



La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

METODOLOGÍA PARA DETERMINAR LA DISTRIBUCIÓN DE CORRIENTES DE DESBALANCE EN LÍNEAS AÉREAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERA ELÉCTRICA**

DANIELA ESTEFANÍA JARAMILLO ARCINIEGA

daniela.jaramillo@epn.edu.ec

DIRECTOR: MSc. CHRISTIAN ANTONIO FONSECA AMAYA

antonio.fonseca@celec.gob.ec

CODIRECTOR: DR. FABIÁN ERNESTO PÉREZ YAULI

fabian.perez@epn.edu.ec

Quito, diciembre 2018

AVAL

Certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por Daniela Estefanía Jaramillo Arciniega, bajo nuestra supervisión.

Christian Antonio Fonseca Amaya
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Fabián Ernesto Pérez Yauli
CODIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Daniela Estefanía Jaramillo Arciniega, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Daniela Estefanía Jaramillo Arciniega

DEDICATORIA

A Dios por darme la oportunidad de disfrutar este milagro que es vivir.

*A mis padres y hermanos que con su amor, esfuerzo y trabajo han sido mi motor para
cumplir este logro tan anhelado.*

AGRADECIMIENTO

A Dios por darme la vida y acompañarme en cada paso que doy, además por permitirme haber llegado a este momento tan importante de mi vida profesional.

A mi madre Silvia Arciniega por su cariño y apoyo incondicional, quien me ha ayudado a levantarme en los momentos difíciles y continúa siendo mi fortaleza.

A mi padre Daniel Jaramillo por su amor y sabiduría, quien con sus consejos me ha guiado para ser mejor persona y culminar con éxito esta etapa de mi vida.

A mis hermanos Daniel y Lizbeth, mis mejores amigos, con quienes comparto alegrías y fracasos, aunque estemos lejos siempre los llevo en mi corazón.

A mi novio Carlos Viteri, quien ha sido mi fortaleza y compañero de aventuras, parte de nuestras metas es la culminación de este proyecto.

A mis abuelitos y familia, quienes con una palabra de aliento supieron motivarme para seguir adelante y concluir mi carrera profesional.

A la Escuela Politécnica Nacional y a sus profesores por haberme brindado la oportunidad de educarme en mi formación personal y profesional.

A mi director Antonio Fonseca, por su gran apoyo y motivación en el desarrollo de esta investigación.

A mis compañeros y amigos, con quienes compartí inolvidables momentos dentro y fuera de las aulas, dejándome experiencias únicas de mi vida universitaria.

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN.....	VIII
ABSTRACT.....	IX
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.1.1 Objetivo general.....	2
1.1.2 Objetivos específicos.....	2
1.2 Alcance.....	2
1.3 Justificación.....	3
2. MODELADO DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.....	5
2.1 Conductores de acero.....	6
2.1.1 Resistencia en corriente alterna de los conductores de acero.....	7
2.1.2 Reactancia inductiva propia de los conductores de acero.....	7
2.2 Impedancia serie de la línea de transmisión.....	10
2.2.1 Resistencia de la línea.....	10
2.2.2 Inductancia de la línea.....	11
2.2.3 Valores RMG y DMG.....	16
2.3 Impedancia serie de líneas de transmisión monofásica.....	17
2.3.1 Camino de retorno por conductor.....	17
2.3.2 Camino de retorno por tierra – Ecuaciones de Carson.....	20
2.3.3 Ecuaciones de Carson modificadas.....	22
2.4 Impedancia serie de la línea trifásica.....	27
2.4.1 Impedancias de secuencia.....	31
2.5 Impedancia serie de la línea trifásica con cable de guarda.....	35
2.5.1 Corriente en el cable de guarda.....	37

2.5.1.1	Metodología 1: Cálculo de la corriente del cable de guarda con la matriz de impedancias serie.....	38
2.5.1.2	Metodología 2: Cálculo de la corriente del cable de guarda con impedancias de secuencia cero.....	42
3.	APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS	54
3.1	Caso 1: línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor normal.....	56
3.1.1	Metodología 1	56
3.1.2	Metodología 2	59
3.1.3	Simulación ATP.....	60
3.2	Caso 2: línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores normales.....	62
3.2.1	Metodología 1	63
3.2.2	Metodología 2	66
3.2.3	Simulación ATP.....	67
3.3	Caso 3: línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor de acero.....	70
3.3.1	Metodología 1	71
3.3.2	Metodología 2	75
3.3.3	Simulación ATP.....	78
3.4	Caso 4: línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores de acero.....	83
3.4.1	Metodología 1	85
3.4.2	Metodología 2	90
3.4.3	Simulación ATP.....	92
3.5	Análisis del conductor de acero	99
4.	CONCLUSIONES	108
4.1	Conclusiones.....	108
4.2	Recomendaciones.....	110
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
6.	ANEXOS.....	112
ANEXO I.....		113
Caso 1: Línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor normal		113
Metodología 1		113
Metodología 2		116

Caso 2: Línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores normales	118
Metodología 1	119
Metodología 2	122
Caso 3: Línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor de acero	124
Metodología 1	125
Metodología 2	131
Caso 4: Línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores de acero	134
Metodología 1	135
Metodología 2	142
ORDEN DE EMPASTADO	146

RESUMEN

Las líneas de transmisión son indispensables para el transporte de energía, su operación es constante y es importante realizar un buen diseño de esta, parte de ello es una adecuada selección de conductores.

Para una correcta configuración de los relés de protecciones ante fallas a tierra es necesario conocer los parámetros eléctricos de la línea así como la corriente circulante por los conductores [1], por lo que el estudio eléctrico que se realiza corresponde a un análisis de distribución de corrientes de desbalance, con el cual se puede calcular la corriente que va a ser transportada mediante el conductor de guarda. La corriente de retorno de la falla se distribuye entre la tierra y el cable de guarda, y es necesario establecer cuál es la proporción que va a circular por cada uno de los caminos, por lo tanto, el presente documento detalla dos métodos con los cuales es posible este cálculo. Complementariamente, se corroborarán estas metodologías con cuatro casos de estudio con su respectiva simulación en el software Alternative Transients Program (ATP).

Parte importante de este trabajo es que se toma en cuenta que el hilo de guarda es un conductor de acero por lo tanto sus características eléctricas varían dependiendo de la intensidad de corriente, es decir presenta un comportamiento magnético variable. Con la ayuda del simulador se conoce la corriente que va a circular en el hilo de guarda y se pueden encontrar valores de impedancias adecuados con cierto porcentaje de error para la resistencia y reactancia.

PALABRAS CLAVE: Líneas de transmisión, corrientes de desbalance, conductor de acero

ABSTRACT

Transmission lines are essential for the transfer of energy as they are in constant operation. Therefore, it is imperative to generate an optimal design and select the appropriate conductors for it.

To determine an adequate setup for the ground fault protection relays, it is necessary to understand the electrical parameters of a line, such as the current flowing through the conductors. Thus, the electrical research to be performed involves the analysis of the distribution of unbalanced currents such that the current which will be transferred through the ground wire can be calculated. The return path of the fault current is distributed between the earth and the ground wire, and it is significant to establish the ratio that will circulate through each direction. Accordingly, this document provides two possible methods for this calculation. These methods are corroborated by four case studies via their respective simulations, operating the software Alternative Transients Program (ATP).

A key consideration in this work is to note that the ground wire is a steel conductor. Therefore, its electrical characteristics vary depending on the intensity of the current; meaning it presents a variable magnetic behavior. By using the simulator, the current that circulates through the ground wire is known, and it is possible to obtain adequate impedance values with certain percentage of error for the resistance and reactance.

KEYWORDS: Transmission lines, unbalanced currents, steel conductor

1. INTRODUCCIÓN

Las líneas de transmisión son un elemento importante para el transporte de energía, su diseño debe ser realizado cuidadosamente ya que, al operar constantemente, debe estar preparado para cualquier tipo de contingencia o desbalance. El hilo de guarda es un componente importante de la línea, su propósito principal es la protección de los conductores de fase contra la incidencia directa de descargas atmosféricas, que pueden causar solicitaciones eléctricas y mecánicas en la línea, además proporcionan un camino de retorno para las corrientes de cortocircuito. Por lo tanto, debe especificarse de manera apropiada para conducir las corrientes de cortocircuito pronosticadas del sistema tomando en cuenta también el esfuerzo mecánico del conductor para soportar rayos es por esa razón que los conductores de guarda generalmente son de acero.

Cuando se aumenta la corriente que incide en conductores con material de acero, hará variar su permeabilidad magnética, y con ello sus propiedades eléctricas como la resistencia y reactancia interna también van a cambiar, por lo tanto, se puede decir que son conductores con una respuesta variable magnética.

En condiciones de operación normal las corrientes eléctricas son bajas y cualquier calibre de conductor del cable de guarda puede soportarlas, así que para una correcta selección de cable de guarda se lo determinará mediante corrientes de desbalance que circularán en condiciones transitorias, en este sentido la falla monofásica facilita un análisis adecuado.

Generalmente cuando ocurre este tipo de fallas en la línea, la corriente de retorno va a circular por tierra y cables de guarda. La proporción de corriente que va a fluir por cada uno no se la conoce, y es por este motivo que el estudio técnico propuesto presenta dos métodos con los cuales, es posible el cálculo de la cantidad de corriente que posiblemente va a ser transportada por el hilo de guarda, para su selección.

Para realizar este tipo de estudios eléctricos en una línea de transmisión, es necesario usar componentes de secuencia; es por este motivo que es importante calcular previamente los parámetros eléctricos, y en el caso del hilo de guarda va a depender de las propiedades variables del conductor de acero.

Por lo tanto, el estudio técnico va a aplicar dos metodologías para diferentes escenarios con su respectiva simulación en el simulador ATP, en donde se puede observar el comportamiento de las corrientes en estado transitorio. Además, se detalla un análisis para

cables de acero con el cual se puede seleccionar, con cierto porcentaje de error, la impedancia del conductor.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

- Aplicar una metodología para estimar la distribución de corrientes de tierra en líneas aéreas de transmisión de sistemas de potencia, considerando el comportamiento eléctrico de conductores de acero como hilo de guarda, con el fin de establecer los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión ante diferentes magnitudes de corrientes.

1.1.2 Objetivos específicos

- Detallar una metodología de distribución de corrientes de tierra mediante el cálculo de parámetros de las líneas de transmisión.
- Analizar la incidencia de la corriente que circula a través del conductor de acero, usado como hilo de guarda para determinar los parámetros eléctricos de la línea de transmisión.
- Verificar mediante simulación la validez de los cálculos realizados de impedancias de secuencia cero de una línea de transmisión, considerando los casos de estudios que se encuentran en la bibliografía seleccionada.

1.2 Alcance

En el trabajo de titulación como primera instancia se realizarán cálculos de los parámetros eléctricos de secuencia cero, de los modelos presentados en la bibliografía [2], esenciales para conocer la corriente de falla que va a circular por el cable de guarda. A su vez se

considerará cables de guarda de acero que son conductores magnéticos y cuya resistencia y reactancia interna varían con la magnitud de corriente a la que es expuesta.

Los valores de corriente de falla se calcularán también con el programa Alternative Transients Program (ATP), en donde se podrá observar el comportamiento de la corriente que retorna por el cable de guarda. Este simulador trabaja con los datos que se tiene en las curvas de conductores magnéticos tales como la resistencia y reactancia interna según la referencia [3]. Con este cambio la reactancia se ingresará manualmente en el programa, más no va a ser calculada por el simulador como se acostumbra. Una vez calculada la corriente que circulará por el conductor de guarda se comparará con la bibliografía para contrastar los datos usados.

El documento presentará comparaciones y resultados con los que se podrá seleccionar la resistencia y reactancia adecuada de un conductor ya definido, y será de gran ayuda para encontrar los parámetros eléctricos reales con los que la línea de transmisión trabajará.

1.3 Justificación

Conocer la distribución de corriente de desbalance al momento de una falla es necesario para establecer los parámetros eléctricos del hilo de guarda. Estas magnitudes de corriente, que corresponden a valores de secuencia cero, permiten determinar parámetros eléctricos importantes al momento de definir ajustes en los relés de distancia en una línea de transmisión. Además, permitiría verificar el dimensionamiento de las puestas a tierra a lo largo de una línea de transmisión y en subestaciones.

Generalmente se asume un valor de corriente que puede circular a través del conductor de hilo de guarda, para definir sus parámetros y calibrar las protecciones de un sistema de potencia, por lo que el proyecto mostrará el cálculo de la proporción de corriente que va a través del conductor de acero y se consideran los cambios que sufren sus parámetros característicos, como son su resistencia y su reactancia interna que son trazadas en las curvas de referencia [4] en función del valor de la corriente. Las curvas son establecidas gracias a varias pruebas físicas realizadas a los conductores.

Esta condición puede ser de gran utilidad para mejorar el funcionamiento de los sistemas de protecciones y el dimensionamiento de la puesta a tierra en sistemas de transmisión que distribuyen energía eléctrica en todo el país.

Revisando publicaciones anteriores, no existen tesis enfocadas a este tipo de estudio, pero se puede encontrar fundamentos teóricos, como se detalla en [2].

El comportamiento del acero a diferencia de otros conductores presenta una permeabilidad variable, lo que dificulta el cálculo de su resistencia y reactancia interna mediante fórmulas, por lo que los valores de estas características generalmente son expuestos en las curvas antes mencionadas.

En conductores de acero, la referencia [2], manifiesta que la magnitud de corriente de falla puede ser calculada, y un posible procedimiento es ingresar valores de impedancia del conductor para posteriormente determinar dicha corriente y reajustar iterativamente el cálculo realizado. Obteniendo valores de resistencia y reactancia interna del conductor de acero con cierto porcentaje de error, que debe tomarse en cuenta para futuros estudios eléctricos.

Con estos antecedentes, el presente proyecto plantea documentar una metodología para conocer la distribución de corrientes de desbalance, considerando conductores de acero como cables de guarda los cuales presentan variación de su resistencia y reactancia propia. En este sentido se simulará una contingencia en las líneas de transmisión dadas por la referencias [2], [5] , con la finalidad de contrastar valores de corriente, resistencia y reactancia propia.

2. MODELADO DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Una línea de transmisión es un medio de distribución de energía eléctrica desde los centros de generación hasta su consumidor final, lo conforman varios elementos tales como: aisladores, estructuras de soporte, accesorios de ajuste entre aisladores, conductores y cable de guarda.

La transmisión de energía eléctrica muchas veces es aérea, y para conocer el comportamiento de la línea en estado estable o dinámico en corriente alterna, es importante desarrollar un modelo matemático en el cual se calcula los siguientes parámetros eléctricos:

- Resistencia serie
- Inductancia serie
- Conductancia en derivación
- Capacitancia en derivación

Las dos primeras constantes eléctricas son parte de la impedancia serie de esta, mientras que los dos siguientes corresponden al efecto que existe entre dos conductores y todas suceden a lo largo de la línea. La conductancia y capacitancia pertenece a la admitancia en paralelo de las líneas de transmisión; sin embargo, la conductancia se la prescinde por no tener un modelo matemático preciso y porque resulta de las corrientes de “fuga” que son muy pequeñas con respecto a las corrientes nominales de la línea.

Las líneas de transmisión son modeladas con respecto a sus longitudes. Para líneas cortas, menores a aproximadamente 80 kilómetros, la capacitancia se ignora por completo. En longitudes entre los 60 y 240 kilómetros, se usan los modelos π (Π) y T . Y para las líneas de mayor longitud, es necesaria la representación de parámetros distribuidos [6].

En el estudio técnico se realizará un análisis a líneas cortas, al ser estas más prácticas. Y para la determinación de la impedancia serie de la línea es preciso conocer los parámetros eléctricos antes mencionados, los cuales no están disponibles por el fabricante, solo se encuentran en conductores individuales que componen el circuito trifásico; por lo que, es necesario determinarlos utilizando las características propias de los conductores siendo estas: la configuración de los conductores y las fases que componen el circuito de la línea, el efecto de la tierra y la naturaleza de la ruta de retorno.

Cuando se consideran los estudios del sistema eléctrico, estos parámetros generalmente se modelan considerando sus componentes simétricos que corresponden a impedancias positivas, negativas y cero [7].

En una línea de transmisión se puede encontrar conductores de acero, que generalmente se los usa como cable de guarda y que, al ser magnéticos, tanto su resistencia e inductancia propia interna varían con la cantidad de corriente que fluye por él, y que no se la conoce. Es por esta razón que se precisa calcular la corriente de secuencia cero del sistema, que es idéntica en cada uno de los conductores de fase y no son desfasadas por 120° como en las corrientes de secuencia positivas y negativas. Estas fluyen solo si existe un camino de regreso, que puede ser la tierra, el hilo de guarda o ambos, para completar el circuito proporcionado.

La impedancia de secuencia cero es usada comúnmente en el cálculo de las corrientes de cortocircuito monofásico a tierra. Tal cálculo es requerido para la configuración de los relés de protecciones para fallas a tierra [1].

En un conductor de acero debido a la variación de sus parámetros eléctricos en función de la corriente circulante y dado que, en cualquier cálculo de fallas presentado, la corriente generalmente no se conoce hasta que se completa el cálculo, un procedimiento posible es llevar dos o tres valores de impedancia para circuitos con cables de tierra. Luego, una vez que se encuentra la corriente, también se puede realimentar el valor de la impedancia correcta [2].

En este capítulo se detallará dos métodos con los cuales es posible el cálculo de la distribución de esta corriente de retorno, mediante el modelamiento de la línea.

2.1 Conductores de acero

En la construcción de líneas de transmisión de alto voltaje, es común encontrar conductores que usen acero, como los conductores de aluminio reforzado con este material, o como sus siglas en inglés ACSR y acero de alta resistencia o conductores compuestos de acero como los *copperweld* y *alumoweld*.

Estos tipos de conductores tienen una relación no lineal entre el flujo de enlace y la corriente, además de una inductancia interna no lineal que es función de la corriente del conductor. Generalmente los ACSR no presentan un cambio considerable de permeabilidad por lo que su reactancia es considerada como una constante.

Por lo tanto, en los conductores de acero, que generalmente son usados como cables de guarda, sus características como la resistencia y la reactancia interna varían considerablemente con el grado de acero del conductor y con la corriente que se transporta.

Se han realizado varias pruebas en conductores de acero galvanizado y al presentar los resultados de algunos trabajos sobre las propiedades eléctricas de ciertas muestras, que usan composiciones químicas y propiedades mecánicas que ya han sido determinadas previamente, se puede demostrar que cualquier intento de cálculo de los valores de resistencia y reactancia inductiva interna para los conductores de acero es impracticable [8].

2.1.1 Resistencia en corriente alterna de los conductores de acero

La resistencia en corriente alterna se obtiene mediante el cociente entre la pérdida de potencia y el cuadrado de la corriente alterna. Para un conductor no magnético, esta resistencia se puede calcular con precisión por medio de fórmulas derivadas de las ecuaciones fundamentales de Maxwell, por lo tanto, este valor se lo puede encontrar en catálogos de los fabricantes de los conductores.

Estas fórmulas podrían usarse en conductores de acero si se pudiera asignar un valor constante a la permeabilidad magnética μ del material.

Sin embargo, dado que la intensidad del campo magnético varía con la sección transversal del conductor, el valor de permeabilidad, en este caso, también tendrá una amplia variación, lo que dependerá del valor de la corriente que fluya en el conductor.

2.1.2 Reactancia inductiva propia de los conductores de acero

Asimismo, se han establecido fórmulas para el cálculo de la inductancia propia total. Para ello es importante considerar dos conductores cilíndricos paralelos similares, en los cuales circula corriente por cada uno.

En el caso de los conductores no magnéticos, la autoinductancia total puede determinarse con precisión a partir de las fórmulas que se mencionan más adelante.

Para los conductores de acero al igual que la resistencia, es difícil realizar cálculos con fórmulas debido a las amplias variaciones en el valor de permeabilidad sobre el área transversal de los conductores.

Por consiguiente, los valores de resistencia y reactancia propia interna son variables en función de la corriente circulante y son obtenidas de manera experimental como se observa en la figura 2.1, que son curvas aproximadas trazadas por el autor de la referencia [3], basándose en pruebas publicadas hasta esa época. Debido a las conclusiones que se llegaron a determinar y siendo estas pruebas muy rigurosas, no se han realizado más estudios al respecto.

En la actualidad, con herramientas de simulación modernas se puede observar el comportamiento de este conductor, lo que se detalla más adelante dentro del estudio técnico.

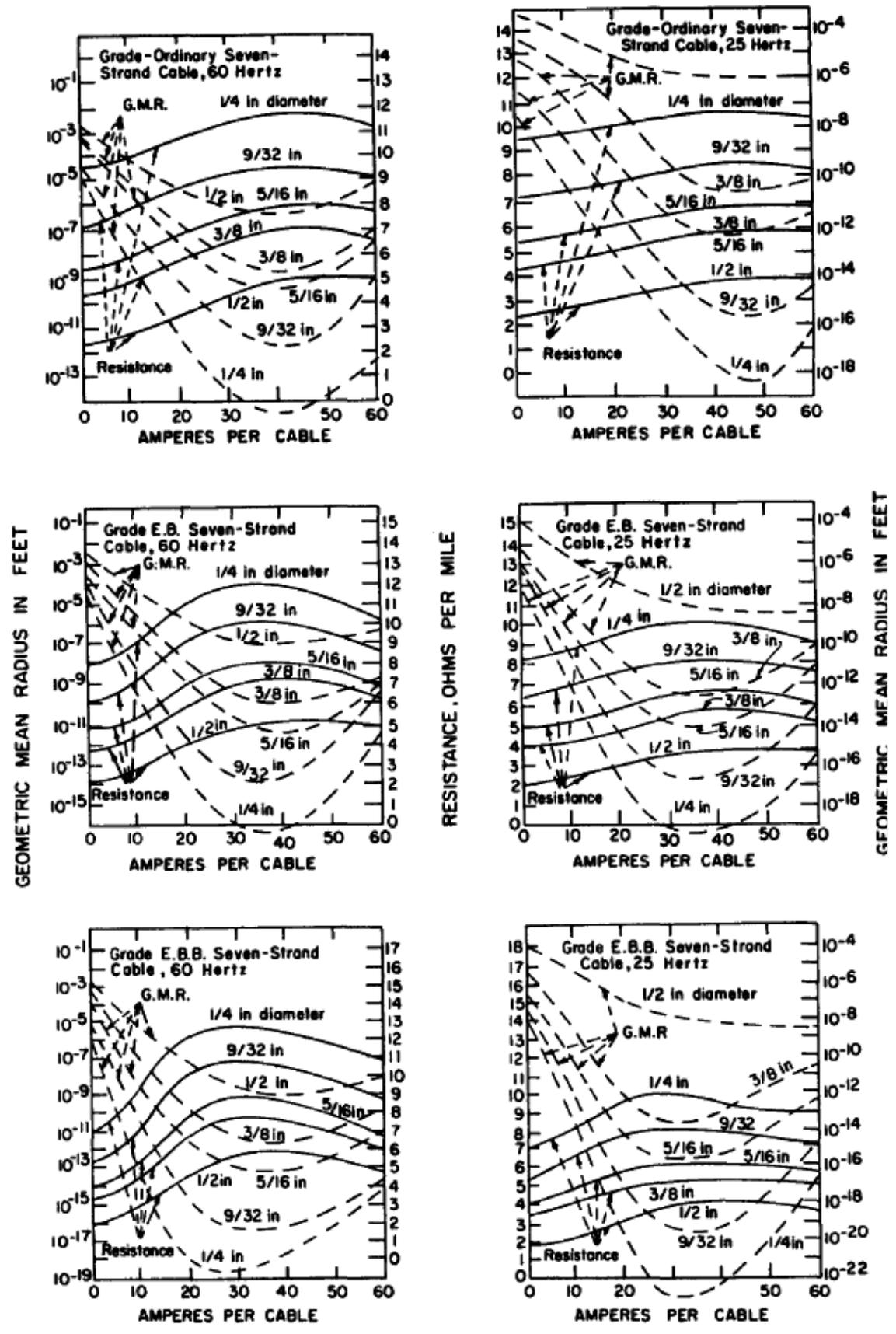


Figura 2.1. Características eléctricas de los conductores de acero [3]

La figura 2.1 representa de una forma conveniente las curvas de la resistencia y el radio medio geométrico RMG de diferentes tipos de conductores en función de la corriente, además se toma en cuenta que las características son prácticamente proporcionales a la frecuencia es por esta razón que se muestra curvas con 25 y 60 Hertz, para su comparación.

Hay que aclarar que con el valor de RMG se puede calcular la reactancia interna del cable, para la frecuencia de 60 Hertz, de la siguiente manera [3]:

$$x = 0.1736 \log_{10} \frac{\text{radio}}{\text{RMG}} \Omega/\text{km}$$

Ecuación 2.1. Reactancia propia interna del conductor de acero

Para 25 Hertz, la constante 0.1736 cambiará a 0.0723.

Con la variación de las características de los conductores, no se identifican correctamente los parámetros eléctricos de la línea, debido a que se requiere conocer de antemano la corriente que transporta el conductor.

2.2 Impedancia serie de la línea de transmisión

Las impedancias serie de una línea de transmisión se basa en la resistencia del conductor y su reactancia inductiva (interna y externa) resultante de todos los campos magnéticos que rodean a los conductores, esta es propia del conductor y también puede ser mutua entre los conductores que conforma la línea que puede ser monofásica, bifásica, o trifásica.

2.2.1 Resistencia de la línea

La resistencia de un conductor eléctrico es el valor de oposición al paso de corriente. En corriente directa el conductor tiene una densidad de corriente distribuida uniformemente por toda la sección transversal del mismo y la resistencia puede ser calculada mediante la siguiente expresión.

$$R_{dc} = \frac{\rho \cdot l}{A} \Omega$$

Ecuación 2.2. Resistencia del conductor en corriente directa

Donde:

- ρ resistividad del material del conductor $\Omega\cdot\text{m}$
- l longitud del conductor m
- A área efectiva de la sección transversal del conductor m^2

Cuando que un conductor cilíndrico transporta una corriente alterna, la densidad de corriente sobre su sección transversal no es uniforme, por el contrario, es mayor en su superficie y menor en el centro del conductor. Este fenómeno se conoce como “efecto piel” y para un valor de corriente definido causa mayor pérdida de potencia por unidad de longitud en corriente alterna que en continua, presentada en la siguiente fórmula:

$$R_{ac} = R_{dc} \cdot \alpha_R \Omega$$

Ecuación 2.3. Resistencia del conductor en corriente alterna

Donde:

- α_R factor por efecto piel

El valor de este parámetro eléctrico viene dado por el fabricante y se puede encontrar en las específicas técnicas del conductor.

