

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN,  
INNOVACIÓN Y VINCULACIÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL COMPORTAMIENTO  
HIDRÁULICO DE UNA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJOS  
DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO MEDIANTE  
MODELACIÓN NUMÉRICA UTILIZANDO EL PAQUETE  
COMPUTACIONAL ANSYS FLUENT**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
MAGISTER EN HIDRÁULICA MENCIÓN DISEÑO DE OBRAS HIDRÁULICAS**

**ING. GUILLERMO ENRIQUE GAVILANES ESPÍN**

**DIRECTOR:**

**MSc. FRANK ALEX PLUA AGUIRRE**

**CODIRECTORA:**

**PhD. PATRICIA LORENA HARO RUIZ**

**Quito, mayo de 2021**

## DECLARACIÓN

Yo, Ing. Guillermo Enrique Gavilanes Espín, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional, y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

---

Guillermo Enrique Gavilanes Espín

## CERTIFICACIÓN

Certifico que el siguiente trabajo fue desarrollado por el Ing. Guillermo Enrique Gavilanes Espín, bajo mi supervisión.

---

MSc. Frank Alex Plua Aguirre

DIRECTOR DE PROYECTO

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios, por permitirme llegar a este momento de satisfacción personal y profesional.

A mi abuelo Manuel, a mis tíos Lidia, Guido y Milton, seres de luz, paz y amor.

A mis padres Guillermo y Sara, por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad.

A mis amigos Santiago, Daniel y Carlos, por su incondicional apoyo, cariño y lealtad.

A mi familia Gavilanes Atiaja y Espín Prado y a todas las personas que de una u otra manera contribuyeron a la consecución de mi proyecto de titulación.

A la Escuela Politécnica Nacional, institución académica de renombre y prestigio, que, a través de sus profesores, brinda conocimientos que aportan y motivan en la formación profesional, laboral y personal de sus estudiantes. Un agradecimiento especial a los ingenieros Frank Alex Plúa, Patricia Lorena Haro y Ximena Del Rocío Hidalgo, por compartirme sus conocimientos y ser parte fundamental en la generación, elaboración y consecución de mi proyecto de titulación.

**Guillermo Gavilanes Espín**

**DEDICATORIA**

A mi hermano Alexander Sebastián Gavilanes Espín,

Sigue brillando como tú siempre lo has hecho, sigue sonriendo, se feliz y cuídanos desde allí, hasta que volvamos a encontrarnos.

**Guillermo Gavilanes Espín**

## CONTENIDO

DECLARACIÓN .....	I
CERTIFICACIÓN .....	II
AGRADECIMIENTO.....	III
DEDICATORIA.....	IV
<b>CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES.....</b>	<b>18</b>
1.1. INTRODUCCIÓN .....	18
1.2. JUSTIFICACIÓN .....	19
1.2.1. Justificación Teórica.....	19
1.2.2. Justificación Metodológica .....	20
1.2.3. Justificación Práctica.....	21
1.3. OBJETIVO GENERAL.....	21
1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	22
1.5. HIPÓTESIS .....	22
1.6. ALCANCE.....	22
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>23</b>
2.1. INTRODUCCIÓN MARCO TEÓRICO .....	23
2.2. GENERALIDAD DEL COMPORTAMIENTO DEL FLUJO SOBRE LA ESTRUCTURA ESCALONADA .....	24
2.3. PROCESOS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA.....	25
2.4. CRESTA DE LA RÁPIDA .....	27
2.5. FLUJO DE ESCALÓN A ESCALÓN.....	27
2.6. FLUJO DE TRANSICIÓN .....	34
2.7. FLUJO RASANTE .....	36
2.7.1. FLUJO CON CAVIDAD PARCIALMENTE OCUPADA POR UN FLUJO SECUNDARIO .....	38

2.7.2. FLUJO CON CAVIDAD CASI TOTALMENTE OCUPADA POR EL FLUJO SECUNDARIO .....	38
2.7.3. FLUJO CON RECIRCULACIÓN ESTABLE DEL FLUJO SECUNDARIO	39
2.7.4. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO RASANTE A LO LARGO DE LA ESTRUCTURA ESCALONADA .....	41
2.7.4.1. Zona no aireada.....	42
2.7.4.2. Flujo rápidamente variado.....	42
2.7.4.3. Flujo gradualmente variado.....	43
2.7.4.4. Flujo Uniforme.....	43
2.7.5. PUNTO DE ATRAPAMIENTO DE AIRE PARA FLUJO RASANTE .....	44
2.7.5.1. Ubicación del punto de inicio de arrastre de aire .....	44
2.7.6. CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DEL FLUJO RASANTE .....	46
2.7.6.1. Concentración media del aire en el flujo .....	49
2.7.6.2. Estimación de la resistencia al movimiento en rápidas escalonadas con flujo rasante.....	51
2.7.6.3. Presiones sobre los escalones y riesgo de cavitación .....	52
2.7.6.3.1. <i>Presiones de los fluidos en la huella del escalón</i> .....	53
2.7.6.3.2. <i>Presiones de los fluidos en la contra huella del escalón</i> .....	53
2.7.6.3.3. <i>Riesgo de cavitación</i> .....	53
2.7.6.4. Generalidades sobre rápida escalonada .....	53
2.8. ECUACIONES DE DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL, ANSYS FLUENT .....	57
2.8.1. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD .....	58
2.8.2. ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.....	59
2.8.3. ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO ..	59
2.8.4. ECUACIONES DE NAVIER – STOKES.....	60
2.8.5. DINÁMICA DE FLUIDOS CFD.....	62

2.8.6. SOLUCIONES NUMÉRICAS DE LAS ECUACIONES DE DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL.....	63
2.8.7. DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES.....	63
2.8.7.1. Método de diferencias finitas .....	64
2.8.7.2. Método de volúmenes finitos .....	65
2.8.8. PARÁMETROS DE CONTROL DE LA CALIDAD DEL MALLADO EN ANSYS FLUENT .....	66
2.8.9. EXTRAPOLACIÓN DE RICHARDSON.....	69
2.8.10. CONSISTENCIA, ESTABILIDAD Y CONVERGENCIA.....	70
2.8.11. MODELOS DE TURBULENCIA.....	71
2.8.11.1. Ecuaciones de Navier -Stokes promediadas de Reynolds (RANS) .....	71
2.8.11.2. Simulación numérica directa (DNS).....	72
2.8.11.3. Simulación Técnica (LES).....	72
2.8.12. CONDICIONES DE CONTORNO .....	73
2.8.13. MODELADO MULTIFÁSICO EN ANSYS FLUENT.....	74
2.9. ESTADO DEL ARTE .....	75
<b>CAPÍTULO III. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO EN ANSYS FLUENT DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO .....</b>	<b>79</b>
3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA GEOMETRÍA DE DISEÑO FÍSICO .....	79
3.1.1. COLECTOR PRINCIPAL Y TÚNEL DE CONDUCCIÓN.....	81
3.1.2. RÁPIDA ESCALONADA .....	82
3.1.3. PRIMER CUENCO DISIPADOR .....	84
3.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO PIMI-1606.....	85
3.3. ANÁLISIS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA EN 2 Y 3 DIMENSIONES PARA LA RÁPIDA DE FONDO ESCALONADO .....	87
3.4. REPRESENTACIÓN DE LA GEOMETRÍA CASO DE APLICACIÓN EN EL MODELO NUMÉRICO .....	89



3.4.1. GEOMETRÍA.....	89
3.4.2. MALLADO PARA LA SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	91
3.4.3. CONDICIONES DE BORDE DEL MODELO DE LA RÁPIDA ESCALONADA.....	94
3.4.3.1. Setup.....	95
3.4.3.2. Superficie de Entrada .....	95
3.4.3.2.1. Superficie de Salida.....	97
3.4.4. PARÁMETROS INICIALES, FÍSICOS Y NUMÉRICOS DE LA MODELACIÓN EN ANSYS FLUENT DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO.....	99
3.5.4.1 Consideraciones para flujo de aproximación supercrítico .....	101
3.5.4.2 Configuración del control del Solver.....	102
<b>CAPÍTULO IV CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA MEDIANTE EL MODELO FÍSICO .....</b>	<b>104</b>
4.1. BREVE DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO .....	104
4.2. CONSIDERACIONES IMPORTANTES PARA LA CALIBRACIÓN DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	104
4.3. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO, ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE MALLA .....	105
4.4. VALIDACIÓN DE MODELOS NUMÉRICOS DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO.....	114
4.5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	116
<b>CAPÍTULO V. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE SIMULACIÓN NUMÉRICA (CFD) PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICOS Y SUPERCRÍTICOS.....</b>	<b>118</b>
5.1. COMPORTAMIENTO DEL FLUJO RASANTE CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	118
5.2. COMPORTAMIENTO DEL FLUJO RASANTE CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO .....	119

5.3. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	121
5.4. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO .....	123
5.5. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	126
5.6. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO .....	128
5.7. DISTRIBUCIÓN DE FRACCIÓN DE AGUA EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	129
5.8. DISTRIBUCIÓN DE FRACCIÓN DE AGUA EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO .....	132
5.9. PROFUNDIDADES DE FLUJO A LARGO DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	134
5.10. PROFUNDIDADES DE FLUJO A LARGO DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO.....	136
5.11. CONCENTRACIÓN DE AIRE Y DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FRICCIÓN DARCY-WEISBACH .....	137
5.12. ENERGÍA DISIPADA DE LA RÁPIDA ESCALONADA CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO .....	142
5.13. ENERGÍA DISIPADA DE LA RÁPIDA ESCALONADA CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO .....	145
5.14. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS SOBRE LA RÁPIDA ESCALONADA.....	147
<b>CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>149</b>
6.1. SÍNTESIS DE LA INVESTIGACIÓN.....	149
6.2. CONCLUSIONES.....	151
6.3. TRABAJOS FUTUROS .....	152

BIBLIOGRAFÍA .....	153
ANEXO I Análisis del mallado .....	158
ANEXO II.....	163
Comportamiento de velocidad diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico.....	163
ANEXO III.....	165
Comportamiento de velocidad diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico.....	165
ANEXO IV .....	167
Comportamiento de presión a diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico.....	167
ANEXO V .....	169
Comportamiento de presión diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico.....	169
ANEXO VI .....	171
Comportamiento del volumen de fracción de agua a diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico.....	171
ANEXO VII .....	173
Comportamiento del volumen de fracción de agua a diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico.....	173

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> <i>Investigaciones empíricas flujo escalón – escalón</i> .....	31
<b>Tabla 2</b> <i>Ecuaciones empíricas para delimitar flujo escalón a escalón</i> .....	34
<b>Tabla 3</b> <i>Ecuaciones empíricas para delimitar flujo de transición</i> .....	36
<b>Tabla 4</b> <i>Ecuaciones empíricas para delimitar flujo rasante</i> .....	40
<b>Tabla 5</b> <i>Ecuaciones para el cálculo de inicio de arrastre de aire en el flujo rasante</i> .....	45
<b>Tabla 6</b> <i>Ecuaciones empíricas espesor de la capa límite, distribución de velocidades y profundidad de flujo auto aireado</i> .....	47
<b>Tabla 7</b> <i>Valores de concentración media de aire para diversas pendientes</i> .....	50
<b>Tabla 8</b> <i>Ecuaciones empíricas de concentración media del aire en el flujo</i> .....	50
<b>Tabla 9</b> <i>Estimación de la resistencia al movimiento</i> .....	52
<b>Tabla 10</b> <i>Proceso de solución de un problema con auxilio de la modelación hidráulica</i> .....	62
<b>Tabla 11</b> <i>Variables Cinemáticas, Dinámicas o Geométricas</i> .....	83
<b>Tabla 12</b> <i>Características del modelo 2D y 3 D</i> .....	88
<b>Tabla 13.</b> <i>Valores de entrada para modelo original y editado</i> .....	93
<b>Tabla 14.</b> <i>Valores de la variable flujo másico, fluido subcrítico</i> .....	97
<b>Tabla 15.</b> <i>Valores de la variable flujo másico, fluido supercrítico</i> .....	97
<b>Tabla 16.</b> <i>Parámetros de calidad del mallado</i> .....	98
<b>Tabla 17.</b> <i>Parámetros de inicialización por defecto</i> .....	99
<b>Tabla 18.</b> <i>Parámetros para la simulación</i> .....	101
<b>Tabla 19.</b> <i>Variantes de mallado</i> .....	105
<b>Tabla 20.</b> <i>Variantes de mallado sin redimensionamiento</i> .....	106
<b>Tabla 21.</b> <i>Variantes de mallado con redimensionamiento</i> .....	106
<b>Tabla 22.</b> <i>Valor de caudal para simulación 2D</i> .....	111
<b>Tabla 23</b> <i>Resultados de cada mallado</i> .....	111
<b>Tabla 24</b> <i>Parámetros de calidad del mallado 2D sin redimensionamiento</i> .....	112
<b>Tabla 25</b> <i>Parámetros de calidad del mallado 2D con redimensionamiento</i> .....	113
<b>Tabla 26.</b> <i>Resultados de la simulación para un flujo subcrítico</i> .....	115
<b>Tabla 27.</b> <i>Resultados de la simulación para un flujo supercrítico</i> .....	115

<b>Tabla 28.</b> Simulaciones en rápidas escalonada.....	116
<b>Tabla 29.</b> Resultados del flujo de aproximaci3n subcrítico .....	118
<b>Tabla 30.</b> Resultados del flujo de aproximaci3n supercrítico .....	119
<b>Tabla 31.</b> <i>Resultados de la velocidad del modelo numérico a diferentes caudales del flujo de aproximaci3n subcrítico .....</i>	122
<b>Tabla 32.</b> Resultados de la velocidad a diferentes caudales del flujo de aproximaci3n supercrítico .....	124
<b>Tabla 33.</b> Resultados de la presi3n a diferentes caudales del flujo subcrítico ..	126
<b>Tabla 34.</b> Resultados de la presi3n a diferentes caudales del flujo supercrítico	128
<b>Tabla 35.</b> Resultados de los volúmenes de fracci3n del agua a diferentes caudales del flujo subcrítico .....	130
<b>Tabla 36.</b> Resultados de los volúmenes de fracci3n del agua a diferentes caudales del flujo supercrítico .....	132
<b>Tabla 37.</b> <i>Resultados de las profundidades de flujo a diferentes caudales (flujo subcrítico).....</i>	135
<b>Tabla 38.</b> <i>Resultados de las profundidades de flujo a diferentes caudales (flujo supercrítico).....</i>	136
<b>Tabla 39.</b> <i>Resultados de factor de fricci3n y concentraci3n de aire para un flujo de aproximaci3n subcrítico.....</i>	139
<b>Tabla 40.</b> <i>Resultados de factor de fricci3n y concentraci3n de aire del flujo supercrítico.....</i>	140
<b>Tabla 41.</b> <i>Disipaci3n de la energía en el flujo de aproximaci3n subcrítico.....</i>	144
<b>Tabla 42.</b> <i>Resultados de las pérdidas por fricci3n del flujo de aproximaci3n subcrítico.....</i>	145
<b>Tabla 43.</b> <i>Disipaci3n de energía en el flujo de aproximaci3n supercrítico .....</i>	146
<b>Tabla 44.</b> <i>Resultados de las pérdidas por fricci3n del flujo de aproximaci3n supercrítico.....</i>	146

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

<b>Gráfica 1</b> Esquema de estructura escalonada y su altura de energía .....	26
<b>Gráfica 2</b> Perfil de cresta para disipadores escalonados.....	27
<b>Gráfica 3</b> Flujo escalón – escalón.....	28
<b>Gráfica 4</b> Flujo escalón – escalón.....	28
<b>Gráfica 5</b> Flujo Tipo escalón – escalón.....	29
<b>Gráfica 6</b> Flujo escalón a escalón con entrada supercrítica .....	30
<b>Gráfica 7</b> Flujo escalón a escalón aislado con resalto hidráulico completamente desarrollado y un flujo escalón a escalón aislado con resalto hidráulico parcialmente desarrollado .....	30
<b>Gráfica 8</b> Flujo saltante o escalón a escalón con resalto hidráulico completamente desarrollado.....	32
<b>Gráfica 9</b> Flujo escalón a escalón con resalto hidráulico parcialmente desarrollado .....	33
<b>Gráfica 10</b> Flujo escalón a escalón sin resalto hidráulico .....	33
<b>Gráfica 12</b> Flujo de Transición.....	35
<b>Gráfica 12</b> Flujo rasante con aproximación subcrítica .....	37
<b>Gráfica 13</b> Flujo Tipo rasante .....	37
<b>Gráfica 14</b> Flujo con cavidad parcialmente ocupada por un flujo secundario .....	38
<b>Gráfica 15</b> Flujo con cavidad casi totalmente ocupada por el flujo secundario ...	39
<b>Gráfica 16</b> Flujo con recirculación estable del flujo secundario .....	39
<b>Gráfica 17</b> Dimensionamiento de la estructura escalonada .....	41
<b>Gráfica 18</b> Características flujo rasante.....	44
<b>Gráfica 19</b> Capa límite.....	49
<b>Gráfica 20</b> Rápida escalonada con inicio de auto aireación .....	54
<b>Gráfica 21</b> Flujo Tipo rasante (experimental).....	55
<b>Gráfica 22</b> Flujo rasante .....	56
<b>Gráfica 23</b> Flujo rasante con punto de inicio de aireación .....	56
<b>Gráfica 24</b> Método de diferencias finitas en flujos estables .....	65
<b>Gráfica 25</b> Centro de elementos .....	65
<b>Gráfica 26</b> Centro de los vértices .....	66

<b>Gráfica 27</b> Elementos de malla.....	66
<b>Gráfica 28</b> Relación de aspecto.....	67
<b>Gráfica 29</b> Mallado estructurado.....	68
<b>Gráfica 30</b> Mallado no estructurado.....	69
<b>Gráfica 31.</b> Zonas de la instalación experimental.....	80
<b>Gráfica 32</b> Aproximación a la rápida escalonada del fluido subcrítico.....	81
<b>Gráfica 33</b> Aproximación a la rápida escalonada del fluido supercrítico.....	81
<b>Gráfica 34</b> Túnel de conducción.....	82
<b>Gráfica 35.</b> Detalle 1. Dimensiones de la rápida escalonada.....	83
<b>Gráfica 36.</b> Rápida escalonada.....	84
<b>Gráfica 37</b> Primer dissipador.....	84
<b>Gráfica 38</b> Diseño original de la rápida escalonada.....	85
<b>Gráfica 39</b> Optimización de la rápida escalonada para un fluido de entrada subcrítico.....	86
<b>Gráfica 40</b> <i>Cambio de geometría para fluido de entrada supercrítico</i> .....	86
<b>Gráfica 41</b> Módulos en Ansys.....	89
<b>Gráfica 42</b> Modelador de diseño en Ansys.....	90
<b>Gráfica 43</b> Geometría virtual rápida escalonada.....	91
<b>Gráfica 44</b> Geometría rampa de ingreso. a) Fluido Subcrítico, b) Fluido Supercrítico.....	91
<b>Gráfica 45.</b> Herramienta Mesh.....	92
<b>Gráfica 46.</b> Dimensiones de la entrada del flujo.....	93
<b>Gráfica 47.</b> Entrada. a) Superficie original, b) Superficie editada.....	93
<b>Gráfica 48.</b> Atmosfera.....	94
<b>Gráfica 49.</b> Salida del fluido.....	94
<b>Gráfica 50.</b> Parámetros de Setup.....	95
<b>Gráfica 51.</b> Parametrización de la entrada de agua.....	95
<b>Gráfica 52.</b> Condiciones de la entrada de aire.....	96
<b>Gráfica 53.</b> Parametrización Setup.....	96
<b>Gráfica 54.</b> <i>Condiciones de salida</i> .....	98
<b>Gráfica 55</b> <i>Geometría virtual rápida escalonada para flujo supercrítico</i> .....	102
<b>Gráfica 56.</b> <i>Configuración Solver</i> .....	103
<b>Gráfica 57</b> Puntos de toma de datos en la rápida escalonada.....	105

<b>Gráfica 58.</b> <i>Mallado M5NS</i> .....	107
<b>Gráfica 59</b> <i>Mallado M4NS</i> .....	107
<b>Gráfica 60.</b> <i>Mallado M3NS</i> .....	107
<b>Gráfica 61.</b> <i>Mallado M2NS</i> .....	108
<b>Gráfica 62.</b> <i>Mallado M1NS</i> .....	108
<b>Gráfica 63.</b> <i>Mallado M5S1</i> .....	108
<b>Gráfica 64</b> <i>Mallado M3S1</i> .....	109
<b>Gráfica 65</b> <i>Mallado de 20 mm a 5 mm</i> .....	109
<b>Gráfica 66</b> <i>Mallado de 10 mm a 2,5 mm</i> .....	109
<b>Gráfica 67</b> <i>Mallado para un modelo en 2D, la tercera dimensión se representa como la unidad</i> .....	110
<b>Gráfica 68.</b> <i>Error absoluto para diferentes tipos de mallado (Flujo 23,13 l/s)</i> ....	113
<b>Gráfica 69</b> <i>Error relativo para diferentes tipos de mallado (Flujo 23,37 l/s)</i> .....	114
<b>Gráfica 70</b> <i>Comparación de las velocidades experimentales y las simuladas (flujo subcrítico)</i> .....	119
<b>Gráfica 71</b> <i>Comparación de las velocidades experimentales y las simuladas (flujo de aproximación supercrítico)</i> .....	120
<b>Gráfica 72</b> <i>Comparación de la velocidad de salida del flujo rasante Subcrítico y Supercrítico</i> .....	121
<b>Gráfica 73</b> <i>Toma de datos en la rápida escalonada</i> .....	122
<b>Gráfica 74</b> <i>Velocidad a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)</i> ....	123
<b>Gráfica 75</b> <i>Velocidad a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)</i> 125	
<b>Gráfica 76</b> <i>Comparación de velocidades del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico</i> .....	126
<b>Gráfica 77</b> <i>Presión a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)</i> .....	127
<b>Gráfica 78</b> <i>Sección de la rápida en que la presión aumenta significativamente</i> 128	
<b>Gráfica 79</b> <i>Presión a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)</i> ....	129
<b>Gráfica 80</b> <i>Volumen de fracción a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)</i> .....	131
<b>Gráfica 81</b> <i>Cambio en el flujo de aproximación subcrítico en la entrada de la rápida escalonada</i> .....	131
<b>Gráfica 82</b> <i>Volumen de fracción a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)</i> .....	133



<b>Gráfica 83</b> Comparación de volúmenes de fracción del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico.....	133
<b>Gráfica 84</b> Profundidad de flujo a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico).....	135
<b>Gráfica 86</b> Profundidad de flujo a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico).....	137
<b>Gráfica 86</b> Factor de fricción (flujo de aproximación subcrítico) .....	140
<b>Gráfica 87.</b> Factor de fricción (flujo de aproximación supercrítico) .....	141
<b>Gráfica 88.</b> Comparación del factor de fricción.....	142
<b>Gráfica 89.</b> Puntos de la rápida escalonada para el análisis de la energía disipada ....	142
<b>Gráfica 90.</b> Distribución de presiones. $h$ = altura piezométrica, $h_s$ altura hidrostática....	143
<b>Gráfica 91.</b> Comparación de la energía disipada para ambos flujos de aproximación .....	147

## SIMBOLOGÍA

$A$ : Área [m <sup>2</sup> ]	$R_H$ : Diámetro hidráulico [m]
$C_m$ : Concentración media de aire	$Re$ : Número de Reynolds
$E$ : Energía disipada [m]	$t$ : Tiempo
$f$ : Factor de fricción de Darcy-Weisbach	$V$ : Velocidad [m/s]
$g$ : gravedad [m/s <sup>2</sup> ]	$V_m$ : Velocidad media
$h$ : Profundidad de flujo [m]	$VOF$ : Método volumen of fluid
$h_f$ : Pérdida de carga debido a la fricción [m]	$X_0$ : Espesor inicial
$L$ : Longitud total [m]	$y_w$ : Profundidad del agua clara (cm)
$l$ : Longitud del escalón	$y_{90}$ : Profundidad del flujo mixto uniforme a 90% de aireación
$P$ : Presión [Pa]	$\gamma$ : Peso específico [N/m <sup>3</sup> ]
$\rho$ : Densidad del agua [kg/m <sup>3</sup> ]	$z$ : Posición del punto en el eje z [m]
$Q_0$ : Caudal dado [m <sup>3</sup> /s]	$k - e$ : Modelo de turbulencia
$q$ : Caudal unitario	$k_T$ : Energía cinemática turbulenta
$\theta$ : Angulo de inclinación de la rápida	$k_p$ : Coeficiente de arrastre por unidad de volumen

## RESUMEN

La presente investigación da inicio con una revisión bibliográfica sobre el comportamiento del flujo sobre una rápida escalonada, el proceso de disipación de energía y otras características hidráulicas del flujo rasante en la rápida escalonada. Posteriormente, se recopila información de los estudios realizados en los proyectos PIMI-16-06-P2-T1 y PIMI-16-06-P2-T2, los mismos que han analizado el comportamiento de un flujo con aproximación subcrítico y supercrítico de forma experimental y fueron usados para calibrar y validar la simulación realizada. De esta manera, este proyecto busca realizar una comparación mediante métodos numéricos entre las propiedades del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico en una rápida escalonada, en este sentido, el proceso inicia con un estudio de independencia de mallado del modelo, una vez identificado un mallado adecuado se procede a definir las condiciones de frontera y a realizar la simulación del modelo; la velocidad de flujo es comparada con los resultados experimentales de los proyectos antes descritos, resultando un error promedio menor al 10% para diferentes caudales por lo que se considera un modelado válido.

Finalmente, se procede a comparar los flujos para diferentes parámetros hidráulicos, tomando especial atención al porcentaje de disipación de energía cuyos resultados fueron superiores para un flujo de aproximación subcrítico, entre 13 y 2,17 % para diferentes caudales, denotando de esta manera, una eficiencia superior de disipación de la rápida escalonada para este tipo de flujo de aproximación.

## ABSTRACT

The present investigation begins with a bibliographic review on the behavior of the flow over a stepped spillway, the process of energy dissipation and other hydraulic characteristics of the skimming flow in the stepped spillway.

Subsequently, information is collected from the studies carried out in the projects PIMI-16-06-P2-T1 and PIMI-16-06-P2-T2, which have experimentally analyzed the behavior of a flow with a subcritical and supercritical approach and were used to validate the simulation performed.

In this way, this project seeks to make a comparison through numerical methods between the properties of the subcritical and supercritical approach flow in a stepped spillway, in this sense, the process begins with a study of the independence of the meshing of the model, once an appropriate meshing has been identified, we proceed to define the boundary conditions and carry out the simulation of the model; the flow velocity is compared with the experimental results of the projects described above, resulting in an average error of less than 10% for different flows, which is why it is considered a valid modeling.

Finally, the flows for different hydraulic parameters are compared, paying special attention to the percentage of energy dissipation whose results were higher for a subcritical approach flow, between 13 and 2.17% for different flows, thus denoting a superior dissipation efficiency of the stepped spillway for this type of approach flow.

## CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

### 1.1. INTRODUCCIÓN

La rápida de fondo escalonado es una estructura hidráulica que provoca una continua disipación de energía, como efecto de la turbulencia y auto aireación provocada por el flujo a través de los escalones (Lozano & Mananita, 2019).

En diversidad de bibliografía especializada se reporta exclusivamente la conducta de este tipo de estructuras, para flujos de aproximación en régimen subcrítico. No obstante, en ciudades que se asientan y desarrollan sobre topografías abruptas, como la ciudad de Quito, o en otras geografías donde es frecuente la necesidad de descargar importantes caudales pluviales, y donde los proyectos deben adaptarse para funcionar con flujos supercríticos en todo el rango de caudales de operación; es necesario realizar los estudios de aplicación de estas estructuras de perfiles escalonados ya que son especialmente adecuados, debido a que proporcionan un gran rango de disipación de energía en flujos y son relativamente fáciles de construir (Logacho & Orozco, 2020).

En ciudades como Quito, donde la topografía es irregular y el crecimiento urbano no se ha desarrollado de forma planificada, las conducciones que conforman los colectores principales o emisarios que llevan los caudales para ser descargados y restituidos hacia los cauces receptores, generalmente están diseñados con pendientes longitudinales relativamente fuertes, por lo que en general operan con régimen supercrítico. Sin embargo, la información que se reporta en la literatura técnica relacionada con la eficiencia de las rápidas escalonadas como estructuras de descarga y disipación de energía hace referencia a flujo subcrítico de aproximación; lo que ha obligado a considerar elementos que generen este tipo de flujo de aproximación en el ingreso de una rápida escalonada. En la mayoría de los casos, esto implica la disponibilidad de áreas relativamente importantes entre el colector o conducción y la estructura de descarga.

Si se analiza las dos rápidas escalonadas sucesivas que descargan los caudales del colector Lnaquito hacia el cauce de la quebrada de El Batán, en la ciudad de Quito, se pueden identificar los problemas que se han mencionado en el párrafo anterior. El colector Lnaquito corresponde a uno de los más importantes dentro del drenaje urbano de la zona centro norte de la capital del país. El rango de operación de este colector alcanza hasta los  $150 \text{ m}^3/\text{s}$ , debiendo salvar un salto total de aproximadamente 200 m, por lo que cada rápida debe disipar la energía del flujo correspondiente a un descenso de 100 m. Sin embargo, el ingreso del flujo subcrítico para el caso reportado no es adecuado, debido a la falta de espacio para realizar la transformación de régimen desde el flujo de aproximación supercrítico a subcrítico y la posterior uniformización aguas arriba de la estructura con fondo escalonado. Se generan dificultades en el comportamiento hidráulico de la estructura de descarga (Guachamín & Simbana, 2018).

Dentro de este contexto, el CIERHI de la EPN con financiamiento del Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Vinculación, VIIV, ejecut el proyecto de Investigación Multi e Interdisciplinario PIMI 16-06, en el que se busca identificar las características geométricas adecuadas para garantizar un eficiente comportamiento de la rápida escalonada con  $45^\circ$  de inclinación cuando opera con flujo supercrítico de aproximación.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN**

### **1.2.1. JUSTIFICACIÓN TEORICA**

La base teórica para el diseño y posterior construcción de las rápidas escalonadas se ha ido desarrollando de acuerdo a parámetros de aproximación en régimen subcrítico, ya que en la actualidad los criterios de diseño para un flujo de aproximación supercrítico aún carecen de un sustento sólido y con un enfoque especializado (Ortega, 2012).

En este sentido, para aquellas rápidas escalonadas que poseen flujos de aproximación en régimen supercrítico, se ha visto la necesidad de generar previo al ingreso de la misma un

cambio de régimen, lo cual genera mayor inversión y disminución en la calidad del flujo hacia dicha estructura, es así que tomando como base el proyecto de Investigación Multi e Interdisciplinario PIMI 16-06 donde se aborda este problema; el presente proyecto de titulación pretende identificar la influencia del flujo de aproximación con la eficiencia de disipación de esta manera establecer un orden de magnitud en cuanto a energía disipada para cada uno de los casos de estudio.

### **1.2.2. JUSTIFICACIÓN METODOLÓGICA**

El avance de las capacidades tecnológicas de cálculo de los diferentes ordenadores, así como el perfeccionamiento de algoritmos matemáticos en el ámbito computacional ha llevado a un importante desarrollo de modelos y simulaciones numéricas para flujo a superficie libre (White, 2008). En este sentido la dinámica de fluido computacional (CFD) es la técnica más utilizada para este tipo de simulaciones, ya que consiste en la aplicación de procesos numéricos de resolución para los fenómenos físicos que interactúan en el movimiento del flujo.

Uno de los paquetes computacionales de mayor comercialización debido a su gran capacidad y potencia al momento de realizar los diferentes procesos numéricos antes descritos es el programa ANSYS Fluent el cual según Ansys® Worbech User's Guide (2016), proporciona capacidades de modelos integrales para una amplia gama de fluidos compresibles e incompresible, con regímenes de movimiento de flujo laminar y turbulento, además incluye el análisis de flujos estacionarios o transitorios, con modelos aritméticos y matemáticos para fenómenos de transporte como transferencia de energía y reacciones químicas, combinado con la capacidad de modelar geometrías complejas.

El presente trabajo de titulación se realizó con ayuda de simulaciones en CFD con el paquete ANSYS Fluent Academic previa la calibración y validación del modelo con ayuda de la información experimental obtenida en la Fase 2 del proyecto de investigación PIMI-

16-06. Se evaluó y comparó el funcionamiento de una rápida escalonada, con 45 grados de inclinación, para flujos de aproximación subcrítico y supercrítico, estableciendo las distintas características hidráulicas que tipifican su funcionamiento hidráulico. Se definió el rango de caudales de operación para el análisis comparativo, de tal manera que resulten adecuados para los fines prácticos de la investigación que busca definir la eficiencia en cuanto a la disipación de energía en cada uno de los casos de estudio (Hidalgo , Castro , & Poveda, 2016).

### **1.2.3. JUSTIFICACIÓN PRÁCTICA**

Las rápidas escalonadas como estructuras disipadoras de energía han sido analizadas de acuerdo a una extensa experimentación realizada en la USBR, en este sentido la literatura técnica disponible ofrece recomendaciones de diseño hidráulico de estas obras, con la condición de que el flujo de ingreso a las mismas sea subcrítico (Vásquez & Terrones, 2019).

Con el antecedente mencionado el presente trabajo de titulación aporta con el análisis comparativo del comportamiento hidráulico de la rápida escalonada, tanto para un flujo de aproximación subcrítico, como para un flujo de aproximación supercrítico. Esto permitirá al diseñador eliminar el requerimiento de un cambio de régimen previo a la entrada de la rápida escalonada, debido a que normalmente no hay el suficiente espacio para estructuras anexas, además que dichos procesos generan encarecimiento de la obra y no se logra una buena calidad del flujo de aproximación (Villamarín, 2013).

### **1.3. OBJETIVO GENERAL**

Realizar un análisis de tipo comparativo sobre el funcionamiento hidráulico de la rápida escalonada con 45 grados de inclinación para flujos de aproximación subcrítico y supercrítico.



#### **1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Recopilar información relacionada con la eficiencia de disipación de energía en rápidas escalonadas con flujos de aproximación subcrítico y supercrítico.
- Calibrar y validar el modelo numérico obtenido en el paquete computacional ANSYS fluent academic, con los resultados experimentales obtenidos en el proyecto PIMI 16-06.
- Determinar el comportamiento hidráulico de la rápida de fondo escalonado para los tipos de flujos de aproximación subcrítico y supercrítico a través de la modelación CFD en el paquete ANSYS fluent academic y con ello establecer un análisis comparativo de los parámetros hidráulicos obtenidos, así como porcentaje de energía disipada.
- Elaborar gráficos de los procesos físicos para cada uno de los modelos analizados.

#### **1.5. HIPÓTESIS**

Validar mediante simulaciones numéricas CFD, si el comportamiento de la rápida escalonada con flujo de aproximación subcrítico, alcanza una disipación de energía del 90% en relación al flujo de aproximación supercrítico.

#### **1.6. ALCANCE**

El presente Trabajo de titulación analiza cómo se comportan los caudales con flujo subcrítico versus supercrítico bajo una estructura de disipación hidráulica de tipo escalonada; mediante un modelo numérico en ambiente de Ansys Fluent, para concentrarse en el resultado de disipación de cada caso.

## **CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE**

### **2.1. INTRODUCCIÓN MARCO TEÓRICO**

Mucho se ha investigado acerca de estructuras de rápidas escalonas, teniéndose evidencias de canales del tipo escalonado muy antiguos, incluso estructuras que datan del año 860 a.c. En 1906 fecha en la cual se construye de la presa de New Croton, se registra la primera estructura escalonada con el propósito de disipar energía de la era moderna. En base a las características de disipación de energía que aporta este tipo de estructuras, desde hace décadas, se ha puesto especial interés por estudiar el comportamiento de flujos sobre rápidas escalonadas, y hacer más eficiente la geometría de estas construcciones para efectos disipadores. Sin embargo, a la fecha, aún no hay un criterio determinante que prevalezca para diseños de este tipo de canales (Rosado, 2017).

En base a criterios y estudios realizados por otros autores, se ha podido establecer el comportamiento de las tipologías de fluidos que se pueden producir en una rápida escalonada; tales tipos de fluidos son los conocidos de escalón-escalón hasta fluidos del tipo rasante pasando por un flujo transicional (Torral, 2013).

La construcción y uso de estructuras hidráulicas escalonadas se ha incrementado con los años en ingeniería, por la relativa facilidad en los métodos de construcción y sus bajos costos; pero la razón que destaca entre sus características, es el alto grado de disipación de energía que aporta este tipo de estructuras (López & Soto, 2016).

El propósito de generar estructuras que disipen energía, es lograr que, a través de estas, las velocidades en las descargas no generen riesgos de erosión, ni socavación; que de una u otra manera puedan poner en riesgo la estabilidad del talud o cauces receptores. La disipación de la energía puede lograrse aplicando diferentes fenómenos, tales como generación de resalto hidráulico, incremento de la rugosidad y disipación por impactos (Rosado, 2017).

Para disipar energía de un cuerpo de agua debe producirse la combinación de varios factores, tal como cambios bruscos de dirección del flujo, formación de resalto hidráulico, aireación del flujo, canales con estructuras anexas entre otros (Villamarín, 2013).

Por otro lado, las descargas unitarias dadas en una estructura escalonada son limitadas a  $30 \text{ m}^3/\text{s}$ , esto se debe a que se detectan daños por cavitación para caudales mayores (Casa, 2017).

La condición del flujo de las estructuras de disipación de tipo escalonados, están directamente relacionadas a su geometría y al caudal que transportan. Los estudios realizados sobre el comportamiento del flujo en estos disipadores de energía han expuesto que el flujo puede resumirse en tres regímenes:

- Flujo saltante o escalón – escalón
- Flujo de transición
- Flujo rasante (Rosado, 2017).

## **2.2. GENERALIDAD DEL COMPORTAMIENTO DEL FLUJO SOBRE LA ESTRUCTURA ESCALONADA**

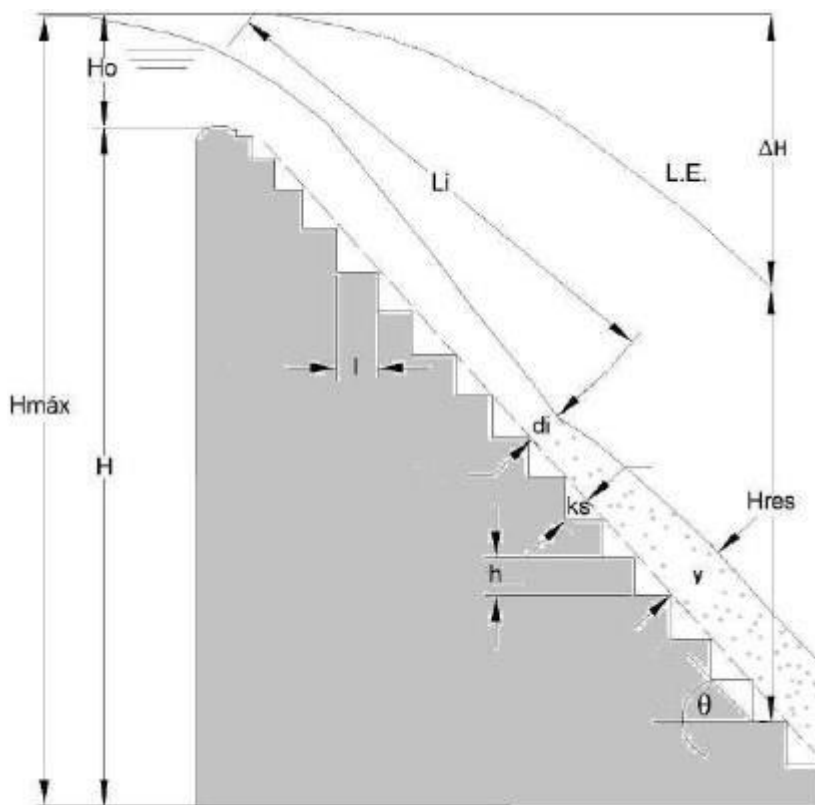
En las rápidas escalonadas los flujos y su comportamiento están relacionados con la pendiente y la geometría de los escalones; estos dependiendo del estudio de proyecto pueden ser de mayor o menor dimensiones, de escalones horizontales u oblicuos, de pendientes variables o combinados. Los escalones pueden variar desde los 0.60 m a 1.00 m de contrahuella y de 0.50 m o mayor en la huella. Actualmente en este tipo de estructuras de disipación escalonada, los caudales suelen ser grandes, por el orden de  $20 \text{ m}^3/\text{s}$ , siendo importante un estudio específico en cada caso para este tipo de estructuras hidráulicas (Guachamín & Simbaña, 2018).

### **2.3. PROCESOS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA**

Una estructura de disipación de energía es aquella que contribuye a eliminar el excedente de energía cinética de un flujo, evitando el riesgo de erosión y socavación estructural de las obras al pie de la rápida escalonada o aguas abajo en las restituciones (Torral, 2013).

En disipadores de energía escalonados bajo régimen de flujo escalón a escalón, el mayor porcentaje de disipación de energía se genera mediante el impacto del flujo en caída contra la huella del siguiente escalón. Para regímenes de flujo rasante, se establece la transición de esfuerzos del flujo con el fondo de la rápida escalonada, en este sentido, se presenta un cambio de momentum, entre los vórtices circulantes formados bajo la huella y contrahuella de cada escalón (Rosado, 2017).

A lo largo de la extensión de la estructura escalonada se presentan diversos modos de disipación de energía, esto porque hay presencia de diferentes condiciones de flujo, que son el escalón a escalón, el transicional y el rasante. Entonces, la diferencia entre la energía disponible aguas arriba de la cresta de la escalonada y la energía al pie del aliviadero da como resultado la pérdida de energía, como se verifica en la Gráfica 1, de la cual, se deriva la ecuación 1 (López & Soto, 2016).



**Gráfica 1** Esquema de estructura escalonada y su altura de energía

Fuente: López & Soto (2016).

En este sentido se tiene:

$$H_{máx} = (H + H_0), H_0 = \left(y + \frac{v^2}{2g}\right), \Delta H = (H_{máx} + H_{res}) \quad (1)$$

Donde:

$H_{máx}$  = altura máxima de energía (m),

$H$  = altura de la rápida (m),

$H_0$  = carga de energía al inicio de la rápida (m),

$H_{res}$  = energía residual (m),

$\Delta H$  = pérdida de energía (m),

$h$  = altura de la contrahuella (m),

$l$  = longitud de huella (m),

$\theta$  = ángulo de inclinación del dissipador ( $^\circ$ ),

$L_i$  = distancia desde la cresta del vertedero al punto de inicio de ingreso del aire

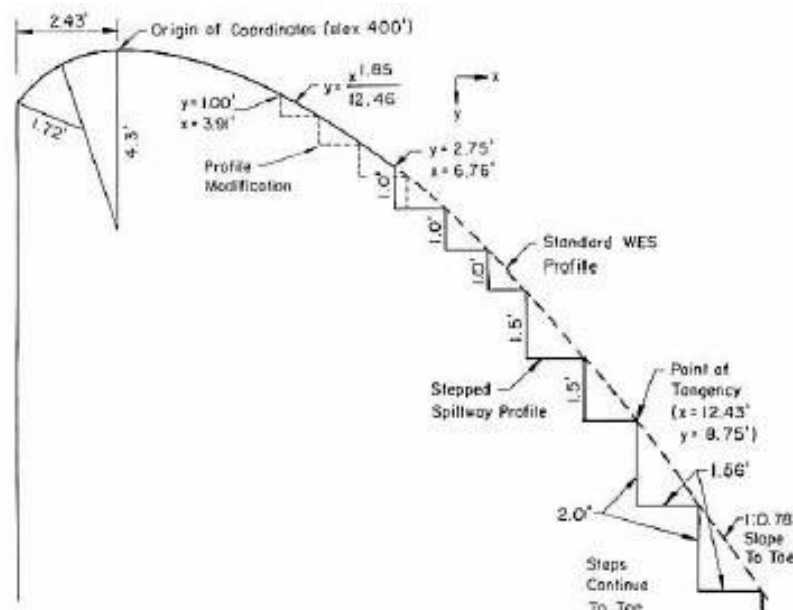
$d_i$  = calado en el punto de inicio de ingreso del aire (m),

$K_s$  = altura de rugosidad equivalente del escalón (m),

$y$  = calado flujo uniforme (m)

## 2.4. CRESTA DE LA RÁPIDA

La línea más superficial del fluido que está en contacto con el agua, es la región de la cresta, donde la altura  $h$  de la lámina del fluido sobre la cresta es llamada carga. El objetivo del perfil de la cresta es asegurar una transición de manera correcta del flujo entrante al canal de la rápida escalonada, para evitar efectos adversos como presiones negativas y obtener la máxima eficiencia hidráulica del dissipador. En la Gráfica 2 puede observarse un perfil de cresta para dissipadores escalonados:



**Gráfica 2** Perfil de cresta para dissipadores escalonados  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

## 2.5. FLUJO DE ESCALÓN A ESCALÓN

Se genera cuando el total del flujo del escalón anterior golpea al siguiente escalón, en consecuencia, produce un resalto hidráulico en la huella siguiente pudiendo ser parcial o desarrollado y la longitud de este fenómeno dependerá de la altura de diseño del

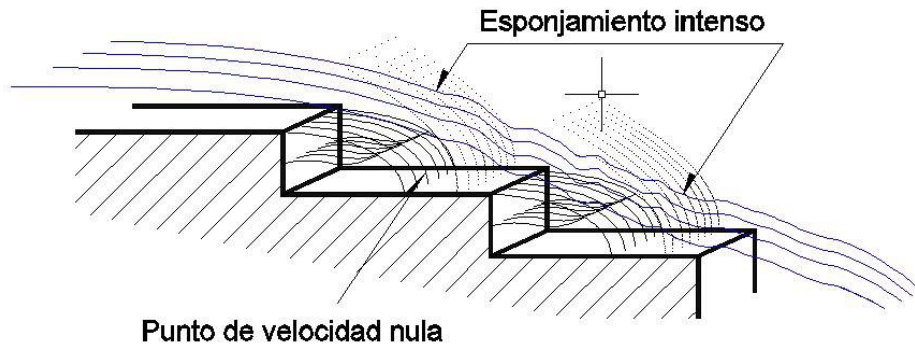
escalón, como se puede observar en la Gráfica 3, Gráfica 4 y Gráfica 5. (Espinosa & Mera, 2007).



**Gráfica 3** Flujo escalón – escalón  
Fuente: Hamedi, Haji, & Mansoori (2016).



**Gráfica 4** Flujo escalón – escalón  
Fuente: Amirmasoud et al. (2015).



**Gráfica 5** Flujo Tipo escalón – escalón

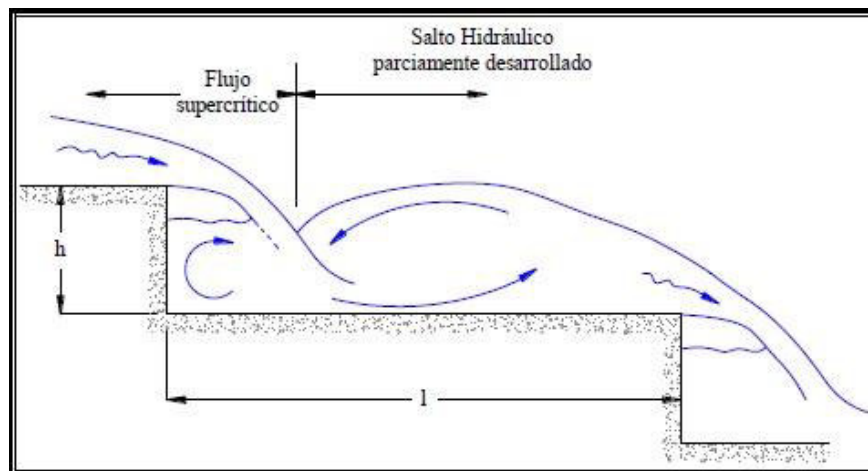
Fuente: Elaboración-propia.

