

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES BASADO EN UNA SUPERFICIE HÍBRIDA PARA SEGUIMIENTO EN PROCESOS NO LINEALES**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERA EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

**CAMILA ALEJANDRA OBANDO MARTÍNEZ**

**[camila.obando@epn.edu.ec](mailto:camila.obando@epn.edu.ec)**

**DIRECTOR: ING. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.**

**[oscar.camacho@epn.edu.ec](mailto:oscar.camacho@epn.edu.ec)**

**Quito, marzo 2020**

## **AVAL**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Camila Alejandra Obando Martínez, bajo mi supervisión.

---

**ING. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.  
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo, Camila Alejandra Obando Martínez, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

---

CAMILA ALEJANDRA OBANDO MARTÍNEZ

## DEDICATORIA

*A ti, que todavía no has leído estas páginas,  
pero esperas encontrar algo en ellas.*

*A ti, que simplemente has llegado hasta aquí,  
que esta sea una fuente de inspiración.*

*A ti, que me has visto intentar hasta triunfar,  
y has permanecido como luz y sendero.*

*A ti, con quien he compartido la cotidianidad,  
contigo es con quien tanto he aprendido.*

*A ti, con quien alguna vez hube cruzado mi camino,  
y ahora has quedado eviterno en mi corazón.*

*A ti, que te has identificado con cada línea,  
o siquiera con una de ellas.*

*Este trabajo es para ti.*

*Mi amor y tiempo quedan plasmados en cada palabra.*

*Camila Obando M.*

## AGRADECIMIENTO

A Dios por guiar cada paso de mi camino, es por su amor y gracia infinita conmigo que cada meta ha sido alcanzada.

A mis padres, Jacqueline y Gerardo, pues son de ellos realmente todos los méritos conseguidos. Sin su ejemplo y constancia, la excelencia no sería parte de mi vida.

A mis hermanos, Esteban y Santiago, por ser apoyo e inspiración para saber cómo salir adelante siempre. Y a toda mi familia, que a través de los años se han mantenido pendientes de mí y siempre han procurado mi bienestar.

A Romel, por ser el mejor amigo y compañero, eres mi equipo.

A mi querido director de tesis, el Doc. Oscar Camacho, que ha hecho del aprendizaje algo continuo y maravilloso, por su vocación para enseñar y transmitir sus conocimientos, muchas gracias. También agradezco al Doc. Danilo Chávez, jefe del laboratorio de Robótica y Sistemas Inteligentes, por abrirme las puertas para poder formar parte de la familia del LARSI donde todo el tiempo de trabajo se ha disfrutado.

A todo el personal docente y administrativo, de la Escuela Politécnica Nacional, que han sido parte de mi etapa universitaria, y en forma especial a la Ing. Ana Rodas, que ha sido como una segunda madre, gracias por cada guía y palabra de aliento.

Y finalmente, a todas esas personas maravillosas que han formado parte de mi día a día. Agradezco en particular a quienes llegaron a mi vida en el último par de años. A Carlitos, por compartir conmigo no sólo sus valiosos conocimientos sino también todos sus buenos ánimos. A Diego, por ser buen amigo ante cualquier circunstancia, y a Francisco, que ha hecho de esta experiencia algo integral.

Con cada uno de ustedes las dificultades han sido sobrellevadas con prontitud y las alegrías han sido vastas.

*Camila Obando M.*

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN .....	VII
ABSTRACT .....	VIII
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 OBJETIVOS .....	3
1.2 ALCANCE .....	4
1.3 MARCO TEÓRICO.....	4
1.3.1 SISTEMAS NO LINEALES .....	5
1.3.2 APROXIMACIÓN A SISTEMAS DE ORDEN REDUCIDO .....	6
1.3.3 FUNDAMENTOS DEL CONTROL POR RESET .....	11
1.3.4 FUNDAMENTOS DEL CONTROL POR MODOS DESLIZANTES.....	15
1.3.5 VARIANTES DE SMC DE ACUERDO CON LA SUPERFICIE ELEGIDA ...	26
1.3.6 CARACTERÍSTICAS TRANSITORIAS.....	30
1.3.7 ÍNDICES DE DESEMPEÑO .....	31
1.3.8 CARACTERÍSTICAS DE LOS COMPONENTES PID.....	33
1.3.9 GRÁFICA RADIAL.....	35
1.3.10 PROCESOS DE PRUEBA.....	37
2. METODOLOGÍA .....	40
2.1 MODELADO MATEMÁTICO DE LAS PLANTAS.....	41
2.1.1 REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR .....	41

2.1.2	TANQUE DE MEZCLADO .....	44
2.2	MODELO EMPÍRICO .....	47
2.2.1	REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR .....	48
2.2.2	TANQUE DE MEZCLADO .....	52
2.3	ESQUEMA SMC CON SUPERFICE TIPO PID .....	57
2.4	PROPUESTA DE SMC CON SUPERFICIE HÍBRIDA .....	60
2.5	DESARROLLO DE LA INTERFAZ GRÁFICA .....	65
2.5.1	DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ .....	68
3.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	69
3.1	RESULTADOS SIMULADOS .....	69
3.1.1	PRUEBAS SIMULADAS DE SEGUIMIENTO Y REGULACIÓN EN EL REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR .....	70
3.1.2	PRUEBAS SIMULADAS DE SEGUIMIENTO Y REGULACIÓN EN EL TANQUE DE MEZCLADO .....	75
4.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	81
4.1	CONCLUSIONES .....	81
4.2	RECOMENDACIONES .....	82
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	83
	ANEXOS .....	87

## RESUMEN

Este trabajo de titulación muestra el diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes basado en una superficie híbrida para seguimiento en procesos no lineales. Partiendo de los fundamentos teóricos del control por reset, así como del control por modos deslizantes se sintetiza la propuesta. Con base en la utilidad de los modelos de primer orden más tiempo muerto para la representación de sistemas no lineales, se estructura el esquema híbrido.

Como procesos de prueba se eligen dos plantas químicas no lineales: un tanque de mezclado con tiempo muerto variable y un reactor de tanque agitado continuo CSTR. A estos se les aplica un modelado empírico de forma que sus parámetros más relevantes sean conocidos para la síntesis del controlador. En ambas plantas se verifica la mejora en el seguimiento al incluir la propuesta en el lazo de control.

La comparación del rendimiento frente a un esquema tradicional de control de modos deslizantes se realiza mediante la evaluación de índices de desempeño como ITSE y TVu, además de análisis de la respuesta transitoria. Además, se desarrolla una interfaz gráfica para probar ambas plantas. En ésta se pueden apreciar las salidas de mayor interés de los procesos, así como conocer el valor de los índices de desempeño en cada prueba.

**PALABRAS CLAVE:** controlador por modos deslizantes, superficie híbrida, procesos no lineales, control por reset, modelo de primer orden más tiempo muerto, índices de desempeño



## ABSTRACT

This document presents the design and simulation of a sliding mode controller based on a hybrid surface for tracking in non-linear processes. Commencing from the theoretical foundations of the reset control, as well as the sliding mode control, the proposal is synthesized. Based on the utility of first-order plus dead time models, for the representation of non-linear systems, the hybrid scheme is structured.

As testing processes, two non-linear chemical plants are chosen: a mixing tank with variable dead time and a continuous stirred tank reactor CSTR. An empirical modeling is applied to them, so that their most relevant parameters are known for the synthesis of the controller. In both plants the improvement in the tracking is verified by including the proposal in the control loop.

The comparison of the performance against a traditional scheme of a Sliding mode controller is carried out through the evaluation of performance indexes such as ITSE and TVu, in addition to the analysis of transient response. The interaction with the user to try-out both plants is facilitated by a graphical interface in which the outputs of the processes can be appreciated, as well as the value of the performance indexes in each test.

**KEYWORDS:** sliding mode controller, hybrid surface, non-linear processes, reset control, first order plus dead time model, performance indexes

# 1. INTRODUCCIÓN

Un proceso del mundo real, donde ocurren fenómenos concretos que se buscan controlar, generalmente tiene una representación matemática no lineal [1]. Esta dinámica es compleja y abarca varios aspectos para el manejo del sistema, surgiendo entonces la necesidad del control no lineal [2].

Dentro de las técnicas de control no lineal más usuales se encuentran los controladores de estructura variable, siendo el Control por Modos Deslizantes SMC (Sliding Mode Control) un tipo de ellos [3]. SMC es robusto, de gran potencial y se ha ido desarrollando por más de 45 años. Se ha usado generalmente en sistemas electromecánicos. Se emplea para el control de máquinas eléctricas, donde se incluye, pero no se limita, el control de motores de inducción, sistemas de servo aplicaciones, sistemas automotrices antideslizantes, sistemas eléctricos de potencia, robótica, turbinas de gas, así como también motores de turbo-jet [4].

El control por modos deslizantes se usa tanto para problemas teóricos como aplicativos. Acepta las especificaciones de desempeño que se le asignen y considera las limitaciones del actuador al permitir la sintonización de sus parámetros para reducir el esfuerzo en la ley de control. Además, responde satisfactoriamente ante sistemas no lineales de dinámicas complejas que usualmente operan bajo condiciones de incertidumbre. Es inherentemente robusto a la variación de parámetros de sistemas de orden reducido y perturbaciones una vez que se encuentra el modo deslizante del esquema [5].

El SMC requiere definir una superficie a lo largo de la cual el proceso pueda deslizarse hasta el valor final deseado. Su diseño se compone de dos etapas, primero la elección de la superficie y segundo la generación de la ley de control basada en dicha superficie. Resulta entonces fundamental particularizar una superficie de acuerdo con las expectativas de respuesta que se tenga del proceso. La superficie es donde la dinámica de la planta es restringida a la ecuación de la misma, de su robustez dependerá el comportamiento de la planta [6].

El escoger una superficie deslizante es el paso más importante para la síntesis del controlador ya que su elección define el comportamiento deseado globalmente y con esto a su vez representa la estabilidad y desempeño en seguimiento [7]. Es también necesario especificar como el sistema alcanzará dicha superficie [8], la ley de control resultante se forma entonces de dos componentes, la parte continua o de deslizamiento y la discontinua o de alcanzabilidad [9].

Para propósitos de diseño se suele emplear superficies deslizantes tipo PID con el fin de actuar constantemente sobre el error de posicionamiento. Con dicha superficie es posible realizar seguimiento y regulación dentro del proceso controlado. No obstante, pueden generarse oscilaciones en la salida características del término integral al tratar de alcanzar la referencia con rapidez. Esto a su vez desemboca en vibraciones, las cuales no son toleradas por los actuadores, y reducen la eficiencia del control dentro del sistema [9] - [10].

Buscando erradicar los efectos adversos del término integral de la superficie PID, se podría proponer el uso de una superficie PD. Considerar a la acción derivativa aporta un modo para conseguir un controlador de mayor sensibilidad. Dado que la componente derivativa responde a la velocidad del error, éste se corrige con previsión sin dejar que su magnitud sea demasiado grande. Además, el elemento derivativo tiende a aumentar la estabilidad del sistema y añade amortiguamiento que, si bien no involucra directamente al error en estado estacionario, sí mejora la precisión en el mismo y no presenta sobre-picos [11]. Las debilidades de una acción derivativa como: la susceptibilidad al ruido, no poder compensar perturbaciones y afecciones a errores en el modelo en el sistema, son bien conocidas, pero sus bondades no pueden ser dejadas de lado tampoco.

Se toma entonces el concepto de control basado en reset de Clegg [12], donde bajo cierta condición se reestablece el término integral para que sea nulo. Dicho concepto extrapolado a SMC resulta en el reinicio de una superficie PID a una PD en forma alternativa de acuerdo con el requerimiento del sistema. El tratamiento matemático que conlleva la síntesis de un SMC permite combinar el accionar de ambas superficies, PID y PD, para obtener un esquema de control en el que se reflejan las mejores cualidades de cada una de ellas. La combinación se realiza teniendo en claro que el objetivo de dicha unión es el reinicio y activación del término integral de acuerdo con el desenvolvimiento del sistema en el tiempo [13].

Con tales precedentes se propone el diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes basado en una superficie híbrida para seguimiento en procesos no lineales. Se busca aminorar el sobre-pico y mejorar el tiempo de asentamiento, manteniendo el rechazo de perturbaciones. Consiguiendo así, los beneficios de ambas superficies al combinarlas en un modelo híbrido dentro del contexto del control no lineal. Los modelos a considerar son un tanque de mezclado y un reactor, los cuales son dos modelos de procesos químicos industriales.

Con base en los índices de desempeño, ITSE (tiempo por error cuadrático integral) y TVu (variación total del esfuerzo de control) [14], se verifica y compara el rendimiento y robustez del controlador propuesto ante perturbaciones y cambios de referencia tipo paso. Mediante una interfaz gráfica desarrollada en GUI de Matlab se facilita la observación de las señales de respuesta de las variables a controlar, de la salida del controlador y los índices de desempeño ITSE y TVu para cada uno de los procesos no lineales mencionados.

## 1.1 OBJETIVOS

El objetivo general de este Proyecto Técnico es:

Diseñar y simular un controlador por modos deslizantes basado en una superficie híbrida para seguimiento en procesos no lineales.

Los objetivos específicos de este Proyecto Técnico son:

- Realizar una recopilación bibliográfica de: la aproximación de sistemas no lineales con retardo a modelos de orden reducido con tiempo muerto, de los fundamentos del control por modos deslizantes, tanto su componente continua como discontinua, y de las variantes del control por modos deslizantes considerando el uso de diferentes superficies.
- Diseñar y sintonizar un esquema de control por modos deslizantes con una superficie híbrida con base en los índices de desempeño ITSE y TVu.
- Simular un tanque de mezclado y un reactor [5] con la técnica de control propuesta, para realizar pruebas ante perturbaciones y cambios de referencia tipo paso de al menos 10%.
- Probar y comparar el esquema de control propuesto, contra el esquema general de SMC, para constatar la mejora en el rendimiento y robustez de la propuesta mediante la cuantificación de los resultados a través de los índices de desempeño, ITSE y TVu, sobre-pico y tiempo de asentamiento.
- Desarrollar una interfaz gráfica en la herramienta GUI de Matlab para visualizar la respuesta de las variables a controlar, las señales de salida del controlador y los índices de desempeño ITSE y TVu, para cada uno de los procesos no lineales determinados previamente.

## 1.2 ALCANCE

- Se hará la recopilación bibliográfica de la información de las dos plantas químicas no lineales: un tanque de mezclado y un reactor [5] para poder aproximar ambos sistemas a modelos de orden reducido con tiempo muerto.
- Se realizará el estudio de los fundamentos del control por modos deslizantes, tanto de su componente continua como discontinua.
- Se estudiarán las variantes del control por modos deslizantes considerando el uso de diferentes superficies y sus limitaciones al aplicarlos para el control de procesos químicos no lineales.
- Se diseñará el esquema de control por modos deslizantes con base en una superficie híbrida para procesos no lineales con el fin de conseguir los beneficios de dos tipos de superficies, PID y PD, para mejorar el seguimiento sin descompensar la regulación en los sistemas propuestos.
- Se simularán las dos plantas antes mencionadas [5] con la técnicas de control propuesta utilizando el Software computacional Simulink de Matlab para pruebas como: perturbaciones y cambios de referencia tipo paso de al menos 10% para comprobar el rendimiento y la robustez del esquema de control.
- Se verificará y comparará el rendimiento del esquema de control diseñado con un SMC general teniendo como referencia los índices de desempeño, ITSE y TVu, sobre-pico y tiempo de asentamiento.
- Se desarrollará una interfaz gráfica en el GUI de Matlab en la que se podrá observar la respuesta de las variables a controlar, las señales de salida del controlador y los índices de desempeño ITSE y TVu para cada uno de los procesos no lineales determinados anteriormente.

## 1.3 MARCO TEÓRICO

En esta sección se desarrolla la fase teórica del proyecto. Se recopila información de las bases sobre las cuales se plantea el problema, y se muestran las herramientas con las cuales se puede construir y evaluar una solución.

Se empieza con la revisión de lo que son los sistemas no lineales y se indica cómo realizar la aproximación a sistemas de orden reducido empleando modelos empíricos. Los fundamentos del control por reset, así como del control por modos deslizantes se presentan junto con variantes de SMC de acuerdo con la superficie elegida. Se describe en qué consisten las características transitorias y los índices de desempeño tomados en cuenta como indicadores de rendimiento. Luego, las características de los componentes PID se detallan. Además, se aclara lo que es una gráfica radial para la comparación de resultados, y se finaliza con la explicación de los procesos de prueba tomados como caso de estudio.

### 1.3.1 SISTEMAS NO LINEALES

Los sistemas de control son una interconexión de componentes cuya configuración otorga una respuesta deseada del proceso al que consideran. Se constituyen en forma general por controladores, actuadores, sensores y el proceso a manejar [1]. Este último, representa a las plantas donde ocurren los fenómenos físicos y químicos que se pretenden controlar. Si bien pueden ser sistemas diversos, todos ellos son consustancialmente no lineales. Es necesario entonces definir a los sistemas no lineales, ya que estos representan el comportamiento de los entornos del mundo real, el cual es inherentemente no lineal.

Un sistema no lineal es aquel que no cumple el principio de superposición y que se puede describir por ecuaciones diferenciales no lineales como el conjunto que abarca la Ecuación 1.1, donde  $f$  y  $x$  son funciones vectoriales no lineales de orden  $n \times 1$ ,  $u$  es la variable de entrada y  $t$  es el tiempo en el cual evoluciona la dinámica del sistema no lineal representado. El número de estados  $n$  es el llamado orden del sistema [10], éste corresponde al grado de la derivada más alta de la variable de salida de sus ecuaciones diferenciales [15].

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (1.1)$$

La ley de control seleccionada se describe en términos generales en la Ecuación 1.2:

$$u = g(x, t) \quad (1.2)$$

Desde un enfoque matemático las no linealidades son aquellos fenómenos que no pueden representarse con funciones lineales, las cuales son aproximaciones que desprecian de una otra forma a las no linealidades por no tener gran impacto en el comportamiento del sistema en un punto de equilibrio correspondiente.

Los comportamientos no lineales más comunes son: la existencia de múltiples puntos de equilibrio, que son donde el sistema se mantiene en estado estable; ciclos límite, llamadas

también oscilaciones de amplitud y frecuencia fija auto-excitadas; bifurcaciones, lo que implica que la estabilidad del punto de equilibrio es cambiante, y caos, siendo el sistema extremadamente susceptible al cambio de condiciones iniciales dando a lugar a salidas impredecibles. Otros comportamientos no lineales son la histéresis y los retardos [10].

Se nota que la dinámica de los sistemas no lineales es mucho más amplia y compleja que la de un sistema lineal. Por esto, el comportamiento de una planta altamente no lineal, no puede ser descrito, y menos aún controlado, por modelos lineales los cuales no comprenden todos los aspectos del sistema real. Surge entonces, el control no lineal que sí considera los fenómenos no lineales relevantes [2].

### **1.3.2 APROXIMACIÓN A SISTEMAS DE ORDEN REDUCIDO**

El modelado de procesos permite establecer relaciones entre los parámetros y variables del sistema. Se limita por la complejidad que implica hacer una representación fidedigna a detalle. El modelamiento matemático en la forma más realista requiere de grandes esfuerzos de ingeniería que formulen ecuaciones y determinen valores de los parámetros y detalles de la planta tratada. Para esto, usualmente se usan métodos numéricos. No obstante, todo ese trabajo solamente se justifica cuando se necesitan predicciones muy definidas de la respuesta dinámica en un amplio rango de operaciones.

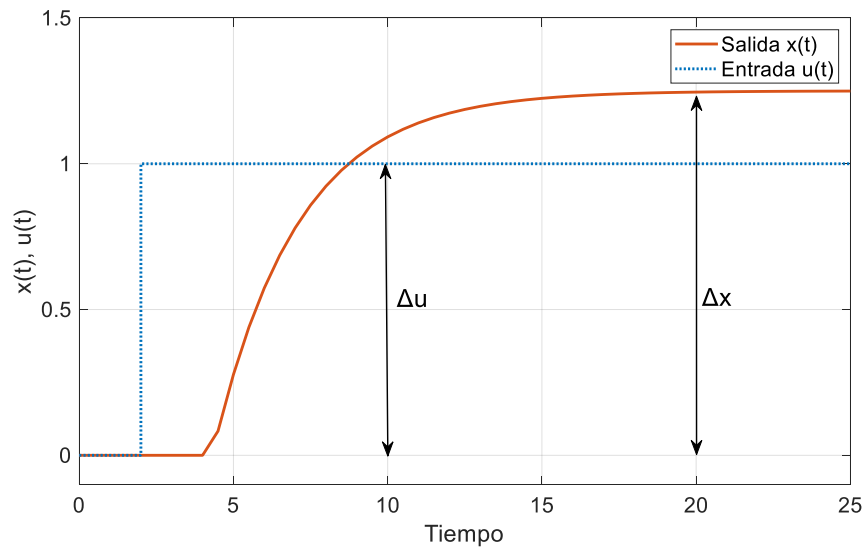
Cuando el objetivo es el control de procesos, la alternativa es la identificación empírica, donde se establecen las relaciones dinámicas sólo entre las variables de entrada y salida alrededor de la condición de operación nominal. La salida resultante se usa para determinar el modelo, el cual se considera válido para una región del  $\pm 20\%$  alrededor de las condiciones de equilibrio. La meta no es desarrollar un modelado exacto que coincida con los datos experimentales, sino un modelo que defina el comportamiento de entrada-salida del procesos para que se pueda usar en el control de la planta [15].

Las dinámicas que modelan el comportamiento de los procesos industriales suelen ser de una complejidad matemática considerable. Esto incide en la dificultad de emplear métodos analíticos para el diseño de controladores. Es entonces necesaria la aproximación a sistemas de orden reducido estableciendo parámetros que guíen su comportamiento. Tales parámetros deben conseguir que se siga la dinámica de la planta en la forma más veraz posible.

La caracterización de procesos puede hacerse mediante un análisis del comportamiento del sistema en lazo cerrado o lazo abierto. En el proceso en lazo cerrado se aumenta la ganancia del sistema hasta que a la salida se produzcan oscilaciones sostenidas. No

obstante, no es un método recomendable por no poder aplicarse a todas las plantas, ya que no todas tienen oscilación a la salida, además llevar al cabo la oscilación puede ser peligroso según el tipo de proceso.

En lazo abierto el método es el de la curva de reacción. El procedimiento general que se sigue es: dejar actuar a la planta en lazo abierto hasta que se estabilice el sistema. Luego, aplicar un escalón de amplitud  $\Delta u$  a la entrada de la variable manipulada, y tomar datos de la variable controlada  $x(t)$  hasta la nueva estabilización del sistema según se muestra en la Figura 1.1. [16].



**Figura 1.1.** Curva de reacción para identificación del modelo de un proceso [17]

Con el método de curva de reacción se pueden hacer aproximaciones a modelos de orden reducido, los más comunes son los sistemas de primer y segundo orden en los que se incluye también el tiempo muerto ya que en los procesos industriales el retardo es común por las características físicas de los componentes de la planta [15].

El modelo de primer orden más tiempo muerto, FOPDT, por sus siglas en inglés First Order Plus Dead Time, se muestra en la Ecuación 1.3;

$$G_{p_{FOPDT}}(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_o s} \quad (1.3)$$

el modelo de segundo orden con polo doble, en la Ecuación 1.4;

$$G_1(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)^2} e^{-t_o s} \quad (1.4)$$



el modelo general de segundo orden, en la Ecuación 1.5.

$$G_2(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\epsilon\omega_n s + \omega_n^2} e^{-t_o s} \quad (1.5)$$

Para definir qué modelo se obtendrá, lo común es elegir el de menos parámetros y mayor simplicidad, esto se conoce como el principio de parsimonia. Para el caso de este trabajo de titulación, se escoge el modelo FOPDT. Los indicadores de este modelo son tres: ganancia  $K$ , constante de tiempo  $\tau$ , y tiempo muerto  $t_o$  [17].

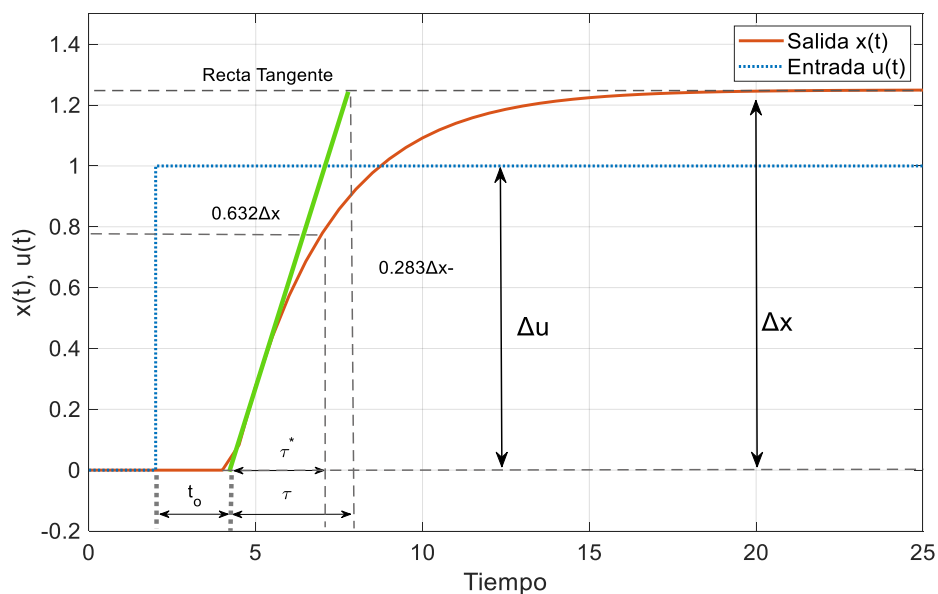
Los procedimientos más comunes con la identificación a lazo abierto son: el método de la recta tangente y los métodos de dos y tres puntos. Para todos los casos se busca identificar puntos representativos del comportamiento de la planta [16].

### Método de la tangente de Ziegler y Nichols

En la salida del sistema, se traza una tangente en la máxima pendiente como muestra en la Figura 1.2. A partir de ésta gráfica, se determina el tiempo muerto y el cálculo de la ganancia se hace con la relación entre la variación de la salida, con respecto a la variación en la entrada como muestra la Ecuación 1.6:

$$K = \frac{\Delta x}{\Delta u} \quad (1.6)$$

La constante de tiempo se calcula con el valor de tiempo que le toma a la salida alcanzar el 63.2% del cambio total de  $x(t)$ , a partir del tiempo muerto.



**Figura 1.2.** Gráfica del método de identificación de la tangente de Ziegler y Nichols [16]

El inconveniente de emplear este método es que el punto de inflexión para trazar la pendiente es difícil de determinar de forma precisa [17].

### Método de los tres puntos

Sirve para modelar dinámicas de segundo orden más tiempo muerto, tiene tres parámetros adicionales a la ganancia como indica la Ecuación 1.5, por lo que se necesitan tres puntos sobre la curva de reacción para identificarlo, se escogen tres valores representativos de la salida [16]. Se suele emplear: el valor de amplitud  $X_0$  correspondiente al 90% del valor final; la amplitud  $X_1$  correspondiente al tiempo  $t_1$  en el cual se produce el sobrepico de la respuesta transitoria; y por último, el valor de la amplitud  $X_2$  al segundo sobrepico del valor final de la salida, lo cual ocurre en un tiempo  $t_2$ . El tiempo muerto se calcula como la diferencia de tiempo que le toma al sistema en responder desde que la entrada produce un cambio. El coeficiente de amortiguamiento  $\epsilon$  y la frecuencia natural  $\omega_n$ , se calculan con las Ecuaciones 1.7 a la 1.11 [18]. En la Figura 1.3 se indican los parámetros descritos para este método. El coeficiente de amortiguamiento es el promedio de  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \quad (1.7)$$

Primero se calcula  $\epsilon_1$  en función de los valores de  $X_0$  y  $X_1$ ,

$$\epsilon_1 = \frac{\ln\left(\frac{X_1}{X_0}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{X_1}{X_0}\right)\right)^2}} \quad (1.8)$$

luego se calcula  $\epsilon_2$  en función de las amplitudes de  $X_0$  y  $X_2$ :

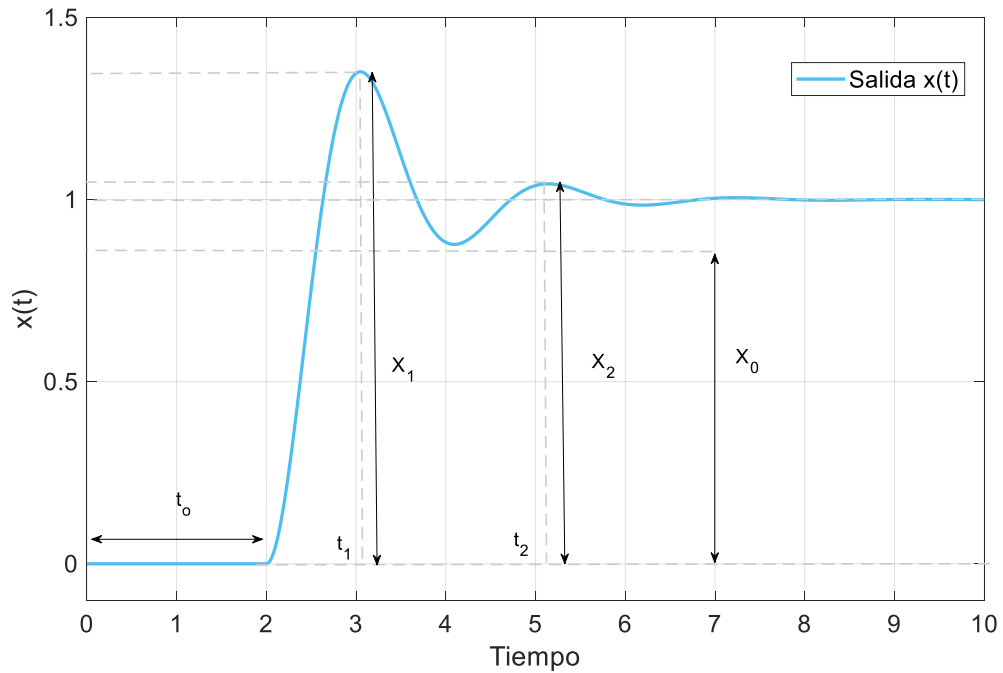
$$\epsilon_2 = \frac{\ln\left(\frac{X_2}{X_0}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{X_2}{X_0}\right)\right)^2}} \quad (1.9)$$

El período de oscilación  $T$  se calcula con la Ecuación 1.10.

$$T = t_2 - t_1 \quad (1.10)$$

La frecuencia natural se obtiene con la Ecuación 1.11.

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T\sqrt{1 - \epsilon^2}} \quad (1.11)$$



**Figura 1.3.** Curva de reacción para identificación por el método de 3 puntos [16]

Esta opción de modelado con tres puntos puede ser más exacta para sistemas subamortiguados. Pero al haber definido como modelo a emplear en este trabajo el que se representa en la Ecuación 1.3 se pueden obtener resultados también válidos con la versión simplificada de dos puntos.

### Método de dos puntos de Smith

La ganancia es calculada con la Ecuación 1.6. Para el tiempo muerto y la constante de tiempo, se selecciona dos instantes de tiempo para que la respuesta alcance el 28.3%,  $t_1$ , y  $t_2$  al 63.2% de su valor final. Con estos datos determinados la constante de tiempo es calculada con la Ecuación 1.12:

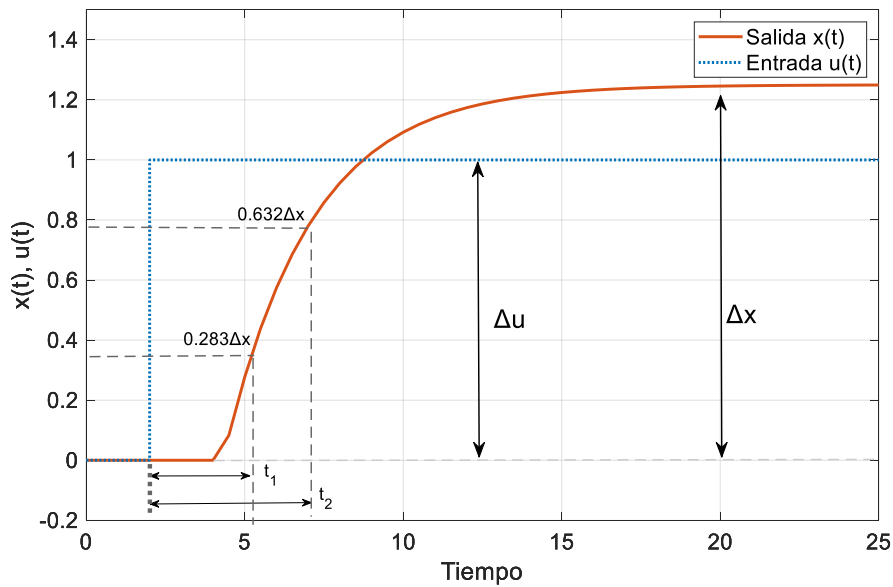
$$\tau = 1.5(t_2 - t_1) \quad (1.12)$$

El tiempo muerto se define con la Ecuación 1.13:

$$t_0 = t_2 - \tau \quad (1.13)$$

Los datos se obtienen según se indica en la Figura 1.4. [16].

