: r' es la distancia radial a partir del eje de propagación del haz para una fuente de calor unitaria, r es la distancia radial a partir del eje de propagación del haz, J_0 es la función de Bessel de primer tipo y de orden cero, t es el tiempo. Por tanto, la distribución de temperatura puede expresarse como [24, 26].

$$\Delta T(r, t) = \frac{A}{2\kappa} \int_0^t \frac{e^{\left(\frac{-r^2}{4Dt'}\right)} dt'}{t'} \int_0^{\infty} r' e^{\left[-r^2\left(\frac{2}{\omega_0^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)\right]} J_0\left(\frac{rr'}{2Dt}\right) dr' \quad (2.11)$$

La segunda integral de la anterior expresión se resuelve con la primera integral exponencial de Weber [25].

$$\int_0^{\infty} J_0(at) e^{-p^2 t^2} t dt = \frac{1}{2p^2} e^{-\frac{a^2}{4p^2}} \quad (2.12)$$

Donde: $p^2 = \left(\frac{2}{\omega_0^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)$ y $a = \left(\frac{jr}{2Dt'}\right)$

Por tanto

$$\int_0^\infty r' e^{\left[-r^2\left(\frac{2}{\omega_0^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)\right]} J_0\left(\frac{rr'}{2Dt}\right) dr' = \frac{1}{2\left(\frac{2}{\omega_0^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)} e^{-\frac{\left(\frac{r}{2Dt'}\right)^2}{4\left(\frac{2}{\omega_0^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)}} \quad (2.13)$$

Reemplazando la ecuación (2.13) en (2.11), y simplificando, se obtiene la ecuación (2.14).

$$\Delta T(r, t) = \frac{AD\omega_0^2}{\kappa} \int_0^t \frac{e^{\left[\left(\frac{-2r^2}{8Dt' + \omega_0^2}\right)\right]}}{8Dt' + \omega_0^2} dt' \quad (2.14)$$

Usando el cambio de variable $y = \frac{1}{8Dt' + \omega_0^2}$, y $dt' = \frac{-1}{8Dy^2} dy$, se obtiene:

$$\Delta T(r, y) = \frac{-A\omega_0^2}{8\kappa} \int_{\frac{1}{\omega_0^2}}^\infty \frac{e^{-2r^2y}}{y} dy + \int_\infty^{(8Dt' + \omega_0^2)^{-1}} \frac{e^{-2r^2y}}{y} dy \quad (2.15)$$

Retomando las variables originales, la expresión para la distribución de temperatura, $\Delta T(r, t)$ será.

$$\Delta T(r, t) = \frac{A\omega_0^2}{8\kappa} \left\{ Ei\left(\frac{-2r^2}{\omega_0^2}\right) - Ei\left(\frac{-2r^2}{8Dt + \omega_0^2}\right) \right\} \quad (2.16)$$

Donde: A es un parámetro numérico proporcional de la potencia del haz de luz externo, Ei es la función integral exponencial [24].

Una alternativa para obtener la expresión (2.16) es por medio del método de separación de variables en coordenadas radial-axial aplicado a la ecuación de calor

(2.5), esto resulta en dos ecuaciones de calor no homogénea, para la dirección radial y axial. Expresando la ecuación de calor en dirección radial en coordenadas cilíndrica se tiene.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta T(r, t)}{\partial r} \right) = \frac{1}{D} \frac{\partial \Delta T(r, t)}{\partial t} + Q(r) \quad (2.17)$$

Las condiciones de borde e inicial son:

$$\Delta T(r, t) < \infty \quad (2.18)$$

$$\Delta T(r, 0) = 0 \quad (2.19)$$

Aplicando la transformada de Hankel sobre la coordenada radial r , la transformada de Fourier sobre la coordenada temporal t , se obtiene la ecuación de distribución de temperatura, $\Delta T(r, t)$. [1, 19].

2.2.4 Distribución de temperatura en dirección axial $\Delta T(z, t)$ para una solución líquida, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano.

La ecuación de calor no homogénea en la dirección axial se indica en la ecuación (2.20).

$$\frac{\partial \Delta T(z, t)}{\partial t} = Q(z) + \frac{1}{D} \frac{\partial^2 \Delta T(z, t)}{\partial z^2} \quad (2.20)$$

Las condiciones de borde e iniciales son:

$$q = -\kappa \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z} \quad (2.21)$$

$$\Delta T(z = \infty) = 0 \quad (2.22)$$

$$\Delta T(z, 0) = 0 \quad (2.23)$$

Aplicando en la ecuación (2.20), la transformada de Laplace sobre la coordenada axial z y la transformada de Fourier sobre la coordenada temporal t , se obtiene la distribución de temperatura $\Delta T(z, t)$ [11].

$$\Delta T(z, t) = \frac{I_0}{\kappa} \left[\left(\frac{Dt}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}} - \left(\frac{z}{2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2(Dt)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (2.24)$$

Donde: D es la difusividad térmica, κ es la conductividad térmica, I_0 es la intensidad inicial del láser externo, t es el tiempo, z es la distancia axial a lo largo del eje de propagación del haz, erf es la función de error.

2.2.5 Distribución de temperatura en dirección axial $\Delta T(z, t)$ para la capa de vidrio, tomando en cuenta una fuente de calor de perfil gaussiano.

La incidencia del haz de luz sobre la cubeta de vidrio que contiene un medio líquido causa una distribución de temperatura, $\Delta T(z, t)$, en dirección axial, véase la Figura 2.3. Esta puede ser modelada por medio de la ecuación de calor en dirección axial que considera a partir de un tiempo cero una fuente externa con perfil gaussiano como una condición inicial [11, 17].

$$\frac{1}{D} \frac{\partial \Delta T(z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Delta T(z, t)}{\partial z^2} \quad (2.25)$$

Condición de inicial.

$$\Delta T(z, 0) = e^{-b(c-az)^2} \quad (2.26)$$

Donde: $\Delta T(z, t)$ representa la distribución de temperatura a lo largo de la dirección axial

a distintos tiempos, D representa el coeficiente de difusividad térmica del vidrio, a, b, c son parámetros físicos por determinar. La solución de la distribución de temperatura para la capa de vidrio se muestra en la ecuación (2.27).

$$\Delta T(z, t) = \frac{e^{-\frac{b(a-cz)^2}{1+4bc^2Dt}}}{\sqrt{1+4bc^2Dt}} \quad (2.27)$$

2.2.6 Convección natural o libre en líquidos.

La convección natural en un fluido se produce por la presencia de una fuerza de flotamiento, la cual es causada por una diferencia de densidad que proviene de una diferencia de temperatura, en presencia de la gravedad. Las corrientes convectivas resultantes son de baja velocidad en comparación con velocidades asociadas a flujos turbulentos, estas ayudan a transmitir el calor de una manera más rápida en el medio [21, 29]. El gradiente de temperatura generalmente es causado por una fuente externa que transmite energía calórica a una determinada región del medio, esta sin embargo no deriva en un movimiento del fluido con alta velocidad [28, 30]. Para conocer si la fuente externa causa una convección natural o forzada se analiza la relación del número de Grashof y Reynolds $\left(\frac{Gr}{Re^2}\right)$. Si $\left(\frac{Gr}{Re^2}\right) \ll 1$ existe mayor la convección forzada, si $\left(\frac{Gr}{Re^2}\right) \gg 1$ existe mayor contribución de convección libre y si $\left(\frac{Gr_L}{Re_L^2}\right) \approx 1$ sugiere una región de convección forzada y libre (mixta) [32]. En el caso de la convección natural su estudio matemático más detallado se realiza por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes y los parámetros físicos de Nusselt (Nu), Reynolds (Re), Prandtl (Pr), Rayleigh (Ra) y Grashof (Gr) [20, 27, 28, 29].

2.2.7 Parámetros físicos que describen la convección libre de un cilindro horizontal dentro de un medio líquido.

La Tabla 2.1 presenta los números de Nusselt (Nu), Prandtl (Pr), Rayleigh (Ra), Reynolds (Re) y Grashof (Gr) para el agua a 290°K. La geometría del sistema es un cilindro horizontal dentro del medio líquido y el cual fue creado por la incidencia de un haz externo de perfil gaussiano. Se considera que el medio es un flujo estacionario, bidimensional, incompresible, newtoniano (viscosidad constante) y con propiedades como la densidad y conductividad térmica constantes [20, 30, 31]. La velocidad típica debido a fuerzas viscosas es $U = \frac{U_0}{\sqrt{Pr}}$, donde U_0 es la velocidad típica debido a las fuerzas de flotamiento, $U_0 = \sqrt{g\alpha_p\Delta TL}$ [28].

Tabla 2.1. Parámetros convectivos asociados a la geometría de un cilindro horizontal inmerso en agua líquida. Los valores referenciales son tomados de la literatura.

Parámetros físicos para convección libre en el agua				
Parámetros convectivos para un cilindro horizontal contiene agua líquida a 290°K.	Nombre	Valor referencial cilindro horizontal	Definición	
$Nu = \left\{ 0.60 + \frac{0.387(Gr * Pr)^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^9/16]^{8/27}} \right\}^2$	Número de Nusselt	1.22	Establece una razón entre la transferencia de calor por convección y la transferencia de calor por conducción [20, 42].	
$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$	Número de Prandtl	7.52	Establece la razón entre la viscosidad y la difusividad térmica, es decir indica el espesor relativo entre la capa viscosa y la capa límite térmica [28, 30].	
$Re = \frac{\rho U D}{\mu}$	Número de Reynolds	$Re < 2000$	Establece la tasa de fuerzas inerciales a fuerzas viscosas. Es usado para determinar el régimen del flujo en estudio. Para un cilindro horizontal un valor inferior a 2000 es considerando régimen laminar, $2000 < Re < 10^4$ es considerado de transición y mayor a 2000 es régimen turbulento. [28, 31, 42].	
$Gr = \frac{\rho^2 g \alpha_p \Delta T * D^3}{\mu^2}$	Número de Grashof	$Gr < 10^9$	Establece la tasa entre las fuerzas de flotamiento y las fuerzas viscosas. La	

			transición entre los regímenes laminar y turbulento esta dado por el valor $Gr = 1 \times 10^9$. Su cálculo depende de las propiedades físicas del medio líquido [21, 28, 33].
Parámetros físicos para convección libre en el agua (continuación....)			
$Ra = Pr * Gr$	Número de Rayleigh	$10^{-2} < Ra < 10^2$	Establece si el régimen del flujo es conductivo o convectivo. Si es convectivo determina si el régimen es natural o turbulento [28]. El régimen conductivo está en el intervalo $10^{-2} < Ra < 10^2$ [28, 32].

C_p : Capacidad calorífica a presión constante.

μ : Viscosidad.

k : Conductividad térmica.

ρ : Densidad.

U : Velocidad típica debido a las fuerzas viscosas.

D : Difusividad térmica.

ΔT : Diferencia de temperatura.

U_0 : Velocidad típica debido a las fuerzas de flotamiento.

2.2.8 Ecuaciones de Navier Stokes para fluido en régimen laminar.

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen la convección libre de un fluido líquido en régimen laminar, este es considerado newtoniano e incompresibles, como lo muestra la Tabla 2.2 [20, 32]. La solución a las ecuaciones proporciona expresiones para los campos de velocidad, temperatura y presión [20].

Tabla 2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido newtoniano e incompresible

Ecuaciones de Navier-Stokes	
Ecuación de la continuidad	$\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{V} = 0$
Ecuación del momento	$\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} = -\nabla P + \nabla * \mu(\nabla\mathbf{V} + (\nabla\mathbf{V})^T) - \frac{2}{3}\nabla(\mu(\nabla \cdot \mathbf{V})) + \rho\mathbf{g}$
Ecuación de la energía	$\rho C_p \mathbf{V} \cdot \nabla T - \nabla * (k\nabla T) + Q_{ext} = 0$
Fuente de calor (láser)	$Q_{ext} = \frac{P}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}$

(Cegel Yunus A, 2006, pag. 355-390.)

\mathbf{V} : Vector velocidad del fluido

\mathbf{g} : Gravedad.

P : Presión.

μ : Viscosidad dinámica.

T : Temperatura del fluido.

r : Distancia radial desde el eje de propagación del haz.

P : Potencia del haz láser externo.

σ : Radio del haz láser.

C_p : Capacidad calorífica.

2.3 Fundamentos teóricos de la Interferometría.

2.3.1 Interferencia de dos ondas.

Sean dos ondas planas de campo eléctrico linealmente polarizadas, las cuales tienen la misma longitud de onda y son coherentes, como se indica en las ecuaciones (2.28) y (2.29), [34].

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1) \quad (2.28)$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2) \quad (2.29)$$

Donde: k es el número de onda, r es la distancia radial desde el eje de propagación del haz, ω es la frecuencia angular, ε_i es la fase.

Estos se solapan entre sí para causar interferencia, véase la Figura 2.4.

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_T(\mathbf{r}, t) \quad (2.30)$$

Se conoce que $I = |\mathbf{E}|^2$. Por tanto:

$$I = |\mathbf{E}|^2 = (\mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_1) \cdot (\mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_1) = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (2.31)$$

Tomando en cuenta la definición de intensidad, se tiene.

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (2.32)$$

Donde: $I_1 = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle$, $I_2 = \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle$ y $I_{12} = 2 \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle$. I_{12} es conocido como el término de interferencia [34, 35].

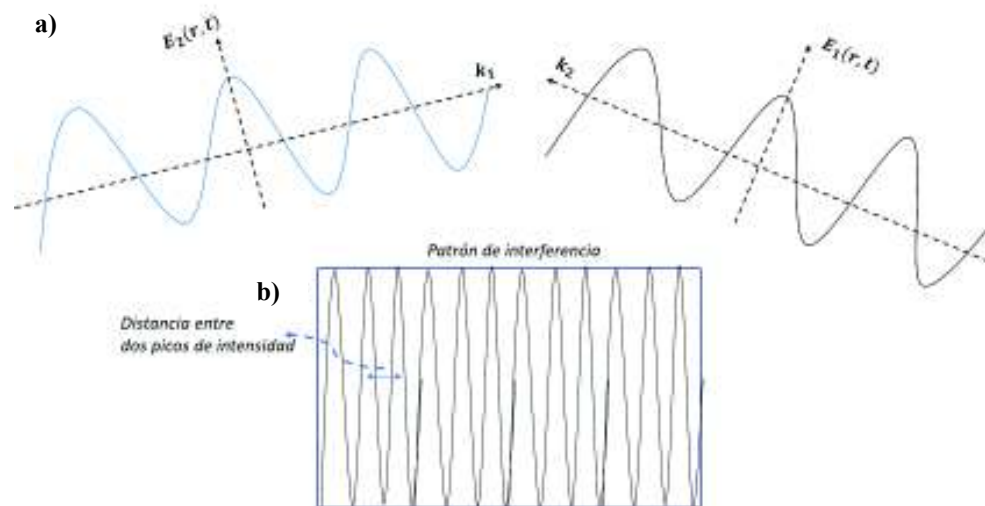


Figura 2.4. Interferencia de dos ondas planas. a) Muestra la interferencia de dos ondas planas, las cuales tienen la misma longitud de onda y son coherentes. b) Muestra un patrón de interferencia típico entre dos ondas planas

El principio de interferencia de dos ondas permite entender el funcionamiento de un interferómetro de Sagnac, además explica la formación de los patrones de interferencia con y sin deformación en una muestra líquida absorbente.

2.3.2 Interferómetro de Sagnac.

El interferómetro de Sagnac, utilizado en este trabajo, está compuesta por espejos planos E_1, E_2, E_3, E_4 , un divisor de haces (DH), un haz láser de prueba de 650nm, un haz láser de bombeo de 405nm, una cámara CCD de 640X480pixeles, un atenuador óptico (AO), lentes convergentes y una solución líquida absorbente contenida en una cubeta de vidrio de 1cmx1cmx5cm, véase la Figura 2.5 [35, 36].

2.4 Transformada de Fourier para determinar el mapa de fases fototérmico bidimensional.

El interferómetro de Sagnac descrito en la sección 2.3.2 está formado por los haces

de prueba, $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ y de bombeo, $\mathbf{E}_2^0(\mathbf{r})$, como indica la Figura 2.5. La formación del patrón de interferencia sin deformación está compuesto por un haz de prueba $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ y un haz de referencia $\mathbf{E}_2(\mathbf{r})$, los cuales provienen del láser de 650nm. Los campos eléctricos complejos del haz de prueba y referencia son representados por $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = A_i(\mathbf{r})e^{-j\varphi_i}$, $i = 1,2$. Donde: φ_i es la fase lineal, $A_i(\mathbf{r})$ es la amplitud compleja del campo, \mathbf{r} representa la distancia radial desde el eje de propagación del haz. Se considera que la potencia incidente del haz de prueba en el medio líquido es muy débil para inducir efecto fototérmico [4, 37].

