

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA**

**ESTIMACIÓN DE ESTADO EN REDES DE SUBTRANSMISIÓN  
UTILIZANDO MEDICIONES HISTÓRICAS FASORIALES Y  
CONVENCIONALES**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER EN  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**ROBERTH ALCIDES SARAGURO RAMIREZ**

**DIRECTOR: Dr. HUGO ARCOS MARTINEZ**

**Quito, mayo 2020**

## **AVAL**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Roberth Alcides Saraguro Ramirez bajo mi supervisión.

---

**HUGO NEPTALÍ ARCOS MARTINEZ**  
**DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo Roberth Alcides Saraguro Ramírez, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

ROBERTH ALCIDES SARAGURO RAMIREZ

## DEDICATORIA

Para las personas que me enseñaron a jamás rendirme.

Con Amor para usted, Mamá

Para Papá, allá en la eternidad.

## **AGRADECIMIENTO**

Expresar mis agradecimientos a Dios, a la vida y a la naturaleza por permitirme culminar de la mejor manera este proyecto de titulación.

A mi hogar, por el apoyo y palabras de fortaleza para dar por concluido este objetivo anhelado en mi vida.

A la respetada Escuela Politécnica Nacional por haberme permitido ser alumno de tal prestigiosa institución, vivir tantas experiencias, alegrías, decepciones, y los mejores momentos en la vida.

Un agradecimiento especial al Dr. Jaime Cepeda quién sirvió de guía en varias interrogantes para el desarrollo del proyecto.

A todas las personas que fueron un aporte importante en la ejecución y finalización de este proyecto de titulación.

Por el tiempo dedicado, respaldo y orientación un agradecimiento especial al Dr. Hugo Arcos, un gran docente, y persona.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA .....	II
DEDICATORIA .....	III
AGRADECIMIENTO .....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO .....	V
RESUMEN .....	XII
ABSTRACT .....	XIII
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Pregunta de Investigación .....	4
1.2. Objetivo General .....	4
1.3. Objetivos Específicos .....	4
1.4. Alcance .....	4
1.5. Marco Teórico .....	5
1.5.1. Introducción a la Medición Fasorial [10].....	5
1.5.2. Dispositivos PMU genéricos .....	7
1.5.3. Estimación de Estado [4], [6] .....	9
1.5.4. Estimación de Máxima Verosimilitud .....	12
1.5.5. WLS Algoritmo de Estimación de Estado [5].....	17
2. METODOLOGÍA .....	28
2.1. Inclusión de Medición Fasorial.....	28
2.2. Estimación de Estado con mediciones fasoriales [31].....	30
2.2.1. Estimación de Estado Lineal.....	31
2.2.2. Estimación de Estado Mixta de una Etapa.....	36
2.2.3. Análisis del impacto ante la inclusión de medición fasorial en la solución del problema de estimación de estado [23] .....	37
2.3. Aplicación de la metodología analizada.....	38
2.3.1. Alineación temporal de las mediciones convencionales y fasoriales.....	39
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	41
3.1. Sistema de prueba IEEE – 14 barras .....	44
3.1.1. Resultados obtenidos para el Sistema de prueba IEEE 14 barras.....	46
3.1.2. Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de prueba .....	50
3.2. Sistema de prueba IEEE – 39 barras .....	52
3.2.1. Resultados obtenidos para el Sistema de prueba.....	55
3.2.2. Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de prueba .....	59

3.3.	Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito .....	64
3.3.1.	Descripción del sistema eléctrico Quito .....	64
3.3.2.	Medición Sincrofasorial del Sistema Nacional Interconectado .....	66
3.3.3.	Incorporación de medición fasorial en el Sistema Eléctrico Quito .....	70
3.3.4.	Resultados obtenidos para el Sistema de Subtransmisión .....	71
3.3.5.	Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de subtransmisión .....	78
4	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	83
4.1	Conclusiones.....	83
4.2	Recomendaciones.....	84
5	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86
6	ANEXOS.....	89
6.1	ANEXO I - Resumen de Resultados.....	89
	ORDEN DE EMPASTADO .....	98

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Una senoide (a) y su representación fasorial (b). El ángulo de fase del fasor es arbitrario, ya que depende de la elección del eje $t=0$ . Se debe tener en cuenta que la longitud del fasor es igual al valor RMS de la senoide .....	6
Figura 1.2. Elementos principales de la PMU moderna. Todos los elementos de la PMU, con excepción del receptor GPS, se encuentran también en los Relés de computadora.....	7
Figura 1.3. Jerarquía de los sistemas de medición fasorial y niveles de los concentradores de datos fasoriales.....	9
Figura 1.4. Circuito equivalente de línea de transmisión .....	10
Figura 1.5. Circuito equivalente de un transformador .....	10
Figura 1.6. Circuito equivalente transformador con tap .....	11
Figura 1.7. Función de distribución de probabilidad Normal (Gaussiana), $\Phi_u$ .....	14
Figura 1.8. Algoritmo de solución del problema de estimación de estado, a través del método de mínimos cuadrados ponderados .....	18
Figura 1.9. Modelo $\pi$ para un sistema de dos barras.....	19
Figura 1.10. Función densidad de probabilidad $\chi^2$ - El área bajo la curva, (Área = 0.05) representa la probabilidad $1 - \alpha$ .....	25
Figura 2.1. Algoritmo de solución del problema de estimación de estado, a través del método lineal .....	35
Figura 2.2. Medición de Voltaje a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui .....	40
Figura 3.1. Representación gráfica de una muestra de datos, considerando la información de medición convencional obtenida mediante SCADA, y medición fasorial de dispositivos PMUs .....	41
Figura 3.2. Modelo de prueba estándar IEEE – 14 barras.....	44
Figura 3.3. Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras, aplicando las metodologías de estimación.....	48
Figura 3.4. Ángulo estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras, aplicando las metodologías de estimación .....	48
Figura 3.5. Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema IEEE 14 barras.....	49
Figura 3.6. Precisión de los resultados para $\sigma V$ en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras.....	49
Figura 3.7. Precisión de los resultados para $\sigma \theta$ en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras.....	50
Figura 3.8. Modelo de prueba estándar IEEE – 39 barras.....	53
Figura 3.9. Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras, aplicando las metodologías de estimación.....	58
Figura 3.10. Ángulo estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras, aplicando las metodologías de estimación .....	58
Figura 3.11. Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema IEEE 14 barras.....	59
Figura 3.12. Precisión de los resultados para $\sigma V$ en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras.....	62



Figura 3.13. Precisión de los resultados para $\sigma \theta$ en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras.....	63
Figura 3.14. Sistema de subtransmisión a nivel de 138 kV – Empresa Eléctrica Quito .....	64
Figura 3.15. Demanda del sistema eléctrico Quito – día de demanda máxima 14 de marzo de 2018 748 MW .....	65
Figura 3.16. Pantalla de gestión operativa sistema ADMS en tiempo real – Subestación Santa Rosa 230/138 kV .....	65
Figura 3.17. Información SCADA en tiempo real con baja fiabilidad por problemas de comunicación con el dispositivo de medición .....	66
Figura 3.18. Medición de Voltaje a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui .....	67
Figura 3.19. Medición de Voltaje a nivel de 500 kV S/E El Inga .....	68
Figura 3.20. Medición de ángulo a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui.....	68
Figura 3.21. Medición de ángulo a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui.....	69
Figura 3.22. Medición angular, considerando como referencia la medición angular de la barra Santa Rosa 230 kV. ....	70
Figura 3.23. Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de subtransmisión EEQ 138 kV, aplicando las metodologías de estimación .....	76
Figura 3.24. Ángulo estimado en las barras del sistema del sistema de subtransmisión EEQ 138 kV, aplicando las metodologías de estimación .....	76
Figura 3.25. Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito – 138 kV .....	77
Figura 3.26. Precisión de los resultados para $\sigma V$ en las barras del sistema de prueba Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV .....	77
Figura 3.27. Precisión de los resultados para $\sigma \theta$ en las barras del sistema de prueba Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV .....	78

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Valores típicos de errores de medición.....	43
Tabla 3.2. Valores de desviación estándar – Medidor ION 8600.....	43
Tabla 3.3. Datos de generación del sistema de prueba – IEEE 14 barras.....	44
Tabla 3.4. Cargas del sistema de prueba IEEE – 14 barras.....	45
Tabla 3.5. Datos de líneas del sistema de prueba IEEE – 14 barras en p.u. ....	45
Tabla 3.6. Datos característicos transformadores del sistema de prueba IEEE – 14 barras	46
Tabla 3.7. Mediciones fasoriales en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras ....	46
Tabla 3.8. Resultados de la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras.....	47
Tabla 3.9. Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas.....	51
Tabla 3.10. Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación .....	52
Tabla 3.11. Tabla de despacho de generación para el sistema de prueba IEEE – 39 barras .....	52
Tabla 3.12. Cargas del sistema de prueba IEEE – 39 barras.....	52
Tabla 3.13. Datos de líneas del sistema de prueba IEEE – 39 barras en p.u. ....	54
Tabla 3.14. Datos característicos transformadores del sistema de prueba IEEE – 39 barras .....	55
Tabla 3.15. Mediciones fasoriales en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras ..	56
Tabla 3.16. Resultados de la magnitud y ángulo voltaje en las barras del sistema de prueba .....	57
Tabla 3.17. Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas.....	60
Tabla 3.18. Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación .....	61
Tabla 3.19. Valor esperado para serie de datos temporal –Voltaje Pomasqui 230 kV.....	71
Tabla 3.20. Valor esperado para serie de datos temporal – Medición angular S/E Pomasqui referenciada a la S/E Santa Rosa en 230 kV .....	71
Tabla 3.21. Parámetros del sistema de subtransmisión de la EEQ – 138 kV en (p.u.) .....	72
Tabla 3.22. Pseudo mediciones incorporadas en las barras del sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV para la solución del problema de estimación de estado. ..	73
Tabla 3.23. Resultados de la magnitud y ángulo de fase de las barras del sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (valores medidos y valores estimados)....	74
Tabla 3.24. Resultados de potencia en las barras del subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (mediciones reales y valores estimados).....	74
Tabla 3.25. Resultados de los flujos en las líneas de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (mediciones reales y valores estimados).....	75
Tabla 3.26. Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas.....	79
Tabla 3.27. Proceso iterativo estimación de estado convencional – método WLS – SEQ ...	79
Tabla 3.28. Proceso iterativo estimación de estado – método lineal - SEQ.....	80
Tabla 3.29. Proceso iterativo estimación de estado – método no lineal - SEQ.....	81
Tabla 3.30. Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación .....	82

## DEFINICIONES

**Sincrofasor** Un sincrofasor es el resultado de una medición sincronizada de una cantidad de fasor (La palabra sincrofasor se usa a veces de manera incorrecta para el dispositivo que realiza la medición).

**Fasor** Un fasor es una representación abstracta e idealizada de una cantidad eléctrica, como el voltaje o la corriente, que se supone varían en el tiempo de acuerdo con una onda sinusoidal perfecta de frecuencia constante. Un fasor contiene dos componentes de información: magnitud y ángulo de fase. Por convención, la magnitud es el valor medio de la raíz cuadrada (rms), o altura media de la onda. El ángulo de fase en grados expresa un cambio de tiempo de la onda sinusoidal en relación con un reloj de referencia. La diferencia entre los ángulos de fase de voltajes en diferentes ubicaciones está estrechamente relacionada con el flujo de potencia en la red. Esta diferencia se puede observar solo si las mediciones comparten la misma referencia de tiempo, por lo tanto “sincronización”. Por definición un fasor describe un ciclo de una onda, no un valor físico instantáneo.

**PMU (Phasor measurement unit):** Unidad de medida fasorial, una PMU es un dispositivo que informa sobre los sincrofasores. Las PMU en forma adicional reportan frecuencia y el ROCOF.

**Frecuencia** La frecuencia AC, describe la cantidad de revoluciones completas que se experimentan en el voltaje y corriente por segundo. Idealmente es constante en el valor nominal de 50 o 60 Hertz (ciclos por segundo). Cuando la frecuencia no es exactamente constante, no es trivial definir o medir.

**ROCOF (Rate of change of frequency)** La Tasa de cambio de frecuencia, expresada en Hertz por segundo, describe la rapidez con la que cambia la frecuencia, lo que indica un desequilibrio entre la generación y la carga. En el estado ideal, ROCOF sería igual a cero. ROCOF es típicamente de interés durante perturbaciones importantes de la red.

**TVE (Total Vector Error)** Error total del vector, que es una medida de la precisión de un fasor que cuenta conjuntamente por errores de magnitud y ángulo. Los estándares de rendimiento de PMU existentes se refieren a 1% de TVE.

**Muestra/Informe** Una PMU toma muchas mediciones físicas rápidas (muestras) de voltaje y/o corriente, calcula las cantidades de fasor de estas muestras, luego marca la hora y reporta el fasor para cada ciclo o dos. La tasa de reporte se expresa en muestras por segundo.

## **GLODARIO DE TÉRMINOS**

**SCADA** (Supervisory Control and Data Acquisition) Supervisión, control y adquisición de datos.

**SIGDE** Sistema Integrado para la gestión de la Distribución Eléctrica.

**MERNRR** Ministerio de Energía y Recursos Naturales No Renovables.

**ADMS** (Advanced Distribution Management System) Sistema de gestión de distribución avanzada, por sus siglas en inglés.

**SEQ** Sistema Eléctrico Quito.

**CENACE** Operador Nacional de Electricidad.

**S.N.I** Sistema Nacional Interconectado.

**C.A** Circuitos eléctricos en Corriente Alterna.

**PDC** Concentrador de Datos Fasoriales.

**p.f.d** función de probabilidad gaussiana.

**W.L.S** Weigthed Least Squares (Método de mínimos cuadrados).

**MLE** Estimación de máxima probabilidad.

**RTU** Unidades Terminales Remotas

## RESUMEN

Las empresas distribuidoras, abastecen la demanda de los usuarios garantizando su continuidad y confiabilidad, bajo condiciones operativas óptimas que permitan preservar la vida útil de sus instalaciones. Este requerimiento plantea la necesidad de desarrollos tecnológicos por parte de las distribuidoras para modernizar sus instalaciones y mediante canales de comunicación concentrar la información de sus sistemas en Centros de Control, para la gestión operativa en tiempo real dando una respuesta inmediata ante contingencias que se puedan presentar en las redes eléctricas, y un restablecimiento óptimo del sistema ante estos eventos. Con este propósito las empresas distribuidoras cuentan con un sistema de gestión operativa homologado (ADMS) y dentro sus funcionalidades el SCADA.

La información de los sistemas SCADA que se dispone en las empresas distribuidoras está sujeta a pérdida de fiabilidad debido a los errores característicos de los dispositivos de medición y sus accesorios. La solución del estimador de estado, minimizará este problema de fiabilidad a través de metodologías que realizan análisis estadísticos, como es el caso de los mínimos cuadrados ponderados (WLS) estimando la magnitud y el ángulo de los voltajes en las barras del sistema. Al incluir información de dispositivos PMUs, la solución del estimador de estado requiere un desarrollo metodológico adicional considerando un conjunto de mediciones “mixto” o “híbrido” que contiene información de medición convencional y fasorial. El objetivo del proyecto será implementar las metodologías disponibles para la solución del estimador de estado aplicado a una red eléctrica, en base de la mejor información disponible

**Palabras clave** Estimador de estado, PMUs, SCADA, WLS

## **ABSTRACT**

The distribution companies supply the user's demand guaranteeing their continuity and reliability under operating conditions to allow keeping the useful life of its equipment's. The requirement propose necessity of technological developments by distribution companies to modernize their plant and, through communication channels, focused on the information of their system in Control Centers to management operation in real time, to attend immediate responses to contingencies that may occur in the electricity networks with and adequate restoration of the system. For this purpose, the distribution companies have an approved operational management system (ADMS) and within its functionalities there is SCADA.

The SCADA's information of distribution companies is subject to loss of reliability due to characteristics of its measuring devices and its accessories. The solution of state estimator will solve these reliability problems, through of implementation and analysis of methodologies that perform statistics, as the Weighted Least Squares (WLS), estimating the magnitude and angle of voltage at all buses of electric grid, allowing knowing the actual state of electric grid. By including synchronized phasor measurements of PMU devices, the solution of state estimator with this information requires a methodological additional development with this new measurement set "mixed" or "hybrid". The purpose of this project is implement all available methodologies for solution of state estimator in a subtransmission grid, with the best information about the grid and measurement available.

**Keywords** State Estimation, SCADA, PMU, WLS

# 1. INTRODUCCIÓN

La demanda de potencia y energía de los usuarios, es abastecida a través de complejos sistemas eléctricos establecidos en etapas funcionales, definidas: generación, transmisión y distribución. Corresponde a la etapa de distribución, el abastecer la demanda a los usuarios en niveles de medio y/o bajo voltaje a lo largo de alimentadores primarios que abarcan el área de cobertura de las empresas de distribución, que a través de sus sistemas de subtransmisión, se interconectan a sistemas de transmisión en uno o varios puntos para abastecer su demanda.

La correcta gestión y monitoreo de estos sistemas, permiten garantizar la continuidad, confiabilidad y calidad del servicio para los usuarios finales como se define en las regulaciones y normativas vigentes referidas en [1], [2]; permitiendo preservar la vida útil de los diferentes equipamientos disponibles en las redes eléctricas al prevenir que estos elementos se encuentren en condiciones operativas inseguras [3]. Con este propósito, las empresas distribuidoras disponen de centros de control para la gestión operativa en tiempo real de sus redes eléctricas, mediante sistemas SCADA que a través de canales de comunicación concentran en forma local la información de los diferentes dispositivos de medición instalados en subestaciones.

En Ecuador, a nivel nacional, la gestión operativa en tiempo real de los sistemas eléctricos de las empresas distribuidoras, ha sido estandarizada a través del proyecto SIGDE desarrollado por el MERNRR, con el objetivo de modernizar y homologar la gestión de los sistemas de subtransmisión, distribución y comercialización. A través del sistema ADMS y sus diferentes funcionalidades, y para el monitoreo de redes eléctricas a través de SCADA.

La información que se dispone en SCADA, se obtiene de los diferentes dispositivos de medición implementados en las instalaciones eléctricas a través de canales de comunicación disponibles, puede presentar inconsistencias debido a errores propios de los dispositivos de medición y sus accesorios, pérdidas inesperadas de comunicación, lo que limita la gestión operativa en tiempo real, incrementando la probabilidad de producir errores en la operación afectando la calidad y continuidad del servicio para los usuarios finales, y en forma adicional restando seguridad en las condiciones operativas del sistema, afectando la vida útil de los dispositivos de las redes eléctricas.

El problema de fiabilidad de la información disponible en el SCADA fue analizado por Fred Scheweppe [4] quién propuso la estimación de estado para sistemas eléctricos, reduciendo estas inconsistencias presentes en la información disponible, dando paso al desarrollo de sistemas de administración de Energía (EMS, del inglés Energy Management System).

La solución del estimador de estado, permite conocer el estado actual del sistema al estimar la magnitud y el ángulo del voltaje en las barras de la red eléctrica para un instante de tiempo dado, en estas condiciones, el problema es abordado como un modelo estático para la solución del problema [4]. En las referencias [5] y [6] se analizan las diferentes metodologías para la solución del estimador de estado considerando mediciones convencionales, se describe el método clásico de los mínimos cuadrados ponderados (WLS, del inglés Weigthed Least Squares), que consiste en minimizar la suma de los cuadrados de la diferencia entre el valor estimado y el valor real, como alternativas se hace una descripción de las metodologías de Varianza mínima (Minimum Variance) y el método de máxima verosimilitud (Maximum Likelihood Estimation), la solución de estimador de estado realiza un análisis estadístico de la información disponible, debido a las propiedades estadísticas de los errores propios de los dispositivos de medición los cuales, dentro del proceso de solución los estimados obtenidos se ajustan a pruebas estadísticas previo a ser aceptados como satisfactorios. Metodologías que se basan en el desarrollo de técnicas de optimización como se describe en la referencia [7], plantea una solución alternativa para la solución del problema de estimación de estado en sistemas eléctricos, incorporando la técnica PSO (Particle Swarm Optimization), basado en su simplicidad para la búsqueda de puntos óptimos que permitan minimizar la función objetivo.

Criterios de observabilidad del sistema eléctrico en base de la disponibilidad de mediciones de la red eléctrica se analizan en la referencia [8], en donde realiza un análisis de la redundancia de mediciones para garantizar la observabilidad de la red.

La incorporación de dispositivos PMUs en sistemas eléctricos, permiten evaluar fasores de voltaje y corriente de los elementos en donde son instalados [9], disponiendo de información sincronizada, de alta precisión y tasa de actualización como se describe en [10], esta información ha permitido realizar análisis dinámicos de los sistemas eléctricos, como es el caso del sistema eléctrico ecuatoriano que a través del sistema de monitoreo WAMS (Wide Area Monitoring System), realiza un monitoreo en tiempo real del Sistema Nacional Interconectado (SNI) [11] con la instalación de dispositivos PMUs en las principales subestaciones del SNI.

La incorporación de las mediciones fasoriales en la solución del estimador de estado requiere del desarrollo de nuevas metodologías, como se analiza en [12] y [13], planteando un desarrollo mediante el cual no se requieran esfuerzos computacionales adicionales para modificar los EMS disponibles en Centros de Control. Este nuevo conjunto de mediciones “mixto” o “híbrido” conformado por mediciones convencionales y fasoriales plantea una metodología por etapas para la solución del estimador de estado como se describe en [14].



En las referencias [15], [16], [17], [18], [19], [20], para modelos de red estándar, se desarrolló el estimador de estado en base del conjunto de mediciones “mixto” o “híbrido” por etapas, una primera etapa en la que se resuelve el estimador de estado con mediciones convencionales, mediante el método clásico WLS, estimando la magnitud y ángulo de voltaje en las barras de la red eléctrica. A estas variables estimadas resultantes, se las eleva a la figura de “pseudo – medición” fasorial, y en una segunda etapa de estimación, se establece un nuevo conjunto de mediciones que considera la información de las PMUs y estas “pseudo – mediciones”, para a través de una metodología “lineal” resolver el estimador de estado. Los resultados, permiten verificar la incidencia que presenta en la precisión de los resultados al incluir información de medición fasorial en el sistema eléctrico, como se analiza en la referencia [21]. En las referencias [22] y [23], como aplicación del método lineal para la solución del problema de estimación de estado en base de conjuntos de medición “mixtos” o “híbridos”, desarrolla una aplicación para grandes sistemas eléctricos, dividiendo estos sistemas en islas eléctricas y mediante el método señalado resolver el problema de estimación de estado para estas islas. En la referencia [24], se incorpora en forma adicional una metodología “no lineal” en la solución del estimador de estado con mediciones fasoriales.

El problema de la alineación temporal de la información de este tipo de mediciones debido a sus características propias de precisión y actualización es analizado en las referencias [25] y [26], desarrollando una metodología para la solución del estimador dinámico que realiza pronósticos de carga a muy corto plazo basado en el concepto del filtro de Kalman.

Nuevas metodologías se han desarrollado para la fusión de datos con diferentes fuentes de origen como se describe en [27] y [28] mediante el desarrollo de la fórmula de fusión de campo “Bar – Shalom”, que es implementada en [29] y [30] para la solución del estimador de estado con la información de mediciones convencionales y fasoriales

En base de la revisión del estado del arte para la solución del estimador de estado considerando un conjunto de mediciones convencionales y fasoriales, se verificó varios desarrollos para un modelo estático de estimación por etapas, incorporando el método clásico de estimación y el método “lineal” y en forma adicional la inclusión de un modelo “no lineal”; en la referencia [31] se realiza un análisis de las mediciones fasoriales y sus aplicaciones en sistemas eléctricos, presentando el desarrollo del método “lineal” para la solución del estimador de estado con la inclusión de mediciones fasoriales al conjunto de mediciones convencionales.

## **1.1. Pregunta de Investigación**

¿La implementación y desarrollo de una aplicación que permita resolver el problema de estimación de estado en base de toda la información disponible de un sistema eléctrico, permitirá mejorar la gestión operativa en tiempo real?

## **1.2. Objetivo General**

Implementar una metodología matemática para la solución del problema de estimación en sistemas de subtransmisión, considerando mediciones fasoriales y convencionales.

## **1.3. Objetivos Específicos**

Relevar el estado del arte en lo referente a la implementación y desarrollo de modelos matemáticos para la solución del problema de estimación de estado en base de mediciones convencionales y considerando la inclusión de mediciones fasoriales.

Desarrollar la metodología y el modelo matemático para la solución del problema de estimación de estado considerando mediciones fasoriales y convencionales.

Implementar la metodología y modelo matemático “lineal” y “no lineal” en una herramienta informática, para la solución del problema de estimación de estado considerando la incorporación de medición fasorial al conjunto de mediciones convencionales, en una red de prueba en base de la mejor información disponible con respecto al modelo de red.

Realizar pruebas de la metodología y desarrollo matemático en redes modelo IEEE, y como caso práctico al sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito, en base al modelo de red, y la mejor información disponible con respecto al conjunto de mediciones convencionales y fasoriales del sistema.

## **1.4. Alcance**

El trabajo presenta el desarrollo de un modelo matemático de estimación de estado que permita obtener una solución óptima para los fasores de voltaje (magnitud y ángulo) en las barras de un sistema eléctrico; disponiendo como datos de entrada el modelo de la red eléctrica, y la mejor información disponible en referencia al conjunto de mediciones convencionales y fasoriales.

Considerando las características propias de cada tipo de medición, convencional y fasorial en referencia a la cantidad de datos, sincronización, no es factible el desarrollar una alineación en tiempo real de estas mediciones, por lo que se relevará la información en archivo de mediciones históricas en el que se recopile toda la información de las mediciones obtenidas del sistema, que serán el insumo para la aplicación a desarrollar.

La solución del problema de estimación de estado, permitirá estimar las magnitudes y ángulos de voltaje en las barras de la red eléctrica. Desarrollando un modelo de estimación estático considerando un conjunto de mediciones para un determinado instante de tiempo, verificándose en forma adicional la incidencia de incorporar medición fasorial en el proceso de estimación.

Una vez desarrollada la metodología, y el modelo matemático, se realizarán pruebas correspondientes sobre modelos de red estándar IEEE de acuerdo a las referencias descritas, para finalmente incorporar la red del SEQ, y en base de su modelo de red, e información de dispositivos de medición, resolver el problema de estimación de estado.

## **1.5. Marco Teórico**

### **1.5.1. Introducción a la Medición Fasorial [10]**

Las unidades de medición fasorial (PMU - Phasor measurement unit) por sus siglas en inglés, son dispositivos que realizan con alta precisión y velocidad el análisis dinámico del estado en sistemas eléctricos, evaluando los fasores de voltaje y corriente en forma sincronizada, con una referencia temporal global precisa. Estos dispositivos toman los valores instantáneos de voltaje y corriente, a partir de los cuales realizan el cálculo de los fasores de voltaje y corriente, además de otros parámetros de interés como frecuencia, tasa de cambio de frecuencia ROCOF y fase angular [9]. Las mediciones pueden ser componentes fundamentales (50 o 60 Hz) y de secuencia positiva para la representación trifásica, las tasas de actualización de datos suelen ser de 30 a 60 registros por segundo, en comparación con los sistemas convencionales actuales de adquisición de datos a través de SCADA con tasas de actualización del orden de 2 a 5 segundos.

Considerando una onda sinusoidal pura, expresada en la ecuación (1.1) representada gráficamente en la Figura 1.1.

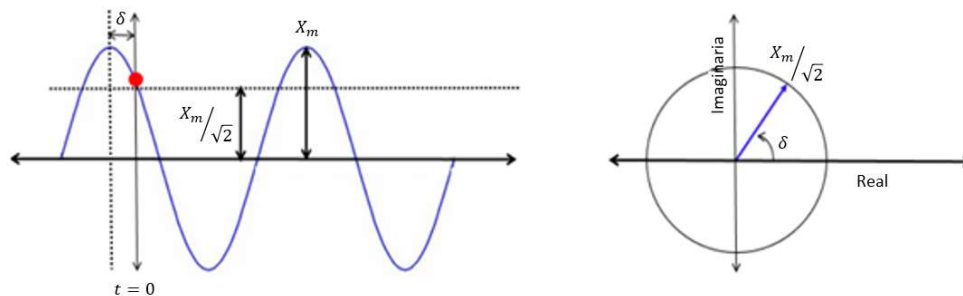
$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \quad (1.1)$$

Dónde:

$\omega$  Es la frecuencia de la señal en radianes por segundo

$\phi$  Ángulo de fase expresado en radianes

$X_m$  Valor pico de la amplitud de la señal



**Figura 1.1** Una senoide (a) y su representación fasorial (b). El ángulo de fase del fasor es arbitrario, ya que depende de la elección del eje  $t=0$ . Se debe tener en cuenta que la longitud del fasor es igual al valor RMS de la senoide

El “Valor Cuadrático Medio” (RMS) de una señal de entrada es  $\left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right)$ . Al considerar que las cantidades RMS se utilizan para el cálculo de potencia activa y reactiva de circuitos en corriente alterna (C.A), la ecuación (1.1), se puede representar mediante la ecuación (1.2)

$$x(t) = \text{Re}\{X_m e^{j(\omega t + \phi)}\} = \text{Re}\{[e^{j(\omega t)}] X_m e^{j\phi}\} \quad (1.2)$$

En la ecuación (1.2), al suprimir el término  $e^{j(\omega t)}$ , y con la frecuencia expresada por  $\omega$ , la senoide de la ecuación (1.1), es representada por un número complejo  $X$ , con su representación fasorial en la ecuación (1.3).

$$x(t) \sim X = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) e^{j\phi} = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) [\cos \phi + j \sin \phi] \quad (1.3)$$

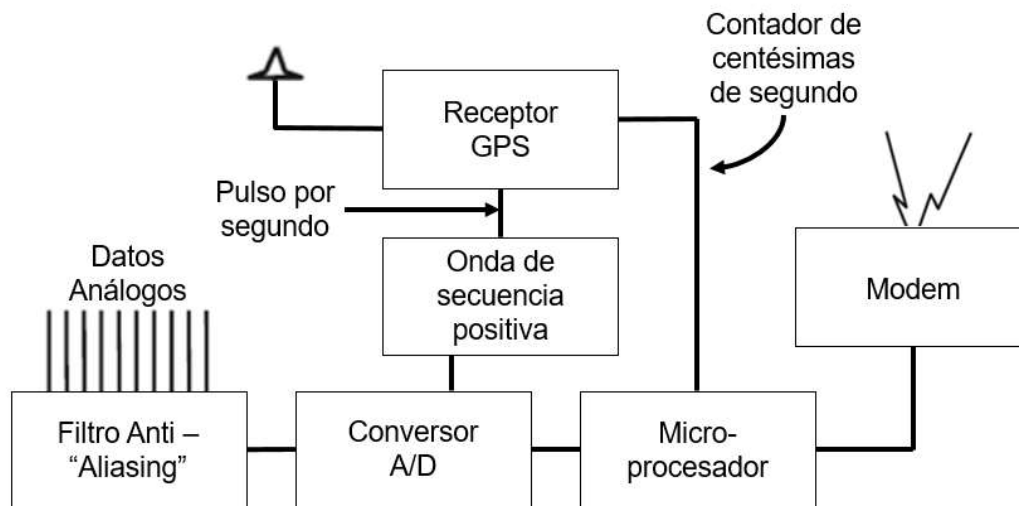
La representación fasorial es posible únicamente para ondas sinusoidales puras. En la práctica, debido a la presencia de otras señales a diferentes frecuencias, las formas de onda se distorsionan y por tanto se requiere extraer una sola componente de frecuencia de la señal (generalmente la frecuencia fundamental de interés para el análisis), y representarla en forma fasorial; la extracción de una sola componente de frecuencia se realiza mediante el cálculo de la “Transformada de Fourier”.

En sistemas de datos muestreados, esto se obtiene mediante la “Transformada de Fourier Discreta” (DTF) o la “Transformada de Fourier Rápida” (FFT), la definición de fasor también

implica que la señal no cambia, sin embargo en todos los casos prácticos solo es posible considerar una parte del intervalo de tiempo durante el cual se considera la representación del fasor, este intervalo de tiempo es conocido como “ventana de datos”, y es muy importante en la estimación en la forma de onda.

### 1.5.2. Dispositivos PMU genéricos

En la Figura 1.2, se presenta el detalle de la configuración de las primeras PMU elaboradas por Virginia Tech, las cuales evolucionaron a partir del desarrollo del “relé de distancia de componente simétrico”, la estructura que se muestra en la Figura 1.2 es paralela a la de un relé de computadora.



**Figura 1.2** Elementos principales de la PMU moderna. Todos los elementos de la PMU, con excepción del receptor GPS, se encuentran también en los Relés de computadora

Las entradas analógicas son las señales de corriente y voltaje, obtenidas de los devanados de los secundarios de los transformadores de voltaje y corriente asociados al dispositivo de medición. Todas las corrientes y voltajes trifásicos se utilizan para poder realizar una medición de secuencia positiva. A diferencia de un relé, una PMU puede medir corrientes en varios alimentadores de una subestación y voltajes que pertenecen a varias barras en la subestación.

El microprocesador que se muestra en la Figura 1.2, evalúa los fasores estimados de secuencia positiva de las señales de corriente y voltaje. Algunas otras estimaciones de interés son la frecuencia y la tasa de cambio de la frecuencia medida localmente, y estas también se incluyen en la salida de la PMU, la marca de tiempo se crea a partir de señales derivadas del receptor GPS. La información estimada por los PMU con datos de fecha y hora del registro,

se transferirá a través de los enlaces de comunicación y módems a un nivel en el que se tratará, y analizará esta información.

