



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA MÁQUINA PROTOTIPO DE ENSAMBLADO DE MATERIALES TERMOPLÁSTICOS POR SOLDADURA DE TRANSMISIÓN LÁSER “PROYECTO DE INVESTIGACIÓN”

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN DISEÑO Y SIMULACIÓN

JUAN DIEGO JIJÓN VALDIVIESO
juan.jijon@epn.edu.ec

DIRECTOR:
CÉSAR COSTA VERA
cesar.costa@epn.edu.ec

FECHA
Junio de 2019

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **Juan Diego Jijón Valdivieso**, bajo mi supervisión.

César Costa Vera
DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **Juan Diego Jijón Valdivieso**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Diego Jijón

DEDICATORIA

Esta tesis está dedicada a Daniela Barragán, quien comparte su vida junto a la mía de la forma más alegre y motivante que uno pueda imaginar. Esto sin duda fue el impulso para seguir con nuevos retos hacia adelante.

A mis papás, ellos me guiaron y criaron, además de darme todo el apoyo por estudiar y trabajar en lo que más me gusta “La Física”, que en el día a día siempre hay algo nuevo que aprender. Ellos siempre tienen algo con lo que me puedo maravillar y sobre todo sentirme más tranquilo en mis momentos de angustia.

A toda mi familia por estar pendiente de mí, inclusive cuando yo no los puedo visitar y aun así siempre atentos y curiosos de cómo me va. Quiero hacer un énfasis a mi Abuelita Estelita, quién me enseñó a reír desde pequeño con sus locuras y siempre estar pendiente de todos sus nietos y bisnietos, los juegos de 40 interminables y sus ocurrencias en medio de las reuniones familiares, hicieron de mí la persona que hoy en día soy.

A mis dos compañeras y amigas de trabajo Jess y Tan, a quienes he visto luchar en el día a día por hacer de este país un Ecuador mejor, con muy buenos principios y valores. Ellas son un ejemplo, además que me motivaron a lo largo de la maestría para que saque adelante este trabajo de investigación.

A Santi, Verito, JuanCa y Xime, con quienes enfrentamos momentos adversos en la maestría, pero seguimos hacia adelante ganando muchos conocimientos, estoy muy orgulloso de tener unos amigos como ellos, llenos de principios y valores.

Diego

AGRADECIMIENTO

Deseo agradecer a todas las personas que estuvieron pendientes en el transcurso de elaboración de esta tesis, así como el avance en la Maestría de Diseño y Simulación, quienes me ayudaron a superar todos esos momentos difíciles que uno tiene que enfrentar en el día a día. Entre ellos quiero hacer énfasis a Dani, quién estuvo a mi lado sin importar el poco tiempo que le podría ofrecer.

Un agradecimiento muy especial al Dr. César Costa Vera, por su amabilidad y apertura para realizar este trabajo de investigación, donde el laboratorio de Espectroscopia Óptica siempre lo puso a disposición para que el proyecto salga adelante, además de entregar valiosas recomendaciones y sugerencias claves en el desarrollo de esta tesis.

Quiero agradecer al Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional, donde se realizaron los ensayos de tracción de las muestras soldadas por transmisión láser con la máquina prototipo construida en este trabajo de investigación.

Quiero agradecer a Santiago Pullaguari por su apoyo al momento de construir la máquina prototipo, donde aportó de gran manera con su taladro de banco para trabajar en las piezas de aluminio. Así mismo, un agradecimiento a Santiago, Verito, Xime y JuanCa que son mis compañeros de la maestría, además de ser mis buenos amigos, supieron compartir sus conocimientos profesionales conmigo, donde aportaron en gran medida en la fase de diseño del prototipo.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
Pregunta de Investigación	2
Objetivo general	2
Objetivos específicos	2
Hipótesis o Alcance.....	2
1. MARCO TEÓRICO.....	4
1.1. Principio físico de los láseres	4
1.1.1. Láseres en el corte, grabado y soldado	6
1.1.2. Láser de semiconductores	7
1.2. Plásticos.....	8
1.2.1. Métodos en la unión de plásticos	9
1.2.2. Soldado de plásticos por procesos térmicos	10
1.2.3. Soldado de plásticos por procesos mecánicos	10
1.2.4. Soldado de plásticos por procesos electromagnéticos	11
1.3. Soldado por transmisión láser	11
1.4. Conducción de calor en el soldado por transmisión láser	13
1.5. Simulación por volúmenes finitos	14
2. METODOLOGÍA.....	16
2.1. Diseño de la máquina prototipo	16
2.2. Control del prototipo	17
2.3. Simulación por volúmenes finitos del soldado por transmisión láser	19
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	20
3.1. Resultados.....	20
3.1.1. Simulaciones numéricas del proceso	27
3.2. Discusión	33
3.2.1. Simulaciones numéricas del proceso de soldadura láser	37
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	41
4.1. Conclusiones	41
4.2. Recomendaciones	42
Referencias Bibliográficas	44
Anexo I.....	48
Planos del diseño de la máquina prototipo para ensamblado de materiales termoplásticos por soldadura de transmisión láser.....	48
Anexo II.....	65

Herramientas y materiales utilizados en la construcción del prototipo de soldado por transmisión láser.	65
Anexo III.....	68
Discretización por volúmenes finitos de la ecuación de calor parametrizada al problema de soldado por transmisión láser de termoplásticos.....	68

RESUMEN

En este trabajo se construyó un prototipo para soldar materiales termoplásticos por transmisión láser. El diseño del prototipo se basó en especificaciones mínimas a cumplir para estudiar el fenómeno del soldado láser en termoplásticos, donde se requirió que las variables de velocidad y potencia del láser sean controladas por el operador de la máquina. La fase de construcción se lo realizó a partir de planos obtenidos en el diseño, los cuales permiten que el prototipo sea replicable y escalable. Las variables analizadas en el proceso de soldado láser fueron: velocidad de soldado, potencia de salida del láser, y presión sobre las muestras del material acrílico. Con el prototipo implementado se realizaron 40 pruebas de soldado sobre el material de acrílico, con diferentes configuraciones de las variables de control. Como resultado se obtuvo probetas que soportaron una tensión máxima de rotura del cordón de soldadura del 75 % del valor de la resistencia mecánica del acrílico. Se estimó el ancho y profundidad del cordón de soldadura con fotografías digitales tomadas de las zonas soldadas del material absorbente, y se determinó que la tensión de rotura aumenta en general con el ancho del cordón, pero a valores superiores de 1 (mm) de ancho, esta tensión vuelve a disminuir. Por último, para comprender de mejor manera los procesos subyacentes a la tecnología, se realizaron simulaciones del proceso de fundido con láser sobre el material absorbente, donde se parametrizó la ecuación de transferencia de calor como un casquete esférico con los datos de ancho y profundidad observados en la muestra que alcanzó la mayor tensión. Esto permitió ilustrar el mecanismo de propagación de calor de forma dinámica para el material absorbente en el proceso de soldado.

Palabras Clave: Soldado Láser, Método de Volúmenes Finitos, Prototipo Láser, Junción de Termoplásticos.

ABSTRACT

A prototype to join thermoplastic materials by laser transmission welding was built in this work. The prototype design is based on the minimum specifications to meet for the study of the welding laser phenomenon, where the variables of welding speed and laser output power must be controlled by the machine operator. The construction phase is realized following the drawings obtained from the design phase; with these additionally, the prototype is reproducible and scalable. The analyzed variables for laser transmission welding process are welding speed, laser output power and pressure on samples of acrylic material. The prototype was tested with 40 laser welded samples in acrylic with different configurations of the control variables; whereby, the ultimate tensile strength of the weld zone reached 75 % of the nominal mechanical resistance of the acrylic material. Also, width and deep dimensions of the welded zone were calculated with the aid of digital photographs taken from the absorbent material. In general, tensile strength grows with enlarging the width of the welded zone, but at widths larger than 1 (mm) this strength is reduced back. Finally, simulations of the weld process with laser over the acrylic material were performed, where the heat transfer equation was parametrized as a spherical cap with the width and deep data observed in the sample showing the highest tensile strength. With this, the dynamic heat propagation mechanism of laser transmission welding is illustrated for the acrylic material in the absorbent part.

Keywords: Laser Welding. Finite Volume Method, Laser Prototype, Thermoplastic Junction.

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA MÁQUINA PROTOTIPO DE ENSAMBLADO DE MATERIALES TERMOPLÁSTICOS POR SOLDADURA DE TRANSMISIÓN LÁSER

INTRODUCCIÓN

Los materiales termoplásticos son muy utilizados en la industria hoy en día con aplicaciones en la industria automotriz, el arte, la fabricación de juguetes, desarrollo de óptica a medida (lentes), etc [1], [2]. La fusión de plásticos se puede realizar mediante procesos térmicos (fuentes de calor externas), mecánicos (vibración y ultrasonido) y electromagnéticos (radiación e inducción). Estos procesos muchas veces alteran localmente en gran medida al material, cambiando su forma, propiedades, o removiendo materia en los lugares aplicados [3]. El uso de métodos que permitan una localización más precisa y que sean menos invasivos es muy deseable. En ese contexto, los láseres, por sus propiedades físicas, se usan con gran ventaja en este campo.

El proceso de termofusión inducida por radiación láser es una opción excelente en este contexto. Estos procesos dependen de un conjunto de variables que determinan la forma en la que los plásticos se funden, entre estas las que se tienen: la rapidez de paso del haz por la zona en proceso, la potencia de salida del láser, el tamaño de enfoque del haz del láser y las propiedades absorptivas ópticas del material [4]–[6]. El control de estas variables puede lograrse típicamente a través de la gestión adecuada de un sistema automático de movimiento del láser a través y en el plano del material a una velocidad constante (o variable), manteniendo el foco del haz controlado en todo momento para que las propiedades del material y la estructura resultantes del fundido sean las adecuadas [7].

El proceso de soldado láser es muy difícil de modelar matemáticamente: la ecuación de transferencia de calor debe resolverse considerando regímenes conductivos y conductivos en general, con geometrías y valores de frontera complicados. El problema puede resolverse de mejor manera parametrizando las ecuaciones semiempíricamente en acuerdo con evidencias experimentales. En general, la ecuación de calor no tiene soluciones analíticas en estos casos, y la mayoría de las aproximaciones se deben realizar con métodos numéricos como elementos finitos y diferencias finitas [8], [9]. Las variables de velocidad de desplazamiento del láser y su intensidad no se encuentran explícitamente en la ecuación de calor, por lo que en este trabajo se propone una

configuración para conocer el tiempo con el que el láser interactúa con el material absorbedor.

Este trabajo presenta la metodología de diseño del prototipo para el soldado de termoplásticos por transmisión láser, donde los planos de taller y conjunto son replicables y escalables. Se diseñaron 40 muestras con diferentes condiciones de operación del prototipo para realizar los ensayos de tracción con ayuda del Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional. Finalmente, se realizó la simulación de la transferencia de calor por interacción del láser sobre el material absorbedor con volúmenes finitos, donde se genera información muy importante sobre como el calor se propaga por el mismo de forma dinámica, la cual incluye los datos observados en las muestras ensayadas.

Pregunta de Investigación

¿Es posible construir una máquina que permita estudiar los procesos de soldado por transmisión láser en plásticos?

Objetivo general

Construir una máquina prototipo de ensamblado de materiales termoplásticos por transmisión láser.

Objetivos específicos

- Diseñar y construir un prototipo para el ensamblado de materiales termoplásticos por soldadura de transmisión láser.
- Calibrar los parámetros físicos relevantes, por ejemplo, la potencia de salida del láser, de manera óptima para el ensamblado de termoplásticos y obtener datos de operación de la máquina prototipo construida.
- Resolver la ecuación de calor con métodos numéricos con los datos de operación del prototipo.
- Desarrollar y aplicar pruebas adecuadas para determinar la estabilidad mecánica de las piezas ensambladas.

Hipótesis o Alcance

El soldado por transmisión láser permitirá ensamblar materiales termoplásticos entre sí, siempre y cuando el material absorbente se encuentre junto a al material transparente del láser. Si los termoplásticos a soldarse son muy delgados, es necesario aplicar una

presión sobre ellos para garantizar que las partes fundidas se asocien entre sí, donde una placa de vidrio es suficiente para garantizar que los plásticos estén juntos durante el proceso de ensamblado.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Principio físico de los láseres

Los láseres son sistemas que funcionan a través de la excitación de átomos en un medio activo por la absorción de radiación electromagnética, emitiendo fotones de forma espontánea y estimulada (Einstein en 1917 [10]). La emisión espontánea se refiere a que un átomo que al decaer de un estado excitado por sus propios medios emite un fotón, en ausencia de estímulo alguno [11]. La emisión estimulada ocurre cuando el átomo previamente excitado emite radiación coherente por la interacción con radiación electromagnética externa incidente sobre el átomo. El proceso de emisión estimulada obliga al átomo a emitir el fotón de forma estimulada, a la misma exacta frecuencia del fotón que provoca la desexcitación del átomo [11]. El resultado de la emisión estimulada son dos fotones, el que provoca la desexcitación y el que resulta de esta. En definitiva, este proceso resulta en un proceso de amplificación óptica, que es el fundamento del láser. El principio de la emisión espontánea y estimulada se pueden apreciar en la Figura 1.1.

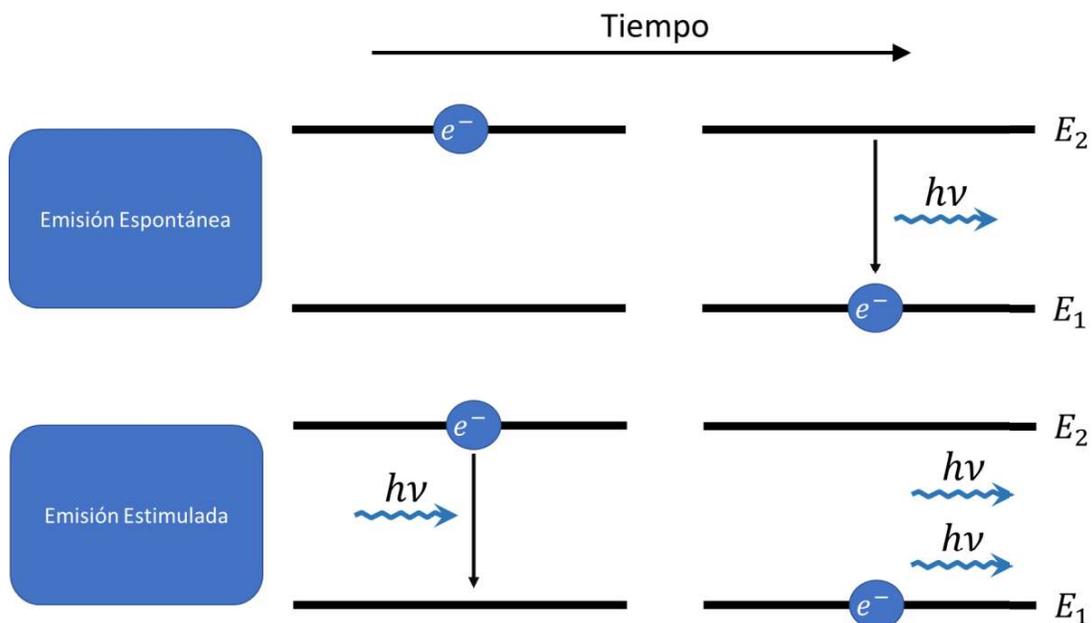


Figura 1.1. Emisión espontánea y por estimulación para un átomo con dos niveles discretos de energía.
(Fuente: Propia)

Un láser está compuesto por un medio activo, un sistema de bombeo (excitación) y un resonador óptico. El medio activo se compone de un material que permite la excitación de los elementos emisores y la inversión de población que concentra átomos en el

estado excitado. Con ayuda de una cavidad óptica resonante se genera emisión coherente estimulada por incidencia de radiación electromagnética emitida dentro de la propia cavidad, lo que su vez en ciclos de refuerzo positivo aumenta la población excitada y la emisión estimulada (amplificación) [12]. El sistema permite extraer parte de la radiación coherente, en el caso de láseres continuos, para su uso, o su totalidad en los sistemas pulsados. El bombeo puede darse por descargas eléctricas, reacciones químicas, o través de lámparas o fuentes de luz apropiadas (inclusive otros láseres), y hace que los átomos se exciten. El resonador óptico típicamente consiste de espejos altamente reflejantes ubicados en los extremos del medio activo, los que permiten aumentar el número de átomos excitados en sucesivas reflexiones internas de la radiación coherente. Típicamente, un espejo tiene una reflectancia prácticamente del 100%, mientras que el otro es semi-plateado y tiene una reflectancia menor que 100%, lo que permite dejar escapar los fotones [12]. El esquema de un sistema láser se muestra en la Figura 1.2.

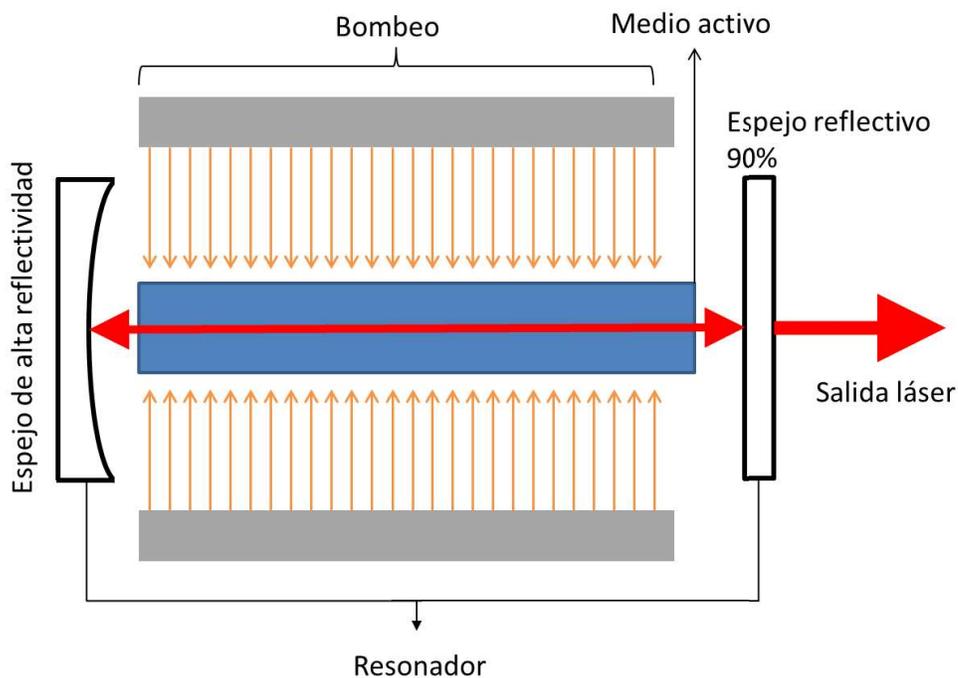


Figura 1.2. Funcionamiento de un láser. Se muestran el sistema de bombeo, la cavidad resonante, y el medio activo.
(Fuente: Propia)

Hay muchísimos tipos de láseres en la actualidad que son aplicados en los ámbitos de la investigación e industrialización. Algunos ejemplos, se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 1.1. Ejemplos de láseres con sus distintas aplicaciones.

Láser	Medio activo	Rango de frecuencia de emisión	Régimen de emisión	Utilidades
Helio-Neón	Gas	Rojo	Continuo	- Metrología - Lectores de códigos de barras.
Ion de Ar	Gas	Verde – Azul	Continuo	- Bombeo - Espectáculos
CO ₂	Gas	Infrarrojo	Continuo o pulsado	- Corte - Soldadura - Cirugía
Excímero	Gas	Ultravioleta	Pulsado	- Microprocesado - Cirugía
Químicos	Gas	Infrarrojo	Continuo	- Escudos antimisiles - Defensa
Colorante	Líquido o Sólido	IR-Visible-UV	Continuo o pulsado	- Espectroscopia
Rubí	Sólido	Rojo	Pulsado	- Investigación
Nd: YAG	Sólido	Infrarrojo (*)	Continuo o pulsado	- Bombeo - Procesado de materiales - Cirugía
Titanio: Zafiro	Sólido	Infrarrojo	Continuo o pulsado	- Investigación - Pulsos ultracortos
Semiconductor	Sólido	Infrarrojo – Visible	Continuo	- Comunicaciones - CD, DVD - Punteros - Bombeo - Corte y grabado
Fibra	Sólido	Infrarrojo – Visible	Continuo o pulsado	- Procesado de materiales - Comunicaciones - Espectroscopia
Disco y de diodo directo	Sólido	Infrarrojo – Visible	Pulsado	- Corte - Grabado - Soldado
Electrones libres	--	Microondas – Rayos X	Pulsado	- Investigación

(Fuente: Adaptado de Fernández et al [13])

1.1.1. Láseres en el corte, grabado y soldado

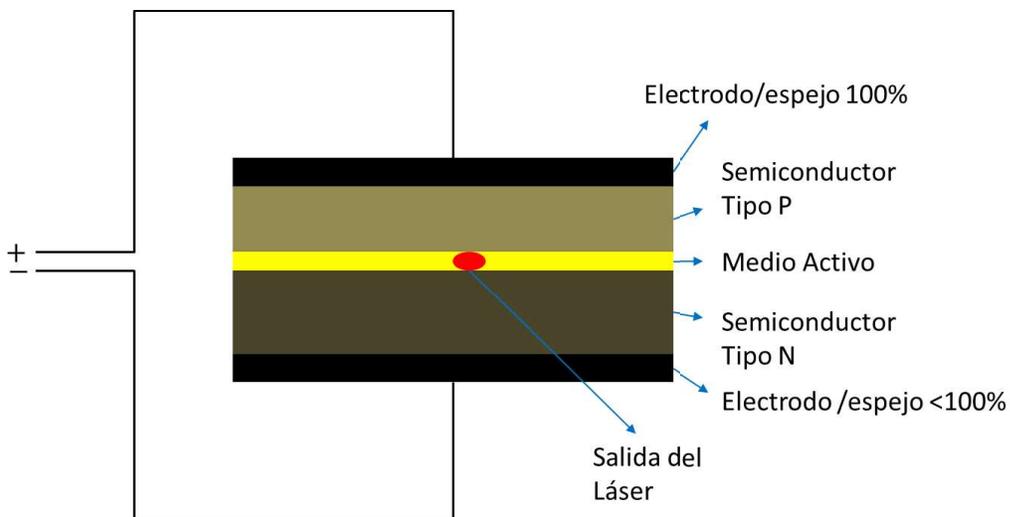
Los diferentes tipos de láser para realizar tareas como el corte, grabado y soldado son caracterizados por su alta potencia de salida, lo que permite depositar una gran cantidad de energía en el punto de enfoque del haz. Los láseres que actualmente presentan

mejores prestaciones en el corte y soldado de materiales metálicos y no metálicos son [14]–[19]:

- Láseres de disco
- Láseres de fibra óptica
- Láseres de CO₂
- Láseres de Nd: YAG

1.1.2. Láser de semiconductores

Este es el tipo de láseres son los más comunes y los de menor costo hoy en día, además de ser los más utilizados en el grabado y corte de materiales plásticos. El principio físico en un diodo láser semiconductor está asociado con la recombinación de electrones y huecos en una unión tipo n (con exceso de electrones) y tipo p (con exceso de huecos), debido al campo eléctrico generado por un potencial eléctrico [12], [20]. El esquema convencional de un diodo láser es presentado en Figura 1.3.



Nota: El medio activo es recubierto con una superficie Reflectiva

Figura 1.3. Estructura básica de un láser de diodo.
(Fuente: Propia)

Los semiconductores utilizados en el diodo láser se componen de los elementos en las familias de la tabla periódica II-VI (Magnesio Mg, Zinc Zn, Cadmio Cd, Mercurio Hg, Aluminio Al, Galio Ga, Indio In, Silicio Si, Germanio Ge, Estroncio Sn y Plomo Pb), III-V (Aluminio Al, Galio Ga, Indio In, Silicio Si, Germanio Ge, Estroncio Sn, Plomo Pb, Nitrógeno N, Fósforo P, Arsénico As, Antimonio Sb y Bismuto Bi), IV-VI (Silicio Si,

Germanio Ge, Estroncio Sn, Plomo Pb, Nitrógeno N, Fósforo P, Arsénico As, Antimonio Sb, Bismuto Bi, Oxígeno O, Azufre S, Selenio Se y Teluro Te) y otros compuestos [20].

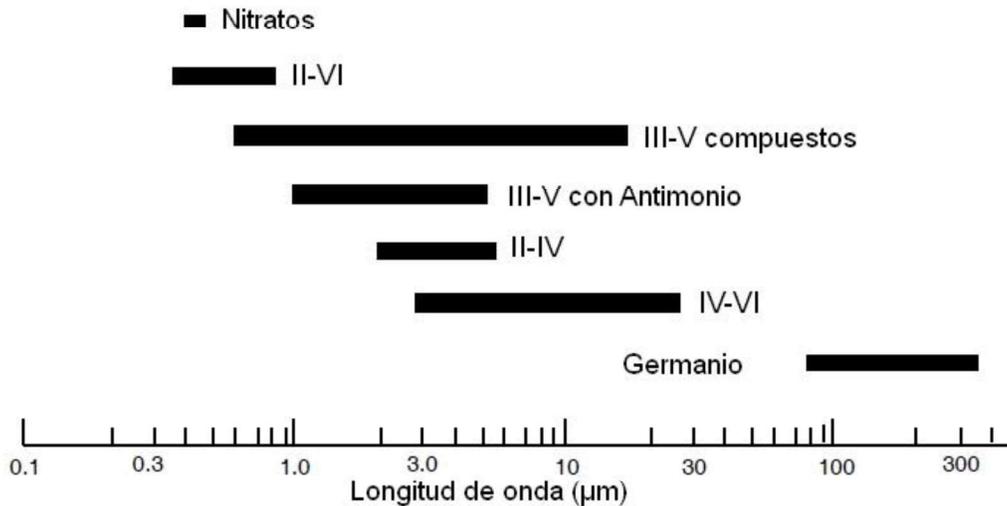


Figura 1.4. Longitud de onda de emisión del diodo láser para los diferentes compuestos de semiconductores.
(Fuente: Adaptado de Weber et al [20])

1.2. Plásticos

Los plásticos o polímeros se encuentran formados por cadenas de moléculas de pequeña masa molar o monómeros provenientes de reacciones químicas, unidos entre sí por enlaces covalentes [1], [2], [21]–[23]. Los monómeros se juntan a través de procesos polimerización en cadena y por etapas, además de la condensación polimérica [22], [23] dando lugar a cadenas de diversos tamaños (polímeros), inclusive a veces algunas muy largas.

