

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

**ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS EN LA INDUSTRIA FLORÍCOLA
USANDO PROGRAMACIÓN ENTERA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERA
MATEMÁTICA**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**KAREN ACOSTA
karen.acosta@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: DIEGO FERNANDO RECALDE CALAHORRANO
diego.recalde@epn.edu.ec**

QUITO, SEPTIEMBRE DE 2020

Declaración

Yo, Karen Acosta, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de la Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

.....

Karen Acosta

Certificación

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Karen Acosta bajo mi supervisión.

.....

Diego Fernando Recalde Calahorrano

Director

Agradecimientos

Agradezco a mis padres y hermana por todo su apoyo y cariño durante toda mi vida.

A Diego Recalde por darme la oportunidad de realizar este trabajo, por la paciencia y todos los conocimientos compartidos.

A Andrés Miniguano Trujillo por todo lo que me ha enseñado, por su apoyo y guía durante la elaboración de este proyecto.

A Alejandro quien ha estado a mi lado todos estos años y ha sido mi soporte en cada etapa de mi vida universitaria.

A las chiquitas y a mis compañeros de clase por todas las aventuras vividas y su apoyo durante la carrera.

Dedicatoria

Les dedico este trabajo a mi abuelita, Rosa Carrera, y mi sobrino, Aaron, dos de las personas más importantes de mi vida. Ustedes me motivan a ser mejor cada día.

Karen

Índice General

Índice de figuras	VII
Resumen	VIII
Abstract	IX
Introducción	1
Motivación	1
Estado del arte	2
Problema de corte de material	3
Problema de asignación	3
Objetivos	3
Estructura del proyecto	3
Planteamiento del problema	4
Oferta	4
Demanda	5
Armado y asignación de productos	5
Formulación del problema	7
Conjuntos y parámetros	7
Restricciones y variables	9
Función objetivo	11
Conjunto de patrones	12
Ejemplo 1	13
Ejemplo 2	14
Generación de columnas	17
Algoritmo de generación de columnas	17
Problema maestro restringido	18
Problema auxiliar	20
Algoritmo de generación de columnas para PAORIF	22
Problema maestro restringido	22
Problema auxiliar	23

Resultados	29
Datos	29
Instancia I	32
Instancia II	34
Instancia III	35
Instancia IV	37
Instancia V	38
Instancia VI	40
Recomendaciones	49
Conclusiones	49
Recomendaciones	50
Bibliografía	51
Apéndice	54

Índice de figuras

1	Evolución de la función objetivo para el problema relajado - instancia I .	34
2	Evolución de la función objetivo para el problema relajado- Instancia II .	35
3	Evolución de la función objetivo para el problema relajado - instancia III	37
4	Evolución de la función objetivo para el problema relajado- Instancia IV	38
5	Evolución de la función objetivo para el problema relajado - Instancia V	40
6	Evolución de la función objetivo para el problema relajado - Instancia VI	41

Resumen

El presente proyecto de investigación aborda un problema de construcción óptima de productos de una empresa productora y distribuidora de rosas. Su objetivo es maximizar la utilidad obtenida por la venta de productos finales demandados por cada cliente, menos las compras realizadas a terceros. El porcentaje de pedidos ha satisfacer se determina mediante una distribución óptima de la producción de las fincas. La producción de las fincas se expresa en tallos de rosas por tamaño y variedad. Los productos finales son cajas que contienen varios ramilletes, los cuales son armados siguiendo recetas establecidas por la empresa o el cliente; el problema puede modelarse como una aplicación y generalización de los problemas de asignación y corte de material. Como método de solución se propone un modelo de Programación Lineal Entera, acompañado de un algoritmo de generación de columnas aplicado al nodo raíz de un método tipo Branch and Bound. La solución del problema permite encontrar la mejor combinación entre las diferentes variedades de rosas que cumpla las reglas de armado propuestas para cada producto con base en la producción de cada finca. Finalmente, se presentan resultados computacionales obtenidos al aplicar el método de solución a un conjunto de instancias de prueba simuladas.

Palabras clave: Asignación de Recursos · Generación de Columnas · Programación Lineal Entera · Programación Matemática

Abstract

This project arises in the context of a floral packing problem in a premier grower, importer, and manufacturer firm of the floral industry. The objective is to maximize the total revenue obtained by selling final products demanded by customers, minus the costs associated to purchase boxes to third parties. The constraints are associated to the satisfaction of products demanded by customers using stems produced in a set of farms or purchased from suppliers. The percentage of orders to be satisfied is determined by an optimal allocation of farm production. Farm production consists of rose stems of different length and variety. The final products are boxes that contain several bouquets, which are assembled following specific rules established by the company or the customer. The problem can be modeled as a generalization of the allocation and cutting-stock problems. As a solution method, an Integer Linear Programming model is proposed, together with a column generation algorithm applied to the root node of a Branch and Bound scheme. The solution of the problem allows to find the best combination between different varieties of roses that satisfies the specified recipe for each product, based on the production of each farm. Finally, computational results obtained by applying the solution method to a set of simulated instances are presented.

Key words: Integer Linear Programming · Column Generation · Resource Allocation · Mathematical Programming

Capítulo 1

Introducción

El problema que se aborda en este proyecto de titulación, consiste en determinar la asignación óptima de la producción de rosas de un conjunto de fincas asociadas a una empresa del sector floricultor en productos terminados (cajas de bunches), que permita maximizar el ingreso bruto obtenido por la venta de estos productos. Además, se considera los egresos por la compra de tallos a terceros.

MOTIVACIÓN

El sector florícola es una de las industrias más grandes en Ecuador debido a la cantidad de fuentes de empleo que provee y el crecimiento que ha presentado en los últimos años. Más del 50 % de las exportaciones de este sector son rosas, siendo EEUU su principal consumidor; de acuerdo a EXPOFLORES (2020). Esta acogida internacional, y el crecimiento que presenta, ha presionado a la industria florícola a ir de la mano con la tecnología e innovar sus procesos productivos continuamente.

Para ventaja de la industria, las condiciones climáticas del país garantizan que la producción tenga calidad para competir a nivel mundial posicionándose como una de las mejores. Las rosas ecuatorianas poseen características únicas como: tallos gruesos, largos y totalmente verticales; botones grandes con colores llamativos y mayor tiempo de vida en floreros. Actualmente, existen fincas que producen hasta 150 variedades de rosas, lo cual aumenta el número de productos ofertados por este sector.

A diferencia de otros sectores económicos, para el sector florícola y en general en cualquier sector dedicado a la agricultura, es casi imposible cambiar su producción según la demanda lo exija. Este problema se presenta por el tiempo de maduración de los productos, en este caso particular el tiempo que demora una rosa en crecer. Además, el costo de reemplazar un rosal por uno de otra variedad no representa el costo de venta.

La importancia de realizar una correcta asignación del inventario en el sector florícola radica en las pérdidas que se pueden evitar por tallos sobrantes, aumentar las

ganancias por mayor cumplimiento de pedidos y en consecuencia, la satisfacción de los clientes.

ESTADO DEL ARTE

El uso de la Programación Lineal en la industria florícola ha empezado a tomar fuerza en los últimos años, ya que existen varios estudios que respaldan su importancia en el sector agrícola como Lowe y Preckel (2004); Schumacher y Weston Jr (1983); Eto (1991). En particular, Lowe y Preckel (2004) realizan una revisión sobre algunas herramientas de técnicas de decisión que pueden ser aplicados a problemas del sector agrícola. Además, existen estudios enfocados en la industria florícola, sin embargo, estos se centran en la asignación de producción; por ejemplo, el estudio de Hoogeveen, Tomczyk y van der Zanden (2019) permite determinar cuántas plantas de cierta variedad son necesarias para poder producir una demanda dada. Schumacher y Weston Jr (1983) usa Programación Lineal Entera como una herramienta para la planificación de la producción en invernaderos. Caixeta-Filho, Swaay-Neto y Wagemaker (2002) implementó un Programa Lineal como herramienta de decisión en la planificación de producción y comercio para la gestión de su negocio de flores de lirio. Torres, Villalobos, Jijon y Alomoto (2012) proponen modelos de planificación que permiten maximizar los ingresos durante un periodo de planificación determinado, además contemplan modificaciones en la mezcla de flores.

El Algoritmo de Generación de Columnas es reconocido como una técnica eficiente al momento de trabajar con problemas lineales de gran magnitud, como podemos ver en Winston y Goldberg (2004), Gilmore y Gomory (1963), Dantzig y Wolfe (1960) y Barnhart, Johnson, Nemhauser, Savelsbergh y Vance (1998). Además, existen estudios en los que se acopla con el algoritmo de *Branch and Bound* para lograr solucionar problemas de mayor complejidad como (Maya, 2008), (Desrosiers y Lübbecke, 2006) y (Barnhart y cols., 1998). En particular, (Maya, 2008) trata un problema de asignación de cupos escolares y usa el algoritmo de *Branch and Bound* para tomar un subconjunto de variables relevantes.

Problema de corte de material

El problema de corte de material pretende encontrar la mejor manera de cortar rollos de papel de ancho L en varios rollos de ancho b_i , tal que $L \geq b_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Para cada rollo de ancho b_i existe una demanda d_i dada por los clientes. El problema permite determinar el número mínimo de rollos de tamaño L necesarios para satisfacer la demanda total así como los patrones de corte de cada rollo, minimizando el desperdicio de los rollos de ancho L (Gilmore y Gomory, 1961).

Problema de asignación

Los problemas de asignación son un caso particular del problema de transporte. Dado N número de máquinas o recursos y N trabajos a ser completados, a cada máquina debe asignarse una tarea para que la realice. Cada tarea tiene su determinado tiempo de realización dependiendo de la máquina en la cual se ejecute. El objetivo es minimizar el tiempo total que se ocupa en realizar las N tareas (Winston y Goldberg, 2004).

OBJETIVOS

Este proyecto tiene como principal objetivo modelar un problema de asignación en la producción de rosas de un conjunto de fincas de una empresa del sector floricultor, las cuales son vendidas en cajas con bunches, de tal manera que se maximice el margen bruto obtenido por la venta de los mismos.

Además, el proyecto busca implementar un algoritmo que permita encontrar soluciones factibles del problema en un tiempo de cómputo razonable. El desempeño de este algoritmo será analizado mediante datos simulados.

ESTRUCTURA DEL PROYECTO

El modelo de Programación Lineal Entera que permite resolver el problema de asignación de rosas en productos terminados en la industria florícola se presenta en el Capítulo 2. En el Capítulo 3 se realiza un análisis sobre el algoritmo de generación de columnas y su aplicación para este modelo en particular. En el Capítulo 4 se presentan pruebas computacionales obtenidas con base en instancias simuladas, que facilitan la comprobación de la eficiencia del modelo de asignación. Finalmente, en el Capítulo 5

se establecen conclusiones y recomendaciones que surgen de la investigación con el fin de dar solución al problema.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de asignación óptima de recursos en la industria florícola (*PAORIF*) busca asignar eficientemente los tallos de rosas en el inventario (*Oferta*) que se encuentra en varias fincas ubicadas en Ecuador, en productos terminados (cajas de bunches y bouquets de rosas) para satisfacer la demanda de estos productos por parte de un conjunto de clientes. Dicha asignación sigue un conjunto de reglas de armado de productos dado por la empresa (armado y asignación de productos), de modo que se maximice el margen bruto, se cumpla la mayor cantidad de pedidos y se minimicen los tallos sobrantes en las fincas.

A continuación, se describen las pautas a las cuales se rige la empresa florícola y que permitirán crear las restricciones del modelo. Para mejor comprensión se los divide en tres partes: la primera permite consolidar la oferta, la segunda estabiliza la demanda y la tercera proporciona información del armado de los productos y su consecuente asignación a los clientes.

Oferta

El inventario está conformado por rosas, las cuales pueden ser clasificadas por calibre y variedad: (a) El *calibre* es la longitud del tallo de la rosa, mientras que, (b) la *variedad* corresponde a la especie de la flor. La variedad suele clasificarse por el *color* o tono de la corola de la rosa. El par ordenado entre calibre y variedad se denomina *hipervariiedad*.

Las rosas se venden en su calibre original o disminuido según la demanda lo exija, este proceso se denomina «degradado». Sin embargo, como el precio de venta de un tallo de rosa es directamente proporcional al calibre, al disminuir la longitud del tallo se incurre en una pérdida sobre el precio de venta. El proceso de degradación permite aumentar la oferta de los tallos de menor longitud, que por lo general son los más demandados.

La oferta total está dada por la producción de dos grupos de fincas: las fincas asociadas a la empresa, en adelante se referirá a ellas como «fincas»; y las fincas que no están asociadas a la empresa designadas como «proveedores». Estas últimas son reque-

ridas cuando la producción de las fincas no es suficiente para satisfacer la demanda, este proceso se denomina «compras a terceros». Estas posibles compras las realiza cada finca en base a sus necesidades, en cajas de una sola hipervariiedad, las cuales son desarmadas para completar diferentes tipos de órdenes. El inventario de cada finca no necesariamente dispone de rosas de todas las hipervariiedades.

