



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

VALIDACIÓN CINEMÁTICA DE UN ROBOT PARALELO DE TIPOLOGÍA 3UPS+RPU

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO

FLORES PARRA CRISTIAN ANDRÉS
cristian.flores@epn.edu.ec

LÓPEZ ARBOLEDA DANIEL SEBASTIÁN
daniel.lopez@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. ZAMBRANO IVÁN, M.Sc.
ivan.zambrano@epn.edu.ec

Quito, enero 2019

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **Flores Parra Cristian Andrés** y **López Arboleda Daniel Sebastián**, bajo mi supervisión.

Ing. Zambrano Iván, M. Sc.

DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Nosotros, **Flores Parra Cristian Andrés** y **López Arboleda Daniel Sebastián**, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Flores Parra Cristian Andrés

López Arboleda Daniel Sebastián

DEDICATORIA

A mi familia por haber sido mi apoyo a lo largo de toda mi carrera universitaria, de manera especial a mi madre quien ha puesto toda su confianza para lograr un objetivo más en mi vida. ¡Pero que nadie se quede afuera, se los dedico a todos!

Andrés

A mis padres por su apoyo incondicional, sus consejos y por inspirarme a ser una persona de bien.

Daniel

AGRADECIMIENTO

A mis padres, hermanos y sobrinos por ser el pilar fundamental para cumplir con todas mis metas y confiar siempre en mí.

A mis amigos quienes me apoyaron en este largo camino, a mi compañero de tesis por el tiempo y el aguante para terminar este trabajo.

A María del Cisne por darme la fuerza, ánimo, apoyo y su amor en todo el trayecto de mi carrera universitaria.

A nuestro Director Ing. Iván Zambrano M.Sc. por confiarnos el desarrollo de esta investigación y su tiempo para la culminación del presente trabajo y a la Ing. Daysi Baño por todas las observaciones recibidas y guiarnos de mejor manera.

¡A todos Gracias Totales!

Andrés

A Dios por guiarme a cada paso y permitirme llegar hasta aquí.

A mis padres Daniel y Norma por brindarme su cariño, esfuerzo y dedicación para ayudarme a terminar mi carrera universitaria, a mi hermana Evelyn por acompañarme y soportarme todos estos años de universidad, a mis hermanas Katherine y María Alejandra que con su alegría y ocurrencias me llenan de felicidad.

A mis amigos y compañeros que de una manera u otra me ayudaron en todo este largo camino, en especial a Andrés por todo el esfuerzo que hizo para poder desarrollar este trabajo.

A nuestro Director Ing. Iván Zambrano M.Sc por contribuir en nuestro desarrollo profesional y guiarnos en la realización de este trabajo.

Daniel

ÍNDICE

CERTIFICACIÓN	i
DECLARACIÓN	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
RESUMEN	xii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	1
Pregunta de Investigación	2
Objetivo general	2
Objetivos específicos	2
Alcance	2
1. MARCO TEÓRICO.....	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Biomecánica de la rodilla.....	3
1.2.1. Movimientos de rehabilitación de la parte inferior	5
1.3. Introducción robot paralelo	7
1.3.1. Topología del robot paralelo 3UPS+RPU	7
1.3.2. Tipos de juntas o articulaciones.....	8
1.3.3. Espacio físico de trabajo.....	10
1.3.4. Sistema de coordenadas	11
1.3.5. Dimensionamiento geométrico	11
1.3.6. Rango de movimiento.....	13
1.4. Cinemática del robot.....	13
1.4.1. Análisis cinemático del robot 3UPS+RPU.....	15
1.4.2. Análisis del brazo UPE	17
1.4.3. Análisis del brazo RPU	18
1.4.4. Ecuaciones de posición	18
1.4.5. Ecuaciones de velocidad	20
1.4.6. Ecuaciones de aceleración.....	22
1.5. Introducción software MSC. Adams.....	24
1.5.1. Cosimulación MSC Adams y Matlab/ Simulink	27
1.6. Método de validación.....	28
1.6.1. Análisis de sensibilidad.....	29

1.6.2. Dominios de parámetros de entrada.....	29
1.6.3. Análisis de residuos.....	30
2. METODOLOGÍA.....	32
2.1. Componentes del robot	32
2.1.1. Placa base.....	32
2.1.2. Placa móvil.....	33
2.1.3. Junta universal	33
2.1.4. Junta rotacional	34
2.1.5. Junta esférica	35
2.1.6. Junta prismática	35
2.1.7. Planificación movimientos	36
2.2. Modelado en MSC Adams.....	38
2.2.1. Importación de la planta MSC Adams/Matlab	41
2.2.2. Cosimulación.....	42
2.3. Solución de la cinemática inversa en Matlab	44
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	48
3.1. Resultados	48
3.1.1. Flexión de cadera (Traslación en Z)	48
3.1.2. Flexión y extensión de rodilla (Traslación en X).....	55
3.1.3. Flexión y extensión de tobillo (Rotación alrededor de Y)	62
3.1.4. Rotación interna y externa de rodilla (Rotación alrededor de Z)	69
3.2. Discusión.....	76
4. CONCLUSIONES.....	78
4.1. Conclusiones.....	78
4.2. Recomendaciones.....	79
Referencias Bibliográficas	80
Anexos	82

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Rodilla humana.	4
Figura 1.2. Planos y ejes del cuerpo humano.	4
Figura 1.3. Flexión de cadera.	5
Figura 1.4. Extensión de cadera.	5
Figura 1.5. Flexión de rodilla.	5
Figura 1.6. Extensión de rodilla.	6
Figura 1.7. Rotación interna y externa rodilla.	6
Figura 1.8. Flexión y extensión del tobillo.	6
Figura 1.9. Robot paralelo 3UPS+RPU.	8
Figura 1.10. Sistema de coordenadas plataforma fija y móvil.	11
Figura 1.11. Dimensiones geométricas de la plataforma fija.	12
Figura 1.12. Dimensiones geométricas de la plataforma móvil.	12
Figura 1.13. Métodos para analizar un robot paralelo.	14
Figura 1.14. Relación cinemática inversa y directa.	14
Figura 1.15. Movimientos de rotación del robot.	16
Figura 1.16. Ubicación de los brazos 2 y 3, respecto al vértice A.	17
Figura 1.17. Ejemplo de diseño en Adams/View.	26
Figura 1.18. Pasos para Cosimulación.	27
Figura 1.19. Ciclo cerrado Adams/Matlab.	28
Figura 2.1. Prototipo virtual 3D robot paralelo 3UPE+RPU SolidWorks.	32
Figura 2.2. Junta universal robot paralelo 3UPE+RPU.	34
Figura 2.3. Junta Rotacional robot paralelo 3UPE+RPU.	34
Figura 2.4. Junta esférica robot paralelo 3UPE+RPU.	35
Figura 2.5. Junta prismática robot paralelo 3UPE+RPU.	36
Figura 2.6. Posición inicial y final del movimiento en Z.	36
Figura 2.7. Desplazamiento del robot en el eje X.	37
Figura 2.8. Movimiento de giro alrededor del eje Z.	37
Figura 2.9. Movimiento de giro alrededor del eje Y.	38
Figura 2.10. Exportación SolidWorks/ MSC Adams.	38
Figura 2.11. Aplicación fuerza de gravedad MSC Adams.	39
Figura 2.12. Creación de variables MSC Adams.	39
Figura 2.13. Asignación de movimientos MSC Adams.	40
Figura 2.14. Aplicación de medidas MSC Adams.	40
Figura 2.15. Exportación de la planta MSC Adams.	41
Figura 2.16. Diagrama de flujo de la Cosimulación.	42
Figura 2.17. Diagrama de bloques, archivo Adams_sys Simulink.	43
Figura 2.18. Bloque Adams_sub Simulink.	43
Figura 2.19. Bloque Simulink para solución cinemática.	44
Figura 2.20. Almacenamiento de los vectores de posición, velocidad y aceleración.	46
Figura 2.21. Solución del sistema de ecuaciones.	46
Figura 2.22. Datos de la simulación de Adams.	47
Figura 2.23. Cálculo de residuos.	47
Figura 2.24. Cálculo ECM.	47
Figura 3.1. Posición junta angular q11.	48
Figura 3.2. Posición junta angular q12.	48
Figura 3.3. Posición junta prismática q13.	49

Figura 3.4. Posición junta angular q_{21} .	49
Figura 3.5. Posición junta angular q_{22} .	49
Figura 3.6. Posición junta prismática q_{23} .	49
Figura 3.7. Posición junta angular q_{31} .	49
Figura 3.8. Posición junta angular q_{32} .	49
Figura 3.9. Posición junta prismática q_{33} .	50
Figura 3.10. Posición junta angular q_{41} .	50
Figura 3.11. Posición junta prismática q_{42} .	50
Figura 3.12. Velocidad junta angular q_{11} .	51
Figura 3.13. Velocidad junta angular q_{12} .	51
Figura 3.14. Velocidad junta prismática q_{13} .	51
Figura 3.15. Velocidad junta angular q_{21} .	51
Figura 3.16. Velocidad junta angular q_{22} .	51
Figura 3.17. Velocidad junta prismática q_{23} .	51
Figura 3.18. Velocidad junta angular q_{31} .	52
Figura 3.19. Velocidad junta angular q_{32} .	52
Figura 3.20. Velocidad junta prismática q_{33} .	52
Figura 3.21. Velocidad junta angular q_{41} .	52
Figura 3.22. Velocidad junta prismática q_{42} .	52
Figura 3.23. Aceleración junta angular q_{11} .	53
Figura 3.24. Aceleración junta angular q_{12} .	53
Figura 3.25. Aceleración junta prismática q_{13} .	53
Figura 3.26. Aceleración junta angular q_{21} .	53
Figura 3.27. Aceleración junta angular q_{22} .	53
Figura 3.28. Aceleración junta prismática q_{23} .	53
Figura 3.29. Aceleración junta angular q_{31} .	54
Figura 3.30. Aceleración junta angular q_{32} .	54
Figura 3.31. Aceleración junta prismática q_{33} .	54
Figura 3.32. Aceleración junta angular q_{41} .	54
Figura 3.33. Aceleración junta prismática q_{42} .	54
Figura 3.34. Posición junta angular q_{11} .	55
Figura 3.35. Posición junta angular q_{12} .	55
Figura 3.36. Posición junta prismática q_{13} .	56
Figura 3.37. Posición junta angular q_{21} .	56
Figura 3.38. Posición junta angular q_{22} .	56
Figura 3.39. Posición junta prismática q_{23} .	56
Figura 3.40. Posición junta angular q_{31} .	56
Figura 3.41. Posición junta angular q_{32} .	56
Figura 3.42. Posición junta prismática q_{33} .	57
Figura 3.43. Posición junta angular q_{41} .	57
Figura 3.44. Posición junta prismática q_{42} .	57
Figura 3.45. Velocidad junta angular q_{p11} .	58
Figura 3.46. Velocidad junta angular q_{p12} .	58
Figura 3.47. Velocidad junta prismática q_{13} .	58
Figura 3.48. Velocidad junta angular q_{p21} .	58
Figura 3.49. Velocidad junta angular q_{p22} .	58
Figura 3.50. Velocidad junta prismática q_{p23} .	58
Figura 3.51. Velocidad junta angular q_{p31} .	59
Figura 3.52. Velocidad junta angular q_{p32} .	59
Figura 3.53. Velocidad junta prismática q_{p33} .	59

Figura 3.54. Velocidad junta angular qp41.	59
Figura 3.55. Velocidad junta prismática qp42.	59
Figura 3.56. Aceleración junta angular qpp11.	60
Figura 3.57. Aceleración junta angular qpp12.	60
Figura 3.58. Aceleración junta prismática qpp13.	60
Figura 3.59. Aceleración junta angular qpp21.	60
Figura 3.60. Aceleración junta angular qpp22.	60
Figura 3.61. Aceleración junta angular qpp11.	60
Figura 3.62. Aceleración junta angular qpp31.	61
Figura 3.63. Aceleración junta angular qpp32.	61
Figura 3.64. Aceleración junta prismática q33.	61
Figura 3.65. Aceleración junta angular qpp41.	61
Figura 3.66. Aceleración junta prismática qpp42.	61
Figura 3.67. Posición junta angular q11.	62
Figura 3.68. Posición junta angular q12.	62
Figura 3.69. Posición junta prismática q13.	63
Figura 3.70. Posición junta angular q21.	63
Figura 3.71. Posición junta angular q22.	63
Figura 3.72. Posición junta prismática q23.	63
Figura 3.73. Posición junta angular q31.	63
Figura 3.74. Posición junta angular q32.	63
Figura 3.75. Posición junta prismática q33.	64
Figura 3.76. Posición junta angular q41.	64
Figura 3.77. Posición junta prismática q42.	64
Figura 3.78. Velocidad junta angular qp11.	65
Figura 3.79. Velocidad junta angular qp12.	65
Figura 3.80. Velocidad junta prismática qp13.	65
Figura 3.81. Velocidad junta angular qp21.	65
Figura 3.82. Velocidad junta angular qp22.	65
Figura 3.83. Velocidad junta prismática qp23.	65
Figura 3.84. Velocidad junta angular qp31.	66
Figura 3.85. Velocidad junta angular qp32.	66
Figura 3.86. Velocidad junta prismática qp33.	66
Figura 3.87. Velocidad junta angular qp41.	66
Figura 3.88. Velocidad junta prismática qp42.	66
Figura 3.89. Aceleración junta angular qpp11.	67
Figura 3.90. Aceleración junta angular qpp12.	67
Figura 3.91. Aceleración junta prismática qpp13.	67
Figura 3.92. Aceleración junta angular qpp21.	67
Figura 3.93. Aceleración junta angular qpp22.	67
Figura 3.94. Aceleración junta prismática qpp23.	67
Figura 3.95. Aceleración junta angular qpp31.	68
Figura 3.96. Aceleración junta angular qpp32.	68
Figura 3.97. Aceleración junta prismática qpp33.	68
Figura 3.98. Aceleración junta angular qpp41.	68
Figura 3.99. Aceleración junta prismática qpp42.	68
Figura 3.100. Posición junta angular q11.	69
Figura 3.101. Posición junta angular q12.	69
Figura 3.102. Posición junta prismática q13.	70
Figura 3.103. Posición junta angular q21.	70

Figura 3.104. Posición junta angular q22.	70
Figura 3.105. Posición junta prismática q23.	70
Figura 3.106. Posición junta angular q31.	70
Figura 3.107. Posición junta angular q32.	70
Figura 3.108. Posición junta prismática q33.	71
Figura 3.109. Posición junta angular q41.	71
Figura 3.110. Posición junta prismática q42.	71
Figura 3.111. Velocidad junta angular q11.	72
Figura 3.112. Velocidad junta angular q12.	72
Figura 3.113. Velocidad junta prismática q13.	72
Figura 3.114. Velocidad junta angular q21.	72
Figura 3.115. Velocidad junta angular q22.	72
Figura 3.116. Velocidad junta prismática q23.	72
Figura 3.117. Velocidad junta angular q31.	73
Figura 3.118. Velocidad junta angular q32.	73
Figura 3.119. Velocidad junta prismática q33.	73
Figura 3.120. Velocidad junta angular q41.	73
Figura 3.121. Velocidad junta prismática q42.	73
Figura 3.122. Aceleración junta angular q11.	74
Figura 3.123. Aceleración junta angular q12.	74
Figura 3.124. Aceleración junta prismática q13.	74
Figura 3.125. Aceleración junta angular q21.	74
Figura 3.126. Aceleración junta angular q22.	74
Figura 3.127. Aceleración junta prismática q23.	74
Figura 3.128. Aceleración junta angular q31.	75
Figura 3.129. Aceleración junta angular q32.	75
Figura 3.130. Aceleración junta prismática q33.	75
Figura 3.131. Aceleración junta angular q41.	75
Figura 3.132. Aceleración junta prismática q42.	75

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Movimientos de rehabilitación.....	5
Tabla 1.2. Tipos de juntas robot 3UPS+RPU.....	9
Tabla 1.3. Vectores de posición plataforma móvil.....	15
Tabla 1.4. Parámetros D&H generales para los brazos UPE.....	17
Tabla 1.5. Parámetros D&H generales para las patas RPU	18
Tabla 1.6. Rangos de movimiento	30
Tabla 2.1. Dimensiones placa base.....	33
Tabla 2.2. Dimensiones placa móvil.	33
Tabla 2.3. Trayectorias de los movimientos de rehabilitación	44
Tabla 3.1. Error cuadrático medio y error porcentual traslación en Z.....	55
Tabla 3.2. Error cuadrático medio y error porcentual traslación en X.....	62
Tabla 3.3. Error cuadrático medio y error porcentual rotación alrededor de Y	69
Tabla 3.4. Error cuadrático medio y error porcentual rotación alrededor de Z	76

RESUMEN

Este trabajo es parte del proyecto de investigación PIMI-15-04: "Control adaptativo basado en inteligencia artificial aplicado a un sistema mecatrónico fundado en un robot paralelo para la diagnosis y rehabilitación", que consiste en el desarrollo de un robot paralelo que realice los movimientos necesarios para la rehabilitación de la rodilla. En el trabajo de Zamora (2016) se concluye que el robot debe ser de tipología 3UPS+RPU (tres brazos con juntas universal, prismática y esférica y un cuarto brazo con juntas rotacional, prismática y universal), además se desarrolla el análisis cinemático de cada elemento de forma separada en Fernández, Sotomayor (2016) y Morales (2017) obteniendo como resultado un sistema de ecuaciones no lineales que describen la cinemática del robot. Estos resultados requieren ser validados por lo que en nuestro trabajo se realiza un prototipo virtual 3D del robot y se simula el comportamiento cinemático de este, el modelado se lo realiza en el software MSC Adams, que es una herramienta para este tipo de análisis, se establece los movimientos de rehabilitación, los elementos, variables y mediciones para determinar la cinemática, posteriormente se elabora una planta compatible con Matlab/Simulink y con ayuda de un lenguaje de programación de Matlab se logra obtener gráficas del modelo matemático y graficas del modelo 3D Adams, las cuales indican la posición, velocidad y aceleración de cada articulación de los 4 brazos del robot. Para validar estos resultados se usa un análisis de residuos y se los cuantifica mediante el error cuadrático medio y el error porcentual, concluyendo que el modelo descrito por el sistema de ecuaciones no lineales es totalmente confiable y describe correctamente los movimientos de rehabilitación.

Palabras clave: Modelo Adams, Robot paralelo, Rehabilitación de la rodilla, validación cinemática.

ABSTRACT

This research is part of the project PIMI-15-04: "Adaptive control based on artificial intelligence applied to a mechatronic system based on a parallel robot for diagnosis and rehabilitation", which consists in the creation of a parallel robot that performs the movements necessary for the rehabilitation of the knee. Zamora's (2016) investigation concludes that the robot must be of type 3UPS + RPU, also the kinematic analysis is developed in Fernández, Sotomayor (2016), and a system of nonlinear equations is obtained that describe the robot kinematics. These results need to be validated, so a 3D virtual prototype of the robot is made, and the kinematic behavior is simulated. The modeling is done in the MSC Adams software, which is an excellent tool for this type of analysis. It is established the rehabilitation movements, the elements, variables and measurements to determine the kinematics, then a plant compatible with Matlab / Simulink is elaborated and with Matlab programming language it is possible to obtain graphics of the mathematical model and the 3D model Adams which indicate the position, speed and acceleration of each joint of the 4 arms of the robot. To validate these results, we use a residue analysis that was quantify using the mean square error and the percentage error, thus the model described by the system of nonlinear equations is totally reliable and describes correctly the rehabilitation movements.

Keywords: Adams model, kinematic validation, knee rehabilitation, parallel robot.

“VALIDACIÓN CINEMÁTICA DE UN ROBOT PARALELO DE TIPOLOGÍA 3UPS+RPU”

INTRODUCCIÓN

En nuevo campo de la Biomecánica es el desarrollo de sistemas mecatrónicos para aplicar fuerzas o controlar movimientos humanos, existen diversos precedentes en rehabilitación y de un modo menos extendido en áreas como la valoración funcional o el apoyo a la diagnosis (Patel & George, 2012). En el campo de la rehabilitación, el objetivo principal es crear un dispositivo capaz de reproducir los movimientos desarrollados por el paciente, junto con el fisioterapeuta, durante las sesiones de rehabilitación.

La calidad de la asistencia sanitaria, así como el proceso de rehabilitación clínica, presentan inconvenientes como la falta de espacio físico, insuficiente cantidad de médicos especialistas, tratamientos inadecuados (Fernández & Sotomayor, 2016) los mismos que pueden mejorar cuando se emplean dispositivos robotizados con el objetivo de garantizar una asistencia de calidad y una mejor productividad, permitiendo a los pacientes realizar una amplia gama de tareas autoadministradas, desde acciones repetitivas pasivas a actividades funcionales y a los fisioterapeutas tratar con un mínimo de supervisión (Patel & George, 2012).

En este sentido, la Escuela Politécnica Nacional (EPN) específicamente la Facultad de Ingeniería Mecánica ha llevado a cabo el proyecto PIMI-15-04 el cual tiene como meta el desarrollo de un robot paralelo para la diagnosis y rehabilitación de la rodilla. Dentro de este proyecto están algunos trabajos en los cuales se analizan los posibles tipos de robots que pueden realizar el objetivo deseado, es así que en Zamora (2016) se concluye que la alternativa más viable es el diseño de un robot con tipología 3UPS+RPU (RPU por sus siglas en inglés; universal, prismatic y spherical respectivamente y RPU rotational, prismatic y universal) luego de esto se realizaron trabajos sobre el estudio cinemático y dinámico del robot obteniendo un modelo cinemático que describe la posición, velocidad y aceleración de todas las articulaciones de cada brazo del robot, sin embargo, para avanzar con el estudio de la dinámica y acercarse a valores funcionales que permitan la construcción del robot se debe cuantificar el modelo cinemático y verificar si este sistema de ecuaciones cumple con los parámetros para describir eficazmente los cuatro movimientos de rehabilitación que son la flexión de cadera, flexión y extensión de rodilla, flexión y extensión de tobillo y la rotación interna y externa de rodilla.

El presente estudio consiste en validar el modelo cinemático del robot paralelo 3UPS+RPU. Mediante la realización de un prototipo 3D del robot el cuál tenga la capacidad de describir los cuatro movimientos de rehabilitación, poder medir la posición, velocidad y aceleración de las 11 articulaciones y compararlas con los resultados de la resolución matemática del sistema de ecuaciones no lineales.

Se propone el uso del software MSC Adams para el diseño 3D ya que es un software muy útil para el análisis de mecanismos complejos y tiene una interfaz amigable, además es compatible con el software Matlab y Simulink donde se va a desarrollar un sistema de ecuaciones no lineales de la cinemática del robot obteniendo resultados visibles y cuantificables para poder comparar con los resultados del modelo 3D. Mediante el lenguaje de programación se obtiene gráficas del modelo matemático y del modelo 3D las cuales se

comparan gráficamente mediante el método de residuos para ver el porcentaje de error, para cuantificar este error se va a calcular el error cuadrático medio y el error porcentual.

Tanto la validación como el manejo de este nuevo software de simulación mecánica dentro de la Facultad de Ingeniería Mecánica permite estudios futuros en el campo de la Biomecánica y logra la implementación de un prototipo real mediante el proyecto PIMI-15-04.

Pregunta de investigación

¿El modelo matemático que describe la cinemática del robot paralelo 3UPS+RPU desarrollado en trabajos anteriores de la Escuela Politécnica Nacional, cumple con los parámetros de los movimientos de rehabilitación mediante la simulación de un prototipo virtual 3D?

Objetivo general

Validar el movimiento cinemático del robot paralelo de tipología 3UPS+RPU para rehabilitación de la rodilla usando un modelo virtual mediante el software MSC ADAMS.

Objetivos específicos

- Definir, diseñar y analizar un modelo virtual 3D del robot paralelo 3UPS+RPU que ejecute los movimientos para la diagnosis y rehabilitación de lesiones de rodilla.
- Resolver el modelo matemático del robot paralelo 3UPS+RPU mediante el uso del software MATLAB.
- Implementar el uso del software MSC ADAMS para validar el movimiento del prototipo virtual 3D.
- Simular el movimiento cinemático aplicando las restricciones y parámetros de diseño del robot, y de esta manera obtener graficas representativas del movimiento.
- Comparar los resultados de las articulaciones activas del robot 3UPS+RPU obtenidos mediante la simulación del software MSC ADAMS, con la resolución del modelo matemático en el software MATLAB.

Alcance

Este proyecto analiza la cinemática del robot paralelo 3UPS+RPU mediante los movimientos básicos de rehabilitación de rodilla, además se centra en el uso del programa MSC ADAMS capaz de simular el modelo resuelto, permitiendo validar los resultados de las ecuaciones previamente establecidas en análisis cinemáticos con la resolución en el software MATLAB.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Antecedentes

Las investigaciones realizadas en la Escuela Politécnica Nacional presentadas en años anteriores desarrollaron los principios para el desarrollo de la cinemática y dinámica del Robot paralelo 3UPE+RPU.

El estudio realizado por las Ingenieras Fernández Yáñez, Lorena A. y Sotomayor Reinoso Luisa F.20166, titulado “Análisis Cinemático Directo e Inverso del Robot Paralelo”, desarrolla cadenas cinemáticas del robot paralelo estudiando la convergencia entre la posición de los vértices y plataforma móvil a través de ecuaciones generalizadas.

Con la cinemática inversa se obtiene un sistema de ecuaciones de la posición de cada articulación en cada brazo (11 ecuaciones no lineales) respecto a la ubicación de la plataforma móvil. Para la determinación de las ecuaciones de restricción de velocidad y aceleración, se realiza la derivación de la ecuación de posición.

Los resultados se validan matemáticamente de acuerdo con la cinemática directa y mediante una simulación virtual.

El estudio realizado por Morales Palma, William R. 2017, titulado “Análisis Cinemático y Simulación del Robot Paralelo de Tipología 3UPE+RPU”, desarrolla las ecuaciones que describen el movimiento del robot estudiando la cadena cinemática de cada brazo de este, mediante el método de Denavit & Hartenberg y ángulos de rotación de Euler.

Mediante la derivada de las ecuaciones de posición se llega de la misma manera a las ecuaciones de velocidad y aceleración.

La simulación realiza los movimientos del robot y describen la posición de la placa móvil en el espacio, así como la cinemática de las articulaciones, validando los resultados hallados con los ya descritos.

1.2. Biomecánica de la rodilla

Para la American Society of Biomechanics ASB, la Biomecánica es el desarrollo de la estructura y función de los sistemas biológicos por medio de métodos mecánicos. (Rosenberg A, 1992). Es un tema multidisciplinario donde se aplican principios mecánicos al cuerpo para representar sus movimientos y fuerzas desde las leyes de la mecánica. Para entender de mejor manera la Biomecánica de la rodilla en la figura 1.1 se muestran las partes que la componen como la rótula, ligamentos, cartílago, tendón y meniscos.



Figura 1.1. Rodilla humana.

Fuente: (A.D.A.M. Interactive Anatomy-Encyclopedia, s.f.).

Además, es preciso describir los planos y ejes de los movimientos que ejecutan sus articulaciones.

De acuerdo con Góngora García (2016) en el cuerpo humano se encuentra tres planos y tres ejes de movimiento representados en la figura 1.2 y estos son:

- Plano Sagital: Este plano se encuentra en el eje vertical y divide al cuerpo humano en dos mitades, la derecha y la izquierda.
- Plano Frontal: Es un plano en el eje vertical y divide al cuerpo en la mitad anterior y en la mitad posterior.
- Plano Horizontal: Se encuentra en el eje transversal por lo que es conocido como plano transversal y divide al cuerpo en la parte inferior y en la parte superior.
- Eje Sagital: Este eje se ubica de manera horizontal y atraviesa el cuerpo desde la parte posterior a la parte anterior.
- Eje frontal: Este eje se ubica de manera horizontal y atraviesa al cuerpo de izquierda a derecha.
- Eje vertical: Este eje está ubicado de forma longitudinal y atraviesa el cuerpo desde la parte superior a la inferior.

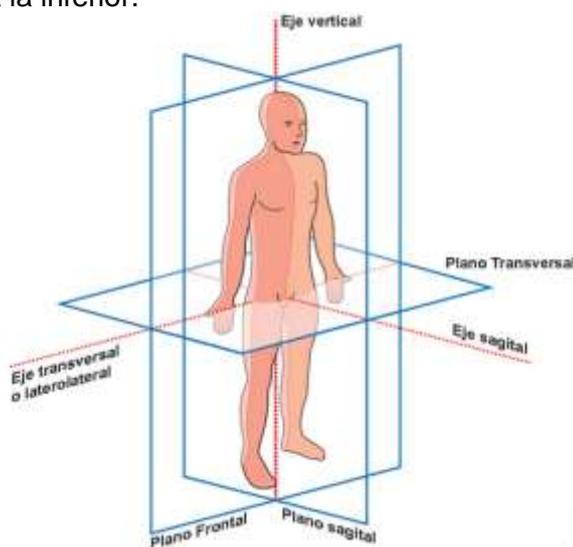


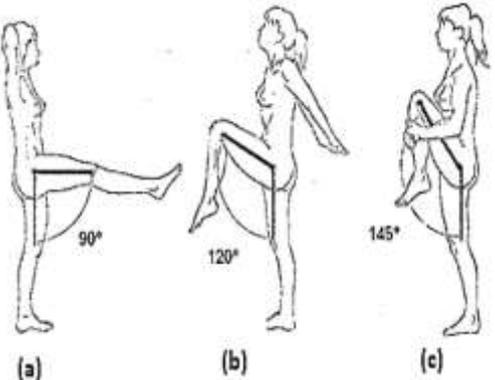
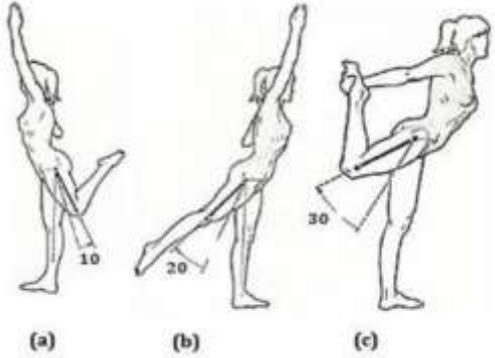
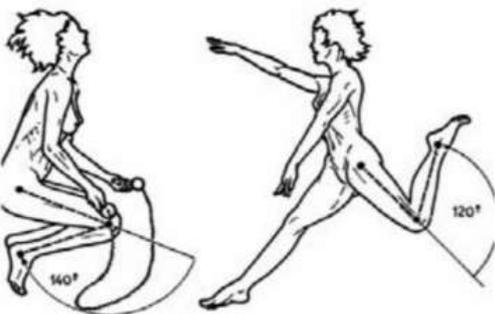
Figura 1.2. Planos y ejes del cuerpo humano.

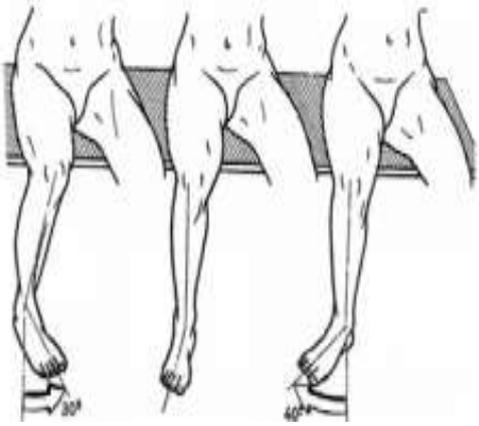
Fuente: (Movimientos Corporales 3D, s.f.).

1.2.1. Movimientos de rehabilitación de la parte inferior

Los movimientos que realiza la rodilla son flexión y extensión y rotación, sin embargo, no se puede tratar independientemente estos movimientos ya que forman parte de la cadera y los tobillos, por tanto, se estudian los movimientos detallados en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Movimientos de rehabilitación.

Esquema	Movimiento
 <p data-bbox="300 1059 657 1088">Figura 1.3. Flexión de cadera.</p>	<p data-bbox="778 573 1026 602">Flexión de cadera.</p> <p data-bbox="778 656 1356 1025">Descripción: La persona se encuentra en posición vertical y levanta su pierna en dos movimientos: el primero se da cuando la pierna se encuentra estirada y se levanta, llegando a un ángulo máximo de 90° como se muestra en la Figura 1.3 (a), y el segundo movimiento se da cuando la pierna se encuentra flexionada y se levanta hasta un ángulo de 120° o máximo hasta 145°, como se muestra en la Figura 1.3 (b) y (c) (Fernández & Sotomayor, 2016).</p>
 <p data-bbox="284 1541 673 1570">Figura 1.4. Extensión de cadera.</p>	<p data-bbox="778 1133 1018 1162">Extensión cadera.</p> <p data-bbox="778 1249 1356 1451">Descripción: Esta extensión se la realiza de forma activa y de forma pasiva, la primera con un rango de movimiento de hasta 10° Figura 1.4 (a) y el segundo de 20°- 30° como se observa en la Figura 1.4 (b) y (c) (Kapandji, 1985).</p>
 <p data-bbox="304 1966 652 1995">Figura 1.5. Flexión de rodilla.</p>	<p data-bbox="778 1612 1013 1641">Flexión de rodilla.</p> <p data-bbox="778 1697 1356 1865">Descripción: La flexión activa o absoluta alcanza dos ángulos máximos, el primero de 140° cuando el movimiento de cadera está flexionado y 120° si la cadera se encuentra en extendida (Kapandji, 1985).</p>

 <p>Figura 1.6. Extensión de rodilla.</p>	<p>Extensión de rodilla.</p> <p>Descripción: La extensión activa de la rodilla tiene su máximo en la posición de referencia y se da al no flexionar la rodilla.</p>
 <p>Figura 1.7. Rotación interna y externa rodilla.</p>	<p>Rotación interna y externa de la rodilla.</p> <p>Descripción: La rotación interna conlleva un movimiento del pie, la aducción permite una rotación de 30° de la rodilla moviendo la punta del pie hacia adentro. El movimiento externo ocurre durante la abducción del pie, a diferencia del anterior movimiento la rotación varía de acuerdo a la flexión de la rodilla. Si la flexión es de 30° la rotación externa será de 32°, al mismo tiempo si es de 90° (ángulo recto) la rotación externa será de 42°, como se indica en la figura. (Góngora García LH, 2016).</p>
 <p>Figura 1.8. Flexión y extensión del tobillo.</p>	<p>Flexión y extensión del tobillo.</p> <p>Descripción: La flexión del tobillo se lo realiza partiendo de la posición de referencia y el dorso del pie se acerca a la cara anterior de la pierna con una amplitud de 20° a 30°. La extensión es cuando la parte superior del pie se aleja de la parte anterior de la pierna con una amplitud de 30° a 50°.</p>

(Fuente: Autores).

1.3. Introducción robot paralelo

El robot paralelo es un robot de cadena cerrada, el cual consta de una plataforma móvil y una base fija unidas mediante cadenas cinemáticas independientes compuestas por eslabones, esta disposición le confiere distintas propiedades cinemáticas a la de los robots en serie. Por lo tanto, la cinemática inversa de un robot paralelo se resuelve por métodos geométricos, mientras que la cinemática directa por métodos numéricos complejos (Aracil, Saltarén, Sabater, & Reinoso, 2006).

El diseño y complejidad del robot depende del trabajo a que realiza, los grados de libertad y del número de cadenas cinemáticas que posean. Los diseños se basan desde la plataforma Stewart que tiene 6 grados de libertad, hasta diseños de 3 grados de libertad como el Robot Delta.

Los grados de libertad (GDL) son uno o más desplazamientos independientes que pueden ser de rotación o traslación que tiene un mecanismo a través de sus articulaciones (Fernández & Sotomayor, 2016).

Las ventajas que presenta este tipo de robot en la industria son:

- Tiene la capacidad de trabajar con grandes cargas, incluso mayores a su propio peso.
- Son mecanismos con elevada rigidez y bajo peso, haciéndolos más precisos que los robots en serie.
- Tienen una alta eficiencia energética debido a su relación carga/potencia.
- Debido a su estructura pueden trabajar a elevadas velocidades.

Sin embargo, también se consideran como desventajas la complejidad de la cinemática directa, el pequeño espacio de trabajo y la inexistencia de un modelo dinámico, lo que hace más difícil el control general del robot (Fernández & Sotomayor, 2016).

La facilidad de montaje y de control que ofrece este robot es otra de sus ventajas, ya que esta configuración presenta una cinemática cerrada dando mayor precisión de trabajo, con una estructura rígida y estable.

1.3.1. Tipología del robot paralelo 3UPS+RPU

En los robots paralelos existen dos plataformas, una fija que conforma la base del robot, y otra móvil que es responsable de todas las funciones. Las dos plataformas mencionadas se unen por brazos, estos pueden ser eslabones articulados o con pares prismáticos (Arias, 2013).

Según la figura el robot paralelo 3UPS+RPU consta de dos plataformas triangulares, una placa fija y una placa móvil, unidas por 4 cadenas cinemáticas que son: 3 brazos ubicados en los vértices de las plataformas, cada uno con una unión universal (U) en la base, seguido de un actuador lineal o junta prismática (P) y una unión esférica (E, o S por sus siglas en inglés) en el extremo de la plataforma móvil (UPS) que en conjunto cumplen una configuración de un brazo polar (Zamora, 2016). Y un brazo central con un par de rotación (R) en la base, un actuador prismático (P) y una unión universal (U) en la base (RPU), como se puede ver a continuación en la figura 1.9:

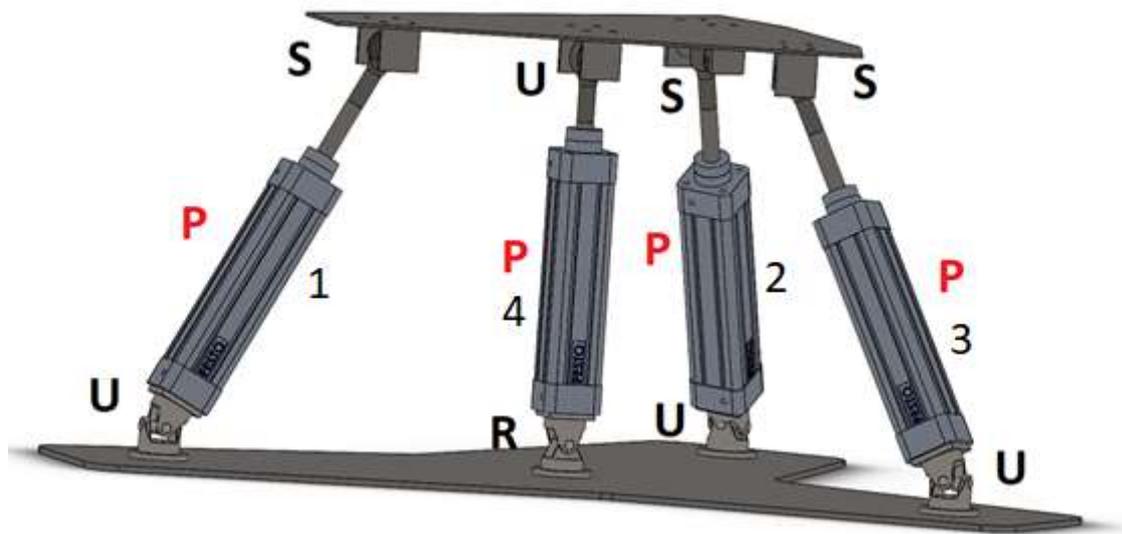


Figura 1.9. Robot paralelo 3UPS+RPU.
Fuente: (Autores).

Por lo general, solo existe una articulación activa, las demás son pasivas. Las articulaciones activas pueden recibir la entrada de movimiento mediante motores eléctricos, actuadores lineales, pistones hidráulicos, entre otros. En el caso del robot 3UPS+RPU las articulaciones activas son actuadores lineales y estas son las que describen el movimiento.

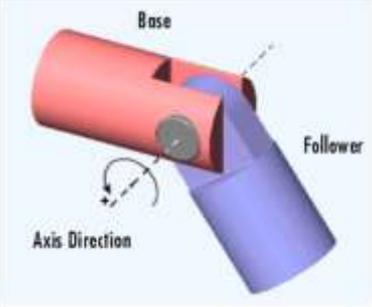
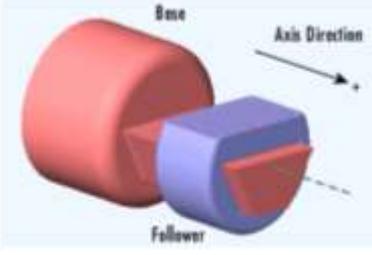
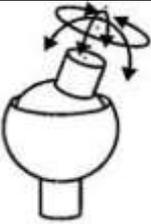
Las articulaciones pasivas dependen del movimiento de las activas, estas se ubican debajo de la plataforma móvil y se excluyen de los cálculos debido a su limitada utilidad dentro del estudio de la cinemática.

1.3.2. Tipos de juntas o articulaciones

Los eslabones del robot están conectados en pares por medio de una junta o articulación, la cual restringe el movimiento relativo entre los eslabones. Los tipos de juntas se clasifican de acuerdo con el tipo de movimiento relativo y el tipo de contacto entre los elementos (Khurmi, 2005).

A continuación, en la tabla 1.2 se detallan las juntas que componen el robot:

Tabla 1.2. Tipos de juntas robot 3UPS+RPU.

ARTICULACIÓN	REPRESENTACION	GDL	CARACTERÍSTICAS
Junta de revolución (R)		1	Una junta de revolución tiene cinco restricciones por lo que permite solo un grado de libertad que es la rotación alrededor de un eje entre dos elementos
Junta prismática (P)		1	Una junta prismática presenta 5 restricciones entre los elementos conectados y solo permite un desplazamiento longitudinal.
Junta universal (U)		2	Una junta universal tiene 4 restricciones entre los elementos conectados y permite dos movimientos de rotación alrededor de dos ejes distintos. Dos articulaciones de rotación conectadas realizan el mismo trabajo que la junta universal
Junta esférica (S)		3	Una junta esférica tiene tres grados de libertad y permite la rotación de un elemento respecto al otro en las tres direcciones de rotación

(Fuente: Autores).

