



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DEL POLIESTIRENO EN EL PROCESO DE TERMOFORMADO A TRAVÉS DEL MODELO VISCOELÁSTICO GENERALIZADO DE MAXWELL

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO**

NAJERA CHEVEZ ARTURO
arturo.najera@epn.edu.ec

SANCHEZ MOGROVEJO ESTEBAN ALEXANDER
esteban.sanchez@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. SOTOMAYOR GÁLVEZ ÓSCAR EFRAÍN
oscar.sotomayor@epn.edu.ec

Quito, Enero 2021

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **Arturo Nájera Chávez y Esteban Alexander Sánchez Mogrovejo**, bajo mi supervisión.

Ing. Óscar Efraín Sotomayor Gálvez

DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **Arturo Nájera Chevez**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Autor

DECLARACIÓN

Yo, **Esteban Alexander Sánchez Mogrovejo**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Autor

DEDICATORIA

Arturo Nájera

A mi madre:

Tu amor y cariño incondicional son infinitos. Me enseñaste a ser humilde, optimista, generoso y a tener el don del perdón. No me alcanzan las palabras para describir día a día la paciencia y la fortaleza que me brindaste. El sacrificio y la determinación para culminar la tesis, es esfuerzo tuyo por igual. Gracias por cada día confiar y creer en mí.

A mi padre:

Por ser el promotor principal de mis sueños. Me enseñaste a nunca desistir, a ser grato con la vida y me diste esperanza en los momentos más confusos. Nunca olvido que el momento más oscuro es antes del amanecer. Esta tesis es un logro más para mí, sin embargo, sería egoísta decir que este momento no te pertenece. No sé dónde estaría sin tu ayuda, tu cariño y tu amor incondicional. Eres el mejor.

A mi hermano:

Por ser mi fuente principal de fortaleza, amor y apoyo incondicional. Cada vez que regreso a ver, me recuerdas quién soy y gracias a ti, tengo una razón más para ser mejor cada día.

A mi hermana:

Por ser la profesora a tiempo completo de mi inteligencia emocional y mi vida espiritual. Gracias por pulirme siempre.

A mi familia.

“Las palabras nunca alcanzan cuando lo que hay que decir desborda el alma”- J.C.

Esteban Sánchez

A mis padres Ramón y Sandra,

Por todo el apoyo incondicional que me brindaron a lo largo de esta etapa de mi vida y que me siguen brindando día a día. Porque sé que siempre contaré con su ayuda para cada reto que me plantee.

Este logro más que mío es suyo por no dejarme claudicar nunca. Por dedicar cada fibra de su ser para que pueda seguir adelante y ser siempre mejor, no solo como profesional, si no sobre todo como persona.

Espero que mediante este logro pueda recompensar un poco del esfuerzo que ustedes me dedican.

*Porque todos los logros alcanzados no vienen de una sola persona,
porque los esfuerzos realizados no pudieron ser posibles sin su aliento
cada paso dado representa las ilusiones y deseos de superación.
A mi familia por todo su apoyo y por el que vendrá...*

AGRADECIMIENTO

Arturo Nájera

A la Escuela Politécnica Nacional, por la formación profesional adquirida para cumplir mi labor profesional con honor y responsabilidad.

A mi director, Oscar Efraín Sotomayor Gálvez, por haber brindado su capacidad, conocimiento científico y guía durante el desarrollo de la tesis.

A mis compañeros de clase durante todos los semestres. El compañerismo, la amistad y el apoyo moral hicieron de la universidad un lugar más placentero.

A mi compañero de tesis Esteban. La amistad se solidificó al llegar a la convergencia. Gracias por el apoyo, la paciencia y la confianza.

A mis hermanos: Alexis R., Carlos R., Nicolás B., Nicolás C. y Nicolás B. Gracias por siempre llevarme para arriba, los admiro y quiero muchísimo.

A la vida. Por este nuevo triunfo y por darme una nueva oportunidad de trascender mi consciencia.

Esteban Sánchez

A mi tutor, Oscar Sotomayor, por la paciencia y el conocimiento brindado para lograr que este proyecto sea una realidad.

A todos mis amigos, gracias a ustedes por todo su apoyo a lo largo de la carrera. A veces cumpliendo el rol de maestros y estudiantes entre nosotros para poder superar cada proyecto y dificultad. Por las anécdotas y experiencias, que lograron sacar una sonrisa y permitir que esta etapa de vida sea memorable.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
Objetivo general.....	3
Objetivos específicos.....	3
1. MARCO TEÓRICO.....	4
1.1. Proceso de termoformado	4
1.1.1. Generalidades del proceso de termoformado	4
1.1.2. Técnicas de termoformado	5
1.1.3. Parámetros de termoformado	6
1.1.4. Vacío, presión del aire y fuerzas mecánicas	7
1.2. Materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado	8
1.2.1. Generalidades de los materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado.....	8
1.2.2. Propiedades de los materiales relacionados al proceso de termoformado	9
1.2.3. Calentamiento de plásticos.....	12
1.3. Modelos viscoelásticos.....	13
1.4. Modelo viscoelástico generalizado de Maxwell	17
1.5. Series de “Prony”	21
1.6. Software de simulación para realizar cálculos estáticos y dinámicos	24
1.6.1. Método de elementos finitos.....	27
1.7. Equipo de termoformado	28
2. METODOLOGÍA.....	32
2.1. Validación de propiedades reológicas del poliestireno mediante ensayos	33
2.1.1. Caracterización de propiedades viscoelásticas del poliestireno mediante pruebas de laboratorio (Stress Relaxation Test)	33
2.1.2. Obtención de geometría para probeta (ASTM D882_18).....	34
2.1.3. Diseño y construcción de calentador para controlar la variación de temperatura	36
2.2. Desarrollo y exportación del modelo viscoelástico.....	38
2.2.1. Comparación entre herramientas informáticas para la obtención de los pares de “Prony”	38
2.2.2. Escritura de código para obtención de los pares de “Prony”	41
2.2.3. Selección de valores iniciales, límites superior e inferior y optimización del modelo de cálculo	42
2.3. Condiciones de borde de la simulación del modelo viscoelástico y simulación de la prueba de relajación de esfuerzos (“Stress Relaxation Test”)	44
2.3.1. Definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y carga	44

2.3.2. Mallado estructural en software de EF	48
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	54
3.1. Prueba de Relajación de Esfuerzos “Stress Relaxation Test”	54
3.2. Obtención de los pares de “Prony”	61
3.3. Análisis de sensibilidad de mallado	63
3.4. Comparación entre la simulación y la experimentación	67
3.4.1. Gráficos de esfuerzo, módulo de relajación y deformación en función del tiempo	67
3.5. Simulación axisimétrica	74
4. CONCLUSIONES	79
4.1. Conclusiones.....	79
4.2. Trabajos futuros	82
Referencias Bibliográficas	83
Anexos.....	87
ANEXO I.....	87
ANEXO II.....	97
ANEXO III.....	105
ANEXO IV.....	108
ANEXO V.....	120

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Pasos principales del proceso de termoformado	6
Figura 1.2. Acabados entre el formado a vacío y el formado a aire a presión	8
Figura 1.3. Módulo de elasticidad E en función de la temperatura para polímeros termoplásticos.....	10
Figura 1.4. Coeficiente de Poisson ν en función de la temperatura para polímeros termoplásticos.....	11
Figura 1.5. Comportamiento viscoelástico del módulo de elasticidad en función de un gradiente de temperaturas para PP, OMMA, PC, PVC y PS	11
Figura 1.6. Modelo viscoelástico de Maxwell	14
Figura 1.7. Modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt	14
Figura 1.8. Comportamiento viscoelástico real: Esfuerzo y Deformación vs. Tiempo .	15
Figura 1.9. Modelo viscoelástico estándar.....	16
Figura 1.10. Modelo viscoelástico de Burgers.....	16
Figura 1.11. Modelo viscoelástico generalizado de Maxwell	18
Figura 1.12. Diagrama del funcionamiento de un programa CAE	24
Figura 1.13. Esquema de los productos que ofrece ABAQUS para la resolución de problemas	25
Figura 1.14. Definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y de carga del modelo	26
Figura 1.10. Discretización de un elemento continuo.....	27
Figura 1.11. Esquema de una máquina de termoformado de calibre delgado con los principales elementos del proceso de termoformado.....	29
Figura 1.12. Esquema de la prensa de termoformado rotativo de calibre grueso de tres estaciones.....	30
Figura 2.1. Diagrama de flujo metodológico	32
Figura 2.2. Valores normalizados para la velocidad del ensayo y la separación entre mordazas para norma ASTM D822-18	34
Figura 2.3. Troquel utilizado para la obtención de probetas de PS laminado de 0,7mm de espesor	35
Figura 2.4. Mordaza de la máquina universal de ensayos del laboratorio de análisis de esfuerzos y vibraciones de la EPN	35
Figura 2.5. Geometría final de probeta de PS de 0,7mm de espesor utilizada en la máquina universal de ensayos para realizar un ensayo Stress Relaxation.....	35
Figura 2.6. Diseño de calentador adaptado a la máquina universal de ensayos para polímeros AGS-X Series marca Shimadzu.....	36

Figura 2.7. Plano eléctrico y electrónico del calentador diseñado	37
Figura 2.8. Prototipo y estructura final del calentador diseñado	38
Figura 2.9. Diagrama de procesos para la obtención de pares de Prony en el software Matlab con la herramienta Isqcurvefit	40
Figura 2.10. Diagrama de flujo para la definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y de carga del modelo	45
Figura 2.11. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, “Module: Parts”	46
Figura 2.12. Diagrama de procesos correspondiente a los diversos comportamientos del PS asignados a la probeta, “Module: Property”	47
Figura 2.13. Diagrama de procesos correspondiente a la evaluación del material, “Module: Property”	48
Figura 2.14. Geometría del modelo definida: probeta y mordazas (móvil y fija)	49
Figura 2.15. Diagrama de procesos del ensamble del modelo, “Module: Assembly” ..	49
Figura 2.16. Diagrama de procesos para la definición de las etapas de la prueba de relajación de esfuerzos (Stress Relaxation), “Module: Step”	50
Figura 2.17. Geometría obtenida una vez que se han generado las restricciones Constraints del modelo.....	51
Figura 2.18. Diagrama de procesos para la correlación de superficies entre partes, “Module: Interactions”	51
Figura 2.19. Diagrama de procesos para el ingreso de condiciones de borde del modelo, “Module:Loads”	52
Figura 2.20. Malla estructural del modelo que simula la prueba de relajación de esfuerzos Stress-Relaxation	53
Figura 3.1. Probeta inicial y probeta ensayada a 90°C de la prueba de relajación de esfuerzos. Puntos en los que se tomó medidas antes y después del ensayo	54
Figura 3.2. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=30s	65
Figura 3.3. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=180s	66
Figura 3.4. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=330s	66
Figura 3.5. Esfuerzo de Von Mises mostrados en el software de EF para la prueba de relajación de esfuerzos SRT a 100°C.....	67
Figura 3.6. Datos en escala logarítmica graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos SRT: Módulo de relajación vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación para N = 5	68

Figura 3.7. Datos en escala logarítmica graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos SRT: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación	69
Figura 3.8. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación.....	70
Figura 3.9. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación	70
Figura 3.10. Datos graficados de la prueba de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Deformación para 90°C	71
Figura 3.11. Datos graficados de la prueba de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Deformación para 115°C	72
Figura 3.12. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación	73
Figura 3.13. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación	74
Figura 3.14. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, "Module: Parts". Simulación axisimétrica	75
Figura 3.15. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, "Module: Parts". Simulación axisimétrica	76
Figura 3.16. Simulación axisimétrica de una semiesfera para lámina de PS de 0,7mm a 95°C	77
Figura 3.17. Malla estructural del modelo que simula el termoformado de una semiesfera	78
Figura 3.13. Simulación axisimétrica de una semiesfera para lámina de PS de 0,7mm entre 80 y 90°C.....	78
Figura 2.8. Interfaz de usuario de Solver.....	97
Figura 4.2. Métodos de resolución del Solver	98
Figura 4.3. Ejemplo de señales exponenciales sinusoidales	99
Figura 4.4. Diagrama de funcionamiento del método Evolutionary	99
Figura 4.5. Ubicación del Toolbox Curve Fitting de Matlab.....	100
Figura 4.6. Interfaz de Toolbox: Curve Fitting	101
Figura 4.7. Selección personalizada de la ecuación	101
Figura 4.8. Valores de los ajustes de curva seleccionados para N=3	102

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Variables involucradas en el proceso de termoformado Generalidades de los materiales comúnmente utilizados en la industria del termoformado	7
Tabla 1.2. Materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado con sus temperaturas de termoformado, temperatura de deflexión al calor y temperatura de fusión	9
Tabla 1.3. Propiedades térmicas de algunos polímeros a temperatura ambiente	12
Tabla 1.4. Propiedades mecánicas de algunos polímeros a temperatura ambiente	13
Tabla 1.5. Comparación entre modelos viscoelásticos: Maxwell vs. Kelvin-Voigt.....	15
Tabla 1.6. Comportamiento viscoelástico según el modelo generalizado de Maxwell.	21
Tabla 2.1 Valores iniciales de las variables de decisión	43
Tabla 2.2. Límite superior, límite inferior y parámetros de la función Isqcurvefit.....	43
Tabla 3.1. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a Temperatura ambiente	55
Tabla 3.2. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 80°C	55
Tabla 3.3. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 85°C	56
Tabla 3.4. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 90°C	57
Tabla 3.5. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 95°C	57
Tabla 3.6. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 100°C	58
Tabla 3.7. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 105°C	58
Tabla 3.8. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 110°C	59
Tabla 3.9. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 115°C	59
Tabla 3.10. Medidas de longitud, ancho y espesor promedio de probetas ensayadas a diferentes temperaturas	60
Tabla 3.11. Coeficiente de Poisson, módulo de Young, área transversal y deformación unitaria de probetas ensayadas a diferentes temperaturas	60
Tabla 3.12. Términos de la serie de Prony usados en el modelo del PS para N=5	62

Tabla 3.13. Error del método de mínimos cuadrados de los términos de la serie de Prony usados en el modelo del PS para N=5 a cada temperatura evaluada.....	63
Tabla 3.14. Análisis de sensibilidad de mallado de la prueba de relajación de esfuerzos SRT para probetas de PS evaluadas a 95°C al 5% de deformación en el LAEV	64
Tabla 3.15. Error del método de mínimos cuadrados de los términos de la serie de Prony usados en el modelo del PS para N=5 a 95 y 100°C	64
Tabla 4.1. Valores de Sr para cada método y valor de N.....	102
Tabla 4.2. Error relativo con respecto a los datos presentados por Hill	103
Tabla 4.3. Mejor método según el valor de Sr para cada valor de N.....	103

LISTA DE SÍMBOLOS

T_m	Temperatura de fusión	°C
T_g	Temperatura de transición vítrea	°C
HDT	Temperatura de deflexión térmica	°C
T_t	Temperatura de termoformado	°C
P_v	Presión de vacío	MPa
P_a	Presión atmosférica	MPa
PAI	Poliamidaimida	
PP	Polipropileno	
PVC	Policloro de vinilo	
PC	Policarbonato	
PS	Poliestireno	
E	Módulo de Elasticidad	MPa
G	Módulo de cizalladura	MPa
K	Módulo de compresibilidad	MPa
ν	Coefficiente de Poisson	
%	Porcentaje de elongación	%
ρ	Densidad	$\frac{g}{cm^3}$
c	Calor específico	$\frac{cal}{g * ^\circ C}$
Q_f	Calor de fusión	$\frac{cal}{g}$
λ	Conductividad térmica	$\frac{W}{m^\circ C}$
α	Coefficiente de expansión térmica lineal	$\frac{1}{^\circ C}$
η	Coefficiente de viscosidad	$N \frac{s}{m^2}$
σ	Esfuerzo	MPa
ε	Deformación unitaria	
EF	Elementos Finitos	
$M(t)$	Módulo de relajación	
τ	Tiempo de relajación	
γ	Frecuencia de relajación	
E_k, τ_k	Par <i>Prony</i>	
N	Número de pares de la serie de <i>Prony</i>	
SRT	Prueba de relajación de esfuerzos	

	<i>(Stress Relaxation Test)</i>	
$C(t)$	Módulo de fluencia lenta	
CCT	Ensayo del Comportamiento a la Fluencia	
	<i>(Creep Compliance Test)</i>	
M_k	Módulo de relajación de cada elemento de Maxwell	<i>MPa</i>
M_e	Módulo de relajación de todo el sistema para $t = \infty$	<i>MPa</i>
$LAEV$	Laboratorio de análisis de esfuerzos y vibraciones	
w	ancho	<i>mm</i>
l	longitud	<i>mm</i>
t	espesor	<i>mm</i>

RESUMEN

El poliestireno se termoforma en estado viscoso a temperaturas correspondientes a su punto de fusión cristalino, en el rango de 100 a 140°C. Las propiedades mecánicas del material cambian con la temperatura ya que estos plásticos pasan de ser rígidos a bajas temperaturas a comportarse viscosamente cuando aumenta. En tales condiciones, las propiedades disminuyen rápidamente con la temperatura y estas variaciones en las propiedades son la mayor dificultad durante el modelado. Este estudio presenta los hallazgos durante simulaciones numéricas en las que se implementa una caracterización viscoelástica al poliestireno laminado. Se llevaron a cabo pruebas experimentales de probetas a tracción a distintas temperaturas para comparar los resultados con los datos experimentales. Se utilizó el modelo viscoelástico generalizado de Maxwell que utiliza series *Prony* para implementar la simulación en un paquete comercial de elementos finitos. Una vez validado un modelo numérico fundamental, se extrapolaron simulaciones numéricas que replican el proceso de termoformado para configuraciones de geometrías termoformadas más complicadas y diferentes condiciones de contorno. La pertinente concordancia entre el modelo elegido y los experimentos permite estudiar las variaciones de presión, tiempo y temperatura del proceso de termoformado.

Palabras clave: Viscoelasticidad, Series de *Prony*, Modelo de Maxwell, Poliestireno viscoso, Respuesta viscosa

ABSTRACT

Polystyrene is thermoformed in a viscous state at temperatures corresponding to its crystalline melting point, in the range of 100 to 140 ° C. The mechanical properties of the material change with temperature since these plastics go from rigid at low temperatures to viscous when they increase. Under such conditions, properties decrease rapidly with temperature, and these variations in properties are the greatest difficulty during modeling. This study presents the findings during numerical simulations in which a viscoelastic characterization is implemented in laminated polystyrene. Experimental tests were carried out over tensile test specimens at different temperatures to compare results with experimental data. The generalized Maxwell viscoelastic model using Prony series was used to implement the simulation in a commercial finite element package. Once a fundamental numerical model was validated, numerical simulations that replicated the thermoforming process were extrapolated for more complicated thermoformed geometry configurations and different boundary conditions. The relevant agreement between the chosen model and the experiments allows studying the pressure, time, and temperature variations of the thermoforming process.

Keywords: Viscoelasticity, Prony Series, Maxwell Model, Polystyrene viscous, Viscous response

ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DEL POLIESTIRENO EN EL PROCESO DE TERMOFORMADO A TRAVÉS DEL MODELO VISCOELÁSTICO DE MAXWELL

INTRODUCCIÓN

La industria del plástico cubre un gran número de mercados, entre los que se encuentra el envasado de medicamentos y alimentos. Alrededor del 50% de los productos alimenticios a nivel mundial, tienen envases plásticos [1]. Mediante el procesamiento de plásticos, se realizan actividades para la obtención de productos para embalaje, juguetes y piezas para vehículos [2]. En Ecuador, existen más de 400 empresas dedicadas al procesamiento de plásticos a través de diferentes procesos, 7 de 400 empresas utilizan el proceso de termoformado como uno de sus procesos de manufactura [3], [4]. El proceso de termoformado cuenta con mayor aplicación en el mercado ecuatoriano en la fabricación de recipientes de medicamentos, siendo cerca del 90% de la facturación de algunas empresas [4]. Debido a esto, se establece una necesidad dentro del país para el desarrollo de tecnologías que permitan la optimización del proceso. La predicción del comportamiento transitorio de materiales fabricados a temperaturas relativamente altas es un campo que aún debe estudiarse. Durante varios procesos de producción como el termoformado, los materiales se someten a altas temperaturas y se comportan entre un material completamente sólido y uno completamente líquido. Este comportamiento se define como un comportamiento viscoelástico y es relativamente difícil de predecir y modelar. Esto crea problemas al diseñar matrices y seleccionar parámetros operativos.

En este contexto, el desarrollo de técnicas numéricas y el uso de equipos de procesamiento de alto rendimiento han permitido a los investigadores estudiar fenómenos que son difíciles o costosos de manera experimental. Sin embargo, aparecen nuevos desafíos como la validación y la gestión de errores. En la presente investigación, la simulación del comportamiento de un material a lo largo del tiempo tiene como objetivo proporcionar una mejor comprensión de los fenómenos viscoelásticos y sus efectos sobre las piezas, la maquinaria y el producto final termoformado. Cuando nos referimos a fenómenos viscoelásticos nos referimos a materiales que exhiben propiedades tanto elásticas como viscosas cuando se deforman a temperaturas relativamente altas, pero sin alcanzar su temperatura de fusión [5]. Los polímeros actúan de forma diferente a temperatura ambiente en comparación con su

comportamiento a la temperatura de termoformado. Las propiedades mecánicas varían con el tiempo a medida que estos plásticos pasan de ser rígidos a bajas temperaturas a comportarse de forma viscosa cuando éstas se incrementan [6]. En efecto, al presentar un comportamiento viscoelástico, los parámetros que intervienen en el momento del termoformado como: presión, temperatura, tiempos de permanencia, sistema de enfriamiento y calentamiento [7] presentan fluctuaciones en sus valores que complicarán el proceso de selección de la maquinaria, diseño de utillaje y selección de parámetros operativos. Para optimizar la selección de parámetros y establecer un proceso de producción adecuado es deseable realizar una simulación del material antes de la producción [8]. Estos materiales presentarán fluctuaciones en sus propiedades mecánicas como su módulo de Elasticidad, coeficiente de Poisson y densidad cambiando así su naturaleza y comportándose como un fluido altamente viscoso [2], [7], [9]. La caracterización de los materiales viscoelásticos es importante ya que la viscoelasticidad afecta la transmisión, el almacenamiento y la disipación de fuerzas de tracción y la energía [10].

Por lo tanto, es posible simular las fluctuaciones de las propiedades del material con el tiempo a través de modelos viscoelásticos que predicen que los esfuerzos aplicados a deformación constante del material se relajen [6], [11]. El modelo viscoelástico generalizado de Maxwell es la herramienta relevante porque en la simulación se puede modelar el comportamiento del material usando una analogía mecánica que consiste en elementos elásticos (resortes) y un conjunto de elementos viscosos (amortiguadores) en serie. Los resortes simulan el comportamiento sólido del material mientras que los amortiguadores viscosos simulan el comportamiento líquido del material. Al aplicar una tensión, aparece un componente elástico y uno viscoso de larga duración que aumenta con el tiempo por acciones de fuerzas externas [12]. El objetivo de este trabajo es brindar una herramienta o metodología con el propósito de entender con mayor claridad el comportamiento de los polímeros al termoformarlos. La capacidad del modelo generalizado de Maxwell para predecir el comportamiento de polímeros termoformados junto con el análisis numérico de elementos finitos facilita la comprensión de los resultados obtenidos de variaciones de parámetros de los procesos de fabricación [13]. Como resultado, es posible obtener los requisitos para lograr un producto con características como espesor y uniformidad de la película, complejidad de los acabados y disminución de costos de producción según las necesidades del cliente, así como, identificar los puntos críticos del material, mejorar la calidad del producto y disminuir el desperdicio.

Objetivo general

Estudiar el comportamiento del poliestireno en el proceso de termoformado a través del modelo viscoelástico de Maxwell

Objetivos específicos

- Revisar el estado del arte del proceso de termoformado, modelos viscoelásticos y propiedades reológicas del poliestireno
- Comparar las propiedades reológicas del poliestireno con valores experimentales
- Definir los parámetros de la simulación en base a los requerimientos del proceso de termoformado
- Cálculo y determinación de los parámetros de las series de *Prony* mediante el programa Matlab para posterior implementación en software de análisis de elementos finitos
- Analizar el comportamiento viscoelástico del poliestireno en un software por elementos finitos.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Proceso de termoformado

1.1.1. Generalidades del proceso de termoformado

El termoformado es un proceso de manufactura en el cual se calienta una lámina termoplástica que al reblandecerse puede adquirir la forma del contenedor (molde) debido a una presión de vacío, mecánica o de aire, o incluso, a través de una fuerza mecánica ejercida por un contramolde [14]. Con la presencia de calor y vacío, por medio de una matriz o un molde (de madera, resina epóxica o aluminio), se obtiene la forma deseada. La ausencia de calor, la mala condición de vacío y excesivas temperaturas pueden llegar a fundir la lámina y en efecto, se obtendrá una pieza defectuosa con detalles indefinidos. Así pues, se comienza en el proceso de termoformado con una película termoplástica [9], una plancha hecha de un polímero cuyas propiedades viscoelásticas son de interés para el desarrollo de la presente tesis. A la misma lámina se suministra calor, sin llegar a la temperatura de fusión T_m , con el propósito de que el material viscoelástico alcance propiedades viscosas, consiguiendo así, la temperatura de transición vítrea T_g [8]. La lámina de material se adapta a la superficie al utilizar un vacío parcial entre la matriz y la película o al inyectar presión a una cámara de aire a la cual la lámina se sella. Luego, el aire pasa a través de pequeños orificios distribuidos sobre la superficie del molde. El material debe alcanzar la temperatura de deflexión térmica HDT para termoformarse bajo condiciones de carga y temperatura óptimas [8]. Por un lado, la HDT indicará cómo se comporta el material cuando se somete a tensión a temperaturas elevadas y únicamente podría tener un valor. Por otro lado, la T_g indicará el cambio de un estado vítreo; es decir, en el que el polímero es rígido, a un estado cauchoso sin implicar que exista fusión. Debido a que la T_g depende de la morfología del polímero, la presencia de refuerzos, cargas, plastificantes o aditivos afectan al material si se presentan en tamaños nanométricos. Se tendrá más de un valor de T_g , una para cada fase cristalina estructuralmente distinta dependiendo del polímero de estudio [9]. Para completar la producción de una parte útil, la lámina termoformada se enfría para volverse rígida otra vez y, por último, la remoción del material restante. Se debe ser cauteloso en los procesos de enfriamiento y calentamiento ya que son las etapas con mayor duración [9], [14].

El calentamiento de láminas se da por radiación, conducción y convección. Al calentar todo el espesor de la película, se llega a la disminución de propiedades como rigidez,

dureza y densidad. La temperatura alcanzada en este estado corresponde a la temperatura de termoformado T_t . Cabe recalcar que la T_t es ligeramente superior a la temperatura de transición vítrea T_g para polímeros amorfos y ligeramente inferior a la T_m en polímeros cristalinos [9]. En cuanto al termoformado, el polímero tras calentarse adopta la forma del molde o matriz a través de distintos procesos como vacío, presión o un contramolde. Respecto al enfriamiento, ocurre a temperatura ambiente o por convección forzada. Una vez que la parte formada se enfría, ya es lo suficientemente rígida para que sea removida [5]. Al tener control de cada una de las etapas mencionadas, se logra obtener cualquier cantidad de artículos termoformados. Debido a que el proceso es automatizable, “los costos de moldes y equipos son bajos y se obtiene piezas de paredes delgadas con una gran superficie y diversidad, la gama de productos del termoformado es muy vasta” [2]. En consecuencia, existe una gran diversidad de productos termoformados especialmente en la industria de contenedores (industria del empaque, industria del empaque de alimentos, industria alimenticia, industria farmacéutica) y en la fabricación de piezas con gran superficie y paredes estrechas (transporte, señalización y anuncios, artículos ornamentales, equipaje) [13], [15].

1.1.2. Técnicas de termoformado

Muchos procesos de termoformado han evolucionado desde el primer método de conformación, en el cual, era necesario utilizar vapor para calentar como para conformar láminas termoplásticas en un molde contorneado [9]. Durante las últimas dos décadas, se han desarrollado diferentes e innovadores métodos de termoformado [2] como el conformado al vacío, el conformado a presión, el conformado por molde coincidente, el conformado mecánico, el conformado libre o por gravedad y el conformado por presión de vacío y núcleo de ayuda con el propósito de obtener grosor de pared más uniforme. Los pasos por seguir para completar cada una de las técnicas de conformado mencionadas son los mismos, como se puede observar en la Figura 1.1 a continuación [2], [5].