Los diferentes tipos de plásticos son bien diferenciados por la estructura macromolecular y sus propiedades físicas. Los termoplásticos se encuentran en aplicaciones de media elasticidad y pueden ser fundidos con facilidad con cualquier tipo de interacción energética, mecánica, térmica o radiación electromagnética. Los elastómeros son de baja elasticidad y usualmente no pueden ser fundidos. Finalmente, los termoestables tienen una alta elasticidad y no pueden ser fundidos [1], [23]. La clasificación de los plásticos es presentada en la Figura 1.5.

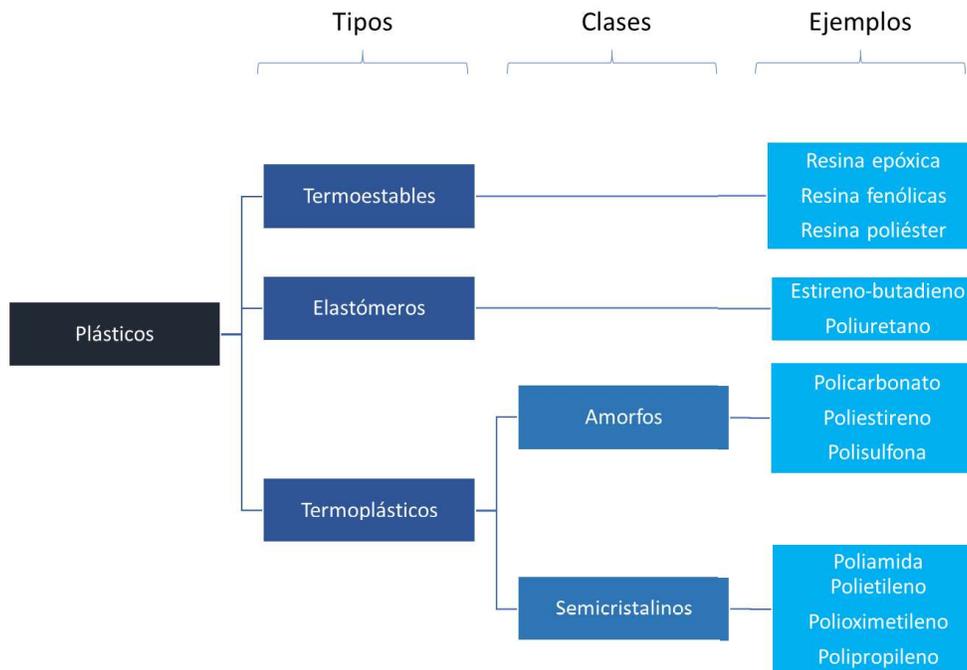


Figura 1.5. Clasificación de los plásticos con materiales ejemplo.
(Fuente: Adaptado de Klein [23])

En la Figura 1.5 no se encuentran incluidos los compuestos de plásticos como la mezcla de polímeros, copolímeros y termoplástico-elastómeros. La junción de polímeros usualmente se lo realiza cuando los plásticos están fundidos o se juntan procesos como ultrasonido, fricción y soldado láser [1], [23]. Los copolímeros son elaborados por composiciones químicas de dos diferentes unidades de monómeros y es donde se producen materiales como el ABS que es muy utilizado en las impresoras 3D [1], [23]. Los termoplástico-elastómeros son elásticos, flexibles con propiedades similares a los elastómeros pero con una naturaleza de los termoplásticos, por esta razón, este tipo de materiales pueden ser extruidos, moldeados y soldados con otros termoplásticos mediante procesos térmicos [1], [23].

1.2.1. Métodos en la junción de plásticos

Los plásticos y sus compuestos se juntan a través de procesos químicos, mecánicos o físicos. En los procesos químicos por lo general se usan solventes o métodos de aglutinación que permiten que dos materiales plásticos se puedan pegar, por lo general en este tipo de procesos se debe añadir material para juntar piezas plásticas [24]. Los procesos físicos y mecánicos por lo general actúan sobre las piezas plásticas para que se fundan y se junten con otro material, por esta razón a estos métodos se los categoriza como soldado de plásticos [3], [24]. En la Figura 1.6, es posible apreciar los métodos para el soldado de plásticos más utilizados en la industria e investigación.

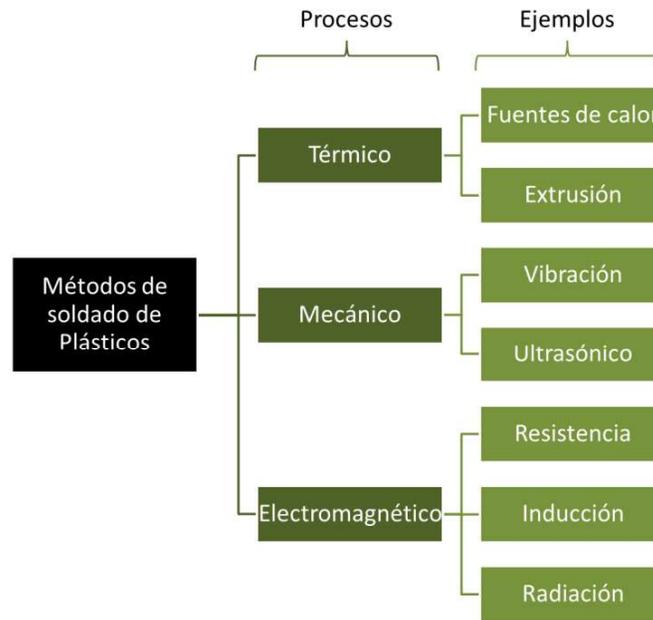


Figura 1.6. Clasificación de métodos para el soldado de plásticos.
(Fuente: Adaptado de Ramachandramoorthy [24])

1.2.2. Soldado de plásticos por procesos térmicos

En este tipo de soldado, una fuente de calor externa se aplica sobre las superficies que se desean juntar, llevándolos a temperaturas cercanas a la de fusión, donde los plásticos se mezclan hasta que se solidifiquen y cristalicen [3], [25].

El soldado térmico con fuentes de calor consiste en usar herramientas con altas temperaturas, como es el caso de láminas metálicas en contacto con los plásticos a juntarse, llevándolos a la temperatura de fusión. La temperatura de las láminas metálicas es controlada para garantizar que la temperatura de las piezas plásticas no sufra grandes deformaciones y se creen burbujas en la junta. Este tipo de procesos no es de alta precisión y se llegan a tener deformaciones altas al momento de juntar las piezas [3], [24]–[26].

1.2.3. Soldado de plásticos por procesos mecánicos

El soldado se produce por vibraciones mecánicas a altas frecuencias, lo que provoca que los materiales se fundan. Por lo general, las partes a ser soldadas son presionadas entre sí y sometidas a oscilaciones a altas frecuencias para que las vibraciones pasen a través del material, donde se genera calor entre las superficies de contacto provocando la fusión de las piezas [24].

1.2.4. Soldado de plásticos por procesos electromagnéticos

Las piezas se juntan a través de la interacción de la radiación electromagnética que incide sobre una a ambas superficies, lo que provoca la fusión inmediata del material y en consecuencia se produce el soldado [24]. Los procesos más comunes para el soldado de plástico por procesos electromagnéticos son inducción y radiación, siendo este último el que se estudia en este trabajo

1.3. Soldado por transmisión láser

El soldado en este apartado se refiere a la junción de materiales a través de la transmisión de un láser. Esta técnica consiste en juntar un material absorbente con un material transparente a través de un láser continuo, el mismo que es posible apreciar en el diagrama de la Figura 1.7.

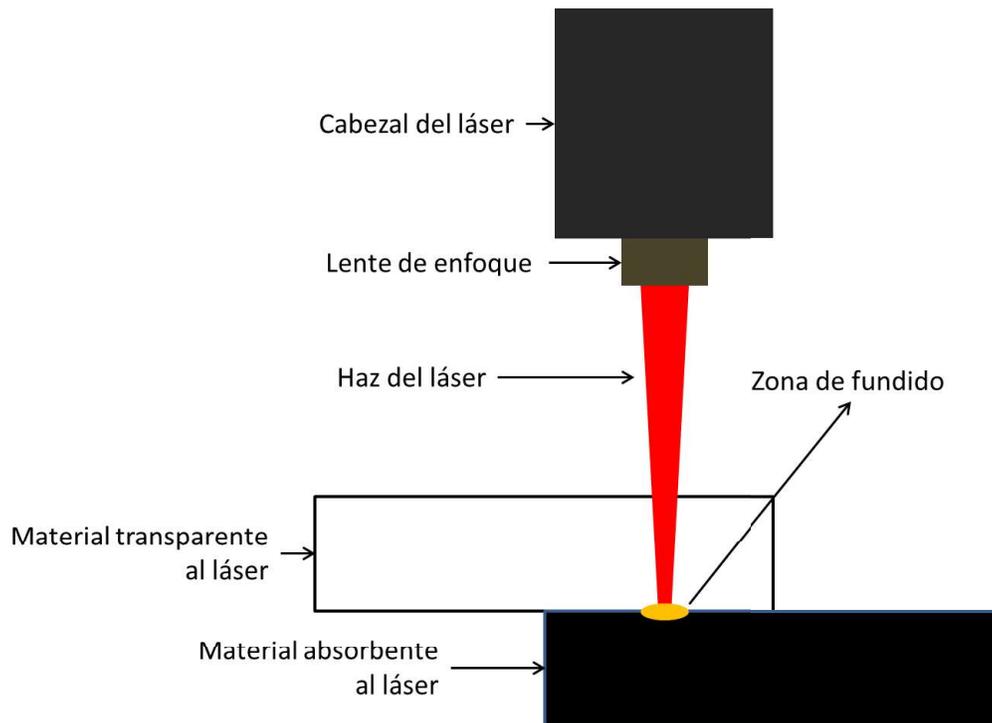


Figura 1.7. Proceso de soldado de termoplásticos por transmisión láser.
(Fuente: Propia)

Esta técnica permite soldar piezas plásticas de forma muy precisa, siendo muy robusta y sobre todo replicable. Los parámetros con los que depende el soldado dependen del material, velocidad, intensidad del láser y la presión con la que los materiales se juntan, por esta razón, existen muchos retos que son estudiados en la literatura, con el fin de modelar de forma precisa los fenómenos físicos que están involucrados en el proceso de soldado por transmisión láser [5], [27]–[30].

Un factor muy importante en el proceso de soldado por transmisión láser son las propiedades ópticas del material transparente, el mismo que puede absorber energía o dispersar el haz del láser, afectando el soldado con el material absorbente. De acuerdo con Mamuschkin et. al [31], la longitud de onda del haz del láser debe ser alta para que no sea dispersado por el material. Por esta razón, los láseres con longitudes de onda en los 400 (nm) o en el rango visible no son aplicados en esta técnica por los fenómenos de dispersión y absorción en el material transparente [31]–[35]. Así mismo, según Klein [23], el coeficiente de transmisión del acrílico o polimetilmetacrilato (PMMA) del material transparente es cercano al 90 % para un láser que emita radiación con una longitud de onda de 860 (nm). Este material es deseable para la aplicación de este tipo de soldadura.

Las fuentes láser más utilizadas en el procesos de soldado son los láseres de estado sólido como Nd:YAG con longitudes de onda de 1064 (nm) y los diodo láser con longitudes entre 800 y 1100 (nm) [36].

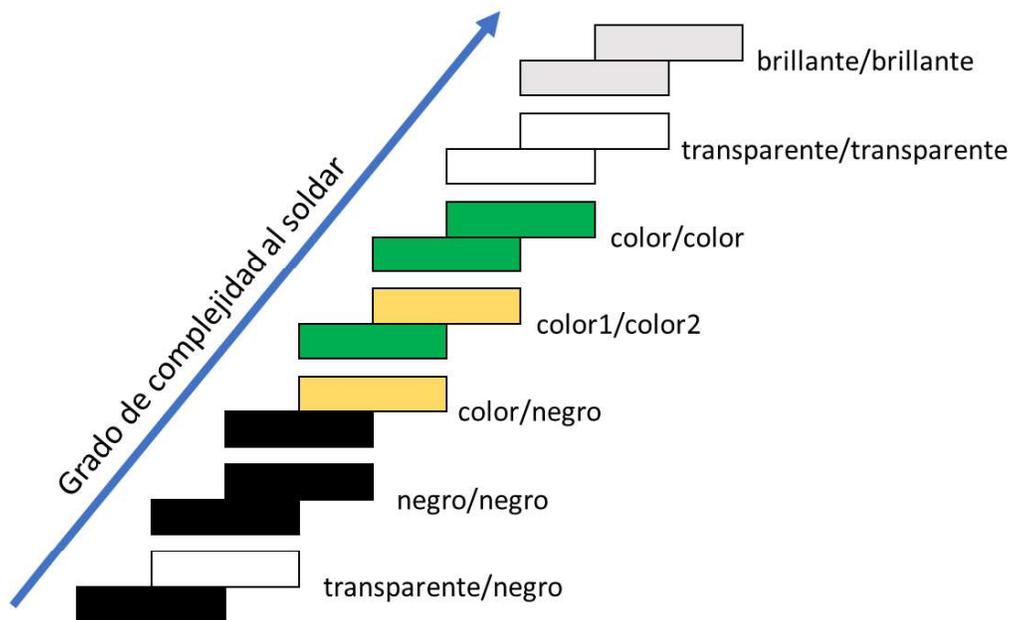


Figura 1.8. Grado de complejidad al soldar termoplásticos por transmisión láser.
(Fuente: Adaptado de Mamuschkin et al [31])

En la Figura 1.8, se presenta el grado dificultad al momento de soldar termoplásticos por transmisión láser, donde el material tipo brillante es el que tiene mayor reflectividad, con lo que el haz del láser no puede ser absorbido y transmitido de forma eficiente. En general, la relación entre la absorbancia (A), reflectancia (R) y transmitancia (T) se presenta en la siguiente Ecuación [31].

$$A + R + T = 1$$

1.1

En el caso del material negro, la transmitancia es igual a cero y para el material transparente, la absorbancia es cero o su valor es muy pequeño [31]. El comportamiento de la intensidad del haz del láser al penetrar los materiales transparente y absorbente se aprecia en la Figura 1.9, donde I_{01} se refiere a la intensidad que sigue la ley de Beer Lambert con un coeficiente de absorción α_1 . I_{02} es la intensidad del haz del láser para el material absorbente con su coeficiente de absorción α_2 [31]. Las líneas punteadas en la Figura 1.9 muestran el comportamiento de la intensidad del haz del láser a medida que va penetrando los materiales transparente y absorbente de la radiación incidente.

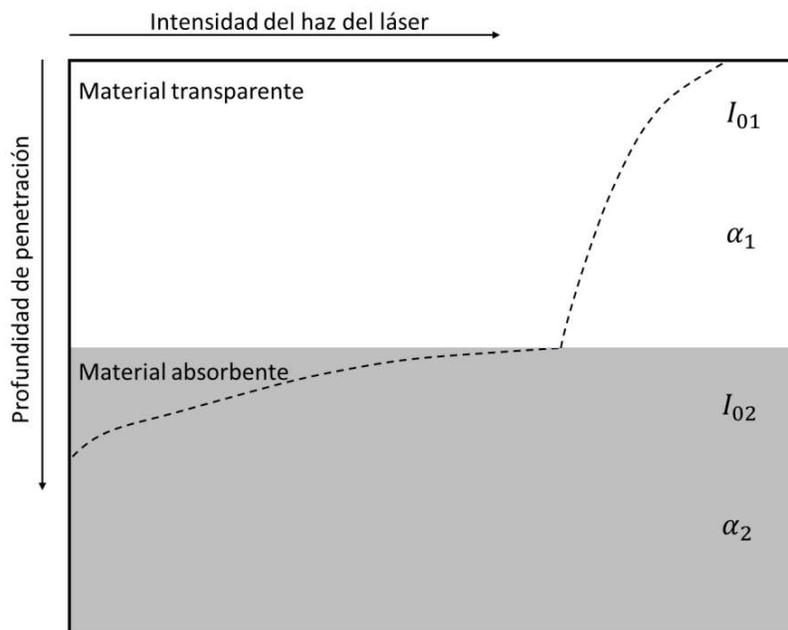


Figura 1.9. Comportamiento de la intensidad del láser sobre los materiales transparente y absorbente para el soldado.
(Fuente: Adaptado de Klein [23])

1.4. Conducción de calor en el soldado por transmisión láser

Un proceso de soldado por transmisión láser, que depende de la cantidad de energía que se deposita sobre el material absorbente y rapidez de deposición, se describe por la ecuación que gobierna la transferencia de calor.

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{q}{\rho c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad 1.2$$

Donde $T = T(x_i, t)$ es la temperatura en el punto x_i , α es la difusividad térmica del material, ρ es la densidad del material, c es el calor específico y q es la energía que es

depositada sobre el material por unidad de tiempo, que para este caso es el valor de irradiancia del láser que interactúa con la muestra [27], [37], [38]. La solución de la ecuación de transferencia de calor para el problema del soldado láser se enfoca en la parte absorbente, el cual supone las condiciones de homogeneidad del material, flujo de calor constante y las pérdidas por convección y radiación [39]. El modelo gráfico del problema de la fusión del material absorbente es representando en la Figura 1.10.

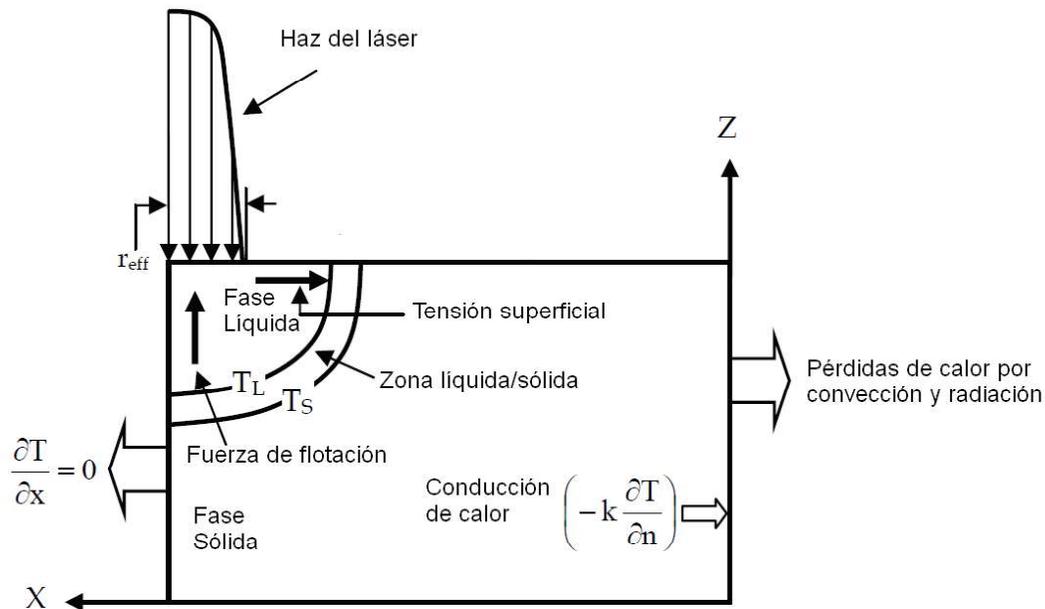


Figura 1.10. Condiciones del soldado láser para resolver la Ecuación (1.2) de transferencia de calor.

(Fuente: Adaptado de Xiaodong [39])

En la Figura 1.10, T_L y T_S denotan las temperaturas del material en las fases líquida y sólida, r_{eff} es el radio del punto de enfoque del haz del láser.

1.5. Simulación por volúmenes finitos

El método de volúmenes finitos (MVF) es muy utilizado para resolver numéricamente modelos matemáticos que representan un sistema físico, donde sus mayores aplicaciones se encuentran en dinámica de fluidos. Es una técnica de discretización de ecuaciones diferenciales que utiliza una formulación de integrales de volumen con una partición finita de volúmenes de control [40]–[42]. Los pasos que se tienen que seguir para resolver la ecuación diferencial parcial en el método de volúmenes finitos según la bibliografía [41], [43], son:

1. Descomposición del dominio del problema en volúmenes de control

2. Formulación de las ecuaciones de balance para cada uno de los volúmenes de control
3. Aproximación numérica de las integrales en los volúmenes de control
4. Ensamble y solución de las ecuaciones diferenciales a través de MVF.

La aproximación de la solución de la Ecuación (1.2) en una dimensión con el método de volúmenes finitos se lo realiza integrando sobre el volumen o segmento de control, el mismo que se configura según el mallado escogido para el problema. Esto se puede apreciar en la Ecuación (1.3) [42].

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} q dV dt \quad 1.3$$

Donde, VC es la integración sobre el volumen de control, k es la conductividad térmica del material absorbedor, t y Δt es el tiempo y variación de tiempo, respectivamente. El primer término de la Ecuación (1.3) representa la tasa de cambio de la energía interna en el interior, el segundo término se refiere a la cantidad de calor que ingresa al volumen de control y el tercer término es la cantidad de energía generada en el VC [42].

En la literatura, la integral sobre el volumen de control es aproximada a través de la regla de las cuadraturas de Gauss, la cual aproxima pesos y puntos de cuadratura en base a la forma de la malla escogida para la solución del problema. A medida que se vaya haciendo más fina la malla, la solución irá convergiendo a la real [42], [44]. Para los puntos que se encuentran entre los nodos de la malla se conocen como puntos de Gauss, la integral pasa a ser un problema de (n) ecuaciones con (n) incógnitas que se pueden resolver por métodos como Gauss-Jordan, Gauss-Seidel, Gauss, Newton Rapson, etc [44], [45].

2. METODOLOGÍA

2.1. Diseño de la máquina prototipo

El diseño de una solución a la problemática estudiada en este trabajo se basó en el diagrama de la Figura 2.1, y está basado en la ingeniería de diseño propuesto por Pahl et al [46].

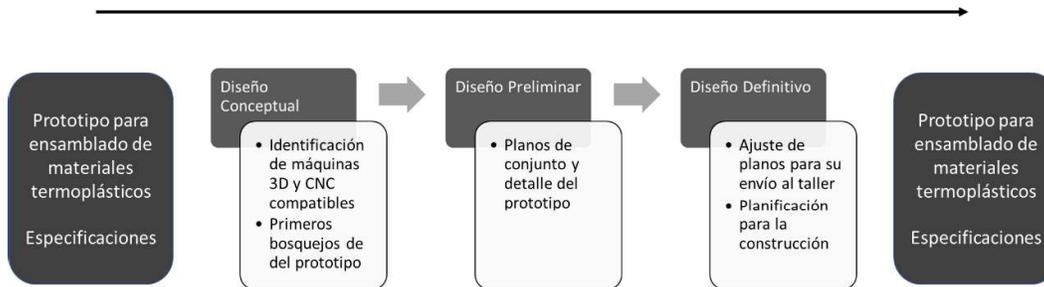


Figura 2.1. Metodología de diseño del prototipo.
(Fuente: Adaptado Pahl et al [46])

La necesidad identificada es construir un prototipo para soldar materiales termoplásticos por transmisión láser en un sistema automático que permita definir trayectorias de soldadura en el plano a voluntad. Las especificaciones técnicas que el prototipo deberá cumplir, basado en la propuesta de investigación del proyecto se presentan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Especificaciones mínimas del prototipo de soldado por transmisión láser.

Prototipo de soldado de termoplásticos por transmisión láser	
Número	Especificaciones
1	Tendrá 3 ejes con velocidad regulable en (mm/min)
2	Contendrá un láser con potencia de salida mayor a $0,5 W$, longitud de onda que se encuentre en el infrarrojo cercano y pueda ser controlado por lógica transistor-transistor
3	Admita diseños gráficos traducidos a lenguaje G para su interpretación
4	La potencia de salida del láser deberá ser regulable para cada una de las pruebas que se realice
5	El prototipo deberá ser desarmable y no contener puntos de soldadura
6	Deberá contener fines de carrera para evitar el daño de piezas del prototipo al momento de soldar.
7	El área de trabajo de la máquina no será menor a $200 cm^2$
8	El eje Z que sostendrá el láser tendrá un juego de no menor a $8 cm$
9	El peso total de la máquina prototipo no será mayor a los $10 kg$
10	El costo del prototipo no será mayor a $600 Dólares Americanos$

(Fuente: Propia)

El concepto del modelo se basó en la revisión de diversas impresoras 3D y máquinas de control numérico, que permiten controlar la posición, velocidad y operación de una herramienta sobre un área determinada de trabajo. Dos diseños que se adaptaron a lo deseado en las especificaciones se presentan en la Figura 2.2.

