

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA, CONSIDERANDO LA RESOLUCIÓN EN TIEMPO, RESOLUCIÓN EN FRECUENCIA, DETECCIÓN Y CARGA COMPUTACIONAL

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

ERICK LEANDRO BORBOR PINEDA

erick.borbor@epn.edu.ec

DIRECTOR: Ph.D. ROBIN GERARDO ÁLVAREZ RUEDA

robin.alvarez@epn.edu.ec

Quito, enero 2020

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Erick Leandro Borbor Pineda, bajo mi supervisión.

Ph.D. Robin Álvarez Rueda
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Erick Leandro Borbor Pineda, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

Erick Leandro Borbor Pineda

DEDICATORIA

Dedicado a mi familia: Luis, Irene, Sandrine y Luis Jr.

AGRADECIMIENTO

A mi familia por el apoyo brindado en cada etapa de mi vida, en especial en la etapa universitaria. A mis padres por su motivación y su confianza inagotable.

A los profesores de la EPN por sus enseñanzas académicas y experiencias compartidas que sin dudas ayudarán en mi futuro profesional.

A mis amigos con quienes aportaron momentos de alegría y diversión, necesarios para poder desestresarse de la vida universitaria.

A Sofi por su comprensión y cariño, gracias por ayudarme a superar los semestres más difíciles.

ÍNDICE DE CONTENIDO

| | |
|--|------|
| AVAL | I |
| DECLARACIÓN DE AUTORÍA | II |
| DEDICATORIA | III |
| AGRADECIMIENTO | IV |
| ÍNDICE DE CONTENIDO | V |
| RESUMEN..... | VII |
| ABSTRACT | VIII |
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. OBJETIVOS | 1 |
| 1.2. ALCANCE..... | 2 |
| 1.3. MARCO TEÓRICO | 3 |
| 1.3.1. ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA..... | 3 |
| 1.3.2. MÉTODOS TIEMPO-FRECUENCIA. | 4 |
| 1.3.3. ESTADO DEL ARTE DE COMPARACIONES DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DE TIEMPO-FRECUENCIA | 28 |
| 2. METODOLOGÍA | 31 |
| 2.1. GENERACIÓN DE LA SEÑAL MULTICOMPONENTE | 32 |
| 2.2. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO EN MATLAB | 37 |
| 2.3. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO LA DISTRIBUCIÓN DE WIGNER-VILLE EN MATLAB | 40 |
| 2.4. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO WAVELETS EN MATLAB | 43 |
| 2.5. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO MATCHING PURSUIT EN MATLAB | 48 |
| 2.6. PROPUESTA DE MÉTODO COMBINADO PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA | 49 |
| 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN..... | 58 |
| 3.1. COMPARACIÓN DE LOS CUATRO MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA | 58 |
| 3.1.1. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 1 | 58 |
| 3.1.2. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 2 | 60 |
| 3.1.3. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 3 | 63 |
| 3.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE STFT | 66 |

| | |
|---|----|
| 3.3. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE WVD..... | 67 |
| 3.4. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE WAVELETS..... | 68 |
| 3.5. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE MATCHING PURSUIT..... | 69 |
| 3.6. RESUMEN GENERAL DE LA COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS ESTUDIADOS..... | 70 |
| 3.7. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL NUEVO MÉTODO PROPUESTO | 71 |
| 3.7.1. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 1 | 71 |
| 3.7.2. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 2 | 72 |
| 3.7.3. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 3 | 73 |
| 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 75 |
| 4.1. CONCLUSIONES..... | 75 |
| 4.2. RECOMENDACIONES..... | 76 |
| 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 77 |
| ANEXOS..... | 79 |

RESUMEN

Se presenta los resultados más relevantes de la comparación de cuatro métodos de análisis de señales en el dominio tiempo-frecuencia: transformada de Fourier de Tiempo Corto, distribución de Wigner-Ville, Wavelets y Matching Pursuit, utilizando señales artificiales, con el fin de encontrar las ventajas y desventajas de cada uno de estos métodos en términos de resolución de frecuencia, resolución de tiempo, detección y carga computacional.

Para la comparación en base a las señales artificiales, se realizaron tres experimentos. Las señales se construyeron de tal manera que tuvieran condiciones cada vez más estrictas de resolución en frecuencia (separación cada vez menor de frecuencia entre componentes) y detección (disminución de la amplitud de las componentes); para la resolución en tiempo se consideraron tiempos de inicio y finalización diferentes para cada componente. Los resultados muestran que, el mejor método en términos de resolución de frecuencia, detección y carga computacional es la Transformada de Fourier de Tiempo Corto. Por otro lado, utilizando Wavelets se obtiene la mejor resolución en el tiempo, además con la Wavelet Morlet se obtiene un diagrama denominado "Fine Scale Coefficients" que permite un análisis de la resolución en tiempo más preciso debido a que encuentra todos los inicios y finales de los componentes de la señal.

Adicionalmente, se ha planteado un nuevo método de análisis de señales aprovechando las ventajas de los métodos previamente mencionados y combinando sus mejores características. Se logró obtener resultados muy buenos de resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección y carga computacional, hasta ciertos límites.

Palabras clave: Algoritmos tiempo-frecuencia, STFT, Distribución de Wigner-Ville, Wavelets, Matching Pursuit

ABSTRACT

The most relevant results of the comparison of four signal analysis methods in the time-frequency domain are presented: Short Time Fourier transform, Wigner-Ville distribution, Wavelets and Matching Pursuit, using artificial signals in order to find the advantages and disadvantages of each of these methods in terms of frequency resolution, time resolution, detection and computational load.

For the comparison based on artificial signals, three experiments were performed. The signals were constructed in such way that they had increasingly stringent conditions of frequency resolution (less and less frequency separation between components) and detection (decrease in the amplitude of the components); for the time resolution different start and end times for each component were considered. The results show that the best method in terms of frequency resolution, detection and computational load is the Short Time Fourier Transform. On the other hand, using Wavelets the best time resolution is obtained, in addition with the Wavelet Morlet a diagram called "Fine Scale Coefficients" is obtained that allows a more precise time resolution analysis because it finds all the start and end times of the components of the signal.

Additionally, a new method of signal analysis has been proposed taking advantage of the previously mentioned methods and combining their best features. It was possible to obtain very good results of time resolution, frequency resolution, detection and computational load, up to certain limits

Keywords: Time-frequency algorithms, STFT, Wigner-Ville distribution, Wavelets, Matching Pursuit.

1. INTRODUCCIÓN

En muchas áreas de la ciencia (biología, geofísica, neurociencias, ingeniería mecánica, etc.), es de importancia trascendental descubrir los cambios producidos en un determinado fenómeno. A menudo, estos cambios se investigan en el dominio del tiempo, en el dominio de la frecuencia o en el dominio tiempo-frecuencia. Debido a la gran cantidad de métodos y complejidad matemática de la mayoría de ellos, la decisión sobre el mejor método para descubrir esos cambios es una tarea problemática para los investigadores. El uso incorrecto de estas técnicas o la incomprensión de sus limitaciones puede tener graves consecuencias al momento de interpretar los resultados.

La representación en el dominio del tiempo indica la evolución de la señal en el tiempo, pero no muestra claramente las frecuencias que la componen. La representación en el dominio de la frecuencia muestra la evolución de la señal en frecuencia pero no se sabe su evolución temporal. Para resolver este problema, aparecieron los algoritmos tiempo-frecuencia, que permiten visualizar las dos variables simultáneamente [1].

A pesar de que se han encontrado estudios comparativos entre diferentes métodos tiempo-frecuencia, [2] [3] [4] [5] [6], no hemos podido hallar un documento que compare las capacidades de estos métodos en relación con las siguientes características: a) distinguir actividad en frecuencias cercanas (problema de resolución en frecuencia, b) determinar la evolución exacta en el tiempo (problema de resolución en tiempo), c) detectar amplitudes muy pequeñas (problema de detección y d) analizar en el menor tiempo posible (problema de carga computacional).

El presente documento compara cuatro de los métodos más utilizados de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto, Distribución de Wigner-Ville, Wavelets y Matching Pursuit, utilizando señales artificiales conocidas. En consecuencia se determinará cuál de estos métodos es el mejor con respecto a dichas características.

1.1. OBJETIVOS

El objetivo general de este Proyecto Técnico es: realizar una comparación de cuatro métodos de análisis de señales en el dominio tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto, Distribución de Wigner Ville, Wavelets y Matching Pursuit, considerando aspectos de resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección y carga computacional, para determinar cuál de los métodos posee los mejores resultados.

Los objetivos específicos del Proyecto Técnico son:

1. Estudiar brevemente los métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto, distribución de Wigner Ville, Wavelets y Matching Pursuit.
2. Implementar códigos utilizando funciones propias de Matlab y librerías externas que permitan crear señales artificiales multicomponentes y realizar el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con los cuatro métodos propuestos.
3. Realizar pruebas con cada uno de los métodos estudiados y realizar una comparación de los resultados obtenidos con los cuatro métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia propuestos.
4. Determinar, en base a los resultados obtenidos, ventajas, desventajas y características importantes de cada método estudiado y concluir cuál de ellos obtiene los mejores resultados en cuanto a resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección y carga computacional.
5. Proponer un nuevo método de análisis de señales que aproveche las ventajas de los mejores métodos utilizados y los combine para obtener de la mejor manera posible la información de evolución tanto en tiempo como en frecuencia.

1.2. ALCANCE

Utilizando el software Matlab, en la versión R2019a, se creará señales artificiales, formadas por componentes con diferentes parámetros de frecuencias, amplitudes y duraciones, las cuales permitan poner a prueba la resolución en tiempo, resolución en frecuencia y detección de componentes. Esto se logrará modificando los parámetros previamente mencionados de tal manera que tengan condiciones cada vez más difíciles, con el fin de buscar el límite de cada método.

Se realizará un diagrama de tiempo-frecuencia ideal con los valores de cada una de las pruebas, el cual servirá como referencia para las comparaciones con los diferentes métodos.

Para realizar las pruebas con los métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto, Distribución de Wigner Ville, Wavelets y Matching Pursuit, se utilizarán librerías o funciones propias de Matlab, o en su defecto librerías externas.

Una vez obtenidos los resultados de cada una de las pruebas, se realizará una comparación entre los métodos estudiados, buscando sus ventajas y desventajas, con especial énfasis en la resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección y carga computacional. De esta comparación se determinará cuál de los métodos posee las mejores características.

Se propondrá un nuevo método de análisis de señales que aproveche las ventajas de los mejores métodos utilizados y los combine para obtener de la mejor manera posible la información de evolución tanto en tiempo como en frecuencia y se implementará un código que realice dicho análisis.

El nuevo método será puesto a prueba realizando los mismos experimentos que fueron hechos con los cuatro métodos estudiados y con los resultados obtenidos se realizará una nueva comparación para determinar qué ventajas y desventajas posee y si obtiene mejores resultados que alguno de los métodos previamente estudiados.

1.3. MARCO TEÓRICO

1.3.1. ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA

Muchos fenómenos físicos de la naturaleza como el campo electromagnético, presión, cambio de voltaje en el tiempo son representados con formas de onda o señales. Estas señales pueden tener cualquier forma imaginable, pudiendo ser desde muy básicas como un sinusoidal hasta ser muy complejas y tener una gran cantidad de información respecto de su evolución en el tiempo como en frecuencia.

Una de las formas de representar estas señales es en el dominio del tiempo $s(t)$, la cual permite observar información sobre la existencia de la señal, tiempos de inicio y fin, su distribución de energía y su evolución a lo largo del eje del tiempo. Sin embargo, este tipo de representación tiene dificultades al momento de representar una señal multicomponente, debido a que, en señales con muchos componentes, la superposición de estos causa que se pierda la capacidad de observar información importante, o que simplemente no se pueda distinguir todos los componentes de la señal.

La representación de señales en el dominio de la frecuencia fue desarrollada históricamente para estudiar el origen de las señales. Es de esta forma como se ha estudiado la composición de las estrellas, de la sangre, y básicamente de cualquier cosa de la cual se pueda obtener una señal. En la naturaleza pueden existir señales que al ser

observadas en el dominio del tiempo pueden parecer muy complejas, pero usualmente esta complejidad es en realidad la simple superposición de señales sinusoidales puras. Analizar la señal en el dominio de la frecuencia permite distinguir cada una de estas componentes puras y describir las características de una señal compuesta. El desarrollo del análisis de Fourier fue de vital importancia para la representación de señales en el dominio de la frecuencia. Fourier indica que, bajo ciertas condiciones, cualquier señal determinista puede ser descrita como la suma ponderada de senos y cosenos (o exponenciales complejas) ubicadas en diferentes frecuencias f . Uno de los resultados más importantes del análisis de Fourier es la obtención de la densidad espectral de energía mediante la transformada de Fourier (FT). (1.1)

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.1)$$

La representación espectral, $S(f)$, indica cuáles frecuencias están presentes en la señal, sus magnitudes relativas, frecuencia mínima, frecuencia máxima y el ancho de banda formado por su diferencia. El problema es que no indica cuándo existieron estas frecuencias, o cómo cambian en el tiempo [7]. La FT es inadecuada para señales no estacionarias debido a que la representación espectral requiere que las variables del tiempo y frecuencia sean mutuamente exclusivas. [8]

Las representaciones en el dominio de tiempo-frecuencia expanden el estudio de espectros de señales estacionarias a casos de señales no estacionarias. Es utilizado para distinguir diferentes componentes de frecuencia presentes en la señal y observar su evolución con el tiempo.

1.3.2. MÉTODOS TIEMPO-FRECUENCIA.

El objetivo fundamental de los métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia es encontrar una función que permita describir la densidad de energía en el tiempo y la frecuencia simultáneamente, y que pueda ser usada y manipulada de la misma manera que cualquier otra función de densidad. Esto puede permitir localizar fracciones de energía en cualquier frecuencia y rango de tiempo, se podría calcular la densidad de una componente de frecuencia en un intervalo de tiempo en particular, se podría encontrar duraciones de componentes específicas, etc.

En la naturaleza, las señales con componentes no estacionarias son muy comunes, y usualmente son este tipo de componentes los que aportan información importante sobre la

señal, por lo que ha sido de importancia desarrollar métodos capaces de ir más allá que las técnicas tradicionales que utilizan la teoría de Fourier.

El desarrollo histórico de estas técnicas permite observar que las distribuciones básicas para el análisis en tiempo-frecuencia fueron introducidos mediante un gran número de formas, que tienen sus orígenes en diferentes ámbitos de la ciencia como la mecánica cuántica, estadística, o en la teoría de operadores pseudo-diferenciales. Es más, cada uno de estos puntos de vista arroja ideas sobre los mismos objetos matemáticos y proporciona interpretaciones complementarias en términos de átomos, dispositivos, covarianzas, correlaciones, probabilidades, medidas, analogías mecánicas u ópticas, simetrías, etc. [9]

En particular, este trabajo estará orientado a la comparación de cuatro métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), Distribución de Wigner-Ville (WVD), Wavelets y Matching Pursuit.

1.3.2.1. La Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT).

El uso de la transformada de Fourier clásica no es adecuado para analizar señales no estacionarias cuyas características cambian con el tiempo, debido a que no proveen ningún tipo de información sobre cambios temporales de la frecuencia. Debido a esto, Denis Gabor (1946) adaptó la transformada de Fourier de tal manera que pudiera analizar una porción de la señal a la vez, desarrollando una técnica denominada “enventanado” de la señal. La adaptación de Gabor sería denominada Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), la cual representa la señal como una función de dos dimensiones: tiempo y frecuencia [10].

La STFT permite una representación en el tiempo-frecuencia muy conocida en la ingeniería denominada el espectrograma (también denominada sonograma en la acústica). La STFT es muy utilizada para analizar señales no estacionarias. El concepto detrás de este método es muy simple y a la vez poderoso. Suponer que se está escuchando un audio compuesto de sonidos de diferentes animales que dura una hora donde al comienzo tenemos sonidos de aves y al final sonidos de murciélagos. Si analizamos todo el audio utilizando la teoría de Fourier, el espectro de energía nos mostrará las frecuencias correspondientes al sonido de las aves y de los murciélagos, lo cual nos indicará que existieron estos sonidos, pero no nos dará ninguna indicación de en qué momento. La solución más simple a este problema sería dividir la hora de audio en intervalos de cinco minutos, o en intervalos más pequeños y utilizar el análisis de Fourier en cada intervalo, con esto se determinará en qué intervalos existió el sonido de las aves o de los murciélagos y en cuáles no existieron. Esta es la idea básica detrás de STFT: descomponer la señal en segmentos pequeños y analizar cada

segmento utilizando la transformada de Fourier para averiguar qué frecuencias existieron en ese segmento. Analizar toda la señal con este método indicará como varió en el tiempo en cada porción de la señal [7].

Sin embargo, los intervalos de tiempo para analizar la señal no pueden hacerse demasiado pequeños, debido a que con cierto estrechamiento los resultados que se obtienen del espectro pierden credibilidad y no muestran ninguna relación al espectro de la señal original. Esto se debe a que, como la señal original se dividió en señales más pequeñas, estas tienen anchos de banda mayores y el espectro de este tipo de señales no se relaciona en nada con las propiedades de la señal original. Este es una de las limitaciones más problemáticas de este método.

Para estudiar las propiedades de una señal en el tiempo t , este método utiliza una función de enventanado representado por la función $h(t)$, centrada en t , creando una nueva señal modificada:

$$s_t(\tau) = s(\tau)h(\tau - t) \quad (1.2)$$

La nueva señal modificada es una función de dos tiempos, el tiempo fijo el cual será el punto de enfoque (t) y el tiempo móvil (τ). La función de la ventana se escoge de tal manera que no altere mucho la señal alrededor del tiempo t pero que anule la señal en los tiempos lejanos del punto de interés. Esto es:

$$s_t(\tau) \begin{cases} s(\tau) & \text{para } \tau \text{ cerca de } t \\ 0 & \text{para } \tau \text{ lejos de } t \end{cases}$$

El término “ventana” parte de la idea de observar solo una porción de la señal, como sucede como cuando se observa a través de una ventana mostrándose solo una parte pequeña del escenario total.

Utilizando este concepto, al aplicar la transformada de Fourier en esta señal modificada se obtendrá la distribución de frecuencia alrededor de ese tiempo.

$$S_t(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s_t(\tau) d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau)h(\tau - t) d\tau \quad (1.3)$$

El espectro de densidad de energía en el tiempo t será:

$$P_{SP}(t, \omega) = |S_t(\omega)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau)h(\tau - t) d\tau \right|^2 \quad (1.4)$$

O también:

$$P_{SP}(t, f) = \left| \int s(\tau)h(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right|^2 \quad (1.5)$$

Para cada intervalo que se analice se tendrá un espectro diferente y la suma de todos estos espectros es la distribución tiempo-frecuencia, P_{SP} , más conocido como “espectrograma” [7].

El espectrograma es no lineal; pero esta no linealidad se introduce cuando se eleva la magnitud al cuadrado, con esto se evita efectos indeseables como el de los términos cruzados, presentes en la distribución de Wigner-Ville, método del cual se hablará posterior a STFT.

Además de su robustez, simplicidad y facilidad de interpretación, el espectrograma es uno de los métodos más utilizado en diferentes áreas de la ciencia. Sin embargo, uno de sus puntos más débiles es la sensibilidad al tamaño de la “ventana”, el cual debe ser optimizado para mejorar la resolución y la precisión.

1.3.2.1.1. Elección de tipo de enventanado para el análisis con STFT.

Una ventana es una función matemática que tiene el valor de cero fuera de un intervalo escogido y se utiliza para evitar discontinuidades en el inicio y el final de los intervalos analizados. Usualmente las ventanas son simétricas con respecto a la mitad del intervalo, y tienen su máximo en la mitad y, en su mayoría se van reduciendo conforme se acercan a los finales del intervalo.

El tamaño de la ventana introduce un compromiso entre la resolución en tiempo y la resolución en frecuencia. El objetivo del enventanado es obtener una porción de la señal en la cual las características espectrales sean muy similares a las originales, y al mismo tiempo que pueda ser considerado como una señal estacionaria. Una ventana muy grande es incapaz de detectar las variaciones espectrales más rápidas, mientras que una ventana muy pequeña reduce la calidad de la resolución en frecuencia sin ofrecer una mejora proporcional en los detalles en el eje del tiempo. Mientras más rápido cambie el contenido espectral de una señal, el tamaño de la ventana debe ser más pequeño.

Para las pruebas realizadas con la STFT se utilizaron dos tipos de ventanas: una ventana Rectangular y una ventana Blackman-Harris debido a sus características presentadas a continuación.

- **Ventana rectangular**

También denominada ventana uniforme se define de la siguiente manera:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \tau \\ 0, & \text{Otro valor de } t \end{cases} \quad (1.6)$$

La transformada de Fourier de esta señal de esta ventana representa una función *sinc*, como se observa en la Figura 1.1 (señal en rojo). Esta ventana posee un lóbulo principal y varios lóbulos secundarios. El primer lóbulo secundario de esta ventana tiene un tamaño de aproximadamente 1/5 del lóbulo principal y los demás lóbulos secundarios disminuyen si amplitud de manera constante [11].

Ventana rectangular tiene uno de los lóbulos principales más angostos y los lóbulos secundarios más grandes comparado a otras ventanas comunes, esto combinado con una ventana de tamaño pequeño ofrece una resolución en tiempo muy buena. Por sus ventajas esta ventana fue una de las utilizadas para el análisis de señales con STFT.

- **Ventana Blackman-Harris**

La ventana Blackman-Harris se define como la suma de cuatro términos como se describe en la Ecuación (1.7) a continuación:

$$f(t) = \begin{cases} 0.355875 + 0.48829 \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) + 0.14128 \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right) + 0.01168 \cos\left(\frac{3\pi t}{\tau}\right), & |t| \leq \tau \\ 0, & \text{Otros valores de } t \end{cases} \quad (1.7)$$

Con la transformada de Fourier de esta ventana representada en la Figura 1.1 (señal en azul) se observa que el ancho del lóbulo principal es aproximadamente el doble de la ventana rectangular y el alto del lóbulo principal es 92dB más grande que el primer lóbulo secundario, a diferencia de la ventana rectangular en la cual el lóbulo principal solo es 13 dB mayor al primer lóbulo secundario. Estas características permiten que se logre una baja fuga espectral lo cual beneficia enormemente a la detección de componentes de bajas amplitudes. Debido a estas ventajas, se utilizó este tipo de ventana para el análisis con STFT [11].

En la Tabla 1.1 se indica un resumen de los principales parámetros de las ventanas Rectangular y Blackman Harris 4T, obtenidos de Matlab con ventanas de longitud igual a 25.

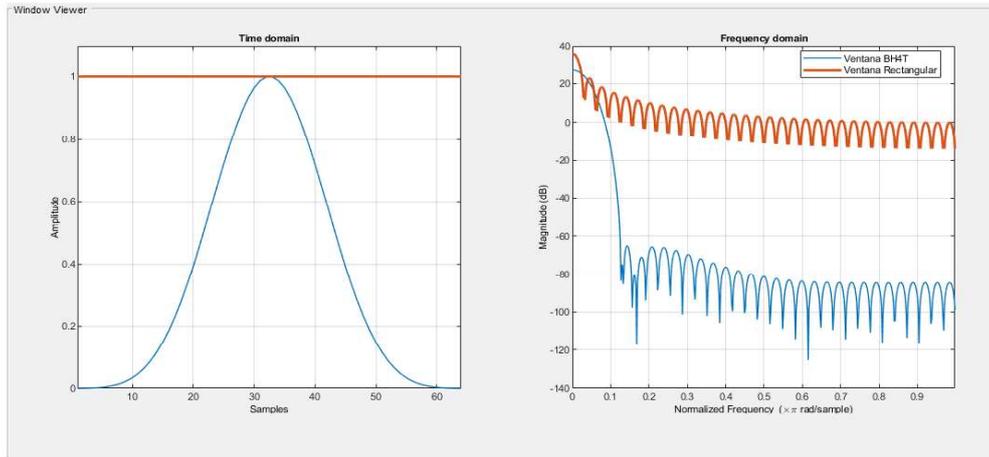


Figura 1.1. Representación en el dominio del tiempo (gráfica de la izquierda) y en el dominio de la frecuencia (gráfica de la derecha) de las ventanas Rectangular (en azul) y Blackman-Harris 4T (en rojo).

Tabla 1.1. Comparación de parámetros de las ventanas utilizadas

| Parámetro | Ventana Rectangular | Ventana Blackman-Harris 4T |
|--|---------------------|----------------------------|
| Atenuación del lóbulo lateral relativa | -13.3 dB | -92 dB |
| Ancho del lóbulo principal (-6dB) | 0.07 | 0.15 |

1.3.2.2. Distribución de Wigner-Ville.

La distribución de Wigner-Ville (WVD) tiene un papel importante en el análisis de señales en el tiempo-frecuencia. Forma parte de la familia de generadores de la clase Cohen, que es una clase de distribuciones tiempo-frecuencia de energía cuadrática que son covariantes por traslaciones en el tiempo y en la frecuencia, ocupando un lugar central debido a sus propiedades ventajosas, las cuales han hecho que este método pase de hacer un simple objeto matemático a formar una familia de herramientas operacionales [12].

Este tipo de análisis de señales apareció por primera vez en la mecánica cuántica con las investigaciones de E. Wigner que buscaba distribuciones de probabilidad conjuntas para las variables de posición y momento. El uso de este método para realizar el análisis de señales fue introducido por J. Ville (Distribución de Wigner-Ville) para la descripción de señales estocásticas. Posteriormente las representaciones de tiempo-frecuencia cuadráticas se volvieron muy populares en la ingeniería gracias a los aportes realizados por Claasen y Mecklenbräuker. Estas se volvieron una herramienta esencial para el análisis

de señales, y en particular, se suponía que la distribución de Wigner proveía una representación perfecta de una señal en el dominio del tiempo-frecuencia [1].

La distribución de WVD se define como:

$$WVD_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (1.8)$$

donde x^* es la conjugada compleja de x . Esta distribución utiliza primeramente una operación cuadrática aplicada a la señal y posteriormente realiza una transformada lineal (Transformada de Fourier).

La distribución de Wigner-Ville (WVD) o la transformada de Wigner-Ville (WVT) tiene un rol importante en el análisis de señales en tiempo y frecuencia. Provee representaciones en una resolución elevada en tiempo y frecuencia, para señales no estacionarias. Satisface las propiedades marginales tanto en tiempo y en frecuencia en términos de la potencia instantánea en el tiempo y el espectro de energía en frecuencia y la energía total de la señal en el tiempo y en el plano de la frecuencia. El nombre de marginal se puede explicar con referencia a los casos de tiempo discreto y frecuencia discreta: si las distribuciones de tiempo-frecuencia fueran escritas como un arreglo de dos dimensiones con energías discretas, cada energía corresponde a un tiempo discreto (eje vertical) y a una frecuencia discreta (eje horizontal), entonces la suma en el tiempo para cada frecuencia puede ser escrita en el “margen” horizontal del arreglo y la suma en frecuencia para cada tiempo puede ser escrita en el “margen” vertical [8]. También se caracteriza por siempre tener un valor real.

A pesar de las buenas características de WVD, debido a su naturaleza bilineal y debido a la existencia de valores negativos, la WVD no tiene buenos resultados al analizar señales multicomponentes debido a que se introducen términos de interferencia, o también denominados términos cruzados. Por ejemplo, la WVD de una señal multicomponente: $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ es:

$$WVD_x(t, f) = WVD_{x_1+x_2}(t, f) = WVD_{x_1}(t, f) + WVD_{x_2}(t, f) + 2Re[WVD_{x_1x_2}(t, f)] \quad (1.9)$$

Los dos primeros términos, $WVD_{x_1}(t, f)$ y $WVD_{x_2}(t, f)$, son la WVD de las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ respectivamente, estos se denominan auto-términos. El último término $WVD_{x_1x_2}(t, f)$ es el término cruzado de $x_1(t)$ y $x_2(t)$; y es dado por:

$$WVDx_1x_2(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x_2^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \quad (1.10)$$

que es la interferencia generada al realizar la WVD a una señal multicomponente. En la Figura 1.2 se indica un ejemplo de cómo aparecería gráficamente los términos cruzados en una señal con dos componentes al realizar el análisis de señales con WVD [13].

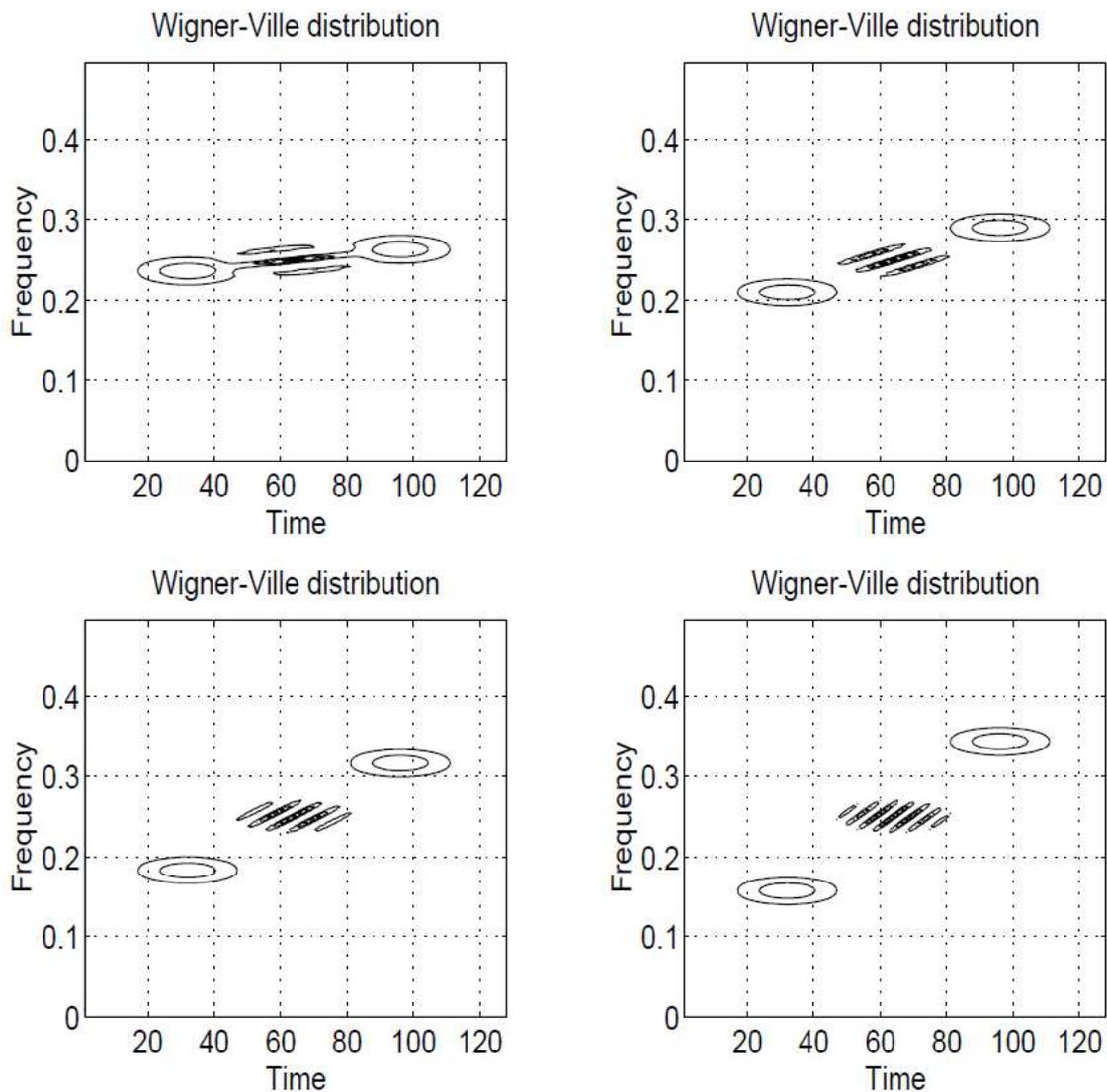


Figura 1.2. Interferencia entre dos componentes con diferentes ubicaciones en el tiempo y frecuencia [14].

Los términos cruzados de WVD pueden ser reducidos utilizando funciones kernel de suavizado, así como utilizar la señal analítica en lugar de la señal original para reducir el problema que dan los componentes de frecuencia negativos. La señal analítica de una señal real es una señal compleja la cual no posee valores negativos en el espectro de frecuencia, y su parte real es exactamente la misma que la señal original. Está dada por:

$z_x(t) = x(t) + jH[x(t)]$, donde $H[.]$ es la transformada de Hilbert. La transformada de Hilbert de una función real, se obtiene por medio de una convolución de dos señales. Se puede describir como la salida de un sistema lineal invariante en el tiempo donde la entrada es la señal original y la respuesta al impulso $1/\pi t$. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t - \theta)}{\theta} d\theta \quad (1.11)$$

Con esto, la Ecuación (1.8) será:

$$WVD_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z_x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z_x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.12)$$

Donde $z_x(t)$ es la señal analítica asociada con la señal $x(t)$.

