



REPÚBLICA DEL ECUADOR

Escuela Politécnica Nacional

" E SCIENTIA HOMINIS SALUS "

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

Respeto hacia sí mismo y hacia los demás

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**DISEÑO Y SIMULACIÓN DE ESQUEMAS DE CONTROL TIPO PID
Y ESPACIO NULO PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA Y
EVASIÓN DE OBSTÁCULOS APLICADOS A UNA FORMACIÓN
HETEROGÉNEA DE DOS ROBOTS MÓVILES Y UN ROBOT
CUADRICÓPTERO.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

FABIÁN ALEJANDRO POVEDA SOLANO
fabian.poveda@epn.edu.ec

BRYAN DANIEL SAGNAY PILAMUNGA
bryan.sagnay@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. PAULO CESAR LEICA ARTEAGA, PhD.
paulo.cesar@epn.edu.ec

Quito, febrero 2020

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Fabián Alejandro Poveda Solano y Bryan Daniel Sagnay Pilamunga, bajo mi supervisión.

ING. PAULO CESAR LEICA ARTEAGA, PhD.
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Nosotros, Fabián Alejandro Poveda Solano y Bryan Daniel Sagnay Pilamunga, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Fabián Alejandro Poveda Solano

Bryan Daniel Sagnay Pilamunga

DEDICATORIA

A mis padres Alexandra Solano y Fabián Poveda, y a mis hermanos María Alexandra y José Francisco.

Fabián

DEDICATORIA

A mis padres, Fabiola Pilamunga y Luis Sagnay, por enseñarme el valor del amor y el esfuerzo, a mis hermanos Steven y Luis, a mi familia y amigos.

Bryan

AGRADECIMIENTO

Primeramente agradezco a Dios, por esta oportunidad de vivir, por haberme guiado por el mejor camino y sobre todo por su compañía en todas las etapas de mi vida.

A mis padres y mis hermanos, por su cariño y apoyo incondicional brindado a lo largo de toda la carrera, por los valores que me inculcaron, por todas sus palabras de aliento para poder seguir adelante y su confianza depositada en mí para cumplir mis sueños.

A los docentes de la Escuela Politécnica Nacional por todos los conocimientos compartidos en el transcurso de mi formación profesional, y especialmente al Dr. Paulo Leica por su orientación en el desarrollo de este proyecto de titulación.

A Bryan Sagnay, que durante toda esta etapa ha sido un gran amigo y por la dedicación prestada para que este proyecto se haya llevado de la mejor manera posible.

A mis amigos, los cuales siempre estuvieron en las buenas y en las malas, gracias por su amistad y por todos los buenos recuerdos que siempre los llevare en mi mente.

Fabián Poveda

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco a Dios, por brindarme la oportunidad de estar y disfrutar cada día con las personas que más quiero en mi vida, y por bendecirme con una amorosa y maravillosa familia.

A mis padres, Luis Sagnay y Fabiola Pilamunga, que con su infinito amor han sabido guiarme para ser una persona de bien, y siempre me han apoyado y ayudado cuando lo he necesitado. Gracias por sus enseñanzas, sus castigos, sus angustias, sus consejos, su amor y por haberme dado la oportunidad de seguir con mis estudios y formarme como un profesional.

A mis hermanos Steven y Luis, y a mi primo Carlos, que me han enseñado el amor fraternal y por estar en los buenos y malos momentos, siempre aconsejándome y dándome palabras de aliento para seguir adelante.

A toda mi familia, que siempre me ha extendido su mano cuando lo he necesitado y ha compartido momentos inolvidables conmigo.

Al Dr. Paulo Leica, por haber sido nuestro apoyo y guía para realizar y culminar con éxito este proyecto de titulación y a todos los docentes de esta prestigiosa universidad que han sabido impartirme sus conocimientos durante mi carrera universitaria.

A Fabián Poveda, por haber sido mi compañero y amigo durante todos estos años de carrera universitaria, por su esfuerzo y entrega para llevar a cabo con éxito este trabajo.

Y a todos mis amigos de colegio y universidad, con quienes compartí momentos de risa, preocupación, felicidad, frustración, tranquilidad, etc., dentro y fuera de las aulas en toda esta trayectoria académica, que quedarán grabados en mi memoria por siempre.

Bryan Sagnay

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
DEDICATORIA.....	IV
AGRADECIMIENTO.....	V
AGRADECIMIENTO.....	VI
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	VII
RESUMEN	X
ABSTRACT	XI
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. OBJETIVOS	1
1.2. ALCANCE	2
1.3. MARCO TEÓRICO.....	3
1.3.1. ROBÓTICA MÓVIL	3
1.3.1.1. Cinemática del robot móvil	4
1.3.1.2. Dinámica del robot móvil	6
1.3.2. VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS	7
1.3.2.1. Cuadricóptero	8
1.3.2.2. Cinemática del cuadricóptero	10
1.3.2.3. Dinámica del cuadricóptero	12
1.3.3. SISTEMAS MULTI-ROBOT HETEROGÉNEOS	16
1.3.4. ESQUEMAS DE CONTROL	16
1.3.4.1. Controlador PID.....	17
1.3.4.2. Controlador basado en espacio nulo	18
1.3.4.3. Evasión de obstáculos mediante campos potenciales.....	20
1.3.4.4. Controlador por modos deslizantes [29]	22
1.3.5. ESTABILIDAD DE LYAPUNOV [30], [31]	24
1.3.6. ÍNDICE DE RENDIMIENTO.....	27
2. METODOLOGÍA.....	28
2.1. ESTRUCTURA DE FORMACIÓN.....	28
2.2. MODELAMIENTO DEL SISTEMA.....	30

2.3.	CONTROLADOR TIPO PID	32
2.3.1.	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR TIPO PID.....	33
2.4.	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO	34
2.4.1.	CONTROLADOR DE LA TAREA DE FORMACIÓN	34
2.4.2.	CONTROLADOR DE LA TAREA DE POSTURA.....	35
2.4.3.	CONTROLADOR DE LA TAREA DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS...	36
2.4.4.	CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN FORMA	38
2.4.5.	CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN POSTURA.....	39
2.4.6.	CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN EVASIÓN DE OBSTÁCULOS 39	
2.4.7.	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO	40
2.5.	DISEÑO DEL CONTROLADOR DINÁMICO.....	44
2.5.1.	CONTROLADORES DINÁMICOS PARA EL ROBOT MÓVIL	45
2.5.2.	CONTROLADORES DINÁMICOS PARA EL CUADRICÓPTERO.....	48
2.6.	DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ.....	55
2.6.1.	PANTALLA DE PRESENTACIÓN	57
2.6.2.	PANTALLA DE SELECCIÓN DEL EXPERIMENTO	58
2.6.3.	PANTALLA DE SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA	58
2.6.4.	PANTALLA DE EVASIÓN OBSTÁCULOS	63
3.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	66
3.1.	TRAYECTORIAS	66
3.2.	PRUEBA 1: FUNCIONAMIENTO DE LOS MODELOS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES Y CUADRICÓPTERO EN LAZO ABIERTO.	68
3.3.	PRUEBA 2: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO UN CONTROLADOR TIPO PID Y UN CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO.....	71
3.4.	PRUEBA 3: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO UN CONTROLADOR TIPO PID Y UN CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO, CON LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO TIPO PID.	77
3.5.	PRUEBA 4: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA Y EVASIÓN DE OBSTÁCULOS POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO CONTROLADORES BASADOS EN ESPACIO NULO CON DIFERENTE PRIORIDAD, CON LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO TIPO PID.	83
3.6.	PRUEBA 5: CONTROLADORES TIPO PID Y SMC PARA EL LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO DE LOS ROBOTS MÓVILES Y EL	

CUADRICÓPTERO, CON CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE LA FORMACIÓN.....	92
4. CONCLUSIONES	100
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
ANEXOS	105

RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de controladores aplicados a una formación heterogénea conformada por dos robots móviles y un cuadricóptero. Los controladores desarrollados para la formación son: control tipo PID para seguimiento de trayectoria y control basado en espacio nulo, el cual emplea tres tareas: una tarea para el control de la forma, una tarea para el control de la postura y una tarea para la evasión de obstáculos mediante el método de campos potenciales. Estas tres tareas se disponen jerárquicamente en el controlador basado en espacio nulo, evitando que exista conflicto entre ellas. Adicionalmente, se consideran los modelos dinámicos de los robots móviles y el cuadricóptero por lo que se añade un lazo interno de control. Los controladores internos diseñados son: control tipo PID y control por modos deslizantes (SMC) ambos para seguimiento de velocidad. Los controladores propuestos para la formación heterogénea son sometidos a pruebas mediante simulaciones en el software Matlab-Simulink, y mediante una interfaz gráfica se pueden visualizar los resultados de cada prueba, el desempeño de cada controlador y una comparación entre los resultados del sistema con los diferentes controladores.

PALABRAS CLAVE: formación heterogénea, espacio nulo, PID, control por modos deslizantes, evasión de obstáculos.

ABSTRACT

This work focuses on the development of controllers applied to a heterogeneous robotic formation consisting of two mobile ground vehicles and a quadcopter. The controllers developed for the formation are: a PID control for trajectory tracking and a null-space-based control. This last one employs three tasks: a task for formation shape control, a task for position control and a task for obstacle avoidance based on potential field method. These three tasks are arranged hierarchically in the null-space-based control, preventing conflicts among them. Also, the dynamic models of the mobile robots and the quadcopter are considered. Thus, an internal control loop is added to handle these models. These internal controllers are: a PID and a SMC for speed tracking of dynamic models. The designed controllers applied to the heterogeneous formation are tested by the use of simulations in Matlab-Simulink, and can be visualized through a graphical user interface, where the results of each test, the performance of each controller and a comparison between controllers, are shown.

KEYWORDS: heterogeneous formation, null space, PID, sliding mode control, obstacle avoidance.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio y aplicación de sistemas heterogéneos de robots se ha convertido en una técnica de gran interés en los últimos años, debido a las ventajas que se presenta con respecto al uso de un solo tipo de robot en la realización de tareas, en algunos casos se requiere de una variedad de capacidades que no las poseen sistemas formados por un solo tipo de robot [1].

La aplicación de sistemas heterogéneos formados por robots móviles y vehículos aéreos no tripulados, permite combinar las mejores características de ambos tipos de robots. Sin embargo, se tiene una mayor complejidad en su análisis, ya que cada uno de estos tipos de robots poseen características distintas entre ellos, como su modelo dinámico y por ende el desarrollo de sus controladores que permitan alcanzar un objetivo común.

Al ser un campo reciente de investigación no se tiene un estudio profundo acerca de los esquemas de control que permitan la realización de tareas de sistemas heterogéneos de robots, así como su dificultad de implementar esquemas de control para este tipo de sistemas. Por lo cual, el presente trabajo se centra en estudiar la formación de sistemas heterogéneos, y desarrollar algoritmos de control para aprovechar las ventajas de los dos tipos de robots.

Los algoritmos de control desarrollados en el presente trabajo para la formación son el control PID y el control basado en espacio nulo. Este último permite la ejecución de distintas tareas sin que exista conflicto entre ellas, en donde las tareas están distribuidas jerárquicamente y las de menor prioridad se ejecutan cuando no entran en conflicto con las tareas de mayor prioridad. El controlador de formación se implementa con los modelos cinemáticos de los robots, esto debido a que contempla únicamente las posiciones y velocidades de los mismos, sin embargo al considerar el modelo dinámico de cada robot es necesario incluir un lazo de control interno que compense las no linealidades de dichos modelos. Los controladores propuestos para el modelo dinámico tienen como objetivo el seguimiento de velocidad de cada robot, y son el control tipo PID y el control por modos deslizantes (SMC).

1.1. OBJETIVOS

El objetivo general de este Proyecto Técnico es:

Diseñar y simular esquemas de control tipo PID y espacio nulo para seguimiento de trayectoria y evasión de obstáculos aplicados a una formación heterogénea de dos robots móviles y un robot cuadricóptero.

Los objetivos específicos de este Proyecto Técnico son:

- Estudiar y determinar el modelo cinemático y dinámico de un robot móvil de tracción diferencial y de un cuadricóptero.
- Estudiar y determinar el modelo de una formación heterogénea de 2 robots móviles y un cuadricóptero.
- Diseñar y simular el controlador tipo PID aplicado a la formación híbrida para el seguimiento de trayectorias; un controlador en espacio nulo para el seguimiento de trayectorias y evasión de obstáculos por campos potenciales; y adicionalmente el controlador tipo PID y controlador por modos deslizantes para el control interno del modelo dinámico de cada uno de los robots móviles y del cuadricóptero.
- Desarrollar una interfaz gráfica en MATLAB para visualizar el funcionamiento del sistema ante diferentes condiciones de operación.
- Realizar pruebas del funcionamiento de los controladores aplicados a la formación heterogénea, y comparar los resultados mediante el índice de desempeño ISE para seguimiento de trayectoria.

1.2. ALCANCE

- Se estudiará el modelo cinemático y dinámico del robot móvil de tracción diferencial de 2 ruedas con restricción no holonómica mejorada, junto a las variables del robot obtenidas a partir de los parámetros físicos del robot, sus entradas y salidas.
- Se estudiará el modelo cinemático y dinámico de robot cuadricóptero, sus variables rotacionales y traslacionales obtenidas a partir de sus parámetros físicos, sus entradas y salidas.
- Se estudiará y determinará el modelo matemático de una formación heterogénea de dos robots móviles y un cuadricóptero, estableciéndose las variables de forma y postura a controlar.
- Se realizará el estudio teórico de los controladores tipo PID, basado en espacio nulo y por modos deslizantes, aplicados a sistemas robóticos.
- Se diseñarán los controladores tipo PID para el control de las variables de forma y postura de la formación híbrida para seguimiento de trayectoria.

- Se diseñará un controlador basado en espacio nulo para el control de las variables de forma y postura de la formación heterogénea para seguimiento de trayectoria y evasión de obstáculos por campos potenciales.
- Se diseñarán los controladores tipo PID y por modos deslizantes para el control interno del modelo dinámico de cada uno de los robots móviles y el cuadricóptero.
- Se establecerán trayectorias circular, senoidal, cuadrada y curva Lemniscata.
- Se realizarán las simulaciones mediante Matlab-Simulink del modelo cinemático y dinámico del robot móvil y del cuadricóptero en lazo abierto.
- Se realizarán las simulaciones mediante Matlab-Simulink del modelo matemático de la formación heterogénea de 2 robots móviles y el cuadricóptero en lazo abierto.
- Se realizarán las simulaciones mediante Matlab-Simulink, para el seguimiento de cada una de las trayectorias elegidas de la formación heterogénea utilizando el controlador tipo PID.
- Se realizarán las simulaciones mediante Matlab-Simulink, para el seguimiento de cada una de las trayectorias elegidas y la evasión de obstáculos de la formación heterogénea utilizando el controlador basado en espacio nulo.
- Se creará una interfaz gráfica para la visualización del funcionamiento del control de la formación heterogénea para el seguimiento de trayectorias y evasión de obstáculos, de las variables importantes del sistema, y de las acciones de control.
- Se establecerán comparaciones del funcionamiento de los controladores aplicados a la formación heterogénea, mediante el uso del índice de desempeño ISE para seguimiento de trayectoria.

1.3. MARCO TEÓRICO

En esta sección se presentará un resumen de los conceptos teóricos tomados en cuenta para el desarrollo del presente proyecto, que inicia con una introducción a robótica móvil, la descripción de los modelos matemáticos del robot móvil y el cuadricóptero, seguidamente se explican los conceptos de los algoritmos de control tipo PID, control por espacio nulo y control por modos deslizantes, finalizando con el método directo de Lyapunov y el índice de desempeño ISE.

1.3.1. ROBÓTICA MÓVIL

En la actualidad la robótica móvil es una de las áreas de la tecnología con mayor innovación y solución de problemas complejos, potenciando la productividad, flexibilidad, calidad y seguridad de los procesos industriales y proyectos de investigación [2].

Los robots móviles son sistemas que poseen un mecanismo de locomoción que les permite desplazarse de un lugar a otro con autonomía, y dependiendo del medio por el que se desplazan se pueden clasificar en robots terrestres, aéreos y acuáticos. Debido a sus características y ventajas, las aplicaciones de los robots móviles son muy extensas y están principalmente orientadas a la realización de actividades peligrosas para el ser humano, como por ejemplo: el transporte de cargas pesadas, tareas de exploración en zonas peligrosas o inaccesibles para las personas, manipulación de materiales explosivos y/o nocivos, entre otros [3].

Los robots móviles empleados en el presente proyecto son las plataformas móviles terrestres y los vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés). Los robots móviles terrestres pueden tener diversos sistemas de desplazamiento, siendo el más simple y utilizado las ruedas que permiten al robot moverse por varios tipos de terrenos regulares [2].

Dependiendo del sistema de tracción que posea el robot móvil, tendrá diferentes características de desplazamiento, clasificándose en [6]:

- i) Robots omnidireccionales cuyas ruedas pueden moverse en cualquier dirección del plano terrestre
- ii) Robots car-like que poseen 4 ruedas donde solo las 2 ruedas delanteras son capaces de rotar para el giro del robot, siendo el movimiento de estos robots muy parecidos al de los vehículos convencionales;
- iii) Robots de tracción diferencial, donde el movimiento lineal y rotacional se realiza a través de la diferencia de velocidades de las 2 ruedas del robot.

1.3.1.1. Cinemática del robot móvil

La cinemática del robot móvil permite establecer las relaciones de posición y velocidad que existen en el robot, sin considerar las fuerzas, masa e inercia existentes en el cuerpo. Para determinar el modelo cinemático del robot móvil se estudiará el robot Pioneer 3-DX, este es un robot de tracción diferencial de 2 ruedas, como se muestra en la Figura 1.1.



Figura 1.1 Robot Pioneer 3-DX [3].

El robot de tracción diferencial posee restricción no holonómica de velocidad, indicando que el robot no puede moverse en sentido omnidireccional, sino que su movimiento está limitado al desplazamiento perpendicular con respecto al eje de sus ruedas [4].

La cinemática del robot móvil toma en cuenta el desplazamiento del punto de interés del robot, que generalmente se encuentra en el centro del eje de las ruedas robot. Al desplazar el punto de interés una distancia “ a ” del centro se obtiene un modelo cinemático con restricción no holonómica mejorada, como se muestra en la Figura 1.2.

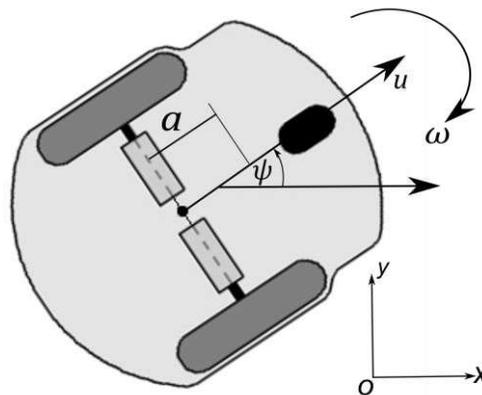


Figura 1.2 Robot móvil con restricción no holonómica mejorada [4].

El modelo cinemático del robot con restricción no holonómica mejorada, queda definido por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos(\psi) - a \omega \sin(\psi) \\ u \sin(\psi) + a \omega \cos(\psi) \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Donde:

u : Velocidad lineal del robot.

ω : Velocidad angular del robot.

a : Distancia del punto de interés respecto al centro del robot.

x, y : Posiciones x e y del robot.

\dot{x}, \dot{y} : Variaciones temporales de las posiciones x e y del robot.

ψ : Ángulo de orientación del robot medido respecto al eje x.

Dadas las características físicas del robot, la orientación del robot coincide con la orientación de la trayectoria deseada. El modelo cinemático del robot sin considerar $\dot{\psi}$ se puede representar por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -a \sin(\psi) \\ \sin(\psi) & a \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.2)$$
$$\dot{h} = J_R U$$

Donde:

$\dot{h} = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$: son las variaciones temporales de la posición del robot

$U = [u \ \omega]^T$: son las velocidades lineal y angular del robot respectivamente.

J_R : es el jacobiano cinemático del robot que relaciona las variaciones temporales de la posición del robot con las velocidades lineal y angular.

1.3.1.2. Dinámica del robot móvil

La dinámica del robot móvil describe el movimiento del robot considerando las fuerzas internas y externas que actúan en el sistema, y las propiedades físicas del robot como la masa, inercia, longitudes, etc.

El modelo dinámico del robot móvil se define por la ecuación (1.3), descrita a continuación [5]:

$$M\dot{v} + \eta = v_{ref} \quad (1.3)$$

Siendo:

$$M = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u & \omega \end{bmatrix} \phi \quad (1.5)$$

$$\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6]^T \quad (1.6)$$

Donde:

$v_{ref} = [u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$: Vector de velocidades lineal y angular deseadas.

$v = [u \ \omega]^T$: Vector de velocidades lineal y angular actuales del robot.

ϕ : Vector de parámetros dinámicos del robot.

M : Matriz de masas e inercias

Los parámetros del modelo dinámico se obtienen mediante un proceso de identificación y consisten en un conjunto de variables físicas del robot [6], en el caso del robot Pioneer 3-DX los parámetros se muestran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Parámetros dinámicos de la plataforma Pioneer 3-DX [4].

Parámetro	Valor
ϕ_1	0.4072
ϕ_2	0.2937
ϕ_3	-0.0287
ϕ_4	0.9979
ϕ_5	-0.004
ϕ_6	0.9865

1.3.2. VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

El vehículo aéreo no tripulado (UAV, por sus siglas en inglés), es una aeronave con la capacidad de volar sin necesidad de llevar ocupantes en su interior. El movimiento del UAV puede ser controlado de manera remota por un operador localizado en tierra, o también a través de un sistema de control para la planificación autónoma de vuelo. Los UAV's son utilizados principalmente en aplicaciones militares como en misiones de reconocimiento y ataques militares planificados; además, su aplicación en problemas civiles es cada vez más extendida, siendo utilizado en reconocimiento y soporte en desastres naturales e incendios, búsqueda y rescate, estudio de la tierra y el océano como muestra la Figura 1.3, entre otros [7].



Figura 1.3 UAV en aplicación de supervisión agraria [8].

Existe una gran variedad de tipos UAVs, cada uno con sus propias características orientadas a cumplir un objetivo específico, para diferenciarlos se puede establecer diferentes clasificaciones que son: por el tipo de misión, por la forma y peso, por su diseño, por su motor, por la forma de descargue, por la duración de la misión y por el tipo de control [9].

1.3.2.1. Cuadricóptero

El cuadricóptero es una aeronave de despegue y aterrizaje vertical (VTOL, por sus siglas en inglés), debido a su estructura mecánica y mecanismo de vuelo sencillo, el cuadricóptero se ha convertido en el modelo de referencia al trabajar con UAVs. Este vehículo aéreo está constituido por 4 rotores (motor + hélice), ubicados de manera vertical en los extremos de 4 brazos con un ángulo de 90 grados entre ellos [10], el giro en el mismo sentido de todos los rotores ocasiona que la aeronave gire de manera descontrolada, por lo cual se colocan rotores de giro opuesto de forma alternada, como muestra la Figura 1.4



Figura 1.4 Movimiento de las hélices de un cuadricóptero.

El cuadricóptero es la solución óptima en misiones y accesos peligrosos en áreas donde no es posible acceder con vehículos terrestres o vehículos aéreos tradicionales como aviones o helicópteros [11]. El movimiento del cuadricóptero es controlado mediante la

variación de las velocidades de giro de los rotores, los cuales producen los siguientes movimientos:

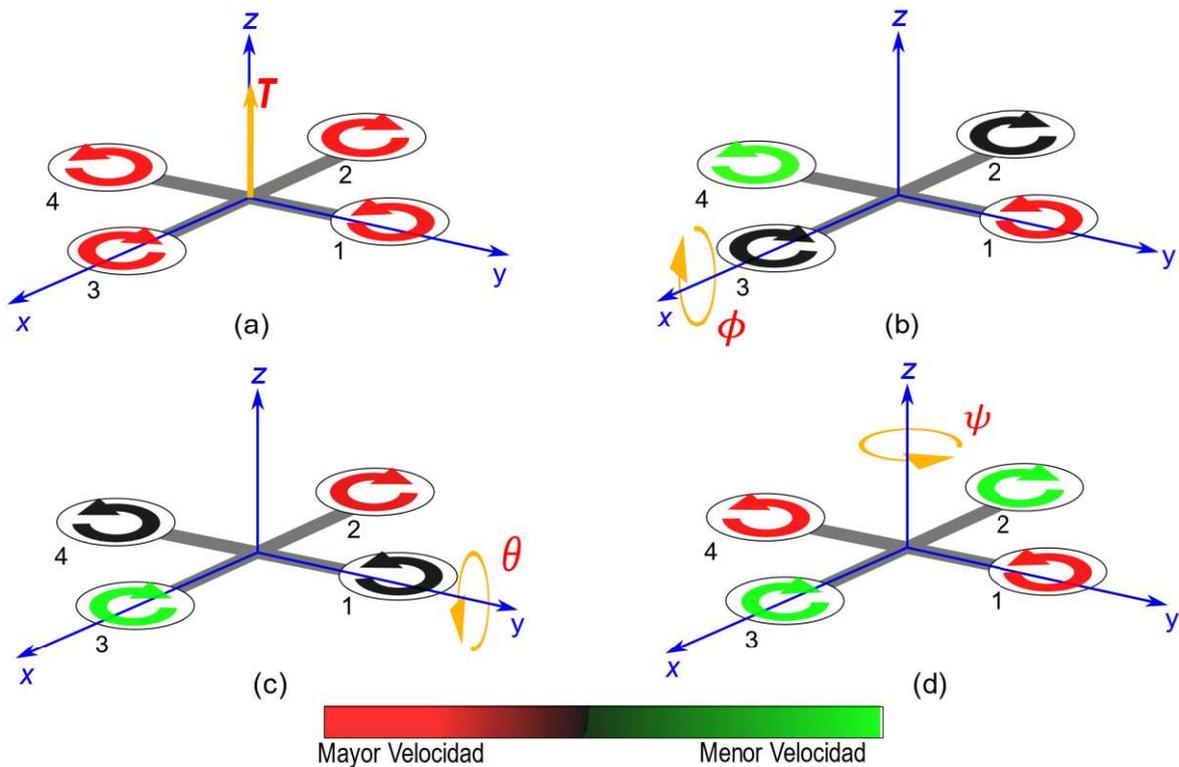


Figura 1.5 Movimientos básicos del cuadricóptero.

Empuje (T): El movimiento vertical del cuadricóptero se realiza mediante el aumento o decremento del mismo valor de velocidad de los 4 rotores [12], ver Figura 1.5 (a).

Roll o Alabeo (ϕ): El movimiento roll corresponde a la rotación sobre el eje X del cuadricóptero y se obtiene mediante el aumento de la velocidad rotor 1 y decremento de la velocidad del rotor 4, o viceversa [12], y está representado por el ángulo ϕ , ver Figura 1.5 (b).

Pitch o Cabeceo (θ): El movimiento pitch se refiere a la rotación sobre el eje Y del cuadricóptero y se produce al aumentar la velocidad del rotor 2 y disminuir la velocidad del rotor 3, o viceversa [12], y está representado por el ángulo θ , ver Figura 1.5 (c).

Yaw o Guiñada (ψ): El movimiento Yaw corresponde a la rotación sobre el eje Z del cuadricóptero y resulta del incremento de la velocidad de los rotores 1 y 4 y decremento de la velocidad de los rotores 2 y 3 en la misma proporción, o viceversa, para mantener constante el empuje [12], y está representado por el ángulo ψ , ver Figura 1.5 (d).

1.3.2.2. Cinemática del cuadricóptero

Para describir el movimiento del cuadricóptero matemáticamente, es necesario definir 2 sistemas de coordenadas [13]. Sobre el cuadricóptero se define un sistema de coordenadas sobre su centro de masa denominado $B = \{x_B, y_B, z_B\}$ y un sistema de referencia inercial denominado $E = \{x_E, y_E, z_E\}$ con respecto a tierra, como indica la Figura 1.6.

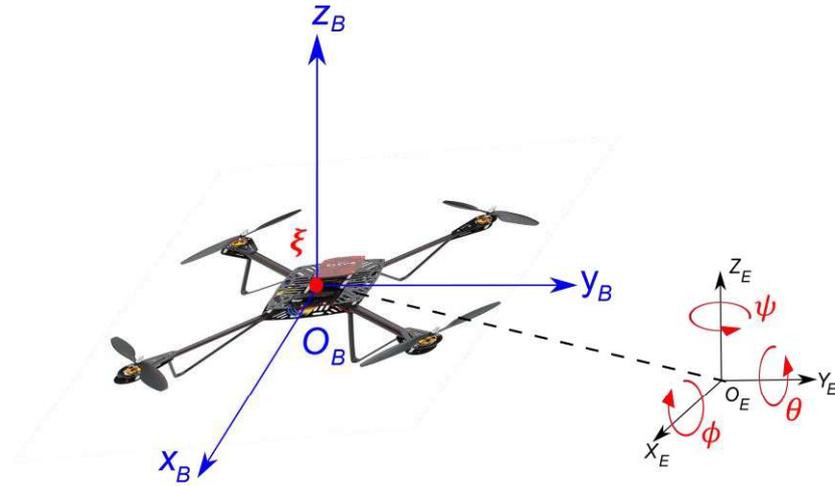


Figura 1.6 Sistemas de referencia del cuadricóptero.

La orientación del cuadricóptero es descrita mediante la rotación del sistema de referencia del cuerpo rígido (B) al sistema de referencia inercial (E), esta rotación se representa por una matriz de rotación que está comprendida por tres matrices independientes que describen la rotación del vehículo alrededor de cada uno de los ejes [14]. Estas matrices de rotación se pueden observar en las siguientes ecuaciones.

Matriz de rotación en Roll (Sobre el eje X_E)

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Matriz de rotación en Pitch (Sobre el eje Y_E)

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Matriz de rotación en Yaw (Sobre el eje Z_E)

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Una vez establecidas las matrices de rotación en cada uno de los ejes, se puede calcular la matriz de rotación total, como se describe en las ecuaciones (1.10) y (1.11).

$$R_{\theta} = R_{\phi} R_{\theta} R_{\psi} \quad (1.10)$$

$$R_{\theta} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Donde se usa la siguiente notación: $c x = \cos x$ y $s x = \sin x$, siendo x los ángulos de rotación ϕ, θ, ψ .

Para describir el movimiento traslacional y rotacional del cuadricóptero se utiliza el modelo cinemático del cuadricóptero que se define en la ecuación (1.12) [15].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Donde V_x, V_y y V_z son las velocidades de entrada del cuadricóptero y \dot{x}_B, \dot{y}_B y \dot{z}_B son las velocidades del cuadricóptero respecto a su centro de masa. Resulta necesario conocer la posición del cuadricóptero respecto al sistema inercial x, y y z , por lo cual se emplea la matriz de rotación de la ecuación (1.11).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Debido a que los ángulos de roll y pitch deben tomar valores pequeños, $\phi \approx 0$ y $\theta \approx 0$, se puede realizar las aproximaciones del ángulo pequeño dadas por: $\cos \phi \approx 1$, $\cos \theta \approx 1$, $\sin \phi \approx 0$, $\sin \theta \approx 0$. De esta manera y reemplazando (1.12) en (1.13), el modelo cinemático del cuadricóptero para su traslación queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Las variaciones temporales de los ángulos roll, pitch y yaw en el sistema de referencia inercial denotadas por $\dot{\eta} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ difieren de las velocidades angulares del cuadricóptero en el sistema de referencia del centro de masa denotadas por $\omega = [p, q, r]^T$, la relación entre las velocidades del cuadricóptero respecto a su centro de masa y las variaciones temporales del mismo en el sistema de referencia inercial es la siguiente:

$$\omega = W(\eta) \dot{\eta} \quad (1.15)$$

Donde la matriz $W(\eta)$ se expresa en función de los ángulos de rotación respecto a sistema inercial y se define de la siguiente manera:

$$W(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Si se desea obtener las variaciones temporales en función de las velocidades del cuadricóptero, se tiene la expresión:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = W(\eta)^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Donde la inversa de la matriz $W(\eta)$ está definida por:

$$W(\eta)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Tomando en cuenta la aproximación del ángulo pequeño en los ángulos de roll y pitch, $\phi \approx 0$ y $\theta \approx 0$, la matriz $W(\eta)$ y su inversa se pueden simplificar, obteniéndose el modelo cinemático rotacional de la ecuación.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

1.3.2.3. Dinámica del cuadricóptero

El modelo dinámico del cuadricóptero se obtiene a partir de las ecuaciones de Newton-Euler para un sólido rígido de 6 grados de libertad (DOF, por sus siglas en inglés), y ha sido desarrollado en trabajos como [13], [16]. Para el modelo dinámico utilizado en este trabajo se asume que los efectos giroscópicos son insignificantes y no se los toma en cuenta.

El modelo dinámico del cuadricóptero se compone de ecuaciones de variables traslacionales en el sistema de referencia inercial "E", y de ecuaciones de variables rotacionales en el sistema de referencia "B", las variables del modelo dinámico se pueden observar en la ecuación siguiente, [16].

$$\zeta = [\dot{h} \quad \omega]^T = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad p \quad q \quad r]^T \quad (1.20)$$

Donde:

ζ : Es el vector de variables que representan el movimiento del cuadricóptero

$\dot{h} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$: Son las velocidades lineales del cuadricóptero en el sistema de referencia inercial

$\omega = [p, q, r]^T$: Son las velocidades angulares del cuadricóptero respecto a su centro de masa

La expresión que representa al modelo dinámico del cuadricóptero como un sólido rígido se presenta en la siguiente ecuación.

$$M \dot{\zeta} + C(\zeta) \zeta = G + E(\eta)\Omega^2 \quad (1.21)$$

Donde cada expresión de la ecuación se detalla a continuación:

$\dot{\zeta}$: Es el vector de variaciones temporales de las variables que representan el movimiento del cuadricóptero

M : Es la matriz de masa e inercia del cuadricóptero y está definida por la ecuación (1.22).

$$M = \begin{bmatrix} m & I_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

En la ecuación (1.22) los elementos que conforman la matriz de masa e inercia son los siguientes:

m : Masa total del cuadricóptero.

I_{3x3} : Es una matriz identidad de 3 filas por 3 columnas.

I_m : Es la matriz de inercias en los 3 ejes del cuadricóptero.

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : Son las inercias del cuadricóptero en los ejes x, y, z respectivamente.

0_{3x3} : Es una matriz nula de 3 filas por 3 columnas.

$C(\zeta)$ Es la matriz de Coriolis del cuadricóptero que depende de las velocidades angulares del cuadricóptero (p, q, r) y está definida por la ecuación (1.23).

$$C(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

G es el vector de fuerza gravitacional que actúa sobre el cuadricóptero y está definido por:

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

$E(\eta)\Omega^2$ Es el vector de movimiento del cuadricóptero, que toma en cuenta las fuerzas y torques directamente producidas por los rotores y se define de la siguiente manera:

$$E(\eta)\Omega^2 = \begin{bmatrix} R_\theta & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} U(\Omega) = \begin{bmatrix} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi)U_1 \\ (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi)U_1 \\ (\cos \phi \cos \theta)U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Donde R_θ es la matriz de rotación representada en la ecuación (1.11).

Las variables U_1, U_2, U_3, U_4 son las señales de entrada del sistema y pueden agruparse en un vector de entradas que depende de las velocidades de giro de cada rotor, mostrado en la siguiente expresión.

$$U(\Omega) = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ l b (\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ l b (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Donde $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ son las velocidades angulares de cada rotor respectivamente. El cuadricóptero tomado como referencia para el presente trabajo es el Parrot AR Drone 2.0, cuyos parámetros dinámicos han sido obtenidos mediante un proceso de identificación explicado a detalle en [17] teniendo que: $l = 0.1785 [m]$ es la longitud del brazo del cuadricóptero, $b = 8.048 \times 10^{-6} [N s^2]$ es el coeficiente de empuje de los rotores y $d = 2.423 \times 10^{-7} [N s^2]$ es el coeficiente de arrastre de las hélices.

Reordenando la ecuación (1.21) se puede aislar el vector de velocidades $\dot{\zeta}$ y encontrar el modelo dinámico simplificado del cuadricóptero.

$$\dot{\zeta} = M^{-1}(-C(\zeta)\zeta + G + E(\eta)\Omega^2) \quad (1.27)$$

En el modelo dinámico de la ecuación (1.27) las variables rotacionales utilizadas son las velocidades angulares respecto al sistema de referencia del centro de masa (p, q, r) , para transformar en las velocidades angulares del sistema inercial $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ se procede a derivar la ecuación (1.16) [18].

$$\ddot{\eta} = \frac{d}{dt}(W_n^{-1}\omega) = \frac{d}{dt}(W_n^{-1})\omega + W_n^{-1}\dot{\omega} \quad (1.28)$$

A partir de las ecuaciones (1.18) y (1.28) se puede encontrar la relación existente entre las velocidades angulares de los 2 sistemas de referencia.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi} + \dot{p} \\ -\dot{\psi}\dot{\phi} + \dot{q} \\ \dot{\theta}\dot{\phi} + \dot{r} \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Reemplazando las matrices de las expresiones (1.22), (1.23), (1.24), (1.25) y (1.29) en (1.27), se puede escribir el modelo dinámico del cuadricóptero donde se encuentran todas las ecuaciones que permiten describir las variables rotacionales y traslacionales [18].

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \frac{U_1}{m} \\ (\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) \frac{U_1}{m} \\ (\cos\theta \cos\phi) \frac{U_1}{m} - g \\ \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{U_2}{I_{xx}} + \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\psi}\dot{\phi} + \frac{U_3}{I_{yy}} - \dot{\psi}\dot{\phi} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\theta}\dot{\phi} + \frac{U_4}{I_{zz}} + \dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Los parámetros dinámicos del cuadricóptero Parrot AR Drone 2.0 se indican en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2 Parámetros dinámicos del Parrot AR Drone 2.0. [17]

Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
g	Aceleración gravitacional	9.81	$[m/s^2]$
m	Masa del cuadricóptero	0.429	$[Kg]$
I_{xx}	Momento de inercia en el eje x	0.002237568	$[Kg\ m^2]$
I_{yy}	Momento de inercia en el eje y	0.002985236	$[Kg\ m^2]$
I_{zz}	Momento de inercia en el eje z	0.00480374	$[Kg\ m^2]$

1.3.3. SISTEMAS MULTI-ROBOT HETEROGÉNEOS

Los sistemas multi-robot son conjuntos ordenados de robots utilizados para realizar tareas de alta complejidad en diferentes entornos. Estos sistemas aparecen como una solución a las dificultades existentes en la realización de tareas complejas utilizando un solo sistema robótico. Un solo robot debe portar los instrumentos necesarios para ejecutar sus actividades, aumentando la complejidad y sensibilidad a fallos del sistema, por otro lado un conjunto de robots funcionan con mayor versatilidad, cierto grado de paralelismo y redundancia [19].

Un primer subgrupo de los sistemas multi-robot son los sistemas multi-robot homogéneos, donde todos los miembros del sistema son iguales como un grupo de robots móviles terrestres o grupo de vehículos aéreos autónomos. Entre sus aplicaciones se encuentran operaciones de seguridad y rescate, exploración, simulación de sistemas biológicos, detección de perímetros, etc., todas limitadas a las capacidades que posee el modelo de robot utilizado en el grupo [20].

Por otro lado, el segundo subgrupo de sistemas multi-robots son los sistemas multi-robot heterogéneos, donde los robots que conforman el grupo tienen diferentes características, y son utilizados en misiones que requieren una variedad de capacidades y habilidades que no posee un grupo de un solo tipo de robot, sin embargo el análisis matemático de estos sistemas se vuelve más complejo debido al hecho de tener robots con diferentes características y por ende diferentes modelos dinámicos [1].

El uso de sistemas multi-robot trae consigo ventajas sobre el uso de un solo robot; sin embargo surge el problema de la coordinación de los robots para que cumplan su misión dada, por lo que es necesario el uso de técnicas para el control y coordinación de los robots. Se han desarrollado varios métodos de sistemas multi-robot: formación líder-seguidor, formación basada en comportamiento y formación por estructura virtual, este último considera relaciones geométricas entre los robots para establecer las variables de control que permitan mantener la estructura de la formación y controlar la posición del centroide [21].

1.3.4. ESQUEMAS DE CONTROL

El objetivo de los esquemas de control es el de llevar el valor de la salida de una planta o proceso a un valor de referencia deseado de manera automática, para ello utilizan sistemas en lazo cerrado donde la salida es realimentada y comparada con la entrada para obtener el error del sistema que ingresa a un controlador y éste produce un acción de control para que dicho error tienda a cero, como se muestra en la Figura 1.7.

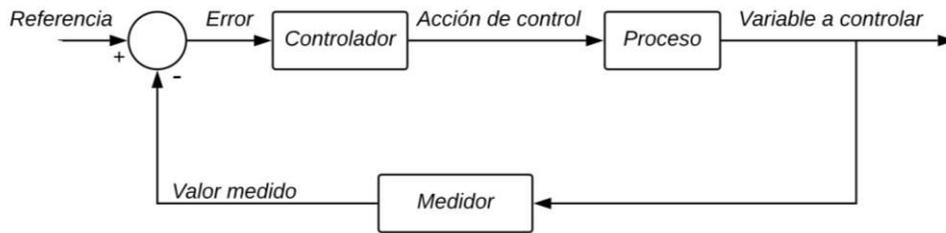


Figura 1.7 Esquema de control en lazo cerrado.

Los conceptos teóricos de los controladores utilizados en este trabajo se describen a continuación.

1.3.4.1. Controlador PID

El controlador PID es uno de los controladores más utilizados a nivel industrial debido a su buen comportamiento en un amplio rango de condiciones de operación y versatilidad en su implementación, lo cual permite operar los procesos de una manera rápida y sencilla [22]. El controlador PID posee 3 términos que funcionan independientemente y tienen diferentes propiedades.

La acción proporcional es el producto del error por una constante, que da como resultado una señal de control proporcional al error del sistema. Este tipo de acción es utilizada para reducir el error en estado estable en un sistema en lazo cerrado. Su expresión es:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (1.31)$$

Donde $u(t)$ es la ley de control, $e(t)$ es el error del sistema y K_p es la constante de proporcionalidad.

La acción integral resulta del producto de una constante por la integral del error, y permite que el error del sistema sea cero, sin embargo, puede empeorar el estado transitorio del sistema aumentando el tiempo de establecimiento y el máximo sobreimpulso. Su expresión es:

$$u(t) = K_i \int e(t) dt \quad (1.32)$$

Donde $u(t)$ es la ley de control, $e(t)$ es el error del sistema y K_i es la constante de integración.

La acción derivativa resulta del producto de una constante por la derivada del error, y su principal función es la de mejorar el estado transitorio del sistema. Su expresión es:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1.33)$$

Donde $u(t)$ es la ley de control, $e(t)$ es el error del sistema y K_d es la constante derivativa.

Al unir los 3 términos, se obtiene la ecuación del controlador PID.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1.34)$$

1.3.4.2. Controlador basado en espacio nulo

En sistemas robóticos, las misiones asignadas a un robot o grupo de robots puede componerse de varias tareas que deben realizarse en un determinado momento, para ello se han propuesto varios esquemas de control que permiten lograr este comportamiento en los robots, uno de ellos es el control basado en espacio nulo [23].

El control basado en espacio nulo utiliza un método de priorización de tareas que permite manejar eficientemente los conflictos que puedan ocurrir a través ellas. Mediante esta técnica de control, una tarea secundaria se cumple si ésta no entra en conflicto con la tarea de mayor prioridad [24].

Para entender el funcionamiento del controlador basado en espacio nulo se deben introducir los siguientes conceptos.

