

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **DISEÑO Y SIMULACION DE TRES ESTRATEGIAS DE CONTROL: PID, ESPACIO NULO Y MODO DESLIZANTE PARA EL MODELO DINÁMICO DE UNA MANO ROBÓTICA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO  
EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

**SANTIAGO PAÚL CORREA MARTÍNEZ**

**DIRECTOR: ING. JORGE ANDRÉS ROSALES ACOSTA, PhD.**

**Quito, marzo 2020**

## **AVAL**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Santiago Paúl Correa Martínez, bajo mi supervisión.

---

**ING. JORGE ANDRÉS ROSALES ACOSTA, PhD**  
**DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo, Santiago Paúl Correa Martínez, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

---

SANTIAGO PAÚL CORREA MARTÍNEZ

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mi madre Mercedes,mi sobrina Amy y mi Mama Lidita.

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios porque siempre ha estado presente en mi vida brindandome todas las oportunidades, mostrandome que sus tiempos son perfectos.

A mi esforzada madre Mercedes, gracias por el apoyo incondicional en cada uno de los instantes de mi vida, por enseñarme el valor de la honestidad, el trabajo duro y el sacrificio constante, que constituyen los pilares fundamentales de mi vida.

A mis padres Jorge y Alfonso, por su sacrificio en busca de mejores oportunidades para el bien de nuestra familia.

A mis hermanos y sobrina, Pamela, Cesar y Amy por todo el tiempo compartido, por todo lo bueno y lo malo que hemos afrontado juntos.

A Patricio, Lenin, David, Byron, Fernanda William V, Elena que con su amistad, ayuda, consejos, reprimendas, etc me ayudaron a culminar esta etapa en mi vida.

A mi amada Marcela, por todo el tino y tono de nuestras conversaciones, por mostrarme el barco correcto para navegar por nuestros sueños.

A mi tutor Dr. Andres Rosales por toda la colaboración, paciencia y todo el tiempo dedicado para culminar este trabajo de titulación.

A mis profesores y alumnos, que en épocas distintas, han mejorado mi desempeño académico y personal.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA .....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN .....	VII
ABSTRACT .....	IX
1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 OBJETIVOS .....	2
1.2 ALCANCE.....	2
1.3 MARCO TEÓRICO .....	3
1.3.1 LA MANO HUMANA Y SUS MOVIMIENTOS .....	3
1.3.1.1 Estructura de la mano huma .....	4
1.3.1.2 Movimientos de la mano .....	5
1.3.2 LA ROBÓTICA .....	7
1.3.3 MODELO MATEMÁTICO DE LA MANO ROBÓTICA.....	8
1.3.3.1 Modelo Matemático Cinemático de la Mano .....	10
1.3.3.2 Modelo Matemático Dinámico de la Mano .....	12
1.3.3.2.1 Modelo dinámico para un dedo articulado con	
2 GDL. ....	12
1.3.4 APROXIMACIÓN LINEAL .....	14
1.3.4.1 Método Empírico .....	15
1.3.5 CONTROLADORES.....	16
1.3.5.1 Control Tipo PID [15].....	17
1.3.5.2 Control por Modos Deslizantes .....	19
1.3.5.3 Control Basado en Espacio Nulo .....	22
1.3.6 MEDICIÓN DE DESEMPEÑO .....	26
1.3.6.1 Integral del Error Absoluto.....	26

2	METODOLOGÍA.....	28
2.1	MODELO EMPÍRICO DE LA MANO ROBÓTICA.....	29
2.1.1	DEDO ÍNDICE ESLABÓN 1.....	29
2.1.2	DEDO ÍNDICE ESLABÓN 2.....	32
2.1.3	DEDO MEDIO ESLABÓN 1.....	32
2.1.4	DEDO MEDIO ESLABÓN 2.....	33
2.1.5	DEDO PULGAR ESLABÓN 1.....	33
2.1.6	DEDO PULGAR ESLABÓN 2.....	34
2.2	DISEÑO DE LA TÉCNICAS DE CONTROL.....	34
2.2.1	CONTROL TIPO PID.....	34
2.2.1.1	Dedo Índice Eslabón 1.....	35
2.2.2	CONTROL POR MODOS DESLIZANTES.....	35
2.2.2.1	Cálculo de la Ley de Control Continua $u_C(t)$ .....	36
2.2.2.2	Cálculo de la Ley de Control Discontinua $u_D(t)$ .....	38
2.2.3	CONTROL BASADO EN ESPACIOS PARA POSICIÓN Y FORMACIÓN DE LOS EXTREMOS DE LA MANO ROBÓTICA.....	41
2.2.3.1	Modelo cinemático de la formación de los extremos de cada dedo robótico.....	41
2.2.3.2	Variables de formación y posición del centroide de la mano robótica.....	42
2.2.3.3	Controlador de formación.....	45
2.2.3.4	Controlador de posición del centroide.....	47
2.2.3.5	Controlador con prioridad en la formación.....	48
2.2.3.6	Controlador con prioridad en la posición del centroide.....	50
2.3	DISEÑO DE LA INTERFAZ GRÁFICA.....	51
2.3.1	DIAGRAMAS DE FLUJO DE LA INTERFAZ DE USUARIO.....	59
3	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	63
3.1	PRUEBAS DE AGARRES.....	64
3.1.1	AGARRE CILÍNDRICO.....	64
3.1.1.1	Resultados de los controladores.....	65
3.1.2	AGARRE DE PRECISIÓN.....	71

3.1.2.1Resultados de los controladores .....	71
3.1.3AGARRE DE GANCHO.....	77
3.1.3.1Resultados de los controladores.....	78
3.2 PRUEBAS DE TAREAS .....	<b>84</b>
3.2.1CONTROL DE FORMACIÓN .....	84
3.2.2CONTROL DE POSICIONAMIENTO DEL CENTROIDE .....	87
3.2.3CONTROL BASADO EN ESPACIOS NULOS CON PRIORIDAD EN LA FORMACIÓN .....	90
3.2.4CONTROL BASADO EN ESPACIOS NULOS CON PRIORIDAD EN LA POSICIÓN .....	93
4 CONCLUSIONES.....	97
5 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99
6 ANEXOS	101
6.1 ANEXO I .....	<b>101</b>
6.1.1MANUAL DE USUARIO.....	101
6.1.1.1Inicio de la Interfaz .....	102
6.1.1.2Etapas de la Interfaz .....	104
ORDEN DE EMPASTADO .....	112

## RESUMEN

El objetivo de este trabajo es diseñar y simular tres estrategias de control: PID, espacio nulo, y modo deslizante para el modelo dinámico de una mano robótica y de esta manera evaluar su desempeño mediante la integral del error absoluto IAE(Integral Absolute Error por sus siglas en inglés).

Se diseñan los controladores PID y modo deslizante que serán sometidos a pruebas que involucren diferentes situaciones para luego realizar un análisis comparativo entre los mismos. Para el diseño del controlador tipo PID se hace uso del modelo aproximado de primer orden con retardo para los eslabones de cada dedo. Para el control por modos deslizantes, la ley de control consta de dos partes, una continua conocida como modo deslizante y otra discontinua o también llamada modo de alcanzabilidad, las cuales sumadas forman la ley de control general.

El controlador basado en espacios nulos se diseña para los extremos de las falanges de la mano robótica, las cuales le permitirán alcanzar varios objetivos de control al mismo tiempo. La primera tarea que se considera es el control de la formación de los extremos de las falanges de cada dedo y la segunda tarea es el control del centroide de la formación de la primera tarea. Para el diseño del controlador se considera una como tarea principal y la otra como tarea secundaria la cual se proyecta en el espacio nulo de la tarea principal.

La interfaz gráfica ha sido diseñada e implementada por medio del software Guide-Matlab®, el cual permite realizar pruebas para cada agarre y para cada tarea(dependiendo del controlador), visualizar sus resultados y validar el funcionamiento de los controladores diseñados.

**PALABRAS CLAVE:** control, PID, espacio nulo, modo deslizante, mano robótica, IAE(Integral del Error Absoluto).

## ABSTRACT

The objective of this work is to design and simulate three control strategies: PID, null space, and sliding mode for the dynamic model of a robotic hand and, in this way to evaluate its performance by means of the integral absolute error IAE (Integral Absolute Error) for its acronym in English.

The PID controllers and sliding mode are designed, and those will be subjected to tests, that involve different situations , and then perform a comparative analysis between them. In order to design of the PID-type controller, the approximate first order model with delay the links for each finger. For control by sliding modes, the control law consists in two parts, the first one continuous known as a sliding mode and a discontinuous one or also called reachability mode , which added together form the law of general control.

The controller based on null spaces is designed for the ends of the phalanges of the robotic hand, which will allow to achieve several control objectives at the same time. The first task that is considered the control of the formation the ends of the phalanges of each finger and the second task is the centroid control from the first task. For the design of the controller, one is considered the main task and the second task as a secondary task which projected in the null space of the main task.

The graphical interface has been designed and implemented through the Guide-Matlab® software, which allows testing for each grip and for each task (depending on the controller), visualizing its results and validating the operation of the designed controllers.

**KEYWORDS:** control, PID, null space, sliding mode, robotic hand, IAE (Integral Absolute Error).

# 1 INTRODUCCIÓN

Manipular objetos, sujetarlos, estrujarlos son acciones naturales inherentes al ser humano, que se tornan muy simples de realizar considerando la estructura y funcionamiento de nuestro organismo, sin embargo, estas acciones se complican al realizarse utilizando componentes electrónicos que simulen el funcionamiento del sentido del tacto, específicamente de la mano. [1]

En este sentido se presenta la robótica como una alternativa para ser aplicada en la industria, la vida diaria, para solucionar los problemas que se presentan en la automatización, especialmente en mecanismos repetitivos de alto riesgo que realicen las manos de los usuarios. En función a esto, el control de prótesis o implementos electrónicos que ayuden al correcto desenvolvimiento de las actividades del ser humano se han convertido en un área de gran interés, tomando en cuenta que estos dispositivos pueden cumplir tareas en donde la seguridad y salud del operador se vea comprometida, o servir de sustitutos en caso de pérdida de las extremidades superiores. [2]

El agarre humano es de gran complejidad e incomparable destreza, se desarrolla en gran sincronía entre los 5 dedos y la palma, razón por la cual la estrategia de control debe satisfacer el cumplimiento de dicha sincronía y presentar el menor error posible para que en un futuro puedan implementarse.

La importancia de la simulación de la ley de control radica en la cantidad de pruebas que pueden realizarse en un ambiente controlado, estableciendo situaciones específicas para corroborar el correcto funcionamiento del modelo; permite además escoger las características idóneas para la implementación, en caso de necesitarla.

En el presente trabajo se realiza el control de una mano robótica enfocado a su modelo dinámico matemático, el cual posibilita obtener los pares articulares que a su vez permiten establecer las acciones de agarre de la mano robótica, dichas acciones son la principal función de esta extremidad, razón por la cual los controladores aplicados deben asegurar que el par articulado sea el necesario y suficiente para cumplir con la tarea encomendada.

Por consiguiente, en este proyecto de titulación se diseñarán y simularán tres controladores: PID, Control por Modos Deslizantes (SMC) y Espacios Nulos; para cada uno se realizarán pruebas de rendimiento en base al índice del valor absoluto del error (IAE) para el par articular esperado que deben ejercer los dedos de la mano robótica. Para cada caso se obtienen respuestas de errores, acciones de control y salidas.

## **1.1 OBJETIVOS**

El objetivo general de este Estudio Técnico es:

Diseñar y simular tres estrategias de control: PID, espacio nulo, y modo deslizante para el modelo dinámico de una mano robótica

Los objetivos específicos de este Estudio Técnico son:

Estudiar y determinar la movilidad de cada dedo de la mano humana.

Analizar y escoger un modelo de mano robótica desarrollados hasta la fecha.

Estudiar, diseñar y desarrollar los algoritmos de control basado en espacio nulo, tipo PID y modo deslizante aplicado a la tarea de agarre prensil.

Diseñar una interfaz gráfica para simular los algoritmos desarrollados.

Realizar pruebas mediante simulación para evaluar el rendimiento de cada uno de los controladores aplicados.

## **1.2 ALCANCE**

La función principal de la mano humana es el agarre prensil que puede cumplir con 5 funciones distintas: cilíndrico, de precisión, esférico, gancho y lateral. Cada dedo funciona de manera cooperativa de tal manera en conjunto realizan las funciones antes mencionadas. El presente trabajo de titulación pretende estudiar la geometría, el movimiento y la estructura ósea de la mano humana tomando en cuenta el desempeño de cada dedo al momento de realizar los agarres antes mencionados.

Se escogerá un modelo dinámico matemático de la mano robótica que represente los pares articulares de los dedos, dicho modelo se analizará en función de las configuraciones de agarre mencionadas anteriormente.

Una vez establecido el modelo, se estudiará las características, tipologías, elementos, ventajas y desventajas de funcionamiento de cada uno de los algoritmos de control propuestos. Se diseñarán y desarrollarán las leyes de control de dichos algoritmos tomando en cuenta: sus características, ventajas y desventajas; el modelo dinámico de la mano electrónica; y los agarres que dicha mano debe realizar.

Se diseñará la interfaz gráfica en MATLAB/Simulink que permitirá simular el algoritmo de control solicitado por el usuario, mostrando los resultados específicos de acuerdo a cada

ley de control y al tipo de agarre que se realice. Permitirá además realizar comparaciones entre las diferentes estrategias de control.

Dichas comparaciones posibilitan realizar pruebas de rendimiento en base al índice del valor absoluto del error para el par articular esperado que deben ejercer los dedos de la mano robótica, con los controladores en función del agarre prensil solicitado y proporcionaran criterios de selección en caso de la implementación.

## **1.3 MARCO TEÓRICO**

En este apartado se muestra una revisión de los conocimientos más importantes en cuanto al funcionamiento de la mano humana, se revisa el modelo dinámico de la mano electrónica y las características, elementos ventajas y desventajas de cada uno de los algoritmos de control propuestos.

Para el desarrollo de los diferentes tipos de agarres se usarán como controladores las técnicas PID y SMC aplicados al modelo dinámico de la mano robótica y para su sintonización se empleará la aproximación lineal del modelo. Para el desempeño de tareas se considera a la mano robótica como un conjunto de robots (dedos) para los cuales se plantean las tareas de formación y de posicionamiento del centroide de la formación aplicando la técnica basada en Espacio Nulo.

### **1.3.1 LA MANO HUMANA Y SUS MOVIMIENTOS**

El presente proyecto requiere conocer los aspectos básicos en cuanto a la estructura anatómica de la mano, así como la disposición de sus movimientos, a continuación, se realiza una breve descripción de estos tópicos.

La disposición anatómica de la mano permite entender su gran versatilidad en la manipulación de objetos y ajustes posicionales de acuerdo, a las necesidades en la ejecución de patrones funcionales. Las manos son la extremidad más distal del miembro superior, adaptadas para realizar infinidad de movimientos gracias a la acción de los numerosos músculos insertados a los huesos, y a los ligamentos que le sirven de sujeción.

La estructura de la mano está dada por:

Huesos y músculos (permiten el movimiento).

Venas y arterias (circulación).

Nervios (permiten tacto y movimiento).

Piel y uñas (protección externa).

Cada mano está controlada por el hemisferio del lado contrario del cuerpo. Una es más dominante que la otra; así pues, un individuo podrá ser diestro si la predominancia es de la mano derecha.

No cabe duda de que la disposición anatómica de la mano es lo que le ha otorgado gran variedad de adaptaciones funcionales en un momento determinado de acuerdo a la necesidad de su ejecutante. Constantemente la mano debe adoptar formas diversas que permiten al ser humano interactuar con su medio externo.[2]

### **1.3.1.1 Estructura de la mano humana**

Las manos se encuentran ubicadas en los extremos de los antebrazos y abarcan desde las muñecas hasta las yemas de los dedos. Están formadas por veinte y siete huesos agrupados en tres áreas principales.

#### *1.3.1.1.1 Huesos de la muñeca*

En la base de la mano, o el carpo, se encuentran ocho huesos distribuidos en dos hileras. Los huesos que están más cerca del antebrazo son los que se conectan con el radio y el cúbito, se llaman trapecio, trapezoide, grande y ganchoso, estos son los huesos de la fila distal. Luego un poco más alejados del brazo, pero aún en la muñeca, se encuentra la fila proximal, en donde están ubicados el escafoides, semilunares, piramidales y pisiformes.

#### *1.3.1.1.2 Huesos de la palma de la mano*

La palma cuenta con cinco huesos más, uno para cada dedo. Estos son llamados metacarpos. También pueden dividirse según su ubicación, es decir, el dedo al que corresponden ordenados desde el pulgar hacia fuera:

Primer metacarpiano

Segundo metacarpiano

Tercer metacarpiano

Cuarto metacarpiano

Quinto metacarpiano

#### 1.3.1.1.3 Huesos digitales

La tercera área es la de las falanges o huesos digitales. Estos son catorce. Dos huesos para el pulgar y tres para los demás dedos. Estos están separados en tres secciones; la falange más cercana a la mano se llaman falange proximal, a continuación, viene la falange media (esta no está en el pulgar), y, por último, la más distante de la mano es la falange distal.

El nombre de los cinco dedos de fuera a dentro, con la palma hacia arriba son los siguientes: Pulgar, también conocido como "dedo gordo"; Índice, Corazón, también conocido como "dedo medio", "mayor" o "cordial"; Anular y Meñique también conocido como "dedo pequeño".

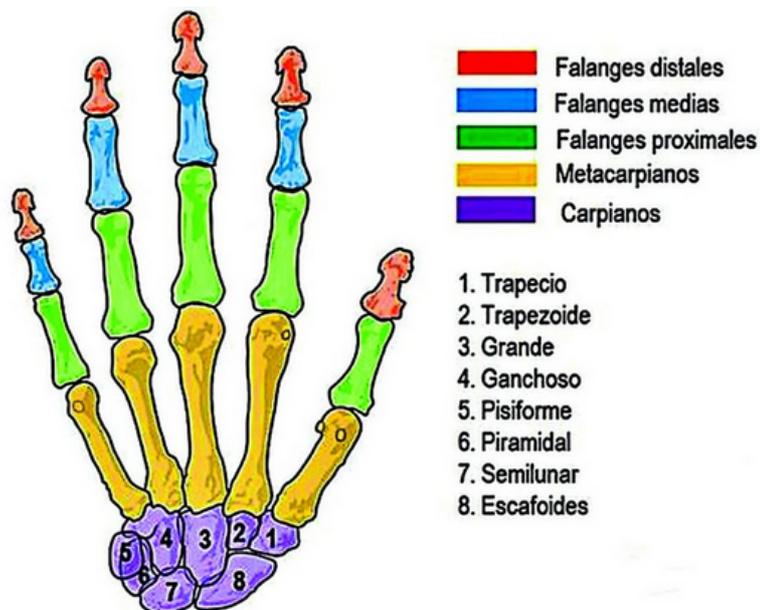
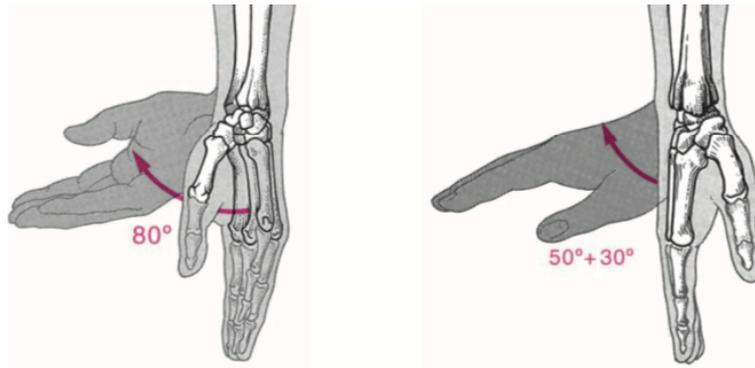


Figura 1.1. Huesos de la mano [3]

#### 1.3.1.2 Movimientos de la mano

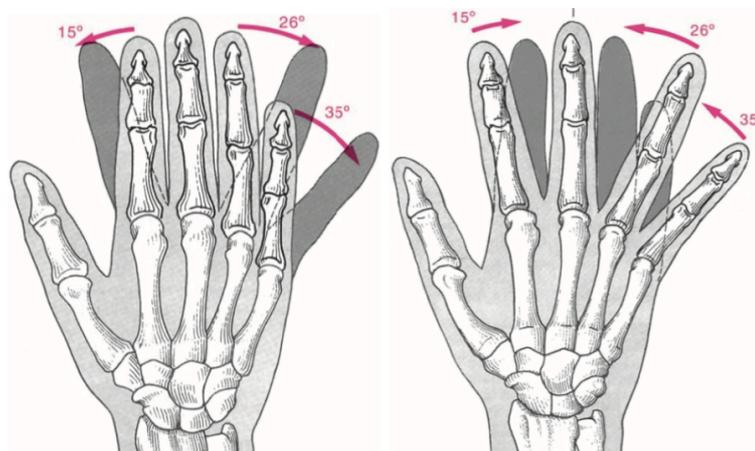
La articulación de la muñeca tiene dos grados de libertad de movimientos. Los dedos también tienen dos grados de libertad en su articulación con la palma (llamada metacarpofalangeal en nuestra anatomía, ya que articula la falange proximal con el hueso metacarpiano). Uno de los movimientos (el lateral, que nos permite abrir los dedos) es muy limitado, pero el otro (llamado de flexión) es extremadamente amplio.



**Figura 1.2.** Movimientos de la mano [4]

El pulgar tiene una movilidad excepcional y los otros cuatro dedos se mueven de manera limitada en sentido lateral, aunque su capacidad de flexión (para abrir y cerrar la mano) es muy buena. Esta capacidad de flexionar así los dedos es, claro, muy importante para la habilidad que tenemos de atrapar objetos y mantenerlos con seguridad.

Se le llama abducción al movimiento que permite separarlos y aducción al movimiento que los pone todos juntos.

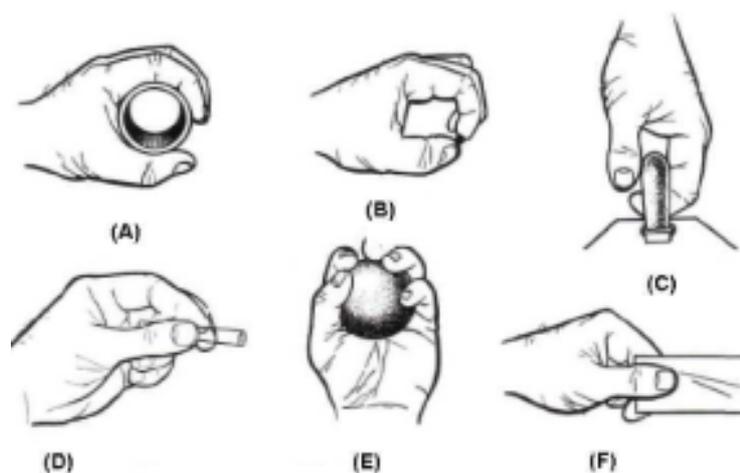


**Figura 1.3.** Movimientos de abducción y aducción de los dedos [4]

En la mano humana este movimiento es limitado, con una cierta interconexión entre los dedos, lo que los hace moverse más o menos juntos. Esta movilidad es muy importante en el ajuste de la cavidad de agarre de la mano, que así puede atrapar objetos mayores al tener los dedos abiertos.

El movimiento amplio y fluido de flexión, en cambio, no sólo es necesario, sino imprescindible, para la habilidad de manipular. Y muy especialmente en el pulgar, que es el único dedo capaz de enfrentarse, uno a uno, con los otros dedos, lo que nos permite asir con precisión objetos pequeños y delicados.

Uno de los primeros trabajos que sistemáticamente analizó y clasificó funcionalmente los tipos de prensión se debe a Schelesinger, que clasificó los tipos de agarre en agarres cilíndricos, de precisión, de gancho, con las yemas, esféricos y laterales [5]. Otros autores, p.e. Napier [6], clasificaron la prensión de acuerdo a que esta fuera de potencia o de precisión. En cualquier caso, el hecho distintivo que permite al humano gran destreza en la manipulación es la posibilidad de realizar con el pulgar una combinación de movimientos de flexión-extensión y oposición-no oposición. Cuando el pulgar está en oposición se pueden conseguir agarres de potencia y precisión. Cuando el pulgar no está en oposición se pueden realizar agarres laterales y de gancho.



**Figura 1.4.** Modos básicos de prensión. (A) Cilíndrico, (B) de precisión, (C) de gancho, (D) palmar, (E) esférico, (F) lateral [2]

### 1.3.2 LA ROBÓTICA

La robótica está definida como la ciencia enfocada a diseñar, construir y operar máquinas capaces de realizar tareas inherentes al ser humano [1],[7]. Etimológicamente proviene de la palabra checa “robot” que significa “trabajo forzado”.

Isaac Asimov planteó en su libro “El círculo vicioso de Asimov”, tres leyes que rigen la robótica y que tienen el fin de proteger al ser humano, estas son:

Un robot no hará daño a un ser humano o, por inacción, permitir que un ser humano sufra daño.

Un robot debe obedecer las órdenes dadas por los seres humanos, excepto si estas órdenes entrasen en conflicto con la 1<sup>ra</sup> ley.

Un robot debe proteger su propia existencia en la medida en que esta protección no entre en conflicto con la 1<sup>ra</sup> o la 2<sup>da</sup> ley.

El primer robot de la historia fue creado en 1937 por Westinghouse Electric Corporation, el cual fue nombrado como Elektro (Figura 1.5.), medía algo más de 2 m y pesaba 120 kg. Su cerebro consistía en 48 relés eléctricos que funcionaban como una central telefónica, además podía caminar, pronunciar 700 palabras y fumar.

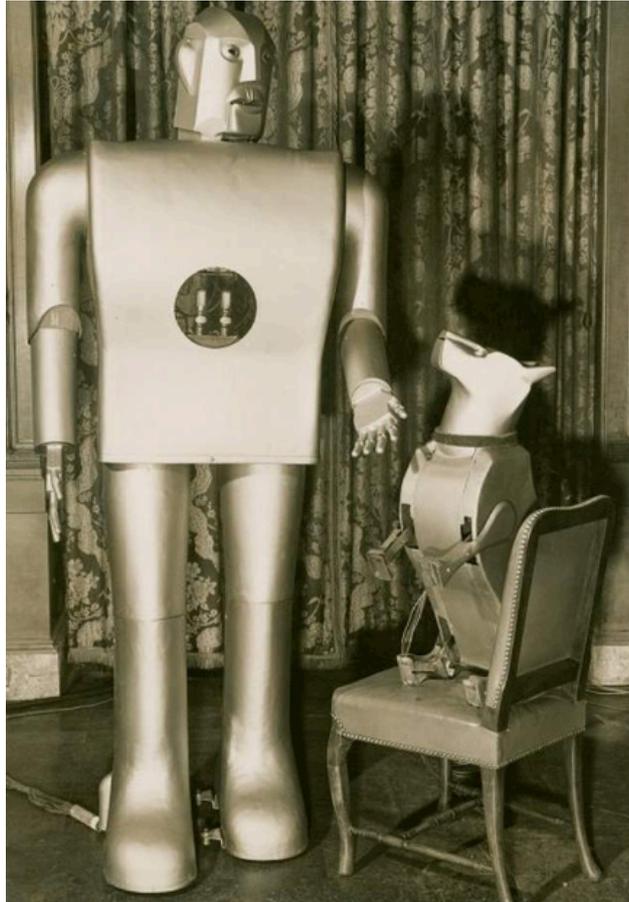


Figura 1.5. Robot Elektro [8]

A medida que el tiempo ha pasado la robótica ha avanzado, existiendo actualmente robots con inteligencia artificial con un coeficiente intelectual de un niño de 4 años, capaces de escribir notas de prensa, asistentes de enfermería. Más adelante los robots estarán en capacidad de realizar cualquier actividad inherente al ser humano.[9]

### 1.3.3 MODELO MATEMÁTICO DE LA MANO ROBÓTICA

Para modelar la mano robótica es necesario en primer lugar plantear algunas interrogantes, como: ¿Cuántos dedos debe tener la mano?, ¿Cuántos grados de libertad por cada dedo?, ¿Qué movimientos debe ser capaz de realizar? Los movimientos funcionales de la mano

más comunes realizados por varias personas en diversas tareas de la vida cotidiana, llevan a los tipos de agarre como son: pinza, agarre cilíndrico, agarre esférico, agarre de precisión, lateral y de gancho. Estos agarres pueden ser llevados a cabo con solo tres dedos, actuando los dedos anular y meñique solo de soporte. El dedo pulgar por su parte posee en él solo gran complejidad.[2]

Con el único propósito de conjugar funcionalidad y simplicidad se modelará la mano electrónica con los tres dedos anteriormente nombrados, con dos grados de libertad por dedo. Esto hará que el diseño matemático sea más simple, proporcionando sin embargo las funcionalidades básicas de una mano humana.

Para obtener la representación matemática del comportamiento de la mano humana se plantea el desarrollo del modelo cinemático y dinámico de la misma. Restrindiéndose a movimientos limitados dada la complejidad del análisis, en el caso de querer modelarla para cualquier movimiento. Es por esto por lo que se establecen los siguientes criterios de diseño bajo los cuales se restringen los movimientos de la mano:

Las cadenas cinemáticas que representan cada dedo son restringidas, de tal manera, que como parte móvil se tienen dos eslabones formados por las falanges proximal y media en los dedos índice y medio mientras que en el pulgar se consideran falanges proximal y distal. Los demás elementos de las cadenas cinemáticas se asumen estáticos y fijos. Se parte de la mano humana como una estructura no volumétrica.

Los ángulos de movimiento de cada falange o eslabón están determinados por la siguiente tabla.

**Tabla 1.1.** Articulaciones y límites de la mano humana [2]

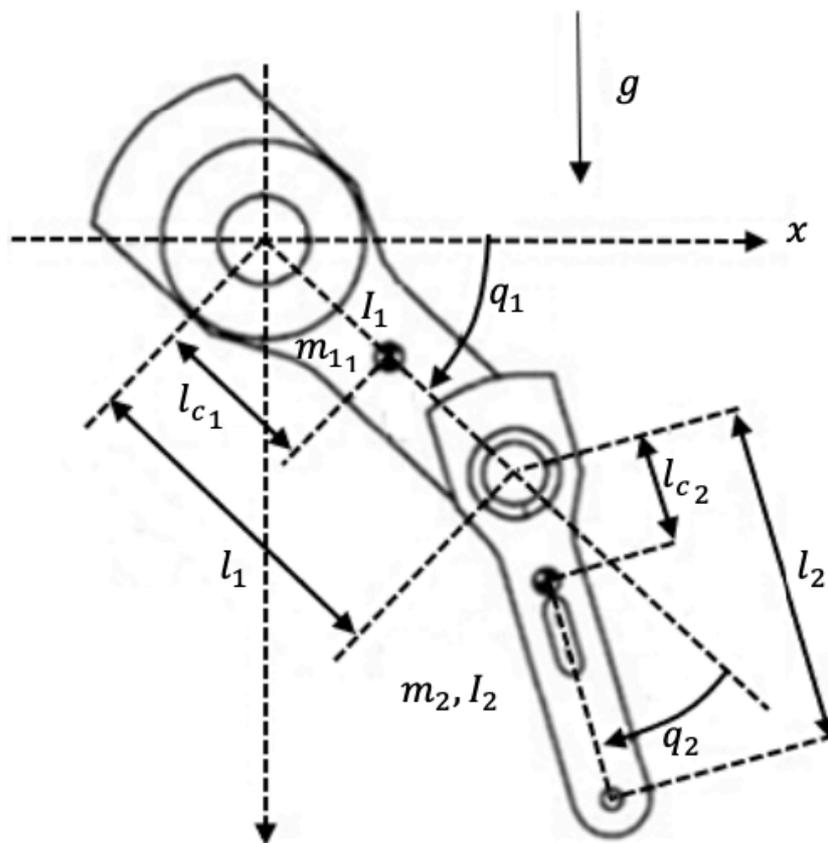
DEDO	ARTICULACIÓN	ÁNGULO FLEXIÓN/EXTENSIÓN
Índice, Medio	PIP	100
	MCP	90
Pulgar	IP	85
	MCP	50

### 1.3.3.1 Modelo Matemático Cinemático de la Mano

Por las características estructurales de los dedos de la mano humana, es posible aproximarlos a un brazo robótico con articulaciones rotacionales, por esto, se plantea el

esquema de la Figura 1.6. como representación de los dos eslabones de las cadenas cinemáticas mencionadas anteriormente, que componen los dedos de la mano. [10]

En el presente trabajo de titulación, se modela una mano robotica en donde el eslabon que represente al metacarpo sera considerado fijo; mientras que los eslabones que representen a la falange y falangina seran considerados moviles, razon por la cual el modelo cinematico se considera con dos grados de libertad.