Como se puede observar los grados de libertad son distintos en cada articulación. Por ello, para establecer los grados de libertad del robot paralelo se utiliza el criterio de Kutzbach el cual indica que: “Las restricciones de las articulaciones menos los grados de libertad de los eslabones que no están conectados, da como resultado los grados de libertad del mecanismo total” (Shigley & Uicker, 2001). Para este caso se tiene:

- Junta Prismática: 1GDL.
- Junta Rotacional: 1GDL.
- Junta Universal: 2GDL.
- Junta Esférica: 3GDL.

De acuerdo con Kutzbach los grados de libertad en un mecanismo espacial viene dado por:

$$GDL = 6(n - 1) - 5j_1 - 4j_2 - 3j_3 - 2j_4 - j_5$$

Ecuación 1.1.

Donde:

GDL= grados de libertad del conjunto.

n= número de eslabones.

j_1 = número de juntas con 1 grado de libertad.

j_2 = número de juntas con 2 grado de libertad.

j_3 = número de juntas con 3 grado de libertad.

j_4 = número de juntas con 4 grado de libertad.

j_5 = número de juntas con 5 grado de libertad.

En el robot paralelo del presente trabajo se tiene:

n=10 eslabones

j_1 = 5 (4 prismáticas + 1 rotacional)

j_2 = 4 (4 universales)

j_3 =3 (3 esféricas)

Como resultado se tiene:

$$GDL = 6(10 - 1) - 5(5) - 4(4) - 3(3) - 2(0) - 0$$

$$GDL = 4$$

Se concluye que el robot 3UPS+RPU tiene 4 grados de libertad, que corresponden a 2 rotacionales y 2 traslacionales (Fernández & Sotomayor, 2016) que describen los movimientos de rehabilitación de la rodilla:

- Flexión de cadera (traslación).
- Flexión y extensión de rodilla (traslación).
- Rotación interna y externa de la rodilla (rotación).
- Flexión y extensión de tobillo (rotación).

1.3.3. Espacio físico de trabajo

El espacio físico de trabajo del robot es una parte importante que se debe considerar, depende directamente del rango de movimiento que tenga la plataforma móvil, el tamaño del robot, la forma, los grados de libertad, las articulaciones y sus limitaciones de movimiento, ya que va a ser el espacio en el cual el robot o mecanismo va a trabajar (Flores, Castro, & Castillo, 2016).

Considerando todo lo antes mencionado se puede optimizar el diseño de tal manera que cumpla con todos los movimientos para el cual fue elaborado, además, se establece todo el entorno de trabajo del robot lo que ayuda a obtener las características cinemáticas del robot

1.3.4. Sistema de coordenadas

Para iniciar el análisis cinemático se debe establecer el sistema de coordenadas del robot para conocer la posición de cada una de sus articulaciones y de la plataforma móvil a cada momento. El sistema de coordenadas se establece en cualquier punto del espacio y puede ser mediante un sistema cartesiano un sistema cilíndrico o esférico.

Para el análisis se establece dos sistemas de coordenadas cartesianas generalizadas, uno en la plataforma fija donde el origen se lo ubica en el centro de (O_f) de coordenadas (X_f , Y_f , Z_f), el otro sistema en la plataforma móvil denotado por (O_m) de coordenadas (X_m , Y_m , Z_m) como se representa en la figura 1.10.

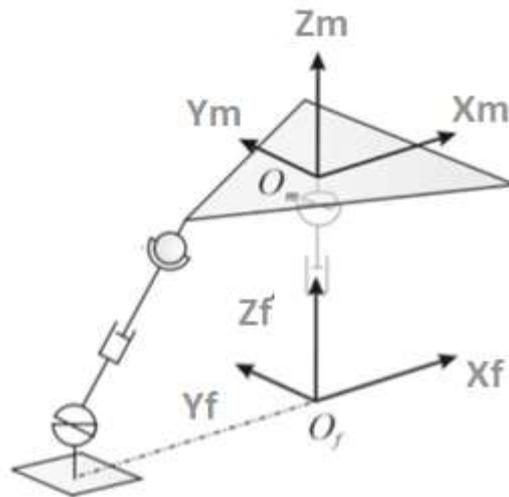


Figura 1.10. Sistema de coordenadas plataforma fija y móvil.
Fuente: (Zamora, 2016).

1.3.5. Dimensionamiento geométrico

En el diseño de las plataformas se toma en cuenta la extremidad inferior (pie) que va a estar en contacto con la plataforma móvil, el estudio realizado por Fernández & Sotomayor (2016) concluye que la plataforma debe ser en forma triangular y por motivos de diseño la plataforma fija debe tener el doble de dimensiones de la plataforma móvil.

Se establece el dimensionamiento en función de un triángulo inscrito en una circunferencia, los ángulos y diámetro, tanto para la plataforma fija y móvil, además, se representa la plataforma fija en función del radio R , los vértices A_0 , B_0 , C_0 , y los ángulos β_2^f y β_3^f , y la plataforma móvil en función del radio r los vértices A , B , C y los ángulos β_2^m y β_3^m , para un mejor manejo en el desarrollo de la resolución del análisis cinemático. Las coordenadas se establecen según la figura 1.11 y figura 1.12 que se muestran a continuación.

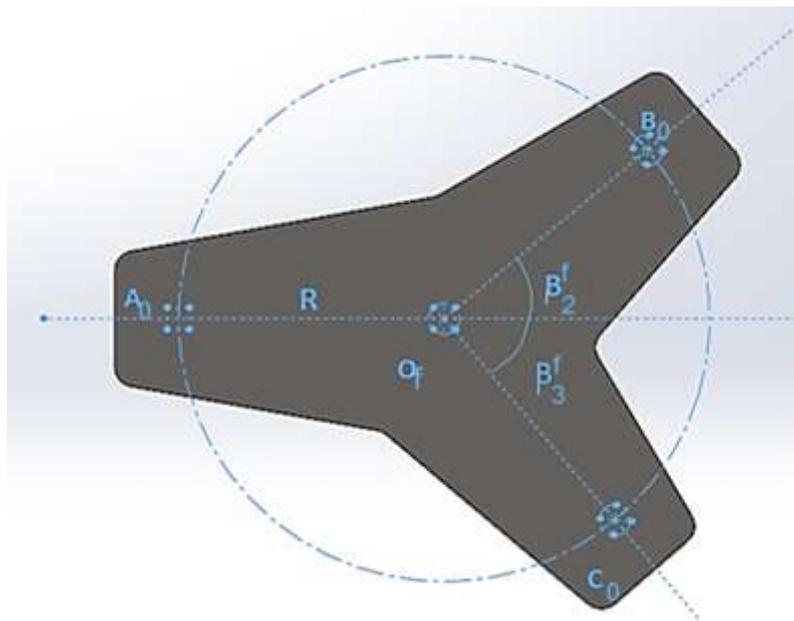


Figura 1.11. Dimensiones geométricas de la plataforma fija.
Fuente: (Autores).

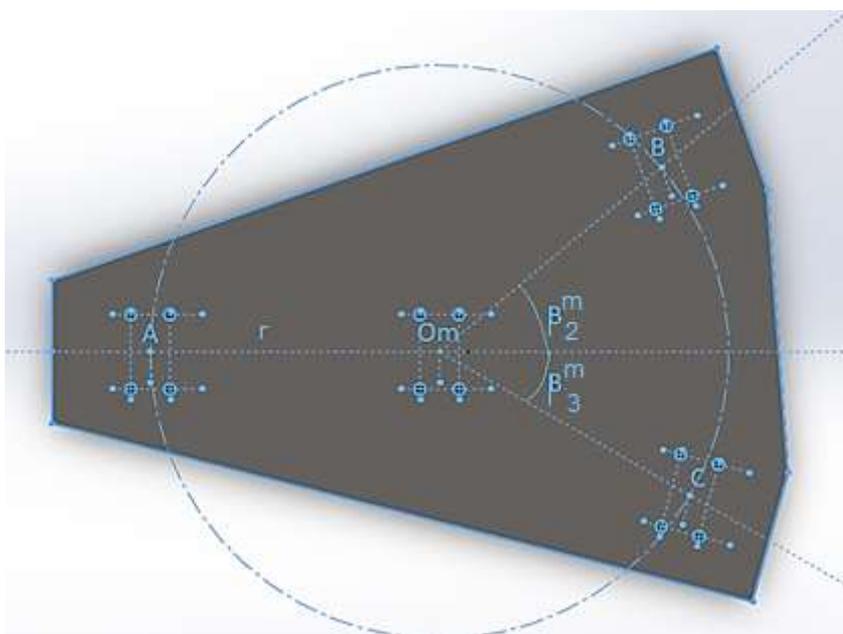


Figura 1.12. Dimensiones geométricas de la plataforma móvil.
Fuente: (Autores).

1.3.6. Rango de movimiento

En la sección 1.3.2 se observa que el robot tiene 4 grados de libertad dos de estos son de traslación y dos de rotación, estos movimientos los realiza el robot cuando el paciente coloca su pie sobre la plataforma móvil, la persona debe estar sentada y formando un ángulo de 90° entre el talón la rodilla y la cadera. A continuación, se describen el rango de cada movimiento según el estudio realizado por Aquino & Pozo (2017).

- Flexión cadera: En este caso el robot simula el movimiento haciendo que la plataforma móvil se traslade en el eje Z una distancia de 0.2 m (metros) con una velocidad constante de 0.01 m/s (metros/segundo).
- Flexión y extensión de rodilla: La plataforma móvil realiza un movimiento de traslación a lo largo del eje X, en donde el robot tiene un recorrido total de 0.3 m (metros). La plataforma empieza en el punto 0 de coordenadas (X_m, Y_m, Z_m) y avanza en el eje X positivo 0.2 m (metros) y en el eje X negativo hasta -0.11m (metros), para que no exista inconvenientes al momento de la traslación y evitar que los pistones se golpeen o se traben se recomienda extenderlos a la mitad de su recorrido, es decir las patas se extienden en el eje Z 100 mm antes de empezar el movimiento.
- Rotación interna y externa de rodilla: Este movimiento se realiza alrededor del eje Z, el rango total de es de 30° donde inicialmente gira de 0° a 15° en el sentido positivo y luego de 15° hasta -15° , antes de esto se debe tener los pistones a la mitad de su recorrido para que no se bloquee el mecanismo al momento del giro.
- Flexión y extensión de tobillo: Este movimiento realiza una rotación de 60° alrededor del eje Y con una velocidad constante 0.1745 rad/s, comenzando desde los 0° hasta os 30° positivos y luego regresa a los -30° , al igual que en la flexión y extensión de rodilla es necesario elevar la plataforma móvil a la mitad de recorrido de los pistones para que el movimiento se complete satisfactoriamente.

1.4. Cinemática del robot

El estudio cinemático de un robot paralelo se lo puede realizar mediante dos formas distintas; la primera es analizar las cadenas cerradas de forma separada tomando en cuenta los puntos comunes y la segunda realizando un análisis cinemático con cadenas abiertas (Díaz-Rodríguez, Carretero, & Bautista-Quintero, 2016).

La cinemática de un robot es una parte muy complicada y es que existen dos principales casos de estudios como indica Barrientos (2012), la cinemática directa y la cinemática inversa como se indica en la figura 1.13:

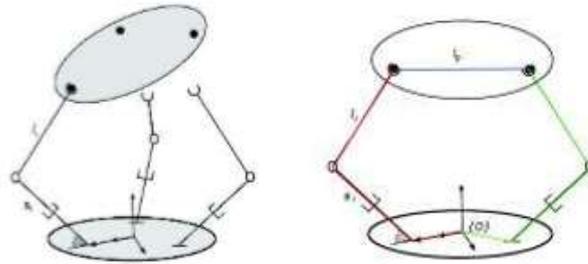


Figura 1.13. Métodos para analizar un robot paralelo.
Fuente: (Díaz-Rodríguez, Carretero, & Bautista-Quintero, 2016).

- Cinemática directa: Se aplica cuando en un sistema se tiene la posición de las articulaciones y geometría de los eslabones, lo que se busca es la posición y orientación del eslabón final, en este caso la plataforma móvil.
- Cinemática Inversa: en este caso, se parte de la posición del eslabón final y lo que se necesita saber es la posición de las articulaciones que comprenden el sistema, para así determinar la disposición que debe adquirir el robot. (Morales, 2017). Mediante la figura 1.14 se puede interpretar de una mejor manera los tipos de análisis.

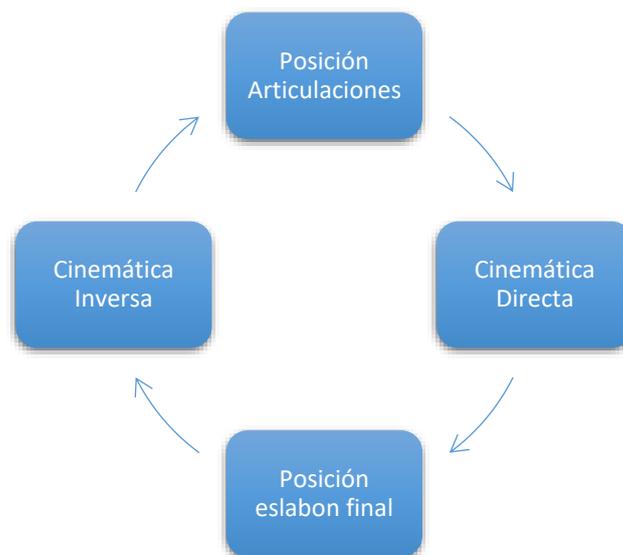


Figura 1.14. Relación cinemática inversa y directa.
Fuente: (Autores).

1.4.1. Análisis cinemático del robot 3UPS+RPU

Una vez definido el sistema de coordenadas y los movimientos correspondientes a los 4 grados de libertad, se analiza los movimientos de la plataforma móvil del robot.

Los desplazamientos de traslación de la plataforma a lo largo de los ejes X y Z se determinan al comparar las coordenadas del sistema móvil (X_m, Y_m, Z_m) con las coordenadas absolutas (X_f, Y_f, Z_f) en el punto O_m (Morales, 2017).

Estos desplazamientos se expresan en la ecuación 1.2:

$$[T_{XZ}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.2.

Donde,

T_{XZ} = Matriz de desplazamiento en X y Z.

x= desplazamiento en dirección eje X.

z= desplazamiento en dirección eje Z.

A continuación, se definen vectores que relacionen el centro O_m con la ubicación de cada brazo en los vértices de la plataforma obteniendo los vectores en el espacio de la Tabla 1.3., siguiendo la notación detallada en la sección 1.3.5.

Tabla 1.3. Vectores de posición plataforma móvil.

Pata 1	$\overrightarrow{O_m A} = [-r \ 0 \ 0]$
Pata 2	$\overrightarrow{O_m B} = [r \cos(\beta_2^m) \ r \sin(\beta_2^m) \ 0]$
Pata 3	$\overrightarrow{O_m C} = [r \cos(\beta_3^m) \ -r \sin(\beta_3^m) \ 0]$

Elaborado por: (Autores).

Fuente: (Morales, 2017).

Para poder realizar operaciones con estos vectores, se debe trabajar con matrices homogéneas, por lo cual se amplía el espacio a 1x4, formando una columna de unos para no alterar el valor de esta.

Para establecer los movimientos de rotación para el robot se usa un sistema de tres ángulos φ, θ, ψ conocidos como roll, pitch y yaw cuya traducción sería balanceo, inclinación y orientación. En la figura 1.15. se observa los giros que realiza el robot 3UPS+RPU.

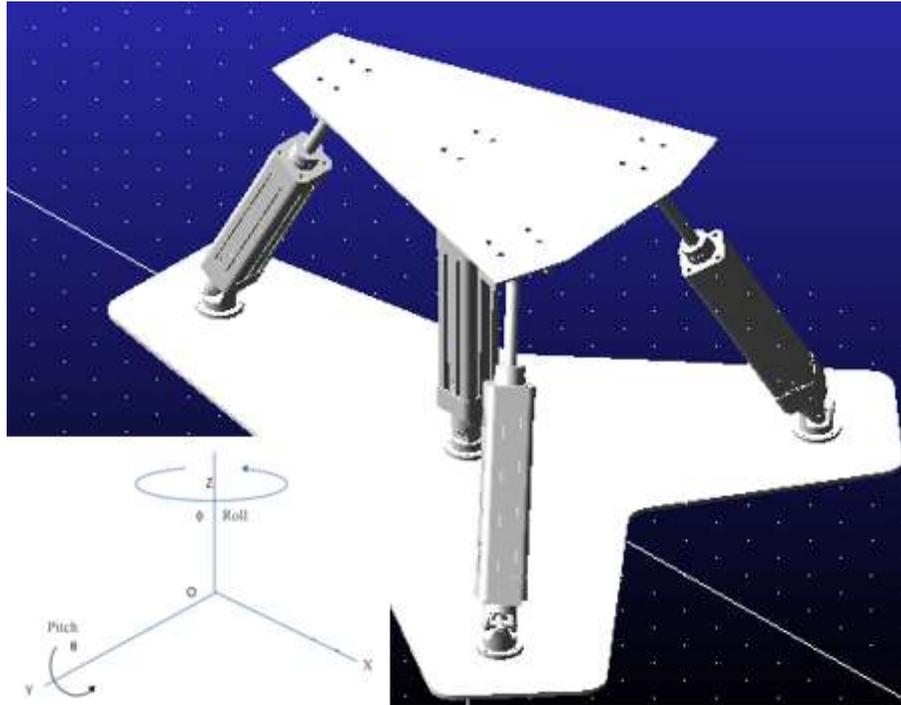


Figura 1.15 Movimientos de rotación del robot.
Fuente: (Autores)

Considerando que no realiza la rotación en el eje X, pero realiza rotaciones alrededor del eje Z y Y representados por los ángulos phi (φ) y theta (θ) respectivamente la matriz de rotación R_m se expresa mediante la ecuación 1.3 dada en Morales (2017):

$$R_m = R_{z\varphi} \cdot R_{y\theta}$$

Ecuación 1.3

$$[R_m] = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \cos(\theta) & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \cos(\theta) & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones expresan los movimientos de traslación y rotación del robot paralelo 3UPS+RPU.(Andueza & Aguirre, 2009).

Para obtener las ecuaciones cinemáticas de restricción del robot 3UPS+RPU se usa el método de Denavit-Hartenberg, este algoritmo es de forma matricial y sistemático que permite establecer sistemas de coordenadas ligados a cada eslabón del mecanismo para de esta forma determinar la toda la cinemática, al definir los sistemas de coordenadas se puede pasar de un eslabón a otro a través de ciertas transformaciones rotacionales y traslacionales que dependen únicamente de la geometría de los eslabones.

1.4.2. Análisis del brazo UPE

Para el análisis de los brazos UPE se aplica el método de Denavit-Hartenberg, además se realiza de forma general para los brazos 1,2 y 3 ya que tienen la misma configuración. La articulación universal es representada como dos articulaciones rotacionales (Morales, 2017) las articulaciones universales y prismáticas son activas porque el movimiento del robot depende de ellas, en cambio, no es analizada la articulación esférica ya que son articulaciones pasivas, es decir, su posición depende de las articulaciones activas y su utilidad es limitada (Fernández & Sotomayor, 2016).

El análisis parte del sistema de coordenadas (O, X_0, Y_0, Z_0) y se realiza giros y desplazamientos del sistema de coordenadas hasta llegar a obtener los movimientos de las articulaciones rotacionales $(q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22}, q_{31}, q_{32})$ y desplazamientos de la articulación prismática (q_{13}, q_{23}, q_{33}) .

Los resultados obtenidos en el análisis Denavit-Hartenberg son expuestos por el trabajo realizado por Morales (2017) y son aplicados a los tres brazos UPE considerando la localización respecto al centro de coordenadas absolutas. Para ello, primero se define la configuración del brazo 1 y para los brazos 2 y 3 se describen los ángulos de rotación respecto al vértice A del brazo 1, es decir, para el vértice B del brazo 2 es -120° y para el vértice C del brazo 3 es 120° , como se indica en la figura 1.15. Estos ángulos se representan con el símbolo β para incluirlo de forma general en los parámetros D&H descritos en la tabla 1.4.

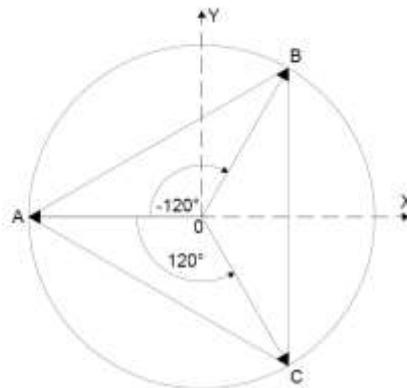


Figura 1.16. Ubicación de los brazos 2 y 3, respecto al vértice A.
Fuente: (Morales, 2017).

Tabla 1.4. Parámetros D&H Generales para los brazos UPE.

GDL	d	θ	A	α
1	0	q_1	0	-90°
2	0	q_2	0	90°
3	q_3	0	0	0
4	0	q_4	0	90°
5	0	q_5	0	90°
6	0	q_6	0	90°

Elaborado por: (Autores).
Fuente: (Morales, 2017)

1.4.3. Análisis del brazo RPU

Al igual que los brazos UPE en este análisis se aplica el método de D&H, iniciando con la articulación rotacional, la articulación prismática y las dos articulaciones rotacionales en representación de la articulación universal.

En este documento no se toma en cuenta el análisis de la articulación universal representada por dos articulaciones rotaciones (q_{43} , q_{44}), debido a que forma parte del grupo de articulaciones pasivas, que son parte del movimiento de la plataforma móvil y dependen de las articulaciones activas, indicadas anteriormente.

De igual manera se establecen los resultados de los parámetros de D&H descritos en la tabla 1.5.

Tabla 1.5. Parámetros D&H Generales para las patas RPU.

GDL	d	θ	A	α
1	0	q_1	0	-90°
2	q_2	0	0	90°
3	0	q_3	0	-90°
4	0	q_4	0	0

Elaborado por: (Autores).

Fuente: (Morales, 2017).

1.4.4. Ecuaciones de posición

Partiendo de los parámetros indicados en la Tabla 1.4 se genera la matriz homogénea que se multiplica por el vector posición del origen de coordenadas, representada por la ecuación 1.4 de Morales (2017):

$$[U] = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \\ 1 \end{bmatrix} = [UPE] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.4.

Donde:

U= componentes x, y, z del vector posición brazo UPE.

UPE= matriz homogénea.

Al resolver la matriz homogénea en función de los parámetros hallados mediante el método de D&H, se obtiene un sistema no lineal de 9 ecuaciones de restricción de posición de los brazos UPE.

De la misma forma se realiza el análisis para el brazo RPU, empleando ecuaciones de cinemática directa y ecuaciones geométricas para incluir los cuatro grados de libertad del robot (X , Z , θ , φ), generando dos ecuaciones no lineales.

A continuación, se detallan las once ecuaciones no lineales de restricción de posición del robot de tipología 3UPS+RPU, dadas en Fernández & Sotomayor (2016):

$$- q_{13} \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) - R - X_m + r \cos(\theta) \cos(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.5.

$$- q_{13} \cos(q_{12}) + r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.6.

$$- q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) - Z_m - r \operatorname{sen}(\theta) = 0$$

Ecuación 1.7.

$$- q_{23} \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) + R \cos(\beta_2^f) - X_m + r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\varphi) - r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \cos(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.8.

$$- q_{23} \cos(q_{22}) + R \operatorname{sen}(\beta_2^f) - r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \cos(\varphi) - r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.9.

$$- q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) - Z_m + r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) = 0$$

Ecuación 1.10.

$$- q_{23} \cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) + R \cos(\beta_3^f) - X_m - r \operatorname{sen}(\beta_3^m) \operatorname{sen}(\varphi) - r \cos(\beta_3^m) \cos(\theta) \cos(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.11.

$$- q_{23} \cos(q_{32}) - R \operatorname{sen}(\beta_3^f) + r \operatorname{sen}(\beta_3^m) \cos(\varphi) - r \cos(\beta_3^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) = 0$$

Ecuación 1.12.

$$- q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) - Z_m + r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) = 0$$

Ecuación 1.13.

$$- X_m + q_{42} \operatorname{sen}(q_{41}) = 0$$

Ecuación 1.14.

$$- Z_m - q_{42} \cos(q_{41}) = 0$$

Ecuación 1.15.

Donde:

R = Radio de la plataforma fija.

r = Radio de la plataforma móvil.

θ = Posición angular respecto a Y.

φ = Posición angular respecto a Z.

X_m = Coordenada de la plataforma móvil en el eje X.

Z_m = Coordenada de la plataforma móvil en el eje Z.

β_2^f = Angulo del vértice del brazo B respecto a la plataforma fija.

β_2^m = Angulo del vértice del brazo B respecto a la plataforma móvil.

β_3^f = Angulo del vértice del brazo C respecto a la plataforma fija.

β_3^m = Angulo del vértice del brazo C respecto a la plataforma móvil.

q_{11} = Posición de la primera articulación rotacional del brazo 1.

q_{12} = Posición de la segunda articulación rotacional del brazo 1.

q_{13} = Posición de la articulación prismática del brazo 1.

q_{21} = Posición de la primera articulación rotacional del brazo 2.

q_{22} = Posición de la segunda articulación rotacional del brazo 2.

q_{23} = Posición de la articulación prismática del brazo 2.

q_{31} = Posición de la primera articulación rotacional del brazo 3.

q_{32} = Posición de la segunda articulación rotacional del brazo 3.

q_{33} = Posición de la articulación prismática del brazo 3.

q_{41} = Posición de la primera articulación rotacional del brazo 4.

q_{42} = Posición de la articulación prismática del brazo 4.

1.4.5. Ecuaciones de velocidad

Para obtener el sistema de ecuaciones no lineales de restricción de velocidad es necesario derivar respecto al tiempo las ecuaciones de posición descritas en la sección anterior. Además, se implementa la matriz Jacobiana, que es el vector velocidad de los grados de libertad del robot y la que permite obtener las singularidades del robot como el resto de los parámetros. De esta manera se obtienen las ecuaciones que relacionan la velocidad de cada articulación con la posición de estas y orientación de la plataforma móvil como se indicada en Fernández & Sotomayor (2016).

$$- \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{13} - q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} + q_{13} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12} - dX_m - r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\theta - r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.16.

$$- \cos(q_{12}) dq_{13} + q_{13} \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{12} - r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\theta + r \cos(\theta) \cos(\varphi) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.17.

$$- \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{13} + q_{13} \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} + q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12} - dZ_m - r \cos(\theta) d\theta = 0$$

Ecuación 1.18.

$$- \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{23} - q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{21} + q_{23} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{22} - dX_m + r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\theta + (r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \cos(\varphi) + r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi)) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.19.

$$- \cos(q_{22}) dq_{23} + q_{23} \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{22} + r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\theta + (r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\varphi) + r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi)) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.20.

$$- \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{23} + q_{23} \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{21} + q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{22} - dZ_m - r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) d\theta = 0$$

Ecuación 1.21.

$$- \cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{33} - q_{33} \operatorname{sen}(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{31} + q_{33} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{32} - dX_m + r \cos(\beta_3^m) \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\theta + (-r \operatorname{sen}(\beta_3^m) \cos(\varphi) + r \cos(\beta_3^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi)) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.22.

$$- \cos(q_{32}) dq_{33} + q_{33} \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{32} + r \cos(\beta_3^m) \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\theta + (-r \cos(\beta_3^m) \cos(\theta) \cos(\varphi) - r \operatorname{sen}(\beta_3^m) \operatorname{sen}(\varphi)) d\varphi = 0$$

Ecuación 1.23.

$$- \operatorname{sen}(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{33} + q_{33} \cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{31} + q_{33} \operatorname{sen}(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{32} - dZ_m + r \cos(\beta_3^m) \cos(\theta) d\theta = 0$$

Ecuación 1.24.

$$- q_{42} \cos(q_{41}) dq_{41} + \operatorname{sen}(q_{41}) dq_{42} + dX_m = 0$$

Ecuación 1.25.

$$- q_{42} \operatorname{sen}(q_{41}) dq_{41} - \cos(q_{41}) dq_{42} + dZ_m = 0$$

Ecuación 1.26.

Donde:

dX_m = Velocidad de la plataforma móvil en el eje X.

dZ_m = velocidad de la plataforma móvil en el eje Z.

$d\theta$ = Velocidad angular respecto al eje Y.

$d\varphi$ = Velocidad angular respecto al eje Z.

dq_{11} = Velocidad de la primera articulación rotacional del brazo 1.

dq_{12} = Velocidad de la segunda articulación rotacional del brazo 1.

dq_{13} = Velocidad de la articulación prismática del brazo 1.

dq_{21} = Velocidad de la primera articulación rotacional del brazo 2.

dq_{22} = Velocidad de la segunda articulación rotacional del brazo 2.

dq_{23} = Velocidad de la articulación prismática del brazo 2.

dq_{31} = Velocidad de la primera articulación rotacional del brazo 3.

dq_{32} = Velocidad de la segunda articulación rotacional del brazo 3.

dq_{33} = Velocidad de la articulación prismática del brazo 3.

dq_{41} = Velocidad de la primera articulación rotacional del brazo 4.

dq_{42} = Velocidad de la articulación prismática del brazo 4.

1.4.6. Ecuaciones de aceleración

El sistema de ecuaciones no lineales que describen la aceleración se las consigue derivando las ecuaciones de restricción de velocidad vistas en la sección anterior respecto al tiempo, de esta forma se logra relacionar la aceleración de cada articulación del robot con la aceleración, velocidad y posición de la plataforma móvil y con la velocidad y posición de las mismas articulaciones como se indicada en Fernández & Sotomayor (2016).

$$\begin{aligned}
 & - \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) ddq_{13} - q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) ddq_{11} + q_{13} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) ddq_{12} - \\
 & ddX_m - r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) dd\theta - r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) dd\varphi + (-\operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} + \\
 & \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12}) dq_{13} + (-\operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{13} - q_{13} \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} - \\
 & q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12}) dq_{11} + (\cos(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{13} - q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{11} - \\
 & q_{13} \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{12}) dq_{12} + (-r \cos(\theta) \cos(\varphi) d\theta + r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\varphi) d\theta + \\
 & r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\theta - r \cos(\theta) \cos(\varphi) d\varphi) d\varphi = 0
 \end{aligned}$$

Ecuación 1.27.

$$\begin{aligned}
 & - \cos(q_{12}) ddq_{13} + q_{13} \operatorname{sen}(q_{12}) ddq_{12} - r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) dd\theta + r \cos(\theta) \cos(\varphi) dd\varphi + \\
 & \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{12} dq_{13} + (\operatorname{sen}(q_{12}) dq_{13} + q_{13} \cos(q_{12}) dq_{12}) dq_{12} + (-r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\theta - \\
 & r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\varphi) d\theta + (-r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) d\theta - r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\varphi) d\varphi = 0
 \end{aligned}$$

Ecuación 1.28.

$$\begin{aligned}
 & - \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) ddq_{13} + q_{13} \cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) ddq_{11} + q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) ddq_{12} - \\
 & ddZ_m - r \cos(\theta) dd\theta + (\cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} + \operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12}) dq_{13} + \\
 & (\cos(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{13} - q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{11} + q_{13} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{12}) dq_{11} + \\
 & (\operatorname{sen}(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{13} + q_{13} \cos(q_{11}) \cos(q_{12}) dq_{11} - q_{13} \operatorname{sen}(q_{11}) \operatorname{sen}(q_{12}) dq_{12}) dq_{12} + \\
 & r \operatorname{sen}(\theta) d\theta^2 = 0
 \end{aligned}$$

Ecuación 1.29.

$$\begin{aligned}
 & - \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) ddq_{23} - q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) ddq_{21} + q_{23} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) ddq_{22} - \\
 & ddX_m + r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) dd\theta + \\
 & (r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \cos(\varphi) + r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \operatorname{sen}(\varphi)) dd\varphi + (-\operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{21} + \\
 & \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{22}) dq_{23} + (-\operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{23} - q_{23} \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{21} - \\
 & q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{22}) dq_{21} + (\cos(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{23} - q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{21} - \\
 & q_{23} \cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{22}) dq_{22} + (r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \cos(\varphi) d\theta - \\
 & r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\varphi) d\theta + (-r \cos(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) d\theta + (-r \operatorname{sen}(\beta_2^m) \operatorname{sen}(\varphi) + \\
 & r \cos(\beta_2^m) \cos(\theta) \cos(\varphi)) d\varphi) d\varphi =
 \end{aligned}$$

Ecuación 1.30.

$$\begin{aligned}
& -\cos(q_{22})ddq_{23} + q_{23} \operatorname{sen}(q_{22}) ddq_{22} + r\cos(\beta_2^m)\operatorname{sen}(\theta)\cos(\varphi)dd\theta + \\
& (r\operatorname{sen}(\beta_2^m)\operatorname{sen}(\varphi) + r\cos(\beta_2^m)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\varphi))dd\varphi + \operatorname{sen}(q_{22})dq_{22} dq_{23} + \\
& (\operatorname{sen}(q_{22})dq_{23} + q_{23} \cos(q_{22}) dq_{22})dq_{22} + (r\cos(\beta_2^m)\cos(\theta)\cos(\varphi) d\theta - \\
& r\cos(\beta_2^m)\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi)d\varphi)d\theta + (-r\cos(\beta_2^m)\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi)d\theta + (-r\operatorname{sen}(\beta_2^m)\cos(\varphi) + \\
& r\cos(\beta_2^m)\cos(\theta)\cos(\varphi))d\varphi)d\varphi = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.31.

$$\begin{aligned}
& \operatorname{sen}(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22})ddq_{23} + q_{23}\cos(q_{21})\operatorname{sen}(q_{22})ddq_{21} + q_{23} \operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22}) ddq_{22} - \\
& ddZ_m - r\cos(\beta_2^m)\cos(\theta)dd\theta + (\cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22}) dq_{21} + + \\
& \operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22})dq_{22})dq_{23} + (\cos(q_{21}) \operatorname{sen}(q_{22})dq_{23} - q_{23}\operatorname{sen}(q_{21})\operatorname{sen}(q_{22})dq_{21} + \\
& q_{23} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{22})dq_{21} + (\operatorname{sen}(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{23} + q_{23} \cos(q_{21}) \cos(q_{22}) dq_{21} - \\
& q_{23}\operatorname{sen}(q_{21})\operatorname{sen}(q_{22})dq_{22})dq_{22} + r\cos(\beta_2^m)\operatorname{sen}(\theta) d\theta^2 = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.32.

$$\begin{aligned}
& \cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32})ddq_{33} - q_{33}\operatorname{sen}(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})ddq_{31} + q_{33} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) ddq_{32} - \\
& ddX_m + r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\cos(\varphi)dd\theta + \\
& (-r\operatorname{sen}(\beta_3^m)\cos(\varphi) + r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\varphi))dd\varphi + (-\operatorname{sen}(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})dq_{31} + \\
& \cos(q_{31})\cos(q_{32})dq_{32})dq_{33} + (-\operatorname{sen}(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})dq_{33} - q_{33} \cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32})dq_{31} - \\
& q_{33}\operatorname{sen}(q_{31})\cos(q_{32})dq_{32})dq_{31} + (\cos(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{33} - q_{33}\operatorname{sen}(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{31} - \\
& q_{33}\cos(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})dq_{32})dq_{32} + (r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\cos(\varphi) d\theta - \\
& r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi)d\varphi)d\theta + (-r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi)d\theta + (r\operatorname{sen}(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\varphi) + \\
& r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\cos(\varphi))d\varphi)d\varphi = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.33.

$$\begin{aligned}
& -\cos(q_{32})ddq_{33} + q_{33} \operatorname{sen}(q_{32}) ddq_{32} + r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi)dd\theta + \\
& (-r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\cos(\varphi) - r\operatorname{sen}(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\varphi))dd\varphi + \operatorname{sen}(q_{32})dq_{32} dq_{33} + \\
& (\operatorname{sen}(q_{32})dq_{33} + q_{33} \cos(q_{32}) dq_{32})dq_{32} + (r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\varphi) d\theta + \\
& r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\cos(\varphi)d\varphi)d\theta + (r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta)\cos(\varphi)d\theta + (-r\operatorname{sen}(\beta_3^m)\cos(\varphi) + \\
& r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\varphi))d\varphi)d\varphi = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.34.

$$\begin{aligned}
& \operatorname{sen}(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32})ddq_{33} + q_{33}\cos(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})ddq_{31} + q_{33} \operatorname{sen}(q_{31}) \cos(q_{32}) ddq_{32} - \\
& ddZ_m + r\cos(\beta_3^m)\cos(\theta)dd\theta + (\cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32}) dq_{31} + \operatorname{sen}(q_{31}) \cos(q_{32})dq_{32})dq_{33} + \\
& (\cos(q_{31}) \operatorname{sen}(q_{32})dq_{33} - q_{33}\operatorname{sen}(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})dq_{31} + q_{33} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{32})dq_{31} + \\
& (\operatorname{sen}(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{33} + q_{33} \cos(q_{31}) \cos(q_{32}) dq_{31} - q_{33}\operatorname{sen}(q_{31})\operatorname{sen}(q_{32})dq_{32})dq_{32} - \\
& r\cos(\beta_3^m)\operatorname{sen}(\theta) d\theta^2 = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.35.

$$\begin{aligned}
& q_{42} \cos(q_{41}) ddq_{41} + \operatorname{sen}(q_{41})ddq_{42} + ddX_m + (-q_{42} \operatorname{sen}(q_{41}) dq_{41} + \\
& \cos(q_{41})dq_{42})dq_{41} + \cos(q_{41})dq_{41}dq_{42} = 0
\end{aligned}$$

Ecuación 1.36.

$$- q_{42} \operatorname{sen}(q_{41}) ddq_{41} - \cos(q_{41}) ddq_{42} + ddZ_m + (q_{42} \cos(q_{41}) dq_{41} + \operatorname{sen}(q_{41}) dq_{42}) dq_{41} + \operatorname{sen}(q_{41}) dq_{41} dq_{42} = 0$$

Ecuación 1.37.

Donde:

ddX_m = Aceleración de la plataforma móvil en el eje X.

ddZ_m = Aceleración de la plataforma móvil en el eje Z.

$dd\theta$ = Aceleración angular respecto al eje Y.

$dd\varphi$ = Aceleración angular respecto al eje Z.

ddq_{11} = Aceleración de la primera articulación rotacional del brazo 1.

ddq_{12} = Aceleración de la segunda articulación rotacional del brazo 1.

ddq_{13} = Aceleración de la articulación prismática del brazo 1.

ddq_{21} = Aceleración de la primera articulación rotacional del brazo 2.

ddq_{22} = Aceleración de la segunda articulación rotacional del brazo 2.

ddq_{23} = Aceleración de la articulación prismática del brazo 2.

ddq_{31} = Aceleración de la primera articulación rotacional del brazo 3.

ddq_{32} = Aceleración de la segunda articulación rotacional del brazo 3.

ddq_{33} = Aceleración de la articulación prismática del brazo 3.

ddq_{41} = Aceleración de la primera articulación rotacional del brazo 4.

ddq_{42} = Aceleración de la articulación prismática del brazo 4.

1.5. Introducción software MSC. Adams

MSC. Adams es un software con varios módulos, permite la simulación del funcionamiento de mecanismos por medio del análisis, modelado, animaciones y formas de visualización de los resultados (Adams, 2018).

Este software permite crear modelos virtuales que simulen el comportamiento de movimientos complejos de los sistemas mecánicos reales, analizando de una forma rápida diferentes variaciones de diseño hasta llegar a uno óptimo. Esto mejora la calidad del diseño, el costo de elaboración de prototipos físicos y reduce el tiempo de desarrollo del producto de una manera significativa.

MSC. Adams proviene de la Universidad de Michigan en 1967, con la versión DAMN (Dynamic Analysis of Mechanical Networks) que fue el primer programa en resolver problemas dinámicos. Mediante la simulación tridimensional de la mecánica y dinámica se dio paso a un nuevo programa llamado DRAM (Dynamic Response of Articulated Machinery). Este software ha demostrado una amplia y diversa gama de aplicaciones y actualmente es el programa más utilizado en la industria y en diversos campos ingenieriles (Adams, 2018).

MSC software es el nombre de la compañía encargada de Adams, cuenta con servicios de consultoría que ayudan a desarrollar prototipos virtuales, modelarlos y simularlos en todos los sectores industriales y de investigación a nivel mundial, se encuentra en 23 países con 45 años en el mercado del software de simulación.

Su origen está en el centro de investigación de la NASA en 1960, desarrollando un sistema de cálculo complejo en una nueva dimensión de precisión matemática. MSC Software comercializa la versión del código NASTRAN (NASA Structural Analysis Program) dando su uso principalmente en la industrial de Automación a finales de 1973, su impacto es alto debido a la baja del petróleo y un alza en investigación para obtener autos más ligeros, rápidos y eficientes en sus motores. Desde entonces MSC Software ha logrado implantarse a nivel mundial siendo hoy en día uno de los programas más completos en el mercado (Adams, 2018).

MSC. Adams tiene como entrada cierto número de elementos del mecanismo que se está modelando, los organiza en partes rígidas o flexibles, se define las características geométricas y de masa, los grados de libertad de las piezas que están interconectadas que se mueven una con respecto a otra. Todo el análisis depende de las características de cada articulación. Las conexiones de elementos de fuerza se pueden incluir en las simulaciones basadas en movimiento, además de poder controlar y guiar durante la simulación dependiendo del módulo de Adams que se siga (Mechanical, 2002).