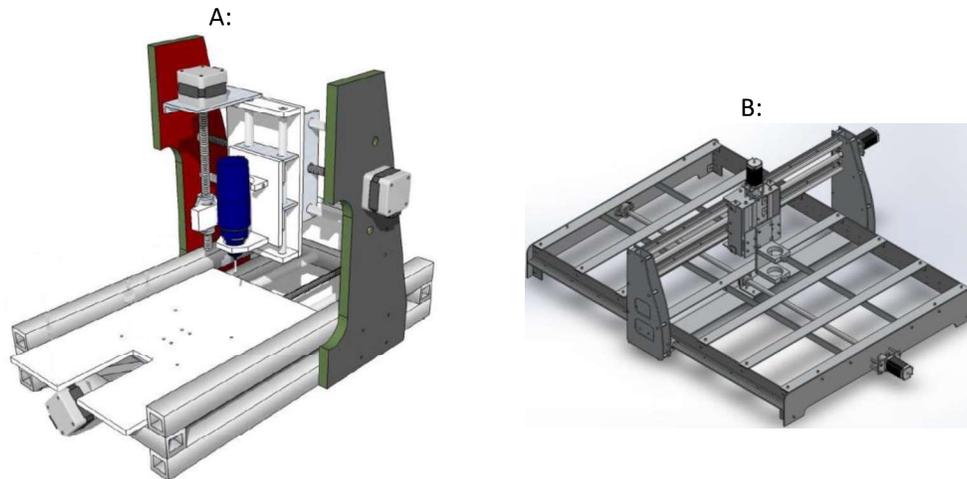


Figura 2.2. Modelos base para la construcción del prototipo.
(Fuente: en A MyDIYCNC [47], en B Mohtar [48])

La máquina de la Figura 2.2 (A) usa materiales de fácil acceso, buenas propiedades mecánicas, livianos y de bajo costo. La máquina de la Figura 2.2 (B) se compone de diferentes piezas de aluminio que llevan un trabajo en taller muy elaborado, esto afecta directamente en los costos de construcción del prototipo. En base al estudio de estos modelos, pero principalmente la primera opción, se hizo un diseño propio para este trabajo.

El diseño preliminar de la máquina soldadora de termoplásticos por transmisión láser se encuentra en el Anexo I al final de este trabajo. Las herramientas, así como los materiales utilizados con sus respectivos precios se encuentran en el Anexo II.

2.2. Control del prototipo

Los motores, láser y fines de carrera del sistema se conectaron a la placa “CNC shield” de Arduino, como se muestra en la Figura 2.3.

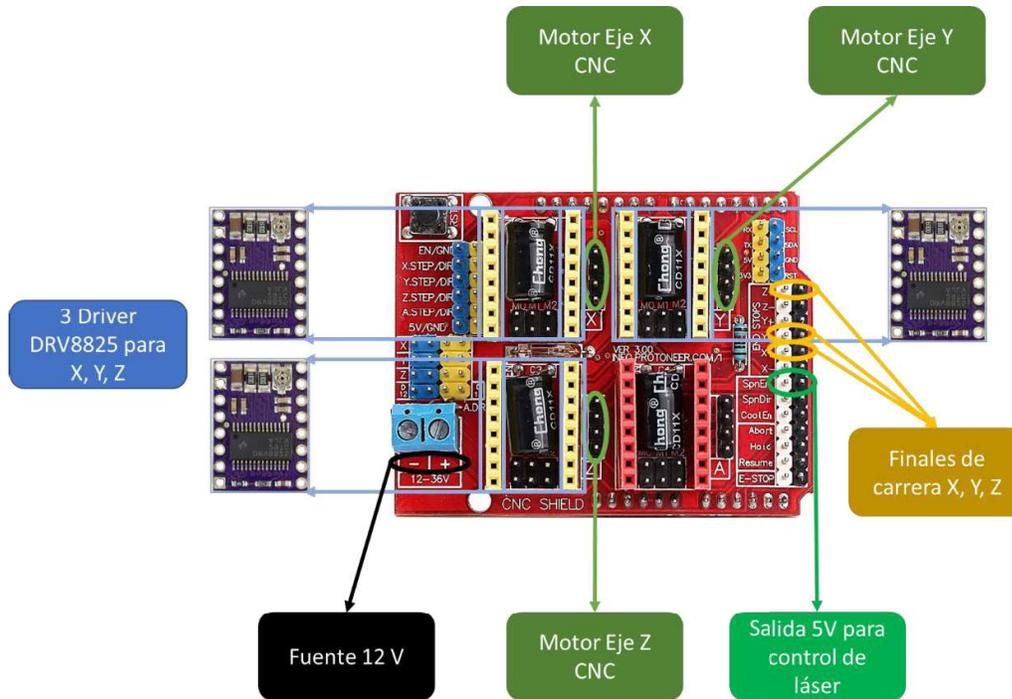


Figura 2.3. Conexión de la CNC shield con los motores, láser y fines de carrera.
(Fuente: CNC shield Jumia Kenya [49].)

El componente electrónico del prototipo se realizó siguiendo el trabajo de García [50] en el que construyó una fresadora con 3 ejes controlados por Arduino. Los siguientes pasos se realizaron para la programación del control con la placa Arduino:

1. Instalación del software GRBL en el procesador del Arduino para la interpretación del código G [51]. GRBL es un código abierto, embebido, intérprete de código G, de alto performance para el control de CNCs, que está escrito en C.
2. Instalación del software Inkscape para traducir a código G una imagen plana [52]. Inkscape es un software de calidad profesional para gráficos vectoriales.
3. Control del prototipo a través de Universal GCode Sender [53], una plataforma completa de gcode para hacer la interfase con controladores CNC avanzados como GRBL.

La configuración de los drivers DRV8825 para los motores de pasos depende de la cantidad de corriente en los motores. Las especificaciones respectivas y el método para la estimación del voltaje de referencia se encuentran en su ficha de datos [54]. El voltaje de referencia obtenido para cada controlador en este trabajo fue de 0,595 V.

El control del láser se lo realizó con una placa Arduino UNO, de la que se usa la señal de 5 V indicada en la Figura 2.3 para alimentar el dispositivo y encender el haz. La

potencia de salida del haz a 850 (nm) se determina con una configuración de la lógica transistor-transistor del láser por modulación de anchos de pulsos.

2.3. Simulación por volúmenes finitos del soldado por transmisión láser

La metodología utilizada en la simulación por volúmenes finitos del soldado por transmisión láser es presentada en la Figura 2.4.

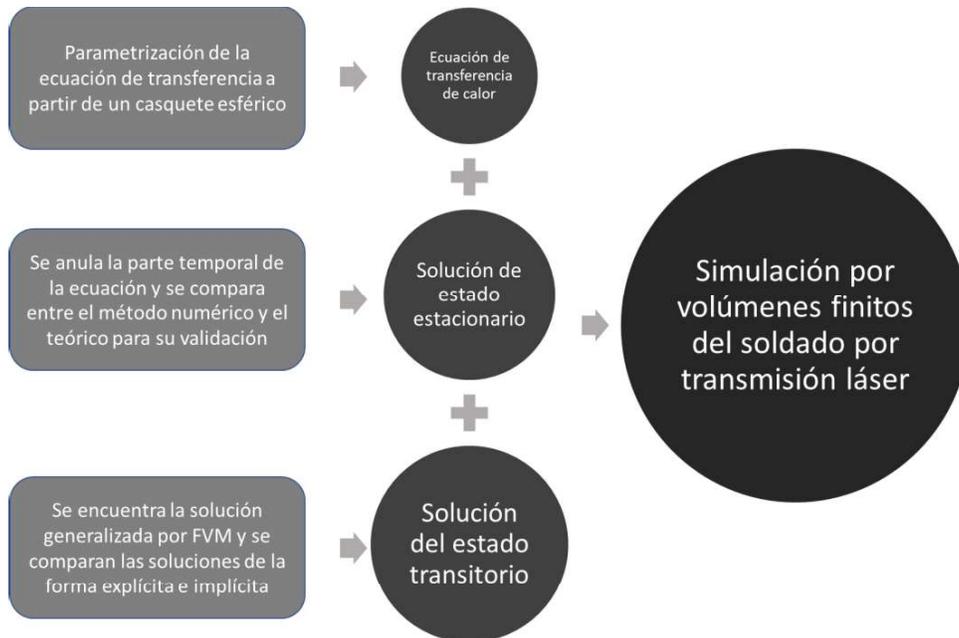


Figura 2.4. Método de la simulación por volúmenes finitos del soldado por transmisión láser. (Fuente: Propia)

La validación del método de volúmenes finitos para la solución de estado transitorio se hizo comparando los esquemas explícito e implícito de solución.

La parametrización y solución de la ecuación de transferencia de calor en estado estacionario se encuentra en Anexo III.1, la discretización por volúmenes finitos del estado estacionario en Anexo III.2 y la discretización del estado transitorio en Anexo III.3. La formulación de las ecuaciones con volúmenes finitos se basan en los esquemas de Versteeg et al [42].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados

En base a la metodología de diseño, la construcción del prototipo propuesto se puede apreciar en la siguiente figura.

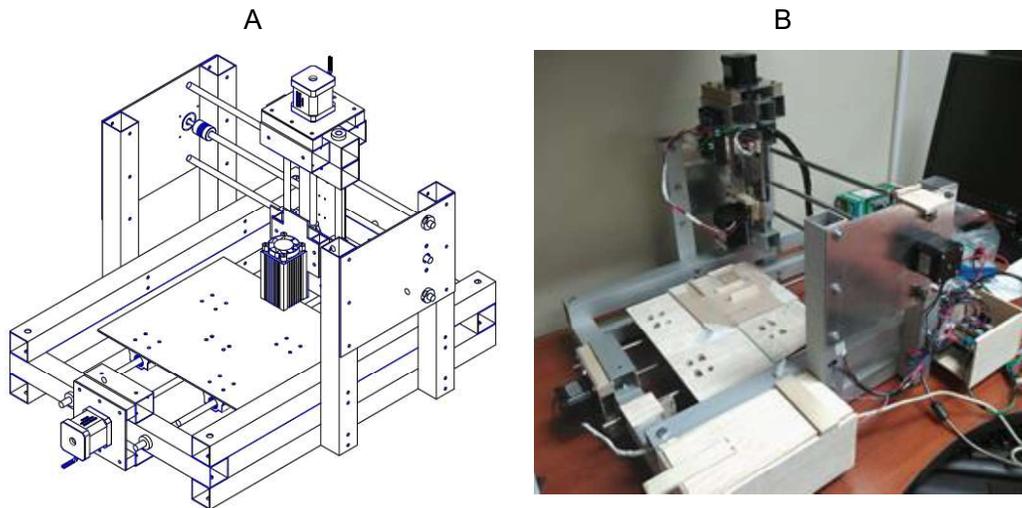


Figura 3.1. En A se muestra el plano de conjunto del prototipo. En B se muestra la Máquina prototipo construida para el soldado por transmisión láser de termoplásticos.
(Fuente: Propia)

Las especificaciones técnicas una vez construida la máquina prototipo se listan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Especificaciones del prototipo de soldado por transmisión láser construido.

Prototipo de soldado de termoplásticos por transmisión láser	
Número	Especificaciones
1	3 ejes con velocidad regulable en (mm/min)
2	Láser clase IIIb de 1 W máxima de potencia de salida a 860 (nm), con potencia regulable por lógica transistor-transistor
3	Velocidad máxima de los ejes ($2500 mm/min$)
4	El eje X tiene un juego de 26 (cm)
5	El eje Y tiene un juego de 24 (cm)
6	El eje Z tiene un juego de 13 (cm)
7	El prototipo está construido sobre un perfil de aluminio 6061, de CEDAL
8	3 motores Nema 17 de 0.47 (Nm)
9	Lee archivos NGC con código G para la sincronización de motores con GRBL
10	La precisión de soldado es mayor a 0.5 (mm) en los ejes X y Y
11	Cuenta con un lector en (mV) para regular la potencia de salida del láser

12	El prototipo es desarmable y no contiene puntos de soldadura
13	El láser cuenta con un lente de enfoque ajustable (enfoque de 3 a 6 cm)
14	El control utiliza 2 Arduino UNO
15	Contiene 3 fines de carrera con desconexión automática controlada por Arduino para los 3 ejes para la seguridad del prototipo
16	El peso total de la máquina es de 5.1 (kg)
17	El costo de construcción del prototipo es \$ 357.3; (Dólares Americanos)

(Fuente: Propia)

La potencia de salida del láser se puede fijar a partir del voltaje de entrada en la lógica transistor-transistor (TTL) del cabezal, el mismo que acepta valores entre 0 y 5 (V). Un fotoresistor ubicado junto al foco del haz del láser permite registrar con un Arduino UNO cada 20 (ms) la intensidad entregada. La curva de potencia del láser en el fotoresistor se presenta a continuación:

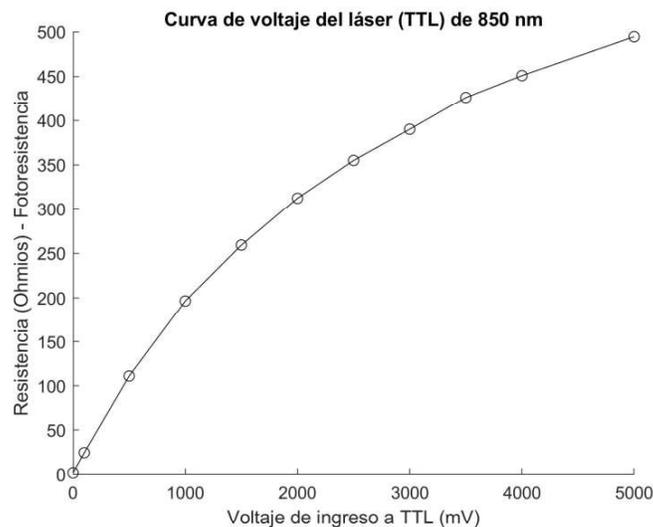


Figura 3.2. Comportamiento del láser observado con un fotoresistor.
(Fuente: Propia)

El ajuste de los puntos presentados en la Figura 3.2 se lo realizó con la herramienta de Matlab “Curve Fitting”, donde la ecuación continua que mejor correlación tuvo es la que se presenta en la Ecuación (3.1).

$$V(R) = Ae^{bR} + Ce^{dR} \quad 3.1$$

Donde, $V(R)$ es el voltaje de ingreso al TTL, R es la resistencia medida por el fotoresistor, A , b , C y d son las constantes de ajuste de la Ecuación (3.1). Las constantes y el coeficiente de correlación se estimaron a partir de la interpolación no lineal de los datos observados con la Ecuación (3.1), los mismos que son presentados en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Coeficientes de ajuste de la Ecuación (3.1) realizados con Matlab R2018a.

Coeficientes	Valor	Mínimo	Máximo
A	433	404,8	461,1
b	0,1002	0,07005	0,1303
C	-110,3	-138,2	-82,43
d	-0,9762	-1,098	-0,854
R²	0,9999		
RMSE	2,085		

(Fuente: Propia)

En la Tabla 3.2, R^2 es el coeficiente cuadrático de correlación para el ajuste con la Ecuación (3.1) y RMSE es el error cuadrático medio. La conversión de la curva del fotoresistor a potencia de salida del láser sigue la ley de Ohm, la misma que se presenta en la Ecuación (3.2).

$$P(V) \propto \frac{V(R)^2}{R} \quad 3.2$$

Donde, $P(V)$ es la potencia de salida del láser. La curva de potencia del láser comparada al voltaje de ingreso del TTL se presenta a continuación:

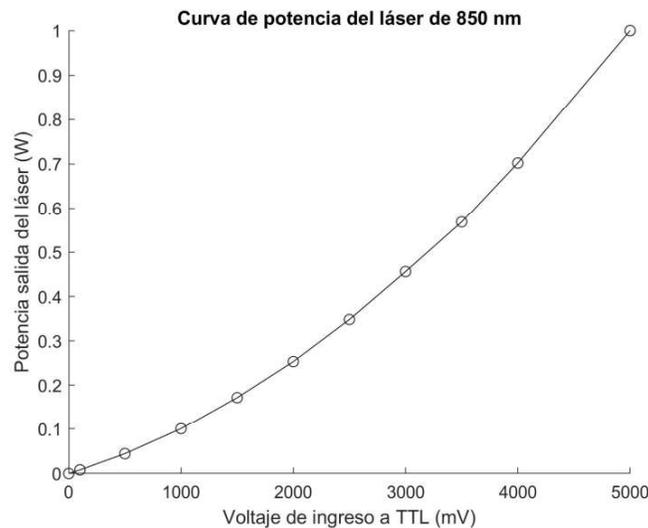


Figura 3.3. Curva de la potencia de salida del láser vs el voltaje de entrada al TTL.
(Fuente: Propia)

Las pruebas de soldado láser se realizaron en acrílico. El acrílico tiene una resistencia mecánica nominal máxima de 13,033 MPa. Se realizaron 41 pruebas para el soldado sobre placas de acrílico, las mismas que se listan en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Diseño de pruebas de soldadura por transmisión láser sobre acrílico.

Código de la prueba	Velocidad (mm/min)	Ciclos	Potencia Láser (W)	Espesor de Vidrio (mm)	Masa (kg)	Presión (Pa)	Tipo
001	600	1	1,00	6	0,175	686	1
002	600	5	1,00	12	0,345	1352,4	1
003	500	1	1,00	6	0,175	686	1
004	500	4	1,00	12	0,345	1352,4	1
005	400	1	1,00	6	0,175	686	1
006	400	3	1,00	12	0,345	1352,4	1
007	300	1	1,00	6	0,175	686	1
008	300	1	1,00	3	0,075	294	1
009	300	1	1,00	12	0,345	1352,4	1
010	300	1	1,00	0	0,005	19,6	1
011	400	1	1,00	0	0,005	19,6	1
012	500	1	1,00	0	0,005	19,6	1
013	600	1	1,00	0	0,005	19,6	1
014	200	1	1,00	0	0,005	19,6	1
015	400	1	0,67	0	0,005	19,6	1
016	400	1	0,39	0	0,005	19,6	1
017	400	1	0,19	0	0,005	19,6	1
018	400	1	0,28	0	0,005	19,6	1
019	400	1	0,83	0	0,005	19,6	1
020	100	1	1,00	0	0,005	19,6	1
021	100	2	1,00	0	0,005	19,6	1
022	400	3	0,39	0	0,005	19,6	1
023	400	5	0,39	0	0,005	19,6	1
024	1000	5	1,00	0	0,005	19,6	1
025	400	1	0,52	0	0,005	19,6	1
026	400	1	1,00	0	0,005	19,6	1
027	200	1	1,00	3	0,075	294	1
028	100	1	1,00	3	0,075	294	1
029	400	1	1,00	3	0,075	294	1
030	150	1	1,00	3	0,075	294	1
031	250	1	1,00	3	0,075	294	1
032	400	10	0,39	0	0,005	19,6	1
0281	100	1	1,00	3	0,075	294	2
0301	150	1	1,00	3	0,075	294	2
0311	250	1	1,00	3	0,075	294	2
0141	200	1	1,00	0	0,075	19,6	2
033	80	1	1,00	3	0,075	294	2
0271	200	1	1,00	3	0,075	294	2
034	80	1	1,00	3	0,075	294	2
035	50	1	1,00	3	0,075	294	2

(Fuente: Propia)

En la Tabla 3.3, el Código hace referencia a la muestra con las diferentes condiciones de soldado que se realizó entre el acrílico transparente y el absorbedor (color negro). La Velocidad se fija constante para los ejes X y Y . Ciclos se refiere al número de repeticiones en las que se realizó el soldado sobre la misma muestra. Potencia Láser es la potencia de salida del haz del láser. En este trabajo se utilizó vidrios de diferentes espesores y masa para crear una presión adicional entre las superficies a soldar. El Tipo se refiere al diseño de la probeta que se describe en la siguiente figura:

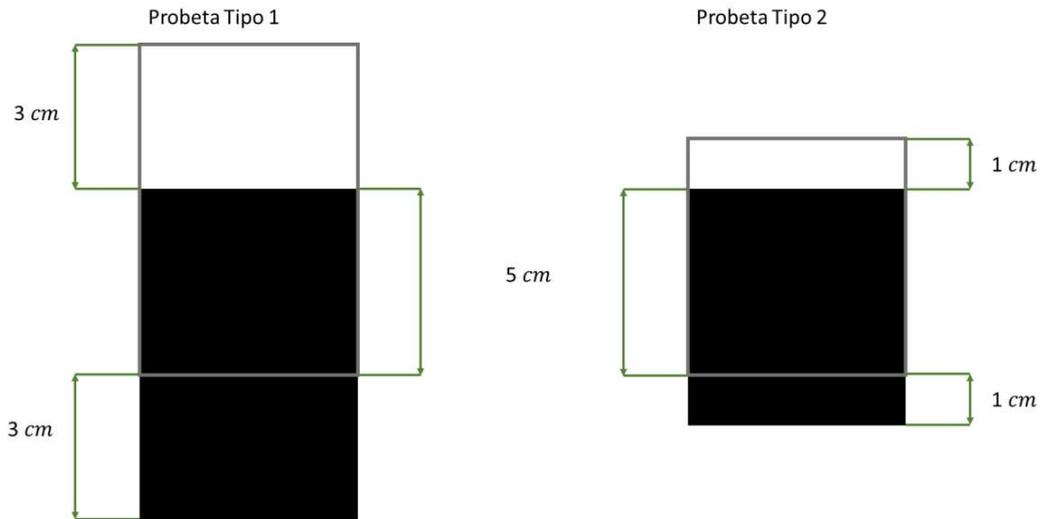


Figura 3.4. Diseño de probetas para ensayo de tracción en laboratorio. Se muestran las dimensiones.
(Fuente: Propia)

El camino de soldadura fue creado en Inkscape y convertido a código G (formato NGC) para su lectura en el prototipo. Un ejemplo se presenta en la Figura 3.5.

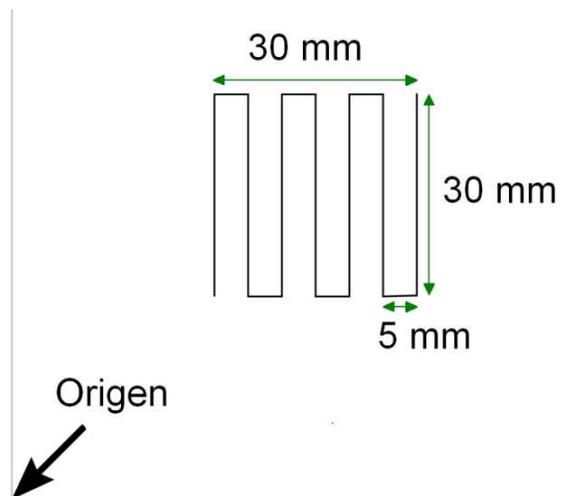


Figura 3.5. Trayectoria de soldadura por transmisión láser del acrílico en las probetas de acrílico.
(Fuente: Propia)

Un resultado del camino diseñado mostrado de la Figura 3.5 en el soldado de las placas de acrílico transmisor y absorbente se presenta en la Figura 3.6.



Figura 3.6. Piezas de acrílico negro y transparente soldadas con la máquina prototipo para la muestra 035 de la Tabla 3.3. La trayectoria de soldadura corresponde a la mostrada en la Fig. 3.5.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.6, a la derecha de la fotografía se tienen una hoja de papel milimetrado que fue utilizado para estimar el espesor del cordón de soldadura. Las fotografías de las muestras se lo realizaron con una cámara de 16 megapíxeles y autoenfoco láser marca ASUS PixelMaster 3.0 (sensor Sony IMX298). Un corte transversal del material absorbente del material una vez soldado se ve en la Figura 3.7.



Figura 3.7. Sección transversal del material absorbente luego de la soldadura para las muestras 033 y 0301 de la Tabla 3.3. Las marcas son casi semicirculares.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.7, lo que se encierra en el círculo rojo corresponde a la sección transversal del cordón de soldadura de la muestra 0301.

Todas las muestras que se soldaron bajo las condiciones de la Tabla 3.3 fueron analizadas en el Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional para determinar la tensión de rotura de las probetas soldadas. El trabajo está sustentado en el Informe LAEV – M19.009 aprobado por el Dr. Wilson Guachamin, responsable del Laboratorio. Los resultados de los esfuerzos máximos obtenidos de las muestras son presentados en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Esfuerzos máximos registrados en las muestras soldadas por la máquina prototipo.

Código	Grosor de cordón (mm)	Área (m ²)	Carga máxima (N)	Tensión de rotura (MPa)
010	N/D	N/D	1067,83	N/D
011	0,738	0,00018	0	N/D
012	0,778	0,00018	11,53	0,06
013	0,727	0,00017	0	N/D
014	0,7	0,00017	364,68	N/D
015	0,715	0,00017	455,63	2,68
016	0,811	0,00019	0	N/D
019	0,82300	0,00020	585,37	3,00
021	1,38100	0,00032	960,61	2,96
022	1,10100	0,00026	66,94	0,26
023	0,97100	0,00023	102,95	0,45
024	0,80800	0,00019	448,66	2,34
025	0,70000	0,00017	101,88	0,61
026	0,71400	0,00017	367,19	2,17
027	1,17100	0,00028	122,82	0,44
028	N/D	N/D	1038,2	N/D
029	N/D	N/D	0	N/D
030	N/D	N/D	1095,19	N/D
031	N/D	N/D	1097,5	N/D
032	0,82100	0,00019	89,52	0,46
0281	1,05900	0,00025	1955	7,81
0301	0,98400	0,00023	2265,7	9,73
0311	0,64100	0,00015	433,93	2,85
0141	0,86900	0,00021	1457,9	7,08
033	1,19700	0,00028	2280,1	8,08
0271	0,90000	0,00021	809,32	3,80
034	1,06000	0,00025	1174,7	4,69
035	1,25300	0,00030	986,52	3,34

(Fuente: Propia)

En la Tabla 3.4, N/D indica valores no disponibles y lo resaltado en gris corresponde a las muestras que superaron el valor máximo que se puede aplicar en el ensayo en la máquina del laboratorio. En estos últimos casos, se repitió el ensayo en una máquina

universal de ensayos con probetas de un área mayor, las cuales corresponden a las muestras 0281, 0301 y 0311. Las muestras que contienen 4 dígitos son verificaciones de las mediciones de los ensayos de laboratorio.