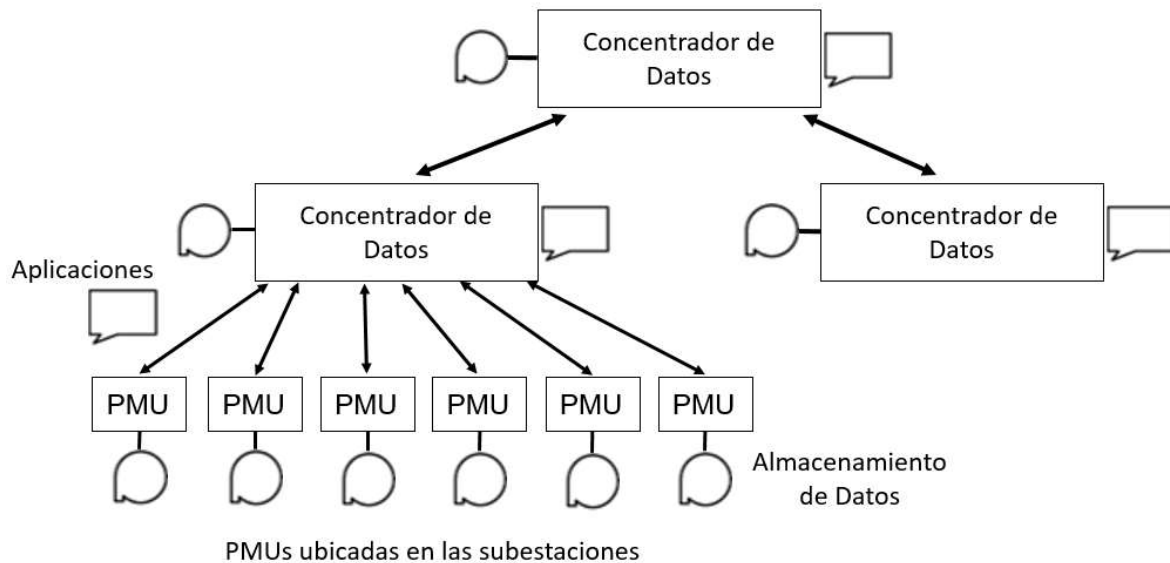
#### **1.5.2.1. PMU y Concentradores de Datos Fasoriales (PDC)**

La característica más importante de la tecnología PMU es que sus mediciones tienen una estampa de tiempo con alta precisión en la fuente, por lo que la velocidad de transmisión de datos ya no es un parámetro crítico para hacer uso de estos datos. Todas las mediciones de PMU con la misma marca de tiempo se utilizan para inferir el estado del sistema de potencia en el instante definido por la estampa de tiempo. Las etiquetas de tiempo asociadas con los datos del fasor proporcionan una herramienta de indexación que ayuda a crear una imagen coherente del sistema de potencia a partir de esta información. El sistema de posicionamiento global (GPS) etiqueta las estampas de tiempo de cada medición obtenida desde los dispositivos PMUs, que a través de “Concentradores de Datos Fasoriales” (PDC), permitirá concentrar esta esta información y ordenarla en tal forma que esta sea de fácil acceso para la gestión operativa del sistema.

#### **1.5.2.2. Jerarquía para sistemas de medición Fasorial**

En la Figura 1.3, las PMU se instalan en distintas subestaciones de un sistema eléctrico, proporcionando información de fasores de voltaje y corriente de secuencia positiva (así como la frecuencia y la tasa de cambio de frecuencia). Las mediciones se almacenan en dispositivos locales, a los que se puede acceder desde ubicaciones remotas para fines de diagnóstico post – mortem. La capacidad de almacenamiento local es necesariamente limitada, y los datos almacenados que pertenecen a un evento del sistema de potencia, deben marcarse para almacenamiento permanente para que no se sobrescriban cuando se agote la capacidad de almacenamiento local. Los datos fasoriales están disponibles para aplicaciones en tiempo real en un flujo constante de información, tan pronto como se realicen las mediciones.

Los dispositivos en el siguiente nivel de jerarquía, se conocen comúnmente como “concentradores de datos fasoriales” (PDC) con la función de recopilar datos de varias PMU, eliminando datos incorrectos, alineando marcas de tiempo y creando un registro coherente de datos. Los PDC pueden poner esto a disposición de las aplicaciones locales en tiempo real.



**Figura 1.3** Jerarquía de los sistemas de medición fasorial y niveles de los concentradores de datos fasoriales

### 1.5.3. Estimación de Estado [4], [6]

La estimación de estado es el proceso mediante el cual se estiman los fasores de voltaje en las barras del sistema eléctrico para un determinado instante de tiempo. Con las tecnologías actuales, esta información puede ser obtenida mediante dispositivos que evalúan mediciones fasoriales precisas de los voltajes en todas las barras del sistema; información que podría ser de baja fiabilidad debido a errores en los dispositivos de medición o en los sistemas de comunicación. El proceso de estimación de estado, se realiza en base de un conjunto de mediciones disponibles y mediante un proceso de eliminación de mediciones con probabilidad de ser erróneas, se obtiene un proceso de estimación óptimo.

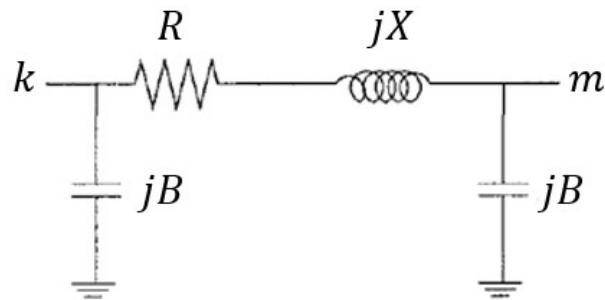
A más de la información de las mediciones para estimar el estado de un sistema para un escenario de estado estable del sistema, se requiere información de la red eléctrica, y su topología.

#### 1.5.3.1. Modelo de Componentes y Supuestos [4], [6]

En el escenario que el sistema de potencia se encuentre en condiciones estables y balanceadas, se puede modelar un circuito equivalente monofásico de secuencia positiva, considerando los elementos característicos de la red.

### 1.5.3.1.1. Líneas de Transmisión

Representada por el modelo  $\pi$ , con los parámetros que corresponden al circuito equivalente de secuencia positiva de una línea de transmisión. Una línea de transmisión con impedancia serie de secuencia positiva  $R + jX$  y susceptancia de  $j2B$  puede ser modelada por el circuito equivalente mostrado en la Figura 1.4.



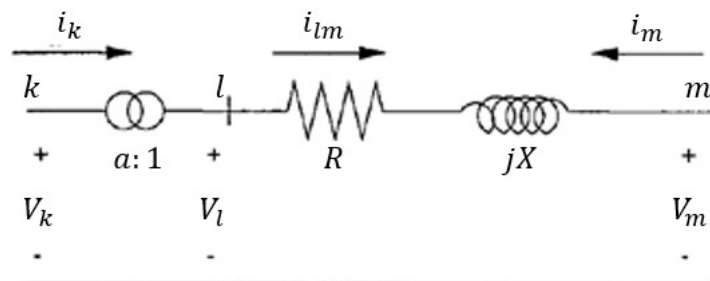
**Figura 1.4** Circuito equivalente de línea de transmisión

### 1.5.3.1.2. Capacitores o Reactores

Se representan por su susceptancia por fase en la correspondiente barra; el signo del valor de la susceptancia será determinado por el tipo de elemento shunt si es positivo o negativo corresponderá a un capacitor o reactor respectivamente.

### 1.5.3.1.3. Transformadores con Taps y Desplazamiento de Ángulo de Fase (Phase Shifting)

Los transformadores con una relación de transformación fuera de la nominal pero con taps en fase pueden ser modelados como una impedancia en serie con un transformador ideal como se muestra en la Figura 1.5.



**Figura 1.5** Circuito equivalente de un transformador



De las ecuaciones que se obtienen en base del circuito equivalente que se muestra en la Figura 1.5, se expresan las corrientes de flujo  $i_{lm}$  y  $i_m$  en cada extremo del circuito serie  $R + jX$ , la admitancia entre las barras  $l - m$  mediante la ecuación (1.4).

$$\begin{bmatrix} i_{lm} \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_l \\ v_m \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Al sustituir  $i_{lm}$  y  $v_l$ .

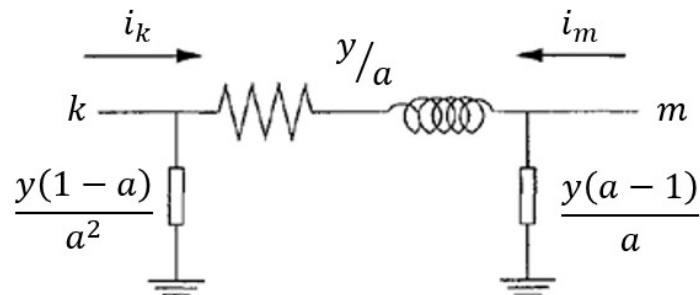
$$i_{lm} = a \cdot i_k$$

$$v_l = v_k/a$$

La ecuación (1.4), puede ser expresada mediante la ecuación (1.5).

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/a^2 & -y/a \\ -y/a & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_m \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Donde " $a$ " es la relación de transformación del tap, la Figura 1.6, muestra el circuito equivalente para el sistema de ecuaciones, que se presentan en la ecuación (1.5).



**Figura 1.6** Circuito equivalente transformador con tap

Para un transformador, con desplazamiento de ángulo de fase, el valor del "tap"  $a$  es un número complejo, con las siguientes modificaciones para el sistema de ecuaciones que se muestran en (1.5).

$$a^* i_k = i_{lm}$$

$$a v_l = v_k$$

Determinándose un nuevo conjunto de ecuaciones que se expresan en la ecuación (1.6).

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/|a|^2 & -y/a^* \\ -y/a & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_m \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

#### 1.5.3.1.4. Cargas y Generadores

Las cargas y los generadores, son modelados como inyecciones de potencia complejas equivalentes, sin efecto en el modelo de la red. Las excepciones son las cargas de tipo impedancia constante que se incluyen como admitancias shunt en las barras correspondientes.

#### 1.5.3.1.5. Modelo de la Red

Los componentes de la red descritos anteriormente se usan en el modelo de la red de todo el sistema de potencia; desarrollando un conjunto de ecuaciones nodales que se derivan de las leyes de Kirchoff en cada barra del sistema.

Definiendo al vector de inyección de corriente como  $I$  y el vector de fasores de voltaje como  $V$ , las ecuaciones nodales se expresan mediante la ecuación (1.7).

$$I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} = Y \cdot V \quad (1.7)$$

Dónde.

$i_k$  Fasor de corriente de inyección neta en la barra  $k$

$v_k$  Fasor de voltaje en la barra  $k$

$Y_{km}$  Elemento  $(k, m)$ th de  $Y$

### 1.5.4. Estimación de Máxima Verosimilitud

El objetivo de la solución del problema de estimación de estado es determinar el estado más probable del sistema en función de las mediciones disponibles, uno de los métodos es mediante la estimación de máxima verosimilitud (MLE), ampliamente utilizado en análisis estadísticos. Asumiendo que los errores de medición tienen una distribución de probabilidad con parámetros desconocidos, la función de densidad de probabilidad conjunta para todas

las mediciones se puede escribir en términos de estos parámetros desconocidos. Esta función se conoce como la función de probabilidad y alcanzará su valor máximo cuando los parámetros desconocidos que se eligen están más cerca de sus valores reales. Por lo tanto se puede configurar un problema de optimización para maximizar la función de probabilidad como una función de estos parámetros desconocidos. La solución obtenida permitirá determinar las estimaciones de máxima verosimilitud para los parámetros de interés.

Se suele suponer que los errores de medición tienen una distribución Gaussiana (normal) y los parámetros para tal distribución son su media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . El problema de la estimación de máxima verosimilitud se resuelve luego para estos parámetros, la función de densidad de probabilidad Gaussiana (p.d.f) y la correspondiente distribución de probabilidad (d.f.).

#### 1.5.4.1. Función de densidad de Probabilidad Gaussiana (Normal)

La función de densidad de probabilidad Normal para una variable aleatoria  $z$ , se define mediante la ecuación (1.8).

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.8)$$

Dónde.

$z$  Variable aleatoria

$\mu$  Media (o valor esperado) de  $z = E(z)$

$\sigma$  Desviación estándar de  $z$

La función  $f(z)$  cambiará su forma dependiendo de los valores  $\mu$  y  $\sigma$ . Sin embargo su forma se puede estandarizar usando el siguiente cambio de variables.

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma} \quad (1.9)$$

Obteniéndose la ecuación (1.10).

$$E(u) = \frac{1}{\sigma}(E(z) - \mu) = 0 \quad (a)$$

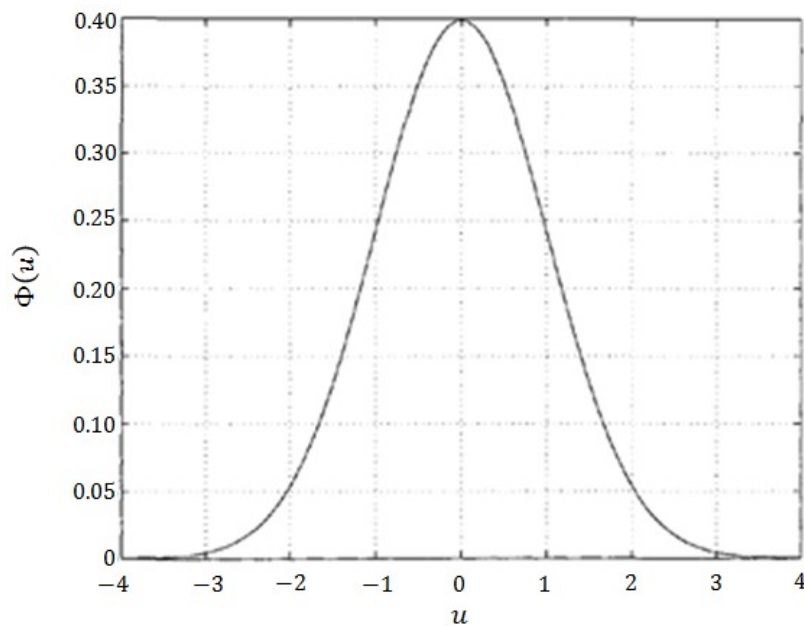
$$Var(u) = \frac{1}{\sigma^2}Var(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1,0 \quad (b)$$

(1.10)

Por lo tanto la nueva función de densidad de probabilidad, se define mediante la ecuación (1.11).

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (1.11)$$

La representación gráfica de  $\Phi(u)$ , la cual está referida como la Función de Distribución Estándar Normal (Gaussiana), se muestra en la Figura 1.7.



**Figura 1.7** Función de distribución de probabilidad Normal (Gaussiana),  $\Phi(u)$

#### 1.5.4.2. Función de Probabilidad

Una función de densidad de probabilidad conjunta permite representar la probabilidad de tener " $m$ " mediciones independientes, cada una con su respectiva función de probabilidad Gaussiana. El conjunto de p.f.d., puede ser expresado como el producto de las p.f.d., individual de cada medición, expresado mediante la ecuación (1.12).

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2) \dots f(z_m) \quad (1.12)$$

Dónde

$z_i = i$ th Medición

$z^T = [z_1, z_2, \dots, z_m]$

La función  $f_m(z)$  es llamada función de probabilidad de  $z$  y es una medida de la probabilidad de observar el conjunto particular de mediciones en el vector  $z$ . El objetivo de estimación, mediante el método de máxima verosimilitud, es maximizar esta función de probabilidad variando los parámetros asumidos de la función de densidad, es decir su media  $\mu$  y su desviación estándar  $\sigma$ . Al determinar los valores óptimos de los parámetros, la función se reemplaza comúnmente con su logaritmo, para simplificar el procedimiento de optimización.

La función modificada se llama la función de probabilidad de registro,  $\mathcal{L}$  y se expresa mediante la ecuación (1.13).

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) \\ \mathcal{L} &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i\end{aligned}\tag{1.13}$$

La estimación de máxima verosimilitud, maximizará la función de probabilidad (o probabilidad de registro) para un determinado conjunto de observaciones  $z_1, z_2, \dots, z_m$ . Por lo tanto se puede obtener resolviendo el problema expresado en la ecuación (1.14).

$$\begin{aligned}& \text{maximizar } \log f_m(z), \text{ o} \\ & \text{minimizar } \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2\end{aligned}\tag{1.14}$$

El problema de minimización puede ser escrito en términos de los residuos  $r_i$  de las mediciones  $i$ , que se expresa mediante la ecuación (1.15).

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i)\tag{1.15}$$

La media  $\mu_i$  o el valor esperado  $E(z_i)$  de la medición  $z_i$  puede ser expresado como  $h_i(x)$ , una función no lineal que relaciona el vector de estado  $x$  con su respectiva  $i_{th}$  medición. El cuadrado de cada residuo  $r_i^2$  es ponderado por  $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ , que está inversamente relacionado con la varianza de error asumida para esa medición. Por lo tanto el problema de optimización expresado en la ecuación (1.14), será equivalente a minimizar la suma ponderada de los cuadrados de los residuos.

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \quad (1.16)$$

$$\text{sujeto a: } z_i = h_i(x) + r_i, i = 1, \dots, m$$

La solución del problema de optimización descrito anteriormente es llamada el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS) para el vector  $x$ .

### 1.5.4.3. Modelos de medición y Supuestos

El conjunto de mediciones dado por el vector  $z$ , se expresa mediante la ecuación (1.17).

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e \quad (1.17)$$

Dónde:

$$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$$

$h_i(x)$  Función no lineal que relaciona la medición  $i$  con el vector de estado  $x$

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ : es el vector de estado del sistema

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$ : es el vector de error de las mediciones.

El estimador de estado WLS minimizará la función objetivo, expresada en la ecuación (1.18).

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} \quad (1.18)$$

$$J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)]$$

Como mínimo debe cumplirse las condiciones óptimas de primer orden lo que se puede expresar en forma compacta mediante la ecuación (1.19).

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x) R^{-1} [z - h(x)] = 0 \quad (1.19)$$

Dónde.

$$H(x) = \left[ \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right]$$

Expandiendo la función no lineal  $g(x)$  en series de Taylor, alrededor del vector de estado  $x^k$  expresado mediante la ecuación (1.20).

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0 \quad (1.20)$$

Y, sin considerar los elementos de orden superior, conduce a un esquema de solución iterativo que se expresa en la ecuación (1.21), conocido como el método de Gauss – Newton

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k) \quad (1.21)$$

Dónde

$k$  Índice de iteración

$x^k$  Vector solución en la iteración  $k$

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k)$$

$$g(x^k) = -H^T(x_k) \cdot R^{-1} \cdot (z - h(x^k))$$

$G(x)$  Se denomina la matriz de ganancia del sistema, y se resuelve en cada iteración  $k$ .

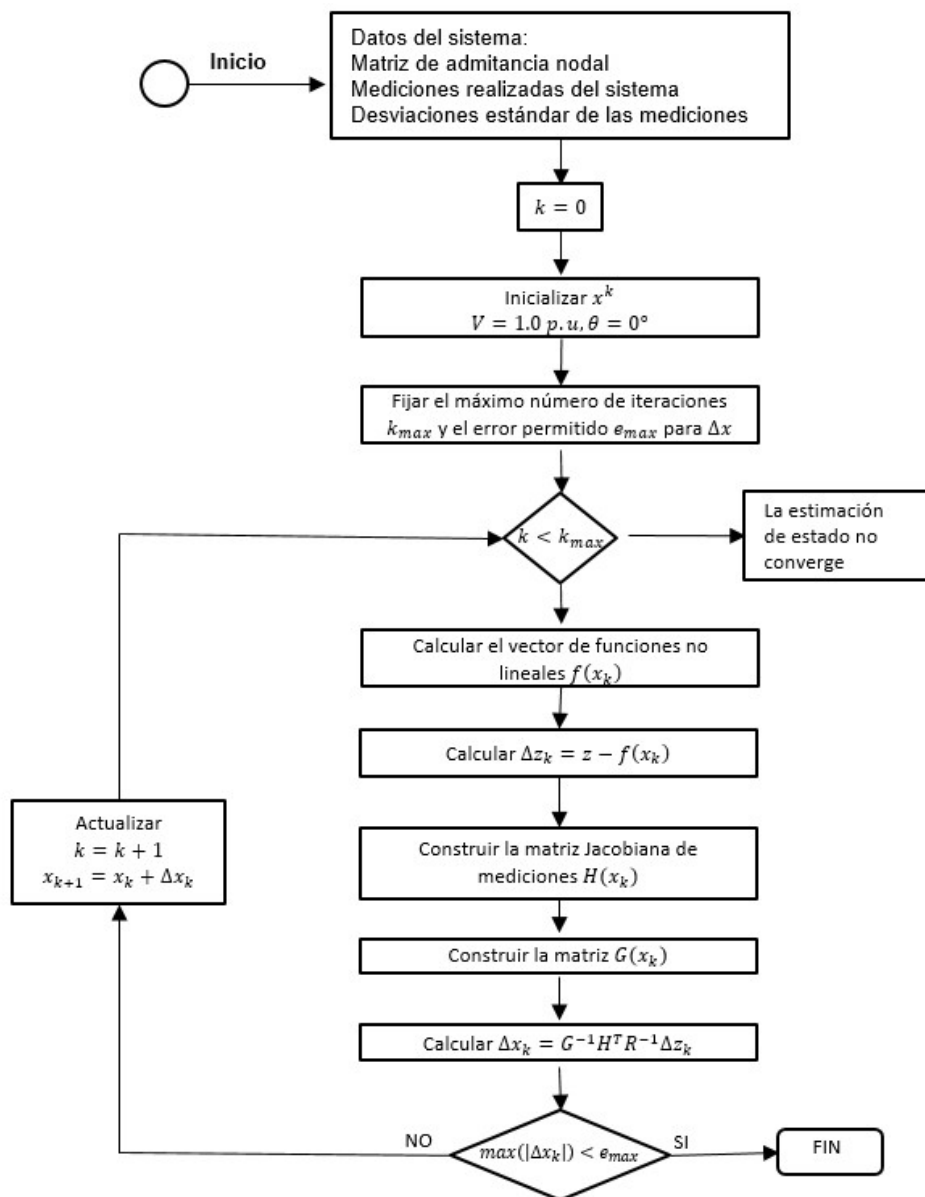
$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}[z - h(x^k)] \quad (1.22)$$

Dónde  $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$ . El conjunto de ecuaciones representado la ecuación (1.22) es también referido como Ecuaciones Normales.

### 1.5.5. WLS Algoritmo de Estimación de Estado [5]

La solución del problema de estimación de estado mediante el método clásico de mínimos cuadrados implica la solución iterativa de la ecuación (1.22), considerando una condición inicial para el vector de estado  $x^0$ , similar a la solución del flujo de potencia, esta condición inicial corresponde típicamente a un escenario en el cual se asume que todos los voltajes en las barras es de 1,0 p.u., y están en fase entre sí. El diagrama de flujo para la la solución del

problema de estimación de estado a través del método de mínimos cuadrados ponderados, se observa en la Figura 1.8.



**Figura 1.8** Algoritmo de solución del problema de estimación de estado, a través del método de mínimos cuadrados ponderados

El algoritmo de solución iterativo para el problema de estimación de estado, mediante el método de mínimos cuadrados, cumple las siguientes directrices.

- Inicio de iteraciones, índice de iteración  $k = 0$
- Inicializar el vector de estado  $x^k$ , típicamente como condición inicial.
- Calcular la matriz de Ganancia  $G(x^k)$
- Calcular el lado derecho  $t^k = H(x^k)^T R^{-1} (z - h(x^k))$



- Descomponer  $G(x^k)$  y resolver para  $\Delta x^k$
- Prueba de convergencia, máximo  $|\Delta x^k| \leq \epsilon$ ?
- Si no, actualizar  $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k, k = k + 1$ , y volver al paso 3, caso contrario parar.

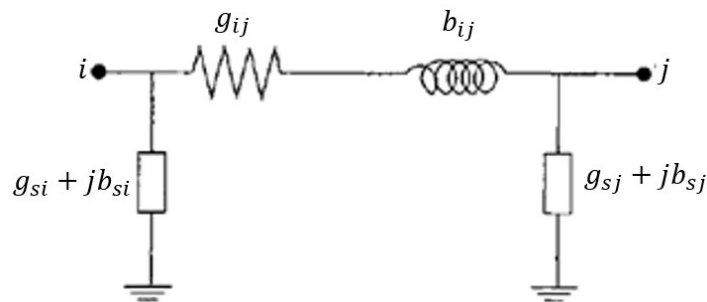
### 1.5.5.1. La función de medición $h(x^k)$

Las mediciones en sistemas eléctricos, más utilizadas son los flujos de potencia activa y reactiva en líneas, inyecciones de potencia activa y reactiva en las barras, mediciones de magnitud de voltaje, y las magnitudes de corriente de línea. Estas mediciones pueden ser expresadas en términos de las variables de estado, usando coordenadas rectangulares o polares. En coordenadas polares para un sistema de  $N$  barras, el vector de estado tendrá  $(2N - 1)$  elementos,  $N$  magnitudes de voltajes en las barras y  $(N - 1)$  ángulos de fase, donde el ángulo en la barra de referencia se establece a un valor típico "0".

El vector de estado, tendrá la siguiente forma, considerando que la barra "1" es seleccionada como barra de referencia del sistema.

$$x^T = [\theta_2 \theta_3 \dots \theta_N V_1 V_2 \dots V_N] \quad (1.23)$$

Considerando el modelo " $\pi$ " que se muestra en la Figura 1.9, las ecuaciones para cada medición en un sistema de potencia, se detallan a continuación.



**Figura 1.9** Modelo  $\pi$  para un sistema de dos barras

- Inyección de potencia activa y reactiva en la barra  $i$ .

$$P_i = V_i \sum_{j \in N_i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$Q_i = V_i \sum_{j \in N_i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Flujo de potencia activa y reactiva de la barra  $i$  a  $j$

$$P_{ij} = V_i^2(g_{si} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$Q_{ij} = -V_i^2(b_{si} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Magnitud de flujo de corriente de la barra  $i$  a  $j$

$$I_{ij} = \frac{\sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}}{V_i}$$

O sin considerar la admitancia shunt ( $g_{si} + jb_{si}$ )

$$I_{ij} = \sqrt{(g_{ij}^2 + b_{ij}^2)(V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij})}$$

Dónde.

$V_i, \theta_i$  Magnitud de voltaje y el ángulo de fase en la barra  $i$

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

$G_{ij} + jB_{ij}$  El  $ij$ th elemento de la matriz compleja de admitancia de barra.

$g_{ij} + jb_{ij}$  Admitancia serie del elemento que interconecta las barras  $i$  y  $j$  que se muestra en la Figura 1.9.

$\aleph_i$  Es el conjunto de elementos conectados a la barra  $i$

### 1.5.5.2 El Jacobiano de las mediciones, $H$

La estructura del Jacobiano de las mediciones  $H$ , se expresa mediante la ecuación (1.24)

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{mag}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{mag}}{\partial V} \\ \frac{\partial V_{mag}}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Las ecuaciones para cada derivada se expresan a continuación.

- Elementos correspondientes a las mediciones de inyección de potencia activa

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (-G_{ij} \sen \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - V_i^2 B_{ii}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) + V_i G_{ii}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij})$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de inyección de potencia reactiva.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) - V_i^2 G_{ii}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sen \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - V_i B_{ii}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de flujos de potencia activa.

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij}) + 2(g_{ij} + g_{si})V_i$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij})$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de flujo de potencia reactiva

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij} + b_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij}) - 2(b_{ij} + b_{si})V_i$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij})$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de voltaje.

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1, \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \theta_i} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \theta_j} = 0$$

- Elementos correspondientes a la medición de las corrientes (sin considerar la admitancia shunt de la línea).

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \theta_i} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} V_i V_j \operatorname{sen} \theta_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \theta_j} = -\frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} V_i V_j \operatorname{sen} \theta_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} (V_i - V_j \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} (V_j - V_i \cos \theta_{ij})$$

### 1.5.5.3. La matriz de Ganancia $G$

La matriz de ganancia  $G$  es formada usando el Jacobiano de las mediciones  $H$  y la matriz de covarianza de error de las mediciones  $R$ . La matriz de covarianza de errores es asumida como una matriz diagonal teniendo varianza de las mediciones en su diagonal. Por lo tanto la matriz  $G$  se determina mediante la ecuación (1.25).

$$G(x^k) = H^T R^{-1} H \quad (1.25)$$

La matriz  $G$  es construida y almacenada como una matriz dispersa teniendo en consideración la eficiencia computacional y memoria, se construye procesando una medición a la vez. Considerando la matriz Jacobiana de mediciones  $H$  y la matriz de covarianzas  $R$  para un conjunto  $m$  de mediciones, cada una correspondiente a una fila, como se muestra a continuación.

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_m \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{22} & & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & R_{mm} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la matriz de ganancia se expresa mediante la ecuación (1.26).

$$G = \sum_{i=1}^m H_i^T R_{ii}^{-1} H_i \quad (1.26)$$

Dado que las matrices  $H$  son vectores de fila muy dispersas, su producto también producirá una matriz dispersa. Los términos distintos de cero en  $G$  se pueden calcular y almacenar en forma dispersa.

### 1.5.5.4. Identificación de medidas erróneas

Considerando que la información disponible en los sistemas SCADA está sujeta a errores debido a las características propias de los dispositivos de medición y sus accesorios,

mediante el proceso de estimación de estado, se minimizará esta pérdida de fiabilidad en la información disponible en base al análisis estadístico de estos errores que se describe en la referencia [6], identificando la medición con la mayor probabilidad de ser errónea, omitirla y obtener un estimado óptimo en función de la información disponible, este análisis estadístico se basa de acuerdo a la prueba ji – cuadrado.

La suma ponderada de los cuadrados  $\hat{f}$ , expresada mediante la ecuación (1.27), tiene un comportamiento de acuerdo con la distribución ji-cuadrado  $\chi_{k,\alpha}^2$  que se muestra en la Figura 1.10.

$$f = \sum_{j=1}^{N_m} w_j e_j^2 = w_1 e_1^2 + w_2 e_2^2 + \dots + w_{N_m} e_{N_m}^2 \quad (1.27)$$

Definiendo, los factores de ponderación  $w_j$  para cada  $j$  – ésima medición, mediante la ecuación (1.28).

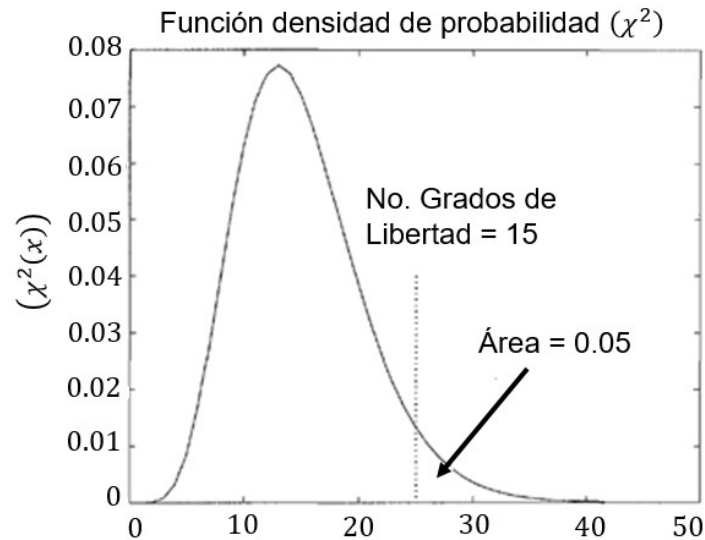
$$\hat{f} = \sum_{j=1}^{N_m} w_j \hat{e}_j^2 = \sum_{j=1}^{N_m} \frac{\hat{e}_j^2}{\sigma_j^2} = \sum_{j=1}^{N_m} \frac{(z_j - \hat{z}_j)^2}{\sigma_j^2} \quad (1.28)$$

Donde  $\sigma_j$  para cada " $j$  – ésima" medición se obtiene de la matriz expresada en la ecuación (1.29).

$$W = R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_3^2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_4^2} \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

El objetivo de la prueba  $\chi_{k,\alpha}^2$ , de donde  $k = (N_m - N_s)$  en número de grados de libertad y  $\alpha$  está relacionado con el área bajo la curva  $\chi_{k,\alpha}^2$ , consiste en evaluar que el valor calculado de la suma de los cuadrados ponderados  $\hat{f}$ , con  $k$  grados de libertad, tenga un valor menor a  $\chi_{k,\alpha}^2$ , como se expresa en la ecuación (1.30).

$$Pr(\hat{f} < \chi_{k,\alpha}^2) = (1 - \alpha) \quad (1.30)$$



**Figura 1.10** Función densidad de probabilidad  $\chi^2$  - El área bajo la curva, (Área = 0.05) representa la probabilidad  $(1 - \alpha)$

Los valores críticos de la estadística  $\hat{f}$  se determinan mediante valores tabulados en tablas; la distribución ji-cuadrada de  $\hat{f}$  permite detectar las mediciones erróneas, bajo el siguiente procedimiento.

- Determinar los estimados de mínimos cuadrados ponderados de los estado del sistema  $\hat{x}_i$  a partir de la mediciones reales  $z_j$

$$\hat{x} = G^{-1}H^T Wz$$

- Calcular los estimados de las mediciones  $\hat{z} = H\hat{x}$  y estimar los errores.

$$\hat{e}_j = z_j - \hat{z}_j$$

- Con el número de grados de libertad  $k = (N_m - N_s)$  y una probabilidad especificada  $\alpha$  determinar si el valor de  $\hat{f}$ , que se obtiene mediante la ecuación (1.28) es menor al valor crítico  $\chi_{k,\alpha}^2$ , si se cumple esta condición las mediciones y los estimados se aceptan como muy aproximados.
- Si no se cumple que  $\hat{f} < \chi_{k,\alpha}^2$  se sospecha que existe al menos una medición errónea.
- Identificar y omitir la medición correspondiente al error estandarizado más grande, que se obtiene al evaluar de la ecuación (1.31) para cada medición.

$$\frac{\hat{e}_j}{\sqrt{R_{jj}'}} = \frac{z_j - \hat{z}_j}{\sqrt{R_{jj}'}} \quad (1.31)$$

Donde  $R_{jj}'$  es el  $j$  –ésimo elemento diagonal de la matriz  $R'$  que se obtiene de la ecuación (1.32).

$$R' = R - HG^{-1}H^T \quad (1.32)$$

- Identificado el valor más alto que se obtiene de la ecuación (1.31), compete determinar los estimados de estado, y la suma de los cuadrados de  $\hat{f}$ , si el nuevo valor de  $\hat{f}$  satisface la prueba  $\chi_{k,\alpha}^2$ , la medición omitida se ha identificado como el dato erróneo.

#### 1.5.5.5. Análisis de Observabilidad

Cuando se realizan pruebas de observabilidad de redes eléctricas en base de mediciones convencionales disponibles, se la realiza en base de las propiedades de la matriz  $H$  que es el gradiente de las ecuaciones no lineales de las mediciones evaluadas para un determinado punto de operación. Si el rango de la matriz Jacobiana es completo entonces el sistema se considera totalmente observable. En principio el mismo enfoque funcionará cuando se modifique el Jacobiano al incorporar mediciones fasoriales sincronizadas obtenidas de dispositivos PMUs instalados en la red [17].