Para describir la parte dinámica de un mecanismo MSC. Adams forma ecuaciones matemáticas y halla la solución de la simulación en cada intervalo de tiempo. Para entender cómo trabaja el modelo y como se mueve en el espacio, el software crea imágenes en 3 dimensiones a lo largo del tiempo. Al finalizar la simulación el usuario puede disponer de los movimientos, fuerzas y resultados para poder revisarlos y analizarlos en el mismo software como en softwares compatibles (Hernández, 2001).

Los entornos gráficos de este software están divididos en diferentes paquetes, cada uno resuelve diferentes problemas en la ingeniería, haciendo de MSC. Adams un software muy poderoso y con muchas posibilidades de simulación, estos paquetes son: Adams/Driveline, Adams/3D Road, Adams/Controls, Adams/Car, Adams/Autoflex, Adams/Chassi, Adams/Driver, Adams/Aircraft (Hernández, 2001). A continuación, se detalla los más relevantes:

- Adams/Aircraft: este módulo permite crear prototipos virtuales de aeronaves y de su tren de aterrizaje, reduciendo los costos, riesgos y tiempo mejorando la calidad de sus diseños. Es fácil crear las características de su tren de aterrizaje, sus ruedas, absorción de energía, etc. Para poder determinar a través de una simulación dinámica la estabilidad, cargas, comodidad y espacio para cada pasajero como la flotación del vehículo en sí. Este módulo tiene respuestas más cercanas a la realidad por lo que es muy utilizado en la industria de la aviación mucho antes de empezar con la construcción, es un paso fundamental la simulación virtual antes que una prueba física (Adams, 2018).
- Adams/Car: Con este módulo se puede probar el funcionamiento del sistema y subsistema de vehículos diseñados virtualmente. La industria de la Automación puede realizar diseños de autos cambiando sus condiciones viales y realizando pruebas con resultados muy cercanos a los que se ejecutan en los laboratorios de ensayos o pista de pruebas generando un menos costo y tiempo, además de

mejorar la productividad en la ingeniería, reducir costos de fabricación corrigiendo previamente el diseño e innovando en los mismos (Adams, 2018).

- Adams/Engine: este software este diseñado para trabajar con conceptos de motor, permitiendo a los usuarios desarrollar los sistemas de propulsión y el motor en cada fase de desarrollo. Este módulo utiliza un núcleo dinámico como solucionador y el más usado como herramienta de simulación dentro de los sistemas mecánicos a nivel del sistema virtual en la industria automotriz (Adams, 2018).
- Adams/Flex: este módulo incluye la flexibilidad de un componente y su interacción con otros elementos, acoplándose a los requerimientos de las industrias siendo de alta velocidad, precisos, deformables, etc. Es un paquete opcional para trabajar con elementos finitos permitiéndole al usuario convertir sus componentes d erigidos a flexibles de una manera muy fácil con la ayuda de su interfaz amigable, este a diferencia de los demás viene integrado en el paquete principal de simulación de Adams (Adams, 2018).
- Adams/Insight: sirve para medir el rendimiento del sistema mecánico en funcionamiento teniendo una comunicación con los demás paquetes, con ello se agiliza los beneficios de cada uno. También incluye ASCII que sirve para potenciar los procesos de investigación simplificando los sistemas definidos por archivos de texto, es decir buscando una compatibilidad. A su vez este paquete permite la interacción con programas como MSC EASY5 o MSC Dytran (Adams, 2018).

En este trabajo se utiliza la versión 2017 de MSC. Adams y el paquete de Adams/ View. Adams/ View es parte de la interfaz gráfica de Adams/ Solver, permite exportar archivos CAD y construir modelos dentro de su plataforma, en la figura 1.16 se observa un modelo exportado CAD y que se va a analizar en Adams/View.

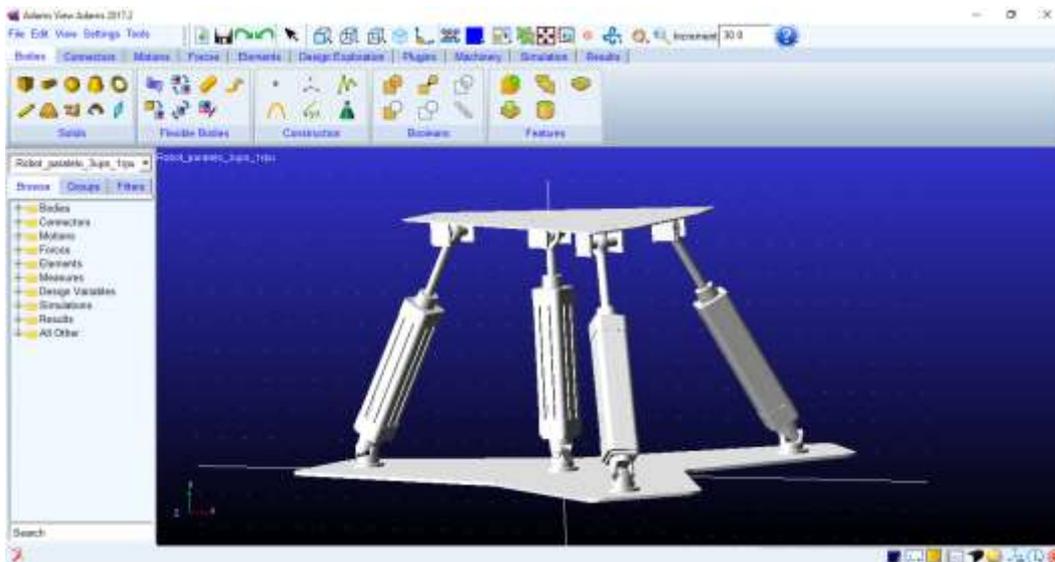


Figura 1.17. Ejemplo de diseño en Adams/View.
Fuente: (Autores).

Adams/View es una herramienta que ayuda al usuario a crear modelos personalizados, además de automatizar procesos repetitivos, logrando optimizar el tiempo de simulación y obteniendo un resultado más acorde a la realidad.

Permite construir y examinar los resultados simultáneamente, sin que el usuario tenga que escribir a mano cada parámetro o propiedad del sistema mecánico que se analice.

Para elaborar modelos de forma fácil el programa cuenta con una interfaz gráfica muy amigable que permite un acceso a todas las herramientas de simulación, se tiene menus desplegables herramientas de modelado CAD. El diseño de los modelos se lo realiza progresivamente y de forma graduada tal y como se construyen los mecanismos físicos. Al diseñar el modelo se puede relacionar sus partes mediante conectores o juntas mecánicas para posteriormente implementar los movimientos que requiere el sistema para la simulación mediante la herramienta Motion. Las fuerzas que se puede asignar al modelo pueden ser externas o de acción y reacción (Hernández, 2001).

1.5.1. Cosimulación MSC Adams y Matlab/ Simulink

La cosimulación entre MSC Adams y Matlab/Simulink se da gracias a la herramienta de Adams, llamada Adams/ Controls, la cual se debe activar en la pestaña tools y la opción Plugin Manager.

Esta herramienta permite enlazar de forma simultánea el modelo virtual con las características desarrolladas en Adams y el código de control creado en Matlab, esta relación ejecuta la simulación simultáneamente en un tiempo preestablecido (Perez Sandoval, 2012).

Adams/Control permite resolver un sistema mecánico mediante cuatro pasos como se indican en la figura 1.17.

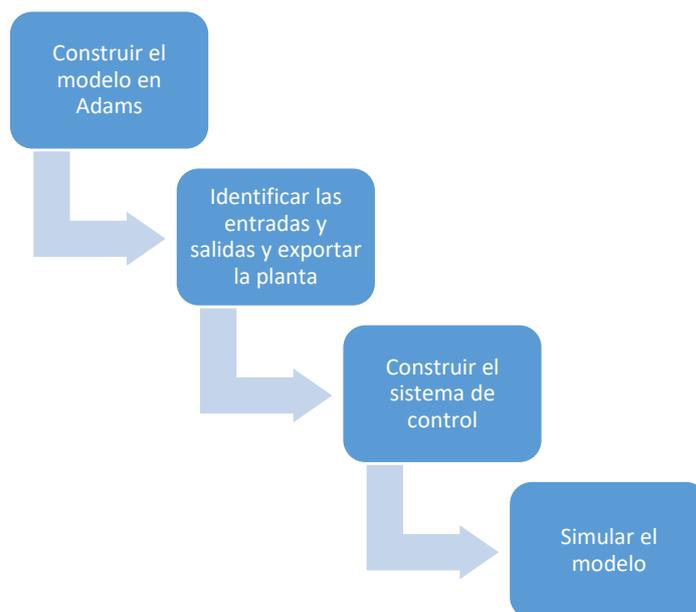


Figura 1.18. Pasos para Cosimulación.
Fuente: (Mechanical, 2002).

Como primer paso se debe construir el modelo virtual en Adams o importarlos desde un software de diseño CAD 3D, este modelo debe incluir todas las características, geometría, movimientos, restricciones, fuerzas y medidas necesarias.

En el segundo paso se identifica las entradas y salidas del sistema en Adams para completar un ciclo cerrado entre los dos softwares de análisis. Todas las entradas y salidas son identificadas como variables, las variables de salida van a los controles de aplicación, es decir, es el resultado del modelo en Adams es la entrada para el software Matlab. Las variables de entrada son las que regresan a Adams, es decir, las variables de salida de Matlab, este ciclo se representa en la figura 1.18.

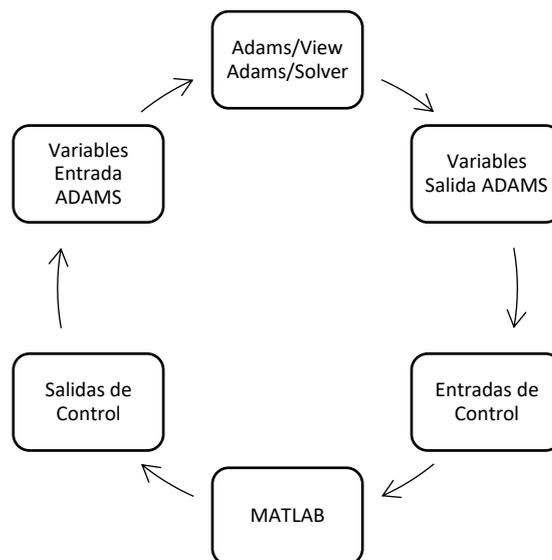


Figura 1.19. Ciclo cerrado Adams/Matlab.

Elaboración: (Autores).

Fuente: (Mechanical, 2002).

Para lograr esta comunicación entre los dos softwares se debe exportar los archivos con los controles de planta de Adams.

El paso tres consiste en compilar el diagrama de bloques, se construye el diagrama de control que está unido al bloque del sistema, esto se puede trabajar mediante programas como Simulink de Matlab o EASY5. Como último paso se simula el modelo, ejecutándolo de diferentes formas, desde o hacia el sistema de control (Mechanical, 2002).

1.6. Método de validación

En ingeniería y en las ramas de la ciencia en donde se desarrollan modelos matemáticos es necesario comprobar la veracidad de los resultados obtenidos y para eso se debe recurrir a ciertas teorías y conceptos los cuales nos ayudarán a verificar que los datos o ecuaciones que se obtiene son o no valederos.

La mayoría de los fenómenos naturales se pueden describir con modelos matemáticos y una parte fundamental para poder entenderlos es la verificación de las ecuaciones que

rigen su comportamiento, básicamente para aplicar algún método que nos permita ver como los modelos se adaptan a la realidad, para lograr esto se necesita considerar cuatro etapas: descripción, modelización, verificación y predicción (San Isidro, 1998).

La validación que se va a realizar es de forma empírica y en sentido residual ya que se llega a los resultados y conclusiones al comparar los resultados simulados y medidas experimentales (en este caso se compara las gráficas obtenidas mediante las ecuaciones cinemáticas y las gráficas obtenidas del modelo 3D de Adams). Para definir esta metodología existen tres partes principales que son el análisis de sensibilidad, la búsqueda de dominios de parámetros de entrada y el análisis residual (San Isidro, 1998).

1.6.1. Análisis de sensibilidad.

Este análisis estudia los efectos que se producen en las salidas del sistema al variar los parámetros de entrada, en este caso el sistema estudiado tiene múltiples entradas y salidas por lo que es necesario definir las variables de entrada que actúan en el comportamiento que adquieren las variables de salida y así se logra tener un problema más simple al reducir el estudio de las variables del sistema (San Isidro, 1998).

El modelo matemático cinemático que rige el robot consta un sistema de 11 ecuaciones no lineales las cuales describen la posición, velocidad y aceleración de cada una de las articulaciones de las patas del robot en función de los movimientos de la plataforma móvil. Considerando esto se determina que las entradas determinantes en el sistema son la posición, velocidad y aceleración de la plataforma móvil del robot en cada una de las coordenadas en las que se trabaja. Las salidas a considerar son las posiciones, velocidades y aceleraciones de las 11 articulaciones del robot.

Los parámetros físicos que alteran las ecuaciones del modelo matemático son las siguientes:

- Posición inicial y final de la plataforma móvil en función de las coordenadas en los 3 ejes X, Y, Z y los ángulos o posiciones angulares θ y Ψ .
- Velocidad inicial y final de la plataforma móvil en función de las coordenadas en \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} , y velocidades angulares $\dot{\theta}$ y $\dot{\Psi}$.
- Aceleración inicial y final de la plataforma móvil en función de las coordenadas en \ddot{X} , \ddot{Y} , \ddot{Z} y velocidades angulares $\ddot{\theta}$, $\ddot{\Psi}$.

1.6.2. Dominios de parámetros de entrada.

Consiste en encontrar los dominios que minimicen una cierta función objetivo, que en este caso está definida por los residuos medios cuadráticos obtenidos entre los resultados teóricos y los experimentales, de esta forma los parámetros de entrada serán los óptimos (San Isidro, 1998). El dominio de los parámetros de entrada del robot está definido por los movimientos que realiza la rodilla para su rehabilitación, estos movimientos fueron definidos en los trabajos anteriores de Miguel Aquino y Edwin Pozo, donde se tiene los movimientos básicos del robot y los rangos de movimiento de estos como se puede ver en la tabla 1.6.

Tabla 1.6. Rangos de movimiento.

NOMBRE	TIPO	RANGO
Movimiento de flexión de cadera	Traslación en el eje Z	0-200mm
Movimiento de flexión y extensión de rodilla	Traslación en el eje X	200mm a -100mm
Rotación interna externa de rodilla	Giro en el eje Z	15° a -15°
Flexión extensión de tobillo	Giro en el eje Y	30° a -30°

Elaborado por: (Autores).

Fuente: (Aquino & Pozo, 2017).

1.6.3. Análisis de residuos

A pesar de que se define las entradas que interactúan de manera directa con nuestros resultados y los dominios donde estas trabajan, pueden seguir existiendo errores por lo que es necesario definir por qué se deben las inexactitudes y poder corregirlas. Para esto se realiza un análisis de residuos que se obtuvo entre los datos experimentales (Simulación Adams/Matlab) y los teóricos (modelo matemático). Gracias a este análisis se espera llegar a caracterizar las inexactitudes del modelo y si los modelos matemáticos describen correctamente el fenómeno físico estudiado (San Isidro, 1998).

Para realizar el análisis se debe verificar los siguientes datos:

- Comparación cuantitativa y cualitativa de las salidas del modelo teórico y el experimental que representan el modelo estudiado.
- Cuantificar la varianza de los parámetros físicos que actúan sobre el modelo.

Si se presenta perturbaciones y estas no son tan significativas y al tomarlas en cuenta en los parámetros de entrada el modelo sigue siendo correcto se concluye que el modelo matemático describe correctamente el modelo físico.

En este caso como modelo teórico se tiene el sistema de ecuaciones que describen la cinemática del robot, estas ecuaciones nos dan como resultado gráficas de posición, velocidad y aceleración de cada articulación del robot al seguir los dominios establecidos en el punto anterior. El modelo experimental es el que se va a realizar en este trabajo para poder realizar el análisis de residuos y la validación, para conseguir el modelo experimental se realiza los siguientes pasos.

- Modelado 3D en SolidWorks: Se diseña cada una de las partes establecidas en los trabajos anteriores para obtener el robot paralelo 3 UPS RPU con todas las especificaciones y dimensiones del modelo real.
- Exportación del modelo a Adams: una vez ensamblado el modelo en SolidWorks se exporta el mismo al software Adams en donde se trabaja con todas las herramientas que este software nos brinda. Una vez obtenido el modelo se procede a definir los marcadores, las conexiones, los movimientos variables, funciones y fuerzas

necesarias para que la simulación del modelo sea la esperada y así poder determinar las medidas que se necesita para posteriormente realizar la validación.

- Cosimulación Matlab/Adams: Una vez obtenido el modelo por completo se procede a simular y comprobar que el modelo funciona y responde a los parámetros, posteriormente se puede comenzar el proceso de agregar un sistema de control para ello, primeramente se debe desactivar el movimiento y se vuelve a la simulación para luego crear la planta que rige a nuestro modelo, se identifican las entradas y salidas y se definen dentro de Adams View, se verifican las variables y funciones de entrada de nuestro modelo y posterior mente las variables y funciones de salida. Por último, se exporta la planta de Adams a Matlab.

Si se presentan perturbaciones no significativas al tomarlas en cuenta en los parámetros de entrada y el sistema sigue siendo correcto, se concluye que el modelo matemático describe correctamente el modelo físico. Los residuos se obtienen mediante la ecuación 1.38 definida en Anónimo (2005):

$$e(t, \theta) = y(t) - y(t, \theta)$$

Ecuación 1.38.

Donde:

$e(t, \theta)$; Residuo respecto a los parámetros del sistema.

$y(t)$; Respuesta teórica.

$y(t, \theta)$; Respuesta experimental.

Para determinar el tamaño de los residuos se utiliza la ecuación del error cuadrático medio, definido por Anónimo (2005):

$$\sigma(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_t^N e^2(t, \theta)}$$

Ecuación 1.39.

Donde:

$\sigma(\theta)$; Error cuadrático medio.

N; Número de elementos.

Para poder expresar el resultado en forma de porcentaje se lo hace en función del error residual y el resultado experimental del modelo en Adams de acuerdo a Anónimo (2005) mediante la ecuación 1.40.

$$E\% = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_t^N \frac{e}{y(t, \theta)}} * 100\%$$

Ecuación 1.40

2. METODOLOGÍA

El análisis cinemático describe el movimiento del robot sin considerar inercias, masas, fuerzas internas y fuerzas externas, tan solo se toma en cuenta la fuerza de gravedad en la simulación. Para la validación de la cinemática descrita por el robot se simula los movimientos de rehabilitación de la rodilla mediante la elaboración de un prototipo virtual CAD 3D, utilizando el sistema de ecuaciones no lineales desarrolladas en trabajos anteriores, se define la trayectoria que sigue la plataforma móvil en cada movimiento.

Se seguirá el proceso de simulación de Adams/Controls, teniendo como base su proceso de cuatro pasos (ver sección 1.5.1) para obtener mejores resultados.

2.1. Componentes del robot

El modelo virtual del robot paralelo 3UPS+1RPU, está conformado por cuatro actuadores lineales, cuatro juntas tipo universal, tres juntas tipo esféricas, una junta tipo revolución, una plataforma móvil y una plataforma fija de geometría no simétrica. El modelo virtual de todos los componentes fue realizado en el software SolidWorks. En la figura 2.1 se detalla cada componente del robot.

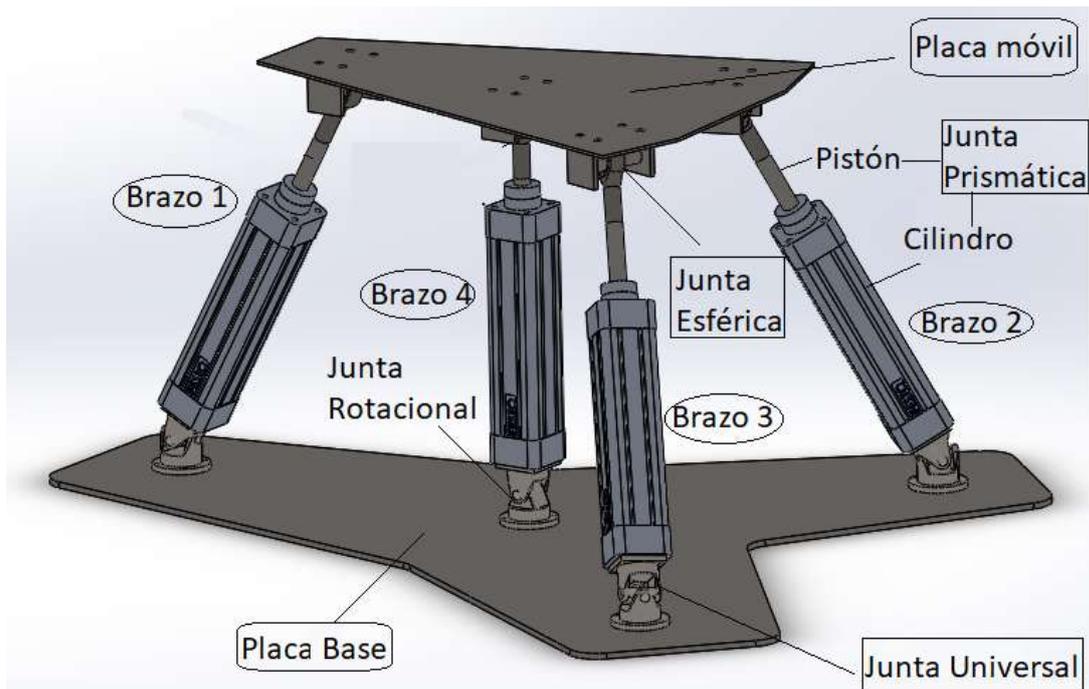


Figura 2.1. Prototipo virtual 3D robot paralelo 3UPS+RPU SolidWorks.
Fuente: (Autores).

2.1.1. Placa base

La placa base tiene las dimensiones adecuadas para que exista menos esfuerzos debido a que su masa es mínima al igual que las inercias, de esta manera el diseño es óptimo para el estudio cinemático y dinámico.

El material usado es un acero AISI 304, las dimensiones fueron establecidas en trabajos anteriores, las cuales son inmejorables para el desarrollo del robot y se las observa en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Dimensiones placa base.

Radio (R)	4000 mm
Angulo que forma con el brazo 2 (β_2^f)	50°
Angulo que forma con el brazo 3 (β_3^f)	40°

Fuente: (Autores).

El dimensionamiento geométrico de la placa base se lo puede apreciar en el apartado 1.3.5 en la figura 1.11.

2.1.2. Placa móvil

Esta placa es el efector final del robot paralelo, es la encargada de seguir las trayectorias de los movimientos de rehabilitación y ser la superficie de apoyo para el pie de la persona que realiza la rehabilitación. Al igual que la placa base (fija) el material es acero inoxidable AISI 304, los parámetros geométricos óptimos se detallan en la tabla 2.2:

Tabla 2.2. Dimensiones placa móvil.

Radio (r)	2000 mm
Angulo que forma con el brazo 2 (β_2^m)	40°
Angulo que forma con el brazo 3 (β_3^m)	30°

Fuente: (Autores).

El dimensionamiento geométrico de la placa móvil se lo puede apreciar en el apartado 1.3.5 en la figura 1.12.

2.1.3. Junta Universal

Las juntas universales para los brazos UPE se ubican entre la placa base y el actuador lineal, en cambio para el brazo RPU se ubica entre el actuador lineal y la plataforma móvil. El ensamble de esta junta fue diseñado con diversas partes, como el soporte que acopla al cilindro con la plataforma fija, y la junta en cruz que funciona como pasadores para unirD

los dos soportes, el material establecido para esta junta es de un acero al carbono. En la figura 2.2 se observa la junta universal.

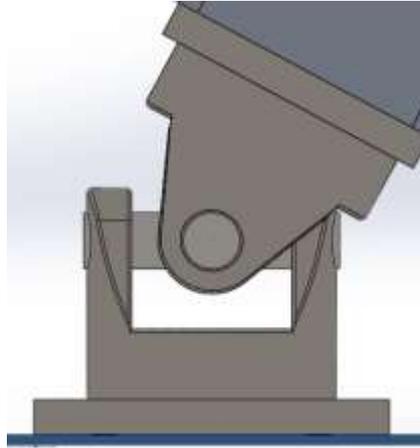


Figura 2.2. Junta universal robot paralelo 3UPE+RPU.
Fuente: (Autores).

2.1.4. Junta rotacional

La junta rotacional es la que va ubicada al inicio del brazo 4 que corresponde al brazo central y esta limita el movimiento del robot para que cumpla con las trayectorias necesarias para la rehabilitación de la rodilla, el diseño de la junta se observa en la figura 2.3 y se aprecia que está formada por un rodamiento montado en la placa base, un pasador y la junta de revolución o soporte que va al actuador lineal. Este elemento está establecido del mismo material que la junta universal. En la figura 2.3 se observa la junta rotacional.

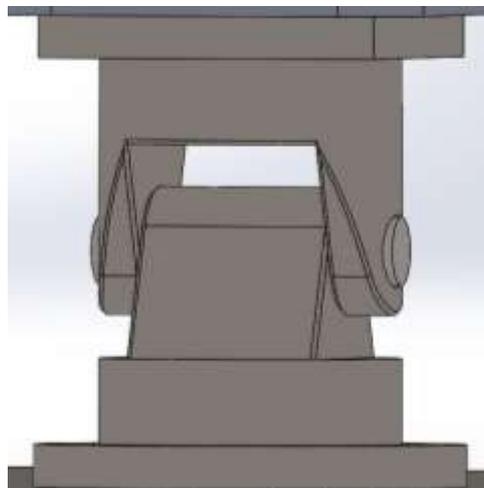


Figura 2.3. Junta Rotacional robot paralelo 3UPE+RPU.
Fuente: (Autores).

2.1.5. Junta esférica

En la figura 2.4 se muestra las juntas esféricas que están ubicadas al final del vástago del actuador lineal y van unidas a la plataforma móvil. El actuador lineal tiene al final de su vástago un acople hembra en forma de rótula la cual se une con la junta esférica que sería el acople macho para producir los grados de libertad descritos, la cabeza tipo rótula es de un acero inoxidable AISI 304 normalizado mientras que la junta esférica es de un acero inoxidable cromado.

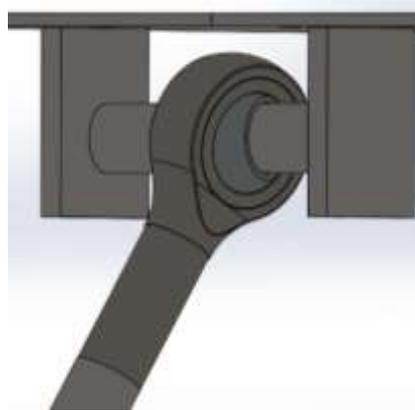


Figura 2.4. Junta esférica robot paralelo 3UPE+RPU.
Fuente: (Autores).

2.1.6. Junta prismática

En el caso del robot 3UPS + RPU se tiene el actuador lineal el cual está compuesto por el cilindro y el pistón y están presentes en los cuatro brazos del robot como se ve en la figura 2.5.

Todos los movimientos realizados por el robot dependen de esta articulación, por lo que se debe considerar una adecuada carrera del pistón para desarrollar correctamente los movimientos requeridos para la rehabilitación de la rodilla.



Figura 2.5. Junta prismática robot paralelo 3UPE+RPU.
Fuente: (Autores).

2.1.7. Planificación de movimientos

Flexión de cadera: El robot parte de su posición inicial y sube 200mm en el eje Z como se muestra en la figura 2.6.



Figura 2.6. Posición inicial y final del movimiento en Z.
Fuente: (Autores).

Flexión y extensión de la rodilla: El robot parte de su posición inicial y sube 100mm ver figura 2.10 en el eje Z para luego realizar su recorrido en el eje X positivo 200mm y en el eje x negativo 100mm como se muestra en la figura 2.7.



Figura 2.7. Desplazamiento del robot en el eje X.
Fuente: (Autores)

Rotación interna y externa de rodilla: El robot sube 100mm en el eje x y posteriormente gira alrededor del eje z dentro del rango de 15° a -15° como se observa en la figura 2.8. Posteriormente se verá una singularidad en este movimiento.

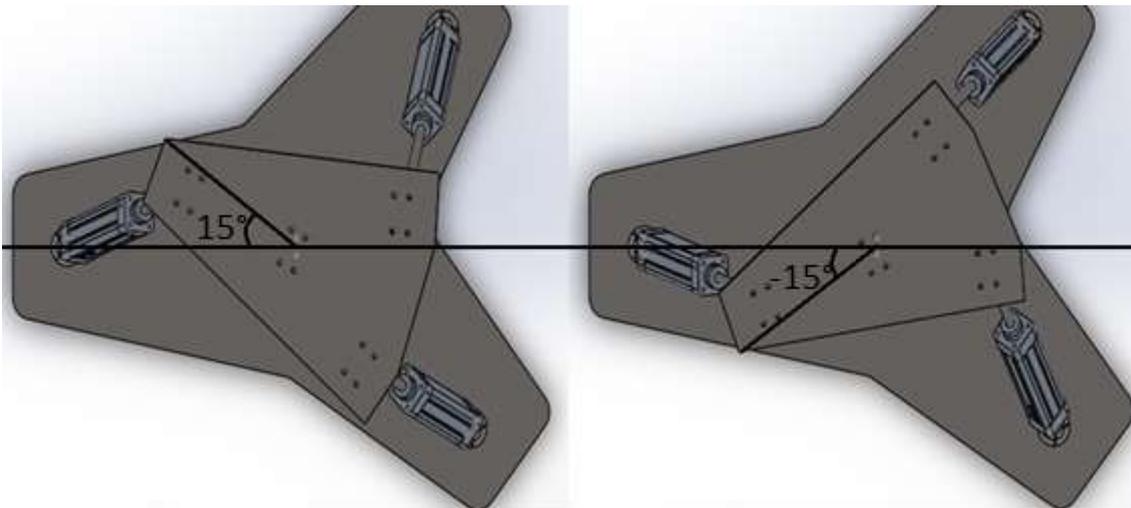


Figura 2.8. Movimiento de giro alrededor del eje Z.
Fuente: (Autores).

Flexión y extensión de tobillo: El robot sube 100mm en el eje z y posteriormente realiza su movimiento de rotación alrededor del eje Y con un rango de 30° a -30° como se observa en la figura 2.9.



Figura 2.9. Movimiento de giro alrededor del eje Y.
Fuente: (Autores).

2.2. Modelado en MSC Adams

Para trabajar en el software MSC Adams primero se importa el modelo CAD 3D desde el software de diseño mecánico SolidWorks, para ello se realiza un análisis del estudio de movimiento en donde se carga la gravedad al modelo y se define el tiempo de análisis, para la simulación se activa el complemento de SolidWorks "SolidWorks MOTION" y se realiza el análisis de movimiento, al finalizar este se exporta el modelo a Adams como se observa en la figura 2.10.

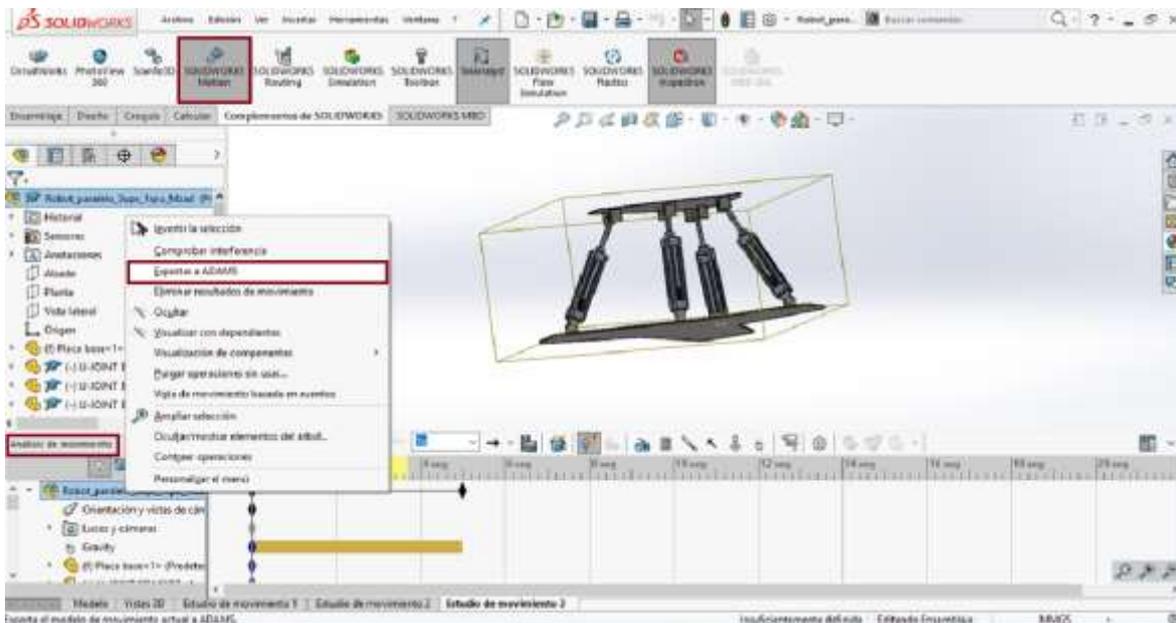


Figura 2.10. Exportación SolidWorks/ MSC Adams.
Fuente: (Autores).

En el software Adams si el modelo exportado genera fuerzas debido al análisis de movimiento importadas de SolidWorks es necesario restringirlas. De acuerdo con el Robot 3UPS+1RPU se ejercen fuerzas por gravedad y por las cargas externas aplicadas en la plataforma móvil, el análisis cinemático no toma en cuenta fuerzas externas, por ello se utiliza la herramienta de fuerza aplicada de simple componente para definir solamente la aceleración de la gravedad producida por el peso de cada componente, como se observa

en la figura 2.11. En un estudio dinámico del mismo movimiento del robot paralelo, se deberá tomar en cuenta fuerzas, masas, inercias y torque para cada elemento, además de describirlo en cada uno de sus ejes para un mejor análisis.

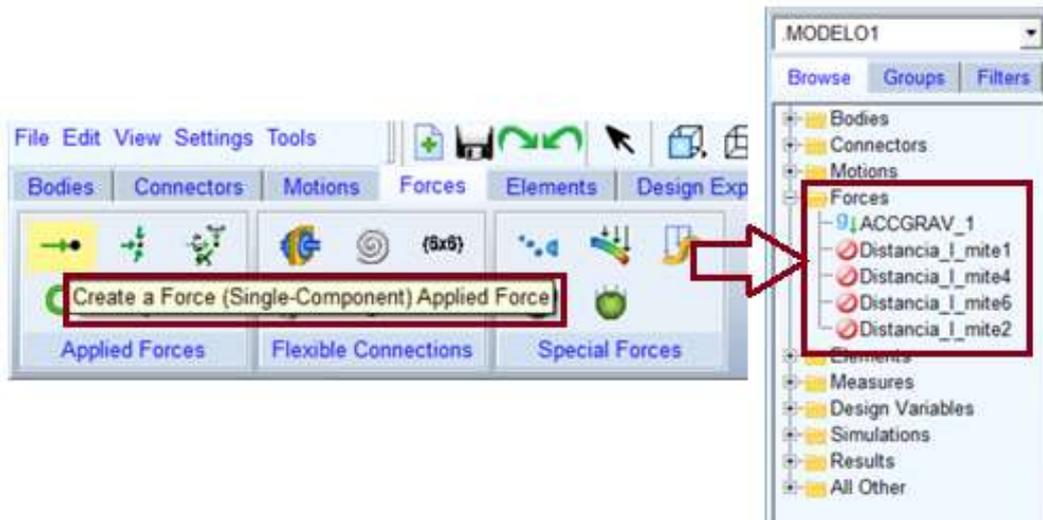


Figura 2.11. Aplicación fuerza de gravedad MSC Adams.
Fuente: (Autores).

Los movimientos de traslación y rotación que realiza el Robot 3UPS+1RPU son descritos bajo la herramienta "Point Motion" (prescribir una coordenada), indicando la dirección de movimiento mediante un punto de referencia en la plataforma fija o también llamado ground y el punto ubicado en la plataforma móvil. Para ello, como un paso previo se definen las variables necesarias (entrada/salida) que rigen el modelo con la herramienta "Create a State Variable Defined by an Algebraic Equation" como se indica en figura 2.12, mientras que en la figura 2.13 se indica el movimiento de rotación en el eje z descrito por el MOTION_RZ.

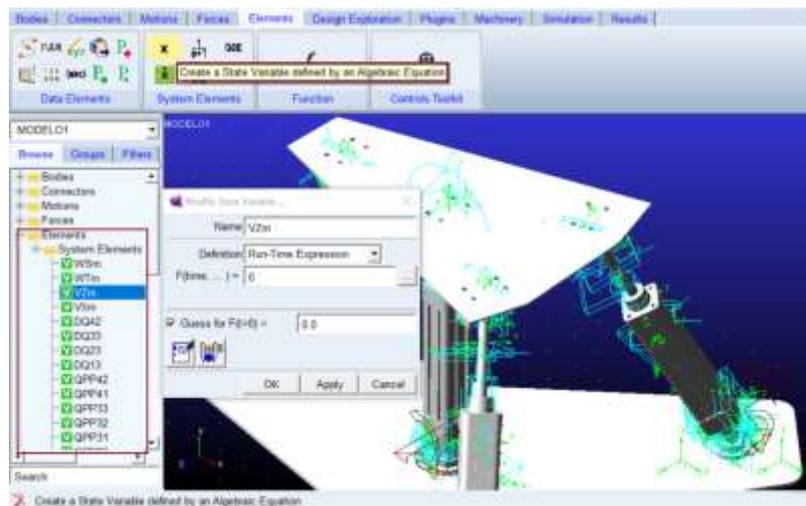


Figura 2.12. Creación de variables MSC Adams.
Fuente: (Autores).

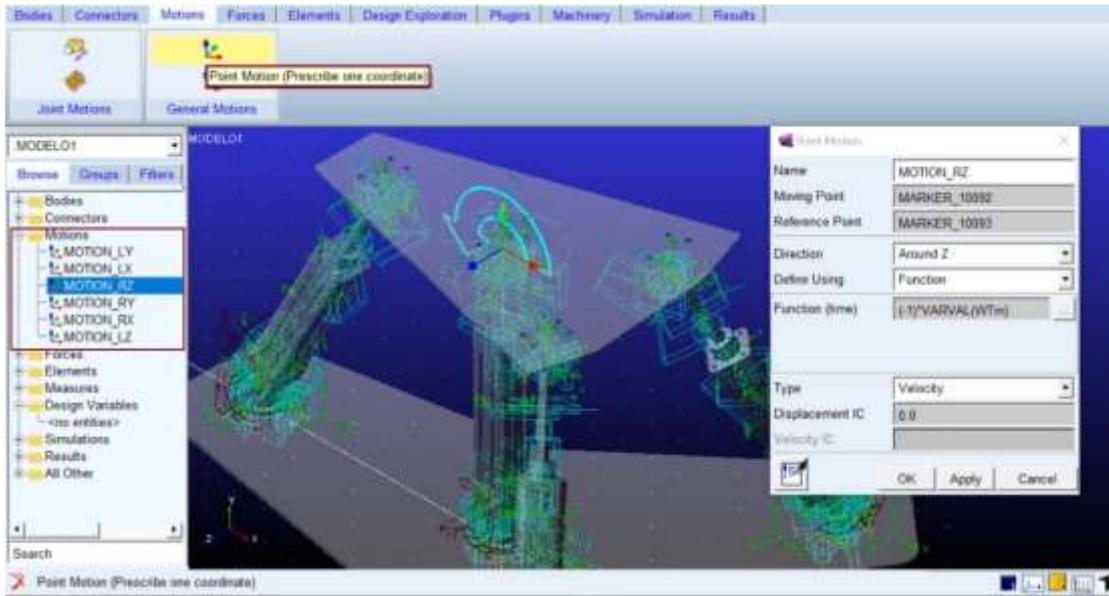


Figura 2.13. Asignación de movimientos MSC Adams.
Fuente: (Autores).

Una vez realizado los movimientos de traslación, rotación y establecida la fuerza de gravedad, se debe colocar las medidas que MSC Adams analiza, es decir, los puntos de referencia donde se realizará la medición y bajo qué características se desea obtener los datos. De aquí se obtiene los valores de posición, velocidad y aceleración lineales y angulares de cada articulación y cada movimiento de rehabilitación. Para ello, se utiliza la herramienta de “Create a new Measure” que permite realizar una medida en un punto, la herramienta “Create a new Angle Measure” para medidas angulares y la herramienta “Create a new Point to Point measure”, como indica la figura 2.14. Además, se determina la característica y componente cartesiana del punto de medida, esto se realiza análogamente para cada una de las articulaciones.