Sin embargo, esto no fue suficiente para evitar el problema de los términos cruzados o términos de interferencia interna, por lo que se desarrollaron versiones suavizadas de la WVD.

1.3.2.2.1. *Smoothed-Pseudo Wigner-Ville Distribution*

Para contrarrestar los problemas que traen los términos cruzados y al mismo tiempo mantener una resolución alta en tiempo-frecuencia se propusieron nuevas representaciones tiempo-frecuencia. Una de ellas es "Smoothed-Pseudo Wigner-Ville Distribution (SPWVD). La SPWVD permite dos ventanas de análisis independientes, una en el dominio del tiempo y la otra en el dominio de la frecuencia para facilitar la legibilidad de la distribución de Wigner-Ville [3]. La SPWVD de una señal $x(t)$ esta dada por:

$$SPWVD_x(t, f; g, h) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} g(s - t) x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) ds e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.13)$$

donde t es el tiempo, f es la frecuencia, h es la ventana de suavizado de la frecuencia y g es la ventana de suavizada del tiempo.

Dependiendo de la estructura de la señal, con estas dos ventanas se tiene libertad para ajustarlas y obtener un buen compromiso entre la ubicación de los auto-términos y la atenuación de los términos cruzados.

1.3.2.3. Wavelets

Wavelets son funciones matemáticas que cortan los datos en diferentes componentes de frecuencia y estudian cada componente con una resolución ajustada a su escala. Tienen ventajas sobre los métodos de Fourier tradicionales en analizar situaciones físicas en las cuales la señal contiene discontinuidades y picos. Históricamente las wavelets se desarrollaron de manera independiente en diferentes ámbitos de las ciencias como la matemática, física cuántica, ingeniería eléctrica, y geología sísmica. La unión de los descubrimientos llevó a la creación de nuevas aplicaciones tales como la compresión de imágenes, visión humana, radares, predicción de terremotos, etc.

La idea fundamental tras de las wavelets es analizar de acuerdo con una escala. Los algoritmos de las wavelets procesan los datos a diferentes escalas o resoluciones. Similar a la teoría de Fourier, si se utiliza una ventana grande para observar una señal, se notarían solo las características más generales. Igualmente, si se observa una señal con una ventana pequeña, se podría apreciar las características más pequeñas. El objetivo de los wavelets es observar los dos tipos de características simultáneamente. Estas funciones satisfacen ciertos requerimientos matemáticos y son utilizados para representar datos u otras funciones.

El análisis de Fourier se basa en senos y cosenos, funciones que son no locales (se extienden al infinito), por lo que hacen un pésimo trabajo detectando picos y discontinuidades. Para el análisis con wavelets, se puede usar funciones de aproximación que están contenidas en dominios finitos. Las wavelets son muy adecuadas para la aproximación de datos con discontinuidades agudas.

El procedimiento para el análisis de wavelets es adoptar una función prototipo de wavelet, denominada wavelet de análisis o wavelet madre. Para realizar el análisis en el dominio del tiempo se requiere una versión contraída de alta frecuencia de la wavelet madre, mientras que el análisis en la frecuencia se realiza con una versión dilatada de baja frecuencia de la misma wavelet. Una de las ventajas de este método es que la función original puede ser representada en términos de las wavelets simplemente utilizando coeficientes en una combinación lineal con las funciones wavelet. Además, al tener un gran número de wavelets, esto permite escoger las que mejor se adapten a la señal que se está analizando [15].

Entender los conceptos de funciones básicas y de funciones básicas variables en escala es clave para comprender las wavelets.

- **Funciones básicas**

Esto es más fácil de entender si se explica fuera del dominio de las funciones analógicas y se lo hace desde el enfoque del dominio de los vectores digitales.

Los vectores de dos dimensiones (x, y) son una combinación de los vectores $(1,0)$ y $(0,1)$. Estos dos vectores son los vectores básicos para (x, y) . Esto se debe a que x multiplicado por $(1,0)$ es el vector $(x, 0)$ y y multiplicado por $(0,1)$ es el vector $(0, y)$; su suma es (x, y) .

Además, estos vectores básicos tienen la propiedad de ser perpendiculares u ortogonales entre ellos.

Volviendo al dominio analógico, en lugar del vector (x, y) se tiene una función $f(x)$. Suponiendo que $f(x)$ es una nota musical A, se puede reconstruir A mediante una combinación de senos y cosenos utilizando diferentes valores de amplitudes y frecuencias. Los senos y cosenos son las funciones básicas en este ejemplo. Si además se requiere que sean ortogonales se debe escoger la combinación apropiada de términos de las funciones seno y coseno cuyos productos internos sumen cero. El conjunto particular de funciones que sean ortogonales y que permitan reconstruir la función $f(x)$ son las funciones ortogonales básicas para este problema.

- **Funciones básicas variables en escala**

Una función básica varía en escala al dividir la misma función o espacio de datos utilizando diferentes tamaños de escala. Por ejemplo, imaginar que se tiene una señal sobre el dominio de 0 a 1. Podemos dividir la señal con dos funciones paso cuyo rango va de 0 a $\frac{1}{2}$ y de $\frac{1}{2}$ a 1, Luego podemos dividir la señal nuevamente utilizando cuatro funciones paso de 0 a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{4}$ y de $\frac{3}{4}$ a 1, y así sucesivamente. Cada conjunto de representaciones codifica la señal original con una resolución o escala particular.

- **Similitudes entre las transformadas de Fourier y Wavelet.**

La transformada rápida de Fourier (FFT) y la transformada wavelet discreta (DWT) son operaciones lineales que generan una estructura de datos con $\log_2 n$ segmentos de varias longitudes, estos datos se completan y se transforman en un vector de datos diferentes con una longitud igual a 2^n .

Las matrices obtenidas de las transformadas contienen propiedades matemáticas similares. Por ejemplo, la inversa de las matrices de la FFT y la DWT son la transpuesta de las matrices originales. Esto permite que las dos transformadas puedan ser consideradas como funciones de cambio de dominio. Para la FFT, este nuevo dominio contiene las funciones básicas que son senos y cosenos. Para la transformada wavelet, este nuevo dominio contiene funciones básicas más complicadas denominadas wavelets, wavelets madre o, wavelets de análisis.

Otra similitud es que las funciones básicas están localizadas en frecuencia, haciendo que las herramientas matemáticas como el espectro de potencia sean útiles para seleccionar frecuencias y calcular distribuciones de potencia [15].

- **Diferencias entre las transformadas de Fourier y Wavelet.**

Una de las principales diferencias es que las funciones de wavelet individuales se pueden localizar en el espacio mientras que las funciones seno y coseno utilizadas en la teoría de Fourier no. Esta función de localización, en complemento con la localización en frecuencia que permiten los wavelets, hace que muchas funciones y operadores empleen wavelets “dispersos” cuando se encuentran en el dominio de wavelet. Esta dispersión, ha llevado a desarrollar aplicaciones tales como compresión de datos, detección de características en imágenes, y reducción ruido en señales.

Para explicar la diferencia en la resolución en el dominio del tiempo-frecuencia que se tiene al analizar una señal con la teoría de Fourier y la transformada wavelet, se puede observar la cobertura que tiene la función base en el plano del tiempo-frecuencia. En la Figura 1.3, se observa el enventanado que utiliza la STFT, donde se tiene una ventana rectangular. Esta ventana secciona la función seno o coseno para ajustarla a una ventana de un ancho particular. La STFT solo utiliza un solo tipo de enventanado para analizar toda la señal, por lo que la resolución del análisis es el mismo en todas las ubicaciones del plano tiempo-frecuencia [15].

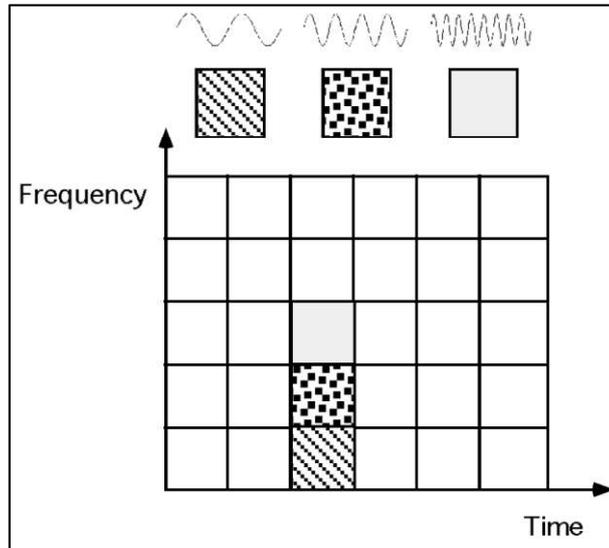


Figura 1.3. Funciones básicas de Fourier, cobertura del plano de tiempo-frecuencia [15].

La principal ventaja de la transformada wavelet es que las ventanas varían. Anteriormente se mencionó que en STFT se requerían ventanas de tamaños pequeños para analizar variaciones rápidas de la señal, pero al mismo tiempo se requería ventanas de mayor longitud para obtener respuestas en frecuencia más detalladas. El punto medio se logra gracias a la transformada wavelet. Esto se consigue utilizando funciones básicas cortas de alta frecuencia y funciones básicas largas de baja frecuencia. La Figura 1.4 muestra la cobertura en el plano tiempo-frecuencia con una función wavelet, específicamente la wavelet Daubechies.

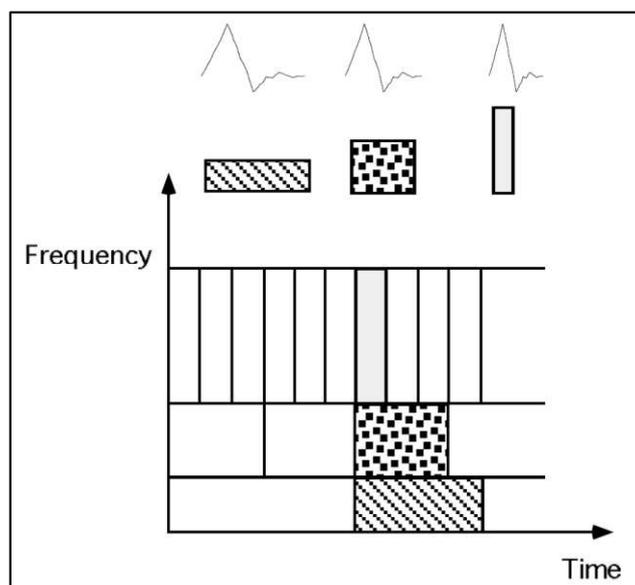


Figura 1.4. Funciones básicas de la familia de wavelets Daubechies y su cobertura en el plano tiempo-frecuencia [15].

A diferencia de la teoría de Fourier, que solo utiliza funciones seno y coseno, la transformada wavelet tiene una amplia gama de funciones básicas. Así el análisis wavelet provee un análisis de las señales mucho más clara a diferencia de otros métodos de tiempo-frecuencia como el análisis de Fourier.

- **Forma de los Wavelets**

Existe un conjunto casi infinito de transformadas wavelet. Las familias de wavelets tienen diferentes características que realizan varios tipos de compensaciones para permitir mejores localizaciones en el espacio y mejorar la resolución en el tiempo o en la frecuencia.

Algunas de la wavelets básicas tienen estructura fractal, por ejemplo la familia de wavelet Daubechies (Figura 1.5).

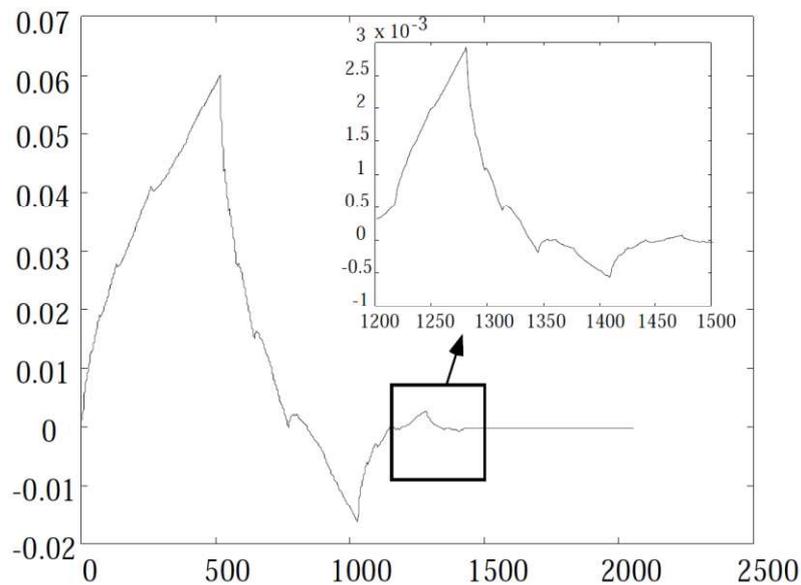


Figura 1.5. Wavelet madre de la familia Daubechies [15].

Dentro de cada familia de wavelets existen subclases de wavelet que se distinguen por el número de coeficientes y por su nivel de iteración. La selección de a qué familia pertenecen esta mayormente relacionada con el número de momentos de desvanecimiento. Esto es un conjunto extra de relaciones matemáticas para los coeficientes que deben ser satisfechas, y está directamente relacionado al número de coeficientes.

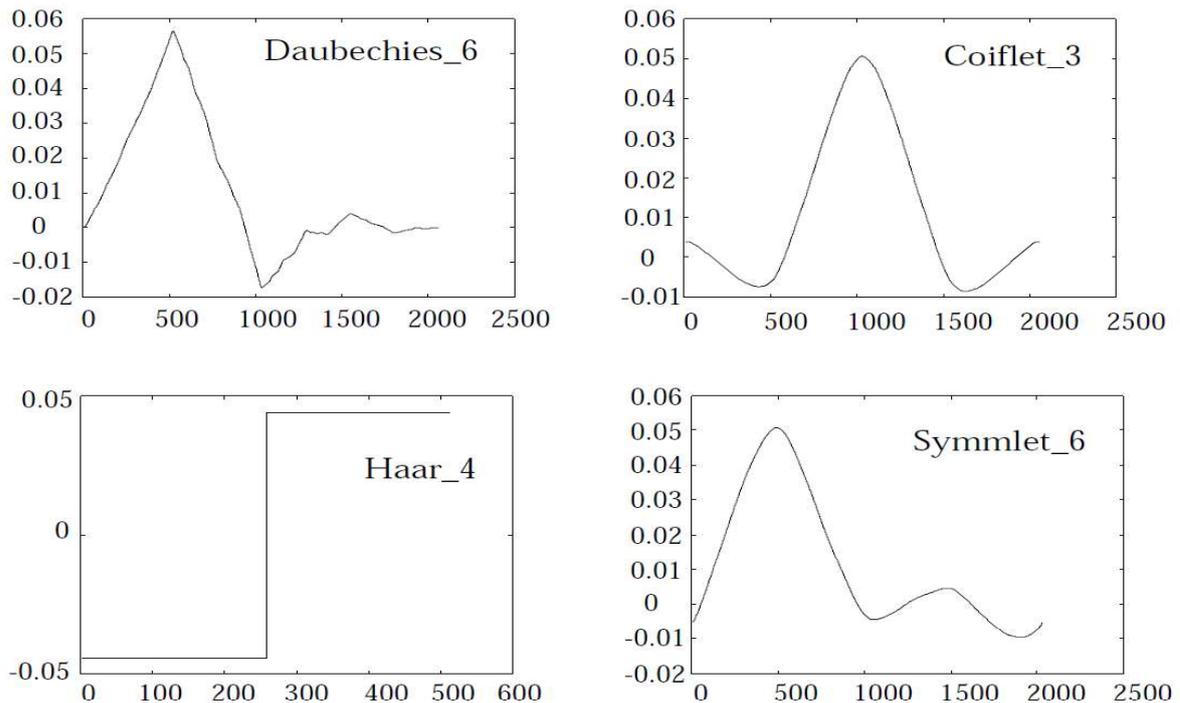


Figura 1.6. Diferentes familias de wavelets [15].

1.3.2.3.1. Transformada de Wavelet Continua

Gabor, Morlet y Grossmann realizaron una colaboración importante entre las áreas de física teórica y procesamiento de señales, logrando el planteamiento de la Transformada de Wavelet Continua (CWT). Sus ideas, a pesar de que no fueron nuevas, debido a que ya se utilizaban en experimentos de visión por computadora o en procesamiento de imágenes en multi-escala, fueron un importante punto de partida que reunió a diferentes investigadores de varias disciplinas para desarrollar un nuevo modelo matemático para el análisis de señales [16].

Un diccionario wavelet se construye a partir de una wavelet madre ψ de promedio cero

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (1.14)$$

la cual es dilatada con un coeficiente de escalado s , y trasladada por un coeficiente u :

$$D(x) = \left\{ \psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \right\}_{u \in \mathbb{R}, s > 0} \quad (1.15)$$

La transformada wavelet de f a cualquier escala s y posición u es la proyección de f en el átomo wavelet correspondiente:

$$Wf(u, s) = (f, \psi_{u,s}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left(\frac{t-u}{s} \right) dt = 0 \quad (1.16)$$

Una de las características más útiles de wavelets es la facilidad con la cual se puede escoger los coeficientes que definen a un sistema wavelet para ser adaptadas a un problema dado. Se puede imaginar a los coeficientes como un filtro. El filtro o los coeficientes son colocados en una matriz de transformación, la cual es aplicada a un vector de datos sin procesar. Los coeficientes son ordenados utilizando dos patrones dominantes, uno que trabaja como un filtro de suavizado (como una media móvil), y un patrón que trabaja para sacar la información “de detalle” de los datos.

Para el análisis y comparación a realizar se utilizará tres tipos de wavelets disponibles en Matlab: Wavelet Morse, Wavelet Morlet y Wavelet Bump. Cada uno de estos wavelets presenta características diferentes que permiten obtener resultados variados, lo cual se analizará a continuación.

1.3.2.3.2. *Wavelet Morse*

Las wavelet morse son una familia de wavelet específicamente analíticas. Las wavelet analíticas son wavelets con valores complejos cuyas transformadas de Fourier solo existen en los números reales positivos. Son utilizadas para analizar señales moduladas, ósea, señales que varían su amplitud y frecuencia con el tiempo, también se utilizan para analizar discontinuidades localizadas.

La transformada de Fourier de una wavelet Morse generalizada es:

$$\Psi_{p,\gamma}(\omega) = U(\omega) a_{p,\gamma} \omega^{\frac{p^2}{\gamma}} e^{-\omega^\gamma} \quad (1.17)$$

donde $U(\omega)$ es la función paso unitaria, $a_{p,\gamma}$ es una constante de normalización, p^2 es producto del tiempo-ancho de banda (the time-bandwidth product) y γ es la característica de simetría de la wavelet Morse. Otra literatura sobre las wavelet Morse utiliza β como un parámetro de descomposición o compactación, en lugar del producto del tiempo-ancho de banda, $p^2 = \beta\gamma$. Con esto la ecuación para la wavelet Morse en el dominio de Fourier parametrizado por β y γ es:

$$\Psi_{\beta,\gamma}(\omega) = U(\omega) a_{\beta,\gamma} \omega^\beta e^{-\omega^\gamma} \quad (1.18)$$

Ajustando el producto del tiempo-ancho de banda, y el valor de simetría de una wavelet Morse, se puede obtener una amplia variedad de formas de wavelets analíticas que presentan diferentes propiedades y comportamientos. Las wavelets Morse son la base para otros tipos de wavelets analíticos que son casos específicos de una wavelet Morse generalizada. Por ejemplo, los wavelets Cauchy tienen un $\gamma = 1$ y los wavelet Bessel son aproximados usando $\beta = 8$ y $\gamma = 0.25$.

Estos dos parámetros determinan la forma de la wavelet y afectan en el comportamiento de la transformada. El parámetro γ , es el responsable de la simetría de la wavelet en el tiempo. La raíz cuadrada del producto del tiempo-ancho de banda, p , es proporcional a la duración del wavelet en el tiempo. La duración determina cuantas oscilaciones pueden caber dentro de una ventana wavelet en el dominio del tiempo en la frecuencia pico. La frecuencia pico es $\left(\frac{p^2}{\gamma}\right)^{1/\gamma}$.

- **Efecto de los valores de los parámetros en la forma de una wavelet Morse**

La Figura 1.7 muestra cómo los valores de p y γ afectan a la forma de la wavelet. Mayores valores de p amplían la zona central de la wavelet y aumentan la tasa de decaimiento a largo plazo. Aumentar valores de simetría amplía la envoltura de la wavelet, sin tener efecto en el deterioro con el tiempo. Para valores de simetría menores o iguales a 3, reducir p hace a las wavelet ser menos simétricas. Aumentando la γ y el p , se logra que la wavelet tenga más oscilaciones en el tiempo y se estreche en la frecuencia. Valores de p bajos y valores de γ altos causan efectos indeseados como lóbulos laterales en el dominio del tiempo y asimetría en el dominio de la frecuencia.

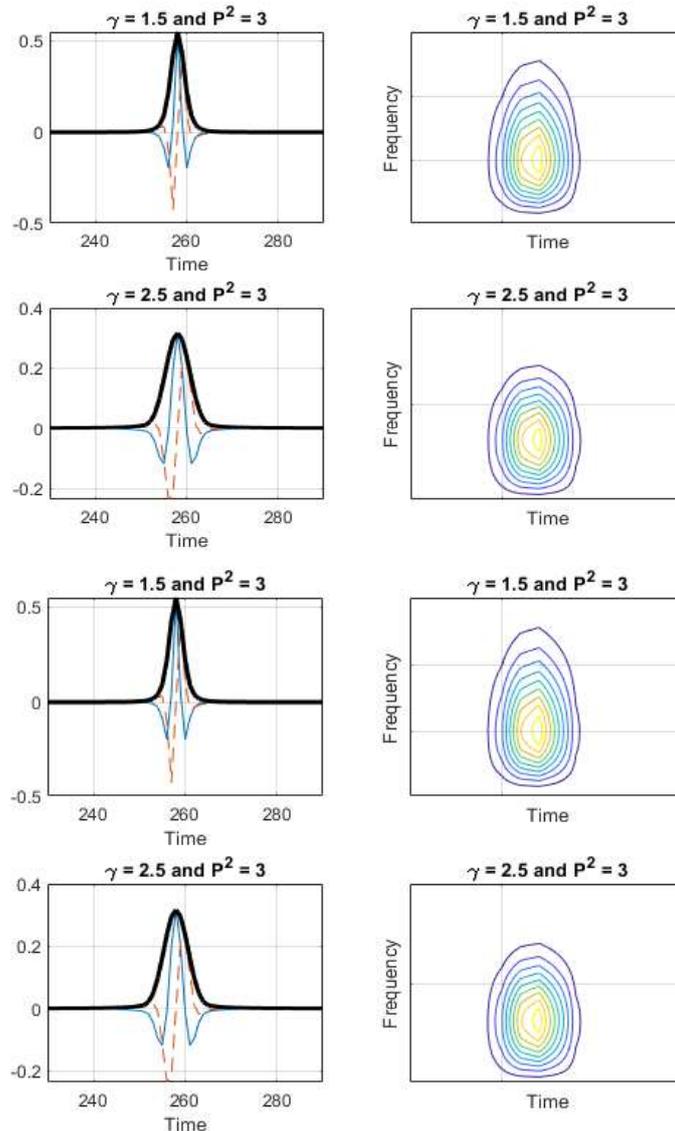


Figura 1.7. Forma en la que se modifica una wavelet dependiendo de los parámetros de ancho de banda de tiempo y simetría [17].

1.3.2.3.3. *Wavelet Morlet*

Una wavelet Morlet puede ser descrita como una onda sinusoidal delimitada por una onda Gaussiana como se observa en la Figura 1.8 . La wavelet Morlet es utilizada en análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia, donde una onda Gaussiana envuelve a una sinusoidal compleja. Posteriormente se realiza una convolución entre la wavelet Morlet compleja y una señal en el dominio del tiempo, y el resultado de la convolución es una señal compleja de la que se obtienen valores de potencia instantánea y fase para cada instante de tiempo. Esta convolución en términos más simples puede ser descrita como un procedimiento de “comparación con una señal base”, en el que cada punto de tiempo es comparado con una plantilla (la onda sinusoidal delimitada por una señal gaussiana), el

resultado de la convolución es una serie temporal de “similitudes” entre la señal y la wavelet [18].

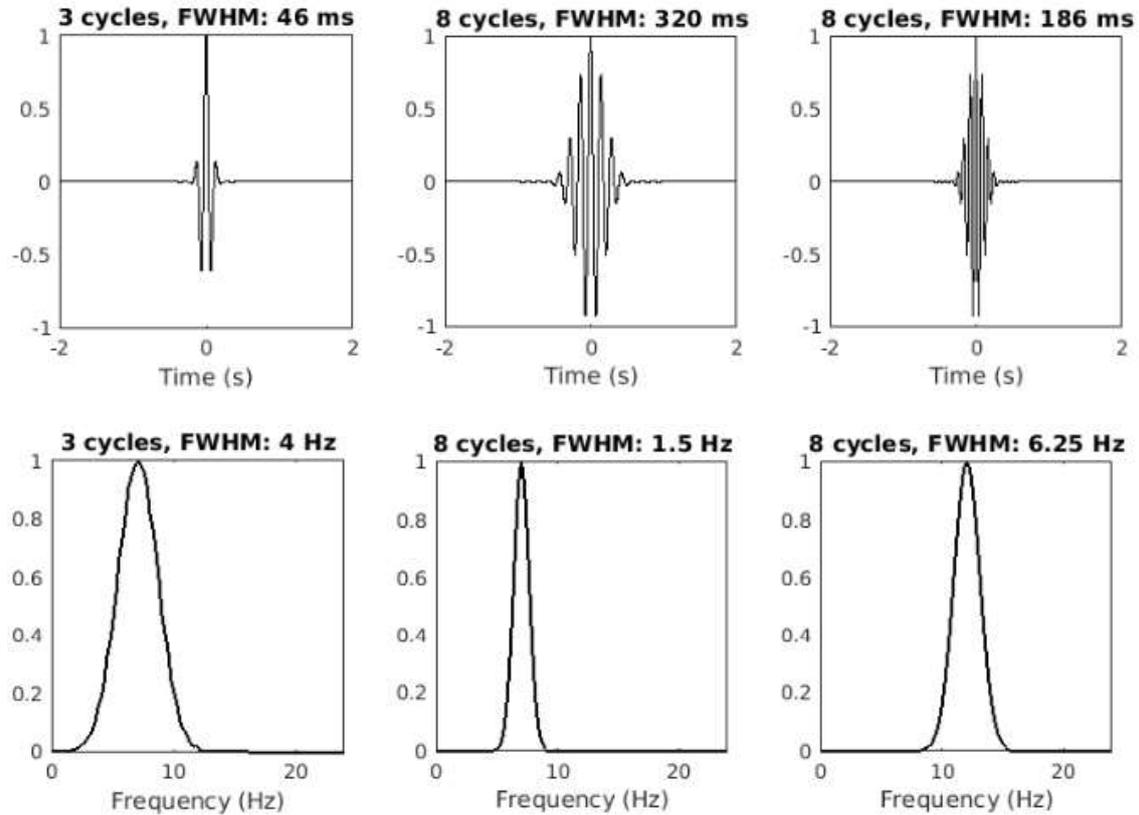


Figura 1.8. Tres wavelets Morlet en el dominio del tiempo (columna superior) y en el dominio de la frecuencia (columna inferior) con dos frecuencias y diferentes parámetros de resolución tiempo-frecuencia [18].

Existen muchas ventajas que presentan las wavelet Morlet para el análisis en tiempo-frecuencia. La primera es que la wavelet Morlet tiene la forma de una señal gaussiana en el dominio de la frecuencia. La ausencia de discontinuidades bruscas minimiza los efectos de ondulación que pueden confundirse como oscilaciones. Otra ventaja es que los resultados de la convolución wavelet permite obtener una resolución en el tiempo muy alta, similar a la señal original. La tercera ventaja es que la convolución wavelet es muy eficiente en términos de carga computacional, debido a que requiere pocos cálculos.

Una wavelet Morlet compleja w se define como el producto de una sinusoidal compleja y una ventana gaussiana:

$$w = e^{2i\pi ft} e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}} \quad (1.19)$$

donde f es la frecuencia en Hz, y t es el tiempo en segundos. Para evitar introducir un desplazamiento de fase, t debe ser centrado en $t = 0$. σ es el ancho de la ventana gaussiana, la cual se define como:

$$\sigma = \frac{n}{2\pi f} \quad (1.20)$$

El parámetro que define los intercambios de precisión entre tiempo y frecuencia es n , el cual se conoce usualmente como “número de ciclos”.

1.3.2.3.4. *Wavelet Bump*

Este tipo de Wavelet tiene una varianza mayor en tiempo y una varianza más angosta en frecuencia. Al igual que las anteriores wavelets es analítica. Este tipo de wavelet es la mejor opción cuando se tienen señales oscilatorias y se tiene más interés en un análisis general en el dominio del tiempo-frecuencia, que en la ubicación de transiciones.

1.3.2.4. **Matching Pursuit**

Las limitaciones de la transformada de Wavelet se deben en su mayoría a su limitado conjunto de formas de onda utilizadas para expresar las variaciones en una señal. Matching Pursuit (MP) es un algoritmo iterativo creado por Mallat y Zhang que descompone la señal en una expansión lineal de formas de onda, las cuales se obtienen de un diccionario completo y redundante. Este método utiliza aproximaciones sucesivas de la señal con proyecciones ortogonales presentes en los elementos de un diccionario. Este diccionario consiste en un átomo Gaussiano básico el cual se escala y desplaza en el dominio del tiempo-frecuencia. La representación tiempo-frecuencia se obtiene aplicando la Distribución de Wigner en cada uno de los elementos y realizando una suma ponderada. Esta representación no tiene términos cruzados y preserva la energía de la señal, los desplazamientos en tiempo-frecuencia y los cambios de escala en la señal analizada [8].

Para analizar una señal, normalmente se la descompone en funciones conocidas primordiales, para posteriormente describir cada una de estas funciones y su relación con la señal compuesta. Estas funciones se las suele denominar *diccionarios*. Para saber cuál de las funciones de estos diccionarios se asemeja más una señal dada se necesita una medida de ajuste (similitud) entre la señal analizada y una función conocida. Esto se logra por medio del producto interior.

- **Producto interior, medida de similitud**

Igual que el producto de dos números, el producto interior de dos señales es un número. Aunque su nombre indique una multiplicación, además de esta operación se debe hacer una suma de estos productos, caso contrario el producto interno tendría tantos números como puntos tiene cada señal. Por ejemplo, si se tienen dos señales x y y :

$$x = (2, 2, -2, 1, 2)$$

$$y = (-1, -1, 1, 1, 0)$$

Su producto interno es:

$$x \cdot y = 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = -5$$

Se puede visualizar esto poniendo una secuencia sobre otra:

| | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|------------------|
| x | 2 | 2 | -2 | 1 | 2 | |
| y | -1 | -1 | 1 | 1 | 0 | |
| · | -2 | -2 | -2 | 1 | 0 | $x \cdot y = -5$ |

La representación gráfica de esta operación se muestra en la Figura 1.9.

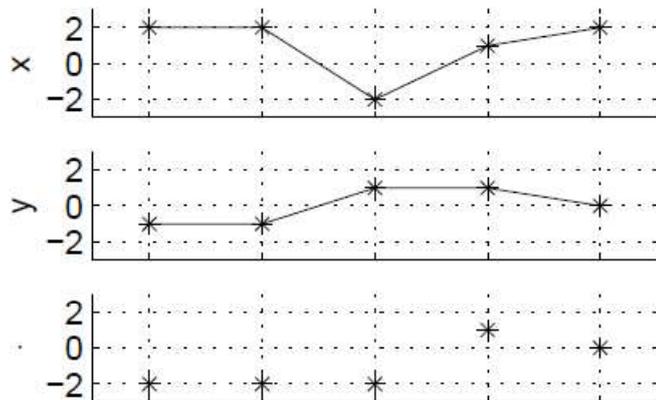


Figura 1.9. Producto interno de las señales x, y de forma gráfica [19].

La señal inferior de la Figura 1.9 está formada por el producto entre cada par de puntos de las señales x y y . La suma de cada punto de esta señal da el producto interno de las señales de entrada. En este caso el producto interno es negativo debido a que los valores positivos de la primera señal están en la mayoría de los puntos, donde las muestras de la segunda señal son negativas y viceversa. Estas señales no se ajustan entre ellas, lo cual implica un valor relativamente bajo de producto interno. Si se reemplaza la primera señal por su negativa $(-1) \cdot x$, el valor del producto interno cambia de -5 a 5 .

| | | | | | | |
|-----|----|----|---|----|----|-----------------|
| x | -2 | -2 | 2 | -1 | -2 | |
| y | -1 | -1 | 1 | 1 | 0 | |
| · | 2 | 2 | 2 | -1 | 0 | $x \cdot y = 5$ |

Estas señales se ajustan entre ellas de mejor manera como se puede observar en la Figura 1.10.