Espacio Nulo de una Matriz [25]

Considerando a $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matriz de m filas y n columnas, el espacio nulo de la matriz M se define como:

$$N_M = \{ \vec{v} \in \mathbb{R}^n \mid M\vec{v} = \vec{0} \in \mathbb{R}^m \} \quad (1.35)$$

Es decir, el espacio nulo de M es el conjunto de valores de \mathbb{R}^n que al ser multiplicados por M tienen como resultado un vector $\vec{0} \in \mathbb{R}^m$.

Matriz pseudoinversa o inversa de Moore-Penrose [26]

Para una matriz cuadrada $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ de rango completo, se dice que es invertible y su matriz inversa denotada como M^{-1} existe si se cumple que $M M^{-1} = I$ y $M^{-1} M = I$. En este caso el sistema de ecuaciones $Mx = b$ tiene solución única dada por $x = M^{-1}b$.

Cuando una matriz no es invertible, como por ejemplo matrices no cuadradas o singulares, se introduce el concepto de matriz pseudoinversa o inversa de Moore-Penrose, que permite encontrar una solución al sistema $Mx = b$, y se define de la siguiente manera.

Sea una matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matriz de m filas y n columnas, existe una matriz única $M^\dagger \in \mathbb{R}^{m \times n}$ que satisface las cuatro condiciones de Penrose dadas por:

$$\begin{cases} MM^\dagger M = M \\ M^\dagger MM^\dagger = M^\dagger \\ M^\dagger M = (M^\dagger M)^T \\ MM^\dagger = (MM^\dagger)^T \end{cases} \quad (1.36)$$

Siendo M^\dagger la matriz pseudoinversa de M , si $m > n$ y las columnas sean linealmente independientes, se obtiene la matriz pseudoinversa por la izquierda con la siguiente expresión:

$$M^\dagger = (M^T M)^{-1} M^T \quad (1.37)$$

En el caso de $m < n$ y las filas sean linealmente independientes, se obtiene la matriz pseudoinversa por la derecha con la siguiente expresión:

$$M^\dagger = M^T (M M^T)^{-1} \quad (1.38)$$

Formulación matemática del controlador basado en espacio nulo [24]

Considerando el ejemplo de un vehículo con una tarea general asignada $\sigma(p)$ dependiente de la posición del robot $p = [x \ y \ z]^T$, la cinemática directa permite relacionar la derivada de la tarea $\dot{\sigma}$ con el vector de velocidad del robot $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ mediante un Jacobiano J , de la siguiente manera:

$$\dot{\sigma} = J(p)v \quad (1.39)$$

La cinemática inversa está definida por el cálculo de las velocidades deseadas v_d las posiciones deseadas p_d correspondientes a valores de la tarea σ_d en un tiempo deseado, y se puede obtener mediante (1.40) cuando se conoce los valores de $\dot{\sigma}_d$.

$$v_d = J(p)^\dagger \dot{\sigma}_d \quad (1.40)$$

En un sistema de control se utiliza el siguiente algoritmo denominado como control por cinemática inversa:

$$v_d = J(p)^\dagger (\dot{\sigma}_d + K \tilde{\sigma}) \quad (1.41)$$

Donde $\tilde{\sigma} = \sigma_d - \sigma$ es el error del sistema y K es una matriz cuadrada definida positiva.

Si a la tarea general se le divide en N tareas independientes dispuestas jerárquicamente, cada tarea denotada por σ_i poseerá su cinemática representada por un jacobiano J_i , de la siguiente manera.

$$\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_N]^T \quad (1.42)$$

$$J = [J_1 \quad J_2 \quad \cdots \quad J_N]^T \quad (1.43)$$

El vector velocidad resultante de la propuesta del controlador basado en espacio nulo puede formularse de manera iterativa y está representado por la siguiente expresión.

$$v^{(i)} = v_{d,i} + N_i v^{(i+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.44)$$

Donde $v^{(N+1)} = 0$, $v^{(1)} = v_d$ y $N_i = \mathcal{N}(J_i) = (I - J_i^\dagger J_i)$ es la matriz de proyección del espacio nulo del Jacobiano de la i -ésima tarea. Por ejemplo para el caso de tres tareas, la ley de control completa es el vector de velocidad v_d que está dado por:

$$v_d = v^{(3)} = v_{d,1} + N_1(v_{d,2} + N_2 v_{d,3}) \quad (1.45)$$

1.3.4.3. Evasión de obstáculos mediante campos potenciales

La evasión de obstáculos es muy utilizada en sistemas robóticos para conservar la integridad física de los robots, para aquello se han desarrollado varios métodos de evasión, uno de ellos es mediante campos potenciales, que se ajusta perfectamente como un objetivo de control (tarea) al controlador basado en espacio nulo [27]

Este método se basa en el comportamiento de las cargas eléctricas que se rigen bajo la ley de Coulomb, cargas de signo opuesto se repelen y cargas de signos diferentes se atraen [28], como se muestra en la Figura 1.8. Bajo este concepto se genera un campo potencial ficticio que incluye las posiciones de los robots y de los obstáculos.

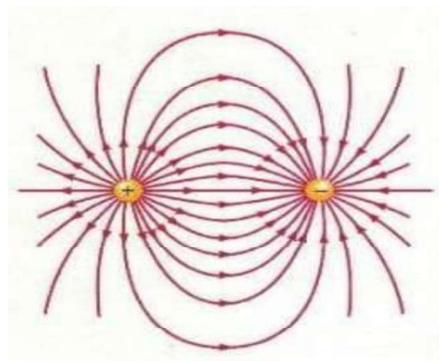


Figura 1.8 Campo Eléctrico de 2 cargas [28].

En la ausencia de obstáculos, el campo potencial tiene un valor de cero y los robots siguen la trayectoria normalmente, en presencia de un obstáculo el campo potencial toma un valor diferente de cero y deforma a la trayectoria para evitar la colisión de los robots con el obstáculo.

El campo potencial ficticio crea una fuerza de repulsión que depende de la distancia existente entre los obstáculos y los robots, y está definido matemáticamente por una función potencial descrita en la ecuación.

$$\phi_{t,x} = l_z e^{-\left(\frac{x-x_0}{l_x}\right)^2 - \left(\frac{y-y_0}{l_y}\right)^2} + \varepsilon(x(t) + y(t)) - r_0 \quad (1.46)$$

Donde:

$\phi_{t,x}$: Función potencial que depende de las posiciones del robot y del obstáculo.

l_x, l_y, l_z : Parámetros que definen el tamaño de la función potencial, como se muestra en la Figura 1.9.

x_0, y_0 : Coordenadas espaciales del obstáculo.

x, y : Coordenadas espaciales del robot.

r_0 : Parámetro que permite al campo potencial ser cero.

ε : Parámetro que permite eliminar la singularidad del campo con un valor de 2.2204×10^{-16}

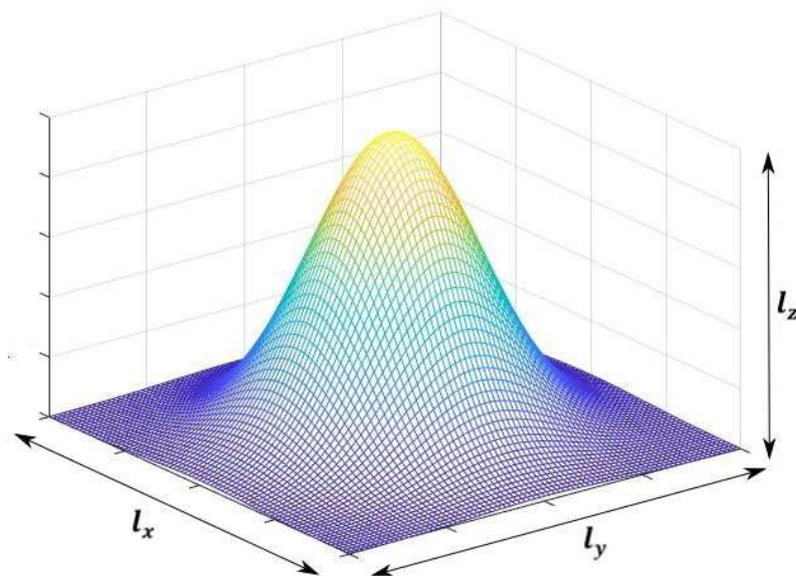


Figura 1.9 Función Potencial.

1.3.4.4. Controlador por modos deslizantes [29]

El controlador por modos deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés) es un esquema de control que surge del control por estructura variable (VSC, por sus siglas en inglés), y tiene un buen desempeño en sistemas no lineales y sistemas con retardo.

El objetivo principal del controlador SMC es el uso de una superficie a través de la cual el sistema pueda deslizarse hasta llegar al valor deseado. La superficie deslizante $S(t)$ se selecciona tomando en cuenta el comportamiento deseado del sistema, su estabilidad y desempeño de seguimiento de la superficie.

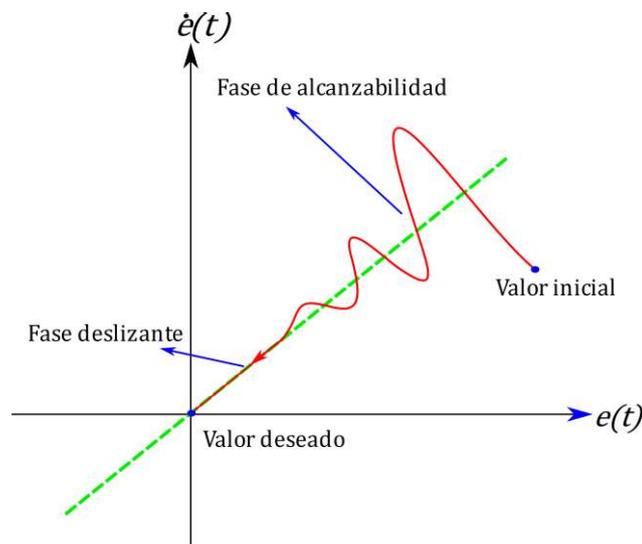


Figura 1.10 Funcionamiento del SMC [4].

Varios trabajos han desarrollado y propuesto diferentes superficies, de las cuales las más conocidas son la superficie diferencial y la superficie integro-diferencial, donde n representa el orden del sistema, λ son los parámetros del controlador y $e(t)$ es el error del sistema.

Superficie diferencial.

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (1.47)$$

Superficie integro-diferencial.

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (1.48)$$

El objetivo de control es asegurar que la salida de sistema tenga el mismo valor que la referencia, es decir que el error del sistema sea cero, lo cual implica que la superficie

deslizante alcance un valor constante y debe mantenerse constante para asegurar que $e(t) = 0$, por lo que su derivada debe tener un valor de cero, siendo esta la primera condición para el diseño del SMC, es decir:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (1.49)$$

La ley de control del SMC está representada por dos partes aditivas, una fase continua o deslizante y una fase discontinua o de alcanzabilidad, como se muestra en la Figura 1.10.

$$U(t) = U_C(t) + U_D(t) \quad (1.50)$$

La fase continua o deslizante $U_C(t)$ es una función que depende de la variable controlada y la referencia, debe cumplir con la condición de que la derivada de la superficie sea cero, y está dada por la siguiente expresión:

$$U_C(t) = f(X(t), R(t)) \quad (1.51)$$

La fase discontinua o de alcanzabilidad $U_D(t)$ incluye la función signo, una función no lineal que representa una conmutación de la ley de control que permite al sistema llegar rápidamente a la superficie deslizante, y su velocidad es ajustada mediante el parámetro K_D .

$$U_D(t) = K_D \text{sign}(S(t)) \quad (1.52)$$

Debido a la naturaleza de la función signo, al llegar a la superficie deslizante se produce el fenómeno llamado "chattering" que son oscilaciones de alta frecuencia alrededor del punto de equilibrio deseado, que empeoran el desempeño del controlador. Para contrarrestar este problema se reemplaza a la función signo por la función sigmoide, cuyo cambio de valor es más suave y evita que el elemento final de control sufra daños.

$$U_D(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (1.53)$$

Donde δ es el parámetro de ajuste de la función sigmoide y permite reducir el chattering, mientras más grande el parámetro δ , la acción de control es más suave debido a que el cambio de valor es menos brusco, ver Figura 1.11.

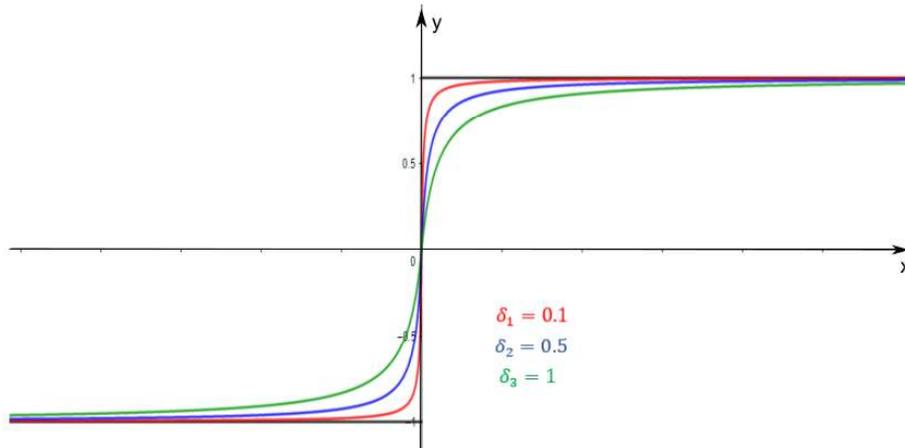


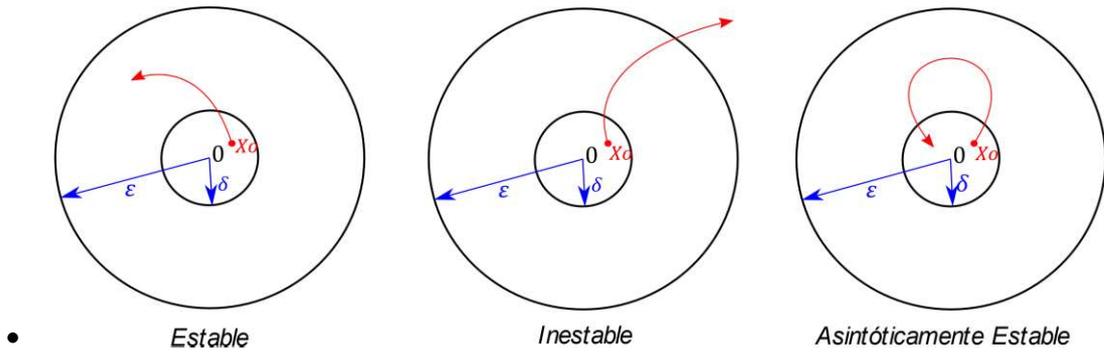
Figura 1.11 Función Sigmoide.

1.3.5. ESTABILIDAD DE LYAPUNOV [30], [31]

La teoría de estabilidad de Lyapunov es esencial en el estudio de sistemas de control, tiene como objetivo el análisis de sistemas dinámicos no lineales, donde existen varios puntos de equilibrio cuya estabilidad debe ser analizada, siendo la técnica de análisis más utilizada el método directo de Lyapunov.

En la Figura 1.12 se representa gráficamente cada uno de los puntos de equilibrio utilizados en la teoría de estabilidad de Lyapunov, y se describen a continuación:

- **Punto de equilibrio estable:** Un punto de equilibrio es estable si su trayectoria comienza con una condición inicial x_0 y su evolución permanece dentro del área comprendida por los límites ε y δ .
- **Punto de equilibrio asintóticamente estable:** Un punto de equilibrio es asintóticamente estable si su trayectoria comienza con una condición inicial x_0 y su evolución se encuentra dentro del límite de la circunferencia de radio δ , es decir, tiende a regresar al punto de equilibrio.
- **Punto de equilibrio inestable:** Un punto de equilibrio es inestable si su trayectoria comienza con una condición inicial x_0 y su evolución excede el límite de la circunferencia de radio ε .



• **Figura 1.12** Puntos de Equilibrio.

Para comprobar la estabilidad de un sistema en un punto de equilibrio mediante el método directo de Lyapunov, se introduce los siguientes conceptos:

Función Definida Positiva

Una función $V: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es localmente definida positiva si:

- 1) Es continua
- 2) $V(t, 0) = 0 \quad \forall t \geq 0$
- 3) Existe un α de clase K tal que: $V(t, x) \geq \alpha(\|x\|) \quad \forall t \geq 0, \forall x \in B_r = \{x: \|x\| \leq r\}, r > 0$

Estas condiciones se pueden apreciar gráficamente en la Figura 1.13.

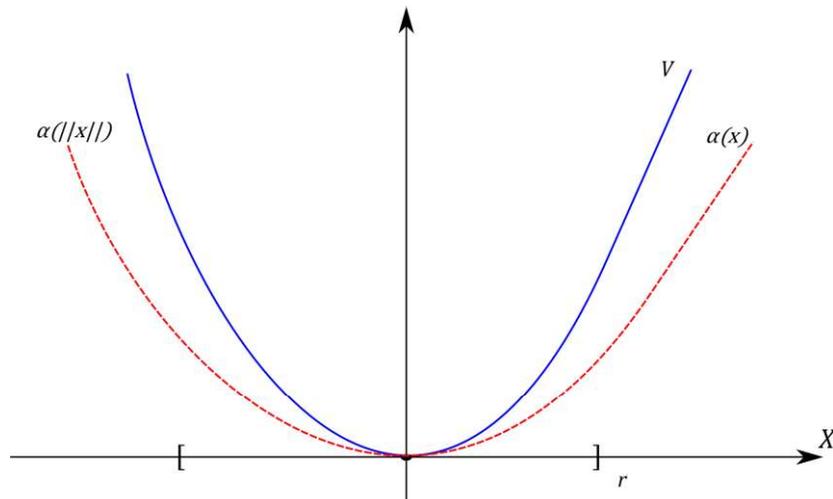


Figura 1.13 Representación de una función localmente definida positiva

Una función V es definida positiva si las condiciones mencionadas valen para todo $x \in \mathbb{R}^n$ ($r = \infty$).

Una función V es radialmente no acotada si: $V(t, x) \geq \alpha(\|x\|) \forall t \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}^n$ y $\alpha(\cdot)$ continua tal que $\alpha(r) \rightarrow \infty$ con $r \rightarrow \infty$.

Si la función V es continuamente diferenciable y también es localmente definida positiva, es una función candidata de Lyapunov.

Teorema de estabilidad

El equilibrio del sistema es estable si existe una función continuamente diferenciable, localmente definida positiva V y $r > 0$ tal que:

$$\dot{V}(t, x) \leq 0 \quad \forall t \geq t_0, \forall x \in B_r$$

Teorema de estabilidad asintótica

El equilibrio del sistema es asintóticamente estable si existe una función V localmente definida positiva y continuamente diferenciable y decreciente tal que $-\dot{V}$ es localmente definida positiva.

Teorema de inestabilidad

El equilibrio del sistema es inestable si existe una función decreciente continuamente diferenciable $V: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y un $t_0 \geq 0$ tal que:

- 1) \dot{V} es localmente definida positiva
- 2) $V(t, 0) = 0 \quad \forall t \geq t_0$
- 3) Existen puntos x_0 arbitrariamente próximos al equilibrio tal que $V(t_0, x_0) \geq 0$

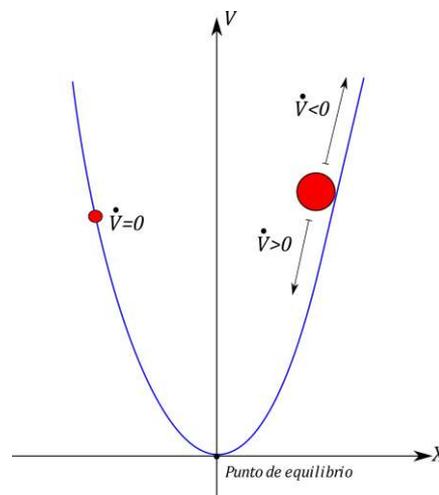


Figura 1.14 Función candidata de Lyapunov

Por lo anteriormente expuesto, Lyapunov determina que un punto de equilibrio x_0 de un sistema de la forma $\dot{x} = f(x)$ es estable si existe una función V que cumpla con las siguientes condiciones, como se observa en la Figura 1.14:

$$V(x_0) = 0 \quad (1.54)$$

$$V(x) > 0 \quad \forall x \neq x_0 \quad (1.55)$$

$$\dot{V}(x) = \frac{dV(x)}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dV(x)}{dx} f(x) \leq 0 \quad (1.56)$$

En las ecuaciones (1.54) y (1.55) se observa que la función $V(x)$ es definida positiva y la ecuación (1.56) muestra que la derivada $\dot{V}(x)$ debe tener un valor negativo o cero para que el sistema en el punto de equilibrio x_0 sea estable.

Si además de cumplir con las condiciones detalladas en (1.54), (1.55) y (1.56), el punto de equilibrio cumple con la siguiente condición, el sistema es asintóticamente estable.

$$\dot{V}(x) < 0, x \neq x_0 \quad (1.57)$$

1.3.6. ÍNDICE DE RENDIMIENTO

Los índices de rendimiento permiten conocer el desempeño de los diferentes controladores, en un sistema determinado frente a una entrada o a perturbaciones ingresadas. Por otro lado, ayuda a la calibración o sintonización de controladores mediante la minimización de estos índices.

Para este trabajo se seleccionó el índice ISE que se define en la siguiente ecuación:

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (1.58)$$

El índice ISE eleva al cuadrado el error, por lo que si este valor es menor a uno lo hace más pequeño, en cambio para valores grandes lo magnifica. En consecuencia a lo mencionado, si el índice ISE es bajo se debe a la supresión de errores grandes que ocurren especialmente cuando el sistema empieza a responder [32].

2. METODOLOGÍA

El presente proyecto técnico se basa en la aplicación de la investigación explicativa, al recolectar toda la información necesaria para describir el sistema y proponer una solución mediante el desarrollo de controladores y evaluar su desempeño. Para la adquisición de toda la información se hizo uso de fuentes bibliográficas como libros, revistas, artículos científicos, páginas web académicas, etc. En este capítulo, se presenta inicialmente el modelamiento de la formación heterogénea compuesto por dos robots móviles y un cuadricóptero con sus diferentes variables a controlar, para lo cual se implementa los esquemas de control tipo PID siendo el objetivo de control la formación y el esquema de control basado en espacio nulo para formación y evasión de obstáculos mediante campos potenciales.

Posteriormente, se presentan los controladores para el modelo dinámico del robot móvil y del cuadricóptero, siendo estos esquemas de control tipo PID y control por modos deslizantes que conforman el lazo interno del sistema. En cada uno de los diseños de los controladores se realiza el análisis de estabilidad por medio de Lyapunov. Adicionalmente se presenta el desarrollo de una interfaz gráfica donde se apreciarán los resultados obtenidos.

2.1. ESTRUCTURA DE FORMACIÓN

La formación de robots consiste en la coordinación de movimientos de un grupo de robots con el fin de cumplir una tarea específica, estos pueden ser robots móviles o vehículos aéreos. El uso de este sistema tiene ciertas ventajas como: reducción de costos, incremento de fuerza, mejor desempeño y eficiencia [21]. Algunas tareas son complicadas para ser realizadas por un solo robot o en ciertos casos se puede realizar de manera más eficiente mediante el uso de formación de robots. Entre estas tareas se tiene: vigilancia, exploración de lugares, rescate y transporte de objetos [33].

La formación que se presenta en este trabajo está conformada por dos robots móviles y un robot cuadricóptero los cuales forman un triángulo con sus respectivos parámetros, como se muestra en la Figura 2.1.

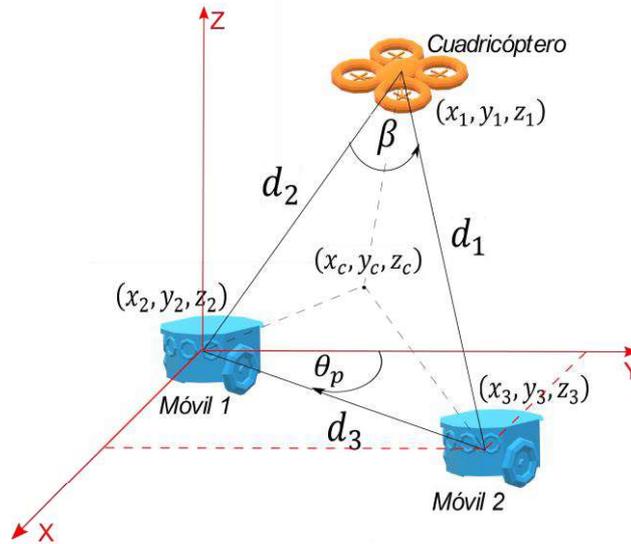


Figura 2.1 Formación triangular de los robots.

Donde:

d_1 : Distancia entre el robot móvil 2 y el cuadricóptero.

d_2 : Distancia entre el robot móvil 1 y el cuadricóptero.

d_3 : Distancia entre el robot móvil 1 y el robot móvil 2.

β : Ángulo formado por los segmentos d_1 y d_2 .

(x_c, y_c, z_c) : Coordenadas del centroide del triángulo de formación.

(x_1, y_1, z_1) : Posición del robot cuadricóptero.

(x_2, y_2, z_2) : Posición del robot móvil 1.

(x_3, y_3, z_3) : Posición del robot móvil 2.

θ_p : Ángulo de orientación de la formación.

De acuerdo con los parámetros mencionados, se establece las variables a controlar tanto de forma y de postura para mantener la formación en triángulo de robots. Por lo cual, el vector de forma q_f se define por:

$$q_f = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2} \\ \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \\ \cos^{-1} \left(\frac{d_1^2 + d_2^2 - d_3^2}{2 d_1 d_2} \right) \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

y el vector de postura q_p por:

$$q_p = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \theta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \\ \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \\ \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} \\ \tan^{-1} \left(\frac{x_3 - x_2}{y_3 - y_2} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

2.2. MODELAMIENTO DEL SISTEMA

Partiendo de la cinemática del robot móvil y del cuadricóptero se obtiene la siguiente ecuación:

$$\dot{h}_i = J_{Ri} U_i \quad (2.3)$$

Para el robot móvil:

$\dot{h}_i = [\dot{x}_i \ \dot{y}_i]$: son las variaciones temporales de la posición del i-ésimo robot.

$U_i = [u_i \ w_i]$: son las velocidades del i-ésimo robot.

J_{Ri} : es las i-ésimas matrices rotacionales del robot.

Para el cuadricóptero:

$\dot{h}_i = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]$: son las variaciones temporales de la posición del cuadricóptero.

$U_i = [V_x \ V_y \ V_z]$: son las velocidades del cuadricóptero.

J_{Ri} : es las i-ésimas matrices rotacionales del cuadricóptero.

Para la formación de dos robots móviles y un cuadricóptero se definen las siguientes ecuaciones:

$$\dot{h} = [\dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{z}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{y}_3]^T \quad (2.4)$$

$$U = [V_x \ V_y \ V_z \ U_1 \ W_1 \ U_2 \ W_2] \quad (2.5)$$

$$J_R = \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & -\sin \psi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi_2 & -a \sin \psi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \psi_2 & a \cos \psi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \psi_3 & -a \sin \psi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \psi_3 & a \cos \psi_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donde:

\dot{h} : son variaciones temporales de la posición de los robots, definido por la ecuación (2.4).

U : son las velocidades de los robots, definido por la ecuación (2.5).

J_R : es la matriz rotacional de los robots, definido por la ecuación (2.6).

ψ_1, ψ_2, ψ_3 : son los ángulos de orientación de cada robot.

La siguiente ecuación relaciona los vectores de forma y postura con las coordenadas de cada robot:

$$q = f(h) \quad (2.7)$$

Derivando la ecuación (2.7) se tiene:

$$\dot{q} = J \dot{h} \quad (2.8)$$

Donde:

\dot{q} : son las variaciones temporales de las variables de forma y postura definido por la ecuación (2.9).

J : es el Jacobiano de forma y postura definido por la ecuación (2.10) y Anexo A.

$$\dot{q} = [\dot{q}_f^T \quad \dot{q}_p^T]^T = [d_1 \quad d_2 \quad \beta \quad x_c \quad y_c \quad z_c \quad \theta_p]^T \quad (2.9)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_1} & \frac{\partial d_1}{\partial y_1} & \frac{\partial d_1}{\partial z_1} & \frac{\partial d_1}{\partial x_2} & \frac{\partial d_1}{\partial y_2} & \frac{\partial d_1}{\partial x_3} & \frac{\partial d_1}{\partial y_3} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x_1} & \frac{\partial d_2}{\partial y_1} & \frac{\partial d_2}{\partial z_1} & \frac{\partial d_2}{\partial x_2} & \frac{\partial d_2}{\partial y_2} & \frac{\partial d_2}{\partial x_3} & \frac{\partial d_2}{\partial y_3} \\ \frac{\partial \beta}{\partial x_1} & \frac{\partial \beta}{\partial y_1} & \frac{\partial \beta}{\partial z_1} & \frac{\partial \beta}{\partial x_2} & \frac{\partial \beta}{\partial y_2} & \frac{\partial \beta}{\partial x_3} & \frac{\partial \beta}{\partial y_3} \\ \frac{\partial x_c}{\partial x_1} & \frac{\partial x_c}{\partial y_1} & \frac{\partial x_c}{\partial z_1} & \frac{\partial x_c}{\partial x_2} & \frac{\partial x_c}{\partial y_2} & \frac{\partial x_c}{\partial x_3} & \frac{\partial x_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_1} & \frac{\partial y_c}{\partial y_1} & \frac{\partial y_c}{\partial z_1} & \frac{\partial y_c}{\partial x_2} & \frac{\partial y_c}{\partial y_2} & \frac{\partial y_c}{\partial x_3} & \frac{\partial y_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial z_c}{\partial x_1} & \frac{\partial z_c}{\partial y_1} & \frac{\partial z_c}{\partial z_1} & \frac{\partial z_c}{\partial x_2} & \frac{\partial z_c}{\partial y_2} & \frac{\partial z_c}{\partial x_3} & \frac{\partial z_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial x_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial z_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial x_2} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_2} & \frac{\partial \theta_p}{\partial x_3} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_3} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Reemplazando la ecuación (2.3) en (2.8) se obtiene el modelo del sistema expresado en la ecuación (2.11):

$$\dot{q} = J J_R U \quad (2.11)$$

En la Figura 2.2 se presenta el diagrama de bloques del sistema, siendo U_c la ley de control que se proponen en las siguientes secciones.

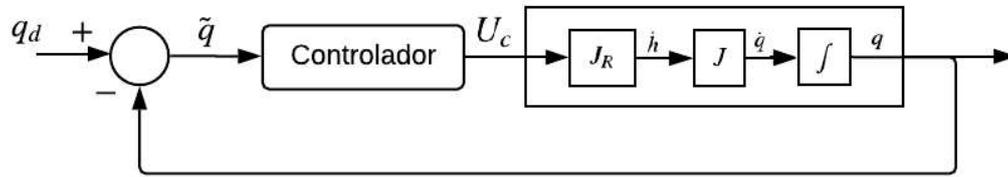


Figura 2.2 Diagrama de bloques del sistema.

2.3. CONTROLADOR TIPO PID

Se propone la siguiente ley de control:

$$U_{c1} = (J J_R)^{-1} (\dot{q}_d + K_1 \tilde{q}) \quad (2.12)$$

$$K_1 = k_1 I_{7 \times 7} \quad (2.13)$$

Donde:

J : es el Jacobiano de forma y postura definido por la ecuación (2.10).

J_R : es la matriz rotacional de los robots, definido por la ecuación (2.6).

k_1 : es una constante positiva que ajusta la ley de control.

$I_{7 \times 7}$: es una matriz identidad de dimensión 7x7.

\dot{q}_d : son las variaciones temporales de los parámetros deseadas de forma y postura.

\tilde{q} : son los errores de los parámetros de forma y postura (diferencia entre los valores deseados y la salida de la planta) definidos por la ecuación (2.14).

$$\tilde{q} = q_d - q \quad (2.14)$$

La Figura 2.3 muestra el diagrama de bloques del controlador tipo PID para el sistema.

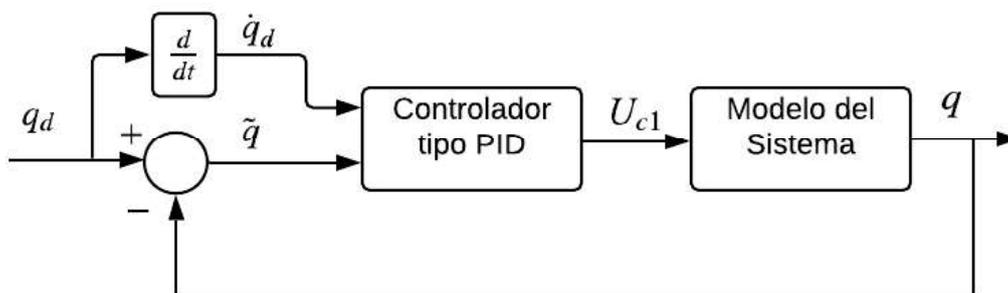


Figura 2.3 Diagrama de bloques del controlador tipo PID.

2.3.1. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR TIPO PID

Acorde a la Sección 1.3.5 del Capítulo 1, donde se describen las condiciones para el análisis de estabilidad, se procede a utilizar la siguiente candidata de Lyapunov definida en la ecuación (2.15) :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (2.15)$$

Se verifica la primera condición de la función candidata, que establece que $V(\tilde{q}_o) = 0$, donde \tilde{q}_o es el punto de equilibrio, para este caso el punto de equilibrio es cero, entonces:

$$\tilde{q}_o = 0 \rightarrow V(\tilde{q}_o) = 0 \quad (2.16)$$

Se verifica la segunda condición, que establece que la función debe ser positiva en todo el rango de valores diferentes al punto de operación:

$$V(\tilde{q}) = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} > 0 \quad \forall \quad \tilde{q} \neq \tilde{q}_o \quad (2.17)$$

Para verificar la tercera condición se deriva la función candidata ecuación (2.15):

$$\dot{V} = \tilde{q}^T \dot{\tilde{q}} \quad (2.18)$$

Dado que:

$$\tilde{q} = q_d - q \rightarrow \dot{\tilde{q}} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (2.19)$$

$$\dot{q} = (J J_R) U \quad (2.20)$$

Se reemplaza (2.19) y (2.20) en la derivada de la función candidata ecuación (2.18):

$$\dot{V} = \tilde{q}^T (\dot{q}_d - (J J_R) U) \quad (2.21)$$

Considerando seguimiento perfecto de la velocidad $U = U_{C1}$, se reemplaza la ley de control (2.12) y (2.13) en la (2.21), y se obtiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}^T \left(\dot{q}_d - (J J_R) \left((J J_R)^{-1} (\dot{q}_d + K_1 \tilde{q}) \right) \right) \quad (2.22)$$

Sabiendo que $(J J_R) (J J_R)^{-1} = I$ y $K_1 = k_1 I_{7 \times 7}$, se puede simplificar la ecuación (2.22) a:

$$\dot{V} = -k_1 \tilde{q}^T I_{7 \times 7} \tilde{q} \quad (2.23)$$

Sabiendo que k_1 es una constante positiva diferente de cero, se verifica que:

$$\dot{V} = -k_1 \tilde{q}^T I_{7 \times 7} \tilde{q} < 0 \quad \forall \quad \tilde{q} \neq \tilde{q}_o \quad (2.24)$$

Por lo tanto se puede concluir que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable en el punto de equilibrio y $\tilde{q} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.4. DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO

Para el desarrollo matemático del controlador basado en espacios nulos se debe tomar en cuenta las diferentes tareas que debe cumplir la formación, que son las siguientes:

Tarea de formación: $q_f = [d_1 \quad d_2 \quad \beta]^T$

Tarea de postura: $q_p = [x_c \quad y_c \quad z_c \quad \theta_p]^T$

Tarea de evasión de obstáculos: $\phi_T(t)$

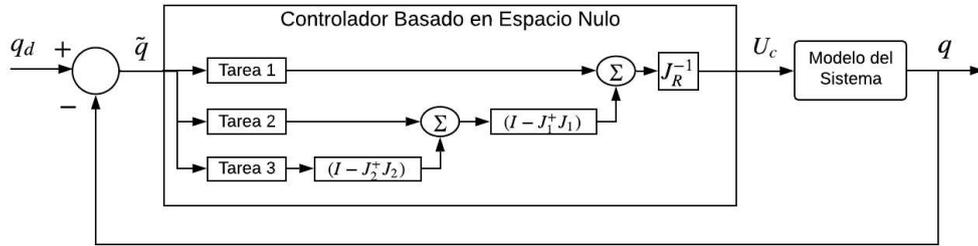


Figura 2.4 Diagrama de bloques del controlador basado en Espacio Nulo.

La Figura 2.4 muestra el diagrama de bloques del controlador basado en espacio nulo para el sistema considerando 3 tareas a controlar.

Una vez definidas las tareas se procede a diseñar controladores individuales de cada tarea que permita llevar a cabo el cumplimiento de la misma:

2.4.1. CONTROLADOR DE LA TAREA DE FORMACIÓN

Según la ecuación (2.8), considerando únicamente las variables de forma se tiene que:

$$\dot{q}_f = J_f \dot{h} \quad (2.25)$$

Donde:

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_1} & \frac{\partial d_1}{\partial y_1} & \frac{\partial d_1}{\partial z_1} & \frac{\partial d_1}{\partial x_2} & \frac{\partial d_1}{\partial y_2} & \frac{\partial d_1}{\partial x_3} & \frac{\partial d_1}{\partial y_3} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x_1} & \frac{\partial d_2}{\partial y_1} & \frac{\partial d_2}{\partial z_1} & \frac{\partial d_2}{\partial x_2} & \frac{\partial d_2}{\partial y_2} & \frac{\partial d_2}{\partial x_3} & \frac{\partial d_2}{\partial y_3} \\ \frac{\partial \beta}{\partial x_1} & \frac{\partial \beta}{\partial y_1} & \frac{\partial \beta}{\partial z_1} & \frac{\partial \beta}{\partial x_2} & \frac{\partial \beta}{\partial y_2} & \frac{\partial \beta}{\partial x_3} & \frac{\partial \beta}{\partial y_3} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Se propone la siguiente ley de control considerando el desarrollo de un controlador tipo PID planteado en la Sección 2.3:

$$\dot{h}_{fd} = J_f^\dagger (\dot{q}_{fd} + K_f \tilde{q}_f) \quad (2.27)$$

$$K_f = k_f I_{3 \times 3} \quad (2.28)$$

Donde:

J_f^\dagger : es la matriz pseudoinversa del Jacobiano de forma definido por la ecuación (2.29).

$$J_f^\dagger = J_f^T (J_f J_f^T)^{-1} \quad (2.29)$$

k_f : es una constante positiva que ajusta la ley de control.

$I_{3 \times 3}$: es una matriz identidad de dimensión 3x3.

\dot{q}_{fd} : son las variaciones temporales de los parámetros de forma deseados.

\tilde{q}_f : son los errores de los parámetros de forma.

2.4.2. CONTROLADOR DE LA TAREA DE POSTURA

Según la ecuación (2.8), considerando únicamente las variables de postura se tiene que:

$$\dot{q}_p = J_p \dot{h} \quad (2.30)$$

Donde:

$$J_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_1} & \frac{\partial x_c}{\partial y_1} & \frac{\partial x_c}{\partial z_1} & \frac{\partial x_c}{\partial x_2} & \frac{\partial x_c}{\partial y_2} & \frac{\partial x_c}{\partial x_3} & \frac{\partial x_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_1} & \frac{\partial y_c}{\partial y_1} & \frac{\partial y_c}{\partial z_1} & \frac{\partial y_c}{\partial x_2} & \frac{\partial y_c}{\partial y_2} & \frac{\partial y_c}{\partial x_3} & \frac{\partial y_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial z_c}{\partial x_1} & \frac{\partial z_c}{\partial y_1} & \frac{\partial z_c}{\partial z_1} & \frac{\partial z_c}{\partial x_2} & \frac{\partial z_c}{\partial y_2} & \frac{\partial z_c}{\partial x_3} & \frac{\partial z_c}{\partial y_3} \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial x_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial z_1} & \frac{\partial \theta_p}{\partial x_2} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_2} & \frac{\partial \theta_p}{\partial x_3} & \frac{\partial \theta_p}{\partial y_3} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Se propone la siguiente ley de control considerando el desarrollo de un controlador tipo PID planteado en la Sección 2.3:

$$\dot{h}_{pd} = J_p^\dagger (\dot{q}_{pd} + K_p \tilde{q}_p) \quad (2.32)$$

$$K_p = k_p I_{4 \times 4} \quad (2.33)$$

Donde:

J_p^\dagger : es la matriz pseudoinversa del Jacobiano de postura definido por la ecuación (2.34).

$$J_p^\dagger = J_p^T (J_p J_p^T)^{-1} \quad (2.34)$$

k_p : es una constante positiva que ajusta la ley de control.

I_{4x4} : es una matriz identidad de dimensión 4x4.

\dot{q}_{pd} : son las variaciones temporales de los parámetros de forma deseados.

\tilde{q}_p : son los errores de los parámetros de forma.

2.4.3. CONTROLADOR DE LA TAREA DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS

Para la tarea de evasión de obstáculos, como se menciona en la Sección 1.3.4.3, se basa en la generación de un campo potencial ficticio creando una fuerza de repulsión que depende directamente de la distancia que existe entre los obstáculos y cada uno de los robots, por lo tanto la función potencial total se compone por la suma de las funciones potenciales individuales de cada robot como se muestra en la ecuación (2.35):

$$\phi_T(t) = \phi_1(t) + \phi_2(t) + \phi_3(t) \quad (2.35)$$

La función potencial está definida matemáticamente por la ecuación (2.36):

$$\phi_{t,x} = l_z e^{-\left(\frac{x-x_0}{l_x}\right)^2 - \left(\frac{y-y_0}{l_y}\right)^2} + \varepsilon(x(t) + y(t)) - r_0 \quad (2.36)$$

Donde:

$\phi_{t,x}$: Función potencial que depende de las posiciones del robot y del obstáculo

l_x, l_y, l_z : Parámetros que definen el tamaño de la función potencial.

x_0, y_0 : Coordenadas espaciales del obstáculo

x, y : Coordenadas espaciales del robot

r_0 : Parámetro que permite al campo potencial ser cero.

ε : Parámetro que permite eliminar la singularidad del campo que tiene un valor de 2.2204×10^{-16}

Para poder relacionar la función potencial con la posición de cada robot se procede a derivar la función potencial respecto al tiempo, como esta función es una variable dependiente de las posiciones de los robots y del tiempo, aplicando la definición de derivadas parciales se obtiene lo siguiente:

$$\frac{d\phi_T}{dt} = \nabla\phi_{T,t,x} \dot{h}_o + \frac{\partial\phi_T}{\partial t} \quad (2.37)$$

Donde:

$\nabla\phi_{T,t,x}$: Es la derivada parcial de la función potencial respecto a la posición de cada robot.

\dot{h}_o : Son las variaciones temporales de las posiciones de los robots.

$\frac{\partial\phi_T}{\partial t}$: Es la variación de la función potencial en el tiempo.

Al saber que $\nabla\phi_{T,t,x}$ es la derivada parcial respecto a las posiciones de los robots, se puede considerar que es el Jacobiano de la función potencial, la cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$J_{\phi_T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_T}{\partial x_1} & \frac{\partial\phi_T}{\partial y_1} & \frac{\partial\phi_T}{\partial z_1} & \frac{\partial\phi_T}{\partial x_2} & \frac{\partial\phi_T}{\partial y_2} & \frac{\partial\phi_T}{\partial x_3} & \frac{\partial\phi_T}{\partial y_3} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Quedando (2.37) de la siguiente manera:

$$\frac{d\phi_T}{dt} = J_{\phi_T}\dot{h}_o + \frac{\partial\phi_T}{\partial t} \quad (2.39)$$

Obteniendo la cinemática inversa de este sistema descrito por la ecuación (2.39) se obtiene lo siguiente:

$$\dot{h}_o = J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_T - \frac{\partial\phi_T}{\partial t} \right) \quad (2.40)$$

Sabiendo que:

$$J_{\phi_T}^\dagger = J_{\phi_T}^T (J_{\phi_T} J_{\phi_T}^T)^{-1} \quad (2.41)$$

Se propone la siguiente ley de control considerando el desarrollo de un controlador tipo PID planteado en la Sección 2.3:

$$\dot{h}_o = J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial\phi_T}{\partial t} \right) \quad (2.42)$$

Donde:

k_ϕ : es una constante positiva que ajusta la ley de control.