En la referencia [32], se presenta un análisis de la observabilidad de un sistema eléctrico, considerando que en el estimador de estado procesa un conjunto de mediciones que permite estimar el estado del sistema de potencia, utilizando la información de un conjunto de mediciones analógicas, junto con la configuración del sistema. Si el conjunto de medidas es suficiente en número y geográficamente bien distribuidas, el estimador de estado proporcionará un estado del sistema y la red será observable. Los análisis de observabilidad incluyen.

- Test de observabilidad. Que se basa en un test numérico de observabilidad basado en la determinación del Rango de  $H$  mediante la factorización triangular de la matriz de Ganancia.
- Identificación de Redes Observables. Cuando se detecta que una red no es observable se puede utilizar algoritmos de observabilidad que permita procesar una



lista de Pseudomedidas y que determine el número mínimo necesario de estas para que la red sea observable

- Ubicación de Medidas. Una formulación rigurosa del emplazamiento óptimo de las medidas se basaría en la resolución de un problema de programación binario (0 o 1) ya que una determinada medida en un punto determinado o se encuentra presente o no se encuentra.

Matemáticamente, de acuerdo a la referencia [5], en el proceso de estimación de estado al realizar el análisis estadístico y omitiendo información de mediciones con alta probabilidad de ser errónea disminuye el número de mediciones, provocando que el proceso de estimación de estado no tenga solución. Ante este escenario, la matriz de Ganancia  $G = [H]^T [R^{-1}] [H]$ , podría convertirse en una matriz singular, produciendo que ésta no puede ser invertible. Al no disponer de la inversa de la matriz de ganancia no es posible resolver el estimador de estimación de estado, y consecuentemente no se dispone de observabilidad del sistema.

Otra alternativa para el tema de observabilidad de un sistema, consiste en que las variables a estimar de una barra (magnitud y ángulo de voltaje) deben estar presentes por lo menos en dos ecuaciones de medición para que sea mínimamente observable, lo que quiere decir que por lo menos cada una de las variables de estado debe tener una medición que las relacione; con respecto a las mediciones.

- Una medición de flujo de potencia, relaciona únicamente a las barras a las que están conectadas "i" y "j"
- Las mediciones de inyección de potencia relaciona a todas las barras conectadas donde se encuentra la medición.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Inclusión de Medición Fasorial

La estimación de estado de un sistema eléctrico potencialmente tendrá mejoras sustanciales al incorporar información de dispositivos de medición fasorial PMUs disponibles en barras del sistema eléctrico, originando una nueva condición en la que se dispone de un conjunto de mediciones “híbrido” o “mixto” [14]. La incorporación de la información de estas mediciones al conjunto de medición convencional disponible en sistemas eléctricos, implica la incorporación de metodologías y modelos matemáticos desarrollados para la solución del estimador de estado en base de este nuevo conjunto de mediciones.

La incorporación de mediciones fasoriales sincronizadas en la estimación de estado, plantea un tratamiento del problema mediante la transformación en coordenadas rectangulares de los fasores de voltaje y corriente del sistema. En la referencia [31] se presenta el análisis para la solución del problema de estimación de estado, expresando en coordenadas polares los ángulos  $\theta_p$  y las magnitudes  $V_p$  para el fasor de voltaje en las barras de un sistema eléctrico, fasor de voltaje que se expresó mediante la ecuación (2.1).

$$V_p = V_p e^{j\theta_p} \quad (2.1)$$

La solución de flujos e inyecciones de potencia, son ecuaciones no lineales con respecto a  $\theta_p$  y  $V_p$  a ser estimadas, en la ecuación (2.2), se presenta la ecuación del flujo de potencia activa entre las barras  $p$  y  $q$  de un sistema eléctrico con una impedancia en serie  $z_{pq}$ , y compensación shunt en las barras  $p$  y  $q$  respectivamente.

$$P_{pq} = V_p^2 [ |Y_{pq}| \cos(\beta_{pq}) + |Y_p| \cos(\alpha_p) - V_p V_q \cos(\theta_p - \theta_q - \beta_{pq}) ] \quad (2.2)$$

Donde  $\alpha_p$  y  $\beta_{pq}$  son los ángulos que se obtienen mediante la ecuación (2.3).

$$\frac{1}{Z_{pq}} = |Y_{pq}| e^{-j\beta_{pq}} \quad y_p = |y_p| e^{j\alpha_p} \quad (2.3)$$

Con las características propias de los errores de los dispositivos de medición, independientes y con media cero, que se expresan en la ecuación (2.4).

$$E\{\varepsilon\} = 0, \quad E\{\varepsilon\varepsilon^T\} = W, \quad w_{ij} = 0, \quad w_{ii} = \sigma_i^2 \quad (2.4)$$

La estimación de estado de un sistema eléctrico, se obtiene minimizando la ecuación (2.5).

$$J(V, \theta) = [z - h(V, \theta)]^T W^{-1} [z - h(V, \theta)] = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(V, \theta))^2}{\sigma_i^2} \quad (2.5)$$

Resolviendo el proceso iterativo de la ecuación (2.5), a través del método de los mínimos cuadrados ponderados, se obtiene la solución mostrada en la ecuación (2.6).

$$h(V, \theta) = h(V^k, \theta^k) + H \begin{bmatrix} V - V^k \\ \theta - \theta^k \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donde  $H$  es la matriz compuesta de las primera derivadas parciales de los elementos de  $h$  con respecto a las variables a ser estimadas en cada iteración  $x^k$ , que se define mediante la ecuación (2.7).

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V - V^k \\ \theta - \theta^k \end{bmatrix}, \quad \Delta z = z - h(V^k, \theta^k) \quad (2.7)$$

La primera iteración se obtiene de acuerdo a lo expresado en la ecuación (2.8).

$$\begin{aligned} H^T W^{-1} H \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} &= H^T W^{-1} \Delta z \\ G \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} &= H^T W^{-1} \Delta z \end{aligned} \quad (2.8)$$

La matriz de ganancia  $G$  presentada en (2.8) es dispersa, y se resuelve mediante eliminación gaussiana, la matriz  $H$  presenta similares características de la matriz Jacobiano en la solución de flujos de potencia. Con los flujos de potencia activa y reactiva, se puede usar el equivalente de la solución del flujo de carga mediante el método de Newton Raphson desacoplado rápido. Desarrollando la ecuación (2.8) y ordenando primeramente las mediciones de potencia activa representadas con el subíndice "A", y las mediciones de potencia reactiva denotadas con el subíndice "R", como se muestra en la ecuación (2.9).

$$z = \begin{bmatrix} z_A \\ z_R \end{bmatrix}, \quad z_A = \begin{bmatrix} P_{km} \\ P_k \end{bmatrix}, \quad z_R = \begin{bmatrix} Q_{km} \\ Q_k \\ V_k \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Se escribe los estados como ángulos seguidos de magnitudes de voltaje para definir el sistema de ecuaciones que se detalla en la ecuación (2.10).

$$\begin{bmatrix} G_{AA} & 0 \\ 0 & G_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = H^T W^{-1} \begin{bmatrix} \Delta z_A \\ \Delta z_R \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

## 2.2. Estimación de Estado con mediciones fasoriales [31]

La incorporación de mediciones de ángulo en la formulación para la solución del problema de estimación de estado, presenta una serie de ventajas y crea una similitud en la declaración del problema para la solución del problema de estimación de estado analizado previamente. Al incluir la medición del ángulo del voltaje en las barras, la ecuación (2.9) se puede representar mediante la ecuación (2.11).

$$z = \begin{bmatrix} z_A \\ z_R \end{bmatrix}, \quad z_A = \begin{bmatrix} P_{km} \\ P_k \\ \theta_k \end{bmatrix}, \quad z_R = \begin{bmatrix} Q_{km} \\ Q_k \\ V_k \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Considerando la inclusión de la medición del ángulo en las barras del sistema eléctrico, la matriz  $H$  la ecuación (2.10) se modifica al incluir una medición adicional en el conjunto de mediciones del sistema como se observa en la ecuación (2.17). Debido a las características propias de los dispositivos PMU, las mediciones fasoriales tienen como referencia el tiempo universal es decir los instantes de muestreo determinan las referencias para los datos de las PMU, mientras que en la solución del estimador de estado convencional se requiere de una barra como referencia.

La solución para la estimación de estado, al considerar un nuevo conjunto de mediciones en el que se incorpore información de mediciones de dispositivos PMUs a las medidas de dispositivos convencionales, requiere una referencia común por lo que se plantea definir una barra de referencia del sistema en la que se tenga un dispositivo PMU.

A más de información de voltajes de las barras, de los dispositivos PMUs se obtiene información de los fasores de corrientes de algunas líneas que se interconectan a la barra con el dispositivo instalado. La incorporación de estos datos requiere de un desarrollo adicional para la conversión de esta medición obtenida en forma polar a coordenada

rectangular, obteniendo las componentes real e imaginaria para los fasores de voltaje y corriente para la solución del estimador de estado.

Para la solución del problema de estimación de estado, en base de un conjunto "híbrido" o "mixto" en la que se dispone de información de medición fasorial y convencional, se describe un método de estimación lineal, con información de los fasores de voltaje y corriente expresados en coordenadas rectangulares.

### 2.2.1. Estimación de Estado Lineal

En las referencias [12] y [21] se realiza un desarrollo matemático para la solución del problema de estimación de estado en base de un conjunto de mediciones "híbrido" o "mixto", definiendo al conjunto de mediciones convencionales como el vector  $[z_1]$ ; y al conjunto de mediciones que se obtiene de los dispositivos PMUs (fasores de corriente y voltaje) transformados a coordenadas rectangulares como el vector  $[z_2]$ .

El nuevo conjunto de mediciones, con la información de los vectores  $[z_1]$  y  $[z_2]$ , se define como vector de mediciones  $[z]$  de acuerdo a la ecuación (2.12).

$$[z] = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ V_r \\ V_i \\ I_r \\ I_i \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

En la ecuación (2.12), los subíndices "r" e "i" corresponden a la parte real e imaginaria de los fasores de voltaje y corriente respectivamente. Para un sistema eléctrico de dos barras  $p$  y  $q$ , con un fasor de voltaje  $V_{(p)}$  en la barra "p" y fasor de corriente  $I_{pq}$  en la línea "pq" que interconecta las barras "p" y "q", con su respectiva admitancia serie y shunt, que se expresan mediante la ecuación (2.13).

$$y_{(pq)} = (g_{(pq)} + jb_{(pq)}) \quad (2.13)$$

$$y_{(p0)} = jb_{(p0)}$$

Las ecuaciones para los fasores de voltaje y corriente, en base de los parámetros descritos en (2.13), se representan en coordenadas rectangulares mediante la ecuación (2.14).

$$\begin{bmatrix} V_{(p)r} \\ V_{(p)i} \\ I_{(pq)r} \\ I_{(pq)i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |V_{(p)}| \cos(\theta_p) \\ |V_{(p)}| \sin(\theta_p) \\ \{|V_{(p)}| \cos(\theta_p) - (|V_{(q)}| \cos(\theta_q))g_{(pq)} - (|V_{(p)}| \sin(\theta_p) - |V_{(q)}| \sin(\theta_q))b_{(pq)} - b_{(p0)}|V_{(p)}| \sin(\theta_p)\} \\ \{|V_{(p)}| \cos(\theta_p) - (|V_{(q)}| \cos(\theta_q))b_{(pq)} + (|V_{(p)}| \sin(\theta_p) - |V_{(q)}| \sin(\theta_q))g_{(pq)} + b_{(p0)}|V_{(p)}| \cos(\theta_p)\} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Expandiendo los fasores de corriente en coordenadas rectangulares mediante la ecuación (2.15).

$$\begin{bmatrix} I_{(pq)r} \\ I_{(pq)i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{(pq)} & -g_{(pq)} & \{-b_{(pq)} - b_{(p0)}\} & b_{(pq)} \\ b_{(pq)} + b_{(p0)} & -b_{(pq)} & g_{(pq)} & -g_{(pq)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{(p)r} \\ V_{(q)r} \\ V_{(p)i} \\ V_{(q)i} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Con esta información, se plantea un sistema compuesto por la solución de la estimación de estado clásica y la información de los dispositivos PMU expresados en coordenadas rectangulares, mediante la ecuación (2.16).

$$M = H\hat{V} + \varepsilon \quad (2.16)$$

El vector de medición  $M$  de (2.16) está compuesto por los resultados estimados mediante el método clásico de estimación de estado, información de los dispositivos PMUs, y mediciones de corriente de los PMU, como se presenta en la ecuación (2.17).

$$M = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix}_{SE} \\ \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix}_{PMU} \\ \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix}_{PMU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\partial I_R^{PMU}}{\partial V_R} & \frac{\partial I_R^{PMU}}{\partial V_I} \\ \frac{\partial I_I^{PMU}}{\partial V_R} & \frac{\partial I_I^{PMU}}{\partial V_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{VR}^{SE} \\ \varepsilon_{VI}^{SE} \\ \varepsilon_{VR}^{PMU} \\ \varepsilon_{VI}^{PMU} \\ \varepsilon_{IR}^{PMU} \\ \varepsilon_{II}^{PMU} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Cada fila de la matriz  $H$  corresponde a una medición del fasor de voltaje en cada barra del sistema  $[V_R \ V_I]_{PMU}^T$  y es un vector de ceros con el valor de 1 en la columna asociada a la variable a estimar. Los elementos de la matriz  $H$  correspondientes a las ecuaciones de corriente entre las barras del sistema, obtenidas de los dispositivos PMU  $[I_R \ I_I]_{PMU}^T$ , se expresan mediante la ecuación (2.18).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{pqR}}{\partial V_{pR}} &= (g + g_{p0}) \\
\frac{\partial I_{pqR}}{\partial V_{pI}} &= -(b + b_{p0}) \\
\frac{\partial I_{pqR}}{\partial V_{qR}} &= -g \\
\frac{\partial I_{pqR}}{\partial V_{qI}} &= b
\end{aligned} \tag{2.18}$$

El vector de errores se determina mediante la ecuación (2.19)

$$R = \text{diag}\{\{\sigma_{|VR\_SE|}^2 \quad \sigma_{|VI\_SE|}^2 \quad \sigma_{|VR\_PMU|}^2 \quad \sigma_{|VI\_PMU|}^2 \quad \sigma_{|IR\_PMU|}^2 \quad \sigma_{|IL\_PMU|}^2\}\} \tag{2.19}$$

Con las ecuaciones descritas, el método de solución del problema de estimación de estado tiene una solución directa, que se expresa mediante la ecuación (2.20).

$$G\hat{V} = H^T R^{-1} M \tag{2.20}$$

Donde  $G$  es la matriz de ganancia que se obtiene de (1.25). Despejando de (2.20), el vector de variables estimadas  $\hat{V}$ , el estimador de estado mediante el método lineal se resuelve con la ecuación (2.21).

$$\hat{V} = G^{-1} H^T R^{-1} M \tag{2.21}$$

En la referencia [24] plantea un análisis en el cual los estimados obtenidos mediante el método clásico de estimación de estado, se evalúan como “pseudo mediciones fasoriales” que pasan a formar parte de un nuevo conjunto de mediciones, que incluye las obtenidas de dispositivos PMUs, de acuerdo al análisis realizado en la referencia, el vector de variables a ser estimadas y los datos de medición se expresan en un sistema de coordenadas rectangulares.

$$\begin{aligned}
V &= |V| \angle \theta = E + jF \\
I &= |I| \angle \phi = C + jD
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Para un sistema de potencia de dos barras, "i" y "j" con una línea de transmisión que las interconecta con parámetros característicos  $(g_{ij} + jb_{ij})$  para la admitancia serie de la línea y  $(g_{si} + jb_{si})$  para la admitancia shunt, la corriente de línea  $I_{ij}$  puede ser expresada como una relación lineal en función de los voltajes en las barras del sistema mediante la ecuación (2.23).

$$I_{ij} = [(V_i - V_j) \times (g_{ij} + jb_{ij})] + [V_i \times (g_{si} + jb_{si})]$$

$$I_{ij} = [(g_{ij} + jb_{ij}) + (g_{si} + jb_{si})] \times V_i - (g_{ij} + jb_{ij}) \times V_j \quad (2.23)$$

El vector de mediciones  $z$  es expresado por  $z = h(x) + e$ , donde  $x$  es el vector de las variables a ser estimadas,  $h(x)$  es una matriz de ecuaciones lineales, y  $e$  es el vector de errores. En coordenadas rectangulares, se expresa mediante la ecuación (2.24).

$$z = (H_r + jH_m)(E + jF) + e \quad (2.24)$$

Dónde

$$H = H_r + jH_m$$

$$x = E + jF$$

$$z = A + jB$$

Definiéndose los términos  $A$  y  $B$

$$A = H_r \times E - H_m \times F$$

$$B = H_m \times E - H_r \times F$$

En forma matricial, el sistema de ecuaciones se muestra en (2.25).

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_r & -H_m \\ H_m & H_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix} + e \quad (2.25)$$

Expresado mediante la ecuación (2.27).

$$\begin{bmatrix} [V_R] \\ [V_I] \\ [I_R] \\ [I_I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ g + g_{p0} & -(b + b_{p0}) \\ -g & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_R] \\ [V_I] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{VR} \\ \varepsilon_{VI} \\ \varepsilon_{IR} \\ \varepsilon_{II} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

El valor estimado  $\hat{x} = \hat{E} + j\hat{F}$ , es obtenido mediante la solución de la ecuación (2.27), en forma lineal.

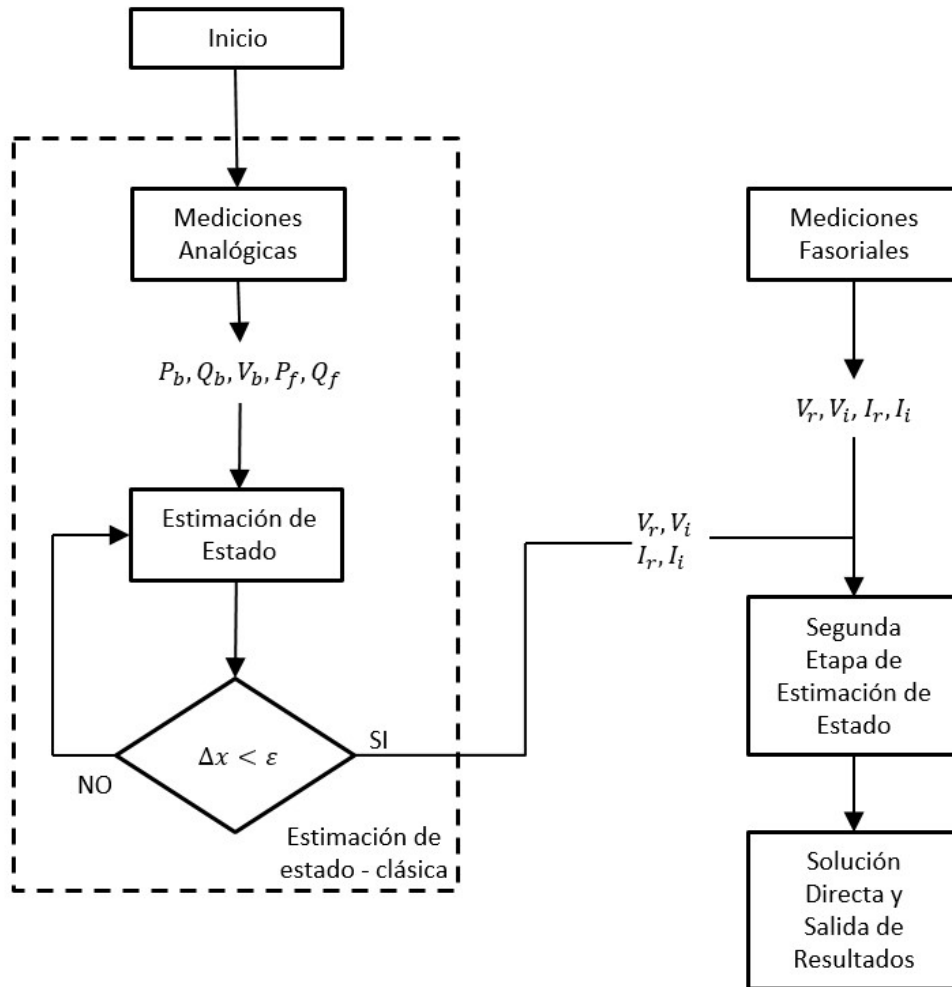
$$\hat{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z \quad (2.27)$$

Definiendo una matriz lineal  $H_{new}$  como  $H_{new} = \begin{bmatrix} H_r & -H_m \\ H_m & H_r \end{bmatrix}$ , por lo tanto, la ecuación (2.27) puede ser escrita como se presenta en la ecuación (2.28)



$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{E} \\ \hat{F} \end{bmatrix} = (H_{new}^T R^{-1} H_{new})^{-1} H_{new}^T R^{-1} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

El vector de estado determinado  $\hat{x}$ , se expresa en coordenadas rectangulares de la matriz  $H$  y el vector de mediciones  $z$ . El proceso de estimación lineal, se representa mediante el diagrama de flujo que se muestra en la Figura 2.1.



**Figura 2.1** Algoritmo de solución del problema de estimación de estado, a través del método lineal

De la Figura 2.1, se definen las siguientes etapas para el proceso de estimación.

- Determinación de estimados de la solución clásica de estimación de estado, expresados en coordenadas rectangulares.
- Incorporación de información de mediciones de dispositivos PMUs.
- Aplicación del método lineal para una solución directa del estimador de estado.

## 2.2.2. Estimación de Estado Mixta de una Etapa

En la referencia [24] se incorpora una metodología “no lineal” para la solución del problema de estimación de estado con la inclusión de mediciones fasoriales, incrementando la dimensión del vector de mediciones con la adición de la información de los dispositivos PMUs disponibles en el sistema como se presenta en la ecuación (2.29).

$$\begin{bmatrix} z_{conv} \\ z_{pmu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{conv}(x) \\ f_{pmu}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{conv} \\ \varepsilon_{pmu} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Expandiendo el vector de mediciones de la ecuación (2.29) con la información de dispositivos de medición disponible en un sistema eléctrico, se define un conjunto de mediciones que se expresa mediante la ecuación (2.30).

$$z_{new} = \begin{bmatrix} P_{inj} \\ P_{flow} \\ Q_{inj} \\ Q_{flow} \\ I_{mag} \\ V_{mag} \\ \theta_{mag} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Consecuentemente, se incrementa la dimensión de la matriz Jacobiano de mediciones del sistema, denominando a ésta  $H_{new}$ , como se muestra en la ecuación (2.31).

$$H_{new} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{mag}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{mag}}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta_{mag}}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

El incremento de la medición, consecuentemente incrementa el valor de la dimensión de la matriz de covarianza de errores,  $R_{new}$  al disponer de información de la medición sincrofasorial. Con esta nueva formulación para la solución del problema de estimación de

estado mediante el método iterativo de mínimos cuadrados ponderados que se muestra en la Figura 1.8, requiere el cálculo de la nueva matriz de ganancia  $G(x^k)$ , obtenida mediante la ecuación (2.32).

$$G_{new}(x^k) = H_{new}^T R_{new}^{-1} H_{new} \quad (2.32)$$

Con el método iterativo descrito en la Figura 1.8, corresponde evaluar el vector de las variables a ser estimadas  $\Delta x^k = G_{new}^{-1} H_{new}^T R_{new}^{-1} \Delta z_{new,k}$ , evaluando la convergencia del lazo iterativo para un valor de  $\epsilon$  definido mediante la ecuación (2.33).

$$\text{máximo } |\Delta x^k| \leq \epsilon \quad (2.33)$$

Si no se cumple la condición, corresponde actualizar  $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k, k = k + 1$ , hasta obtener la convergencia.

Una vez que se cumple la condición definida en la ecuación (2.33), continua el proceso de estimación de estado, identificando y omitiendo mediciones con alta probabilidad de ser erróneas hasta obtener el estado óptimo del sistema estimando al estimar la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema.

En la referencia [33], se describe un método de solución mediante el método desacoplado rápido, similar a la solución de flujos de potencia, método que pretende optimizar los tiempos de ejecución en la resolución del problema, visto desde el punto de vista computacional, concluyendo que el método desacoplado rápido y el método descrito mediante la solución de la ecuación,  $\Delta x^k = G_{new}^{-1} H_{new}^T R_{new}^{-1} \Delta z_{new,k}$ , tienen similitud en los resultados obtenidos, validando ambas metodologías.

### **2.2.3. Análisis del impacto ante la inclusión de medición fasorial en la solución del problema de estimación de estado [23]**

Como se analiza en la referencia [23], incorporar las mediciones de dispositivos PMU en la solución del problema de estimación de estado permite realizar un análisis de la precisión de los resultados obtenidos, debido a las características propias de cada dispositivo de medición y considerando que la información obtenida de dispositivos PMU se considera más precisa que la información obtenida de dispositivos de medición convencional.

La precisión de las variables considera en primera instancia los valores de la matriz de covarianza de las variables estimadas para el vector de estado del sistema, que se representa mediante la ecuación (2.34).

$$\hat{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z \quad (2.34)$$

La matriz de covarianza del vector de estado, se define mediante la ecuación (2.35).

$$Cov(\hat{x}) = Cov((H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z) = Cov(G^{-1} H^T R^{-1} z) \quad (2.35)$$

En tanto que la covarianza del vector de medición  $z$ , se expresa mediante la ecuación (2.36).

$$Cov(z) = Cov(h(x) + e) = Cov(e) = R \quad (2.36)$$

Por lo que reemplazando la ecuación (2.36) en la ecuación (2.35), se obtiene.

$$\begin{aligned} Cov(\hat{x}) &= (G^{-1} H^T R^{-1}) Cov(z) (G^{-1} H^T R^{-1})^T \\ Cov(\hat{x}) &= (G^{-1} H^T R^{-1}) R ((H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1})^T \\ Cov(\hat{x}) &= (G^{-1} H^T R^{-1}) R (H^T R^{-1})^T ((H^T R^{-1} H)^{-1})^T \\ Cov(\hat{x}) &= (G^{-1} H^T R^{-1}) R R^{-1} H H^{-1} R (H^T)^{-1} \\ Cov(\hat{x}) &= G^{-1} H^T R^{-1} R (H^T)^{-1} \\ Cov(\hat{x}) &= G^{-1} \end{aligned} \quad (2.37)$$

De la ecuación (2.37), se desprende que la inversa de la matriz de ganancia es igual a la covarianza de  $\hat{x}$ . Los valores de la diagonal de esta matriz inversa, permiten verificar la precisión de los resultados estimados.

### 2.3. Aplicación de la metodología analizada

En el proyecto se desarrollará una aplicación computacional que permita evaluar las metodologías descritas para la solución del estimador de estado que tiene como datos de entrada un conjunto de mediciones convencionales, al que se incorpora información de medición sincrofasorial obtenida de dispositivos PMUs.

El algoritmo computacional desarrollado será evaluado en sistemas de prueba IEEE estándar de 14 y 39 barras, y como caso práctico el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica

a nivel de 138 kV, el cual permitirá resolver el problema de estimación de estado en un determinado instante de tiempo.

Para el caso de los sistemas de prueba IEEE, la información de medición que se evaluará son los resultados de los flujos de potencia obtenidos para un determinado escenario de demanda, asumiendo como datos de medición los flujos resultantes de potencia (activa, reactiva) en líneas y transformadores, y en las barras del sistema. Y, como pseudo – medición fasorial se evaluará el fasor de voltaje obtenido de la solución de flujo de potencia para determinadas barras de estos sistemas de prueba.

Para el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito, se dispone de información en tiempo real del SCADA, del cual se obtienen datos de medición de flujos de potencia activa, reactiva en los elementos de la red; datos de potencia activa y reactiva de inyección en barras, y la información de medición de voltaje. Con respecto a la información de medición sincrofasorial en el sistema de subtransmisión de la EEQ, al no disponer de estos dispositivos se incorporará datos de pseudo medición fasorial en barras del sistema para la solución del problema de estimación de estado en base de esta información.

### **2.3.1. Alineación temporal de las mediciones convencionales y fasoriales**

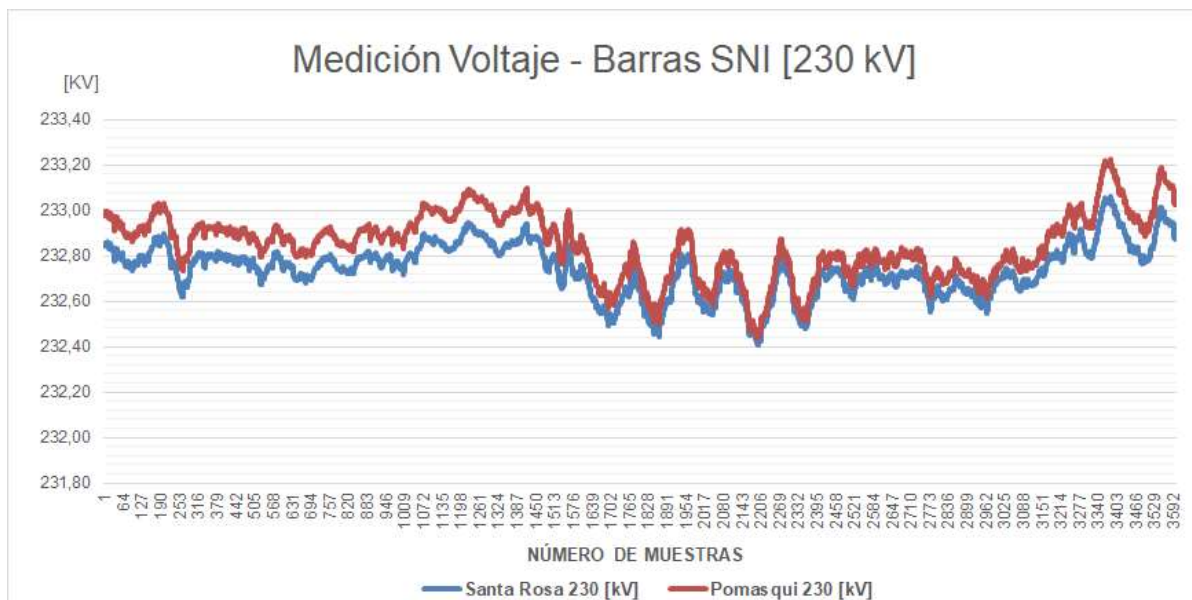
En el proyecto se realizó una estimación de estado estática, considerando información del sistema eléctrico para un determinado instante de tiempo, por las características propias de cada dispositivo de medición, y principalmente a la tasa de actualización de información de estos requiere definir la manera adecuada de alinear la información obtenida de cada dispositivo de medición e incorporar estos datos a la aplicación computacional implementada.

La información correspondiente a mediciones del sistema, obtenida de dispositivos de medición convencional o fasorial serán relevadas en un archivo de mediciones histórico, el cual concentrará esta información para un instante de tiempo definido, que a su vez será incorporada en la aplicación desarrollada para la solución del estimador de estado en base de las metodologías analizadas.

Para los sistemas de prueba IEEE se utilizará como datos de medición fasorial, los fasores (magnitud de voltaje y ángulo de barras) resultantes de la solución del flujo de potencia en barras definidas del sistema y se incorpora esta información a este archivo histórico de mediciones que mediante la aplicación desarrollada la incorpora en la solución del estimador de estado.

Con respecto a la información del sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica en el cual se dispone de información en tiempo real obtenida desde SCADA, requiere de un desarrollo adicional para la alineación de esta información obtenida, y la de los dispositivos de medición fasorial. Como se muestra en la Figura 2.2, se presenta una muestra de datos que se obtiene de un dispositivo PMU para un instante de tiempo definido (hora de la muestra 19:30 horas), observándose un total de 3.600 datos para ese instante.

Alinear esta cantidad de datos con los obtenidos de dispositivos de medición convencional será válido únicamente si se realiza el análisis para un instante de tiempo, esto es debido al comportamiento dinámico de un sistema eléctrico, el cual ante una perturbación del sistema dejará sin validez esta alineación temporal.



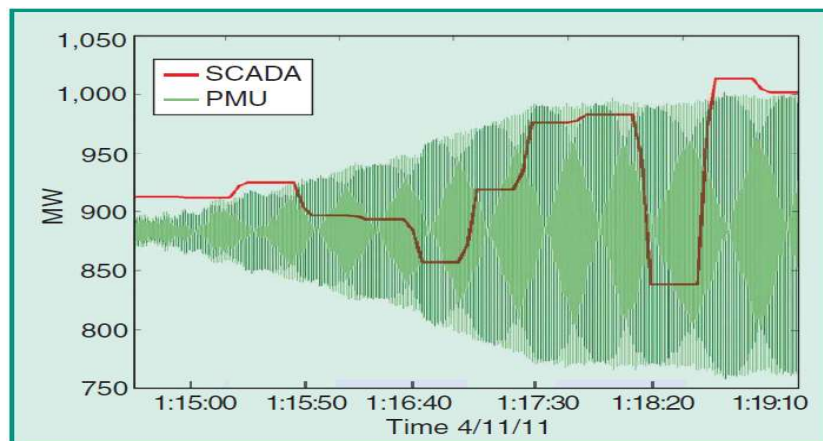
**Figura 2.2.** Medición de Voltaje a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui

El tratamiento de la muestra de datos que se obtiene de un dispositivo PMU para un determinado instante de tiempo requerirá de un análisis estadístico para poder obtener el valor más probable de estos datos, e incorporar esta información en la aplicación implementada para la solución del estimador de estado.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En base de la revisión de los modelos matemáticos y metodologías descritas en los Capítulos 2 y 3, a continuación se presenta los resultados obtenidos para la solución del problema de estimación de estado aplicado a sistemas de prueba estándar (modelos IEEE) y al caso real del sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito (SEQ) a nivel de 138 kV.

Para la solución del estimador de estado estático en base del conjunto “mixto” o “híbrido” de mediciones que se obtiene incorporando información de dispositivos de medición fasorial al conjunto de mediciones convencionales y, debido a las características propias de cada dispositivo de medición con respecto a la tasa de actualización de información como se puede apreciar en la Figura 3.1, no permite una alineación temporal de la información obtenida de cada dispositivo de medición.