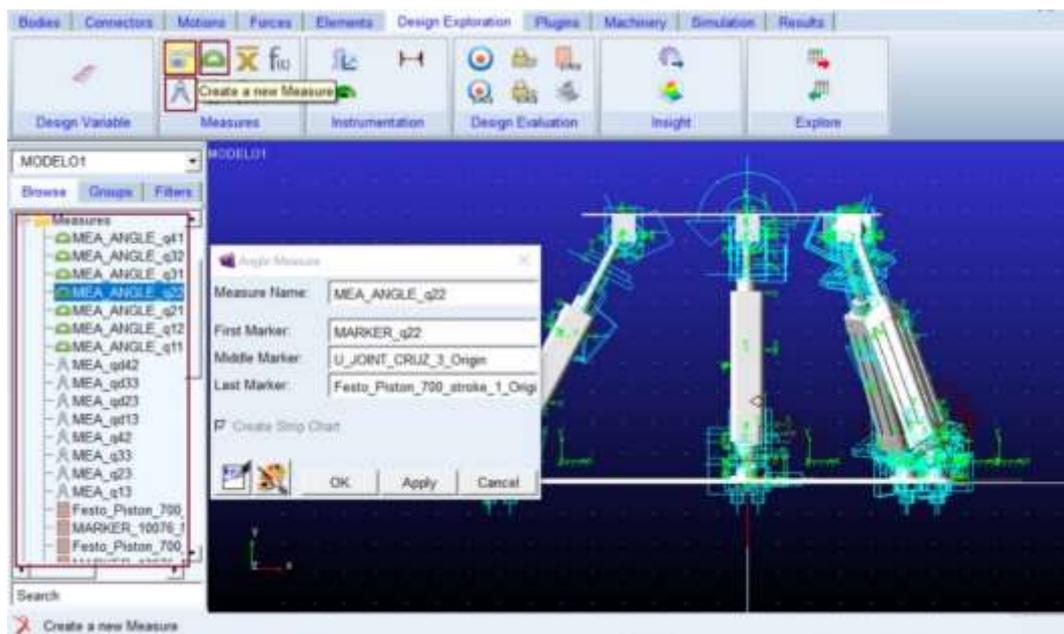


Figura 2.14. Aplicación de medidas MSC Adams.
Fuente: (Autores).

2.2.1. Importación de la planta MSC Adams/Matlab

Una vez diseñado las características y configuraciones del modelo, se debe crear la planta en Adams, la cual contiene los sistemas de control y variables diseñados en el software. Esta planta crea un formato compatible con Matlab.

Para exportar la planta diseñada, a continuación, sobre el menú “Plugins/Controls”, se selecciona “Plant export”, en el cuadro de diálogos se asigna el nombre de la nueva planta el cual debe coincidir con el cuadro “File Prefix” y las variables de entrada y salida que se asignan en el recuadro de “input y output signals” (ver figura 2.15), además se especifica el software al que se va a exportar la planta (Matlab) y el tipo de análisis que se realizará.

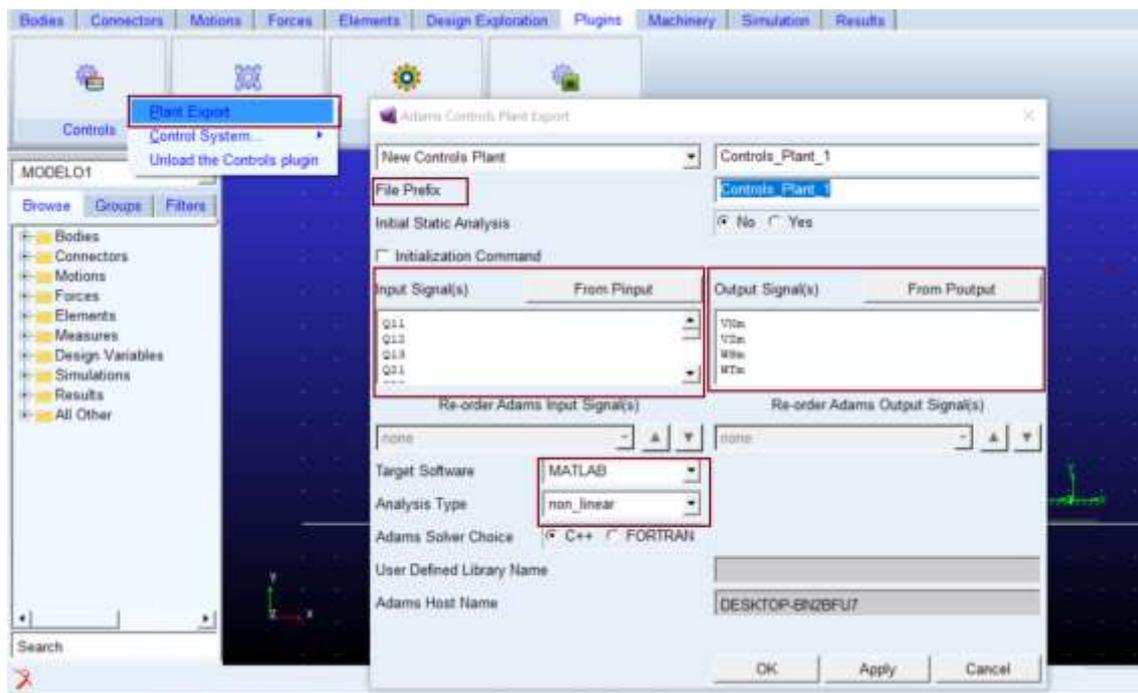


Figura 2.15. Exportación de la planta MSC Adams.
Fuente: (Autores).

2.2.2. Cosimulación

La Cosimulación consiste en simular los parámetros establecidos del movimiento del robot paralelo en Adams partiendo de la solución realizada en Matlab.

La figura 2.16 indica el diagrama de flujo para la cosimulación de la cinemática.

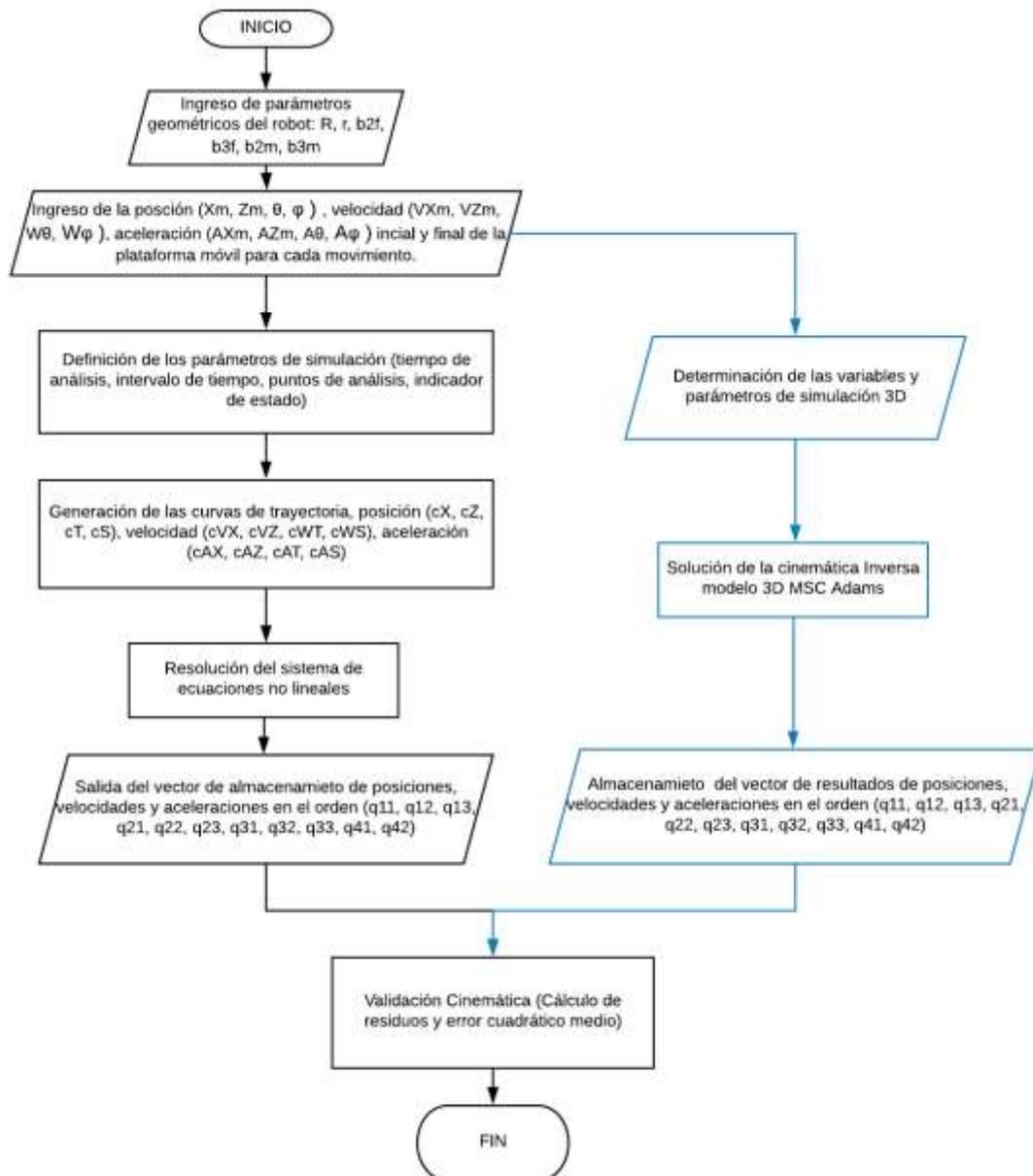


Figura 2.16. Diagrama de flujo de la cosimulación.

Fuente: (Autores).

Como parámetros de entrada generales se tiene los parámetros geométricos del robot, además se ingresa la posición velocidad y aceleración inicial y final de la plataforma móvil, a partir de esto se determina los parámetros de simulación y las trayectorias del robot para obtener la solución del sistema de las 11 ecuaciones no lineales, conjuntamente se

determina las variables y parámetros del modelo 3D para obtener las posiciones, velocidades y aceleraciones de cada una de las articulaciones y así poder realizar la validación cinemática del robot.

Se desarrolla un diagrama de bloques en Simulink, para completar la simulación de la cinemática inversa. Para ello al exportar la planta en MSC Adams, se genera un archivo tipo .slx "adams_sys", el cual contiene tres bloques que representan el modelo los cuales se indican en la figura 2.17 (S-Funtion, State-Space, adams_sub).

La función S representa el modelo en Adams no lineal, el segundo bloque Adams_sub se construye en base al archivo .m por tanto contiene las entradas y salidas que se definieron al exportar el modelo como indica la figura 2.18. Por último, se encuentra el bloque State-Space que representa al modelo Adams linealizado.

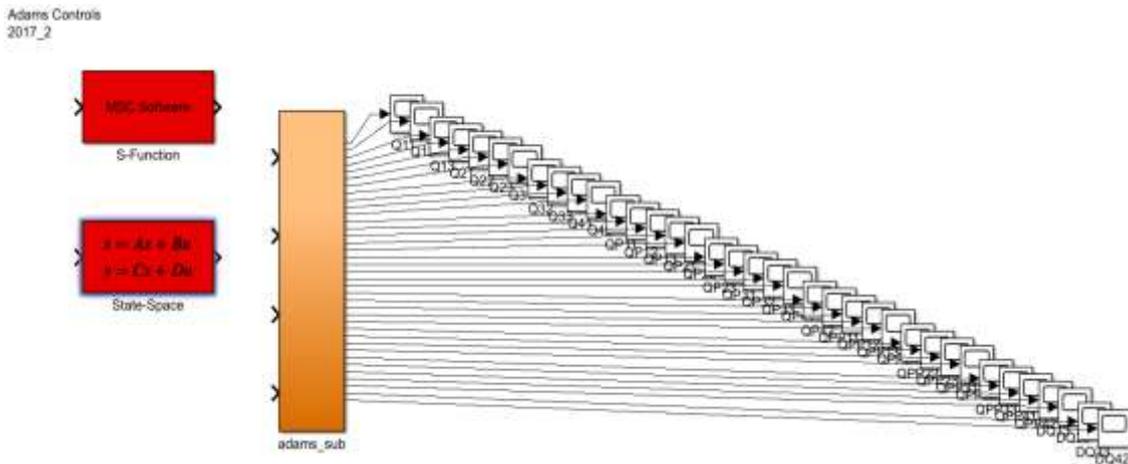


Figura 2.17. Diagrama de bloques, archivo Adams_sys Simulink.
Fuente: (Autores).

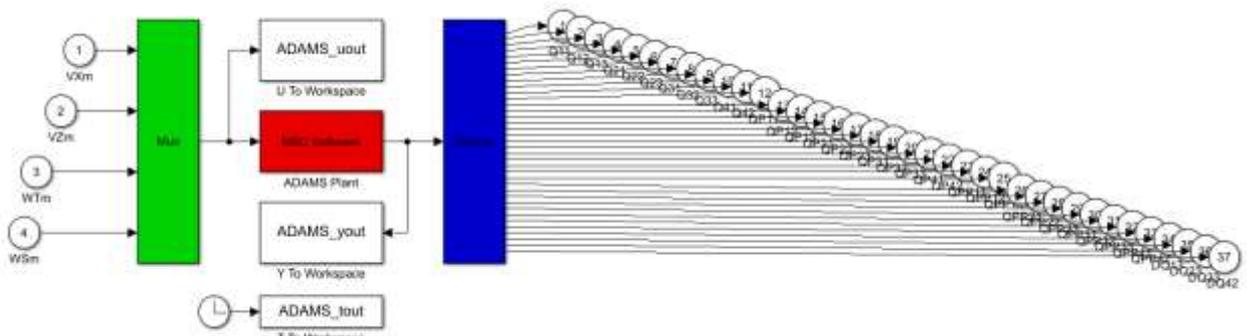


Figura 2.18. Bloque Adams_sub Simulink.
Fuente: (Autores).

La figura 2.19. indica el diagrama de Simulink elaborado para la simulación, en función del bloque adams_sub y el diagrama de flujo de la resolución de la cosimulación.

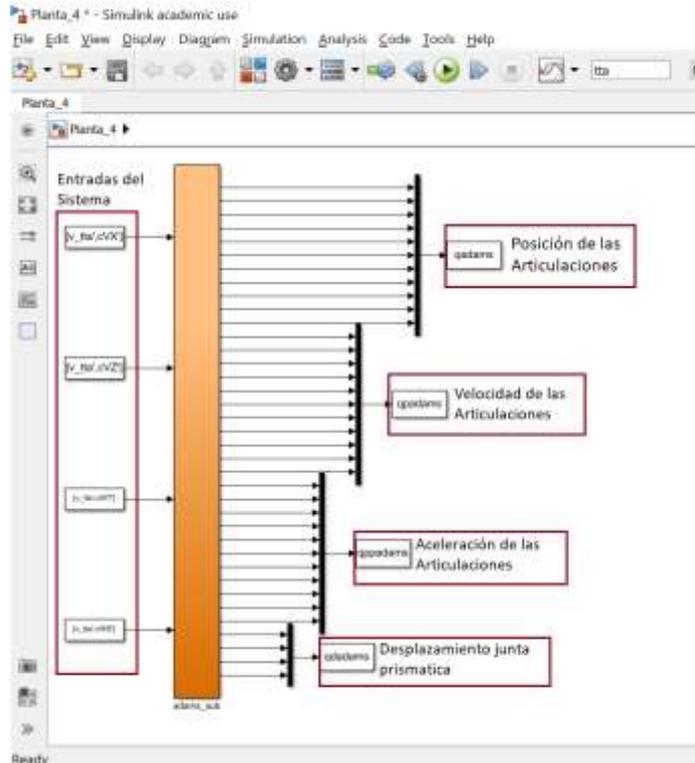


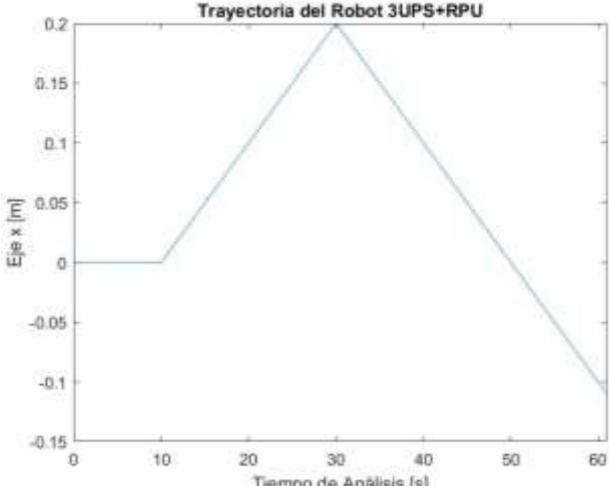
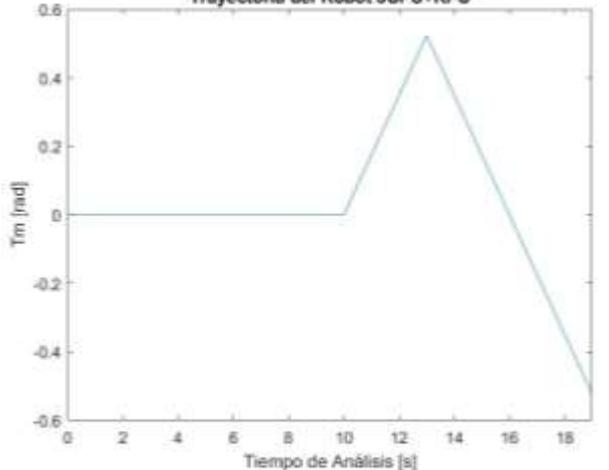
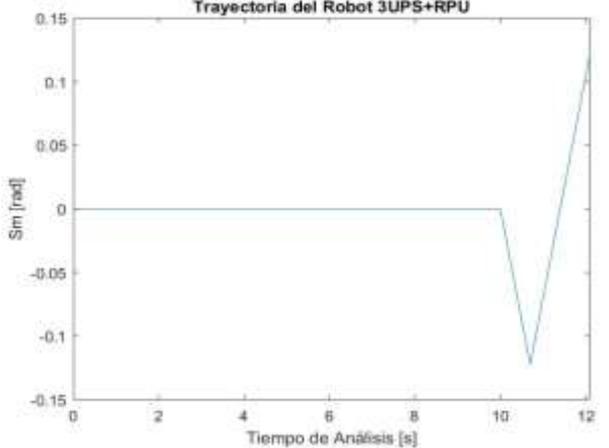
Figura 2.19. Bloque Simulink para solución cinemática.
Fuente: (Autores)

2.3. Solución de la cinemática inversa en Matlab

La solución en Matlab consiste en la resolución de las ecuaciones del modelo cinemático en diferentes puntos de análisis en función de una trayectoria definida para cada movimiento de rehabilitación. Las trayectorias son definidas en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Trayectorias de los movimientos de rehabilitación.

Trayectoria	Movimiento
	<p data-bbox="849 1473 1058 1507">Traslación en Z</p> <p data-bbox="849 1552 1058 1585">Interpretación:</p> <p data-bbox="849 1619 1324 1854">Desde su posición inicial (0.375 m) el robot se traslada en el eje Z positivo 0.2 metros con una velocidad constante de 0.01 (m/s). Generando una pendiente constante debido a que no existe restricciones de diseño.</p>

	<p>Traslación en X</p> <p>Interpretación:</p> <p>Desde su posición inicial recorre 0.2 metros a lo largo del eje X positivo y regresa 0.3 metros hasta el punto -0.01 del eje X negativo con velocidad constante de 0.01 (m/s). Considerando que la plataforma móvil debe elevarse en el eje Z hasta la mitad de su recorrido (0.475), para evitar colisiones o bloqueos en los brazos del robot. (Zamora, 2016).</p>
	<p>Rotación alrededor de Y</p> <p>Interpretación:</p> <p>Desde su posición inicial gira alrededor del eje Y positivo 30° y regresa hasta -30°, con una velocidad constante de 0.1745 (rad/s). Es necesario elevar la plataforma móvil hasta la mitad de su recorrido antes de realizar la rotación.</p>
	<p>Rotación alrededor de Z</p> <p>Interpretación:</p> <p>Desde su posición de inicio gira 15° alrededor del eje Z positivo, y luego de esa posición hasta -15° con una velocidad constante 0.1745 (rad/s). Al igual que los movimientos anteriores para evitar los bloqueos, es necesario elevar la plataforma móvil hasta la mitad de su recorrido. Existe una singularidad en este movimiento cuando φ toma el valor de $+8^\circ$ o -8° por lo que se restringe la trayectoria entre 7° y -7°</p>

Fuente: (Autores)

Una vez definidas las trayectorias, el problema de la cinemática inversa se resuelve al determinar la posición, velocidad y aceleración en coordenadas generalizadas ($q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{31}, q_{32}, q_{33}, q_{41}, q_{42}$), en base a las variables de la plataforma móvil ($X_m, Z_m, \theta, \varphi$), mediante el sistema de 11 ecuaciones no lineales preestablecidas.

Para ello, inicialmente se define las dimensiones geométricas de la plataforma fija y la plataforma móvil, de igual forma se hace con las condiciones iniciales y finales del robot según los movimientos de rehabilitación, los cuales fueron establecidos anteriormente, se condiciona cada movimiento mediante la posición, velocidad, aceleración inicial y final respectivamente, además el tiempo de análisis para cada uno es determinado.

A continuación, se establecen los parámetros de simulación como los intervalos de tiempo, el número de puntos de análisis y el indicador de estado, a partir de las curvas de la trayectoria se generan puntos de análisis, los mismos que son almacenados en los vectores de posición, velocidad y aceleración en los instantes de tiempo "i", como se ve en la figura 2.20.

```

%LAZO PARA RESOLVER EL MODELO CINEMATICO EN LOS PUNTOS DE ANÁLISIS
for i=0:dts:tta
    %Almacenamiento de los instantes tiempos de análisis
    v_tta=[v_tta i];
    %Almacenamiento de la posición, velocidad y aceleración en el instante de tiempo "i"
    Xm=cX(ies);Zm=cZ(ies);Tm=cT(ies);Sm=cS(ies);
    VXm=cVX(ies);VZm=cVZ(ies);dTm=cWT(ies);dSm=cWS(ies);
    AXm=cAX(ies);AZm=cAZ(ies);ddTm=cAT(ies);ddSm=cAS(ies);

```

Figura 2.20. Almacenamiento de los vectores de posición, velocidad y aceleración.
Fuente: (Autores).

Una vez almacenados los vectores, cada valor se extrae en el instante de tiempo i para posteriormente ser resuelto mediante una función definida para posición velocidad y aceleración. Esta función contiene las ecuaciones no lineales y se resuelven mediante la herramienta de Matlab fsolve, que es un método iterativo que resuelve sistemas de ecuaciones no lineales de la forma $f(x) = 0$ a partir de un vector inicial y considerando que el número de variables es igual al número de ecuaciones. Los resultados obtenidos son almacenados y actualizados en cada iteración (ver figura 2.21).

```

%Resolución Posición
q_a=fsolve(@ecrpos,qi); %Calculo de la posición de cada articulación en el instante de tiempo "i"
qi=q_a; %Actualiza el punto de inicial para el calculo de la siguiente interacción
v_qm=[v_qm;q_i]; %Almacenamiento de la posición alcanzada por cada articulación

%Resolución Velocidad
qp=fsolve(@ecrvel,dqi);
dqi=qp;
v_dqm=[v_dqm;dqi];

%Resolución Aceleración
qpp=fsolve(@ecacel,ddqi);
ddqi=qpp;
v_ddqm=[v_ddqm;ddqi];

```

Figura 2.21. Solución del sistema de ecuaciones.
Fuente: (Autores).

Para poder validar estos datos se necesita los resultados del modelo en ADAMS. Al ejecutar la planta se obtiene los resultados de la cinemática inversa de cada una de las articulaciones del robot paralelo 3UPS+RPU para cada movimiento de rehabilitación, se los almacena en vectores de coordenadas generalizadas y en las mismas unidades que

los resultados del sistema de ecuaciones no lineales de tal forma que se los pueda graficar, comparar y analizar. En la figura 2.22 se muestra cómo se extrae y se almacena los resultados de ADAMS además del cambio de unidades de medida. Al final del documento se encuentra anexo el lenguaje completo de programación.

```

%DATOS DE SIMULACIÓN DESDE MSC ADAMS
%Posiciones en coordenadas generalizadas
v_qadams=qadams.Data;
v_qadams=[v_qadams(:,1)*(pi/180) v_qadams(:,2)*(pi/180)...
%Velocidades en coordenadas generalizadas
v_dqadams=qadams.Data;
v_dqadams=[v_dqadams(:,1)*(pi/180) v_dqadams(:,2)*(pi/180)...
%Aceleraciones en coordenadas generalizadas
v_ddqadams=qadams.Data;
v_ddqadams=[v_ddqadams(:,1)*(pi/180) v_ddqadams(:,2)*(pi/180)...

```

Figura 2.22. Datos de la simulación de Adams.
Fuente: (Autores).

Finalmente, se procede a realizar el cálculo de residuos mediante la resta de los vectores de resultados del sistema de ecuaciones y el modelo en ADAMS y luego se calcula el error cuadrático medio para concluir si los resultados son aproximados a los del modelo matemático y de esta forma llegar a una validación acertada.

```

%CALCULO DE RESIDUOS
%Posición de las articulaciones
v_rq=(v_qadams-v_qm);
%Velocidad de las articulaciones
v_rdq=(v_dqadams-v_dqm);
%Aceleración de las articulaciones
v_rddq=(v_ddqadams-v_ddqm);
%Posición en el eje X
v_rX=(cXadams-cX);
%Posición en el eje Z
v_rZ=(cZadams-cZ);
%Giro en el eje Y
v_rT=(cTadams-cT);
%Giro en el eje Z
v_rS=(cSadams-cS);

```

Figura 2.23. Cálculo de residuos.
Fuente: (Autores).

```

%CALCULO DEL ERROR CUADRATICO MEDIO
%Posición de las articulaciones
v_ecmq=sqrt(sum(v_rq.^2)/(nea+1));
%Velocidad de las articulaciones
v_ecmdq=sqrt(sum(v_rdq.^2)/(nea+1));
%Aceleración de las articulaciones
v_ecmddq=sqrt(sum(v_rddq.^2)/(nea+1));

```

Figura 2.24. Cálculo ECM.
Fuente: (Autores).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados

Los resultados son las gráficas comparativas de la cinemática (posición, velocidad, y aceleración) de cada articulación del robot, y simulando los 4 movimientos de rehabilitación de rodilla establecidos anteriormente. De esta manera se compara los resultados obtenidos en el modelo matemático con el modelo 3D en ADAMS determinando así el error que existe entre ambos y validando los resultados. De las tres articulaciones que tiene cada brazo (q_{11} articulación rotacional 1, q_{12} articulación rotacional 2 y q_{13} articulación prismática) la articulación prismática es la que define el movimiento del robot por lo que será analizada de forma más profunda.

Para la posición angular las gráficas están en radianes y para la posición lineal en metros de igual forma para las velocidades y aceleraciones según sea el caso.

3.1.1. Flexión de cadera (Traslación en Z)

La simulación de este movimiento comprende una traslación en el eje Z de 0.2 m siendo la posición inicial del actuador lineal 0.37 m en coordenadas generalizadas, la velocidad es de 0.01 m/s y es constante por lo que la aceleración es 0 m/s². A continuación, se observa las gráficas comparativas entre el modelo matemático y Adams de posición, velocidad y aceleración para cada una de las articulaciones del robot y la gráfica de residuos de estas. Figura 3.1 hasta figura 3.33.

- Posición.

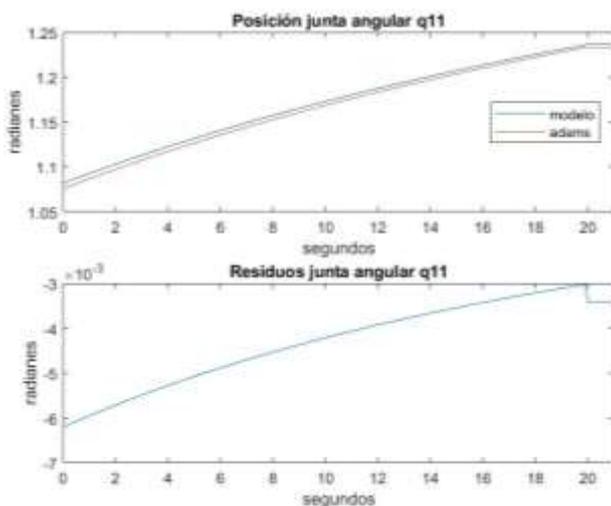


Figura 3.1. Posición junta angular q_{11} .
Fuente: (Autores).

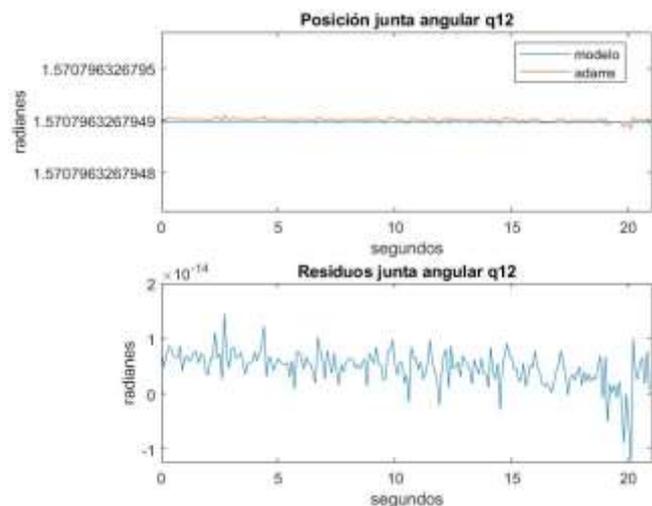


Figura 3.2. Posición junta angular q_{12} .
Fuente: (Autores).

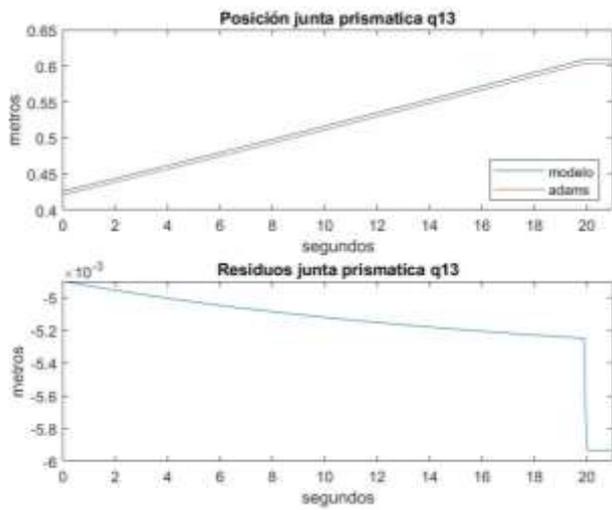


Figura 3.3. Posición junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

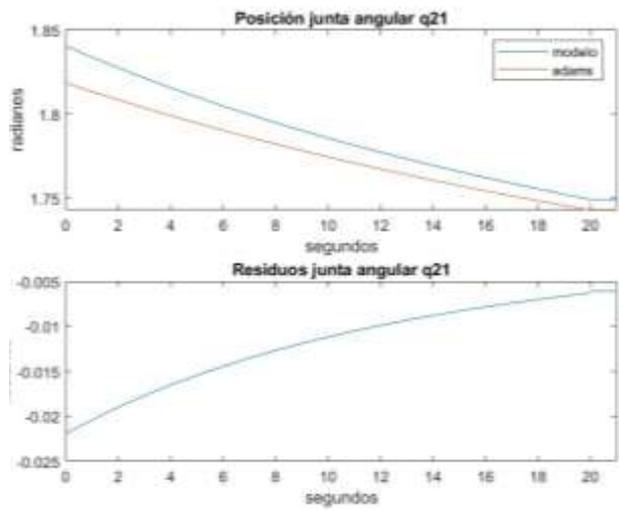


Figura 3.4. Posición junta angular q21.
Fuente: (Autores).

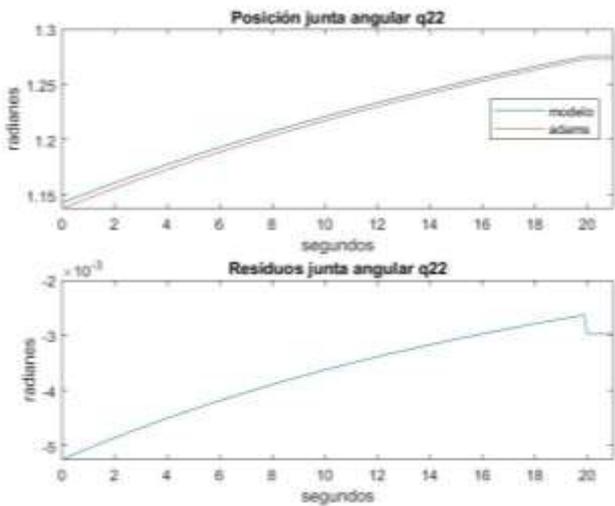


Figura 3.5. Posición junta angular q22.
Fuente: (Autores).

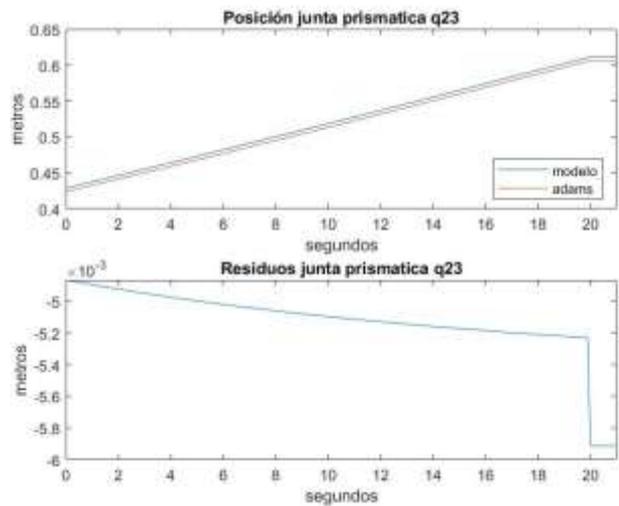


Figura 3.6. Posición junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

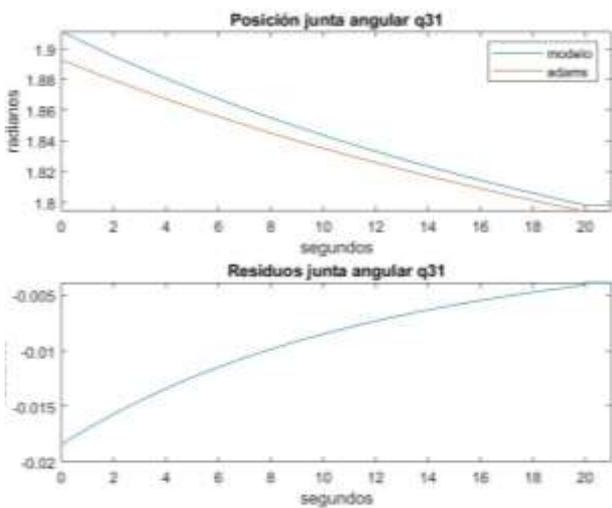


Figura 3.7. Posición junta angular q31.
Fuente: (Autores).

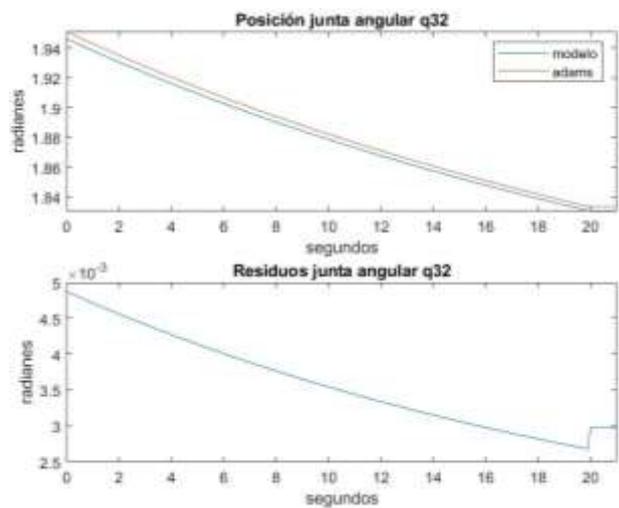


Figura 3.8. Posición junta angular q32.
Fuente: (Autores).

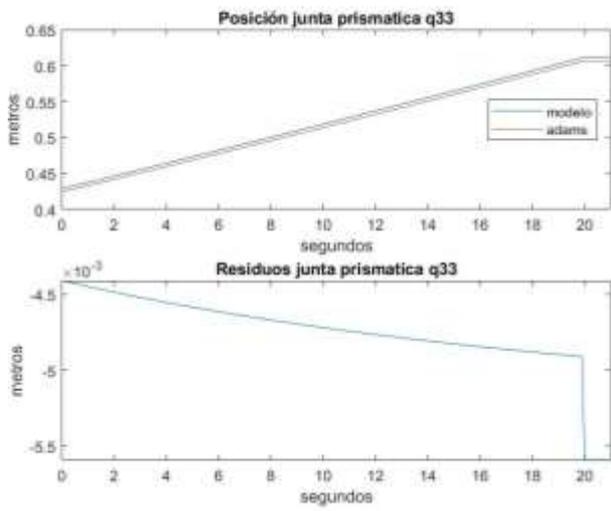


Figura 3.9. Posición junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

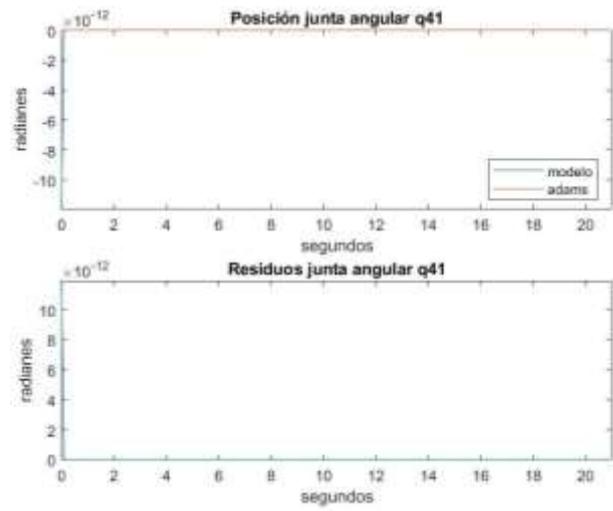


Figura 3.10. Posición junta angular q41.
Fuente: (Autores).

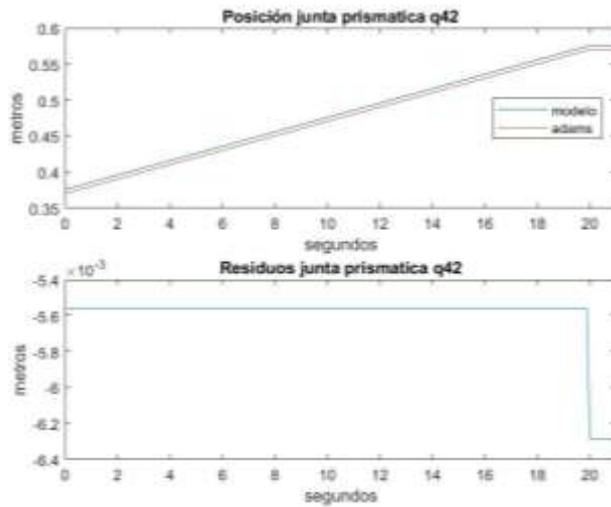


Figura 3.11. Posición junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Velocidad.

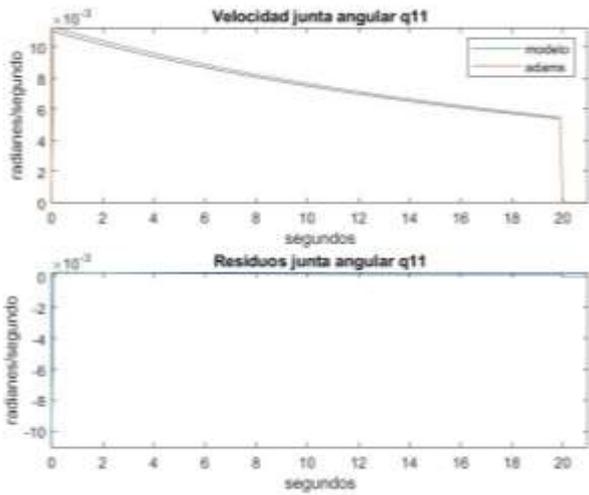


Figura 3.12. Velocidad junta angular q11.
Fuente: (Autores).

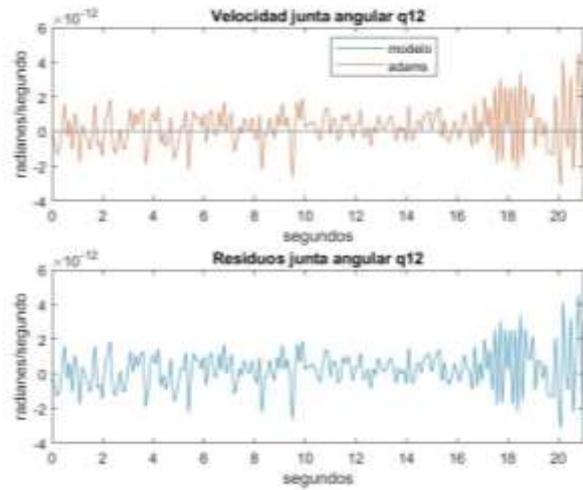


Figura 3.13. Velocidad junta angular q12.
Fuente: (Autores).