Según Lozano y Mananita (2019), este tipo de flujo sucede en valores de caudal bajo y poca inclinación, se desarrolla particularmente cuando el fluido en la rápida escalonada es relativamente pequeño, caracterizado por una sucesión de caídas secuenciales donde el fluido del escalón superior va hacia el escalón inferior, pudiendo ocurrir o no un resalto hidráulico.

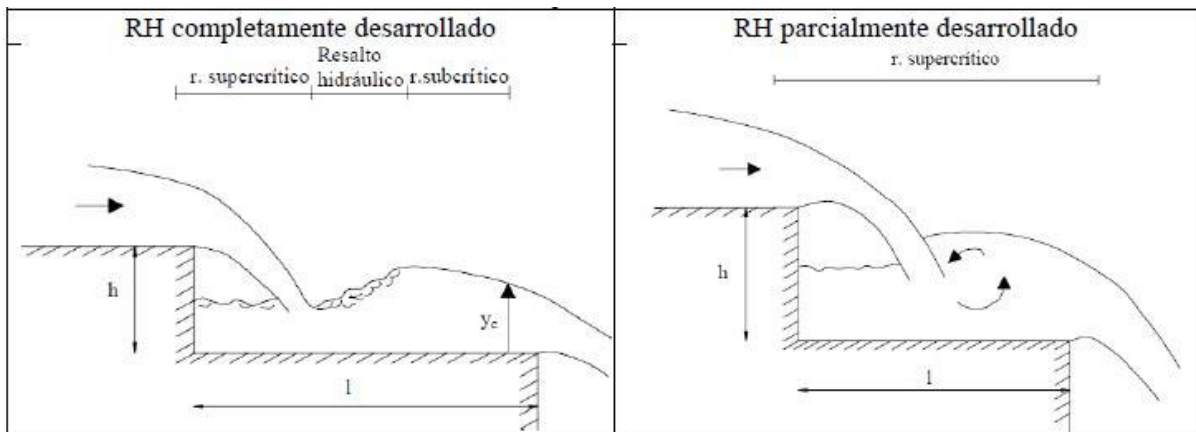
El flujo escalón a escalón también se subdivide en dos flujos, que se forman debido a la manera en que el flujo golpea al siguiente escalón:

- Flujo escalón a escalón aislado; presente cuando el flujo impacta completamente en la horizontal del escalón resultando en la construcción de un resalto hidráulico en la huella de cada uno; mismo que puede ser parcial o completamente desarrollado (característica que puede observarse en la gráfica 6);
- Flujo escalón a escalón parcial, ocurre cuando una parte del flujo impacta la huella del escalón, siendo su régimen de tipo supercrítico; su comportamiento hidráulico es complejo debido a fenómenos tridimensionales presentes como las ondas de choque (característica que puede observarse en la gráfica 6) (Guachamín & Simbaña, 2018).





**Gráfica 6** Flujo escalón a escalón con entrada supercrítica  
Fuente: Rendón (2011).



**Gráfica 7** Flujo escalón a escalón aislado con resalto hidráulico completamente desarrollado y un flujo escalón a escalón aislado con resalto hidráulico parcialmente desarrollado  
Fuente: Gómez (2019).

En la tabla 1 puede observarse las condiciones para la formación de flujo escalón a escalón.

Entonces, el flujo saltante puede ser descrito como una sucesión de saltos hidráulicos de escalón a escalón, donde la disipación de la energía es consecuencia del rompimiento del chorro de aire y la combinación de este chorro con o sin formación de resalto hidráulico, es decir, con o sin rebote hidráulico (Casa, 2017).

Las principales características hidráulicas analizadas del flujo tipo escalón – escalón en los diferentes ensayos realizados se observa a continuación:

- Altura (h) del escalón
- Longitud (L) del escalón
- Descarga unitaria (q)
- Ángulo de inclinación con respecto al plano ( $\theta$ ) horizontal (Casa, 2017).

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de comparar cuales son las condiciones en las que se puede presentar flujos de escalón – escalón. El resultado de esas investigaciones se resume en las siguientes ecuaciones:

**Tabla 1**  
*Investigaciones empíricas flujo escalón – escalón*

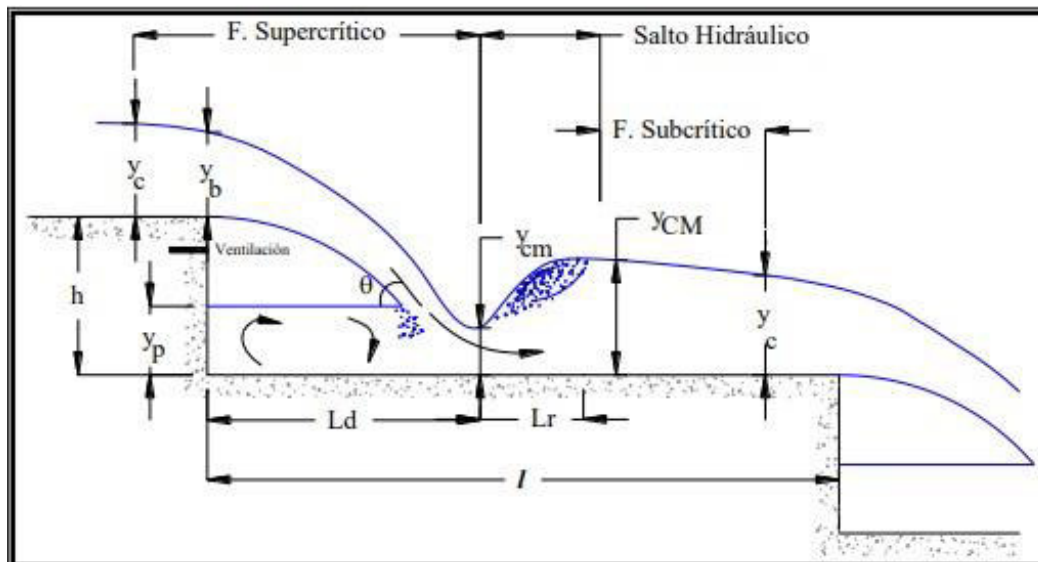
Autor	Expresión	Conclusión
Chanson (1994-a)	$\frac{y_c}{h} \leq 0,0916 \left(\frac{h}{l}\right)^{-1,276}$ <p>Siendo válido para:</p> $0,2 \leq \left(\frac{h}{l}\right) \leq 0,6$	Formación de flujo escalón-escalón en el cual se genera un salto hidráulico completo
(Yasuda et al (2001)	$\frac{h}{y_c} = 0,57 \left(\frac{h}{L}\right)^3 + 1,3$ <p>Siendo válido para:</p> $0 < \frac{h}{y_c} \leq 1,37 ; 0,1 \leq \left(\frac{h}{l}\right) \leq 1,43$	El límite mínimo de altura del escalón para la formación del fenómeno escalón-escalón o saltante
Chanson (2001-a)	$\frac{y_c}{h} = 0,89 - 0,4 \left(\frac{h}{l}\right)$ <p>Siendo válido para:</p> $0,05 \leq \left(\frac{h}{l}\right) \leq 1,7$	Formación de flujo escalón-escalón, siendo válido para flujo cuasi – uniforme y uniforme
Chinnarasri (2002)	$\frac{y_c}{h} = 0,98 \left(0,55\right)^{\left(\frac{h}{l}\right)}$	Es el límite superior para flujo escalón-escalón

Fuente: Casa (2017).

Según Hubert Chanson, (2002), indica que, en el flujo tipo saltante existen tres subtipos de flujo, y estos dependen de cómo impactan a los escalones:

- **Escalón a escalón con resalto hidráulico desarrollado**

Ocurre cuando la pendiente de la estructura escalonada es baja y con huellas amplias. El flujo en la superficie libre en caída pasa por el calado crítico, ubicado antes de abordar a la arista exterior del escalón e inmediatamente desarrollándose un flujo supercrítico hasta aguas abajo del escalón. Este cambio de régimen de supercrítico a subcrítico genera el resalto hidráulico completamente desarrollado. En la contrahuella se puede observar la presencia de una concavidad de aire y un colchón de agua en recirculación;



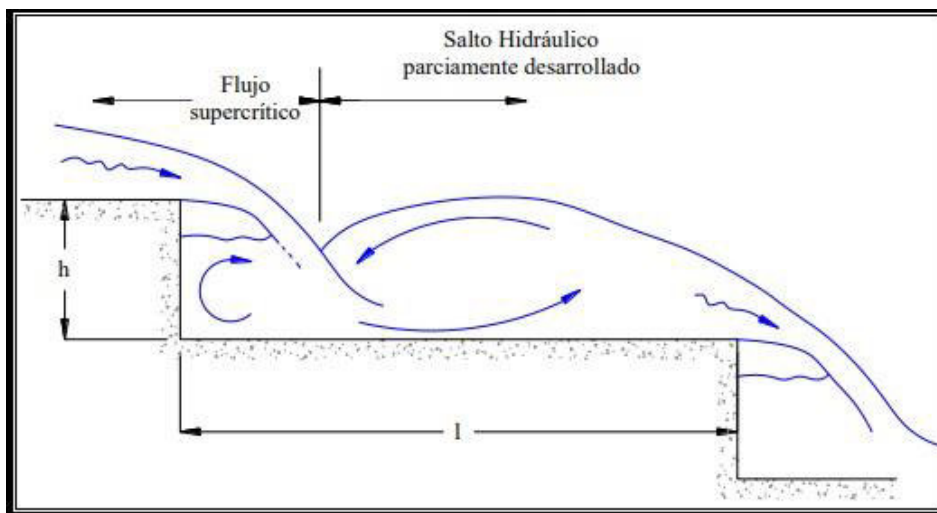
**Gráfica 8** Flujo saltante o escalón a escalón con resalto hidráulico completamente desarrollado

Fuente: Ricardi (2012).

- **Escalón a escalón con resalto hidráulico parcialmente desarrollado**

Ocurre cuando el resalto hidráulico no alcanza a desarrollarse completamente o lo hace de manera parcial, esto se debe porque el caudal se incrementa o cuando la altura de la contra huella es muy corta. Entonces el resalto hidráulico no se forma completamente y el flujo avanza al

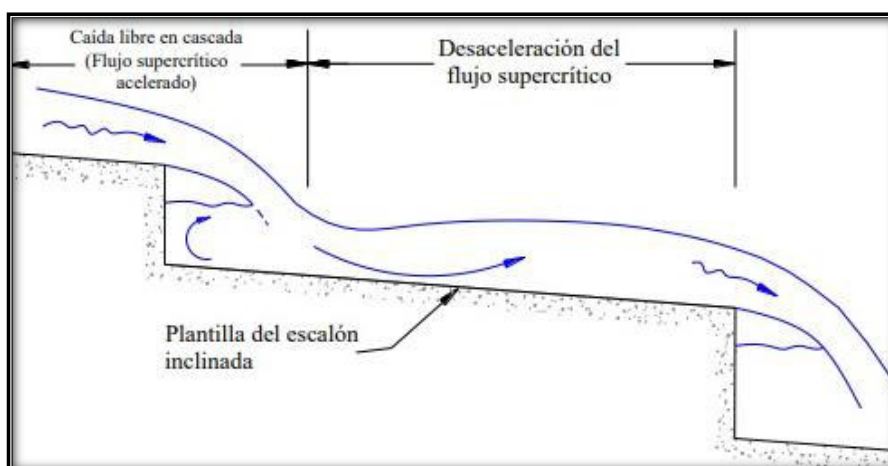
siguiente escalón. En este tipo de subflujo el caudal es supercrítico, con turbulencia exclusivamente aguas abajo;



**Gráfica 9** Flujo escalón a escalón con resalto hidráulico parcialmente desarrollado  
Fuente: Ricardi (2012).

- **Escalón a escalón sin resalto hidráulico**

Ocurre en caudales grandes o con estructuras de pendientes pronunciadas, caracterizado porque el flujo apenas impacta en la huella del escalón. Dada la velocidad el flujo desarrollado sobre el escalón siempre es supercrítico, con especial frecuencia en perfiles escalonado con huellas inclinadas;



**Gráfica 10** Flujo escalón a escalón sin resalto hidráulico  
Fuente: Ricardi (2012).

En la siguiente tabla puede observarse algunas ecuaciones empíricas realizadas por otros autores para delimitar flujo escalón a escalón.

**Tabla 2**

*Ecuaciones empíricas para delimitar flujo escalón a escalón*

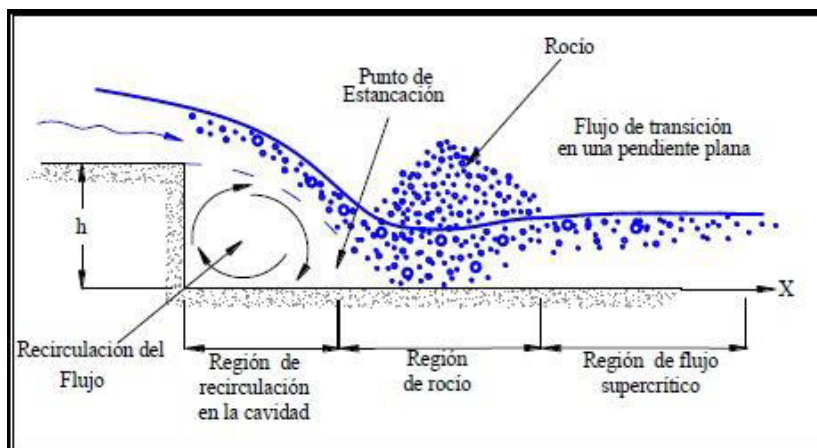
<b>Autor</b>	<b>Expresión</b>	<b>Conclusión</b>
Ohtsu y Yasuda (1999)	$\frac{h}{y_c} = 0.57(\tan \theta)^3 + 1.3$ Siendo válido para: $0.1 \leq \tan \theta \leq 1.43$	Para límite inferior flujo tipo escalón a escalón.
Ohtsu y Yasuda (1999)	$\frac{y_c}{h} = \frac{(1.4 - \frac{h}{l})^{0.26}}{1.4}$	Para límite superior flujo escalón a escalón
Ohtsu y Yasuda (1999) Chanson (2002) Amador (2005) Se realiza el ajuste de mínimos cuadrados	$\frac{y_c}{h} = 0.649 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.175}$ Siendo válido para: $0.10 < h/l < 1.25$	Para límite superior flujo tipo escalón a escalón
Matos (1999)	$\frac{y_c}{h} = 0.634 + 0.446 \exp^{-2.884 \frac{h}{l}}$	Para límite superior flujo tipo escalón a escalón

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

Donde;  $y_c$  = calado crítico ( $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ ),  $h$  = altura contrahuella,  $l$  = longitud de la huella,  $\theta$  = ángulo de inclinación de la rápida

## 2.6. FLUJO DE TRANSICIÓN

Es el caudal que se encuentra entre un flujo saltante o escalón a escalón y un flujo rasante, cuyo comportamiento es de tipo caótico con salpicaduras intensas, pudiendo observarse diversidad de longitudes en los resaltos y con inestabilidad. Es caracterizado por un alto estancamiento del flujo en los escalones, alto grado de aireación, salpicaduras y por ser un flujo caótico (Casa, 2017; Gómez J. , 2019), estas condiciones despliegan fuertes salpicaduras en la longitud de la estructura y provocando desgastes en la huella de los escalones (Rosado, 2017).



**Gráfica 11** Flujo de Transición

Fuente: Rendon (2011).

Adicionalmente, este tipo de flujo está dado por la interrelación del flujo escalón a escalón y flujo rasante en distintos escalones. Se puede apreciar a lo largo de la rápida escalonada la presencia de cavidades donde recircula aire por debajo del flujo de agua que se presenta entre los vértices de cada escalón mientras que en otros escalones el flujo ya se encuentra establecido. Se observa entonces un flujo errático en este régimen transicional, con cambios muy significativos en las propiedades hidráulicas de un escalón al siguiente (Táboas, 2007).

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de conocer las condiciones e identificar este tipo de flujo, que no son del tipo de flujo escalón – escalón ni del tipo rasante. El resultado de esas investigaciones se resume en las siguientes ecuaciones empíricas.

**Tabla 3**  
*Ecuaciones empíricas para delimitar flujo de transición*

Autor	Expresión	Conclusión
Rajaratnam (1990)	$\frac{y_c}{h} > 0.80$ Siendo válido para: $0.4 < \left(\frac{h}{l}\right) < 0.9$	Se identifica como flujo transicional entre escalón a escalón y rasante
Chanson (1994-a)	$\frac{y_c}{h} > 1.057 - 0.465 \left(\frac{h}{l}\right)$ Siendo válido para: $0.2 \leq \left(\frac{h}{l}\right) \leq 1.25$	
Mondardo et al (1995)	$\frac{y_c}{h} > 1.1974 - 0.59501 \left(\frac{h}{l}\right)$	
Boes (2000)	$\frac{y_c}{h} = 0.91 - 0.14 \left(\frac{h}{l}\right)$ Siendo válido para: $0.47 < \left(\frac{h}{l}\right) < 1.43$	
Chanson & Toombes (2004)	$\frac{y_c}{h} > 0.9174 - 0.381 \frac{h}{l}$ Siendo válido para: $0.0 < \left(\frac{h}{l}\right) < 1.7$	Límite inferior del flujo de transición
Chanson & Toombes (2004)	$\frac{y_c}{h} < \frac{0.9821}{\left(\frac{h}{l} + 0.388\right)^{0.384}}$ Siendo válido para: $0.0 < \left(\frac{h}{l}\right) < 1.5$	Límite superior del flujo de transición

Fuente: Casa (2017).

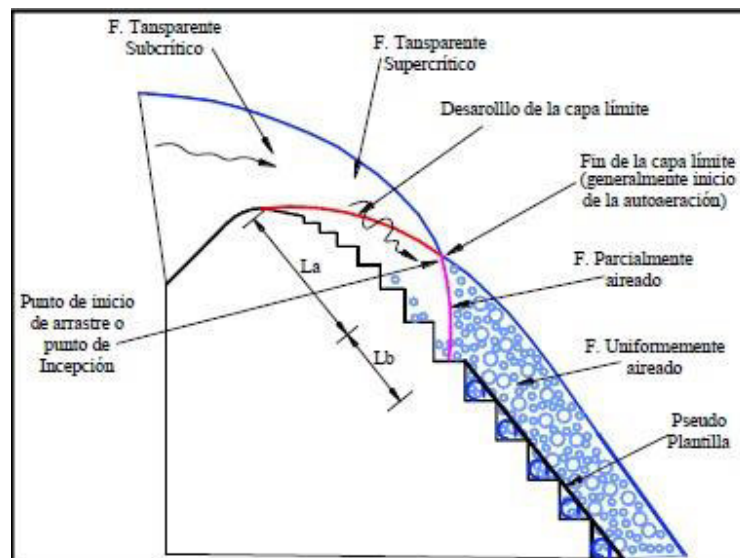
## 2.7. FLUJO RASANTE

Llamado de esta manera porque los bordes de los escalones generan un pseudo fondo por donde se desliza el fluido, potenciando la inestabilidad del caudal produciendo choques y salpicaduras desde y hacia los escalones favoreciendo la auto aireación, se observa en la Grafica 12 (Rendon, 2011).

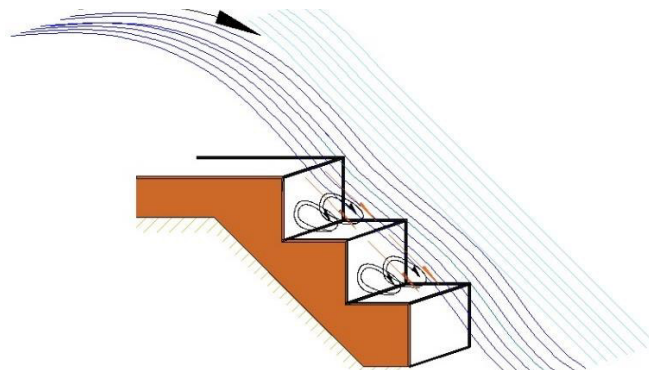
En este tipo de flujo rasante, el agua fluye con altas concentraciones de aire que roza el fondo secundario, que está formado por las aristas de los escalones de la estructura y es por donde se desplaza el flujo principal con aire atrapado. Cuando el flujo llena todas las

cavidades de la escalonada es denominado flujo rasante completamente desarrollado, siendo su característica el de ser un flujo aireado en la superficie libre, formación de burbujas y formación de vórtices estables en los escalones del dissipador (Casa, 2017).

De esta manera, el fluido queda atrapado entre el fondo secundario y el vértice real de la escalonada, lo que deriva en la generación de los vórtices característicos que se observa en la Grafica 13. El flujo con la generación de la turbulencia en el fondo de la escalonada, motiva la disipación de la energía (Rosado, 2017).



**Gráfica 12** Flujo rasante con aproximación subcrítica  
Fuente: Rendón (2011).



**Gráfica 13** Flujo Tipo rasante  
Fuente: Elaboración propia.

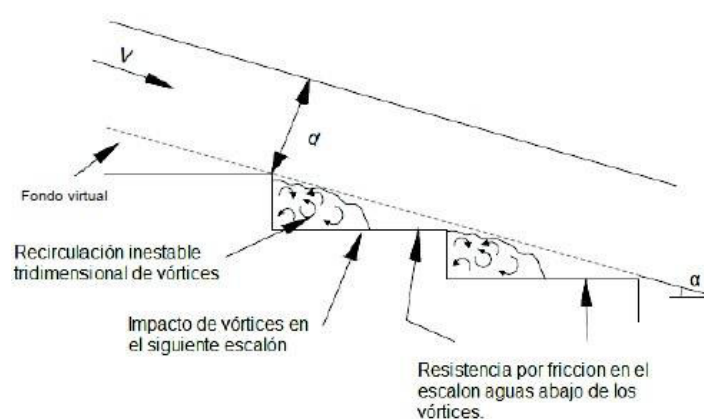


Por otro lado, según Hubert (1997), el flujo tipo rasante existen tres subtipos de flujo, basándose en los vórtices que se forman debajo del flujo principal:

- “Flujo con cavidad parcialmente ocupada por el flujo secundario
- Flujo con cavidad casi totalmente ocupada por el flujo secundario
- Flujo con recirculación estable del flujo secundario” (Hubert, 1997),

### 2.7.1. FLUJO CON CAVIDAD PARCIALMENTE OCUPADA POR UN FLUJO SECUNDARIO

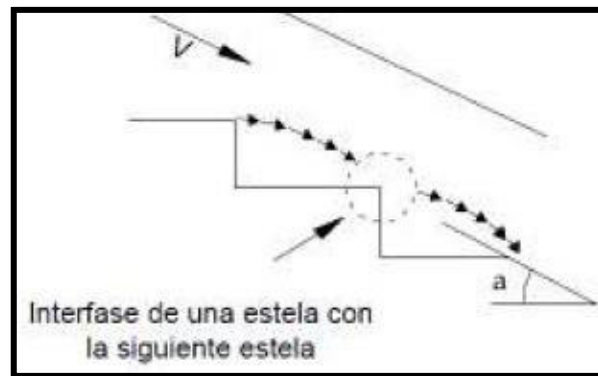
Ocurre cuando están presentes caudales pequeños y con pendientes en la estructura escalonada moderadas o bajas ( $\theta < 12^\circ$ ). Pudiendo observarse presencia de vórtices recirculantes aguas abajo del borde del escalón. Como ocupa parcialmente la cavidad no se extiende en la totalidad de la huella, y los patrones dentro del flujo son inestables y de naturaleza tridimensional derivando en fricción entre el flujo y la huella de la escalonada;



**Gráfica 14** Flujo con cavidad parcialmente ocupada por un flujo secundario  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

### 2.7.2. FLUJO CON CAVIDAD CASI TOTALMENTE OCUPADA POR EL FLUJO SECUNDARIO

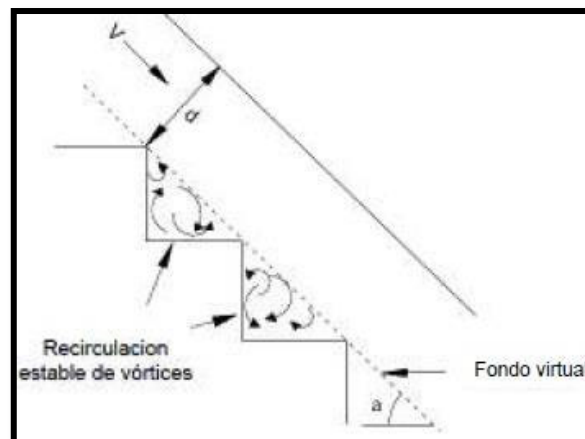
Ocurre con caudales grandes y en pendientes de escalonada moderadas o bajas (entre  $5^\circ < \theta < 22^\circ$ ). Pudiendo observarse ondulaciones relativamente pequeñas; la región de los vórtices está formada casi en su totalidad dentro de la cavidad, pudiendo interferir con los siguientes vórtices dentro de la escalonada;



**Gráfica 15** Flujo con cavidad casi totalmente ocupada por el flujo secundario  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

### 2.7.3. FLUJO CON RECIRCULACIÓN ESTABLE DEL FLUJO SECUNDARIO

Ocurre cuando las estructuras de las rápidas escalonadas poseen pendientes pronunciadas ( $\theta > 25^\circ$ ,  $\frac{h}{l} > 0.5$ ). Se observa que el flujo posee vórtices recirculantes casi estables, la recirculación cubre la totalidad de la cavidad formado por los vértices del escalón.



**Gráfica 16** Flujo con recirculación estable del flujo secundario  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

En la siguiente tabla puede observarse algunas ecuaciones empíricas realizadas por otros autores para delimitar flujo rasante

**Tabla 4**  
**Ecuaciones empíricas para delimitar flujo rasante**

Autor	Expresión	Conclusión
Rajaratnan (1990)	$\frac{y_c}{h} \geq 0.8$ Siendo válido para: $0.4 \leq \left(\frac{h}{l}\right) \leq 0.9$	Define el inicio de flujo rasante
Diez-Cascón (1991)	$\frac{y_c}{h} = 0.9$	Define el inicio de flujo rasante para $\frac{h}{l} = 1.333$
Degoutte et al. (1992)	$\frac{y_c}{h} = 0.74$ Siendo válido para: $\frac{h}{l} = 0.33$ $\frac{y_c}{h} = 0.62$ Siendo válido para: $\frac{h}{l} = 1$	Define el inicio de flujo rasante, aliviaderos escalonados formados por gaviones
Chanson (1994)	$\frac{y_c}{h} = 1.057 - 0.465 \frac{h}{l}$ Siendo válido para: $11.3^\circ < \alpha < 38.7^\circ$	Define el inicio del flujo rasante
Ohtsu y Yasuda (1997)	$\frac{h}{y_c} = 1.16 (\tan \theta)^{0.165}$ Siendo válido para: $0.10 \leq \tan \theta \leq 1.42$	Define el límite superior del escalón para el establecimiento del flujo rasante
Chanson (2015)	$\frac{y_c}{h} = \frac{0.881}{\left(\frac{h}{l} + 0.149\right)^{0.317}}$	Define el límite inferior del flujo rasante, paso de transición a rasante. No aplica para flujos que varíen rápidamente
Ohtsu y Yasuda (1997), Chanson (2002) y Amador (2005)	$\frac{y_c}{h} = 0.854 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.169}$ Siendo válido para: $0.10 < \left(\frac{h}{l}\right) < 1.25$	Define el inicio de flujo rasante
Boes y Hager (2003)	$\frac{y_c}{h} = 0.91 - 0.14 \frac{h}{l}$ Siendo válido para: $25^\circ < \theta < 55^\circ$	Define el inicio de flujo rasante
Matos (1999)	$\frac{y_c}{h} = 0.634 + 0.446 \exp^{-2.623 \frac{h}{l}}$	Define el inicio de flujo rasante
Ohtsu y Yasuda (1997)	$\frac{y_c}{h} = 0.862 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.165}$ Siendo válido para: $0.10 < \left(\frac{h}{l}\right) < 1.42$	Define el límite inferior del flujo rasante
Chanson (1996)	$\frac{y_c}{h} < \frac{f r_i^{2/3} \sqrt{1} + \frac{1}{f r_i^2}}{\sqrt{1 + 2 f r_i^2 \left(1 + \frac{1}{f r_i^2}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{\cos \alpha_i}{\sqrt{1 + \frac{1}{f r_i^2}}}\right)}}$	En estudios de trayectorias de chorro

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

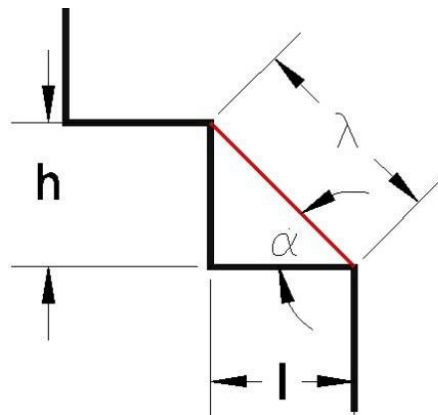
Donde;  $h$  = altura de la contrahuella,  $l$  = longitud de la huella,  $\theta$  = ángulo de la inclinación de la escalonada,  $fr_i$  = número de Froude en el vértice del escalón,  $\alpha_i$  = ángulo de las líneas de corrientes del chorro debajo de la arista del escalón

Para la disipación de energía en flujos debe dimensionarse la secuencia de escalones en las rápidas, esto para alcanzar la mayor disipación que aportará la estructura hidráulica.

Sabiendo que los escalones están conformados geoméricamente por:

- Longitud del escalón o huella ( $l$ ),
- Altura del escalón o contrahuella ( $h$ ),
- Ángulo entre la huella y la línea que une las esquinas del escalón superior con el inferior ( $\alpha$ ), y
- Longitud ( $\lambda$ )

Nota: cuando el flujo es rasante, ( $\lambda$ ) es el pseudo fondo del perfil escalonado (Logacho & Orozco, 2020).



**Gráfica 17** Dimensionamiento de la estructura escalonada  
Fuente: Elaboración propia.

#### 2.7.4. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO RASANTE A LO LARGO DE LA ESTRUCTURA ESCALONADA

Las estructuras de disipación de energía escalonada son caracterizadas por la entrada de aire de manera natural, es decir se genera procesos de captura de volúmenes de aire en

la superficie del flujo, que a su vez queda diseminada como burbujas que son transportadas a través del mismo (Guachamín & Simbaña, 2018).

Entonces el flujo rasante divide en regiones de acuerdo a la extensión del dissipador de energía. Estas son (Amador, Sánchez, & Dols, 2006):

- Zona no aireada
- Flujo rápidamente variado
- Flujo gradualmente variado
- Flujo uniforme

#### **2.7.4.1. ZONA NO AIREADA**

Se caracteriza por el desenvolvimiento en la dirección de flujo del fenómeno hidráulico conocido como capa límite de tipo turbulenta, con la particularidad de que va en aumento su espesor. Si se encuentra por fuera de esta capa límite, el flujo de agua se considera irrotacional; y cuando el espesor de esta capa límite se nivela con la superficie libre entonces ocurre el ingreso de aire al fluido (puede observarse en la Gráfica 18 zona 1) (Amador, Sánchez, & Dols, 2006).

#### **2.7.4.2. FLUJO RÁPIDAMENTE VARIADO**

Ocurre cuando se produce una importante deflexión dentro del flujo, específicamente en la lámina libre, propagándose e influenciando en las características hidráulicas de este. Puede observarse una fuerte curvatura en las corrientes, favoreciendo la entrada de aire en la zona convexa y una disminución de la concentración del aire en la zona cóncava (puede observarse en la gráfica 18 en la zona 2) (Guachamín & Simbaña, 2018).

Amador, Sánchez y Dols, (2006), proponen dos ecuaciones 2 y 3 para calcular la concentración media del aire ( $C_{med}$ ) en las zonas del flujo rápidamente variado:

$$C_{med} = 0.210 + 0.291 [\exp (-0.674(\ln s' - 2.972)^2)] \quad (2)$$

siendo;  $0 \leq s' \leq 30$

$$C_{med} = (0.884 - \frac{1.098}{2\sqrt{s'}})^2 \quad (3)$$

siendo;  $30 \leq s' \leq 100$

### 2.7.4.3. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Se genera después de la zona donde se presenta un flujo rápidamente variado, la entrada de aire hacia el flujo ocupa toda la sección transversal de la estructura escalonada. Como este flujo implica pequeños cambios de profundidad, se relaciona con grandes longitudes del dissipador (puede observarse en la gráfica 18 en la zona 3) (Guachamín & Simbaña, 2018).

### 2.7.4.4. FLUJO UNIFORME

Ocurre en la última y más alejada zona de la estructura escalonada, formando un equilibrio entre las fuerzas de fricción y gravedad.

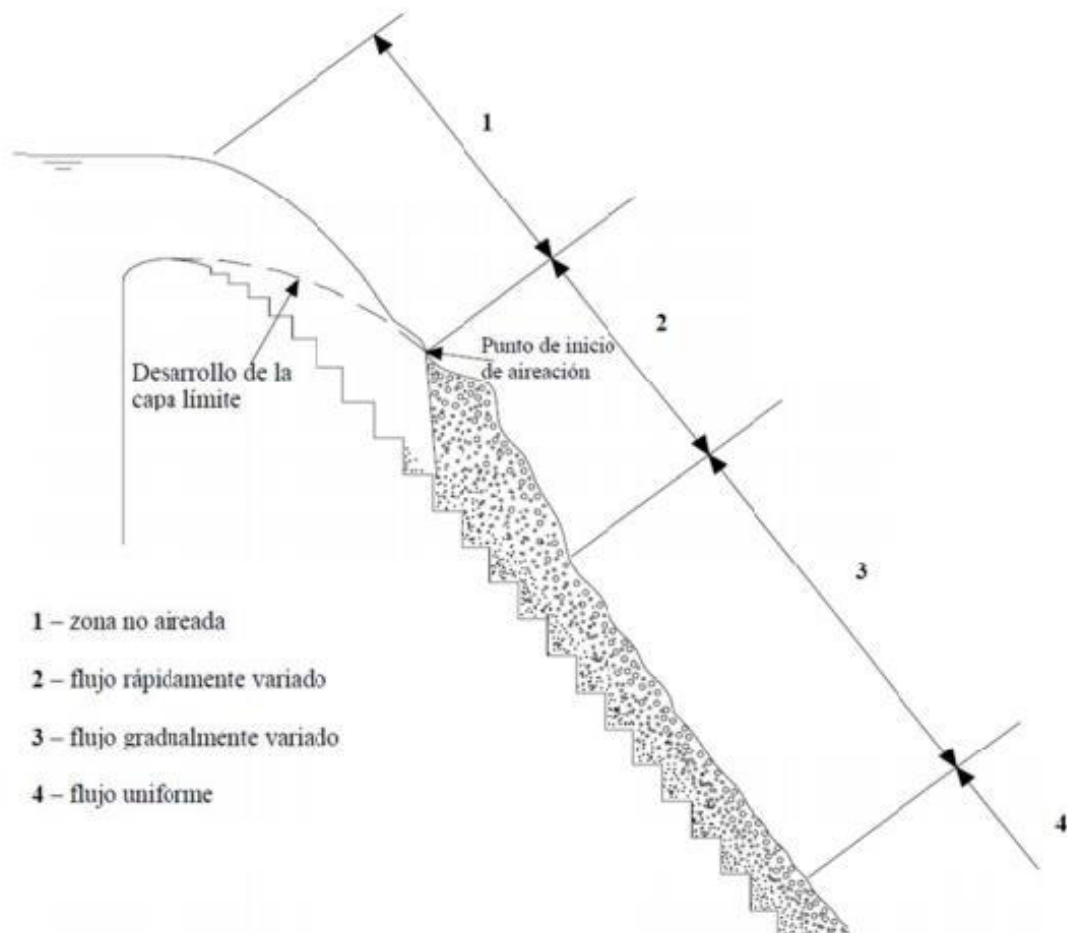
Principalmente en la zona de aliviadero de la estructura, los valores de flujo, la concentración de aire, la altura del flujo, la energía específica residual y la velocidad media son constantes (puede observarse en la Gráfica 18 en la zona 4) (Amador, Sánchez, & Dols, 2006).

Boes y Hager, (2003) *“promueven una ecuación para encontrar la altura mínima del aliviadero ( $H_e$ ) y formación del flujo uniforme:”*

$$\frac{H_e}{y_c} \approx 24(\sin \alpha)^{2/3} \quad (4)$$

En estructuras dissipadoras escalonadas con pendientes de  $\alpha = 51.3^\circ$ ,  $\frac{H_e}{y_c}$  = altura relativa,

$\frac{H_e}{y_c} = 20.3$  (para alcanzar el flujo uniforme).



**Gráfica 18** Características flujo rasante

Fuente: Toral (2013).

### 2.7.5. PUNTO DE ATRAPAMIENTO DE AIRE PARA FLUJO RASANTE

Debe existir aireación o atrapamiento de aire en la rápida escalonada para que se presente el flujo tipo rasante; la aireación ocurre en la zona donde la capa límite de tipo turbulenta alcanza la superficie libre, dado que la turbulencia es muy fuerte rompe la tensión superficial del flujo y la fuerza de flotación de las burbujas, estando el fluido uniformemente aguas abajo en la escalonada (Rosado, 2017).

#### 2.7.5.1. UBICACIÓN DEL PUNTO DE INICIO DE ARRASTRE DE AIRE

Ocurre cuando el espesor del fenómeno denominado capa límite alcanza la superficie libre del flujo e inicia la auto aireación natural; favoreciendo entonces con ello la disipación efectiva de energía del cuerpo de agua. Algunas investigaciones se han realizado de

manera teórica para describir el comportamiento del inicio del proceso de arrastre de aire en el flujo rasante. El resultado de esas investigaciones se resume en las siguientes ecuaciones:

**Tabla 5**

*Ecuaciones para el cálculo de inicio de arrastre de aire en el flujo rasante*

Autor	Expresión
Chanson (1994a)	$\frac{L_i}{k} = 9.719(\sin \alpha)^{0.796} F_h^{0.713},$ $\frac{y_i}{k} = \frac{0.4034}{(\sin \alpha)^{0.04}} F_h^{0.592},$ $F_h = \frac{q_w}{\sqrt{g \sin \theta (h \cos \alpha)^3}}$
Chamani (2000)	$\frac{L_i}{k} = 8.29 F_i^{0.85},$ $F_i = \frac{q_w}{\sqrt{g \left(\frac{h}{\tau}\right) k}}$
Matos (2000)	$\frac{L_i}{k} = 6.289 F_i^{0.734},$ $\frac{y_i}{k_s} = 0.361 F_s^{0.606},$ $F_s = \frac{q_w}{g(h)^3}$
Boes y Minor (2002)	$L_i = \frac{5.90 y_c^{1.2}}{(\sin \theta)^{1/4} h^{0.2}}$

Fuente: Casa (2017).

Siendo;  $k$  = rugosidad, altura perpendicular al fondo virtual,  $y_i$  = profundidad de agua en el punto de inicio de la auto aireación,  $L_i$  = distancia media desde el ingreso a la rápida escalonada hasta el inicio de introducción y arrastre de aire,  $F_h$  = parámetro adimensional en función de la altura del escalón y del caudal unitario,  $F_i$  = parámetro dimensional (m) (Casa, 2017).



### 2.7.6. CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DEL FLUJO RASANTE

En estructuras disipadoras de energía escalonadas, la región no aireada es compuesta por la capa límite turbulenta muy cerca de los escalones; la capa límite aumenta progresivamente en su espesor; donde la distribución de velocidades se expresa como:

$$\frac{U(y)}{U_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/N} \quad (5)$$

Siendo;  $U$  = velocidad-media,  $y$  = calado,  $U_0$  = velocidad del flujo irrotacional,  $\delta$  = espesor de la capa límite (definido como la distancia del pseudo fondo al punto donde la velocidad es el 99% al flujo irrotacional),  $N$  = parámetros dependientes de la distribución de velocidades (=5).

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de observar el espesor de la capa límite. El resultado de esas investigaciones se resume en las siguientes ecuaciones empíricas de la Tabla 6 sección (a);

Por otro lado, para flujos bifásicos las distribuciones de velocidades están expresadas de acuerdo a la fórmula 6:

$$\frac{V}{V_{90}} = \left(\frac{y}{y_{90}}\right)^{1/N} \quad (6)$$

Siendo;  $N$  = valor constante,  $N < 9$  para flujo rasante,  $V_{90}$  = velocidad característica en  $y = y_{90}$ ,

Hay diversas aproximaciones para el ajuste potencial  $N$ , estando los valores entre 3.9 y 3.0 donde dependerá de la característica hidráulica, es decir; del caudal específico circulante, el tamaño del escalón y pendientes.

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de observar las distribuciones de velocidades. El resultado de esas investigaciones se resume en las ecuaciones empíricas de la Tabla 6 sección (b);

Cuando se define la profundidad del flujo aireado, se consideran dos parámetros; Altura característica  $y_{90}$  que es la medida perpendicular al fondo de la rápida siendo dicha concentración del 90% aire-agua, y profundidad de agua clara  $y_w$  siendo la longitud perpendicular al fondo de la rápida; expresado como:

$$y_w = \int_0^{y_{90}} (1 - C) dy \quad (7)$$

Integrándose hasta  $y_{90}$  y  $C$  concentración-media del aire en el fondo obteniéndose:

$$y_w = (1 - \bar{C}) y_{90} \quad (8)$$

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de observar la altura equivalente y la altura característica. El resultado de esas investigaciones se resume en las ecuaciones empíricas de la tabla 6 sección (c);

**Tabla 6**

*Ecuaciones empíricas espesor de la capa límite, distribución de velocidades y profundidad de flujo auto aireado*

<b>Autor</b>	<b>Expresión Capa límite sección (a)</b>	<b>Conclusión</b>
Amador et al. (2006)	$\frac{\delta}{L} = 0.112 \left(\frac{L}{k_s}\right)^{-0.309}$ Siendo válido para: $10 < \left(\frac{L}{k_s}\right) < 25$	Define el ancho de capa límite, aguas arriba del punto de inicio del proceso aireación
Meireles (2004)	$\frac{\delta}{L} = 0.114 \left(\frac{L}{k_s}\right)^{-0.311}$ Siendo válido para: $10 < \left(\frac{L}{k_s}\right) < 140$	Define el espesor de la capa límite aguas arriba para rangos más extensos
<b>Autor</b>	<b>Expresión Distribución de Velocidades sección (b)</b>	<b>Conclusión</b>
Sánchez (2004) Matos (1999)	$\frac{V_w}{V_{90}} = \left(\frac{y}{y_{90}}\right)^{0.263}$	Define la distribución de velocidades para flujo uniforme
Sánchez (2004) Matos (1999)	$\frac{V_{90}}{V_w} = 1.4$ $V_w = \frac{q}{y_w}$	Definido para estructuras escalonadas, independientemente de la concentración de aire
<b>Autor</b>	<b>Expresión altura equivalente y característica al 90% de concentración de aire sección (c)</b>	<b>Conclusión</b>
Chanson (1994a)	$\frac{y_{90,u}}{y_c} = \sqrt[3]{\frac{f_e}{8(1-C_m)^3 \sin \alpha}}$	

Autor	Expresión Capa límite sección (a)	Conclusión
Matos (2000b)	$y_{90} = \frac{y}{1 - C_m}$	Define la altura equivalente antes de alcanzar el flujo uniforme
Boes (2000)	$d(L) = \frac{0.23 \left(\frac{q^2}{g \sin \alpha}\right)^{1/3}}{1 + \left(1 - \frac{0.23}{\sin \alpha^{1/3}}\right) \exp(-0.176 \left(\frac{g \sin \alpha}{q^2}\right)^{1/3} L)}$	Define la altura del agua en el aliviadero a un trayecto (L) del límite superior
Boes (2000)	$\frac{y_{90,(x)}}{y_{90,(u)}} = \tan h \left[ 1.1 \frac{y_{90,(u)}^2 \sin \alpha}{y_c^3} (x - L_i) \right]$	
Tatewar et al. (2000)	$\text{Log}\left(\frac{y_{90,u}}{h}\right) = 0.3011 \log\left(\frac{q^2}{gh^3}\right) + 0.01696 \left(\frac{h}{l}\right) - 0.2053$ <p>Siendo válido para rangos:</p> $\alpha = 51^\circ \text{ a } 59^\circ$ $\frac{y_c}{h} = 0.8 \text{ a } 4.4$	
Boes y Minor (2002)	$\frac{y_{90,u}}{h} = 0.50 (F_r)^{0.1 \tan \alpha + 0.50}$ $F_r = \frac{q}{\sqrt{g \sin \alpha} h^{3/2}}$	
Boes y Hager (2003a)	$\frac{y_{90}}{y_c} = 0.215 (\sin \alpha)^{-1/3}$	Define la altura equivalente una vez en régimen uniforme
Boes y Hager (2002, 2003b)	$\frac{y_{90}}{k_s} = \frac{0.5 \cos \alpha^{1.5(0.1 \tan \alpha + 0.5)} F_r^{(0.1 \tan \alpha + 0.5)}}{\cos \alpha}$	Define la altura equivalente para flujo abultado o mixto
Amador (2005)	$d_c = \frac{a_c \bar{U}^2 f_{eq}}{8g \sin \alpha}$	Define la altura equivalente en el régimen uniforme

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

Siendo:

$f_{eq}$  = coeficiente de fricción equivalente del flujo agua – aire,

$a_c$  = coeficiente de coriolis

$\bar{U}$  = velocidad media del flujo

$\alpha$  = ángulo de la solera del aliviadero con el plano horizontal,

$L$  = distancia al umbral del aliviadero

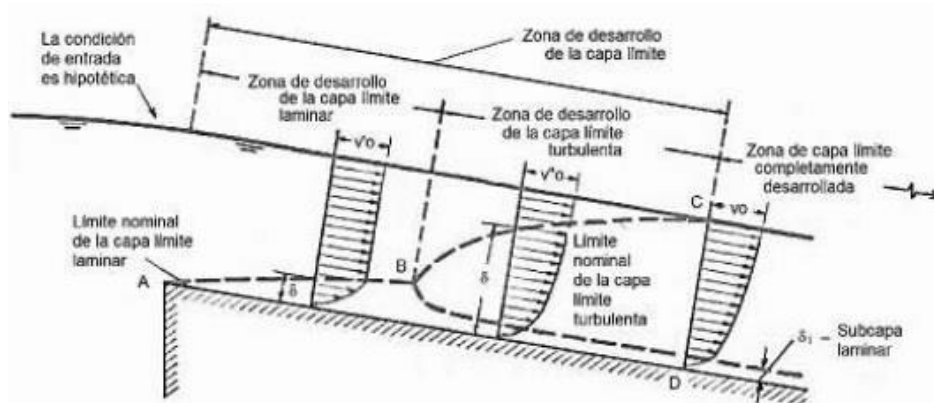
$y_{90,u}$  = profundidad del flujo mixto uniforme al 90% concentración de aire

$h$  = altura de la contrahuella

$F_r$  = número de Froude rugoso

$f_e$  = coeficiente de fricción de Darcy para flujo agua – aire

$L_i$  = longitud al punto de inicio de la aireación



**Gráfica 19** Capa límite

Fuente: (Chow, 1994)

### 2.7.6.1. CONCENTRACIÓN MEDIA DEL AIRE EN EL FLUJO

La media del aire en el flujo es autónoma de la descarga, la rugosidad y de la profundidad del fluido. “La introducción del aire se produce cuando la energía cinética supera la tensión superficial y los efectos de la gravedad” (Rosado, 2017).

Chanson, (1997), “indica que en disipadores escalonados con pendientes hasta 50° la concentración media del aire en el flujo puede expresarse como:”

$$y_w = (1 - \bar{C}) y_{90} \quad (9)$$

$$\bar{C} = 0.9 \sin \theta$$

Sin embargo, para estructuras con pendientes superiores a los 50 grados, el parámetro mencionado puede ser generado, a través de la siguiente interpolación:

**Tabla 7***Valores de concentración media de aire para diversas pendientes*

Pendientes $\theta$ (°)	Concentración media del aire en el flujo ( $C_e$ )
0.0	0
7.5	0.161
15	0.241
22.5	0.31
30.0	0.41
37.5	0.569
45.0	0.622
60.0	0.68
75.0	0.721

Fuente: Rosado (2017).