La profundidad de soldado fue determinada a partir de la sección transversal del cordón de soldadura en las muestras de mayor tensión registrada, esto es, muestras 033 y 0301 de la Figura 3.7, y la de menor velocidad de soldado que fue la de 035. En la siguiente tabla se presentan la profundidad soldado para las muestras mencionadas.

Tabla 3.5. Profundidad registrada en el material absorbente del soldado entre el acrílico negro y transparente.

Código	Profundidad de soldado (mm)	Error \pm (mm)
033	0,70	0,04
0301	0,59	0,01
035	0,99	0,11

(Fuente: Propia)

3.1.1. Simulaciones numéricas del proceso

La simulación basada en la ecuación de transferencia de calor representada en la Ecuación (AIII.17), usó las condiciones iniciales mostradas en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Condiciones iniciales referentes a la Ecuación (AIII.17) de transferencia de calor para el soldado por transmisión láser.

Tiempo t (s)	r (m)	Temperatura T (°C)
0	0	T_A
0,3936	0,59	$T_{fusión}$
0	Nodos y T_B	20
t	0	$q = -k \frac{\partial T}{\partial r}$

(Fuente: Propia)

En la Tabla 3.6, T_A es la temperatura estimada por la ley de Stefan Boltzmann, el tiempo de 0,3936 fue estimado a partir del tiempo que tarda pasar el láser por el ancho de soldadura, el mismo que depende de la velocidad de soldado de 150 (mm/min). La temperatura de fusión $T_{fusión}$ es 160 (°C) para el acrílico y k es el valor de conductividad térmica del mismo material.

La Ecuación (AIII.1) que representa la transferencia de calor en el estado estacionario, se resolvió analíticamente como se muestra en la Ecuación (AIII.4). Esta se compara en

la Fig. 3.8 con una solución numérica de la Ecuación (AIII.16) basada en volúmenes finitos, realizada por el método de Gauss-Jordan.

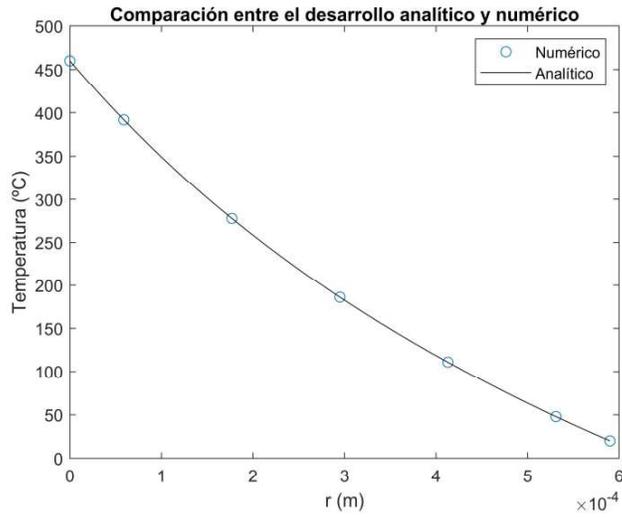


Figura 3.8. Comparación de soluciones analítica y numérica de la ecuación de transferencia de calor para el soldado por transmisión láser, para las condiciones de la muestra 0301. (Fuente: Propia)

La solución del estado transitorio de la Ecuación (AIII.17), obtenida por un método explícito se presenta en la Figura 3.9.

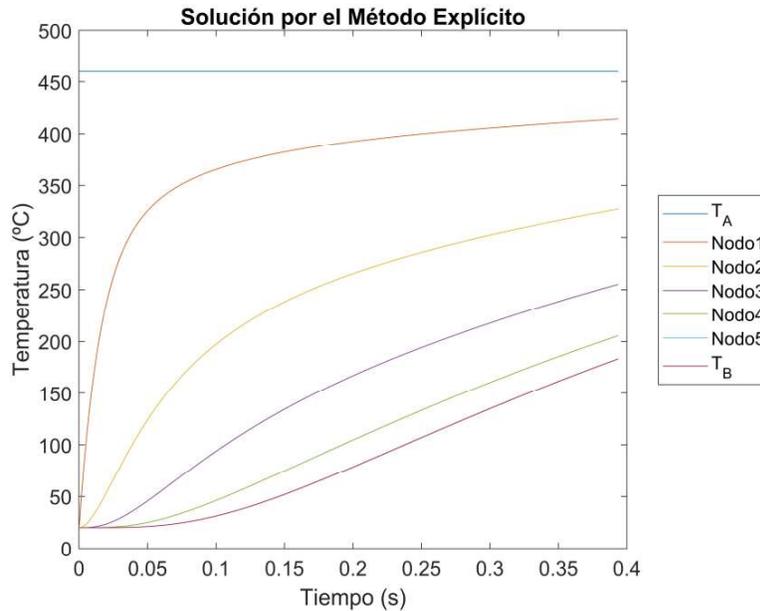


Figura 3.9. Solución de la Ecuación (AIII.17) en volúmenes finitos con un esquema explícito. (Fuente: Propia)

La solución del mismo estado transitorio obtenida con el método implícito se presenta en la Figura 3.10.

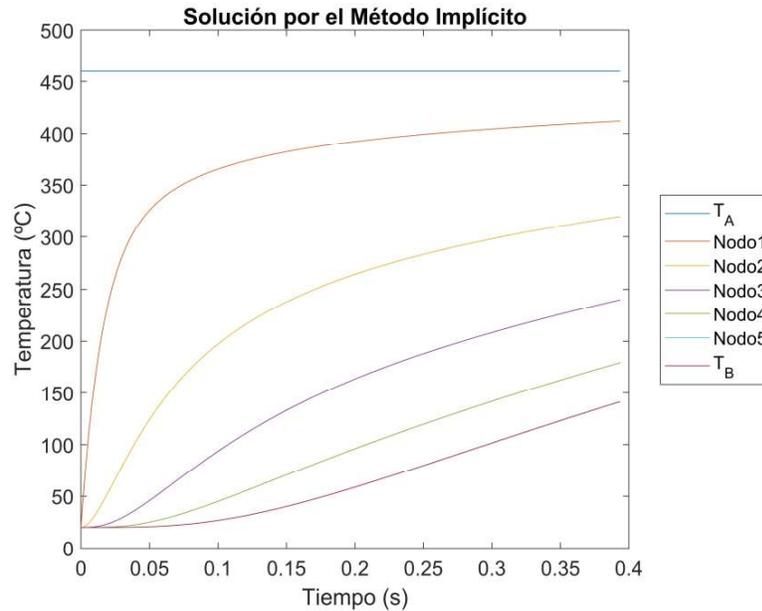


Figura 3.10. Solución de la Ecuación (AIII.17) por volúmenes finitos a través del esquema implícito.
(Fuente: Propia)

En la Tabla 3.7 se presenta la comparación de resultados de evolución de la temperatura en la simulación para el modelo transitorio, ejecutado para 5 nodos en los tiempos 0,3936; 0,1968 y 0,0984.

Tabla 3.7. Temperaturas resultantes de los esquemas explícito e implícito bajo las condiciones de la muestra 0301.

Nodos	Tiempo=0,3936 (s)		Tiempo=0,1968 (s)		Tiempo=0,0984 (s)	
	Explícito	Implícito	Explícito	Implícito	Explícito	Implícito
1	414,53	412,17	391,95	391,67	364,60	364,60
2	327,48	319,82	263,97	262,88	195,50	195,50
3	255,23	240,05	164,97	161,78	92,31	92,16
4	205,47	179,19	102,72	94,41	45,30	44,29
5	183,16	141,37	76,84	57,44	30,67	26,33

(Fuente: Propia)

Para determinar la convergencia de los esquemas explícito e implícito utilizados para resolver la Ecuación (AIII.17), se corrió la función para diferentes números de nodos, y se tomó al nodo (n) en el tiempo de 0,3936 (s) como punto de control para la temperatura que tiende a la de fusión de 161 (°C). En la Tabla 3.8 se presentan los valores de temperatura para el nodo de control (n) al tiempo 0,3936 (s), donde el número de nodos en el tiempo para los métodos explícito e implícito son 2644320 y 50000.

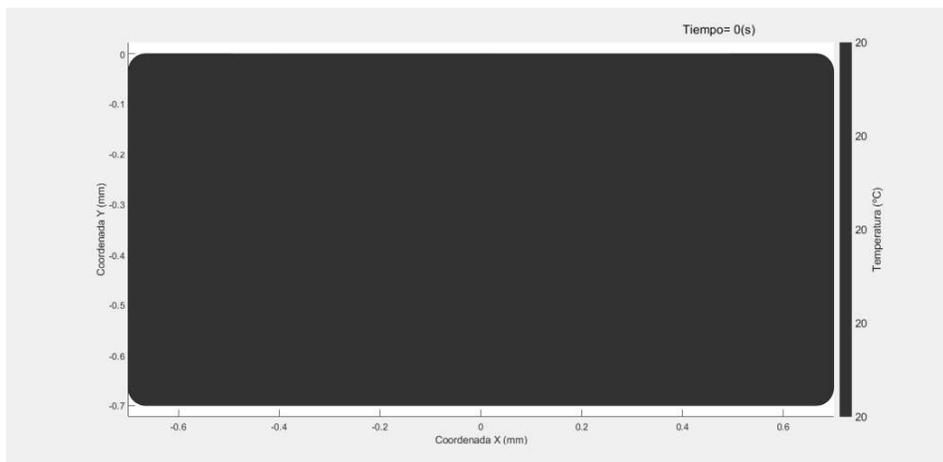
Tabla 3.8. Temperaturas del nodo de control (n) de los esquemas explícito e implícito para la muestra 0301 al tiempo 0,3936 (s).

Número de nodos	Explícito	Implícito
5	183,16	141,37
10	172,27	148,42
20	167,24	154,34
30	165,64	156,70
50	164,38	158,68
80	163,69	159,73
100	163,46	160,01
150	163,15	160,23

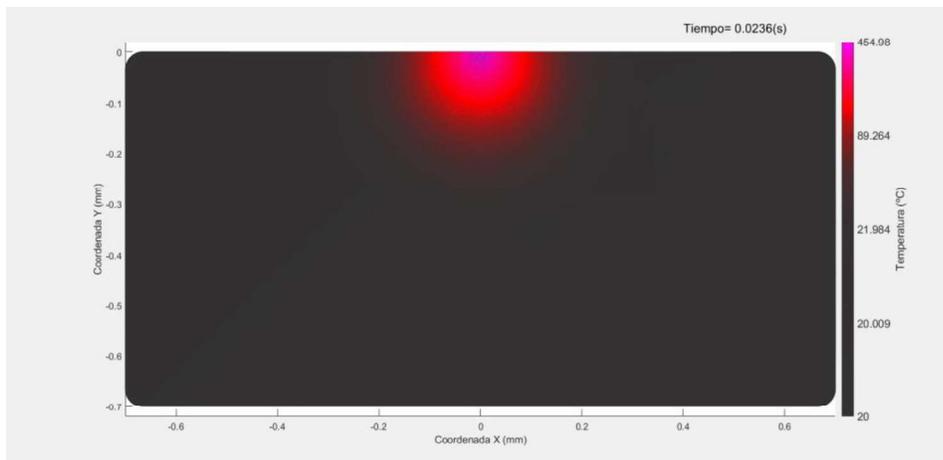
(Fuente: Propia)

El esquema implícito, converge más rápidamente en tiempo que el esquema explícito, como se ve; por lo tanto, con este esquema implícito se realizó la simulación dinámica para los tiempos A: 0 (s); B: 0 (0,0236); C: 0,071 (s); D: 0,1337 (s); E: 0,2202 (s) y F: 0,3936 (s) (Figura 3.11).

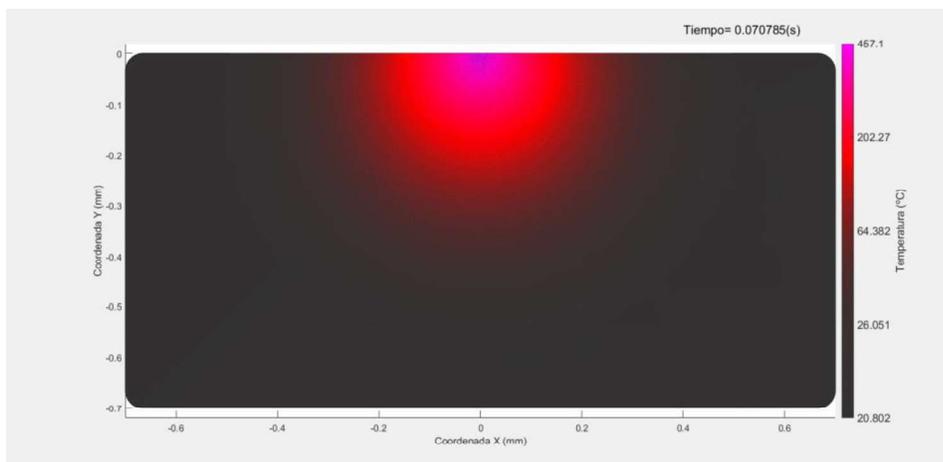
A



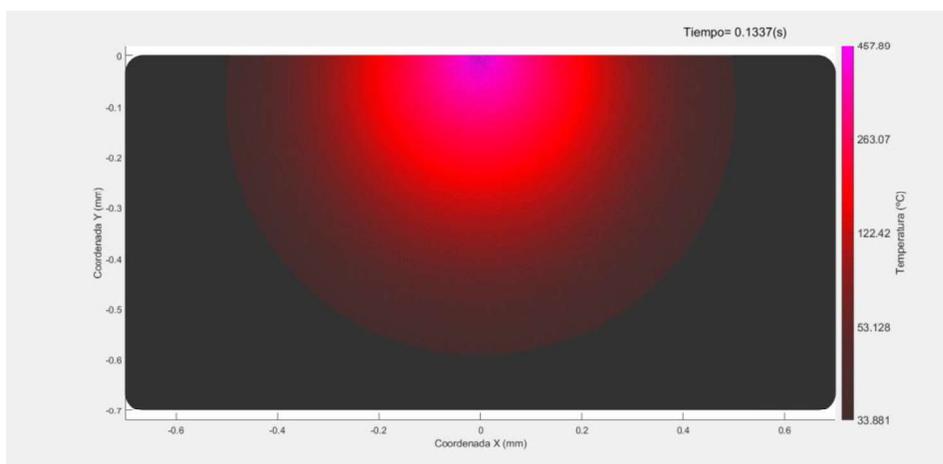
B



C



D



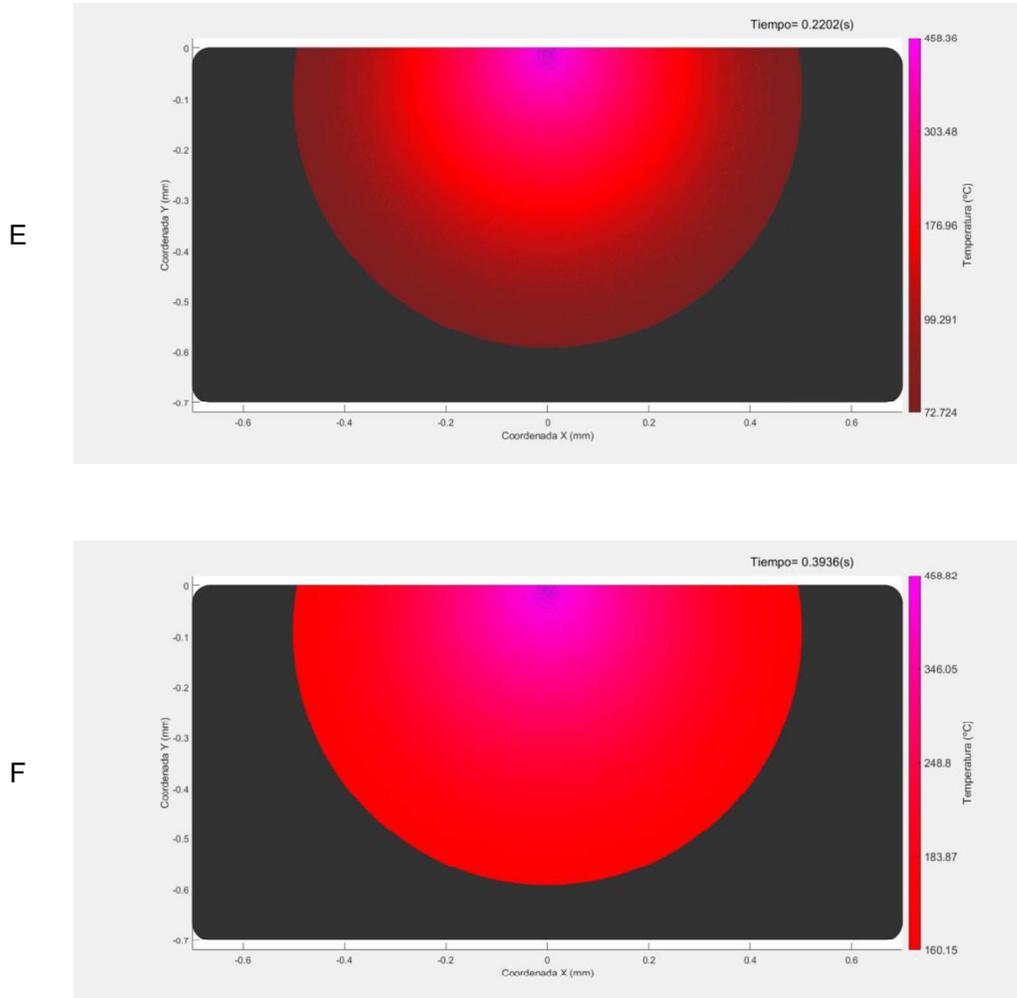


Figura 3.11. Solución gráfica del método implícito entre los tiempos 0 y 0,3936 (s).
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.11, la gráfica A presenta al acrílico negro en su estado sin interactuar con el láser al tiempo 0 de la simulación. Una vez que el láser interactúa con el material, las temperaturas crecen hasta llegar a su punto de ebullición (460 °C). Al tiempo 0,3936 (s), la parte del material que se encuentra pintado está fundido y es superior a 160 (°C).

3.2. Discusión

La construcción del prototipo de soldado de termoplásticos por transmisión láser construido en base al plano de conjunto 1 del Anexo 1, se hizo buscando soluciones particulares a problemas puntuales como el de las sujeciones de los motores sobre el armatoste, para las que no se consiguen fácilmente elementos discretos en el mercado. El diseño fue adaptándose a medida que las piezas se iban construyendo. Por versatilidad y costos, se escogió el material de madera debido a la facilidad de trabajarlo en talleres de Quito, sin afectar el presupuesto de la tesis de la Tabla 2.1 literal 7. El material de aluminio 6061 se eligió debido a su ductilidad y ligereza, lo que permitió juntar las piezas con bastante precisión. Con estas y otras decisiones, las especificaciones técnicas finales del prototipo superan a lo propuesto en la fase de diseño, las mismas que se pueden apreciar comparando las Tablas 2.1 y 3.1.

El prototipo construido sigue fielmente el plano de conjunto del Anexo I, como se esperaba. Las pequeñas diferencias que pueden encontrarse se deben a las uniones de las piezas (pernos y varilla de 4 mm), cableado (cables de control expuestos) y las cajas que contiene al sistema de control (madera de balsa que contienen a los dos Arduino UNO), según la Figura 3.1.

El ajuste realizado con la Ecuación 3.1 para la calibración del láser, permitió disponer de una herramienta confiable para determinar la potencia de salida para diferentes voltajes de entrada TTL, con un error cuadrático medio de 2,085 (mW) y un coeficiente cuadrático de correlación de 0,999, que indica un excelente grado de aproximación para los valores considerados.

El diseño de las probetas de muestra dependió de las variables que intervienen en el soldado de termoplásticos por transmisión láser como velocidad de soldado, potencia de salida del láser, presión sobre las muestras, y la cantidad de veces que se siguió la trayectoria de la Figura 3.5 sobre una misma muestra. Esto se puede apreciar en la Tabla 3.3. La Tabla 3.4 muestra los resultados de las pruebas de ensayo a tracción en laboratorio, donde se logró encontrar valores empíricos óptimos de trabajo para cada una de las variables de soldado. Un ejemplo pertinente corresponde al análisis de la relación entre la potencia de salida del haz del láser y la tensión de rotura para una velocidad de soldado fija de 400 (mm/min), que se puede apoyar con la Figura 3.12.

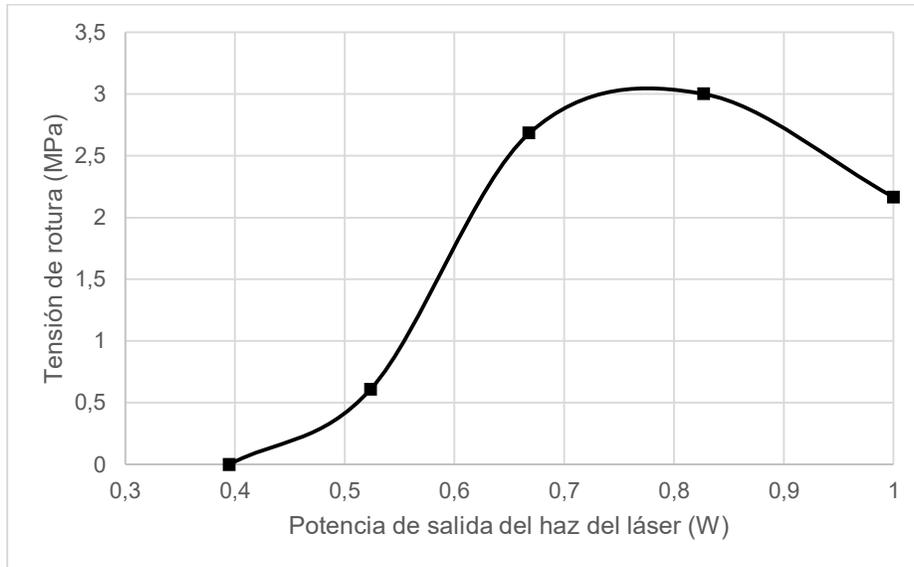


Figura 3.12. Relación potencia de salida del haz del láser vs. tensión de rotura de la Tabla 3.4. La tensión máxima se incrementa hasta una potencia de aproximadamente 0.76 (W) para luego decrecer nuevamente.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.12 se puede apreciar que a medida que la potencia de salida del láser se incrementa, la tensión máxima soportada por la probeta también lo hace, hasta alcanzar un máximo alrededor de 0.76W. A partir de este valor, vuelve a decrecer. Este comportamiento puede deberse a que, a potencias mayores a ese valor, se produce un exceso de material removido o evaporado por la interacción láser-materia, que termina por debilitar el conjunto. Estos fenómenos de remoción de material se denominan ablación láser en general. Efectos similares se presentan en el caso de la soldadura por arco eléctrico, donde la penetración de soldado en la veta es mayor a medida que el voltaje y corriente aumentan según Karadeniz et al [55], así como en los casos de soldadura por láser en plásticos, demostrado experimentalmente por Haberstroh et al [36]. Los valores de potencia óptima que se registraron en este trabajo para una velocidad de soldado de 400 (mm/min) se encuentran entre 0,68 y 0,8 (W).

La relación entre la tensión máxima de rotura y número de ciclos basado en la Tabla 3.4 se presenta en la Figura 3.13. El número de ciclos se refiere a las veces que se repitió la secuencia de soldado de la Figura 3.5, sobre la muestra sin cambiar posición ni parámetros de soldado.

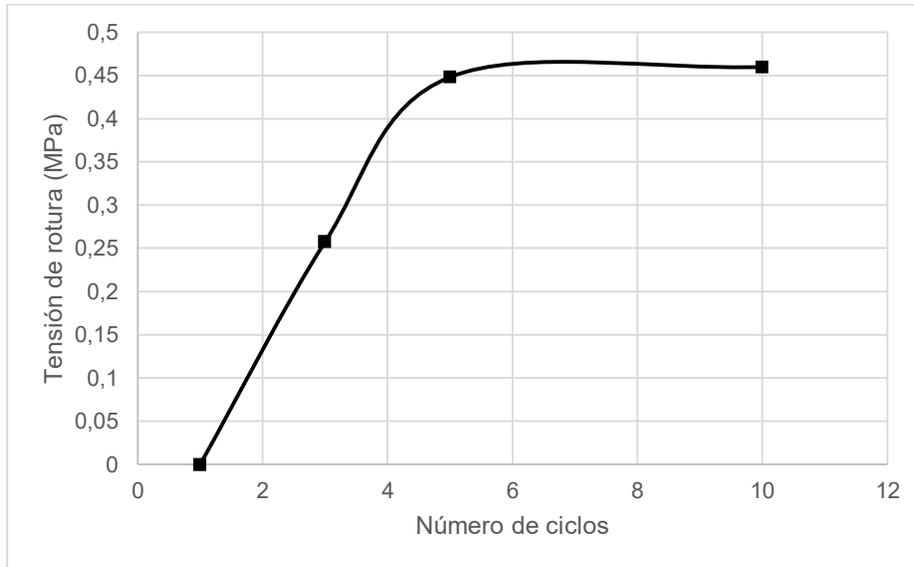


Figura 3.13. Relación número de ciclos vs tensión de rotura de la Tabla 3.4. Una curva de saturación es aparente aquí.
(Fuente: Propia)

La Figura 3.13 muestra que a medida que se incrementan el número de veces que se suelda sobre las piezas de acrílico, la tensión tiende a incrementarse. Sin embargo, con repeticiones superiores a 5, se alcanza una saturación y las tensiones máximas se mantienen constantes. La relación entre esta tensión de rotura y la velocidad de soldado en muestras no presionadas por la placa de vidrio, a 1 (W) de potencia de salida del láser, según la Tabla 3.4 se presenta en la Figura 3.14.