**Figura 1.6.** Robot prototipo de 2 GDL. [10]

El desarrollo del modelo dinámico de la Figura 1.6. se encuentra apoyado en el proceso presentado en [10], sin embargo, se realiza el ajuste en los ejes y la dirección del movimiento para que el modelo cumpla las condiciones de diseño requeridas.

Las coordenadas rectangulares de ubicación del extremo del eslabón 1 están dadas por:

$$x_1 = l_0 \cos(q_0) + l_1 \cos(q_0 + q_1) \quad (1.1)$$

$$y_1 = l_0 \sin(q_0) + l_1 \sin(q_0 + q_1) \quad (1.2)$$

Las coordenadas rectangulares de ubicación del extremo del eslabón 2 se definen como:

$$x_2 = l_0 \cos(q_0) + l_1 \cos(q_0 + q_1) + l_2 \cos(q_0 + q_1 + q_2) \quad (1.3)$$

$$y_2 = l_0 \sin(q_0) + l_1 \sin(q_0 + q_1) + l_2 \sin(q_0 + q_1 + q_2) \quad (1.4)$$

Donde:

$l_0$ : Longitud del eslabón fijo.

$l_1$ : Longitud del eslabón 1

$l_2$ : Longitud del eslabón 2

$q_0$ : Ángulo formado por el eje  $x$  y por el eslabón 0.

$q_1$ : Ángulo formado por el eje del eslabón 0 y el eslabón 1.

$q_2$ : Ángulo formado por el eje del eslabón 1 y el eslabón 2.

$x_1$ : Abscisa del extremo del eslabón 1.

$x_2$ : Abscisa del extremo del eslabón 2.

$y_1$ : Ordenada del extremo del eslabón 1.

$y_2$ : Ordenada del extremo del eslabón 2.

La Ecuación 1.3. y Ecuación 1.4. representan la relación entre las posiciones angulares  $q_1, q_2$  y las posiciones  $x_2, y_2$  de los eslabones. En este proyecto se usarán estas ecuaciones para determinar las posiciones de los extremos de los dedos a partir de las posiciones angulares y también el caso contrario en el cual se determinen las posiciones angulares necesarias para ubicar el extremo del dedo en una posición deseada.

Para establecer la velocidad lineal de los extremos de los eslabones se parte de su ubicación con respecto al sistema coordenado. Al aplicar la derivada en la Ecuación 1.5. y Ecuación 1.6. se tiene como resultado los vectores de velocidad lineal para el extremo de los eslabones 1 y 2.

$$v_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) \cdot \dot{q}_1 \\ l_1 \cos(q_1) \cdot \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_0 + q_1) \cdot \dot{q}_1 - l_2 \sin(q_0 + q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ l_1 \cos(q_0 + q_1) \cdot \dot{q}_1 + l_2 \cos(q_0 + q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Donde:

$\dot{q}_1$ : Velocidad rotacional del extremo del eslabón 1.

$\dot{q}_2$ : Velocidad rotacional del extremo del eslabón 2.

$\dot{x}_2$ : Velocidad traslacional del extremo del eslabón 2 en el eje  $x$

$\dot{y}_2$ : Velocidad traslacional del extremo del eslabón 2 en el eje  $y$

### 1.3.3.2 Modelo Matemático Dinámico de la Mano

La forma general de la ecuación dinámica de un robot se expresa de acuerdo con la ecuación:

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q) \quad (1.7)$$

#### 1.3.3.2.1 Modelo dinámico para un dedo articulado con 2 GDL.

En el presente trabajo de titulación, se modelara una mano robotica en donde el el eslabon que represente al metacarpo sera considerado fijo; mientras que los eslabones que representen a la falange y falangina seran considerados moviles, razon por la cual el modelo dinamico se considera con dos grados de libertad.

El método empleado para determinar el modelo dinámico está basado en las ecuaciones de movimiento de Lagrange, para el cual se calcula un Lagrangiano, expresado como la sumatoria de energías cinéticas Ecuación 1.8. y potenciales presentes en el sistema.

$$\mathcal{L} = \sum k_i + \sum u_i \quad (1.8)$$

Donde:

$\mathcal{L}$ : Lagrangiano

$\sum k_i$ : Sumatoria de energías cinéticas presentes en el modelo.

$\sum u_i$  Sumatoria de energías potenciales presentes en el modelo.

Por tanto, al presentarse un modelo con 2 GDL, se establece la presencia de dos componentes de energía cinética y dos componentes de energía potencial.

$$k_T = k_1 + k_2 \quad (1.9)$$

$$u_T = u_1 + u_2 \quad (1.10)$$

La energía cinética total se expresa como:

$$k_T = \left[ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \right] \quad (1.11)$$

Donde:

$m_1$  : masa del eslabón 1.

$v_1$  : Velocidad lineal del extremo del eslabón 1.

$I_1$  : Inercia del eslabón 1.

$m_2$  : masa del eslabón 2.

$v_2$  : Velocidad lineal del extremo del eslabón 2.

$I_2$  : Inercia del eslabón 2.

$$u_T = [-m_1 g l c_1 \cos(q_1)] + [-m_2 g l_1 \cos(q_1) - m_2 g l c_2 \cos(q_1 + q_2)] \quad (1.12)$$

Donde:

$l c_1$ : Distancia del origen al centro de masa del eslabón1.

$l c_2$ : Distancia del origen al centro de masa del eslabón2.

$g$ : Aceleración de la gravedad.

Para obtener el Lagrangiano se reemplaza las ecuaciones de energía cinética y potencial totales en la Ecuación 1.7., teniendo como resultado la Ecuación 1.13.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} [m_1 l c_1^2 + m_2 l_1^2] \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l c_2^2 (q_1^2 + 2q_1 q_2 + q_2^2) \\ & + m_2 l_1 l c_2 (q_1^2 + q_1 q_2) \cos(q_2) + [m_1 l c_1 + m_2 l_1] g \cos(q_1) \\ & + m_2 g l c_2 \cos(q_1 + q_2) + \frac{1}{2} l_1 q_1^2 + \frac{1}{2} l_2 (q_1 + q_2)^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Partiendo de las ecuaciones de movimiento de Lagrange que comprenden el modelo dinámico de un sistema de 2GDL, se puede calcular el torque necesario para satisfacer ciertas condiciones. La Ecuación 1.14. representa el torque necesario para determinado movimiento, donde  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

$$T_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \quad (1.14)$$

A continuación, se describen las ecuaciones de torque tanto para eslabón 1 como para el eslabón 2:

$$(Eslabón 1) T_1 = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} \right] - \frac{\partial}{\partial q_1} \quad (1.15)$$

$$(Eslabón 2) T_2 = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2} \right] - \frac{\partial}{\partial q_2} \quad (1.16)$$

Luego de realizar las operaciones pertinentes se obtuvieron los toques necesarios en las articulaciones para ciertos movimientos que se observan en la Ecuación 1.17. y la Ecuación 1.18

$$(Eslabón 1) T_1 = [m_1 l c_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l c_2^2 + 2m_2 l_1 l c_2 \cos(q_2)] \dot{q}_1 + [m_2 l c_2^2 + m_2 l_1 l c_2 \cos(q_2)] \dot{q}_2 - 2m_2 l_1 l c_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_2 l_1 l c_2 \sin(q_2) \dot{q}_2^2 + l_1 \ddot{q}_1 + l_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - [m_1 l c_1 + m_2 l_1] g \sin(q_1) - m_2 g l c_2 \sin(q_1 + q_2) \quad (1.17)$$

$$(Eslabón 2) T_2 = [m_2 l c_2^2 + m_2 l_1 l c_2 \cos(q_2) + l_2] \dot{q}_1 + [m_2 l c_2^2 + l_2] \dot{q}_2 + m_2 l_1 l c_2 \sin(q_2) \dot{q}_1^2 + m_2 g l c_2 \sin(q_1 + q_2) \quad (1.18)$$

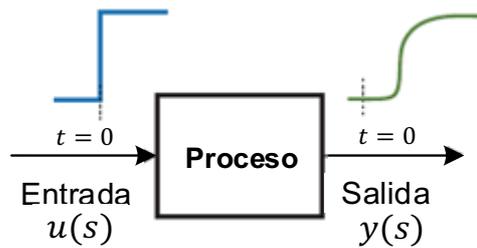
Considerando la Ecuación 1.17. y la Ecuación 1.18. se plantea el modelo dinámico en Simulink de Matlab al despejar  $\ddot{q}_1$  y  $\ddot{q}_2$  y encontrar las ecuaciones diferenciales del modelo donde se puede calcular  $q_1$  y  $q_2$  a partir de los torques  $T_1$  y  $T_2$  como parámetros de entrada para cada eslabón. El modelo dinámico de cada dedo (índice, medio y pulgar) será definido con estas ecuaciones, pero cada uno tendrá diferentes límites en sus movimientos angulares según la Tabla 1.1.

### 1.3.4 APROXIMACIÓN LINEAL

El comportamiento de la mayoría de los procesos es inherentemente no lineal y suelen estar representados por modelos matemáticos de elevado orden, lo que provoca que el diseño de controladores se complique, razón por la cual se aproxima la planta a un modelo lineal. Existen varias técnicas para lograr este propósito, sin embargo, en este proyecto de titulación se ha optado por una de las técnicas más simples y que a su vez brinda exactitud conocida como método empírico, la cual consiste en realizar una aproximación lineal basada en la curva de reacción.

#### 1.3.4.1 Método Empírico

Esta técnica trabaja con la planta no lineal en lazo abierto y consiste en aplicar una variación del 5 al 10% de su valor total con el fin de poder apreciar un cambio en la salida como se muestra en Figura 1.7. [12]



**Figura 1.7.** Obtención de la curva de reacción [12]

Después de cumplir el procedimiento mencionado anteriormente se procede a realizar la aproximación de primer orden con retardo (First Order Plus Dead Time, FOPDT), la cual está representada por la expresión que se muestra en la Ecuación 1.19.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1} \quad (1.19)$$

Donde:

$y(s)$ : Transformada de Laplace de la variable controlada.

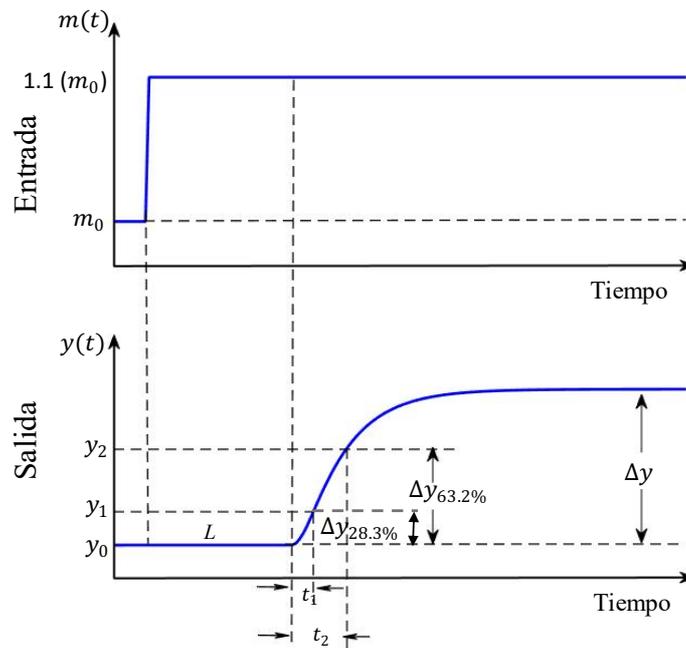
$u(s)$ : Transformada de Laplace de la variable manipulada.

$K$ : Ganancia en estado estacionario del sistema.

$t_0$ : Retardo del sistema

$\tau$ : Constante de Tiempo del sistema.

A continuación, se procede a hallar los parámetros del modelo de primer orden usando el método basado en dos puntos de Smith [14]. Este método ubica dos puntos en los cuales la respuesta alcance el 63.2% y el 28.3% de su valor final (valor en estado estable) como se muestra en la Figura 1.8.



**Figura 1.8.** Ubicación de puntos en curva de reacción. [14]

Una vez obtenidos estos valores, se prosigue a calcular la constante de tiempo (Ecuación 1.22.) y tiempo de retardo (Ecuación 1.23.)

$$\Delta y_{63.2\%} = 63.2\% (\Delta y) \quad (1.20)$$

$$\Delta y_{28.3\%} = 28.3\% (\Delta y) \quad (1.21)$$

$$\tau = 1.5(t_2 - t_1) \quad (1.22)$$

$$t_0 = t_2 - \tau \quad (1.23)$$

La ganancia o factor de escalamiento  $K$  (Ecuación 1.24.) se calcula como la relación entre las variaciones de la salida y la entrada.

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (1.24)$$

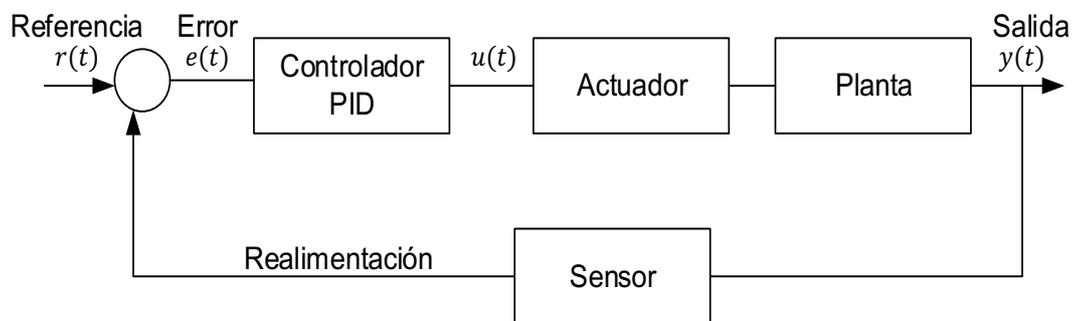
### 1.3.5 CONTROLADORES

Un controlador es un elemento del sistema de control a lazo cerrado encargado de decidir qué acción tomar para conseguir cierto objetivo del proceso, teniendo como resultado una acción de control que será enviada a la planta.

### 1.3.5.1 Control Tipo PID [15]

Es interesante señalar que más de la mitad de los controladores industriales que se usan hoy en día utilizan esquemas de control PID [16]. Su diseño se basa en el error  $e(t)$  del sistema y tiene como objetivo mantener la salida lo más cerca posible al punto de consigna. Las letras PID representan las tres acciones que puede realizar: Proporcional, Integral y Derivativa.

En la Figura 1.9. se puede observar el diagrama de bloques de un sistema de control en lazo cerrado y la ubicación del controlador tipo PID.



**Figura 1.9.** Esquema del Controlador PID.

A continuación, se describen los diferentes controladores de tipo PID:

#### 1.3.5.1.1 Control Proporcional

Genera una salida en el controlador que es proporcional al error, como se observa, en la Ecuación 1.25.

$$u(t) = k_p e(t) \quad (1.25)$$

Donde:

$k_p$ : Ganancia ajustable

$e(t)$ : Error del sistema

$u(t)$ : Señal de control

Si la ganancia es demasiada alta, habrá oscilaciones de la salida ante un nuevo valor de setpoint. Si la ganancia se establece demasiada baja, la respuesta del proceso será muy estable bajo condiciones de estado estacionario, pero "lenta" ante cambios de setpoint porque el controlador no tiene la suficiente acción agresiva para realizar cambios rápidos en el proceso.

El controlador proporcional es en esencia un amplificador con ganancia ajustable. Este puede ser aplicado a cualquier planta estable, pero su desempeño es limitado ya que siempre existirá error en estado estacionario y no presenta inmunidad al ruido.

#### 1.3.5.1.2 Control Integral

En un control de acción integral, la variación de la señal de salida del controlador es proporcional a la señal de error actuante. Por ejemplo, si se duplica el valor del error, la señal de salida del controlador varía dos veces más rápido.

En otras palabras, el control integral provee una acción de control proporcional al tiempo al que ha permanecido el error.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (1.26)$$

Para un error actuante igual a cero, el valor de  $u(t)$  se mantiene estacionario. Es importante notar, que si bien la acción integral elimina el error en estado estable, puede llevar al sistema a respuestas oscilatorias en amplitud decreciente o amplitud creciente, ambas generalmente indeseables.

#### 1.3.5.1.3 Control Proporcional Derivativo

Este tipo de controlador genera una acción de previsión, es decir, permite estabilizar más rápidamente la variable controlada después de cualquier perturbación, ya que responde a la velocidad de cambio del error, no obstante, presenta una desventaja al amplificar las señales de ruido, provocando con esto que el actuador se sature. La ley de control derivativa está representada por la Ecuación 1.27.

$$u(t) = k_p \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1.27)$$

Donde:

$T_d$ : Constante de tiempo derivativo

Cabe recalcar que la acción de control derivativa no puede ir sola ya que sólo funciona en estado transitorio.

#### 1.3.5.1.4 Control Proporcional Integral

El valor de salida del controlador varia en razon proporcional al tiempo en que ha permanecido el error y la magnitud del mismo.

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \right) \quad (1.28)$$

Donde:

$T_i$ : Constante de tiempo integral

#### 1.3.5.1.5 Control Proporcional Integral Derivativo

Este controlador reúne todas las ventajas que presentan las tres acciones de control individuales mencionadas anteriormente y su ley está dada por la Ecuación 1.29.

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1.29)$$

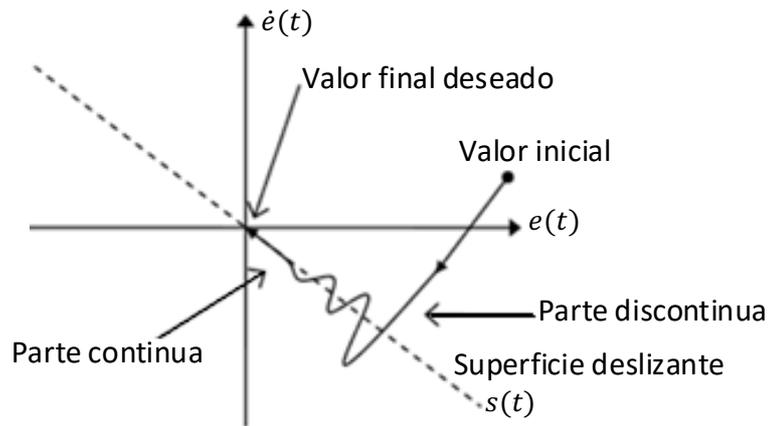
### 1.3.5.2 Control por Modos Deslizantes

El Control por Modos Deslizantes también conocido como SMC (Sliding Mode Control) es una técnica usada tanto para sistemas no lineales como variantes en el tiempo y está basada en el control por estructura variable, lo que significa que dependiendo del estado controlado del sistema, el controlador cambia su estructura[11].

Generalmente, el procedimiento SMC produce un controlador complejo, lo que podría contener cuatro o más parámetros resultantes en un trabajo de sintonización difícil. Un método de modelado alternativo eficiente es el uso de modelos empíricos, que utilizan modelos de orden lineales con tiempo muerto(FOPDT). La mayoría de las veces, dichos modelos son adecuados para el análisis, control y diseño[11].

Sin embargo se tiene un modelo imperfecto de la planta y un sistema no lineal, características que contribuyen a la degradación del rendimiento de los controladores. Controladores convencionales, tales como PID, Predictor de Smith, a veces no son lo suficientemente versátiles para compensar estos efectos. Por lo tanto, un controlador en modo deslizante podría ser diseñado para sistemas no lineales con el supuesto de que su robustez compensa errores de modelado derivados de la linealización del sistema[11].

El diseño de este controlador se basa en la selección de una superficie deslizante, la misma que representa el comportamiento deseado del sistema (Figura 1.10.) y se usa para llevar el estado controlado desde un valor inicial hasta un valor final deseado.



**Figura 1.10.** Interpretación gráfica del SMC. [11]

La idea detrás del SMC es definir una superficie a lo largo de la cual el sistema puede deslizarse a su valor final deseado. La estructura del lazo de control permanece fija hasta que el estado cruza  $S(t)=0$  y entonces se ajusta para que el estado se deslice a lo largo de esta superficie. Por lo tanto, el primer paso en SMC es definir la superficie de deslizamiento  $S(t)$ .

La elección de la superficie de deslizamiento es una tarea de ensayo y error que permita representar un comportamiento global deseado, por ejemplo, la estabilidad y el rendimiento de seguimiento; mejoras en la respuesta transitoria deseada, etc y que usualmente se formula como una función lineal del estado del sistema[11].

Se puede observar en la Ecuación 1.30. una superficie integral y en la Ecuación 1.31. una superficie diferencial.

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int e_1(t) \quad (1.30)$$

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e_1(t) \quad (1.31)$$

Luego de ser escogida la superficie se prosigue a diseñar la ley de control del SMC, la cual está formada por la suma de dos partes una continua o conocida como modo deslizante y otra discontinua o también llamada modo de alcanzabilidad.

$$u(t) = u_D(t) + u_C(t) \quad (1.32)$$

Donde:

$u(t)$ : Salida del controlador.

$u_D(t)$ : Ley de control discontinua.

$u_C(t)$ : Ley de control continua.

#### 1.3.5.2.1 Parte continua

El propósito de la ley de control continua  $u_C(t)$  es que la variable controlada se mantenga en la referencia, implicando que el error y sus derivadas sean cero.

La construcción de la dinámica equivalente de Filippov [13] es el método normalmente utilizado para generar la ley de control continua. Consiste en satisfacer la condición de deslizamiento (Ecuación 1.33.):

$$\frac{ds(t)}{dt} = 0 \quad (1.33)$$

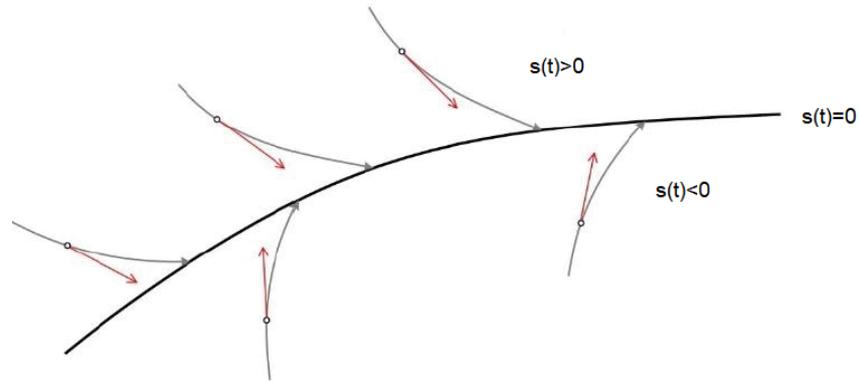
y sustituirla en las ecuaciones dinámicas del sistema; con esto se asegura que la trayectoria del estado controlado sea tangente a la superficie hasta que ésta alcance el valor final deseado, adquiriendo un valor constante.

#### 1.3.5.2.2 Parte discontinua [13]

El objetivo de control de esta parte es hacer que el estado controlado alcance la superficie deslizante desde una posición inicial. La parte discontinua también presenta condiciones de alcanzabilidad las cuales refieren que, si el valor actual de la trayectoria del estado es mayor que la superficie, éste disminuye y si, caso contrario, es menor, éste aumenta.

$$\dot{s}(t) < 0 \quad \text{si } s(t) > 0 \quad (1.34)$$

$$\dot{s}(t) > 0 \quad \text{si } s(t) < 0 \quad (1.35)$$



**Figura 1.11.** Interpretación gráfica de la parte discontinua [13]

### 1.3.5.3 Control Basado en Espacio Nulo

Los sistemas autónomos robóticos presentan retos muy difíciles y las arquitecturas de control deben ser diseñadas para cumplir los siguientes requerimientos.

Reactividad al medio ambiente. Debe ser reactivo a los cambios repentinos del medio y ajustarse para actuar de manera eficiente y segura.

Comportamiento inteligente: a lo largo del desarrollo de la tarea del robot, este debe ser capaz de asumir diferentes acciones como evadir obstáculos, por ejemplo, pero siempre debe ser guiado por sus tareas principales y de mayor prioridad.

Resolver múltiples objetivos. Las situaciones que requieren acciones concurrentes conflictivas son inevitables. El sistema de control debe proporcionar medios para cumplir los objetivos múltiples.

Robustez. El robot debe ser capaz de manejar eventos inesperados, ruido y malas funcionalidades.

Confiabilidad. Los robots deben operar sin fallos y sin degradar su rendimiento en el tiempo

Para cumplir con los requerimientos anteriores se han definido mecanismos de selección de acciones las cuales se clasifican en dos grupos que son: los mecanismos de arbitraje y los mecanismos de fusión de comandos [17].

Los mecanismos de arbitraje seleccionan un comportamiento a la vez y le dan el comportamiento del robot hasta el siguiente ciclo de arbitraje, estos mecanismos se dividen en: basados en la prioridad, basados en el estado y el ganador se lo lleva todo. Estas técnicas permiten seleccionar una acción apropiada en cualquier instante y resolver conflictos.

Mientras que los mecanismos de arbitraje presentan un enfoque competitivo entre las tareas, los mecanismos de fusión de comandos intentan crear una especie de cooperación entre los mismos, combinan recomendaciones múltiples para formar un control que representa su consenso. Estos mecanismos de fusión se han clasificado en: votación, superposición, aproximaciones difusas y de objetivos múltiples.

El enfoque de los mecanismos de fusión (cooperativo) permite combinar la salida de varias tareas tratando de lograr diferentes objetivos, pero dando lugar a problemas en caso de tareas conflictuadas, mientras que los enfoques de arbitraje competitivo permiten realizar una tarea a la vez lo que lleva a un sistema infrautilizado, pero con una salida predecible.

El enfoque basado en espacios nulos se puede definir como un enfoque cooperativo-competitivo tratando de superar las desventajas de los enfoques anteriores. El método de prioridad de tareas permite manejar adecuadamente los conflictos entre las diferentes tareas donde una tarea secundaria se cumple si no entra en conflicto con una tarea de más alto nivel [17].

#### 1.3.5.3.1 Descripción matemática del control de espacios nulos

Para empezar la descripción matemática se considera un pelotón de  $n$  vehículos donde la posición y velocidad de cada robot respecto a un eje de referencia inercial se define en la Ecuación 1.36. y la Ecuación 1.37.

$$p_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T \in R^{3 \times 1} \quad (1.36)$$

$$\dot{p}_i = v_i = [\dot{x}_i \ \dot{y}_i \ \dot{z}_i]^T \in R^{3 \times 1} \quad (1.37)$$

Donde:

$p_i$ : es el vector de posición del  $i$ -ésimo robot.

$v_i$ : es el vector de posición del  $i$ -ésimo robot.

$x_i$ : es la posición en el eje  $x$  del  $i$ -ésimo robot.

$\dot{x}_i$ : es la velocidad en el eje  $x$  del  $i$ -ésimo robot.

$y_i$ : es la posición en el eje  $y$  del  $i$ -ésimo robot.

$\dot{y}_i$ : es la velocidad en el eje  $y$  del  $i$ -ésimo robot.

$z_i$ : es la posición en el eje  $z$  del  $i$ -ésimo robot.

$\dot{z}_i$ : es la velocidad en el eje  $z$  del  $i$ -ésimo robot.

La representación de manera compacta se muestra en la Ecuación 1.38. y Ecuación 1.39.

$$p = [p_1^T \ p_2^T \ \dots \ p_n^T]^T \in R^{3nx1} \quad (1.38)$$

$$v = [v_1^T \ v_2^T \ \dots \ v_n^T]^T \in R^{3nx1} \quad (1.39)$$

Donde:

$n$ : es el número total de robots.

$p$ : es el vector posición del conjunto de robots

$v$ : es el vector velocidad del conjunto de robots

Una tarea asignada al conjunto de robots puede ser definida como:

$$\sigma = \sigma(p) \in R^{m \times 1} \quad (1.40)$$

Considerando la primera derivada de la Ecuación 1.40. se tiene:

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma(p)}{\partial p} v = J(p)v \quad (1.41)$$

Donde:

$\sigma$ : es una tarea asignada a los robots

$\dot{\sigma}$ : es la primera derivada de la tarea

$J$ :  $\in R^{m \times 3n}$  es la matriz jacobiana de la tarea

La relación descrita en la Ecuación 1.42. se puede adoptar por cualquier tipo de sistema robótico sin importar el número de estos. Para formar el controlador se necesita despejar los comandos de velocidad que se han de enviar a los robots.

$$v_d = J^\dagger \cdot \dot{\sigma}_d \quad (1.42)$$

Donde:

$v_d$ : son los comandos de velocidad necesarios para realizar la tarea indicada

$J^\dagger$ : es la matriz pseudo inversa de  $J$

$\dot{\sigma}_d$ : es la variación de la tarea deseada

$$J^\dagger = J^T (JJ^T)^{-1} \quad (1.43)$$

La proyección en el espacio nulo se define como:

$$N_i = (I - J^\dagger J_i) \quad (1.44)$$

Donde:

$N_i$ : es la proyección de la  $i + 1$  tarea sobre la tarea  $i$

Si se consideran 3 tareas, se puede definir la solución de la combinación de tareas definiendo el vector de velocidades como en la Ecuación 1.45.:

$$v_d = v_{d,1} + N_1(v_{d,2} + N_2 \cdot v_{d,3}) \quad (1.45)$$

Donde:

$v_{d,1}$ ,  $v_{d,2}$ ,  $v_{d,3}$ : son las velocidades calculadas para la realización de cada tarea asignada al grupo de robots

$N_1$ : es la proyección de la combinación de las tareas 2 y 3 sobre la tarea 1

$N_2$ : es la proyección de la tarea 3 sobre la tarea 1

El esquema del controlador basado en espacios nulos se muestra en la Figura 1.12.

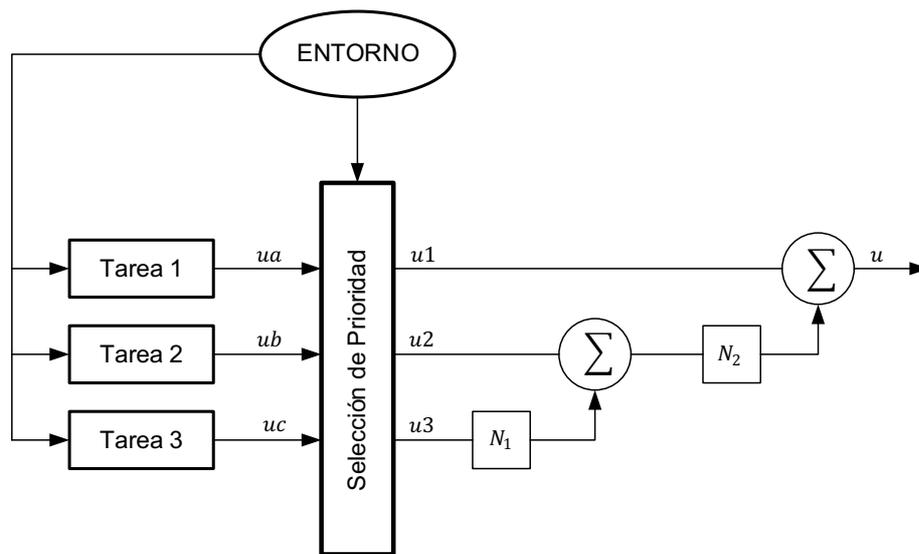


Figura 1.12. Esquema de control basado en espacios nulos para 3 tareas.

### 1.3.6 MEDICIÓN DE DESEMPEÑO

Es necesario tomar en cuenta criterios que cuantifican numéricamente la conducta del sistema controlado para evaluar su comportamiento y desempeño. Estos criterios permiten valorar la respuesta del sistema ante cambios en los parámetros del controlador, asimismo permiten la sintonización de los controladores. Además, al realizar este tipo de mediciones se puede comparar controladores y saber cuál presenta el mejor desempeño para determinada tarea. [18]

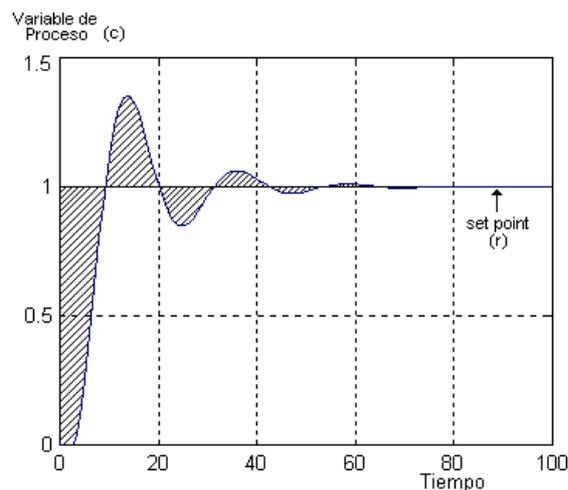
Existen algunos criterios de rendimiento como son el ISE, ITSE, IAE que son índices de desempeño basados en integrales del error, además se fundamentan en parámetros de la respuesta del sistema como tiempo de establecimiento. En este proyecto de titulación se analizará el desempeño del sistema controlado mediante el índice IAE que se detalla a continuación.