**Figura 3.1** Representación gráfica de una muestra de datos, considerando la información de medición convencional obtenida mediante SCADA, y medición fasorial de dispositivos PMUs

La alineación temporal de la información se realizará para una ventana de tiempo en la que no existan perturbaciones en el sistema eléctrico debido al comportamiento dinámico de este, al tener una perturbación ya ésta alineación no sería válida por la capacidad de registro de esta información en cada uno de los dispositivos. Con esta concepción se generó un archivo histórico de mediciones en el cual se disponga, tanto de la información proveniente de la medición convencional como de la medición fasorial.

Además de la información de las mediciones, para la solución del problema de estimación de estado, se requiere de la información correspondiente a los parámetros de la red eléctrica, como una primera prueba se usan los modelos estandarizados IEEE de 14 y 39 barras, y como una aplicación real se utiliza la red eléctrica del sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV.

Los parámetros de las redes de prueba IEEE – 14 barras, e IEEE – 39 barras se detallan en las referencias [34] y [35] respectivamente, en tanto que para el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV, se utiliza la mejor información proveniente de una base de datos desarrollada en el software DlgSILENT *Power Factory* que actualmente se utiliza en diferentes estudios eléctricos.

Para los sistemas de prueba IEEE, como datos de medición se tomó la información que se obtiene de la solución del flujo de potencia en DlgSILENT *Power Factory*, incorporando como datos de medición convencional información de flujos de potencia activa y reactiva en líneas de transmisión; inyección de potencia activa y reactiva (generación y carga) y mediciones de voltaje en barras; y como datos de medición fasorial se incorporó la información de magnitud y ángulo de voltaje resultante en las barras del sistema obtenidas de la solución del flujo de potencia, evaluadas como una “medición” fasorial en determinadas barras del sistema. Con este conjunto de mediciones “híbrido” o “mixto” y los datos de la red eléctrica, se resuelve el estimador de estado.

Para el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV, se dispone de varias fuentes de información de medición en los elementos de la red.

- Mediciones de potencia activa y reactiva en líneas de subtransmisión que se dispone en el sistema SCADA, y como respaldo se dispone de una base de datos de información de dispositivos de medición, no incorporada en SCADA que actualmente es utilizada en la liquidación de energía recibida del Sistema Nacional Interconectado.
- Como datos de medición de potencia activa y reactiva en las barras del sistema (datos de generación y carga), se dispone de información del sistema SCADA. Información adicional de inyección de potencia activa y reactiva al sistema eléctrico es obtenida del sistema EMS de CENACE.
- Como datos de medición de voltaje en las barras del sistema de subtransmisión, se utilizó la información proveniente del sistema SCADA.

Con respecto a mediciones fasoriales de dispositivos PMU implementados en los puntos de interconexión del sistema de subtransmisión de la EEQ con el SNI a nivel de 138 kV, no se dispone dispositivos PMU implementados en puntos de interconexión. De acuerdo a la información del sistema WAMS implementado por CENACE, los dispositivos PMUs instalados más cercanos al sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito se encuentran en



las subestaciones Pomasqui y Santa Rosa a nivel de 230 kV y en la subestación El Inga a nivel de 500 kV.

Otro de los parámetros necesarios para la solución del problema de estimación de estado son los errores característicos de cada dispositivo de medición, para formar la matriz estadística de errores "R" del sistema. De acuerdo a la referencia [32], se realiza una recopilación de los valores típicos de error de cada tipo de medición "i", definiendo el valor " $\sigma_i$ ", característico que se detalla en la Tabla 3.1, para cada tipo de medición.

**Tabla 3.1** Valores típicos de errores de medición

<b><math>\sigma</math> Es un valor constante</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para medidas de Inyección <math>\sigma = 0,01 p. u.</math></li> <li>• Para medidas de flujo <math>\sigma = 0,008 p. u.</math></li> <li>• Para medidas de voltaje <math>\sigma = 0,004 p. u.</math></li> </ul>
--	--

Los valores definidos en la Tabla 3.1, son considerados en el desarrollo del trabajo para los sistemas de prueba IEEE definidos. Con respecto a los datos de errores de los dispositivos de medición del sistema eléctrico Quito, se dispone de dispositivos de medición marca ION modelo Tipo 8600, los cuales están sujetos a procesos de Calibración y Ajuste periódicos con el Operador Nacional de Electricidad para verificar la calidad de la información medida. Estos dispositivos y de acuerdo a datos de catálogos tienen un error de medición, que se detallan en la Tabla 3.2

**Tabla 3.2** Valores de desviación estándar – Medidor ION 8600

Medición	Precisión
Corriente	0,1%
Potencia	0,1%
Flujo	0,1%

Para los análisis a realizarse en los sistema de prueba IEEE y el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito, con respecto a las mediciones fasoriales, se asume una desviación estándar para la magnitud de voltaje del orden del 0,7% y para el ángulo de 0,1% [24].

Para los sistemas de prueba estándar IEEE de 14 y 39 barras, y para el caso del sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV los resultados obtenidos y el análisis de esta información se detallan en los siguientes apartados.

### 3.1. Sistema de prueba IEEE – 14 barras

En la Tabla 3.3, se presenta la información de la generación ubicada en cinco (5) barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras, en tanto que en la Tabla 3.4 se detalla las cargas ubicadas en once (11) barras del sistema, para el escenario de demanda evaluado.

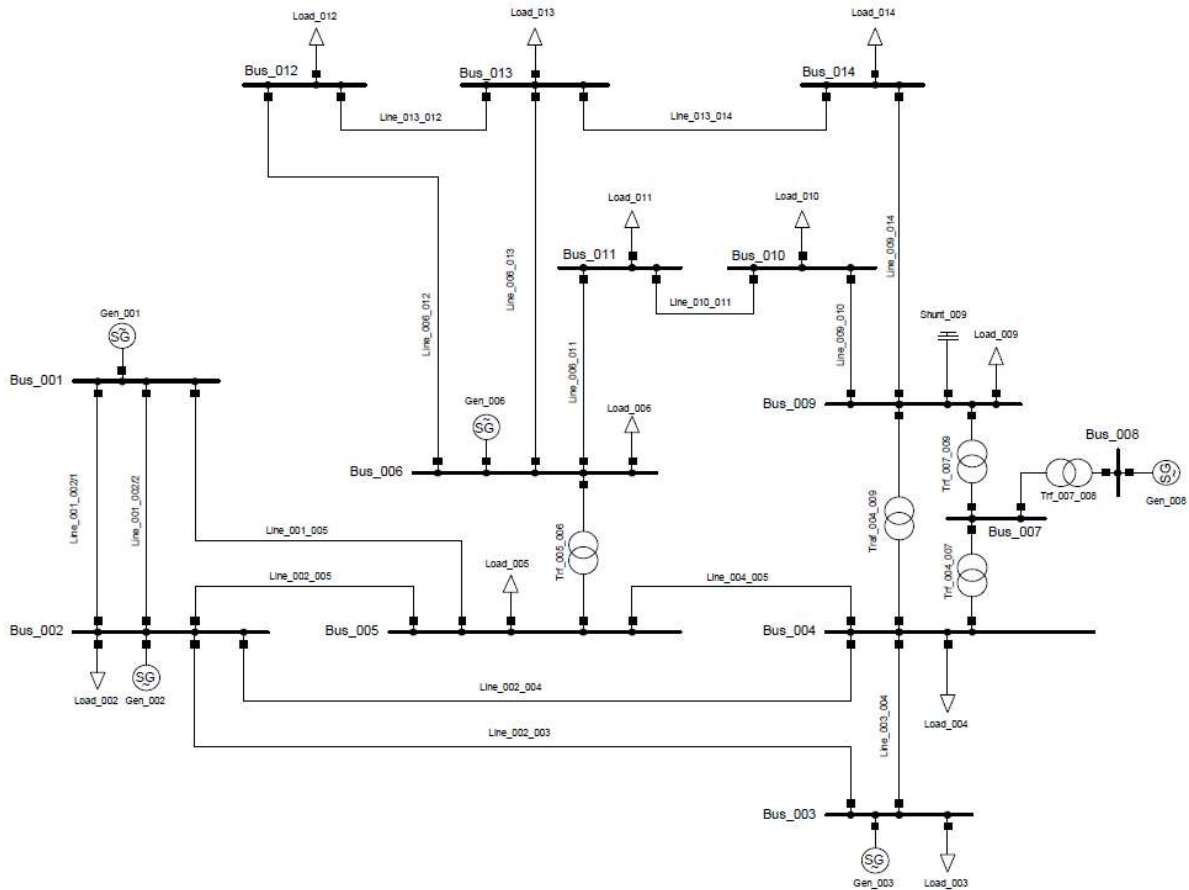


Figura 3.2. Modelo de prueba estándar IEEE – 14 barras.

Tabla 3.3 Datos de generación del sistema de prueba – IEEE 14 barras

Generación	Barra	Voltaje Nominal [kV]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVAR]	Tipo de Barra	Voltaje en p.u.	Mínima Capacidad en MVA	Máxima Capacidad [MVA]
Gen_001	Barra_001	132,0	-	-	Slack	1,060	-	-
Gen_002	Barra_002	132,0	40,0	-	PV	1,045	- 40,0	50,0
Gen_003	Barra_003	132,0	0,00	-	PV	1,010	0,00	40,0
Gen_006	Barra_006	33,00	0,00	-	PV	1,070	- 6,00	24,0
Gen_008	Barra_008	11,00	0,00	-	PV	1,090	- 6,00	24,0

**Tabla 3.4** Cargas del sistema de prueba IEEE – 14 barras

Carga	Barra	Voltaje Nominal [kV]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVar]
Load_002	Barra_002	132,0	21,7	12,7
Load_003	Barra_003	132,0	94,2	19,0
Load_004	Barra_004	132,0	47,8	-3,90
Load_005	Barra_005	132,0	7,60	1,60
Load_006	Barra_006	33,00	11,2	7,50
Load_009	Barra_009	33,00	29,5	16,6
Load_010	Barra_010	33,00	9,00	5,80
Load_011	Barra_011	33,00	3,50	1,80
Load_012	Barra_012	33,00	6,10	1,60
Load_013	Barra_013	33,00	13,5	5,80
Load_014	Barra_014	33,00	14,9	5,00

A más de la información de las mediciones de la red eléctrica, es necesaria la información del modelo de la red, que tiene la topología que se muestra en la Figura 3.2. De la figura, se observa que se trata de un sistema eléctrico compuesto por quince (15) líneas de transmisión y cinco (5) transformadores cuyos parámetros eléctricos son detallados en las Tabla 3.5 y Tabla 3.6 respectivamente.

**Tabla 3.5** Datos de líneas del sistema de prueba IEEE – 14 barras en p.u.

Barra "i"	Barra "j"	r [p.u.]	x [p.u.]	b [p.u.]
1	2	0,01938	0,05917	0,0528
1	5	0,05403	0,22304	0,0492
2	3	0,04699	0,19797	0,0438
2	4	0,05811	0,17632	0,0374
2	5	0,05695	0,17388	0,0340
3	4	0,06701	0,17103	0,0346
4	5	0,01335	0,04211	0,0128
6	11	0,09498	0,19890	0,0000
6	12	0,12291	0,25581	0,0000
6	13	0,06615	0,13027	0,0000
9	10	0,03181	0,08450	0,0000
9	14	0,12711	0,27038	0,0000
10	11	0,08205	0,19207	0,0000
12	13	0,22092	0,19988	0,0000
13	14	0,17093	0,34802	0,0000

**Tabla 3.6** Datos característicos transformadores del sistema de prueba IEEE – 14 barras

Transformador	De barra "i"	A barra "j"	kV en Alto Voltaje	kV en Bajo Voltaje	r [p.u.]	x [p.u.]	Relación de Transformación
Trf_004_007	4	7	132,0	1,0	0,00	0,20912	0,978
Trf_004_009	4	9	132,0	33,0	0,00	0,55618	0,969
Trf_005_006	5	6	132,0	33,0	0,00	0,25202	0,932
Trf_007_008	7	8	11,0	1,0	0,00	0,17615	0,000
Trf_007_009	7	9	33,0	1,0	0,00	0,11001	0,000

### 3.1.1. Resultados obtenidos para el Sistema de prueba IEEE 14 barras

Con la información de los datos del sistema de prueba IEEE – 14 barras, se obtiene la solución del flujo de potencia en el software DlgSILENT *Power Factory*. En la Tabla 3.8 (columnas 2 y 3) se presenta los resultados obtenidos de la simulación para la magnitud y ángulo del voltaje en cada barra del sistema de prueba, información que se complementa con los resultados que se presentan en el ANEXO I, en la Tabla A1. 4 (Columnas 2 y 3) se presentan los resultados de la simulación correspondiente al flujo de potencia (activa y reactiva) en barras del sistema de prueba, y en la Tabla A1. 5 (Columnas 2 y 3), se muestran los resultados de flujos de potencia (activa y reactiva) en los elementos de la red eléctrica del sistema de prueba. Con la información obtenida de la solución del flujo de potencia, se define un conjunto de mediciones convencionales.

De la Tabla 3.8 (columnas 2 y 3), se extrae la información correspondiente a la magnitud y el ángulo del voltaje en barras del sistema, y se define las barras en las que se asume la instalación de un dispositivo PMU, a estos valores (magnitud y ángulo de voltaje en barra) se consideran como datos de medición fasorial obtenida de estos dispositivos, información se muestra en la Tabla 3.7.

**Tabla 3.7** Mediciones fasoriales en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras

Barra del sistema	Pseudo medición fasorial del sistema	
	Magnitud de voltaje p.u.	Ángulo deg
<b>Barra 1</b>	1,06	0,00
<b>Barra 4</b>	1,02	-10,30
<b>Barra 13</b>	1,05	-15,20

Inicialmente, y en base de esta información se aplica el método clásico de estimación de estado de mínimos cuadrados ponderados, obteniéndose los valores estimados para la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema de prueba que se muestran en la Tabla 3.8 (columnas 4 y 5 respectivamente).

Para la etapa de estimación de estado, que considera el conjunto de mediciones mixto o híbrido, al incorporar la información de medición fasorial en el sistema de prueba, en base de la solución del estimador de estado de mínimos cuadrados ponderados, se dispone de los valores estimados de magnitud y ángulo del voltaje en las barras del sistema. En la solución del método de estimación de estado “Lineal”, a estos resultados estimados se los evalúa como un conjunto de mediciones “pseudo medición fasorial”, mediciones que se complementan con las mediciones fasoriales de dispositivos PMU asumidas en la Tabla 3.7.

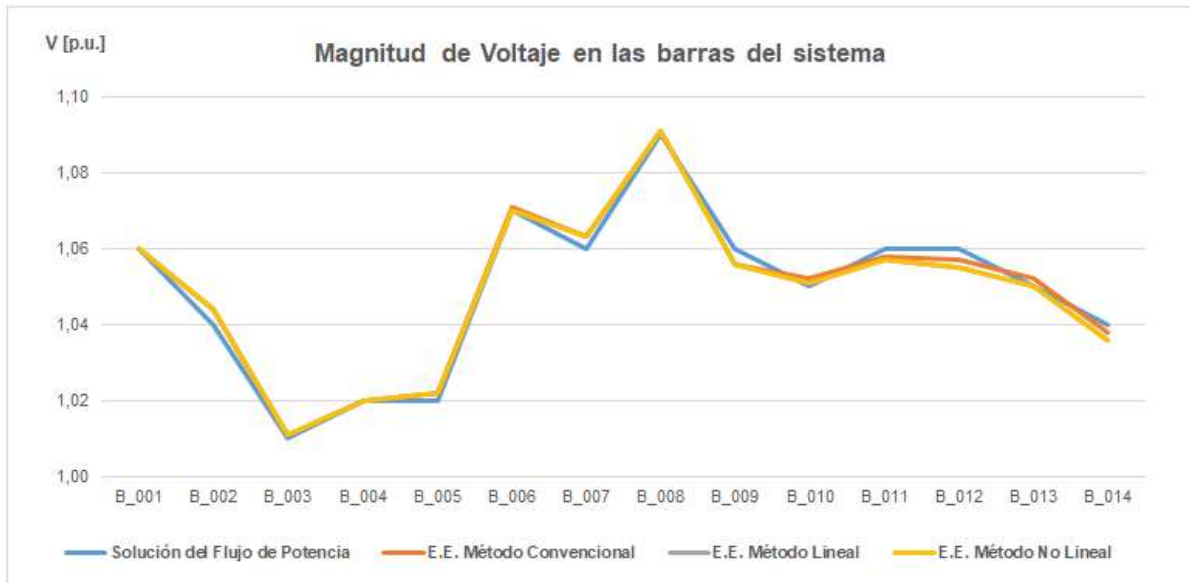
En la solución del estimador de estado “no lineal” se incorpora directamente la medición obtenida del dispositivo PMU al conjunto de mediciones convencionales, y mediante un proceso iterativo se estima la magnitud de voltaje y ángulo de voltaje en las barras del sistema.

Los estimados obtenidos mediante la aplicación de cada metodología se detallan en la Tabla 3.8; en base de éstos estimados (magnitud y ángulo de voltaje en barras), se evalúan los flujos de potencia para el sistema de prueba los cuales se registran en el ANEXO I, en la Tabla A1. 4 se detallan los valores de potencia (activa y reactiva) en las barras del sistema, mientras que en la Tabla A1. 5, se presentan los resultados de flujos de potencia (activa y reactiva) en los elementos de la red eléctrica.

**Tabla 3.8** Resultados de la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras

Barras del sistema	Solución del Flujo de Potencia		Estimación de Estado Método Convencional		Estimación de Estado Método Lineal		Estimación de Estado Método No Lineal	
	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]
B_001	1,060	0,000	1,060	0,000	1,060	0,000	1,060	0,000
B_002	1,040	-5,000	1,044	-4,969	1,044	-4,962	1,044	-4,965
B_003	1,010	-12,700	1,011	-12,713	1,011	-12,700	1,011	-12,707
B_004	1,020	-10,300	1,020	-10,334	1,020	-10,300	1,020	-10,310
B_005	1,020	-8,800	1,022	-8,788	1,022	-8,751	1,022	-8,760
B_006	1,070	-14,200	1,071	-14,493	1,070	-14,316	1,070	-14,330
B_007	1,060	-13,400	1,063	-13,489	1,063	-13,407	1,063	-13,421
B_008	1,090	-13,400	1,091	-13,492	1,091	-13,407	1,091	-13,421
B_009	1,060	-14,900	1,056	-15,084	1,056	-14,985	1,056	-14,999
B_010	1,050	-15,100	1,052	-15,265	1,051	-15,156	1,051	-15,170
B_011	1,060	-14,800	1,058	-15,006	1,057	-14,862	1,057	-14,876
B_012	1,060	-15,100	1,057	-15,344	1,055	-15,121	1,055	-15,136
B_013	1,050	-15,200	1,052	-15,427	1,050	-15,200	1,050	-15,215
B_014	1,040	-16,000	1,038	-16,249	1,036	-16,086	1,036	-16,101

Estos resultados, obtenidos en base de las metodologías analizadas permiten determinar el estado de la red eléctrica para el instante de tiempo analizado. En la Figura 3.3 y Figura 3.4 gráficamente se muestran los resultados obtenidos en la Tabla 3.8.



**Figura 3.3** Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras, aplicando las metodologías de estimación



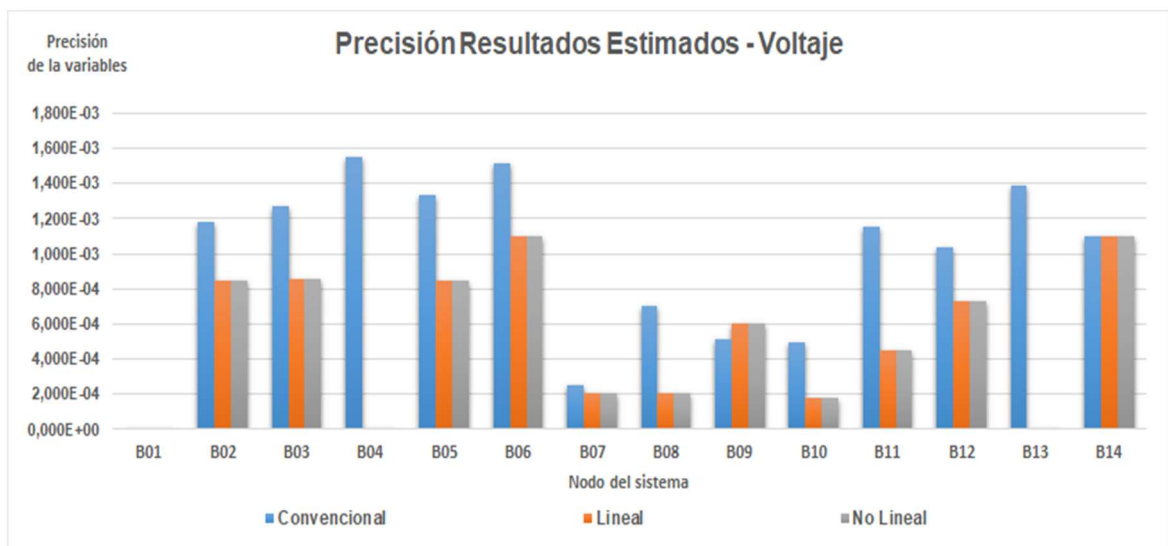
**Figura 3.4** Ángulo estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras, aplicando las metodologías de estimación

Como se describe en el apartado 2.2.3, el disponer de información de mediciones fasoriales de dispositivos PMUs en la solución del problema de estimación de estado mediante las metodologías “lineal” y “no lineal”; permite verificar la precisión de los resultados de las

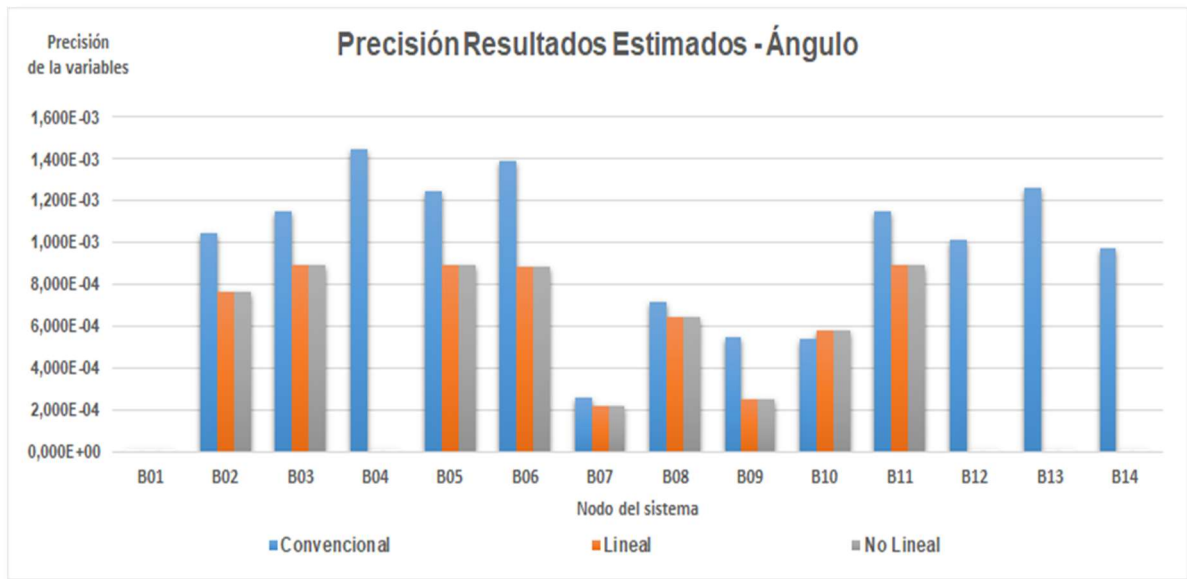
variables estimadas, precisión de resultados que se obtiene de la diagonal de la matriz de ganancia inversa  $G(x)^{-1}$  como se define en la ecuación (2.37). En las Figura 3.5 a Figura 3.7, se representa gráficamente los resultados obtenidos para la precisión de cada variable estimada.



**Figura 3.5** Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema IEEE 14 barras



**Figura 3.6** Precisión de los resultados para  $\sigma_V$  en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras



**Figura 3.7** Precisión de los resultados para  $\sigma_{\theta}$  en las barras del sistema de prueba IEEE – 14 barras

### 3.1.2. Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de prueba

De los resultados obtenidos, y mediante la representación gráfica de las variables de estado estimadas (magnitud y ángulo del voltaje de barras), que se muestran en la Figura 3.3 y Figura 3.4, se aprecia que los resultados obtenidos en base de cada metodología son similares.

En la Figura 3.5 a Figura 3.7, se observa que la precisión de los resultados de las variables estimadas, considerando la inclusión de medición fasorial, presenta una mejora. Valores que no son representativos considerando que las diferencias entre las metodologías están en el orden de  $1 \times 10^{-3}$ .

Con respecto a la observabilidad del sistema, en cada método de solución aplicado y de acuerdo a la referencia matemática descrita en [5], el Jacobiano de la matriz de mediciones (Matriz  $H$ ), no es una matriz singular por lo que es posible invertirla para cada solución del estimador de estado.

En cada una de las metodologías aplicadas para la solución del estimador de estado, se tiene redundancia, que se puede demostrar presentando el número de grados de libertad (Ver Tabla 3.9, por cada metodología) definido por la ecuación  $k = (N_m - N_s)$ , donde  $N_m$  Número de mediciones, y  $N_s$  Número de variables de estado.



**Tabla 3.9** Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas

Número de Grados de Libertad	EE. Método Convencional	EE. Método Lineal	EE. Método No Lineal
$k = (N_m - N_s)$	89	99	99

Con esta redundancia del sistema se garantiza la mínima observabilidad de la red, considerando que las variables de estado en cada barra del sistema, tienen al menos una medición que la relacione.

La solución del problema de estimación de estado con cada metodología analizada, en base de un conjunto de medición “híbrido” o “mixto”, requiere un proceso iterativo mediante el cual se evalúan estadísticamente los inevitables errores de medición, identificando aquellas mediciones con alta probabilidad de ser erróneas, omitiéndolas del proceso de estimación para así obtener una estimación óptima del sistema, este proceso iterativo en el cual se detallan y omiten las mediciones erróneas para el sistema de prueba IEEE – 14 barras, se detalla en el ANEXO I, Tabla A1. 1, Tabla A1. 2, Tabla A1. 3, para las metodologías convencional, lineal, y no lineal, respectivamente.

El tiempo de ejecución del algoritmo descrito en la Tabla 3.11 por cada metodología, considera las etapas que se detallan a continuación.

- Lectura de parámetros eléctricos del sistema de prueba.
- Lectura de información de medición (convencional y pseudo mediciones fasoriales).
- Generación del vector de mediciones del sistema.
- Generación de la matriz Jacobiana del vector de mediciones.
- Solución iterativa del estimador de estado mediante el proceso iterativo de mínimos cuadrados ponderados para estimar las variables del sistema.
- Evaluación estadística mediante del prueba chi – cuadrado de los estimados obtenidos e identificación de la medición con alta probabilidad de ser errónea.
- Omisión de la medición errónea y evaluación del estimador de estado omitiendo esta medición, proceso iterativo hasta que se cumpla con el criterio de la prueba chi – cuadrado.
- Para el caso del método lineal se incorpora la etapa de solución lineal (directa) de estimación de estado.
- Presentación numérica y gráfica de los resultados obtenidos.

**Tabla 3.10** Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación

Tiempo de ejecución del algoritmo por metodología.	EE. Método Convencional [min]	EE. Método Lineal [min]	EE. Método No Lineal [min]
	2,00	1,81	1,51

### 3.2. Sistema de prueba IEEE – 39 barras

En la Tabla 3.11, se presenta la información de la generación ubicada en diez (10) barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras, en tanto que en la Tabla 3.12 se detalla las cargas ubicadas en diecinueve (19) barras del sistema, para el escenario de demanda evaluado.

**Tabla 3.11** Tabla de despacho de generación para el sistema de prueba IEEE – 39 barras

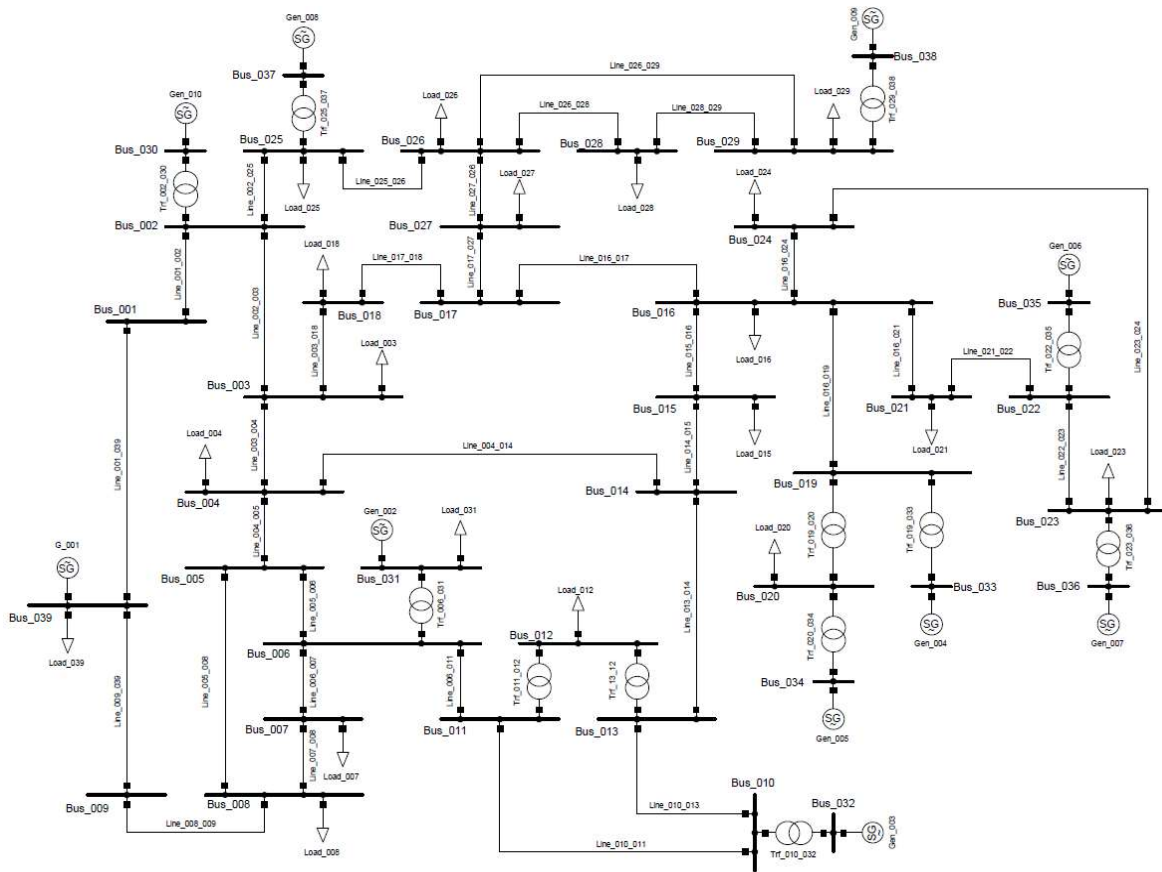
Generación	Barra	Voltaje Nominal [kV]	Potencia Activa [MW]	Tipo de Barra	Voltaje en p.u.
Gen_001	Barra_039	345,0	1000,00	PV	1,0300
Gen_002	Barra_031	16,50	-	Slack	0,9820
Gen_003	Barra_032	16,50	650,00	PV	0,9831
Gen_004	Barra_033	16,50	632,00	PV	0,9972
Gen_005	Barra_034	16,50	508,00	PV	1,0123
Gen_006	Barra_035	16,50	650,00	PV	1,0493
Gen_007	Barra_036	16,50	560,00	PV	1,0635
Gen_008	Barra_037	16,50	540,00	PV	1,0278
Gen_009	Barra_038	16,50	830,00	PV	1,0265
Gen_010	Barra_030	16,50	250,00	PV	1,0475

**Tabla 3.12** Cargas del sistema de prueba IEEE – 39 barras

Carga	Barra	Voltaje Nominal [kV]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVAR]
Load_003	Barra_003	345,0	322,0	2,4
Load_004	Barra_004	345,0	500,0	184,0
Load_007	Barra_007	345,0	233,8	84,0
Load_008	Barra_008	345,0	522,0	176,0
Load_012	Barra_012	138,0	7,5	88,0
Load_015	Barra_015	345,0	320,0	153,0
Load_016	Barra_016	345,0	329,0	32,3
Load_018	Barra_018	345,0	158,0	30,0
Load_020	Barra_020	230,0	628,0	103,0
Load_021	Barra_021	345,0	274,0	115,0

Load_023	Barra_023	345,0	247,5	84,6
Load_024	Barra_024	345,0	308,6	-92,2
Load_025	Barra_025	345,0	224,0	47,2
Load_026	Barra_026	345,0	139,0	17,0
Load_027	Barra_027	345,0	281,0	75,5
Load_028	Barra_028	345,0	206,0	27,6
Load_029	Barra_029	345,0	283,5	26,9
Load_031	Barra_031	16,50	9,2	4,6
Load_039	Barra_039	345,0	1104,0	250,0

A más de la información de las mediciones de la red eléctrica, es necesaria la información del modelo de la red, cuyo diagrama unifilar se muestra en la Figura 3.8.



**Figura 3.8** Modelo de prueba estándar IEEE – 39 barras.

De la Figura 3.8, se observa que se trata de un sistema eléctrico compuesto por treinta y cuatro (34) líneas de transmisión, y diez (10) centros de transformación cuyos parámetros eléctricos son detallados en la Tabla 3.13 y Tabla 3.14 respectivamente.