Después de obtenidos todos los parámetros del modelo se debe proceder a la evaluación del mismo para determinar cuan bien se ajustan los datos de la planta con los valores obtenidos por estimación de parámetros [15].



**Figura 1.4.** Curva de Reacción para el método de dos puntos de Smith [16]

### 1.3.3 FUNDAMENTOS DEL CONTROL POR RESET

En esta sección se presentan algunas bases del control por reset. El objetivo no es estudiar toda su teoría, sino más bien exponer su utilidad como herramienta adicional dentro del control tradicional. Tanto su reseña histórica, conceptos, funciones de análisis y criterios de estabilidad son ampliamente descritos en [19]. A continuación, un breve resumen de los aspectos más destacables considerando varios trabajos importantes dentro del control por reset.

#### 1.3.3.1 Orígenes

La idea del control por reset se propone en 1958 por J.C. Clegg quien habla de las limitaciones del término integral, pero de la necesidad de su uso para la corrección de la salida del sistema en estado estacionario. Resultando de su trabajo el integrador de Clegg, conocido como Clegg Integrator (CI) [20].

En la década de los años setenta se retoma la idea del reset por parte de I. Horowitz, quien expande el concepto del CI a los elementos de reinicio de primer orden, FORE, por sus siglas en inglés *first-order reset element*. Se hace énfasis en su funcionalidad para sistemas con retardo y de fase no mínima [20].

De acuerdo con [21] el control por reset se asemeja a otros tipos de control no lineal conocidos como: el control con relés, el control por modos deslizantes y el control por conmutación, ya que se basa en el cambio de estados dentro de un hiper-plano limitado.

### 1.3.3.2 Conceptualización

De acuerdo con el desarrollo de Clegg, el control por reset se basa en reiniciar el valor de la señal de control integral a cero cuando la entrada que recibe es nula. Se compone de un controlador lineal, que adicionalmente cuenta con un mecanismo de reinicio de su estado a cero [20].

Ya en forma más general implica el reinicio de uno o varios componentes del controlador a su estado inicial. El reset se cumple sólo cuando cierta condición se ha cumplido. Ésta condición usualmente es el cruce por cero del error de estado estacionario. No obstante, existen condiciones como las ligadas a sistemas impulsivos, el reseteo con una base temporal y el de acuerdo con condiciones sectoriales.

El reset con base temporal se aplica en tiempos predefinidos, por lo que se requiere conocimientos previos de la dinámica del sistema. Dentro del campo matemático se aproxima al comportamiento de los sistemas impulsivos. Por simplicidad, la forma clásica de control por reset se ha mantenido. Es decir, el esquema de Clegg que consiste en un integrador cuyo estado se reinicia a cero cada vez que la entrada cruza por cero. En la Figura 1.5. se indica el bloque para el esquema base del CI.

Matemáticamente se representa la dinámica del CI con el conjunto de la Ecuación 1.14.

$$CI = \begin{cases} \dot{u}(t) = e(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ u(t^+) = 0 & \text{si } e(t) = 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

La primera condición representa la operación continua de la acción integral y la segunda, el modo discreto o de reinicio que se activa en el cruce por cero del error  $e(t)$ . Cuando se provoca el reinicio a cero tal que  $u(t^+) = 0$ , se produce la discontinuidad de salto, es decir que  $u(t^+) \neq u(t^-)$  [12].

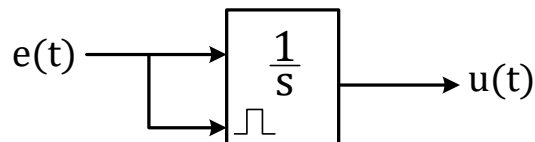


Figura 1.5. Bloque para el control por reset de CI [12]

### 1.3.3.3 Variantes

Karpenko y Sepehri en [22] proponen una variación para el CI con una banda de acción. Se busca mantener la salida continuamente reseteada a cero siempre que la magnitud del error sea menor a un valor de disparo determinado. A esto se le suma la capacidad de definir un porcentaje de reseteo fijo o variable, de acuerdo con los requerimientos del sistema.

El uso de una banda de reset tiene como objetivo generar el reset antes de que la señal de error sea cero, de forma tal que se obtenga un efecto anticipativo y el retardo no afecte a los procesos dentro de los que se incorpore. En [12] se sugieren algunos criterios para la selección de las bandas y porcentajes de reset.

A continuación, se indican las tres modalidades más comunes dentro del control por reset. Considerando que el elemento a reiniciar es el integral, se lo define con la Ecuación 1.15.

$$z(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (1.15)$$

La presentación tradicional, en términos de  $z(t)$ , se ve en el grupo de la Ecuación 1.14. La salida clásica indica que el integrador se reinicia a cero cuando el valor del error es cero.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = e(t) & , \quad e(t) \neq 0 \\ z(t) = 0 & , \quad e(t) = 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

El control por reset incluyendo una banda de acción incluye el parámetro  $\alpha$ , el cual define el límite de la banda. Una vez que el error tome un valor igual o menor a  $\alpha$ , la salida estará continuamente reseteada.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = e(t) & , \quad |e(t)| > \alpha \neq 0 \\ z(t) = 0 & , \quad |e(t)| \leq \alpha \end{cases} \quad (1.17)$$

La última variante busca que el mecanismo de reset se active solo para un valor definido  $\alpha$ . En este caso el parámetro de diseño  $\alpha$  define dos límites  $e(t) = \alpha$  y  $e(t) = -\alpha$  en el espacio de fases. Esta variante busca adelantarse en el reinicio del término integral para evitar en mayor magnitud los sobrepicos sin necesidad de un accionar continuo [13].

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = e(t) & , \quad |e(t)| \neq \alpha \\ z(t) = 0 & , \quad |e(t)| = \alpha \end{cases} \quad (1.18)$$

#### 1.3.3.4 Ventajas

Sea cual sea la variante empleada, el introducir un mecanismo de reset tiene como ventaja la disminución del máximo sobrepico y el tiempo de estabilización, sin necesidad de aumentar el tiempo de subida [20].

Además, el uso del reset aumenta el ancho de banda, relacionado con la rapidez de respuesta y aumenta el margen de fase, asociado a la robustez, sin comprometer el seguimiento.

Si bien no se eliminan por completo las oscilaciones y limitaciones del esquema dentro del que se implemente, si logra reducir los efectos adversos mencionados [12].

#### 1.3.3.5 Diseño y Estabilidad

Para estructurar un controlador por reset primero se diseña el controlador dentro de su esquema original de forma que pueda cumplir con las especificaciones de diseño en mayor medida de lo posible. Luego, se identifica la componente del controlador que debe reiniciarse, usualmente el término integral por su característica acumulativa que genera oscilaciones en la respuesta del sistema [20].

Conocido el estado al que debe volver el término elegido para el reset, basta con definir la condición de disparo que activará el reinicio. Por lo descrito en [13], resulta conveniente en la mayoría de los casos, elegir las condiciones que establece la Ecuación 1.18.

Al trabajar con sistemas de reset debe cumplirse la condición cuadrática de estabilidad, la cual es fácilmente demostrable con una función candidata de Lyapunov  $V(x)$  [20]. Esta última es tratada con mayor detalle en la sección de fundamentos de control por modos deslizantes ya que en dicho esquema también se trata la estabilidad mediante Lyapunov.

Adicionalmente, el control por reset define su estabilidad en términos de variables de estado. La matriz  $A$  contiene la representación de la dinámica de la planta y la matriz de reseteo  $A_R$  es procedente de  $A$  cuando la condición de reseteo se cumple. También, se tiene la *variedad*  $M$  la cuál es el hiper-plano dentro del cual se acota la estabilidad del reset. Se establece que, dada la condición de reinicio, se produce simultáneamente el cruce del estado por el hiper-plano  $M$ , siendo este evento el considerado para evitar el re-reseteo o reseteo repetido y mantener al sistema estable [12]. La relación de la Ecuación 1.19 debe cumplirse para garantizar dicha estabilidad en el reset.

$$\Delta V(x) = V(A_R x) - V(x) \leq 0, x \in M \quad (1.19)$$

### **1.3.4 FUNDAMENTOS DEL CONTROL POR MODOS DESLIZANTES**

El control por modos deslizantes tiene su origen en el control por estructura variable [3], razón por la cual se empieza describiendo su relación con el mismo. Luego, se indican las bases sobre las cuales se desarrolla el SMC y se describe el principio del modo deslizante.

Al ser ésta una sección que trata de los fundamentos de esta estructura de control, se describe en manera general el diseño del esquema y se detallan las condiciones de existencia y estabilidad que deben cumplirse. Finalmente, se añaden un complemento conceptual en torno al hiper-plano empleado en SMC, para consolidar la comprensión de esta herramienta de control.

#### **1.3.4.1 Origen del control por modos deslizantes con base en el control por estructura variable**

El inicio formal de la teoría de control por modos deslizantes surge alrededor de 1950, como un tipo del control de estructura variable, desarrollado por S.V. Emel'yanov [23]. Los sistemas de estructura variable son propios de plantas físicas como motores eléctricos, convertidores y procesos químicos. Estos requieren en forma natural una ley de control discontinua, razón por la que se empezó con el desarrollo del control por estructura variable (VSC por sus siglas en inglés Variable Structure Control).

El VSC tiene sus orígenes en el control on-off por contactores. Además, se compone de estructuras independientes y una lógica de conmutación. La ventaja principal radica en que el comportamiento global del VSC presenta propiedades nuevas, y no se limita sólo al de las estructuras que lo componen. El control por estructura variable puede dar un efecto estabilizante a los sistemas en los que se aplica [24].

Se busca combinar sistemas, de forma tal que juntos sean asintóticamente estables pese a ser oscilatorios y no estables de forma independiente. Se obtienen propiedades no presentes en ninguno de los sistemas constituyentes gracias al control por estructura variable. Una estructura estable puede conseguirse tras variar dos estructuras inestables. El comportamiento deseado se puede apreciar de acuerdo con la lógica de conmutación que se emplee [23].

#### **1.3.4.2 Introducción al control por modos deslizantes**

Los controladores continuos, sean de carácter lineal o no lineal, envían comandos al actuador dependiendo constantemente del error de la salida. Los límites de desempeño del actuador están entonces en función del error. Cuando los errores son muy pequeños el



actuador no los percibe para la acción de control. En cambio, los controladores discontinuos son muy sensitivos a las pequeñas desviaciones y actúan para compensar los errores cuando se presentan por pequeños que sean. Es esta la razón por la que los controladores discontinuos tienen mayor capacidad para corregir perturbaciones [25].

El control por modos deslizantes, SMC, es una poderosa herramienta de control robusto no lineal discontinuo. Su característica más notable es el ser insensible a la variación de parámetros de la planta y ante perturbaciones, lo cual facilita que no se necesite un modelado exacto. Su desarrollo le permite estar apto tanto para aplicaciones teóricas como para problemas orientados [4].

Para definir el SMC se describe su accionar y los conceptos básicos asociados a su esquema de control. Para todas las definiciones que se hacen en esta sección se toma como sistema el descrito en la Ecuación 1.20 [25].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + B(x)U(t) \\ x(t), f(x) &\in R^n, U(t) \in R^m, B(x) \in R^{n \times m} \end{aligned} \quad (1.20)$$

La idea principal tras el SMC es definir una superficie a lo largo de la cual la salida del proceso pueda deslizarse hasta un valor final deseado. Para éste fin, la estructura de control se va alterando en forma intencional de acuerdo con lo prescrito en la ley de control en el momento en el que se cruza la superficie [4].

Sin importar el orden del sistema, este se ve gobernado por la superficie deslizante y sus variables, se vuelve independiente de los parámetros del sistema, es decir, el esquema de control es robusto [23].

La teoría de control por modos deslizantes incluye acciones de control de estructura variable. La ley de control genérica para el VSC,  $u(x)$ , es elegida como una función discontinua definida por el sistema de estados de la Ecuación 1.21:

$$u(x) = \begin{cases} u^+(x) & \text{para } s(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{para } s(x) < 0 \end{cases} \quad (1.21)$$

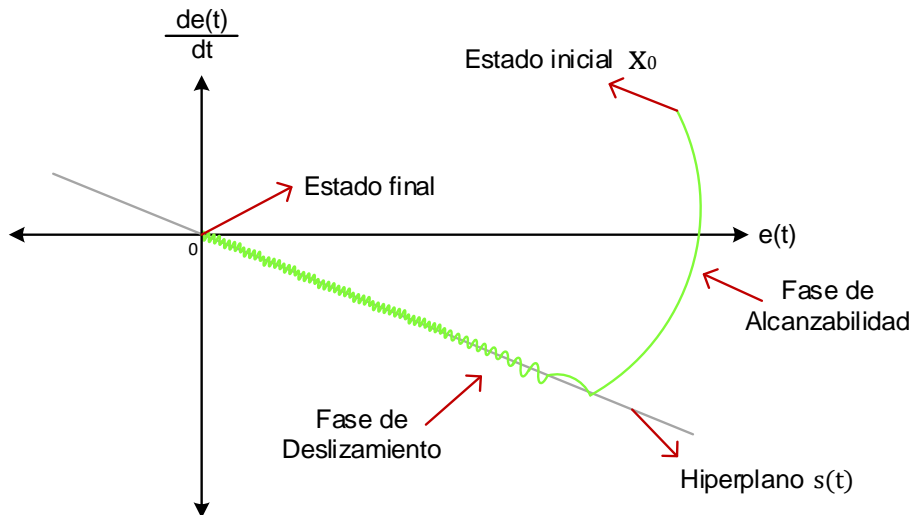
Donde  $s(x)$  es una función diferenciable continua que representa a la superficie deslizante. La señal de retroalimentación  $u(x)$  presenta una discontinuidad en  $s(x) = 0$ , como indica la Ecuación 1.22.

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0} u^+(x) \neq \lim_{s(x) \rightarrow 0} u^-(x) \quad (1.22)$$

### 1.3.4.3 Principio del modo deslizante

Un controlador generalmente sigue una trayectoria para llevar al sistema a un estado deseado. Las trayectorias que sigue un control por modos deslizantes se da en dos fases empezando desde condiciones iniciales nulas. Primero, está la etapa de alcanzabilidad, donde se llega a la superficie deslizante, y luego, la etapa de deslizamiento, donde la trayectoria ya sobre la superficie se mantiene sobre ésta a lo largo del tiempo comportándose según la dinámica especificada para dicha superficie deslizante.

En la Figura 1.6. se ve como para un sistema de dos dimensiones, con entrada de control escalar, se produce el movimiento de estado del sistema cuando el algoritmo de control de modos deslizantes de aplica. El movimiento tiene tanto la componente de alcanzabilidad como la deslizamiento [25] .



**Figura 1.6.** Comportamiento del modo deslizante [25]

La ley de control del modo deslizante  $U(t)$  es una expresión compuesta por elementos de ambas etapas, según indica la Ecuación 1.23. El componente  $U_D$  representa a la ley de control de alcanzabilidad o discontinua, mientras que  $U_C$ , es la ley de control de deslizamiento o continua, ésta mantiene a la trayectoria convergiendo a cero deslizándose por la superficie al considerar la derivada de la superficie de deslizamiento igual a cero [26].

$$U(t) = U_C(t) + U_D(t) \quad (1.23)$$

## Ley de control de alcanzabilidad

Para la componente discontinua, considerando la función candidata de Lyapunov  $V(x)$  y su derivada, se define la Ecuación 1.24, esto para determinar la función dentro de los criterios de estabilidad que se tratan más adelante en este documento.

$$\dot{V}(x) = s(x)^T \frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x, U) + B(x)U(t)] < 0 \quad (1.24)$$

Se escoge una entrada de amplitud suficientemente extensa para definir a  $\dot{V}(x)$  negativa para cualquier error de modelado de  $f(x)$ . La elección típica es la de la Ecuación 1.25 basada en el diseño del control por contactores.  $U_D(t)$  es una función no lineal y representa el elemento de conmutación en la ley de control y  $s_i$ , las dos componentes de la superficie  $s_1$ , para el primer intervalo y  $s_2$ , para el segundo intervalo dado que  $i$  toma los valores de 1 y 2, respectivamente [4].

$$U_D(t) = -U(x)sgn(s), \quad sgn(s) = [sgn(s_i)] \quad (1.25)$$

La función signo, determina a la componente discontinua, según indica la Ecuación 1.26.

$$sgn(s_i) = \begin{cases} 1 & s_i > 0 \\ -1 & s_i < 0 \end{cases}, \quad U(t) \in R^{m \times m} \quad (1.26)$$

La función es de tipo signo ya que eso le permite el cambio entre estructuras para alcanzar la superficie. El cambio en teoría es inmediato, pero es imposible ya en forma tangible debido a las limitaciones físicas de los actuadores. La falta de brevedad produce el llamado chattering o castaño alrededor de la superficie deslizante [4].

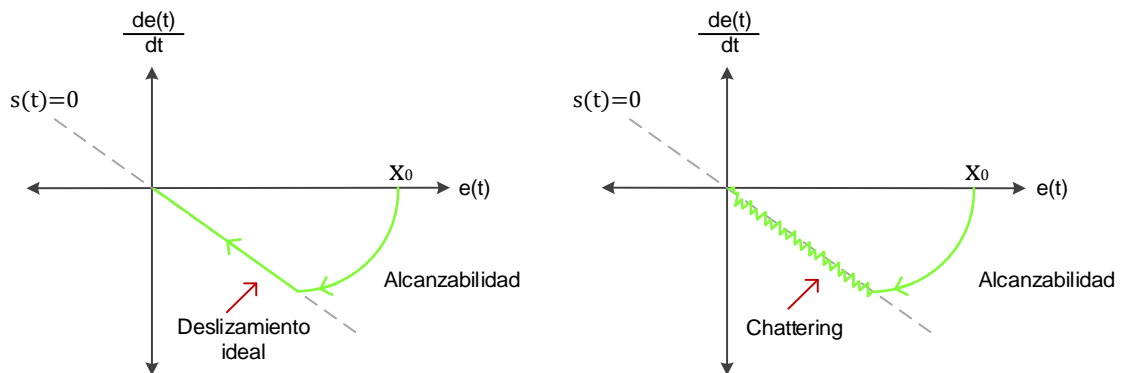
En forma ideal el modo deslizante es alcanzado por la trayectoria de estados de forma que se cumple la Ecuación 1.27, donde  $t_{rg}$  es el tiempo de alcanzabilidad. Para que esto sea posible, la variable controlada tiene que conmutar a una frecuencia infinita. Lo cual no es posible en la práctica y provoca que la trayectoria del sistema oscile alrededor de la superficie [26].

$$s(x(t)) = 0, \quad t \geq t_{rg} \quad (1.27)$$

Entonces, el chattering es la oscilación de alta frecuencia y amplitud finita alrededor del punto de equilibrio buscado en la superficie deslizante [25]. Este fenómeno no es deseado en la práctica ya que provoca alta actividad del controlador y excita dinámicas de alta frecuencia que suelen ser ignoradas en el modelado del sistema [4]. Puede causar baja

exactitud del control y altas vibraciones en los componentes mecánicos, deteriorando el funcionamiento global del sistema controlado.

El cambio ideal de estructuras en un SMC para conseguir  $s(t) = 0$  y el deslizamiento con los efectos de las conmutaciones de alta frecuencia se muestra en la Figura 1.7.



**Figura 1.7.** Alcanzabilidad del modo deslizante en forma deslizante y con los efectos del chattering [25]

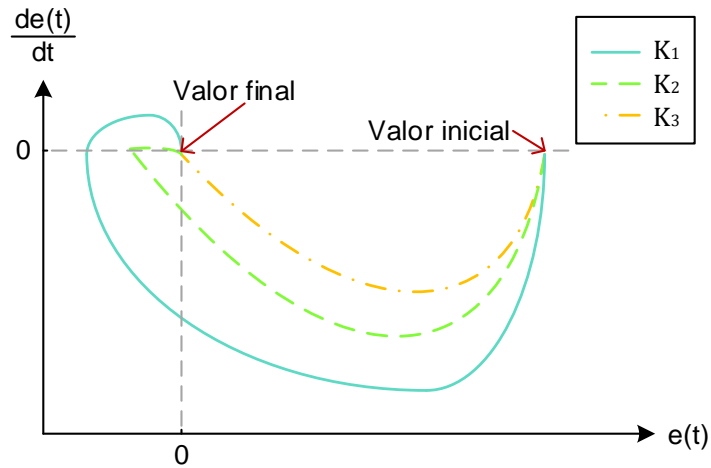
El chattering es el principal obstáculo al momento de implementar un SMC, no obstante, existe un sinnúmero de técnicas desarrolladas para atenuar y erradicar sus efectos del esquema de control. Una de las formas es emplear funciones de suavizamiento como las descritas en la Tabla 1.1. [25].

**Tabla 1.1.** Funciones de suavizamiento para la función de alcanzabilidad

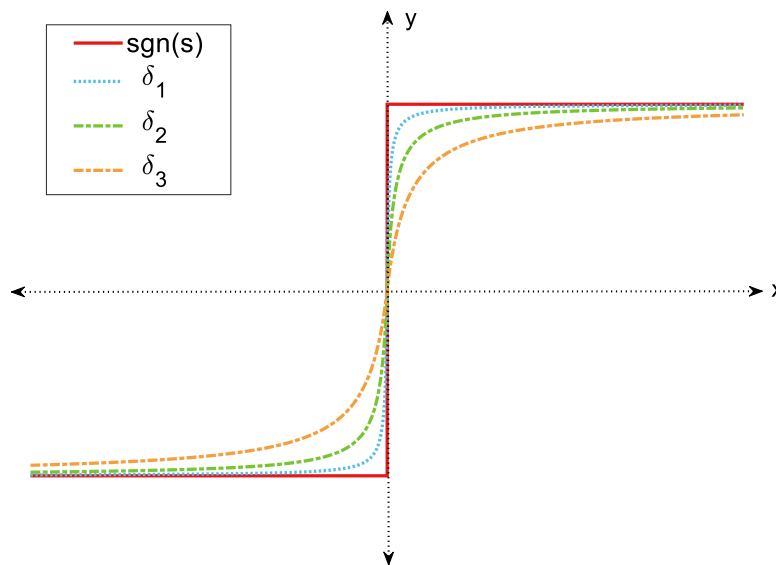
Función de Suavizamiento	Ecuación
Sigmoidea	$U_D(t) = K_D \frac{s(x)}{ s(x)  + \delta} \quad (1.28)$
Tangente Hiperbólica	$U_D(t) = K_D \tanh\left(\frac{s(x)}{\delta}\right) \quad (1.29)$
Saturación	$U_D(t) = K_D \text{sat}\left(\frac{s(x)}{\delta}\right) \quad (1.30)$

En el desarrollo de este trabajo de titulación se escoge como función de suavizamiento a la función sigmoidea. En ésta, la agresividad de la respuesta depende de los valores que se les den a  $K_D$  y  $\delta$ , el primero para la rapidez con la que se alcanza la superficie y el segundo para definir la suavidad que se le da a la función de alcanzabilidad [27].

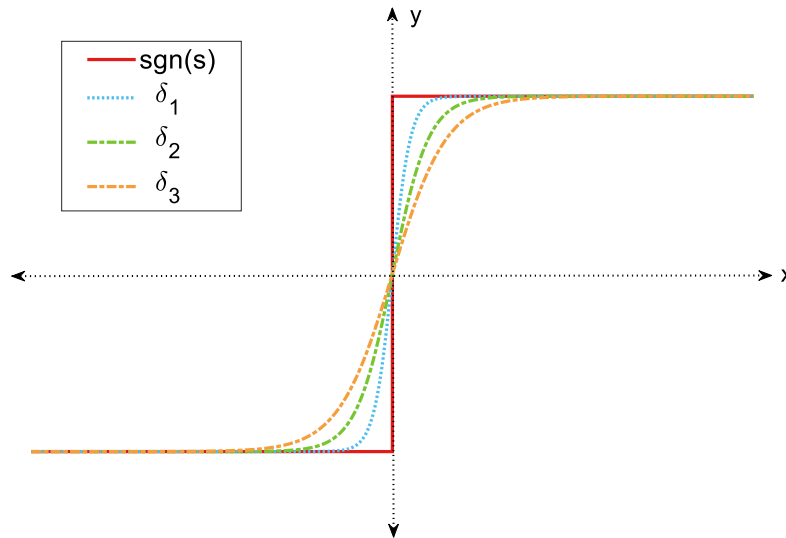
Para visualizar mejor estos comportamientos, en la Figura 1.8. se aprecia el comportamiento de  $K_D$  con distintas amplitudes, y en las gráficas de la Figura 1.9., Figura 1.10. y Figura 1.11. en cambio se ve el efecto de aumentar o disminuir  $\delta$  para las funciones correspondientemente descritas en la Tabla 1.1 [4].



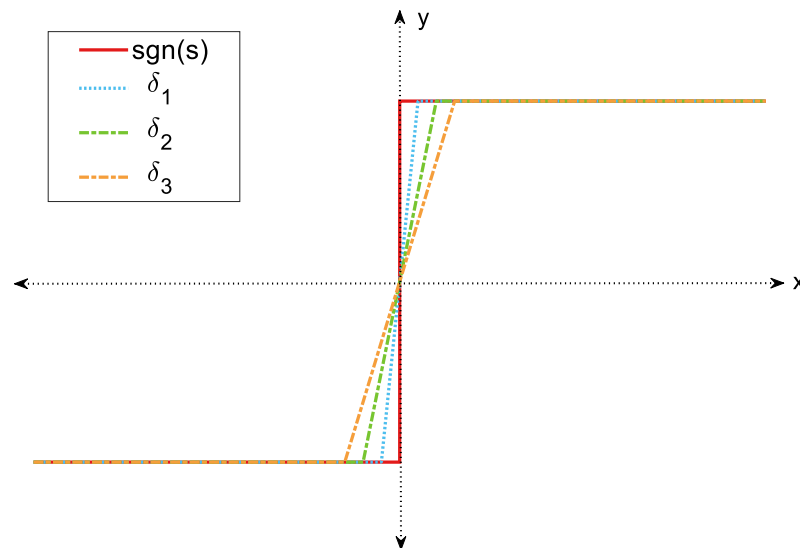
**Figura 1.8.** Interpretación gráfica para variaciones de  $K_D$ , considerando  $K_1 < K_2 < K_3$  [4]



**Figura 1.9.** Función sigmoidea para las variaciones de  $\delta$ , considerando  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$  [4]



**Figura 1.10.** Función tangente hiperbólica para las variaciones de  $\delta$ , considerando  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$  [4]



**Figura 1.11.** Función saturación para las variaciones de  $\delta$ , considerando  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$  [4]

### Ley de control de deslizamiento

La componente de deslizamiento del controlador se consigue tras combinar el modelo del proceso con la condición de deslizamiento, que dicta que la variación de la superficie en el tiempo sea nula, como lo expresa la Ecuación 1.31:

$$\dot{s}(x) = 0 \tag{1.31}$$

Los acercamientos que se han dado para describir las discontinuidades del SMC son varias como indica [3], una de ellas el método equivalente de control. En éste se busca describir la dinámica del sistema con SMC introduciendo una entrada continua  $U_c(t)$  de forma tal que la solución convencional al sistema de ecuaciones diferenciales exista [25]. En la fase continua, se busca mantener la trayectoria deslizándose por la superficie, para esto se hace un movimiento tangente a la superficie cambiante de la forma que indican las Ecuaciones 1.32 y 1.33.

$$\frac{\partial s(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x, U) + B(x)U(t)] = 0 \quad (1.32)$$

$$U_c(t) = - \left[ \frac{\partial s(x)}{\partial x} B(x) \right]^{-1} \frac{\partial s(x)}{\partial x} f(x, U) \quad (1.33)$$

Cuyo equivalente dinámico en la superficie se presenta en la Ecuación 1.34:

$$\dot{x} = \left\{ I - B(x) \left[ \frac{\partial s(x)}{\partial x} B(x) \right]^{-1} \frac{\partial s(x)}{\partial x} \right\} f(x, U) \quad (1.34)$$

#### 1.3.4.4 Diseño del esquema SMC

De acuerdo con los principios del modo deslizante se evidencia que son necesarias dos etapas para el diseño del esquema SMC. En esta sección se describen ambas fases y las respectivas consideraciones de diseño en forma general. En el capítulo 2 se elabora un SMC con superficie PID en forma detallada.

El primer paso en el diseño es la selección de un hiper-plano estable en el espacio de estados, usualmente conocido como superficie deslizante, donde su movimiento debe ser restringido por una función de conmutación. Además, esta superficie debe ser diseñada de acuerdo con las especificaciones del proceso. Pues la superficie elegida restringirá la dinámica de las ecuaciones de la planta para no verse el esquema afectado por incertidumbres y perturbaciones [4].

Como segundo paso se sintetiza una ley de control que permita alcanzar la superficie deslizante determinada [24]. La ley de control diseñada debe dar una retroalimentación tal que la trayectoria del sistema converja siempre hacia la superficie deslizante [4].

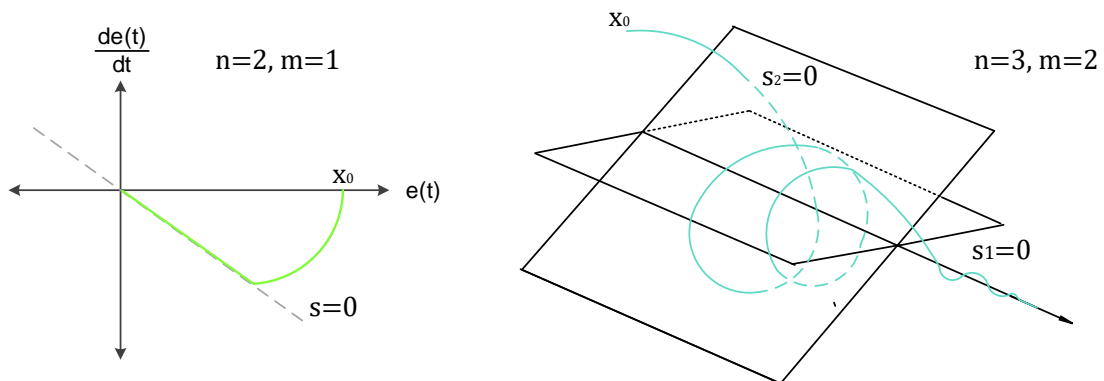
Para la elección adecuada de las funciones de conmutación hay que considerar varias de sus propiedades más destacables:

- El orden de una función de conmutación siempre es menor que el orden del sistema tratado.
- El modo deslizante no depende de la dinámica de la planta, se determina sólo por los parámetros de la función de conmutación, ésta función define el comportamiento global del esquema.
- La función de conmutación no depende de la ley de control.
- Pueden ser de naturaleza lineal o no lineal. Esto da como ventaja numerosas opciones de diseño, lo cual es más apropiado para ajustarse a dinámicas globales de los sistemas no lineales [24].

Las funciones de conmutación más usuales según [24] pueden ser las mostradas en la Figura 1.12., siguiendo la Ecuación 1.35.

$$s(x) = s(x)x(t), s(x) \in R^{m \times n} \quad (1.35)$$

$$x(t) \in R^n, U(t) \in R^m$$



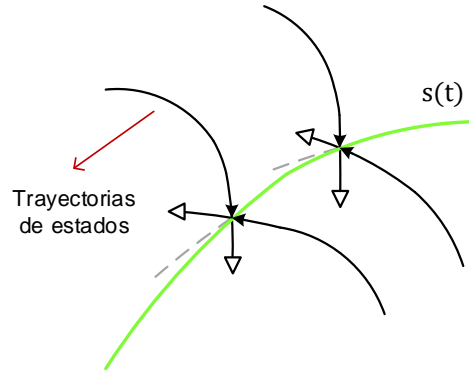
**Figura 1.12.** Funciones de conmutación más usuales para el SMC [24]

Es notable que a medida que aumenta el orden de  $n$  la función de conmutación se vuelve más compleja por lo que considerar un sistema de orden reducido resulta más sencillo y recomendable al trabajar con SMC.