### 1.3.6.1 Integral del Error Absoluto

También conocido como IAE (Integral Absolute Error), es un parámetro que como su nombre los indica, evalúa la integral en tiempo del valor absoluto del error (Ecuación 1.46.).

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (1.46)$$

El IAE pone el mismo peso en errores grandes y pequeños y simplemente integra el valor absoluto de estos [19], representa energía perdida u otra característica indeseada. Para un control perfecto el IAE es cero. En la Figura 1.13, el campo sombreado corresponde al índice IAE.



**Figura 1.13.** Descripción del criterio de rendimiento IAE [18]

## 2 METODOLOGÍA

Para el desarrollo de este proyecto de titulación se elaboró una investigación explicativa para el diseño de controladores en base a información ya existente y consulta en documentos científicos relacionados al tema. En el capítulo anterior se realizó una introducción teórica sobre la base conceptual requerida para el diseño de los controladores.

Como primer objetivo específico de este trabajo, figura: “Estudiar y determinar la movilidad de cada dedo de la mano humana” y en vista que los dedos índice, medio, anular y meñique poseen la misma estructura - funcionalidad; y su diferencia solo se da en la tamaño de los eslabones se considera suficiente analizar y determinar la movilidad del dedo índice, medio y el pulgar. Razon por la cual se presenta el desarrollo del modelo dinámico, los controladores y las simulaciones para una mano robótica de tres dedos.

Además, se modelara una mano robótica en donde el eslabon que represente al metacarpo sera considerado fijo; mientras que los eslabones que representen a la falange y falangina seran considerados móviles, razon por la cual el modelo dinámico se considera con dos grados de libertad.

Considerando los objetivos de este proyecto de titulación se deben desarrollar controladores para poder analizar primero los diferentes tipos de agarres que debe realizar la mano robótica, y segundo la realización de tareas.

Para el desarrollo de los diferentes tipos de agarres se usarán como controladores las técnicas PID y SMC aplicados al modelo dinámico de la mano robótica y para su sintonización se empleará la aproximación lineal del modelo. Para el desempeño de tareas se considera a la mano robótica como un conjunto de robots (dedos) para los cuales se plantean las tareas de formación y de posicionamiento del centroide de la formación aplicando la técnica basada en Espacio Nulo.

Para que el usuario de este proyecto pueda interactuar con el mismo se propone una interfaz gráfica que permita: cambiar los parámetros de los agarres de la mano robótica, cambiar los parámetros de las tareas asignadas a la mano robótica, visualizar el movimiento de los dedos de la mano al cumplir cada objetivo y revisar la información más importante en el desarrollo de los objetivos como son: los estados de la mano, los errores, las acciones de control y el desempeño del controlador (IAE).

## 2.1 MODELO EMPÍRICO DE LA MANO ROBÓTICA

Para simplificar el diseño de controladores de plantas no lineales se opta por realizar aproximaciones lineales de primer orden con retardo, es por esta razón que en este proyecto de titulación se realizarán los modelos aproximados de los dos eslabones tanto de los dedos índice y medio como del pulgar con las ecuaciones mostradas en el capítulo 1 para obtener los valores característicos del modelo FOPDT.

En la Mano Robótica se tiene como variables manipuladas los torques de cada eslabón (Ecuación 1.17 y Ecuación 1.18.) y como variables controladas las posiciones del extremo de los eslabones en  $x$  (Ecuación 1.3.) y  $y$  (Ecuación 1.4.), las cuales están relacionadas con las posiciones angulares  $q_1$  y  $q_2$ .

### 2.1.1 DEDO ÍNDICE ESLABÓN 1

Una vez conocidas las consideraciones mencionadas anteriormente, se procede a realizar un ejemplo de obtención de modelo lineal aproximado del eslabón 1 del dedo índice, para lo cual se aplica a la entrada un paso de una magnitud del 10% de las condiciones de operación al tiempo de 0.1 segundos (Figura 2.1.), con el propósito de obtener en la salida valores de tiempo  $t_1$  y  $t_2$  correspondientes a los valores de la salida en los puntos del 28.3% y 63.2% del valor en estado estable como se observa en la Figura 2.2. Luego de hallar esta información se pueden calcular los parámetros  $\tau$ ,  $t_0$  y  $K$  con las ecuaciones descritas en el capítulo 1.

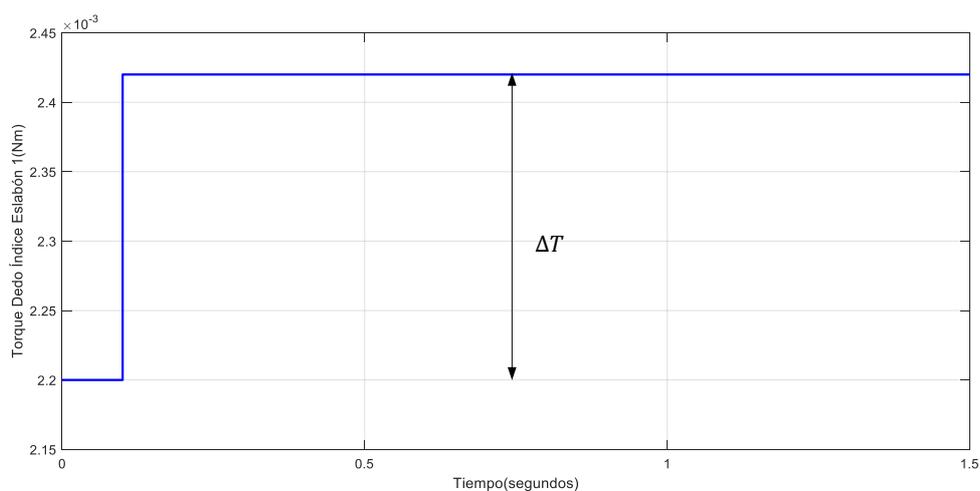
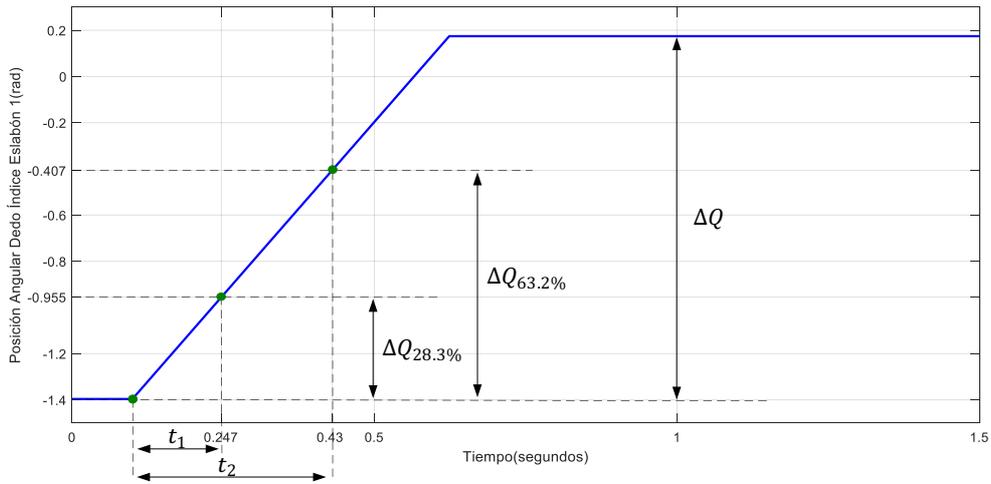


Figura 2.1. Incremento del 10% en la entrada de la planta



**Figura 2.2.** Respuesta del Dedo Índice Eslabón 1 en lazo abierto

$$\Delta Q = 0.00242 - 0.00220 = 0.00022 \quad (2.1)$$

$$\Delta Q_{63.2\%} = 0.43 \quad (2.2)$$

$$\Delta Q_{28.3\%} = 0.247 \quad (2.3)$$

$$t_2 = 0.43 - 0.10 = 0.33 \text{ seg} \quad (2.4)$$

$$t_1 = 0.247 - 0.100 = 0.147 \text{ seg} \quad (2.5)$$

Obtenidos los valores de  $t_1$  y  $t_2$  se procede a calcular los parámetros característicos del modelo FOPDT.

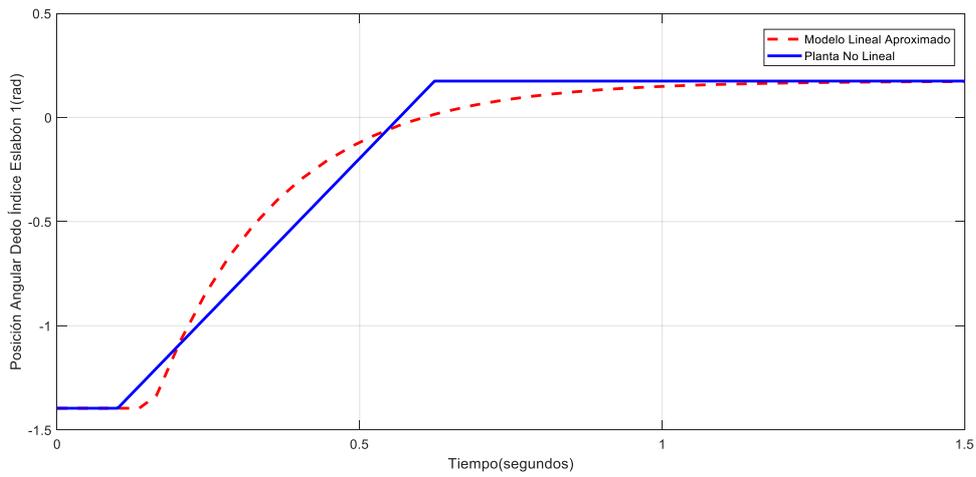
$$K = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0.00242 - 0.00220} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0.00022} = 7136.360 \quad (2.6)$$

$$\tau = 1.500(0.330 - 0.147) = 0.275 \text{ seg} \quad (2.7)$$

$$t_0 = 0.330 - 0.274 = 0.056 \text{ seg} \quad (2.8)$$

$$G_{1i}(s) = \frac{7136.360 e^{-0.056 s}}{0.275 s + 1} \quad (2.9)$$

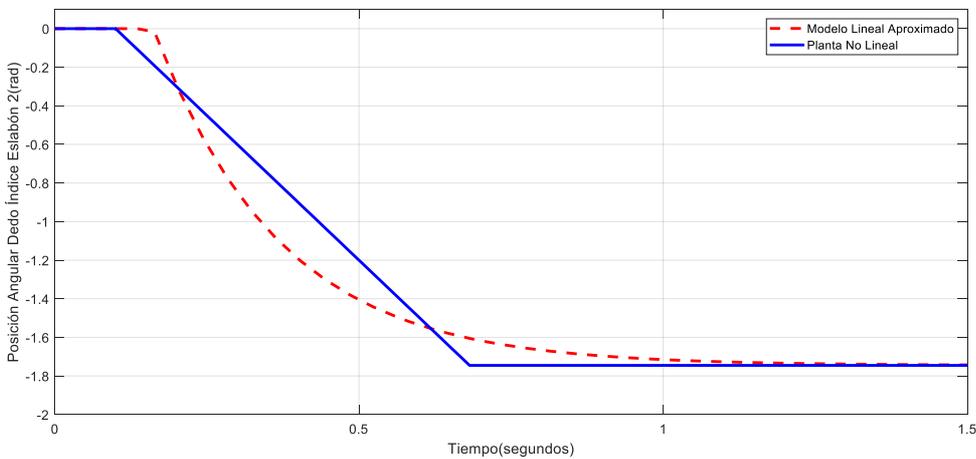
En la Figura 2.3. se puede observar la respuesta del modelo lineal como del sistema no lineal para el eslabón 1 del dedo índice.



**Figura 2.3.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Índice Eslabón 1

A continuación, se muestran los modelos aproximados del eslabón 2 para el dedo índice y del eslabón 1 y eslabón 2 para los dedos medio y pulgar que se obtuvieron al realizar igual procedimiento que para el eslabón 1 del dedo índice.

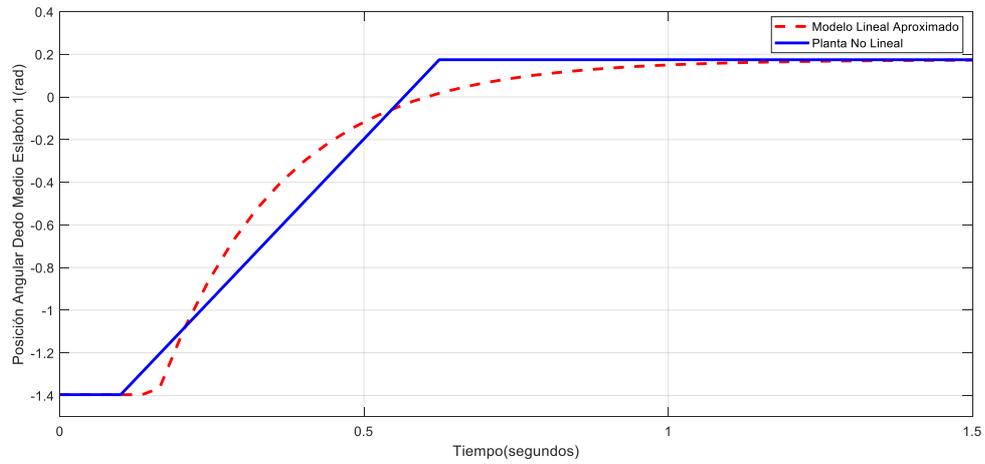
### 2.1.2 DEDO ÍNDICE ESLABÓN 2



**Figura 2.4.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Índice Eslabón 2

$$G_{2i}(s) = -\frac{10908.310 e^{-0.062 s}}{0.306 s+1} \quad (2.10)$$

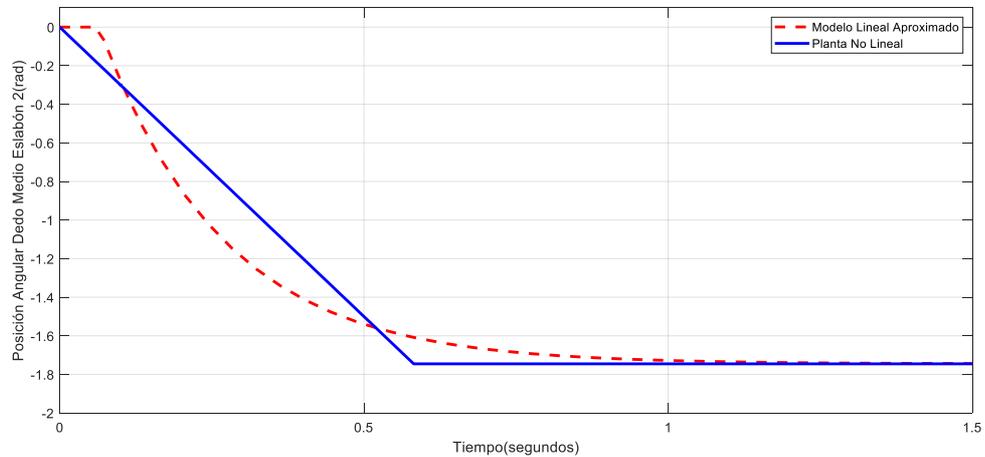
### 2.1.3 DEDO MEDIO ESLABÓN 1



**Figura 2.5.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Medio Eslabón 1

$$G_{1m}(s) = \frac{7136.360 e^{-0.060 s}}{0.272 s+1} \quad (2.11)$$

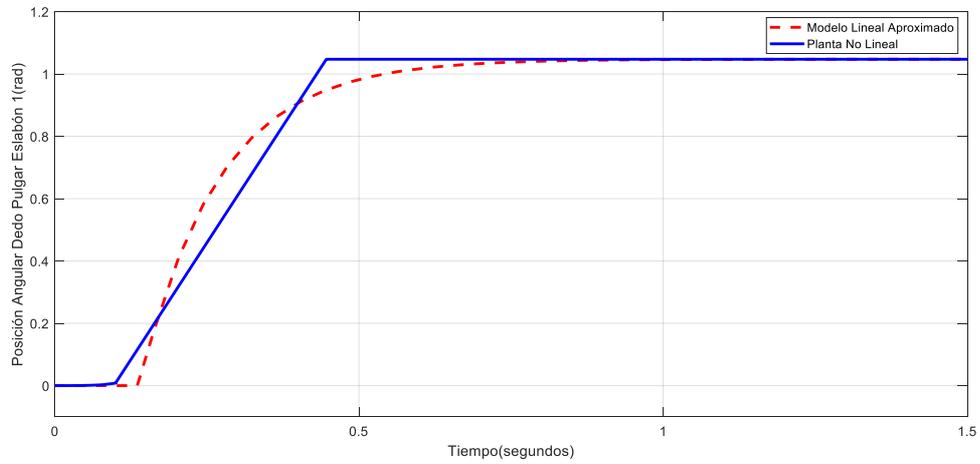
### 2.1.4 DEDO MEDIO ESLABÓN 2



**Figura 2.6.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Medio Eslabón 2

$$G_{2m}(s) = -\frac{10908.310 e^{-0.065 s}}{0.303 s+1} \quad (2.12)$$

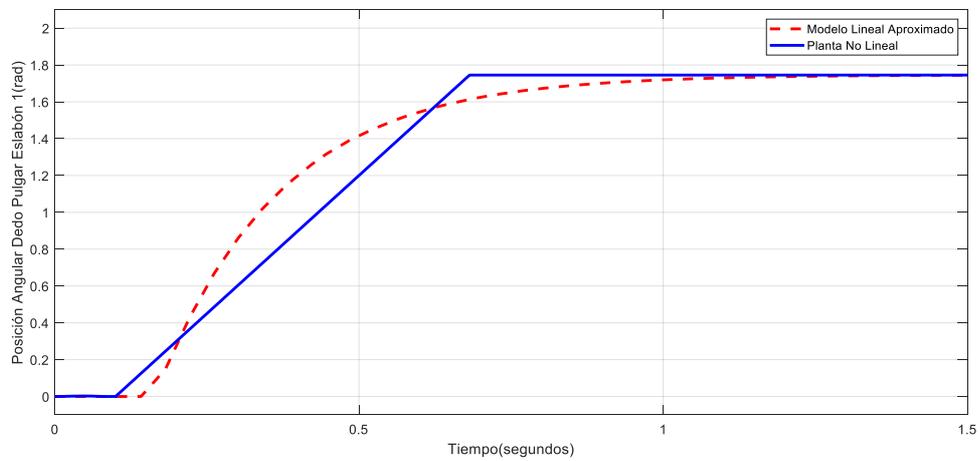
### 2.1.5 DEDO PULGAR ESLABÓN 1



**Figura 2.7.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Pulgar Eslabón 1

$$G_{1p}(s) = \frac{4760 e^{-0.039 s}}{0.183 s+1} \quad (2.13)$$

### 2.1.6 DEDO PULGAR ESLABÓN 2



**Figura 2.8.** Comparación del modelo lineal y la planta no lineal del Dedo Pulgar Eslabón 2

$$G_{2p}(s) = \frac{10908.310 e^{-0.064 s}}{0.302 s+1} \quad (2.14)$$

## 2.2 DISEÑO DE LA TÉCNICAS DE CONTROL

### 2.2.1 CONTROL TIPO PID

Para el diseño del controlador tipo PID se hace uso del modelo aproximado de primer orden con retardo para los eslabones de cada dedo.

Se realizaron pruebas para determinar los parámetros  $K_p$  y  $T_i$  por diferentes técnicas de sintonización como Ziegler Nichols, Cohen Coon y Dahlin, obteniendo con el método de la curva de reacción de Ziegler Nichols los mejores resultados para esta planta. A continuación, se presentan los cálculos de los parámetros de sintonización basados en la Ecuación 2.15. y la Tabla 2.1.

$$\frac{Q(s)}{T(s)} = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} \quad (2.15)$$

**Tabla 2.1.** Parámetros de sintonización del control PI

TIPO PID	$K_p$	$T_i$
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$

#### 2.2.1.1 Dedo Índice Eslabón 1

Se toma como ejemplo los cálculos del control PI para el dedo índice eslabón 1, ya que para los demás eslabones móviles de los tres dedos se replica el mismo procedimiento en vista de su similitud en estructura y funcionalidad.

$$K_p = 0.9 \frac{T}{L} = 0.9 \frac{0.2745}{0.056} = 4.41 \quad (2.16)$$

$$T_i = \frac{L}{0.3} = \frac{0.056}{0.3} = 0.187 \quad (2.17)$$

$$u(t) = 4.41 \left( e(t) + \frac{1}{0.187} \int_0^t e(t) dt \right) \quad (2.18)$$

**Tabla 2.2.** Parámetros de sintonización del control PID para la Mano Robótica

Parámetro	ÍNDICE		MEDIO		PULGAR	
	E. 1	E. 2	E. 1	E. 2	E. 1	E. 2
$K_p$	4.41	4.44	3.77	4.2	4.22	4.24

## 2.2.2 CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

La ley de control consta de dos partes, una continua conocida como modo deslizante y otra discontinua o también llamada modo de alcanzabilidad que sumadas forman la ley de control general.

$$u(t) = u_D(t) + u_C(t) \quad (2.19)$$

Donde:

$u(t)$ : Ley de control general

$u_D(t)$ : Ley de control discontinua.

$u_C(t)$ : Ley de control continua.

### 2.2.2.1 Cálculo de la Ley de Control Continua $u_C(t)$

El propósito de la ley continua como mencionó en el capítulo 1, es asegurar que la respuesta del sistema *Sea igual a la referencia en todo momento, para encontrarla se realiza el siguiente procedimiento:*

Definir una superficie deslizante ( $s(t)$ )

$$s(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad 2.20$$

Donde:

$s(t)$ : Superficie deslizante

$\lambda$ : Parámetro de sintonización

$n$ : Orden del sistema

$e(t)$ : Error entre la referencia y la salida

De acuerdo a [13] se puede escoger una superficie diferencial o integral, sin embargo, para esta planta se obtuvieron mejores resultados utilizando la superficie diferencial (Ecuación 2.20.). El tiempo muerto se puede aproximar por series de Taylor de primer orden obteniendo un modelo aproximado de orden  $n = 2$ , teniendo como resultado la superficie mostrada en la Ecuación 2.22.

$$s(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda e(t) \quad (2.21)$$

Aplicando la derivada a la Ecuación 2.21. y reemplazando  $e(t) = r(t) - y(t)$  se obtiene la Ecuación 2.22.

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} - \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \lambda \left( \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right) \quad (2.22)$$

Se emplea la condición de deslizamiento en la Ecuación 2.22., y se descartan las derivadas de la referencia como se muestra en [11] y [19], obteniendo:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\lambda \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.23)$$

La aproximación lineal de primer orden está dada por la Ecuación 2.24., al retardo de esta ecuación se aplica una aproximación con series de Taylor[11] además se pasa toda la ecuación al dominio del tiempo teniendo como resultado la Ecuación 2.25 [11].

$$G_m(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1} \quad (2.24)$$

$$t_0 \tau \left( \frac{dy^2(t)}{dt^2} \right) + (t_0 + \tau) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t) \quad (2.25)$$

Se reemplaza la Ecuación 2.23. en la Ecuación 2.25. y se despeja  $u(t)$  considerando que está en la parte continua se tiene  $u_D(t) = 0$ , por lo que  $u(t) = u_c(t)$ .

#### 2.2.2.1.1

$$u_c(t) = \frac{dy(t)}{dt} \left[ \frac{(t_0 + \tau) - \lambda t_0 \tau}{K} \right] + \frac{y(t)}{K}$$

Donde  $\lambda = \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}$

$$u_c(t) = \frac{y(t)}{K} \quad (2.26)$$

#### 2.2.2.2 Cálculo de la Ley de Control Discontinua $u_D(t)$

Para el cálculo de la ley de control discontinua de la Mano Robótica se efectúa el procedimiento que se muestra a continuación, el ejemplo de calculo mostrado se aplica a todos los dedos, la definición de las funciones candidas de Lyapunov que cumplan con las condiciones de estabilidad y todo el proceso subsiguiente se realizó para el dedo medio, indice y pulgar.

Se define una candidata de Lyapunov (Ecuación 2.27.) que cumpla con las condiciones de estabilidad ( $V(0) = 0$  y  $V(t) > 0$ ) y se demuestra la tercera condición de estabilidad (Ecuación 2.28.).

$$V(t) = \frac{s^2(t)}{2} \quad (2.27)$$

$$\dot{V}(t) \leq 0$$

$$\dot{V}(t) = s(t) \dot{s}(t) \quad (2.28)$$

Reemplazar  $\dot{s}(t)$  (Ecuación 2.22.) en la Ecuación 2.28. descartando las derivadas de la referencia y realizar las operaciones necesarias para obtener la Ecuación 2.29.

$$\dot{V}(t) = -s(t) \left( \frac{1.633 u_D(t)}{12.100} \right) \quad (2.29)$$

Con el objetivo de cumplir la tercera condición de estabilidad se propone una ley de control  $u_D(t)$  como muestra la Ecuación 2.30.

$$u_D(t) = K_D \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (2.30)$$

Ahora bien una vez halladas las leyes de control tanto para parte continua como la discontinua, se procede a sumarlas y obtener la ley de control general de la Mano Robótica descrita por la Ecuación 2.31.

$$u(t) = -\frac{y(t)}{0.8577} - \frac{2.3115}{0.8577} \lambda e_1(t) + K_D \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (2.31)$$

Las ecuaciones que describen a los parámetros  $K_D$ ,  $\delta$  y  $\lambda$  según se definen en [11] ;se muestran a continuación:

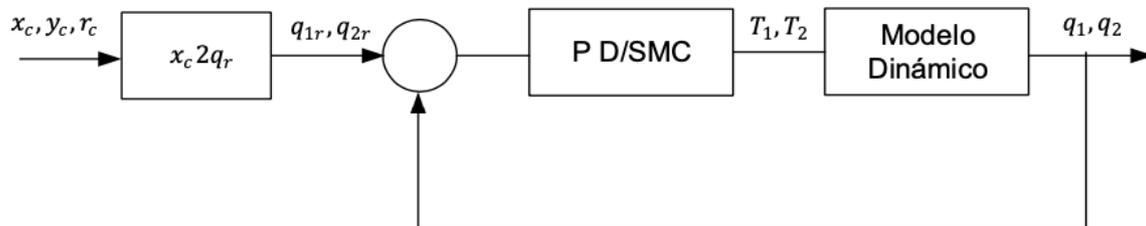
$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76} \quad (2.32)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K|K_D \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \quad (2.33)$$

**Tabla 2.3.** Parámetros de sintonización del control SMC para la Mano Robótica

PARÁ M	VALOR						UNI.
	ÍNDICE		MEDIO		PULGAR		
	E. 1	E. 2	E. 1	E.2	E. 1	E. 2	
$K_D$	0.000239	0.000157	0.000225	0.000151	0.000347	0.000152	[CO]
$\delta$	5.08	4.67	4.60	4.37	6.85	4.45	$\left[ \frac{1}{min} \right]$
$\lambda$	21.50	19.4	20.35	18.68	31.11	18.94	$\left[ \frac{1}{min} \right]$

El diagrama de bloques del sistema para simular los agarres tipo gancho y cilindrico se presenta en la Figura 2.9.



**Figura 2.9.** Diagrama de bloques para los agarres cilíndrico y gancho.

Donde:

$xc2qr$ : Bloque de conversion de posiciones cartesianas a posiciones angulares para el agarre cilindrico y de gancho.

$x_c$ : Abscisa del centro del cilindro

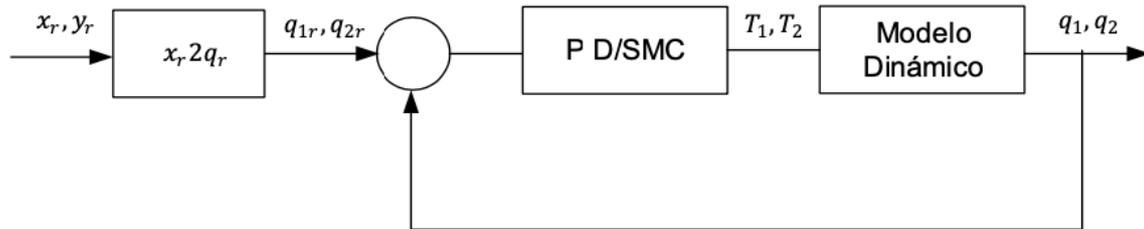
$y_c$ : Ordenada del centro del cilindro

$r_c$ : Radio del cilindro

$q_{1r}; q_{2r}$ : Posiciones angulares para el agarre cilindrico y de gancho.

El bloque de conversión  $xc2qr$  se aplica en matlab buscando las pendientes de los eslabones 1 y 2 que permitan situarse a los mismo de manera tangencial al cilindro planteado por el usuario en la interfaz y se escogen las soluciones para las posiciones angulares que estén dentro de los límites planteados en la Tabla 1.1.

El diagrama de bloques del sistema para simular el agarre de precisión se presenta en la Figura 2.10 .



**Figura 2.10.** Diagrama de bloques para el agarre prensil.

Donde:

$xc2qr$ : Bloque de conversión de posiciones cartesianas a posiciones angulares para el agarre prensil

$x_c$ : Abscisa del centro del objeto de prueba para el agarre de precisión.

$y_c$ : Ordenada del centro del objeto de prueba para el agarre de precisión.

$q_{1r}; q_{2r}$ : Posiciones angulares para el agarre de precisión.

El bloque de conversión  $xc2qr$  se aplica en matlab con el comando solve al plantear las ecuaciones Ecuación 1.3. y Ecuación 1.4 y se escogen las soluciones para las posiciones angulares que estén dentro de los límites planteados en la Tabla 1.1.

### 2.2.3 CONTROL BASADO EN ESPACIOS PARA POSICIÓN Y FORMACIÓN DE LOS EXTREMOS DE LA MANO ROBÓTICA

En esta sección se describe el diseño del controlador basado en espacios nulos para los extremos de las falanges de la mano robótica que le permitirán alcanzar varios objetivos de control al mismo tiempo.

La primera tarea que se considera es el control de la formación de los extremos de las falanges de cada dedo y la segunda tarea es el control del centroide de la formación de la primera tarea. Para el diseño del controlador se considera una como tarea principal y la

otra como tarea secundaria la cual se proyecta en el espacio nulo de la tarea principal. Estas tareas se detallarán más adelante.

Se van a desarrollar los dos controladores posibles que son el primero con el control de formación como tarea principal y el segundo con la tarea de control del centroide como tarea principal, para ello se usará el modelo cinemático de las falanges descritas en la sección 1.3

### 2.2.3.1 Modelo cinemático de la formación de los extremos de cada dedo robótico.

En la sección 1.3 se analizó el modelo cinemático de un dedo robótico aproximado como una junta de dos eslabones. Para diseñar el controlador se requiere controlar la posición de los extremos de las falanges y a partir de la Ecuación 1.6. se obtiene la ecuación n donde k representa el k –ésimo dedo, siendo  $k = i$  (índice),  $m$  (medio),  $p$  (pulgar).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(q_{0k} + q_{1k}) - \text{sen}(q_{0k} + q_{1k} + q_{2k}) & -\text{sen}(q_{0k} + q_{1k} + q_{2k}) \\ \text{cos}(q_{0k} + q_{1k}) + \text{cos}(q_{0k} + q_{1k} + q_{2k}) & \text{cos}(q_{0k} + q_{1k} + q_{2k}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1k} \cdot l_{1k} \\ \dot{q}_{2k} \cdot l_{2k} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

La representación corta de la Ecuación 2.34. es:

$$\dot{x}_k = R_k V_k \quad (2.35)$$

Donde:

$\dot{x}_k = [\dot{x}_k \ \dot{y}_k]$ : son las velocidades del extremo del k –ésimo dedo en los ejes  $x, y$  respectivamente

$R_k$ : es la matriz de rotación

$V_k = [\dot{q}_{1k} \cdot l_{1k} \ \dot{q}_{2k} \cdot l_{2k}]$ : son las velocidades en el eje de referencia o acción de control del k –ésimo dedo

Para el modelo completo de los 3 dedos (índice, medio y pulgar) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i & 0 & 0 \\ 0 & R_m & 0 \\ 0 & 0 & R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xi} \\ V_{yi} \\ V_{xm} \\ V_{ym} \\ V_{xp} \\ V_{yp} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

El modelo cinemático completo puede representarse como:

$$\dot{x} = R_T V_T \quad (2.37)$$

Donde:

$\dot{x}$ : son las velocidades de los extremos de cada dedo referidas al sistema inercial.

