

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **DISEÑO, SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES POR MODOS DESLIZANTES (SMC), CON ESQUEMAS DUALES Y DE DOS GRADOS DE LIBERTAD (2DOF) APLICADOS EN SISTEMAS MULTIVARIABLES: LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB) Y EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

**MIGUEL DAVID LÓPEZ OLIVO**

**JOSE SEBASTIÁN MULLO CÓNDOR**

**DIRECTOR: Ing. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.**

**Quito, marzo 2022**

## **AVAL**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Miguel David López Olivo y José Sebastián Mullo Córdor, bajo mi supervisión.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Oscar', written in a cursive style.

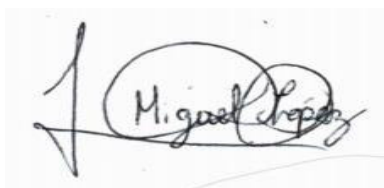
---

**Ing. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.**  
**DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Nosotros, Miguel David López Olivo y José Sebastián Mullo Córdor, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejamos constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

A handwritten signature in black ink on a light background. The signature is written in a cursive style and includes the name 'Miguel David López Olivo'.

---

Miguel David López Olivo

A handwritten signature in black ink on a light background. The signature is written in a cursive style and includes the name 'José Sebastián Mullo Córdor'.

---

José Sebastián Mullo Córdor

## DEDICATORIA

*Este trabajo es dedicado a mis padres quienes han sido los pilares de mi vida y han demostrado un sinfín de ocasiones su amor, cuidado y paciencia. Este trabajo es fruto de su esfuerzo, de sus enseñanzas y de su guía. No sería quien soy si no fuera por ellos.*

*Miguel López O.*

*Mi tesis va dedicada a mis padres, quienes siempre me han brindado todo su amor, esfuerzo y sabiduría para cumplir cada uno de mis sueños y metas; a mi familia, que ha estado presente escuchándome y ayudándome en los momentos más difíciles de mi vida y, por último, a mis amigos, quienes han sido un inmenso apoyo y compañía durante toda mi carrera universitaria.*

*Sebastián Mullo O.*



## **AGRADECIMIENTO**

A Dios por bendecirme, cuidarme y guiarme en cada uno de los pasos y decisiones tomadas en mi período universitario. Además de brindarme su amor y paciencia, haciéndome conocer y aprender más del mundo a través de la ciencia. Por permitirme entender cada vez más cómo funciona su creación y lo maravillosa que resulta cuando es vista a través de los números.

A mis padres, Eduardo y Alexandra, por siempre apoyarme en cada decisión que he tomado. Por darme aliento cuando más lo necesitaba. Por animarme a estudiar y culminar mi carrera universitaria de manera prolija. Les agradezco por las veladas en que me brindaron un café porque yo debía quedarme hasta altas horas de la madrugada terminando mis obligaciones académicas. Por aquellos consejos, enseñanzas y sobre todo por el amor incondicional. Este trabajo pude lograrlo gracias a ustedes.

A mi hermano, Emir por ser mi mano derecha literalmente. Tu que has sido mi amigo y mi compañero desde mi infancia. Gracias por estar conmigo siempre, y por siempre hacerme ver el mundo desde una perspectiva distinta. Gracias por ser tú y llenar de felicidad la vida de toda la familia.

Como olvidarme de mi compañera de aventuras en este período académico. Gracias a ti, Heydy, por acompañarme cada día, por animarme y por saber escucharme. Gracias por todas las cosas que hemos podido disfrutar y aprender en este tiempo.

Agradezco también a mi familia, que siempre ha estado conmigo y ha mostrado esa unión y ese amor que tenemos. Gracias por sus oraciones, por estar pendientes siempre de mí y por ser esa fortaleza en momentos complicados.

Quisiera agradecer también al Dr. Oscar Camacho, mi director de tesis. Por cada enseñanza y guía impartidos. Agradezco su constante incentivo para poder aprender más cada día y poder ser partícipe de la generación de nuevos conocimientos a través de este trabajo.