**Tabla 3.13** Datos de líneas del sistema de prueba IEEE – 39 barras en p.u.

Barra "i"	Barra "j"	r [p.u.]	x [p.u.]	b [p.u.]
1	2	0,0035	0,0411	0,6987
1	39	0,0010	0,0250	0,7500
2	3	0,0013	0,0151	0,2572
2	25	0,0070	0,0086	0,1460
3	4	0,0013	0,0213	0,2214
3	18	0,0011	0,0133	0,2138
4	5	0,0008	0,0128	0,1342
4	14	0,0008	0,0129	0,1382
5	6	0,0002	0,0026	0,0434
5	8	0,0008	0,0112	0,1476
6	7	0,0006	0,0092	0,1130
6	11	0,0007	0,0082	0,1389
7	8	0,0004	0,0046	0,0780
8	9	0,0023	0,0363	0,3804
9	39	0,0010	0,0250	1,2000
10	11	0,0004	0,0043	0,0729
10	13	0,0004	0,0043	0,0729
13	14	0,0009	0,0101	0,1723
14	15	0,0018	0,0217	0,3660
15	16	0,0009	0,0094	0,1710
16	17	0,0007	0,0089	0,1342
16	19	0,0016	0,0195	0,3040
16	21	0,0008	0,0135	0,2548
16	24	0,0003	0,0059	0,0680
17	18	0,0007	0,0082	0,1319
17	27	0,0013	0,0173	0,3216
21	22	0,0008	0,0140	0,2565
22	23	0,0006	0,0096	0,1846
23	24	0,0022	0,0350	0,3610
25	26	0,0032	0,0323	0,5130
26	27	0,0014	0,0147	0,2396
26	28	0,0043	0,0474	0,7802
26	29	0,0057	0,0625	1,0290
28	29	0,0014	0,0151	0,2490

**Tabla 3.14** Datos característicos transformadores del sistema de prueba IEEE – 39 barras

Transformador	De barra "i"	A barra "j"	r [p.u.]	x [p.u.]	Tap transformador Magnitud	Tap transformador Ángulo
Trf_012_011	12	11	0,0016	0,0435	1,0060	0,00
Trf_012_013	12	13	0,0016	0,0435	1,0060	0,00
Trf_006_031	6	31	0,0000	0,0250	1,0700	0,00
Trf_010_032	10	32	0,0000	0,0200	1,0700	0,00
Trf_019_033	19	33	0,0007	0,0142	1,0700	0,00
Trf_020_034	20	34	0,0009	0,0180	1,0090	0,00
Trf_022_035	22	35	0,0000	0,0143	1,0250	0,00
Trf_023_036	23	36	0,0005	0,0272	1,0000	0,00
Trf_025_037	25	37	0,0006	0,0232	1,0250	0,00
Trf_002_030	2	30	0,0000	0,0181	1,0250	0,00
Trf_029_038	29	38	0,0008	0,0156	1,0250	0,00
Trf_019_020	19	20	0,0007	0,0138	1,0600	0,00

### 3.2.1. Resultados obtenidos para el Sistema de prueba

Con la información de datos del sistema de prueba IEEE – 39 barras, se obtiene la solución del flujo de potencia en el software DlgSILENT *Power Factory*. En la Tabla 3.16 (columnas 2 y 3) se presenta los resultados obtenidos de la simulación para la magnitud y ángulo del voltaje en cada barra del sistema de prueba, información que se complementa con los resultados que se presentan en el ANEXO I, en la Tabla A1. 9 (Columnas 2 y 3) se presentan los resultados de la simulación correspondiente al flujo de potencia (activa y reactiva) en barras del sistema de prueba, y en la Tabla A1. 10 (Columnas 2 y 3), se muestran los resultados de flujos de potencia (activa y reactiva) en los elementos de la red eléctrica del sistema de prueba.

Con la información obtenida de solución de flujo de potencia, se defina un conjunto de mediciones convencionales.

De la Tabla 3.16 (columnas 2 y 3), se extrae la información correspondiente a la magnitud y el ángulo del voltaje en las barras del sistema, y se define las barras en las que se asume la instalación de un dispositivo PMU, a estos valores (magnitud y ángulo de voltaje en barra) se considera como datos de medición fasorial obtenida de estos dispositivos, información que se muestra en la Tabla 3.15.

**Tabla 3.15** Mediciones fasoriales en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras

Barra del sistema	Pseudo medición fasorial del sistema	
	Magnitud de voltaje (p.u.)	Ángulo (deg)
Barra 1	1,047	-8,400
Barra 2	1,049	-5,800
Barra 3	1,030	-8,600
Barra 31	1,000	0,000

Inicialmente y en base de esta información se aplica el método clásico de estimación de estado de mínimos cuadrados ponderados, obteniéndose los valores estimados para la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema que se muestran en la Tabla 3.16 (columnas 4 y 5 respectivamente).

Para la etapa de estimación de estado, que considera el conjunto de mediciones mixto o híbrido, al incorporar la información de medición fasorial en el sistema de prueba, en base de la solución del estimador de estado de mínimos cuadrados ponderados, se dispone de los valores estimados de magnitud y ángulo del voltaje en las barras del sistema. En la solución del método de estimación de estado “Lineal”, a estos resultados estimados se los evalúa como un conjunto de medición “pseudo medición fasorial”, mediciones que se complementan con las mediciones fasoriales de dispositivos asumidas en la Tabla 3.15.

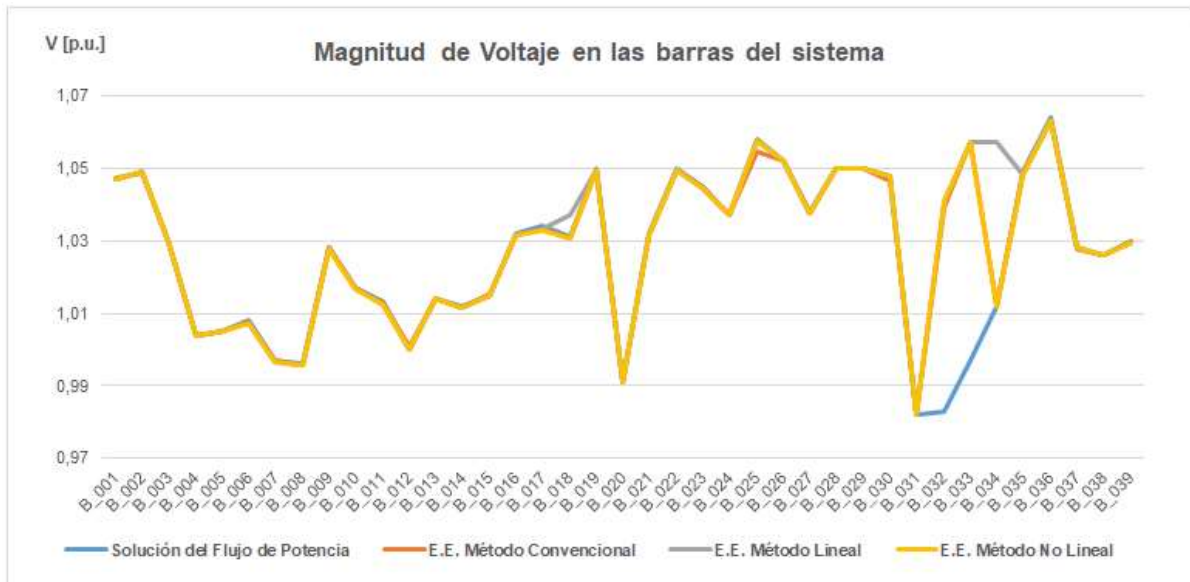
En la solución de estimación de estado “no lineal” se incorpora directamente la medición obtenida del dispositivo PMU al conjunto de mediciones convencionales, y mediante un proceso iterativo se estima la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema.

Los estimados obtenidos mediante la aplicación de cada metodología se detallan en la Tabla 3.16, en base de éstos estimados (magnitud y ángulo de voltaje en barras), se evalúan los flujos de potencia para el sistema de prueba, los cuales se registran en el ANEXO I, en la Tabla A1. 9 se detallan los valores de potencia (activa y reactiva) en las barras del sistema, mientras que en la Tabla A1. 10, se presentan los resultados de flujo de potencia (activa y reactiva) en los elementos de la red eléctrica.

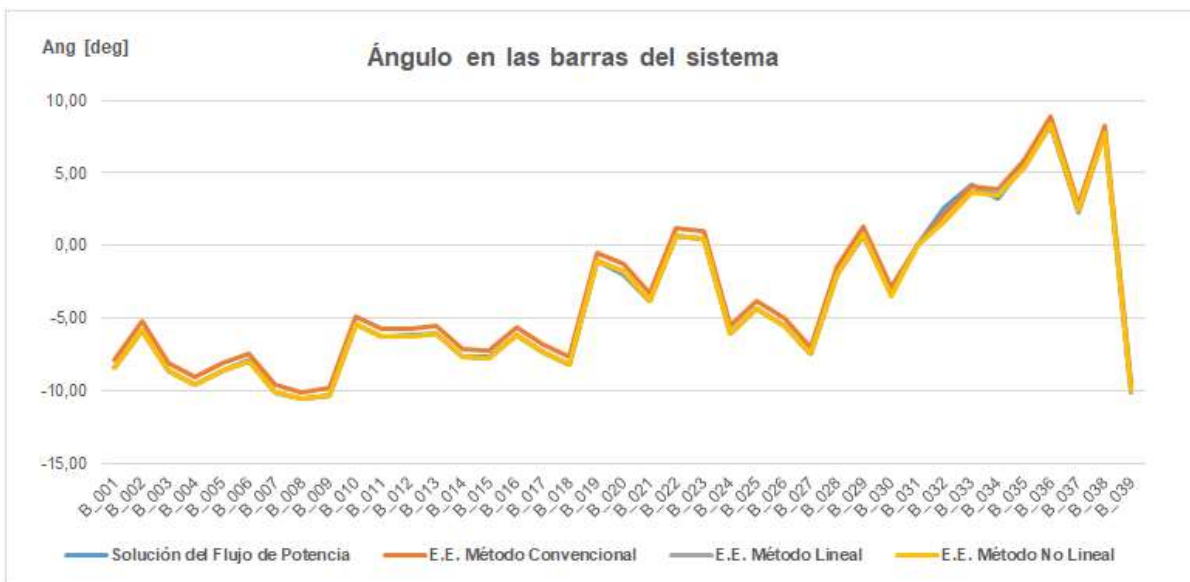
**Tabla 3.16** Resultados de la magnitud y ángulo voltaje en las barras del sistema de prueba

Barras del sistema	Solución del Flujo de Potencia		Estimación de Estado Método Convencional		Estimación de Estado Método Lineal		Estimación de Estado Método No Lineal	
	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]	Voltaje [p.u.]	Ángulo [deg]
B_001	1,0470	-8,400	1,0472	-7,916	1,0470	-8,400	1,0470	-8,400
B_002	1,0490	-5,800	1,0486	-5,231	1,0490	-5,800	1,0490	-5,800
B_003	1,0300	-8,600	1,0300	-8,076	1,0300	-8,600	1,0300	-8,600
B_004	1,0040	-9,600	1,0037	-9,084	1,0036	-9,597	1,0036	-9,596
B_005	1,0050	-8,600	1,0052	-8,089	1,0050	-8,599	1,0050	-8,598
B_006	1,0080	-7,900	1,0075	-7,427	1,0074	-7,937	1,0074	-7,936
B_007	0,9970	-10,100	0,9969	-9,602	0,9967	-10,111	0,9967	-10,110
B_008	0,9960	-10,600	0,9959	-10,093	0,9957	-10,603	0,9957	-10,602
B_009	1,0280	-10,300	1,0281	-9,800	1,0279	-10,297	1,0279	-10,297
B_010	1,0170	-5,400	1,0170	-4,904	1,0169	-5,413	1,0168	-5,412
B_011	1,0130	-6,300	1,0126	-5,761	1,0124	-6,271	1,0124	-6,270
B_012	1,0000	-6,200	1,0010	-5,725	1,0000	-6,235	1,0000	-6,235
B_013	1,0140	-6,100	1,0142	-5,575	1,0140	-6,084	1,0140	-6,083
B_014	1,0120	-7,700	1,0116	-7,134	1,0114	-7,645	1,0114	-7,644
B_015	1,0150	-7,700	1,0153	-7,213	1,0151	-7,730	1,0151	-7,730
B_016	1,0320	-6,200	1,0316	-5,665	1,0315	-6,183	1,0316	-6,182
B_017	1,0340	-7,300	1,0334	-6,779	1,0333	-7,298	1,0330	-7,297
B_018	1,0310	-8,200	1,0308	-7,701	1,0370	-8,221	1,0307	-8,220
B_019	1,0500	-1,000	1,0497	-0,498	1,0496	-1,016	1,0496	-1,015
B_020	0,9910	-2,000	0,9911	-1,261	0,9911	-1,778	0,9911	-1,778
B_021	1,0320	-3,800	1,0316	-3,257	1,0315	-3,775	1,0315	-3,774
B_022	1,0500	0,700	1,0497	1,193	1,0496	0,676	1,0496	0,677
B_023	1,0450	0,500	1,0447	0,995	1,0446	0,478	1,0446	0,478
B_024	1,0370	-6,100	1,0372	-5,545	1,0371	-6,063	1,0371	-6,062
B_025	1,0580	-4,400	1,0547	-3,840	1,0578	-4,405	1,0578	-4,405
B_026	1,0520	-5,500	1,0519	-5,004	1,0520	-5,541	1,0520	-5,541
B_027	1,0380	-7,500	1,0376	-6,973	1,0376	-7,502	1,0376	-7,502
B_028	1,0500	-2,000	1,0500	-1,490	1,0500	-2,026	1,0500	-2,025
B_029	1,0500	0,700	1,0498	1,270	1,0498	0,735	1,0498	0,735
B_030	1,0480	-3,300	1,0467	-2,904	1,0477	-3,440	1,0477	-3,474
B_031	0,9820	0,000	0,9820	0,000	0,9820	0,000	0,9820	0,000
B_032	0,9830	2,600	1,0394	2,160	1,0409	1,670	1,0409	1,670
B_033	0,9970	4,200	1,0574	4,128	1,0573	3,612	1,0573	3,612
B_034	1,0120	3,200	1,0120	3,922	1,0573	3,612	1,0119	3,405
B_035	1,0490	5,600	1,0485	5,917	1,0484	5,398	1,0484	5,398
B_036	1,0640	8,300	1,0634	8,849	1,0633	8,334	1,0633	8,335
B_037	1,0280	2,400	1,0276	2,821	1,0280	2,245	1,0280	2,445
B_038	1,0260	7,800	1,0262	8,240	1,0262	7,705	1,0262	7,705
B_039	1,0300	-10,100	1,0299	-9,531	1,0296	-10,021	1,0296	-10,021

Estos resultados, obtenidos en base de las metodologías analizadas permiten determinar el estado actual de la red eléctrica para el instante de tiempo analizado. En la Figura 3.9 y Figura 3.10 gráficamente se muestran los resultados obtenidos de la Tabla 3.16.



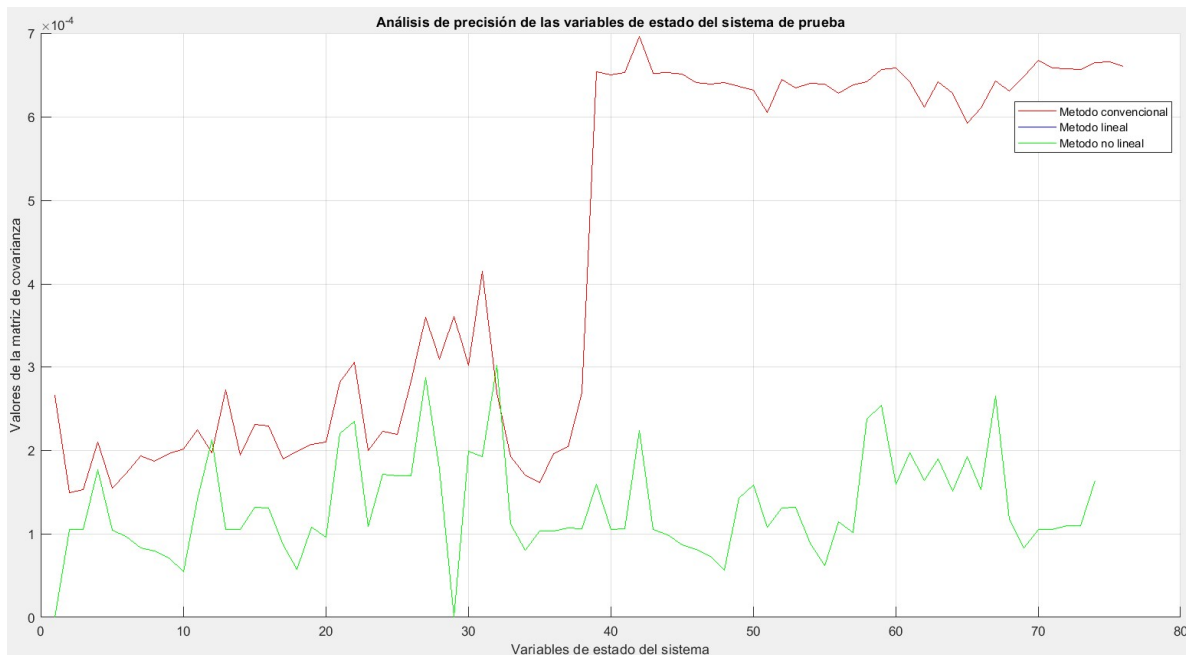
**Figura 3.9** Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras, aplicando las metodologías de estimación



**Figura 3.10** Ángulo estimado en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras, aplicando las metodologías de estimación



Como se describe en el apartado 2.2.3, el disponer de información de mediciones fasoriales de dispositivos PMUs en la solución del problema de estimación de estado mediante las metodologías “lineal” y “no lineal”; permite verificar la precisión de los resultados de las variables estimadas, precisión de resultados que se obtiene de la diagonal de la matriz de ganancia inversa  $G(x)^{-1}$  como se define en la ecuación (2.37). En la Figura 3.11 a Figura 3.13, se representa gráficamente los resultados obtenidos para la precisión de cada variable estimada.



**Figura 3.11** Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema IEEE 14 barras

### 3.2.2. Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de prueba

De los resultados obtenidos, y mediante la representación gráfica de las variables de estado estimadas (magnitud y ángulo de voltaje en las barras), que se muestran en la Figura 3.9 y Figura 3.10, se aprecian que los resultados obtenidos en base de cada metodología son similares.

En la Figura 3.11, a Figura 3.13, se observa que la precisión de los resultados obtenidos de las variables estimadas, considerando la inclusión de la medición fasorial, presenta una mejora. Valores que no son representativos considerando que las diferencias entre las metodologías están en el orden de  $1 \times 10^{-4}$ .

Con respecto a la observabilidad del sistema, en cada método de solución aplicado y de acuerdo a la referencia matemática descrita en [5], el Jacobiano de la matriz de mediciones

(Matriz  $H$ ), no es una matriz singular por lo que es posible invertirla para cada solución de estimador de estado.

En cada una de las metodologías aplicadas para la solución del estimador de estado, se tiene redundancia, que se puede demostrar presentando el número de grados de libertad (Ver Tabla 3.17, por cada metodología) definido por la ecuación  $k = (N_m - N_s)$ , donde  $N_m$  Número de mediciones, y  $N_s$  Número de variables de estado.

**Tabla 3.17** Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas

Número de Grados de Libertad	EE. Método Convencional	EE. Método Lineal	EE. Método No Lineal
$k = (N_m - N_s)$	168	175	175

Con esta redundancia del sistema se garantiza la mínima observabilidad de la red, considerando que las variables de estado en cada barra del sistema, tienen al menos una medición que las relaciones.

La solución del problema de estimación de estado con cada metodología analizada, en base de un conjunto de medición “híbrido” o “mixto”, requiere un proceso iterativo mediante el cual se evalúan estadísticamente los inevitables errores de medición, identificando aquellas mediciones con alta probabilidad de ser erróneas, omitiéndolas del proceso de estimación, para así obtener una estimación óptima del sistema, este proceso iterativo, en el cual se detalla y omiten las mediciones erróneas para el sistema de prueba IEEE – 39 barras, se detalla en el ANEXO I, Tabla A1. 6, Tabla A1. 7, Tabla A1. 8, para la metodologías convencional, lineal, y no lineal respectivamente.

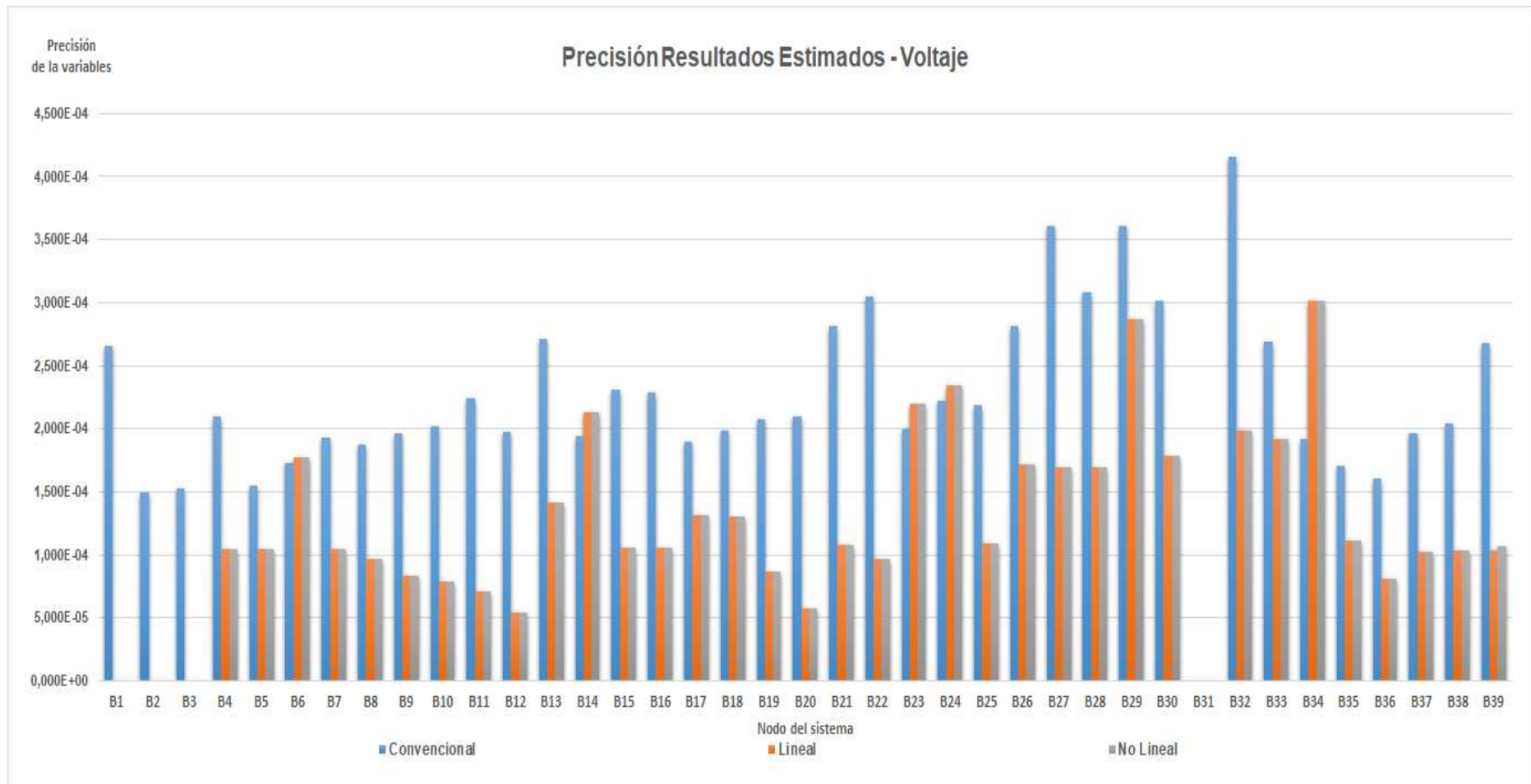
El tiempo de ejecución del algoritmo descrito en la Tabla 3.18 por cada metodología, considera las etapas que se detallan a continuación.

- Lectura de parámetros eléctricos del sistema de prueba.
- Lectura de información de medición (convencional y pseudo mediciones fasoriales).
- Generación del vector de mediciones del sistema.
- Generación de la matriz Jacobiana del vector de mediciones.
- Solución iterativa del estimador de estado mediante el proceso iterativo de mínimos cuadrados ponderados para estimar las variables del sistema.
- Evaluación estadística mediante del prueba chi – cuadrado de los estimados obtenidos e identificación de la medición con alta probabilidad de ser errónea.

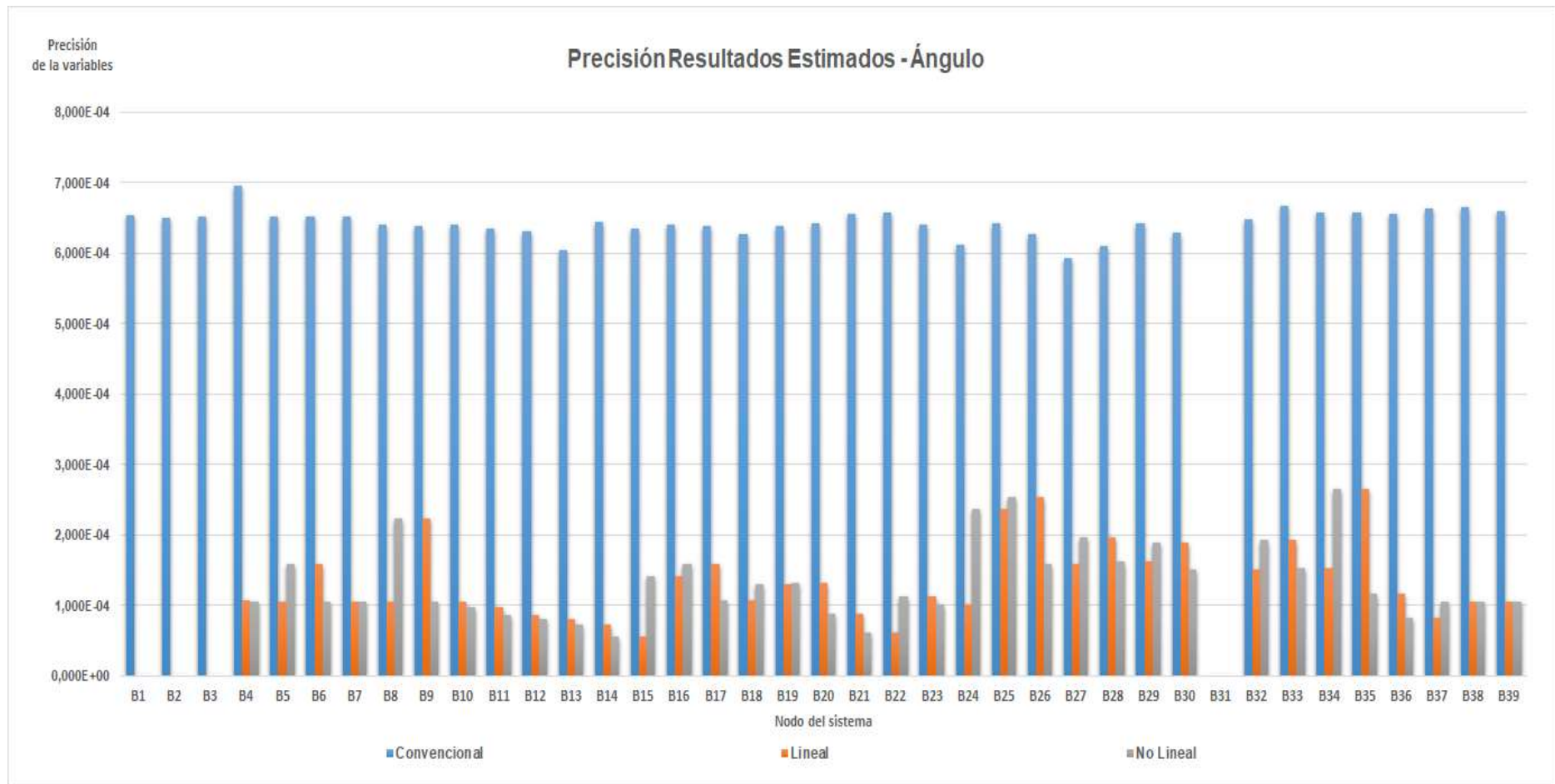
- Omisión de la medición errónea y evaluación del estimador de estado omitiendo esta medición, proceso iterativo hasta que se cumpla con el criterio de la prueba chi – cuadrado.
- Para el caso del método lineal se incorpora la etapa de solución lineal (directa) de estimación de estado.
- Presentación numérica y gráfica de los resultados obtenidos.

**Tabla 3.18** Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación

Tiempo de ejecución del algoritmo por metodología.	EE. Método Convencional [min]	EE. Método Lineal [min]	EE. Método No Lineal [min]
	55,68	48,12	49,47



**Figura 3.12** Precisión de los resultados para  $\sigma_V$  en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras



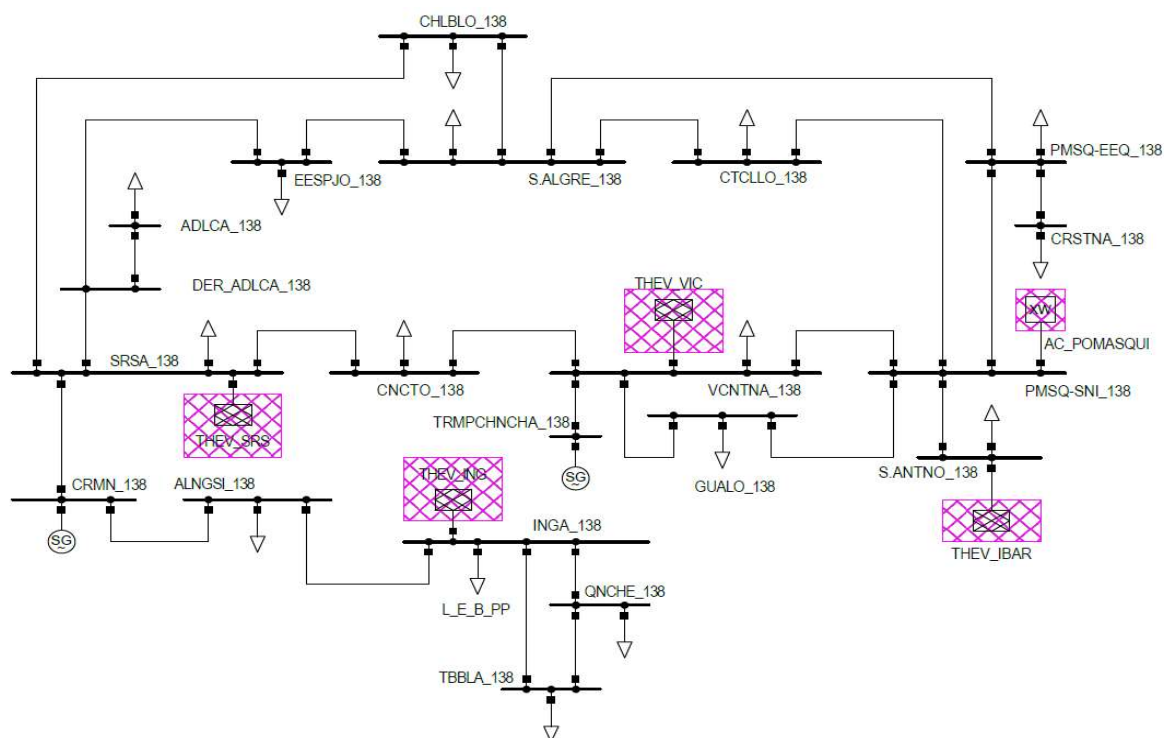
**Figura 3.13** Precisión de los resultados para  $\sigma_\theta$  en las barras del sistema de prueba IEEE – 39 barras

### 3.3. Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito

#### 3.3.1. Descripción del sistema eléctrico Quito

La demanda de energía de los usuarios del sistema eléctrico Quito SEQ, a niveles de medio y bajo voltaje, es abastecida a través de alimentadores primarios que abarcan toda el área de concesión. Los alimentadores primarios en niveles de voltaje 22,8 kV, 13,8 kV y 6,3 kV son abastecidos desde subestaciones de distribución de relaciones 138/22,8 kV, 46/22,8 kV, 46/6,3 kV y 69/13,8 kV, demanda cubierta en parte por la producción energética de centrales de generación distribuida, y a través de los puntos de interconexión con el sistema Nacional Interconectado en 138 kV.

El diagrama unifilar del sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV, se muestra en la Figura 3.14.



**Figura 3.14** Sistema de subtransmisión a nivel de 138 kV – Empresa Eléctrica Quito

La demanda del SEQ registró un valor de 748 MW para el día de máxima demanda del año 2018, con una curva de carga cuya característica que se observa en la Figura 3.15.

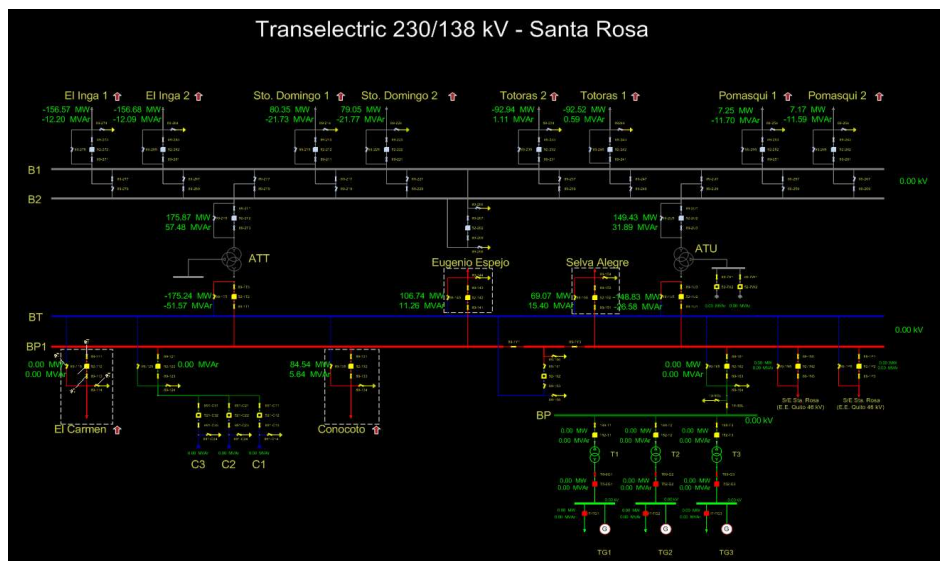
Mediante el proyecto SIGDE (Sistema Integrado para la Gestión de la Distribución Eléctrica) desarrollado por el Ministerio de Energía y Recursos No Renovables (MERNRR) cuyo objetivo es la modernización y homologación integral de los sistemas de subtransmisión, distribución

y comercialización, se ha implementado el SCADA ADMS “para la mejora en la calidad, continuidad y confiabilidad de la red de distribución con la finalidad de minimizar las interrupciones del servicio eléctrico, contemplado los datos medidos de los dispositivos instalados en la red<sup>1</sup>”



**Figura 3.15** Demanda del sistema eléctrico Quito – día de demanda máxima 14 de marzo de 2018 748 MW

Una de las herramientas disponibles del sistema ADMS, es el SCADA que permite al operador disponer de información en tiempo real de las subestaciones de subtransmisión y alimentadores primarios, para la gestión operativa en tiempo real.