$R_T$ : es la matriz de rotación total para los 3 dedos.

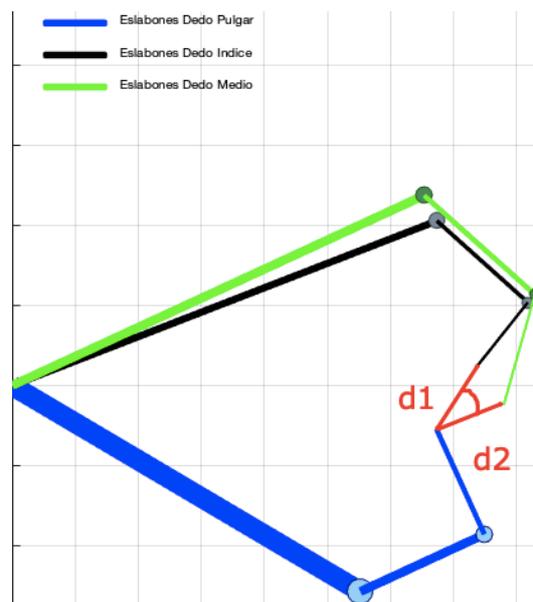
$V_T$ : son las velocidades de cada dedo.

### 2.2.3.2 Variables de formación y posición del centroide de la mano robótica

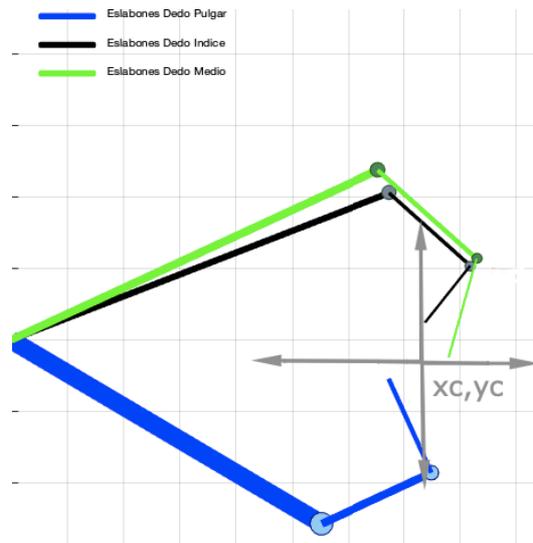
Como primer objetivo específico de este trabajo, figura: "Estudiar y determinar la movilidad de cada dedo de la mano humana" y en vista que los dedos índice, medio, anular y meñique poseen la misma estructura - funcionalidad; y su diferencia solo se da en la tamaño de los eslabones se considera suficiente analizar y determinar la movilidad del dedo índice, medio y el pulgar. Razon por la cual para las tareas de formación y posición solo se utilizan los tres dedos anteriormente mencionados y modelados.

Ademas el eslabon que represente al metacarpo sera considerado fijo; mientras que los eslabones que representen a la falange y falangina seran considerados moviles, razon por la cual el modelo dinamico se considera con dos grados de libertad.

Las variables que permiten representar la formación y posición del centroide de la mano robótica se observan en la Figura 2.11 y Figura 2.12.



**Figura 2.11.** Variables de formación de la mano robótica.



**Figura 2.12.** Variables de posición del centroide de la mano robótica.

La posición del centroide se representa como:

$$P_C = [x_c \quad y_c]^T \quad (2.38)$$

Las variables de la formación de los dedos de la mano robótica se representan como:

$$P_F = [d_1 \quad d_2 \quad \alpha]^T \quad (2.39)$$

Donde:

$P_C$ : es el vector de posición del centroide.

$x_c$ : es la posición del centroide en el eje  $x$ .

$y_c$ : es la posición del centroide en el eje  $y$ .

$P_F$ : es el vector de formación de los dedos de la mano robótica.

$d_1$ : es la distancia entre el extremo del dedo pulgar y el extremo del dedo índice.

$d_2$ : es la distancia entre el extremo del dedo pulgar y el extremo del dedo medio.

$\alpha$ : es el ángulo formado por los extremos de los dedos índice, pulgar y medio.

Para determinar los parámetros mencionados en la Ecuación 2.38. y la Ecuación 2.39. se describen las siguientes ecuaciones:

$$x_c = \frac{x_i + x_m + x_p}{3} \quad (2.40)$$

$$y_c = \frac{y_i + y_m + y_p}{3} \quad (2.41)$$

$$d_0 = \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2} \quad (2.42)$$

$$d_1 = \sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2} \quad (2.43)$$

$$d_2 = \sqrt{(x_m - x_p)^2 + (y_m - y_p)^2} \quad (2.44)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{d_0^2 - d_1^2 - d_2^2}{-2*d_1*d_2} \right) \quad (2.45)$$

### 2.2.3.3 Controlador de formación

Para este controlador de formación se usa como objetivos de control los definidos en la Ecuación 2.39., donde el objetivo de la tarea es que los extremos de los dedos de la mano robótica mantengan la formación entre ellos formando un triángulo.

De la Ecuación 1.40. se determina la tarea a seguir por la mano robótica como:

$$\sigma_F = P_F \quad (2.46)$$

Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$\dot{\sigma}_F = \frac{\partial \sigma_F(P_F)}{\partial P_F} v_F = J_F(P_F) v_F \quad (2.47)$$

Donde:

$\sigma_F$ : es la tarea de formación

$\dot{\sigma}_F$ : es la primera derivada de la tarea de formación

$J_F$ : es el jacobiano de la tarea de formación.

$v_F$ : son las velocidades de las acciones de control de la tarea de formación.

#### Jacobiano de formación

El jacobiano de la tarea de formación relaciona las velocidades de los extremos de cada dedo de la mano robótica con las variables de control.

La tarea de formación está definida como:

$$\sigma_F = [d_1 \quad d_2 \quad \alpha]^T \quad (2.48)$$

De donde la matriz Jacobiano de la tarea de formación queda definido como:

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_i} & \frac{\partial d_1}{\partial y_i} & \frac{\partial d_1}{\partial x_m} & \frac{\partial d_1}{\partial y_m} & \frac{\partial d_1}{\partial x_p} & \frac{\partial d_1}{\partial y_p} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x_i} & \frac{\partial d_2}{\partial y_i} & \frac{\partial d_2}{\partial x_m} & \frac{\partial d_2}{\partial y_m} & \frac{\partial d_2}{\partial x_p} & \frac{\partial d_2}{\partial y_p} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} & \frac{\partial \alpha}{\partial y_i} & \frac{\partial \alpha}{\partial x_m} & \frac{\partial \alpha}{\partial y_m} & \frac{\partial \alpha}{\partial x_p} & \frac{\partial \alpha}{\partial y_p} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Al combinar la Ecuación 2.35. y la Ecuación 2.47. se obtiene:

$$\dot{\sigma}_F = J_F R_T V_F \quad (2.50)$$

Para calcular el controlador se necesita despejar las acciones de control, lo cual implica invertir el Jacobiano de formación que es una matriz no cuadrada, para este efecto se usa en concepto de matriz pseudo inversa revisado en la Ecuación 1.43. de donde se obtiene el controlador como:

$$V_F = R_T^{-1} J_F^\dagger \dot{\sigma}_F \quad (2.51)$$

Para completar el controlador se plantea la siguiente ley de control:

$$U_F = R_T^{-1} J_F^\dagger (\dot{\sigma}_F + K_F \tanh \tilde{\sigma}_F) \quad (2.52)$$

Donde:

$V_F$ : es el controlador de formación.

$U_F$ : es el controlador completo de formación.

$K_F$ : es una matriz diagonal positiva que permite ajustar la respuesta del controlador

$\dot{\sigma}_F$ : es la primera derivada de las variables de la tarea de formación

$\tilde{\sigma}_F$ : es el error de las variables de la tarea de formación.

#### 2.2.3.4 Controlador de posición del centroide

Para este controlador de posición del centroide de los extremos de los dedos de la mano robótica se usa como objetivos de control los definidos en la Ecuación 2.38. donde el objetivo de la tarea es que el centroide de la formación mantenga la posición establecida.

De la Ecuación 1.40. se determina la tarea a seguir por la mano robótica como:

$$\sigma_c = P_c \quad (2.53)$$

Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$\dot{\sigma}_c = \frac{\partial \sigma_c(P_c)}{\partial P_c} v_c = J_c(P_c) v_c \quad (2.54)$$

Donde:

$\sigma_c$ : es la tarea de posición del centroide

$\dot{\sigma}_c$ : es la primera derivada de la tarea de posición del centroide

$J_c$ : es el jacobiano de la tarea de posición del centroide.

$v_c$ : son las velocidades de las acciones de control de posición del centroide

Jacobiano de posición del centroide

El jacobiano de la tarea de posición del centroide relaciona las velocidades de los extremos de cada dedo de la mano robótica con las variables de control.

La tarea de posición del centroide está definida como:

$$\sigma_c = [x_c \quad y_c]^T \quad (2.55)$$

De donde la matriz Jacobiano de la tarea de posición del centroide queda definido como:

$$J_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial x_c}{\partial y_i} & \frac{\partial x_c}{\partial x_m} & \frac{\partial x_c}{\partial y_m} & \frac{\partial x_c}{\partial x_p} & \frac{\partial x_c}{\partial y_p} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} & \frac{\partial y_c}{\partial x_m} & \frac{\partial y_c}{\partial y_m} & \frac{\partial y_c}{\partial x_p} & \frac{\partial y_c}{\partial y_p} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Al combinar la Ecuación 2.37. y Ecuación 2.54. se obtiene:

$$\dot{\sigma}_c = J_c R_T V_c \quad (2.57)$$

Para calcular el controlador se necesita despejar las acciones de control, lo cual implica invertir el Jacobiano de rotación que es una matriz no cuadrada, para este efecto se usa en concepto de matriz pseudo inversa revisado en la Ecuación 1.43. de donde se obtiene el controlador como:

$$V_c = R_T^{-1} J_c^\dagger \dot{\sigma}_c \quad (2.58)$$

Para completar el controlador se plantea la siguiente ley de control:

$$U_C = R_T^{-1} J_C^\dagger (\dot{\sigma}_C + K_C \tanh \tilde{\sigma}_C) \quad (2.59)$$

Donde:

$V_C$ : es el controlador de posición del centroide.

$U_C$ : es el controlador completo de posición del centroide.

$K_C$ : es una matriz diagonal positiva que permite ajustar la respuesta del controlador

$\dot{\sigma}_C$ : es la primera derivada de las variables de la tarea de formación

$\tilde{\sigma}_C$ : es el error de las variables de la tarea de formación.

### 2.2.3.5 Controlador con prioridad en la formación

En esta sección se realiza el diseño del controlador basado en espacios nulos para alcanzar varios objetivos de control al mismo tiempo. En este caso la tarea principal es el control de la formación, mientras que la tarea secundaria es la posición del centroide.

La proyección de la tarea de posición del centroide sobre la tarea de formación según la Ecuación 1.44. se define como:

$$N_{C_F} = (I - J_C^\dagger J_C) \quad (2.60)$$

Donde:

$N_{C_F}$ : es la proyección de la tarea de posición sobre el espacio nulo de la tarea de formación.

Considerando la Ecuación 1.45. el controlador basado en espacios nulos con prioridad en la formación queda de la siguiente manera:

$$U_{F_C} = U_F + N_{C_F} U_C \quad (2.61)$$

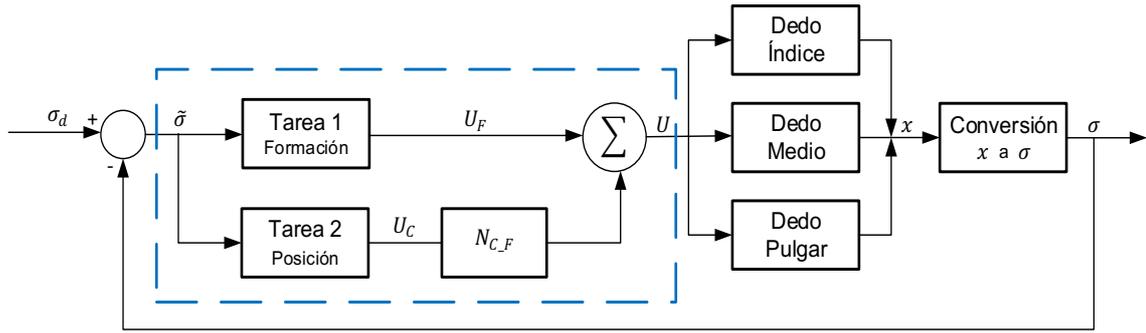
Donde:

$U_{F_C}$ : es el controlador basado en espacios nulos para formación y posición con prioridad en formación

Desarrollando la Ecuación 2.61. en base a la Ecuación 2.52. y la Ecuación 2.59. se tiene:

$$U_{F_C} = R_T^{-1} \left( J_F^\dagger (\dot{\sigma}_F + K_F \tanh \tilde{\sigma}_F) + (I - J_C^\dagger J_C) \left( J_C^\dagger (\dot{\sigma}_C + K_C \tanh \tilde{\sigma}_C) \right) \right) \quad (2.62)$$

De manera general se muestra un diagrama de bloques del controlador a implementar.



**Figura 2.13.** Diagrama de bloques del control basado en espacios nulos con prioridad en la formación.

### 2.2.3.6 Controlador con prioridad en la posición del centroide.

En este caso la tarea principal es el control de la posición del centroide, mientras que la tarea secundaria es la formación.

La proyección de la tarea de formación sobre la tarea de posición según la Ecuación 1.44. se define como:

$$N_{F_C} = (I - J_F^\dagger J_F) \quad (2.63)$$

Donde:

$N_{F_C}$ : es la proyección de la tarea de formación sobre el espacio nulo de la tarea de posición.

Considerando la ecuación 1.45 el controlador basado en espacios nulos con prioridad en la formación queda de la siguiente manera:

$$U_{C_F} = U_C + N_{F_C} U_F \quad (2.64)$$

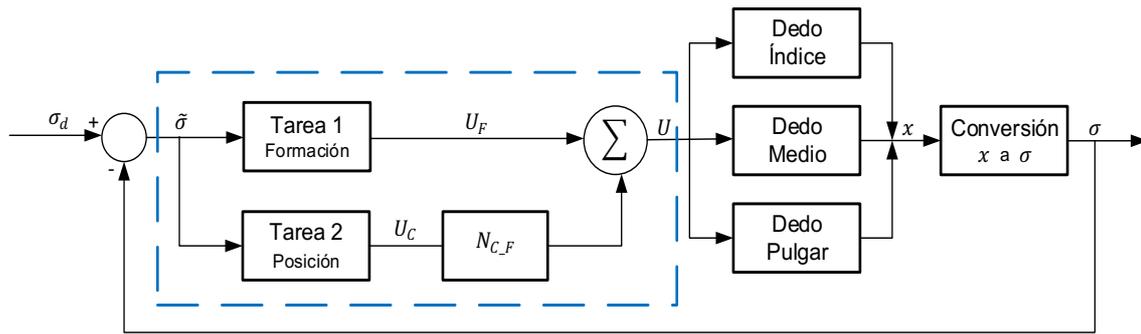
Donde:

$U_{C_F}$ : es el controlador basado en espacios nulos para formación y posición con prioridad en la posición.

Desarrollando la Ecuación 2.64. en base a la Ecuación 2.52. y la Ecuación 2.59. se tiene:

$$U_{C_F} = R_T^{-1} \left( J_C^\dagger (\dot{\sigma}_C + K_C \tanh \tilde{\sigma}_C) + (I - J_F^\dagger J_F) J_F^\dagger (\dot{\sigma}_F + K_F \tanh \tilde{\sigma}_F) \right) \quad (2.65)$$

De manera general se muestra un diagrama de bloques del controlador a implementar.



**Figura 2.14.** Diagrama de bloques del control basado en espacios nulos con prioridad en la posición.

### 2.3 DISEÑO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

Hay que tomar en cuenta que este proyecto de titulación tiene un sistema completo de simulación que consta de dos partes fundamentales, el software de Matlab y Simulink, teniendo como enlace de ambos la interfaz de usuario desarrollada en un guide con el objetivo de dar mayor confort al usuario y facilitar las simulaciones de la Mano Robótica.

En esta sección se describe el diseño de la interfaz gráfica desarrollada para comprobar el funcionamiento de los controladores, para analizar los tipos de agarre (PID, SMC) y las tareas de formación y posición del centroide (ESPACIO NULO), asimismo se puede observar el rendimiento de cada controlador mediante el índice de desempeño IAE y las gráficas de la respuesta, acciones de control y errores.

Esta interfaz de usuario consta de dos etapas, la primera consiste en la portada que permite al usuario escoger entre dos opciones para la apertura del siguiente nivel, las cuales son los agarres y el desempeño de tareas.

Una vez abierta la interfaz gráfica se mostrará la portada que se observa en la Figura 2.15.



Figura 2.15. Portada de la Interfaz de Usuario

En la ventana de la portada se tienen las siguientes opciones:

Al presionar sobre la imagen AGARRES se despliega la ventana de agarres (Figura 2.16.).

Al presionar sobre la imagen FORMACIÓN – POSICIÓN se despliega la ventana de tareas (Figura 2.22.).

Al presionar sobre el botón SALIR se cierra la interfaz.

A continuación, se detalla la ventana de agarres:

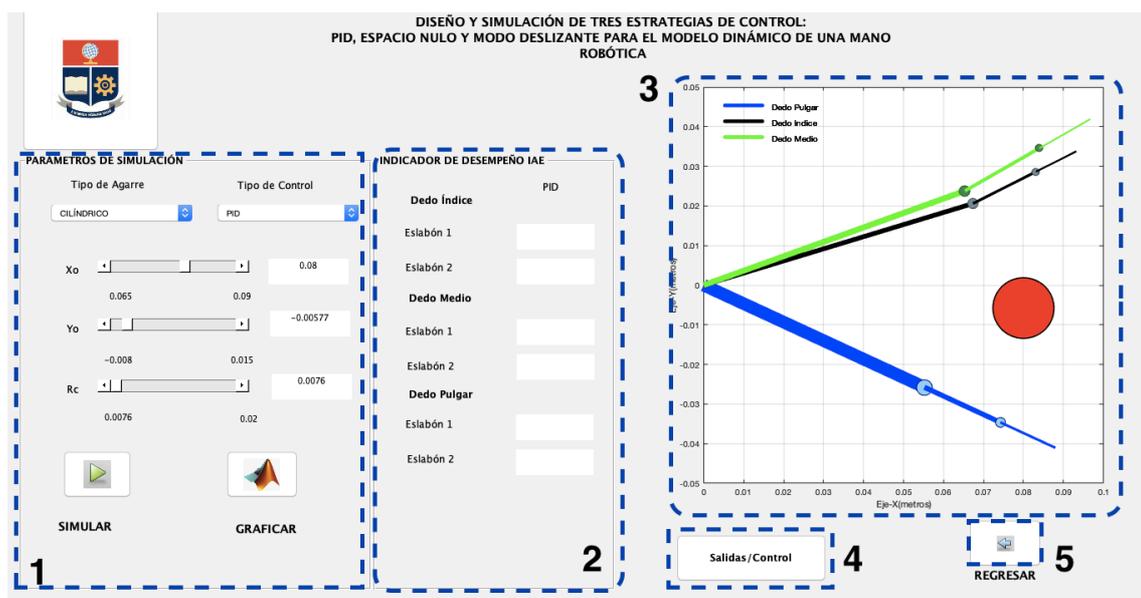


Figura 2.16. Ventana Agarres

El módulo de la Figura 2.17. está constituido por:

Menú tipo de agarre: en esta sección se despliegan las opciones: cilíndrico, de precisión y de gancho.

Menú tipo de control: en esta sección se despliegan las opciones: PID, SMC.

Xo, Yo, Rc, Ancho: son los parámetros base que se toman en cuenta al momento de iniciar la simulación. Xo y Yo son las coordenadas del centro del círculo (agarre cilíndrico y de gancho) y rectángulo (agarre de precisión), Rc es el radio del círculo y Ancho es la altura del rectángulo.

Botón Simular: al presionar este botón se da inicio a la simulación.

Botón Graficar: una vez finalizada la simulación, este botón permite visualizar el movimiento que realizan los dedos para cada agarre.



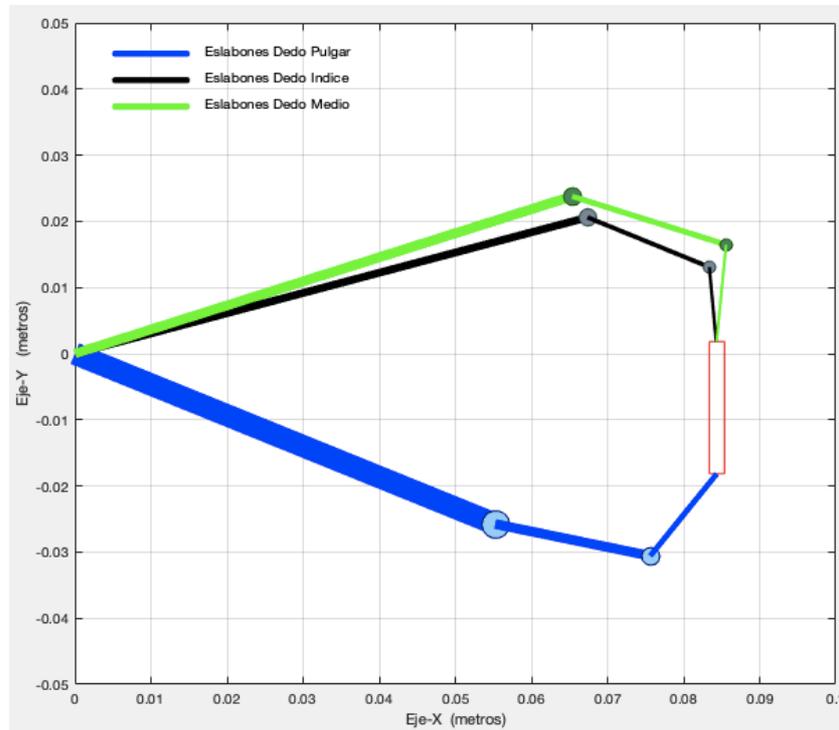
**Figura 2.17.** Módulo parámetros de simulación de la ventana agarres

En el módulo de la Figura 2.18. se muestra numéricamente el indicador de desempeño IAE para los dos eslabones de cada dedo (índice, medio y pulgar), tanto para el control tipo PID como para el SMC.



**Figura 2.18.** Modulo indicadores de desempeño de la ventana agarres

En el módulo de la Figura 2.19. se puede observar la representación gráfica de los movimientos de los eslabones de cada dedo, de acuerdo, a los parámetros de simulación ingresados.

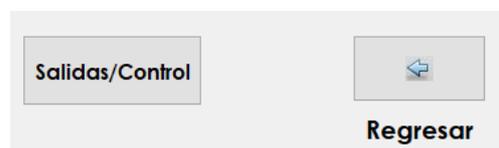


**Figura 2.19.** Módulo de visualización gráfica de la ventana agarres

y (5) El módulo de la Figura 2.20. está constituido por los siguientes botones:

**Salidas/Control:** Este botón permite visualizar las respuestas, acciones de control y error del sistema, al simular la planta con los controladores tipo PID o SMC.

**Regresar:** Al presionar este botón se cierra la ventana de agarres (Figura 2.16.) y se despliega la portada de la interfaz (Figura 2.15.).



**Figura 2.20.** Módulo Botones auxiliares de la ventana agarres

En la Figura 2.21. se muestra las gráficas de respuesta, acciones de control y errores de la Mano Robótica al aplicar los controladores tipo PID o SMC.

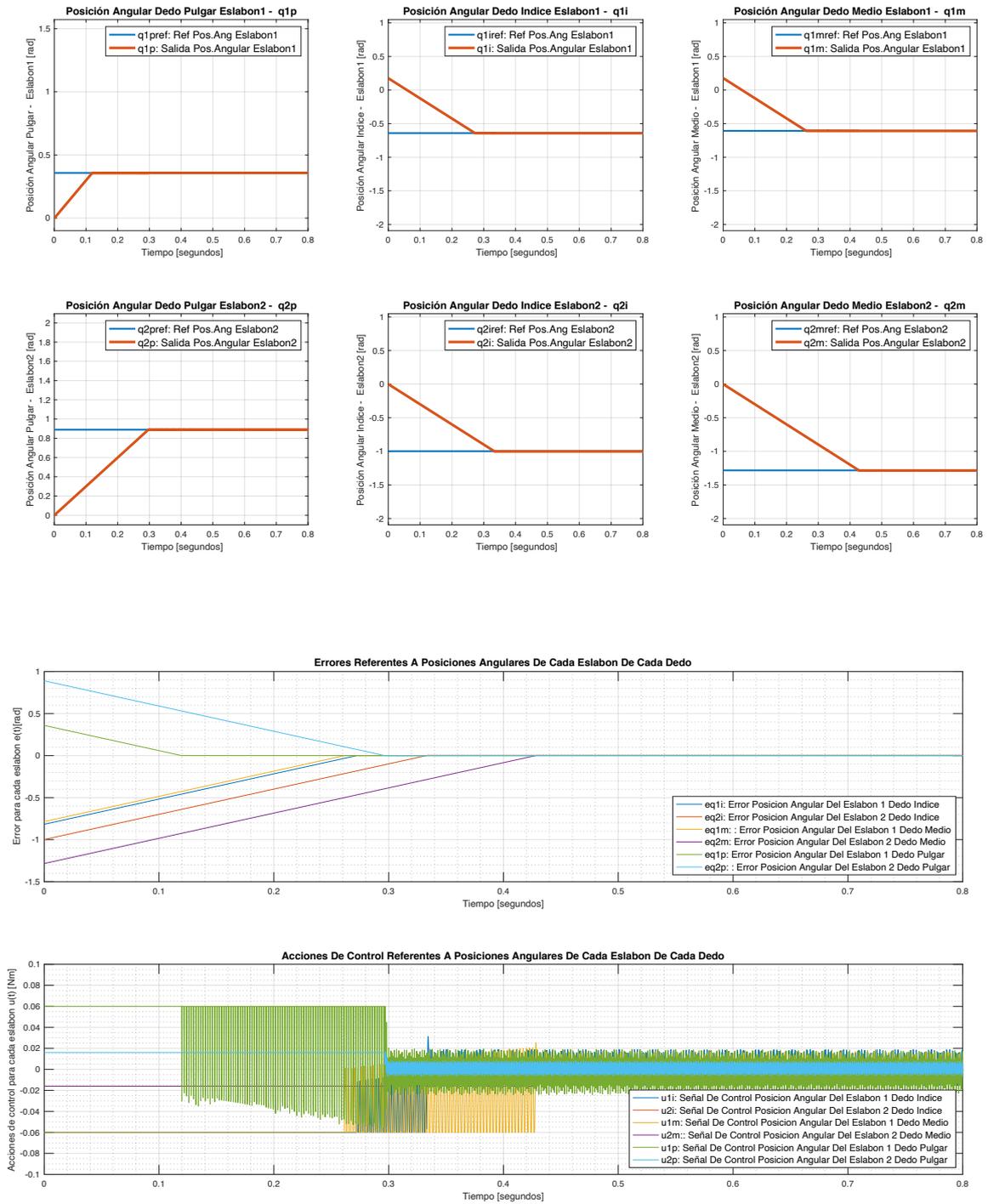
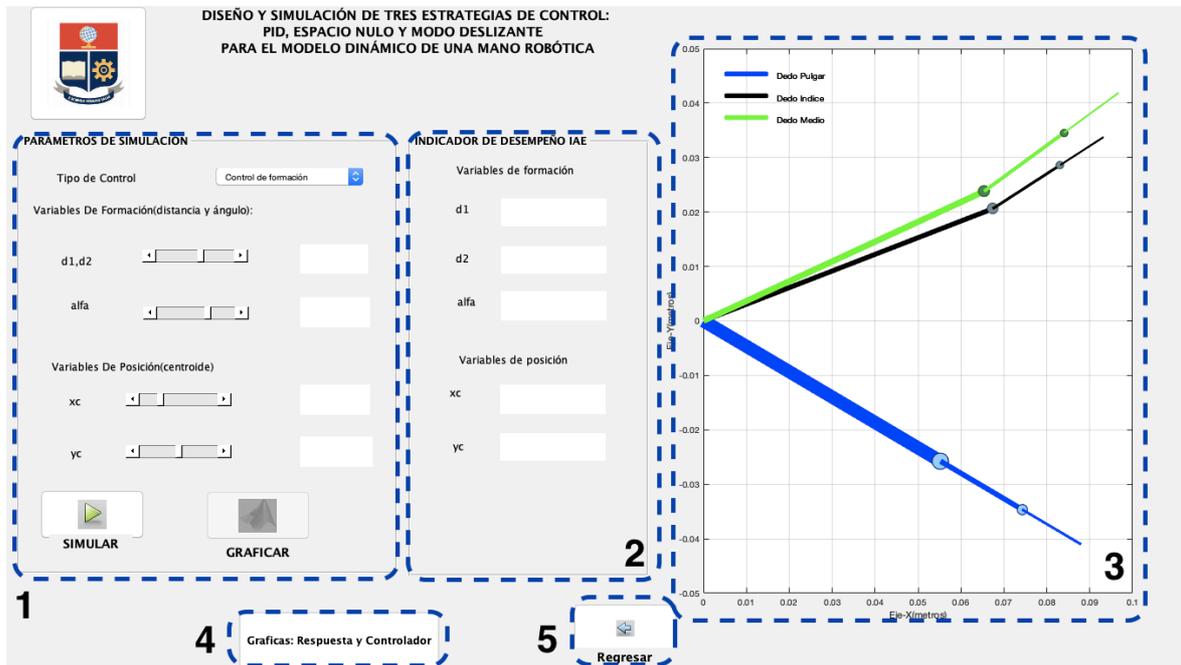


Figura 2.21. Ventana de gráficas de respuesta, acciones de control y errores del sistema en la ventana agarres

A continuación, se detalla la ventana de tareas:



**Figura 2.22.** Ventana de Tareas

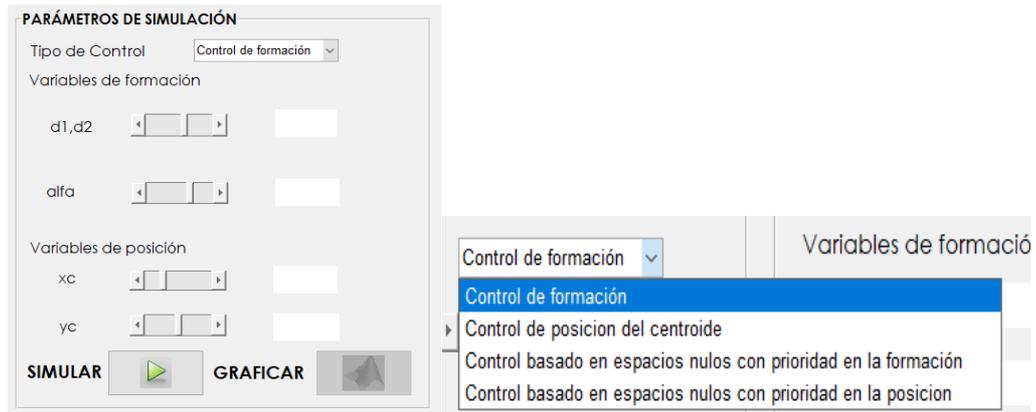
El módulo de la Figura 2.23. está constituido por:

Menú tipo de control: en esta sección se despliegan las opciones: Control de formación, Control de posición del centroide, Control de basado en espacio nulo con prioridad en la formación y Control de basado en espacio nulo con prioridad en la posición.

d, alfa, xc, yc: son los parámetros base que se toman en cuenta al momento de iniciar la simulación. d y alfa son los parámetros de la formación y xc, yc son las coordenadas del centroide de los extremos de los dedos de la mano robótica.