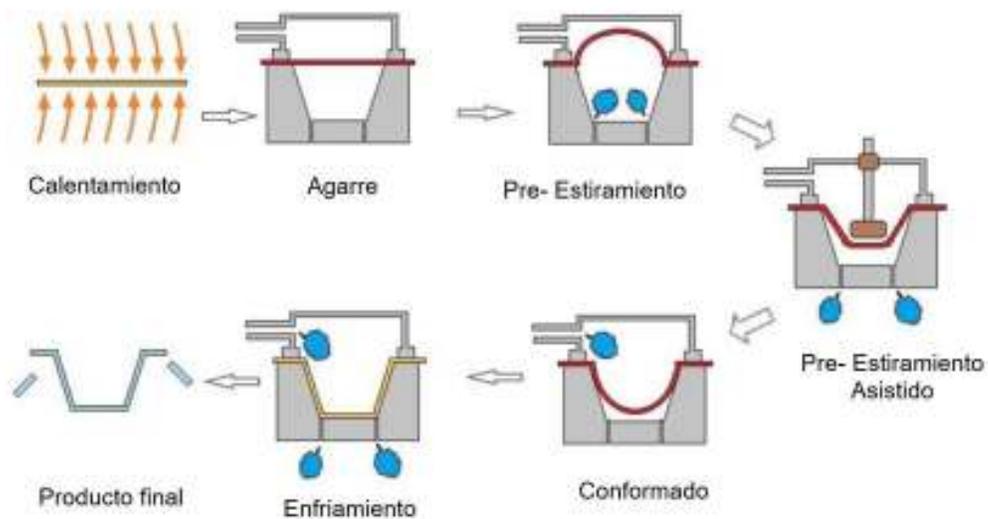


Figura 1.1 Pasos principales del proceso de termoformado
(Fuente: [5])

Los bordes de la hoja se sujetan en un marco y luego se inicia el proceso de calentamiento. Al incrementar la temperatura, la lámina se expande y se reblandece. En este paso, es posible que la lámina de material ceda por gravedad, sin embargo, a su vez debe ser lo suficientemente resistente a la fuerza para adquirir la forma. Luego, se extraen los calentadores (resistencias térmicas) y la lámina caliente se coloca en la parte superior del molde. La deformación de la película se lleva al aplicar presión de aire a la cara superior de la lámina (termoformado a presión) o al evacuar el aire atrapado entre la lámina y el molde (conformado al vacío). En consecuencia, la deformación permanece hasta que la lámina caliente entra en contacto con el molde el cual está más frío adaptando así su forma. La presión se mantiene mientras la estructura de paredes delgadas se enfría. Por último, se elimina la presión y se remueve el material, obteniéndose así, la pieza termoformada [2].

1.1.3. Parámetros de termoformado

En este proceso en el cual se modifica la geometría y se alteran las propiedades del polímero termoplástico, existen algunos parámetros a destacar [9]. La presión de vacío P_v , la temperatura de conformado del material T_t o la temperatura de transición vítrea T_g , el tiempo de calentamiento y el tiempo de enfriamiento del material son variables que aparecen durante el proceso. La presión de vacío depende de la complejidad de la pieza y además del espesor de la lámina. Al igual que el vacío, la T_t dependerá del espesor, complejidad y material de la pieza. La T_g dependerá de las propiedades del material

termoplástico siendo siempre menor que su T_m . El tiempo de calentamiento dependerá del coeficiente de expansión térmica lineal α del material además de su espesor t . Por último, el tiempo de enfriamiento dependerá de los mismos factores que el tiempo de calentamiento además de ser el suficiente para que el desmoldado sea el preciso. Sin embargo, generalmente es difícil elegir los parámetros de proceso apropiados porque hay muchas variables efectivas involucradas. Estas variables se pueden dividir en cuatro categorías las cuales se presentan en la Tabla 1.1 a continuación [2].

Tabla 1.1 Variables involucradas en el proceso de termoformado Generalidades de los materiales comúnmente utilizados en la industria del termoformado

Categoría		Descripción
1	Método de producción	Alimentación, precalentamiento, fuerza de prensado, método de prensado y etapa de enfriamiento
2	Variables de diseño del producto	Variables de diseño de entrada y de salida
3	Variables de diseño de materiales y moldes	Tamaño del tapón, la relación de estiramiento y las propiedades reológicas, físicas y químicas del material
4	Sistema de control del proceso	Sistema de calentamiento, punzonado y expulsión

(Fuente: [2], [16])

1.1.4. Vacío, presión del aire y fuerzas mecánicas

Se necesita de una fuerza externa para termoformar una hoja de polímero termoplástico y someterla a que adopte la configuración de una matriz (que se la obligue a que copie todo el contorno y los detalles del molde) para conseguir un producto con una morfología particular. La fuerza debe ser ajustable con el propósito de que la lámina de termoplástico sea obligada a adoptar otra configuración. Las fuerzas de termoformado utilizadas generalmente son: vacío o aire a presión, fuerzas mecánicas y la combinación de estas. Se condiciona esta fuerza de acuerdo con el tamaño del producto, rapidez de ciclos de termoformado y el volumen de producción [9].

Por un lado, al hablar del termoformado al vacío, en un molde totalmente sellado la lámina termoplástica reblandecida conseguirá la geometría requerida por la fuerza de succión que es la fuerza de vacío. La presión atmosférica P_a cederá una vez que se empieza a evacuar al aire de la matriz ocasionando una presión negativa sobre su superficie. Se obtiene un vacío óptimo con un adecuado sistema que cuenta con una bomba capaz de desplazar de 710 a 735mmHg; es decir, de 0,0947MPa a 0,0989MPa en el tanque de almacenamiento [9]. El vacío que se provoca en la parte formada debe ser mantenido el tiempo suficiente para que se enfríe y resista la fuerza interna del material que tenderá a conservar la forma original, causando ondulaciones y pandeo.

Por otra parte, respecto al formado con aire a presión, varía del formado a vacío únicamente porque la fuerza de vacío es reemplazada por inyección de aire a presión. Sin embargo, es mucho más complejo la obtención de un sellado satisfactorio en el molde debido a la uniformidad deseada a lo largo de la superficie termoformada y a geometrías complejas. Si un molde no está en óptimas condiciones de vida útil, es posible que con la presión ejercida se fracture. Es conveniente utilizar sujetadores de acción rápida para recompensar las toneladas ejercidas. A diferencia del formado al vacío, posee mejoras en las tolerancias dimensionales, como se observa en la Figura 1.2.

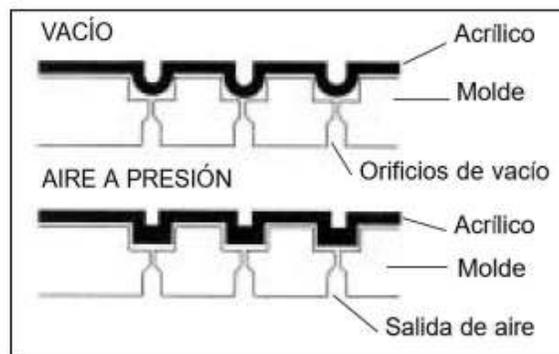


Figura 1.2. Acabados entre el formado a vacío y el formado a aire a presión
(Fuente: [9])

En el formado mecánico, la hoja es calentada y acomodada sobre la superficie de un molde. La fuerza aplicada (ya sea mecánica, hidráulica o neumática) deberá ser la necesaria para inducir a la película a deformarse, además de tener una adecuada evacuación del aire encerrado y una relación de profundidad límite de estiramiento óptima.

1.2. Materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado

1.2.1. Generalidades de los materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado

Si se habla del comportamiento de los polímeros en el proceso de termoformado, se dice que actúan de distinta manera en comparación al comportamiento a temperatura ambiente. Las propiedades mecánicas varían con el tiempo ya que estos plásticos pasan de ser rígidos a bajas temperaturas a comportarse de manera viscosa cuando se incrementa la misma [6]. Los termoplásticos, son los polímeros ideales para el proceso.

Cuando estos materiales se someten a un incremento de temperatura presentan una variación en su módulo de elasticidad E , coeficiente de Poisson ν , dureza y capacidad de resistencia bajo carga. Con un incremento de temperatura que rebase la HDT, el comportamiento del material tenderá a comportarse como un cuerpo ahulado, obteniéndose como valor crítico la temperatura de transición vítrea T_g . La gravedad es suficiente para causar pandeo al aumentar el calor en una lámina de material termoformado. Por lo tanto, los materiales frecuentemente utilizados en el proceso de termoformado son la poliamidaimida (PAI), polipropileno (PP), poliestireno (PS), ABS, Policloruro de vinilo (PVC), policarbonato (PC) y acrílico con espesores que van desde 0,2mm a 6mm [9]. Se puede observar con más detalle en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2. Materiales comúnmente utilizados en la industria de termoformado con sus temperaturas de termoformado, temperatura de deflexión al calor y temperatura de fusión

Polímeros más utilizados en el termoformado	Temperatura de termoformado*			Temperatura de deflexión térmica (HDT)**			Temperatura de fusión*	
	Temp. de la hoja	Temp. del molde	Temp. del contra molde	A 1,82 MPa	A 0,455 MPa	SIN CARGA	Polímeros amorfos (Tg)	Polímeros cristalinos (Tm)
	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
Polietileno de alta densidad (HDPE)	145-190	95	170	-	60-80	100	-	135
Polipropileno (PP)	145-200	-	-	55-65	110-115	140	-	175
Poliestireno (PS)	100-140	45-65	90	70-95	70-100	100	75-105	230
Poliestireno alto impacto (HIPS)	170-180	45-65	90	85-95	90-95	120	95-105	-
Polivinilo de cloruro (PVC)	135-175	45	80	70	75	110	105	213
Policarbonato (PC)	180-230	95-120	140	130	140	160	150	230
Acrílico extruido	135-175	65-75	-	94	98	-	85-105	160
Acrílico cell-cast	160-180	65-75	-	96	110	-	91-105	-
Acetobutirato de celulosa (CAB)	140-160	-	-	65-75	75-80	120-150	-	140
ABS	120-180	70-85	90	75-115	80-120	95	88-121	-
SAN	220-230	-	-	100	105	-	110-140	-

* Fuente: [9]

**Norma ASTM D648

1.2.2. Propiedades de los materiales relacionados al proceso de termoformado

El comportamiento de los polímeros utilizados en termoformado es diferente porque dependen de la temperatura de trabajo. Esto quiere decir que exponen fluctuaciones en

sus propiedades mecánicas, específicamente el decrecimiento de su módulo de Elasticidad E , módulo de cizalladura G , módulo de compresibilidad K , coeficiente de Poisson ν , valores de esfuerzo y su capacidad de carga [17]. Se debe entender como estos cambios de temperatura afectan las propiedades físicas de los plásticos. Las propiedades físicas de los polímeros que se ven afectadas por las variaciones de temperatura son [9]: la temperatura de transición vítrea T_g , la temperatura de deflexión térmica HDT, la temperatura de reblandecimiento Vicat y resistencia al calor, el calor específico c , la conductividad térmica λ , la expansión térmica α , el calor de fusión Q_f , la difusividad y estabilidad térmica y la absorción del agua.

Cabe recalcar que las construcciones termoplásticas se dividen en dos tipos: semicristalinas y amorfas. Ambas poseen una T_g , ya que los polímeros cristalinos exhiben una T_m como se puede observar en las temperaturas de la Tabla 1.2 [9], [15]. Una vez que se ha conseguido este rango de temperaturas, el polímero presenta una propiedad reológica en particular. La propiedad cuyo comportamiento es de difícil predicción y modelamiento es la viscoelasticidad. Esta propiedad es particular de materiales termoplásticos capaces de comportarse de manera viscosa y elástica a temperaturas relativamente elevadas, pero sin llegar a la temperatura de fusión T_m [5]. La respuesta mecánica a estímulos externos en polímeros amorfos combina las características elásticas de un sólido y las viscosas de un líquido [6]. Las propiedades mecánicas de los polímeros poseen una dependencia intrínseca del tiempo y temperatura a la que se someten. Se puede observar el comportamiento en escala logarítmica del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson para polímeros termoplásticos en función de la temperatura en la Figura 1.3 y Figura 1.4 respectivamente.

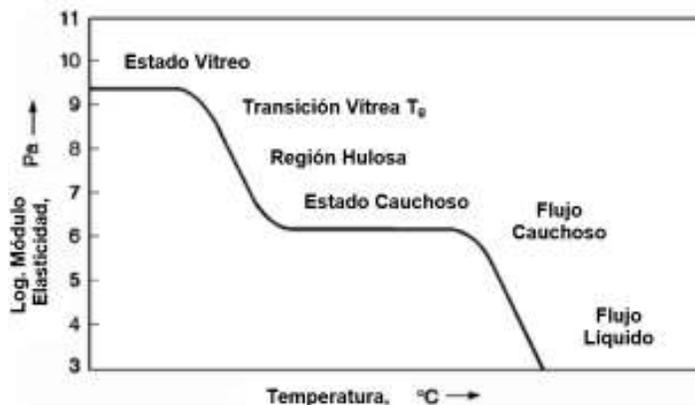


Figura 1.3. Módulo de elasticidad E en función de la temperatura para polímeros termoplásticos (Fuente: [18])

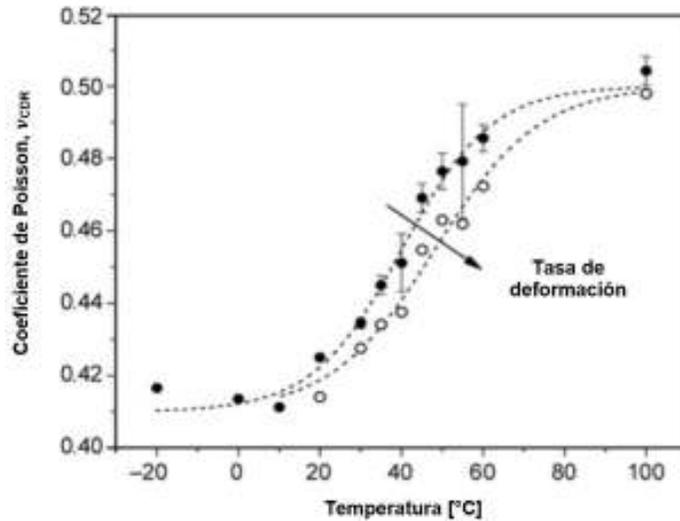


Figura 1.4. Coeficiente de Poisson ν en función de la temperatura para polímeros termoplásticos (Fuente: [19])

A medida que la temperatura aumenta, los polímeros termoplásticos presentan en su E un estado vítreo hasta alcanzar su T_g . En el caso del PS, su T_g oscila entre los 100 y 140°C como se observa en la Figura 1.5. Luego, decrece su E en una región hulosa hasta alcanzar un comportamiento estable. Por último, a medida que aumenta la temperatura, el E alcanza un flujo huloso y un flujo líquido. Con respecto al ν , a medida que aumenta la temperatura, estos materiales presentan un aumento progresivo hasta alcanzar valores que oscilan entre 0,4 y 0,5 [19].

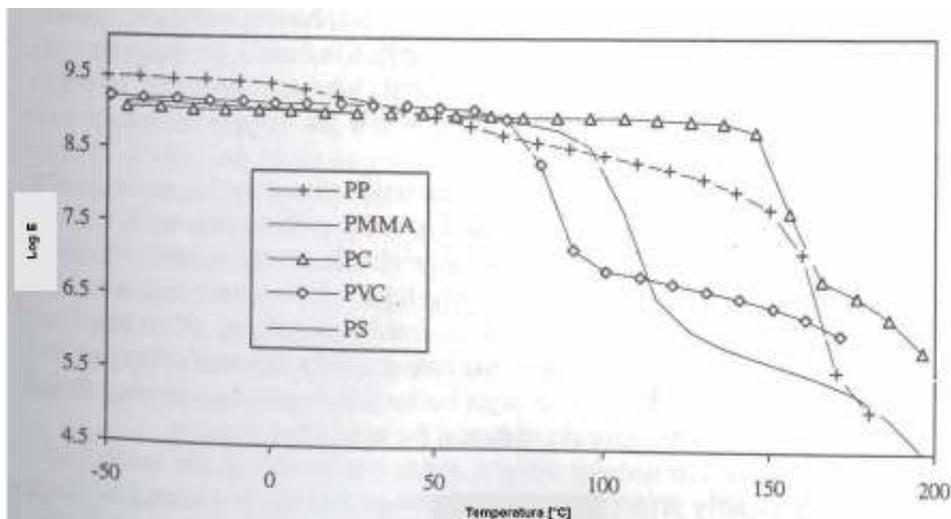


Figura 1.5. Comportamiento viscoelástico del módulo de elasticidad en función de un gradiente de temperaturas para PP, PMMA, PC, PVC y PS (Fuente: [9])

1.2.3. Calentamiento de plásticos

Durante el proceso de termoformado, la operación de calentamiento es una de las etapas que toma mayor tiempo al presentar las mayores dificultades sin un buen aprovechamiento del material. La transferencia de calor por conducción, convección forzada y radiación se presenta durante este fenómeno existiendo así el calentamiento por contacto, inmersión, convección, radiación infrarroja e interna. Los medios para transferencia de calor suelen ser por radiación infrarroja, contacto con un sólido, líquido o gas caliente y excitación por microondas [9]. Durante el calentamiento, es importante tomar en cuenta cierto rango de temperaturas como la temperatura del molde, la temperatura normal de termoformado T_g y el límite superior e inferior de operación. Por un lado, si se presentan bajas temperaturas, se concentran muchos esfuerzos internos en la película formada y en consecuencia al enfrentarse con un choque térmico a temperatura ambiente se pueden revelar fisuras. Por otro lado, si existe un excesivo calentamiento, se presentan burbujas o marcas de molde. Además, se debe considerar que la lámina deberá tener un calentamiento uniforme al rango de temperatura recomendado el cual es el rango de temperatura de revenido del material [6], [9]. Las propiedades térmicas y mecánicas del material como la densidad, coeficiente de Poisson, módulo de Elasticidad y porcentaje de elongación son pertinentes durante esta etapa. En la Tabla 1.3 y Tabla 1.4 se muestran las propiedades de algunos polímeros a temperatura ambiente [9], [18].

Tabla 1.3. Propiedades térmicas de algunos polímeros a temperatura ambiente

Material	Gravedad específica	Calor específico	Calor de fusión	Conductividad térmica	Coefficiente de expansión térmica lineal
	ρ [$\frac{g}{cm^3}$]	c [$\frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$]	Q_f [$\frac{cal}{g}$]	λ [$\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$]	α [$\frac{1}{^\circ C}$]
Polietileno de alta densidad (PE)	0,96	0,37	55	0,0048	12,67
Poliestireno (PS)	1,05	0,32	-	0,0012	5,41-7,27
Acrílico	1,19	0,35	-	0,0018	6,31
Policarbonato (PC)	1,20	0,30	-	0,0019	6,66

(Fuente: [9])

Tabla 1.4. Propiedades mecánicas de algunos polímeros a temperatura ambiente

Material	Módulo de Elasticidad	Coefficiente de Poisson	Porcentaje de elongación	Densidad
	E	ν	%	ρ
	[GPa]	-	[%]	$[\frac{g}{cm^3}]$
Poliétileno de alta densidad (PE)	0,4-1,2	0,46	14-130	0,96
Poliestireno (PS)	2,6-3,1	0,33	1-60	1,05
Acrílico	2,3-3,1	0,35	100-140	1,19
Policarbonato (PC)	2,1-2,8	0,36	110-130	1,20

(Fuente: [18])

1.3. Modelos viscoelásticos

Los materiales poliméricos presentan un comportamiento dual; es decir, viscoelástico. Por una parte, se presenta una respuesta viscosa particular de un fluido viscoso y, por otro lado, se expone una respuesta elástica perteneciente al comportamiento de un sólido elástico e independiente del tiempo. Por lo tanto, los modelos planteados para estudiar este fenómeno deben abordar un planteamiento doble a través de la combinación de los comportamientos como puramente sólido y viscoso [20]. Con el propósito de predecir el comportamiento de un polímero a largo plazo a fluencia, relajación y recuperación se presentan cuatro modelos viscoelásticos lineales: el modelo de Maxwell, el modelo de Kelvin-Voigt, el modelo estándar y el modelo de Burgers [21]. Se pretende parametrizar el comportamiento viscoelástico con la respuesta elástica y viscosa de los modelos mencionados con los siguientes principios.

El comportamiento del elemento elástico (resorte) a través de la Ley de Hooke

$$\sigma_1 = E * \varepsilon_1 \quad (1.1)$$

Donde:

σ_1 es la tensión soportada por el elemento elástico

ε_1 es la deformación en el elemento elástico

E es la constante del elemento elástico (Módulo de elasticidad)

El comportamiento del elemento viscoso (amortiguador) está definido por:

$$\sigma_2 = \eta * \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad (1.2)$$

Donde:

σ_2 es la tensión soportada en el elemento viscoso

ε_2 es la deformación en el elemento viscoso

η es la constante del elemento viscoso

El comportamiento varía según la disposición de los elementos viscosos y elásticos en cada uno de los modelos explicados a continuación.

a. Modelo de Maxwell: En este modelo se acopla en serie un resorte con un amortiguador, obteniendo un esfuerzo constante para todo el sistema; es decir, $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$. La deformación total del polímero será igual a la suma de la deformación del elemento elástico y la deformación del elemento viscoso; es decir, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ siendo la deformación viscosa dependiente del tiempo. Se muestra un esquema en la Figura 1.6 [21].

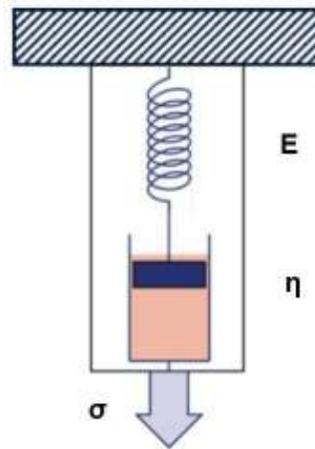


Figura 1.6. Modelo viscoelástico de Maxwell
(Fuente: [20])

b. Modelo de Kelvin-Voigt: En este modelo se acopla en paralelo un resorte con un amortiguador, obteniendo una deformación constante para todo el sistema; es decir, $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$. El esfuerzo total del polímero será igual a la suma de los esfuerzos del elemento elástico y viscoso; es decir, $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$. Se muestra un esquema en la Figura 1.7 [21].

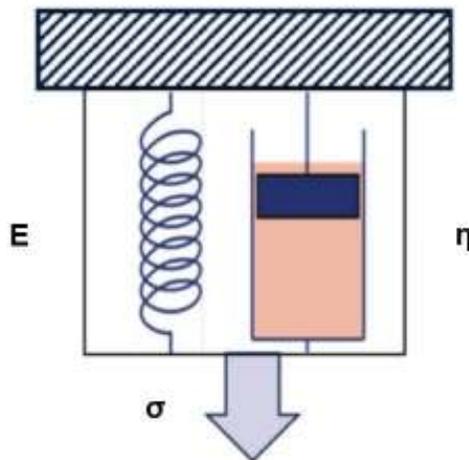


Figura 1.7. Modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt
(Fuente: [20])

c. Modelo de estándar: En los modelos propuestos anteriormente, se tiene limitaciones debido al comportamiento presentado durante la fluencia y la relajación. En la Tabla 1.6 se observa como el modelo de Maxwell posee un comportamiento más fiel a la relajación y el modelo de Kelvin-Voigt a la fluencia frente al comportamiento real de un polímero en las etapas de fluencia, relajación y recuperación para su respuesta a la deformación como se denota en la Figura 1.8.

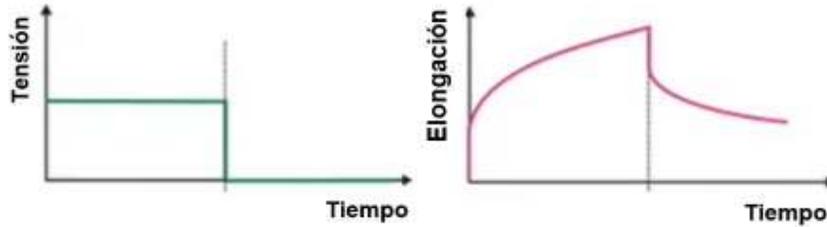


Figura 1.8. Comportamiento viscoelástico real: Esfuerzo y Deformación vs. Tiempo (Fuente: [21])

Tabla 1.5. Comparación entre modelos viscoelásticos: Maxwell vs. Kelvin-Voigt

Modelo	Deformación vs. Tiempo Fluencia-Relajación- Recuperación	Expresión General	Observaciones
Maxwell	<p>(Fuente: [21])</p>	$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt}$ <p>Elemento elástico $\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma_1}{dt}$ Elemento viscoso $\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{1}{\eta} * \sigma_2$ </p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} * \sigma$ </div>	<p>Fluencia: Explica la deformación instantánea, sin embargo, el modelo de fluencia es lineal y no se ajusta al comportamiento real.</p> <p>Relajación: Explica una relajación de tipo exponencial que se ajusta al comportamiento real.</p> <p>Recuperación: Es instantánea y no varía con el tiempo. No corresponde al comportamiento real.</p>
Kelvin-Voigt	<p>(Fuente: [21])</p>	$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{d\sigma_2}{dt}$ <p>Elemento elástico $\sigma_1 = E * \varepsilon_1$ Elemento viscoso $\sigma_2 = \eta * \frac{d\varepsilon_2}{dt}$ </p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sigma = E * \varepsilon + \eta * \frac{d\varepsilon}{dt}$ </div>	<p>Fluencia: Explica adecuadamente el comportamiento a la fluencia con el tiempo, pero no la deformación instantánea.</p> <p>Relajación: Según el modelo, no se produce.</p> <p>Recuperación: Es de tipo exponencial decreciente y se ajusta al comportamiento real.</p>

(Fuente: [21])

Las limitaciones complementarias de los modelos sencillos dan apertura a modelos combinados. Se considera que el modelo estándar acopla en serie un elemento de Maxwell en paralelo a un resorte como se observa en la Figura 1.9.

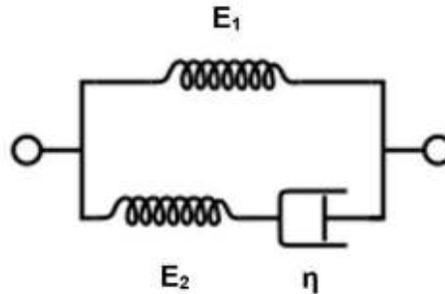


Figura 1.9. Modelo viscoelástico estándar
(Fuente: [21])

La expresión general del modelo estándar se muestra a continuación [20]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_1} * \left[1 - \left(\frac{E_1}{E_2 + E_1} \right) * e^{\left(-\frac{E_1}{E_2 + E_1} \right) * \frac{t}{\tau}} \right] \quad (1.3)$$

d. Modelo de Burgers: En este modelo se acopla en serie un elemento de Maxwell junto a uno de Kelvin-Voigt como se observa en la Figura 1.10; es decir, la deformación total será la suma de las deformaciones en cada elemento. Se obtiene un resultado de manera más real al comportamiento viscoelástico de los materiales poliméricos al igual que el modelo estándar.

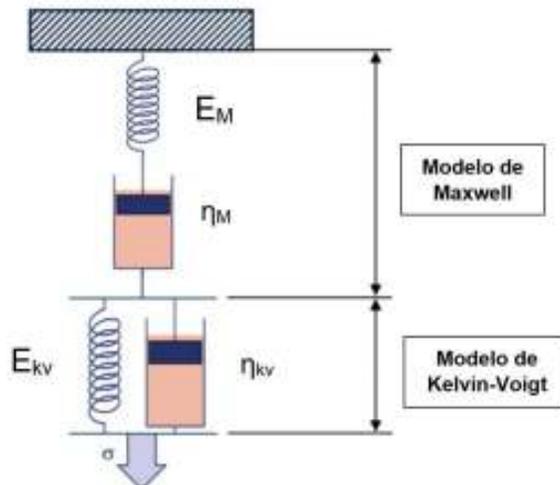


Figura 1.10. Modelo viscoelástico de Burgers
(Fuente: [20])

La expresión general del modelo de Burgers se muestra a continuación [20]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_M} + \frac{\sigma}{\eta_M} * t + \frac{\sigma}{E_{kv}} * [1 - e^{-\left(\frac{E_{kv}}{\eta_{kv}}\right)*t}] \quad (1.4)$$

1.4. Modelo viscoelástico generalizado de Maxwell

Las fluctuaciones en las propiedades mecánicas de los materiales viscoelásticos están relacionadas directamente con la temperatura y el tiempo. Al cambiar su naturaleza a medida que aumenta la temperatura y su respuesta en el tiempo, estos materiales se comportan como fluidos altamente viscosos [2], [17]. Es posible simular las fluctuaciones de las propiedades del material en el tiempo, la temperatura o la combinación de ambos a través de modelos viscoelásticos que predicen que las tensiones aplicadas en una deformación constante del material se relajen [6]. El modelo de Maxwell-Weichert o el modelo generalizado de Maxwell es la herramienta pertinente ya que este modelo combinado predice el comportamiento real de un material viscoelástico a largo plazo en la fluencia, relajación y recuperación. Se presenta el modelo de Maxwell como base para este modelo combinado ya que ofrece una precisa aproximación de la deformación elástica inicial durante la relajación [20], [21]. Es factible predecir el comportamiento del material con la disposición de sistema de elementos elásticos en serie con un conjunto de elementos viscosos los cuales relacionan las propiedades físicas y reológicas del material con el modelo [11]. El comportamiento viscoelástico de los materiales se analiza desde dos perspectivas diferentes, pero relacionadas entre sí. Por un lado, el primero es influenciado por el tiempo y sucede cuando se realizan estudios en periodos prolongados en los cuales los materiales tienden a fluir, es decir, aparece una deformación viscosa a largo plazo que incrementa con el tiempo por acciones de fuerzas externas las cuales dan paso a la predicción de que la tensión decae exponencialmente con el tiempo [10]. Se podría decir que todos los materiales son afectados por este fenómeno, variando el periodo de tiempo en el que se presenta. Por otro lado, el segundo caso se presenta en algunos tipos de materiales que bajo condiciones específicas pueden presentar el comportamiento viscoelástico en periodos de estudio más cortos [20]. En el caso de los termoplásticos sucede con el incremento de la temperatura. Para el caso del proceso de termoformado este comportamiento es deseable y se presenta en un corto periodo de tiempo durante el paso de moldeo. En

este punto el material tendrá una temperatura superior a su temperatura de deflexión térmica (HDT) [10], [22].