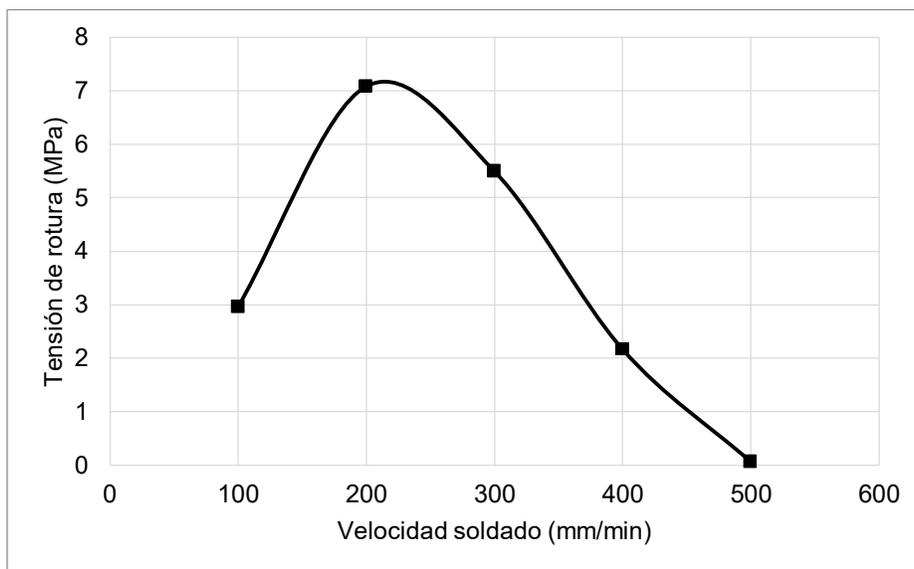


Figura 3.14. Relación velocidad de soldado vs tensión de rotura de la Tabla 3.4 sin ejercer presión sobre las muestras. Nuevamente se encuentra un valor óptimo alrededor de 200 (mm/min).
(Fuente: Propia)

La Figura 3.14 muestra como la tensión de rotura se comporta con diferentes velocidades de soldado, donde el valor óptimo se encuentra cercano a los 200 (mm/min) con un valor máximo de 7,08 (MPa). Debe destacarse que este valor de tensión máxima de rotura alcanza el 54,3 % equivalente de la tensión nominal de rotura del material de acrílico. Según Talabi et al. [56], al incrementar la velocidad de soldado se incrementa la tensión de rotura de las piezas soldadas en metales, bajo parámetros controlados de corriente y voltaje para el acero. Según Amanat et al. [44], demostraron el mismo comportamiento para el soldado por transmisión láser sobre plásticos. En el caso de la soldadura del acrílico con transmisión láser, se puede apreciar que se incrementa la tensión de rotura del soldado hasta los 200 (mm/min), pero a medida que se sigue incrementando la velocidad, la tensión tiende a disminuir considerablemente. Esto puede explicarse con facilidad si se entiende que a altas rapidezces la energía entregada por unidad de tiempo y unidad de volumen no llega a ser suficiente para poder soldar la parte absorbente y transparente del acrílico. Este efecto posiblemente también debe ocurrir para los casos reportados por Talabi et al. [56], y Amanat et al. [44], pero posiblemente en rangos superiores a los cubiertos en su investigación.

Para casos en lo que se utiliza una placa de vidrio encima de la probeta para ejercer por peso una presión coadyuvante a la soldadura, la relación entre la tensión de rotura comparada y la velocidad de soldado, para una presión con el vidrio de 294 (Pa) sobre la parte transparente y absorbente del acrílico, según la Tabla 3.4, se muestra en la Figura 3.15.

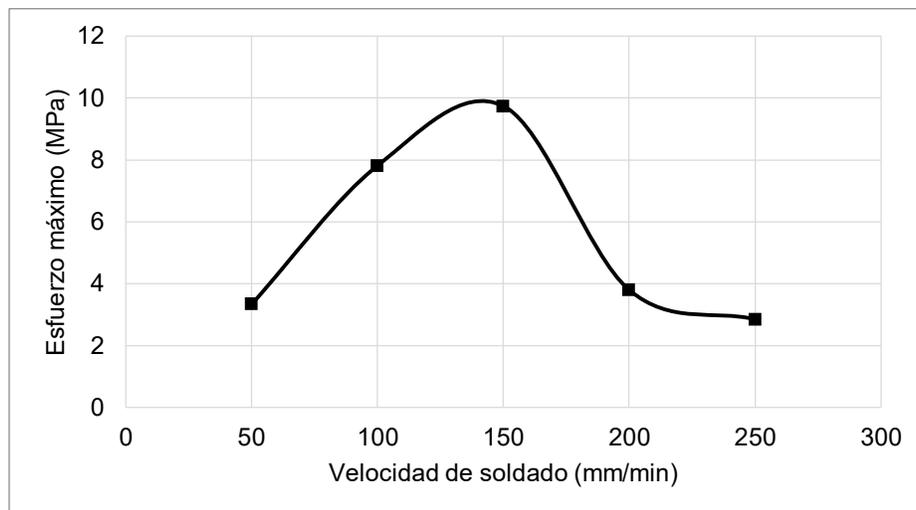


Figura 3.15. Relación velocidad de soldado vs tensión de rotura de la Tabla 3.4 en condiciones en la que se ejerce presión sobre las muestras. Se alcanza un valor máximo óptimo alrededor de 150 mm/min.
(Fuente: Propia)

Comparando las Figura 3.15 y 3.14 se observa un comportamiento similar, donde ambas muestran un valor máximo óptimo de rapidez de soldado. Sin embargo, la velocidad óptima para el caso con presión externa se encuentra cercana a los 150 (mm/min). Esto se puede deber a que el vidrio sobre las muestras a soldar dispersa y absorbe parte de la radiación incidente del láser, como se explica en el trabajo de Wang et al [57].

Como un caso que merece un comentario aparte, se observó que en el proceso de soldado del acrílico negro y transparente a una potencia de salida fija a 1 (W), con 1 ciclo de soldadura, con una presión sobre las muestras de 294 (Pa), y velocidad de soldado de 150 (mm/min), se obtuvo la mayor tensión máxima de rotura de 9,73 (MPa), para todos los casos. Este valor alcanza el 75% del de la tensión nominal de rotura del material acrílico (13,03 (MPa)), que es muy significativo. El valor comparable en el caso de soldado sin usar el vidrio sobre las muestras es 54%. Esto permite intuir que a medida que la presión externa entre las muestras aumente, la resistencia del cordón de soldadura entre el material transparente y absorbente podría ser cada vez más alta, lo cual es relevante para la aplicación tecnológica de este método. Es por su puesto importante mencionar también, que se debe siempre considerar las propiedades ópticas del material transparente, o los materiales que se utilicen para ejercer presión sobre las muestras, debido a las posibles pérdidas por dispersión y absorción de la radiación incidente.

3.2.1. Simulaciones numéricas del proceso de soldadura láser

La validación de las simulaciones realizadas se realizó comparando el modelo soluble analíticamente con la solución numérica implementada (Ecuaciones (AIII.4) y (AIII.16) del Anexo III). Esto permitió obtener la Figura 3.8 que muestra esta comparación. Las diferencias son cuantitativamente muy pequeñas ($\sim 2 \times 10^{-4}$) para los puntos de control o nodos presentados en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9. Comparación de temperaturas entre el modelo teórico y numérico para el estado estacionario de la Figura 3.8.

r (mm)	Temperatura T (°C)	
	Teórico	Numérico
0,059	391,90	391,81
0,177	277,87	277,91
0,295	186,16	186,24
0,413	110,81	110,88
0,531	47,79	47,84

(Fuente: Propia)

La diferencia absoluta promedio en la temperatura estimada por ambos métodos es inferior a 0,07 (°C) y disminuye cuando se incrementa el número de nodos las diferencias; para el caso de 50 nodos la diferencia absoluta promedio es inferior a 0,0009 (°C). Este resultado permite afirmar que el método numérico es una muy buena aproximación de la solución teórica de la Ecuación (AIII.1) de transferencia de calor para el estado estacionario. En nuestro caso, se decidió utilizar a este método como referente para realizar la simulación dinámica en el estado transitorio de la Ecuación (AIII.17).

Así mismo, las soluciones de la ecuación de transferencia de calor del estado transitorio, representado en la Ecuación (AIII.17) del Anexo III, obtenidas con los esquemas explícito e implícito tienen comportamientos similares, como se puede apreciar en las Figuras 3.9 y 3.10.

Las convergencias de los esquemas implícito y explícito resultan ser diferentes, como se indicó en la Tabla 3.8, donde el nodo de control que se tomó en la parte radial fue (n) para el tiempo de 0,3936 (s) y se grafica en la Figura 3.16.

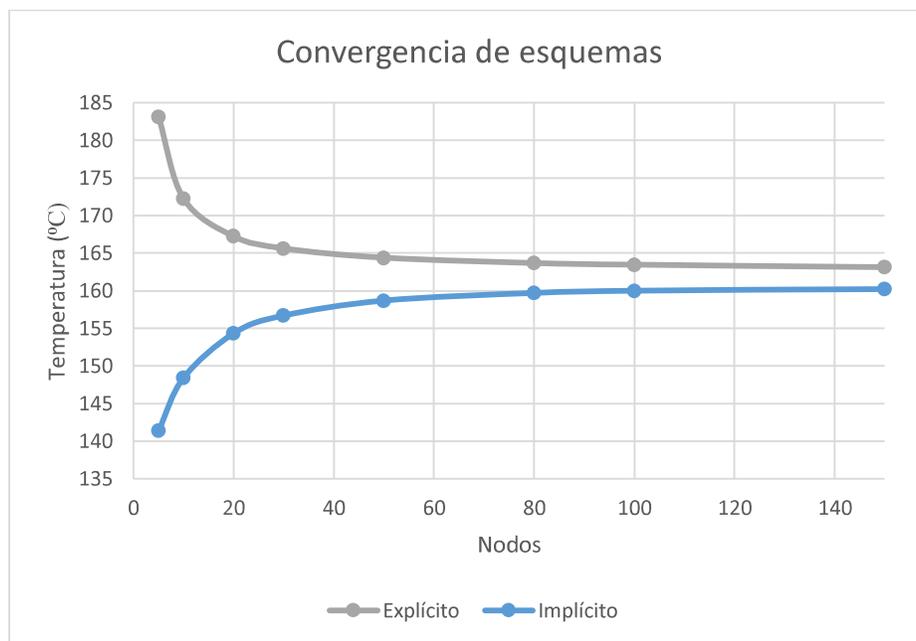


Figura 3.16. Convergencias de los esquemas implícito y explícito para el nodo (n) en el tiempo 0,3936 (s). Se observan convergencias inversas entre los métodos.
(Fuente: Propia)

Como se aprecia en la Figura 3.16, el esquema implícito converge de manera inversa al esquema explícito, y se ve que el que mejor se acerca al valor de la condición de borde de 160 (°C), para este ejemplo, es el esquema implícito. Este comportamiento se lo puede contrastar con soluciones de la ecuación de transferencia de calor en placas

metálicas calientes en contacto con otras superficies a menor temperatura, resueltas por Versteeg et al. [42], donde se aprecia que el método explícito presenta desviaciones muy grandes a la solución analítica, mientras que el método implícito es el que mejor se aproxima en ese problema.

Como es común en muchas aproximaciones numéricas, las diferencias en temperatura a medida que el número de nodos se incrementa, tienden a reducirse y converger a un mismo valor, esto se sustenta con los resultados en la Figura 3.17. Las diferencias de temperatura promedio para los dos esquemas analizados son cercanas a 1 (°C) para 150 nodos, mientras que, con solamente 10 nodos, la diferencia supera los 9,5 (°C).

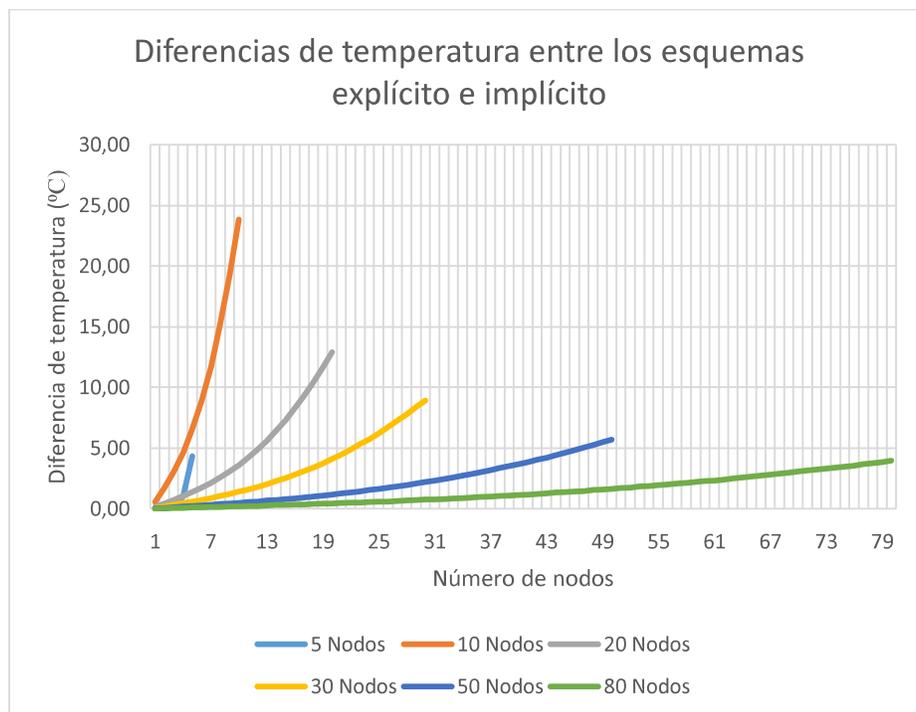


Figura 3.17. Diferencias absolutas entre los esquemas implícito y explícito para diferente número de nodos. El comportamiento de convergencia es evidente a medida que se aumentan los nodos de cálculo.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.11, se puede apreciar la solución de la Ecuación (AIII.17) de transferencia de calor en la evolución del estado transitorio para el soldado de termoplásticos por transmisión láser resuelta por el método de volúmenes finitos con el esquema implícito. En esta figura se demuestra que a medida que transcurre el tiempo, las temperaturas alrededor del material absorbidor se incrementan hasta sobrepasar el punto de ebullición del acrílico. Este resultado permitió entender de forma numérica, el comportamiento de las temperaturas en el material cuando el láser pasa incidiendo

sobre las superficies a soldar. El observa la fusión del material absorbente que es lo que permite unir las piezas cuando las temperaturas superan el punto de fusión del acrílico.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. Conclusiones

En este trabajo de investigación se construyó una máquina prototipo para el ensamblado de termoplásticos por transmisión láser y se probó su rendimiento en un número de muestras de acrílico. En el proceso se estudió el rendimiento en función de las variables de operación y fenómenos presentes en el proceso de soldado y como consecuencia, se obtuvieron esquemas óptimos de operación del prototipo para soldadura de acrílico transparente y de color negro. A estas muestras se les realizó pruebas de tensión en el Laboratorio de Análisis de Esfuerzos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional, obteniendo los valores de fuerza máxima previos a la rotura del material. En este contexto, se obtuvieron tensiones máximas de resistencia de hasta el 74% del valor nominal del material puro, lo cual es muy importante.

El diseño del prototipo se basó en la metodología propuesta por Pahl, la cual se basa en los diseños preliminar, conceptual y definitivo, una vez que se encuentren definidas las especificaciones técnicas mínimas a cumplir. Esto permitió construir el prototipo en base a los planos de conjunto y taller elaborados en esta fase, la misma que es replicable y escalable. Las especificaciones técnicas finales del prototipo construido superan lo requerido en la fase de diseño, por lo que la fase de construcción fue un éxito.

Las pruebas desarrolladas en el Laboratorio de Ensayos y Vibraciones de la Escuela Politécnica Nacional determinaron los valores de tensión de rotura para cada una de las muestras diseñadas. Con esto se hallaron los valores óptimos de soldado para el caso de las superficies unidas sin ejercer presión sobre ellas, bajo las condiciones de este trabajo, los cuales fueron: 1 (W) de potencia de salida del láser y 200 (mm/min) de velocidad de soldado, para muestras sin compresión adicional. En las muestras comprimidas, esto es, que se presionaron con el peso de una placa de vidrio en la parte superior, los valores de operación óptimos fueron: 1 (W) de potencia de salida del láser y 150 (mm/min) de velocidad de soldado. Se obtuvieron valores de tensión máxima antes de la rotura superiores cuando se usó una presión adicional con la placa de vidrio. Se concluyó, además que, al aumentar la presión al momento de soldar, la tensión de rotura y la calidad de soldado será cada vez más alta.

La solución de la ecuación de transferencia de calor para el soldado por transmisión láser permitió conocer la distribución de temperaturas sobre el material afectado por el láser y su evolución temporal. Así mismo, el método empleado para validar el

método numérico es una nueva propuesta formulada en este estudio, a través de la solución de ecuación en el estado transitorio por volúmenes finitos comparada con la solución analítica de la ecuación.

La parametrización de la ecuación de transferencia de calor, considerando como un casquete esférico la forma en la que se propaga el calor a lo largo de material, permitió aproximar el proceso de fundido de manera muy similar a lo observado en las muestras soldadas y ensayadas en el laboratorio.

Las diferencias de temperatura determinadas entre los dos esquemas de cálculo (implícito y explícito) se reducen hasta alcanzar valores promedio inferiores a 1 (°C) para 150 nodos. El tiempo computacional al incrementar los nodos se va incrementando de forma exponencial, por lo que las soluciones aproximadas se obtuvieron hasta 200 nodos.

4.2. Recomendaciones

Al momento de probar la máquina prototipo para el soldado de termoplásticos por transmisión láser, se pudo apreciar que en el eje Y existen pequeñas vibraciones debido a que solo se utilizaron dos rodamientos lineales como soporte del láser. Esta parte del diseño podría mejorarse si se incluyen dos rodamientos lineales más como en el caso del eje X, donde las variaciones al momento de moverse son mínimas.

Con el fin de fortalecer este estudio, soldar materiales con diferentes propiedades ópticas y mecánicas bajos los métodos estudiados en el desarrollo de la investigación, ayudará a generalizar el proceso de soldado por transmisión láser.

Al momento de resolver la ecuación de calor en este trabajo, no se consideró pérdidas por convección, lo que podría resolverse en un trabajo futuro, tomando en cuenta otras condiciones iniciales del problema y compararlo con la solución de este trabajo. Esto podrá generar una discusión muy interesante en el desarrollo numérico propuesto, así como técnicas para la parametrización de las ecuaciones que tuvieron un interesante resultado en esta investigación.

Es muy recomendable utilizar fuentes láser con diferentes longitudes de onda de salida, comparando eficiencias en los procesos de soldado por transmisión.

Es muy importante estudiar a fondo el comportamiento del material transparente en el proceso de soldado por transmisión láser, por lo que se recomienda analizar con técnicas espectroscópicas los espectros de transmisión y absorción de luz bajo la ley de

Beer-Lambert-Bouguert. Esto ayudará a determinar el grado con el que el haz del láser es dispersado previo a fundir el material absorbente en el proceso de soldado.

Referencias Bibliográficas

- [1] M. Biron, *Thermoplastics and Thermoplastics Composites*. Chennai India: Elsevier, 2007.
- [2] T. Meyer and J. K. Eds, *Handbook of Condensation Thermoplastic Elastomer*, 1st ed. Weinheim Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005.
- [3] V. K. Stokes, "Joining Methods for Plastics and Plastic Composites: An Overview," *Appl. Ergon.*, vol. 20, no. 3, pp. 158–159, 1989.
- [4] H. Potente, J. Korte, and F. Becker, "Laser transmission welding of thermoplastics: analysis of the heating phase," *Reinf. Plast. Compos.*, vol. 18, no. 10, pp. 914–920, 1998.
- [5] V. Wippo, P. Jaeschke, M. Brueggmann, O. Suttman, and L. Overmeyer, "Advanced laser transmission welding strategies for fibre reinforced thermoplastics," *Phys. Procedia*, vol. 56, no. C, pp. 1191–1197, 2014.
- [6] F. Becker and H. Potente, "A step towards understanding the heating phase of laser transmission welding in polymers," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 42, no. 2, pp. 365–374, 2002.
- [7] B. Acherjee, S. Mondal, B. Tudu, and D. Misra, "Application of artificial neural network for predicting weld quality in laser transmission welding of thermoplastics," *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 11, no. 2, pp. 2548–2555, 2011.
- [8] J. D. Van de Ven and A. G. Erdman, "Laser Transmission Welding of Thermoplastics—Part II: Experimental Model Validation," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 129, no. 5, p. 859, 2007.
- [9] J. D. Van de Ven and A. G. Erdman, "Laser Transmission Welding of Thermoplastics—Part I: Temperature and Pressure Modeling," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 129, no. 5, p. 849, 2007.
- [10] A. Einstein, "On the quantum theory of radiation," *Phys. Z.*, vol. 18, p. 121, 1917.
- [11] K. Thyagarajanç and A. Ghatak, *Lasers: Fundamentals and Applications*, 2nd ed. New York: Springer, 2010.
- [12] P. Schaaf, *Laser Processing of Materials*, 1st ed. New York: Springer-Material Science.
- [13] B. A. Fernández, I. A. Tobalina, R. B. Varillas, and A. C. Salazar, *El láser, la luz de nuestro tiempo*. Salamanca: Universidad de Salamanca, 2010.
- [14] A. Giesen, "Thin Disk Lasers Power scalability and beam quality," *Laser Tech. J.*, no. 2, pp. 42–45, 2005.
- [15] M. N. Zervas and C. A. Codemard, "High Power Fiber Lasers: A Review," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 20, no. 5, pp. 219–241, Sep. 2014.

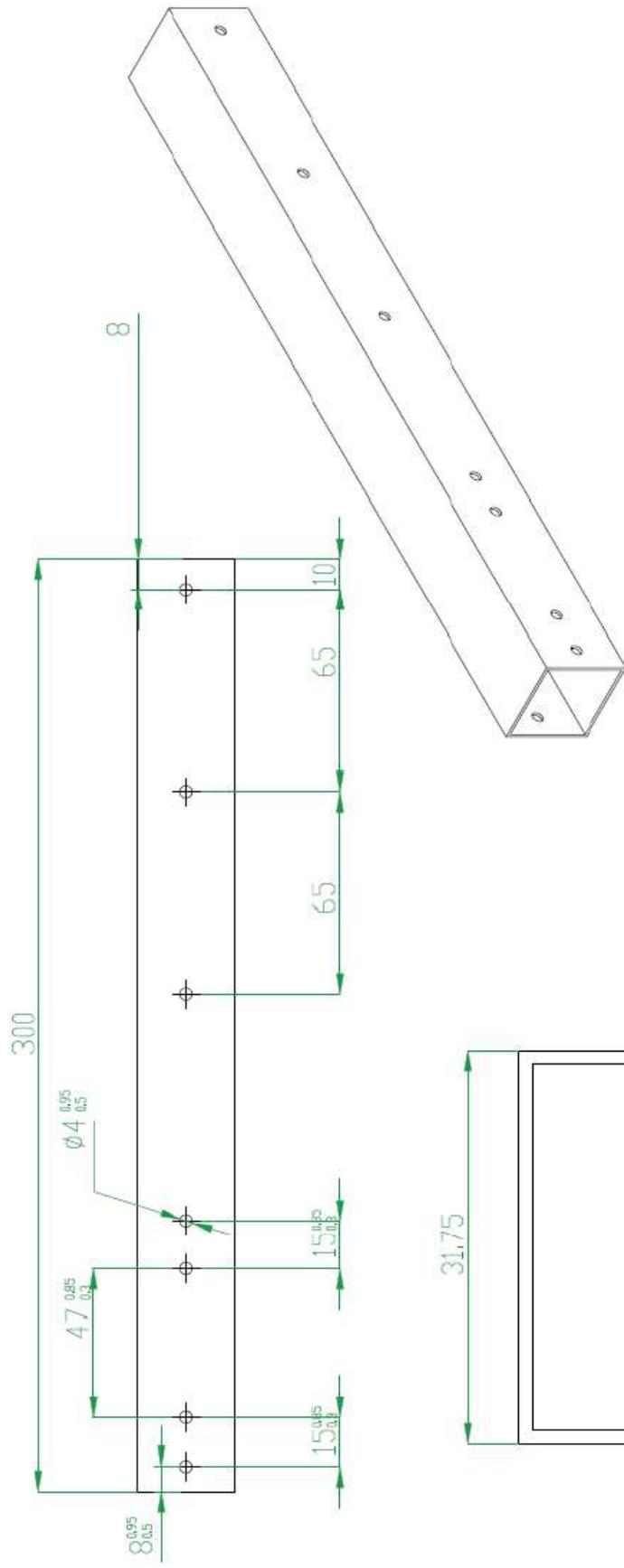
- [16] J. Canning, "Fibre lasers and related technologies," *Opt. Lasers Eng.*, vol. 44, no. 7, pp. 647–676, 2006.
- [17] N. Rajaram, J. Sheikh-Ahmad, and S. . Cheraghi, "CO2 laser cut quality of 4130 steel," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 43, no. 4, pp. 351–358, Mar. 2003.
- [18] J. Powell, *CO2 Laser Cutting*. Springer Verlag, 1993.
- [19] A. K. Dubey and V. Yadava, "Experimental study of Nd:YAG laser beam machining—An overview," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 195, no. 1–3, pp. 15–26, Jan. 2008.
- [20] M. J. Weber, *Handbook of Lasers*, 1st ed. California: CRC Press LLC, 2001.
- [21] A. J. Domb, J. Kost, B. Sheva, and D. M. Wiseman, *Handbook of Biodegradable Polymers*. Boca Ratón-Florida: CRC Press, Taylor & Francis, 1997.
- [22] D. O. Hummel, *Atlas of Plastics Additives: Analysis by Spectrometric Methods*, 1st ed. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [23] R. Klein, *Laser Welding of Plastics*, 1st ed. New Jersey - USA: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011.
- [24] R. Ramachandramoorthy, "Laser Transmission Welding of Thermoplastic Tubes and Plates," McGill University, Montreal, Canada, 2011.
- [25] D. Grewell and A. Benatar, "Welding of Plastics: Fundamentals and New Developments," *Int. Polym. Process.*, vol. 22, no. 1, pp. 43–60, 2007.
- [26] K. Serope, S. S. R, and V. S. K. S, *Manufacturing engineering and technology*, 7th ed. Pearson Ed Asia, 2014.
- [27] W. Piekarska and M. Kubiak, "Modeling of thermal phenomena in single laser beam and laser-arc hybrid welding processes using projection method," *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 4, pp. 2051–2062, 2013.
- [28] B. Acherjee, A. S. Kuar, S. Mitra, and D. Misra, "Effect of carbon black on temperature field and weld profile during laser transmission welding of polymers: A FEM study," *Opt. Laser Technol.*, vol. 44, no. 3, pp. 514–521, 2012.
- [29] R. Nandan, G. G. Roy, and T. Debroy, "Numerical simulation of three-dimensional heat transfer and plastic flow during friction stir welding," *Metall. Mater. Trans. A*, vol. 37, no. 4, pp. 1247–1259, 2006.
- [30] G. Zak, L. Mayboudi, M. Chen, P. J. Bates, and M. Birk, "Weld line transverse energy density distribution measurement in laser transmission welding of thermoplastics," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 210, no. 1, pp. 24–31, 2010.
- [31] V. Mamuschkin, A. Roesner, and M. Aden, "Laser transmission welding of white thermoplastics with adapted wavelengths," *Phys. Procedia*, vol. 41, pp. 172–179, 2013.
- [32] S. L. Masse, "Measuring the Sensitivity of Interfacial Gaps in Laser Transmission