La empresa oferta el producto mediante 5 tipos de cajas, las cuales se diferencian en capacidad (número de tallos máximo): *caja completa, media caja, cuarto de caja, tercio de caja y octavo de caja*. Las cajas son armadas en las fincas de acuerdo a las especificaciones de cada pedido. Cada finca atiende el pedido de múltiples clientes y el pedido de un cliente puede ser elaborado en varias fincas.

Demanda

La demanda se puede presentar desde dos nichos de mercado: *tradicional y personalizado*. En el primero, se venden cajas con *ramos*, también conocidos como *bunches*, de 25 tallos cada uno. Los bunches pueden ser de una sola variedad o diferentes variedades siguiendo las reglas de armado establecidas en las Tablas 28, 30 y 29. El segundo mercado compra cajas con *ramilletes* o *bouquets* donde el número de tallos en el bouquet y las reglas de armado varía según el gusto del cliente. Cuando los bunches o bouquets están formados por una sola variedad se denomina caja sólida. Las cajas surtidas están armadas con bunches o bouquets de diferentes variedades. El cliente proporciona un rango para cada variedad. Además, la industria exige que cada caja contenga tallos de un mismo calibre.

Armado y asignación de productos

La demanda de cada cliente está dada por la cantidad de productos solicitados, es decir, expresado por cantidad de bunches o bouquet. Sin embargo, el inventario de cada finca esta conformado por el número de rosas existentes en cada hipervariiedad. Por lo tanto, es necesario establecer una relación entre el producto y el número de rosas de cada hipervariiedad usadas para armarlo, esta relación se denomina *patrón de armado*. Para un mismo producto se pueden usar distintos patrones de armado dependiendo de la disponibilidad de flor, siempre y cuando cumpla la receta establecida por la empresa o por el cliente.

Cada finca selecciona los patrones de armado entre todas las posibles combinaciones de variedades que respeten la reglas de armado establecidas por la empresa. En el caso de producto tradicional, las reglas de armado se establecen para cada variedad y para los grupos de variedades determinados según su color. Por ejemplo, las variedades rosado, novedad rosada y rosado obscuro forman un grupo, sobre el cuál se han establecido ciertas reglas de armado. Para este proyecto se trabajará con las siguientes restricciones:

- la suma de los tallos de las variedades de un grupo debe respetar un rango dado,
- algunas hipervariedades tienen al menos un tallo por bunche y
- el número de bunches totales es fijo para cada tipo de caja.

La receta en el caso de producto personalizado consiste en un conjunto de intervalos $[a_v, b_v]$. Donde a_v representa el número mínimo de tallos de la variedad v , mientras que, b_v representa el número máximo de tallos de la variedad v . El total de bouquets en cada caja es dado por el cliente, respetando la capacidad de cada tipo de caja. En ambos casos, para poder determinar aquellas combinaciones que satisfagan las recetas de armado y además permitan llegar al óptimo, es necesario crear un modelo lineal. Estos modelos se muestran en el Capítulo 3.

Capítulo 2

Formulación del problema

A continuación, se presentan los componentes de un modelo de Programación Lineal Entera, propuesto para determinar la asignación óptima de los tallos de rosas disponibles en producción a productos finales solicitados por los clientes.

CONJUNTOS Y PARÁMETROS

Empezamos definiendo los siguientes conjuntos y parámetros referentes a oferta y demanda:

- N es el conjunto de fincas, las cuales están localizadas en Ecuador,
- S es el conjunto de calibres comerciales, $S = \{40, 50, 60, 70\}$;
- V es el conjunto de variedades que se manejan en la empresa,
- L es el conjunto de hipervariedades de rosas, definido como el producto cartesiano entre los diferentes calibres y las variedades disponibles, es decir,

$$L = S \times V = \{(s, v) : s \in S \wedge v \in V\},$$

- M es el conjunto de *clientes*,
- Q es el conjunto de proveedores (fincas consideradas como terceros), las cuales se encuentran en Colombia o Ecuador,
- P es el conjunto de *productos*, para cada uno se especifica: el tamaño de caja, el tipo de mezcla (sólida ó surtida) y el calibre. Por claridad y complejidad del modelo, separaremos a P en dos subconjuntos: P_1 que agrupa a las cajas de producto *tradicional* y $P_2(m)$ para $m \in M$, que agrupa a las cajas de producto *personalizado* por cliente.

- R_p es el conjunto de posibles patrones de armado para cada producto $p \in P$, tanto del mercado tradicional como del mercado personalizado. Los patrones de armado serán descritos con más detalle en otra sección.

Para los productos del tipo tradicional ya se encuentra establecido el número de bunches por caja dependiendo el tamaño de esta, la información se detalla en la Tabla 27. Además, cada bunch contiene 25 tallos. El total de productos ofertados está dado por $(|S|) \times (|V| + 1) \times (\text{N}^\circ \text{ de tipos de cajas})$. En este proyecto se trabaja con 4 calibres, 13 variedades y 5 tipos de cajas, es decir, existen 280 productos ofertados del tipo tradicional. Donde, $(|S|) \times (|V|) \times (\text{N}^\circ \text{ de tipos de cajas})$ son cajas sólidas, es decir, se usa un patrón fijo de armado y $(|S|) \times (\text{N}^\circ \text{ de tipos de cajas})$ son cajas surtidas, es decir, es necesario encontrar el mejor patrón de armado. Un patrón de armado puede ser usado varias veces para ensamblar pedidos de los diferentes clientes debido a que comparten las mismas recetas. Un ejemplo de producto tradicional sería una media caja surtida de calibre 40, el número de bunches en la caja, de tallos en el bunch y las reglas de armado ya están preestablecidas.

Para los productos del tipo personalizado, el cliente determina el número de bouquets en cada caja y el número de tallos en cada bouquet, sujetos a límites de capacidad. Además, la receta la establece el cliente y puede o no que coincida con la de otros. Un ejemplo de producto personalizado sería un tercio de caja surtida de calibre 50, con 12 bouquets de 10 tallos cada uno; el rango establecido para cada variedad es $[0, 3]$, es decir, la caja puede armarse con cualquier combinación de bouquets de las 13 variedades de rosas pero no puede haber más de 3 bouquets de una misma variedad, cada bouquet esta armado con 10 tallos de la variedad escogida y sumando los bouquets de todas las variedades solo puede haber 10 en la caja.

Tomando en cuenta esta dependencia a los clientes y la información extra que se necesita para cada producto del tipo personalizado, se trabaja con los dos subconjuntos de productos propuestos, esto evita almacenar información innecesaria o repetitiva. En el caso de tradicional para cada producto se tiene un conjunto de patrones que pueden ser usados para armar los pedidos de cualquier cliente en cualquier finca. En el caso de productos personalizados, para cada cliente y cada uno de los productos demandados se tiene un conjunto de patrones de armado que pueden ser usados para ensamblar las cajas en cualquier finca.

RESTRICCIONES Y VARIABLES

Primero, se busca el equilibrio entre la demanda de cada cliente, la cual está dada por las órdenes entregadas a los clientes y las órdenes insatisfechas para cada tipo de producto:

$$\sum_{n \in N} X_{n,p,m} + \hat{X}_{p,m} = D_{p,m} \quad \forall m \in M, p \in P_1, \quad (2.1a)$$

$$\sum_{n \in N} Y_{n,p} + \hat{Y}_p = D_p \quad \forall m \in M, p \in P_2(m). \quad (2.1b)$$

En (2.1a), la variable entera $X_{n,p,m}$ indica el número de cajas de producto tradicional p enviadas de la finca $n \in N$ al cliente m , la variable entera $\hat{X}_{p,m}$ contabiliza las cajas de producto tradicional p solicitadas por el cliente m que no fueron entregadas y el parámetro entero $D_{p,m}$ representa la demanda total del cliente m del producto tradicional p . Para la restricción (2.1b), la variable entera $Y_{n,p}$ indica el número de cajas de producto personalizado p solicitado por el cliente m , enviado de la finca $n \in N$; la variable entera \hat{Y}_p son cajas de producto personalizado p solicitadas por el cliente m que no fueron entregadas y el parámetro D_p representa la demanda total del producto p personalizado para el cliente m . En la ecuación (2.1a) es necesario trabajar con los subíndices de cliente y producto, debido a que el listado de productos no está asociado a los clientes. En el caso de la ecuación (2.1b), el listado de productos depende de cada cliente, por lo tanto es suficiente usar solo el subíndice p debido a que este ya está relacionado con el cliente. Luego, establecemos el balance a nivel de tallos de rosas entre la producción de las fincas, las compras a proveedores, el uso de flor en el empacamiento de productos y la flor sobrante:

$$O_{n,\ell} + \sum_{q \in Q} u_{q,\ell,n} = f_{n,\ell} + \hat{F}_{n,\ell} \quad \forall n \in N, \ell \in L, \quad (2.2a)$$

$$U_{q,\ell} = \sum_{n \in N} u_{q,\ell,n} \quad \forall q \in Q, \ell \in L, \quad (2.2b)$$

$$U_{q,\ell} \leq \kappa_{q,\ell} \quad \forall q \in Q, \ell \in L \quad (2.2c)$$

donde la variable entera $u_{q,\ell,n}$ es el número de tallos compradas al proveedor $q \in Q$ de la hipervariiedad ℓ que serán enviadas a la finca n , la variable entera $f_{n,\ell}$ es el número de tallos manipulados provenientes de la oferta de la finca n , de la hipervariiedad ℓ ; estos

tallos pueden ser empacados con su calibre original (longitud del tallo al ser cosechado) o usados para armar productos de menor calibre que el original. La variable entera $\hat{F}_{n,\ell}$ es el número de tallos sobrantes que se encuentran en la finca n , de la hipervariiedad ℓ y el parámetro $O_{n,\ell}$ representa la oferta total de la finca n de la hipervariiedad ℓ . En la restricción (2.2a) se determina una oferta consolidada entre producción en finca y compras a terceros, la cual será repartida tanto en flor que será manipulada en la finca como en flor que será desechada. La variable $U_{q,\ell}$ representa el número de tallos compradas al proveedor q de la hipervariiedad ℓ y la constante $\varkappa_{q,\ell}$ acota el número de tallos de la hipervariiedad ℓ disponibles en el inventario del proveedor q . Las restricciones (2.2b) y (2.2c) permiten acotar el número de tallos que se pueden adquirir de cada proveedor entre las diferentes fincas.

Con el fin de satisfacer más pedidos se puede degradar la flor, es decir, cada finca puede disminuir el calibre de una rosa para poder construir más productos. Por lo tanto, es necesario llevar un registro de los tallos usados en su calibre original y los tallos usados después de ser degradados. Tomando esto en cuenta tenemos las siguientes restricciones de degradado:

$$f_{n,(s,v)} - \phi_{n,(s,v)} = \sum_{s' < s} g_{n,s,s',v} - \sum_{s' > s} g_{n,s',s,v} \quad \forall n \in N, s \in S, v \in V. \quad (2.3a)$$

donde la variable entera $\phi_{n,(s,v)}$ contabiliza el número de tallos usados con calibre original que provienen de la oferta disponible en la finca n , de la hipervariiedad $\ell = (s, v)$, $g_{n,s,s',v}$ es una variable entera que determina el número de tallos degradados desde el calibre s al calibre $s' < s$ correspondiente a la variedad v en la finca n y la variable entera $g_{n,s',s,v}$ que determina el número de tallos degradados del calibre s' hacia el calibre $s < s'$ correspondiente a la variedad v en la finca n . La ecuación (2.3a) evidencia que la diferencia entre los tallos manipulados y los tallos usados de cada calibre se encuentra en los tallos que fueron degradados desde ese calibre y hacia ese calibre. Una vez organizada la oferta, podemos armar las cajas mediante patrones:

$$\tau_{n,\ell} + \rho_{n,\ell} = \phi_{n,\ell} \quad \forall n \in N, \ell \in L, \quad (2.4a)$$

$$\sum_{p \in P_1} \sum_{r \in R_p} a_{p,\ell,r} z_{p,r,n} = \tau_{n,\ell} \quad \forall n \in N, \ell \in L, \quad (2.4b)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{p \in P_2(m)} \sum_{r \in R_p} a_{p,\ell,r} z_{p,r,n} = \rho_{n,\ell} \quad \forall n \in N, \ell \in L, \quad (2.4c)$$

donde la variable entera $\tau_{n,\ell}$ representa el número de tallos solicitados a la finca n , de la hipervariiedad ℓ destinados a cajas de producto tradicional, $\rho_{n,\ell}$ es una variable entera que representa el número de tallos solicitados a la finca n , de la hipervariiedad ℓ destinados a cajas de producto personalizado, la variable entera $a_{p,\ell,r}$ determina cuántos tallos de cada hipervariiedad ℓ contiene el patrón r para el producto p y la variable entera $z_{p,r,n}$ es el número de cajas del producto p solicitadas a la finca n , elaboradas bajo el patrón r . En (2.4a) se establece que el número total de tallos usados en cada finca se divide entre los dos tipos de productos y (2.4b) y (2.4c) permiten contabilizar las flores que son destinadas a cada tipo de producto.