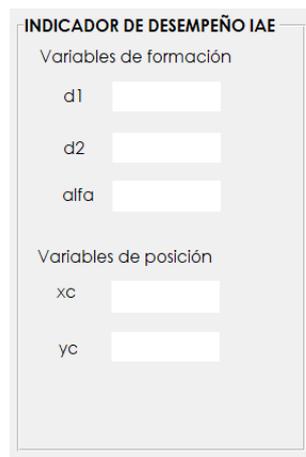
Botón Simular: al presionar este botón se da inicio a la simulación.

Botón Graficar: una vez finalizada la simulación, este botón permite visualizar el movimiento que realizan los dedos para cada tarea.



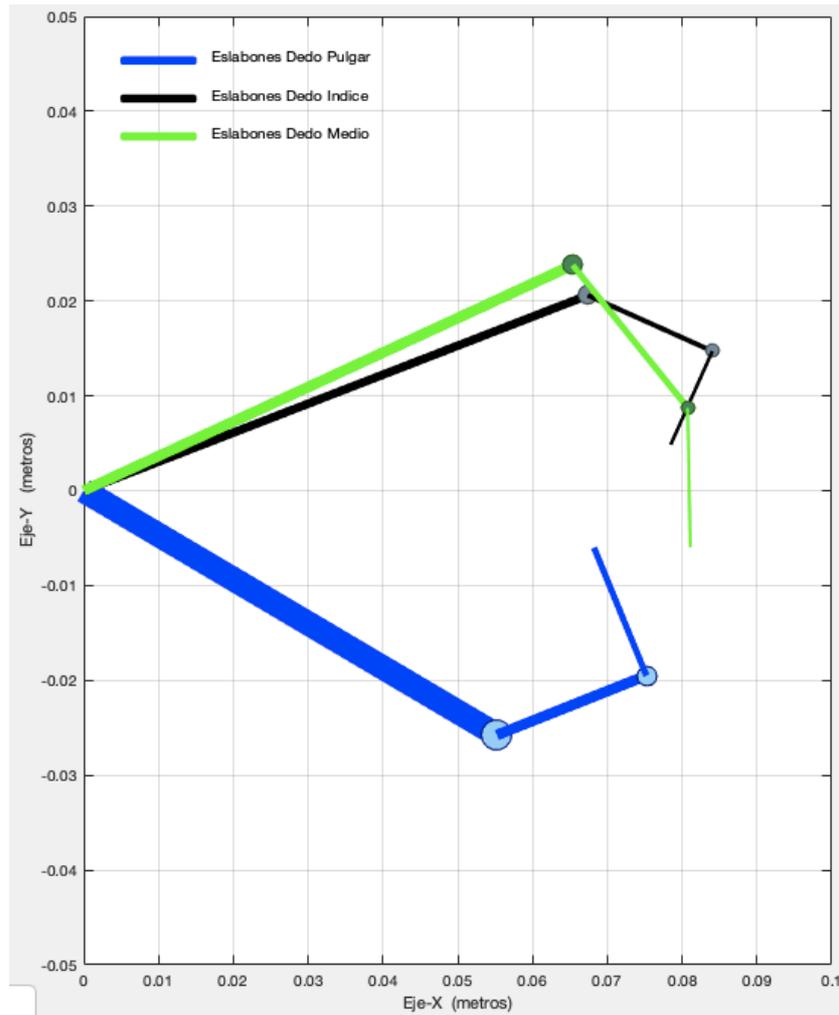
**Figura 2.23.** Módulo parámetros de simulación de la ventana de tareas

En el módulo de la Figura 2.24. se muestra numéricamente el indicador de desempeño IAE de los parámetros de formación y posición del centroide que son mostrados de acuerdo, al tipo de controlador escogido.



**Figura 2.24.** Modulo indicadores de desempeño de la ventana de tareas

En el módulo de la Figura 2.25. se puede observar la representación gráfica de los movimientos de los eslabones de cada dedo, de acuerdo, a los parámetros de simulación ingresados.

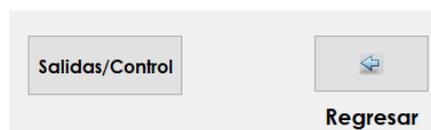


**Figura 2.25.** Módulo de visualización gráfica de la ventana de tareas

y (5) El módulo de la Figura 2.26. está constituido por los siguientes botones:

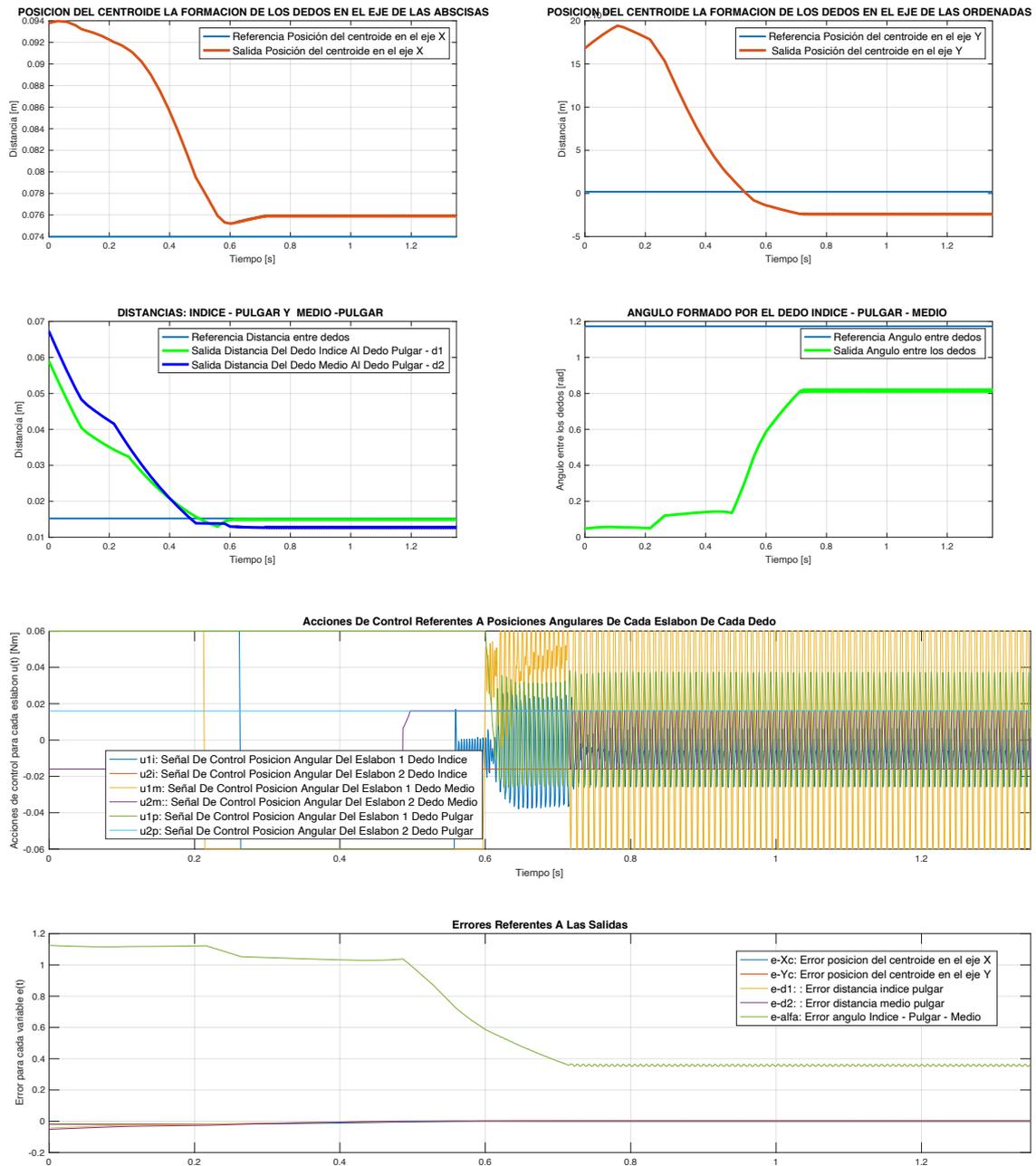
Salidas/Control: Este botón permite visualizar las respuestas, acciones de control y error del sistema, al simular la planta con los controladores de formación y posición.

Regresar: Al presionar este botón se cierra la ventana de tareas (Figura 2.22.) y se despliega la portada de la interfaz (Figura 2.15.).



**Figura 2.26.** Módulo Botones auxiliares de la ventana de tareas

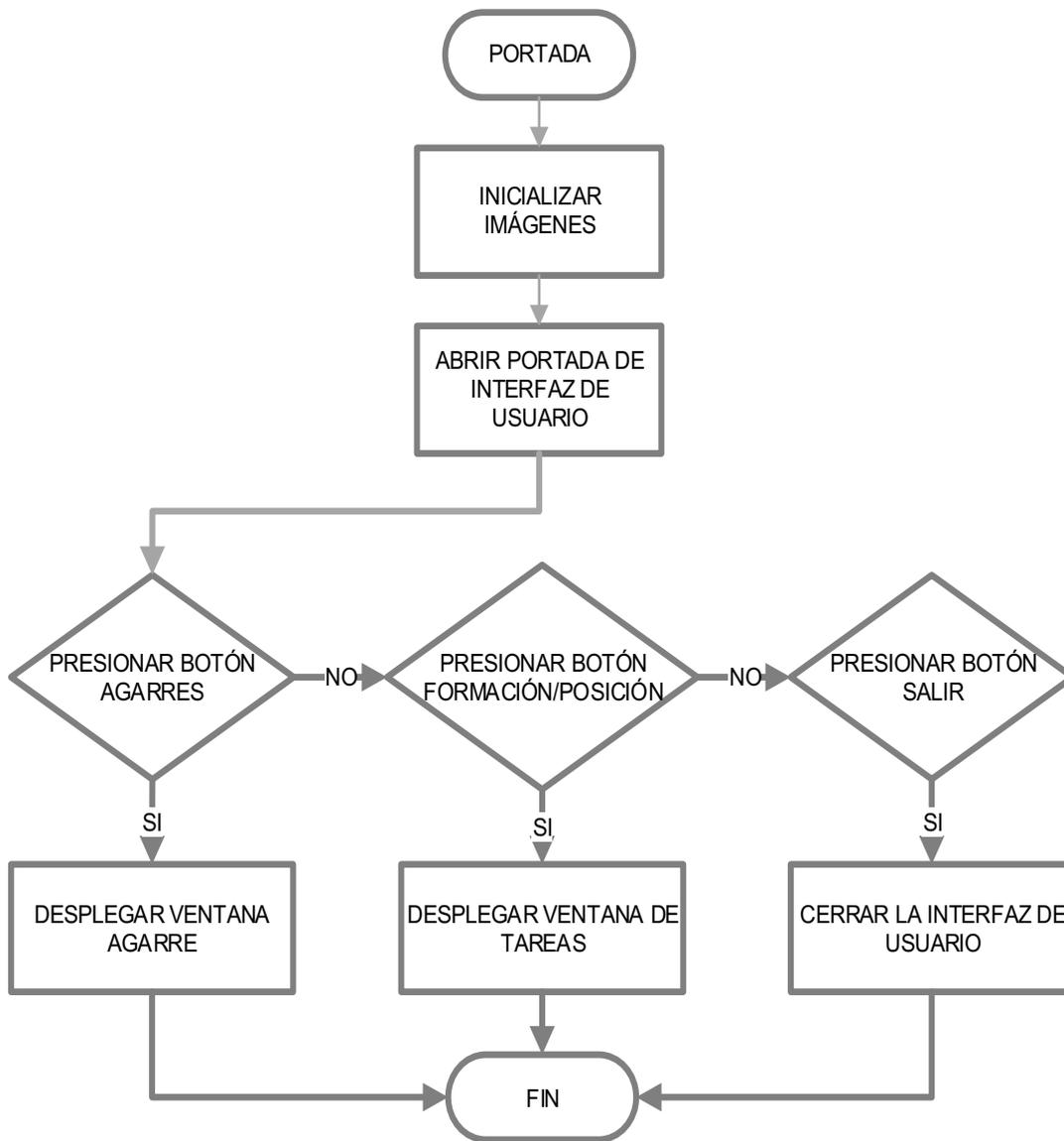
En la Figura 2.27. se muestra las gráficas de respuesta, acciones de control y errores de la Mano Robótica al aplicar el control seleccionado.



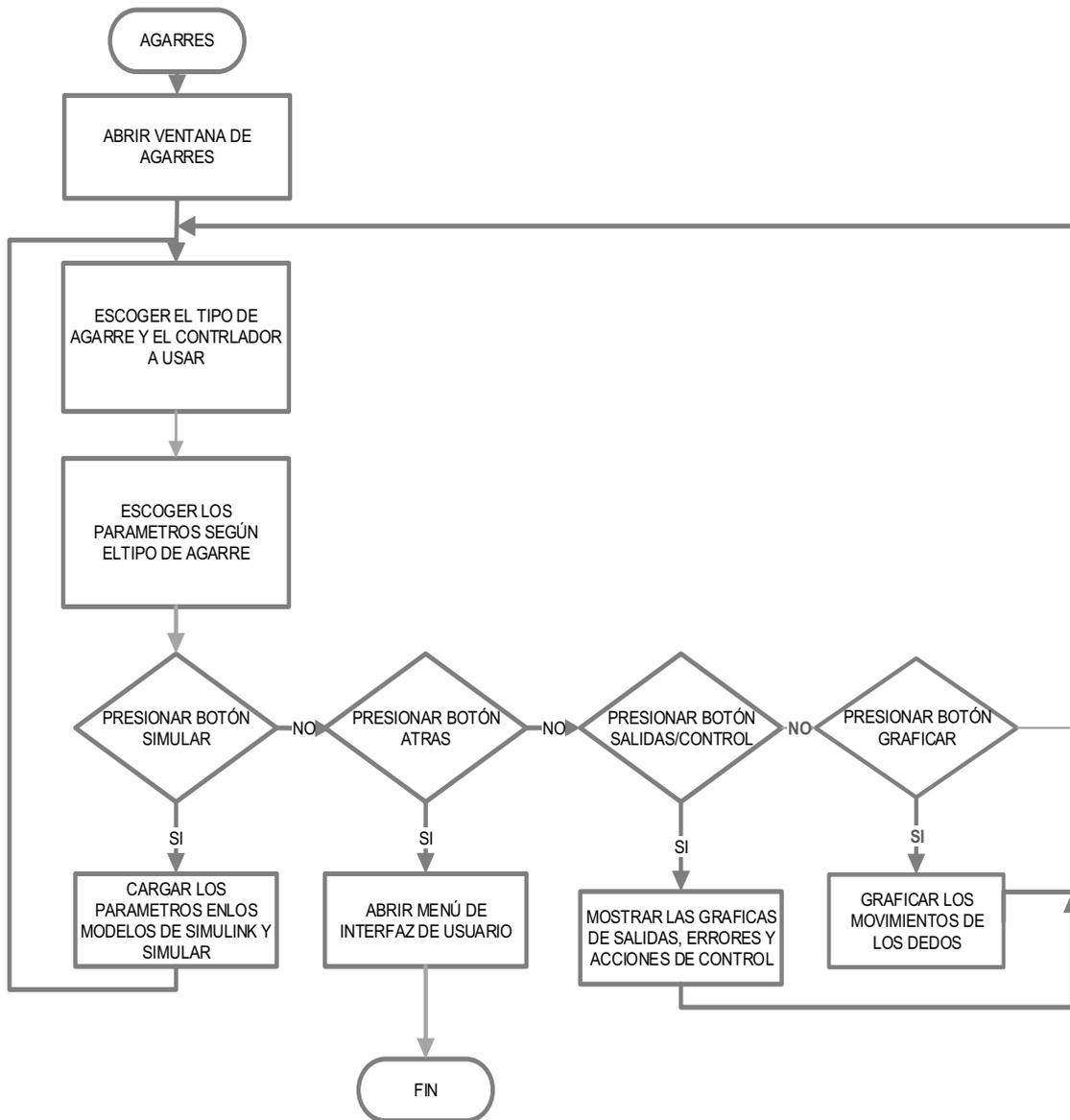
**Figura 2.27.** Ventana de gráficas de respuesta, acciones de control y errores del sistema de la ventana de tareas

### 2.3.1 DIAGRAMAS DE FLUJO DE LA INTERFAZ DE USUARIO

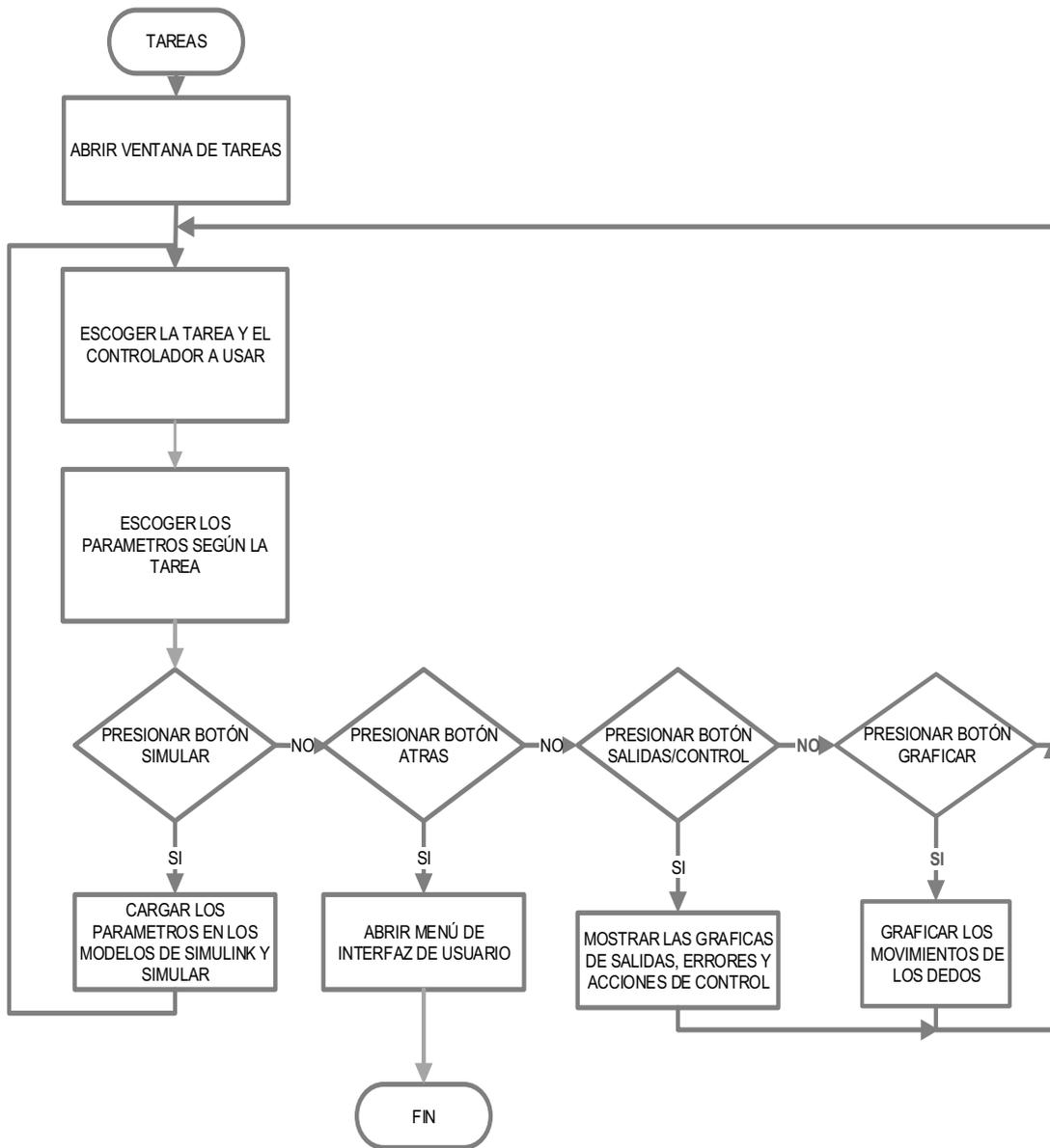
A continuación, se muestran los diagramas de flujo de las ventanas de apertura (Figura 2.28.), agarres (Figura 2.29.) y tareas (Figura 2.30.). Estos diagramas muestran el funcionamiento general de la interfaz gráfica de usuario.



**Figura 2.28.** Diagrama de flujo de la ventana de portada



**Figura 2.29.** Diagrama de flujo de la ventana de agarres



**Figura 2.30.** Diagrama de flujo de la ventana de tareas

### 3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

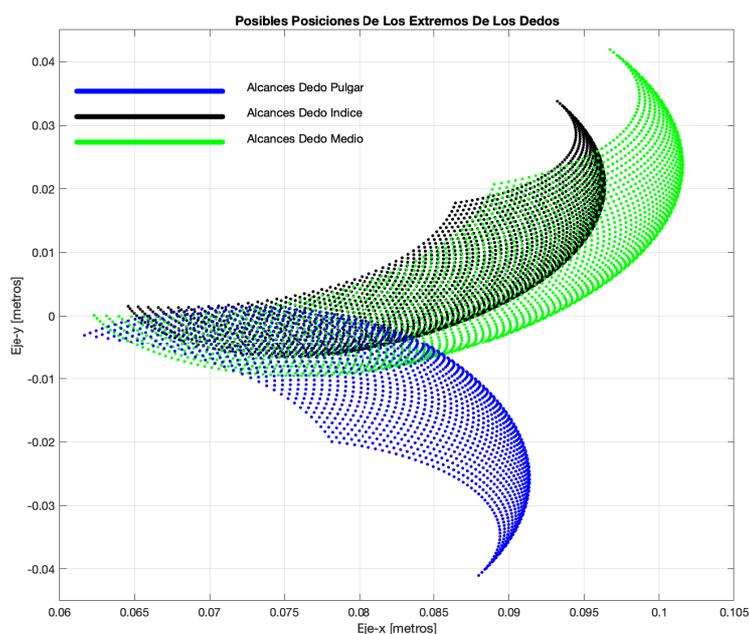
En esta sección se presentan las diferentes pruebas realizadas y los resultados obtenidos en los distintos tipos de agarres y las tareas realizadas usando cada uno de los controladores diseñados en el capítulo 2.

El capítulo 3 está distribuido en dos secciones, las cuales se detallan a continuación:

Sección 3.1. Pruebas de agarres: en esta sección se recopila los resultados de las pruebas realizadas en simulación de los 3 tipos de agarres planteados (Gancho, precisión y cilíndrico) utilizando las técnicas de control PID y SMC.

Sección 3.2. Pruebas de tarea: en esta sección se recopila los resultados de las pruebas realizadas en simulación de las tareas planteadas (formación, posición del centroide, espacios nulos con prioridad en la formación y espacios nulos con prioridad en la posición del centroide).

Cabe mencionar que la mano robótica compuesta por los dedos índice, medio y pulgar los cuales fueron modelados como una junta de dos eslabones cada uno. Cada eslabón posee restricciones en el movimiento angular que posee como se detalló en la Tabla 1.1. del capítulo 1. Estas restricciones en el movimiento de cada eslabón delimitan en gran medida el movimiento y posibles posiciones dentro del plano (x, y) de los extremos de cada dedo como se muestra en la Figura 3.1.



**Figura 3.1.** Límites de posicionamientos del extremo de cada dedo

En la Figura 3.1. se muestra los límites de posibles posicionamientos de los extremos de los dedos de la mano robótica en el plano (x, y) en color azul (pulgar), en color verde (medio) y en color negro (índice).

Estas limitantes anteriores se deben tener en cuenta al momento de variar los parámetros de simulación de la interfaz donde no se debe exigir un objetivo de control fuera de estos límites físicos de la mano robótica.

### 3.1 PRUEBAS DE AGARRES

En esta sección se va a probar cada uno de los agarres que son: agarre cilíndrico, agarre prensil y agarre tipo gancho que fueron planeados en el capítulo 1 en la sección 1.3.

#### 3.1.1 AGARRE CILÍNDRICO

Esta prueba consiste en simular el agarre de un objeto cilíndrico donde el usuario puede variar las coordenadas del centro del cilindro y su radio. Los dedos de la mano robótica deben ubicarse alrededor del cilindro de una forma tangencial.

Para esta prueba se toma como referencia un cilindro con su centro ubicado en el punto (0.08,0) m y de radio 0.018 m como se muestra en la Figura 3.2.

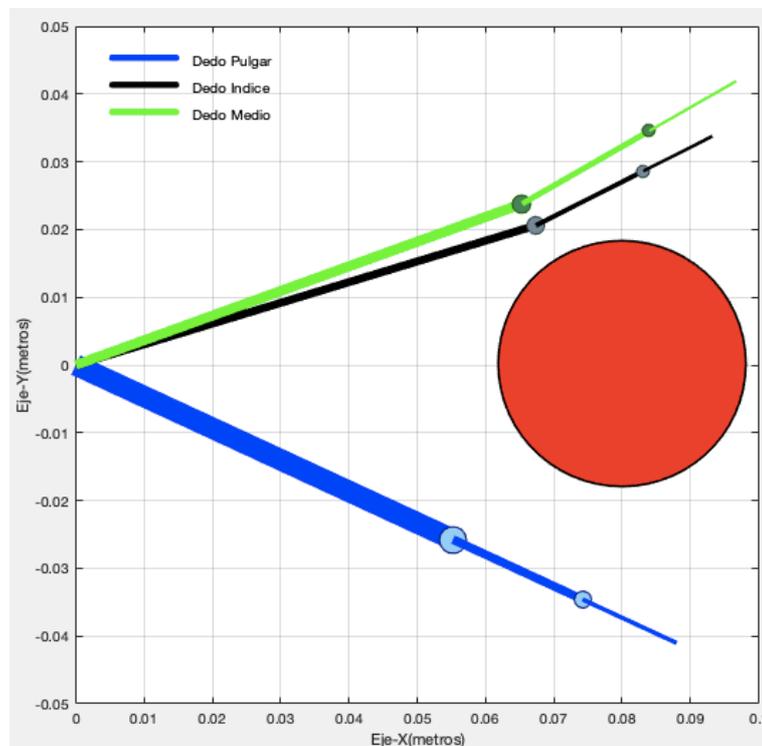
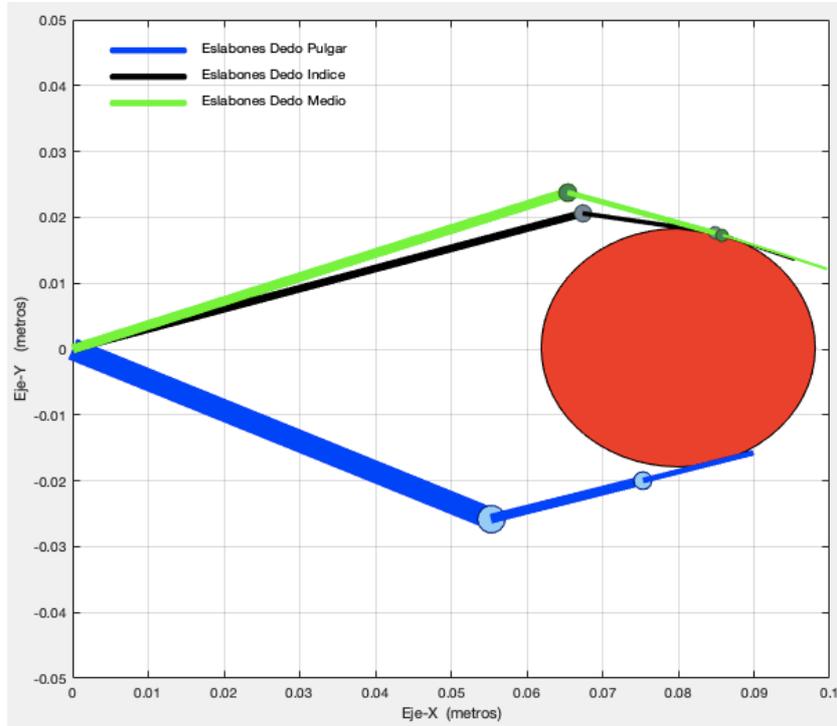


Figura 3.2. Prueba de agarre cilíndrico posición inicial

### 3.1.1.1 Resultados de los controladores

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con el controlador tipo PID y SMC aplicado al agarre cilíndrico en la Figura 3.3.



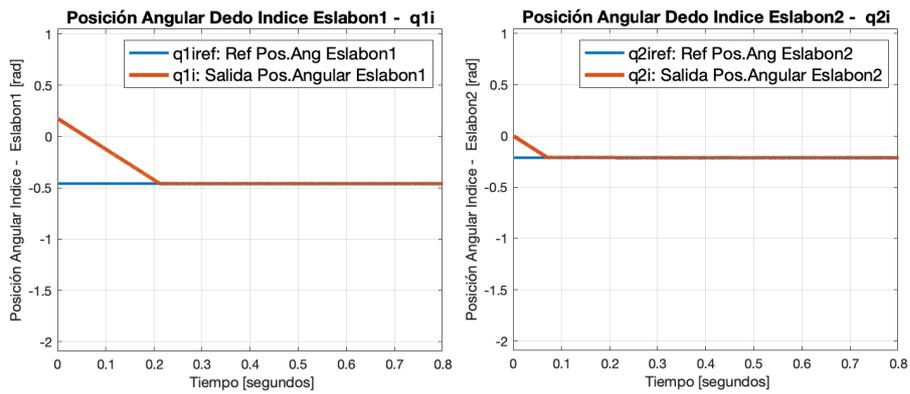
**Figura 3.3.** Prueba de agarre cilíndrico con PID y SMC

A partir de la cinemática inversa se determina las posiciones angulares de referencia de cada dedo para cumplir el agarre propuesto, las cuales se muestran en la Tabla 3.1.

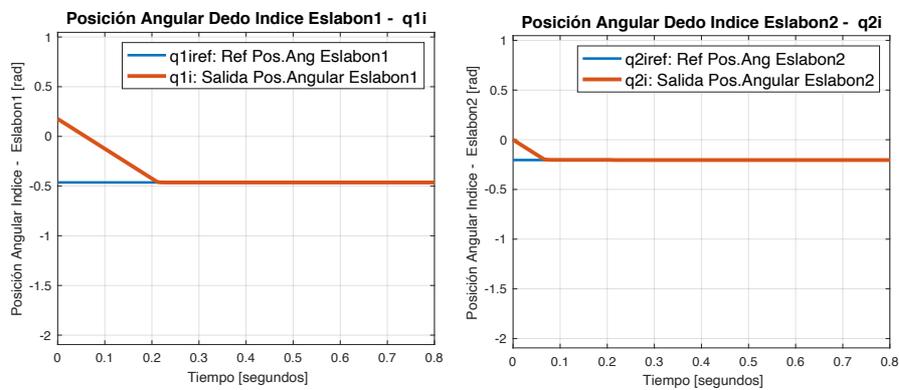
**Tabla 3.1.** Posiciones angulares de referencia de agarre cilíndrico para PID y SMC

DEDOS	$q_{1ref}$	$q_{2ref}$
ÍNDICE	-0.043	-0.256
MEDIO	-0.632	-0.08417
PULGAR	0.6882	0

En la Figura 3.4. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo índice al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.5 se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.



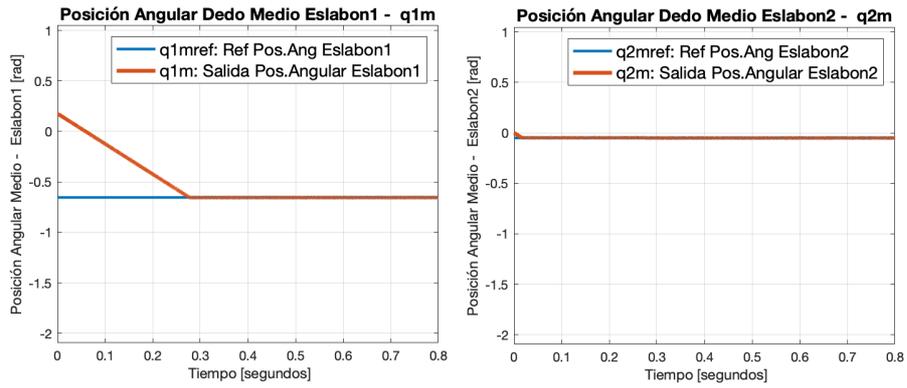
**Figura 3.4.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con PID



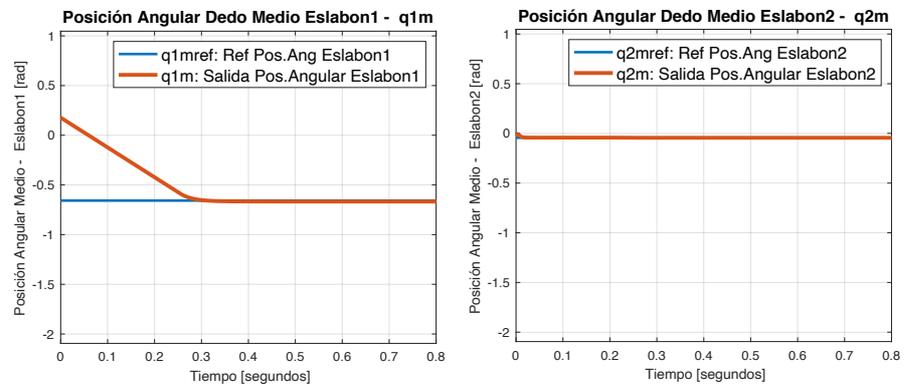
**Figura 3.5.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con SMC

En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre cilindrico son similares en ambos eslabones del dedo indice; tanto para el control PID y SMC.