2.2.2 Inductancia de la línea

Un conductor tiene inductancia propia y mutua, las dos están conformadas por inductancias internas y externas. Estas resultan de los campos magnéticos que rodean a los conductores, como se observa en la figura 2.2, en el cual se muestra n conductores con sus respectivas líneas de flujos magnéticos creadas por las corrientes que circulan en cada uno de los conductores.

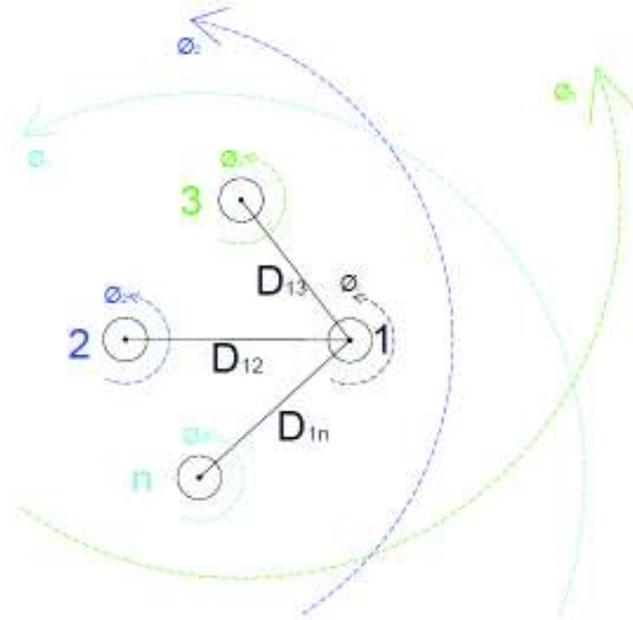


Figura 2.2. Flujos magnéticos de cada conductor

La inductancia propia viene dada por:

$$L = \frac{\lambda_{11}}{I_1} H$$

Ecuación 2.4. Inductancia propia en función del flujo de enlace

Donde:

- λ_{11} flujo de enlace del circuito 1 debido a la corriente I_1

La inductancia mutua será:

$$M = \frac{\lambda_{21}}{I_1} H$$

Ecuación 2.5. Inductancia mutua en función del flujo de enlace

Donde:

- λ_{21} flujo de enlace inducido en el conductor 2 por el conductor 1 [9].

$$\lambda_{21} = \oint_{c2} A \cdot ds_2 > 0 \text{ Wb} - \text{vuelta}$$

- A vector potencia magnética

$$A = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{c1} \frac{1}{r} \cdot ds_1 \text{ Wb/m}$$

- ds_2 elemento de longitud a lo largo del conductor 2
- ds_1 elemento de longitud a lo largo del conductor 1
- μ_0 constante de permeabilidad

El cálculo de la inductancia propia de un cilindro finito recto normalmente se divide en dos componentes, debido a los flujos internos y externos:

$$L = L_i + L_e$$

Para una densidad de corriente uniforme se tiene que:

$$L_i = \frac{\mu_\omega s}{8\pi} H$$

Ecuación 2.6. Inductancia propia parcial del conductor por flujos de enlace internos

Donde:

- μ_ω permeabilidad del conductor H/m
- $\mu_\omega = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m para materiales no ferrosos
- s longitud del conductor en metros

$$\lambda_e = \frac{\mu_m I_1}{2\pi} \left(s \ln \frac{s + \sqrt{s^2 + r^2}}{r} - \sqrt{s^2 + r^2} + r \right) \text{ Wb} - \text{vuelta}$$

Ecuación 2.7. Flujo de enlace externo

Donde:

- μ_m permeabilidad del medio que rodea el conductor H/m
- $\mu_m = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m para el aire
- r radio del conductor en metros

En el caso de las líneas de transmisión, el radio del conductor es mucho menor a la longitud de este ($r \ll s$), eso quiere decir que es despreciable y la inductancia externa se reduce a:

$$L_e = \frac{\mu_m s}{2\pi} \left(\ln \frac{2s}{r} - 1 \right) H$$

Ecuación 2.8. Inductancia propia parcial por flujos de enlace fuera del alambre

Combinando las ecuaciones 2.8 y 2.9 se tiene que:

$$L = \frac{\mu_\omega s}{8\pi} + \frac{\mu_m s}{2\pi} \left(\ln \frac{2s}{r} - 1 \right) H$$

Ecuación 2.9. Inductancia propia del conductor para s metros de longitud

El término logarítmico en la expresión 2.9 de la inductancia propia total surge del campo magnético externo inducido por el otro conductor y se denomina “autoinductancia externa”. El otro término, aparece por el campo magnético que existe dentro de cada conductor debido a la corriente que fluye en él, denominado “autoinductancia interna”.

Resolviendo esta última ecuación:

$$L = \frac{\mu s}{2\pi} \left[\frac{1}{4} + \left(\ln \frac{2s}{r} - 1 \right) \right] H$$

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} s}{2\pi} \left[\frac{1}{4} + \left(\ln \frac{2s}{r} - 1 \right) \right] H$$

$$L = 2 \times 10^{-7} s \left[\frac{1}{4} + \left(\ln \frac{2s}{r} - 1 \right) \right] H$$

Pero utilizando la siguiente equivalencia:

$$\frac{1}{4} = \ln \frac{1}{e^{-1/4}} = \ln \frac{1}{0.779}$$

Se considera que $0.779 \cdot r = D_s$. Usando esta relación la inductancia propia queda reducida a:

$$l = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{2s}{D_s} - 1 \right) H/m$$

Donde:

- D_s Radio Medio Geométrico (RMG)

Siguiendo la misma lógica se calcula la impedancia mutua:

$$m = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{2s}{D_m} - 1 \right) H/m$$

Donde:

- D_m Distancia Media Geométrica entre conductores (DMG)

Se debe tomar en cuenta que los valores de D_s , D_m y s están en las mismas unidades de longitud. De una manera más general el valor de 2×10^{-7} puede ser reemplazado por k , para escoger las unidades y base logarítmica con las que se desee trabajar.

$$l = k \left(\ln \frac{2s}{D_s} - 1 \right) H/unidadlongitud$$

Ecuación 2.10. Inductancia propia del conductor

$$m = k \left(\ln \frac{2s}{D_m} - 1 \right) H/\text{unidad longitud}$$

Ecuación 2.11. Inductancia mutua del conductor

A continuación, se presenta la tabla 2.1 donde se muestra las diferentes constantes que se pueden encontrar, conociendo que $\ln a = 2.30358 \cdot \log a$, 1 milla = 1609 metros y $\omega = 2\pi f$.

Tabla 2.1 Constantes inductancia

Constante	Unidad de longitud	Logaritmo Natural ln	Logaritmo Base 10 log ₁₀
k	km	0.2000 x 10 ⁻³	0.4605 x 10 ⁻³
	mi	0.3219 x 10 ⁻³	0.7411 x 10 ⁻³
f=50 Hz			
ωk	km	0.06283	0.1446
	mi	0.10111	0.2328
f=60 Hz			
ωk	km	0.0754	0.1736
	mi	0.12134	0.2794

2.2.3 Valores RMG y DMG

RMG es el radio medio geométrico de un conductor o grupo de conductores. El RMG es el radio de un tubo circular infinitesimalmente delgado que tiene la misma reactancia interna que el conductor actual.

Para un conductor homogéneo en donde el efecto piel es despreciable se tiene que:

$$RMG = r$$

Incluyendo el efecto piel, como se mencionó anteriormente se conoce que:

$$RMG = 0.799r$$

Este valor usualmente viene dado dentro de las características del cable, en tabla de especificaciones técnicas.

La ecuación general para RMG de un grupo de conductores paralelos (1), (2), (3), ..., (n) es:

$$RMG_n = D_s = \sqrt[n^2]{(RMG_1 D_{12} D_{13} \cdots D_{1n})(RMG_2 D_{21} D_{23} \cdots D_{2n}) \cdots (RMG_n D_{n1} D_{n2} D_{n3} \cdots D_{n(n-1)})}$$

Ecuación 2.12. Ecuación general RMG

DMG es la distancia media geométrica o la separación entre los conductores y el conductor de retorno. Cada distancia es medida entre los centros de los conductores.

La ecuación general para el DMG entre dos áreas, o entre los cables de un conductor (1), (2), (3), ..., (n) y su retorno o conductores asociados (1'), (2'), (3'), ..., (m), con D como la distancia, es:

$$DMG_{nm} = D_{nm} = \sqrt[nm]{(D_{11'} D_{12'} D_{13'} \cdots D_{1m'}) (D_{21'} D_{22'} D_{23'} \cdots D_{2m'}) \cdots (D_{n1'} D_{n2'} D_{n3'} \cdots D_{nm'})}$$

Ecuación 2.13. Ecuación general DMG

2.3 Impedancia serie de líneas de transmisión monofásica

Una línea monofásica necesita de dos conductores para que la corriente circule completamente, la primera mitad fluye hacia un sistema eléctrico y la otra es su camino de regreso, que puede circular ya sea por otro conductor o por medio de la tierra.

2.3.1 Camino de retorno por conductor

El circuito básico conformado por dos conductores *a* y *b* se muestra en la figura 2.3, donde *b* representa el camino de retorno.

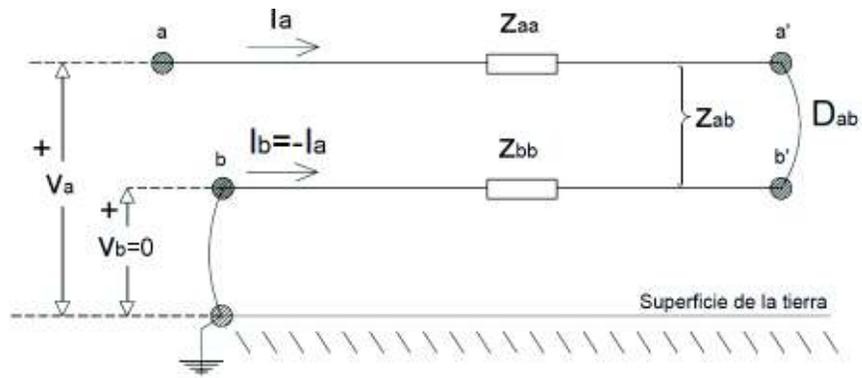


Figura 2.3. Línea monofásica con conductor de retorno

En el circuito representado anteriormente se puede calcular la caída de voltaje.

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} \\ z_{ba} & z_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ -I_a \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.14. Ecuación de caída de voltaje en línea monofásica

Tomando en cuenta que $V_b = 0$ y $V_{a'} = V_{b'}$, se resuelve que para V_a se tiene que:

$$V_a - V_{a'} = z_{aa}I_a - z_{ab}I_a$$

$$V_b - V_{b'} = z_{ba}I_a - z_{bb}I_a$$

$$V_a = (z_{aa} + z_{bb} - 2z_{ab})I_a$$

$$V_a = Z_{AA}I_a$$

Ecuación 2.15. Voltaje en el conductor a

Donde:

- Z_{AA} impedancia total del circuito
- $Z_{AA} = z_{aa} + z_{bb} - 2z_{ab}$

Aplicando las ecuaciones 2.10 y 2.11 se puede definir las impedancias propias de los conductores y mutua entre ellos, expresados de la siguiente manera:

$$z_{aa} = r_a + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_a} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{bb} = r_b + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_b} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{ab} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{ab}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Donde:

- D_{ab} Distancia entre el conductor a y b

Con la ayuda de estas últimas expresiones la impedancia total del circuito sería:

$$Z_{AA} = (r_a + r_b) + j\omega k \ln \left(\frac{D_{ab}^2}{D_a D_b} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Ecuación 2.16. Impedancia total del circuito monofásico

Es importante resaltar que la dependencia de la longitud del conductor s , se elimina debido al camino de retorno que siempre va a existir en un circuito. Por lo que se concluye que la inductancia “total” de un conductor por unidad de longitud, es independiente del mismo.

Tomando en cuenta que el conductor b es similar al a , tendrán un RMG igual, la inductancia total de una línea monofásica de dos conductores será:

$$L_{AA} = 2k \ln \left(\frac{D_{ab}}{D_a} \right) \text{H}/\text{unidad longitud}$$

Ecuación 2.17. Inductancia total del circuito monofásico

2.3.2 Camino de retorno por tierra – Ecuaciones de Carson

El modelo del efecto de retorno por tierra es desarrollado por John Carson en 1926, una publicación que demuestra una técnica para determinar las impedancias propias y mutuas para un número arbitrario de conductores aéreos, considerando el efecto de retorno por tierra. Las ecuaciones pueden ser también aplicadas para cables subterráneos. La técnica no fue acogida debido a los cálculos tediosos que tendrían que realizarse en esa época; hoy con la llegada de la computadora digital las ecuaciones de Carson se las ha vuelto a utilizar ampliamente.

En su publicación [10], el autor asume que la tierra es un sólido infinito con una superficie uniforme, plana y con resistividad constante. Los efectos finales introducidos en los puntos neutros de conexión a tierra no son grandes en las frecuencias de potencia y, por lo tanto, son despreciables.

Carson hizo uso de imágenes de conductor; es decir, para cada conductor aéreo que se encuentra a una distancia dada, creo un conductor ficticio bajo la superficie de la tierra a la misma distancia bajo tierra como se ilustra en la figura 2.4.

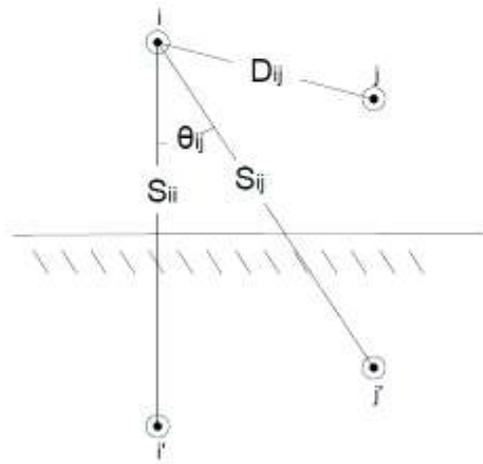


Figura 2.4. Conductores y sus imágenes

Las impedancias propias y mutuas de los conductores que conforman la línea van a depender de las características eléctricas del conductor ficticio, por lo que la demostración

de estas ecuaciones ayuda a conocer estos valores y así modelar la línea de transmisión considerando el efecto de su corriente de retorno por tierra.

Las ecuaciones de Carson son:

$$Z_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j \left(X_i + 2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 4\omega Q_{ii}G \right) \Omega/\text{milla}$$

Ecuación 2.18. Impedancia propia del conductor i

$$Z_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j \left(2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 4\omega Q_{ij}G \right) \Omega/\text{km}$$

Ecuación 2.19. Impedancia mutua entre el conductor i y el conductor j

Donde:

- Z_{ii} impedancia propia del conductor i en Ω/km
- Z_{ij} impedancia mutua entre los conductores i y j en Ω/km
- r_i resistencia del conductor i en Ω/km
- $\omega = 2\pi f$ frecuencia angular del sistema en $\text{rad}/\text{segundo}$
- $G = 0.1000213797 \times 10^{-3} \Omega/\text{km}$
- f frecuencia del sistema en *Hertz*
- ρ resistividad de la tierra en $\Omega - \text{metros}$
- D_{ij} distancia entre los conductores i y j en *pies* (ver la figura 2.4)
- S_{ij} distancia entre el conductor i y la imagen de j en m (ver la figura 2.4)
- θ_{ij} ángulo entre un par de líneas dibujadas desde el conductor i a su propia imagen y la imagen del conductor j (ver la figura 2.4)
- $X_i = 2\omega G \cdot \ln \frac{RD_i}{RMG_i} \Omega/\text{km}$
- RD_i radio del conductor i en m
- RMG_i radio medio geométrico del conductor i en m
- $P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2}{16} \cos(2\theta_{ij}) \cdot \left(0.6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right)$
- $Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij})$
- $k_{ij} = 8.565 \times 10^{-4} \cdot S_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}}$

2.3.3 Ecuaciones de Carson modificadas

Las ecuaciones de Carson son reducidas a dos aproximaciones asociadas con P_{ij} y Q_{ij} , en donde se usa el primer término de P_{ij} y los dos primeros de Q_{ij} [11].

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8}$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}}$$

Se substituye la expresión de k_{ij} en Q_{ij}

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{2}{8.565 \times 10^{-4} \cdot S_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}}} \right)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{2}{8.565 \times 10^{-4}} \right) + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{S_{ij}} + \frac{1}{2} \ln \sqrt{\frac{\rho}{f}}$$

$$Q_{ij} = 3.8393 - \frac{1}{2} \ln S_{ij} + \frac{1}{4} \ln \frac{\rho}{f}$$

Substituyendo X_i en la impedancia propia del conductor i :

$$Z_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j \left(2\omega G \cdot \ln \frac{RD_i}{RMG_i} + 2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 4\omega Q_{ii}G \right)$$

$$Z_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j2\omega G \left(\ln \frac{S_{ii}}{RMG_i} + 2Q_{ii} \right)$$

Simplificando la ecuación 2.19

$$Z_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j2\omega G \left(\ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 2Q_{ij} \right)$$

Substituyendo las expresiones de ω , G , P y Q en las impedancias propia y mutua del conductor i se tiene las siguientes ecuaciones:

$$Z_{ii} = r_i + \pi^2 f G + j4\pi f G \left(\ln \frac{S_{ii}}{RMG_i} + 7.6786 - \ln S_{ii} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

$$Z_{ii} = r_i + \pi^2 f G + j4\pi f G \left(\ln \frac{1}{RMG_i} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

$$Z_{ii} = r_i + 0.00098717 \cdot f + j0.00125690 \cdot f \left(\ln \frac{1}{RMG_i} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

$$Z_{ij} = \pi^2 f G + j4\pi f G \left(\ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 7.6786 - \ln S_{ij} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

$$Z_{ij} = \pi^2 f G + j4\pi f G \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

$$Z_{ij} = 0.00098717 \cdot f + j0.00125690 \cdot f \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right)$$

Se asume que la frecuencia de 60 Hertz y la resistividad del suelo es de 100 ohm-metro, por esto se tienen las siguientes ecuaciones modificadas de Carson:

$$Z_{ii} = r_i + 0.05923 + j0.0754 \left(\ln \frac{1}{RMG_i} + 7.93402 \right) \Omega/km$$

$$Z_{ij} = 0.05923 + j0.0754 \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7.93402 \right) \Omega/km$$

Además, usando la siguiente relación:

$$7.93402 = \ln D_e$$

Donde:

- D_e es la profundidad equivalente del regreso por tierra

Para este valor hay que tomar en cuenta que puede existir variaciones por el tipo de condiciones de la tierra de retorno, es por ese motivo que se tiene la tabla 2.2, donde se presenta los valores de D_e para varias resistividades en 60 Hertz.

Tabla 2.2. Valores de D_e para varias resistividades en 60 Hertz

Condiciones de la tierra de regreso	Resistividad (ohm-m)	D_e (m)
Agua del mar	0.01 – 1.0	8.5 – 85.04
Terreno pantanoso	10 – 100	268.8 – 850.4
<i>Tierra húmeda (promedio)</i>	<i>100</i>	<i>850.4</i>
Tierra seca	1000	2688
Roca de grano fino	10^7	268833
Arenisca	10^9	2688336

El valor D_e es una función la resistividad de la tierra ρ y la frecuencia f , por esta razón es definido por la siguiente relación:

$$D_e = 658.35 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \text{ m}$$

Con los valores promedios, se tiene un aproximado de:

$$D_e = 850.4 \text{ m}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de Carson se simplifican de tal manera que se tiene:

$$Z_{ii} = r_i + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{R M G_i} \right) \Omega/km$$

Ecuación 2.20. Impedancia propia del conductor i modificada

$$Z_{ij} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ij}} \right) \Omega/km$$

Ecuación 2.21. Impedancia mutua entre el conductor i y el conductor j modificada

El modelo de retorno por tierra considera un conductor aéreo a paralelo a tierra de una unidad de longitud por el que fluye una corriente I_a con retorno que la tierra simulará por medio de un conductor ficticio d , como se muestra en la figura 2.5.

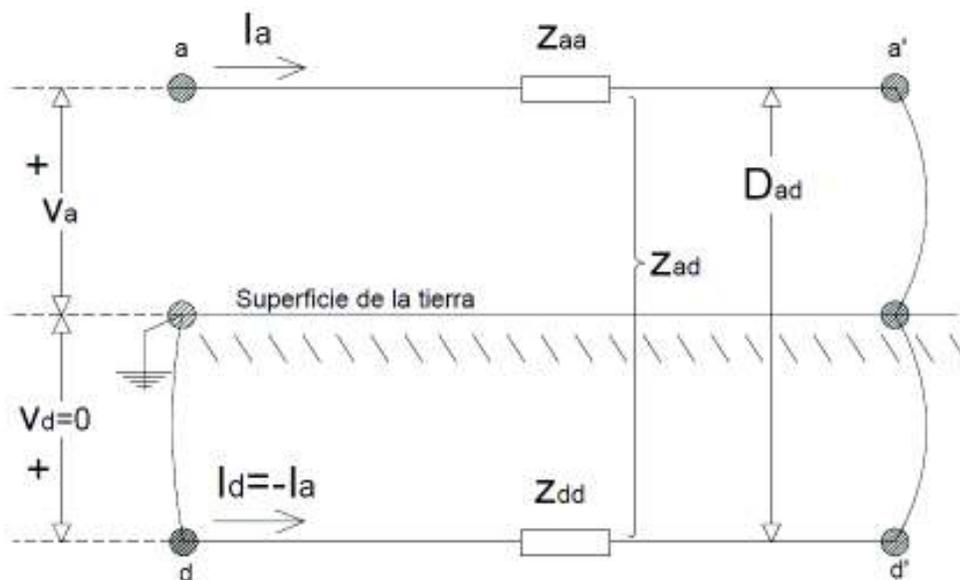


Figura 2.5. Flujo de corriente en el conductor a , con retorno por tierra por medio de un conductor ficticio b

Como se mencionó anteriormente, Carson considera que la tierra tiene una resistividad uniforme y que su extensión es infinita por lo que la corriente I_a en el suelo se extiende sobre un área grande, buscando el camino de retorno con la resistencia más baja, satisfaciendo así las leyes de Kirchhoff para garantizar una caída de voltaje igual en todos los caminos.

En este modelo la distancia entre el conductor aéreo y el ficticio D_{ad} , debe ser ajustada de tal manera que la inductancia calculada con esta configuración sea igual a la que se obtenga mediante mediciones y pruebas realizadas.

Este fenómeno puede ser modelado por medio de un conductor de retorno con un RMG unitario, es decir $D_d = 1$, situado a una distancia de D_{ad} por debajo de la línea aérea. Por lo que la ecuación 2.16 ahora sería:

$$Z_{AA} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln\left(\frac{D_{ad}^2}{D_a}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Lo que implícitamente se establece la relación:

$$D_e = \frac{D_{ad}^2}{D_d}$$

Con lo cual se puede escribir la impedancia total del circuito:

$$Z_{AA} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln\left(\frac{D_e}{D_a}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Comparando con las ecuaciones 2.20 se puede observar que son similares, considerando que la notación es diferente. Gracias a esto se puede conocer el valor de la resistencia del conductor ficticio:

$$r_d = 0.0592 \Omega/km$$

2.4 Impedancia serie de la línea trifásica

La impedancia serie de una línea trifásica considerando el efecto de retorno por tierra, se calcula de manera similar que una línea monofásica. La configuración del circuito se muestra en la figura 2.6.

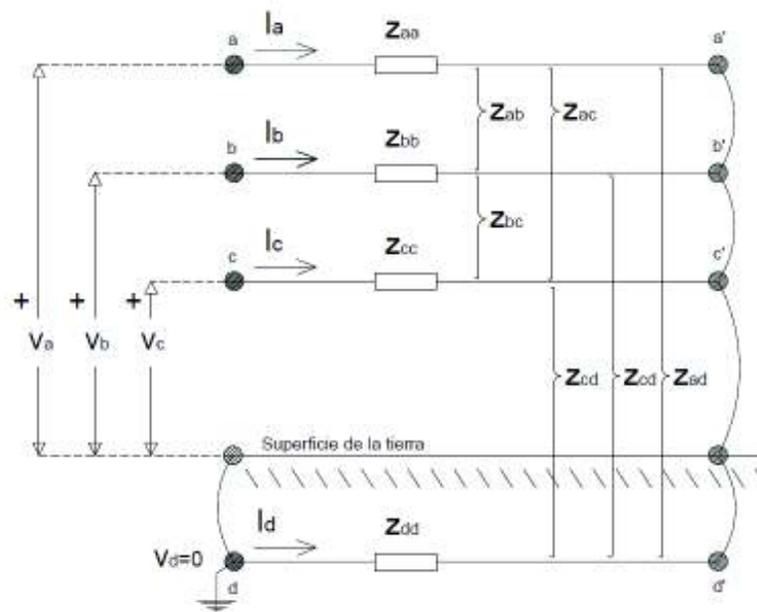


Figura 2.6. Línea trifásica con retorno por tierra

Aplicando la misma lógica que en la línea monofásica se establece la ecuación de caída de voltaje:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ad} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bd} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cd} \\ Z_{da} & Z_{db} & Z_{dc} & Z_{dd} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.22. Ecuación de caída de voltaje para línea trifásica con retorno por tierra

La matriz de impedancias que conforma esta ecuación puede ser llamada primitiva, puesto que la conforman las impedancias propias y mutuas de cada uno de los conductores de la línea de transmisión, además del conductor ficticio que aparece bajo la superficie de la tierra.

Con las ecuaciones 2.10 y 2.11, los valores de impedancias propias y mutuas van a ser las siguientes:

$$z_{aa} = r_a + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_a} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{bb} = r_b + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_b} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{cc} = r_c + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_c} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{dd} = r_d + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_d} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{ab} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{ab}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{bc} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{bc}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{ac} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{ac}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{ad} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{ad}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{bd} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{bd}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$z_{cd} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{cd}} - 1 \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Como todos los conductores están puestos a tierra en este circuito, se puede determinar que:

$$I_d = -(I_a + I_b + I_c)$$

Ecuación 2.23. Corriente de retorno

$$V_{a'} - V_{d'} = V_{b'} - V_{d'} = V_{c'} - V_{d'} = 0$$

Ecuación 2.24. Voltaje de puesta a tierra

Además, se conoce que $V_d = 0$.