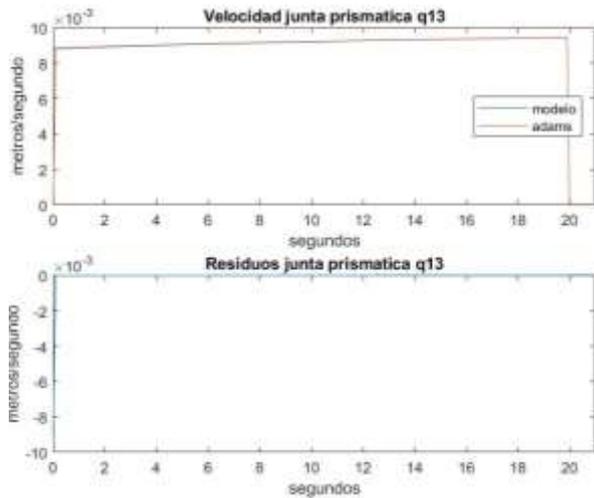


Figura 3.14. Velocidad junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

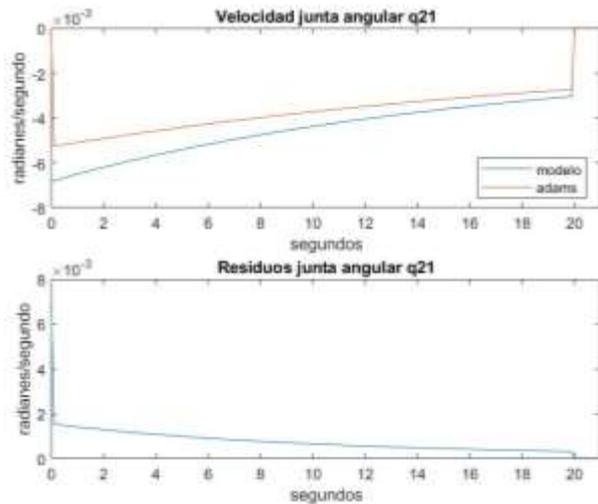


Figura 3.15. Velocidad junta angular q21.
Fuente: (Autores).

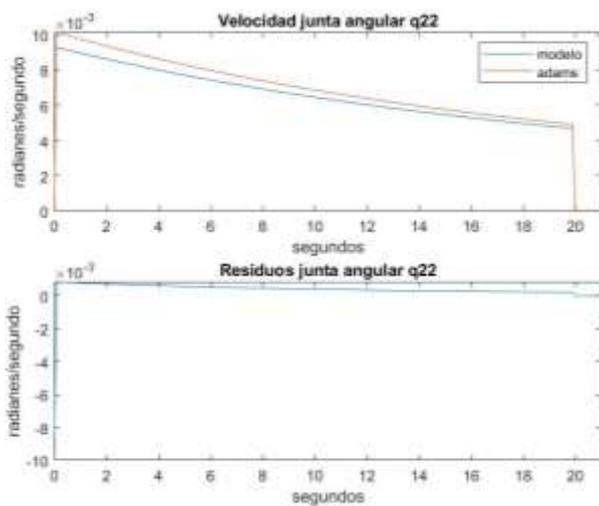


Figura 3.16. Velocidad junta angular q22.
Fuente: (Autores).

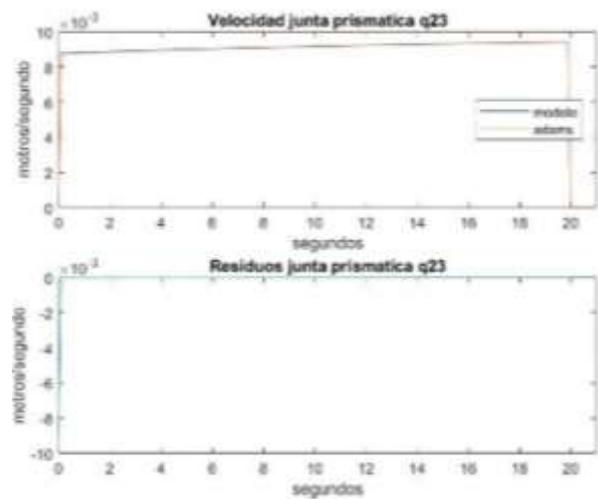


Figura 3.17. Velocidad junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

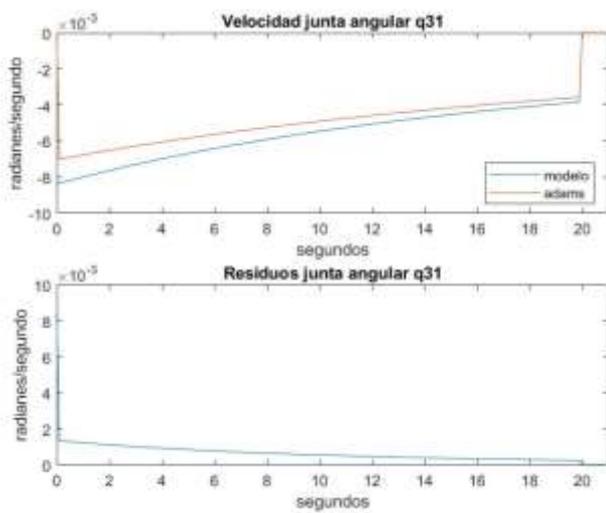


Figura 3.18. Velocidad junta angular q31.
Fuente: (Autores).

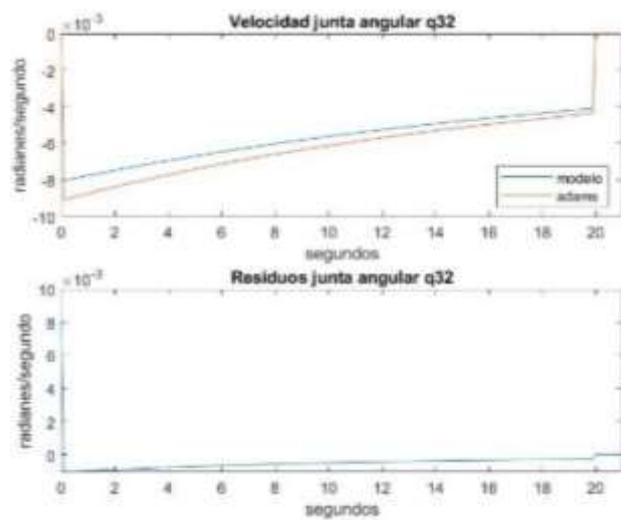


Figura 3.19. Velocidad junta angular q32.
Fuente: (Autores).

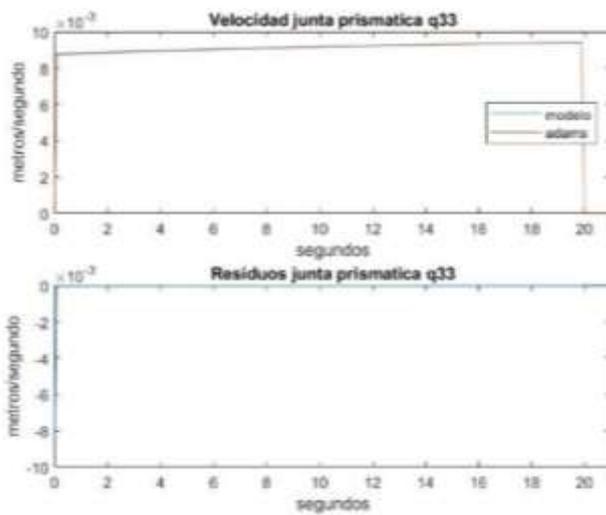


Figura 3.20. Velocidad junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

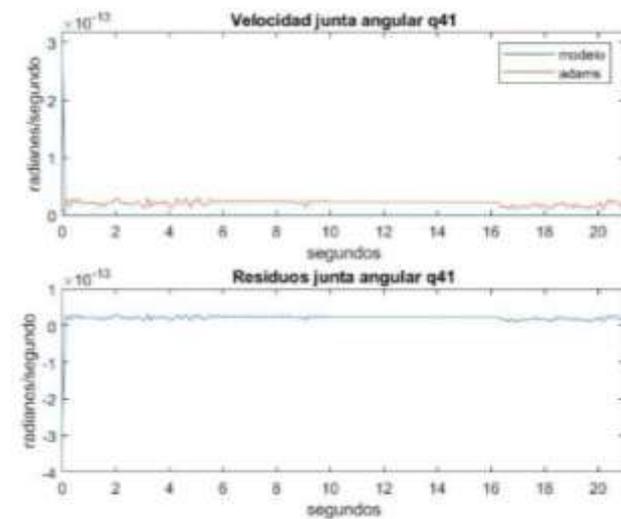


Figura 3.21. Velocidad junta angular q41.
Fuente: (Autores).

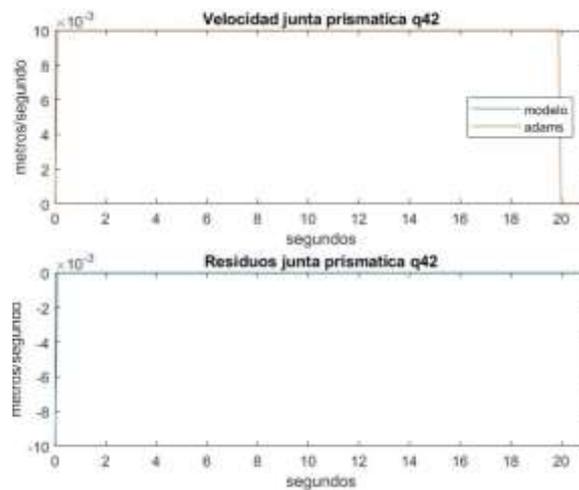


Figura 3.22. Velocidad junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Aceleración.

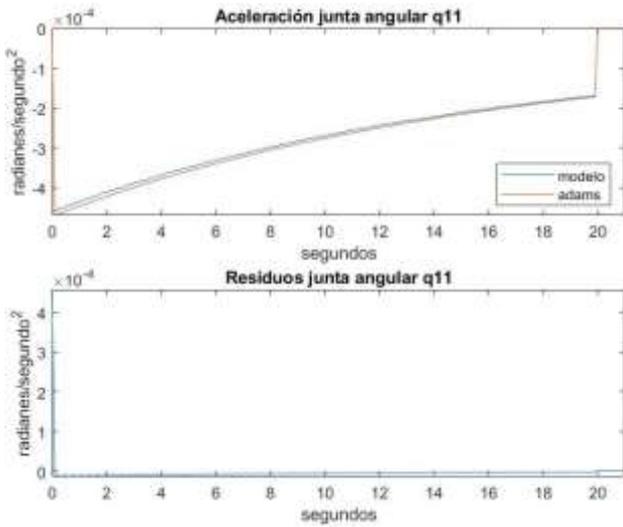


Figura 3.23. Aceleración junta angular q11.
Fuente: (Autores).

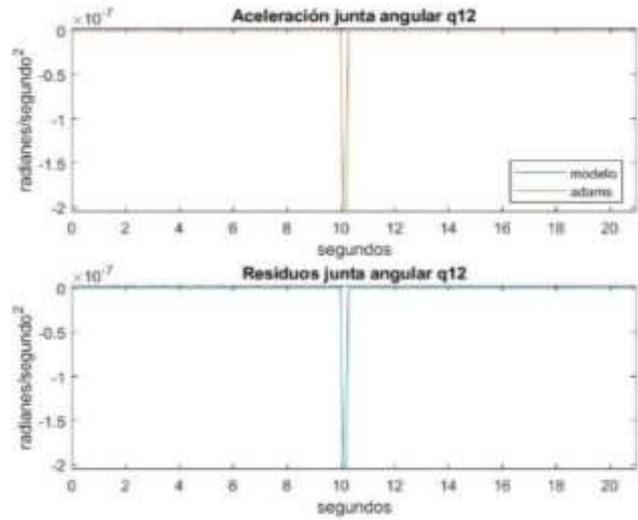


Figura 3.24. Aceleración junta angular q12.
Fuente: (Autores).

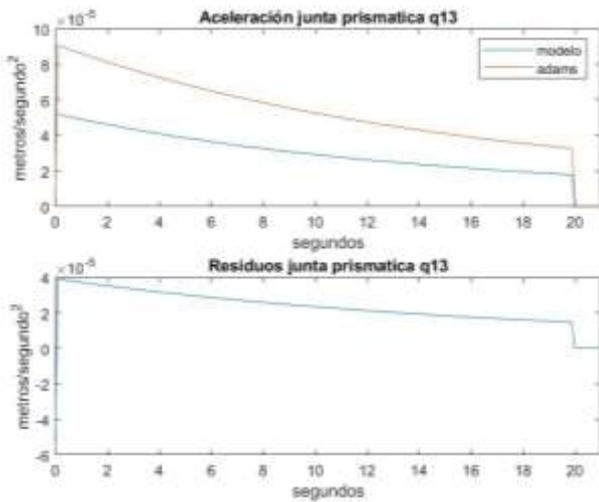


Figura 3.25. Aceleración junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

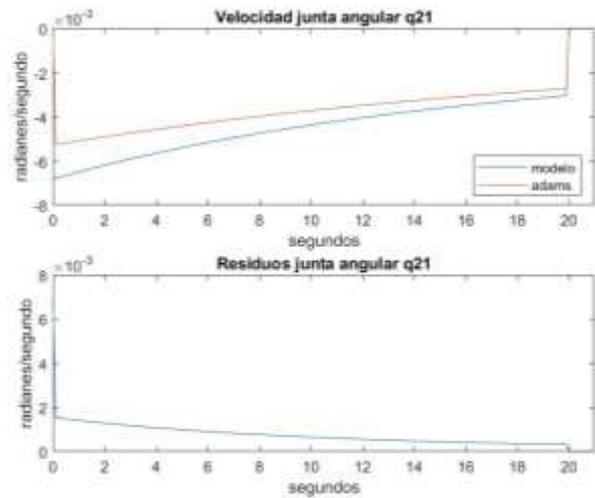


Figura 3.26. Aceleración junta angular q21.
Fuente: (Autores).

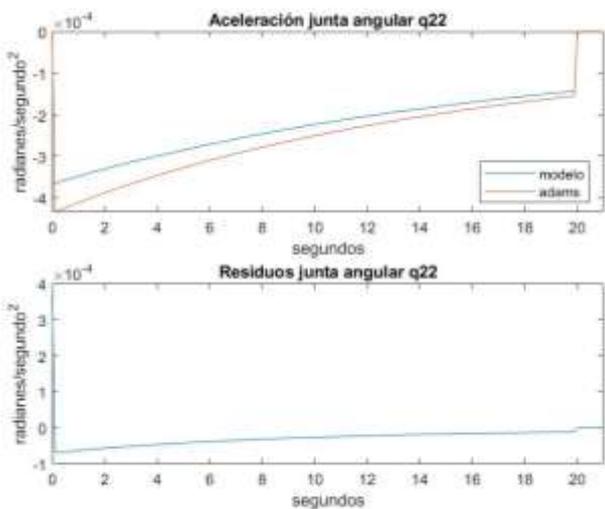


Figura 3.27. Aceleración junta angular q22.
Fuente: (Autores).

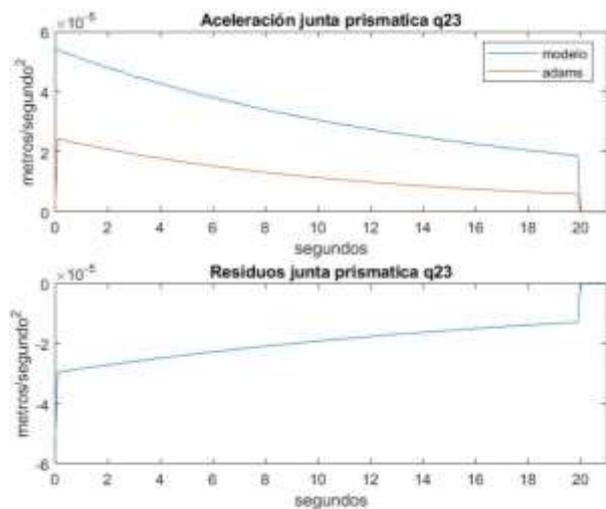


Figura 3.28. Aceleración junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

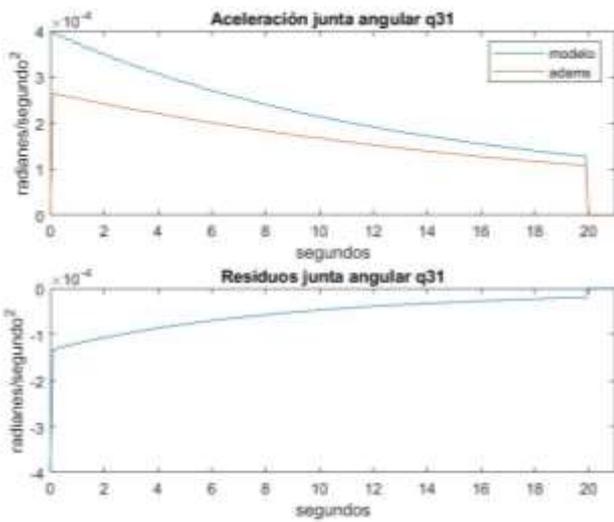


Figura 3.29. Aceleración junta angular q31.
Fuente: (Autores).

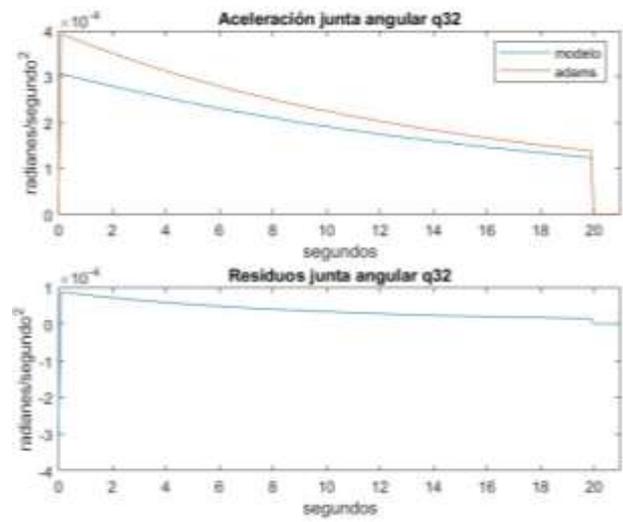


Figura 3.30. Aceleración junta angular q32.
Fuente: (Autores).

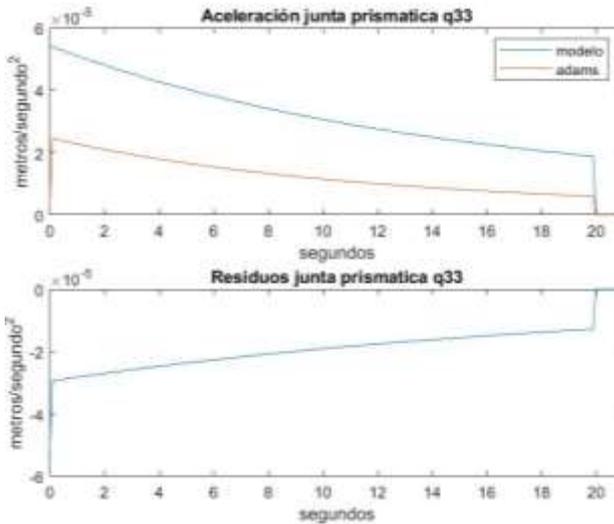


Figura 3.31. Aceleración junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

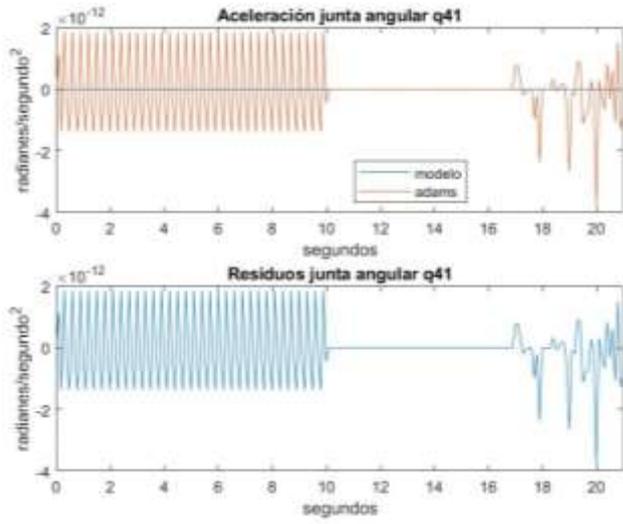


Figura 3.32. Aceleración junta angular q41.
Fuente: (Autores).

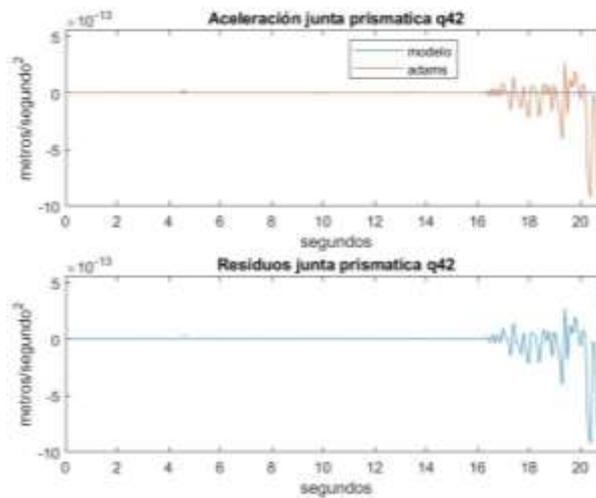


Figura 3.33. Aceleración junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

El error cuadrático medio y el error porcentual para la posición, velocidad y aceleración de las articulaciones prismática para el movimiento de flexión de la cadera se muestra en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Error cuadrático medio y error porcentual traslación en Z.

		q13	q23	q33	q42
POSICIÓN	UNIDADES	m	m	m	M
	ECM	0,00515	0,00513	0,00475	0,00560
	EP %	0,00468	0,00464	0,00430	0,00552
VELOCIDAD	UNIDADES	m/s	m/s	m/s	m/s
	ECM	0,00061	0,00060	0,00060	0,00069
	EP %	0,00317	0,00321	0,00357	0,00237
ACELERACION	UNIDADES	m/s ²	m/s ²	m/s ²	m/s ²
	ECM	0,02501	0,00002	0,00002	0,00000
	EP %	N/A	N/A	N/A	N/A

Fuente: (Autores).

3.1.2. Flexión y extensión de rodilla (Traslación en X)

Este movimiento de rehabilitación consiste en una traslación en el eje X, antes de iniciar el movimiento el robot avanza 0.1 m en el eje Z para no haya bloqueo en las juntas. El movimiento inicia desde la posición inicial y recorre 0.2m en sentido positivo para luego regresar 0.3 m hasta la posición -0.1, para este movimiento la velocidad es constante y toma un valor de 0.01m/s. A continuación, se observa las gráficas comparativas entre el modelo matemático y Adams de posición, velocidad y aceleración para cada una de las articulaciones del robot y la gráfica de residuos de estas. Figura 3.34 hasta figura 3.66.

- Posición.

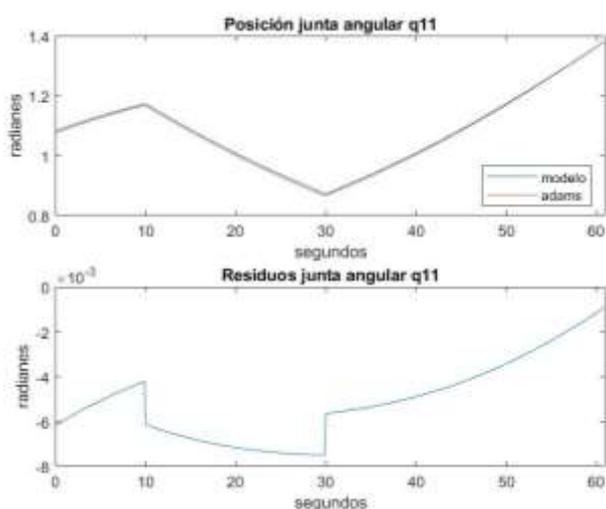


Figura 3.34. Posición junta angular q11.
Fuente: (Autores).

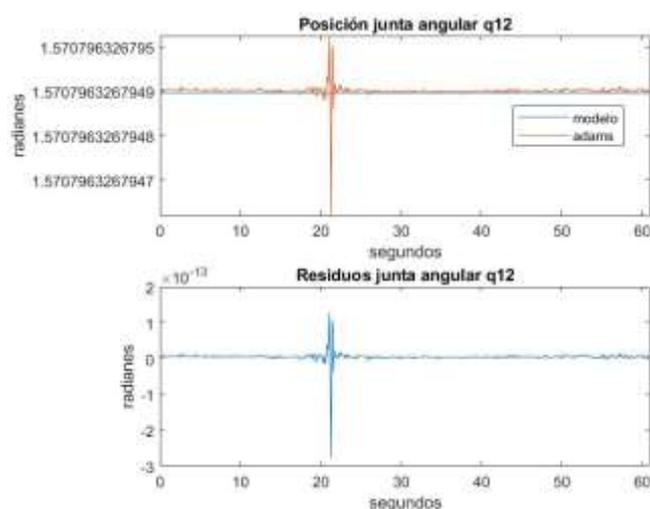


Figura 3.35. Posición junta angular q12.
Fuente: (Autores).

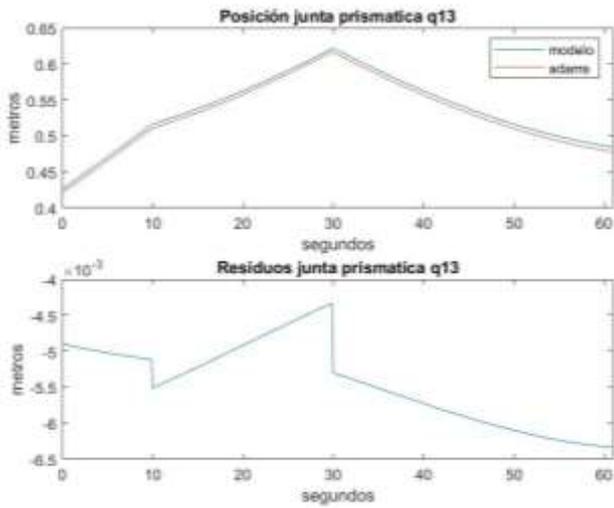


Figura 3.36. Posición junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

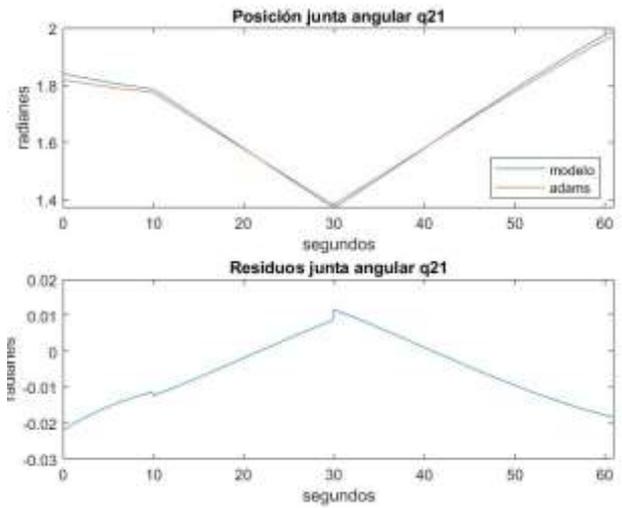


Figura 3.37. Posición junta angular q21.
Fuente: (Autores).

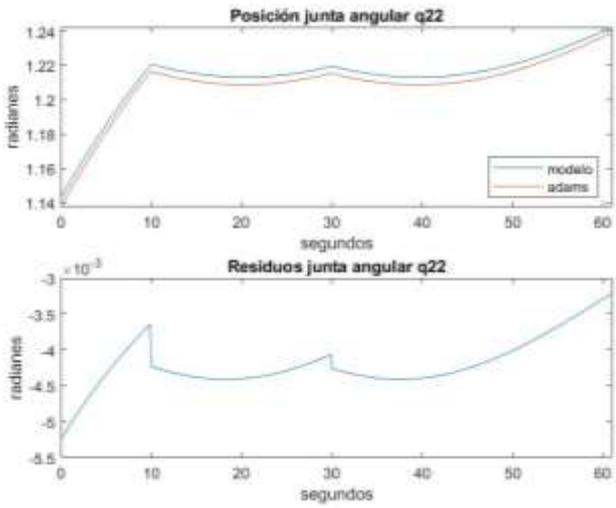


Figura 3.38. Posición junta angular q22.
Fuente: (Autores).

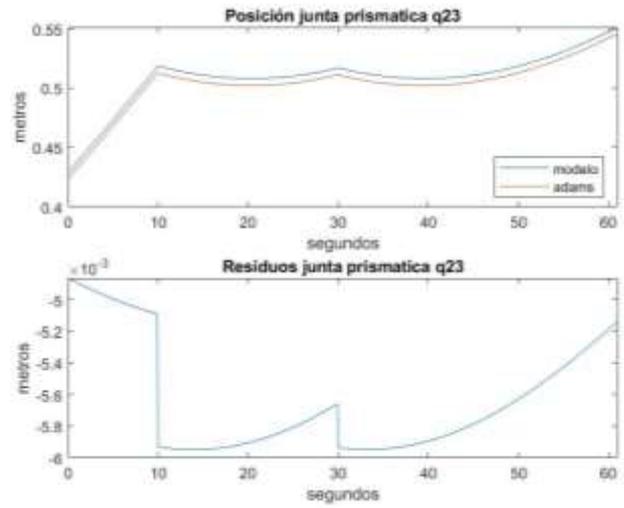


Figura 3.39. Posición junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

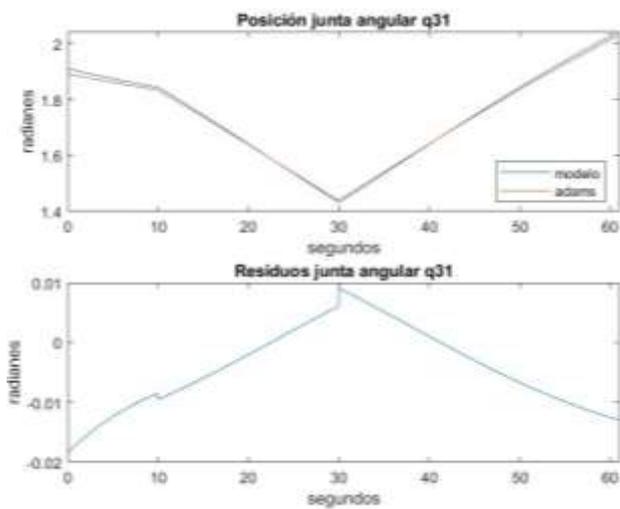


Figura 3.40. Posición junta angular q31.
Fuente: (Autores).

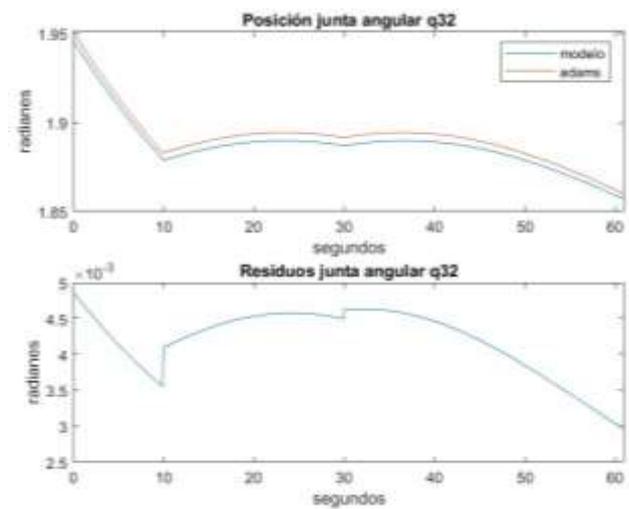


Figura 3.41. Posición junta angular q32.
Fuente: (Autores).

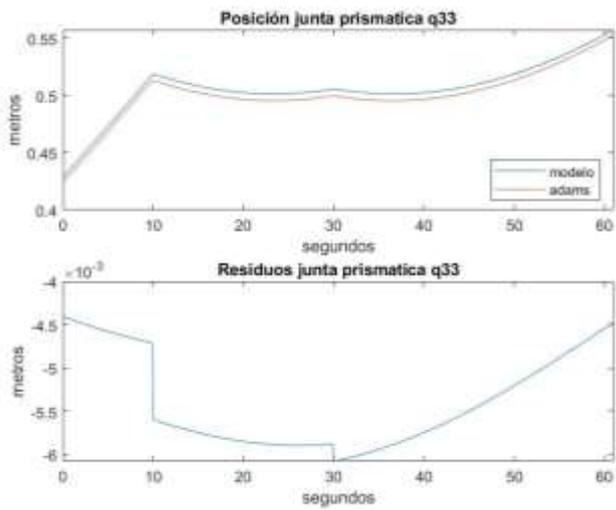


Figura 3.42. Posición junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

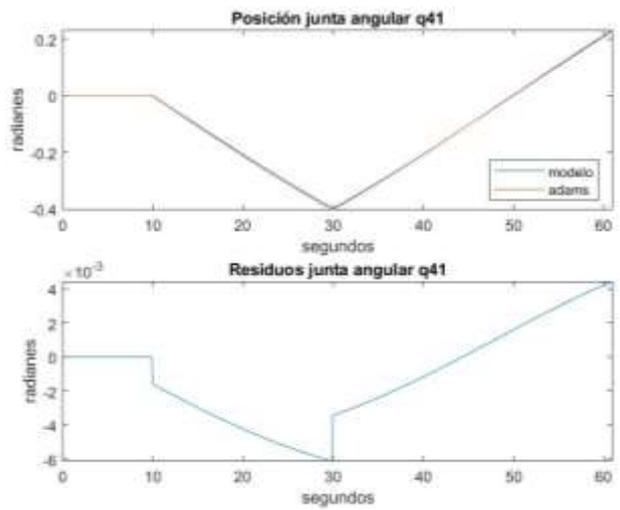


Figura 3.43. Posición junta angular q41.
Fuente: (Autores).

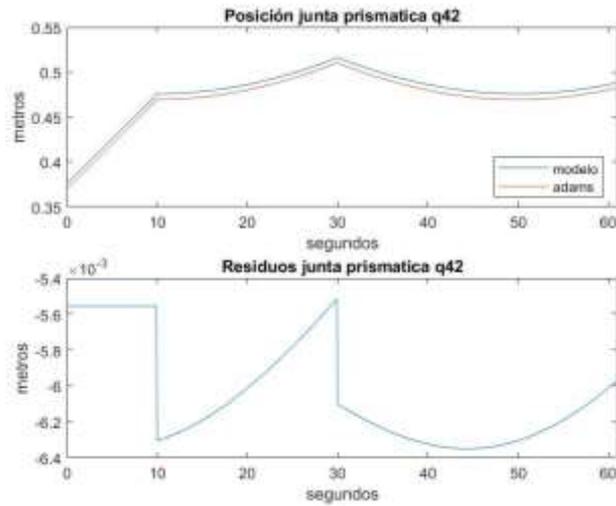


Figura 3.44. Posición junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Velocidad.

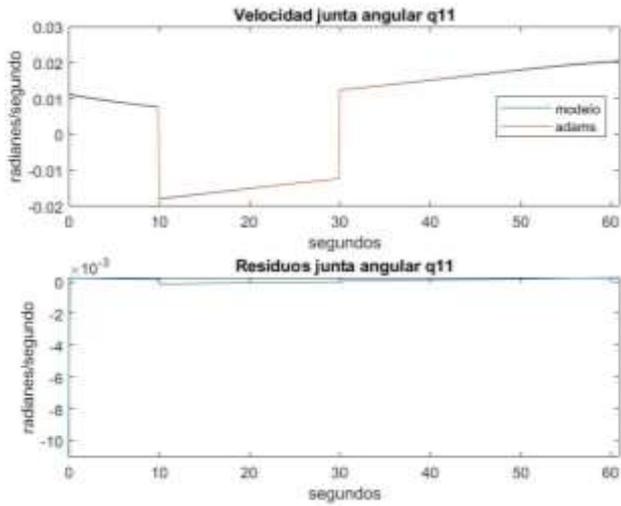


Figura 3.45. Velocidad junta angular qp11.
Fuente: (Autores).

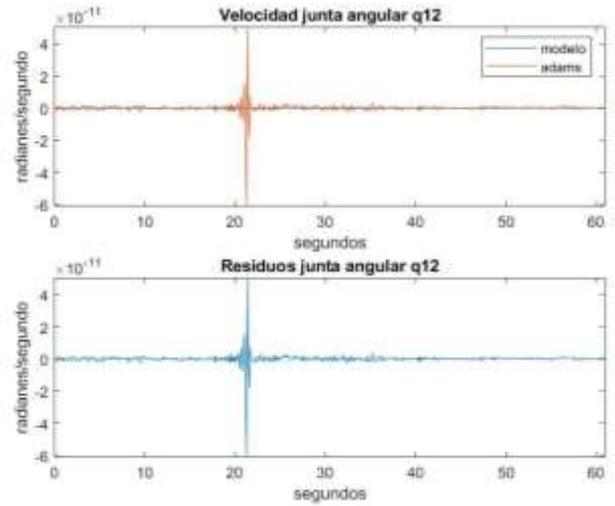


Figura 3.46. Velocidad junta angular qp12.
Fuente: (Autores).

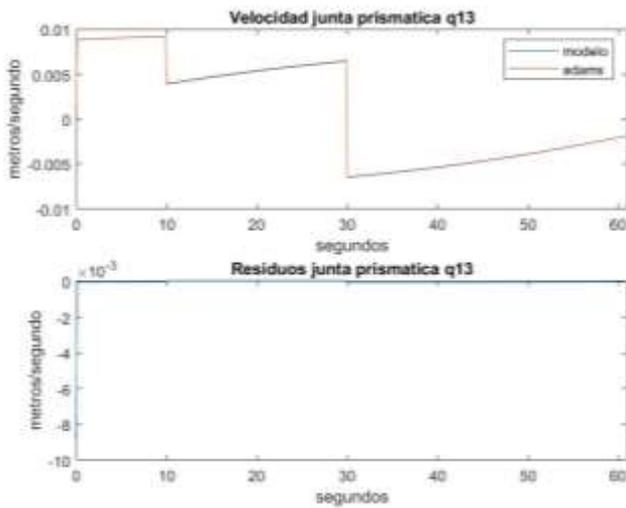


Figura 3.47. Velocidad junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

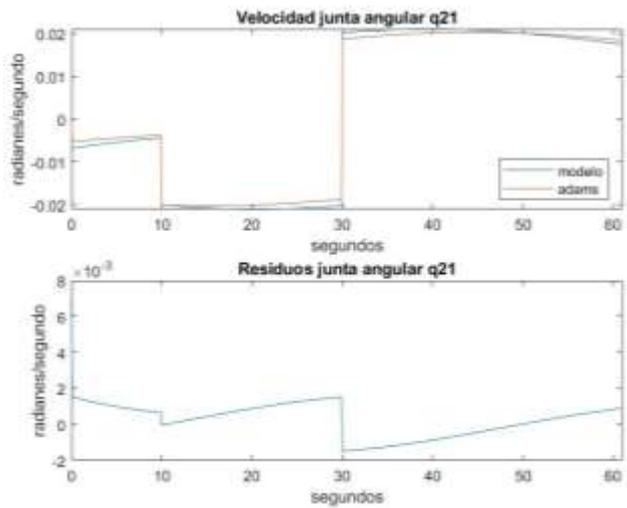


Figura 3.48. Velocidad junta angular qp21.
Fuente: (Autores).

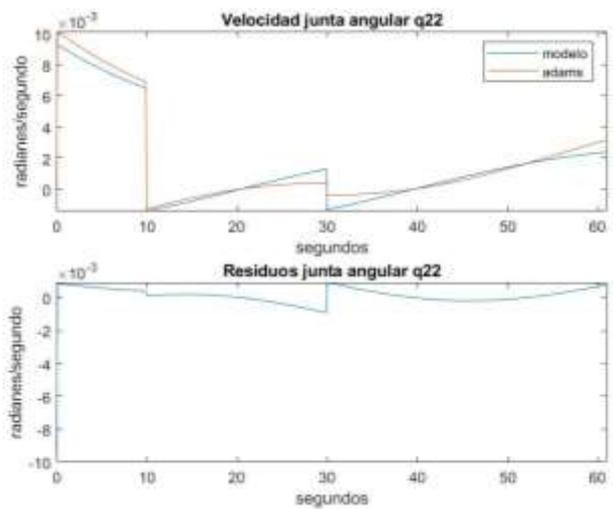


Figura 3.49. Velocidad junta angular qp22.
Fuente: (Autores).

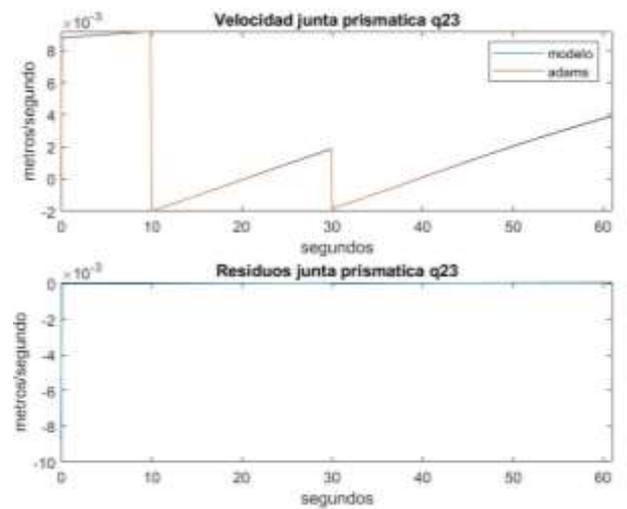


Figura 3.50. Velocidad junta prismática qp23.
Fuente: (Autores).

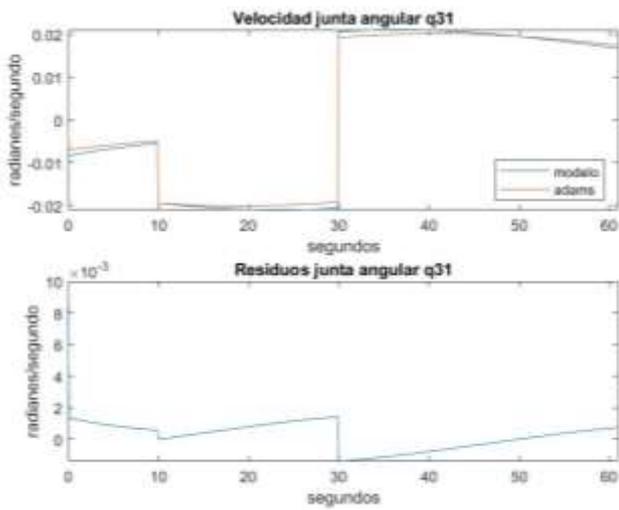


Figura 3.51. Velocidad junta angular qp31.
Fuente: (Autores).

