



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

ANÁLISIS DE ESFUERZOS MECÁNICOS EN PROTOTIPOS DE ELEMENTOS PLANOS CON GEOMETRÍA COMPLEJA UTILIZANDO EL MÉTODO FOTOELÁSTICO

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER EN DISEÑO
Y SIMULACIÓN

PUPIALES BRUSIL LENIN RENÉ

lenin.pupiales@epn.edu.ec

DIRECTOR: Ing. Mario Granja M. Sc.

mario.granja@epn.edu.ec

CODIRECTOR: Ing. Ricardo Soto M. Sc.

ricardo.soto@epn.edu.ec

Quito, enero 2020

APROBACIÓN DEL DIRECTOR

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el ingeniero Lenin Pupiales, bajo mi supervisión.

Ing. Mario Granja M. Sc.

DIRECTOR DEL PROYECTO

Ing. Ricardo Soto M. Sc.

CODIRECTOR DEL PROYECTO

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Lenin René Pupiales Brusil, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Lenin René Pupiales Brusil

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado de manera especial a Dios que se ha constituido en el pilar fundamental de mi vida, por permitirme juntar cada experiencia en este trabajo.

A mi familia, de manera especial a mis padres María Brusil y José Pupiales quienes con su consejo han sabido ser la inspiración para superar este peldaño.

A todos mis amigos y especialmente a quienes de una u otra manera colaboraron para que este proyecto se haga realidad.

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi gratitud a Dios quien con su bendición me inspira para poder superar cada situación de mi vida.

A mi familia que ha sido mi inspiración, ya que con su ejemplo me ha ayudado a cumplir una meta más en mi vida.

A los docentes, autoridades y demás colaboradores de la Escuela Politécnica Nacional, quienes han sabido impartir más que conocimiento, siendo el apoyo para mí desarrollo personal y profesional.

A los ingenieros Mario Granja y Ricardo Soto, quienes con responsabilidad y sabiduría han sabido guiarme en el desarrollo del presente proyecto.

A las empresas Ecuametal, Plásticos Reforzados Ecuatorianos y Vitosteel quienes por medio de sus representantes han colaborado en las diferentes fases del proyecto.

En fin, a todos quienes de una u otra manera han sabido darme los ánimos suficientes para poder culminar satisfactoriamente este proyecto.

¡¡¡...Muchas gracias...!!!

CONTENIDO GENERAL

APROBACIÓN DEL DIRECTOR	i
DECLARACIÓN DE AUTORÍA	ii
DEDICATORIA	iii
AGRADECIMIENTO	iv
CONTENIDO GENERAL	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
RESUMEN	xiii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	1
Pregunta de investigación	1
Objetivo general	1
Objetivos específicos	1
1. MARCO TEÓRICO	2
1.1. Antecedentes	2
1.2. Fotoelasticidad	3
1.3. Comportamiento de la luz	5
1.3.1. Fenómeno de refracción de la luz	7
1.3.2. Fenómeno de polarización de la luz	10
1.3.3. Polariscopio	12
1.4. Esfuerzos mecánicos	14
1.4.1. Esfuerzo normal	14
1.4.2. Esfuerzo cortante	15
1.4.3. Concentrador de tensión geométrico kt	16
1.4.5. Flexión	24
1.4.6. Estado de esfuerzos en una dirección conocida	25
1.4.7. Estado de esfuerzos principales	26
1.4.8. Estado de esfuerzo ideal equivalente σ'	28
1.4.9. Ley óptica de los esfuerzos	29
1.5. Franjas Isóclinas	31

1.6.	Franjas Isocromáticas.....	32
1.7.	Materiales Birrefringentes.....	34
1.8.	Inconvenientes en el uso de la técnica fotoelástica	34
1.9.	Consideraciones de diseño del equipo a utilizarse.....	35
2.	METODOLOGÍA.....	46
2.1.	Equipo utilizado para pruebas de laboratorio.....	46
2.1.1.	Fuente de luz	46
2.1.2.	Filtro polarizador	47
2.1.3.	Mecanismo de aplicación de cargas	48
2.2.	Construcción de las probetas.....	59
2.2.1.	Resina poliéster	59
2.2.2.	Resina epóxica.....	60
2.2.3.	Acrílico	60
2.3.	Elaboración de los modelos.....	63
2.4.	Procedimiento experimental	69
2.4.1.	Determinación de la constante fotoelástica.....	70
2.4.2.	Manipulación del equipo	74
2.4.3.	Interpretación de resultados.....	75
3.	RESULTADOS	77
3.1.	Análisis por fotoelasticidad.....	77
3.2.	Análisis por el método de elementos finitos	95
3.2.1.	Análisis de convergencia de la malla	98
3.3.	Comparación de resultados	113
4.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	121
4.1.	Conclusiones.....	121
4.2.	Recomendaciones.....	122
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	124
	Sitios web.....	125
	ANEXOS.....	126
Anexo 1.	Norma ASTM D4093: Standard Test Method for Photoelastic Measurements of Birefringence and Residual Strains in Transparent or Translucent Plastic Materials. Pág. 9127	
Anexo 2.	Ficha técnica resina poliéster 230893.....	128
Anexo 3.	Planos de taller y montaje del equipo para fotoelasticidad.....	129

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Placa de acrílico sometida a flexión simple bajo un haz de luz polarizada.....	4
Figura 1.2. Recubrimiento birrefringente aplicado sobre una bomba de agua.....	5
Figura 1.3. Onda electromagnética en la cual los campos eléctrico E y magnético H están en fase y son perpendiculares entre si respecto a la dirección de propagación.	6
Figura 1.4. Fenómeno de refracción de un haz luminoso.....	7
Figura 1.5. Comportamiento de un haz luminoso durante el fenómeno de la refracción a través de un medio conocido.....	8
Figura 1.6. Retardo relativo de una onda electromagnética.....	9
Figura 1.7. Polarización de una onda electromagnética.	11
Figura 1.8. Polarización de la luz natural.....	11
Figura 1.9. Polarización lineal o plana de una onda electromagnética.	12
Figura 1.10. Disposición de los elementos en un polariscopio plano.	13
Figura 1.11. Esfuerzo normal.	15
Figura 1.12. Esfuerzo cortante.	16
Figura 1.13. Líneas paralelas sobre un elemento sin discontinuidades geométricas a tensión sin carga (izq.) y tensionado (der.)	17
Figura 1.14. Distribución de esfuerzo a través de un elemento sin discontinuidades geométricas.....	18
Figura 1.15. Líneas paralelas sobre un elemento con discontinuidades geométricas a tensión: sin carga (izq.) y tensionado (der.)	19
Figura 1.16. Distribución de esfuerzo a través de un elemento con discontinuidades geométricas.....	20
Figura 1.17. Líneas paralelas sobre un elemento con discontinuidades geométricas atenuadas a tensión: sin carga (izq.) y tensionado (der.)	21
Figura 1.18. Factor de concentrador de tensiones kt para una probeta con agujero central.22	
Figura 1.19. Distribución de esfuerzos cerca de un agujero circular en una placa plana bajo carga axial.	22
Figura 1.20. Eje sometido a torsión.....	23

Figura 1.21. Flexión en una viga.....	24
Figura 1.22. Deformación en una viga.....	25
Figura 1.23. Estado de esfuerzos en una dirección determinada.....	26
Figura 1.24. Círculo de Mohr.....	27
Figura 1.25. Estado de esfuerzos principales.....	27
Figura 1.26. Estado de esfuerzo ideal equivalente.....	28
Figura 1.27. Franjas isóclinas generadas en un elemento a tensión pura. (a) Carga baja, (b) Carga elevada.....	32
Figura 1.28. Decremento de la longitud de onda en el espectro visible.....	33
Figura 1.29. Franjas isocromáticas en un material birrefringente.....	33
Figura 1.30. Coeficiente numérico para el cálculo del espesor de placa.....	36
Figura 1.31. Formas pandeadas para una columna ideal de extremos pandeados: a) Sin carga; b) Primera forma modal de pandeo ($n=1$); c) Segunda forma modal de pandeo ($n=2$).....	39
Figura 1.32. Comportamiento elástico de una unión roscada.....	41
Figura 1.33. Comportamiento elástico del material base de una junta empernada.....	42
Figura 2.1. Dimensiones de la placa soporte del filtro polarizador.....	47
Figura 2.2. Grados de libertad del mecanismo de aplicación de cargas.....	49
Figura 2.3. Viga del mecanismo de aplicación de cargas.....	50
Figura 2.4. Diagramas del cortante y flector en la viga del mecanismo de aplicación de cargas.....	51
Figura 2.5. Distribución de cargas en las columnas del mecanismo de aplicación de cargas.....	52
Figura 2.6. Distribución de cargas en los elementos de sujeción lateral.....	54
Figura 2.7. Cargas actuantes en el perno A.....	55
Figura 2.8. Moldes empleados para la fabricación de las placas de resina poliéster.....	62
Figura 2.9. Materia prima utilizada para la elaboración de las planchas de resina poliéster.....	62
Figura 2.10. Distribución de las probetas en la primera plancha de resina poliéster.....	64
Figura 2.11. Distribución de las probetas en la segunda plancha de resina poliéster.....	64
Figura 2.12. Probeta de tensión simple.....	65
Figura 2.13. Placa con agujero central.....	65
Figura 2.14. Placa con agujeros centrales horizontales.....	65
Figura 2.15. Placa con agujeros centrales verticales.....	66

Figura 2.16. Placa con agujeros laterales.	66
Figura 2.17. Placa con ranura central.	66
Figura 2.18. Placa con ranura central y agujeros laterales.	67
Figura 2.19. Placa con cambio de sección.....	67
Figura 2.20. Placa con círculos extremos.	67
Figura 2.21. Broche de cinturón.....	68
Figura 2.22. Sección transversal de un puente con voladizos laterales.....	68
Figura 2.23. Probeta de tensión simple.	70
Figura 2.24. Equipo para calibración (izq.), acople de la probeta a la romana (der.).....	71
Figura 2.25. Ensayos de tensión para calibración.	73
Figura 2.26. Equipo para ensayo de fotoelasticidad.....	74
Figura 3.1. a) Probeta con agujero central carga 38 kg. b) Ampliación.....	77
Figura 3.2. Factor de concentración de esfuerzos para una placa con agujero central.	78
Figura 3.3. a) Esfuerzo principal 1, b) esfuerzo principal 2.	79
Figura 3.4. a) Esfuerzo principal 1 en isofranjas, b) Esfuerzo principal 2 en isofranjas.....	80
Figura 3.5. Probeta con dos agujeros orientados horizontalmente, carga 38 Kg.	81
Figura 3.6. Probeta con dos agujeros orientados verticalmente, carga 38Kg.	82
Figura 3.7. Probeta con ranura central, carga 20 Kg.....	83
Figura 3.8. Probeta con cambios de sección laterales, carga 20 Kg.	84
Figura 3.9. Probeta con ranura central y cambios de sección laterales, carga 20 Kg.	84
Figura 3.10. Probeta con cambio de sección, carga 30 Kg.	86
Figura 3.11. Probeta con cambio brusco de sección, carga 30 Kg.	87
Figura 3.12. Partes de una junta de cardán, funcionamiento de una horquilla.	89
Figura 3.13. Probeta de horquilla, carga 25 Kg.	89
Figura 3.14. Probeta de tensión simple, carga 20 Kg.....	91
Figura 3.15. Probeta de broche de cinturón, carga 10 Kg.	92
Figura 3.16. Probeta de sección transversal de un puente, carga 5 Kg.....	94
Figura 3.17. Propiedades de la resina poliéster cargadas en el simulador de elementos finitos.	96
Figura 3.18. Restricciones del modelo 3D para el análisis de elementos finitos.	97
Figura 3.19. Convergencia de resultados para el análisis por elementos finitos	99

Figura 3.20. Mallado de la probeta con agujero central.	99
Figura 3.21. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujero central.	100
Figura 3.22. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujeros centrales orientados horizontales.	101
Figura 3.23. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujeros centrales.	101
Figura 3.24. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con ranura central.	102
Figura 3.25. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambios de sección laterales.	103
Figura 3.26. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambios de sección lateral y ranura central.	103
Figura 3.27. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio de sección.	105
Figura 3.28. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio brusco de sección.	106
Figura 3.29. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de horquilla.	107
Figura 3.30. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de tensión.	109
Figura 3.31. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de broche de cinturón.	111
Figura 3.32. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.	112

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Colores asociados al retardo relativo.....	10
Tabla 1.2. Número de orden.	30
Tabla 2.1. Cargas netas actuantes en los pernos de sujeción.....	56
Tabla 2.2. Propiedades de la resina poliéster.	61
Tabla 2.3. Resultados de los ensayos de calibración.	74
Tabla 3.1. Comparación de resultados de fotoelasticidad y elementos finitos.	80
Tabla 3.2. Comparación de resultados con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos.	82
Tabla 3.3. Comparación de resultados con superposición de campos de dos concentradores diferentes.	85
Tabla 3.4. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta con cambio de sección.	87
Tabla 3.5. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta con cambio brusco de sección.	88
Tabla 3.6. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de horquilla.	90
Tabla 3.7. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de tensión.	91
Tabla 3.8. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de broche de cinturón.	93
Tabla 3.9. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.	95
Tabla 3.10. Comparación de resultados con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos mediante elementos finitos.....	102
Tabla 3.11. Comparación de resultados obtenidos mediante elementos finitos con superposición de campos de dos concentradores diferentes.	104
Tabla 3.12. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio de sección.....	105
Tabla 3.13. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta con cambio brusco de sección.....	107
Tabla 3.14. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de horquilla.	108
Tabla 3.15. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de tensión.	109
Tabla 3.16. Resultados del ensayo de elementos finitos en una probeta de broche de cinturón.	111

Tabla 3.17. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.	113
Tabla 3.18. Resultados obtenidos con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos mediante elementos finitos y fotoelasticidad.	113
Tabla 3.19. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en las probetas con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos.	114
Tabla 3.20. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en las probetas con acción combinada de dos concentradores de esfuerzos.	115
Tabla 3.21. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio de sección.....	116
Tabla 3.22. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.....	116
Tabla 3.23. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.....	117
Tabla 3.24. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.....	117
Tabla 3.25. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.....	118
Tabla 3.26. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.....	119

RESUMEN

El presente proyecto tiene por objetivo analizar la distribución de esfuerzos en prototipos de elementos planos que presentan propiedades de birrefringencia y realizar una comparación con resultados obtenidos mediante técnicas computacionales, dicho análisis fue desarrollado en base al método fotoelástico, el cual se basa en la propiedad que posee la luz de difractarse al incidir sobre cuerpos cargados mecánicamente, por otra parte la comparación de los resultados obtenidos por fotoelasticidad se realizó en base a los análisis por elementos finitos, todo esto con la finalidad de obtener una metodología experimental que permita el desarrollo de las técnicas experimentales en el campo del diseño de elementos mecánicos. El presente documento está orientado para aquellos profesionales enfocados en el campo del diseño de elementos mecánicos, ya que muestra una metodología experimental que puede validar o contrastar los estudios realizados en dicho campo con el fin de optimizar el proceso de diseño.

Palabras clave: birrefringencia, diseño, esfuerzos, fotoelasticidad, luz.

ABSTRACT

The objective of this project is to analyze the distribution of stresses in prototypes of flat elements that have birefringence properties to then make a comparison with results obtained by computational techniques. This analysis was developed based on the photoelasticity, which is based on the property that has diffraction light when striking on mechanically charged elements, by the other way the comparison of the results obtained by photoelasticity was made based on finite element, all with the purpose of obtaining an experimental methodology that allows the development of experimental techniques in the field of mechanical design. This document is aimed at those professionals focused on the field of mechanical design, since it shows an experimental methodology that can validate or contrast the studies carried out in this field in order to optimize the design process.

Keywords: birefringence, design, stress, photoelasticity, light.

ANÁLISIS DE ESFUERZOS MECÁNICOS EN PROTOTIPOS DE ELEMENTOS PLANOS CON GEOMETRÍA COMPLEJA UTILIZANDO EL MÉTODO FOTOELÁSTICO

INTRODUCCIÓN

Pregunta de investigación.

¿Cómo se distribuyen los esfuerzos mecánicos en elementos planos de geometría compleja que presentan propiedades de birrefringencia, bajo cargas simples?

Objetivo general.

Analizar la distribución de esfuerzos mediante técnicas fotoelásticas en prototipos de elementos mecánicos planos que presentes propiedades de birrefringencia bajo cargas simples, con el fin de comparar estos resultados con los obtenidos en base al análisis por métodos computacionales.

Objetivos específicos

1. Establecer la metodología de aplicación de la técnica fotoelástica en la determinación de esfuerzos mecánicos.
2. Determinar las características funcionales del equipo utilizado para la realización de pruebas experimentales de fotoelasticidad, justificando dichas características mediante diseño mecánico.
3. Determinar las características de los materiales utilizados para la realización de las probetas, justificando dichas características con los requerimientos del procedimiento experimental.
4. Validar los resultados obtenidos mediante las pruebas experimentales, con el fin de generar una metodología para dicho procedimiento.
5. Evaluar las desviaciones obtenidas por el método fotoelástico en comparación con el método de elementos finitos FEM, con el fin de generar futuras mejoras al método experimental, de manera que se optimice su contribución con el diseño mecánico de elementos.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Antecedentes

El diseño de máquinas nace con el hombre y sus actividades diarias de supervivencia, razón por la cual se ha visto obligado a crear diferentes tipos de máquinas y mecanismos en base a sus necesidades y características del medio en el que se desarrolla, por ejemplo: la creación de la rueda para el desplazamiento de cargas, grúas para la manipulación de elementos de gran tamaño y masa, motores de combustión, sistemas eléctricos y electrónicos para el control de diversos procesos, etc., en fin los inventos y creaciones del hombre abarcan una gran parte de su progreso en el mundo.

Dicho diseño se ha visto en constante evolución debido a los cambios en la sociedad que han desembocado en estudios científicos que respalden a más y mejores técnicas de diseño, al igual que el avance consecuente en la tecnología que implica la creación de máquinas y mecanismos cada vez más sofisticados.

Desde la invención de la máquina de vapor durante la primera revolución industrial se ha abierto un gran desafío entre las que se establecieron como potencias mundiales a cerca de quien poseía la mejor ciencia y tecnología para superar y dominar a los que carecían de conocimiento o se veían en vías de desarrollo, este desafío ha llevado a los ingenieros y diseñadores a utilizar técnicas cada vez más eficientes en la elaboración de elementos mecánicos, razón por la cual se han determinado hasta la actualidad técnicas del tipo experimental y analítico.

El presente trabajo muestra el estudio de una de las técnicas experimentales más antiguas de la ingeniería: la fotoelasticidad, la cual tiene su origen en el siglo XX a manos de G. Coker y G. Filon, quienes realizaron estudios de propagación de la luz a través de medios isotrópicos y cristalinos y establecieron la relación de los campos de velocidad en el retardo de la deformación de dichos materiales a su aproximación a esfuerzos. [18]

Desde aquel entonces la fotoelasticidad se ha convertido en una técnica de gran acogida por la industria, actualmente se emplea para: medición de esfuerzos, determinación de los factores de concentración de esfuerzo, identificación instantánea de áreas críticas, medidas de picos

de tensiones y distribución alrededor de concentradores de esfuerzos, identificación de esfuerzos residuales por procesos de fabricación, etc.

En la última década se ha puesto gran énfasis en el estudio del método de la fotoelasticidad como una técnica de diseño ya que los avances en la tecnología y libre acceso a fuentes de información ha permitido que se complementen los trabajos realizados en este campo a nivel global, Juan Carlos Briñez León en colaboración con Alejandro Restrepo y Francisco López presentan en sus artículos científicos la formulación de un algoritmo matemático para la aplicación del método fotoelástico en elementos planos, esto en el año 2013 [1], mientras que en el año 2017 en colaboración con John Branch presentan con el aval de la Universidad Nacional de Colombia otro trabajo en el cual exponen los inconvenientes en la resolución de imágenes obtenidas por fotoelasticidad [2], esto nos muestra la constante evolución en los trabajos que se están desarrollando en estos campos de la ingeniería, a nivel nacional se pueden destacar trabajos como el realizado por Erick Alvear y Angelo Haro en el que se puede destacar el uso de un equipo experimental para análisis de esfuerzos mecánicos mediante fotoelasticidad [19] mientras que en la Escuela Politécnica Nacional en el año 2010 los estudiantes Amores Renato y Osorio Braulio presentan una tesis de grado en la cual se refieren al procesamiento digital de imágenes obtenidas por fotoelasticidad [3], por otro lado en la Universidad Técnica de Ambato el ingeniero Gonzalo López presenta en el año 2013 una tesis magistral en la cual se expone una comparación entre los métodos fotoelástico y MEF [4].

Estos trabajos muestran el avance y la aceptación que en la actualidad avalan el uso de la técnica fotoelástica en la industria tanto nacional como internacional, por esta razón es importante fortalecer los conocimientos en el campo fotoelástico y exponerlo hacia la industria para darle el uso práctico que amerita en el campo del diseño de elementos de máquinas y mecanismos.

1.2. Fotoelasticidad

La fotoelasticidad es una técnica experimental que permite el análisis y la interpretación de la distribución de los esfuerzos mecánicos en materiales birrefringentes sometidos a carga por medio del fenómeno de birrefringencia mecánica. [5, 19]

El fenómeno físico en el que se basa este método radica en el uso de la luz polarizada, la cual al incidir sobre un material sometido a cargas mecánicas dibuja franjas de colores en las zonas donde se concentra el esfuerzo tal como indica la figura 1.1, los patrones o franjas de colores que se pueden observar muestran un comportamiento similar a los mostrados mediante simulaciones por métodos numéricos como los elementos finitos, cabe recalcar que los elementos mecánicos que se utilizan para la realización de las pruebas deben mostrar un comportamiento de birrefringencia al ser sometidos a cargas externas.

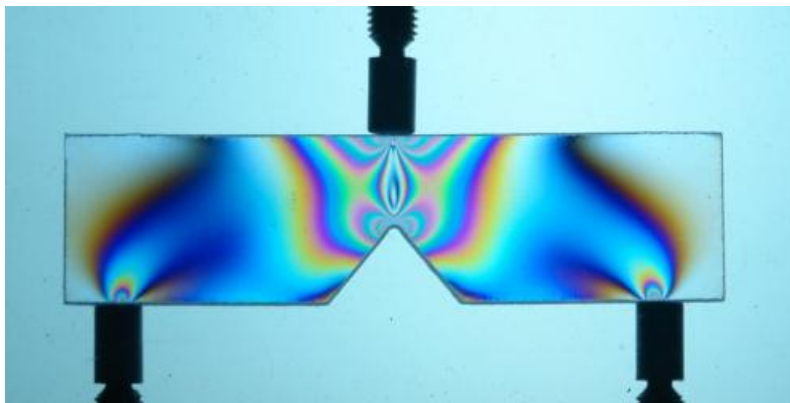


Figura 1.1. Placa de acrílico sometida a flexión simple bajo un haz de luz polarizada

Fuente: Manual de prácticas del laboratorio de análisis experimental de esfuerzos; Ramos E., Jacobo A; México (2017), Pág. 40

Por su aplicabilidad este método se emplea especialmente para aquellos elementos que posean alguna complicación a ser modelados mediante métodos numéricos, por ejemplo, elementos de forma compleja, como piezas de maquinaria con muescas o curvas, componentes estructurales con ranuras o agujeros y materiales con hendiduras, elementos que estén siendo sometidos a una combinación de cargas externas o incluso en elementos que presenten ambas condiciones de carga y geometría complejas.

Actualmente la técnica de la fotoelasticidad ha evolucionado hasta el punto que no solamente es aplicable a probetas de polímeros sino que puede usarse en elementos mecánicos reales a través de recubrimientos birrefringentes como se muestra en la figura 1.2, cabe mencionar que dichos recubrimientos no son cargados con esfuerzos directamente, pero las deformaciones desarrolladas sobre la superficie del elemento son transmitidas a través del adhesivo al recubrimiento.



Figura 1.2. Recubrimiento birrefringente aplicado sobre una bomba de agua.

Fuente: Aplicaciones industriales de técnicas ópticas de campo completo para la medida de tensiones y deformaciones en elementos de máquinas; López E., Felipe L., Vasco J., Díaz F.; España (2013); Pág. 6

Por esta razón la fotoelasticidad se ha convertido en una técnica de gran aplicación en la industria, rebasando al resto de las técnicas en confiabilidad, alcance y factibilidad, ningún otro método tiene la misma precisión visual y cobertura de los patrones de esfuerzo. [6; Pág. 5]

1.3. Comportamiento de la luz

En 1678 el físico y astrónomo Chistian Huygens propuso el comportamiento ondulatorio de la luz, y en base a estudios previos realizados por Isaac Newton logró dar una explicación acerca de los fenómenos de reflexión y refracción a través de la teoría ondulatoria, sin embargo no fue hasta 1801 que Thomas Young pudo demostrar que los haces de luz podían superponerse o anularse en una interferencia destructiva, sin embargo en aquella época dicho comportamiento no podía ser explicado a través de la teoría corpuscular de la luz, y no fue hasta 1873 que Maxwell desarrolló una teoría en la cual explicaba el comportamiento ondulatorio de la luz y que además dicha onda se desplazaba a una velocidad de aproximadamente 3×10^8 m/s.

Las teorías de Maxwell afirman que cuando se produce un campo eléctrico variable en un punto del espacio, este genera un campo magnético en dirección perpendicular y que ambos en mutua vinculación se desplazan en el espacio a manera de ondas electromagnéticas tal como se muestra en la figura 1.3.

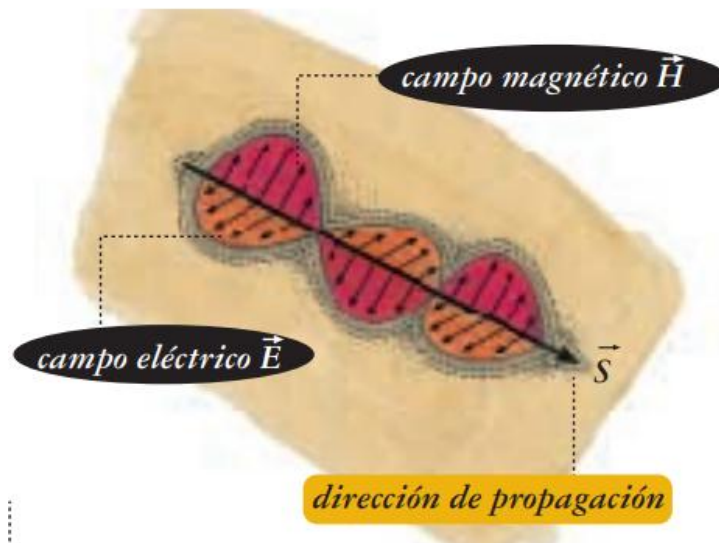


Figura 1.3. Onda electromagnética en la cual los campos eléctrico E y magnético H están en fase y son perpendiculares entre si respecto a la dirección de propagación.

Fuente: Campos eléctricos y magnéticos de 50 Hz; Grupo pandora; España (2001); Pág. 17

En consecuencia el campo eléctrico asociado a la propagación de la onda electromagnética se expresa como:

$$E = A \cos(2\pi ft) \quad [1.1]$$

En dónde:

- E Representa la magnitud del campo eléctrico
- A Representa la amplitud de la onda del campo eléctrico
- f Representa la frecuencia de oscilación de la onda
- t Representa el tiempo.

A su vez la frecuencia se establece como:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad [1.2]$$

En dónde:

- c Representa la velocidad de la luz en el vacío
- λ Representa la longitud de onda

Para el presente trabajo se estudiarán dentro de las propiedades de la luz, los fenómenos de refracción y polarización.

1.3.1. Fenómeno de refracción de la luz

La refracción de la luz se refiere al cambio en la velocidad de un haz luminoso al cambiar de medio de propagación, generalmente cuando la luz pasa por un líquido tiende a cambiar su ángulo de propagación así como su velocidad.

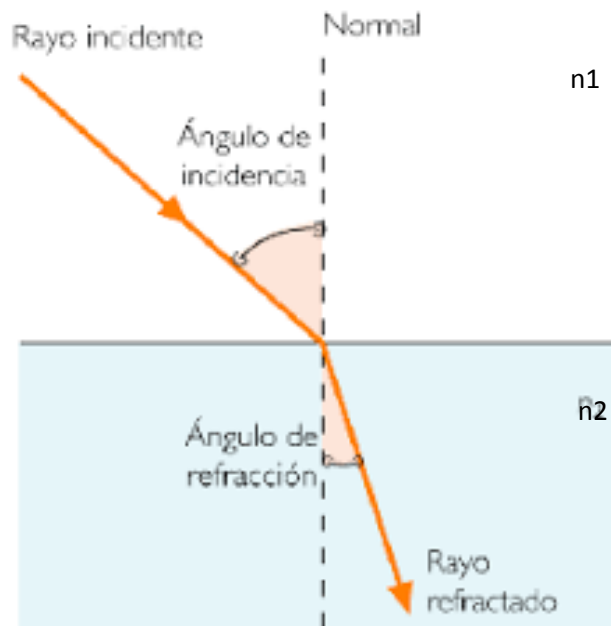


Figura 1.4. Fenómeno de refracción de un haz luminoso.

Fuente: Física II; Antonella M.; Colombia (2005); Pág. 09

En la figura 1.4 se puede observar el fenómeno de la refracción, el cambio en la velocidad de la luz que se puede expresar como:

$$c_1 = \frac{c}{n_1} \quad [1.3]$$

En donde el subíndice 1 denota la velocidad y el índice de refracción del medio 1, sin embargo como la frecuencia del haz luminoso permanece constante se puede inferir a que la longitud de onda del haz debe cambiar, lo que a su vez provoca un cambio en la coloración del haz luminoso, dicho comportamiento se puede observar en la figura 1.5.

$$f = \frac{c}{\lambda} = cte = \frac{c_1}{\lambda_1} \quad \wedge \quad \lambda_1 = \frac{c_1}{f} = \frac{c}{n_1 \cdot f} = \frac{\lambda}{n_1} \quad [1.4]$$

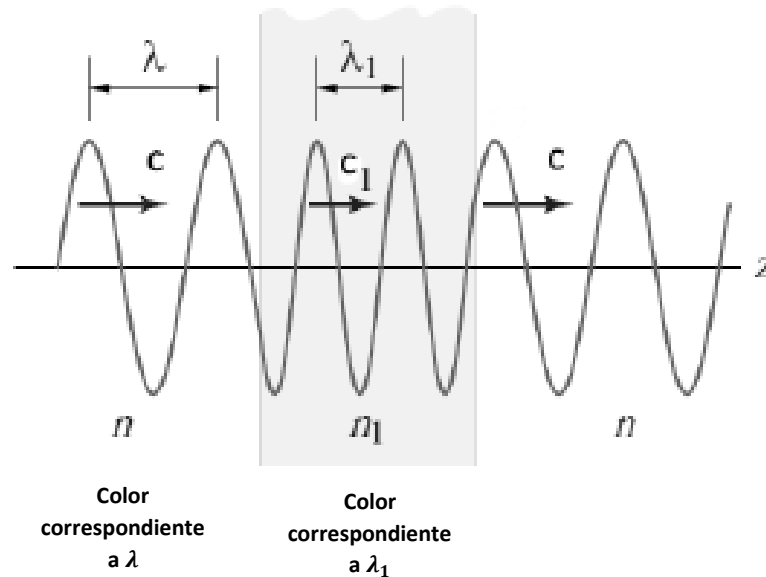


Figura 1.5. Comportamiento de un haz luminoso durante el fenómeno de la refracción a través de un medio conocido.

Fuente: Cassidy Physics Library

Supongamos ahora que la onda de luz atraviesa un espesor h en un tiempo t_1 , entonces podemos inferir que más ondas de luz similares al atravesar dos medios de igual espesor e índices de refracción n_1 y n_2 , presenten tiempos t_1 y t_2 , la diferencia entre estos tiempos resulta:

$$t_1 - t_2 = n_1 \frac{h}{c} - n_2 \frac{h}{c} = \frac{h}{c} (n_1 - n_2) \quad [1.5]$$

Esta consecuencia da como resultado que se genere un retardo relativo entre las dos ondas cuando emerjan de los dos medios refractantes, este retardo que se explica gráficamente en la figura 1.6, se modela mediante la siguiente ecuación:

$$\delta = c \cdot \Delta t = 2\pi f(t_1 - t_2) = \frac{2\pi f h}{c}(n_1 - n_2) = \frac{2\pi h}{\lambda}(n_1 - n_2) \quad [1.6]$$

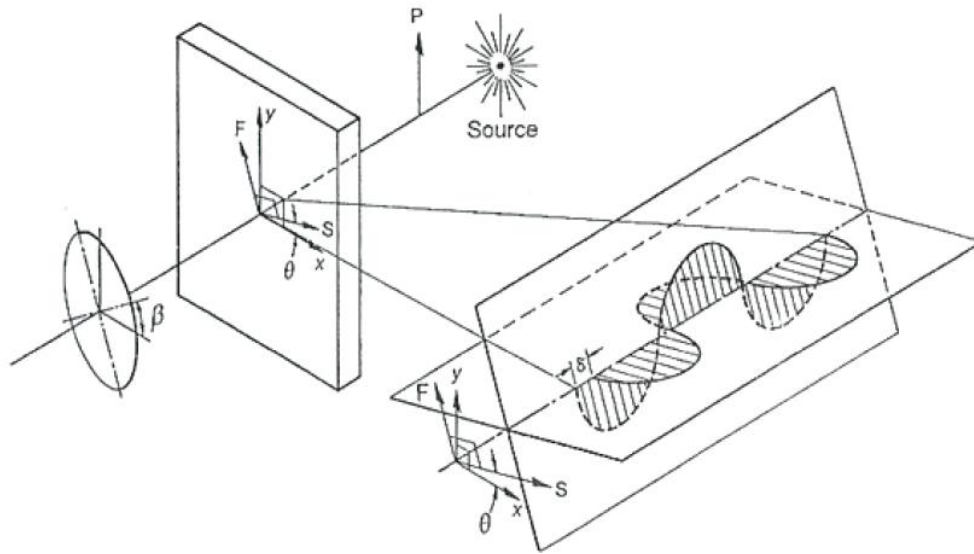


Figura 1.6. Retardo relativo de una onda electromagnética.