$\dot{\phi}_d$: es la variación temporal de la función potencial deseada, en este caso $\phi_d = 0$ que significa que los robots se mueven sin obstáculos.

$\tilde{\phi}_T$: es el error de la función potencial.

2.4.4. CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN FORMA

Al tener el controlador con diferentes tareas u objetivos se procede a indicar la tarea que se realizará primero, mientras que las demás pasan a ser secundarias en el siguiente espacio nulo para evitar conflictos.

De acuerdo a lo mencionado en la Sección 1.3.4.2., indica que el controlador para tres tareas se define por las siguientes ecuaciones:

$$v_d = v_{d,1} + N_1(v_{d,2} + N_2v_{d,3}) \quad (2.43)$$

$$N_i = \mathcal{N}(J_i) = (I - J_i^\dagger J_i) \quad (2.44)$$

Para este controlador se tendrá como primera prioridad la forma, seguido de la postura y finalmente la evasión de obstáculos, obteniendo la ecuación (2.45) dependiendo de los controladores antes diseñados (2.27), (2.32) y (2.42):

$$\dot{h}_d = \dot{h}_{f_d} + N_1(\dot{h}_{p_d} + N_2\dot{h}_o) \quad (2.45)$$

Tomando en cuenta la teoría desarrollada en la Sección 1.3.4.2. se sabe que:

$N_1 = (I - J_f^\dagger J_f)$: Espacio nulo de la primera tarea.

$N_2 = (I - J_p^\dagger J_p)$: Espacio nulo de la segunda tarea.

Reemplazando se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{h}_d = & J_f^\dagger(\dot{q}_f + K_f \tilde{q}_f) \\ & + (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger(\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Partiendo de (2.3) y asumiendo seguimiento perfecto de velocidad se tiene que:

$$U = J_R^{-1} \dot{h} \quad (2.47)$$

Reemplazando (2.46) en (2.47) obtenemos la ley de control basado en espacio nulo:

$$\begin{aligned} U_{c2} = & J_R^{-1} \left[J_f^\dagger(\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \\ & + (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger(\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

2.4.5. CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN POSTURA

Partiendo de las ecuaciones (2.3) y (2.8), para este controlador se tendrá como primera prioridad la postura, seguido de la forma y finalmente la evasión de obstáculos, obteniendo la ecuación (2.49) dependiendo de los controladores antes diseñados (2.27), (2.32) y (2.42):

$$\dot{h}_d = \dot{h}_{p_d} + N_1(\dot{h}_{f_d} + N_2 \dot{h}_o) \quad (2.49)$$

Donde:

$N_1 = (I - J_p^\dagger J_p)$: Espacio nulo de la primera tarea.

$N_2 = (I - J_f^\dagger J_f)$: Espacio nulo de la segunda tarea.

Reemplazando se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{h}_d = & J_p^\dagger(\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \\ & + (I - J_p^\dagger J_p) \left(J_f^\dagger(\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \\ & \left. + (I - J_f^\dagger J_f) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Reemplazando (2.50) en (2.47) asumiendo seguimiento perfecto de velocidad se tiene la ley de control basado en espacio nulo con prioridad en postura:

$$\begin{aligned} U_{c3} = & J_R^{-1} \left[J_p^\dagger(\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & + (I - J_p^\dagger J_p) \left(J_f^\dagger(\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_f^\dagger J_f) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

2.4.6. CONTROLADOR CON PRIORIDAD EN EVASIÓN DE OBSTÁCULOS

Partiendo de las ecuaciones (2.3) y (2.8), para este controlador se tendrá como primera prioridad la evasión de obstáculos, seguido de la forma y finalmente la postura, obteniendo la ecuación (2.52) dependiendo de los controladores antes diseñados (2.27), (2.32) y (2.42):

$$\dot{h}_d = \dot{h}_o + N_1(\dot{h}_{f_d} + N_2 \dot{h}_{p_d}) \quad (2.52)$$

Donde:

$N_1 = (I - J_{\phi_T}^\dagger J_{\phi_T})$: Espacio nulo de la primera tarea.

$N_2 = (I - J_f^\dagger J_f)$: Espacio nulo de la segunda tarea.

Reemplazando se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{h}_d &= J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \\ &+ (I - J_{\phi_T}^\dagger J_{\phi_T}) \left(J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right) \\ &+ (I - J_f^\dagger J_f) J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \end{aligned} \quad (2.53)$$

Reemplazando la ecuación (2.53) en (2.47) asumiendo seguimiento perfecto de velocidad se tiene la ley de control basado en espacio nulo con prioridad en evasión de obstáculos:

$$\begin{aligned} U_{c4} &= J_R^{-1} \left[J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right. \\ &+ (I - J_{\phi_T}^\dagger J_{\phi_T}) \left(J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right) \\ &\left. + (I - J_f^\dagger J_f) J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.4.7. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO

Para realizar el análisis de estabilidad mediante Lyapunov de las tres tareas individualmente, se utiliza la ley de control con prioridad en forma descrita en (2.48).

2.4.7.1. Análisis de estabilidad para la tarea de forma

Se plantea la siguiente candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (2.55)$$

Derivando la ecuación (2.55) se obtiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}^T \dot{\tilde{q}} \quad (2.56)$$

Aplicando la definición de $\dot{\tilde{q}}$ en (2.56) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}^T (\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (2.57)$$

Considerando para la tarea de forma se tiene que $\dot{q} = \dot{q}_f = J_f \dot{h}$, y (2.3) reemplazando en (2.57) se obtiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}_f^T (\dot{q}_{f_d} - J_f J_R U) \quad (2.58)$$

Considerando seguimiento perfecto de la velocidad $U = U_{c2}$, se reemplaza la ley de control ecuación (2.54) en la ecuación (2.58), y se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & \tilde{q}_f^T \left(\dot{q}_{f_d} - J_f J_R J_R^{-1} \left[J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\
& + (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\
& \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] \right) \Bigg)
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Multiplicando y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & \tilde{q}_f^T \left(\dot{q}_{f_d} - \left[J_f J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\
& + J_f (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\
& \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] \right) \Bigg)
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Aplicando la definición de matriz pseudoinversa donde $J_f^\dagger = J_f^T (J_f J_f^T)^{-1}$ se tiene que:

$$J_f J_f^\dagger = J_f J_f^T (J_f J_f^T)^{-1} = I \tag{2.61}$$

$$J_f (I - J_f^\dagger J_f) = J_f (I - I) = 0 \tag{2.62}$$

Aplicando la definición de matriz pseudoinversa donde $J_p^\dagger = J_p^T (J_p J_p^T)^{-1}$ se tiene que:

$$(I - J_p^\dagger J_p) = (I - I) = 0 \tag{2.63}$$

Simplificando la ecuación (2.60) de acuerdo a (2.61), (2.62) y (2.63) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}_f^T (\dot{q}_{f_d} - [\dot{q}_{f_d} + k_f I_{3 \times 3} \tilde{q}_f]) \tag{2.64}$$

$$\dot{V} = \tilde{q}_f^T (-k_f I_{3 \times 3} \tilde{q}_f) \tag{2.65}$$

Donde k_f es una constante positiva y $\tilde{q}_f^T \tilde{q}_f$ siempre es positivo, por lo tanto:

$$\dot{V} = -k_f \tilde{q}_f^T I_{3 \times 3} \tilde{q}_f < 0 \tag{2.66}$$

Por lo tanto se puede concluir que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable para la tarea de forma es decir que $\tilde{q}_f \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.4.7.2. Análisis de estabilidad para la tarea de postura

Para el análisis de estabilidad en la tarea de postura se procede a sustituir en la ecuación (2.57) que $\dot{q} = \dot{q}_p = J_p \dot{h}$ obteniendo lo siguiente:

$$\dot{V} = \tilde{q}_p^T (\dot{q}_{p_d} - J_p J_R U) \quad (2.67)$$

Considerando seguimiento perfecto de la velocidad $U = U_{C2}$, se reemplaza la ley de control ecuación (2.54) en la ecuación (2.67), y se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{q}_f^T \left(\dot{q}_{p_d} - J_p J_R J_R^{-1} \left[J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\ & + (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Multiplicando y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{q}_p^T \left(\dot{q}_{p_d} - \left[J_p J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\ & + J_p (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (2.69)$$

De acuerdo a la teoría, sabemos que J_p es perpendicular a J_f para evitar los conflictos entre tareas, por lo que se conoce que:

$$J_p J_f^\dagger = 0 \quad (2.70)$$

Obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{q}_p^T \left(\dot{q}_{p_d} - \left[J_p \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (2.71)$$

Aplicando la definición de matriz pseudoinversa donde $J_p^\dagger = J_p^T (J_p J_p^T)^{-1}$ se tiene que:

$$J_p J_p^\dagger = J_p J_p^T (J_p J_p^T)^{-1} = I \quad (2.72)$$

$$J_p (I - J_p^\dagger J_p) = J_p (I - I) = 0 \quad (2.73)$$

Simplificando la ecuación (2.71) de acuerdo a (2.72) y (2.73) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}_p^T (\dot{q}_{p_d} - [\dot{q}_{p_d} + k_p I_{4 \times 4} \tilde{q}_p]) \quad (2.74)$$

$$\dot{V} = \tilde{q}_p^T (-k_p I_{4 \times 4} \tilde{q}_p) \quad (2.75)$$

Donde k_p es una constante positiva y $\tilde{q}_p^T \tilde{q}_p$ siempre es positivo, por lo tanto:

$$\dot{V} = -k_p \tilde{q}_p^T I_{4 \times 4} \tilde{q}_p < 0 \quad (2.76)$$

Por lo tanto se puede concluir que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable para la tarea de postura es decir que $\tilde{q}_p \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.4.7.3. Análisis de estabilidad para la tarea de evasión de obstáculos

Para el análisis de estabilidad en la tarea de evasión de obstáculos se procede a sustituir en la ecuación (2.57) que $\dot{q} = \dot{\phi}_T$ obteniendo lo siguiente:

$$\dot{V} = \tilde{\phi}_T^T (\dot{\phi}_{T_d} - \dot{\phi}_T) \quad (2.77)$$

Reemplazando la ecuación (2.39) en (2.77) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{\phi}_T^T \left(\dot{\phi}_{T_d} - J_{\phi_T} J_R U - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \quad (2.78)$$

Considerando seguimiento perfecto de la velocidad $U = U_{C2}$, se reemplaza la ley de control ecuación (2.54) en la ecuación (2.78), y se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{\phi}_T^T \left(\dot{\phi}_{T_d} - J_{\phi_T} J_R J_R^{-1} \left[J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\ & + (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.79)$$

Multiplicando y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{\phi}_T^T \left(\dot{\phi}_{T_d} - \left[J_{\phi_T} J_f^\dagger (\dot{q}_{f_d} + K_f \tilde{q}_f) \right. \right. \\ & + J_{\phi_T} (I - J_f^\dagger J_f) \left(J_p^\dagger (\dot{q}_{p_d} + K_p \tilde{q}_p) \right. \\ & \left. \left. + (I - J_p^\dagger J_p) J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \right] - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.80)$$

De acuerdo a la teoría, sabemos que de igual manera J_{ϕ_T} es perpendicular a J_f^\dagger para evitar los conflictos entre tareas, por lo que se conoce que:

$$J_{\phi_T} J_f^\dagger = 0 \quad (2.81)$$

$$J_{\phi_T} J_p^\dagger = 0 \quad (2.82)$$

Obteniendo lo siguiente:

$$\dot{V} = \tilde{\phi}_T^T \left(\dot{\phi}_{T_d} - \left[J_{\phi_T} J_{\phi_T}^\dagger \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right] \right) \quad (2.83)$$

Aplicando la definición de matriz pseudoinversa donde $J_{\phi_T}^\dagger = J_{\phi_T}^T (J_{\phi_T} J_{\phi_T}^T)^{-1}$ se tiene que:

$$J_{\phi_T} J_{\phi_T}^\dagger = J_{\phi_T} J_{\phi_T}^T (J_{\phi_T} J_{\phi_T}^T)^{-1} = I \quad (2.84)$$

Simplificando la ecuación (2.83) de acuerdo a (2.84) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{\phi}_T^T \left(\dot{\phi}_{T_d} - \left[\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T) - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right] - \frac{\partial \phi_T}{\partial t} \right) \quad (2.85)$$

$$\dot{V} = \tilde{\phi}_T^T (-k_\phi \tanh(\tilde{\phi}_T)) \quad (2.86)$$

Donde k_ϕ es una constante positiva y $\tilde{\phi}_T^T \tanh(\tilde{\phi}_T)$ siempre es positivo, por lo tanto:

$$\dot{V} = -k_\phi \tilde{\phi}_T^T \tanh(\tilde{\phi}_T) < 0 \quad (2.87)$$

Se puede concluir que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable para la tarea de evasión de obstáculos.

2.5. DISEÑO DEL CONTROLADOR DINÁMICO

Para realizar la compensación del modelo dinámico tanto de los robots móviles como del cuadricóptero, se plantea implementar un controlador dinámico presentado en un esquema en cascada. En la Figura 2.5 se puede observar que el lazo externo está representado por el controlador de forma y postura y el lazo interno por el controlador dinámico de cada robot.

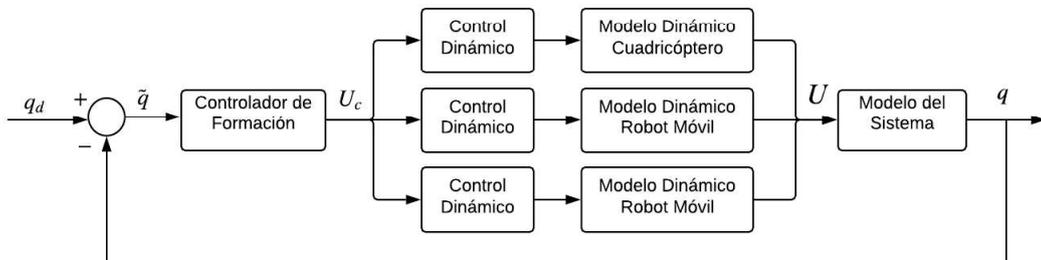


Figura 2.5 Esquema de control en cascada.

2.5.1. CONTROLADORES DINÁMICOS PARA EL ROBOT MÓVIL

Para realizar un seguimiento de velocidad por parte del robot móvil, se debe implementar un controlador dinámico, tal como se observa en la Figura 2.6.

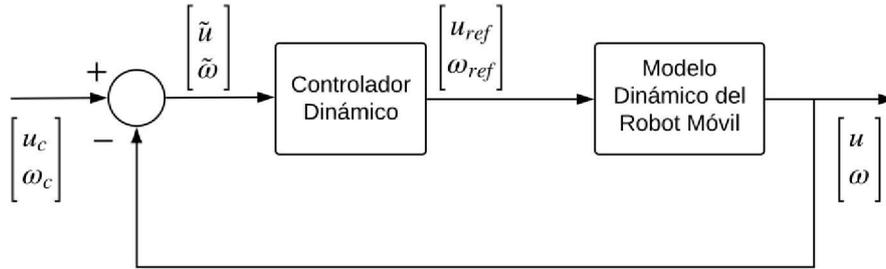


Figura 2.6 Esquema de control del modelo dinámico del robot móvil

2.5.1.1. Controlador Dinámico tipo PID

Según el modelo dinámico del robot móvil presentado en la Sección 1.3.1.2., se tiene que:

$$M\dot{v} + \eta = v_{ref} \quad (2.88)$$

$$M = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

$$\phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5 \quad \phi_6]^T \quad (2.90)$$

$$n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega_R^2 & u_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_R \omega_R & \omega_R \end{bmatrix} \phi \quad (2.91)$$

Donde:

$v_{ref} = [u_{ref} \quad \omega_{ref}]^T$: Vector de velocidades lineal y angular deseadas.

$v = [u \quad \omega]^T$: Vector de velocidades lineal y angular actuales del robot.

ϕ : Vector de parámetros dinámicos del robot.

M : Matriz de masas e inercias

Se plantea la siguiente ley de control [6]:

$$U_{c_{m1}} = M(\dot{v}_c + Q \tanh(Q^{-1} k_m \tilde{v})) + \eta \quad (2.92)$$

Donde:

\dot{v}_c : son las variaciones temporales de las velocidades calculadas por el controlador cinemático.

\tilde{v} : son los errores de las velocidades del robot definido por:

$$\tilde{v} = v_c - v \quad (2.93)$$

Q : es una matriz diagonal positiva que ajusta la ley de control.

k_m : es una matriz diagonal positiva que ajusta la ley de control.

Análisis de estabilidad del controlador dinámico tipo PID

Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \tilde{v} \quad (2.94)$$

Derivando (2.94) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \quad (2.95)$$

Considerando que $\dot{\tilde{v}} = \dot{v}_c - \dot{v}$, en (2.95) se obtiene:

$$\dot{V} = \tilde{v}^T (\dot{v}_c - \dot{v}) \quad (2.96)$$

Reemplazando el modelo dinámico de (2.88) en (2.96) , se obtiene:

$$\dot{V} = \tilde{v}^T [\dot{v}_c - M^{-1}(v_{ref} - \eta)] \quad (2.97)$$

Reemplazando la ley de control asumiendo seguimiento perfecto de velocidad, (2.92) en (2.97) y simplificando se llega a:

$$\dot{V} = \tilde{v}^T [\dot{v}_c - (\dot{v}_c + Q \tanh(Q^{-1} k_m \tilde{v}))] \quad (2.98)$$

$$\dot{V} = -\tilde{v}^T (Q \tanh(Q^{-1} k_m \tilde{v})) \quad (2.99)$$

Debido a que Q y k_m son matrices definidas positivas, se cumple que $\dot{V} < 0$, por lo tanto el sistema es estable, es decir, $\tilde{v} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.5.1.2. Controlador Dinámico por Modos Deslizantes

Según la teoría presentada en la sección 1.3.4.4., se tiene que la ley de control está definida por la ecuación (2.100):

$$U_{cm2} = U_C + U_D \quad (2.100)$$

Para el diseño del controlador, se propone la siguiente superficie deslizante:

$$s = \tilde{v} + \lambda_m \int \tilde{v}(t) dt \quad (2.101)$$

Donde:

\tilde{v} : son los errores de las velocidades del robot móvil definido por:

$$\tilde{v} = v_{ref} - v \quad (2.102)$$

λ_m : es una matriz diagonal positiva que ajusta la superficie deslizante.

Derivando la ecuación (2.101) se tiene que:

$$\dot{s} = \dot{\tilde{v}} + \lambda_m \tilde{v} \quad (2.103)$$

Reemplazando la definición de \tilde{v} en la ecuación (2.103) se tiene que:

$$\dot{s} = (\dot{v}_d - \dot{v}) + \lambda_m \tilde{v} \quad (2.104)$$

Sustituyendo la ecuación (2.88) se obtiene:

$$\dot{s} = \left(\dot{v}_d - M^{-1}(v_{ref} - \eta) \right) + \lambda_m \tilde{v} \quad (2.105)$$

De acuerdo a las condiciones mencionadas para la superficie deslizante que $\dot{s} = 0$ y despejando la ley de control se tiene:

$$U_{cm2} = v_{ref} = M \dot{v}_d + M \lambda_m \tilde{v} + \eta \quad (2.106)$$

Para hallar la ley de control discontinua u_d se procede a utilizar el análisis de estabilidad de Lyapunov partiendo de la siguiente candidata:

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (2.107)$$

Derivando la ecuación (2.107):

$$\dot{V} = s^T \dot{s} \quad (2.108)$$

Reemplazando la ecuación (2.105) en la ecuación (2.108):

$$\dot{V} = s^T (\dot{v}_d - M^{-1}(v_{ref} + U_D - \eta) + \lambda_m \tilde{v}) \quad (2.109)$$

$$\dot{V} = s^T (\dot{v}_d - M^{-1}v_{ref} - M^{-1}U_D + M^{-1}\eta + \lambda_m \tilde{v}) \quad (2.110)$$

Considerando seguimiento perfecto de la velocidad $U = U_{cm2}$, se reemplaza la ley de control ecuación (2.106) en la ecuación (2.110), y se obtiene:

$$\dot{V} = s^T (\dot{v}_d - M^{-1}(M \dot{v}_d + M \lambda_m \tilde{v} + \eta) - M^{-1}U_D + M^{-1}\eta + \lambda_m \tilde{v}) \quad (2.111)$$

$$\dot{V} = s^T (\dot{v}_d - \dot{v}_d - \lambda_m \tilde{v} - M^{-1}\eta - M^{-1}U_D + M^{-1}\eta + \lambda_m \tilde{v}) \quad (2.112)$$

$$\dot{V} = s^T (-M^{-1}U_D) \quad (2.113)$$

Para que $\dot{V} < 0$, se puede definir que:

$$U_D = M K_2 \text{sign}(s) \quad (2.114)$$

Por lo explicado en la sección 1.3.4.4. para la reducción del chattering se sustituye la función signo por la función sigmoide, obteniendo:

$$U_D = M K_2 \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.115)$$

Donde:

K_2 : es una matriz diagonal positiva que ajusta la ley de control discontinua.

δ : parámetro de ajuste de la función sigmoide.

Por lo tanto, la ley de control se define por la ecuación (2.116):

$$U_{cmz} = M \dot{v}_d + M \lambda_m \tilde{v} + \eta + M K_2 \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (2.116)$$

2.5.2. CONTROLADORES DINÁMICOS PARA EL CUADRICÓPTERO.

Para realizar un seguimiento de velocidad por parte del cuadricóptero, se debe implementar un controlador dinámico en un esquema cascada de la misma manera que para el robot móvil. Sin embargo, el cuadricóptero posee más variables de estado que entradas, por lo que en este caso se usa un esquema cascada, donde el controlador interno es un controlador de orientación que manejará los ángulos de roll, pitch y yaw mediante los torques de entrada (U_2, U_3, U_4) al cuadricóptero. El lazo externo es un control de movimiento o velocidad que manejará las velocidades en los ejes X, Y, Z, mediante la fuerza de empuje (U_1) para controlar la velocidad en Z y la generación de ángulos de roll y pitch de referencia para el controlador de orientación, para controlar la velocidad en los ejes X e Y.

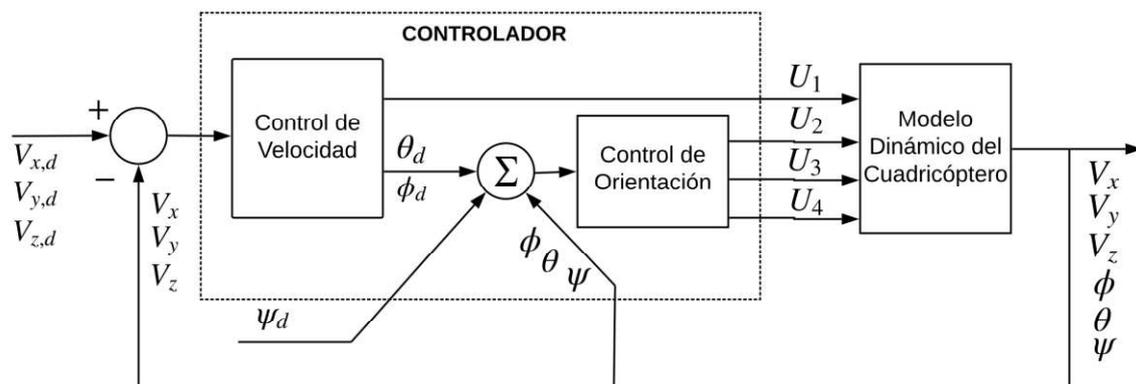


Figura 2.7 Esquema de control del modelo dinámico del cuadricóptero.

2.5.2.1. Controlador Dinámico tipo PID

Controlador de velocidad

Mediante el control de movimiento se maneja las velocidades en los 3 ejes del cuadricóptero, descritas a continuación.

- Control de Velocidad en el eje Z:

Para el control de la velocidad del cuadricóptero en el eje Z, el cual manejará la altura del cuadricóptero, se tiene la siguiente ley de control.

$$U_{c1} = \frac{m}{(\cos \theta \cos \phi)} \left[\left(K_{P_z} e_{V_z}(t) + K_{i_z} \int e_{V_z}(t) dt - K_{d_z} \frac{dV_z(t)}{dt} \right) + g \right] \quad (2.117)$$

Donde:

$e_{V_z}(t)$: es el error de velocidad en el eje Z.

$V_z(t)$: es la velocidad del cuadricóptero en el eje Z.

$K_{P_z}, K_{i_z}, K_{d_z}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

Se incluye la expresión $m/(\cos \theta \cos \phi)$ para compensar la no linealidad del modelo, y la gravedad debido a que el peso es la fuerza mínima que debe generarse para elevar al cuadricóptero.

- Control de Velocidad en los ejes X e Y:

El controlador de Velocidad en los ejes X e Y es el que maneja el movimiento horizontal del cuadricóptero de tal manera que pueda llegar a un punto deseado en el plano XY, mediante la orientación de la fuerza de empuje a una dirección deseada, esto se consigue con pequeñas variaciones en los ángulos de rotación de roll y pitch; es por esto que la salida de este controlador son ángulos de roll y pitch deseados que ingresan al controlador de orientación.

Tomando en cuenta las variables traslacionales de (1.30), se tiene:

$$\ddot{x} = (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \frac{U_1}{m} \quad (2.118)$$

$$\ddot{y} = (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \frac{U_1}{m} \quad (2.119)$$

Si se considera la aproximación del ángulo pequeño, es decir $\sin \phi \approx \phi, \cos \phi \approx 1, \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$, las ecuaciones (2.118) y (2.119) se pueden reducir a:

$$\ddot{x} = (\theta \cos \psi + \phi \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (2.120)$$

$$\ddot{y} = (\theta \sin \psi - \phi \cos \psi) \frac{U_1}{m} \quad (2.121)$$

Debido a que se requiere el ángulo roll deseado ϕ_d y el ángulo pitch deseado θ_d , las ecuaciones (2.120) y (2.121) se reescriben de la siguiente manera:

$$\theta_d = \sin \psi \ddot{x}_c - \cos \psi \ddot{y}_c \quad (2.122)$$

$$\phi_d = \cos \psi \ddot{x}_c + \sin \psi \ddot{y}_c \quad (2.123)$$

En las cuales \ddot{x}_c e \ddot{y}_c se convierten en las leyes de control requeridas, para las cuales se utilizan los siguientes controladores de velocidad.

$$\ddot{x}_c = K_{P_x} e_{V_x}(t) + K_{i_x} \int e_{V_x}(t) dt - K_{d_x} \frac{dV_x(t)}{dt} \quad (2.124)$$

$$\ddot{y}_c = K_{P_y} e_{V_y}(t) + K_{i_y} \int e_{V_y}(t) dt - K_{d_y} \frac{dV_y(t)}{dt} \quad (2.125)$$

Donde:

$e_{V_x}(t)$: es el error de velocidad en el eje X.

$e_{V_y}(t)$: es el error de velocidad en el eje Y.

$V_x(t)$: es la velocidad del cuadricóptero en el eje X.

$V_y(t)$: es la velocidad del cuadricóptero en el eje Y.

$K_{P_x}, K_{i_x}, K_{d_x}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

$K_{P_y}, K_{i_y}, K_{d_y}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

Controlador de orientación

Para el control de orientación, se ingresan los términos no lineales del modelo en el controlador para compensar la no linealidad del modelo dinámico, teniendo las siguientes leyes de control para los ángulos de roll, pitch y yaw respectivamente.

$$U_{c2} = I_{xx} \left[\left(K_{P_\phi} e_\phi(t) + K_{i_\phi} \int e_\phi(t) dt - K_{d_\phi} \frac{d\phi(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \dot{\theta} \dot{\psi} \right] \quad (2.126)$$

$$U_{c_3} = I_{yy} \left[\left(K_{P_\theta} e_\theta(t) + K_{i_\theta} \int e_\theta(t) dt - K_{d_\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\psi} \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} \right] \quad (2.127)$$

$$U_{c_4} = I_{zz} \left[\left(K_{P_\psi} e_\psi(t) + K_{i_\psi} \int e_\psi(t) dt - K_{d_\psi} \frac{d\psi(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} - \dot{\theta} \dot{\phi} \right] \quad (2.128)$$

Donde:

$e_\phi(t)$: es el error del ángulo roll.

$e_\theta(t)$: es el error del ángulo pitch.

$e_\psi(t)$: es el error del ángulo yaw.

$\phi(t)$: es el ángulo roll del cuadricóptero.

$\theta(t)$: es el ángulo pitch del cuadricóptero.

$\psi(t)$: es el ángulo yaw del cuadricóptero.

$K_{P_\phi}, K_{i_\phi}, K_{d_\phi}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

$K_{P_\theta}, K_{i_\theta}, K_{d_\theta}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

$K_{P_\psi}, K_{i_\psi}, K_{d_\psi}$: son constantes positivas que ajustan la ley de control.

Análisis de estabilidad del controlador tipo PID.

Para los controladores PID planteados se realiza el análisis mediante realimentación en lazo cerrado, donde se reemplaza la ley de control en la respectiva ecuación del modelo dinámico. En el primer caso, para el control del ángulo roll, se procede a reemplazar (2.126) en la ecuación de roll (1.30) y operar hasta quedar reducido a la siguiente expresión:

$$\ddot{\phi} = K_{P_\phi} e_\phi(t) + K_{i_\phi} \int e_\phi(t) dt - K_{d_\phi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.129)$$

Debido a que la ecuación resultante es lineal, se pueden aplicar los criterios de estabilidad de sistemas lineales, como es el criterio de Routh-Hurwitz, mediante el cual se puede demostrar que el sistema será estable cuando las constantes K_{P_ϕ} , K_{i_ϕ} y K_{d_ϕ} son definidas positivas.

De la misma manera se puede analizar la estabilidad de los controladores diseñados en (2.127), (2.128), (2.117), (2.124), (2.125) para las variables de control del modelo dinámico del cuadricóptero.

2.5.2.2. Controlador Dinámico por Modos Deslizantes

Controlador de velocidad

- Control de Velocidad en el eje Z:

Para el control SMC de la velocidad en Z, se define una superficie tipo PI, descrita a continuación.

$$s(t) = e_z + \lambda_z \int e_z(t) dt \quad (2.130)$$

Donde $e_z = V_{z,d} - V_z$ y λ_z es una constante de ajuste de la superficie. Seguidamente se deriva la superficie.

$$\dot{s}(t) = \dot{e}_z + \lambda_z e_z \quad (2.131)$$

$$\dot{s}(t) = (\dot{V}_{z,d} - \dot{V}_z) + \lambda_z e_z \quad (2.132)$$

Tomando en cuenta que $\dot{V}_z = \ddot{z}$, se puede reemplazar la ecuación para \ddot{z} de (1.30) en (2.132).

$$\dot{s}(t) = \left(\dot{V}_{z,d} - (\cos \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} + g \right) + \lambda_z e_z \quad (2.133)$$

La ley de control se considera en este caso a la fuerza de empuje vertical $U_1 = U_{c_{c1}} = U_C + U_D$, para encontrar la parte continua del controlador, se considera $U_{c_{c1}} = U_C$ y $\dot{s}(t) = 0$, entonces de (2.133) se obtiene lo siguiente:

$$U_{c_{c1}} = \frac{m}{(\cos \theta \cos \phi)} (\dot{V}_{z,d} + g + \lambda_z e_z) \quad (2.134)$$

Para encontrar la parte discontinua del controlador $U_{c_{c1}}$, a partir del análisis de estabilidad de Lyapunov, se utiliza la candidata de Lyapunov de la ecuación (2.146) que cumple las 2 primeras condiciones.

Para la tercera condición se reemplaza (2.133) en la derivada de la candidata de Lyapunov de (2.147).

$$\dot{V} = s \left[\left(\dot{V}_{z,d} - (\cos \theta \cos \phi) \frac{(U_C + U_D)}{m} + g \right) + \lambda_z e_z \right] \quad (2.135)$$

Reemplazando (2.134) en (2.135) y simplificando se tiene:

$$\dot{V} = s \left(-\frac{(\cos \theta \cos \phi)}{m} U_D \right) \quad (2.136)$$

Debido a que los ángulos θ y ϕ trabajan en un rango de $\pm 10^\circ$, el término $(\cos \theta \cos \phi)/m$ siempre es positivo, entonces se plantea la siguiente ecuación discontinua para cumplir $\dot{V} < 0$.

$$U_D = K_{D_z} \text{sign}(s) \quad (2.137)$$

Donde la constante K_{D_z} se define siempre positiva y absorbe a la expresión $(\cos \theta \cos \phi)/m$, por lo tanto, se puede asegurar la tercera condición de la siguiente manera:

$$\dot{V} = s (-K_{D_z} \text{sign}(s)) < 0 \quad (2.138)$$

La ley de control completa queda de la siguiente forma:

$$U_{c_{c1}} = \frac{m}{(\cos \theta \cos \phi)} (\dot{V}_{z,d} + g + \lambda_z e_z) + K_{D_z} \text{sign}(s) \quad (2.139)$$

Al igual que los controladores SMC de orientación, en este caso se reemplaza la función signo por una función sigmoide para mejorar el efecto del "chattering". Finalmente la ley de control es:

$$U_{c_{c1}} = \frac{m}{(\cos \theta \cos \phi)} (\dot{V}_{z,d} + g + \lambda_z e_z) + K_{D_z} \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.140)$$

- Control de Velocidad en los ejes X e Y:

En el caso del controlador de velocidad en los ejes X e Y, se utiliza las leyes de control propuestas en las ecuaciones (2.122), (2.123), (2.124), (2.125).

Controlador de orientación

En primer lugar se desarrolla el controlador por modos deslizantes (SMC) para el ángulo roll, para este caso se define una superficie tipo PD, dada por:

$$s(t) = \dot{e}_\phi + \lambda_\phi e_\phi \quad (2.141)$$

Donde $e_\phi = \phi_d - \phi$, es el error del ángulo roll, \dot{e}_ϕ es su derivada y λ_ϕ es un parámetro de ajuste de la superficie. A continuación se procede a derivar y desarrollar la ecuación (2.141).

$$\dot{s}(t) = \ddot{e}_\phi + \lambda_\phi \dot{e}_\phi \quad (2.142)$$

$$\dot{s}(t) = (\ddot{\phi}_d - \ddot{\phi}) + \lambda_\phi \dot{e}_\phi \quad (2.143)$$

Reemplazando la ecuación para $\ddot{\phi}$ de (1.30) en (2.143)

$$\dot{s}(t) = \left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{U_2}{I_{xx}} - \dot{\theta} \dot{\psi} \right) + \lambda_\phi \dot{e}_\phi \quad (2.144)$$

En la ecuación (1.50) de la Sección 1.3.4.4, se establece la ley de control de un SMC, considerando para este caso que $U_{c_{c2}} = U_C + U_D$, y que para la parte continua del controlador no se toma en cuenta el término U_D , es decir $U_{c_{c2}} = U_C$, y además se debe cumplir que $\dot{s}(t) = 0$, entonces de (2.144) se puede obtener:

$$U_{c_{c2}} = I_{xx} \left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \dot{\theta} \dot{\psi} + \lambda_\phi \dot{e}_\phi \right) \quad (2.145)$$

Para encontrar la parte discontinua del controlador, $U_{c_{c2}} = U_D$, se debe partir del análisis de estabilidad de Lyapunov, entonces se plantea la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (2.146)$$

La candidata de Lyapunov cumple con las 2 primeras condiciones: $V(s \neq 0) > 0$ y $V(s = 0) = 0$, para la tercera condición se procede a derivar la candidata de Lyapunov.

$$\dot{V} = s \dot{s} \quad (2.147)$$

Reemplazando (2.144) en (2.147) y considerando que $U_{c_{c2}} = U_C + U_D$ se tiene:

$$\dot{V} = s \left[\left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{(U_C + U_D)}{I_{xx}} - \dot{\theta} \dot{\psi} \right) + \lambda_\phi \dot{e}_\phi \right] \quad (2.148)$$

Reemplazando (2.145) en (2.148) y simplificando se tiene:

$$\dot{V} = s \left(-\frac{1}{I_{xx}} U_D \right) \quad (2.149)$$

En la tercera condición se debe cumplir que $\dot{V} < 0$, ya que la expresión $1/I_{xx}$ es siempre positiva se plantea la siguiente ecuación discontinua:

$$U_D = K_{D\phi} \text{sign}(s) \quad (2.150)$$

Donde la constante $K_{D\phi}$ se define siempre positiva y absorbe a la expresión $1/I_{xx}$, por lo tanto se puede asegurar la tercera condición de la siguiente manera:

$$\dot{V} = s \left(-K_{D\phi} \text{sign}(s) \right) < 0 \quad (2.151)$$

Escribiendo la ley de control completa, se obtiene

$$U_{c_{c2}} = I_{xx} \left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\theta}\dot{\psi} + \lambda_\phi \dot{\phi} \right) + K_{D\phi} \text{sign}(s) \quad (2.152)$$

Debido a que la función signo provoca un efecto de “chattering” en la acción de control, explicado en la Sección 1.3.4.4, se procede a cambiar dicha función por una función sigmoide, obteniéndose finalmente el controlador para el ángulo roll.

$$U_{c_{c2}} = I_{xx} \left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\theta}\dot{\psi} + \lambda_\phi \dot{\phi} \right) + K_{D\phi} \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.153)$$

Para los controladores de los ángulos pitch y yaw, el procedimiento de diseño es el mismo que para el controlador del ángulo roll, desde la ecuación (2.141) hasta la ecuación (2.153) teniéndose los siguientes controladores para pitch y yaw respectivamente:

$$U_{c_{c3}} = I_{yy} \left(\ddot{\theta}_{ref} - \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\psi} + \lambda_\theta \dot{\theta} \right) + K_{D\theta} \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.154)$$

$$U_{c_{c4}} = I_{zz} \left(\ddot{\psi}_{ref} - \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\phi}\dot{\theta} - \dot{\phi}\dot{\theta} + \lambda_\psi \dot{\psi} \right) + K_{D\psi} \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.155)$$

2.6. DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ

La interfaz desarrollada permite simular los controladores diseñados anteriormente tanto para la formación heterogénea como para el modelo dinámico de los robots. En la interfaz se tiene ciertos parámetros que se pueden modificar para realizar la simulación entre estos se encuentra: tipo de controlador para la formación, controlador dinámico, tipo de trayectoria, posiciones iniciales de los robots y parámetros de la formación deseada. Entre otras opciones se dispone de la visualización de errores, señales de control y la comparación entre controladores.

La interfaz se desarrolló en Matlab mediante la herramienta gráfica GUIDE, mientras que los controladores se implementaron en la herramienta de programación por bloques SIMULINK. Un esquema general de la interfaz se muestra en la Figura 2.8.

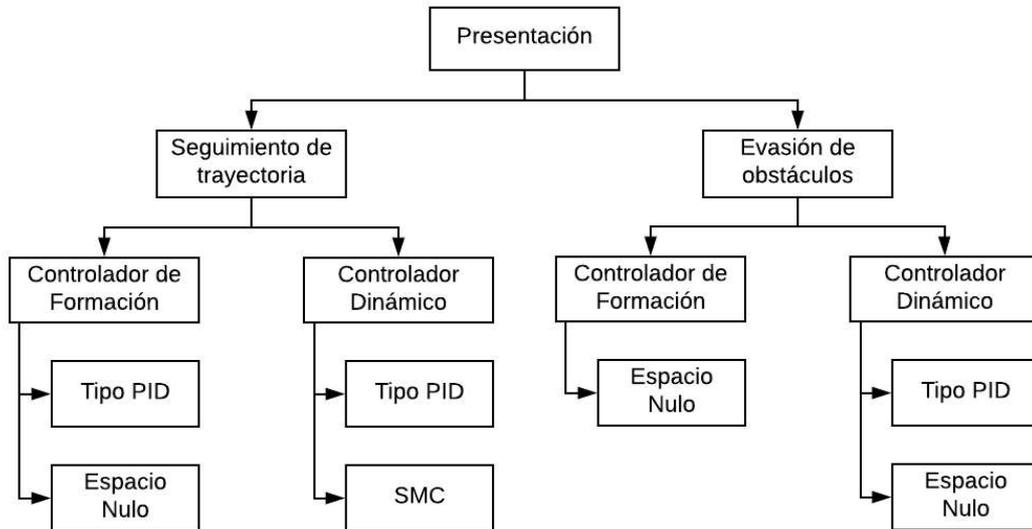


Figura 2.8 Estructura de la interfaz gráfica.

Para hacer uso de la interfaz gráfica se debe realizar el siguiente procedimiento:

- Abrir el software Matlab y en la carpeta actual añadir la carpeta “Tesis_formacion_heterogenea”, la cual contiene todos los archivos para poder correr la interfaz gráfica tal como se muestra en la Figura 2.9.

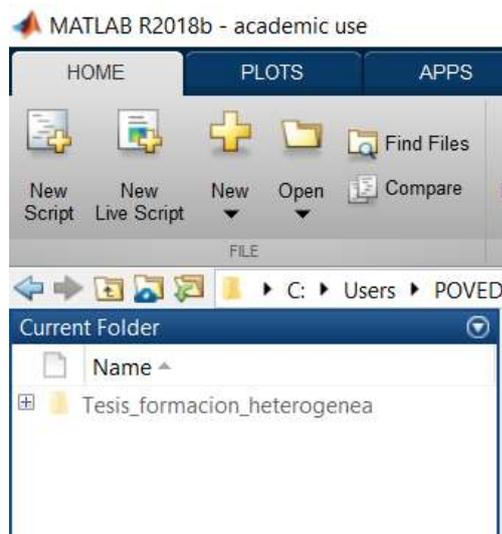


Figura 2.9 Carpeta de la interfaz gráfica.

- Se ingresa a la carpeta anteriormente cargada y en el archivo “HMI_CARATULA.m” se da clic derecho y en el menú de opciones se selecciona Run, como se muestra en la Figura 2.10.

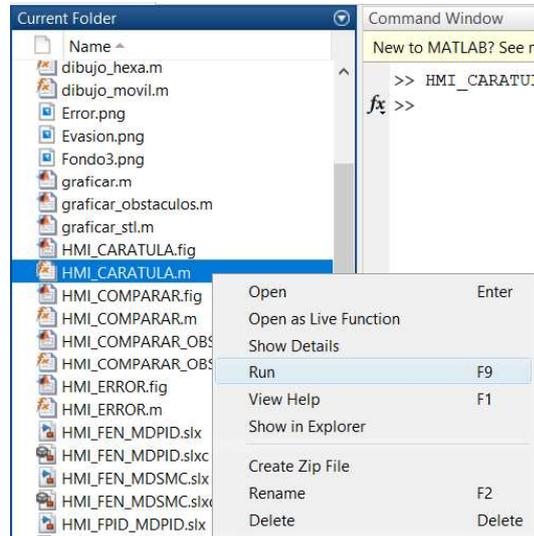


Figura 2.10 Archivo para iniciar la interfaz gráfica.

2.6.1. PANTALLA DE PRESENTACIÓN

En la Figura 2.11, se muestra la pantalla inicial de la interfaz gráfica, se tiene dos botones: “CONTINUAR” para seguir con la simulación y “SALIR” para cerrar la interfaz gráfica.



Figura 2.11 Pantalla inicial de la interfaz gráfica.

2.6.2. PANTALLA DE SELECCIÓN DEL EXPERIMENTO

En la Figura 2.12, se presenta el menú de la interfaz gráfica, en la cual el usuario puede elegir el experimento que desea realizar mediante los botones de “SEGUIMIENTO TRAYECTORIA” o “EVASIÓN OBSTÁCULOS”. De igual manera se tiene botones tanto para regresar a la pantalla inicial “INICIO”, como para cerrar la interfaz gráfica “SALIR”.