Cuando el límite exterior de la capa última alcanza o iguala a la superficie libre, la turbulencia da inicio a la aireación natural. Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica para describir el proceso mencionado, mismas que se resumen en la

Tabla 8:

**Tabla 8***Ecuaciones empíricas de concentración media del aire en el flujo*

Autor	Expresión	Conclusión
Knauss (1979)	$C_m = [(1.44(\sin \alpha)) - 0.08]$	Define la concentración media del aire en regímenes uniformes
Hager (1991)	$C_m = 0.75(\sin \alpha)^{0.75}$	Define la concentración media del aire en regímenes uniformes
Matos (1999)	$C_m = 0.76(\sin \alpha)^{0.82}$	La concentración media del aire únicamente obedece a la pendiente del dissipador de energía escalonado, definida como la concentración de equilibrio
Frizell et al. (2000)	$C_m = 0.23 + 0.017\left(\frac{L-L_i}{y_i}\right)$	Define la concentración media del aire, en la parte inferior del inicio de la auto aireación
Matos et al. (2000a)	$C_m = 0.163F_r^{*0.154}$	Define la concentración de aire en el inicio del proceso de autoaireación
Matos et al. (2000b)	$C_m = 0.210 + 0.297\exp[-0.497(\ln(s') - 2.972)^2]$ Siendo válido para:	Define la concentración de aire,

Autor	Expresión	Conclusión
	$0 < s' < 30$ $C_m = (0.888 - \frac{1.065}{\sqrt{s'}})^2$ Siendo válido para: $s' \geq 100$	aguas abajo del inicio del proceso de auto aireación para regímenes rápidos y gradualmente variados
Matos et al. (2001)	$C_m = 0.262 + \frac{0.158}{1+(0.031s')^{-2.389}}$ Siendo válido para: $s' > 0;$ $26^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	Define la concentración media del aire
Boes y Hager (2003a)	$C_m = 1.2 \times 10^{-3} (240^\circ - \alpha)$ Siendo válido para: Definición del 0.01% de aire para pendientes: $26^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$	Define la concentración de aire en el inicio de la turbulencia
Chanson (1994)	$C_m = 0.9 \sin \alpha$ Siendo válido para pendientes: $\alpha < 50^\circ$	Define la concentración media del aire
Meireles et al. (2012)	$C_m \approx 0.20$	Define la concentración de aire en el inicio de la turbulencia

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018).

Siendo:  $L$  = distancia medida a lo largo de la rápida,  $F_r^*$  = parámetro adimensional en función de altura del escalón y caudal unitario,  $y_i$  = profundidad de agua en el punto de inicio de la aireación,  $L_i$  = distancia medida desde el ingreso a la rápida hasta el inicio de introducción de arrastre de aire,  $C_m$  = concentración media de aire

### 2.7.6.2. ESTIMACIÓN DE LA RESISTENCIA AL MOVIMIENTO EN RÁPIDAS ESCALONADAS CON FLUJO RASANTE

Para este parámetro es necesario determinar factores como la geometría de los escalones de la estructura disipadora y la pendiente, donde la altura de la contrahuella es un condicionante para el ingreso y arrastre de aire. El flujo recirculatorio, genera un esfuerzo cortante expresado como:

$$\tau = \frac{1}{2} C_f \rho_m u_m^2 \quad (10)$$

Siendo;  $\tau$  = esfuerzo cortante,  $u_m$  = velocidad media,  $\rho_m$  = promedio de la densidad del flujo sobre la profundidad con 90% de aireación,  $C_f$  = coeficiente de fricción.

Algunas investigaciones se han realizado de manera empírica con el propósito de observar la estimación de la resistencia al movimiento. El resultado de esas investigaciones se resume en las ecuaciones empíricas de la Tabla 9:

**Tabla 9**  
*Estimación de la resistencia al movimiento*

Autor	Expresión
Rajaratnam y Katopodis (1984)	$C_f = \frac{2gy_{90} \sin \theta}{u_m^2};$ Siendo válido para:  $C_f = 0.05 \text{ a } 0.18$ $R_e = 5 \times 10^3 \text{ a } 1 \times 10^6$
Tozzi (1994)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.16 + 1.24 \log\left(\frac{y}{k}\right)$
Chanson et al. (2001b)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.16 + 1.24 \log\left(\frac{y}{k}\right)$
Yasuda (2001)	$f = 4C_{rw} = 8\left(\frac{y_w}{y_c}\right)^3 \sin \theta$
Chinnarasri (2002)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 + 1.19 \log\left(\frac{y_0}{k}\right)$ Siendo válido para: $0.1 \leq \left(\frac{k}{y_0}\right) \leq 2.1$ $\theta = 15^\circ \text{ a } 59^\circ$
Boes y Minor (2002)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1}{\sqrt{0.5 - 0.42 \sin(2\theta)}} [1.0 - 0.25 \log\left(\frac{k}{D_{hwu}}\right)]$ Siendo válido para: $D_{hwu} = 4y_{wu}$

Fuente: Casa (2017).

### 2.7.6.3. PRESIONES SOBRE LOS ESCALONES Y RIESGO DE CAVITACIÓN

Las presiones que influyen principalmente en los escalones de la estructura son las presiones bajas que podrían causar un daño por cavitación, y las presiones altas mismas que podrían afectar la durabilidad de la huella; es decir, que existe un riesgo de producirse cavitación en la estructura escalonada, en este sentido, se ha observado que la velocidad crítica para que esto suceda es de 15 m/s. Por otro lado, cuando las velocidades son superiores, las fluctuaciones sobre la escalonada alcanzarán valores críticos de cavitación afectando la vida útil de la estructura (Amador, Sánchez, & Dols, 2006).

#### **2.7.6.3.1. PRESIONES DE LOS FLUIDOS EN LA HUELLA DEL ESCALÓN**

La presión máxima positiva se origina en la huella del escalón; donde se ha observado que la distribución de la presión en la parte horizontal del escalón. Siendo los valores mínimos de presión aguas arriba en las caras horizontales ( $\frac{x}{l} > 0.5$ ), en tanto, los valores máximos de presión se observan a lo largo de la fracción más cercana a los bordes ( $\frac{x}{l} < 0.5$ ), donde  $x$  es la distancia desde el borde del escalón a lo largo de la cara horizontal y  $L$  es la longitud de la huella. Válidos para estructuras con inclinaciones de  $30^\circ$  y  $50^\circ$  (Guachamín & Simbaña, 2018).

#### **2.7.6.3.2. PRESIONES DE LOS FLUIDOS EN LA CONTRA HUELLA DEL ESCALÓN**

Las presiones negativas ocurren en las contrahuellas, cerca del borde de los escalones, observándose una separación del flujo. Esta área es susceptible al ataque de cavitación derivado a la baja incidencia de presión negativa. Donde el índice de cavitación crítica es de 0.3 – 0.4 para pendientes suaves y de 0.6 para pendientes fuertes, y donde la velocidad media es limitada hasta  $15 \text{ m/s}$  con descargas de  $\sim 15 \text{ m}^2/\text{s}$  para escalonadas  $= 51.3^\circ$  (Guachamín & Simbaña, 2018).

#### **2.7.6.3.3. RIESGO DE CAVITACIÓN**

Producido por la incidencia de velocidades altas, por lo tanto, es recomendable potenciar la auto aireación de manera artificial o natural. Para prevenir daños por potencial cavitación la concentración media del aire debe ser  $\geq 5\%$ , aun cuando la proporción aire – agua recomendada es de  $8\%$  (Guachamín & Simbaña, 2018).

#### **2.7.6.4. GENERALIDADES SOBRE RÁPIDA ESCALONADA**

El propósito más importante al diseñar un perfil escalonado es lograr la mayor disipación de energía posible, siendo la altura de la contrahuella un valor muy importante a tomar en



cuenta en el dimensionamiento como se observa en la Gráfica 20 (Durán, 2019).

Entonces la altura del escalón no debe ser mayor a:

$$K_s \geq 0.0764 (q)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

$$K_s = h [\cos(\alpha)]$$

Siendo:  $K_s$  = rugosidad de forma,  $h$  = altura del escalón,  $q$  = caudal unitario y  $\alpha$  = ángulo del escalón

De acuerdo a lo antes mencionado, la energía del caudal comienza a estabilizarse si se aumenta la altura de la contrahuella, en otras palabras, es un límite superior del efecto de disipación (Durán, 2019). Entonces puede haber alturas óptimas de escalones determinadas de la siguiente manera:

$$\frac{h_{opt}}{h_{cr}} \geq 0.30 \quad (12)$$

Siendo;  $h_{opt}$  = altura óptima,  $h_{cr}$  = profundidad crítica en metros

Adicional la altura relativa del escalón donde el factor de fricción se definirá como:

$$f_{max} \rightarrow \frac{h}{h_{cr}} \geq 0.50 \quad (13)$$



**Gráfica 20** Rápida escalonada con inicio de auto aireación  
Fuente: Durán (2019).

El régimen de flujo rasante como se observa en la Gráfica 21 ha sido estudiado debido a su complejidad y es el más usado para realizar diseños de rápidas escalonados. En base a observaciones experimentales hechas se han obtenido ecuaciones empíricas, para los flujos que engloban el desarrollo del flujo rasante. En este sentido tenemos (Torral, 2013).

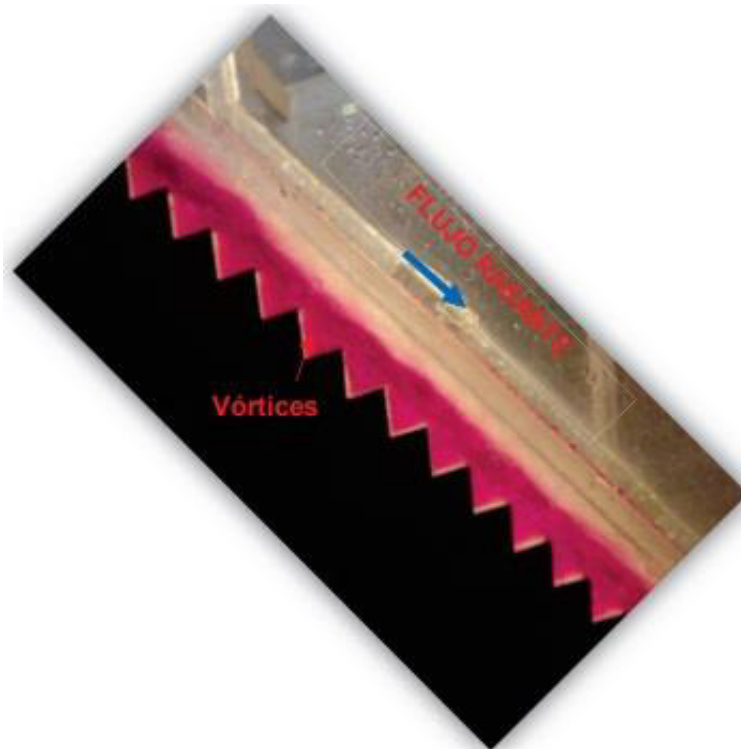
Límite superior del flujo saltante o escalón a escalón:

$$\frac{y_c}{h} = 0,649 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0,175} \quad (14)$$

Inicio de flujo rasante:

$$\frac{y_c}{h} = 0,854 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0,169} \quad (15)$$

$y_c$  se identifica como el calado crítico,  $h$  es dado como la altura de escalón o contrahuella y  $l$  viene siendo la longitud propiamente del escalón (Torral, 2013).



**Gráfica 21** Flujo Tipo rasante (experimental)  
Fuente: Casa (2017).

Cuando se incrementa la velocidad en la rápida escalonada, el caudal resbala por un fondo llamado falso que se forma en la superficie de la unión de los vértices de los escalones, debajo de la corriente principal del flujo que se formó entre los vértices de los escalones, como puede observarse en la Gráfica 22 y 23 (López & Soto, 2016).



**Gráfica 22** Flujo rasante

Fuente: Sholichin et al.(2016).



**Gráfica 23** Flujo rasante con punto de inicio de aireación

Fuente: Sholichin et al. (2016).

Al diseñarse una rápida escalonada, las consideraciones más notables para disipar la energía del fluido rasante son las siguientes:

- Consideraciones de los fenómenos fluctuantes de presión y cavitación, donde el flujo rasante aguas arriba se manifiesta mediante la presentación de flujo de aire sin arrastre y de manera uniforme, entonces este fenómeno se incrementa y al desarrollarse la capa límite, llega a la superficie libre del fluido (Sholichin, Dermawan, Suhardjono, & Sri Krisnayanti , 2016).
- La estimación de la disipación de energía por fricción, misma que dependerá de la pendiente de la estructura escalonada y la geometría de cada escalón, ya que la altura de la contrahuella es el condicionante del arrastre del aire. Entonces el flujo rasante que se encuentra con el flujo que está en recirculación forma un esfuerzo cortante, misma que es explicada mediante la fórmula 16:

$$\tau = \frac{1}{2} C_f \rho_m u_m^2 \quad (16)$$

Siendo;  $C_f$  = Coeficiente de fricción,  $\rho_m$  = promedio de la densidad del flujo sobre la profundidad con 90% de aireación,  $u_m$  = velocidad media del flujo.

## **2.8. ECUACIONES DE DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL, ANSYS FLUENT**

Ansys Fluent es un software de simulación usado para predecir cómo reaccionará determinado fluido bajo un ambiente real, posee capacidades para fluidos compresibles e incompresibles, con regímenes de flujos laminares y turbulentos incluso para análisis de flujos estacionarios o transitorios; siendo sensible para modelación matemática con fenómenos de transporte como transferencia de calor y reacciones químicas (Dávalos, 2020).

Usualmente utilizado para simular el movimiento de flujos en superficies libres, flujos a presión y flujo multifásicos. Incluso puede ser usado para interacción entre Gas→Líquido, Gas→Sólido, Líquido→Sólido y Gas Líquido→Sólido. Del mismo modo, para este tipo de problemas suministra el volumen de fluido (VOF) y Euleriano, así como también el modelo de fase discreta (DPM), siendo el DPM el que realiza cálculos de trayectoria lagrangianos para fases dispersas como partículas, microgotas o burbujas incluyendo el acoplamiento con la fase continua. Los modelos de turbulencia dotados, tienen un extenso rango de aplicaciones e incluyen efectos de otros fenómenos físicos como flotabilidad y compresibilidad (Dávalos, 2020).

### 2.8.1. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Expresión matemática que describe el principio de conservación de la materia, es una ecuación general que puede ser expresada de la siguiente forma:

$$V_1 S_1 = V_2 S_2 \quad (17)$$

Dado en diferentes sistemas coordenados:

Coordenadas rectangulares (x, y, z):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(p v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(p v_z) = 0 \quad (18)$$

Coordenadas cilíndricas (r,  $\Theta$ , z):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(p r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(p v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(p v_z) = 0 \quad (19)$$

Coordenadas esféricas (r,  $\theta$ ,  $\phi$ ):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(p r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(p v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(p v_\phi) = 0 \quad (20)$$

Dónde: las componentes x, y, z = coordenadas rectangulares de la velocidad, p= presión, v= es la velocidad y r,  $\Theta$ , z son las coordenadas cilíndricas (Dávalos, 2020).

### 2.8.2. ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

La ecuación enuncia que la energía total, es decir, la energía interna más la energía cinética de un volumen fluido, es igual al trabajo por unidad de tiempo de las fuerzas exteriores actuantes sobre el mismo, adicionando el calor recibido del exterior por el tiempo (Dávalos, 2020).

Esto, considerando un fluido a velocidad mínima, describiéndose en términos de entalpía específica la expresión es la siguiente:

$$\frac{\delta(ph)}{\delta t} + \nabla (\rho \vec{V} h) = (k \nabla T) + S_h \quad (21)$$

Siendo;

$\frac{\delta(ph)}{\delta t}$ : temperatura temporal,

K: conductividad térmica del fluido,

T: temperatura,

$S_h$ : término fuente

### 2.8.3. ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Las fuerzas exteriores que operan sobre un método particular es nulo, adicional, la cantidad de movimiento del sistema permanece constante (Castilla & Gamez, 2012).

Entonces tenemos según la segunda Ley de la Dinámica de Newton:

Siendo  $\vec{F}$  la suma total de las fuerzas que operan sobre el volumen de control, tanto superficiales como las másicas (Castilla & Gamez, 2012). Las fuerzas superficiales son producidas por los fluidos y sólidos incluidos en VC. Entonces, debido al carácter de la cantidad de movimiento expresa lo siguiente:

$$F_{t_x} = \int_{vc} \frac{\partial p v_x}{\partial t} dV + \oint_{sc} p v_x \vec{v}_r d\vec{S} \quad (22)$$

$$F_{t_y} = \int_{vc} \frac{\partial p v_y}{\partial t} dV + \oint_{sc} p v_y \vec{v}_r d\vec{S} \quad (23)$$

$$F t_z = \int_{vc} \frac{\partial p v_z}{\partial t} dV + \oint_{sc} p v_z \vec{v}_r d\vec{S} \quad (24)$$

Dónde: las componentes x, y, z = coordenadas rectangulares de la velocidad, p= presión, v= es la velocidad.

En diversas ocasiones los problemas en ingeniería concernientes a la ecuación integral de conservación de la cantidad de movimiento, básicamente se resuelven al encontrar la fuerza que se ejerce sobre un cierto sólido en contacto con un fluido en movimiento (Castilla & Gamez, 2012). Ejemplos de ello:

- Fuerza sobre uniones en tuberías
- Fuerza sobre toberas, inyectores
- Fuerza sobre aviones aéreos o espaciales
- Fuerza de un chorro sobre un obstáculo
- Fuerza sobre un vertedero

#### 2.8.4. ECUACIONES DE NAVIER – STOKES

Las ecuaciones de Navier – Stokes se derivan de la segunda Ley de Newton y de la conservación de la masa con la incomprensibilidad, expresando lo siguiente:

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u \cdot \nabla u_i \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i + f_E^i \quad (25)$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

$$\rho_t = u \cdot \nabla \rho = 0$$

Donde;

$\nu = \text{cte} \geq 0$  viscosidad

$f_E = f_E^1, f_E^2, f_E^3$  (fuerza externa)

Fluido incomprensible  $\leftrightarrow \nabla \cdot u = 0$ ,

Fluido perfecto  $\leftrightarrow v = 0$ ,

Fluido homogéneo  $\leftrightarrow \rho = 1$ ,

Fluido ideal  $\leftrightarrow$  las tres condiciones anteriormente mencionadas

(Córdoba, 2011).

Fluidos viscosos:

$\rho = 1$ , sin fuerzas externas:

$$\operatorname{div}(u) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla_x u = -\nabla_x p + v \Delta u$$

En coordenadas:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{1 \leq j \leq n} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + v \Delta u_i + f_i,$$

Donde;  $i = 1, \dots, n$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

Siendo  $v$  coeficiente de viscosidad cinemática y  $f = f_i(x, t)$  representando campo de fuerzas externos (Córdoba, 2011).

En la era actual se han realizado arreglos de la ecuación de Navier – Stokes, expresando lo siguiente:

Para condiciones de contorno, donde para simplificar se toma:  $\Omega = \mathbb{R}^n, \mathbb{Z}^n$ .

Definiendo la energía:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} |u(x, t)|^2 dx \tag{26}$$

Obteniéndose,

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} |u(x, t)|^2 dx + v \int_{t_0}^t \int_{\Omega} |\nabla u(x, s)|^2 dx ds = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |u(x, t_0)|^2 dx$$

(Córdoba, 2011).



### 2.8.5. DINÁMICA DE FLUIDOS CFD

A través de procesos numéricos y computacionales se puede resolver fenómenos físicos, estos programas computacionales en general, resuelven las ecuaciones matemáticas que rigen las leyes los fluidos siendo capaces de realizar gran cantidad de cálculos en poco tiempo. Estos programas pueden solucionar las ecuaciones empleando el método de diferencias finitas, donde la presión y velocidad de los fluidos están conectadas implícitamente ya que la presión aparece en las ecuaciones de momento y velocidad obteniéndose la ecuación de continuidad, resolviendo en el contexto de fluidos de manera iterativa (Casa, 2017).

Los CFD en el campo de los estudios de la hidráulica han sido de gran aporte debido a que realizan los análisis matemáticos del comportamiento tridimensional de los fluidos establecidos en las ecuaciones de Navier – Stokes, basándose en los principios de conservación de la materia, movimiento y energía. En la siguiente tabla puede observarse procesos de resolución de problemas hidráulicos, expresados como:

**Tabla 10**

*Proceso de solución de un problema con auxilio de la modelación hidráulica*

No	Modelo Físico	Modelo Numérico
1	Definición del problema. Identificación de las fuerzas esenciales que actúan, Definición de los objetivos experimentales	
2	Definición de los criterios de similitud en la dinámica restringida y total	Definición del sistema de ecuaciones
3	Formulación de las condiciones de borde y contorno que contendrán al fluido	
4	Construcción del modelo	Desarrollo del esquema de solución numérica
5	Calibración del modelo a usar Rugosidad variable Variación de los coeficientes	
6	Medición → Resolución	Cálculos → Resolución
7	Optimización de la solución debido a los objetivos planteados del modelo Variantes constructivas en el modelo datos de entrada	Variantes en los
8	Cálculos para condicionamiento real del prototipo y razonamiento de soluciones	

Fuente: (Guachamín & Simbaña, 2018).

### **2.8.6. SOLUCIONES NUMÉRICAS DE LAS ECUACIONES DE DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL**

Las soluciones numéricas de una simulación de sistemas físicos son técnicas que permiten, basados en análisis matemáticos, predecir cómo se comportan estos sistemas en el tiempo. Siendo de gran aceptación en la optimización de diseños de sistemas físicos y de procesos. Adicionalmente, posee la ventaja de ser económico, permitiendo observar los efectos entre los distintos parámetros intrínsecos extrapolando los resultados a sistemas a escala; facilitando la comprensión de los mecanismos de esos procesos. Sin embargo, la falta de datos o conocimientos del sistema influye de manera adversa sobre los resultados de la modelación (Beleño et al. 2009)

Para este análisis es necesario la utilización de derivadas parciales, como el método de las transformadas de Laplace, Fourier, y otros más. También son usadas las funciones de Green, cambio de variables, separación de variables, series de Fourier, entre otros. Pero, son cálculos muy complicados, y en la práctica comúnmente las ecuaciones de derivadas parciales no son lineales; es decir se modelan fenómenos en regiones complejas, por ello, se utilizan métodos de aproximación para la resolución de estas ecuaciones, donde se discretiza la ecuación llevándola a un sub espacio de dimensión finita (Dávalos, 2020).

### **2.8.7. DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES**

Para poder entender la discretización, es necesario identificar los métodos numéricos, donde se trata como incógnitas a los valores de la variable independiente del problema en estudio, transformándolos en puntos de mallado dentro de un dominio.

El método en sí, incluye generar un conjunto de ecuaciones, mismas que detallan el proceder de cada punto dentro de las localizaciones, y con un cálculo computacional que pueda resolver estos fenómenos. De acuerdo a lo antes mencionado *“se reemplaza la información continua, contenida en las soluciones de las ecuaciones diferenciales por los valores finitos. Así entonces, se discretiza la distribución de la variable en su conjunto,*

*consiguiendo ecuaciones algebraicas que implican los valores desconocidos en los puntos de localizaciones escogidos, que son las conocidas ecuaciones de discretización”* (Saludes, 2015).

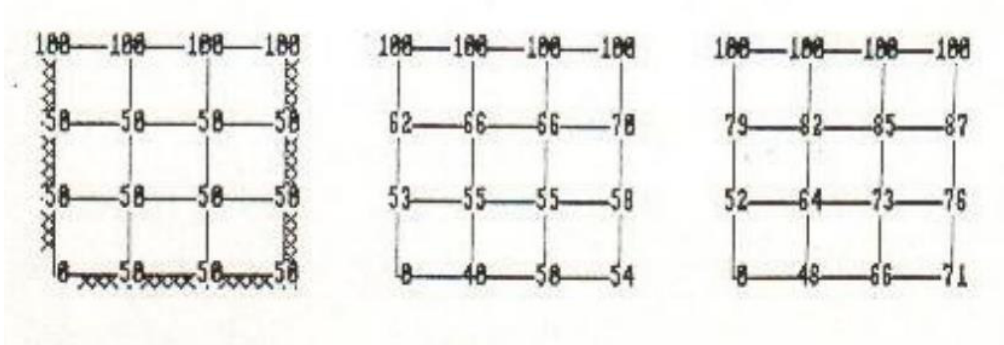
Las ecuaciones de discretización se pueden dividir en dos categorías:

- Métodos de diferencias finitas, que consiste en el dominio donde se indaga la solución a un problema diferencial parcial se crea una malla, estructurada o no estructurada; y cada una de las funciones del problema se aproxima por un conjunto de variables en los puntos de la malla, es decir una función discreta (Skiba, 2005).
- Métodos de los residuos pesados, mismo que asume que la solución puede ser constituida por un conjunto de funciones de prueba. Ahora bien, si el conjunto de pruebas forma un conjunto ortogonal, entonces esta discretización genera el método espectral. Y si las funciones de prueba son diferentes de cero solamente en una pequeña parte del dominio, entonces este método genera el método de elementos finitos (Dávalos, 2020).

#### **2.8.7.1. MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS**

Una de las grandes ventajas del método de diferencias finitas concierne a la gran cantidad de teoría, algoritmos y softwares numéricos disponibles que pueden usarse para resolver el problema. Este método valoriza un derivado que resuelve la ecuación diferencial. La ecuación diferencial se convierte entonces en una serie de ecuaciones diferenciales, que luego se resuelven de modo iterativo (Otero, Andalaft, & Vásquez, 2008).

Para casos con múltiples opciones reales conviene efectuar procedimientos de resolución paso a paso en gran detalle, a modo de tomar en cuenta todos los aspectos sobre la metodología simultáneamente con las condiciones del problema, en el Grafico a continuación se observa los resultados de discretizar un flujo estable (Otero, Andalaft, & Vásquez, 2008).

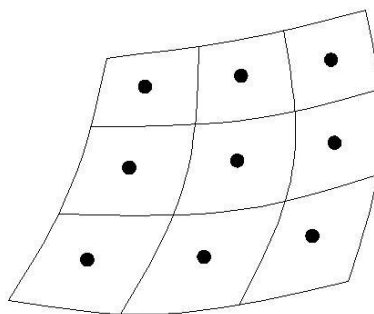


**Gráfica 24** Método de diferencias finitas en flujos estables  
Fuente: Hernández (2015).

### 2.8.7.2. MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS

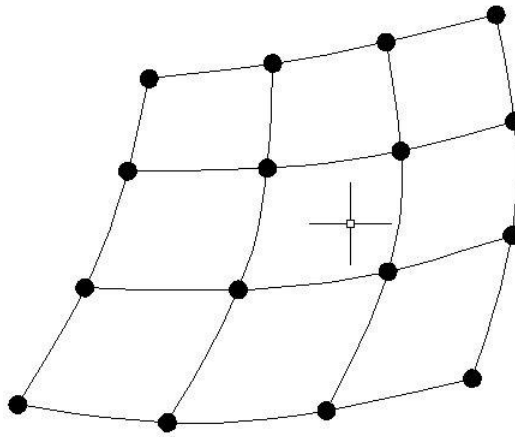
Es un método que generalmente parte de un campo previo de discretización de cómputo en elementos; generalmente triángulos o cuadriláteros; a partir del cual se construyen los volúmenes terminados (Gráfica 25). En cada volumen se lleva a cabo la discretización integral de las ecuaciones. Los valores resultantes establecen la conservación exacta de las propiedades notables del flujo en cada celda. Por lo tanto, los términos de las ecuaciones se reemplazan por el tipo de diferencia finita, lo que resulta en las ecuaciones algebraicas que se resuelven mediante un proceso iterativo. (Marqués, 2005).

Ansys Fluent se basa en este método para la resolución de las ecuaciones (Dávalos, 2020).



**Gráfica 25** Centro de elementos  
Fuente: Elaboración propia.

Mientras que Ansys CFX al discretiza usa las ecuaciones enfocadas en los vértices de los volúmenes finitos, como se observa en la Gráfica 26.

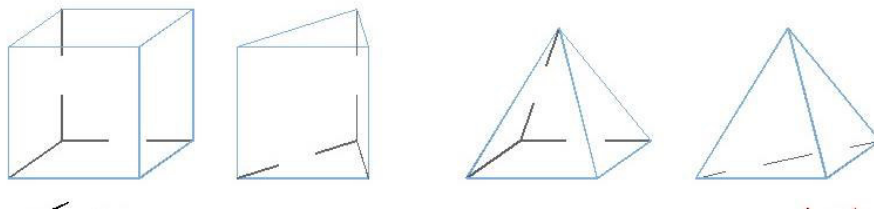


**Gráfica 26** Centro de los vértices

Fuente: Elaboración propia

### 2.8.8. PARÁMETROS DE CONTROL DE LA CALIDAD DEL MALLADO EN ANSYS FLUENT

En Ansys Fluent los mallados estructurados admiten más exactitud en la técnica de volúmenes finitos, pero son algo rígidos cuando se presentan mallas más complejas. En los mallados no estructurados, Ansys admite realizar refinamientos en los lugares donde interesa realizarse el cambio, sin la necesidad de comprometer las celdas que se encuentran fuera de ese sector. En Ansys la calidad que puede tener un elemento en malla es mejor cuando es estructurado, sin embargo, su obtención es mayor en complejidad, en la Gráfica 27 se observa diferentes opciones de elementos de malla (Dávalos, 2020).

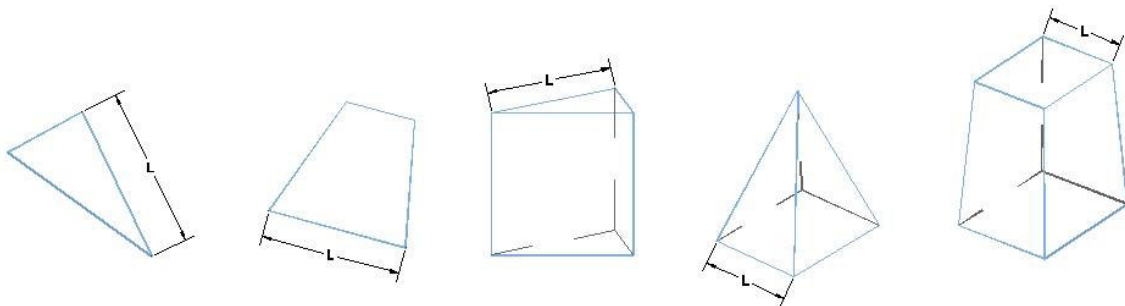


**Gráfica 27** Elementos de malla

Fuente: Elaboración propia.

Cuando se realiza un mallado en Ansys Fluent, priorizando su calidad, éste mide parámetros de ortogonalidad, es decir, ángulos a  $90^\circ$ ; parámetros de aspecto, el radio de

crecimiento, asimetría, oblicuidad, pandeo y formas heurísticas. Las proyecciones geométricas de los aspectos de las figuras, es la relación de los tamaños, por ejemplo, de sus vértices; pudiendo compararse con proyecciones axonométricas, es decir, no tienen específicamente un ángulo de proyección determinado si no dependerá directamente de cómo se realice el mallado, en la Gráfica 28, se observa las diferentes configuraciones que puede tener un elemento y su correspondiente relación de aspecto (Gómez, 2017).



**Gráfica 28** Relación de aspecto

Fuente: Elaboración propia.

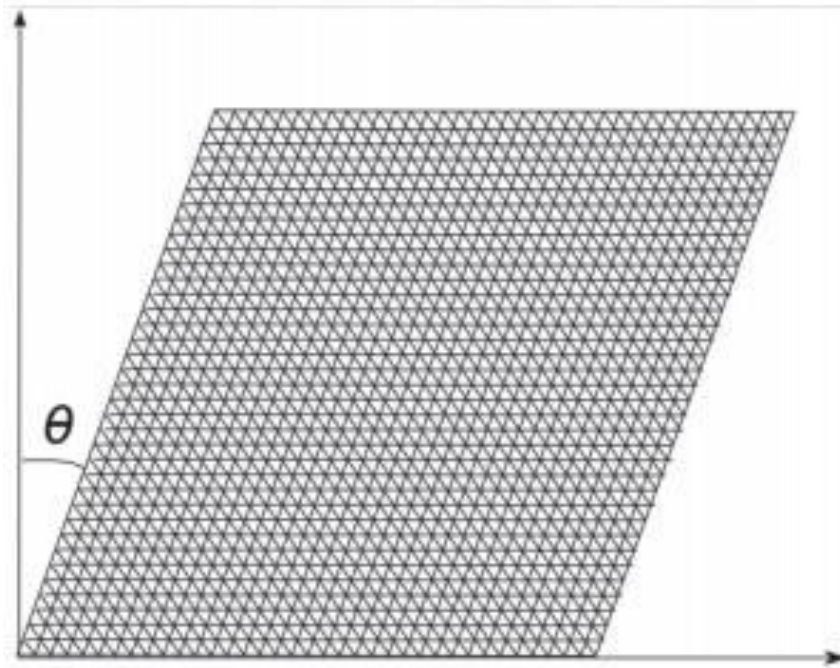
Una generalización geométrica de la ortogonalidad es la perpendicularidad del elemento, es decir, cuando se calcula, se determina el ángulo entre los ejes de una cara y los vectores que determinan la dirección de las caras que se van a generar a partir de las aristas (Gómez, 2017).

Cuando se establece el determinante jacobiano en un punto específico, este proporciona información significativa acerca del comportamiento de la función cercana a ese punto, la ecuación será invertible cerca del determinante si el punto no es nulo, por ello hay que tener especial cuidado de no establecer determinantes jacobianos cercanos al nulo debido a que el sistema no podrá resolver las ecuaciones de Navier - Stokes (Dávalos, 2020).

En cuanto a la forma heurística, esta plasma la relación que hay entre el área del elemento superficial y el cuadrado de la arista que tiene mayor dimensión, para determinar la semejanza de este elemento con el ideal heurístico (Gómez, 2017).

Dentro de los parámetros del mallado en Ansys Fluent encontramos lo siguiente:

- **Mallado Estructurado.** Donde cada punto está descrito por los índices  $i, j, k$  en coordenadas cartesianas. En este sentido las celdas son mallas con cuadriláteros en 2D y hexaedros en 3D:

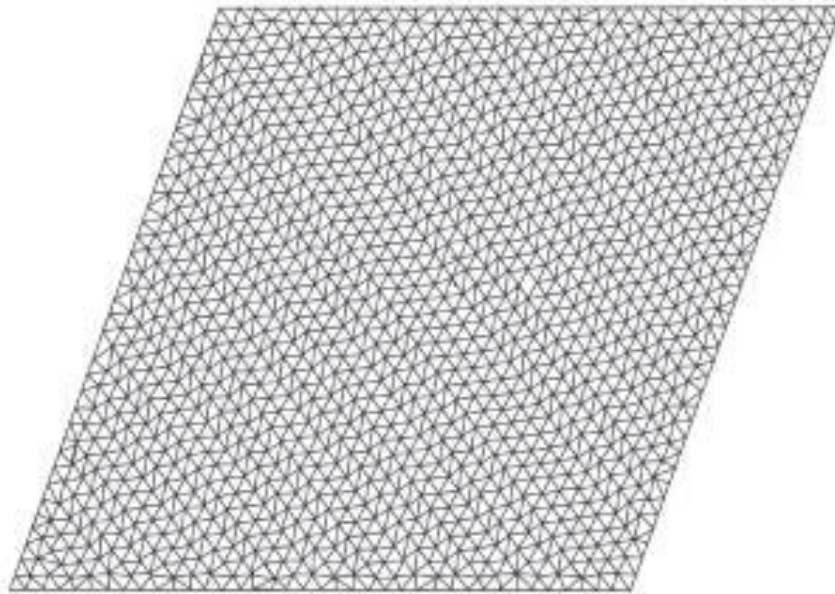


**Gráfica 29** Mallado estructurado

Fuente: Fuentes, Díaz, & Sánchez (2012).

Su ventaja radica en la ordenación de elementos y de esta manera admite el acceso rápido y de manera fácil a las celdas vecinas, estas pueden representarse en un sistema cartesiano (Dávalos, 2020).

- **Mallado No Estructurado.** Caracterizado por ser flexible en cuanto al tratamiento de geometrías complejas, siendo ventajoso para las mallas no estructuradas ya que los triángulos en 2D o los tetraedros en 3D pueden generarse automáticamente, sin importar la complejidad del dominio (Dávalos, 2020).



**Gráfica 30** Mollado no estructurado

Fuente: Fuentes, Díaz, & Sánchez (2012).

Particularmente las mallas estructuradas permiten una mayor precisión en el método de los volúmenes finitos, no obstante, muestran cierta rigidez y dificultad al momento de representar estructuras complejas; en cambio, los mallados no estructurados permiten efectuar refinamientos en lugares de interés sin la necesidad de afectar la distribución de celdas fuera de esa zona (Dávalos, 2020).

### **2.8.9. EXTRAPOLACIÓN DE RICHARDSON**

Técnica que armoniza dos valoraciones numéricas de una integral para hallar una tercera, dando como resultado un valor más exacto. El algoritmo usado en un ordenador para efectuar de manera eficiente esta extrapolación es conocido como la integración de Romberg. Este es un método recursivo utilizado para generar una de las integrales dentro de una tolerancia de error predefinida. (Gallo, 2012).

Con este método es posible llegar a una precisión sin tener que evaluar  $F(h)$ , para  $h$  cada vez más pequeño, entonces:



$$F(h) = F(0) + a_1h + a_2h^2 + a_3h^3 + \dots + anh^n \quad (2725)$$

Donde las funciones  $a_1, a_2, \dots, a_n$  son autónomas del tamaño de la malla,  $F(h)$  cuando  $a_1$  vale cero es considerado en segundo orden, y así combinando dos soluciones discretas  $F(h_1)$  y  $F(h_2)$ , donde  $h_1$  vendría a hacer una malla fina y  $h_2$  una malla más gruesa; entonces se puede descartar y eliminar errores en los términos equívocos.

Richardson postula que empleando un coeficiente para refinar la malla del siguiente modo:

$$r = h_1/h_2, \quad (28)$$

Generalizando para técnicas de orden  $p$  queda expresado como:

$$F(0) = F(h) + \frac{F(h_1) - F(h_2)}{r^p - 1} \quad (29)$$

Donde  $p =$  uniforme en todas las direcciones espaciales y en el tiempo

Quedando validada para espacios multidimensionales en cualquiera tipo de coordenada tanto espacial como temporal, tomando en cuenta siempre el mismo coeficiente de refinamiento para malla  $r$  (Dávalos, 2020).

#### **2.8.10. CONSISTENCIA, ESTABILIDAD Y CONVERGENCIA**

Observando que los métodos de consistencia, estabilidad y convergencia crean basamento y el método, confluye en  $n$  cantidad de iteraciones, donde  $n$  es el tamaño del sistema, pero en los redondeos de errores no se mantiene. Si  $n$  es muy grande, el proceso de iteración logra su precisión mucho antes; se concluye entonces, que la aplicación de estos métodos es compleja dependiendo de la complejidad de la función del espectro del operador (Dávalos, 2020).

Es complejo deducir la inestabilidad de un algoritmo sin las cualidades de un ordenador. Por esta razón, es preponderante que la solución de ecuaciones con el uso de algoritmos en ordenadores garantice que esta solución sea semejante a la solución la ecuación

derivada parcial original y, de qué forma y manera la solución del ordenador concordará con la solución exacta (Dávalos, 2020).

### **2.8.11. MODELOS DE TURBULENCIA**

Es requerido para poder lograr simulaciones dinámicas (CFD), basadas en el comportamiento de los parámetros de un fluido. Una de estas cuantificaciones es la turbulencia; no obstante, y a pesar de que se han desarrollado modelos matemáticos alrededor de los softwares aún no se ha podido precisar con exactitud los cálculos para fenómenos turbulentos dada la complejidad de estos (Bayona, Londoño, & Nieto, 2015).

Los fluidos mayormente tienen un comportamiento inestable a través de conductos manejados en la práctica de la ingeniería, al sobrepasar cierto valor del número de Reynolds tienden a comportarse de manera turbulenta, caracterizado por un estado de movimiento caótico y al azar de las partículas, generando que la velocidad y la presión cambien constantemente con respecto al tiempo en grandes regiones del flujo. Inclusive, en flujos donde la velocidad y la presión varían únicamente en una o en dos dimensiones, sus fluctuaciones turbulentas siempre tienen características en tres dimensiones (Dávalos, 2020).

#### **2.8.11.1. ECUACIONES DE NAVIER -STOKES PROMEDIADAS DE REYNOLDS (RANS)**

Han sido ejecutadas en ingeniería para aproximaciones estadísticas dentro de resoluciones de las ecuaciones promediadas de Navier Stokes o modelos RANS (Reynolds Average Navier Stokes). (Dávalos, 2020).

Adicionalmente se toma en cuenta otro parámetro importante, siendo el modelo RANS de gran importancia para la disipación de energía en flujos turbulentos, sabiendo que estos flujos disipan energía. Una vez desarrollados dichos flujos, estos tienden a mantenerse, sin embargo, es necesario una contribución continua de energía para reponer las pérdidas

viscosas. Si no existe el aporte de energía, para los modelos de tipo RANS se toma en cuenta la disipación de la turbulencia ( $\epsilon$ ) o su tasa específica de disipación ( $\omega$ ), mismos que aportan el valor de en qué tiempo y medida se da esta disipación (Bayona, Londoño, & Nieto, 2015).

### 2.8.11.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA DIRECTA (DNS)

Tanto en regímenes laminares como turbulentos son regidos por las ecuaciones de Navier-Stokes, sabiendo que la energía y el movimiento se conservan en un sistema cerrado, según Jiménez (2004) se puede expresar como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial}{\partial x_j}\right)(\tau_{ij}) \quad (261)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} = (\tau_{ij})\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) - \rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial x_j}\right)\left[k\left(\frac{\partial t}{\partial x_j}\right)\right] \quad (32)$$

Entonces DNS (Direct Numerical Simulation) es una simulación en dinámica de fluido computacional donde las ecuaciones de Navier-Stokes son resueltas numéricamente sin ningún procedimiento de turbulencia; significa que toda la gama de escalas espaciales y temporales de la turbulencia deben ser resueltas en la malla del ordenador, desde las escalas disipativas más pequeñas hasta la escala integral (Dávalos, 2020).

### 2.8.11.3. SIMULACIÓN TÉCNICA (LES)

La técnica o método LES viene siendo una alternativa adicional al DNS; es usado para simplificar la complejidad de las ecuaciones, resolviendo el intercambio energético entre las fluctuaciones del flujo de gran escala, es decir, las que vienen dadas en las formaciones de los vórtices de gran tamaño, modelándose el efecto a escala pequeña en las turbulencias (Casa, 2017).

Indagando únicamente las grandes escalas de turbulencia con este método intermedio del cálculo de la turbulencia, realiza un filtro en el espacio de la ecuación de Navier - Stokes para flujo inestacionario previo al inicio del cálculo, con este filtro ingresa a los vórtices grandes y rechaza a los vórtices pequeños. Entonces al omitir los vórtices pequeños del flujo calculado con el flujo principal más los vórtices grandes, los efectos resultantes son incluidos por medio de un método de subgrilla (Dávalos, 2020).

#### 2.8.12. CONDICIONES DE CONTORNO

Es necesario para poder resolver el problema hidráulico, crear condiciones de contorno aplicadas en las fronteras del dominio en el ordenador. “El software Fluent tiene 9 condiciones de contorno para diferentes zonas de entrada o salida de flujo.” ANSYS (2017)

- *Velocity inlet*. Empleada para precisar la velocidad de entrada de flujo en la entrada
- *Intake fan*. Usada para entrada de flujos externos, condición análoga a la condición inlet vent
- *Exhaust fan*. Usada para reproducir condiciones fluidas, térmicas y de presión, en las que ha de originar la salida del flujo
- *Mass flow inlet*. Empleada para definir la entrada o el gasto másico del flujo al sistema, se utiliza para flujos compresibles con densidad permanece y constante
- *Pressure inlet*. Empleada para definir la presión de entrada de flujo en la entrada
- *Pressure far-field*. Empleada para modelar una fuente libre para flujos incompresibles especificando el número de Mach
- *Outflow*. Se utiliza cuando se emplea el flujo, se halla a la de salida y al no conocer los valores a priori de velocidad y presión.
- *Intake vent*. Es empleada para definir la entrada del flujo de los coeficientes de pérdida, en dirección del flujo, presión y temperatura.

- *Outlet vent.* Usadas para salidas de flujo, delimitando las pérdidas en dirección del fluido.

### 2.8.13. MODELADO MULTIFÁSICO EN ANSYS FLUENT

Considerando un volumen de una fase que no puede ser ocupado por otras, se genera la percepción de fracción de volúmenes fásicos. En donde las ecuaciones se deben agrupar formando una proporción en relaciones constitutivas derivadas de la información y análisis empírico. En el software de Ansys Fluent, hay disponibles tres modelos diferentes de fases múltiples, y son:

- *Modelo VOF.* Es un modelo de rastreo de superficie aplicada al uso de una malla de tipo euleriana, la cual está diseñada para dos o más fluidos inmiscibles en la que la posición de la interfaz entre los fluidos es el interés principal. En este método, el único conjunto de ecuaciones de momento es compartido por los fluidos, ejecutando un monitoreo en todo el espectro de la fracción de volumen de los fluidos en cada uno de los dominios.
- *Modelo Mixture.* Siendo para fases que se tratan como interacción continua, planteado hacia dos o más fases fluidas. Este diseño de mezcla solventa la ecuación de momento y prescribe velocidades relativas para detallar las fases dispersas. Principalmente sus usos son para flujos burbujeantes, sedimentación y separadores ciclónicos y para flujo multifásico homogéneo.
- *Modelo Eulerian.* Es un modelo multifase complejo, este soluciona el conjunto de ecuaciones de momento y continuidad para cada fase del fluido. La conexión es lograda a través de los coeficientes de intercambio de interfase y presión. La manera en que este se conecta, obedece al tipo de las fases que interactúan.