Las dos últimas restricciones permiten transformar el inventario de cada finca, dado en tallos por cada hipervariiedad ℓ , a productos finales para entregar a los clientes. Para todo producto p , sea del tipo tradicional o del tipo personalizado, se calculan cuántos tallos de cada hipervariiedad se necesitan en la finca n al usar el patrón de armado $r \in R_p$ para ensamblar tantas cajas como indique $z_{p,r,n}$.

Finalmente, asignamos cada caja a cada uno de los clientes de la empresa:

$$\sum_{r \in R_p} z_{p,r,n} - \sum_m X_{n,p,m} = 0 \quad \forall p \in P_1, n \in N, \quad (2.5a)$$

$$\sum_{r \in R_p} z_{p,r,n} - Y_{n,p} = 0 \quad \forall m \in M, p \in P_2(m), n \in N. \quad (2.5b)$$

En (2.5a) y (2.5b) se asigna las cajas armadas con el patrón r , en la finca n para satisfacer la demanda de producto p por cliente m que lo haya solicitado, tanto para producto tradicional como para producto personalizado.

FUNCIÓN OBJETIVO

En cada transacción realizada se tienen dos componentes: ingresos y egresos. Los ingresos están dados por el precio de venta multiplicado por el número de cajas enviadas y los egresos por los gastos por compras a terceros. Por lo tanto, el objetivo del modelo está dado por la diferencia entre ingresos y egresos, es decir, se busca

$$\begin{aligned} \text{máx} \left(\sum_{n,p,m} v_{p,m} X_{n,p,m} + \sum_{n,m,p} v_p Y_{n,p} \right) \\ - \sum_{q,\ell,n} \sigma_{q,\ell} u_{q,\ell,n} \end{aligned}$$

donde $v_{p,m} \geq 0$ representa el precio de venta del producto tradicional p armado en la finca n para el cliente m , $v_p \geq 0$ el precio de venta del producto p personalizado para el cliente m armado en la finca n , $\sigma_{q,p,n} \geq 0$ precio de compra al proveedor q del producto p de una caja con patrón r que será entregada a la finca n .

CONJUNTO DE PATRONES

Un patrón de armado w de un producto es un vector de la misma dimensión que el conjunto V ; la componente v de cada patrón indica cuantos bunches o bouquets de la variedad $V[v]$ se usan para armar una caja de dicho producto. Las reglas de armado de un producto permiten determinar diferentes patrones para un solo producto; a mayor flexibilidad, más patrones existirán. En otras palabras, para cualquier $s \in S$, definamos l_s como el conjunto $\{s\} \times V \subseteq L$. La s -receta de un producto $p \in P$ se define como los puntos enteros de un polítopo dado por la solución de un sistema de desigualdades $A_p x \leq b_p$, donde $A_p \in \mathcal{M}_{k,l_s}(\mathbb{R})$, $b_p \in \mathbb{R}^k$ y k es un entero positivo fijo cuyo valor depende de p . Por lo tanto, cualquier producto p se describe completamente por su s -receta $\in R_p$ definida con la tripleta (s, A_p, b_p) por la relación $R_p := \{x \in \mathbb{Z}^{l_s} : A_p x \leq b_p\}$. Los patrones permiten transformar la producción de las fincas en producto final que permite satisfacer la demanda.

Las reglas de armado varían dependiendo del tipo de producto. En el caso de producto tradicional, el número de tallos por cada bunches es 25, el número de bunches en cada caja está dado en la Tabla 27 y en las Tablas 28, 30 y 29 se muestran ejemplos de restricciones para cada variedad o grupo de variedades. En el caso de productos personalizados, el cliente proporciona información sobre el número de tallos en cada bouquet, el número de bouquets por caja y un rango para cada variedad. A continuación se presentan dos ejemplos que permitan entender la complejidad y el tamaño del conjunto R_p . Para lo cual es necesario calcular el número de todos los posibles patrones de armado para cada s -receta correspondiente a un producto. Para determinar el

número de combinaciones posibles con las cuales se puede obtener un número c mediante la suma de j números extraídos del intervalo $[a, b]$, Miniguano Trujillo (2019) propone la siguiente fórmula:

$$\sum_{k=0}^{\lfloor (c-aj)/l \rfloor} (-1)^k \binom{j}{k} \binom{c - (a-1)j - lk - 1}{j-1} \quad (2.6)$$

donde $l = b - a + 1$. Para el primer ejemplo se considera el mismo intervalo para todas las variedades y se tomará un producto *personalizado*, para el segundo ejemplo cada variedad tiene su propio intervalo, además se realiza una agrupación por colores para los cuales también existen restricciones y una relación entre variedades; este ejemplo representa un producto *tradicional*.

Ejemplo 1

Para este ejemplo se toma el rango $[a_v, b_v] = [0, 4]$ para todo $v \in V$, donde a_v es el mínimo número de bouquets y b_v el máximo número de bouquets de la variedad v permitidos en la caja. Además, se trabaja con $j = 13$ distintas variedades de rosas y la caja contiene $c = 15$ bouquets. Las restricciones se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 0 \leq w_v \leq 4 & \quad \forall v \in V \\ \sum_{v=0}^{12} w_v = 15 \\ w_v \geq 0 \end{aligned}$$

Donde w_v representa el número de bouquets de la variedad v presentes en la caja. Con la ecuación (2.6) se puede determinar el número de combinaciones que respeten las reglas mencionadas y permitan armar el producto descrito en este ejercicio. Es decir,

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^3 (-1)^k \binom{13}{k} \binom{27-5k}{12} &= \binom{13}{0} \binom{27}{12} - \binom{13}{1} \binom{22}{12} + \binom{13}{2} \binom{17}{12} \\ &= 9460126 \end{aligned}$$

existen 9460126 patrones de armado para una caja surtida de producto *personalizado* que cumpla con las características mencionadas anteriormente.

Ejemplo 2

Para este ejemplo se toma $j = 13$, donde j representa el número de variedades y la caja contiene $c = 10$ *bunches* de calibre 40. Además se trabaja con 4 grupos de variedades, para los cuales también existen restricciones de máximos y mínimos. Las restricciones de armado se presentan en la Tabla 1. La columna mín indica el mínimo número de bunches solicitados de cada variedad, en el caso de encontrarse centrado entre varias variedades es el mínimo entre ese grupo. La columna máx representan el máximo número de bunches para cada grupo de variedades y la columna máx_v indica el máximo número de bunches permitidos en la caja de la variedad v . El mínimo número de bunches de cada variedad es 0, a menos que se indique lo contrario.

Tabla 1

Reglas de surtidos para rosas en media caja

Variedad	Calibre 40cm		
	mín	máx	máx_v
Blanco	1	2	2
Amarillo	1		2
Novedad Amarilla	-	4	1
Anaranjado	1		2
Novedad Anaranjada			2
Rosado	1		2
Novedad Rosada	-	4	2
Rosado Oscuro	1		2
Lavanda			1
Verde	1	3	1
Durazno			1
Novedad Roja			1
Total ramos		10	

En la Tabla 1, se encuentran 12 de las 13 variedades disponibles debido a que ninguna caja surtida de productos tradicionales lleva bunches de variedad Roja. En este

caso, el primer grupo de variedades está conformado por la variedad Blanco; el segundo grupo por Amarillo, Novedad Amarilla, Anaranjado y Novedad Anaranjada; el tercero por Rosado, Novedad Rosada y Rosado Oscuro; el último grupo corresponde a las variedades Lavanda, Verde, Durazno y Novedad Roja. Tomando el vector de variedades en el mismo orden, es decir, blanco es w_0 y Novedad Roja w_{11} se tiene las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned}
-w_3 - w_4 &\leq -1, \\
w_3 + w_4 &\leq 3, \\
-w_1 - w_2 - w_3 - w_4 &\leq -2, \\
w_1 + w_2 + w_3 + w_4 &\leq 4, \\
-w_5 - w_6 - w_7 &\leq -2, \\
w_5 + w_6 + w_7 &\leq 4, \\
-w_8 - w_9 - w_{10} - w_{11} &\leq -1, \\
w_8 + w_9 + w_{10} + w_{11} &\leq 3, \\
\sum_{a=0}^{12} w_a &= 10, \\
w_2, w_8, w_9, w_{10}, w_{11} &\in \{0, 1\}, \\
w_0, w_1, w_5, w_7 &\in \{1, 2\}, \\
w_3, w_4, w_6 &\in \{0, 1, 2\}, \\
w_{12} &\in \{0\}.
\end{aligned}$$

Las primeras 8 restricciones corresponden a las reglas de cada grupo, la novena restricción permite controlar el número de bunches en la caja y las 4 últimas respetan las reglas establecidas para cada variedad. Para poder determinar el número de posibles combinaciones que satisfagan estas reglas impuestas por la empresa se creó un cuadernillo en Jupyter que genere todos los posibles patrones respetando los rangos por cada variedad y que satisfagan la suma total de bunches propuestos. Finalmente, se encontraron 1366 posibles patrones de empaque para un pedido de media caja surtida de calibre 40.

En el caso de productos tradicionales se conoce que existen 20 diferentes productos ofertados, sin embargo, para los productos del tipo personalizado el número de productos ofertados depende del número de clientes y de los pedidos que realicen. Dada la gran cantidad de productos y el número de posibles patrones para cada uno, generar un conjunto que contenga toda esta información puede tomar un gran tiempo computacional y ocuparía mucha memoria. Además, para cada caja surtida solicitada por los diferentes clientes se debe decidir si el pedido se satisface, en qué finca será empacado y el patrón con el cual se armará. Por lo tanto, es necesario el uso de una técnica que permita tratar problemas de gran magnitud como este. Para el presente proyecto de titulación se eligió el algoritmo de generación de columnas, el cual consiste en trabajar con un subconjunto pequeño de los patrones disponibles y agregar dinámicamente nuevos patrones que pudieran servir para mejorar la solución actual.

Capítulo 3

Método de Generación de Columnas

El algoritmo de generación de columnas ha tomado gran fuerza en los últimos años, gracias al aporte que realiza al momento de encontrar una solución a problemas de Programación Lineal que contengan un gran número de variables en comparación al número de restricciones. A pesar de que el término generación de columnas fue usado por primera vez en el *paper*: «*A column generation algorithm for a ship scheduling problem*» por Appelgren (1969), los primeros en proponerlo como solución para modelos de Programación Lineal fueron Ford y Fulkerson (1958), ver Nemhauser (2012). Además, exponentes como Dantzig y Wolfe (1960), Gilmore y Gomory (1961, 1963) son grandes representantes del método, pese a no usar el término generación de columnas como actualmente se lo conoce.

La experiencia trabajando en problemas con gran número de columnas ha mostrado que la mayoría de estas columnas no pertenecen a la solución final (Bertsimas y Tsitsiklis, 1998). Como se mostró al final del Capítulo 2, generar las columnas necesarias para contemplar todos los patrones de armado posibles de cada producto es impracticable, incluso para sistemas de cómputo avanzados. Sin embargo, si reducimos demasiado este conjunto, la subestimación resultante puede limitar excesivamente las posibilidades de obtener un buen costo objetivo. Aquí nos interesa determinar un número *suficiente* de patrones que permitan obtener una solución factible muy cercana al óptimo, de manera iterativa y reduciendo el coste computacional. Para ello usaremos el método de generación de columnas, el cual determina una o más columnas factibles a través de un problema auxiliar (Gilmore y Gomory, 1961).

ALGORITMO DE GENERACIÓN DE COLUMNAS

El algoritmo de generación de columnas requiere de dos problemas claves para encontrar una solución: el Problema Maestro Restringido y el Problema Auxiliar. A continuación, se define cada uno y se usará el problema de corte de material descrito en el Capítulo 1 para facilitar la comprensión del algoritmo. El objetivo del problema de

corte de material es minimizar el desperdicio producido al cortar los rollos de ancho $L > 0$ en rollos más pequeños que permitan satisfacer la demanda. Este desperdicio asociado al patrón de corte j está notado por $c_j \geq 0$, para todo $j = 1, \dots, n$. Por lo tanto, $c_j = L - \sum_{i=1}^m b_i a_{ij}$, donde a_{ij} representa el número de rollos de ancho i que se cortan al usar el patrón j . Además, existe la variable de decisión $x_j \in \mathbb{Z}^+$ que indica cuantos rollos deben ser cortados usando el patrón j . El problema de corte de material puede ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 (PM) \quad & \text{mín} \sum_{j=1}^n c_j x_j, \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = d_i, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, m, \\
 & x_j \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned}$$

Problema maestro restringido

El problema maestro restringido (*PMR*) corresponde a la anterior formulación del problema pero con un número limitado de patrones, que corresponden a las columnas de la matriz $A_{m \times n}$. Estas columnas deben ser suficientes para poder encontrar al menos una solución factible. Este conjunto de columnas la denominamos *semilla*.