Con esta información es posible restar la ecuación de la cuarta fila de la matriz a cada una de las fases, lo que da como resultado:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.25. Ecuación reducida de la caída de voltaje en la línea trifásica con retorno por tierra

Donde las impedancias propias son:

$$Z_{AA} = z_{aa} - 2z_{ad} + z_{dd}$$

$$Z_{BB} = z_{bb} - 2z_{bd} + z_{dd}$$

$$Z_{CC} = z_{cc} - 2z_{cd} + z_{dd}$$

$$Z_{AA} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_{ad}^2}{D_a \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{BB} = (r_b + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_{bd}^2}{D_b \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{CC} = (r_c + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_{cd}^2}{D_c \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Y las impedancias mutuas quedan representadas de la siguiente manera:

$$Z_{AB} = z_{ab} - z_{ad} - z_{bd} + z_{dd}$$

$$Z_{BC} = z_{bc} - z_{bd} - z_{cd} + z_{dd}$$

$$Z_{AC} = z_{ac} - z_{ad} - z_{cd} + z_{dd}$$

$$Z_{AB} = r_d + j\omega k \ln \left(\frac{D_{ad} \cdot D_{bd}}{D_{ab} \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{BC} = r_d + j\omega k \ln \left(\frac{D_{bd} \cdot D_{cd}}{D_{bc} \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{AC} = r_d + j\omega k \ln \left(\frac{D_{ad} \cdot D_{cd}}{D_{ac} \cdot D_d} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Para simplificar estas últimas ecuaciones se considera lo antes mencionado, que el RMG del conductor ficticio puede ser unitario, así $D_d = 1$. Gracias a esto se puede aproximar la siguiente relación:

$$D_e = \frac{D_{ab}^2}{D_b}$$

$$D_e = D_{ab}^2$$

$$D_{ad} = D_{bd} = D_{cd} = \sqrt{D_e}.$$

Cambiando así las impedancias y propias antes mencionadas:

$$Z_{AA} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_e}{D_a} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{BB} = (r_b + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_e}{D_b} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{CC} = (r_c + r_d) + j\omega k \ln \left(\frac{D_e}{D_c} \right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{AB} = r_d + j\omega k \ln\left(\frac{D_e}{D_{ab}}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{BC} = r_d + j\omega k \ln\left(\frac{D_e}{D_{bc}}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

$$Z_{AC} = r_d + j\omega k \ln\left(\frac{D_e}{D_{ac}}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

2.4.1 Impedancias de secuencia

Para el análisis de una línea de transmisión es importante conocer sus impedancias de secuencia positiva, negativa y cero. Al calcular esta matriz se usará la configuración de la figura 2.7 que muestra un segmento de una línea trifásica para demostrar las impedancias de secuencia, sin tomar en cuenta el efecto de retorno por tierra.

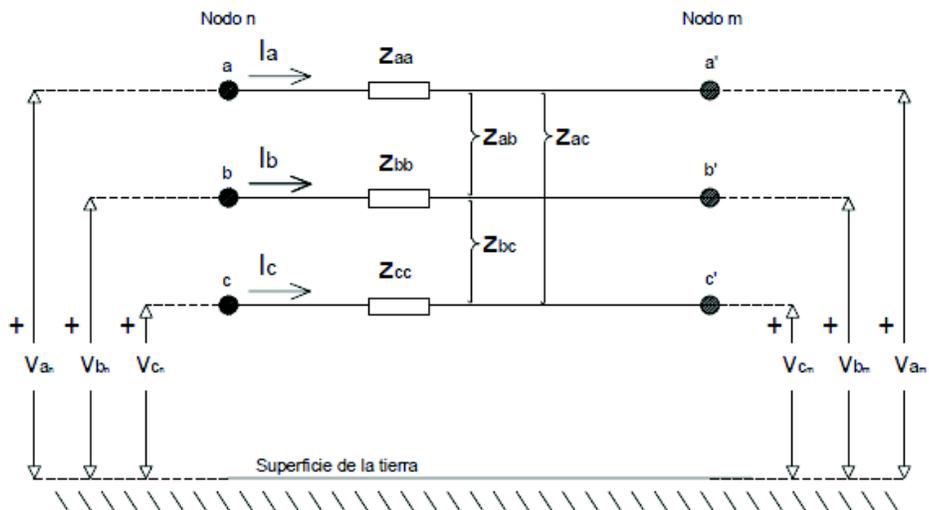


Figura 2.7. Modelo de un segmento de línea trifásica

Para el modelo representado anteriormente se define los voltajes de fase línea a tierra en una función de los voltajes de secuencia línea a tierra viene dada por:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Donde:

- $a = 1.0 \angle 120^\circ$
- $a^2 = 1.0 \angle -120^\circ$

De una forma más concentrada se tiene que:

$$[V_{abc}] = [A] \cdot [V_{012}]$$

Ecuación 2.26. Voltajes de fase en función de voltajes de secuencia

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Las corrientes de fase de línea son definidas de la misma manera

$$[I_{abc}] = [A] \cdot [I_{012}]$$

Ecuación 2.27. Corrientes de fase en función corrientes de secuencia

La ecuación 2.26 puede ser usada también para encontrar el voltaje de secuencias en función del voltaje de fase.

$$[V_{012}] = [A]^{-1} \cdot [V_{abc}]$$

Ecuación 2.28. Voltajes de secuencia en función de voltajes de fase

Donde:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Se calcula la ecuación de caída de voltaje de la figura 2.7:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Puede ser agrupada y se representa de la siguiente manera:

$$[V_{abc}]_n = [V_{abc}]_m + [z_{abc}] \cdot [I_{abc}]$$

La ecuación 2.28 es modificada para obtener la impedancia de secuencia del segmento de la línea trifásica.

$$[V_{012}]_n = [A]^{-1} \cdot [V_{abc}]_n$$

$$[V_{012}]_n = [A]^{-1} \cdot ([V_{abc}]_m + [z_{abc}] \cdot [I_{abc}])$$

$$[V_{012}]_n = [A]^{-1} \cdot [V_{abc}]_m + [A]^{-1} \cdot [z_{abc}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[V_{012}]_n = [A]^{-1} \cdot [V_{abc}]_m + [A]^{-1} \cdot [z_{abc}] \cdot [A] \cdot [I_{012}]$$

$$[V_{012}]_n = [V_{012}]_m + [Z_{012}] \cdot [I_{012}]$$

Donde:

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [z_{abc}] \cdot [A] = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.29. Ecuación de impedancia de secuencia

Los términos de la diagonal de la matriz son las impedancias de secuencia de la línea de tal manera que:

- Z_{00} = impedancia de secuencia cero

- Z_{11} = impedancia de secuencia positiva
- Z_{22} = impedancia de secuencia negativa

Los términos fuera de la diagonal de la ecuación 2.29 representa el acoplamiento mutuo entre las secuencias, en un estado idealizado estos serían cero. Para que esto suceda, una línea de transmisión de alto voltaje debe ser transpuesta. Dado que las líneas de distribución rara vez se transponen, el acoplamiento mutuo entre las fases no es igual, por lo tanto, los términos fuera de la diagonal de la matriz de secuencia serán diferente de cero.

La impedancia de fases que se considera en la ecuación 2.29, no toma en cuenta el efecto de retorno por tierra, pero se usaría la misma lógica cuando se lo considera, así, la impedancia de secuencias puede ser encontrada directamente:

$$[Z_{012}] = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_{S0} + 2Z_{M0} & Z_{S2} - Z_{M2} & Z_{S1} - Z_{M1} \\ Z_{S1} - Z_{M1} & Z_{S0} - Z_{M0} & Z_{S2} + 2Z_{M2} \\ Z_{S2} - Z_{M2} & Z_{S1} + 2Z_{M1} & Z_{S0} - Z_{M0} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.30. Matriz de impedancias de secuencia

Donde se define que:

$$Z_{S0} = \frac{1}{3}(Z_{AA} + Z_{BB} + Z_{CC})$$

$$Z_{S1} = \frac{1}{3}(Z_{AA} + a \cdot Z_{BB} + a^2 \cdot Z_{CC})$$

$$Z_{S2} = \frac{1}{3}(Z_{AA} + a^2 \cdot Z_{BB} + a \cdot Z_{CC})$$

$$Z_{M0} = \frac{1}{3}(Z_{BC} + Z_{CA} + Z_{AB})$$

$$Z_{M1} = \frac{1}{3}(Z_{BC} + a \cdot Z_{CA} + a^2 \cdot Z_{AB})$$

$$Z_{M2} = \frac{1}{3}(Z_{BC} + a^2 \cdot Z_{CA} + a \cdot Z_{AB})$$

Con lo que las impedancias de secuencia se reducen a:

$$Z_0 = Z_{S0} + 2Z_{M0} = (r_a + 3r_d) + j\omega k \ln\left(\frac{D_e^3}{D_s \cdot D_{eq}^2}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Ecuación 2.31. Impedancia de secuencia cero

$$Z_1 = Z_2 = Z_{S0} - Z_{M0} = r_a + j\omega k \ln\left(\frac{D_{eq}}{D_s}\right) \Omega/\text{unidad longitud}$$

Ecuación 2.32. Impedancia de secuencia positiva y negativa

Donde:

- $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ca}}$
- $D_s = D_a = D_b = D_c$

2.5 Impedancia serie de la línea trifásica con cable de guarda

Al calcular la impedancia serie de una línea trifásica con cable de guarda se considera que la corriente de retorno circula por caminos paralelos conformados por la tierra y los conductores de guarda. La configuración para este caso va a ser representado por la figura 2.8.

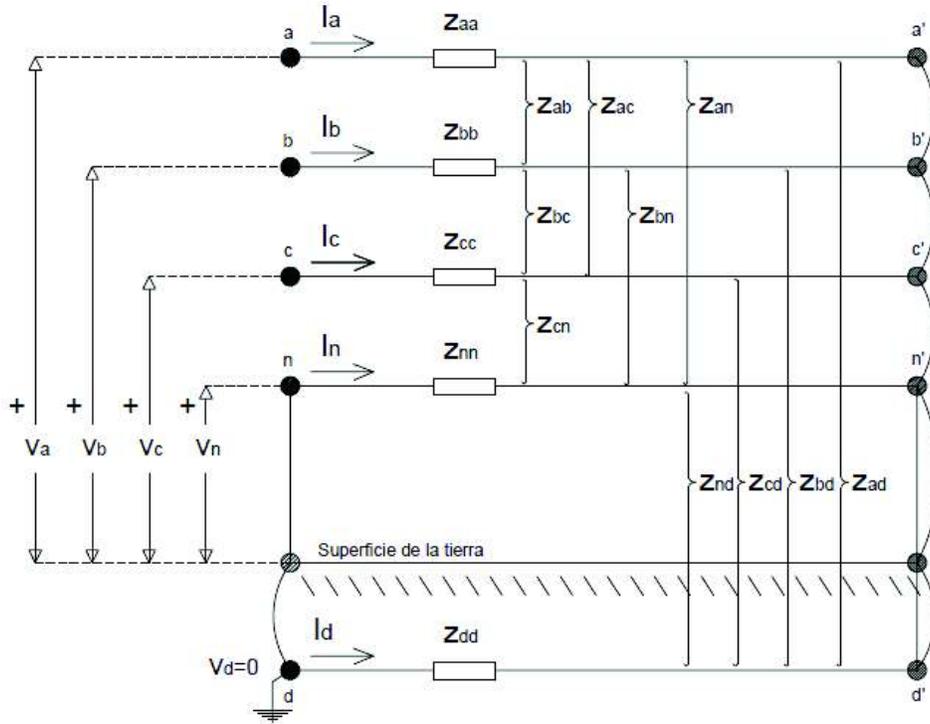


Figura 2.8. Línea trifásica con cable de guarda con efecto de retorno por tierra

De igual manera a los casos anteriores se construye la matriz de impedancias, esta será de orden superior, por lo que se reduce a una matriz 3x3 que corresponde a la matriz de impedancia de fase Z_{ABC} .

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{nn'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_n - V_{n'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} & Z_{ad} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} & Z_{bd} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cn} & Z_{cd} \\ Z_{na} & Z_{nb} & Z_{nc} & Z_{nn} & Z_{nd} \\ Z_{da} & Z_{db} & Z_{dc} & Z_{dn} & Z_{dd} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \\ I_d \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.33. Ecuación de caída de voltaje para línea trifásica con hilo de guarda y retorno por tierra

La corriente en el conductor ficticio va a ser similar a la ecuación 2.23, ahora tomando en cuenta el hilo de guarda, los cuatro conductores llegan al punto remoto que va a tierra y la corriente de retorno se divide en dos caminos:

$$I_d + I_n = -(I_a + I_b + I_c)$$

Organizando esta última expresión se tiene:

$$I_d = -(I_a + I_b + I_c + I_n)$$

Además, el voltaje en este punto remoto es cero, para cada uno de los conductores y se tiene la siguiente expresión, similar a la 2.24.

$$V_{a'} - V_{d'} = V_{b'} - V_{d'} = V_{c'} - V_{d'} = V_{n'} - V_{d'} = 0$$

Con la ayuda de estas dos últimas expresiones, la ecuación 2.33 es reducida de tal manera que se elimina el conductor ficticio que va por tierra. Estas condiciones podrían eliminar también al hilo de guarda, pero se reduce el conductor ficticio porque ya se conoce el efecto que va a incidir en cada uno de los conductores reales, usando ecuaciones de Carson.

En cambio, el cable de guarda es un conductor real y depende de los parámetros del conductor que se va a seleccionar, además para conocer la corriente de este es importante no reducirla, por esta razón se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{a'} \\ V_{b'} \\ V_{c'} \\ V_{n'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} & | & Z_{AN} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} & | & Z_{BN} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} & | & Z_{CN} \\ - & - & - & - & - \\ Z_{NA} & Z_{NB} & Z_{NC} & | & Z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix}$$

2.5.1 Corriente en el cable de guarda

Las líneas de transmisión esencialmente son balanceadas, y es por este motivo que no existen corrientes de secuencia cero. Pero cuando ocurre una falla, el sistema se torna desbalanceado y aparecen estas corrientes llamadas también de desbalance.

Se sabe que en cada fase circulará una unidad de corriente de secuencia cero, y su retorno será la suma de estas tres corrientes.

Generalmente la corriente de retorno se distribuye entre la tierra y el hilo de guarda, sin embargo, no se conoce la proporción que puede circular en este último y es asumida. En este capítulo puede ser calculada la corriente que va a circular por el hilo de guarda mediante dos diferentes maneras.

La primera metodología realiza un cálculo simple con la impedancia primitiva antes mencionada, mientras que la segunda agrupa los conductores de fase como un solo grupo y de igual manera los cables de guarda, así se realiza los cálculos con ecuaciones que toma en cuenta a la línea de transmisión como monofásica.

2.5.1.1 Metodología 1: Cálculo de la corriente del cable de guarda con la matriz de impedancias serie

Se aplica el método de reducción estándar de Kron, arreglando las matrices de tal manera que se separan las impedancias propias de los conductores de fase, del hilo de guarda y las impedancias mutuas entre ellos.

$$\begin{bmatrix} [V_{abc}] \\ [V_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_{a'b'c'}] \\ [V_{n'}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [Z_{ij}] & [Z_{in}] \\ [Z_{nj}] & [Z_{nn}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I_{abc}] \\ [I_n] \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.34. Reducción de Kron

Siendo:

- i, j número de conductores de fases
- n número de conductores de neutro

Al estar el conductor de guarda aterrizado a tierra, los voltajes V_n y $V_{n'}$ son igual a cero, sustituyendo estos valores en la ecuación 2.34 se tiene las siguientes expresiones:

$$[V_{abc}] = [V_{a'b'c'}] + [Z_{ij}] \cdot [I_{abc}] + [Z_{in}] \cdot [I_n]$$

$$[0] = [0] + [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}] + [Z_{nn}] \cdot [I_n]$$

En esta última se despeja la corriente I_n , con la cual se puede conocer la corriente que posiblemente va a circular por el cable de guarda, en el caso que exista una contingencia en el sistema, es importante conocer las corrientes que van a circular por las fases para realizar el cálculo.

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

Ecuación 2.35. Corriente del conductor de guarda

Como se mencionó anteriormente, cada una de las fases lleva una unidad de corriente y su retorno la suma de ellas, para conocer estas corrientes se toma en cuenta que la corriente de retorno será una unidad y que se va a dividir en los tres conductores; y al considerar que la unidad es 100%, cada fase conducirá aproximadamente 33.33%, aplicando lo último en la ecuación 2.35, la corriente va a ser expresada en número complejos y para su interpretación se presenta el módulo de este, dejando como resultado el porcentaje de corriente que puede circular a través del hilo de guarda.

Aprovechando estas ecuaciones de la caída de voltaje, queda demostrado cómo se realiza la reducción de la matriz de impedancias, puesto que al tratarse de una línea trifásica con un conductor de guarda tiene dimensiones 4x4, y para calcular las impedancias de secuencia de la línea es preciso reducir la matriz hasta que sea 3x3, así que usando las expresiones de la caída de voltaje del circuito se encuentra la ecuación que realiza esta reducción.

$$[V_{abc}] = [V_{a'b'c'}] + [Z_{ij}] \cdot [I_{abc}] + [Z_{in}] \cdot (-[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}])$$

$$[V_{abc}] = [V_{a'b'c'}] + ([Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]) \cdot [I_{abc}]$$

$$[V_{abc}] = [V_{a'b'c'}] + [Z_{ABC}] \cdot [I_{abc}]$$

Donde:

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

Ecuación 2.36. Reducción de la matriz de impedancias

Una matriz primitiva de impedancia que representa los cables de guarda o haz de conductores puede siempre ser convertida en una matriz de 3x3 y que puede ser usada para calcular de una manera más precisa la caída de voltaje en segmentos de la línea, una vez determinada las corrientes que fluyen a través de las fases.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo que detalla el procedimiento a seguir para determinar la corriente que circula en el hilo de guarda mediante el cálculo de impedancias de serie de la línea de transmisión.

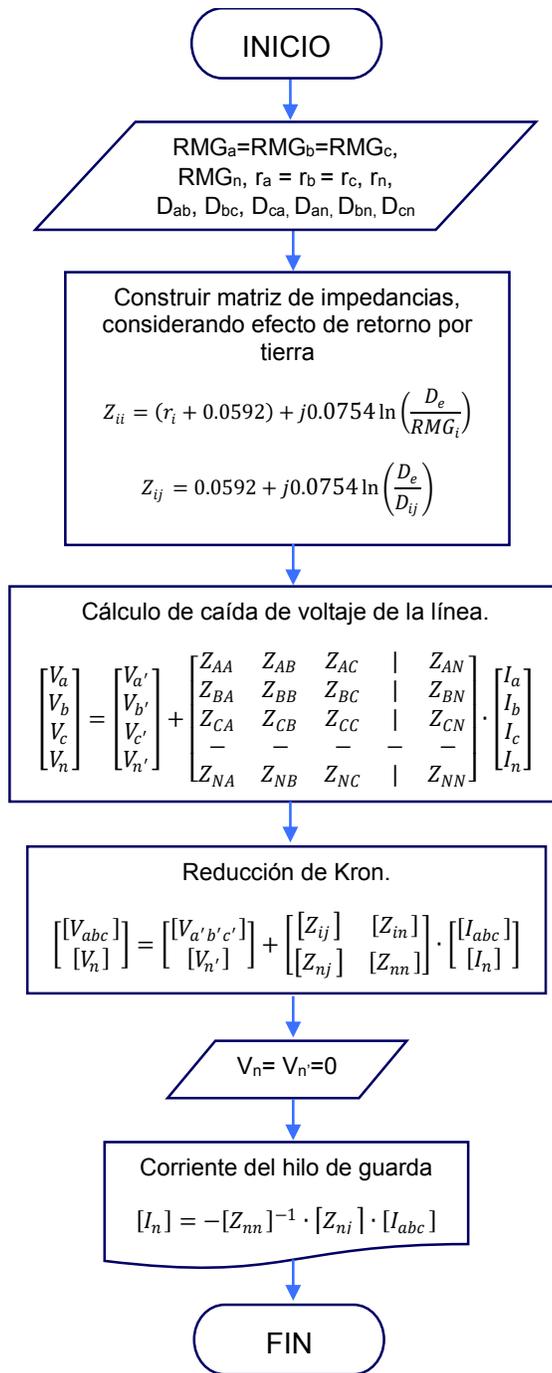


Figura 2.9. Diagrama de flujo cálculo de corriente del hilo de guarda, por impedancia de serie

2.5.1.2 Metodología 2: Cálculo de la corriente del cable de guarda con impedancias de secuencia cero

Otro método de cálculo es realizando un análisis a la corriente de secuencia cero, como se muestra en la figura 2.10, en el que se juntan las corrientes de los conductores de fase, simulando así un conductor equivalente del circuito trifásico, con su respectiva corriente de retorno.

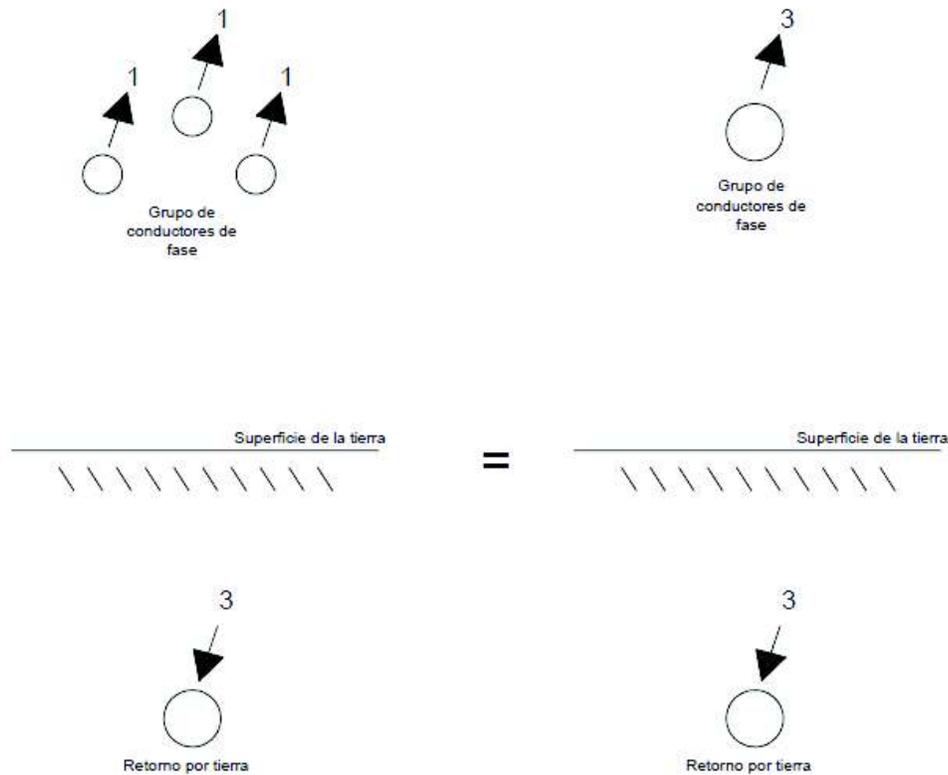


Figura 2.10. Corrientes de secuencia cero

La red de secuencia cero por definición tendrá una unidad de corriente que consiste en, una unidad de corriente que circula en cada fase del circuito trifásico y tres unidades de corriente de retorno fluyendo por tierra, como se aprecia en la figura 2.10. Al reemplazar las tres fases en un conductor equivalente, las tres unidades de corriente circulan por este.

Usando la ley de Ohm, para mantener la misma caída de voltaje, será lo mismo si una unidad de corriente circula en tres unidades de impedancia; y que tres unidades de corriente fluya en una unidad de impedancia, es por eso que para mantener la unidad de corriente, esta impedancia es multiplicada por tres [5].

Por lo tanto, la impedancia propia y mutua de la línea va a ser multiplicada por tres, para conocer las impedancias de secuencia cero del sistema.

$$Z_0 = 3 \cdot Z_{AA}$$

$$Z_{0m} = 3 \cdot Z_{AB}$$

Siendo:

- Z_{AA} impedancia propia de fase de la línea de transmisión
- Z_{AB} impedancia mutua entre los conductores de fase y el retorno por tierra

De esta manera, las ecuaciones de Carson 2.20 y 2.21 son modificadas de tal forma que la impedancia del grupo de conductores de fase tiene

$$Z_{AA} = r + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG} \right) \Omega/km$$

$$Z_0 = 3 \cdot Z_{AA} = 3 \left(r + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG} \right) \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{AB}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 3 \cdot Z_{AB} = 3 \left(0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{AB}} \right) \right) \Omega/km$$

Al tratarse de un grupo de conductores de fase se reducen las resistencias a una equivalente, al estar en paralelo es igual al recíproco de la suma de los inversos de las resistencias individuales de cada conductor de fase, usando el mismo tipo de cable se tiene que:

$$r = \frac{1}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{3}{r_a}$$

$$r = \frac{r_a}{3}$$

A esta resistencia se la multiplica por tres, como se vio anteriormente, así se tiene:

$$Z_0 = r_a + 0.1776 + j0.2262 \left(\ln \frac{D_e}{RMG} \right) \Omega/km$$

Ecuación 2.37. Impedancia propia de secuencia cero de la línea

En la impedancia mutua la distancia D_{AB} es el diámetro medio geométrico que va a existir entre los conductores de fase y el retorno por tierra, de tal forma que la notación cambia a DMG . Este último valor es calculado con la ecuación 2.13, teniendo presente las distancias entre las fases y el o los conductores de guarda.

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \left(\ln \frac{D_e}{DMG} \right) \Omega/km$$

Ecuación 2.38. Impedancia mutua de secuencia cero de la línea

A continuación, se incluyen los cables de guarda que proveen de un camino paralelo con la tierra para las corrientes de secuencia cero, entonces la corriente de retorno se divide entre la tierra y el o los cables de guarda, como se muestra en la figura 2.11.

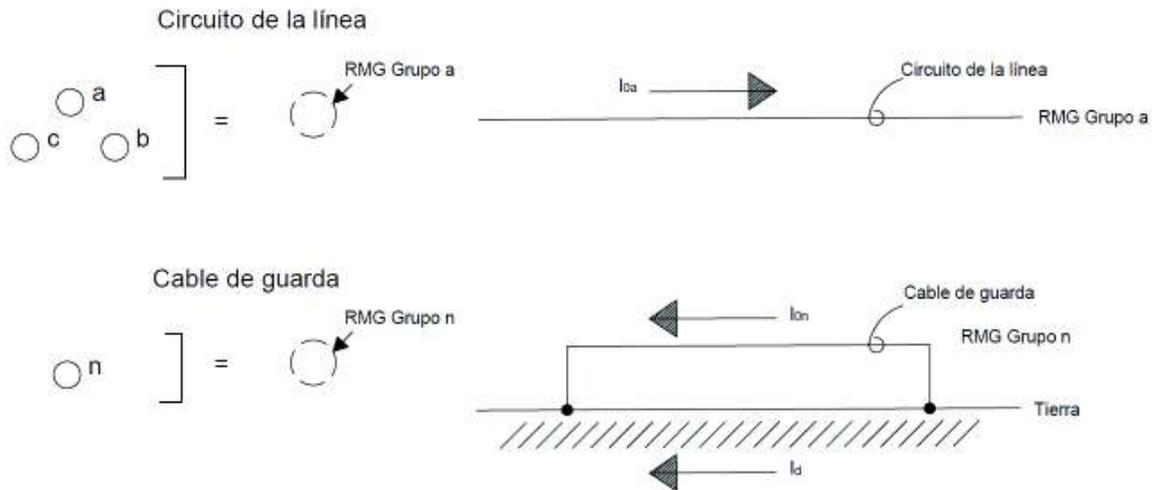


Figura 2.11. Circuito para corriente de retorno de secuencia cero en el cable de guarda y tierra

El $RMG_{gr.a}$ es el radio medio geométrico del circuito de la línea de la figura 2.11 que puede ser representado por cualquier tipo de configuraciones de líneas trifásicas, así sea de uno o doble circuito, y es calculado con la fórmula general detallada en la ecuación 2.12. Del mismo modo sucede para el $RMG_{gr.n}$ con cualquier número de cables de guarda que esté en paralelo con el circuito de la línea.