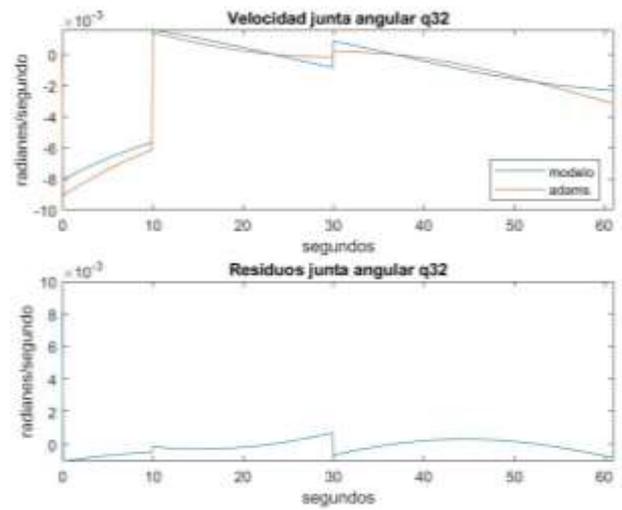


Figura 3.52. Velocidad junta angular qp32.
Fuente: (Autores).

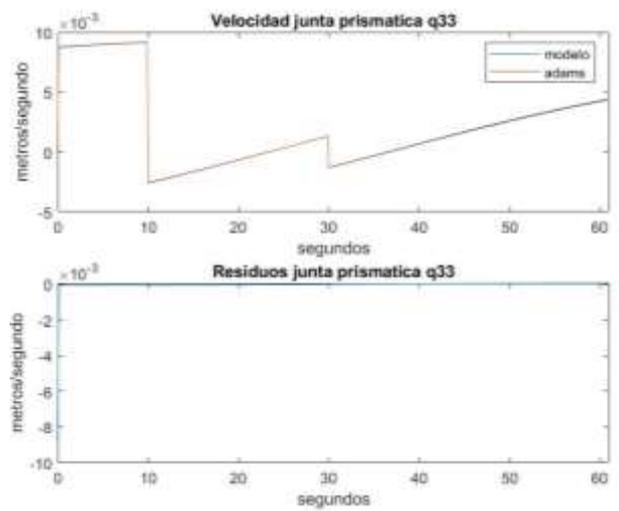


Figura 3.53. Velocidad junta prismática qp33.
Fuente: (Autores).

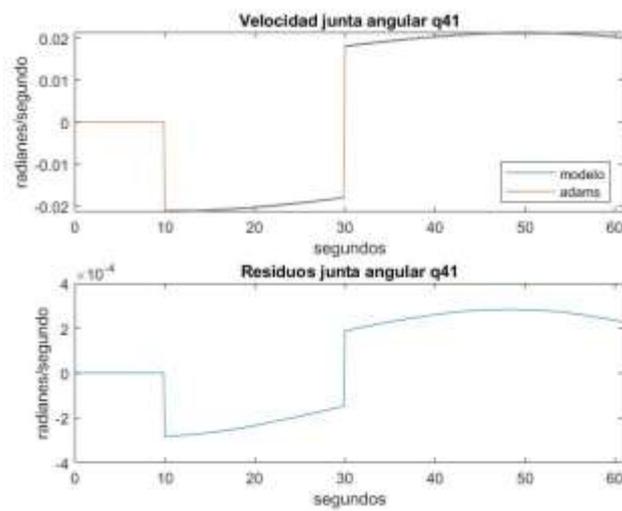


Figura 3.54. Velocidad junta angular qp41.
Fuente: (Autores).

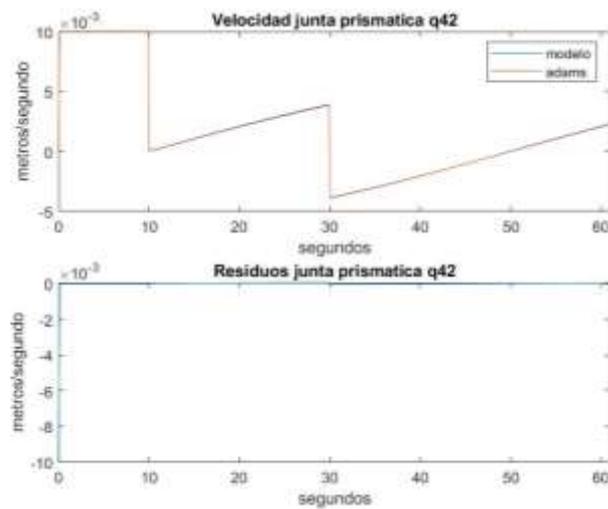


Figura 3.55. Velocidad junta prismática qp42.
Fuente: (Autores).

- Aceleración.

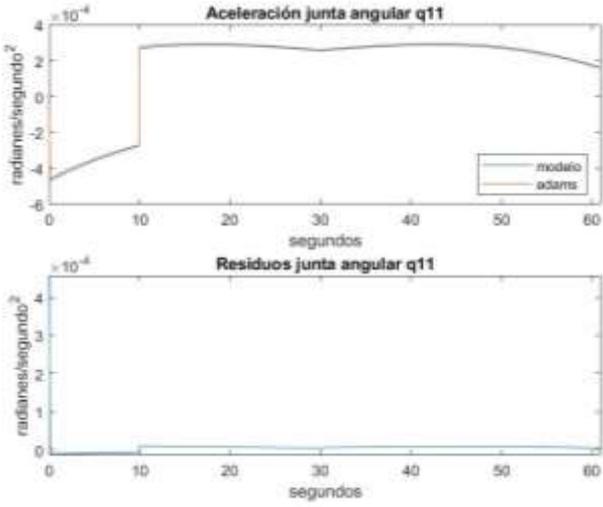


Figura 3.56. Aceleración junta angular qpp11.
Fuente: (Autores).

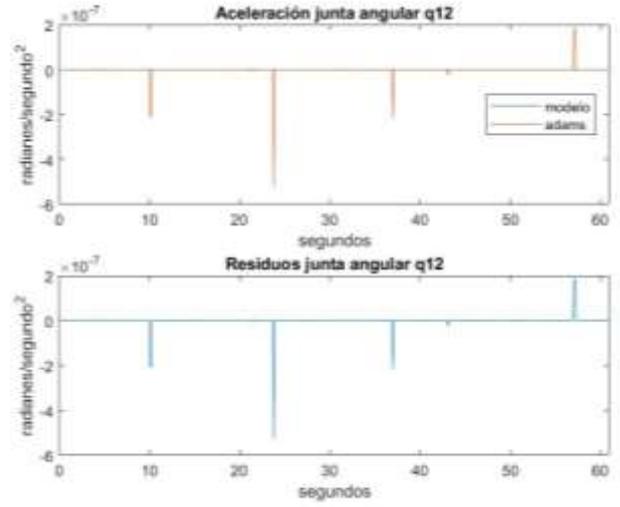


Figura 3.57. Aceleración junta angular qpp12.
Fuente: (Autores).

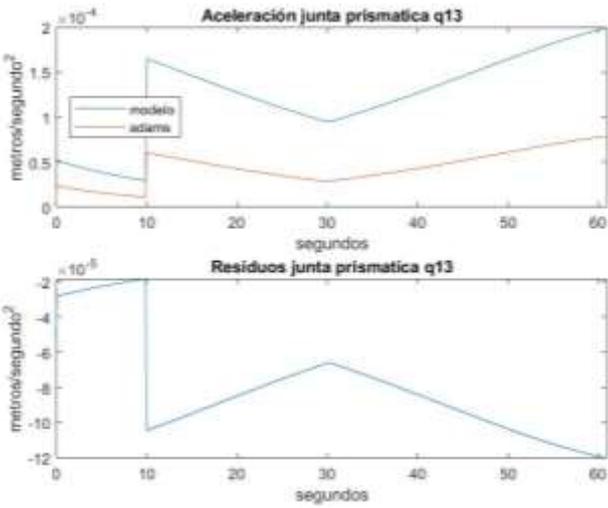


Figura 3.58. Aceleración junta prismática qpp13.
Fuente: (Autores).

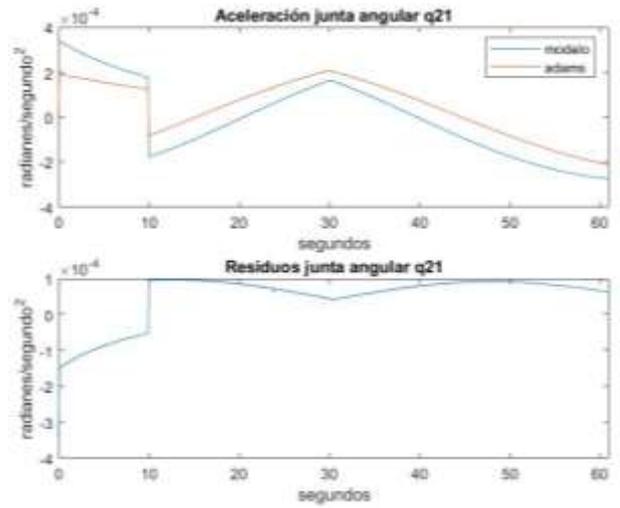


Figura 3.59. Aceleración junta angular qpp21.
Fuente: (Autores).

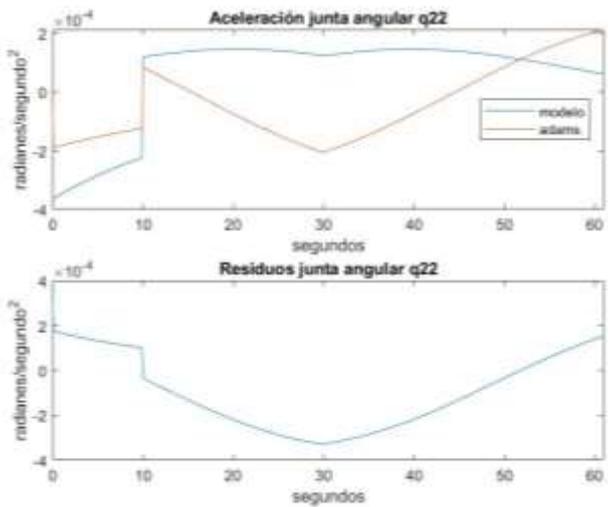


Figura 3.60. Aceleración junta angular qpp22.
Fuente: (Autores).

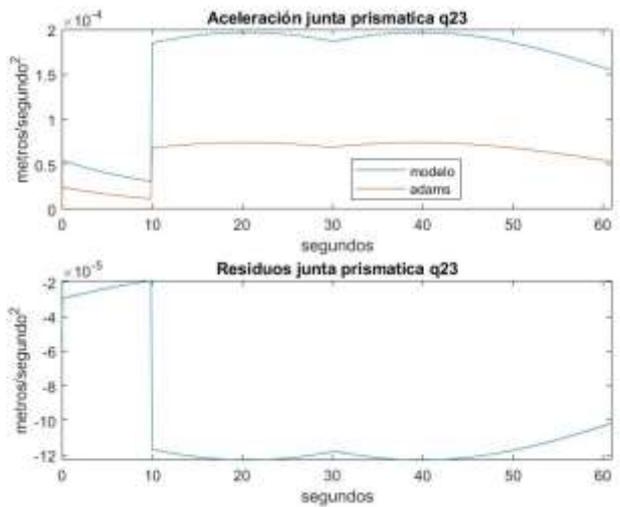


Figura 3.61. Aceleración junta angular qpp11.
Fuente: (Autores).

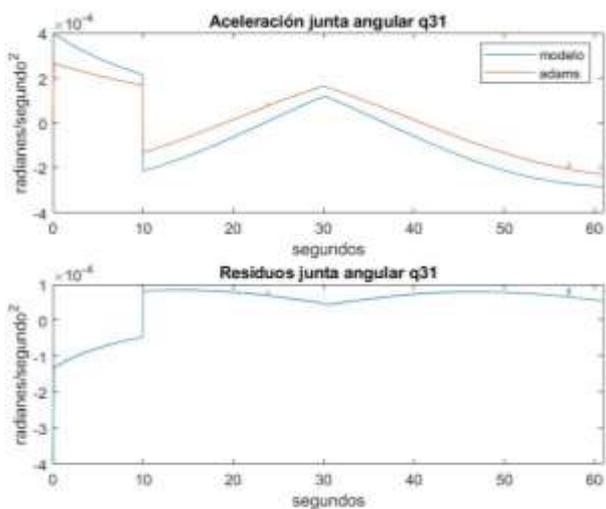


Figura 3.62. Aceleración junta angular qpp31.
Fuente: (Autores).

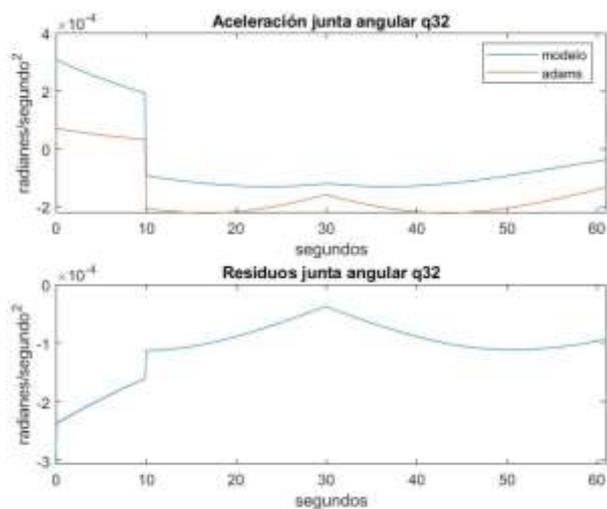


Figura 3.63. Aceleración junta angular qpp32.
Fuente: (Autores).

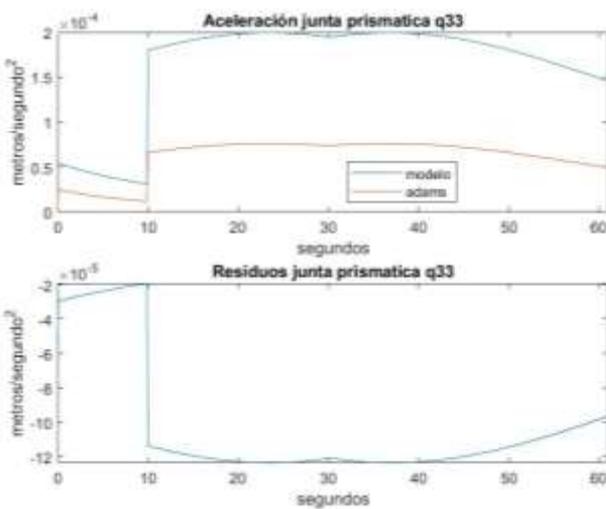


Figura 3.64. Aceleración junta prismática 33.
Fuente: (Autores).

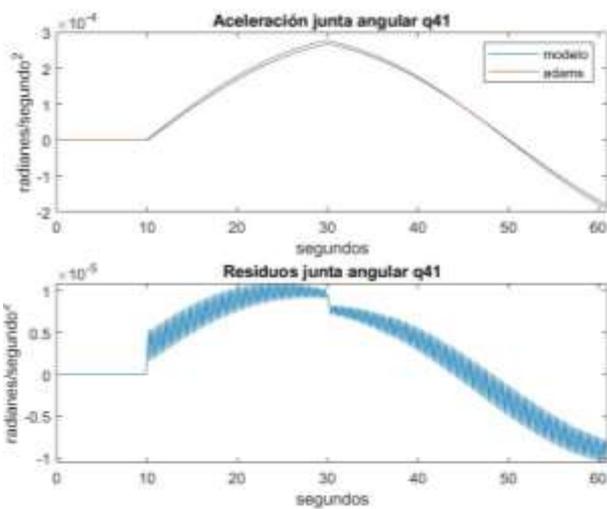


Figura 3.65. Aceleración junta angular qpp41.
Fuente: (Autores).

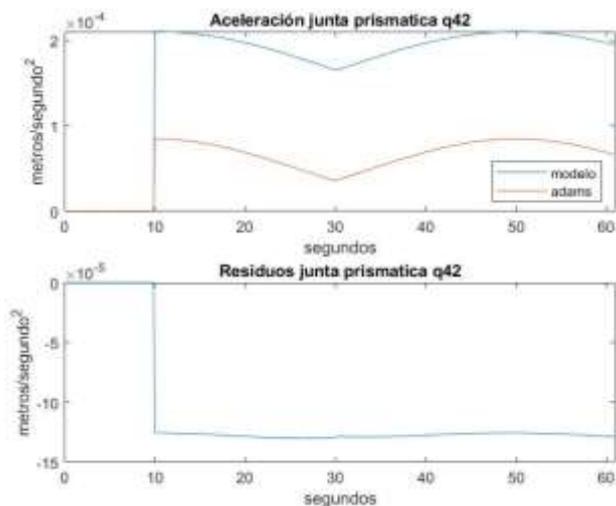


Figura 3.66. Aceleración junta prismática qpp42.
Fuente: (Autores).

El error cuadrático medio y el error porcentual para la posición, velocidad y aceleración de las articulaciones prismática para el movimiento flexión y extensión de la rodilla se muestra en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Error cuadrático medio y error porcentual traslación en X.

		q13	q23	q33	q42
POSICIÓN	UNIDADES	m	m	m	m
	ECM	0,00546	0,0056	0,00542	0,00604
	EP%	0,00165	0,00181	0,00174	0,00207
VELOCIDAD	UNIDADES	m/s	m/s	m/s	m/s
	ECM	0,000359	0,000355	0,000357	0,00040
	EP%	0,0016	0,0022	0,0029	0,0020
ACELERACION	UNIDADES	m/s ²	m/s ²	m/s ²	m/s ²
	ECM	8,46e-05	0,000109	0,00010	0,000116
	EP%	N/A	N/A	N/A	N/A

Fuente: (Autores).

3.1.3. Flexión y extensión de tobillo (Rotación alrededor de Y)

La flexión y extensión del tobillo consiste en una rotación con respecto al eje Y, antes de iniciar el movimiento el robot avanza 0.1 m en el eje Z para no haya bloqueo en las juntas. El movimiento inicia desde la posición inicial $\theta=0$ y recorre 30° en sentido positivo para luego regresar girar hasta -30° , para este movimiento la velocidad es constante y toma un valor de $10^\circ/s$. A continuación, se observa las gráficas comparativas entre el modelo matemático y Adams de posición, velocidad y aceleración para cada una de las articulaciones del robot y la gráfica de residuos de estas. Figura 3.67 hasta figura 3.99.

- Posición.

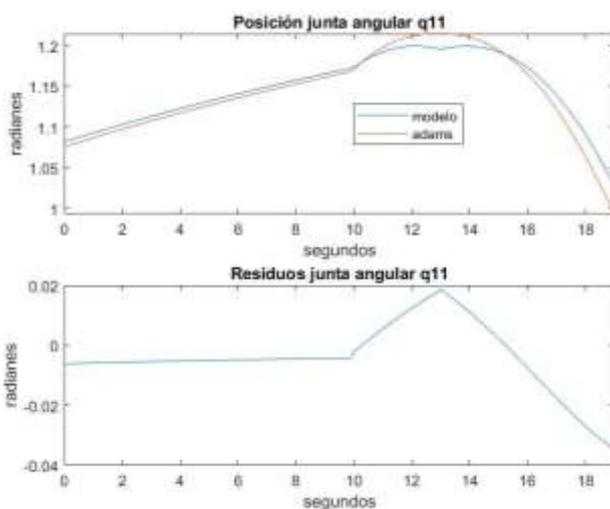


Figura 3.67. Posición junta angular q11.
Fuente: (Autores).

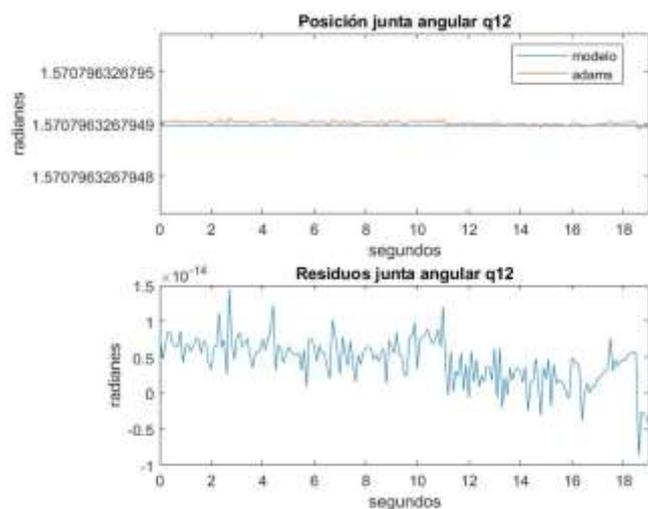


Figura 3.68. Posición junta angular q12.
Fuente: (Autores).

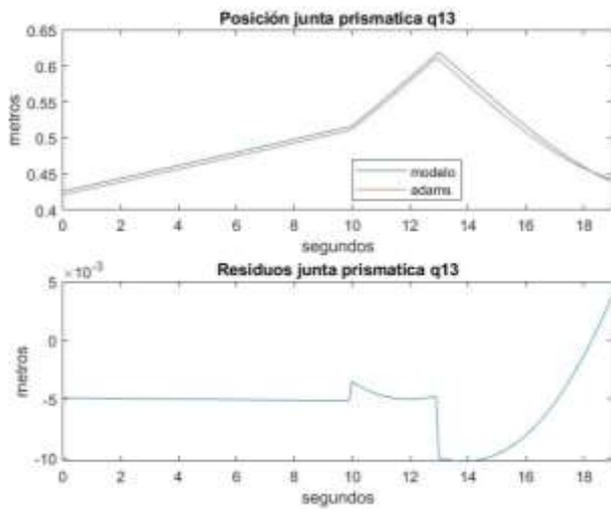


Figura 3.69. Posición junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

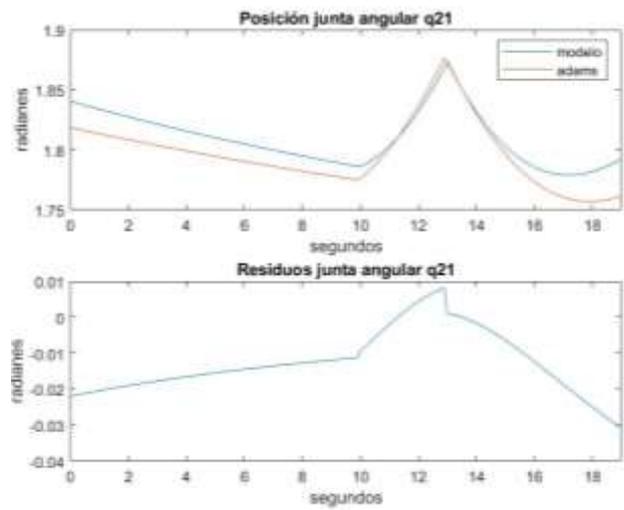


Figura 3.70. Posición junta angular q21.
Fuente: (Autores).

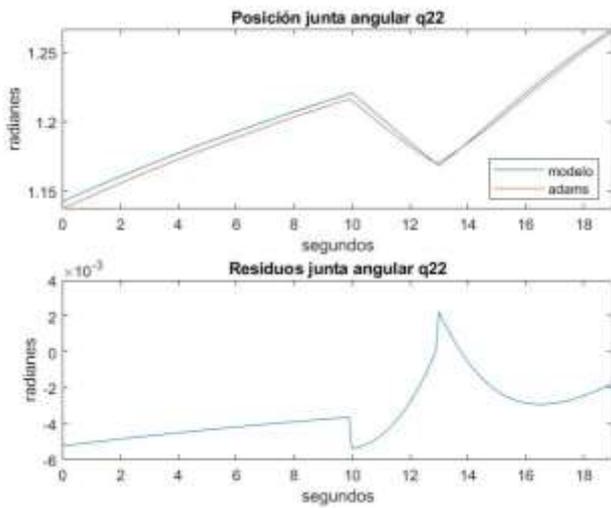


Figura 3.71. Posición junta angular q22.
Fuente: (Autores).

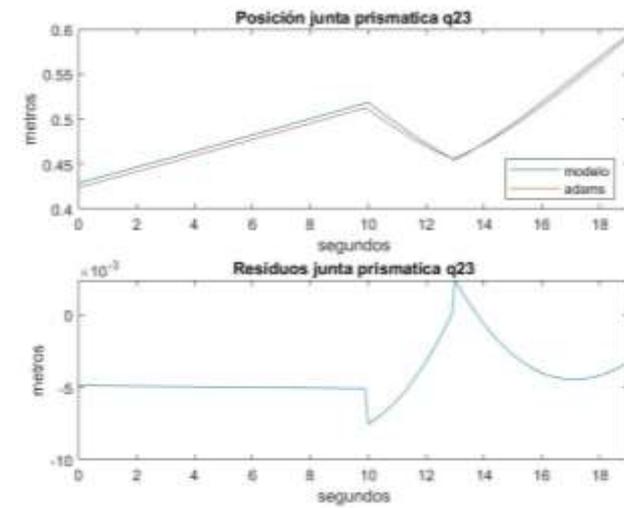


Figura 3.72. Posición junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

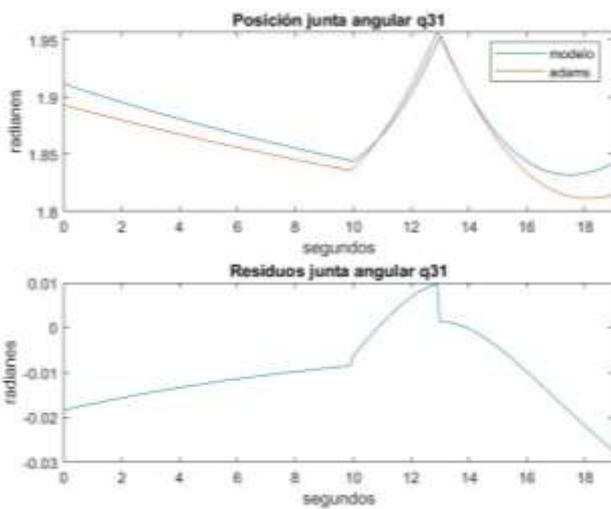


Figura 3.73. Posición junta angular q31.
Fuente: (Autores).

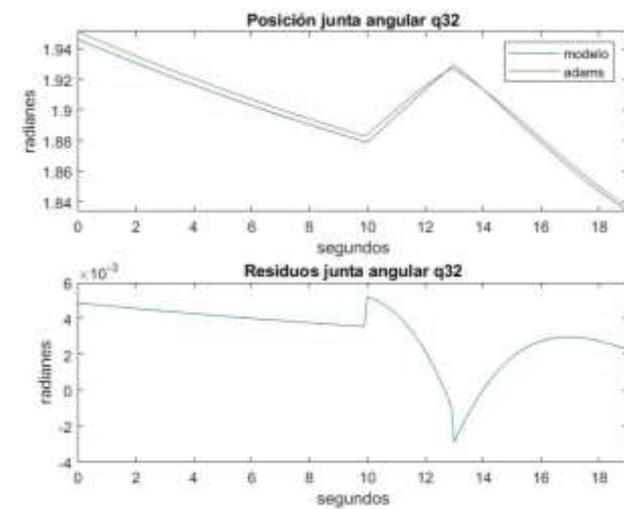


Figura 3.74. Posición junta angular q32.
Fuente: (Autores).

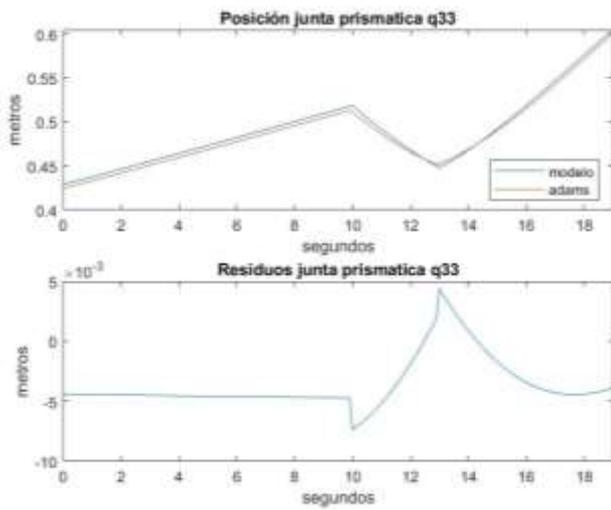


Figura 3.75. Posición junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

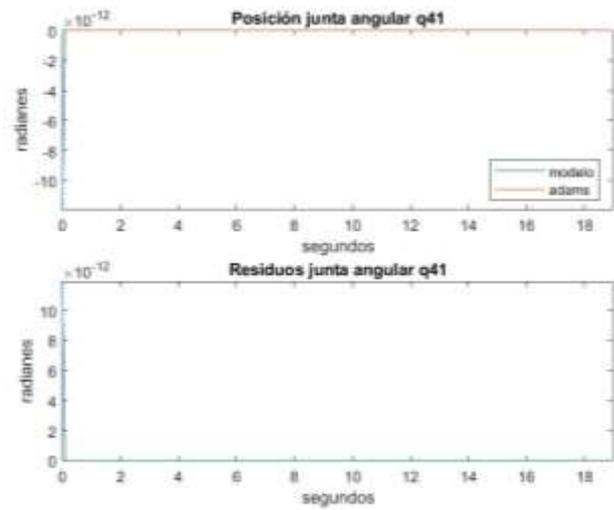


Figura 3.76. Posición junta angular q41.
Fuente: (Autores).

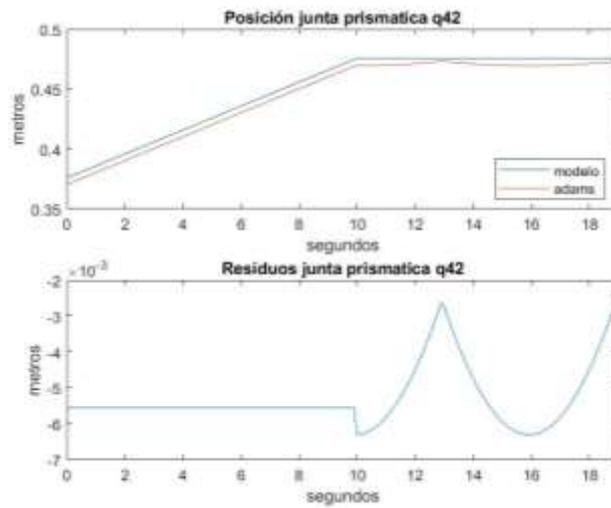


Figura 3.77. Posición junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Velocidad.

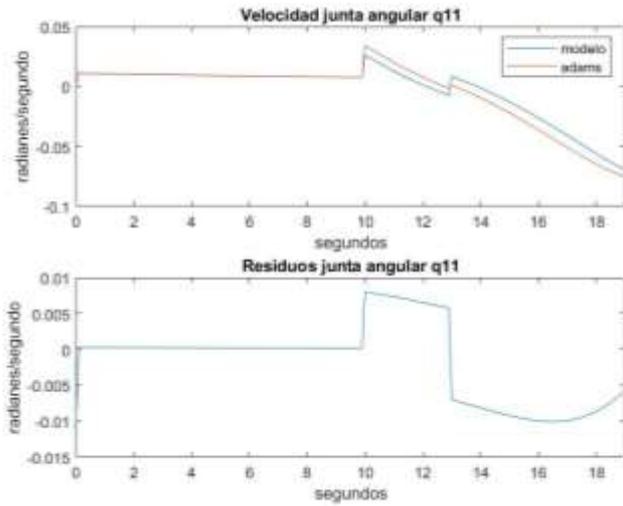


Figura 3.78. Velocidad junta angular qp11.
Fuente: (Autores).

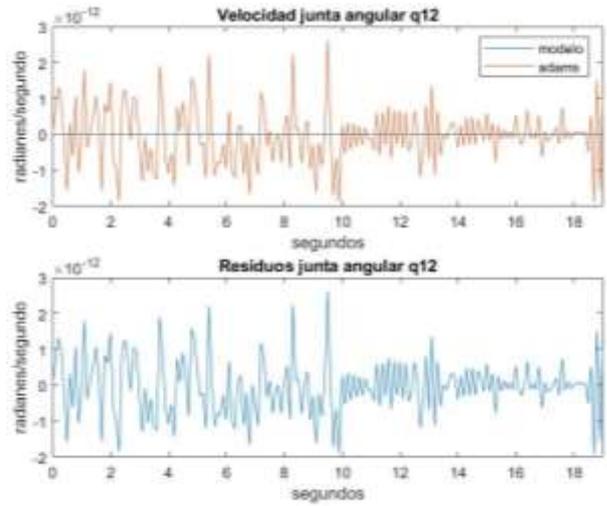


Figura 3.79. Velocidad junta angular qp12.
Fuente: (Autores).

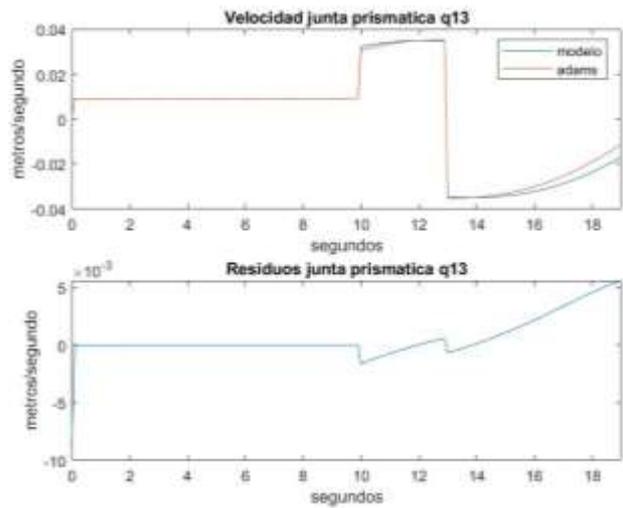


Figura 3.80. Velocidad junta prismática qp13.
Fuente: (Autores).

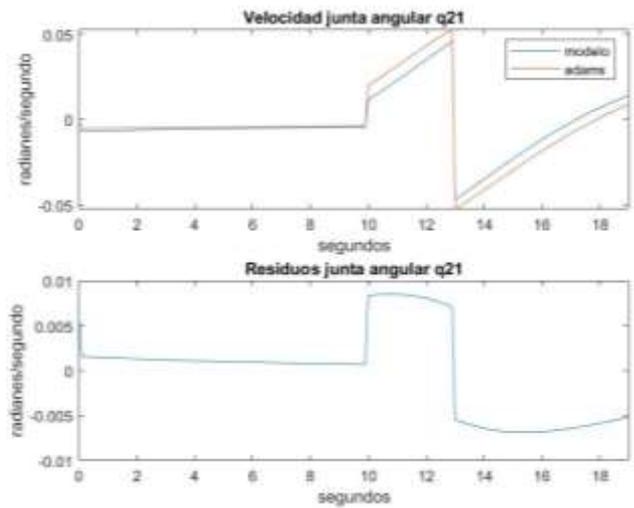


Figura 3.81. Velocidad junta angular qp21.
Fuente: (Autores).

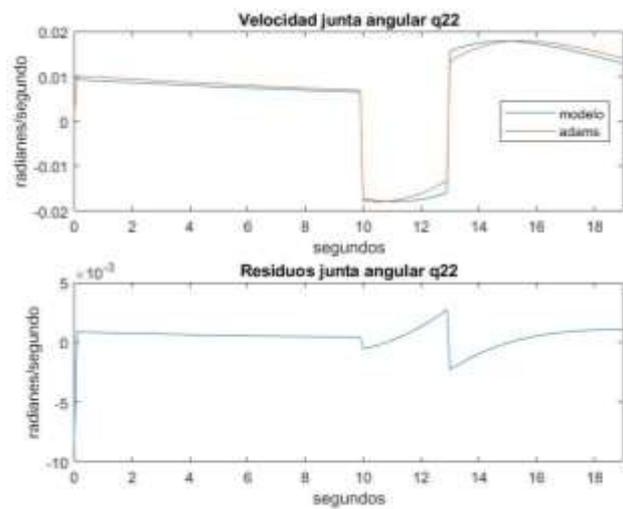


Figura 3.82. Velocidad junta angular qp22.
Fuente: (Autores).

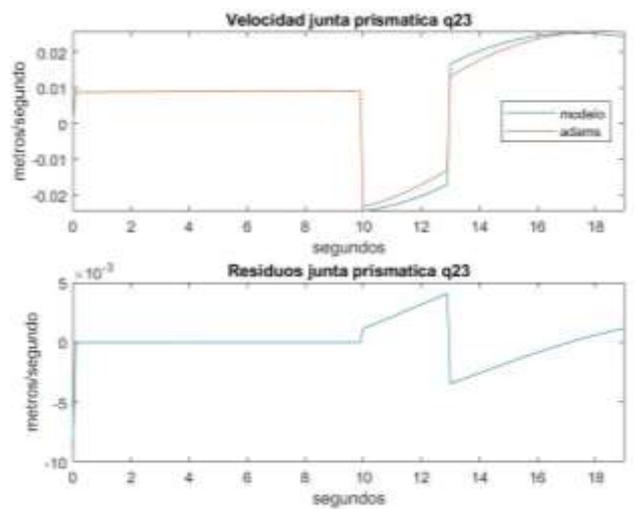


Figura 3.83. Velocidad junta prismática qp23.
Fuente: (Autores).

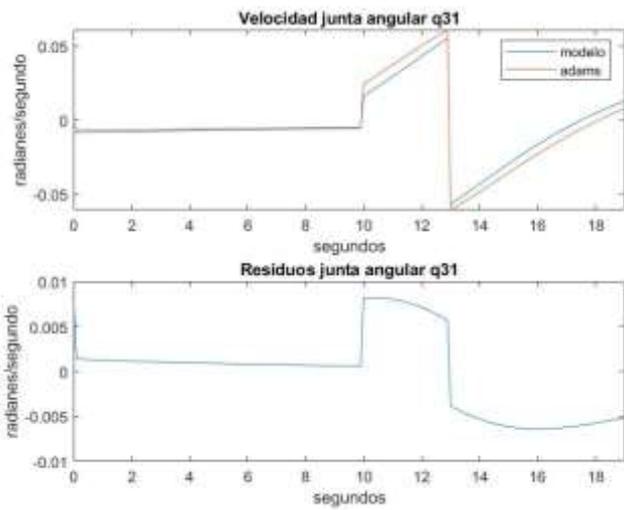


Figura 3.84. Velocidad junta angular qp31.
Fuente: (Autores).

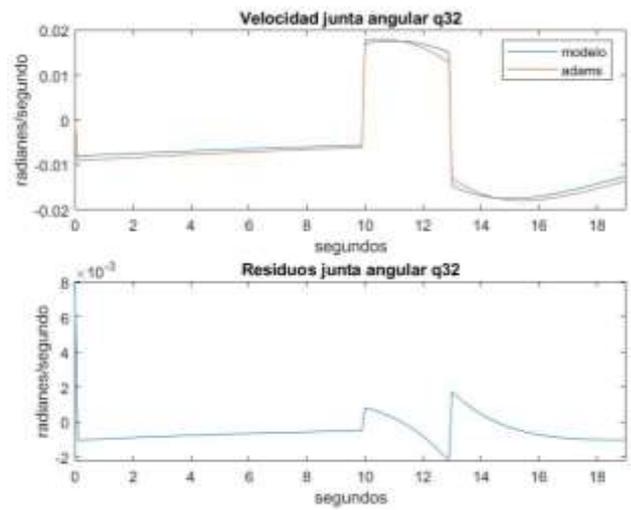


Figura 3.85. Velocidad junta angular qp32.
Fuente: (Autores).

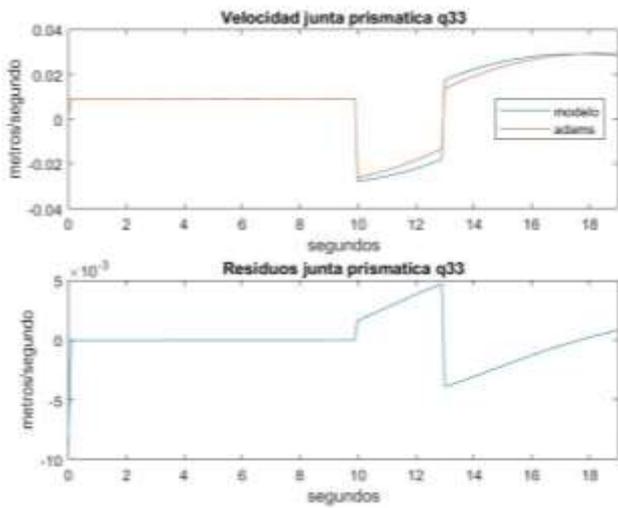


Figura 3.86. Velocidad junta prismática qp33.
Fuente: (Autores).

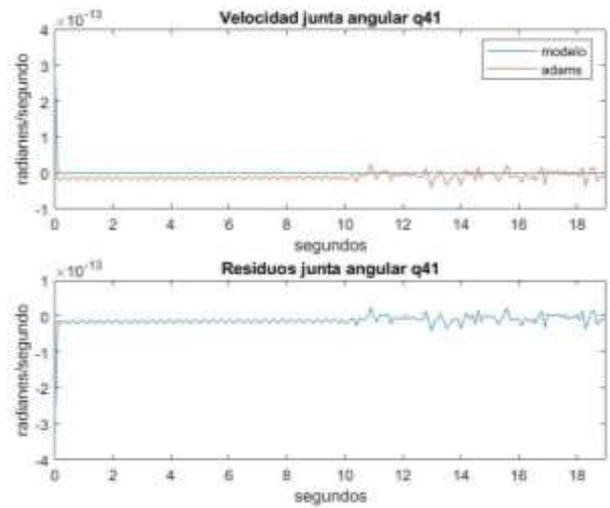


Figura 3.87. Velocidad junta angular qp41.
Fuente: (Autores).