Para el problema de corte de material se toma un subconjunto de columnas semilla cuyos índices pertenecen al conjunto $J \subseteq \{1, 2, 3, \dots, n\}$, con el cual se formula el problema maestro restringido. El conjunto de patrones (columnas) j con $j \in J$ permiten encontrar una solución factible para PM, es decir, J es la semilla para este problema.

$$\begin{aligned}
 (PMR) \quad & \text{mín} \sum_{j \in J} c_j x_j, \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{j \in J} a_{ij} x_j = d_i, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, m, \\
 & x_j \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in J.
 \end{aligned}$$

Además, se presenta el problema dual restringido (*PDR*) de *PMR*. En el proceso de generación de columnas se necesita el valor de las variables duales para calcular el costo reducido asociado a cada columna y poder crear el problema auxiliar. El valor de las variables duales permite asegurar la convergencia del algoritmo de generación de

columnas sobre el problema relajado.

$$\begin{aligned}
 (PDR) \quad & \text{máx} \sum_{i=1}^m d_i \pi_i, \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{i=1}^m a_{ij} \pi_i \leq c_j, \quad \forall j \in J, \\
 & \pi_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned}$$

Teorema 1. Sean x^* y π^* las soluciones óptimas de los programas relajados restringidos PR y PDR. Si $\sum_{i=1}^m a_{ij} \pi_i \leq c_j$ para todo $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, entonces la solución $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ definida por:

$$\hat{x}_j = \begin{cases} x_j^* & \text{si } j \in J \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad \text{es ptima del problema lineal primal}$$

Demostración 1. Sea π^* una solución óptima para PDR relajado por lo tanto es factible para el problema lineal dual (D), es decir, existe $\hat{\pi} \in \mathbb{R}^m$ que satisfaga $\sum_{i=1}^m a_{ij} \hat{\pi}_i \leq c_j$ para todo $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ y $\sum_{i=1}^m d_i \hat{\pi}_i > \sum_{i=1}^m d_i \pi_i^*$. Por lo tanto, como $\hat{\pi}$ también es factible para PDR relajado contradice la optimalidad de π^* .

Por el teorema de dualidad en Programación Lineal y considerando que π^* es una solución óptima para los problemas relajados dual y dual restringido, se tiene que $\sum_{i=1}^m d_i \hat{\pi}_i = \sum_{j=1}^n c_j x_j^*$. Es decir, x^* es una solución óptima para el problema lineal restringido y $\sum_{j=1}^n c_j \hat{x}_j = \sum_{j=1}^n c_j x_j^*$, donde

$$\hat{x}_j = \begin{cases} x_j^* & \text{si } j \in J \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Dado que x^* y π^* son soluciones factibles para los problemas lineales primal y dual respectivamente y que las funciones objetivo coinciden, entonces dichas soluciones son óptimas por el teorema de dualidad.

Problema auxiliar

Supongamos que un π^* es una solución óptima de PDR relajado y que existe $j \notin J$ tal que $\sum_{i=1}^m a_{ij}\hat{\pi}_i \geq c_j$, entonces π^* no es factible para D. Para que π^* sea factible para D se añade j a PRM relajado, es decir, hemos encontrado una columna que puede mejorar la función objetivo. Añadimos esta columna al conjunto semilla J y volvemos a resolver el problema restringido otra vez hasta que se cumplan las condiciones del Teorema 1. Para poder encontrar estas columnas se usa problemas auxiliares.

El problema auxiliar (PA) responde a la pregunta: ¿Existe alguna columna que aún no ha sido considerada y que permita mejorar el valor actual de la función objetivo?. Para responder esta pregunta, se buscan columnas con costo reducido positivo en problemas de maximización y de costo reducido negativo en problemas de minimización hasta que se cumplan las condiciones del Teorema 1. La formulación del (PA) se realiza utilizando el valor de las variables duales (también llamados precios sombra) obtenidos del problema relajado.

En el problema de corte de material se minimiza el desperdicio, por lo tanto, se busca una columna o patrón con costo reducido negativo. El costo reducido de la variable j se calcula como sigue:

$$\begin{aligned}\tilde{c}_j &= c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij}, \\ &= L - \sum_{i=1}^m b_i a_{ij} - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij}, \\ &= L + \sum_{i=1}^m (-b_i - \pi_i) a_{ij}.\end{aligned}$$

Además cada columna j encontrada representa un patrón de corte, es decir, que la suma del ancho de todos los rollos obtenidos bajo este patrón no puede superar al ancho del rollo L . Como abuso de notación usaremos a_{ij} como variable donde j es fijo. Por lo tanto, el problema auxiliar (PA) para el problema de corte de material es:

$$\begin{aligned}(\text{PA}) \quad & \text{mín } L + \sum_{i=1}^m (-b_i - \pi_i) a_{ij}, \\ & \text{s.a } \sum_{i=1}^m b_i a_{ij} \leq L, \\ & a_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, m.\end{aligned}$$

En este caso al ser L una constante puede ser removida de la función objetivo sin alterar el problema. Así, el problema de minimización puede ser transformado en un problema de maximización como sigue:

$$\begin{aligned}
 (PA) \quad & \text{máx} \sum_{i=1}^m (b_i + \pi_i) a_{ij}, \\
 & \text{s.a} \quad \sum_{i=1}^m b_i a_{ij} \leq L, \\
 & a_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned}$$

Como se puede notar el PA resultante es similar al problema de la mochila. En este caso, la capacidad máxima de la mochila es L y puede ser llenada con m objetos de peso b_i cuyo beneficio sería $b_i + \pi_i$. El objetivo es maximizar el beneficio respetando la capacidad de la mochila. En (Gilmore y Gomory, 1961) se llega a esta semejanza entre el problema auxiliar del problema de corte de material y el problema de la mochila, siendo la primera aplicación del método de generación de columnas a problemas enteros.

A continuación se describen los pasos correspondientes al algoritmo de generación de columnas.

ALGORITMO

Algoritmo 1 Generación de columnas

- 1: Generamos las columnas del conjunto semilla que permitan que PMR sea factible.
 - 2: Inicializamos el iterador $i = 0$.
 - 3: Definimos PL como la relajación lineal de PMR y procedemos a encontrar una solución factible u óptima.
 - 4: Crear y resolver (PA).
 - 5: Las columnas obtenidas en el paso anterior cuyo costo reducido sea negativo son agregadas al PMR y continuamos con la siguiente iteración.
 - 6: Caso contrario, la solución actual es óptima para el PL y el algoritmo finaliza.
-

El proceso iterativo de generación de columnas finaliza al no encontrar más columnas con costo reducido negativo (en problemas de minimización), siendo la solución actual la óptima para el problema relajado.

El algoritmo de Generación de Columnas garantiza la optimalidad de Programas Lineales, sin embargo, en el caso de Programas Enteros puede ser usado como un método para encontrar cotas superiores (problemas de maximización) o inferiores (problemas de minimización).

ALGORITMO DE GENERACIÓN DE COLUMNAS PARA PAORIF

En la sección anterior se explicó el método de Generación de Columnas para modelos de Programación Lineal Entera en general, los cuales tienen un gran número de variables. A continuación, se muestra su aplicación al PAORIF y su respectivo problema maestro restringido y problema auxiliar que son necesarios en la implementación del algoritmo.

Problema maestro restringido

En base a la formulación planteada en el Capítulo 2 se obtiene un (*PMR*). El conjunto semilla está compuesto de dos tipos de patrones: patrones para cajas sólidas y patrones para cajas surtidas. En el caso de cajas sólidas un patrón por producto es suficiente para armar la caja; por ejemplo: si un cliente solicita una caja de rosas rojas, para la empresa las rosas rojas son la variedad $v \in V$, por lo tanto el patrón de armado de este producto es una columna A tal que $a_j = 0, \forall j \in V - \{v\}$ y $a_v = 1$. En el caso de cajas surtidas, existe más de una forma de armar cada caja como se establece en la sección Conjunto de Patrones. Los patrones de armado para crear el conjunto semilla en este caso se generan de manera aleatoria, tal que cumpla con las reglas de armado de cada producto. Empezar con al menos un patrón de armado para cada producto es suficiente para encontrar una solución factible para (PAORIF), sin importar que tan cercana se encuentre del óptimo.

En este caso, las columnas que se quieren generar son patrones para armar cajas del tipo surtidas tanto para los productos del tipo tradicional como productos personalizados. Tomando esto en cuenta se distingue dos grupos de restricciones del PAORIF, el primer grupo contiene las variables patrones de armado y el segundo grupo las que no contienen estas variables. En esta sección se trabaja con el primer grupo, es decir, las restricciones (2.4b), (2.4c), (2.5a) y (2.5b).

Problema auxiliar

Para el problema que se analiza en este trabajo, se tiene dos conjuntos de (PA) 's. El primero relacionado a los productos del tipo tradicional y el segundo asociado a los productos personalizados. Además, PAORIF busca maximizar el margen bruto obtenido por la comercialización de rosas, por lo tanto, se busca columnas con costo reducido positivo.

- Problema Auxiliar Tradicional

El valor de la variable dual asociada a las restricciones (2.4b) se denomina $\pi_{n,\ell}^T$ para todo $n \in N$ y para todo $\ell \in L$, además $\rho_{n,p}^T$ para todo $n \in N$ y $p \in P_1$ es el valor de la variable dual asociada a las restricciones (2.5a); el superíndice T indica que se trabaja con los productos del tipo tradicional. Cada $\pi_{n,\ell}^T$ está asociada a rosas de la hipervariación ℓ y cada $\rho_{n,p}^T$ está asociado al producto p armado con un conjunto de rosas designadas por el patrón en la finca n . Al asociar un producto con un patrón no trabajamos sobre todo L debido a que conocemos el calibre s del producto, por lo tanto trabajamos con un subconjunto $L' = s \times V \subset L$. El costo reducido \tilde{c} asociado a una columna puede ser calculado como:

$$\tilde{c} = c - \left(\sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^T w_v + \rho_{n,p}^T \right).$$

Donde c representa el costo de la columna generada. La columna o columnas que se quiere generar representan patrones de armado, es decir, deben satisfacer las reglas de armado propuestas por la empresa. La función objetivo del problema auxiliar se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & c - \left(\sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^T w_v + \rho_{n,p}^T \right), \\ & D_p w \leq d_p, \\ & \sum_{v=0}^{12} w_v = b_p, \\ & w \in \mathbb{N}^{13}. \end{aligned}$$

Donde D_p es una matriz que representa las posibles sumatorias entre variedades o grupo color que se pueden hacer y d_p es un vector que contiene los límites en

los que se encuentra cada agrupación o variedad dependiendo del producto $p \in P_1$. b_p representa el total de bunches en cada caja, el cual depende del producto solicitado. En este caso las columnas o patrones generados no representan un costo en la función objetivo del PAORIF, por lo tanto $c = 0$ y la función objetivo puede transformarse en un problema de minimización.