Los hilos de guarda están conectados a tierra en cada polo o torre. En la práctica estas conexiones a tierra tendrán la misma impedancia (mayormente resistiva), conocida como resistencia de pie de torre.

En los cálculos de impedancia de secuencia cero de la línea, la resistencia de pie de torre es asumida a cero, lo cual es práctico para el cálculo de fallas.

La caída de voltaje a través del circuito de la línea trifásica de la figura 2.11 es:

$$\begin{bmatrix} V_{0a} \\ V_{0n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{0a} & Z_{0m} \\ Z_{0m} & Z_{0n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{0a} \\ I_{0n} \end{bmatrix}$$

Separando en ecuaciones se tiene que:

$$V_{0a} = Z_{0a}I_{0a} - Z_{0m}I_{0n}$$

Ecuación 2.39. Caída de voltaje en la línea trifásica

Donde

- Z_{0a} impedancia propia de secuencia cero de la línea trifásica
- Z_{0m} impedancia mutua de secuencia cero entre el grupo de conductores de la línea y el grupo de cables de guarda.
- I_{0a} corriente de secuencia cero de la línea
- I_{0n} corriente de secuencia cero que retorna por el cable de guarda

Se expande la ecuación 2.39, de tal manera que la caída de voltaje de secuencia cero en el grupo de conductores de fase será dependiente de otros valores que se muestran más adelante, así que se tiene:

$$V_{0a} = Z_{0a}I_{0a} - Z_{0m}I_{0a} + Z_{0m}I_{0a} - Z_{0m}I_{0n}$$

$$V_{0a} = (Z_{0a} - Z_{0m})I_{0a} + Z_{0m}(I_{0a} - I_{0n})$$

$$V_{0a} = Z'_{0a}I_{0a} + Z_{0m}I_d$$

Ecuación 2.40. Voltaje de secuencia cero de la línea

Donde:

- $Z'_{0a} = Z_{0a} - Z_{0m}$ impedancia de dispersión del grupo de conductores de fase
- $I_d = I_{0a} - I_{0n}$ corriente de retorno que va por tierra

$$V_{0n} = Z_{0n}I_{0n} - Z_{0m}I_{0a} = 0$$

Ecuación 2.41. Caída de voltaje en el cable de guarda

Con los cables de guarda enterrador en los dos extremos. Expandiendo se tiene:

$$V_{0n} = Z_{0n}I_{0n} - Z_{0m}I_{0n} + Z_{0m}I_{0n} - Z_{0m}I_{0a}$$

$$V_{0n} = (Z_{0n} - Z_{0m})I_{0n} - Z_{0m}(I_{0a} - I_{0n})$$

$$V_{0n} = Z'_{0n}I_{0n} - Z_{0m}I_d = 0$$

Ecuación 2.42. Voltaje de secuencia cero del cable de guarda

Donde:

- $Z'_{0n} = Z_{0n} - Z_{0m}$ impedancia de dispersión de los cables de guarda

La ecuación 2.37 es usada para conocer la impedancia propia de secuencia cero de la línea de los tres conductores de fase.

Las ecuaciones generales de impedancia en $\Omega/milla$ a 60 Hertz, para el circuito de una línea trifásica (a) con un hilo de guarda (n) son las siguientes:

$$Z_{0a} = r_a + 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

Ecuación 2.43. Impedancia propia de secuencia cero para una línea trifásica

De la ecuación 2.38 se conoce la impedancia mutua entre los grupos de conductores de fase, y el grupo de conductores de hilo de guarda.

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{(gr.de 3 a gr.de 1)}} \Omega/milla$$

Ecuación 2.44. Impedancia mutua de secuencia cero para una línea trifásica con un cable de guarda

Con las ecuaciones 2.43 y 2.44 se puede conocer la impedancia de dispersión de los conductores de fase.

$$Z'_{0a} = Z_{0a} - Z_{0m}$$

$$Z'_{0a} = r + 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{RMG_{a(gr.de 3)}} - 0.1776 - j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{(gr.de 3 a gr.de 1)}}$$

$$Z'_{0a} = r + j0.2262 \ln \frac{DMG_{(gr.de 3 a gr.de 1)}}{RMG_{a(gr.de 3)}}$$

Ecuación 2.45. Impedancia de dispersión del grupo de conductores de fase

Para el cable de guarda, se usa igualmente la ecuación 2.37 con los datos respectivos de este conductor, al usar solo un cable de guarda la resistencia del cable es multiplicado por 3, en el caso en que existan dos cables de guarda se multiplica por tres el equivalente resistivo de los dos conductores, esta sería $3 \cdot r/2$.

$$Z_{0n} = 3r_n + 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{RMG_{n(gr.de 1)}}$$

Ecuación 2.46. Impedancia propia de secuencia cero de un cable de guarda

Así se tiene:

$$Z'_{0n} = Z_{0n} - Z_{0m}$$

$$Z'_{0n} = 3r_n + 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{RMG_{n(gr.de 1)}} - 0.1776 - j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{(gr.de 3 a gr.de 1)}}$$

$$Z'_{0n} = 3r_n + j \cdot 0.2262 \cdot \ln \frac{DMG_{(gr.de 3 a gr.de 1)}}{RMG_{n(gr.de 1)}}$$

Ecuación 2.47. Impedancia de dispersión del grupo de cables de guarda

En la figura 2.12 se plasma un circuito equivalente considerando las ecuaciones 2.40 y 2.42, que son los voltajes de secuencia cero del circuito y del cable de guarda, para así representar la corriente de retorno que se distribuye entre el cable de guarda y la tierra.

La impedancia total de secuencia cero de la línea con tierra y cables de guarda es:

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

Ecuación 2.48. Impedancia total de secuencia cero de la línea con tierra y cables de guarda

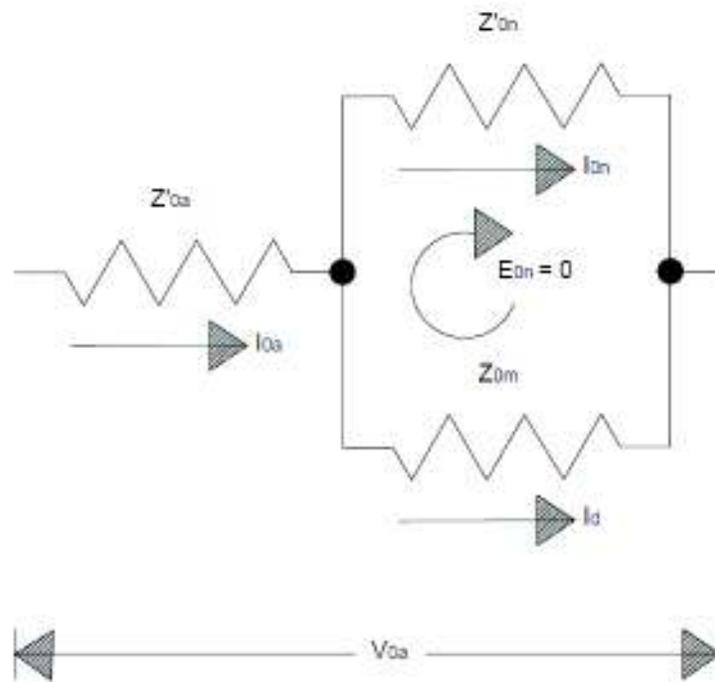


Figura 2.12. Circuito equivalente para la corriente de retorno de secuencia cero a través del cable de guarda y tierra.

Hay que resaltar en la imagen que Z'_{0a} y Z'_{0n} son impedancias propias que no consideran el efecto de retorno por tierra, es por esta razón que las corrientes de secuencia cero pasan por ellas puesto que solo importa la configuración de los conductores y sus características.

La corriente que va por tierra en cambio usa la impedancia mutua entre las fases y el cable de guarda, ya que considera el efecto de retorno por tierra.

Con estos valores de impedancia y aplicando divisor de corriente en el circuito de la figura 2.12 se puede calcular el porcentaje de corriente de falla que pasa por el hilo de guarda.

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

Ecuación 2.49. Corriente del hilo de guarda

Para una línea trifásica con uno y dos conductores de cable de guarda, se muestran los diagramas de flujo, que permiten calcular la proporción de corriente que puede circular por los hilos de guarda en cada uno de los casos, usando esta última metodología.

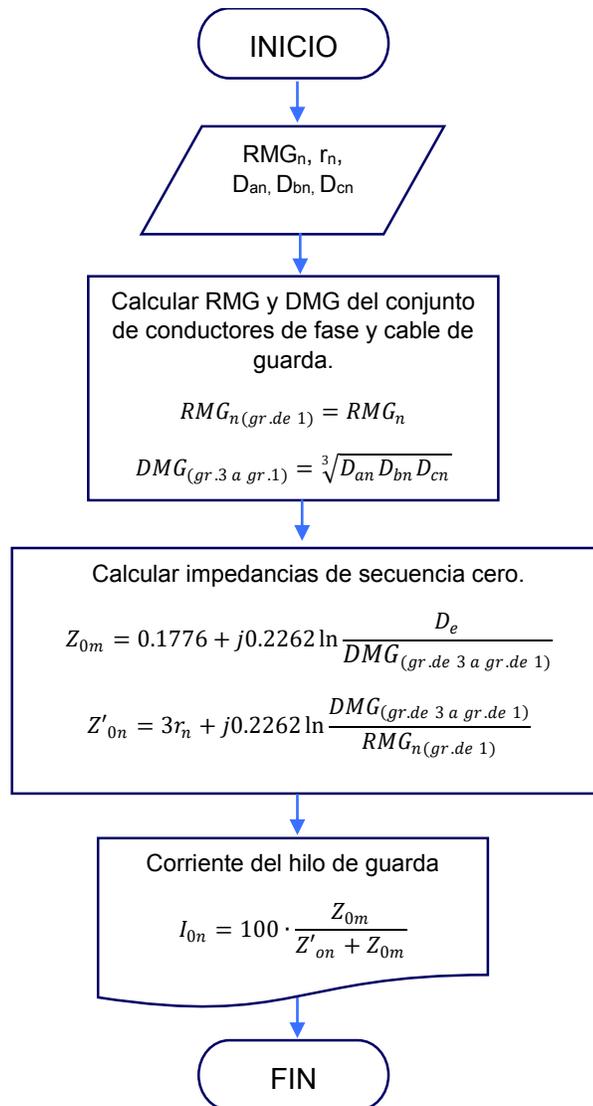


Figura 2.13. Diagrama de flujo cálculo de corriente del hilo de guarda, por impedancias de secuencia cero. Para un circuito trifásico con un cable de guarda.

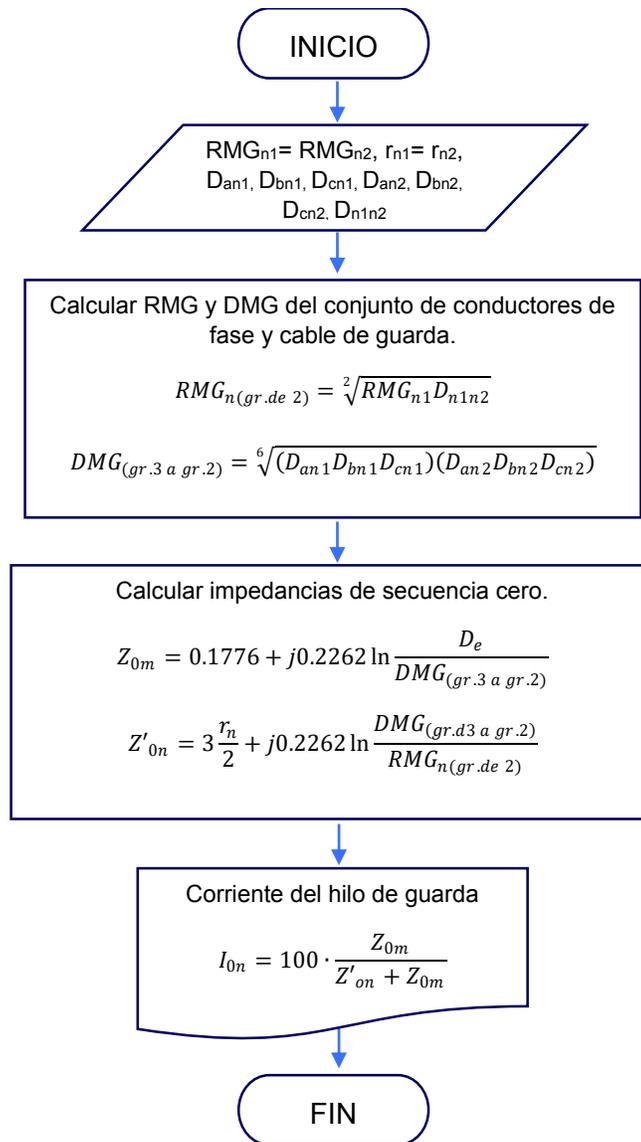


Figura 2.14. Diagrama de flujo cálculo de corriente del hilo de guarda, por impedancias de secuencia cero. Para un circuito trifásico con dos cables de guarda.

Con este último método que usa fórmulas de impedancias de secuencia cero comparando con el método que usa simplemente las impedancias serie de la línea, se puede decir que es complejo, puesto que se trabaja directamente con el sistema de secuencia cero. A pesar de usar ciertas ecuaciones que pueden ser calculadas fácilmente, entender cómo se interpreta los resultados de la ecuación 2.49 es complicado por las consideraciones que hay que tomar en cuenta.

En las caídas de voltaje del sistema, se juega con las ecuaciones hasta llegar a un circuito que es coherente, fácil de comprender y con el que se puede calcular la corriente usando una ecuación tan simple como un divisor de corriente.

Es importante resaltar que desde un comienzo este método que usa impedancias de secuencia cero separa a los conductores que son de fase y los usados como hilos de guarda, para así trabajarlos solo como dos conductores [5], [12], lo que hace factible el cálculo de las impedancias.

Al contrario de lo propuesto en el numeral 2.5.1.1 que calcula cada impedancia propia y mutua de cada uno de los conductores de fase y de cable de guarda, pero es sencillo encontrar la corriente del hilo de guarda, puesto que no involucra el sistema de secuencias, simplemente se obtiene con la matriz primitiva de impedancias y las corrientes que fluyen a través de los conductores.

3. APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS

Las dos metodologías antes descritas serán usadas para calcular cuatro casos de estudios de las referencias [2], [5], acorde a los objetivos planteados, que se ponen a consideración:

- Caso 1: una línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor normal.
- Caso 2: una línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores normales.
- Caso 3: una línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor de acero.
- Caso 4: una línea trifásica con un cable de guarda, considerando estos últimos como conductores de acero.

Se realizarán los cálculos respectivos de forma manual a estos ejercicios, de tal manera que se obtengan los resultados de corriente en el cable de guarda y del valor de la impedancia de secuencia cero. Los valores van a ser verificados con el software de simulación ATP (*Alternative Transients Program*).

| [13].

Para este estudio técnico en el programa se modela las líneas de los casos de estudio seleccionados para la comparación de resultados mediante simulación.

Se simulará una línea con presencia de una falla monofásica para mostrar la distribución de corrientes de secuencia cero, descrito anteriormente en el capítulo anterior. La línea de transmisión va a ser alimentada por una fuente de 64kV trifásica para los tres casos, puesto que la corriente en el conductor de hilo de guarda no depende del voltaje con el que está alimentado, sino de la configuración de los conductores y sus parámetros eléctricos.

La simulación va a presentar las ondas de corrientes de falla y del hilo de guarda, se tomarán los valores pico y se dividirán entre ellos para conocer la proporción de corriente que va a circular por el conductor de guarda.

En el software se puede utilizar diferentes modelos de líneas, tales como: *JMarti* para parámetros distribuidos y dependiente de la frecuencia, *Bergeron* para parámetros

distribuidos y constantes, y el *Modelo PI* para parámetros concentrados y constantes [14]. Este último es muy utilizado en simulaciones de estado estacionario de líneas cortas, a la frecuencia de la red.

En este caso se usará el modelo PI con el cual se puede observar los valores de impedancia serie de la línea y de secuencias, para la comparación con lo calculado.

La línea tiene como opción tomar en cuenta el efecto piel en los conductores, si se la selecciona, el programa calcula la reactancia inductiva que tiene cada conductor, simplemente usando los datos de radio interno y externo.

En ATP para el caso del conductor de acero, es importante resaltar que, para mostrar la variación de reactancia inductiva no se selecciona esta opción de efecto piel y así poder manipular este valor.

La reactancia propia se divide de tal manera que:

$$x = 0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG} \right) \Omega/km$$

$$x = 0.0754(\ln D_e) + 0.0754 \left(\ln \frac{1}{RMG} \right) \Omega/km$$

Ecuación 3.1. Reactancia propia

En la ecuación 3.1, el segundo término es calculado por el usuario con los datos de radio medio geométrico del conductor, y el primero es definido por D_e el valor de la profundidad equivalente del retorno por tierra que depende de las condiciones del suelo. Es por esta razón que el programa va a calcular este valor, mientras que en los cálculos realizados por las metodologías este valor es considerado aproximadamente 850.4 metros.

De igual manera hay que resaltar que al calcular las impedancias de la línea se usan aproximaciones en las ecuaciones de Carson, como se muestra en el numeral 2.3.3, las cuales hacen prácticos los cálculos de las metodologías, mientras que el simulador toma en cuenta más términos que pueden observarse en el numeral 2.3.2.

Finalmente, se planteará un análisis del conductor de acero usando las curvas de la referencia [3], con un proceso iterativo para así poder definir los valores de su impedancia considerando un margen de error para la resistencia y reactancia interna de este.

3.1 Caso 1: línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor normal

El circuito de la figura 3.1 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y uno como hilo de guarda.

Las fases y el hilo de guarda usan conductores ACSR 397 MCM (30x7).

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = RMG_n = 0.008473 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = r_n = 0.1609 \text{ } \Omega/km$$

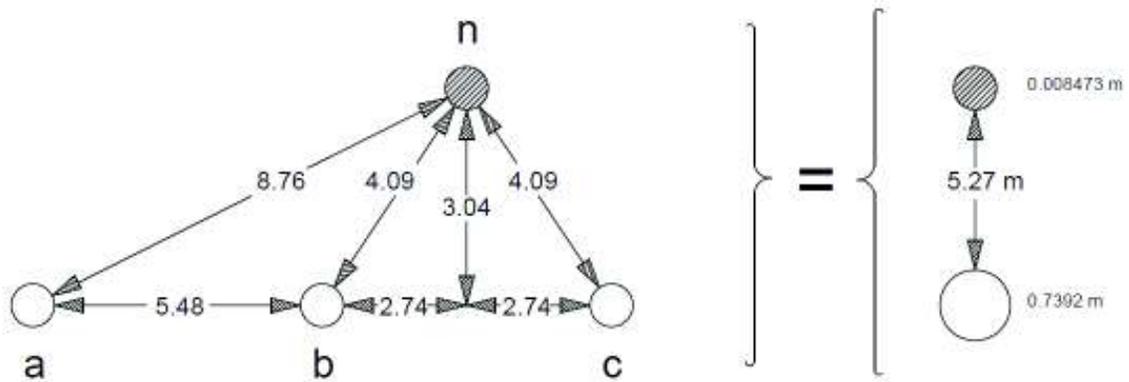


Figura 3.1. Configuración línea trifásica con un cable de guarda

3.1.1 Metodología 1

Para el primer método se usan las ecuaciones de Carson 2.20 y 2.21 con las que se calcula las impedancias propias y mutuas; y con esto construir la matriz.

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \text{ } \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2201 + j0.8685 \text{ } \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC} = Z_{NN}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.3803 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3281 \Omega/km$$

$$Z_{AN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = 0.0592 + j0.3449 \Omega/km$$

$$Z_{BN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{bn}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.4024 \Omega/km$$

Se construye la matriz de impedancias:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.2201 + j0.8685 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = [0.0592 + j0.3449 \quad 0.0592 + j0.4024 \quad 0.0592 + j0.4024]$$

$$[Z_{nn}] = [0.2201 + j0.8685]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.3894 - j0.0305 \quad -0.4515 - j0.0463 \quad -0.4515 - j0.0463] \cdot [I_{abc}]$$

Como se mencionó anteriormente en el numeral 2.5.1.1, para conocer las corrientes de las fases se considera que la corriente de retorno es el 100%, esta es la suma de las corrientes de las tres fases, por lo tanto, se dividirá entre los tres conductores, y serán aproximadamente valores de 33.33% para cada fase.

$$[I_n] = [0.3906 \quad 0.4539 \quad 0.4539] \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = 43.27 \%$$

Además, se calcula la matriz de secuencia de la línea, para lo cual primero se reduce la matriz de impedancia con el fin de que sea de dimensiones 3x3 usando la ecuación 2.36, para así calcular las impedancias de secuencia de la línea con la ecuación 2.29.

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2075 + j0.7324 & 0.0484 + j0.2218 & 0.0484 + j0.1696 \\ 0.0484 + j0.2218 & 0.2119 + j0.6840 & 0.0511 + j0.1958 \\ 0.0484 + j0.1696 & 0.05109 + j0.1958 & 0.2119 + j0.6840 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.3091 + j1.0917} & 0.0127 + j0.0161 & -0.0174 + j0.0161 \\ -0.0174 + j0.0161 & 0.1612 + j0.5044 & -0.0298 + j0.0162 \\ 0.0127 + j0.0161 & 0.0304 + j0.0162 & 0.1612 + j0.5094 \end{bmatrix}$$

3.1.2 Metodología 2

Para el segundo método, se calcula los RMG y DMG de los dos grupos de conductores indicados en la figura 3.1 usando las ecuaciones 2.12 y 2.13.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[n^2]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.7392 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3 \times 1]{D_{an} D_{bn} D_{cn}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = 5.27 \text{ m}$$

Con estos valores, es posible el cálculo de las impedancias propias del grupo de conductores de fase y del cable de guarda, además de la impedancia mutua entre ellos.

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1609 + j0.4443 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.4725 \angle 70.09^\circ \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 1)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.4827 + j1.4551 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 1.533 \angle 71.65^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.149 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.1626 \angle 81.21^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 43.1\%$$

Así también, se calcula la impedancia de secuencia cero para este método.

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = 0.3092 + j1.0917 \Omega/km$$

3.1.3 Simulación ATP

Para contrastar estos resultados se realiza una simulación de una falla monofásica de la línea.

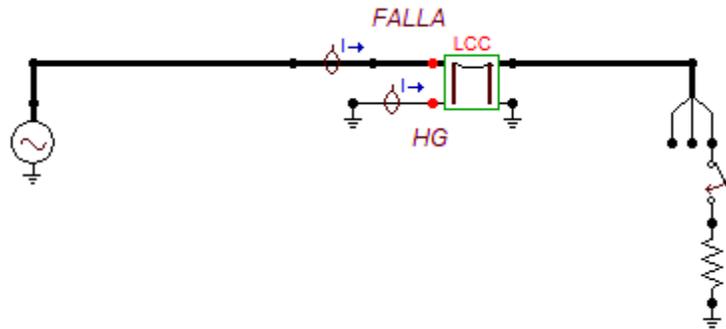


Figura 3.2. Simulación ATP, línea trifásica con un cable de guarda



Figura 3.3. Formas de onda de corriente de falla y corriente en el cable de guarda

Se toman los valores pico de la simulación, para así calcular la proporción de corriente que circulará por el hilo de guarda.

$$I_n = 100\% * \frac{I_{HG}}{I_{falla}}$$

$$I_n = 100\% * \frac{168.3}{423.5}$$

$$I_n = 39.74 \%$$

El simulador también calcula las matrices primitivas, reducidas y de secuencias. Así se tiene que:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2183 + j0.8704 & 0.0573 + j0.3822 & 0.0573 + j0.3300 & 0.0571 + j0.3471 \\ 0.0573 + j0.3822 & 0.2183 + j0.8704 & 0.0573 + j0.3822 & 0.0571 + j0.4044 \\ 0.0573 + j0.3300 & 0.0573 + j0.3822 & 0.2183 + j0.8704 & 0.0571 + j0.4044 \\ 0.0571 + j0.3471 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.4044 & 0.2179 + j0.8709 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2071 + j0.7330 & 0.0480 + j0.2224 & 0.0480 + j0.1702 \\ 0.0480 + j0.2224 & 0.2117 + j0.6847 & 0.0507 + j0.1965 \\ 0.0480 + j0.1702 & 0.0507 + j0.1965 & 0.2117 + j0.6847 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.3081 + j1.0938 & 0.0126 - j0.0160 & -0.0175 + j0.0161 \\ -0.0175 + j0.0161 & 0.1612 + j0.5043 & -0.0298 + j0.0162 \\ 0.0126 - j0.0160 & 0.0304 + j0.0162 & 0.1612 + j0.5043 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.1. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el primer caso

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	39.74 %	43.27 %	8.88 %	43.10 %	8.45 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.308+j1.0938	0.3091+j1.0917	0.15 %	0.3092+j1.0917	0.15 %

El cálculo de la corriente en el hilo de guarda presenta un mínimo error, es por este motivo que se garantiza el uso de estos métodos para un ejemplo tan simple como una línea trifásica con un hilo de guarda, usando el mismo conductor para las tres fases y el hilo de guarda. Además, se puede notar que las impedancias de secuencia cero calculadas también son parecidas entre ellas, y presentan una mínima variación que puede darse por motivos ajenos al procedimiento.

Tomando en cuenta las razones que se mencionó en la introducción del capítulo, el cálculo de la impedancia en la simulación es diferente, ya que en las metodologías se usan aproximaciones que facilitan el cálculo.

3.2 Caso 2: línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores normales

El circuito de la figura 3.4 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y dos como hilos de guarda.

Las fases y el hilo de guarda usan conductores ACSR 397 MCM (30x7).