- Welding Using Manufactured Voids,” Windsor, 2010.
- [33] S. S. Shengui C, “Laser Transmission Welding of Polycarbonate: Geometrical and Microstructure Characterisation of the Weld,” Windsor, 2015.
- [34] A. Parkinson, “MODELLING LASER LIGHT PROPAGATION IN THERMOPLASTICS By,” Queen’s, 2013.
- [35] M. Chen, G. Zak, and P. J. Bates, “3D finite element modelling of contour laser transmission welding of polycarbonate,” *Weld. World*, vol. 53, no. 7–8, pp. 188–197, 2009.
- [36] E. Haberstroh and W. M. Hoffmann, “Laser transmission welding of complex micro plastic parts,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.*, vol. 222, no. 1, pp. 47–54, 2008.
- [37] V. Nemchinsky, “Heat transfer in an electrode during arc welding with a consumable electrode,” *Phys. D Appl. Phys.*, vol. 30, no. January, pp. 1120–1124, 2017.
- [38] Y. V. Isiklar, “A NUMERICAL STUDY OF HEAT TRANSFER BEHAVIOR IN WELDING,” Naval Postgraduate School, 1998.
- [39] X. Na and Stone, *Laser Welding*. Sciyo, 2010.
- [40] F. Moukalled, L. Mangani, and M. Darwish, *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, vol. 113. 2016.
- [41] B. Andersson, R. Andersson, L. Håkansson, M. Mortensen, R. Sudiyo, and B. Van Wachem, *Computational fluid dynamics for engineers*, vol. 9781107018. 2011.
- [42] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 2nd ed., vol. M. Edinburgh: Pearson Education Limited, 2007.
- [43] M. Schäfer, *Computational engineering : introduction to numerical methods*. Springer, 2006.
- [44] S. Carcano, “FINITE VOLUME METHODS AND DISCONTINUOUS GALERKIN METHODS FOR THE NUMERICAL MODELING OF MULTIPHASE GAS PARTICLE FLOWS,” POLITECNICO DI MILANO, 2014.
- [45] D. K. Salkuyeh, “Generalized Jacobi and Gauss-Seidel Methods for Solving Linear System of Equations,” *Numer. Math. A J. Chinese Univ.*, vol. 16, no. 2, pp. 164–170, 2007.
- [46] G. (Gerhard) Pahl and W. Beitz, *Engineering design : a systematic approach*, 2nd ed. London: Springer Verlag, 1996.
- [47] MyDIYCNC, “MyDIYCNC1 version 1.4,” 2011.
- [48] S. Mohtar, “Design and Structural Analysis of a CNC Router,” Lebanese University, 2013.

- [49] Jumia Kenya, "Engraver CNC Shield Board V3.0 + 4Pcs A4988 Stepper Motor Driver For Arduino." [Online]. Available: <https://bit.ly/2Cuj16P>. [Accessed: 16-Jan-2019].
- [50] M. R. García, "Diseño y fabricación de una fresadora CNC de 3 ejes para el mecanizado de PCB con plataformas de desarrollo abiertas," Politécnica de Cartagena, 2014.
- [51] K. Jeon and S. Skogsrud, "GRBL." [Online]. Available: <https://github.com/grbl/grbl>. [Accessed: 16-Jan-2019].
- [52] "Inkscape 0.92.3." [Online]. Available: <https://inkscape.org/>. [Accessed: 16-Jan-2019].
- [53] UGS, "Universal Gcode Sender." [Online]. Available: https://winder.github.io/ugs_website/. [Accessed: 16-Jan-2019].
- [54] T. Instruments, "DRV8825 Stepper motor controller IC," no. September 2008. 2013.
- [55] E. Karadeniz, U. Ozsarac, and C. Yildiz, "The effect of process parameters on penetration in gas metal arc welding processes," *Mater. Des.*, vol. 28, no. 2, pp. 649–656, 2007.
- [56] S. I. Talabi, O. B. Owolabi, J. A. Adebisi, and T. Yahaya, "Effect of welding variables on mechanical properties of low carbon steel welded joint," *Adv. Prod. Eng. Manag.*, vol. 9, no. 4, pp. 181–186, 2014.
- [57] C. Y. Wang, P. J. Bates, and G. Zak, "Optical Properties Characterization of Thermoplastics Used in Laser Transmission Welding: Scattering and Absorbance," *Adv. Mater. Res.*, vol. 97–101, pp. 3836–3841, 2010.

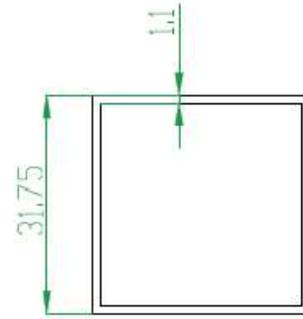
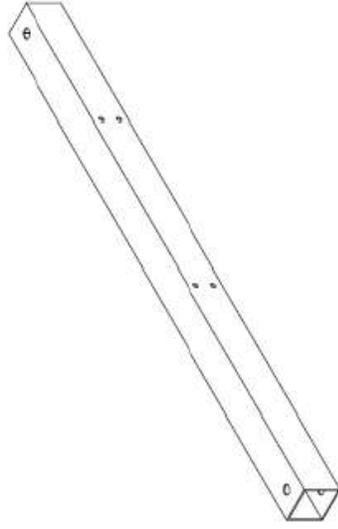
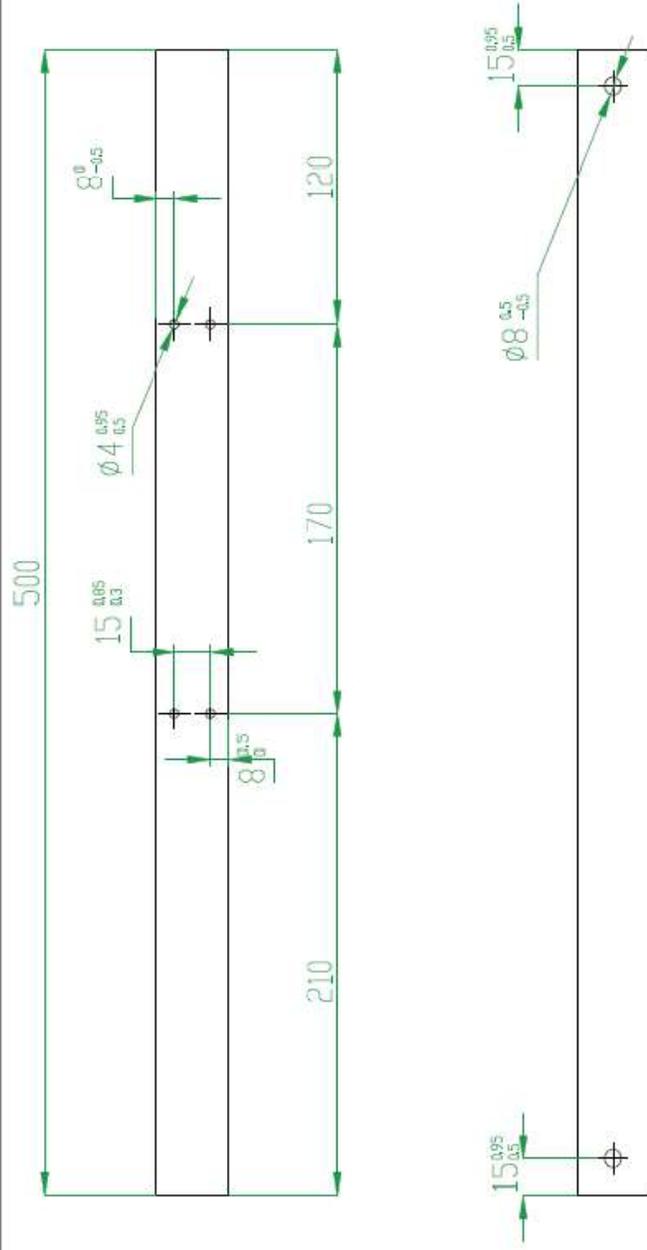
Anexo I.

Planos del diseño de la máquina prototipo para ensamblado de materiales termoplásticos por soldadura de transmisión láser



Tubo cuadrado
3.75x1.1
Aluminio

Plano: 1-1	
Elaborado por: Diego Jijón	
# Piezas:	4
Nombre:	Perfil YY



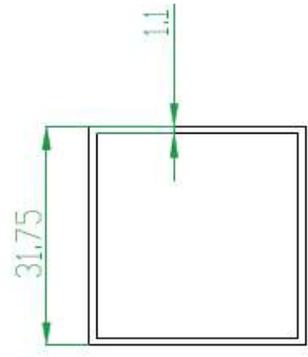
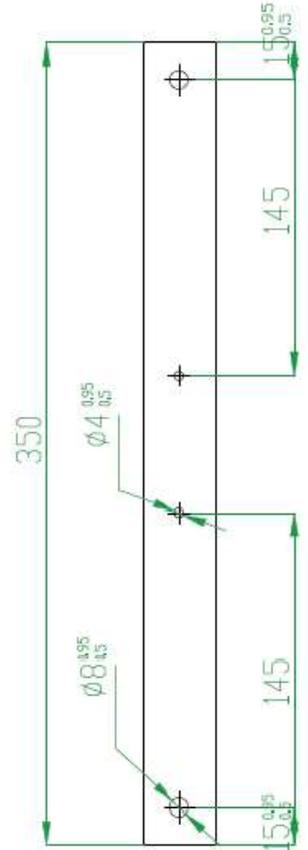
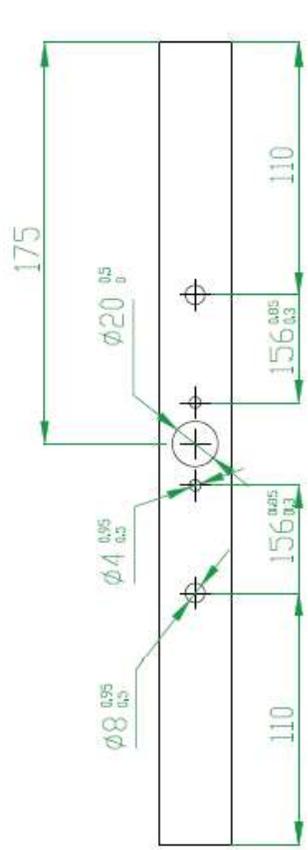
Tubo cuadrado
3.75x1.1
Aluminio

Plano: 1-2

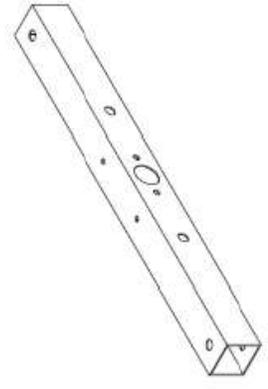
Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 4

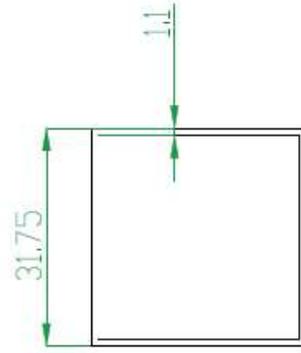
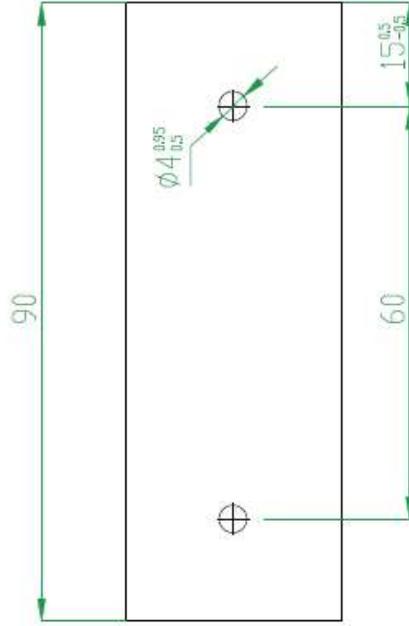
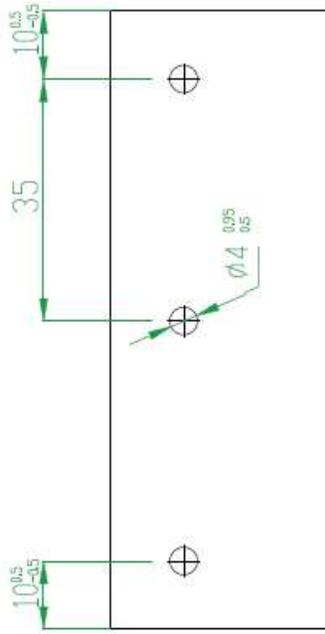
Nombre: Barra L_X



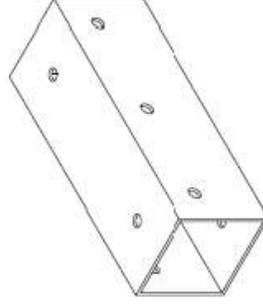
Tubo cuadrado
3.75x1.1
Aluminio



Plano: 1-3	
Elaborado por: Diego Jijón	
# Piezas:	2
Nombre:	Barra L_Y



Tubo cuadrado
3,75x1,1
Aluminio

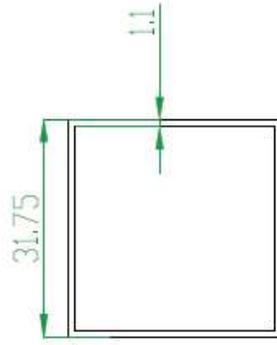
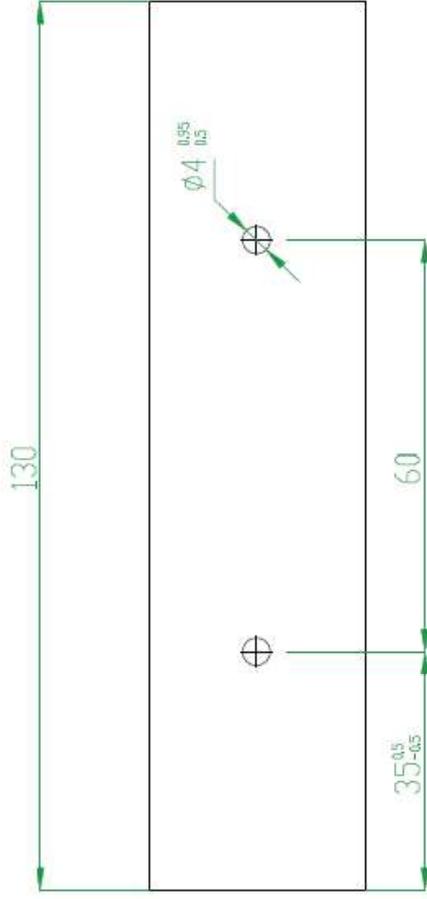
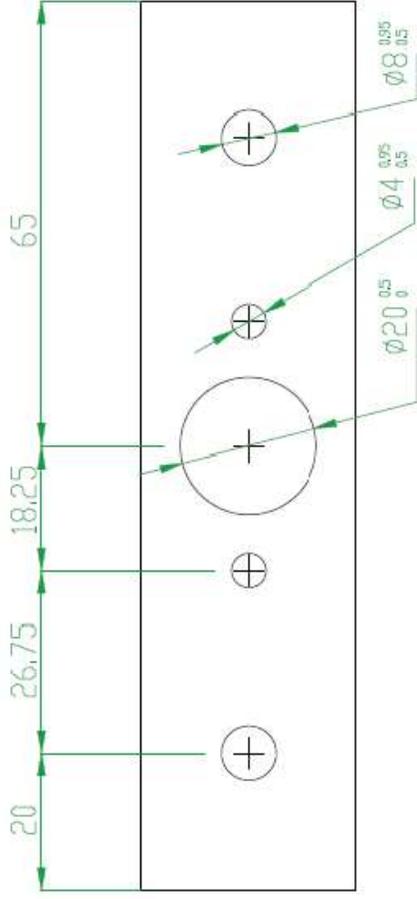


Plano: 1-4

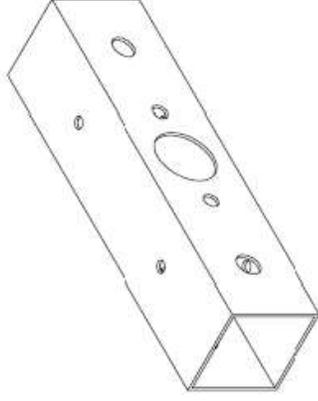
Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 4

Nombre: Sap Motor_XX



Tubo cuadrado
3,75x11
Aluminio

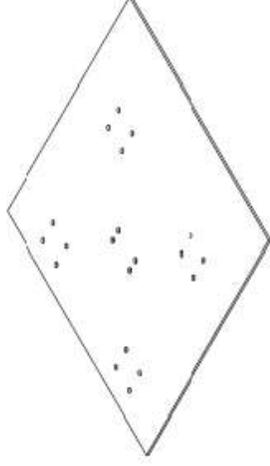
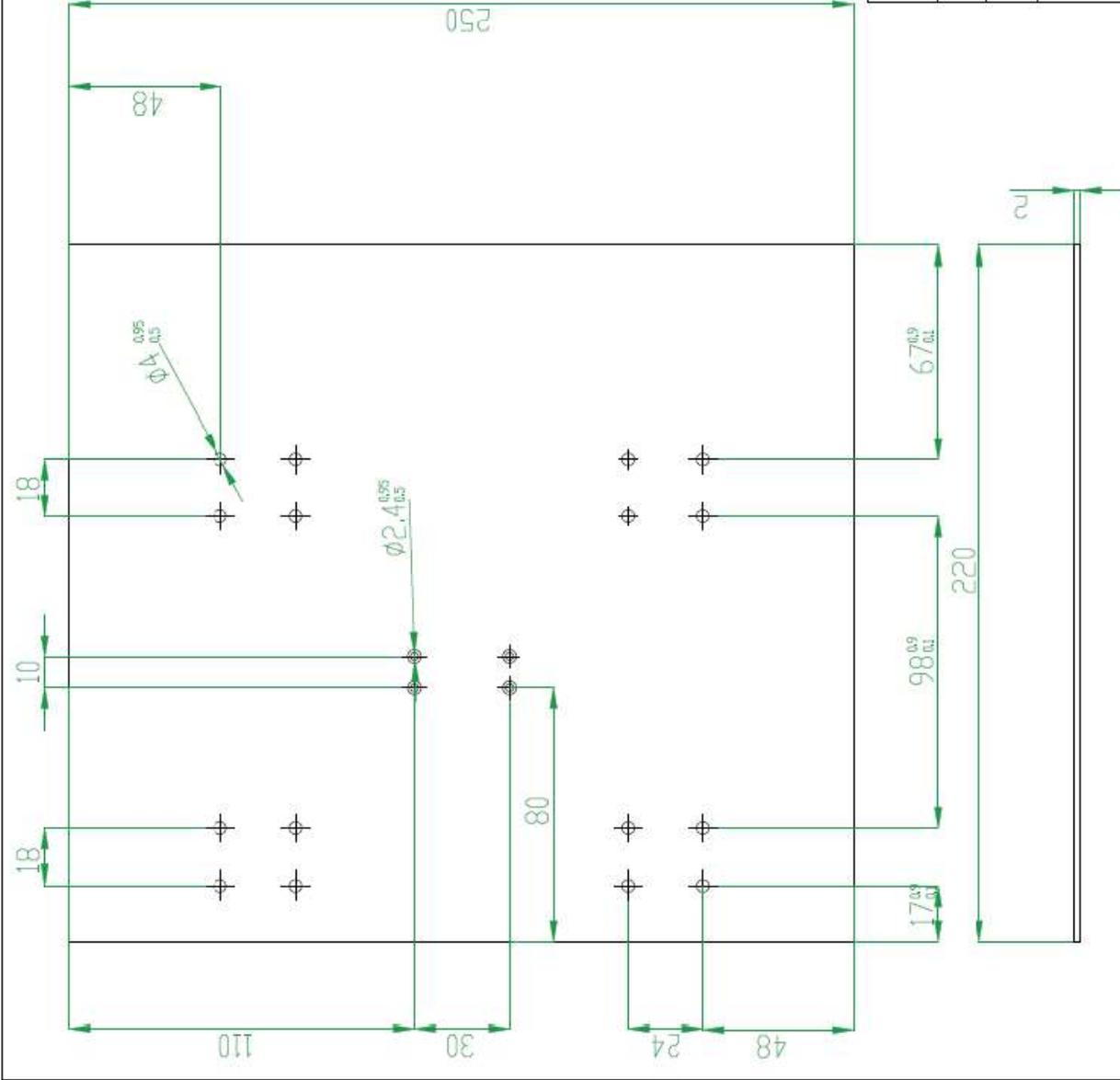


Plano: 1-5

Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 3

Nombre: Sap Motor_ZZ

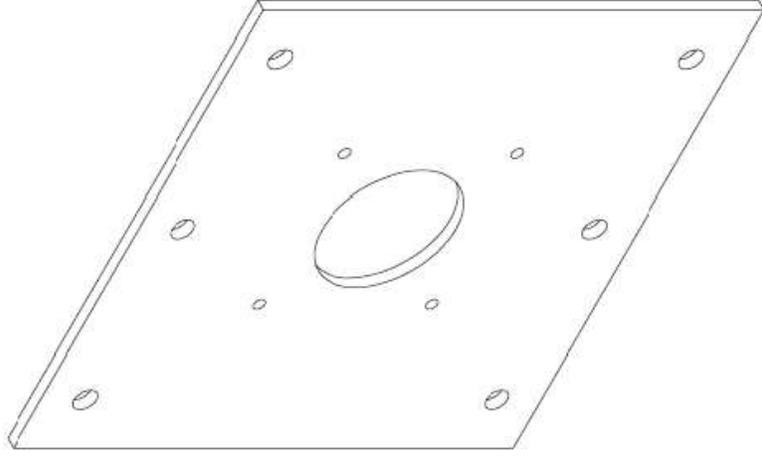
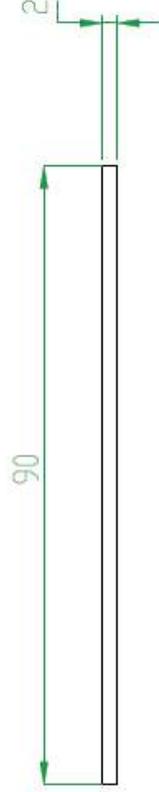
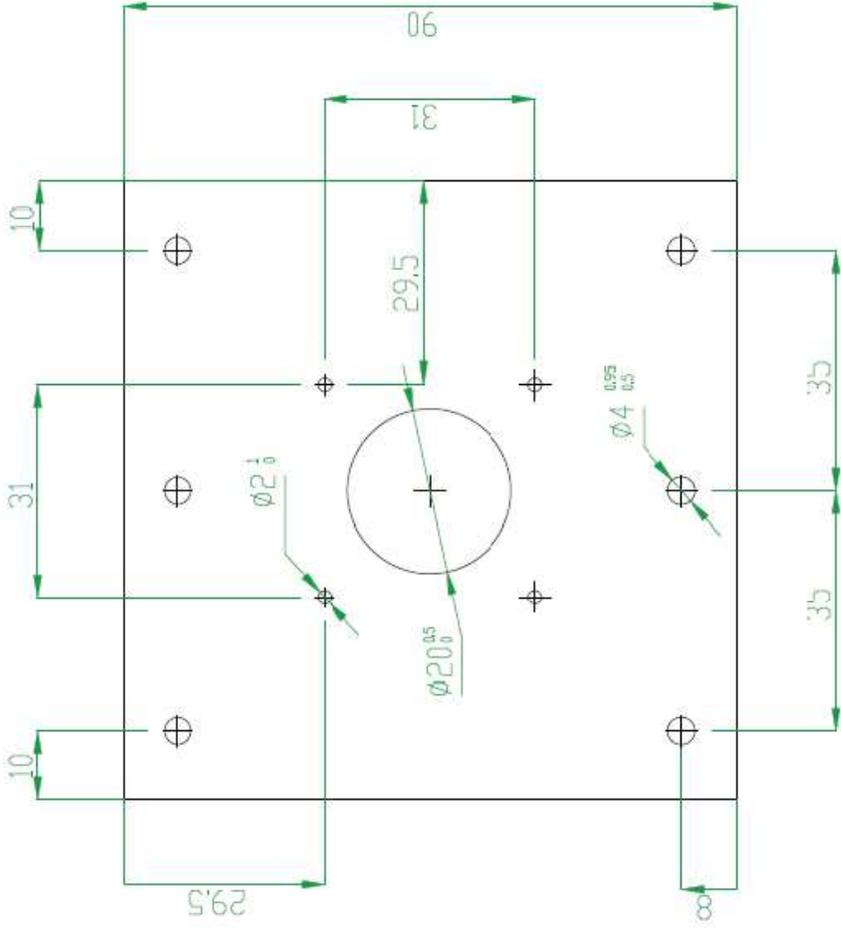