Fuente: Análisis numérico y experimental de elementos mecánicos mediante la técnica de fotoelasticidad.; Catalán J.; España (2016); Pág. 8

A continuación en la tabla 1.1 se muestran los colores asociados al retardo relativo, obtenidos experimentalmente en trabajos previos.

A manera de ejemplo se puede mencionar que el color rojo presenta un desfase correspondiente a 536 nm, es decir, que una onda de luz blanca al pasar por dos medios de diferente índice de refracción muestre esta tonalidad debido a que en el caso de la fotoelasticidad la luz que al inicio se desplaza por un espesor de material h en un tiempo t_1 , debido a las alteraciones que existen en el otro medio debido a cargas o geometría, se demore en atravesar el mismo espesor en un tiempo correspondiente a los 536 nm muy diferente al tiempo t_1 , entonces la tonalidad que el haz luminoso exhibirá al salir del segundo medio será de color rojo.

Tabla 1.1. Colores asociados al retardo relativo.

RETRASO (nm)	COLOR TRANSMITIDO	RETRASO (nm)	COLOR TRANSMITIDO
0	NEGRO	843	AMARILLO VERDE
40	HIERRO GRIS	866	VERDE AMARILLO
57	LAVANDA GRIS	910	AMARILLO CLARO
158	GRIS AZUL	948	ANARANJADO
218	GRIS	998	ANARANJADO ROJO BRILLANTE
234	VERDE BLANCO	1101	VIOLETA ROJO OSCURO
259	MARFIL	1128	AZUL VIOLETA LUMINOSO
267	AMARILLO BLANCO	1151	INDIGO
275	AMARILLO PAJA PALIDO	1258	VERDE AZUL
281	AMARILLO PALIDO	1334	VERDE MAR
308	AMARILLO LUMINOSO	1376	VERDE BRILLANTE
332	AMARILLO BRILLANTE	1426	VERDE AMARILLO
430	AMARILLO CANARIO	1495	COLOR CARNE
505	ROJO ANARANJADO	1534	ROJO
536	ROJO	1621	PÚRPURA EMBOTADO
551	ROJO PROFUNDO	1652	VIOLETA GRIS
565	PÚRPURA	1682	GRIS AZUL
575	VIOLETA	1711	VERDE MAR EMBOTADO
583	INDIGO	1744	AZUL VERDE
664	AZUL CIELO	1811	VERDE LUMINOSO
728	VERDE AZUL	1927	VERDE GRIS LUMINOSO
747	VERDE	2007	BLANCO VERDE
826	VERDE LUMINOSO	2048	ROJO CARNE

Fuente: Estudio comparativo de los métodos de elementos finitos y fotoelástico en la determinación de esfuerzos para mejorar el diseño mecánico de piezas; López G.; Ecuador (2013); Pág. 18-19

1.3.2. Fenómeno de polarización de la luz

Como se mencionó con anterioridad las ondas electromagnéticas se desplazan generando campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre si y a la dirección de propagación, es decir, si se considera una onda electromagnética como la expuesta en la figura 3, se podría decir que dicha onda genera campos eléctrico y magnético en cualquier dirección que sea

perpendicular a la dirección de propagación, se dice entonces que dicha onda está no polarizada y es un caso típico del comportamiento de la luz.

Si por el contrario la vibración de dichos campos se mantiene sobre un único plano se dice que la onda está polarizada respecto a dicho plano, este concepto se ilustra en la figura 1.7.

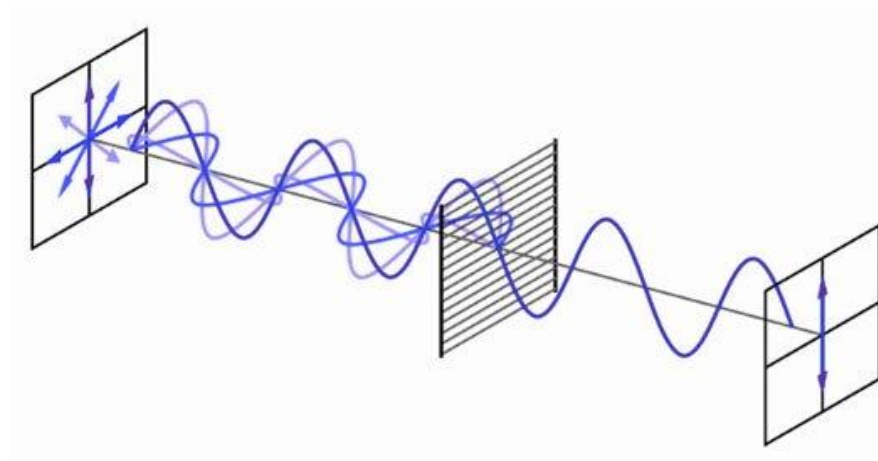


Figura 1.7. Polarización de una onda electromagnética.

Fuente: Física videos didácticos de experimentos científicos; Palacios M.; España (2008);

Pág. 02

Gracias al fenómeno de la polarización se ha desarrollado el campo de la óptica, lo que ha permitido crear lentes capaces de reducir el deslumbramiento y mejorar la calidad de las imágenes, este ejemplo típico se observa en la figura 1.8.

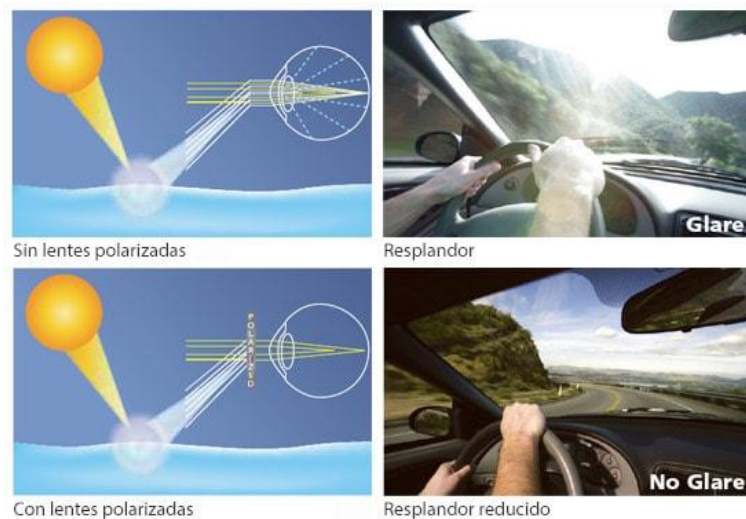


Figura 1.8. Polarización de la luz natural.

Fuente: bitterrootpubliclibrary.org

Aunque en la práctica existen tres tipos de polarización, para el presente trabajo se considera únicamente la polarización lineal, la cual se refiere al ordenamiento de los campos eléctrico y magnético a un único plano dispuesto a lo largo de la dirección de propagación, como se muestra en la figura 1.9.

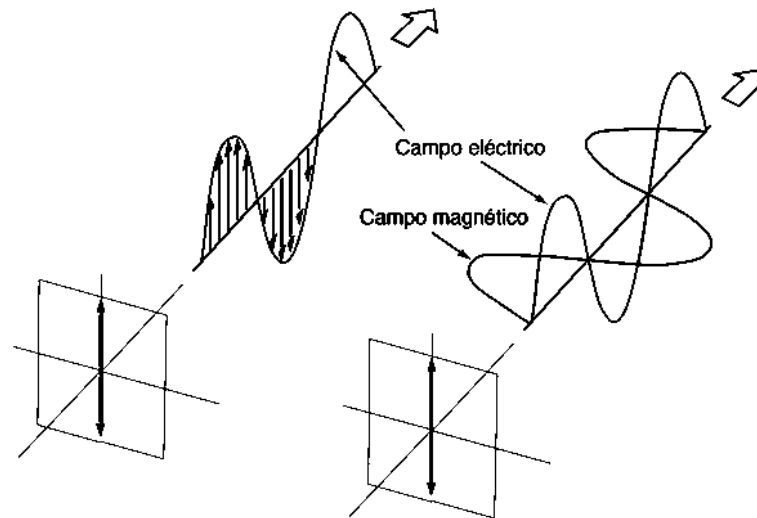


Figura 1.9. Polarización lineal o plana de una onda electromagnética.

Fuente: Hyperphysics luz y visión; Olmo M.; Pág. 2

1.3.3. Polariscopio

Para el desarrollo del presente trabajo se considera un polariscopio lineal o plano, el cual está compuesto por la fuente de luz no polarizada, un primer filtro de polarización vertical que hace incidir la luz polarizada sobre las probetas que están siendo analizadas, y un segundo filtro conocido como analizador, esta disposición de elementos se muestra en la figura 1.10.

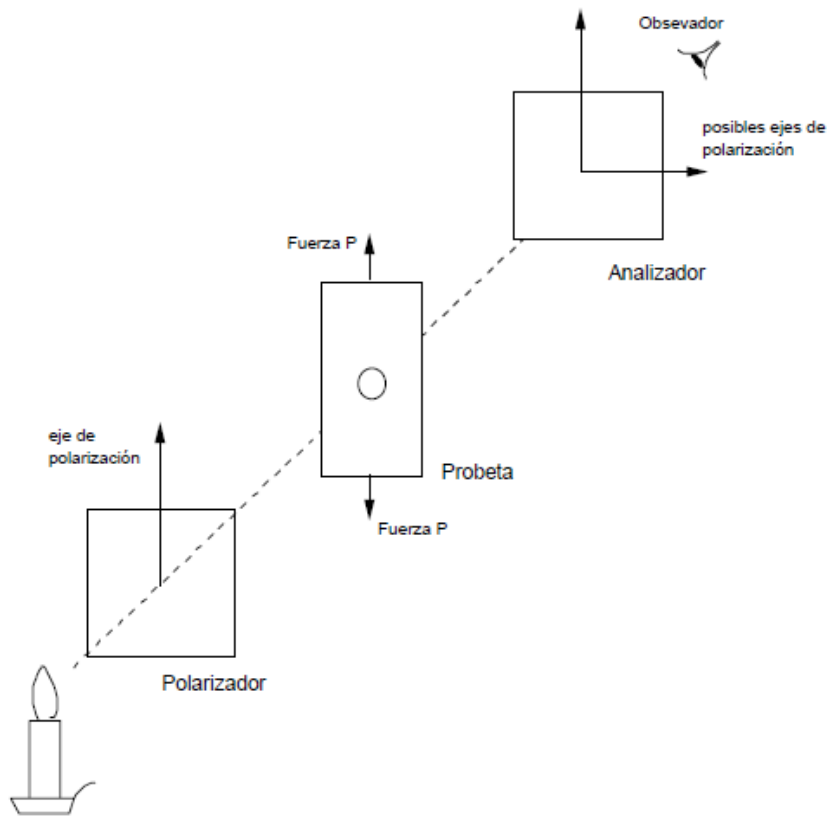


Figura 1.10. Disposición de los elementos en un polariscopio plano.

Fuente: Propia.

Es evidente que la luz atravesará por el primer filtro, la probeta y por el analizador en éste orden, por ésta razón para el presente trabajo se emplea un polariscopio denominado de transmisión.

En la práctica será de gran importancia controlar la aplicación de los esfuerzos sobre las probetas, por lo cual en secciones posteriores se muestra el diseño del mecanismo para la aplicación de las cargas, es importante además considerar el tipo, la magnitud y la dirección de la carga aplicada sobre las probetas ya que dichos valores se consideran en el análisis por elementos finitos.

1.4. Esfuerzos mecánicos

Se denomina esfuerzo a la fuerza aplicada sobre un material por unidad de área, o a la intensidad de las fuerzas distribuidas a través de una sección dada. [12]

La concepción de esfuerzo y resistencia mecánica brinda una idea de la capacidad que posee un cuerpo de soportar una carga con seguridad, es decir, sin que se produzcan deformaciones permanentes en el material para el caso de materiales dúctiles como el acero o se produzca una rotura súbita en materiales frágiles como la fundición de hierro.

Dentro del análisis de elementos estructurales y de máquinas se pueden distinguir diferentes tipos de esfuerzos que puede soportar un material, dependiendo del tipo de aplicación de la carga, a continuación se presenta una compilación de esta clasificación de esfuerzos.

1.4.1. Esfuerzo normal

Este tipo de esfuerzo se da bajo la acción de cargas axiales de tensión o compresión sobre un material, y se determina por el cociente entre la fuerza aplicada y el área transversal del elemento.

Conociendo el módulo de elasticidad del material como una propiedad mecánica denotada por la letra E, se puede establecer el esfuerzo normal en función de dicho módulo y la deformación que la carga axial ϵ produce sobre el elemento, mediante la ley de Hooke.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \epsilon E \quad [1.7]$$

Este comportamiento se describe gráficamente en la figura 1.11, tanto para cargas de tensión (izquierda), como de compresión (derecha).

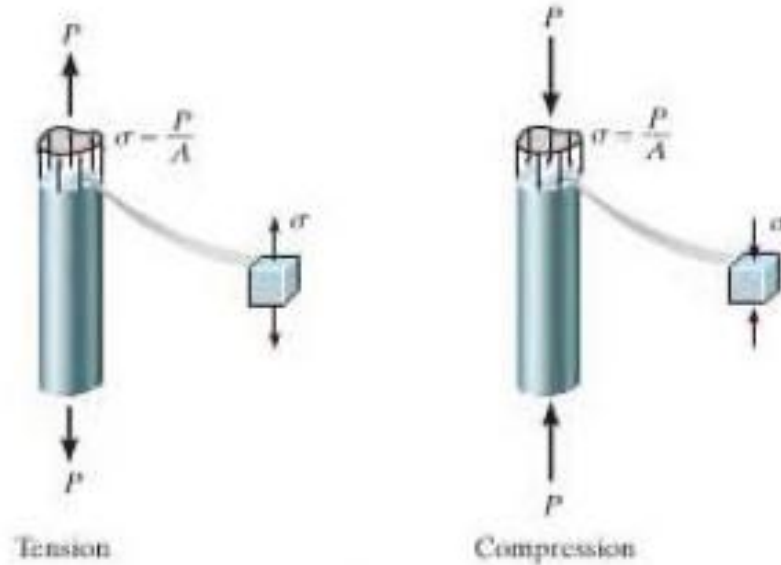


Figura 1.11. Esfuerzo normal.

Fuente: Mecánica de materiales; Gere J.; México (2003); Pág. 4.

1.4.2. Esfuerzo cortante

Al aplicar fuerzas transversales sobre un elemento, se desarrollan esfuerzos internos en el plano de la sección, dichos esfuerzos se conocen como cortantes que resultan del cociente entre la fuerza y el área transversal dicha sección transversal, es importante mencionar que la acción de estos esfuerzos es menor que los esfuerzos normales.

Al igual que para esfuerzos normales, en el caso de cargas de corte se menciona el módulo de rigidez del elemento denotado por la letra G, y la deformación angular que produce la aplicación de las cargas transversales.

$$\tau_{prom} = \frac{P}{A} = \gamma G \quad [1.8]$$

El comportamiento de un elemento sometido a cargas de corte se muestra en la figura 1.12, la cual muestra la aplicación de la carga (izquierda) y la deformación producida por dicha carga (derecha).

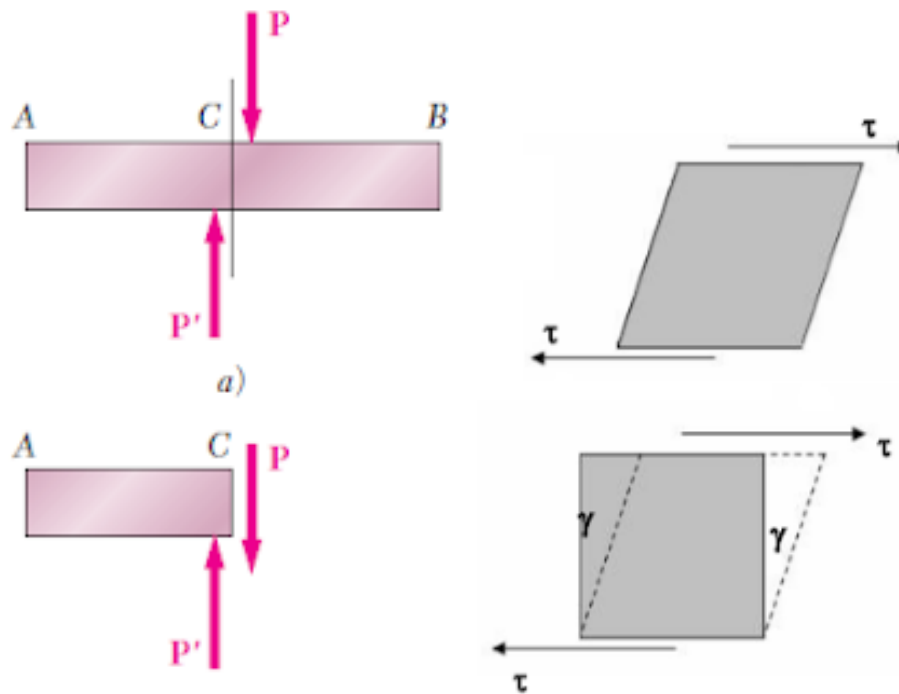


Figura 1.12. Esfuerzo cortante.

Fuente: Mecánica de Materiales; Beer F., Johnston E., Dewolf J.: (2004) México DF.; Pág. 5

1.4.3. Concentrador de tensión geométrico k_t

Cuando un elemento mecánico presenta una discontinuidad como un agujero o un cambio repentino en su sección transversal, el campo de esfuerzos aledaños a la discontinuidad se ve severamente modificado lo que produce que los esfuerzos crezcan de manera desmesurada lo que a su vez produciría que el elemento falle en dicha zona.

En la práctica lo que se observa es que dos líneas paralelas sobre la superficie de un elemento sometido a tensión simple sin ningún tipo de discontinuidad geométrica tienden a seguir siendo paralelas a pesar que sobre dicho cuerpo actúe una fuerza de tensión, tal como se muestra en la figura 1.13.

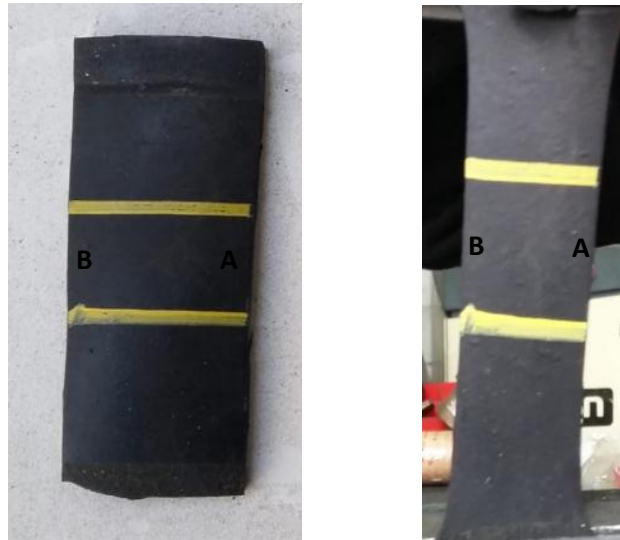


Figura 1.13. Líneas paralelas sobre un elemento sin discontinuidades geométricas a tensión sin carga (izq.) y tensionado (der.)

Fuente: Propia.

Podemos entonces referirnos a dos puntos A y B ubicados en los extremos libres de dichas rectas paralelas de la figura 1.13, en dichos puntos se puede observar que la deformación resulta:

$$\delta_A = l_{fA} - l_{oA} \quad \wedge \quad \delta_B = l_{fB} - l_{oB} \quad [1.9]$$

A su vez se conoce que:

$$\epsilon = \frac{\delta}{l} \quad [1.10]$$

Además como se observa en la figura 1.13 en la parte derecha las deformaciones δ_A y δ_B son iguales, lo que a su vez según la expresión 10, las deformaciones unitarias ϵ_A y ϵ_B también son iguales.

Si a más de esto nos referimos a la ley de Hooke según la ecuación 1.7, resulta que por ser el mismo material, los módulos de elasticidad E_A y E_B también son iguales por consiguiente los esfuerzos en estos puntos σ_A y σ_B también resultan iguales lo que a su vez desemboca en una distribución de esfuerzo según muestra la figura 1.14.

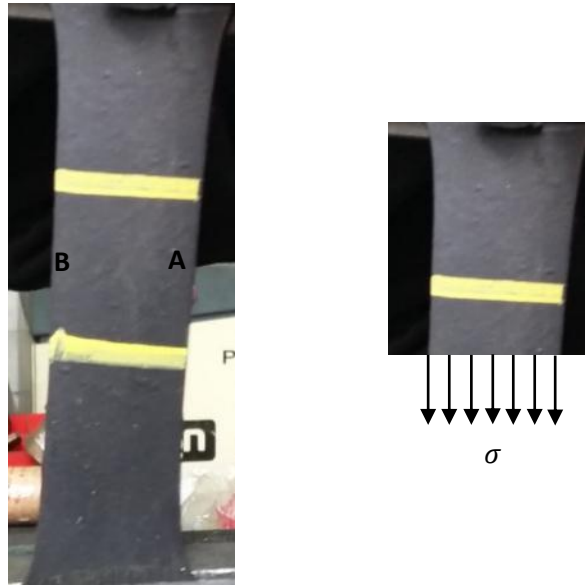


Figura 1.14. Distribución de esfuerzo a través de un elemento sin discontinuidades geométricas.

Fuente: Propia.

Se define entonces el factor de concentración de esfuerzo k_t como la relación entre las deformaciones de dos puntos a lo largo de las rectas paralelas de la figura 1.13.

$$k_t = \frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{\epsilon_A}{\epsilon_B} \quad [1.11]$$

La ecuación 1.11 muestra lo que el observador del fenómeno percibe con sus sentidos, mientras que la ecuación 1.12 establece lo que se intuye a partir del comportamiento de la probeta sometida a tensión.

$$k_t = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} \quad [1.12]$$

En cualquiera de los dos casos resulta que el cociente es igual a la unidad, por lo que se establece que en un cuerpo sin alteraciones en su geometría, es decir sin concentradores de tensiones geométricos, describe un campo de esfuerzo según la figura 1.14.

Por otro lado si a la misma probeta de la figura 1.13 se le practica una pequeña abertura lateral en cualquiera de los puntos A o B, con el fin de simular una discontinuidad geométrica y posteriormente someterle a una carga de tensión, las rectas que al inicio se muestran paralelas

tienden a separarse más cuanto más cerca están de la discontinuidad, como muestra la figura 1.15.

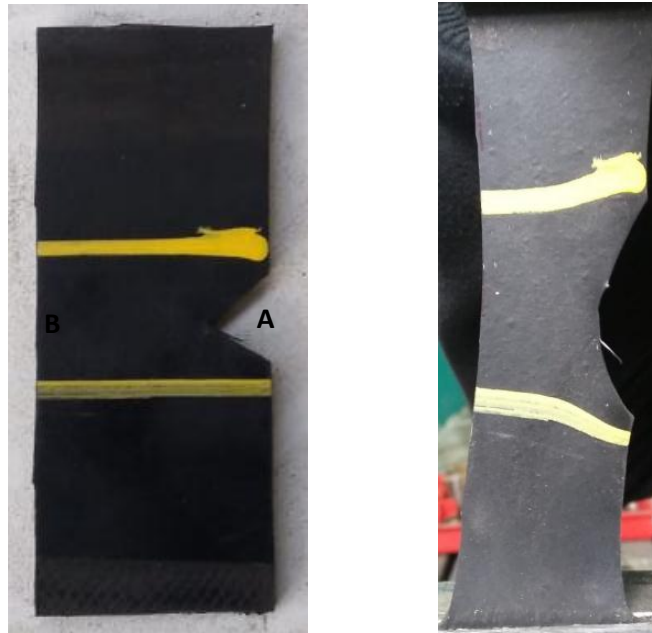


Figura 1.15. Líneas paralelas sobre un elemento con discontinuidades geométricas a tensión: sin carga (izq.) y tensionado (der.)

Fuente: Propia.

Es evidente que en este caso las deformaciones tanto en A como en B ya no son iguales, lo cual provoca que las deformaciones unitarias tampoco sean iguales, de manera análoga al caso anterior al aplicar la ley de Hooke se determina que los esfuerzos tampoco son iguales en los puntos A y B, por lo cual en este caso existe un factor de concentración de tensiones mayor a la unidad y expresado de acuerdo a la siguiente expresión.

$$\delta_A = l_{f_A} - l_{o_A} > \delta_B = l_{f_B} - l_{o_B} \quad [1.13]$$

$$\epsilon_A = \frac{\delta_A}{l_{o_A}} > \epsilon_B = \frac{\delta_B}{l_{o_B}} \quad [1.14]$$

$$\sigma_A = \epsilon_A E > \sigma_B = \epsilon_B E \quad [1.15]$$

Al hacer la analogía con las ecuaciones 11 y 12, se tiene que:

$$k_t = \frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{\epsilon_A}{\epsilon_B} > 1 \quad [1.16]$$

De manera similar resulta al aplicar la ley de Hooke.

$$k_t = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} > 1 \quad [1.17]$$

Analizando las expresiones 1.13, 1.14 y 1.15, se puede deducir que la distribución de esfuerzos a lo largo de la sección transversal comprendida entre A y B resulta como se muestra en la figura 1.16.

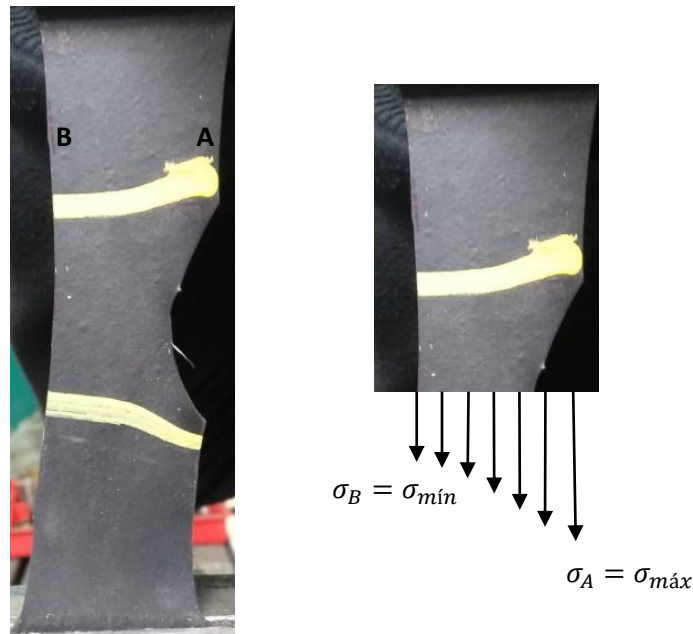


Figura 1.16. Distribución de esfuerzo a través de un elemento con discontinuidades geométricas.

Fuente: Propia.

En este caso la labor del ingeniero radica en que tal distribución de esfuerzo mostrada en la figura 1.16 se asemeje a la mostrada en la figura 1.14 para que el esfuerzo sea distribuido por igual en todos los puntos a lo largo de la sección transversal de manera que se disminuya la posibilidad de generar singularidades mecánicas que desemboquen en una falla del material.

Si bien muchos de los elementos estructurales y de máquinas poseen geometrías complejas para su normal funcionamiento, la labor del ingeniero se reduce entonces a atenuar esos cambios bruscos de geometría mediante técnicas asequibles tanto en costo como en tecnología.

Uno de dichos métodos se muestra en la figura 1.17, en la cual se observa que la discontinuidad mostrada en la figura 1.15 ha sido atenuada mediante radios que suavicen dicha geometría, lo cual si bien no elimina el efecto del concentrador de tensiones k_t , lo disminuye haciendo que la distribución de esfuerzos se asemeje a la de la figura 1.14, este efecto se observa y deduce a partir de la tendencia de las líneas al paralelismo.

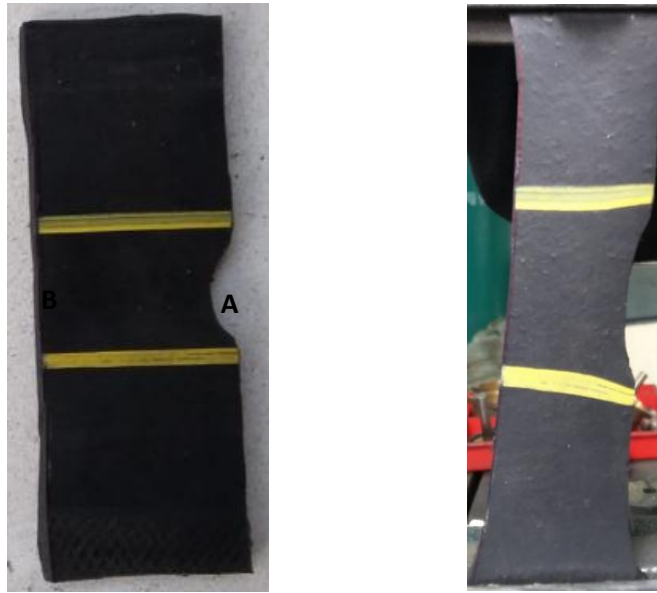


Figura 1.17. Líneas paralelas sobre un elemento con discontinuidades geométricas atenuadas a tensión: sin carga (izq.) y tensionado (der.)

Fuente: Propia.

A manera de ejemplo se establece a continuación el comportamiento de una probeta con agujero central.

De acuerdo a la ecuación 12, y considerando que en el punto A exista un concentrador de tensiones y en el punto B la probeta muestre un comportamiento normal cuando es sometido a tensión, se establece entonces que el esfuerzo máximo referido al punto A puede estimarse a partir del esfuerzo normal en el punto B y el factor de concentrador de tensiones que ha sido tabulado para geometrías comunes como el expuesto en la figura 1.18.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = k_t * \sigma_{norm} \quad [1.18]$$

En este caso se establece el factor de concentración de esfuerzos mediante la siguiente gráfica para una probeta con agujero central dimensionalmente uniforme.

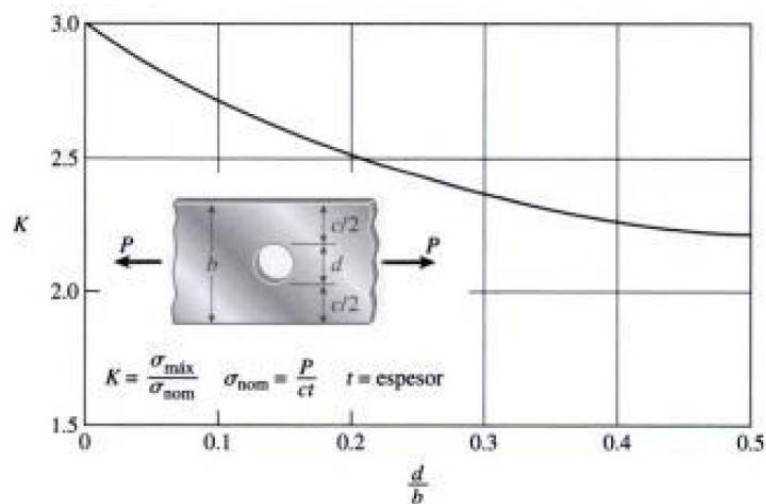


Figura 1.18. Factor de concentrador de tensiones k_t para una probeta con agujero central.

Fuente: James M. Gere. (2002). Mecánica de materiales. España: Thomson. Pág. 140-141

En la figura 1.19 se muestran la distribución de los esfuerzos a lo largo de la sección transversal que atraviesa el concentrador de tensiones, es evidente que el esfuerzo crece desmesuradamente conforme se acerca a la zona del concentrador debido al efecto mostrado en la figura 1.15.

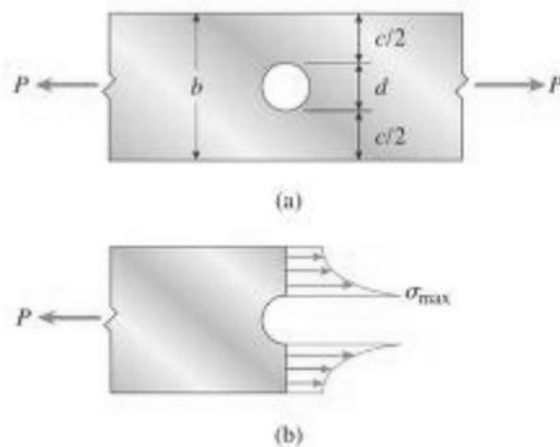


Figura 1.19. Distribución de esfuerzos cerca de un agujero circular en una placa plana bajo carga axial.

Fuente: Mecánica de Materiales; Gere J., Goodno J.; México (2009); Pág. 20.

Una aplicación práctica del uso de la figura 1.18 se muestra en la sección 3.1., del presente trabajo.

1.4.4. Torsión

El estado mecánico de un cuerpo sometido a torsión se refiere a la aplicación de momentos aplicados sobre su geometría en sentidos opuestos, los cuales hacen que las fibras internas del material se deformen angularmente.

Estos elementos son de uso común en la ingeniería ya que su aplicación se puede observar desde la manipulación de un destornillador, los ejes de transmisión, e incluso las herramientas como brocas presentan fallos por este tipo de cargas.

$$\tau = \frac{T\rho}{J} \quad [1.19]$$

En dónde ρ representa la distancia desde el centro hasta el punto de análisis y J el momento polar de inercia de la sección.

En la figura 1.20 se observa el comportamiento de un eje sometido a cargas de torsión, se puede observar además en la parte inferior de la figura la deformación producida por la aplicación de dicha carga.

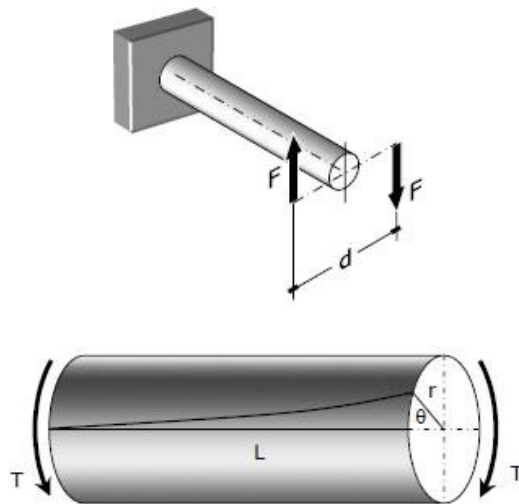


Figura 1.20. Eje sometido a torsión.