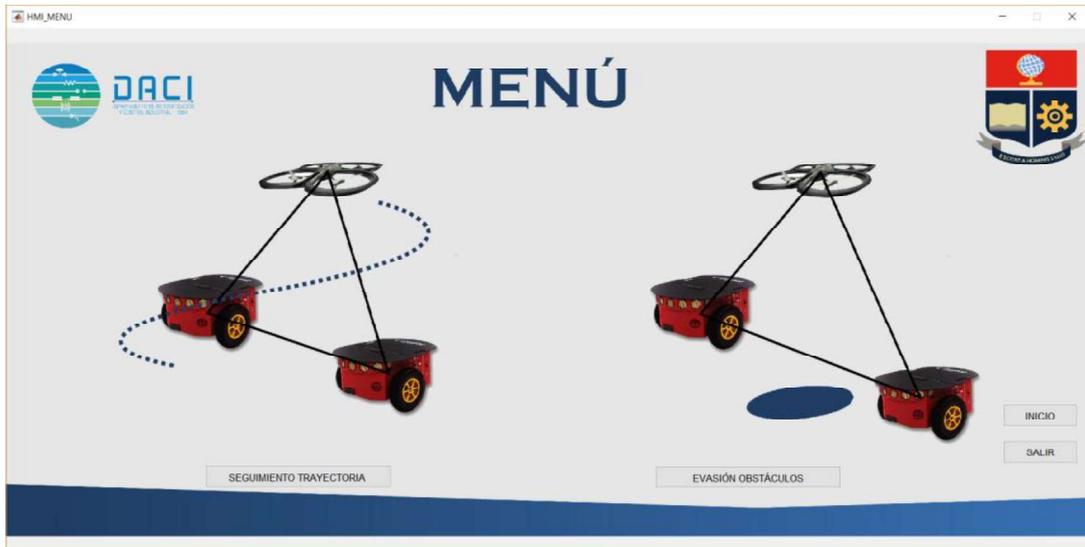


Figura 2.12 Menú de la interfaz gráfica.

2.6.3. PANTALLA DE SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA

En la Figura 2.13 se muestra la pantalla que permite realizar la simulación para seguimiento de trayectoria de la formación heterogénea de robots, teniendo las siguientes secciones numeradas que se explican a continuación:



Figura 2.13 Pantalla de la interfaz gráfica para seguimiento de trayectoria.

1) CONTROLADORES FORMACIÓN: El usuario puede escoger el tipo de controlador de formación que desea simular para el seguimiento de trayectoria. En la Figura 2.14 se muestra los tipos de controladores que puede escoger.



Figura 2.14 Selección de controladores de formación.

2) CONTROLADORES DINÁMICOS: El usuario puede escoger el tipo de controlador dinámico que desea implementar en la simulación para el seguimiento de velocidad. En la Figura 2.15 se muestra los tipos de controladores que puede escoger.



Figura 2.15 Selección de controladores dinámicos.

3) TRAYECTORIAS: Para la formación se puede escoger entre las trayectorias que se definen en la Sección 3.1., las cuales se presentan en la Figura 2.16 para realizar el seguimiento.

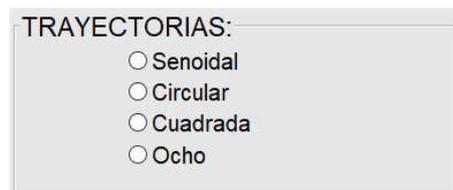


Figura 2.16 Selección de trayectoria para la formación.

4) POSICIONES INICIALES: Tanto las posiciones iniciales como la orientación de cada robot pueden ser modificadas por el usuario, caso contrario se tiene valores por defecto, como se muestra en la Figura 2.17.



Figura 2.17 Posiciones iniciales de los robots.

5) FORMACIÓN DESEADA: Los parámetros que definen la formación, en este caso un triángulo, también pueden ser modificados por el usuario a excepción del parámetro z_c el cual se calcula automáticamente según el cambio de los otros parámetros, inicialmente se tiene valores por defecto, como se muestra en la Figura 2.18.

FORMACIÓN DESEADA:

d_1 : [m]

d_2 : [m]

β : [rad]

z_c : [m]

θ_p : [rad]

Figura 2.18 Parámetros que definen la formación.

El cálculo del parámetro z_c se presenta en las siguientes ecuaciones, tomando en cuenta la Figura 2.19.

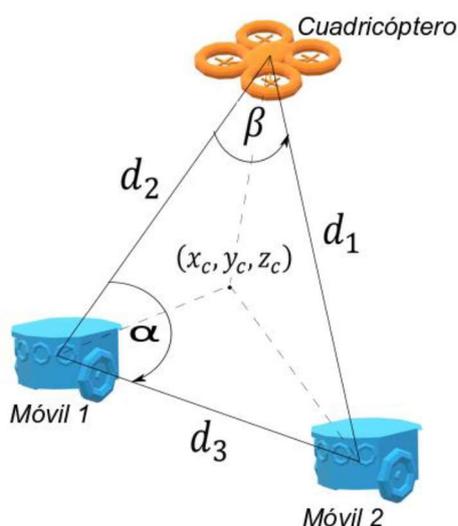


Figura 2.19 Parámetros de la formación.

$$d_3 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos(\beta) \quad (2.156)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{d_2 \sin(\beta)}{d_3} \right) \quad (2.157)$$

$$z_c = \frac{d_1 \sin(\alpha)}{3} \quad (2.158)$$

6) SIMULAR: Este botón permite simular todo el sistema con los parámetros escogidos, mostrando una figura en la parte central de la ventana donde se visualiza el movimiento de los robots según la trayectoria escogida. Como resultado de la simulación se muestra la Figura 2.20.

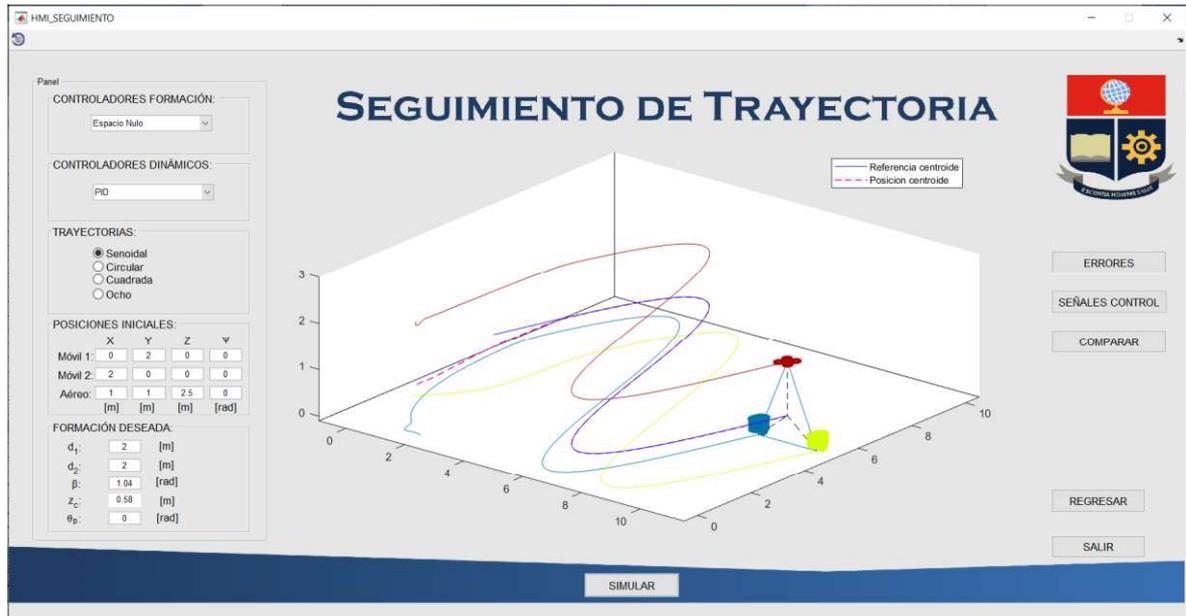


Figura 2.20 Pantalla de la simulación realizada para seguimiento de trayectoria.

7) **ERRORES:** Abre una nueva ventana en donde permite visualizar los errores que se presenta en el controlador de formación, en el seguimiento de velocidad del modelo dinámico y en los ángulos deseados por el cuadricóptero. La Figura 2.21 muestra la pantalla donde se puede visualizar los errores en grupo tanto de formación como del modelo dinámico, en la cual mediante el panel ubicado a la izquierda se puede seleccionar que errores mostrar en la pantalla con sus respectivas leyendas. Mediante el botón “SALIR” se puede regresar a la pantalla de simulación.



Figura 2.21 Pantalla de visualización de errores del seguimiento de trayectoria.

8) SEÑALES CONTROL: Abre una nueva ventana en donde permite visualizar las señales de control de formación y del controlador dinámico. La Figura 2.22 muestra la pantalla donde se puede visualizar las señales de control en grupo tanto de formación que son las velocidades de referencia de cada robot, las señales de control para el modelo dinámico que son las velocidades de entrada de los robots móviles y la fuerza, torques y ángulos deseados para el cuadricóptero, en la cual mediante el panel ubicado a la izquierda se puede seleccionar que señales de control se muestren en la pantalla con sus respectivas leyendas. Mediante el botón “SALIR” se puede regresar a la pantalla de simulación.



Figura 2.22 Pantalla de señales de control del seguimiento de trayectoria.

9) COMPARAR: Abre una nueva ventana en donde permite comparar tanto los controladores de formación como los controladores dinámicos. La Figura 2.23 muestra la pantalla donde se puede visualizar la comparación de los controladores de formación y controladores dinámicos, en la cual mediante el panel ubicado a la izquierda se puede seleccionar que error mostrar en la pantalla con su respectiva leyenda y también se muestra el índice ISE según la aplicación de cada controlador. Mediante el botón “SALIR” se puede regresar a la pantalla de simulación.



Figura 2.23 Pantalla de comparación de controladores del seguimiento de trayectoria.

10) REGRESAR: Retrocede al menú de selección de experimento.

11) SALIR: Cierra la interfaz gráfica.

2.6.4. PANTALLA DE EVASIÓN OBSTÁCULOS

En la Figura 2.24 se muestra la pantalla que permite realizar la simulación para evasión de obstáculos de la formación heterogénea de robots, al igual que en la pantalla de seguimiento de trayectoria se tiene secciones similares que se explicaron anteriormente, por lo que se procede a indicar únicamente las secciones añadidas:

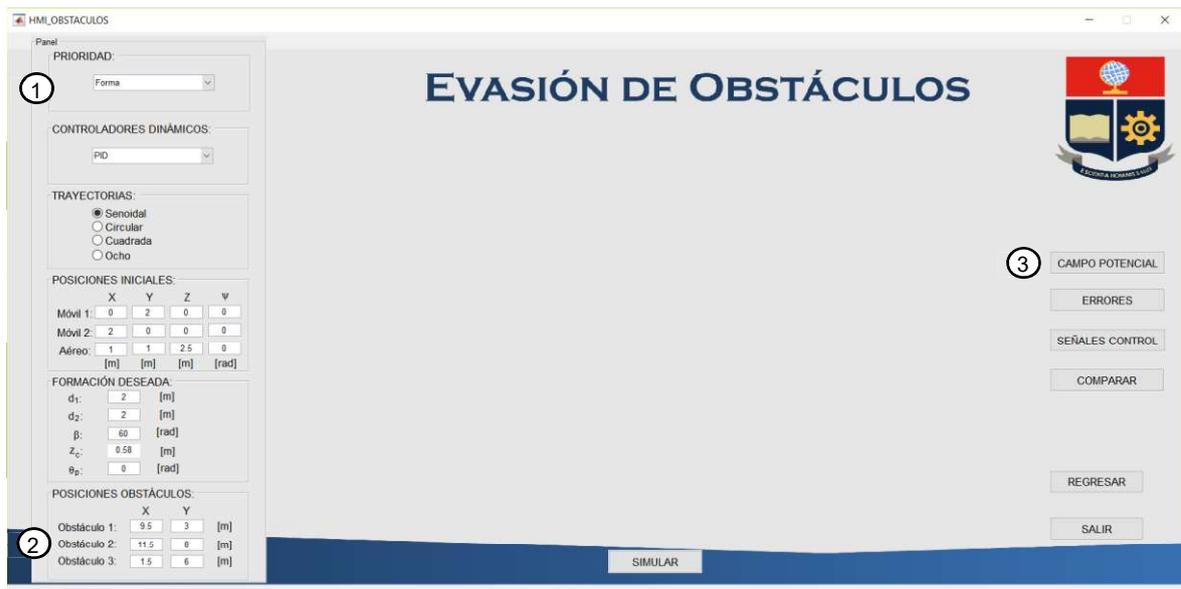


Figura 2.24 Pantalla de la interfaz gráfica para evasión de obstáculos.

1) **PRIORIDAD:** El usuario puede escoger el tipo de controlador de formación que desea simular para el seguimiento de trayectoria. En la Figura 2.25 se muestra los tipos de controladores que puede escoger.

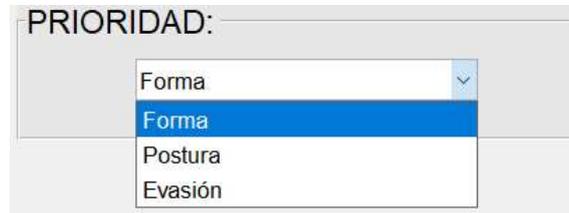


Figura 2.25 Selección de prioridad para el controlador basado en espacio nulo.

2) **POSICIONES OBSTÁCULOS:** Las posiciones de los obstáculos para los robots móviles pueden ser modificadas por el usuario, caso contrario se tiene valores por defecto según la trayectoria escogida como se muestra en la Figura 2.26.

Figura 2.26 Posiciones de los obstáculos.

3) **CAMPO POTENCIAL:** Este botón lo que permite es visualizar el campo potencial generado por los robots según la presencia de los obstáculos, para lo cual se despliega una imagen donde se visualiza el campo respecto a la trayectoria y respecto al tiempo, tal como se muestra en la Figura 2.27.

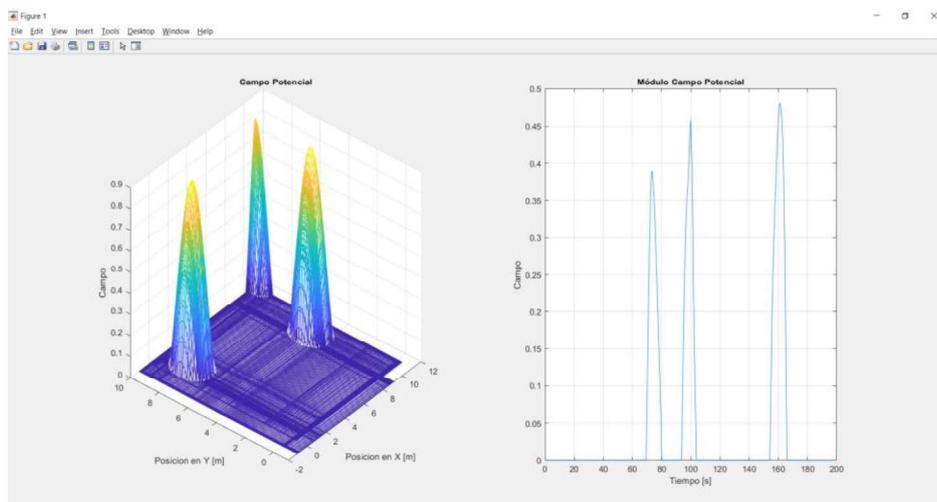


Figura 2.27 Campo potencial de la simulación de evasión de obstáculos.

Una vez presionado el botón de SIMULAR, se muestra una figura en la parte central de la pantalla en la cual se visualiza el movimiento de los robots según la trayectoria escogida evitando los obstáculos ubicados en el ambiente. Como resultado de la simulación se muestra la Figura 2.28.

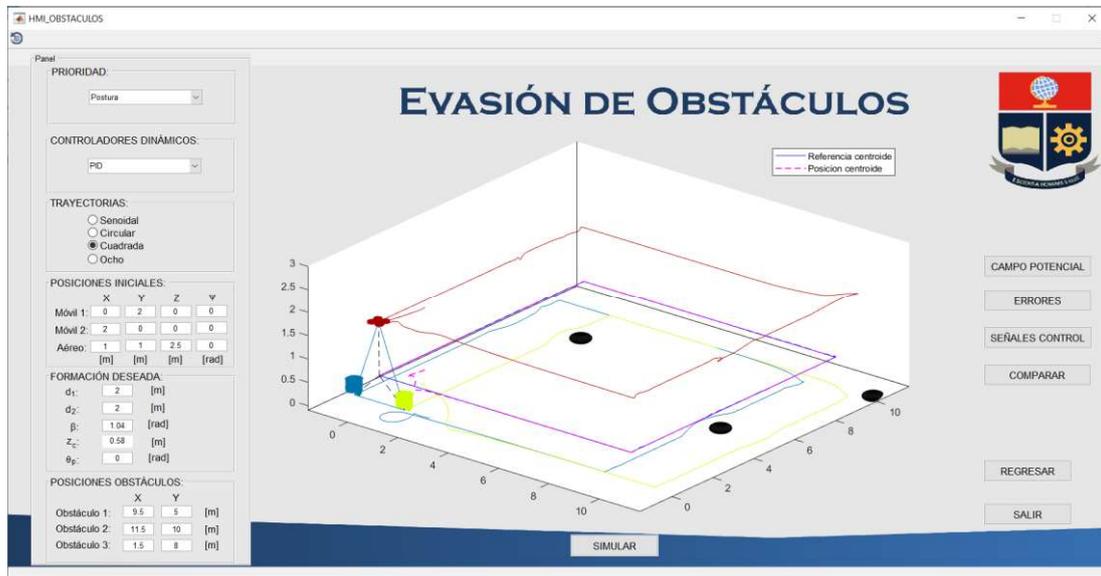


Figura 2.28 Pantalla de la simulación realizada para evasión de obstáculos.

Las pantallas de ERRORES y SEÑALES CONTROL muestran de igual forma que en la Figura 2.21 y Figura 2.22 respectivamente. La pantalla de COMPARACIÓN se tiene cierta modificación ya que el controlador de formación compara simulando con las tres prioridades que son: forma, postura y evasión, para lo cual se muestra la Figura 2.29 con sus respectivas leyendas como ejemplo de la simulación realizada.



Figura 2.29 Pantalla de comparación de controladores para la evasión de obstáculos.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la presente sección se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas al sistema desarrollado, dividido en varias pruebas en las que se aplican los controladores diseñados en el Capítulo 2, como son el control tipo PID y control por espacio nulo para la formación heterogénea; y el control tipo PID y control por modos deslizantes para los modelos dinámicos de los robots móviles y cuadricóptero.

Las pruebas a realizarse son las siguientes:

- Prueba 1: Funcionamiento de los modelos dinámicos de los robots móviles y cuadricóptero en lazo abierto.
- Prueba 2: Seguimiento de trayectoria por parte de la formación aplicando un controlador tipo PID y un controlador basado en espacio nulo, sin considerar modelo dinámico.
- Prueba 3: Seguimiento de trayectoria por parte de la formación aplicando un controlador tipo PID y un controlador basado en espacio nulo, con lazo interno de control dinámico tipo PID.
- Prueba 4: Seguimiento de trayectoria y evasión de obstáculos por parte de la formación aplicando controladores basados en espacio nulo con diferente prioridad, con lazo interno de control dinámico tipo PID.
- Prueba 5: Controladores tipo PID y SMC para el lazo interno de control dinámico de los robots móviles y el cuadricóptero, con controlador basado en espacio nulo para seguimiento de trayectoria de la formación.

3.1. TRAYECTORIAS

Para comprobar el funcionamiento de los controladores aplicados a la formación heterogénea, se definen las siguientes trayectorias: Circular, Senoidal, Cuadrada y Curva Lemniscata, las cuales se pueden visualizar en la Figura 3.1.

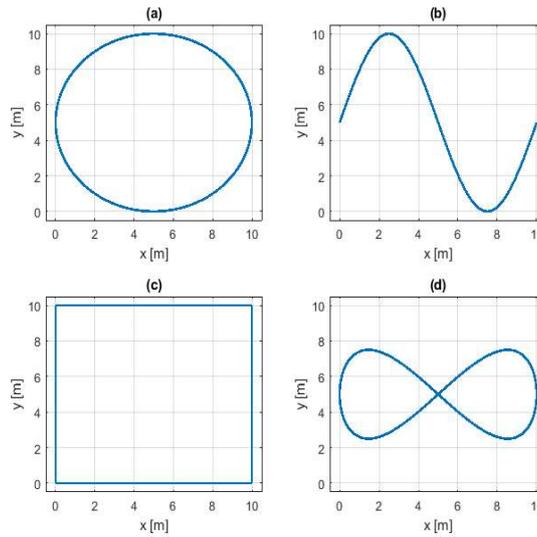


Figura 3.1 Trayectorias: (a) Circular, (b) Senoidal, (c) Cuadrada, (d) Curva Lemniscata.

Las ecuaciones que definen a las trayectorias son las siguientes:

Trayectoria Circular:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cos\left(\frac{2\pi}{200}t\right) + 5 \\ 5 \sin\left(\frac{2\pi}{200}t\right) + 5 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Trayectoria Senoidal:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.05t \\ 5 \sin\left(\frac{2\pi}{200}t\right) + 5 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Trayectoria Cuadrada:

$$x(t) = \begin{cases} 0.2t & 0 < t \leq 50 \\ 10 & 50 < t \leq 100 \\ -0.2t & 100 < t \leq 150 \\ 0 & 150 < t \leq 200 \end{cases} ; \quad y(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t \leq 50 \\ 0.2t & 50 < t \leq 100 \\ 10 & 100 < t \leq 150 \\ -0.2t & 150 < t \leq 200 \end{cases} \quad (3.3)$$

Trayectoria Curva Lemniscata:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cos\left(\frac{2\pi}{200}t\right) + 5 \\ 2.5 \sin\left(\frac{4\pi}{200}t\right) + 5 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.2. PRUEBA 1: FUNCIONAMIENTO DE LOS MODELOS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES Y CUADRICÓPTERO EN LAZO ABIERTO.

El objetivo de esta prueba es el de verificar el funcionamiento de los modelos dinámicos de los robots móviles y el cuadricóptero en lazo abierto, en el que los valores de las señales de entrada son modificados para observar el comportamiento de los robots.

En el caso del robot móvil, se ingresan velocidades lineal y angular y se observa el movimiento del robot cuyas salidas son las posiciones en el plano XY, para el cuadricóptero en cambio se ingresan la fuerza de empuje y los torques en roll, pitch y yaw, verificando los giros y movimientos del robot, siendo las salidas las posiciones en el plano XYZ y los ángulos de giro del cuadricóptero.

Como primera simulación se aplica al robot móvil una velocidad lineal de $u = 0.5 \left[\frac{m}{s} \right]$ al tiempo de $t = 5 [s]$ y una velocidad angular de $\omega = 0.3 \left[\frac{rad}{s} \right]$ al tiempo de $t = 10 [s]$.

En la Figura 3.2 se muestra la trayectoria que realiza el robot móvil respecto a las entradas de velocidad lineal y angular definidas.

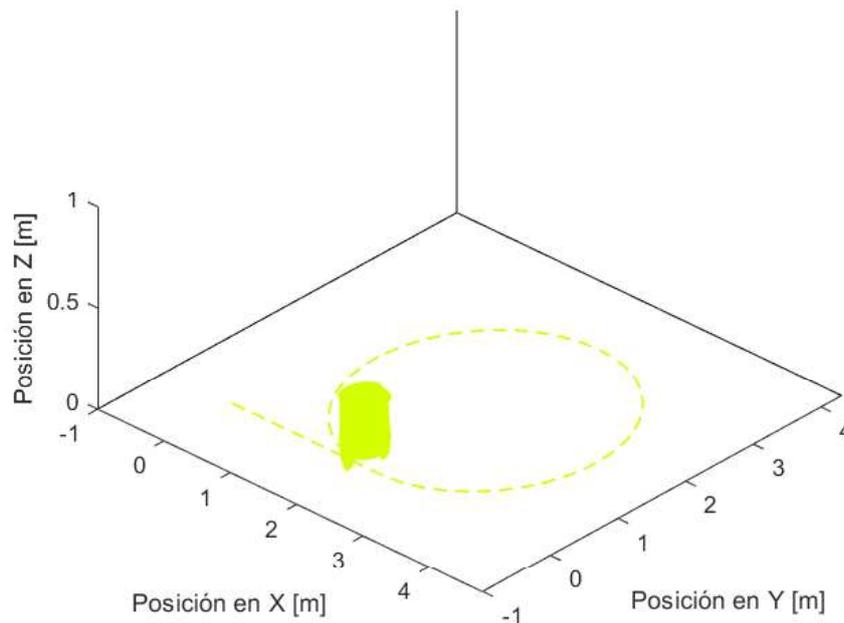


Figura 3.2 Trayectoria del robot móvil.

En la Figura 3.3 se puede apreciar las curvas que describen las posiciones del robot móvil respecto al tiempo, en donde inicialmente el robot móvil tiene velocidad lineal y angular en cero por lo que la posición en X y Y se mantiene, a partir de $t = 5 [s]$ se aplica únicamente

velocidad lineal consiguiendo que su posición cambie respecto al eje x, finalmente en $t = 10 [s]$ se adiciona velocidad angular permitiendo realizar en su trayectoria un círculo lo cual se visualiza que en sus posiciones en X y Y que se presenta el coseno y el seno respectivamente.

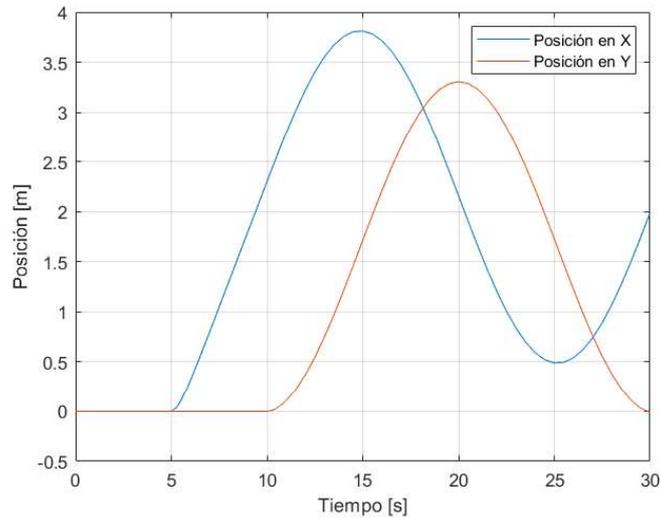


Figura 3.3 Posiciones del robot móvil.

Para el cuadricóptero se aplica una fuerza de empuje de $U_1 = 4.2084 [N]$ a partir del tiempo $t = 0 [s]$, y torques en roll de $U_2 = 0.00005 [Nm]$ al tiempo de $t = 11 [s]$, en pitch $U_3 = 0.00002 [Nm]$ al tiempo de $t = 9 [s]$, y yaw $U_4 = 0.0001 [Nm]$ al tiempo de $t = 5 [s]$.

En la Figura 3.4 se muestra la trayectoria que realiza el cuadricóptero respecto a las entradas de fuerza y torque.

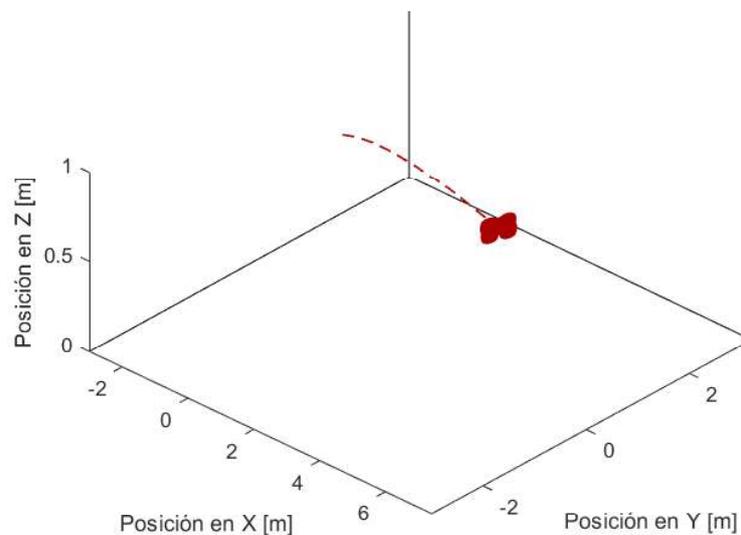


Figura 3.4 Trayectoria del cuadricóptero.

En la Figura 3.5 y Figura 3.6 se puede apreciar las curvas que describen las posiciones y los ángulos del cuadricóptero respectivamente, en donde se visualiza que inicialmente al aplicar una fuerza de 4.2084 [N] permite mantener al cuadricóptero en su altura inicial, al tiempo $t = 5$ [s] se aplica torque en yaw permitiendo girar en su propio eje y manteniendo su altura, a partir de $t = 9$ [s] se aplica torque en pitch y en $t = 11$ [s] torque en roll por lo que el cuadricóptero cambia su posición en el plano XY y a su vez afectando a su posición en el eje Z descendiendo cierta altura.

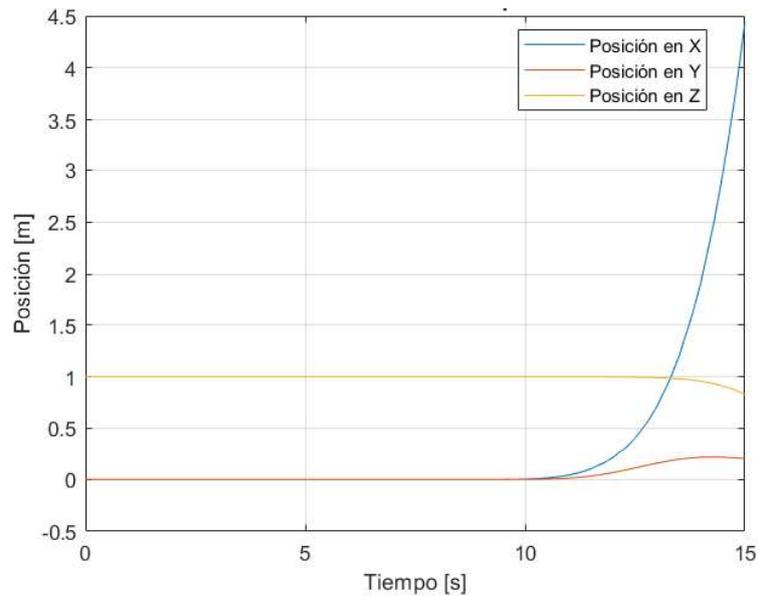


Figura 3.5 Posiciones del cuadricóptero.

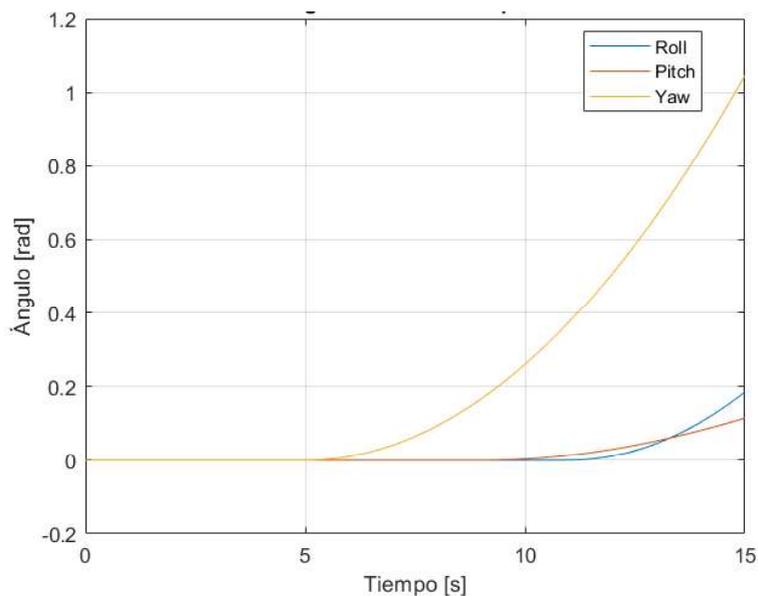


Figura 3.6 Ángulos del cuadricóptero.

Mediante este experimento se evidencia el correcto funcionamiento del modelo dinámico tanto del robot móvil como del cuadricóptero, visualizando como cambian sus estados respecto a las entradas del modelo ya sean estas velocidades, fuerzas o torques según corresponda.

3.3. PRUEBA 2: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO UN CONTROLADOR TIPO PID Y UN CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO, SIN CONSIDERAR MODELO DINÁMICO.

En esta prueba, se considera únicamente los modelos cinemáticos de los robots, a la que se le aplican los controladores tipo PID y basado en espacio nulo (CBN) para seguimiento de la trayectoria Curva Lemniscata descrita en la ecuación (3.4) con un tiempo de simulación de 100 [s].

En la Tabla 3.1 se pueden observar las posiciones y orientación iniciales de cada robot.

Tabla 3.1 Posiciones iniciales de los robots.

Robot	x_o [m]	y_o [m]	z_o [m]	ψ_o [rad]
Cuadricóptero	1	4	2.5	0
Móvil 1	0	5	0	0
Móvil 2	2	3	0	0

Las condiciones iniciales y deseadas de las variables de forma y postura se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Condiciones iniciales y deseadas de la formación.

Variable	Parámetro	Valor inicial	Valor deseado
Forma	d_1 [m]	2.49	2
	d_2 [m]	2.44	2
	β [rad]	1.25	$\pi/3$
Postura	x_c [m]	1.03	$x(t)$
	y_c [m]	1	$y(t)$
	z_c [m]	0.67	0.58
	θ_p [rad]	-2.3318	0

En la ecuación (3.5) se presenta los valores de las constantes para el controlador tipo PID y en las ecuaciones (3.6) y (3.7) las constantes para el controlador basado en espacio nulo (CBN).

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$K_p = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

En la Figura 3.7 se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria Lemniscata por parte de la formación en la que se aplican los controladores tipo PID y basado en espacio nulo.

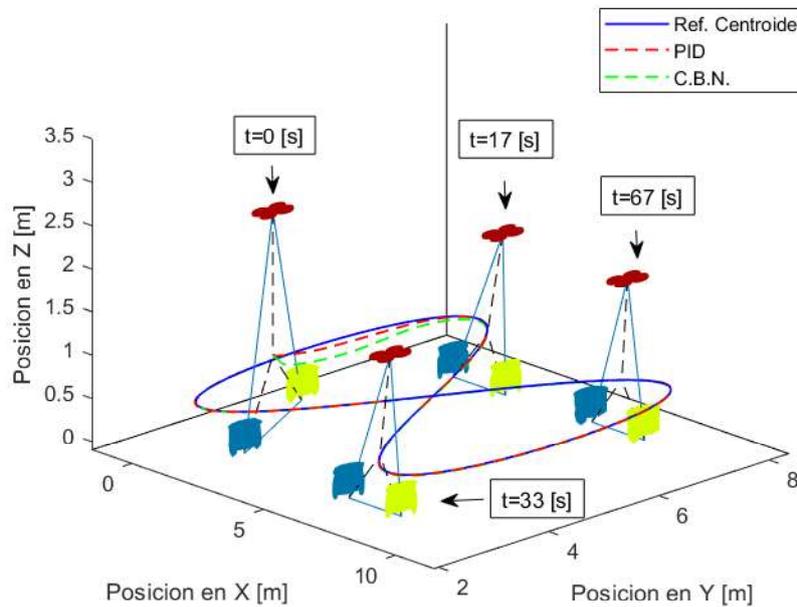


Figura 3.7 Trayectorias de la formación de robots para controlador tipo PID y CBN.

Como se puede apreciar, el centroide de la formación alcanza la referencia de la trayectoria. Las señales de control y las salidas del sistema se pueden visualizar en el Anexo B.

En la Figura 3.8 se puede apreciar los errores de la distancia 1 de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

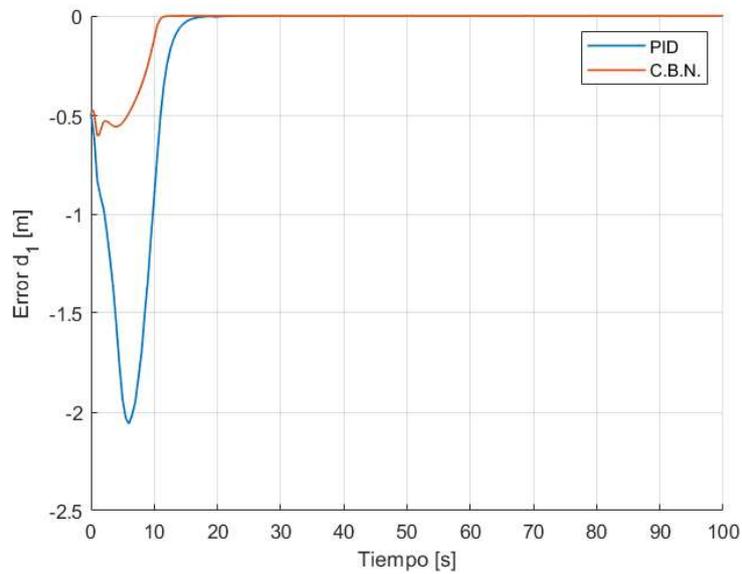


Figura 3.8 Error de distancia 1 de la formación.

En la Figura 3.9 se puede apreciar los errores de la distancia 2 de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

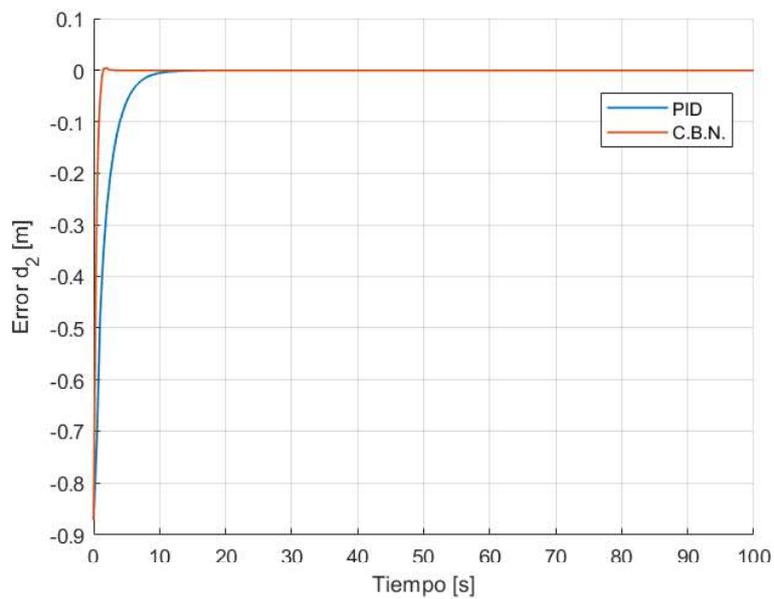


Figura 3.9 Error de distancia 2 de la formación.

En la Figura 3.10 se puede apreciar los errores del ángulo beta de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

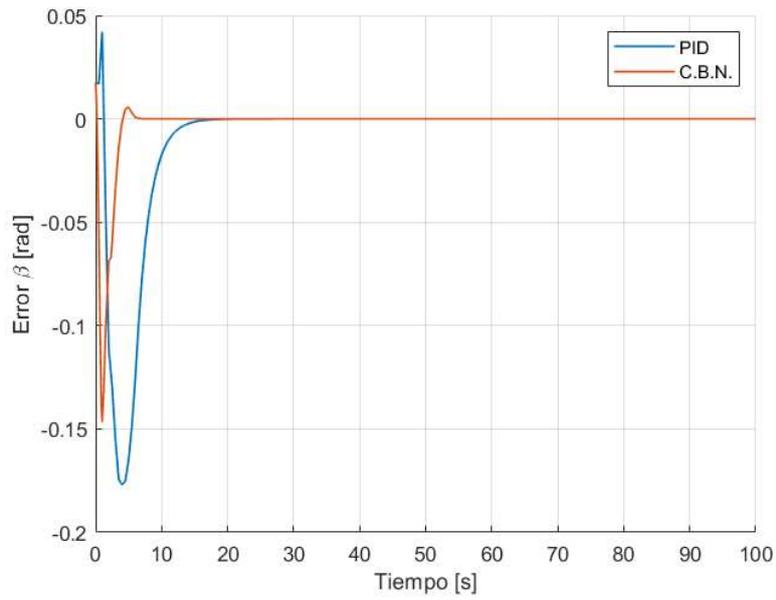


Figura 3.10 Error del ángulo beta de la formación.

En la Figura 3.11 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje x de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

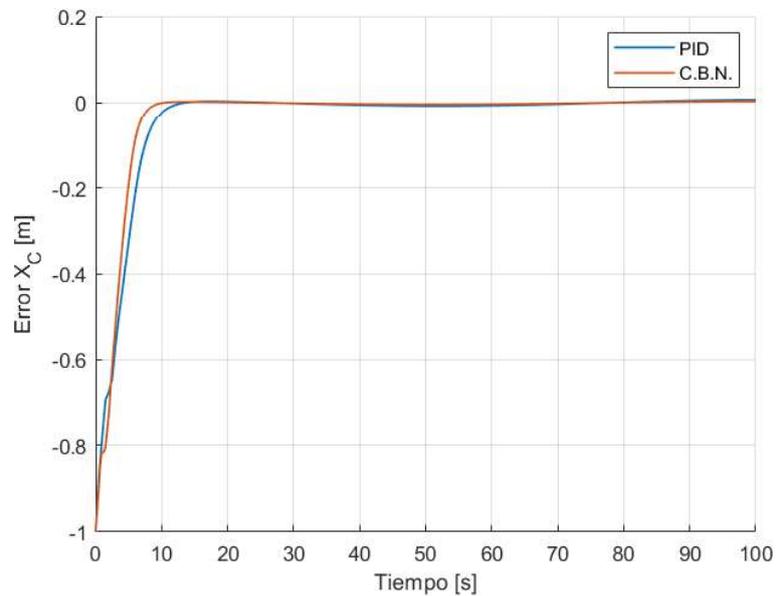


Figura 3.11 Error de la posición en X del centroide de la formación.

En la Figura 3.12 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje y de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

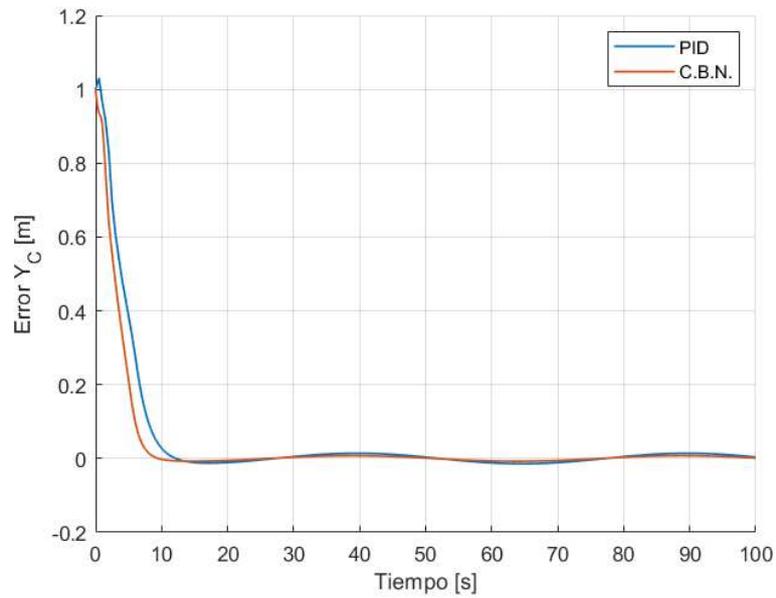


Figura 3.12 Error de la posición en Y del centroide de la formación.