La HDT no debe confundirse con la temperatura de reblandecimiento de Vicat o dureza de Vicat, la cual es definida mediante un ensayo para determinar el reblandecimiento del material bajo condiciones especificadas por la norma ASTM D1525. Estas dos temperaturas son muy similares, ya que establecen como un material empieza a deformarse debido al aumento de temperatura. Teniendo más relevancia para el proceso de termoformado la HDT. Estas dos temperaturas presentan variaciones en las propiedades físicas del material, pero no existe un cambio estructural como si sucede en la T_g [9].

El modelo generalizado de Maxwell utiliza una serie de unidades de Maxwell (un resorte conectado en serie con un amortiguador) y un único resorte dispuestos en paralelo para describir el comportamiento de un material viscoelástico bajo cargas externas y en condiciones específicas de tiempo y temperatura [13]. Este tipo de modelo viscoelástico combinado ha sido usado ampliamente para predecir el comportamiento de diversos materiales que, bajo condiciones específicas de temperatura y carga, se comportan de manera viscoelástica.

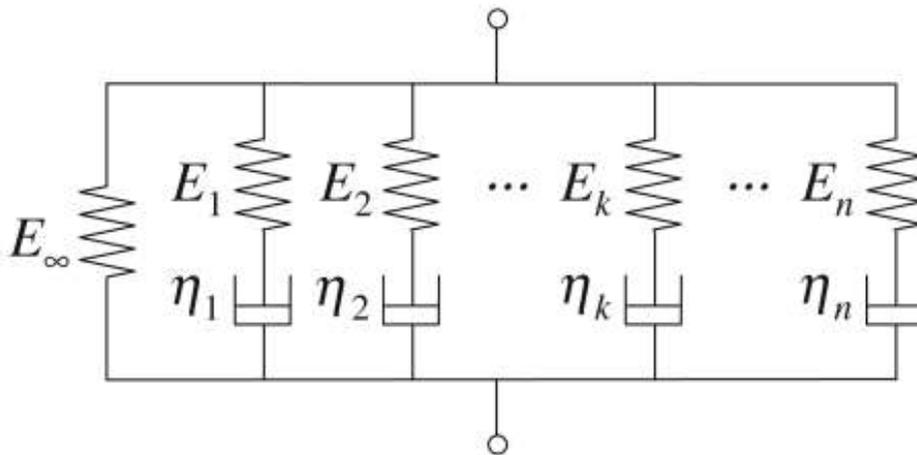


Figura 1.11. Modelo viscoelástico generalizado de Maxwell
(Fuente: [23])

El comportamiento viscoelástico lineal se puede describir mediante el modelo generalizado de Maxwell que se muestra en la Figura 1.11. La disposición de un resorte aislado adicional (E_∞) es necesaria para representar el comportamiento de la respuesta en el sistema cuando el tiempo tiende al infinito. El comportamiento de cada elemento de Maxwell, donde un resorte y un amortiguador están conectados en serie, se expresan según la ecuación (1.1) y (1.2) [23].

Utilizando las expresiones mencionadas, se evalúa la respuesta del material una vez que se somete a un estado tensional [23]. Cuando existen dos elementos trabajando en serie se puede asegurar que la deformación total es la suma de las dos deformaciones. Por lo tanto, se puede establecer que la deformación en el material es igual a:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

se puede expresar también con respecto al tiempo la adición de deformaciones:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt}$$

Por otro lado, en componentes que trabajan en serie se puede asegurar que las tensiones son las mismas y la tensión total será igual a la tensión en el elemento elástico y la tensión en el elemento viscoso.

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$$

Partiendo de la expresión básica en el elemento elástico se tiene

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma_1}{dt}$$

Partiendo de la expresión básica en el elemento viscoso se tiene

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{1}{\eta} * \sigma_2$$

Si las dos expresiones se sustituyen en la expresión inicial de la suma de las deformaciones se tiene la expresión general del modelo de Maxwell

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{1}{\eta} * \sigma_2$$

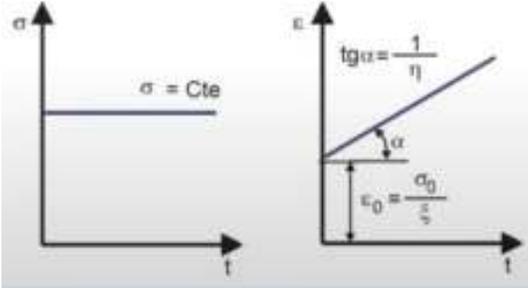
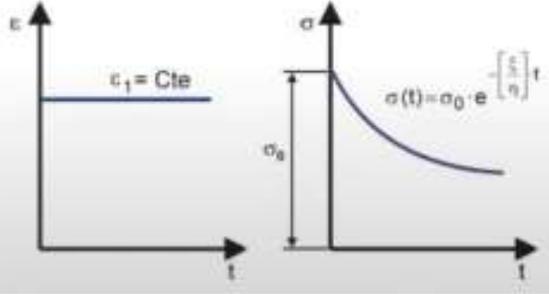
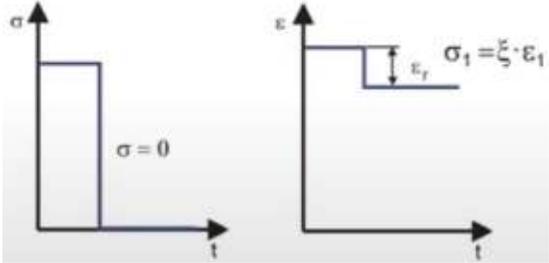
$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} * \sigma \quad (1.5)$$

Una vez definidas las bases del modelo, se puede explicar los fenómenos a largo plazo de los materiales poliméricos. Existen tres fenómenos que gobiernan el comportamiento en el tiempo de los polímeros y son:

- a. Comportamiento a la fluencia (*Creep Compliance*): Implica que la tensión es constante, quiere decir que su derivada respecto al tiempo es igual a cero y en la ecuación (1.5), uno de los términos se anula y que, al integrarla, la constante de integración está normalmente relacionada con la respuesta inmediata del elemento elástico.
- b. Comportamiento a la relajación (*Stress Relaxation*): La relajación se produce cuando el material polimérico trabaja en condiciones de deformación constante y la derivada respecto al tiempo de la ecuación (1.5) es igual a cero.
- c. Comportamiento a la recuperación: Se entiende cuando la tensión que soporta el material polimérico se aplica y los dos términos del material se anulan de la ecuación (1.5) ocurre una recuperación parcial instantánea en el material por el resorte, pero con el paso del tiempo no se produce recuperación alguna.

Las ecuaciones al igual que estos comportamientos se representan en la Tabla 1.6 para un elemento de Maxwell (η_k, E_k). La explicación para “n” elementos (η_n, E_n) consta en el siguiente capítulo junto con la herramienta pertinente.

Tabla 1.6. Comportamiento viscoelástico según el modelo generalizado de Maxwell

Fenómeno	Esfuerzo y deformación en función del tiempo	Ecuaciones
Comportamiento a la fluencia	 <p>(Fuente: [21])</p>	$\sigma(t) = \text{Cte.}$ $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta} * \sigma$ $\varepsilon(t) = \frac{1}{\eta} * \sigma * t + \text{Cte.}$ $\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} * t$
Comportamiento a la relajación	 <p>(Fuente: [21])</p>	$\varepsilon(t) = \text{Cte.}$ $0 = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} * \sigma$ $\sigma(t) = \sigma_0 * e^{-\left(\frac{E}{\eta}\right) * t}$
Comportamiento a la recuperación	 <p>(Fuente: [21])</p>	$\sigma(t) = \text{Cte.}$ $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$ $\varepsilon(t) = \text{Cte.}$

(Fuente: [5], [9], [21])

1.5. Series de “Prony”

Las series de *Prony* son una herramienta matemática la cual permite alcanzar una expresión discreta que represente el comportamiento de una señal análoga. Las series de *Prony* muestran la capacidad de transformar las señales en distintas relaciones matemáticas, como pueden ser la ley de potencias o funciones exponenciales. Para el caso de la caracterización de relajación de esfuerzos en el dominio del tiempo, expone

la forma de una suma finita de exponentes los cuales decaen con el tiempo. Este tipo de expresión analítica es comúnmente utilizada para representar comportamientos viscoelásticos en sólidos con fines de análisis por elementos finitos (EF) [24], [25].

Así pues, para alcanzar la expresión característica del comportamiento viscoelástico de un polímero se parte de las ecuaciones del modelo mecánico, en este caso el modelo generalizado de Maxwell. El comportamiento del arreglo de cada uno de estos elementos conectados en serie (resorte y amortiguador) que representan la unidad de Maxwell, se dispone en paralelo expresándose en una ecuación diferencial de la siguiente manera [15], [23]:

$$\dot{\varepsilon}_k = \frac{\dot{\sigma}_k}{E_k} + \frac{\sigma_k}{\eta_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1.6)$$

Donde E_k es el módulo de elasticidad η_k es la viscosidad del elemento k_{th} . Si se tiene una deformación constante ε_0 a un $t=0$, la solución a la ecuación viene dada por:

$$\sigma(t) = \sigma_{k,0} * \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right), \quad \tau_k = \frac{\eta_k}{E_k} \quad (1.7)$$

Donde $\sigma_{k,0}(= E_k * \varepsilon_0)$ es el esfuerzo inicial a un $t=0$, y τ_k es el tiempo de relajación del elemento k_{th} . Por lo tanto, el esfuerzo total del sistema está dado por:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E_\infty * \varepsilon_0 + \sum_{k=1}^n \sigma_{k,0} * \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right) \\ \sigma(t) &= \varepsilon_0 \left[E_\infty + \sum_{k=1}^n E_k * \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right) \right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

El módulo de relajación $M(t)$ se define por

$$M(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = E_\infty + \sum_{k=1}^n E_k * \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right) \quad (1.9)$$

siendo la representación de las series de *Prony*. E_∞ es el módulo de equilibrio y $E_\infty + \sum_{k=1}^n E_k * \exp\left(\frac{-t}{\tau_k}\right)$ es el módulo instantáneo. Un par E_k y τ_k se refiere como un par *Prony* [5], [6], [15], [23], [26].

La Ecuación (1.9) es la expresión que se buscaba, con la cual se puede realizar análisis matemáticos. Cuando se implementa este tipo de ecuación como representación

discreta de curvas, como es el caso de la caracterización de materiales viscoelásticos, no se suele conocer los valores de M_e , M_k y γ_k . Siendo así, que existe un número mayor de elementos desconocidos y que variará según el número de elementos del sumatorio (número de elementos de Maxwell) seleccionados para caracterizar el material viscoelástico. El número de variables que existirán para encontrar durante el proceso se puede determinar mediante la expresión:

$$\text{Nro. de variables} = 2N + 1 \quad (1.10)$$

Siendo “N” el número de pares de la serie de *Prony*, por lo que, determinar el valor de la variable dependiente se presenta como un problema [12].

Entre las posibilidades para superar este inconveniente se encuentra la asignación arbitraria de los componentes de la ecuación. Sin embargo, esto introduce nuevas dificultades como la correcta selección de los valores o, si se trata de gran número de elementos, introducir una gran cantidad de errores en los cálculos. Para solucionar esta dificultad existen métodos numéricos que hacen uso de herramientas computarizadas que permiten reducir el error y ahorrar tiempo usando las bondades presentes en la capacidad de cálculo de los dispositivos actuales. Uno de los métodos que cumplen las características antes mencionadas es la técnica de regresión de mínimos cuadrados. Para encontrar los valores correspondientes a cada término es necesario realizar un ajuste de curva con los datos experimentales. En este trabajo se establece un proceso iterativo conocido como ajuste de curva por mínimos cuadrados en conjunto con los datos experimentales del ensayo de relajación de esfuerzos. El procedimiento se detalla posteriormente en el capítulo correspondiente a la metodología.

El cálculo del error residual implementado por S.A. Hil [27] se encuentra denotado en la ecuación (1.11). Así pues, el valor de S_r constituye la medida de precisión del método utilizado en el proceso de ajuste de curva.

$$S_r = \sum (f(x_i) - y_i)^2 \quad (1.11)$$

El valor de $f(x_i)$ corresponderá al valor obtenido mediante la asignación de valores del algoritmo implementado.

1.6. Software de simulación para realizar cálculos estáticos y dinámicos

Dentro de los ámbitos académico e industrial, existen procesos que se realizan en laboratorios y con el uso de máquinas. Dichos procesos se desarrollan para la obtención de un producto o para la investigación y optimización de procesos ya existentes. Sin embargo, los altos costos de los equipos utilizados, la accesibilidad a estos o el tiempo requerido son un aspecto que muchas veces dificulta la realización de estudios. Gracias al avance del campo computacional y capacidad de procesamiento en dispositivos con microprocesadores, es posible superar esta barrera mediante simulaciones y estudios numéricos. A la par del avance del hardware de las computadoras, existe el avance en programas y métodos para solucionar problemas más específicos y complejos. Así pues, surge la Ingeniería Asistida por Computadora (CAE), el Diseño Asistido por Computadora (CAD) y la Manufactura Asistida por Computadora (CAM). Este conjunto de herramientas permite ahorrar costos y reducir tiempos de producción, además de ser excelentes para el aprendizaje [28]. Un esquema general del funcionamiento de este tipo de programas se observa a continuación.

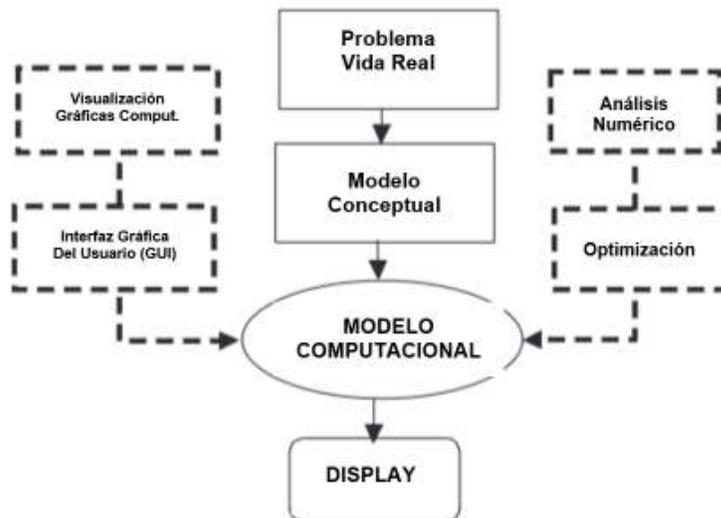


Figura 1.12. Diagrama del funcionamiento de un programa CAE
(Fuente: [29])

El uso de análisis por EF, presente en los distintos programas de simulación, aplicado a materiales poliméricos dentro del proceso de termoformado ha sido ampliamente utilizado en la industria del empaquetado y envasado con el fin de optimizar tanto su proceso de producción como mejorar las características y acabados de sus productos [13].

Dentro de los programas comúnmente utilizados tanto en la industria como en la academia, existen aquellos que presentan una serie de herramientas para solventar gran variedad de estudios y proyectos. Como pueden ser simuladores de comportamientos mecánicos, térmicos, eléctricos, acústicos transferencia de calor y masa, dinámica de fluidos, etc. Entre los programas más comunes usados son ANSYS, ABAQUS, INVENTOR, SOLIDWORKS, CATIA, entre otros.

En este trabajo se ha utilizado el software ABAQUS, el cual se define como un conjunto de programas de simulación que basan su funcionamiento en el método de EF para poder resolver problemas tanto lineales como no lineales, variando su grado de complejidad. Dentro de sus facilidades se encuentran librerías tanto para elementos y geometrías, como para materiales. Un análisis que se realice dentro del programa ABAQUS se compone de tres pasos, los cuales corresponden al método de EF y son: preprocesamiento, simulación y postprocesamiento [30].

Estas etapas se detallan de mejor manera en la siguiente sección de Método de EF. Para obtener una respuesta siguiendo las etapas mencionadas, ABAQUS hace uso del grupo de programas que lo componen y que se encargan cada uno de una etapa en específico o cuando el problema aborda un tema en particular (dinámica de fluidos, estructuras, dinámica, estática, etc). El esquema de los productos que implementa ABAQUS en cada etapa, se muestra en la Figura 1.13.

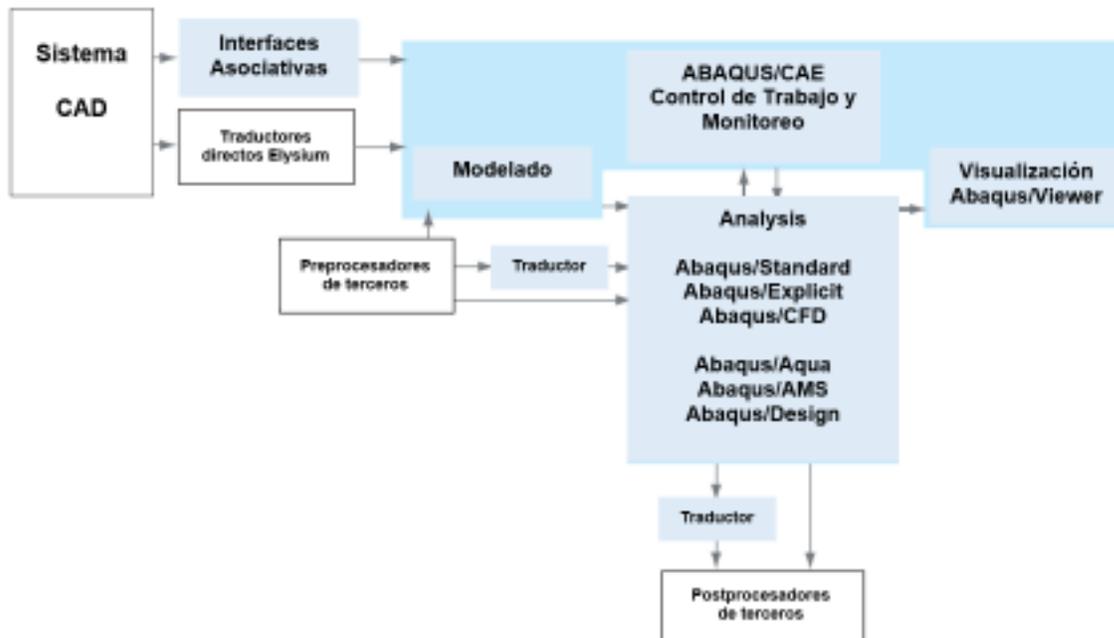


Figura 1.13. Esquema de los productos que ofrece ABAQUS para la resolución de problemas (Fuente: [30])

Las secciones que presenta un programa CAE, en este caso ABAQUS, y que se corresponden con la metodología de FEM (método de elementos finitos por sus siglas en inglés) son controladas por el mismo software o pueden tener integración con programas suministrados por otras compañías.

En la primera etapa correspondiente al preprocesamiento, se pueden utilizar algunos programas CAD para generar la geometría y posteriormente ser exportada al software CAE. Sin embargo, el proceso y parámetros del mallado, selección de modelo matemático y propiedades se realiza dentro del programa Abaqus/CAE 6.14-5 [Viewport] en el que se cuenta con una interfaz amigable al usuario y componentes de la ventana principal muy versátiles como se muestra en la Figura 1.14 [30]. Cada una de las tareas llevadas a cabo durante las simulaciones en el presente estudio, han sido configuradas en el software de EF acorde a los casos presentados en la Figura 2.1.

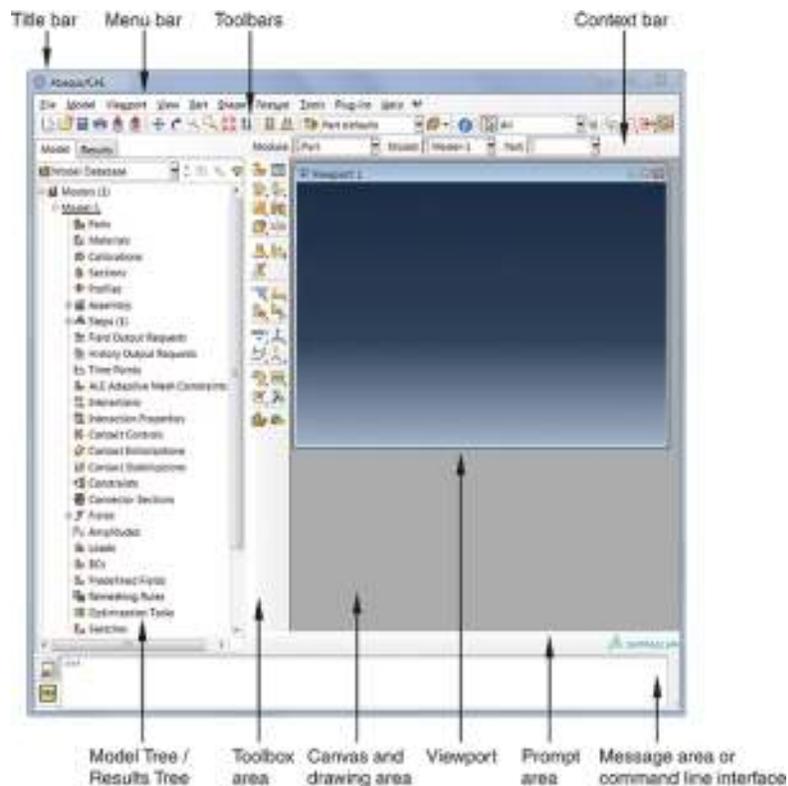


Figura 1.14. Definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y de carga del modelo
(Fuente: [30])

Es posible hacer uso de varios modelos matemáticos proporcionados por el programa o existe la posibilidad de que el usuario defina y personalice sus propios modelos mediante subrutinas. En esta etapa se definen las cargas, condiciones iniciales, tipo y propiedades del material que se pueden extraer de las diversas bibliotecas presentes

en el programa. En la segunda etapa correspondiente a la simulación, ABAQUS presenta diferentes programas o complementos a Abaqus/CAE para resolver los problemas según sea el tema. En esta etapa el programa permite implementar complementos de terceros que sean compatibles. Finalmente, la interfaz de Abaqus/CAE presenta un visualizador en el que es posible modificar los parámetros de la primera etapa y ver las respuestas procedentes del postprocesamiento. En este visualizador es posible seleccionar las respuestas que se desea ver y la forma en la que se muestren, así como generar un informe automático de la simulación.

1.6.1. Método de elementos finitos

El método de EF es una herramienta que permite obtener soluciones aproximadas de problemas reales mediante el uso de computadoras. Este método ha ganado terreno debido a su versatilidad en diversas áreas de ingeniería. El principio de su funcionamiento es descomponer los objetos continuos en partes con límites definidos dentro de los cuales se aproximan funciones matemáticas y se definen variables a lo largo de cada elemento. Este proceso de división de un elemento continuo en partes se conoce como discretización, un ejemplo de este proceso se observa en la Figura 1.15. Cada EF se encuentra conectado con el siguiente por puntos conocidos como nodos, los cuales se ubican en los límites de los EF. El conjunto comprendido entre los EF y los nodos es conocido como malla [30], [31].

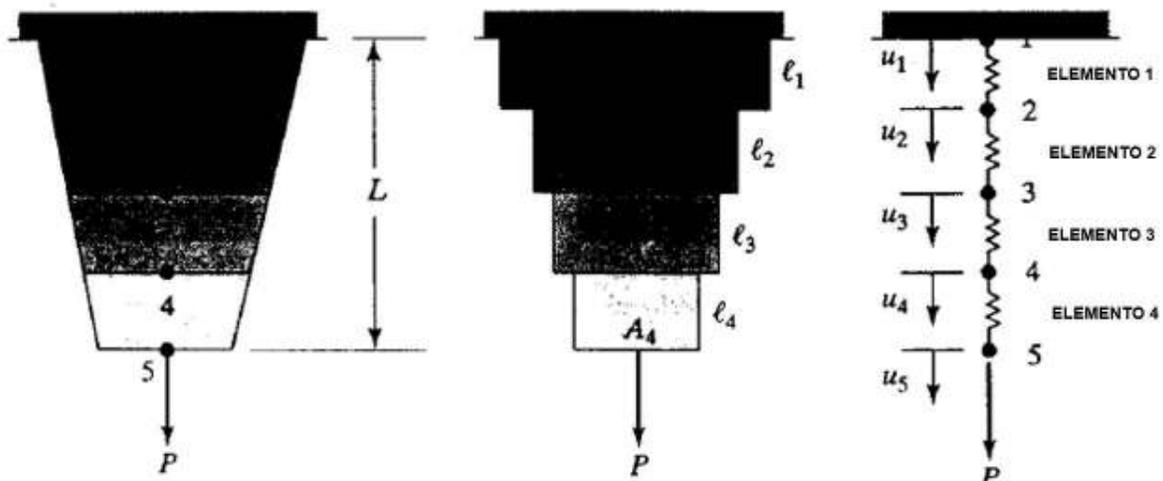


Figura 1.15. Discretización de un elemento continuo.
(Fuente: [32])

Dentro de esta metodología existen tres pasos fundamentales para alcanzar una respuesta en base a los parámetros deseados. Estos pasos son:

a. Preprocesamiento: en general es el modelo y la geometría del elemento físico a simular se deben definir. Se puede dividir en las siguientes etapas [32]:

1. Discretización del problema en elementos y nodos, generación de la malla
2. Aproximación de la función que represente el comportamiento del elemento bajo estudio
3. Desarrollo de la expresión analítica
4. Unión de las partes de los puntos anteriores y proporcionar la información necesaria que permitan al programa en encontrar una solución
5. Definición y aplicación de las condiciones iniciales

b. Simulación o solución del problema: el programa resuelve el problema de interés de forma numérica haciendo uso del modelo definido en el paso anterior. Este paso se realiza en segundo plano y los resultados son almacenados en archivos binarios. Para alcanzar el resultado se resuelven de forma simultánea un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales (según sea el tipo de problema) para cada nodo [30], [32].

c. Postprocesamiento: los resultados de la simulación se presentan de forma que sean fácilmente entendibles y se pueda interactuar con estos [30].

1.7. Equipo de termoformado

Las especificaciones para la adquisición de una máquina de termoformado varían de acuerdo con el producto final que se quiere adquirir. Se deben considerar los valores de tensión, potencia y amperaje, el área útil de conformado, cantidad de calefactores inferiores y superiores, reguladores de temperatura, grado de automatización del proceso, ayudas mecánicas, clamps mecánicos o neumáticos, ventiladores, dimensiones generales, relación costo beneficio y la capacidad de producción [9]. Desde el punto de vista de la maquinaria y equipo, casi todas las máquinas de termoformado tienen los siguientes elementos [33]: sistema de manejo de hojas, método de sujeción rígida de la lámina, número de hornos (fuente de calentamiento), prensa de formación, preestiramiento neumático o mecánico, carga y descarga (sistema de arrastre y expulsión), caja de vacío, sistema de presurización, monitores de estado y control de procesos, elementos de seguridad y método de recorte del producto [9]. Existen dos categorías principales de maquinaria para termoformado [33]: máquinas termoformadoras de calibre delgado o alimentados por rollo y máquinas termoformadoras de calibre grueso o de hoja corta. Los criterios de la máquina para

ambas categorías incluyen [9]: dimensiones generales de la platina, profundidad de relleno, vacío, presión, molde adaptado, naturaleza de la fuerza motriz para mover la platina y para indexar el marco de la abrazadera, tipos de calentadores y métodos de control de temperatura, y el tipo general de control de procesos. Otras características pueden incluir el ajuste automático de calentamiento del horno, caja de aspiración, carga automática de hojas, monitoreo de temperatura a través del horno, control de hundimiento y extinción automática de incendios [15]. Se pueden observar esquemas en la Figura 1.16. y la Figura 1.17.