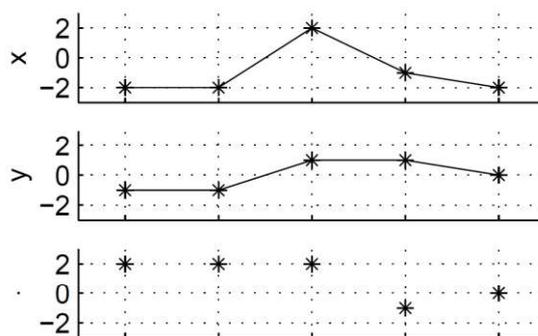


Figura 1.10. Producto interno de las señales x y y , cambiando la señal y por su negativa [19].

El mejor ajuste de una señal ocurre cuando se realiza el producto interno con ella misma, como se muestra a continuación.

| | | | | | | |
|---------|----|----|---|----|----|------------------|
| x | -2 | -2 | 2 | -1 | -2 | $x \cdot x = 17$ |
| x | -2 | -2 | 2 | -1 | -2 | |
| \cdot | 4 | 4 | 4 | 1 | 4 | |

En la Figura 1.11 se muestra de forma gráfica como quedaría el producto interno.

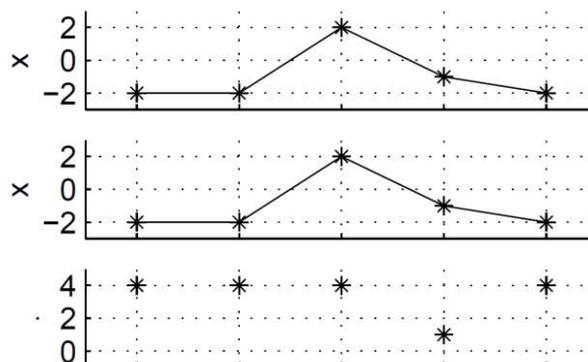


Figura 1.11. Producto interno de las señales x y y , logrando el mejor ajuste [19].

En general, si dos señales están en fase su producto será mayor. Pero si cambiamos una de las señales para que sus máximos se aproximen a los mínimos de la otra entonces el producto interna cae dramáticamente. Esto indica que los valores grandes de producto interno ocurren para señales similares, por lo tanto después de resolver problemas de normalización, se puede utilizar el producto interno como medida de similitud entre dos señales.

- **Diccionario de Gabor**

El enfoque más común para la construcción de diccionarios de tiempo-frecuencia se basa en las funciones de Gabor, que son envolturas gaussianas moduladas por oscilaciones sinusoidales. Multiplicando estas dos funciones se pueden obtener una gran variedad de formas dependiendo de sus parámetros.

Una ventaja de este acercamiento estandarizado es que todas esas diferentes formas, pueden ser descritas en términos de cuatro números por forma de onda: tiempo, ancho y posición del centro de la envoltura gaussiana, y frecuencia y fase de la senoidal modulante. Las amplitudes son ajustadas de tal manera que cada función tenga igual energía (unidad), dado que el producto de una forma de onda de energía unitaria con la señal medirá directamente la contribución de esa estructura a la energía de la señal.

Sin embargo, este diccionario incorpora una gran variedad de estructuras y probar cada una de estas con el producto interno sería infructuoso debido a que se pueden generar millones de formas de onda para señales que podrían durar muy poco, solo sería necesario escoger las más representativas. MP es el procedimiento que lleva a cabo esta selección.

1.3.2.4.1. Funcionamiento de Matching Pursuit

Para explicar el procedimiento de MP se utilizará una señal de ejemplo compuesta por dos funciones Gabor y un poco de ruido, representados en la Figura 1.12.



Figura 1.12 Señal construida por la suma de dos funciones Gabor más ruido [19].

Inicialmente se escoge una función, la cual posee de entre todas las funciones del diccionario el mayor producto interior con la señal. Esto se muestra en la Figura 1.13.

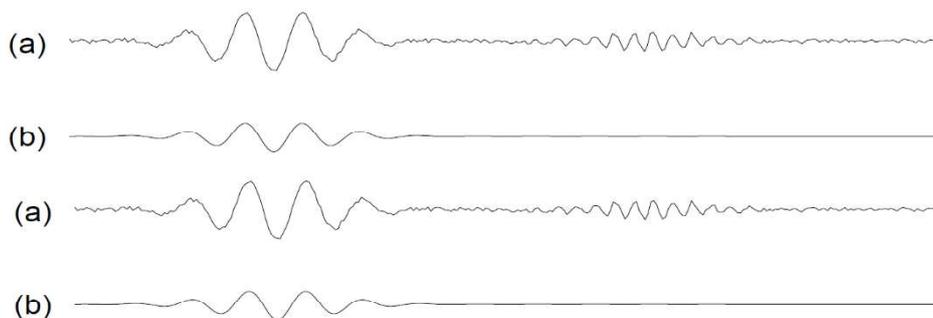


Figura 1.13. Función obtenida del diccionario Gabor (b) que da el mayor producto interior con la señal (a) [19].

Sin embargo, una sola función rara vez puede representar toda la señal. Un diccionario bueno debe contener forma de ondas similares o al menos que den un producto interior grande. El algoritmo MP es un procedimiento iterativo que se describe de la siguiente manera:

1. Encontrar (en el diccionario) la primera función, que mejor se ajuste a la señal.
2. Restar su contribución de la señal.
3. Repetir los pasos anteriores en los residuos restantes hasta que se logre una representación de la señal que sea satisfactoria.

En la Figura 1.14 se representa las primeras dos iteraciones de este procedimiento aplicado a la señal de la Figura 1.12.

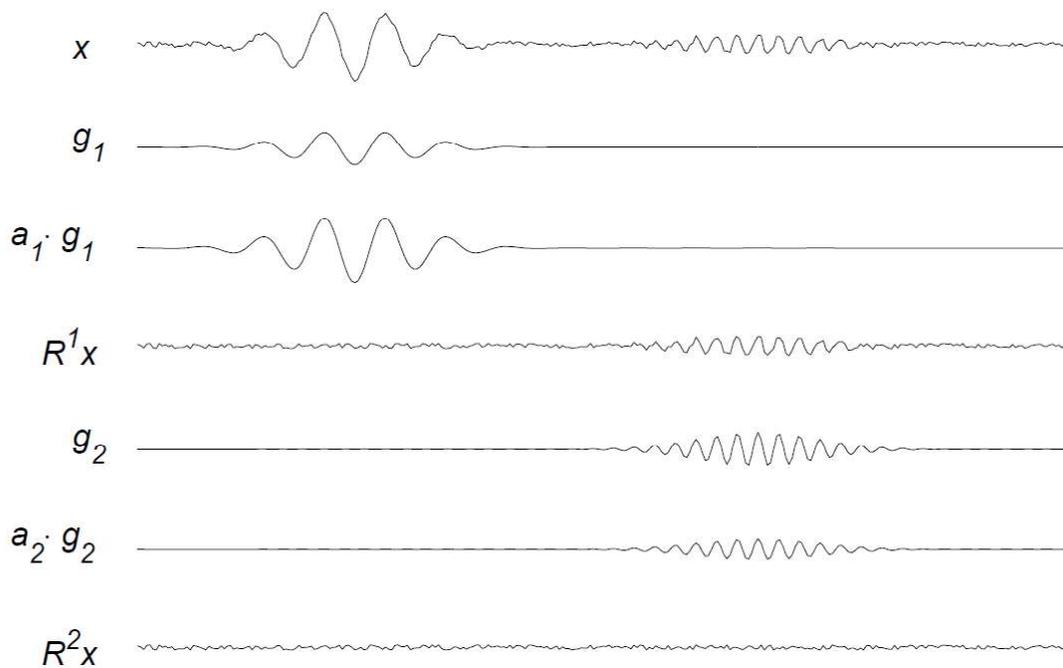


Figura 1.14. Ejemplo del procedimiento iterativo del algoritmo MP [19].

Como primer paso se encuentra la señal g_1 , que da el mayor producto interior con la señal analizada x . Posteriormente se ajusta la amplitud de g_1 a la señal multiplicando por una constante y se resta de la señal original. El primer residuo resultante $R^1 x$ ya no contiene la contribución de la primera función que se ajustó a la señal original. La siguiente función (g_2), encontrada en el diccionario es la función que mayor producto interior da con el residuo, la cual se restará de la misma manera de $R^1 x$. Si con estas dos funciones (g_1 y g_2) se logra una representación satisfactoria, se puede detener en este punto la iteración y dejar a $R^2 x$ como un residuo sin importancia [19].

Como resultado de este procedimiento tenemos una aproximación a la señal x en términos de las funciones g_1 y g_2 obtenidas del diccionario con sus respectivos coeficientes a_1 y a_2 , mas un residuo sin importancia como se muestra en la Figura 1.15.

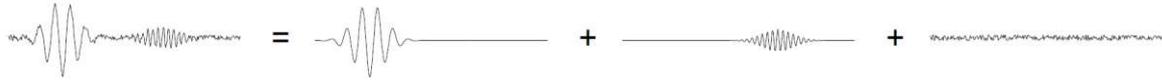


Figura 1.15. Composición de la señal x en base a las funciones encontradas en el diccionario de Gabor [19]

1.3.3. ESTADO DEL ARTE DE COMPARACIONES DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DE TIEMPO-FRECUENCIA

Se han encontrado pocos estudios comparativos entre métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia. Entre los documentos que se han encontrado, existen comparaciones de algunos de los métodos que se estudiarán en este Proyecto Técnico; sin embargo, muchos únicamente muestran resultados visuales sin considerar los cuatro parámetros importantes de: resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección y carga computacional, realizando una comparación muy superficial y que muchas veces solo toma en cuenta aplicaciones específicas. Entre los resultados más importantes encontrados se tienen los siguientes:

1.3.3.1. Comparison of Different Time-frequency Analysis Methods for Sparse Representation of PD-induced UHF Signal

Este paper investiga los resultados de métodos de análisis de señales en el tiempo-frecuencia, y compara los resultados de sus representaciones así como el costo de tiempo, es decir, la carga computacional. Los métodos que se comparan son la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), la representación de Gabor, la Distribución de Wigner-Ville y sus variaciones Pseudo Wigner-Ville Distribution (PWVD) y Smoothed Pseudo Distribución de Wigner-Ville (SPWVD) [3].

Entre las conclusiones se tienen que la STFT y la representación de Gabor poseen una buena definición en la representación de la densidad de energía, sin embargo no se puede lograr una buena resolución en tiempo y en frecuencia simultáneamente. En cuanto a las distribuciones de Wigner-Ville, se logran resoluciones en tiempo y resoluciones en frecuencias perfectas, sin embargo, debido a la naturaleza cuadrática de esta transformada se introducen términos de interferencia. La PWVD reduce los términos de interferencia,

pero aún son demasiado visibles y pueden causar interferencias. La SPWVD reduce aún más las interferencias, sin embargo, se tienen pérdidas de información de la señal [3].

1.3.3.2. Comparación de los métodos Wavelet y Transformada de Fourier de Tiempo Corto en el análisis de señales EMG

Este estudio se basa en el análisis de señales EMG obtenidas de diferentes pacientes. Las señales EMG son no estacionarias y tienen componentes y características de tiempo-frecuencia muy complejas, razón por la cual, escoger el método correcto es de vital importancia para determinar características críticas al analizar una señal EMG [4].

Entre las conclusiones más importantes están que la STFT puede ser utilizada para señales estacionarias con un excelente desempeño, sin embargo, para señales no estacionarias, la resolución depende mucho de la longitud adecuada de la ventana de análisis. La transformada Wavelet tiene la ventaja de emplear ventanas variables, es decir, una ventana de tamaño pequeño con frecuencias altas, y ventanas de mayor tamaño en frecuencias bajas. Esto le otorga una buena resolución y alto desempeño para la visualización de la actividad de neuropatía y miopatía [4].

1.3.3.3. Comparación de diferentes representaciones tiempo-frecuencia por Mariia Fedotenkova y Axel Hutt

En este reporte se encuentra la comparación de cinco métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia: Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), Transformada de Wavelet Continua (CWT), Distribución de Wigner-Ville, Distribución de Choi-Williams y Espectrograma Reasignado, utilizados en el análisis datos EEG (Electroencefalograma). En este documento se utiliza una señal multicomponente formada por tres ondas sinusoidales de diferentes frecuencias como se muestra en la Figura 1.16.

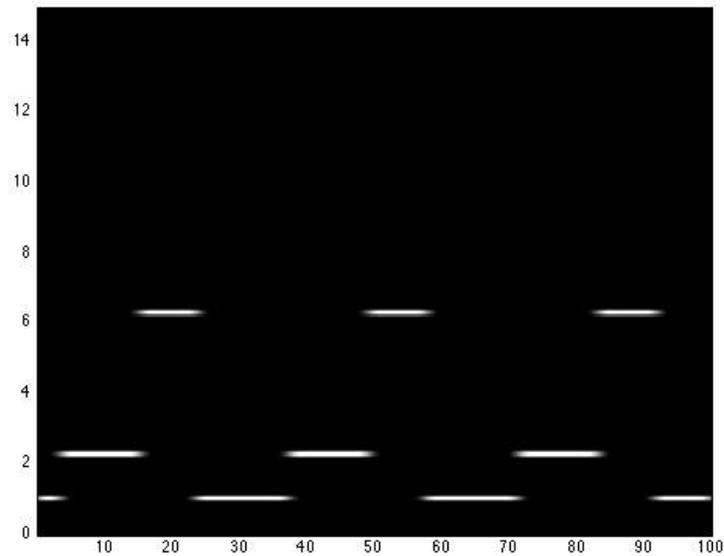


Figura 1.16. Representación tiempo-frecuencia Ideal (Eje x: tiempo, eje y: frecuencia) [6]

En este estudio comparativo se llegó a la conclusión de que las distribuciones de Wigner-Ville y Choi-Williams introducen demasiadas interferencias y distorsiones debido a los términos de interferencia y a componentes negativos, además de poseer una gran carga computacional. La STFT posee una buena preservación de la energía, pero tiene problemas con la resolución en tiempo y la resolución en frecuencia. Es importante señalar que para la STFT en este caso utilizaron una ventana Hanning de longitud 256. Utilizando la transformada de wavelet continua, se llegó a la conclusión de que provee buenos resultados, pero distorsiona la distribución de energía. El espectrograma reasignado provee resultados precisos utilizando simple inspección visual; sin embargo, cuantitativamente la potencia del espectro se ve reducida en ciertas regiones, lo que puede ser una causa de lecturas erróneas [6].

2. METODOLOGÍA

En este capítulo se presentará la comparación de los cuatro métodos de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia estudiados: Transformada de Fourier de Tiempo Corto, Distribución de Wigner-Ville, Wavelets y Matching Pursuit.

Para la comparación de los métodos se realizarán 3 pruebas diferentes. La primera prueba se enfoca en estudiar la resolución en frecuencia y consistirá en crear una señal multicomponente con 10 tonos de diferentes frecuencias y con la misma amplitud. En esta prueba cada tono estará más cerca del siguiente de tal manera que se pueda probar el límite en resolución en frecuencia para cada método.

La siguiente prueba se enfocará en estudiar la capacidad de detección de los métodos: de igual manera se creará una señal con 10 tonos separados 70h Hz entre sí. A cada tono se le irá reduciendo su amplitud de tal manera que se pueda probar el límite de detección para cada método.

La tercera prueba consistirá en una mezcla de las dos pruebas anteriores: se combinarán tonos de diferentes amplitudes, duraciones y de ubicación espectral variada.

La resolución en tiempo será observada en cada una de las tres pruebas anteriores, debido a que cada componente tiene diferente duración, así como diferentes tiempos de inicio y fin.

En la Tabla 2.1 se muestran las modificaciones que sufrieron cada uno de los componentes de la señal para cada prueba realizada, con el fin de probar el límite de cada método estudiado en cuanto a los parámetros previamente descritos.

Para comparar la carga computacional que posee cada uno de los métodos se midió el tiempo de ejecución de cada uno de los códigos implementados para el análisis de señales, para esto se utilizó la función de Matlab *tic toc*. Esto se realizó para cada prueba con el fin de obtener un promedio de tiempos de cada método. El equipo utilizado para realizar los experimentos fue una laptop con Matlab R2019a, cuyas características son: Windows 10 Home, Procesador Intel Core I7-6700HQ @ 2.60GHz y 16 Gb de memoria RAM.

Es importante recalcar que, aunque la función *tic toc* mide el tiempo de procesamiento del código, este tiempo no incluye cuanto se demoró en mostrar las gráficas. En muchos de

los métodos estudiados este tiempo fue muy superior al marcado por la función. Los detalles se analizarán en el capítulo de Resultados.

Tabla 2.1. Tabla resumen de los parámetros de cada componente de la señal en las pruebas realizadas para la comparación de los métodos de análisis.

| Número de prueba | Componente # | Duración (s) | Amplitud | Frecuencia (Hz) |
|------------------|--------------|--------------|----------|-----------------|
| 1 | C1 | 0 – 0.75 | 1 | 400 |
| | C2 | 0.25 – 1 | 1 | 402 |
| | C3 | 0.5 – 0.75 | 1 | 405 |
| | C4 | 0.5 – 1 | 1 | 410 |
| | C5 | 0.25 – 0.75 | 1 | 420 |
| | C6 | 0.1 – 0.6 | 1 | 440 |
| | C7 | 0 – 0.4 | 1 | 480 |
| | C8 | 0.3 – 1 | 1 | 560 |
| | C9 | 0.2 – 0.8 | 1 | 720 |
| | C10 | 0 – 0.7 | 1 | 900 |
| 2 | C1 | 0 – 0.75 | 1 | 200 |
| | C2 | 0.25 – 1 | 0.5 | 270 |
| | C3 | 0.5 – 0.75 | 0.1 | 340 |
| | C4 | 0.5 – 1 | 0.05 | 410 |
| | C5 | 0.25 – 0.75 | 0.01 | 480 |
| | C6 | 0.1 – 0.6 | 0.005 | 550 |
| | C7 | 0 – 0.4 | 0.001 | 620 |
| | C8 | 0.3 – 1 | 0.0005 | 690 |
| | C9 | 0.2 – 0.8 | 0.0001 | 760 |
| | C10 | 0 – 0.7 | 0.00005 | 830 |
| 3 | C1 | 0 – 0.75 | 1 | 200 |
| | C2 | 0.25 – 1 | 0.001 | 210 |
| | C3 | 0.5 – 0.75 | 0.05 | 305 |
| | C4 | 0.5 – 1 | 0.1 | 350 |
| | C5 | 0.25 – 0.75 | 0.01 | 480 |
| | C6 | 0.1 – 0.6 | 0.005 | 500 |
| | C7 | 0 – 0.4 | 1 | 550 |
| | C8 | 0.3 – 1 | 0.25 | 700 |
| | C9 | 0.2 – 0.8 | 0.5 | 760 |
| | C10 | 0 – 0.7 | 0.01 | 800 |

2.1. Generación de la señal multicomponente

Para generar la señal artificial multicomponente se realizó un código que fabrica la señal a partir de los parámetros establecidos en la Tabla 2.1. Además, se realiza un gráfico de cómo se presentarían estas señales en el caso ideal. A continuación, se indica el código:

```

clear all;
close all;

%% Para la prueba 1

f1=400; f2=402; f3=405; f4=410; f5=420; f6=440; f7=480; f8=560;
f9=720; f10=900;

% Amplitudes:

a1=1; a2=1; a3=1; a4=1; a5=1; a6=1; a7=1; a8=1; a9=1; a10=1;

%% Para la prueba 2

% f1=200; % f2=270; % f3=340; % f4=410; % f5=480; % f6=550; % f7=620;
% f8=690; % f9=760; % f10=830; %

% % Amplitudes:

% a1=1; % a2=0.5; % a3=0.1; % a4=0.05; % a5=0.01; % a6=0.005; % a7=0.001;
% a8=0.0005; % a9=0.0001; % a10=0.00005;

%% Prueba 3:

% f1=200; % f2=210; % f3=350; % f4=305; % f5=480; % f6=500; % f7=550;
% f8=700; % f9=760; % f10=800;

%Duraciones de las componentes en segundos:
%Se especifica el intervalo en el cual va a estar presente en la señal
t1=[0 0.75]; t2=[0.25 1]; t3=[0.5 0.75]; t4=[0.5 1]; t5=[0.25 0.75];
t6=[0.1 0.6]; t7=[0 0.4]; t8=[0.3 1]; t9=[0.2 0.8]; t10=[0 0.7];

Factor = 10; %Factor que indica la tasa de muestreo, sera de 10 veces
a la mayor frecuencia

Fs=Factor*f10; % Fs respecto de la f5 que es la más exigente
%Fs=8192; PARA EL METODO DE MATCHING PURSUIT se requiere esta
frecuencia de muestreo debido a que el algoritmo solo acepta valores
que sean potencia de 2
Ts=1/Fs; %Valor de separación de los puntos para la creación del
vector de tiempos.
duracion = 1; % es el tiempo máximo que ocupan las componentes
t=Ts:Ts:duracion;

% Creación de cada componente sinusoidal con los parámetros
predeterminados
comp1=a1*sin(2*pi*f1*t);
comp2=a2*sin(2*pi*f2*t);
comp3=a3*sin(2*pi*f3*t);
comp4=a4*sin(2*pi*f4*t);
comp5=a5*sin(2*pi*f5*t);
comp6=a6*sin(2*pi*f6*t);
comp7=a7*sin(2*pi*f7*t);
comp8=a8*sin(2*pi*f8*t);
comp9=a9*sin(2*pi*f9*t);
comp10=a10*sin(2*pi*f10*t);

```

```

%% Se enceran los componentes en los intervalos de tiempo donde no
existen:
% L=length(t);
% La componente 1: solo existe en el intervalo (0-0.75):
for i=1:L;
    if t(i)>0.75
        comp1(i)=0;
    end
end
% La componente 2: solo existe en el intervalo (0.25-1):
for i=1:L;
    if t(i)<0.25
        comp2(i)=0;
    end
end
% La componente 3: solo existe en el intervalo (0.5-0.75):
for i=1:L;
    if t(i)<0.5
        comp3(i)=0;
    end
    if t(i)>0.75
        comp3(i)=0;
    end
end
% La componente 4: solo existe en el intervalo (0.5-1):
for i=1:L;
    if t(i)<0.5
        comp4(i)=0;
    end
end
% La componente 5: solo existe en el intervalo (0.25-0.75):
for i=1:L;
    if t(i)<0.25
        comp5(i)=0;
    end
    if t(i)>0.75
        comp5(i)=0;
    end
end
%La componente 6: solo existe en el intervalo [0.1-0.6]
for i=1:L;
    if t(i)<0.1
        comp6(i)=0;
    end
    if t(i)>0.6
        comp6(i)=0;
    end
end
%La componente 7: solo existe en el intervalo [0-0.4]
for i=1:L;
    if t(i)>0.4
        comp7(i)=0;
    end
end
%La componente 8: solo existe en el intervalo [0.3-1]
for i=1:L;
    if t(i)<0.3
        comp8(i)=0;
    end
end

```

```

%La componente 9: solo existe en el intervalo [0.2-0.8]
for i=1:L;
    if t(i)<0.2
        comp9(i)=0;
    end
    if t(i)>0.8
        comp9(i)=0;
    end
end

%La componente 10: solo existe en el intervalo [0-0.7]
for i=1:L;
    if t(i)>0.7
        comp10(i)=0;
    end
end

% % Una vez generadas las componentes, las sumamos para obtener la
señal compuesta:
yt1 = comp1+comp2+comp3+comp4+comp5+comp6+comp7+comp8+comp9+comp10;

% Visualización del TF ideal en conjunto con la señal compuesta
obtenida de
% manera que se vea la existencia de una o varias componentes según
los intervalos

figure
subplot(2,1,1)
hold on
plot (t1,[f1 f1], 'linewidth',2)
plot (t2,[f2 f2], 'linewidth',2)
plot (t3,[f3 f3], 'linewidth',2)
plot (t4,[f4 f4], 'linewidth',2)
plot (t5,[f5 f5], 'linewidth',2)
plot (t6,[f6 f6], 'linewidth',2)
plot (t7,[f7 f7], 'linewidth',2)
plot (t8,[f8 f8], 'linewidth',2)
plot (t9,[f9 f9], 'linewidth',2)
plot (t10,[f10 f10], 'linewidth',2)
hold off
grid on;

title('DIAGRAMA TIEMPO-FRECUENCIA IDEAL')
xlabel('t(s)'); ylabel('F(Hz)')
axis([0 1.2 0 1200])
legend(['Amp.1:' num2str(a1)], ['Amp.2:' num2str(a2)], ['Amp.3:'
num2str(a3)], ['Amp.4:' num2str(a4)], ['Amp.5:' num2str(a6)], ...
['Amp.6:' num2str(a6)], ['Amp.7:' num2str(a7)], ['Amp.8:'
num2str(a8)], ['Amp.9:' num2str(a9)], ['Amp.10:' num2str(a10)])
subplot(2,1,2);
plot(t,yt1);
title('Señal compuesta');
xlabel('t(sec)');ylabel('Amplitud');

axis([0 1.2 -10 10]) % mismos limites horizontales que el TF ideal
para ver correspondencias

```

En la Figura 2.1 se muestra el resultado de la ejecución de este código utilizando los parámetros para la prueba 1. El diagrama tiempo-frecuencia ideal es la base de las comparaciones con cada uno de los métodos. Es lo que se esperaría ver si el análisis fuera perfecto.

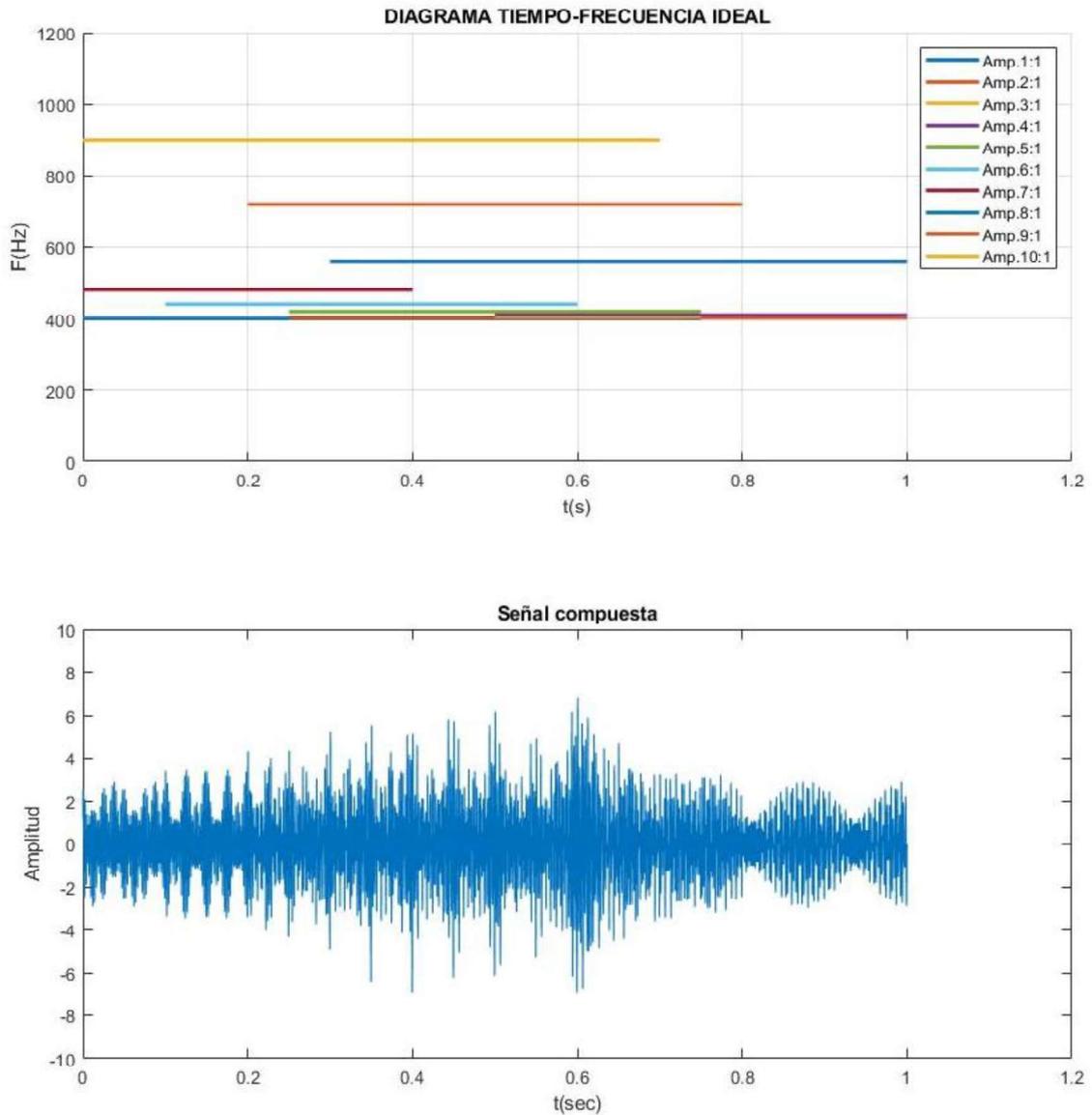


Figura 2.1. Diagrama tiempo-frecuencia Ideal y la señal compuesta para la prueba 1

La señal será la misma para cada una de las pruebas realizadas, para que todos los métodos tengan las mismas condiciones para las comparaciones. El único método que tiene un cambio en el código presentado previamente es Matching Pursuit, el cual requiere que la frecuencia de muestreo sea un número potencia de dos, que en este caso se ha escogido una frecuencia de muestreo de 8192.

2.2. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO EN MATLAB

Para analizar la señal artificial con la STFT se probaron diferentes tipos de ventanas como Hamming, Kaiser, Blackmann, pero con las que se tuvieron mejores resultados son: la ventana Rectangular con la cual se puede obtener la mejor resolución en el tiempo y la ventana Blackman-Harris de 4 términos, con la cual se puede obtener la mejor detección. Además del tipo de ventana, el tamaño de ventana también es un parámetro importante para especificar si se desea que el análisis tenga una mejor resolución en tiempo, lo que se logra con una ventana de tamaño pequeño, o si se requiere una mejor resolución en frecuencia, lo que se logra con una ventana de tamaño mayor.

Matlab posee el "Signal Processing Toolbox" con varias funciones diseñadas para en análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia, además de funciones complementarias que facilitan el desarrollo de códigos el estudio de señales. Las principales funciones utilizadas se indican a continuación:

rectwin(L): Se utiliza para generar una ventana rectangular de longitud L. El periodograma simple utiliza este tipo de ventana cuyo lóbulo principal visto desde el dominio de la frecuencia es el más angosto posible. Las características observadas en la Figura 1.1, combinado con el uso de una ventana pequeña provee una buena resolución en tiempo.

blackmanharris (N): Se utiliza para crear una ventana Blackman-Harris simétrica de 4 términos de N puntos. Combinado con el uso de una ventana de tamaño grande y dadas las características que se observaron en la Figura 1.1, se tiene ventajas muy buenas en cuanto a detección.

spectrogram (x): Se utiliza para obtener la Transformada de Fourier de Tiempo Corto de la señal x. Esta función permite especificar parámetros como el tamaño de la ventana, el número de puntos de superposición de ventanas y la frecuencia de muestreo para calcular la transformada de Fourier.

Se desarrolló un código que, utilizando principalmente las funciones descritas anteriormente, permite realizar un análisis de la señal artificial multicomponente. Entre los parámetros que se utilizaron están:

1. La longitud de la ventana rectangular igual a 1/20 de la longitud de la señal

2. La longitud de la ventana Blackman-Harris igual a 1/5 de la longitud de la señal.
3. Porcentaje de superposición entre ventanas del 50%.
4. El número de muestras para calcular la transformada de Fourier discreta (nfft) es la potencia de dos superior a la longitud de la ventana utilizada.