En la Figura 3.13 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje z de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

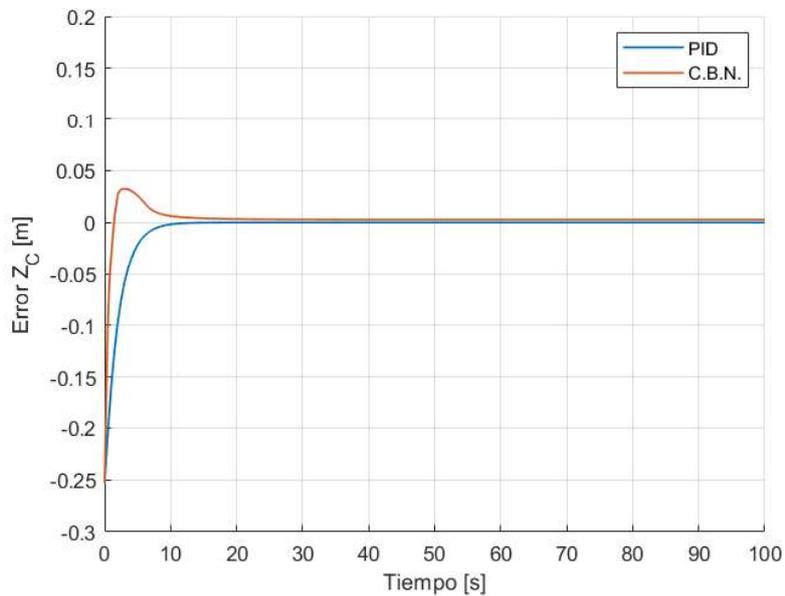


Figura 3.13 Error de la posición en Z del centroide de la formación.

En la Figura 3.14 se puede apreciar los errores de la posición del ángulo de orientación theta de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

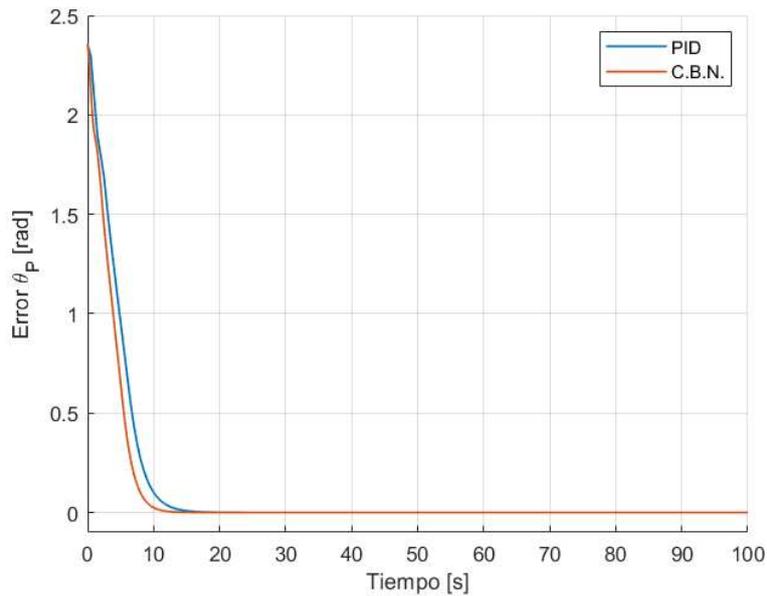


Figura 3.14 Error del ángulo theta de la formación.

En la Tabla 3.3 se muestran los valores del índice de desempeño ISE para cada una de las variables de forma y postura de la formación.

Tabla 3.3 Valores del índice ISE de cada variable de la formación.

Variable	Controlador tipo PID	Controlador basado en espacio nulo
d_1 [m]	2.19	0.8
d_2 [m]	0.68	0.16
β [rad]	0.11	0.02
x_c [m]	2.23	2.1
y_c [m]	3.06	2.08
z_c [m]	0.06	0.07
θ_p [rad]	15.9	12.14

En la Tabla 3.4 se muestran los valores generales del índice ISE para los controladores tipo PID y basado en espacio nulo.

Tabla 3.4 Valores generales del índice ISE.

Controlador	ISE
Tipo PID	24.23
CBN	17.39

Donde se evidencia que el controlador basado en espacio nulo tiene un mejor rendimiento para el seguimiento de trayectoria sin considerar el modelo dinámico, ya que presenta un valor de índice ISE menor que el del controlador tipo PID.

3.4. PRUEBA 3: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO UN CONTROLADOR TIPO PID Y UN CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO, CON LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO TIPO PID.

En esta prueba aplican los controladores tipo PID y basado en espacio nulo a la formación heterogénea, y se consideran los modelos dinámicos de los robots para los cuales se aplica un controlador dinámico tipo PID, la trayectoria utilizada para esta prueba es la trayectoria senoidal descrita en la ecuación (3.2).

Tabla 3.5 Posiciones iniciales de los robots.

Robot	x_o [m]	y_o [m]	z_o [m]	ψ_o [rad]
Cuadricóptero	1	5	2.5	0
Móvil 1	0	4	0	0
Móvil 2	2	5	0	0

En la Tabla 3.5 se pueden observar las posiciones y orientación iniciales de cada robot. Las condiciones iniciales y deseadas de las variables de forma y postura se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Condiciones iniciales y deseadas de la formación.

Variable	Parámetro	Valor inicial	Valor deseado
Forma	d_1 [m]	2.49	2
	d_2 [m]	2.44	2
	β [rad]	1.25	$\pi/3$
Postura	x_c [m]	1.03	$x(t)$
	y_c [m]	1	$y(t)$
	z_c [m]	0.67	0.58
	θ_p [rad]	-2.3318	0

En la ecuación (3.8) se presenta los valores de las constantes para el controlador tipo PID y en las ecuaciones (3.9) y (3.10) las constantes para el controlador basado en espacio nulo (CBN).

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$K_p = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

En las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) y (3.14) se muestran los valores de las constantes para el controlador dinámico tipo PID para los robots móviles.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$k_{m1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$k_{m2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En la Tabla 3.7 se puede apreciar los valores de las constantes del controlador de modelo dinámico tipo PID para el cuadricóptero.

Tabla 3.7 Constantes del controlador dinámico tipo PID del cuadricóptero.

Robot	Variable	Constante	Valor
Cuadricóptero	Roll (ϕ)	$k_{p\phi}$	120
		$k_{d\phi}$	15.5
	Pitch (θ)	$k_{p\theta}$	120
		$k_{d\theta}$	15.5
	Yaw (ψ)	$k_{d\psi}$	30
		$k_{a\psi}$	5
	Velocidad en x (V_x)	k_{p_x}	0.15
		k_{d_x}	0.02
	Velocidad en y (V_y)	k_{p_y}	0.15
		k_{d_y}	0.02
	Velocidad en z (V_z)	k_{p_z}	2
		k_{d_z}	0.5

En la Figura 3.15 se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria Senoidal por parte de la formación en la que se aplican los controladores tipo PID y basado en espacio nulo, con controlador dinámico tipo PID.

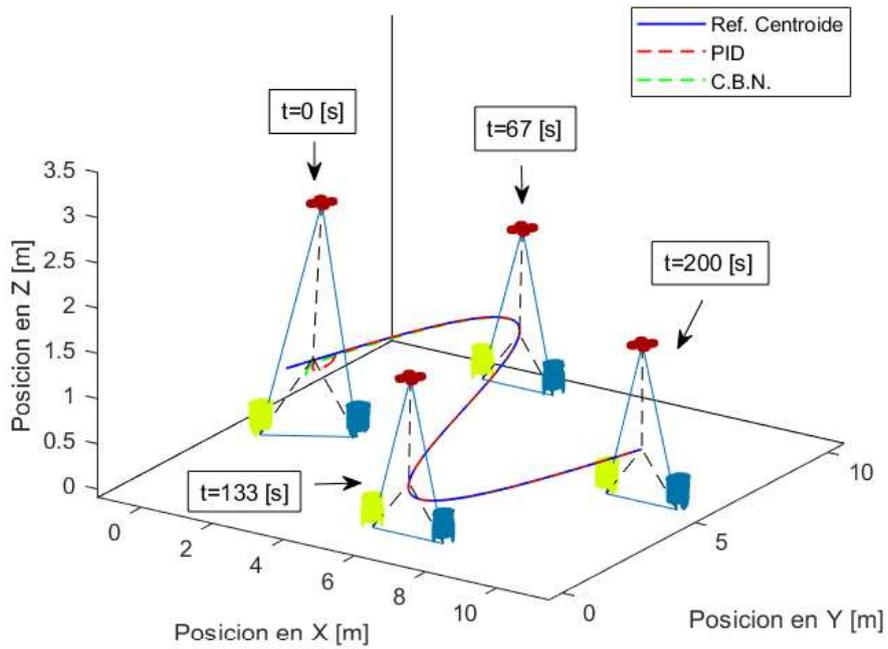


Figura 3.15 Trayectorias de la formación de robots para controlador tipo PID y CBN con modelo dinámico.

Como se puede apreciar, el centroide de la formación alcanza la referencia de la trayectoria. Las señales de control y las salidas del sistema se pueden visualizar en el Anexo C.

En la Figura 3.16 se puede apreciar los errores de la distancia 1 de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

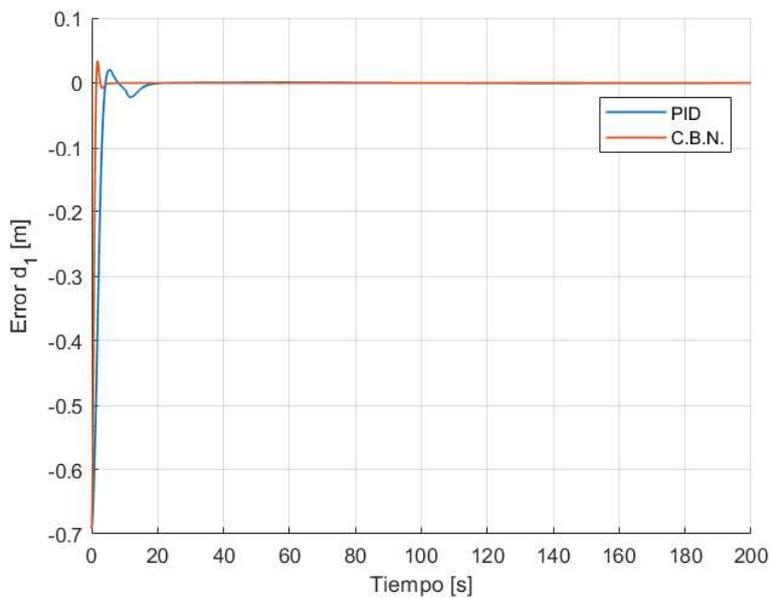


Figura 3.16 Error de distancia 1 de la formación.

En la Figura 3.17 se puede apreciar los errores de la distancia 2 de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

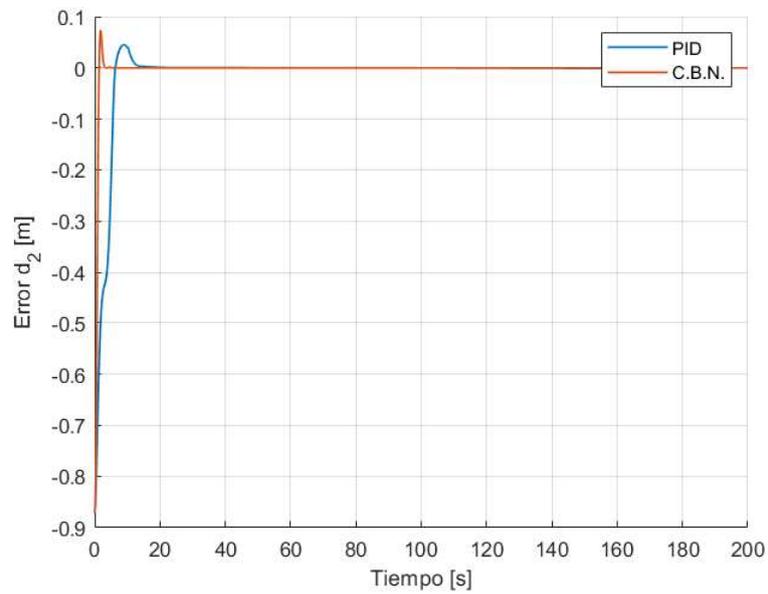


Figura 3.17 Error de distancia 2 de la formación.

En la Figura 3.18 se puede apreciar los errores del ángulo beta de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

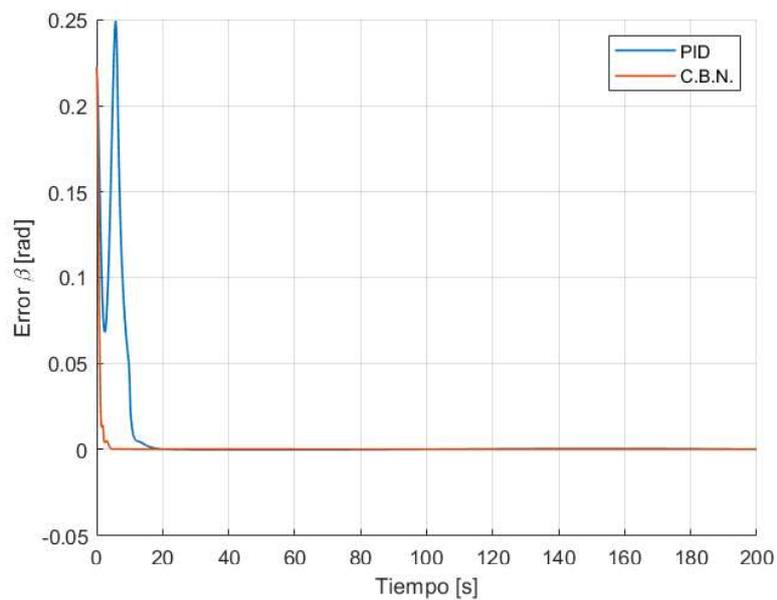


Figura 3.18 Error del ángulo beta de la formación.

En la Figura 3.19 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje x de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

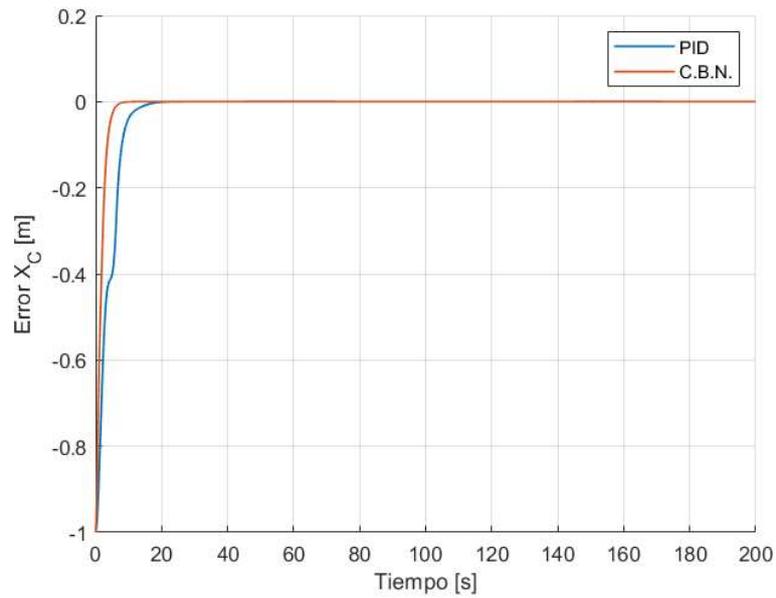


Figura 3.19 Error de la posición en X del centroide de la formación.

En la Figura 3.20 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje y de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

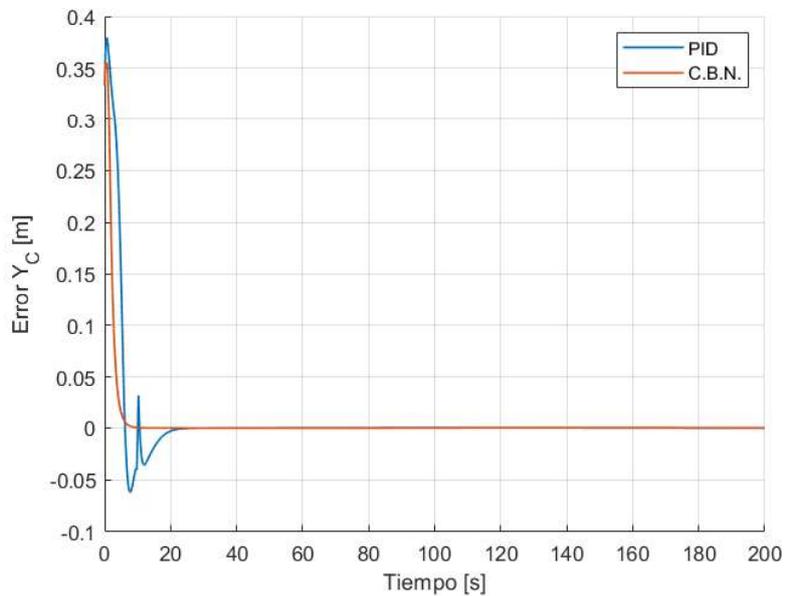


Figura 3.20 Error de la posición en Y del centroide de la formación.

En la Figura 3.21 se puede apreciar los errores de la posición del centroide en el eje z de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

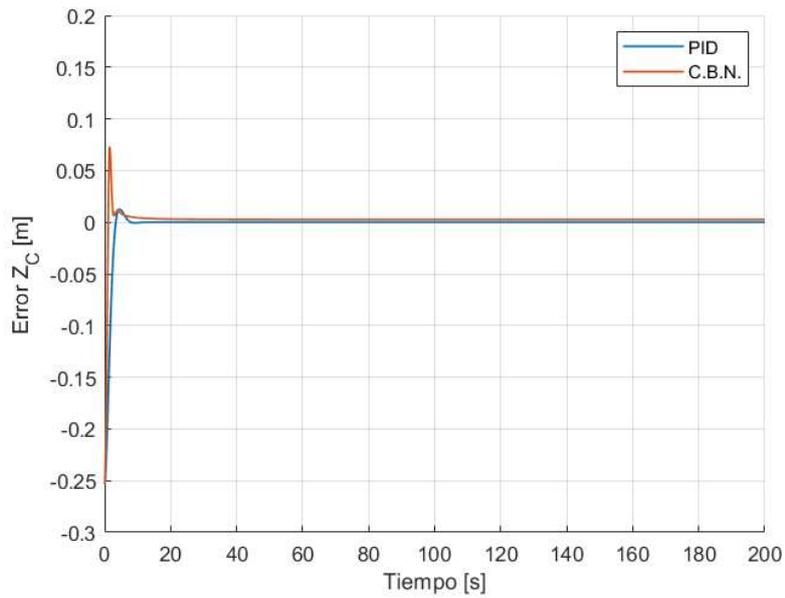


Figura 3.21 Error de la posición en Z del centroide de la formación.

En la Figura 3.22 se puede apreciar los errores de la posición del ángulo de orientación theta de la formación con los controladores tipo PID y CBN.

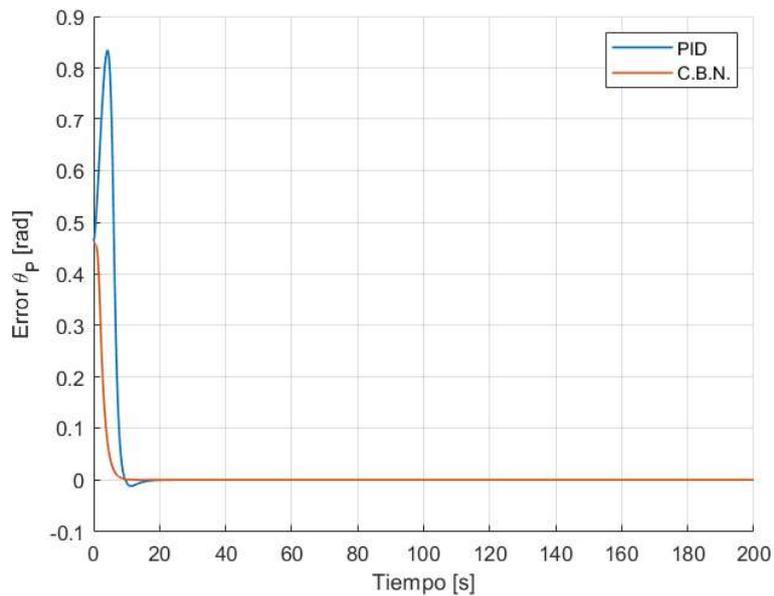


Figura 3.22 Error del ángulo theta de la formación.

En la Tabla 3.8 se muestran los valores del índice de desempeño ISE para cada una de las variables de forma y postura de la formación.

Tabla 3.8 Valores del índice ISE de cada variable de la formación.

Variable	Controlador tipo PID de formación	Controlador basado en espacio nulo
d_1 [m]	0.67	0.28
d_2 [m]	1.44	0.5
β [rad]	0.21	0.03
x_c [m]	2.41	1.06
y_c [m]	0.5	0.19
z_c [m]	0.07	0.03
θ_p [rad]	3.06	0.33

En la Tabla 3.9 se muestran los valores generales del índice ISE para los controladores tipo PID y basado en espacio nulo.

Tabla 3.9 Valores generales del índice ISE.

Controlador	ISE
Tipo PID	8.36
CBN	2.42

Donde se evidencia que el controlador basado en espacio nulo tiene un mejor rendimiento para el seguimiento de trayectoria considerando el modelo dinámico, ya que presenta un valor de índice ISE menor que el del controlador tipo PID.

3.5. PRUEBA 4: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA Y EVASIÓN DE OBSTÁCULOS POR PARTE DE LA FORMACIÓN APLICANDO CONTROLADORES BASADOS EN ESPACIO NULO CON DIFERENTE PRIORIDAD, CON LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO TIPO PID.

En la prueba 4 se aplican los controladores basados en espacio nulo con prioridad en forma, prioridad en postura y prioridad en evasión de obstáculos al modelo cinemático de la formación. Para los modelos dinámicos de los robots se aplica un controlador dinámico tipo PID. La trayectoria utilizada para esta prueba es la trayectoria cuadrada descrita en la ecuación (3.3).

En la Tabla 3.10 se pueden observar las posiciones y orientación iniciales de cada robot.

Tabla 3.10 Posiciones iniciales de los robots.

Robot	x_o [m]	y_o [m]	z_o [m]	ψ_o [rad]
Cuadrícóptero	1	1	3.5	0
Móvil 1	0	2	0	0
Móvil 2	2	0	0	0

Las condiciones iniciales y deseadas de las variables de forma y postura se muestran en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11 Condiciones iniciales y deseadas de la formación.

Variable	Parámetro	Valor inicial	Valor deseado
Forma	d_1 [m]	2.49	2
	d_2 [m]	2.44	2
	β [rad]	1.25	$\pi/3$
Postura	x_c [m]	1.03	x(t)
	y_c [m]	1	y(t)
	z_c [m]	0.67	0.58
	θ_p [rad]	-2.3318	0

En la Tabla 3.12 se indican las posiciones de los obstáculos considerados.

Tabla 3.12 Posiciones de los obstáculos.

Obstáculo	x_{obs} [m]	y_{obs} [m]
Obstáculo 1	9.5	5
Obstáculo 2	11.5	10
Obstáculo 3	1.5	8

En la Tabla 3.13 se puede apreciar los valores de las constantes de los controladores basados en espacio nulo (CBN) con diferente prioridad.

Tabla 3.13 Constantes de los CBN para diferente prioridad.

Parámetro	Constante	Prioridad forma	Prioridad postura	Prioridad evasión
d_1 [m]	k_f	4.75	4.75	1.65
d_2 [m]		4.75	4.75	1.65
β [rad]		4.75	4.75	1.65
x_c [m]	k_p	1.5	1.5	1.25
y_c [m]		1.5	1.5	1.25
z_c [m]		1.5	1.5	1.25
θ_p [rad]		1.5	1.5	1.25
F. Potencial	k_ϕ	1.5	1.5	0.3

En la Figura 3.23, se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria y evasión de obstáculos en la trayectoria cuadrada por parte de la formación a la que se aplica un controlador basado en espacio nulo con prioridad en forma.

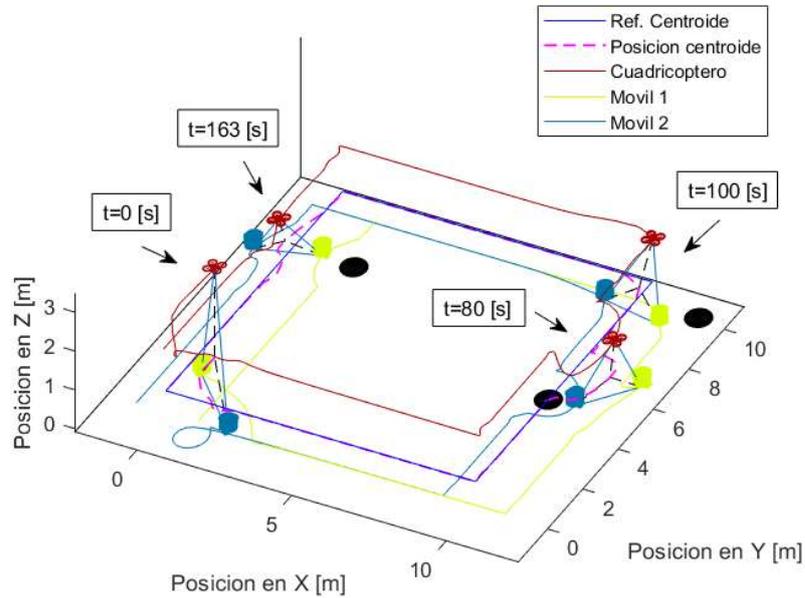


Figura 3.23 Trayectoria de la formación de robots con controlador CBN prioridad en forma para evasión de obstáculos.

Los errores de forma y postura tienden a cero en ausencia de obstáculos, y en los tiempos $t = 80 [s]$, $t = 100 [s]$ y $t = 163 [s]$ los errores de postura empiezan a crecer debido a la presencia de obstáculos, como se indica en la Figura 3.25, pero los errores de forma permanecen en cero con pequeñas variaciones, como se indica en la Figura 3.24.

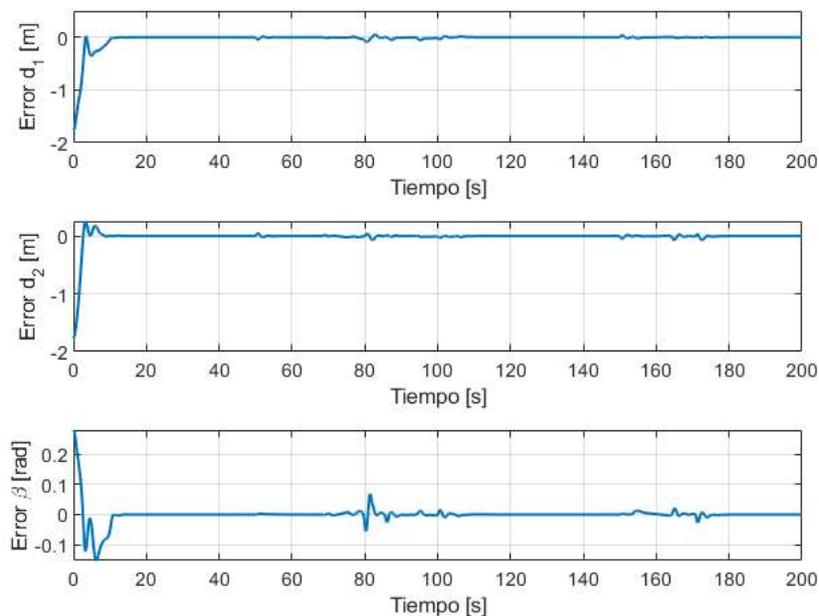


Figura 3.24 Errores de forma de la evasión de obstáculos con prioridad en forma.

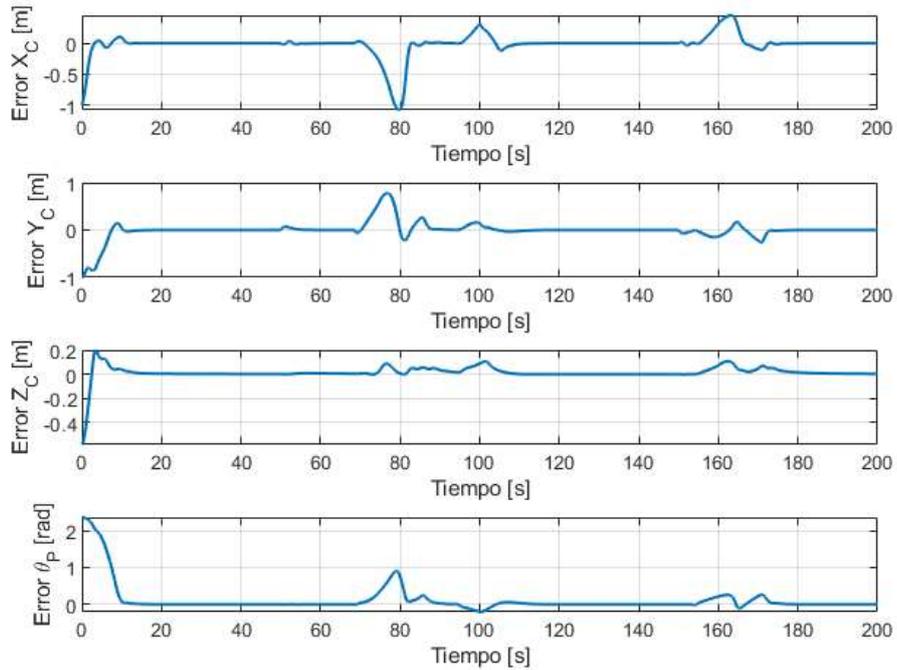


Figura 3.25 Errores de postura de la evasión de obstáculos con prioridad en forma.

Para verificar si los robots cumplen con la evasión de los obstáculos que se encuentran únicamente a la altura de los móviles se presentan la Figura 3.26, la cual muestra la trayectoria de cada robot móvil en el plano X Y respecto al tiempo, lo cual permite visualizar si el centro de los robots pasa o se encuentran muy cerca a los obstáculos.

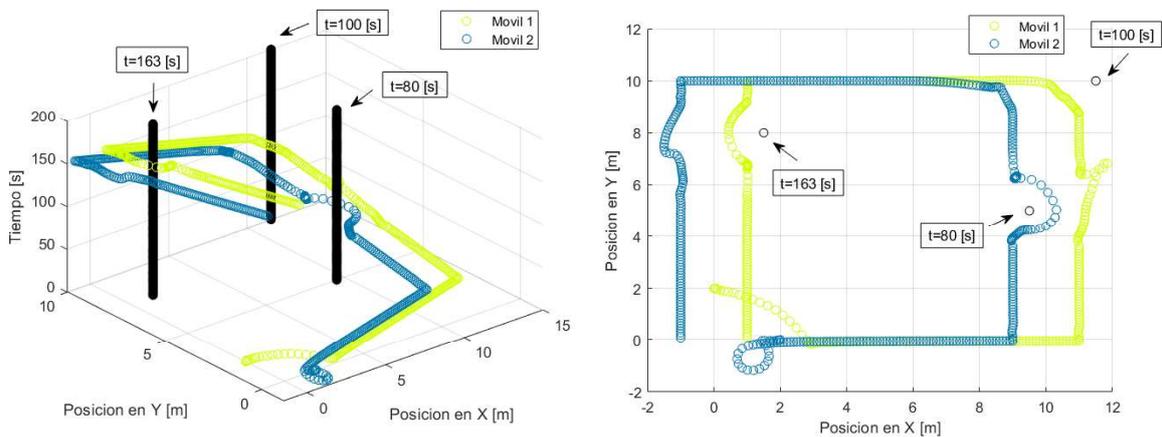


Figura 3.26 Trayectorias paramétricas de CBN con prioridad en forma.

En la Figura 3.27, se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria y evasión de obstáculos en la trayectoria cuadrada por parte de la formación a la que se aplica un controlador basado en espacio nulo con prioridad en postura.

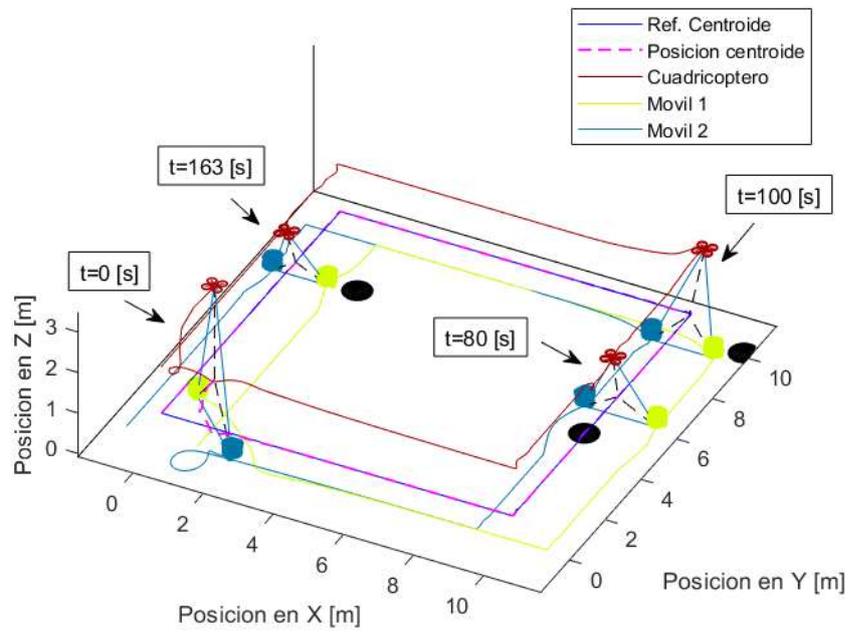


Figura 3.27 Trayectoria de la formación de robots con controlador CBN prioridad en postura para evasión de obstáculos.

Los errores de forma y postura tienden a cero en ausencia de obstáculos, y en los tiempos $t = 80 [s]$, $t = 100 [s]$ y $t = 163[s]$ los errores de forma empiezan a crecer debido a la presencia de obstáculos, como se indica en la Figura 3.28, pero los errores de postura permanecen en cero con pequeñas variaciones, como se indica en la Figura 3.29.

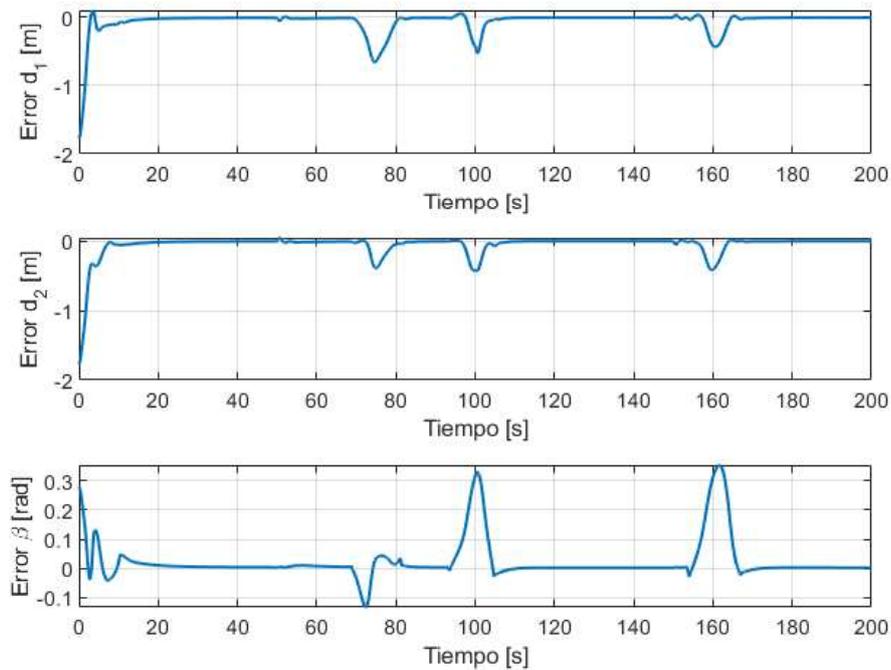


Figura 3.28 Errores de forma de la evasión de obstáculos con prioridad en postura.

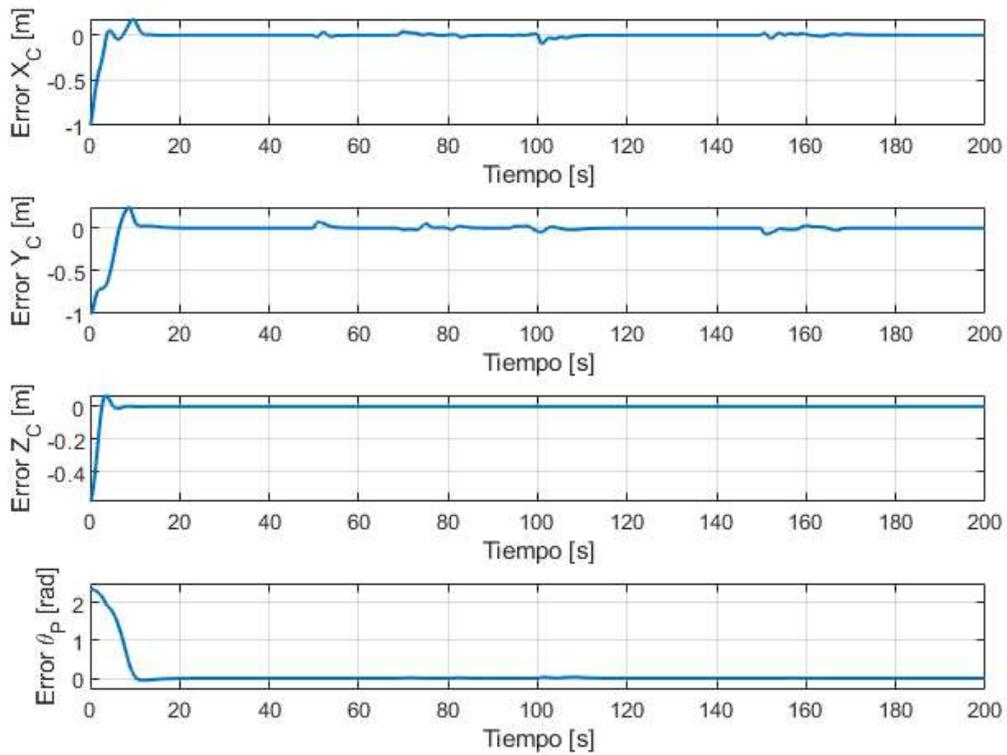


Figura 3.29 Errores de postura de la evasión de obstáculos con prioridad en postura.

Para verificar si los robots cumplen con la evasión de los obstáculos que se encuentran únicamente a la altura de los móviles se presentan la Figura 3.30, la cual muestra la trayectoria de cada robot móvil en el plano X Y respecto al tiempo, lo cual permite visualizar si el centro de los robots pasa o se encuentran muy cerca a los obstáculos.

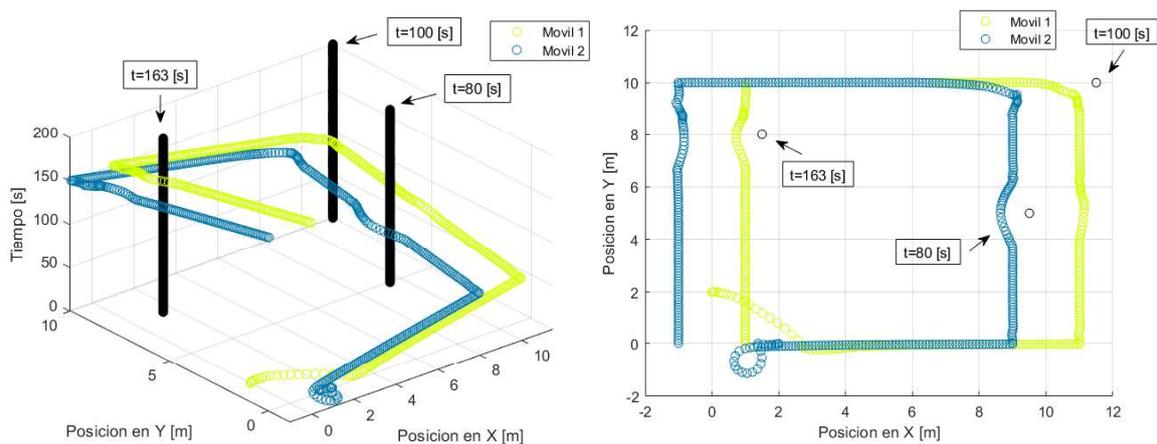


Figura 3.30 Trayectorias paramétricas de CBN con prioridad en postura.

En la Figura 3.31, se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria y evasión de obstáculos en la trayectoria cuadrada por parte de la formación a la que se aplica un controlador basado en espacio nulo con prioridad en evasión.

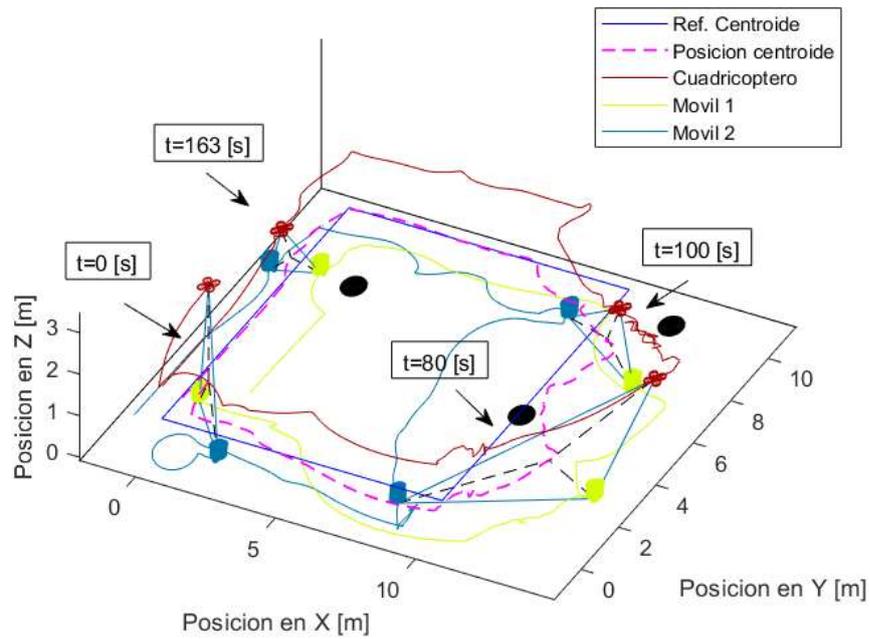


Figura 3.31 Trayectoria de la formación de robots con controlador CBN prioridad en evasión para evasión de obstáculos.

Como se observa, la formación no alcanza correctamente la referencia de forma y postura para seguimiento de la trayectoria cuadrada, por lo que los errores de forma y postura son bastante considerables, como se indica en la Figura 3.32 y Figura 3.33.