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = RMG_{n1} = RMG_{n2} = 0.008473 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = r_{n1} = r_{n2} = 0.1609 \text{ } \Omega/\text{km}$$

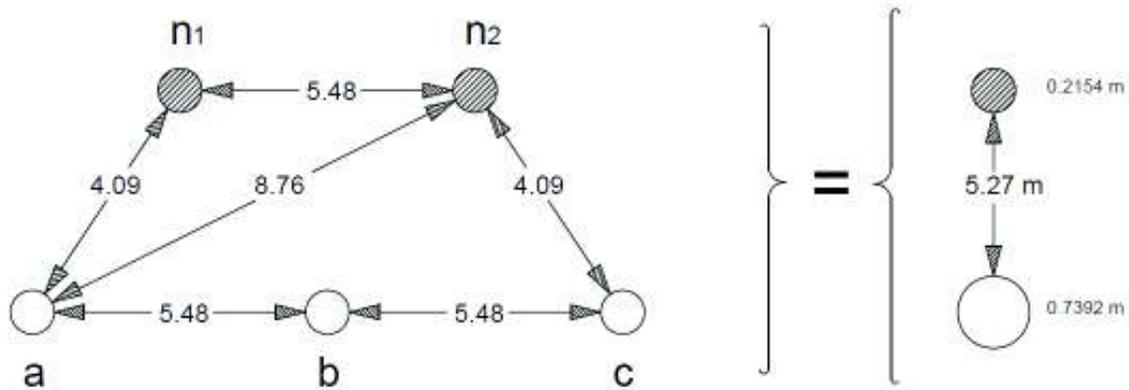


Figura 3.4. Configuración línea trifásica con dos cables de guarda

3.2.1 Metodología 1

Para el primer método se usan las ecuaciones de Carson 2.20 y 2.21 con las que se calcula las impedancias propias y mutuas; y con esto construir la matriz.

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \Omega/\text{km}$$

$$Z_{AA} = 0.2201 + j0.8684 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC} = Z_{N1N1} = Z_{N2N2}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/\text{km}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.3803 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3281 \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an1}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.4024 \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an2}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.3449 \Omega/km$$

Se construye la matriz de impedancias:

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3480 - j0.0361 & -0.3169 - j0.0235 & -0.2419 - j0.0011 \\ -0.2419 - j0.0011 & -0.3169 - j0.0235 & -0.3480 - j0.0361 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

Igual que en el numeral 3.1, para conocer las corrientes de las fases se considera que la corriente de retorno es el 100%, esta es la suma de las corrientes de las tres fases, por lo tanto, se dividirá entre los tres conductores, y serán aproximadamente valores de 33.33% para cada fase.

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3499 & 0.3178 & 0.2419 \\ 0.2419 & 0.3178 & 0.3499 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.31 \% \\ 30.31 \% \end{bmatrix}$$

El resultado para este caso se dividirá para los dos hilos de guarda, como su cálculo solo depende de las impedancias de la línea, dicha corriente se distribuye igualmente para los dos conductores, algo que en la realidad no sucede, pues es mayor en uno de ellos si la falla ocurre en una fase cercana. Por lo que se suman las dos corrientes para comparar con la simulación y este sea un valor total que va a retornar por los conductores.

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = 30.31 \% + 30.31 \%$$

$$I_n = \mathbf{60.62 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2001 + j0.6428 & 0.0392 + j0.1407 & 0.0371 + j0.1084 \\ 0.0392 + j0.1407 & 0.2014 + j0.6107 & 0.0392 + j0.1407 \\ 0.0371 + j0.1695 & 0.0392 + j0.1407 & 0.2001 + j0.6428 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.2776 + j0.8924} & -0.0004 - j0.0010 & -0.0006 + j0.0009 \\ -0.0006 + j0.0009 & 0.1620 + j0.5021 & -0.0274 + j0.0169 \\ -0.0004 - j0.0010 & 0.0283 + j0.0153 & 0.1620 + j0.5021 \end{bmatrix}$$

3.2.2 Metodología 2

Para el segundo método, se calcula los RMG y DMG de los dos grupos de conductores indicados en la figura 3.4 usando las ecuaciones 2.12 y 2.13.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.7392 \text{ m}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1} D_{n1n2})(RMG_{n2} D_{n1n2})}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = 0.2154 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[3 \times 2]{D_{an1} D_{bn1} D_{cn1} D_{an2} D_{bn2} D_{cn2}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = 5.27 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1609 + j0.4443 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.4725 \angle 70.09^\circ \Omega/km$$

Se toma en cuenta el equivalente de los dos conductores de guarda, es por eso que se usa la siguiente expresión:

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_n(gr.de 2)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.241 + j0.724 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.763 \angle 71.53^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.149 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.1626 \angle 81.2^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 60.4 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n} Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}} \Omega/km$$

$$Z_0 = 0.2778 + j0.8918 \Omega/km$$

3.2.3 Simulación ATP

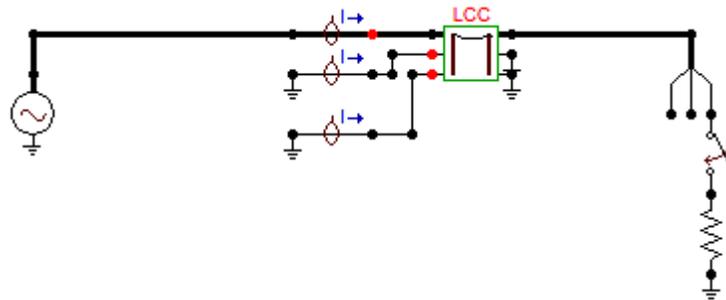


Figura 3.5. Simulación ATP, línea trifásica con dos cables de guarda

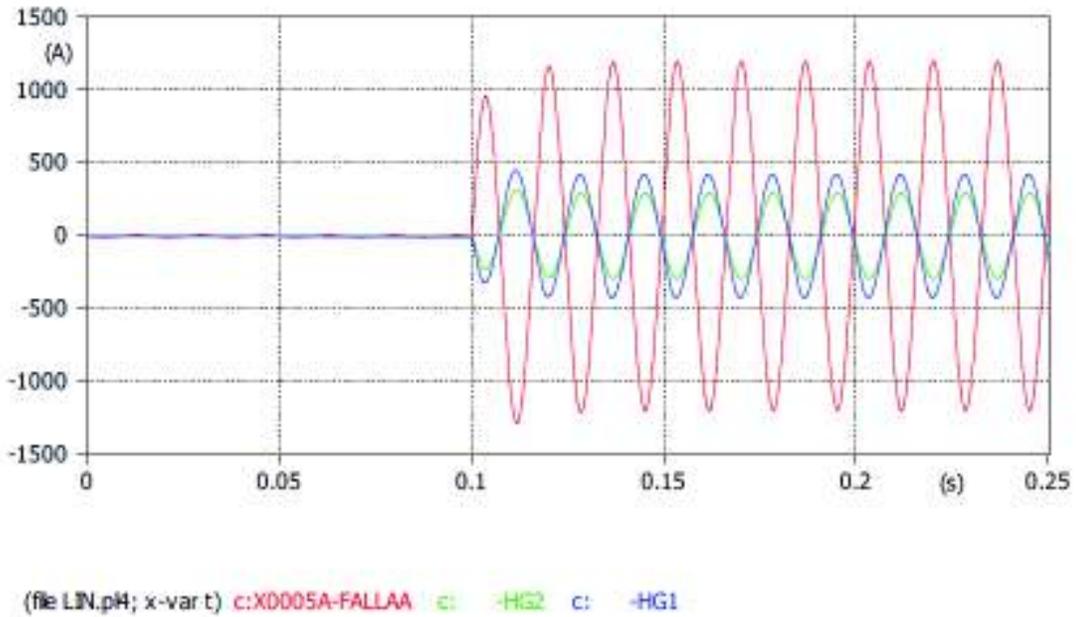


Figura 3.6. Formas de onda de corriente de falla y corriente en los dos cables de guarda

Se toman los valores pico de la simulación, para así calcular la proporción de corriente que circulará por el hilo de guarda.

$$I_{n1} = 100\% * \frac{I_{HG1}}{I_{falla}}$$

$$I_{n1} = 100\% * \frac{153.7}{433}$$

$$I_{n1} = 35.5 \%$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{I_{HG2}}{I_{falla}}$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{106.4}{433}$$

$$I_{n2} = 24.57 \%$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = \mathbf{60.07 \%$$

A continuación, se presentan la matriz primitiva, reducida y de secuencias calculadas por el programa:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2183 + j0.8704 & 0.0573 + j0.3822 & 0.0573 + j0.3300 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.3471 \\ 0.0573 + j0.3822 & 0.2183 + j0.8704 & 0.0573 + j0.3822 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.4044 \\ 0.0573 + j0.3300 & 0.0573 + j0.3822 & 0.2183 + j0.8704 & 0.0571 + j0.3471 & 0.0571 + j0.4044 \\ 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.3471 & 0.2179 + j0.8709 & 0.0569 + j0.3827 \\ 0.0571 + j0.3471 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0571 + j0.4044 & 0.0569 + j0.3827 & 0.2179 + j0.8709 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2000 + j0.6430 & 0.0390 + j0.1410 & 0.0369 + j0.1087 \\ 0.0390 + j0.1410 & 0.2014 + j0.6109 & 0.0390 + j0.1410 \\ 0.0369 + j0.1087 & 0.0390 + j0.1410 & 0.2000 + j0.6430 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.2773 + j0.8929 & -0.0005 - j0.0010 & -0.0006 + j0.0009 \\ -0.0006 + j0.0009 & 0.1620 + j0.5021 & -0.0274 + j0.0169 \\ -0.0005 - j0.0010 & 0.0283 + j0.0152 & 0.1620 + j0.5021 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.2. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el segundo caso

	SIMULACIÓN	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
	ATP	VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	60.07 %	60.62 %	0.92 %	60.40 %	0.55 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.277+j0.8929	0.2776+j0.8924	0.04 %	0.2778+j0.8918	0.09 %

De igual manera para este caso, la corriente no presenta mayor variación, y su error en comparación con la simulación no es mayor al 1% en ninguno de los dos métodos. La impedancia de secuencia cero de la línea de igual manera tiene un error menor al 1%. La corriente de falla en este caso se va a distribuir por tierra y por los dos cables de guarda que tiene la línea.

En la simulación, por efectos de proximidad a la falla, la corriente que va a pasar por el hilo de guarda más cercano a ella va a ser mayor que la otra.

Hay que resaltar que, para el primer método, no hay restricción para el número de cables de guarda para las ecuaciones que se usa, en cambio, en el segundo método se tiene que tomar en cuenta este dato para establecer las ecuaciones que se van a utilizar para el cálculo de la corriente y de la impedancia cero de circuito.

Es por esta razón que el primer método además de ser sencillo es flexible ante estos cambios.

3.3 Caso 3: línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor de acero

El circuito de la figura 3.7 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y un conductor de acero como hilo de guarda.

Las fases usan conductores de cobre tipo Hard Drawn 4/0 de 19-hebras y su cable de guarda es EBB de acero con diámetro de 0.375-pulgadas o 0.9525 centímetros.

Para el análisis se realizarán los cálculos para tres impedancias dentro del rango de corriente de las curvas de la figura 2.1, es decir, para corriente mínima, media y máxima (1, 30 y 60 amperios).

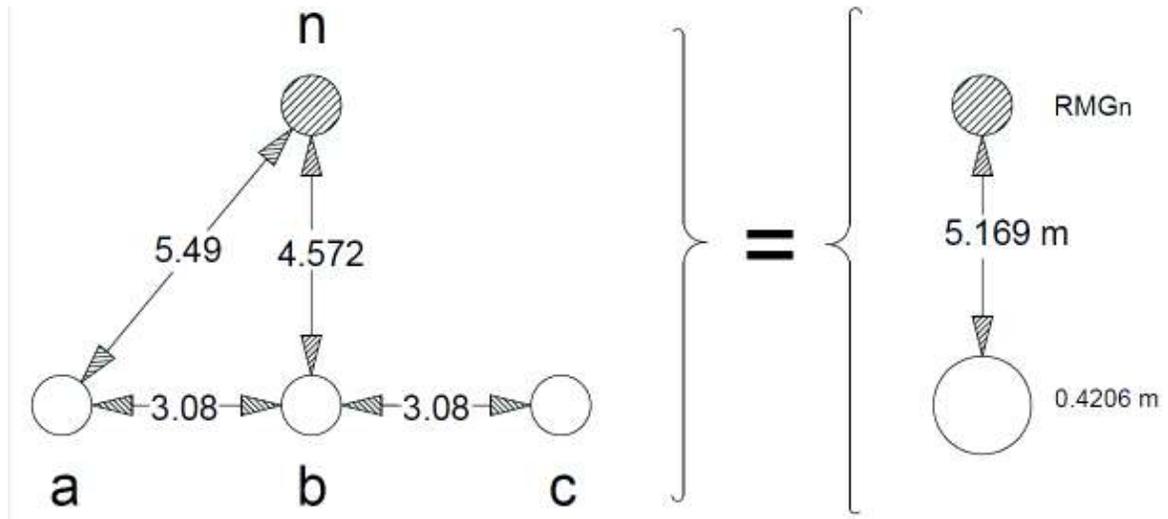


Figura 3.7. Configuración línea trifásica con un conductor de acero como cable de guarda

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = 0.005084 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = 0.1727 \text{ } \Omega/km$$

Tabla 3.3. Datos hilo de guarda conductor de acero para diferentes corrientes [3]

	CORRIENTE Amperios	RESISTENCIA Ω/km	RMG m	DIAMETRO cm
ACERO TIPO EBB DE 0.9525 CM	1	2.1752	0.0003048	0.9525
	30	4.8477	1.524×10^{-12}	0.9525
	60	3.7290	4.572×10^{-11}	0.9525

3.3.1 Metodología 1

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \text{ } \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2320 + j0.9070 \text{ } \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.4246 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3724 \Omega/km$$

$$Z_{AN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.3802 \Omega/km$$

$$Z_{BN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{bn}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = 0.0592 + j0.3940 \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 2.2344 + j1.1192 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802]$$

$$[Z_{nn}] = [2.2344 + j1.1192]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0893 - j0.1254 \quad -0.0918 - j0.1304 \quad -0.0893 - j0.1254] \cdot [I_{abc}]$$

De igual manera que el numeral 3.1, para conocer las corrientes de las fases se considera que la corriente de retorno es el 100%, esta es la suma de las corrientes de las tres fases, por lo tanto, se dividirá entre los tres conductores, y serán aproximadamente valores de 33.33% para cada fase.

$$[I_n] = [0.1540 \quad 0.1595 \quad 0.1539] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_{n1A} = 15.58 \%$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2743 + j0.8656 & 0.1033 + j0.3820 & 0.1016 + j0.3310 \\ 0.1033 + j0.3820 & 0.2779 + j0.8631 & 0.1033 + j0.3820 \\ 0.1016 + j0.3310 & 0.1033 + j0.3820 & 0.2743 + j0.8656 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4811 + j1.5948} & 0.0131 - j0.0096 & -0.0149 - j0.0065 \\ -0.0149 - j0.0065 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0131 - j0.0096 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 4.9069 + j2.5606 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = [4.9069 + j2.5606]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0413 - j0.0560 \quad -0.0424 - j0.0582 \quad -0.0413 - j0.0560] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.0696 \quad 0.0720 \quad 0.0696] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_{n30A} = 7.04 \%$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2508 + j0.8880 & 0.0788 + j0.4050 & 0.0780 + j0.3533 \\ 0.0788 + j0.4050 & 0.2523 + j0.8868 & 0.0788 + j0.4050 \\ 0.0780 + j0.3533 & 0.0788 + j0.4050 & 0.2508 + j0.8880 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4085 + j1.6633} & 0.0141 - j0.0090 & -0.0149 - j0.0077 \\ -0.0149 - j0.0077 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0141 - j0.0090 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 3.7882 + j2.3042 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = [3.7882 + j2.3042]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0560 - j0.0663 \quad -0.0576 - j0.0690 \quad -0.0560 - j0.0663] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.0868 \quad 0.0899 \quad 0.0878] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_{n60A} = \mathbf{8.82\%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2538 + j0.8817 & 0.0820 + j0.3986 & 0.0811 + j0.3471 \\ 0.0820 + j0.3986 & 0.2557 + j0.8802 & 0.0820 + j0.3986 \\ 0.0811 + j0.3471 & 0.0820 + j0.3986 & 0.2538 + j0.8817 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4180 + j1.6443} & 0.0139 - j0.0091 & -0.0148 - j0.0075 \\ -0.0148 - j0.0075 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0139 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

3.3.2 Metodología 2

Para el segundo método se realiza de la misma manera que se hizo en el numeral 3.1.2.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.4206 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3]{D_{an} D_{bn} D_{cn}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = 5.169 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.5669 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.592 \angle 73.05^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.1545 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.168 \angle 81.25^\circ \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 1)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 6.525 + j2.203 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 6.88 \angle 18.655^\circ \Omega/milla$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n1A} = 14.5 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{01A} = 0.4811 + j1.5948 \Omega/km$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_n(gr.de 1)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 14.54 + j6.527 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 15.941 \angle 24.173^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n30A} = 6.82 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{030A} = 0.4085 + j1.6633 \Omega/km$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_n(gr.de 1)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 11.18 + j5.758 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 12.58 \angle 27.235^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n60A} = 8.49 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{060A} = 0.4180 + j1.6443 \Omega/km$$

3.3.3 Simulación ATP

Para comprobar estos valores, se realiza una simulación para cada impedancia.

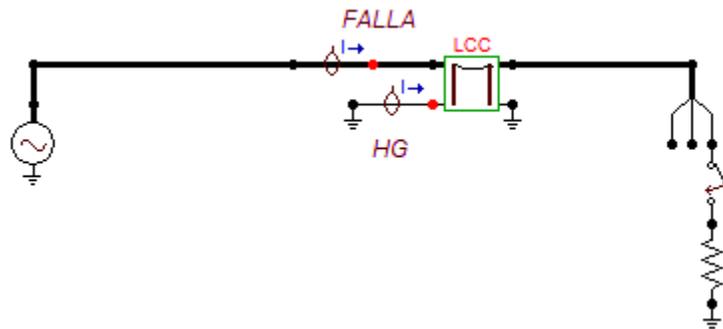
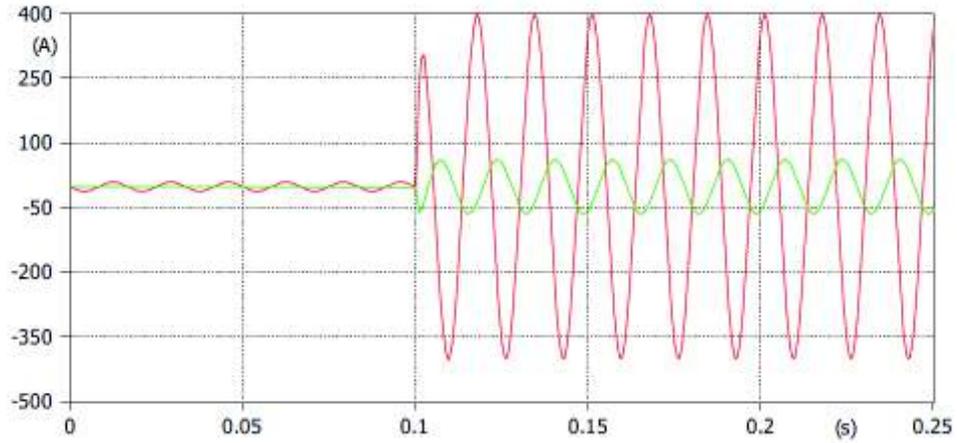


Figura 3.8. Simulación ATP, línea trifásica con un conductor de acero como hilo de guarda

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:



(file LIN.pH; x-var t) c:X0005A-FALLAA c: -HG1A

Figura 3.9. Formas de onda de corriente de falla y corriente en el conductor de acero como hilo de guarda (1 A)

$$I_n = 100\% * \frac{I_{HG}}{I_{falla}}$$

$$I_n = 100\% * \frac{62.6}{398.8}$$

$$I_{n1A} = 15.7 \%$$

A continuación, se presentan las matrices de impedancia primitiva, reducida y de secuencias calculadas por el programa:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3963 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0570 + j0.3825 & 0.0570 + j0.3963 & 0.0570 + j0.3825 & 2.2320 + j1.1219 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2488 + j0.8676 & 0.1024 + j0.3840 & 0.1006 + j0.3330 \\ 0.1024 + j0.3840 & 0.2846 + j0.8651 & 0.1024 + j0.3840 \\ 0.1006 + j0.3330 & 0.1024 + j0.3840 & 0.2488 + j0.8676 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.4789 + j1.6009 & 0.0131 - j0.0096 & -0.0148 - j0.0065 \\ -0.0148 - j0.0065 & 0.1727 + j0.4995 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0131 - j0.0096 & 0.0301 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4995 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

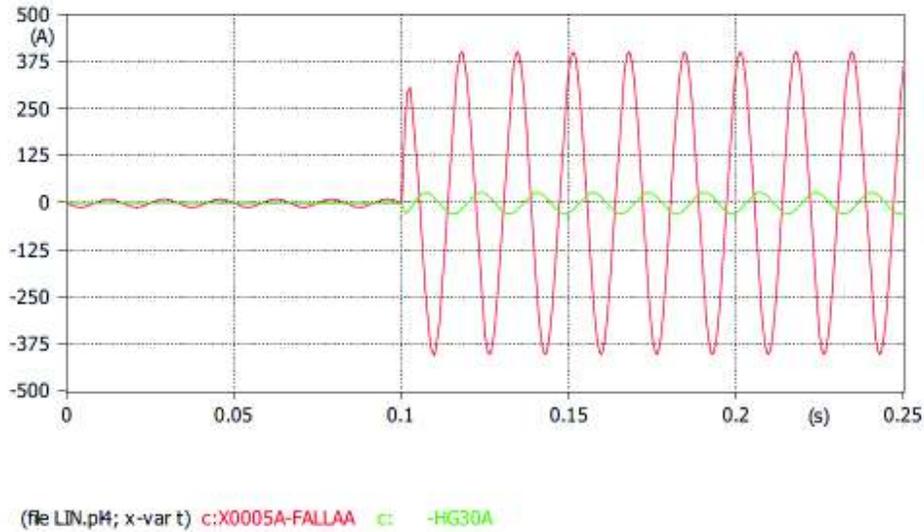


Figura 3.10. Formas de onda de corriente de falla y corriente en el conductor de acero como hilo de guarda (30 A)

$$I_n = 100\% * \frac{I_{HG}}{I_{falla}}$$

$$I_n = 100\% * \frac{28.7}{401}$$

$$I_{n30A} = 7.15 \%$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3963 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0570 + j0.3825 & 0.0570 + j0.3963 & 0.0570 + j0.3825 & 4.9044 + j2.5633 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.0249 + j0.8899 & 0.0774 + j0.4070 & 0.0765 + j0.3548 \\ 0.0774 + j0.4070 & 0.2510 + j0.8888 & 0.0773 + j0.4070 \\ 0.0765 + j0.3548 & 0.0773 + j0.4070 & 0.0249 + j0.8899 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.4042 + j1.6693 & 0.0141 - j0.0090 & -0.0149 - j0.0077 \\ -0.0149 - j0.0077 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0141 - j0.0090 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

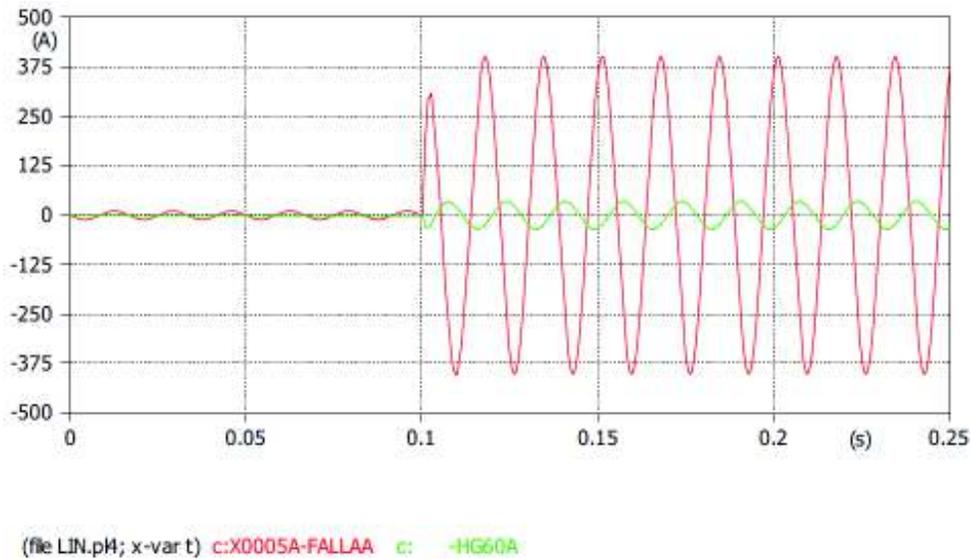


Figura 3.11. Formas de onda de corriente de falla y corriente en el conductor de acero como hilo de guarda (60 A)

$$I_n = 100\% * \frac{I_{HG}}{I_{falla}}$$

$$I_n = 100\% * \frac{35.7}{401}$$

$$I_{n60A} = 8.9 \%$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3963 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3825 \\ 0.0570 + j0.3825 & 0.0570 + j0.3963 & 0.0570 + j0.3825 & 3.7857 + j1.9932 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2525 + j0.8837 & 0.0807 + j0.4006 & 0.0798 + j0.3491 \\ 0.0807 + j0.4006 & 0.2545 + j0.8821 & 0.0807 + j0.4006 \\ 0.0798 + j0.3491 & 0.0807 + j0.4006 & 0.2525 + j0.8837 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4141 + j1.6502} & 0.0139 - j0.0091 & -0.0149 - j0.0074 \\ -0.0148 - j0.0074 & 0.1354 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0139 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1354 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.4. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el tercer caso, usando la impedancia para 1 Amperio

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	15.70 %	15.58 %	0.76 %	14.50 %	7.64 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.478+j1.6009	0.4811+j1.5948	0.31 %	0.4811+j1.5948	0.31 %

Tabla 3.5. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el tercer caso, usando la impedancia para 30 Amperios

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	7.15 %	7.09 %	0.84 %	6.83 %	4.48 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.404+j1.6693	0.4085+j1.6633	0.28 %	0.4085+j1.6633	0.28 %

Tabla 3.6. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el tercer caso, usando la impedancia para 60 Amperios

	SIMULACIÓN	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
	ATP	VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	8.9 %	8.82 %	0.9 %	8.5 %	4.5 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.414+j1.6502	0.4180+j1.6443	0.28 %	0.4180+j1.6443	0.28 %

En el caso de conductores de acero, los cálculos de las metodologías y con la ayuda del simulador, se puede observar qué tan efectivo es cada uno de los métodos, con el error calculado para cada una de las tres impedancias seleccionadas del conductor.