Para graficar los resultados se utiliza la función *contourf*, debido a que presenta los resultados de forma más clara. Se utilizaron dos tipos de escala, una lineal y una logarítmica, esta última para facilitar la visibilidad de las componentes de baja amplitud que en escala lineal son imposibles de distinguir. El siguiente código fue utilizado para obtener el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con STFT:

```
yt = yt1;
%RESOLUCIÓN EN TIEMPO:
% Se debe emplear el ESPECTROGRAMA SIN PARÁMETROS DE SALIDA
% con ventana rectangular pequeña (señal / 20):
tic
window_RT = rectwin(fix(length(yt)/20)); %Creación de la ventana
rectangular
noverlap_RT=fix(length(window_RT)/2); %Porcentaje de solapamiento(50%)
l_ventana_RT=length(window_RT);%Longitud de la ventana
nfft_ventana_RT=2; %Cálculo de la nfft
while nfft_ventana_RT<l_ventana_RT
    nfft_ventana_RT=nfft_ventana_RT*2;
end

%Análisis de la señal utilizando los parámetros definidos
anteriormente con la función spectrogram
[P_RT,f_RT,t_RT]=spectrogram(yt,window_RT,noverlap_RT,nfft_ventana_RT,
Fs,'yaxis');

RESOLUCIÓN EN FRECUENCIA:
% Se debe emplear el ESPECTROGRAMA SIN PARÁMETROS DE SALIDA con
%ventana de Hann o BH4T grande (señal / 5):
window_RF = blackmanharris(fix(length(yt)/5));%Creación de la ventana
BH
noverlap_RF=fix(length(window_RF)/2); %Porcentaje de solapamiento(50%)
l_ventana_RF=length(window_RF); %Longitud de la ventana
nfft_ventana_RF=2; %Cálculo de la nfft
while nfft_ventana_RF < l_ventana_RF
    nfft_ventana_RF = nfft_ventana_RF*2;
end

%Análisis de la señal utilizando los parámetros definidos
anteriormente con
%la función spectrogram
[P_RF,f_RF,t_RF]=spectrogram(yt,window_RF,noverlap_RF,nfft_ventana_RF,
Fs,'yaxis');

figure;
%contourf(t_RT,f_RT,10*log10(abs(P_RT))); %Usado cuando se requiere
%una
%grafica con escala logarítmica
```

```

contourf(t_RT,f_RT,abs(P_RT)); %Usado cuando se requiere una gráfica
con escala lineal
grid on;
xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Frecuencia (Hz)')
title('Espectrograma con Ventana Rectangular 1/20');
axis([0 1 0 1200]); colorbar %Escala de colores para la magnitud
figure;
%contourf(t_RF,f_RF,10*log10(abs(P_RF))); %Usado cuando se requiere
%una gráfica con escala logarítmica
contourf(t_RF,f_RF,abs(P_RF));%Usado cuando se requiere una gráfica
%con escala lineal
grid on;
xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Frecuencia (Hz)')
title('Espectrograma con Ventana Blackman-Harris 1/5');
axis([0 1 0 1200])
colorbar %Escala de colores para la magnitud
toc

```

A continuación, se muestra un ejemplo de cómo funciona el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con STFT utilizando dos tipos de ventanas. Para esto se creó una señal con cinco componentes con una amplitud igual a uno y se encuentran a las frecuencias de 200, 300, 600, 800 y 900 Hz. La Figura 2.2 muestra el espectrograma obtenido con los dos tipos de ventana y comparados con un diagrama de tiempo-frecuencia ideal.

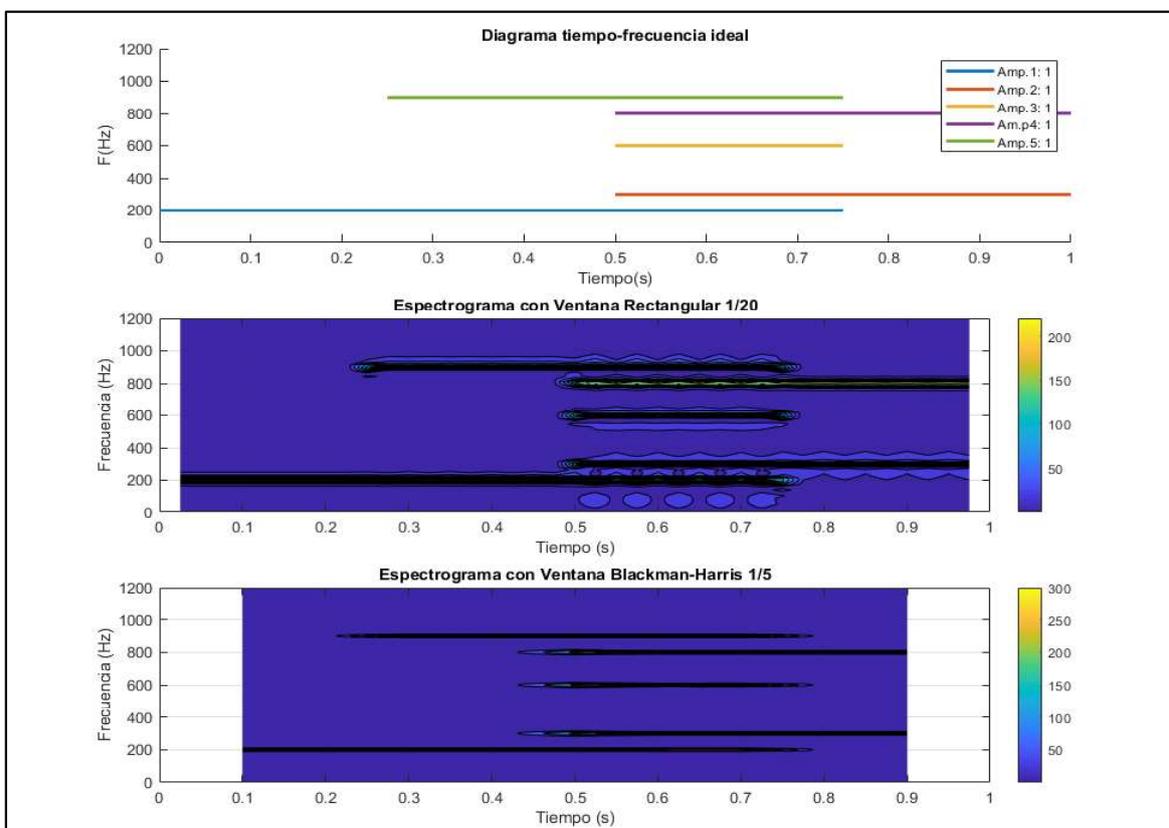


Figura 2.2. Espectrogramas obtenidos con una ventana rectangular y una ventana Blackman-Harris comparados con el diagrama tiempo-frecuencia ideal

2.3. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO LA DISTRIBUCIÓN DE WIGNER-VILLE EN MATLAB

Para realizar el análisis de señales con la distribución de Wigner-Ville se requirió utilizar el Signal Processing Toolbox de Matlab, y para este caso es necesario que la versión sea R2019a o superior, caso contrario no tendrá las funciones necesarias para analizar señales con WVD. En este toolbox también existe la posibilidad para escoger las diferentes variables de la WVD, donde está incluida también la SPWVD. La principal función utilizada se explica a continuación:

wvd(x): Realiza la distribución de Wigner Ville de x. Si se utiliza el parámetro 'smoothedPseudo', realiza la distribución smoothed pseudo de Wigner-Ville de la señal x. Esta función utiliza la longitud de la señal para seleccionar apropiadamente la longitud de las ventanas utilizadas para el suavizado en tiempo y en frecuencia.

Se desarrolló un código utilizando la función mencionada anteriormente para analizar la señal artificial con WVD y con SPWVD. Los parámetros que se utilizaron son los siguientes:

1. Se realizó la transformada de Hilbert en la señal para trabajar con señales analíticas de tal manera que la WVD tenga mejores resultados.
2. Se realizó dos pruebas, una con los parámetros predeterminados de la función *wvd* y otra cambiando la versión a SPWVD.
3. Para las pruebas con SPWVD se especificó el número de puntos de frecuencia, que es igual a la frecuencia de muestreo de la señal, y el número de puntos de tiempo que es el doble de puntos que la frecuencia de muestreo. Con estos datos se obtuvieron los mejores resultados.

A continuación se indican los códigos utilizados para las pruebas con WVD y SPWVD:

```
%Código para analisis de señales con WVD

tic
yt=yt1'; %Se requiere usar la señal transpuesta
yt_h=hilbert(yt); %Transformada de Hilbert para hacer la señal
analítica
[d,f,t_2]=wvd(yt,Fs); %Función para realizar la WV
figure;
imagesc(t_2,f,d); %Gráfica del análisis en el dominio T-F en escala
lineal
```

```

%% Continuación código WVD
axis xy
xlabel('Tiempo(segundos)'); ylabel('Frecuencia (Hz)')
title('Diagrama Tiempo-Frecuencia utilizando WVD (Escala normal)');
axis([0 1 0 1200])
colorbar
figure;
imagesc(t_2,f,10*log10(abs(d)));%Gráfica del análisis en el dominio T-F
en escala logaritmica
axis xy
xlabel('Tiempo(s)');ylabel('Frecuencia (Hz)')
title('Diagrama Tiempo-Frecuencia utilizando WVD (Escala
logarítmica)');
axis([0 1 0 1200]); colorbar
toc

```

```

%Código para analisis de señales con SPWVD
tic
yt=yt1'; %Se requiere usar la señal transpuesta
yt=hilbert(yt); %Transformada de Hilbert para hacer la señal
analítica
%Función para realizar SPWVD
[d,f,t_2]=wvd(yt,Fs,'smoothedPseudo','NumFrequencyPoints',Fs,'NumTimeP
oints',Fs*2);
figure;
imagesc(t_2,f,d); %Gráfica del análisis en el dominio T-F en escala
lineal
axis xy
axis([0 1 0 1200]); xlabel('Tiempo(s)'); ylabel('Frecuencia (Hz)');
title('Diagrama Tiempo-Frecuencia con SPWVD (Escala Lineal)');
colorbar
%subplot(3,1,3)
figure;
imagesc(t_2,f,10*log10(abs(d))); %Gráfica del análisis en el dominio
T-F en escala logaritmica
axis xy; xlabel('Tiempo(segundos)'); ylabel('Frecuencia (Hz)');
title('Diagrama Tiempo-Frecuencia con SPWVD (Escala Logarítmica)');
axis([0 1 0 1200]); colorbar

toc

```

A continuación, se muestra un ejemplo de cómo funciona el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con WVD. Para esto, al igual que en STFT, se creó una señal con cinco componentes con una amplitud igual a uno y se encuentran a las frecuencias de 200, 300, 600, 800 y 900 Hz.

En la Figura 2.3, se muestra el resultado obtenido utilizando WVD. Se realiza una comparación del diagrama tiempo-frecuencia ideal con el diagrama tiempo-frecuencia obtenido al usar WVD en una escala lineal y en una escala logarítmica. Aquí se observa que WVD tiene muchos problemas para el análisis de señales, siendo una prueba poco rigurosa es incapaz de diferenciar claramente los componentes de la señal. Al usar la

escala logarítmica aparecen componentes, sin embargo se mezclan con los términos cruzados impidiendo diferenciar de los componentes reales.

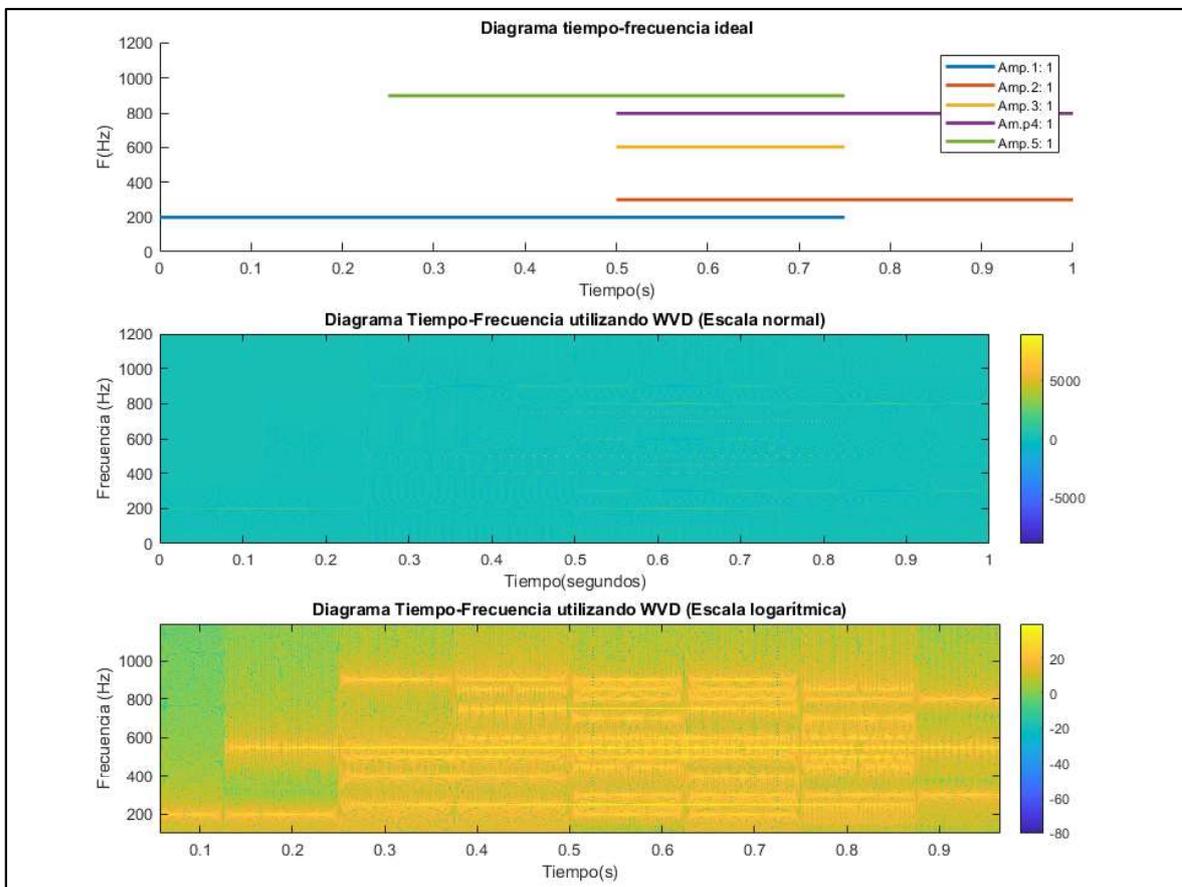


Figura 2.3. Diagramas tiempo-frecuencia utilizando WVD en escala lineal y en escala logarítmica comparados con el diagrama tiempo-frecuencia ideal.

En la Figura 2.4, se muestra el resultado obtenido utilizando SPWVD. Igualmente se realiza una comparación utilizando el diagrama tiempo-frecuencia ideal con el diagrama tiempo-frecuencia obtenido al usar SPWVD, en una escala lineal y en una escala logarítmica. En este caso se observa una notable mejora en la claridad para mostrar los componentes que conforman la señal para la escala lineal, en cuanto a la escala logarítmica las interferencias se muestran claramente impidiendo ver las componentes reales. Para las futuras comparaciones se utilizará únicamente SPWVD, debido a que se pueden obtener mejores resultados que utilizando WVD .

Uno de los mayores problemas presentados al utilizar la Distribución de Wigner-Ville es su gran carga computacional. Inicialmente se planteó probar con señales de duración 4 segundos, pero debido a los largos tiempos de procesamiento dado que se creaban

matrices de tamaños muy grandes se decidió reducir la señal a un segundo para poder comparar de manera más sencilla.

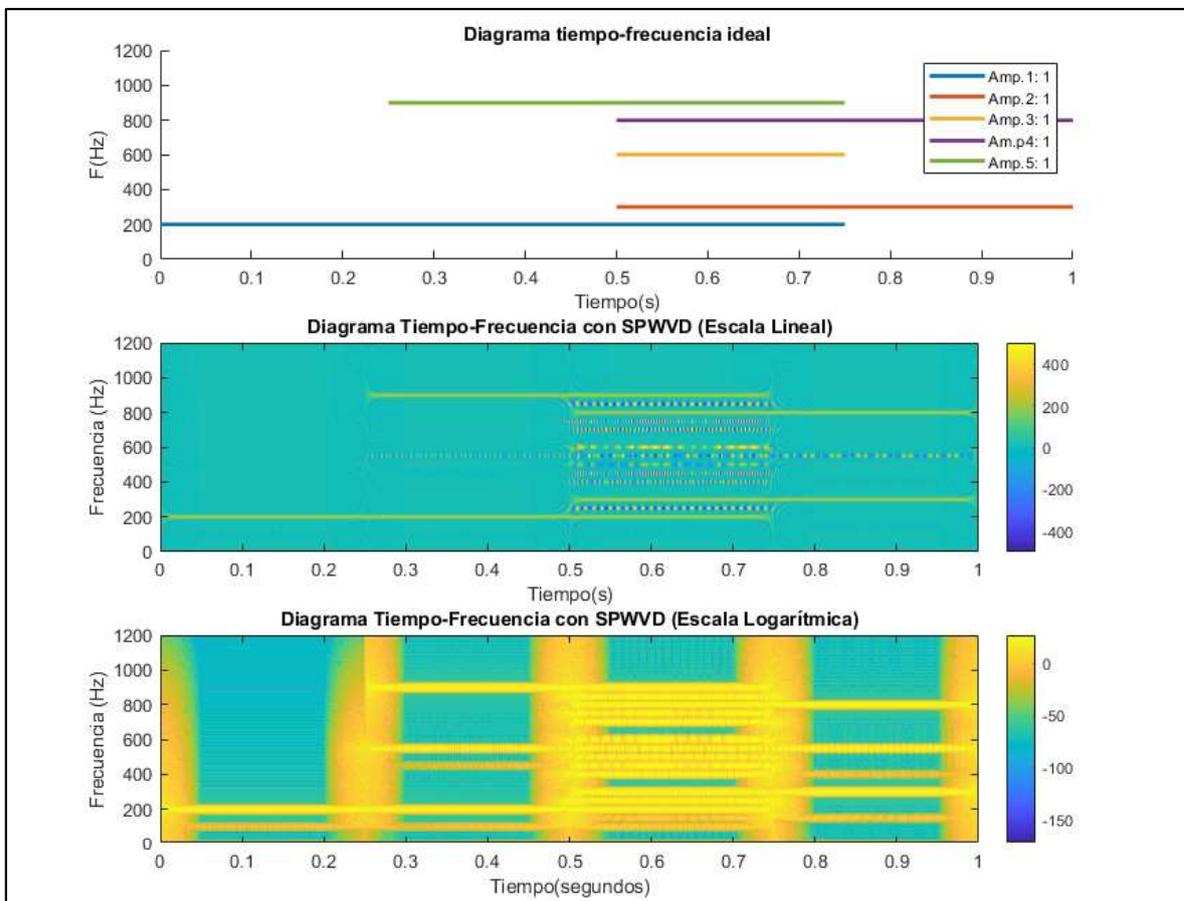


Figura 2.4. Diagramas tiempo-frecuencia utilizando SPWVD en escala lineal y en escala logarítmica comparados con el diagrama tiempo-frecuencia ideal

2.4. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO WAVELETS EN MATLAB

Como se explicó anteriormente se probarán tres tipos de wavelets: Wavelet Morse, Wavelet Morlet y Wavelet Bump. Cada una de estas wavelets está presente como parámetro de la función *cwt* en Matlab, que se explica a continuación:

cwt(x): Esta función permite obtener la transformada wavelet continua (CWT) de *x*. La señal de entrada, *x*, puede ser un vector real o complejo. La CWT se obtiene de forma predeterminada utilizando una wavelet Morse analítica con los valores de simetría (γ) igual a 3 y el producto de tiempo-ancho de banda igual a 60. Se puede especificar como un parámetro adicional otro tipo de wavelet con *wname*, donde se tiene como opciones

'morse', 'amor' y 'bump'. Las características de estos wavelets utilizando esta función se muestran en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Características de las wavelets utilizadas y el parámetro utilizado en Matlab [20].

| Wavelet | Característica | wname (parámetro en Matlab) |
|---------------------------------|--|-----------------------------|
| Wavelet Morse Generalizada | Se puede variar dos parámetros para cambiar la dispersión en tiempo y frecuencia | 'morse' (defecto) |
| Wavelet Morlet(Gabor) Analítica | Igual varianza en tiempo y frecuencia | 'amor' |
| Wavelet Bump | Varianza en tiempo más ancha y varianza en frecuencia más angosta | 'bump' |

Para la Wavelet Morse se modificó los parámetros de simetría y producto de tiempo-ancho de banda (γ, p^2) a 12 y 440 respectivamente. Con estos valores se obtuvieron los mejores resultados. Se implementó los siguientes códigos para analizar la señal artificial con cada uno de los wavelets:

```

%Código para el análisis de señales T-F con W. Morse

tic
yt=yt1;

%función CWT
%Se obtienen los valores cfs y F2 usados para graficar el resultado.
[cfs,F2]=cwt(yt,Fs,'WaveletParameters',[12,440]);

figure;

surface(t,F2,abs(cfs)); %Obtención del diagrama T-F con la función
surface
title('Diagrama de tiempo-frecuencia utilizando CWT (Wavelet Morse)');
c = colorbar; shading flat
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Frecuencia (Hz)');
axis([0 1 150 1200]);
set(gca,'yscale','log');

toc

```

```

%Código para el análisis de señales T-F con W. Bump
tic
yt=yt1;
figure;
[cfs,F2]=cwt(yt,'bump',Fs);%Función CWT para obtener la matriz cfs
% y el vector F2, necesarios para graficar el diagrama T-F

figure
surface(t,F2,abs(cfs));
title('Diagrama de tiempo-frecuencia utilizando CWT (Wavelet Bump)');
shading flat; c = colorbar;
xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Frecuencia (Hz)')
axis([0 1 150 1200]);
set (gca,'yscale','log')

toc

```

```

%Código para el análisis de señales T-F con W. Morlet

tic
yt=yt1;
[cfs,F2]=cwt(yt,Fs,'amor');%función CWT para obtener la matriz cfs
% y el vector F2, necesarios para graficar el diagrama T-F

figure;
surface(t,F2,abs(cfs)); %Obtención del diagrama T-F con la función
surface
title('Diagrama de tiempo-frecuencia utilizando CWT (Wavelet
Morlet)');
shading flat; c = colorbar;
xlabel('Tiempo(s)');
ylabel('Frecuencia(Hz)');
axis([0 1 150 1200]);
set (gca,'yscale','log');

figure;
wt = cwt(yt,Fs,'amor');
%Gráfica "Fine Scale Coefficients"
plot(t,10*log10(abs(wt(1,:)).^2));
xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Magnitud');
grid on;
title('Diagrama "Fine Scale Coefficients"');
toc

```

A continuación, se muestra un ejemplo de cómo funciona el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con la Transformada Wavelet Continua. Para esto, al igual que en los métodos anteriores, se creó una señal con cinco componentes con una amplitud igual a uno y se encuentran a las frecuencias de 200, 300, 600, 800 y 900 Hz. Con esta señal se emplearán las tres wavelets.

La Figura 2.5 muestra la CWT utilizando la wavelet Morse comparado con el diagrama de tiempo-frecuencia ideal. La función CWT utiliza predeterminadamente una escala logarítmica para el eje de frecuencia.

La Figura 2.6 indica el resultado de la CWT utilizando la wavelet Morlet comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal. Este tipo de wavelet posee una gráfica adicional que se denomina como “Fine Scale Coefficients” (Figura 2.7). Esta gráfica permite ver la ubicación en el tiempo de las transiciones con un grado alto de precisión, con lo que facilita encontrar los inicios y finales de los componentes de la señal. Esta gráfica es importante ya que puede ser utilizada para obtener resoluciones en tiempo muy exactas.

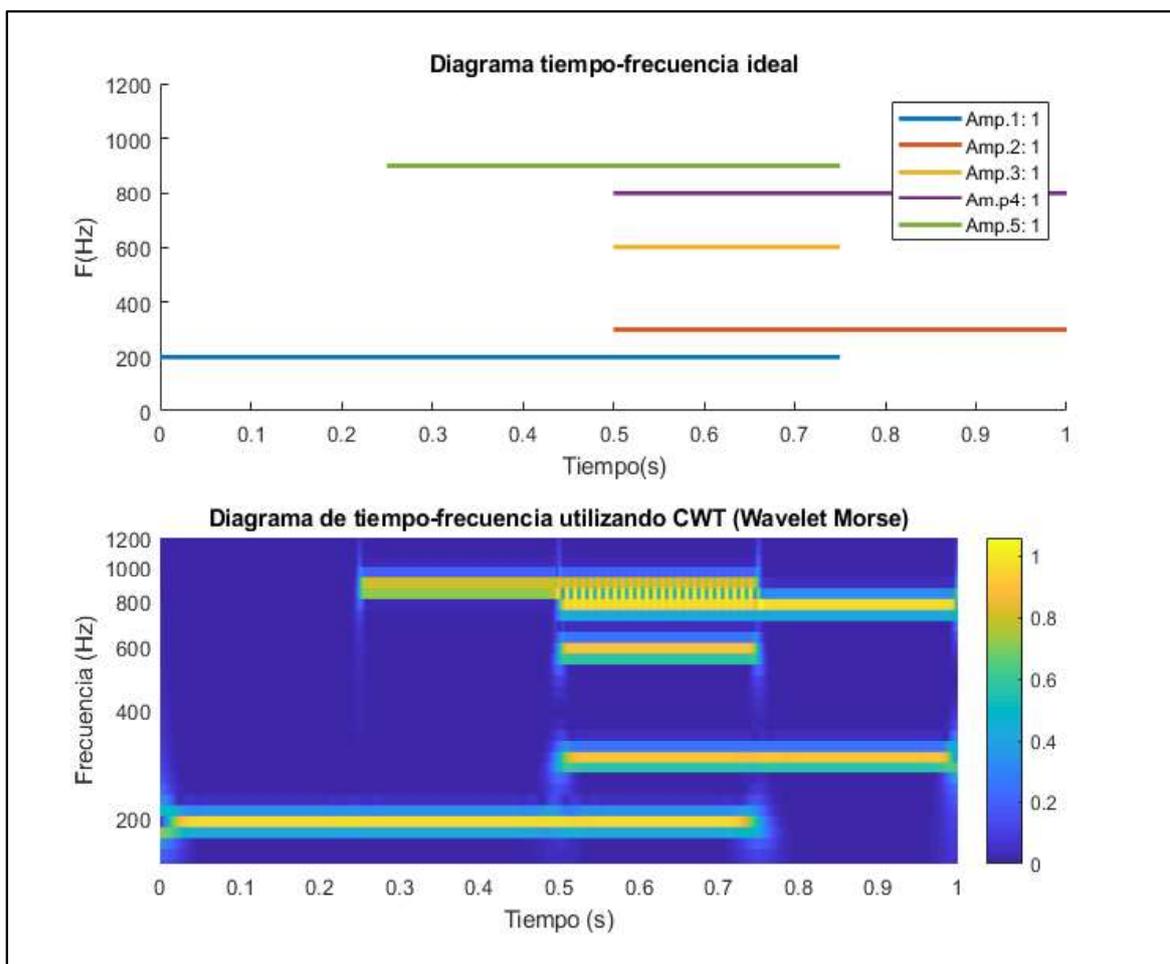


Figura 2.5. Diagrama tiempo-frecuencia utilizando CWT con la Wavelet Morse comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal

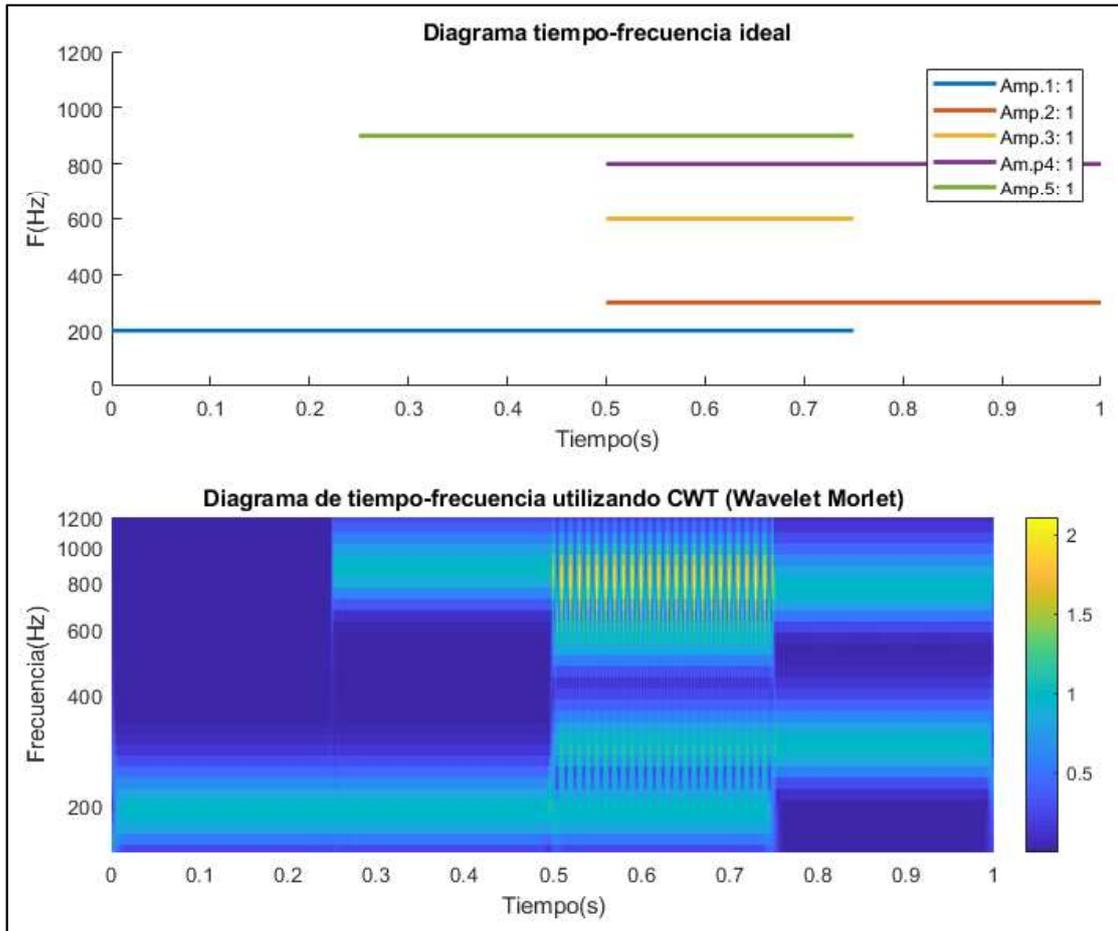


Figura 2.6. Diagrama tiempo-frecuencia utilizando CWT con la Wavelet Morlet comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal

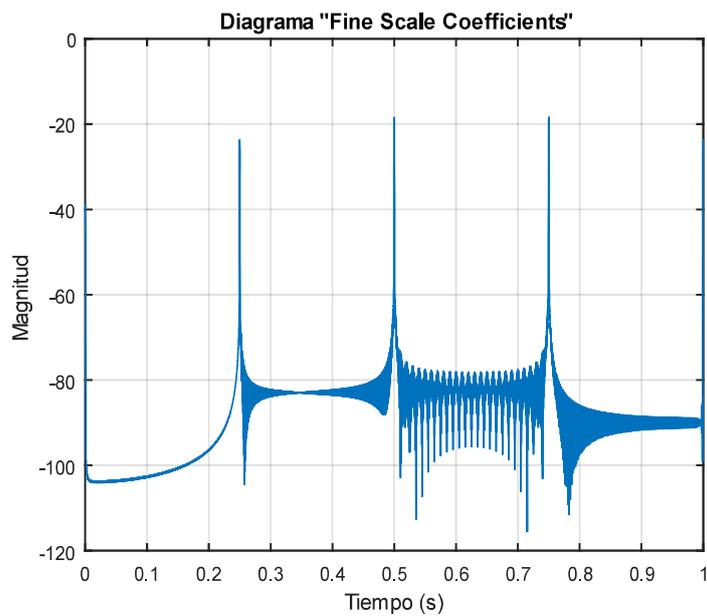


Figura 2.7. Diagrama "Fine Scale Coefficients" utilizado para ver transiciones de la señal

La Figura 2.8 indica el resultado de la CWT utilizando la wavelet Bump comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal. Esta gráfica también tiene su eje de frecuencias en escala logarítmica, que es la opción predeterminada para la función CWT.

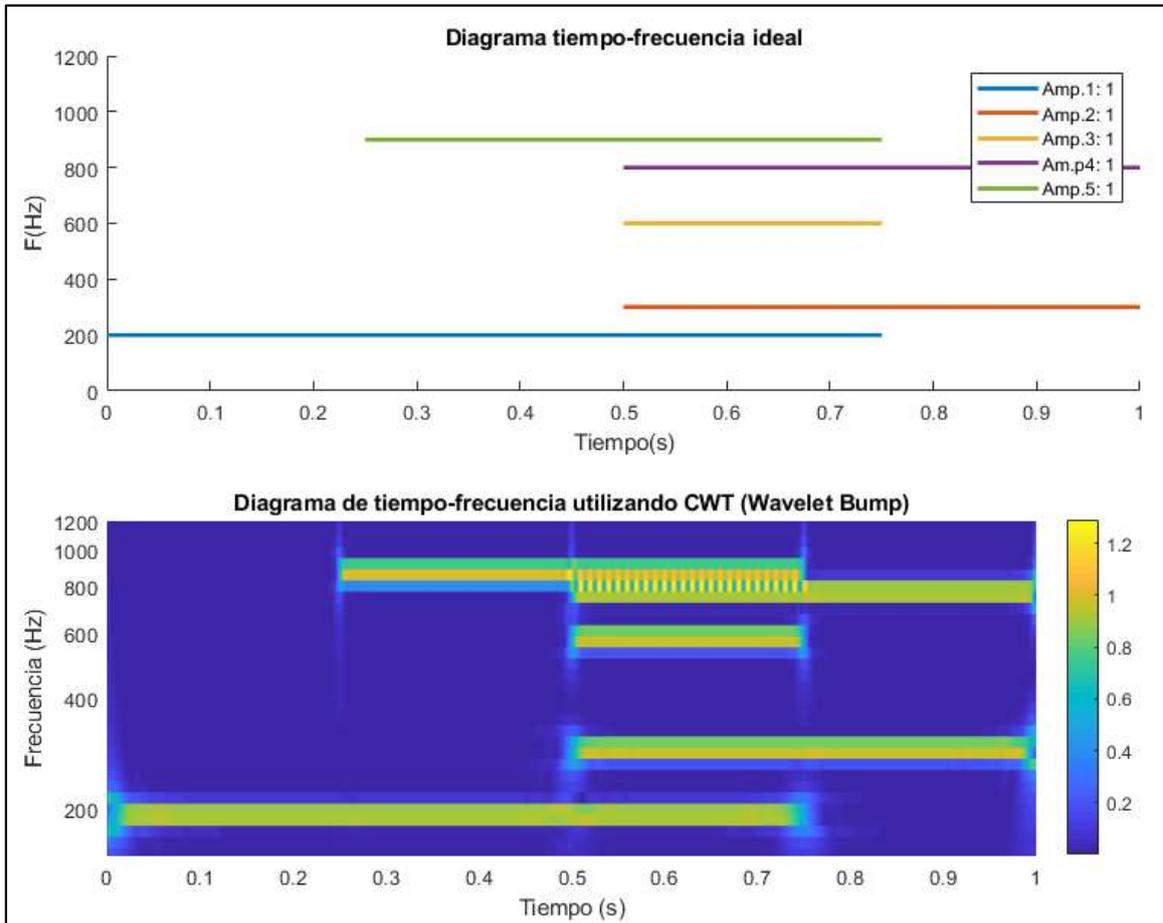


Figura 2.8. Diagrama tiempo-frecuencia utilizando CWT con la Wavelet Morlet comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal.