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^T w_v + \rho_{n,p}^T \\ & D_p w \leq d_p, \\ & \sum_{v=0}^{12} w_v = b_p, \\ & w \in \mathbb{N}^{13}. \end{aligned}$$

Las reglas de armado se muestran en las Tablas 27, 28, 30 y 29. Por ejemplo, para una caja media surtida de calibre 40, denotada como ($p = H_A_40$), las reglas de armado de este producto se muestran en la Tabla Reglas de surtidos para rosas en media caja. Las cuales se representan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \sum_{a=0}^{12} \pi_{n,(40,a)}^T w_a + \rho_{n,(H_A_40)}^T \\ & -w_3 - w_4 \leq -1, \\ & w_3 + w_4 \leq 3, \\ & -w_1 - w_2 - w_3 - w_4 \leq -2, \\ & w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \leq 4, \\ & -w_5 - w_6 - w_7 \leq -2, \\ & w_5 + w_6 + w_7 \leq 4, \\ & -w_8 - w_9 - w_{10} - w_{11} \leq -1, \\ & w_8 + w_9 + w_{10} + w_{11} \leq 3, \\ & \sum_{a=0}^{11} w_a = 10, \\ & w_2, w_8, w_9, w_{10}, w_{11} \in \{0, 1\}, \\ & w_0, w_1, w_5, w_7 \in \{1, 2\}, \\ & w_3, w_4, w_6 \in \{0, 1, 2\}. \end{aligned}$$

- Problema Auxiliar Personalizado El valor de la variable dual asociada a las restricciones (2.4c) se denomina $\pi_{n,\ell}^P$ para todo $n \in N$ y para todo $\ell \in L$, además $\rho_{n,m,p}^P$ para todo $n \in N, p \in P_2(m)$ y $m \in M$ es el valor de la variable dual asociada a las restricciones (2.5b); el superíndice P indica que se trabaja con los productos del tipo personalizado. Cada $\pi_{n,\ell}^P$ está asociada a rosas de la hipervariiedad ℓ y cada $\rho_{n,m,p}^P$ está asociado al producto p del cliente m armado con un conjunto de rosas designadas por el patrón en la finca n . Al asociar un producto con un patrón no trabajamos sobre todo L debido a que conocemos el calibre s del producto, por lo tanto trabajamos con un subconjunto $L' = s \times V \subset L$. El costo reducido \tilde{c} asociado a una columna puede ser calculado como:

$$\tilde{c} = c - \left(\sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^P w_v + \rho_{n,m,p}^P \right).$$

Donde c representa el costo de la columna generada. La columna o columnas que se quiere generar representan patrones de armado para el producto p del cliente m , es decir, deben satisfacer las reglas de armado propuestas por el cliente. La función objetivo del problema auxiliar se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & c - \left(\sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^P w_v + \rho_{n,m,p}^P \right), \\ & d_{l:p,m} \leq w \leq d_{u:p,m}, \\ & \sum_{v=0}^{12} w_v = b_{(p,m)}, \\ & w \in \mathbb{N}^{13}. \end{aligned}$$

Donde $d_{l:p,m}$ es un vector conformado por los límites inferiores y $d_{u:p,m}$ es el vector de los límites superiores de cada intervalo para cada una de las variedades. $b_{(p,m)}$ representa el total de bouquets en cada caja, el cual depende del cliente y el producto solicitado. En este caso las columnas o patrones generados no representan un costo en la función objetivo del PAORIF, por lo tanto $c = 0$ y la función objetivo puede transformarse en un problema de minimización.

$$\text{mín} \quad \sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^P w_v + \rho_{n,m,p}^P$$

$$\begin{aligned}
d_{l;p,m} \leq w \leq d_{u;p,m}, \\
\sum_{v=0}^{12} w_v = b_{(p,m)} \quad , \\
w \in \mathbb{N}^{13}.
\end{aligned}$$

A continuación se muestra como ejemplo un pedido del tipo personalizado. El cliente solicita una caja media de calibre 60. El número de bouquets por caja es 40 y cada bouquet contiene 5 tallos de la variedad escogida. Los rangos de cada variedad se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \sum_{v \in V} \pi_{n,(60,v)}^P w_v + \rho_{n,m,p}^P \\
& 5 \leq w_0 \leq 7, \\
& 0 \leq w_1 \leq 7, \\
& 0 \leq w_2 \leq 7, \\
& 0 \leq w_3 \leq 8, \\
& 0 \leq w_4 \leq 8, \\
& 0 \leq w_5 \leq 9, \\
& 1 \leq w_6 \leq 11, \\
& 5 \leq w_7 \leq 7, \\
& 0 \leq w_8 \leq 0, \\
& 2 \leq w_9 \leq 4, \\
& 1 \leq w_{10} \leq 3, \\
& 0 \leq w_{11} \leq 0, \\
& 1 \leq w_{12} \leq 2, \\
& \sum_{v=0}^{12} w_v = 40, \\
& w_v \in \mathbb{N} \quad \forall v \in V.
\end{aligned}$$

Al resolver los problemas auxiliares se obtiene un vector w que representa un nuevo patrón de armado para cada producto. Si el costo reducido del patrón es positivo la columna se añade al PMR, caso contrario la solución actual es la óptima de PAORIF

relajado.

Una vez determinados los problemas auxiliares podemos adaptar el algoritmo de generación de columnas al (PAORIF), el cual se presenta a continuación:

ALGORITMO

Algoritmo 2 Generación de columnas para (PAORIF)

- 1: **Entrada:** el problema maestro restringido PAORIF con dos conjuntos de patrones semilla, uno para productos tradicionales (R_T) y otro para productos personalizados $R_{P(m)}$ y un segundo criterio de parada $\eta > 0$.
 - 2: **Mientras** $t < \eta$ **repetir:**
 - 3: Relajar (PAORIF) = LP y resolver
 - 4: Extraer los precios sombra ($\pi_{n,\ell}$) de las restricciones asociadas a la flor de hipervariada $\ell \in L$ de la finca $n \in N$, ($\rho_{n,p}$) de las restricciones asociadas a los productos p con $p \in P_1$ y ($\rho_{n,m,p}$) de las restricciones asociadas a los productos p con $p \in P_2$
 - 5: **Para** $p \in P_1$ **repetir:**
 - 6: **Para** $n \in N$ **repetir:**
 - 7: mín $z^T = \sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^T w_v + \rho_{n,p}^T$,
 - 8: s.a $Dw \leq d$,
 - 9: $\sum_{v=0}^{12} w_v = b$,
 - 10: $w \in \mathbb{N}^{13}$
 - 11: **Para** $m \in M$ **repetir:**
 - 12: **Para** $p \in P_2(m)$ **repetir:**
 - 13: **Para** $n \in N$ **repetir:**
 - 14: mín $z^P = \sum_{v \in V} \pi_{n,(s,v)}^P w_v + \rho_{n,m,p}^P$,
 - 15: s.a $d_{l;p,m} \leq w \leq d_{u;p,m}$,
 - 16: $w \in \mathbb{N}^{13}$
 - 17: **Si** $z^T > 0$ o $z^P > 0$ **entonces:**
 - 18: Agregamos los patrones encontrados a R_T o $R_{P(m)}$ según corresponda y volvemos a iterar
 - 19: **Caso contrario:**
 - 20: parar
-

En la literatura, es bien reconocido el problema de lenta convergencia del algoritmo de generación de columnas. Si bien el algoritmo alcanza un valor cercano al óptimo rápidamente, el progreso del valor de la función objetivo cuando se está acercando a este es poco relevante. Frangioni (1999); Ropke (2005); Merle, Villeneuve, Desrosiers y Hansen (1999); Maya (2008) atribuyen este problema a la inestabilidad que existe en el valor de las variables duales al inicio del proceso. Esto sugiere que las primeras columnas generadas no son las que se usan en la asignación óptima y el algoritmo puede requerir un tiempo considerable en alcanzar la optimalidad. En este caso se usa dos criterios de parada, el primero relacionado al costo reducido de cada patrón generado, al no existir columnas con costo reducido positivo de cualquier producto demandado el algoritmo finaliza. El segundo criterio finaliza el algoritmo después de un η número de iteraciones realizadas.

Capítulo 4

Resultados

La implementación del modelo de asignación óptima de recursos para la industria florícola se realizó en el entorno de Jupyter Notebook. Esta aplicación gratuita permite trabajar con diferentes lenguajes de programación como: Julia, Python, R, C++, Ruby, JavaScript, CoffeeScript, PHP o Java; su nombre proviene de los tres primeros lenguajes (Jupyter, 2020). En este trabajo se usó el lenguaje de programación Python 2 en la distribución Anaconda. Para poder resolver los modelos de programación lineal se optó por el solver Gurobi 9 con licencia académica facilitada por la institución.

Cabe recalcar que las características del ordenador usado para la implementación influyen en los resultados del modelo, en este caso los experimentos computacionales se realizaron en una MacBook Air Early-2015 con Core i5 (1.6GHz) y 4GB de memoria.

DATOS

Existen cuatro conjuntos de datos que ingresan al modelo: Oferta de fincas vinculadas a la empresa, oferta de terceros (compras que puede realizar la empresa), demanda de producto tradicional y demanda de producto personalizado.

- **Oferta de fincas vinculadas a la empresa** La oferta esta dada por el número de tallos de cada hipervariación disponibles en las diferentes fincas asociadas. Tomando en cuenta que no necesariamente todas las fincas disponen de todas las variedades ni todos los calibres. En las instancias propuestas se trabajó con 4 calibres diferentes (40cm, 50cm, 60cm y 70 cm) y 13 variedades (Colores). Las proporciones usadas en la simulación de estos datos se encuentran en las Tablas 2 y 3. Para los dos primeros calibres la oferta es inferior a la demanda y para los dos siguientes la oferta es mayor a la demanda. Al existir una escasez de flor en cierto calibres y variedades, es necesario encontrar los patrones que reduzcan el consumo de flor y permitan cumplir la mayor cantidad de ordenes.

Tabla 2

Porcentaje de tallos por calibre

Calibre	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm
Porcentaje	18%	62%	18%	2%

Tabla 3

Porcentaje de tallos por variedad

Variedad	V ₀	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆
Porcentaje	9,3%	8,5%	1,3%	7,1%	0,9%	8,5%	7,6%
Variedad	V ₇	V ₈	V ₉	V ₁₀	V ₁₁	V ₁₂	
Porcentaje	8,7%	3,1%	2,1%	1,8%	39,9%	1,2%	

- **Oferta de terceros** Esta oferta muestra el número de tallos de cada hipervariación disponibles en fincas no asociadas que pueden ser compradas para completar ordenes y su respectivo precio de compra. El costo de compra de estos tallos es 5 centavos menor al precio de venta promedio. La cantidad de tallos ofertados para los calibres 40, 50 y 60 cm para cada variedad es 2500 y para el calibre de 70 cm se oferta 500 tallos para cada una de las variedades. En el caso de la instancia VI, los tallos ofertados por los proveedores son repartidos equitativamente entre las 5 fincas.

Además, para simplificar el problema, solo se pueden comprar medias cajas sólidas de cualquier variedad. Al comprar por cajas y no por tallos, siempre existirá un sobrante, el cual puede ser usado para otros productos. Por lo tanto, solo se comprará cuando el precio de venta del producto o productos armados con los tallos comprados supere al precio de compra de dicha caja.

- **Demanda de producto tradicional** En la demanda se encuentra la información sobre los productos solicitados por cada cliente, el precio de cada tallo y la cantidad de cajas por producto. En este caso, se realizó una elección aleatoria entre el número de pedido que realiza cada cliente. La elección del producto se realizó de forma aleatoria entre el listado de productos, dando menor peso a los de calibre 70 y mayor peso a la variedad correspondiente a rosas rojas. La cantidad deman-

dada por producto sigue una distribución uniforme aleatoria entre 5 y 150. El precio de cada tallo sigue una distribución uniforme por calibre en el intervalo dado en la Tabla 4.

Tabla 4

Precio de tallo por calibre

Calibre	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm
Precio	\$0.25 - \$0.40	\$0.40 - \$0.55	\$0.55 - \$0.75	\$0.75 - \$1.00

- **Demanda de producto personalizado** En la demanda se encuentra la información sobre los productos solicitados por cada cliente, el precio de cada tallo y la cantidad de cajas por producto. En este caso, se realizó una elección aleatoria tanto del número de pedido que realiza cada cliente como de un listado de productos simulados, es decir, los mínimos y máximos para cada variedad son diferentes. Se otorgó menor peso a los de calibre 70 y mayor peso a la variedad correspondiente a rosas rojas. La cantidad demandada por producto depende del tipo de caja y sigue una distribución uniforme entre los intervalos que se muestra en la Tabla 5. El precio de cada tallo sigue una distribución uniforme por calibre en el intervalo dado en la Tabla 6.

Tabla 5

Cantidad de tallos demandados

Tipo de caja	Completa	Media	Cuarto	Tercio	Octavo
Cantidad	20 - 80	5 - 400	20 - 80	3 - 50	10 - 50

Tabla 6

Precio de tallo por calibre

Calibre	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm
Precio	\$0.30 - \$0.50	\$0.50 - \$0.75	\$0.75 - \$1.00	\$1.00 - \$1.25

En base a la información anterior, se crearon 6 instancias para poner a prueba el modelo lineal. Para crear las instancias se cambiaron dos parámetros: el número de fincas y la existencia o no de proveedores. El número de cliente permanece constante, 75 clientes que solicitan productos del tipo tradicional y 75 clientes que solicitan productos del tipo personalizado. En total existen 325 ordenes de productos tradicional entre los 75 clientes y 400 ordenes de producto personalizado entre todos los clientes. Las instancias se describen en la siguiente Tabla:

Tabla 7

Instancias propuestas

Nº	Instancia I	Instancia II	Instancia III	Instancia IV	Instancia V	Instancia VI
Nº Fincas	1	10	1	10	20	20
Nº Proveedores	0	0	1	1	0	5

Una vez aplicado el modelo a cada instancia, se realiza la primera optimización obteniendo una solución factible para el problema maestro restringido. A continuación, se aplica el algoritmo de generación de columnas, Algoritmo 2, para obtener más patrones que permitan mejorar el valor de la función objetivo. Finalmente, se realiza una segunda optimización. Este proceso permite determinar que cantidad de cada producto demandado se satisface, la finca en la que se arma, el patrón o patrones de armado para cada uno de estos productos, el número de tallos degradados por calibre y el ingreso obtenido de ventas totales, ventas de productos tradicionales y ventas de productos personalizados.

INSTANCIA I

En la Tabla 8 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia I. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, al no existir compras la función objetivo equivale al valor de ventas totales. En el número de variables esta incluido el número de patrones más otras variables establecidas en el Capítulo 2. En la Tabla 9 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia I.