## 2.9. ESTADO DEL ARTE

Autor	Lugar	Año	Tipo	Objeto de Estudio	$\theta$	Resumen	Resultados
Casa Edwin	Escuela Politécnica Nacional. Ecuador	2016	Título para Master	Modelar numéricamente el Flujo Rasante En Una Rápida Escalonada Aplicando La Dinámica De Fluidos Computacional (CFD). Programa Flow 3D	50°	Desarrollo de modelación numérica de un flujo rasante en una rápida escalonada.	La combinación de modelo de turbulencia renormalizado con el algoritmo VOF y el sub modelo de aireación y emulsionamiento de aire, representa adecuadamente el flujo rasante con la estructura de disipación escalonada. El CFD arroja buena precisión en el modelo numérico
López José y Soto Karen	Escuela Politécnica Nacional. Ecuador	2016	Título de Grado	Estudiar el modelo físico Para La Evaluación Del Desarrollo Y De La Disipación De Energía En Flujo Rasante Sobre Una Rápida De Fondo Escalonado – Caso De La Descarga Del Colector Ñaquito En La Quebrada El Batán	45°	Evaluar la disipación de energía en flujo rasante sobre una estructura de fondo escalonado implementado por la EPMAPS en un ambiente experimental con canal rectangular prismático con tres propuestas de optimización	La combinación de las tres propuestas arroja como resultado una gran diferencia en términos de comportamiento del flujo y eficiencia en la disipación de energía. Con caudales de 60 $m^3/seg$ se logra estabilizar completamente el resalto hidráulico; con caudal de 100 $m^3/seg$ se logra resalto hidráulico en el cuenco disipador, sin embargo, aguas abajo de los impactadores hay influencia de arrastre de aire generado por el resalto pudiendo producirse riesgo de cavitación

Autor	Lugar	Año	Tipo	Objeto de Estudio	$\theta$	Resumen	Resultados
Jarrín Mónica	Universidad Central del Ecuador. Ecuador	2014	Título de Grado	Bases Para El Diseño Hidráulico De Transiciones En Flujo Subcrítico y Supercrítico	50°	Descripción de parámetros, fenómenos y características en las estructuras transicionales hidráulicas y bases para el diseño hidráulico para presencia de flujo subcrítico y supercrítico	El diseño de la estructura hidráulica calculado para caudales de $4.5 \text{ m}^3/\text{seg}$ siendo solo captados $4 \text{ m}^3/\text{seg}$ . Para el dimensionamiento hidráulico de transición de régimen subcrítico se debe minimizar la pérdida de energía con estructuras económicamente justificables; se debe eliminar las ondulaciones grandes y de los vórtices y eliminar las zonas con aguas tranquilas o con flujos retardados ya que se corre el riesgo de depósitos de materiales que se encuentran en suspensión. Con flujos de aproximación supercrítico hay formaciones de ondas en el flujo, sin embargo, no se restringe solamente con la presencia de flujo supercrítico sino también al subcrítico
Rosado Gabriel	Universidad Nacional de Colombia. Colombia	2017	Título para Magister	Metodología Para El Diseño De Canales Escalonados, Disipadores De Energía, Empleados En Drenaje urbano, Basada En Modelación Física	12° 8°	Realizar metodología unificada de diseño de estructuras escalonadas para ser aplicadas en drenajes urbanos haciendo dos montajes experimentales con canales de 6 metros de largo por 0.394 de ancho variándose la longitud de la huella y la pendiente del	Se realizó un diagrama de flujo con las propuestas unificadas indicando que con flujos escalón a escalón no hay cambios abruptos en el comportamiento del flujo asociados a ninguna de las pendientes. Con flujos rasantes pasando de mayor a menor pendiente el flujo tiende a desarrollar un perfil estable sin aumento de turbulencia del flujo. Se constató la eficiencia de disipación de energía de los canales bajo los diferentes flujos, observándose en flujo escalón a escalón disipación de energía de 96% en pendiente constante y en flujo rasante 70% de disipación de la energía

						canal	
Autor	Lugar	Año	Tipo	Objeto de Estudio	$\theta$	Resumen	Resultados
Gómez Jorge	Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Colombia	2019	Título para Master	Estructuras Escalonadas. Modelación Física Y Formulación Matemática	50°	Construcción de modelos físicos de estructuras de disipación escalonada, y desarrollo de una metodología para su dimensionamiento.	El flujo en estructuras escalonadas presenta dos comportamientos, siendo el escalón a escalón y el rasante, para caudales extremos mínimos y máximos. Para valores intermedios se observa un caudal combinado escalón a escalón y rasante denominado flujo de transición. Se plantearon dos expresiones para determinar el límite del caudal. Por encima el caudal tiene un comportamiento de flujo rasante (caudales máximos), y por debajo del límite el caudal tiene un flujo del tipo escalón a escalón (caudales mínimos). Para caudales mínimos se observó que resulta más eficiente la estructura de disipación con pendientes menores debido a que al tener mayor longitud la huella promueve el desarrollo del flujo escalón a escalón. Para el caso de caudales máximos se observó que, las estructuras de disipación de energía son más eficientes con pendientes mayores debido a que la superficie libre es recta y paralela al pseudo fondo permitiendo la condición de flujo casi uniforme.



Autor	Lugar	Año	Tipo	Objeto de Estudio	$\theta$	Resumen	Resultados
Guachamín & Simbaña	Escuela politécnica nacional. Ecuador	2018	Informe de investigación	Modelación física y numérica del flujo supercrítico con disipación continua de energía e introducción natural de aire, sobre un fondo con rugosidad regular artificial uniformemente distribuida	45°	Diseño y construcción de la instalación experimental. Calibración y elaboración de un plan de pruebas	<p>Después de validar los parámetros de velocidad a la salida de la rápida escalonada, este proyecto plantea realizar algunas modificaciones a la rápida con el fin de conocer el efecto que tendrían en la velocidad de salida, estos son los proyectos conocidos como PIMI-1606, donde se realiza diferentes investigaciones sobre la disipación de energía bajo diferentes parámetros, cabe recalcar que el presente estudio se basa en la configuración inicial de la rápida escalonada.</p> <p>En el proyecto conocido como PIMI 16-06-P2-T1, se coloca tabiques en el modelo original como resultado se llega hasta el 91% de disipación de energía.</p> <p>En el proyecto conocido como PIMI 16-06-P2-T2, se elimina la rampa al ingreso de la rápida escalonada con el fin de conocer los efectos de un flujo de aproximación supercrítico, dando como resultado que la disipación de energía disminuye hasta valores del 79%</p>

## **CAPÍTULO III. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO EN ANSYS FLUENT DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO**

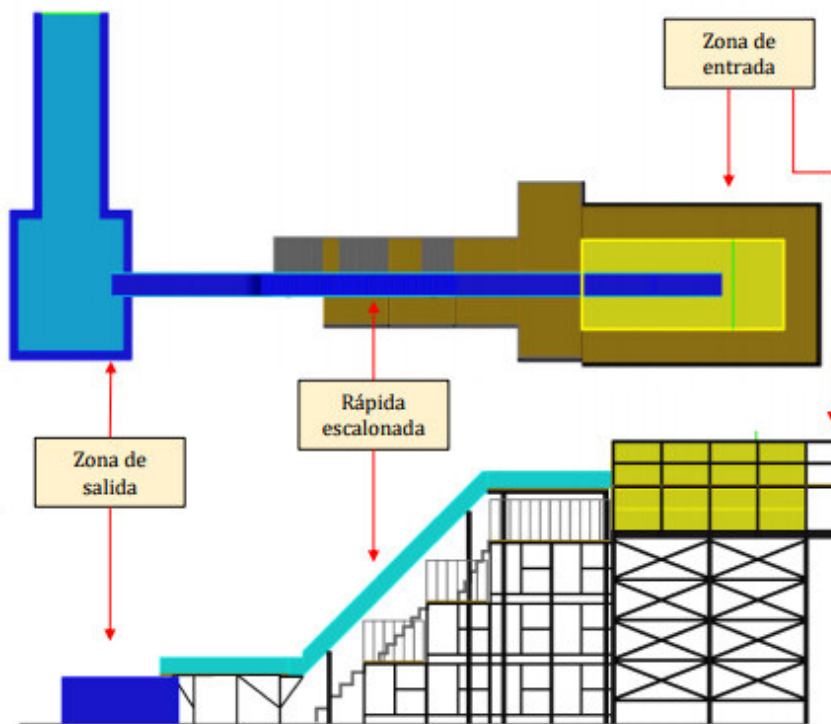
### **3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA GEOMETRÍA DE DISEÑO FÍSICO**

En el país existen estructuras hidráulicas de gran importancia, como las dos rápidas escalonadas del colector Ñaquito, en la Quebrada El Batán, en Quito, que posee una altura total de 200 m desnivel y un caudal de diseño de  $150 \text{ m}^3/\text{s}$ , que presentan un funcionamiento inadecuado, representando un riesgo para las propias estructuras, así como para su entorno (Guachamín & Simbaña, 2018).

En la primera etapa de la investigación PIMI-1606 se construye la instalación experimental de la rápida escalonada para un flujo de aproximación subcrítico, con su respectivo canal de ingreso, canal de descarga y estructuras complementarias. Posteriormente, se desarrolla la fase de validación de la instalación experimental, según los criterios de semejanza adecuados, con el fin de garantizar su representatividad, permitiendo de esta manera inferir acerca del comportamiento hidráulico del flujo a partir de las conclusiones obtenidas en la investigación, para que puedan ser aplicadas en una estructura prototipo como se observa en la Gráfica 32 (Guachamín & Simbaña, 2018).

Esta rápida escalonada ha sido diseñada en el Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos (CIERHI), ubicado en la Escuela Politécnica Nacional. El centro cuenta con un procedimiento de recirculación del flujo alimentado por una estación de bombeo con una capacidad es de  $800 \text{ l/s}$ , que es el caudal total del que dispone el laboratorio. Una fracción de este se encuentra destinado para la rápida, que está diseñada para soportar hasta  $77,86 \text{ l/s}$  (Guachamín & Simbaña, 2018).

Se ejecuta un plan de investigación de la geometría original con una serie de pruebas experimentales, cada una de las cuales corresponde a un caudal comprendido en un rango de operación determinado previamente, de las cuales se obtienen conclusiones cualitativas y cuantitativas útiles e importantes para fines comparativos en términos del comportamiento del flujo, capacidad de disipación de energía de la estructura y sus coeficientes de fricción correspondientes. Se diseñan modificaciones con miras a optimizar el diseño geométrico original, se las ejecuta en la instalación experimental y se realiza la misma serie de validaciones y plan de pruebas descritas, con el fin de evaluar el comportamiento del flujo en la nueva estructura. Finalmente se obtienen las conclusiones y recomendaciones respectivas, así como una comparación entre las alternativas investigadas.



**Gráfica 31.** Zonas de la instalación experimental

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

### 3.1.1. COLECTOR PRINCIPAL Y TÚNEL DE CONDUCCIÓN

El presente trabajo de titulación pretende generar una comparación entre la rápida escalonada para flujos de aproximación subcrítico y supercrítico, en este sentido, la principal diferencia en el diseño radica en la entrada a la rápida escalonada, a continuación, se presenta estas configuraciones:



**Gráfica 32** Aproximación a la rápida escalonada del fluido subcrítico  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)



**Gráfica 33** Aproximación a la rápida escalonada del fluido supercrítico  
Fuente: López & Soto (2016)

En la Gráfica 32 se observa el ingreso a la rápida escalonada, la misma que cuenta con una rampa de ingreso, mientras que en la Gráfica 33 se elimina esta rampa y los primeros escalones.

Para ambos modelos el túnel de conducción se establece como un tramo de 3 metros, como se observa en la Gráfica 34, de prolongación que permite la aproximación desde el tanque de abastecimiento. El canal de aproximación a la rápida escalonada está construido con una pendiente del 1/1000 con el objetivo de tener flujo subcrítico al ingreso de la rápida escalonada y posee un ancho de 51.8 cm (Guachamín & Simbaña, 2018).



**Gráfica 34** Túnel de conducción

Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

### 3.1.2. RÁPIDA ESCALONADA

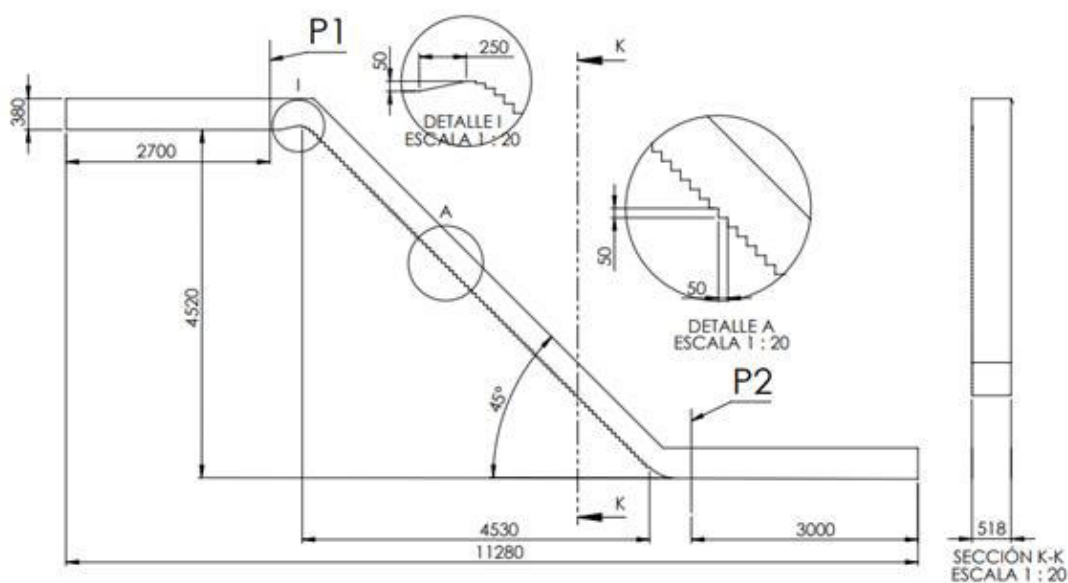
La rápida escalonada está constituida en la parte superior (cimacio) por un escalón adicional de 5 cm por encima del final del canal de aproximación y se conecta al mismo mediante una rampa de 25 cm de largo, los primeros 6 escalones poseen una diferente dimensión de contrahuella, con el fin de que sea semejante a un perfil tipo Creager, el mismo que facilita una descarga más uniforme del flujo. El ángulo con el que la rápida

escalonada está inclinada es de  $45^\circ$  respecto a la horizontal (Guachamín & Simbaña, 2018) Ver Detalle 1. Las dimensiones de la rápida escalonada son las siguientes y se identifican en la Gráfica 35.

**Tabla 11**  
*Variables Cinemáticas, Dinámicas o Geométricas*

Parámetro	Unidad	Dimensión
Longitud horizontal	m	4.53
Longitud vertical	m	4.52
Ancho interno	m	0.518
Altura de las paredes	m	0.38
Huella de los escalones	m	0.05
Contrahuella de escalones	m	0.05
Pendiente	grados	45

Fuente: Adaptada de Guachamín & Simbaña (2018).



**Gráfica 35.** Detalle 1. Dimensiones de la rápida escalonada

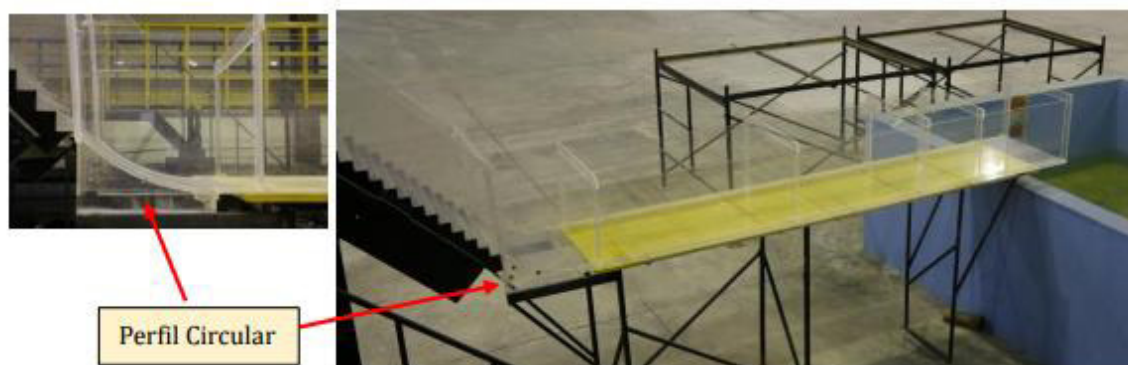
Fuente: Elaboración propia



**Gráfica 36.** Rápida escalonada  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

### 3.1.3. PRIMER CUENCO DISIPADOR

Al final de la rápida escalonada se encuentra instalado un perfil circular de 0.5 m de diámetro, y después de este un canal desemboca el flujo de agua hasta llegar al tanque de descarga. Los elementos tanto del tramo de aproximación, de la rápida escalonada y del primer disipador fueron elaborados en acrílico transparente (Guachamín & Simbaña, 2018).



**Gráfica 37** Primer disipador  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

### 3.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO PIMI-1606

El objetivo del proyecto PIMI-1606 fue realizar modificaciones a la rápida escalonada existente en laboratorio del CIERHI, con el fin de obtener condiciones apropiadas de ingreso a la rápida escalonada para flujos de aproximación subcrítico y supercrítico. Una vez ejecutados los diseños modificadorios, se analizó el proceso de disipación continua de energía y se identificaron los vínculos existentes entre las características hidráulicas del flujo bifásico y las condiciones del flujo en la entrada de la estructura en estudio.

A continuación, se presenta la geometría original de la rápida escalonada, así como las modificaciones estudiadas en el proyecto PIMI-16-06-P2-T1 y PIMI-16-06-P2-T2.



**Gráfica 38** Diseño original de la rápida escalonada  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

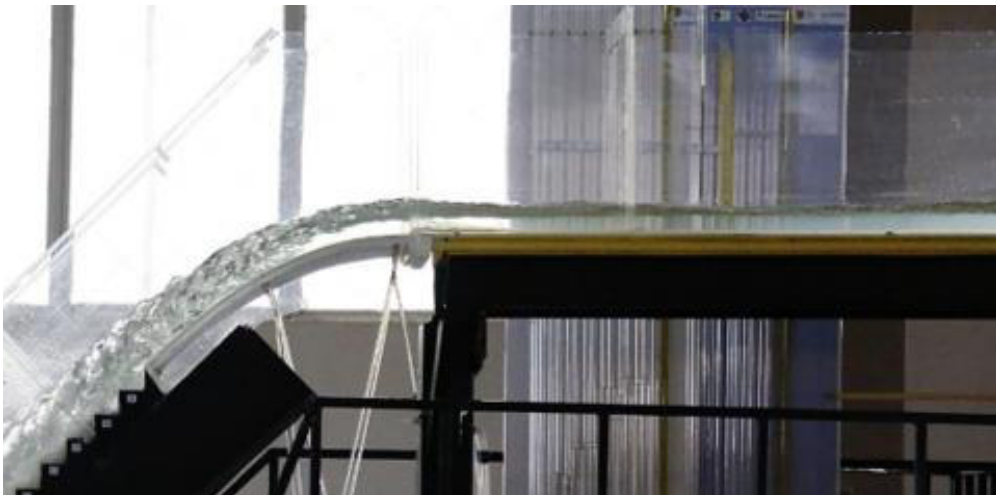
Para el PIMI-16-06-P2-T1 se procede a ubicar tabiques a lo largo de la rápida escalonada, con el fin de optimizar la geometría, ya que, según González y Chanson (2014) al utilizar los tabiques se obtiene una mayor resistencia del flujo y por ende una mayor tasa de disipación de energía. A continuación, se presenta los cambios realizados en esta.





**Gráfica 39** Optimización de la rápida escalonada para un fluido de entrada subcrítico  
Fuente: Guachamín & Simbaña (2018)

En el estudio llamado PIMI-16-06-P2-T2, se analizó el comportamiento de la rápida escalonada con un flujo de ingreso supercrítico, en esta configuración se cuenta con el modelo original de la rápida escalonada, pero en su ingreso no posee una rampa.



**Gráfica 40** Cambio de geometría para fluido de entrada supercrítico  
Fuente: (Guachamín & Simbaña, 2018)

### **3.3. ANÁLISIS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA EN 2 Y 3 DIMENSIONES PARA LA RÁPIDA DE FONDO ESCALONADO**

El presente análisis tiene por objetivo definir si la rápida con fondo escalonado del laboratorio CIERHI puede ser simulado mediante un modelo numérico en 2 o 3 dimensiones. Según Tingwen, Sreekanth, & Mehrdad (2012), la simulación en dos dimensiones puede ser aplicada para las siguientes condiciones:

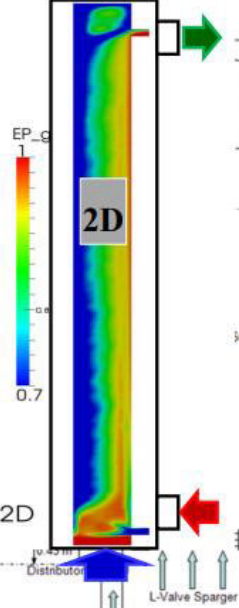
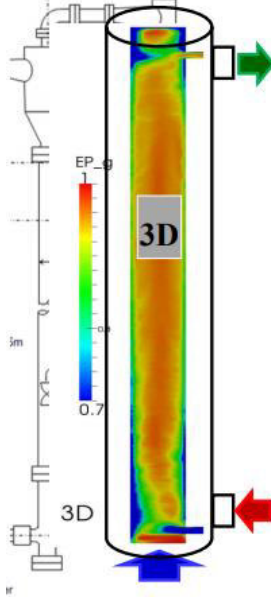
- La geometría no cambia a lo largo de uno de los ejes.
- El modelo a simular posee grandes dimensiones
- Simulaciones de circulación de flujo laminar y turbulento, burbujeo
- Si no se requiere conocer los fenómenos del tercer eje.

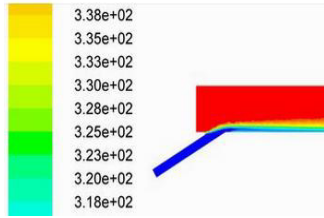
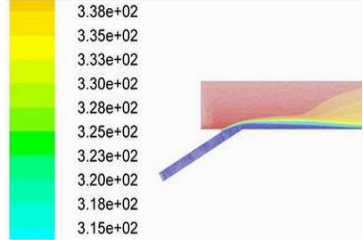
Por otro lado, el modelo 3D es usado para un análisis detallado en sus tres dimensiones, permite reducir el error en los resultados a costa de un mayor costo computacional y es usado para geometrías complicadas que no pueden ser caracterizadas en 2 dimensiones (Nampoothiri, 2016).

Ya que el presente trabajo de titulación se centra en el análisis del flujo rasante en una rápida escalonada, donde se presenta fenómenos como: flujo laminar, flujo turbulento y burbujeo, y no es necesario considerar los fenómenos que se producen en el espesor de la rápida, es factible utilizar el modelo en 2 dimensiones, además la geometría de la rápida es la misma en su tercer eje por lo que no afecta al estudio. Cabe recalcar que el modelo de estudio es la rápida escalonada original del proyecto, sin modificaciones en la geometría.

De acuerdo a lo antes mencionado, se presenta en la Tabla 12 las características para una simulación en 2 dimensiones y en 3 dimensiones.

**Tabla 12**  
**Características del modelo 2D y 3 D**

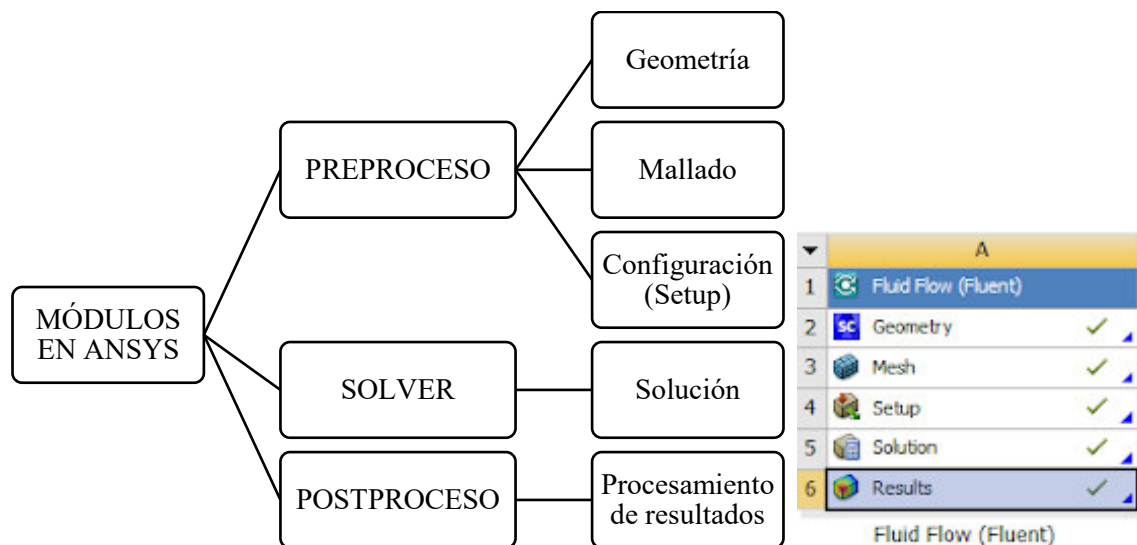
BIBLIOGRAFÍA	Propiedades	
	2D	3D
2D versus 3D CFD Simulations (Tingwen, Sreekanth, & Mehrdad, 2012)	Aplicable en geometrías que no poseen cambio en un eje.	Aplicable a cualquier tipo de geometría
	Bajo costo computacional	Elevado costo computacional
	Es ampliamente utilizado para simulaciones de lecho fluidizado, burbujeo, flujo turbulento, burbujeo y circulación de fluidos	Puede ser usado en cualquier fenómeno
	A continuación, se presenta la simulación de un elevador CFB (Circulating fluidized beds) en 2D y 3D, este sistema suele ser usado para suministrar combustibles líquidos o gaseosos y ser consumidos.	
		
BIBLIOGRAFÍA	Propiedades	
	2D	3D
Interacción de ANSYS con entornos de ventanas a medida (González F. , 2010)	Son modelos simples	Modelos complejos con defectos en el mallado más probables, es decir la oblicuidad, calidad entre otros parámetros de mallado son afectados.
	Permite realizar análisis en ordenadores convencionales	Es necesario un ordenador de mayor potencia

2D CFD flow simulation give accurate result as a 3D simulation (Nampoothiri, 2016)	Buenos resultados en simulaciones de mezclas de fluidos	Buenos resultados en simulaciones de mezclas de fluidos
		

Fuente: Adaptada de Guachamín & Simbaña (2018).

### 3.4. REPRESENTACIÓN DE LA GEOMETRÍA CASO DE APLICACIÓN EN EL MODELO NUMÉRICO

Para ejecutar correctamente el algoritmo necesario para el desarrollo del modelo numérico en Ansys, se debe seguir una serie de pasos como se puede observar en la Gráfica 41.



**Gráfica 41** Módulos en Ansys

Fuente: Elaboración propia

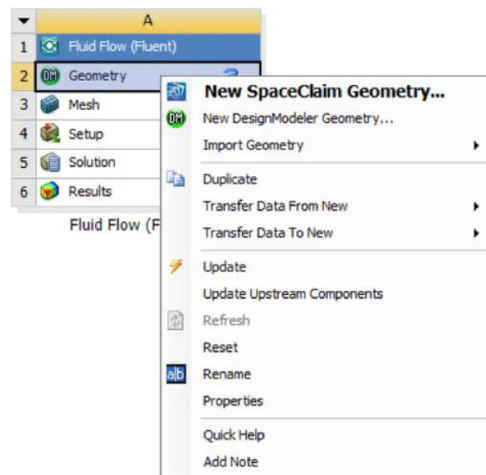
#### 3.4.1. GEOMETRÍA

La geometría que se va a utilizar para el modelo numérico posee las mismas dimensiones que el modelo en el laboratorio del CIERHI, con la única diferencia en la sección de entrada, misma que fue colocada estratégicamente para que el flujo se

estabilice de una forma natural, dicha modelación fue realizada con la herramienta AutoCAD, como se observa en la Gráfica 46

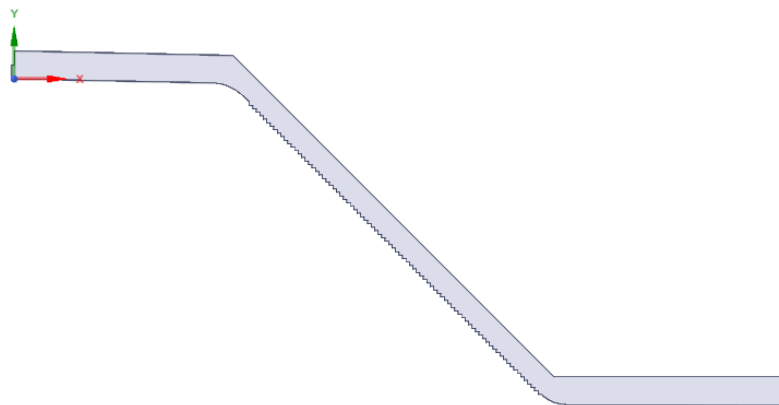
Una vez seleccionado el modelo en 2D se procede a ejecutarlo con la herramienta Ansys Fluent académico y se procede a establecer las condiciones de borde a la entrada, salida, paredes y superficie libre de la rápida escalonada.

En este sentido, se presenta a continuación el módulo Geometry. Este posee varias opciones; ya que en caso de no poseer el modelo se selecciona la opción “New SpaceClaim” en la misma se puede dibujar la superficie a simular, caso contrario, si se tiene el diseño es posible importarlo al seleccionar “Import geometry”.



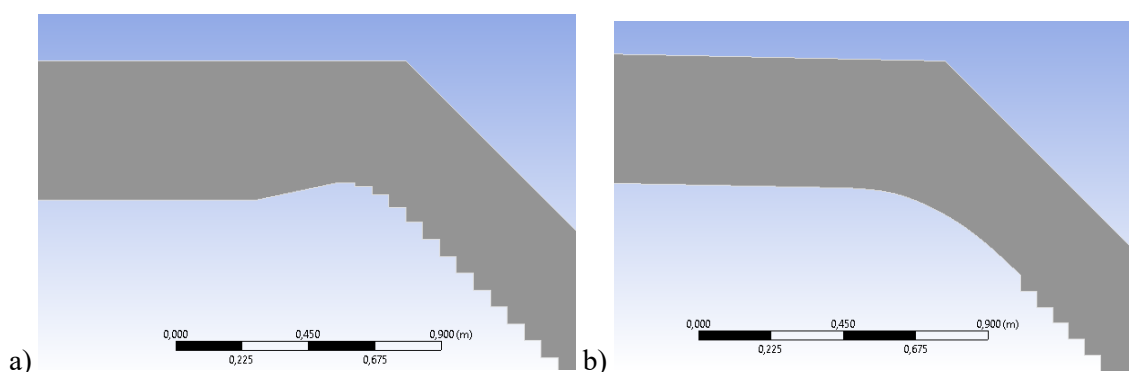
**Gráfica 42** Modelador de diseño en Ansys  
Fuente: Elaboración propia

A continuación, se muestra la geometría importada al módulo Geometry de la rápida escalonada.



**Gráfica 43** Geometría virtual rápida escalonada

Fuente: Elaboración propia



**Gráfica 44** Geometría rampa de ingreso. a) Fluido Subcrítico, b) Fluido Supercrítico

Fuente: Elaboración propia

### 3.4.2. MALLADO PARA LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

En el programa de Ansys, se requiere precisar un mallado para obtener un resultado adecuado, por lo que se encuentra la herramienta “Mesh” para generar mallas eficientes. El tamaño y refinado de este debe ser idóneo en cuanto al área de estudio en la que se implementará, ya que de esto dependerá el tiempo de resolución y el costo computacional. Al realizar un mallado en Ansys Fluent con base en la eficiencia del mismo, se toman cuenta parámetros de ortogonalidad, es decir, ángulos a  $90^\circ$ ; parámetros de aspecto, el radio de crecimiento, asimetría, oblicuidad, pandeo y formas heurísticas.

A	
1	Fluid Flow (Fluent)
2	Geometry ✓
3	Mesh ✓
4	Setup ✓
5	Solution ✓
6	Results ✓

Statistics	
Nodes	219891
Elements	194940
Mesh Metric	Element Quality
Min	6,0789e-002
Max	0,99998
Average	0,81445
Standard Devi...	0,22968

**Gráfica 45.** Herramienta Mesh

Fuente: Elaboración propia.

Existen tres tipos de mallas que pueden ser generadas en el programa:

- Malla no estructurada
- Malla estructurada
- Malla mixta

El mallado utilizado para la simulación numérica es de tipo no estructurado, con un tamaño más fino en la cercanía de los escalones. Se utiliza este tipo de mallado ya que permite la unión de diferentes tamaños de malla, esto es fundamental para la optimización del modelo numérico, permitiendo reducir el costo computacional y enfocar el análisis en los puntos críticos de la geometría.

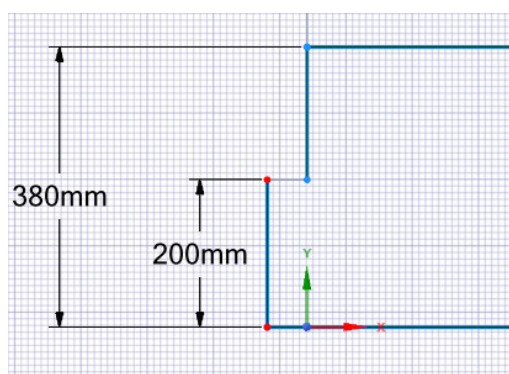
Para la generación del mallado fue necesario la adaptación de la entrada de la rápida con el fin de que el fluido no ingrese por toda la sección y con ello evitar la presencia de curvas de remanso a la entrada de la misma. En este sentido, se evita la generación de desprendimientos de flujo de la superficie, especialmente en los escalones iniciales, mediante la tendencia de flujo estabilizado.

De esta manera, se logra presentar las mismas condiciones, tanto en el modelo físico como numérico. Cabe recalcar que al usar el modelo 2D se pierde la dimensión del espesor en la rápida y Ansys la considera como la unidad es decir 1m.

**Tabla 13.**  
Valores de entrada para modelo original y editado

Parámetro	Unidad	Dimensión	
		Modelo original	Modelo editado
Ancho entrada	cm	100	100
Altura de las paredes	cm	38	20

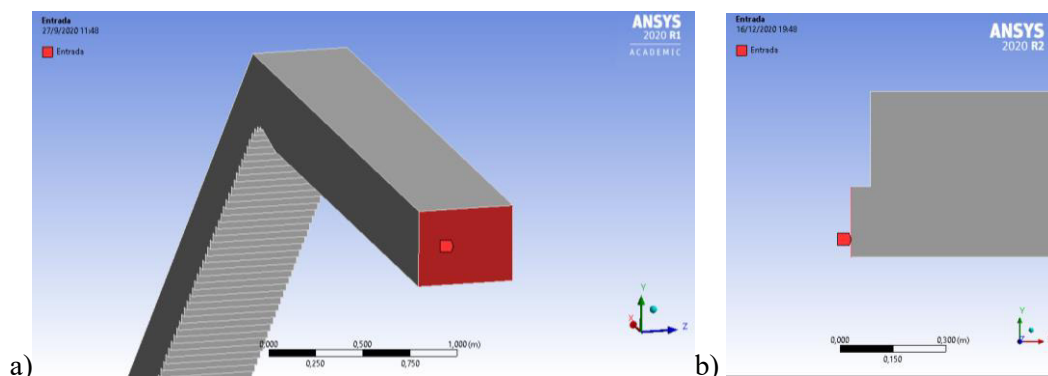
Fuente: Elaboración propia. El ancho de entrada en el modelo físico varía dependiendo del caudal a analizar.



**Gráfica 46.** Dimensiones de la entrada del flujo

Fuente: Elaboración propia.

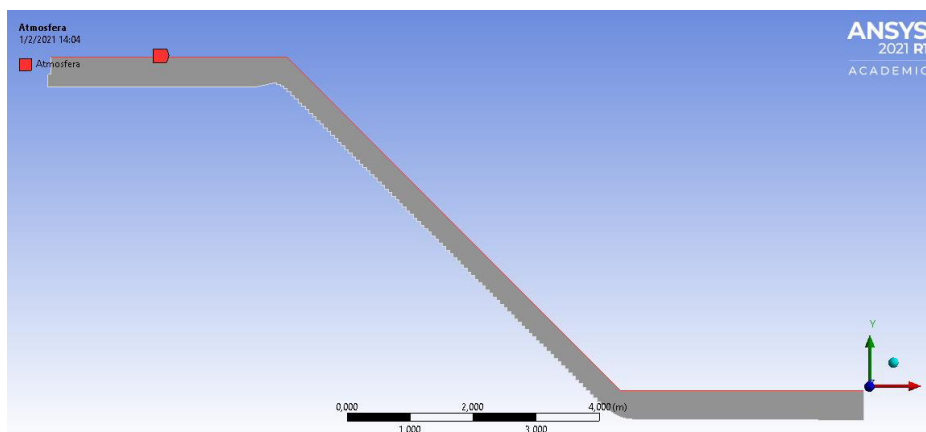
A continuación, se visualizan las superficies en las cuales se procede a definir las condiciones de frontera, en el caso de la Gráfica 47, se observa el cambio en el diseño de la entrada, que genera que el fluido ingrese únicamente por la parte inferior de la superficie.



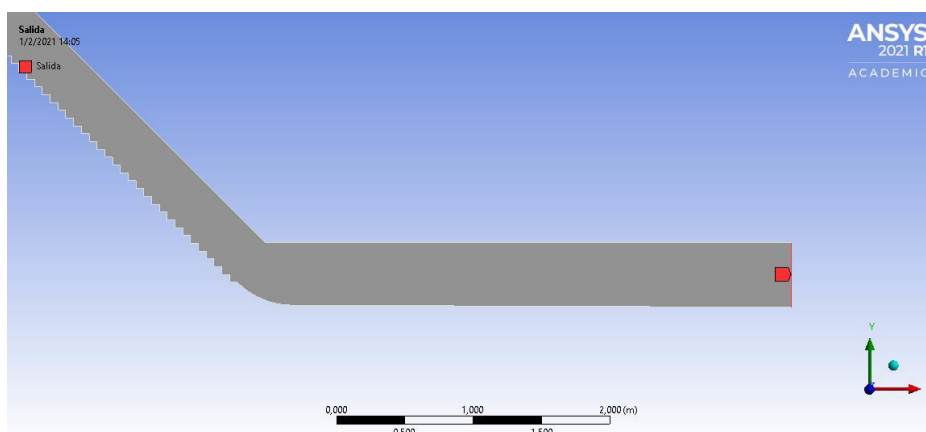
**Gráfica 47.** Entrada. a) Superficie original, b) Superficie editada

Fuente: Elaboración propia.





**Gráfica 48. Atmosfera**  
Fuente: Elaboración propia.



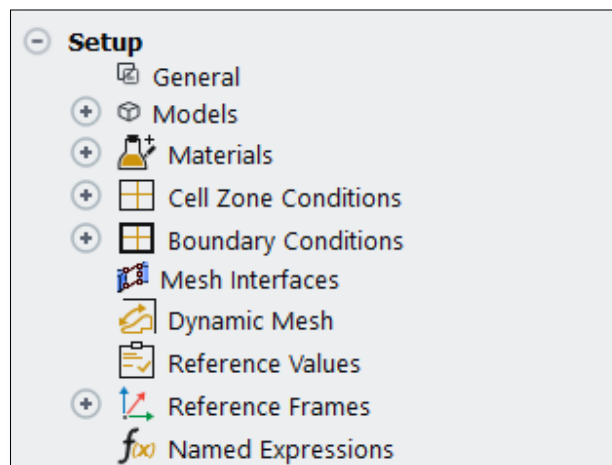
**Gráfica 49. Salida del fluido**  
Fuente: Elaboración propia.

### 3.4.3. CONDICIONES DE BORDE DEL MODELO DE LA RÁPIDA ESCALONADA

La identificación de las condiciones de borde es fundamental para el proyecto de titulación, es un proceso en el que se detalla las diferentes regiones de interés dentro del dominio del cuerpo en estudio, estas superficies son definidas en las Gráficas 47, 48 y 49. En Ansys las condiciones de borde deben ser definidas, para lo cual se puede optar entre establecer que la sección es una entrada, una salida o una pared, a continuación, se especifican las superficies en cuestión.

### 3.4.3.1. SETUP

En este apartado se determinan las propiedades y particularidades de la estructura física y de los fluidos que intervienen en la simulación. Para iniciar se deben configurar las condiciones de borde, ya que se requieren para definir las propiedades de fluidos que afectarán a todo el dominio. En este modelo consta la introducción de aire y agua, por lo que se establecen los siguientes bordes tanto para entrada como para salida.

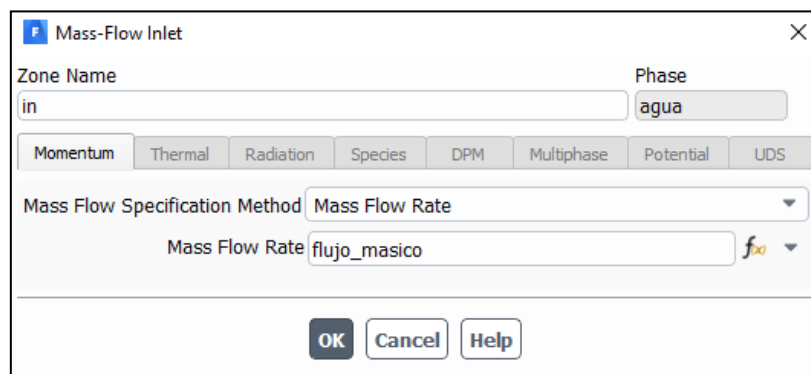


**Gráfica 50.** Parámetros de Setup

Fuente: Elaboración propia.

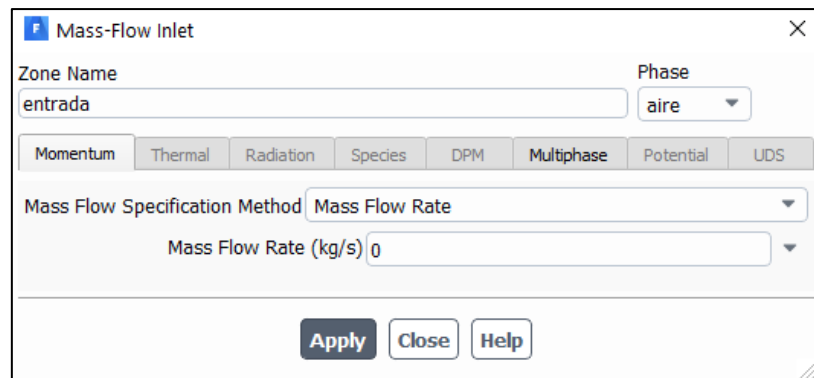
### 3.4.3.2. SUPERFICIE DE ENTRADA

En las superficies identificadas en la sección anterior se procede a definir las condiciones de borde. La primera condición de borde es el flujo másico, ya que el estudio posee dos fases se define la entrada de aire como nula, mientras que la entrada de agua, se le asigna una variable paramétrica.



**Gráfica 51.** Parametrización de la entrada de agua

Fuente: Elaboración propia.



**Gráfica 52.** Condiciones de la entrada de aire

Fuente: Elaboración propia.

Para facilitar el análisis se parametrizó una variable de entrada, que es el flujo másico y como resultado principal se obtiene la velocidad a la salida de la rápida.

Outline of All Parameters				
	A	B	C	D
1	ID	Parameter Name	Value	Unit
2	Input Parameters			
3	Q23.37LPS (A1)			
4	P1	Flujo_masico	77,72	kg s <sup>-1</sup>
*	New input parameter	New name	New expression	
6	Output Parameters			
7	Q23.37LPS (A1)			
8	New output parameter		New expression	
9	Charts			

**Gráfica 53.** Parametrización Setup

Fuente: Elaboración propia.

Los valores para la variable flujo másico en la presente investigación es tomado en base al estudio de Guachamín & Simbaña (2018), y transformado mediante la densidad del agua de  $998.2 \text{ kg/m}^3$ .

**Tabla 14.**  
*Valores de la variable flujo másico, fluido subcrítico*

Caudal l/s	Flujo másico kg/s
14,48	14,45
23,13	23,09
34,09	34,03
44,5	44,42
55,88	55,78
78,08	77,94

Fuente: Elaboración propia.

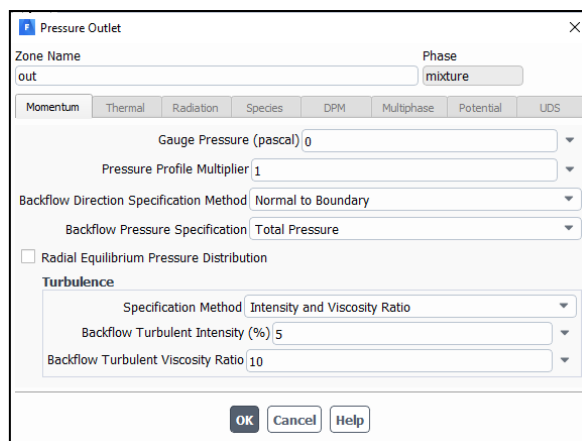
**Tabla 15.**  
*Valores de la variable flujo másico, fluido supercrítico*

Caudal [l/s]	Flujo másico [kg/s]
14,23	14,204
23,37	23,328
33,89	33,829
44,44	44,360
55,82	55,720
77,86	77,720

Fuente: Elaboración propia.

#### **3.4.3.2.1. SUPERFICIE DE SALIDA**

La superficie de salida es definida en dos tramos, los mismos que se puede apreciar en las Gráficas 47 y 49, en la primera de ellas se considera la apertura del flujo hacia la rápida en su parte superior y la segunda en la parte inferior. Se realiza de esta forma el análisis con el fin de cambiar las condiciones de salida para la superficie libre y la salida del fluido de ser necesario.



**Gráfica 54. Condiciones de salida**

Fuente: Elaboración- propia.

La Tabla 16 resume las condiciones de borde necesarias para el modelo, las cuales son: entrada, paredes, superficie libre y salida. En este caso se nombra a las paredes como acrílico y la superficie libre como atmósfera.

**Tabla 16.**  
*Parámetros de calidad del mallado*

Superficie	Condición de frontera o borde	Tipo de condición de frontera o borde	Variables
Entrada	Inlet	Mass Flow inlet	Aire: 0 kg/s Agua: Flujo másico
Salida del fluido	Outlet	Pressure Outlet	Presión manométrica: 0 Pa
Atmósfera	Outlet	Pressure Outlet	Presión manométrica: 0 Pa
Acrílico	Wall	Wall	

Fuente: Elaboración propia.

Las condiciones para la superficie de entrada, se usa la condición “Inlet”, limitándola a que únicamente pueda ingresar fluido por esta sección. “Mass Flow Intel”, hace referencia al caudal másico que ingresa al dominio, además de la condición de que la fracción volumétrica de aire es 0.

En el borde de salida y la atmósfera, se limitan con la condición “Outlet”, representando la salida de flujo del dominio. La variante “Pressure Outlet” permite que la presión de salida sea manométrica, pero al establecerse en 0 se considera que es igual a la atmosférica, promoviendo el flujo hacia afuera de la estructura. En cuanto a las condiciones de borde del acrílico que figuran las paredes y el fondo, se rige por la opción “Wall” misma que representa a una pared independiente de la rugosidad.

#### 3.4.4. PARÁMETROS INICIALES, FÍSICOS Y NUMÉRICOS DE LA MODELACIÓN EN ANSYS FLUENT DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO

Los parámetros de iniciación son necesarios en la realización de una simulación numérica de flujo transitorio, estos suelen ser seleccionados por el programa con valores por defecto, la turbulencia por defecto se toma del 5% ya que es un valor con el cual converge la mayoría de estudios, en caso de ser necesario este valor podría variar.

**Tabla 17.**  
*Parámetros de inicialización por defecto*

Inicialización sin Expresiones		
	Tipo de velocidad	Cartesiano
Componentes de velocidad	U	0 [m s <sup>-1</sup> ]
	V	0 [m s <sup>-1</sup> ]
	W	0 [m s <sup>-1</sup> ]
Presión estática		0 Pa
Turbulencia		5%
Fracción de volumen de aire		1
Fracción de volumen de agua		0

Fuente: Monje (2017).

Es posible establecer los modelos numéricos, con expresiones que condicionen el modelo con una configuración personalizada, para esto se procede a definir en la sección Setup de Ansys Fluent.

Sin embargo, ningún modelo de turbulencia es aceptado universalmente todas las clases de problemas. La elección del modelo de turbulencia dependerá de consideraciones tales como la física incluida en el flujo, la práctica establecida para una clase específica de problema, el nivel de precisión requerido, los recursos computacionales disponibles y la cantidad de tiempo disponible para la simulación.

Los modelos k- $\epsilon$  y k- $\omega$  son los utilizados para calcular flujos dependientes del tiempo, cuya inestabilidad puede ser impuesta externamente o autosostenidos como la generación de vórtices o inestabilidades de flujo. El modelo k -  $\epsilon$  se recomienda para una estimación al menos bruta del campo de flujo y para casos como combustión, flujos multifásicos, flujos con reacciones químicas y flujos supercríticos (Argyropoulosa & Markatos, 2015).