En la Figura 3.6. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo medio al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.7. se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.



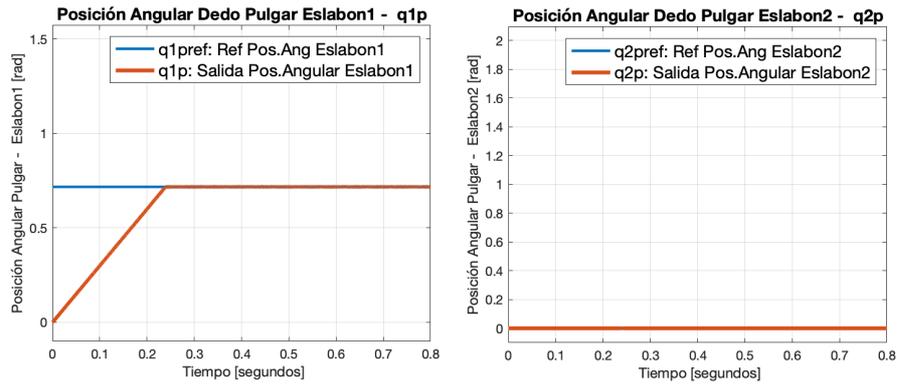
**Figura 3.6.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con PID



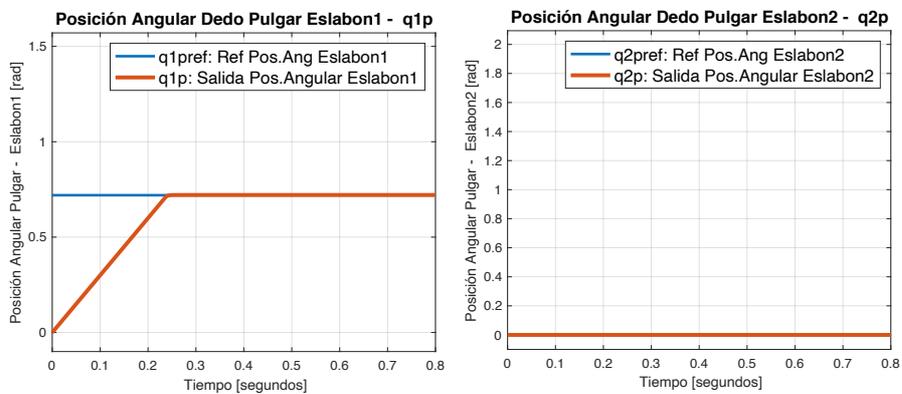
**Figura 3.7.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con SMC

En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre cilindrico son similares en ambos eslabones del dedo medio; tanto para el control PID y SMC.

En la Figura 3.8. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo pulgar al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.9. se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.



**Figura 3.8.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con PID.

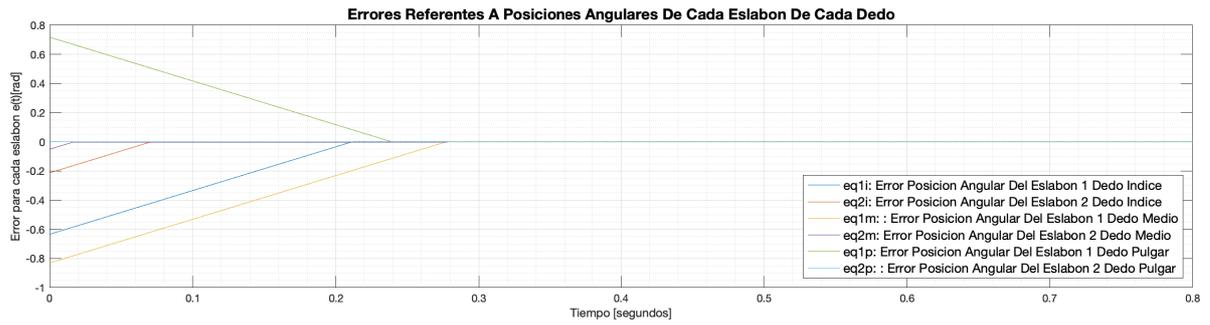


**Figura 3.9.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con SMC

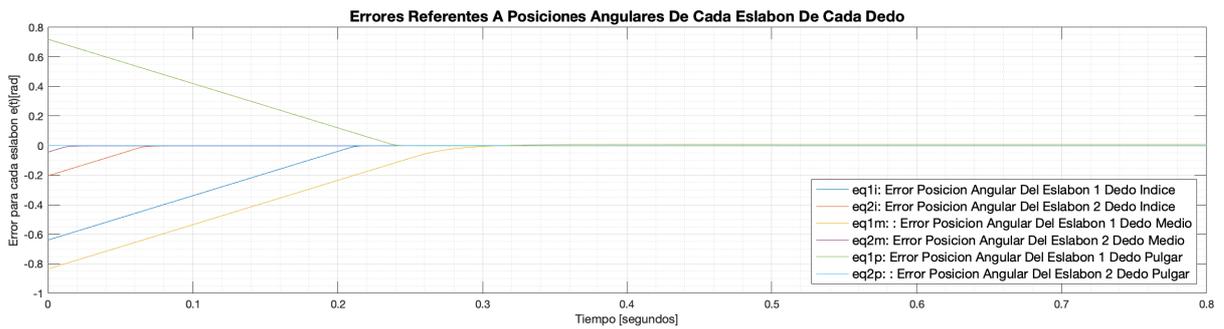
En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre cilindrico son similares en ambos eslabones del dedo pulgar; tanto para el control PID y SMC.

Para cada eslabón de los dedos índice, medio y pulgar se confirmó que los controladores logran posicionar los mismos en los puntos de consigna establecidos en la Tabla 3.1.

En la Figura 3.10. y en la Figura 3.11. se muestran los errores de las posiciones angulares de los eslabones de cada dedo al aplicar la técnica PID y SMC respectivamente. En ambos casos estos son prácticamente nulos.



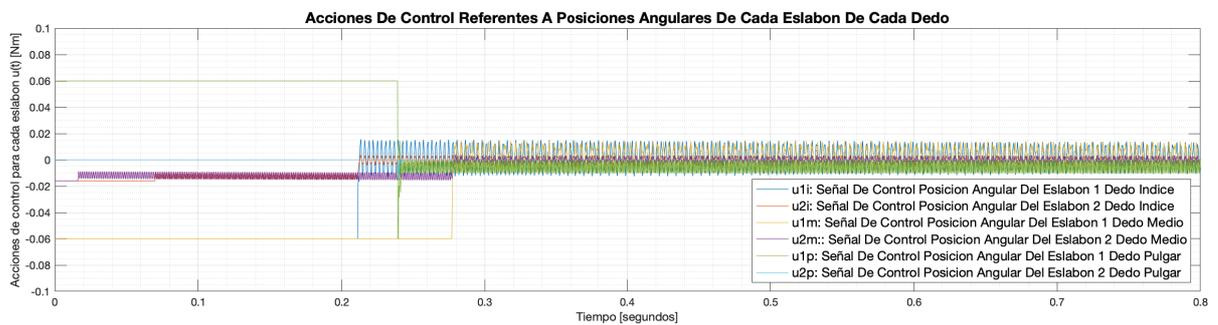
**Figura 3.10.** Errores de posiciones angulares con PID



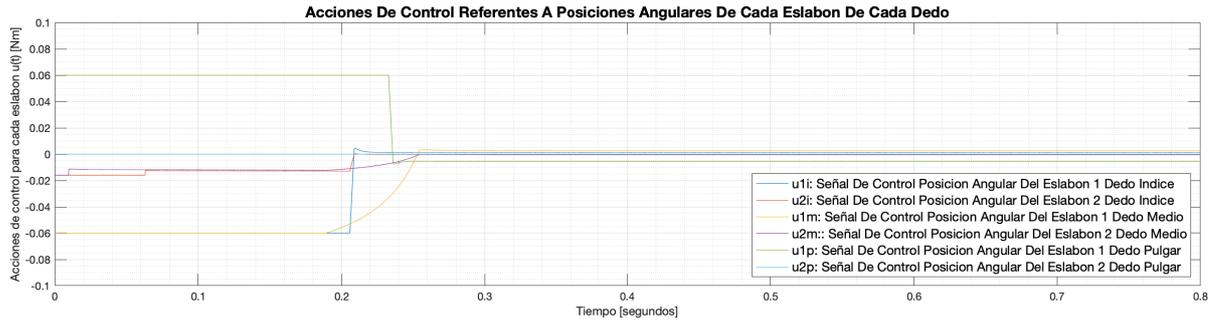
**Figura 3.11.** Errores de posiciones angulares con SMC

En base a las graficas anteriores se observa que el error de posicion tanto para los controladores PID y SMC es practicamente cero.

En la Figura 3.12. y Figura 3.13. se muestran las acciones de control que se envían al modelo dinámico de la mano robótica al aplicar las técnicas de control PID y SMC respectivamente.



**Figura 3.12.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con PID



**Figura 3.13.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con SMC

Se puede resaltar que el controlador tipo SMC genera acciones de control menos bruscas que el controlador tipo PID, lo cual se ve reflejado en las salidas o el comportamiento final de cada dedo de la mano robótica.

En la Tabla 3.2. se detallan los índices de desempeño IAE para cada eslabón de cada dedo correspondientes a los controladores PID y SMC. De esta tabla se puede concluir que los índices de desempeño del PID son ligeramente mejores en el primer eslabón, mientras que el SMC presenta valores más bajos en el segundo eslabón.

**Tabla 3.2.** Índices de desempeño IAE para agarre cilíndrico

DEDOS	PID		SMC	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
ÍNDICE	0.061944	0.011504	0.061523	0.011299
MEDIO	0.11027	0.002027	0.11612	0.001553
PULGAR	0.079	6.02 e-08	0.007989	1.0953e-08

Al analizar el caso planteado para el estudio del agarre cilíndrico se puede concluir que ambos controladores cumplen satisfactoriamente los objetivos de control, sin embargo, el controlador SMC es más suave. En un ambiente práctico sería más recomendable aplicar el controlador por modos deslizantes debido al comportamiento que las acciones de control presentan, por otro lado, también se podría aplicar el control tipo PID pero utilizando filtros para suavizar las salidas o resintonizando el controlador para que las acciones de control sean más suaves.

### 3.1.2 AGARRE DE PRECISIÓN

Esta prueba consiste en simular el agarre de un objeto rectangular donde el usuario puede variar las coordenadas del centro del rectángulo y su ancho. Los extremos de los dedos de la mano robótica deben tocar las caras superior e inferior del objeto.

Para esta prueba se toma como referencia un rectángulo con su centro ubicado en el punto (0.085,-0.005) m y de ancho 0.01 m como se muestra en la Figura 3.14.

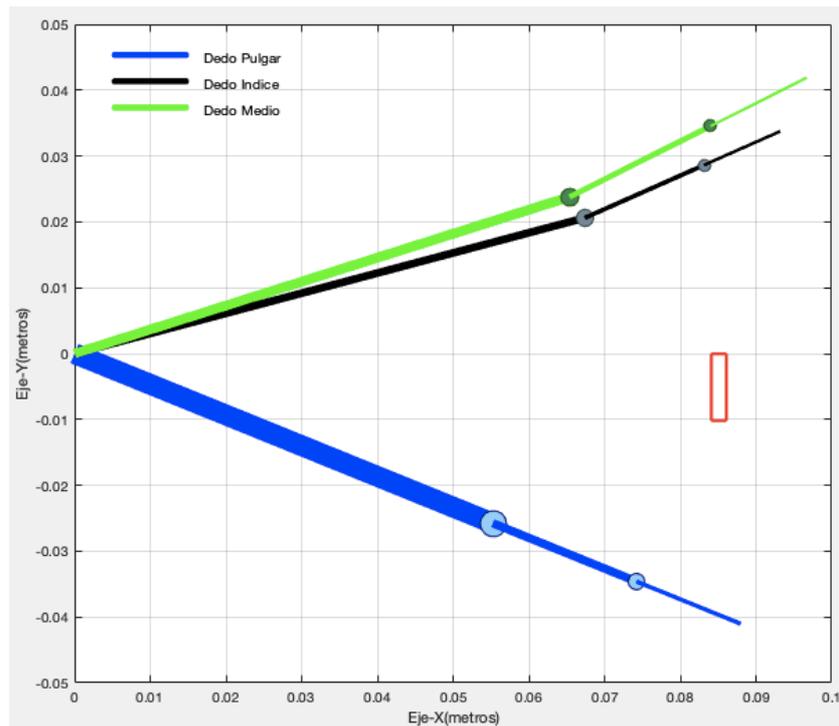
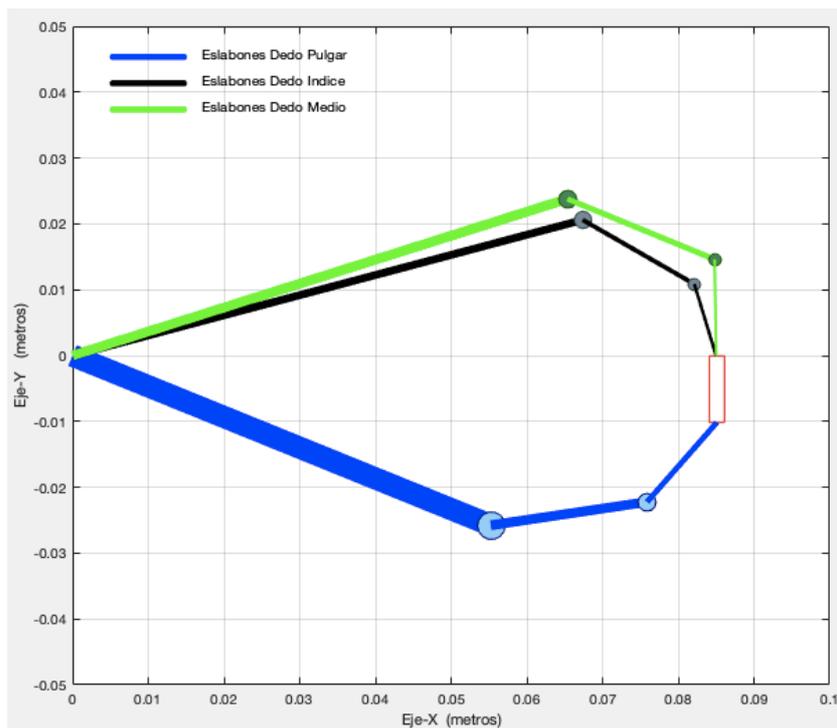


Figura 3.14. Prueba de agarre de precisión posición inicial

#### 3.1.2.1 Resultados de los controladores

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con el controlador tipo PID y SMC aplicado al agarre de precisión en la Figura 3.15.



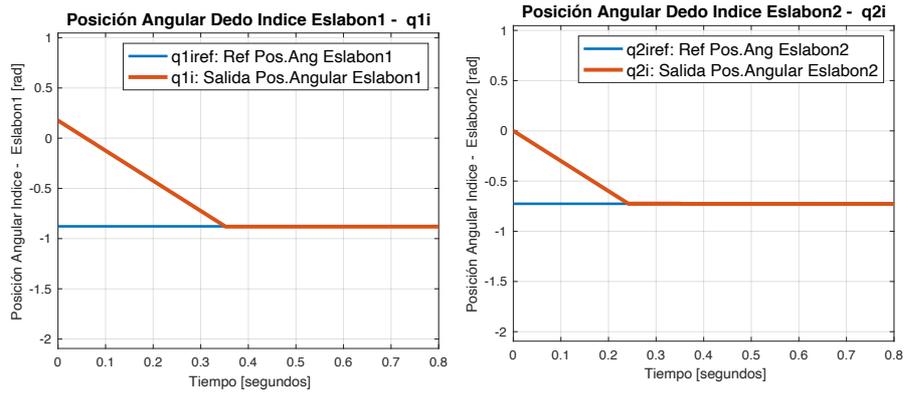
**Figura 3.15.** Prueba de agarre de precisión con PID y SMC

A partir de la cinemática inversa se determinan las posiciones angulares de referencia de cada dedo para cumplir el agarre propuesto, las cuales se muestran en la Tabla 3.3.

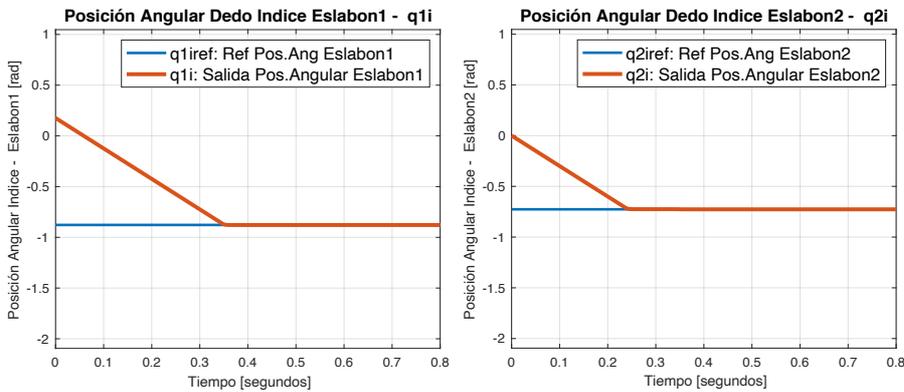
**Tabla 3.3.** Posiciones angulares de referencia de agarre de precisión para PID y SMC

DEDOS	$q_{1ref}$	$q_{2ref}$
ÍNDICE	-0.87955	-0.72307
MEDIO	-0.78846	-1.1125
PULGAR	0.6048	0.75026

En la Figura 3.16. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo índice al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.17 se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.



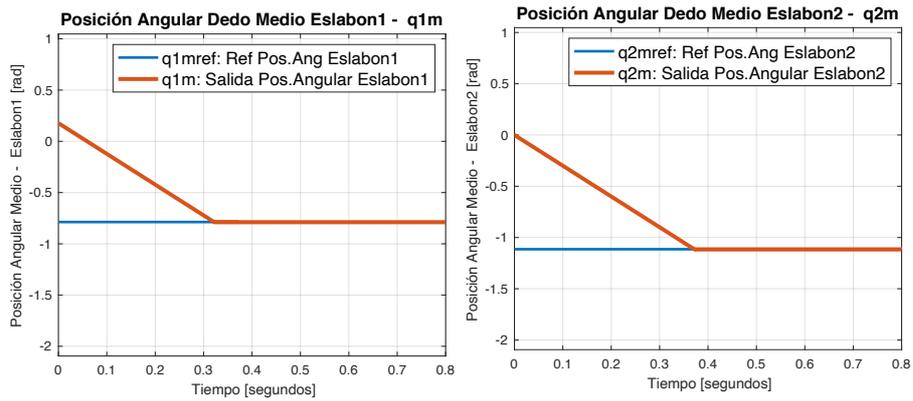
**Figura 3.16.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con PID



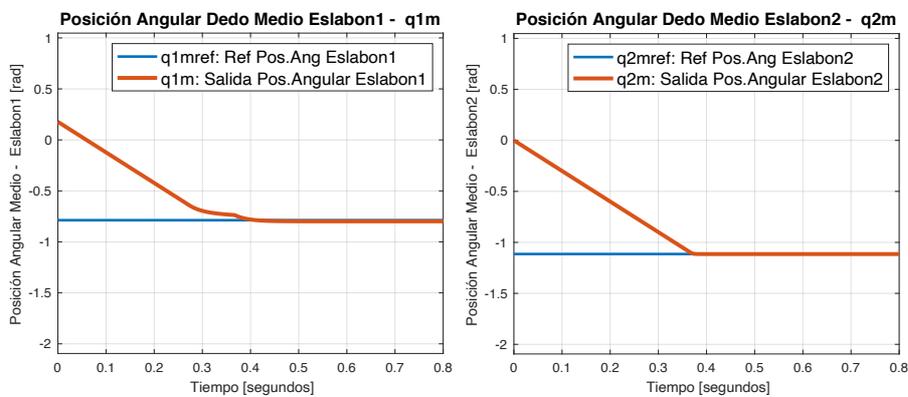
**Figura 3.17.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con SMC

En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre de precision son similares en ambos eslabones del dedo indice; tanto para el control PID y SMC.

En la Figura 3.18. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo medio al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.19. se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.



**Figura 3.18.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con PID



**Figura 3.19.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con SMC

En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre de precision son similares en ambos eslabones del dedo medio; tanto para el control PID y SMC.

En la Figura 3.20. se muestran los set-point y las respuestas de las posiciones angulares  $q_1, q_2$  del dedo pulgar al aplicar el controlador tipo PID mientras que en la Figura 3.21. se muestran las respuestas al aplicar el controlador tipo SMC.

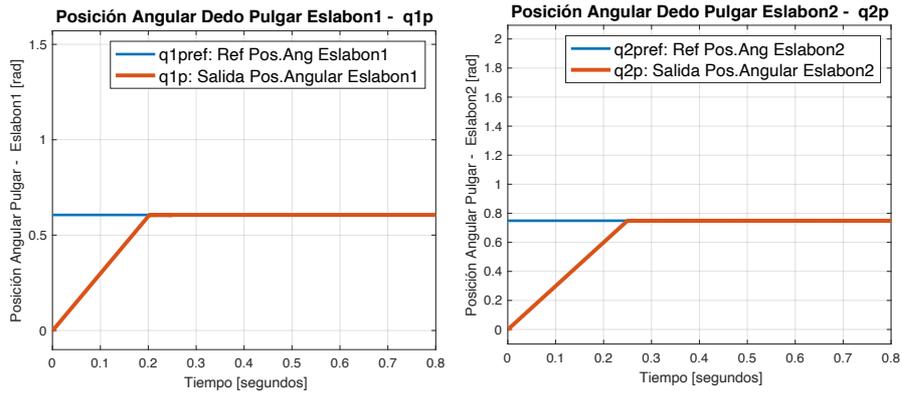


Figura 3.20. Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con PID

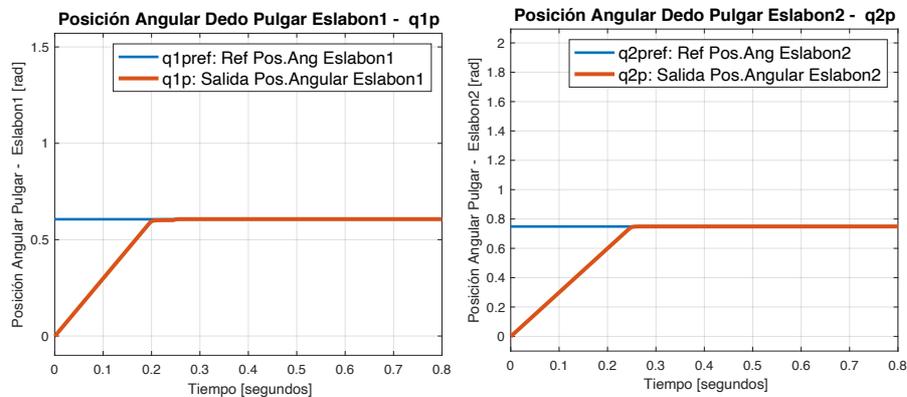


Figura 3.21. Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con SMC

En base a las graficas anteriores se puede observar que los tiempos de establecimiento para las posiciones angulares en el agarre de precision son similares en ambos eslabones del dedo pulgar; tanto para el control PID y SMC.

En la Figura 3.22 se muestran los errores de las posiciones angulares de los eslabones de cada dedo con el controlador PID y SMC en la Figura 3.23. En ambos casos estos errores tienden a cero en el ejemplo de agarre de precision propuesto.

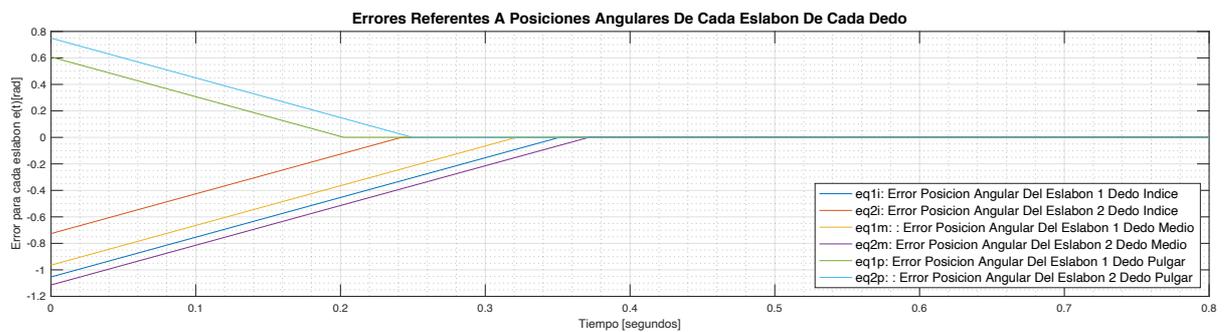
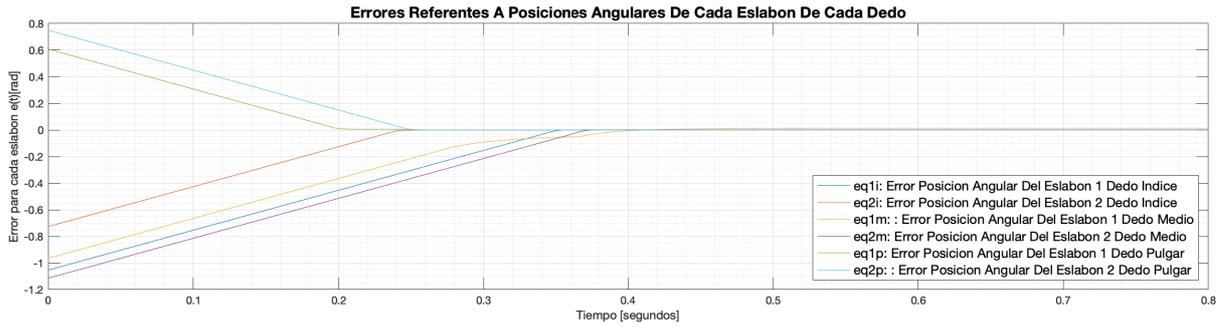


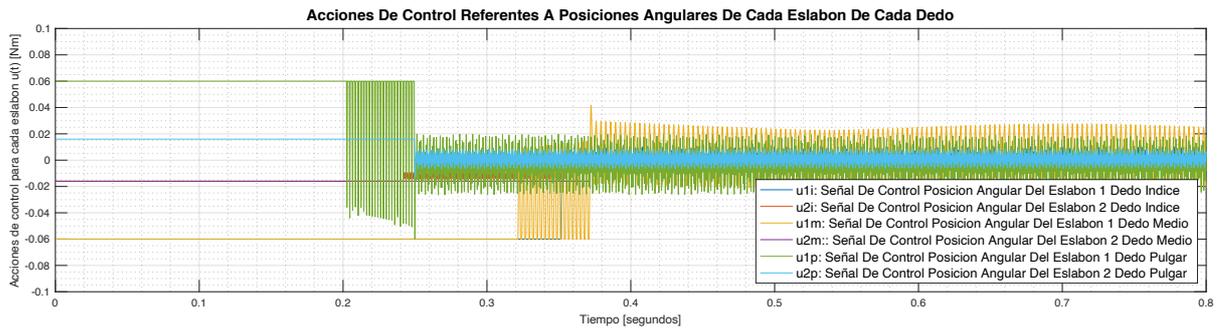
Figura 3.22. Errores de posiciones angulares con PID



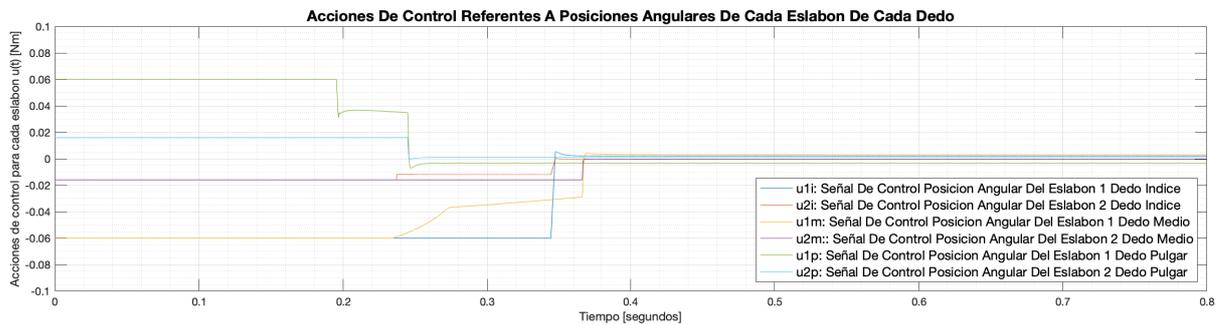
**Figura 3.23.** Errores de posiciones angulares con SMC

En base a las graficas anteriores se observa que el error de posicion tanto para los controladores PID y SMC es practicamente cero.

En la Figura 3.24. y Figura 3.25. se muestran las acciones de control generadas por el controlador PID y SMC respectivamente, se puede observar que el controlador PID presenta cambios más bruscos que el controlador SMC, lo cual implica que el controlador SMC sería mejor al momento de implementarlo en una planta real.



**Figura 3.24.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con PID



**Figura 3.25.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con SMC

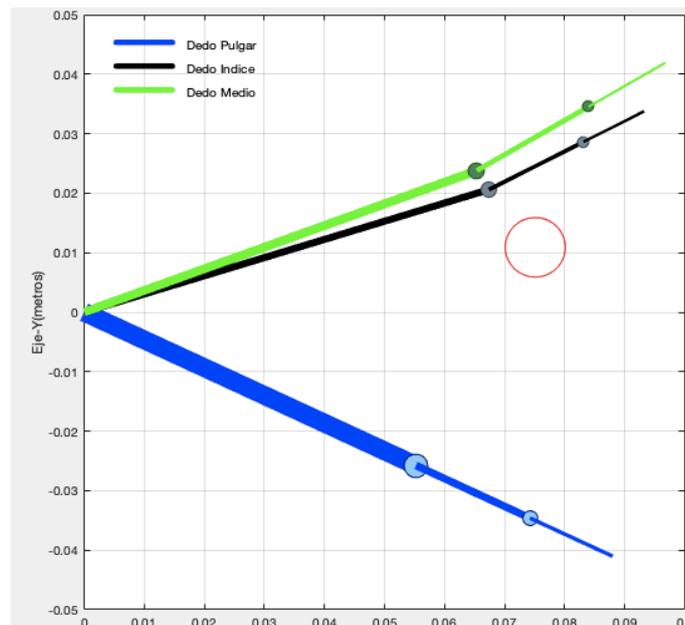
En la Tabla 3.4. se muestran los índices de desempeño IAE de los controladores en los eslabones de los dedos, estos son muy cercanos entres si donde se observa que en el eslabón 1 de los dedos el control PID presenta mejor IAE, mientras que el SMC presenta mejores resultados en el eslabón 2.