Se obtiene que en los valores de corriente de hilo de guarda presenta un margen mayor de error con el método que usa impedancias de secuencia cero, valor que no supera el 10%, haciendo efectivo el método. Pero se recomendaría usar el de impedancias de serie, por el hecho de ser más preciso.

Al no conocer el valor exacto de la impedancia por su variación, se tomaron estos tres casos para una vez calculada la corriente que va a pasar por el conductor, se resuelva encontrar la impedancia correcta.

3.4 Caso 4: línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores de acero

El circuito de la figura 3.12 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y dos conductores de acero como hilos de guarda.

Las fases usan conductores de cobre tipo Hard Drawn 4/0 de 19-hebras y sus cables de guarda son EBB de acero con diámetro de 0.375-pulgadas o 0.9525 centímetros.

Para el análisis se realizarán los cálculos para tres impedancias dentro del rango de corriente de las curvas de la figura 2.1, es decir, para corriente mínima, media y máxima (1, 30 y 60 amperios).

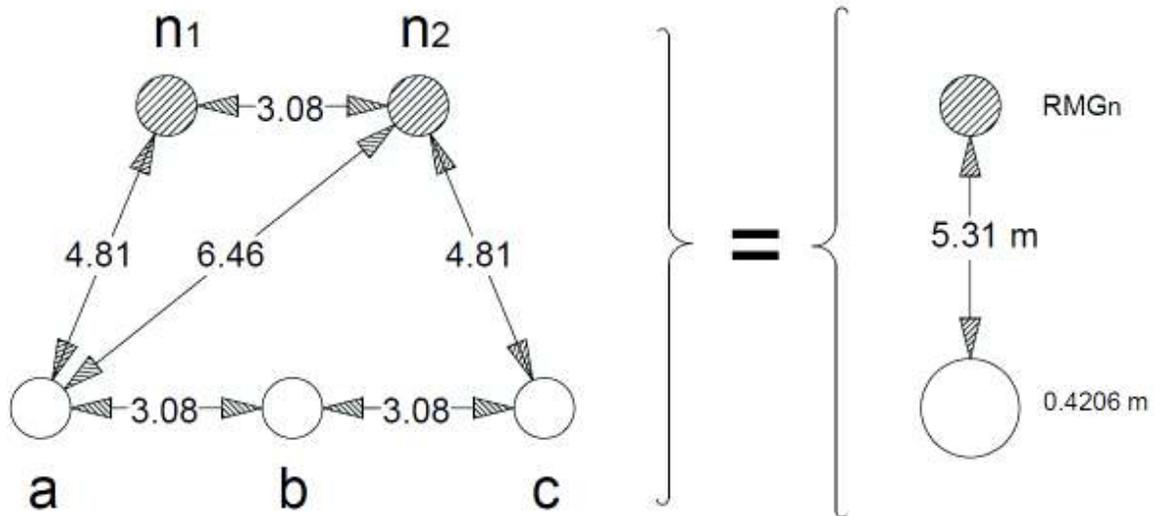


Figura 3.12. Configuración línea trifásica con dos conductores de acero como cables de guarda

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = 0.005084 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = 0.1727 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Tabla 3.7. Datos hilos de guarda conductores de acero para diferentes corrientes [3]

	CORRIENTE Amperios	RESISTENCIA Ω/km	RMG m	DIAMETRO cm
ACERO TIPO EBB DE 0.9525 CM	1	2.1752	0.0003048	0.9525
	30	4.8477	1.524×10^{-12}	0.9525
	60	3.7290	4.572×10^{-11}	0.9525

3.4.1 Metodología 1

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2320 + j0.9070 \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.4246 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3724 \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an1}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.3901 \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an2}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.3679 \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 2.2344 + j1.1192 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0958 - j0.1064 & -0.0966 - j0.1051 & -0.0929 - j0.0972 \\ -0.0929 - j0.0972 & -0.0966 - j0.1051 & -0.0958 - j0.1064 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

De igual manera que el numeral 3.1, para conocer las corrientes de las fases se considera que la corriente de retorno es el 100%, esta es la suma de las corrientes de las tres fases, por lo tanto, se dividirá entre los tres conductores, y serán aproximadamente valores de 33.33% para cada fase.

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1432 & 0.1427 & 0.1344 \\ 0.1344 & 0.1427 & 0.1432 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.01 \% \\ 14.01 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n1A} = 28.02 \%$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 & 0.1251 + j0.2888 \\ 0.2980 + j0.8234 & 0.3025 + j0.8192 & 0.2980 + j0.8234 \\ 0.1251 + j0.2888 & 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.5529 + j1.4666} & 0.0121 - j0.0096 & -0.0144 - j0.0057 \\ -0.0144 - j0.0057 & 0.1729 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0121 - j0.0096 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1729 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 4.9069 + j2.5606 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0433 - j0.0527 & -0.0434 - j0.0524 & -0.0416 - j0.0489 \\ -0.0416 - j0.0489 & -0.0434 - j0.0524 & -0.0433 - j0.0527 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0682 & 0.0681 & 0.0642 \\ 0.0642 & 0.0681 & 0.0682 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.68 \% \\ 6.68 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n30A} = 13.36 \%$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2655 + j0.8650 & 0.0937 + j0.3855 & 0.0926 + j0.3341 \\ 0.0937 + j0.3855 & 0.2677 + j0.8669 & 0.0937 + j0.3855 \\ 0.0926 + j0.3341 & 0.0937 + j0.3855 & 0.2655 + j0.8650 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4532 + j1.6050} & 0.0136 - j0.0091 & -0.0148 - j0.0072 \\ -0.0148 - j0.0072 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0136 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{R M G_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 3.7882 + j2.3042 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0579 - j0.0606 & -0.0581 - j0.0602 & -0.0555 - j0.0559 \\ -0.0555 - j0.0559 & -0.0581 - j0.0602 & -0.0579 - j0.0606 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0839 & 0.0837 & 0.0788 \\ 0.0788 & 0.0837 & 0.0839 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.21 \% \\ 8.21 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n60A} = \mathbf{16.42 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2695 + j0.8571 & 0.0980 + j0.3734 & 0.0966 + j0.3224 \\ 0.0980 + j0.3734 & 0.2720 + j0.8545 & 0.0980 + j0.3734 \\ 0.0966 + j0.3224 & 0.0980 + j0.3734 & 0.2695 + j0.8571 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4654 + j1.5692} & 0.0133 - j0.0091 & -0.0146 - j0.0069 \\ -0.0146 - j0.0069 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0133 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

3.4.2 Metodología 2

Para el segundo método se realiza de la misma manera que se hizo en el numeral 3.2.2.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.4206 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[3 \times 2]{D_{an1} D_{bn1} D_{cn1} D_{an2} D_{bn2} D_{cn2}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = 5.31 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.5669 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.592 \angle 73.05^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.1481 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.161 \angle 81.2^\circ \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1} D_{n1n2})(RMG_{n2} D_{n1n2})}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = 0.0304 \text{ m}$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3.2629 + j1.1676 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3.46 \angle 19.7^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n1A} = 25.1 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{01A} = 0.5529 + j1.4671 \Omega/km$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1}D_{n1n2})(RMG_{n2}D_{n1n2})}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = 2.1 \times 10^{-6} m$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 7.2716 + j3.3318 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 7.99 \angle 24.62^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n30A} = 12.68 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{030A} = 0.4532 + j1.6055 \Omega/km$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1}D_{n1n2})(RMG_{n2}D_{n1n2})}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = 1.2 \times 10^{-5} m$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 5.5935 + j2.9434 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 6.32 \angle 27.76^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n60A} = 15.52 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_{060A} = 0.4655 + j1.5697 \Omega/km$$

3.4.3 Simulación ATP

Para comprobar estos valores, se realiza una simulación para cada impedancia.

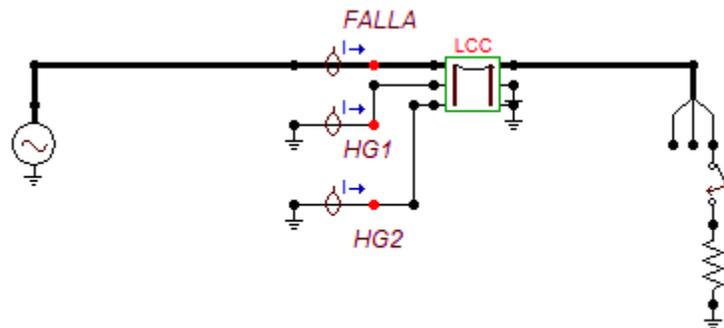
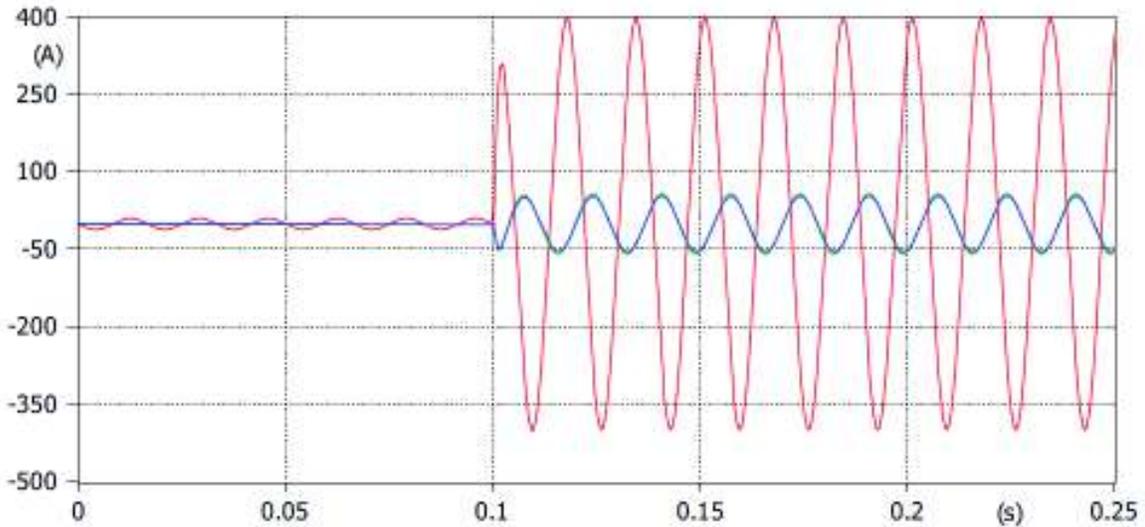


Figura 3.13. Simulación ATP, línea trifásica con dos conductores de acero como hilo de guarda

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:



(file LIN.pH; x-var t) c:X0003A-FALLAA c: -HG1 c: -HG2

Figura 3.14. Formas de onda de corriente de falla y corrientes en los conductores de acero como hilos de guarda (1 A)

$$I_{n1} = 100\% * \frac{I_{HG1}}{I_{falla}}$$

$$I_{n1} = 100\% * \frac{58.28}{397.7}$$

$$I_{n1} = 14.6 \%$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{I_{HG2}}{I_{falla}}$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{54.42}{397.7}$$

$$I_{n2} = 13.7 \%$$

$$I_{n1A} = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n1A} = 28.3 \%$$

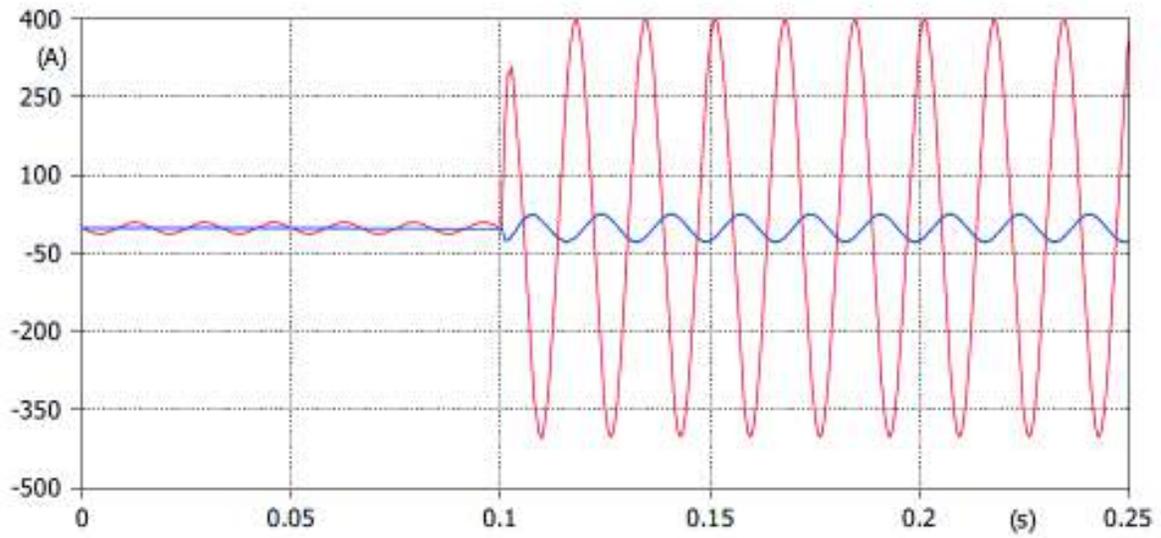
A continuación, se presentan las matrices de impedancia primitiva, reducida y de secuencias calculadas por el programa:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 & 2.2320 + j1.1218 & 0.0567 + j0.4273 \\ 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0567 + j0.4273 & 2.2320 + j1.1218 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2978 + j0.8251 & 0.1272 + j0.3407 & 0.1247 + j0.2906 \\ 0.1272 + j0.3407 & 0.3023 + j0.8209 & 0.1272 + j0.3407 \\ 0.1247 + j0.2906 & 0.1272 + j0.3407 & 0.2978 + j0.8251 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.5521 + j1.4719 & 0.0121 - j0.0096 & -0.0144 - j0.0056 \\ -0.0144 - j0.0056 & 0.1729 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0121 - j0.0096 & 0.0302 + j0.0173 & 0.2782 + j0.8041 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:



(file LIN.pH; x-var t) c:X0003A-FALLAA c: -HG1 c: -HG2

Figura 3.15. Formas de onda de corriente de falla y corrientes en los conductores de acero como hilos de guarda (30 A)

$$I_{n1} = 100\% * \frac{I_{HG1}}{I_{falla}}$$

$$I_{n1} = 100\% * \frac{28.08}{399.6}$$

$$I_{n1} = 7 \%$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{I_{HG2}}{I_{falla}}$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{26.08}{399.6}$$

$$I_{n2} = 6.5 \%$$

$$I_{n30A} = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n30A} = 13.5 \%$$

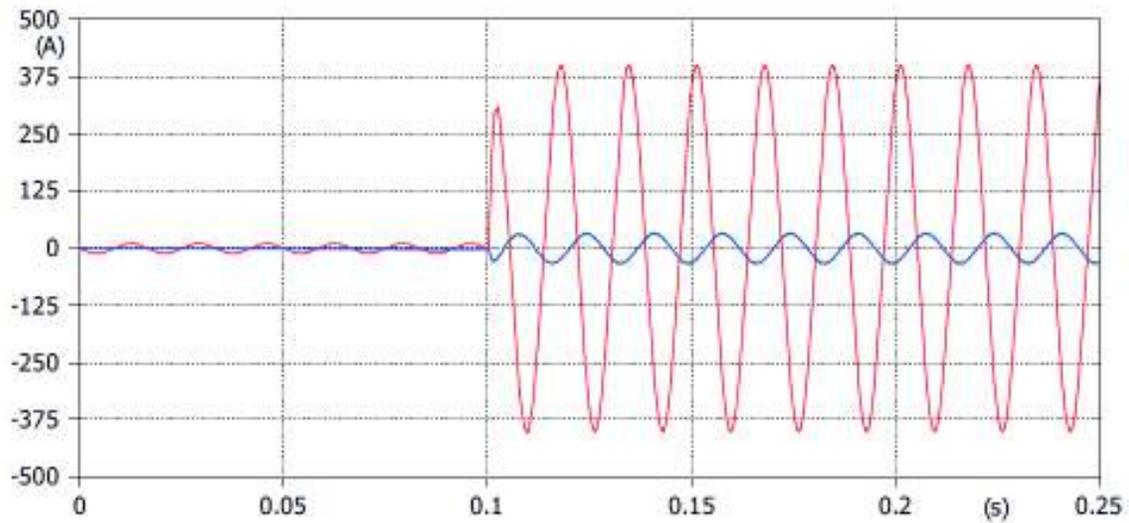
Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 & 4.9044 + j2.5633 & 0.0567 + j0.4273 \\ 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0567 + j0.4273 & 4.9044 + j2.5633 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2645 + j0.8707 & 0.0927 + j0.3875 & 0.0916 + j0.3361 \\ 0.0927 + j0.3875 & 0.2667 + j0.8688 & 0.0927 + j0.3875 \\ 0.0916 + j0.3361 & 0.0927 + j0.3875 & 0.2645 + j0.8707 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4500 + j1.6108} & 0.0136 - j0.0092 & -0.0148 - j0.0072 \\ -0.0148 - j0.0072 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0136 - j0.0092 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:



(file LIN.p4; x-var t) c: X0003A-FALLAA c: -HG1 c: -HG2

Figura 3.16. Formas de onda de corriente de falla y corrientes en los conductores de acero como hilos de guarda (60 A)

$$I_{n1} = 100\% * \frac{I_{HG1}}{I_{falla}}$$

$$I_{n1} = 100\% * \frac{34.35}{400.7}$$

$$I_{n1} = 8.5 \%$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{I_{HG2}}{I_{falla}}$$

$$I_{n2} = 100\% * \frac{31.93}{400.7}$$

$$I_{n2} = 7.9 \%$$

$$I_{n1A} = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_{n60A} = \mathbf{16.4 \%$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0573 + j0.3743 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 \\ 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0573 + j0.4266 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0573 + j0.3743 & 0.0573 + j0.4266 & 0.2301 + j0.9090 & 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 \\ 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3702 & 3.7857 + j2.3069 & 0.0567 + j0.4273 \\ 0.0570 + j0.3702 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0570 + j0.3924 & 0.0567 + j0.4273 & 3.7857 + j2.3069 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2688 + j0.8589 & 0.0971 + j0.3753 & 0.0957 + j0.3243 \\ 0.0971 + j0.3753 & 0.2712 + j0.8564 & 0.0971 + j0.3753 \\ 0.0957 + j0.3243 & 0.0971 + j0.3753 & 0.2688 + j0.8589 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4628 + j1.5748} & 0.0133 - j0.0091 & -0.0146 - j0.0069 \\ -0.0146 - j0.0069 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0133 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.8. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el cuarto caso, usando la impedancia para 1 Amperio

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	28.3 %	28.02 %	0.99 %	25.1 %	11.31 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.552+j1.4719	0.5529+j1.4666	0.29 %	0.5529+j1.4671	0.26 %

Tabla 3.9. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el cuarto caso, usando la impedancia para 30 Amperios

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	13.5 %	13.36 %	1.04 %	12.68 %	6.07 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.450+j1.6108	0.4532+j1.6050	0.28 %	0.4532+j1.6055	0.25 %

Tabla 3.10. Cálculo de error entre las metodologías y la simulación para el cuarto caso, usando la impedancia para 60 Amperios

	SIMULACIÓN ATP	METODOLOGÍA 1		METODOLOGÍA 2	
		VALOR	ERROR	VALOR	ERROR
CORRIENTE HILO DE GUARDA	16.4 %	16.42 %	0.12 %	15.52 %	5.37 %
IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO	0.462+j1.5748	0.4654+j1.5692	0.28 %	0.4655+j1.5697	0.25 %

En este último caso calculado, se puede analizar que los dos métodos llegan a una respuesta con mínimo error comparándola con lo simulado en el software ATP.

De igual manera que en el caso 3, se puede observar que donde se tiene un mayor margen de error es en el método dos que usa impedancias de secuencia cero, siendo 11.31% el error más grande.

Hay que resaltar que los cálculos son similares para los conductores de acero, una vez seleccionada la impedancia a usar, en cualquiera de las dos configuraciones, ya sea que se use uno o dos hilos de guarda.

3.5 Análisis del conductor de acero

En este numeral se muestra el análisis del conductor de acero como hilo de guarda en una línea de transmisión. Para esto se hace uso del simulador ATP en donde se puede observar las formas de onda de corriente de falla y del hilo de guarda.

Los datos que son trazados en la figura 2.1 son extraídos de la publicación [4], donde se muestra las pruebas que son realizados a los distintos tipos de conductores de acero a dos diferentes frecuencias. El documento presenta la variación de resistencias y reactancia por la intensidad de corriente a la que es expuesta el conductor. Después los autores Wagner y Evans [3] actualizan estas curvas para mejorar su interpretación usando la fórmula 2.1,

en donde la reactancia depende del RMG y los datos trazados son de este último más no directamente de la reactancia, es por esta razón que es calculada para su simulación.

Las curvas no tienen ecuaciones que puedan describir su forma, solo son compilaciones de datos tomados de varias pruebas rigurosas a las que se han hecho a diferentes conductores de acero y se puede observar que su resistencia es similar a una figura cóncava y por el uso de la ecuación 2.1 el RMG es convexa, esta última trabaja en escala logarítmica por ser valores pequeños. Estas propiedades varían de esta forma por las pérdidas de histéresis que presenta el material magnético.

Estas características eléctricas de los conductores de acero para diferentes diámetros dependen de un rango de corrientes indicado que va de 0 a 60 amperios, pero hay que resaltar que, al ser una simulación, en este conductor puede circular más corriente de la que se indica en la figura 2.1. Es por esta razón que para este análisis se toman en cuenta los datos de resistencia y radio medio geométrico tomados de las curvas de la figura antes mencionada, que están descritos en la tabla 4.1, donde además se muestra las magnitudes pico de la corriente de falla y la que circulará a través del hilo de guarda con estos datos además se calcula la proporción de corriente que va a retornar por el conductor de acero.

Cabe destacar que se simuló el caso tres, ya que es un circuito simple que usa solamente un hilo de guarda. Además, se modificó el circuito de tal manera que la corriente que circule por el hilo de guarda esté dentro del rango de 1 a 60 amperios para realizar el proceso iterativo que el libro menciona como solución al problema para establecer una impedancia precisa en el conductor de acero.

La corriente de falla será constante, ya que el conductor de fase no presenta cambios y es la misma falla monofásica para todos los casos, en cambio las características del conductor de acero van a variar por lo tanto la magnitud de corriente también lo hará.

Tabla 3.11. Datos de conductor de acero tipo EBB-0.9525 centímetros con corrientes simuladas para cada impedancia

CORRIENTE	RESISTENCIA	RMG	REACTANCIA PROPIA	CORRIENTES ATP		CORRIENTE HILO DE GUARDA
				HILO DE GUARDA	FALLA	
A	Ω/km	m	Ω/km	A	A	%
1	2.1753	3E-04	0.5209	62.68	398.80	15.72%
10	3.1075	3E-07	1.0419	44.20	400.93	11.02%
20	4.3505	3E-11	1.7365	31.61	401.10	7.88%
30	4.8477	1.5E-12	1.9624	28.70	401.10	7.16%
40	4.6613	1.5E-12	1.9624	29.57	401.08	7.37%
50	4.2262	2.7E-12	1.9181	31.76	401.20	7.92%
60	3.7290	4.6E-11	1.7059	31.93	401.20	7.96%

Según la tabla 3.11 se grafican curvas que se muestran en las figuras 3.17 y 3.18. En ellas se muestra los valores de RMG y resistencia respectivamente que son tabulados de la referencia bibliográfica, en función de la intensidad de corriente teórica y simulada.

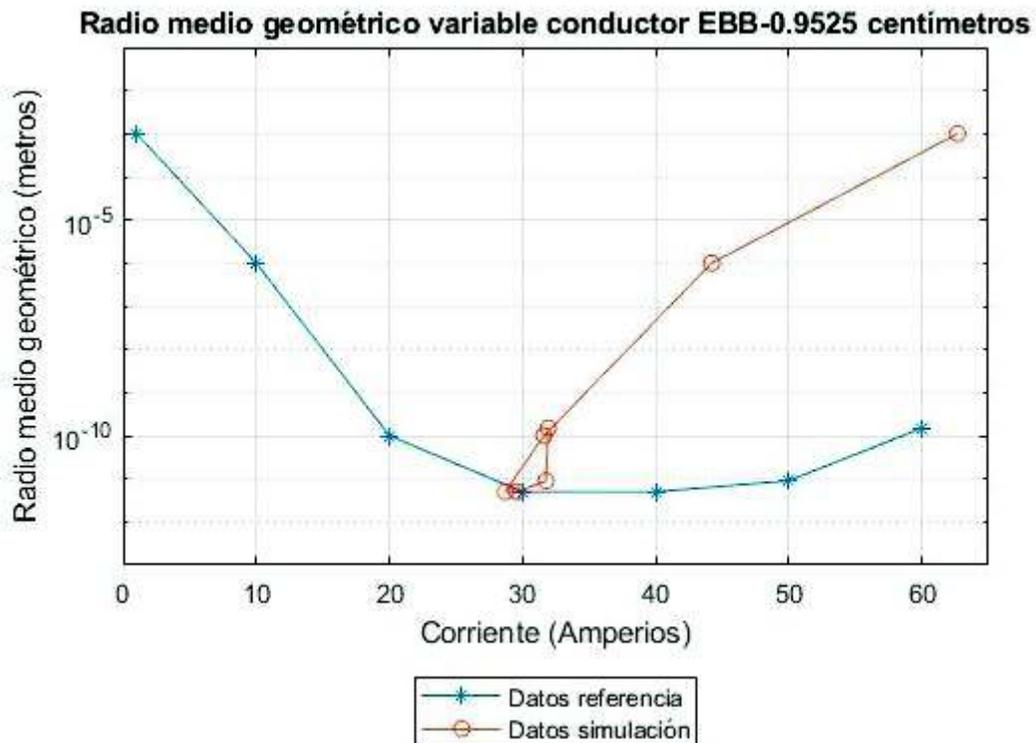


Figura 3.17. Datos RMG vs corriente de la referencia [3] y RMG vs corriente simulada

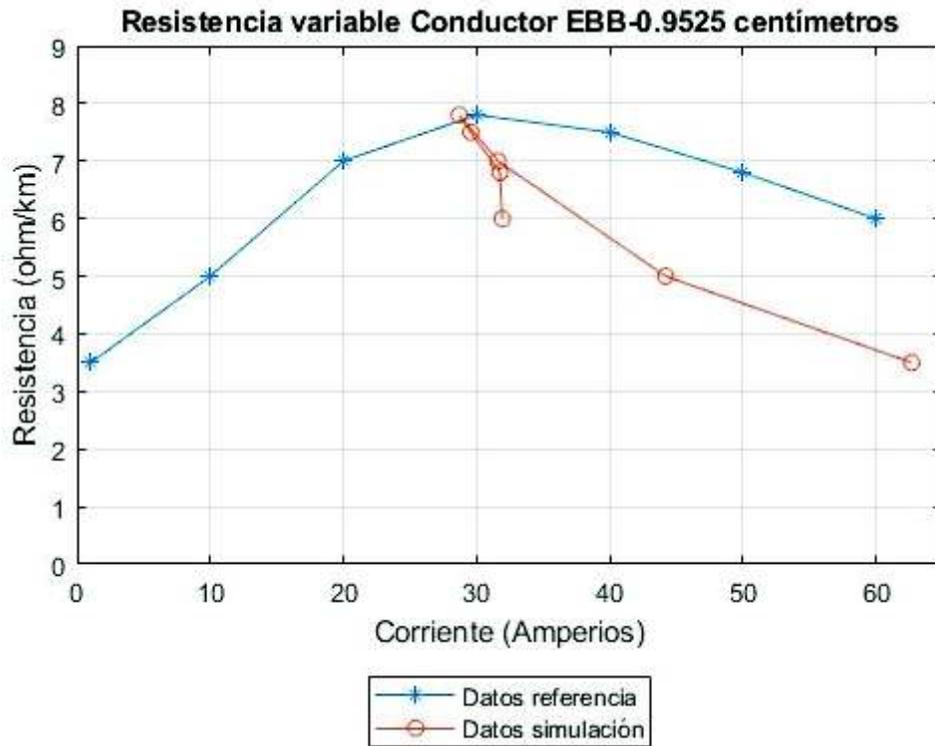


Figura 3.18. Datos resistencia vs corriente de la referencia [3] y resistencia vs corriente simulada

Como se puede observar en las figuras 3.17 y 3.18 los valores de corrientes en cada valor de resistencia y de radio medio geométrico son totalmente distintos. Y que en la parte donde se concentran los datos es alrededor de los 30 amperios.