El modelo k -  $\omega$  es superior al modelo k -  $\epsilon$  para logra una mayor precisión para las capas límite con gradiente de presión y puede integrarse fácilmente en la subcapa viscosa sin ninguna función de amortiguación adicional. Además, es más preciso para flujo de corte libre y flujos separados. Sin embargo, posee debilidades cuando se aplica a flujos con límites de flujo libre por ejemplo chorros o cauda de flujos (Argyropoulosa & Markatos, 2015).

A continuación, se presentan pautas generales para elegir el modelo de turbulencia:

**Tabla 18.**  
*Parámetros para la simulación*

Configuración (Setup)	Descripción
General	En aspectos generales se procede a definir la gravedad en el eje "Y" con un valor de 9.8 m/s <sup>2</sup> , además se define el tipo de estudio como transitorio.
Modelos	<p>El modelo de multifase a utilizarse es el modelo Euleriano, ya que permite la simulación de múltiples corrientes de fluidos y flujos de superficie libre. Estos modelos no se ciñen al estado físico de la materia, sino que entiende cada fase como un material identificable.</p> <p>En este tipo de fluidos, la fase primaria debe ser de tipo continua y concierne a la cantidad predominante, en este caso se define como aire, y la fase secundaria que define una separación respecto a la anterior, es el agua. El motivo de esta configuración es para tener la capacidad de definir el agua como partículas o volúmenes dispersos.</p> <p>En el modelado multifase, la fase primaria se puede resolver con un modelo de turbulencia, en este caso se hace uso del K-epsilon RNG, que implementa en concepto de la viscosidad turbulenta de la pared y se estima modelando los valores paramétricos <math>C_{mu}, \epsilon_1, \epsilon_2</math>. Esto debido a que se presentan mejores resultados mediante el uso de este en comparación con otros modelos, ya que toma en cuenta los gradientes de presión, generando menos errores de cálculo. Además, al realizar las simulaciones se comprobó que el único modelo que se ajustaba a los procesos físicos que ocurren en un flujo rasante es el modelo K-epsilon, ya que por ejemplo el modelo K-omega, no genera los vórtices entre escalón y escalón.</p>
Materiales	<p>La fase primaria es la envolvente de la secundaria, mientras que esta se distribuye por la totalidad de la primera. En este caso comprende un régimen de flujo gas-líquido, donde el material predominante a recorrer por el dominio es el aire, mientras que el flujo secundario se comprende por el agua, cuya cantidad depende del caudal deseado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fase primaria: Aire</li> <li>• Fase secundaria: Agua</li> </ul>
Condiciones de borde	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inlet: Aire=0 kg/s Agua= Flujo másico (Flujo variable para el estudio)</li> <li>• Outlet: Pressure outlet Salida del flujo perpendicular a la superficie</li> </ul>

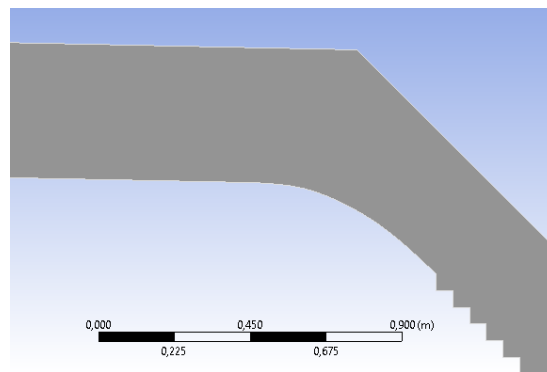
Fuente: Elaboración propia.

### 3.5.4.1 CONSIDERACIONES PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

En el modelo supercrítico se trabaja con los mismos parámetros físicos, un aspecto a considerar es el flujo másico de entrada los mismos que se observan en la Tabla 15.



El principal cambio en la geometría de la rápida escalonada, es que la misma no posee una rampa al ingreso a la rápida, a continuación, se presenta la diferencia entre las geometrías, además cabe mencionar que tanto el mallado como las condiciones de borde del modelo son las mismas tanto para el modelo subcrítico, como para el supercrítico.



**Gráfica 55** Geometría virtual rápida escalonada para flujo supercrítico  
Fuente: Elaboración-propia

### 3.5.4.2 CONFIGURACIÓN DEL CONTROL DEL SOLVER

Los parámetros utilizados condicionan el tiempo de simulación y por ende la calidad de los resultados, por lo que según (Ansys, 2019) se recomienda establecer fijos los esquemas en High Resolution (alta resolución) para advección y Second Order Backward Euler (fenómeno de transientes hidráulicos) para el transporte del fluido, logrando mejorar la resolución numérica. Para el modelo de turbulencia, se lo posiciona en First Order, para reducir el costo computacional. En cuanto a la revisión de convergencia se ubica entre 1 y 10 iteraciones, con el objetivo de reducir los valores residuales de los algoritmos matemáticos utilizados en las ecuaciones, y por último se constató que estos sean menores a  $1 \cdot 10^{-10}$

Details of Solver Control in Flow Analysis 1

Basic Settings   Equation Class Settings   Advanced Options

Advection Scheme  
Option: High Resolution

Transient Scheme  
Option: Second Order Backward Euler

Timestep Initialization  
Option: Automatic  
 Lower Courant Number  
 Upper Courant Number

Turbulence Numerics  
Option: First Order

Convergence Control  
Min. Coeff. Loops: 1  
Max. Coeff. Loops: 10  
Fluid Timescale Control  
Timescale Control: Coefficient Loops

Convergence Criteria  
Residual Type: RMS  
Residual Target: 1e-10  
 Conservation Target  
 Elapsed Wall Clock Time Control  
 Interrupt Control

**Gráfica 56.** Configuración Solver  
Fuente: Elaboración propia

# CAPÍTULO IV CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA MEDIANTE EL MODELO FÍSICO

## 4.1. BREVE DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO

La rápida escalonada tiene una altura de 4.53 metros, con una longitud horizontal de 4.52 metros, la rampa tiene una inclinación de 45°, tanto la huella como la contrahuella de los escalones es de 5 centímetros. La entrada del flujo es variable, con lo cual se puede verificar lo que sucede con el flujo subcrítico y supercrítico.

## 4.2. CONSIDERACIONES IMPORTANTES PARA LA CALIBRACIÓN DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para la calibración de las simulaciones primero se debe determinar la forma en la que se extraerá los resultados, el problema radica en que para cada flujo másico la altura a la que se debe tomar la velocidad es diferente, para garantizar la fiabilidad de los resultados se realizó la toma de velocidades a las alturas en las cuales fueron generadas experimentalmente, las mismas que según Guachamín y Simbaña (2018) se calcularán con base en las siguientes fórmulas.

$$y_w = (1 - C_m) \cdot y_{90} \quad (32)$$

Donde:

$y_w$ : Profundidad del agua clara (cm)

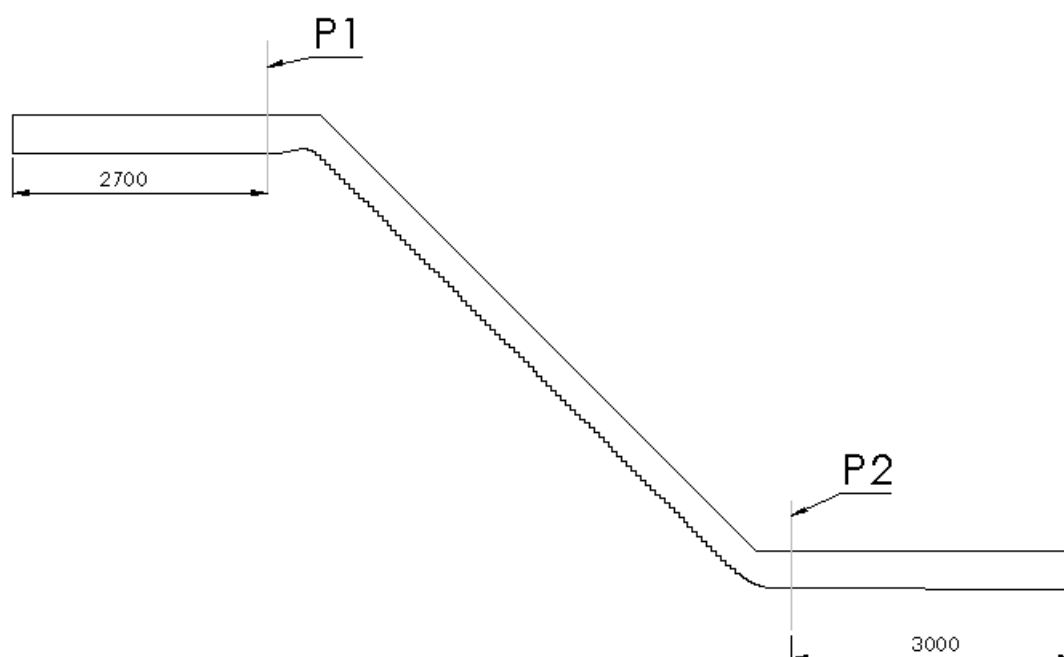
$C_m$ : Concentración media de aire

$y_{90}$ : Profundidad del 90% (cm)

**Tabla 19.**  
*Variantes de mallado*

Subcrítico		Supercrítico	
Caudal [l/s]	Yw [cm]	Caudal [l/s]	Yw [cm]
14,48	0,64	14,23	2,40
23,13	0,94	23,37	3,00
34,09	1,28	33,89	3,20
44,5	1,53	44,44	4,00
55,88	1,79	55,82	4,50
78,08	2,42	77,86	5,70

Fuente: Elaboración propia.



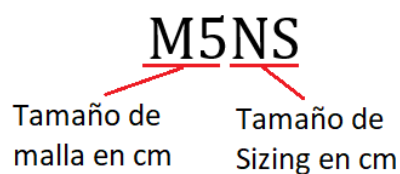
**Gráfica 57** Puntos de toma de datos en la rápida escalonada.

Fuente: Elaboración propia

#### 4.3. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO, ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE MALLA

Para la determinación de la independencia de mallado se procede a comparar diferentes tamaños de elementos para un flujo másico de 23,3 kg/s, los parámetros que no son el mallado permanecen constantes.

La nomenclatura utilizada para el mallado es la siguiente:



El nombre de la malla comienza con la letra M y para el redimensionamiento se usa la función Sizing (redimensionamiento de fase), NS representa que no se está utilizando la función Face Sizing, S es usado cuando si se usa y por último se tiene el número que indica el tamaño del redimensionamiento en caso de utilizarlo.

**Tabla 20.**  
*Variantes de mallado sin redimensionamiento*

Nombre de Mallado	Tamaño de elementos	Número de elementos	Número de nodos
M5NS	5 cm	1997	2297
M4NS	4 cm	2968	3313
M3NS	3 cm	5400	5908
M2NS	2 cm	12128	12877
M1NS	1 cm	47032	48425

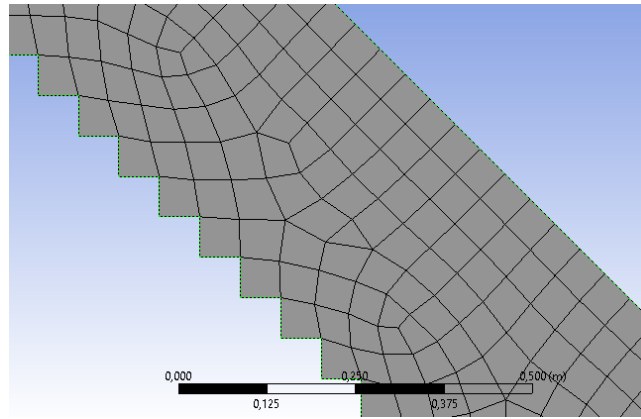
Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 21.**  
*Variantes de mallado con redimensionamiento*

Nombre de Mallado	Tamaño de elementos	Número de elementos	Número de nodos
M5S1	5 cm	1997	2297
M3S1	3 cm	5400	5908
M2S0,5	5 cm	52103	57046
M1S0,25	3 cm	102265	146856

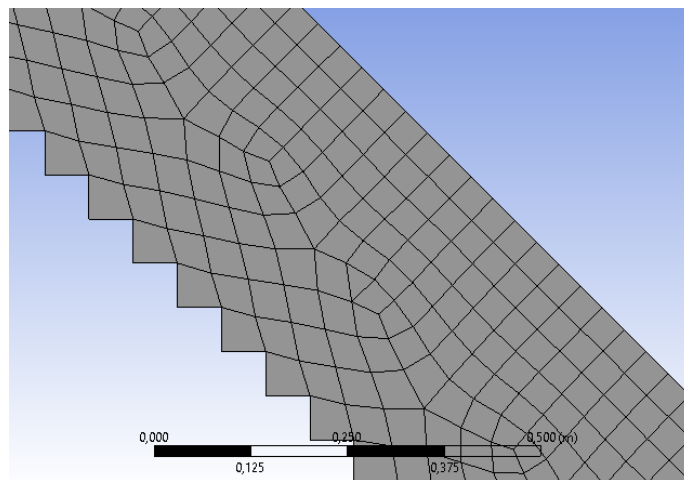
Fuente: Elaboración propia.

En las Gráficas de la 58 a la 66 se observa los diferentes mallados a ser estudiados:



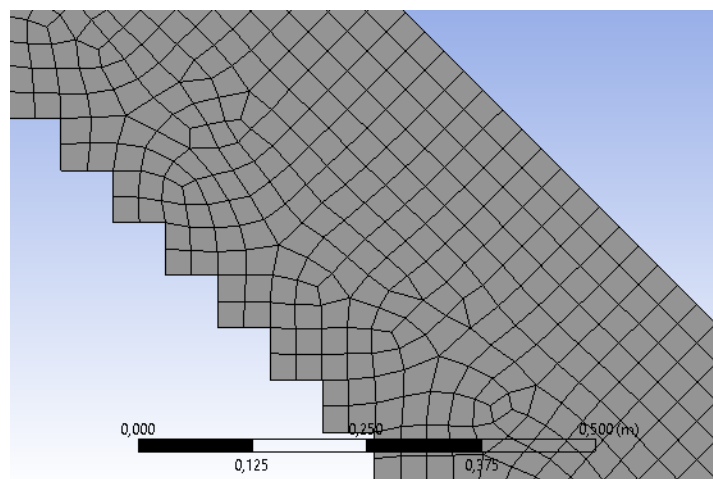
**Gráfica 58. Mallado M5NS**

Fuente: Elaboración propia.



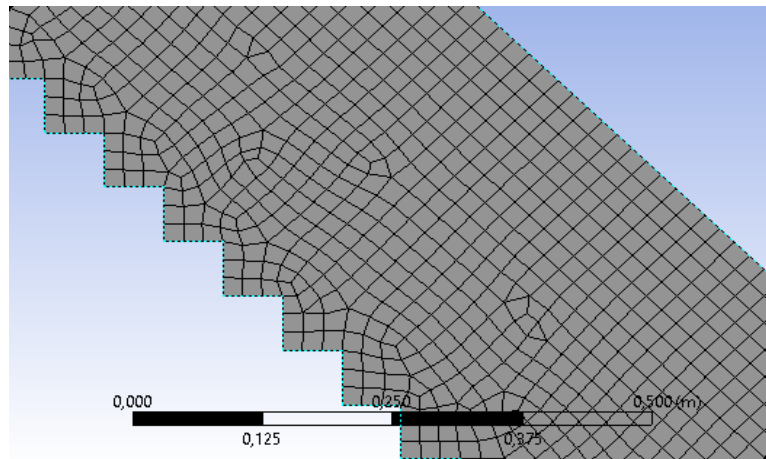
**Gráfica 59. Mallado M4NS**

Fuente: Elaboración propia.



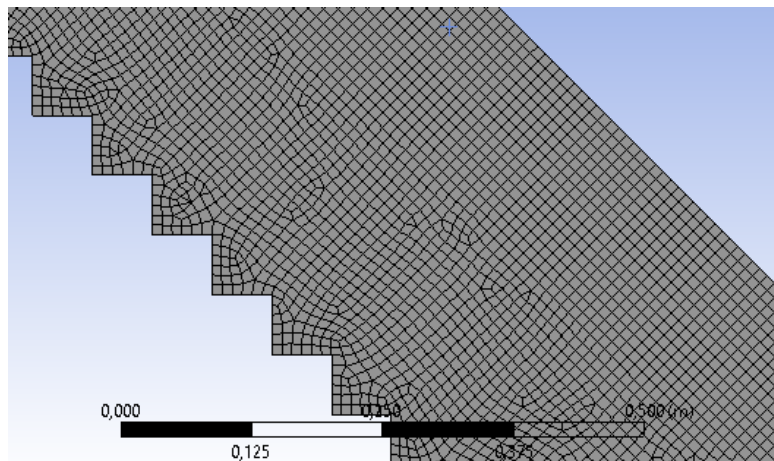
**Gráfica 60. Mallado M3NS**

Fuente: Elaboración propia.



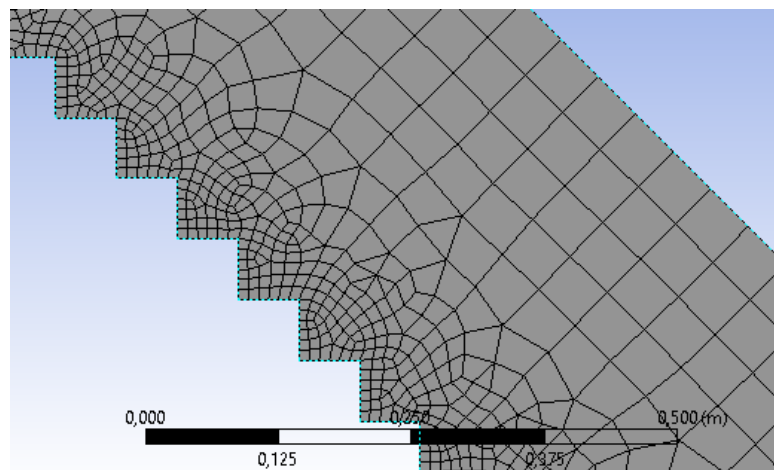
**Gráfica 61.** *Mallado M2NS*

Fuente: Elaboración propia.



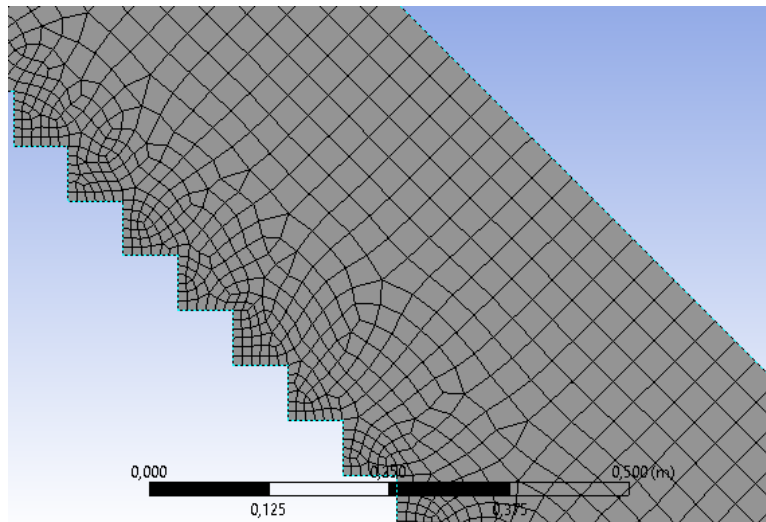
**Gráfica 62.** *Mallado M1NS*

Fuente: Elaboración propia.



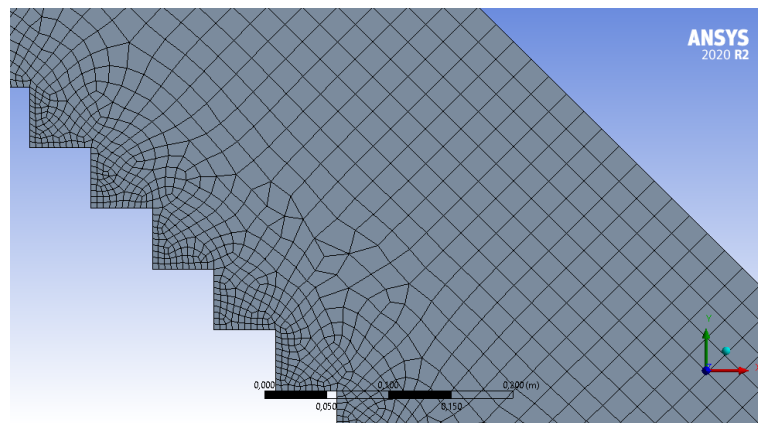
**Gráfica 63.** *Mallado M5S1*

Fuente: Elaboración propia.



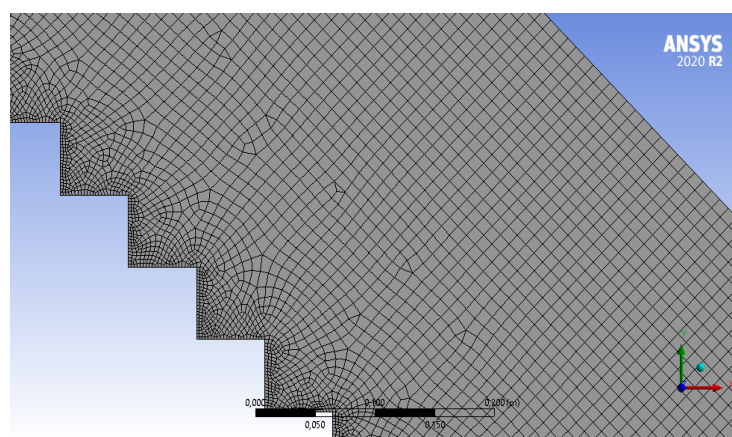
**Gráfica 64** *Mallado M3S1*

Fuente: Elaboración propia.



**Gráfica 65** *Mallado de 20 mm a 5 mm*

Fuente: Elaboración propia.



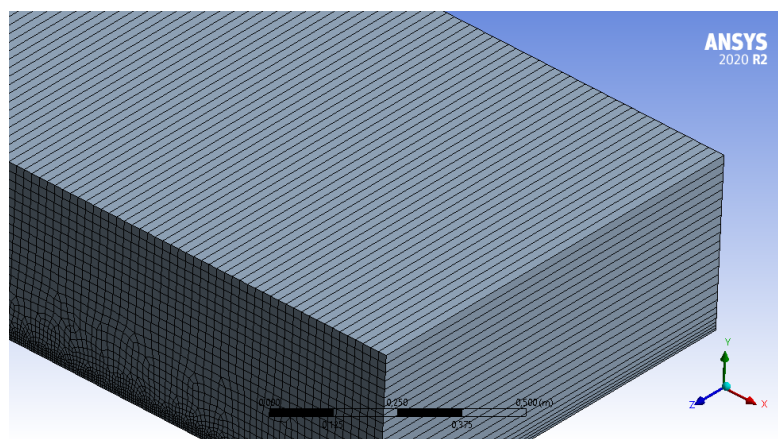
**Gráfica 66** *Mallado de 10 mm a 2,5 mm*

Fuente: Elaboración propia.



Para la elección del mejor mallado se verifica los valores experimentales de velocidad a la salida de la rápida escalonada, tomando como base los resultados obtenidos por Guachamín y Simbaña (2018), para un caudal de 23.13 l/s.

En Ansys Fluent el análisis en dos dimensiones es similar al de tres dimensiones, con la diferencia que el tercer eje, en este caso el espesor de la rápida escalonada se define con una unidad métrica, por esta razón se procede a ajustar los parámetros de flujo másico de tal forma que no afecte al modelo.



**Gráfica 67** Mallado para un modelo en 2D, la tercera dimensión se representa como la unidad

Fuente: Elaboración propia.

Se presenta a continuación el análisis realizado para ajustar el caudal para un metro de espesor:

$$Q_0 = V \times A_0 \quad (33)$$

$$Q_0 = V \times h \times X_0$$

Donde:

$Q_0$ : Caudal dado [m<sup>3</sup>/s]

$V$ : Velocidad [m/s]

$A_0$ : Área [m<sup>2</sup>]

$h$ : Altura del flujo [m]

$X_0$ : Espesor inicial 0,518 [m] (Guachamín & Simbaña, 2018)

El área está conformada por la altura del flujo y el espesor de la rápida escalonada, de estas variables la que tiene un cambio es el espesor llegando a ser de 1 m. Por lo tanto, el caudal unitario sería igual a:

$$Q_1 = V \times h \times X_1$$

$$\frac{Q_1}{X_1} = q; Q_2 = q \cdot X_2$$

Dónde:

$Q_1$ : Caudal para 0.52m.

$Q_2$ : Caudal equivalente para 1 m.

$q$ : Caudal unitario

$X_1$ : Espesor 1 [m]

**Tabla 22.**  
*Valor de caudal para simulación 2D*

Subcrítico Caudal l/s		Supercrítico Caudal l/s	
X=0,518 m	X=1 m	X=0,518 m	X=1 m
14,48	27,90	14,23	27,42
23,13	44,57	23,37	45,03
34,09	65,69	33,89	65,31
44,5	85,75	44,44	85,64
55,88	107,68	55,82	107,57
78,08	150,46	77,86	150,04

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 23**  
*Resultados de cada mallado*

Nombre de Mallado	Número de elementos	Velocidad a la salida			
		Experimental	Simulada	Error	Error %
M5NS	1997	3,21	4,85	4,15	51%
M4NS	2968	3,21	4,12	0,91	28%
M3NS	5400	3,21	3,76	0,55	17%
M2NS	12128	3,21	3,27	0,06	2%
M1NS	47032	3,21	2,81	-0,4	12%
M5S1	1997	3,21	4,71	1,5	47%
M3S1	5400	3,21	3,78	0,57	18%
M2S0,5	52103	3,21	3,55	0,34	11%
M1S0,25	102265	3,21	3,32	0,11	3%

Fuente: Elaboración-propia.

Los resultados obtenidos en las simulaciones de la Tabla 22 se encuentran en el Anexo I, en donde se presenta análisis comparativo es realizado para un caudal de 23,13 litros por segundo.

Una vez determinados las velocidades para diferentes mallados se procede a identificar cual es la mejor opción, en este sentido, al verificar los resultados se determina que el mallado es fundamental para mejorar la precisión de la investigación, ya que en cada caso varía considerablemente;

De acuerdo a lo antes mencionado, se verifica que el mejor resultado se presenta en la malla de nombre M2NS, donde se obtiene un error del 2%, pero al reducir el tamaño de malla se observa que no se ha llegado a la convergencia, ya que para un mallado más fino el M1NS se tiene un error del 12%. Al analizar el mallado con redimensionamiento se obtiene resultados más coherentes, y se observa la convergencia para el mallado M1S0,25 con un error del 3%.

Además, en la Tabla 24, se realizó la verificación de los diferentes mallados; para que sean considerados válidos deben cumplir con diferentes parámetros de control y no superar los límites establecidos como adecuados por Ansys, Inc. (2017), en este sentido, se analizó los parámetros de oblicuidad, ortogonalidad, factor de pandeo, ángulo máximo de las esquinas y el aspecto de proporción.

**Tabla 24**

*Parámetros de calidad del mallado 2D sin redimensionamiento*

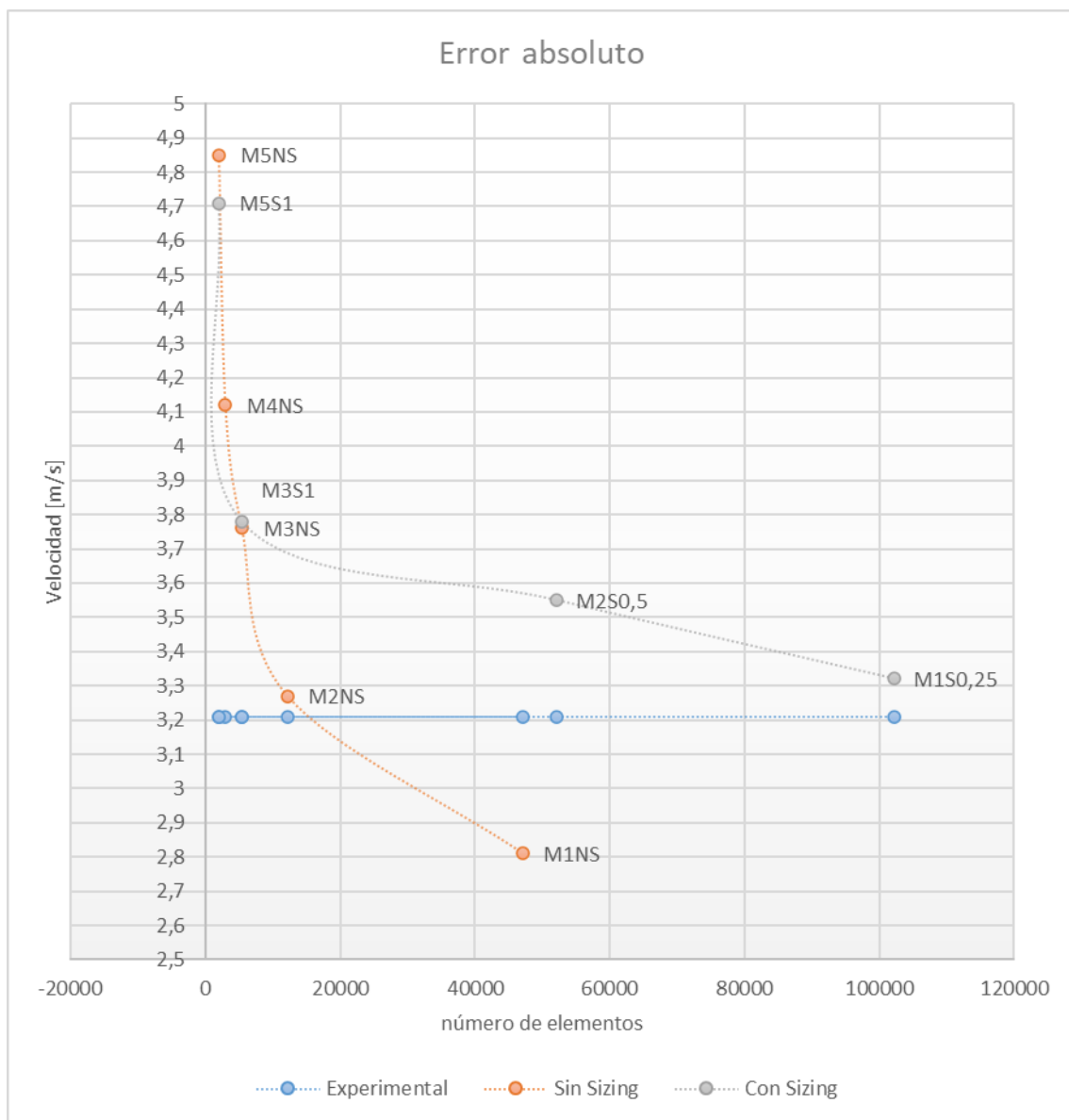
Parámetro de control	Limite	Tipo de malla				
		MNS5	MNS4	MNS3	MNS2	MNS1
Oblicuidad	<0,98	2,29E-02	8,39E-02	7,19E-02	6,00E-02	1,82E-02
Ortogonalidad	>0,15	0,984	0,98412	0,98207	0,99009	0,99638
Factor de pandeo	<1	6,34E-09	6,53E-09	4,47E-09	3,00E-09	2,93E-08
Ángulo máximo de esquinas	<180	94,6°	96,879°	95,789°	94,799°	91,402°
Aspecto de proporción	<50	1,2	1,1563	1,1452	1,1379	1,0369
Control		Cumple	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple

Fuente: Elaboración propia.

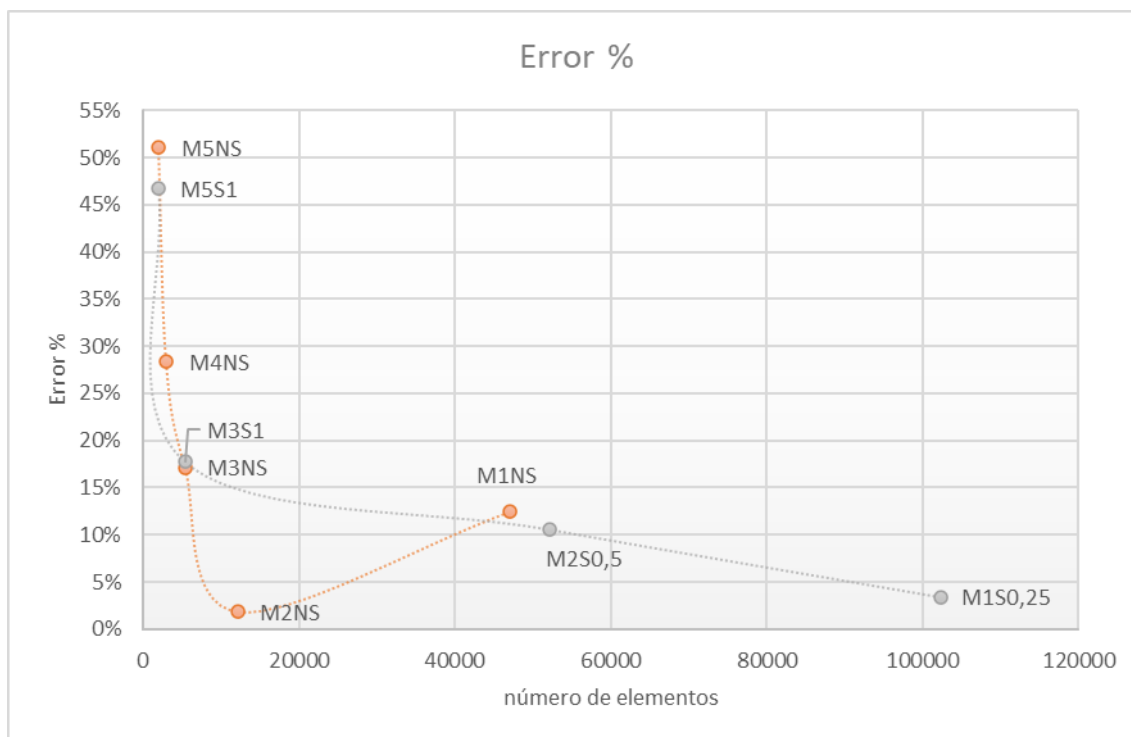
**Tabla 25***Parámetros de calidad del mallado 2D con redimensionamiento*

Parámetro de control	Limite	Tipo de malla			
		M5S1	M5S3	M2S0,5	M1S0,25
Oblicuidad	<0,98	0,15496	0,10181	0,14785	1,13E-01
Ortogonalidad	>0,15	0,96526	0,97876	0,97335	0,98119
Factor de pandeo	<1	3,04E-04	2,22E-04	0,00E+00	0,00E+00
Ángulo máximo de esquinas	<180	101,93°	97,939°	101,72°	98,849°
Aspecto de proporción	<50	2,3801	2,1638	1,1555	1,1273
Control		Cumple	Cumple	Cumple	Cumple

Fuente: Elaboración propia.

**Gráfica 68.** Error absoluto para diferentes tipos de mallado (Flujo 23,13 l/s)

Fuente: Elaboración propia.



**Gráfica 69** Error relativo para diferentes tipos de mallado (Flujo 23,37 l/s)  
Fuente: Elaboración propia.

Al analizar las Gráficas 68 y 69 se observa como el error en la simulación desciende con los diferentes mallados, siendo el mejor resultado aquella simulación generada para el mallado M1S0,25 razón por la cual se selecciona como la mejor alternativa para proceder a la validación del modelo.

#### **4.4. VALIDACIÓN DE MODELOS NUMÉRICOS DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO Y SUPERCRÍTICO.**

Para validar el modelo a ser utilizado, se procedió a comparar el error porcentual de la velocidad a la salida de la rápida escalonada obtenidas en el proyecto PIMI 16-06 tanto para flujo de aproximación subcrítico como supercrítico. El proyecto antes descrito determina las velocidades de salida de la rápida escalonada para diferentes caudales, por lo cual, para este análisis se procede a determinar la velocidad a la salida para los

dos planes de corridas, y compararlos con los resultados generados en las simulaciones físicas.

**Tabla 26.**  
*Resultados de la simulación para un flujo subcrítico*

Caudal l/s	Flujo masico kg/s		Velocidad a la salida [m/s]		
	0,518 m	1m	Experimental	Simulada	Error %
14,48	14,45	27,90	2,45	2,62	6,94%
23,13	23,09	44,57	3,21	3,32	3,43%
34,09	34,03	65,69	4,37	4,01	8,24%
44,5	44,42	85,75	4,58	4,21	8,08%
55,88	55,78	107,68	5,11	5,32	4,11%
78,08	77,94	150,46	5,63	5,52	1,95%

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 27.**  
*Resultados de la simulación para un flujo supercrítico*

Caudal l/s	Flujo masico kg/s		Velocidad a la salida [m/s]		
	0,518 m	1m	Experimental	Simulada	Error %
14,23	14,20	27,42	4,38	4,33	1,14%
23,37	23,33	45,03	4,77	4,5	5,66%
33,89	33,83	65,31	5,16	4,73	8,33%
44,44	44,36	85,64	5,61	5,12	8,73%
55,82	55,72	107,57	6,04	5,48	9,27%
77,86	77,72	150,04	6,22	5,69	8,52%

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, en la Tabla 28, se procedió a verificar los valores de error para diferentes estudios publicados de simulaciones en rápidas escalonadas. Como se observa, estos tienen una gran oscilación en el porcentaje de error de hasta del 36%.

Al momento de diseñar una rápida de tipo escalonada es usual la utilización de fórmulas obtenidas de forma empírica, las mismas que poseen diversas aproximaciones a la realidad, por lo que presentan un error intrínseco a ellas. Algunos estudios muestran que este error puede variar entre un 5 a 20%.

Es por estas razones que se considera que un error inferior al 10% es aceptable para la validación de las simulaciones realizadas tanto para flujo de aproximación subcrítico y supercrítico.

**Tabla 28.**  
*Simulaciones en rápidas escalonada*

Estudio	Error	Fuente
1. Canal de fuerte pendiente	9,4- 36,7 %	(Monge, 2017)
2. Simulación numérica tridimensional de una rápida de fuerte pendiente en el paquete computacional Openfoam	7,5-25%	(Berrones, Quilligana, Ortega, Plua, & Hidalgo, 2017)
3. Diseño hidráulico de vertederos escalonados	5-20%	(Rendon, Diseño hidráulico de vertederos escalonados, 2011)

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar el error tanto para un flujo de aproximación subcrítico como supercrítico, se determina que en todos los casos el error relativo es menor al 10%, por lo cual se da por válido el modelo escogido, tanto para el flujo subcrítico como para el supercrítico de aproximación.

#### **4.5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Al realizar el análisis de la independencia de mallado para el modelo en 2D sin redimensionamiento se observa que no se obtiene una buena convergencia en los resultados y además ya que es un mallado homogéneo no utiliza de forma eficiente la capacidad de procesamiento.

Por otro lado, los mallados con redimensionamiento presentan una mejor convergencia de los resultados siendo el mallado M1S0,25 el mejor con un error porcentual de 3% y con un número de elementos de 102 265, este mallado está formado por elementos de

un tamaño de malla de 1 cm y un mallado fino en las proximidades de la rápida de 2,5 mm.

Con el modelo en 2D se procedió a realizar la validación. Al comparar los resultados obtenidos de acuerdo a la simulación de los resultados experimentales, se obtuvo un error relativo (Tablas 26 y 27), inferior al 10%. Por esta razón, se da por válida la simulación numérica.



# CAPÍTULO V. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE SIMULACIÓN NUMÉRICA (CFD) PARA FLUJOS DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICOS Y SUPERCRÍTICOS

## 5.1. COMPORTAMIENTO DEL FLUJO RASANTE CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

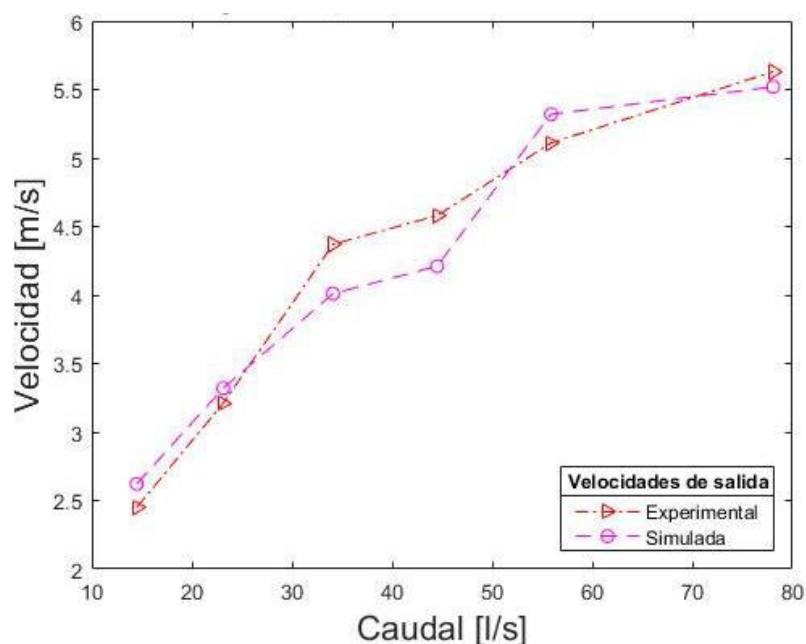
La Tabla 29, muestra la comparación entre los valores obtenidos experimentalmente y los simulados para el flujo de aproximación subcrítico. Al observar el comportamiento de los resultados, se verifica que el caudal y la altura son directamente proporcionales con el valor de velocidad. El mínimo error obtenido fue de 1,95%, el máximo error fue 8,24%, y el error promedio de las 6 simulaciones es del 5.46%.

**Tabla 29.**  
*Resultados del flujo de aproximación subcrítico*

Subcrítico		Velocidad a la salida [m/s]		
Caudal [l/s]	Yw [cm]	Experimental	Simulada	Error [%]
14,48	0,64	2,45	2,62	6,94%
23,13	0,94	3,21	3,32	3,43%
34,09	1,28	4,37	4,01	8,24%
44,5	1,53	4,58	4,21	8,08%
55,88	1,79	5,11	5,32	4,11%
78,08	2,42	5,63	5,52	1,95%

Fuente: Elaboración-propia.

A continuación, en la Gráfica 70 se muestra el comportamiento de las velocidades de salida tanto experimentales y simuladas en función de los caudales de ingreso, se observa que para caudales entre 34,09 y 44,5 el error relativo se incrementa.



**Gráfica 70** Comparación de las velocidades experimentales y las simuladas (flujo subcrítico) Fuente: Elaboración propia.

## 5.2. COMPORTAMIENTO DEL FLUJO RASANTE CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

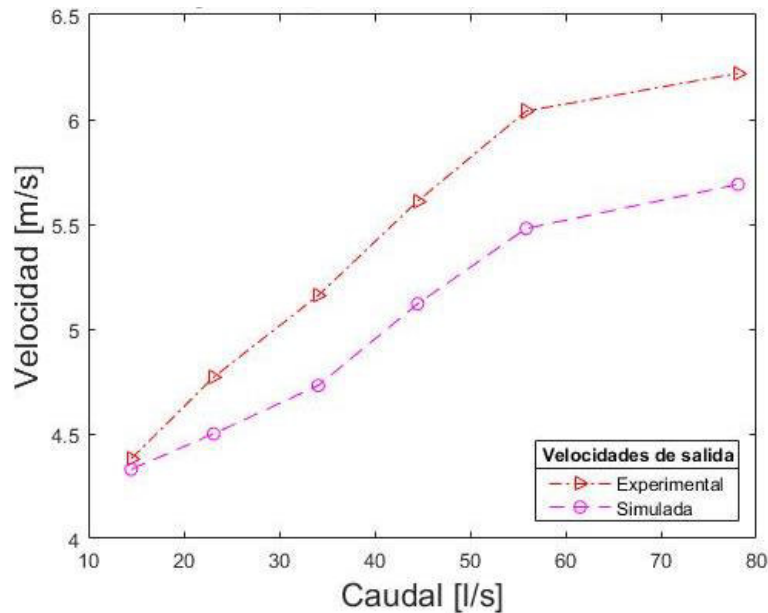
La Tabla 30, muestra la comparación entre los valores simulados y experimentales para el flujo de aproximación supercrítico. De igual manera que en el flujo de aproximación subcrítico, el caudal y la altura son directamente proporcionales con la velocidad. En este caso, el error mínimo fue del 1,14%, el máximo error obtenido fue 9.27%, y el error promedio de las simulaciones realizadas es del 6.94%.

**Tabla 30.**  
*Resultados del flujo de aproximación supercrítico*

Supercrítico		Velocidad a la salida [m/s]		Error [%]
Caudal [l/s]	Yw [cm]	Experimental	Simulada	
14,48	2,40	4,38	4,33	1,14%
23,13	3,00	4,77	4,5	5,66%
34,09	3,20	5,16	4,73	8,33%
44,5	4,00	5,61	5,12	8,73%
55,88	4,50	6,04	5,48	9,27%
78,08	5,70	6,22	5,69	8,52%

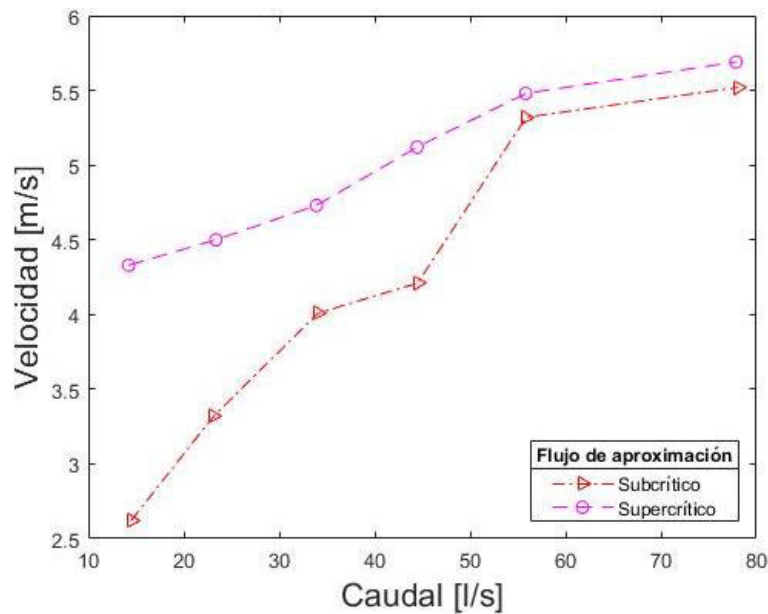
Fuente: Elaboración-propia.

En la Grafica 71 se observa el comportamiento de la velocidad para el flujo de aproximación supercrítico con los resultados experimentales y los simulados. Ambas graficas poseen una tendencia similar.



**Gráfica 71** Comparación de las velocidades experimentales y las simuladas (flujo de aproximación supercrítico)  
Fuente: Elaboración propia.

La Gráfica 72 presenta la comparación de los resultados obtenidos para el flujo de aproximación subcrítico y el supercrítico. Al analizar la tendencia se observa que el flujo de aproximación supercrítico genera mayores velocidades a la salida de la rápida escalonada.