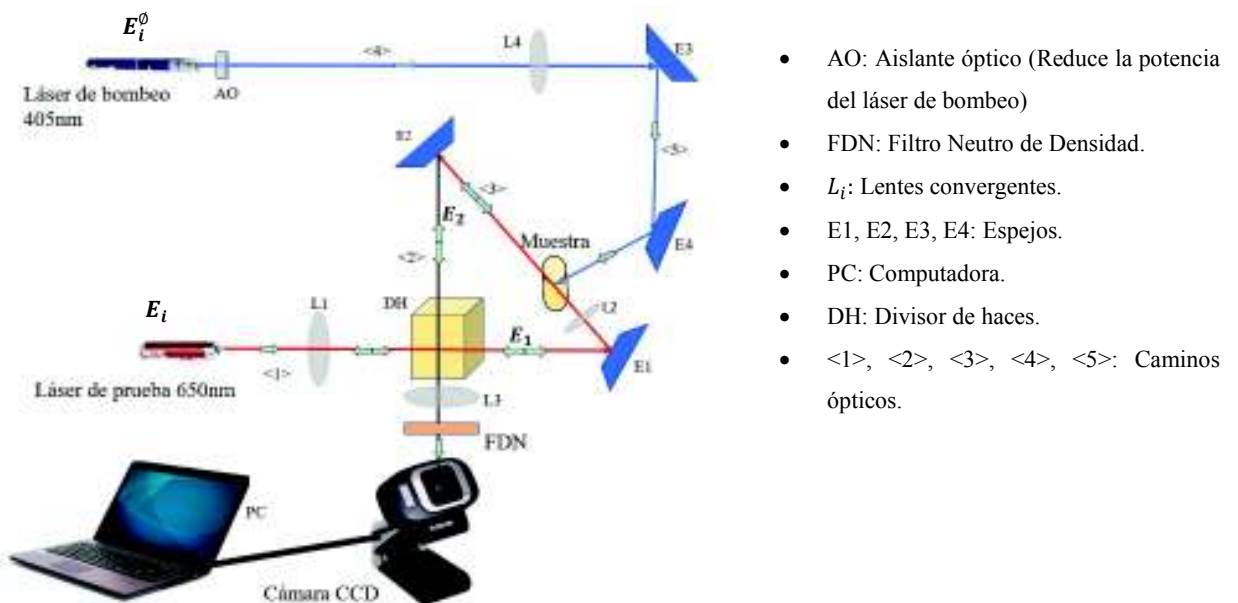


Figura 2.5. Montaje experimental del interferómetro de Sagnac de dos haces uno de prueba de 650nm y otro de bombeo de 405nm. La muestra líquida absorbente se ubica en uno de los brazos del interferómetro

Dado que los haces de prueba y referencia atraviesan la muestra, el campo eléctrico del haz de prueba es afectado por la absorción c del medio, es decir $e^{-\frac{c}{2}}\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1^0(\mathbf{r})$ [4]. La ecuación de la intensidad se muestra en las ecuaciones (2.33) y (2.34).

$$i^0(\mathbf{r}) = |\mathbf{E}_1^0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r})|^2 \quad (2.33)$$

$$i^0(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) + b(\mathbf{r})[e^{j\Delta\varphi} + e^{-j\Delta\varphi}] \quad (2.34)$$

Donde: $a(\mathbf{r}) = e^{-c}(A_1^2(\mathbf{r}) + A_2^2(\mathbf{r}))$ representa la variación de la irradiancia proveniente de reflexiones internas en la cubeta de vidrio, $b(\mathbf{r}) = e^{-c/2}A_1(\mathbf{r})A_2(\mathbf{r})$ representa el contraste del patrón de interferencia, $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ es la diferencia de fase lineal [5, 16]. El patrón de interferencia con deformación se forma por la incidencia del haz de bombeo sobre la solución líquida absorbente, esto implica que el campo del haz de prueba es afectado por una fase fototérmica inducida, como indica la ecuación (2.35).

$$\mathbf{E}_1^\emptyset(\mathbf{r}) = e^{-\frac{c}{2}}e^{-j\emptyset}\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \quad (2.35)$$

Donde: \emptyset es el corrimiento de fase fototérmico inducido por el haz de bombeo, \mathbf{E}_1^\emptyset es el campo del haz de prueba afectado por la fase fototérmica, $e^{-j\emptyset}$ representa el término de fase fototérmica producido por el haz de bombeo, $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ campo eléctrico del haz de prueba, $e^{-\frac{c}{2}}$ término de absorción [4, 13]. La intensidad del patrón de interferencia en presencia de la fase fototérmica se describe por las ecuaciones (2.36) y (2.37).

$$i^\emptyset(\mathbf{r}) = |\mathbf{E}_1^\emptyset(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2^\emptyset(\mathbf{r})|^2 \quad (2.36)$$

$$i^\emptyset(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) + b(\mathbf{r})e^{j\emptyset}[e^{j\Delta\varphi} + e^{-j\Delta\varphi}] \quad (2.37)$$

Aplicando la transformada de Fourier en dos dimensiones (TF) sobre las ecuaciones de intensidad (2.34) y (2.37), se obtiene:

$$I^0(\mathbf{u}) = A(\mathbf{u}) + B(\mathbf{u})(\mathbf{u} - \Delta\mathbf{u}) + B(\mathbf{u})(\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) \quad (2.38)$$

$$I^\emptyset(\mathbf{u}) = A(\mathbf{u}) + (TF[e^{-j\emptyset}] \otimes B(\mathbf{u}))(\mathbf{u} - \Delta\mathbf{u}) + (TF[e^{j\emptyset}] \otimes B(\mathbf{u}))(\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) \quad (2.39)$$

Donde: $A(\mathbf{u})$ y $B(\mathbf{u})$ son la transformada de Fourier de las funciones complejas $a(\mathbf{r})$ y $b(\mathbf{r})$ respectivamente, \mathbf{u} es la coordenada en el espacio de frecuencias, $\Delta\mathbf{u}$ es el desplazamiento de frecuencia que depende de la fase lineal y el símbolo \otimes es el operador de convolución en dos dimensiones. La distribución de frecuencia $A(\mathbf{u})$ está localizada en el origen del espacio de frecuencias, mientras que los dos términos restantes de las ecuaciones (2.38) y (2.39) se encuentran a una distancia $\pm\Delta\mathbf{u}$, simétricas a la distribución $A(\mathbf{u})$, véase la Figura 2.6, [16, 34, 38].

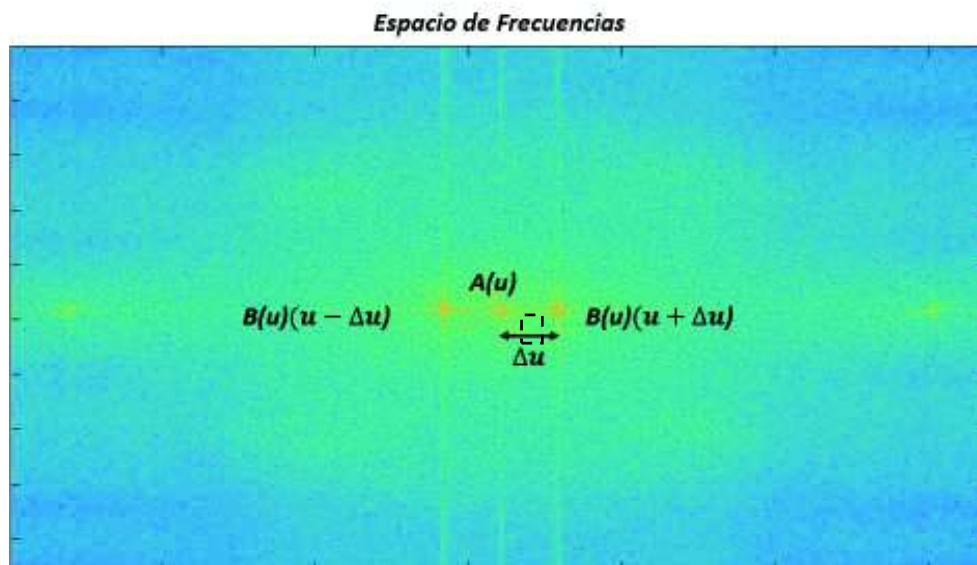


Figura 2.6. Espacio de frecuencias. La distribución de frecuencia $A(\mathbf{u})$ está ubicada en el origen de coordenadas, los términos $B(\mathbf{u})(\mathbf{u} \pm \Delta\mathbf{u})$ se encuentran ubicados a una distancia $\pm\Delta\mathbf{u}$ respecto de $A(\mathbf{u})$. El recuadro indica la distribución de frecuencia extraída

Para obtener una expresión para fase fototérmica bidimensional se extrae, de las ecuaciones (2.38) y (2.39), uno de los términos ubicados en $\pm\Delta\mathbf{u}$ y se desplaza hacia el origen de coordenadas. Las ecuaciones (2.40) y (2.41) muestran las ecuaciones resultantes:

$$G^0(\mathbf{u}) = B(\mathbf{u})(\mathbf{u}) \quad (2.40)$$

$$G^\theta(\mathbf{u}) = \left(TF[e^{-j\theta}] \otimes B(\mathbf{u}) \right) (\mathbf{u}) \quad (2.391)$$

La deconvolución de las ecuaciones (2.40) y (2.41) usando la transformada inversa de

Fourier en dos dimensiones, se representan en las ecuaciones (2.42) y (2.43).

$$g^0(\mathbf{r}) = \frac{c(\mathbf{r})}{2} e^{j\Delta\varphi} \quad (2.42)$$

$$g^\phi(\mathbf{r}) = \frac{c(\mathbf{r})}{2} e^{j\Delta\varphi} e^{-j\phi(\mathbf{r})} \quad (2.43)$$

Finalmente, la fase fototérmica bidimensional se calcula de la razón de las ecuaciones (2.42) y (2.43).

$$\frac{g^\phi(\mathbf{r})}{g^0(\mathbf{r})} = e^{-j\phi(\mathbf{r})} \quad (2.44)$$

Esta relación no contempla los efectos de absorbancia, c , fase lineal $\Delta\varphi$ y ruido de fondo del patrón de interferencia $a(r)$ y $b(r)$ [4].

La relación de fase fototérmica, ecuación (2.44), y la distribución de temperatura, en la dirección radial $\Delta T(r, t)$ y axial $\Delta T(z, t)$, permite encontrar el valor de la difusividad térmica para una solución líquida absorbente.

2.5 Relación de la fase fototérmica con la distribución de temperatura.

La variación del índice de refracción se relaciona con la distribución de temperatura de acuerdo con la ecuación (2.45) y la relación de la fase fototérmica en función de la variación del índice de refracción se muestra en la ecuación (2.46) [1].

$$\Delta n \approx n(x_i, t) - n_0 = \frac{dn}{dT} \Delta T(x_i, t) \quad (2.45)$$

$$\Phi(x_i, t) = \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta n \quad (2.46)$$

Donde: $x_i = r, z$ representan la coordenada radial y la coordenada axial, $n(x_i, t)$ es el índice de refracción en la dirección radial-axial a diferentes tiempos, $\frac{dn}{dT}$ es la variación de índice de refracción respecto a la temperatura, $\Delta T(x_i, t)$ es la distribución de temperatura en la dirección axial-radial a diferentes tiempos, L es la longitud de la muestra, $\Phi(x_i, t)$ es la fase fototérmica en la dirección axial-radial a diferentes tiempos y Δn es la variación del índice de refracción [17]. Tomando las ecuaciones (2.44) y (2.45) se obtiene la relación entre la fase fototérmica y la distribución de temperatura, ecuación (2.47).

$$\Phi(x_i, t) = \frac{2\pi L}{\lambda} \left(\frac{dn}{dT} \right) \Delta T(x_i, t) \quad (2.47)$$

2.5.1 Relación de la fase fototérmica con la distribución de temperatura en la dirección axial.

A partir de la ecuación de fase fototérmica (2.47), se toma la dirección axial de la distribución de temperatura $\Delta T(z, t)$, lo cual resulta en la ecuación (2.48).

$$\Phi(z, t) = B_0 e^{-\frac{z^2}{4Dt}} - B_1 \left(\frac{z}{2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2(Dt)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (2.48)$$

$$B_0 = \frac{2\pi L I_0}{\lambda \kappa} \left(\frac{dn}{dT} \right) \left(\frac{Dt}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.49)$$

$$B_1 = \frac{2\pi L I_0}{\lambda \kappa} \left(\frac{dn}{dT} \right) \quad (2.50)$$

Donde: B_0 y B_1 son parámetros que dependen de la geometría del recipiente que contiene la muestra y las características físicas del medio líquido, Erf es la función error, κ es la conductividad térmica, λ es la longitud de onda de una fuente externa o

haz de bombeo, I_0 es la intensidad de la fuente externa.

2.5.2 Relación de la fase fototérmica con la distribución de la temperatura en la dirección radial.

A partir de la ecuación de fase fototérmica (2.47), se toma la dirección radial de la distribución de temperatura $\Delta T(r, t)$, lo cual resulta en la ecuación (2.51).

$$\Phi(r, t) = R_1 \left[Ei \left(\frac{-2r^2}{\omega^2} \right) - Ei \left(\frac{-2r^2}{8Dt + \omega^2} \right) \right] \quad (2.51)$$

$$R_1 = \frac{2\pi LcP}{\lambda\kappa} \left(\frac{dn}{dT} \right) \quad (2.52)$$

Donde: R_1 es un parámetro que depende de las características del medio líquido.

Este capítulo resume los conceptos fundamentales de lente térmica, propagación de calor e interferometría. Para describir estos conceptos se plantea un modelo matemático que consiste en una fuente externa, haz de bombeo, incidente sobre una muestra líquida absorbente, esta generará el efecto de lente térmica y una propagación de calor bidimensional en el medio. La propagación de calor se estudia en régimen conductivo y convectivo de acuerdo con la ecuación de calor no homogénea (2.5) y las ecuaciones de Navier-Stokes, Tabla 2.1. Dado que la fuente externa de calor tiene un perfil gaussiano, la distribución de temperatura alrededor del eje de propagación del haz tendrá simetría cilíndrica y puede ser descrita a través de las expresiones $\Delta T(r, t)$, $\Delta T(z, t)$, ecuaciones (2.16) y (2.24) respectivamente. Dado que el medio líquido se encuentra en una cubeta espectroscópica de vidrio, se obtuvo la expresión para la distribución de temperatura en dirección axial $\Delta T(z, t)$ del vidrio. Esto servirá para calcular su coeficiente de difusividad térmica y al comparar con valores referenciales de trabajos anteriores, corroborará que el método utilizado está debidamente

calibrado. El estudio de interferometría utiliza el principio de interferencia de dos ondas para describir patrones de interferencia con y sin deformación, la transformada de Fourier sobre los patrones de interferencia permite encontrar la fase fototérmica del medio absorbente. Finalmente, se estableció una relación matemática entre la fase fototérmica inducida y la distribución de temperatura, ecuación (2.46), la cual permitirá estimar el coeficiente difusividad térmica de la muestra líquida.

3. METODOLOGÍA.

Esta sección indica el procedimiento para obtener el mapa de fase fototérmico bidimensional. Los patrones de interferencia con deformación y sin deformación fueron obtenidos con el interferómetro de Sagnac. Primeramente, se indican las características de la solución líquida de tartrazina con agua y la cámara CCD. Esta descripción es importante puesto que determina la precisión y sensibilidad del método utilizado.

3.1 Solución de agua con tartrazina.

La tartrazina es un colorante sintético de color amarillo o naranja brillante. Pertenece al grupo de colorantes azoicos, es un compuesto orgánico, altamente soluble, de bajo costo y ampliamente utilizado en la industria alimentaria. Para este trabajo se utilizó una solución de agua con tartrazina a una concentración 0.3molar. Esta fue colocada dentro de una cubeta de vidrio y en uno de los brazos del interferómetro, como se indica en la sección 2.4. Las dimensiones de la cubeta son 1cmx1cmx5cm, (*ancho, profundidad, altura*). La Tabla 3.1 describen varias propiedades fisicoquímicas basados en datos publicados por PubChem [39].

Tabla 3.1. Propiedades fisicoquímicas de la tartrazina

Nombre	Tartrazine
Fórmula molecular	$C_{16}H_9N_4Na_3O_3S_2$.
Color	Naranja brillante-amarillo concentrado
Propiedades espectrales	Longitud de onda máxima 425nm en agua
Ultravioleta	Longitud de onda máxima 426nm en agua

Lima, A., 2012, Recuperado de <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Tartrazine#section=Top> el 12 (Septiembre, 2017).

El espectro de absorción de la tartrazina mezclada con agua se muestra en la Figura 3.1.

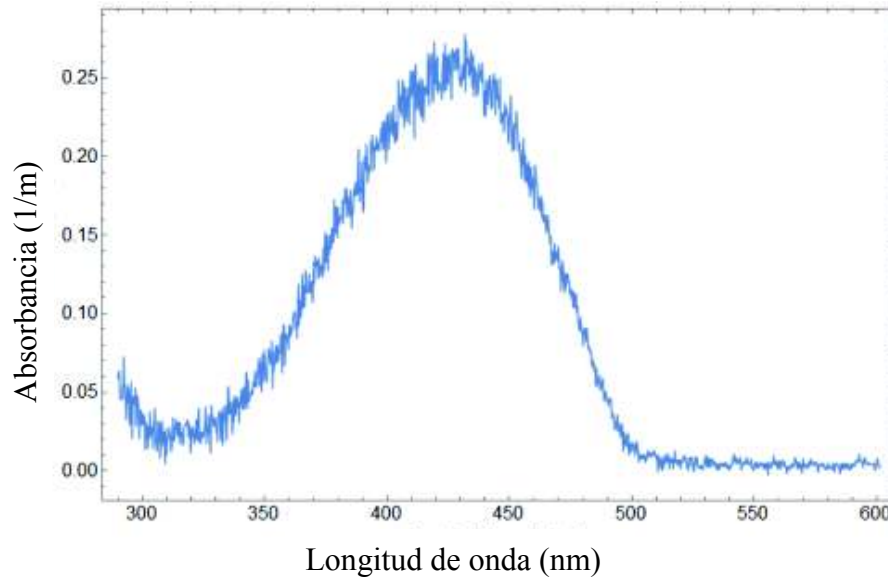


Figura 3.1. Espectro de absorción de la solución de agua con tartrazina. El pico de absorbancia es $0.26m^{-1}$ a una longitud de onda de 415nm aproximadamente

Esta figura muestra un pico de absorción a una longitud de onda de 415nm aproximadamente, esto implica que la muestra líquida de tartrazina con agua absorbió la longitud de onda del haz de bombeo a 405nm. El haz de prueba de 650nm no es absorbido y solamente transmite información de los frentes de onda modificados por el efecto fototérmico dentro de la muestra.

3.2 Cámara CCD.

La cámara CCD se encontraba ubicada en la parte final de uno de los brazos del interferómetro de Sagnac, como indica la sección 2.4. Su función era grabar los diferentes interferogramas producidos por el haz de prueba y bombeo. La resolución de la cámara es de 640x480píxeles, 280dpi, y puede captar hasta 30fps. Dado que el láser de bombeo es pulsado con un periodo de 0.24s, la cámara puede separar 8 fotografías distintos con un periodo de 0.03s entre ellos. Las dimensiones, en

milímetros, del ancho y altura de cada fotograma se obtiene al realizar una división entre el valor del tamaño de la foto en pixeles y la resolución de la cámara [40].

Conocer la resolución de la cámara es importante, ya que el valor del coeficiente de difusividad térmica de la solución de agua con tartrazina puede ser más preciso si se utiliza una cámara de mayor resolución.

3.3 Obtención de interferogramas por medio del interferómetro de Sagnac.

El interferómetro Sagnac está conformado por dos haces, uno de prueba a 650nm con 5mW y otro de bombeo a 405nm con 2mW. Los dos haces inciden sobre la solución de tartrazina con agua a 0.3molar y permiten obtener interferogramas con deformación fototérmica y sin deformación fototérmica, como indica la Figura 3.2.

Para obtener un interferograma sin deformación fototérmica el haz de prueba incide sobre el divisor de haces, (DH), y forma los haces de prueba E_1 y referencia E_2 , véase la sección 2.4. Dichos haces recorren los caminos ópticos, $\langle 1 \rangle$, $\langle 2 \rangle$, $\langle 3 \rangle$ y atraviesan la solución líquida. Posteriormente, estos se reflejan sobre los espejos planos E1, E2 e interfieren entre sí para finalmente enfocarse en la cámara CCD. El haz de prueba no produce efecto fototérmico en la solución.

Para obtener un interferograma con deformación fototérmica. El haz de bombeo atravesó el atenuador óptico, (AO), fue por el camino óptico $\langle 4 \rangle$, incidió sobre el espejo plano E3, posteriormente sobre el espejo plano E4 y finalmente sobre la solución, véase sección 2.4. Este haz fue absorbido por la solución y produjo el efecto fototérmico. Las diferentes lentes L_1 , L_2 , L_3 y L_4 fueron utilizados para enfocar los haces de prueba y bombeo, el atenuador óptico (AO) redujo la potencia inicial del haz de bombeo y evita un calentamiento excesivo en la solución, la cámara CCD ubicada en la parte final del interferómetro colectaba los diferentes interferogramas y el filtro neutro de densidad (FDN) evitó la saturación lumínica de la cámara. Para un tiempo de 0.24s, periodo del haz de bombeo, ocho diferentes interferogramas fueron

obtenidos, véase anexo A.