### 1.3.4.5 Condiciones de existencia

La determinación de estabilidad del esquema de control se relaciona con el problema de existencia del modo deslizante, la misma que debe garantizarse después del diseño del hiper-plano deslizante [23]. Según [26] se define que un modo deslizante existe en la vecindad de la superficie deslizante en la región de atracción  $s(x(t)) = 0$  como vector tangente convergente a la trayectoria de estados dirigiéndose siempre hacia dentro de la superficie como se muestra en la Figura 1.13.





**Figura 1.13.** Las trayectorias de estados deben ser dirigidas hacia la superficie en un SMC [23]

Las dos propiedades que requiere un SMC para definir su estado estable son: que el sistema dependa solamente de la estabilidad de la superficie deslizante y que el modo deslizante empiece en un tiempo finito [23]. La existencia del modo deslizante puede probarse empleando la función de Lyapunov  $V(x)$  [26].

Como la estabilidad está ligada solamente a la superficie deslizante, se aplica el criterio de Lyapunov a la función de conmutación  $s(x)$ . Tomando [24] como referencia, se muestra desde la Ecuación 1.36 a la 1.39 el desarrollo de las condiciones de estabilidad.

$$V(x) = \frac{1}{2} s(x)^T s(x) \quad (1.36)$$

Derivando la Ecuación 1.36:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial s} \dot{s}(x) = s(x)^T \dot{s}(x) < 0 \quad (1.37)$$

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x, U) + B(x)U(t)] \quad (1.38)$$

$$\dot{V}(x) = s(x)^T \frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x, U) + B(x)U(t)] < 0 \quad (1.39)$$

Luego, para asegurar que el sistema se mantendrá en el modo deslizante después de haberlo alcanzado, las condiciones de existencia de la Ecuación 1.40 deben cumplirse.

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \text{ y } \lim_{s(x) \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) > 0 \quad (1.40)$$

Para la segunda condición, donde se debe asegurar que el hiper-plano sea alcanzado en un tiempo finito y de forma independiente a las condiciones iniciales del sistema, la expresión de la Ecuación 1.41 se debe cumplir.

$$s\dot{s} < 0, \forall s \neq 0 \quad (1.41)$$

Como sumario de las condiciones de existencia, en términos de la teoría de Lyapunov, se tiene la relación de la Ecuación 1.42:

$$V(s) \in \mathbb{R}^+: \begin{cases} V(s) = 0 & \text{para } s = 0 \\ V(s) > 0 & \text{para } s \neq 0 \end{cases} \quad (1.42)$$

Además de que, con la constante  $\gamma$  de tiempo de alcanzabilidad, siempre positiva y diferente de cero  $\gamma > 0$ , se debe satisfacer la condición de la Ecuación 1.43, la cual garantiza el tiempo finito para alcanzar el modo deslizante:

$$\dot{V}(s) \leq -\gamma\sqrt{V} \quad (1.43)$$

### 1.3.4.6 Complemento conceptual

A manera de adenda se describe con mayor detalle el concepto de hiper-plano deslizante y su estabilidad con el fin de esclarecer su significado en el contexto previo.

#### Híperplano deslizante

Conocido también como colector deslizante es un subespacio del sistema de espacio de estados, puede ser una sola superficie o conformarse por la intersección de varias superficies. Se diseña de manera que el sistema se deslice con un comportamiento deseado, por ejemplo, mantener el error del proceso en cero o satisfacer requerimientos de optimización. La variable de deslizamiento es  $s(x)$  mientras que la superficie deslizante se considera cuando  $s(x) = 0$ .

Al ser  $s(x)$  donde se mueven las trayectorias del SMC, se debe definir su estabilidad, usualmente se emplea la función de Lyapunov de la Ecuación 1.44. Eligiendo una superficie como la de la Ecuación 1.45 para un sistema de segundo orden, se determina la estabilidad con las expresiones de la Ecuación 1.46 a la Ecuación 1.49 [26].

$$V = \frac{1}{2}s^2, \quad \dot{V} = s\dot{s} < 0 \quad (1.44)$$

$$s = ax_1 + x_2 \quad (1.45)$$

$$\dot{s} = a\dot{x}_1 + \dot{x}_2 \text{ donde } \dot{x}_1 = x_2 \text{ y } \dot{x}_2 = h(x) + g(x)U \quad (1.46)$$

$$\dot{s} = ax_2 + h(x) + g(x)U \quad (1.47)$$

$$\dot{V} = s\dot{s} = s[ax_2 + h(x)] + sg(x)U \quad (1.48)$$

$$\dot{V} = sg(x) \left[ \frac{ax_2 + h(x)}{g(x)} + U \right] < 0 \quad (1.49)$$

### 1.3.5 VARIANTES DE SMC DE ACUERDO CON LA SUPERFICIE ELEGIDA

En esta sección se presentan cinco distintas leyes de control obtenidas por medio del esquema de SMC. Se muestran las ecuaciones resultantes de usar diferentes superficies. El desarrollo detallado de cada una de ellas, así como la justificación de la elección de sus parámetros se puede obtener de las referencias que se van indicando con cada variante. El objetivo de este apartado no es hacer énfasis en el esquema de cada variación de SMC, sino más bien notar las similitudes y cambios que se presentan de acuerdo con la superficie deslizante escogida.

En todos los casos se indica la superficie deslizante con la que se trabaja, la ecuación con la que se representa al modelo, sea de primer o segundo orden, y el resultado de sintetizar la ley de control con ambos componentes.

Cabe resaltar que para el esquema de la sección 1.3.5.1 *Superficie PI con esquema de Predictor de Smith con filtro* la ley de control resultante es de tipo dinámica, es decir en función de su derivada, esta representación se destaca por no requerir funciones de suavizamiento para la ley de control de alcanzabilidad.

El error  $e(t)$  de cada variante se define como la diferencia entre la referencia  $r(t)$  y la salida del sistema  $x(t)$ . Un ejemplo desarrollado paso a paso se indica en el capítulo 2.

#### 1.3.5.1 Superficie PID y modelo de orden dos con aproximación de Padé

La  $S_1(t)$  en combinación con el modelo de la Ecuación 1.53 son una propuesta realizada en [7], donde el retardo se cambia por la aproximación de Padé como se muestra en la Ecuación 1.50.

$$e^{-t_0 s} = \frac{1 - \frac{t_0}{2}s}{1 + \frac{t_0}{2}s} \quad (1.50)$$

La superficie empleada es de tipo PID como se indica en la Ecuación 1.51.

$$S_1(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (1.51)$$

El modelo de la Ecuación 1.3 aproximado con Padé se escribe como se presenta en la Ecuación 1.52.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K(2 - t_0 s)}{(\tau s + 1)(2 + t_0 s)} \quad (1.52)$$

La representación en el tiempo se hace en términos de la ecuación diferencial correspondiente.

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} + \frac{2}{\tau t_0} x(t) = \frac{2K}{\tau t_0} u(t) - \frac{K}{\tau} \frac{du(t)}{dt} \quad (1.53)$$

Por simplicidad, la componente continua de la ley de control se representa en el dominio de Laplace como indica la Ecuación 1.54. El tratamiento matemático muestra que el resultado es un sistema inestable por su el polo en  $(s - \frac{2}{t_0})$  que es un componente de fase no mínima.

$$U_{C1}(s) = -\frac{\tau}{K} \left\{ \frac{\left[ (s^2 + \lambda_1 s) R(s) + \left[ \left( \frac{2\tau + t_0}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) s + \frac{2}{t_0 \tau} \right] X(s) + \lambda_0 E(s) \right]}{\left( s - \frac{2}{t_0} \right)} \right\} \quad (1.54)$$

### 1.3.5.2 Superficie Proporcional con esquema de Predictor de Smith

La variante es tomada de [6], donde la superficie  $S_2(t)$  es sólo proporcional al error  $e^-(t)$ .

$$S_2(t) = e^-(t) \quad (1.55)$$

Que considerando un esquema de Predictor de Smith se define con la Ecuación 1.56:

$$e^-(t) = r(t) - x_m^-(t) \quad (1.56)$$

El esquema representativo para el predictor de Smith considerando las variables mencionadas se presenta en la Figura 1.14. El modelo empleado considera a un FOPDT, pero solo con el componente invertible como muestra la Ecuación 1.57.

$$\frac{X_m^-(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1.57)$$

Cuya representación en el tiempo es con la Ecuación 1.58.

$$\frac{dx_m^-(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} x_m^-(t) = \frac{K}{\tau} u(t) \quad (1.58)$$

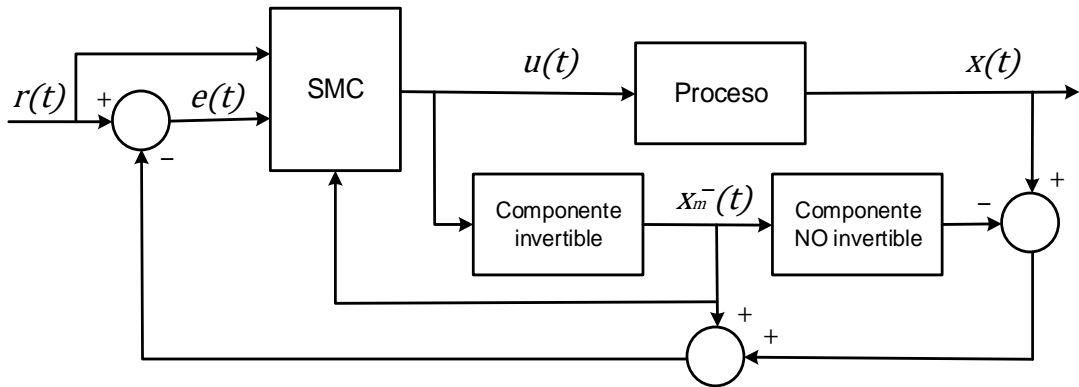


Figura 1.14. Esquema de SMC con predictor de Smith [6]

La ley de control resultante se muestra en la Ecuación 1.59.

$$u_2(t) = \left[ \frac{x_m^-(t)}{K} \right] + K_D \frac{S_2(t)}{|S_2(t)| + \delta} \quad (1.59)$$

### 1.3.5.3 Superficie PI con esquema basado en modelo interno

La superficie  $S_3(t)$  es una estructura PI que hace uso de  $e(t)$  y  $e^-(t)$ , ya definidos con la Ecuación 1.56, como indica [9] en el esquema de la Figura 1.15.

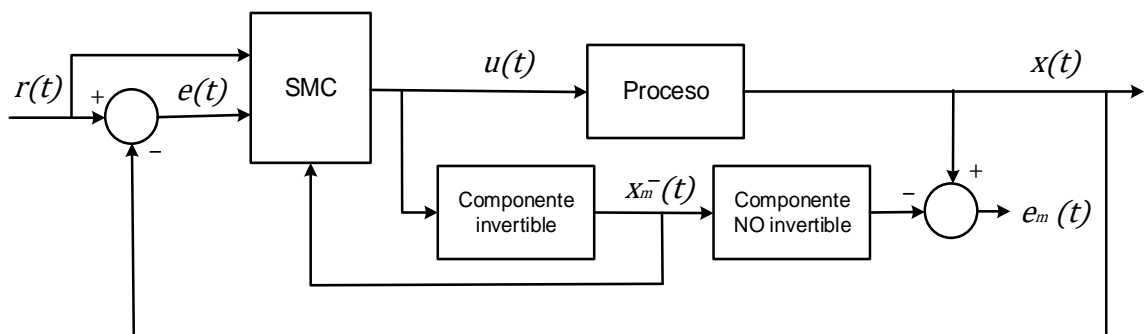


Figura 1.15. Esquema de SMC con basado en modelo interno [9]

$$S_3(t) = e^-(t) + \lambda \int e(t) dt \quad (1.60)$$

La ecuación del modelo, así como la representación en el tiempo corresponden a las Ecuaciones 1.57 y 1.58. La ley de control resultante se muestra en la Ecuación 1.61.

$$u_3(t) = \frac{\tau}{K} \left[ \frac{dr(t)}{dt} + \frac{x_m^-(t)}{\tau} + \lambda e \right] + K_D \frac{S_3(t)}{|S_3(t)| + \delta} \quad (1.61)$$

#### 1.3.5.4 Superficie PI con esquema de Predictor de Smith con filtro

Ésta es una propuesta de SMC dinámica tomada de [8]. Incluye parámetros adicionales a sintonizar como  $K_p$  y  $t_f$ . La superficie  $S_4(t)$  se encuentra en la Ecuación 1.62.

$$S_4(t) = K_p e^-(t) + \lambda \int e(t) dt \quad (1.62)$$

El modelo invertible propio del esquema de Predictor de Smith adicionado con el filtro se ve en la Ecuación 1.63.

$$\frac{X_m^-(s)}{U(s)} = K \frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \quad (1.63)$$

Cuya representación en el tiempo es con la Ecuación 1.64.

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} x(t) = \frac{K t_f}{\tau} \frac{du(t)}{dt} + K u(t) \quad (1.64)$$

La derivada de la ley de control resultante se muestra en la Ecuación 1.65.

$$\dot{u}_4(t) = \frac{\tau}{K t_f} R(t) + \frac{\tau \lambda}{K K_p t_f} e(t) + \frac{1}{K t_f} X_m^- - \frac{1}{t_f} u_4(t) + K_D \text{sign}(S_4(t)) \quad (1.65)$$

#### 1.3.5.5 Superficie PI para esquema de respuesta inversa

La variación para un sistema de respuesta inversa es desarrollada en [28], empleando como superficie  $S_5(t)$ .

$$S_5(t) = e(t) + \lambda \int e(t) dt \quad (1.66)$$

El modelo que sigue el proceso con respuesta inversa es el de la Ecuación 1.67:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = K \frac{-\beta s + 1}{(\tau s + 1)(1 + t_o s)} \quad (1.67)$$

pero para la síntesis de la ley de control solo se toma en cuenta la componente que indica la Ecuación 1.68.

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)} \quad (1.68)$$

Cuya representación en el tiempo es con la Ecuación 1.69.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} x_1(t) = \frac{K}{\tau} u(t) \quad (1.69)$$

La ley de control resultante se muestra en la Ecuación 1.70.

$$u_5(t) = \frac{\tau}{K} \left( \frac{x_1(t)}{\tau} + \lambda e(t) \right) + K_D \frac{S_5(t)}{|S_5(t)| + \delta} \quad (1.70)$$

### 1.3.6 CARACTERÍSTICAS TRANSITORIAS

La respuesta de un sistema se caracteriza por su evolución en el tiempo, la cual consta de dos partes, la transitoria y la de estado estacionario. La respuesta transitoria es la que considera la salida desde su valor inicial hasta el valor final. Mientras que la respuesta en estado estacionario da a entender cómo evoluciona el sistema conforme el tiempo tiende a infinito.

Cuando un sistema almacena energía, no responde instantáneamente y presenta respuestas transitorias cada vez que se somete a entradas o perturbaciones [11]. Si bien la porción transitoria de la respuesta es aquella que tiende a cero cuando el tiempo va en aumento, es importante analizarla ya que tanto su amplitud como duración deben mantenerse dentro de límites tolerables prescritos [29].

En casos prácticos, las características deseadas de desempeño del sistema de control se definen en el dominio del tiempo. Estas son muy importantes ya que casi todos los procesos exigen respuestas aceptables en el tiempo, lo que significa que el sistema debe modificarse hasta que la respuesta transitoria sea satisfactoria.

Las características de desempeño en función de la respuesta transitoria se obtienen para una entrada escalón unitario. Ésta entrada es fácil de generar y a la vez es suficientemente drástica, por lo que, si se conoce la respuesta a una entrada escalón, matemáticamente es posible conocer la respuesta para cualquier entrada [11].

Analíticamente estas cantidades son difíciles de establecer excepto para sistemas sencillos de primero y segundo orden. Es por lo que a partir de éstos se extrapola el análisis para sistemas de orden superior [29]. Las características de interés para este trabajo de titulación son:

### Tiempo de asentamiento

Se relaciona con la mayor constante de tiempo del sistema de control. Es el tiempo de estabilización  $t_s$  que se necesita para que la señal de salida alcance su valor final, considerando un rango especificado por el porcentaje absoluto de error en estado estacionario. En general, se suele escoger una cantidad del 2% al 5%, la selección de este valor se hace en función de los objetivos de diseño del proceso en cuestión y la tolerancia de error que se puede permitir [11].

### Sobre-pico máximo

Se conoce con nombres como sobrepaso máximo o máximo sobre-impulso,  $M_p$ , y es el pico de valor máximo que se produce en la curva de respuesta. Si se asume que  $x(t)$  es la salida resultante de una entrada escalón unitario y que,  $x_{m\acute{a}x}$  enuncia el valor máximo y  $x_{ss}$  es el valor en estado estable de  $x(t)$ . Donde además,  $x_{m\acute{a}x} \geq x_{ss}$  el valor del sobrepaso máximo se define para  $x(t)$  según indica la Ecuación 1.71.

$$M_p = x_{m\acute{a}x} - x_{ss} \quad (1.71)$$

Esta cantidad por lo general se presenta en forma de porcentaje del valor final de la respuesta al paso [11]. El cálculo se hace con la Ecuación 1.72.

$$\%M_p = \frac{M_p}{x_{ss}} \times 100\% \quad (1.72)$$

Usualmente un sistema con un gran sobrepaso es indeseable. En términos prácticos el sobrepico incide violentamente sobre el actuador, lo cual reduce su vida útil. Para fines de diseño el  $\%M_p$  se indica como una especificación en el dominio del tiempo. Si la función de transferencia del sistema tiene un número impar de ceros en el semiplano derecho del plano  $s$ , puede incluso ocurrir un sobrepaso negativo [29].

### 1.3.7 ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Un índice de desempeño es una única medida del rendimiento del proceso. Considera las características más relevantes a la salida del sistema. El desempeño de un lazo de control se describe en términos de estabilidad, sensibilidad, exactitud, respuesta transitoria y ruido residual.

En la práctica es mejor que los índices sean lo más insensibles a la variación de parámetros ya que estos no son determinados con exactitud. Los criterios de desempeño se definen como funciones del tiempo y del error [30].



El error es una función del tiempo cuando la respuesta evoluciona. La suma del error en cada instante de tiempo debe minimizarse. Como las relaciones de los índices de desempeño buscan minimizar la integral del error, se conocen como ajuste integral de error mínimo.

No obstante, la suma del error no puede minimizarse directamente, porque un valor negativo de error podría considerarse el mínimo [31]. Para evitar cantidades negativas se presentan los índices en los siguientes formatos:

### **ISE, integral square of the error**

El índice de la integral del cuadrado del error se basa en el área del cuadrado de la función de error. Penaliza tanto valores positivos como negativos del error. No es muy sensible a la variación de parámetros y tiene la ventaja de ser calculado con facilidad [30]. Se calcula con la Ecuación 1.73.

$$ISE = \sum_{K=0}^{\infty} (e_K)^2 \quad (1.73)$$

Pone más peso en los errores grandes, que suelen ocurrir en el transitorio de la respuesta, y menos atención en los errores más pequeños, que ocurren hacia el final de la respuesta.

### **ITSE, integral of time multiplied by the squared error**

Buscando reducir el error inicial, el criterio ISE da lugar al aumento de ganancias que generan respuestas iniciales rápidas pero muy oscilatorias que tardan en estabilizarse. Este hecho sugiere que los índices de desempeño deben considerar una penalización por el tiempo sucedido desde el inicio de la respuesta [31]. La integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo, penaliza el tiempo de convergencia a un estado estacionario como muestra la Ecuación 1.74.

$$ITSE = \sum_{K=0}^{\infty} K(e_K)^2 \quad (1.74)$$

### **TVu, total variation of control effort u**

La medida que determina la energía empleada por el controlador es el llamado esfuerzo de controlador. La forma en la que evoluciona la salida del control se expresa por el valor absoluto de las variaciones totales TVu [14]. La Ecuación 1.75 muestra su forma de cálculo.

$$TV_u = \sum_{K=1}^{\infty} |u_{K+1} - u_K| \quad (1.75)$$

### 1.3.8 CARACTERÍSTICAS DE LOS COMPONENTES PID

De acuerdo con la configuración que se le dé a una estructura tipo PID se pueden obtener variadas respuestas en el tiempo. La sintonización de los parámetros proporcional, integral y derivativo pueden hacerse por prueba y error hasta alcanzar una salida deseada. Cada acción de control tiene una repercusión individual en el desempeño global. Conocer el comportamiento de cada componente permite realizar una elección más fundamentada [1].

#### 1.3.8.1 Acción de control proporcional

Se llama ganancia o sensibilidad. Es de acción inmediata. Su efecto en la salida de un sistema es el replicar los cambios que se han producido en la entrada en forma proporcional. Busca que la forma de la salida coincida con la señal de entrada. Matemáticamente, se define como la relación de cambio de la salida respecto al cambio de entrada [32].

Al producir una señal de control proporcional a la señal de error, éste sólo se puede reducir, pero nunca ser eliminado. Por su acción inmediata da velocidad de respuesta a la salida, aunque puede también generar oscilaciones excesivas. Se emplea tomando en cuenta, que su funcionamiento independiente siempre presenta un offset por mínimo que sea [33].

#### 1.3.8.2 Acción de control integral

Llamada de reset o control flotante. Su respuesta se da para un error acumulado en el tiempo. Es de acción pasada. Modifica la salida todo lo que se requiera hasta eliminar completamente el error. Matemáticamente, se define como la proporción entre la velocidad de salida y el error de entrada [32].

Produce una señal proporcional a la integral del error. Basa su funcionamiento en la constante de tiempo integral,  $T_i$ , que es el tiempo necesario para que la acción integral actúe en igual cantidad a la componente proporcional en la salida del controlador. La  $T_i$  es inversamente proporcional a la amplitud de la acción de control integral [33].

Las particularidades que tiene la acción integral son:

- Elimina el offset o error en estado estacionario que deja la acción proporcional.
- Incrementa en uno el tipo de sistema, con lo que también mejora el error de estado estable por orden uno.
- Esencialmente, es un filtro paso bajas. Logra filtrar el ruido de alta frecuencia.
- Mejora el margen de ganancia y el margen de fase.
- Disminuye el ancho de banda.
- Aumenta el tiempo de levantamiento [29].
- Puede generar una respuesta oscilatoria de amplitud creciente o decreciente, que en cualquier caso es indeseable. La desestabilización del sistema ocurre cuando  $T_i$  disminuye mucho [11].

### 1.3.8.3 Acción de control derivativa

Conocida como razón o pre-acción. Reacciona a cuán rápido varia la entrada en el tiempo, y varía la salida de acuerdo con esta tasa de cambio. Es de acción futura o anticipada. Matemáticamente, se define como una relación del desplazamiento de salida con la velocidad de entrada [32]

Produce una señal de acuerdo con la derivada del error. Emplea la constante de tiempo derivativa,  $T_d$ , que es el tiempo necesario para que la acción proporcional responda en igual magnitud a la acción derivativa en la salida del controlador. La  $T_d$  es directamente proporcional a la amplitud de la acción de control [33].

Como la derivada del error representa a la pendiente del error, la acción puede anticipar la dirección del error y corregirlo antes de que un sobrepico excesivo ocurra. Pero, si el error en estado estacionario se mantiene constante, su derivada respecto al tiempo es cero y la acción de control se anula. No resulta efectiva para objetivos de regulación [29].

Las principales características del componente derivativo son:

- Aunque no afecta directamente al error de estado estable, si le da más amortiguamiento al sistema, lo cual mejora la precisión en el estacionario.
- Responde a la velocidad del cambio del error, con lo que se lo corrige antes de que su magnitud crezca excesivamente.
- Disminuye el sobrepaso máximo, el tiempo de subida y el tiempo de estabilización.

- Logra medrar el margen de ganancia y el margen de fase.
- Aumenta el ancho de banda del sistema.
- Su desventaja principal es que al actuar como un filtro pasa altas, suele acentuar el ruido de alta frecuencia de la entrada.
- Al operar sobre la velocidad de cambio del error y no sobre el error en sí mismo, nunca se puede utilizar solo esta acción.
- No es efectivo para sistemas amortiguados o inicialmente inestables [11].

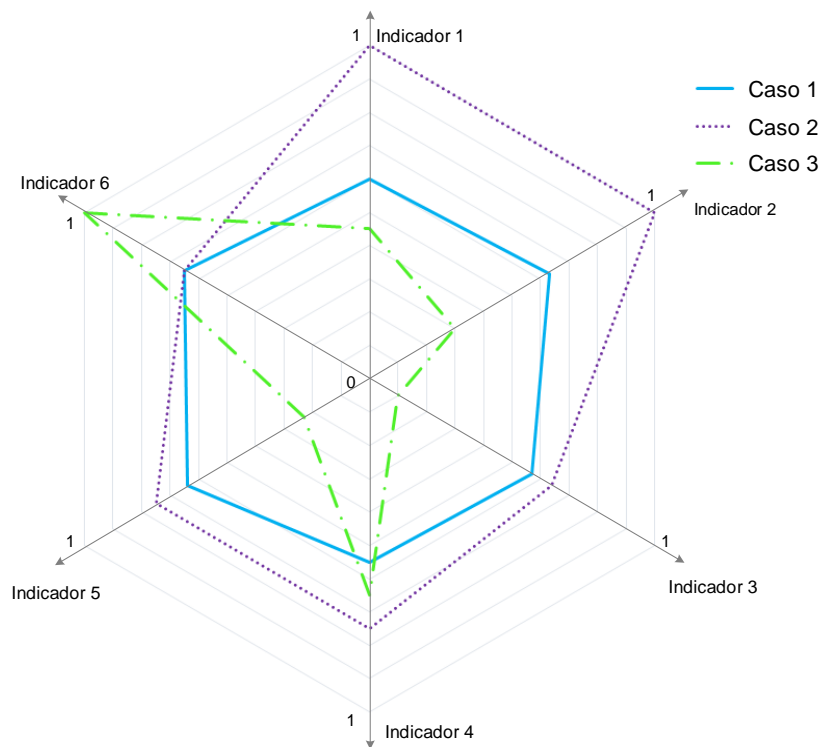
### 1.3.9 GRÁFICA RADIAL

Se conoce por varios nombres como: gráfico polar, de araña, red o estrella. Es una estructura de múltiples ejes que contrasta un número determinado de casos similares, cada uno con sus correspondientes variables, en una sola representación gráfica. Es una forma de visualizar datos multi-variables.

Los ejes que la conforman están en función de las variables a comparar, parten de un mismo punto central, son equidistantes y manejan la misma escala. Aun cuando las dimensiones de las variables sean muy distintas entre sí, la misma escala en todos los ejes deben respetarse. La mejor forma de expresarla es en porcentaje o por unidad sobre una base normalizada [34].

Para construir una gráfica radial primero se asigna un eje a cada variable. Se sitúan los datos en cada eje, y luego se unen los puntos para formar un polígono. Se puede repetir este proceso para múltiples casos que se quieran comparar entre sí en la misma figura [35].

Cada caso se puede comparar en forma global, con el resto de polígonos formados, pero también se puede hacer una comparación local en cada eje de las variables consideradas. A medida que el indicador se acerque al origen tendrá una representación más cercana a cero; mientras que, cuanto más se aleje del centro su valor elevará su magnitud, logrando entonces comparar que variable toma mayor valor en cada caso. Bajo este concepto, si se comparan índices de desempeño diversos en cada eje, en cada ocasión se buscará tener un valor lo más cercano al origen. A su vez, esto incide en la comparación global ya que el polígono formado con un área menor indicaría el mejor desempeño. Un ejemplo de gráficas radiales con distintas naturalezas se muestra en la Figura 1.16.



**Figura 1.16.** Gráfica radial para comparar 3 casos con 6 indicadores

Adicional a la comparación entre casos, mediante una gráfica radial se puede ver el desenvolvimiento de un solo caso particular y apreciar que tan ecuánime es la evolución entre todas sus variables, mientras más redondeada sea la gráfica resultante, mayor equilibrio se tiene entre ellas. Los polígonos irregulares en cambio indican que dentro del caso existen variables que destacan más que otras [34].

A continuación, se enuncian varias ventajas del uso de éstas gráficas, así como también consideraciones que podrían ser limitantes en su utilización.

### Ventajas

- La principal ventaja que otorgan las representaciones radiales es que se reduce el desorden visual de datos pero se sigue manteniendo la relación entre la información comparada [36].
- Se puede representar muchas variables otorgándoles a todas ellas la misma resolución.
- Son efectivas para comparar el desempeño de un grupo de elementos frente al desempeño general de otros grupos similares [35].

- En investigación resulta una herramienta útil ya que no solo sirve para presentar todos los datos de interés al mismo tiempo, sino que también facilita el comparar el impacto relativo de las diversas variables simultáneamente y considerando una misma base [34].

### **Limitaciones**

- La comparación en una gráfica radial puede volverse confuso cuando existen muchas redes en la figura o cuando hay muchas variables, porque eso implica la aglomeración de datos. Puede hacerse difícil distinguir cada conjunto individual de casos.
- Las variables en cada eje suelen ser de diferente índole, pero se tiende a cometer el error de comparar entre ejes. Cada uno tiene su comportamiento local y por tanto se deben comparar los puntos del mismo eje y no entre ejes.
- El polígono resultante tendrá la forma de acuerdo con la distribución de ejes, lo cual puede afectar al análisis de la información obtenida. Por esto, preferiblemente deben ser entre 5 a 8 ejes que permitan obtener figuras constantes pese a la orientación que se les dé.

Una alternativa a las gráficas radiales son las gráficas paralelas coordinadas [35].

### **1.3.10 PROCESOS DE PRUEBA**

Se presentan los dos procesos no lineales de prueba para este trabajo de titulación. Se hace la descripción general de en qué consiste cada uno de ellos en el ámbito industrial; en el capítulo dos se hace mayor énfasis en las características específicas de cada uno con base en el modelado matemático seleccionado.

#### **Reactor de tanque agitado continuo**

En el interior de un reactor de tanque ocurren reacciones químicas. De acuerdo con los modos de operación, el tipo de flujo o las fases que contienen puede ser clasificados. Los reactores de tanque agitado continuo se encuentran en el grupo de aquellos que trabajan en manera continua, es decir que no hay interrupciones entre carga y carga al introducir un fluido de alimentación. Estos usualmente son de flujo interno ideal, despreciando las dinámicas complejas que puedan ocurrir en su interior, así como también perturbaciones que puedan surgir. No obstante, el flujo interno no ideal puede considerarse, tomando en cuenta tiempos muertos y definiendo características especiales del fluido. Finalmente, en

cuanto a las fases que albergan, los CSTR son reactores homogéneos ya que solo consideran una única fase de la materia, siendo esta líquida o gaseosa. Los reactores no homogéneos, es decir, con varias fases no suele representar el comportamiento de un CSTR.

Un reactor continuo de tanque agitado se caracteriza por su operación en estado estacionario. Sus propiedades son invariantes en el tiempo. Las concentraciones se consideran iguales a las del flujo de salida, o sea, se asume una mezcla perfecta, que si bien no es la representación real puede atribuírsele una mezcla perfecta por la alta eficiencia con la que se realiza. No hay variación ni gradientes de concentración en el contenido que existe dentro del tanque.

Como la operación es continua, se bombea un flujo constantemente a la entrada del reactor a la vez que el flujo del producto es removido. En forma ideal la mezcla que se produce es total y el producto mantiene siempre en la fase de entrada dentro del reactor. Los CSTR son fácilmente construidos, lo cual los vuelve baratos, pero a la vez versátiles. Permiten hacer la carga en forma sencilla con fácil reemplazo del catalizador [37].

Su comportamiento de agitado continuo otorga un producto resultante de una buena mezcla. Esto le permite tener un control directo control sobre la temperatura y el pH de reacción [38]. Los cuales son usualmente manipulados de acuerdo con el tipo de producto que se pretenda obtener. Otra de sus características deseables es que presentan poca resistencia de flujo. En comparación con los reactores batch, se tiene menor resistencia en la transferencia de masa.

Por todas sus facilidades, los CSTR son los reactores preferidos dentro de procesos químicos. Son de utilidad cuando se requieren inhibidores de enzimas. Estos reactores son usados frecuentemente para la producción de hidrógeno [38].