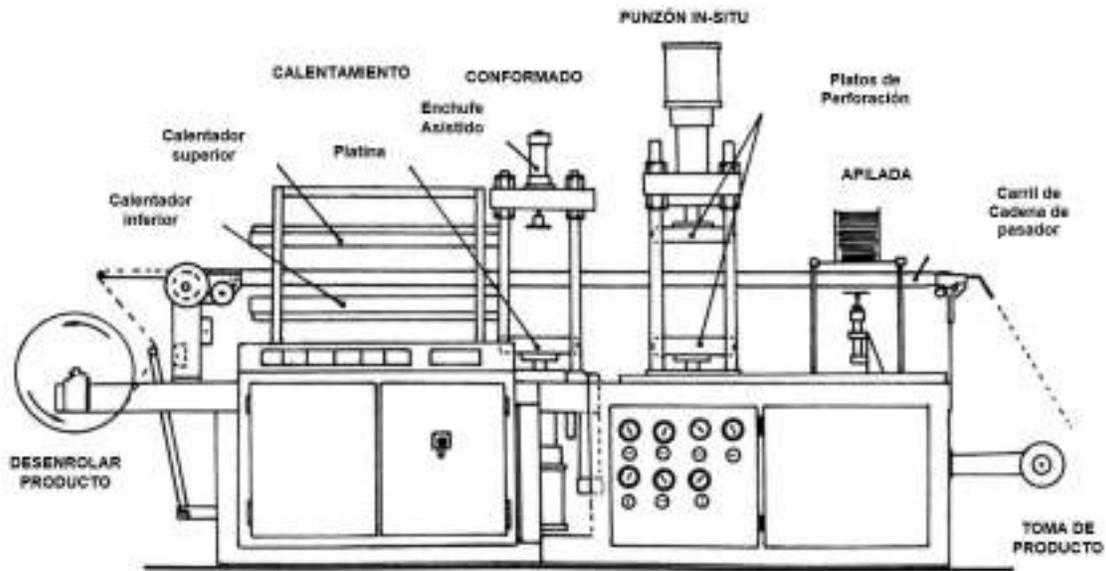


Figura 1.16. Esquema de una máquina de termoformado de calibre delgado con los principales elementos del proceso de termoformado
(Fuente: [33])

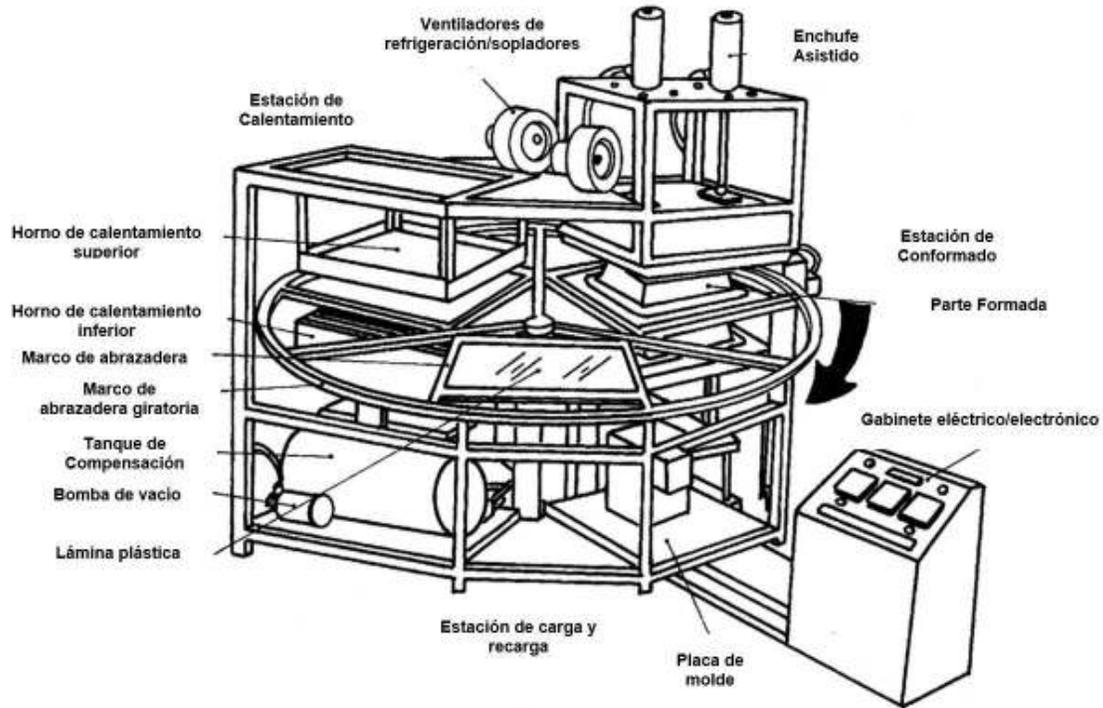


Figura 1.17. Esquema de la prensa de termoformado rotativo de calibre grueso de tres estaciones
(Fuente: [33])

Los hornos de convección han sido los equipos que siguen vigentes en la actualidad [9]. El calentamiento puede ser suministrado por medio de gas o por unidades de resistencias eléctricas. La recirculación forzada de aire y con la ayuda de deflectores se logra la circulación del aire entre $4,500$ a $6,100 \frac{cm^3}{min}$, los cuales son definitivos para obtener una temperatura homogénea. La temperatura del horno debe ajustarse a la temperatura de formado del plástico. Se utilizan también ventiladores eléctricos para forzar al aire caliente a circular por la lámina de material polimérico y dispositivos para distribuir el aire hacia todas las zonas del horno. Por otro lado, el calentamiento por radiación infrarroja se puede obtener usando elementos tubulares de metal, resistencias eléctricas de espiral o un grupo de lámparas de luz infrarroja [9], [15]. Con el propósito de obtener un calentamiento uniforme, se monta entre los elementos de calentamiento y el material una malla metálica que funcione como difusor de temperatura. Asimismo, se coloca la plancha de calentamiento infrarrojo a $30cm$ mínimo del material y la plancha de calentamiento inferior a $50cm$. Con el objetivo de regular la entrada de energía a la máquina, se recomienda el uso de transformadores variables o medidores de porcentaje los cuales ayudan al control de la temperatura [9]. Existen otras técnicas para equipos de calentamiento que pueden ser por barras de resistencias metálicas, alambres de

calefacción de Ni y Cr, radiadores cerámicos, placas radiantes calentadas por gas, lámparas de calentamiento o incluso placas de cristal de cuarzo. Se logra controlar la temperatura superficial del calentador a través de termopares o resistores con mayor preferencia para temperaturas altas y necesidades de calentamiento selectivo por zonas [33].

2. METODOLOGÍA

Se han desarrollado las etapas necesarias para la realización del presente estudio detalladas en el diagrama de flujo de la Figura 2.1.

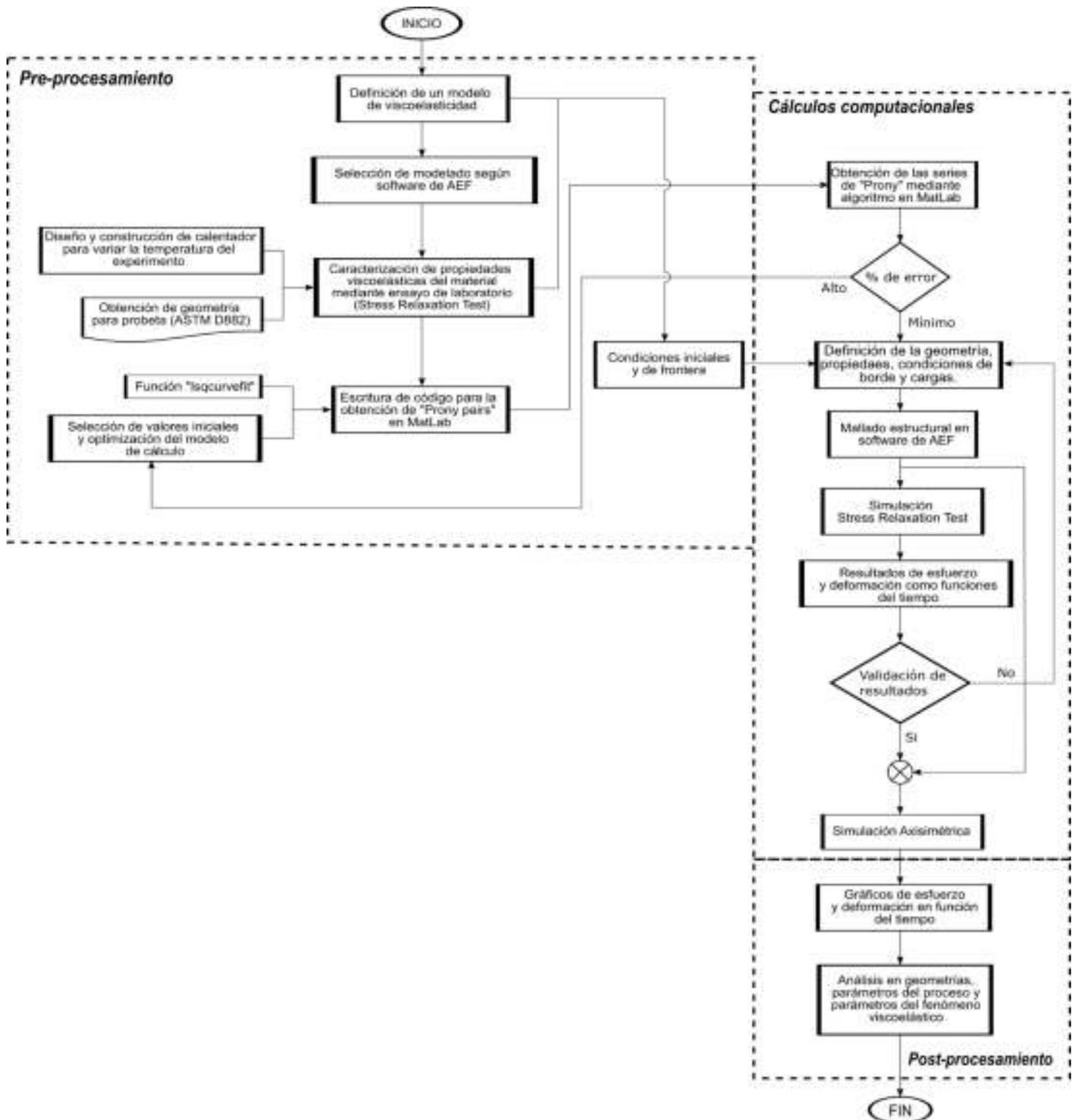


Figura 2.1. Diagrama de flujo metodológico

2.1. Validación de propiedades reológicas del poliestireno mediante ensayos

2.1.1. Caracterización de propiedades viscoelásticas del poliestireno mediante pruebas de laboratorio (Stress Relaxation Test)

Las series de *Prony* se constituyen como una representación finita de sumas de exponenciales en función del tiempo [6]. La ecuación característica de las series de *Prony* se muestra en la ecuación (1.9) de la forma:

$$f(t) = A + \sum_i^N B_i \cdot e^{\gamma_i t} \quad (2.1)$$

Los elementos A , B_i , y γ_i son constantes y dependiendo de su aplicación pueden tener una representación física o ser simples parámetros de ajuste de curva. Entre las aplicaciones de las series de *Prony* se encuentra la caracterización de materiales viscoelásticos a través de diferentes modelos matemáticos que abordan el comportamiento de estos mediante analogías con elementos eléctricos o mecánicos, siendo la analogía mecánica para el modelo generalizado de Maxwell utilizado en el presente estudio. Esta caracterización se la puede realizar mediante el módulo de relajación “ $M(t)$ ” que resulta del experimento de relajación de esfuerzos (*Stress Relaxation Test*), o a través del módulo de fluencia lenta “ $C(t)$ ” resultante del ensayo de esfuerzo constante o el comportamiento a la fluencia (*Creep Compliance Test*) [6]. Para el caso de este estudio se realiza la caracterización mediante el módulo de relajación, resultando la ecuación de las series de *Prony* de la forma:

$$M(t) = M_e + \sum_{k=1}^n M_k \cdot e^{\gamma_k t} \quad (2.2)$$

Donde $\gamma_k = -1/\tau_k$ y $\tau_k = \eta_i/E_i$. La representación física de M_k corresponde al módulo de relajación de cada elemento de Maxwell, τ_k es conocido como el tiempo de relajación y M_e representa el módulo de relajación de todo el sistema para $t = \infty$, generalmente la ecuación (2.2) suele escribirse de la forma:

$$M(t) = M_e + \sum_{k=1}^n M_k \cdot e^{-t/\tau_k} \quad (2.3)$$

Un *Stress Relaxation Test* SRT se utiliza con el propósito de determinar el esfuerzo al que es sometido un material en el tiempo mientras está bajo una deformación constante de tracción o compresión a una temperatura dada [6]. Esta prueba es pertinente en el

proceso de termoformado ya que los materiales termoplásticos no solo deberán alcanzar el rango de su temperatura de transición vítrea, sino que deben soportar también operaciones bajo carga, en este caso, la presión de vacío ejercida entre la superficie del material y el molde. Esta prueba se realiza bajo la norma ASTM D2991 (método de prueba estándar para la relajación del esfuerzo de los plásticos). Las medidas se llevaron a cabo en la máquina universal de ensayos para polímeros del laboratorio de análisis y esfuerzos LAEV de la Escuela Politécnica Nacional del Ecuador. Al ser similar a un ensayo de tracción a una temperatura constante y sin rotura, se utiliza la norma ASTM D882_18 [34] (Método de prueba estándar para propiedades de tracción de láminas de plástico fino) al 5% de la deformación y el diseño de un calentador para reemplazar el equipo encargado de realizar ensayos dinamomecánicos que caracterizan a materiales (*DMA-Dynamic Mechanical Analysis*).

2.1.2. Obtención de geometría para probeta (ASTM D882_18)

La probeta diseñada es de poliestireno PS laminado. Este material se obtuvo en la empresa MULTIPACK S.A.; empresa ubicada al norte del Distrito Metropolitano de Quito, dedicada a la industria del empaque [35]. Para el diseño se consideraron las especificaciones en la norma como se muestra en la Figura 2.2. para la determinación del módulo de elasticidad y otras propiedades.

Percent Elongation at Break	Initial Strain Rate, mm/mm-min (in./in.-min)	Initial Grip Separation		Rate of Grip Separation	
		mm	in.	mm/min	in./min
Modulus of Elasticity Determination					
	0.1	250	10	25	1.0
Determinations other than Elastic Modulus					
Less than 20	0.1	125	5	12.5	0.5
20 to 100	0.5	100	4	50	2.0
Greater than 100	10.0	50	2	500	20.0

^aSee Fig. A3.1 and Fig. A3.2 in Annex A3 to set the initial grip separation correctly.

Figura 2.2. Valores normalizados para la velocidad del ensayo y la separación entre mordazas para norma ASTM D882-18 (Fuente: [34])

Se consideró la longitud del agarre de las mordazas (valor en “y” de 30mm), por lo tanto, el valor de la longitud final de la probeta es de 310mm. El ancho de la probeta equivale al ancho de las mordazas de 50mm y los radios de acuerdo se consideran según la norma ASTM E8 [36]. Se utilizó un troquel para la obtención de las probetas del material laminado como se observa en la Figura 2.3. En la Figura 2.4 se observa las mordazas del LAEV y la probeta obtenida.

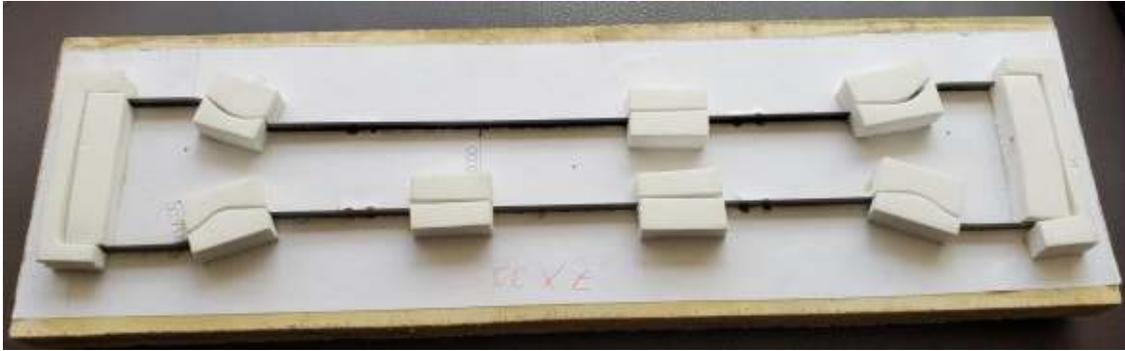


Figura 2.3. Troquel utilizado para la obtención de probetas de PS laminado de 0,7mm de espesor



Figura 2.4. Mordaza de la máquina universal de ensayos del laboratorio de análisis de esfuerzos y vibraciones de la EPN

La geometría corresponde a una probeta que se encuentra sometida a esfuerzos de tracción. El cuello de menor ancho que el área de agarre es deseable para que el fallo del material resulte en esta sección y no en la zona inmediata al agarre. Se utiliza agarres de cuero y radios de entalle de 16mm para minimizar esfuerzos. Se realiza, además, ocho pruebas variando la temperatura entre 80°C y 115°C cada 5°C al 5% de la deformación de la longitud inicial de 250mm; es decir, un valor final de 262,5mm.



Figura 2.5. Geometría final de probeta de PS de 0,7mm de espesor utilizada en la máquina universal de ensayos para realizar un ensayo de Relajación de esfuerzos

2.1.3. Diseño y construcción de calentador para controlar la variación de temperatura

Se diseñó el calentador para realizar la prueba de relajación de esfuerzos SRT. Se tomaron las medidas necesarias de la máquina universal de ensayos para polímeros AGS-X Series marca Shimadzu para llevar a cabo un diseño sencillo y ergonómico. En efecto, al tomar en cuenta la dinámica de la máquina y la geometría de la probeta con las especificaciones de las normas pertinentes, se diseñó el calentador en el software CAD SolidWorks v.2020. Se muestra un esquema en la Figura 2.6. y los planos de taller y conjunto en el Anexo V.

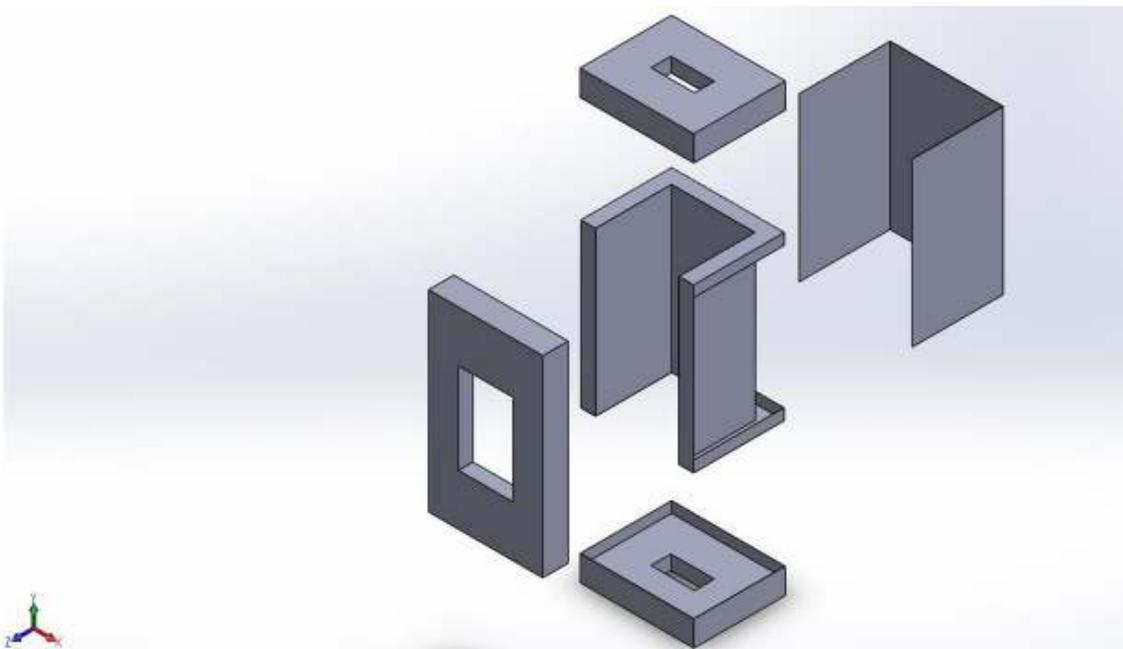


Figura 2.6. Diseño de calentador adaptado a la máquina universal de ensayos para polímeros AGS-X Series marca Shimadzu

Para lograr un calentamiento uniforme se utilizó 3 resistencias térmicas en serie de 50Ω con forma de “U” que generarán una potencia de 325W con una longitud de 40cm. La estructura se compone de doble pared, espaciadas, para incluir fibra de vidrio como material aislante, evitando así pérdidas de calor a través de las paredes. La cara posterior posee una estructura de vidrio templado para tener acceso visual. El monitoreo de temperatura se realiza a través de un pirómetro marca CAMSCO modelo rexC700 conectado a una termocupla tipo J, además de un contactor que funciona a 220V conectado a la salida normalmente abierta a la salida del pirómetro. Se utilizó también un selector para apagar manualmente las resistencias y un display para setear la

temperatura objetivo y monitorear la temperatura real de la cámara. Se observa un esquema del plano eléctrico y electrónico en la Figura 2.7. Previo a la construcción en acero inoxidable, se realizó un prototipado rápido en cartón. En la Figura 2.8. se muestra el prototipo y la estructura final del calentador.

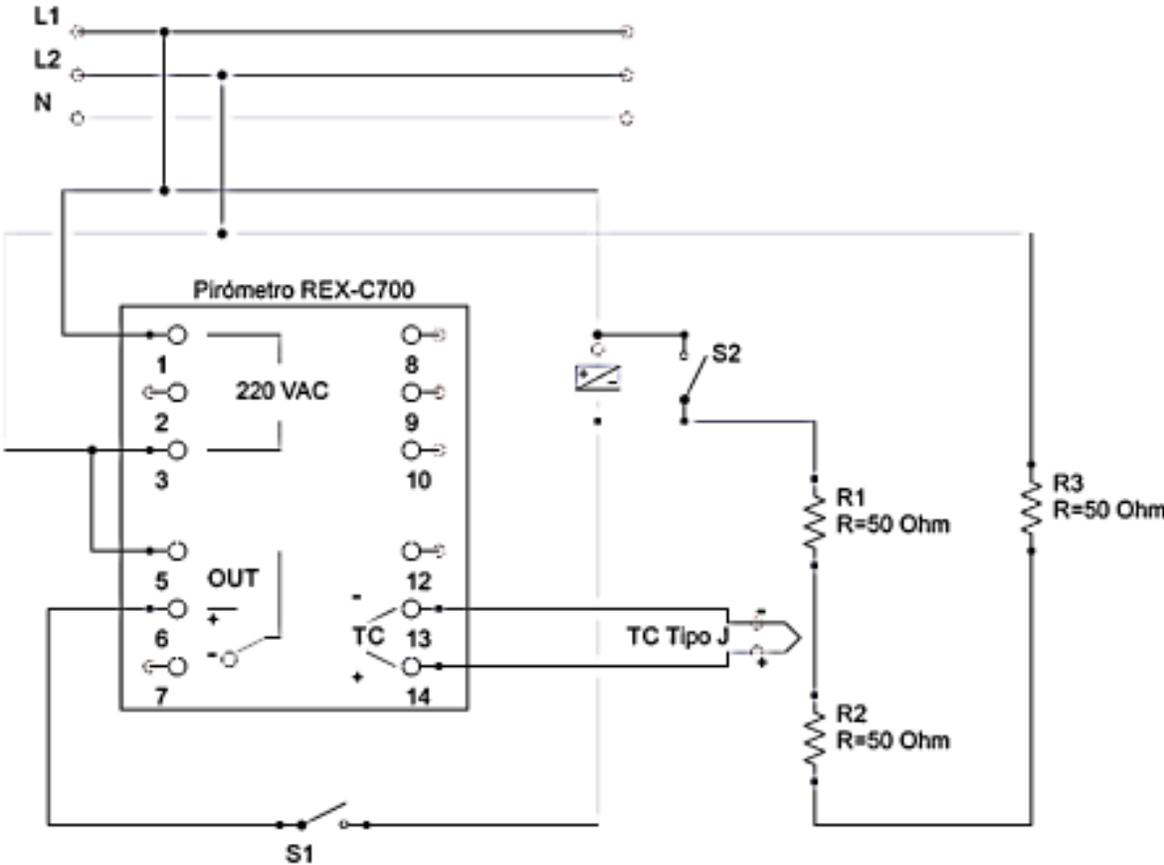


Figura 2.7. Plano eléctrico y electrónico del calentador diseñado



Figura 2.8. Prototipo y estructura final del calentador diseñado

Con las pruebas pertinentes, fue posible realizar un análisis posterior del comportamiento en el tiempo del PS laminado de 0,7mm de espesor al variar la temperatura cada 5°C desde 80°C hasta los 115°C.

2.2. Desarrollo y exportación del modelo viscoelástico

2.2.1. Comparación entre herramientas informáticas para la obtención de los pares de “Prony”

En esta sección, se comparan diferentes herramientas utilizadas para la obtención de los elementos de las series de *Prony*, mediante la implementación de un algoritmo de optimización no lineal de regresión de mínimos cuadrados. La comparación se realiza con los resultados obtenidos a través de los softwares comerciales Excel y Matlab, y la revisión de un trabajo previo realizado en Fortran 77 por la NASA [27]. Se considera como aplicación de las series de *Prony*, la caracterización de materiales viscoelásticos

a través del criterio según el comportamiento a la relajación con el módulo $M(t)$. Para el caso de Excel, se establece la metodología mediante el uso de la herramienta *Solver*. Mientras que en Matlab se presentan dos metodologías, una con la función *Isqcurvefit* y otra con el toolbox *Curve Fitting*. La comparación se realiza con los datos y tomando como referencia la metodología establecida por S.A. Hill [27], de tal forma que la metodología implementada en Excel o Matlab se constituya como válida. Se muestra el análisis comparativo en el Anexo II. La herramienta escogida y la metodología a seguir para este estudio se detalla en la Figura 2.9.

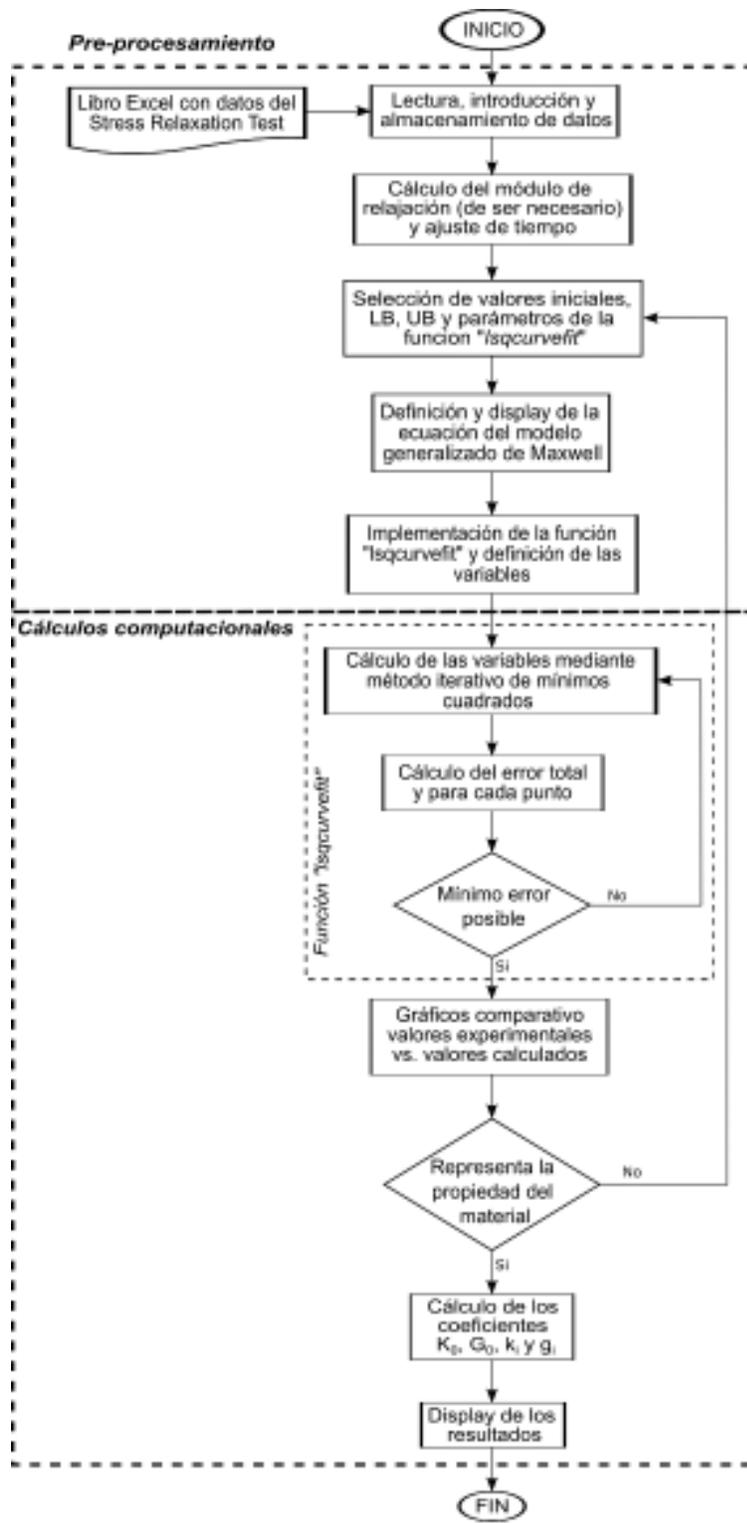


Figura 2.9. Diagrama de procesos para la obtención de pares de *Prony* en el software Matlab con la herramienta *Isqcurvefit*

2.2.2. Escritura de código para obtención de los pares de “Prony”

La herramienta *Isqcurvefit* en el software de cálculo Matlab se constituye como un solver no lineal que utiliza un proceso iterativo de optimización. En este método se utiliza la función extraída de la librería de Matlab con un algoritmo desarrollado para este estudio. En el código se incluyen los comandos requeridos para cargar los datos desde un archivo de Excel, el cual deberá contener los datos de esfuerzo y tiempo de la prueba de relajación de esfuerzos SRT realizada en el LAEV, y para almacenarlos como vectores. Se realiza un ajuste en el tiempo para que se inicie desde el $t=0$ cuando la probeta ha alcanzado la deformación objetivo de 12,5mm (5%). Luego, se seleccionan los valores iniciales en la Tabla 2.1; límite superior, límite inferior y parámetros de la función *Isqcurvefit* presentados en la Tabla 2.2 para el valor de “N” de 5.