Plano: 2-1

Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 1

Nombre: Table_XY



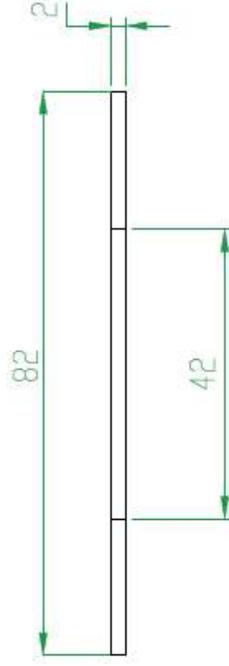
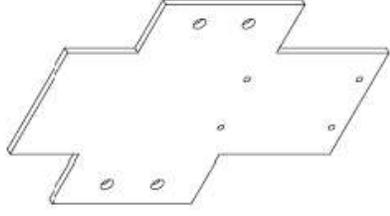
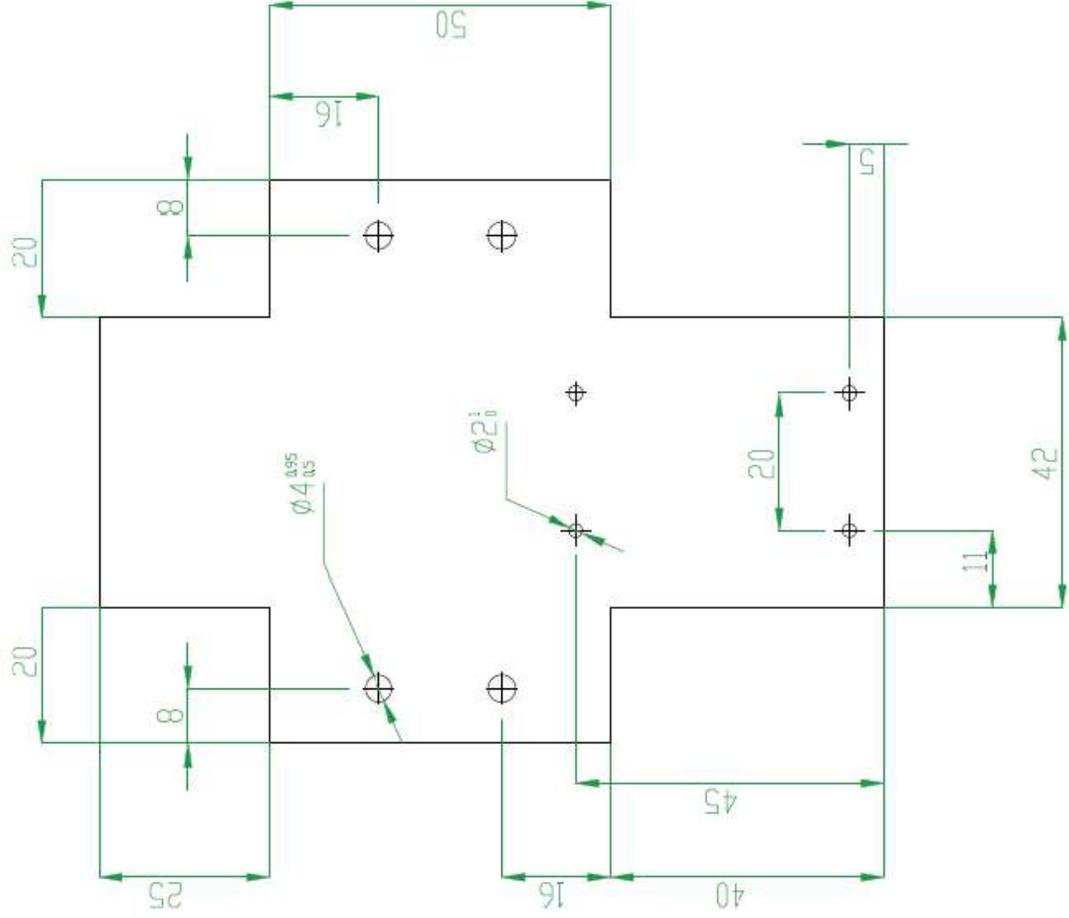
Plano: 2-3

Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 2

Nombre:

Tab Sapor motor
XX

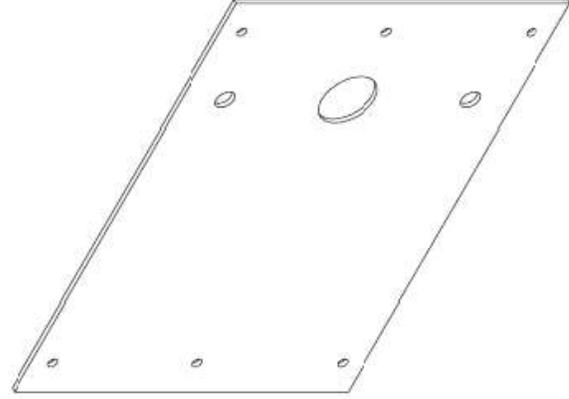
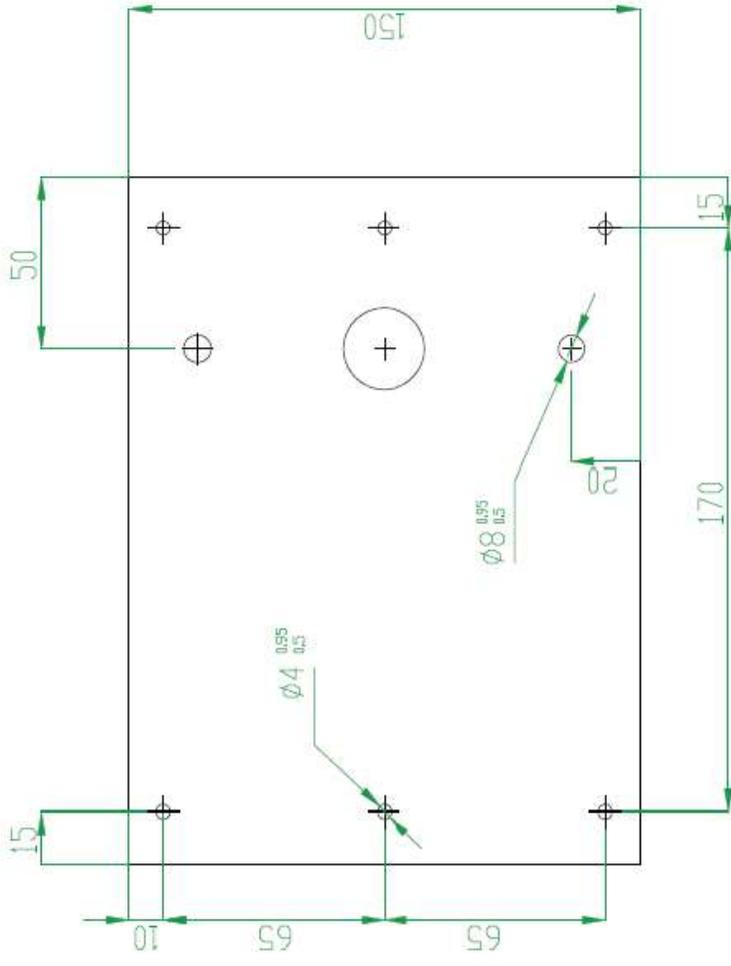


Plano: 2-4

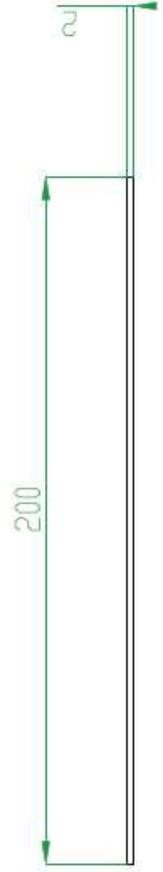
Elaborado por: Diego Jijón

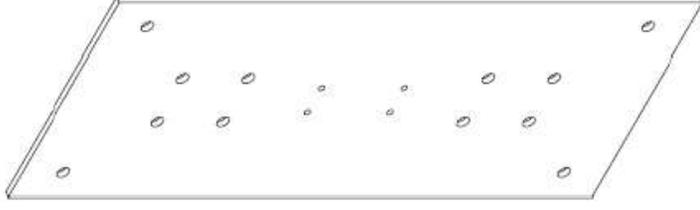
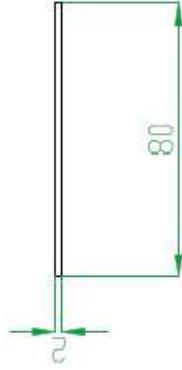
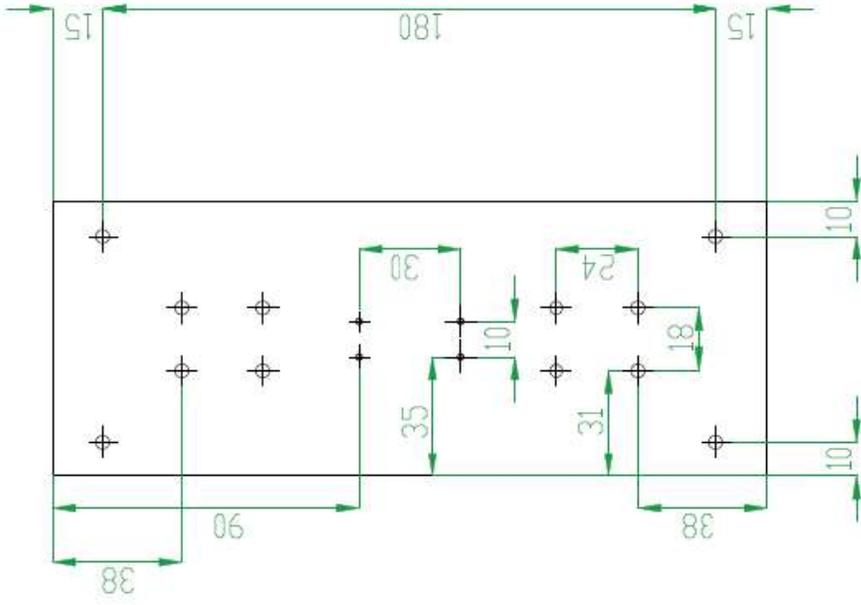
Piezas: 1

Nombre: Cruz soporte láser



Plano: 2-5	
Elaborado por: Diego Jijón	
# Piezas:	1
Nombre:	Suje per_YY





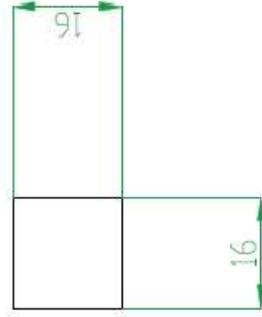
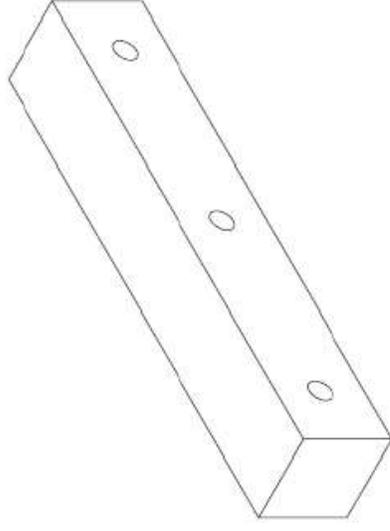
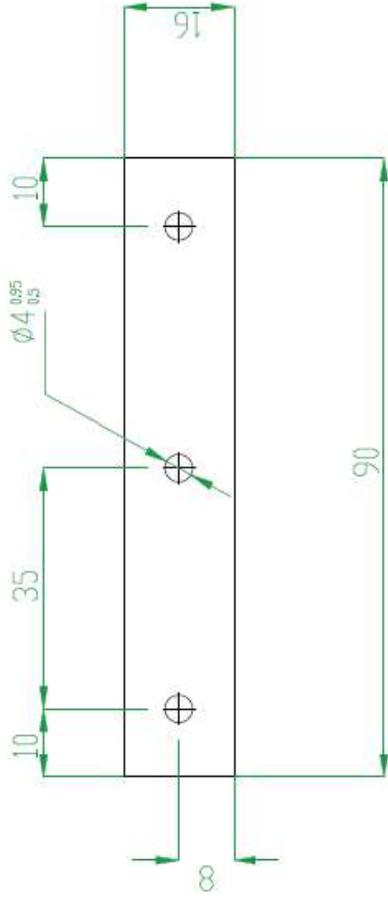
Plano: 2-6

Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 1

Nombre: Tab Sop

YY

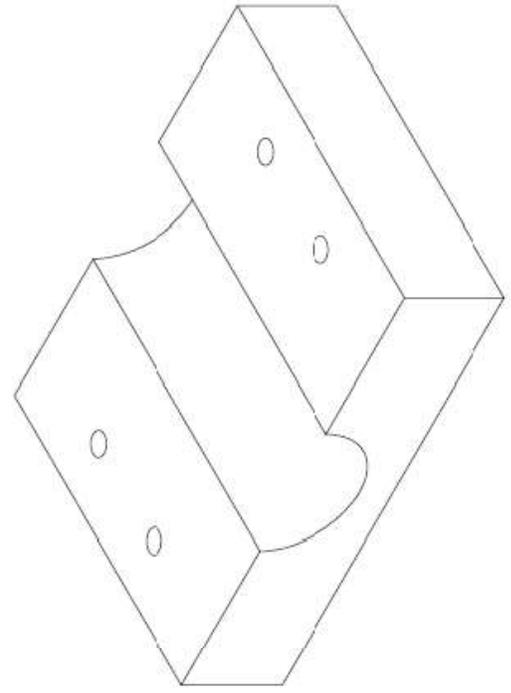
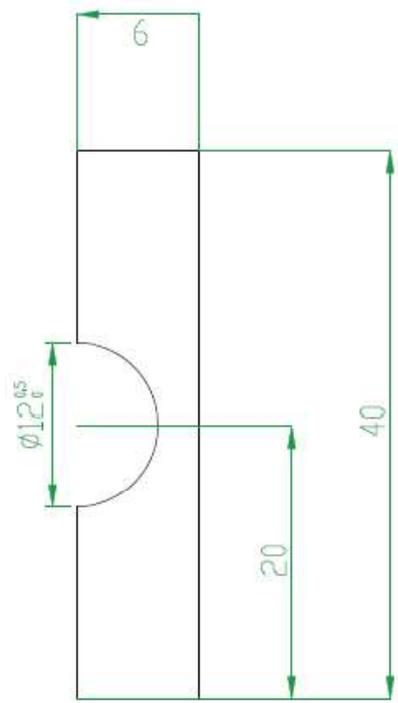
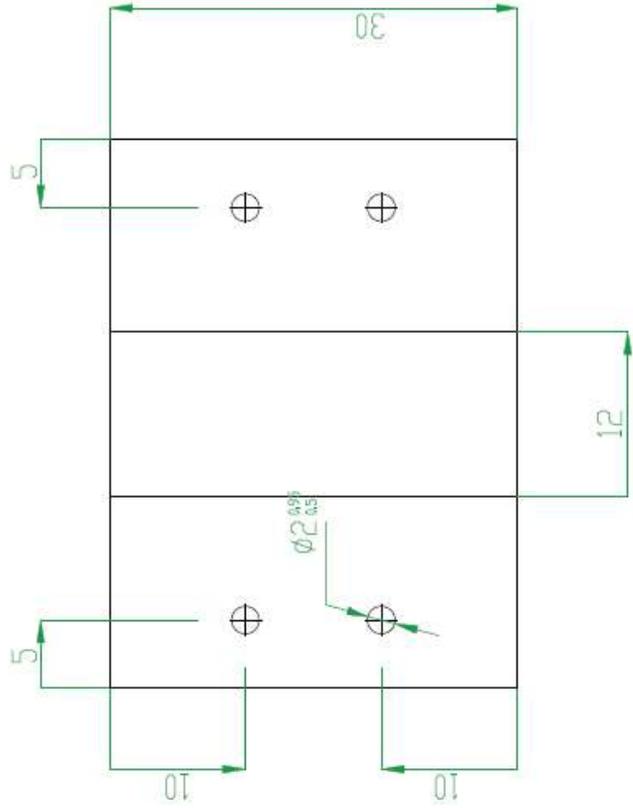


Plano: 3-1

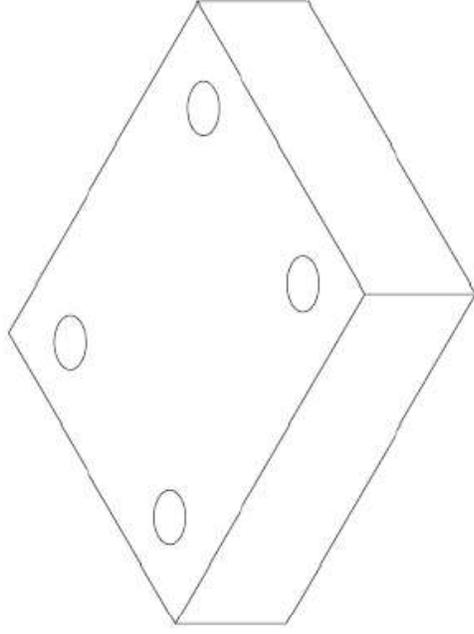
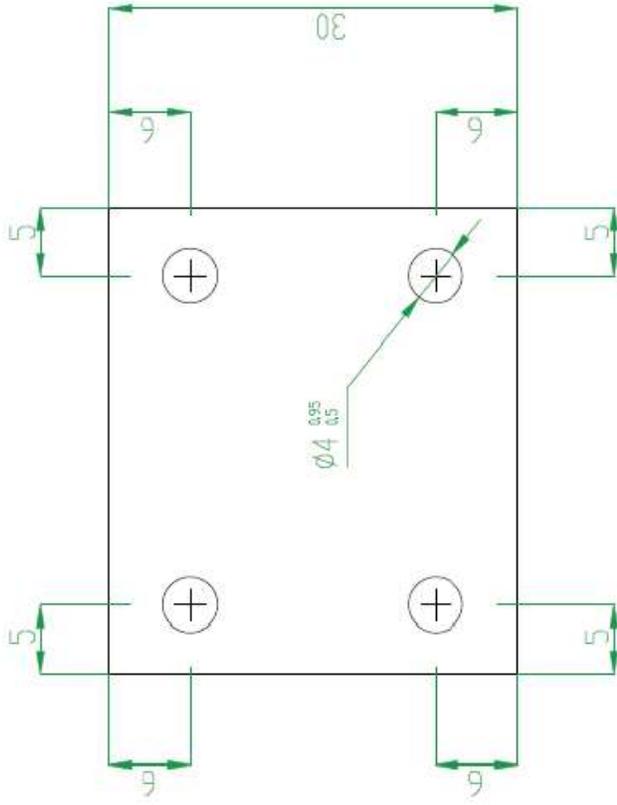
Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 4

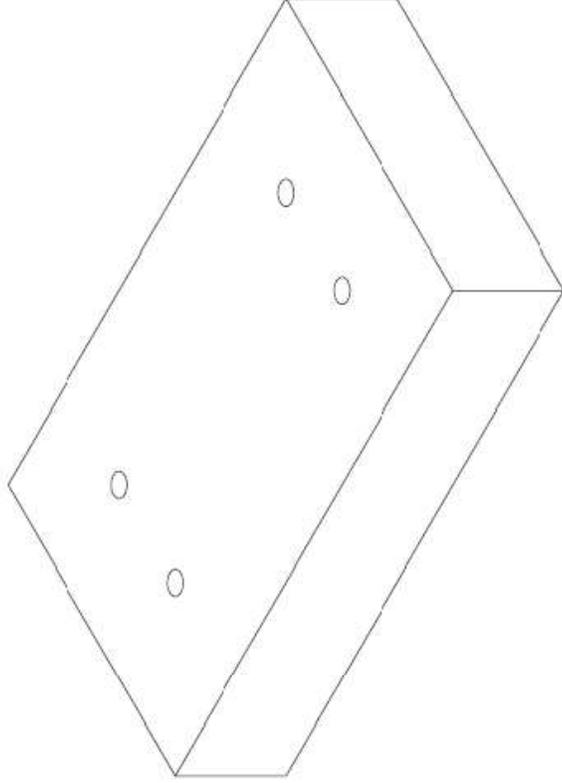
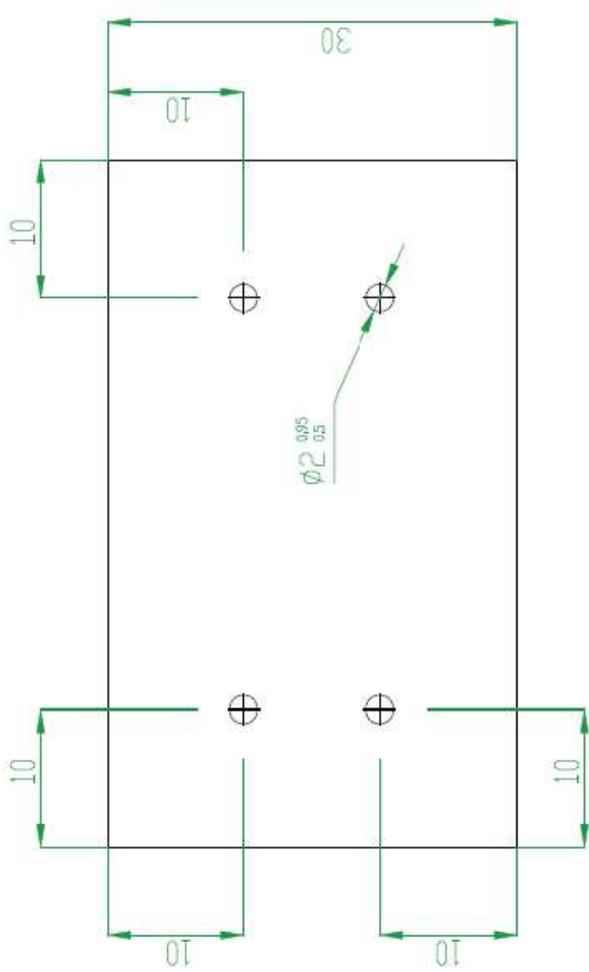
Nombre: Soporte Motor



Plano: 3-2		
Elaborado por: Diego Jijón		
# Piezas:	3	
Nombre:	Soporte Mariposa	



Plano: 3-3	
Elaborado por: Diego Jijón	
# Piezas:	4
Nombre:	Soporte rodamiento X

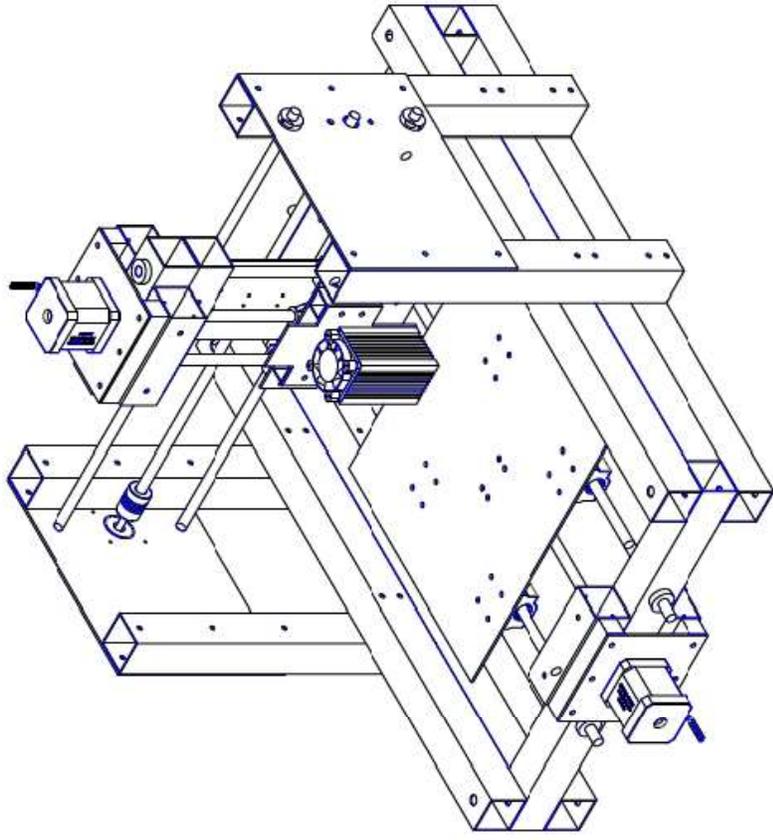
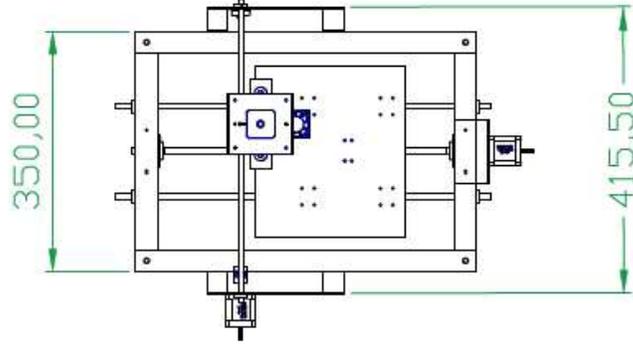
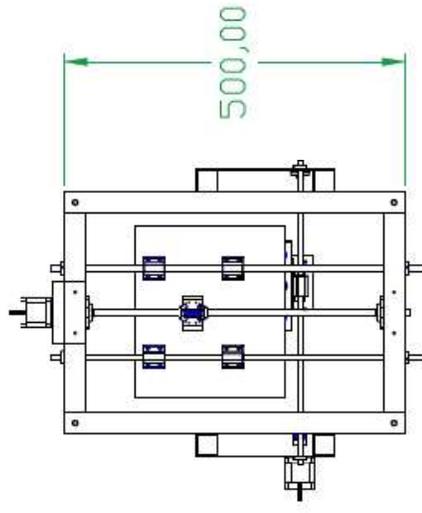
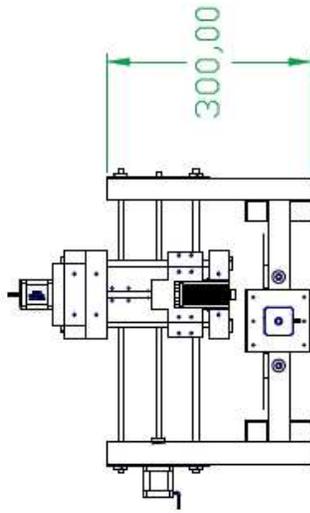


Plano: 3-4

Elaborado por: Diego Jijón

Piezas: 1

Nombre: Soporte mariposa X



Plano: Conjunto 1	
Elaborado por: Diego Jijón	
# Piezas:	1
Nombre:	Conjunto

Anexo II.