2.5. IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SEÑALES EMPLEANDO MATCHING PURSUIT EN MATLAB

Para realizar el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con MP se utilizó el código desarrollado por Supratim Ray, PhD en Ingeniería Biomédica. Este código emplea rutinas de software escritas por Stephane Mallat y Zhifeng Zhang. Fue desarrollado para realizar análisis de señales EEG intracraneales en el Laboratorio de Investigación de Epilepsia en Johns Hopkins Medical Institution. Las librerías y los diccionarios que utiliza se pueden encontrar de forma libre en la referencia [21].

A continuación, se muestra un ejemplo de cómo funciona el análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia con Matching Pursuit. Para esto, al igual que en los métodos

anteriores, se creó una señal con cinco componentes con una amplitud igual a uno y se encuentran a las frecuencias de 200, 300, 600, 800 y 900 Hz.

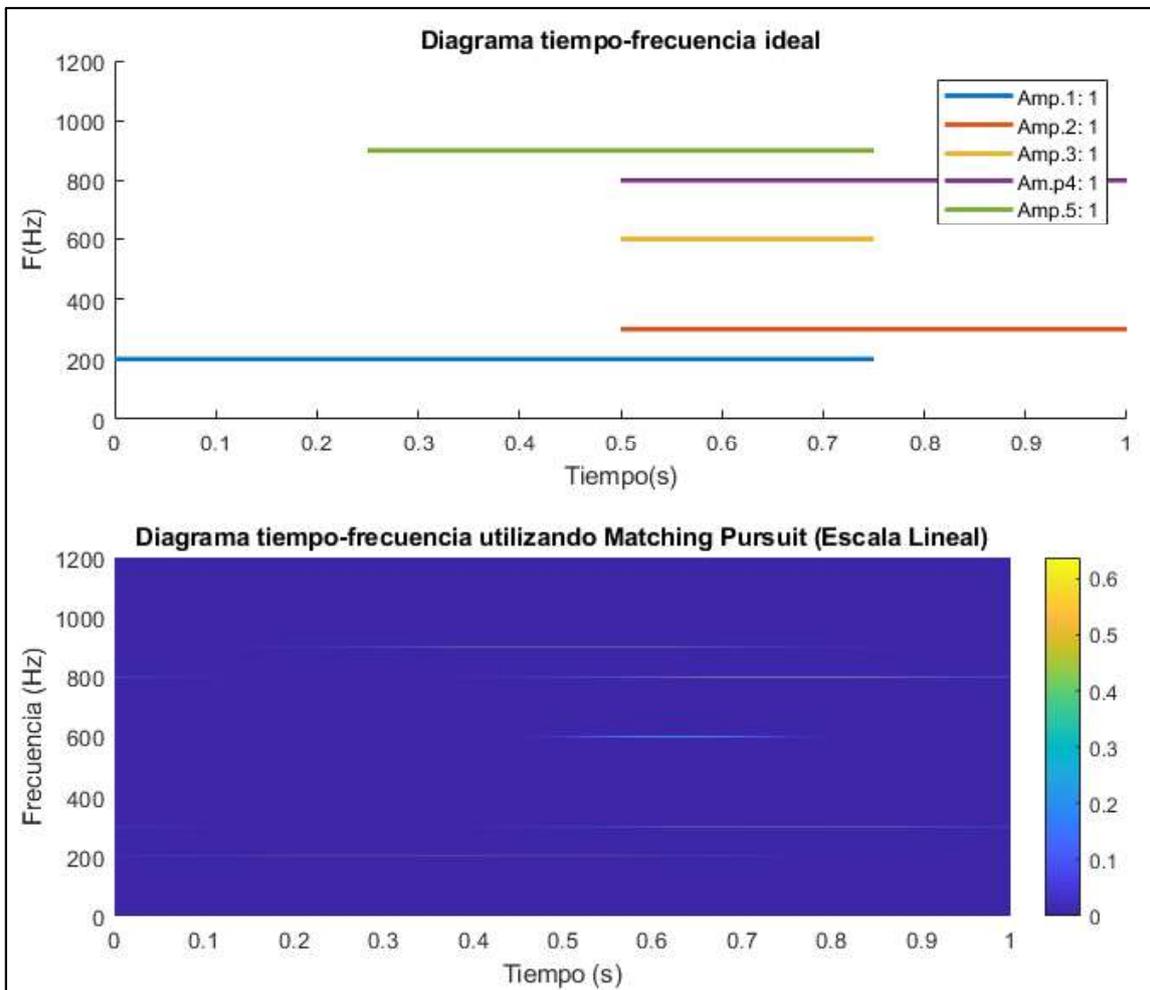


Figura 2.9. Diagrama tiempo-frecuencia utilizando CWT con la Wavelet Morlet comparado con el diagrama tiempo-frecuencia ideal

2.6. PROPUESTA DE MÉTODO COMBINADO PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA

Se han observado las ventajas y desventajas de cada uno de los métodos estudiados y, a pesar de que muchos de estos métodos poseen características que les conceden propiedades muy valiosas para analizar tipos de señales muy específicos, cada método por separado no puede representar todas las componentes existentes en la señal y tampoco puede indicar las duraciones de las mismas. Sin embargo, como se observa, hay métodos que son excelentes para detectar componentes, como por ejemplo STFT, o métodos cuya resolución en tiempo es perfecta, como las wavelets, particularmente la wavelet Morlet con su diagrama “Fine Scale Coefficients”. La propuesta es combinar estos

dos métodos para crear un nuevo método de análisis de señales, atacando los parámetros de resolución en frecuencia y resolución en tiempo de forma separada, aprovechando las ventajas de los métodos mencionados y su baja carga computacional. El procedimiento para el nuevo algoritmo será el siguiente:

Como primer paso es encontrar cada una de las componentes de frecuencia utilizando el periodograma modificado con la ventana Blackman-Harris. Esto permitirá detectar hasta las componentes más pequeñas de amplitud y más juntas en frecuencia, gracias a las ventajas que ofrece este tipo de ventana. Esto se realizó con la función de Transformada de Rápida de Fourier (FFT) *fft*, con lo que se obtiene un análisis de la señal en el dominio de la frecuencia como se observa en la Figura 2.10, donde los picos corresponden a las componentes detectadas en la señal compuesta.

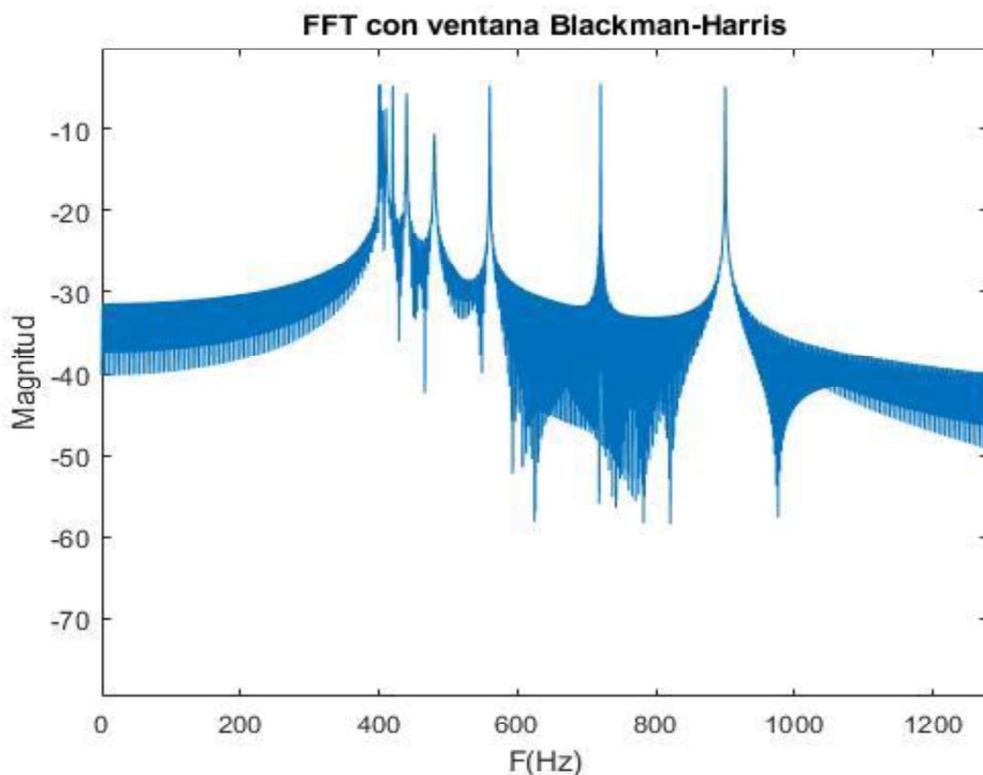


Figura 2.10. Análisis de señales en el dominio de la frecuencia utilizando la FFT con una ventana Blackman-Harris para la prueba 1.

Como segundo paso, se añadió un algoritmo que detectará picos automáticamente; sin embargo, debido a que la señal presentaba muchas irregularidades y no se podían detectar los picos fácilmente se utilizó un filtro de suavizado de la señal para evitar que el código detecte picos pequeños y los confunda con componentes de la señal. El algoritmo empleado para este efecto fue el filtrado de Savitzky-Golay, presente en Matlab con la función *sgolayfilt*, el cual aplica un filtro de suavizado de respuesta de impulso finito. Se

requirió de un doble suavizado de la señal para lograr una detección de picos más certera con lo que se logró resultados como los q se observan en la Figura 2.11, donde es más sencillo obtener los picos que corresponden a las componentes de la señal.

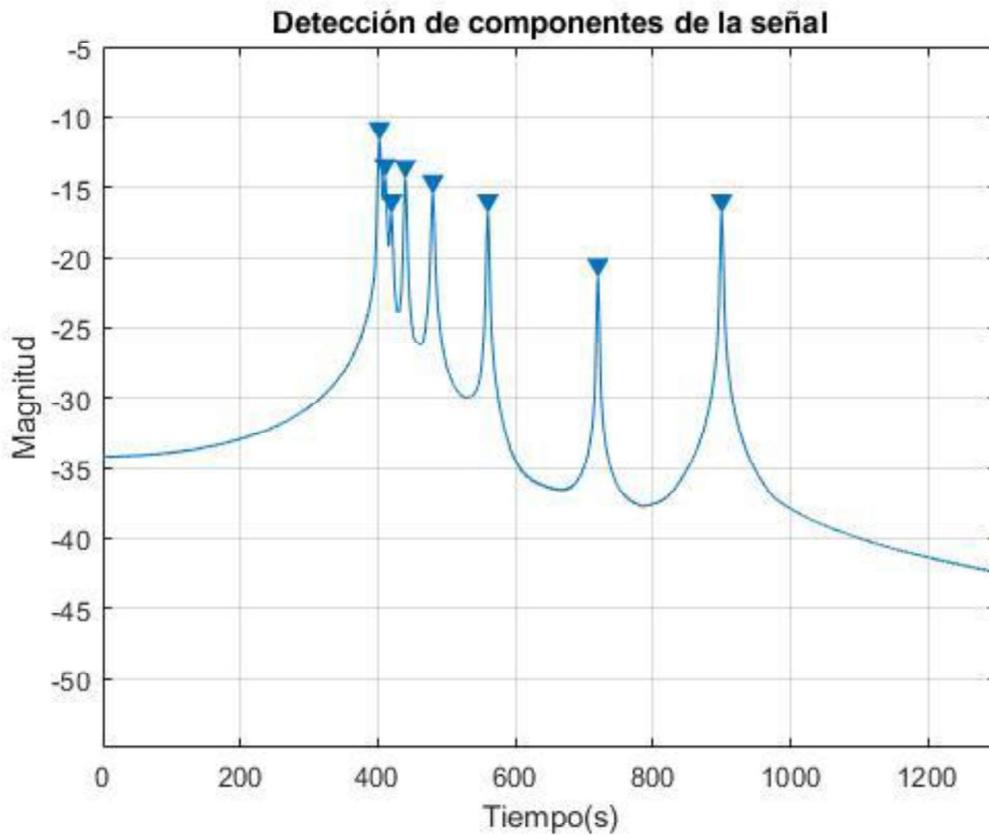


Figura 2.11. Señal obtenida al utilizar un doble filtro de suavizado en señal analizada con la FFT, para la prueba 1

Con la señal ya filtrada para encontrar los picos se utiliza la función *findpeaks*. Esta función permite encontrar automáticamente los picos que corresponden a las componentes y las almacena en una matriz que utilizaremos posteriormente. Esta función requiere que utilicemos parámetros de entrada como *MinPeakProminence*, *MinPeakWidth*, y *MinPeakDistance*, para detectar los picos de interés. Los parámetros pueden tener que variar dependiendo de tipo de señal a analizar.

Para esto se utilizó la siguiente sección de código:

```

tic
Factor = 64; %Factor para el número nfft que mejores resultados da
window_length = length(yt1); %La longitud de la ventana
nfft = Factor*2^nextpow2(window_length); %nfft obtenido a partir de
la longitud de la ventana y del factor
window_2=blackmanharris(window_length); %Uso de la ventana Blackman-
Harris
window_2=blackmanharris(window_length); %Uso de la ventana Blackman-
Harris
s_enventanada_2=yt1 .* window_2'; %Multiplicación de la señal por la
ventana
fft_s_enventanada_2=fft(s_enventanada_2,nfft)/window_length;
%Obtención de la FFT de la señal enventanada
modulo_fft_s_enventanada_2=2*abs(fft_s_enventanada_2(1:nfft/2+1));
%Modulo de la señal obtenida
f = Fs/2*linspace(0,1,nfft/2+1); %Vector de frecuencias utilizado para
graficar la señal
sen_prueba1=10*log10(modulo_fft_s_enventanada_2); %Se utiliza escala
logarítmica para ver las componentes más pequeñas
%sen_prueba1=(modulo_fft_s_enventanada_2);
figure;
plot(f,sen_prueba1); %Grafica del análisis de la señal con FFT en el
dominio de la frecuencia
title('FFT con ventana Blackman-Harris')
xlabel('F(Hz)')
ylabel('Magnitud')

sen_prueba1=sen_prueba1'; %Se requiere utilizar la transpuesta de la
señal
%Para obtener mejores resultados se realizó un doble suavizado de la
señal con el filtro sgolay
suav_sen_prueba2=sgolayfilt(sen_prueba1,1,2001); %Primer filtrado de
la señal los valores escogidos dieron los mejores resultados
suav_sen_prueba2=sgolayfilt(suav_sen_prueba2,1,2001); %Segundo
filtrado de la señal
figure;
plot(f,suav_sen_prueba2); %Gráfico de la señal filtrada para la
detección de frecuencias
title('Detección de componentes de la señal');
xlabel('F(Hz)')
ylabel('Magnitud')
%Se utiliza la función findpeaks para encontrar los picos. La
información
%de la ubicación de los picos se guarda en las variables pks y locs
[pks,locs]=findpeaks(suav_sen_prueba2,f,'MinPeakProminence',0.25,'MinP
eakWidth',0.63,'MinPeakDistance',4);

findpeaks(suav_sen_prueba2,f,'MinPeakProminence',0.25,'MinPeakWidth',0
.63,'MinPeakDistance',4);
title('Detección de componentes de la señal')
xlabel('Tiempo(s)')
ylabel('Magnitud')
Frec=round(locs); %Se redondea los valores de las frecuencias
encontradas para más facilidad en el analisis
Num_f_detectadas=length(Frec); %Número de frecuencias encontradas

```

Una vez encontrada cada una de las frecuencias, el siguiente paso es aplicar un filtro para cada una de las frecuencias encontradas. Esto se realiza con el fin de facilitar el análisis de la señal y evitar posibles interferencias con componentes cercanas. Para esto se utilizará un filtro digital creado a partir de las funciones *cheb2ord* y *cheby2*. La función *cheb2ord* calcula el orden mínimo del filtro digital Chebyshev de tipo II que cumpla con las especificaciones requeridas. La función *cheby2* utiliza los parámetros obtenidos con *cheb2ord* para diseñar el filtro Chebyshev de tipo II. Lo que se obtiene con esta función son los coeficientes de la función de transferencia del filtro digital. El filtro utilizado será un filtro pasabanda cuyas frecuencias de corte serán cuatro hercios más y menos que la frecuencia detectada, es decir, anulará cualquier señal fuera de un rango de cuatro hercios alrededor de cada frecuencia detectada.

El código utilizado para este paso es el siguiente:

```

%Datos para los filtros
Mat_sen_filt=cell(Num_f_detectadas,1); %Se utiliza la función cell
para manejar las variables de una manera más sencilla
Fn=Fs/2; %Se requiere de esta variable para la creación del filtro,
debe ser la mitad de la frecuencia de muestreo.
Rp=40; %Ondulación de la banda de paso en decibelios,
Rs=100; %Atenuación de la banda de suspensión en decibelios

for n=1:Num_f_detectadas %Lazo creado para realizar el filtrado de
la señal en cada valor de frecuencia detectado
    Wp= [Frec(n)-3 Frec(n)+3]/Fn; %Frecuencia de corte de
esquina de la banda de paso
    Ws= [Frec(n)-4 Frec(n)+4]/Fn; %Frecuencia de esquina de la
stopband
    [n2,Ws] = cheb2ord(Wp,Ws,Rp,Rs); %Orden del filtro
    [z2,p,k] = cheby2(n2,Rs,Ws); %Diseño del filtro
    [sosbp,gbp] = zp2sos(z2,p,k); %Se utiliza para mejorar la
calidad del filtro
    Mat_sen_filt{n} = filtfilt(sosbp, gbp, yt1); %Función de
filtrado digital
end

```

Con las señales filtradas se utiliza el método PERLI (Power evolution with minimum loss of information) [22]. Este método tiene similitudes con la STFT, donde utilizando una ventana se realiza el cálculo de la FFT para cada sección de la señal. Para este análisis en el dominio del tiempo se utilizó una ventana rectangular debido a sus ventajas en cuanto a resolución en tiempo. Sin embargo, no se puede obtener la duración exacta de cada componente, debido a las limitaciones de este método. A esta información se la normalizará para que pueda ser utilizada en un paso del que se hablará más adelante.

La siguiente sección de código se utilizó para este paso:

```

%DURACION EN TIEMPO CON EL MÉTODO PERLI:
Mat_sections_modulo=cell(Num_f_detectadas,1);
L1=0.5;% Longitud de la ventana deslizante
L2=0.1;%Traslape
z=1;
%Creación de las variables con la función cell para manejarlas de
manera más sencilla.
Mat_espectros_evaluados=cell(Num_f_detectadas,1);
Mat_espectros_evaluados_norm=cell(Num_f_detectadas,1);
Mat_nuevo=cell(Num_f_detectadas,1);
%Aplicación del código realizado por el Phd. Robin Alvarez
while (L1+(z-1)*L2)*Fs<=duracion*Fs %Lazo for utilizado como ventana
desilante
    t_begin_portion=(z-1)*L2;    %Los tiempos se deslizan para
realizar el análisis de la señal
    t_end_portion=L1+(z-1)*L2;
    for n=1:Num_f_detectadas
        % Análisis de la señal por porciones

sections_portion(1,:)=Mat_sen_filt{n}(t_begin_portion*Fs+1:t_end_porti
on*Fs);
        [x_portion, y_portion]=size(sections_portion);
        window_portion=rectwin(fix(length(y_portion))); %Uso de la
ventana rectangular
        noverlap_portion=fix(y_portion/2); %Porcentaje de
solapamiento del 50%
        nfft_portion=Factor*2^nextpow2(y_portion); %Calculo de la
nfft de cada porcion
        %Calculo de periodograma;
        sections_enventanada=sections_portion(1,:).* window_portion';
        %Análisis de cada porcion con FFT

y_sections=fft(sections_enventanada,nfft_portion)/length(y_portion);
        Mat_sections_modulo{n}=2*abs(y_sections(1:nfft_portion/2+1));
        %Pyy_RF(1,:)=y_sections_modulo;
    end
    for n=1:Num_f_detectadas

Mat_espectros_evaluados{n}(z)=Mat_sections_modulo{n}(fix(Frec(n)*nfft_
portion/Fs));
        end
        z=z+1;
        punto_central = (t_end_portion - t_begin_portion)/2;
        t_central_vector(z) = t_begin_portion + punto_central;
    end
    % NORMALIZACION:
    for n=1:Num_f_detectadas
Mat_espectros_evaluados_norm{n}=Mat_espectros_evaluados{n}/max(Mat_esp
ectros_evaluados{n});
    end
    for n=1:Num_f_detectadas
        Mat_nuevo{n}=[0 Mat_espectros_evaluados_norm{n}];
    end
end

```

Como siguiente paso, se obtiene el diagrama de “Fine Scale Coefficients”(FSC) de la wavelet Morlet. Este diagrama, a pesar de que permite observar los tiempos de inicio y fin de todos los componentes, es imposible identificar a qué componente corresponde cada

uno de estos tiempos. Esto se soluciona comparando las duraciones obtenidas con el método PERLI y relacionándolas con los intervalos que se obtienen con el diagrama de FSC. Para lograr esto también se normalizó el diagrama FSC y se superpuso con el diagrama del método PERLI como se observa en la Figura 2.12. Con la experimentación realizada se determinó que la duración que tiene cada componente es aproximadamente igual al intervalo que se forma entre los cruces por 0.5 de la estimación PERLI, con lo que se compara con el diagrama FSC y se encuentra el pico que está más cercano a este cruce, siendo que la duración de la componente va a estar entre los dos picos más cercanos a los cruces por 0.5. En el ejemplo de la Figura 2.12 los picos del diagrama FSC que están más cerca a los cruces por 0.5 del diagrama PERLI es cuando tienen los valores de 0.80 y 3.198, por lo que se puede concluir que esta componente de la señal de frecuencia 720Hz dura desde 0.8 segundos a 3.2 segundos.

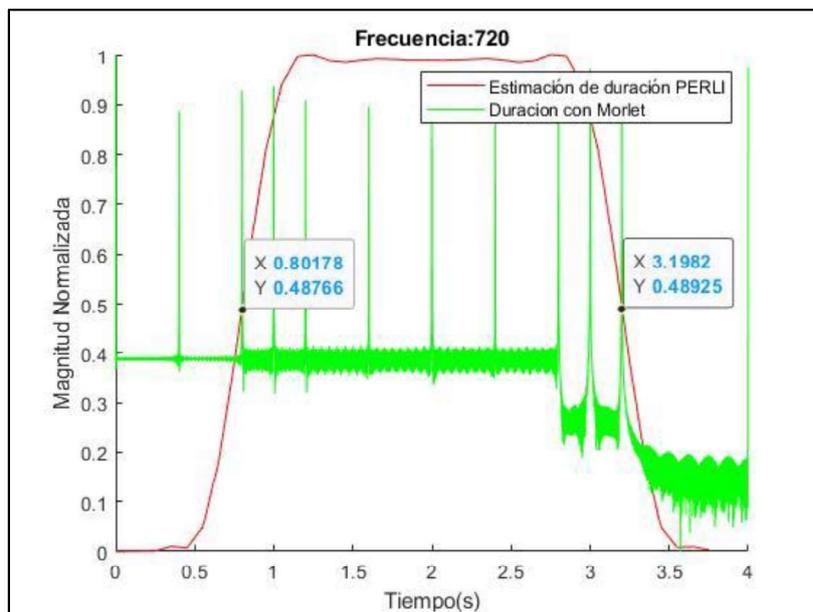


Figura 2.12. Estimación de la duración con el método superpuesto con el diagrama FSC de la Wavelet Morlet

Con las componentes bien determinadas en frecuencia, y sus duraciones bien limitadas, se procede a realizar la gráfica final y la comparación con el diagrama tiempo-frecuencia ideal.

Existirán componentes que son detectadas por el algoritmo, pero debido a que su amplitud es baja y/o se encuentran junto a componentes de mayor amplitud que causan interferencia, no se va a poder determinar su duración exacta debido a que la estimación PERLI que se obtiene es irregular, tal como se observa en la Figura 2.13. Cuando se dé

este fenómeno de inexactitud, esta componente será representada como una línea entrecortada y significará que se ha detectado una componente pero se desconoce su duración. Un ejemplo del diagrama tiempo-frecuencia que se obtiene con este método se indica en la Figura 2.14.

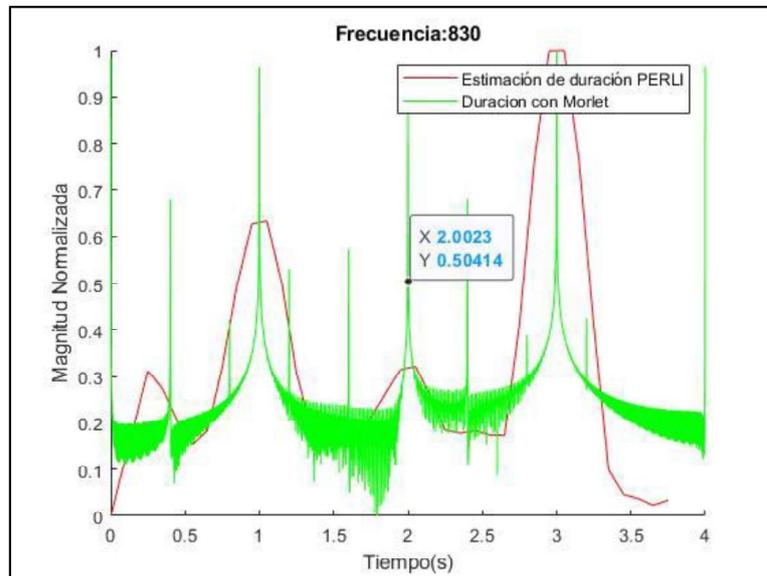


Figura 2.13. Detección de una componente cuya duración es imposible de determinar

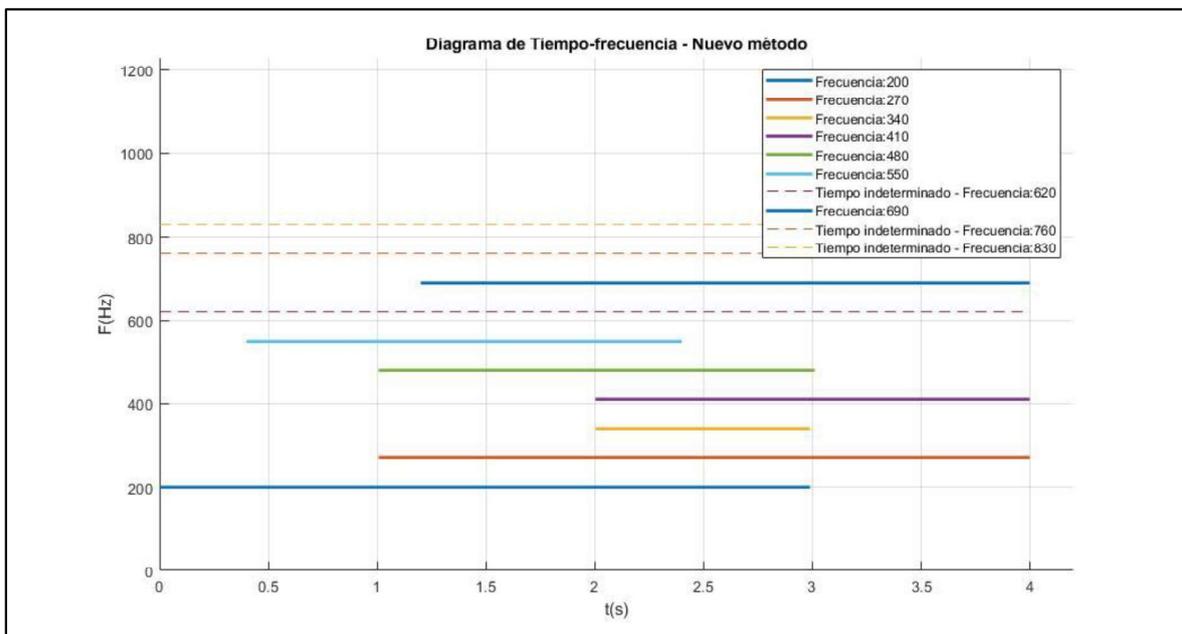


Figura 2.14 Análisis de una señal multicomponente con el nuevo método, donde se tienen varias componentes cuyas duraciones son indeterminadas

A continuación se realizará las mismas pruebas realizadas anteriormente solo que para este caso, debido a que la carga computacional no es un limitante se realizará el análisis con una señal de longitud 4 segundos. Las componentes tendrán las mismas frecuencias

y amplitudes que las pruebas realizadas en los métodos anteriores, el único cambio será las duraciones, las cuales cambiarán para ajustarse a la nueva duración de la señal. La Tabla 2.3 especifica los parámetros con los cuales se construirá la señal multicomponente.

Tabla 2.3 Tabla resumen de los parámetros de cada componente de la señal en las pruebas realizadas para probar el nuevo método propuesto.

| Número de prueba | Componente # | Duración (s) | Amplitud | Frecuencia (Hz) |
|------------------|--------------|--------------|----------|-----------------|
| 1 | C1 | 0 - 3 | 1 | 400 |
| | C2 | 1 - 4 | 1 | 402 |
| | C3 | 2 - 3 | 1 | 405 |
| | C4 | 2 - 4 | 1 | 410 |
| | C5 | 1 - 3 | 1 | 420 |
| | C6 | 0.4 - 2.4 | 1 | 440 |
| | C7 | 0 - 1.6 | 1 | 480 |
| | C8 | 1.2 - 4 | 1 | 560 |
| | C9 | 0.8 - 3.2 | 1 | 720 |
| | C10 | 0 - 2.8 | 1 | 900 |
| 2 | C1 | 0 - 3 | 1 | 200 |
| | C2 | 1 - 4 | 0.5 | 270 |
| | C3 | 2 - 3 | 0.1 | 340 |
| | C4 | 2 - 4 | 0.05 | 410 |
| | C5 | 1 - 3 | 0.01 | 480 |
| | C6 | 0.4 - 2.4 | 0.005 | 550 |
| | C7 | 0 - 1.6 | 0.001 | 620 |
| | C8 | 1.2 - 4 | 0.0005 | 690 |
| | C9 | 0.8 - 3.2 | 0.0001 | 760 |
| | C10 | 0 - 2.8 | 0.00005 | 830 |
| 3 | C1 | 0 - 3 | 1 | 200 |
| | C2 | 1 - 4 | 0.001 | 210 |
| | C3 | 2 - 3 | 0.05 | 305 |
| | C4 | 2 - 4 | 0.1 | 350 |
| | C5 | 1 - 3 | 0.01 | 480 |
| | C6 | 0.4 - 2.4 | 0.005 | 500 |
| | C7 | 0 - 1.6 | 1 | 550 |
| | C8 | 1.2 - 4 | 0.25 | 700 |
| | C9 | 0.8 - 3.2 | 0.5 | 760 |
| | C10 | 0 - 2.8 | 0.01 | 800 |

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se hablará sobre los resultados obtenidos con cada uno de los métodos en cuanto a resolución en tiempo, resolución en frecuencia, detección de componentes y carga computacional, teniendo como referencia el diagrama tiempo-frecuencia ideales.

3.1. COMPARACIÓN DE LOS CUATRO MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEÑALES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO-FRECUENCIA

A continuación, se mostrará las imágenes obtenidas de cada una de las pruebas realizadas con los cuatro métodos estudiados.

3.1.1. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 1

Los resultados se muestran en la Figura 3.3 y la Figura 3.3, y se comparan con el diagrama de referencia de la Figura 3.1. Se observa que el método que mejor resolución en frecuencia tiene es Matching Pursuit [i], debido a que se puede establecer con mucha precisión las frecuencias de al menos 7 componentes, el peor método es utilizando la wavelet Morlet, sin embargo, en esta prueba se observa que el diagrama de FSC muestra todos los inicios y finales de cada componente en [g]. La STFT [a, b] y WVD [c, d], poseen resultados similares, aunque esta última los presenta menos claro, y si se usa una escala logarítmica [d] los términos cruzados impiden por completo diferenciar cada componente existente.