### **Tanque de mezclado de retardo variable**

Un tanque de agitado consiste en un contenedor usado para unir varios componentes, dando como resultado mezclas homogéneas o heterogéneas. Son comúnmente usados en procesos industriales, donde se los llama reactores cuando en su interior se produce una reacción química resultado de la mezcla de los componentes que contienen. Son de múltiples usos y aptos para la mezcla de distintos fluidos.

El material del que son fabricados usualmente es acero inoxidable, pero éste dependerá del propósito y ambiente en el que se requiera su uso. En todos los casos se busca evitar pérdidas de calor, por lo cual suele aislarse cada componente asociado al tanque. El

contenedor de mezclado recibe y envían los fluidos desde y hacia tuberías para intercambiar su contenido con las distintas etapas del proceso [39].

Adicionalmente, contiene instrumentación para monitoreo de sus variables como nivel, temperatura, determinar flujos de ingreso, entre otros, para realizar un seguimiento en tiempo real de la evolución de todas su variables [40].

En este caso particular, tomando como referencia el proceso descrito en [5], se trata un tanque de mezclado de dos flujos de agua. El primero es de agua caliente y el segundo de agua fría, de forma que de la mezcla de ambos se consiga un producto a una temperatura final definida como referencia del proceso.

El producto de la mezcla, a la temperatura deseada, es transportada por medio de una tubería a 125 [pies] de distancia del transmisor por lo que éste toma la lectura de la temperatura con un retardo  $t_o$ . Además, se resalta que dicho retardo es variable y función de las características de la tubería que transporta el producto, ambos flujos de entrada y de la densidad de contenido de la mezcla del tanque.

De acuerdo con la referencia definida el flujo de agua fría aumenta o disminuye. El flujo de agua caliente se considera constante, no obstante, de presentarse variaciones en éste, las perturbaciones que se generen en el sistema deben ser compensadas y mantenerse en todo momento la temperatura de la mezcla.



## 2. METODOLOGÍA

En este trabajo de titulación se hace uso de la investigación cuantitativa de tipo descriptiva. Mediante la observación de las respuestas obtenidas de un esquema general de control de modos deslizantes, se emplea el método deductivo para componer un nuevo esquema de control sobre la base de una superficie híbrida. Con fundamento en una serie de pruebas simuladas y su correspondiente análisis se valora el desempeño de la propuesta considerando indicadores, mismos que se justifican a lo largo del documento.

Las fuentes de información empleadas son tanto primarias como secundarias. Dentro de las fuentes primarias se usan libros y artículos de revistas técnicas. Mientras que como fuentes secundarias se apoya el trabajo en la información resultante de trabajos de titulación, artículos académicos, resúmenes científicos, informes de resultados y guías relacionadas al control de procesos.

El conjunto de etapas lógicas para la elaboración de este trabajo se conforma por cuatro fases. Entre ellas se encuentran: la fase teórica, de diseño o implementación metodológica, de simulación, y por último la fase de validación y análisis de resultados.

En el primer capítulo se revisaron los elementos conceptuales que componen al marco teórico del trabajo de titulación. A partir de estos se consolida la recopilación bibliográfica con la que se puede proceder a la etapa metodológica para el diseño del control por modos deslizantes con una superficie híbrida, mismo que es aplicado a los sistemas no lineales descritos en la fase teórica. La modelación matemática de las plantas se presenta, así como también sus modelos empíricos para el desarrollo del esquema de control. EL SMC con superficie PID se muestra como base del control por modos deslizantes tradicionales y luego se procede con el desarrollo de la propuesta de SMC con superficie híbrida, SMC-HS. La interfaz gráfica es por último presentada como parte de éste capítulo dos a manera de herramienta para la visualización y obtención de resultados.

En el capítulo tres se encuentran los resultados de la simulación del controlador propuesto para las dos plantas químicas no lineales, el tanque de mezclado y el reactor de tanque agitado continuo. Éstas se realizan en el software Simulink-Matlab®. Se validan las respuestas conseguidas mediante la comparación de los índices de desempeño y características transitorias. Como último, el capítulo cuatro contiene a la fase de análisis de resultados a manera de conclusiones de todo el trabajo realizado, al igual que recomendaciones del mismo.

## 2.1 MODELADO MATEMÁTICO DE LAS PLANTAS

Para aplicar el control automático a los procesos industriales, a nivel de ingeniería, primero se debe comprender los principios que guían a dicho sistema, ya sea en términos de termodinámica, transferencia de calor, proceso de reacción, entre otros de acuerdo con la planta a tratar. Entender la dinámica del sistema es fundamental, para esto se aplica el modelado matemático, con el fin de hacer una abstracción de la realidad.

El modelo matemático de un proceso se obtiene por medio de ecuaciones diferenciales que expresan relaciones de parámetros, entidades y variables asociadas al sistema. El modelado de procesos industriales suele comenzarse con el balance de masa o energía, entre lo que ingresa y sale de la planta tratada [31].

Para el desarrollo de este trabajo de titulación, la dinámica de ambos procesos no lineales, se toma de [5], sus descripciones y características más relevantes se enuncian a continuación.

### 2.1.1 REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR

El diagrama de la Figura 2.1. muestra los componentes del procesos correspondientes al reactor de tanque agitado continuo en el que ocurre una reacción exotérmica  $A \rightarrow B$ . En ésta planta se busca eliminar el calor de reacción del tanque mediante una chaqueta que lo recubre. En la chaqueta circula líquido refrigerante con el fin de lograr el enfriamiento requerido.

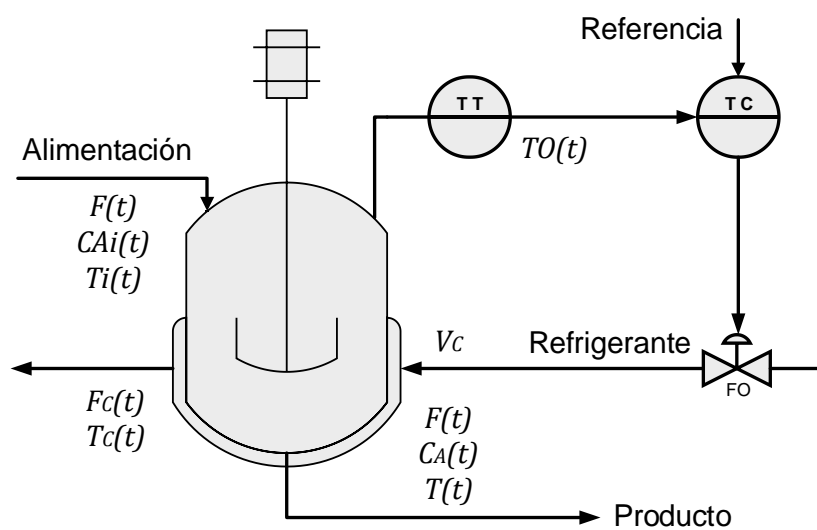


Figura 2.1. Diagrama del proceso del reactor de tanque agitado continuo CSTR [7]

Para la simplificación del modelo se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las pérdidas de calor son despreciables tanto en la chaqueta refrigerante como en sus alrededores.
- Para los reactivos y los productos, densidad y capacidad calorífica, se consideran iguales y constantes.
- El nivel de líquido en el reactor en todo momento se mantiene igual.
- Tanque y chaqueta están acoplados idealmente.

Las ecuaciones que describen el proceso en función del tiempo para el CSTR se exponen a continuación.

Se muestra en la Ecuación 2.1 el balance molar del reactante A;

$$\frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{F(t)}{V} (C_{A_i}(t) - C_A(t)) - kC_A^2(t) \quad (2.1)$$

en la Ecuación 2.2, el balance de energía del contenido del reactor;

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{F(t)}{V} (T_i(t) - T(t)) - kC_A^2 \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} - \frac{UA}{V\rho C_p} (T(t) - T_c(t)) \quad (2.2)$$

en la Ecuación 2.3, el balance de energía en la chaqueta;

$$\frac{dT_c(t)}{dt} = \frac{UA}{V_c \rho_c C_{pc}} (T(t) - T_c(t)) - \frac{F_c(t)}{V_c} (T(t) - T_{c_i}(t)) \quad (2.3)$$

en la Ecuación 2.4, el coeficiente del ritmo de reacción;

$$k = k_0 e^{\frac{-E}{R(T+273)}} \quad (2.4)$$

en la Ecuación 2.5, la temperatura considerando el retardo por la distancia entre los componentes;

$$T_1(t) = T(t - t_o) \quad (2.5)$$

en la Ecuación 2.6, la relación que guarda el transmisor de temperatura;

$$\frac{dT_O(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_T} \left( \frac{T_1(t) - 80}{20} - T_O(t) \right) \quad (2.6)$$

en la Ecuación 2.7, la expresión para el porcentaje de apertura de la válvula, considerando aire para el cierre.

$$F_C(t) = F_{Cmax}\alpha^{-m(t)} \quad (2.7)$$

Donde:

- $\alpha$  : parámetro de rangeabilidad de la válvula
- $A$  : área de transferencia de calor, m<sup>2</sup>
- $C_A(t)$  : concentración del reactante en el reactor, kg mol/m<sup>3</sup>
- $C_{Ai}(t)$  : concentración del reactante en la alimentación, kg mol/m<sup>3</sup>
- $C_p$  : capacidad calorífica de los reactantes y productos, J/kg mol -°C
- $C_{pc}$  : calor específico del refrigerante, J/kg -°C
- $E$  : energía de activación de la reacción, J/kg mol
- $F_C(t)$  : tasa de variación del refrigerante, m<sup>3</sup>/min
- $F_{Cmax}$  : máximo flujo a través de la válvula de control, m<sup>3</sup>/min
- $F(t)$  : flujo de alimentación al proceso, m<sup>3</sup>/min
- $\Delta H_R$  : calor de reacción, asumido constante, J/kg mol
- $k$  : coeficiente de velocidad de reacción, m<sup>3</sup>/kg mol -s
- $k_0$  : parámetro de frecuencia de Arrhenius
- $m(t)$  : posición de la válvula, pu
- $\rho$  : densidad del contenido del reactor, kg mol/m<sup>3</sup>
- $\rho_c$  : densidad del refrigerante, kg mol/m<sup>3</sup>
- $R$  : constante de los gases ideales
- $T(t)$  : temperatura del reactor, °C
- $T_1(t)$  : temperatura del reactor considerando el retardo  $t_o$ , °C
- $T_C(t)$  : temperatura de la chaqueta, °C
- $T_{Ci}(t)$  : temperatura de ingreso del refrigerante, °C
- $T_i(t)$  : temperatura del fluido de alimentación, °C
- $TO(t)$  : señal del transmisor, pu
- $t_o$  : retardo de tiempo en el proceso, min
- $\tau_T$  : constante de tiempo del sensor de temperatura
- $U$  : coeficiente universal de transferencia de calor, J/s -m<sup>2</sup> -°C
- $V$  : volumen del reactor, m<sup>3</sup>
- $V_c$  : volumen de la chaqueta, m<sup>3</sup>

El control de temperatura se define para un rango de 80 a 100°C. Los valores que toman en condiciones iniciales cada una de las variables de las ecuaciones previamente mostradas se indican en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1.** Condiciones iniciales de las variables del proceso del CSTR

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$\alpha$	50	$\rho$	19.2 kg mol/m <sup>3</sup>
$A$	5.4 m <sup>2</sup>	$\rho_c$	1000 kg/m <sup>3</sup>
$C_{A_o}$	1.1333 kg mol/m <sup>3</sup>	Referencia	88°C
$C_{A_{i_o}}$	2.88 kg mol/m <sup>3</sup>	$T_{1_o}$	88 °C
$C_p$	1.815e <sup>5</sup> J/kg mol –°C	$T_{c_o}$	50.5 °C
$C_{pc}$	4184 J/kg –°C	$T_{ci}$	27 °C
$\Delta H_R$	-9.6e <sup>7</sup> J/kg mol	$T_{i_o}$	66 °C
$E$	1.182e <sup>7</sup> J/kg mol	$t_o$	4.5 min
$F_o$	0.45 m <sup>3</sup> /min	$\tau_T$	0.33 min
$F_{Cmax}$	1.2 m <sup>3</sup> /min	$U$	3550 J/s – m <sup>2</sup> –°C
$k_o$	0.0744 m <sup>3</sup> /s – kg mol	$V$	7.08 m <sup>3</sup>
$m_o$	0.2885 pu	$V_c$	1.82 m <sup>3</sup>

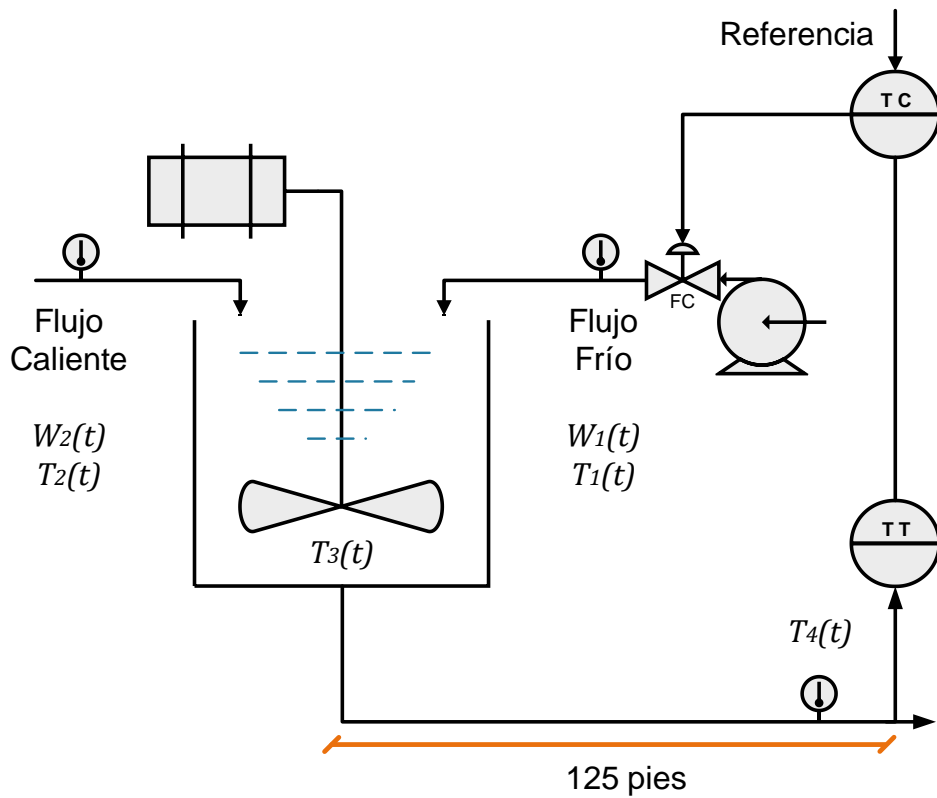
## 2.1.2 TANQUE DE MEZCLADO

El tanque de mezclado tomado como proceso de prueba se muestra en la Figura 2.2. A éste llegan dos flujos, uno de agua caliente  $W_1(t)$  y uno de agua fría  $W_2(t)$ . Se busca mantener una temperatura  $T_3(t)$ , resultante de la mezcla de ambos flujos. La temperatura es medida a una distancia de 125 [pies] aguas abajo lo cual genera un retardo en la medición de temperatura adquirida por el transmisor, donde se tiene la lectura de  $T_4(t)$ .

Para simplificar el modelo se toman en cuenta las siguientes condiciones:

- El volumen en el tanque se considera constante en todo momento.
- El contenido del tanque se mezcla uniformemente.
- Tanto el tanque como las tuberías se encuentran bien aisladas.

Las ecuaciones que describen el comportamiento del proceso en función del tiempo para éste tanque de mezclado se presentan a continuación.



**Figura 2.2.** Diagrama del proceso del tanque de mezclado [7]

En la Ecuación 2.8 se muestra el balance de energía en el tanque;

$$\begin{aligned}
 W_1(t)C_{p1}(t)T_1(t) + W_2(t)C_{p2}(t)T_2(t) - (W_1(t) + W_2(t))C_{p3}T_3(t) = \dots \\
 \dots = V\rho C_{v3} \frac{dT_3(t)}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

en la Ecuación 2.9, el retardo en la medición de la temperatura de la mezcla respecto a la lectura del transmisor;

$$T_4(t) = T_3(t - t_o)
 \tag{2.9}$$

en la Ecuación 2.10, el retardo variable del proceso en función de las variaciones de flujo;

$$t_o = \frac{LA\rho}{W_1(t) + W_2(t)}
 \tag{2.10}$$

en la Ecuación 2.11, la relación de medición del transmisor;

$$\frac{dT_O(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_T} \left( \frac{T_4(t) - 100}{100} - T_O(t) \right)
 \tag{2.11}$$

en la Ecuación 2.12, la expresión que sigue la válvula;

$$W_2(t) = \frac{500}{60} C_{VL} V_p(t) \sqrt{G_f \Delta P_v} \quad (2.12)$$

en la Ecuación 2.13, la posición de la válvula.

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{1}{\tau_{V_p}} (m(t) - V_p(t)) \quad (2.13)$$

Donde:

- $A$  : sección transversal de la tubería, pies<sup>2</sup>
- $C_p$  : capacidad calorífica del líquido a presión constante, Btu/lb - °F
- $C_v$  : capacidad calorífica del líquido a volumen constante, Btu/lb - °F
- $C_{VL}$  : coeficiente de flujo de la válvula, gpm/psi<sup>1/2</sup>
- $\Delta P_v$  : caída de presión en la válvula, psi
- $G_f$  : gravedad específica, adimensional
- $L$  : longitud de la tubería, pies
- $m(t)$  : fracción de la salida del controlador, pu
- $\rho$  : densidad del contenido de la mezcla del tanque, lbm/pies<sup>3</sup>
- $T_1(t)$  : temperatura de flujo de agua caliente, °F
- $T_2(t)$  : temperatura de flujo de agua fría, °F
- $T_3(t)$  : temperatura del líquido en el tanque de mezclado, °F
- $T_4(t)$  : temperatura  $T_3(t)$  considerando el retardo  $t_o$ , °F
- $t_o$  : tiempo muerto debido al retardo de transportación, min
- $TO(t)$  : señal del transmisor de salida, pu
- $\tau_T$  : constante de tiempo del sensor de temperatura, min
- $\tau_{V_p}$  : constante de tiempo del actuador, min
- $V_p(t)$  : posición de la válvula de 0 a 1, considerando posición de cerrado a abierto, respectivamente
- $V$  : volumen del líquido, pies<sup>3</sup>
- $W_1(t)$  : flujo de agua caliente, lb/min
- $W_2(t)$  : flujo de agua fría, lb/min

El transmisor de temperatura se define para un rango de 100 a 200°F. Los valores que toman las variables en estado estacionario, en sus condiciones iniciales, para las ecuaciones previamente mostradas se indican en la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2.** Condiciones iniciales de las variables del proceso del tanque de mezclado

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$A$	0. 2006 pies <sup>2</sup>	$T_1$	250 °F
$Cp_1$	0.8 Btu/lb - °F	$T_2$	50 °F
$Cp_2$	1.0 Btu/lb - °F	$T_3$	150 °F
$Cp_3$	0.9 Btu/lb - °F	$TO_o$	0.5 pu
$C_{VL}$	12 gpm/psi <sup>1/2</sup>	$\tau_T$	0.5 min
$\Delta P_v$	16 psi	$\tau_{V_p}$	0.4 min
$L$	125 pies	$V$	15 pies <sup>3</sup>
$m_o$	0.478 pu	$V_p$	0.478 pu
$\rho$	62.4 lbm/pies <sup>3</sup>	$W_{1_o}$	250 lb/min
Referencia	150° F	$W_{2_o}$	191.7 lb/min

## 2.2 MODELO EMPÍRICO

El uso de control por modos deslizantes se ha desarrollado en el campo investigativo en una amplia variedad de procesos industriales. En todos los casos se ha buscado modelar los sistemas de forma tal que la dinámica de la planta no complique al esquema de control.

Específicamente dentro de los procesos químicos, el emplear métodos empíricos para obtener modelos de orden reducido, usualmente FOPDT, ha resultado lo más adecuado para el análisis y diseño de control de procesos. Éstos representan al modelo de la planta en forma confiable y un rango de frecuencias amplio. Incluso cuando los modelos de orden reducido causan incertidumbres, esto no constituye un problema, dado que el SMC es de base robusta lo cual le permite no sufrir por la falta de precisión en el modelado [4].

Entonces, empleando la descripción hecha en el capítulo 1 sobre como aproximar sistemas a modelos de orden reducido, se presenta en esta sección el modelado empírico de las dos plantas no lineales tomadas como procesos de prueba.

Las ecuaciones que se emplean para obtener el modelo que describe la Ecuación 1.3, un sistema de orden reducido de tipo FOPDT, son tres. La Ecuación 1.6 define la ganancia; la Ecuación 1.12, la constante de tiempo, y la Ecuación 1.13, el retardo de tiempo.

Para ambas plantas se sigue el mismo procedimiento, primero se hace el modelado empírico tomando como entrada una función  $u+$  tipo paso positiva, la cual se identificará junto con todos sus parámetros por el signo (+). Luego, se construye el modelo para una

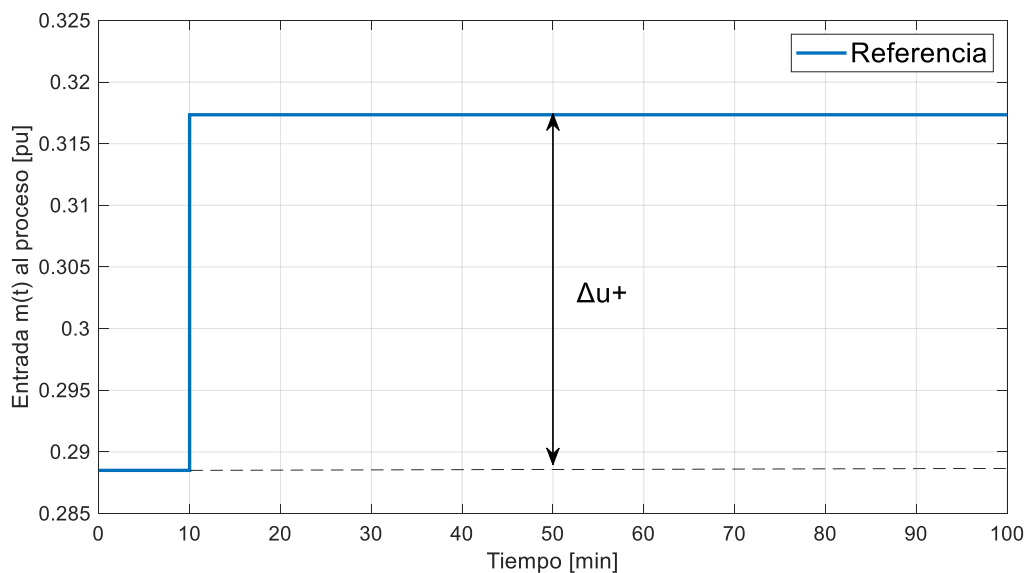


variación negativa en la entrada tipo paso,  $u^-$ . Los valores definidos de este proceso se distinguen con el signo (-). Finalmente, se obtiene el modelo promedio al calcular una media de los parámetros de los dos modelos previamente construidos. Ésta necesidad surge de que el modelo empírico final debe poder responder bien ante cualquier cambio de referencia, sea positiva o negativa, y no solamente en un determinado punto de operación, como lo harían los dos primeros modelos.

## 2.2.1 REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR

### Paso positivo

En condiciones iniciales la posición de la válvula es 0.2885 [pu]. A esta entrada se le hace una variación del +10%, de forma que se tiene una  $\Delta u^+$  al instante de tiempo 10 [min], como se muestra en la Figura 2.3.



**Figura 2.3.** Variación tipo paso en la entrada de +10%

La respuesta que produce el proceso ante dicha entrada, es la que se aprecia en la Figura 2.4. En ésta se muestra, a la par de la salida no lineal, la aproximación al modelo FOPDT  $G^+(s)$  vista desde el transmisor. Los parámetros necesarios para el modelado se determinan de la mencionada salida.

En la Ecuación 2.14 se realiza el cálculo de la ganancia de cambio positivo  $K^+$ ;

$$K^+ = \frac{0.4482 - 0.4}{0.3173 - 0.2885} = 1.6736 \quad (2.14)$$

en la Ecuación 2.15, el cálculo de la constante de tiempo  $\tau^+$ ;

$$\tau^+ = 1.5(20.029 - 11.695) = 12.501 \quad (2.15)$$

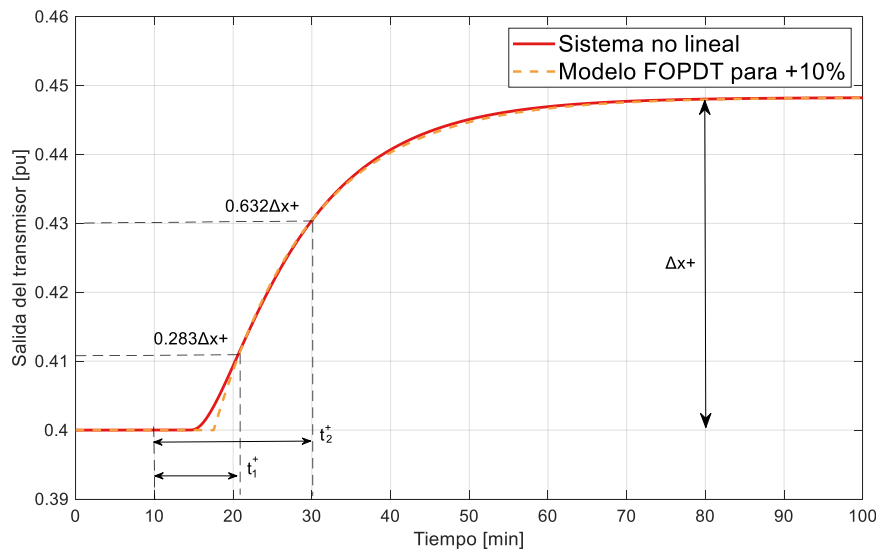
en la Ecuación 2.16, el cálculo del retardo de tiempo  $t_o^+$ .

$$t_o^+ = 20.029 - 12.501 = 7.528 \quad (2.16)$$

Con  $K^+$ ,  $\tau^+$  y  $t_o^+$  ya determinados, se elabora la aproximación al modelo FOPDT considerando el cambio de referencia positivo, para conseguir  $G^+(s)$  como muestra la Ecuación 2.17.

$$G^+(s) = \frac{1.6736}{12.501s + 1} e^{-7.528s} \quad (2.17)$$

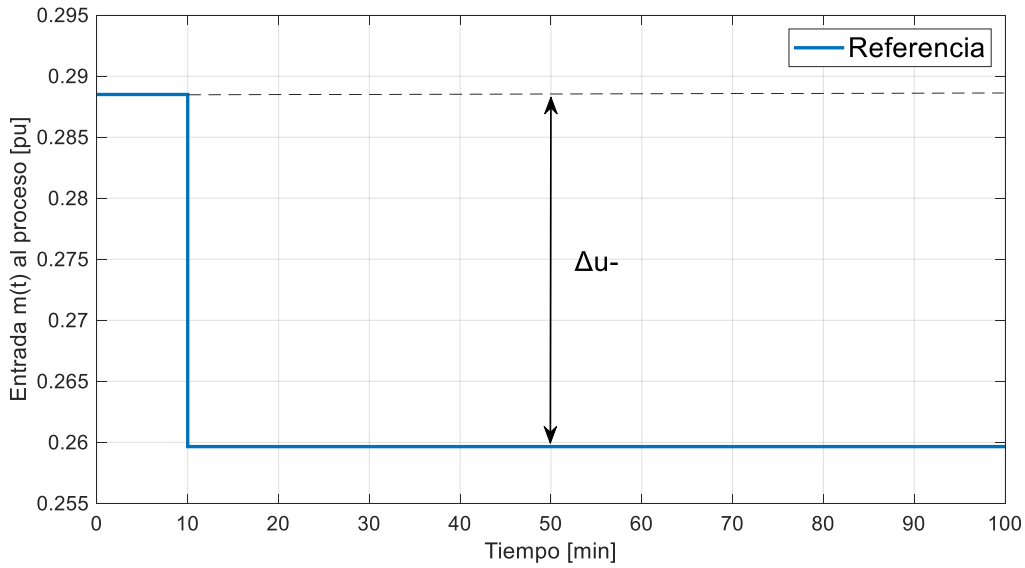
La respuesta que produce el modelo FOPDT obtenido con la variación de entrada de +10% en contraste con la salida no lineal del sistema se aprecia en la Figura 2.4. En la que se ve coincidencia casi total de las señales tratadas. Esto sin considerar una ligera diferencia en el retardo de tiempo, siendo que el sistema no lineal presenta menor tiempo muerto al calculado en el modelado.



**Figura 2.4.** Salida del sistema ante la variación tipo paso en la entrada de +10%

### Paso negativo

De igual forma que para el paso positivo, se parte de las condiciones iniciales de la planta. Con la posición de la válvula en 0.2885 [pu], a la entrada se hace una variación del -10%, de tal forma que se tiene una  $\Delta u^-$  al instante de tiempo 10 [min], como se muestra en la Figura 2.5.



**Figura 2.5.** Variación tipo paso en la entrada de -10%

Los parámetros necesarios para realizar la aproximación al modelo FOPDT  $G^-(s)$  se toman de la salida no lineal que se ve en la Figura 2.6.

En la Ecuación 2.18 se muestra el cálculo de la ganancia de cambio negativo  $K^-$ ;

$$K^- = \frac{0.3527 - 0.4}{0.25965 - 0.2885} = 1.6395 \quad (2.18)$$

en la Ecuación 2.19, el cálculo de la constante de tiempo  $\tau^-$ ;

$$\tau^- = 1.5(19.691 - 11.217) = 12.999 \quad (2.19)$$

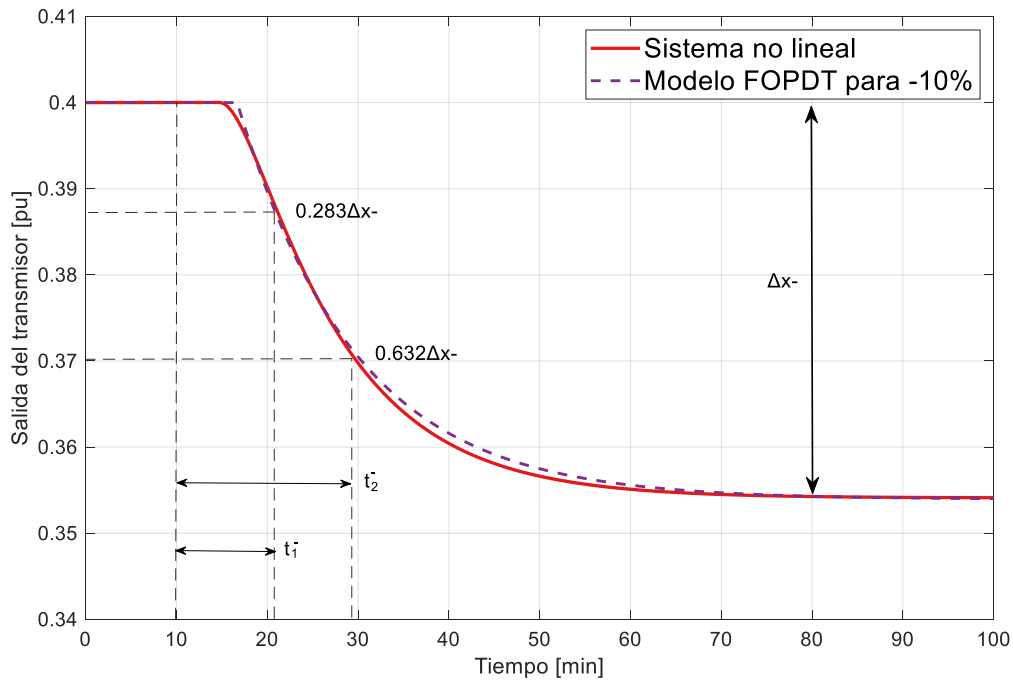
en la Ecuación 2.20, el cálculo del retardo de tiempo  $t_o^-$ .

$$t_o^- = 19.691 - 12.999 = 6.692 \quad (2.20)$$

Con los tres parámetros determinados, se construye la aproximación al modelo FOPDT considerando el cambio de referencia negativo que muestra la Ecuación 2.21.

$$G^-(s) = \frac{1.6395}{12.999s + 1} e^{-6.692s} \quad (2.21)$$

Al comparar la respuesta que produce el modelo FOPDT obtenido con la variación de entrada de -10% con la salida no lineal del sistema en la Figura 2.6. se ve que el modelado calculado con ecuaciones produce resultados semejantes a la dinámica de la planta. En esta aproximación la diferencia del tiempo muerto es mucho menor que la vista en el modelo de  $G^+(s)$ .