Tabla 8

Resumen instancia I

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	1 677	1 677
Número de Variables	20117	20 582
Número de Patrones	797	1262
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 153 768.00	\$ 1 257 030.25
Ventas por productos personalizados	\$ 6 080 517.88	\$ 6 872 076.63
Ventas totales	\$ 7 234 285.88	\$ 8 129 106.88
Tiempo	1 s	68 s
Gap	0.0097 %	0.0013 %

Tabla 9

Resumen proceso de GC - instancia I

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	10
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	455
Nº de columnas generadas Totales	465
Nº de iteraciones	8
Tiempo	5 s

En la Figura 1, se exponen los cambios que presenta el valor de la función objetivo del problema relajado conforme va iterando el algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia I.

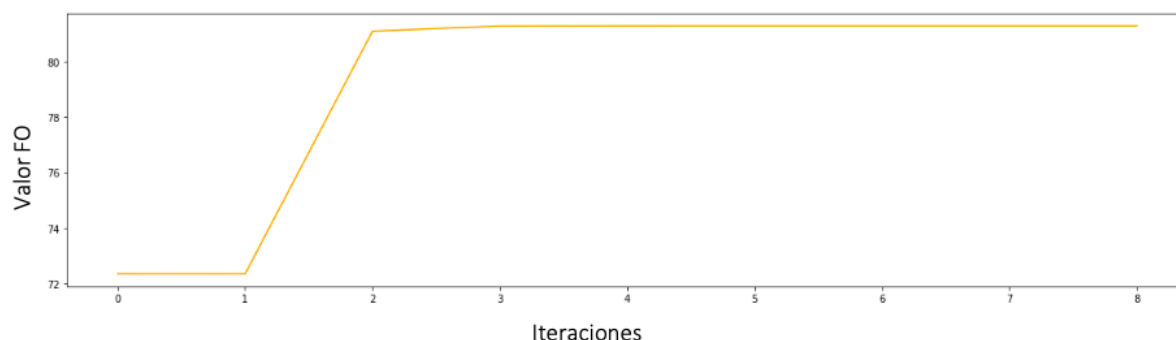


Figura 1. Evolución de la función objetivo para el problema relajado - instancia I

INSTANCIA II

En la Tabla 10 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia II. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, al no existir compras la función objetivo equivale al valor de ventas totales. En el número de variables esta incluido el número de patrones más otras variables establecidas en el Capítulo 2. En la Tabla 11 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia II.

Tabla 10

Resumen instancia II

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	9 165	9 165
Número de Variables	116 570	133 390
Número de Patrones	797	2479
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 202 323.25	\$ 1 377 421.75
Ventas por productos personalizados	\$ 5 852 720.05	\$ 6 396 627.29
Ventas totales	\$ 7 055 043.30	\$ 7 774 049.04
Tiempo	300 s	300 s
Gap	0.0412 %	0.1246 %

En la Figura 2, se explican los cambios que presenta el valor de la función objetivo del modelo relajado en cada iteración del algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia II.

Tabla 11

Resumen proceso de GC - Instancia II

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	32
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	1 650
Nº de columnas generadas Totales	1 682
Nº de iteraciones	10
Tiempo	65 s

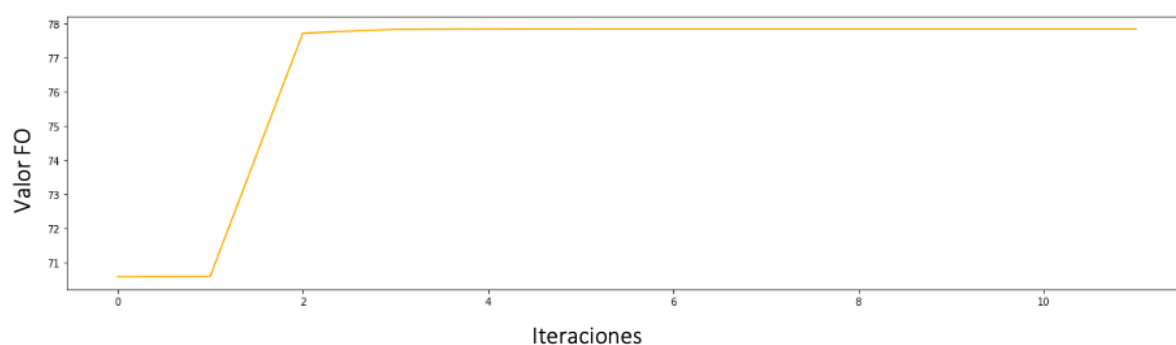


Figura 2. Evolución de la función objetivo para el problema relajado- Instancia II

INSTANCIA III

En la Tabla 12 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia III. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, el valor de la función objetivo equivale al margen bruto, es decir, las ventas totales menos el total de compras. En la Tabla 13 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia III.

Tabla 12

Resumen instancia III

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	1 729	1 729
Número de Variables	20 221	20 684
Número de Patrones	797	1 260
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 356 437.50	\$ 1 419 155.50
Ventas por productos personalizados	\$ 7 751 821.27	\$ 7 870 432.11
Ventas totales	\$ 9 108 258.77	\$ 9 289 587.61
Total compras	\$ 1 023 610.00	\$ 804 692.50
Margen Bruto	\$ 8 084 648.77	\$ 8 484 895.11
Tiempo	1 s	300 s
Gap	0.0063 %	0.0016 %

Tabla 13

Resumen proceso de GC -instancia III

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	14
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	449
Nº de columnas generadas Totales	463
Nº de iteraciones	6
Tiempo	5 s

En la Figura 3, exhibe los cambios que presenta el valor de la función objetivo del modelo relajado en cada iteración del algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia III.

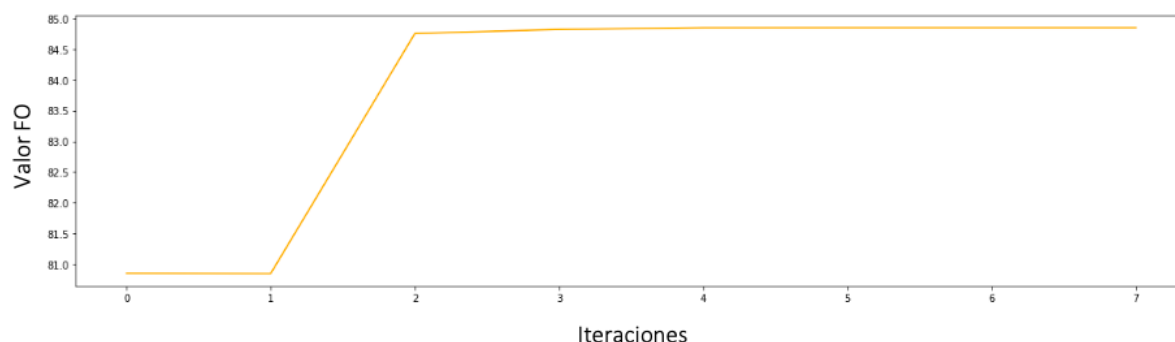


Figura 3. Evolución de la función objetivo para el problema relajado - instancia III

INSTANCIA IV

En la Tabla 14 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia IV. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, el valor de la función objetivo equivale al margen bruto, es decir, las ventas totales menos el total de compras. En la Tabla 15 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia IV.

Tabla 14

Resumen instancia IV

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	9 217	9 217
Número de Variables	117 142	128 522
Número de Patrones	797	1 935
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 378 562.75	\$1 452 728.0
Ventas por productos personalizados	\$ 7 741 685.51	\$7 861 656.7
Ventas totales	\$ 9120248.26	\$9314384.7
Total compras	\$ 1 045 480.00	\$853 242.5
Margen Bruto	\$ 8 074 768.26	\$8 461 142.2
Tiempo	300 s	300 s
Gap	0.1107 %	0.0013 %

Tabla 15

Resumen proceso de GC - instancia IV

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	32
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	1 106
Nº de columnas generadas Totales	1 138
Nº de iteraciones	8
Tiempo	53 s

En la Figura 4, se muestran los cambios que presenta el valor de la función objetivo del modelo relajado en cada iteración del algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia IV.

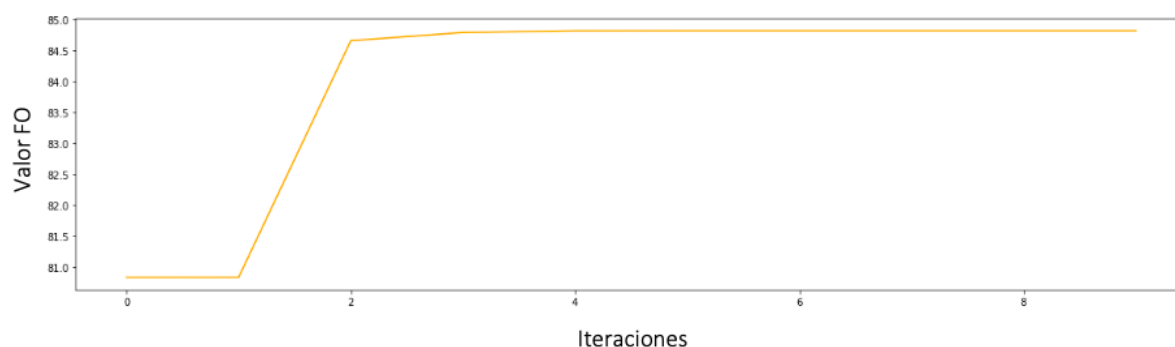


Figura 4. Evolución de la función objetivo para el problema relajado- Instancia IV

INSTANCIA V

En la Tabla 16 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia V. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, el valor de la función objetivo equivale al valor de ventas totales debido a que no hay compras. En la Tabla 17 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia V.

Tabla 16

Resumen instancia V

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	197 040	197 040
Número de Variables	223 740	259 280
Número de Patrones	797	2 574
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 245 637.75	\$ 1 308 162.5
Ventas por productos personalizados	\$ 5 526 185.56	\$ 5 744 941.6
Ventas totales	\$ 6 771 823.31	\$ 7 053 104.1
Tiempo	300 s	300 s
Gap	4.1877 %	6.5345 %

Para esta instancia el tiempo de optimización de cinco minutos no es suficiente para alcanzar una brecha de calidad menor a 1 %. Al optimizar por más tiempo se obtiene un margen bruto de 7 777 573.69 dólares con un Gap de 0.07 % en 15 minutos.

Tabla 17

Resumen proceso de GC - instancia V

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	34
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	1 743
Nº de columnas generadas Totales	1 777
Nº de iteraciones	13
Tiempo	180 s

En la Figura 5, se evidencian los cambios que presenta el valor de la función objetivo del modelo relajado en cada iteración del algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia V.

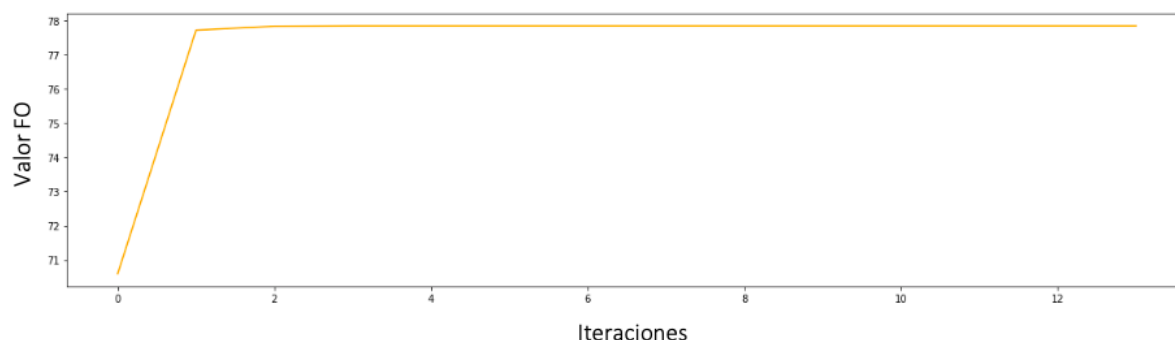


Figura 5. Evolución de la función objetivo para el problema relajado - Instancia V

INSTANCIA VI

En la Tabla 18 se muestra un resumen de las optimizaciones realizadas al problema maestro restringido antes y después del proceso de generación de columnas para la instancia VI. El tiempo está dado en segundos y las ventas en dólares. En este ejercicio, el valor de la función objetivo equivale al margen bruto, es decir, las ventas totales menos el total de compras. En la Tabla 19 presenta un resumen del proceso de generación de columnas para la instancia VI.