**Tabla 3.4.** Índices de desempeño IAE para agarre de precisión

DEDOS	PID		SMC	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
ÍNDICE	0.18794	0.088602	0.18615	0.087549
MEDIO	0.15691	0.20768	0.16671	0.20669
PULGAR	0.06138	0.094196	0.062116	0.094206

### 3.1.3 AGARRE DE GANCHO

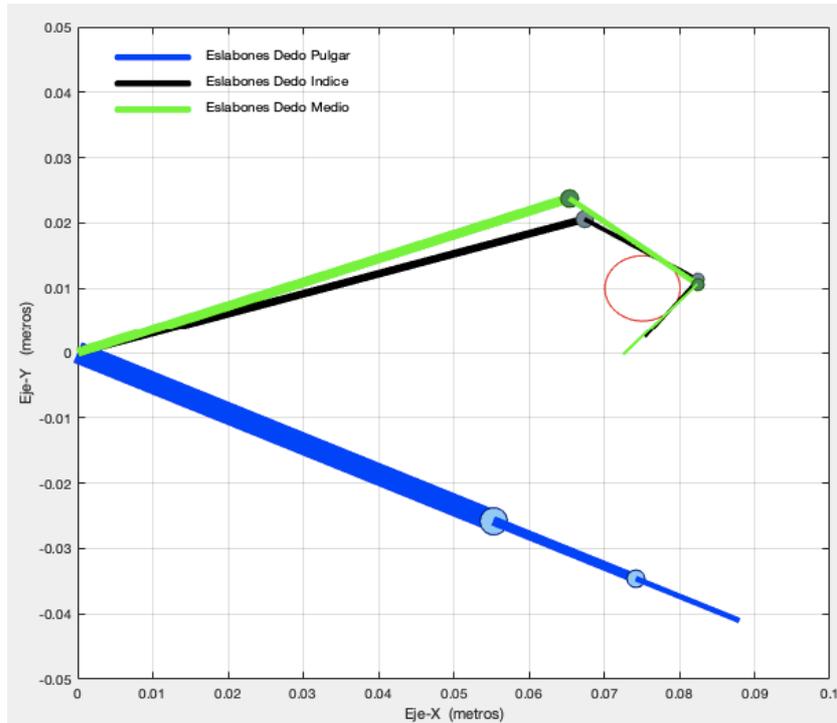
Esta prueba consiste en simular el agarre de un objeto circular donde el usuario puede variar las coordenadas del centro del círculo y su radio. Los dedos índice y medio de la mano robótica deben ubicarse alrededor del círculo de una forma tangencial. Para esta prueba se toma como referencia un rectángulo con su centro ubicado en el punto (0.075,0.01) m y de ancho 0.005 m como se muestra en la Figura 3.26.



**Figura 3.26.** Prueba de agarre de gancho posición inicial

### 3.1.3.1 Resultados de los controladores

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con el controlador tipo PID y SMC aplicado al agarre de gancho en la Figura 3.27.



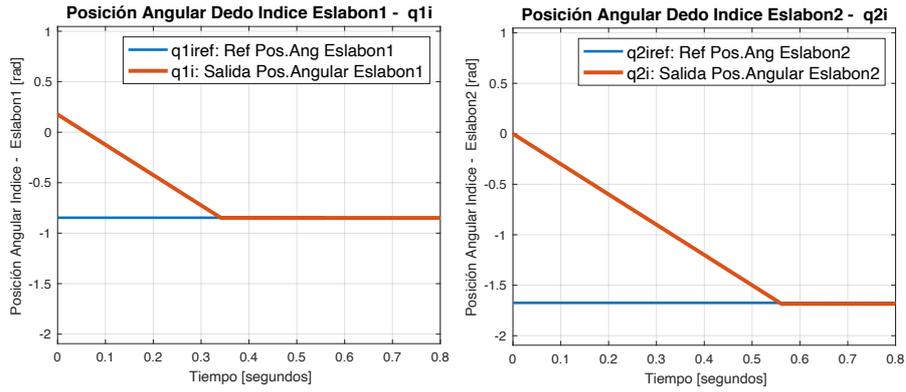
**Figura 3.27.** Prueba de agarre de gancho con PID y SMC

A partir de la cinemática inversa se determina las posiciones angulares de referencia de cada dedo para cumplir el agarre propuesto, las cuales se muestran en la Tabla 3.5.

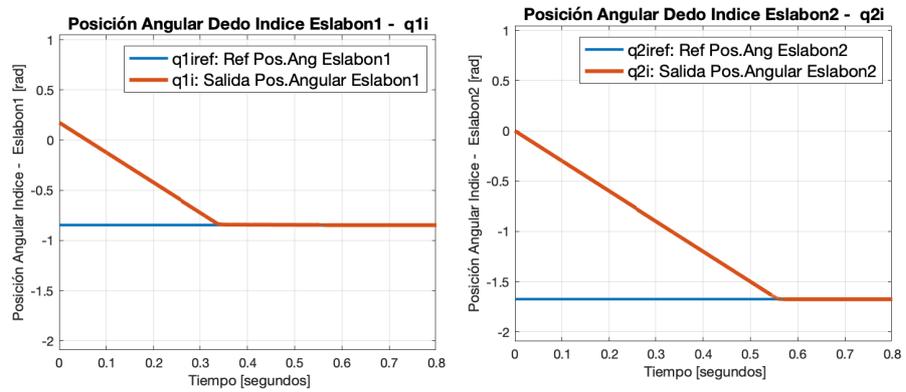
**Tabla 3.5.** Posiciones angulares de referencia de agarre de gancho para PID y SMC

DEDOS	$q_{1ref}$	$q_{2ref}$
ÍNDICE	-0.85392	-1.6587
MEDIO	-1.0089	-1.6287
PULGAR	0	0

En la Figura 3.28. y Figura 3.29. se muestran las respuestas de las posiciones angulares de los eslabones  $q_1, q_2$  del dedo índice al aplicar los controladores PID y SMC respectivamente.



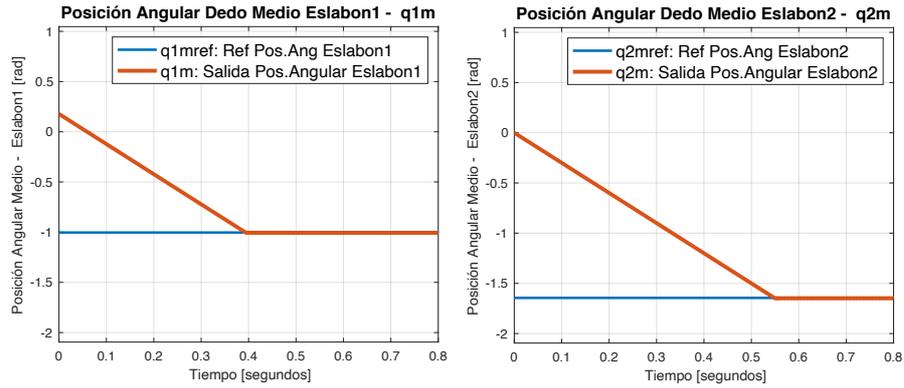
**Figura 3.28.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con PID



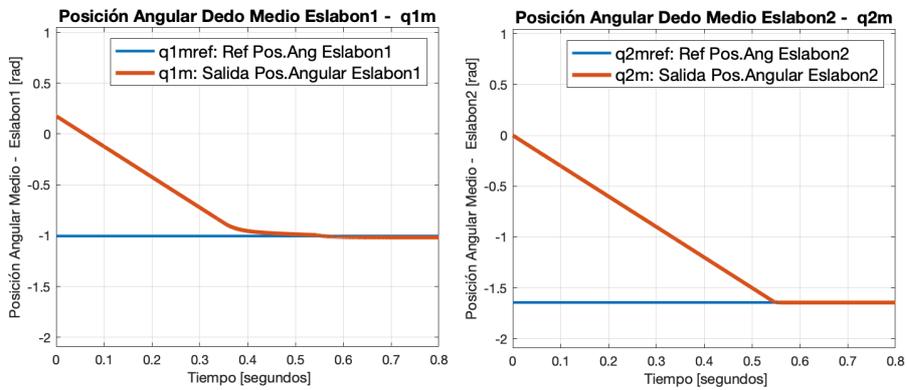
**Figura 3.29.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo índice con SMC

De las graficas anteriores, se puede visualizar que el tiempo de establecimiento para la posición angular de los eslabones del dedo índice es practicamente el mismo con los controladores PID y SMC para el agarre de gancho.

En la Figura 3.30. y Figura 3.31. se muestran las respuestas de las posiciones angulares de los eslabones  $q_1, q_2$  del dedo medio al aplicar los controladores PID y SMC respectivamente.



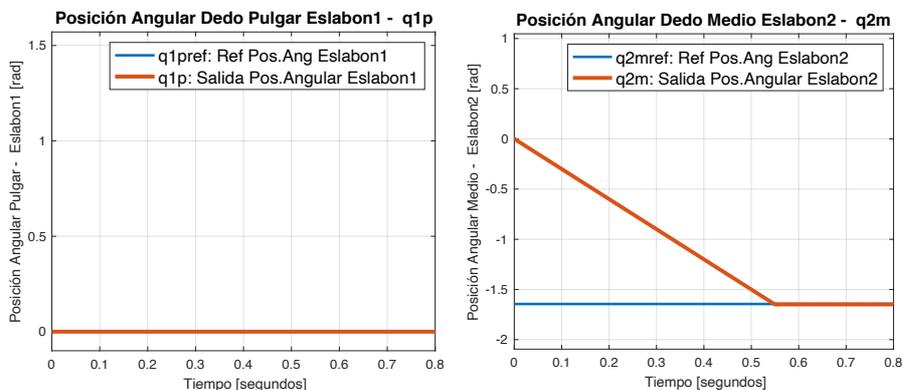
**Figura 3.30.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con PID



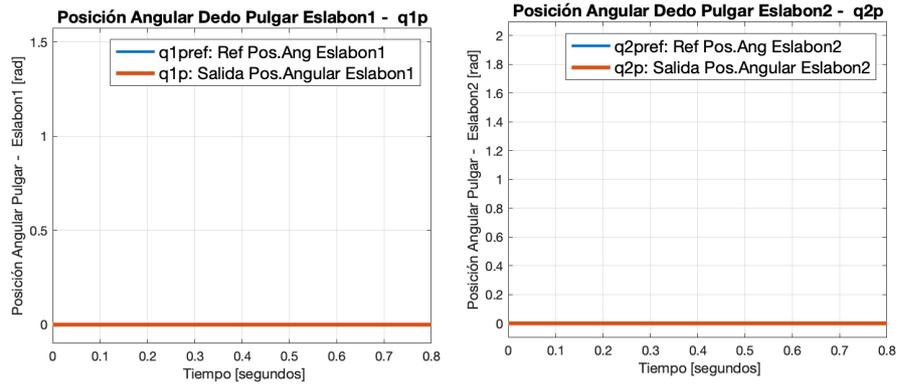
**Figura 3.31.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo medio con SMC

De las graficas anteriores, se puede visualizar que el tiempo de establecimiento para la posición angular de los eslabones del dedo medio es practicamente el mismo con los controladores PID y SMC para el agarre de gancho.

En la Figura 3.32. y Figura 3.33. se muestran las respuestas de las posiciones angulares de los eslabones  $q_1, q_2$  del dedo pulgar al aplicar los controladores PID y SMC respectivamente.



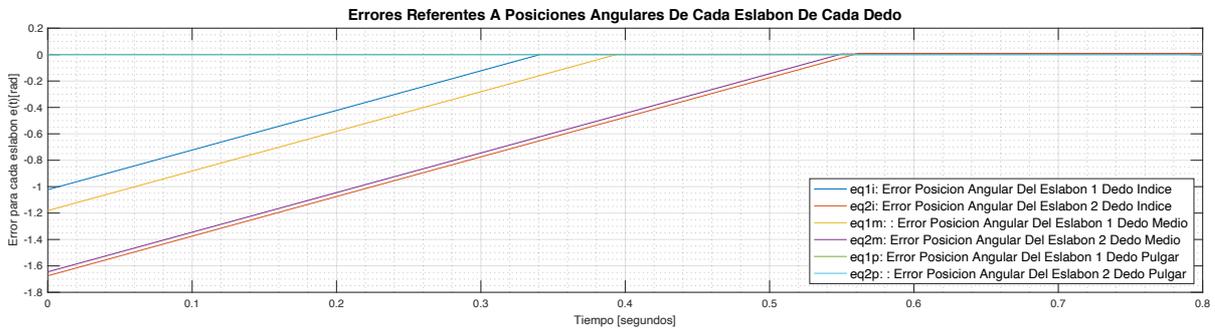
**Figura 3.32.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con PID



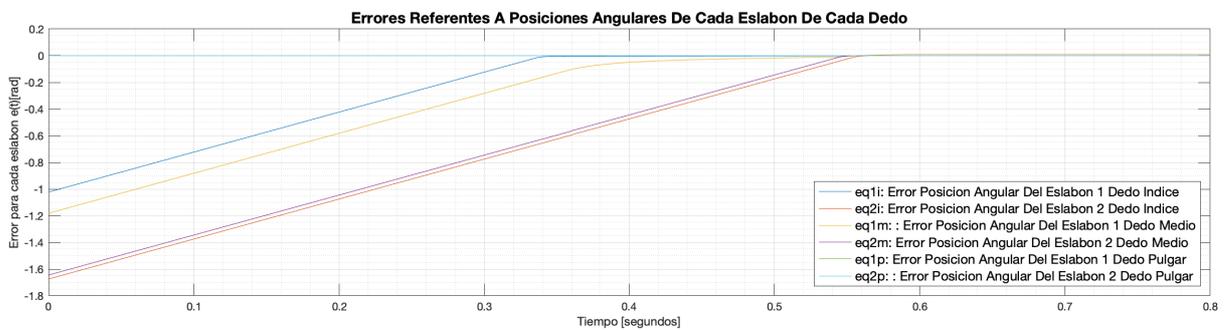
**Figura 3.33.** Posición angular  $q_1, q_2$  del dedo pulgar con SMC

De las graficas anteriores, se observa que las respuestas de la posición angular del dedo pulgar y sus referencias no muestran ninguna variación, ya que estos eslabones no están involucrados en este agarre.

En la Figura 3.34. y Figura 3.35. se muestran los errores de las posiciones angulares de los eslabones  $q_1, q_2$  de todos los dedos de la mano robótica al aplicar los controladores PID y SMC respectivamente. En los dos casos ambos errores tienden a cero para este caso de agarre propuesto.

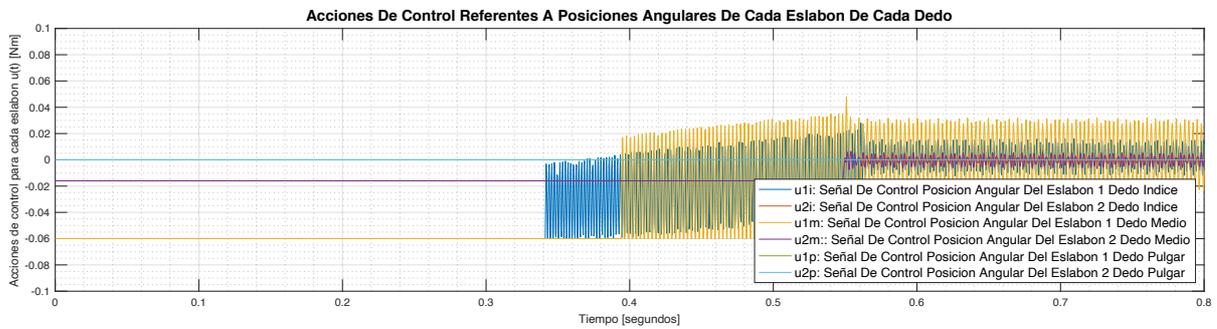


**Figura 3.34.** Errores de posiciones angulares con PID

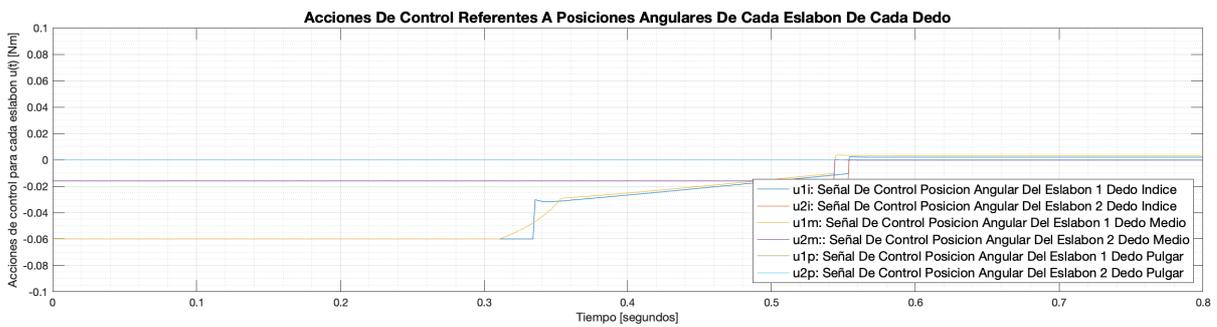


**Figura 3.35.** Errores de posiciones angulares con SMC

En la Figura 3.36. y Figura 3.37. se muestran las acciones de control que generan los controladores PID y SMC respectivamente para todos los dedos de la mano robótica. En el caso del control PID las acciones de control generadas son más bruscas que en el control SMC.



**Figura 3.36.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con PID



**Figura 3.37.** Acciones de control para los eslabones de cada dedo con SMC

En la figura anterior se observa las acciones de control SMC son mucho menores que las del PID, por lo que queda demostrado que el SMC es claramente superior en lo que a magnitud de la señal de control respecta. El efecto del chattering es muy evidente en el control PID debido al metodo de sintonizacion utilizado

En la Tabla 3.6. se muestran los índices de desempeño IAE de los controladores PID y SMC aplicado a este agarre tipo gancho. Los índices de desempeño son muy similares en los dos casos.

**Tabla 3.6.** Índices de desempeño IAE para agarre de gancho

	PID		SMC	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
<b>DEDOS</b>				
<b>ÍNDICE</b>	0.17901	0.46478	0.17049	0.4851
<b>MEDIO</b>	0.23666	0.44487	0.23985	0.46859
<b>PULGAR</b>	0	0	0	0

Después de analizar los dos controladores se demuestra que los dos cumplen el objetivo de control en tiempos similares y con índices de desempeño similares, la diferencia principal radica en que las acciones de control en el caso del PID son más bruscas y serían un problema en el caso de implementar en un modelo real, mientras que en el caso SMC menos brusco y sería mucho mejor al momento de la implementación.

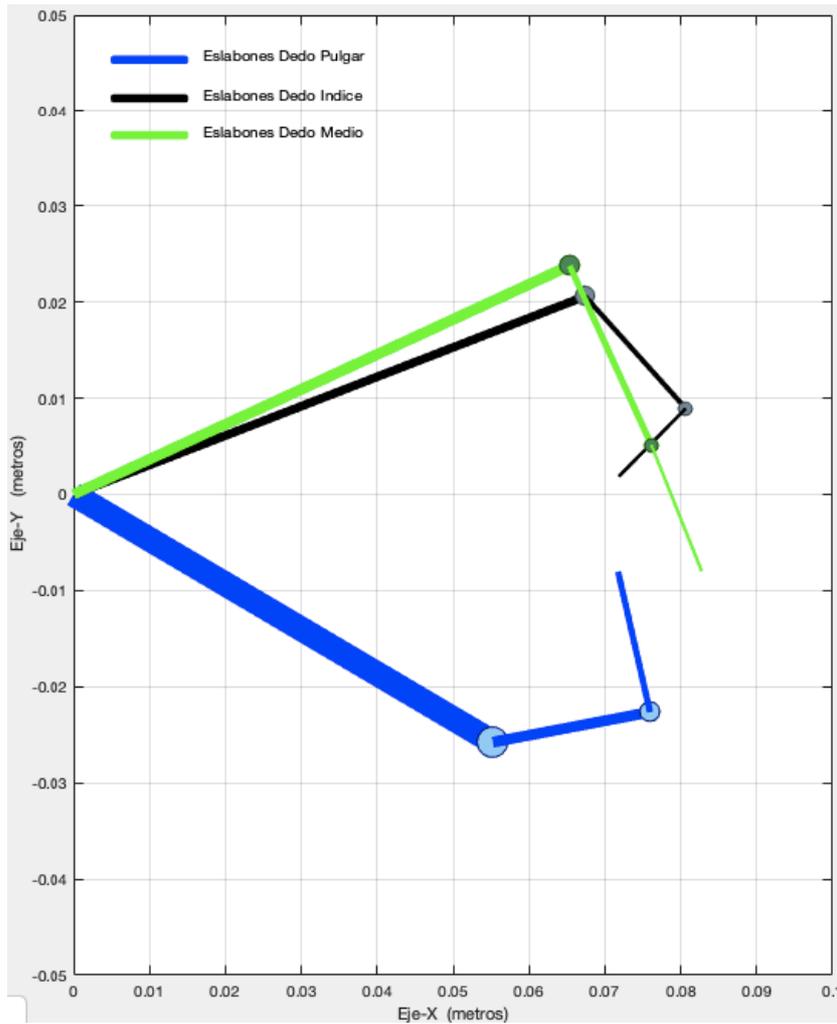
## **3.2 PRUEBAS DE TAREAS**

### **3.2.1 CONTROL DE FORMACIÓN**

Esta prueba consiste en simular la formación de los dedos, donde el usuario puede variar las distancias entre los extremos de los dedos índice-pulgar ( $d_1$ ) y medio-pulgar ( $d_2$ ) y también el ángulo de apertura entre índice-pulgar-medio ( $\alpha$ ). La formación puede darse en cualquier punto donde el controlador logre completar la tarea, sin importar la posición del centroide de la formación.

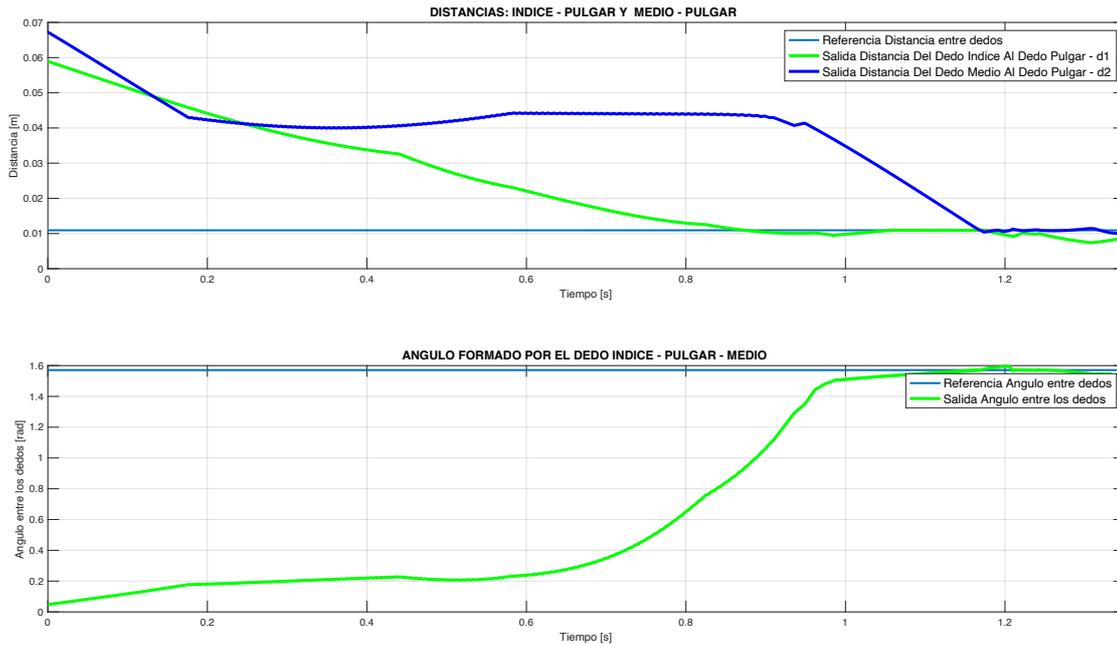
Para esta prueba de formación se toma como referencia un triángulo isósceles con distancias  $d_1$  y  $d_2$  de 0.01 m y un ángulo de apertura  $\alpha$  de 90 grados.

A continuación, se muestran el resultado de la simulación de este controlador de formación en la Figura 3.38.



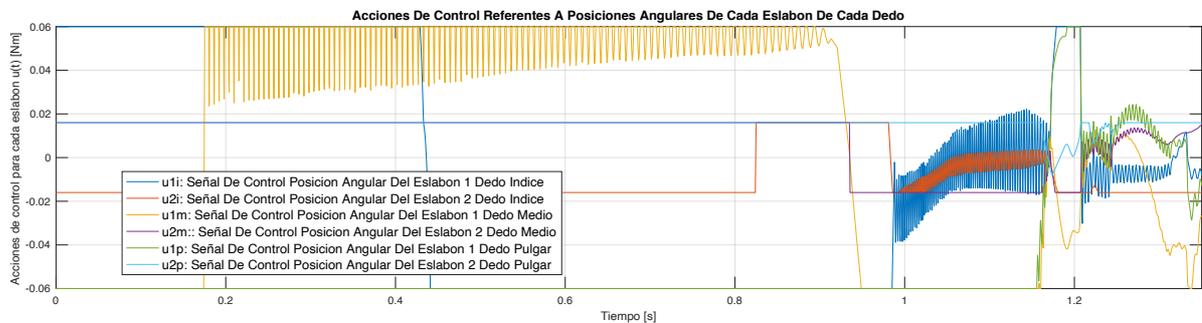
**Figura 3.38.** Prueba de formación de los extremos de los dedos

La Figura 3.39. muestra la respuesta del conjunto de dedos de la mano robótica al momento de cumplir con la tarea de formación. Por un lado, se muestra la gráfica de set-point de distancia vs la distancia  $d_1$ (distancia índice-pulgar) y  $d_2$ (medio-pulgar) donde se observa que ambos llegan al punto de consigna. Por otro lado, se muestra la gráfica de set-point de abertura ( $\alpha$ ) vs el ángulo formado entre índice-pulgar-medio. En este caso también llega al punto de consigna cumpliendo con la formación satisfactoriamente.



**Figura 3.39.** Respuesta de distancias  $d_1$ ,  $d_2$  y  $\alpha$  para el control de formación

En la Figura 3.40. se muestran en conjunto las acciones de control de generadas por el controlador de formación para cada una de las entradas que se aplica al modelo dinámico de la planta de la mano robótica.

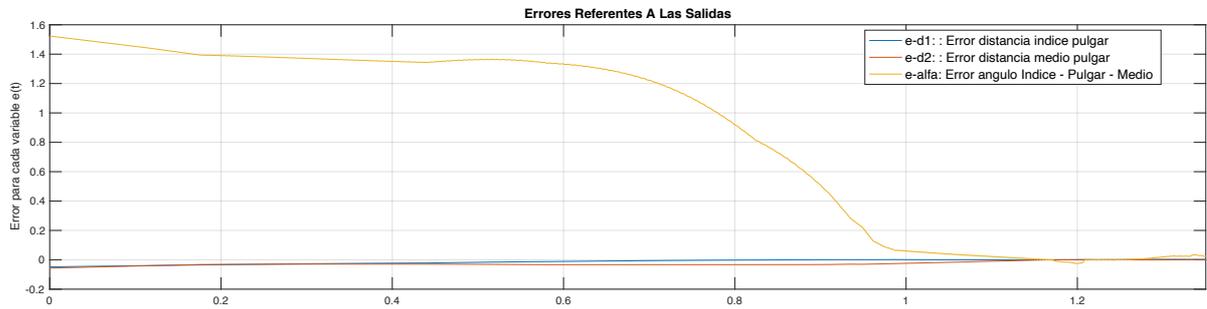


**Figura 3.40.** Acciones de control para cada eslabón de cada dedo.

En las graficas anteriores se observa que las acciones de control presentan oscilaciones debido a que cada eslabon trata de alcanzar la formacion solicitada de manera individual, pero esta accion se ve restringida puesto que los eslabones forman parte de la mano robotica y deben cumplir las condiciones de formacion, como un conjunto. Es importante mencionar que tambien se ven involucradas las restricciones fisicas propias del sistema

En la Figura 3.41. se muestran las gráficas de los errores de los parámetros de formación  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $\alpha$  los cuales se tienden a cero a medida que los eslabones se ajustan a la formacion solicitada; previo a esta situacion existe un tiempo en donde el error se mantiene

variable debido a que los eslabones deben trabajar de manera conjunta y respetar las restricciones física de la mano robotica.



**Figura 3.41.** Errores de  $d_1$ ,  $d_2$  y  $alfa$  en el control de formación

En la Tabla 3.7. se muestran los índices de desempeño IAE del controlador de formación.

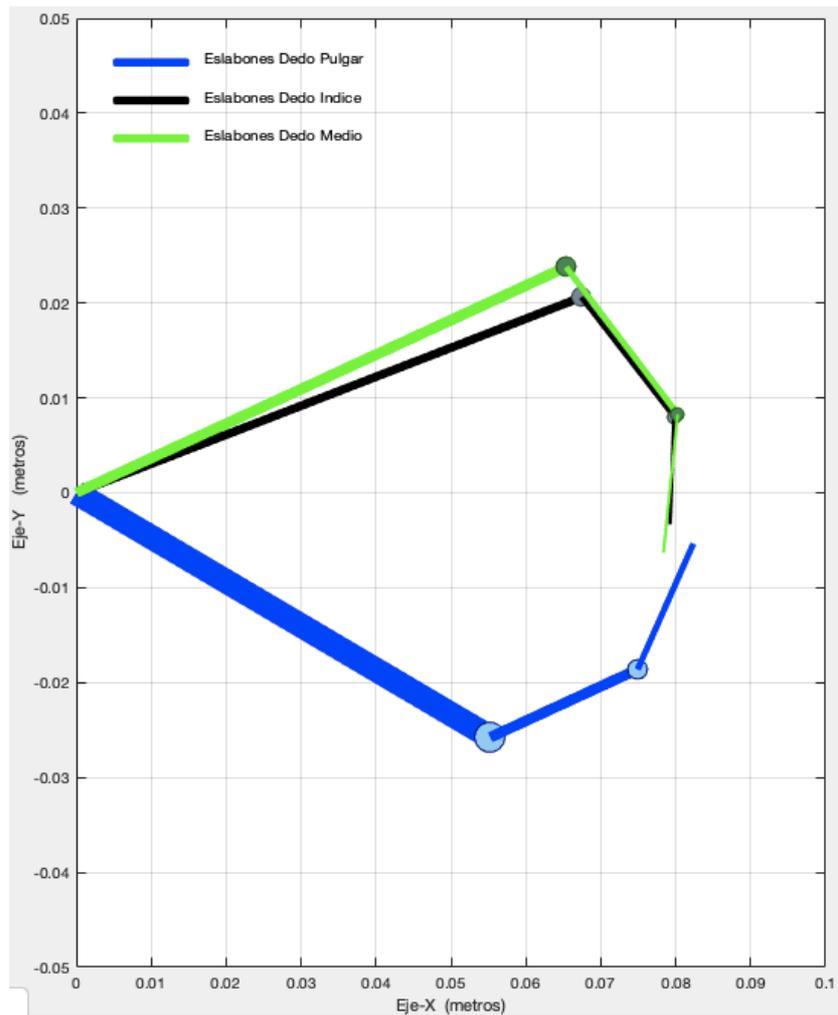
**Tabla 3.7.** Índices de desempeño IAE para el control de formación

	CONTROL DE FORMACIÓN		
	$d_1$	$d_2$	$alfa$
IAE	0.01925	0.036451	1.1749

### 3.2.2 CONTROL DE POSICIONAMIENTO DEL CENTROIDE

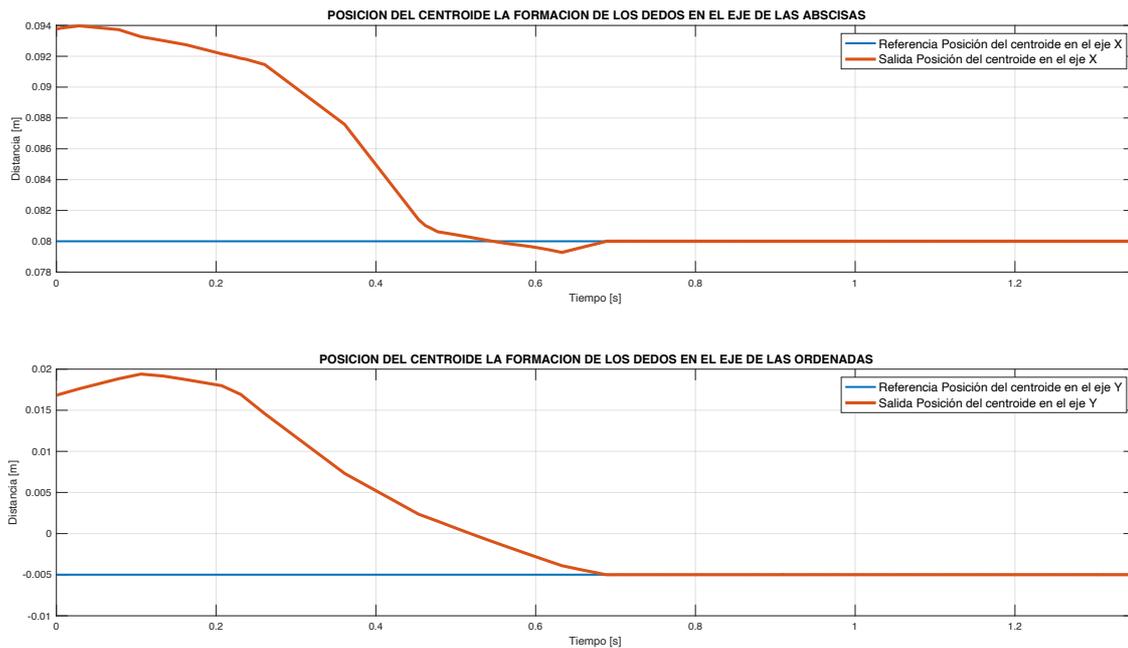
Esta prueba consiste en simular el posicionamiento del centroide de los extremos de los dedos, donde el usuario puede variar las posiciones  $x_c, y_c$ . En esta prueba no se controla la formación de los extremos de los dedos. Para esta prueba se toma como referencia las coordenadas del centroide en los puntos (0.8,-0.005).