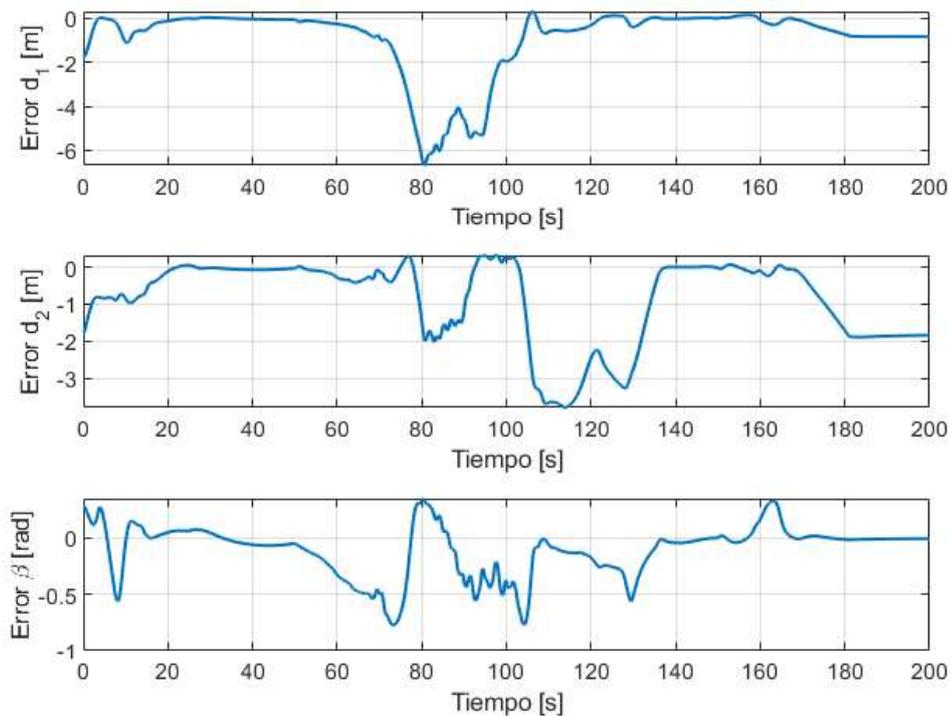


Figura 3.32 Errores de forma de la evasión de obstáculos con prioridad en evasión.

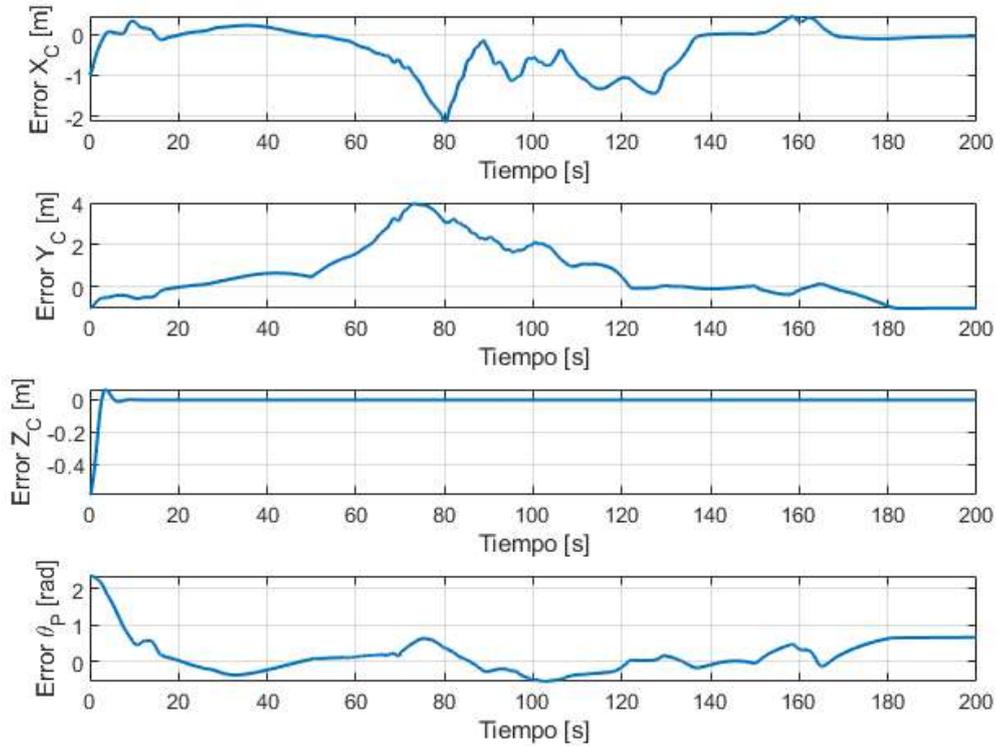


Figura 3.33 Errores de la evasión de obstáculos con prioridad en evasión.

Para verificar si los robots cumplen con la evasión de los obstáculos que se encuentran únicamente a la altura de los móviles se presentan la Figura 3.34, la cual muestra la trayectoria de cada robot móvil en el plano X Y respecto al tiempo, lo cual permite visualizar si el centro de los robots pasa o se encuentran muy cerca a los obstáculos.

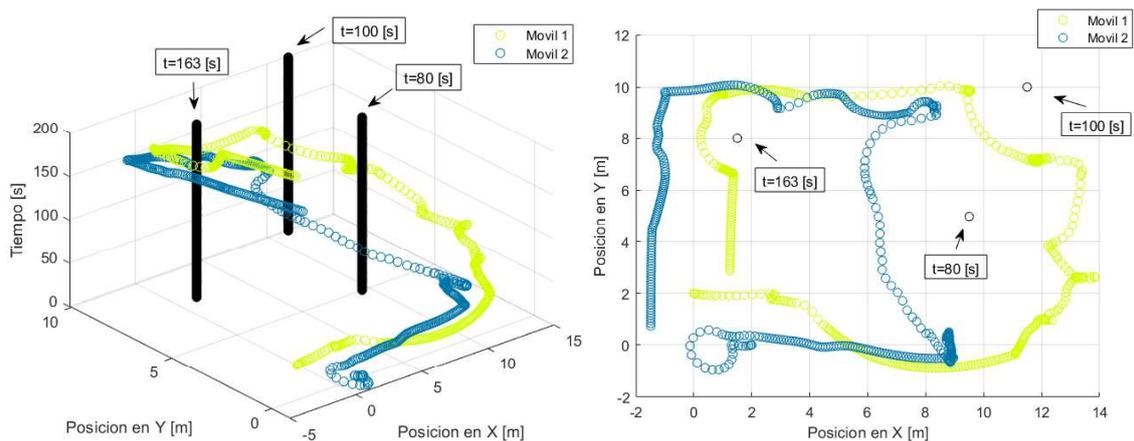


Figura 3.34 Trayectorias paramétricas de CBN con prioridad en evasión.

Las señales de control y las salidas del sistema se pueden visualizar en el Anexo D.

En la Figura 3.35, Figura 3.36 y Figura 3.37, se muestran los campos potenciales del CBN con prioridad en forma, CBN con prioridad en postura y CBN con prioridad en evasión,

donde se evidencia que efectivamente el campo potencial en el CBN con prioridad en evasión es muy pequeño y no detecta todos los obstáculos.

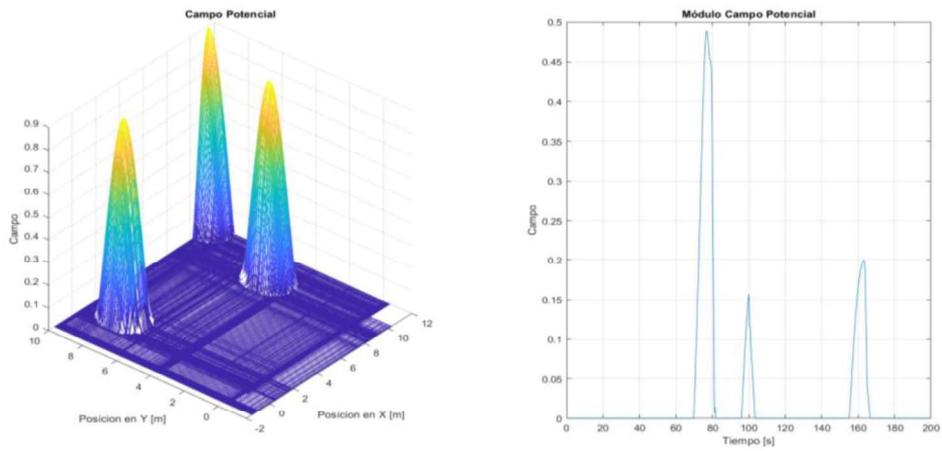


Figura 3.35 Campo potencial con controlador CBN prioridad en forma.

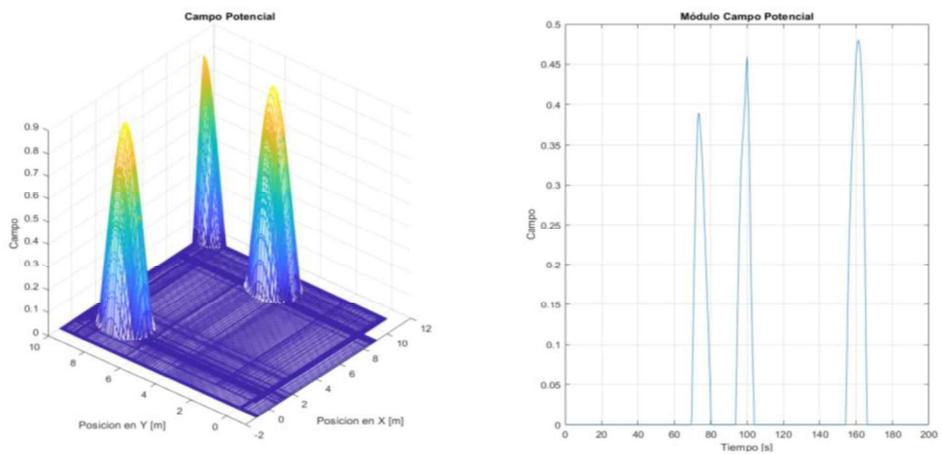


Figura 3.36 Campo potencial con controlador CBN prioridad en postura.

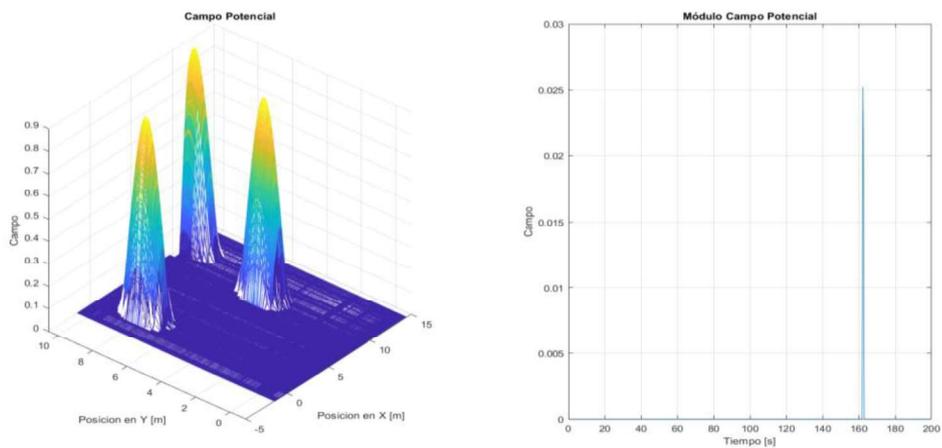


Figura 3.37 Campo potencial con controlador CBN prioridad en evasión.

En la Tabla 3.14 se muestran los valores del índice ISE de cada una de las variables de forma y postura obtenidos de los controladores CBN con diferente prioridad.

Tabla 3.14 Valores del índice ISE de cada variable de la formación.

Variable	Prioridad forma	Prioridad postura	Prioridad evasión
d_1 [m]	4.86	6.79	621.65
d_2 [m]	3.98	6.22	397.62
β [rad]	0.17	1.15	12.62
x_c [m]	6.76	1.21	82.46
y_c [m]	6.72	2.95	397.84
z_c [m]	0.66	0.39	0.40
θ_p [rad]	33.01	28.28	51.50

En la Tabla 3.15 se muestran los valores generales del índice ISE para los controladores CBN con diferente prioridad.

Tabla 3.15 Valores generales del índice ISE.

Controlador	ISE
Prioridad forma	56.16
Prioridad postura	46.99
Prioridad evasión	1564.09

Se evidencia que el controlador basado en espacio nulo con prioridad en postura es el que tiene el mejor funcionamiento tanto para seguimiento de trayectoria como para evasión de obstáculos. Esto se puede evidenciar que el índice ISE para prioridad en postura es menor que a los controladores con prioridad en forma o en evasión.

3.6. PRUEBA 5: CONTROLADORES TIPO PID Y SMC PARA EL LAZO INTERNO DE CONTROL DINÁMICO DE LOS ROBOTS MÓVILES Y EL CUADRICÓPTERO, CON CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE LA FORMACIÓN.

En esta prueba, se considera un controlador basado en espacio nulo con las tareas de forma y postura para el control de la formación, y para el modelo dinámico de cada robot se aplica un controlador tipo PID y un controlador SMC, la trayectoria utilizada es la trayectoria circular que se define en la ecuación (3.1).

En la Tabla 3.16 se pueden observar las posiciones y orientación iniciales de cada robot.

Tabla 3.16 Posiciones iniciales de los robots.

Robot	x_o [m]	y_o [m]	z_o [m]	ψ_o [rad]
Cuadrícóptero	2	0	2.5	0
Móvil 1	1	2	0	0
Móvil 2	0	1	0	0

Las condiciones iniciales y deseadas de las variables de forma y postura se muestran en la Tabla 3.17.

Tabla 3.17 Condiciones iniciales y deseadas de la formación.

Variable	Parámetro	Valor inicial	Valor deseado
Forma	d_1 [m]	2.49	2
	d_2 [m]	2.44	2
	β [rad]	1.25	$\pi/3$
Postura	x_c [m]	1.03	$x(t)$
	y_c [m]	1	$y(t)$
	z_c [m]	0.67	0.58
	θ_p [rad]	-2.3318	0

En las ecuaciones (3.15) y (3.16) las constantes para el controlador basado en espacio nulo (CBN).

$$k_f = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$k_p = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

En las ecuaciones (3.17), (3.18), (3.19) y (3.20) se muestran los valores de las constantes para el controlador dinámico tipo PID para los robots móviles.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$k_{m1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$k_{m2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

En la Tabla 3.18 se puede apreciar los valores de las constantes del controlador de modelo dinámico tipo PID para el cuadrícóptero.

Tabla 3.18 Constantes del controlador dinámico tipo PID del cuadricóptero.

Robot	Variable	Constante	Valor
Cuadricóptero	Roll (ϕ)	$k_{p\phi}$	120
		$k_{d\phi}$	15.5
	Pitch (θ)	$k_{p\theta}$	120
		$k_{d\theta}$	15.5
	Yaw (ψ)	$k_{d\psi}$	30
		$k_{d\psi}$	5
	Velocidad en x (V_x)	k_{p_x}	0.15
		k_{d_x}	0.02
	Velocidad en y (V_y)	k_{p_y}	0.15
		k_{d_y}	0.02
	Velocidad en z (V_z)	k_{p_z}	2
		k_{d_z}	0.5

En las ecuaciones (3.21), (3.22), (3.23), (3.24) se muestran los valores de las constantes para el controlador dinámico por modos deslizantes (SMC) de los robots móviles.

$$\lambda_{m_1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$K_{D_{m_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\lambda_{m_2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$K_{D_{m_2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

En la Tabla 3.19 se puede apreciar los valores de las constantes del controlador dinámico por modos deslizantes (SMC) del cuadricóptero.

Tabla 3.19 Constantes del controlador dinámico SMC del cuadricóptero.

Robot	Variable	Constante	Valor
Cuadricóptero	Roll (ϕ)	λ_ϕ	2.8
		$K_{D\phi}$	0.3
	Pitch (θ)	λ_θ	1.3
		$K_{D\theta}$	0.2
	Yaw (ψ)	λ_ψ	0.5
		$K_{D\psi}$	0.01
	Velocidad en z (V_z)	λ_z	4
		K_{D_z}	0.1

En la Figura 3.38 se muestra la respuesta del sistema para el seguimiento de la trayectoria circular por parte de la formación en la que se aplica el controlador basado en espacio nulo, y los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

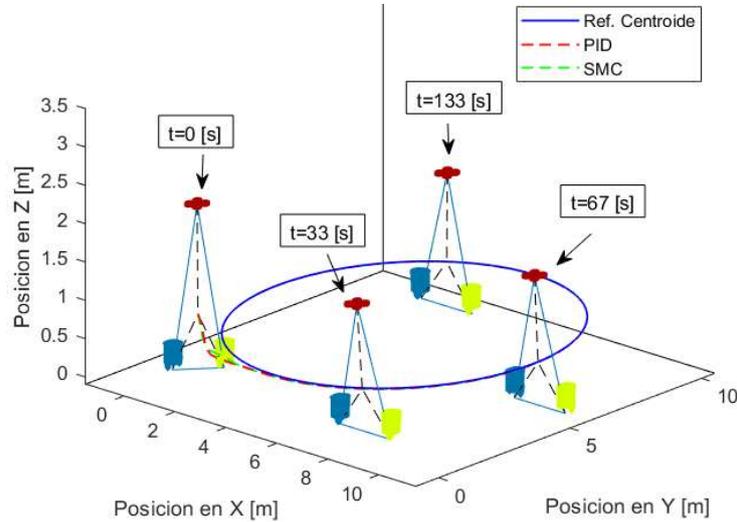


Figura 3.38 Respuesta del sistema con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

Como se puede apreciar, el centroide de la formación alcanza la referencia de la trayectoria, debido a que el objetivo de los controladores de modelo dinámico es el seguimiento de las velocidades que provienen del controlador de formación, se presentan los errores de las velocidades de cada uno de los robots. Las señales de control y las salidas del sistema se pueden visualizar en el Anexo E.

En la Figura 3.39 se puede apreciar los errores de la velocidad en el eje x del cuadricóptero con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

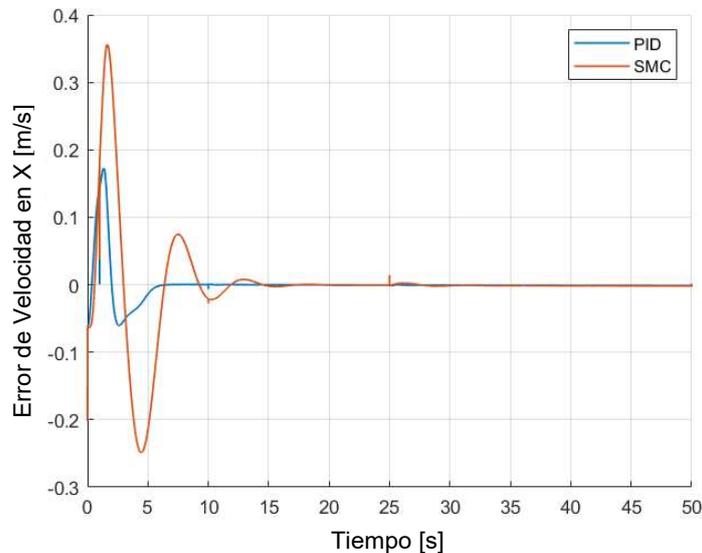


Figura 3.39 Error de la velocidad en X del cuadricóptero.

En la Figura 3.40 se puede apreciar los errores de la velocidad en el eje y del cuadricóptero con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

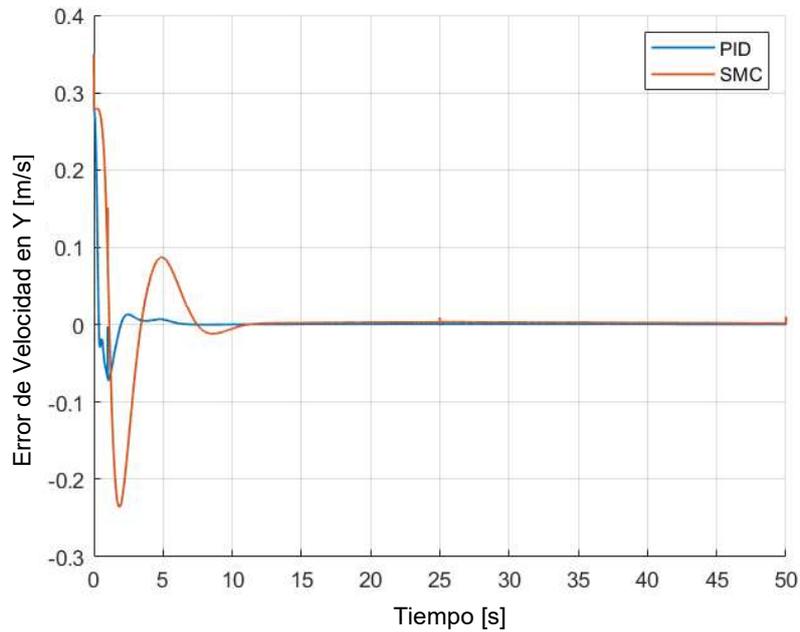


Figura 3.40 Error de la velocidad en Y del cuadricóptero.

En la Figura 3.41 se puede apreciar los errores de la velocidad en el eje z del cuadricóptero con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

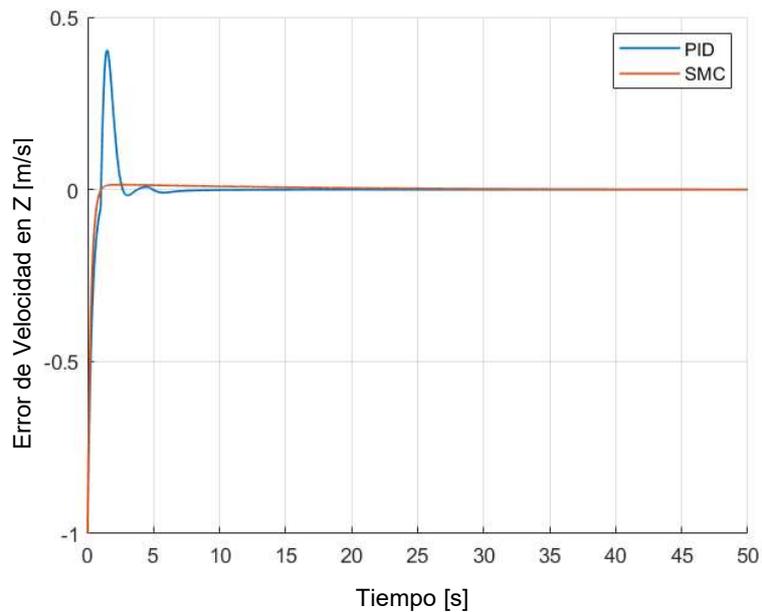


Figura 3.41 Error de la velocidad en Z del cuadricóptero.

En la Figura 3.42 se puede apreciar los errores de la velocidad lineal del robot móvil 1 con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

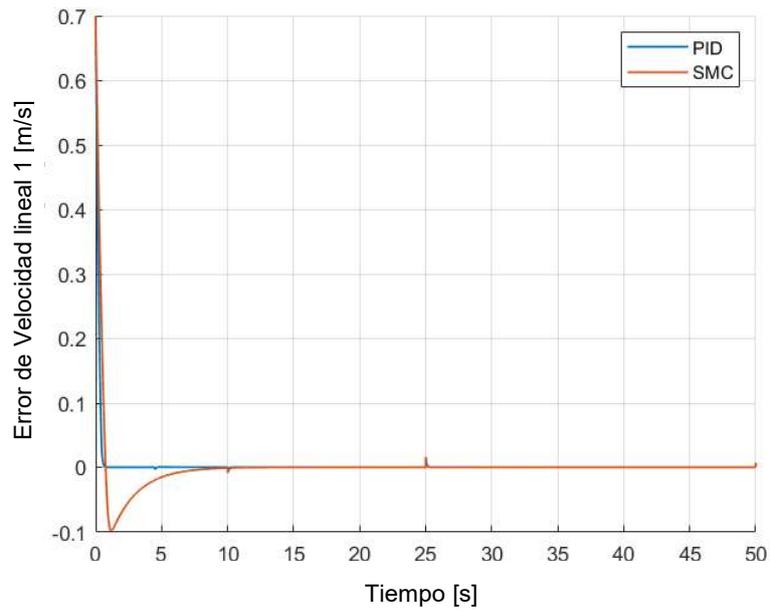


Figura 3.42 Error de la velocidad lineal del robot móvil 1.

En la Figura 3.43 se puede apreciar los errores de la velocidad angular del robot móvil 1 con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

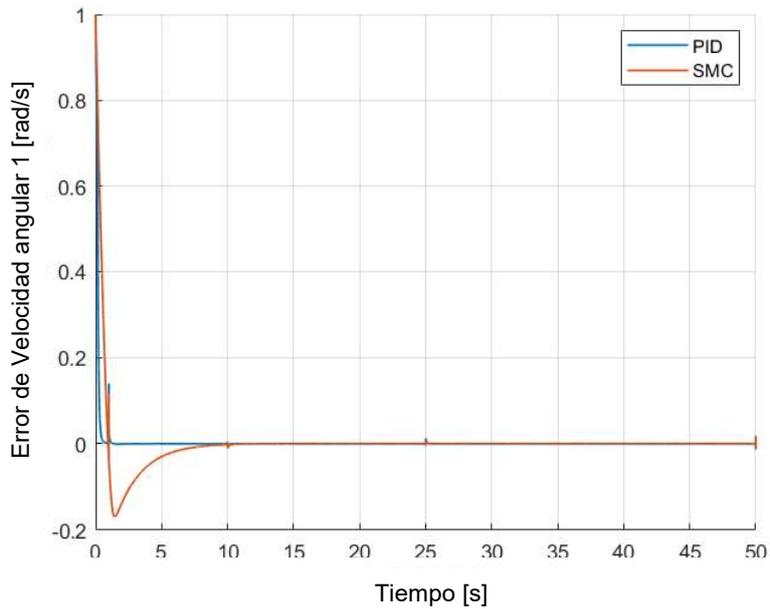


Figura 3.43 Error de la velocidad angular del robot móvil 1.

En la Figura 3.44 se puede apreciar los errores de la velocidad lineal del robot móvil 2 con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

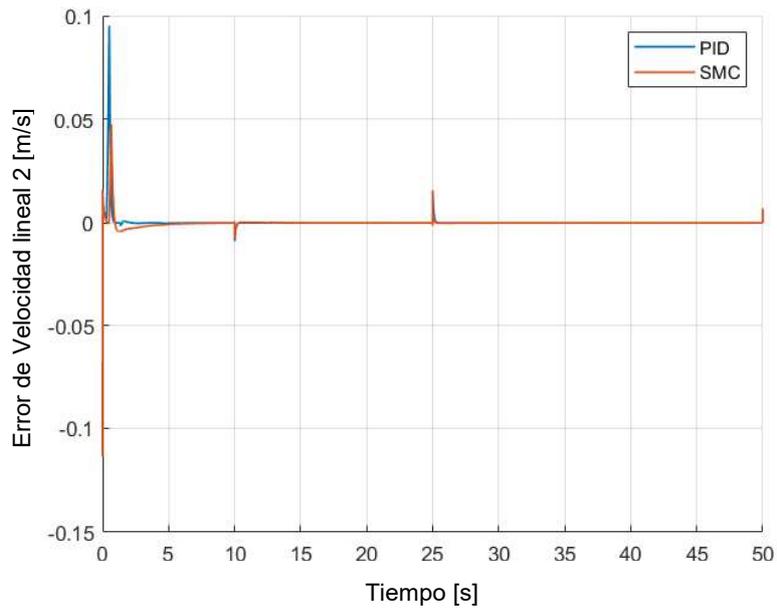


Figura 3.44 Error de la velocidad lineal del robot móvil 2.

En la Figura 3.45 se puede apreciar los errores de la velocidad angular del robot móvil 2 con los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

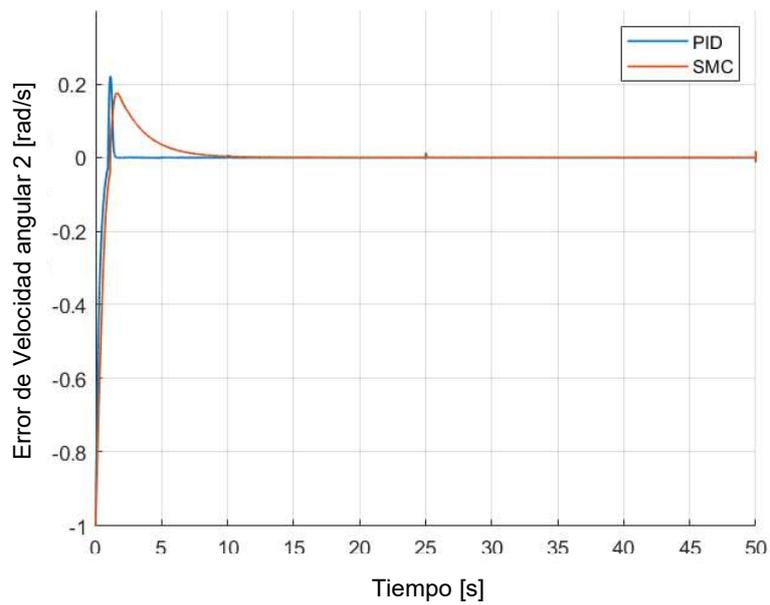


Figura 3.45 Error de la velocidad angular del robot móvil 2.

En la Tabla 3.20 se muestran los valores del índice de desempeño ISE para cada una de las velocidades de los robots.

Tabla 3.20 Valores del índice ISE de las velocidades de cada robot.

Variable	Controlador tipo PID	Controlador SMC
V_x [m/s]	0.02	0.24
V_y [m/s]	0.01	0.13
V_z [m/s]	0.27	0.12
U_1 [m/s]	0.05	0.11
W_1 [m/s]	0.09	0.3
U_2 [m/s]	0.001	0.0003
W_2 [m/s]	0.14	0.31

En la Tabla 3.21 se muestran los valores generales del índice ISE para los controladores dinámicos tipo PID y SMC.

Tabla 3.21 Valores generales del índice ISE

Controlador	ISE
Tipo PID	0.581
SMC	1.2103

Donde se evidencia que el controlador dinámico tipo PID tiene un mejor rendimiento tanto para el cuadricóptero como para el robot móvil, ya que presenta un valor de índice ISE menor que el del controlador dinámico por modos deslizantes.

4. CONCLUSIONES

- Se estudió los modelos cinemáticos y dinámicos de: un robot móvil de tracción diferencial de dos ruedas con restricción no holonómica mejorada, y un cuadricóptero y se verificó el correcto funcionamiento de cada robot en lazo abierto.
- Se determinó el modelo matemático de la formación heterogénea compuesta por dos robots móviles y un cuadricóptero mediante la técnica de estructura virtual que establece relaciones geométricas entre los robots, permitiendo mantener una forma y postura deseada.
- Se diseñó los controladores tipo PID y basado en espacio nulo de dos tareas (forma y postura) aplicados al modelo matemático de la formación heterogénea y se comprobó su correcto funcionamiento para seguimiento de las diferentes trayectorias consideradas.
- Se diseñó los controladores basados en espacio nulo de tres tareas con prioridad en forma, postura y evasión de obstáculos mediante el método de campos potenciales, aplicados al modelo matemático de la formación y se evidenció su correcto funcionamiento para seguimiento de las diferentes trayectorias consideradas en las que se ubicaron varios obstáculos.
- Se diseñó los controladores tipo PID y SMC para el seguimiento de velocidad del modelo dinámico de cada robot que conforma la formación (móviles y cuadricóptero), obteniéndose un buen desempeño de cada controlador.
- Se utilizó el método directo de Lyapunov para el análisis de estabilidad de cada controlador desarrollado, mediante el cual se garantizó matemáticamente que los errores de las variables a controlar convergen a cero y el sistema es estable.
- Se utilizó el índice de desempeño ISE para determinar el controlador con mejor rendimiento en cada una de las pruebas realizadas.
- Se realizó una comparación de los controladores tipo PID y basado en espacio nulo mediante el índice ISE mostrándose resultados similares en los que el controlador basado en espacio nulo tiene mejor desempeño al considerar tantos los modelos cinemáticos como los modelos dinámicos de cada robot.
- Se realizó la comparación del funcionamiento de los controladores basados en espacio nulo con diferente prioridad mediante el índice ISE, en las que el

controlador que cumplió de mejor manera con los objetivos de control fue el controlador con prioridad en postura.

- Se realizó una comparación de los controladores tipo PID y SMC para el modelo dinámico de cada robot mediante el índice ISE, teniendo como resultado un mejor funcionamiento del controlador tipo PID para el manejo de las velocidades de cada robot.

RECOMENDACIONES

- Para las señales de control se debe tomar en cuenta los valores máximos de velocidades que soportan cada una de las plataformas robóticas consideradas, con el fin de protegerlas en caso de implementación en un robot real.
- Es recomendable utilizar técnicas de calibración para las constantes de los controladores, con el fin de obtener un mejor rendimiento de los controladores que van a ser implementados.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. E. Parker, B. Kannan, Fang Tang, y M. Bailey, "Tightly-coupled navigation assistance in heterogeneous multi-robot teams", en *Proceedings - IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2004, pp. 1016–1022.
- [2] A. Baturone Ollero, *Robotica Manipuladores y robots moviles.*, 1a ed. Sevilla, 2001.
- [3] "Pioneer 3-DX mobile robot". [En línea]. Disponible en: <https://www.generationrobots.com/en/402395-robot-mobile-pioneer-3-dx.html>. [Consultado: 12-abr-2019].
- [4] R. Pico y G. Prado, "Diseño y simulación de controladores robustos aplicados a un robot móvil y un robot manipulador", Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [5] D. Cherrez, "Diseño y simulación de algoritmos de control basados en modo deslizante, espacio nulo y tio PID, para seguimiento de trayectoria y evasión de obstáculos de una formación de robots móviles", Escuela Politécnica Nacional, 2018.
- [6] G. Andaluz, "Modelación, Identificación y Control de Robots Móviles", Escuela Politécnica Nacional, 2011.
- [7] R. Escarmilla, "Diseño , Construcción , Instrumentación y Control de un Vehículo Aéreo No Tripulado (UAV)", Instituto Politécnico Nacional, 2010.
- [8] J. M. Peña, J. Torres-Sánchez, A. Serrano-Pérez, y F. López-Granados, "Detección de malas hierbas en girasol en fase temprana mediante imágenes tomadas con un vehículo aéreo no tripulado (UAV)", *Rev. Teledetec.*, núm. 42, pp. 39–47, 2014.
- [9] V. Espinosa y V. Moya, "Diseño y Simulación de un algoritmo de control robusto para formación de cuadricópteros", Escuela Politécnica Nacional, 2016.
- [10] J. Yang, Z. Cai, Q. Lin, D. Zhang, y Y. Wang, "System identification of quadrotor UAV based on genetic algorithm", en *2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, CGNCC 2014*, 2015, pp. 2336–2340.
- [11] M. Walid, N. Slaheddine, A. Mohamed, y B. Lamjed, "Modeling and Control of a Quadrotor UAV", en *15th International conference on Science and Techniques of Automatic Control*, 2014, pp. 343–348.
- [12] R. M. Martins de Oliveira, "Identification and Validation of a Quadrotor's Model

- Dynamics”, Lisboa, 2014.
- [13] G. Raffo, “Modelado y Control de un Helicóptero Quad-Rotor”, Universidad de Sevilla, 2007.
 - [14] Michael David Schmidt, “Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle”, University of Kentucky, 2011.
 - [15] L. M. Vargas, “Desarrollo de algoritmos para el seguimiento de trayectorias de un Quadrotor utilizando técnicas modernas de control con álgebra lineal”, Escuela Politécnica Nacional, 2015.
 - [16] T. Bresciani, “Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter”, Lund University, 2008.
 - [17] Q. Li, “Grey-Box System Identification of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle”, Delft University of Technology, 2014.
 - [18] P. Samaniego y E. Vaca, “Diseño y Simulación de dos estrategias de control basado en espacio nulo y tipo PID para una formación de cuadricópteros”, Escuela Politécnica Nacional, 2017.
 - [19] J. J. Chavez, “Diseño de un sistema de coordinación para enjambres de robots móviles heterogéneos”, Universidad Nacional de Colombia, 2017.
 - [20] E. G. Hernandez-Martinez, E. D. Ferreira-Vazquez, A. Lopez-Gonzalez, J. J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, y P. Paniagua-Contro, “Formation control of heterogeneous robots using distance and orientation”, en *2016 IEEE Conference on Control Applications, CCA 2016*, 2016, pp. 507–512.
 - [21] C. D. Rosales, M. Sarcinelli-Filho, G. Scaglia, y R. Carelli, “Formation control of unmanned aerial vehicles based on the null-space”, en *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2014 - Conference Proceedings*, 2014, pp. 229–236.
 - [22] R. Dorf y R. Bishop, *Sistemas de control moderno*, 10a ed. Madrid: Pearson Educación, 2005.
 - [23] C. Rosales, P. Leica, M. Sarcinelli-Filho, G. Scaglia, y R. Carelli, “3D Formation Control of Autonomous Vehicles Based on Null-Space”, *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.*, vol. 84, núm. 1–4, pp. 453–467, 2016.
 - [24] A. Marino, “A Null-Space-based Behavioral Approach to Multi-Robot Patrolling”,

Universita degli Studi della Basilicata, 2015.

- [25] J. M. Rico, “Algebra Lineal XIX : Espacio Nulo, Rango de una Matriz y Matriz Inversa .”, Guanajuato.
- [26] J. Salas, A. Torrente, y E. J. . Villaseñor, “Álgebra Lineal, Pseudoinversa y descomposición en valores singulares”, Madrid, 2019.
- [27] P. Leica, D. Chavez, A. Rosales, F. Roberti, J. Toibero, y R. Carelli, “Strategy Based on Multiple Objectives and Null Space for the Formation of Mobile Robots and Dynamic Obstacle Avoidance”, *Rev. Politécnica*, vol. 33, núm. 1, pp. 1–11, 2014.
- [28] “Campo eléctrico”. [En línea]. Disponible en: https://www.ecured.cu/Campo_eléctrico. [Consultado: 12-jun-2019].
- [29] O. Camacho y C. A. Smith, “Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes”, *ISA Trans.*, vol. 39, núm. 2, pp. 205–218, 2000.
- [30] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis: Second Edition*. 2002.
- [31] R. Kelly y V. Santibáñez, *Control de movimiento de Robots Manipuladores*, 1a ed. México: Pearson Educación, 2003.
- [32] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*, 5a ed. Madrid, 2010.
- [33] B. Eusebio y A. A. Yaveni, “Control visual para la formación de robots móviles tipo unicycle bajo el esquema líder-seguidor Visual Control for Unicycle-Like Mobile Robots Formation Under the Leader-Follower Scheme”, vol. XV, núm. número 4, pp. 593–602, 2014.

ANEXOS

ANEXO A

Derivadas Parciales del Jacobiano de Forma y Postura

Las expresiones matemáticas de las derivadas parciales respecto a las posiciones de los robots, presentes en la ecuación (2.10) y se pueden obtener mediante el código desarrollado en Matlab presentado a continuación:

```
clear all;
clc;

syms x1 x2 x3 y1 y2 y3 z1 z2 z3
%% Ecuaciones del modelo cinemático de la formación
d1=((x1-x3)^2+(y1-y3)^2+(z1-z3)^2)^(1/2);
d2=((x1-x2)^2+(y1-y2)^2+(z1-z2)^2)^(1/2);
d3=((x2-x3)^2+(y2-y3)^2+(z2-z3)^2)^(1/2);
beta=acos((d1^2+d2^2-d3^2)/(2*d1*d2));

xc=(x1+x2+x3)/3;
yc=(y1+y2+y3)/3;
zc=(z1+z2+z3)/3;
teta=atan((x3-x2)/(y3-y2));

%% Derivadas parciales

% Distancia 1
dd1dx1=diff(d1,x1)
dd1dx2=diff(d1,x2)
dd1dx3=diff(d1,x3)
dd1dy1=diff(d1,y1)
dd1dy2=diff(d1,y2)
dd1dy3=diff(d1,y3)
dd1dz1=diff(d1,z1)

% Distancia 2
dd2dx1=diff(d2,x1)
dd2dx2=diff(d2,x2)
dd2dx3=diff(d2,x3)
dd2dy1=diff(d2,y1)
dd2dy2=diff(d2,y2)
dd2dy3=diff(d2,y3)
dd2dz1=diff(d2,z1)

% Ángulo beta
dbetadx1=diff(beta,x1)
dbetadx2=diff(beta,x2)
dbetadx3=diff(beta,x3)
```

```

dbetady1=diff(beta,y1)
dbetady2=diff(beta,y2)
dbetady3=diff(beta,y3)
dbetadz1=diff(beta,z1)

% Posición del centroide en el eje x
dxcdx1=diff(xc,x1)
dxcdx2=diff(xc,x2)
dxcdx3=diff(xc,x3)
dxcdy1=diff(xc,y1)
dxcdy2=diff(xc,y2)
dxcdy3=diff(xc,y3)
dxcdz1=diff(xc,z1)

% Posición del centroide en el eje y
dycdx1=diff(yc,x1)
dycdx2=diff(yc,x2)
dycdx3=diff(yc,x3)
dycdy1=diff(yc,y1)
dycdy2=diff(yc,y2)
dycdy3=diff(yc,y3)
dycdz1=diff(yc,z1)

% Posición del centroide en el eje z
dzcdx1=diff(zc,x1)
dzcdx2=diff(zc,x2)
dzcdx3=diff(zc,x3)
dzcdy1=diff(zc,y1)
dzcdy2=diff(zc,y2)
dzcdy3=diff(zc,y3)
dzcdz1=diff(zc,z1)

% Ángulo de orientación de la formación
dtetadx1=diff(teta,x1)
dtetadx2=diff(teta,x2)
dtetadx3=diff(teta,x3)
dtetady1=diff(teta,y1)
dtetady2=diff(teta,y2)
dtetady3=diff(teta,y3)
dtetadz1=diff(teta,z1)

```

ANEXO B

SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL DE LA PRUEBA 2

Variables de forma y postura de la formación heterogénea en el seguimiento de trayectoria tipo Curva Lemniscata.

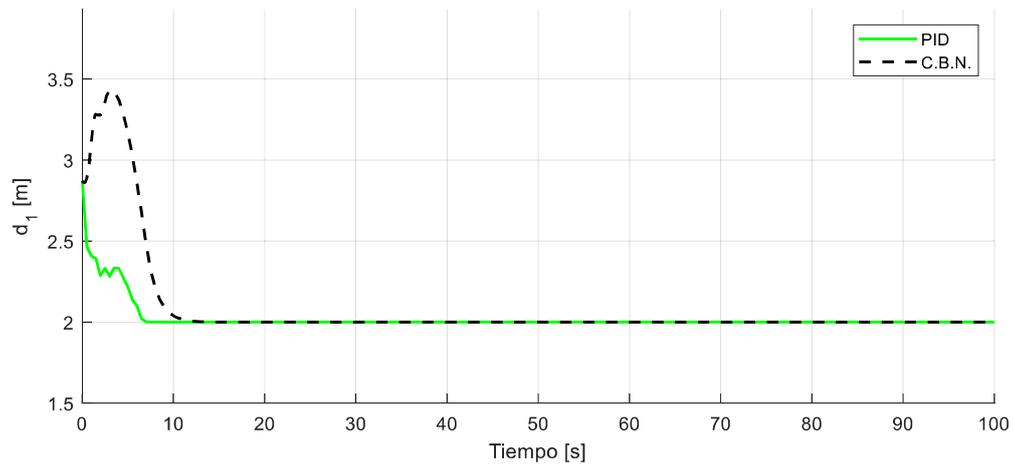


Figura B.1 Distancia entre el quadricóptero y el robot móvil 1.

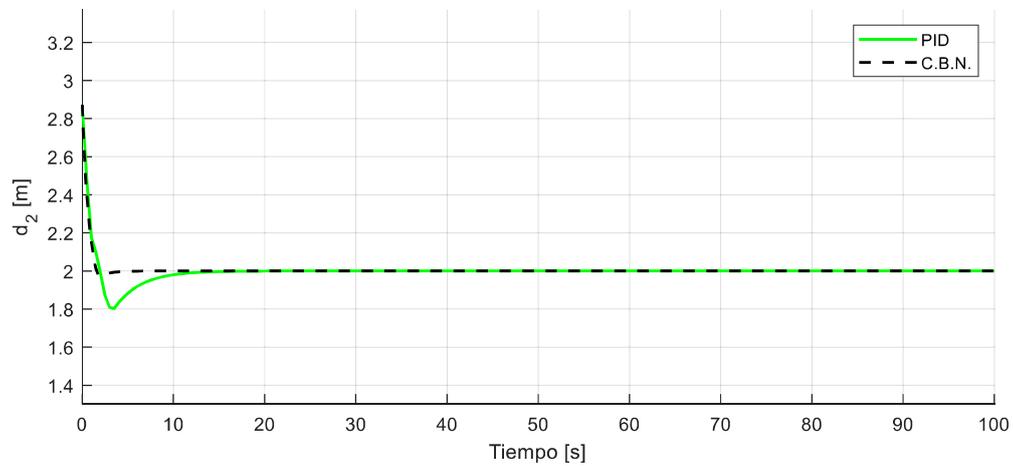


Figura B.2 Distancia entre el quadricóptero y el robot móvil 2.