Gracias a cada docente, personal administrativo, y cada persona que ha podido ser de aporte en mi carrera estudiantil en la Escuela Politécnica Nacional. Ha sido sin duda un gran honor formar parte de esta gran y noble institución.

*Miguel López O.*

Agradezco a mis padres, Gladys y José, por ser quienes me han brindado todo su amor y apoyo incondicional, además de inculcarme sus valores y motivarme a cada día mejorar y superarme como persona. Han sido siempre mi fortaleza y el motivo para seguir adelante a pesar de las adversidades porque sin ustedes no habría podido llegar donde estoy ahora. Los amo con todo mi corazón y les agradezco infinitamente todo lo que han hecho por mí.

A mi familia, las personas que siempre han estado conmigo en las buenas y en las malas, brindándome su cariño y procurando mi bienestar y felicidad.

A mi prima Vanesita, que ha sabido escucharme y aconsejarme en todo momento, y más allá de todo ha sido como una hermana para mí, gracias por todos los bonitos momentos que hemos compartido juntos.

A todos mis amigos, con los que compartí tantos momentos de tristeza y felicidad a lo largo de toda mi vida universitaria. En especial, quiero agradecer a Jairo, que ha sido uno de mis mejores amigos y porque gracias a él pude conocer a más personas maravillosas. A Cinty, que ha sido una amiga incondicional y se ha convertido en una de las personas más importantes en mi vida. A Alan, que ha sido un gran amigo con el que he vivido tantos momentos y anécdotas inolvidables. A Karo, quien ha sido una amiga muy valiosa y porque su compañía llena de alegría mi vida. A Jomy, por brindarme su hermosa amistad y haber sido un gran apoyo en el ámbito académico. A Naty, quien me ha brindado una amistad sincera y muchos bonitos recuerdos. Por último, a Josue, con quien he conservado una maravillosa e incondicional amistad a pesar del paso de los años.

A mi director de tesis Dr. Oscar Camacho, por formar parte fundamental en el desarrollo de este trabajo de titulación, además de transmitirme su conocimiento y fomentar en mí la pasión por aprender, gracias por todo su tiempo y dedicación. En general, agradezco a todos los docentes que he conocido en la universidad, ya que cada uno de ellos aportó un poco de su tiempo y conocimiento para que yo pudiera culminar mi carrera.

Por último, quiero agradecer a la Escuela Politécnica Nacional por acogerme en sus instalaciones todos estos años, por encargarse de mi formación profesional y por brindarme tantas valiosas enseñanzas.

*Sebastián Mullo C.*

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA .....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	VI
RESUMEN .....	X
ABSTRACT .....	XI
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 OBJETIVOS.....	2
1.2 ALCANCE.....	3
1.3 MARCO TEÓRICO .....	4
1.3.1. LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB) .....	4
1.3.2. EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO .....	5
1.3.3. APROXIMACIÓN A SISTEMAS DE PRIMER ORDEN .....	6
1.3.3.1. Método de Smith.....	9
1.3.3.2. Método de Alfaro.....	9
1.3.4. SISTEMAS DE MULTIPLES ENTRADAS Y MULTIPLES SALIDAS..	10
1.3.4.1. Interacción de Variables .....	10
1.3.4.2. Desacoplamiento de Variables .....	11
1.3.5. CRITERIOS DE AJUSTE .....	13
1.3.5.1. Coeficiente $R^2$ .....	13
1.3.5.2. Coeficiente $FIT$ .....	13
1.3.6. FILTROS DIGITALES .....	14
1.3.6.1. Ventana Rectangular.....	15
1.3.6.2. Ventana Gaussiana.....	15
1.3.6.3. Ventana de Parzen.....	15
1.3.6.4. Ventana Exponencial.....	16
1.3.6.5. Ventana de Kaiser.....	16
1.3.7. CONTROL PROPORCIONAL – INTEGRAL – DERIVATIVO (PID) ..	17
1.3.8. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES (SMC).....	18
1.3.8.1. Predictor de Smith para sistemas integrantes .....	20