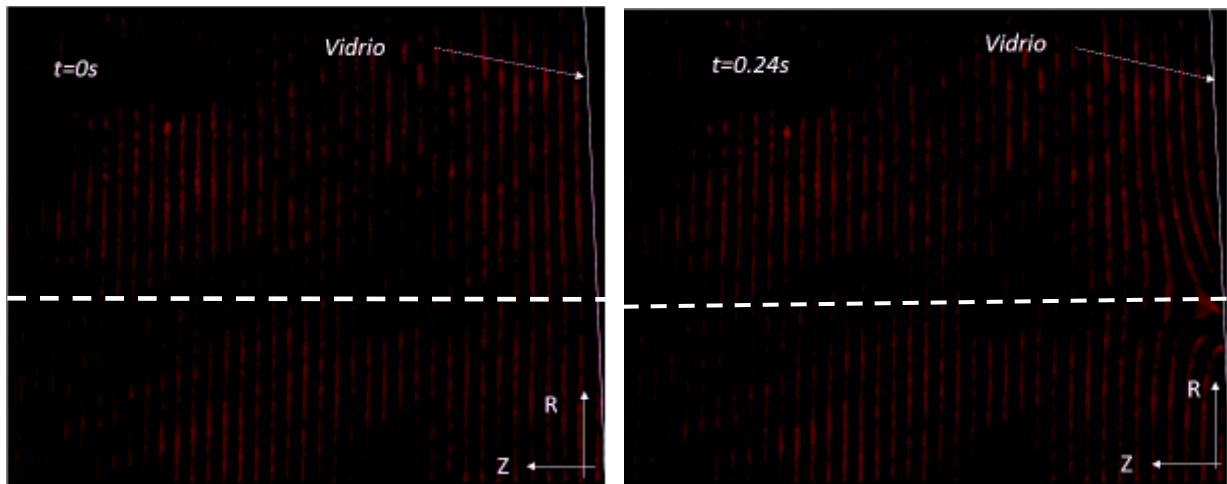


Figura 3.2. Interferogramas obtenidos con el interferómetro de Sagnac de dos haces. La figura del lado izquierdo representa un interferograma sin deformación, producido por el haz de prueba a un tiempo de 0s. La figura de la derecha representa un interferograma con deformación producido por el haz de bombeo a un tiempo de 0.24s. La influencia del vidrio se muestra del lado derecho de cada interferograma

Para obtener el mapa de fase fototérmico se toma dos interferogramas, uno sin deformación, a 0s, y otro con deformación, a 0.24s. Sobre cada uno de ellos se aplicó escala de grises para eliminar el contraste local [34]. A continuación, se aplica la transformada de Fourier bidimensional a cada interferograma para obtener una distribución de frecuencias y posteriormente los mapas de fases térmico.

3.3.1 Transformada de Fourier bidimensional para obtener una distribución de frecuencias de cada interferograma.

La distribución de frecuencias se obtuvo al aplicar la transformada de Fourier bidimensional sobre cada interferograma, usando el programa Matlab, posterior a esto se extrajo una de las distribuciones de frecuencia y se trasladó al origen de coordenadas, como indican las Figuras 3.3 y 3.4.

Para el interferograma sin deformación $t=0s$.

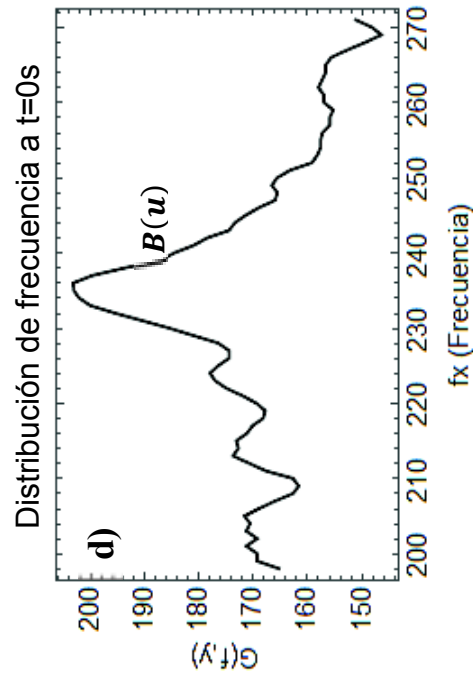
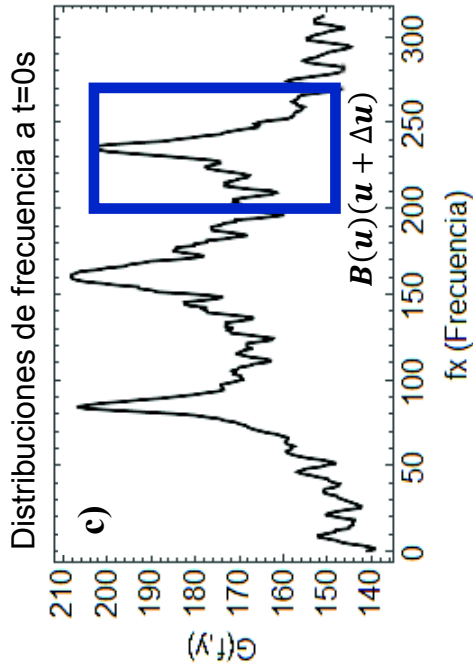
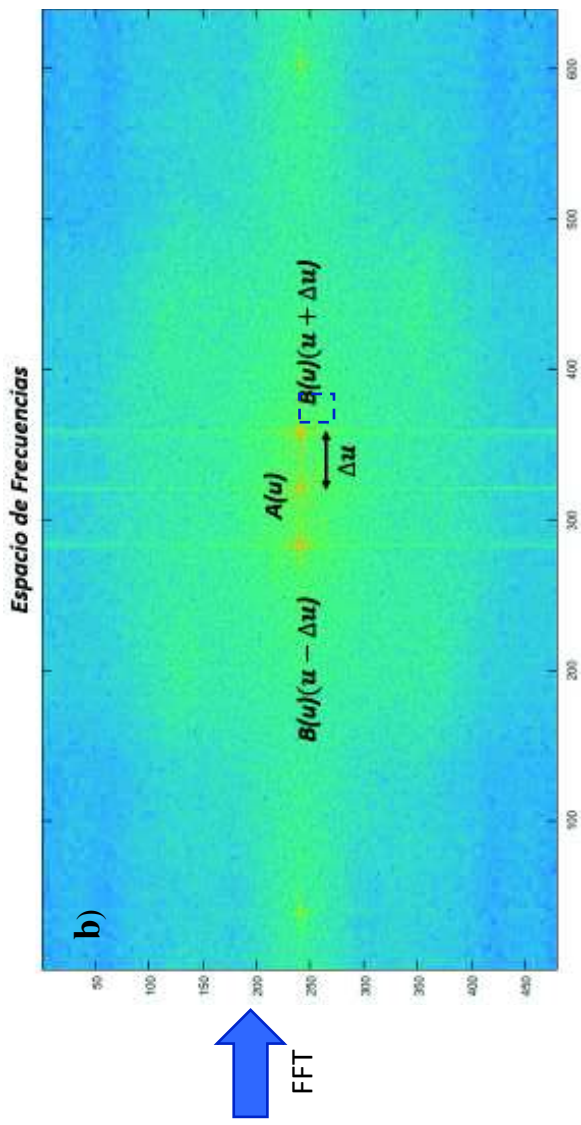


Figura 3.3. Distribución de frecuencias a 0s. a) Interferograma sin deformación fototérmica. La región del vidrio se encuentra del lado derecho, la dirección axial y radial se encuentran en píxeles. b) Distribución de frecuencias, la cual fue obtenida por la transformada de Fourier bidimensional sobre el interferograma sin deformación. $A(u)$ es la distribución de frecuencia en el origen de coordenadas y $B(u)$ es la distribución de frecuencia a una distancia $\pm \Delta u$. c) Distribuciones de frecuencia en 2D, estas fueron obtenidas al encerrar en un rectángulo las distribuciones de frecuencia $A(u)$ y $B(u)$ usando el programa ImageJ. $G(f, y)$ es la altura del pico de frecuencia. d) representa la extracción de una distribución de frecuencia ubicada en $+\Delta u$

Para el interferograma con deformación $t=0.24s$.

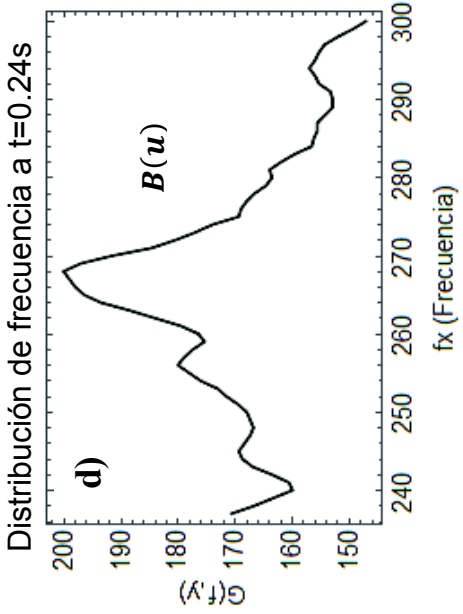
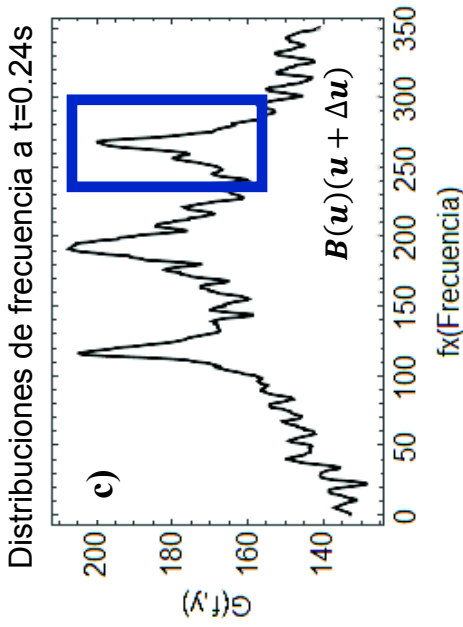
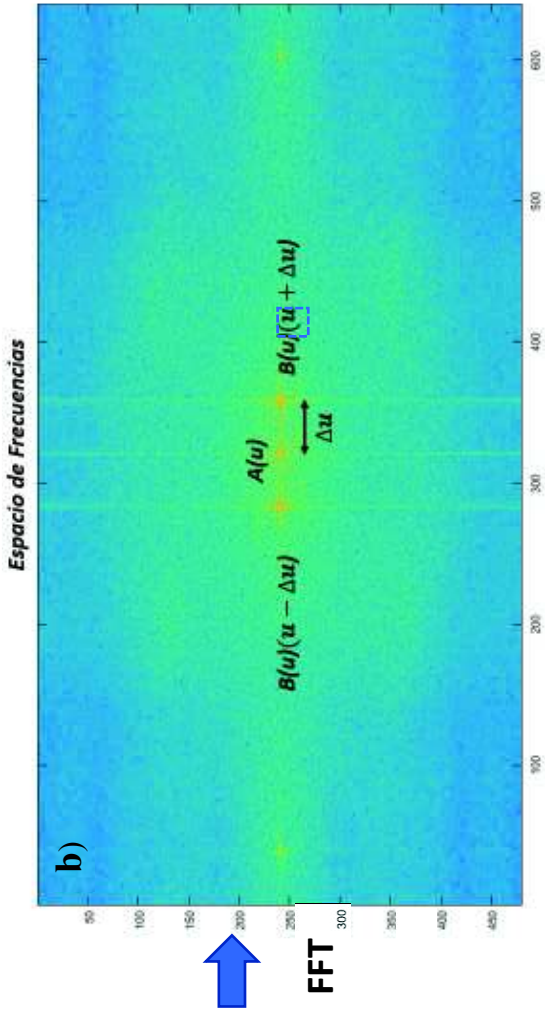


Figura 3.4. Distribución de frecuencias a 0.24s. a) Interferograma sin deformación fototérmica. La región del vidrio se encuentra del lado derecho, la dirección axial y radial se encuentran en píxeles. b) Distribución de frecuencias, la cual fue obtenida por la transformada de Fourier bidimensional sobre el interferograma sin deformación. $A(u)$ es la distribución de frecuencia en el origen de coordenadas y $B(u)$ es la distribución de frecuencia a una distancia $\pm\Delta u$. c) Distribuciones de frecuencia en 2D, estas fueron obtenidas al encerrar en un rectángulo las distribuciones de frecuencia $A(u)$ y $B(u)$ usando el programa ImageJ. $G(f,y)$ es la altura del pico de frecuencia. d) Extracción de una distribución de frecuencia ubicada en $+\Delta u$.

3.3.2 Mapa de fase fototérmico bidimensional.

El mapa de fase fototérmico se obtuvo al realizar una deconvolución entre las distribuciones de frecuencia de las Figuras 3.3d y 3.4d, utilizando el código desarrollado en Matlab, véase Anexo C.

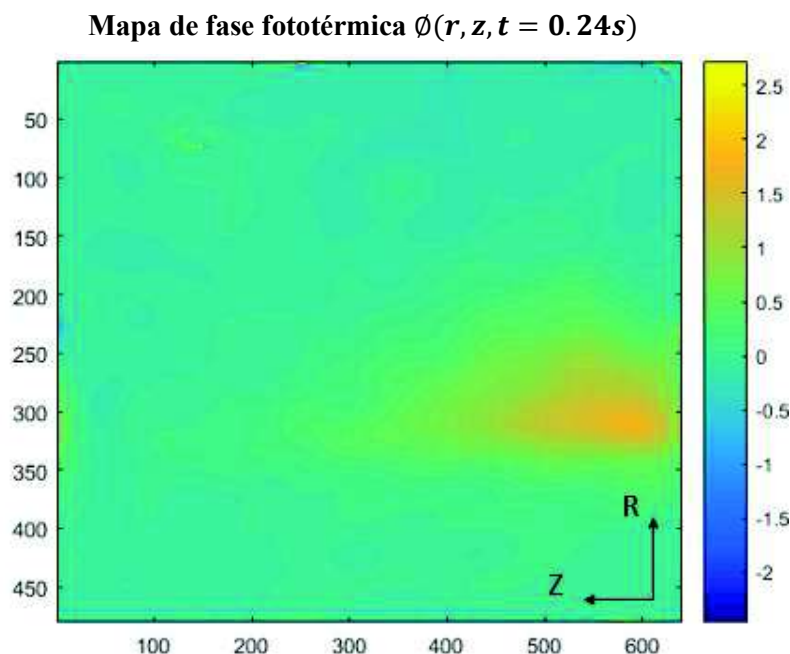


Figura 3.5. Mapa de fase fototérmico bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s e interferograma con deformación a 0.24s. El cambio de fase se da a lo largo de las dirección radial y axial

3.4 Modelo de un haz láser incidente sobre una cubeta de vidrio que contiene agua.

El efecto convectivo para la solución mixta de tartrazina puede modelizarse en primera aproximación como una fuente externa, haz láser de bombeo, incidente sobre una cubeta de vidrio que contiene agua. Esta aproximación es posible debido a que la tartrazina se encuentra muy disuelta en el agua, $C=0.3$ molar, y se consideró que la densidad, ρ , así como la capacidad calorífica, C_p , de la solución mixta son aproximadamente las del agua.

Se tomó en cuenta las ecuaciones de Navier-Stokes con fuente externa gaussiana que causaban la convección natural, obsérvese la Tabla 2.2. Como condición inicial se consideró la acción de la fuente a partir del tiempo, $t=0s$. El método de resolución de las ecuaciones fue elementos finitos en el programa COMSOL Multiphysics®. El

tiempo de simulación es $t=1s$. La solución de las ecuaciones de Navier-Stokes acopladas permitió obtener los campos de velocidad y temperatura. Las dimensiones geométricas de la cubeta, así como las propiedades fisicoquímicas del agua utilizadas en la simulación se muestran en las Tablas 3.2 y 3.3.

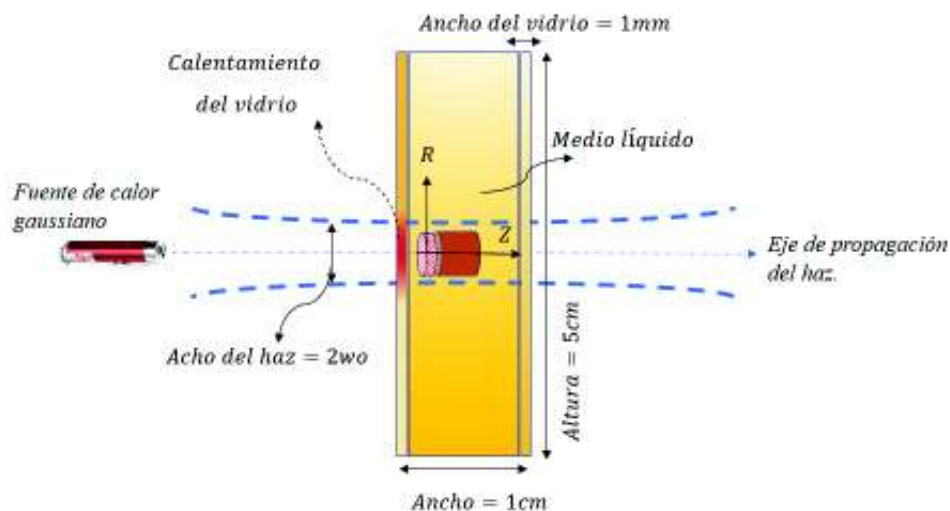


Figura 3.6. Modelo geométrico para el agua como fluido convectivo

Tabla 3.2. Propiedades fisicoquímicas del agua líquida a 290°K

Parámetros para el agua	Propiedad	Valor
ρ	Densidad	1000 kg/m^3
μ	Viscosidad dinámica	$1.08 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$
k	Conductividad térmica	0.60 W/(mK)
C_p	Capacidad calorífica a presión constante	4.18 kJ/(kgK)
α	Coefficiente de expansión térmica	$0.17 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

(Incropera, DeWitt, Bergman, Lavine, 2006, 949-951)

Tabla 3.3. Dimensiones geométricas de la cubeta de vidrio

Ancho de la cubeta	1 cm
Largo de la cubeta	5 cm
Ancho del vidrio	1 mm
Temperatura ambiente	290 °K

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

4.1 Comparación de los perfiles de intensidad para los distintos interferogramas.

La Figura 4.1 muestra una comparación entre el perfil de intensidad de un interferograma sin deformación, tomado a 0s, y los perfiles de intensidad de los interferogramas con deformación, tomados a 0.03s y 0.24s.

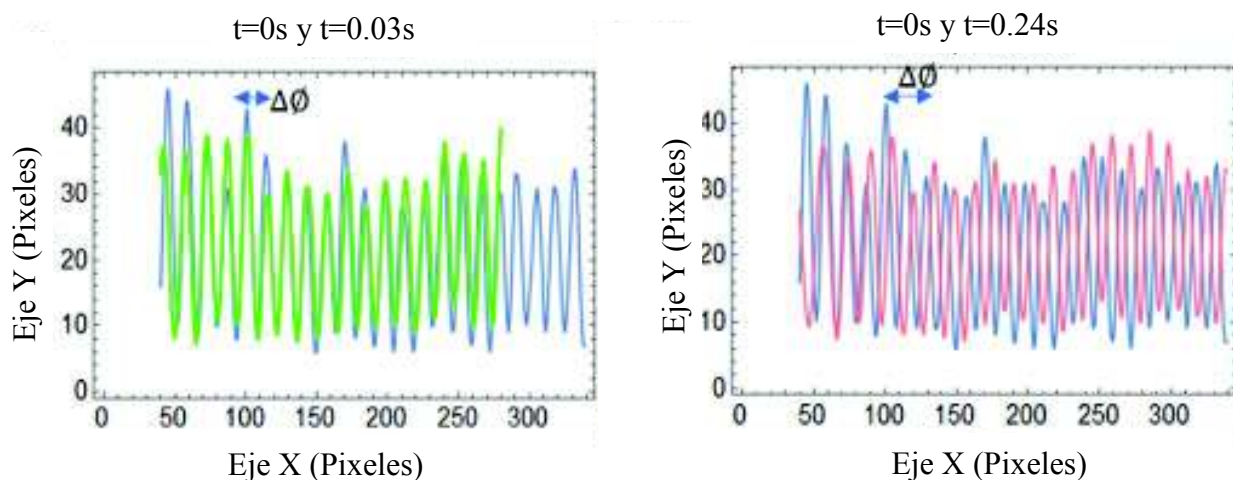


Figura 4.1. Comparación de perfiles de intensidad. Figura del lado izquierdo muestra una comparación de los perfiles de intensidad para los interferogramas de 0s y 0.03s. Figura del lado derecho muestra una comparación de los perfiles de intensidad para los interferogramas de 0s y 0.24s. $\Delta\phi$ es la diferencia de fase entre el interferograma sin deformación y el interferograma con deformación

Los perfiles de intensidad fueron obtenidos a partir de un corte a lo largo del eje axial (Z), de los interferogramas con y sin deformación. El perfil de intensidad sin deformación, a un tiempo de 0s, se representa de color azul y los perfiles de intensidad con deformación se representan por medio de los colores verde y rojo. El desplazamiento de fase $\Delta\phi$ se encuentra sobre el área donde la lente térmica es inducida. Esta fase se incrementa a medida que avanza el tiempo en el intervalo de 0s a 0.24s.