A continuación, se grafica la función obtenida y se establece la forma de la ecuación en una función. El código también extrae los valores del mínimo y máximo error, así como la posición de estos.

Por consiguiente, la ecuación (2.3) se puede expresar también de la forma:

$$M(t) = M_e + \sum_{k=1}^n m_k * M_0 \cdot e^{-t/\tau_k} \quad (2.4)$$

Donde m_k es igual a $m_k = \frac{M_k}{M_0}$ sin alterarse. El módulo de relajación está relacionado directamente con dos propiedades elásticas más, expresadas en función del tiempo, que se muestran en las ecuaciones (2.8) y (2.9).

Módulo de cizalladura (<i>Shear modulus</i>)	$G(t) = \frac{M(t)}{2 * (1 + \nu)}$	(2.5)
---	-------------------------------------	-------

Módulo de compresibilidad (<i>Bulk Modulus</i>)	$K(t) = \frac{M(t)}{3 * (1 + \nu)}$	(2.6)
--	-------------------------------------	-------

Donde ν es el coeficiente de Poisson a una temperatura determinada. Se considera el cálculo pertinente al de una barra con sección rectangular, que según R. C. Hibeller [37] se obtiene el coeficiente con la ecuación (2.7) para cada temperatura de la prueba. El coeficiente resulta ser el promedio de las 3 probetas por temperatura al promediar valores de ancho “w” y longitud “l” iniciales y ensayadas.

$$v = \frac{\Delta w * E * A_t}{w_0 * N} = - \frac{\frac{\Delta w}{w_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} \quad (2.7)$$

Los pares de *Prony* se definen por lo general como el módulo de relajación M_k y el tiempo de relajación τ_k . Sin embargo, el software de AEF requiere que esos datos sean ingresados en la forma de g_k , k_k y τ_k . Por lo tanto, se puede expresar las dos propiedades de la forma:

$$\begin{aligned} &\text{Módulo de cizalladura} \\ &\text{(Shear modulus)} \end{aligned} \quad G(t) = G_e + \sum_{k=1}^n g_k * G_o \cdot e^{-t/\tau_k} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} &\text{Módulo de compresibilidad} \\ &\text{(Bulk Modulus)} \end{aligned} \quad K(t) = K_e + \sum_{k=1}^n k_k * K_o \cdot e^{-t/\tau_k} \quad (2.9)$$

Se ingresan las ecuaciones (2.8) y (2.9), relacionadas con el modelo generalizado de Maxwell. Se toma en cuenta que el valor de g_k es de $g_k = \frac{G_k}{G_o}$ para el postprocesamiento de datos. La función *Isqcurvefit* hace un ajuste de curvas, calcula el error entre los datos y los valores para cada punto y se organizan los datos según el vector M según sea M_e , M_k o τ_k . Por último, se obtiene los valores de g_k y k_k a partir de los valores de M_k , que son el input para el comportamiento viscoelástico del material para la simulación. La escritura del código se denota en el Anexo III.

2.2.3. Selección de valores iniciales, límites superior e inferior y optimización del modelo de cálculo

El modelo de regresión no lineal de mínimos cuadrados implementado por la función *Isqcurvefit* requiere de condiciones iniciales o puntos de partida por los cuales iniciar las iteraciones. Estos valores cambian según el número de componentes “N” de la serie de *Prony* que se haya seleccionado y del tipo de material utilizado, sin embargo, suele ser arbitrario [12]. En el presente trabajo, se considera el valor “N=5” y los valores iniciales de las variables de decisión en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Valores iniciales de las variables de decisión

Número de pares de Prony	Módulo de relajación del sistema a $t = \infty$	Módulo de relajación de cada elemento de Maxwell	Frecuencia de relajación	Tiempo de relajación
N	M_e	M_k	γ_k	τ_k
3	150	500	-500	$\frac{1}{500}$
5	150	500	-1000	$\frac{1}{1000}$
10	150	500	-1000	$\frac{1}{1000}$

(Fuente: [27])

Dentro del método, se deben asignar valores de restricción para los valores de las constantes a determinar: M_e , M_k , τ_k . Para el caso de las series de *Prony* y como consideración de que solo fuesen constantes de ajuste de curva, podrían no tener restricciones. Pero si consideramos los principios físicos que deben representar en la analogía del modelo mecánico, existen restricciones para las tres constantes. Estas restricciones o límites superiores (UB) y límites inferiores (LB) resultan ser:

Tabla 2.2. Límite superior, límite inferior y parámetros de la función Isqcurvefit

Parámetro Límite	M_e	M_k	γ_k	τ_k
Superior (UB)	∞	∞	0	∞
Inferior (LB)	0	0	$-\infty$	0

(Fuente: [27])

Se obtienen resultados al mínimo error a través del método iterativo implementado. Mediante la comparación de las gráficas entre los valores experimentales y los calculados es posible determinar si los valores iniciales que fueron asignados son correctos. A medida que los valores iniciales seleccionados se aproximen a los valores correctos, más parecidas y sobrepuestas se encontrarán las gráficas. Resultando dicha comparación gráfica un método de optimización del modelo de cálculo y de gran importancia para conseguir una correcta interpretación del comportamiento del PS.

Los datos para la realización y posterior comparación de resultados corresponden a una prueba de relajación de esfuerzos del PS laminado en el LAEV. Se muestran en el Anexo I.

2.3. Condiciones de borde de la simulación del modelo viscoelástico y simulación de la prueba de relajación de esfuerzos (“Stress Relaxation Test”)

2.3.1. Definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y carga

La explicación correspondiente a cada una de las simulaciones sigue paso a paso el proceso para obtener resultados de esfuerzo como funciones del tiempo como se muestra en la Figura 2.10. Para este propósito, se manejan diagramas de procesos que denotan la cronología de la simulación según la cartera de módulos *Module* encontrada en la barra de contexto *Context bar*.

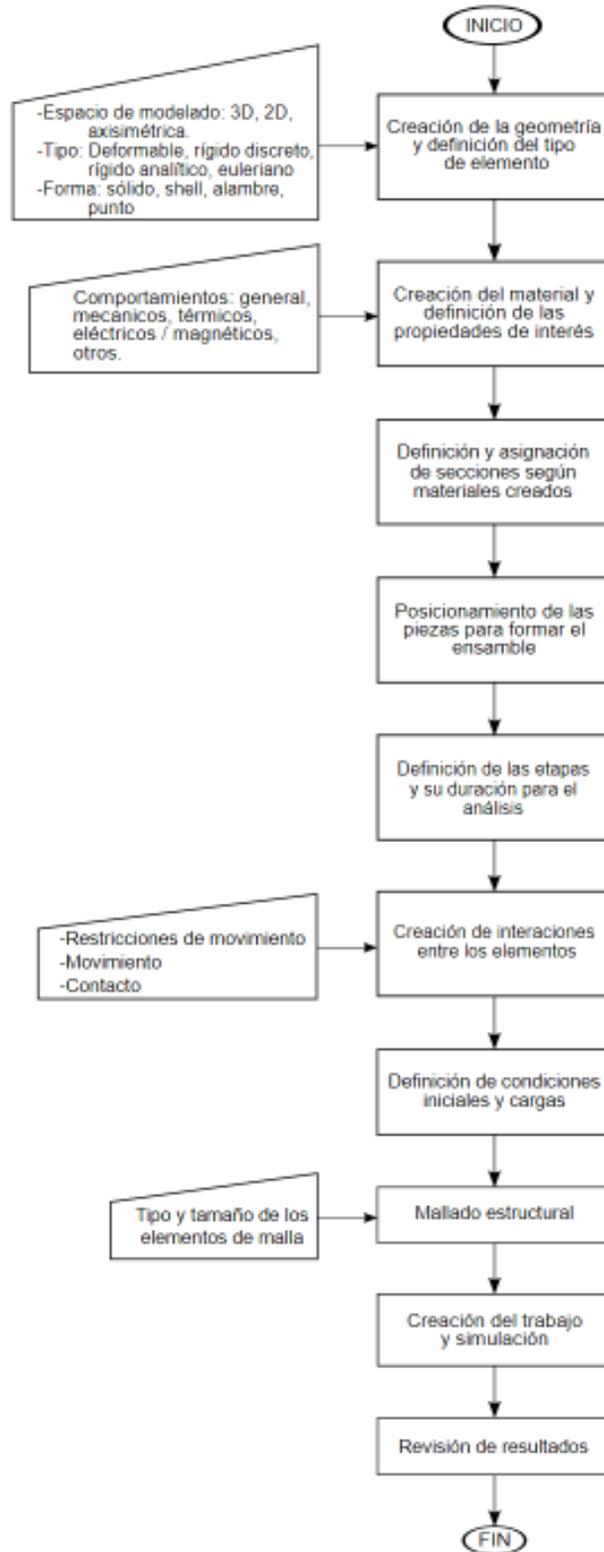


Figura 2.10. Diagrama de flujo para la definición de la geometría, propiedades, condiciones de borde y de carga del modelo

En primer lugar, se dimensiona los componentes del ensayo de relajación de esfuerzos STR. Para dimensionar cada uno de los componentes, se maneja el módulo (*Module*) *Part*. Según la geometría presentada para una probeta sometida a cargas de tracción, se dimensionan tres componentes: la probeta del polímero, una mordaza fija y una mordaza móvil; las cuales simulan la tracción. Así pues, se sigue el flujo del proceso según la Figura 2.11.

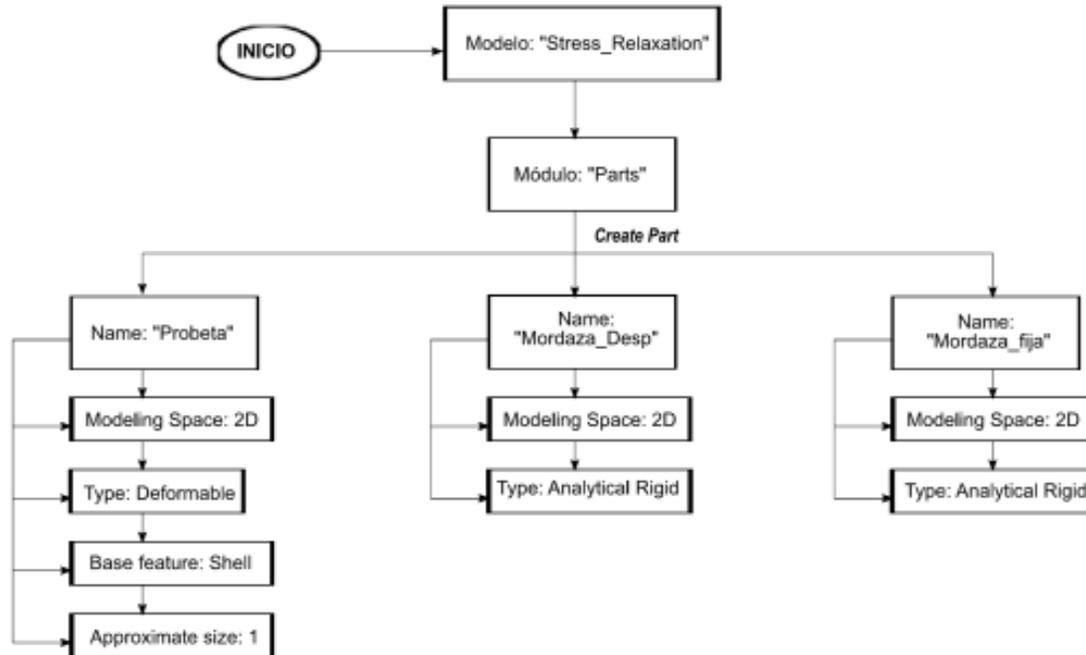


Figura 2.11. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, "Module: Parts"

Por una parte, para ingresar las dimensiones de la probeta, se recurre a las herramientas del Toolbox del software de EF y se empieza por ingresar las dimensiones de la probeta (*Probeta*) en *Section Sketch* según las dimensiones de la Figura 2.5. Por otro lado, en ambas mordazas (*Mordaza_desp* y *Mordaza_fija*) el valor "x" es de 50mm, correspondientes a la dimensión del LAEV. Por último, se asigna un punto de referencia (*Reference Point-RP*) al elemento móvil y fijo, esto debido a que se encuentran definidos como elementos de tipo rígido analítico, en la pestaña *Tools* encontrada en la barra de herramientas (*Toolbar*). En el área rápida (*Prompt Area*) se ingresa el valor de 0,7mm en el eje "z" equivalente al espesor de la lámina.

Más adelante, para asignar propiedades a las partes, se crea y se edita los materiales pertinentes. En efecto, se utiliza el módulo (*Module*) *Property* y se crea un nuevo modelo para la probeta *PS*. Primero, se define la respuesta elástica instantánea del material en

donde se tienen que establecer los valores de: densidad, coeficiente de poisson ν y módulo de elasticidad E del material y después, las propiedades dependientes del tiempo a través del comportamiento viscoelástico. En la Tabla 3.12 se muestra la serie de *Prony* resultado del código escrito al leer la prueba de relajación de esfuerzos realizada en LAEV evaluada al 5% de deformación para el PS con $N=5$. El material se modelará con un modelo viscoelástico lineal, válido únicamente si las propiedades dependientes del tiempo no dependen de los niveles de tensión o de deformación [6]. El diagrama de procesos pertinente a los diversos comportamientos del PS asignado a la probeta se muestra en la Figura 2.12.

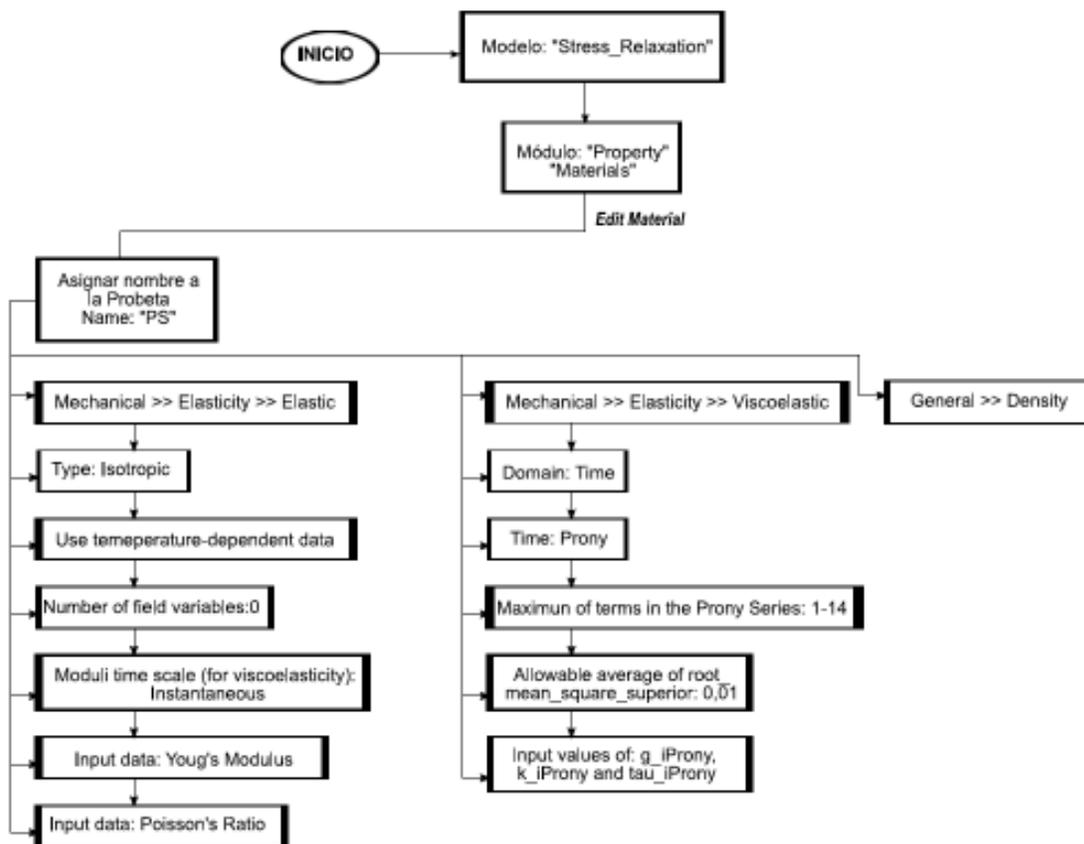


Figura 2.12. Diagrama de procesos correspondiente a los diversos comportamientos del PS asignados a la probeta, "Module: Property"

Se deben evaluar y verificar los datos ingresados, por lo tanto, se debe anular la selección automática de la evaluación elástica. Al completar la evaluación, se verifica la comparación entre los datos de la prueba de relajación experimental y el modelo numérico calibrado por el software de EF para coincidir con los datos de la prueba. En la Figura 2.13 se muestra el diagrama de procesos pertinente.

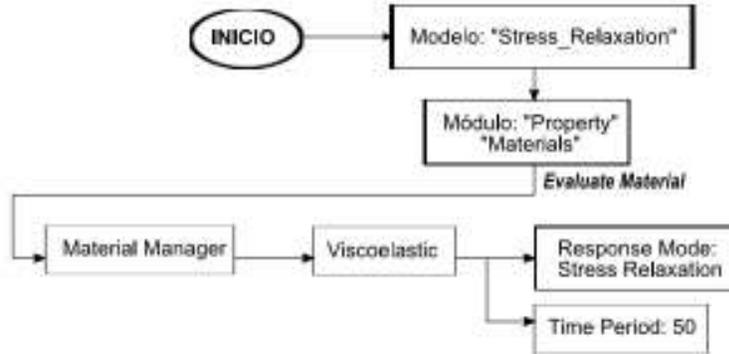


Figura 2.13. Diagrama de procesos correspondiente a la evaluación del material, “Module: Property”

Por último, se crea una sección sólida y homogénea que haga referencia al PS y se define superficies. En el árbol del modelo (*Model Tree*) se asigna la sección creada para el PS a la probeta. Las superficies se definen en los extremos de contacto como *Probeta_fija* y *Probeta_desp*.

En el caso de las mordazas fija y móvil, se asigna un plano 2D como rídigo analítico tipo *Shell* sin necesidad de definir un material. Para un análisis sencillo y práctico, se asignará las mismas funciones para la simulación del proceso de termoformado realizando una axisimetría al eje “y”.

2.3.2. Mallado estructural en software de EF

A continuación, para ensamblar las tres partes del modelo, se utiliza el módulo (*Module*) *Assembly*. En el módulo de ensamblaje, se crea una instancia *Instances* dependiente; es decir, un mallado en la parte y se completa la geometría del modelo con las instancias ya ensambladas observadas en la Figura 2.14. Además, se crea automáticamente regiones que serán útiles al momento de definir condiciones de borde. El diagrama de procesos pertinente se muestra en la Figura 2.15.

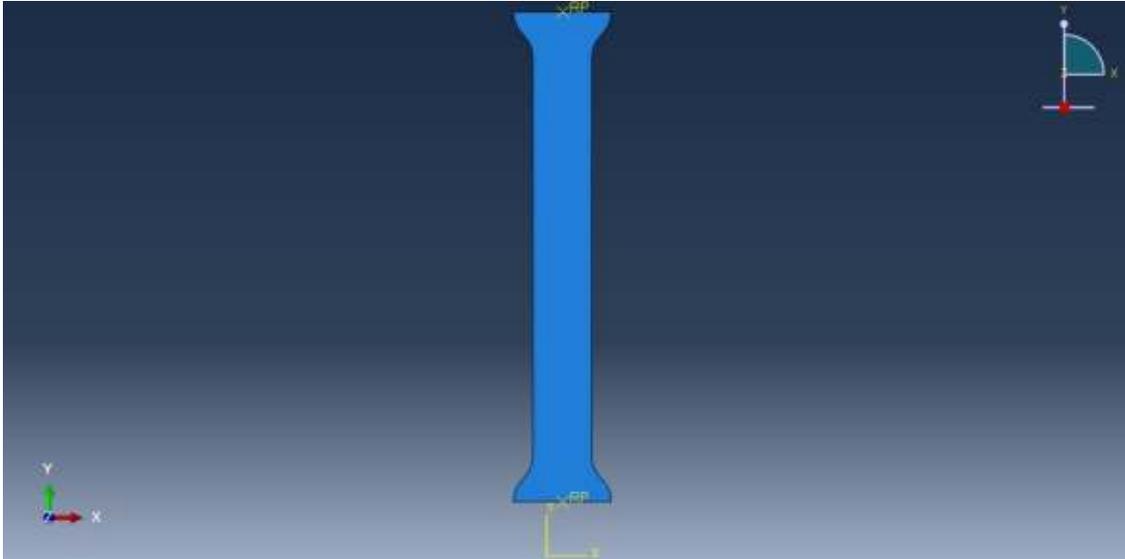


Figura 2.14. Geometría del modelo definida: probeta y mordazas (móvil y fija)

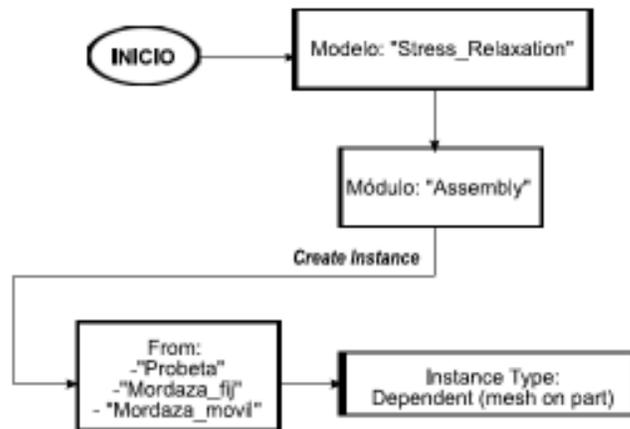


Figura 2.15. Diagrama de procesos del ensamble del modelo, "Module: Assembly"

De la misma manera, para definir las etapas de la prueba se utiliza el módulo (*Module*) *Steps* el cual crea tres pasos que definen el comportamiento de la prueba. Por un lado, se produce un paso general estático *Step-Traction*, el cual, tensiona la probeta en una duración de 30s. Inmediatamente se genera un paso inicial *Initial Step* para posteriormente el ingreso de las condiciones de borde del sistema en el módulo *Loads*. Se activa el parámetro *Nlgeom* que controla la inclusión de efectos no lineales de grandes desplazamientos y se ingresa 0,01s como tamaño de incremento inicial. El procedimiento viscoelástico utiliza el tiempo total y no el de la etapa para calcular las propiedades dependientes del tiempo del material. Por otra parte, se crea un paso tipo viscoso *Step-Relaxation*. Se ingresa un período de tiempo de 300s; 0,01 como tamaño

de incremento inicial y 0,01 como tolerancia al error de deformación viscoelástica. Este paso calculará la relajación a la tensión de la probeta en 300 segundos. Se muestra el diagrama de procesos en la Figura 2.16.

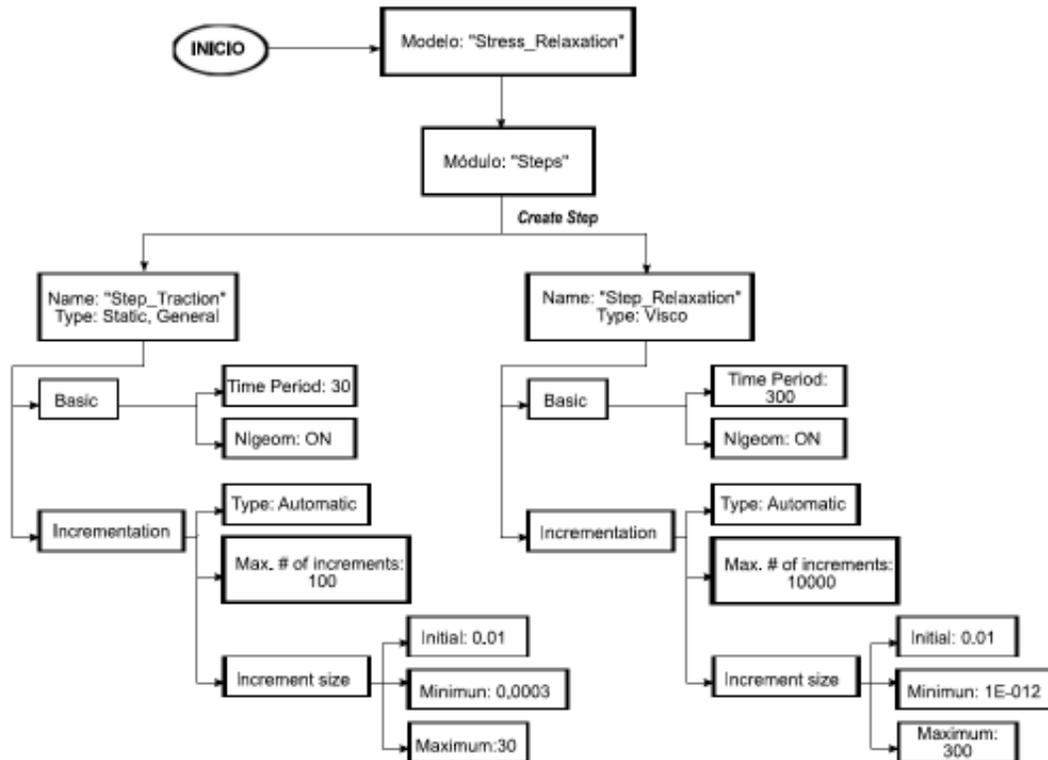


Figura 2.16. Diagrama de procesos para la definición de las etapas de la prueba de relajación de esfuerzos (*Stress Relaxation*), "Module: Step"

Por consiguiente, para que exista correlación entre los dos cuerpos rígidos y la probeta, se utiliza el módulo (*Module*) *Interactions*. Se crea una propiedad de interacción (*Contact*) y se anula la opción de separación de elementos después del contacto. Luego, se crea una interacción superficie a superficie entre la probeta y la superficie rígida superior (mordaza móvil). Además, se define superficies maestra y esclava para la interacción de partes seleccionadas en el área de aviso (*Prompt area*), que se detallan en el diagrama de procesos de la Figura 2.18. Se repite lo mismo con la superficie inferior (mordaza fija) y se verifica la geometría observada en la Figura 2.17. Generando restricciones (*Constraints*) en el sistema.