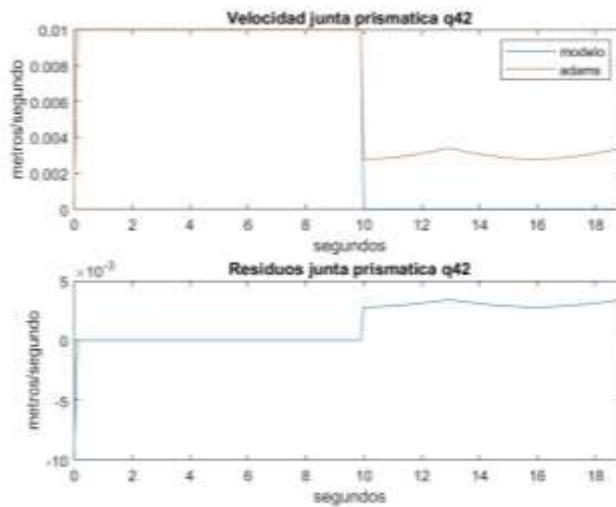


Figura 3.88. Velocidad junta prismática qp42.
Fuente: (Autores).

- Aceleración.

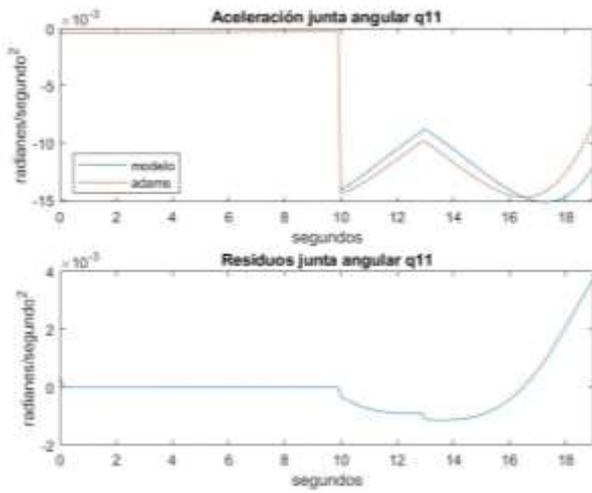


Figura 3.89. Aceleración junta angular qpp11.
Fuente: (Autores).

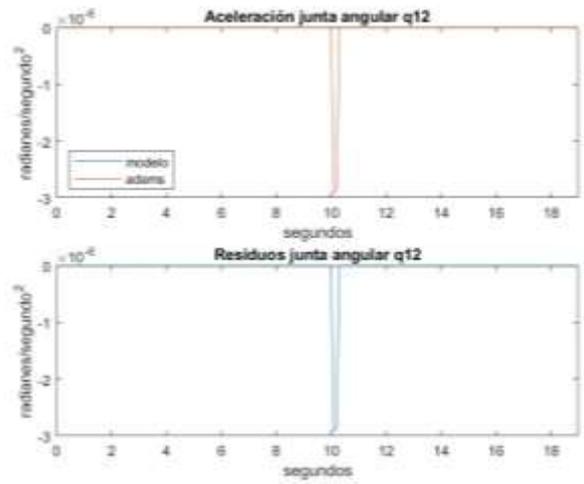


Figura 3.90. Aceleración junta angular qpp12.
Fuente: (Autores).

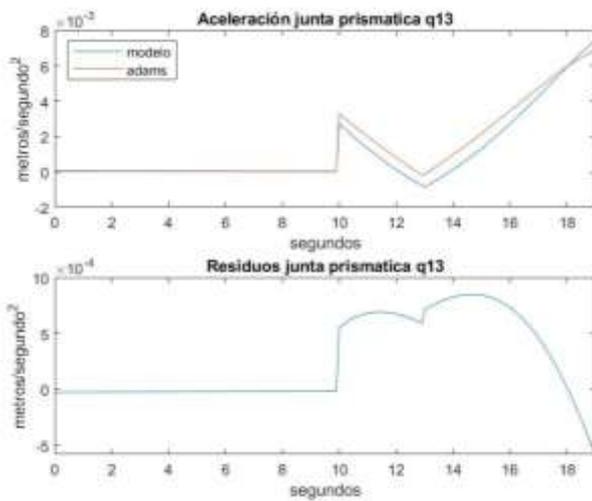


Figura 3.91. Aceleración junta prismática qpp13.
Fuente: (Autores).

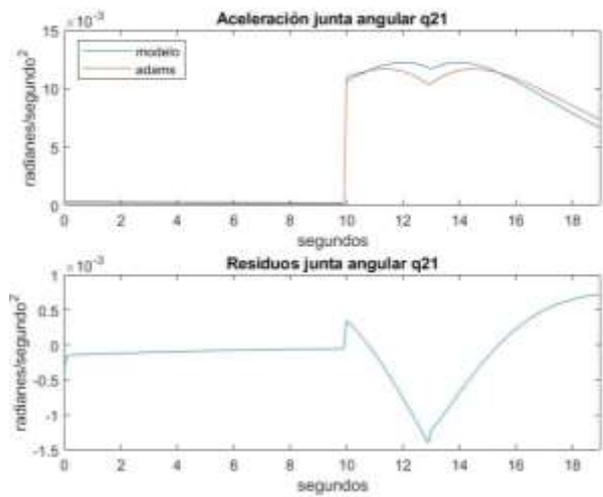


Figura 3.92. Aceleración junta angular qpp21.
Fuente: (Autores).

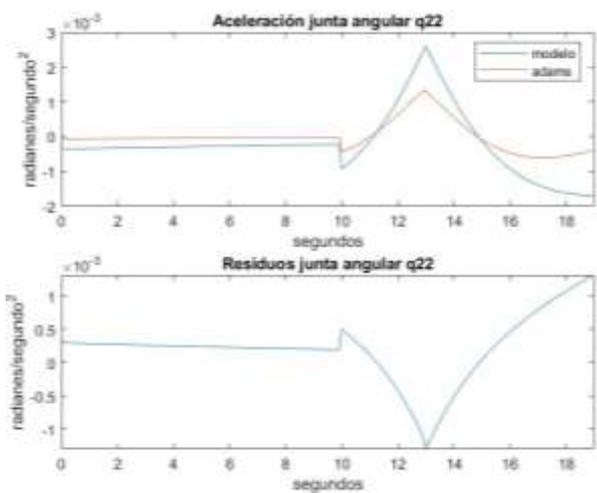


Figura 3.93. Aceleración junta angular qpp22.
Fuente: (Autores).

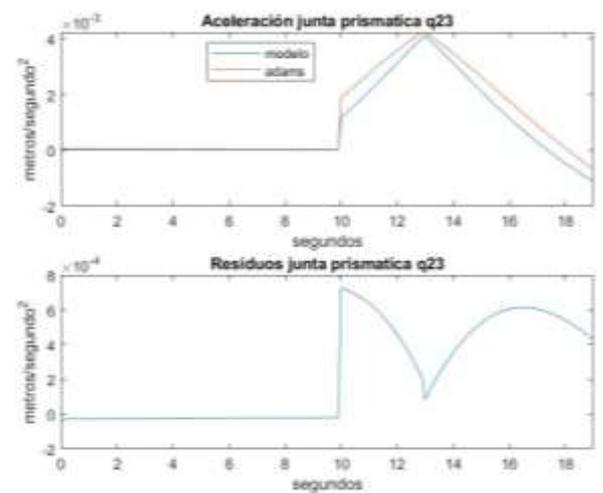


Figura 3.94. Aceleración junta prismática qpp23.
Fuente: (Autores).

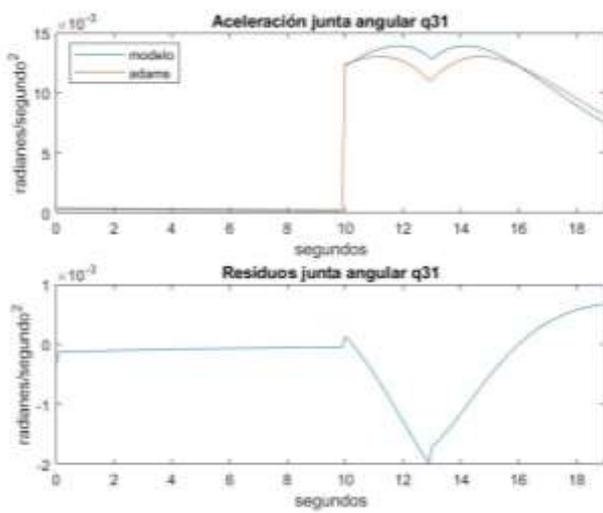


Figura 3.95. Aceleración junta angular qpp31.
Fuente: (Autores).

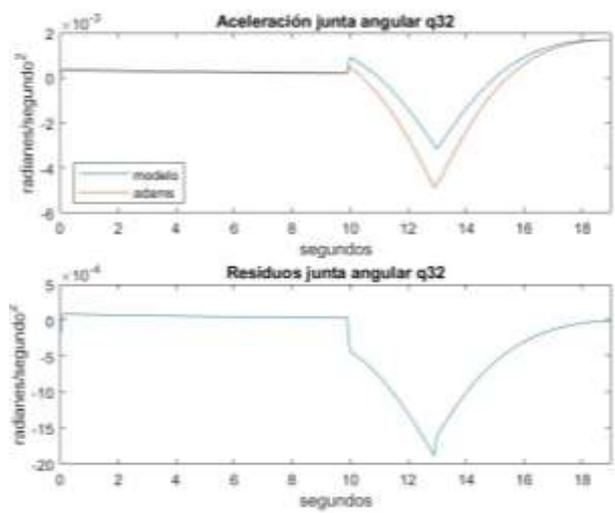


Figura 3.96. Aceleración junta angular qpp32.
Fuente: (Autores).

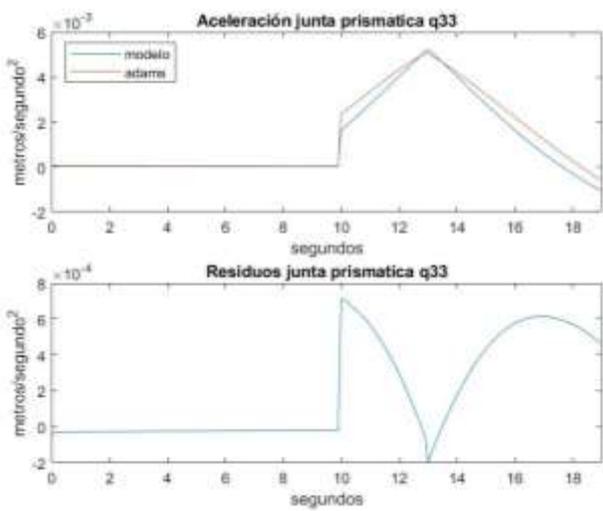


Figura 3.97. Aceleración junta prismática qpp33.
Fuente: (Autores).

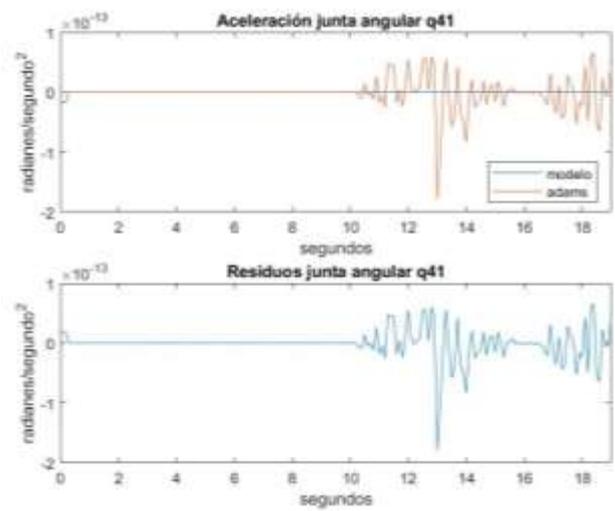


Figura 3.98. Aceleración junta angular qpp41.
Fuente: (Autores).

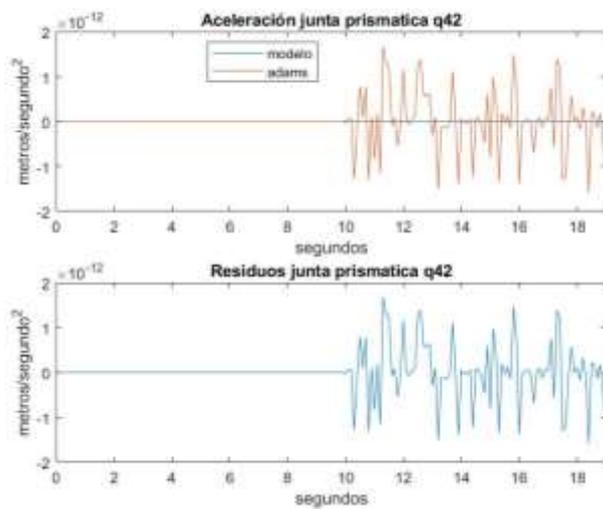


Figura 3.99. Aceleración junta prismática qpp42.
Fuente: (Autores).

El error cuadrático medio y el error porcentual para la posición, velocidad y aceleración de las articulaciones prismática para el movimiento de flexión y extensión de tobillo se muestra en la tabla 3.3.

Tabla 3.3. Error cuadrático medio y error porcentual rotación alrededor de Y.

		q13	q23	q33	q42
POSICIÓN	UNIDADES	m	m	m	m
	ECM	0,00592	0,00453	0,0042	0,00536
	EP%	0,00578	0,00459	0,0042	0,00616
VELOCIDAD	UNIDADES	m/s	m/s	m/s	m/s
	ECM	0,00182	0,00158	0,00184	0,0022
	EP%	0,0245	0,0304	0,0334	0,1488
ACELERACION	UNIDADES	m/s ²	m/s ²	m/s ²	m/s ²
	ECM	0,00044	0,00035	0,00032	4,98e-13
	EP%	N/A	N/A	N/A	N/A

Fuente: (Autores).

3.1.4. Rotación interna y externa de rodilla (Rotación alrededor de Z)

Este movimiento de rehabilitación consiste en una rotación alrededor del eje Z, antes de iniciar el movimiento el robot avanza 0.1 m en el eje Z para no haya bloqueo en las juntas. El movimiento inicia desde la posición inicial de $\varphi = 0$ hasta 7° en sentido positivo y luego gira en sentido contrario hasta -7° , para este movimiento la velocidad de giro constante y toma un valor de $10^\circ/s$. A continuación, se tiene las gráficas comparativas entre el modelo matemático y Adams de posición, velocidad y aceleración para cada una de la articulación del robot y la gráfica de residuos de estas. Figura 3.100 hasta figura 3.132

- Posición.

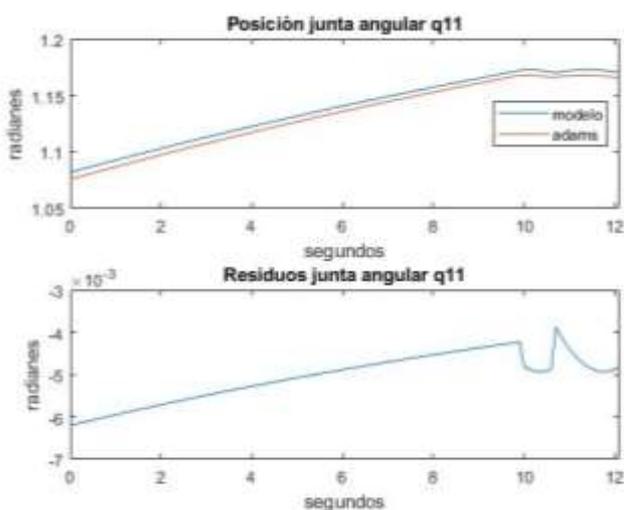


Figura 3.100. Posición junta angular q11.
Fuente: (Autores).

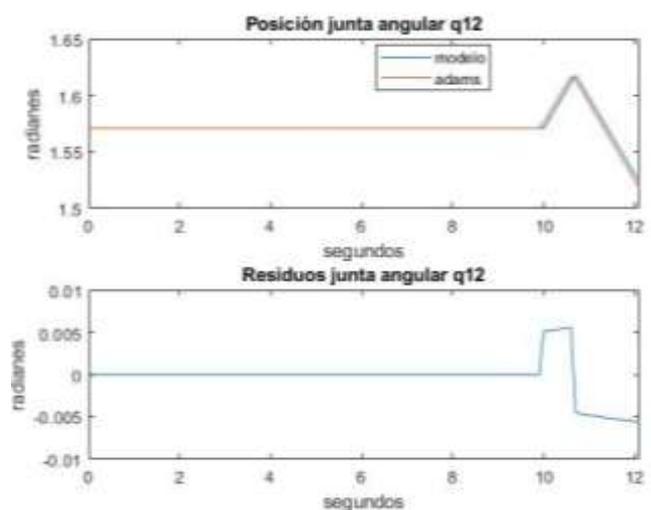


Figura 3.101. Posición junta angular q12.
Fuente: (Autores).

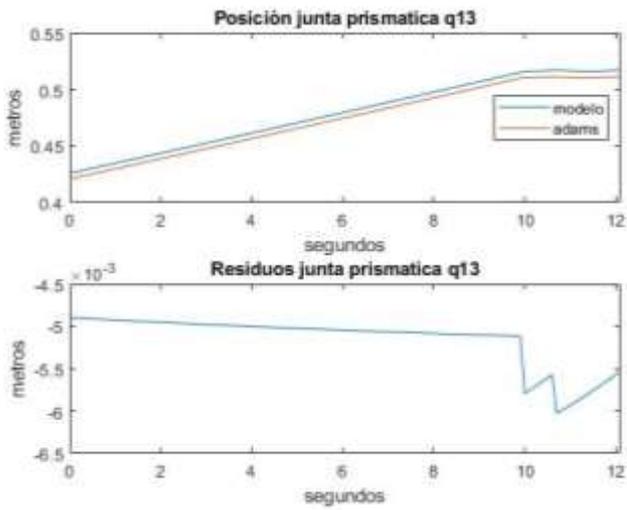


Figura 3.102. Posición junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

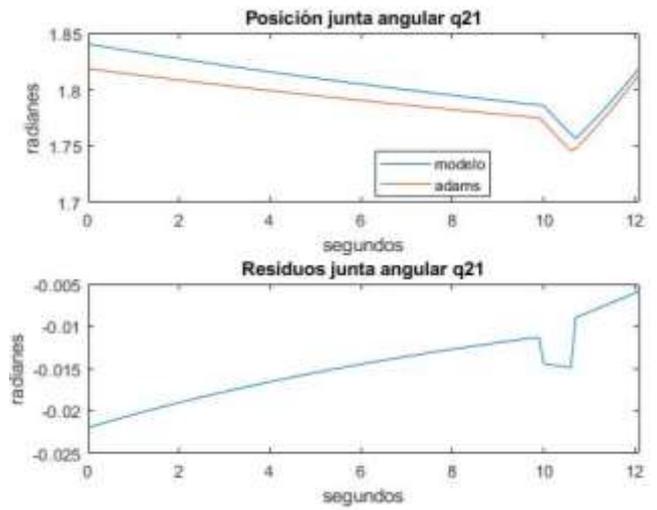


Figura 3.103. Posición junta angular q21.
Fuente: (Autores).

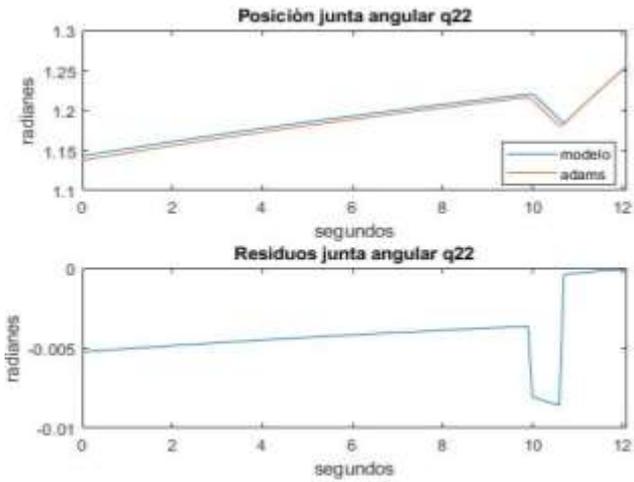


Figura 3.104. Posición junta angular q22.
Fuente: (Autores).

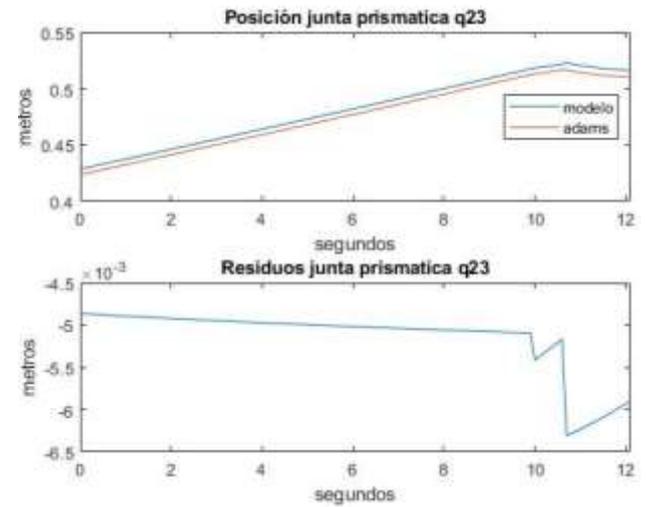


Figura 3.105. Posición junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

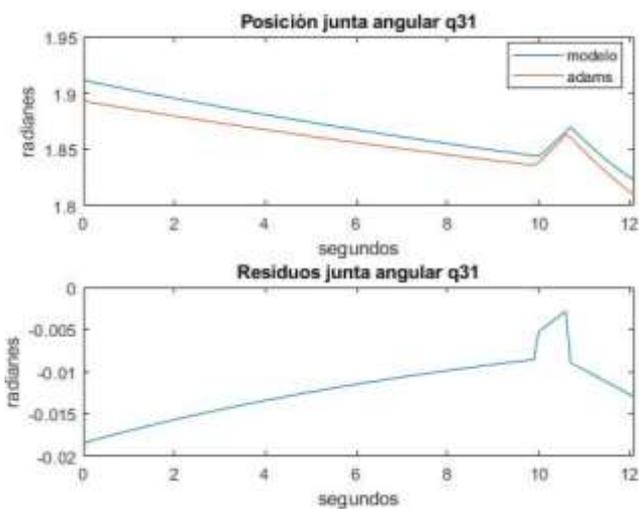


Figura 3.106. Posición junta angular q31.
Fuente: (Autores).

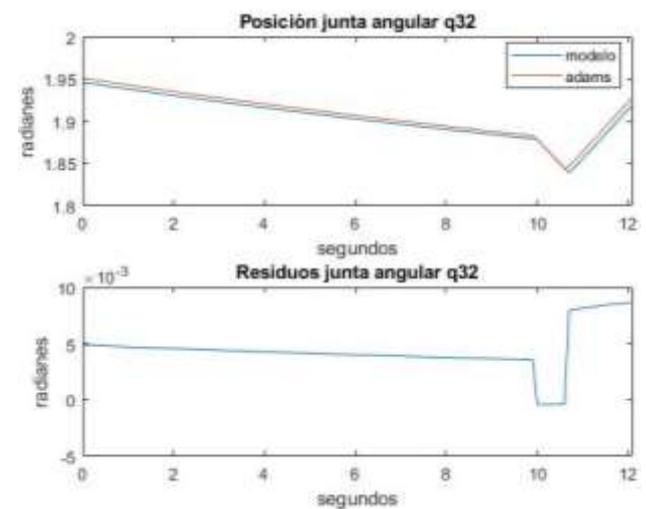


Figura 3.107. Posición junta angular q32.
Fuente: (Autores).

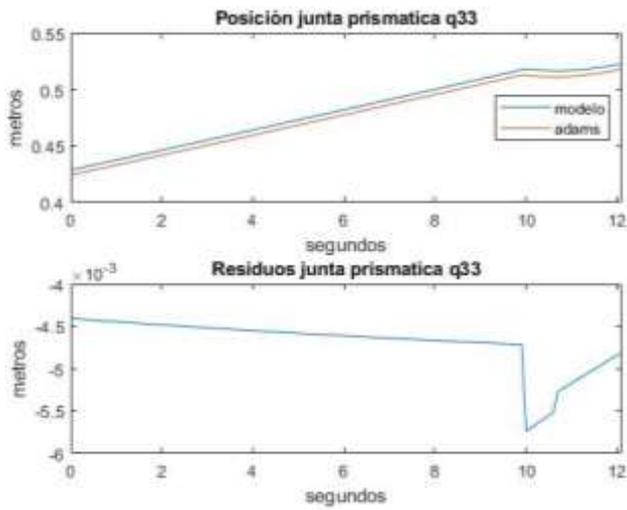


Figura 3.108. Posición junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

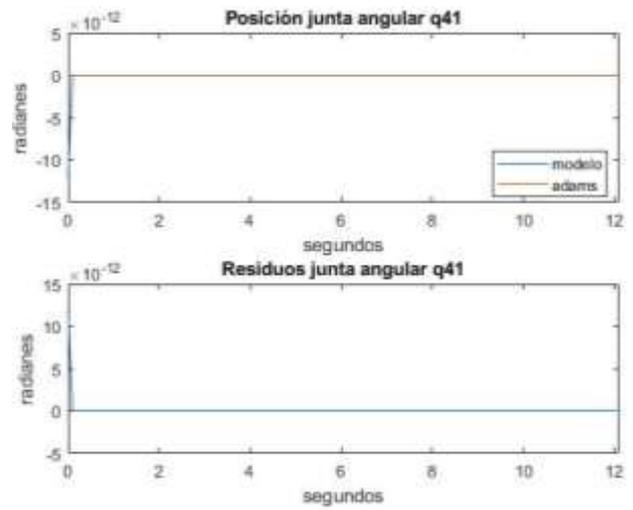


Figura 3.109. Posición junta angular q41.
Fuente: (Autores).

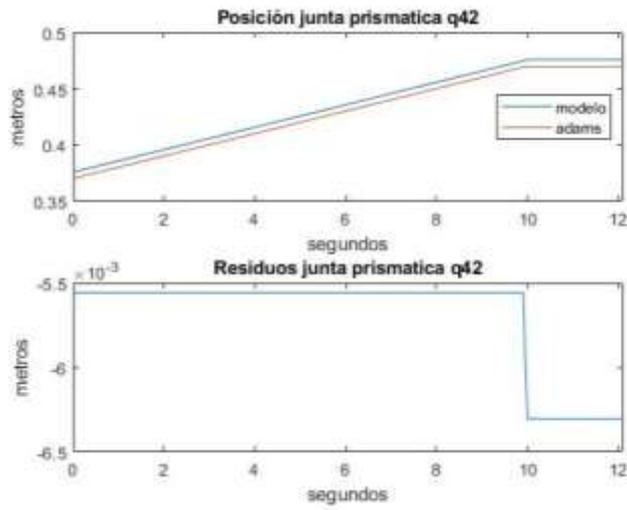


Figura 3.110. Posición junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Velocidad.

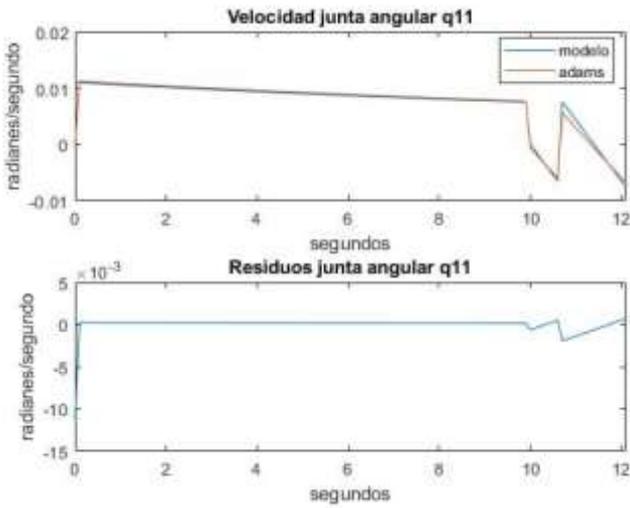


Figura 3.111. Velocidad junta angular q11.
Fuente: (Autores).

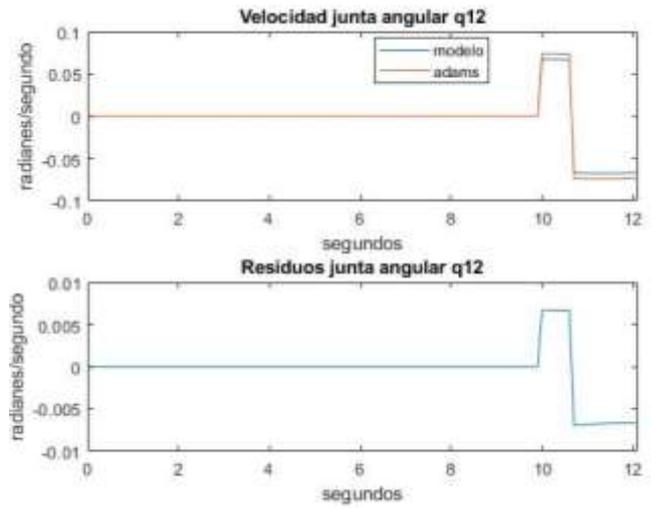


Figura 3.112. Velocidad junta angular q12.
Fuente: (Autores).

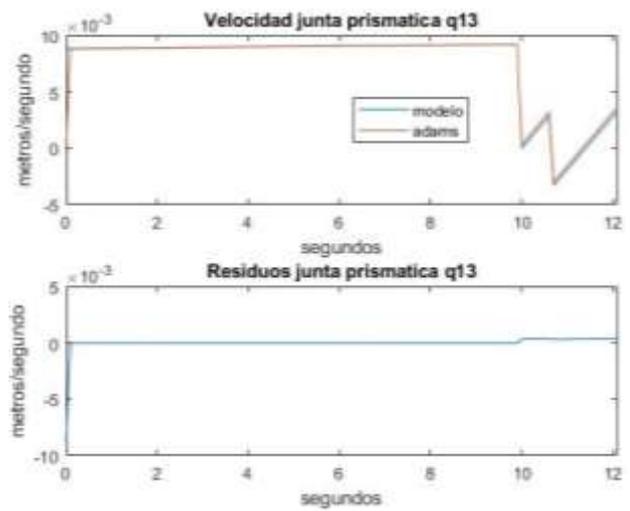


Figura 3.113. Velocidad junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

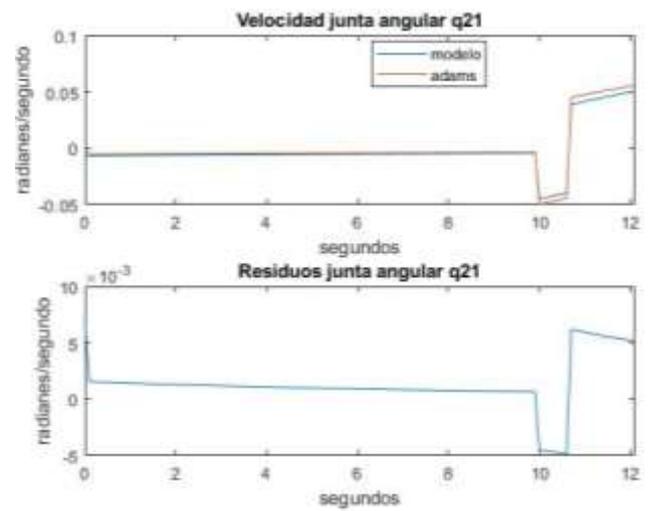


Figura 3.114. Velocidad junta angular q21.
Fuente: (Autores).

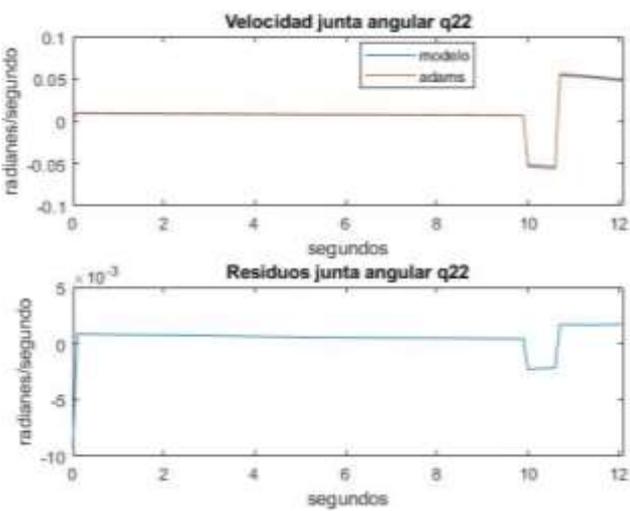


Figura 3.115. Velocidad junta angular q22.
Fuente: (Autores).

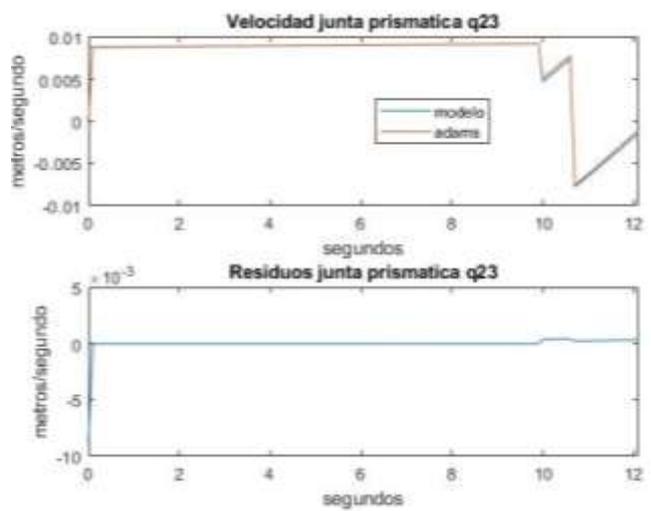


Figura 3.116. Velocidad junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

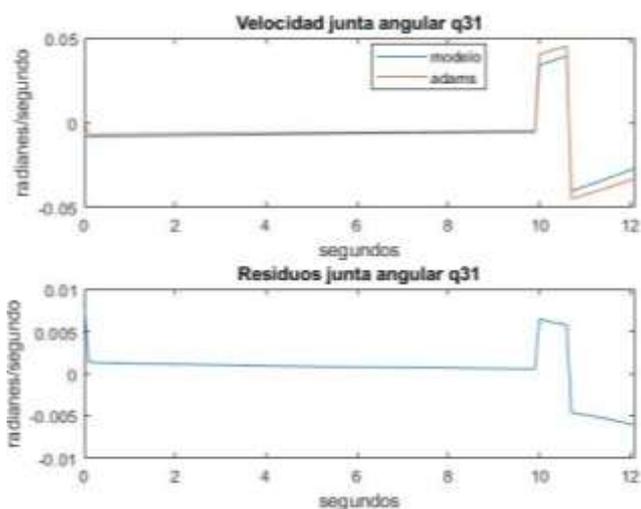


Figura 3.117. Velocidad junta angular q31.
Fuente: (Autores).

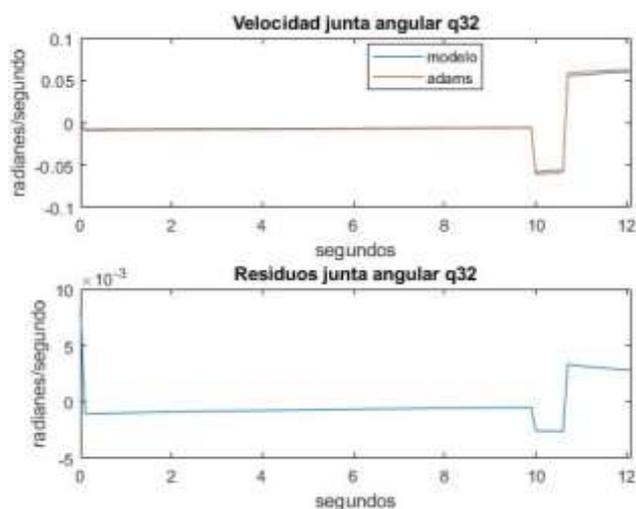


Figura 3.118. Velocidad junta angular q32.
Fuente: (Autores).

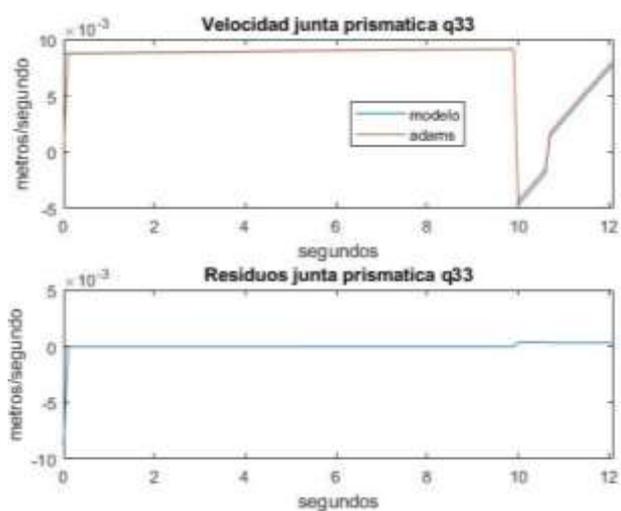


Figura 3.119. Velocidad junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

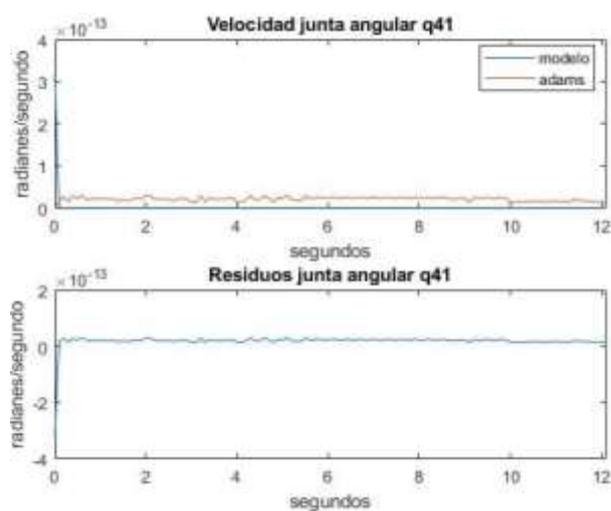


Figura 3.120. Velocidad junta angular q41.
Fuente: (Autores).

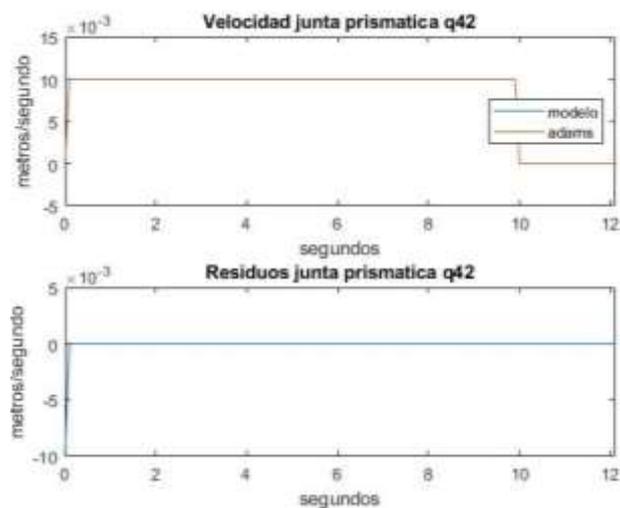


Figura 3.121. Velocidad junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

- Aceleración.

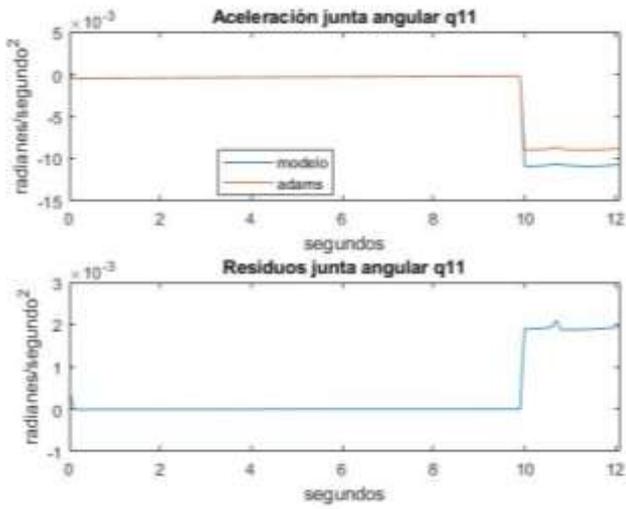


Figura 3.122. Aceleración junta angular q11.
Fuente: (Autores).

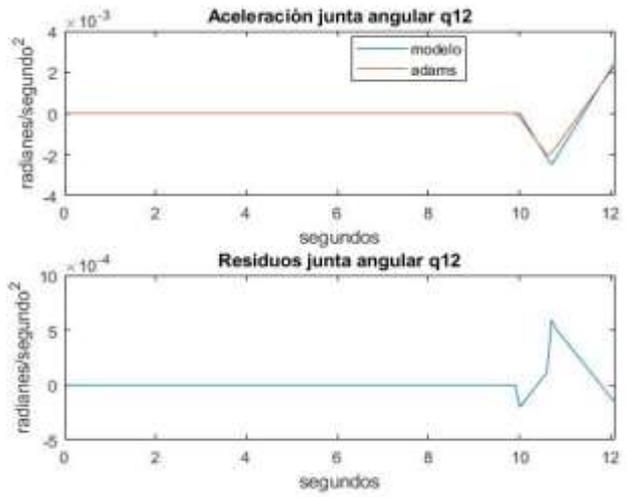


Figura 3.123. Aceleración junta angular q12.
Fuente: (Autores).