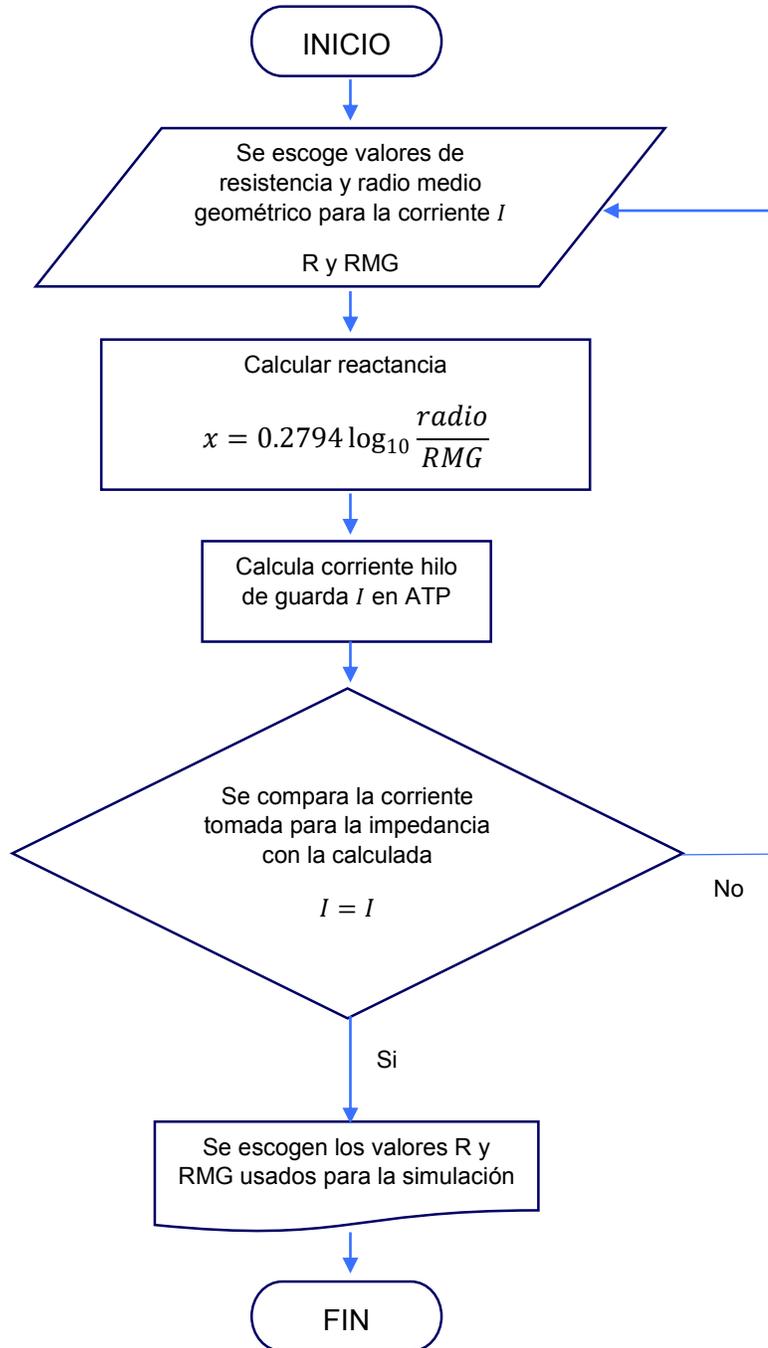


Figura 3.19. Diagrama de flujo para buscar la impedancia adecuada del conductor

Tomando en cuenta lo dicho anteriormente por la referencia [2] para encontrar los valores de resistencia y de reactancia del conductor de acero, se realiza de una manera iterativa como se muestra en la figura 3.19, donde se toma una impedancia de las curvas, como

ejemplo se iniciarán con los valores que se obtienen para 1 amperio, y como resultado de la corriente de falla se tiene que es 62.68 amperios, que sobrepasa el rango, pero su valor cercano es de 60 amperios por lo que se toman estos valores de impedancia y se simula nuevamente con estos datos, dando como resultado la corriente de 31.93 amperios. Y otra vez se toman los valores de resistencia y reactancia para esta última corriente que por la forma de curva serán similares a los de 30 amperios, y la corriente resultante en la simulación será de 28.7 amperios.

Por lo tanto, para este caso, se tendrá una resistencia de 4.84 ohmios por kilómetro y un radio medio geométrico de $1.5e-12$ metros, que es una reactancia 1.9624 ohmios por kilómetro.

Este proceso iterativo solo funciona para este rango de corriente, ya que no se tienen más datos para corrientes de mayor magnitud.

Se observa que la proporción de corriente del hilo de guarda no presenta mayor variación entre las impedancias dadas desde los 20 hasta los 60 amperios, así que se podría concluir que para este conductor se puede escoger una impedancia dentro del último rango mencionado, ya que tiene valores de resistencia y reactancia propia con menor porcentaje de error respecto a la impedancia que se ha escogido mediante el método iterativo. El error para cada impedancia es calculado en la tabla 3.12.

Tabla 3.12 Cálculo de error de impedancia para conductor de acero tipo EBB- 0.9525 centímetros respecto a los valores de resistencia y reactancia escogidos

	RESISTENCIA	REACTANCIA
% Error 1 A	55.13 %	73.45 %
% Error 10 A	35.90 %	46.91%
% Error 20 A	10.26 %	11.51 %
% Error 30 A	0.00 %	0.00 %
% Error 40 A	3.85 %	0.00 %
% Error 50 A	12.82 %	2.26 %
% Error 60 A	23.08 %	13.07 %

Considerando estas variaciones de corriente, el error que se puede producir dentro del rango de 20 a 60 amperios es mínimo. Un analista de falla puede escoger la impedancia para 30 amperios y considerar así un error máximo de 13% para los valores de reactancia

(no se toma en cuenta el cálculo de error del radio medio geométrico ya que los datos se grafican en escala logarítmica y son muy pequeños por lo tanto no da un valor de error exacto) y en el caso de la resistencia será 23% de error.

En la realidad la corriente del hilo de guarda no va a presentar este rango de corriente, es por este motivo que se realiza otra simulación donde se usan las mismas características del conductor, pero con otra corriente de falla y por lo tanto circulará otra cantidad por el hilo de guarda, estos valores se muestran en la tabla 3.13.

Tabla 3.13. Datos de conductor de acero tipo EBB-0.9525 centímetros con corrientes simuladas para cada impedancia, aumentando corriente de falla

CORRIENTE	RESISTENCIA	RMG	REACTANCIA PROPIA	CORRIENTES ATP		CORRIENTE HILO DE GUARDA
				HILO DE GUARDA	FALLA	
A	Ω/km	m	Ω/km	A	A	%
1	2.1753	3E-04	0.5209	130.50	831.10	15.70 %
10	3.1075	3E-07	1.0419	91.18	826.80	11.03 %
20	4.3505	3E-11	1.7365	64.82	823.50	7.87 %
30	4.8477	1.5E-12	1.9624	58.37	822.50	7.10 %
40	4.6613	1.5E-12	1.9624	60.20	823.10	7.31 %
50	4.2262	2.7E-12	1.9181	65.10	824.60	7.89 %
60	3.7290	4.6E-11	1.7059	73.30	826.20	8.87 %

Comparando entre las tablas 3.11 y 3.13, se nota que para cada impedancia se tiene el mismo valor de proporción de corriente que va a circular por el hilo de guarda, así se aumente la corriente de falla del circuito. Las magnitudes de corrientes de corriente del hilo de guarda calculadas por el simulador ATP están fuera del rango que se establece en las curvas. Pero también hay que notar que la proporción de corriente para los datos de impedancia entre el 20 a 60 amperios para los dos casos no cambia mucho entre ellos.

Este estudio demuestra que así se aumenten las corrientes siempre se tendrá que una proporción de corriente que va a ser transportada por el hilo de guarda y es de aproximadamente 7.66 % en promedio, y que la impedancia permitida para este paso de

corriente está dentro del rango de 20 a 60 amperios, con los errores establecidos anteriormente.

Para su comparación también se realiza el mismo análisis para un conductor de acero con diferente diámetro. Se simula la misma configuración de línea, y se ajusta la corriente de falla para que esté dentro del rango, los datos se describen en la tabla 3.14.

Tabla 3.14. Datos de conductor de acero tipo EBB-0.7937 centímetros con corrientes simuladas en cada caso

CORRIENTE	RESISTENCIA	RMG	REACTANCIA PROPIA	CORRIENTES ATP		CORRIENTE HILO DE GUARDA
				HILO DE GUARDA	FALLA	
A	Ω/km	m	Ω/km	A	A	%
1	2.5482	3.0E-05	0.6946	62.39	461.70	13.51 %
10	3.1075	6.1E-10	1.5106	47.92	465.70	10.29 %
20	4.6613	6.1E-13	2.0315	33.80	465.50	7.26 %
30	5.4071	2.7E-14	2.2654	29.75	465.40	6.39 %
40	5.2828	2.1E-14	2.2843	30.23	465.50	6.49 %
50	4.8477	1.5E-13	2.1361	32.62	465.50	7.01 %
60	4.2884	3.0E-12	1.9101	36.41	465.50	7.82 %

De igual manera se realiza el proceso iterativo antes mencionado para este conductor, y se obtiene que el valor indicado de resistencia de 5.4071 ohmios por kilómetro y de reactancia propia 2.2654 ohmios por kilómetro.

Además, dentro del rango de 20 a 60 amperios se tiene que la corriente que va a circular por el hilo de guarda es de un promedio de 7%, y de igual manera que para el caso anterior se puede establecer los valores de impedancia con un porcentaje de error.

Tabla 3.15 Cálculo de error de impedancia para conductor de acero tipo EBB-7937 centímetros respecto a los valores de resistencia y reactancia escogidos

	RESISTENCIA	REACTANCIA
% Error 1 A	52.87 %	69.34 %
% Error 10 A	42.53 %	33.32%
% Error 20 A	13.79 %	10.32 %
% Error 30 A	0.00 %	0.00 %
% Error 40 A	2.30 %	0.84 %
% Error 50 A	10.34 %	5.71 %
% Error 60 A	20.69 %	15.68 %

La impedancia que se escoja dentro del rango indicado tendrá un error máximo de 20% para la resistencia y de 15% en la reactancia.

El problema que se encuentra en este análisis es que se limita a cierto rango de corriente ya que no se tienen más datos de los conductores de acero, pero con lo antes descrito puede de ser de gran ayuda para pruebas futuras, en las cuales se usen datos reales y poder comparar con la parte teórica.

Hay que tomar en cuenta que la proporción de corriente que vaya a circular por el hilo del guarda depende de la impedancia del conductor. Por tal motivo en la simulación o en la realidad si se trabajan con corrientes más altas este valor de proporción no va a presentar mayor variación para esos datos de resistencia y reactancia propia.

4. CONCLUSIONES

4.1 Conclusiones

- Es importante determinar adecuadamente los parámetros eléctricos de una línea de transmisión, considerando así la impedancia de secuencia cero de esta que es importante para el cálculo de las corrientes de cortocircuito con contacto a tierra. Dichos cálculos de corriente son necesarios para la configuración de los relés de protección de falla a tierra.
- El método de impedancia de serie de línea utiliza las matrices primitivas de impedancia de la línea de transmisión, en donde se incluye el efecto de corriente de retorno a través de la tierra. Las ecuaciones de Carson son usadas para el cálculo de las impedancias mutuas y propias de la matriz de impedancias, tomando en cuenta que la tierra es un sólido infinito con una superficie uniforme, plana y con resistividad constante.
- El método de impedancias de secuencia cero utiliza fórmulas que agrupan a todos los conductores de fase y cables de guarda respectivamente. Las impedancias de estas son propias sin considerar el efecto de retorno a tierra, en cambio la impedancia mutua depende de este efecto y de la distancia entre los grupos de conductores de fase y del hilo de guarda, por lo tanto, con la ayuda de estos datos se construye un circuito equivalente donde se observa la distribución de corriente de falla entre la tierra y el cable de guarda, de tal manera que se usa un divisor de corriente para conocer esta última.
- En el simulador ATP calcula internamente el valor de la profundidad equivalente del regreso por tierra D_e , es por esta razón que existe cierto error en la impedancia de secuencia cero entre los métodos y la simulación, aunque este es mínimo.

- La resistencia y reactancia propia interna de los conductores con material magnético, como el acero, no es constante ya que presenta variación en la permeabilidad magnética al momento de incrementar la corriente en el cable. Los conductores no magnéticos usan fórmulas en donde esta permeabilidad es constante y estos valores pueden ser calculados.
- En el caso de conductores de acero al no conocer su impedancia con exactitud se establece un posible procedimiento iterativo, donde usando ciertos valores de resistencia y reactancia se calcula la corriente que puede fluir por el cable, y con esta buscar los valores de impedancia adecuado. Complementariamente, la determinación de la corriente se lo realiza en el simulador ATP.
- Los cables de guarda deben especificarse de manera apropiada para soportar las corrientes de cortocircuito previstas del sistema y el acero es un material que comúnmente es usado para esta función, el cual es un conductor magnético y complica el cálculo de impedancias de secuencias de toda la línea en sí, parámetros importantes para la configuración de protecciones. Por lo tanto, para el conductor de acero EBB de 0.9525 centímetros se tiene que la impedancia adecuada es 4.84 ohmios por kilómetro para la resistencia y 1.9624 ohmios por kilómetro para la reactancia dentro del rango de 20 a 60 amperios se tendrá un error de variación máxima de 13% para la reactancia y 23% para la resistencia. Y una proporción de corriente promedio de 7.66%.
- Según los datos obtenidos de las curvas para los conductores de acero, se tiene una impedancia para cierta intensidad de corriente dentro del rango de 0 a 60 amperios. En la realidad o en simulación no se obtienen estas magnitudes de corriente. Es por eso que al realizar simulaciones para comparar el aumento de las corrientes de falla para estas impedancias se obtiene que la proporción de corriente que circula por el hilo de guarda van a ser iguales para cada una de ellas.

4.2 Recomendaciones

- Al calcular la proporción de corriente que pasa por el hilo de guarda, se conoce también la que va a circular por tierra, y está puede ayudar a verificar el diseño de la puesta a tierra de una subestación o torre de transmisión.
- Se recomienda pedir al fabricante las curvas de los conductores de acero para así realizar un estudio adecuado y poder obtener valores de impedancias con un porcentaje de error, como se realizó en el estudio técnico.
- En la actualidad los cables de fibra óptica, o como sus siglas en ingles OPGW, proporcionan un medio de transmisión de señales sin interferencias para su uso en líneas de energía eléctrica, así los cables de guarda además de proteger a la línea ahora asumen una función activa en la transmisión aérea. Se recomienda realizar un análisis con este tipo de cables que son constituidos de fibra óptica y acero.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. Kiessling, P. Nefzger, J. F. Nolasco, and U. Kaintzyk, *Overhead Power Lines: Planning, Design, Construction*. Berlin: Springer, 2003.
- [2] Paul M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*. New York: Power Math Associates, Inc., 1995.
- [3] R. E. C. F. Wagner, *Symmetrical Components*, First Edition. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1933.
- [4] H. B. Dwight, "Resistance and Reactance of Commercial Steel Conductors," in *THE ELECTRIC JOURNAL*, vol. XVI, Pittsburgh, PA., 1919.
- [5] J. Lewis Blackburn, *Symmetrical Components for Power Systems Engineering*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1993.
- [6] J. C. DAS, *UNDERSTANDING SYMMETRICAL COMPONENTS FOR POWER SYSTEM MODELING*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2017.
- [7] E. Clarke, *Circuit Analysis of A-C Power Systems*, John Wiley & Sons, Inc., vol. Volume 1. New York, 1943.
- [8] E. C. Walton, B. Eng., "THE ELECTRICAL PROPERTIES OF GALVANIZED STEEL CONDUCTORS FOR OVERHEAD TRANSMISSION LINES," Jul. 1928.
- [9] W. B. Boast, *Vector Fields*. New York: Harper and Row, 1964.
- [10] Carson, John R., "Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 5, pp. 539–54, 1926.
- [11] William H. Kersting, *Distribution System Modeling and Analysis*. Las Cruces, New Mexico: CRC Press, 2002.
- [12] William D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis*, 1st ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.
- [13] Kléver Vásquez, "CÁLCULO DE SOBREVOLTAJES ORIGINADOS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN UTILIZANDO EL ATP (ALTERNATIVE TRANSIENTS PROGRAM) APLICADO A LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN SANTA ROSA - POMASQUI A 230 KV." EPN, Dec-2003.
- [14] László Prikler and Hans Kristian Hoidalén, *ATPDRAW User's Manual*. 2009.

6. ANEXOS

El anexo al estudio técnico es el cálculo detallado de los casos de estudio para cada metodología.

ANEXO I. Cálculo detallado de la corriente en el cable de guarda y de la impedancia de secuencia cero para los cuatro casos de estudios

ANEXO II. Digital de las simulaciones realizadas en el software ATP

ANEXO I

Caso 1: Línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor normal

El circuito de la figura 6.1. muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y uno como hilo de guarda.

Las fases y el hilo de guarda usan conductores ACSR 397,000 CM (30x7).

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = RMG_n = 0.008473 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = r_n = 0.1609 \text{ } \Omega/\text{km}$$

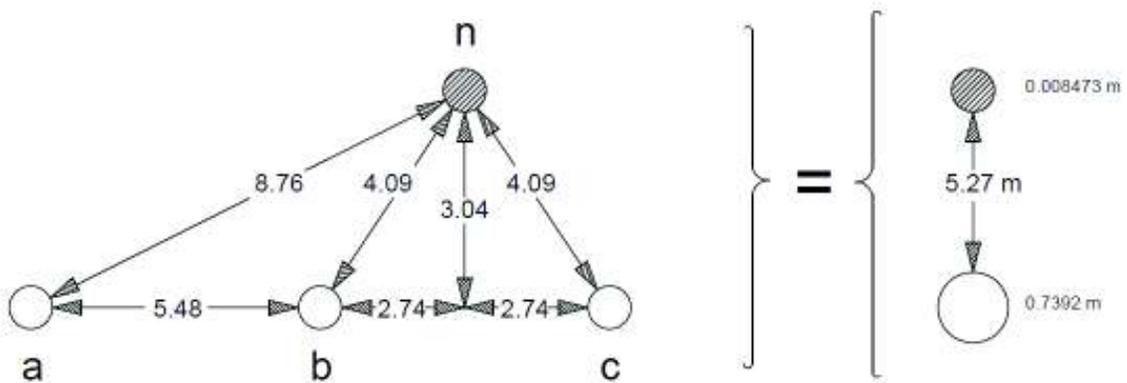


Figura 6.1. Configuración línea trifásica con un cable de guarda

Metodología 1

Para el primer método se usan las ecuaciones de Carson 2.20 y 2.21 con las que se calcula las impedancias propias y mutuas; y con esto construir la matriz.

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$Z_{AA} = 0.1609 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.008473} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2201 + j0.8685 \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC} = Z_{NN}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{5.48} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.3803 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{10.96} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3281 \Omega/km$$

$$Z_{AN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{8.76} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = 0.0592 + j0.3449 \Omega/km$$

$$Z_{BN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{bn}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{4.09} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.4024 \Omega/km$$

Se construye la matriz de impedancias:

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.2201 + j0.8685 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = [0.0592 + j0.3449 \quad 0.0592 + j0.4024 \quad 0.0592 + j0.4024]$$

$$[Z_{nn}] = [0.2201 + j0.8685]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = -[0.2201 + j0.8685]^{-1} \cdot [0.0592 + j0.3449 \quad 0.0592 + j0.4024 \quad 0.0592 + j0.4024] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.3894 - j0.0305 \quad -0.4515 - j0.0463 \quad -0.4515 - j0.0463] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.3906 \quad 0.4539 \quad 0.4539] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_n = 43.27 \%$$

Además, se calcula la matriz de secuencia de la línea, para lo cual primero se reduce la matriz de impedancia con el fin de que sea de dimensiones 3x3 usando la ecuación 2.36, para así calcular las impedancias de secuencia de la línea con la ecuación 2.29.

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8685 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$\cdot [0.2201 + j0.8685]^{-1}$$

$$\cdot [0.0592 + j0.3449 \quad 0.0592 + j0.4024 \quad 0.0592 + j0.4024]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2075 + j0.7324 & 0.0484 + j0.2218 & 0.0484 + j0.1696 \\ 0.0484 + j0.2218 & 0.2119 + j0.6840 & 0.0511 + j0.1958 \\ 0.0484 + j0.1696 & 0.05109 + j0.1958 & 0.2119 + j0.6840 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 0.2075 + j0.7324 & 0.0484 + j0.2218 & 0.0484 + j0.1696 \\ 0.0484 + j0.2218 & 0.2119 + j0.6840 & 0.0511 + j0.1958 \\ 0.0484 + j0.1696 & 0.05109 + j0.1958 & 0.2119 + j0.6840 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} 0.3091 + j1.0917 & 0.0127 + j0.0161 & -0.0174 + j0.0161 \\ -0.0174 + j0.0161 & 0.1612 + j0.5044 & -0.0298 + j0.0162 \\ 0.0127 + j0.0161 & 0.0304 + j0.0162 & 0.1612 + j0.5094 \end{bmatrix}$$

Metodología 2

Para el segundo método, se calcula los RMG y DMG de los dos grupos de conductores usando las ecuaciones 2.12 y 2.13.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[9]{(0.7392)^3 (5.48)^2 (10.96)^2 (10.96)^2}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.7392 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3]{D_{an} D_{bn} D_{cn}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3]{8.76 \cdot 4.09 \cdot 4.09}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = 5.27 \text{ m}$$

Con estos valores, es posible el cálculo de las impedancias propias del grupo de conductores de fase y del cable de guarda, además de la impedancia mutua entre ellos.

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{GMD_{gr.de 3 a gr.de 1}}{GMR_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1609 + j0.2262 \ln \frac{5.27}{0.7392} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1609 + j0.4443 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.4735 \angle 70.09^\circ \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{GMD_{gr.de 3 a gr.de 1}}{GMR_{n(gr.de 1)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3(0.1609) + j0.2262 \ln \frac{5.27}{0.008473} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.4827 + j1.4551 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 1.533 \angle 71.65^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln 5.27 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.149 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.1626 \angle 81.21^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.162}{1.533 + 1.162}$$

$$I_{0n} = 43.1\%$$

Así también, se calcula la impedancia de secuencia cero para este método.

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1609 + j0.4443) + \frac{(0.4827 + j1.4551) \cdot (0.1776 + j1.1495)}{(0.4827 + j1.4551) + (0.1776 + j1.149)}$$

$$Z_0 = 0.3092 + j1.0917 \Omega/km$$

Caso 2: Línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores normales

El circuito de la figura 6.2 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y dos como hilos de guarda.

Las fases y el hilo de guarda usan conductores ACSR 397,000 CM (30x7).

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = RMG_{n1} = RMG_{n2} = 0.008473 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = r_{n1} = r_{n2} = 0.1609 \Omega/km$$

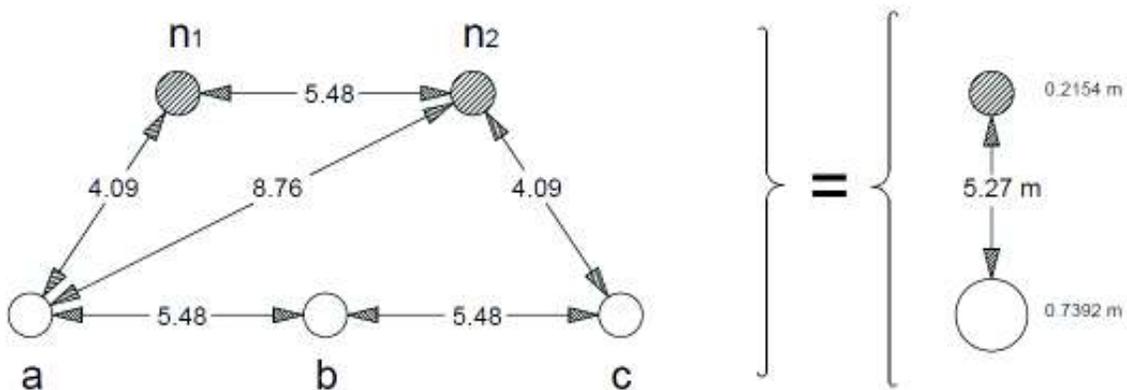


Figura 6.2. Configuración línea trifásica con dos cables de guarda

Metodología 1

Para el primer método se usan las ecuaciones de Carson 2.20 y 2.21 con las que se calcula las impedancias propias y mutuas; y con esto construir la matriz.

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.1609 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.008473} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2201 + j0.8684 \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC} = Z_{N1N1} = Z_{N2N2}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{5.48} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N1N2} = 0.0592 + j0.3803 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{10.96} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3281 \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an1}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{4.09} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.4024 \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an2}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{8.76} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.3449 \Omega/km$$

Se construye la matriz de impedancias:

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = - \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3499 & 0.3178 & 0.2419 \\ 0.2419 & 0.3178 & 0.3499 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.31\% \\ 30.31\% \end{bmatrix}$$

El resultado para este caso se dividirá para los dos hilos de guarda, como su cálculo solo depende de las impedancias de la línea, dicha corriente se distribuye igualmente para los dos conductores, algo que en la realidad no sucede, pues depende del lugar donde ocurrió la falla. Por lo que se suman las dos corrientes para comparar con la simulación y este sea un valor total que va a retornar por los conductores.