**Figura 2.6.** Salida del sistema ante la variación tipo paso en la entrada de -10%

### Modelo aproximado FOPDT promediado

Conociendo ya los modelos  $G^+(s)$  y  $G^-(s)$ , sus parámetros pueden ser promediados para obtener una función de transferencia  $G_p(s)$ , tal que ésta responda en la forma más exacta ante distintos puntos de operación, ya sean de cambios de referencia positivos o negativos. No viéndose limitado así el modelo solo para variaciones de aumento o solo de disminución de la entrada.

En la Ecuación 2.22 se promedian las ganancias  $K^+$  y  $K^-$ ;

$$K = \frac{1.6736 + 1.6395}{2} = 1.657 \quad (2.22)$$

en la Ecuación 2.23, las constantes de tiempo  $\tau^+$  y  $\tau^-$ ;

$$\tau = \frac{12.501 + 12.999}{2} = 12.75 \quad (2.23)$$

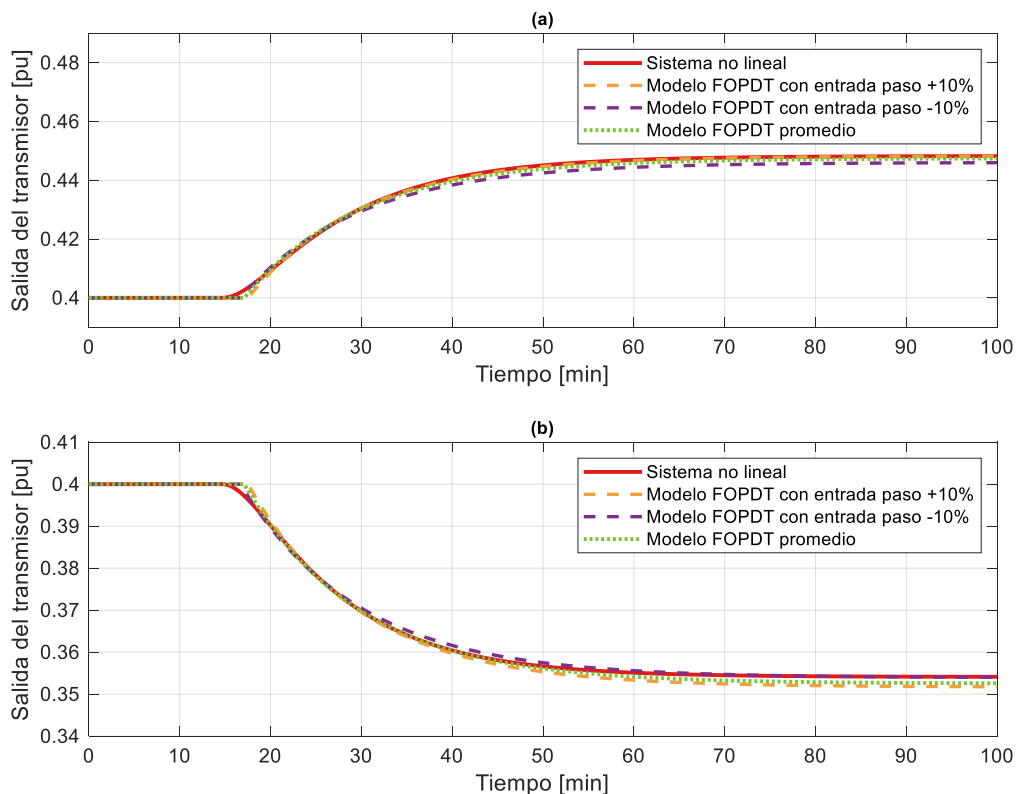
en la Ecuación 2.24, los retardos de tiempo  $t_o^+$  y  $t_o^-$ .

$$t_o = \frac{7.528 + 6.692}{2} = 7.11 \quad (2.24)$$

Con todos los parámetros promediados, se define la aproximación al modelo FOPDT promedio como muestra la Ecuación 2.25.

$$G_p(s) = \frac{1.657}{12.75s + 1} e^{-7.11s} \quad (2.25)$$

Como se ve en la Figura 2.7. la salida que ofrece el modelo FOPDT promedio satisface el comportamiento del sistema no lineal, tanto para incrementos positivos en la referencia como indica (a), así como para (b) cuando se produce disminución en la consigna.



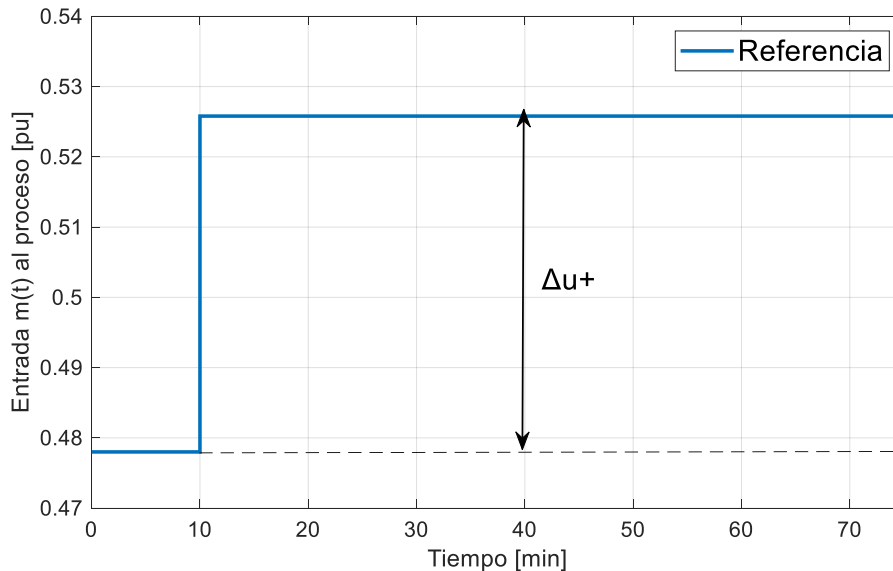
**Figura 2.7.** Salida del sistema, ante la variación en la posición de la válvula de (a) +10% y (b) -10%, en comparación con los modelos aproximados FOPDT

## 2.2.2 TANQUE DE MEZCLADO

La planta del tanque de mezclado representa un proceso con ganancia negativa. Esto quiere decir que, ante variaciones positivas de la entrada, la salida del proceso responderá con variaciones negativas. Para cambios de referencia positivos, es decir de aumento en la consigna actual, la respuesta del sistema será con la disminución de su valor, y viceversa con los cambios negativos de referencia.

## Paso positivo

En condiciones iniciales la posición de la válvula está en 0.478 [pu], a esta entrada se le hace un incremento del 10%, de tal forma que se tiene una  $\Delta u^+$  al instante de tiempo 10 [min], como se muestra en la Figura 2.8.



**Figura 2.8.** Variación en la posición de la válvula con entrada paso de +10%

La salida que produce el proceso vista desde el transmisor se indica en la Figura 2.9., denotada como sistema no lineal. De ahí, se consiguen los parámetros necesarios para realizar la aproximación al modelo FOPDT  $G^+(s)$ .

En la Ecuación 2.26 se muestra el cálculo de la ganancia de cambio positivo  $K^+$ ;

$$K^+ = \frac{0.46 - 0.5}{0.5259 - 0.478} = -0.835 \quad (2.26)$$

en la Ecuación 2.27, el cálculo de la constante de tiempo  $\tau^+$ ;

$$\tau^+ = 1.5(6.6 - 4.93) = 2.505 \quad (2.27)$$

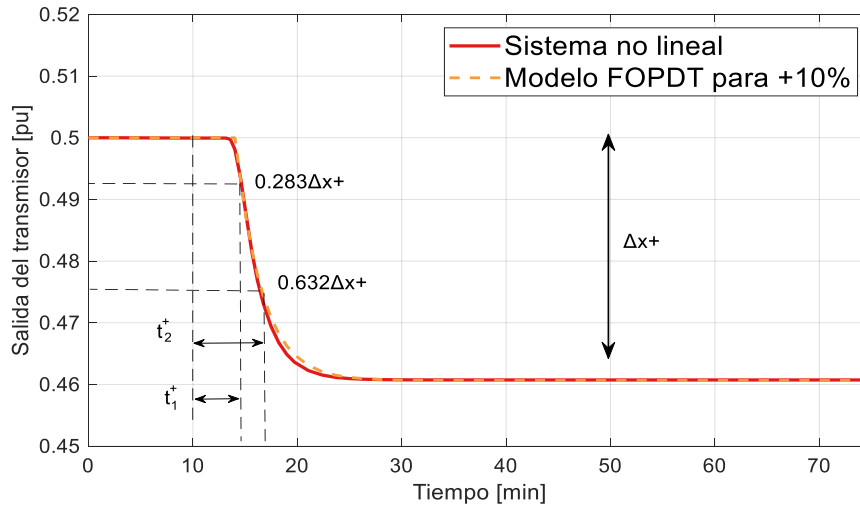
en la Ecuación 2.28, el cálculo del retardo de tiempo  $t_o^+$ .

$$t_o^+ = 6.6 - 2.505 = 4.095 \quad (2.28)$$

Con los tres parámetros ya definidos, se construye la aproximación al modelo FOPDT considerando el cambio de referencia positivo que muestra la Ecuación 2.29.

$$G^+(s) = \frac{-0.835}{2.505s + 1} e^{-4.095s} \quad (2.29)$$

En la Figura 2.9. se muestra la respuesta que produce el modelo FOPDT obtenido con la variación de entrada de +10% en contraste con la salida no lineal del sistema. Aquí se facilita ver como el comportamiento de ambos modelos, lineal y no lineal, es casi idéntico en dicho punto de operación.



**Figura 2.9.** Respuesta del sistema ante la variación en la posición de la válvula con entrada paso de +10%

### Paso negativo

Partiendo nuevamente de condiciones iniciales, con la posición de la válvula en 0.478 [pu], a la entrada se le hace una disminución del 10%, de tal forma que se tiene una  $\Delta u^-$  al instante de tiempo 10 [min], como se muestra en la Figura 2.10.

La salida resultante considerada por el transmisor se indica en la Figura 2.11. Tomando en cuenta las variaciones en el sistema no lineal, se definen los parámetros necesarios para realizar la aproximación al modelo FOPDT  $G^-(s)$ .

En la Ecuación 2.30 se muestra el cálculo de la ganancia de cambio negativo  $K^-$ ;

$$K^- = \frac{0.543 - 0.5}{0.4305 - 0.478} = -0.905 \quad (2.30)$$

en la Ecuación 2.31, el cálculo de la constante de tiempo  $\tau^-$ ;

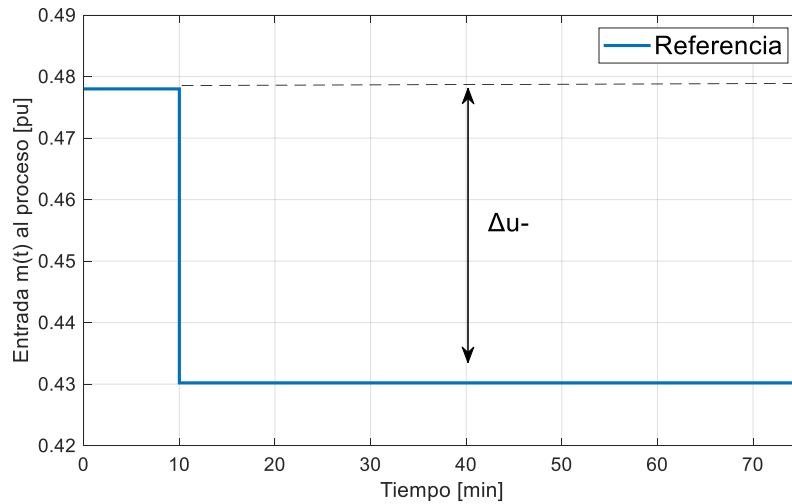
$$\tau^- = 1.5(7.09 - 5.46) = 2.445 \quad (2.31)$$

en la Ecuación 2.32, el cálculo del retardo de tiempo  $t_o^-$ .

$$t_o^- = 7.09 - 2.445 = 4.6548 \quad (2.32)$$

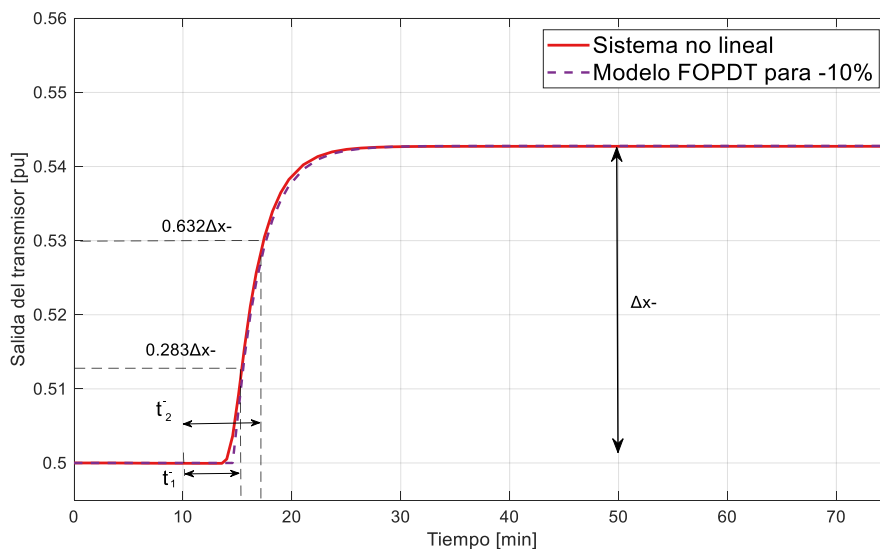
Con los tres parámetros determinados, se construye la aproximación al modelo FOPDT considerando el cambio de referencia negativo que muestra la Ecuación 2.33.

$$G^-(s) = \frac{-0.905}{2.445s + 1} e^{-4.6548s} \quad (2.33)$$



**Figura 2.10.** Variación en la posición de la válvula con entrada paso de -10%

En la Figura 2.11. se muestra la salida que produce el modelo FOPDT obtenido con la variación de entrada de -10% en contraste con la salida no lineal del sistema. Aquí es claro que el comportamiento de ambos modelos, lineal y no lineal, es semejante.



**Figura 2.11.** Respuesta del sistema ante la variación en la posición de la válvula con entrada paso de -10%



### Modelo aproximado FOPDT promediado

Una vez obtenidas las aproximaciones del sistema no lineal al modelo FOPDT para el paso positivo y para el negativo, se pueden promediar ambos modelos para conseguir una función de transferencia que represente en forma conjunta, y lo más exactamente posible, al comportamiento de la planta tanto para los cambios de consigna de aumento como para los de disminución.

En la Ecuación 2.34 se promedian las ganancias  $K^+$  y  $K^-$ ;

$$K = \frac{-0.835 + (-0.905)}{2} = -0.87 \quad (2.34)$$

en la Ecuación 2.35, las constantes de tiempo  $\tau^+$  y  $\tau^-$ ;

$$\tau = \frac{2.505 + 2.445}{2} = 2.475 \quad (2.35)$$

en la Ecuación 2.36, los retardos de tiempo  $t_o^+$  y  $t_o^-$ .

$$t_o = \frac{4.095 + 4.6548}{2} = 4.3749 \quad (2.36)$$

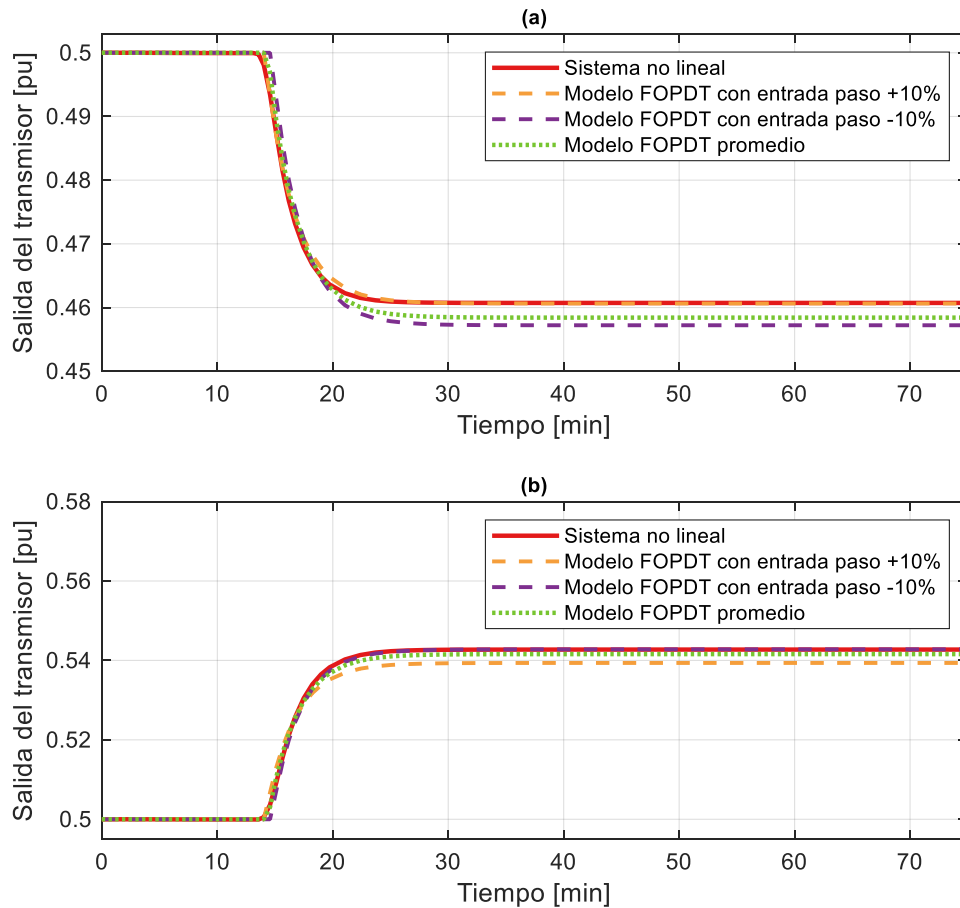
Con los tres parámetros promediados, se define la aproximación al modelo FOPDT promediado como muestra la Ecuación 2.37.

$$G_p(s) = \frac{-0.87}{2.475s + 1} e^{-4.3749s} \quad (2.37)$$

En la Figura 2.12. se muestra la respuesta que da el modelo FOPDT promedio para (a) un cambio de referencia de +10% y (b) un cambio de referencia de -10%.

En la gráfica (a) se ve como el modelo FOPDT  $G^+(s)$  obtenido con entrada paso +10% es el más coincidente con el sistema no lineal, ya que es a partir de ésta misma variación de la cual se adquirieron sus parámetros. A diferencia de cuando se compara el sistema no lineal con el modelo definido con una entrada paso del -10%,  $G^-(s)$ , donde su salida se aleja del valor esperado. Esto se da porque  $G^-(s)$  se sintoniza en un punto de operación distinto al del cambio de referencia de +10%. Afortunadamente, la salida del modelo FOPDT promediado, que si bien no es tan coincidente como  $G^+(s)$ , negocia mejor la diferencia con el sistema no lineal, que  $G^-(s)$ .

La utilidad de emplear el modelo promediado se resalta también en la gráfica (b), al guardar un equilibrio en la representación del modelo tanto para cambios positivos como negativos de referencia.



**Figura 2.12.** Respuesta del sistema, ante la variación en la posición de la válvula de (a) +10% y (b) -10%, en comparación con los modelos aproximados FOPDT

## 2.3 ESQUEMA SMC CON SUPERFICIE TIPO PID

Como ya se definió en el capítulo 1, el primer paso para desarrollar un esquema SMC es determinar la superficie deslizante que guiará al controlador. En la exposición de éste segundo capítulo, la superficie se identifica como  $S(t)$ . Ésta representa el comportamiento global del esquema de control, en términos de estabilidad y desempeño para seguimiento.

La superficie elegida para esta sección es de las más frecuentes dentro de los SMC y se obtiene de [10] tal como indica la Ecuación 2.38. El resto del desarrollo descrito a continuación es tomado de [7].

Escogiendo el orden del sistema con  $n$  igual a 2, en la Ecuación 2.40 se muestra que  $S(t)$  se considera como una superficie con ecuación tipo PID.

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (2.38)$$

Para un sistema de segundo orden se desarrolla la Ecuación 2.39:

$$S(t) = \left( \frac{d^2}{dt^2} + 2\lambda \frac{d}{dt} + \lambda^2 \right) \int e(t) dt \quad (2.39)$$

Considerando que  $\lambda_1 = 2\lambda$  y  $\lambda_0 = \lambda^2$ , se tiene:

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.40)$$

Al momento ya se cuenta con una superficie de deslizamiento, por lo que se vuelve necesario sintetizar la ley de control, tal que dicha superficie pueda ser alcanzada.

Conociendo que la ley de control de un SMC se define por la Ecuación 1.23, tanto  $U_c(t)$  con  $U_D(t)$  deben determinarse.

La componente discontinua  $U_D(t)$  incorpora elementos de conmutación no lineales y para atenuar los efectos del chattering emplea la función de suavizamiento de la Ecuación 1.28. Siendo  $U_D(t)$  descrita para este esquema de control como muestra la Ecuación 2.41.

$$U_D(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (2.41)$$

Por su parte, la componente continua  $U_c(t)$  está dada como función de la salida del sistema,  $x(t)$ , y de su referencia,  $r(t)$ . Para sintetizarla se recurre a la condición de deslizamiento de la Ecuación 1.31, que para  $S(t)$  se muestra como la Ecuación 2.42.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.42)$$

Se deriva entonces la Ecuación 2.40:

$$\dot{S}(t) = \ddot{e}(t) + \lambda_1 \dot{e}(t) + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.43)$$

Considerando que el error del sistema se define con la Ecuación 2.44,

$$e(t) = r(t) - x(t) \quad (2.44)$$

la Ecuación 2.43 resulta en el equivalente de la Ecuación 2.45.

$$\dot{S}(t) = (\dot{r}(t) - \dot{x}(t)) + \lambda_1(\dot{r}(t) - \dot{x}(t)) + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.45)$$

Se reduce a la Ecuación 2.46, sabiendo que las referencias de prueba son tipo paso.

$$0 = -\ddot{x}(t) - \lambda_1 \dot{x}(t) + \lambda_0 e(t) \quad (2.46)$$

Ésta última expresión se asocia con todo el sistema tomando en cuenta el modelo de orden reducido que representa al proceso. El modelo propuesto es el de la Ecuación 1.3, que es un sistema de primer orden. No obstante, al elegir  $n$  igual a 2, para el desarrollo de la superficie se debe tener un modelo del sistema cuyo orden esté en concordancia.

Se sube entonces el grado del sistema modelado cambiando la aproximación del retardo por una expansión de series de Taylor. Con esto el modelo de segundo orden requerido es el de la Ecuación 2.47:

$$Gp(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)(1 + t_o s)} \quad (2.47)$$

que en términos de ecuaciones diferenciales está dado por la Ecuación 2.48.

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{\tau + t_o}{\tau t_o} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{\tau t_o} x(t) = K \frac{u(t)}{\tau t_o} \quad (2.48)$$

Uniendo la Ecuación 2.46 con la expresión dada por la Ecuación 2.48 se obtiene la ley de control de deslizamiento como indica la Ecuación 2.49.

$$U_c(t) = \frac{\lambda_0 \tau t_o}{K} e(t) + \frac{x(t)}{K} \quad (2.49)$$

Añadiendo ambos componentes, tanto de alcanzabilidad como de deslizamiento, la ley de control total se describe con la Ecuación 2.50 para una superficie tipo PID.

$$U_{PID}(t) = \frac{\lambda_0 \tau t_o}{K} e(t) + \frac{x(t)}{K} + K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (2.50)$$

Para determinar el valor de los parámetros de la ley de control se emplean las ecuaciones de sintonización usando el algoritmo de búsqueda de Nelder-Mead [41].

Para la parte continua del controlador se tienen las Ecuaciones 2.51 y 2.52:

$$\lambda_1 = \frac{\tau + t_o}{\tau t_o} \quad [\text{Tiempo}]^{-1} \quad (2.51)$$

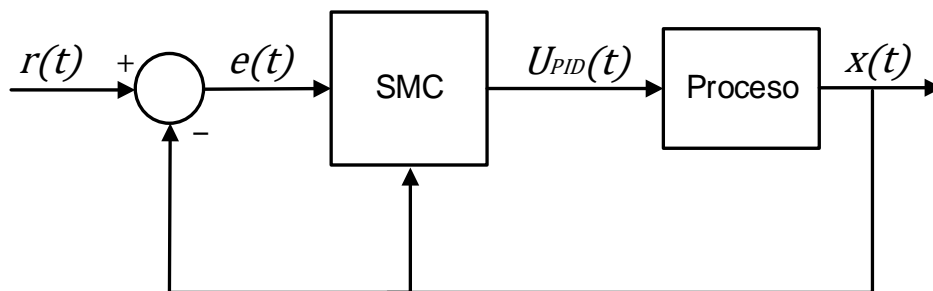
$$\lambda_o \leq \frac{\lambda_1^2}{4} \quad [\text{Tiempo}]^{-2} \quad (2.52)$$

Para los parámetros de la componente discontinua están las Ecuaciones 2.53 y 2.54:

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_o} \right)^{0.76} \quad [\text{pu}] \quad (2.53)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K|K_D\lambda_1 \quad [\text{pu/Tiempo}] \quad (2.54)$$

El diagrama de bloques que representa a este tipo de controlador por modos deslizantes se puede apreciar en la Figura 2.13. El esquema del SMC con superficie PID, puede considerarse el esquema tradicional al emplear sistemas de orden reducido.



**Figura 2.13.** Esquema de control por modos deslizantes tradicional

## 2.4 PROPUESTA DE SMC CON SUPERFICIE HÍBRIDA

Como se nota en la sección anterior, el esquema tradicional del SMC es de fácil construcción. Tiene como base un modelo FOPDT para representar al proceso y la superficie que maneja la dinámica del sistema es semejante a la de un controlador tipo PID. Entonces, dicho SMC tendrá las características típicas de un controlador PID, mismas que fueron descritas a detalle en el capítulo 1, en la sección 1.3.

Se resalta que el término integral, si bien ayuda a corregir desviaciones de la variable respecto al punto de consigna en régimen transitorio, es decir erradica el error de posición, también produce oscilaciones no deseadas en la salida del proceso antes de lograr el

control. De la teoría de control se establece que la acción integral puede desestabilizar al sistema si la constante de tiempo integral  $T_i$  disminuye mucho. Por un lado, es deseable un valor bajo de  $T_i$ , ya que esto aportaría velocidad a la respuesta y así en cierta medida se disminuye el área del error. No obstante, se debe mantener el equilibrio entre la velocidad de respuesta y la estabilidad, con respecto a las oscilaciones que puedan presentarse. Esto se traduce en la medida que debe existir entre el menor tiempo de establecimiento posible y un bajo sobrepico en la salida del proceso.

Una alternativa atractiva para los problemas que presenta el término integral es aplicar la acción derivativa en su lugar. Al incrementar la constante de tiempo derivativa  $T_d$ , tanto la velocidad del sistema como la estabilidad aumentan, su único inconveniente resultaría que no es capaz de eliminar el error en estado estacionario y su reacción ante perturbaciones es nula. Es por esto que la acción PD por su cuenta no puede realizar tareas de regulación. En lo referente a tareas de seguimiento, su accionar se restringiría solo a procesos que inherentemente no posean error de posición. Pese a estas limitaciones, la acción PD se puede considerar como representante alternativa para una superficie de SMC.

Considerando la superficie derivativa definida en [10] se tiene la Ecuación 2.55,

$$S_{PD}(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (2.55)$$

que para un  $n$  igual a 2 es la expresión de la Ecuación 2.56:

$$S_{PD}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda e(t) \quad (2.56)$$

Definida la superficie con la que se desea que el esquema de control trabaje es necesario sintetizar la correspondiente ley de control empleando la condición de deslizamiento de la Ecuación 1.31. Tal como se hizo para el SMC tradicional, se pone a la derivada de la superficie,  $\dot{S}_{PD}(t)$ , en términos de la salida y la referencia, y se asocia dicho conjunto con el modelo del sistema descrito en la Ecuación 2.48.

Trabajando matemáticamente toda la expresión y despejando la variable de entrada al sistema, se obtiene la ley de control de deslizamiento como indica la Ecuación 2.57.

$$U_c(t) = \frac{x(t)}{K} \quad (2.57)$$

La ley de control total, incluyendo la componente de alcanzabilidad, es la descrita en la Ecuación 2.58.

$$U_{PD}(t) = \frac{x(t)}{K} + K_D \frac{S_{PD}(t)}{|S_{PD}(t)| + \delta} \quad (2.58)$$

Al comparar la Ecuación 2.58 con la ley de control del esquema tradicional obtenida en la Ecuación 2.50 se aprecia que la única incompatibilidad radica en un término proporcional al error y en cómo se definieron las superficies,  $S(t)$  y  $S_{PD}(t)$ .

El término que no consta en  $U_C(t)$  PD, pero que sí aparece en  $U_C(t)$  PID, se ve en la Tabla 2.3. en la columna (a). Mientras que la diferencia entre  $S(t)$  y  $S_{PD}(t)$ , se ve en la columna (b). Si se comparan las Ecuaciones 2.40 y 2.56, respectivamente para cada superficie es evidente que la diferencia es la existencia o no, del término integral del error.

**Tabla 2.3.** Términos diferentes entre las leyes de control  $U_{PID}(t)$  y  $U_{PD}(t)$

Término diferente entre $U_C(t)$ PID y $U_C(t)$ PD (a)	Término diferente en las superficies PID y PD (b)
$\frac{\lambda_0 \tau t_0}{K} e(t)$	$\lambda_0 \int e(t) dt$

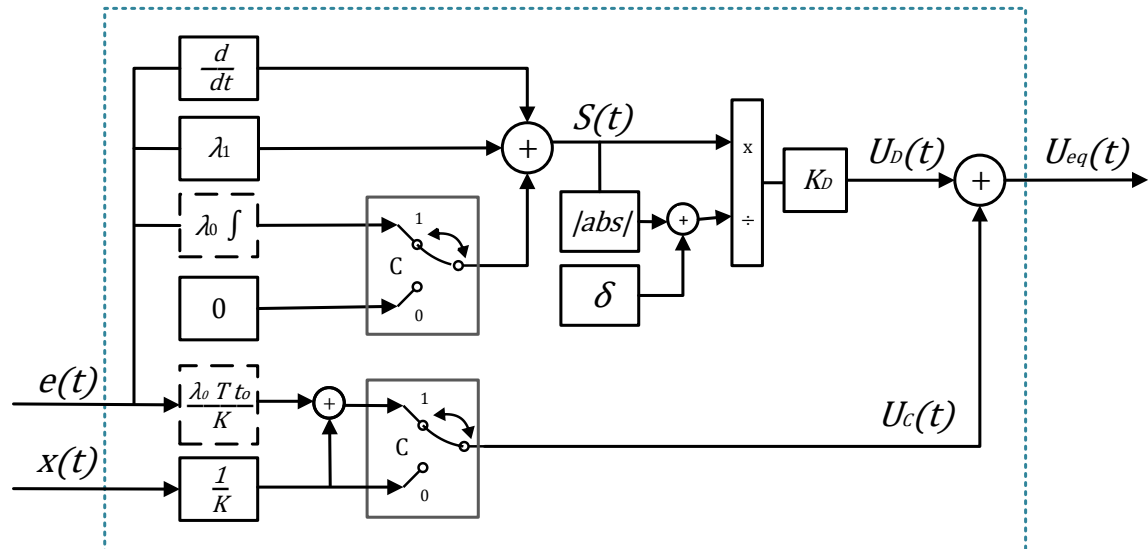
Como ya se acotó, la ley de control  $U_{PD}(t)$  de la Ecuación 2.58 no puede realizar tareas de seguimiento y regulación para cualquier sistema por sí sola. Pero, evidenciando las similitudes que guarda con la ley de control  $U_{PID}(t)$  se propone combinar el accionar de ambas para formar un esquema de control por modos deslizantes basado en una superficie híbrida, SMC-HS. Este se guía entonces por una nueva ley de control equivalente, la cual se describe en la Ecuación 2.59, que tiene los elementos continuos y discontinuos del SMC tradicional. Lo que cambia en la propuesta es cómo actúan los componentes en la fase de alcanzabilidad y deslizamiento, ya que su comportamiento estará determinado por una lógica adicional de control.

$$U_{eq}(t) = U_C(t) + U_D(t) \quad (2.59)$$

El término híbrido hace referencia al elemento aquel que posee características de distintas naturalezas, que emplea una mezcla de tecnologías a conveniencia [42]. Siendo justo esa conveniencia la que determinará la lógica de control para el nuevo esquema.