4.2 Interpretación física del mapa de fase fototérmico bidimensional.

El mapa de fase fototérmico es mostrado en la Figura 4.2. Para un tiempo de 0.03s.

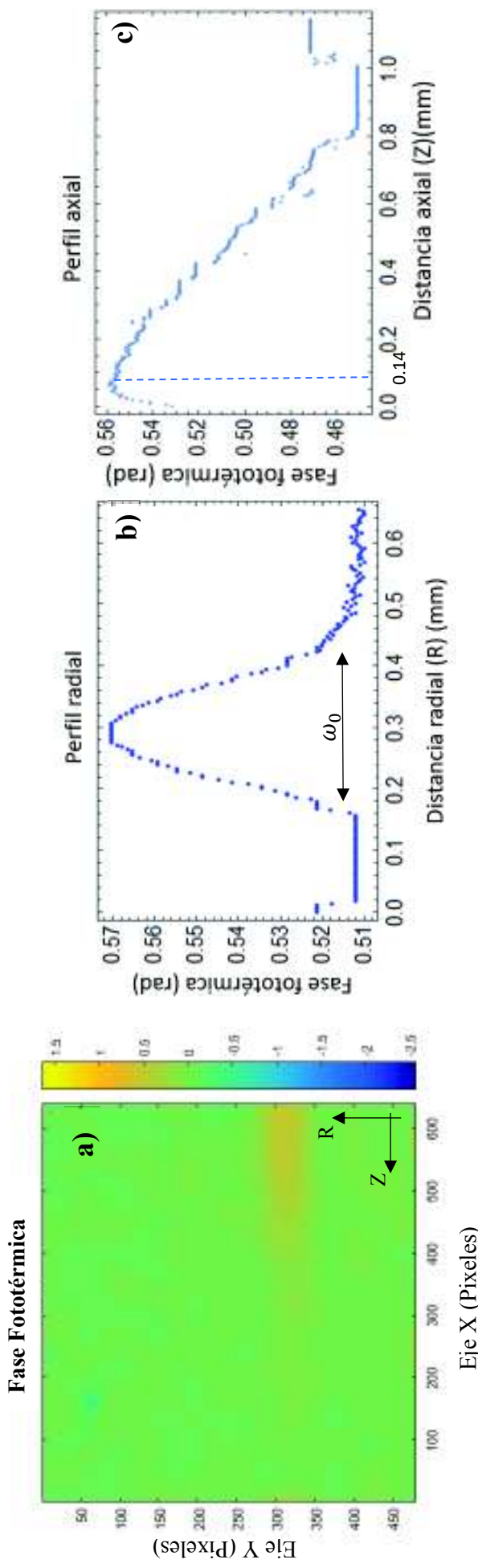


Figura 4.2. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.03s. a) Mapa de fase fototérmica obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s y el interferograma con deformación a 0.24s. Los ejes radial y axial se encuentran en píxeles. b) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección radial (R). c) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección axial (Z)

Esta figura representa el cambio de fase fototérmica a lo largo de los ejes radial (R) y axial (Z), esto se debe al calentamiento generado por la incidencia del haz de bombeo sobre la solución. La Figura 4.2b representa el perfil de fase fototérmica en la dirección radial, su forma muestra que conserva el perfil gaussiano del haz de bombeo incidente, además que el ancho medio del haz, ω_0 , es aproximadamente 0.4mm. La Figura 4.2c representa el perfil de fase fototérmica en dirección axial. Este perfil muestra un valor de fase fototérmica de 0.56rad a una distancia axial de 0.14mm. A partir de este valor existe un decaimiento de la fase fototérmica, esto significa que el calentamiento inducido sobre la solución estuvo localizado en una región cercana entre vidrio y el medio líquido.

La máxima distancia axial de propagación de calor es 0.82mm aproximadamente. Para valores entre 0mm y 0.14mm la fase fototérmica presentó un incremento paulatino, esto se debió al calentamiento de la capa de vidrio. La Tabla 4.1 muestra en detalle las características obtenidas de los perfiles radial y axial.

Tabla 4.1. Características del mapa de fase fototérmico bidimensional a 0.03s

Características del mapa de fase a 0.03s	
Desplazamiento de fase fototérmica	0.56rad
Distancia radial (Figura 4.2b)	0.4mm
Distancia axial (Figura 4.2c)	0.82mm

Las Figuras 4.3 y 4.4 indican la evolución de la fase fototérmica en cuatro instantes de tiempo. Al instante de tiempo 0.18s se puede observar una asimetría en el perfil radial comparado con su perfil anterior, 0.15s. Esta asimetría es cada vez más pronunciada hasta alcanzar los 0.24s. Cabe mencionar que los perfiles radiales para los tiempos anteriores a 0.18s son similares y no presentan asimetría, véase Anexo B. La Tabla 4.2 indica para el intervalo de tiempo 0.15s-0.24s los valores de desplazamiento de fase fototérmica inducida, así como la distancia de propagación de calor en las direcciones radial y axial. El mapa de fases tiene dimensiones de píxel vs píxel. La relación de transformación entre número de pixeles y la distancia en milímetros se mencionó en la sección 3.2.

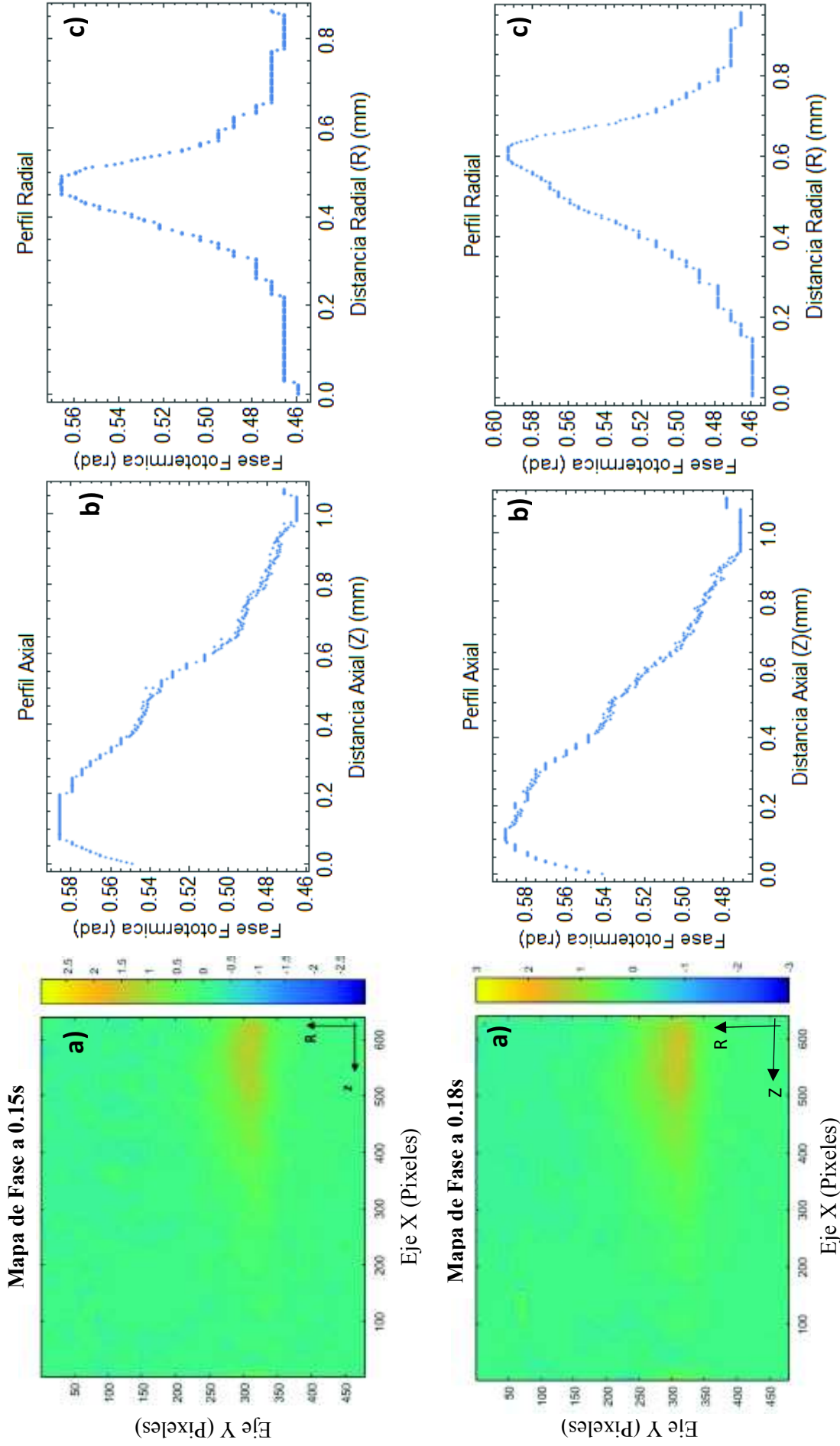


Figura 4.3. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.15s y 0.18s. a) Mapa de fase fototérmica bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s y el interferograma con deformación a 0.15s y 0.18s respectivamente. Los ejes radial y axial se encuentran en píxeles. b) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección axial (Z). c) Perfil de fase fototérmica obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección radial (R)

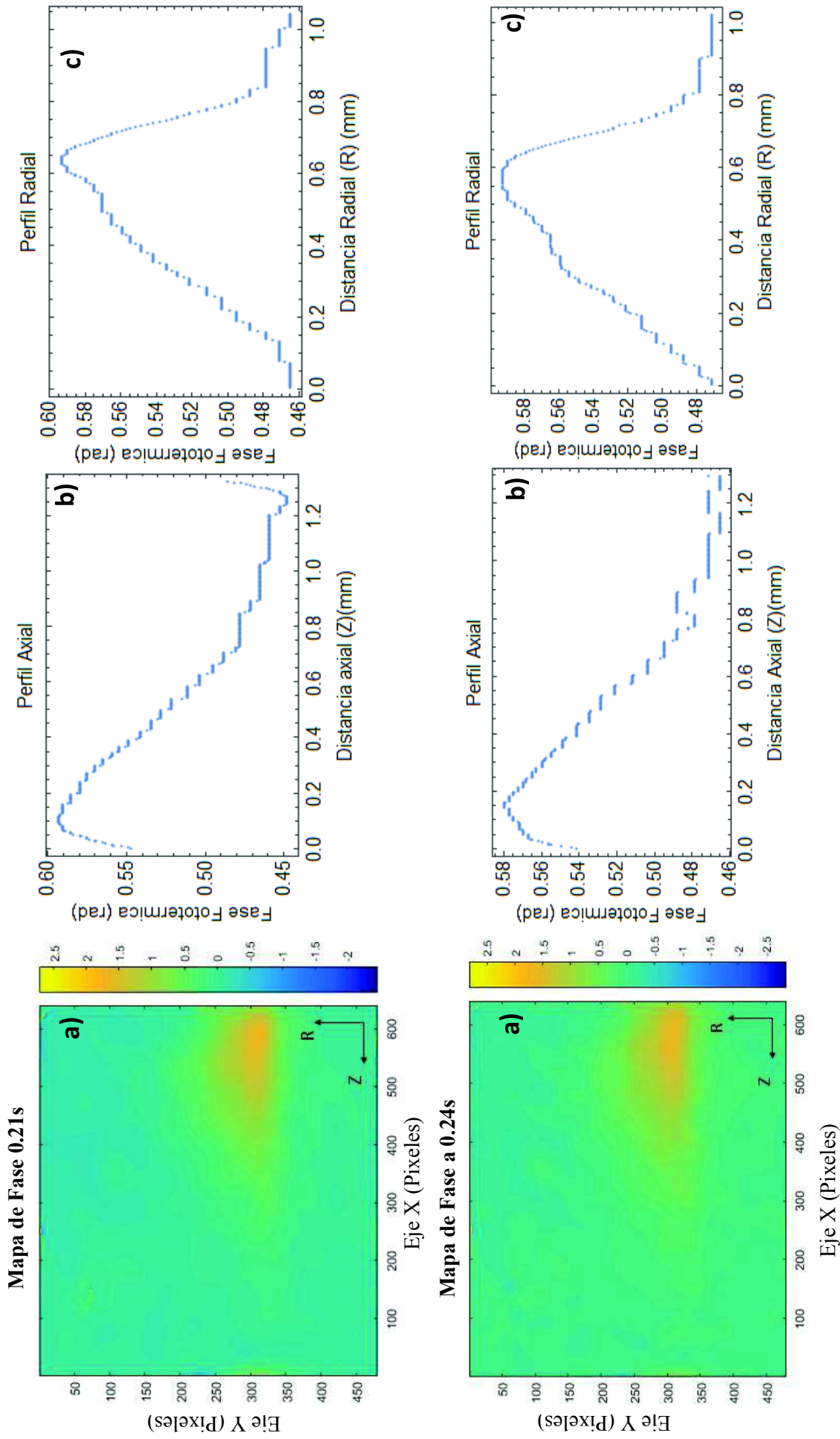


Figura 4.4. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.21s y 0.24s. a) Mapa de fase fototérmica bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s y el interferograma con deformación a 0.21s y 0.24s respectivamente. Los ejes radial y axial se encuentran en píxeles. b) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección axial (Z). c) Perfil de fase fototérmica obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección radial (R)

Tabla 4.2. Características del mapa de fase fototérmico a diferentes tiempos

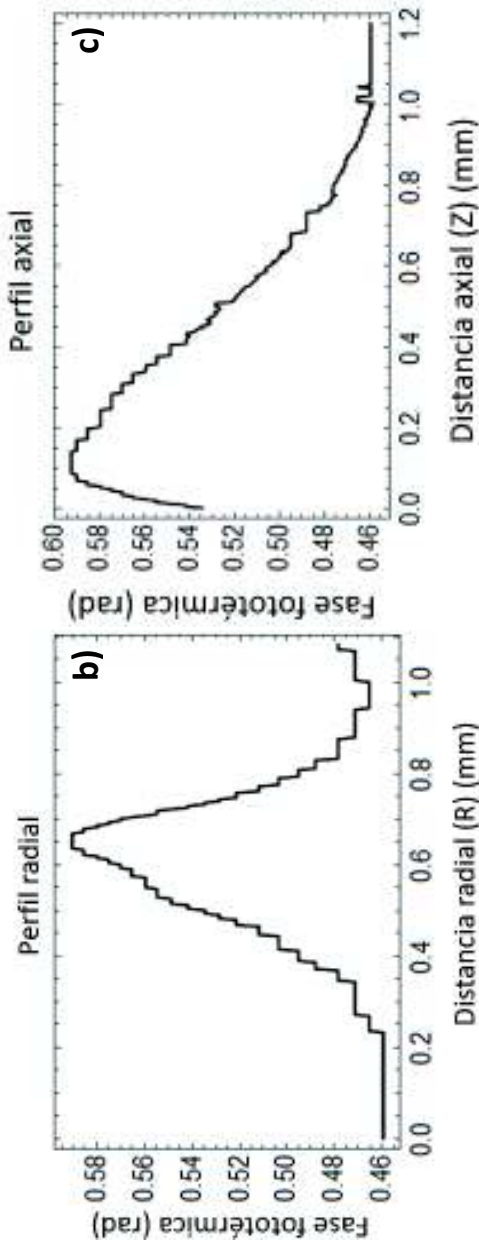
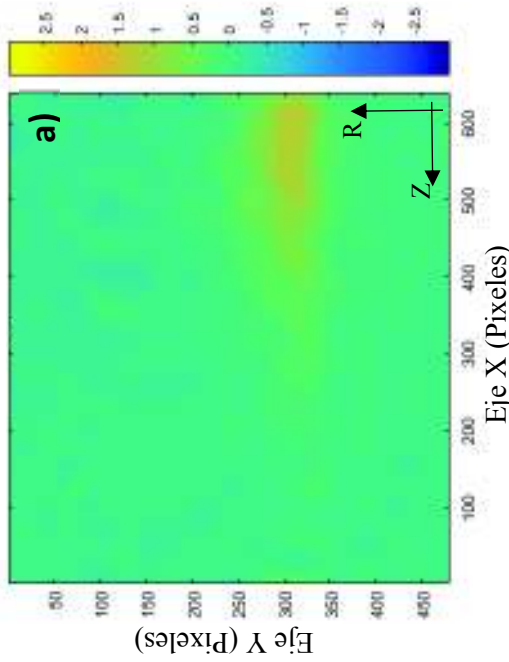
Mapa de fases fototérmico			
Tiempo (s)	Desplazamiento de fase fototérmico (rad)	Distancia Radial (mm)	Distancia Axial (mm)
0.15	0.57	0.53	1
0.18	0.58	0.58	0.9
0.21	0.59	0.65	1.3
0.24	0.59	0.61	1.1

Las Figuras 4.5 y 4.6 indican tres mapas de fase a 0.24s con potencias menores a 2mW, la concentración de la solución de agua y tartrazina es 0.3molar. En cada mapa de fase se pudo observar una asimetría en el perfil radial, esto significa que el prolongado tiempo de exposición del haz de bombeo fue la causa de la asimetría en los perfiles radiales y de un efecto convectivo en el medio. La Tabla 4.3 indica para el tiempo de 0.24s los valores de desplazamiento de fase fototérmica inducida, así como la distancia de propagación de calor en las direcciones radial y axial.