Herramientas y materiales utilizados en la construcción del prototipo de soldado por transmisión láser.

El diseño definitivo se basó en la revisión de planos y planificación de materiales y herramientas necesarias para construir cada una de las partes que conforman el prototipo, así como las piezas que deberán pasar por taller para su construcción. Las herramientas utilizadas en la construcción del prototipo son:

- Taladro de Banco
- Taladro
- Brocas (8, 5, 4, y 3 mm)
- Limas (3)
- Multímetro
- Cautín
- Sierra de mano
- Escuadras, reglas y nivel

El resumen de los materiales y sus respectivos precios son presentados en la Tabla AII.1.

Tabla AII.1. Materiales utilizados en la construcción del prototipo con sus respectivos precios.

Material	Unidades	Precio (USD)
Tubo cuadrado de aluminio (6m)	1	15,80
Plancha de aluminio (0,60*50*0,002)	1	15
Piezas de madera (Taller)	13	15
3 Motores Nema 17 + CNC shield + Drivers + 2 Arduino + 3 fines de Carrera	1	90
3 Acoples flexibles + 8 Rodamientos lineales	11	65,5
2 (D=4mm) + 2 (D=8mm) varillas roscadas + pernos + Tuercas + ejes	4	50
Cables + estaño + terminales	1	10
Láser (850 nm, 1 W)	1	80
Fuente de poder de computador ATX	1	16
TOTAL (USD)		357,3

(Fuente: Propia)

Las especificaciones del láser adquirido para el soldado por transmisión de termoplásticos se encuentran en la Tabla AII.2.

Tabla AII.2. Especificaciones técnicas del láser para el soldado por transmisión.

Modelo	PM-IR1000
Potencia de salida (W)	1
Longitud de onda (nm)	850
Estabilidad de potencia (h)	4
Ángulo de divergencia (mrad)	2

Enfoque ajustable	2 (mm) a 21 (mm) de altura
Rango de temperatura de operación (°C)	10-35
Modulación TTL (V)	0-5
Tiempo de vida (h)	10000
Dimensiones (mm)	60,5 (L) x 42 (W) x 42 (H)
Peso (oz)	7,1

(Fuente: Propia)

Las especificaciones técnicas de los motores NEMA 17, seleccionados para los ejes de X, Y, Z de la máquina prototipo se listan en la Tabla AII.3.

Tabla AII.3. Especificaciones técnicas de los motores NEMA 17 para el prototipo.

Modelo	17HD48002H-22B
Ángulo de paso (°)	1,8
Torque (Ncm)	59
Corriente nominal/fase (A)	1,7
Tamaño del marco (in)	1,614 x 1,614
Longitud del cuerpo (in)	1,850
Diámetro del eje (in)	0,197
Longitud del eje (in)	0,866
Peso (oz)	13,4

(Fuente: Propia)

El diseño fue realizado con licencia estudiantil de Autocad con número de serie 901-09849908. Las simulaciones y cálculos realizados de la máquina de soldado por transmisión láser para termoplásticos se los realizó con licencia estudiantil de MATLAB, con número de serie 40513311.

Anexo III.

Discretización por volúmenes finitos de la ecuación de calor parametrizada al problema de soldado por transmisión láser de termoplásticos

Anexo III.1.

Solución analítica de la ecuación de transferencia de calor en el estado estacionario

La parametrización de la ecuación se basa en la interpretación de la interacción del láser con el material termoplástico, donde se va fundiendo el material en la forma del casquete esférico que se presenta en la siguiente representación plana:

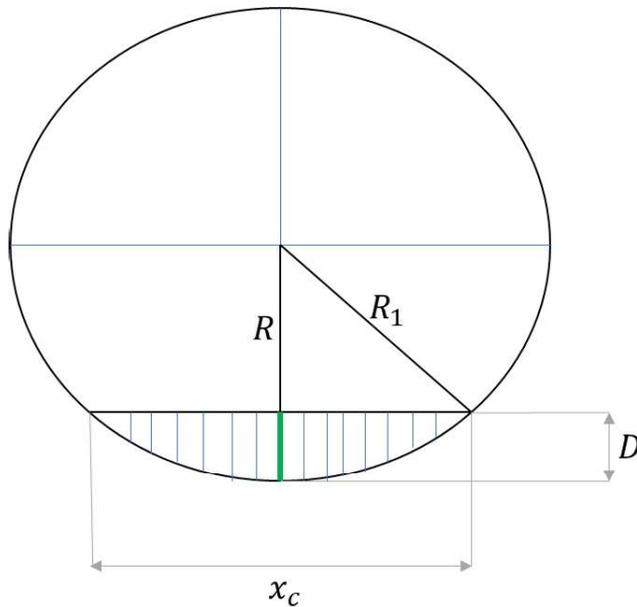


Figura AIII.1. Casquete esférico en un plano.
(Fuente: Propia)

En el esquema de la Figura AIII.1, el soldado solo depende de la parte radial entre R y D , donde las componentes angulares no serán consideradas en este estudio. La ecuación de transferencia de calor parametrizada para el problema de soldado por transmisión láser de termoplásticos es presentada en la Ecuación AIII.1.

$$\frac{1}{r_1^2} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(k r_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right) + q = 0 \quad \text{AIII.1.}$$

Donde r_1 corresponde a la sección del casquete esférico que simula el soldado por transmisión láser. $T = T(r_1)$ es la temperatura, k es la conductividad térmica y q corresponde a la energía suministrada por el láser en el transcurso del tiempo de soldado. Los valores que experimentalmente son factibles de calcular una vez realizado en soldado son D y x_c de la Figura AIII.1. La identidad que permite determinar el radio de la Figura AIII.1 es mostrada en la Ecuación AIII.2.

$$R_1 = \frac{\left(\frac{X_c}{2}\right)^2 + D^2}{2D} \quad \text{AIII.2.}$$

Una vez determinado R_1 , R es sencillo determinar a través de la relación $R = R_1 - D$. La solución analítica de la Ecuación (AIII.1) se lo realiza integrando sobre la parte radial, obteniendo lo siguiente:

$$T = -\frac{q}{k} \left(\frac{r_1^2}{6} - \frac{C_1}{r_1} + C_2 \right) \quad \text{AIII.3.}$$

Donde C_1 y C_2 son las constantes de integración. La Ecuación (AIII.3) es reemplazada con el valor de $r_1 = R + r$ obteniendo la Ecuación (AIII.4).

$$T = -\frac{q}{k} \left(\frac{(r + R)^2}{6} - \frac{C_1}{(r + R)} + C_2 \right) \quad \text{AIII.4.}$$

Donde r es un valor comprendido entre R y D . La condición inicial del problema cuando $r = 0$, se tiene que $T(r) = T_A$. Donde T_A es la temperatura inicial que alcanza con la potencia de incidencia del láser sobre la superficie de enfoque del haz, la cual es aproximada con la ley de Stefan Boltzmann bajo el coeficiente de absorción del material para una longitud de onda 960 nm. El diámetro del enfoque del haz del láser es 1 mm, según lo medido experimentalmente en el cordón de soldadura ente los materiales termoplásticos.

La siguiente condición inicial es a la profundidad D , donde la temperatura del láser es la temperatura del material, la cual es 20 °C, siendo $T(r = D) = T_B = 20$. En base a las condiciones iniciales del problema, se determinan las constantes de integración de la Ecuación (AIII.3), las cuales se encuentran expresadas en la Ecuación (AIII.5).

$$C_1 = \frac{R^3}{6} + RC_2 + \frac{k}{q} RT_A$$

$$C_2 = \frac{\left(-\frac{k}{q} T_B + \frac{R^3}{6(D + R)} + \frac{k}{q} \frac{R}{(D + R)} T_A - \frac{(D + R)^2}{6} \right)}{\left(1 - \frac{R}{(D + R)} \right)} \quad \text{AIII.5.}$$

La solución analítica de la Ecuación (AIII.1) consiste en la sustitución de la Ecuación (AIII.4) con la Ecuación (AIII.5).

Anexo III.2.

Solución numérica con volúmenes finitos de la ecuación de transferencia de calor en el estado estacionario

La aproximación por volúmenes finitos de la Ecuación (AIII.1) se lo realiza al integrar a través del volumen de control, como es mostrado en la Ecuación (AIII.6).

$$\int_{CV} \frac{1}{r_1^2} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(kr_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right) dV + \int_{CV} q dV = 0 \quad \text{AIII.6.}$$

Donde CV simboliza la integración sobre todo el volumen de control, el mismo que es definido en la Figura AIII.2.

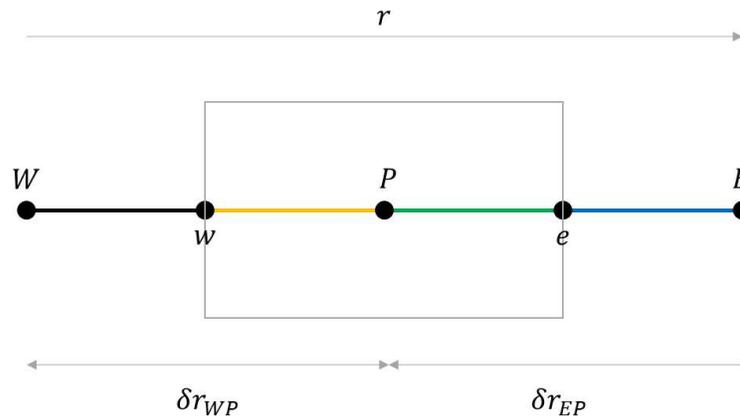


Figura AIII.2. Volumen de control para la discretización por volúmenes finitos.
(Fuente: Propia)

La Figura AIII.2 muestra el volumen de control del nodo P , entre los valores medios de los nodos W y E . La distancia entre los nodos $W - P$ y $P - E$ corresponden a δr_{WP} y δr_{PE} , respectivamente. El método para resolver la integral se basa en utilizar el teorema de la divergencia [42], donde su diferencial de superficie es presentado a continuación:

$$d\vec{S} = r_1^2 \sin\theta d\theta d\varphi \vec{U}_{r_1} \quad \text{AIII.7.}$$

Donde, θ corresponden a las coordenadas que siguen los meridianos y φ son los paralelos del casquete esférico. Usando el diferencial de la Ecuación (AIII.7) para el teorema de la divergencia en la Ecuación (AIII.6) se obtiene la Ecuación (AIII.8).

$$\int_S \left(k \frac{\partial}{\partial r_1} T \right) \vec{U}_r \cdot (r_1^2 \sin\theta) \vec{U}_{r_1} d\theta d\varphi + q \Delta V = 0 \quad \text{AIII.8.}$$

Resolviendo la integral de área para $0 \leq \theta \leq \pi$ y $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ se consigue obtener la Ecuación (AIII.9).

$$4\pi r_1^2 \left(k \frac{\partial}{\partial r_1} T \right) + q\Delta V = 0 \quad \text{AIII.9.}$$

Aplicando diferencias finitas a la Ecuación (AIII.9) para el volumen de control definido en la Figura AIII.2 se tiene lo siguiente:

$$\left(4\pi k r_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right)_e - \left(4\pi k r_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right)_w + q\Delta V = 0 \quad \text{AIII.9.}$$

Donde,

$$k_w = \frac{k_W + k_P}{2} \quad \text{AIII.10.}$$

$$k_e = \frac{k_E + k_P}{2}$$

La Ecuación AIII.10 representa la aproximación para la conductividad térmica para las fronteras entre nodos. Para este caso, k es igual en todos los tramos, aunque la conductividad térmica varía cuando el material cambia de fase y de temperatura. Reemplazando $r_1 = R + r$ en la Ecuación (AIII.9) obtenemos:

$$\left(4\pi k r_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right)_e = 4\pi k (R + r_e)^2 \left(\frac{T_E - T_P}{\delta r_{EP}} \right) \quad \text{AIII.11.}$$

$$\left(4\pi k r_1^2 \frac{\partial}{\partial r_1} T \right)_w = 4\pi k (R + r_w)^2 \left(\frac{T_P - T_W}{\delta r_{WP}} \right)$$

La ecuación discretizada bajo el volumen finito propuesto debe considerar las condiciones iniciales del problema expuesto en el Anexo AIII.1, con lo que el método para 5 nodos queda expresado en la siguiente figura:

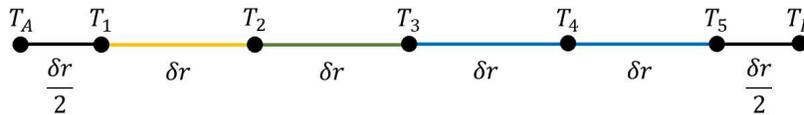


Figura AIII.3. Discretización para 5 nodos de la parte radial.
(Fuente: Propia)

Sean:

$$a_w = \frac{4\pi k (R + r_w)^2}{\delta r} \quad \text{AIII.12.}$$

$$a_e = \frac{4\pi k (R + r_e)^2}{\delta r}$$

$$a_p = a_w + a_e$$

$$S = q\Delta V$$

Las Ecuaciones (AIII.11 y AIII.12) son utilizadas sobre la Ecuación (AIII.9), dando la forma discretizada del estado estacionario mostrado en la Ecuación (AIII.13).

$$a_P T_P = a_W T_W + a_E T_E + S \quad \text{AIII.13.}$$

Resolviendo la Ecuación (AIII.13) para el nodo 1 se tiene:

$$\begin{aligned} a_A &= \frac{4\pi k(R)^2}{\frac{\delta r}{2}} \\ a_2 &= \frac{4\pi k(R + r_2)^2}{\delta r} \\ a_P &= a_A + a_2 \\ S &= q\Delta V \end{aligned} \quad \text{AIII.14.}$$

Resolviendo la Ecuación (AIII.13) para el nodo 5 se tiene:

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{4\pi k(R + r_4)^2}{\delta r} \\ a_B &= \frac{4\pi k(R + r_B)^2}{\frac{\delta r}{2}} \\ a_5 &= a_4 + a_B \\ S &= q\Delta V \end{aligned} \quad \text{AIII.15.}$$

Los nodos 2,3 y 4 se determinan de igual forma, respetando la Figura AIII.3. Finalmente, se arreglan las N ecuaciones con N incógnitas del modelo numérico, el mismo que quedaría representado en forma matricial en la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} -a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & -a_2 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & -a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & -a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & -a_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -q\Delta V - a_A T_A \\ -q\Delta V \\ -q\Delta V \\ -q\Delta V \\ -q\Delta V - a_B T_B \end{Bmatrix} \quad \text{AIII.16.}$$

Anexo III.3.

Solución numérica con volúmenes finitos de la ecuación de transferencia de calor en el estado transitorio

La parametrización de la ecuación de transferencia de calor generalizada para el caso de soldado por transmisión láser, expuesto en la Figura AIII.1, es presentada en la Ecuación (AIII.17).

$$\frac{1}{r_1^2} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(kr_1^2 \frac{\partial T}{\partial r_1} \right) + q = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{AIII.17.}$$

Integrando sobre el volumen de control la Ecuación (AIII.17), se obtiene:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{1}{r_1^2} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(kr_1^2 \frac{\partial T}{\partial r_1} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} q dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dV dt \quad \text{AIII.18.}$$

Usando el método de diferencias finitas e integrando sobre el volumen de control para la parte temporal de la Ecuación (AIII.18) se consigue la Ecuación (AIII.19)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = 4\pi \rho C_p (T_P^{n+1} - T_P^n) \Delta r \quad \text{AIII.19.}$$

Donde, n es el paso discreto para el tiempo. La parte que no depende del tiempo en la Ecuación (AIII.18) se resuelve como en el caso de no estacionario, como es presentado a continuación:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{4\pi k (R + r_e)^2 (T_E - T_P)}{\delta r_{EP}} - \frac{4\pi k (R + r_w)^2 (T_P - T_W)}{\delta r_{PW}} \right] dt \end{aligned} \quad \text{AIII.20.}$$

La forma generalizada para resolver la parte de temperaturas de I_1 , alrededor del punto P , se determina a partir de las siguientes suposiciones:

$$\int_t^{t+\Delta t} T_P dt = [\theta T_P^{n+1} + (1 - \theta) T_P^n] \Delta t \quad \text{AIII.21.}$$

Donde θ depende del método se utiliza para resolver el problema de Discretización en la parte temporal de la Ecuación. Con $\theta = 0$ el esquema es explícito, $\theta = 1/2$ es Crack Nicolson y $\theta = 1$ es implícito. La forma generalizada de la ecuación discretizada por volúmenes finitos para I_1 se presenta a continuación:

$$I_1 = \theta \left[\frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} (T_E^{n+1} - T_P^{n+1}) - \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} (T_P^{n+1} - T_W^{n+1}) \right] \Delta t + \quad \text{AIII.22.}$$

$$(1 - \theta) \left[\frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} (T_E^n - T_P^n) - \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} (T_P^n - T_W^n) \right] \Delta t$$

Reemplazando las Ecuaciones (AIII.19, AIII.20, AIII.21 y AIII.22) en la Ecuación (AIII.18) se obtiene la Ecuación (AIII.23).

$$\left[\rho C_p \frac{\Delta V}{\Delta t} + \theta \left(\frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} + \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} \right) \right] T_P^{n+1} \quad \text{AIII.23.}$$

$$= \frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} (\theta T_E^{n+1} + (1 - \theta) T_E^n)$$

$$+ \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} (\theta T_W^{n+1} + (1 - \theta) T_W^n)$$

$$+ \left[\rho C_p \frac{\Delta V}{\Delta t} - (1 - \theta) \left(\frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} - \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} \right) \right] + q \Delta V$$

Sean:

$$a_E = \frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r}$$

$$a_W = \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} \quad \text{AIII.24.}$$

$$a_0 = \rho C_p \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$a_P = a_0 + \theta(a_E + a_W)$$

La discretización de la Ecuación (AIII.18) consiste en reemplazar la Ecuación (AIII.24) en la Ecuación (AIII.23), obteniendo lo siguiente:

$$a_P T_P^{n+1} = a_E (\theta T_E^{n+1} + (1 - \theta) T_E^n) + a_W (\theta T_W^{n+1} + (1 - \theta) T_W^n) \quad \text{AIII.25.}$$

$$+ (a_0 - (1 - \theta)(a_E + a_W)) T_P^n + q \Delta V$$

La simulación del soldado por transmisión láser en la parte transitoria es validada al comparar los métodos explícito e implícito [42].

AIII.3.1 Método Explícito.

Consiste en reemplazar la Ecuación (AIII.25) con $\theta = 0$, obteniendo la siguiente expresión:

$$a_P T_P^{n+1} = a_E T_E^n + a_W T_W^n + (a_0 + (a_E + a_W)) T_P^n + q \Delta V \quad \text{AIII.26.}$$

donde los valores de T_p^{n+1} son determinados de forma directa. Los coeficientes de la Ecuación (AIII.24) para el esquema explícito se presentan a continuación:

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} \\ a_W &= \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} \\ a_0 &= \rho C_p \frac{\Delta V}{\Delta t} \\ a_P &= a_0 \end{aligned} \quad \text{AIII.27.}$$

Según Versteeg, et al [42], el intervalo de tiempo a escoger depende de que $a_0 - a_E - a_W > 0$, al reemplazar los valores de cada uno de los coeficientes se obtiene la Ecuación (AIII.28).

$$\Delta t < \rho C_p \frac{\delta r^2}{8\pi k} \quad \text{AIII.28.}$$

Resolviendo la Ecuación (AIII.26) para cada uno de los nodos, se obtiene la secuencia de ecuaciones que permitirá conocer cada una de las temperaturas para las diferentes condiciones de tiempo de forma discreta.

Nodo 1:

$$a_1 T_1^{n+1} = a_2 T_2^n + a_A T_A^n + (a_0 - (a_2 + a_A)) T_1^n + q \Delta V \quad \text{AIII.29.}$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{4\pi k(R + r_2)^2}{\delta r} \\ a_A &= \frac{4\pi k(R)^2}{\delta r} \\ a_0 &= \rho C_p \frac{\delta r}{\Delta t} \\ a_1 &= a_0 \end{aligned} \quad \text{AIII.30.}$$

Nodo 5:

$$a_5 T_5^{n+1} = a_B T_B^n + a_4 T_4^n + (a_0 - (a_B + a_4)) T_5^n + q \Delta V \quad \text{AIII.31.}$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{4\pi k(R + r_4)^2}{\delta r} \\ a_B &= \frac{4\pi k \left(R + r_5 + \frac{\delta r}{2} \right)^2}{\delta r} \\ a_0 &= \rho C_p \frac{\delta r}{\Delta t} \end{aligned} \quad \text{AIII.32.}$$

$$a_5 = a_0$$

Los nodos 2,3,4 siguen la secuencia expresada en las Ecuaciones (AIII.26 y AIII.27). Este método permite obtener las temperaturas de forma directa para el tiempo deseado, según las condiciones iniciales.

AIII.3.2 Método Implícito.

Consiste en reemplazar la Ecuación (AIII.25) con $\theta = 0$, obteniendo la siguiente expresión:

$$a_p T_P^{n+1} = a_E T_E^{n+1} + a_W T_W^{n+1} + a_0 T_P^n + q\Delta V \quad \text{AIII.33.}$$

Donde los valores de T_P^{n+1} son determinados a partir de las N ecuaciones con N incógnitas que se forman en cada uno de los nodos, las mismas que se resuelven por el método de Gauss Jordan. Los coeficientes de la Ecuación (AIII.33) para el esquema implícito se presentan en la Ecuación (AIII.34).

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{4\pi k(R + r_e)^2}{\delta r} \\ a_W &= \frac{4\pi k(R + r_w)^2}{\delta r} \\ a_0 &= \rho C_p \frac{\Delta V}{\Delta t} \\ a_p &= a_0 + a_E + a_W \end{aligned} \quad \text{AIII.34.}$$

Resolviendo la Ecuación (AIII.33) para cada uno de los nodos, se obtiene la secuencia de ecuaciones que permitirá conocer cada una de las temperaturas para las diferentes condiciones de tiempo de forma discreta.

Nodo 1:

$$-a_A T_A^{n+1} + a_1 T_1^{n+1} - a_2 T_2^{n+1} = a_0 T_P^n + q\Delta V \quad \text{AIII.35.}$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{4\pi k(R + r_2)^2}{\delta r} \\ a_A &= \frac{8\pi k(R + r_A)^2}{\delta r} \\ a_0 &= \rho C_p \frac{\delta r}{2\Delta t} \\ a_1 &= a_0 + a_2 + a_A \end{aligned} \quad \text{AIII.35.}$$

Nodo 5:

$$-a_A T_A^{n+1} + a_1 T_1^{n+1} - a_2 T_2^{n+1} = a_0 T_P^n + q\Delta V \quad \text{AIII.35.}$$

Donde,

$$\begin{aligned}
 a_B &= \frac{8\pi k(R + r_B)^2}{\delta r} \\
 a_4 &= \frac{4\pi k(R + r_4)^2}{\delta r} \\
 a_0 &= \rho C_p \frac{\delta r}{2\Delta t} \\
 a_5 &= a_0 + a_B + a_4
 \end{aligned}
 \tag{AIII.35}$$

Los nodos 2,3,4 siguen la secuencia expresada en la Ecuación (AIII.33). En base a este sistema de ecuaciones, se puede reemplazar por un sistema matricial, el cual se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix}
 a_1 & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\
 -a_1 & a_2 & -a_3 & 0 & 0 \\
 0 & -a_2 & a_3 & -a_4 & 0 \\
 0 & 0 & -a_3 & a_4 & -a_5 \\
 0 & 0 & 0 & -a_4 & a_5
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 T_1^{n+1} \\
 T_2^{n+1} \\
 T_3^{n+1} \\
 T_4^{n+1} \\
 T_5^{n+1}
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 a_0 T_1^n + q\Delta V + a_A T_A^{n+1} \\
 a_0 T_2^n + q\Delta V \\
 a_0 T_3^n + q\Delta V \\
 a_0 T_4^n + q\Delta V \\
 a_0 T_5^n + q\Delta V + a_A T_B^{n+1}
 \end{Bmatrix}
 \tag{AIII.36}$$

ORDEN DE EMPASTADO