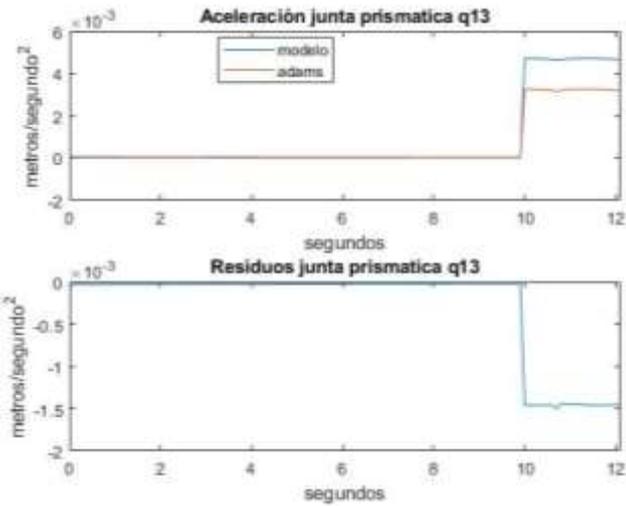


Figura 3.124. Aceleración junta prismática q13.
Fuente: (Autores).

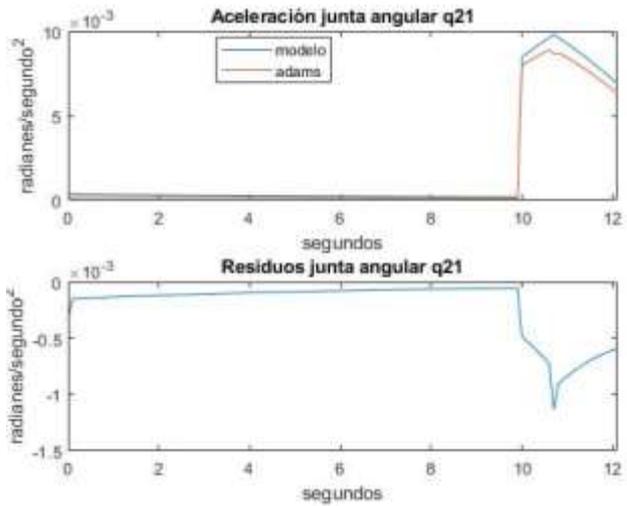


Figura 3.125. Aceleración junta angular q21.
Fuente: (Autores).

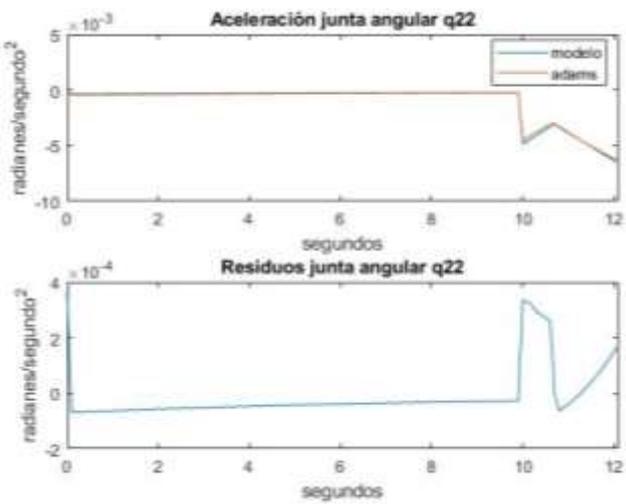


Figura 3.126. Aceleración junta angular q22.
Fuente: (Autores).

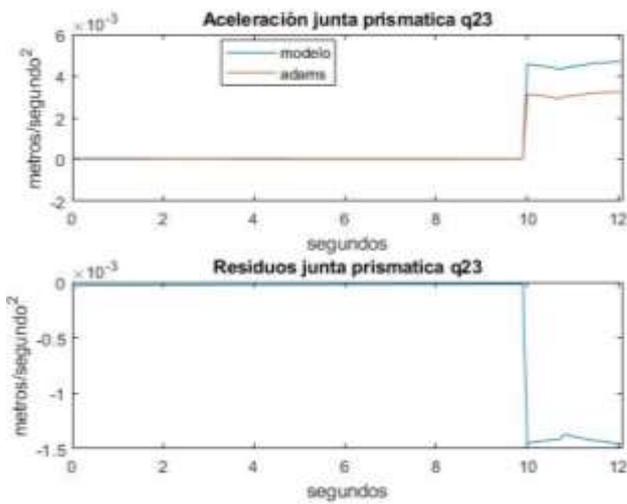


Figura 3.127. Aceleración junta prismática q23.
Fuente: (Autores).

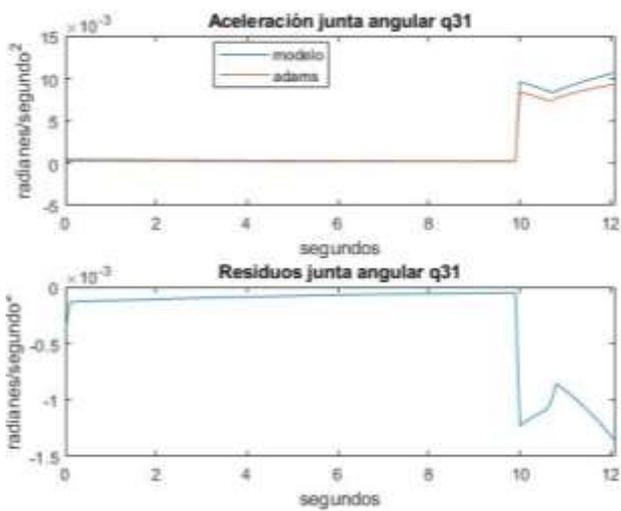


Figura 3.128. Aceleración junta angular q31.
Fuente: (Autores).

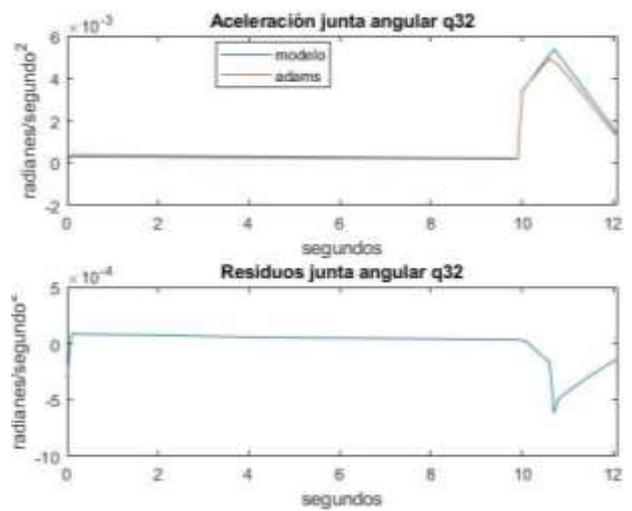


Figura 3.129. Aceleración junta angular q32.
Fuente: (Autores).

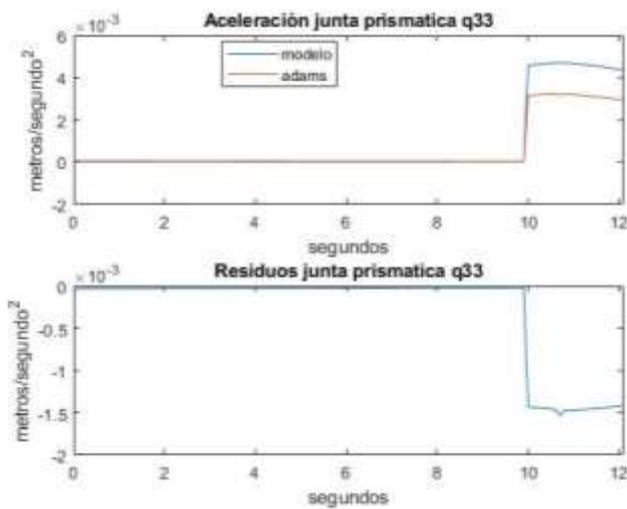


Figura 3.130. Aceleración junta prismática q33.
Fuente: (Autores).

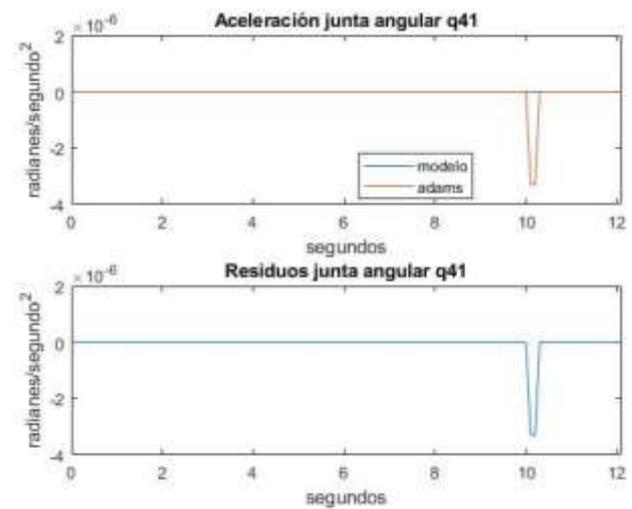


Figura 3.131. Aceleración junta angular q41.
Fuente: (Autores).

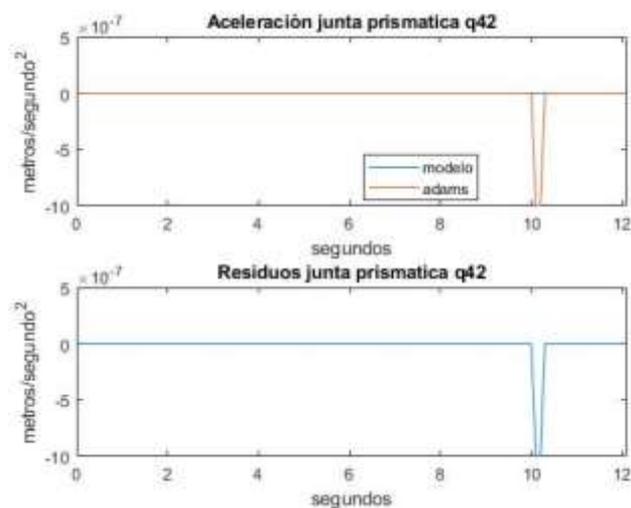


Figura 3.132. Aceleración junta prismática q42.
Fuente: (Autores).

El error cuadrático medio y el error porcentual para la posición, velocidad y aceleración de las articulaciones prismáticas para el movimiento de rotación interno y externo de la rodilla se muestra en la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Error cuadrático medio y error porcentual rotación alrededor de Z.

		q13	q23	q33	q42
POSICIÓN	UNIDADES	m	m	m	m
	ECM	0,00516	0,00516	0,00470	0,00570
	EP %	0,00882	0,00876	0,00799	0,01074
VELOCIDAD	UNIDADES	m/s	m/s	m/s	m/s
	ECM	0,00081	0,00081	0,00081	0,00091
	EP %	0,01622	0,01457	0,01573	0,00820
ACELERACION	UNIDADES	m/s ²	m/s ²	m/s ²	m/s ²
	ECM	0,00062	0,00060	0,00062	0,00000
	EP %	N/A	N/A	N/A	N/A

Fuente: (Autores).

3.2. Discusión

Los resultados indican la posición, velocidad y aceleración de las juntas angulares 1,2 y de la junta prismática. Sin embargo, para comprobar el modelo cinemático del robot 3UPS+RPU basta con el análisis de la junta prismática de cada brazo, debido a que dentro de las articulaciones activas estas son las que rigen los movimientos del robot, no obstante, se nota que el error es mínimo en las gráficas de la articulación rotacional (angular) 1 y 2 de todos los movimientos, es decir, cumple con el movimiento del modelo. Cabe recalcar que la diferencia que existe en algunos resultados se debe a los cambios bruscos de sentido que tiene cada movimiento de rehabilitación y debido que se trata de un estudio cinemático no existen fuerzas externas que afectan directamente el modelo en el software Adams.

Se observa en las figuras 3.3, 3.6, 3.9, 3.11 del movimiento de Flexión de Cadera (Traslación en Z) tanto la gráfica de Adams y el modelo siguen una trayectoria similar obteniendo residuos muy pequeños que conllevan a errores cuadráticos bajos. La tabla 3.1 indica el ECM más alto es $q_{42} = 0.0056 m$ que equivale a un error porcentual del 0.0055 %, de igual manera en las figuras 3.14, 3.17, 3.20, 3.22 se obtiene una velocidad similar con un ECM de $q_{42} = 0.0056 m$ y un error porcentual del 0.0024%. Para la aceleración (Figuras 3.25, 3.28, 3.31, 3.33) no se puede realizar una comparación cuantitativa, debido a que el modelo obtiene valores muy cercanos a cero. En consecuencia, la cinemática de este movimiento queda validado.

Los resultados de trayectoria del movimiento de flexión y extensión de rodilla (Traslación en X) en las figuras 3.36, 3.39, 3.42, 3.44 cumplen con el modelo obteniendo un ECM máximo indicado en la tabla 3.2 de $q_{42} = 0.0064 m$ equivalente a un error porcentual del 0,0027%. Para los resultados de velocidad indicados en las figuras 3.47, 3.50, 3.53, 3.55 el ECM máximo $q_{42} = 0.0004 m$ (0,002%) llegando a ser un error no significativo por lo cual los resultados del modelo se pueden validar con una buena confiabilidad. En el caso de aceleración los resultados no pueden ser expresados de manera porcentual debido a que el valor de referencia se marca en cero por los cambios de velocidad existentes del eje X al Z, sin embargo, se puede apreciar que los resultados siguen con el modelo como indican las figuras 3.58, 3.61, 3.64, 3.66.

La tabla 3.3 indica que el ECM más elevado del movimiento de flexión y extensión del tobillo para la posición es de $q_{13} = 0.0059 m$ equivalente a 0,0057% y pueden ser apreciados en las figuras 3.69, 3.72, 3.75, 3.77, para la velocidad de $q_{42} = 0.0022 m$ equivalente a 0,14% (figuras 3.80, 3.83, 3.86, 3.88) y para la aceleración de $q_{13} = 0.00044 m$ que en el mismo caso no se puede apreciar de forma porcentual pero si se aprecia su movimiento análogo en las figuras 3.91, 3.94, 3.97, 3.99. Este tercer movimiento al igual que los anteriores queda validado.

Para el movimiento de rotación interna y externa de la rodilla la posición que describen las articulaciones prismáticas del robot se observa en las figuras 3.102, 3.105, 3.108, 110, la trayectoria que sigue el modelo y el Adams son similares y por ende los residuos son poco considerables, al cuantificar el error se tiene un ECM máximo de $q_{42} = 0.0057 m$ equivalente a un error porcentual de 0,011%. La velocidad se representa en las gráficas 3.113, 3.116, 3.119, 3.121 y en donde el ECM más elevado es de $q_{42} = 0.00091 m$ equivalente al 0.008%. de esta forma la confiabilidad que tiene el modelo matemático es del 99% considerando la posición y velocidad de las articulaciones. De forma complementaria se tiene las gráficas 3.124, 3.127, 3.130, 3.132 que indican la aceleración en donde esta es muy cercana a cero por lo que no es posible obtener el error porcentual, aunque a simple vista se tiene que las gráficas son similares.

Los resultados obtenidos de posición velocidad y aceleración concuerdan con la investigación realizada por el Ing. Morales William aplicando el método de Denavit Hartenberg para cada cadena cinemática y con la investigación realizada por los Ingenieros Aquino Sócrates y Pozo Edwin, con una diferencia en su rango de movimiento, debido a que se aplica para ciertos tramos de la trayectoria de cada movimiento y las unidades que se manejan, además concuerda la resolución cinemática determinada por Fernández & Sotomayor (2016) para cada movimiento de rehabilitación.

4. CONCLUSIONES

4.1. Conclusiones

- Con el análisis cinemático de los cuatro movimientos planteados, se determina una validación de este con una confiabilidad óptima según los errores obtenidos, es decir, un error aceptable en su comportamiento cinemático.
- Los errores que se tiene en las gráficas comparativas se deben a que solamente se considera los aspectos cinemáticos del robot, es decir no se toma en cuenta ningún tipo de fuerzas, en un estudio dinámico ya se debe considerar la fuerza de aplicación del pie del paciente, las fuerzas de reacción que ejerce la estructura del robot para oponerse al movimiento y la fricción que existe en las articulaciones, con todos estos aspectos los resultados deben ser más exactos a la realidad.
- La simulación permite comprobar que el robot cumple con las trayectorias necesarias para el comportamiento del robot, sin embargo, cabe resaltar que ciertos movimientos siguen limitados por el diseño de sus articulaciones, forma y dimensión.
- En algunos resultados se observa gráficas con variaciones de posición, velocidad y aceleración, en las imágenes se observa como las gráficas toman forma de picos altos y bajos, aunque el error es mínimo estos resultados son errores típicos de simulaciones. Estos picos se observan en las figuras 3.2, 3.13, 3.32, 3.33, 3.35, 3.46, 3.68, 3.79, 3.98, 3.99 claramente los errores son mínimos y confiables.
- En el movimiento de la rotación interna y externa de la rodilla existe una singularidad cuando la trayectoria toma el valor de $+8^\circ$ o -8° por lo que el movimiento de rehabilitación se lo hace entre el rango de $+7^\circ$ a -7° .
- El uso del software Adams para el diseño del modelo virtual 3D del robot paralelo 3UPS+RPU que reproduce los movimientos de rehabilitación de la rodilla es una alternativa eficaz, eficiente, confiable y menos costosa que la construcción de un prototipo para validar los modelos matemáticos de la cinemática del robot.
- Mediante el uso del software Matlab se pudo resolver el sistema de ecuaciones no lineales que rigen la cinemática del robot, y mediante el software Adams se simuló los movimientos del robot y así obtener los resultados deseados, de esta manera se logró comparar las dos resoluciones del robot y validar los resultados. Se pudo comparar gráficamente las diferencias entre estos y de forma numérica al cuantificarlos usando el error cuadrático medio y el error porcentual.
- Los resultados corroboran que los trabajos realizados anteriormente sobre la cinemática del robot paralelo 3UPS+RPU de (Fernández & Sotomayor, 2016) y (Morales, 2017) son valederos por lo que se puede continuar con el desarrollo del proyecto PIMI-15-04 "Control adaptativo basado en inteligencia artificial aplicado a un sistema mecatrónico fundado en un robot paralelo para la diagnosis y rehabilitación".

4.2. Recomendaciones

- Para lograr una validación completa es necesario realizar una comparación dinámica con una cosimulación Adams/Matlab, integrando modelos de rápida solución que ya fueron estudiados en trabajos anteriores, logrando una confiabilidad óptima para que el robot pueda ser implementado de forma real.
- Se recomienda implementar un análisis de restricciones y de fricción dentro del diseño de las componentes del robot, el uso de estas limitaciones ayudará a determinar los problemas más relevantes al momento de tener un criterio de construcción del prototipo.
- Se recomienda el uso del software Adams para el análisis de este tipo de problemas y para trabajos futuros sobre el proyecto PIMI-15-04 ya que es compatible con el programa Matlab que nos ayuda a obtener resultados.
- Se debe tomar en cuenta las singularidades que tiene el robot y las restricciones de movimiento que generan, de tal forma que en trabajos futuros se analice de forma más profunda estos casos para un planteamiento de las trayectorias de rehabilitación sin singularidades.

Referencias Bibliográficas

- A.D.A.M. *Interactive Anatomy-Encyclopedia*. (s.f.). Obtenido de Multimedia Encyclopedia: <http://aia5.adam.com/content.aspx?productId=117&isArticleLink=false&pid=1&gid=002972>.
- Adams, M. (12 de Junio de 2018). *Introducing and starting the tutorials*. Obtenido de MSC software: https://simcompanion.mscsoftware.com/resources/sites/MSC/content/meta/DOCUMENTATION/10000/DOC10388/~secure/controls_gs_2013.pdf?token=ys7TE0yZFv-kXLKI4qO4YcgIk-6yXbjSbbIBqF9vclyFaHltgRZuGyPCBQbxMIMCibmsHR0B9e4VtLILG071ZBICI2ad8HfGhKAI0oeySpX1dJ6Blt-WN.
- Andueza, L., & Aguirre, I. (2009). Diseño de un Manipulador Robotico con tres grados de libertad para fines educativos. España: *Revista Ciencia e Ingeniería*, 12.
- Anónimo. (2005). Identificación de sistemas: Selección de la estructura y validación del modelo. Obtenido de Universidad del Cauca: ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Identificacion/2005a/parte%20III/clase5-III/clase_04.pdf.
- Aquino, S., & Pozo, E. (2017). *Modelo Dinámico de un Robot Paralelo para Rehabilitación de Rodilla*. Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Aracil, R., Saltarén, R., Sabater, J., & Reinoso, O. (2006). Robots Paralelos: Máquinas con un pasado para una robótica de futuro. *Revista Iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*.
- Arias, R. (2013). *Diseño, construcción y control de una plataforma Stewart con 6 grados de libertad que funcione como simulador de vuelo*. Quito: Escuela Politécnica Nacional.
- Barrientos, A., Álvarez, M., Hernández, J., Del Cerro, J., & Rossi, C. (2012). Modelado de cadena cinemática mediante matrices de desplazamiento. Una alternativa al método de Denavit-Hartenberg. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 12.
- Díaz-Rodríguez, M., Carretero, J., & Bautista-Quintero, R. (2016). Solving the dynamic equations of a 3-P RS Parallel Manipulator for efficient model-based designs. *Mechanical Sciences*, 9-17.
- Fernández, L., & Sotomayor, L. (2016). *Ánisis Cinemático Inverso y Directo del Robot Paralelo*. Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Flores, D., Castro, F., & Castillo, R. (2016). Planeacion y ejecución de trayectorias en el espacio de trabajo para un robot delta. Colombia: *Universidad Militar Nueva Granada, Facultad de Ingeniería*.

- Góngora García LH, R. G. (05 de Mayo de 2016). *BIOMECÁNICA DE LA RODILLA*.
Obtenido de
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lmt/de_l_lm/capitulo2.pdf
- Hernández, A. (2001). *Modelado, Simulación y Análisis con MSC. Adams. Aplicación a Rodamientos con Defectos en una Pista de Rodadura*. España: Universidad Carlos III de Madrid.
- Kapandji, A. (1985). *Fisiología Articular-Miembro inferior* (Vol. 5a Edición). Masson. España: Panamericana.
- Khurmi, R. S. (2005). *Theory of machines*. S. Chand.
- Mechanical, D. (19 de marzo de 2002). *Getting Started Using Adams*. Obtenido de University of Texas at el Paso:
<https://research.utep.edu/Portals/1107/Getting%20Started%20Using%20ADAMS%20Controls.pdf>.
- Morales, W. (2017). *Análisis Cinemático y simulación del Robot Paralelo de tipología 3UPE+RPU*. Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Movimientos Corporales 3D*. (s.f.). Obtenido de Clinik Podología:
<http://cllinikpodologia.com/estudio-biomecanico-3d-para-corredores/movimientos-corporales-3d/>.
- Patel, Y., & George, P. (2012). *Parallel Manipulators Applications — A Survey* (Vol. Volumen 2). India: Modern Mechanical Engineering.
- Perez Sandoval, P. M. (2012). *Co-Simulación Adams/Matlab ara el control de Posicion del Robot Gryhon*. Colombia: Universidad Pontificia Bolivariana.
- Rosenberg A, M. R. (1992). *Biomécanica de la Rodilla. Lesiones de los ligamentos y del aparato extensor de la rodilla. Diagnostico y tratamiento*. EEUU: Mosby.
- San Isidro, M. J. (1998). *Procesos de Validación de Modelos de Simulación*. España: Departamento de Energías Renovables Ciemat.
- Shigley, J., & Uicker, J. (2001). *Teoría de máquinas y mecanismos*. Mexico: McGraw-Hill.
- Zamora, P. (2016). *Diseño de un robot paralelo para aplicaciones de diagnóstico y rehabilitación de rodilla*. España: Universidad Politécnica de Valencia.

Anexos

ANEXO I.

LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PARA LA VALIDACIÓN CINEMÁTICA DEL ROBOT PARALELO 3UPS+RPU

```
%VALIDACIÓN DE MODELO CINAMTICO INVERSO DEL ROBOT PARALELO 3UPS+1RPU

%LIMPIEZA DEL COMMAND WINDOWS
clear all; clc;close all

%VARIABLES GENERALES DEL MODELO
global R b2f b3f r b2m b3m qi dq1 ddqi Xm Zm VXm VZm AXm AZm Tm Sm dTm
dSm ddTm ddSm

%DIMENSIONES GEOMÉTRICAS
%Plataforma fija (Radio, angulos del vetice de la pata 2 y 3)
R=0.4;b2f=50*(pi/180);b3f=40*(pi/180);
%Plataforma móvil (Radio, angulos del vetice de la pata 2 y 3)
r=0.2;b2m=40*(pi/180);b3m=30*(pi/180);

%LISTA DE MOVIMIENTOS DE SIMULACIÓN
%OPM=:
%1=Flexion de cadera (Traslación en Z)
%2=Flexoextensión de rodilla (Traslación en X)
%3=Flexoextensión de tobillo(Rotación alrededor de Y)
%4=Rotación interna-externa de rodilla(Rotación alrededor de Z)
opm=1;
%Establece los puntos de inicio y fin para cada tipo de movimiento
switch opm

    case 1
        %Posición
        Xi=[0 0];          Xf=[0 0];          % (m)
        Zi=[0.375825 0.575825]; Zf=[0.575825 0.575825]; % (m)
        Ti=[0 0];          Tf=[0 0];          % (rad)
        Si=[0 0];          Sf=[0 0];          % (rad)
        %Velocidad
        VXi=[0 0];          VXf=[0 0];          % (m/s)
        VZi=[0.01 0];      VZf=[0.01 0];      % (m/s)
        WTi=[0 0];          WTf=[0 0];          % (rad/s)
        WSi=[0 0];          WSf=[0 0];          % (rad/s)
        %Aceleración
        AXi=0;              AXf=0;              % (m/s^2)
        AZi=0;              AZf=0;              % (m/s^2)
        ATi=0;              ATf=0;              % (rad/s^2)
        ASi=0;              ASf=0;              % (rad/s^2)
        %Vector tiempo
        tt=[abs((Zf(1)-Zi(1))/VZi(1)) 1];
        %Tiempo total de análisis
        tta=sum(tt);

    case 2
        %Posición
        Xi=[0 0 0.2];          Xf=[0 0.2 -0.11];          % (m)
        Zi=[0.37582 0.47582 0.47582]; Zf=[0.47582 0.47582 0.47582]; % (m)
```

```

Ti=[0 0 0];          Tf=[0 0 0];          %(rad)
Si=[0 0 0];          Sf=[0 0 0];          %(rad)
%Velocidad
VXi=[0 0.01 -0.01];  VXf=[0 0.01 -0.01];  %(m/s)
VZi=[0.01 0 0];     VZf=[0.01 0 0];          %(m/s)
WTi=[0 0 0];        WTf=[0 0 0];          %(rad/s)
WSi=[0 0 0];        WSf=[0 0 0];          %(rad/s)
%Aceleración
AXi=0;              AXf=0;              %(m/s^2)
AZi=0;              AZf=0;              %(m/s^2)
ATi=0;              ATf=0;              %(rad/s^2)
ASi=0;              ASf=0;              %(rad/s^2)
%Vector tiempo
tt=[abs((Zf(1)-Zi(1))/VZi(1)) abs((Xf(2)-Xi(2))/VXi(2))
abs((Xf(3)-Xi(3))/VXi(3))];
%Tiempo total de análisis
tta=sum(tt);
case 3

%Posición
Xi=[0 0 0];          Xf=[0 0 0];          %(m)
Zi=[0.37582 0.47582 0.47582]; Zf=[0.47582 0.47582 0.47582]; %(m)
Ti=[0 0 30*(pi/180)]; Tf=[0 30*(pi/180) -30*(pi/180)]; %(rad)
Si=[0 0 0];          Sf=[0 0 0];          %(rad)

%Velocidad
VXi=[0 0 0];        VXf=[0 0 0];          %(m/s)
VZi=[0.01 0 0];    VZf=[0.01 0 0];          %(m/s)
WTi=[0 10*(pi/180) -10*(pi/180)]; WTf=[0 10*(pi/180) -
10*(pi/180)];          %(rad/s)
WSi=[0 0 0];        WSf=[0 0 0];          %(rad/s)
%Aceleración
AXi=0;              AXf=0;              %(m/s^2)
AZi=0;              AZf=0;              %(m/s^2)
ATi=0;              ATf=0;              %(rad/s^2)
ASi=0;              ASf=0;              %(rad/s^2)
%Vector tiempo
tt=[abs((Zf(1)-Zi(1))/VZi(1)) abs((Tf(2)-Ti(2))/WTi(2))
abs((Tf(3)-Ti(3))/WTi(3))];
%Tiempo total de análisis
tta=sum(tt);
case 4

%Posición
Xi=[0 0 0];          Xf=[0 0 0];          %(m)
Zi=[0.37582 0.47582 0.47582]; Zf=[0.47582 0.47582 0.47582]; %(m)
Ti=[0 0 0];          Tf=[0 0 0];          %(rad)
Si=[0 0 -7*(pi/180)]; Sf=[0 -7*(pi/180) 7*(pi/180)]; %(rad)
%Velocidad
VXi=[0 0 0];        VXf=[0 0 0];          %(m/s)
VZi=[0.01 0 0];    VZf=[0.01 0 0];          %(m/s)
WTi=[0 0 0];        WTf=[0 0 0];          %(rad/s)
WSi=[0 -10*(pi/180) 10*(pi/180)]; WSf=[0 -10*(pi/180)
10*(pi/180)];          %(rad/s)
%Aceleración
AXi=0;              AXf=0;              %(m/s^2)
AZi=0;              AZf=0;              %(m/s^2)
ATi=0;              ATf=0;              %(rad/s^2)
ASi=0;              ASf=0;              %(rad/s^2)
%Vector tiempo

```

```

        tt=[abs((Zf(1)-Zi(1))/VZi(1)) abs((Sf(2)-Si(2))/WSi(2))
abs((Sf(3)-Si(3))/WSi(3))];
        %Tiempo total de análisis
        tta=sum(tt);
end

%PARAMETROS DE SIMULACIÓN
%Intervalo de tiempo (Se establece el intervalo de muestreo de las curvas
de movimiento)
dts=0.1;
%Vector de elementos por movimiento
ttt=tt/dts;
%Puntos de analisis (Se calcula el número de puntos de análisis para la
simulación)
nea=sum(ttt);
%Indicador de estado (Muestra el punto actual en análisis)
ies=1;

%CURVAS DE MOVIMIENTO DE REHABILITACIÓN DE RODILLA
%Se desarrolla el vector con "nea" elementos partiendo del punto inicial
%i" hasta el punto final "f"

%Posición
cX=pcurva(Xi,ttt,Xf);
cZ=pcurva(Zi,ttt,Zf);
cT=pcurva(Ti,ttt,Tf);
cS=pcurva(Si,ttt,Sf);
%Velocidad
cVX=pcurva(VXi,ttt,VXf);
cVZ=pcurva(VZi,ttt,VZf);
cWT=pcurva(WTi,ttt,W Tf);
cWS=pcurva(WSi,ttt,WSf);
%Aceleración
cAX=pcurva(AXi,nea,AXf);
cAZ=pcurva(AZi,nea,AZf);
cAT=pcurva(ATi,nea,ATf);
cAS=pcurva(ASi,nea,ASf);

%CONDICIONES INICIALES
%Posición
qi11=(61.624*pi)/180; % (rad)
qi12=(90*pi)/180; % (rad)
qi13=0.420; % (m)
qi21=(104.195*pi)/180; % (rad)
qi22=(65.179*pi)/180; % (rad)
qi23=0.423; % (m)
qi31=(108.459*pi)/180; % (rad)
qi32=(111.785*pi)/180; % (rad)
qi33=0.424; % (m)
qi41=(90*pi)/180; % (rad)
qi42=0.370; % (m)
qi=[qi11, qi12, qi13, qi21, qi22, qi23, qi31, qi32, qi33, qi41, qi42];

%Velocidad
dq11=0; % (rad/s)
dq12=0; % (rad/s)
dq13=0; % (m/s)
dq21=0; % (rad/s)
dq22=0; % (rad/s)

```

```

dqi23=0;      % (m/s)
dqi31=0;      % (rad/s)
dqi32=0;      % (rad/s)
dqi33=0;      % (m/s)
dqi41=0;      % (rad/s)
dqi42=0;      % (m/s)
dqi=[dqi11,dqi12,dqi13,dqi21,dqi22,dqi23,dqi31,dqi32,dqi33,dqi41,dqi42];

%Aceleración
ddqi11=0;     % (rad/s^2)
ddqi12=0;     % (rad/s^2)
ddqi13=0;     % (m/s^2)
ddqi21=0;     % (rad/s^2)
ddqi22=0;     % (rad/s^2)
ddqi23=0;     % (m/s^2)
ddqi31=0;     % (rad/s^2)
ddqi32=0;     % (rad/s^2)
ddqi33=0;     % (m/s^2)
ddqi41=0;     % (rad/s^2)
ddqi42=0;     % (m/s^2)
ddqi=[ddqi11,ddqi12,ddqi13,ddqi21,ddqi22,ddqi23,ddqi31,ddqi32,ddqi33,ddqi41,ddqi42];

%VECTORES DE RESULTADOS
%Puntos del intervalo de tiempo de análisis
v_tta=[];
% Posicion, velocidad y aceleración alcanzada por cada articulación
%ordenado de la forma [q11,q12,q13,q21,q22,q23,q31,q32,q33,q41,q42]
v_qm=[];
v_dqm=[];
v_ddqm=[];

%LAZO PARA RESOLVER EL MODELO CINAMATICO EN LOS PUNTOS DE ANÁLISIS
for i=0:dts:tta
    %Almacenamiento de los instantes tiempos de análisis
    v_tta=[v_tta i];
    %Posición de la plataforma móvil en el instante de tiempo "i"
    Xm=cX(ies); Zm=cZ(ies); Tm=cT(ies); Sm=cS(ies);
    %Velocidad de la plataforma móvil en el instante de tiempo "i"
    VXm=cVX(ies); VZm=cVZ(ies); dTm=cWT(ies); dSm=cWS(ies);
    %Aceleración de la plataforma móvil en el instante de tiempo "i"
    AXm=cAX(ies); AZm=cAZ(ies); ddTm=cAT(ies); ddSm=cAS(ies);

    %Calculo de la posición de cada articulación en el instante de tiempo
    "i"
    q_a=fsolve(@ecrpos,qi);
    %Actualiza el punto de inicial para el calculo de la siguiente
    %interacción
    qi=q_a;
    %Almacenamiento de la posicion alcanzada por cada articulación
    v_qm=[v_qm;qi];

    %Calculo de la velocidad de cada articulación en el instante de
    tiempo "i"
    qp=fsolve(@ecrvel,dqi);
    %Actualiza el punto de inicial para el calculo de la siguiente
    %interacción
    dqi=qp;
    %Almacenamiento de la velocidad alcanzada por cada articulación

```

```

v_dqm=[v_dqm;dqi];

%Calculo de la aceleración de cada articulación en el instante de
tiempo "i"
qpp=fsolve(@ecacel,ddqi);
%Actualiza el punto de inicial para el calculo de la siguiente
%interacción
ddqi=qpp;
%Almacenamiento de la aceleración alcanzada por cada articulación
v_ddqm=[v_ddqm;ddqi];

%Incrementa el indicador de estado en 1
ies=ies+1;
end
%SIMULACIÓN EN ADAMS

%Configuración del sistema a simular
Planta1011;
%Simulación de movimiento en MSC ADAMS
sim('Planta_adams_1');

%DATOS DE SIMULACIÓN DESDE MSC ADAMS
%Posiciones en coordenadas generalizadas
v_qadams=qadams.Data;
v_qadams=[v_qadams(:,1)*(pi/180) v_qadams(:,2)*(pi/180)
v_qadams(:,3)/1000 v_qadams(:,4)*(pi/180) v_qadams(:,5)*(pi/180)
v_qadams(:,6)/1000 v_qadams(:,7)*(pi/180) v_qadams(:,8)*(pi/180)
v_qadams(:,9)/1000 v_qadams(:,10)*(pi/180) v_qadams(:,11)/1000];
%Velocidades en coordenadas generalizadas
v_dqadams=qpadams.Data;
v_dqadams=[v_dqadams(:,1)*(pi/180) v_dqadams(:,2)*(pi/180)
v_dqadams(:,3)/1000 v_dqadams(:,4)*(pi/180) v_dqadams(:,5)*(pi/180)
v_dqadams(:,6)/1000 v_dqadams(:,7)*(pi/180) v_dqadams(:,8)*(pi/180)
v_dqadams(:,9)/1000 v_dqadams(:,10)*(pi/180) v_dqadams(:,11)/1000];

%Aceleraciones en coordenadas generalizadas
v_ddqadams=qqpadams.Data;
v_ddqadams=[v_ddqadams(:,1)*(pi/180) v_ddqadams(:,2)*(pi/180)
v_ddqadams(:,3)/1000 v_ddqadams(:,4)*(pi/180) v_ddqadams(:,5)*(pi/180)
v_ddqadams(:,6)/1000 v_ddqadams(:,7)*(pi/180) v_ddqadams(:,8)*(pi/180)
v_ddqadams(:,9)/1000 v_ddqadams(:,10)*(pi/180) v_ddqadams(:,11)/1000];

%DATOS DE SIMULACIÓN DESDE MSC ADAMS
%Posiciones del centro de plataforma movil
cXadams=cX;
cZadams=cZ;
cTadams=cT;
cSadams=cS;

%CALCULO DE RESIDUOS
%Posición de las articulaciones
v_rq=(v_qadams-v_qm);
% v_rq1=abs(v_qadams-v_qm);
%Velocidad de las articulaciones
v_rdq=(v_dqadams-v_dqm);
% v_rdq1=abs(v_dqadams-v_dqm);
%Aceleración de las articulaciones
v_rddq=(v_ddqadams-v_ddqm);
% v_rddq1=abs(v_ddqadams-v_ddqm);

```

```

%Posición en el eje X
v_rX=(cXadams-cX);
%Posición en el eje Z
v_rZ=(cZadams-cZ);
%Giro en el eje Y
v_rT=(cTadams-cT);
%Giro en el eje Z
v_rS=(cSadams-cS);

%ERROR PORCENTUAL
%pos
v_ep=((sum(abs(v_rq)))/(sum(abs(v_qm)))/(nea+1))*100;
%vel
v_epd=((sum(abs(v_rdq)))/(sum(abs(v_dqm)))/(nea+1))*100;
%ace
v_epdd=((sum(abs(v_rddq)))/(sum(abs(v_ddqm)))/(nea+1))*100;

%CALCULO DEL ERROR CUADRATICO MEDIO
%Posición de las articulaciones
v_ecmq=sqrt(sum(v_rq.^2)/(nea+1));
%Velocidad de las articulaciones
v_ecmdq=sqrt(sum(v_rdq.^2)/(nea+1));
%Aceleración de las articulaciones
v_ecmddq=sqrt(sum(v_rddq.^2)/(nea+1));
%Posición en el eje X
v_ecmX=sqrt(sum(v_rX.^2)/(nea+1));
%Posición en el eje Z
v_ecmZ=sqrt(sum(v_rZ.^2)/(nea+1));
%Giro en el eje Y
v_ecmT=sqrt(sum(v_rT.^2)/(nea+1));
%Giro en el eje Z
v_ecmS=sqrt(sum(v_rS.^2)/(nea+1));

%GRAFICOS DE RESULTADOS
%Variables para etiquetado de graficas
ly_t='segundos';
ly_qa='radianes';
ly_qp='metros';
ly_dqa='radianes/segundo';
ly_dqp='metros/segundo';
ly_ddqa='radianes/segundo^2';
ly_ddqp='metros/segundo^2';

%Posición para la articulación q11
%q11
figure(1);subplot(2,1,1)
%Numero de ventana grafica, y elección del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_qm(:,1)')
%Resultados del modelo
hold on
plot(v_tta,v_qadams(:,1)')
%Resultados de la simulación en adams
legend({'modelo','adams'},'Location','best');
%Etiqueta de cada curva
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_qa);title('Posición junta angular
q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica

```

```

subplot(2,1,2)
%Cambio del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_rq(:,1)')
%Grafica de residuos
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_qa);title('Residuos junta angular
q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica

%Velocidad para la articulación q11
%q11
figure(12);subplot(2,1,1)
%Numero de ventana grafica, y elección del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_dqm(:,1)')
%Resultados del modelo
hold on
plot(v_tta,v_dqadams(:,1)')
%Resultados de la simulación en adams
legend({'modelo','adams'},'Location','best');
%Etiqueta de cada curva
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_dqa);title('Velocidad junta angular
q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica
subplot(2,1,2)
%Cambio del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_rdq(:,1)')
%Grafica de residuos
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_dqa);title('Residuos junta angular
q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica

%Aceleración para la articulación q11.
%q11
figure(23);subplot(2,1,1)
%Numero de ventana grafica, y elección del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_ddqm(:,1)')
%Resultados del modelo
hold on
plot(v_tta,v_ddqadams(:,1)')
%Resultados de la simulación en adams
legend({'modelo','adams'},'Location','best');
%Etiqueta de cada curva
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_ddqa);title('Aceleración junta
angular q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica
subplot(2,1,2)
%Cambio del espacio donde se va graficar
plot(v_tta,v_rddq(:,1)')
%Grafica de residuos
xlim([0 tta]);xlabel(ly_t);ylabel(ly_ddqa);title('Residuos junta angular
q11') %Etiqueta de los ejes X, Y y del espacio de la grafica

```