Fuente: Beer F., Johnston E., Dewolf J.: (2004). Mecánica de Materiales. México DF.;

Pág. 138

1.4.5. Flexión

Un elemento mecánico sometido a cargas de flexión se conoce como viga, y se dice que está soportando un par de momentos en un mismo plano longitudinal, dicha carga hace que las fibras del material se deformen generando esfuerzos de flexión.

Estos elementos son de gran importancia dentro del campo de las estructuras, ya que la mayoría de los elementos estructurales soportan este tipo de cargas, ya sea por su propio peso o por la acción de cargas externas, un claro ejemplo es una viga apoyada en sus extremos como la de la figura 1.21.

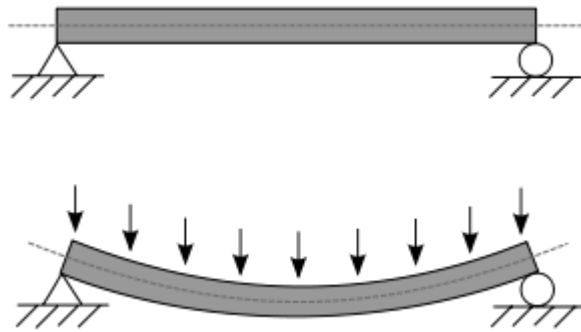


Figura 1.21. Flexión en una viga.

Fuente: Mecánica de materiales; Gere J.; México (2003); Pág. 335.

Para cuantificar la magnitud de los esfuerzos de flexión es importante definir ciertos parámetros:

- Eje neutro: es una superficie a lo largo de la curva de una viga sometida a flexión la cual divide a la sección transversal en dos partes, la una que está sometida a compresión, y la otra a tensión.
- Momento de inercia (I): es una propiedad física de los cuerpos de oponerse al movimiento, en este caso a la rotación que sufre la cantidad de masa que está alejada del eje neutro.
- Momento flector (M): es una cantidad física externa resultante de la aplicación de una fuerza transversal a la sección de la viga, es decir perpendicular al eje longitudinal sobre el que se desarrolla la flexión.

Un elemento sometido a flexión presenta esfuerzos de compresión en un lado del eje neutro y tensión del otro lado, si llamamos c a la distancia desde el eje neutro hacia el punto de estudio sobre la sección transversal de la viga, el esfuerzo al que está sometida dicha porción de material se puede cuantificar mediante la siguiente ecuación.

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad [1.20]$$

Esquemáticamente si se extrae un elemento diferencial de la viga de la figura 1.21 se puede observar que dicha sección se comporta según indica la figura 1.22.

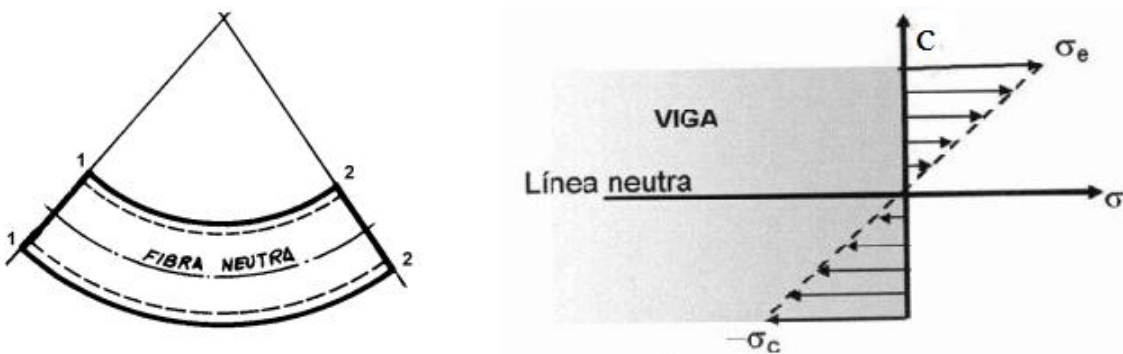


Figura 1.22. Deformación en una viga.

Fuente: Propia.

1.4.6. Estado de esfuerzos en una dirección conocida.

En el campo del diseño de elementos mecánicos resulta muy idealizada la idea de que un cuerpo esté actuando bajo la acción de una sola carga, ya que por lo general la mayoría o más bien dicho todos los elementos de máquinas o estructurales presentan un estado combinado de esfuerzos, razón por la cual es importante reducir dicho estado a uno más simple.

A continuación en la figura 1.23 se presenta un elemento diferencial en un estado de cargas combinadas, el cual mediante algoritmos matemáticos se reduce a un estado uniaxial de esfuerzo.

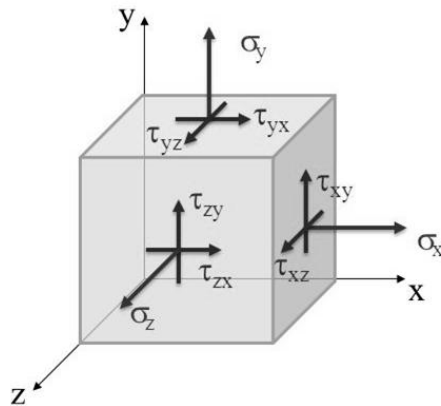


Figura 1.23. Estado de esfuerzos en una dirección determinada.

Fuente: Mecánica de materiales; Gere J.; México (2003); Pág. 467.

Es evidente que la figura 1.23 izquierda muestra la combinación de todas las cargas mecánicas mencionadas anteriormente, pero resulta de muy alta complejidad para el calculista o diseñador analizar todas y cada una de las acciones de dichos esfuerzos y más aún la influencia e interacción de dichas cargas, razón por la cual se establece un estado de esfuerzos más simple mediante la técnica conocida como el círculo de Morh.

1.4.7. Estado de esfuerzos principales.

Mediante el empleo del círculo de Mohr mostrado en la figura 1.24, el cual basa su cálculo en principios geométricos para obtener esfuerzos principales ($\sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2$) a partir de esfuerzos normales ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) y tangenciales ($\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$).

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad [1.21]$$

$$\tau_{1,2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad [1.22]$$

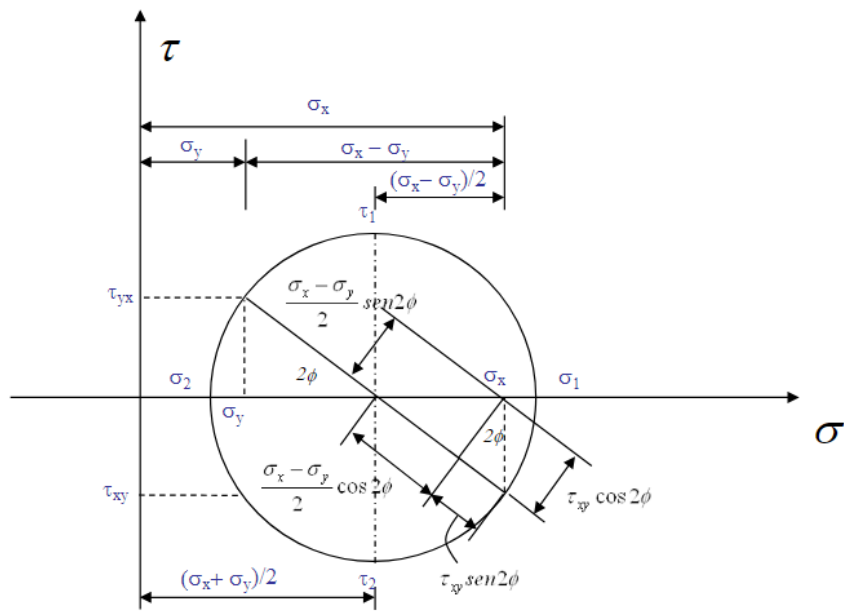


Figura 1.24. Círculo de Mohr.

Fuente: Mecánica de materiales; Gere J.; México (2003); Pág. 485.

El estado de esfuerzos principales se determina entonces de acuerdo a la figura 1.25, cabe mencionar que los esfuerzos principales serán de gran importancia dentro del presente trabajo, ya que la técnica fotoelástica implica la aproximación a dichos esfuerzos.

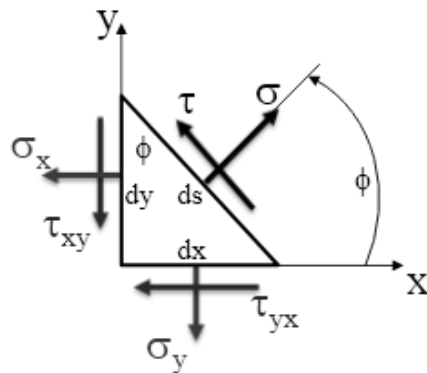


Figura 1.25. Estado de esfuerzos principales.

Fuente: Propia.

1.4.8. Estado de esfuerzo ideal equivalente σ'

Utilizando las diferentes teorías de falla el base al comportamiento de los diversos materiales se puede determinar otro estado de esfuerzos denominado ideal equivalente ya que su aplicación es tan simple que se deduce a la ecuación básica de diseño, la misma que establece que la resistencia de un elemento debe ser mayor a la carga equivalente actuante sobre dicho elemento para asegurar que no se genere la falla, sea esta fluencia en materiales dúctiles o rotura en materiales frágiles.

Así por ejemplo, el estado de esfuerzos mostrado en la figura 1.23, que posteriormente se reduce al estado de esfuerzos principales de la figura 1.25 mediante la aplicación el círculo de Morh, ahora se reduce a un estado más simple y elemental, mediante la aplicación de la teoría de Von Misses empleada en para elementos dúctiles como los empleados en el presente trabajo, la ecuación 1.23 muestra la transformación de dicho estado en dos dimensiones.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \quad [1.23]$$

Esquemáticamente la figura 1.26 muestra dicho estado de esfuerzos equivalentes.



Figura 1.26. Estado de esfuerzo ideal equivalente.

Fuente: Propia.

El proceso de diseño se reduce entonces a la siguiente ecuación.

$$\eta = \frac{S_y}{\sigma'} \quad [1.24]$$

En dónde:

- η Se refiere al factor de diseño, idealmente mayor a la unidad.
- S_y Se refiere a la resistencia a la fluencia en el caso de materiales dúctiles.

- σ' Se refiere al esfuerzo ideal equivalente determinado a partir de las cargas actuantes en el elemento.

A continuación se establece el algoritmo para poder vincular el estado mecánico de las probetas con las propiedades de birrefringencia de las mismas.

1.4.9. Ley óptica de los esfuerzos

En 1852 Maxwell estableció la relación entre los índices de refracción y el retardo relativo de un elemento birrefringente sometido a tensión plana en el cual se pueden determinar las tensiones principales a través de la ecuación 1.21, se observó además que cuando un elemento birrefringente es cargado, éste presenta propiedades de doble refracción y las direcciones de los ejes de polarización de los rayos de luz refractados coinciden con las direcciones de los esfuerzos principales a los que está sometido el elemento.

Bajo esta hipótesis se determinó que los retardos relativos de los rayos refractados se relacionan con los índices de refracción de los medios y las tensiones principales, mediante las ecuaciones 1.25 y 1.26, esquemáticamente se observa este comportamiento en la figura 5.

$$n_1 - n = C_1\sigma_1 - C_2\sigma_2 \quad [1.25]$$

$$n_2 - n = C_1\sigma_2 - C_2\sigma_1 \quad [1.26]$$

Los coeficientes C_i representan los denominados coeficientes tenso-ópticos, los valores de n_i representan los valores de los índices de refracción asociados con las direcciones principales.

Al restar las ecuaciones 1.25 y 1.26 se obtiene la expresión:

$$n_2 - n_1 = (C_1 + C_2) (\sigma_2 - \sigma_1) \quad [1.27]$$

Reemplazando la ecuación 1.27 en la ecuación 1.6 se obtiene:

$$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_1 - n_2) = \frac{2\pi h}{\lambda} (C_1 + C_2) (\sigma_2 - \sigma_1) \quad [1.28]$$

Como los valores de C_1 y C_2 son constantes, su suma se puede reemplazar con una constante C asociada al material y a la longitud de onda incidente.

$$\delta = \frac{2\pi hC}{\lambda} (\sigma_2 - \sigma_1) \quad [1.29]$$

Para efectos prácticos se han incorporado los valores de dos constantes N y F (orden de franja y valor de franja del material respectivamente), determinados por las ecuaciones 1.30 y 1.31.

$$N = \frac{\delta}{2\pi} \quad [1.30]$$

$$F = \frac{\lambda}{C} \left[\frac{\text{Newton}}{\text{mm}} \right] \quad [1.31]$$

Reemplazando las ecuaciones 1.30 y 1.31 en la ecuación 1.29 y despejando la diferencia de esfuerzos principales se obtiene:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} \quad [1.32]$$

Esta ecuación constituye la ecuación fundamental de la fotoelasticidad ya que relaciona el campo de esfuerzos principales con el orden de franja de la luz observada a través del analizador (figura 1.10).

A continuación en la tabla 1.2, se muestra el número de orden N asociado a las diferentes tonalidades que presenta la probeta birrefringente al ser sometido a una carga de tensión creciente.

Tabla 1.2. Número de orden.

COLOR	No. DE ORDEN
Negro	0,00
Gris	0,28
Blanco	0,45
Amarillo pálido	0,60
Naranja	0,80
Rojo apagado	0,90
Morado (color de paso)	1,00
Azul profundo	1,08
Verde-azul	1,22
Verde-amarillo	1,39

Naranja	1,63
Rojo rosa	1,82
Morado (color de paso)	2,00
Verde	2,35
Verde-amarillo	2,50
Rojo	2,65
Rojo/verde (transición)	3,00
Verde	3,10
Rosa	3,65
Rosa/verde (transición)	4,00
Verde	4,15

Fuente: ASTM D4093: Standard Test Method for Photoelastic Measurements of Birefringence and Residual Strains in Transparent or Translucent Plastic Materials: (2001)

Pág. 09

En la práctica, al momento de aplicar la carga sobre los materiales y observar su comportamiento a través del polariscopio se puede observar la formación de diferentes patrones u ordenamiento de los colores dependiendo de la intensidad de la aplicación de la carga, a estos ordenamientos se les ha denominado franjas y se pueden distinguir de dos tipos: isóclinas e isocromáticas.

1.5. Franjas Isóclinas

Este tipo de ordenamiento de la luz tiene que ver con la dirección de los esfuerzos principales, ya que se presentan como áreas oscuras en los sitios donde el esfuerzo principal es paralelo al plano de polarización.

Al rotar tanto el polarizador como el analizador sobre un mismo eje estas áreas se irán definiendo de tal manera que se pueda localizar la dirección de acción de los esfuerzos principales en el material, en el caso de mantener fija la orientación tanto del polarizador como del analizador, estas áreas cambiarán de acuerdo a la intensidad de la carga aplicada.

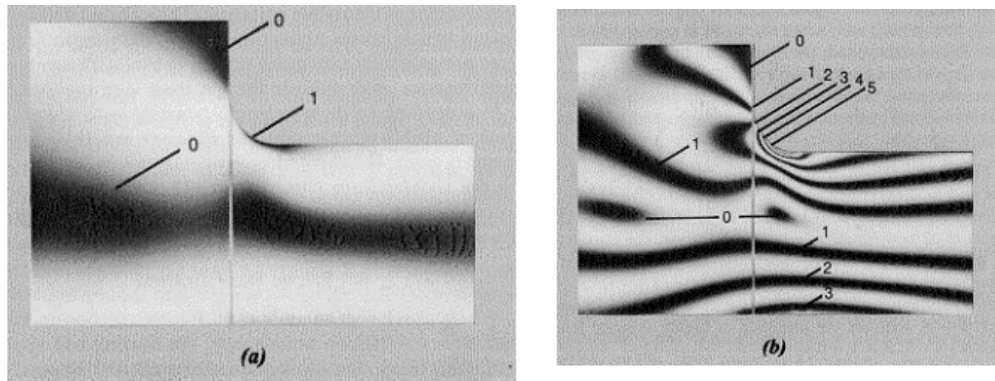


Figura 1.27. Franjas isóclinas generadas en un elemento a tensión pura. (a) Carga baja, (b) Carga elevada

Fuente: <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-mecanica/calculo-de-maquinas/material-de-clase-1/12Tema12.pdf>. Pág. 6

El efecto mostrado en la figura 1.27 es producido por la interacción constructiva y/o destructiva entre los rayos de luz que experimentan el retardo relativo, las zonas oscuras se producen cuando los haces de luz están desfasados 180° , lo cual provoca su extinción, si por el contrario los rayos de luz se encuentran perfectamente en fase, estos se combinarán para formar zonas de alta luminosidad.

1.6. Franjas Isocromáticas

Al observar a través del polariscopio a un elemento cargado expuesto a una fuente de luz de naturaleza diferente a la que genera las franjas isóclinas, se puede ver sobre éstas franjas adyacentes y sucesivas de diferente color, en las cuales cada franja representa un grado diferente de doble refracción (birrefringencia), un orden de franja y por consiguiente un grado diferente de deformación, lo cual indica que en éstas franjas se pueden determinar las zonas en las cuales se concentran los esfuerzos principales

Este tipo de franjas isocromáticas brindan una idea de la magnitud del esfuerzo que soporta el material, y es así que mientras más elevado sea el esfuerzo el valor del orden de franja y por consiguiente la tonalidad variará según el espectro visible mostrado en la figura 1.28.

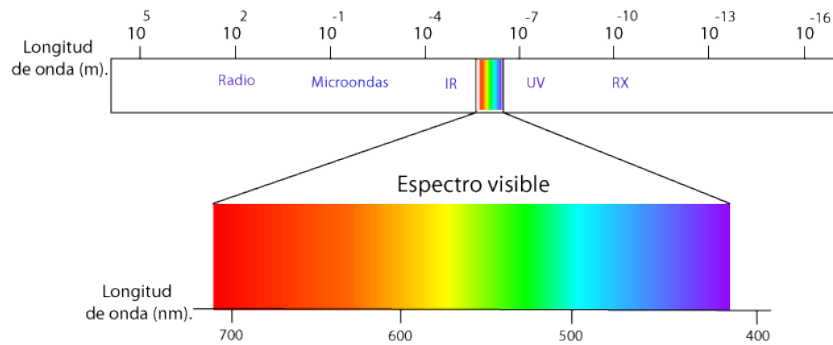


Figura 1.28. Decremento de la longitud de onda en el espectro visible.

Fuente: Espectro electromagnético y espectro radioeléctrico; Luque J.; España (2000); Pág. 26.

Cuando una franja isocromática completa su ciclo, la tonalidad se vuelve cada vez más opaca debido a las extinciones simultáneas de las ondas de luz.

Cada color está asociado además a un orden de franja que a su vez tiene que ver con la secuencia de coloración según la tabla 1.1.

A continuación en la figura 1.29 se muestran las franjas isocromáticas a consecuencia de la deformación producida por la inserción de un elemento roscado en una matriz de material birrefringente, en dicha figura es evidente la delimitación de las diferentes zonas según la tonalidad, y según lo expuesto en apartados anteriores se puede intuir que en cada zona está actuando un nivel de esfuerzo diferente.

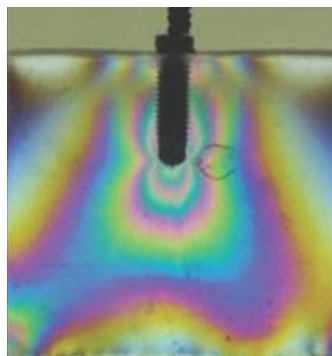


Figura 1.29. Franjas isocromáticas en un material birrefringente.

Fuente: Análisis fotoelástico descriptivo de dos diferentes diseños de implantes endoóseos sometidos a carga de compresión vertical; Jaimes M., Duque N., Olate S., Mazzonetto R., Albergaria J.: Brasil (2009)

1.7. Materiales Birrefringentes

Los materiales empleados para estudiar el fenómeno de la fotoelasticidad deben tener la propiedad de polarizar la luz cuando son sometidos a cargas externas y transmitirla a planos en donde se orienten los esfuerzos principales, esta propiedad se denomina sensibilidad óptica o birrefringencia.

Una característica importante que deben cumplir los materiales que se empleen en esta práctica es la de no exhibir comportamiento viscoelástico, es decir, que su comportamiento debe aproximarse a la ley de Hooke, junto con esto debe cumplirse que los métodos de fabricación no deben suponer la aparición de esfuerzos residuales por efectos de maquinado o conformado ya que este efecto repercutiría en la formación de las franjas isocromáticas.

La mayor parte de los materiales utilizados para la fotoelasticidad son hechos en base a policarbonatos o resinas epóxicas, los primeros exhiben poca dureza y se deforman antes de fracturarse, sin embargo presentan alta sensibilidad a los esfuerzos aunque la mayor desventaja que presentan es la de ser difícilmente maquinables ya que se deforman ante el calor generado por procesos de conformado o arranque de viruta.

Las resinas epóxicas por su lado presentan un comportamiento frágil, y en algunos casos presentan tonalidad ámbar al momento de ser fabricadas, lo cual es un gran inconveniente en la identificación y delimitación de las franjas isocromáticas.

1.8. Inconvenientes en el uso de la técnica fotoelástica

Uno de los mayores inconvenientes que se presentan al momento de interpretar la información obtenida de las practica de fotoelasticidad a través de imágenes es la de mostrar un contraste bajo en las zonas de cambio de coloración (pérdida de resolución) [14], lo cual involucra la aparición de una cierta desviación.

Este efecto adverso constituye un gran inconveniente, ya que en dichas zonas en donde existe una pérdida de resolución pueden presentarse los esfuerzos de falla, ya que en estos espacios se presentan tonalidades de transición como el color violeta.

Trabajos realizados por la Universidad Nacional de Colombia [14], presentan una solución ante esta problemática, dejando además el campo abierto a la investigación en cuanto a la resolución de imágenes.

Además otros trabajos presentados por Juan Briñez en el año 2017, [15] muestran que el efecto de pérdida de resolución en las zonas de cambio de tonalidad se deben al incremento de la carga, ya que grandes campos de esfuerzos implican grandes concentraciones de franjas isocromáticas difíciles de delimitar, en el trabajo presentado para la Universidad de Colombia se expone una metodología para la corrección de estas zonas de altas concentraciones de franjas isocromáticas denominado filtrado frecuencial.

1.9. Consideraciones de diseño del equipo a utilizarse.

Como se mencionó en la figura 1.10, los principales elementos del equipo son:

- Fuente de luz.
- Polarizador.
- Mecanismo de aplicación de carga.
- Analizador.
- Punto de observación.

Cada uno de los elementos mencionados cumple una función importante al momento de la realización de las pruebas experimentales, por esta razón es importante diseñar y dimensionar dichos elementos para que cumplan con los requerimientos de la práctica.

En el campo del diseño de elementos mecánicos se pueden analizar los estados de carga correspondientes a la sección 2.7 del presente trabajo, en base a los cuales se establecen los siguientes criterios para el diseño de los elementos del equipo de fotoelasticidad.

En el caso tanto del polarizador como del analizador se puede mencionar que no soportan esfuerzos considerables, razón por la cual el único parámetro a diseñar es el espesor de pared, para ello se utiliza la siguiente expresión tomada de las tablas y ábacos para el cálculo de resistencia de materiales.

$$h_{min} = a\varphi \sqrt{\frac{p}{\sigma_{adm}}} \quad [1.33]$$

En dónde:

- h_{min} Es el espesor mínimo de la placa.
- a Longitud menor de la placa.
- φ Es un coeficiente numérico obtenido de la figura 1.30.
- p Es la carga aplicada sobre la pared.
- σ_{adm} Es el esfuerzo admisible del material.

La ecuación 33 corresponde a un caso de una pared con empotramiento en una de sus caras, por lo cual se toma el gráfico de la figura 1.30 para la obtención del coeficiente φ .

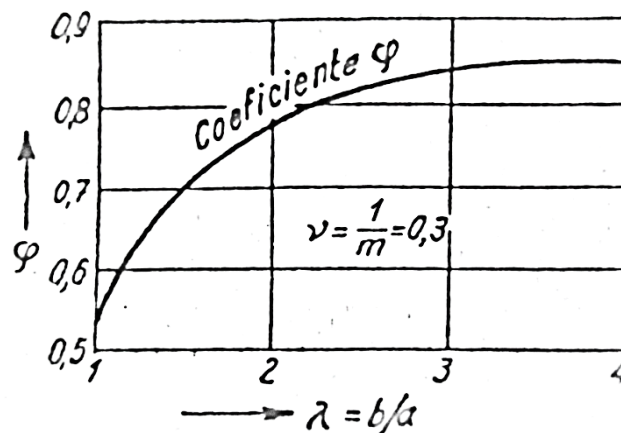


Figura 1.30. Coeficiente numérico para el cálculo del espesor de placa.

Fuente: Tablas y ábacos para el cálculo de resistencia de materiales; Fopfl L. Sonntag G.;

España (2000); Pág. 75.

Para el mecanismo de aplicación de carga es importante reconocer como sus principales elementos:

- Vigas
- Columnas
- Pernos

En esta sección se muestran las principales consideraciones de diseño de dichas partes del mecanismo de aplicación de carga.

En primer lugar es importante considerar la concepción de mecanismo como un conjunto de elementos los cuales bajo la acción de energía mecánica cumplen una función, bajo esta concepción y refiriéndose al presente trabajo se puede mencionar que la energía mecánica será suministrada por el operario de forma manual y la función que ejecuta el mecanismo es la de aplicar carga sobre una probeta de material birrefringente.

Es importante determinar el número de grados de libertad del mecanismo planar, para lo cual se emplea el criterio de Grübler – Kutzbach mostrado en la ecuación 1.34.

$$m = 3(n - 1) - 2j_1 - j_2 \quad [1.34]$$

En dónde:

- m Representa la movilidad del mecanismo
- n Es el número de eslabones del mecanismo.
- j_1 Es el número de pares cinemáticos de un grado de libertad.
- j_2 Es el número de pares cinemáticos de dos grados de libertad.

La ecuación 1.34 permitirá determinar los grados de libertad de mecanismo, es decir los posibles movimientos que se pueden realizar en el mecanismo, o lo que se traduce en los tipos de cargas que se pueden aplicar a las probetas dentro del mecanismo, ésta información se detallará en secciones posteriores.

Para el caso de las vigas y columnas es importante considerar los criterios de diseño planteados por la AISC la cual en uno de sus folletos correspondiente al año 2010 detalla a siguiente metodología para el diseño de estos elementos.

Considerando los criterios de diseño de una viga sometida a una carga uniformemente distribuida y apoyada simplemente en sus extremos se establece que el momento máximo que actúa sobre dicha viga se localiza en su centro geométrico y se puede cuantificar mediante la ecuación 1.35.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{wl^2}{8} \quad [1.35]$$

En donde:

- $M_{m\acute{a}x}$ Es el valor del momento máximo [N-m]
- w Es el valor de la carga distribuida [N/m]

- l Es la longitud de la viga simplemente apoyada [m]

A su vez el esfuerzo máximo que se ubica en la misma sección en donde se encuentra el momento máximo, puede cuantificarse mediante la expresión 1.36.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{S} \quad [1.36]$$

En donde:

- $\sigma_{m\acute{a}x}$ Es el valor del esfuerzo máximo actuante sobre una viga con carga uniformemente distribuida [Pa].
- $M_{m\acute{a}x}$ Es el valor del momento máximo [N-m]
- S Es el módulo de la sección [m^3]

Adicionalmente se establece la deflexión máxima en el mismo punto central de la viga y se cuantifica mediante la ecuación 1.37.

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{5wl^4}{384EI} \quad [1.37]$$

En dónde:

- E Es el módulo de elasticidad del material [Pa]
- I Es el momento de inercia de la sección [m^4]

Como es de conocimiento para cualquier diseñador, es importante asegurar que la resistencia del material sea mayor al esfuerzo producido por las cargas externas, o en simplicidad se puede mencionar que el factor de seguridad con el que deben trabajar los elementos mecánicos debe ser mayor a la unidad.

Para el caso de las columnas se considera el fallo mecánico cuando dicho elemento presenta pandeo flexional denominado también pandeo de Euler en honor a Leonhard Euler quien contribuyó en el estudio de dichas cargas.

Euler planteó una condición de carga crítica para determinar los diferentes modos de fallo o pandeo de los elementos a compresión, dicha carga crítica se muestra en la ecuación 1.38.

$$P_{cr} = \frac{n^2\pi^2EI}{L^2} \quad [1.38]$$

En dónde:

- n Representa los distintos modos de pandeo, y toma valores enteros positivos asociados a dichos modos, como se puede observar en la figura 1.31.
- E Es el módulo de elasticidad del material
- I Es el momento de inercia para el eje principal respecto al cual se presente al pandeo.
- L Es la longitud del elemento.

Al considerar la carga aplicada al elemento a compresión como P , es importante recalcar que:

Si $P < P_{cr}$ la columna se encuentra en equilibrio estable y en la posición que se muestra en la figura 1.31 (a).

Si $P = P_{cr}$ la columna se encuentra en equilibrio neutro o inestable en la misma posición de la figura 1.31 (a) o ligeramente inclinada.

Si $P > P_{cr}$ la columna se encuentra en equilibrio inestable y se pandeará de acuerdo a la figura 1.31 (b) ante la más mínima perturbación.

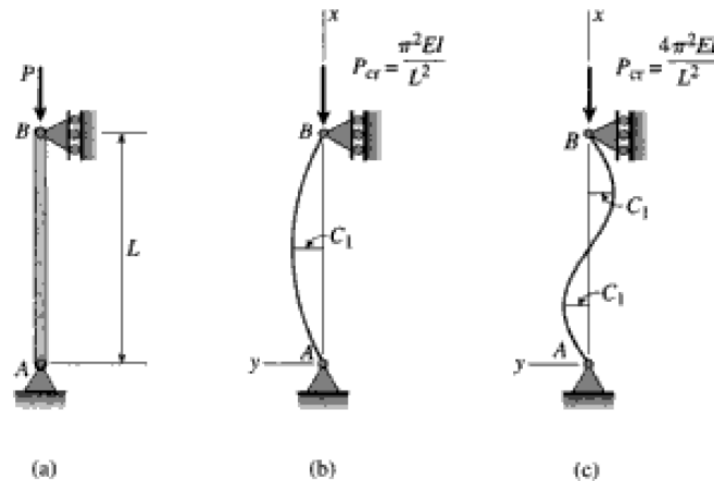


Figura 1.31. Formas pandeadas para una columna ideal de extremos pandeados: a) Sin carga; b) Primera forma modal de pandeo ($n=1$); c) Segunda forma modal de pandeo ($n=2$)

Fuente: Mecánica de Materiales; Gere J., Goodno J.; México (2009); Pág. 757.

Es importante además recalcar que como existe un número infinito de cargas críticas ya que n puede tomar infinitos valores, a menudo las cargas de modos superiores ($n > 1$) no tienen

interés práctico ya que la columna pandea ante la carga crítica mínima a menos que se coloquen soportes intermedios para evitar esta condición.

En esta concepción es importante determinar el esfuerzo crítico de pandeo mostrado en la ecuación 1.39 que soporta una columna para posteriormente poder establecer el factor de diseño mediante la ecuación 1.24.

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \quad [1.39]$$

En el caso de las columnas es importante además verificar una recomendación de parte de la AISC para asegurar que dicho elemento no falle, dicha condición hace referencia a la esbeltez definida en la ecuación 1.40.

$$\lambda = \frac{l}{r_{min}} \leq 200 \quad [1.40]$$

En donde:

- λ Es la esbeltez del elemento
- l Es la longitud del elemento
- r_{min} Es el radio de giro mínimo del elemento $r = \sqrt{I/A}$

El valor de r_{min} se obtiene de la sección primera del manual AISC-2010, y corresponde al mínimo valor entre r_{x-x} ; r_{y-y} y r_{z-z} , para la sección a analizar.

Adicionalmente la ecuación 1.38 se reduce a:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{r^2} \quad [1.41]$$

La expresión 1.40 se refiere a una recomendación sobre el fallo por pandeo en un elemento sometido a cargas de compresión.

Otro tipo de elementos a considerar en el mecanismo de aplicación de carga son los pernos, para los cuales se establecen las siguientes consideraciones de diseño.

En primer lugar se debe considerar que cualquier elemento de unión roscada está compuesto de dos partes, el primero que se encarga se sujetar las partes y el segundo en el cual se aplica la carga de apriete de ambos elementos, estos elementos son conocidos como perno y tuerca,

en ocasiones y si las solicitaciones mecánicas lo ameritan se emplea el uso de arandelas para diferentes motivos que van desde una mejor distribución de la carga en la zona de arrastre del perno hasta la dotación de una carga de aseguramiento, para el presente proyecto no se consideran estos últimos elementos.

El elemento, parte de la unión helicoidal, en donde se ejerce la fuerza externa se conoce como la tuerca y al momento de éste ser apretado (precarga) hace que el perno tome un comportamiento similar al de un resorte, es decir, estirándose.

Este comportamiento puede ser cuantificado mediante una constante de rigidez.

$$k = \frac{F}{\delta} \quad [1.42]$$

En un elemento roscado se considera esta constante de rigidez equivalente del perno corresponde a la de dos cuerpos en serie, una la de la parte roscada (l_t) y la otra de la parte sin rosca (l_d), como se muestra en la figura 1.32.

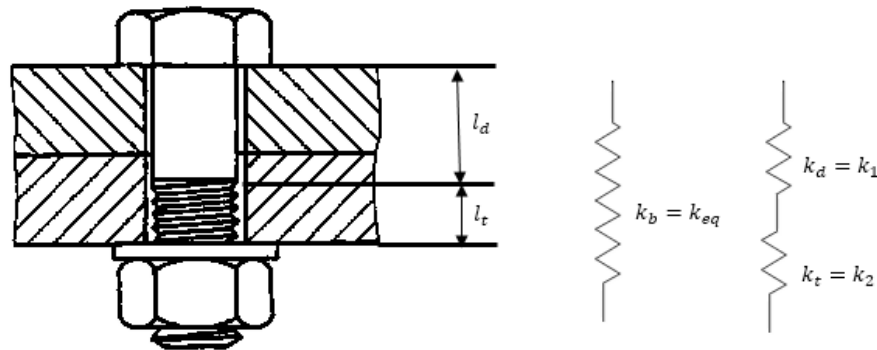


Figura 1.32. Comportamiento elástico de una unión roscada.