Al comparar la Ecuación 2.58 con la Ecuación 2.50 se identifica que las distintas naturalezas de los controladores se diferencian en la existencia de los términos descritos en la Tabla 2.3. Siendo entonces posible unir ambos comportamientos por medio de un control de reset, siguiendo los fundamentos indicados en el capítulo 1.

La estructura propuesta para el SMC-HS es la que se aprecia en la Figura 2.14., en esta se reinicia el término integral de la superficie y se anula la acción del término proporcional al error en la ley de control de deslizamiento, según la acción de una condición C y su conmutación entre 0 y 1.



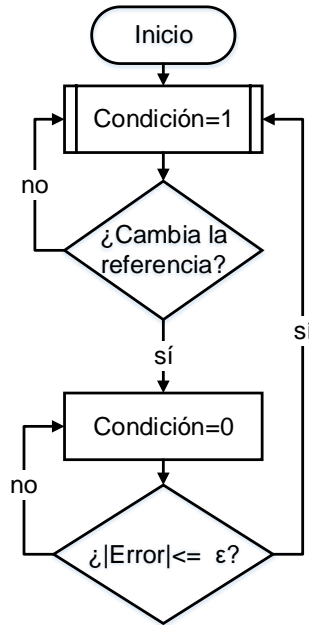
**Figura 2.14.** Esquema de diagrama de bloques del controlador por modos deslizantes con superficie híbrida

La condición C es la que define la lógica de control del esquema SMC-HS. Cuando C toma el valor de 1, la ley de control tiene el comportamiento de  $U_{PID}(t)$ , mientras que cuando su valor cambia a 0, la acción de control que gobierna es la de  $U_{PD}(t)$ .

Como el esquema busca mantenerse robusto ante incertidumbres y perturbaciones, en condiciones iniciales se mantiene C igual a 1. Solo cuando un cambio de referencia es detectado la condición C toma el valor de 0 para que las propiedades de un control PD actúen en la salida y mejoren la tarea de seguimiento. Así, el sobrepico se reduce a la vez que se alcanza la nueva consigna en un tiempo de establecimiento considerablemente rápido, según el tipo de planta. Si se mantuviera el valor de la condición C en 0, se mantendría actuando la acción de control  $U_{PD}(t)$  y con esto el control de perturbaciones a lo largo del tiempo no podría realizarse por la característica PD, que no compensa errores en estado estacionario.

Dentro de esta lógica de conmutación, se define que la condición C volverá a su estado inicial una vez que el error en el sistema sea menor o igual que un parámetro  $\varepsilon$  definido por el operario. Los criterios usuales son elegir un valor de  $\varepsilon$  entre el 2% y el 10% de error en la salida deseada. El diagrama de flujo que representa la lógica descrita se ve en la Figura 2.15.



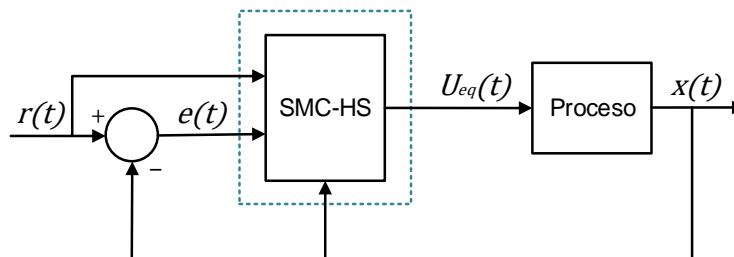


**Figura 2.15.** Diagrama de flujo de la condición C de la superficie híbrida

Con este accionar se genera una banda de funcionamiento para cada componente del comportamiento híbrido. En los casos más extremos, si la condición C se mantiene siempre en 1, entonces el comportamiento de la banda es totalmente PID, por el contrario, si C es siempre 0, la acción de control está ligada 100% a la naturaleza PD.

Mientras más grande se escoja el valor de  $\varepsilon$ , menor será el porcentaje de acción de  $U_{PD}(t)$ , al punto de que solo exista el comportamiento  $U_{PID}(t)$  si  $\varepsilon$  es del 100%. Por otro lado, si  $\varepsilon$  es definido igual a cero, esto no implica que necesariamente solo existirá la acción  $U_{PD}(t)$ , sino que una vez que la salida cruce la nueva referencia se hará la transición de vuelta a la naturaleza PID.

Ya actuando el SMC-HS como esquema de control dentro de un proceso, como se indica en la Figura 2.16., puede verificarse la acción de esta banda de funcionamiento híbrido. Los resultados obtenidos para las pruebas de dos procesos no lineales se indica en el capítulo 3 a continuación.



**Figura 2.16.** Esquema general del SMC-HS

En cuanto a la estabilidad de la propuesta, esta sigue las reglas de estabilidad tradicional para un SMC enunciadas en el capítulo 1. Al contener elementos del control de reset se incluyen también las condiciones enunciadas en [12] para definir la estabilidad total del sistema. La Ecuación 2.60 consiste en la condición de estabilidad tradicional determinada por Lyapunov considerando su función candidata derivada  $\dot{V}(x)$ .

$$\dot{V}(x) = \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^T Ax < 0, x \neq 0 \quad (2.60)$$

La restricción adicional de la Ecuación 2.61 hace referencia a que  $V$  no crezca en los reseteos, es decir que la salida se mantenga acotada. Tanto  $A, A_R$  y  $M$  son definidos en [12], junto con un estudio más extenso de estabilidad de control por reset como se mencionó en el capítulo 1.

$$\Delta V(x) = V(A_R x) - V(x) \leq 0, x \in M \quad (2.61)$$

## 2.5 DESARROLLO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

Una interfaz gráfica, llamada también GUI (por las siglas en inglés Graphical User Interface), es una herramienta que se compone de ayudas visuales e interactivas de distintas naturalezas con el fin de representar datos e información que le sean útiles a un usuario.

En este caso, se presenta la necesidad de una interfaz para visualizar la respuesta de los dos procesos no lineales de prueba con el esquema de control propuesto, y a la vez para contrastar estas salidas con las respuestas del esquema de SMC tradicional.

La HMI desarrollada es de tres niveles. El primer nivel corresponde a la portada del trabajo donde se identifica la información principal del mismo como se muestra en la Figura 2.17. El segundo nivel es una pantalla de selección del proceso para elegir con cual modelo de planta se desea trabajar, las opciones son el *Reactor de Tanque Agitado Continuo* y el *Tanque de Mezclado* como se aprecia en la Figura 2.18. Finalmente, el tercer nivel corresponde a las ventanas del proceso. La Figura 2.19 para la interacción con el CSTR y la Figura 2.20 para interacción con el Tanque de Mezclado.

En el tercer nivel de la interfaz se tienen los paneles de control con secciones para modificar las preferencias de simulación, realizar cambios de referencia, incluir perturbaciones en el proceso de prueba y visualización de índices de desempeño.

Las gráficas mostradas son las de la salida del proceso, la cual para ambos casos es temperatura, y las de las variables de interés como son la ley de control, la evolución de la parte integral, la superficie en el tiempo y la figura de las variaciones que generan las perturbaciones de incluirse dentro de la simulación.

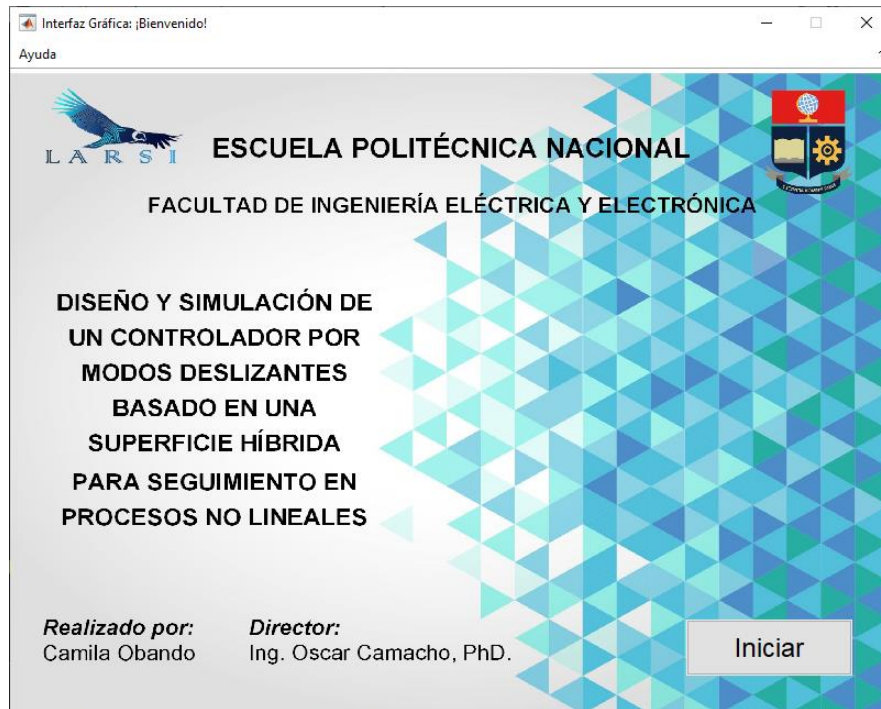


Figura 2.17. Portada de la interfaz gráfica desarrollada

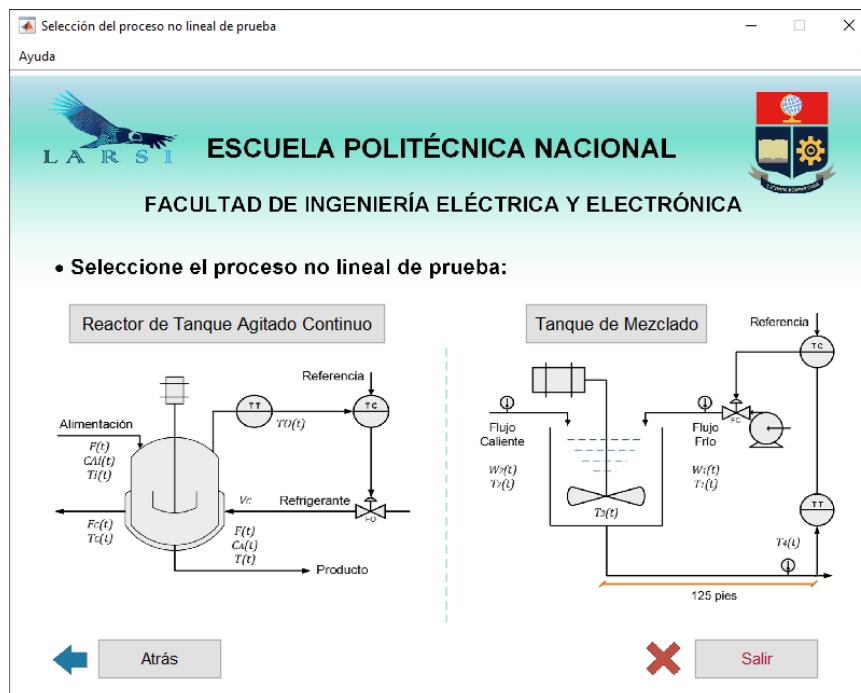


Figura 2.18. Pantalla de selección del proceso no lineal de prueba

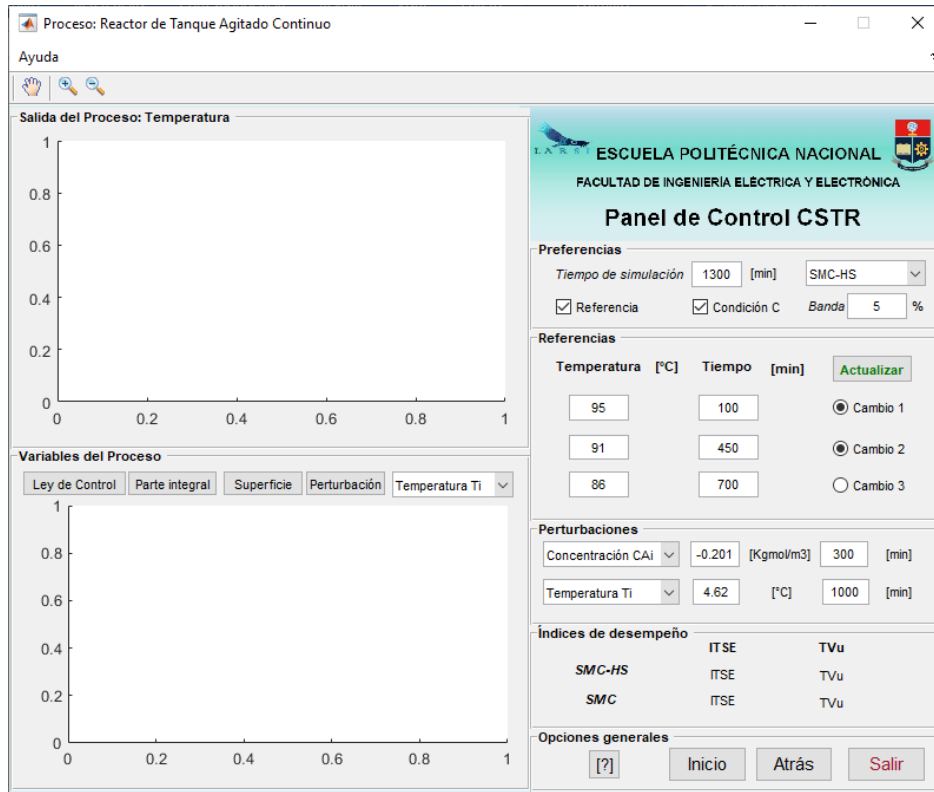


Figura 2.19. Pantalla del proceso de reactor de tanque agitado continuo

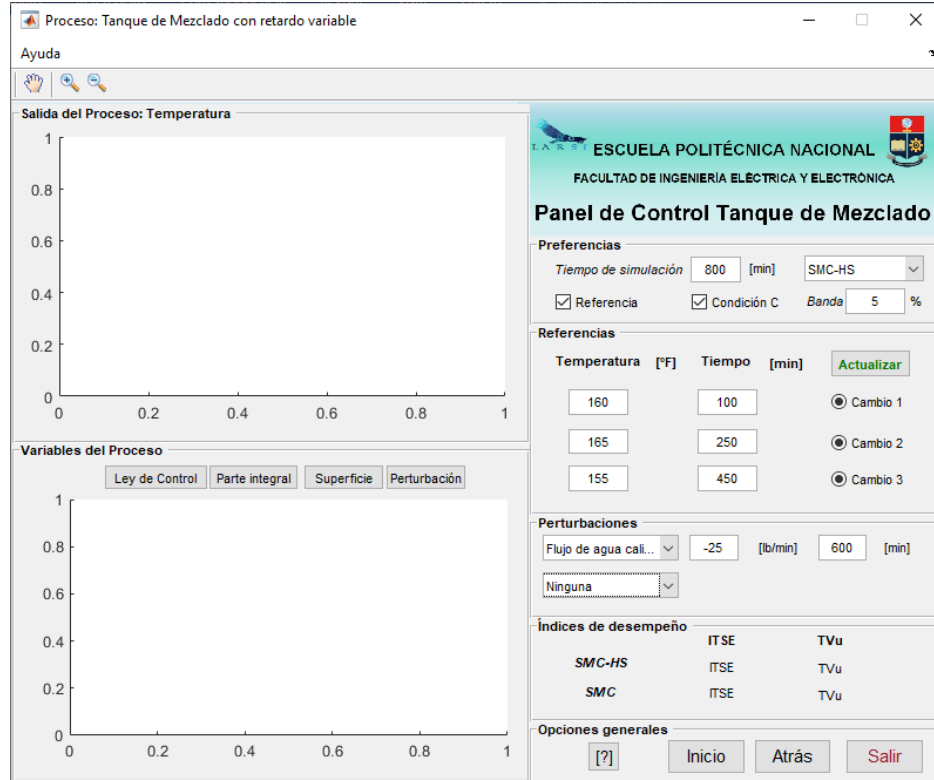


Figura 2.20. Pantalla del proceso tanque de mezclado

### 2.5.1 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ

En esta sección se indica el diagrama de flujo que guía el funcionamiento de la interfaz gráfica propuesta. En la sección de anexos se incluye el manual de usuario de la misma, describiendo a detalle cada componente de ésta. Adicionalmente, se indica como inicializarla y se especifican los elementos de cada pantalla junto con su utilidad.

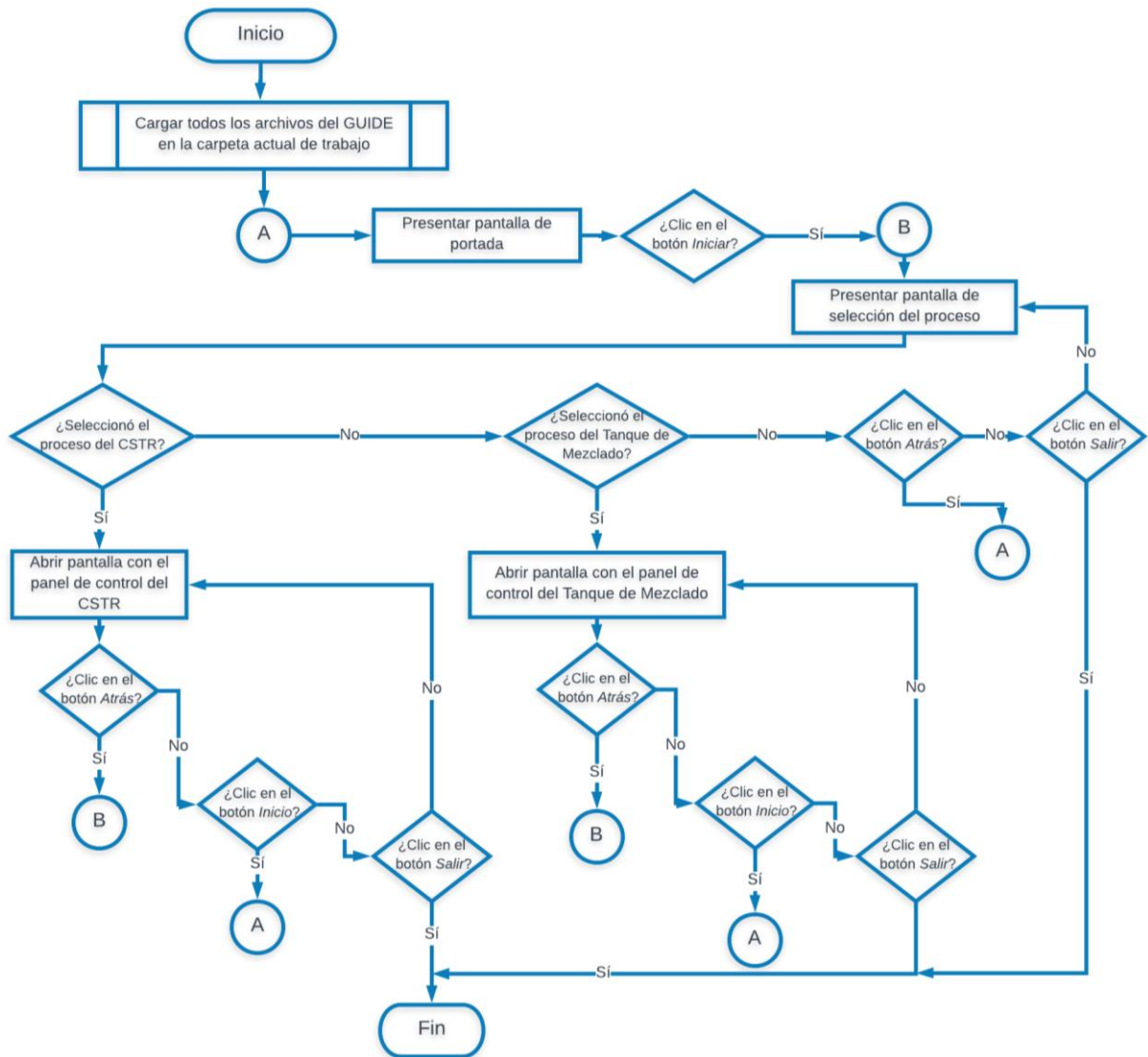


Figura 2.21. Diagrama de flujo de la HMI

### **3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al poner a prueba el esquema de control propuesto, y de esta forma se verifica su funcionamiento. El rendimiento del esquema de control diseñado se compara contra el esquema general de SMC. Si bien el SMC-HS busca mejorar el seguimiento en procesos no lineales, se realizan pruebas de seguimiento, así como de regulación, con el fin de mostrar la robustez de la propuesta ante perturbaciones.

Las simulaciones se muestran tanto para el reactor de tanque de agitado continuo CSTR como para el tanque de mezclado. En ambos casos, los resultados se analizan mediante la cuantificación de los índices: ITSE e ISE, para definir el desempeño de la respuesta de los procesos en función del tiempo, y sin considerar éste, correspondientemente; el TVU, para conocer el esfuerzo que aplica la acción de control sobre el actuador; sobrepico y tiempo de establecimiento, para determinar el comportamiento de la salida de los procesos en régimen transitorio.

#### **3.1 RESULTADOS SIMULADOS**

En esta sección se presentan los resultados de la simulación de los dos procesos no lineales previamente definidos. Se empieza con la exposición de la salida de ambas plantas, y la salida de la ley de control. Se indican las variaciones en el tiempo de las variables que generan perturbaciones. La evolución de la superficie seleccionada también se muestra, al igual que se visualiza como varía el término integral en el tiempo a fin de lograr el control requerido.

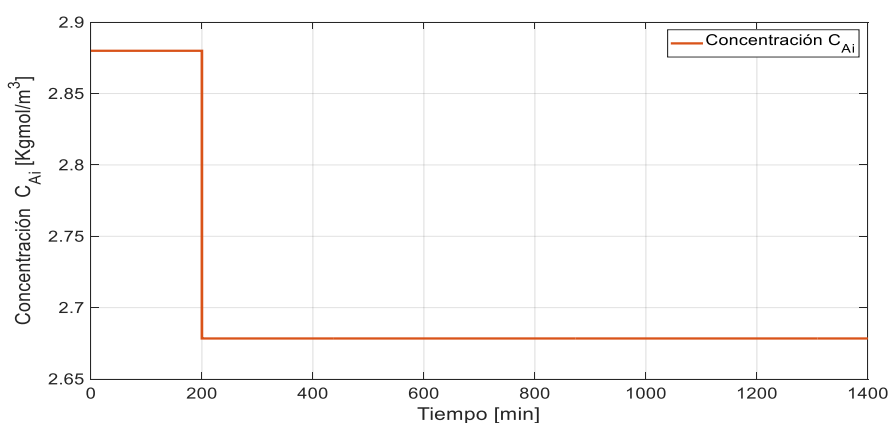
En todos los casos la comparación de la propuesta se ve reflejada contra el esquema general de SMC. Adicionalmente, la gráfica de como alterna la condición C de la superficie híbrida se ve superpuesta con la salida del proceso con la finalidad de exhibir el funcionamiento del SMC-HS.

El análisis realizado se hace considerando los índices de desempeño y esfuerzo: ITSE, ISE y TVu; así como también, en función de las características transitorias como sobrepico y tiempo de establecimiento. Se facilita la interpretación de todos estos indicadores mediante una gráfica radial.

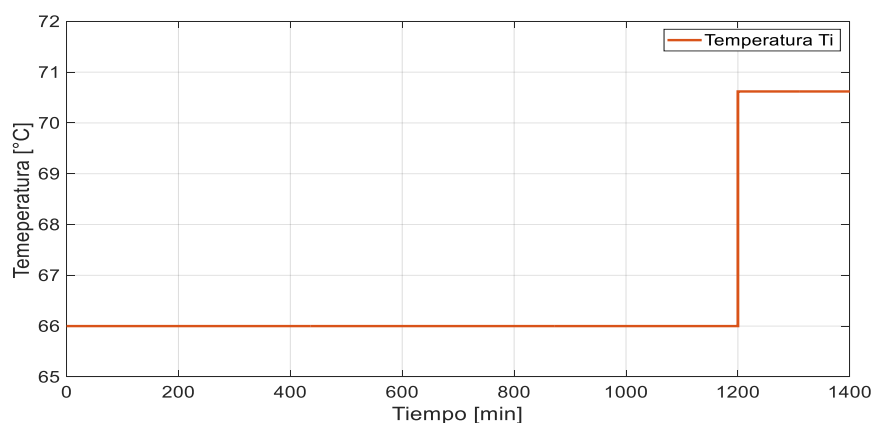
### 3.1.1 PRUEBAS SIMULADAS DE SEGUIMIENTO Y REGULACIÓN EN EL REACTOR DE TANQUE AGITADO CONTINUO CSTR

En condiciones iniciales el producto se encuentra a una temperatura de 88°C y el transmisor de temperatura se calibra para un rango de 80°C a 100°C. La posición de la válvula se define a partir de un 28.85%, es este el valor en el cual la salida del controlador se considera en cero.

Las perturbaciones que pueden afectar a la planta en manera significativa son aquellas relacionadas con la concentración  $C_{Ai}$  y la temperatura  $T_i$ , correspondientes a la sustancia de alimentación. En el caso de la concentración, ésta pasa de un valor inicial de 2.88 [kg mol/m<sup>3</sup>] a 2.6784 [kg mol/m<sup>3</sup>] a los 200 [min] como muestra la Figura 3.1. Mientras que la temperatura de la sustancia de alimentación, como indica la Figura 3.2., cambia de 66°C a 70.62°C al tiempo 1200 [min]. Ambas perturbaciones se realizan con el fin de verificar que la tarea de regulación no se ve afectada en el esquema de control propuesto al mejorar el seguimiento.



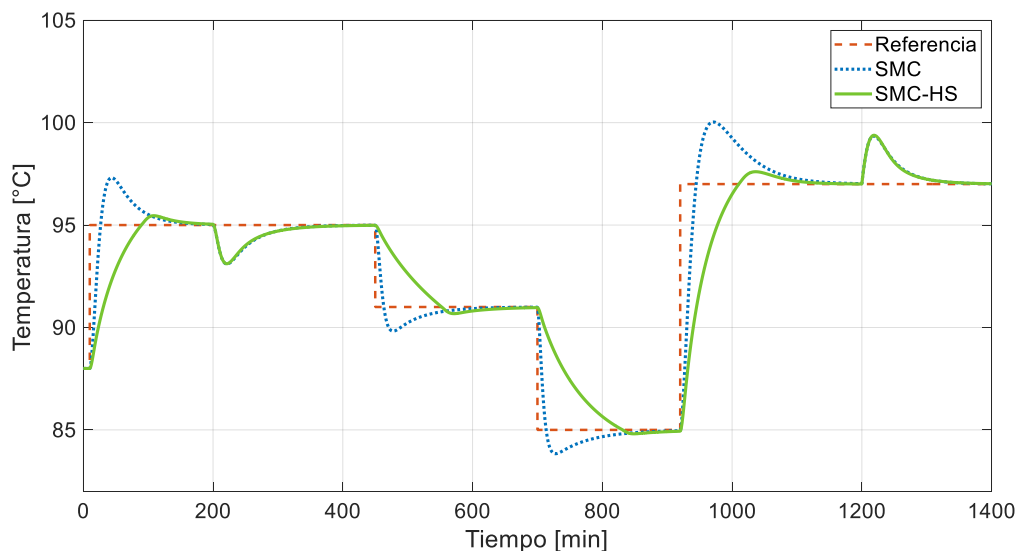
**Figura 3.1.** Perturbación de la concentración  $C_{Ai}$  en la sustancia de alimentación



**Figura 3.2.** Perturbación de la temperatura  $T_i$  en la sustancia de alimentación

En la Figura 3.3. se observan los cambios de referencia en la temperatura deseada del producto. El valor inicial de 88°C se mantiene durante los primeros 10 [min], momento en el cual se aumenta la temperatura a 95°C. Después, a los 450 [min] se disminuye la salida a 91°C. La disminución continúa a 85°C en el tiempo 700 [min] y finalmente, se realiza una subida de la temperatura hasta los 97°C al tiempo de 920 [min]. A los 200 [min] y 1200 [min] se ven las descompensaciones en la referencia debido a las perturbaciones anteriormente mencionadas. No obstante, éstas logran ser bien reguladas, sin importar la naturaleza de lo que las haya originado, sea el cambio en la concentración o en la temperatura de la sustancia de alimentación.

Es destacable como la propuesta del SMC-HS, en comparación al SMC, reduce el sobrepico en todos los cambios de referencia producidos, sin importar si estos son de aumento o disminución de temperatura. Además, la reducción del máximo sobreimpulso no produce el aumento del tiempo de establecimiento. Éste se mantiene para ambos esquemas de control en un valor de aproximadamente 200 [min].



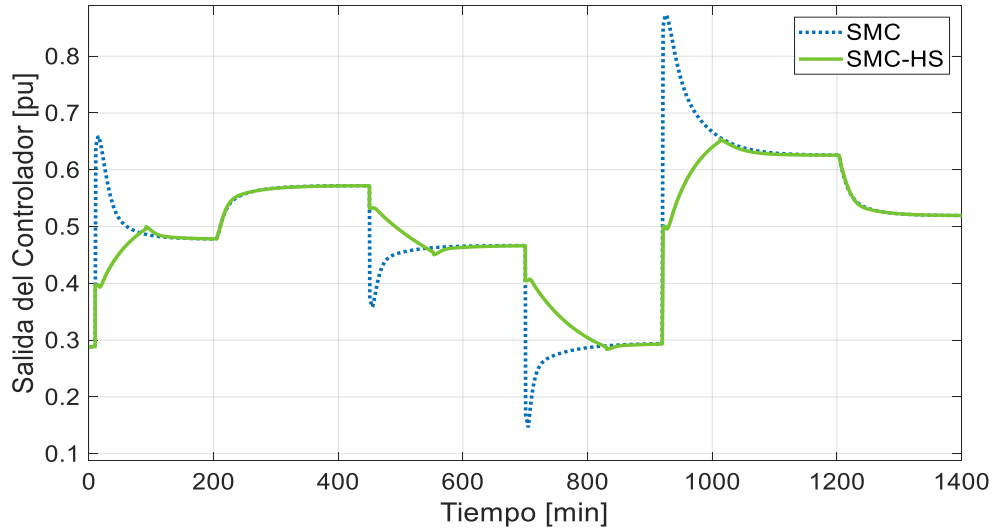
**Figura 3.3.** Salida del proceso ante cambios de referencia y perturbaciones

Si bien el esquema SMC parece actuar inicialmente más rápido, la acumulación de término integral genera una oscilación que produce el sobrepico, y esto a la vez se ve traducido en la agresividad de la ley de control. Cabe notar que, en el cambio de referencia al tiempo de 920 [min], el SMC llega al límite del rango del transmisor, lo cual se debe evitar, ya que sobrepasado el rango de lectura ya no se tiene información real de la salida del proceso.

En la Figura 3.4. se ven los picos indeseables para el actuador cuando se emplea el esquema tradicional, mientras que SMC-HS produce una acción de control que varía más

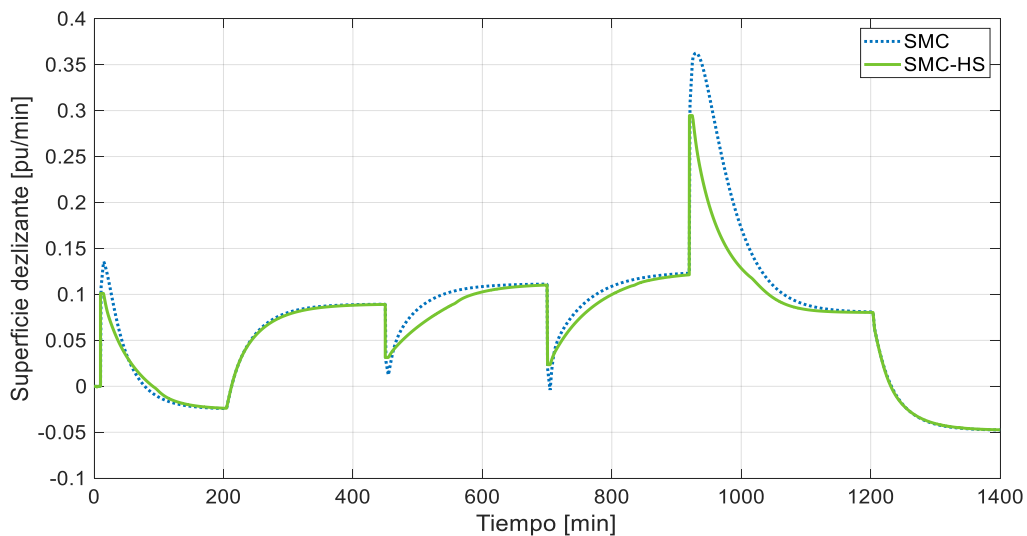


progresivamente, lo cual implica una menor exigencia para el elemento final de control. Estos resultados pueden constatarse con el análisis de los datos de TVu obtenidos, mismos que se muestran más adelante en una gráfica radial.