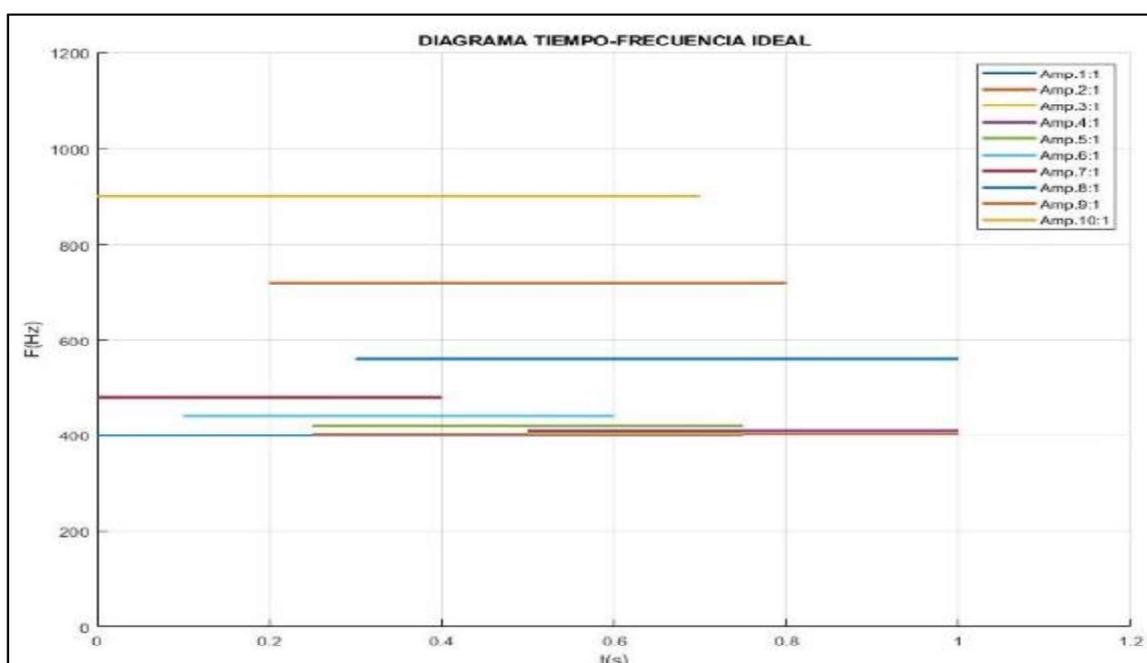


Figura 3.1. Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 1. Base de referencia para las comparaciones

Utilizar Wavelets [e,f,h] da los peores resultados en cuanto a resolución en frecuencia debido a que generan representaciones poco precisas que abarcan un gran intervalo de frecuencias. Cuando existen componentes muy cercanas en frecuencia, se fusionan impidiendo diferenciar con claridad cuántas componentes existen y a que valor de frecuencia corresponden. Sin embargo, la resolución en tiempo de las componentes que detectan es excelente.

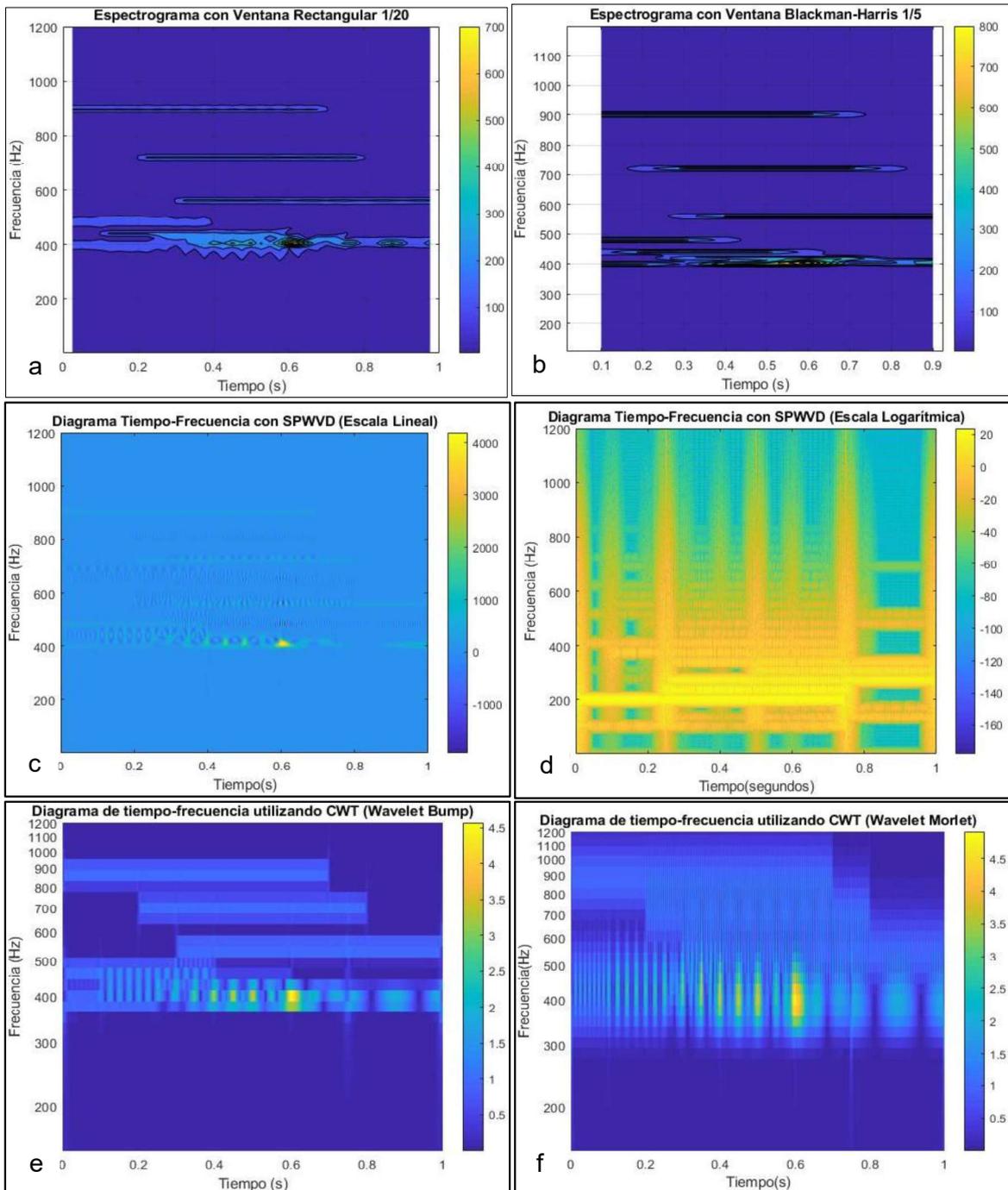


Figura 3.2 Resultados para la prueba 1 con los cuatro métodos de análisis (enfoque a la resolución en frecuencia). Parte 1 [a,b,c,d,f]

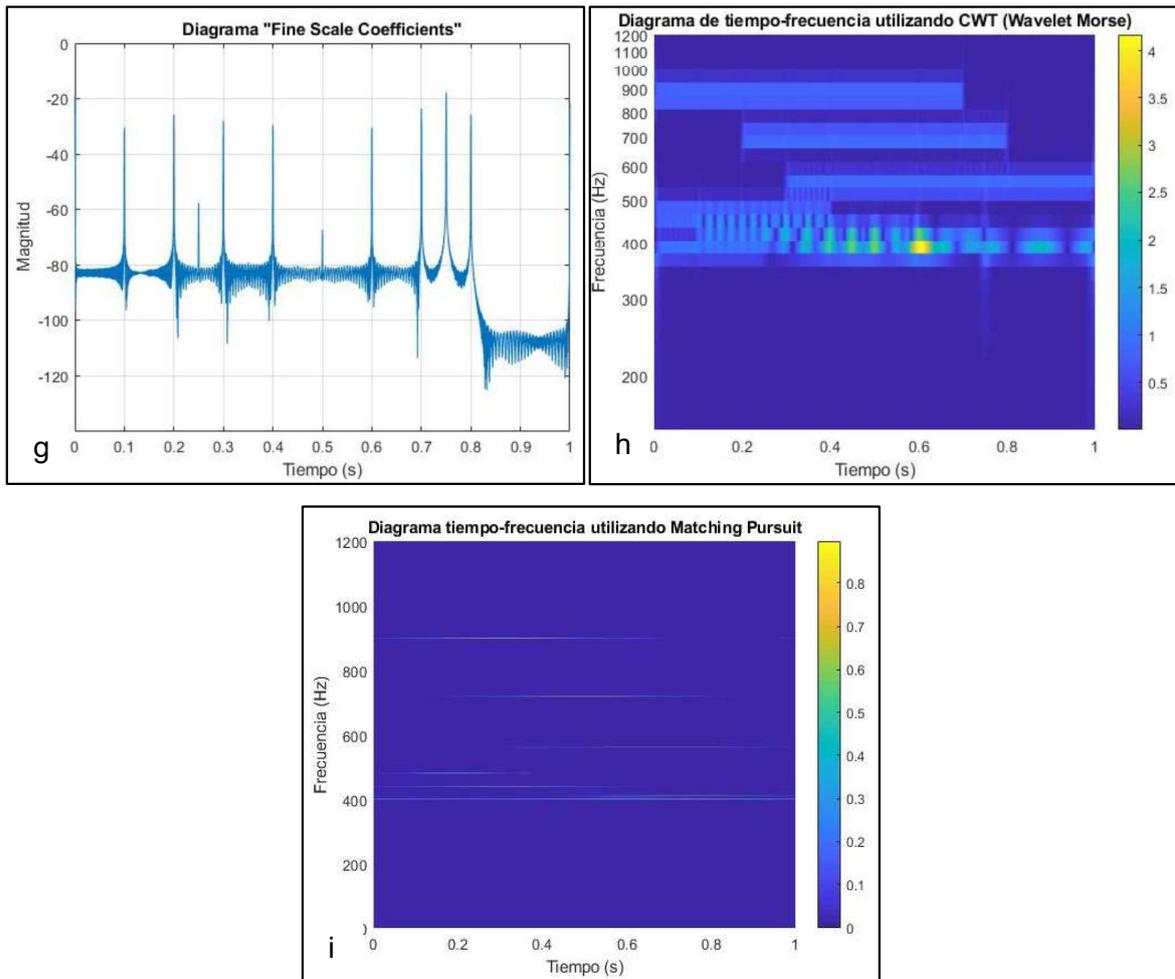


Figura 3.3. Resultados para la prueba 1 con los cuatro métodos de análisis (enfoque a la resolución en frecuencia). Parte 2 [g,h,i]

3.1.2. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 2

Los resultados se muestran en la Figura 3.7, Figura 3.6 y Figura 3.7, comparando con el diagrama de referencia de la Figura 3.4. Se observa que el método que mejor detección tiene es la STFT utilizando una ventana Blackman-Harris en escala logarítmica [d], este método permite detectar hasta 7 componentes, siendo que la componente de menor amplitud que detecta tiene un valor de 0.001. Los métodos que peores resultados dan son la WVD [e,f], MP [k,l] y la Wavelet Morlet [h]. WVD utilizando una escala lineal permite observar solo los dos componentes de mayor amplitud, y utilizando una escala logarítmica nuevamente los términos cruzados impiden detectar los componentes reales de la señal. MP de la misma manera solo muestra dos componentes cuando se utiliza una escala lineal y al utilizar una escala logarítmica aunque aparecen más componentes tiene muy poca precisión para mostrarlos y la resolución en tiempo cae drásticamente.

La Wavelet Morlet es incapaz de mostrar más de dos componentes además de presentarlas con muy poca resolución. Las Wavelets Bump y Morse presentan mejores resultados siendo capaces de presentar hasta cuatro componentes, con excelente resolución en tiempo pero mala resolución en frecuencia.

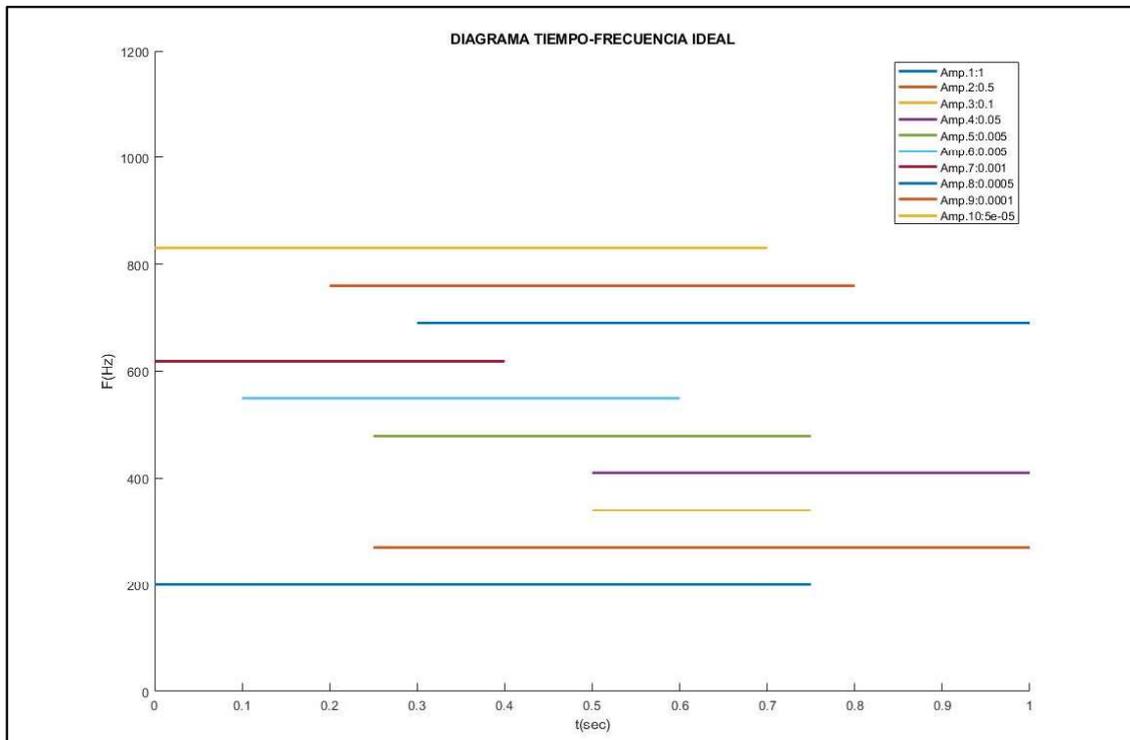


Figura 3.4. Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 2. Base de referencia para las comparaciones.

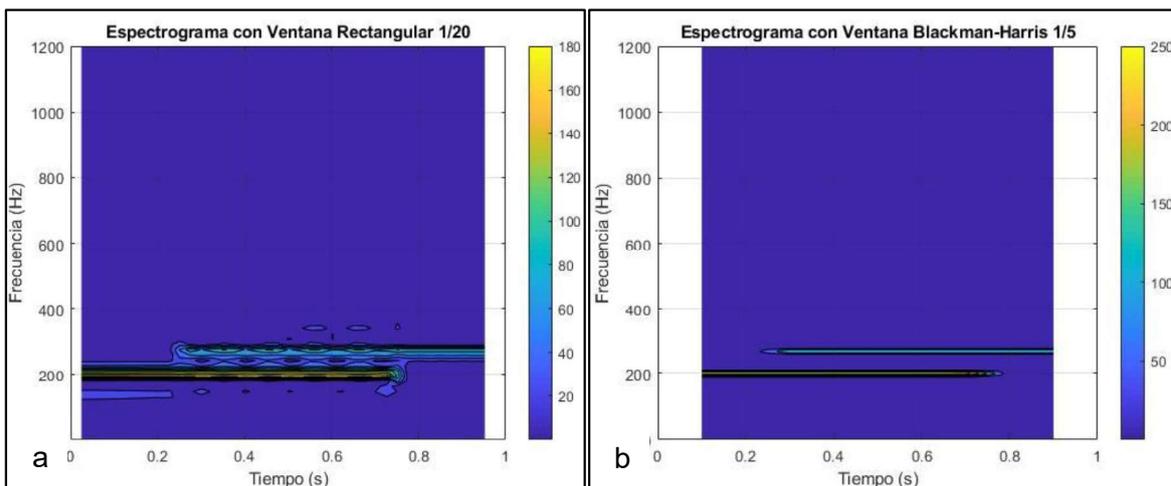


Figura 3.5 Resultados para la prueba 2 con los cuatro métodos de análisis (enfoque en la detección). Parte 1 [a,b]

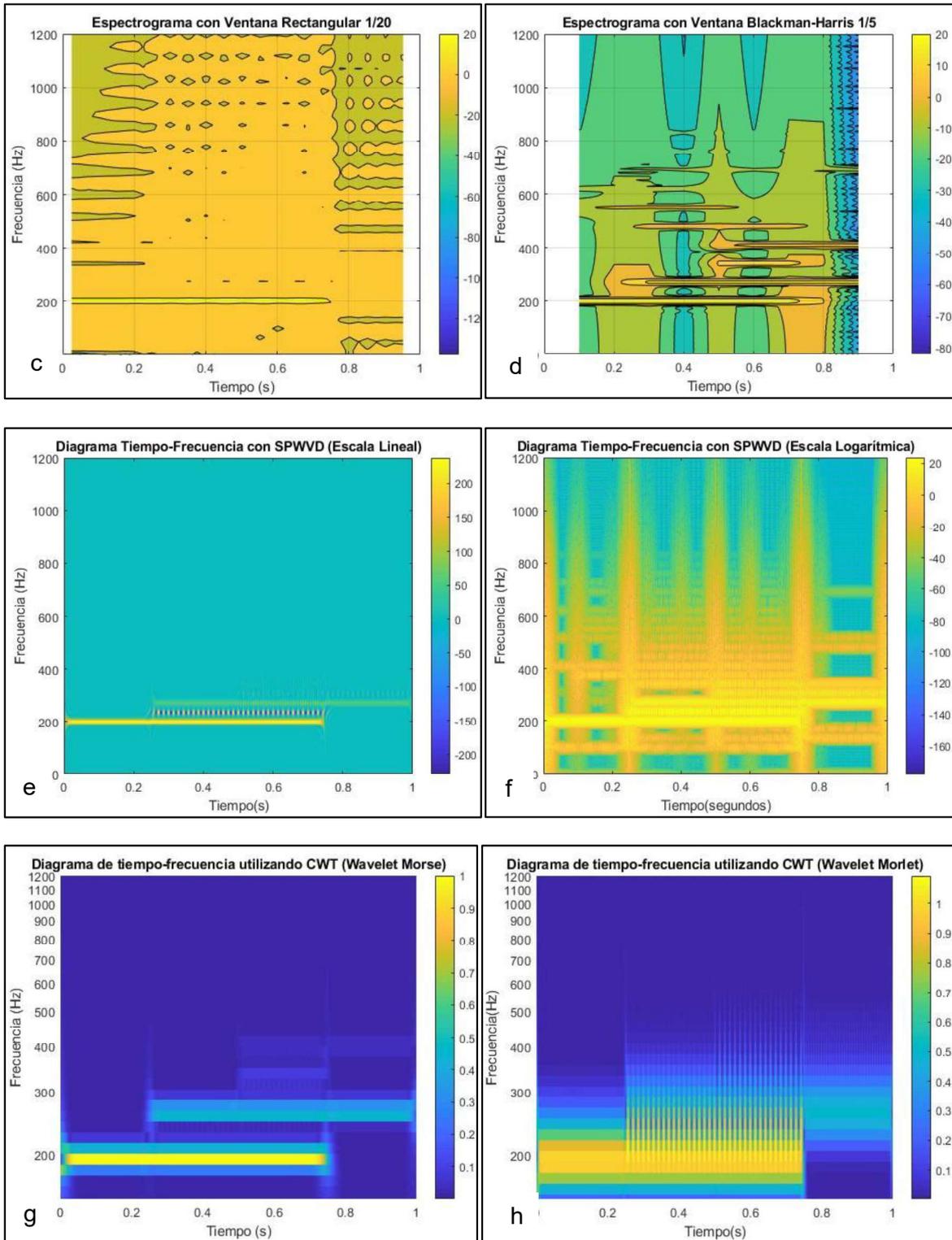


Figura 3.6 Resultados para la prueba 2 con los cuatro métodos de análisis (enfoque a la detección). Parte 2 [c,d,e,f,g,h]

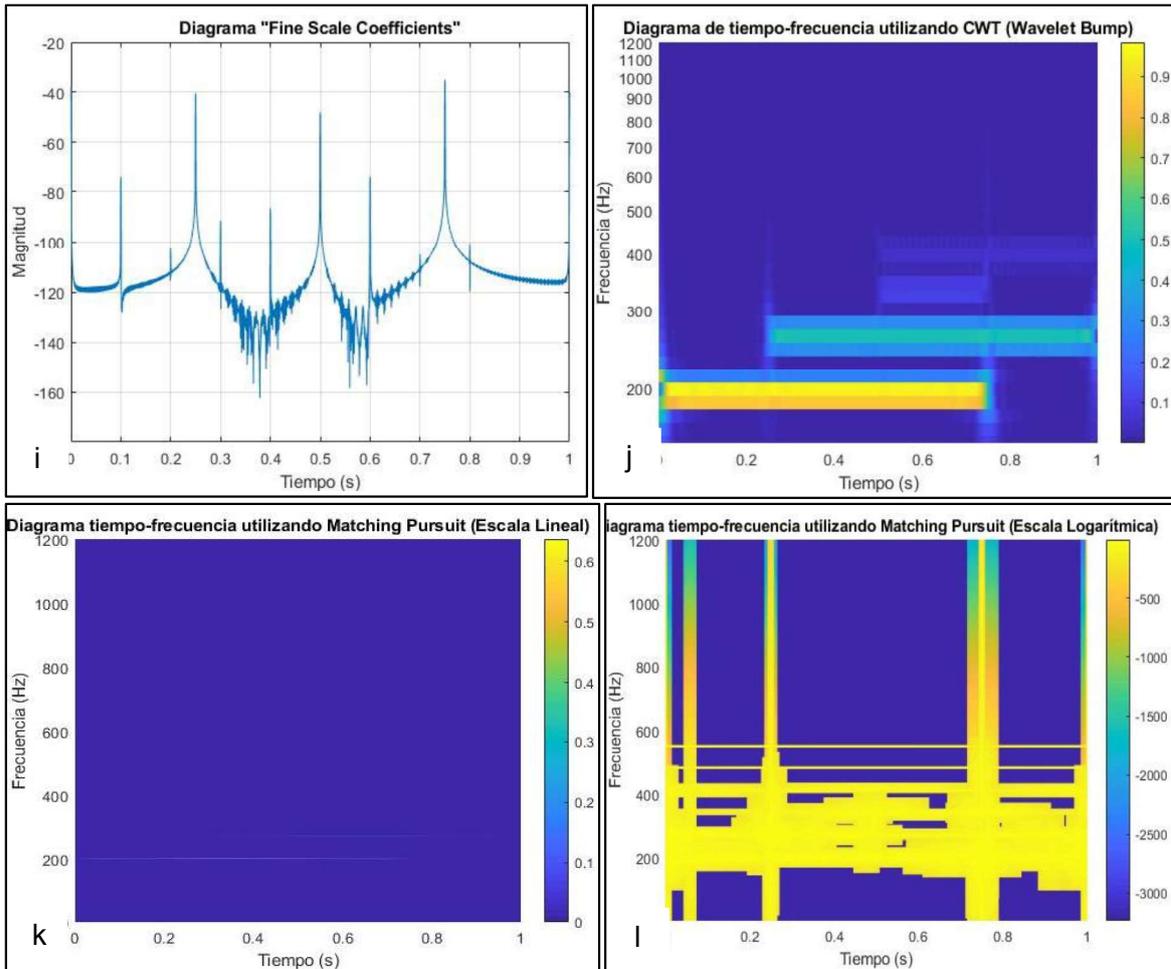


Figura 3.7. Resultados para la prueba 2 con los cuatro métodos de análisis (enfoque a la detección) Parte 3 [i,j,k,l]

3.1.3. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 3

Los resultados se muestran en la Figura 3.9, Figura 3.10 y Figura 3.11, comparando con el diagrama de referencia de la Figura 3.8. Se observa que cuando las condiciones son muy variadas el mejor método es la STFT utilizando la ventana Blackman-Harris en escala logarítmica. Este método es el que con mejor precisión presenta las componentes de la señal, permitiendo ver hasta 8 componentes, aunque con mala resolución en tiempo. Los métodos con peores resultados son MP, WVD y Wavelet Morlet. MP al utilizar una escala lineal solo muestra tres componentes y al utilizar una escala logarítmica es imposible diferenciar cuántos componentes existen y en qué frecuencia se encuentran. WVD por indica claramente la existencia de cuatro componentes, pero al utilizar la escala logarítmica nuevamente aparecen los términos cruzados y se dificulta distinguir los componentes de la señal. La Wavelet Morlet posee muy mala resolución en frecuencia mostrando la existencia de solo tres componentes. En cuanto a las Wavelets Bump y Morse, muestran claramente

la existencia de cinco componentes, con muy buena resolución en tiempo, pero mala resolución en frecuencia.

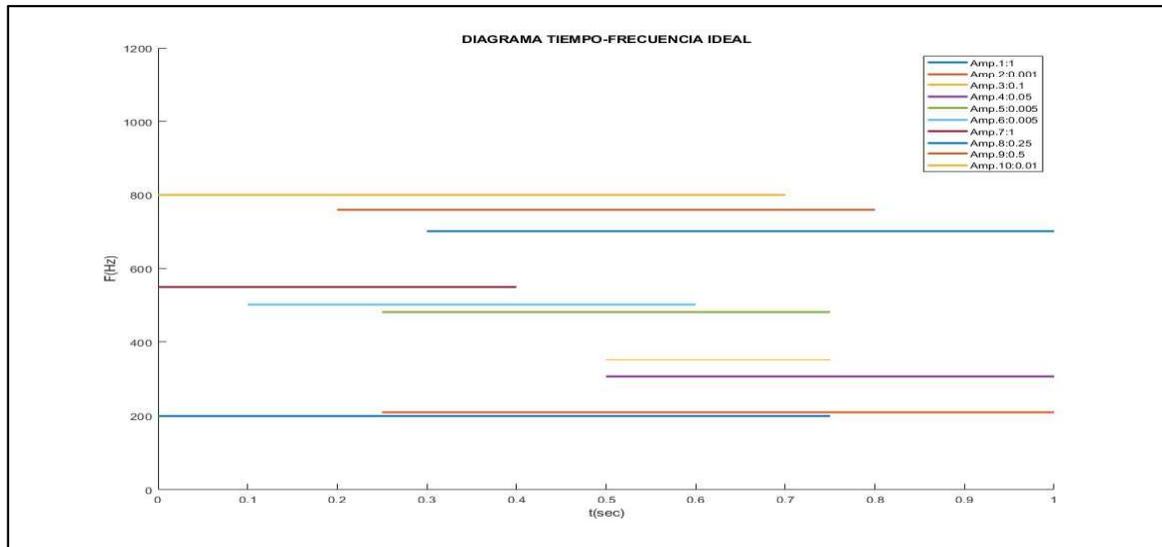


Figura 3.8. Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 3. Base de referencia para las comparaciones

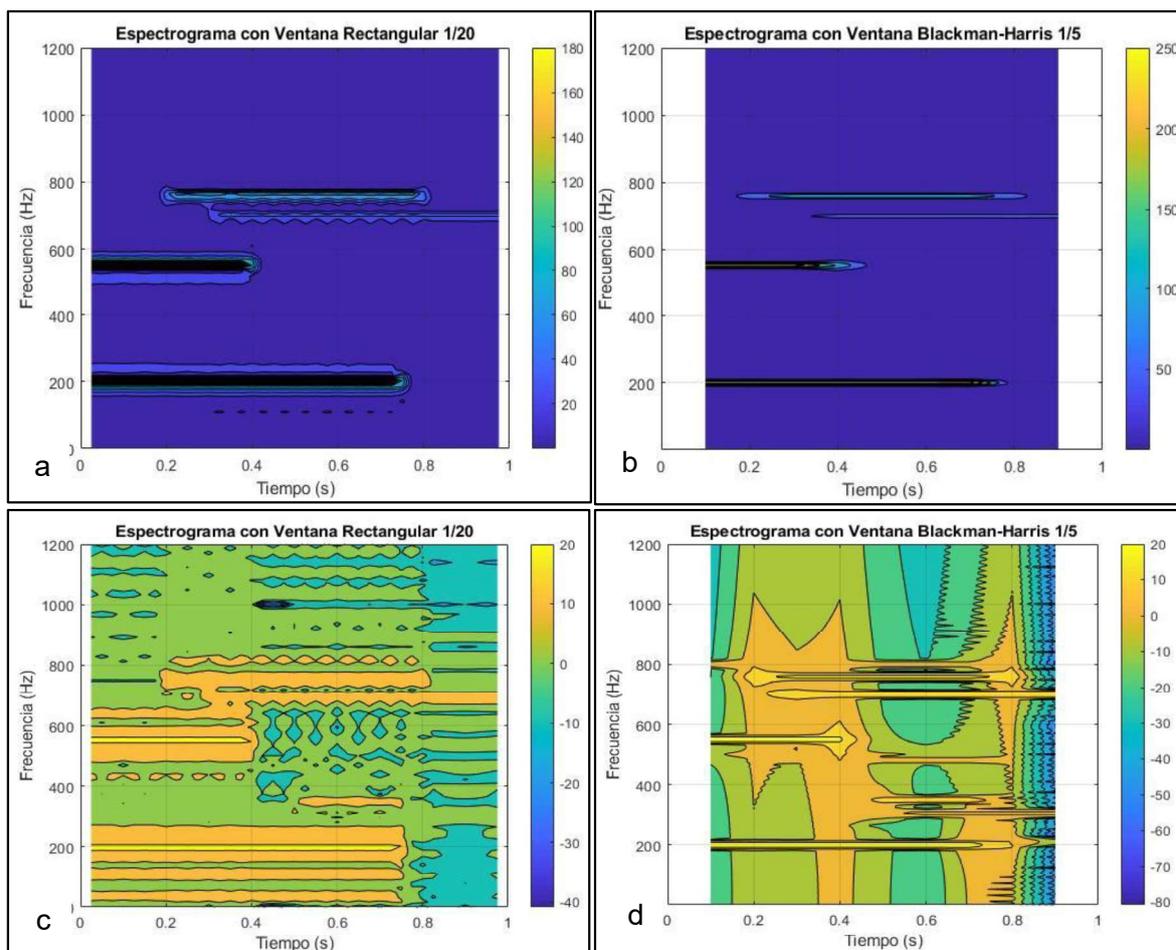


Figura 3.9 Resultados para la prueba 3 con los cuatro métodos de análisis. Parte 1[a,b,c,d]

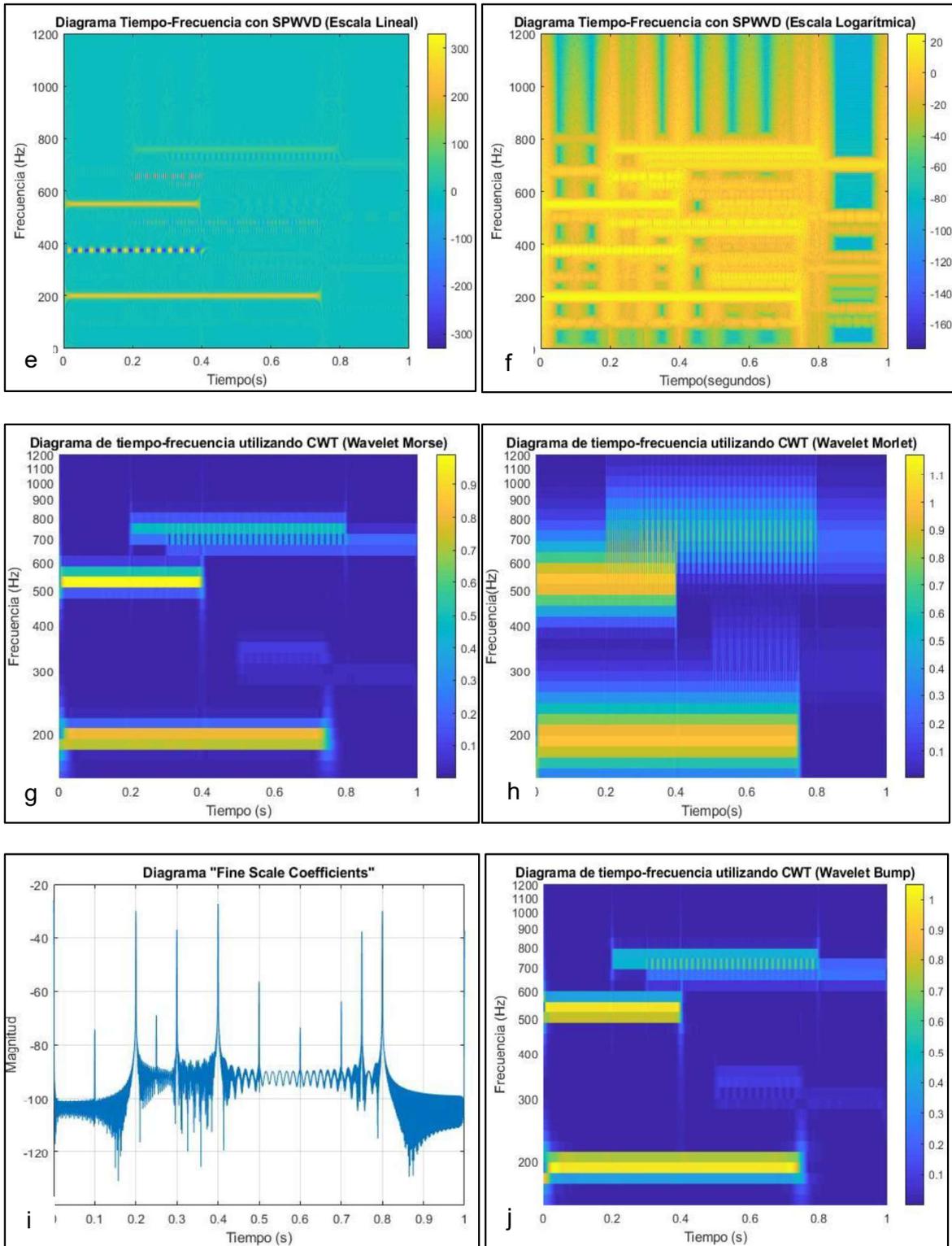


Figura 3.10 Resultados para la prueba 3 con los cuatro métodos de análisis. Parte 2 [e,f,g,h,i,j]

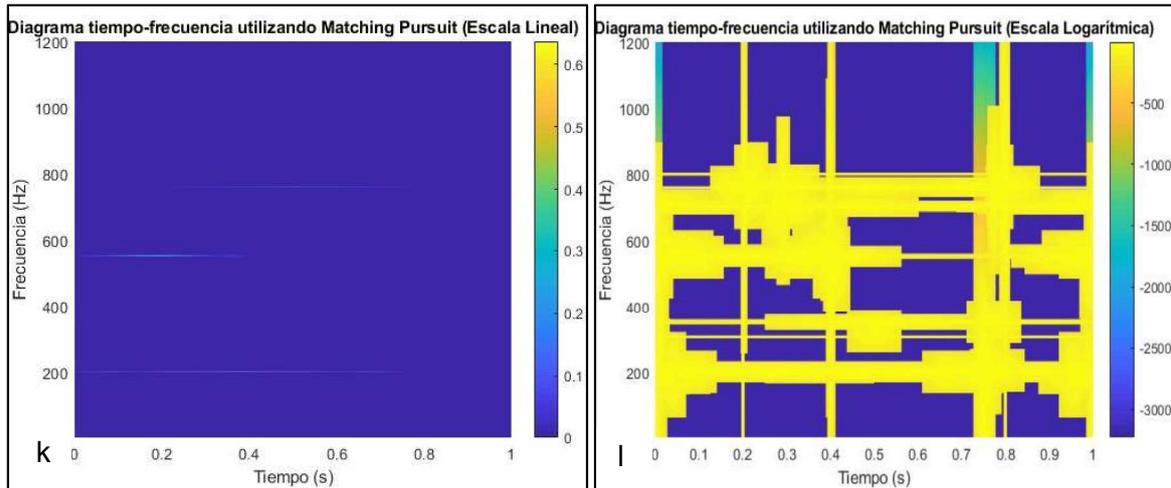


Figura 3.11. Resultados para la prueba 3 con los cuatro métodos de análisis. Parte 3 [k,l].