Fuente: Propia

$$k_1 = k_d = \frac{EA_d}{l_d} \quad [1.43]$$

$$k_2 = k_t = \frac{EA_t}{l_t} \quad [1.44]$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \quad [1.45]$$

En donde k_1 representa la parte del perno sometida a tensión y k_2 representa la parte del perno de mayor diámetro.

De la ley de Hooke y mediante el diagrama esfuerzo – deformación se establece que dichas constantes se pueden establecer como:

$$k = \frac{AE}{l} \quad [1.46]$$

En donde:

- A Es el área transversal del elemento
- E Es la constante de rigidez del elemento
- l Es la longitud del elemento

Así se puede establecer que la constante equivalente efectiva del perno denominada k_b se establece como sugiere la ecuación 1.45, para el caso particular del diseño de los pernos del presente trabajo, se considera que son elementos cortos en los cuales el área sin rosca es pequeña por lo que la constante de rigidez equivalente (k_b) se reduce a la ecuación 1.46.

De manera análoga se puede cuantificar la constante de rigidez de los elementos apretados por la unión, como se muestra en la figura 1.33.

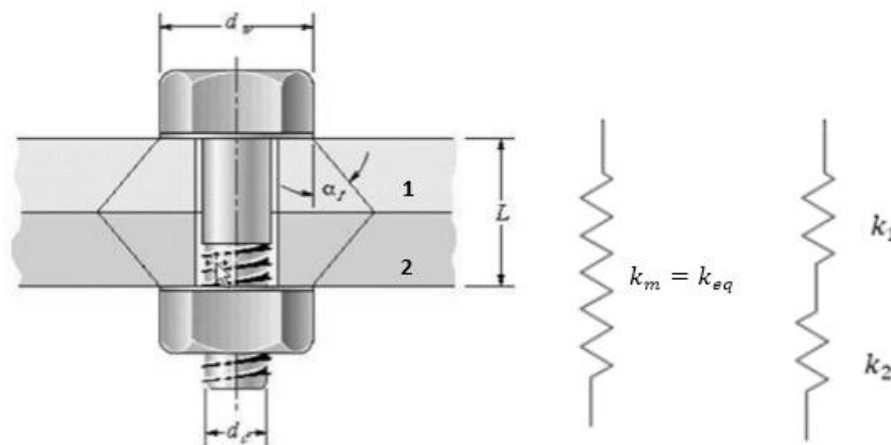


Figura 1.33. Comportamiento elástico del material base de una junta empernada.

Fuente: Propia

Se pueden utilizar las ecuaciones 1.42, 1.43, 1.44 y 1.45 para estimar la constante equivalente de los elementos base unidos por el perno, finalmente se deduce la ecuación 1.47 en base a la geometría propia de los pernos y la influencia del elemento roscado.

$$k_m = \frac{\pi E d}{2 \ln \left(5 \frac{l + 0,5d}{l + 2,5d} \right)} \quad [1.47]$$

La ecuación 1.47, es válida siempre y cuando los dos elementos que están siendo sujetos por la unión roscada tengan el mismo módulo de rigidez, al igual que el mismo espesor y además teniendo en cuenta que la distribución del agarre en los elementos se distribuye de manera cónica, como muestra la figura 1.33.

En dicha ecuación:

- k_m Es la constante de rigidez de los elementos apretados por la unión.
- E Es módulo de elasticidad de los elementos sujetos por la unión.
- d Es el diámetro del perno que sirve como sujeción.
- l Es la longitud pasante del perno sobre los elementos

En base a las dos constantes de rigidez, k_b y k_m , se determina la constante C de la ecuación 1.48, que se refiere a la fracción de la carga externa que absorbe el perno.

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad [1.48]$$

En el proceso de diseño de pernos la resistencia se especifica mediante cantidades ASTM mínimas, así por ejemplo se puede determinar la carga mínima de prueba (F_p) como la carga máxima que puede soportar un perno sin sufrir deformación permanente, así como también la resistencia mínima de prueba (S_p), dada por el cociente entre la carga de prueba y el área transversal del perno, aunque en casos prácticos el valor de la resistencia de prueba es una propiedad de los pernos, por lo cual es más conveniente usar este valor para determinar la carga de prueba mediante la ecuación 1.49.

$$F_p = A_t S_p \quad [1.49]$$

Un aspecto importante al momento de realizar un buen montaje de una unión roscada es la precarga, que se define como la tensión necesaria para asegurar la calidad de la unión sin la

aplicación de carga externa, es decir en uniones que simplemente sirvan para sujetar dos elementos.

Estudios realizados por Bowman y RB&W, que se presentan las páginas 426 y 427 del manual de Shigley para el diseño en ingeniería mecánica, sugieren que el valor de la precarga debe fluctuar entre:

$$0,75F_p \leq F_i \leq 0,9F_p \quad [1.50]$$

De esta manera el esfuerzo de tensión en el perno (σ_b) bajo la acción de una carga externa estática (P) puede cuantificarse mediante la siguiente ecuación.

$$\sigma_b = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t} \leq S_p \quad [1.51]$$

Para cumplir la desigualdad planteada en la ecuación 1.51, se introduce un nuevo término denominado factor de carga (η), el cual al igual que el factor de diseño para elementos comunes debe cumplir la condición:

$$\eta = \frac{S_p A_t - F_i}{CP} \geq 1 \quad [1.52]$$

Para el presente proyecto se considera esta condición como necesaria para el diseño de los elementos roscados y no se considera el diseño a fatiga, ya que la fluctuación en la aplicación de la carga externa, y por consiguiente en el esfuerzo, es mínima, además de considerar cargas relativamente bajas.

En el caso de que los pernos trabajen a corte como en el caso del elemento 11 del plano TMF-101 del presente trabajo, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones establecidas por la AISC-2010.

En primer lugar se establece que un elemento que trabaja a corte reduce su resistencia en aproximadamente 40% con relación a la resistencia que tuviera si trabajara a tensión.

$$S_{yc} = 0,6S_{yt} \quad [1.53]$$

Y en segundo lugar se recurre a la consideración básica de diseño que establece que el esfuerzo permisible de un elemento debe ser mayor al esfuerzo que éste soporta para garantizar que dicho elemento no falle, esta condición puede referirse también al hecho de que el factor de carga (diseño) debe ser mayor que la unidad.

Por recomendación de la Sociedad Americana de Soldadura (AWS por sus siglas en inglés) el factor de diseño en un elemento que trabaja bajo cargas de corte debe ser tener un valor mínimo de 2,2.

Estas condiciones pueden verse plasmadas en las ecuaciones 1.54 y 1.55.

$$\sigma \leq \sigma_{perm} \quad [1.54]$$

$$\frac{P}{A_{perno}} \leq \frac{S_{yc}}{\eta} \quad [1.55]$$

El parámetro de diseño a considerar en este caso es el diámetro del perno, que está inmerso dentro del área transversal del perno, por tal motivo de la ecuación 1.55 se despeja dicho parámetro en la expresión 1.56.

$$A_{perno} \geq \frac{\eta P}{S_{yc}} \quad [1.56]$$

Los demás elementos descritos en los planos TFM-100, 101, 102 y 103 son tomados de acuerdo a la disposición del mercado ya que las cargas que pudieran llegar a soportar son extremadamente bajas, por lo que la única restricción que presenta su diseño es la disponibilidad del mercado.

2. METODOLOGÍA

La presente sección del trabajo tiene como objetivo exponer tanto a cerca de los equipos a utilizarse en la práctica, como a los modelos que se emplearán.

En otra sección se expondrá a cerca de los procedimientos de: diseño, algoritmos matemáticos para el tratamiento de datos y la descripción de procedimiento experimental, junto con los puntos clave a tener en consideración para realizar las pruebas.

2.1. Equipo utilizado para pruebas de laboratorio.

Como se mostró en la figura 1.10, los elementos principales del polariscopio son:

- Fuente de luz (blanca y monocromática).
- Filtros polarizadores (polarizador y analizador).
- Mecanismo de aplicación de cargas.
- Probetas.
- Punto de observación.

2.1.1. Fuente de luz

Este elemento es el responsable de brindar las ondas de luz necesarias para que al momento de incidir sobre las probetas del material birrefringente, éstas muestren las franjas isóclinas en el caso de la luz monocromática y franjas isocromáticas en el caso de la luz blanca.

Para el presente proyecto este elemento consta de una caja metálica cuyas medidas se observan en el plano TFM-117, que en su interior contiene 30 luces led de 12 voltios, que servirán para dotar al mecanismo de luz blanca, y una lámpara de vapor de sodio de 70W que servirá como fuente de luz monocromática.

Por recomendaciones de trabajos previos, la tapa frontal de este elemento constituye una plancha de vidrio esmerilado de 4mm de espesor, con la idea de hacer que la luz se difumine de mejor manera.

Este elemento no está sometido a cargas considerables de ningún tipo, excepto la de su propio peso, durante su funcionamiento por lo que las restricciones de diseño se limitan a las disposiciones del mercado en cuanto a material y a procesos de fabricación, los cuales a su vez se describen en los planos de dicho elemento.

2.1.2. Filtro polarizador

Este elemento es el encargado de polarizar linealmente la luz antes de que incida sobre las probetas del material, este elemento se complementa con la protección de dos vidrios de 2mm de espesor cada uno, con dos motivos:

- Proteger la película polarizada ante posibles daños externos.
- Servir de soporte para que la película cumpla su función.

Todo este subconjunto se ensambla sobre una placa metálica con la ayuda de pequeñas pestañas de sujeción, las cuales permiten al vidrio girar libremente con el fin de encontrar las direcciones de los esfuerzos principales.

Para determinar el espesor de la placa se emplea la ecuación 1.33, teniendo en cuenta que el factor determinante en el tamaño de la placa constituye el parámetro ϕ , asociado al tamaño del filtro polarizador.

Para este caso particular $\phi = 140 \text{ mm}$, ya que se obtiene a partir de una película polarizadora de dimensiones 300x200x0,2 mm, por tanto las dimensiones de la placa se estiman de acuerdo a la figura 1.30.

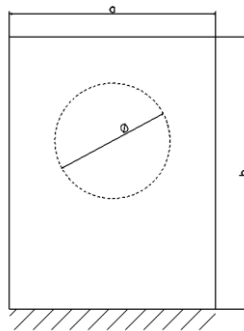


Figura 2.1. Dimensiones de la placa soporte del filtro polarizador.

Fuente: propia.

Se tiene entonces que $a = 250 \text{ mm}$ y $b = 331 \text{ mm}$, debido a la restricción del parámetro ϕ .

Con el valor de $\frac{b}{a} = 1,324$, se obtiene de la figura 1.30 ($\phi \sim 0,68$), se considera además que la carga que soporta la placa es su peso propio mas el peso de los discos de vidrio.

$$F = \text{peso propio} + 2 * \text{peso del vidrio} = 15,68N$$

Además el área lateral resulta:

$$A = 0,331 \times 0,250 = 0,083m^2 \sim 0,1m^2$$

Así la carga soportante por la placa resulta.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{15,68}{0,1} = 156,8 \text{ Pa}$$

Se considera que la placa será fabricada a partir de una plancha de acero negro (ASTM A36), el cual posee un esfuerzo admisible de.

$$\sigma_{adm} = 248,2 \text{ MPa}$$

Reemplazando estos datos en la ecuación 1.33, se tiene:

$$h_{min} = (0,25)(0,68) \sqrt{\frac{156,8}{248,2 \times 10^6}} = 0,000135 \text{ m} = 0,135 \text{ mm}$$

Por disposición del mercado y facilidad de fabricación se toma un espesor de 3mm, con lo cual se garantiza que dicha placa soporta la carga asignada.

Sobre la placa del polarizador se colocan apoyos laterales con el fin de estabilizar este elemento, y al conjunto se lo recubre con pintura electrostática para evitar la oxidación.

La información concerniente al montaje y las dimensiones se detalla en los planos TMF-102; 114 y 115.

2.1.3. Mecanismo de aplicación de cargas

Este elemento es responsable de aplicar las cargas deseadas sobre las probetas del material birrefringente, para ello se esquematiza de acuerdo al plano TMF-101, en el cual se distinguen los principales elementos:

- Vigas
- Columnas
- Pernos

A continuación se diseña dichos elementos con el fin de cumplir con la función asignada para este elemento.

En primer lugar se establece el tipo de cargas que es capaz de aplicar este elemento sobre las probetas, para ello se determina la movilidad mediante la ecuación 1.34, teniendo en cuenta que el mecanismo posee 5 elementos (marco, y 4 placas de sujeción) los cuales se unen mediante dos pares helicoidales y dos pares cilíndricos, teniendo en cuenta estos datos la ecuación 1.34 resulta.

- $n = 5$
- $j_1 = 2$ (pares helicoidales)
- $j_2 = 2$ (pares cilíndricos)

$$m = 3(5 - 1) - 2(2) - 2 = 6$$

El resultado de la ecuación 1.34, nos muestra que el mecanismo es capaz de aplicar cargas en 6 direcciones diferentes que se muestran en la figura 2.2.

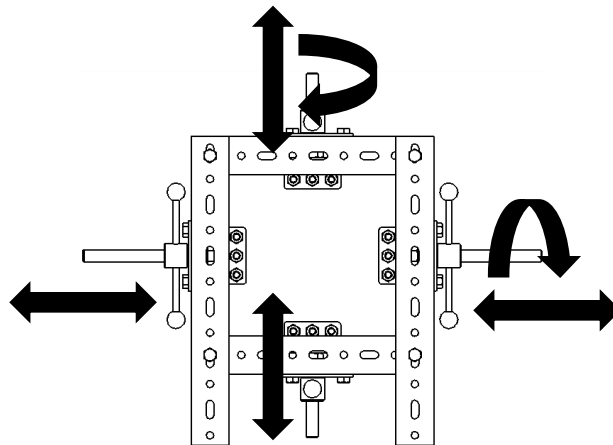


Figura 2.2. Grados de libertad del mecanismo de aplicación de cargas.

Fuente: Propia

En la figura 2.2 se puede observar que las probetas pueden ser sometidas a cargas de tensión, compresión, flexión, y torsión, que son los estados de carga elementales en el comportamiento de los elementos de máquinas.

El diseño presentado en el presente proyecto deja abierta la posibilidad de que se mejore dicho mecanismo con el fin de que se puedan aplicar cargas cíclicas para estudiar el comportamiento dinámico de los materiales.

Una vez determinados los tipos de carga se procede a dimensionar los demás elementos, en primera instancia se dimensionan las vigas, para ello se toman las siguientes consideraciones.

La viga mostrada en el mecanismo es un cuerpo que posee una carga distribuida debido al peso propio de 10,78 Kg/m (105,72 N/m), además de una carga en su centro correspondiente al peso de la placa de sujeción y en el caso de estar soportando la carga de prueba de 50 Kg, se considera que dicha carga se distribuye para los dos lados del mecanismo, por lo que cada viga soporta 25 Kg (245,17 N), como muestra la figura 2.3.

Por tanto la carga total que soporta la viga en el caso de prueba es de 1076 N/m.

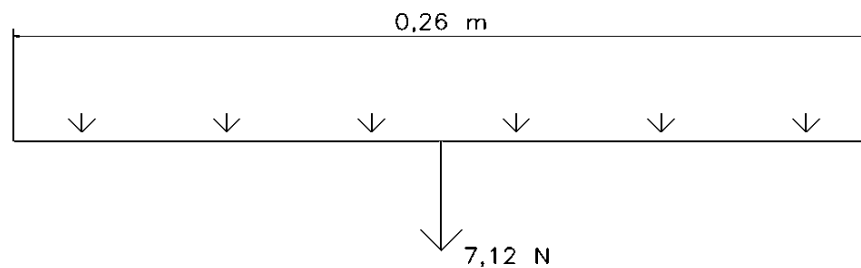
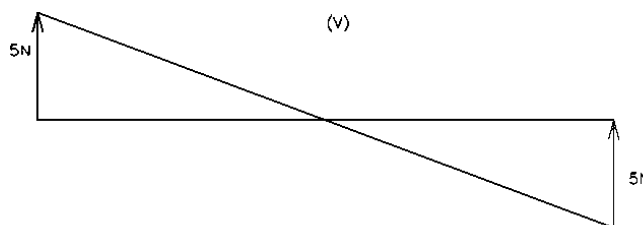


Figura 2.3. Viga del mecanismo de aplicación de cargas.

Fuente: Propia

Según el manual de la AISC en la página 3-213, se establecen los diagramas de fuerza cortante y momento flector para este tipo de vigas, dichos diagramas se muestran en la figura 2.4.



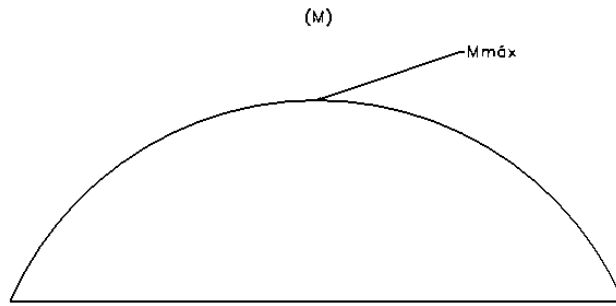


Figura 2.4. Diagramas del cortante y flector en la viga del mecanismo de aplicación de cargas.

Fuente: Propia

El momento máximo que actúa sobre la viga se obtiene a partir de la ecuación 1.35.

$$M_{máx} = \frac{(1076)(0,26)^2}{8} = 9,1N.m \sim 10 N.m$$

Se toma como ejemplo un perfil de acero A36 ($S_y = 248 MPa$) de 2"x2"x1/8", el cual posee un módulo de sección de $0,129 in^3$, (AISC 2010, pág. 1-49)

Con estos datos en la ecuación 1.36, se calcula el esfuerzo máximo actuante sobre la viga.

$$\sigma = \frac{10}{30,97 \times 10^{-7}} = 3,23 MPa$$

Con esto el factor de diseño resulta:

$$\eta = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{248}{3,23} = 76$$

Es evidente que el perfil seleccionado está sobredimensionado ya que el factor de diseño es mucho mayor a la unidad, así que este parámetro no es determinante al momento de dimensionar el elemento, por lo que se recurre a la disposición del mercado el cual se encuentra un perfil de 1,5" x 1,5" x 2mm, el mismo que se utiliza para realizar estanterías de supermercados.

Es importante también considerar la deflexión en la viga, para ello se revisa la ecuación 1.37, en la cual se conocen los siguientes parámetros tomados de la página 1-49 del manual AISC.

$$I_{x-x} = 0,271 in^4 = 1,13 \times 10^{-7} m^4$$

$$E = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$$

Además con las premisas de:

$$w = 1076 \text{ N/m}$$

$$l = 0,26 \text{ m}$$

La ecuación 1.37 se reduce a:

$$y_{\max} = \frac{5(1076)(0,26^4)}{384(200 \times 10^9)(1,13 \times 10^{-7})} = 2,86 \times 10^{-6} \text{ m}$$

El resultado obtenido demuestra que la deflexión en la viga debido a su peso y la aplicación de aproximadamente 50 Kg, es despreciable para los efectos prácticos del proyecto.

Otros de los elementos presentes en el mecanismo de aplicación de cargas son las columnas para las cuales se toman las siguientes consideraciones en su dimensionamiento.

En primer lugar se puede mencionar que la carga que soportan es la de su propio peso y la del peso de las vigas que soporta, considerando que son dos vigas soportadas por dos columnas se tiene la siguiente distribución de cargas.

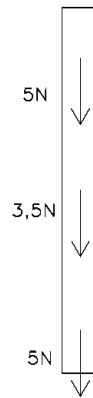


Figura 2.5. Distribución de cargas en las columnas del mecanismo de aplicación de cargas.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 2.5, la carga total que soporta la columna es de 13,5 N.

La carga crítica de pandeo en el primer modo de falla se determina mediante la ecuación 1.38.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2(200 \times 10^9)(1,13 \times 10^{-7})}{0,325^2} = 2,1 \text{ MN}$$

Lo cual muestra que la carga crítica es mucho mayor a la carga que soporta la columna, por tanto se descarta el pandeo de Euler en estos elementos y nuevamente el único criterio de diseño se reduce a la disponibilidad del mercado, lo cual por conveniencia se toman los mismos perfiles usados para las vigas, los cuales tienen un área transversal de $153,83 \text{ mm}^2$, y como están fabricados de acero ASTM A36, su esfuerzo permisible se estima a partir de la siguiente ecuación.

$$\sigma_p = \frac{Sy_t}{2} = \frac{248}{2} = 124 \text{ MPa}$$

Para determinar la relación de esbeltez del primer modo de falla se utiliza la ecuación 1.40, considerando las siguientes propiedades tomadas del manual AISC en su página 1-49

$$r_{x-x} = 0,62 \text{ in}$$

$$r_{y-y} = 0,62 \text{ in}$$

$$r_{z-z} = 0,391 \text{ in}$$

Por lo tanto:

$$r_{min} = 0,391 \text{ in} = 9,93 \text{ mm}$$

Así la expresión 1.40 resulta.

$$\lambda = \frac{325}{9,93} = 32,7$$

El esfuerzo crítico para el primer modo de pandeo se determina mediante la ecuación 1.41.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2(200 \times 10^9)}{32,7^2} = 1,84 \text{ GPa}$$

El esfuerzo de compresión se determina mediante la ley de Hooke.

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{13,5}{3,17 \times 10^{-4}} = 42,6 \text{ KPa}$$

Como se observa la esbeltez de este elemento es mucho menor al límite sugerido por el manual AISC 2010, además es evidente que el esfuerzo crítico del primer modo de pandeo es

muy superior al esfuerzo actuante en la columna, por lo tanto, y al cumplir con ambas condiciones se selecciona para la columna el perfil 1,5" x 1,5" x 2mm.

Los siguientes elementos a dimensionar son los elementos de sujeción entre las vigas y las columnas así como también entre las placas de apoyo y las columnas, estos elementos serán los responsables de brindarle al mecanismo la estabilidad necesaria al momento de realizar los ensayos, razón por la cual deben cumplir requerimientos mínimos, los cuales se justificará en la siguiente sección.

En primer lugar se toman los elementos de sujeción entre las placas de apoyo lateral y las columnas, para los cuales se establece el siguiente diagrama de fuerzas.

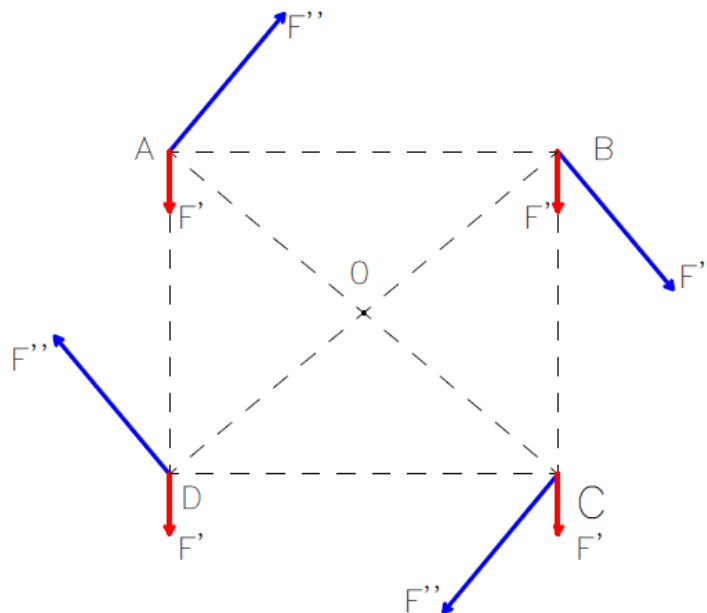


Figura 2.6. Distribución de cargas en los elementos de sujeción lateral.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 2.6, cada perno soporta una carga debida al peso de los elementos denominada F' , y una carga debida al torque necesario para manipular el mecanismo F'' estimada de 2,5 Kgf, (24,51 N), la cual por seguridad se aumenta en 1.1, es decir $F'' = 26N$.

La carga F' resulta ser de 2,5 N, con estos datos se procede a calcular la carga actuante en cada perno, a manera de explicación se expone el cálculo de la carga en el perno A, mientras que para los demás pernos se exponen los resultados en la tabla 2.1.

En primer lugar se establecen las magnitudes de r y ϕ , las cuales permiten estimar la carga resultante en cada perno, como se muestra en la figura 2.7.

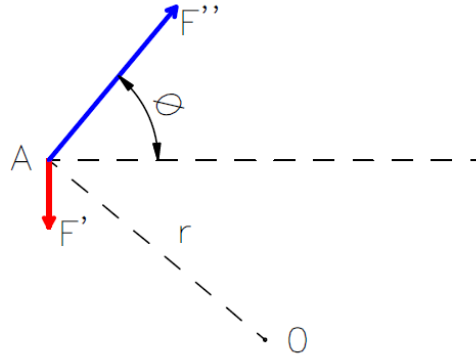


Figura 2.7. Cargas actuantes en el perno A.

Fuente: Propia

$$r = \sqrt{32,5^2 + 27^2} = 42,3 \text{ mm}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{32,5}{27}\right) = 50,28^\circ$$

Para el caso del perno A la fuerza F'' , se descompone usando las fórmulas de coordenadas rectangulares.

$$F_x'' = F'' \cos(\phi) = 26 \cos(50,28) = 16,61 \text{ N}$$

$$F_y'' = F'' \sin(\phi) = 26 \sin(50,28) = 20 \text{ N}$$

Por lo tanto las componentes de la fuerza total resultan.

$$F_{Ax} = 16,61 \text{ N}$$

$$F_{Ay} = 20 - 2,5 = 17,5 \text{ N}$$

Por lo tanto la fuerza total actuante en el perno A resulta.

$$F_A = \sqrt{16,61^2 + 17,5^2} = 24,1 \text{ N}$$

El procedimiento para la determinación de las cargas en los demás pernos es análogo, y los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 2.1. Cargas netas actuantes en los pernos de sujeción.

PERNO	CARGA NETA (N)
A	24,1
B	28
C	28
D	24,1

Fuente: Propia

Como se observa en la tabla 2.1, los pernos que más carga soportan son los pernos B y C, por lo tanto es para estos pernos que se determinará el cálculo óptimo.

Como prueba se toma el perno M10x1,5 grado SAE 2, el cual posee las siguientes propiedades mecánicas tomadas del libro de “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” octava edición.

De la página 398, tabla 8-1: $A_t = 58 \text{ mm}^2$

De la página 416, tabla 8-8: $E = 200 \text{ GPa}$

De la página 418, tabla 8-9: $S_{ut} = 74 \text{ ksi}$

$$S_p = 55 \text{ ksi}$$

$$S_y = 57 \text{ ksi}$$

La resistencia efectiva del perno k_b se calcula mediante la ecuación 1.46.

$$k_b = \frac{AE}{l} = \frac{\pi(0,1^2)(207 \times 10^9)}{4(0,01)} = 1625774,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

La constante de rigidez de los elementos apretados por la unión se calcula mediante la ecuación 1.47.

$$k_m = \frac{\pi Ed}{2 \ln \left(5 \frac{l + 0,5d}{l + 2,5d} \right)} = \frac{\pi(207 \times 10^9)(0,01)}{2 \ln \left(5 \frac{0,01 + 0,5(0,01)}{0,01 + 2,5(0,01)} \right)} = 4266339,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

La fracción de la carga externa soportada por el perno se calcula con la ecuación 1.48.

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = \frac{1625774,2}{1625774,2 + 4266339,75} = 0,276$$

La carga de prueba resulta, de la ecuación 1.49.

$$F_p = A_t S_p = (55 \times 6,89)(58 \times 10^{-3}) = 21,98 \text{ kN}$$

El cálculo indica que la precarga debe fluctuar entre el 75% y el 90% de la carga de prueba, como indica la ecuación 1.50, por tanto se toma un valor de precarga máximo para el diseño.

$$F_i = 0,9 F_p = 19,78 \text{ kN}$$

Con estos datos, se procede a verificar el factor de diseño del elemento, mediante la ecuación 1.52.

$$\eta = \frac{S_p A_t - F_i}{CP} = \frac{(55 \times 6,89)(58 \times 10^{-3}) - 19,78}{0,276 \times 0,028} = 387,9$$

Como se observa el factor de diseño es mucho mayor que la unidad, por lo que se reitera que el elemento seleccionado cumple de sobremanera a las sollicitaciones mecánicas, en este punto se omite el diseño a fatiga ya que dichos elementos únicamente están trabajando de manera estática.

Debido a las dimensiones de la perforación en el perfil que constituye la columna se toman pernos $\frac{5}{16}$ " – 18 UNC, de longitud 0,5".

Otros elementos a ser calculados son los pernos encargados de unir a la placa de sujeción con las probetas, en los cuales se determina en trabajos previos que tienden a soportar un esfuerzo aproximado de 9 MPa cuando se aplica sobre la probeta una carga de 50 kgf, por tanto se consideran estas condiciones como las de diseño y empleando la ecuación 1.7, se determina la carga actuante sobre estos elementos, teniendo en cuenta que es una carga netamente de corte.

El área considerada en la ecuación 7 corresponde al área transversal de la probeta, ya que es el primer elemento que va a soportar esfuerzo y a transmitirlo hacia los pernos.

Una probeta típica de las que se emplearán posee una sección transversal de 162 mm^2 .

$$F = \sigma A = (9 \times 10^6)(162 \times 10^{-6}) = 1458 \text{ N}$$

Esta carga será soportada por cuatro pernos, por lo que cada perno soporta solamente la cuarta parte de la misma, es decir 364,5 N, misma carga que por conveniencia se toma como 370 N.

Para el cálculo se toman pernos $M8 \times 1,25$ SAE 8.8, como primera intento.

Se conoce que los fabricantes de pernos asignan el grado de los mismos en función de la resistencia de estos elementos, así los pernos grado SAE 8.8 presentan una resistencia a la tracción de 64 kg/mm^2 .

La resistencia al corte de estos pernos se determina en base a la ecuación 1.53

$$S_{yc} = 0,6S_{yt} = 0,6(64) = 38,4 \text{ kg/mm}^2 = 3765,8 \text{ MPa}$$

El área mínima de los pernos se determina en base a la ecuación 1.54.

$$A_{perno} \geq \frac{\eta P}{S_{yc}}$$

Por recomendaciones de la normativa ASTM, se conoce que el factor mínimo de diseño de los elementos que trabajan a corte es de 2,2.

$$A_{perno} \geq \frac{(2,2)(370)}{3765,8 \times 10^6} = 0,22 \text{ mm}^2$$

Es evidente que los pernos poseen una sección transversal circular, por tanto el diámetro se determina con la siguiente expresión.

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

Por tanto el diámetro mínimo que deben poseer los pernos resulta.

$$d \geq \sqrt{\frac{4(0,22)}{\pi}} = 0,52 \text{ mm}$$

Como se observa, el diámetro mínimo es aproximadamente 1 mm, por facilidad de obtención de los elementos, se toman pernos $M8 \times 1,25$ grado SAE 8.8, de longitud 40 mm.

Los demás elementos que constituyen el mecanismo se seleccionan por conveniencia de geometría ya que los esfuerzos o cargas a los que están sometidos son mínimas o su función dentro de la manipulación del mecanismo es irrelevante, todos los elementos, se presentan en los planos del TMF-100 al TMF-120.

La fabricación y el ensamble se los realiza en la empresa ECUAMETAL S.A., bajo sus procesos y maquinaria disponible.

Cabe mencionar que los elementos principales están recubiertos con pintura electrostática para evitar la oxidación y corrosión debido al medio externo.

2.2. Construcción de las probetas

Como se mencionó en la parte teórica de éste proyecto, los materiales a emplearse deben poseer propiedades de birrefringencia al ser sometidos a cargas mecánicas.

En base a la revisión bibliográfica se estudia el uso de los siguientes materiales.

- Resina poliéster
- Resina epóxica
- Acrílico

A continuación, se exponen las características de cada uno con el fin de seleccionar el más adecuado para el proyecto

2.2.1. Resina poliéster

La resina poliéster es un polímero termoestable, es decir que necesita de un agente externo para cambiar sus propiedades, este agente es conocido como catalizador que cambia las propiedades de la matriz de resina haciendo imposible volver a su estado original a diferencia de los termoplásticos, en los cuales una vez cesada la acción del agente regresan a su estado natural.

Este tipo de resina tiene una amplia gama de aplicación en la fabricación de materiales compuestos, como por ejemplo estructuras de fibra de vidrio para botes o elementos automotrices.

De entre las resinas poliéster se pueden encontrar las aceleradas o las vírgenes, éstas últimas poseen un elemento adicional llamado acelerante, el cual como su nombre lo indica acelera la

polimerización de la resina y favorece al endurecimiento de la misma dependiendo de la proporción que se utilice, es importante mencionar que la cantidad de acelerante debe estar en relación inversa a la temperatura ambiente.

El proceso por el cual este material cambia de estado líquido a sólido se denomina polimerización, curado o endurecimiento y consiste en una reacción exotérmica que desprende calor, cabe mencionar que no es un proceso instantáneo sino gradual, en el cual la resina pasa por un proceso de gelificación y luego el endurecimiento, es importante mencionar que una vez que la resina alcanza el gelificado no hay reversión en el proceso de polimerización.

También es importante tomar en cuenta que el tiempo que se demore la polimerización está en función de la cantidad de catalizador utilizado.

2.2.2. Resina epóxica

Al igual que las resinas de poliéster es un polímero termoestable, el cual llega a su proceso de curado mediante la mezcla proporcionada de dos agentes: el polímero de bisfenol A y moléculas de epíclorohidrina.

Es importante mencionar que este tipo de resina en particular es químicamente tóxica antes de su proceso de curado, pudiendo causar daños en las zonas respiratorias, dérmicas, oculares y digestivas, dichos efectos quedan anulados una vez que la resina entra en su proceso de polimerización.

Una de las desventajas que presenta este material frente a la resina poliéster es su costo, ya que en comparación es bastante elevado, característica que se contrarresta con sus propiedades.

2.2.3. Acrílico

El acrílico o lámina acrílica es un material termoplástico a diferencia de las resinas, se resalta por sus propiedades de estética, claridad y resistencia a condiciones de intemperie por lo cual es utilizado en la industria de las cubiertas y protecciones abiertas al ambiente.

Este material posee una buena transparencia que se compara con la del vidrio, además de una buena maquinabilidad dependiendo de la temperatura de trabajo, razón por la cual se emplea para diferentes usos como: señalización exterior, artículos para el hogar, iluminación, dispositivos de laboratorio y equipamiento hospitalario.