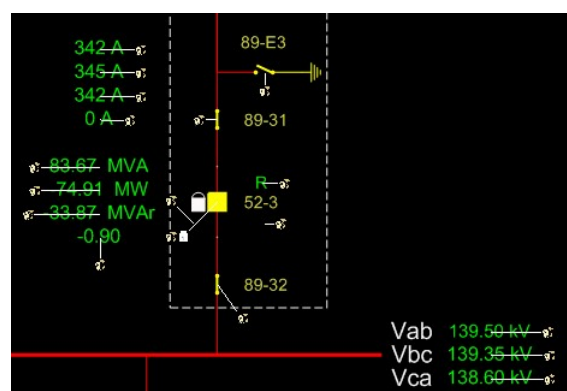


**Figura 3.16** Pantalla de gestión operativa sistema ADMS en tiempo real – Subestación Santa Rosa 230/138 kV

<sup>1</sup> Tomado de <http://sigdemeer.blogspot.com/>

En la Figura 3.16, se muestra información en tiempo real de la subestación Santa Rosa a nivel de 138 kV, mediante la cual el operador puede monitorear la información de flujos de potencia activa y reactiva, voltajes.

Al considerar el planteamiento del problema y para el desarrollo del proyecto se definió que la información disponible en el SCADA no es totalmente fiable, debido a los errores característicos de los dispositivos de medición y pérdidas inesperadas de comunicación. En la Figura 3.17, se ilustra este tipo de problemas de información que no garantiza al operador disponer de una información adecuada para su gestión, originando la posible toma de acciones operativas erróneas.



**Figura 3.17** Información SCADA en tiempo real con baja fiabilidad por problemas de comunicación con el dispositivo de medición

### 3.3.2. Medición Sincrofasorial del Sistema Nacional Interconectado

El sistema WAMS implementado por CENACE, permite realizar un análisis dinámico del sistema eléctrico ecuatoriano en base de la información obtenida dispositivos de medición sincrofasorial PMUs, que se encuentran instalados en las principales subestaciones del Sistema Nacional Interconectado. Para el caso del sistema eléctrico Quito, se verificó que los dispositivos PMUs cercanos a la red eléctrica están instalados en las subestaciones Santa Rosa, Pomasqui en 230 kV, y El Inga en 500 kV.

La ubicación de estos dispositivos en las redes eléctricas requieren de análisis matemáticos que se describen en la referencia [36], detallando la siguientes alternativas para su ubicación

- Barras de Carga
- Barras de Generación.
- Interconexiones

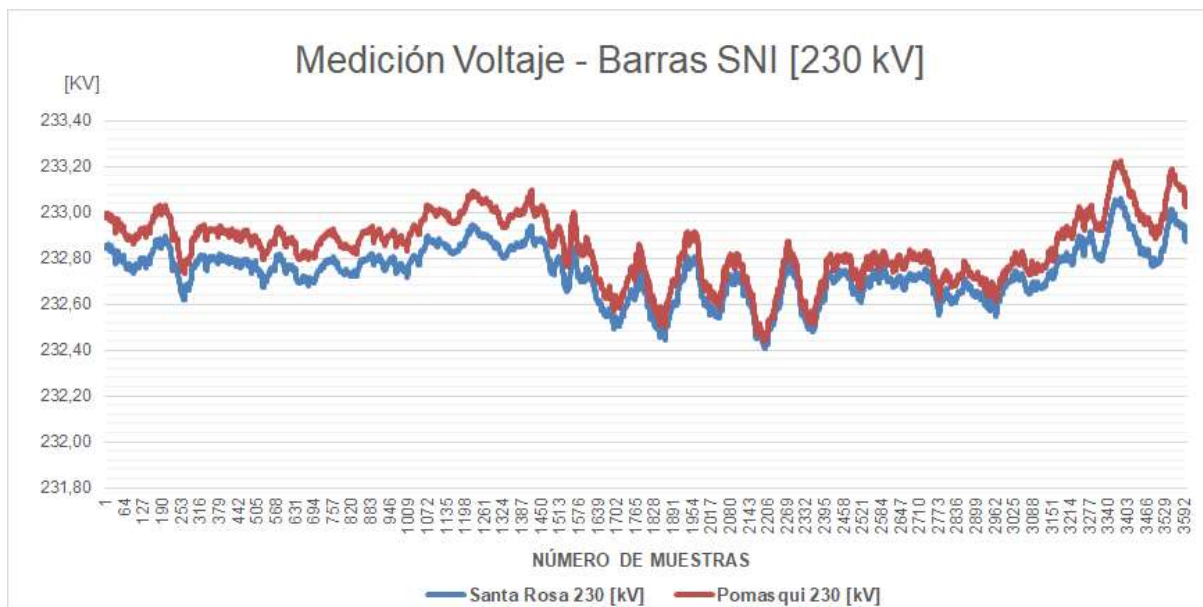


- Todas las barras del sistema.

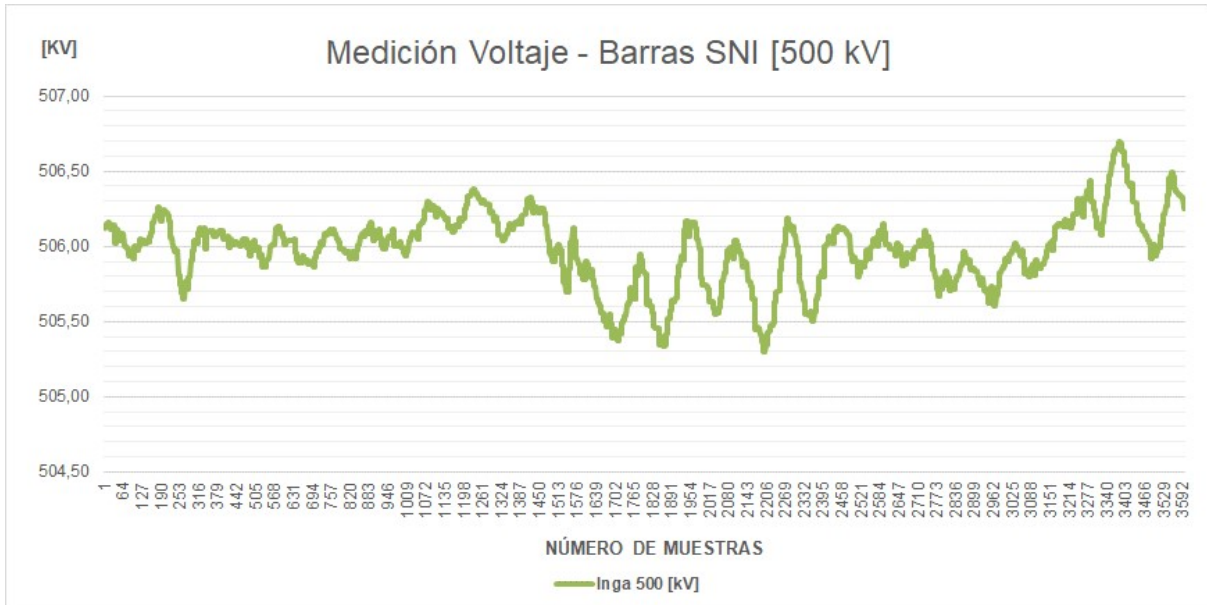
Otro criterio, que se tiene en consideración para la adecuada ubicación de estos dispositivos es la observabilidad del sistema eléctrico, maximizando la redundancia pero empleando la menor cantidad de PMU. Sumándose la alternativa en la que se da prioridad a las barras más relevantes del sistema eléctrico para la instalación de PMUs, obteniendo información de mayor trascendencia, como son los datos asociados a las barras centrales, o principales, interconexiones, barras de alta generación, o de carga entre otras [37].

En este apartado del proyecto, se realiza el análisis de la información que se obtiene de estos dispositivos de medición para posteriormente analizar la manera de realizar una alineación temporal de esta información con la medición convencional disponible en el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito.

En la Figura 3.18 y Figura 3.19, se presenta la medición de la magnitud de voltaje para un instante de tiempo definido (hora de medición 19:30 horas), verificando la característica de alta tasa de actualización de la información de este tipo de dispositivos (3.600 datos por minuto).

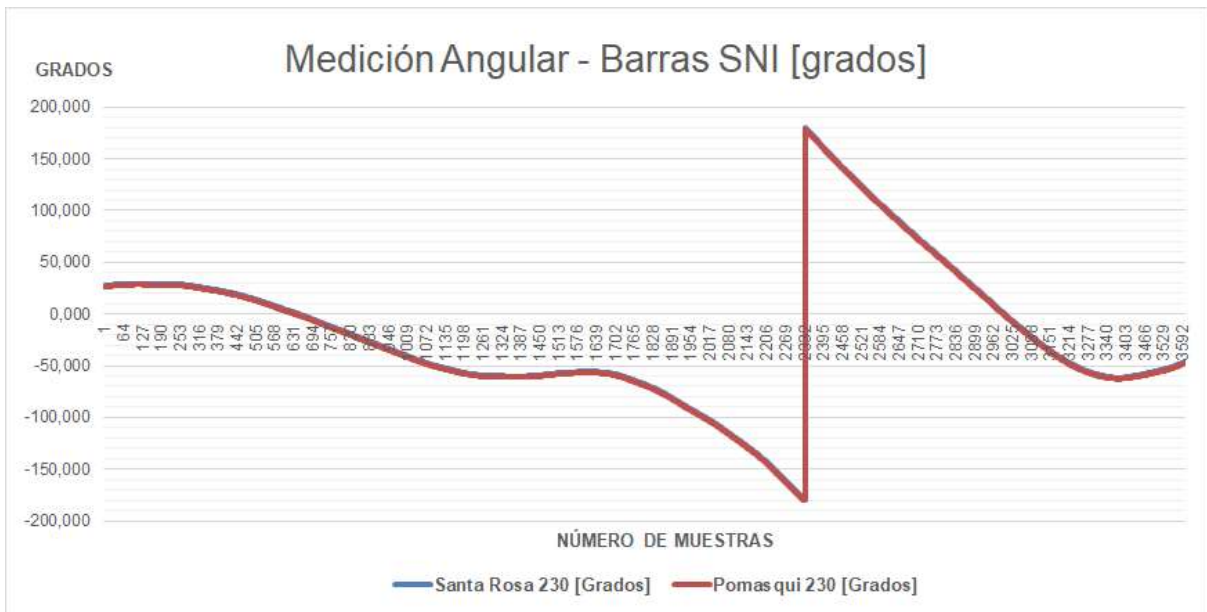


**Figura 3.18** Medición de Voltaje a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui

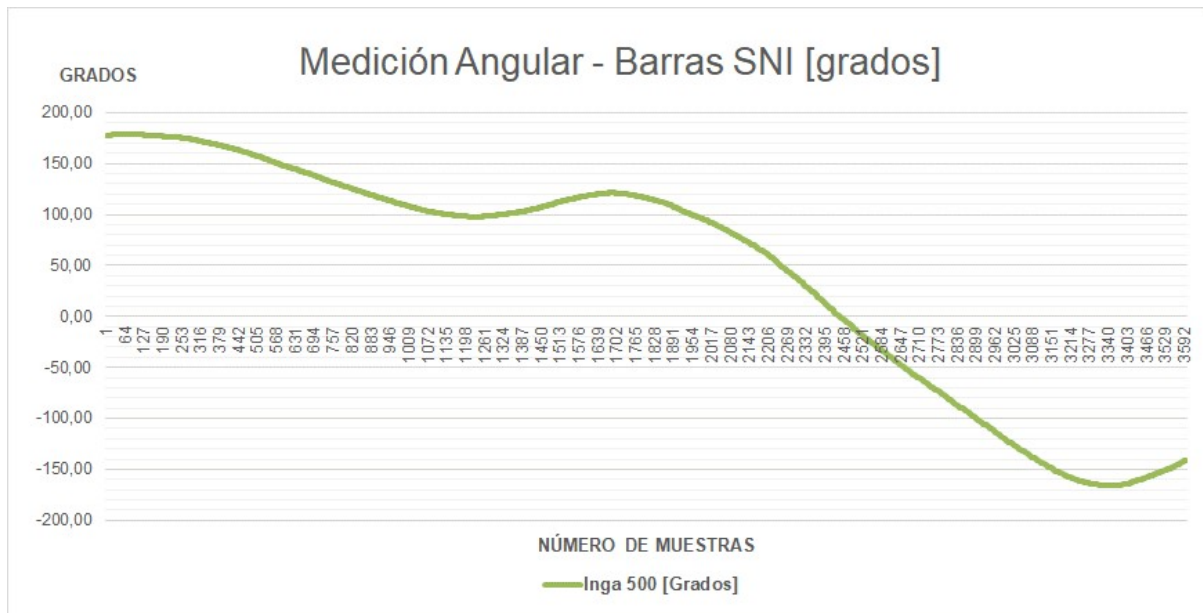


**Figura 3.19** Medición de Voltaje a nivel de 500 kV S/E El Inga

En la Figura 3.20 y Figura 3.21, se presenta una muestra de datos de medición angular para el instante de tiempo definido (hora de la muestra 19:30 horas), verificándose que al igual que los datos de medición de voltaje una tasa de actualización alta (3.600 datos por minuto).



**Figura 3.20** Medición de ángulo a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui

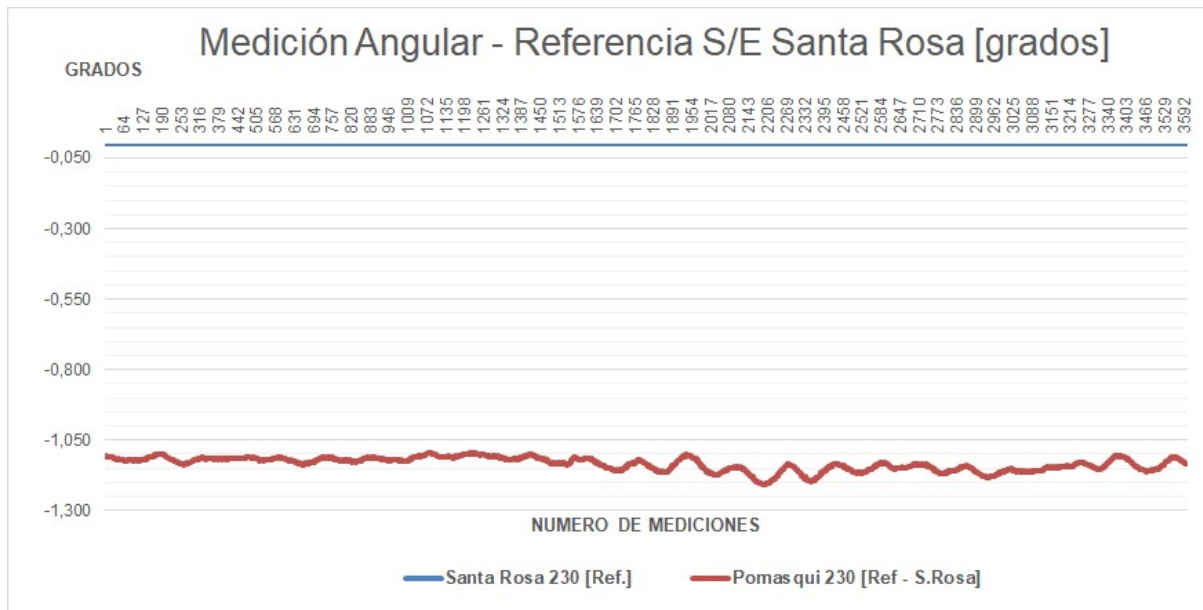


**Figura 3.21** Medición de ángulo a nivel de 230 kV S/E Santa Rosa, S/E Pomasqui

Las mediciones de voltaje y ángulo del voltaje (fasor de voltaje) tienen una referencia angular a una onda de coseno de frecuencia nominal sincronizada, la cual esta sincronizada con el tiempo UTC Unidad de Tiempo Coordinada (del inglés Universal Time Coordinated), para las ondas sinusoidales de corriente y voltaje AC, para cada barra de un Sistema Eléctrico ver referencias [37] y [38].

La diferencia de ángulo de fase entre dos grupos de mediciones fasoriales es independiente de la referencia UTC, típicamente una de las mediciones fasoriales es seleccionada como “referencia”, y la diferencia entre los otros ángulos de fase con esta referencia, es calculada y referida como el ángulo de fase relativa ver [39]. Como se muestra en la Figura 3.22, y en base de esta descripción, se toma como referencia la barra S/E Santa Rosa 230 kV, y se obtiene la medición angular de la S/E Pomasqui 230 kV referida a esta barra.

Con respecto a la medición angular obtenida del dispositivo PMU para la S/E El Inga 500 kV, no es posible referenciarla con respecto a la S/E Santa Rosa 230 kV, el sistema WAMS implementado por CENACE incorpora en los algoritmos de programación internos del PDC esta transformación a nivel de voltaje que considera la información angular de los grupos de conexión de los transformadores de reducción de nivel de voltaje.



**Figura 3.22** Medición angular, considerando como referencia la medición angular de la barra Santa Rosa 230 kV.

### 3.3.3. Incorporación de medición fasorial en el Sistema Eléctrico Quito

La demanda de la Empresa Eléctrica Quito debido a su relevancia y a importancia de centros de carga requiere de un monitoreo dinámico, de acuerdo a lo descrito en 3.3.2, la ubicación de estos dispositivos debe ser optimizada, priorizando las principales barras de una red eléctrica, con esta definición se considera en el desarrollo del proyecto la implementación de estos dispositivos de medición fasorial en las principales barras de interconexión con el Sistema Nacional Interconectado a nivel de 138 kV. Estas barras corresponden a las subestaciones Santa Rosa, Pomasqui, El Inga, a ese nivel de voltaje.

El desarrollo del estimador de estado presentado en el proyecto se basó en el concepto de estimación de estado estática, es decir que la solución del problema de estimación de estado se analiza para un instante de tiempo dado. Considerando el comportamiento dinámico de un sistema eléctrico la alineación temporal de la información disponible de dispositivos de medición fasorial y convencional es factible para un determinado instante de tiempo y en condiciones estables del sistema, ante una perturbación del sistema esta alineación temporal ya no sería factible, debido principalmente a las características propias de cada dispositivo de medición y su tasa de actualización.

En este escenario, y considerando la muestra de datos que se presentan en la Figura 3.18 para la medición de magnitud de voltaje, y Figura 3.22 para la medición angular se requiere

obtener un valor esperado de esa muestra de datos disponible mediante la aplicación de un análisis estadístico de esta información.

Para la medición de voltaje de la subestación Pomasqui 230 kV, se presenta en la Tabla 3.19 los resultados de un análisis estadístico realizado a la muestra de datos obtenida.

**Tabla 3.19** Valor esperado para serie de datos temporal –Voltaje Pomasqui 230 kV

Parámetro	Valor
$X_{media}$	232,846
$sigma (\sigma)$	0,00237
<b>Factor de Probabilidad (Cp), probailidad del 50%</b>	0,6475
<b>Valor Esperado</b>	$232,846 \pm 0,00154$

Un análisis similar para la serie de datos correspondientes a la medición angular que se muestra en la Figura 3.22.

**Tabla 3.20** Valor esperado para serie de datos temporal – Medición angular S/E Pomasqui referenciada a la S/E Santa Rosa en 230 kV

Parámetro	Valor
$X_{media}$	-1,135
$sigma (\sigma)$	0,00039
<b>Factor de Probabilidad (Cp), probailidad del 50%</b>	0,6475
<b>Valor Esperado</b>	$-1.135 \pm 0,00025$

El valor esperado obtenido en la Tabla 3.19 y Tabla 3.20, en la solución del estimador de estado serviría únicamente para un instante de tiempo especificado, y en condiciones estables del sistema, reiterando que ante una perturbación la alineación temporal con este dato obtenido ya no es factible.

### 3.3.4. Resultados obtenidos para el Sistema de Subtransmisión

Al igual que lo sistemas de prueba IEEE en este apartado se presenta los resultados obtenidos en la solución del problema de estimación de estado para el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV, en el proceso de estimación de estado se requiere información de mediciones disponibles de la red, información que

puede ser obtenida desde el sistema SCADA y que se presenta en la Tabla 3.23 a Tabla 3.25 en las columnas que corresponde a Mediciones (SCADA).

Se requiere además de la información de la red eléctrica, que se detalla en la Tabla 3.21, y con respecto a los errores de los dispositivos de medición se considera los datos que se describen en la Tabla 3.2.

**Tabla 3.21** Parámetros del sistema de subtransmisión de la EEQ – 138 kV en (p.u.)

Línea de Transmisión		Parámetros de la Red Eléctrica		
Barra 1	Barra 2	R [p.u.]	X [p.u.]	Bc [p.u.]
Santa Rosa	Chilibulo	0,0082	0,0441	0,01146
Santa Rosa	Der. Adelca	0,0002	0,0009	0,00008
Santa Rosa	Conocoto	0,0078	0,0321	0,00799
Conocoto	Vicentina	0,0062	0,0257	0,00639
Der. Adelca	Adelca	0,0142	0,0332	0,01221
Vicentina	Termopichincha	0,0045	0,0164	0,00522
Vicentina	Pomasqui – SNT	0,0126	0,0407	0,01704
Vicentina	Gualo	0,0059	0,0190	0,00794
Gualo	Pomasqui – SNT	0,0068	0,0220	0,00919
Chilibulo	Selva Alegre	0,0037	0,0201	0,00521
Der. Adelca	Eugenio Espejo	0,0043	0,0229	0,05295
Eugenio Espejo	Selva Alegre	0,0077	0,0413	0,01063
Selva Alegre	Pomasqui – EEQ	0,0081	0,0453	0,01120
Selva Alegre	Chilibulo	0,0040	0,0215	0,00554
Cotocollao	Pomasqui – SNT	0,0084	0,0451	0,01159
Pomasqui – EEQ	Pomasqui – SNT	0,0015	0,0081	0,00207
Pomasqui – EEQ	Cristiana	0,0040	0,0148	0,00471
Alangasi	El Carmen	0,0112	0,0411	0,01066
Alangasi	El Inga	0,0066	0,0233	0,00559
El Inga	Tababela	0,0086	0,0516	0,01245
El Inga	El Quinche	0,0139	0,0828	0,01999
El Quinche	Tababela	0,0092	0,0547	0,01321
El Carmen	Santa Rosa	0,0218	0,0781	0,01851
San Antonio	Pomasqui – SNT	0,0059	0,0190	0,00501

Con la información de mediciones de la red eléctrica que se obtiene de SCADA, parámetros de la red eléctrica y errores del dispositivo de medición, mediante la aplicación desarrollada se realiza la estimación de estado en base del método de los mínimos cuadrados ponderados, estimando la magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema, datos que se muestran en la Tabla 3.23, en las columnas que corresponden a la estimación de estado convencional.

Estas variables de estado permiten determinar el estado del sistema para el instante de tiempo analizado, permitiendo calcular los flujos de potencia (activa y reactiva) en líneas y en barras del sistema, datos que se registran en la Tabla 3.24 y Tabla 3.25 en las columnas correspondientes a estimación de estado convencional.

Para la etapa en la que se requiere incorporar medición sincrofasorial disponible de dispositivos de medición, al no disponer de estos datos en las barras del sistema eléctrico Quito, y con la finalidad de evaluar la incidencia de incluir información de mediciones

sincrofasoriales en la solución del problema de estimación, se procedió en forma similar a lo realizado para los sistemas de prueba IEEE, mediante la solución del flujo de potencia, obteniendo información de magnitud y ángulo del voltaje en las barras del sistema, con estos valores obtenidos, y definiendo las barras del sistema eléctrico Quito en 138 kV en las cuales, se plantea la ubicación de dispositivos PMUs, en la Tabla 3.22, se presenta el detalle de la barra, la magnitud, y el ángulo del voltaje en la barra.

**Tabla 3.22** Pseudo mediciones incorporadas en las barras del sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV para la solución del problema de estimación de estado

Barra del sistema	Pseudo medición fasorial del sistema	
	Magnitud de voltaje (kV)	Ángulo (deg)
Barra 9 – S/E El Inga	137,661	2,330
Barra 12 – S/E Pomasqui SNI	139,854	-2,154
Barra 15 – S/E Santa Rosa	140,00	0,000

En base de la información de medición convencional la aplicación desarrollada realiza la evaluación del estimador de estado mediante el método de los mínimos cuadrados ponderados, estimando la magnitud y ángulo del voltaje en las barras del sistema eléctrico.

Éstos estimados obtenidos, se elevan a la figura de pseudo – medición fasorial que se complementa con las mediciones fasoriales definidas en la Tabla 3.22 para definir un conjunto de mediciones fasoriales que a través de la metodología “lineal” y su solución directa permite estimar la magnitud y el ángulo del voltaje en las barras del sistema eléctrico Quito, esta información estimada se detalla en la Tabla 3.23 (columna correspondiente a Estimación de Estado Método Lineal). Estos valores estimados permiten conocer el estado del sistema para el instante de tiempo analizado, con los que se puede calcular los flujos de potencia (activa y reactiva) en líneas y barras del sistema como se muestra en la Tabla 3.24 y Tabla 3.25 (columna correspondiente a estimación de estado – Método Lineal).

La estimación de estado “No Lineal” realiza un proceso mediante el cual se incorpora directamente la medición sincrofasorial (magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema), al conjunto de mediciones convencional. Con este conjunto de mediciones se estima el estado del sistema al determinar el fasor de voltaje en las barras del sistema detallando los estimados en la Tabla 3.23 (Columna estimación de estado No Lineal). Con estos estimados se determinan los flujos de potencia (activa y reactiva) en líneas y barras para el sistema, datos que se muestran en la Tabla 3.24 y Tabla 3.25 (Columna método de estimación no lineal).

**Tabla 3.23** Resultados de la magnitud y ángulo de fase de las barras del sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (valores medidos y valores estimados)

Barra	SCADA	Flujo de Potencia		E.E. Método Convencional		E.E. Método Lineal		E.E. Método No Lineal	
	Voltaje [kV]	Voltaje [kV]	Ángulo [deg]	Voltaje [kV]	Ángulo [deg]	Voltaje [kV]	Ángulo [deg]	Voltaje [kV]	Ángulo [deg]
Adelca	139,932	139,921	-0,115	139,930	-0,112	139,940	-0,114	140,080	-0,114
Alangasí	137,754	137,823	1,864	137,750	1,885	137,750	1,881	137,890	1,881
Chilibulo	138,621	138,974	-1,776	138,630	-1,802	138,620	-1,892	138,750	-1,894
Conocoto	138,820	139,279	-1,515	138,820	-1,469	138,790	-1,559	138,930	-1,558
Cotocollao	137,928	138,564	-2,964	137,940	-2,948	137,920	-3,039	138,060	-3,038
Cristiania	138,283	139,561	-2,822	138,300	-2,717	138,290	-2,809	138,430	-2,808
Der. Adelca	139,967	139,956	-0,049	139,970	-0,048	139,980	-0,048	140,120	-0,048
El Carmen	138,674	138,700	1,306	138,670	1,318	138,660	1,315	138,810	1,316
El Inga	137,441	137,661	2,330	137,440	2,335	137,440	2,330	137,580	2,330
Eugenio Espejo	139,043	139,190	-1,202	139,050	-1,240	139,050	-1,241	139,200	-1,238
Gualo	138,374	139,246	-2,391	138,390	-2,311	138,380	-2,403	138,510	-2,402
Pomasqui S.N.I	138,963	139,854	-2,154	138,980	-2,062	138,960	-2,154	139,100	-2,154
Pomasqui E.E.Q.	138,615	139,593	-2,528	138,630	-2,452	138,620	-2,543	138,750	-2,543
Quinche	136,939	137,181	1,707	136,940	1,704	136,940	1,699	137,080	1,700
Santa Rosa	140,000	139,987	0,000	140,000	0,000	140,000	0,000	140,000	0,000
Selva Alegre	138,094	138,605	-2,549	138,110	-2,543	138,100	-2,634	138,230	-2,634
Tababela	136,913	137,154	1,722	136,910	1,723	136,910	1,718	137,050	1,719
Termopichincha	138,128	138,969	-2,372	138,140	-2,292	138,120	-2,385	138,080	-2,363
Vicentina	138,122	138,963	-2,372	138,130	-2,292	138,120	-2,384	138,260	-2,383
San Antonio	138,616	139,442	-2,701	138,430	-2,658	138,410	-2,750	138,550	-2,745

**Tabla 3.24** Resultados de potencia en las barras del subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (mediciones reales y valores estimados).

Barra	SCADA		Estimación de Estado Método Convencional		Estimación de Estado Método Lineal		Estimación de Estado Método No Lineal	
	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVar]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVar]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVar]	Potencia Activa [MW]	Potencia Reactiva [MVar]
Adelca	3,28	0,00	3,207	0,025	3,269	0,000	3,269	0,001
Alangasí	10,06	3,96	10,095	3,946	10,112	3,939	10,096	3,955
Chilibulo	7,98	1,44	7,980	1,279	11,481	1,157	11,677	0,773
Conocoto	25,04	0,23	25,051	0,365	29,935	0,266	29,964	0,283
Cotocollao	69,98	9,86	68,979	9,838	68,976	9,824	68,984	9,846
Cristiania	33,38	-7,35	33,380	-7,282	33,380	-7,201	33,381	-7,232
Der. Adelca	0,00	0,00	0,146	-0,049	0,000	0,000	0,000	0,000
El Carmen	6,50	1,00	6,439	1,000	6,422	0,971	6,453	0,931
El Inga	63,20	-13,41	63,197	-13,427	63,182	-13,411	63,191	13,415
Eugenio Espejo	38,26	7,23	38,210	7,210	34,397	7,129	34,193	7,148

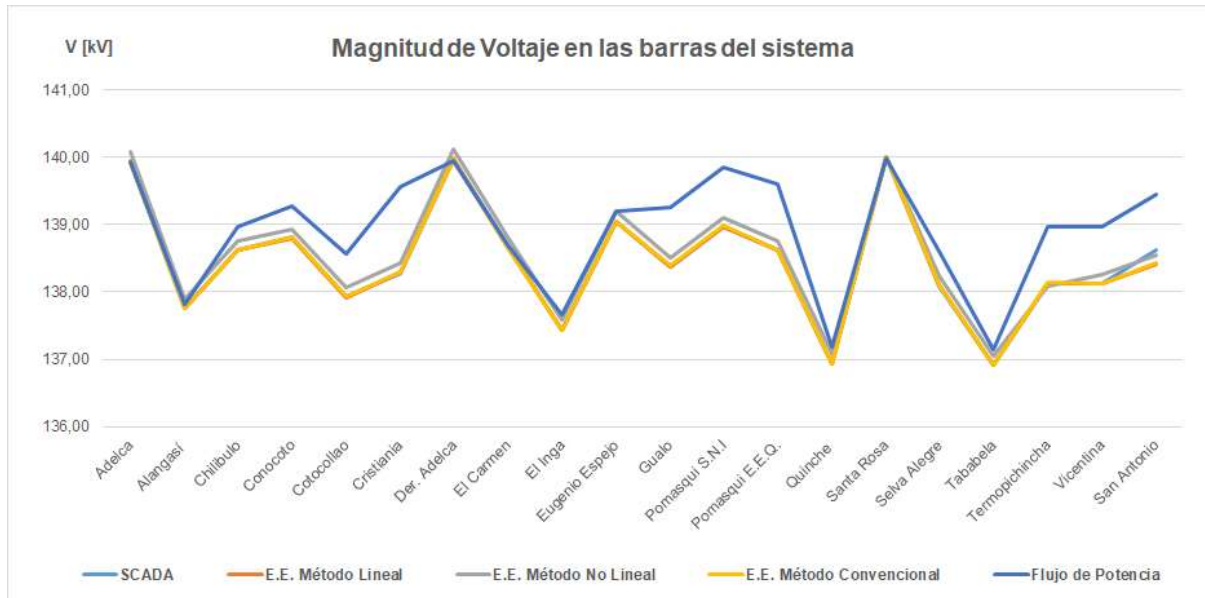


Gualo	22,50	3,68	22,494	3,539	22,488	3,515	22,504	3,519
Pomasqui S.N.I	218,20	50,30	218,210	50,404	218,210	50,51	218,19	50,503
Pomasqui E.E.Q.	49,48	0,60	49,508	0,579	49,507	0,504	49,509	0,525
Quinche	14,00	3,23	14,004	3,221	14,011	3,213	14,007	3,220
Santa Rosa	231,89	36,03	231,830	44,579	240,59	35,860	240,85	35,820
Selva Alegre	94,88	21,61	94,878	21,555	98,709	21,455	98,925	21,547
Tababela	20,57	5,43	20,582	5,423	20,589	5,415	20,585	5,420
Termopichincha	0,00	0,00	0,010	0,000	0,000	0,000	0,000	8,255
Vicentina	72,03	18,74	72,040	27,422	72,040	26,974	72,043	18,741
San Antonio	59,39	3,66	56,351	3,588	56,346	3,561	56,359	3,563

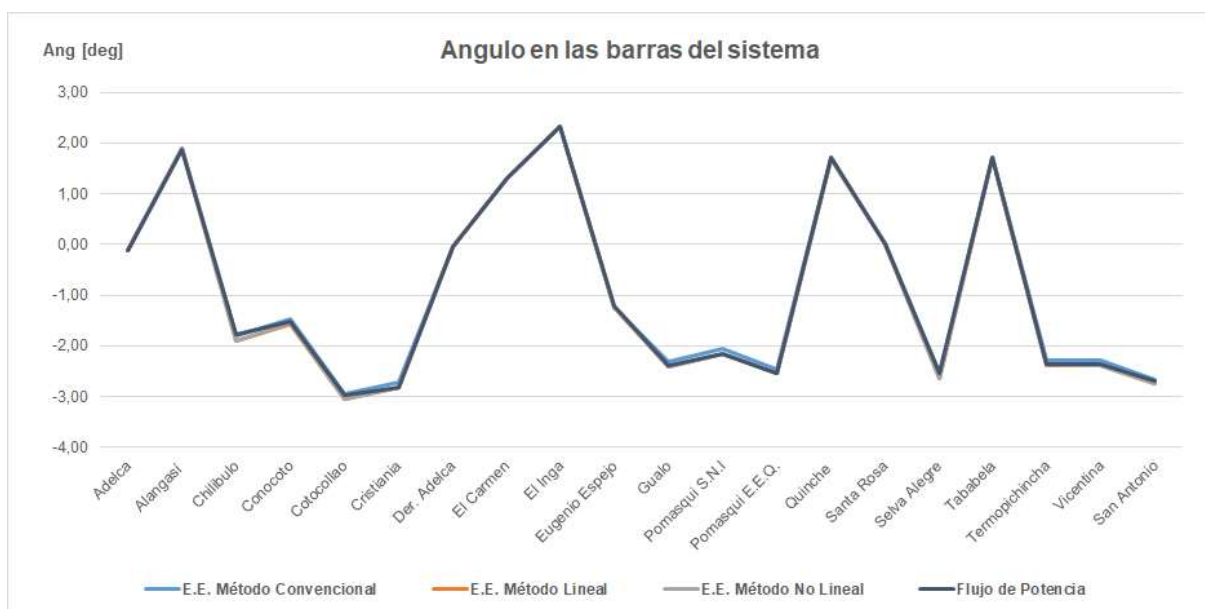
**Tabla 3.25** Resultados de los flujos en las líneas de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito 138 kV (mediciones reales y valores estimados).