A continuación, se muestran el resultado de la simulación de este controlador en la Figura 3.42.



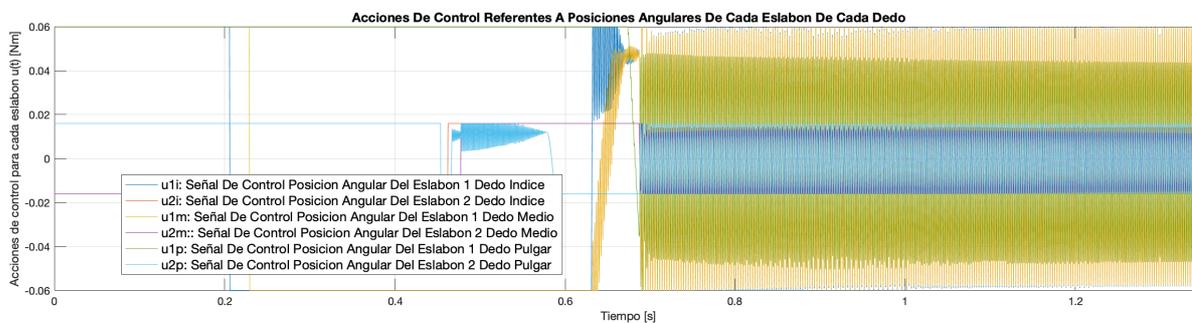
**Figura 3.42.** Prueba de posicionamiento del centroide de los extremos de los dedos

En la Figura 3.43. se muestran las respuestas de los parámetros de posicionamiento del centroide de los extremos de los dedos de la mano robótica. En ambos casos  $x_c, y_c$  cumplen con los puntos de consigna satisfactoriamente.



**Figura 3.43.** Respuesta de las posiciones  $x_c, y_c$  para el control de posición

En la Figura 3.44. se muestran las acciones de control que se el controlador envía a la planta para mantener los estados en los puntos de consigna. Estos son bruscos, pero se pueden mejorar cambiando la matriz de ganancias  $K$  del controlador que permite ajustar la respuesta del controlador.

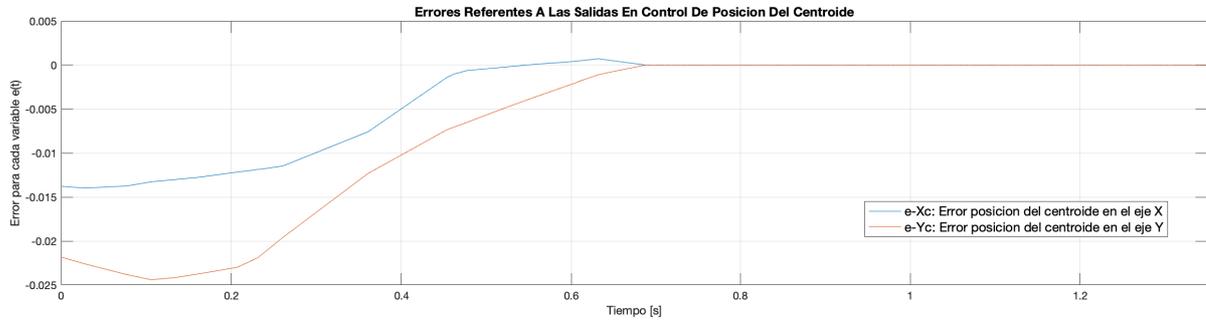


**Figura 3.44.** Acciones de control para cada eslabón de cada dedo en el control de posición

En las graficas anteriores se observa que las acciones de control presentan oscilaciones debido a que cada eslabon trata de alcanzar la formacion solicitada de manera individual. Es importante mencionar que tambien se ven involucradas las restricciones fisicas propias del sistema

En la Figura 3.45. se muestran las gráficas de los errores de los parámetros  $x_c, y_c$  los cuales se aprecia que tienden a cero y se mantienen. Previo a esta situacion existe un tiempo en donde el error se mantiene variable debido a que los eslabones deben trabajar de manera

conjunta para cumplir con la condición de posicionamiento del centroide y respetar las restricciones física de la mano robotica.



**Figura 3.45.** Errores de  $x_c, y_c$  en el control de posicionamiento

En la Tabla 3.8. se muestran los índices de desempeño IAE del controlador de posición.

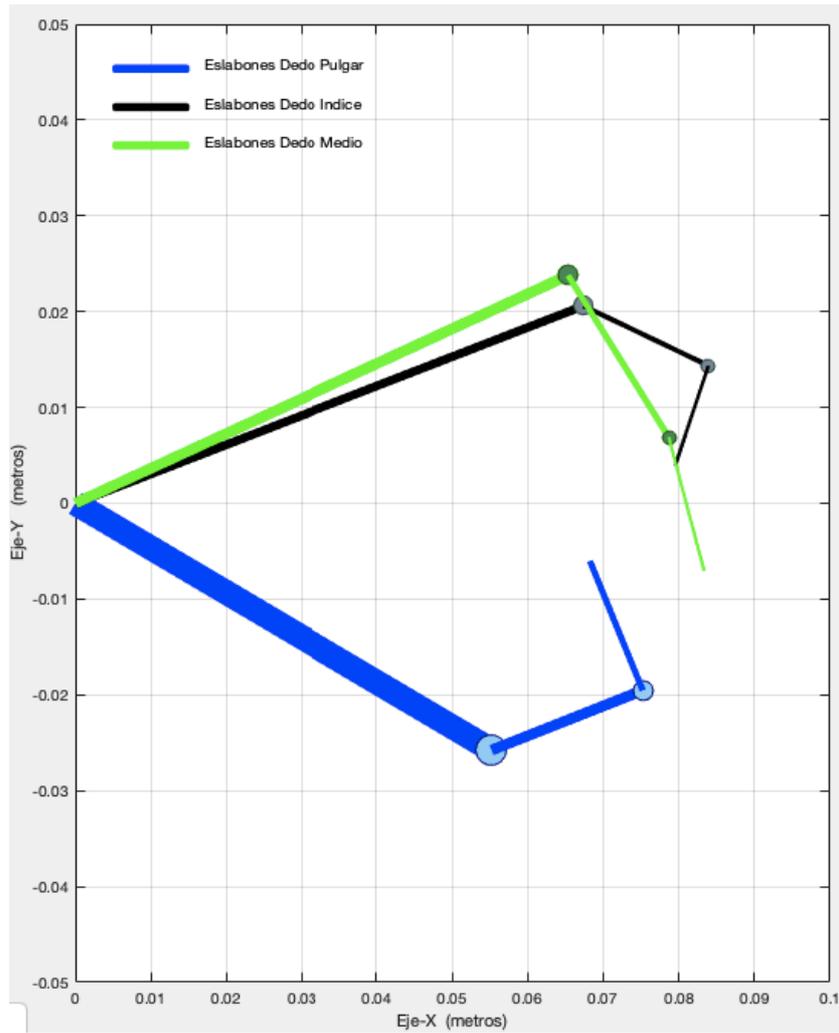
**Tabla 3.8.** Índices de desempeño IAE para el control de posición

	CONTROL DE POSICIÓN	
	$x_c$	$y_c$
IAE	0.0049	0.0092

### 3.2.3 CONTROL BASADO EN ESPACIOS NULOS CON PRIORIDAD EN LA FORMACIÓN

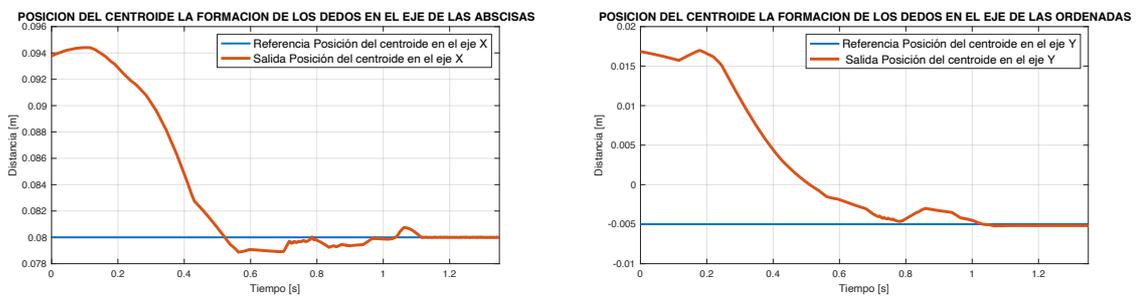
Esta prueba consiste en simular el posicionamiento del centroide y la formación de los extremos de los dedos, donde el usuario puede variar las posiciones del centroide  $x_c, y_c$  de la formación, la distancia  $d1$  y  $d2$  y el ángulo de apertura  $alfa$ . En este caso la prioridad está en la formación. Para esto se toma como referencia las coordenadas del centroide (0.8,-0.005), las distancias  $d1$  y  $d2$  de 0.01 m y un ángulo de apertura  $alfa$  de 60 grados.

A continuación, se muestran el resultado de la simulación de este controlador en la Figura 3.46.



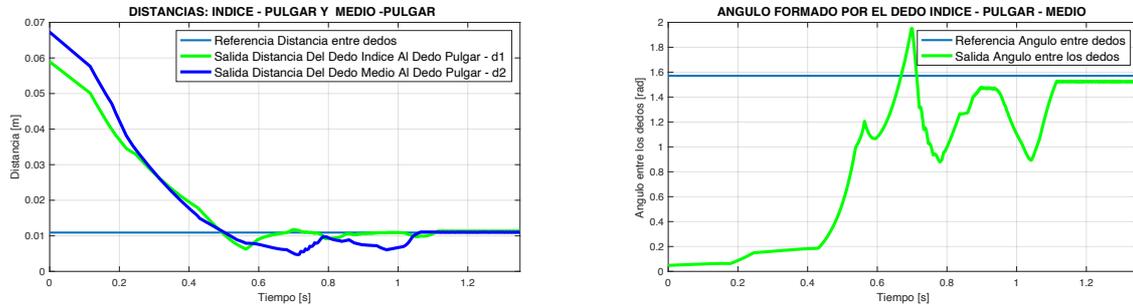
**Figura 3.46.** Prueba de posicionamiento del centroide y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la formación.

En la Figura 3.47. se muestra la respuesta del posicionamiento del centroide en  $x_c, y_c$  y la forma en la que sigue el punto, tomando en cuenta que esta tarea tiene la prioridad menor.



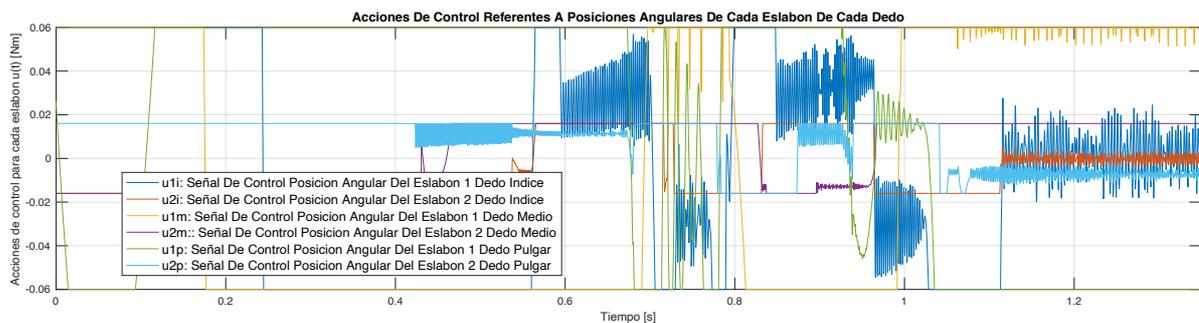
**Figura 3.47.** Respuesta de las posiciones  $x_c, y_c$  para el control de posición y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la formación.

En la Figura 3.48. se muestra la respuesta de los parámetros  $d1$ ,  $d2$  y  $\alpha$  los cuales se observa que llegan al punto de consigna, en este caso los eslabones siguen a la referencia debido a que la formación es la tarea con mayor prioridad.



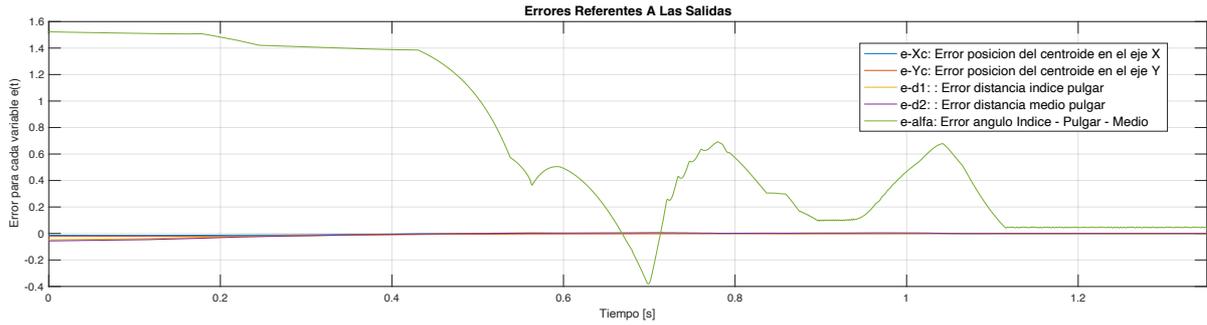
**Figura 3.48.** Respuesta de las distancias  $d1$  y  $d2$  y el ángulo de apertura  $\alpha$  para el control de posición y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la formación.

En la Figura 3.49. se muestran las acciones de control generadas por el controlador basado en espacios nulos para cada entrada del modelo de la planta, estas acciones son le permiten llegar a la mano robótica a cumplir la tarea satisfactoriamente, así mismo esas acciones de control son bruscas debido a las restricciones físicas que deben cumplir los eslabones, pero pueden ser mejoradas al cambiar la matriz de ganancias  $K1$ ,  $K2$  que son las matrices de ajuste de los errores de los controladores de posición y formación respectivamente.



**Figura 3.49.** Acciones de control para cada eslabón de cada dedo en el control de posición

En la Figura 3.50. se muestran la respuesta de los errores de los parámetros de formación y de posición del centroide. En todos los casos estos tienden a cero, pero previamente a esta situación se presentan errores variables debido a que los eslabones deben cumplir de manera conjunta con las condiciones establecidas y esto toma un tiempo hasta que el controlador encuentre la condición adecuada.



**Figura 3.50.** Errores de  $x_c, y_c, d_1, d_2$  y  $alfa$  en el control de formación

En la Tabla 3.9. se muestran los índices de desempeño IAE del controlador basado en espacios nulos con prioridad en la formación.

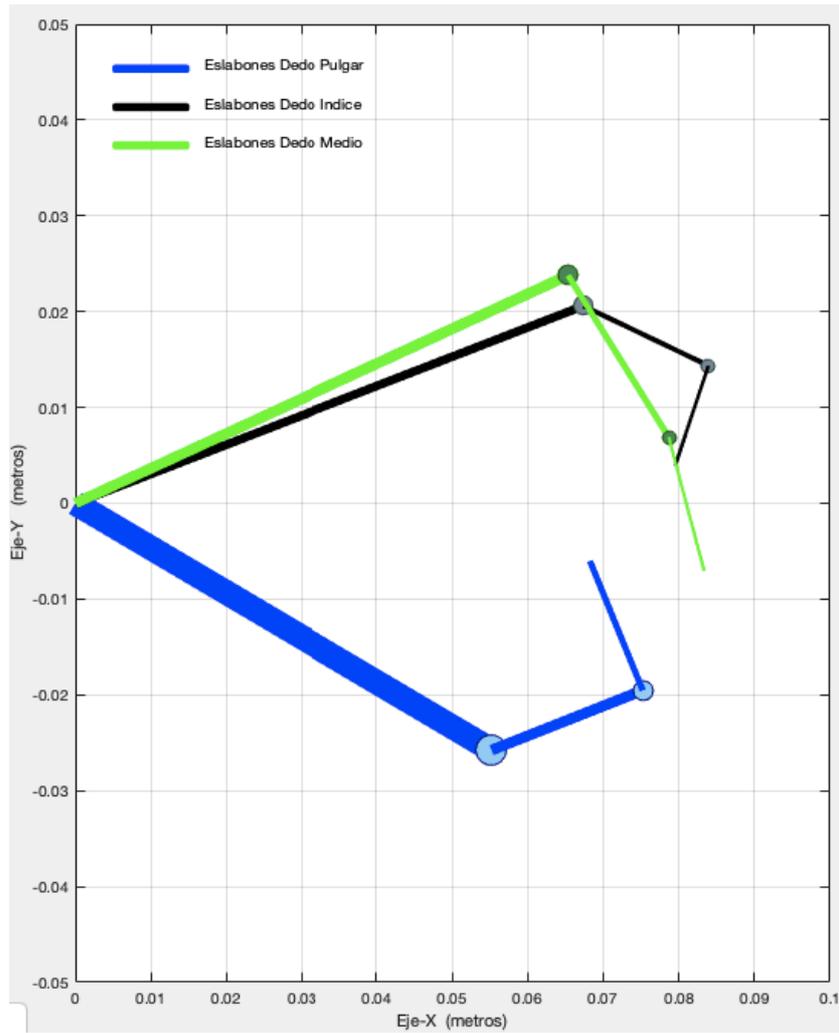
**Tabla 3.9.** Índices de desempeño IAE para el control basado en espacios nulos con prioridad en la formación

CONTROL DE POSICIÓN Y FORMACIÓN					
	$x_c$	$y_c$	$d_1$	$d_2$	$alfa$
IAE	0.014549	0.57188	0.005231	0.009183	0.0124

### 3.2.4 CONTROL BASADO EN ESPACIOS NULOS CON PRIORIDAD EN LA POSICIÓN

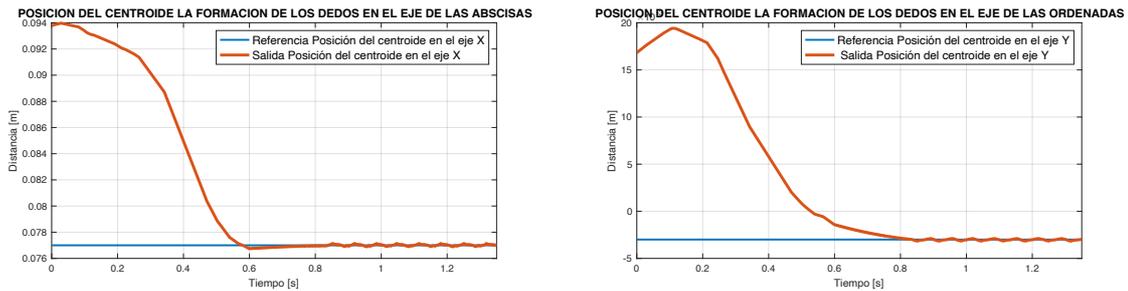
Esta prueba consiste en simular el posicionamiento del centroide y la formación de los extremos de los dedos, donde el usuario puede variar las posiciones del centroide  $x_c, y_c$  de la formación, la distancia  $d_1$  y  $d_2$  y el ángulo de apertura  $alfa$ . En este caso la prioridad está en la posición. Para esto se toma como referencia las coordenadas del centroide (0.077,-0.003), las distancias  $d_1$  y  $d_2$  de 0.015 m y un ángulo de apertura  $alfa$  de 45 grados.

A continuación, se muestran el resultado de la simulación de este controlador en la Figura 3.51.



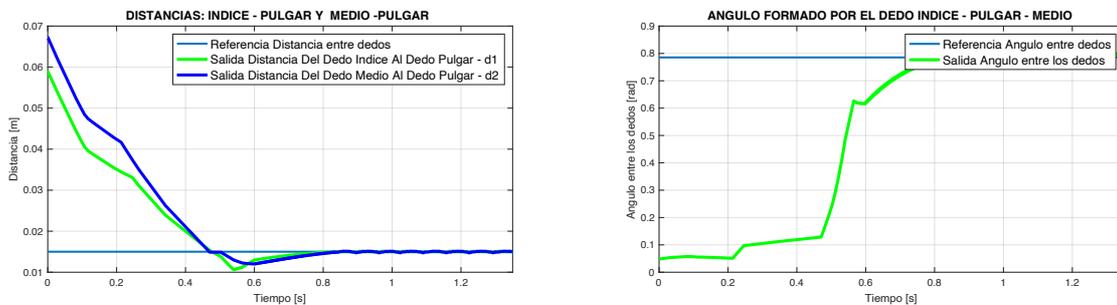
**Figura 3.51.** Prueba de posicionamiento del centroide y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la posición.

En la Figura 3.52. se muestra la respuesta del posicionamiento del centroide en  $x_c, y_c$  y la forma en la que sigue el punto de consigna, en este caso los eslabones siguen a la referencia debido a que la posición es la tarea con mayor prioridad.



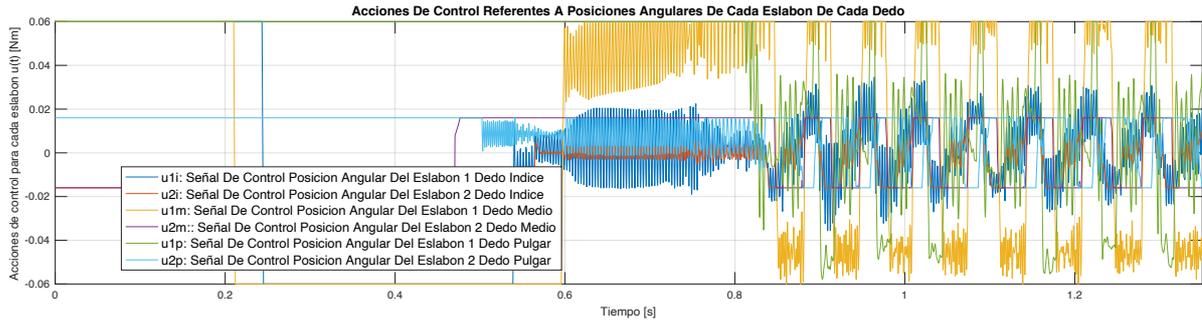
**Figura 3.52.** Respuesta de las posiciones  $x_c, y_c$  para el control de posición y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la formación.

En la Figura 3.53. se muestra la respuesta de los parámetros  $d1, d2$  y  $alfa$  los cuales se observa que llegan al punto de consigna, tomando en cuenta que la formación esta la tarea con prioridad menor.

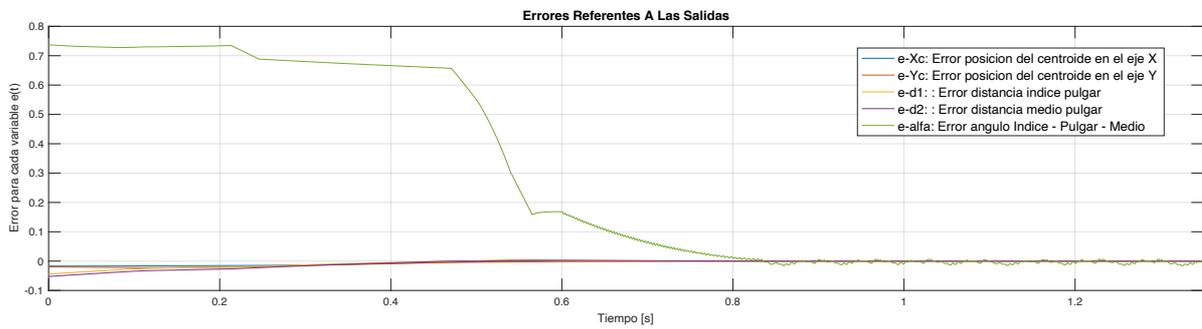


**Figura 3.53.** Respuesta de las distancias  $d1$  y  $d2$  y el ángulo de apertura  $alfa$  para el control de posición y formación de los extremos de los dedos con prioridad en la formación.

En la Figura 3.54. se muestran las acciones de control generadas por el controlador basado en espacios nulos para cada entrada del modelo de la planta, estas acciones son le permiten llegar a la mano robótica a cumplir la tarea satisfactoriamente, así mismo esas acciones de control son bruscas, pero pueden ser mejoradas al cambiar la matriz de ganancias  $K1, K2$  que son las matrices de ajuste de los errores de los controladores de formación y posición respectivamente.



**Figura 3.54.** Acciones de control para cada eslabón de cada dedo en el control de posición



**Figura 3.55.** Errores de  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  y  $\alpha$  en el control de formación

En la figura anterior se observa los errores de los parámetros de formación y posición del centroide, en todos los casos estos tienden a cero, pero previamente a esta situación se presentan errores variables debido a que los eslabones deben cumplir de manera conjunta con las condiciones establecidas y esto toma un tiempo hasta que el controlador encuentre la condición adecuada.

En la Tabla 3.10. se muestran los índices de desempeño IAE del controlador basado en espacios nulos con prioridad en la posición.

**Tabla 3.10.** Índices de desempeño IAE para el control basado en espacios nulos con prioridad en la posición

	CONTROL DE POSICIÓN Y FORMACIÓN				
	$x_c$	$y_c$	$d_1$	$d_2$	$\alpha$
<b>IAE</b>	0.01138	0.39498	0.00646	0.00836	0.009033

## 4 CONCLUSIONES

- Se estudiaron, diseñaron y desarrollaron tres algoritmos de control (PID, SMC y Espacio Nulo) para el modelo dinámico de una mano robótica donde cada dedo (índice, pulgar y medio) fue modelado como una unión de dos eslabones.
- Se analizó y desarrolló un modelo cinemático, dinámico para cada uno de los tres dedos de la mano robótica, que debido a sus características estructurales se aproximan a un brazo robótico con articulaciones rotacionales.
- Se desarrolló una interfaz gráfica amigable con el usuario en el GUI de Matlab, ya que mediante ella se pueden variar los parámetros de simulación, escoger el tipo de controlador a ser aplicado en la mano robótica al realizar los diferentes tipos de agarres y tareas, visualizar los índices de desempeño y las gráficas de las respuestas, acciones de control y errores del sistema.
- Se realizaron pruebas mediante simulación en las cuales se analizaron tres tipos de agarres (cilíndrico, de precisión, de gancho). En estas pruebas se evaluó el rendimiento de cada uno de los controladores diseñados mediante el índice IAE. Del análisis de este índice, se deduce que entre los controladores PID y SMC, el mejor desempeño lo tiene el controlador en modo deslizante.
- Se realizaron pruebas mediante simulación en las cuales se analizaron las tareas (de formación y posicionamiento del centroide). En estas pruebas se evaluó el rendimiento del controlador en espacio nulo mediante el índice IAE. Del análisis de este índice, se deduce que dicho controlador posee un desempeño eficiente al momento de priorizar tareas.
- La mano robótica compuesta por los tres dedos (índice, medio y pulgar) presenta restricciones en los movimientos posibles que puede realizar debido a las restricciones planteadas en el capítulo 1, lo cual limita los diferentes tipos de agarres y las posibles tareas que se le pueden plantear.
- El controlador basado en espacios nulos con prioridad en la formación o con prioridad en la posición del centroide demostró cumplir satisfactoriamente las tareas planteadas siempre y cuando los parámetros de las tareas planteadas estén dentro de los límites físicos de la mano robótica.
- En las pruebas de agarres se demostró que las técnicas PID y SMC logran llevar satisfactoriamente a la mano robótica a los puntos de consiga siempre y cuando el

agarre propuesto este dentro de los límites físicos de la mano robótica. Así mismo se determinó que el control por espacios nulos presenta acciones de control menos bruscas que el PID lo cual lo hace ideal en caso de que se desee aplicar en una planta con actuadores reales.

- El desarrollo teórico y las simulaciones numéricas muestran que el controlador en modo deslizante reduce considerablemente la amplitud de la señal de control con respecto a la amplitud de la señal en la técnica de control PID.
- Se implementó el concepto de espacio nulo aplicado a sistemas de control, se definió, las ecuaciones que lo describen y sus ventajas respectivas; debido a que controla las tareas de manera prioritaria, permite manejar diferentes acciones en conflicto, haciendo que una tarea secundaria se cumpla solo en caso de que no entre en conflicto con la tarea de más alto nivel.

## 5 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. Pilaquinga, "Diseño y Construcción de una Mano Robótica Controlada mediante un Guante Sensorizado," Tesis. Escuela Politécnica Nacional, 2009.
- [2] C. Quinayás, "Diseño y Construcción de una Prótesis Robótica de Mano Funcional Adaptada a Varios Agarres," Tesis Maestría. Universidad del Cauca, 2010.
- [3] Redacción Trome, "¿Sabes cuántos huesos tiene la mano? Aquí te explicamos a detalle | Escuela | Trome," Redacción Trome, 2017. [Online]. Available: <https://trome.pe/familia/escuela/huesos-mano-explicamos-detalle-59851>. [Accessed: 25-Nov-2018].
- [4] H. Rouviere, "Anatomía. Topografica, descriptiva y funcional", Madrid: Masson, 2006.
- [5] D. Andrade y D. Zúñiga, "Diseño y Construcción de una Mano Robótica para la Enseñanza del Alfabeto Dactilológico Universal para Personas Sordomudas," Tesis. Universidad Politécnica Salesiana, 2011.
- [6] J. R. Napier, "The prehensile movements of the human hand.", The journal of bone and joint surgery. British volume, vol. 38, nº 04, pp. 902-913, 1956.
- [7] V. Anders , "Etimologías de Chile", 19 Febrero 2001. [Online [4]]. Available: [www.etimologias.dechile.net](http://www.etimologias.dechile.net). [Último acceso: 25 Agosto 2018].
- [8] The Muscleheaded Blog, "Meet Elektro the Robot," The Muscleheaded Blog, 2015. [Online]. Available: <https://muscleheaded.wordpress.com/2015/06/06/meet-elektro-the-robot/>. [Accessed: 29-Nov-2018].
- [9] Soy Digital, "Inteligencia Artificial, robots y futuro de la humanidad," Soy Digital, 2017. [Online]. Available: <https://www.soydigital.com/inteligencia-artificial-robots-futuro-o-presente/>. [Accessed: 29-Nov-2018].
- [10] C. Rodríguez, "Modelamiento y Simulación del Movimiento de la Mano Humana, Empleando Herramientas CAE," Tesis. Universidad de La Salle, 2016.

- [11] O. Camacho y C. Smith, "Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes", ISA Transactions, vol. 39, n° 2, pp. 205-218, 2000.
- [12] B. Sarabia, "Diseño y Simulación de Tres Técnicas de Control Clásicas y Robustas Aplicadas al Seguimiento de Trayectorias ante la Presencia de Retardos Fijos para la Plataforma Robótica Pioneer 3DX," Tesis. Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [13] J. J. Slotine y W. Li, Applied Nonlinear Control, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [14] V. Ruiz, "Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto.", Revista Ingeniería, vol. 11, n° 1, pp. 11-25, 2001.
- [15] V. Mazzone, "Controladores PID," Universidad Nacional de Quilmes, 2002.
- [16] K. Ogata, Ingeniería de control moderna, Madrid: Prentice Hall, 2010.
- [17] A. Marino, "A Null-Space-based Behavioral Approach to Multi-Robot Patrolling," Ph.D. Tesis. Università degli Studi della Basilicata, 2010.
- [18] E. Samaniego y E. Vaca, "Diseño y Simulación de dos Estrategias de Control Basado en Espacio Nulo y Tipo PID para una Formación de cuadricópteros," Tesis. Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [19] P. C. Chau, Process Control : A First Course with MATLAB, San Diego: Cambridge University Press, 2002.