Otra característica importante de este material es que es capaz de soportar diferentes tonalidades de color, las cuales se mantienen a pesar de la incidencia directa de rayos UV en la atmosfera.

Para el proyecto se emplea la resina poliéster en base a las siguientes consideraciones.

- Costo reducido.
- Fácil de fabricar.
- Fácil de obtener y comercializar.
- Disponibilidad de técnicas y conocimiento.

Las propiedades de la resina poliéster a utilizar se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 2.2. Propiedades de la resina poliéster.

Peso específico	1,2
Apariencia	Amarillento translúcido
Resistencia a la tensión	60 MPa
Elongación al quiebre	2%
Resistencia a la flexión	100 MPa
Módulo de elasticidad	1500 MPa

Fuente: Gil A.: (2012). Resinas de poliéster guía de manejo. EAFIT.

Para realizar las planchas de las cuales provienen las probetas se empleó un molde de vidrio debido a su baja rugosidad, estos moldes fueron cubiertos con una capa fina de cera desmoldante y una película de polímero antiadherente.

Los moldes mostrados en la figura 2.8, fueron fabricados con las siguientes dimensiones internas.

- Largo: 810 mm y 300 mm
- Ancho: 190 mm y 240 mm
- Espesor: 6 mm

Las dimensiones de largo y ancho se escogieron debido a la distribución de las probetas que se muestra en secciones siguientes, mientras que los espesores se escogieron en base a la facilidad de obtención de material (vidrio laminado) y la facilidad de desmoldeo, ya que se observó que placas más delgadas presentaban gran dificultad a ser desmoldadas.

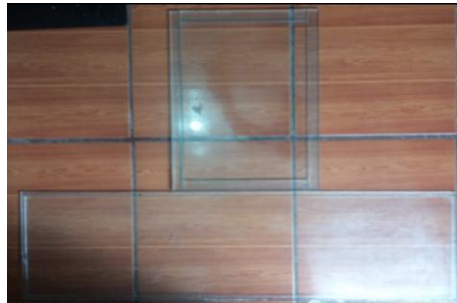


Figura 2.8. Moldes empleados para la fabricación de las placas de resina poliéster.

Fuente: Propia

La preparación de la resina estuvo a cargo de la empresa: “Plásticos Reforzados Ecuatorianos”, con sede en el sector de Tumbaco, quienes proveyeron materia prima con las siguientes especificaciones.

- Plástico poliéster: 700g
- Diluyente (monómero de estireno): 300 g
- Acelerante (octoato de cobalto): 2% - (8 a 10 gotas aprox.)
- Catalizador (MEK Peróxido): 15 ml

Este material que se muestra en la figura 2.9 fue suficiente para realizar las planchas sobre las cuales se cortaron las probetas.



Figura 2.9. Materia prima utilizada para la elaboración de las planchas de resina poliéster.

Fuente: Propia

Una vez preparada la materia prima en las composiciones indicadas, y además de haber preparado previamente los moldes se procedió a colar la resina teniendo en cuenta las siguientes indicaciones de seguridad.

- Mantener el material lejos de fuentes de calor, chispas o llamas abiertas.
- Evitar el contacto directo con la piel o zonas oculares, para ello se emplearon guantes de nitrilo, gafas y mascarilla.
- Realizar el vertido del material en una zona abierta al ambiente ya que la reacción química despiden vapores que pueden provocar mareos o sofocación.
- La mezcla debe prepararse en recipientes adecuados para resistir el curado, ya que como se mencionó dicho proceso desprende calor.
- Si por alguna razón se entra en contacto directo con la piel se recomienda lavar con abundante agua y dependiendo de la severidad o de la zona de contacto acudir a un especialista en el centro médico más cercano.

Una vez vertida la resina en los moldes se procedió a dejarla secar a temperatura ambiente (15 °C aprox.) en una zona en donde no incida la luz del sol directamente ya que pueden presentarse agrietamientos durante el curado.

El tiempo de reposo o curado depende de la cantidad de catalizador empleado en la mezcla, para este caso se usaron 15 ml de MEK peróxido, y el tiempo de curado fue de 1 día completo.

2.3. Elaboración de los modelos.

Para este proyecto se consideran modelos de concentradores de esfuerzos, los cuales fueron obtenidos de la plancha de resina de 6 mm, y cortados con proceso láser, se escogió este proceso debido a:

- Facilidad de obtención de personal calificado y herramientas necesarias.
- Reducido costo.
- Precisión de los cortes.

La distribución de las probetas en la plancha se muestra en figura 2.10.

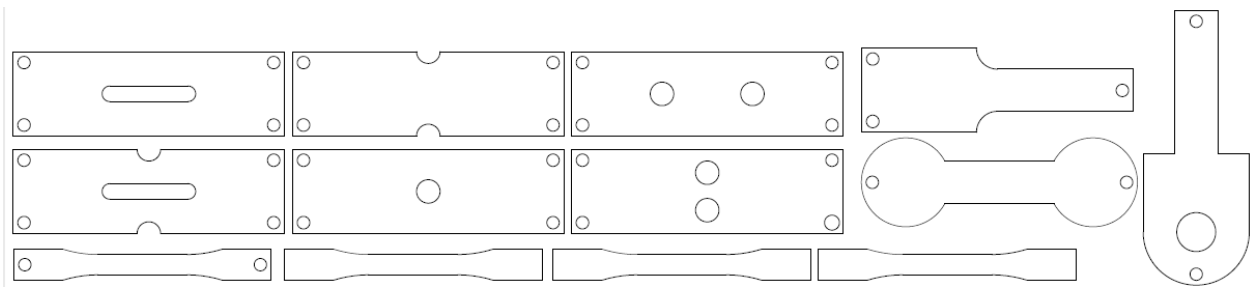


Figura 2.10. Distribución de las probetas en la primera plancha de resina poliéster.

Fuente: Propia

Mientras que para la otra plancha se consideraron elementos a escala de partes de mecanismos mostrados en la figura 2.11, entre los que se destacan.

- Broche de cinturón.
- Vista transversal de un puente con voladizo lateral.

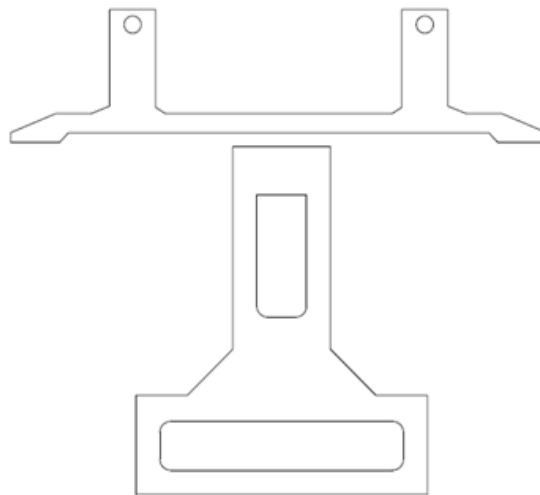


Figura 2.11. Distribución de las probetas en la segunda plancha de resina poliéster.

Fuente: Propia

Las geometrías de las probetas mostradas en las figuras 2.10 y 2.11, se muestran a continuación en las figuras 2.12 a la 2.22.

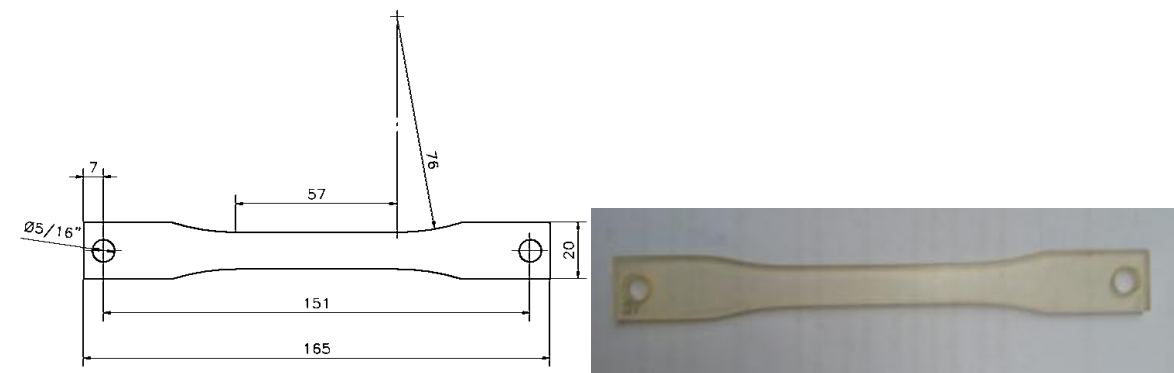


Figura 2.12. Probeta de tensión simple.

Fuente: Propia

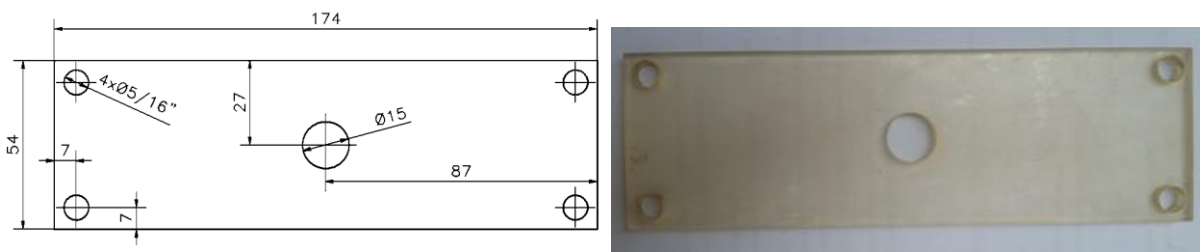


Figura 2.13. Placa con agujero central.

Fuente: Propia

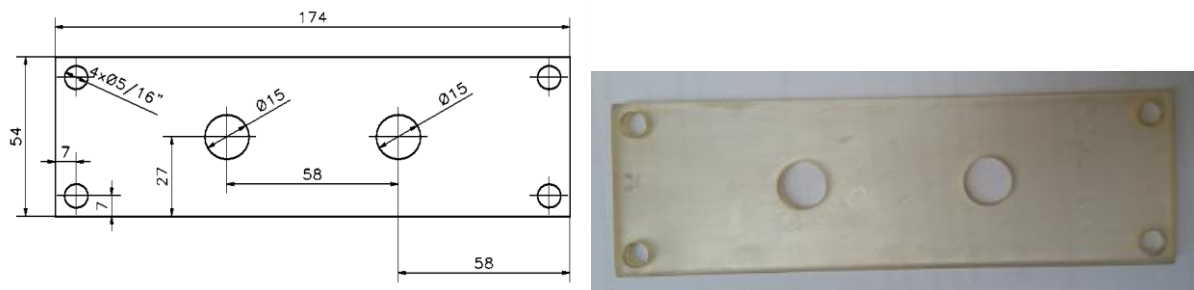


Figura 2.14. Placa con agujeros centrales horizontales.

Fuente: Propia

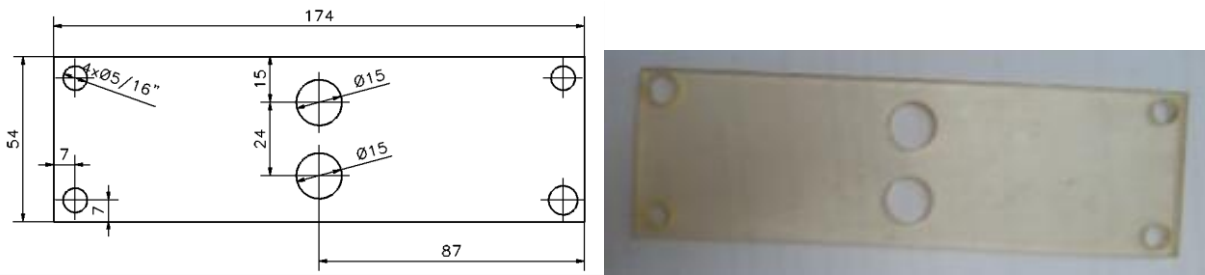


Figura 2.15. Placa con agujeros centrales verticales.

Fuente: Propia

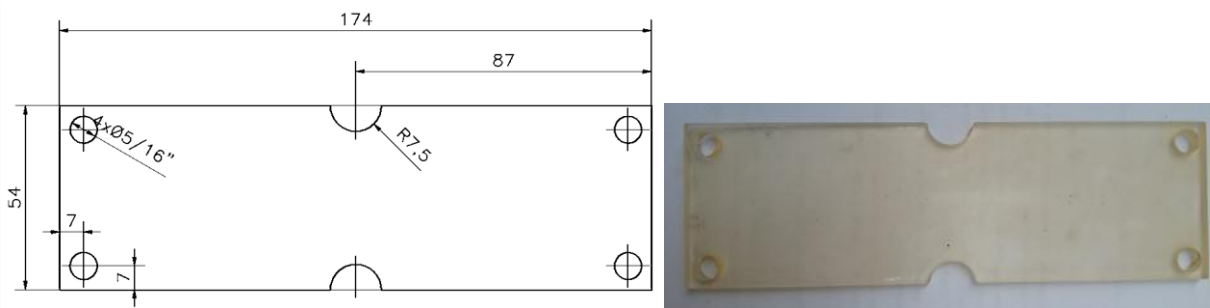


Figura 2.16. Placa con agujeros laterales.

Fuente: Propia

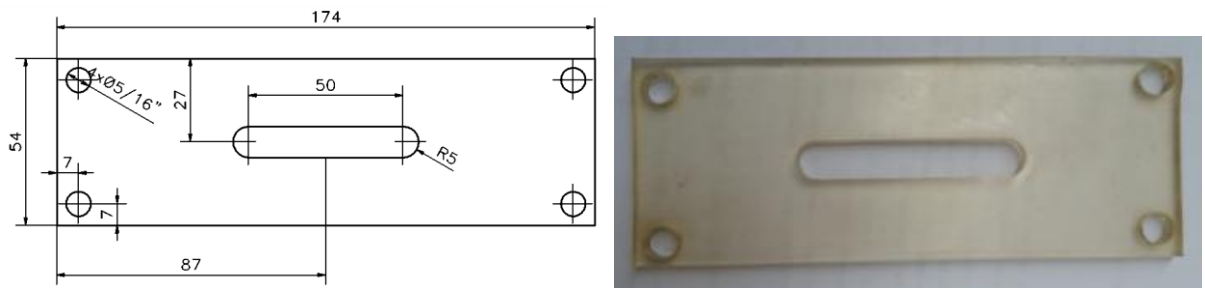


Figura 2.17. Placa con ranura central.

Fuente: Propia

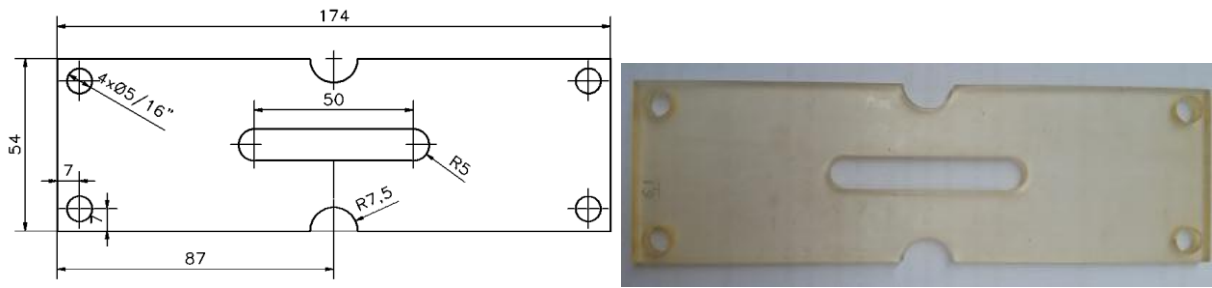


Figura 2.18. Placa con ranura central y agujeros laterales.

Fuente: Propia

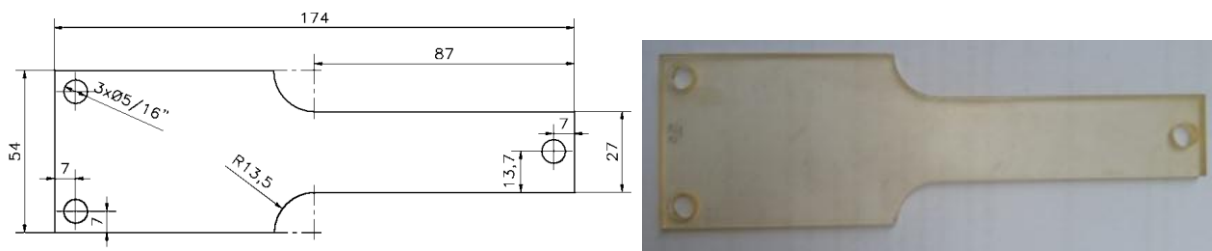


Figura 2.19. Placa con cambio de sección.

Fuente: Propia

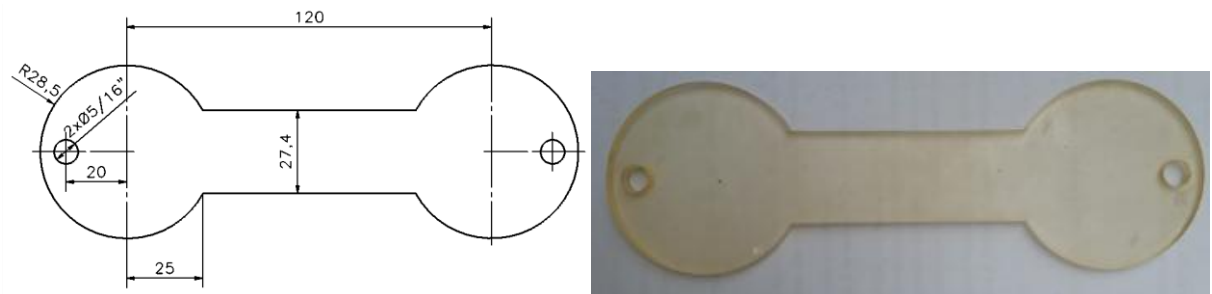


Figura 2.20. Placa con círculos extremos.

Fuente: Propia

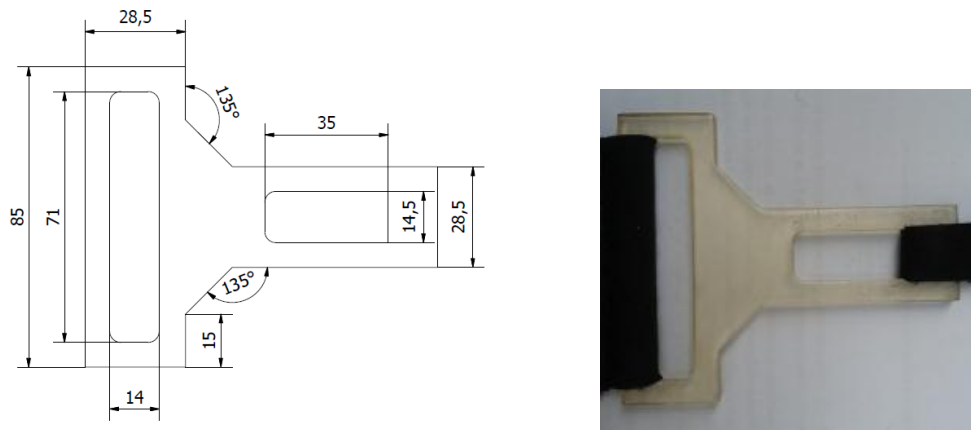


Figura 2.21. Broche de cinturón.

Fuente: Propia

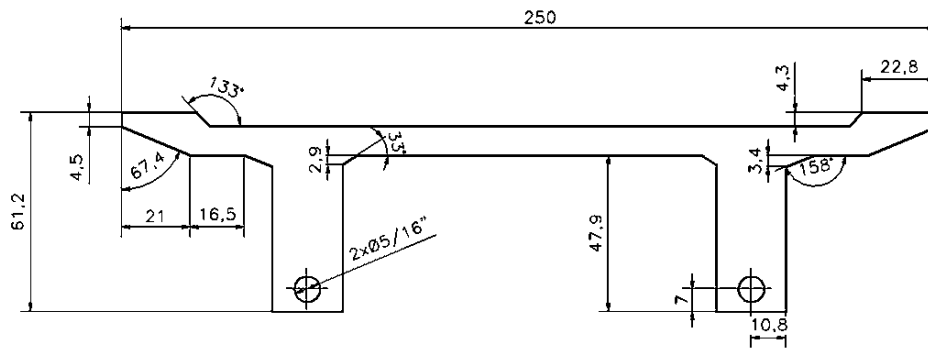


Figura 2.22. Sección transversal de un puente con voladizos laterales.

Fuente: Propia

2.4. Procedimiento experimental

Una vez determinados los parámetros que permitirán el normal desarrollo experimental del presente trabajo se procede en primer lugar a calibrar el equipo, ya que existen ciertas características propias tanto del equipo como del procedimiento que influirán en el resultado obtenido mediante la técnica fotoelástica, entre las características principales que pueden influir en la obtención y posterior interpretación de resultados, se pueden mencionar:

- Composición química del material utilizado para la elaboración de los modelos.
- Propiedades ópticas y superficiales de las probetas a utilizar.
- Forma y modo de aplicación de la carga.
- Calidad y cantidad de la luz utilizada para los ensayos.
- Rendimiento óptico de la película polarizadora.
- Factores externos concernientes al observador y a su modo de interpretar los resultados.

La manipulación del equipo así como el estudio teórico junto con los análisis computacionales por elementos finitos permiten establecer las condiciones suficientes y necesarias para demostrar la ley óptica de los esfuerzos (ecuación 1.32).

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} \quad [1.32]$$

Como se puede observar en la ecuación 1.32, el objetivo principal de la técnica fotoelástica es la de cuantificar los esfuerzos mediante parámetros ópticos de una probeta de material birrefringente sometido a un estado específico de esfuerzos.

En otras palabras lo que se busca con esta técnica es obtener el termino izquierdo de la ecuación 1.32, completando el lado derecho con parámetros fotoelásticos como lo son N y F (orden de franja y valor de franja del material respectivamente).

El valor del orden de franja N se lo determina a partir de la tonalidad observada en la probeta y la interpretación mediante la tabla 1.2, a la constante F la llamaremos la constante fotoelástica, y su valor depende de todas las características restrictivas mencionadas anteriormente, por ello a continuación se establece un algoritmo para determinar el valor de la constante F.

2.4.1. Determinación de la constante fotoelástica.

De la ecuación 1.32, se deduce que si se conoce el estado de esfuerzos al cual es sometido un material tanto mecánica como ópticamente se puede determinar el valor de la constante fotoelástica, así para este caso se considerará una probeta de espesor h conocido sometida a esfuerzos normales, en la cual se podrá ver uno de los colores mostrados en la tabla 1.2 conociendo de esa manera el valor del orden de franja y siendo la única incógnita la constante fotoelástica.

La ecuación 1.21 muestra la conversión de un estado general de esfuerzos y sirve para determinar los esfuerzos principales en un material.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad [1.21]$$

Como se mencionó anteriormente para este procedimiento se utilizará una probeta sometida a tensión simple como muestra la figura 2.23, para lo cual:

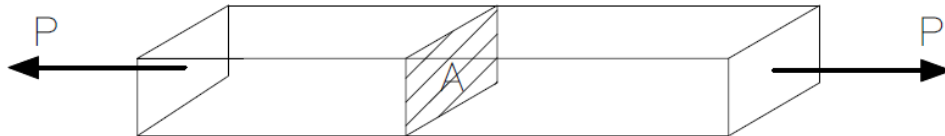


Figura 2.23. Probeta de tensión simple.

Fuente: Propia

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \quad [2.1]$$

$$\sigma_y = 0 \quad [2.2]$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad [2.3]$$

Por la ecuación 1.21 se obtiene:

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_2 = 0$$

La constante fotoelástica F resulta de la ecuación 1.32.

$$F = \frac{Ph}{AN} \quad [2.4]$$

Lo que resta es posicionar una probeta de espesor h y área A en el mecanismo de aplicación de cargas para posteriormente someterla a tensión simple con carga conocida P, luego se procede a identificar los colores para determinar el valor del orden de franja N, se sugiere tomar diferentes valores de carga para obtener un resultado más aproximado de la constante fotoelástica.

Como primer paso se muestra en la figura 2.24, la conexión de la probeta de prueba en el mecanismo de aplicación de cargas, usando como instrumento para cuantificar la carga a una romana de 50 kg de capacidad.

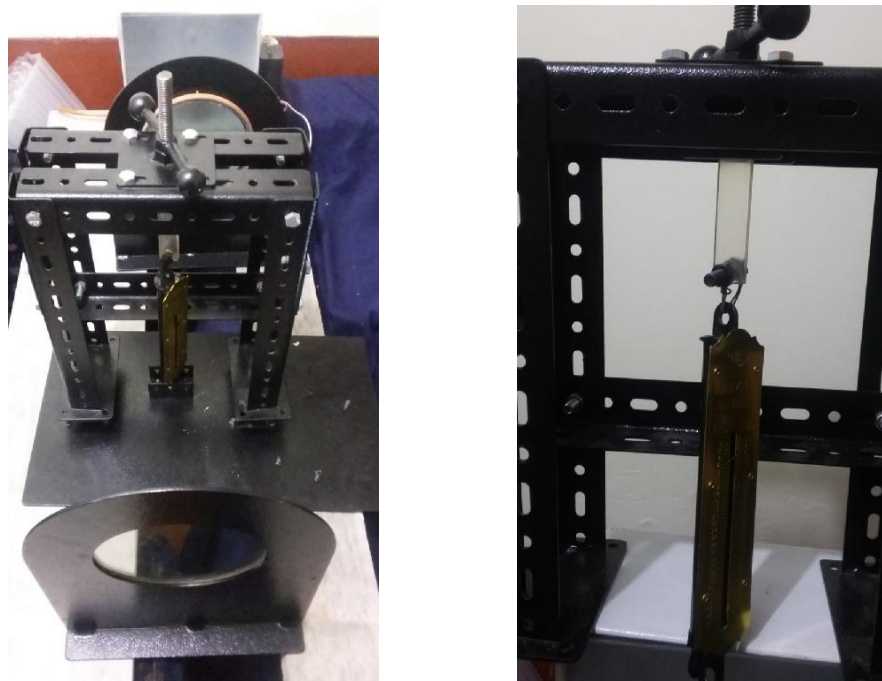
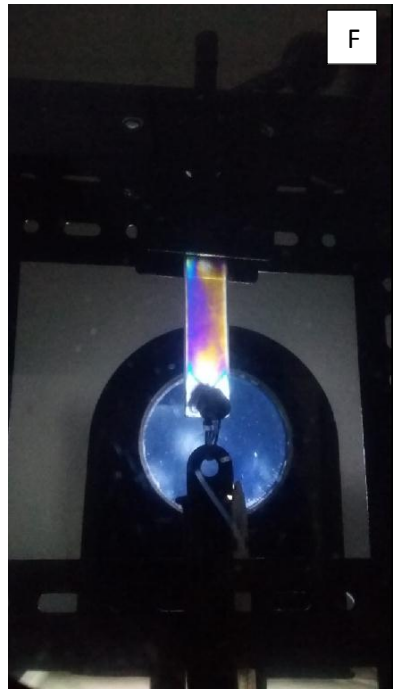
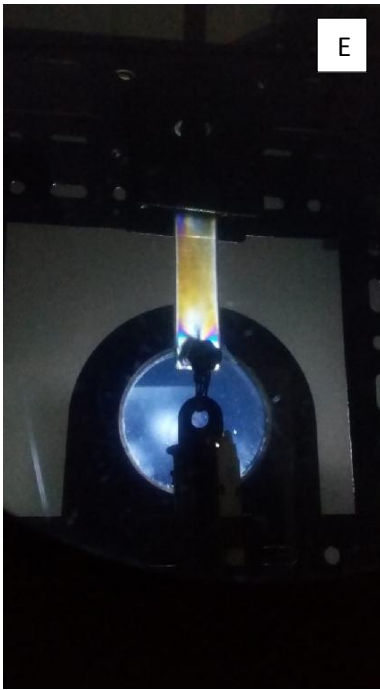
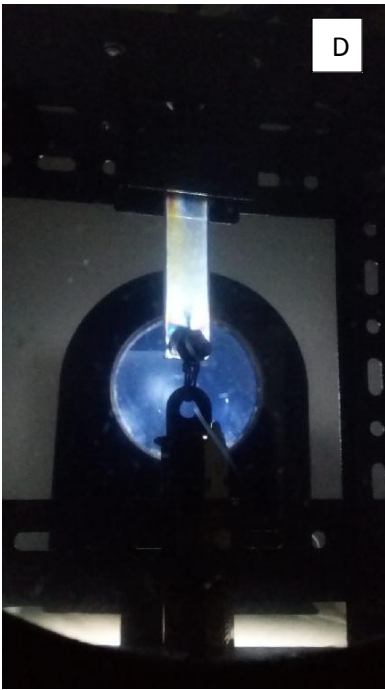
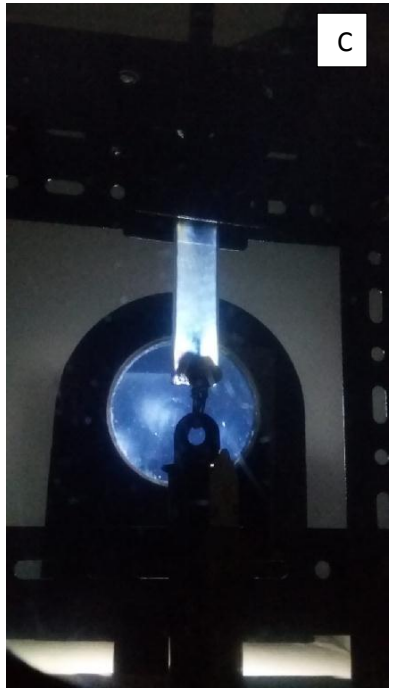
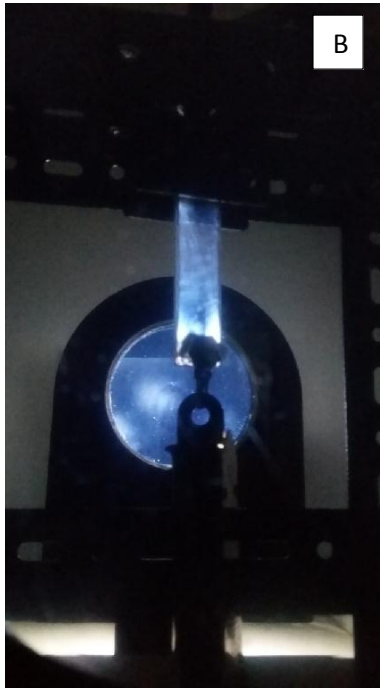
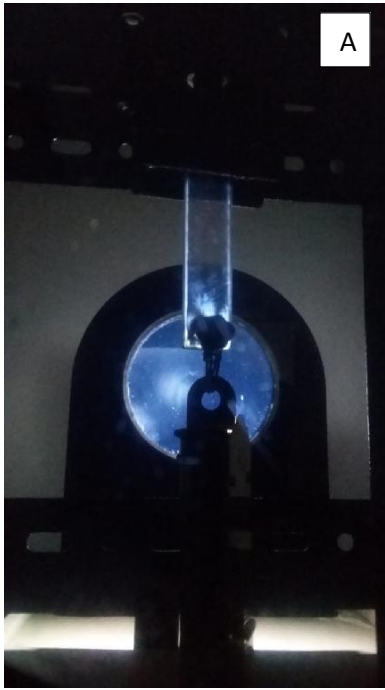


Figura 2.24. Equipo para calibración (izq.), acople de la probeta a la romana (der.)

Fuente: Propia

Una vez anclada la probeta en la romana se sujeta el extremo libre a un tensor, el cual por acción de un perno puede aplicar gradualmente la carga, con lo que se obtienen los siguientes resultados en la figura 2.25 A – G.



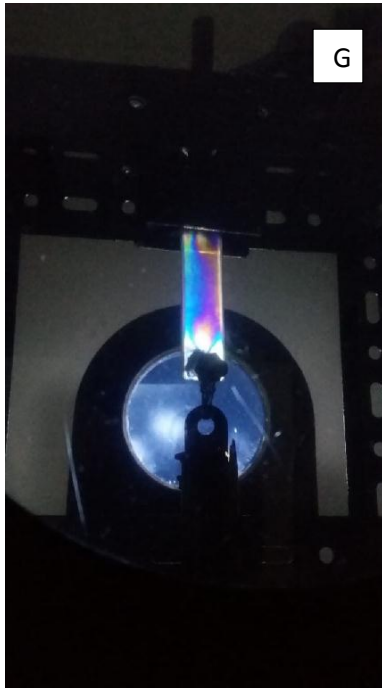


Figura 2.25. Ensayos de tensión para calibración.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 2.25 (A), la probeta adopta una tonalidad totalmente oscura debido a que no está sometida a ningún tipo de carga, en las figuras posteriores se observa que dicha tonalidad se altera conforme aumenta la carga aplicada que puede leerse en la romana.

Como ejemplo de cálculo se toma la figura 2.25 (G), en la cual la tonalidad es azul correspondiente a una carga de 45 kg (441 N), y a un orden de franja de (N=1,08) según la tabla 1.2, en base a estos datos se procede a reemplazar los valores en la ecuación 2.4.

$$F = \frac{Ph}{AN} = \frac{441h}{0,0195 \times 1,08h} = 20940,17 \text{ N/m}$$

De igual manera para las demás partes de la figura 2.2, los resultados obtenidos de este análisis se muestran en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Resultados de los ensayos de calibración.