Tabla 4.3. Características del mapa de fase fototérmico a diferentes potencias

Mapa de fases fototérmico				
Tiempo (s)	Potencia (mW)	Desplazamiento de fase fototérmico (rad)	Distancia Radial (mm)	Distancia Axial (mm)
0.24	1.8	0.58	0.64	1.1
0.24	1.5	0.58	0.65	1
0.24	1	0.59	0.6	1.1

Mapa de Fase a 0.24s. P=1.8mW



Mapa de Fase a 0.24s. P=1.5mW

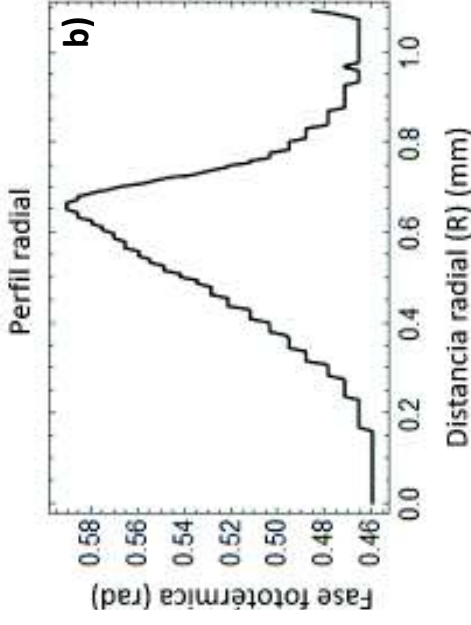
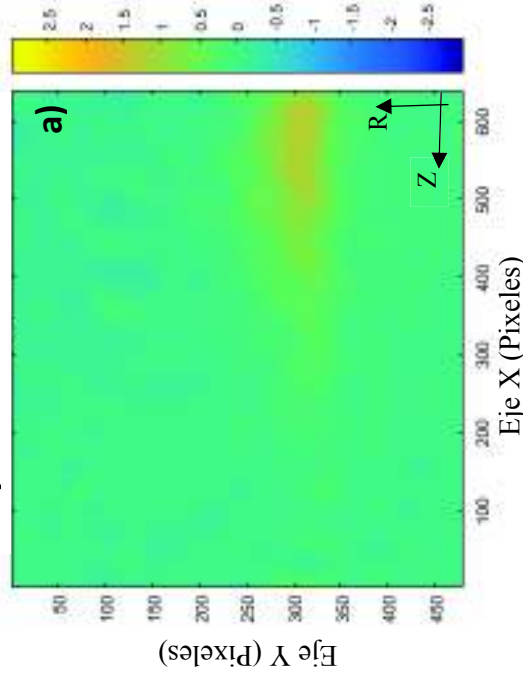


Figura 4.5. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.24s y con una potencia de 1.8mW y 1.5mW, respectivamente. a) Mapa de fase fototérmica bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s y el interferograma con deformación a 0.24s. Los ejes radial y axial se encuentran en pixeles. b) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección radial (R). c) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección axial (Z)

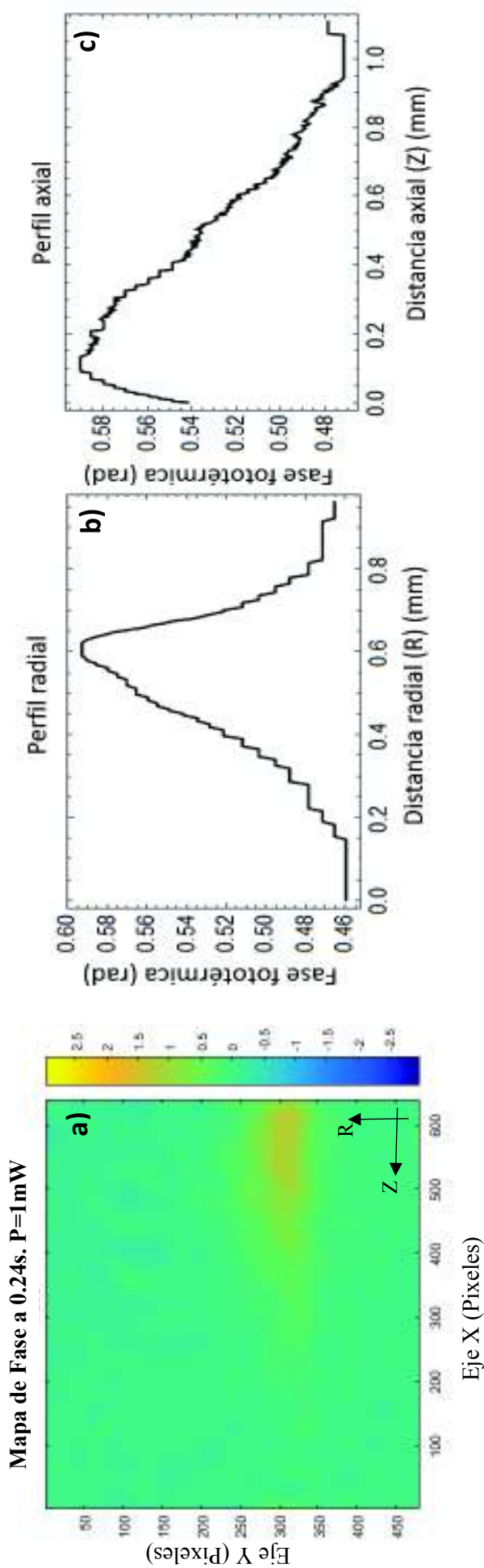


Figura 4.6. Mapa de fase fototérmica bidimensional a 0.24s y con una potencia de 1mW. a) Mapa de fase fototérmica bidimensional obtenido a partir del interferograma sin deformación a 0s y el interferograma con deformación a 0.24s. Los ejes radial y axial se encuentran en píxeles. b) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección radial (R). c) Perfil de fase fototérmico obtenido al realizar un corte a lo largo de la dirección axial (Z)

4.3 Determinación de la constante de difusividad térmica para la solución de tartrazina con agua.

Para determinar el valor de la constante de difusividad térmica se planteó la expresión de la fase fototérmica $\phi(z, t)$ en función de la distribución de temperatura axial $\Delta T(z, t)$, ecuación (2.47), y se reemplazó para un tiempo de 0.24s.

$$\phi(z, t = 0.24) = B_0 \left(e^{-\frac{z^2}{4(0.24)D}} \right) - B_1 \left(\frac{z}{2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{0.24D}} \right) \quad (4.1)$$

A partir de la ecuación (4.1) se realizó un ajuste de datos por medio del método de elementos finitos, usando Wolfram Mathematica, para obtener los valores de las constantes B_0 , B_1 , D . Donde: D representa la constante de difusividad térmica de la solución de tartrazina con agua, B_0 y B_1 son parámetros que dependen de la geometría del recipiente que contiene el medio, así como sus propiedades físicas.

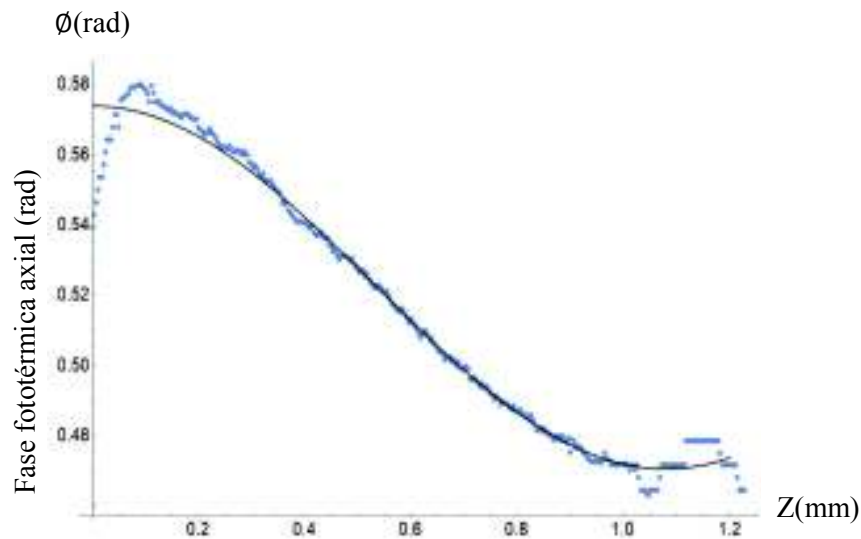


Figura 4.7. Fase fototérmica axial en función de la distancia axial z para un tiempo de 0.24s. La línea azul entrecortada representa los datos experimentales y la línea negra es la curva de mejor ajuste bajo la ecuación (4.1)

La Figura 4.7 muestra una comparación entre los datos experimentales de fase fototérmica y la curva de ajuste teórico. La propagación de calor en la dirección axial

alcanza una distancia máxima de 1mm. En el intervalo 0mm a 0.14mm no hay un buen ajuste de datos entre el modelo matemático y los datos experimentales, esto se debió a la presencia de la capa de vidrio de la cubeta espectroscópica. Los valores de los parámetros B_0 , B_1 , D obtenidos a partir del ajuste de datos se muestran en la Tabla 4.4

Tabla 4.4. Valores de las constantes B_0, B_1, D

Constante de difusividad térmica D	
Nombre	Valor numérico
B_0	0.586225
B_1	0.271626
D (Difusividad térmica de la solución de tartrazina con agua, m^2/s)	5.35×10^{-7}
D (Difusividad térmica del agua, m^2/s)*	1.43×10^{-7}

(Bialkowski. E.S, 1996, 584) *

El valor de la constante de difusividad térmica para la solución mixta de tartrazina es aproximadamente cuatro veces más grande que la difusividad del agua [43], esto implica que la rapidez con la que se disipa el calor es mayor en la solución mixta de tartrazina. Dado que la solución está muy disuelta, 0.3molar, se pudo considerar al valor de la densidad y la capacidad calorífica como la del agua, de esta manera la conductividad térmica de la solución mixta es cuatro veces mayor a la conductividad del agua, véase la sección 2.1.4. La Tabla 4.5 muestra los valores de difusividad térmica calculados para la solución mixta medida a distintas potencias.

Tabla 4.5. Valores de difusividad térmica para la solución de tartrazina con agua considerando diferentes potencias. El error calculado es respecto de la difusividad térmica medida con una potencia de 2mW

Constante de difusividad térmica a diferentes potencias		
Valores de difusividad térmica obtenidos a diferentes potencias.		Error respecto al valor de difusividad térmica (Potencia de 2mW)
D (Difusividad Térmica m^2/s) (Potencia 2mW)	5.35×10^{-7}	---
D (Difusividad Térmica m^2/s) (Potencia 1.8mW)	5.32×10^{-7}	1%
D (Difusividad Térmica m^2/s) (Potencia 1.5mW)	5.24×10^{-7}	2%
D (Difusividad Térmica m^2/s) (Potencia 1mW)	5.06×10^{-7}	5%

Los diferentes valores de difusividad térmica calculados y su error asociado muestran una dependencia con la potencia de haz incidente. Para valores menores a 2mW la difusividad disminuye su valor, esto implica que la rapidez con la que disipa el calor es cada vez menor y por tanto existe un decremento en la conductividad térmica del medio.

4.4 Curva de mejor ajuste para el vidrio.

Como se indicó en la Figura 4.7 en el intervalo 0mm a 0.14mm no existe un buen ajuste entre los datos experimentales y el modelo matemático, para esto se planteó la distribución de temperatura sobre una capa de vidrio, $\Delta T(z, t)$, ecuación (2.27). Para un tiempo de 0.24s se tiene.

$$\Delta T(z, t = 0.24) = \frac{e^{-\frac{b(a-cz)^2}{1+0.96bc^2Dt}}}{\sqrt{1 + 0.96bc^2D}} \quad (4.2)$$

A partir de esta expresión se realiza un ajuste de datos por medio del método de elementos finitos, usando el programa Wolfram Mathematica, para determinar los valores D, a, b, c . Donde D es la constante de difusividad térmica del vidrio.

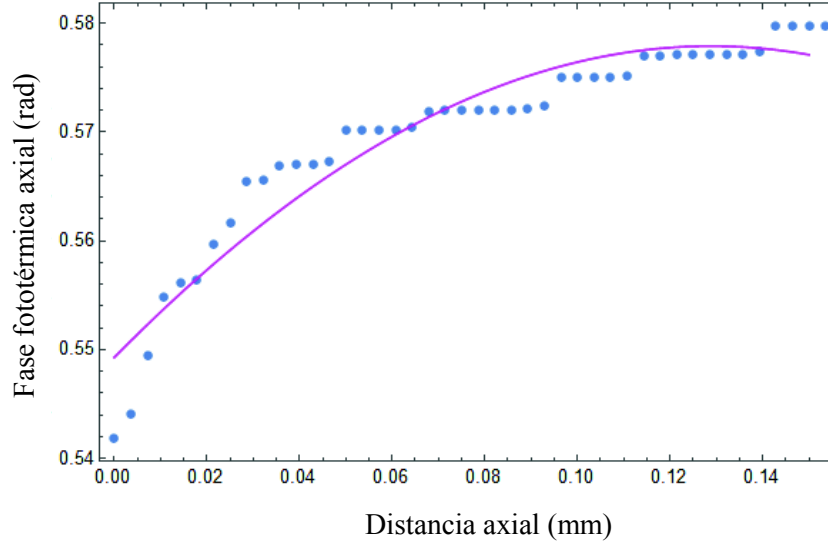


Figura 4.8. Fase fototérmica en función de la distancia axial para el vidrio. La línea entrecortada representa los puntos experimentales de la fase fototérmica axial, mientras la línea continua representa el mejor ajuste bajo la ecuación (4.2)

La Figura 4.8 muestra el calentamiento lateral de la cubeta de vidrio, espesor de 1mm, al incidir el haz de bombeo. La máxima distancia de propagación de calor en la dirección axial es 0.14mm. Los datos experimentales se representan de color azul, mientras la línea de color magenta representa la curva de mejor ajuste considerando la ecuación (4.2). La Tabla 4.6 muestra el valor de la difusividad térmica encontrada para el vidrio.

Tabla 4.6. Valores de los parámetros a , b , c , D para la capa de vidrio. La difusividad térmica se encuentra en (m^2/s)

Valores de los parámetros a, b, c, D para la capa de vidrio	
D (Difusividad térmica) (m^2/s)	7.8×10^{-7}
a	0.37
b	1.1
c	2.88

La Tabla 4.7 muestra una comparación entre el valor de la constante de difusividad térmica para el vidrio utilizado en el experimento y un valor referencial de difusividad

térmica del vidrio usado en trabajos similares [41].

Tabla 4.7. Comparación del coeficiente de difusividad térmica para la capa vidrio utilizada en el experimento y en trabajos similares

Coeficiente de difusividad térmica para el vidrio	
Nombre	Valor numérico
D (Difusividad térmica para la capa de vidrio, m^2/s)	7.8×10^{-7}
D (Difusividad térmica para la capa de vidrio, m^2/s)*	8.1×10^{-7}
Error	3.6%

(Casalengo. V, Vassason. P, Valle. M, Ferraris. M, Salvo. M, Pintsuk. G., 2010, 2-10.) *

El error de medición de la difusividad térmica es 3.6%, lo cual representa una buena aproximación respecto del valor referencial, esto implica una correcta calibración del interferómetro y del método utilizado para obtener la difusividad térmica del medio. Consecuentemente el valor obtenido de difusividad térmica para la solución de tartrazina puede ser utilizado como valor de referencia para medir propiedades térmicas de diferentes soluciones mixtas.

La Figura 4.9 muestra el perfil de fase fototérmica en la dirección axial para la capa de vidrio y el medio líquido.

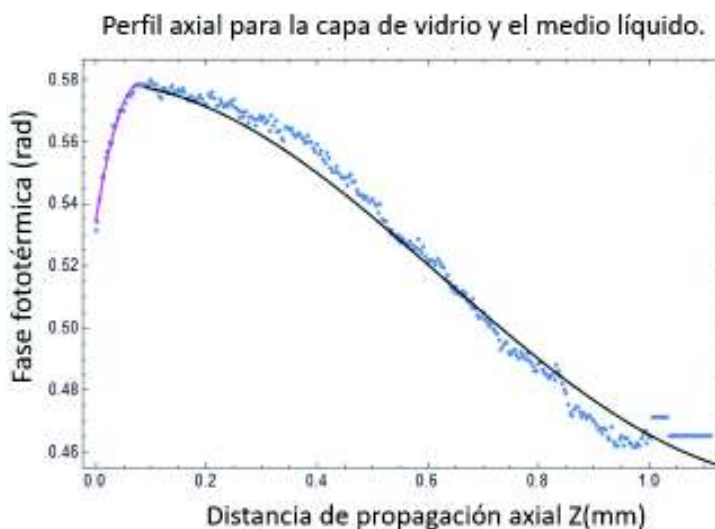


Figura 4.9. Fase fototérmica en función de la distancia axial para las capas de vidrio y de tartrazina en agua. La línea azul entrecortada representa los datos experimentales. La línea magenta representa el mejor ajuste para el vidrio bajo el modelo de la ecuación (4.2). La línea negra representa el mejor ajuste para la solución de tartrazina en agua

La máxima distancia de propagación de calor en la capa de vidrio es 0.14mm, mientras la máxima distancia de propagación para la capa líquida es 1mm. Para la solución de tartrazina se realizó una correlación entre 300 datos experimentales de la fase fototérmica axial y 300 datos teóricos obtenidos mediante la ecuación (4.1), lo cual da un valor r^2 de 0.97. Esto implica que los valores obtenidos en el modelo teórico son muy cercanos a los valores experimentales. El modelo planteado de la ecuación de calor no homogénea en una solución líquida reproduce adecuadamente el efecto de lente térmico en la solución de tartrazina con agua. Finalmente, este método es ventajoso porque permitió caracterizar una muestra líquida absorbente con solo dos patrones de interferencia, evitó la manipulación mecánica de las componentes del interferómetro o de la muestra y permite observar desplazamientos de fase de 0.1rad.

4.5 Simulación de la fase fototérmica en la dirección axial a un tiempo de 0.24s.

Conocido el valor experimental del coeficiente de difusividad térmica para la solución mixta, la ecuación de fase fototérmica axial (4.1) permite calcular el valor teórico de la fase a un tiempo a 0.24s y determinar la distancia axial de propagación de calor. La Tabla 4.8 muestra los parámetros físicos a utilizarse.

Tabla 4.8. Parámetros para la fase fototérmica en dirección axial. Se considera un intervalo de tiempo de 0.03s a 0.24s

Parámetros de la fase fototérmica en dirección axial $\phi(z, t)$	
D (Difusividad térmica) (m^2/s)	5.7×10^{-7}
Tiempo (s)	0.24

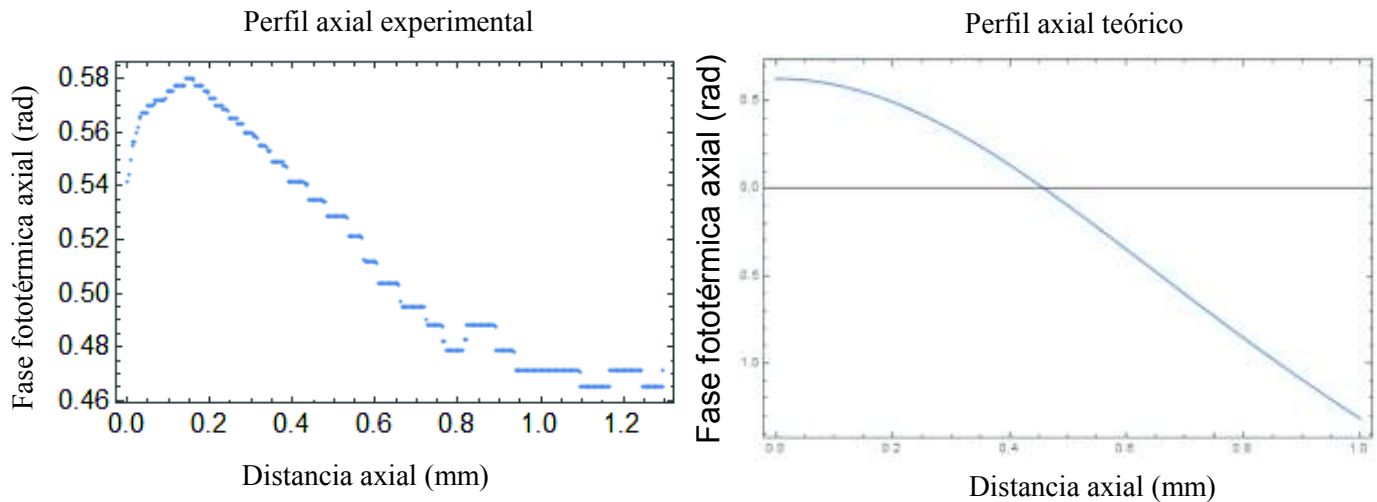


Figura 4.10. Representación de la fase fototérmica axial teórica y experimental en función de la distancia axial. El tiempo tomado en cuenta es 0.24s

La Figura 4.10 representa una comparación de la fase fototérmica en dirección axial, para los datos experimentales y los teóricos. Ambos gráficos muestran que la máxima distancia de propagación de calor es 1mm, el valor de fase fototérmico es 0.60rad para el cálculo teórico y 0.59rad para el experimental. La Tabla 4.9 detalla los valores obtenidos teórica y experimentalmente.

Tabla 4.9. Comparación teórico-experimental de la distancia axial de propagación de calor y de fase fototérmica. El tiempo utilizado es $t=0.24s$, en la ecuación (4.1)

Tiempo (s)	Fase fototérmica experimental (rad)	Fase fototérmica teórica (rad)	Error %
0.24	0.59	0.61	3.2
	Distancia axial de propagación de calor (teórica) (mm)	Distancia axial de propagación de calor (experimental) (mm)	
0.24	1	1	0

La comparación entre valores teóricos y experimentales muestran errores pequeños, esto implica que el fenómeno de propagación de calor es simulado correctamente por la relación entre fase fototérmica, $\phi(z, t)$, y distribución de temperatura axial, $\Delta T(z, t)$.