1.3.9.	CONTROL PID DE DOS GRADOS DE LIBERTAD (PID – 2DOF) ...	21
1.3.9.1.	Controlador PID – 2DOF tipo feedforward.....	23
1.3.9.2.	Controlador PID – 2DOF tipo feedback.....	24
1.3.9.3.	Controlador PID – 2DOF tipo filtro de referencia.....	25
1.3.10.	CONTROL POR MODOS DESLIZANTES BASADO EN ESQUEMA DUAL (DUAL – SMC).....	26
1.3.11.	ÍNDICES DE DESEMPEÑO.....	28
1.3.11.1.	Integral del error al cuadrado (ISE) .....	28
1.3.11.2.	Variación total de la señal de control (TVU) .....	28
1.3.11.3.	Máximo sobreimpulso (Mp) .....	28
1.3.11.4.	Tiempo de establecimiento (ts) .....	29
1.3.12.	GRÁFICOS RADIALES.....	29
2.	METODOLOGÍA.....	30
2.1.	LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB).....	31
2.1.1.	IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA.....	32
2.1.1.1.	Modelado y aproximación del sistema.....	32
2.1.1.2.	Validación del modelo .....	35
2.1.2.	INTERACCIÓN DE VARIABLES MANIPULADAS Y CONTROLADAS.....	37
2.1.3.	DESACOPLAMIENTO Y FILTRADO .....	39
2.1.3.1.	Diseño de desacopladores.....	39
2.1.3.2.	Diseño de filtros.....	40
2.1.3.3.	Gráficas de las señales desacopladas y filtradas.....	41
2.1.3.4.	Validación del modelo .....	45
2.1.4.	DISEÑO DE CONTROLADORES.....	46
2.1.4.1.	Control tipo PID.....	47
2.1.4.2.	Control por modos deslizantes (SMC).....	48
2.1.4.3.	Control tipo PID de dos grados de libertad (PID – 2DOF).....	51
2.1.4.4.	Propuesta de control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF).....	54
2.1.4.5.	Propuesta de control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC) .....	58
2.1.4.6.	Control por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL – SMC).....	61
2.2.	EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO.....	66
2.2.1.	IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA.....	72

2.2.1.1. Modelado y aproximación del sistema.....	72
2.2.1.2. Validación del modelo .....	76
2.2.2. INTERACCIÓN DE VARIABLES MANIPULADAS Y CONTROLADAS.....	79
2.2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES .....	80
2.2.3.1. Control tipo PID .....	81
2.2.3.2. Control por modos deslizantes (SMC).....	82
2.2.3.3. Control tipo PID de grados de libertad (PID – 2DOF).....	86
2.2.3.4. Propuesta de control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad. (SMC – S2DOF).....	88
2.2.3.5. Propuesta de control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC) .....	92
2.2.3.6. Control por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL - SMC) .....	95
2.3. DISEÑO DE LA INTERFAZ GRÁFICA .....	101
2.3.1. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ GRÁFICA .....	104
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	104
3.1. LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB).....	105
3.1.1. RESULTADOS DEL CONTROLADOR 2DOF – SMC.....	106
3.1.2. RESULTADOS DEL CONTROLADOR SMC – S2DOF .....	107
3.1.3. RESULTADOS DEL CONTROLADOR DUAL – SMC.....	109
3.1.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y CURVAS RADIALES .....	113
3.2. EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO.....	115
3.2.1. RESULTADOS DEL CONTROLADOR 2DOF – SMC.....	116
3.2.1.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1) .....	116
3.2.1.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2).....	118
3.2.1.3. Concentración de salida (C2) .....	120
3.2.2. RESULTADOS DEL CONTROLADOR SMC – S2DOF .....	121
3.2.2.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1) .....	121
3.2.2.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2).....	123
3.2.2.3. Concentración de salida (C2) .....	124
3.2.3. RESULTADOS DEL CONTROLADOR DUAL – SMC.....	126
3.2.3.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1) .....	126
3.2.3.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2).....	127
3.2.3.3. Concentración de salida (C2) .....	129

3.2.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y CURVAS RADIALES .....	133
3.2.4.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1) .....	134
3.2.4.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2).....	135
3.2.4.3. Concentración de Salida (C2) .....	136
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	138
4.1. CONCLUSIONES .....	138
4.2. RECOMENDACIONES.....	139
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	140
ANEXOS .....	143

## RESUMEN

El presente trabajo de titulación muestra el diseño, simulación e implementación de controladores por modos deslizantes, con esquemas duales y de dos grados de libertad aplicados en sistemas multivariables: Laboratorio de Control de Temperatura y Evaporador de Doble Efecto.