Tabla 18

Resumen instancia VI

	Primera Optimización	Segunda Optimización
Número de Restricciones	197 300	197 300
Número de Variables	229 200	253 580
Número de Patrones	797	2 016
Ventas de productos tradicionales	\$ 1 448 850.00	\$ 1 473 686.5
Ventas por productos personalizados	\$ 7 732 357.41	\$ 7 733 686.55
Ventas totales	\$ 9 181 207.41	\$ 9 207 373.05
Total compras	\$ 1 073 250.75	\$ 960 059.5
Margen Bruto	\$ 8 107 956.66	\$ 8 247 313.55
Tiempo	300 s	300 s
Gap	0.2336 %	3.2135 %

Para esta instancia el tiempo de optimización de cinco minutos no es suficiente para alcanzar una brecha de cualidad menor a 1 %. Al optimizar por más tiempo se obtiene un margen bruto de 8 496 940.89 dólares con un Gap de 0.18 % en 15 minutos.

Tabla 19

Resumen proceso de GC - instancia VI

Nº de columnas generadas Productos Tradicionales	32
Nº de columnas generadas Productos Personalizado	1 187
Nº de columnas generadas Totales	1 219
Nº de iteraciones	4
Tiempo	68.14 s

En la Figura 6, se presentan los cambios que presenta el valor de la función objetivo del modelo relajado en cada iteración del algoritmo de generación de columnas aplicado a la instancia VI.

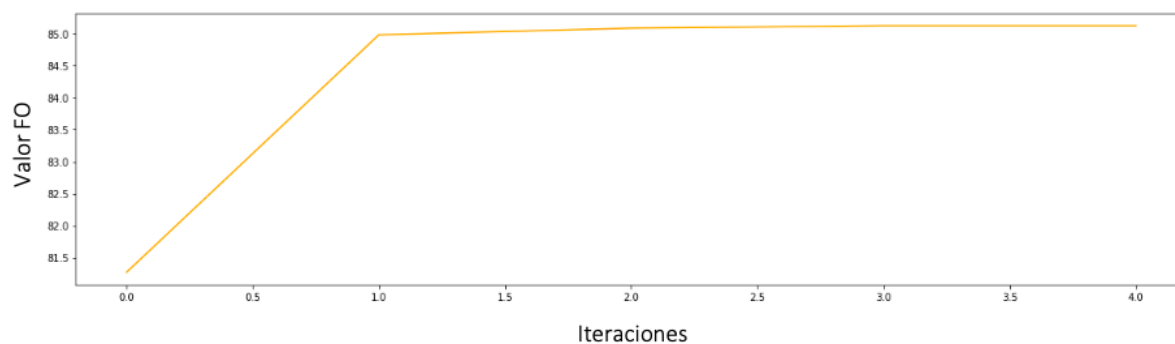


Figura 6. Evolución de la función objetivo para el problema relajado - Instancia VI

Para poder realizar una comparación entre las instancias se les asignaron los mismos parámetros para la optimización. El tiempo de búsqueda para soluciones entera fue de 300 segundos tanto para la primera optimización como para la segunda optimización. Existe un segundo criterio de parada relacionado a la brecha de dualidad (GAP), cuando este sea menor que 10^{-4} la optimización finaliza. Además, se agregaron varios parámetros que permiten encontrar una buena solución en menor tiempo. Para la primera optimización como el modelo es reducido solo se usa el parámetro

MIPFocus = 1, el cual permite encontrar soluciones factibles rápido. Para la segunda optimización y dado que el modelo contiene más variables se usan los siguientes parámetros:

- PreSolve = 2

Este parámetro permite reducir el modelo a uno equivalente que comparte las siguientes propiedades:

- El sub-modelo es infactible si y solo si el modelo original es infactible.
- El sub-modelo es no acotado si y solo si el modelo original es no acotado.
- Si el sub-modelo tiene una solución óptima, entonces su valor objetivo es idéntico al valor objetivo óptimo del modelo original.
- Cualquier solución factible (u óptima) del sub-modelo puede asignarse a una solución factible (u óptima) del modelo original.

En este caso, usar el nivel 2 actúa de forma agresiva y reduce considerablemente el modelo.

- PoolSearchMode = 2

Con este parámetro podemos modificar la forma en la que exploramos el árbol de búsqueda. En este caso el parámetro en el nivel 2 encuentra la k mejores soluciones, donde k está dado por el parámetro PoolSolutions.

- PoolSolutions = 200

Este parámetro depende del valor del parámetro PoolSearchMode y determina cuantas soluciones se van a encontrar en el árbol de búsqueda.

- ImproveStartTime = 90

Este parámetro ayuda a cambiar el valor de otros parámetros de manera estratégica una vez empezado el proceso de optimización. El valor del parámetro marca el momento para realiza estos cambios, en este caso lo hace 90 segundos después de iniciado el proceso.

La elección de estos parámetros se realizó de forma experimental y usando las indicaciones proporcionadas en la documentación de Gurobi Optimization (2020).

El proceso de generación de columnas finaliza cuando no se encuentren más columnas cuyo costo reducido sea positivo o después de un determinado número de iteraciones. En el caso de cumplirse el segundo criterio de parada el modelo probablemente no tiene las columnas suficientes que le permitan llegar a una solución factible cercana al óptimo. Sin embargo, dado que el algoritmo de generación de columnas tiene una convergencia rápida la diferencia entre la solución óptima y la solución factible encontrada no será considerable. Para la realización de estos experimentos computacionales el máximo de iteraciones permitidas fue de 30, sin embargo, como se puede ver en las tablas de resumen ninguna instancia satisface este criterio de parada.

A continuación, se muestra un resumen comparativo entre las 6 instancias en la Tabla 20. La primera sección se refiere a los productos del tipo tradicional, la segunda a los productos del tipo personalizado y por último un resumen general. El valor de la función objetivo equivale al margen bruto.

Tabla 20

Resumen

	Instancia I	Instancia II	Instancia III	Instancia IV	Instancia V	Instancia VI
Satisfechos	75.22 %	81.96 %	85.43 %	87.08 %	80.37 %	88.35 %
No Satisfechos	24.78 %	18.04 %	14.57 %	12.92 %	19.63 %	11.65 %
Tallos Usados	2 727 125	2 955 450	3 054 350	3 115 175	291065	3 166 475
Satisfechos	93.03 %	92.31 %	96.5 %	96.16 %	88.05 %	95.48 %
No Satisfechos	6.97 %	7.69 %	3.5 %	3.84 %	11.95 %	4.52 %
Tallos Usados	11 344 209	10 416 393	12 331 843	12 322 300	9829725	12 203 842
Satisfechos	87 %	88.80 %	92.75 %	93.08 %	85.45 %	93.06 %
No Satisfechos	13 %	11.2 %	7.25 %	6.92 %	14.55 %	6.94 %
Tallos Usados	14 071 334	13 371 843	15 386 193	15 437 475	12 740 375	15 370 317
Margen Bruto	\$ 8 129 106.88	\$ 7 775 103.13	\$ 8 484 895.11	\$ 8 461 142.2	\$ 7264875.35	\$ 8247313.55
GAP	0.0013 %	0.1246 %	0.0016 %	0.0013 %	7.13 %	3.2135 %

El porcentaje de ordenes satisfechas y ordenes no satisfechas se calcula en base al

total de cajas pedidas, en este caso, 26 248 cajas de productos tradicionales y 51 217 cajas de productos personalizados. Cabe recalcar que cada caja tiene distinto precio de venta, es decir, cumplir mayor cantidad de pedidos no asegura un mejor margen bruto. Esto se puede verificar en los resultados de las instancias I y II: la instancia II satisface un 1.8% más pedidos que la instancia I, sin embargo, la instancia I vende 354 003.75 dólares más que la instancia II. Al repartir la producción entre más fincas se pierde la capacidad de armar algunos productos. Las compras a terceros permiten incrementar el número de pedidos satisfechos siempre y cuando esta transacción resulte favorable para la empresa.

En la Tabla 21 se expone el número de patrones generados en cada instancia para los productos del tipo tradicional de cajas surtidas. Como se puede ver en la tabla, las instancias *II, IV, V* y *VI* al tener más fincas necesitan más patrones, ya que cada finca puede necesitar su propio conjunto de patrón de armado. Además, como se vio en el ejercicio 2 en la sección 3 existen más de mil patrones de armado para este tipo de productos. Mediante el proceso de generación de columnas se puede encontrar una solución factible cercana a la óptima usando menos del 1% de patrones de armado.

Tabla 21

Número de patrones para cada producto tradicional por instancia

Productos	Instancia I	Instancia II	Instancia III	Instancia IV	Instancia V	Instancia VI
H_A_40	4	8	4	5	9	5
H_A_50	4	7	4	8	7	8
H_A_60	4	7	4	8	7	8
Q_A_40	4	4	5	4	4	4
Q_A_50	4	6	4	6	6	5
Q_A_60	4	11	6	10	11	11
T_A_40	4	5	5	4	6	6
T_A_50	4	4	4	4	4	5
T_A_60	5	7	5	10	7	8
Total	37	59	41	59	61	60

El código de cada producto tradicional esta compuesto por tres partes. La primera está relacionada al tipo de caja y toma la primera letra de su nombre en inglés; por ejemplo, para un cuarto de caja se toma la Q de Quarter. La segunda parte permite reconocer si la caja es sólida o surtida, en este caso usamos la letra A por su traducción en inglés (Assorted). Finalmente se pone el calibre de los tallos requeridos. Para separar cada una de las partes usamos un guión bajo.

En la Tabla 22 se muestra el conjunto de patrones creados en la instancia II para armar los productos de media caja surtida de calibre 40.

Tabla 22

Patrones generados en la instancia II para H_A_40

Variedad	Patrón 1	Patrón 2	Patrón 3	Patrón 4	Patrón 5	Patrón 6	Patrón 7	Patrón 8
Blanco	50	25	50	25	50	25	50	25
Amarillo	25	50	25	50	25	25	25	25
Novedad Amarilla	0	25	0	0	0	0	0	25
Naranja	0	25	50	50	50	50	25	50
Novedad Naranja	50	0	25	0	0	0	0	0
Rosado	50	25	50	25	25	25	25	25
Novedad Rosada	0	0	0	50	50	50	50	50
Rosado Oscuro	50	50	25	25	25	25	25	25
Lavanda	0	0	0	25	25	25	25	25
Verde	25	25	0	0	0	0	0	0
Durazno	0	0	0	0	0	0	0	0
Novedad Roja	0	25	25	0	0	25	25	0

Cada uno de estos patrones satisface las reglas de armado establecidas por la empresa expuestas en la Tabla 1. De esta lista de patrones se utiliza la que más aporte al valor de la función objetivo dependiendo de la finca en la cual se arme.

Para los productos del tipo personalizado se crean patrones para cada uno de los clientes que lo soliciten. Para cualquiera de las 6 instancias el número de patrones ge-

nerados para cualquier producto no supera los 40.

Se realizó un experimento adicional denominado «codicioso», en el cual se generan 100 patrones iniciales de manera aleatoria para producto tradicional y 100 para producto personalizado. Con estas columnas se realiza la optimización, sin garantizar que se pueda alcanzar una solución factible cercana al óptimo. El algoritmo de generación de columnas asegura la optimalidad de la relajación lineal y

En la Tabla 23, se realiza una comparación entre el tiempo empleado en la creación del modelo para cada una de las instancias en el proceso de generación de columnas (CG) y el experimento codicioso(EC).

Tabla 23

Comparación

Parámetro	Instancia I	Instancia II	Instancia III	Instancia IV	Instancia V	Instancia VI
Tiempo EC	75 s	421 s	78 s	445 s	840 s	879 s
Tiempo CG	12 s	37 s	13 s	36 s	70 s	89 s

La diferencia entre el método de generación y el usado en el experimento codicioso depende de la flexibilidad de las recetas y de la oferta de las fincas. A mayor flexibilidad mayor diferencia en los resultados. El algoritmo de generación de columnas es más útil cuando existe escasez de tallos. En la Tabla 24 se presenta un resumen del margen bruto obtenido en cada instancia con el algoritmo de Generación de Columnas y en el experimento codicioso.

Tabla 24

Resumen CG vs EC

Parámetro	Instancia I	Instancia II	Instancia III	Instancia IV	Instancia V	Instancia VI
M.B. EC	\$ 8 128 611.43	\$ 7 774 416.53	\$ 8 484 247.34	\$ 8 470 762.60	\$ 7 768 600.11	\$ 8 493 019.05
GAP EC	0.0078 %	0.1301 %	0.0095 %	0.0848 %	0.1637 %	0.1858 %
M.B. CG	\$ 8 129 106.88	\$ 7 775 103.13	\$ 8 484 895.11	\$ 8 461 142.2	\$ 7 777 573.69	\$ 8 496 940.89
GAP CG	0.0013 %	0.1246 %	0.0016 %	0.0013 %	0.07 %	0.18 %

Como resultado, el experimento codicioso evidenció que necesita considerablemente más tiempo para diseñar el modelo. Además, creó un número innecesario de columnas, como podemos ver en la Tabla 21 no se requiere ni el 10 % de estas. En el caso de las instancias V y VI fue necesario optimizar por más tiempo para alcanzar una brecha de dualidad semejantes. Con el fin de mejorar la convergencia del Algoritmo de Generación de Columnas se implemento la estrategia de fijación de variables a las instancias V y VI obteniendo los siguientes resultados.