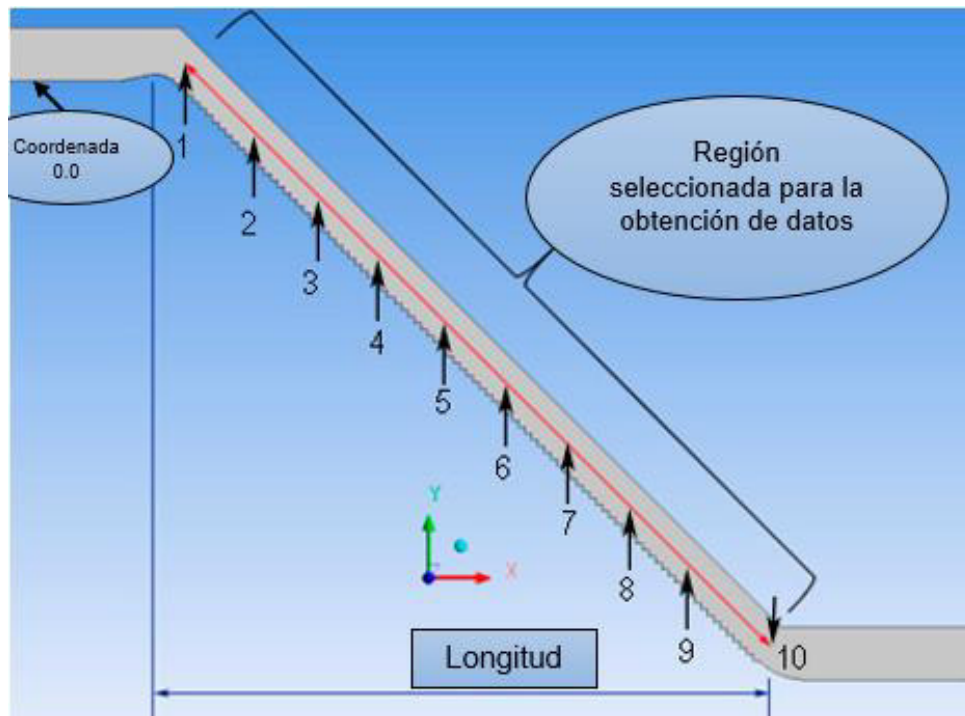


**Gráfica 72** Comparación de la velocidad de salida del flujo rasante Subcrítico y Supercrítico

Fuente: Elaboración propia

### 5.3. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

La Gráfica 73 muestra la región que se seleccionó para la obtención de los datos de velocidad, presión y volumen de fracción de agua. En esta sección ocurre la transición de flujo desde una zona no aireada, a la parcialmente aireada y por último el flujo completamente aireado por la cual es la más correcta para el análisis.



**Gráfica 73** Toma de datos en la rápida escalonada

Fuente: Elaboración propia

Los datos que se presentan a continuación son las velocidades obtenidas en [m/s] en 10 puntos de la rápida escalonada, para distintos caudales. Como se verifica en la Gráfica 73.

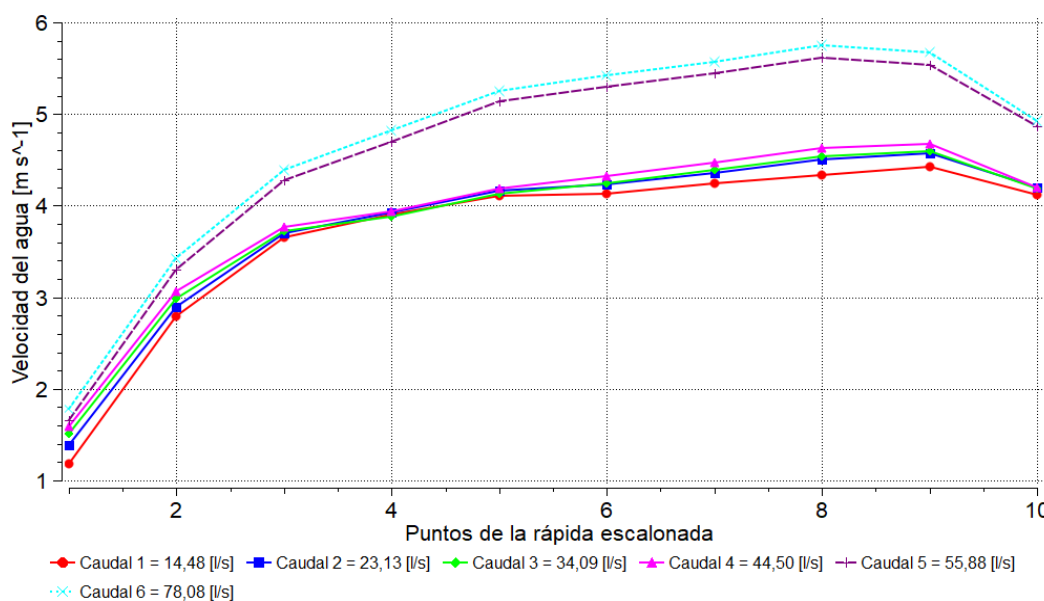
**Tabla 31.**

*Resultados de la velocidad del modelo numérico a diferentes caudales del flujo de aproximación subcrítico*

Velocidades para diferentes caudales [m/s]						
Puntos	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	1,18	1,39	1,51	1,58	1,65	1,78
2	2,79	2,88	2,98	3,06	3,3	3,42
3	3,64	3,69	3,71	3,76	4,27	4,39
4	3,9	3,92	3,88	3,93	4,69	4,82
5	4,1	4,16	4,12	4,19	5,13	5,25
6	4,13	4,23	4,23	4,31	5,29	5,41
7	4,23	4,36	4,38	4,47	5,44	5,57
8	4,33	4,49	4,53	4,63	5,61	5,75
9	4,42	4,57	4,59	4,67	5,53	5,66
10	4,11	4,2	4,18	4,2	4,86	4,92

Fuente: Elaboración propia.

En la Gráfica 74 se muestra el comportamiento del fluido a diferentes caudales, la velocidad (Anexo II) se incrementa a medida que recorre la rápida escalonada, esto se debe a que el fluido va ganando energía cinética, sin embargo, gracias a la rápida escalonada la velocidad llega a estabilizarse en torno a un valor. Cabe recalcar que para los caudales menores 44,5 [l/s], se estabiliza en 4,2 [m/s], mientras que con los caudales mayores se estabiliza en 4,9 m/s.



**Gráfica 74** Velocidad a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)  
Fuente: Elaboración propia.

#### 5.4. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

Los datos que se muestran en la Tabla 32 son las velocidades obtenidas en [m/s] en distintos puntos de la rápida escalonada y a diferentes caudales. La variable de velocidad aumenta a medida que recorre la rápida y al incrementarse el caudal. El valor máximo obtenido es de 6,5 [m/s] en el octavo punto con un caudal de 78,08 [l/s]. (Anexo III).

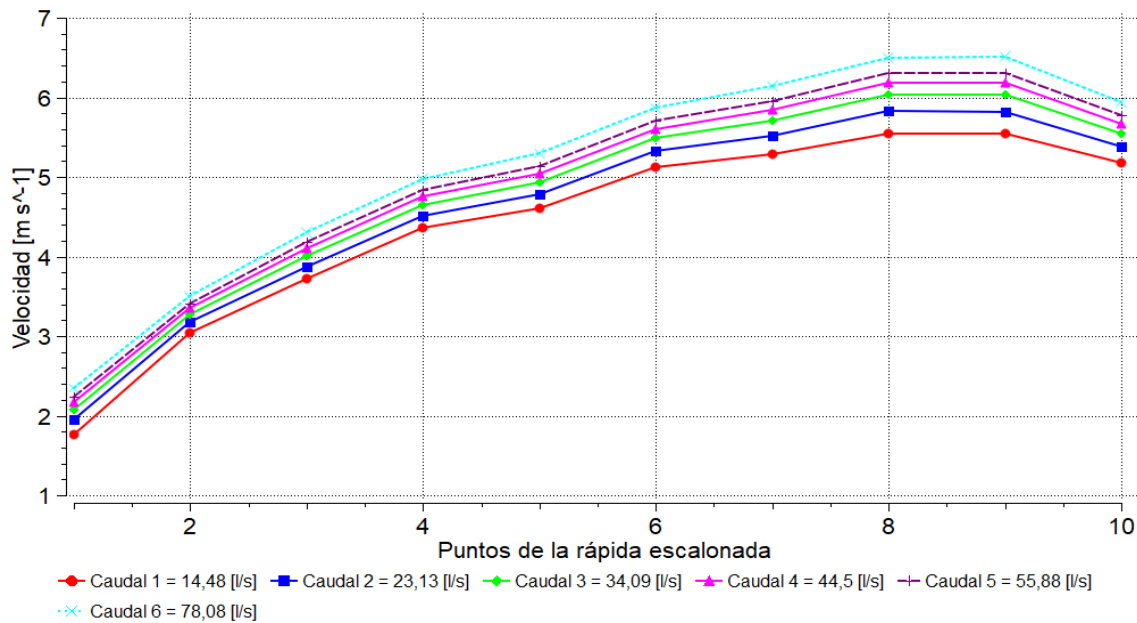
**Tabla 32.**

*Resultados de la velocidad a diferentes caudales del flujo de aproximación supercrítico*

Velocidades para diferentes caudales [m/s]						
Puntos	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	1,76	1,95	2,08	2,16	2,23	2,34
2	3,04	3,17	3,27	3,34	3,4	3,49
3	3,71	3,87	4	4,1	4,18	4,31
4	4,35	4,51	4,65	4,74	4,83	4,97
5	4,61	4,78	4,93	5,04	5,14	5,3
6	5,11	5,32	5,48	5,6	5,7	5,86
7	5,27	5,52	5,71	5,84	5,95	6,13
8	5,54	5,82	6,037	6,18	6,304	6,49
9	5,546	5,81	6,032	6,17	6,307	6,5
10	5,18	5,38	5,54	5,66	5,76	5,93

Fuente: Elaboración propia.

De igual manera que el flujo de aproximación subcrítico la velocidad va aumentando a medida que recorre la rápida escalonada, llegando a la velocidad máxima a la distancia de 6,6 metros, para posteriormente atenuarse. La principal diferencia que se evidencia en la Grafica 75 con respecto al flujo de aproximación subcrítico es que las velocidades a lo largo de la rápida permanecen igualmente espaciadas y las velocidades de salida no convergen en un valor único.

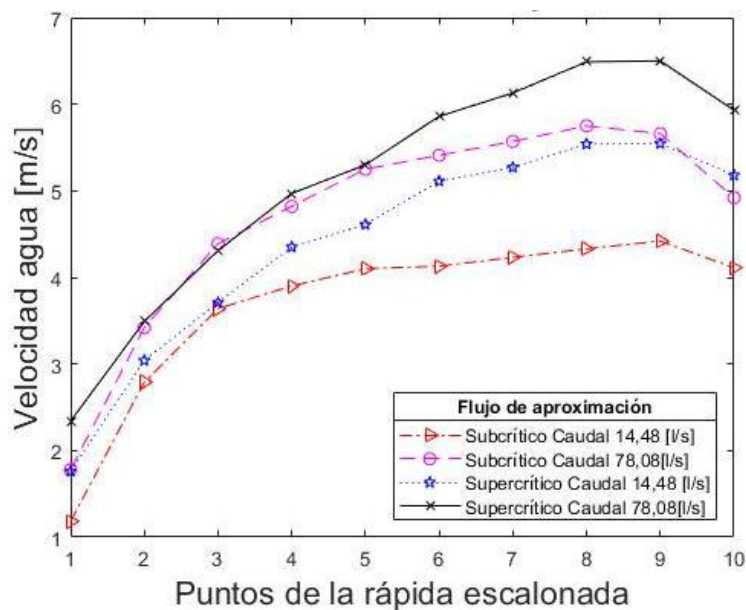


**Gráfica 75** Velocidad a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)

Fuente: Elaboración propia.

La siguiente Gráfica se presenta la comparación de velocidades entre el flujo subcrítico y supercrítico de aproximación para los caudales 14,48 y 78,08 [l/s]. Al comparar los resultados se establece, que, para caudales elevados la efectividad de la rampa de ingreso a la rápida escalonada deja de tener efecto, ya que para un caudal de 78 l/s las velocidades de salida tienden a ser iguales tanto en la configuración subcrítica como supercrítica. Con base en los resultados se puede decir que la rampa es efectiva para caudales inferiores a 44,5 l/s.





**Gráfica 76** Comparación de velocidades del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico

Fuente: Elaboración propia.

## 5.5. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

La Tabla 33 presenta las presiones en pascales obtenidas a lo largo de la rápida escalonada, para diferentes caudales. El punto en el cual existe mayor presión (1209 Pa) es el décimo con un caudal de 78,08 [l/s].

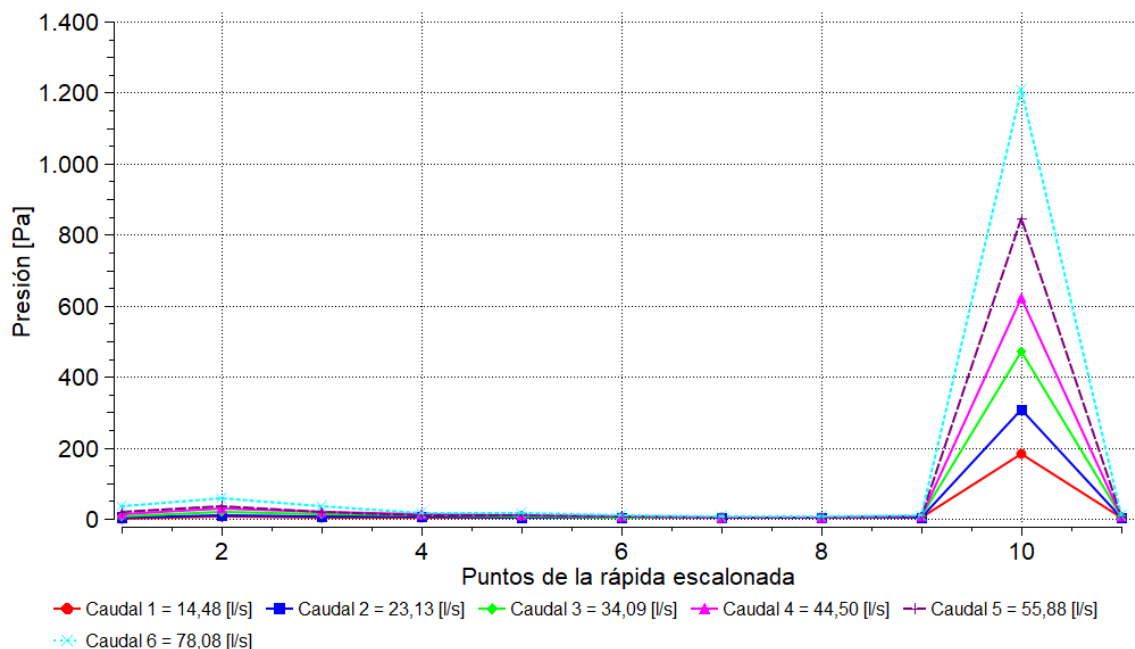
**Tabla 33.**

*Resultados de la presión a diferentes caudales del flujo subcrítico*

Presiones para diferentes caudales [Pa]						
Puntos	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	0,499	1,95	5,79	11,3	19,7	35,7
2	5,05	10,2	18,9	28,3	34,5	59,1
3	4,01	7,64	13,5	20,3	20,3	34,9
4	3,12	5,2	8,08	11,8	10,1	16,5
5	2,8	4,26	7,17	9,9	10,1	16,2
6	2,34	3,03	3,81	4,85	5,11	8,01
7	1,89	2,34	3,03	4,18	4,71	7,04
8	1,65	2,01	2,44	3,05	3,7	5,3
9	2,79	3,78	5,14	6,72	7,92	11
10	183	308	469	621	845	1209

Fuente: Elaboración-propia.

La Gráfica 77 muestra el comportamiento de la presión a lo largo de la rápida escalonada, no varía significativamente, la mayor presión se encuentra en el punto 10, correspondiente al final de la rápida escalonada. Esto se debe a los vórtices de agua - aire generados en los escalones, mismos que capturan el aire que ingresa al flujo y disminuyen el riesgo de presiones vacuométricas. Adicionalmente se puede observar que la elevada presión al final de la rápida se genera por el cambio de dirección del flujo.

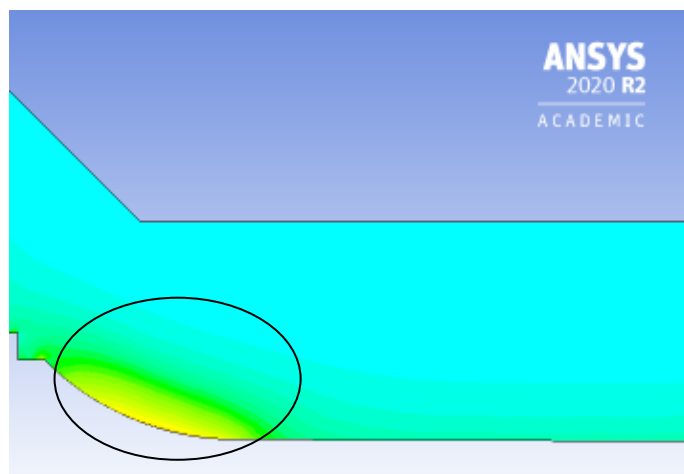


**Gráfica 77** Presión a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)

Fuente: Elaboración-propia.

### Observación:

La Gráfica 78 muestra el aumento de la presión en el punto final de la rápida escalonada, esto indica que esta sección absorbe una gran cantidad de energía, por lo tanto, debería ser tomada en cuenta por seguridad y riesgo de erosión.



**Gráfica 78** Sección de la rápida en que la presión aumenta significativamente  
Fuente: Elaboración propia.

## 5.6. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

El lugar de mayor presión en el flujo de aproximación supercrítico como se evidencia en la Tabla 34 también es en el décimo punto con un valor de 1285 Pa en el caudal de 78,08 [l/s]. En el inicio de la rápida escalonada (punto 1) las presiones son las más bajas.

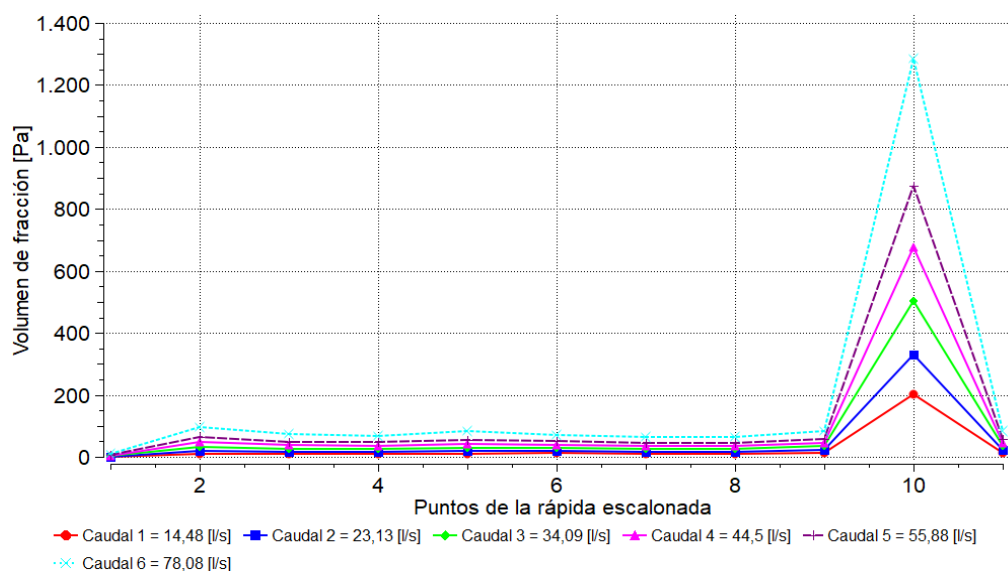
**Tabla 34.**

*Resultados de la presión a diferentes caudales del flujo supercrítico*

Presiones para diferentes caudales [Pa]						
Puntos	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	0,57	1,33	2,78	4,45	6,35	9,46
2	10,9	20,2	33,5	47,2	63,5	97,5
3	10,3	17	27	37,2	48,6	72,4
4	10,1	17	26,4	35,6	46,4	68,8
5	10,9	18,2	29	41	54,6	82,5
6	11,8	19,6	29,7	39,3	49,9	69,6
7	9,72	16,1	25,3	34,3	44,3	63,6
8	10	16,5	25,4	34,6	45,2	63,9
9	13,8	22,4	34,2	45,6	58,3	83,4
10	200	329	502	675	874	1285

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de flujo de aproximación supercrítico, las presiones máximas y mínimas aumentaron, como se observa en la Gráfica 79 y el Anexo V la presión máxima fue de 1285 [Pa] con un caudal de 78,08 [l/s] y la mínima fue de 0,57 [Pa] con caudal de 14,48 [l/s]. Al igual que en el flujo de aproximación subcrítico la presión a lo largo de la rápida permanece prácticamente constante. Las presiones únicamente aumentan al final de la rápida escalonada, por tanto, se concluye que el incremento en la presión es debido al cambio en la dirección del fluido.



**Gráfica 79** Presión a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)

Fuente: Elaboración propia.

## 5.7. DISTRIBUCIÓN DE FRACCIÓN DE AGUA EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

Los datos que se presentan a continuación, son los volúmenes de fracción de agua en distintos puntos de la rápida escalonada y a diferentes caudales. Al inicio de la rápida escalonada el volumen de fracción del agua es 1 para todos los caudales analizados y su valor va disminuyendo conforme el flujo se desplaza por la rápida escalonada.

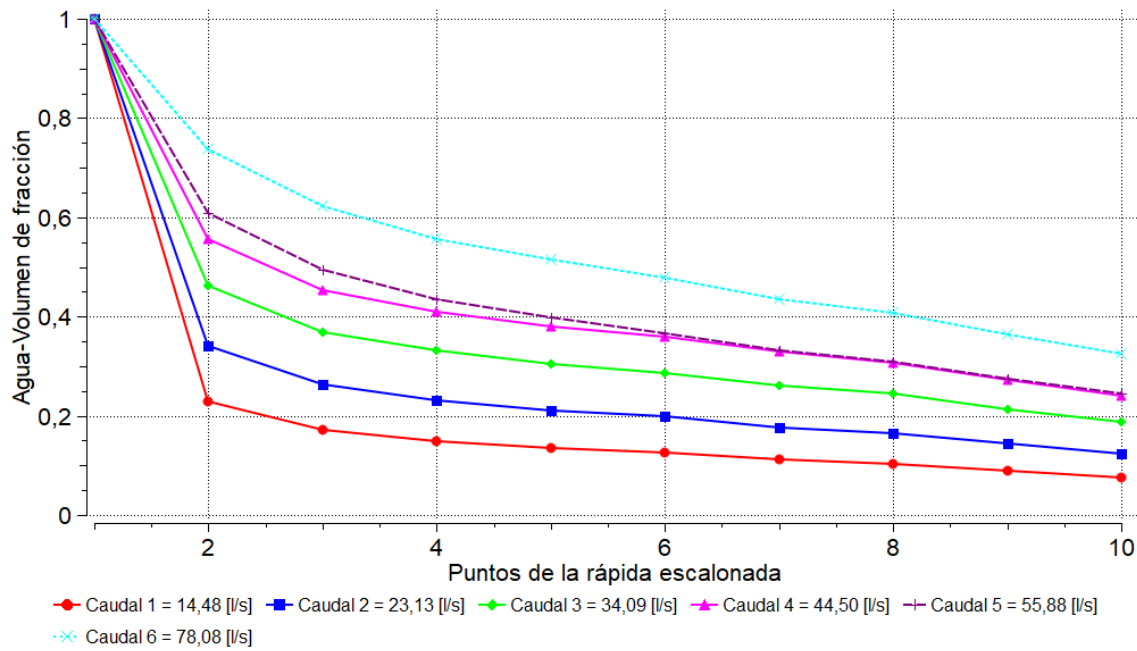
**Tabla 35.**

*Resultados de los volúmenes de fracción del agua a diferentes caudales del flujo subcrítico*

Fracción de agua						
Puntos	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	1	1	1	1	1	1
2	0,22	0,34	0,46	0,55	0,6	0,73
3	0,17	0,26	0,36	0,45	0,49	0,62
4	0,14	0,23	0,33	0,41	0,43	0,55
5	0,13	0,2	0,3	0,38	0,39	0,51
6	0,12	0,19	0,28	0,35	0,36	0,47
7	0,11	0,17	0,26	0,33	0,33	0,43
8	0,1	0,16	0,24	0,3	0,3	0,4
9	0,09	0,14	0,21	0,27	0,27	0,36
10	0,07	0,12	0,18	0,23	0,24	0,32

Fuente: Elaboración propia.

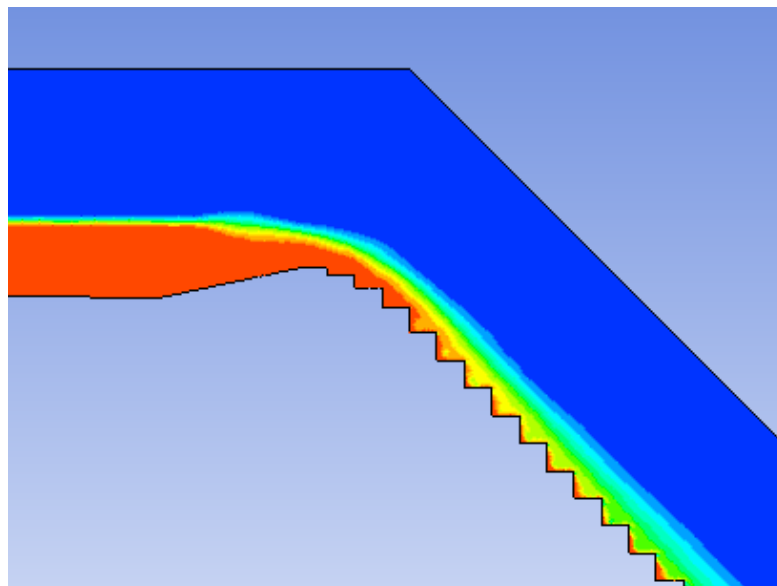
El volumen de fracción del agua (Grafica 80) va disminuyendo mientras recorre la rápida con flujo de aproximación subcrítico, es decir, el volumen de fracción del agua es inversamente proporcional a la distancia, en este sentido, estableciendo una lógica sobre el tipo de flujo que se forma a lo largo de esta estructura en donde inicia como flujo saltante, continua a través de la misma como flujo en transición, hasta consolidarse como un flujo rasante en el cual el agua fluye con altas concentraciones de aire que roza el fondo secundario, este fondo formado por el flujo debajo de los bordes de los escalones de la estructura. De esta manera cuando el flujo llena todas las cavidades de la escalonada es denominado flujo rasante completamente desarrollado. (Casa, 2017).



**Gráfica 80** Volumen de fracción a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que el flujo saltante coincide con el punto de inflexión de la curva de volumen de fracción de agua, que se encuentra en el punto 2 de estudio, el mismo que permanece constante con el cambio del caudal.



**Gráfica 81** Cambio en el flujo de aproximación subcrítico en la entrada de la rápida escalonada

Fuente: Elaboración propia.

## 5.8. DISTRIBUCIÓN DE FRACCIÓN DE AGUA EN EL ESCALÓN CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

En la Tabla 36 los volúmenes de fracción del agua disminuyen conforme el fluido recorre la rápida escalonada, para el caso de los dos flujos rasantes (subcrítico y supercrítico) los menores valores se encuentran en el primer caudal, el cual es de 14,48 [l/s].

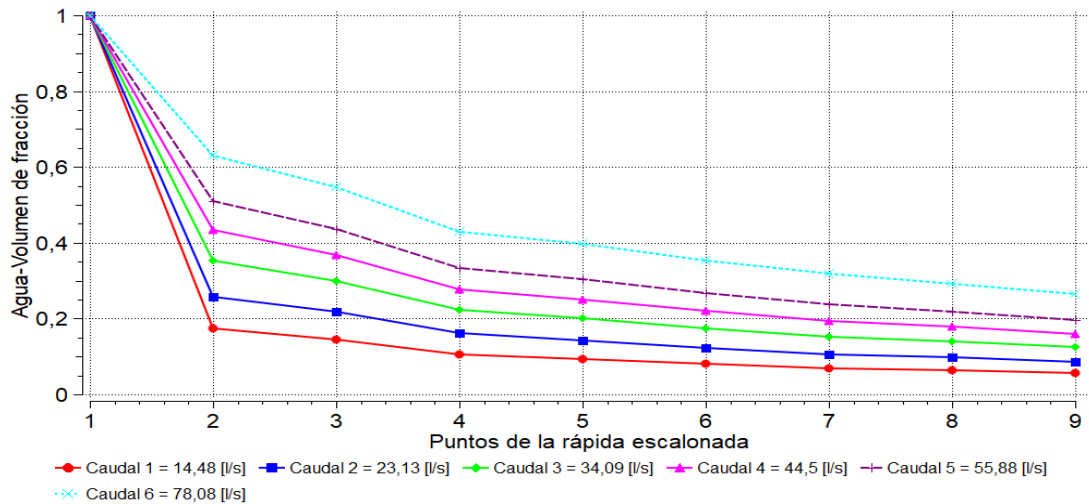
**Tabla 36.**

*Resultados de los volúmenes de fracción del agua a diferentes caudales del flujo supercrítico*

Puntos	Fracción de agua					
	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	1	1	1	1	1	1
2	0,17	0,25	0,35	0,43	0,51	0,63
3	0,14	0,21	0,29	0,36	0,43	0,54
4	0,10	0,16	0,22	0,27	0,33	0,42
5	0,09	0,14	0,19	0,25	0,3	0,39
6	0,07	0,12	0,17	0,21	0,26	0,35
7	0,06	0,1	0,15	0,19	0,23	0,31
8	0,06	0,09	0,14	0,17	0,21	0,29
9	0,05	0,08	0,12	0,15	0,19	0,26

Fuente: Elaboración propia.

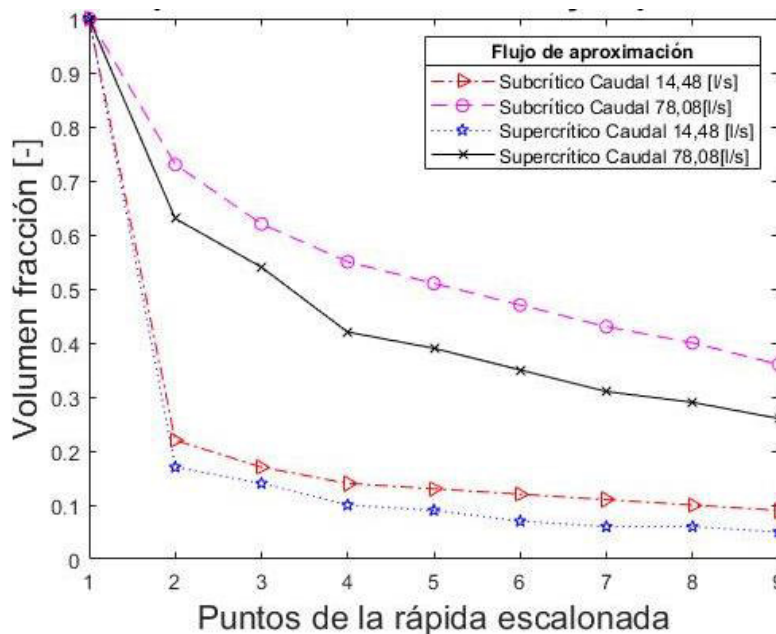
Para el flujo de aproximación supercrítico, Grafica 82, se establece que disminuye de igual forma que el flujo subcrítico al recorrer la rápida. Para este flujo el valor máximo de volumen de fracción de agua al final del escalón fue de 0,26 con caudal de 78,08 [l/s] y el mínimo fue 0,05 con caudal de 14,48 [l/s]. Al igual que en el caso del flujo subcrítico de aproximación, el cambio en el flujo se observa a la distancia de 2 metros, por lo cual se concluye que la longitud del flujo saltante es determinada por la curvatura del ingreso de la rampa.



**Gráfica 82** Volumen de fracción a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)

Fuente: Elaboración propia.

En la siguiente gráfica se muestra la comparación de volúmenes de fracción de agua, para flujos subcríticos y supercríticos de aproximación en la rápida escalonada para los caudales 14,48 y 78,08 [l/s]. Se observa que bajo cualquier circunstancia el volumen de fracción de agua es mayor para un flujo de aproximación subcrítico.



**Gráfica 83** Comparación de volúmenes de fracción del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico.

Fuente: Elaboración propia.



## 5.9. PROFUNDIDADES DE FLUJO A LARGO DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

*“La presión de un fluido es directamente proporcional a la altura del mismo, debido a que se presenta mayor cantidad de fluido por encima de las capas más profundas, por tanto, este peso extra en una capa inferior se equilibra mediante un aumento de presión”* (Cengel & Boles , 2012). El cálculo de la profundidad de flujo se utiliza la siguiente ecuación:

$$P = \rho \cdot g \cdot h \quad (3427)$$

Dónde:

$\rho$  : Densidad de agua [kg/m<sup>3</sup>]

$g$  : gravedad [m/s<sup>2</sup>]

$h$  : Profundidad del flujo [m]

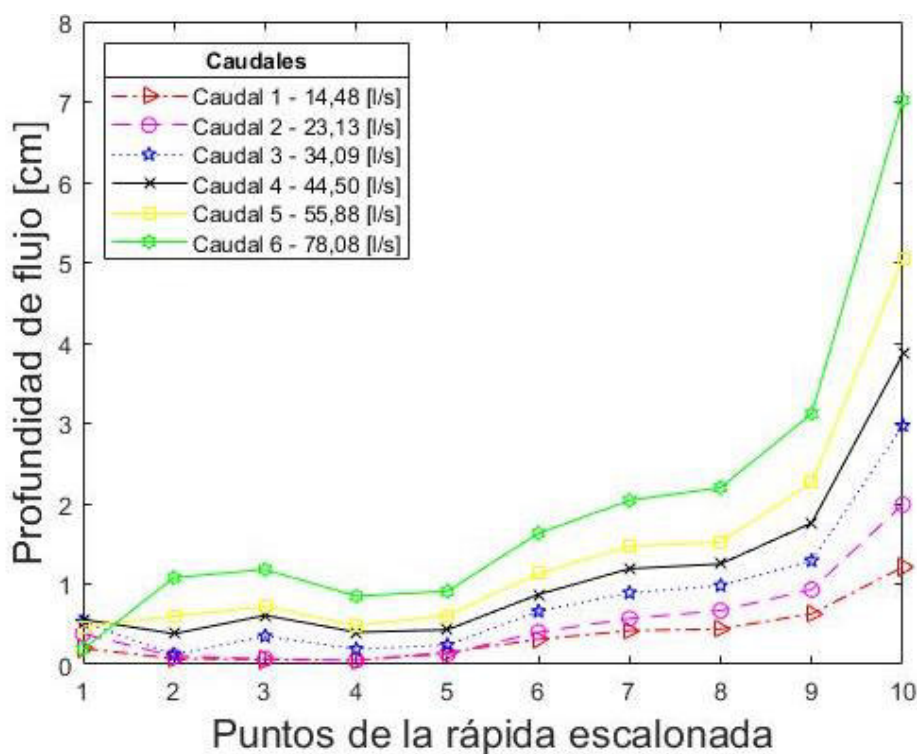
Según Ricardi (2012), en un flujo rasante se puede calcular la altura del calado en base a la presión ya que debido a la recirculación en la grada de una rápida escalonada la presión producida por otras componentes como la inercia son despreciables. Los valores de profundidad de flujo, es decir, las alturas del agua medidas desde el escalón están descritas en la Tabla 37, los datos que se muestran están en centímetros y fueron obtenidos en 10 puntos de la rápida escalonada.

**Tabla 37.***Resultados de las profundidades de flujo a diferentes caudales (flujo subcrítico)*

Puntos	Profundidad de flujo [cm]					
	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	0,20	0,38	0,53	0,56	0,47	0,19
2	0,07	0,10	0,12	0,38	0,60	1,08
3	0,06	0,07	0,35	0,61	0,72	1,18
4	0,05	0,05	0,19	0,40	0,48	0,85
5	0,15	0,13	0,24	0,43	0,61	0,91
6	0,31	0,40	0,66	0,87	1,13	1,63
7	0,42	0,57	0,89	1,19	1,47	2,04
8	0,44	0,67	0,98	1,25	1,52	2,20
9	0,63	0,93	1,29	1,76	2,26	3,12
10	1,21	1,99	2,97	3,86	5,04	7,02

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con los datos generados de la tabla anterior, se presenta la Gráfica 84. El valor de profundidad más elevado fue de 7,02 [cm] con un caudal de 78,08 [l/s], el mínimo valor fue 0,19 [cm] en el inicio de la rápida y al mismo caudal.

**Gráfica 84** Profundidad de flujo a distintos caudales (flujo de aproximación subcrítico)

Fuente: Elaboración propia.

## 5.10. PROFUNDIDADES DE FLUJO A LARGO DE LA RÁPIDA ESCALONADA PARA FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

Las alturas del agua medidas desde el escalón (profundidad de flujo) en distintos puntos de la rápida escalonada se presentan en la Tabla 38, mismos que se muestran en centímetros. En este sentido, se verifica que el caudal 1 presenta las menores profundidades de flujo en comparación de las demás.

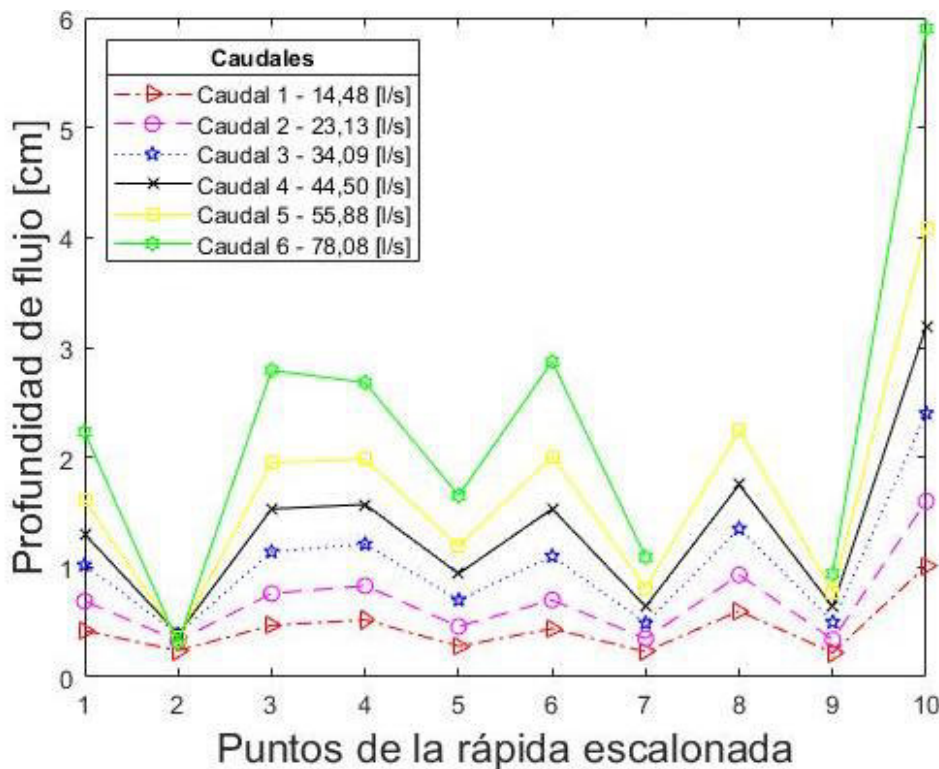
**Tabla 38.**

*Resultados de las profundidades de flujo a diferentes caudales (flujo supercrítico)*

Puntos	Profundidad de flujo [cm]					
	Caudal [l/s]					
	Caudal 1 14,48	Caudal 2 23,13	Caudal 3 34,09	Caudal 4 44,50	Caudal 5 55,88	Caudal 6 78,08
1	0,42	0,69	1,02	1,30	1,61	2,23
2	0,24	0,33	0,39	0,39	0,36	0,31
3	0,47	0,76	1,14	1,53	1,95	2,79
4	0,52	0,83	1,21	1,57	1,98	2,68
5	0,28	0,46	0,70	0,94	1,19	1,65
6	0,44	0,70	1,10	1,53	2,01	2,87
7	0,23	0,35	0,49	0,64	0,81	1,09
8	0,60	0,93	1,35	1,75	2,25	3,19
9	0,22	0,34	0,50	0,64	0,77	0,94
10	1,01	1,60	2,40	3,19	4,09	5,90

Fuente: Elaboración propia.

Las profundidades de flujo (Gráfica 86) para supercrítico presentan una menor altura en comparación al flujo de aproximación subcrítico. El valor máximo obtenido fue de 5,90 [cm] para el caudal de 78,08 [l/s].



**Gráfica 85** Profundidad de flujo a distintos caudales (flujo de aproximación supercrítico)

Fuente: Elaboración propia.

Al comparar la profundidad del flujo de aproximación subcrítico y supercrítico, se observa que en el primer caso, la profundidad se comporta de forma constante, con un incremento al final de la rápida escalonada donde se produce un cambio en la dirección del flujo. Mientras que para el flujo de aproximación supercrítico los resultados son erráticos, esto se genera debido a que existe mayor energía cinética presente en el mismo.

## 5.11. CONCENTRACIÓN DE AIRE Y DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FRICCIÓN DARCY-WEISBACH

El factor de fricción de Darcy-Weisbach es una medida adimensional utilizada en la mecánica de fluidos para determinar la pérdida de carga debido a la fricción. Los valores del factor de fricción para ambos flujos de aproximación fueron obtenidos con base en la siguiente ecuación:

$$hf = f \cdot \frac{L}{4R_H} \cdot \frac{v^2}{2g} \rightarrow f = \frac{hf \cdot 4R_H \cdot 2g}{L \cdot v^2} \quad (35)$$

Dónde:

$hf$  : Pérdida de carga debido a la fricción [m]

$f$  : Factor de fricción de Darcy-Weisbach

$L$  : Longitud total [m]

$R_H$ : Radio hidráulico [m]

$v$  : Velocidad media [m/s]

$g$  : Gravedad [m/s<sup>2</sup>]

El valor de la concentración de aire según (Chanson, 2006) se obtiene con:

$$C_{mean} = 0,8 \operatorname{sen}(\theta) \quad (36)$$

El ángulo de inclinación que presenta la rápida escalonada es de 45°.

En la Tabla 39 se muestra los resultados del factor de fricción. Adicional, se adjunta el número de Reynolds para analizar si el comportamiento del fluido es del tipo laminar, está en zona de transición o es turbulento. El flujo es turbulento cuando el número es mayor que 10<sup>4</sup>, en el caso para el primer caudal el número de Reynolds es de 8247, esto indica que el flujo se encuentra en zona de transición. De acuerdo con (Chow, 1994), la ecuación para obtener el cálculo es:

$$R^* = \frac{\rho \cdot V \cdot R_h}{\nu}$$

Donde:

$R^*$ : Número de Reynolds [-]

$\rho$ : Densidad [kg/m<sup>3</sup>]

$V$ : Velocidad del flujo [m/s]

$R_h$ : Radio hidráulico [m]

$\nu$ : Viscosidad dinámica [ $N*s/m^2$ ]

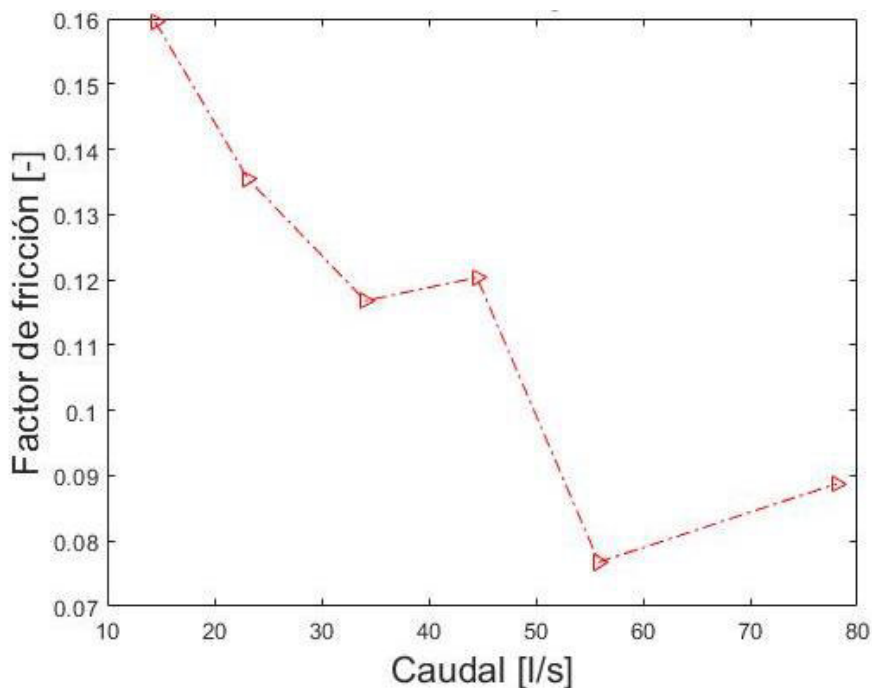
**Tabla 39.**

*Resultados de factor de fricción y concentración de aire para un flujo de aproximación subcrítico*

Caudal [l/s]	Vel. prom [m/s]	Radio hidráulico [m]	Viscosidad dinámica [ $Ns/m^2$ ]	Densidad agua [ $kg/m^3$ ]	Núm Reynolds	Pérdida de carga debido a la fricción [m]	Longitud total rápida [m]	Factor de fricción	Concentración de aire
14,48	1,44	0,00632	1,10E-03	1000	8247	4.24	6,40	0,15952	0,57
23,13	1,84	0,00923	1,10E-03	1000	30803	4.03	6,40	0,13544	0,57
34,09	2,23	0,01249	1,10E-03	1000	50533	3.77	6,40	0,11678	0,57
44,50	2,37	0,01486	1,10E-03	1000	63903	3.69	6,40	0,12037	0,57
55,88	2,96	0,01730	1,10E-03	1000	92960	3.16	6,40	0,07676	0,57
78,08	3,13	0,02312	1,10E-03	1000	131363	3.06	6,40	0,08878	0,57

Fuente: Elaboración propia.

La Gráfica 86 describe el comportamiento del flujo de aproximación subcrítico a través de la rápida escalonada, en donde el factor de fricción mínimo es de 0,07676 el cual fue obtenido con el caudal de 55,88 [l/s] a una velocidad promedio de 2,96 [m/s]. La densidad del agua, viscosidad dinámica y la concentración de aire permanecen constantes, esto se debe a que estos parámetros hidráulicos varían con la temperatura y la concentración cambia si se altera el ángulo del escalón; variables que no fueron modificadas.



**Gráfica 86** Factor de fricción (flujo de aproximación subcrítico)  
Fuente: Elaboración propia.

Los valores del factor de fricción para el flujo de aproximación supercrítico son más elevados. Los números de Reynolds en todos los casos son mayores que  $10^4$ , esto indica que el flujo es del tipo turbulento.

**Tabla 40.**

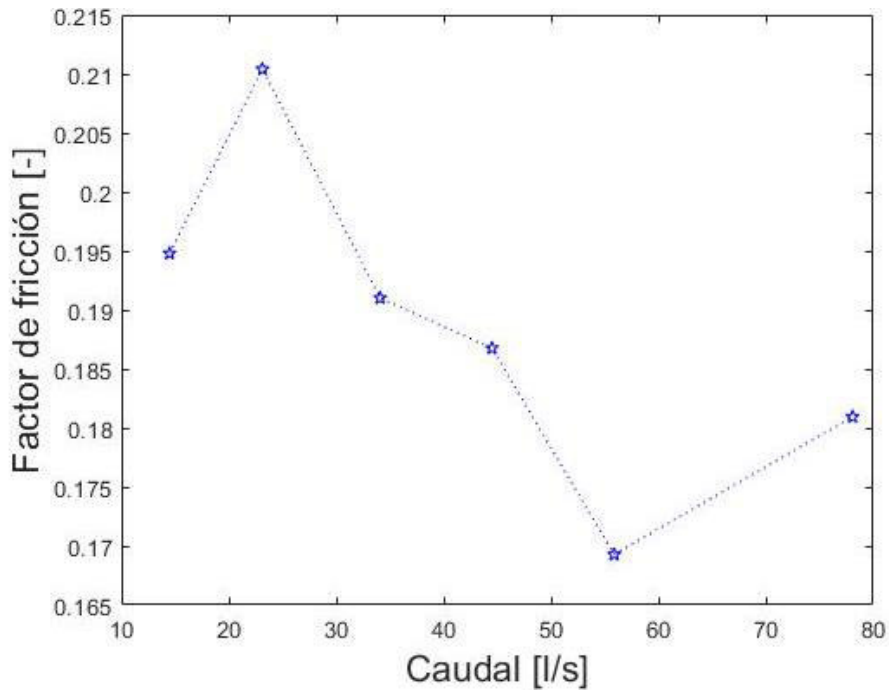
*Resultados de factor de fricción y concentración de aire del flujo supercrítico*

Caudal [l/s]	Vel. prom [m/s]	Radio hidráulico [m]	Viscosidad dinámica [Ns/m <sup>2</sup> ]	Densidad agua [kg/m <sup>3</sup> ]	Número Reynolds	Pérdida de carga debido a la fricción [m]	Longitud total rápida [m]	Factor de fricción	Concentración de aire
14,48	2,29	0,02294	1,10E-03	1000	47751	3.63	6,40	0,19478	0,57
23,13	2,43	0,02836	1,10E-03	1000	62516	3.56	6,40	0,21040	0,57
34,09	2,58	0,03014	1,10E-03	1000	70825	3.46	6,40	0,19100	0,57
44,50	2,82	0,03713	1,10E-03	1000	95195	3.27	6,40	0,18676	0,57
55,88	3,04	0,04140	1,10E-03	1000	114235	3.07	6,40	0,16928	0,57
78,08	3,21	0,05135	1,10E-03	1000	149847	2.97	6,40	0,18094	0,57

Fuente: Elaboración propia.