4.6 Asimetría del perfil radial fototérmico.

La asimetría del perfil radial de fase a diferentes potencias se puede explicar por el prolongado tiempo de exposición del haz láser de bombeo, véase la sección 4.2. Físicamente, esto significa que la diferencia de temperatura alrededor del eje de propagación del haz causa una variación de la densidad del medio que se propaga en dirección radial, esto bajo la presencia de la gravedad causan un movimiento convectivo del fluido, véase la Figura 4.11.

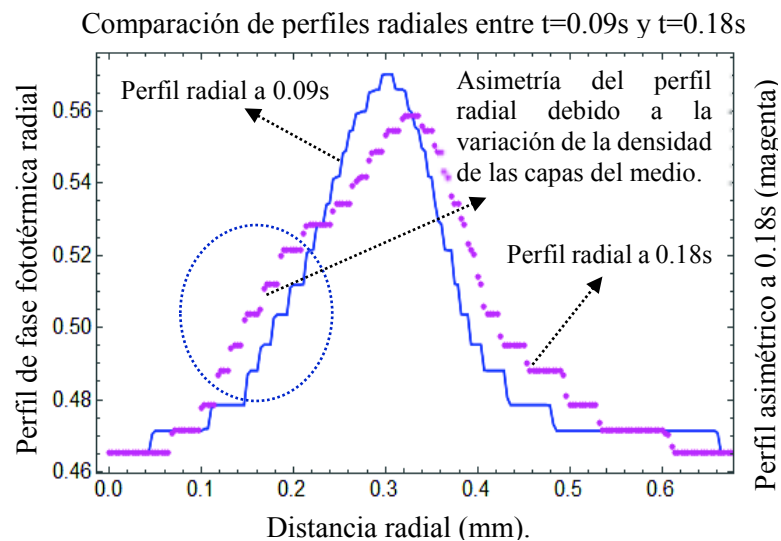


Figura 4.11. Comparación de los perfiles de fases fototérmico radial a 0.09s y 0.18s. Perfil de fase radial deformado a 0.18s es de color magenta, perfil de fase radial sin deformación a 0.09s es de color azul. La elección del perfil de fase radial a 0.09s es arbitraria, ya que cualquiera de los perfiles de 0s a 0.15s no presentan asimetría

Esta figura indica una comparación entre los perfiles de fases radiales para dos tiempos distintos. El perfil de fase radial sin deformación a un tiempo de 0.09s es de color azul, mientras el perfil de fase radial con deformación a un tiempo de 0.18s es de color magenta. El cálculo de la relación $\left(\frac{Gr}{Re^2}\right) = 6.61$, lo cual indica que las fuerzas de flotamiento son predominantes y por tanto tenemos una convección natural, véase sección 2.2.6. Los valores de Grashof (Gr) y Reynolds (Re) son tomados para el agua, como indica la Tabla 2.1. El cálculo de los parámetros para convección libre en la solución mixta de Tartrazina se los realizó considerando las propiedades

fisicoquímicas del agua y las dimensiones geométricas del cilindro generado por la incidencia del haz de bombeo sobre la solución mixta, véase Tabla 2.1, 3.2 y 3.3.

Tabla 4.10. Parámetros convectivos calculados para el agua. El cilindro horizontal está dentro del medio líquido y es producido por la incidencia de una fuente externa de perfil gaussiano. La diferencia de temperatura tomada es $\Delta T = 1K$, véase sección 4.6.1. Los valores referenciales son tomados de la Tabla 2.1

Parámetros convectivos para el agua			
Nombre de los parámetros convectivos.	Valor calculado a partir de los parámetros convectivos para un cilindro horizontal. (Tabla 1).	Valor referencial cilindro horizontal.	Descripción
Número de Nusselt (<i>Nu</i>)	1.01	1.22	Existe transferencia de calor por convección.
Número de Prandtl (<i>Pr</i>)	7.52	7.52	La viscosidad del fluido es mayor que la difusividad térmica, esto significa que los efectos convectivos son mayores que los conductivos.
Número de Reynolds (<i>Re</i>)	1.92	< 2000	El fluido se encuentra en régimen laminar.
Número de Grashof (<i>Gr</i>)	28.19	< 10^3	Las fuerzas por flotamiento son mucho más grandes que las fuerzas viscosas.
Número de Rayleigh (<i>Ra</i>)	215.079	$10^{-2} < Ra < 10^2$	El presenta convección natural o libre.

La Tabla 4.10 indica los valores de los parámetros convectivos que se calculan en base a propiedades intrínsecas del agua. La tercera columna indica los valores referenciales tomados de trabajos anteriores, para un cilindro sumergido en agua [30, 32, 42].

El número de Nusselt tiene un valor de 1.01 lo que significa que la transferencia de calor por convección es más importante que el término de transferencia de calor por conducción, esto implica que el fluido es convectivo y hace difícil delimitar el régimen

al cual pertenece [20]. El número de Prandtl presenta un valor de 7.52 lo que significa que la viscosidad del fluido es mayor a la difusividad térmica, es decir la velocidad del fluido cercano a las paredes del cilindro es muy pequeña [20, 28, 30]. El cálculo del número de Reynolds presenta un valor de 1.92 el cual es mucho menor al límite crítico de Reynolds, $Re = 2000$ para un tubo horizontal, esto implica que el fluido se encuentra en régimen laminar. [28, 31, 42]. El cálculo del número de Grashof presenta un valor de 28.19, lo cual indica que las fuerzas por flotamiento son predominantes respecto a las fuerzas viscosas, este valor es mucho menor al límite crítico para tener un régimen de transición $Gr \approx 10^9$. [21, 28, 33]. El cálculo del número de Rayleigh presenta un valor de 215.07, este valor se encuentra en el intervalo de $10^{-2} < Ra < 10^2$ los que implica que el fluido se encuentra bajo convección natural o libre [28, 32]. En conclusión, la solución mixta dentro de la región de incidencia del haz de bombeo presenta convección libre y se comporta como un medio en el cual actúan fuerzas de flotamiento. El valor calculado para el número de Prandtl es menor al calculado para el número de Grashof y por tanto las fuerzas de flotamiento son más predominantes con respecto a la viscosidad del agua.

4.6.1 Simulación de las ecuaciones de convección libre para el agua.

La convección libre sobre la solución de agua y tartrazina fue representada por un haz de luz gaussiano incidente sobre una cubeta de vidrio que contiene agua, véase la sección 3.4. Las ecuaciones planteadas para resolver este modelo son Navier-Stokes, para un fluido newtoniano e incompresible. La solución numérica de las ecuaciones acopladas se lo realizó con el programa COMSOL Multiphysics®. El campo de temperatura obtenido de la solución numérica se indica en la Figura 4.12.

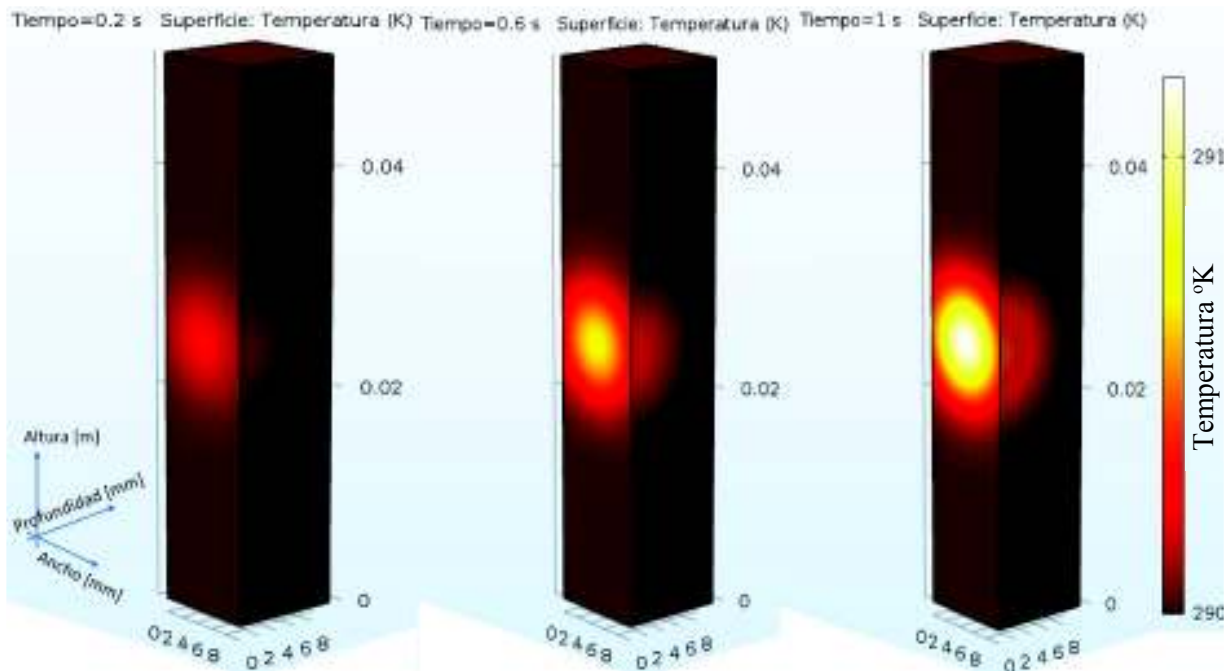


Figura 4.12. Campo de temperatura para una muestra de agua a diferentes tiempos. La fuente de calentamiento está ubicada en el centro de la cubeta de vidrio, las dimensiones se encuentran en milímetros para la base y en metros para la altura. La temperatura se encuentra en grados Kelvin

Esta figura muestra el calentamiento que presenta la muestra de agua en tres diferentes tiempos. La fuente de calor se encuentra en el centro de la cubeta de vidrio, e indica que en el primer intervalo de tiempo 0.2s el calentamiento se produjo sobre la superficie del vidrio, mientras para los tiempos 0.6s y 1s el calor se difundió a lo largo del medio hasta alcanzar una distancia de propagación axial de 5mm y 7mm respectivamente. El prolongado tiempo de exposición de la fuente de calor causó incremento de la temperatura del medio de 290K a 291,12K. Los contornos isotérmicos muestran el incremento gradual de temperatura, como indica la Figura 4.13.

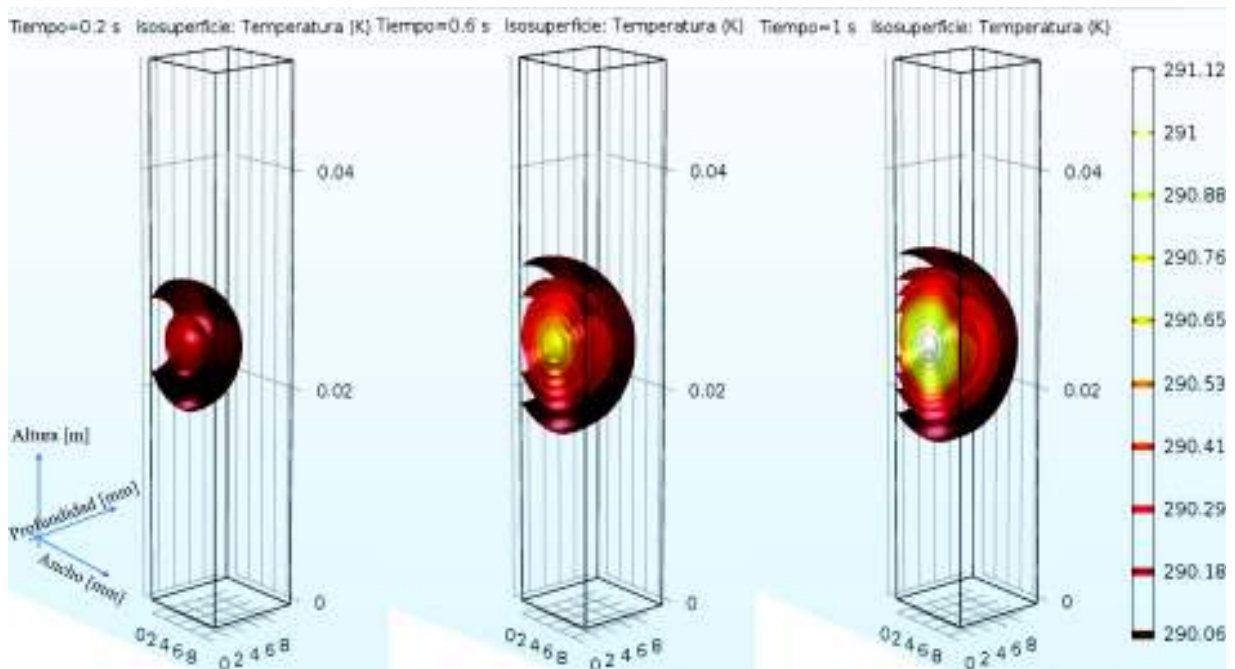


Figura 4.13. Contornos isotérmicos para una muestra líquida de agua a diferentes tiempos. La fuente de calentamiento está ubicada en el centro de la cubeta de vidrio, las dimensiones se encuentran en milímetros para la base y en metros para la altura. La temperatura se encuentra en grados Kelvin

La Figura 4.13 indica los contornos isotérmicos para una fuente de calor de perfil gaussiano sobre una muestra de agua. La figura de la izquierda muestra el calentamiento del vidrio en los primeros 0.2s, en el cual la distancia de propagación de calor es 1mm. Para un tiempo de 0.6s la propagación de calor en el medio alcanza una distancia axial de 5mm y para un tiempo de 1s la propagación de calor en el medio alcanza una distancia axial aproximada de 7mm. La Tabla 4.11 describe el cambio de temperatura a medida que cambia el tiempo en el intervalo de 0.2s-1s.

Tabla 4.11. Valores de temperatura para el agua a diferentes tiempos. El agua se encuentra en una cubeta de vidrio de espesor de 1mm

Valores de temperatura para el líquido a diferentes tiempos	
Tiempo (s)	Temperatura (K)
<i>0.2</i>	<i>290.06</i>
<i>0.4</i>	<i>290.29</i>
<i>0.6</i>	<i>290.53</i>
<i>0.8</i>	<i>290.76</i>
<i>1</i>	<i>291.12</i>

De acuerdo con la Tabla 4.11 los efectos convectivos en el agua ocurren en un intervalo de 1s y el cambio de temperatura fue 1°K, esto justifica plenamente la asimetría del perfil de fase radial, ya que para la muestra de tartrazina con agua cuya difusividad térmica fue cuatro veces mayor que la del agua, los efectos convectivos deben aparecer en un menor tiempo a 1s.

5. CONCLUSIONES.

- El método utilizado en este trabajo permitió determinar el coeficiente de difusividad térmica, para una solución líquida de tartrazina con agua, el cual fue cuatro veces más grande que el agua pura. El interferómetro de Sagnac utilizado fue debidamente calibrado al medir la difusividad térmica para el vidrio, cuyo valor fue comparado con un valor referencial tomado de la literatura y se demostró un error cercano al 3%. Esto significa que el método fue debidamente calibrado y el valor de difusividad para la solución mixta de tartrazina, puede ser utilizado como valor de referencia para medir propiedades térmicas de diferentes soluciones mixtas.
- La correlación de los resultados teóricos y experimentales para la solución de tartrazina con agua mostraron un valor $r^2 = 0.97$, en una cantidad de 300 datos experimentales. Esto implica que el modelo teórico puede ser empleado para reproducir el efecto de lente térmica en una muestra líquida absorbente. También puede ser utilizado para estimar propiedades térmicas de un medio absorbente. Por su concentración, la alta correlación sugiere que el valor del coeficiente de difusividad térmica para la solución de tartrazina con agua puede ser utilizado como valor de referencia para futuros trabajos de investigación.
- La ecuación calor no homogénea en las direcciones radial-axial para un medio líquido no logró reproducir la asimetría en el perfil radial del mapa de fase fototérmico. Para justificar esta asimetría se planteó un modelo físico de una fuente de luz externa que incidía sobre una muestra de agua contenida en una cubeta de vidrio. Los resultados mostraron pequeños valores del número de Prandtl, lo cual implicó pequeñas magnitudes de velocidad media del agua, además de que los efectos convectivos eran visibles para un tiempo de 1s, por otro lado se conocía que los efectos para la solución mixta de tartrazina eran visibles a partir de 0.18s, esto quiere decir que existió una mayor propagación

de calor en la solución mixta, lo cual causó que la variación en la densidad del medio mixto sea mayor comparado con el agua.

- El cálculo de los parámetros convectivos de Nusselt (Nu), Prandtl (Pr), Reynolds (Re), Rayleigh (Ra), Grashof (Gr) justificaron la presencia de una fuerza de flotamiento en el agua en el intervalo de tiempo de 1s y con un cambio de temperatura de 1°K, esto implica que para la muestra de tartrazina con agua, cuya difusividad térmica es cuatro veces más grande que el agua, los efectos de flotabilidad deben aparecer en un tiempo menor a 1s.