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = 30.31 \% + 30.31 \%$$

$$I_n = \mathbf{60.62 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$\begin{aligned} Z_{ABC} &= \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 & 0.0592 + j0.3281 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3281 & 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 0.2201 + j0.8684 & 0.0592 + j0.3803 \\ 0.0592 + j0.3803 & 0.2201 + j0.8684 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.3449 \\ 0.0592 + j0.3449 & 0.0592 + j0.4024 & 0.0592 + j0.4024 \end{bmatrix} \\ Z_{ABC} &= \begin{bmatrix} 0.2001 + j0.6428 & 0.0392 + j0.1407 & 0.0371 + j0.1084 \\ 0.0392 + j0.1407 & 0.2014 + j0.6107 & 0.0392 + j0.1407 \\ 0.0371 + j0.1695 & 0.0392 + j0.1407 & 0.2001 + j0.6428 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 0.2001 + j0.6428 & 0.0392 + j0.1407 & 0.0371 + j0.1084 \\ 0.0392 + j0.1407 & 0.2014 + j0.6107 & 0.0392 + j0.1407 \\ 0.0371 + j0.1695 & 0.0392 + j0.1407 & 0.2001 + j0.6428 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.2776 + j0.8924} & -0.0004 - j0.0010 & -0.0006 + j0.0009 \\ -0.0006 + j0.0009 & 0.1620 + j0.5021 & -0.0274 + j0.0169 \\ -0.0004 - j0.0010 & 0.0283 + j0.0153 & 0.1620 + j0.5021 \end{bmatrix}$$

Metodología 2

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[9]{(0.008473)^3 (5.48)^2 (5.48)^2 (10.96)^2}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.7392 \text{ m}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1} D_{n1n2})(RMG_{n2} D_{n1n2})}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[4]{(0.008473)^2 (5.48)^2}$$

$$RMG_{n(gr. de 2)} = 0.2154 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[3 \times 2]{D_{an1} D_{bn1} D_{cn1} D_{an2} D_{bn2} D_{cn2}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[6]{(8.76)^2 \cdot (4.09)^2 \cdot (4.09)^2}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = 5.27 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega / km$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{5.27}{0.7392} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1609 + j0.4443 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.4725 \angle 70.09^\circ \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_n(gr.de 2)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{0.1609}{2} + j0.2262 \log \frac{5.27}{0.2154} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.241 + j0.724 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 0.763 \angle 71.53^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{850.4}{5.27} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.149 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.1626 \angle 81.2^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.162}{0.763 + 1.162}$$

$$I_{0n} = 60.4\%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n} Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1609 + j0.4443) + \frac{(0.241 + j0.724) \cdot (0.1776 + j1.149)}{(0.241 + j0.724) + (0.1776 + j1.149)}$$

$$Z_0 = 0.2778 + j0.8918 \Omega/km$$

Caso 3: Línea trifásica con un cable de guarda, considerando este último como un conductor de acero

El circuito de la figura 6.3 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y un conductor de acero como hilo de guarda.

Las fases usan conductores de cobre Hard Drawn 4/0 de 19-hebras y su cable de guarda es EBB de acero con diámetro de 0.375-pulgadas o 0.9525 centímetros.

Se realizó los cálculos para tres impedancias de las curvas de la figura 2.1.

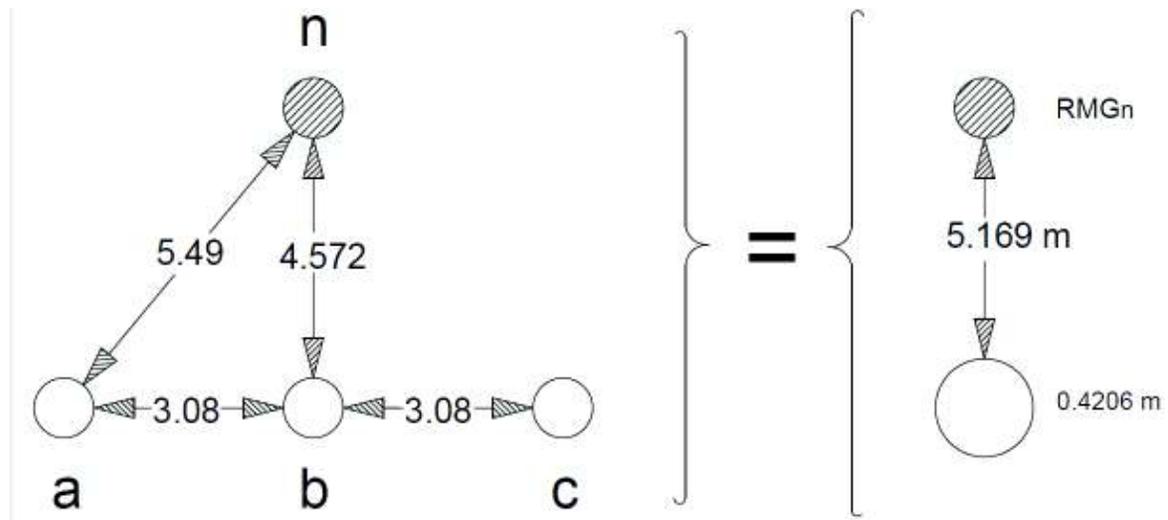


Figura 6.3 Configuración línea trifásica con un conductor de acero como cable de guarda

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = 0.005084 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = 0.1727 \text{ } \Omega/km$$

Tabla 6.1. Datos hilo de guarda conductor de acero para diferentes corrientes [3]

	CORRIENTE Amperios	RESISTENCIA Ω/km	RMG m	DIAMETRO cm
ACERO TIPO EBB DE 0.9525 CM	1	2.1752	0.0003048	0.9525
	30	4.8477	1.524×10^{-12}	0.9525
	60	3.7290	4.572×10^{-11}	0.9525

Metodología 1

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.1609 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.005084} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2320 + j0.9070 \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{3.08} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = 0.0592 + j0.4246 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{6.16} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3724 \Omega/km$$

$$Z_{AN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{5.49} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN} = Z_{CN} = 0.0592 + j0.3802 \Omega/km$$

$$Z_{BN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{bn}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{4.572} \right) \Omega/km$$

$$Z_{BN} = 0.0592 + j0.3940 \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 2.17526 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.0003048} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 2.2344 + j1.1192 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802]$$

$$[Z_{nn}] = [2.2344 + j1.1192]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = -[2.2344 + j1.1192]^{-1} \cdot [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802] \\ \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0893 - j0.1254 \quad -0.0918 - j0.1304 \quad -0.0893 - j0.1254] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.1540 \quad 0.1595 \quad 0.1539] \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$I_{n1A} = \mathbf{15.58 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix} \\ \cdot [2.2344 + j1.1192]^{-1} \\ \cdot [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2743 + j0.8656 & 0.1033 + j0.3820 & 0.1016 + j0.3310 \\ 0.1033 + j0.3820 & 0.2779 + j0.8631 & 0.1033 + j0.3820 \\ 0.1016 + j0.3310 & 0.1033 + j0.3820 & 0.2743 + j0.8656 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} 0.2743 + j0.8656 & 0.1033 + j0.3820 & 0.1016 + j0.3310 \\ 0.1033 + j0.3820 & 0.2779 + j0.8631 & 0.1033 + j0.3820 \\ 0.1016 + j0.3310 & 0.1033 + j0.3820 & 0.2743 + j0.8656 \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4811 + j1.5948} & 0.0131 - j0.0096 & -0.0149 - j0.0065 \\ -0.0149 - j0.0065 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0131 - j0.0096 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 4.84773 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{1.524 \times 10^{-12}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 4.9069 + j2.5606 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = [4.9069 + j2.5606]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = -[4.9069 + j2.5606]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0413 - j0.0560 \quad -0.0424 - j0.0582 \quad -0.0413 - j0.0560] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.0696 \quad 0.0720 \quad 0.0696] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_{n30A} = 7.04 \%$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix} \\ \cdot [4.9069 + j2.5606]^{-1} \\ \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2508 + j0.8880 & 0.0788 + j0.4050 & 0.0780 + j0.3533 \\ 0.0788 + j0.4050 & 0.2523 + j0.8868 & 0.0788 + j0.4050 \\ 0.0780 + j0.3533 & 0.0788 + j0.4050 & 0.2508 + j0.8880 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2508 + j0.8880 & 0.0788 + j0.4050 & 0.0780 + j0.3533 \\ 0.0788 + j0.4050 & 0.2523 + j0.8868 & 0.0788 + j0.4050 \\ 0.0780 + j0.3533 & 0.0788 + j0.4050 & 0.2508 + j0.8880 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4085 + j1.6633} & 0.0141 - j0.0090 & -0.0149 - j0.0077 \\ -0.0149 - j0.0077 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0141 - j0.0090 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z_{NN} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 3.72902 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{4.572 \times 10^{-11}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{NN} = 3.7882 + j2.3042 \Omega/km$$

$$Z_{ABCN} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3802 & 0.0592 + j0.3940 & 0.0592 + j0.3802 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = [3.7882 + j2.3042]$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = -[3.7882 + j2.3042]^{-1} \cdot [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802] \\ \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [-0.0560 - j0.0663 \quad -0.0576 - j0.0690 \quad -0.0560 - j0.0663] \cdot [I_{abc}]$$

$$[I_n] = [0.0868 \quad 0.0899 \quad 0.0878] \cdot \begin{bmatrix} 33.33\% \\ 33.33\% \\ 33.33\% \end{bmatrix}$$

$$I_{n60A} = \mathbf{8.82\%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3802 \\ 0.0592 + j0.3940 \\ 0.0592 + j0.3802 \end{bmatrix} \\ \cdot [3.7882 + j2.3042]^{-1} \\ \cdot [0.0592 + j0.3802 \quad 0.0592 + j0.3940 \quad 0.0592 + j0.3802]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2538 + j0.8817 & 0.0820 + j0.3986 & 0.0811 + j0.3471 \\ 0.0820 + j0.3986 & 0.2557 + j0.8802 & 0.0820 + j0.3986 \\ 0.0811 + j0.3471 & 0.0820 + j0.3986 & 0.2538 + j0.8817 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} 0.2538 + j0.8817 & 0.0820 + j0.3986 & 0.0811 + j0.3471 \\ 0.0820 + j0.3986 & 0.2557 + j0.8802 & 0.0820 + j0.3986 \\ 0.0811 + j0.3471 & 0.0820 + j0.3986 & 0.2538 + j0.8817 \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix} \\ Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4180 + j1.6443} & 0.0139 - j0.0091 & -0.0148 - j0.0075 \\ -0.0148 - j0.0075 & 0.1727 + j0.4997 & -0.0302 + j0.0174 \\ 0.0139 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0174 & 0.1727 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

Metodología 2

Para el segundo método se realiza de la misma manera que se hizo en el numeral 3.1.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3^2]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[9]{(0.005084)^3 (3.08)^2 (3.08)^2 (6.16)^2}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.4206 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3 \times 1]{D_{an} D_{bn} D_{cn}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = \sqrt[3]{5.49 \cdot 4.572 \cdot 5.49}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.1} = 5.169 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.2262 \ln \frac{5.169}{0.4206} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.5669 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.592 \angle 73.05^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{850.4}{5.169} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.1545 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.168 \angle 81.25^\circ \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_n(gr.de 1)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3(2.17526) + j0.2262 \ln \frac{5.169}{0.0003048} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 6.525 + j2.203 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 6.88 \angle 18.655^\circ \Omega/milla$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.168}{6.88 + 1.168}$$

$$I_{0n1A} = 14.5 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(6.525 + j2.203) \cdot (0.1776 + j1.1545)}{(6.525 + j2.203) + (0.1776 + j1.1545)}$$

$$Z_{01A} = 0.4811 + j1.5948 \Omega/km$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_n(gr.de 1)} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3(4.84773) + j0.2262 \ln \frac{5.169}{1.524 \times 10^{-12}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 14.54 + j6.527 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 15.941 \angle 24.173^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.168}{15.941 + 1.168}$$

$$I_{0n30A} = 6.82 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(14.54 + j6.527) \cdot (0.1776 + j1.1545)}{(14.54 + j6.527) + (0.1776 + j1.1545)}$$

$$Z_{030A} = 0.4085 + j1.6633 \Omega/km$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z'_{0n} = 3r_n + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 1)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3(3.72902) + j0.2262 \ln \frac{5.169}{4.572 \times 10^{-10}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 11.18 + j5.758 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 12.58 \angle 27.235^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.168}{12.58 + 1.168}$$

$$I_{0n60A} = 8.49 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(11.18 + j5.758) \cdot (0.1776 + j1.1545)}{(11.18 + j5.758) + (0.1776 + j1.1545)}$$

$$Z_{060A} = 0.4180 + j1.6443 \Omega/km$$

Caso 4: Línea trifásica con dos cables de guarda, considerando estos últimos como conductores de acero

El circuito de la figura 6.4 muestra la configuración de una línea con tres conductores de fase y dos conductores de acero como hilos de guarda.

Las fases usan conductores de cobre Hard Drawn 4/0 de 19-hebras y sus cables de guarda son EBB de acero con diámetro de 0.375-pulgadas o 0.9525 centímetros.

Se realizó los cálculos para tres impedancias de las curvas de la figura 2.1.

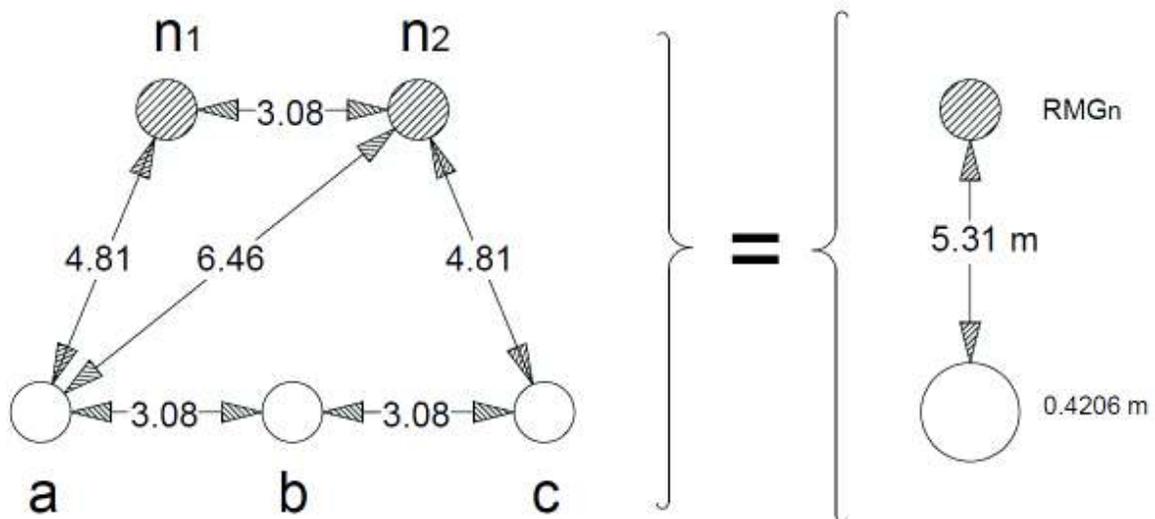


Figura 6.4 Configuración línea trifásica con dos conductores de acero como cables de guarda

Datos:

$$RMG_a = RMG_b = RMG_c = 0.005084 \text{ m}$$

$$r_a = r_b = r_c = 0.1727 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Tabla 6.2. Datos hilo de guarda conductor de acero para diferentes corrientes [3]

	CORRIENTE Amperios	RESISTENCIA Ω/km	RMG m	DIAMETRO cm
ACERO TIPO EBB DE 0.9525 CM	1	2.1752	0.0003048	0.9525
	30	4.8477	1.524×10^{-12}	0.9525
	60	3.7290	4.572×10^{-11}	0.9525

Metodología 1

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_a} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = r_a + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.005084} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AA} = 0.2320 + j0.9070 \Omega/km$$

$$Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC}$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N_1N_2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ab}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N_1N_2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{3.08} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{N_1N_2} = 0.0592 + j0.4246 \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{ac}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{6.16} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AC} = 0.0592 + j0.3724 \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an1}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{4.81} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN1} = Z_{CN2} = Z_{BN1} = Z_{BN2} = 0.0592 + j0.3901 \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{D_{an2}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{6.46} \right) \Omega/km$$

$$Z_{AN2} = Z_{CN1} = 0.0592 + j0.3679 \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 2.1752 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{0.0003048} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 2.2344 + j1.1192 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nj}] = \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0958 - j0.1064 & -0.0966 - j0.1051 & -0.0929 - j0.0972 \\ -0.0929 - j0.0972 & -0.0966 - j0.1051 & -0.0958 - j0.1064 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1432 & 0.1427 & 0.1344 \\ 0.1344 & 0.1427 & 0.1432 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.01 \% \\ 14.01 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = 14.01 \% + 14.01 \%$$

$$I_{n1A} = \mathbf{28.02 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$\begin{aligned} Z_{ABC} &= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 2.2344 + j1.1192 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 2.2344 + j1.1192 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 & 0.1251 + j0.2888 \\ 0.2980 + j0.8234 & 0.3025 + j0.8192 & 0.2980 + j0.8234 \\ 0.1251 + j0.2888 & 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 & 0.1251 + j0.2888 \\ 0.2980 + j0.8234 & 0.3025 + j0.8192 & 0.2980 + j0.8234 \\ 0.1251 + j0.2888 & 0.2980 + j0.8234 & 0.2980 + j0.8234 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.5529 + j1.4666} & 0.0121 - j0.0096 & -0.0144 - j0.0057 \\ -0.0144 - j0.0057 & 0.1729 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0121 - j0.0096 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1729 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 4.8477 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{850.4}{1.524 \times 10^{-12}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 4.9069 + j2.5606 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0433 - j0.0527 & -0.0434 - j0.0524 & -0.0416 - j0.0489 \\ -0.0416 - j0.0489 & -0.0434 - j0.0524 & -0.0433 - j0.0527 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0682 & 0.0681 & 0.0642 \\ 0.0642 & 0.0681 & 0.0682 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.68 \% \\ 6.68 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = 6.68 \% + 6.68 \%$$

$$I_{n30A} = \mathbf{13.36 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4.9069 + j2.5606 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 4.9069 + j2.5606 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ABC} = \begin{bmatrix} 0.2655 + j0.8650 & 0.0937 + j0.3855 & 0.0926 + j0.3341 \\ 0.0937 + j0.3855 & 0.2677 + j0.8669 & 0.0937 + j0.3855 \\ 0.0926 + j0.3341 & 0.0937 + j0.3855 & 0.2655 + j0.8650 \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & & \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2655 + j0.8650 & 0.0937 + j0.3855 & 0.0926 + j0.3341 \\ 0.0937 + j0.3855 & 0.2677 + j0.8669 & 0.0937 + j0.3855 \\ 0.0926 + j0.3341 & 0.0937 + j0.3855 & 0.2655 + j0.8650 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & & \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4532 + j1.6050} & 0.0136 - j0.0091 & -0.0148 - j0.0072 \\ -0.0148 - j0.0072 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0136 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = r_n + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{RMG_n} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 3.7290 + 0.0592 + j0.0754 \left(\ln \frac{D_e}{4.572 \times 10^{-11}} \right) \Omega/km$$

$$Z_{N1N1} = Z_{N2N2} = 3.7882 + j2.3042 \Omega/km$$

Z_{ABCN}

$$= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 & 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{nn}] = \begin{bmatrix} 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = -[Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}] \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0579 - j0.0606 & -0.0581 - j0.0602 & -0.0555 - j0.0559 \\ -0.0555 - j0.0559 & -0.0581 - j0.0602 & -0.0579 - j0.0606 \end{bmatrix} \cdot [I_{abc}]$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0839 & 0.0837 & 0.0788 \\ 0.0788 & 0.0837 & 0.0839 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 33.33 \% \\ 33.33 \% \\ 33.33 \% \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.21 \% \\ 8.21 \% \end{bmatrix}$$

$$I_n = I_{n1} + I_{n2}$$

$$I_n = 8.21 \% + 8.21 \%$$

$$I_{n60A} = \mathbf{16.42 \%}$$

$$Z_{ABC} = [Z_{ij}] - [Z_{in}] \cdot [Z_{nn}]^{-1} \cdot [Z_{nj}]$$

$$\begin{aligned} Z_{ABC} &= \begin{bmatrix} 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 & 0.0592 + j0.3724 \\ 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.3724 & 0.0592 + j0.4246 & 0.2320 + j0.9070 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 3.7882 + j2.3042 & 0.0592 + j0.4246 \\ 0.0592 + j0.4246 & 3.7882 + j2.3042 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3679 \\ 0.0592 + j0.3679 & 0.0592 + j0.3901 & 0.0592 + j0.3901 \end{bmatrix} \\ Z_{ABC} &= \begin{bmatrix} 0.2695 + j0.8571 & 0.0980 + j0.3734 & 0.0966 + j0.3224 \\ 0.0980 + j0.3734 & 0.2720 + j0.8545 & 0.0980 + j0.3734 \\ 0.0966 + j0.3224 & 0.0980 + j0.3734 & 0.2695 + j0.8571 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Z_{012} = [A]^{-1} \cdot [Z_{ABC}] \cdot [A]$$

$$Z_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2695 + j0.8571 & 0.0980 + j0.3734 & 0.0966 + j0.3224 \\ 0.0980 + j0.3734 & 0.2720 + j0.8545 & 0.0980 + j0.3734 \\ 0.0966 + j0.3224 & 0.0980 + j0.3734 & 0.2695 + j0.8571 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1\angle -120^\circ) & (1\angle 120^\circ) \\ 1 & (1\angle 120^\circ) & (1\angle -120^\circ) \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.4654 + j1.5692} & 0.0133 - j0.0091 & -0.0146 - j0.0069 \\ -0.0146 - j0.0069 & 0.1728 + j0.4997 & -0.0301 + j0.0174 \\ 0.0133 - j0.0091 & 0.0302 + j0.0173 & 0.1728 + j0.4997 \end{bmatrix}$$

Metodología 2

Para el segundo método se realiza de la misma manera que se hizo en el numeral 3.1.

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[3]{(RMG_a D_{ab} D_{ac})(RMG_b D_{ab} D_{bc})(RMG_c D_{ac} D_{bc})}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = \sqrt[9]{(0.005084)^3 (3.08)^2 (3.08)^2 (6.16)^2}$$

$$RMG_{a(gr. de 3)} = 0.4206 \text{ m}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[3 \times 2]{D_{an1} D_{bn1} D_{cn1} D_{an2} D_{bn2} D_{cn2}}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = \sqrt[6]{(6.46)^2 \cdot (4.81)^2 \cdot (4.81)^2}$$

$$DMG_{gr.3 a gr.2} = 5.31 \text{ m}$$

$$Z'_{0a} = r_a + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{a(gr.de 3)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.2262 \ln \frac{5.31}{0.4206} \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.1727 + j0.5669 \Omega/km$$

$$Z'_{0a} = 0.592 \angle 73.05^\circ \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{D_e}{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j0.2262 \ln \frac{850.4}{5.31} \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 0.1776 + j1.1481 \Omega/km$$

$$Z_{0m} = 1.161 \angle 81.2^\circ \Omega/km$$

a) Para impedancia de corriente de 1 Amperio se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1} D_{n1n2})(RMG_{n2} D_{n1n2})}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = \sqrt[4]{(0.0003048)^2 (3.08)^2}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = 0.0304 m$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 2}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{2.1752}{2} + j0.2262 \ln \frac{5.31}{0.0304} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3.2629 + j1.1676 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3.46 \angle 19.7^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.161}{3.46 + 1.161}$$

$$I_{0n1A} = 25.1\%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(3.2629 + j1.1676) \cdot (0.1776 + j1.1481)}{(3.2629 + j1.1676) + (0.1776 + j1.1481)}$$

$$\mathbf{Z_{01A} = 0.5529 + j1.4671 \Omega/km}$$

b) Para impedancia de corriente de 30 Amperios se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1}D_{n1n2})(RMG_{n2}D_{n1n2})}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = \sqrt[4]{(1.524 \times 10^{-12})^2(3.08)^2}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = 2.1 \times 10^{-6} m$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 3 \frac{4.8477}{2} + j0.2262 \ln \frac{5.31}{2.1 \times 10^{-6}} \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 7.2716 + j3.3318 \Omega/km$$

$$Z'_{0n} = 7.99 \angle 24.62^\circ \Omega/km$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$I_{0n} = 100\% \cdot \frac{1.161}{7.99 + 1.161}$$

$$\mathbf{I_{0n30A} = 12.68 \%}$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{0n}Z_{0m}}{Z'_{0n} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(7.2716 + j3.3318) \cdot (0.1776 + j1.1481)}{(7.2716 + j3.3318) + (0.1776 + j1.1481)}$$

$$\mathbf{Z_{030A} = 0.4532 + j1.6055 \Omega/km}$$

c) Para impedancia de corriente de 60 Amperios se tiene que:

$$RMG_{n(gr. de 2)} = \sqrt[2]{(RMG_{n1}D_{n1n2})(RMG_{n2}D_{n1n2})}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = \sqrt[4]{(4.572 \times 10^{-11})^2(3.08)^2}$$

$$RMG_{g(gr. de 2)} = 1.2 \times 10^{-5} m$$

$$Z'_{on} = 3 \frac{r_n}{2} + j0.2262 \ln \frac{DMG_{gr.de 3 a gr.de 1}}{RMG_{n(gr.de 2)}} \Omega/km$$

$$Z'_{on} = 3 \frac{3.7290}{2} + j0.2262 \ln \frac{5.31}{1.2 \times 10^{-5}} \Omega/km$$

$$Z'_{on} = 5.5935 + j2.9434 \Omega/km$$

$$Z'_{on} = 6.32 \angle 27.76^\circ \Omega/km$$

$$I_{on} = 100\% \cdot \frac{Z_{0m}}{Z'_{on} + Z_{0m}}$$

$$I_{on} = 100\% \cdot \frac{1.161}{6.32 + 1.161}$$

$$I_{on60A} = 15.52 \%$$

$$Z_0 = Z'_{0a} + \frac{Z'_{on}Z_{0m}}{Z'_{on} + Z_{0m}}$$

$$Z_0 = (0.1727 + j0.5669) + \frac{(5.5935 + j2.9434) \cdot (0.1776 + j1.1481)}{(5.5935 + j2.9434) + (0.1776 + j1.1481)}$$

$$Z_{060A} = 0.4655 + j1.5697 \Omega/km$$

ORDEN DE EMPASTADO