En la Gráfica 87 se analiza que el factor de fricción mínimo fue 0,16928, obtenido con el caudal de 55,88 [l/s] a una velocidad promedio de 3,04 [m/s]. La densidad del agua, viscosidad dinámica y la concentración de aire permanecen

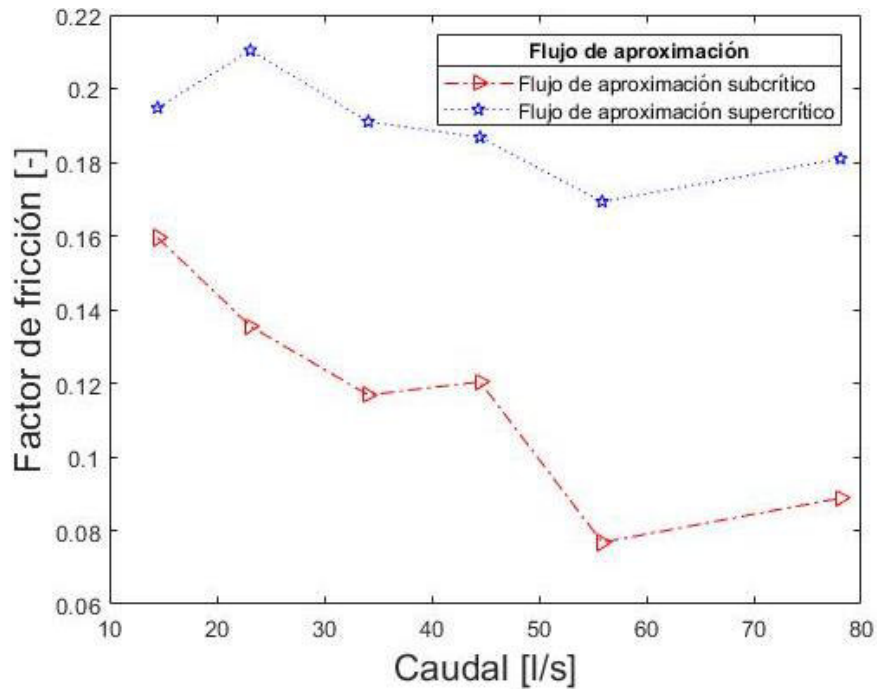
contantes, esto se debe a que la densidad y viscosidad dinámica varían con la temperatura y la concentración cambia si se altera el ángulo del escalón, variables que no fueron modificadas.



**Gráfica 87.** Factor de fricción (flujo de aproximación supercrítico)  
Fuente: Elaboración propia.

La comparación de los factores de fricción para ambos flujos de aproximación se detalla en la Gráfica 88, en la misma se evidencia, que el factor de fricción para todos los casos es mayor para flujos de aproximación en régimen supercrítico.



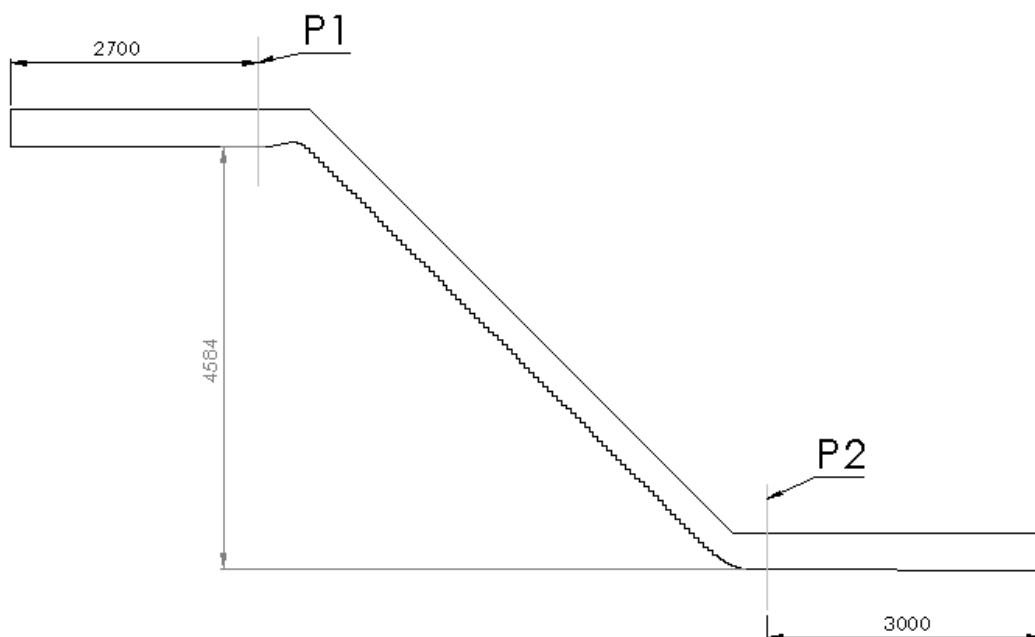


**Gráfica 88.** Comparación del factor de fricción  
Fuente: Elaboración propia.

## 5.12. ENERGÍA DISIPADA DE LA RÁPIDA ESCALONADA CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUBCRÍTICO

Para el cálculo de la energía disipada es necesario la ubicación de dos puntos.

En este caso la sección a analizar se presenta en la Gráfica 89.



**Gráfica 89.** Puntos de la rápida escalonada para el análisis de la energía disipada  
Fuente: Elaboración propia.

El porcentaje de disipación de energía en la rápida de fondo escalonado se examina con respecto al punto inicial, de esta manera se analiza si existe ganancia o pérdida de energía.

$$\text{Energía disipada} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \cdot 100\% \quad (37)$$

La cantidad de energía en cada punto se obtiene con las cargas de posición ( $z_1$ ), cargas de presión ( $Y_1$ ) y cargas de velocidad ( $v^2/2g$ ).

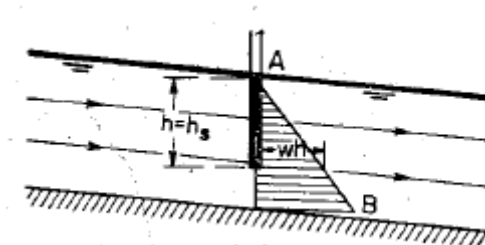
$$E_{1,2} = z_{1,2} + Y_{1,2} + \frac{v_{1,2}^2}{2g} \quad (38)$$

Dónde:

$z_1$ : Carga de posición

$Y_1$ : Carga de presión

Según (Chow, 1994), “La presión en cualquier punto de la sección (Gráfica 90) es directamente proporcional a la profundidad del flujo por debajo de la superficie libre e igual a la presión hidrostática correspondiente a esta profundidad. En otras palabras, la distribución de a lo largo del canal es igual a la presión hidrostática.”



**Gráfica 90.** Distribución de presiones.  $h$  = altura piezométrica,  $h_s$  altura hidrostática.

Fuente: (Chow, 1994)

$$Y_{1,2} = \frac{P_{1,2}}{\gamma} \quad (39)$$

$P_1$  : Presión en el punto 1 [Pa]

$\gamma$  : Peso específico (densidad\*gravedad) [k]

### Carga de velocidad ( $v^2/2g$ ):

Velocidad al inicio de la rápida escalonada.

$$\text{Carga de velocidad} = \frac{v^2}{2g} \quad (40)$$

$v$  : Velocidad punto 1 [m/s]

$g$  : Gravedad [m/s<sup>2</sup>]

Las fórmulas mostradas anteriormente son las necesarias para la obtención de los datos de la cantidad de energía disipada para los flujos de aproximación en régimen suscrito y supercrítico.

### Tabla 41.

*Disipación de la energía en el flujo de aproximación subcrítico*

Disipación de energía (Flujo Subcrítico)									
Caudal [l/s]	Sección 1 [m]				Sección 2 [m]				Energía disipada
	z1	Y1	V <sup>2</sup> /2g	E1	z2	Y2	V <sup>2</sup> /2g	E2	(E1-E2)/E1
14,48	4,584	5,0866E-05	0,00319	4,587	0	0,0187	0,350	0,369	91,97%
23,13	4,584	0,00019878	0,00624	4,590	0	0,0314	0,562	0,593	87,08%
34,09	4,584	0,00059021	0,00987	4,594	0	0,0478	0,820	0,867	81,12%
44,5	4,584	0,00115189	0,01378	4,599	0	0,0633	0,903	0,967	78,98%
55,88	4,584	0,00200815	0,01774	4,604	0	0,0861	1,443	1,529	66,80%
78,08	4,584	0,00363914	0,02716	4,615	0	0,1232	1,553	1,676	63,68%

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de las pérdidas de energía se utiliza la siguiente ecuación:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad (41)$$

Dónde:

$P_1$  : Presión en el punto 1 [Pa]

$z_2$ : Posición del punto 2 [m]

$V_1$ : Velocidad punto 1 [m/s]

$g$  : Gravedad [ $m/s^2$ ]

$z_1$ : Posición del punto 1 [m]

$\gamma$ : Peso específico [ $N/m^3$ ]

$P_2$  : Presión en el punto 2 [Pa]

$h_L$  : Pérdida de energía por fricción [m]

$V_2$ : Velocidad punto 2 [m/s]

En la siguiente tabla se presentan los resultados de las pérdidas de energía por fricción en [m].

**Tabla 42.**

*Resultados de las pérdidas por fricción del flujo de aproximación subcrítico*

Subcrítico				
$z_1$ [m]	$z_2$ [m]	$V_1$ [m/s]	$V_2$ Simulada [m/s]	$h_L$ [m]
4,584	0	0,25	2,62	4,24
4,584	0	0,35	3,32	4,03
4,584	0	0,44	4,01	3,77
4,584	0	0,52	4,21	3,69
4,584	0	0,59	5,32	3,16
4,584	0	0,73	5,52	3,06

Fuente: Elaboración propia.

### 5.13. ENERGÍA DISIPADA DE LA RÁPIDA ESCALONADA CON FLUJO DE APROXIMACIÓN SUPERCRÍTICO

Para el flujo de aproximación supercrítico el porcentaje de disipación de energía es menor que el flujo de aproximación subcrítico, en este sentido, se presenta la Tabla 43 y 44 donde se observa los valores de disipación de energía para un flujo de aproximación en régimen supercrítico y los calores de las pérdidas de carga debido a la fricción.

**Tabla 43.***Disipación de energía en el flujo de aproximación supercrítico*

Disipación de energía (Flujo Supercrítico)									
Caudal [l/s]	Sección 1 [m]				Sección 2 [m]				Energía disipada (E1-E2)/E1
	z1	Y1	V <sup>2</sup> /2g	E1	z 2	Y2	V <sup>2</sup> /2g	E2	
14,48	4,584	0,00006	0,00319	4,587	0	0,02039	0,6722	0,6926	78,72%
23,13	4,584	0,00014	0,00624	4,590	0	0,03354	0,6453	0,6788	76,79%
34,09	4,584	0,00028	0,00987	4,594	0	0,05117	0,6096	0,6608	74,17%
44,50	4,584	0,00045	0,01378	4,598	0	0,06881	0,5440	0,6128	69,56%
55,88	4,584	0,00065	0,01774	4,602	0	0,08909	0,4807	0,5698	64,81%
78,08	4,584	0,00096	0,02716	4,612	0	0,13099	0,4486	0,5796	61,51%

Fuente: Elaboración propia.

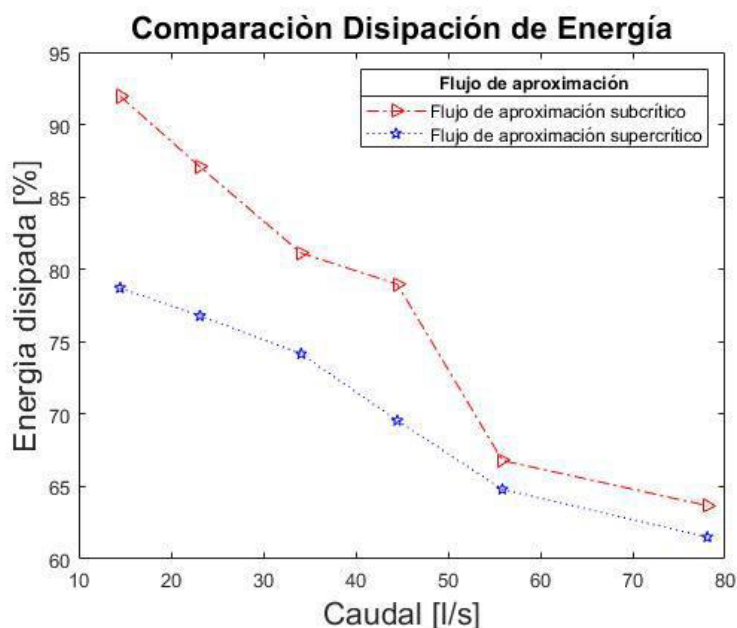
En el flujo supercrítico los valores de las pérdidas de energía son los siguientes:

**Tabla 44.***Resultados de las pérdidas por fricción del flujo de aproximación supercrítico*

Supercrítico				
z1 [m]	z2 [m]	V1	V2 Simulada [m/s]	h <sub>f</sub> [m]
4,584	0	0,25	4,33	3,63
4,584	0	0,35	4,5	3,56
4,584	0	0,44	4,72	3,46
4,584	0	0,52	5,11	3,27
4,584	0	0,59	5,48	3,07
4,584	0	0,73	5,68	2,97

Fuente: Elaboración propia.

En la Gráfica 91 se observa la comparación de la energía disipada para los flujos de aproximación subcrítico y supercrítico, en los dos casos conforme el caudal se incrementa, la energía disipada disminuye, sin embargo, en el caso del flujo de aproximación subcrítico es mayor la cantidad de energía que se disipa, en este sentido, se denota la importancia de la rampa de ingreso para este tipo flujo de ingreso, que reduce la energía cinética del fluido.



**Gráfica 91.** Comparación de la energía disipada para ambos flujos de aproximación  
Fuente: Elaboración propia.

#### 5.14. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS SOBRE LA RÁPIDA ESCALONADA

- Para el análisis de la validación de resultados del flujo de aproximación subcrítico, se realizó la comparación de las velocidades experimentales y las simuladas al final del escalón. El mínimo error obtenido fue de 1,95%, el máximo error fue 8,24%, y el error promedio de las 6 simulaciones es del 5.46%. En el flujo supercrítico se obtuvo que: el error mínimo fue del 1,14%, el máximo error obtenido fue 9.27%, y el error promedio de las 6 simulaciones es del 6.94%. Al obtenerse errores menores al 10%, se concluye que los datos de la modelación son validados, en este sentido, es necesario denotar que, al ser el flujo rasante el fenómeno sobre el cual se sustenta, la disipación de energía en la rápida escalonada, y este a su vez según Rosado (2017) es una transición de esfuerzos del flujo con el fondo de la escalonada, generando un cambio de moméntum, entre los vórtices circulantes formados bajo la huella y contrahuella

de cada escalón, estableciendo un seudo fondo, en donde el flujo se transporta y que es caracterizado a través de la velocidad, de acuerdo a esto, se establece como valido la utilización del parámetro velocidad para calibrar y validar los valores simulados.

- En la rápida escalonada, ya sea, flujo de aproximación subcrítico o supercrítico, la velocidad va aumentando a medida que recorre la rápida escalonada. La principal diferencia que se evidencia es que, el comportamiento del flujo de aproximación supercrítico es más uniforme a distintos caudales.
- El comportamiento del parámetro hidráulico presión a lo largo de la rápida escalonada, no varía significativamente, la presión aumenta al final de la rápida escalonada, siendo esta directamente proporcional con el caudal.
- El volumen de fracción del agua va disminuyendo mientras recorre la rápida, es decir, el volumen de fracción del agua es inversamente proporcional a la distancia, este comportamiento se observa en el flujo de aproximación subcrítico y supercrítico, el flujo rasante completamente desarrollado se observa cuando el cambio en la fracción de agua se estabiliza, este valor ocurre entre la sección 5 y 6, de los puntos tomados en consideración para el estudio.
- El factor de fricción de Darcy-Weisbach tanto para flujo de aproximación subcrítico como supercrítico disminuye cuando la velocidad aumenta. Los valores máximos y mínimos obtenidos son los siguientes: 0,10520 y 0,04439, respectivamente
- La disipación de energía se reduce a mayor caudal, el valor máximo obtenido fue 91,97% con un caudal de 14,48 l/s en el flujo de aproximación subcrítico, en el flujo de aproximación supercrítico para el máximo caudal 78,08 l/s se obtuvo el valor mínimo de eficiencia con un 61,51%.

## **Capítulo VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **6.1. SÍNTESIS DE LA INVESTIGACIÓN**

La presente investigación parte de los estudios realizados en el proyecto PIMI-16-06-P2-T1 y PIMI-16-06-P2-T2, en los cuales se estudia el comportamiento de un flujo con aproximación subcrítico y supercrítico.

La geometría de la rápida escalonada varía para cada tipo de flujo de aproximación, siendo agregada una rampa al inicio de la rápida en el caso de flujo subcrítico, ambas geometrías permanecen constantes a lo largo del tercer eje (el espesor), por lo cual pueden ser representadas en dos dimensiones.

Se decidió realizar la investigación mediante una simulación 2D, debido a factores como: costo computacional, que la geometría puede ser representado en 2D, provee buenos resultados en mezcla de fluido y por diversos estudios que validan la aplicación de este modelo para simulaciones de lecho fluidizado, burbujeo, flujo turbulento y de circulación de fluidos.

Con el fin de optimizar recursos como el tiempo de simulación, se procedió a realizar un estudio de independencia de mallado, el mismo que consiste en variar el tamaño y tipo de mallado hasta encontrar el punto en el cual tiende a estabilizarse el error, de esta forma se determinó que con un mallado genérico u automático no es una alternativa viable, mientras que al utilizar la función de mallado mixto el error se estabiliza. El mallado seleccionado fue el M1S0,25 con elementos de 1mm y redimensionamientos de 0,25 mm en las proximidades de la rápida escalonada.

Para validar el modelo numérico se utilizó los valores de la simulación física obtenidos en los experimentos realizados por el CIERHI en los proyectos PIMI-16-06-P2-T1 y PIMI-16-06-P2-T2, en este sentido, al comparar el modelo numérico y los resultados reales se verificó que el error relativo entre las simulaciones para flujo de



aproximación subcrítico, como supercrítico es menor al 10%, por lo cual se acepta este modelo.

Una vez validadas las simulaciones se procede a comparar los fenómenos encontrados para la rápida escalonada con flujo de aproximación subcrítico y supercrítico, bajo las mismas condiciones, es decir para los mismos caudales.

Al comparar la velocidad de salida de la rápida escalonada, para diferentes caudales, se observó que para el flujo de aproximación subcrítico la velocidad es menor, sin embargo, conforme se incrementa el caudal la diferencia con respecto al flujo de aproximación supercrítico disminuye (Grafica 75).

Al analizar las velocidades en el escalón que se observa en las Gráficas 77 y 78, indican que en la rápida escalonada con flujo de aproximación subcrítico para caudales menores a 44,5 l/s la velocidad de salida se estabiliza entorno a los 4,1 m/s. Para el flujo de aproximación supercrítico no se observa esta convergencia en las velocidades de salida.

En la Grafica 77 y 79 se observa la distribución de presiones a lo largo de la rápida escalonada, el comportamiento tanto para un flujo de aproximación subcrítico como para un supercrítico es similar. La presión se mantiene relativamente constante a lo largo de la rápida escalonada y se produce un aumento en la presión al final de la misma, sin embargo, la presión es mayor para el flujo de aproximación supercrítico.

Respecto a la energía disipada, se observa que para el flujo de aproximación subcrítico es mayor que para el flujo de aproximación supercrítico, sin embargo, esto se acentúa en caudales bajos, mientras que, en caudales elevados, como en el caso de 78,08 l/s, la diferencia de la disipación de energía entre subcrítico y supecito es de apenas un 2.17%, mientras que para un caudal de 14.48 l/s, la diferencia es de 13.25%.

## 6.2. CONCLUSIONES

- Mediante la revisión bibliográfica realizada se concluye que las rápidas escalonadas con flujo de aproximación subcrítico son más eficientes que con un flujo de aproximación supercrítico, este fenómeno es causado principalmente por la forma de ingreso del flujo a la rápida.
- El modelo numérico fue validado al analizar los resultados del mismo con los obtenidos de manera experimental en el proyecto PIMI 16-06. Al calcular el error relativo entre la simulación y los datos experimentales para diferentes caudales el error fue menor al 10%, por lo cual y observando el error en otros estudios enunciados en la sección 3.5, se considera que es válido el modelo usado.
- Con el fin de comparar la rápida escalonada con flujo de aproximación subcrítico y supercrítico se analizaron los siguientes factores: la velocidad a lo largo de la rápida, donde se observa que es menor en el caso del flujo de subcrítico aproximación, la distribución de presiones es mayor para un flujo de aproximación supercrítico, lo cual es perjudicial para la integridad de la estructura y por ultimo al analizar la disipación de energía se observa que la rápida con flujo de aproximación subcrítico es la más eficiente, por lo cual se concluye que es la mejor opción.
- Con ayuda del modelo numérico generado es posible determinar los efectos que tienen las variaciones en la geometría de la rápida escalonada, es posible determinar el efecto en el cambio de los escalones, el cambio de la rampa de ingreso, sin embargo, no es posible realizar cambio en una tercera dimensión, como la colocación de tabiques.
- Con base en el estudio se concluye que es fundamental el uso de una rampa de ingreso a la rápida escalonada, ya que incurre en una mayor disipación de

energía y además genera una reducción de la presión en sectores críticos de la rápida escalonada, alargando el tiempo de vida de la misma, esto se corrobora con el PIMI 16-06, por esta razón se llega a la conclusión que los siguientes estudios deben continuar con la evaluación de diferentes configuraciones geométricas en los escalones con el fin de incrementar la disipación de energía.

### **6.3. TRABAJOS FUTUROS**

- Para ahondar en el conocimiento del flujo en la rápida escalonada, se recomienda efectuar simulaciones numéricas en 3D incorporando tabiques en los escalones de la rápida y comprobar los resultados con modelos físicos.
- Se recomienda analizar diferentes geometrías para la rampa escalonada, haciendo variar sus dimensiones, con el fin de conocer cuál permite una mayor disipación de energía.

## BIBLIOGRAFÍA

- Amador, A., Sánchez, M., & Dols, J. (2006). Diseño Hidráulico De Aliviaderos Escalonados En Presas De HCR. *Universitat politécnica de Valencia*, 5.
- Amirmasoud, H., Milad, K., Fesharaki, M., & Abbas, M. (2015). Nappe flow regime energy loss in stepped chutes equipped with reverse inclined steps: experimental development. *Munich Personal RePEc Archive*, 1(1), 1-12.
- ANSYS, & ANSYS Worbech User's Guide. (2016).
- Ansys, Inc. (2017). *Ansys® Fluent, release 18.0, Help System, Tutorial Guide*. ANSYS Inc., Canonsburg, USA. Obtenido de <http://users.abo.fi/rzevenho/ansys%20fluent%2018%20tutorial%20guide.pdf>
- Bayona, C., Londoño, L., & Nieto, E. (2015). *Identificación del Modelo de Turbulencia más adecuado, utilizando Software de Dinámica de Fluidos Computacional, para el diseño del Vehículo Urbano de la Competencia Shell Eco Marathon*. (Tesis de Grado), Universidad de San Buena Aventura, Bogotá.Colombia.
- Beleño, A., García, A., Santos, O., & Urbina, K. (2009). Seminario de Investigación en Dinámica de Fluidos Computacional. (pág. 8). Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Berrones, C., Quilligana, O., Ortega, P., Plua, F., & Hidalgo, X. (2017). Simulaciones numéricas tridimensionales de una rapida escalonada de fuerte pendiente. *Research Gate*, 14.
- Bolinaga, J. (2002). *Proyectos de Ingeniería Hidráulica*. Caracas, Venezuela: Fundación Polar.
- Bolinaga, J. (2007). *Mecánica Elemental de los Fluidos* (Vol. Unico). Caracas, Venezuela, Venezuela: Texto, CA.
- Casa, E. (2017). *Modelacion numérica del flujo rasante de una rápida escalada aplicando la dinámica de fluidos computacional (CFD): Programa Flow - 3D*. (Tesis de Maestría), Escuela Politécnica Nacional Ecuador, Quito, Ecuador.
- Castilla , R., & Gamez, P. (2012). Conservación de Cantidad de Movimiento. *Ecuación Integral de la Conservación de la Cantidad de Movimiento*, 3, 5, 6, 7, 8, 9.
- Chanson, H. (1997). *Department Of Civil Engineer*. Queensland, Australia, Australia: The University of Queensland.

- Chanson, H. (2015). *International Asociation for hydro-environment Engineering and Reserch*. Queensland, Australia: University of Queensland.
- Chanson, H., & Felder, S. (2014). *Flujo aire – agua y perfiles de flujo en una rápida escalonada no uniforme*.
- Coral, M. (2014). *Bases Para El diseño Hidráulico De Transiciones En Flujo Subcrítico y Supercrítico*. Universidad Central Del Ecuador. Quito, Ecuador: Universidad Central Del Ecuador.
- Córdoba, D. (2011). Instituto de Ciencias Matemáticas. *Las Ecuaciones de Navier - Stokes*, 13.
- Dávalos, E. (2020). *Modelo Numérico CFD del Túnel de Carga, Tubería a presión y distribuidores utilizando el Paquete Computacional Ansys Fluent. Caso de Aplicación Proyecto Hidroeléctrico Sopladora*. (Tesis de Maestría), Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Díaz, C., Coral, D., & Ruiz, L. (2019). *Diseño de Obras de Drenaje de la Estructura Vial para el Condominio Parcelación Caracolí ubicada en el Km 3 Vía del Amor de la ciudad de Villavicencio*. (Tesis de Grado), Universidad Cooperativa de Colombia, Villavicencio, Colombia.
- Durán, D. (2019). *Optimización Experimental de la Geometría de Ingreso a una Rápida Escalonada desde un Canal Rectangular con Flujo Supercrítico de Aproximación*. (Tesis de Grado), Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Espinosa, J., & Mera, J. (2007). *Análisis Experimental de Disipación De Energía, Distribución De Presiones Y Resistencia Al Flujo De Una Rápida Con Fondo Escalonado Con Relación Altura (h) Longitud De Grada (l) De  $h/l = 0.10$* . Escuela Politécnica Nacional. Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Estructuras de descarga del colector Ñaquito en la quebrada El Batán, E. E. (2015). *Estudio experimental en modelo físico de las rápidas con perfil escalonado y con perfil liso de la quebrada El Batan*. Quito.
- Fletcher. (2006).
- Fuentes, D., Díaz, P., & Sánchez, R. (2012). Cálculo del Flujo Difusivo en Dominios Complejos Mediante el Método de Volúmenes Finitos. *UIS Ingenierías*, 1(1), 1-10.
- Gallo, J. (2012). *Extrapolación de Richardson*. (Proyecto de Clases), Instituto Tecnológico de Lázaro Cárdenas, Lázaro Cárdenas, México.
- Gómez, J. (2019). *Estructuras Escalonadas. Modelación Física y Formulación Matemática*. (Tesis de Maestría), Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, Colombia.
- Gómez. (2017).

- González, C., & Chanson, H. (2007). Diseño Hidráulico de vertederos escalonados. *Universidad de Queensland, Australia*.
- González, C., & Chanson, H. (2014). *Hydraulic Design of Stepped Spillways and Downstream Energy Dissipators for Embankment Dams*. Australia: The University of Queensland.
- Guachamín, K., & Simbaña, A. (2018). *Modelación Física y Numérica del Flujo Supercrítico con Disipación Continua de Energía e Introducción Natural de Aire, Sobre un Fondo con Rugosidad Regular Artificial Uniformemente Distribuida*. (Tesis de Grado), Universidad Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Hamedi, A., Haji, M., & Mansoori, A. (2016). Flow Simulation and Energy Loss Estimation in the Nappe Flow Regime of Stepped Spillways with Inclined Steps and End Sill: A Numerical Approach. *Civil Engineering Journal*, 2(9), 426-437.
- Hernández, G. (2015). *El método de Diferencias Finitas*. (Ensayo), Universidad Nacional Autónoma de México.
- Hidalgo, X., Castro, M., & Poveda, R. (2016). *Sobre la Modelación Hidráulica en Obras de Saneamiento Básico*. Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Jarabo, F., & García, F. (2017). *La Conservación de la Energía en los Fluidos: Hidrodinámica, Hidrostática y Termodinámica*. Universidad de La Laguna Nicolás Elórtegui Escartín, Santa Cruz de Tenerife, España.
- Jiménez, C. (2004). Simulación Numérica Directa en Turbulencia. *El hombre y la Máquina*, 1(22), 26-33.
- Li, S., Acosta, A., Chebaevsky, V., Egusquiza, E., Pierre, H., Iwai, Y., & Martin, S. (2000). *Cavitation of Hydraulic Machinery* (S. C. Li ed.). London, UK, UK: Imperial College Press.
- Lleó, A., & Lleó, L. (2011). *Gran Manual de Magnitudes Físicas y sus Unidades*. Madrid, España: Días de Santos.
- Logacho, D., & Orozco, J. (2020). *Formulación De Los Componentes Del Diseño Integral De Una Presa Vertedero Esclonado De Hormigón Compactado*. Universidad Politécnica Salesiana. Quito, Ecuador: Universidad Politécnica Salesiana.
- López, J., & Soto, K. (2016). *Estudio En Modelo Físico Para La Evaluación Del Desarrollo Y De La Disipación De Energía En Flujo Rasante Sobre Una Rápida De Fondo Escalonado - Caso De La Descarga Del Colector Iñaquito En La Quebrada Del Batán*. (Tesis de Grado), Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Lozano, J., & Mananita, E. (2019). *Influencia de Vertederos Del Tipo Escalonado Para Mejorar La Disipación De Energía Considerando*

- Variación De La Longitud De Huella Con Caudal Constante.* (Tesis de Grado), Universidad Privada Antenor Orrego, Trujillo, Perú.
- Marbello, R., Posada, L., & Rosado, G. (2018). Diseño de Canales Escalonados para Drenaje Urbano. *XXVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, 1.
- Marqués, J. (2005). *Aplicación del Método de Volúmenes Finitos a La Resolución Numéricas de Las Ecuaciones de Aguas Someras con incorporación de los Esfuerzos debidos a la Turbulencia.* (Tesis Doctoral), Universidade da Coruña, La Coruña, España.
- Meyer, J. (2011). Heat Transfer in the transitional Flow Regime. *Research Gate*, 2.
- Monge, C. (2017). Modelo numerico de un canal de fuente pendiente con rugosidad variable. 139. Obtenido de <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwi3486h7rbtAhWwct8KHRS3A7IQFjAAegQIAhAC&url=https%3A%2F%2Fbibdigital.epn.edu.ec%2Fbitstream%2F15000%2F18869%2F1%2FCD-8260.pdf&usq=AOvVaw0sslFKIAYD0qo6Gw2cnTI>
- Ortega, B. (2012). *Análisis experimental para la optimización de la disipación de energía a la salida del túnel de desvío del proyecto hidroeléctrico sopladora.* (Tesis Maestría), Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Otero, S., Andalaft, A., & Vásquez, E. (2008). El Método de las Diferencias Finitas en Evaluación de Opciones Reales. *Ingeniare*, 16(1), 232-243.
- Paredes, A., Fernández, V., & Del Río, J. (2010). Generalización al Teorema  $\pi$  de Buckingham con Algunas Aplicaciones. *Universidad de Valladolid*, 1.
- Plazas, E., & Acuña, J. (2018). *Análisis Comparativo De La Disipación De Energía Y PAtrones De Flujo Generados Por Vertederos Escalonados En Gavión Y Vertederos En Caída Libre En Concreto En El Río Fucha, En La Localidad San Crsitóbal .* Universidad De La Salle Ciencia Unisalle. Bogotá, Colombia: Universidad De La Salle Ciencia Unisalle.
- Pozo, R., Knust, T., Díaz, V., & Narvárez, N. (2016). Uso y Eficiencia del Agua. *Atlas Ambiental Quito Sostenible*, 184.
- Rendon, G. (2011). *Diseño Hidráulico de Vertederos Escalonados.* (Tesis para Maestría), Instituto Politécnico Nacional, Distrito Federal, México.
- Ricardi, G. (2012). *Diseño Hidráulico de Vertederos Escalonados.* (Tesis de Maestría), Instituto Politécnico Nacional, Distrito Federal, México.
- Rosado, G. (2017). *Metodología para el diseño de canales escalonados, disipadores de energía, empleados en drenaje urbano, basada en*

- modelación física*. (Tesis de Doctorado), Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Saludes, Á. (2015). *Estudio para la resolución numérica de las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, aplicado a la influencia del confinamiento de un fluido en la aerodinámica de un cuerpo romo*. (Tesis de Grado), Universidad Politécnica de Catalunya, Barcelona, España.
- Sarab, S. (2014). Viscosity measurements in food products and manufacturing. *New Food*, 1.
- Sholichin, M., Dermawan, V., Suhardjono, & Sri Krisnayanti, D. (2016). Energy Dissipation of Skimming Flow on Flat and Pooled Stepped Spillways. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 10(6), 62-68.
- Skiba, Y. (2005). *Métodos y Esquemas Numéricos, un Análisis Computacional*. Distrito Federal, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Táboas, A. (2007). *Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado*. Investigación, Universidad Politécnica de Catalunya, Barcelona, España.
- Toral, S. (2013). *Comportamiento Hidráulico de Aliviaderos Escalonados sin Cajeros laterales en Presas de HCR*. (Tesis de Doctorado), Universidad Politécnica de Catalunya, Catalunya, Península Ibérica.
- Torres, C., & Vásquez, E. (2010). *Análisis de Medidores de Caudal para Flujo Subcrítico en Sistemas de Alcantarillado*. (Tesis de Grado), Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Ueyama, A. (2019). Compressibility and incompressibility. *Want to Know More! Basics of Thermo-Fluid Analysis*, 1.
- Universidad Tecnológica Nacional. (2016). Laboratorio de aerodinámica y fluidos. *Teorema de Bernoulli*, 2.
- Vásquez, L., & Terrones, N. (2019). Hydraulic evaluation of energy dissipation in four types of buffer basins, under variable flow conditions. *Revista Ingeniería UC*, 26(2), 163-174.
- Villamarín, S. (2013). Manual básico de diseño de estructuras de disipación de energía hidráulica. *Ingeniería Hidráulica*, 1(1), 1-20.
- White, F. (2008). *Mecánica de Fluidos* (6 ed.). Madrid, España.
- Wilkes, J. (2005). *Fluid Mechanics for Chemical Engineers*. Michigan, USA: Prentice Hall.