Línea Transmisión		Mediciones del Sistema SCADA		Estimación Estado Método Convencional		Estimación Estado Método Lineal		Estimación Estado Método No Lineal	
Desde	Hasta	[MW]	[MVA]	[MW]	[MVA]	[MW]	[MVA]	[MW]	[MVA]
Santa Rosa	Chilibulo	74,60	9,70	74,55	10,08	74,27		74,34	
Santa Rosa	Der. Adelca	98,60	9,00	98,43	8,94	98,53		98,55	
Eugenio Espejo	Der. Adelca	-95,00	-13,50	-94,96	-13,40	-94,76	-13,66	-94,82	-13,67
Eugenio Espejo	Selva Alegre	56,70	6,30	56,75	6,19	56,49	6,44	56,55	6,45
Selva Alegre	Eugenio Espejo	-56,50	-6,10	-56,51	-5,94	-56,24	-6,20	-56,31	-6,21
Selva Alegre	Chilibulo	-66,00	-6,60	-65,95	-6,60	-65,77	-6,62	-65,82	-6,63
Selva Alegre	Pomasqui EEQ	-5,10	-8,30	-5,13	-8,33	-5,37	-8,20	-5,30	-8,20
Selva Alegre	Cotocollao	32,70	-0,70	32,71	-0,70	32,56	-0,61	32,59	-0,60
Cotocollao	Selva Alegre	-32,70	0,30	-32,67	0,37	-32,52	0,28	-32,55	0,27
Cotocollao	Pomasqui - SNI	-36,30	-10,20	-36,31	-10,21	-36,49	-10,12	-36,43	-10,13
Pomasqui - SNI	Cotocollao	36,40	9,70	36,43	9,68	36,61	9,60	36,55	9,60
Pomasqui - SNI	Pomasqui - EEQ	88,20	15,30	88,19	15,23	88,25	15,21	88,20	15,23
Pomasqui - EEQ	Pomasqui - SNI	-88,10	-14,80	-88,07	-14,80	-88,13	-14,78	-88,08	-14,81
Pomasqui - EEQ	Cristiania	33,40	7,00	33,43	6,98	33,37	7,35	33,37	7,05
Pomasqui - EEQ	Selva Alegre	5,20	7,20	5,13	7,24	5,38	7,11	5,31	7,11
Pomasqui - SNI	San Antonio	56,50	3,50	56,54	3,68	56,49	3,70	56,46	3,71
San Antonio	Pomasqui - SNI	-56,40	-3,70	-56,35	-3,59	-56,31	-3,61	-56,28	-3,62
Pomasqui - SNI	Gualo	23,70	11,80	23,72	11,73	23,67	11,73	23,75	11,72
Gualo	Pomasqui - SNI	-23,70	-12,50	-23,67	-12,50	-23,62	-12,51	-23,71	-12,50
Gualo	Vicentina	1,20	8,90	1,18	8,96	1,15	8,95	1,28	8,82
Conocoto	Vicentina	57,80	5,90	57,79	5,68	57,81	6,04	57,54	5,99
Conocoto	Santa Rosa	-82,80	-6,10	-82,84	-6,04	0,00	-6,27	-82,54	-6,21
Alangasi	El Carmen	18,40	-21,60	18,37	-21,62	18,40	-21,43	18,41	-21,46
Alangasi	El Inga	-28,50	17,70	-28,47	17,67	-28,48	-17,58	-28,49	17,59
Tababela	El Inga	-21,10	-4,30	-21,10	-4,33	-21,10	-4,31	-21,10	-4,32
Tababela	El Quinche	0,50	-1,10	0,52	-1,09	0,52	-1,09	0,52	-1,09
El Quinche	El Inga	-13,50	-3,00	-13,49	-3,01	-13,48	-2,99	-13,48	-3,00

Los resultados obtenidos en la Tabla 3.23, gráficamente se observan en la Figura 3.23 y Figura 3.24, para la magnitud de voltaje y ángulo del voltaje en barras del sistema respectivamente.



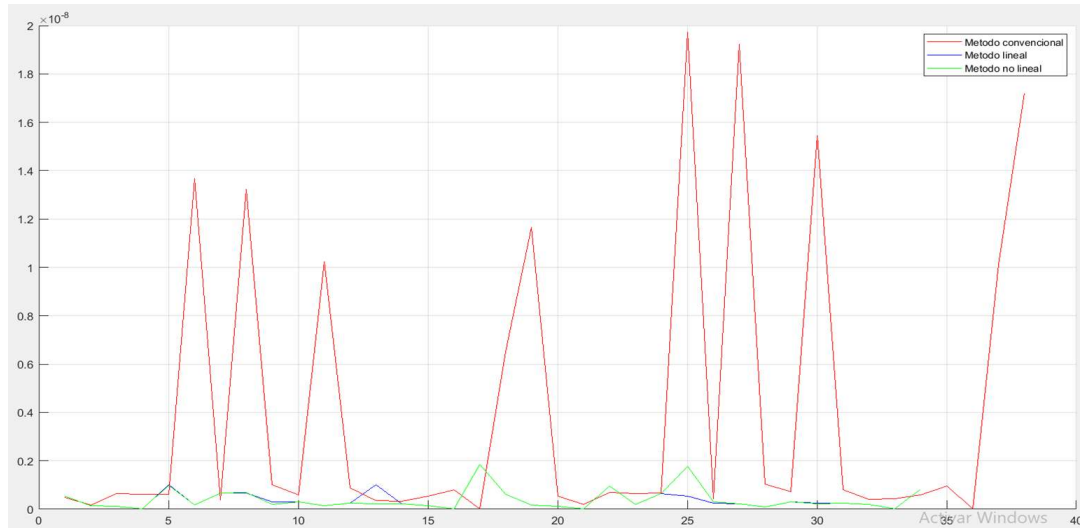
**Figura 3.23** Magnitud de voltaje estimado en las barras del sistema de subtransmisión EEQ 138 kV, aplicando las metodologías de estimación



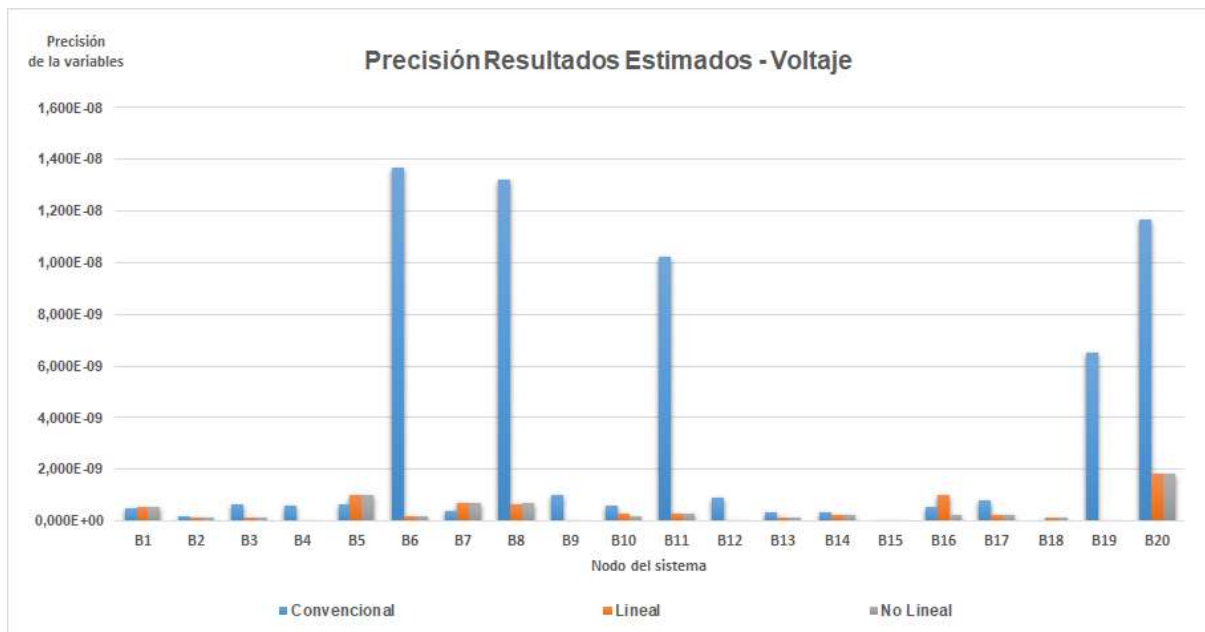
**Figura 3.24** Ángulo estimado en las barras del sistema del sistema de subtransmisión EEQ 138 kV, aplicando las metodologías de estimación

Como se describe en el apartado 2.2.3, el disponer de información de mediciones fasoriales de dispositivos PMUs en la solución del problema de estimación de estado mediante las

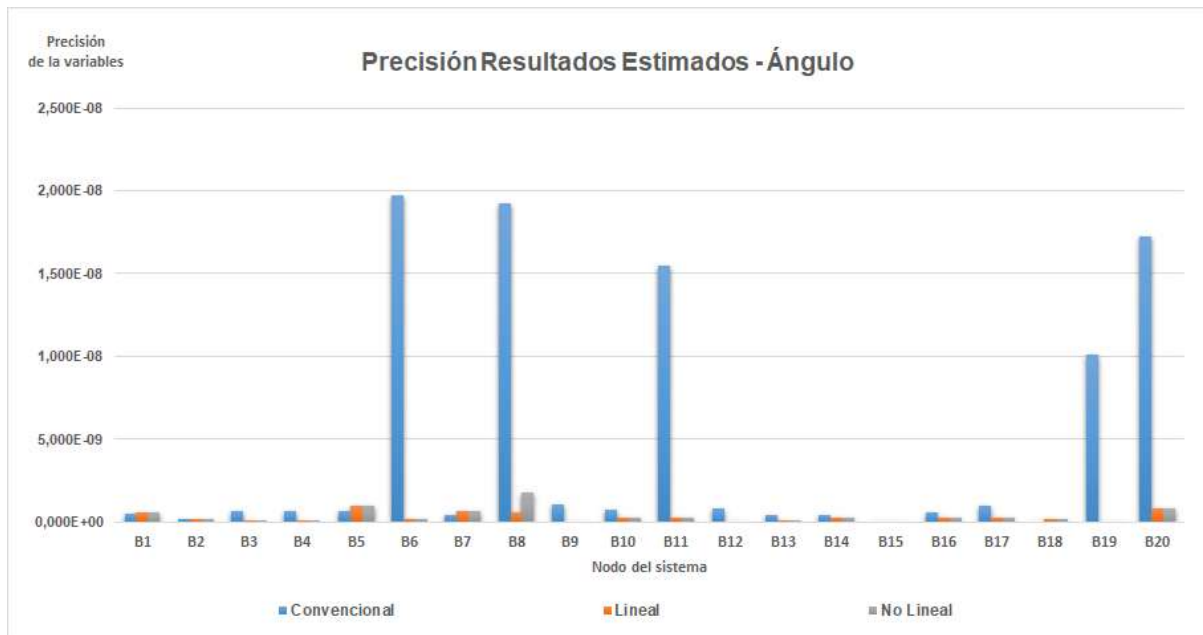
metodologías “lineal” y “no lineal”, permite verificar la precisión de los resultados de las variables estimadas, precisión de resultados que se obtiene de la diagonal de la matriz de ganancia inversa  $G(x)^{-1}$ , como se define en la ecuación (2.37). En las Figura 3.25 a Figura 3.27, se representa gráficamente los resultados obtenidos para la precisión de cada variable estimada.



**Figura 3.25** Análisis de resultados de precisión de las variables de estado del sistema, considerando los tres métodos de solución del problema de estimación de estado – sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito – 138 kV



**Figura 3.26** Precisión de los resultados para  $\sigma_V$  en las barras del sistema de prueba Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV



**Figura 3.27** Precisión de los resultados para  $\sigma_{\theta}$  en las barras del sistema de prueba Sistema de subtransmisión Empresa Eléctrica Quito a nivel de 138 kV

### 3.3.5. Análisis de los resultados obtenidos para el sistema de subtransmisión

De los resultados obtenidos, y mediante la representación gráfica de las variables de estado estimadas (magnitud y ángulo del voltaje de barras), que se muestran en la Figura 3.23 y Figura 3.24, se aprecia que los resultados obtenidos en base de cada metodología son similares.

En la Figura 3.25 a Figura 3.27, se observa que la precisión de los resultados de las variables de estado estimadas, considerando la inclusión de medición fasorial, presenta una mejora. Valores que no son perceptibles considerando que las diferencias entre ambas metodologías están en el orden de  $1 \times 10^{-8}$ .

Con respecto a la observabilidad del sistema, en cada método de solución aplicado y de acuerdo a la referencia matemática descrita en [5], el Jacobiano de la matriz de mediciones (Matriz  $H$ ), no es una matriz singular por lo que es posible invertirla para cada solución del estimador de estado.

En cada una de las metodologías aplicadas para la solución del estimador de estado, se tiene redundancia, que se puede demostrar presentando el número de grados de libertad (Ver Tabla 3.26, por cada metodología), definido por la ecuación  $k = (N_m - N_s)$ , donde  $N_m$  Número de mediciones, y  $N_s$  Número de variables de estado.

**Tabla 3.26** Número de grados de libertad del sistema de prueba aplicada las metodologías analizadas

Número de Grados de Libertad	EE. Método Convencional	EE. Método Lineal	EE. Método No Lineal
$k = (N_m - N_s)$	74	77	78

Con esta redundancia del sistema se garantiza la mínima observabilidad de la red, considerando que las variables de estado en cada barra del sistema, tienen al menos una medición que la relacione. Las mediciones resultantes del sistema

La solución del problema de estimación de estado con cada metodología analizada, en base de un conjunto de medición “híbrido” o “mixto”, requiere un proceso iterativo mediante el cual se evalúan estadísticamente los inevitables errores de medición, identificando aquellas mediciones con alta probabilidad de ser erróneas, omitiéndolas del proceso de estimación, para así obtener una estimación óptima, este proceso iterativo en el cual se detallan y omiten las mediciones erróneas, se muestran en la Tabla 3.27 a Tabla 3.29

**Tabla 3.27** Proceso iterativo estimación de estado convencional – método WLS – SEQ

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	128,803	33.262,666	Z14_Carga_6_Med_2	Medición Potencia Reactiva Carga S/E Cristiania (18)	0,0735
2	127,633	20.781,130	Z101_Linea_419_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Vicentina.	0,6437
3	126,462	17.236,268	Z50_Linea_157_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Der. Adelca.	0,0049
4	125,289	14.169,588	Z40_Carga_19_Med_2	Medición Potencia Reactiva. Carga S/E Vicentina (39)	-0,1874
5	124,116	11.433,431	Z105_Linea_415_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa	-0,8773
6	122,942	9.457,629	Z32_Carga_15_Med_2	Medición Potencia Reactiva Carga S/E Santa Rosa	0.3603
7	121,767	7.555,339	Z71_Linea_125_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Pomasqui S.N.I – S/E Cotocollao	0.4066
8	120,591	5.845,946	Z93_Linea_1112_Med_3	Medición de Potencia Activa L/T S/E Gualo – S/E Pomasqui	-0,2755
9	119,414	4.442,866	Z76_Linea_1213_Med_4	Medición flujo Potencia Reactiva L/T S/E Pomasqui SNI – Pomasqui EEQ	0,1172
10	118,36	3.648,808	Z97_Linea_1119_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Gualo - S/E Vicentina	0,0427
11	117,057	2.902,364	Z94_Linea_1112_Med_4	Medición flujo Potencia Reactiva L/T S/E Gualo - S/E Pomasqui S.N.I	-0,1556
12	115,876	2.209,851	Z41_Carga_20_Med_1	Medición Potencia Reactiva Carga S/E San Antonio	-0,5939
13	114,695	1.639,813	Z106_Linea_415_Med_4	Medición flujo Potencia Reactiva L/T S/E Conocoto - S/E Santa Rosa	-0,0823
14	113,512	1.176,656	Z72_Linea_125_Med_4	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Pomasqui S.N.I - S/E Cotocollao	0,1166

15	112,329	810,938	Z54_Linea_107_Med_4	Medición flujo Potencia Reactiva L/T S/E Eugenio Espejo - S/E Der. Adelca	-0,1160
16	111,144	589,688	Z87_Linea_2012_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E San Antonio - S/E Pomasqui S.N.I	-0,5767
17	109,958	452,352	Z45_Linea_153_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Santa Rosa - S/E Chilibulo	0,7329
18	108,771	332,307	Z53_Linea_107_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Eugenio Espejo - S/E Der. Adelca.	-0,9390
19	107,583	244,141	Z46_Linea_153_Med_4	Medición flujo Potencia Reactiva L/T S/E Santa Rosa - S/E Chilibulo	0,0911
20	106,393	166,426	Z75_Linea_1213_Med_3	Medición flujo Potencia Activa L/T S/E Pomasqui S.N.I - S/E Pomasqui EEQ.	0,8916
21	105,202	93,377			

**Tabla 3.28** Proceso iterativo estimación de estado – método lineal - SEQ

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	140,459	36.195,857	Z14_Carga_6_Med_2	Medición Potencia Reactiva Carga S/E Cristiana (18)	0,0735
2	139,297	23.026,130	Z101_Linea_419_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Vicentina.	0,6437
3	138,134	18.790,454	Z50_Linea_157_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Der. Adelca.	0,0049
4	136,971	15.823,465	Z32_Carga_15_Med_2	Medición Potencia Reactiva. Carga S/E Santa Rosa (37).	0,3603
5	135,807	12.921,333	Z40_Carga_19_Med_2	Medición Potencia Reactiva. Carga S/E Vicentina (39)	-0,1874
6	134,642	10.014,356	Z105_Linea_415_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa	-0,8773
7	133,476	7.850,950	Z71_Linea_125_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Pomasqui S.N.I – S/E Cotocollao	0,4066
8	132,309	6.136,366	Z93_Linea_1112_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Gualo – S/E Pomasqui S.N.I.	-0,2755
9	131,141	4.721,269	Z76_Linea_1213_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Pomasqui S.N.I – S/E Pomasqui EEQ.	0,1172
10	129,937	3.923,468	Z94_Linea_1112_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Gualo – S/E Pomasqui S.N.I.	-0,1556
11	128,803	3.196,501	Z97_Linea_1119_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Gualo – S/E Vicentina	0,0427
12	127,633	2.474,914	Z41_Carga_20_Med_1	Medición Potencia Activa Carga S/E San Antonio	-0,5939
13	126,462	1,886.471	Z72_Linea_125_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Pomasqui S.N.I. – S/E Cotocollao	0,1166
14	125,289	1,417.770	Z106_Linea_415_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa	-0,0823
15	124,116	1.124,427	Z54_Linea_107_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Eugenio Espejo – S/E Der. Adelca.	-0,1160
16	122,942	829,029	Z87_Linea_2012_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E San Antonio – S/E Pomasqui S.N.I.	-0,5767
17	121,767	681,824	Z17_Carga_8_Med_1	Medición Potencia Activa Carga El Carmen	0,0650
18	120,591	658,767	Z46_Linea_153_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,0911
19	119,414	465,118	Z75_Linea_1213_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Pomasqui S.N.I. - S/E Pomasqui EEQ.	0,8916

20	118,236	390,801	Z45_Linea_153_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,7329
21	117,057	324,694	Z102_Linea_419_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Conocoto – S/E Vicentina	0,0526
22	115,876	276,130	Z53_Linea_107_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Eugenio Espejo – S/E Der. Adelca.	-0,9390
23	114,695	230,014	Z31_Carga_15_Med_1	Medición Potencia Activa Carga S/E Santa Rosa	2,3189
24	113,512	185,219	Z44_Linea_153_Med_2	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,0970
25	112,329	157,702	Z103_Linea_415_Med_1	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa.	-0,8280
26	111,144	139,869	Z9_Carga_4_Med_1	Medición Potencia Activa Carga S/E Conocoto	-0,2504
27	109,958	121,174	Z49_Linea_157_Med_2	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Der. Adelca.	0,9804
28	108,771	106,626			

**Tabla 3.29** Proceso iterativo estimación de estado – método no lineal - SEQ

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	140,459	36.056,806	Z14_Carga_6_Med_2	Medición Potencia Reactiva Carga S/E Cristiania (18)	0,0735
2	139,297	22.879,220	Z101_Linea_419_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Vicentina.	0,6437
3	138,134	18.874,968	Z48_Linea_157_Med_2	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Der. Adelca.	0,0900
4	136,971	15.800,664	Z16_Carga_7_Med_2	Medición Potencia Reactiva Carga S/E Der. Adelca	0,0000
5	135,807	12.889,952	Z38_Carga_18_Med_2	Medición Potencia Reactiva Generación S/E Termopichincha	0,0000
6	134,642	9.974,121	Z105_Linea_415_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa.	-0,08773
7	133,476	7.898,451	Z71_Linea_125_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Pomasqui S.N.I – S/E Cotocollao.	0,4066
8	132,309	6.142,332	Z93_Linea_1112_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Gualo. - S/E Pomasqui S.N.I	-0,2755
9	131,141	4.716,237	Z76_Linea_1213_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Pomasqui S.N.I - S/E Pomasqui EEQ	0,1172
10	129,973	3.918,670	Z97_Linea_1119_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Gualo - S/E Vicentina	0,0427
11	128,803	3.176,099	Z94_Linea_1112_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Gualo. - S/E Pomasqui S.N.I	-0,1556
12	127,633	2.449,636	Z41_Carga_20_Med_1	Medición Potencia Activa Carga S/E San Antonio	-0,5939
13	126,462	1.872,173	Z72_Linea_125_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Pomasqui S.N.I. – S/E Cotocollao	0,1166
14	125,289	1.401,694	Z106_Linea_415_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Conocoto – S/E Santa Rosa	-0,0823
15	124,116	1.107,134	Z54_Linea_107_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Eugenio Espejo – S/E Der. Adelca.	-0,1160
16	122,942	810,012	Z87_Linea_2012_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E San Antonio – S/E Pomasqui S.N.I.	-0,5767
17	121,767	670,114	Z46_Linea_153_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,0911
18	120,591	566,475	Z17_Carga_8_Med_1	Medición Potencia Activa Carga El Carmen	0,0650

19	119,414	468,890	Z45_Linea_153_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,7329
20	118,236	389,220	Z75_Linea_1213_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Pomasqui S.N.I. - S/E Pomasqui EEQ.	0,8916
21	117,057	316,865	Z53_Linea_107_Med_3	Medición flujo potencia activa. L/T S/E Eugenio Espejo – S/E Der. Adelca.	-0,9390
22	115,876	263,195	Z31_Carga_15_Med_1	Medición Potencia Activa Carga S/E Santa Rosa	2,3189
23	114,695	205,515	Z102_Linea_419_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Conocoto – S/E Vicentina.	0,0526
24	113,512	157,156	Z44_Linea_153_Med_2	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Chilibulo	0,0970
25	112,329	129,598	Z49_Linea_157_Med_3	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Santa Rosa – S/E Der. Adelca.	0,9804
26	111,144	113,519	Z98_Linea_1119_Med_4	Medición flujo potencia reactiva. L/T S/E Gualo – S/E Vicentina	0,0926
27	109,958	99,603			

El tiempo de ejecución del algoritmo descrito en la Tabla 3.30 por cada metodología, considera las etapas que se detallan a continuación.

- Lectura de parámetros eléctricos del sistema de prueba.
- Lectura de información de medición (convencional y pseudo mediciones fasoriales).
- Generación del vector de mediciones del sistema.
- Generación de la matriz Jacobiana del vector de mediciones.
- Solución iterativa del estimador de estado mediante el proceso iterativo de mínimos cuadrados ponderados para estimar las variables del sistema.
- Evaluación estadística mediante del prueba chi – cuadrado de los estimados obtenidos e identificación de la medición con alta probabilidad de ser errónea.
- Omisión de la medición errónea y evaluación del estimador de estado omitiendo esta medición, proceso iterativo hasta que se cumpla con el criterio de la prueba chi – cuadrado.
- Para el caso del método lineal se incorpora la etapa de solución lineal (directa) de estimación de estado.
- Presentación numérica y gráfica de los resultados obtenidos.

**Tabla 3.30** Tiempo de ejecución del algoritmo de estimación

Tiempo de ejecución del algoritmo por metodología.	EE. Método Convencional [min]	EE. Método Lineal [min]	EE. Método No Lineal [min]
	5,33	6,89	7,18



## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. Conclusiones

Los resultados estimados (magnitud y ángulo de voltaje en las barras del sistema) en base de cada metodología descrita en el desarrollo del proyecto permitieron obtener resultados que gráficamente se pudo apreciar como muy similares, esta conclusión se puede complementar considerando el análisis de precisión de los resultados obtenidos, definiendo diferencias de precisión de resultados obtenidos entre cada metodología que no superan un valor del orden de  $1 \times 10^{-3}$ , dando una similitud de los resultados obtenidos con cada metodología.

Considerando las potencialidades y ventajas que presenta el disponer de una aplicación que permita resolver el estimador de estado, desarrollada en el proyecto la cual se incorporará como una herramienta adicional que permita fortalecer la gestión operativa del sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito, permitiendo al operador conocer el estado actual del sistema para un instante de tiempo dado, en base de información de mediciones reales de la red, lo cual permitirá tomar las mejores decisiones operativas que garanticen la continuidad y calidad del servicio a los usuarios finales.

Los errores característicos de los dispositivos de medición son el insumo que permiten realizar la evaluación estadística en el estimador de estado, omitiendo aquellas mediciones que tienen la más alta probabilidad de ser erróneas obteniendo una estimación óptima de la red; en el proceso de estimación de estado desarrollado en la aplicación para cada sistema de prueba se verificó la correcta ejecución de estos lineamientos en el proceso de estimación de estado, considerando parámetros de errores estandarizados para cada tipo de medición. Estos errores estadísticos no han sido relevados para los dispositivos de medición disponibles en el sistema eléctrico Quito, por lo tanto, y con el desarrollo del proyecto se propenderá evaluar esta información, disponiendo información de errores de medición real, que permitirá obtener mejores resultados en el proceso de estimación de estado del sistema.

El número de mediciones disponibles en el sistema eléctrico Quito, permite concluir que este cuenta con redundancia de información. En la solución del estimador de estado al eliminar mediciones con alta probabilidad de ser erróneas garantiza que la red sea observable, al no generar singularidad en la matriz Jacobiana del conjunto de mediciones, lo que conlleva a un proceso rápido en el proceso de estimación de estado de la red.

Las metodologías “lineal” y “no lineal” requieren procesos iterativos debido a la presencia de mediciones convencionales y su relación no lineal con las variables a estimar, en el método lineal que se resuelve por etapas requiere de un conjunto de “pseudo – mediciones fasoriales” que se obtienen del proceso de estimación clásica de estimación de estado que se incorporan al conjunto de mediciones de dispositivos PMUs que se podrían disponer en el sistema y a través de una solución directa estimar el estado del sistema, mientras que el método “no lineal” en el cual se incorporan directamente las mediciones de los dispositivos PMUs al conjunto de mediciones y a través del proceso iterativo se estima el estado del sistema, en estos procesos iterativos a más de considerar los errores característicos de los dispositivos de medición convencional, se incorporan los errores asumidos de estos dispositivos PMUs, evidenciando un proceso en el que se omiten mediciones con alta probabilidad de ser errónea, obteniéndose un estimado óptimo del sistema.

El desarrollo de las metodologías analizadas en el proceso de estimación de estado al incorporar información de mediciones obtenidas de dispositivos PMUs permitió realizar un análisis de la incidencia de esta información en los resultados obtenidos. Como se pudo evidenciar para cada sistema de prueba se verificó una mejora en la precisión de los resultados estimados, que numéricamente no tiene representatividad, lo que permite establecer que los resultados estimados obtenidos para cada variable, en base de cada metodología analizada son muy próximos.

Debido a las características propias de la información obtenida de los dispositivos PMUs, y tomando como referencia el sistema WAMS implementado en el sistema eléctrico ecuatoriano para análisis dinámicos de la red, es necesario y debido a la representatividad de la demanda del sistema eléctrico Quito disponer de este tipo de dispositivos para la gestión operativa de la red, con el desarrollo de la aplicación que se obtuvo en el proyecto, permitirá estimar el estado de la red con esta información, y la de las mediciones convencionales.

## **4.2. Recomendaciones**

En base del volumen de información que se obtiene de los dispositivos PMU, para análisis y manejo de esta información se requiere de un proceso de aprendizaje para el análisis estadístico, y de tratamiento de datos, que permita realizar la alineación temporal de esta información, con la obtenida en base de dispositivos de medición convencional de la red, incorporando esta información en la aplicación desarrollada para la solución del estimador de estado.

La información relevada para el desarrollo del proyecto requirió de integración de información de varias fuentes a detallar, información de dispositivos de medición convencional no incorporados en SCADA, mediciones de SCADA y datos disponibles en el sistema EMS del CENACE. Esta información debe ser concentrada en una sola fuente de información para a través de la aplicación desarrollada incorporarla en la solución del estimador de estado. Con este objetivo y para poner a disposición del operador en tiempo real el estimador de estado desarrollado, se propenderá realizar una aplicación que en forma automática permita concentrar toda la información de mediciones en un solo archivo fuente para el uso del aplicativo.

Como se detalló brevemente en la etapa de conclusiones, ante el incremento continuo de la demanda en el sistema eléctrico Quito y debido al ingreso de cargas de gran importancia como es el sistema Metro de Quito, la cual será abastecida a través del sistema de subtransmisión mediante los puntos de interconexión con el sistema Nacional Interconectado, demandará de un mayor nivel de supervisión por parte del operador en tiempo real, requiriendo por parte de la distribuidora importantes esfuerzos técnico y económicos para la implementación de dispositivos PMUs en la red, lo que permitirá mejorar la información del sistema para la gestión y supervisión del sistema.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARCONEL, "Regulación Nro. ARCONEL 005/18 "Calidad del servicio de distribución y comercialización de energía eléctrica," 2018.
- [2] ASAMBLEA NACIONAL REPÚBLICA DEL ECUADOR, "LEY ORGÁNICA DEL SERVICIO PÚBLICO DE ENERGÍA ELÉCTRICA." 2015.
- [3] ARCONEL, "Regulación Nro. ARCONEL - 003/16 "Requerimiento para la supervisión y control en tiempo real del Sistema Nacional Interconectado," 2016.
- [4] A. Abur and A. G. Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. 2004.
- [5] A. J. Wood, *Power Generation Operation and Control*, vol. 53, no. 9. 1996.
- [6] J. Grainger and W. J. Stevenson, "Análisis de Sistemas de Potencia." p. 743, 1996.
- [7] M. A. H. Hussein and A. J. S. Sultan, "Enhancement of state estimation power system based hybrid algorithm," *Proc. - 2018 1st Annu. Int. Conf. Inf. Sci. AiCIS 2018*, pp. 164–169, 2019.
- [8] P. K. Ghosh, "Complete and incomplete PMU observability for hybrid state estimation," *6th Int. Conf. Comput. Power, Energy, Inf. Commun. ICCPEIC 2017*, vol. 2018-Janua, pp. 867–870, 2018.
- [9] P. Drs, I. Carlos, and M. Orallo, "Unidades de medición fasorial : ¿ qué son y para qué sirven ?," pp. 22–26, 2018.
- [10] D. Virginia, P. Kyle, M. Gardner, D. Energy, and T. Bradberry, "Using Synchrophasor Data for Phase Angle Monitoring NASPI Control Room Solutions Task Team Paper," no. May, 2016.
- [11] J. C. Cepeda, P. X. Verdugo, and J. E. Román, "Aceleración de Máquinas Síncronas en el Sistema Nacional Interconectado durante un corto circuito de larga duración," *Rev. Técnica "Energía,"* no. No. 13, pp. 5–14, 2017.
- [12] M. Zhou, V. Centeno, J. Thorp, and A. Phadke, "An Alternative for Including Phasor Measurements in State Estimators," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 4, pp. 1930–1937, 2006.
- [13] W. Hongxia and J. Giri, "PMU impact on state estimation reliability for improved grid security," *Proc. IEEE Power Eng. Soc. Transm. Distrib. Conf.*, pp. 1349–1351, 2006.
- [14] R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Hybrid linear state estimation utilizing synchronized phasor measurements," *2007 IEEE Lausanne POWERTECH, Proc.*, pp. 1665–1669, 2007.
- [15] R. Baltensperger, A. Loosli, H. Sauvain, M. Zima, G. Andersson, and R. Nuqui, "An implementation of two-stage hybrid state estimation with limited number of PMU," *IET Conf. Publ.*, vol. 2010, no. 558 CP, pp. 3–7, 2010.
- [16] V. Presadă, M. Eremia, and L. Toma, "Modified state estimation in presence of pmu measurements," *UPB Sci. Bull. Ser. C Electr. Eng.*, vol. 76, no. 1, pp. 237–248, 2014.