Carga P		Color	Número de orden	Constante fotoelástica [N/m]
kg	Newton			
12	117,6	Gris	0,28	21538,46
20	196	Blanco	0,45	22336,18
27	264,6	Amarillo pálido	0,60	22615,38
32	313,6	Naranja	0,80	20102,56
36	352,8	Rojo apagado	0,90	20102,56
43	421,4	Morado (transición)	1,00	21610,26
45	441	Azul profundo	1,08	20940,17
50	490	Verde – azul	1,22	20596,89

Fuente: Propia

Según la tabla 2.3, se puede establecer el valor medio de la constante fotoelástica, que servirá para interpretar los datos obtenidos posteriormente.

$$\bar{F} = 21230,31 \frac{N}{m}$$

2.4.2. Manipulación del equipo

Como se muestra en la figura 2.26, la disposición de los elementos que conforman el equipo de fotoelasticidad debe estar en el orden mostrado en dicha figura, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

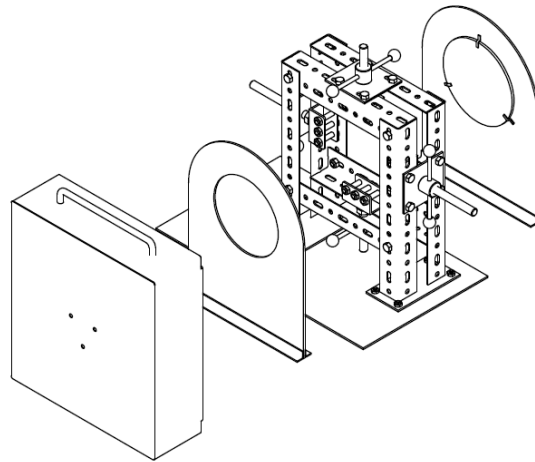


Figura 2.26. Equipo para ensayo de fotoelasticidad.

Fuente: Propia

- El equipo debe estar alineado en sus elementos, desde la fuente de luz hasta el punto de observación.
- La fuente de luz debe ubicarse a una distancia adecuada aproximada de 50cm, de tal manera que la apertura de los rayos de luz permitan abarcar toda la sección del resto del equipo.
- Los filtros polarizadores deben estar dispuestos del lado correcto con el fin de realizar la tarea para la cual han sido ubicados en el portafiltro, además dichos filtros deben rotarse el ángulo que el observador o persona que manipule el equipo estime conveniente, de tal manera que el efecto de filtrado de los haces de luz sea efectivo.
- El mecanismo de aplicación de carga está dotado de cuatro mordazas para ejercer carga, dos de los cuales están dispuestos horizontalmente y los otros dos verticalmente, de igual manera cada par de mordazas posee un extremo roscado para fijar la probeta por ese extremo mientras que la otra mordaza tiene su extremo libre con el objetivo de aplicar mediante dicho extremo la carga sobre la probeta con una manivela situada en su exterior.
- Las probetas están dotadas de orificios para anclaje sobre las mordazas mediante pernos y tuercas, es labor del encargado de manipular el equipo asegurarse de considerar la disposición deseada para cada caso de aplicación de carga.
- Finalmente se recomienda trabajar en un entorno que favorezca la observación de las franjas isocromáticas de preferencia un entorno oscuro ya que esto favorece a tal efecto.

2.4.3. Interpretación de resultados.

Una vez estudiada la manipulación del equipo lo que resta es establecer un algoritmo para interpretar los resultados obtenidos del ensayo fotoelástico.

En primer lugar se recomienda manipular los parámetros del ensayo con el fin de obtener una imagen lo más clara posible de las franjas isocromáticas observadas sobre probeta cargada, dicha manipulación puede ser en el entorno, en la magnitud de la carga aplicada, en el ángulo de rotación de los filtros, etc.

Luego de obtenida la imagen con las franjas isocromáticas lo más nítida posible se procede a delimitar las zonas con similar tonalidad para luego identificar el valor del orden de franja mediante la tabla 1.2.

Como el valor del espesor de cada probeta es conocido solamente resta determinar la diferencia de los esfuerzos principales mediante la ecuación 1.32.

Como paso adicional se puede apoyar el análisis en una simulación por FEM, para estimar la concordancia o desviación de los resultados obtenidos.

3. RESULTADOS

3.1. Análisis por fotoelasticidad

En esta sección se procede a estimar los esfuerzos presentes en las probetas de resina mediante la expresión 1.32, al ser sometidas a un valor de carga conocida, dicho montaje de las probetas se explica en la figura 2.24.

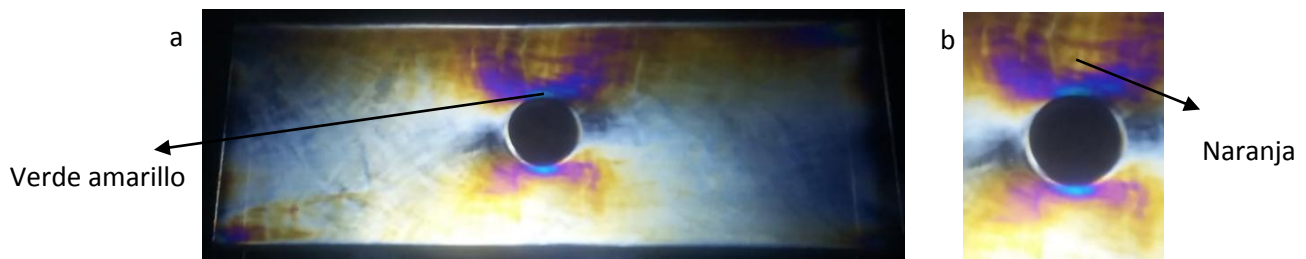


Figura 3.1. a) Probeta con agujero central carga 38 kg. b) Ampliación

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 3.1, el color mostrado en la zona del concentrador de tensiones equivale a una tonalidad verde amarillento, correspondiente a un número de orden $N = 1.39$, además dicha probeta posee un espesor calibrado de 6,1 mm.

Con estas premisas se tiene:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,39 \times 21230,31}{6,1 \times 1000} = 4,84 \text{ MPa}$$

Como se muestra en la figura 1.19, en dicho punto el esfuerzo es máximo, estimándose de acuerdo a la siguiente ecuación 1.18:

$$\sigma_{\text{máx}} = k_t * \sigma_{\text{norm}}$$

En donde el factor de concentración de esfuerzos se obtiene mediante la figura 1.18 o 3.2.

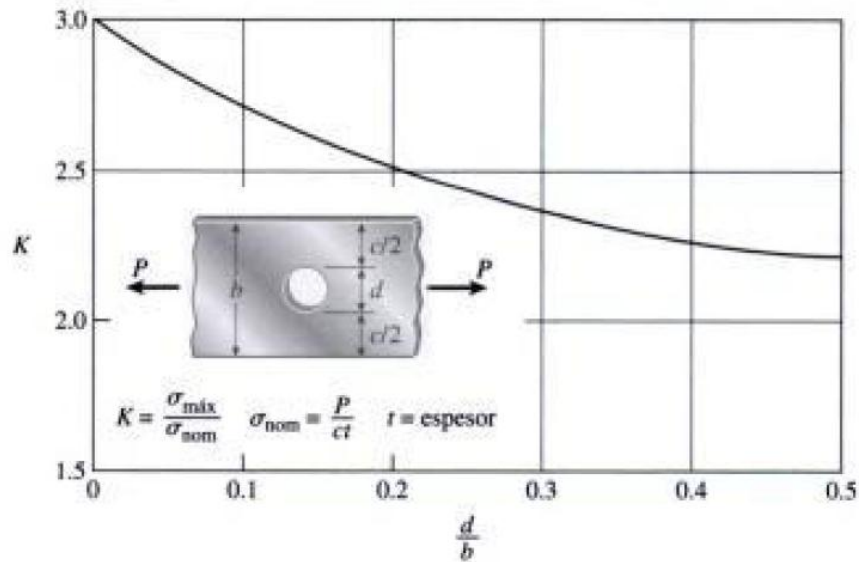


Figura 3.2. Factor de concentración de esfuerzos para una placa con agujero central.

Fuente: James M. Gere. (2002). Mecánica de materiales. España: Thomson. Pág. 140-141

Para el ejemplo presentado $b = 54 \text{ mm}$; $d = 15 \text{ mm}$, con lo cual:

$$\frac{d}{b} = \frac{15}{54} = 0,28$$

Que según la figura 3.2 resulta:

$$k_t \sim 2,4$$

La carga aplicada se puede observar en la romana según el montaje mostrado en la figura 2.24 y equivale a 38 Kg (372,4 N) aproximadamente.

El esfuerzo σ_{norm} se establece según la ecuación 1.7:

$$\sigma_{norm} = \frac{P}{A} = \frac{(38 \times 9,8) \text{ N}}{(54 - 15) * 6,1 \text{ mm}^2} = 1,57 \text{ MPa}$$

Con lo cual el esfuerzo máximo resulta:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = k_t * \sigma_{norm} = 2,4 * 1,57 = 3,8 \text{ MPa}$$

Es importante mencionar que el esfuerzo estimado matemáticamente no se puede comparar con los obtenidos por fotoelasticidad o elementos finitos, ya que según las ecuaciones 1.7 y 1.8, se puede obtener el esfuerzo máximo más no los principales, los cuales se pueden estimar

a partir de los esfuerzos normales σ_x, σ_y y τ_{x-y} como se muestra en la figura 1.24 del círculo de Mohr, es decir, el esfuerzo $\sigma_{m\acute{a}x}$ obtenido matemáticamente nos brinda una idea del comportamiento pero no tiene validez por sí mismo en el presente proyecto, únicamente se lo muestra a manera de ejemplo.

Ahora se procede a comparar los esfuerzos obtenidos por fotoelasticidad y por elementos finitos, las figuras 3.3a y 3.3b, muestran los esfuerzos principales σ_1 y σ_2 .

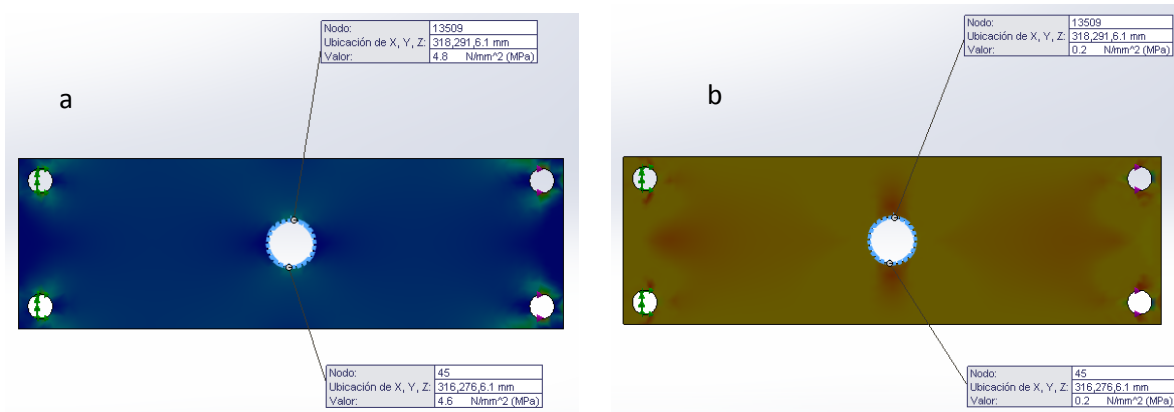


Figura 3.3. a) Esfuerzo principal 1, b) esfuerzo principal 2.

Fuente: Propia

Como se observa, los esfuerzos principales cerca de la zona del concentrador de tensiones son:

$$\sigma_1 = 4,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,2 \text{ MPa}$$

Por tanto:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 4,8 - 0,2 = 4,6 \text{ MPa}$$

Comparando los resultados obtenidos mediante fotoelasticidad y elementos finitos se puede establecer la siguiente tabla:

Tabla 3.1. Comparación de resultados de fotoelasticidad y elementos finitos.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$	$\sigma_1 - \sigma_2$	ERROR %
Kg	N	FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS	
38	372,4	4,84	4,6	2,54

Fuente: Propia

Adicionalmente se pueden comparar superficies con la misma tonalidad para verificar que el esfuerzo sea similar tanto por fotoelasticidad, como por elementos finitos.

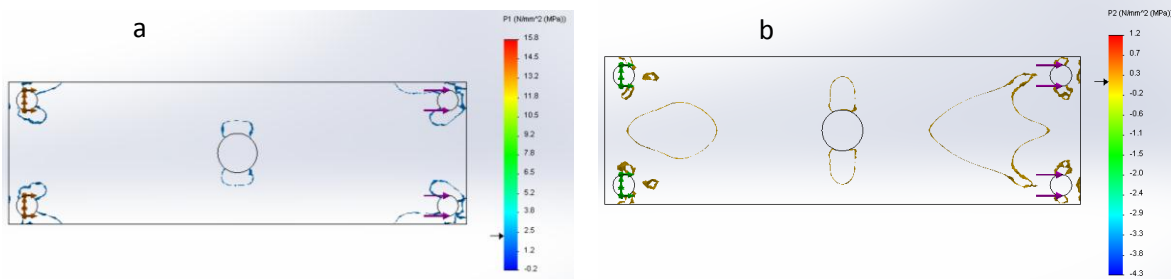


Figura 3.4. a) Esfuerzo principal 1 en isofranjas, b) Esfuerzo principal 2 en isofranjas.

Fuente: Propia

En la figura 3.4a, se observa que la isofranja muestra un valor de esfuerzo principal de 1,8 MPa mientras que en la figura 3.4b, se muestra un valor de esfuerzo principal 2 de 0 MPa.

Con estas premisas se puede determinar que en dicha franja está actuando un esfuerzo de:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2,4 - 0,15 = 2,25 \text{ MPa}$$

Tomando la ecuación 1.32 como referencia y realizando el proceso inverso se determina el número de orden.

$$N = \frac{1000h(\sigma_1 - \sigma_2)}{F}$$

En donde:

- h Se expresa en mm
- $\sigma_1 - \sigma_2$ Se expresa en MPa
- F Se expresa en N/m

De esta manera se determina el número de orden:

$$N \sim 0,7$$

Lo cual indica según la tabla 1.2 una tonalidad entre amarillo pálido y naranja, lo cual se observa en la figura 3.1b, con lo cual se demuestra que el experimento se valida con los resultados de la simulación por elementos finitos.

El mismo procedimiento explicado para la probeta con agujero central se procede a las demás probetas.

En las figuras 3.5 y 3.6 se muestra el comportamiento de dos probetas con dos agujeros cada una pero de diferente orientación, esto con el objetivo de estudiar la distribución de los esfuerzos en dichas probetas y compararlas con la probeta que posee solamente un agujero central.

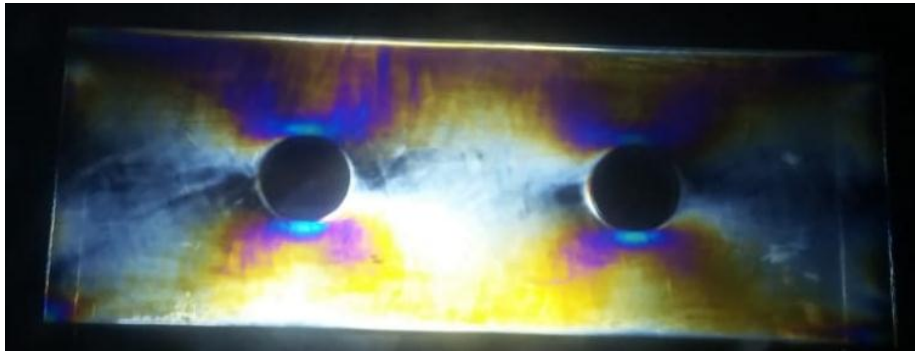


Figura 3.5. Probeta con dos agujeros orientados horizontalmente, carga 38 Kg.

Fuente: Propia

Como se observa posee una tonalidad entre verde-azul y verde-amarillo, para lo cual se obtienen los siguientes datos:

$$N = \frac{1,22 + 1,39}{2} = 1,305$$

$$h = 6 \text{ mm}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,305 \times 21230,31}{6,0 \times 1000} = 4,62 \text{ MPa}$$



Figura 3.6. Probeta con dos agujeros orientados verticalmente, carga 38Kg.

Fuente: Propia

La tonalidad en esta probeta que se observa en la figura 3.6, oscila entre el segundo naranja y el rojo-rosa, para lo cual se obtienen los siguientes datos:

$$N = \frac{1,63 + 1,82}{2} = 1,7$$

$$h = 5,4 \text{ mm}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,7 \times 21230,31}{5,4 \times 1000} = 6,68 \text{ MPa}$$

Los resultados de las tres primeras probetas se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Comparación de resultados con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
38	372,4	UN AGUJERO CENTRAL	4,84
38	372,4	DOS AGUJEROS HORIZONTALES	4,62
38	372,4	DOS AGUJEROS VERTICALES	6,68

Fuente: Propia

Como se observa en los resultados de las tres probetas el esfuerzo en el caso de concentradores orientados horizontalmente tiende a conservarse en relación a la probeta con

un solo agujero central, análogamente se puede asemejar a la corriente eléctrica a través de resistencias en serie.

Mientras que como se muestra en la tabla 3.2, el esfuerzo tiende a incrementar cuando los concentradores se orientan de manera vertical, ya que experimentalmente se observa un incremento de alrededor del 40%.

Es preciso indicar que un factor importante para determinar dichas conclusiones es la distancia entre los concentradores, ya que para un estudio más profundo es conveniente equidistar dichos concentradores a lo largo de las probetas.

En las siguientes dos probetas de las figuras 3.7 y 3.8, se muestra el comportamiento de dos concentradores de tensiones por separado y en una tercera mostrada en la figura 3.9, la acción combinada de dichos concentradores, esto con el fin de estudiar la superposición de los campos de esfuerzos en elementos que presenten más de un concentrador en su geometría.



Figura 3.7. Probeta con ranura central, carga 20 Kg.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 3.7, el color mostrado en el cambio de sección de la ranura central presenta una tonalidad entre amarillo pálido y naranja, correspondiente a un valor de número de orden de aproximadamente 0,65, con lo cual se establecen los siguientes esfuerzos presentes de acuerdo a la ecuación 1.32.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,65 \times 21230,31}{6,1 \times 1000} = 2,26 \text{ MPa}$$

Luego se presenta una probeta que posee cambios de sección en los extremos según la figura 2.16, en dicha probeta se establece una tonalidad que oscila entre rojo apagado y el primer color morado de paso, lo cual se puede establecer como $N = 0,95$.

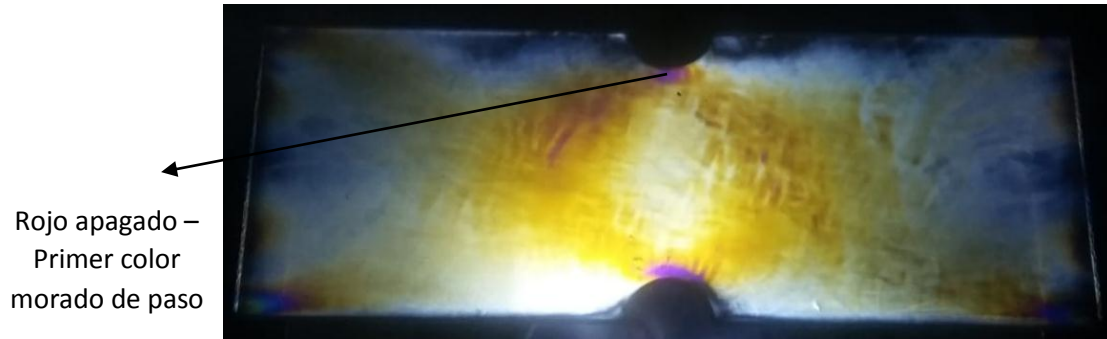


Figura 3.8. Probeta con cambios de sección laterales, carga 20 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,95 \times 21230,31}{5,9 \times 1000} = 3,42 \text{ MPa}$$

Como se observa en las figuras 3.7 y 3.8, los esfuerzos presentes en cada probeta son completamente diferentes, es decir, presentan un gradiente muy elevado (3,1 MPa aprox.) lo cual hace suponer por un lado que al exponer una probeta con la misma carga que las anteriores los campos de esfuerzos van a tender a sumarse mostrando una tonalidad mayor según la tabla 1.2, esto se puede observar en la figura 3.9 mostrada a continuación.

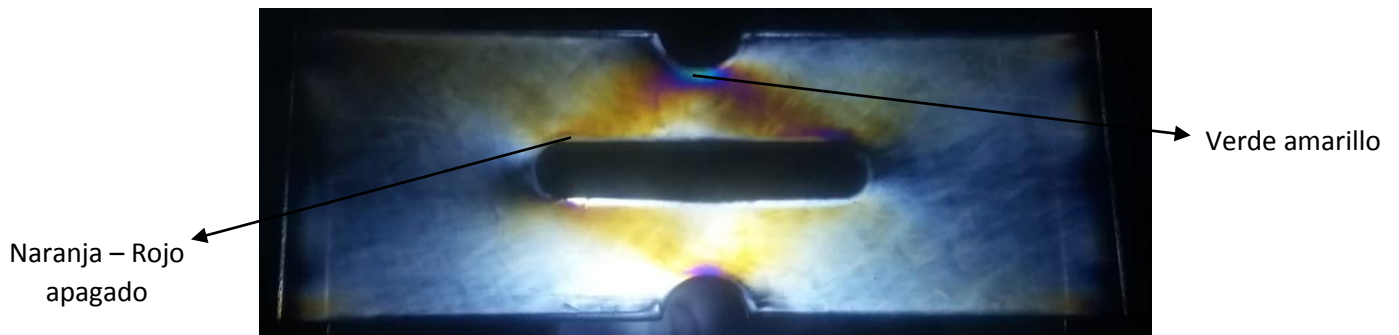


Figura 3.9. Probeta con ranura central y cambios de sección laterales, carga 20 Kg.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 3.9, la tonalidad de ambos concentradores de esfuerzos aumenta, lo cual justifica la teoría de la superposición de campos.

Considerando la parte de los cambios de sección laterales, se puede observar una tonalidad verde amarillenta, correspondiente a un número de orden $N \sim 1,39$.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,39 \times 21230,31}{6,1 \times 1000} = 4,84 \text{ MPa}$$

Si se considera la parte de la ranura central se puede observar en la figura 3.9, una tonalidad correspondiente al rojo apagado ($N \sim 0,90$)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,90 \times 21230,31}{6,1 \times 1000} = 3,13 \text{ MPa}$$

A continuación en la tabla 3.3 se muestra la compilación de los ensayos de fotoelasticidad de las últimas tres probetas.

Tabla 3.3. Comparación de resultados con superposición de campos de dos concentradores diferentes.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
20	196,13	RANURA CENTRAL	2,26
20	196,13	CAMBIOS DE SECCIÓN LATERALES	3,42
20	196,13	RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - RANURA	3,13
		RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - SECCIÓN	4,84

Fuente: Propia

Como se observa en la tabla 3.3, el concentrador que más influye en la distribución de esfuerzos constituyen los cambios de sección laterales, ya que al superponer ambos concentradores el valor del esfuerzo aumenta en 1,5 veces aproximadamente, mientras que en la ranura crece 1,4 veces en comparación del concentrador solo.

Este estudio nos muestra que en elementos que poseen más de un concentrador, el esfuerzo tiende a acumularse en aquel más crítico, es decir, en aquel que reciba la influencia de los

demás concentradores, dependiendo de los cambios de sección que involucre dicho concentrador.

A continuación se muestran probetas con diversos concentradores de tensiones, en los cuales basándose en las premisas de los ensayos anteriores se puede intuir la forma de la distribución de los esfuerzos al ser aplicados una carga conocida.

En la figura 3.10 se presenta una probeta típica de un cambio de sección plano, sometida a una carga de 30 Kg, en la cual por la teoría se podría intuir que la parte más ancha al poseer un área mayor tiende a acumular un esfuerzo constante muy bajo en comparación a la parte angosta que al igual que la ancha presenta un esfuerzo uniforme pero mayor que la anterior, esto se justifica ya que el esfuerzo se estima mediante la ecuación 1.7.

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Dicha expresión establece que el esfuerzo presente en el material es inversamente proporcional al área transversal.

De la práctica entonces, se puede establecer el factor de concentración de esfuerzos práctico mediante la ecuación 1.7, sin embargo, el objetivo de esta práctica es determinar el mayor esfuerzo presente a lo largo del material con el fin de comparar dicho resultado con otro método de análisis.

Se observa entonces que el color de mayor número de orden presente durante el ensayo es el naranja, al cual corresponde un número de orden de $N = 0,8$

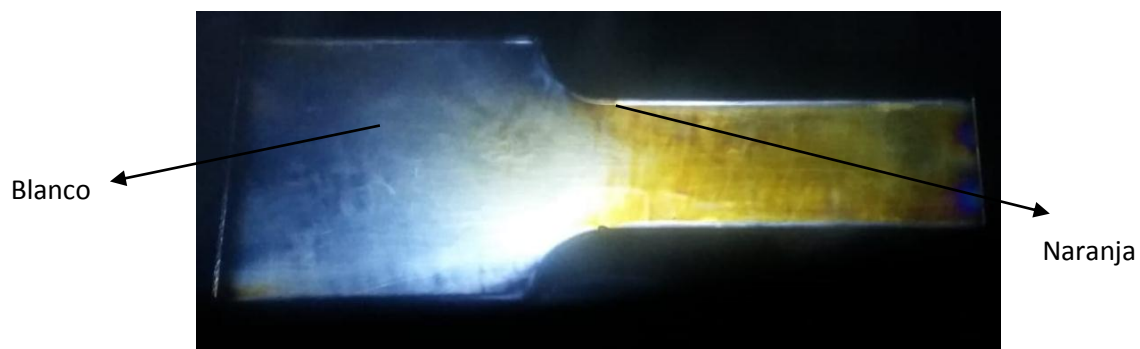


Figura 3.10. Probeta con cambio de sección, carga 30 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,80 \times 21230,31}{5,5 \times 1000} = 3,1 \text{ MPa}$$

Mientras que para la tonalidad más baja que el blanco grisáceo ($N \sim 0,3$) se tiene:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,35 \times 21230,31}{5,5 \times 1000} = 1,16 \text{ MPa}$$

En la tabla 3.4 se muestra la compilación de los resultados del ensayo de fotoelasticidad de dicha probeta.

Tabla 3.4. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta con cambio de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
30	294,2	PARTE ANCHA	1,16
30	294,2	PARTE ANGOSTA	3,1

Fuente: propia

La siguiente probeta (figura 3.11) muestra una geometría con cambios bruscos, en los cuales se observa que se concentra un alto esfuerzo, mientras que en la parte plana central el esfuerzo tiende a ser constante, ya que no existen cambios de sección en dicha porción de material.

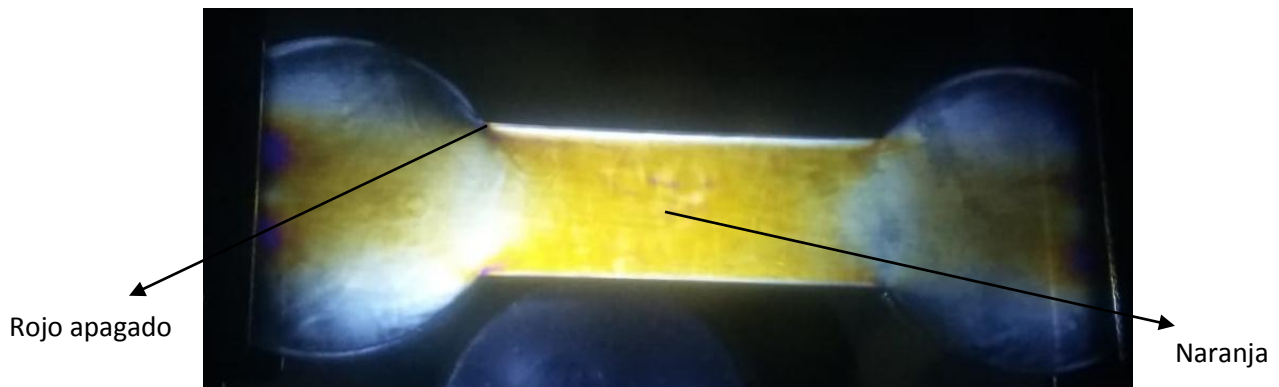


Figura 3.11. Probeta con cambio brusco de sección, carga 30 Kg.

Fuente: Propia

Como se observa en la figura 3.11 la tonalidad que se muestra en el cambio de sección entre el círculo y la parte plana es de color rojo apagado correspondiente a un número de orden de $N = 0,9$.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,90 \times 21230,31}{6,0 \times 1000} = 3,18 \text{ MPa}$$

De manera análoga se observa que la tonalidad que adquiere la parte plana intermedia es de color entre amarillo pálido y naranja correspondiente al número de orden $N \sim 0,65$.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,65 \times 21230,31}{6,0 \times 1000} = 2,29 \text{ MPa}$$

Lo interesante además de esta probeta es que el círculo influye fuertemente en la parte plana, ya que se observa que en los extremos de la misma los esfuerzos hacen que el material adquiera una tonalidad similar a la de los círculos adyacentes.

Los resultados obtenidos del ensayo de fotoelasticidad de la probeta de la figura 3.11, se muestran a continuación en la tabla 3.5.

Tabla 3.5. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
30	294,2	SECCIÓN CONTINUA	2,29
30	294,2	CAMBIO DE SECCIÓN	3,18

Fuente: propia

El siguiente elemento trata de explicar el funcionamiento de una horquilla, similar a las usadas en los acoples de bicicletas, motocicletas o en la junta de un cardán, este estudio se lo realiza para analizar el comportamiento y la distribución de esfuerzos a lo largo de la geometría compleja de la horquilla similar a la mostrada en la figura 3.12.

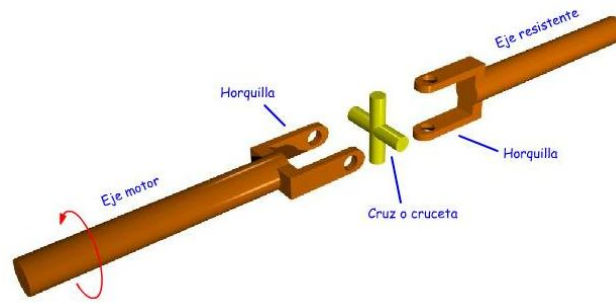


Figura 3.12. Partes de una junta de cardán, funcionamiento de una horquilla.

Fuente: <http://cuestionariostecnologia.blogspot.com/2010/04/cuestionario-sobre-la-junta-cardan.html>

Como limitación del presente proyecto, el estudio de la distribución de esfuerzos se lo debe realizar de acuerdo a un elemento plano, razón por la cual este estudio muestra una idea de la distribución en una sección transversal del elemento.

Mediante la técnica de la fotoelasticidad se pueden observar zonas de diferente tonalidad que serían muy complicadas para delimitarse por métodos manuales de cálculo, por lo cual se recurre a métodos informáticos como el de los elementos finitos, cuyo resultado se muestra posteriormente.

En la probeta se puede observar según la figura 3.13 que el esfuerzo máximo se concentra en donde el cambio de sección es más brusco, mostrando una tonalidad de color naranja, correspondiente a un número de orden $N \sim 0,85$

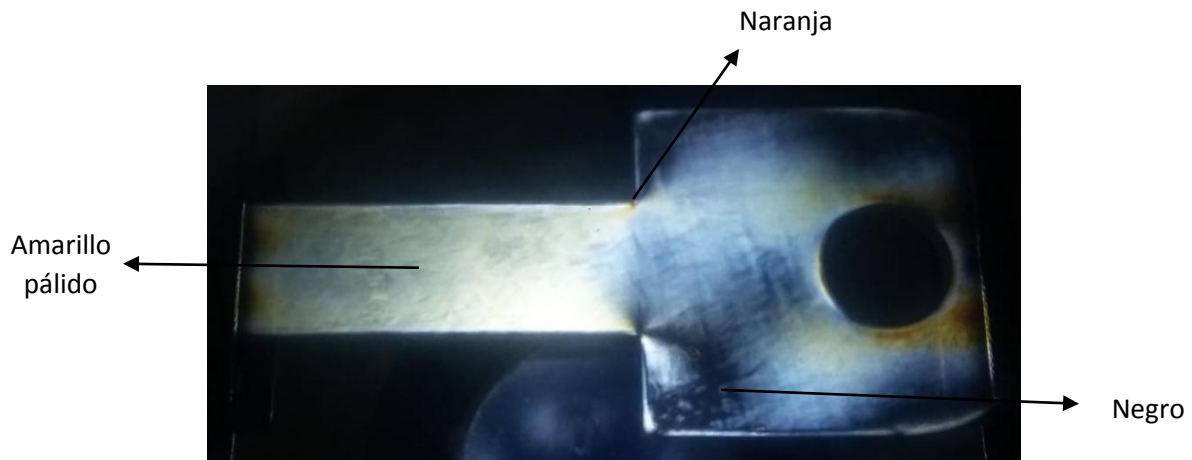


Figura 3.13. Probeta de horquilla, carga 25 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,85 \times 21230,31}{5,3 \times 1000} = 3,40 \text{ MPa}$$

Además en la figura 3.13, también se observan zonas de tonalidad negra en las cuales no se presentarían esfuerzos, y otras zonas de tonalidad entre amarillo pálido y blanco $N \sim 0,50$ como en la zona de sección constante.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,50 \times 21230,31}{5,3 \times 1000} = 2,0 \text{ MPa}$$

Como una observación final se hace hincapié en la influencia del agujero lateral, ya que muestra también una gran concentración de esfuerzos similares a la zona de cambio brusco de sección.

Los resultados obtenidos del ensayo de fotoelasticidad de la probeta de la figura 3.13, se muestran a continuación en la tabla 3.6.

Tabla 3.6. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de horquilla.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
25	245,17	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0
25	245,17	ZONA DE SECCIÓN CONSTANTE	2,0
25	245,17	ZONA DE CAMBIO BRUSCO DE SECCIÓN	3,40

Fuente: propia

La siguiente probeta es una clara muestra del comportamiento de un elemento sometido a tensión pura, ya que se trata de la probeta normalizada para este ensayo.

En la geometría de la probeta de la figura 3.14, se muestran cambios de sección muy suaves que provocan que la transición de esfuerzos sea paulatina a diferencia de la probeta de horquilla de la figura 3.13.

Se observa además en la figura 3.14 que el color predominante es el naranja con un número de orden $N = 0,8$.

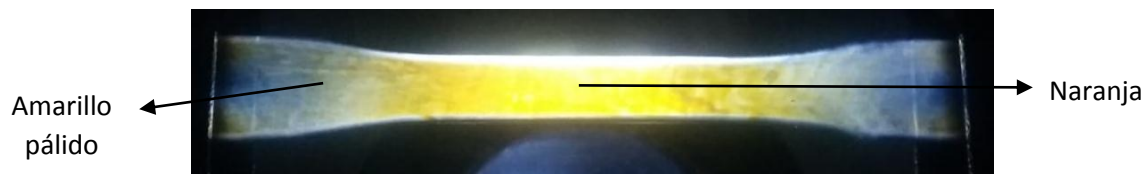


Figura 3.14. Probeta de tensión simple, carga 20 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,80 \times 21230,31}{5,0 \times 1000} = 3,4 \text{ MPa}$$

Luego se muestra la zona de transición con una tonalidad entre blanco y amarillo pálido $N = 0,55$.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,55 \times 21230,31}{5,0 \times 1000} = 2,34 \text{ MPa}$$

Los resultados obtenidos del ensayo de fotoelasticidad de la probeta de la figura 3.14, se muestran a continuación en la tabla 3.7.