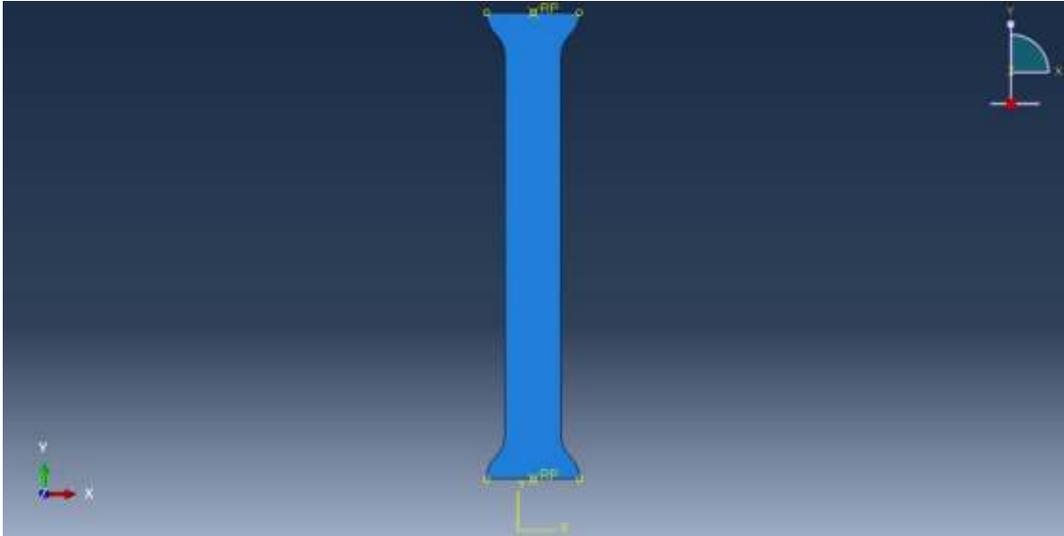


Figura 2.17. Geometría obtenida una vez que se han generado las restricciones *Constraints* del modelo

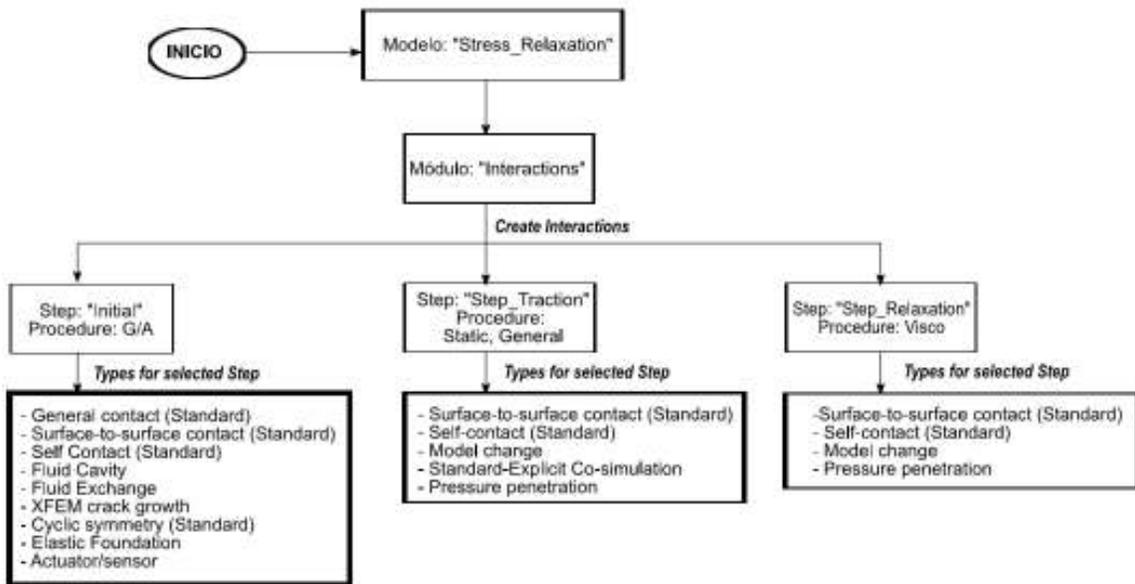


Figura 2.18. Diagrama de procesos para la correlación de superficies entre partes, "Module: Interactions"

Más adelante, para generar la carga sometida en el sistema, se utiliza el módulo (*Module*) *Loads*. Las condiciones de carga van de la mano con las condiciones de borde (*Boundary Condition*). Por un lado, para definir las condiciones de borde se empieza por crear un empotramiento, es decir, una condición de encastre. En el paso *Initial*, se crea automáticamente una condición de contorno de encastre seleccionando la región *Set-1*, ya automáticamente en el módulo *Assembly* que restringe la superficie rígida inferior. Se restringe tanto el desplazamiento como la rotación en el eje "x", "y" y "z". En el paso

Step-Traction se ingresan dos condiciones de borde. una condición de límite de desplazamiento seleccionando la región *Set-Traction*. Se ingresa el valor de 50mm para el eje “y”, y 0mm en el eje “x” y “z”. Se observa el diagrama de procesos en la Figura 2.19. Por otro lado, las condiciones de carga no intervienen en esta prueba ya que las condiciones de borde son suficientes para controlar el desplazamiento y realizar un análisis posterior.

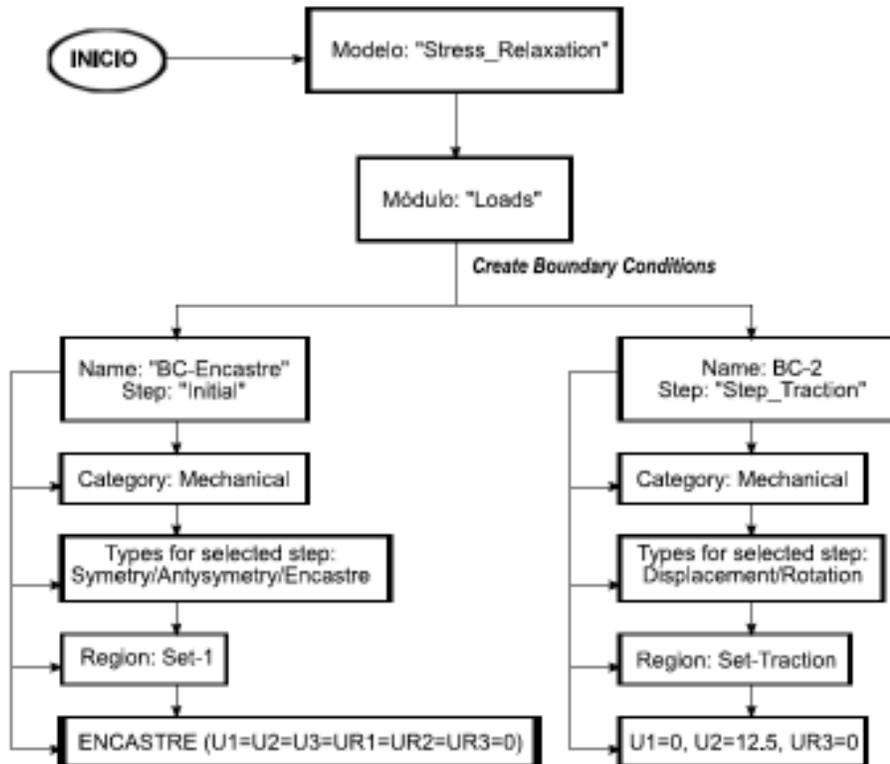


Figura 2.19. Diagrama de procesos para el ingreso de condiciones de borde del modelo, “Module:Loads”

Por último, para el mallado estructural se recurre al módulo (*Module*) *Mesh* y *Job*. Se crea una malla y se selecciona a la parte *Probeta* y 1 como tamaño de elemento global, mas no al ensamble. Mallar la pieza y asegurarse que el tipo de elemento de malla elegido sea un elemento híbrido de deformación plana para elementos cuadrangulares y triangulares. El software de EF, muestra el mensaje: “*Un cuadrilátero de tensión plano bilineal de 4 nodos, integración reducida, control de reloj de arena*”. Luego, se crea un trabajo llamado *Stress-Relaxation*, subirlo y monitorear la convergencia. La malla estructural del modelo que simula una prueba de relajación de esfuerzos *Stress-Relaxation* se muestra en la Figura 2.20. En el módulo (*Module*) *Visualization*, se

encuentra la herramienta *ODB Display Options* en la que se ingresan los valores deseados de visualización del modelo.

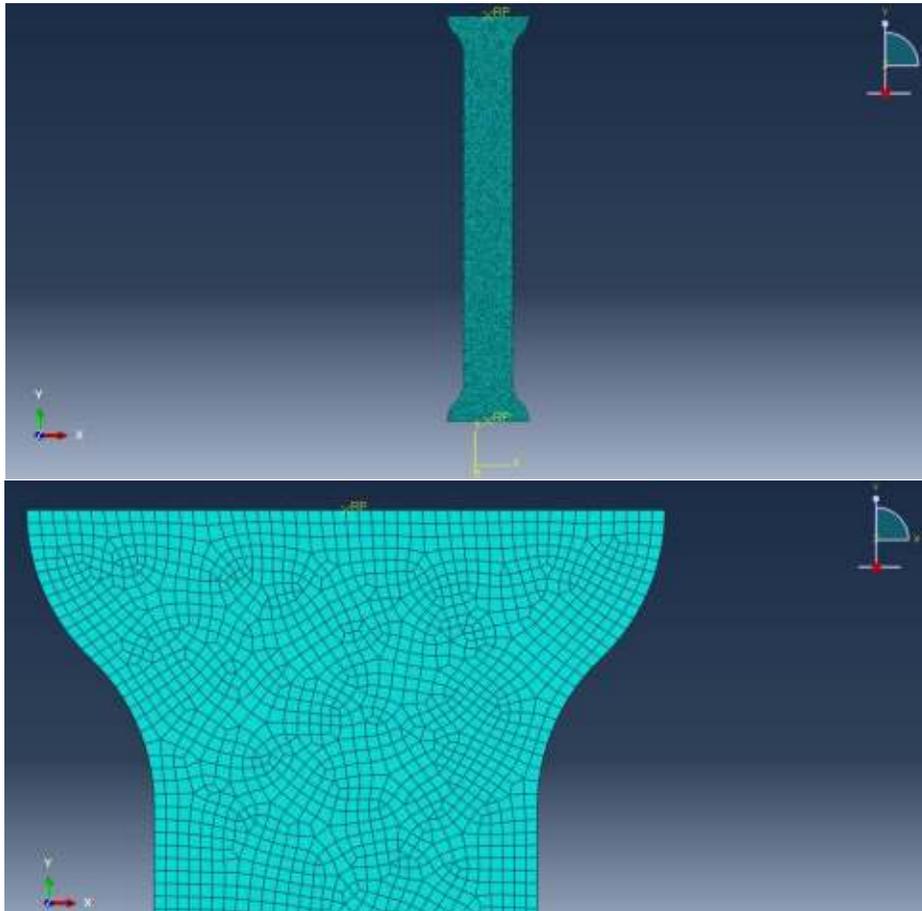


Figura 2.20. Malla estructural del modelo que simula la prueba de relajación de esfuerzos *Stress-Relaxation*

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Prueba de Relajación de Esfuerzos “Stress Relaxation Test”

Los ensayos se realizaron para 3 probetas por temperatura en un rango de 80 a 115°C cada 5°C para una deformación del 5% de las dimensiones de la probeta a temperatura ambiente. El software de la máquina universal de ensayos exporta datos de tiempo, desplazamiento y fuerza en segundos, milímetros y newtons respectivamente. Con la sección transversal pertinente, los datos obtenidos de esfuerzo se detallan con mayor claridad en el Anexo I. Se hace un promedio de los valores de ancho y espesor de las probetas en tres puntos como se observa en la Figura 3.1 para el cálculo del coeficiente de Poisson de acuerdo con la ecuación (2.7).

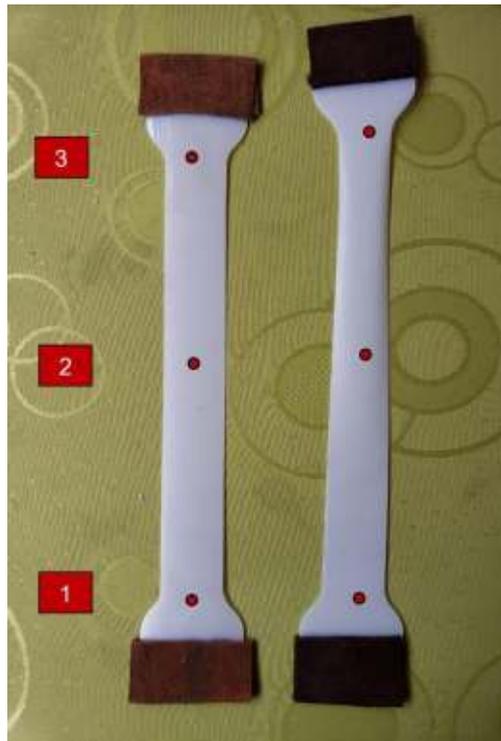


Figura 3.1. Probeta inicial y probeta ensayada a 90°C de la prueba de relajación de esfuerzos.
Puntos en los que se tomó medidas antes y después del ensayo

Posteriormente se realiza un promedio total de las medidas de ancho, longitud y luego, el cálculo del coeficiente de Poisson y la deformación unitaria. Se muestran los valores medidos para temperatura ambiente, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110 y 115°C donde existe fractura (f) o contracción (c). Además, se muestra el promedio y el cálculo del coeficiente

de Poisson y deformación unitaria según la ecuación (2.7). A continuación, se presenta un ejemplo de cálculo de las probetas ensayadas a 80°C de la Tabla 3.2.

Ejemplo de cálculo:

$$W_{\text{prom1}} = \frac{29,58 + 28,24 + 29,07}{3} = 28,96$$

$$W_{\text{f-total}} = \frac{W_{\text{prom1}} + W_{\text{prom2}} + W_{\text{prom3}}}{3} = \frac{28,96 + 29,33 + 29,46}{3} = 29,33$$

$$l_{\text{f-total}} = \frac{l_{\text{f1}} + l_{\text{f2}} + l_{\text{f3}}}{3} = \frac{266,46 + 264,12 + 257,05}{3} = 262,54$$

$$v_1 = -\frac{\frac{\Delta w}{w_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} = -\frac{\frac{w_{\text{ftotal}} - w_0}{w_0}}{\frac{l_{\text{ftotal}} - l_0}{l_0}} = -\frac{\frac{29,33 - 30,00}{30,00}}{\frac{262,54 - 250,00}{250,00}}$$

$$v_{\text{total}} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = \boxed{0,427}$$

Tabla 3.1. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a Temperatura ambiente

Cálculo del coeficiente de Poisson a Temperatura Ambiente (20°C)												
Medida	Probeta			N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	29,91	29,82	1	30,00	29,89	1	29,96	29,88	1	29,96
2		30,00(f)	2		30,00(f)	2		29,68(f)				
3		29,55	3		29,69	3		30,00				
Promedio 29,86												
Longitud [mm]			252,96			252,88			253,68			
Promedio 253,17												
Espesor	1	0,67	0,66	1	0,65	0,65	1	0,66	0,66	1	0,66	
	2	0,64		2	0,64		2	0,66				
	3	0,67		3	0,66		3	0,65				
	Promedio 0,66											
	Coeficiente de Poisson [ν]			0,51			0,31			0,27		
Promedio 0,363												

Tabla 3.2. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 80°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 80°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho w [mm]	1	29,58	28,96	1	29,38	29,33	1	29,56
2		28,24	2		29,28	2		29,67 (f)	
3		29,07	3		29,33	3		29,16	
Promedio 29,33									
Longitud l [mm]	266,46			264,12			257,05		
	Promedio 262,54								
Espesor [mm] t	1	0,62	0,55	1	0,63	0,56	1	0,67	0,66
	2	0,53		2	0,61		2	0,66	
	3	0,49		3	0,44		3	0,66	
	Promedio 0,59								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,52			0,40			0,36		
	Promedio 0,427								

Tabla 3.3. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 85°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 85°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	29,43	29,27	1	29,54	28,90	1	29,46
2		29,85	2		29,25	2		29,89(f)	
3		28,54	3		27,92	3		29,12	
Promedio 29,22									
Longitud [mm]	264,45			267,88			261,06		
	Promedio 264,46								
Espesor	1	0,64	0,57	1	0,61	0,58	1	0,67	0,57
	2	0,55		2	0,63		2	0,43	
	3	0,52		3	0,49		3	0,62	
	Promedio 0,57								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,42			0,52			0,39		
	Promedio 0,443								

Tabla 3.4. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 90°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 90°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	30,18	27,81	1	30,43	28,79	1	30,21
2		26,13(c)	2		28,09	2		28,66	
3		27,12	3		27,87	3		27,51	
Promedio 28,46									
Longitud [mm]	282,68			275,64			274,13		
	Promedio 277,48								
Espesor	1	0,57	0,60	1	0,55	0,57	1	0,59	0,58
	2	0,60		2	0,61		2	0,55	
	3	0,63		3	0,59		3	0,59	
	Promedio 0,58								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,55			0,39			0,42		
	Promedio 0,456								

Tabla 3.5. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 95°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 95°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	29,88	28,11	1	29,98	28,65	1	29,66
2		26,56(c)	2		28,02	2		27,55	
3		27,87	3		27,95(c)	3		27,96(c)	
Promedio 28,38									
Longitud [mm]	279,23			275,04			282,57		
	Promedio 278,95								
Espesor	1	0,57	0,54	1	0,55	0,57	1	0,54	0,55
	2	0,50		2	0,55		2	0,56	
	3	0,56		3	0,59		3	0,54	
	Promedio 0,55								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,53			0,45			0,41		
	Promedio 0,463								

Tabla 3.6. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 100°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 100°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	30,21	28,10	1	30,12	28,94	1	30,08
2		26,94(c)	2		27,76(c)	2		26,85(c)	
3		27,15	3		28,95	3		28,03	
Promedio 28,45									
Longitud [mm]	281,98			277,34			277,02		
	Promedio 274,98								
Espesor	1	0,63	0,54	1	0,51	0,53	1	0,57	0,52
	2	0,51		2	0,48		2	0,53	
	3	0,49		3	0,59		3	0,47	
	Promedio 0,53								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,49			0,38			0,52		
	Promedio 0,471								

Tabla 3.7. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 105°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 105°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
	Ancho [mm]	1	29,77	28,03	1	29,92	28,11	1	29,96
2		25,96(c)	2		26,76(c)	2		26,88(c)	
3		28,01(c)	3		27,64(c)	3		27,46(c)	
Promedio 28,07									
Longitud [mm]	282,75			283,04			283,55		
	Promedio 283,11								
Espesor	1	0,62	0,59	1	0,61	0,54	1	0,63	0,58
	2	0,64		2	0,54		2	0,56	
	3	0,50		3	0,46		3	0,54	
	Promedio 0,57								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,50			0,49			0,47		
	Promedio 0,486								

Tabla 3.8. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 110°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 110°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
Ancho [mm]	1	29,93	27,98	1	29,87	28,27	1	29,94	28,21
	2	26,08(c)		2	26,96(c)		2	27,22(c)	
	3	27,94(c)		3	27,99		3	27,57	
	Promedio 28,15								
Longitud [mm]	283,36			283,21			281,14		
	Promedio 282,57								
Espesor	1	0,56	0,59	1	0,62	0,58	1	0,60	0,55
	2	0,65		2	0,55		2	0,55	
	3	0,58		3	0,56		3	0,49	
	Promedio 0,57								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,52			0,43			0,48		
	Promedio 0,476								

Tabla 3.9. Medidas de longitud, ancho y cálculo de coeficiente de Poisson de probetas ensayadas a 115°C

Cálculo del coeficiente de Poisson a 115°C									
Medida \ Probeta	N°1			N°2			N°3		
Ancho [mm]	1	29,92	28,15	1	29,97	27,80	1	29,79	27,91
	2	27,51(c)		2	26,53(c)		2	26,71(c)	
	3	27,01(c)		3	26,89(c)		3	27,23(c)	
	Promedio 27,95								
Longitud [mm]	283,32			284,40			283,68		
	Promedio 283,80								
Espesor	1	0,59	0,52	1	0,61	0,55	1	0,62	0,54
	2	0,52		2	0,55		2	0,54	
	3	0,45		3	0,49		3	0,46	
	Promedio 0,54								
Coeficiente de Poisson [ν]	0,47			0,52			0,50		
	Promedio 0,497								

El código generado en Matlab para la obtención de los pares de *Prony* lee la pestaña de un archivo Excel con los datos generados al realizar los ensayos. Al obtener datos de fuerza en Newtons entonces se incluye el cálculo de la sección transversal para obtener el esfuerzo, la deformación unitaria y el posterior cálculo del módulo de elasticidad. Los promedios de las mediciones y el cálculo de los parámetros necesarios como entrada en MatLab para el cálculo de pares *Prony* se muestran en las Tabla 3.10 y Tabla 3.11 .

Es importante recalcar que la entrada de los valores del módulo de elasticidad que se introduce en el comportamiento elástico en el software de EF corresponde al valor del módulo de relajación instantánea y no al módulo de elasticidad obtenido en la curva Esfuerzo vs. Deformación, es decir, el valor del módulo de relajación al instante en que empieza la relajación de esfuerzos. En este caso, ese valor corresponde al valor del módulo de relajación al tiempo de 30 segundos como se observa en la Tabla 3.11. La densidad se considera una constante en el presente estudio.

Ejemplo de cálculo:

$$A_{t\ 90^{\circ}\text{C}} = t_{\text{prom}90^{\circ}\text{C}} * w_{\text{prom}90^{\circ}\text{C}} = 0,58 * 28,46$$

$$A_{t\ 90^{\circ}\text{C}} = 16,5068\text{mm}^2$$

$$\varepsilon_{90^{\circ}\text{C}} = \frac{l_{\text{ftotal}} - l_0}{l_0} = \frac{277,48 - 250}{250}$$

$$\varepsilon_{90^{\circ}\text{C}} = 0,10992$$

Tabla 3.10. Medidas de longitud, ancho y espesor promedio de probetas ensayadas a diferentes temperaturas

Temperatura [°C]	Longitud Promedio l [mm]	Ancho Promedio w [mm]	Espesor promedio t [mm]
Tambiente	253,17	29,86	0,66
80	262,54	29,33	0,59
85	262,46	29,22	0,57
90	277,48	28,46	0,58
95	278,95	28,38	0,55
100	277,34	28,45	0,53
105	283,11	28,07	0,57
110	282,57	28,15	0,57
115	282,80	27,95	0,52

Tabla 3.11. Coeficiente de Poisson, módulo de Young, área transversal y deformación unitaria de probetas ensayadas a diferentes temperaturas

Parámetros calculados para el input del código generado en Matlab					
Temperatura [°C]	Área Transversal A_t [mm ²]	Coefficiente de Poisson ν	Deformación Unitaria [-]	Módulo de Elasticidad [MPa]	Módulo de Relajación instantáneo [MPa]
Tambiente	19,708	0,363	0,01268	1819,21	-
80	17,305	0,427	0,05016	699,55	108,58
85	16,655	0,443	0,05784	552,25	103,79
90	16,507	0,456	0,10992	322,81	73,09
95	15,609	0,463	0,11581	28,33	11,77
100	15,079	0,471	0,10936	22,97	2,10
105	15,999	0,486	0,13244	6,54	0,92
110	16,046	0,476	0,13028	1,39	0,75
115	14,534	0,497	0,13121	1,98	0,57

Por un lado, el módulo de elasticidad posee una tendencia inversamente proporcional respecto a la temperatura. Mientras la temperatura aumenta, el módulo de elasticidad disminuye. Los valores obtenidos disminuyen exponencialmente a medida que se alcanza el rango de la temperatura de termoformado. Para diferentes tipos de poliestireno, esta tendencia se mantiene como se evidencia en el trabajo de [38]. Por otro lado, el módulo de relajación presenta valores inferiores al módulo de elasticidad, sin embargo, sigue una tendencia similar.

3.2. Obtención de los pares de “Prony”

Una vez ingresadas las variables, el código generado calcula los pares de *Prony* para una serie de 5 en las temperaturas mencionadas que se observan en la Tabla 3.12. Se utilizarán para el SRT y la simulación axisimétrica. Los resultados obtenidos para cada temperatura se detallan de mejor manera en el Anexo IV. Se observa que el módulo de elasticidad disminuye con la temperatura y el coeficiente de Poisson aumenta con la temperatura [19] en el rango de 70 a 100°C, antes de T_g ; con un valor entre 95 a 114°C [22]. A medida que se acerca a la T_g , el módulo de elasticidad E , el módulo de cizalladura G y el módulo de compresibilidad K disminuyen.

Tabla 3.12. Términos de la serie de *Prony* usados en el modelo del PS para N=5

Temperatura [°C]	N	g_k	k_k	τ_k
80	1	4,34E-01	4,34E-01	6,41E+00
	2	2,59E-01	2,59E-01	6,17E+01
	3	6,19E-02	6,19E-02	6,17E+01
	4	1,47E-06	1,47E-06	2,00E+01
	5	1,80E-01	1,80E-01	1,11E+00
85	1	5,73E-03	5,73E-03	1,22E+00
	2	2,13E-01	2,13E-01	1,07E+00
	3	1,95E-01	1,95E-01	1,43E+02
	4	4,79E-01	4,79E-01	6,28E+00
	5	5,83E-02	5,83E-02	1,43E+02
90	1	3,87E-01	3,87E-01	3,27E+00
	2	1,18E-01	1,18E-01	5,44E-01
	3	1,53E-02	1,53E-02	3,97E+01
	4	2,47E-03	2,47E-03	4,01E+01
	5	4,16E-01	4,16E-01	4,29E+01
95	1	4,77E-02	4,77E-02	4,40E-02
	2	3,82E-01	3,82E-01	6,43E-01
	3	2,69E-01	2,69E-01	9,70E+00
	4	1,32E-01	1,32E-01	4,23E+02
	5	1,69E-01	1,69E-01	2,32E+01
100	1	1,65E-01	1,65E-01	1,52E+01
	2	8,82E-02	8,82E-02	1,30E+00
	3	5,31E-01	5,31E-01	6,53E+02
	4	1,28E-01	1,28E-01	1,52E+01
	5	8,70E-02	8,70E-02	7,25E-02
105	1	5,73E-01	5,73E-01	2,50E+02
	2	3,40E-01	3,40E-01	1,21E+01
	3	6,18E-04	6,18E-04	1,20E+01
	4	2,43E-02	2,43E-02	1,76E-01
	5	6,12E-02	6,12E-02	4,62E-01
110	1	2,72E-01	2,72E-01	1,97E+02
	2	5,55E-01	5,55E-01	4,49E+01
	3	1,84E-05	1,84E-05	1,95E+02
	4	1,49E-01	1,49E-01	2,64E+00
	5	3,69E-04	3,69E-04	4,56E+01
115	1	2,50E-01	2,50E-01	5,05E+01
	2	3,05E-01	3,05E-01	5,04E+01
	3	3,02E-01	3,02E-01	5,04E+01
	4	2,04E-05	2,04E-05	5,01E+01
	5	8,10E-02	8,10E-02	5,04E+01

Los valores de g_k y k_k son los mismos. Algunos autores tampoco están interesados en el valor de k_k debido a que se relaciona con las variaciones volumétricas de un cuerpo sometido a compresión. En el presente estudio no hay variaciones volumétricas significativas en las muestras ensayadas [12]. El tiempo de relajación τ_k comprende valores entre 7,25E-02 y 4,23E+02 correspondientes al mínimo y máximo valor respectivamente.

Tabla 3.13. Error del método de mínimos cuadrados de los términos de la serie de *Prony* usados en el modelo del PS para N=5 a cada temperatura evaluada

Temperatura [°C]	Error del método de mínimos cuadrados
80	5,62E-08
85	9,73E-08
90	9,81E-08
95	8,45E-08
100	5,83E-09
105	9,25E-08
110	9,48E-08
115	4,64E-08

En la Tabla 3.13 se muestra que para todas las temperaturas el error calculado es considerablemente menor a la tolerancia de la función especificada en el código generado, correspondiente al valor de 1E-07.

3.3. Análisis de sensibilidad de mallado

Se realiza un análisis de sensibilidad de mallado para la prueba de relajación de esfuerzos SRT a probetas de PS evaluadas al 5% de deformación. Al iniciar la prueba, se toman 30s para llegar a la posición inicial del ensayo que es de 12,5mm y durante 300s se mide la relajación. Se evaluará la sensibilidad de mallado para el tiempo 30s, 180s y 330s para la temperatura de 95°C y una variación del tamaño global de los elementos de 0,25 a 20 como se observa en la Tabla 3.14.

Tabla 3.14. Análisis de sensibilidad de mallado de la prueba de relajación de esfuerzos SRT para probetas de PS evaluadas a 95°C al 5% de deformación en el LAEV

Temperatura [°C]	Tamaño global del elemento	Número de elementos	Tiempo	Esfuerzo
95	0,25	155668	30	0,4963360
			180	0,0462358
			330	0,0323850
	0,5	38970	30	0,4962980
			180	0,0462322
			330	0,0323825
	1	9553	30	0,4964880
			180	0,0462499
			330	0,0323949
	1,5	4236	30	0,4964400
			180	0,0462458
			330	0,0323921
	2	2351	30	0,4976000
			180	0,0463530
			330	0,0324671
	3	995	30	0,4976450
			180	0,0463561
			330	0,0324692
	5	360	30	0,4977380
			180	0,0463674
			330	0,0324781
	10	83	30	0,5000980
			180	0,0466047
			330	0,0326586
15	40	30	0,5011920	
		180	0,0465216	
		330	0,0325616	
20	32	30	0,5029020	
		180	0,0466277	
		330	0,0326154	

Tabla 3.15. Error del método de mínimos cuadrados de los términos de la serie de *Prony* usados en el modelo del PS para N=5 a 95 y 100°C

Temperatura [°C]	Tiempo	Esfuerzo
95	30	0,588351
	180	0,055433
	330	0,038077
100	30	0,105159
	180	0,046255
	330	0,035339

En la Tabla 3.14 se observa cómo aumenta el tamaño global del elemento y, por lo tanto, se reduce el número de elementos. Para los 30s, la variación del esfuerzo para 0,25 es

de 0,4963360 y para 20 es de 0,5029020 por lo que, la tendencia al iniciar el ensayo es muy aproximada. Para los 180s, la variación del esfuerzo a 0,25 es de 0,0462358 y para 20 es de 0,0466277 por lo que, sigue siendo preciso a la mitad de la duración del ensayo. Por último, para los 330s la variación del esfuerzo a 0,25 es de 0,0323850 y para 20 es de 0,0326154 siendo incluso más preciso al finalizar el ensayo. En la Tabla 3.15, se denota que hay un mínimo error a la mitad y al final del ensayo. Sin embargo, al principio del ensayo se puede tener ciertas limitaciones debido a la precisión del modelo generalizado de Maxwell.