3.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE STFT

De los experimentos realizados se ha visto que este método provee una buena representación de las componentes en cuanto a resolución en tiempo y en frecuencia. Los resultados de la prueba 1 muestran que puede diferenciar frecuencias muy cercanas, distinguiendo 7 de las 10 existentes. El límite de acercamiento entre dos componentes para que puedan ser detectados es de 20Hz utilizando la ventana Blackman-Harris de cuatro términos.

Al igual que todos los métodos estudiados tiene problemas para detectar componentes de menor amplitud, en especial cuando se encuentran junto a componentes de mayor tamaño como se observa en la prueba 3.

Utilizando la escala logarítmica se puede lograr una visibilidad de las componentes pequeñas, sin embargo en muchos casos utilizar esta escala hace que la gráfica pierda claridad. Esto pasa principalmente con la ventana rectangular, como se observa en los resultados de la prueba 2. Por otro lado, el uso de la ventana Blackman-Harris provee mejores resultados en cuanto a detección, a pesar de su poca resolución en tiempo, que como se puede observar en la prueba 2, permite detectar hasta la componente de 620 Hz que tiene una amplitud de 0.001, a pesar de que podría confundirse como ruido.

En la prueba 3 se visualiza de mejor manera sus problemas en cuanto a detección. Cuando se utiliza una escala lineal solo detecta las componentes de mayor tamaño utilizando las dos ventanas, mientras que cuando se utiliza una escala logarítmica únicamente con la ventana de Blackman-Harris se puede observar algunas de las componentes más pequeñas, por lo que se puede considerar que esta última es la mejor de las dos ventanas.

En cuanto a carga computacional es el método que menos tiempo de procesamiento requiere para realizar el análisis. En promedio se demoró 0.58 segundos para realizar los cálculos y en promedio 1 segundo para mostrar las gráficas.

3.3. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE WVD

El método de la distribución de Wigner-Ville es el de peores resultados de todos los métodos estudiados. Uno de los primeros problemas con los que se encuentra es la presencia de los términos cruzados, que a pesar de utilizar la versión SPWVD siguen apareciendo, aunque en menor grado. En la prueba 1 se puede observar que es muy difícil de diferenciar todos los componentes existentes, incluso siendo que en esta prueba todos los componentes tienen la misma amplitud. Si se utiliza una escala logarítmica aparecen los componentes de la señal, pero aparte también aparecen los términos cruzados que son básicamente imposibles de diferenciar de un componente real, por lo tanto, afectando por completo la detección de componentes. Esto se evidencia en la prueba 2, donde solo puede detectar con claridad las 2 primeras componentes que tienen mayor amplitud, y al utilizar la escala logarítmica se mezclan con los términos cruzados.

En cuanto a resolución en frecuencia, sus resultados son regulares. En la prueba 1 se puede distinguir con dificultad a penas 5 de las 10 componentes presentes en la señal, siendo peor el resultado si se utiliza una escala logarítmica. Para la prueba ocurre la misma situación, solo se pueden detectar las 4 componentes de mayor amplitud, y si se utiliza una escala logarítmica las componentes reales nuevamente se mezclan con los términos de interferencia.

Respecto a la resolución en tiempo, tiene muy buenos resultados, pero solo en las señales que logra detectar usando la escala lineal, porque al usar la escala logarítmica ya no se puede diferenciar los tiempos de inicio y final de los componentes.

Finalmente, en cuanto a carga computacional es otro de sus mayores problemas, este método se demora mucho en procesar los datos. Aunque con la función *tic toc* utilizada diera un promedio de 24.68 segundos de tiempo de procesamiento, en realidad para mostrar cada gráfico se demoraba aproximadamente tres minutos. Este método fue una de las razones por las cuales no se utilizó una señal de mayor longitud, ya que inicialmente se planteaba realizar la comparación con señales de duración 4 segundos, pero el procesamiento con este método se alargaba hasta 15 minutos por prueba, en los cuales muchas veces la computadora llegaba a colgarse. Esto se debe a que la función *wvd* de Matlab para dibujar el diagrama tiempo-frecuencia crea una matriz de tamaños muy

grandes. La figura muestra el tamaño de las variables que se generan al utilizar esta función. La variable d es la matriz de gran tamaño que se obtiene, siendo esta prueba de apenas un segundo, creó una matriz de tamaño 9002x18004.

| Name | Value |
|----------|-------------------|
| a1 | 1 |
| a2 | 1 |
| a3 | 1 |
| a4 | 1 |
| a5 | 1 |
| comp1 | 1x9001 double |
| comp2 | 1x9001 double |
| comp3 | 1x9001 double |
| comp4 | 1x9001 double |
| comp5 | 1x9001 double |
| d | 9002x18004 double |
| duracion | 1 |

Figura 3.12. Tamaño de las variables que se generan al utilizar la función wvd en Matlab, donde destaca el tamaño de la variable d .

3.4. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE WAVELETS

Las wavelets presentan resultados muy parecidos entre sus tres versiones estudiadas. Sin lugar a dudas una de sus ventajas es la resolución en tiempo. Como se observa en las tres pruebas realizadas cada uno de estos métodos en los componentes que si logra detectar puede establecer con mucha precisión los tiempos de inicio y final de cada componente. Esta ventaja es aún mayor si se analiza el diagrama de Fine Scale Coefficients que se obtiene con la Wavelet Morlet. A pesar de que no detecte todas las componentes este diagrama si muestra los tiempos de inicio y fin de todas las sinusoidales que forman la señal, con el problema de mostrarlas todas al mismo tiempo y que es imposible diferenciar a cuál componente corresponde cada tiempo de inicio y fin.

Respecto a la resolución en frecuencia este método no tiene muy buenos resultados. Como se observa en la prueba 1, con las wavelets Morse y Bump apenas se puede diferenciar 5 componentes de las 10 existentes, mientras que en la prueba 3 se pueden distinguir claramente 5 componentes. La wavelet Morlet es la peor en este aspecto ya que no permite distinguir las frecuencias de los componentes en ninguna de las pruebas realizadas siendo la de peor resolución en frecuencia de todos los métodos estudiados.

Otro de sus problemas es la detección. Como se observa en la prueba 2, las wavelets Morse y Bump, que son las que mejores resultados poseen, apenas puede distinguir hasta la cuarta frecuencia de mayor amplitud.

Las wavelets poseen una baja carga computacional. En promedio la ejecución del código se demoró 1.93 segundos, y las imágenes se mostraban casi inmediatamente, demorándose como máximo 1 segundo.

3.5. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MÉTODO DE MATCHING PURSUIT

Este método al igual que Wigner-Ville, presenta el problema de una gran carga computacional. En este caso es debido a la matriz “*rEnergy2*” que se genera al utilizar las funciones de este método. Esta matriz depende del número de puntos que posee la señal. A pesar de que el tiempo que se demora en correr el código no parece muy elevado, siendo en promedio 12.58 segundos, los problemas aparecen al momento de graficar los resultados. En este método también se probó con una señal de cuatro segundos de duración y se demoró aproximadamente 20 minutos en mostrar una sola gráfica, muchas veces colgándose la computadora.

La mejor característica que tiene este método es si excelente resolución en frecuencia. En la prueba 1 se puede observar que se distinguen más componentes de lo que logro cualquier otro método. En la Figura 3.13 se indica el diagrama que se obtiene al realizar la prueba 1 pero con un acercamiento a las componentes cuyas frecuencias están más cercanas. Aquí se evidencia que se puede diferenciar dos componentes que estén separados incluso tan poco como 2Hz, siendo sin dudas el mejor método en cuanto a resolución en frecuencia.

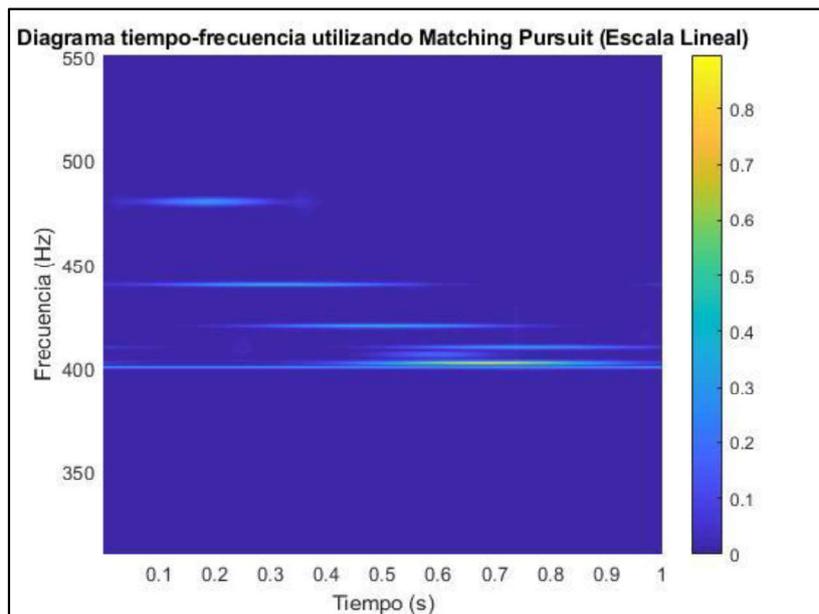


Figura 3.13. Análisis de la señal de la prueba 1 con MP con un acercamiento a las componentes de menor frecuencia de separación entre ellas.

Sin embargo, esta gran ventaja se pierde por completo cuando se debe analizar señales con componentes de menor amplitud. Esto se debe a que su nivel de detección es muy bajo como se evidencia en la prueba donde solo puede detectar las dos primeras componentes de mayor amplitud utilizando una escala lineal, y si se utiliza una escala logarítmica, a pesar de que se observan más componentes, pierde su excelente resolución en frecuencia.

Respecto a la resolución en tiempo, este método no posee buenos resultados. En ninguna de las pruebas realizadas se podría determinar con claridad cuál es la duración de los componentes, debido a que algunos no se grafican con su duración completa o se alargan más de su duración real.

3.6. RESUMEN GENERAL DE LA COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS ESTUDIADOS

En la siguiente tabla se realiza una comparación con los resultados más importantes obtenidos de los cuatro métodos de análisis de señales estudiados.

Tabla 3.1. Tabla resumen de los resultados obtenidos con los métodos de análisis de señales

| Método | Resolución en frecuencia | Resolución en tiempo | Detección |
|----------------------------------|--|--|--|
| STFT | Buena con la ventana Blackman-Harris | Buena con la ventana Rectangular | Buena con la ventana Blackman-Harris |
| Distribución Wigner-Ville | Regular, sin usar escala logarítmica | Buena, si no se usa escala logarítmica | Mala, problema con términos cruzados. |
| Wavelet Morse | Regular, no se diferencian componentes muy cercanas | Muy buena, para los componentes que se logran detectar | Regular, no se puede identificar componentes de menor amplitud |
| Wavelet Morlet | Mala, incluso con componentes muy separadas es difícil distinguir dos frecuencias diferentes | Muy buena, el diagrama FSC ayuda a la resolución | Mala, solo se detectan componentes de mayor amplitud |
| Wavelet Bump | Regular, no se diferencian componentes muy cercanas | Muy buena, para los componentes que se logran detectar | Regular, no se puede identificar componentes de menor amplitud |
| Matching Pursuit | Excelente, si las amplitudes de las componentes son similares | Regular. Las componentes pueden alargarse o acortarse. | Mala, solo detecta componentes de mayor amplitud |

3.7. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL NUEVO MÉTODO PROPUESTO

3.7.1. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 1

En la Figura 3.15 se tiene el resultado del nuevo método comparado con el diagrama de referencia de la Figura 3.14. Se observa que el nuevo método es capaz de detectar 8 componentes, con sus valores de frecuencia exactos, dando que el valor de separación mínimo entre componentes para poder detectarlas es de 8Hz. Sin embargo, para las componentes con frecuencias muy cercanas da valores erróneos de duración, fallando particularmente en detectar el inicio de la componente. A pesar de esto su resolución en tiempo es muy buena y se asemeja mucho a los valores reales.

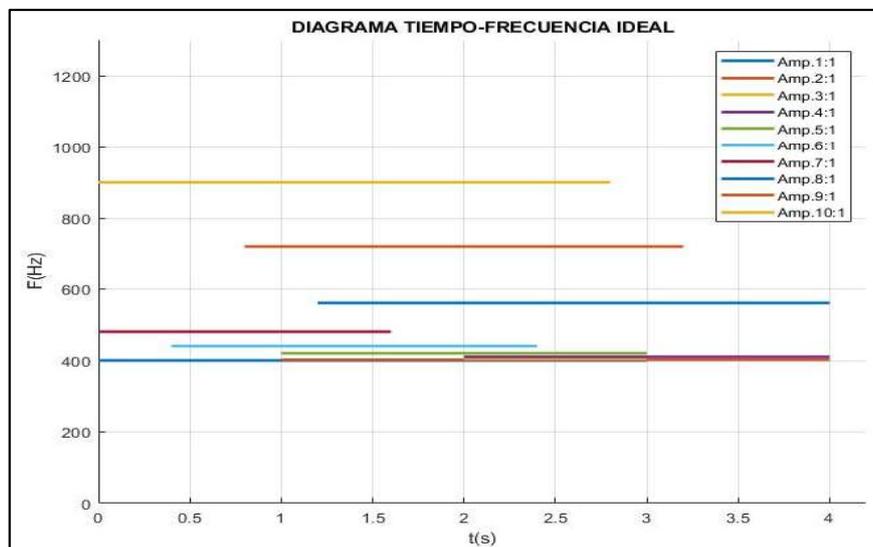


Figura 3.14 Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 1. Base de referencia para las comparaciones para el nuevo método propuesto.

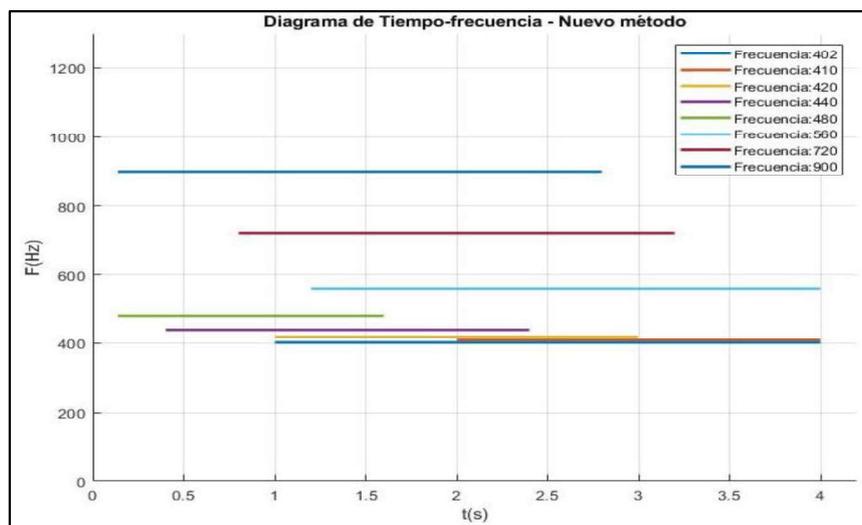


Figura 3.15 Resultado para la prueba 1 con el nuevo método propuesto.

3.7.2. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 2

En la Figura 3.17 se tiene el resultado del nuevo método comparado con el diagrama de referencia de la Figura 3.16. Se observa que el nuevo método es capaz de detectar todos los componentes y sus valores de frecuencia exactos de la señal multicomponente, algo que ninguno de los otros métodos analizados logró para esta prueba. El único problema es que es incapaz de determinar las duraciones de los componentes de menor amplitud, que para este caso son los componentes de 620, 760 y 830 Hz, por lo que solo indica que existen esas frecuencias, pero se desconoce su evolución en el tiempo.

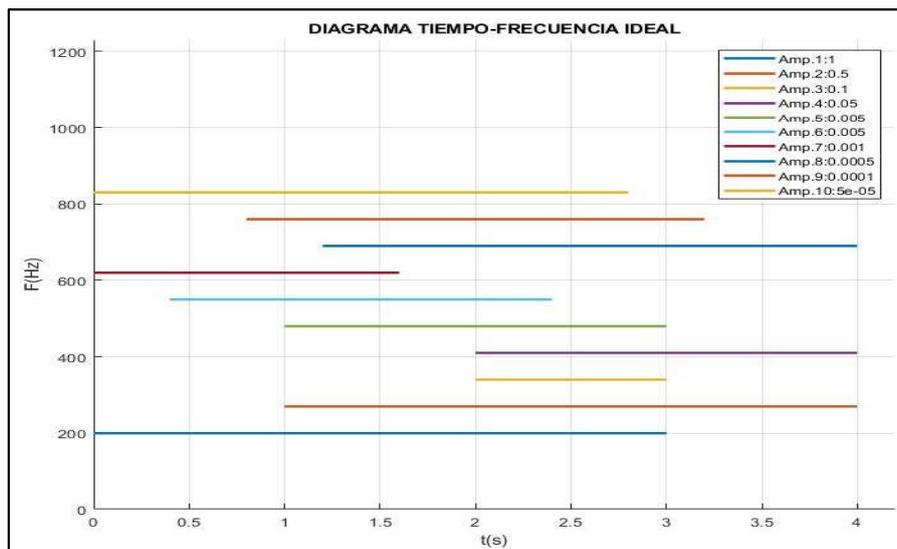


Figura 3.16 Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 1. Base de referencia para las comparaciones para el nuevo método propuesto.

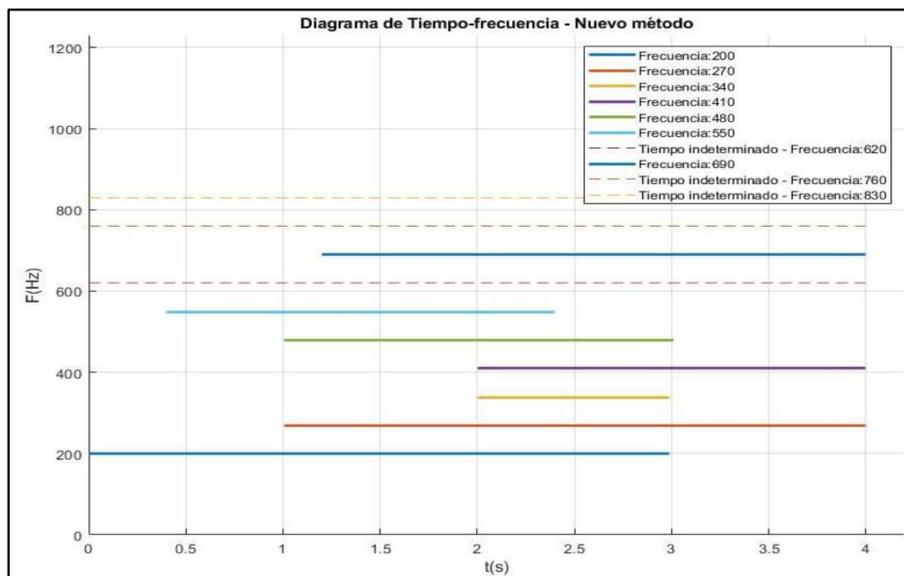


Figura 3.17. Resultado para la prueba 2 con el nuevo método propuesto.

3.7.3. ANÁLISIS DE LA SEÑAL PARA LA PRUEBA 3

En la Figura 3.19 se tiene el resultado del nuevo método comparado con el diagrama de referencia de la Figura 3.18. Se observa que para la prueba realizada es capaz de detectar 8 componentes con sus valores de frecuencia y duraciones exactas, superando por mucho a los métodos estudiados anteriormente. Tiene dificultades para detectar los componentes de menor amplitud que se encuentran junto a componentes de mayor amplitud.

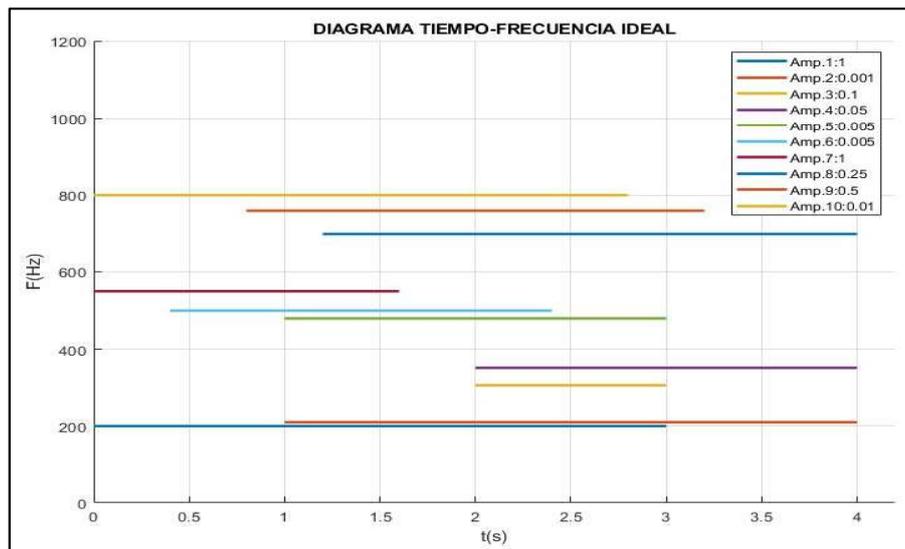


Figura 3.18. Diagrama tiempo-frecuencia ideal para la prueba 3. Base de referencia para las comparaciones para el nuevo método propuesto

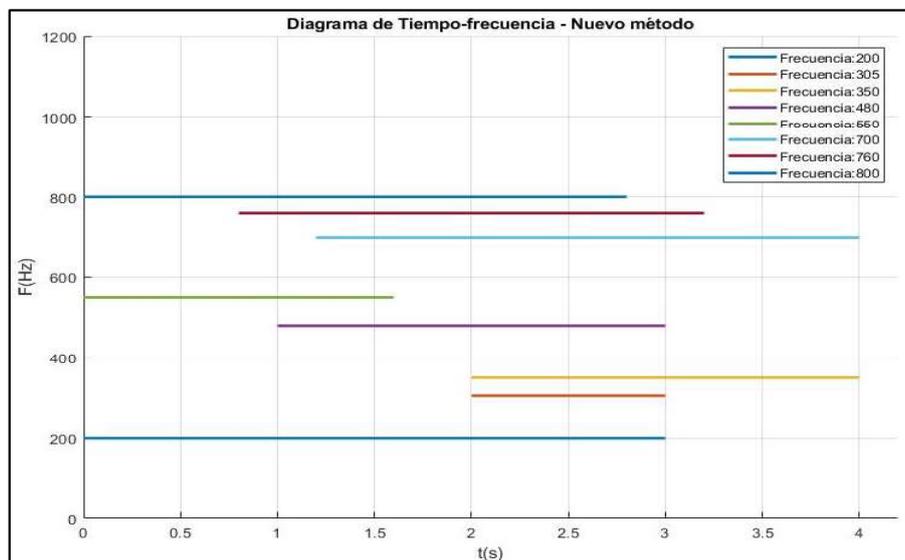


Figura 3.19 Resultado para la prueba 3 con el nuevo método propuesto

Una de las ventajas que tiene el método propuesto es que no busca con un solo modelo matemático una buena representación de las señales en el dominio del tiempo-frecuencia, sino que utiliza las ventajas de dos métodos estudiados y permite analizar la señal paso a paso. Esto se puede evidenciar primeramente en la detección de componentes. La FFT es

una herramienta muy buena para encontrar cada componente de las señales por más baja que sea su amplitud. Evidencia de esto es el resultado de la prueba 2 (Figura 3.17), donde, a pesar de que no se puede determinar la duración de los componentes de menor tamaño se ha encontrado todas, algo que no logró ninguno de los métodos estudiados.

Esto a su vez ayuda a la resolución en frecuencia, dado que con la FFT podemos descubrir la ubicación espectral exacta de los componentes. Esto se puede ver en los resultados de la prueba 1 (Figura 3.15), donde se pudo descubrir 8 de los 10 componentes, siendo el límite de separación entre componentes igual a 8 Hz.

En cuanto a la resolución en tiempo, gracias al diagrama FSC, las duraciones de cada componente se puede determinar de manera casi exacta, únicamente limitado por la interferencia de componentes de gran amplitud que se encuentran junto a componentes de menor amplitud.

Otra las características de este método es la baja carga computacional, ya que incluso utilizando una señal de 4 segundos se logró un tiempo de procesamiento en promedio de 10 segundos, sin tiempo de espera para mostrar las gráficas.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos se concluye que estos métodos ampliamente utilizados para el análisis de señales en tiempo-frecuencia tienen ciertas falencias al momento de ser puestos a prueba con señales rigurosas que posean componentes con amplitudes bajas o con frecuencias muy cercanas entre sí, por lo que no se debería confiar por completo en alguno de estos métodos.

El análisis realizado da una visión general del comportamiento de los métodos de análisis en el dominio del tiempo-frecuencia estudiados, por lo tanto, no necesariamente los métodos que menos o más ventajas posean, son los mejores o peores respectivamente, solo poseen características que dependiendo de la aplicación pueden ser adecuados para analizar señales específicas.

Cada método posee características particulares que pueden brindarles ventajas para analizar diferentes tipos de señales, por ejemplo MP puede ser muy útil para señales de corta duración con componentes de amplitudes similares cuya importancia radique en detectar las frecuencias a las que se encuentren estos componentes, o en el caso de Wavelets, puede ser útil para detectar duraciones de componentes, sin importar mucho su ubicación espectral. La elección del método de análisis depende completamente de la necesidad del investigador.

La distribución de Wigner-Ville es un método poco eficiente y que aporta casi ninguna ventaja en cuanto a los demás métodos estudiados. Su alta carga computacional, bajo nivel de detección y el apareamiento de los términos cruzados hacen que este método sea poco confiable, por lo que su utilización está limitada a aplicaciones muy específicas.

El método de STFT es muy balanceado. Posee ventajas como su facilidad de uso y la propiedad de poder escoger un gran número de ventanas que se ajusten a la necesidad del investigador. Con este método se puede lograr una buena detección, resolución en tiempo y resolución en frecuencia simplemente modificando los parámetros adecuados, además de su bajísima carga computacional, que permite analizar señales de cualquier longitud. Por estas razones desde mi punto de vista el mejor de los métodos estudiados.

La comparación realizada de los cuatro métodos mencionados llevó a la presentación de un Paper en el IEEE ETCM 2019, el cual se encuentra en el Anexo A.

Finalmente, el nuevo método que se ha planteado, a pesar de que logro unos resultados sorprendentes, está aún en sus fases iniciales de desarrollo. Sin embargo, con la experimentación realizada se puede verificar que al acercarse al problema del análisis de señales analizando por separado el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia se puede lograr resultados mucho mejores que tratar de resolver los dos dominios al mismo tiempo. Es algo que con los métodos estudiados se intentó pero no se puede lograr sin sacrificar resolución en alguna de las dos partes.

4.2. RECOMENDACIONES

Con los resultados obtenidos de las comparaciones de los diferentes métodos de análisis de señales se recomienda emplear las ventajas y características de los mismos en casos prácticos, con señales reales.

Se recomienda desarrollar más profundamente el nuevo método de análisis de señales en el dominio del tiempo-frecuencia propuesto. Se ha observado que sus resultados son muy competentes y pueden estar a la par de los métodos tradicionales, incluso siendo mejor en algunos aspectos. Se ha demostrado que analizar los componentes de tiempo y frecuencia por separado da buenos resultados por lo que este debería ser el acercamiento para implementar una nueva forma de análisis de señales.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. Flandrin, *Time-Frequency/Time-Scale Analysis*, vol. 10, Lyon: Academic Press, 1999.
- [2] L. Maple, «Time-Frequency Signal Analysis: Issues and Alternative Methods,» *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, pp. 329-332, 1998.
- [3] L. Xi, W. Xiaohua, R. Mingzhe, X. Dingli, Y. Nan, F. Yuwei y G. Qingqing, «Comparison of Different Time-frequency Analysis Methods for Sparse Representation of PD-induced UHF Signal,» *2016 China International Conference on Electricity Distribution (CICED 2016)*, pp. 1-5, 2016.
- [4] R. Mehmet, «Comparison of Wavelet and Short Time Fourier Transform Methods in the Analysis of EMG Signals,» *Springer Science + Business Media*, pp. 1-4, 2010.
- [5] Q. Zhu, Y. Wang y G. Shen, «Research and Comparison of Time-frequency Techniques for Nonstationary Signals,» *JOURNAL OF COMPUTERS*,, vol. 7, nº 4, pp. 954-958, 2012.
- [6] M. Fedotenkova y A. Hutt, «Research report: Comparison of different time-frequency,» HAL, Villers-lès-Nancy, 2014.
- [7] L. Cohen, *Time-Frequency Analysis*, Estados Unidos de América: Prentice Hall PTR, 1995.
- [8] B. Boashash, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing*, Londres: ELSEVIER, 2016.
- [9] F. Hlawatsch y F. Auger, *Time-Frequency Analysis*, vol. 1, London: ISTE Ltd, 2005.
- [10] J. Benesty, M. Sondhi y Y. Huang, *Springer Handbook of Speech Processing*, Berlin: Springer Science+Business Media, 2008.
- [11] K. Prabhu, *Window Functions and their Applications in Signal Processing*, Boca Ratón, Florida: Taylor & Francis Group, 2014.
- [12] A. Thacham y S. N. K. Aljahdali, «Significance of Cohen's Class for Time Frequency Analysis of Signals,» *International Journal of Computer Applications*, vol. 72, nº 12, pp. 1-8, 2013.
- [13] A. Feltane, *Time-Frequency Based Methods for Non-Stationary Signal Analysis with Application To EEG Signals*, Rhode Island: University of Rhode Island, 2016.