Tabla 3.7. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de tensión.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
20	196,13	ZONA DE TRANSICIÓN	2,34
20	196,13	SECCIÓN CENTRAL	3,4

Fuente: Propia.

El siguiente elemento es uno de los más conocidos, ya que fue diseñado para ser parte fundamental de cualquier vehículo con el fin de precautelar la seguridad tanto del conductor como de los ocupantes en el caso de que se suscitare un accidente.

El broche de un cinturón de seguridad constituye por tanto, un elemento de gran importancia ya que puede en ocasiones constituir la diferencia entre la vida y la muerte, razón por la cual su diseño y fabricación deben estar bajo las más estrictas normas de seguridad.

En el presente proyecto se muestra el comportamiento de una probeta de resina poliéster a la cual se le ha dado la forma de un broche de un cinturón para posteriormente inducirle una

carga que simule su funcionamiento y mediante la técnica fotoelástica se pueda estudiar la distribución del campo de esfuerzos en dicho elemento.

En la figura 3.15 se muestra la distribución de los esfuerzos sobre la probeta mencionada anteriormente, la cual ha sido sometida a una carga de tensión de 10 Kg, en la figura se observa que el color con mayor número de orden que se puede observar es el segundo rojo rosa $N = 1,82$.

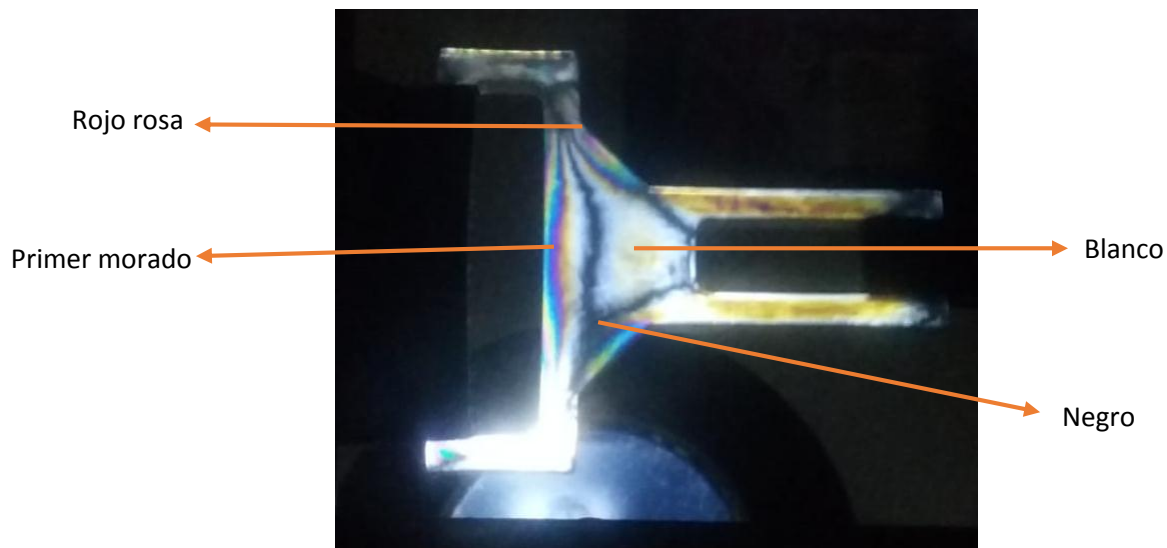


Figura 3.15. Probeta de broche de cinturón, carga 10 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,82 \times 21230,31}{5,9 \times 1000} = 6,55 \text{ MPa}$$

También se observan zonas en las cuales no existe presencia de esfuerzos ($N = 0$), y zonas en donde se aprecia un color morado de primer orden $N = 1,0$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,0 \times 21230,31}{5,9 \times 1000} = 3,59 \text{ MPa}$$

Una zona que llama la atención es en la parte central en donde la tonalidad es blanca $N \sim 0,40$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{0,40 \times 21230,31}{5,9 \times 1000} = 1,44 \text{ MPa}$$

Los resultados obtenidos del ensayo de fotoelasticidad de la probeta de la figura 3.15, se muestran a continuación en la tabla 3.8.

Tabla 3.8. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de broche de cinturón.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
10	98,07	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD BLANCA	1,44
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD AZUL	3,59
10	98,07	ZONA DE MAXIMO ESFUERZO	6,55

Fuente: Propia

La siguiente probeta fue diseñada con el objetivo de estudiar el comportamiento de la sección transversal de un puente de dos columnas, sobre la cual actúa una carga puntual conocida simulando el paso o estacionamiento de un automóvil, como debería suponerse este análisis nos muestra la distribución de los esfuerzos a lo largo de la geometría, con el fin subsecuente de determinar los puntos críticos sobre los cuales actúa el diseñador, es decir, los puntos sobre los cuales deberán colocarse refuerzos o simplemente con la extrapolación de resultados se podría determinar la carga máxima que soportaría el puente.

Como es de suponerse, el conocimiento de dicha carga máxima o permisible es esencial al momento de poner en operación un elemento de este tipo, ya que al igual que la probeta anterior, constituye la diferencia entre la vida y la muerte, de muchas personas a la vez.

Razón por la cual es que en la figura 3.16 se analiza la distribución a lo largo de la probeta mencionada y se observa con gran sorpresa que bajo la acción de una carga relativamente baja, el esfuerzo es tan intenso que llega a develar una tonalidad de color verde amarillento

$N = 1,39$

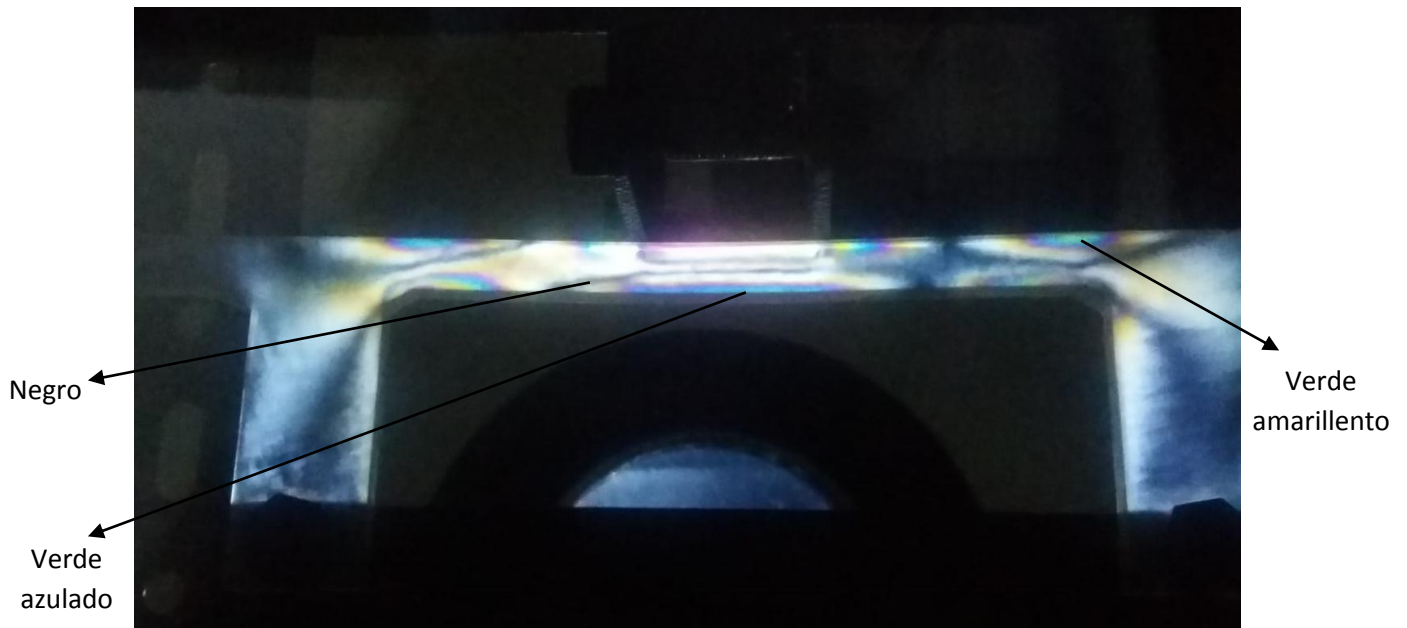


Figura 3.16. Probeta de sección transversal de un puente, carga 5 Kg.

Fuente: Propia

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,39 \times 21230,31}{6,0 \times 1000} = 4,92 \text{ MPa}$$

Esto nos muestra que debido a la geometría compleja del elemento se forman concentradores de esfuerzo tan grande que el calculista o diseñador debe considerar al momento del diseño.

Otra zona que causa interés es aquella que presenta una tonalidad verde azulado $N = 1,22$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{NF}{h} = \frac{1,39 \times 21230,31}{6,0 \times 1000} = 4,32 \text{ MPa}$$

Además se pueden observar zonas de esfuerzo nulo $N = 0$, formadas transversalmente a la dirección de la carga, esto podría explicar que debido a que la carga actuante sobre la probeta es una combinación entre compresión y flexión, las zonas en donde se anula el esfuerzo serían las líneas imaginarias por donde pasa el eje neutro.

Los resultados obtenidos del ensayo de fotoelasticidad de la probeta de la figura 3.16, se muestran a continuación en la tabla 3.9.

Tabla 3.9. Resultados del ensayo de fotoelasticidad en una probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
5	49,03	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AZULADO	4,32
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AMARILLO	4,92

Fuente: Propia

En la sección 3.2., se muestran los resultados de los análisis por elementos finitos de las probetas, esto con el fin de poder comparar dichos resultados para generar conclusiones y recomendaciones en cuanto al procedimiento experimental.

3.2. Análisis por el método de elementos finitos

Luego de establecer los resultados de la técnica experimental de la fotoelasticidad se procede en el presente proyecto a una técnica auxiliar con la cual se puedan comparar los resultados de la sección 3.1., lo cual contribuirá a realizar mejoras en el procedimiento experimental.

El orden que se seguirá en esta sección es similar al anterior ya que así se podrá tener un buen ordenamiento de la información para su posterior manipulación.

Como premisa es necesario delimitar las características del material en el programa, según indica la tabla 2.2, este paso se muestra a continuación en la figura 3.17.

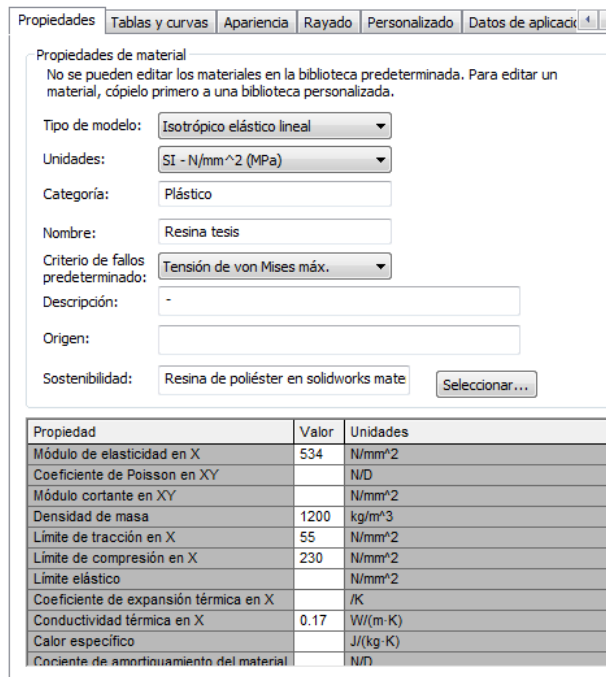


Figura 3.17. Propiedades de la resina poliéster cargadas en el simulador de elementos finitos.

Fuente: Propia

Es importante mencionar que el método de los elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés), presenta ciertas ventajas dentro de las cuales se destacan:

- Presenta soluciones a problemas de ingeniería que contemplan condiciones complejas tanto de geometría, como de carga, en general, en donde es prácticamente imposible obtener una solución analítica del problema mediante métodos manuales convencionales.
- El uso de ordenadores facilita la solución de las innumerables ecuaciones formadas al discretizar el modelo real, lo cual repercute en la optimización de tiempo y recursos tanto materiales como intangibles.
- Su aplicación se ha visto ligado al desarrollo computacional, ya que en la actualidad puede ser utilizado para la resolución de problemas estructurales (esfuerzos y vibraciones) y no estructurales (calor, fluidos, electricidad y magnetismo), todo esto con una gran precisión de resultados.
- Con el uso de la técnica de los elementos finitos es posible además observar y estudiar el comportamiento de materiales compuestos que se han ido desarrollando en los

últimos tiempos, así como también brindan una idea de la dinámica de los procesos de fabricación, lo cual contribuye a mejorar los parámetros de dichos procesos.

- En asunto de costos, el método de los elementos finitos presenta una gran ventaja ya que los recursos consumibles se limitan a los computacionales y humanos, es decir, el como el usuario puede discretizar o incluso interpretar los resultados del método, los cuales a su vez ya son asequibles a la mayoría de usuarios, ya que no contemplan algoritmos complicados, ni conocimientos especiales de hardware o software.

Una de las principales desventajas es precisamente una de sus características, ya que el usuario debe estar en la capacidad de realizar una buena discretización, así como también de establecer las condiciones necesarias y suficientes para que el método no presente resultados con grandes desviaciones, adicionalmente es importante recalcar que cuando la discretización se da con un número bastante elevado de elementos, es decir, una malla muy fina, los errores totales del proceso son muy elevados lo cual puede provocar desviaciones o malas interpretaciones para el diseñador o calculista.

Para el presente proyecto una vez establecidas las propiedades del material, es necesario establecer las condiciones de sujeción y aplicación de carga, lo cual gracias al diseño del equipo se facilita de gran manera.

La primera probeta en analizarse será la que presenta un concentrador de esfuerzo en forma de un círculo en el centro de su geometría, en la cual se establecen las siguientes condiciones de sujeción y aplicación de carga mostradas en la figura 3.18.

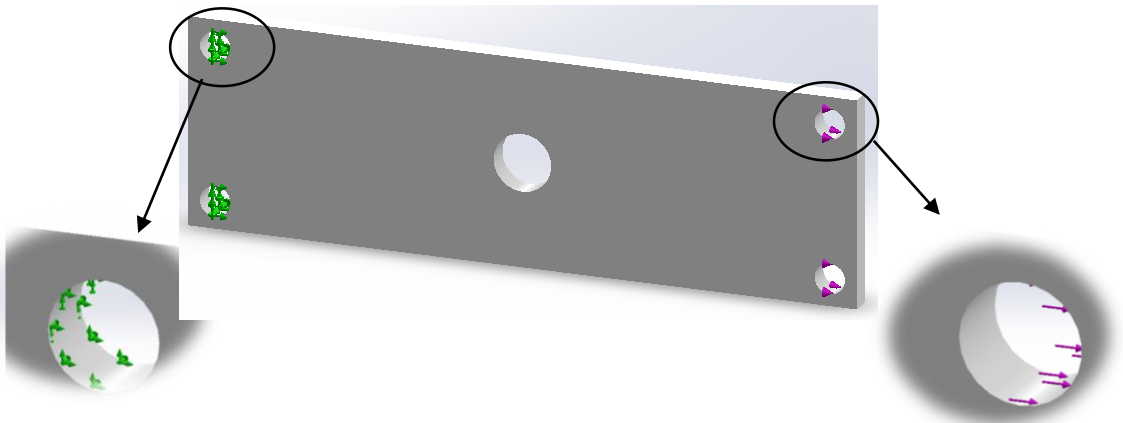


Figura 3.18. Restricciones del modelo 3D para el análisis de elementos finitos.

Fuente: Propia

Es conveniente que tanto la restricción fija como la de la carga aplicada se apliquen sobre media circunferencia como indica la figura 3.18, esto con el fin de aproximarse a las condiciones reales de simulación, es importante aclarar que las restricciones para los demás modelos serán similares.

3.2.1. Análisis de convergencia de la malla

Es importante considerar el tamaño de malla adecuado al momento de realizar las simulaciones por elementos finitos, ya que en relación al número de elementos se pueden generar gradientes significativos en los resultados.

Una de las maneras más prácticas para analizar esta convergencia es tomar un parámetro como referencia, en el caso del presente proyecto se toma el esfuerzo máximo de Von Misses y comprar su variación con diferentes tamaños de malla.

La grafica resultante de este análisis se establece en base a la probeta plana con un agujero central y se muestra a continuación en la figura 3.19, de la cual se deduce que el tamaño de malla adecuado es el planteado por el programa ya que para ese caso se tiene:

- Número de elementos: 8267
- Esfuerzo máximo de Von Misses: 15,7MPa

Se puede observar además que la mayoría de las líneas de tendencia del gráfico 3.19 convergen a la malla definida por el programa, a manera de ejemplo se muestra la línea de tendencia exponencial en donde se corrobora dicho efecto.

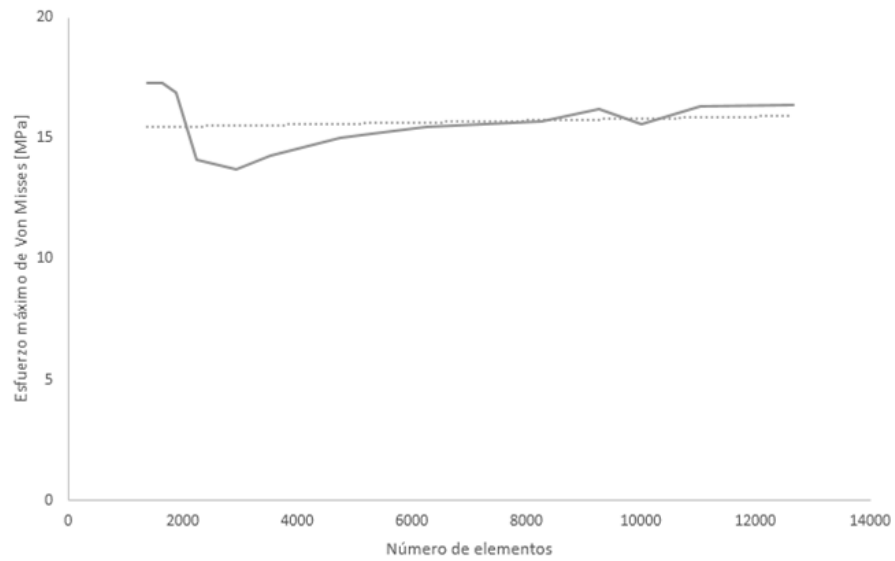


Figura 3.19. Convergencia de resultados para el análisis por elementos finitos

Fuente: Propia

Posteriormente de acuerdo a los análisis de experimentales se asigna el valor de carga en cada zona de aplicación, para la simulación se toma un tamaño de malla medio o por default del programa, mismo que se muestra en la figura 3.20.

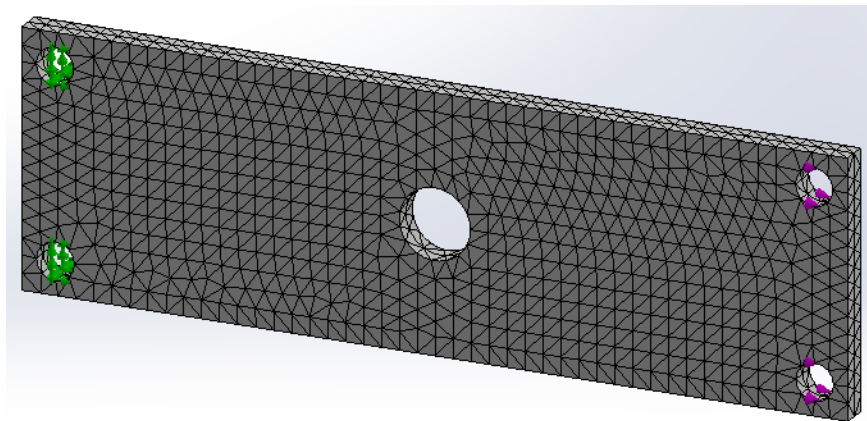


Figura 3.20. Mallado de la probeta con agujero central.

Fuente: Propia

Cabe mencionar que para las demás probetas y si el caso lo amerita se deberá refinar la malla en las zonas donde hayan cambios muy bruscos de geometría.

Finalmente lo que resta es simular e interpretar resultados, para lo cual en la figura 3.21 se muestran los principales resultados del esfuerzo principal a la izquierda y del esfuerzo secundario a la derecha.

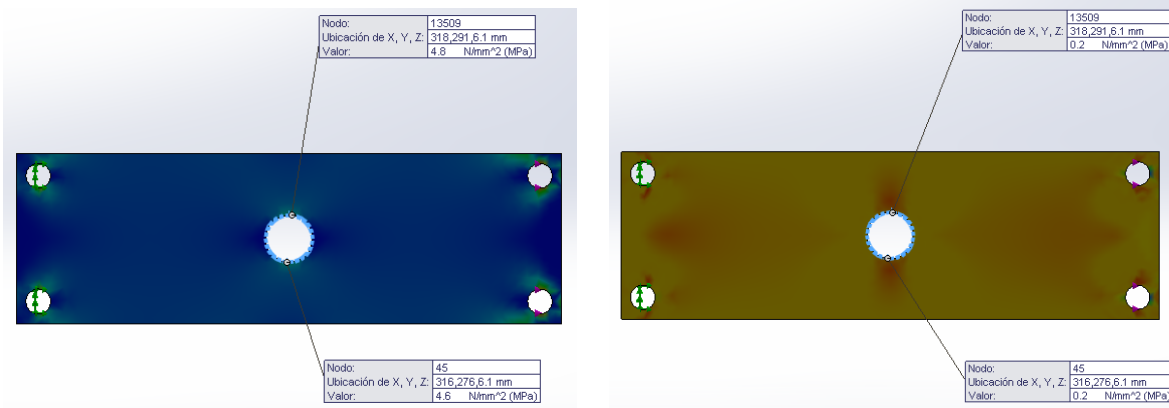


Figura 3.21. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujero central.

Fuente: Propia

Como se observa los esfuerzos principales σ_1 y σ_2 se establecen en los mismos puntos en los que se analizó la técnica fotoelástica con el fin de poder comparar dichos resultados posteriormente.

En los puntos indicados en la figura se establecen:

$$\sigma_1 = 4,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,2 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 4,8 - 0,2 = 4,6 \text{ MPa}$$

Debido a que en la tabla 3.2 se muestra una comparación entre las tres probetas, en esta parte del proyecto se determinarán los mismos resultados desde el punto de vista de elementos finitos.

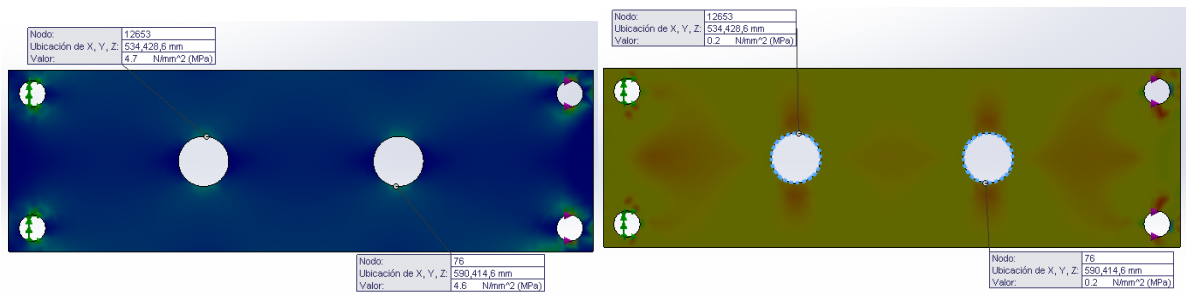


Figura 3.22. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujeros centrales orientados horizontales.

Fuente: Propia

En esta simulación se observa que:

$$\sigma_1 = 4,62 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,2 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 4,62 - 0,2 = 4,42 \text{ MPa}$$

En la siguiente simulación correspondiente a la probeta con círculos verticales, se obtienen los siguientes gráficos mostrados en la figura 3.23.

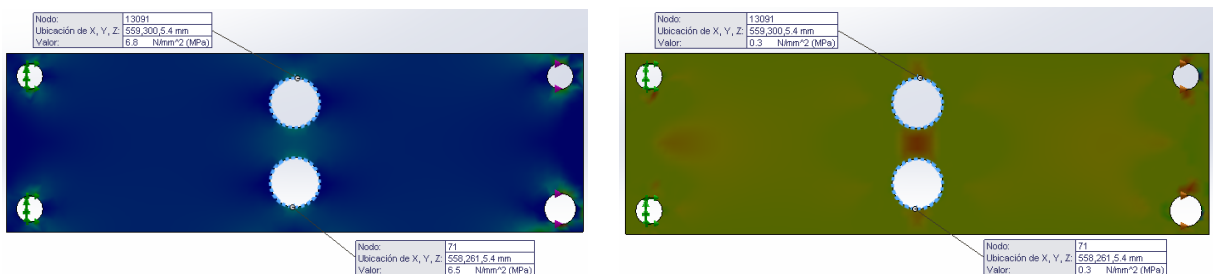


Figura 3.23. Resultado de los esfuerzos principales en la probeta con agujeros centrales

Fuente: Propia

En esta simulación se observa que:

$$\sigma_1 = 6,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,32 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 6,6 - 0,32 = 6,28 \text{ MPa}$$

Los resultados obtenidos del ensayo por elementos finitos de las probetas de las figuras 3.21, 3.22 y 3.23 se muestran a continuación en la tabla 3.10.

Tabla 3.10. Comparación de resultados con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos mediante elementos finitos.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
38	372,4	UN AGUJERO CENTRAL	4,6
38	372,4	DOS AGUJEROS HORIZONTALES	4,42
38	372,4	DOS AGUJEROS VERTICALES	6,28

Fuente: Propia

Las siguientes tres simulaciones también muestran una comparación entre el efecto de dos concentradores sobre una probeta, en la primera como en el caso de la fotoelasticidad se muestra una probeta con una ranura central sometida a una carga de 20 Kg.

Los resultados obtenidos por elementos finitos se muestran en la figura 3.24.

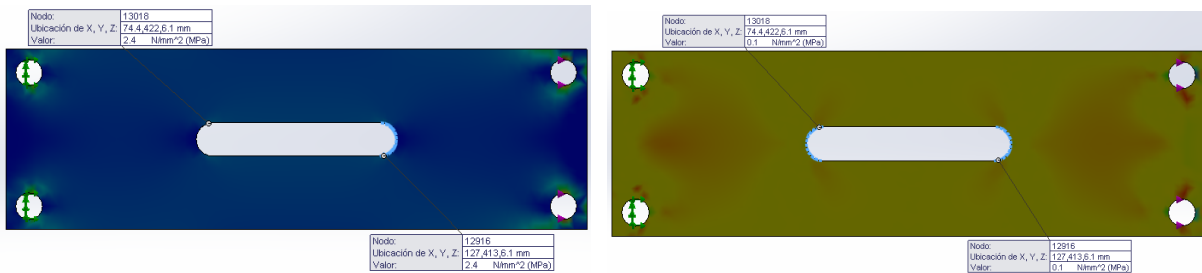


Figura 3.24. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con ranura central.

Fuente: Propia

En esta simulación se observa que:

$$\sigma_1 = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,091 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2,1 - 0,091 = 2,01 \text{ MPa}$$

En la siguiente simulación, se tiene:

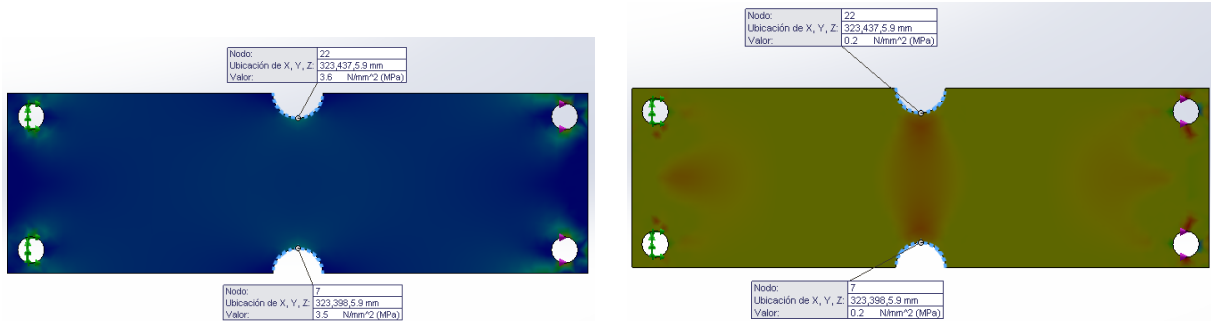


Figura 3.25. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambios de sección laterales.

Fuente: Propia

En esta simulación se observa que:

$$\sigma_1 = 3,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,13 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 3,2 - 0,13 = 3,07 \text{ MPa}$$

La siguiente simulación muestra la acción combinada de ambos concentradores.

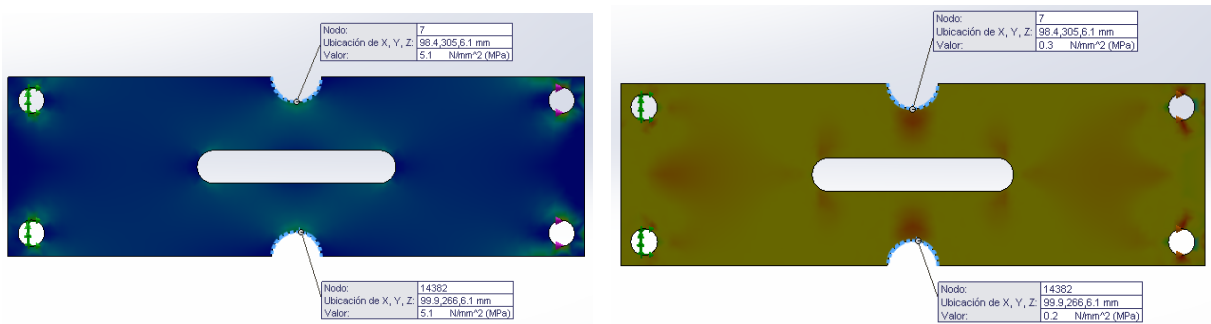


Figura 3.26. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambios de sección lateral y ranura central.

Fuente: Propia

En esta simulación se observa que en la parte de la ranura se desarrollan los siguientes esfuerzos:

$$\sigma_1 = 2,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,12 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2,8 - 0,12 = 2,78 \text{ MPa}$$

Mientras que en la parte de los cambios de sección laterales se muestran los siguientes esfuerzos:

$$\sigma_1 = 5,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,23 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 5,0 - 0,23 = 4,77 \text{ MPa}$$

Finalmente la tabla 3.11, muestra la compilación de los resultados de las últimas tres probetas.

Tabla 3.11. Comparación de resultados obtenidos mediante elementos finitos con superposición de campos de dos concentradores diferentes.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
20	196,13	RANURA CENTRAL	2,01
20	196,13	CAMBIOS DE SECCIÓN LATERALES	3,07
20	196,13	RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - RANURA	2,78
		RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - SECCIÓN	4,77

Fuente: Propia

En la siguiente simulación se consideran dos partes de la misma probeta, la denominada parte ancha y la otra angosta, como se muestra en la figura 3.27.

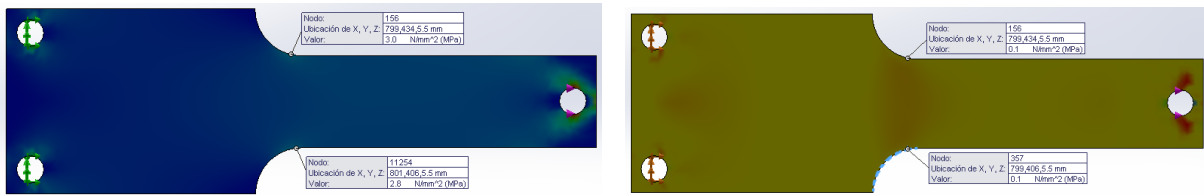


Figura 3.27. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio de sección.

Fuente: Propia

De la simulación se obtienen los siguientes esfuerzos en la parte ancha.

$$\sigma_1 = 2,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,03 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2,8 - 0,03 = 2,77 \text{ MPa}$$

Mientras que en la parte ancha se obtuvieron:

$$\sigma_1 = 1,02 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,01 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 1,02 - 0,01 = 1,01 \text{ MPa}$$

En la tabla 3.12 se muestran los resultados del análisis de elementos finitos de esta probeta.

Tabla 3.12. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2 \text{ (MPa)}$	
Kg	N		
30	294,2	PARTE ANCHA	1,01
30	294,2	PARTE ANGOSTA	2,77

Fuente: Propia

La siguiente simulación muestra el comportamiento de una probeta con cambio brusco de sección, sometida a una carga de tensión constante de 30 Kg, el objetivo es determinar los esfuerzos tanto en el concentrador como en la parte de sección constante.

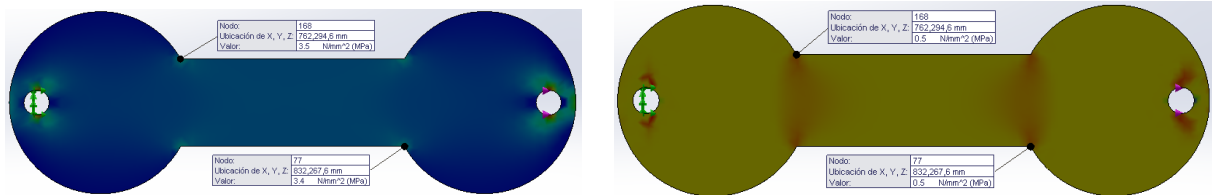


Figura 3.28. Resultado de los esfuerzos principales por elementos finitos en la probeta con cambio brusco de sección.