6. RECOMENDACIÓN

- Para obtener los diferentes interferogramas se utilizó el esquema modificado de un interferómetro de Sagnac adaptado a dos haces. Este no utilizó ningún amplificador de corriente, ni grandes longitudes de trayectoria óptica para aumentar la señal de intensidad del haz de prueba o bombeo, esto quiere decir que la sensibilidad en las medidas experimentales depende únicamente de la resolución de la cámara CCD. Para tener un estudio más detallado de la propagación de calor convectivo es recomendable tener una cámara de mayor resolución.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Sheldon, J.V, Knight, L.V and Thorne J.M. (1982). Laser-induced thermal lens effect: a new theoretical model, *Applied Optics*, 21(9), 1663-1669. doi: 10.1364/AO.21.001663.
- [2] Tran. C.D. (2011). Analytical thermal lens spectrometry: Past, Present and Future Prospects, [Version Adobe Digital editions]. Recuperado de https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-47269-8_117. (Noviembre, 2017)
- [3] Rodriguez L, Simos C, Sylla M, Marcano A, Nguyen X. (2005). New holographic technique for third order optical properties measurement. *Optics Communications*. 247(4), 453-460. Recuperado de <https://tiptiktak.com/new-holographic-technique-for-third-order-optical-properties-measurement.html>. (Agosto, 2017)
- [4] Rodriguez L, Escalona R. (2007). Fourier transforms method for measuring thermal lens induced in diluted liquid samples, *Optics Communications*, 277(1), 57–62. DOI: 10.1016/j.optcom.2007.04.039
- [5] Takeda, M. (2010). Measurements of Extreme Physical Phenomena by Fourier Fringe Analysis. *AIP Conference Proceedings*. 1236(1), 445-450. Recuperado de <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.3426157> (Junio, 2017)
- [6] Rodríguez L. (2013). Caracterización térmica de películas delgadas utilizando métodos fototérmicos en dominio frecuencial. XIII Encuentro de Física, (pp. 97-100). Quito, Ecuador: Santillana
- [7] Berber, S, Kwon, Y and Tomanek, D. (2000). Unusually High Thermal Conductivity of Carbon Nanotubes. *Physical Review Letters*. 84(20), 4613-4616. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/6595/44a005ba8d622c272d4bf737f12e26f8c415.pdf> (Mayo, 2017)

[8] Valdez Carvajal Rigoberto. (2010). Medición de los parámetros fototérmicos de aceites vegetales con la técnica de la lente térmica (Disertación maestría). Recuperado de la base de datos Dspace. (2008-11-27T17:31:29Z)

[9] Bialkowski S.E. (1996). Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis. Recuperado de [https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=vfw7oSjvL-4C&oi=fnd&pg=PR17&dq=Bialkowski+S.E.+\(1996\).+Photothermal+Spectroscopy+Methods+for+Chemical+Analysis&ots=3AFs195-L1&sig=0gVjVsxwXCSSb2BPzVosw1x57eQ#v=onepage&q=Bialkowski%20S.E.%20\(1996\).%20Photothermal%20Spectroscopy%20Methods%20for%20Chemical%20Analysis&f=false](https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=vfw7oSjvL-4C&oi=fnd&pg=PR17&dq=Bialkowski+S.E.+(1996).+Photothermal+Spectroscopy+Methods+for+Chemical+Analysis&ots=3AFs195-L1&sig=0gVjVsxwXCSSb2BPzVosw1x57eQ#v=onepage&q=Bialkowski%20S.E.%20(1996).%20Photothermal%20Spectroscopy%20Methods%20for%20Chemical%20Analysis&f=false) (Junio, 2017)

[10] Leite, R.C.C, Moore R.S, and Whinnery J.R. (1964). Low absorption measurements by means of the thermal lens effect using an He–Ne laser, *Applied Physic*, 5(7), 141-143. DOI: 10.1063/1.1754089

[11] Rodriguez L.G, Iza P, Paz J.L. (2016). Interferometry and thermal lens experimental method for studying the axial heat propagation in liquid samples. *Optics Applied*. 49(2), 93-100. DOI;10.7149/OPA.49.2.49005

[12] Hu, C and Whinnery, J.R. (1973). New Thermo-optical Measurement Method and a comparison with other methods. *Applied Optics*. 12(1), 72-79. DOI: 10.1364/AO.12.000072

[13] Marcano, A, Loper, C, Melikechi, N. (2002). Pump–probe mode-mismatched thermal-lens Z scan. *Journal Optical. Society of America*. 19(1), 119-124. Recuperado de <https://www.osapublishing.org/josab/abstract.cfm?uri=josab-19-1-119> (Mayo, 2017)

[14] Whinnery. (1974). Laser Measurement of optical in Liquids. *Acc. Chem. Res.* 7(7), 225-231. DOI: 10.1021/ar50079a003

[15] Jun Shen, Soroka Andrew J and Snook Richard D. (1995). A model for cw laser induced modemismatched dualbeam thermal lens spectrometry based on probe beam profile image detection. *Journal of Applied Physics.* 78(2), 700-708. DOI: 10.1063/1.360329

[16] Takeda M, Ina H and Kabayashi S. (1982). Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *Journal Optical Society.* 72(1), 156-160. Recuperado de <https://www.osapublishing.org/josa/abstract.cfm?uri=josa-72-1-156> (Abril, 2017)

[17] Rodriguez L, Cárdenas García Jaime F and Costa, C. (2014). Measurement of thermal diffusivities of silver nanoparticle colloidal suspensions by means of a frequency-resolved thermal lensing approach. *Optics letters.* 39 (12), 3406-3409. Recuperado de <https://www.osapublishing.org/ol/abstract.cfm?uri=ol-39-12-3406> (Enero, 2017)

[18] Stone J. (1972). Measurements of the Absorption of Light in Low-Loss Liquids. *Journal of the Optical Society of America,* 62(3), 327-333. Recuperado de <https://www.osapublishing.org/josa/abstract.cfm?uri=josa-62-3-327> (Febrero, 2017)

[19] Gordon J. P, Leite R. C. C, Moore R. S, Porto S. P. S, and Whinnery J. R. Long. (1965). Transient Effects in Lasers with Inserted Liquid Samples, *Journal. Applied Physics.* 36(1), 3-8. DOI: 10.1063/1.1713919

[20] Cengel Yunus A. (2006). Transferencia de calor y masa. (3era ed.). México, México: Mc Graw Hill.

[21] Lestina, Thomas, Serth, Robert W. (2010). Process Heat Transfer: Principles,

Applications and Rules of Thumb. (2da ed). New York: Academic Press.

[22] P, User. (2016). Heat Transfer Model User's Guide COMSOL. (versión 4.3). Chicago: COMSOL.

[23] Green H. S. (1952). The Molecular Theory of Fluids. (2da ed.). Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

[24] Carslaw H. S. and Jaeger J. C. (1963). Operational Methods in Applied Mathematics. (2da ed.). New York: Editorial Dover Publications, Inc.

[25] Watson G. N. (1948). Bessel Functions. (2da ed.). New York: The Macmillan Company.

[26] Watson G.N. (1966). A treatise on the theory of Bessel functions. (2da ed.). New York: The Macmillan Company.

[27] Betancourt Grajales Ramiro. (2008). Transferencia de calor, masa y cantidad de movimiento. (1era ed.). Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia

[28] P, User. (2016). Tutorial COMSOL GROUP: Buoyance Flow in Water. (versión 4.4). Chicago: COMSOL.

[29] Gemba Kay. (2007). Measurement of Boundary Layer on a Flat Plate. (1era ed.). Long Beach: California State University

[30] Bejan A. (1985). Heat Transfer. (1era ed.). Ohio: John Wiley & Sons.

[31] Kuehn, T, Goldstein, R. (1976). Correlating equations for natural convection heat transfer between horizontal circular cylinders. *International Journal of Heat Mass Transfer* 19(10), 1127–1134. DOI: 10.1016/0017-9310(76)90145-9

[32] Incropera F.P, DeWitt D.P, Bergman T.L and Lavine A.S. (2006). Fundamentals of heat and mass transfer. (7ma ed.). Chicago: John Wiley & Sons.

[33] Hatton A, James D, Swire H. (1970). Combined forced and natural convection with low-speed air flow over horizontal cylinders. *J Fluid Mech.* 42(01),17–31. DOI:10.1017/S0022112070001040

[34] Hecht, E. (2001). Optics. (3era ed.). New York: International Edition.

[35] Murphy Andrew. (2014). Sagnac Interferometer theory and background. (1era ed.). St. Louis: International Edition

[36] Sagnac, G. (1913). The demonstration of the luminiferous aether by an interferometer in uniform rotation. (1era ed.). New York: Comptes Rendus.

[37] Horowitz Winfield Hill Paul. (1989). The Art of Electronics. (2da ed.). Filadelfia: Cambridge University Press

[38] Prof. Brad Osgood. (2009). The Fourier Transform and its Applications. (1era ed.). California: Stanford University. Section 6.

[39] Lima, A. (2012). Scientific Opinion on the re-evaluation Tartrazine (E 102) / EFSA Panel on Food Additives and Nutrient Sources added to Food (ANS). Recuperado de <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Tartrazine#section=Top> (Septiembre, 2017)

[40] User. (2010). Treatment of images User's Guide MATLAB. (3era ed.). California: MathWorks

[41] Casalengo. V, Vassason. P, Valle. M, Ferraris. M, Salvo. M, Pintsuk. G. (2010).

Measurement of thermal properties of a ceramic and metal joint by laser flash method. *Journal of Nuclear Materials*. 47(2), 83-87. DOI10.1016/j.jnucmat.2010.09.032

[42] Prhashanna, A and Chhabra R. P. (2011). Laminar Natural Convection from a Horizontal Cylinder in Power-Law Fluids. *Ind. Eng. Chem. Res.* 50(4), 2424–2440. DOI: 10.1021/ie101938p

[43] Bialkowski. E. S. (1996). *Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis*. (Vol. 134). John Wiley & Sons, Inc. New York.

Anexo A

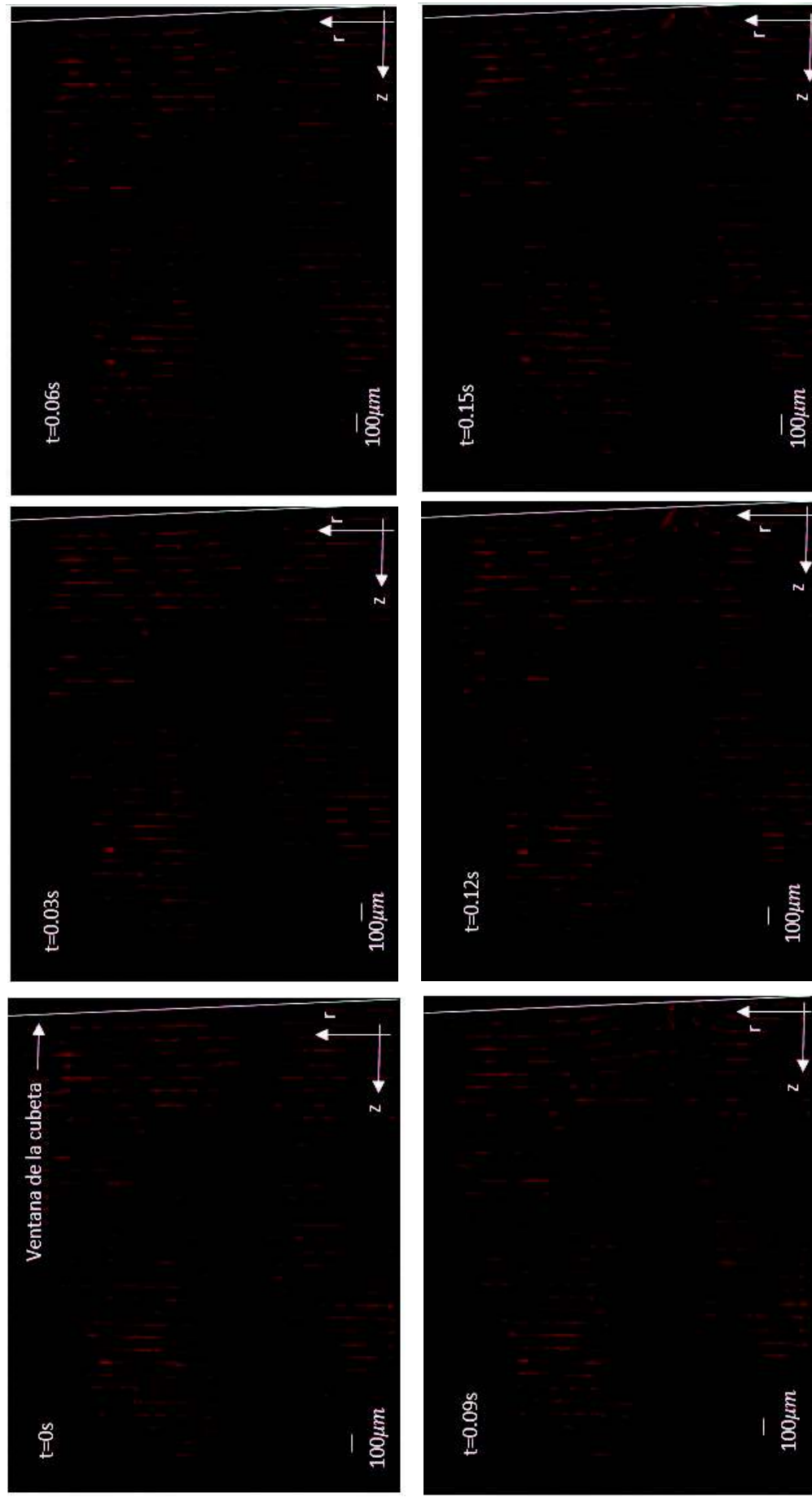


Figura 1: Las gráficas indican la propagación de calor dentro de la muestra líquida de Tartrazina a lo largo de la dirección radial y axial para el intervalo de 0s a 0.15s. Cada interferograma es tomado en intervalos de 0.03s y su separación de pico a pico es 100 μm.

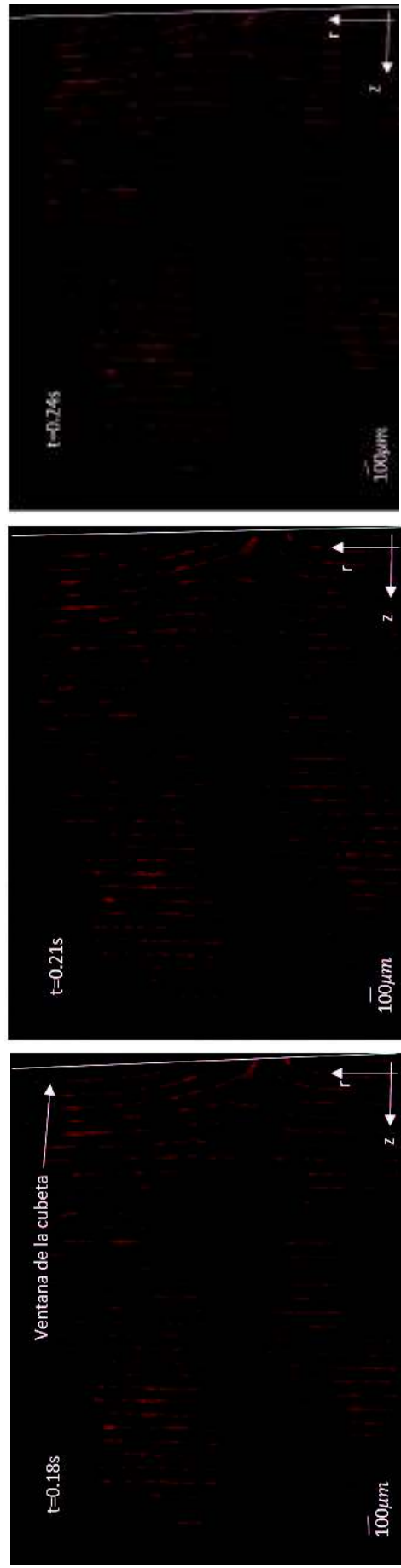
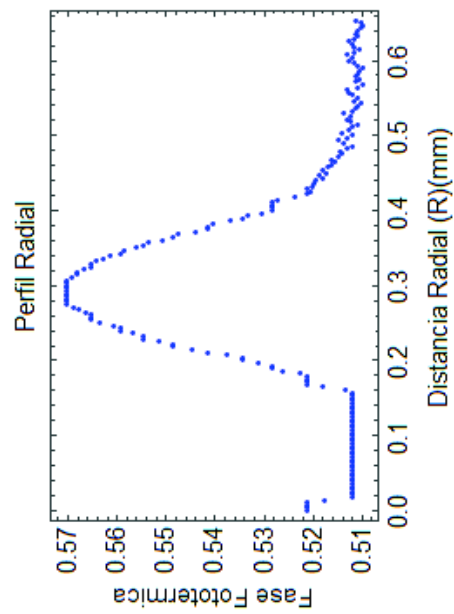
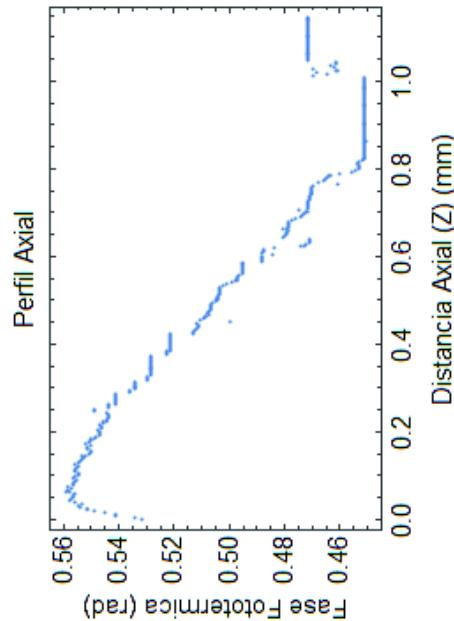
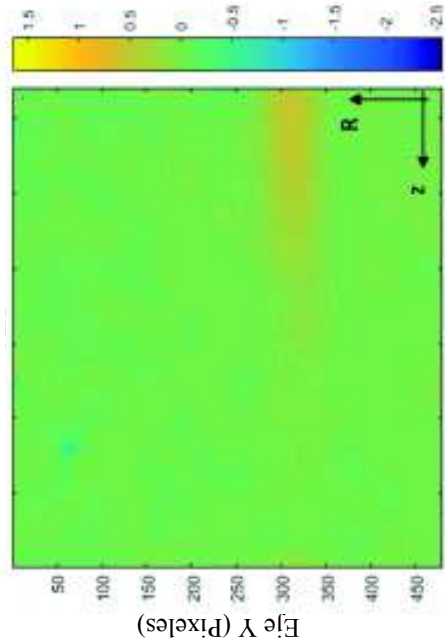


Figura 2: Las gráficas indican la propagación de calor dentro de la muestra líquida de Tartrazina a lo largo de la dirección radial y axial para el intervalo de 0.18s a 0.24s. Los interferogramas son tomados cada 0.03s y su separación de pico a pico es $100\mu m$.

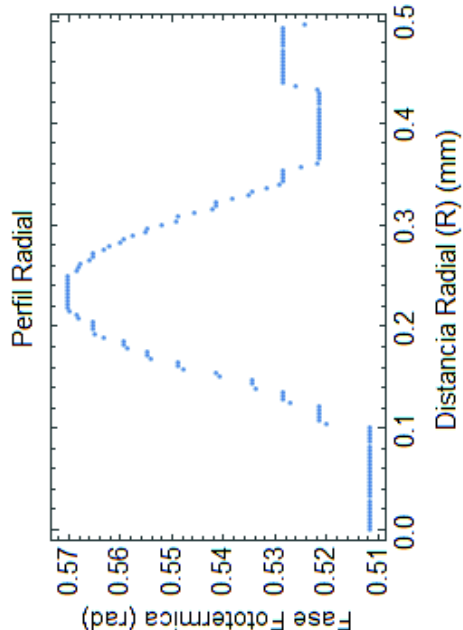
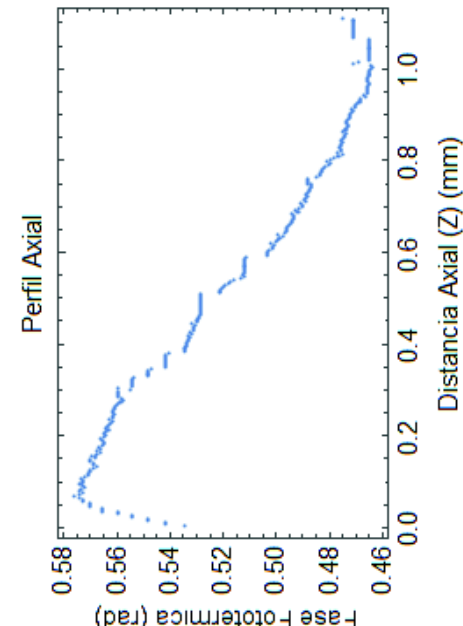
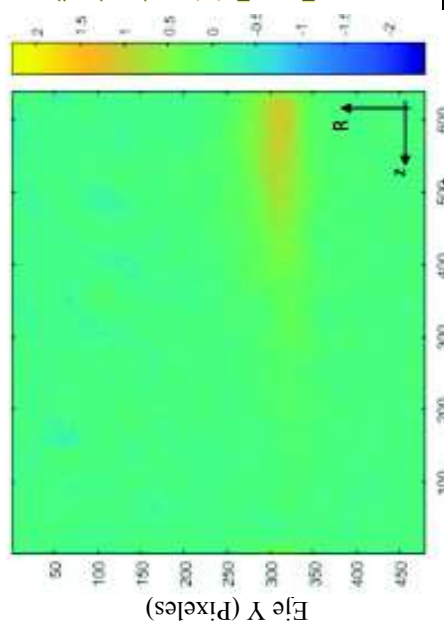
Anexo B

Muestra A (Mapa de fases a 0.06s)