**Figura 3.4.** Salida de las acciones de control ante cambios de referencia y perturbaciones

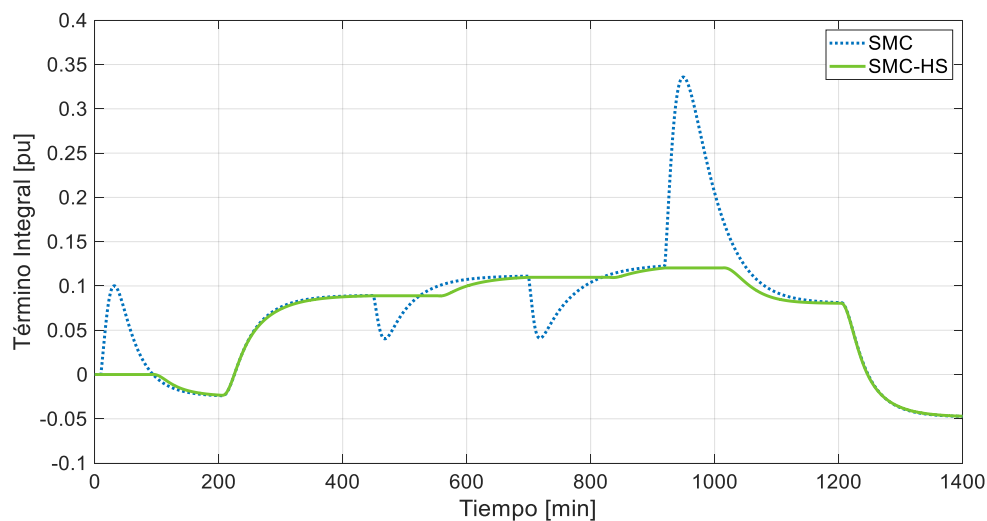
La superficie deslizante determina el comportamiento global de un controlador SMC, ya sea en su esquema general o con la modificación de superficie híbrida. En la Figura 3.5. se ve la evolución en el tiempo de ambas superficies y se aprecia como la tendencia que siguen es similar. Las variaciones en las superficies ocurren en cada cambio de referencia, la diferencia entre ambas es a breves rasgos en términos de amplitud. Esto se debe a que la superficie híbrida no añade término integral cuando se mueve la referencia.



**Figura 3.5.** Salida de las superficies de deslizamiento

Como muestra de que el término integral deja de actuar en el momento del cambio de referencia, en la Figura 3.6. se presenta la salida que tiene el término integral como componente de la superficie deslizante.

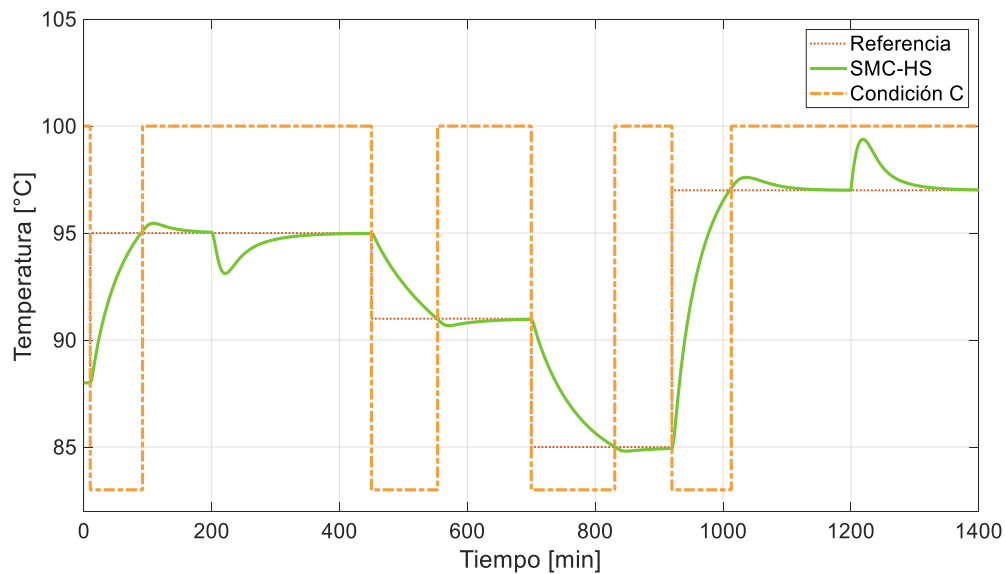
Desde el primer cambio de referencia en 10 [min] el SMC incrementa la parte integral para tratar de alcanzar la nueva referencia, este aumento es el que causa los sobrepicos en la salida del proceso. Por su parte, el SMC-HS se mantiene en condiciones iniciales evitando el accionar innecesario del término integral. Éste tan sólo varía cuando se ha alcanzado el porcentaje de error en estado estacionario definido por  $\varepsilon$ . Es claro entonces como la propuesta alterna su comportamiento entre una superficie PD y una PID con la activación y desactivación del término integral.



**Figura 3.6.** Variación del término integral en la superficie deslizante

La condición C definida para el esquema de control propuesto determina el comportamiento de la superficie híbrida en función del valor que tome  $\varepsilon$ . En la Figura 3.7. se ve el accionar de la condición C escalado sobre la salida del proceso que emplea como controlador al SMC-HS. Las conmutaciones entre alto y bajo de la condición C representan a la superficie actuando como PID y PD, respectivamente.

En el comienzo de la operación, la superficie es de tipo integral. En el momento en el que el cambio de referencia se origina, se aprecia como inicia el funcionamiento neto de la componente PD, pasando la condición C al estado bajo. Una vez que se alcanza el valor de error definido por  $\varepsilon$ , se vuelve al estado inicial donde la superficie se comporta como una PID. Es esta característica lo que le permite al controlador de la propuesta de este trabajo de titulación compensar las perturbaciones que se generan a medida que el tiempo transcurre.



**Figura 3.7.** Comportamiento de la condición C en la salida del proceso con controlador de superficie híbrida

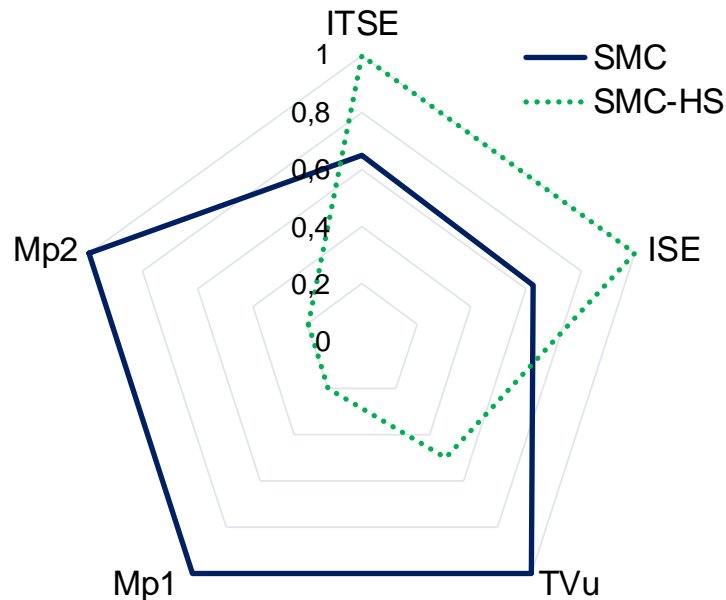
Ya en forma cuantitativa se comparan los índices de desempeño ITSE e ISE, la variación total del esfuerzo de la ley de control, TVu, y las características de la respuesta transitoria en una gráfica radial; esto ayuda a visualizar en manera más clara la comparación entre todos los indicadores de interés, mismos que son estandarizados de 0 a 1. En todos los casos se busca tener un valor lo más próximo a cero, por lo que el esquema de control de menor área muestra un mejor desempeño global.

Tanto ITSE, ISE y TVu se cuantificaron para la salida de la Figura 3.3., es decir ante cambios de referencia y perturbaciones. Mientras que el máximo sobreimpulso está considerado para dos instantes de tiempo. Mp1 cuando se cambia la temperatura a 95°C en un tiempo de 10 [min] y Mp2 toma su valor del cambio de referencia a 97°C en el tiempo 920 [min]. Se consideran ambos puntos del proceso dado a que son los más representativos en cuanto a sobrepicos.

Analizando los resultados obtenidos con la gráfica radial de la Figura 3.8. se ve que el esquema propuesto no obtiene los valores más bajos en lo referente a ITSE e ISE, lo cual es bastante comprensible, ya que en los cambios de referencia el controlador alcanza la temperatura deseada en forma progresiva, a diferencia del SMC, el cual se dispara casi de inmediato.

Para contrastar el desempeño global entonces, es necesario retomar el hecho de que el tiempo de establecimiento para ambos esquemas de control es de aproximadamente 200 [min], por lo que una reacción inicial tan brusca por parte del SMC no es justificada como

de mejor desempeño. Esto último va ligado al esfuerzo necesario de la acción de control, donde el SMC-HS se destaca con un valor de algo menos que la mitad del SMC. Esto significa que la propuesta está realizando la tarea de seguimiento en el mismo tiempo que el esquema general del SMC, pero requiriendo menos de la mitad del esfuerzo original para el actuador.



**Figura 3.8.** Gráfica radial de índices y características transitorias del proceso

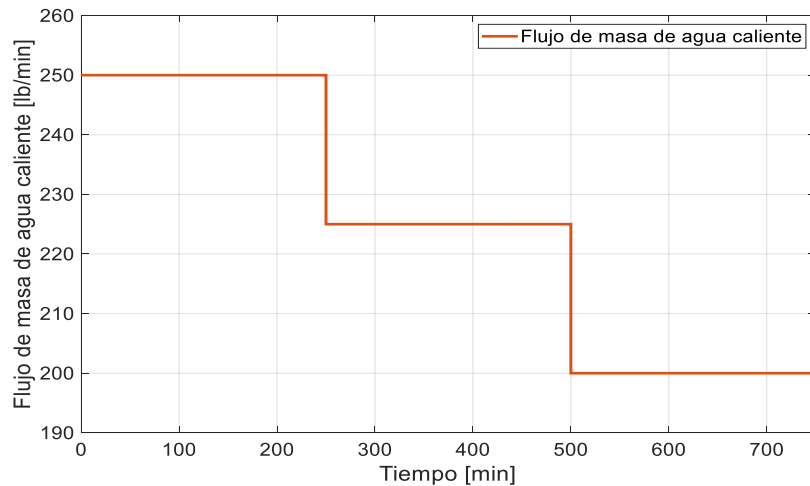
En cuanto a la reducción del máximo sobreimpulso, se consiguen resultados de menos del 20% del sobrepico inicial al emplear el SMC-HS, esto gracias al reinicio del término integral, el cual usualmente es el que genera dicha oscilación. Y finalmente, se evidencia que el área total que genera la propuesta con la superficie híbrida es menor que la del SMC general, siendo el desempeño global del SMC-HS entonces el mejor.

### 3.1.2 PRUEBAS SIMULADAS DE SEGUIMIENTO Y REGULACIÓN EN EL TANQUE DE MEZCLADO

El objetivo en este proceso es mantener la temperatura  $T_3(t)$  de la mezcla en una referencia dada. El transmisor tiene un rango de operación entre 100°F y 200°F, la condición inicial en la que se encuentra dicha temperatura es 150°F. La posición de la válvula se define a partir del 47.8%, es desde este valor en el cual la salida del controlador está en cero.

Al igual que en la planta anterior se realizan pruebas de regulación con el fin de comprobar que la robustez ante perturbaciones no se vea afectada dentro del esquema de control

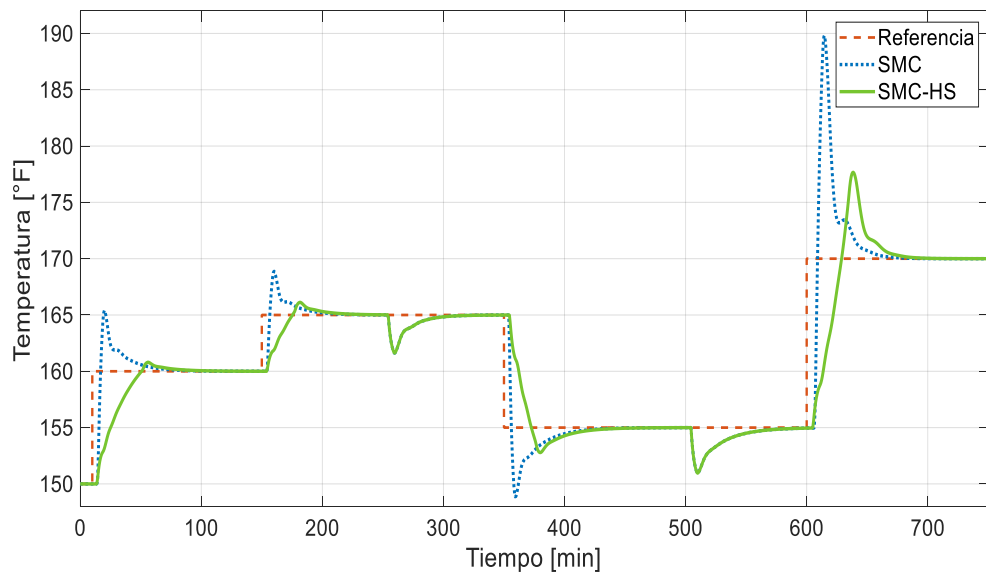
propuesto. Para este proceso la perturbación se da por la variación del flujo de masa de agua caliente  $W_1(t)$ . Se sabe que puede variarse el ingreso del mismo de 250 [lb/min] hasta un mínimo de 120 [lb/min]. Para las pruebas se disminuyó el flujo a 225 [lb/min] en el tiempo 250 [min]. Luego se descendió este valor hasta las 200 [lb/min] en el tiempo de 500 [min]. Estos cambios se aprecian en la Figura 3.9.



**Figura 3.9.** Perturbación del flujo de masa de agua caliente  $W_1(t)$

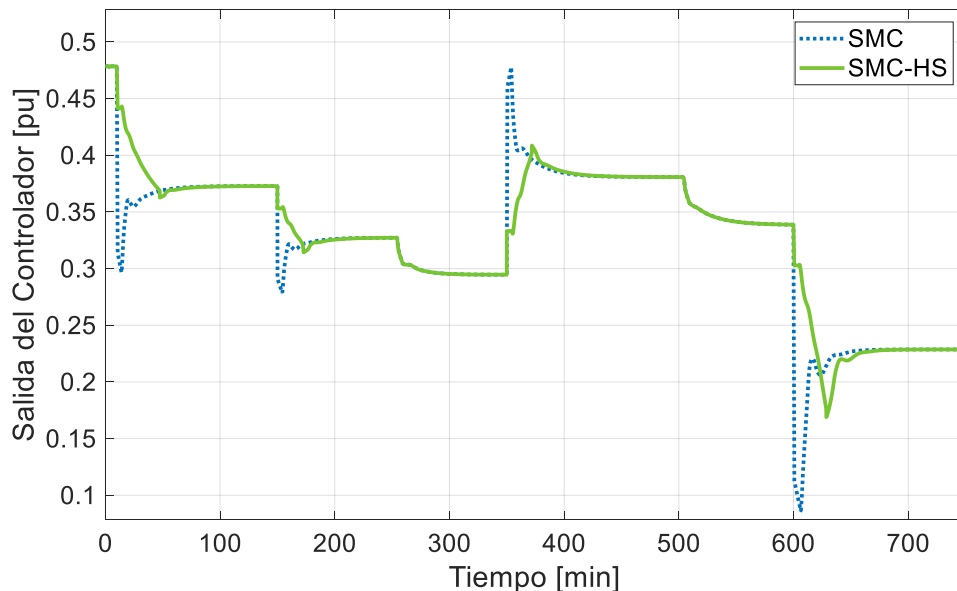
La respuesta del sistema ante cambios de referencia y perturbaciones es apreciada en la Figura 3.10. La temperatura inicial de 150°F se mantiene hasta el tiempo 10 [min] cuando la referencia aumenta a 160°F. Después se realiza otro incremento a 165°F en el tiempo 150 [min]. Luego se realiza una disminución en la temperatura hasta 155°F en el tiempo 350 [min]. La última referencia se establece en 170°F en el tiempo 700 [min]. Durante el lapso de 750 [min] aparecen también las dos perturbaciones del flujo de masa de agua caliente, el cual pese a disminuirse logra ser compensado con la acción de controladores para mantener al proceso en la referencia definida para ese intervalo de tiempo.

La salida de este sistema no lineal empleando el SMC, si bien no presenta una característica oscilante ante el cambio de referencia, si muestra sobrepicos bastante notorios sobre la referencia. La respuesta es muy rápida en sobrepasar la consigna de temperatura, pero le toma tiempo en alcanzar el valor en estado estable. En contraste, el SMC-HS alcanza la referencia en manera más paulatina y menos agresiva, pero prácticamente en el mismo tiempo de establecimiento, el cual es de alrededor de 80 [min] para ambos esquemas. De la Figura 3.10. también se nota como tras las perturbaciones del flujo de masa de agua caliente el retardo se va incrementando, lo cual se puede considerar como una dificultad adicional para controlar. No obstante, la robustez de ambos esquemas de control es capaz de asumir dicho reto.



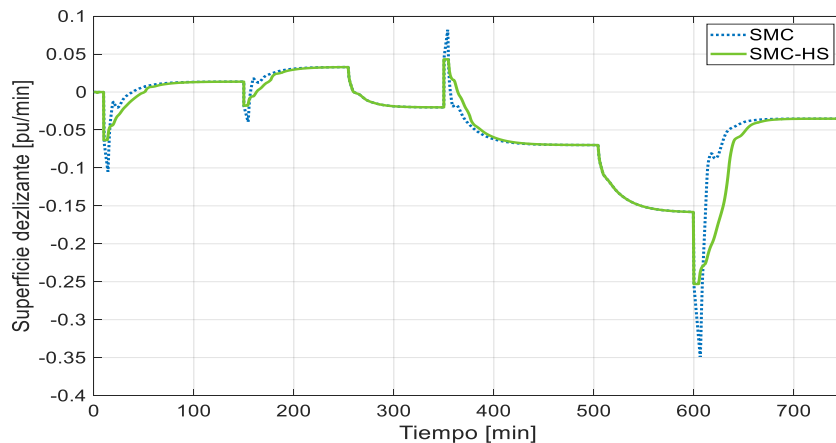
**Figura 3.10.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia y perturbaciones

El comportamiento que tienen las acciones de control son el reflejo de las respuestas que se observan a la salida del proceso. La acción de control para el SMC se caracteriza por picos que pueden acabar prontamente con la vida útil del actuador mientras que la ley de control de la propuesta de este trabajo de titulación evoluciona sin picos sobresalientes que exijan demasiado de la capacidad del elemento final de control. En la Figura 3.11. se comparan ambas leyes de control, contrastando la reducción de picos mencionada.



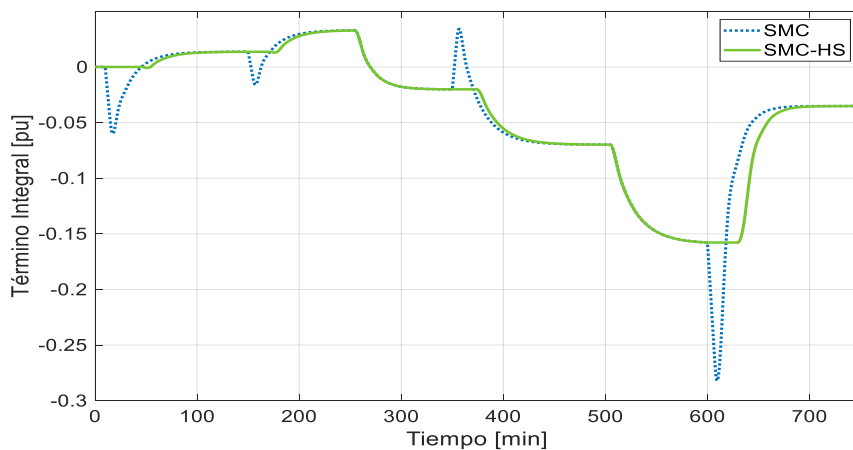
**Figura 3.11.** Respuesta de las acciones de control ante cambios de referencia y perturbaciones

En la Figura 3.12. se aprecia la diferencia de la respuesta en tiempo de las superficies de deslizamiento probadas. En forma se parecen, pero al igual que ocurría en el CSTR, en la Figura 3.5., se tienen ligeras disminuciones en amplitud, lo cual se presenta como una evolución de la superficie sin picos, los cuales se corresponden con la existencia acumulativa del término integral.



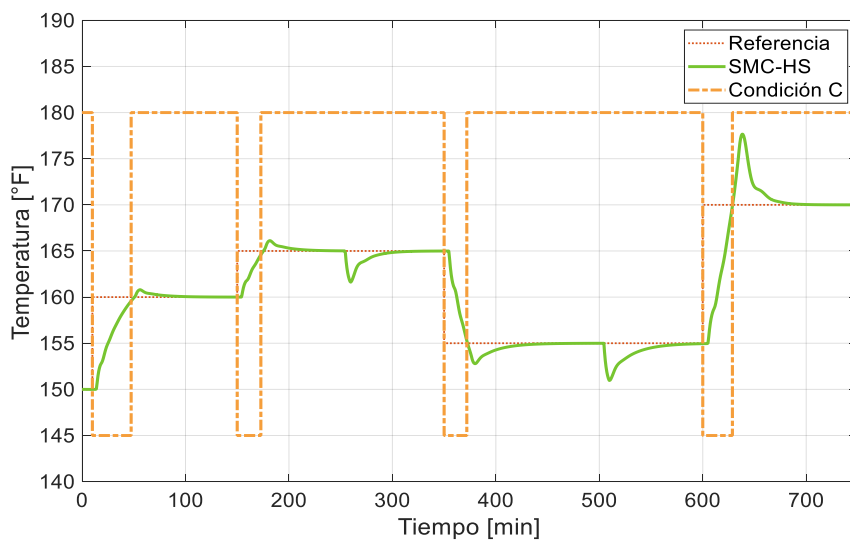
**Figura 3.12.** Respuesta de las superficies de deslizamiento

En la Figura 3.13 se muestra para ambos esquemas el término integral, que es parte constituyente de las superficies. Éste modifica su valor ante los cambios de referencia y las perturbaciones. La propuesta con la superficie híbrida tiene cambios más leves y no genera picos para lograr las tareas de seguimiento. Sólo cuando el error se encuentra igual o inferior al valor  $\varepsilon$ , el término integral se activa y corrige el restante error de estado estacionario. El accionar del componente integral una vez reducido en gran medida el error permite que no se acumule ni que se generen picos que se reflejan de la misma forma con máximo sobreimpulso en la salida del sistema.



**Figura 3.13.** Variación del término integral en la superficie deslizante

En condiciones iniciales la superficie actúa como una PID en el proceso. Ante los cambios de referencia se produce el cambio a PD, hasta que el error tenga un valor menor o igual a  $\varepsilon$ . Para esa planta se escogió un criterio del 5%, siendo este el valor  $\varepsilon$ , que hace conmutar a la condición C, al estado alto nuevamente, como se muestra en la Figura 3.14. Si este valor se va incrementando, la banda de acción del PD va disminuyendo. El escoger por ejemplo un  $\varepsilon$  del 100% del error implicaría siempre un estado en alto, y tanto la propuesta del esquema de control con superficie híbrida como el tradicional SMC coincidirían en sus salidas.



**Figura 3.14.** Comportamiento de la condición C en la respuesta del sistema con controlador de superficie híbrida

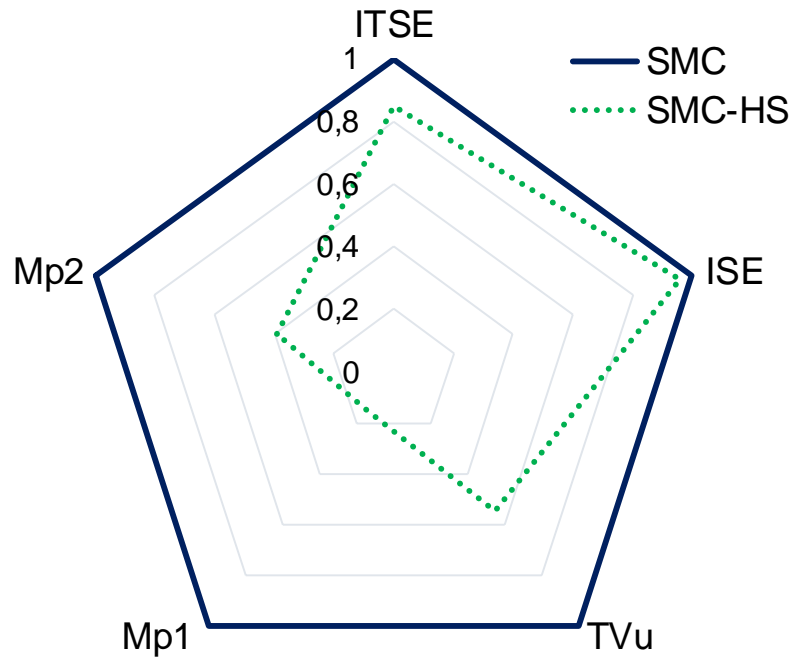
Para cuantificar el desempeño de la salida en el tanque de mezclado los índices ITSE, ISE y TVu son comparados mediante una gráfica radial. En esta se incluye también las características de la respuesta transitoria como el máximo sobreimpulso. La salida de la que se obtienen dichos indicadores se muestra en la Figura 3.10.

Los sobrepicos considerados son los de los cambios de referencia a las temperaturas de 160°F y 170°F en los tiempos 10 [min] y 600 [min] respectivamente. Se toma estos dos puntos como representativos de los sobrepicos ya que son los de mayor magnitud en el lapso considerado de 750 [min].

Retomando el hecho de que una gráfica radial compara parámetros estandarizados de 0 a 1, y que se busca obtener la menor área, como definición de mejor desempeño, se evidencia de forma inmediata que el mejor desempeño corresponde al SMC-HS. Si bien los índices ITSE e ISE no son muy distantes entre ambos esquemas de control, la



diferencia empieza a ser significativa al considerar el esfuerzo total que se le debe aplicar al actuador. Igual que en la planta del CSTR, el esfuerzo se reduce hasta alrededor de la mitad mediante el uso de la propuesta de superficie híbrida. Los sobrepicos también se reducen en porcentajes de entre 70% y 85% del valor original, como presenta la Figura 3.15. lo cual también contribuye a prolongar la vida operativa del actuador.



**Figura 3.15.** Gráfica radial de índices y características transitorias del sistema

Analizando los indicadores en la gráfica radial se ve que el esquema propuesto, no sólo es el mejor en forma global, sino que también tiene los menores valores en cada uno de los campos para el proceso del tanque de mezclado.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1 CONCLUSIONES

- Se diseñó un controlador por modos deslizantes basado en una superficie híbrida logrando mejorar la respuesta en el seguimiento de procesos no lineales. Tomando como fundamentos el SMC tradicional y el control por reset se consiguió esquematizar la nueva estructura híbrida. Los resultados satisfactorios en términos de desempeño y robustez, se apoyan en los índices ITSE y TVu.
- Se verificó que unir las superficies PID y PD, mediante el control por reset, para la obtención de una superficie híbrida permite conseguir las características beneficiosas de ambas superficies y dejar de lado cada una de sus limitaciones. Se mostró que el modelo híbrido adquiere las mejores propiedades de cada superficie a conveniencia al realizar pruebas de seguimiento y regulación simultáneamente.
- El emplear los conceptos del control por reset permitió definir el comportamiento de la superficie híbrida de modo que el término integral no se acumuló innecesariamente. Esto se evidenció tanto en la respuesta del componente integral de la superficie, así como también en la reducción del sobre-pico en la respuesta transitoria.
- Se modeló satisfactoriamente mediante un método empírico los sistemas no lineales de prueba, de forma que su representación como modelo de primer orden más tiempo muerto fue de utilidad para sintetizar el controlador no lineal de la propuesta en forma efectiva.
- Se simuló los dos procesos no lineales planteados dentro de un lazo de control en el que se contrastó el esquema del SMC-HS contra el controlador por modos deslizantes tradicional. La mejora en rendimiento que ofrece la propuesta se evidenció comparando las características de la respuesta transitoria, así como los índices de desempeño ITSE y TVu.
- El desarrollo de la interfaz gráfica en la herramienta GUI de Matlab facilitó visualizar la respuesta de las variables a controlar, así como las demás señales de interés en cada proceso. Además de indicar los índices de desempeño en cada prueba realizada, otorga al usuario la capacidad de interactuar en forma sencilla con cada sistema dentro de los esquemas de control, SMC tradicional y SMC-HS.

## 4.2 RECOMENDACIONES

- Conociendo las ventajas de emplear superficies híbridas haciendo uso del control por reset se puede emplear el diseño presentado en este trabajo de titulación como referencia para trabajos futuros que extrapolen este concepto a esquemas de SMC orientados a sistemas de respuesta inversa o de retardo dominante.
- Las simulaciones presentadas para este nuevo controlador, así como la lógica de su funcionamiento pueden usarse como base para nuevos trabajos en los que se aplique el esquema de control a tareas prácticas dentro de esquemas reales.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. C. Dorf y R. H. Bishop, *Modern Control Systems*, 12.<sup>a</sup> ed. Prentice-Hall, Inc., 2011.
- [2] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Third. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2019.
- [3] V. I. Utkin, «Variable structure systems with sliding modes», *Trans. IEEE Autom. Control*, pp. 212-222, 1997.
- [4] O. Camacho y B. G. Liptak, «Sliding Mode Control in Process Industry», en *Instrument Engineers' Handbook*, vol. 2, CRC Press, 2018, pp. 351-359.
- [5] O. Camacho y C. Smith, «Application of Sliding Mode Control to Nonlinear Chemical Processes with Variable Dead-Time», pp. 122-128, mar. 1997.
- [6] O. Camacho, «A Predictive Approach Based-Sliding Mode Control», presentado en 15th Triennial World Congress, Barcelona (España), 2002, vol. 35, pp. 381-385.
- [7] O. Camacho y C. Smith, «Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical process», *ISA Trans.*, vol. 39, pp. 205-218, 2000.
- [8] É. Báez, Y. Bravo, P. Leica, D. Chávez, y O. Camacho, «Dynamical sliding mode control for nonlinear systems with variable delay», presentado en IEEE, 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC), 2017, pp. 1-6.
- [9] O. Camacho, C. Smith, y W. Moreno, «Development of an Internal Model Sliding Mode Controller», *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 42, pp. 568-573, 2003.
- [10] J.-J. E. Slotine y W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [11] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Quinta. Madrid (España): Pearson Educación, S.A., 2010.
- [12] A. Barreiro y A. Baños, «Sistemas de Control basados en Reset», *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 9, 2012.
- [13] Y.-S. Lu y Y.-C. Lee, «Generalized Clegg integrator for integral feedback control systems», *J. Syst. Control Eng.*, 2013.