Fuente: Propia

En la primera parte, la del concentrador, se obtuvieron los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 3,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,45 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 3,3 - 0,45 = 2,85 \text{ MPa}$$

Mientras que en la parte central, de sección constante se tiene:

$$\sigma_1 = 1,95 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 1,95 - 0,00 = 1,95 \text{ MPa}$$

La tabla 3.13 muestra la compilación de los resultados de este análisis.

Tabla 3.13. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
30	294,2	SECCIÓN CONTINUA	1,95
30	294,2	CAMBIO DE SECCIÓN	2,85

Fuente: Propia

Como se mencionó anteriormente la horquilla es un elemento estructural muy usado para la transmisión de movimiento, razón por la cual se determina una parte de este proyecto en la simulación del comportamiento de este elemento bajo la acción de una carga de tensión de 25 Kg.

En esta simulación se distinguen tres zonas una de menor esfuerzo, ubicada a la izquierda, en donde la sección es corta y constante, en esta sección se determinan los siguientes esfuerzos según muestra la figura 3.29.

$$\sigma_1 = 1,76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 1,76 - 0,0 = 1,76 \text{ MPa}$$

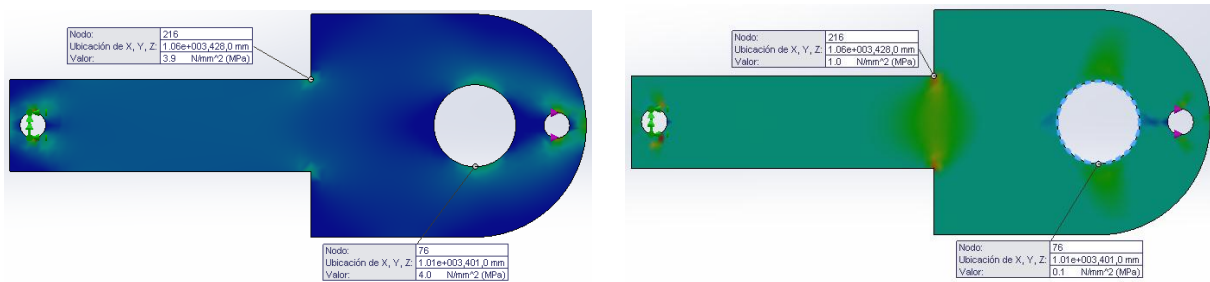


Figura 3.29. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de horquilla.

Fuente: Propia

La segunda zona es la del cambio brusco de sección mostrada en la figura 3.29, en la cual se tienen los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 3,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 3,7 - 0,0 = 3,7 \text{ MPa}$$

La tercera zona es una de esfuerzo nulo, ubicada entre el círculo del pasador de la horquilla y el cambio brusco de sección, en esta zona se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 0,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0,1 - 0,0 = 0,1 \text{ MPa}$$

En la tabla 3.14 se muestra la compilación de los resultados de este ensayo.

Tabla 3.14. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de horquilla.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
25	245,17	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0,1
25	245,17	ZONA DE SECCIÓN CONSTANTE	1,76
25	245,17	ZONA DE CAMBIO BRUSCO DE SECCIÓN	3,7

Fuente: Propia

La siguiente simulación se muestra el comportamiento de una probeta de tensión simple sometida a una carga de 20 kg, como se muestra en la figura 3.30, en la cual se distinguen dos zonas: la primera que es la central de sección constante en la cual se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 3,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 3,0 - 0,0 = 3,0 \text{ MPa}$$

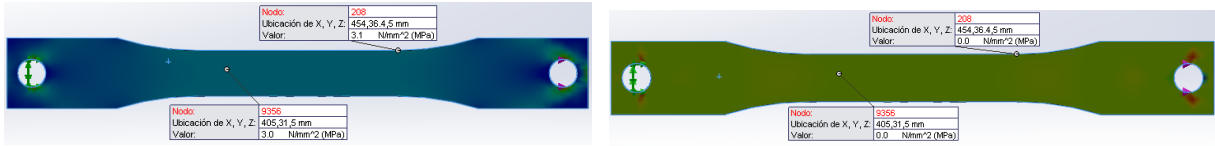


Figura 3.30. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de tensión.

Fuente: Propia

La segunda zona es la de la transición de geometría entre la parte central (angosta) y los extremos (anchos), en esta zona se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2,1 - 0,0 = 2,1 \text{ MPa}$$

La tabla 3.15 recopila los resultados del análisis.

Tabla 3.15. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de tensión.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2 \text{ (MPa)}$	
Kg	N		
20	196,13	ZONA DE TRANSICIÓN	2,1
20	196,13	SECCIÓN CENTRAL	3,0

Fuente: Propia

La siguiente simulación se refiere a una probeta de broche de cinturón con carga de 10 Kg, en la cual tanto las restricciones como las cargas se aplican según muestra la figura 3.31.

En esta simulación se establecen cuatro zonas como muestra la figura 3.15: la primera de esfuerzo nulo en la cual se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 0,01 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0,01 - 0,0 = 0,01 \text{ MPa}$$

La segunda zona denominada zona blanca, en la cual se distinguen los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 0,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0,9 - 0,0 = 0,9 \text{ MPa}$$

La tercera zona de tonalidad azul, con los siguientes esfuerzos:

$$\sigma_1 = 3,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 3,0 - 0,0 = 3,0 \text{ MPa}$$

Y la cuarta y última zona de esfuerzo máximo en la cual se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 7,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,7 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 7,2 - 0,7 = 6,5 \text{ MPa}$$

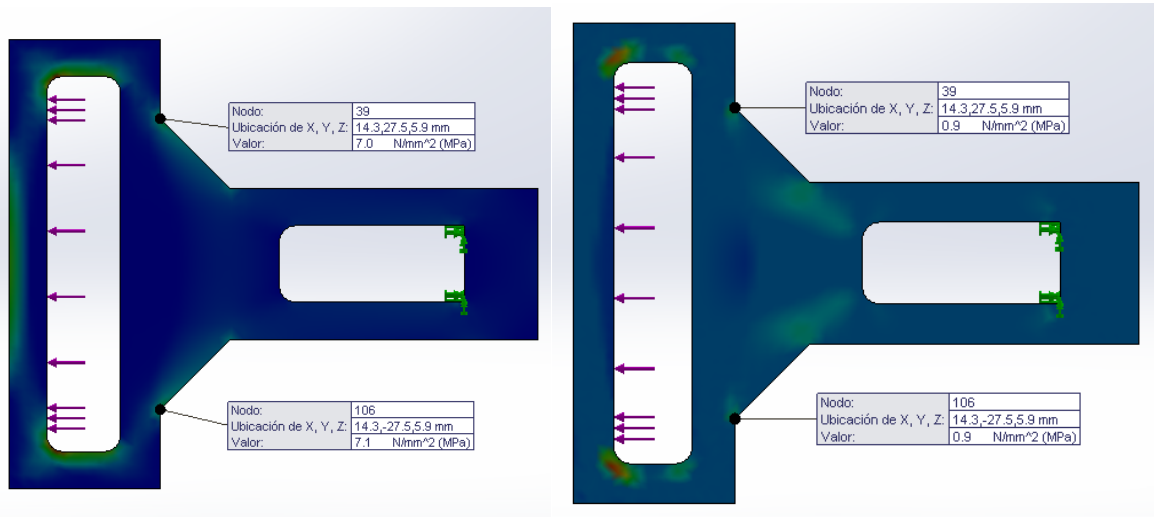


Figura 3.31. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de broche de cinturón.

Fuente: Propia

Finalmente los resultados se muestran en la tabla 3.16.

Tabla 3.16. Resultados del ensayo de elementos finitos en una probeta de broche de cinturón.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
10	98,07	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0,01
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD BLANCA	0,9
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD AZUL	3,0
10	98,07	ZONA DE MAXIMO ESFUERZO	6,5

Fuente: Propia

En la siguiente simulación, se presenta el caso de la sección transversal del puente de la figura 3.16, con una carga de 5 Kg, en la cual se distinguen tres zonas: la primera una zona de esfuerzo nulo, en la cual se determinan los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 0,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0,2 - 0,0 = 0,2 \text{ MPa}$$

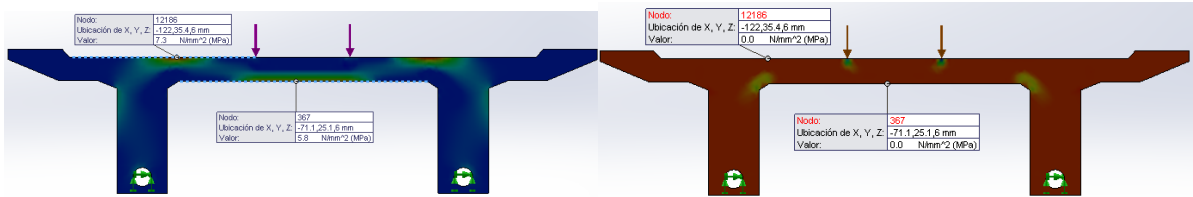


Figura 3.32. Esfuerzos principales obtenidos por elementos finitos en la probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.

Fuente: Propia

La segunda zona de tonalidad verde azulado según la figura 3.16, la cual presenta los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 4,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 4,7 - 0,0 = 4,7 \text{ MPa}$$

La tercera y última zona de tonalidad verde amarillenta según la figura 3.16, la cual presenta los siguientes esfuerzos.

$$\sigma_1 = 5,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0,0 \text{ MPa}$$

Con lo cual:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 5,2 - 0,0 = 5,2 \text{ MPa}$$

Los resultados obtenidos del ensayo por elementos finitos de la probeta de la figura 3.32, se muestran a continuación en la tabla 3.17.

Tabla 3.17. Resultados del ensayo por elementos finitos en una probeta de sección transversal de un puente de dos columnas.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)	
Kg	N		
5	49,03	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0,2
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AZULADO	4,7
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AMARILLO	5,2

Fuente: Propia

3.3. Comparación de resultados

El objetivo de esta sección es determinar los gradientes entre los resultados obtenidos por fotoelasticidad y por elementos finitos, para posteriormente determinar los errores y desviaciones, lo cual servirá para establecer conclusiones y recomendaciones del trabajo, con ares de optimizar el método práctico de la fotoelasticidad.

El orden en el cual se analizará es el mismo planteado en las secciones 3.1., y 3.2.

En el caso de la probeta con un concentrador circular en el centro y la posterior comparación con las dos diferentes orientaciones del mismo concentrador, se obtuvieron los siguientes resultados mostrados en la tabla 3.18.

Tabla 3.18. Resultados obtenidos con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos mediante elementos finitos y fotoelasticidad.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)		
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS
38	372,4	UN AGUJERO CENTRAL	4,84	4,6
38	372,4	DOS AGUJEROS HORIZONTALES	4,62	4,42
38	372,4	DOS AGUJEROS VERTICALES	6,68	6,28

Fuente: Propia

La desviación se estimará en relación a la siguiente expresión:

$$\Delta = (\sigma_1 - \sigma_2)_{FEM} - (\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad}$$

Así como también el error se estimará en relación al resultado obtenido por elementos finitos.

$$\epsilon = \frac{|(\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad} - (\sigma_1 - \sigma_2)_{FEM}|}{(\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad}} \times 100\%$$

Así, para el caso de los concentradores con diferentes orientaciones cuyos resultados se muestran en la tabla 3.18, se determina:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad} = 4,84 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)_{FEM} = 4,60 \text{ MPa}$$

$$\Delta = (\sigma_1 - \sigma_2)_{FEM} - (\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad} = 4,6 - 4,84 = -0,24 \text{ MPa}$$

$$\epsilon = \frac{|(\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad} - (\sigma_1 - \sigma_2)_{FEM}|}{(\sigma_1 - \sigma_2)_{fotoelasticidad}} \times 100\% = \frac{|4,84 - 4,6|}{4,84} \times 100\% = 4,96\%$$

Los resultados de primer análisis se muestran en la tabla 3.19.

Tabla 3.19. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en las probetas con diferentes orientaciones de concentradores de esfuerzos.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
25	245,17	UN AGUJERO CENTRAL	4,84	4,6	-0,24	4,96
25	245,17	DOS AGUJEROS HORIZONTALES	4,62	4,42	-0,20	4,33
25	245,17	DOS AGUJEROS VERTICALES	6,68	6,28	-0,40	5,99

Fuente: Propia

En la siguiente tabla se muestran las desviaciones y errores en los resultados obtenidos de la interacción de dos concentradores (ranura y cambios de sección laterales) sobre una misma probeta, tal como se muestran en las figuras 3.7, 3.8, 3.9 y 3.26.

Tabla 3.20. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en las probetas con acción combinada de dos concentradores de esfuerzos.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
20	196,13	RANURA CENTRAL	2,26	2,01	-0,25	11,06
20	196,13	CAMBIOS DE SECCIÓN LATERALES	3,42	3,07	-0,35	10,23
20	196,13	RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - RANURA	3,13	2,78	-0,35	11,18
		RANURA CENTRAL Y CAMBIO DE SECCIÓN LATERAL - SECCIÓN	4,84	4,77	-0,07	1,45

Fuente: Propia

La siguiente tabla muestra las desviaciones y errores en los resultados obtenidos en dos zonas de una probeta con cambio de sección según muestran las figuras 3.10 y 3.27.

Tabla 3.21. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
30	294,2	PARTE ANCHA	1,16	1,01	-0,15	12,93
30	294,2	PARTE ANGOSTA	3,1	2,77	-0,33	10,65

Fuente: Propia

A continuación se muestran las desviaciones y los errores en los resultados obtenidos en dos zonas diferentes de una probeta con cambio brusco de sección según muestran las figuras 3.11 y 3.28.

Tabla 3.22. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
30	294,2	SECCIÓN CONTINUA	2,29	1,95	-0,31	13,72
30	294,2	CAMBIO DE SECCIÓN	3,18	2,85	-0,33	10,38

Fuente: Propia

En la tabla 3.23 se muestran las desviaciones y los errores en los resultados obtenidos en tres zonas diferentes de una probeta de horquilla según muestran las figuras 3.13 y 3.29.

Tabla 3.23. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
25	245,17	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0	0,1	0,10	-
25	245,17	ZONA DE SECCIÓN CONSTANTE	2,0	1,76	-0,24	12,00
25	245,17	ZONA DE CAMBIO BRUSCO DE SECCIÓN	3,40	3,7	0,30	8,82

Fuente: Propia

En esta tabla vale la oportunidad recalcar que el error es indeterminado ya que unos de los valores considerados en nulo, razón por la cual se establece la diferencia sobre la desviación del esfuerzo, lo que nos da un valor de aproximadamente 0.

En la siguiente tabla se muestran las desviaciones y los errores en los resultados obtenidos en dos zonas diferentes de una probeta de tensión simple según muestran las figuras 3.14 y 3.30.

Tabla 3.24. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
20	196,13	ZONA DE TRANSICIÓN	2,34	2,1	-0,24	10,26
20	196,13	SECCIÓN CENTRAL	3,4	3,0	-0,40	11,76

Fuente: Propia

A continuación se muestran las desviaciones y los errores en los resultados obtenidos en cuatro zonas diferentes de una probeta de broche de cinturón según muestran las figuras 3.15 y 3.31.

Tabla 3.25. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
10	98,07	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0	0,01	0,01	-
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD BLANCA	1,44	0,9	-0,54	37,50
10	98,07	ZONA DE TONALIDAD AZUL	3,59	3,0	-0,59	16,43
10	98,07	ZONA DE MAXIMO ESFUERZO	6,55	6,5	-0,05	0,76

Fuente: Propia

Finalmente en la tabla 3.26 se muestran las desviaciones y los errores en los resultados obtenidos en tres zonas diferentes de una probeta de sección transversal de un puente de dos columnas según muestran las figuras 3.16 y 3.32.

Tabla 3.26. Desviaciones y errores de los resultados obtenidos mediante elementos finitos y fotoelasticidad en dos zonas de una probeta con cambio brusco de sección.

CARGA		$\sigma_1 - \sigma_2$ (MPa)			DESVIACIÓN Δ (MPa)	ERROR %
Kg	N		FOTOELASTICIDAD	ELEMENTOS FINITOS		
5	49,03	ZONA DE MENOR ESFUERZO	0	0,2	0,20	-
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AZULADO	4,32	4,7	0,38	8,80
5	49,03	ZONA DE TONALIDAD VERDE AMARILLO	4,92	5,2	0,28	5,69

Fuente: Propia

Adicionalmente en este punto del trabajo se puede observar en las tablas 3.19 a la 3.26 que la máxima desviación es $-0,59$ MPa correspondiendo a la probeta del broche de cinturón, esta desviación muestra que el método de elementos finitos se desvía en relación a la técnica de la fotoelasticidad, esto puede explicarse debido a que para el ensayo de fotoelasticidad existen aún inconvenientes para delimitar las zonas isocromáticas lo cual repercute en la aproximación del número de orden que a su vez puede ser contraproducente ya que puede desembocar en desviaciones mayores o incluso en la mala interpretación de los resultados por parte de la persona que manipula el equipo.

El máximo error ocurre de hecho en el mismo punto y con la misma probeta ya que como se observa en la figura 3.15 las franjas isocromáticas presentan geometrías complejas lo cual dificulta la interpretación, para evitar esto se recomienda en trabajos posteriores que se establezca en lo posible sistemas de graduación más sofisticados con el fin de estimar con menos errores el valor de los esfuerzos, de manera análoga se sigue en este caso que por tratarse de una geometría con concentradores muy significativos se realice un estudio a la malla que generan los elementos finitos, cabe mencionar que el fin de éste último método dentro del proyecto sirvió como guía y apoyo a la técnica experimental y que debe tratarse como eso.

En las tablas mostradas anteriormente se observan además que las desviaciones oscilan entre 0,01 y -0,59 MPa, lo cual muestra que en sí, la técnica experimental si bien amerita una mayor sofisticación muestra una idea clara del comportamiento de los materiales birrefringentes, y de la formación de las franjas isocromáticas.

Puede observarse además que los errores oscilan entre 1,45% y 37,5%, el caso último se explica ya que la geometría así como la forma y modo de aplicación de la carga influyen drásticamente en el resultado, por otro lado se observa que el error mínimo es muy bajo siendo casi nulo, esto es un buen indicio de fiabilidad tanto de la técnica experimental como de la validación mediante técnicas computacionales, ya que se observa que los errores oscilan entre el 10%.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. Conclusiones

En el desarrollo del presente proyecto se analizaron los esfuerzos obtenidos mediante la técnica de la fotoelasticidad a través de la proyección de un haz luminoso que al incidir sobre una probeta de material birrefringente (resina poliéster) se descompuso en los diferentes colores del espectro visible de acuerdo a la intensidad del esfuerzo presente en cada zona, tal como indican las gráficas 3.1 a la 3.16, además a dichos resultados se los comparó con el método computacional de los elementos finitos cuyas desviaciones y errores se muestran en las tablas 3.19 a la 3.26, cabe mencionar que la desviación máxima obtenida de la comparación de resultados fue de $-0,59 MPa$, y la mínima $0,01 MPa$, además los errores oscilan entre 1,45% y 37,5%.

La técnica fotoelástica constituye una técnica experimental que involucra una serie de procedimientos y restricciones para su normal desarrollo y posterior interpretación, una de ellas que se presentó con gran énfasis en el desarrollo del presente trabajo es que se utilizaron probetas planas que si bien buscaron estudiar el comportamiento de elementos mecánicos reales, tienen una gran desventaja ya que dichos elementos dentro del funcionamiento real de un mecanismo presentan geometrías mucho más complejas para lo cual se deberá sofisticar el método con el fin de poder usarlo.

A lo largo del proyecto se estableció una metodología basándose en una revisión bibliográfica para posteriormente diseñar y construir los elementos físicos necesarios para poder llevar a cabo el estudio de esfuerzos obtenidos mediante la técnica fotoelástica, este diseño y construcción se complementó con un algoritmo de manipulación del equipo e interpretación de resultados mostrados en la sección 2.4., del presente trabajo.

El equipo presentado en la sección 2.1., fue diseñado con el objetivo de sujetar las probetas mientras son cargadas con una determinada fuerza para llevar a cabo la difracción de la luz dentro de la técnica fotoelástica, el diseño del equipo está respaldado con los cálculos mostrados en la misma sección del trabajo, así como también en los planos de conjunto y de taller mostrados en los anexos.

Como se mencionó con anterioridad, la técnica experimental mostrada en el presente proyecto involucra una serie de restricciones entre las cuales se destaca el tipo de material usado para la elaboración de las probetas, el mismo que debe presentar propiedades de birrefringencia para facilitar la difracción del haz luminoso, si bien dentro del desarrollo tecnológico de la técnica a nivel industrial se han desarrollado recubrimientos birrefringentes para estudiar el comportamiento de los elementos en condiciones de funcionamiento reales, es importante aclarar que sigue siendo primordial que el material empleado presente este tipo de características para el normal desarrollo de la técnica, ésta es una conclusión a la que se ha llegado gracias a la revisión bibliográfica y el desarrollo del proyecto.

Finalmente y gracias a la comparación de la técnica fotoelástica con la técnica de los elementos finitos mostrados en el capítulo 3 del presente trabajo, se han podido determinar posibles trabajos futuros y mejoras al procedimiento mostrado en este trabajo, esto con el fin de posicionar a la técnica fotoelástica como una técnica auxiliar de gran alcance en el diseño de elementos mecánicos, que a su vez al involucrarse con procesos de fabricación presentes en la industria pueda convertirse en el sustento científico en el desarrollo y mejora de los procesos industriales.

4.2. Recomendaciones

Para el diseño y la construcción tanto del equipo utilizado como de las probetas de ensayo es importante considerar elementos y procesos de fabricación asequibles económica y tecnológicamente, ya que este paso pudo convertirse en un gran tropiezo en el desarrollo del proyecto, razón por la cual es importante evaluar el entorno como etapa previa al diseño y mucho más a la construcción, conocer de las técnicas de fabricación así como de los materiales que se pueden obtener en el mercado puede facilitar enormemente el desarrollo de cualquier proceso de diseño.

Es importante también considerar las restricciones que presenta tanto el procedimiento experimental como el procedimiento computacional con el fin de poder determinar las razones de las desviaciones obtenidas al comparar dichos resultados, esto con el fin de determinar futuras mejoras a los proceso para que ésta técnica tenga el desarrollo que amerita dentro de

la industria lo que a su vez repercute en la mejora de los procesos de control industriales y la optimización de procesos.

El realizar la práctica se observó que en algunas probetas se acumularon esfuerzos residuales debido a los procesos de fabricación de las mismas, por lo que es importante controlar dichos procesos para que la acumulación de esfuerzos residuales no influya en la formación de las franjas isocromáticas, lo que a su vez ocasionaría gradientes mucho más grandes en los resultados de esfuerzo obtenidos en la comparación mediante ambas técnicas.

La técnica de la fotoelasticidad involucra grandes limitaciones entre las cuales está la manipulación del equipo, la misma que es recomendable tener en cuenta para evitar que se generen grandes desviaciones en las franjas isocromáticas, es decir y como se puede evaluar en la práctica que cambios mínimos en la carga aplicada pueden genera franjas diferentes, además es importante tener en cuenta la posición relativa de los filtros para que el haz luminoso que incide sobre las probetas esté perfectamente polarizado.

Finalmente es importante tener en cuenta que así como se utilizó el método auxiliar de los elementos finitos, si bien ésta técnica sirvió para reforzar el estudio de la fotoelasticidad, también presenta limitaciones entre las cuales se destacan la discretización de los elementos y como en el presente trabajo se consideran elementos con geometrías complejas es conveniente tener en cuenta éste parámetro para que las desviaciones presentes en ambos métodos sean aceptables, y puedan mostrar una idea clara del comportamiento real de los materiales birrefringentes.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Briñez Juan, Restrepo Alejandro, López Francisco. Estudios de fotoelasticidad: desarrollos y aplicaciones. Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín-Colombia. 2013
2. Briñez Juan, Restrepo Alejandro. Fandiño Hermes. Branch Jhon. Análisis de resolución en imágenes de fotoelasticidad: caso carga dinámica. Universidad Nacional de Colombia. 2017
3. Amores R. Osorio B.; Análisis fotomecánico por transmisión de luz mediante la técnica de procesamiento digital de imágenes en Matlab; Escuela Politécnica Nacional 2010.
4. López G. Estudio comparativo de los métodos de elementos finitos y fotoelástico en la determinación de esfuerzos para mejorar el diseño mecánico de piezas. Ambato, Universidad Técnica de Ambato. 2013
5. Sánchez Luis. Laboratorio de fotoelasticidad para los estudiantes de ingeniería mecánica universidad de San Carlos. Universidad de San Carlos de Guatemala. 2006.
6. López E., Felipe L., Vasco J., Díaz F. Aplicaciones industriales de técnicas ópticas de campo completo para la medida de tensiones y deformaciones en elementos de máquinas. Universidad de Jaén. España. 2013.
7. Beer F., Johnston E., Dewolf J.: (2004). Mecánica de Materiales. México DF.: McGraw-Hill.
8. Jaimes M., Duque N., Olate S., Mazzonetto R., Albergaria J.: Análisis fotoelástico descriptivo de dos diferentes diseños de implantes endoóseos sometidos a carga de compresión vertical. Universidad Estatl de Campinas. Brasil. 2009
9. Briñez Juan, Restrepo Alejandro. Fandiño Hermes. Branch Jhon. Análisis de resolución en imágenes de fotoelasticidad: caso carga dinámica. Universidad Nacional de Colombia. 2017
10. Briñez Juan, Restrepo Alejandro. Fandiño Hermes. Branch Jhon. EVALUACIÓN DE LA PÉRDIDA DE RESOLUCIÓN EN IMÁGENES DE FOTOELASTICIDAD DEBIDO AL INCREMENTO DE LA CARGA. Universidad Nacional de Colombia. 2017
11. ASTM D4093: Standard Test Method for Photoelastic Measurements of Birefringence and Residual Strains in Transparent or Translucent Plastic Materials: 2001.
12. Fopfl L. Sonntag G.: (2000). Tablas y ábacos para el cálculo de resistencia de materiales: España: Tecnos S.A.

13. Budynas R., Nisbett J.: (2008). Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. México DF.: McGraw-Hill.
14. Catalán Javier. Análisis numérico y experimental de elementos mecánicos mediante la técnica de fotoelasticidad.; Escuela Politécnica Superior de Linares. 2016.
15. Gere J., Goodno J.: (2009). Mecánica de Materiales. México DF.: McGraw-Hill.
16. Gil A.: (2012). Resinas de poliéster guía de manejo. EAFIT.
17. AISC Committee on Manuals and Textbooks. (2010). Steel Construction Manual. Reston, VA: AISC. Págs. 1-48; 1-49; 3-213

Sitios web.

18. Autor desconocido. (2013). DISEÑO PUENTE VIGA LOSA. Marzo 2019, de lac Cyp Capobianco Ingenieros Sitio web: <https://es.scribd.com/document/156457970/DISENO-PUENTE-VIGA-LOSA>
19. Coker E., Filon L., Jessop H.. (1958). A Treatise on Photoelasticity. Marzo 2019, de Carnegie Institute of Technology Sitio web: <https://physicstoday.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.3062240?journalCode=pto>
20. Rueda E., Angelo H.. (2016). SISTEMA AUTOMÁTICO DE CONTROL FOTOELASTICIDAD BIRREFRINGENCIA. Febrero 2019, de Universidad de la fuerzas armadas Sitio web: <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/12079>
21. W. Joerg. (2010). RGB color selection table. Marzo 2019, de Techfak Sitio web: <https://www.techfak.uni-bielefeld.de/~walter/misc/colorRGB.pdf>.
22. Martín H.. (2013). Una mirada a la naturaleza de la luz y el espectro electromagnético. Marzo 2019, de Instituto de energía y desarrollo sustentable de Argentina Sitio web: http://www.cab.cnea.gov.ar/ieds/images/extras/hojitas_conocimiento/ciencia/99-100_la_naturaleza_de_la_luz-hugo_martin.pdf
23. Jenkins F., White H., Rychtmyer F.. (2000). La Polarización la de luz. Marzo 2019, de Leica Microsystems Inc. Sitio web: https://www.bio-optic.com/introduccion/Polarizacion_de_la_luz.pdf
24. Gil A.. (2012). Resinas de poliéster. Marzo 2019, de Universidad EAFIT Sitio web: <http://www.eafit.edu.co/servicios/centrodelaboratorios/Documents/guia%20de%20manejo%20de%20resinas.pdf>

ANEXOS

Anexo 1. Norma ASTM D4093: Standard Test Method for Photoelastic Measurements of Birefringence and Residual Strains in Transparent or Translucent Plastic Materials. Pág. 9



D 4093

TABLE 1 Precision^a

Material	Nominal Thickness, in.	Measured Retardation Mean, nm	S_w , nm	S_B , nm	I_r , nm	I_R , nm
Cellulose triacetate	0.0055 ^b	60	5.8	8.3	16.3	23.6
PETG 6763 copolyester	0.040	353	8.6	31.5	24.3	89.1
Polypropylene	0.00135 ^c	431	10.5	35.2	29.7	99.6
Polycarbonate	0.231	766	14.0	40.0	39.6	113
Cast epoxy	0.084	1091	11.5	33.6	32.5	95.1

^a S_w is the within-laboratory standard deviation of the average (median/other function).
 S_B is the between-laboratories standard deviation of the average (median/other function).
 $I_r = 2.83 S_w$
 $I_R = 2.83 S_B$
^b Stack of five, total thickness 0.0275 in.
^c Stack of five, total thickness 0.0675 in.

way of considering the approximate precision of this test method. The data in Table 1 should not be rigorously applied to acceptance or rejection of material, as those data are specific to the round robin and may not be representative of other lots, conditions, materials, or laboratories.

12.2.1 Users of this test method should apply the principles outlined in Practice E 691 to generate data specific to their laboratory and materials, or between specific laboratories. The principles of 12.3-12.3.3 would then be valid for such data.

12.3 Concept of I_r and I_R —If S_w and S_B have been calculated from a large enough body of data, and for test results that were averages from testing five specimens:

12.3.1 *Repeatability, I_r* —In comparing two test results for the same material, obtained by the same operator using the same equipment on the same day, the two test results should be judged not equivalent if they differ by more than the I_r value for that material.

12.3.2 *Reproducibility, I_R* —In comparing two test results for the same material, obtained by different operators using different equipment on different days, the two test results should be judged not equivalent if they differ by more than the I_R value for that material.

12.3.3 Any judgment in accordance with 12.3.1 and 12.3.2 would have an approximate 95 % (0.95) probability of being correct.

12.4 *Bias*—Bias is systematic error which contributes to the difference between a test result and a true (or reference) value. There are no recognized standards on which to base an estimate of bias for this test method.

13. Keywords

13.1 birefringence; photoelastic measurements; photoelastic retardation; strain; strain-optical constant; transparent plastics

APPENDIXES

(Nonmandatory Information)

X1. SEQUENCE OF COLORS PRODUCED IN A DARK-FIELD WHITE-LIGHT POLARISCOPE

Color	Retardation, nm ^a	Fringe Order, λ/λ
Black	0	0
Gray	160	0.28
White	260	0.45
Yellow	350	0.60
Orange	460	0.79
Red	520	0.90
Tint of Passage 1 ^b	577	1.00
Blue	620	1.06
Blue-green	700	1.20
Green-Yellow	800	1.38
Orange	940	1.62
Rod	1050	1.81
Tint of Passage 2 ^b	1150	2.00

Green	1350	2.33
Green-Yellow	1450	2.50
Pink	1550	2.67
Tint of Passage 3 ^b	1730	3.00
Green	1800	3.10
Pink	2100	3.60
Tint of Passage 4 ^b	2300	4.00
Green	2400	4.13

^a The above sequence is typical for a colorless transparent material. A tinted plastic will change the appearance considerably but will not affect the sequence of the basic colors.

^b The tint of passage is a sharp dividing zone occurring between red and blue in the first-order fringe, red and green in the second-order fringe, and pink and green in the third-, fourth-, and fifth-order fringes. Beyond five fringes, white-light analysis is not adequate.

Anexo 2. Ficha técnica resina poliéster 230893



RESINAS Y QUIMICOS DEL ECUADOR S.A.

AV. TÑTE HUGO ORTIZ S16-85 Y BALZAR
CONJUNTO INDUSTRIAL "REQUIMEC"

Fono: (02) 2912101

Fax: (02) 2675086

Quito - Ecuador

CRISTALÁN 896

RESINA DE POLIÉSTER 230896

RÍGIDA USO GENERAL

PROPIEDADES PRINCIPALES:

El Cristalán 896 es una resina ortoftálica de poliéster lineal no saturada, con Estireno Monómero como diluyente reactivo.

El curado de la resina se realiza con la adición de Octoato de Cobalto (acelerador) y Mek-peróxido (catalizador), esta reacción exotérmica desprende calor, el cual a su vez acelera el proceso de gelificación.

Cuando la resina gelifica, disminuye su volumen por contracción. Para disminuir esa contracción se utilizan cargas minerales y refuerzos como fibra de vidrio, ya que estos materiales absorben parte del calor de reacción y dan a las piezas propiedades como resistencia al impacto y otras.

El Cristalán 896 debe almacenarse en envases originales sellados, a temperaturas inferiores a 25 oC en lugares cubiertos, secos y por no más de tres meses, por ser esta una resina inestable.

APLICACIONES:

El Cristalán 896 se utiliza en la formulación de gel coat, recubrimientos de madera, fabricación de mármol sintético, tejas traslúcidas, esculturas y figuras decorativas.

El Cristalán 896 se utiliza en la fabricación de carrocerías, embarcaciones marítimas, tuberías y tanques para transporte y almacenamiento de agua y ciertos líquidos. En su amplia gama de aplicaciones, el Cristalán 896 es compatible con pigmentos orgánicos.

ESPECIFICACIONES:

CONTENIDO DE SÓLIDOS	68 a 72 %
VISCOSIDAD BROOKFIELD, 25oC	2000 a 2200 centipoises
COLOR (A.P.H.A.)	máximo 80
ÍNDICE DE ACIDEZ	21 a 27 mg KOH / g resina
APARIENCIA	Líquido Cristalino
TIEMPO DE GEL, 25oC	12 a 14 minutos

NOTA: Para determinar el tiempo de gel (RTG), se utiliza 0.23 ml de octoato de cobalto al 6% y 1.1 ml de mek-peróxido por cada 100 gramos de resina.

Anexo 3.

Planos de taller y montaje del equipo para fotoelasticidad