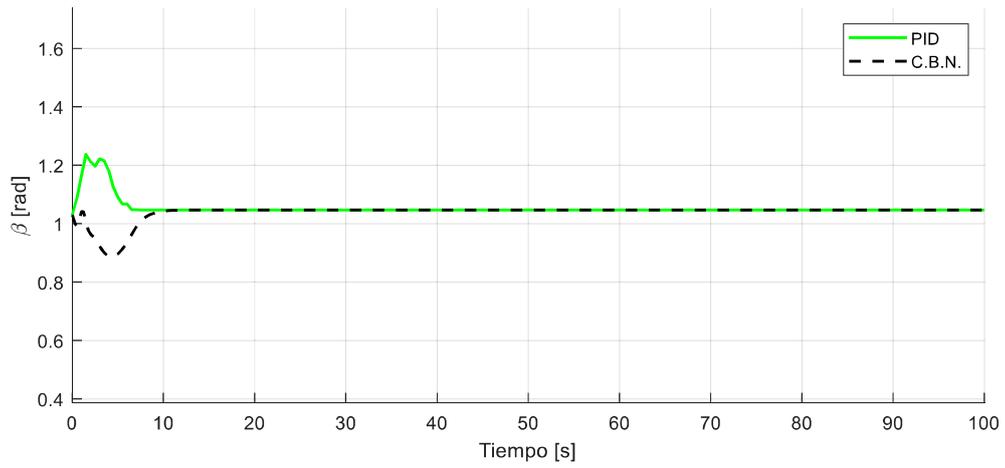


Figura B.3 Ángulo de la formación entre las distancias 1 y 2.

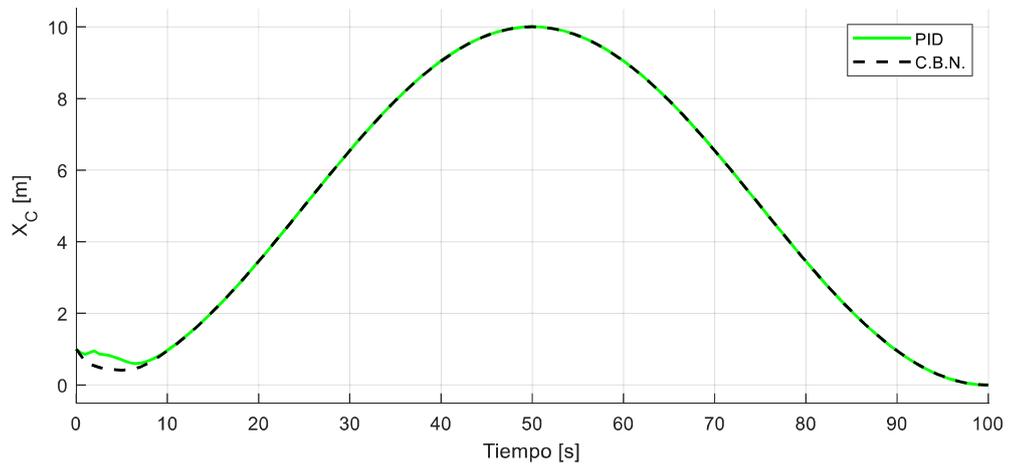


Figura B.4 Posición del centroide en el eje X.

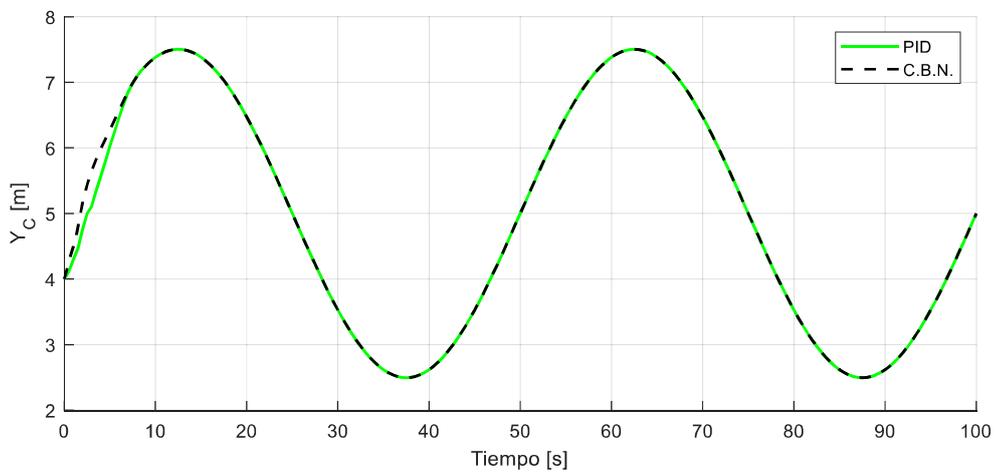


Figura B.5 Posición del centroide en el eje Y.

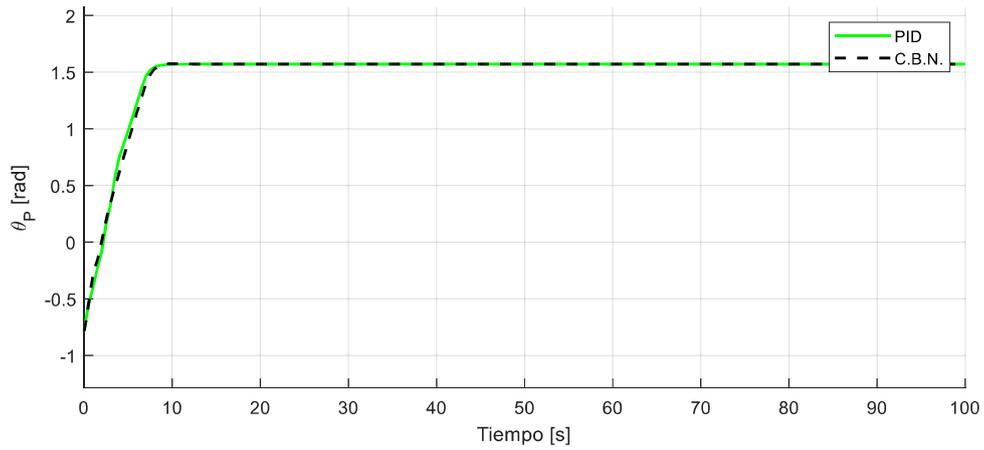


Figura B.6 Posición del centroide en el eje Z.

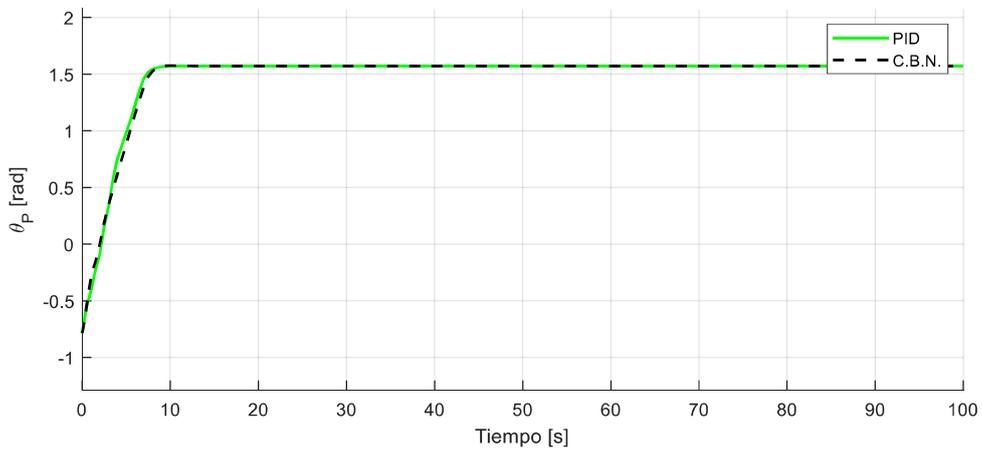


Figura B.7 Ángulo de orientación de la formación.

Acciones de control del controlador de formación para cada uno de los robots.

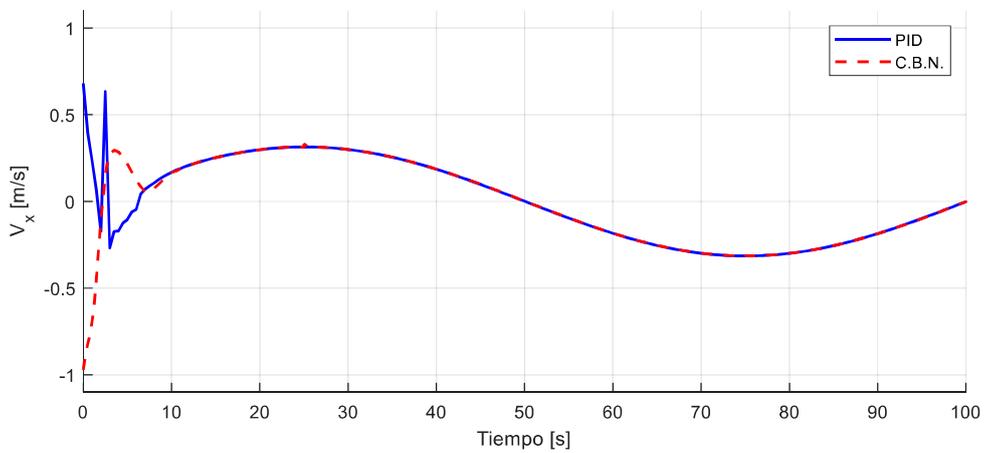


Figura B.8 Velocidad del cuadricóptero en el eje X.

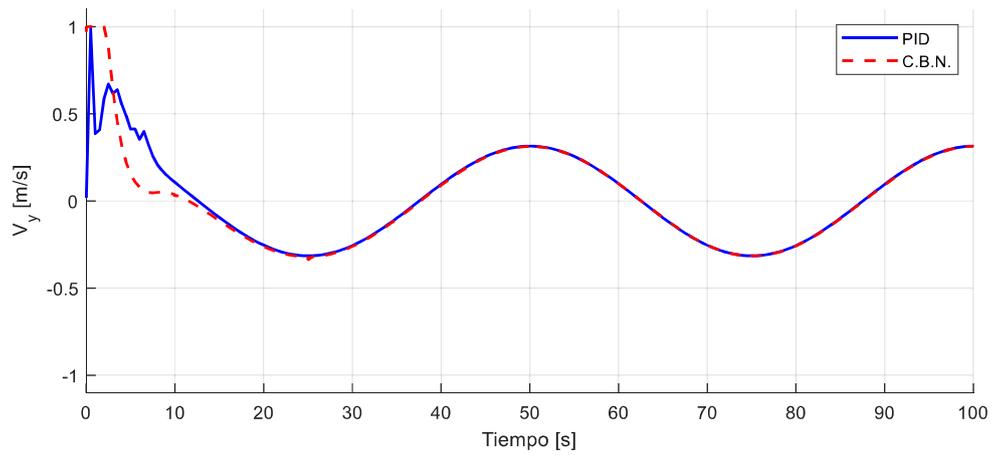


Figura B.9 Velocidad del cuadricóptero en el eje Y.

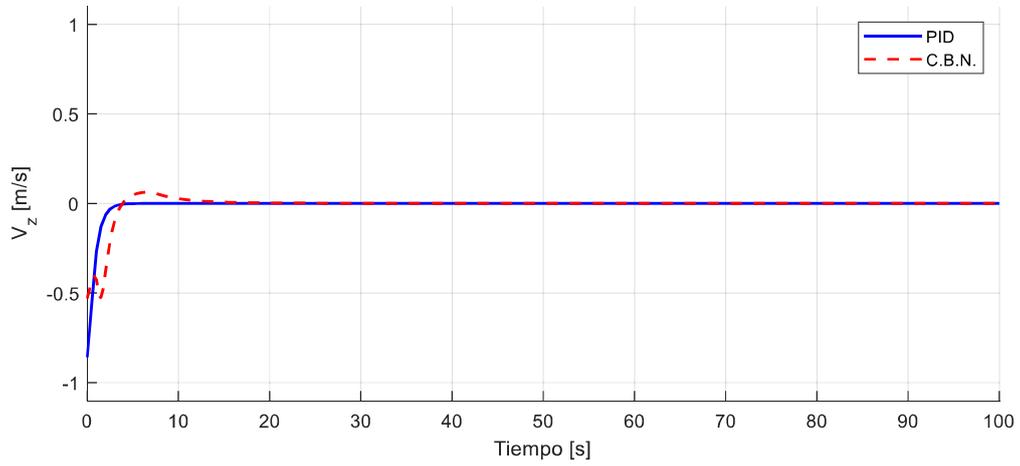


Figura B.10 Velocidad del cuadricóptero en el eje Z.

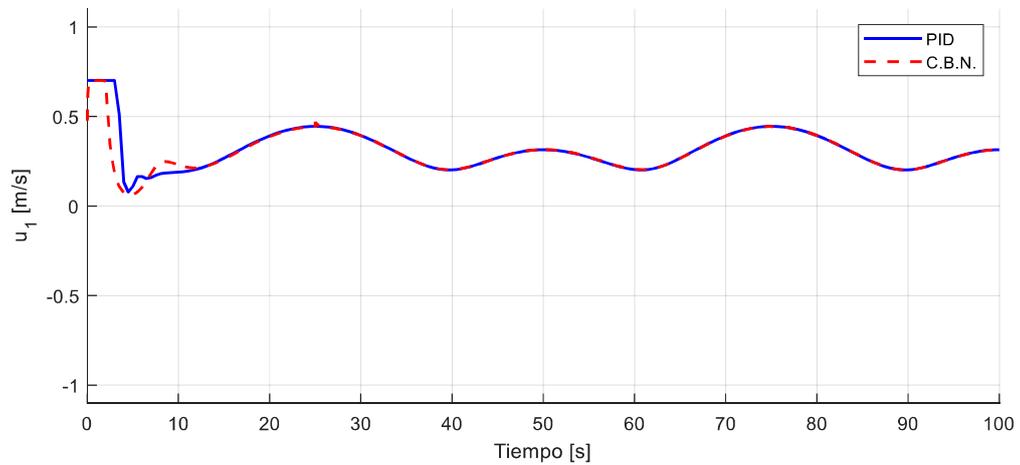


Figura B.11 Velocidad lineal del robot móvil 1.

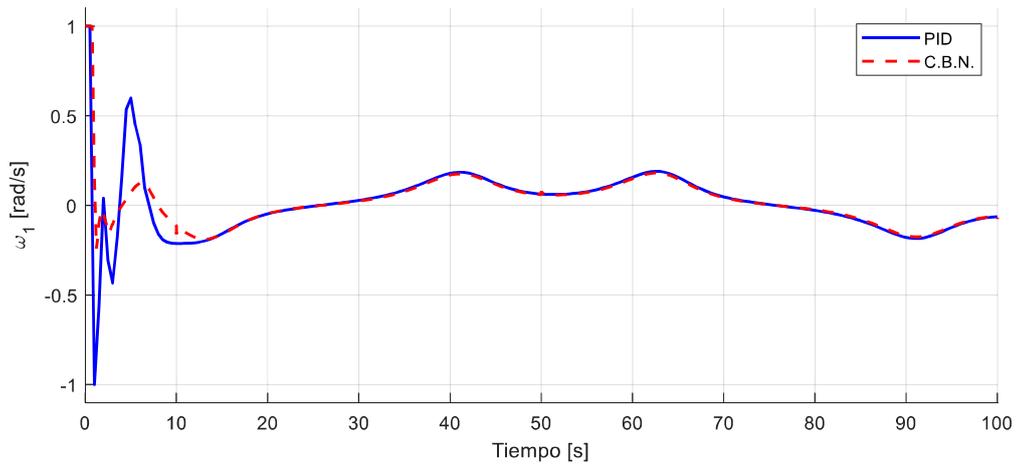


Figura B.12 Velocidad angular del robot móvil 1.

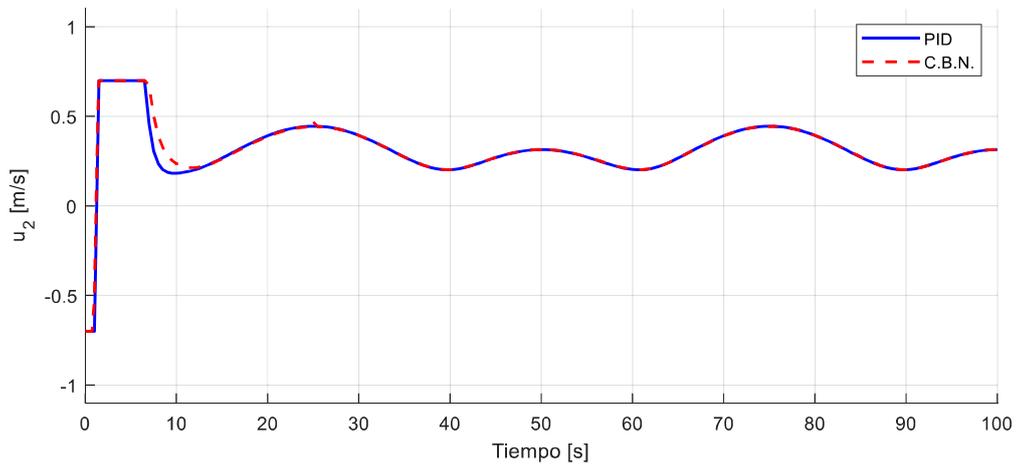


Figura B.13 Velocidad lineal del robot móvil 2.

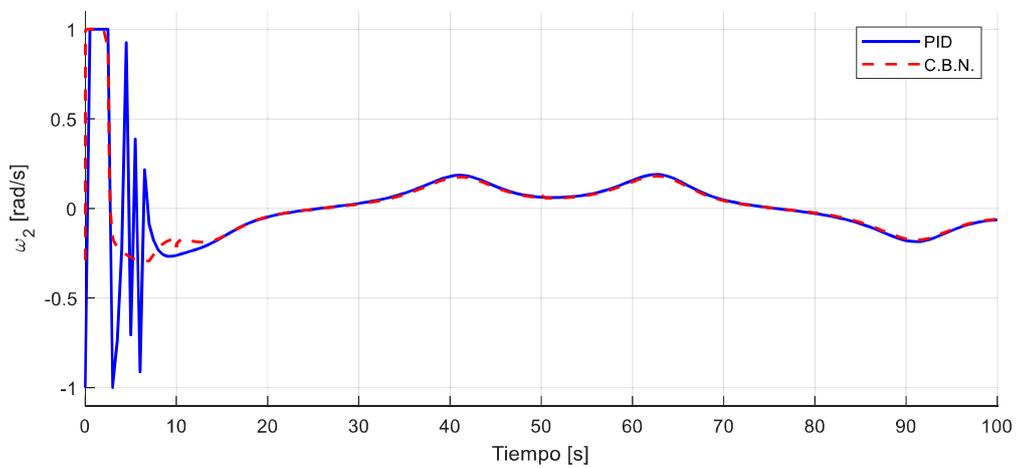


Figura B. 14 Velocidad angular del robot móvil 2.

ANEXO C

SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL DE LA PRUEBA 3

Variables de forma y postura de la formación heterogénea en el seguimiento de trayectoria senoidal.

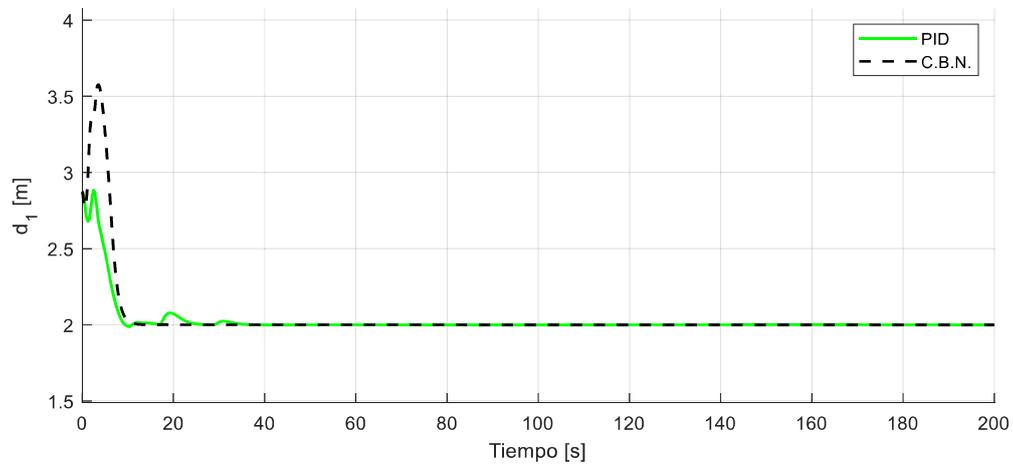


Figura C. 1 Distancia entre el cuadricóptero y el robot móvil 1.

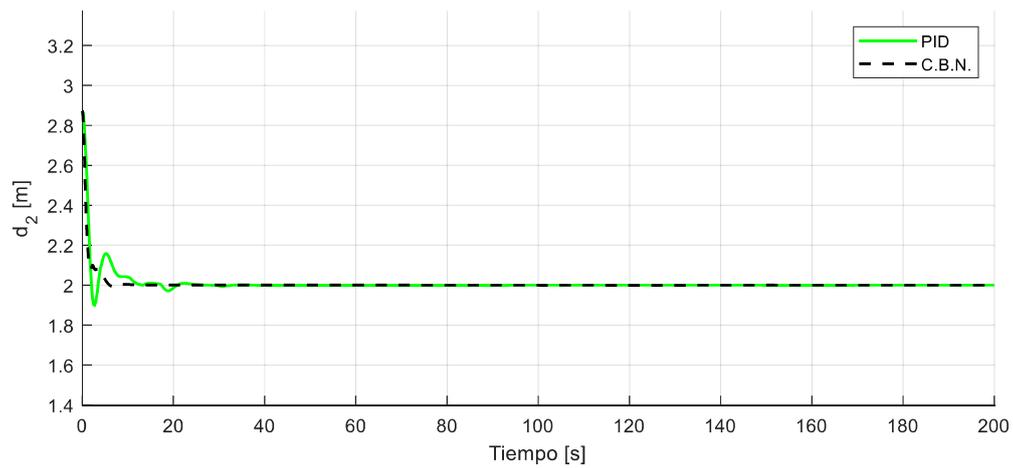


Figura C. 2 Distancia entre el cuadricóptero y el robot móvil 2.

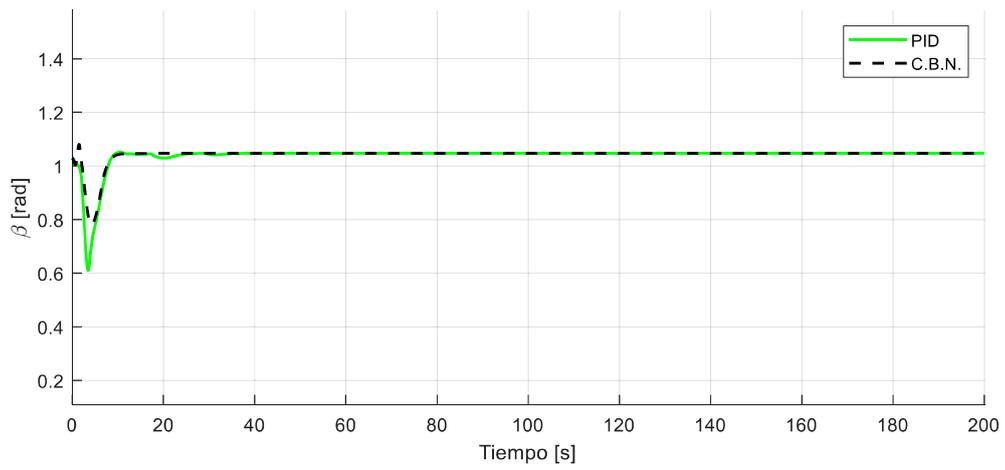


Figura C. 3 Ángulo de la formación entre las distancias 1 y 2.

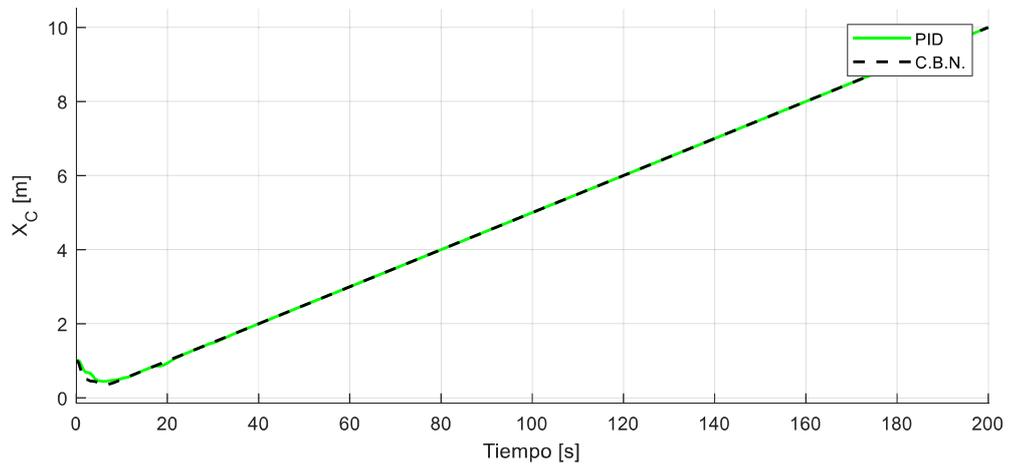


Figura C. 4 Posición del centroide en el eje X.

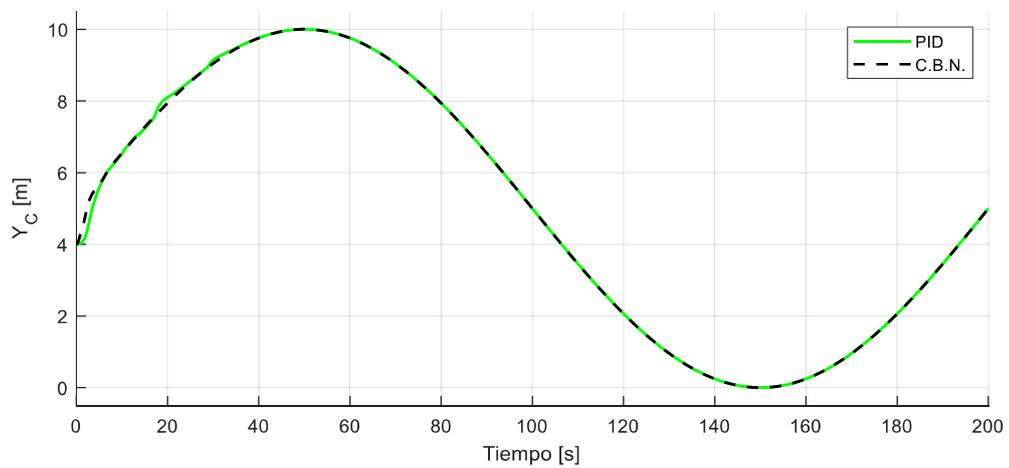


Figura C. 5 Posición del centroide en el eje Y.

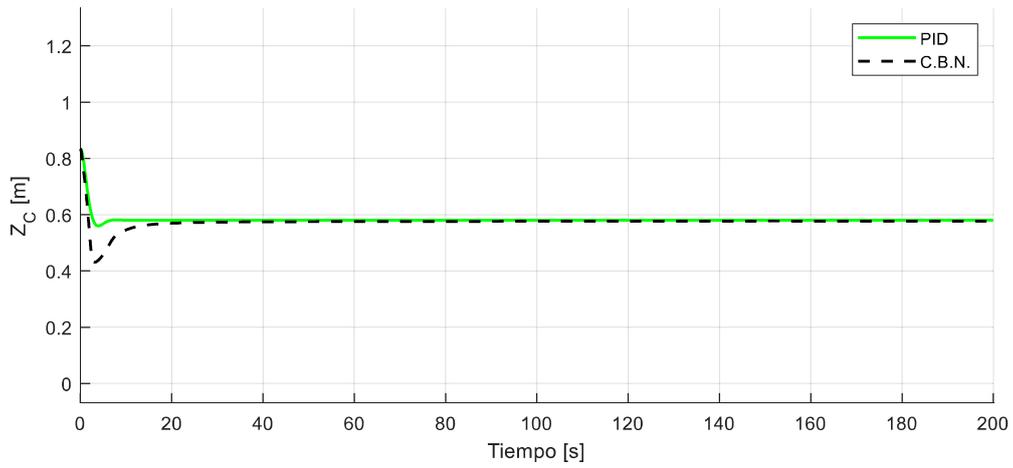


Figura C. 6 Posición del centroide en el eje Z.

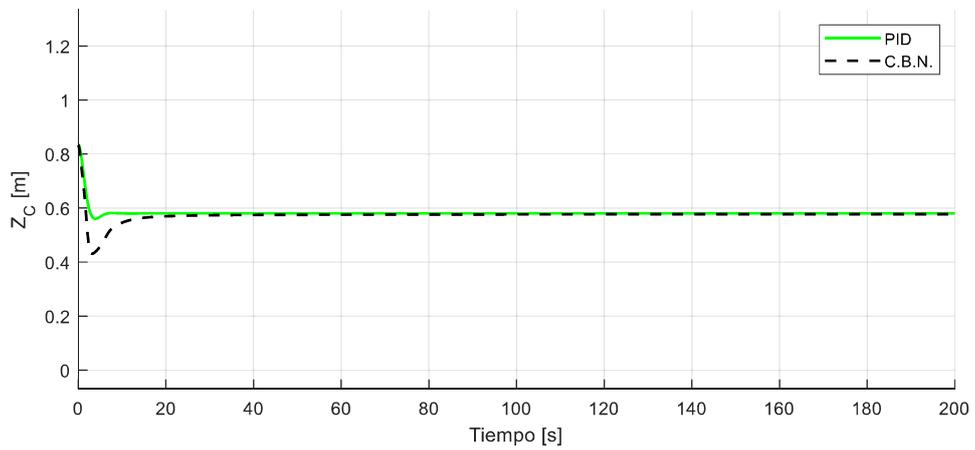


Figura C. 7 Ángulo de orientación de la formación.

Acciones de control del controlador de formación para cada uno de los robots.

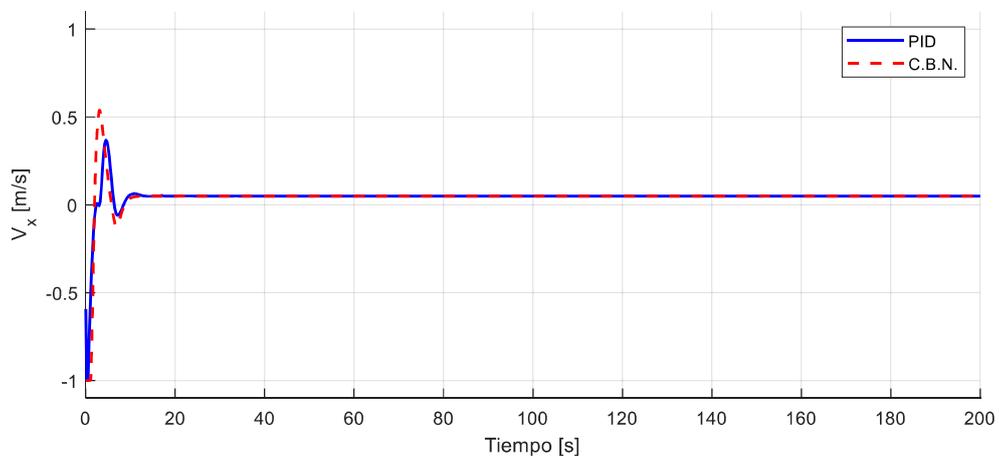


Figura C. 8 Velocidad del quadricóptero en el eje X.

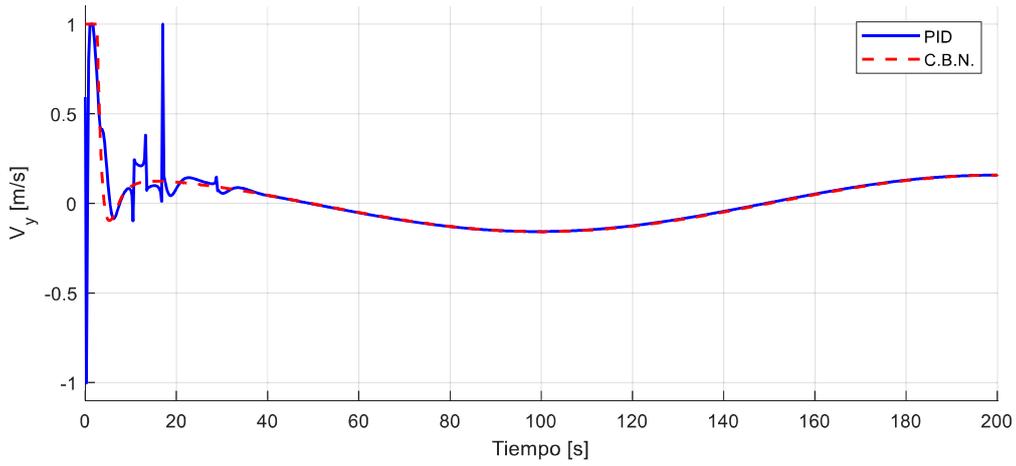


Figura C. 9 Velocidad del cuadricóptero en el eje Y.

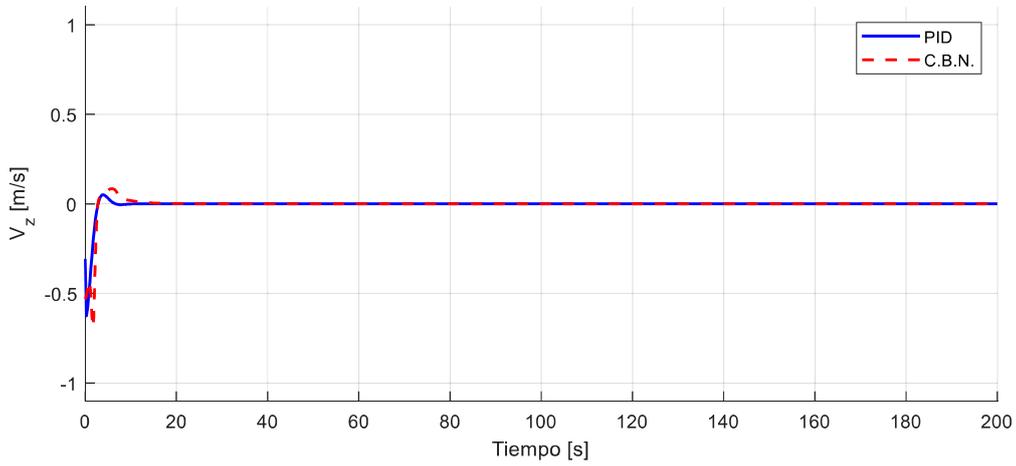


Figura C. 10 Velocidad del cuadricóptero en el eje Z.

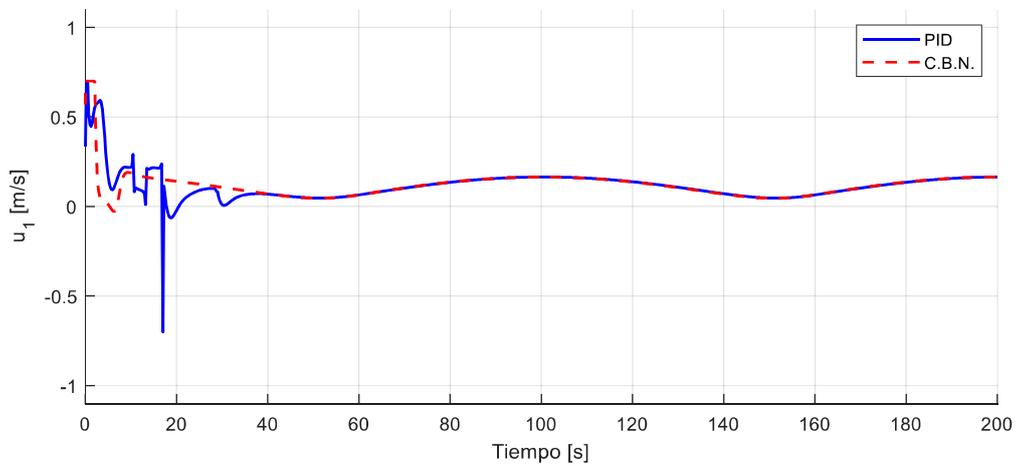


Figura C. 11 Velocidad lineal del robot móvil 1.

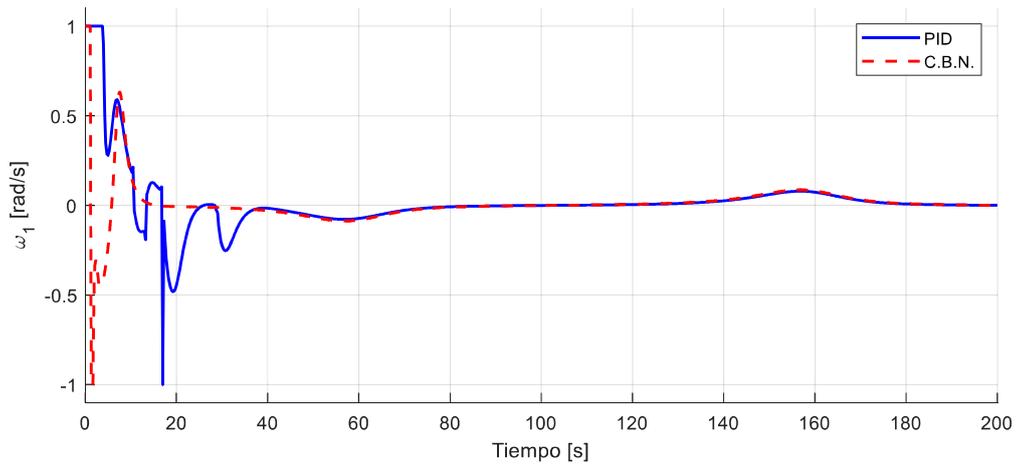


Figura C. 12 Velocidad angular del robot móvil 1.

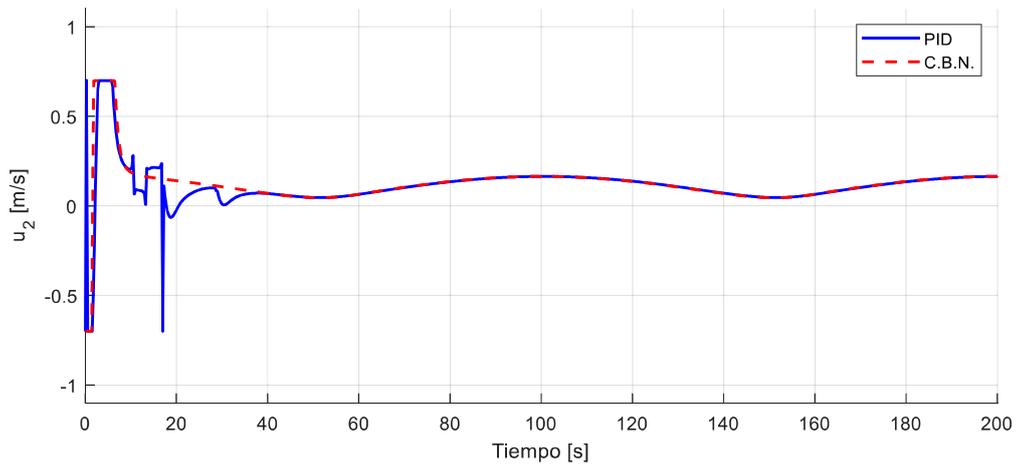


Figura C. 13 Velocidad lineal del robot móvil 2.

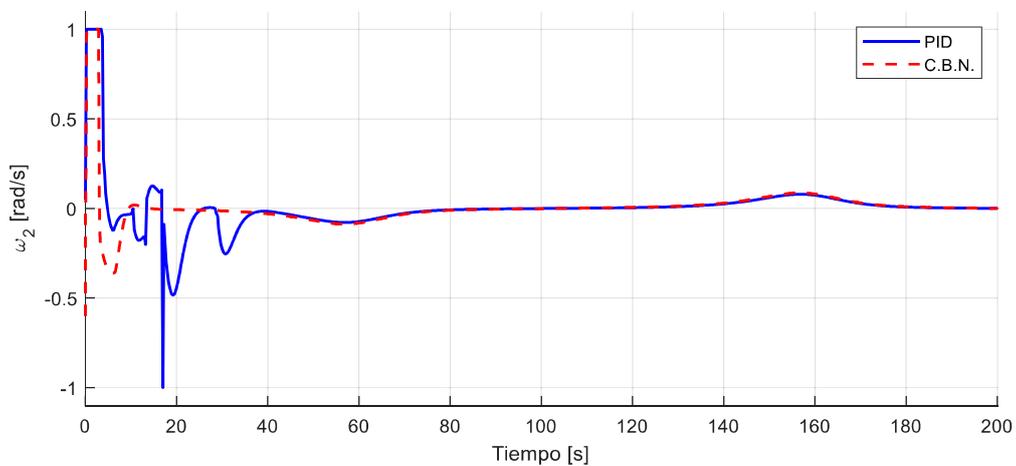


Figura C. 14 Velocidad angular del robot móvil 2.

ANEXO D

SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL DE LA PRUEBA 4

VARIABLES DE FORMA Y POSTURA DE LA FORMACIÓN HETEROGÉNEA EN EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA CUADRADA CON EVASIÓN DE OBSTÁCULOS.

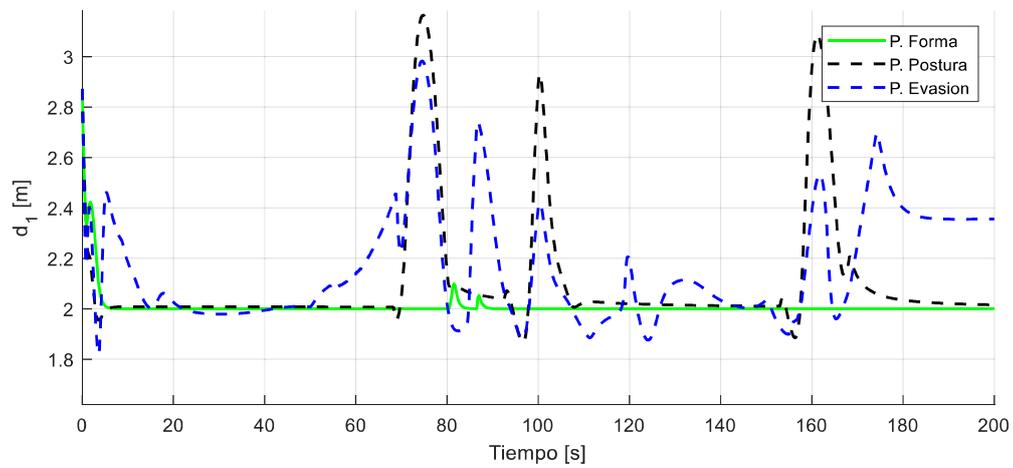


Figura D. 1 Distancia entre el cuadricóptero y el robot móvil 1.