Tabla 25

Resumen de instancias V y VI con fijación de variables

Parámetro	Instancia V	Instancia VI
Margen Bruto FV	\$ 7 777 573.69	\$ 8 263 866.08
GAP	0.0694 %	0.09 %
Tiempo	300 s	300 s

Adicional, se realizó dos instancias más que son unas variantes del ejercicio V. En la primera se modificó los porcentajes de producción dados en la Tabla 3. La instancia VII tiene 7.14 % de tallos de la producción total para cada una de las variedades excepto la variedad Rojas en la cual hay 14.32 % de la producción total de tallos. Para la instancia VIII, se aumento el número de clientes de productos personalizados a 150 con un total de 930 productos solicitados. Obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 26

Resumen de instancias VII y VIII

Parámetro	Instancia VII	Instancia VIII
Margen Bruto EC	\$ 8 431 354.00	\$ 14 528 529.00
GAP EC	0.20 %	0.28 %
Margen Bruto CG	\$ 8 437 445.00	\$ 14 535 643.74
GAP CG	0.15 %	0.23 %

La creación del modelo en las instancias VII y VIII toma en promedio 10 veces más tiempo que el algoritmo de generación de columnas. Además, el número de variables necesarias en EC es casi el triple en comparación con CG, en la instancia VIII se trabajó con 844 108 variables en EC contra 324 468 variables en CG. El número de variables necesarias para el experimento codicioso puede volver intratable al problema.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

CONCLUSIONES

La formulación e implementación del modelo de Programación Lineal Entera para el problema de asignación óptima de recursos en la industria florícola permite determinar aquellos pedidos que deben ser atendidos para obtener mayor ganancia y a su vez disminuir el número de tallos que se desperdician en cada una de las fincas. Para cada uno de estos pedidos se establece un patrón de armado, el cual respeta las reglas dadas por la empresa o el cliente, y la finca en la cual será ensamblado.

Para un producto se puede establecer más de un patrón de armado, a pesar de pertenecer al mismo pedido o ser asignado a una sola finca. Esto depende de la disponibilidad de flor, el cual varía conforme se van asignando los pedidos. A su vez, un pedido correspondiente a un cliente puede ser ensamblado en distintas fincas.

El algoritmo de generación de columnas permite un incremento del 11.01 % para la primera instancia, 9.25 % para la segunda instancia, 4.72 % para la tercera, 4.57 % para la cuarta instancia. El porcentaje de crecimiento del valor de la función objetivo depende de la complejidad del modelo. Para las instancias III y IV, la cantidad de tallos ofertados por el proveedor es suficiente para satisfacer la mayor parte de pedidos de las fincas, siempre y cuando la transacción resulte favorable para la empresa. Este exceso en la oferta de terceros disminuye la complejidad del modelo por lo cual el crecimiento es menor. Cuando la oferta de terceros no es suficiente para satisfacer las necesidades de las fincas, escoger la finca a la cual satisfacer los pedidos se transforma en otro problema de asignación.

El número de fincas aumenta la complejidad del modelo, como se puede ver en las tablas de resumen, el tiempo de optimización de las instancias con 20 fincas (Instancia V y VI) es superior al tiempo de optimización de las instancias con menos fincas (Instancia I, II, III y IV). Por ende, el número de columnas generadas para el primer caso es mayor al número de columnas generadas para el segundo caso.

Como se puede ver en las Figuras 1,2, 3, 4, 5 y 6, el valor de la función objetivo

incrementa con fuerza en las primeras iteraciones del algoritmo de generación de columnas. Este comportamiento permite escoger cualquier conjunto inicial de patrones de armado para resolver el PMR, sin importar que tan lejana del óptimo se encuentre la solución obtenida con esta semilla.

El PAORIF contempla y soluciona dos problemas comunes en la industria florícola: el primero que el número de tallos demandados sea superior al número de tallos disponibles en las fincas, en cuyo caso la asignación es más exigente y debe aprovechar de mejor manera cada tallo. En el segundo caso, la producción de las fincas supera a la cantidad de tallos demandados.

RECOMENDACIONES

Los resultados del PAORIF pueden ser usados como una guía práctica para determinar qué productos deben ser armados y el patrón que se debe utilizar para hacerlo. La veracidad de los datos que ingresan al modelo juega un papel muy importante al momento de aplicarlo. Si los datos son reales, pasar de la teoría a la práctica dará los resultados ofrecidos.

Si el PAORIF incrementara el número de variables significativamente, el método de fijación de variables es una gran opción para encontrar soluciones factibles. Para las instancias propuestas no fue necesario el uso de esta estrategia.

Es conveniente aplicar el modelo con volúmenes de datos reales, esto permitirá comparar los resultados propuestos con la realidad. Además, se puede hacer una selección de parámetros de Gurobi que mejor se adapten a las necesidades de la empresa y permitan reducir el tiempo que requiere el modelo en encontrar una solución factible cercana al óptimo.

En caso de programas enteros de mayor complejidad se sugiere usar el algoritmo de Branch and Price, el cual puede ayudar a mejorar el desempeño del algoritmo de Generación de Columnas para llegar a la optimalidad. Además, se pueden considerar otras estrategias que permitan atenuar el problema de convergencia del algoritmo, ver Frangioni (1999); Ropke (2005); Merle y cols. (1999); Maya (2008).

Bibliografía

- Appelgren, L. H. (1969). A column generation algorithm for a ship scheduling problem. *Transportation Science*, 3(1), 53–68. doi: <https://doi.org/10.1287/trsc.3.1.53>
- Barnhart, C., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W. P. y Vance, P. H. (1998). Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*. doi: <http://dx.doi.org/10.1287/opre.46.3.316>
- Bertsimas, D. y Tsitsiklis, J. (1998, 01). Introduction to linear optimization. *IIE Transactions*, 30, 855–863. doi: 10.1023/A:1017135818496
- Caixeta-Filho, J., Swaay-Neto, J. y Wagemaker, A. (2002, 02). Optimization of the production planning and trade of lily flowers at jan de wit company. *Interfaces*, 32, 35-46. doi: 10.1287/inte.32.1.35.13
- Dantzig, G. B. y Wolfe, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8(1), 101–111. doi: <https://doi.org/10.1287/opre.8.1.101>
- Desrosiers, J. y Lübbecke, M. (2006, 03). A primer in column generation. En (p. 1-32). doi: 10.1007/0-387-25486-2_1
- Eto, H. (1991). A mathematical programming model to consider alternative crops. *Omega*, 19(2), 169 - 179. doi: [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(91\)90026-P](https://doi.org/10.1016/0305-0483(91)90026-P)
- EXPOFLORES. (2020). *Exportaciones sector florícola*. Descargado de <https://expoflores.com/inteligencia-de-mercados/>
- Ford, L. y Fulkerson, D. (1958). A suggested computation for maximal multicommodity network flows. *Management Science*, 97-101. doi: 10.1287/mnsc.1040.0269
- Frangioni, H. B. A. J. D. A. (1999). Stabilization in column generation. *Discrete Mathematics*, 194:229–237.
- Gilmore, P. C. y Gomory, R. E. (1961, dec). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 9(6), 849–859. doi: 10.1287/opre.9.6.849

- Gilmore, P. C. y Gomory, R. E. (1963). A linear programming approach to the cutting stock problem-part ii. *Operations Research*, 11(6), 863–888.
- Gurobi Optimization, L. (2020). *Gurobi Optimizer Reference Manual*. Descargado de <https://www.gurobi.com>
- Hoogeveen, H., Tomczyk, J. y van der Zanden, T. C. (2019, jan). Flower power: Finding optimal plant cutting strategies through a combination of optimization and data mining. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 39–44. doi: 10.1016/j.cie.2018.11.047
- Jupyter. (2020). *Project jupyter*. Descargado de <https://jupyter.org>
- Lowe, T. y Preckel, P. (2004, 07). Decision technologies for agribusiness problems: A brief review of selected literature and a call for research. *Manufacturing Service Operations Management*, 6, 201-208. doi: 10.1287/msom.1040.0051
- Maya, P. A. (2008). Algoritmo de generación de columnas: Una revisión desde su aplicación al problema de asignación de cupos escolares. *Revista Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia*, 46, 145-157.
- Merle, O. D., Villeneuve, D., Desrosiers, J. y Hansen, P. (1999). Stabilized column generation. *Discrete Mathematics*, 194(1), 229 - 237. doi: [https://doi.org/10.1016/S0012-365X\(98\)00213-1](https://doi.org/10.1016/S0012-365X(98)00213-1)
- Miniguano Trujillo, A. (2019). Distribución de la suma de intervalos. *Recursos virtuales - Probabilidad y Estadística*. Descargado de https://github.com/andresrmt/Recursos_Clavemat/blob/master/Suma_intervalos.pdf
- Nemhauser, G. L. (2012). Optimization stories. En M. Grötschel (Ed.), (p. 65-73). DER.
- Ropke, S. (2005). *Heuristic and exact algorithms for vehicle routing problems* (Tesis Doctoral no publicada). University of Copenhagen.
- Schumacher, S. y Weston Jr, D. F. C. (1983, 12). Linear programming: A tool for production planning in glasshouse floriculture. En (pp. 83–88). International Society for Horticultural Science (ISHS), Leuven, Belgium. doi: 10.17660/ActaHortic.1983.147.11

Torres, A. J. R., Villalobos, J. R., Jijon, M. S. y Alomoto, N. (2012). Planning models for floriculture operations. *International Journal of Applied Management Science*, 4(2), 148. doi: 10.1504/ijams.2012.046206

Winston, W. y Goldberg, J. (2004). *Operations research: Applications and algorithms*. Thomson Brooks/Cole.

Apéndice

Tabla 27

Número de tallos y bunches por caja

Tipo	Caja completa				Media Caja			
	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm
Calibre	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm
Tallos	500	400	300	250	250	200	150	125
Bunches	20	16	12	10	10	8	7	5

Tipo	Cuarto de caja				Tercio de caja			
	40cm	50cm	60cm*	70 – 80cm*	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm*
Calibre	40cm	50cm	60cm*	70 – 80cm*	40cm	50cm	60cm	70 – 80cm*
Tallos	125	100	75	50	125	100	75	75
Bunches	5	4	3	2	5	4	3	3

En cada bunche hay 25 rosas de una misma variedad.

Tabla 28

Reglas de surtidos para rosas en media caja

Variedad	Calibre 40cm			Calibre 50cm			Calibre 60cm			Calibre 70 – 80cm		
	Min	Máx	M_v	Min	Máx	M_v	Min	Máx	M_v	Min	Máx	M_v
Blanco	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1
Amarillo	1		2	1		2	1		1	1		1
Novedad Amarilla	-	4	1	-	3	1	-	3	1	-	2	-
Anaranjado	1		2	1		1	1		1	-		1
Novedad Naranja			2			1			1	-		
Rosado	1		2	1		2	1		2			1
Novedad Rosada	-	4	2	-	3	1	-	3	1	1	2	1
Rosado Oscuro	1		2	1		2	1		1			1
Lavanda			1			1			1			1
Verde	1	3	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1
Durazno			1			1			1			1
Novedad Roja			1			1			1			1
Total ramos		10			8			7			5	

Para cada caja, Min indica la presencia de al menos un ramo del grupo, Máx indica el número máximo de ramos por grupo, M_v el número máximo de ramos por variedad.

Tabla 29

Reglas de surtidos para rosas en tercio de caja

Variedad	Calibre 40cm		Calibre 50cm		Calibre 60cm		Calibre 70 – 80cm	
	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx
Blanco	1	1	1	1	0	1	0	1
Amarillo								
Novedad Amarilla	1	2	1	1	0	1	0	1
Anaranjado								
Novedad Naranja								
Rosado								
Novedad Rosada	1	2	1	1	0	1	0	1
Rosado Oscuro								
Lavanda								
Verde	1	2	1	1	0	1	0	1
Durazno								
Novedad Roja								
Total ramos	5		4		3		3	

Para cada caja, Min indica la presencia de al menos un ramo del grupo, Máx indica el número máximo de ramos por grupo.

Tabla 30

Reglas de surtidos para rosas en cuarto de caja

Variedad	Calibre 40cm		Calibre 50cm		Calibre 60cm	
	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx
Blanco	1	1	0	1	0	1
Amarillo						
Novedad Amarilla	1	1	0	1	0	1
Anaranjado						
Novedad Naranja						
Rosado						
Novedad Rosada	1	1	0	1	0	1
Rosado Oscuro						
Lavanda						
Verde	1	1	0	1	0	1
Durazno						
Novedad Roja						
Total ramos	4		3		3	

Para cada caja, Min indica la presencia de al menos un ramo del grupo, Máx indica el número máximo de ramos por grupo.