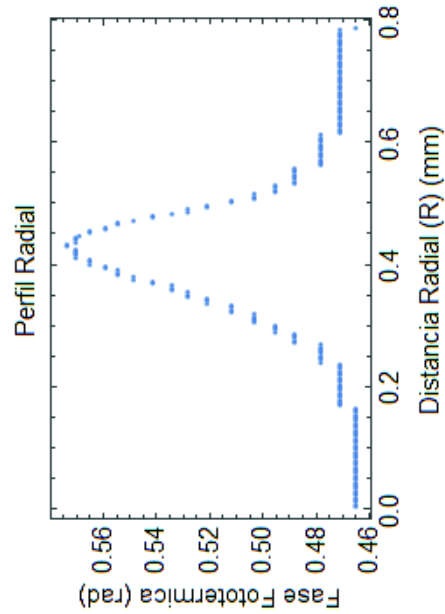
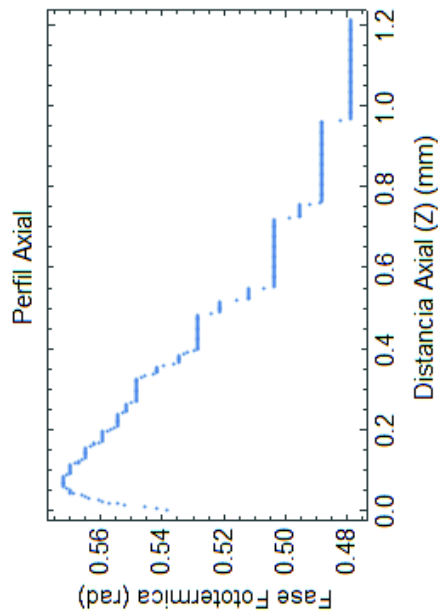
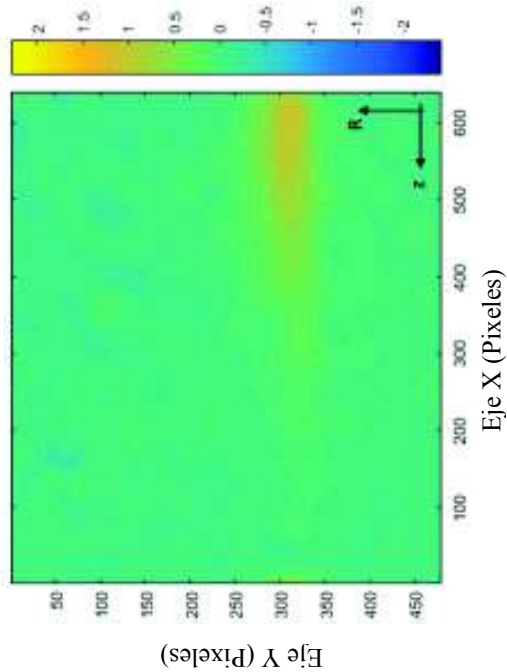
Fase fototérmica (rad)	axial (mm)	radial (mm)
0.568	0.82	0.4

Mapa de fases 0.06s



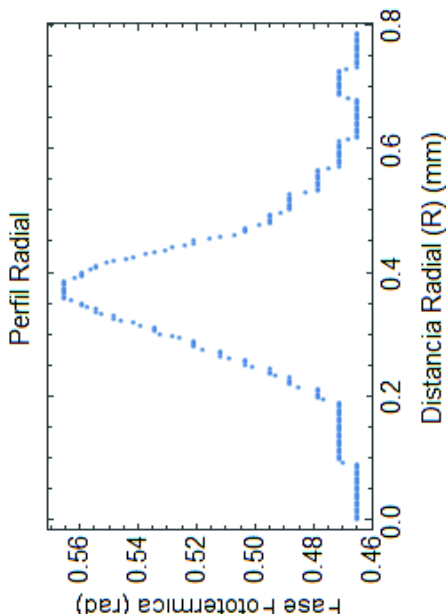
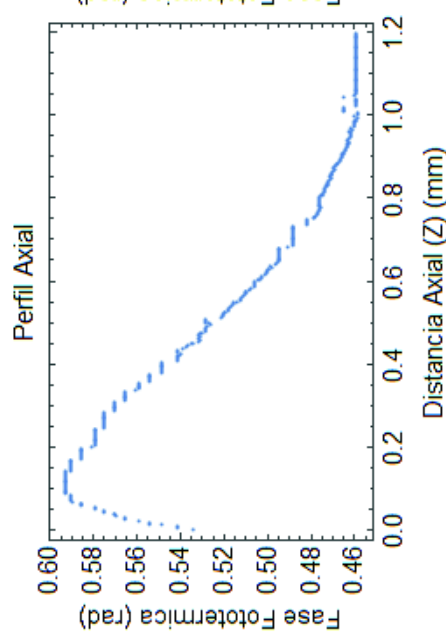
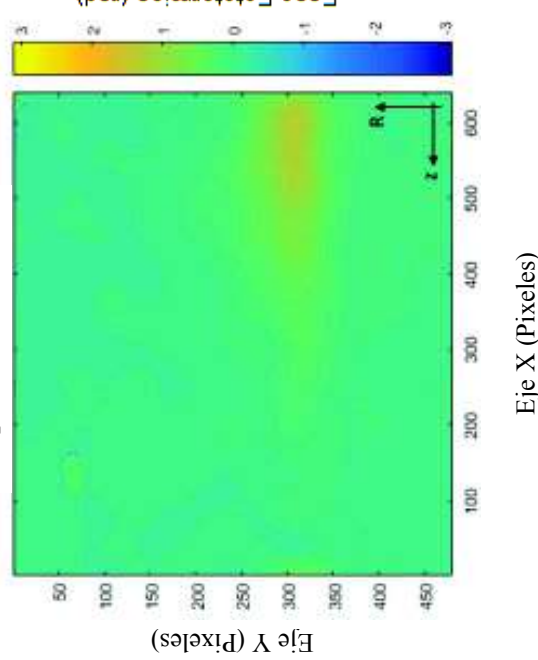
Fase fototérmica (rad)	axial (mm)	radial (mm)
0.57	0.92	0.48

Mapa de fases 0.09s



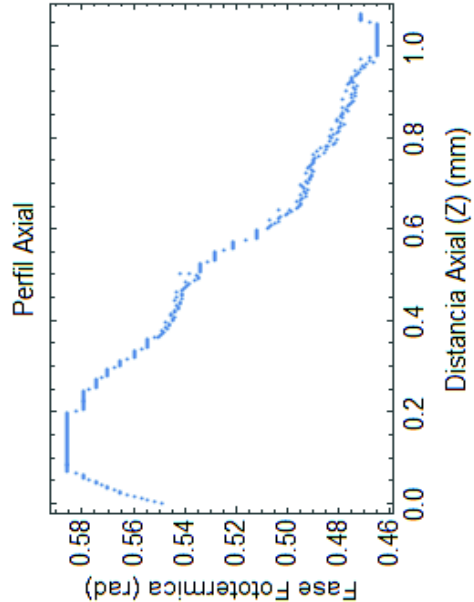
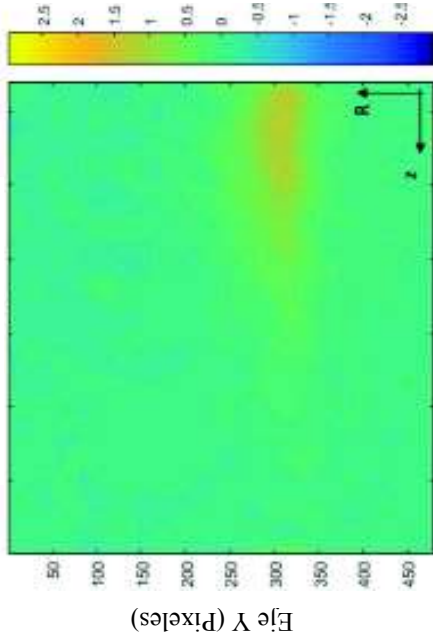
Fase fototérmica (rad)	axial (mm)	radial (mm)
0.57	1	0.46

Mapa de fases 0.12s



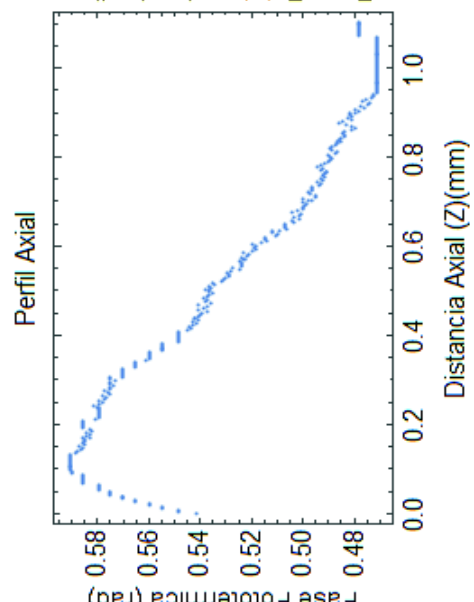
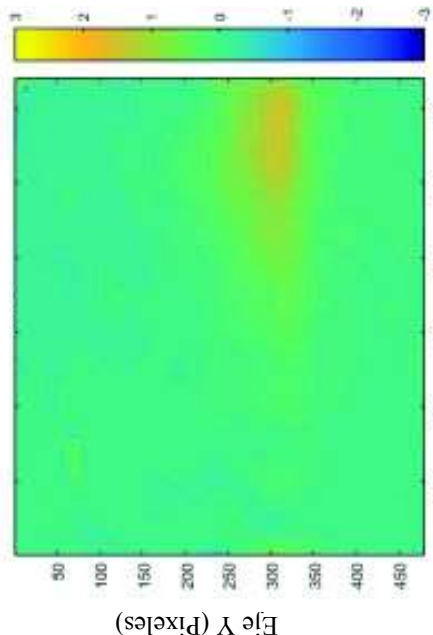
Fase fototérmica (rad)	axial (mm)	radial (mm)
0.572	1	0.51

Mapa de fases 0.15s



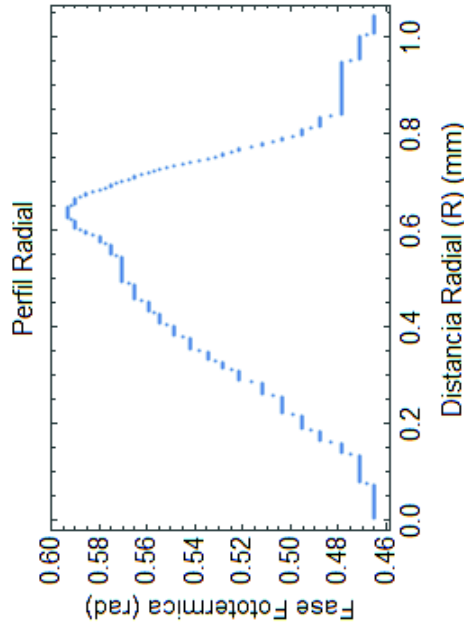
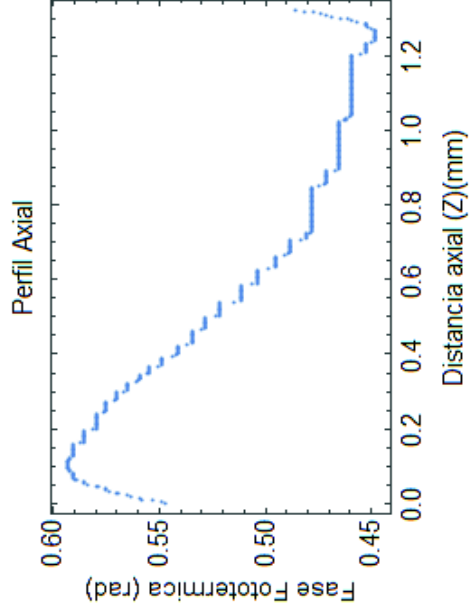
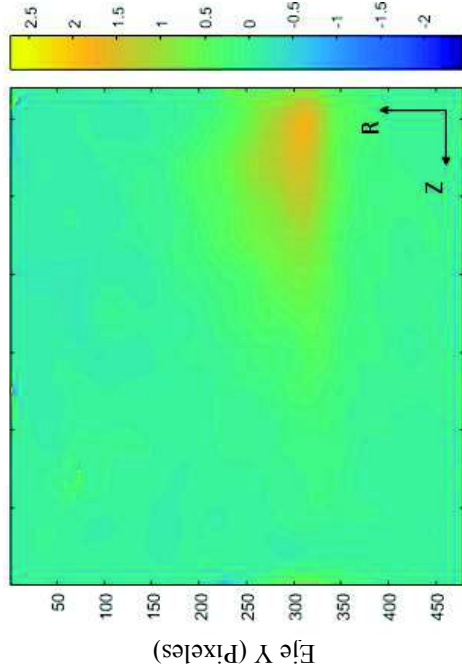
Fase Fototérmica (rad)	Axial (mm)	Radial (mm)
0.57	1	0.53

Mapa de fases 0.18s



Fase Fototérmica (rad)	Axial (mm)	Radial (mm)
0.58	0.9	0.58

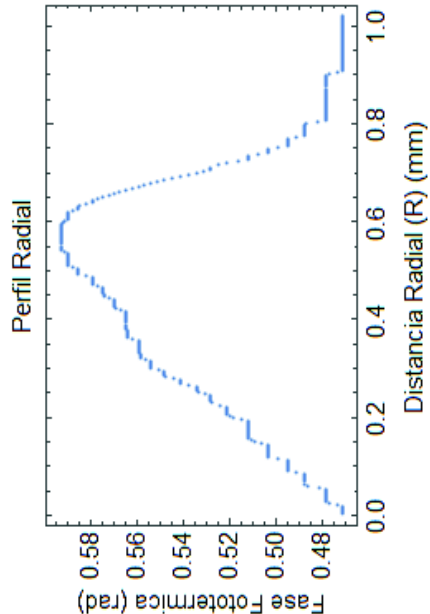
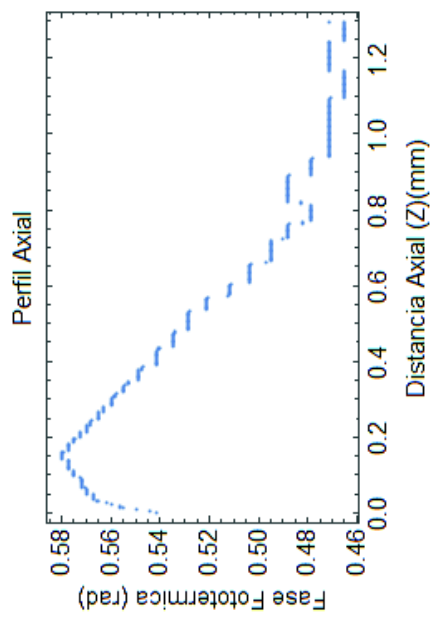
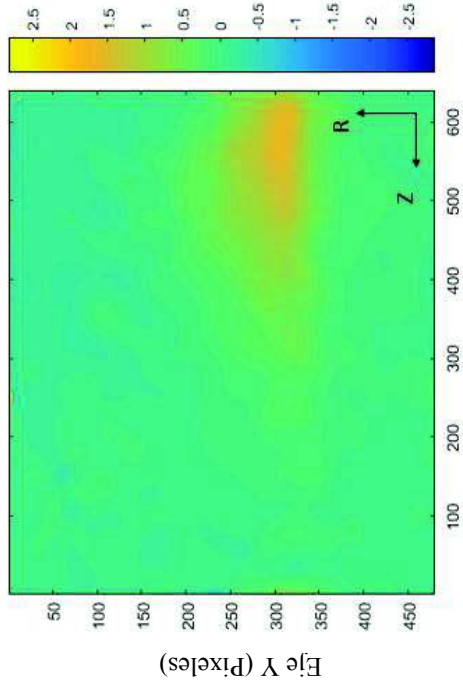
Mapa de fases 0.21s



Fase fototérmica (rad)	axial (mm)	radial (mm)
0.59	1.3	0.65

Eje X (Píxeles)

Mapa de fases 0.24s



Fase Fototérmica (rad)	Axial (mm)	Radial (mm)
0.59	1.1	0.61

Eje X (Píxeles)

ANEXO C

```

fichierNI = 'img1.jpg';
fichierN0 = 'img0.jpg';

%nombre delinterferograma deformado
%nombre del interferograma sin deformar

l1 = imread(fichierNI);
l0 = imread(fichierN0);

%el comando imread lee una imagen y la almacena en una matriz

l1a = double(l1);
l0a = double(l0);

%convierte la matriz en valores decimales pero manteniendo la estructura de matriz

[N1,N2]=size(l1a);
ruido1 = min(min(l1a));
min saca el valor más pequeño de ese arreglo de vector
ruido0 = min(min(l0a));
%al vector [N1,N2] se le asigna el valor del número de filas y columnas
%el primer min obtiene el arreglo(vector) con los elementos más pequeño, luego el otro
recordar que min(l0a) representa un valor numérico que es valor más pequeño del vector min(l0a),
l1b = l1a-ruido1;
valor mínimo de la matriz de imágenes (este valor es una matriz)
l0b = l0a-ruido0;
%matriz quitada el ruido.

%Transformada de Fourier Bidimensional.

Ssnl=fft2(l1b);
figure(2),imagesc(fftshift(log(1+abs(Ssnl))));colorbar,title('espectro') % figure realiza etiqueta una figura como la
principal, esta figura saldrá primera que cualquier otro gráfico. La función imagesc crea una imagen a partir de una
matriz (en este caso es una matriz de la distribución de Dirac que ha sido trasladada hacia el origen de coordenadas.)
[sAnl,rect]=imcrop; %realiza el recorte de una parte del interferograma y lo separa, la nueva imagen
recortada se guarda en la variable sAn1, y rect es el vector posición de los 4 elementos que describe el rectángulo de
recorte que se ha especificado.
rect = round(rect); % redondea los valores del vector rect que indicaba la posición de los 4 elementos del
rectángulo recortado.
Ssn0=fft2(l0b);

```

%Centrado de la Distribución de Dirac .

```
Gnl = fftshift(Ssnl);
Gnlc = centrar_spectre(Gnl(rect(2):rect(2)+rect(4)-1,rect(1):rect(1)+rect(3)-1));
Gn0 = fftshift(Ssn0);
Gn0c = centrar_spectre(Gn0(rect(2):rect(2)+rect(4)-1,rect(1):rect(1)+rect(3)-1));

Gnli1 = immersion(Gnlc,N1,N2);
gnl = ifft2(Gnli1);

Gnli0 = immersion(Gn0c,N1,N2);
gn0 = ifft2(Gnli0);

figure(3);subplot(2,2,1); imagesc(abs(sAnl));title('espectro'); colorbar;
subplot(2,2,2); imagesc(log(1+abs(Gnlc)));colorbar;title('Espectro Centrado ');
subplot(2,2,4); imagesc((log(1+abs(Gn0c))));colorbar;title('Espectro Centrado 0');

figure(3);subplot(2,2,3);imagesc(fftshift(log(1+abs(gnl)))); title('controle');colorbar;
```

% Tratamiento de la Fase.

```
h=gnl./gn0; %relación entre los desplazamientos de Dirac para obtener una matriz que solo esté relacionada con la
fase fototérmica
phase1=-angle(h); %se obtiene la fase de cada uno de los elementos de la matriz h; ángulo esta dado en radianes.
module = (abs(h)); %se obtiene el valor absoluto de la matriz h y se guarda en la variable modulo.

figure(4),
subplot(2,2,1);imagesc(I0b);title('Interferencia lineal');
subplot(2,2,2);imagesc(I1b);title('Interferencia no lineal');
subplot(2,2,3);imagesc(phase1);title('phase1');colorbar;
subplot(2,2,4);imagesc(module);title('module');colorbar;
imshow(I0b);
```



```
[X,Y,Z] = peaks(80);
surf(X,Y,Z)
axis([0 3.2 -3 -0.6 -10 5])
figure(5),mesh(phase1);colorbar;
figure(8),mesh((module));colorbar;
figure(7),imagesc(phase1);title('phase1');colorbar;
[Phase2,rect3]=imcrop;
Averg=median(median(Phase2));
```