- [17] A. Gómez-Expósito, A. Abur, P. Rousseaux, A. De La Villa Jaén, and C. Gómez-Quiles, "On the use of PMUs in power system state estimation," *17th Power Syst. Comput. Conf. PSCC 2011*, 2011.
- [18] J. Hazra, K. Das, B. K. S. Roy, M. Padmanaban, and A. K. Sinha, "Multistage optimal PMU placement for hybrid state estimation," *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, vol. 2018-Janua, no. 3, pp. 1–5, 2018.
- [19] M. Göl, S. Member, and A. Abur, "With Limited Number of PMUs," vol. 30, no. 3, pp. 1511–1517, 2015.
- [20] J. James and S. Bindu, "Hybrid State Estimation including PMU measurements," *2015 Int. Conf. Control. Commun. Comput. India, ICCCI 2015*, no. November, pp. 309–313, 2016.
- [21] P. Rabha, C. C. Shyam, and A. K. Sinha, "Hybrid state estimation of power system using conventional and phasor measurements," *2015 Int. Conf. Energy, Power Environ. Towar. Sustain. Growth, ICEPE 2015*, pp. 0–5, 2016.
- [22] F. Chen, X. Han, Z. Pan, and L. Han, "State estimation model and algorithm including PMU," *3rd Int. Conf. Deregul. Restruct. Power Technol. DRPT 2008*, no. April, pp. 1097–1102, 2008.
- [23] Yoon Y.J., "Study of the Utilization and Benefits of Phasor Measurement," no. December, 2005.
- [24] R. Rincón, "Estimación de Estado de un Sistema de Potencia Utilizando Medición Fasorial Sincronizada y Evaluación de su Implantación en el Sistema de Transmisión Colombiano," Universidad Nacional de Colombia, 2013.
- [25] B. Ozsoy and M. Gol, "A Hybrid State Estimation Strategy with Optimal Use of Pseudo-Measurements," *Proc. - 2018 IEEE PES Innov. Smart Grid Technol. Conf. Eur. ISGT-Europe 2018*, 2018.
- [26] D. Sharma, "Testing of Recursive and Non- Recursive Algorithms for Real- Time Phasor and Frequency Estimations in Power Systems," 2018.
- [27] S. H. Lee and V. Shin, "Fusion Filters Weighted by Scalars and Matrices for Linear Systems," vol. 23, no. 3, pp. 88–93, 2007.
- [28] X. R. Li, Y. Zhu, J. Wang, and C. Han, "Optimal Linear Estimation Fusion - Part I: Unified Fusion Rules," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 9, pp. 2192-2208+2323, 2003.
- [29] A. Simões Costa, A. Albuquerque, and D. Bez, "An estimation fusion method for including phasor measurements into power system real-time modeling," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 2, pp. 1910–1920, 2013.
- [30] A. Albuquerque, D. Bez, and A. Simoes, "Multistage strategies to incorporate phasor measurements into power system state estimation," *Proc. IREP Symp. Bulk Power Syst. Dyn. Control - IX Optim. Secur. Control Emerg. Power Grid, IREP 2013*, pp. 1–11, 2013.
- [31] A. G. Phadke and J. S. Thorp, *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*. 2017.

- [32] P. J. Zarco-Periñan and A. Gómez-Expósito, "Estimación de Estado y de Parámetros en Redes Eléctricas," p. 187, 1999.
- [33] S. I. Pérez Ruiz, "Estimación de Estado con Mediciones Fasoriales Sincronizadas," p. 150, 2003.
- [34] D. Powerfactory, "14 Bus System," *DigSILENT PowerFactory*, pp. 1–9, 2015.
- [35] DigSILENT GmbH, "39 Bus New England System," vol. V15,2, pp. 1–18, 2018.
- [36] Armas Vargas Luis Eduardo, "Estudio Técnico Para La Determinación De La Ubicación Óptima De Unidades De Medición Fasorial (PMU) En El Sistema Nacional Interconectado S.N.I. Basado En Criterios De Observabilidad Ante Contingencias," p. 102, 2016.
- [37] G. Rivera and A. D. La Torre, "Estrategias para la Implementación de un Sistema de Monitoreo de Área Extendida WAMS en el Sistema Nacional Interconectado del Ecuador," *Rev. Técnica "Energía,"* vol. 9, no. 1, pp. 34–43, 2013.
- [38] D. F. G. Estacio, "Preprocesamiento de los datos de las Unidades de Medición Sincrofasorial (PMUs) utilizando la técnica limpieza de datos-Aplicación al Sistema Nacional ...," 2019.
- [39] A. F. Quinaluiza Pillajo, "ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL UTILIZANDO MEDICIONES SINCROFASORIALES PMU," p. 173, 2014.
- [40] D. Fan and V. Centeno, "Phasor-based synchronized frequency measurement in power systems," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 22, no. 4, pp. 2010–2016, 2007.

## 6. ANEXOS

### 6.1. ANEXO I - Resumen de Resultados

#### 6.1.1. Proceso iterativo, sistema de prueba IEEE – 14 barras

**Tabla A1. 1** Proceso Iterativo método convencional – mínimos cuadrados ponderados

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	127,633	1434,277	Z12_Carga_6_Med_2	-0,0750
2	126,462	713,650	Z10_Carga_5_Med_2	-0,0160
3	125,289	238,747	Z8_Carga_4_Med_2	0,0390
4	124,116	163,324	Z14_Carga_7_Med_2	0,0000
5	122,942	78,253		

**Tabla A1. 2** Proceso Iterativo método lineal

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	139,297	1680,520	Z12_Carga_6_Med_2	-0,0750
2	138,134	889,590	Z10_Carga_5_Med_2	-0,0160
3	136,971	269,749	Z8_Carga_4_Med_2	0,0390
4	135,807	176,297	Z14_Carga_7_Med_2	0,0000
5	136,642	91,647		

**Tabla A1. 3** Proceso Iterativo método no lineal

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	139,297	1676,180	Z12_Carga_6_Med_2	-0,0750
2	138,134	885,285	Z10_Carga_5_Med_2	-0,0160
3	136,971	267,687	Z8_Carga_4_Med_2	0,0390
4	135,807	175,376	Z14_Carga_7_Med_2	0,0000
5	134,642	90,704		

#### 6.1.2. Solución del flujo de potencia, potencia en las barras del sistema, sistema de prueba IEEE – 14 barras

En la Tabla A1. 4, se presenta los resultados de los flujos de potencia activa y reactiva en las barras del sistema de prueba, aplicando las metodologías analizadas.

**Tabla A1. 4** Flujo de potencia del sistema de prueba, potencia en las barras del sistema

Barra	Solución del flujo de potencia		Estimación de Estado Método Convencional		Estimación de Estado Método Lineal		Estimación de Estado Método No Lineal	
	Potencia en Barras		Potencia en Barras		Potencia en Barras		Potencia en Barras	
	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]
B_001	232,400	-16,900	232,250	-16,429	231,720	-16,439	231,880	-16,449
B_002	18,300	22,700	18,107	25,747	17,683	25,775	17,776	25,753
B_003	94,200	-4,200	94,106	-4,911	94,254	-4,935	94,259	-4,925
B_004	47,800	-3,900	47,675	11,217	47,997	-10,929	48,087	-10,852
B_005	7,600	1,600	8,034	30,878	8,445	30,673	8,499	30,635
B_006	11,200	7,500	11,046	-36,582	10,597	-36,204	10,613	-36,203
B_007	0,000	0,000						
B_008	0,000	17,400	0,028	17,356	-0,002	17,363	-0,007	17,363
B_009	29,500	-4,600	29,447	-7,591	29,381	-7,741	29,393	-7,741
B_010	9,000	5,800	8,850	5,275	8,905	5,115	8,908	5,115
B_011	3,500	1,800	3,395	1,675	3,300	1,607	3,304	1,607
B_012	6,100	1,600	6,015	1,508	5,688	1,617	5,694	1,617
B_013	13,500	5,800	13,552	5,717	12,915	6,681	12,927	6,675
B_014	14,900	-5,000	14,773	-4,256	14,655	4,300	14,660	4,299

### 6.1.3. Solución del flujo de potencia, en los elementos de la red eléctrica, sistema de prueba IEEE – 14 barras

En la Tabla A1. 5, se presenta los resultados de los flujos de potencia para los elementos de la red eléctrica del sistema, considerando la implementación de las tres metodologías analizadas.

**Tabla A1. 5** Flujo de potencia del sistema de prueba, potencia en los elementos de la red eléctrica

Elemento de Red		Solución del flujo de potencia		Estimación Estado Método Convencional		Estimación Estado Método Lineal		Estimación Estado Método No Lineal	
Desde	Hasta	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]
B_001	B_002	156,800	-20,400	156,700	-19,343	156,480	-19,342	156,570	-19,348
B_001	B_005	75,600	3,500	75,547	2,914	75,239	2,904	75,314	2,899
B_002	B_003	73,200	3,600	73,100	2,813	73,043	2,815	73,079	2,815
B_002	B_004	56,100	-2,300	56,056	-3,335	55,784	-3,321	55,857	-3,342
B_002	B_005	41,500	0,800	41,374	-0,301	41,070	-0,252	41,134	-0,271
B_003	B_004	-23,300	2,800	-23,315	2,604	-23,516	2,646	-23,487	2,625
B_004	B_005	-61,200	15,700	-61,548	15,750	-61,662	15,872	-61,701	15,894
B_006	B_011	7,300	3,500	6,915	3,783	7,052	3,426	7,056	3,426



B_006	B_012	7,800	2,500	7,734	2,416	7,451	2,602	7,457	2,600
B_006	B_013	17,700	7,200	17,469	7,111	16,959	7,667	16,972	7,662
B_009	B_010	5,200	4,300	5,406	3,334	5,227	3,461	5,231	3,461
B_009	B_014	9,400	3,700	9,583	2,858	9,284	3,213	9,289	3,212
B_010	B_011	-3,800	-1,500	-3,456	-1,972	-3,689	-1,684	-3,688	-1,684
B_012	B_013	1,600	0,700	1,648	0,762	1,695	0,845	1,695	0,844
B_013	B_014	5,600	1,700	5,354	1,740	5,532	1,424	5,532	1,425
B_004	B_007	28,100	-9,400	29,175	-9,208	28,721	-9,036	28,754	-9,034
B_004	B_009	16,100	-0,300	16,550	0,008	16,317	0,103	16,331	0,104
B_005	B_006	44,100	12,800	46,312	13,112	45,128	13,645	45,168	13,647
B_007	B_008	0,000	-16,900	0,028	-16,910	0,002	-16,917	0,007	-16,917
B_007	B_009	28,100	5,800	28,398	6,973	28,081	7,158	28,088	7,158
B_002	B_001	-152,600	27,600	-152,420	26,570	-152,210	26,533	-152,290	26,552
B_005	B_001	-72,800	2,600	-72,787	3,149	-72,501	3,066	-72,571	3,093
B_003	B_002	-70,900	1,600	-70,791	2,307	-70,738	2,289	-70,772	2,300
B_004	B_002	-54,500	3,400	-54,381	4,432	-54,126	4,368	-54,194	4,403
B_005	B_002	-40,600	-1,600	-40,479	-0,595	-40,188	-0,684	-40,249	-0,657
B_004	B_003	23,700	-5,400	23,684	-5,230	23,891	-5,256	23,862	-5,238
B_005	B_004	61,700	-15,400	62,069	-15,441	62,185	-15,557	62,224	-15,576
B_011	B_006	-7,300	-3,400	-6,863	-3,675	-7,001	-3,319	-7,005	-3,319
B_012	B_006	-7,700	-2,300	-7,663	-2,270	-7,384	-2,462	-7,390	-2,461
B_013	B_006	-17,500	-6,800	-17,264	-6,701	-16,759	-7,267	-16,771	-7,262
B_010	B_009	-5,200	-4,300	-5,394	-3,303	-5,216	-3,431	-5,220	-3,431
B_014	B_009	-9,300	-3,400	-9,469	-2,615	-9,174	-2,979	-9,179	-2,977
B_011	B_010	3,800	1,600	3,468	2,000	3,701	1,712	3,701	1,712
B_013	B_012	-1,600	-0,700	-1,642	-0,757	-1,688	-0,839	-1,688	-0,838
B_014	B_013	-5,600	-1,600	-5,305	-1,641	-5,481	-1,321	-5,481	-1,322
B_007	B_004	-28,100	11,100	-27,919	10,534	-27,484	10,315	-27,516	10,316
B_009	B_004	-16,100	1,600	-15,555	1,285	-15,336	1,159	-15,349	1,161
B_006	B_005	-44,100	-8,400	-40,415	-7,201	-39,381	-7,839	-39,416	-7,834
B_008	B_007	0,000	17,400	-0,028	17,356	-0,002	17,363	-0,007	17,363
B_009	B_007	-28,100	-5,000	-28,398	-6,141	-28,081	-6,340	-28,088	-6,339

#### 6.1.4. Proceso iterativo, sistema de prueba IEEE – 39 barras

Tabla A1. 6 Proceso Iterativo método convencional – mínimos cuadrados ponderados

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	246,095	169587,954	Z18_Carga_20_Med_2	-1,0300
2	244,977	93440,808	Z46_Carga_35_Med_2	2,1241
3	243,860	71658,787	Z36_Carga_30_Med_2	1,4616
4	242,742	57971,751	Z34_Carga_29_Med_2	-0,2690
5	241,623	47250,472	Z52_Carga_38_Med_2	0,2284
6	240,505	30783,711	Z50_Carga_37_Med_2	0,0044
7	239,386	25748,122	Z26_Carga_25_Med_2	-0,4720
8	238,266	18984,381	Z213_Linea_2928_Med_1	3,9417

9	237,147	16753,390	Z42_Carga_33_Med_2	1,0991
10	236,027	14889,787	Z44_Carga_34_Med_2	1,6576
11	234,907	13467,385	Z38_Carga_31_Med_2	1,9365
12	233,786	12292,893	Z235_Linea_3829_Med_1	8,3000
13	232,665	11168,834	Z40_Carga_32_Med_2	2,0514
14	231,544	10260,338	Z135_Linea_2235_Med_1	-6,5000
15	230,423	9655,874	Z220_Linea_316_Med_2	1,9365
16	229,301	9210,557	Z128_Linea_631_Med_2	-1,1607
17	228,179	2458,526	Z231_Linea_3725_Med_1	5,4000
18	227,056	2020,698	Z10_Carga_12_Med_2	-0,8800
19	225,933	1585,414	Z145_Linea_1920_Med_1	1,2262
20	224,810	1300,266	Z267_Barra_33_Med_33	0,9970
21	223,687	1088,931	Z266_Barra_32_Med_32	0,9830
22	222,563	890,547	Z45_Carga_35_Med_1	6,5000
23	221,438	725,634	Z143_Linea_2938_Med_1	-8,2477
24	220,314	629,604	Z141_Linea_230_Med_1	-2,5000
25	219,189	542,068	Z237_Linea_2019_Med_1	-1,2251
26	218,063	460,395	Z139_Linea_2537_Med_1	-5,3834
27	216,938	384,832	Z225_Linea_3420_Med_1	5,0800
28	215,812	324,782	Z223_Linea_3319_Med_1	6,3200
29	214,685	265,245	Z222_Linea_3210_Med_2	2,0514
30	213,558	208,696		

**Tabla A1. 7 Proceso Iterativo método lineal**

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	261,708	331767,034	Z18_Carga_20_Med_2	-1,0300
2	260,595	234963,104	Z220_Linea_316_Med_2	1,9365
3	259,481	202982,324	Z38_Carga_31_Med_2	1,9365
4	258,367	161778,086	Z128_Linea_631_Med_2	-1,1607
5	257,253	105811,879	Z46_Carga_35_Med_2	2,1241
6	256,138	77855,207	Z36_Carga_30_Med_2	1,4616
7	255,023	60636,970	Z52_Carga_38_Med_2	0,2284
8	253,908	46202,347	Z34_Carga_29_Med_2	-0,2690
9	252,793	29637,457	Z50_Carga_37_Med_2	0,0044
10	251,677	22608,818	Z26_Carga_25_Med_2	-0,4720
11	250,561	15466,734	Z42_Carga_35_Med_2	1,0991
12	249,445	12932,934	Z213_Linea2928_35_Med_1	3,9417
13	248,329	10721,395	Z44_Carga_34_Med_2	1,6576
14	247,212	8763,355	Z40_Carga_32_Med_2	2,0514
15	246,095	7363,711	Z235_Linea_3829_Med_1	8,3000
16	244,977	6178,655	Z235_Linea_3829_Med_1	5,1161
17	243,860	5109,262	Z127_Linea_631_Med_1	-5,1161
18	242,742	4292,632	Z37_Carga_31_Med_1	5,1161
19	241,623	3246,185	Z135_Linea_2235_Med_1	-6,5000
20	240,505	2657,505	Z10_Carga_12_Med_2	-0,8800

21	239,386	2217,932	Z231_Linea_3725_Med_1	5,4000
22	238,266	1791,059	Z145_Linea_1920_Med_1	1,2262
23	237,147	1504,664	Z271_Barra_33_Med_33	0,9970
24	236,027	1277,656	Z270_Barra_32_Med_32	0,9830
25	234,907	1073,578	Z45_Barra_35_Med_1	6,5000
26	233,786	908,706	Z143_Linea_2938_Med_1	-8,2477
27	232,665	813,969	Z141_Linea_230_Med_1	-2,5000
28	231,544	726,447	Z139_Linea_2537_Med_1	-5,3834
29	230,423	643,277	Z237_Linea_2019_Med_1	-1,2251
30	229,301	561,418	Z225_Linea_3420_Med_1	5,0800
31	228,179	501,350	Z223_Linea_3319_Med_1	6,3200
32	227,056	441,797	Z130_Linea_1032_Med_2	-1,0901
33	225,933	385,158	Z221_Linea_3210_Med_1	6,5000
34	224,810	339,799	Z59_Linea_23_Med_1	3,6426
35	223,687	301,206	Z151_Linea_32_Med_1	-3,6255
36	222,563	263,276	Z234_Linea_302_Med_2	1,4616
37	221,438	235,835	Z233_Linea_302_Med_1	2,5000
38	220,314	212,676		

**Tabla A1. 8** Proceso Iterativo método no lineal

Nro. Prueba	Valor de la fdp. $\chi^2$	Valor de $f(x)$	Medición Errónea	Valor de Medición Errónea
1	261,708	3313930,918	Z18_Carga_20_Med_2	-1,0300
2	260,595	220030,162	Z38_Carga_31_Med_2	1,9365
3	259,481	188640,441	Z220_Linea_316_Med_2	1,9365
4	258,367	151174,576	Z128_Linea_631_Med_2	-1,1607
5	257,253	101155,650	Z46_Carga_35_Med_2	2,1241
6	256,138	74046,074	Z36_Carga_30_Med_2	1,4616
7	255,023	57345,906	Z52_Carga_38_Med_2	0,2284
8	253,908	43712,102	Z34_Carga_29_Med_2	-0,2690
9	252,793	27890,035	Z50_Carga_37_Med_2	0,0044
10	251,677	21197,449	Z26_Carga_25_Med_2	-0,4720
11	250,561	14441,574	Z42_Carga_33_Med_2	1,0991
12	249,445	11985,129	Z213_Linea2928_Med_1	3,9417
13	248,329	9977,875	Z44_Carga_34_Med_2	1,6576
14	247,212	8080,933	Z40_Carga_32_Med_2	2,0514
15	246,095	6723,849	Z235_Linea_3829_Med_1	8,3000
16	244,977	5665,346	Z219_Linea_316_Med_1	5,1161
17	243,860	4727,558	Z37_Carga_31_Med_1	5,1161
18	242,742	3969,176	Z127_Linea_631_Med_1	-5,1161
19	241,623	2993,098	Z135_Linea_2235_Med_1	-6,5000
20	240,505	2478,052	Z10_Carga_12_Med_2	-0,8800
21	239,386	2059,426	Z231_Linea_3725_Med_1	5,4000
22	238,266	1681,708	Z145_Linea_1920_Med_1	1,2262
23	237,147	1415,186	Z271_Barra_33_Med_33	0,9970
24	236,027	1188,270	Z270_Barra_32_Med_32	0,9830

25	234,907	984,289	Z45_Barra_35_Med_1	6,5000
26	233,786	827,104	Z143_Linea_2938_Med_1	-8,2477
27	232,665	738,269	Z237_Linea_2019_Med_1	-1,2251
28	231,544	659,767	Z139_Linea_2537_Med_1	-5,3834
29	230,423	582,155	Z141_Linea_230_Med_1	-2,5000
30	229,301	505,601	Z225_Linea_3420_Med_1	5,0800
31	228,179	451,710	Z223_Linea_3319_Med_1	6,3200
32	227,056	398,288	Z130_Linea_1032_Med_2	-1,0901
33	225,933	347,771	Z221_Linea_3210_Med_1	6,5000
34	224,810	308,020	Z59_Linea_23_Med_1	3,6426
35	223,687	273,596	Z151_Linea_32_Med_1	-3,6255
36	222,563	239,764	Z234_Linea_302_Med_2	1,4616
37	221,438	215,170		

### 6.1.5. Solución del flujo de potencia, en las barras de la red eléctrica, sistema de prueba IEEE – 39 barras

En la Tabla A1. 9, se presenta los resultados de los flujos de potencia activa y reactiva en las barras del sistema de prueba, aplicando las metodologías analizadas.

**Tabla A1. 9** Flujo de potencia del sistema de prueba, potencia en las barras del sistema.

Barra	Solución del flujo de potencia		Estimación de Estado Método Convencional		Estimación de Estado Método Lineal		Estimación de Estado Método No Lineal	
	Potencia en Barras		Potencia en Barras		Potencia en Barras		Potencia en Barras	
	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]	[MW]	[MVA <sub>r</sub> ]
B_001	0,000	0,000	0,000	0,028				
B_002	0,000	0,000						
B_003	-322,000	-2,400	-322,000	-2,394	-318,330	-5,061	-318,450	-4,972
B_004	-500,000	-184,000	-500,000	-183,990	-499,400	-184,410	-499,390	-184,420
B_005	0,000	0,000						
B_006	0,000	0,000						
B_007	-233,800	-84,000	-233,800	-83,994	-233,820	-83,984	-233,820	-83,984
B_008	-522,000	-176,000	-522,000	-176,000	-527,270	-175,930	-522,250	-175,940
B_009	0,000	0,000						
B_010	0,000	0,000						
B_011	0,000	0,000						
B_012	-7,500	-88,000	-6,913	-60,591	-6,913	-60,598	-6,941	-60,599
B_013	0,000	0,000						
B_014	0,000	0,000						
B_015	-320,000	-153,000	-320,000	-152,990	-320,180	-152,880	-320,180	-152,880
B_016	-329,000	-32,300	-329,000	-32,284	-329,030	-32,258	-329,030	-32,258
B_017	0,000	0,000						
B_018	-158,000	-30,000	-158,000	-29,995	-157,340	-30,467	-157,310	-30,487
B_019	0,000	0,000						

B_020	-628,000	-103,000	-627,970	-480,630	-627,970	-480,560	-627,970	-480,550
B_021	-274,000	-115,000	-274,000	-114,990	-274,010	-114,980	-274,010	-114,980
B_022	0,000	0,000						
B_023	-247,500	-84,600	-247,500	-84,587	-247,500	-84,575	-247,500	-84,575
B_024	-308,600	92,200	-308,600	92,204	-308,600	92,215	-308,600	92,216
B_025	-224,000	-47,200	-224,170	70,648	-224,700	70,980	-224,660	70,980
B_026	-139,000	-17,000	-139,050	-16,951	-138,710	-17,228	-138,730	-17,218
B_027	-281,000	-75,500	-281,010	-75,485	-281,050	-75,492	-281,040	-75,494
B_028	-206,000	-27,600	-206,070	-27,595	-205,990	-27,663	-205,980	-27,664
B_029	-283,500	-26,900	-283,680	145,990	-283,620	145,900	-238,590	145,890
B_030	250,000	146,160	246,150	-5,896	250,000	-2,345	246,470	-2,633
B_031	511,610	193,650	511,570	-67,117	546,360	-61,766	546,300	-61,737
B_032	650,000	205,140	649,950	156,560	652,630	165,780	652,500	165,780
B_033	632,000	109,910	633,070	51,599	633,070	51,612	633,010	51,096
B_034	508,000	165,760	509,060	114,530	509,060	114,540	509,010	114,530
B_035	650,000	212,410	633,370	17,179	633,370	17,216	633,370	17,219
B_036	560,000	101,180	560,000	101,190	560,000	101,200	560,000	101,200
B_037	540,000	0,440	540,320	-114,400	539,820	-114,560	539,800	-114,570
B_038	830,000	22,840	830,450	-146,770	830,510	-146,790	830,480	-146,790
B_039	-104,000	-161,720	-104,000	-161,700	-103,990	-161,680	-103,990	-161,680

### 6.1.3. Solución del flujo de potencia, en los elementos de la red eléctrica, sistema de prueba IEEE – 39 barras

En la Tabla A1. 10, se presenta los resultados de los flujos de potencia para los elementos de la red eléctrica del sistema, considerando la implementación de las tres metodologías analizadas.

**Tabla A1. 10** Flujo de potencia del sistema de prueba, potencia en los elementos de la red eléctrica

Elemento de Red		Solución del flujo de potencia		Estimación Estado Método Convencional		Estimación Estado Método Lineal		Estimación Estado Método No Lineal	
Desde	Hasta	[MW]	[MVar]	[MW]	[MVar]	[MW]	[MVar]	[MW]	[MVar]
B_001	B_002	-124,340	-28,320	-124,340	-28,302	-120,550	-30,374	-120,550	-30,374
B_001	B_039	124,340	28,320	124,340	28,330	124,790	28,292	124,780	28,302
B_002	B_003	364,260	92,240	364,260	92,243		95,479		95,479
B_002	B_025	-239,090	82,680	-239,150	82,696	-239,640	83,386	-239,670	83,398
B_003	B_004	92,890	110,580	92,889	110,580	91,917	111,170	91,863	111,210
B_003	B_018	-52,330	-12,720	-52,327	-12,720	-52,929	-12,286	-52,994	-12,238
B_004	B_005	-136,990	-8,370	-136,990	-8,371	-137,280	-8,247	-137,300	-8,231
B_004	B_014	-270,410	-46,880	-270,410	-46,882	-270,490	-46,837	-270,510	-46,821
B_005	B_006	-454,420	-55,950	-454,420	-55,949	-454,420	-55,956	-454,420	-55,957
B_005	B_008	317,290	58,740	317,290	58,745	317,120	58,778	317,120	58,776

B_006	B_007	420,620	91,570	420,620	91,579	420,490	91,605	420,490	91,604
B_006	B_011	-363,850	-32,440	-363,840	-32,438	-363,730	-32,480	-363,730	-32,480
B_007	B_008	185,720	2,040	185,720	2,043	185,570	2,079	185,570	2,077
B_008	B_009	-19,960	-105,940	-19,965	-105,930	-20,557	-105,790	-20,534	-105,810
B_009	B_039	-20,150	-69,880	-20,150	-69,853	-20,609	-69,724	-20,596	-69,732
B_010	B_011	365,240	70,360	365,240	70,362	365,180	70,383	365,180	70,384
B_010	B_013	284,760	38,650	284,760	38,650	284,820	38,633	284,820	38,633
B_013	B_014	276,820	-3,920	276,820	-3,920	276,950	-3,963	276,950	-3,963
B_014	B_015	5,140	-36,170	5,141	-36,163	5,605	-36,420	5,612	-36,426
B_015	B_016	-314,870	-151,640	-314,870	-151,640	-314,590	-151,800	-314,570	-151,800
B_016	B_017	230,030	-43,620	230,040	-43,618	230,260	-43,733	230,260	-43,738
B_016	B_019	-502,670	-48,080	-502,670	-48,064	-502,660	-48,068	-502,660	-48,070
B_016	B_021	-329,590	13,030	-329,590	30,180	-329,590	13,015	-329,580	13,014
B_016	B_024	-42,680	-98,240	-42,679	-98,247	-42,671	-98,252	-42,670	-98,253
B_017	B_018	210,650	9,730	210,650	9,736	210,590	9,785	210,630	9,760
B_017	B_027	19,020	-43,580	19,028	-43,552	20,059	-44,221	20,077	-44,233
B_021	B_022	-604,420	-88,710	-604,420	-88,721	-604,410	-88,719	-604,410	-88,720
B_022	B_023	42,800	41,970	42,798	41,979	42,797	41,985	42,797	41,987
B_023	B_024	353,840	0,510	353,840	0,534	353,840	0,543	353,840	0,544
B_025	B_026	71,090	-17,040	71,115	-17,002	69,567	-15,994	69,557	-15,980
B_026	B_027	262,950	68,670	262,950	68,646	261,960	69,276	261,930	69,290
B_026	B_028	-140,820	-21,690	-140,830	-21,646	-140,940	-21,546	-140,940	-21,541
B_026	B_029	-190,180	-25,440	-190,210	-25,389	-190,300	-25,305	-190,300	-25,300
B_028	B_029	-347,610	28,220	-347,690	28,239	-347,720	28,268	-347,710	28,272
B_012	B_011	0,080	-42,300	-0,092	-42,031	-0,098	-42,028	-0,112	-42,028
B_012	B_013	-7,580	-45,700	-7,762	-45,430	-7,756	-45,431	-7,770	-45,431
B_006	B_031	-511,610	-116,070	-508,020					
B_010	B_032	-650,000	-109,010	-645,440	-109,010	-648,090		-647,960	
B_019	B_033	-629,100	-51,140	-628,780	-54,016	-628,780	-54,012	-628,730	-54,015
B_020	B_034	-505,490	-115,610	-504,520	-114,430	-504,520	-114,430	-504,470	-114,430
B_022	B_035	-650,000	-151,680		-149,150		-149,150		-149,150
B_023	B_036	-558,570	-23,300	-558,570	-23,295	-558,570	-23,290	-558,570	-23,290
B_025	B_037	-538,340	63,600		62,051		61,972		61,969
B_002	B_030	-250,000	-132,320		-129,030		-132,320		-132,320
B_029	B_038	-824,770	79,230		77,308		77,311		77,307
B_019	B_020	122,620	-10,480		-9,855		-9,855		-9,854
B_002	B_001	124,83	-42,60	124,840	-42,592	121,010	-40,892	121,01	-40,89
B_039	B_001	-124,15	-104,61	-124,150	-104,610	-124,610	-104,510	-124,60	-104,52
B_003	B_002	-362,55	-100,26	-362,560	-100,250		-103,940		-103,94
B_025	B_002	243,25	-93,76	243,310	-93,769	243,830	-94,445	243,85	-94,46
B_004	B_003	-92,60	-128,75	-92,600	-128,740	-91,629	-129,330	-91,57	-129,37
B_018	B_003	52,36	-9,64	52,355	-9,637	52,958	-10,060	53,02	-10,11
B_005	B_004	137,14	-2,79	137,140	-2,784	137,430	-2,893	137,45	-2,91
B_014	B_004	271,01	42,41	271,010	42,416	271,080	42,384	271,11	42,37
B_006	B_005	454,84	56,94	454,840	56,941	454,840	56,952	454,83	56,95
B_008	B_005	-316,46	-61,88	-316,460	-61,876	-316,290	-61,911	-316,29	-61,91

B_007	B_006	-419,52	-86,04	-419,520	-86,037	-419,390	-86,063	-419,39	-86,06
B_011	B_006	364,76	29,01	364,760	29,012	364,650	29,057	364,65	29,06
B_008	B_007	-185,58	-8,19	-185,580	-8,188	-185,430	-8,224	-185,43	-8,22
B_009	B_008	20,15	69,88	20,150	69,885	20,742	69,762	20,72	69,78
B_039	B_009	20,15	-57,11	20,154	-57,098	20,613	-57,172	20,60	-57,16
B_011	B_010	-364,71	-72,10	-364,700	-72,095	-364,650	-72,114	-364,65	-72,11
B_013	B_010	-284,43	-42,72	-284,440	-42,723	-284,500	-42,701	-284,50	-42,70
B_014	B_013	-276,14	-6,23	-276,150	-6,230	-276,280	-6,172	-276,28	-6,17
B_015	B_014	-5,13	-1,36	-5,135	-1,356	-5,599	-1,086	-5,61	-1,08
B_016	B_015	315,91	144,63	315,910	144,630	315,630	144,780	315,62	144,79
B_017	B_016	-229,68	33,85	-229,680	33,847	-229,900	33,975	-229,91	33,98
B_019	B_016	506,49	61,62	506,480	61,620	506,470	61,636	506,47	61,64
B_021	B_016	330,42	-26,29	330,420	-26,266	330,410	-26,257	330,41	-26,26
B_024	B_016	42,71	91,56	42,710	91,568	42,701	91,574	42,70	91,58
B_018	B_017	-210,36	-20,36	-210,360	-20,358	-210,300	-20,406	-210,33	-20,38
B_027	B_017	-19,01	9,26	-19,015	9,239	-20,045	9,922	-20,06	9,94
B_022	B_021	607,20	109,71	607,200	109,740	607,200	109,750	607,20	109,75
B_023	B_022	-42,77	-61,82	-42,773	-61,825	-42,772	-61,828	-42,77	-61,83
B_024	B_023	-351,31	0,64	-351,310	0,636	-351,300	0,641	-351,30	0,64
B_026	B_025	-70,94	-38,54	-70,967	-38,563	-69,424	-39,653	-69,41	-39,67
B_027	B_026	-261,99	-84,76	-261,990	-84,724	-261,000	-85,414	-260,98	-85,43
B_028	B_026	141,61	-55,82	141,620	-55,834	141,730	-55,932	141,73	-55,94
B_029	B_026	192,10	-67,24	192,120	-67,249	192,220	-67,329	192,22	-67,33
B_029	B_028	394,17	-38,88		-38,886		-38,917		-38,92
B_011	B_012	-0,06	43,09	0,141	43,324	0,147	43,322	0,16	43,32
B_013	B_012	7,62	46,64	7,911	46,921	7,905	46,922	7,92	46,92
B_031	B_006	511,61	193,65	515,180					
B_032	B_010	650,00	205,14	654,530			205,140		205,14
B_033	B_019	632,00	109,91		107,110		107,120		107,11
B_034	B_020	508,00	165,76		166,870		166,870		166,87
B_035	B_022	650,00	212,41	649,610	214,720	649,610	214,730	649,61	214,73
B_036	B_023	560,00	101,18	560,000	101,190	560,000	101,200	560,00	101,20
B_037	B_025	540,00	0,44		-1,071		-1,152		-1,15
B_030	B_002	250,00	146,16	252,460	149,160			252,79	
B_038	B_029	830,00	22,84		20,968		20,970		20,97
B_020	B_019	-122,51	12,61		13,177		13,178		13,18

## ORDEN DE EMPASTADO