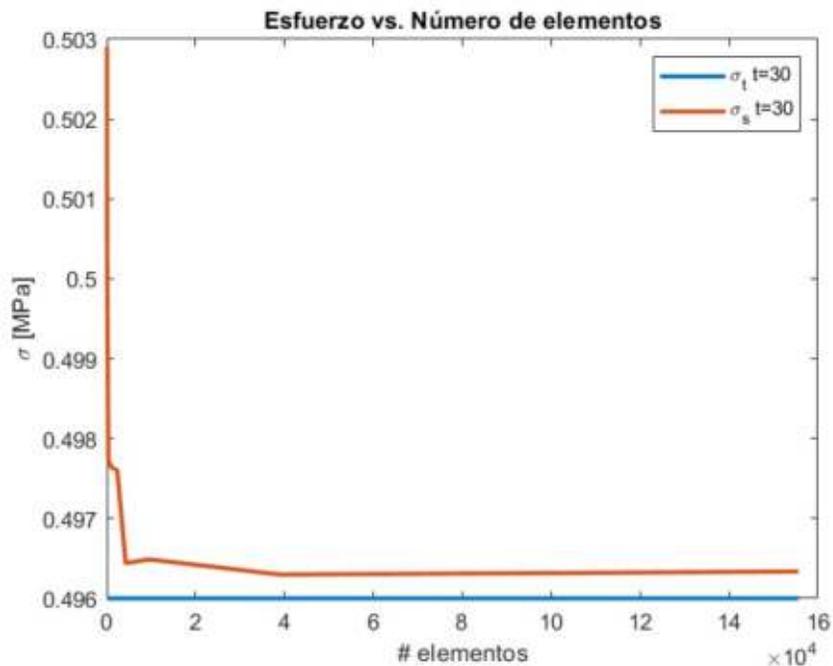


Figura 3.2. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=30s

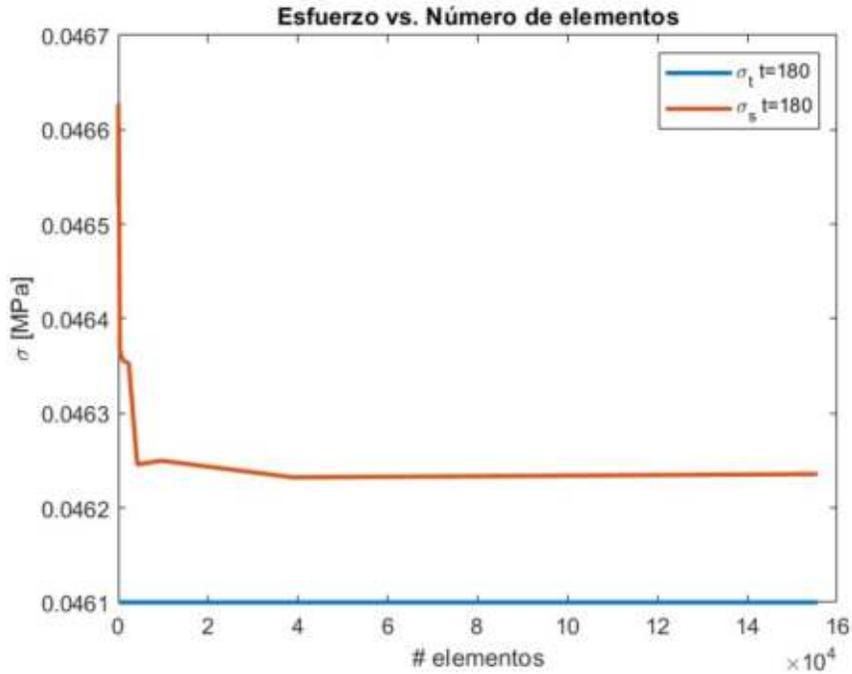


Figura 3.3. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=180s

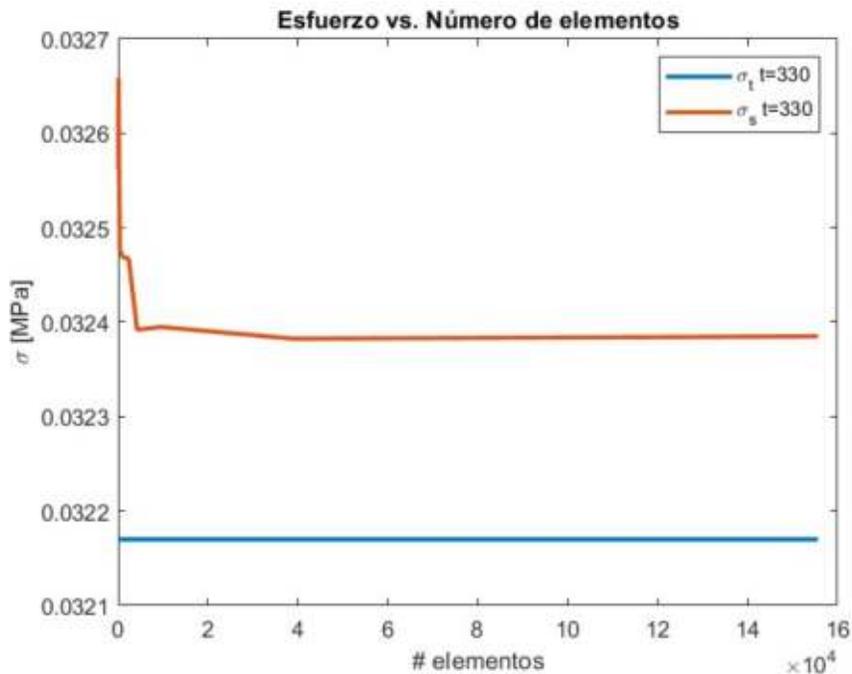


Figura 3.4. Esfuerzo vs. N° de elementos de malla para la prueba de relajación de esfuerzos de probeta de PS a 95°C a t=330s

Se muestran en las gráficas anteriores una comparación al tiempo 30s, 180s, y 330s del esfuerzo simulado y experimental en función del número de elementos de mallado. En

la Figura 3.2, se observa que para 30s a partir del tamaño de elemento de 0,5 para la gráfica simulada se aproxima mucho a la gráfica experimental presentando un valor aproximado de esfuerzo y siendo casi paralelas a partir de 1. En la Figura 3.3, se observa que para 180s las gráficas parecen estar un poco más dispersas de sus valores de esfuerzo al igual que la Figura 3.4 para 330s. Sin embargo, los valores de esfuerzo tienen variaciones centesimales que resultan ser muy amplios en las gráficas presentadas. Para ambas figuras, la curva simulada se estabiliza a partir del elemento 4. Así pues, mientras más pequeño es el número de elementos de mallado, la respuesta del software de simulación es más precisa pero más lenta, por lo tanto, al no tener variaciones significativas en los valores de esfuerzo, no influye que el tamaño del elemento sea pequeño. En efecto, se escogió un tamaño global del elemento de 1 resultado de un mallado bastante fino. Si se escogiera diferente tamaño de elemento, no influiría directamente a la simulación.

3.4. Comparación entre la simulación y la experimentación

3.4.1. Gráficos de esfuerzo, módulo de relajación y deformación en función del tiempo

Los gráficos de diferentes propiedades en función del tiempo se obtuvieron para las 8 temperaturas. El software de EF informará los resultados de esfuerzo basado en el esfuerzo promedio de los elementos circundantes. También se puede solicitar el valor de esfuerzo para un elemento en particular además de múltiples valores de esfuerzo correspondientes a los puntos de integración similares a la Figura 3.5.

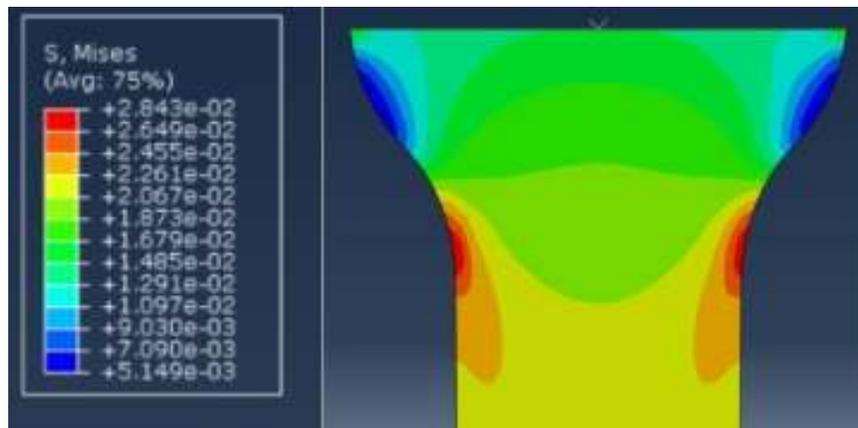


Figura 3.5. Esfuerzo de Von Mises mostrados en el software de EF para la prueba de relajación de esfuerzos SRT a 100°C

Se observa que la concentración de esfuerzos se encuentra en los radios de entalle como se esperaba; sin embargo, el área de interés corresponde a los esfuerzos amarillos para todas las temperaturas con un valor máximo de 0,061MPa para 100°C como se observa en la Figura 3.5.

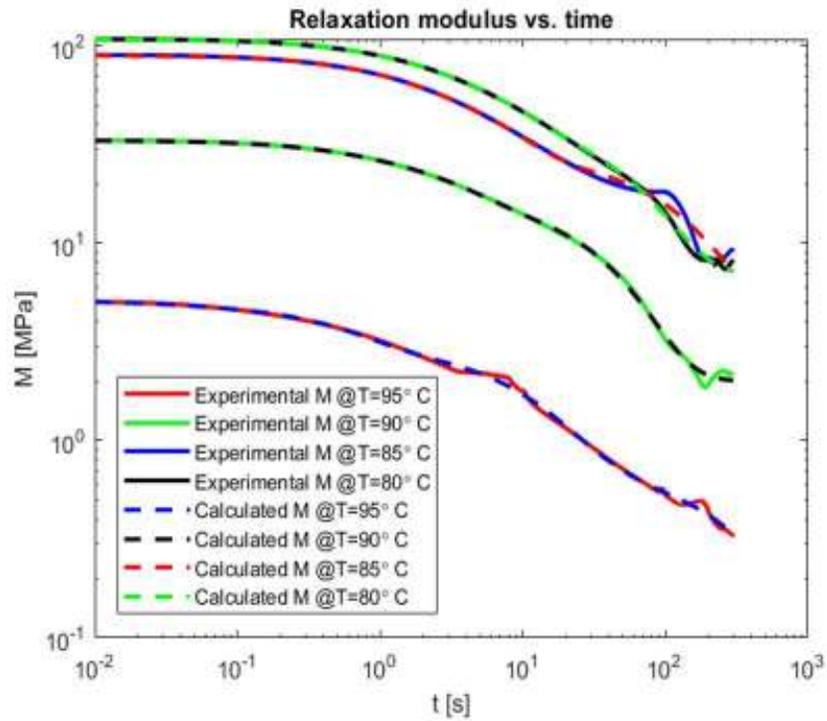


Figura 3.6. Datos en escala logarítmica graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos SRT: Módulo de relajación vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación para $N = 5$

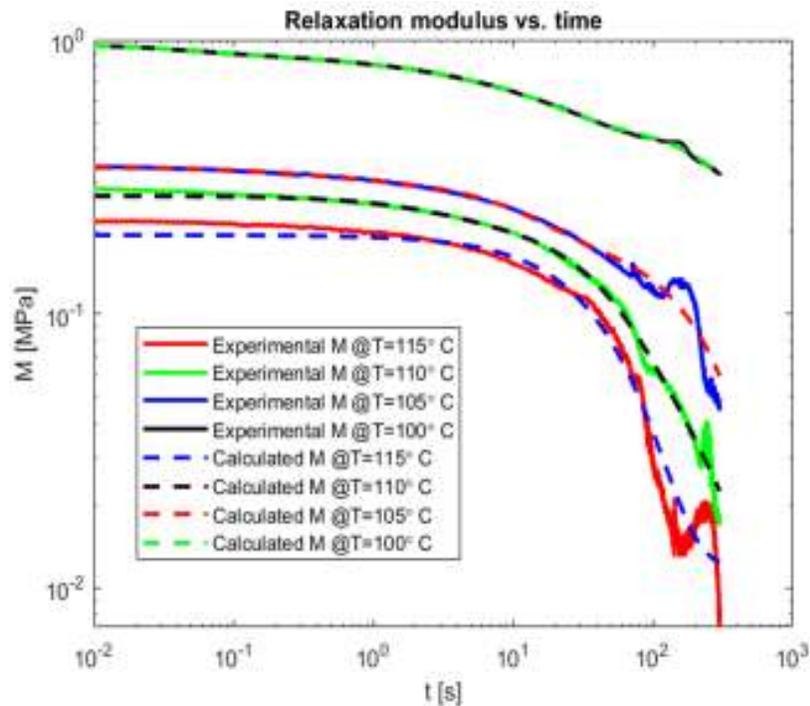


Figura 3.7. Datos en escala logarítmica graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos SRT: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación

En la Figura 3.6 y la Figura 3.7 se presentan los datos de la experimentación y el cálculo del módulo de relajación para probetas ensayadas a 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110 y 115°C. Están en una escala logarítmica debido a los largos períodos de permanencia del experimento; sin embargo, dado que son solo 300 segundos de espera, el período de estabilización del módulo de relajación no está representado, pero las fluctuaciones se indican al final. Para las temperaturas de 80, 90, 110 y 115°C, la tendencia de las curvas experimentales al final es muy ruidosa. El control de la variación de la temperatura tiene un papel importante ya que el material al enfriarse se endurece y marca mayores esfuerzos. También se observa que la curva con mayor temperatura, entre 100 y 115°C, poseen una relajación más suave en aquellas con menor temperatura entre 80 y 95°C.

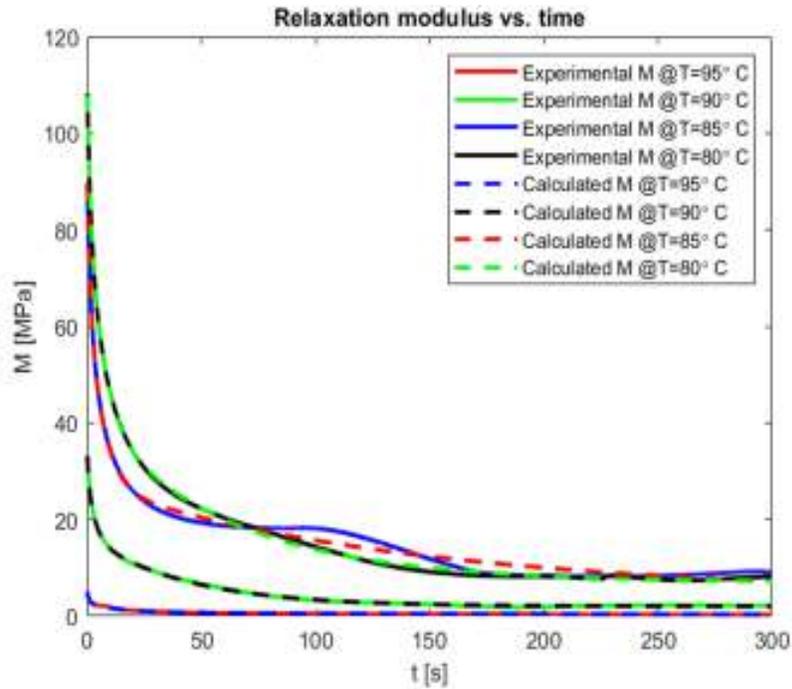


Figura 3.8. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación

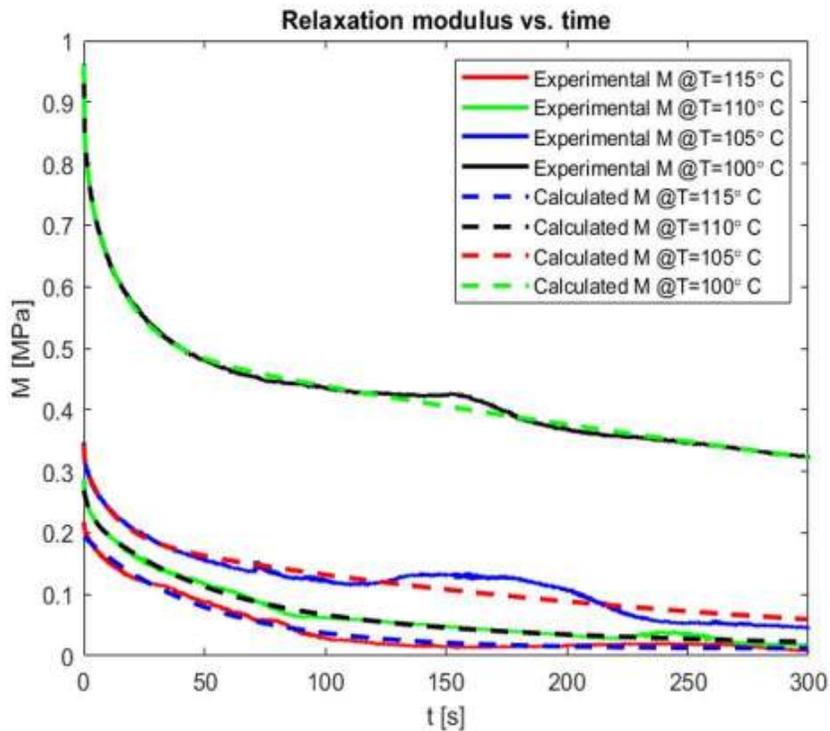


Figura 3.9. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación

Por otro lado, la Figura 3.8 y la Figura 3.9 muestra las tendencias de la curva para un rango entre 80 y 115°C del módulo de relajación en una escala normal. La estabilización del módulo de relajación a lo largo del tiempo es alrededor de 8,04MPa para 80°C; de 10,58 MPa para 85°C; de 4,84 MPa para 90°C, de 0,75MPa para 95°C, de 0,71MPa para 100°C, de 0,12MPa para 105°C, de 0,046 MPa para 110°C y de 0,021MPa para 115°C. A partir de los 95°C, se logra una estabilización menos de 1MPa en el que existe también el rango de temperatura de termoformado y el comportamiento viscoelástico del material. La tendencia exponencial de la curva experimental se superpone casi por completo a la curva calculada en cada temperatura, excepto por la de 90 y 105°C. El material a 80°C tarda más en estabilizar sus tensiones. La relajación en el rango de 90 y 110°C es más suave a medida que pasa el tiempo. No se indica ruido debido a la escala en comparación con la Figura 3.6 y la Figura 3.7.

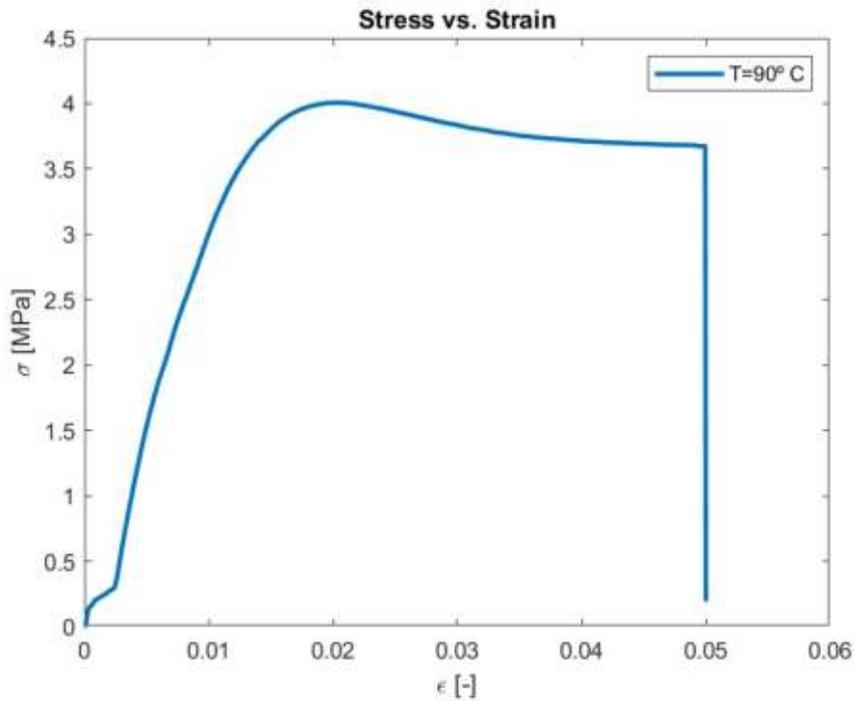


Figura 3.10. Datos graficados de la prueba de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Deformación para 90°C

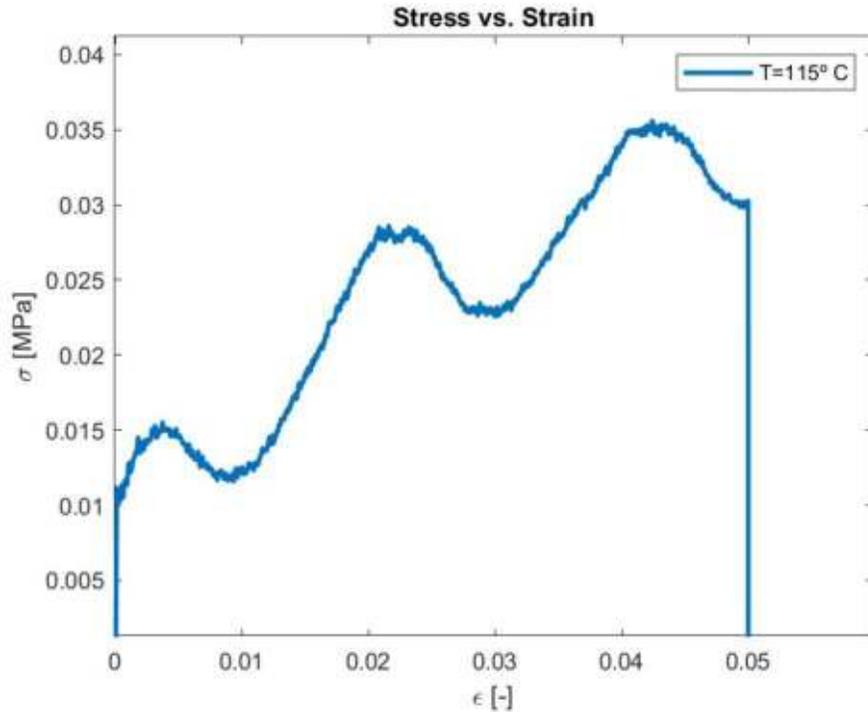


Figura 3.11. Datos graficados de la prueba de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Deformación para 115°C

La Figura 3.10 muestra la tendencia general de las probetas ensayadas entre 80 y 95°C durante la experimentación. El STR comienza cuando la deformación es constante al $0,05$ de deformación. El módulo de relajación instantáneo del experimento es calculado a partir del tiempo 0 en la relajación. El módulo de elasticidad es calculado en la zona plástica de la curva esfuerzo vs deformación. Se observa, además, que al inicio de la curva existe un cambio de pendiente diferente al comportamiento usual en la zona elástica. La muestra Figura 3.11 la tendencia general de las probetas ensayadas entre 100 y 115°C durante la experimentación. Se observan picos y valles durante la carga del material antes de llegar a la relajación cuando la deformación es constante.

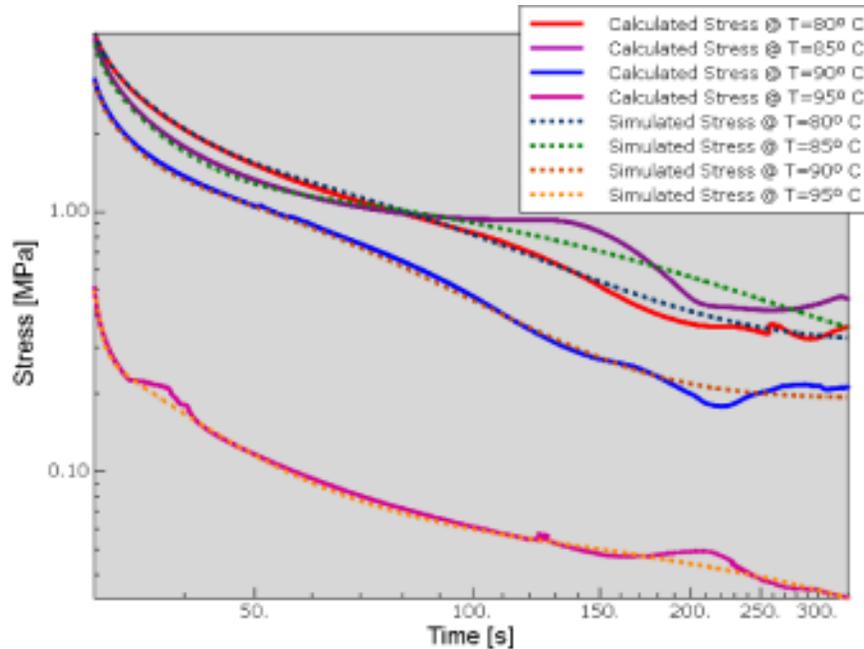


Figura 3.12. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Esfuerzo vs. Tiempo para 80°C, 85°C, 90°C, 95°C de probetas ensayadas al 5% de deformación

En la Figura 3.12, se observan los resultados de la simulación y prueba de relajación de esfuerzos para las probetas ensayadas en un rango de 80 a 95°C. La simulación y los datos experimentales concuerdan y muestran una tendencia decreciente del esfuerzo con respecto al tiempo. Las probetas ensayadas entre 80 y 90°C se observan de forma más agrupada por lo que presentan valores similares en cuanto a sus esfuerzos, mientras que la probeta ensayada a 95°C posee valor de esfuerzos menores presentando una caída significativa en sus propiedades.

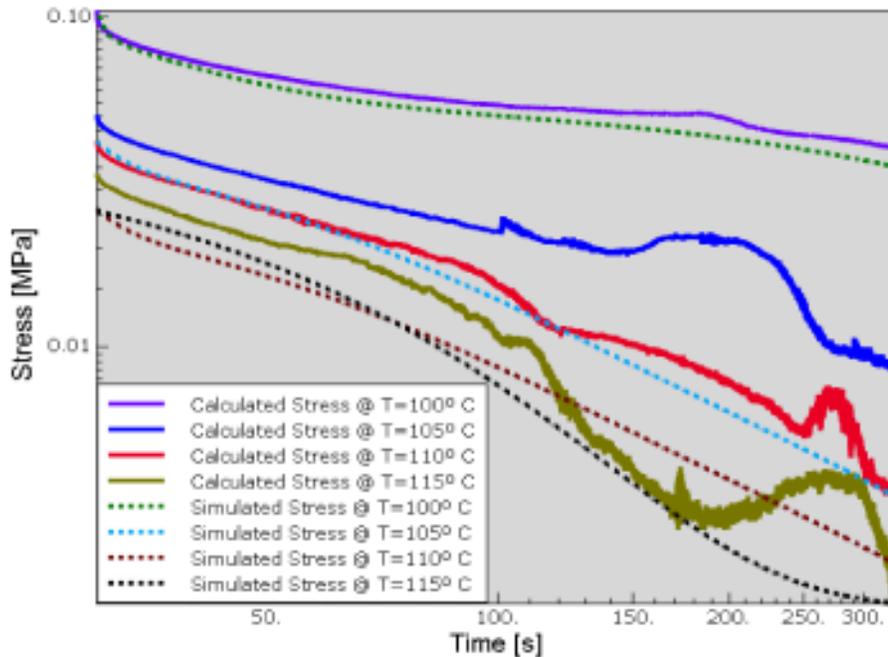


Figura 3.13. Datos graficados de la prueba y simulación de relajación de esfuerzos STR: Módulo de relajación vs. Tiempo para 100°C, 105°C, 110°C, 115°C de probetas ensayadas al 5% de deformación

En la Figura 3.13 se muestran la respuesta de la simulación y la prueba de relajación de esfuerzos de 100 a 115°C. La probeta ensayada a 100°C muestra un comportamiento similar entre la experimentación y la simulación, a diferencia de las probetas ensayadas a las demás temperaturas las mismas que presentan un desplazamiento apreciable con relación a los datos experimentales. En las gráficas experimentales, se aprecia mayor cantidad de ruido particularmente para las temperaturas de 105, 110 y 115°C.