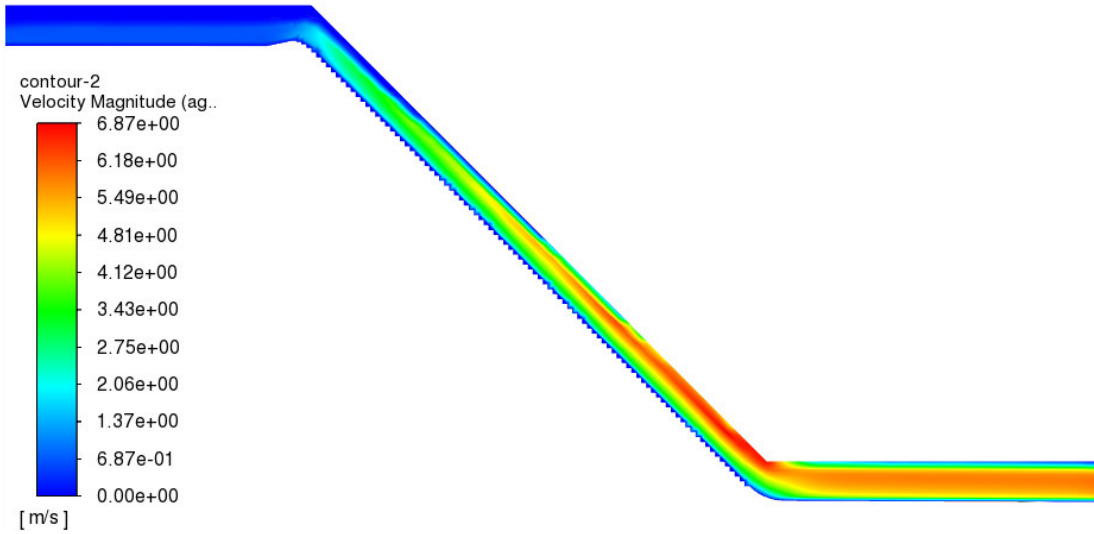


# ANEXO I

## Análisis del mallado

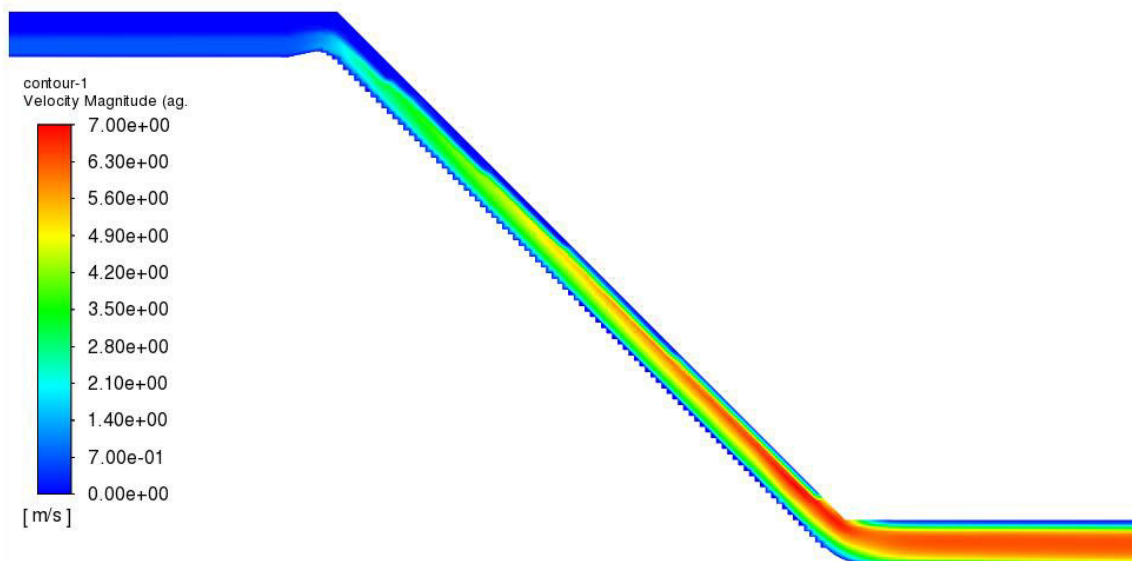
### Mallado M5NS

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



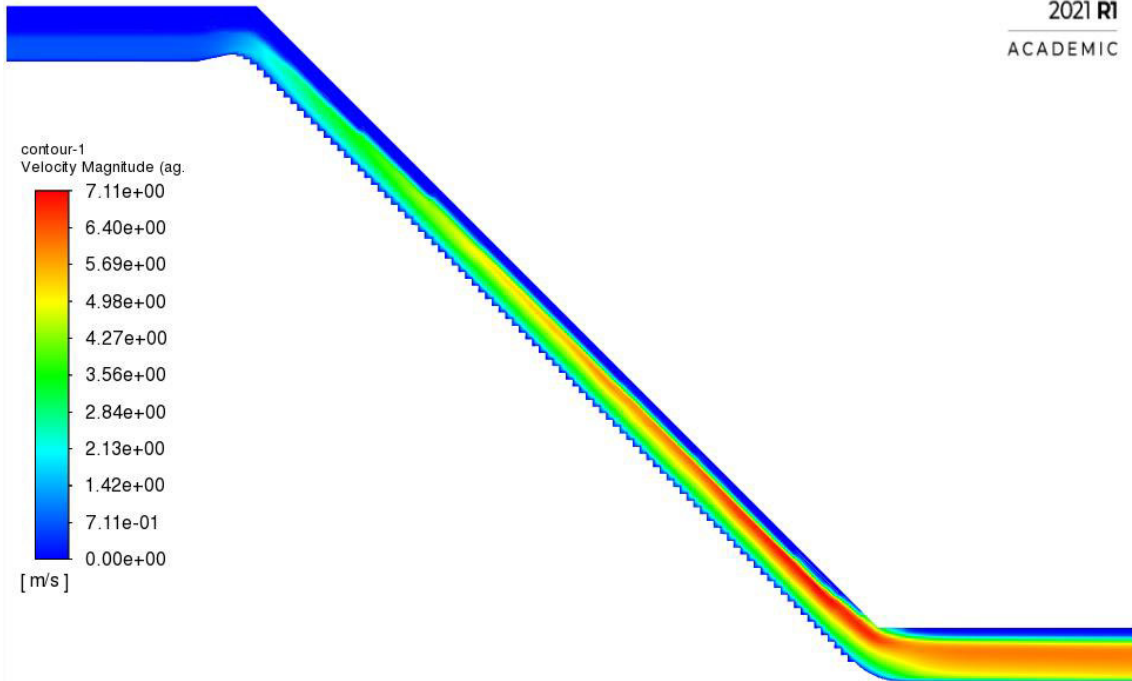
### Mallado M4NS

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



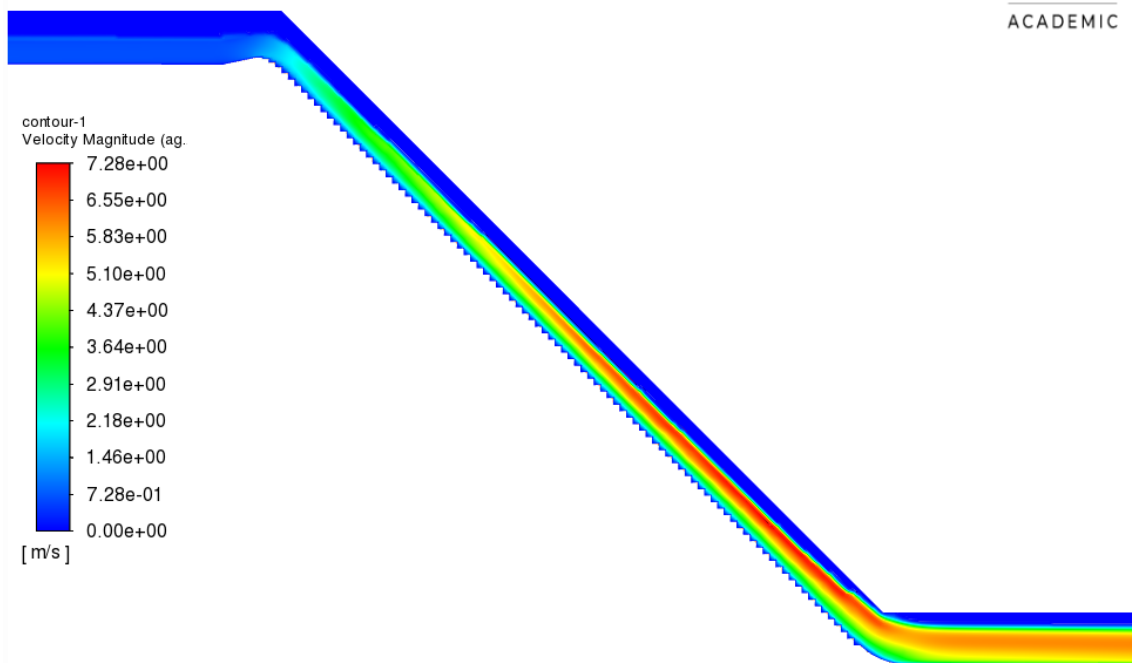
### Mallado M3NS

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



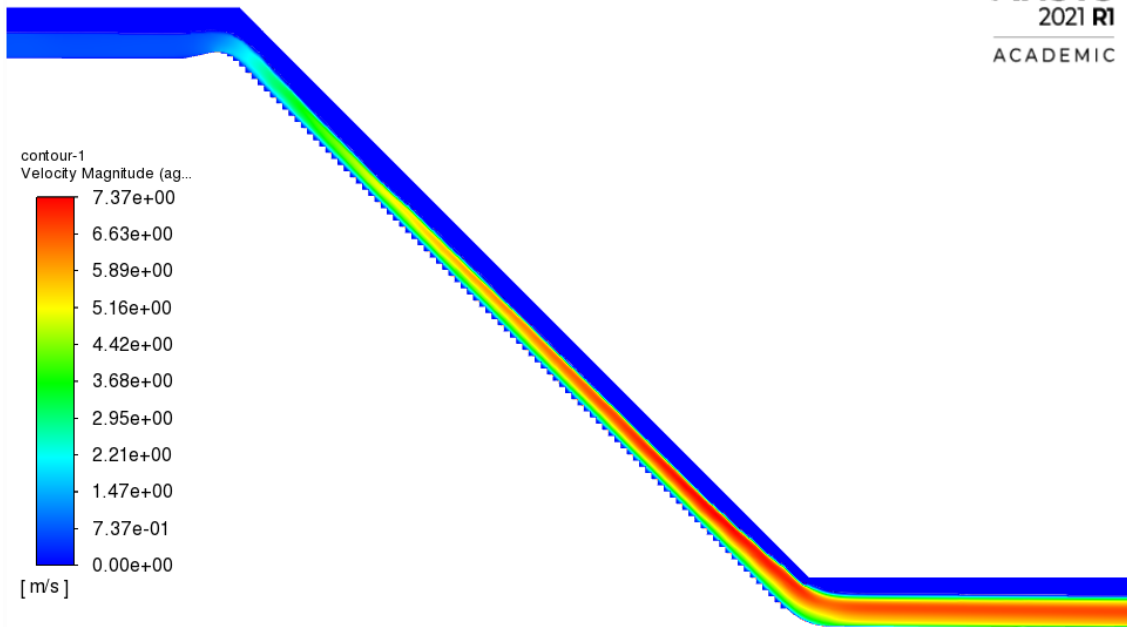
### Mallado M2NS

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



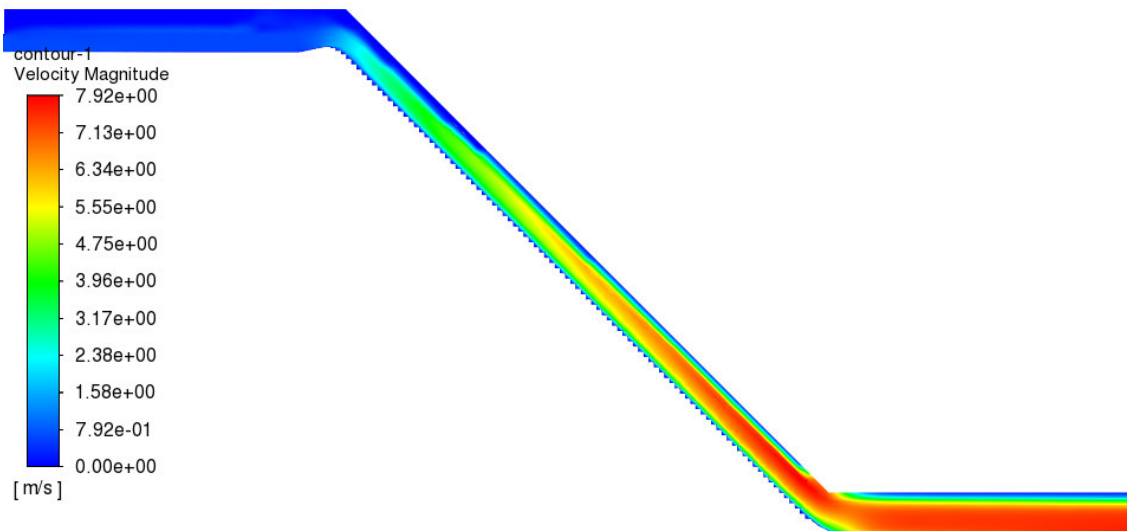
### Mallado M1NS

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



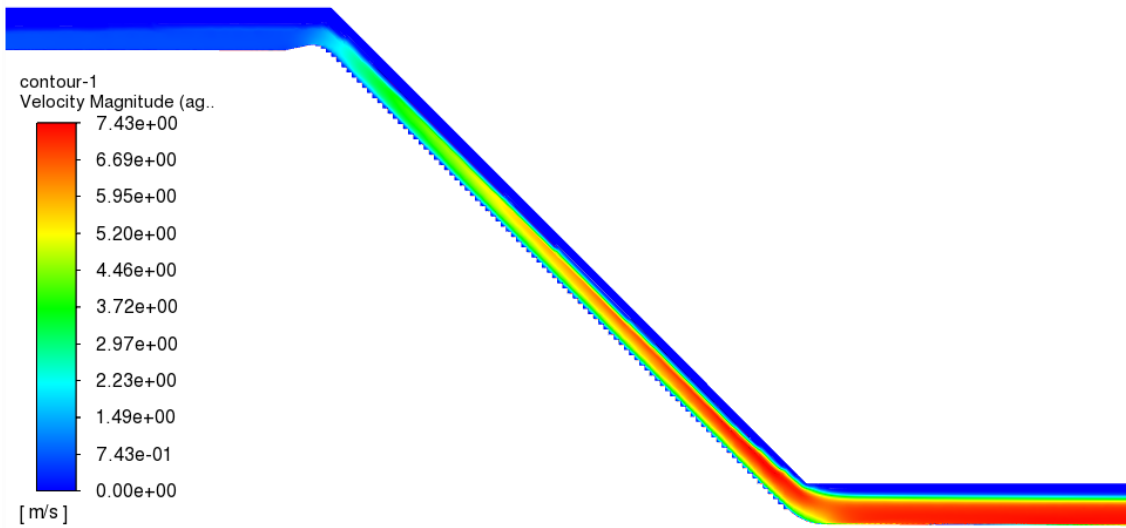
### Mallado M5S1

**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



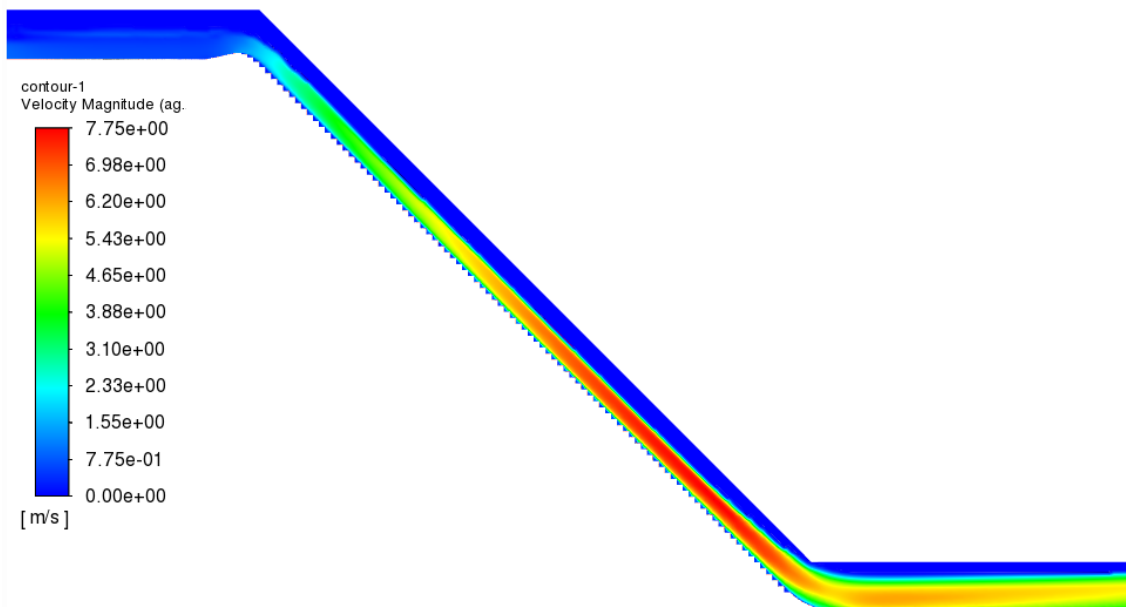
### Mallado M3S1

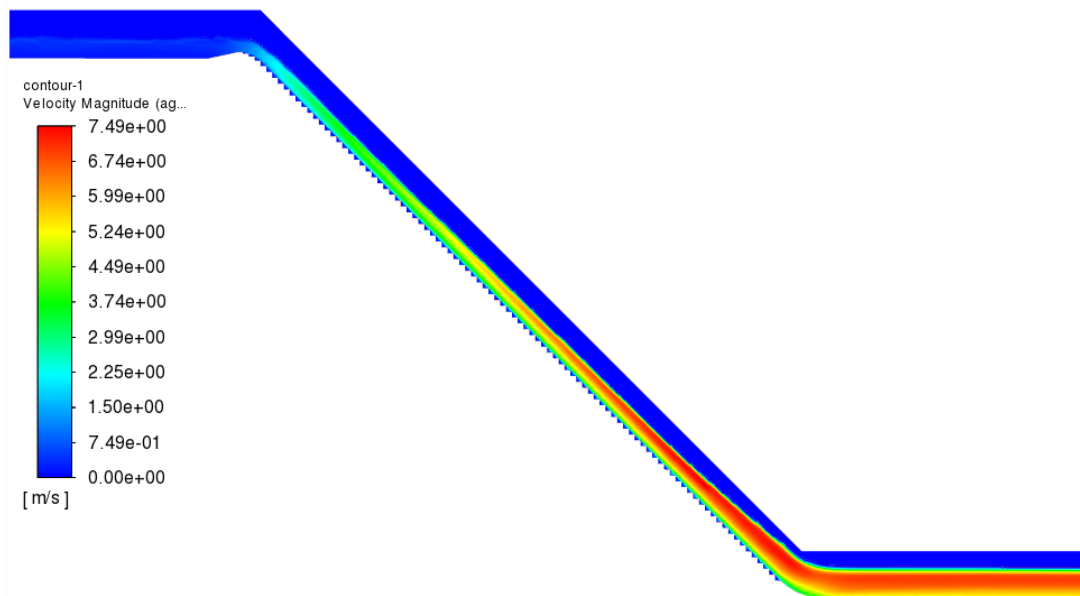
**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC



### Mallado M2S0,5

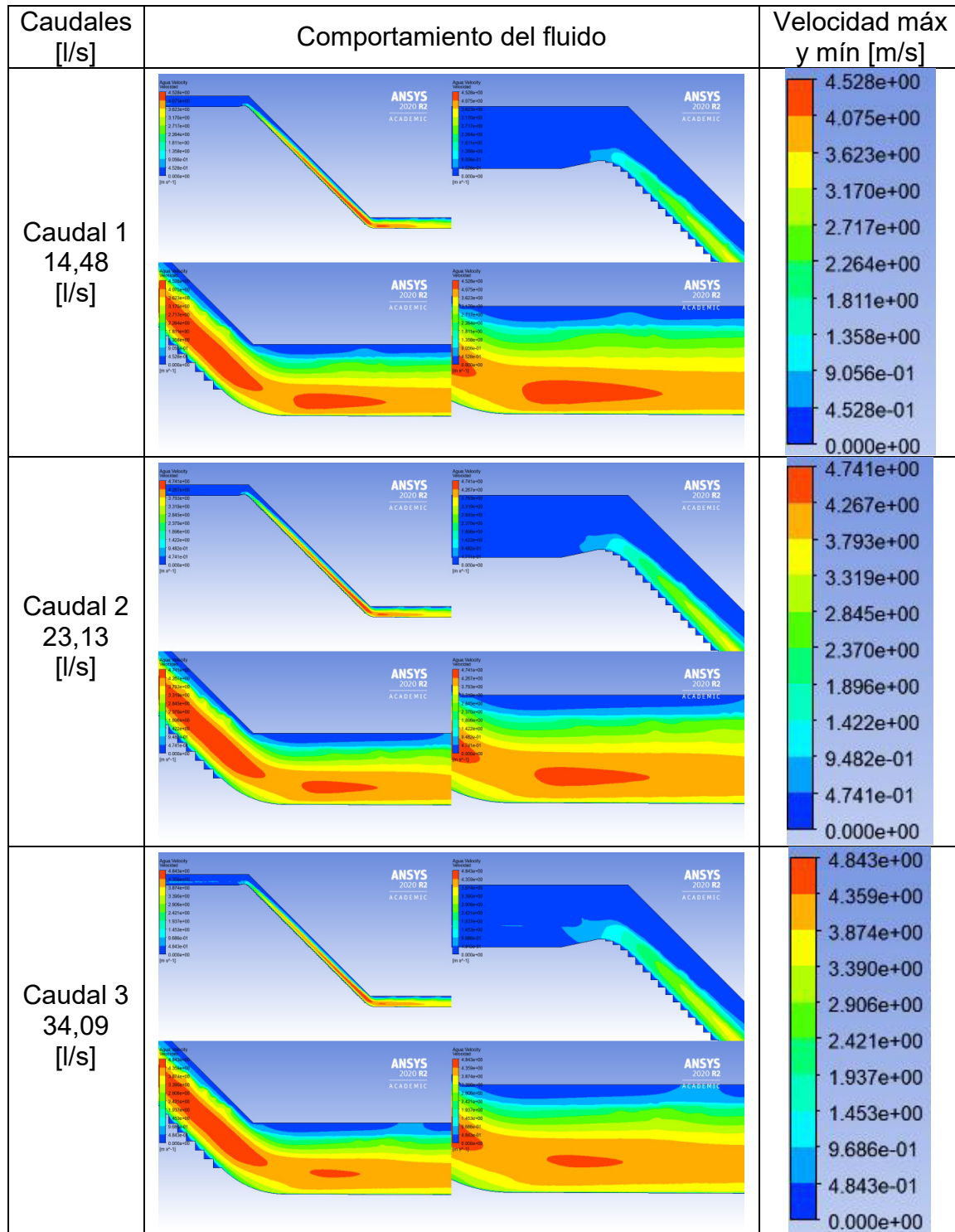
**ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC

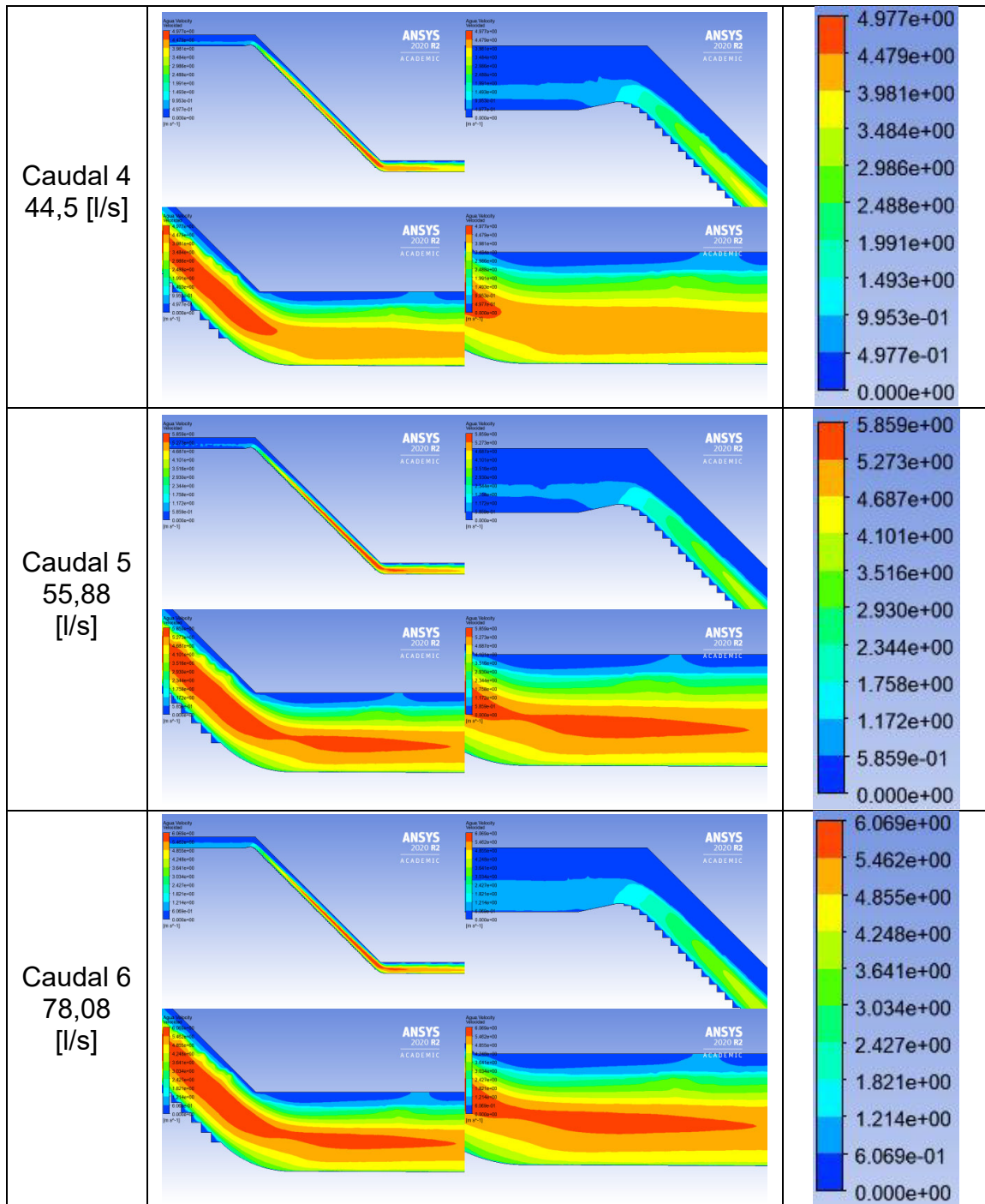


**Mallado M1S0,25****ANSYS**  
2021 R1  
ACADEMIC

## ANEXO II

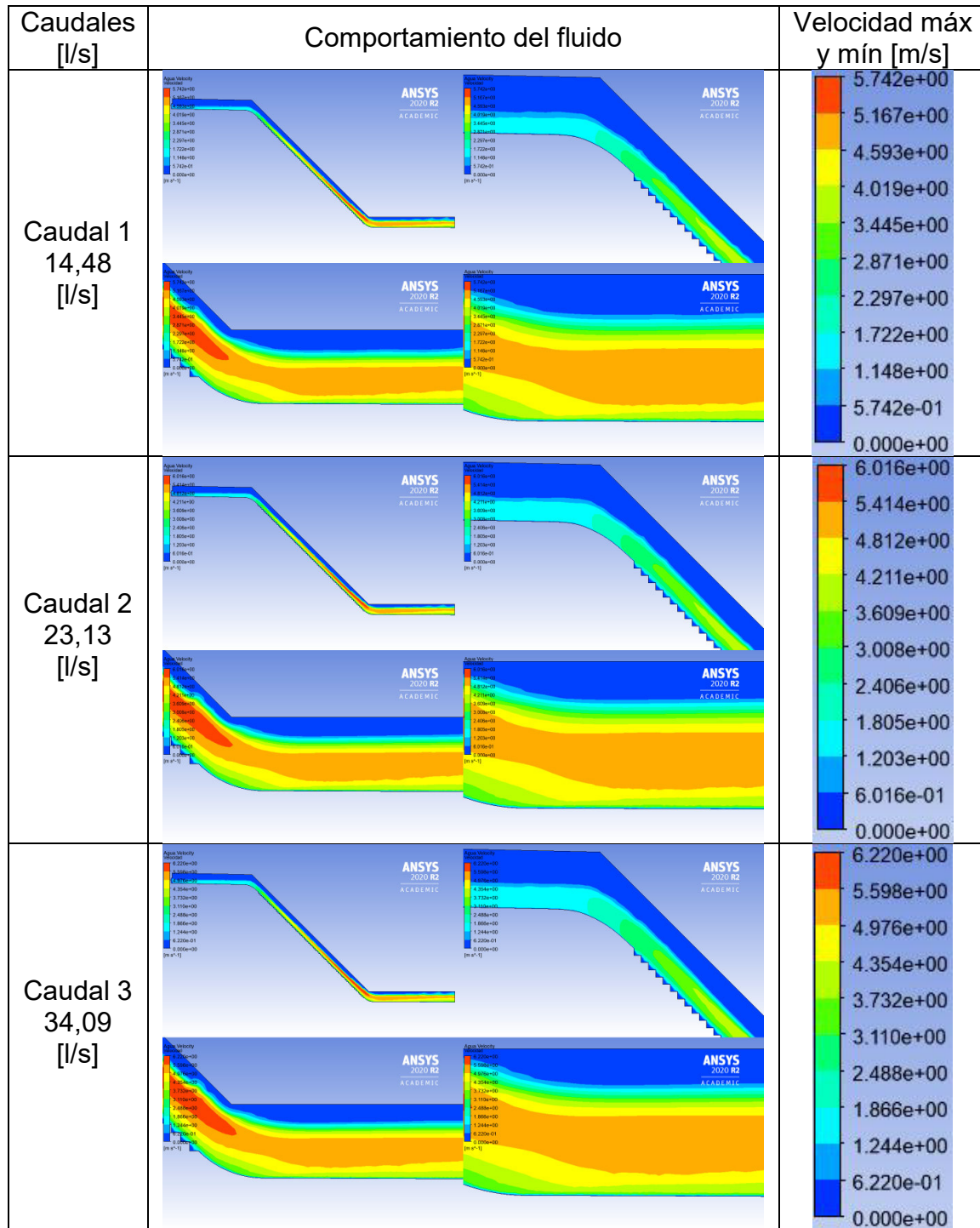
### Comportamiento de velocidad diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico



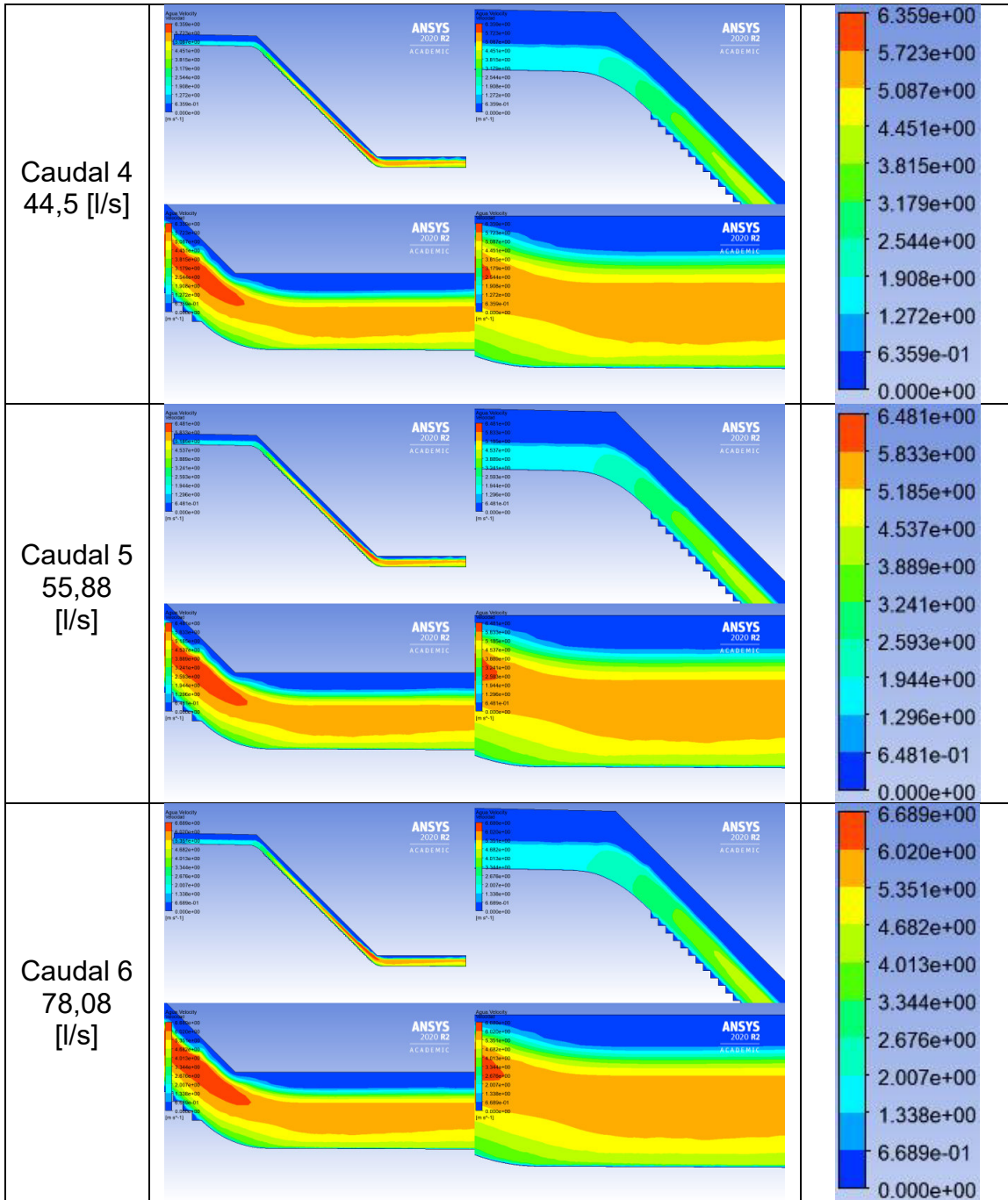


### ANEXO III

## Comportamiento de velocidad diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico

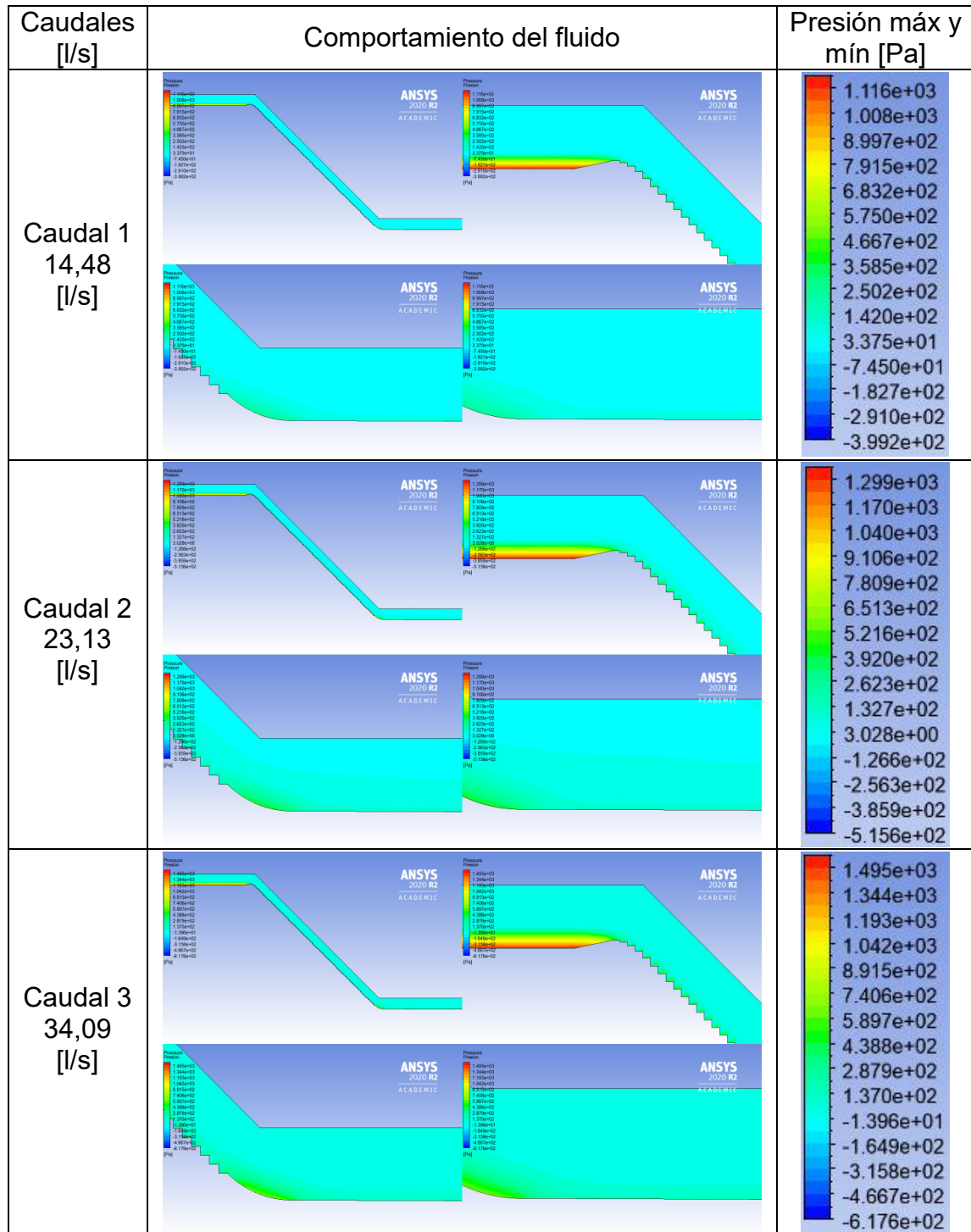


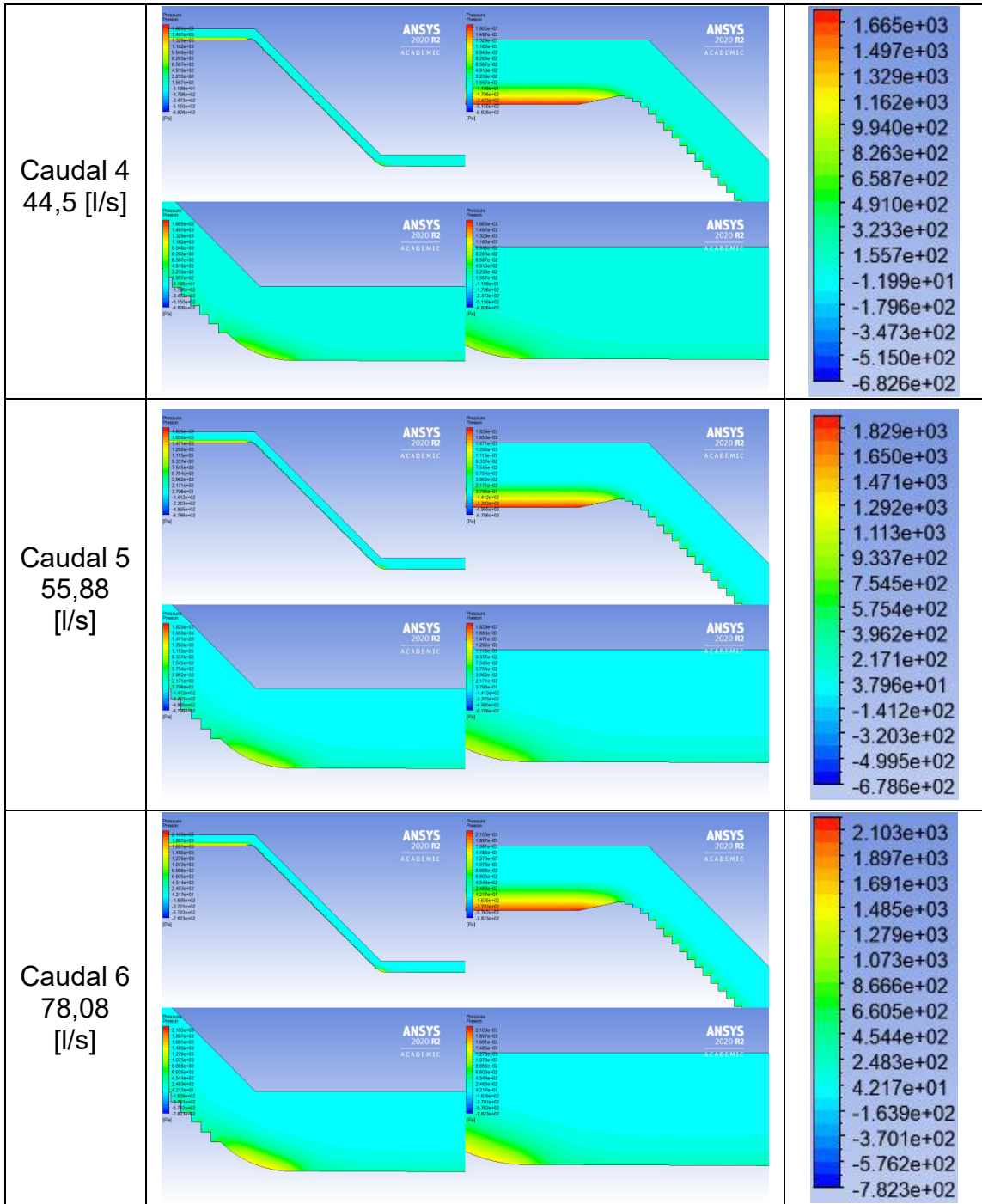




## ANEXO IV

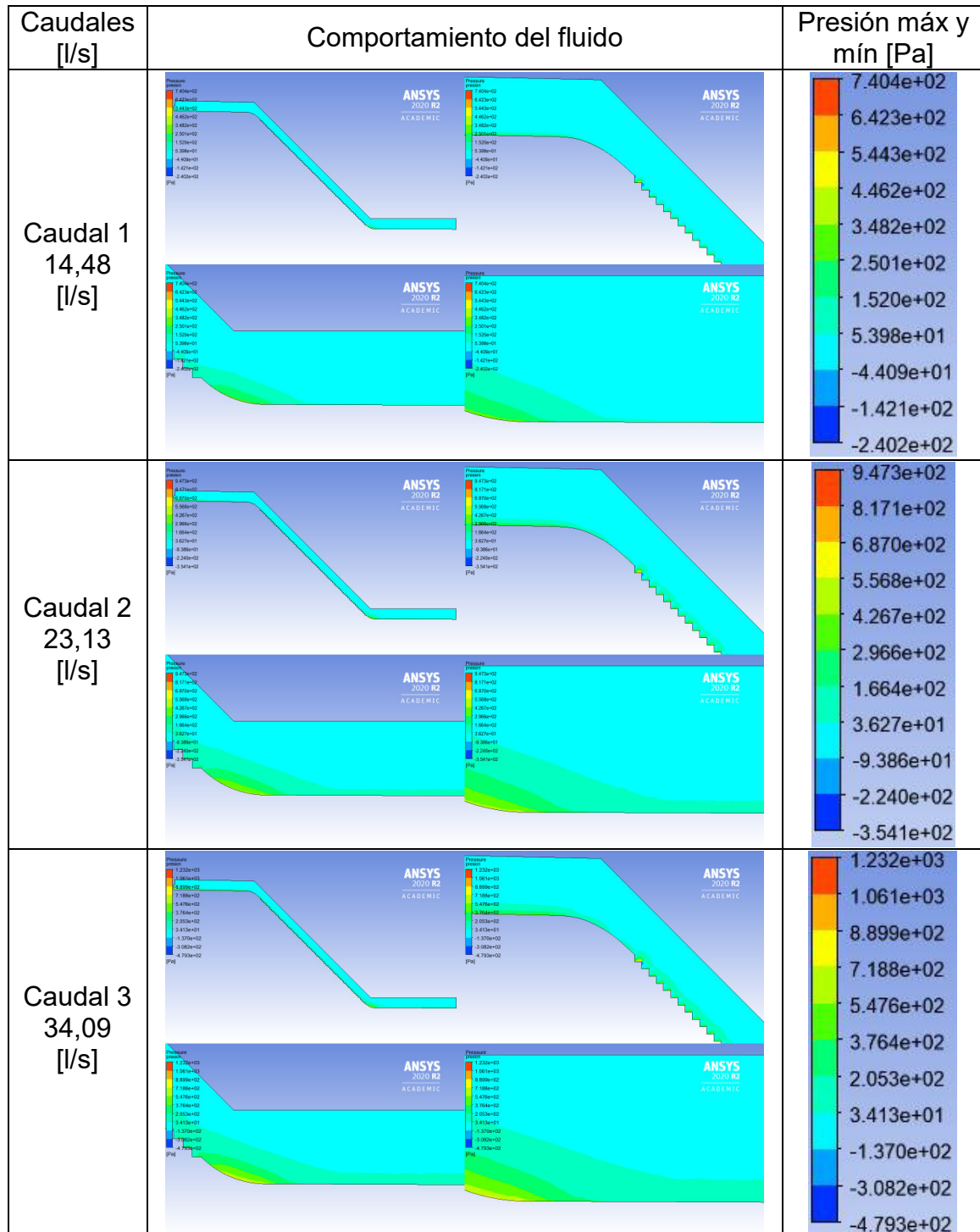
### Comportamiento de presión a diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico

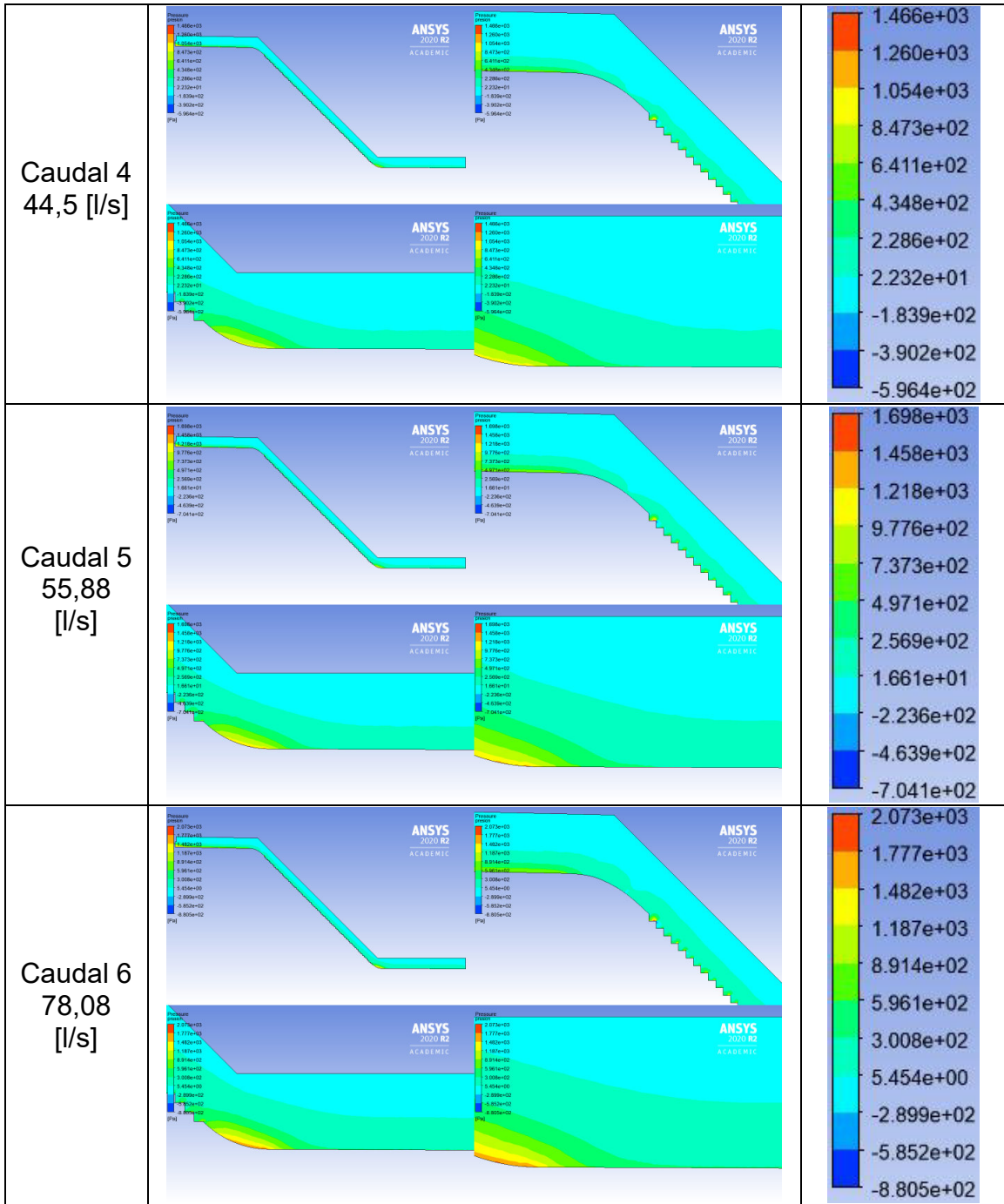




## ANEXO V

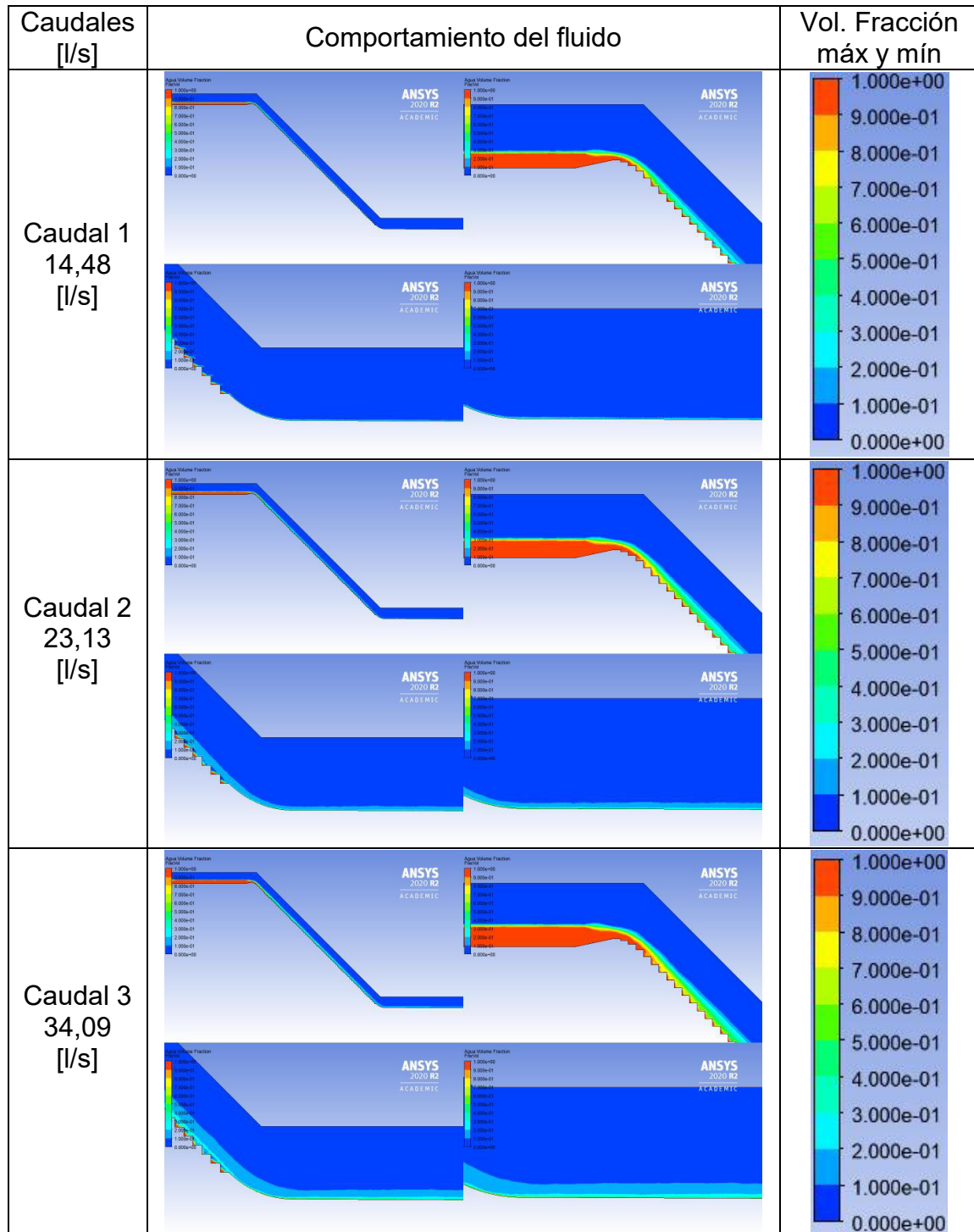
### Comportamiento de presión diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico

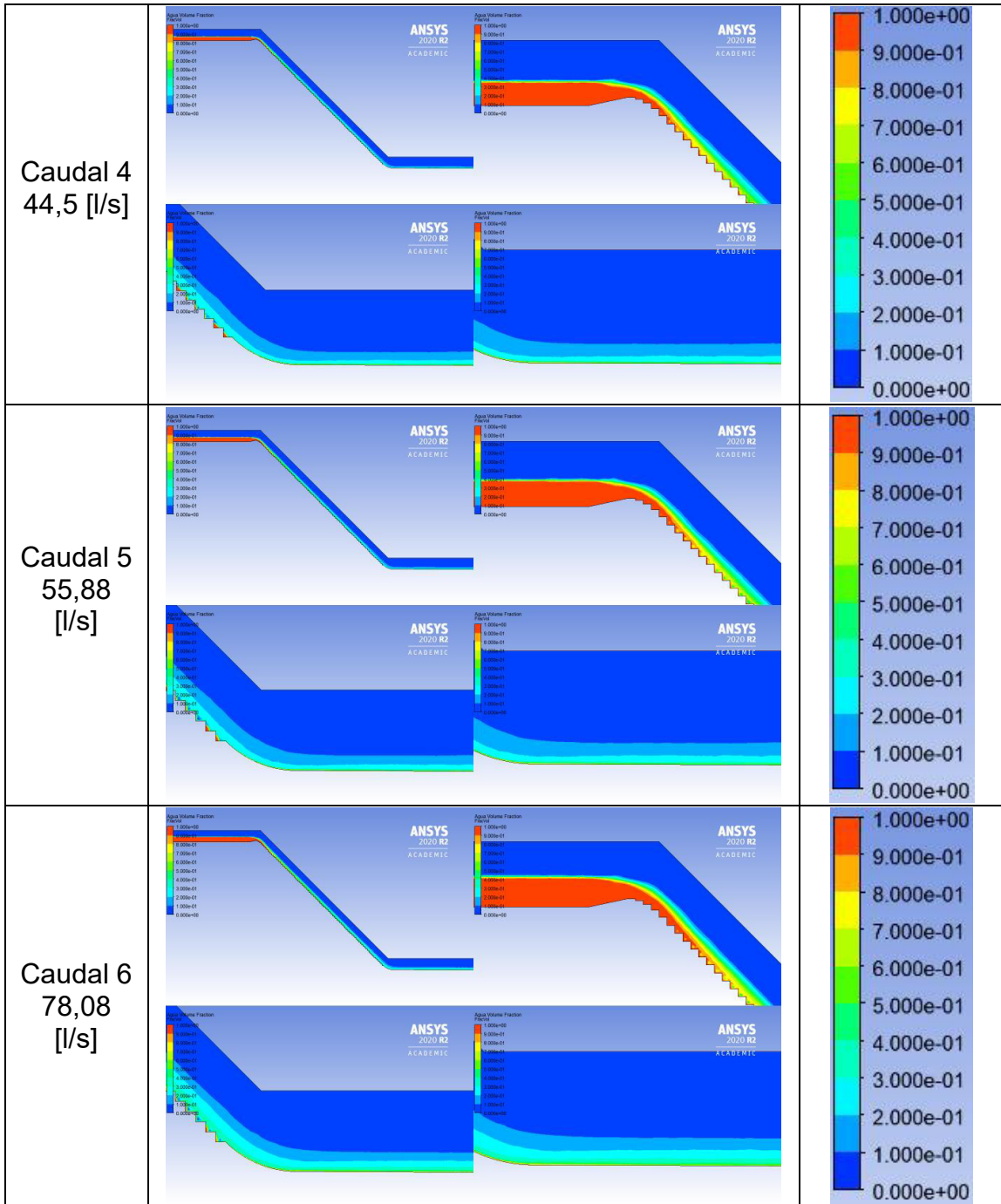




## ANEXO VI

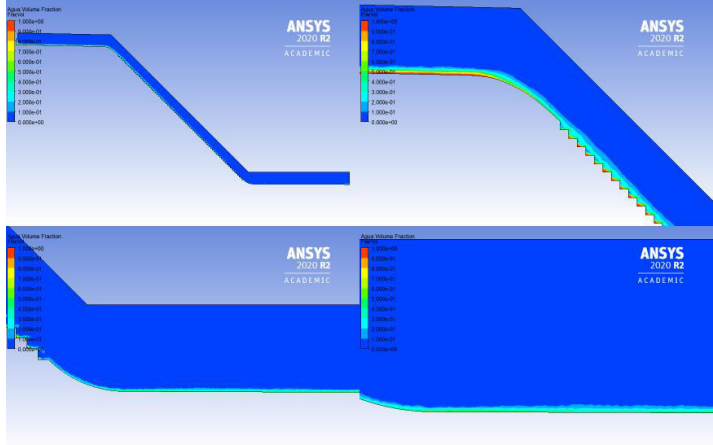
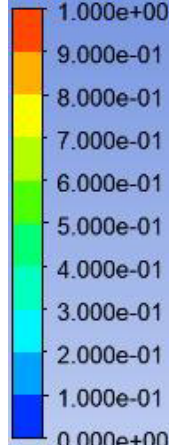
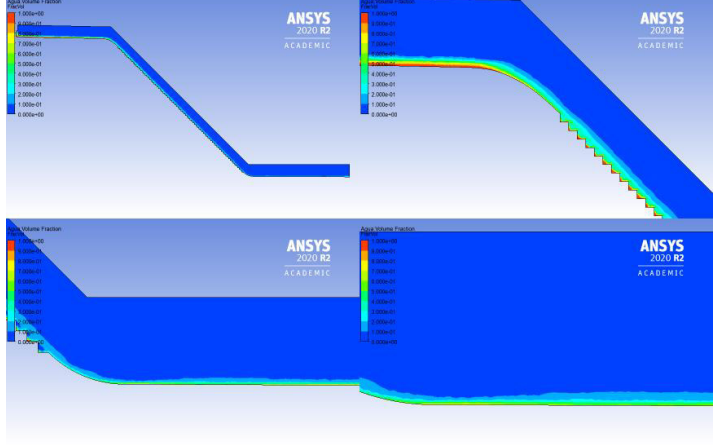
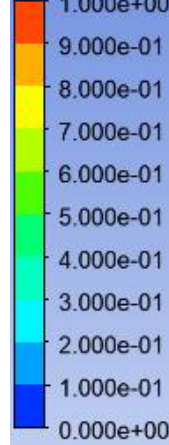
### Comportamiento del volumen de fracción de agua a diferentes caudales con flujo de aproximación subcrítico





## ANEXO VII

### Comportamiento del volumen de fracción de agua a diferentes caudales con flujo de aproximación supercrítico

Caudales [l/s]	Comportamiento del fluido	Vol. fracción máx y mín [m/s]
<p>Caudal 1 14,48 [l/s]</p>		
<p>Caudal 2 23,13 [l/s]</p>		
<p>Caudal 3 34,09 [l/s]</p>	