- [14] A. Rodríguez-Mariano y G. Reynoso-Meza, «Análisis del desempeño de controladores lineales sintonizados en diferentes estados estacionarios del biorreactor de Cholette mediante técnicas de decisión multicriterio», *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, vol. 14, pp. 167-204, 10-mar-2015.
- [15] T. Marlin, *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*, 2.<sup>a</sup> ed. McMaster University: McGraw-Hill, 2015.
- [16] Instituto Tecnológico Metropolitano, «Identificación de proceso y curva de reacción». [En línea]. Disponible en: [https://tableroalparque.weebly.com/uploads/5/1/6/9/51696511/5\\_identificacion\\_de\\_procesos\\_y\\_curva\\_de\\_reaccion.pdf](https://tableroalparque.weebly.com/uploads/5/1/6/9/51696511/5_identificacion_de_procesos_y_curva_de_reaccion.pdf).
- [17] V. M. Alfaro, «Identificación de modelos de orden reducido a partir de la curva de reacción del proceso», *Ciencia y Tecnología*, vol. 24, 2006.
- [18] R. A. Rivero, «Identificación de sistemas de segundo orden», \* *Universidad Tecnológica Nacional*, 2014. [En línea]. Disponible en: <http://www.edutecne.utn.edu.ar/tutoriales/identificacion-sistemas-segundo-orden.pdf>.
- [19] Y. Guo, L. Xie, y Y. Wang, *Analysis and Design of Reset Control Systems*, The Institution of Engineering and Technology., vol. 94. London: CPI Group, 2016.
- [20] O. Beker, C. V. Hollot, Y. Chait, y H. Han, «Fundamental properties of reset control systems», *Automática*, vol. 40, pp. 905-915, 2004.
- [21] O. Beker, C. V. Hollot, Y. Chait, y H. Han, «Fundamental Properties of Reset Control Systems», presentado en 15th Triennial World Congress, Barcelona (España), 2002.
- [22] M. Karpenko y N. Sepeshri, «Development and experimental evaluation of a fixed-gain nonlinear control for a low-cost pneumatic actuator.», en *IET Control Theory*, vol. 153, 2006, pp. 629-640.
- [23] S. Janardhanan, «Introduction to Sliding Mode Control», *Sliding Mode Control Lectures*, 2013. [En línea]. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/236165784\\_Introduction\\_to\\_Sliding\\_Mode\\_Control](https://www.researchgate.net/publication/236165784_Introduction_to_Sliding_Mode_Control).
- [24] S. Fadali, «Sliding Mode Control», *Universidad de Nevada*, 2006. [En línea]. Disponible en: <https://wolfweb.unr.edu/homepage/fadali/EE776/Sliding-Mode%20Control.pdf>.

- [25]H. Brandtstadter, «Sliding Mode Control of Electromechanical Systems», Technische Universität München, 2009.
- [26]A. Ferrara, «Sliding Mode Control Handout Advanced Automation and Control Course», *University of Pavia*. [En línea]. Disponible en: [http://sisdin.unipv.it/labsisdin/teaching/courses/ails/files/Sliding\\_Mode\\_Control\\_Handout.pdf](http://sisdin.unipv.it/labsisdin/teaching/courses/ails/files/Sliding_Mode_Control_Handout.pdf).
- [27]I. Boiko, «Analysis of chattering in sliding mode control systems with continuous boundary layer approximation of discontinuous control», presentado en American Control Conference, San Francisco, USA, 2011, vol. 6, pp. 757-763.
- [28]R. Rojas, W. García-Gabín, y O. Camacho, «ON SLIDING-MODE CONTROL FOR INVERSE RESPONSE PROCESSES», *IFAC Proc. Vol.*, vol. 38, n.º 1, pp. 525-530, 2005, doi: 10.3182/20050703-6-CZ-1902.01661.
- [29]B. C. Kuo, *Sistemas de Control Automático*, 7.<sup>a</sup> ed. México: Prentice-Hall, Inc.
- [30]S. M. Shinnars, *Modern Control System Theory and Design*. John Wiley & Sons, 1998.
- [31]C. A. Smith y A. B. Corripio, *Principles and practice of automatic process control*, 2nd ed. New York: Wiley, 1997.
- [32]J. C. Villajulca, «Resumen PID», *Curso Control PID Práctico*, 28-ago-2018. [En línea]. Disponible en: <https://instrumentacionycontrol.net/resumen-p-i-d-lo-justo-y-necesario-que-debes-saber-y-que-nunca-entendiste/>. [Accedido: 19-dic-2019].
- [33]F. Morilla García, «El Controlador PID», *Material didáctico Control Automático*, 11-ene-2007. [En línea]. Disponible en: <http://www.dia.uned.es/~fmorilla/MaterialDidactico/EI%20controlador%20PID.pdf>.
- [34]Royal Geographical Society, «Rose and Radial Graphs», *IBG*, 2014. [En línea]. Disponible en: <https://www.rgs.org/CMSPages/GetFile.aspx?nodeguid=d8070810-203d-407e-893f-360be921ac14&lang=en-GB>.
- [35]H. Nowicki y C. Merenstein, «Radar Chart», 2016. [En línea]. Disponible en: [http://www.cs.middlebury.edu/~candrews/showcase/infovis\\_techniques\\_s16/radar\\_chart/](http://www.cs.middlebury.edu/~candrews/showcase/infovis_techniques_s16/radar_chart/). [Accedido: 19-dic-2019].

- [36]M. Burch y D. Weiskopf, «On the Benefits and Drawbacks of Radial Diagrams», en *Handbook of Human Centric Visualization*, W. Huang, Ed. New York, NY: Springer New York, 2014, pp. 429-451.
- [37]M. Chaplin, «Enzyme Technology. Continuous flow stirred tank reactors», 06-ago-2014. [En línea]. Disponible en: <http://www1.lsbu.ac.uk/water/enztech/cstr.html>.
- [38]K.-Y. Show y L. Duu-Jong, «Bioreactor and Bioprocess Design for Biohydrogen Production», en *Biohydrogen*, Elsevier Science Ltd., 2013, pp. 317-337.
- [39]W. Petropedia, «Mixing Tank», *Definition - What does Mixing Tank mean?*, 02-dic-2019. [En línea]. Disponible en: <https://www.petropedia.com/definition/7742/mixing-tank>.
- [40]UCM, «Reactor de tanque agitado», *Equipos*, 02-dic-2019. [En línea]. Disponible en: [https://webs.ucm.es/info/iqpapel/equipos/reactor\\_de\\_tanque\\_agitado.htm](https://webs.ucm.es/info/iqpapel/equipos/reactor_de_tanque_agitado.htm).
- [41]D. M. Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*. McGraw-Hill, 1972.
- [42]R. Lajo Pérez, *Léxico de arte*. Madrid (España), 1990.

# ANEXOS

## ANEXO A

### Manual de Usuario de la Interfaz Gráfica

Este apartado busca facilitarle al usuario el manejo de la HMI desarrollada para mostrar los resultados del trabajo de titulación: *Diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes basado en una superficie híbrida para seguimiento en procesos no lineales*.

#### INICIALIZACIÓN

La interfaz opera en la herramienta GUI de Matlab en la versión 2018b o superior. Los archivos necesarios para su funcionamiento se encuentran en la carpeta “Interfaz Tesis”.

Para ejecutar la HMI desarrollada en GUI, abrir Matlab. Asegurarse que la carpeta actual de trabajo sea la que contiene los archivos asociados a las pantallas del GUIDE como muestra la zona A en la Figura A.1.

Luego, escribir “HMI” en la zona B, correspondiente a la command window. Con esto se inicia la visualización de la interfaz.

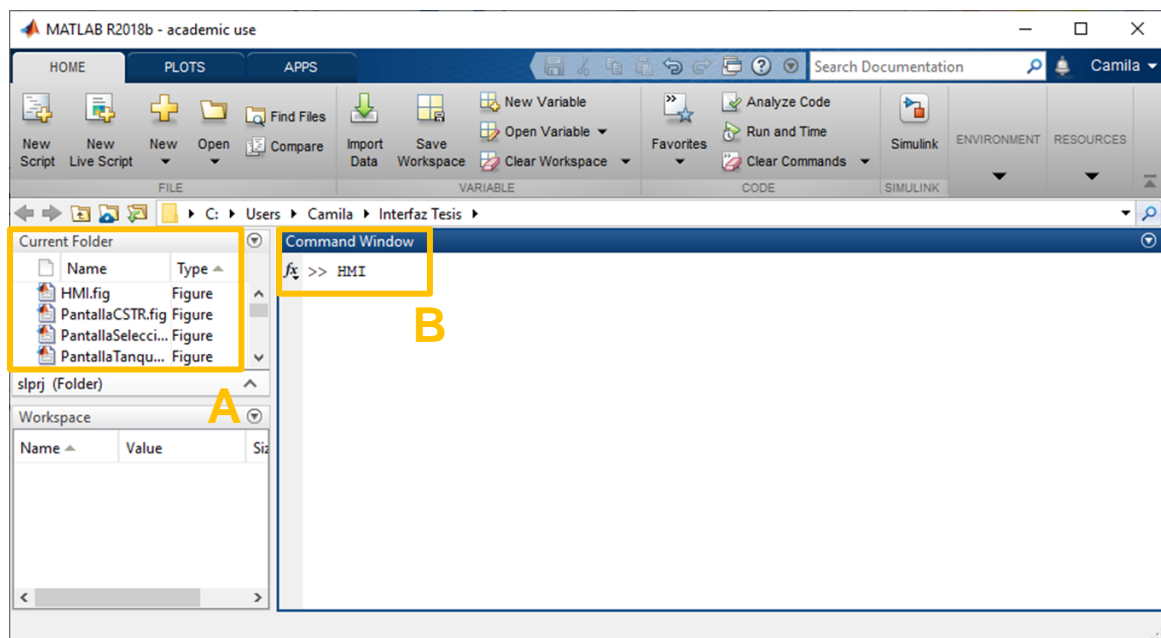


Figura A.1. Ejecución de la interfaz en el entorno GUI de Matlab



## PORTADA

La primera ventana en aparecer es la presentación del trabajo de titulación. En esta se identifican dos zonas (C y D) existentes en todas las pantallas siguientes.

La zona C indica el nombre de la lámina visualizada y la zona D corresponde a los botones de minimizar y cerrar directamente la interfaz.

El botón 1 es *Ayuda*, al hacer clic sobre dicha sección es posible abrir éste Manual de Usuario para solventar dudas de los modos de operación y contenidos de la HMI. El botón 2 sirve para proceder a la siguiente ventana.

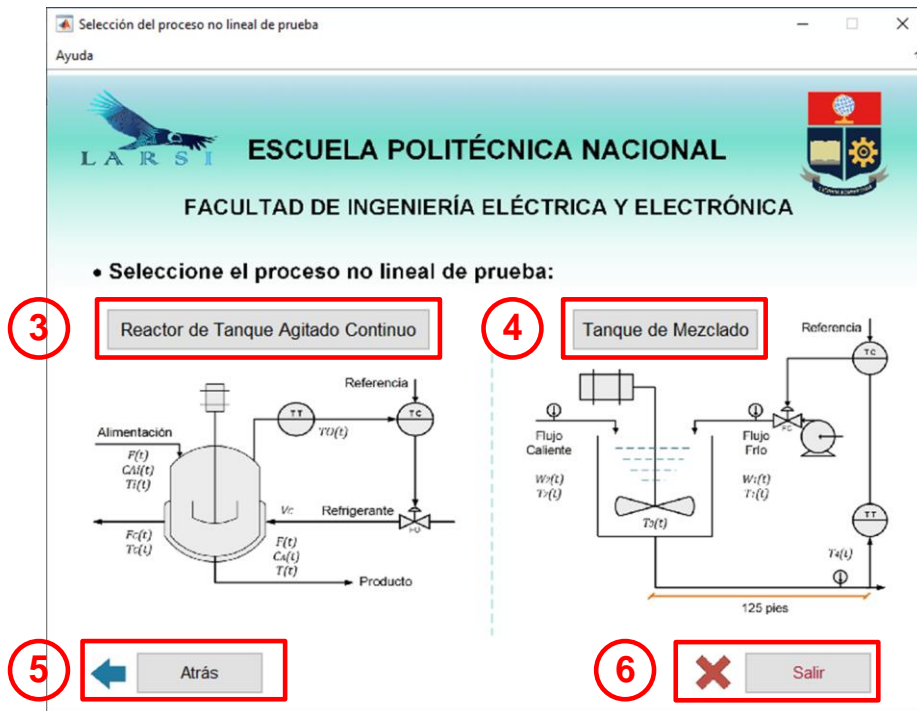


**Figura A.2.** Ventana de bienvenida a la interfaz gráfica

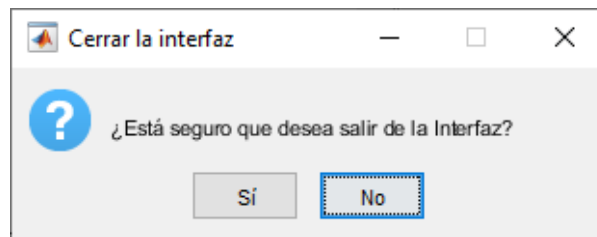
## SELECCIÓN DEL PROCESO NO LINEAL DE PRUEBA

La ventana que permite elegir cuál de los dos procesos no lineales será puesto a prueba se muestra en la Figura A.3. Ésta consta de cuatro botones:

El botón 3 corresponde a la elección del proceso del *Reactor de Tanque Agitado Continuo*; el botón 4, a la elección del *Tanque de Mezclado*; el botón 5 permite regresar a la portada y el botón 6, salir de la HMI. Al hacer clic sobre éste último aparece el mensaje de la Figura A.4. para confirmar con el usuario la acción de cerrar la interfaz.

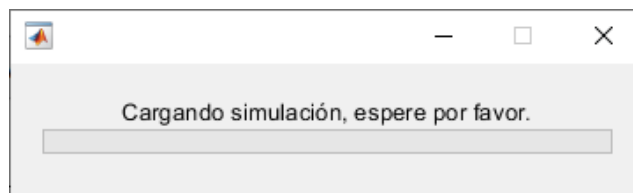


**Figura A.3.** Pantalla de selección del proceso no lineal de prueba



**Figura A.4.** Ventana emergente de confirmación para cerrar la interfaz

Si se hace clic sobre el botón 3 o el botón 4 se procede a las pantallas respectivas del tercer nivel de la HMI para interactuar con las simulaciones de cada uno de los procesos. En ambos casos se presenta el mensaje de la Figura A.5. que indica que la simulación de la planta elegida se está cargando. Una vez completada la simulación la siguiente lámina aparece.



**Figura A.5.** Barra de progreso para cargar la simulación de la planta seleccionada

## VENTANAS DEL PROCESO

En la Figura A.6. se indica la pantalla para el Reactor de Tanque Agitado Continuo y en la Figura A.7. para el proceso de Tanque de Mezclado.

En ambas figuras, se resalta la zona E que tiene los iconos para hacer zoom a las figuras y moverse alrededor de las mismas.

Como las pantallas de los dos procesos son semejantes en sus estructuras, a continuación, se hace una sola descripción de la funcionalidad de cada área, sección y elemento de estas ventanas.

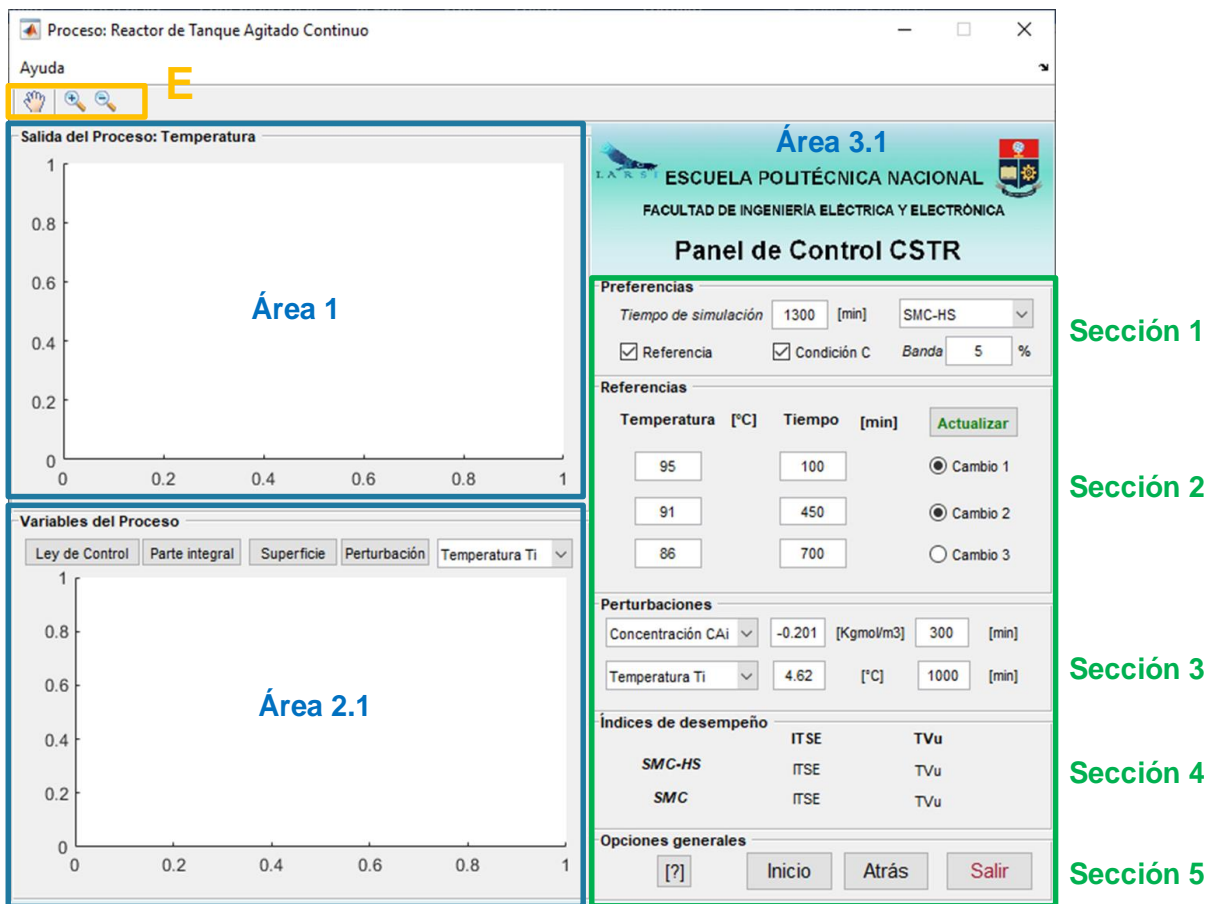


Figura A.6. Ventana para la interacción con el CSTR

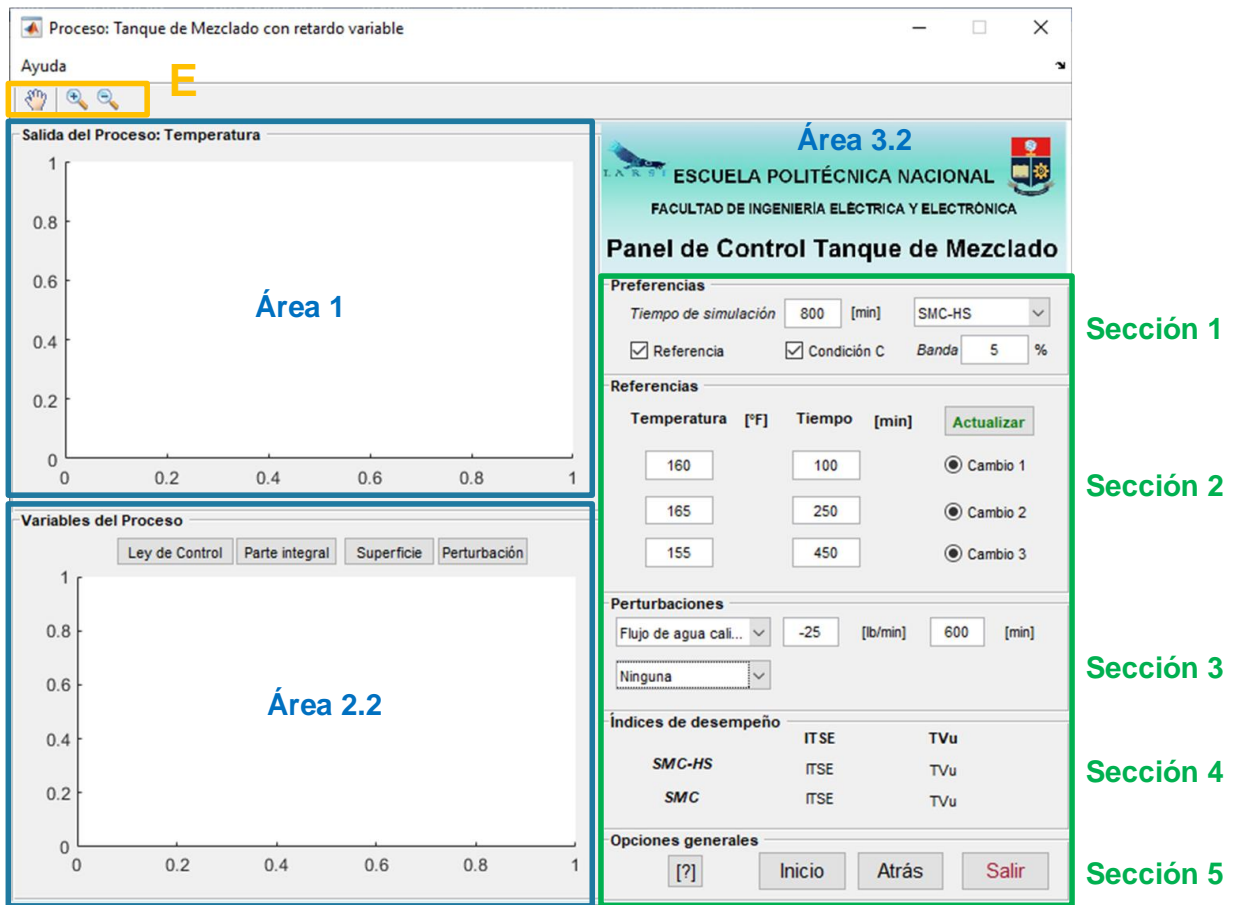


Figura A.7. Ventana para la interacción con el Tanque de Mezclado

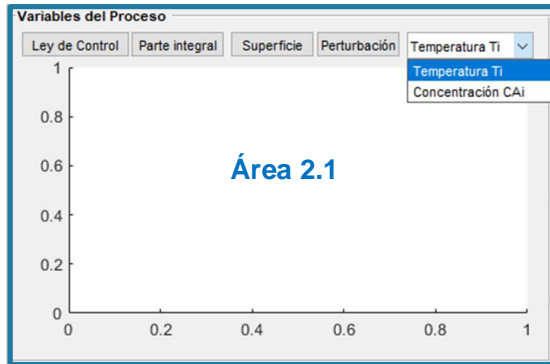
### Área 1

Corresponde a la gráfica que contiene la salida controlada del proceso, para ambas plantas la señal es de temperatura.

### Área 2

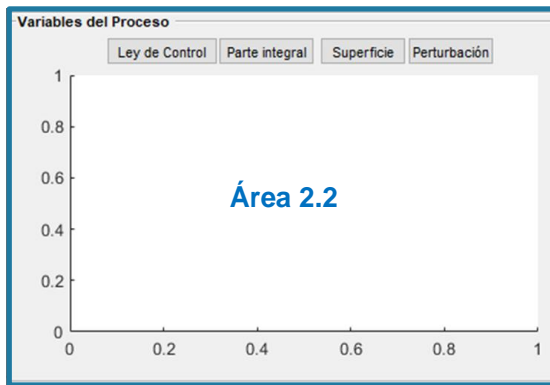
En ésta se muestran las variables del proceso de mayor interés, como son: *Ley de Control*, *Parte integral*, *Superficie* y *Perturbación*. Según el sistema no lineal, se hace diferencia entre el área 2.1 para el CSTR y la 2.2 para el Tanque de Mezclado.

En el caso del CSTR, como se indica en la Figura A.8., se tiene el área 2.1. En esta adicionalmente se debe escoger la perturbación que se desea visualizar de un menú ya que puede tratarse de variaciones de temperatura  $T_i$  o concentración  $C_{Ai}$ .



**Figura A.8.** Área 2.1 para visualizar las variables del proceso del CSTR

Para el tanque de mezclado, el área 2.2 mostrada en la Figura A.9., no incluye un menú adicional ya que con el botón de *Perturbación* se muestra todas las variaciones realizadas en el flujo de agua caliente  $W_1(t)$ .



**Figura A.9.** Área 2.2 para visualizar las variables del proceso del Tanque de Mezclado

### Área 3

Se trata del panel de control del proceso. De acuerdo con la sección se tiene una funcionalidad distinta que le posibilita al usuario interactuar con la simulación.

- **Sección 1**

Permite definir las preferencias como: el *Tiempo de simulación*; cual esquema de control presentar, ya sea *SMC-HS*, *SMC* o la *Comparación* de ambos como indica el menú desplegado en la Figura A.10. Elegir si se desea superponer la *Referencia* sobre la variable de salida. También está la opción de mostrar la evolución de la *Condición C* sobre la gráfica del Área 1 y finalmente, la selección del porcentaje de *Banda* con el que se desea que el esquema *SMC-HS* opere.

## Área 3

Temperatura [°C]	Tiempo [min]	
95	100	<input checked="" type="radio"/> Cambio 1
91	450	<input checked="" type="radio"/> Cambio 2
86	700	<input type="radio"/> Cambio 3

Índices de desempeño	ITSE	TVu
SMC-HS	ITSE	TVu
SMC	ITSE	TVu

Sección 1

Sección 2

Sección 3

Sección 4

Sección 5

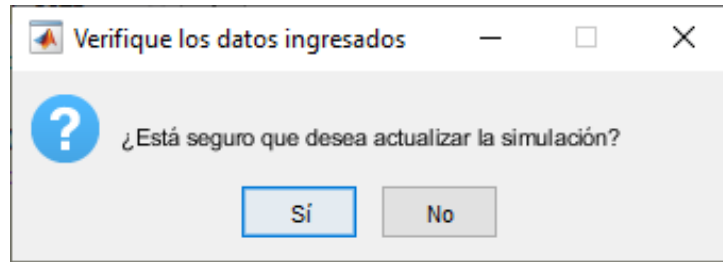
Figura A.10. Área 3 correspondiente al panel de control de los procesos

- **Sección 2**

En esta se pueden realizar hasta 3 cambios de referencia en 3 tiempos determinados por el usuario. Para permitir que el cambio se realice es necesario seleccionar el ítem de *cambio 1, 2 y/o 3*. Caso contrario la nueva referencia definida no se modificará incluso cuando se pulse el botón de *Actualizar*.

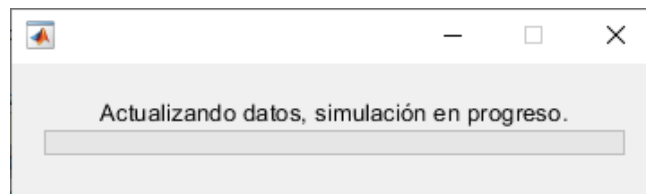
Al hacer clic en *Actualizar* todos los datos que sí se hayan validado se cargarán en la simulación. Con esto se pueden mostrar los nuevos resultados con los cambios requeridos.

Antes de proceder con la actualización se pide una confirmación al usuario con la ventana de la Figura A.11.

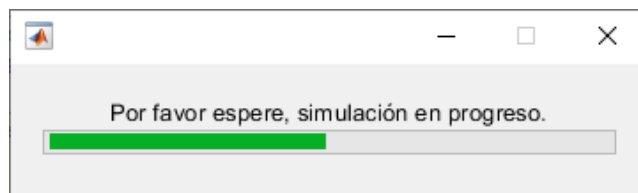


**Figura A.11.** Ventana emergente para la confirmación de actualización de la simulación

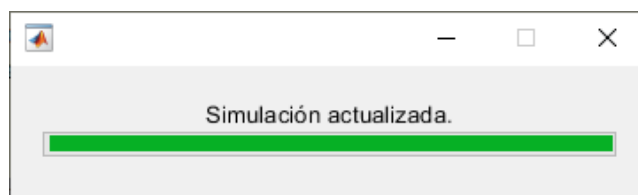
Mientras la simulación se produce aparecen las barras de progreso que indican en la Figura A.12., Figura A.13. y Figura A.14.



**Figura A.12.** Barra de progreso al iniciar la simulación



**Figura A.13.** Barra de progreso mientras la simulación se ejecuta



**Figura A.14.** Barra de progreso indicando que la simulación ha sido actualizada

- **Sección 3**


Aunque el objetivo de la estructura de control propuesta es probar la mejoría en seguimiento, se posibilita probar perturbaciones para evidenciar que la regulación también se cumple. En toda la simulación se pueden incluir hasta dos perturbaciones.

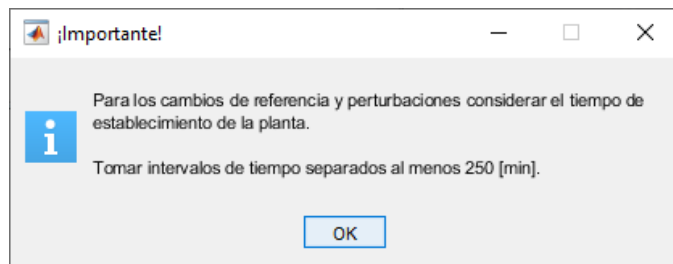
En el caso de la planta del CSTR las perturbaciones pueden hacerse tanto en temperatura como en concentración, y para el tanque de mezclado puede elegirse hasta dos cambios en el flujo de agua caliente. De no desearse perturbaciones mantener los campos en *Ninguna* como indica la Figura A.10.

- **Sección 4**

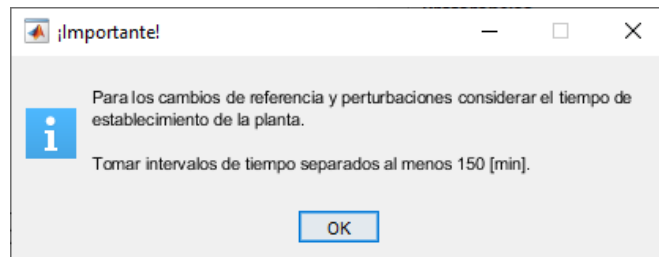
En esta sección se indican los índices de desempeño ITSE y TVu para los dos esquemas de control comparados, SMC y SMC-HS

- **Sección 5**

Muestra las opciones generales de la pantalla. En el botón  se ofrece información importante para ingresar los tiempos de simulación. En la Figura A.15. se tiene el mensaje que se despliega para el CSTR y en la Figura A.16. el mensaje para el Tanque de Mezclado.



**Figura A.15.** Ventana de información para el CSTR



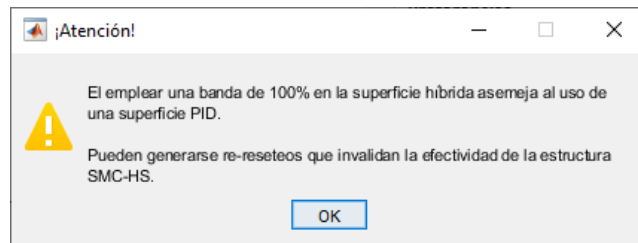
**Figura A.16.** Ventana de información para el Tanque de Mezclado

El botón de *Inicio* permite regresar a la portada; *Atrás*, regresa a la pantalla de selección del proceso y *Salir*, cierra la interfaz.



## ALERTA Y ERRORES

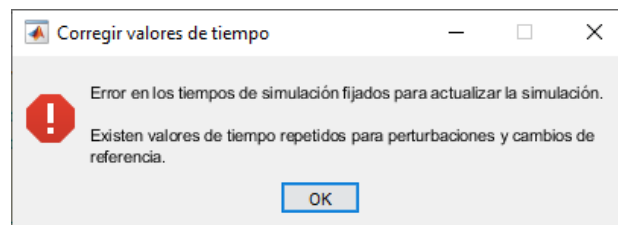
Al ingresar el porcentaje de la banda con el que se desea que trabaje el SMC-HS aparecerá un mensaje de advertencia si el valor es de 100%. La alerta es la que se muestra en la Figura.A.17



**Figura A.17.** Mensaje de alerta para un porcentaje de banda del 100%

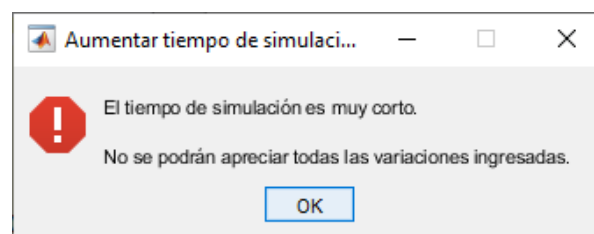
Cuando se generan mensajes de error estos se mantienen constantes en la pantalla hasta que se solucione el problema que indican.

Si existen cambios de referencia o perturbaciones fijados para el mismo tiempo la simulación no se actualiza. Se ofrece el mensaje de la Figura A.18.



**Figura A.18.** Mensaje de error para corregir los valores de tiempo ingresados

Cuando el tiempo de simulación es muy corto para todas las variaciones que se desean realizar el mensaje de la Figura A.19. aparece.



**Figura A.19.** Mensaje de error debido a un tiempo de simulación muy corto

## **ORDEN DE EMPASTADO**