- [14] F. Auger, P. Flandrin, P. Gonçalves y O. Lemoine, Time-Frequency Toolbox, Centre National de la Recherche Scientifique, 1996.
- [15] A. Graps, «An Introduction to Wavelets,» *IEEE Computational Science and Engineering*, vol. 2, nº 2, 1995.
- [16] M. Stéphane, A Wavelet Tour of Signal Processing, Burlington: ELSEVIER, 2009.
- [17] S. Olhede y J. Lilly, «Morse Wavelets,» Mathworks, [En línea]. Available: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/ug/morse-wavelets.html>. [Último acceso: 10 Junio 2019].
- [18] M. Cohen, «A better way to define and describe Morlet wavelets for time-frequency analysis,» bioRxiv, 21 Agosto 2018. [En línea]. Available: <https://www.biorxiv.org/content/10.1101/397182v1>. [Último acceso: 20 Julio 2019].
- [19] P. Durka, Matching Pursuit and Unification in EEG Analysis, Norwood: Artech House, INC, 2007.
- [20] Mathworks, «Choose a Wavelet,» Mathworks, [En línea]. Available: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/gs/choose-a-wavelet.html>. [Último acceso: 15 Julio 2019].
- [21] R. Supratim, «Matching Pursuit Code,» Github, 29 Marzo 2016. [En línea]. Available: <https://github.com/supratimray/MP>. [Último acceso: 15 Enero 2019].
- [22] R. Alvarez y R. Knight, «Recovering the information lost by the most used methods in neuroscience: extracting information from EEG that was only possible with ECoG».
- [23] J. Lilly y S. Olhede, «Generalized Morse Wavelets as a Superfamily of Analytic Wavelets,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, nº 11, pp. 6036-6041, 2012.

ANEXOS

ANEXO A. Comparison of methods for signal analysis in the time-frequency domain. Paper IEEE Xplore.

Anexo A

Comparison of methods for signal analysis in the time-frequency domain

Robin Álvarez
Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería Eléctrica y
Electrónica
Quito, Ecuador
robin.alvarez@epn.edu.ec

Erick Borbor
Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería Eléctrica y
Electrónica
Quito, Ecuador
erick.borbor@epn.edu.ec

Felipe Grijalva
Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería Eléctrica y
Electrónica
Quito, Ecuador
felipe.grijalva@epn.edu.ec

Abstract— This paper shows the most relevant results of the comparison of four signal analysis methods in the time-frequency domain: Short Time Fourier Transform, Wigner-Ville Distribution, Wavelets and Matching Pursuit, using an artificially created signal. This was done in order to look for the advantages and disadvantages of each of these methods in terms of frequency resolution, time resolution, detection and computational load. For the comparison, five experiments were performed with the artificial signal. Each new test demands more strict conditions for time resolution, frequency resolution and component detection due to the amplitude reduces and frequency separation decreases among components. The results show that, the best method in terms of frequency resolution, detection and computational load is the Short Time Fourier Transform. On the other hand, Bump Wavelet, which is also the best among the wavelets analyzed, has the best time resolution allowing to distinguish the start and end times of each component of the signal with excellent precision for each of the tests performed.

Keywords— Time-frequency analysis, Fourier, Wigner-Ville distribution, Wavelets, Matching Pursuit.

I. INTRODUCTION

The phenomena present in nature are represented by signals made up of several components that have different frequency, amplitudes and durations. One of the main objectives of digital signal processing is to analyze and extract the most important information from these signals, for which different methods have been developed that use their own mathematical models, so that varied results are obtained depending on the signal used.

Due to the large number of methods, the complexity of most of them and the different results that can be obtained, the decision on which method to use becomes a problematic task for researchers. An incorrect use of these techniques or the misunderstanding of their limitations can lead to an improper interpretation of the results because each of the methods have special characteristics that generate advantages or disadvantages depending on the type of signal to be analyzed.

Although comparative studies have been found between different methods of signal analysis in the time-frequency domain [1,2,3,4], it was not possible to find a document that truly compares the characteristics of frequency resolution, time resolution, component detection and computational load. These aspects are considered fundamental within several disciplines such as: neurosciences, engineering, astrophysics, geotectonic, etc.

This paper compares four of the most used methods of signal analysis in the time-frequency domain; Short Time Fourier Transform (STFT), Wigner-Ville Distribution, Wavelets and Matching Pursuit, using a known artificial signal. Consequently, it will be determined which of these is the best with respect to the following characteristics: resolution in time, resolution in frequency, detection and computational load.

II. METHODS OF SIGNAL ANALYSIS IN THE TIME-FREQUENCY DOMAIN

The fundamental objective of signal analysis methods in the time-frequency domain is to find a function that allows to describe the energy density over time and frequency simultaneously, and that can be used and manipulated in the same way as another function of density. This will allow to locate fractions of energy in any frequency and time range, calculate the density of a frequency component in a particular time interval, find specific component durations, etc. [5].

In nature, signals with non-stationary components are very common, and it is usually these types of components that provide important information about the signal, so it has been important to develop methods capable of going beyond traditional analysis techniques of signals like those that use Fourier's theory.

A. Short Time Fourier Transform

Signal analysis using Fourier theory allows to represent the signals in the form of a time-frequency energy map. The main tool for this domain is the Short Time Fourier Transform (STFT), which allows a time-frequency representation better known as the spectrogram. The main ideas of this method have been extracted from [6].

The concept behind the STFT is to break down the signal into small segments and analyze each segment using the Fourier transform to find out what frequencies existed in that segment. Performing an analysis of the entire signal with this method will indicate how it varied over time in each portion of the signal.

To study the properties of a signal at time t , this method uses a windowing function represented in (1) by $h(t)$, centered on t , creating a new modified signal.

$$s_t(\tau) = s(\tau)h(\tau - t) \quad (1)$$

This new signal is a function of two times, a fixed time which will be the central time, t , and the mobile time, τ . The function of the window is chosen as desired to obtain the best

resolution in frequency (rectangular window) or very good detection (Blackman-Harris window).

Using this concept, applying the Fourier transform in this modified signal will obtain the frequency distribution around that time represented in (2) and (3).

$$S_t(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s_t(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d\tau \quad (3)$$

The energy density spectrum at time t is obtained in (4).

$$P_{SP}(t, \omega) = |S_t(\omega)|^2 \quad (4)$$

$$|S_t(\omega)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-j\omega\tau} s(\tau) h(\tau - t) d\tau \right|^2$$

For each interval analyzed, a different spectrum will be obtained and the sum of all these spectra is the time-frequency distribution obtained with the STFT.

The non-linearity introduced by the squared magnitude avoids undesirable effects such as the crossed terms. The cross-terms are interferences that appear due to the decomposition of the signal in different parts and are typical of signals with several components [7]. However, its weakest point is the sensitivity to the size of the window, which must be optimized to get the best results in time or frequency resolution.

The window size introduces a compromise between time resolution and frequency resolution: a large window reduces the quality of the resolution in time, while a small window reduces the quality of the resolution in frequency.

B. Wigner-Ville Distribution (WVD)

This type of signal analysis first appeared in quantum mechanics with E. Wigner's research looking for joint probability distributions for position and momentum variables.

The WVD provides high resolution representations in time and frequency, for non-stationary signals. It satisfies the marginal properties both in time and in frequency in terms of the instantaneous power in time and the energy spectrum in frequency and the total energy of the signal in time and in frequency. It is given by (5) [8].

$$WVD_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

Due to the bilinear nature of WVD and the presence of negative values, WVD has confusing results in time-frequency analysis, especially for signals with multicomponent (e.g. Electroencephalogram), because to the presence of cross-terms. [7].

In order to counteract the problems that cross terms bring and at the same time, maintain a high resolution in time-frequency, new time-frequency representations were proposed. One of them is "Smoothed-Pseudo Wigner-Ville Distribution (SPWVD). The SPWVD allows two independent analysis windows, one in the time domain and the other in the

frequency domain to facilitate readability of the Wigner-Ville distribution. The SPWVD of a signal $x(t)$ is given by (6):

$$SPWVD_x(t, f; g, h) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} g(s - t) x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) ds e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (6)$$

where t is the time, f is the frequency, h is the frequency smoothing window and g is the time smoothing window [8].

C. Wavelets

Wavelets are mathematical functions that divide the signals into frequency components and study them separately with a resolution adjusted to their scale. They have advantages over traditional Fourier methods in analyzing physical situations in which the signal contains discontinuities and peaks. They have been amply studied in [9,10, 11], and the main ideas of this brief review have been extracted from [11].

The basic idea behind wavelets is to analyze according to a scale. Wavelet algorithms process data at different scales or resolutions. If a large window is used to observe a signal, only the most general characteristics would be seen. On the other hand, looking at a signal with a small window, would reveal the smaller features. Wavelet analysis allows to observe the two types of features.

To perform the analysis with wavelets it is necessary to adopt a prototype wavelet function, called a mother wavelet. Subsequently, two types of analysis are performed, a temporal analysis in which a contracted high-frequency adaptation of the mother wavelet is used, and a frequency analysis performed with a dilated low-frequency version of the same wavelet.

The dilations and translations of the mother wavelet $\Phi(x)$, defines an orthogonal base, the base wavelet is obtained by (7).

$$\Phi_{(s,l)}(x) = 2^{-\frac{s}{2}} \Phi(2^{-s}x - l) \quad (7)$$

The variables s and l are integers used to scale and dilate the mother function Φ to generate wavelets, from different families. The scale index indicates the width of the wavelet, and the location index l gives its position. An important fact is that the mother functions are re-scaled, by powers of two, and transferred by integers. One of the most interesting features of wavelets is the self-similarity caused by scales and dilatations [9].

To encompass the data domain in different resolutions, the mother wavelet is used in a scaling equation, given by (8).

$$W(x) = \sum_{k=-1}^{N-2} (-1)^k c_{k+1} \Phi(2x + k) \quad (8)$$

where $W(x)$ is the scaling function for the mother wavelet Φ , and c_k are the wavelet coefficients. Wavelet coefficients must satisfy the linear and quadratic constraints, shown in (9).

$$W \sum_{k=0}^{N-1} c_k = 2, \quad \sum_{k=0}^{N-1} c_k c_{k+2l} = 2\delta_{l,0} \quad (9)$$

where δ is the Kronecker delta function and l is the location index.

One of the most useful features of wavelets is the ease with which you can choose the coefficients that define a wavelet system to be adapted to a given problem.

D. Matching Pursuit (MP)

The limitations of the Wavelet transform are mostly due to its limited set of waveforms used to express the variations in a signal. Matching pursuit method is an iterative algorithm created by Mallat and Zhang that breaks down the signal into a linear expansion of waveforms, which are obtained from a complete and redundant dictionary. This method uses successive approximations of the signal with orthogonal projections present in the elements of a dictionary. This dictionary consists of a basic Gaussian atom which is scaled and displaced in the time-frequency domain. This type of signal analysis has no cross terms, and preserves signal energy, time-frequency shifts and scale changes in the analyzed signal [12,13].

The MP algorithm is an iterative procedure, which is described as follows:

- 1) Find (in the dictionary) the first function, which best fits the signal.
- 2) Subtract its contribution from the signal.
- 3) Repeat the previous steps in the remaining residues of each iteration until a satisfactory representation of the signal terms of the chosen functions is achieved.

III. HOW THE TESTS WERE CARRIED OUT

First, an algorithm was developed to create an artificial signal with several frequency components (multicomponent signal). It allows to modify the amplitude and frequency values of each of the components in a simple way to perform each test.

The analysis was performed with a multicomponent signal formed by five sine waves with different frequencies, different amplitudes and different start and end times, depending on the number of the test done. Five tests were performed on each of the proposed methods. The tests had more stringent conditions, such as the reduction of the frequency separation between components and the reduction of the component's amplitudes. Table I shows each of the components that formed the signal and the variations to these for each test performed. In Fig. 1 there is an example of how the signal used for test # 1 was formed, with the 5 components and the final composite signal in red.

With each of these tests, a corresponding ideal time-frequency diagram is obtained, as a basis for comparison for the methods cited above. An example of this ideal diagram is shown in Fig. 2, which would be the result of a perfect time-frequency analysis performed with the test #1 signal.

For the tests carried out with the STFT a Blackman-Harris window was used with which two types of diagrams were obtained: a time-resolution diagram that uses a window of 1/5 of the signal length and a frequency-resolution diagram that uses a window of 1/20 length of the signal length. For both cases an overlapping of 50% of the window length was used.

The sampling frequency of the signal for this method and all others was set as ten times the sampling frequency (F_s). The number of points for the frequency vector ($nfft$) is a power of two and is obtained depending on the size of the window, such that, $nfft$ is less than the length of the window used.

The test related to WVD has been performed using a SPWVD in order to achieve the best results; however, the use of the logarithmic scale makes cross-terms still appear in all tests.

For the evaluation of the Wavelets method, three types of wavelets were used for the analysis and comparison: Morse Wavelet, Morlet Wavelet and Bump Wavelet. The characteristics of these Wavelets are shown in Table II.

For the MP method, a number of 100 iterations was chosen for signal decomposition, more than this gave poorer results and increased the computational time. This number of iterations gave the best results for the tests performed.

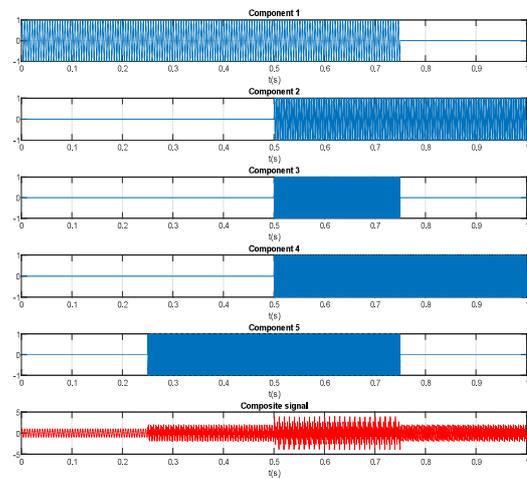


Fig 1. Composite signal and its components for test #1

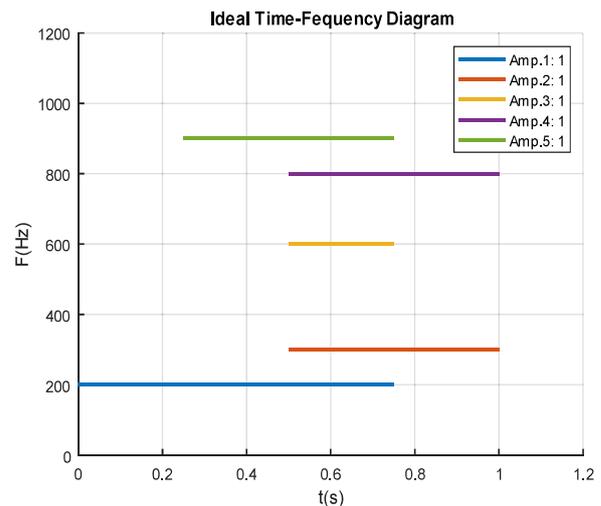


Fig 2. Ideal time-frequency diagram for the test #1 signal.

TABLE I. MULTICOMPONENT SIGNAL PARAMETERS AND THEIR CHANGES FOR EACH TEST

| Test Number | C1 | | C2 | | C3 | | C4 | | C5 | |
|-------------|------------|-----|-----------|------|--------------|--------|-----------|-----|---------------|-------|
| | 0-0.75 Sec | | 0.5-1 Sec | | 0.5-0.75 Sec | | 0.5-1 Sec | | 0.25-0.75 Sec | |
| | Freq (Hz) | Amp | Freq (Hz) | Amp | Freq (Hz) | Amp | Freq (Hz) | Amp | Freq (Hz) | Amp |
| #1 | 200 | 1 | 300 | 1 | 600 | 1 | 800 | 1 | 900 | 1 |
| #2 | 200 | 1 | 210 | 0.1 | 600 | 0.1 | 800 | 1 | 810 | 0.1 |
| #3 | 200 | 1 | 205 | 0.1 | 600 | 0.01 | 800 | 1 | 805 | 0.1 |
| #4 | 200 | 1 | 205 | 0.01 | 600 | 0.001 | 800 | 1 | 805 | 0.01 |
| #5 | 200 | 1 | 205 | 0.01 | 600 | 0.0001 | 800 | 1 | 805 | 0.001 |

TABLE II. WAVELET TYPES USED [14]

| Wavelet Type | Characteristics |
|---------------------------------|--|
| Generalized Morse Wavelet | Two parameters (γ, β) can be varied to change the dispersion in time and frequency. The first parameter is symmetry, γ , and the second parameter is the time-bandwidth product β . The best results were obtained with (12,440) |
| Analytic Morlet (Gabor) Wavelet | Equal variance in time and frequency |
| Bump Wavelet | Wider variance in time, narrower variance in frequency |

IV. RESULTS

A. Time resolution.

For this parameter the method that has the worst results is MP, since, from test # 1 (Fig. 3), the start and end times of each component cannot be clearly observed, while the other methods did not have problems.

Experiments show that the results obtained using SPWVD (Fig. 4) and STFT, using a signal size / 20 window (Fig. 5) are similar, both being good in terms of resolution in time. However, in the case of SPWVD, although it detects the components, there is the problem of the cross terms, so, unless the frequency location of the components is known, it would be almost impossible to differentiate them from interference.

The method that has the best capacities for resolution in time is using Wavelet, specifically the Bump wavelet (Fig. 6). In addition, the Morlet wavelet allows to obtain a diagram called “Fine Scale Coefficients” with which you can clearly see the start and end times of each component represented with peaks (Fig. 7), with the only problem of not knowing which one corresponds to each peak, but without a doubt being of great help for the resolution in time.

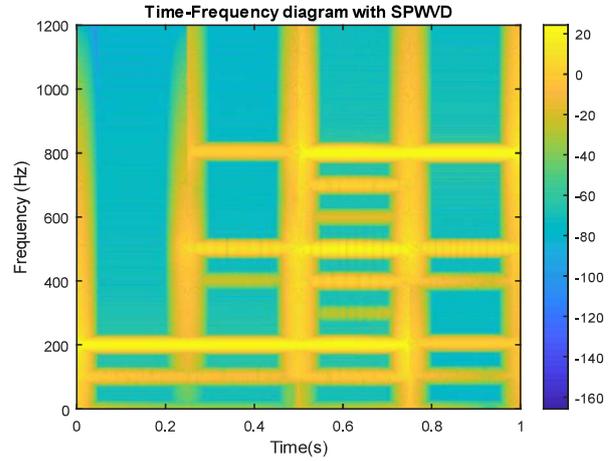


Fig 4. Time-frequency diagram for test # 3 with WVD.

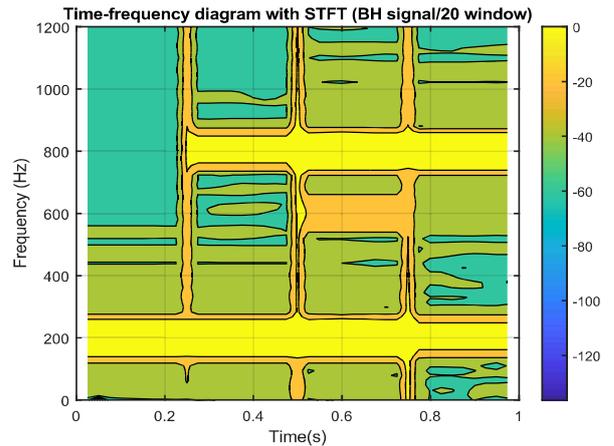


Fig 5. Time-frequency diagram for test # 3 with STFT

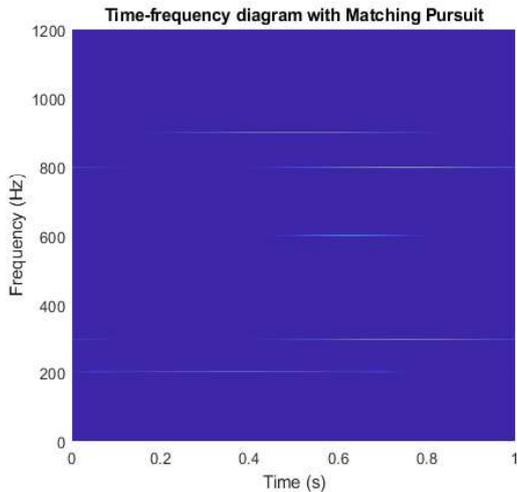


Fig 3. Time-frequency diagram for test # 1 with MP

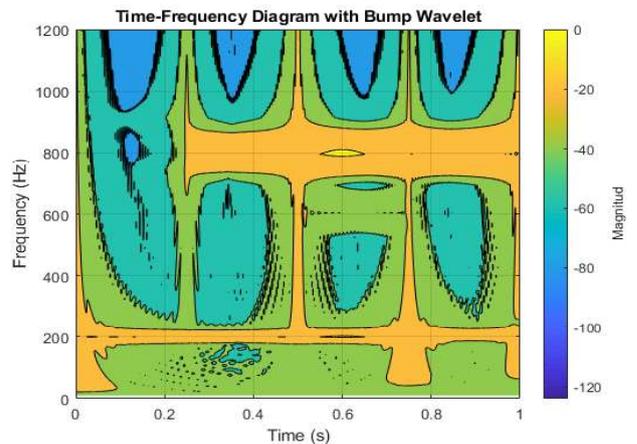


Fig 6. Time-frequency diagram for test # 3 with Bump Wavelet

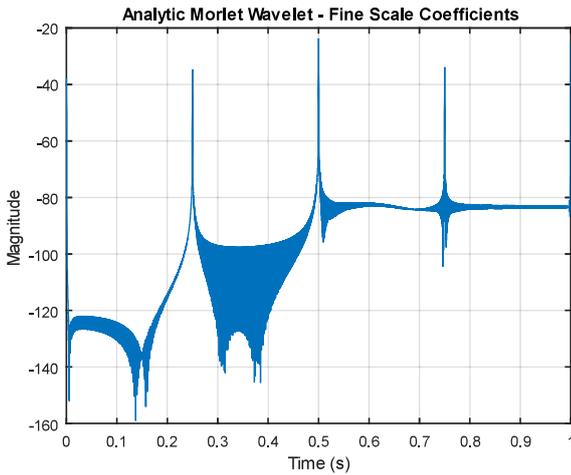


Fig 7. Diagram of "Fine Scale Coefficients" obtained with Morlet Wavelet for test # 3.

B. Frequency resolution

The method that uses Wavelets offers the worst results. As for example, in Fig 6, although all the components are observed, it is impossible to differentiate two that have very close frequencies, such as the 800Hz and 805Hz components.

The STFT method using the signal-length/5 window (Fig. 8) has very good resolution in frequency as well as MP, but the problem with MP is that the excellent resolution is only achieved when the components have a large amplitude and similar among them, as for example in test #1, which is shown in Fig. 3. At the time of performing the tests in which the signal components have been reduced in amplitude, due to the use of logarithmic scale, this method loses frequency resolution and the diagrams become unclear differentiating components (Fig. 9).

C. Detection

Detection indicates the ability of a method to find a component whose amplitude is small. This parameter is having more stringent conditions with each test; therefore, the metric of which method is the best in this parameter is which can detect the components of smaller amplitude for each test. The results obtained indicate that the methods studied have no problem in detecting the components as long as they all have very similar amplitudes. One of the most critical problems in terms of detection is when there are components with very close frequencies, and one of these has a much greater amplitude to its neighbors. The larger component in most cases will hide the smaller components.

The worst in terms of detection is the SPWVD method, because the cross terms have greater amplitude than the smaller amplitude components and it is almost impossible to differentiate them. This is seen in Fig. 3, where even without being the most rigorous test, the real components cannot be distinguished of the cross-terms.

MP also does not have good results in terms of detection, since with this method it was only possible to observe all the components until test # 3, as seen in Fig. 9.

Using wavelets, and particularly the Bump Wavelet, a good detection is achieved by allowing the detection of signals up to test # 4, as shown in Fig. 10. However, the low frequency resolution of this method makes it difficult to differentiate the smaller components due to the influence of the larger ones.

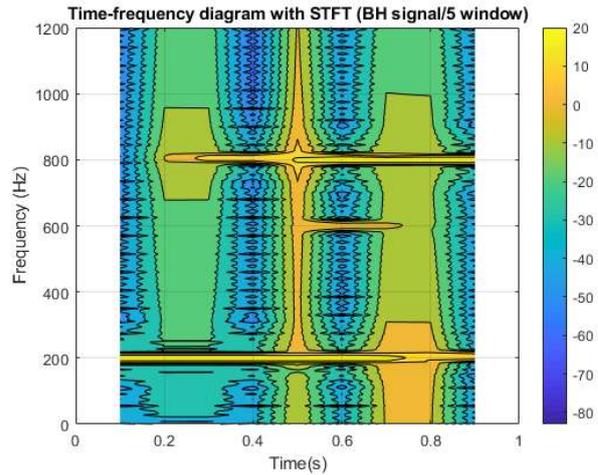


Fig 8. Time-frequency diagram for test # 3 with STFT

The best method for the detection of components is using STFT, with which it is possible to detect components until test # 5. For this, the signal size / 5 window was used, the same one that was used to obtain the diagram for the resolution in frequency. As seen in Fig. 11 this method can detect, although with difficulty, the 600 Hz component whose amplitude is 0.0001, something that was not achieved with any other method.

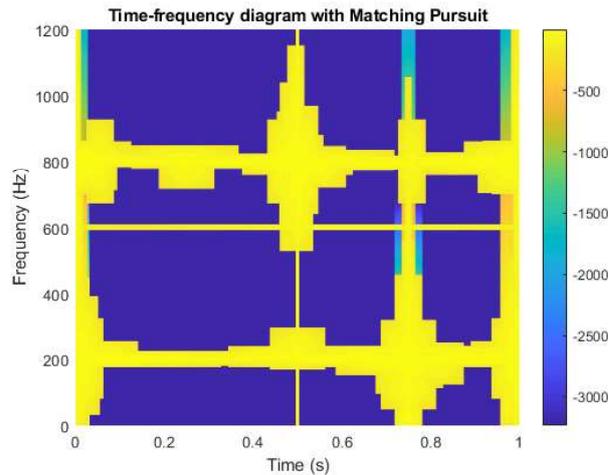


Fig 9. Time-frequency diagram for test # 3 with MP

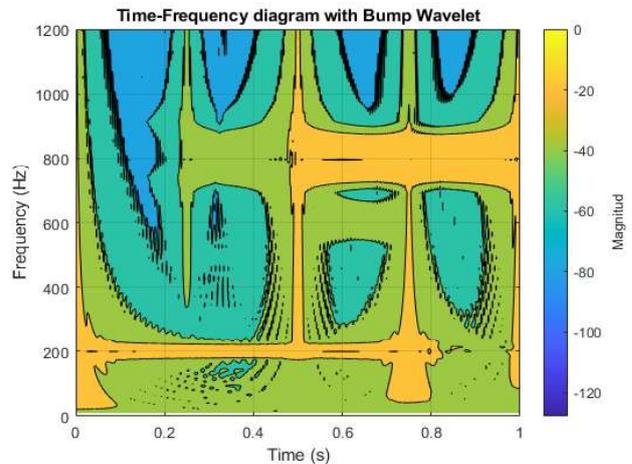


Fig 10. Time-frequency diagram for test # 4 with Bump Wavelet.

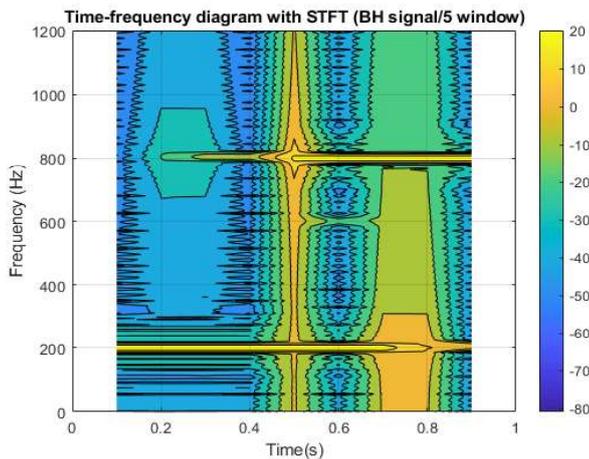


Fig 11. Time-frequency diagram for test # 5 with STFT.

D. Computational load

The computational load was analyzed by measuring the duration of the execution of the codes used for each of the methods, obtaining an average of all the tests performed. MATLAB R2019a installed on a computer with the following characteristics was used to execute the codes: Windows 10 Home, Intel Core i7-6700HQ CPU Processor @ 2.60GHz, 16.0 GB RAM.

The results are shown in Table III.

V. CONCLUSION AND DISCUSSION

From the analyzed methods, the one with the worst results is the Wigner-Ville distribution. This not only has the largest computational load but also presents the problem of cross-terms, which add parasitic components to the time-frequency diagram and do not allow an accurate component analysis.

The Matching Pursuit method has the best frequency resolution of all the methods here studied, under certain conditions: the first one is that the components of the studied signal must have similar amplitudes, otherwise they cannot be observed. In addition, when using the logarithmic scale this advantage is lost. Another of its problems is the high computational load, which in comparison to STFT and Wavelets, is too large, even for signals of relatively small lengths.

The methods using Wavelets have the advantage of having a very low computational load with respect to SPWVD and MP. The low computational load is because this method uses a frequency vector with a logarithmic scale to plot the signal in the time-frequency domain, for this reason the matrices they use do not have very large sizes. The Wigner-Ville and Matching Pursuit methods use a frequency vector that depends on the sampling frequency.

Another advantage of using Wavelets is that you have the best resolution in time. The components have clearly identified their beginning and end when they are not very close in frequency. In addition, there is the Morlet Wavelet that includes a new type of diagram that helps detect the beginnings and endings of the components, thus helping the resolution in time.

The method using STFT is the one with the greatest advantages. One of these is the possibility of obtaining time-frequency diagrams with good frequency or time resolution

TABLE III. COMPUTATIONAL LOAD OF EACH METHOD

| Method | Average duration |
|----------|------------------|
| STFT | 0.613 seg |
| SPWVD | 19.77 seg |
| Wavelets | 3.75 Seg |
| MP | 12.17 Seg |

simply by changing the size of the window, allowing the type of analysis to be adapted to the needs of the researcher. In addition, this method has the best detection among all other methods, allowing to find very small components.

In conclusion, among the compared methods, the STFT has the best characteristics for the analysis of signals in the time-frequency domain. Its low computational load, excellent detection level and good frequency resolution make it a very robust method of analysis. On the other hand,

the wavelet method allows a high resolution in time, very important when it is necessary to analyze with high precision signals whose transitions can provide relevant information.

Despite being a topic of great importance, no similar work has been found that allows comparing the results obtained here, considering the four parameters (resolution in time, resolution in frequency, detection, computational load), so we consider that it will be a very significant contribution for researchers from many areas.

REFERENCES

- S. Lawrence, "Time-Frequency Signal Analysis: Issues and Alternative Methods", ORINCON Corporation, California, 1998.
- M. Rahmi, "Comparison of Wavelet and Short Time Fourier Transform Methods in the Analysis of EMG Signals", Springer Science, Ankara, October 2008.
- X. Li, X. Wang, M. Rong, D. Xie, N. Yin, Y. Fu, Q. Gao, "Comparison of Different Time-frequency Analysis Methods for Sparse Representation of PD-induced UHF Signal", China International Conference on Electricity Distribution (CICED), Xi'an, China, 2016.
- Q. Zhu, Y. Wang, G. Shen, "Research and Comparison of Time-frequency Techniques for Nonstationary Signals", Journal of computers, Vol. 7, No.4, Shanghai, april 2012.
- J. Benesty, M. Mohan, Y. Huang, "Springer Handbook of Speech Processing", Springer, Montreal, October 2007.
- L. Cohen, "Time-Frequency Analysis", Prentice Hall PTR, pp. 93-110, New Jersey, 1995.
- A. Feltane, "Time-Frequency Based Methods for Non-Stationary Signal Analysis with Application To EEG Signals", Open Access Dissertations, Rhode Island, 2016.
- F. Hlawatsch, G.F. Boudreaux-Bartels, "Linear and quadratic time-frequency signal representations", IEEE Signal Processing Mag., Vol. 9, no. 2, pp. 21-67, april 1992.
- S. Mallat, "A wavelet tour of signal processing", ELSEVIER, 3rd Edition, Burlington, 2009.
- B. Boashash, "Time-Frequency Signal Analysis and Processing", ELSEVIER
- A. Graps, "An Introduction to Wavelets", IEEE Computational Science and Engineering, vol. 2, no. 2, California, 1995.
- P. Durka, "Matching Pursuit and Unification in EEG Analysis", Artech House, Massachusetts, march 2017.
- S. Mallat, "Matching Pursuits With Time-Frequency Dictionaries", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, n0. 12, december 1993.
- J. Lilly, S. Olhede, "Higher-Order Properties of Analytic Wavelets". IEEE Transactions on Signal Processing. vol. 57, no. 1, pp. 146-160

ORDEN DE EMPASTADO