3.5. Simulación axisimétrica

Para la explicación pertinente, se manejan diagramas de procesos que denotan la cronología de la simulación según la cartera de módulos (*Module*). El proceso es homólogo a la simulación *Stress Relaxation*. En primer lugar, se dimensiona los componentes con el módulo (*Module*) *Part*. Esta simulación demostrará que la metodología y simulación previa son válidas y se pueden simular geometrías más complicadas adaptadas al PS laminado de 0,7mm de espesor, en este caso, se simulará el proceso de termoformado de una semiesfera cuya presión ejercida equivale a la presión de vacío entre 0,0947MPa a 0,0989MPa [9]. La simulación es axisimétrica y se la puede utilizar cuando el problema es independiente del ángulo en coordenadas cilíndricas, por lo tanto, se diseñará la matriz o molde y la hoja de PS laminado. Para

conseguir una simetría axial, la geometría de la semiesfera se consigue en el plano y-x para más adelante realizar un barrido respecto al eje “y” con una línea de construcción. El flujo del proceso para la obtención de las partes se observa en la Figura 3.14.

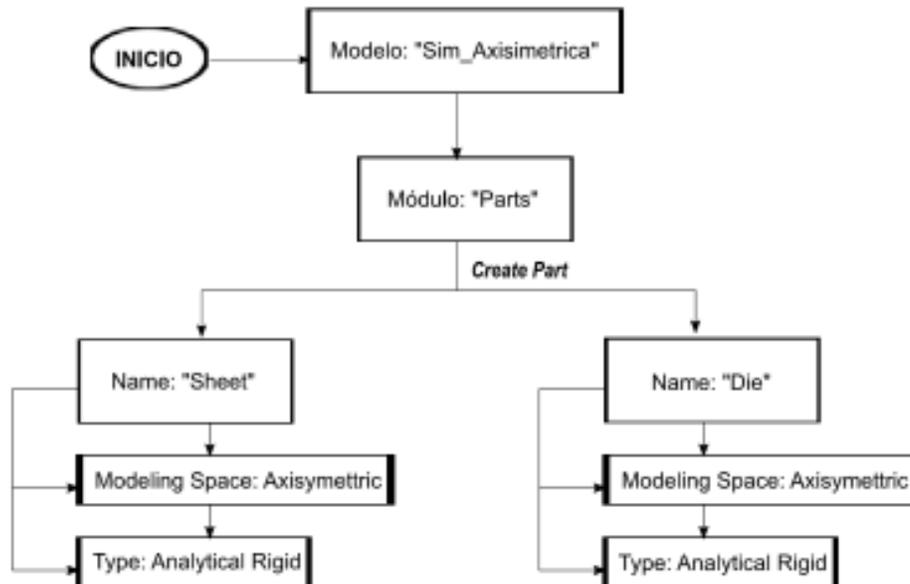


Figura 3.14. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, “Module: Parts”. Simulación axisimétrica

Por una parte, para ingresar las dimensiones de la lámina a termoformar *Sheet*, se recurre a las herramientas del Toolbox del software de EF y se empieza por ingresar los valores de la sección a extruir en *Section Sketch* con las dimensiones en el eje “y” de: 0,7mm y en “x” de:70mm. Por otro lado, para las dimensiones de la matriz *Die*, se toma en cuenta un diseño sencillo y ergonómico que referencia a la lámina plástica de un blíster utilizado en la industria farmacéutica para empaque de grajeas con las dimensiones que se muestran en la Figura 3.15. Las partes simétricas de la semiesfera se deben dibujar alrededor del eje de rotación marcada y únicamente en el primer cuadrante positivo. Por último, se asigna un punto de referencia (*Reference Point-RP*) a la matriz.

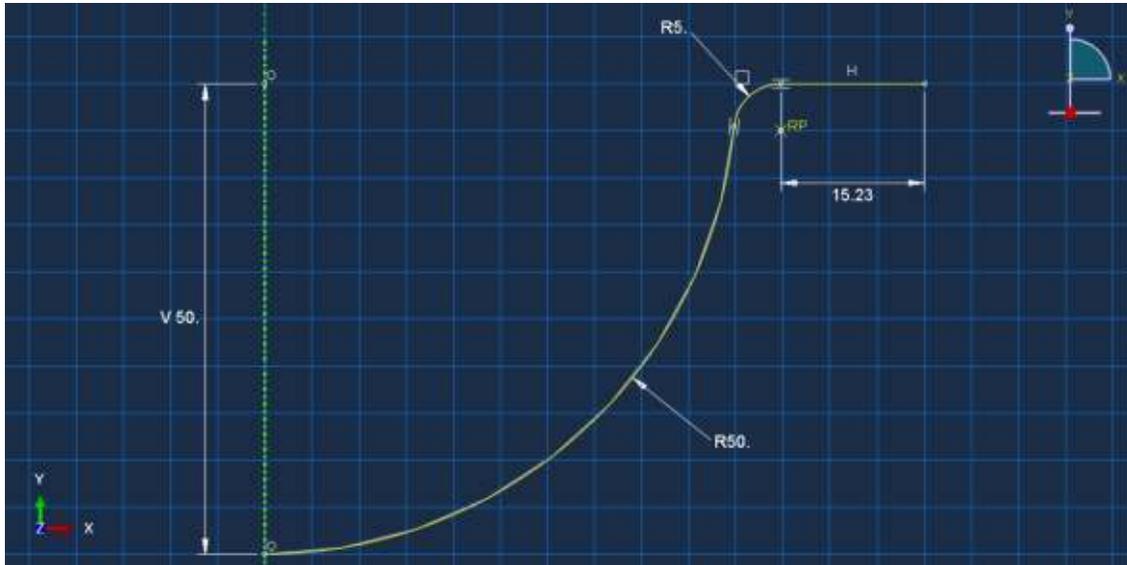


Figura 3.15. Diagrama de procesos para dimensionar las partes, "Module: Parts". Simulación axisimétrica

Más adelante, se asigna propiedades con el módulo (*Module*) *Property* y se crea un nuevo modelo para la lámina de PS. Se utiliza la serie de Prony de la Tabla 3.12 al igual que el modelo *Stress_Relaxation*. Por último, se crea una sección sólida y homogénea que haga referencia al PS y se define superficies. En el caso de la matriz, no se asigna material. Se define a la matriz en 2D y se la define como un plano rígido analítico *Shell*, que una vez que se realice el barrido, se comportará como un sólido rígido. Los siguientes pasos correspondientes a los módulos *Assembly*, *Steps*, e *Interactions* son homólogos al proceso de la simulación *Stress Relaxation*. En el caso del módulo *Loads* se debe insertar una carga, la cual equivale a la presión de termoformado en MPa. La carga posee una distribución uniforme y una magnitud de 0,1MPa.

La metodología mostrada y la simulación previa son válidas para aplicaciones de termoformado a cualquier geometría adaptada a PS de 0,7mm de espesor. La caracterización del material responde únicamente a su rango de temperatura de termoformado entre de 95°C y 115°C. En este caso se simulará el proceso de termoformado de una semiesfera cuya presión ejercida es igual a la presión de vacío alrededor de 0,098 MPa [5]. La matriz y la hoja laminada de PS se muestran en la Figura 3.16.

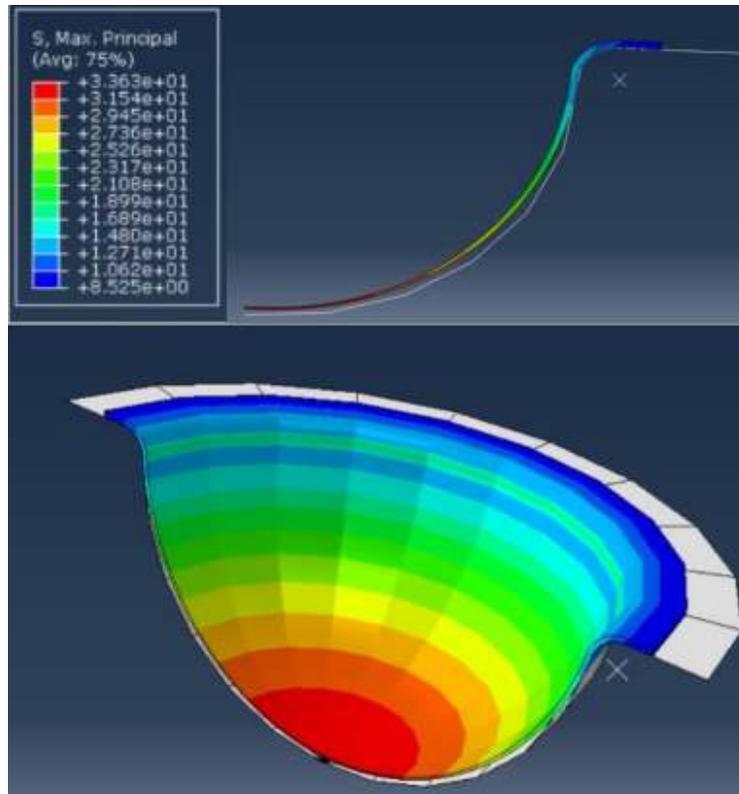


Figura 3.16. Simulación axisimétrica de una semiesfera para lámina de PS de 0,7mm a 95°C

Para el mallado estructural de la semiesfera se recurre al módulo (*Module*) *Mesh* y *Job*. Se crea una malla y se selecciona a la parte *Sheet* y 1 como tamaño de elemento global. Mallar la pieza y asegurarse que el tipo de elemento de malla elegido sea un elemento híbrido de deformación plana para elementos cuadrangulares y triangulares. El software de EF muestra el mensaje: “*Un cuadrilátero de tensión plano bilineal de 4 nodos, integración reducida, control de reloj de arena*” como se observa en la Figura 3.17. Luego, se crea un trabajo llamado *Simulación_Axisimétrica*, subirlo y monitorear la convergencia. En el módulo (*Module*) *Visualization*, se encuentra la herramienta *ODB Display Options* en la que se ingresan los valores deseados de visualización del modelo.

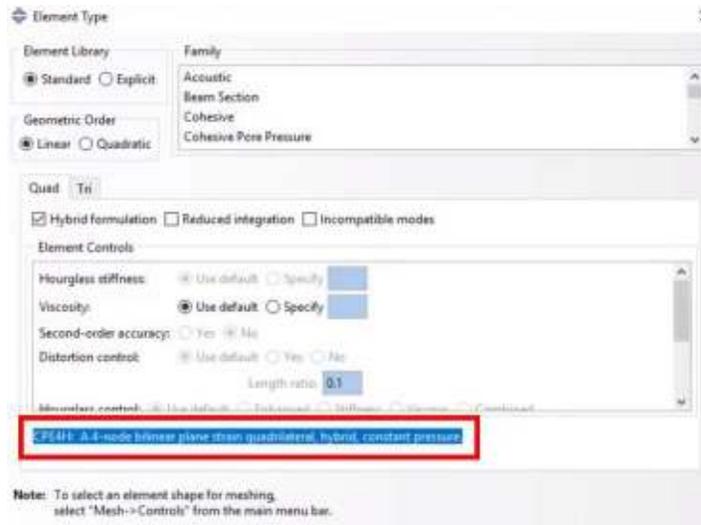


Figura 3.17. Malla estructural del modelo que simula el termoformado de una semiesfera

En el módulo *Results* para determinar los valores de tensión, se dirige a *Valores de sonda*. Se marca las casillas etiquetadas *Nodes* y *S, Mises*. En la ventana gráfica, se selecciona el nodo de interés. El software de EF informará sobre las tensiones basándose en el "promedio" de la tensión de los elementos circundantes.

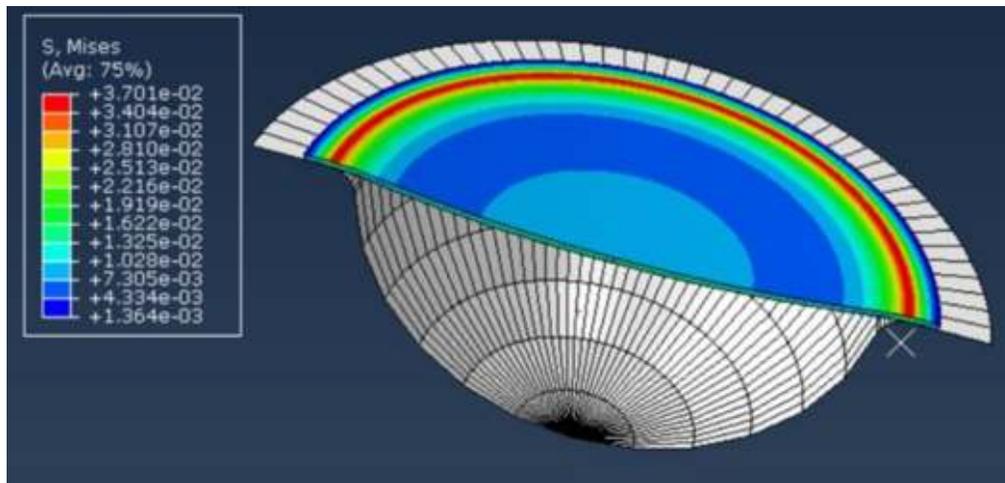


Figura 3.18. Simulación axisimétrica de una semiesfera para lámina de PS de 0,7mm entre 80 y 90°C

La Figura 3.18 muestra el resultado de la simulación axisimétrica para las temperaturas entre 80 y 90°C. La película del material no se termoforma por completo ya que no ha alcanzado su rango de termoformado en las temperaturas mencionadas.

4. CONCLUSIONES

4.1. Conclusiones

- Al realizar la simulación del proceso de termoformado del poliestireno laminado de 0,7mm de espesor, los parámetros que intervienen en el proceso como: presión de vacío, temperatura de termoformado, tiempos de enfriamiento y calentamiento del material se podrán controlar con eficiencia gracias a modelos viscoelásticos con el propósito de facilitar el proceso de selección de maquinaria, diseño de utillaje y selección de parámetros operativos.
- Al caracterizar al material con las herramientas computacionales presentadas, es posible obtener los requisitos para lograr un producto con características como espesor y uniformidad de la película, complejidad de los acabados y disminución de costos de producción según las necesidades del cliente, así como, identificar los puntos de mayor requerimiento del material, mejorar la calidad del producto y disminuir el desperdicio.
- Se concluye mediante el análisis realizado en el Anexo II que los métodos implementados en Matlab, con especial énfasis en el de la función *lsqcurvefit*, son adecuados para determinar los valores de las series de *Prony*.
- El modelo generalizado de Maxwell representa los fenómenos de viscoelasticidad a través del tiempo para el Poliestireno laminado de 0,7mm de espesor. Los datos sugieren que, al caracterizar el material con los pares de *Prony* y las pruebas de relajación de esfuerzos, la metodología mostrada en este estudio es adecuada. La respuesta del módulo de relajación y el esfuerzo en el tiempo para los resultados tanto calculados como experimentales es apropiada.
- El modelo generalizado de Maxwell es el modelo viscoelástico pertinente para el estudio del comportamiento viscoelástico del material. Este modelo combinado potencia los modelos simples que, con ajustes matemáticos y simplificaciones, la respuesta en el tiempo se ajusta muy bien a los datos reales.
- Las propiedades físicas involucradas como el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson tienen una tendencia a disminuir y aumentar respectivamente. Por un lado, el valor entre 2,6-3,1GPa del módulo de elasticidad consultado del PS disminuye casi a la mitad con un valor de 1,8GPa a temperatura ambiente. Por otro lado, el valor entre 2,6-3,1GPa del módulo de elasticidad consultado del PS disminuye casi cinco veces con un valor de

0,69GPa cuando la prueba comienza a 80°C. El coeficiente de Poisson aumenta en un 15% cuando comienza la prueba a 80°C. Para valores a partir de 95°C comienza a tener un aumento del 2% a medida que se realiza la STR a las temperaturas posteriores.

- Tanto el valor del módulo de cizalladura y el módulo de compresibilidad están directamente relacionados con el módulo de relajación, por lo tanto, seguirán la misma tendencia a lo largo del tiempo. El coeficiente de Poisson muestra una tendencia inversamente proporcional. Debido a que las curvas de la Figura 3.8 y la Figura 3.9 presentan la misma tendencia de valores para el módulo de relajación, se cumple que para la metodología propuesta para 5 pares de *Prony* es correcta.
- El módulo de relajación se obtiene mediante la misma forma que el módulo de elasticidad, sin embargo, representan diferentes propiedades ya que estos se obtienen en diferentes puntos de la curva esfuerzo-deformación. Mientras que el módulo de elasticidad se obtiene en la parte lineal antes de la deformación plástica en la zona elástica, el módulo de relajación se obtiene únicamente en una prueba de relajación de esfuerzos cuando la deformación es constante.
- El comportamiento escalonado presente en la Figura 3.11 se debe a que el material en la temperatura de 105, 110 y 115°C es muy sensible a las variaciones de temperatura. Esto se representa en la variación del esfuerzo del material con relación a los ciclos de calentamiento producidos por el control de temperatura. Los ciclos de temperatura se entienden como el encendido y apagado de las resistencias por parte del control de temperatura para alcanzar la temperatura objetivo. Los picos corresponden a la disminución por debajo de la temperatura objetivo mientras que los valles corresponden al aumento por sobre la temperatura objetivo.
- El comportamiento presente en la Figura 3.10 al inicio de la carga cuando varía la pendiente, puede ser producido por fallo en la sujeción en las mordazas (resbalamiento) introduciendo un error acumulado en el módulo de elasticidad.
- Para el cálculo del coeficiente de Poisson, el calentamiento de la probeta debe ser gradual, uniforme y homogéneo con el propósito de que el material no se contraiga y así pueda el experimento tener mayor precisión. Se recomienda un precalentamiento de la cámara y una sujeción rápida de la probeta para evitar cambios bruscos de temperatura.

- El largo de las probetas debería ser el 5% de deformación de la longitud original de 250mm; es decir, 262,5mm. Ese largo debería ser constante para todas las probetas, pero, a medida que aumenta la temperatura, el material se estira por su propio peso y antes de iniciar el ensayo la probeta debe estar tensa para que la elongación de los 12,5mm sea constante y la respuesta en el tiempo sea fiel a la tendencia de datos. Las medidas obtenidas en el laboratorio serían más fieles a la respuesta con extensómetro en las pruebas de relajación.
- Respecto al mallado, mientras más pequeño es el número de elementos de malla, la respuesta del software de simulación es más precisa pero más lenta, por lo tanto, al no tener variaciones significativas en los valores de esfuerzo, no influye que el tamaño del elemento sea pequeño. En efecto, se escogió un tamaño global del elemento de 1 resultado de un mallado bastante fino. Si se escogiera diferente tamaño de elemento, no influiría directamente a la simulación.
- La validez del método radica en los resultados de la simulación de la prueba *Stress Relaxation*. Si se comprueba que en la simulación se obtienen resultados similares al experimento realizado en el laboratorio, quiere decir que la simulación y la metodología a seguir es viable. Una vez que la simulación axisimétrica no da error alguno al correr, el rango entre 95°C y 115°C es el rango de temperatura de termoformado del Poliestireno laminado de 0,7mm de espesor.
- Se observa que existen muchas posibilidades de falla en la mordaza inferior ya que la temperatura será menor que la temperatura en la mordaza superior. Como el calentamiento no es uniforme sino después de un período de tiempo, el calor por convección tarda más en propagarse por toda la cámara.
- La respuesta experimental del esfuerzo para diferentes temperaturas sigue la misma tendencia que la respuesta calculada, sin embargo, se encuentra ligeramente desplazada hacia abajo. Las anomalías en el diseño del calentador, el ruido de los instrumentos y los cambios drásticos de temperatura son las razones por las que no son completamente fieles a la curva calculada, especialmente en las muestras probadas a 90, 95 y 115°C. Para estas temperaturas se presenta una diferencia visual debido a que existe variación menor a 1 Newton respecto a los valores calculados, que al representarlos en escala logarítmica, se visualizan con mayor claridad.

4.2. Trabajos futuros

Posterior a la definición de la metodología para la caracterización del poliestireno laminado de 0,7mm de espesor, se considera de gran interés un estudio de optimización tanto de los parámetros del proceso como parámetros de la simulación con el propósito de estudiar la distribución del espesor adaptado a geometrías complejas. Debido al arrastre de error en la medición de la deformación del material en las pruebas de relajación de esfuerzos, se sugiere realizar el mismo estudio implementando galgas extensiométricas. Además, se debe considerar un rediseño del ventilador o calentador con principios de transferencia de calor con el propósito de conseguir un calentamiento uniforme y homogéneo en toda la cámara.

El análisis dinámomecánico (DMA), se sugiere como un método de caracterización de materiales viscoelásticos en reemplazo a la prueba de relajación de esfuerzos para obtener los pares de *Prony*. Para la obtención específica de la temperatura de transición vítrea del material, se sugiere un análisis termo-mecánico (TMA) o calorimetría diferencial de barrido (DSC) así como las medidas de coeficientes de dilatación térmica y dureza mediante los cuales se puede realizar un análisis de transferencia de calor del modelo.

Referencias Bibliográficas

- [1] J. Andrade, L. Quinde , I. Pisco y M. Asencio, «Estudio Sectorial Plásticos,» *Cámara de industrias de Guayaquil*, pp. 3-6, 8 August 2018.
- [2] M. Ghobadnam, P. Mosaddegh, M. Rezaei Rejani y H. Amirabadi, *Numerical and experimental analysis of HIPS sheets in thermoforming process*, London: Springer-Verlag London, 2014.
- [3] ASEPLAS, «Guía de la industria plástica ecuatoriana,» *Guía de la industria plástica ecuatoriana*, p. 104, 26 Noviembre 2017.
- [4] ASEPLAS, «ÍTEGRA Edición 2014,» *INTEGRA Edición 2014*, pp. 100-124, 7 Junio 2008.
- [5] I. Rezazadeh-Bahadoran, *Online characterization of viscoelastic and stress-relaxation behavior in thermoforming*, Montreal: McGill University- Heritage Branch, 2005.
- [6] D. Gutierrez-Lemini, *Engineering Viscoelasticity*, New York: Springer, 2014.
- [7] J. Cha, M. Kim, D. Park y J. Sang-go, *Experimental determination of the viscoelastic parameters of K-BKZ model and the influence of temperature field on the thickness distribution of ABS thermoforming*, Republic of Korea: Springer, 2019.
- [8] C. O'Connor, P. Martin y G. Menary, *Viscoelastic material models of polypropylene for thermoforming applications*, Verlag-France: Belfast: Springer, 2010.
- [9] G. Gruenwald, *Thermoforming: A plastics processing guide*, Pennsylvania: Technomic Publishing Company Inc., 1998.
- [10] B. Babaei, A. Davarian, K. M. Pryse, E. L. Elson y G. M. Genin, *Efficient and optimized identification of generalized Maxwell viscoelastic relaxation spectra*, Washington, St. Louis: Journal of the mechanical behavior of biomedical materials Ed. 55, 2015, pp. 1-4.
- [11] E. Vidale-Sallé y P. Chassagne, *Constitutive equations for orthotropic nonlinear viscoelastic behaviour using a generalized Maxwell model application to wood material*, Lyon: Springer Science+Business Media, 2007.
- [12] G. Pang, X. Hei, W. Chen, R. Xiao y C. Zhang, *A new visco-elasto plastic model via time-space fractional derivative* Springer, vol. 22, nº 10.1007, pp. 3-5, 2016.
- [13] C. O'Connor, G. Menary, P. Martin y E. McConville, *Finite element analysis of the thermoforming of Polypropylene*, Queens: Belfast: Springer/ESAFORM, 2008.

- [14] J. K. Lee, T. L. Virkler y C. E. Scott, *Effects of rheological properties and processing parameters on ABS thermoforming*, Springfield, Massachusetts: Polymers division of bayer corporation, 2001.
- [15] M. Ghobadnam, P. Mosaddegh, N. Namdari, N. Masoomi y A. Ghaei, *Thermo-Mechanical characterization of high impact polystyrene sheets using uniaxial stress relaxation tests*, Tehran: Isfahan University of Technology, 2014.
- [16] M. S. Han, H. C. Jung, J. H. Park, J. C. Hyun y W. N. Kim, Rheological properties of polystyrene and poly(methyl methacrylate) blends, Seoul: Korean J. Chem. Eng., 2001.
- [17] B. Bekisli y H. Nied, *Thermoforming of knitted composite structures: FEM simulation and experiments*, Bethelam-Pensilvania: Springer-Verlag France, 2010.
- [18] C. A. Harpe, *Modern Plastics Handbook*, New York: McGraw Hill Education, 2000.
- [19] S. Pandini y A. Pegoretti, «Time and temperature effects on Poisson's ratio of poly(butylene) terephthalate,» *eXPRESS Polymer Letters*, vol. 5, nº 8, pp. 2-6, 2011.
- [20] V. Fombuena, T. Boronat, L. Sánchez-Nácher, D. García-Sanoguera y R. Balart, «Utilidad de los modelos de viscoelasticidad en el aprendizaje de la ingeniería de materiales polímeros,» *MSEL-Modelling in science education and learning*, vol. 10, nº 1, pp. 2-4, 2017.
- [21] J. Balart, V. Fombuena, D. García-Sanoguera, L. Sánchez-Nacher y T. Boronat, «Modelos de viscoelasticidad en green composites de PLA y refuerzo de cáscara de avellana con plastificante natural de aceite de linaza,» *Revista de la Asociación Española de Materiales Compuestos*, vol. 2, nº 4, pp. 135-138, 2017.
- [22] M. Worzakowska, *Thermal and mechanical properties of polystyrene modified with esters derivatives of 3-phenylprop-2-en-1-ol*, Lublin: Springer-Poland, 2015.
- [23] S.-H. Chae, J.-H. Zhao, D. R. Edwards y P. S. Ho, *Characterization of the viscoelasticity of molding compounds in the time domain*, Austin, Texas: Journal of ELECTRONIC MATERIALS, 2010.
- [24] H. Nogueira Silva, P. Cavalcanti de Sousa, Á. Silva de Holanda y J. Barbosa Soares, *A Computer Program for Linear Viscoelastic Characterization Using Prony Series*, Fortaleza: Congresso Ibero Latino Americano em Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE), 2008.
- [25] J. Luk-Cyr, T. Crochon, C. Li y M. Lévesque, *Interconversion of linearly viscoelastic material functions expressed as Prony series: a closure*, Montréal: Springer Science+Business Media, B. V. 2012, 2012.
- [26] T. Chen, *Determining a prony series for a viscoelastic material from time varying strain data*, Virginia: National Aeronautic and Space Administration, 2000.

- [27] H. S.A, *The analytical representation of viscoelastic material properties using optimization techniques*, Alabama: National Aeronautics and Space Administration, 1993.
- [28] A. J. Magana, *Modeling and Simulation in Engineering Educatio: A Learning Progression*, West Lafayette: Journal of Professional Issuesin Engineering Education and Practice, 2017.
- [29] L. Sevgi, *Modeling and Simulation Concepts in EngineeringEducation: Virtual Tools*, Estambul: Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, 2006.
- [30] Dassault Systèmes Simulia Corp., *Getting Started with Abaqus: Keywords Edition*, Rhode Island: Dassault Systèmes, 2014.
- [31] E. Madenci y I. Guven, *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*, New York: Springer International Publishing, 2015.
- [32] S. Moaveni, *Finite Element Analysis. Theory and application with ANSYS*, Upper Saddle River: Prentice-Hall, Inc., 1999.
- [33] J. Throne, *Thermoforming- Applied Plastics Engineering Handbook*, Virginia: McGraw-Hill, 2017.
- [34] ASTM International, «ASTM International- Helping our world work better,» 25 Mayo 2018. [En línea]. Available: <https://www.astm.org/Standards/D882>. [Último acceso: 8 7 2020].
- [35] Multipack S.A., «Multipack: Solución a sistemas de empaque,» ASEPLAS, 11 Septiembre 2016. [En línea]. Available: <https://www.multipack.com.ec/>. [Último acceso: 4 Agosto 2020].
- [36] ASTM, «ASTM International-Helping our world work better,» 25 Mayo 2018. [En línea]. Available: <https://www.astm.org/Standards/E8>. [Último acceso: 20 Octubre 2020].
- [37] R. C. Hibbeler, *Mecánica de Materiales*, México D.F.: Prentice Hall, 2010, p. 128.
- [38] J. Momanyi, M. Herzog y P. Muchiri, *Analysis of thermomechanical properties of selected class of recycled thermoplastic materials based on their applications*, Basilea: MDPI, 2019.
- [39] Y. C., «"EngineerExcel.com",» Microsoft Excel, Septiembre 2018. [En línea]. Available: [https://www.engineerexcel.com/excel-solver-solving-method-choose/..](https://www.engineerexcel.com/excel-solver-solving-method-choose/) [Último acceso: 2 Junio 2020].
- [40] MathWorks Inc., *Matlab and Simulink*, Massachusettes: Matlab, 1994-2020.
- [41] C. S. C. y C. R. P., *Numerical Methods for Engineers*, Mexico D.F.: McGrawhill-Interamericana, 2007.

[42] D. S. S. Corporation, *Abaqus 6.14-Getting started with Abaqus: Keywords Edition*, Rhode Island: Dassault Systemes, 2014.