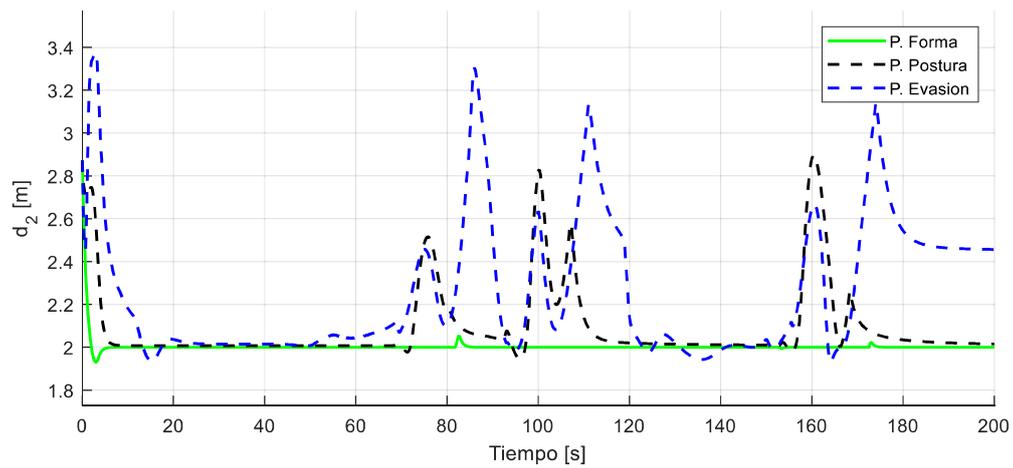


Figura D. 2 Distancia entre el cuadricóptero y el robot móvil 2.

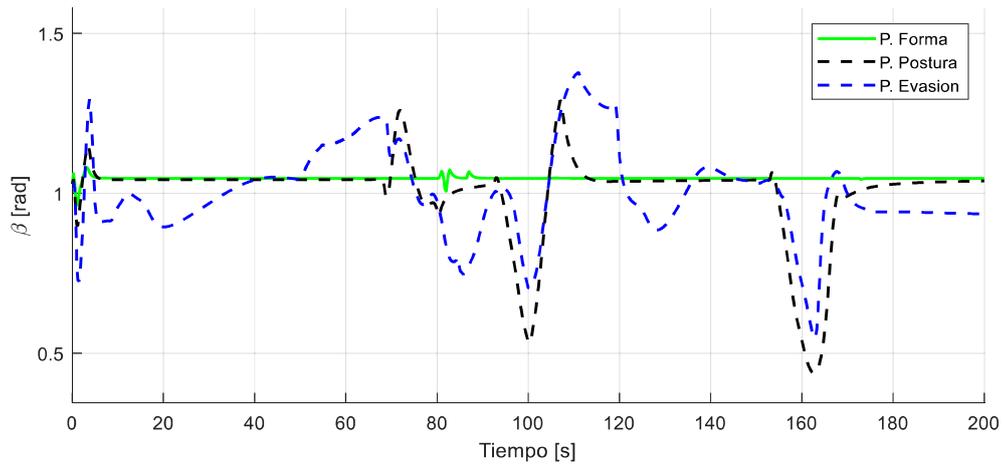


Figura D. 3 Ángulo de la formación entre las distancias 1 y 2.

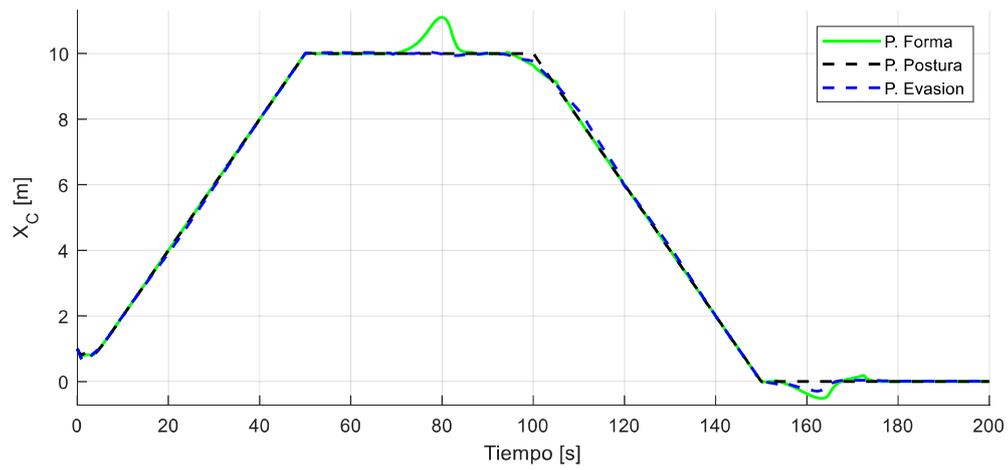


Figura D. 4 Posición del centroide en el eje X.

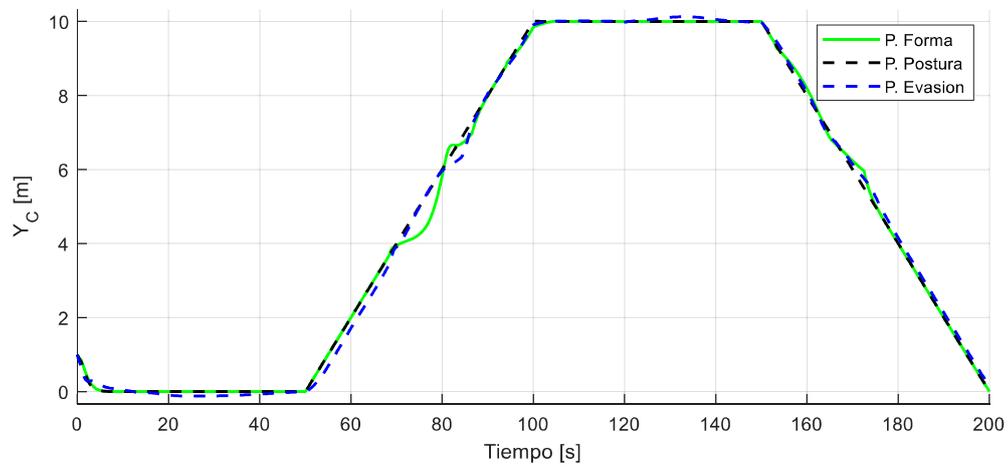


Figura D. 5 Posición del centroide en el eje Y.

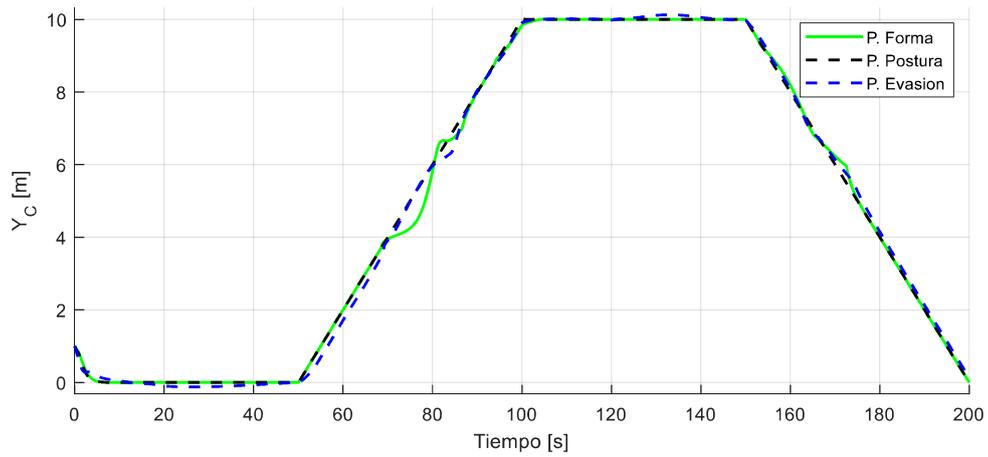


Figura D. 6 Posición del centroide en el eje Z.

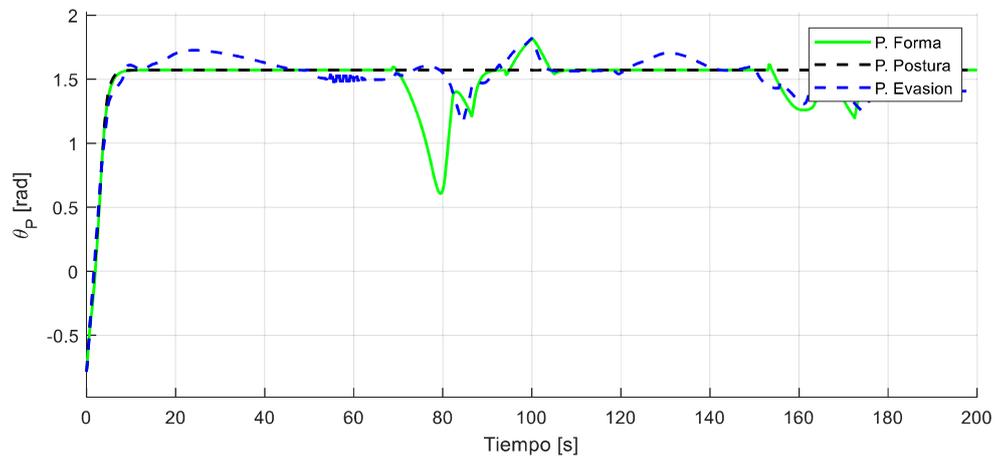


Figura D. 7 Ángulo de orientación de la formación.

Acciones de control del controlador de formación para cada uno de los robots.

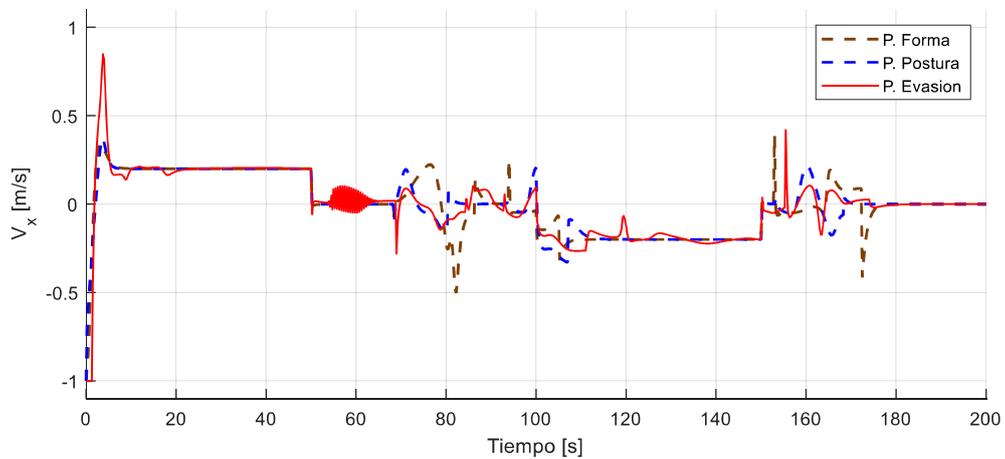


Figura D. 8 Velocidad del quadricóptero en el eje X.

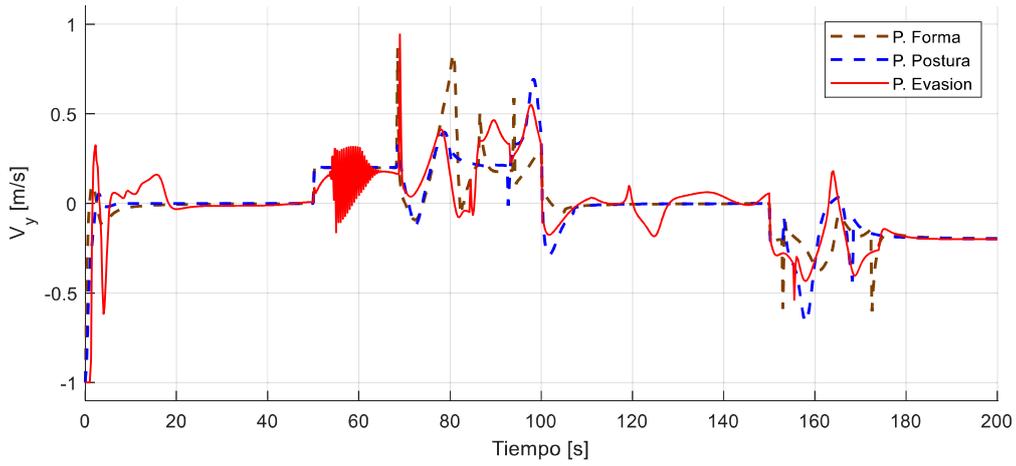


Figura D. 9 Velocidad del cuadricóptero en el eje Y.

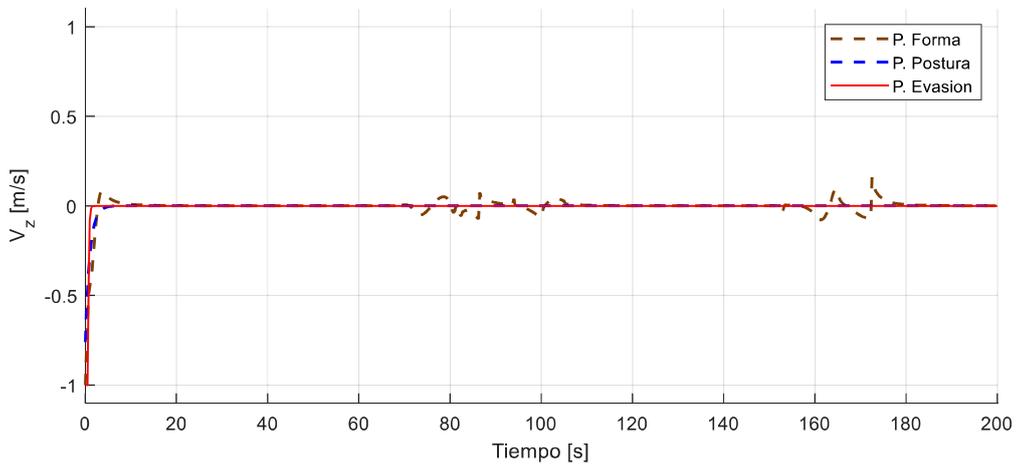


Figura D. 10 Velocidad del cuadricóptero en el eje Z.

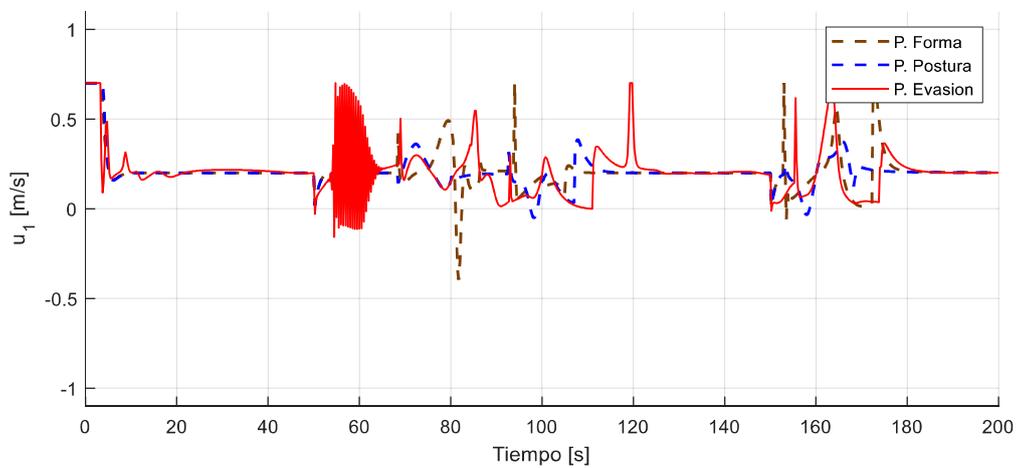


Figura D. 11 Velocidad lineal del robot móvil 1.

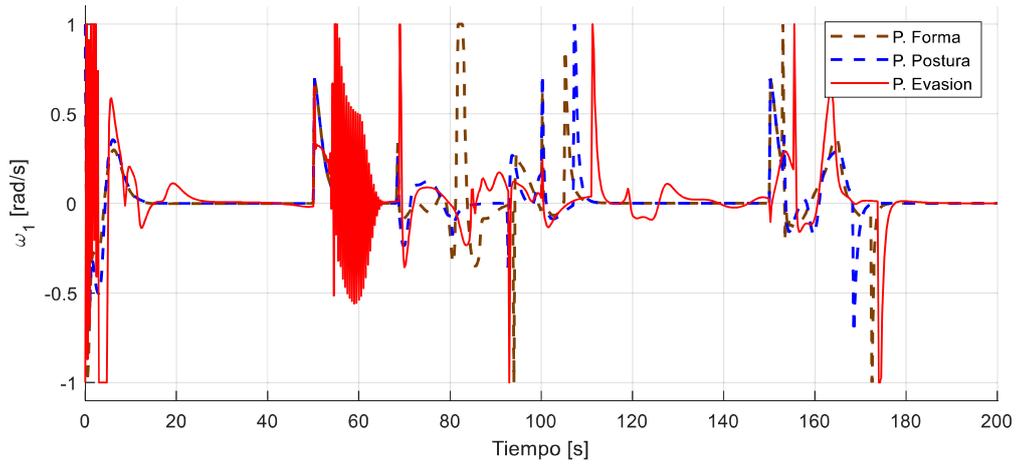


Figura D. 12 Velocidad angular del robot móvil 1.

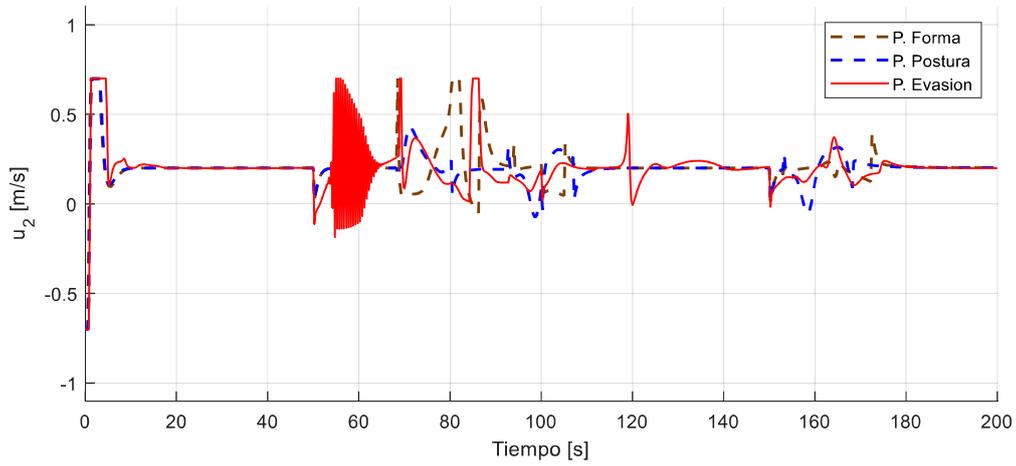


Figura D. 13 Velocidad lineal del robot móvil 2.

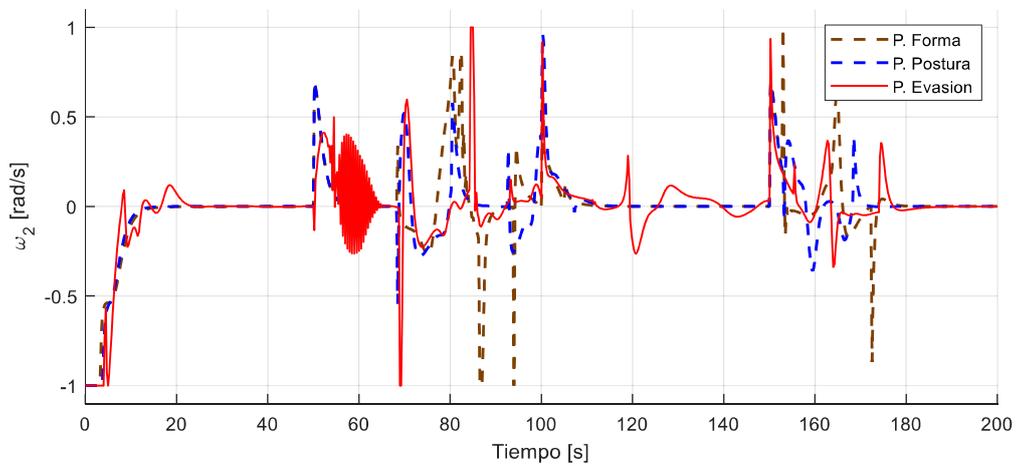


Figura D. 14 Velocidad angular del robot móvil 2.

ANEXO E

SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL DE LA PRUEBA 5

Velocidades de salida de cada uno de los robots en el seguimiento de una trayectoria circular.

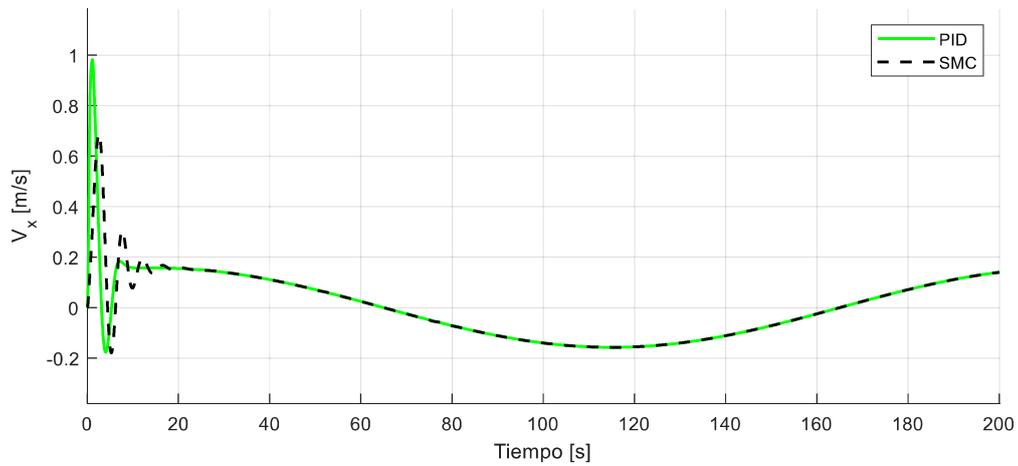


Figura E. 1 Velocidad de salida del cuadricóptero en el eje X.

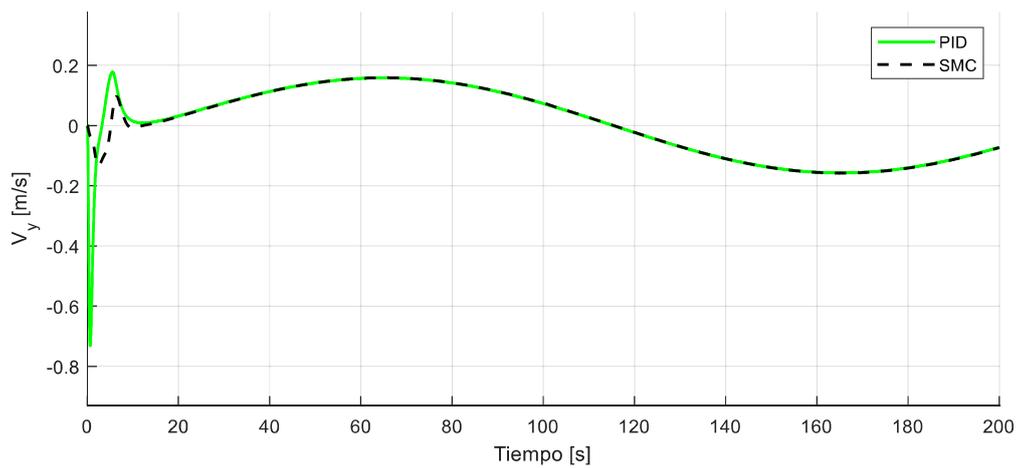


Figura E. 2 Velocidad de salida del cuadricóptero en el eje Y.

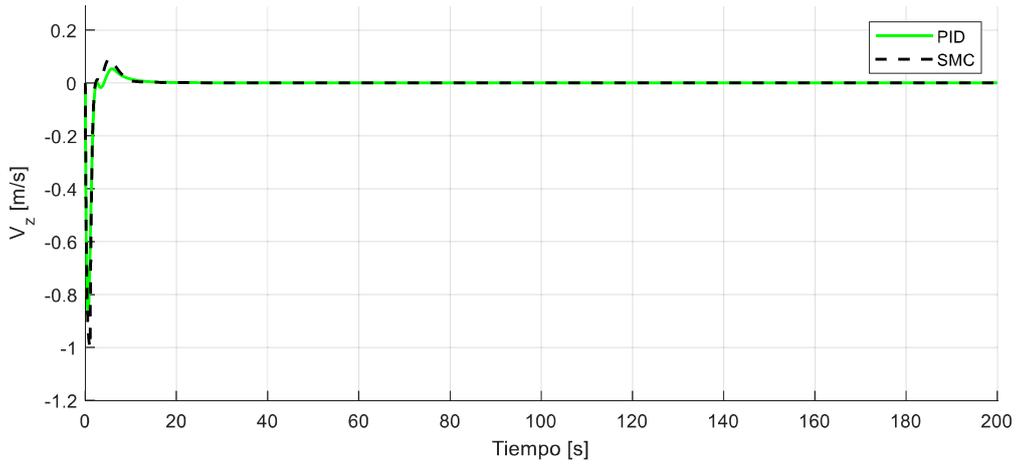


Figura E. 3 Velocidad de salida del cuadricóptero en el eje Z.

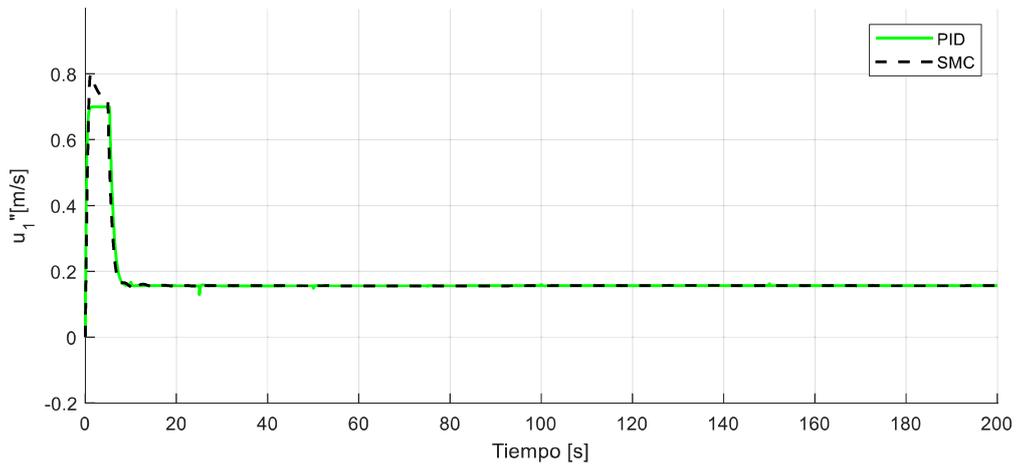


Figura E. 4 Velocidad lineal de salida del robot móvil 1.

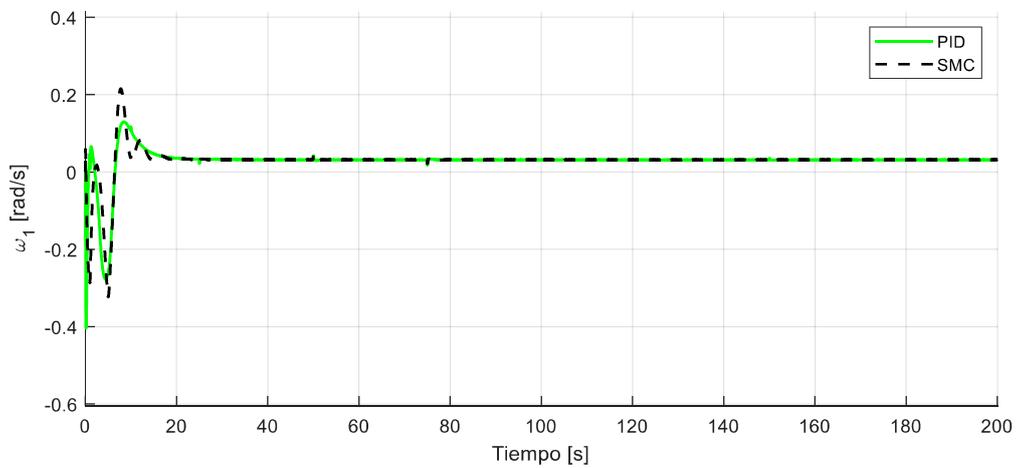


Figura E. 5 Velocidad angular de salida del robot móvil 1.

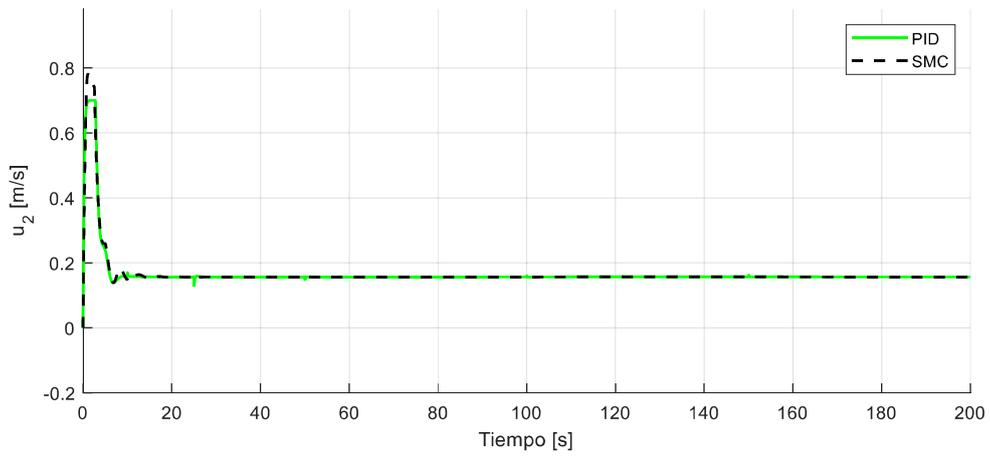


Figura E. 6 Velocidad lineal de salida del robot móvil 2.

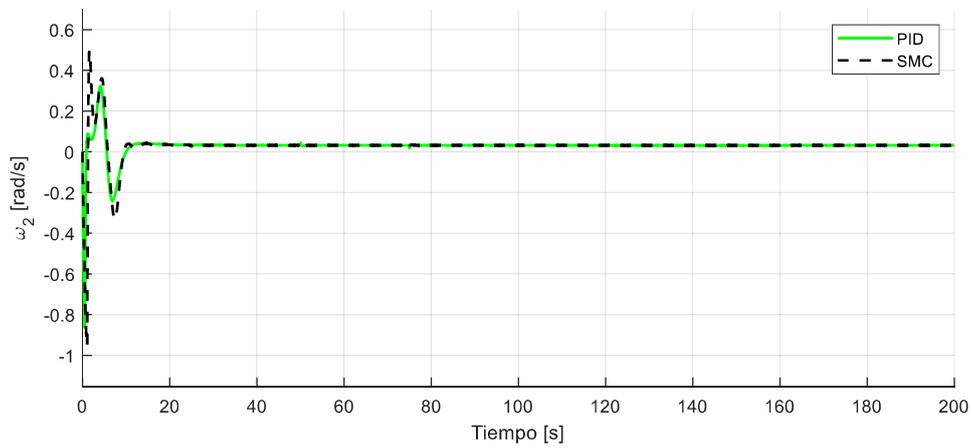


Figura E. 7 Velocidad angular de salida del robot móvil 2.

Acciones de control del controlador individual para el modelo dinámico de cada uno de los robots.

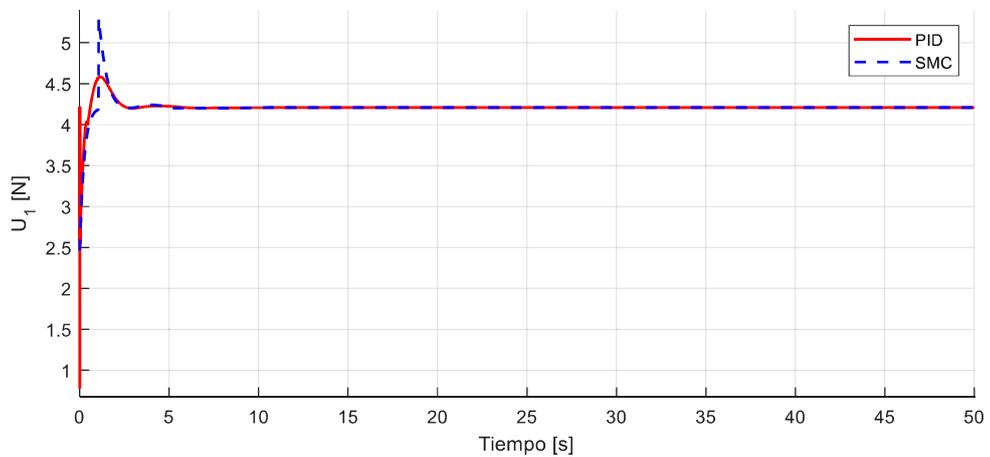


Figura E. 8 Fuerza de empuje aplicada al cuadricóptero.

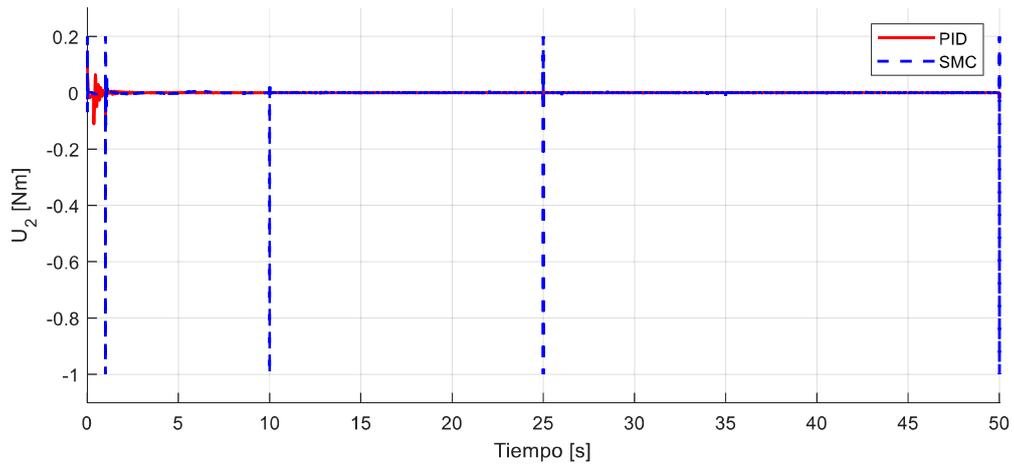


Figura E. 9 Torque aplicado al cuadricóptero en el eje X.

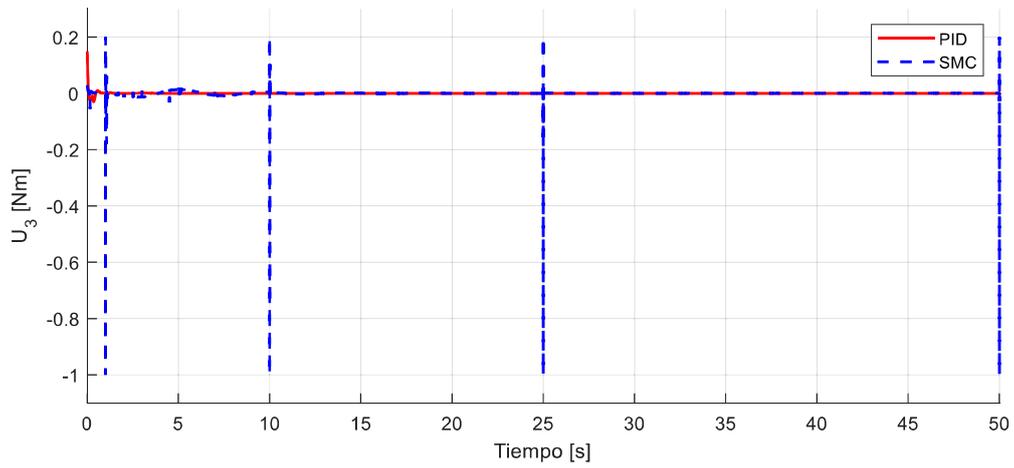


Figura E. 10 Torque aplicado al cuadricóptero en el eje Y.

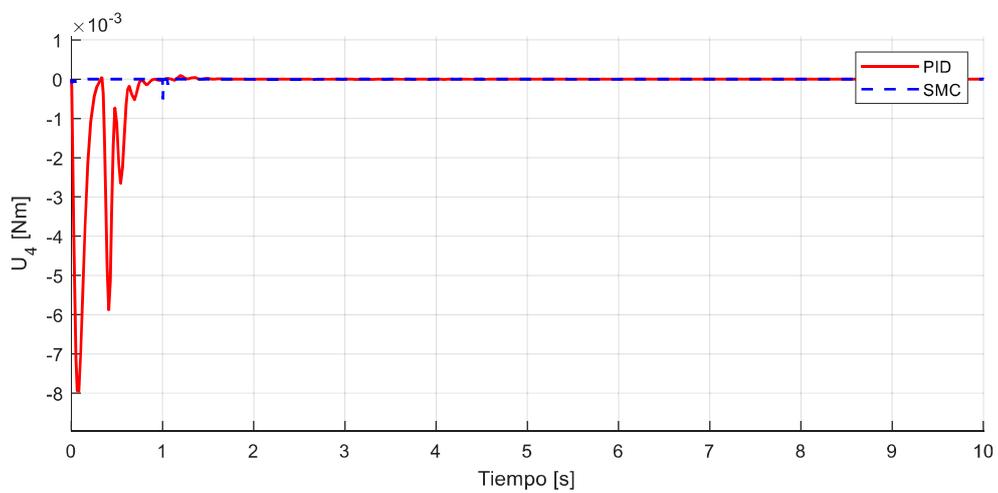


Figura E. 11 Torque aplicado al cuadricóptero en el eje Z.

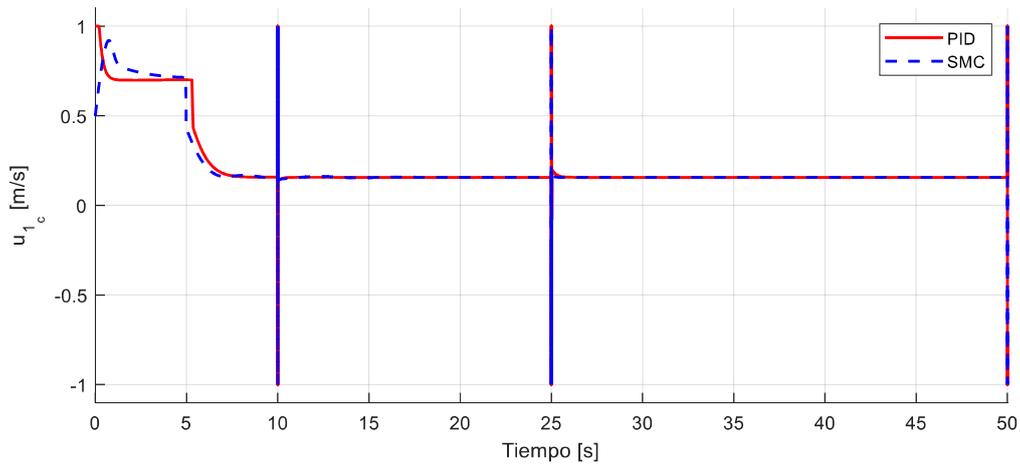


Figura E. 12 Velocidad lineal de control del robot móvil 1.

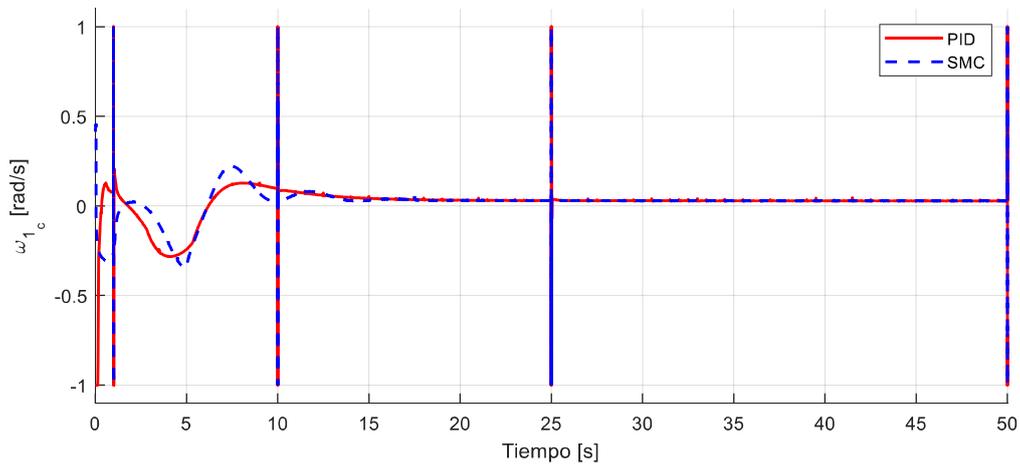


Figura E. 13 Velocidad angular de control del robot móvil 1.

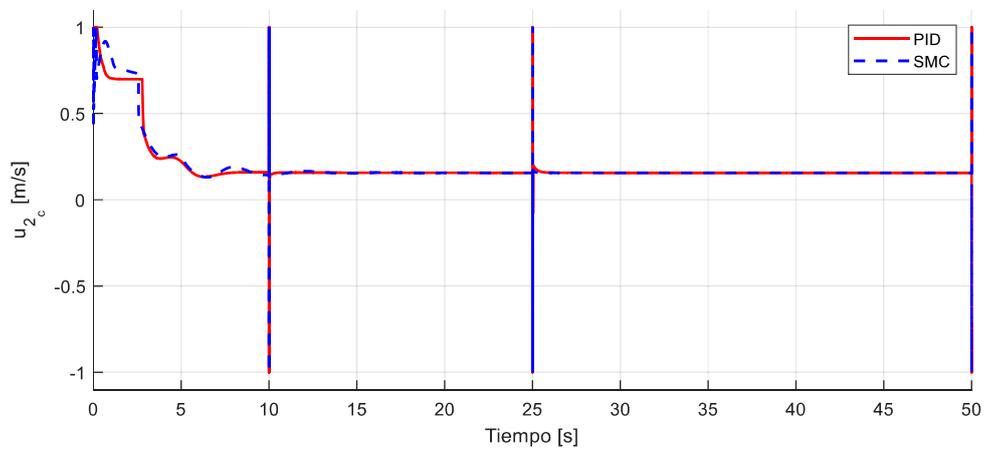


Figura E. 14 Velocidad lineal de control del robot móvil 2.

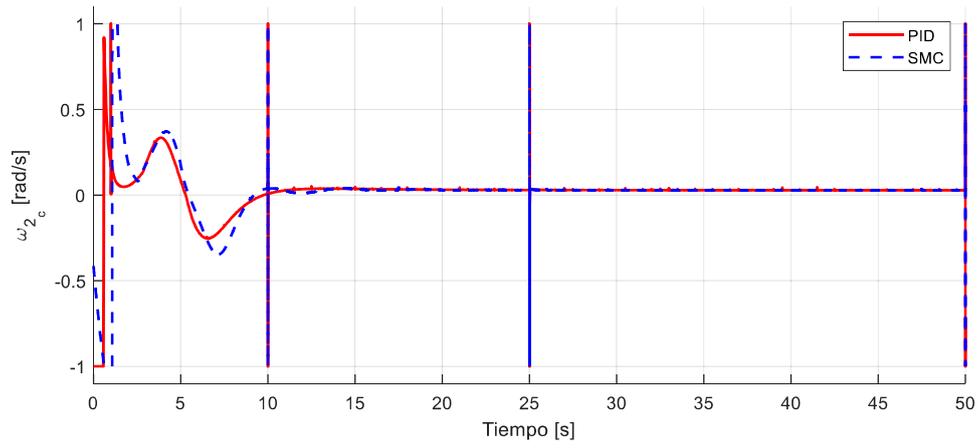


Figura E. 15 Velocidad angular de control del robot móvil 2.