La identificación de los sistemas se realiza a partir del método de curva de reacción obteniendo así los modelos aproximados de primer orden más tiempo muerto e integrantes. Debido a la interacción de las variables, se realiza un análisis de la interacción con la ayuda de la matriz de Bristol. Además, tomando las consideraciones respectivas se procede con el diseño de desacopladores. Entonces, el diseño de los controladores SMC duales y SMC 2DOF se realiza utilizando la teoría referente a control por modos deslizantes, esquemas duales y estructuras de control de dos grados de libertad.

Los controladores SMC propuestos y los controladores PID y SMC tradicionales, se comparan con la ayuda de los índices de desempeño ISE, TVU,  $M_p$  y  $t_s$ , los cuales son presentados en curvas radiales. Para ello, se realizan pruebas para determinar el comportamiento de los sistemas ante cambios de referencia.

Finalmente, la simulación e implementación de los controladores diseñados se realiza a través de Matlab & Simulink. Por otra parte, la presentación de los resultados obtenidos se realiza en una interfaz gráfica desarrollada en App Designer.

**PALABRAS CLAVE:** TCLab, FOPDT, Evaporador de Doble Efecto, IFOPDT, interacción entre variables, desacopladores, 2DOF, predictor de Smith, dual, banda de error.

## **ABSTRACT**

This final project shows the design, simulation, and implementation of sliding mode controllers with dual mode and two degrees of freedom schemes applied to multivariable systems: Temperature Control Lab and Double Effect Evaporator.

The system's identification is carried out by using the reaction curve method where the first order plus dead time and the integrating approximate models are obtained. Due to the interaction between the variables, it's required to develop an interaction analysis by using the Bristol gain array. Also, the decouplers are designed taking the appropriate considerations. Then, the design of Dual mode SMC and SMC 2DOF controllers is carried out using the theory about the sliding mode control, dual mode schemes and two degrees of freedom controller's structures.

The proposed SMC controllers and the traditional PID and SMC controllers are compared by the aid of performance indexes such as ISE, TVU, Mp and ts, which are presented using radial curves. To this effect, tests are carried out to determine the systems behavior when setpoint changes are applied.

Finally, the simulation and implementation of the designed controllers is done through Matlab & Simulink. On the other hand, the obtained results are presented through a graphical interface developed in App Designer.

**KEYWORDS:** TCLab, FOPDT, Double Effect Evaporator, IFOPDT, interaction between variables, decouplers, 2DOF, Smith predictor, dual, error band.



# 1. INTRODUCCIÓN

El control de procesos en la industria se ha desarrollado a pasos agigantados en los últimos años. A pesar de que en su mayoría se ve gobernada por el uso de controladores lineales clásicos. Se ha encontrado la necesidad acerca del uso de controladores no lineales debido a que la mayoría de los sistemas reales son precisamente no lineales [1].

La exigencia que se pueda requerir de un controlador depende exclusivamente de la complejidad de los procesos y del tipo de respuesta que se busque obtener. Si bien, la no linealidad de un proceso no se puede cuantizar, ciertos procesos presentan características que incrementan el grado de complejidad de la planta. Por ejemplo, encontramos a sistemas con elevado retardo (se puede entender como retardo al tiempo que tarde en responder un sistema a partir de un cambio en la entrada de este). De acuerdo con [2], a grandes rasgos se considera elevado retardo cuando el tiempo muerto de un sistema es mucho mayor que la constante de tiempo de este. Este tipo de sistemas tienden a utilizar controles robustos o esquemas que reduzcan el tiempo muerto.

En este sentido el tipo de respuesta de un sistema es vital para sintonizar o colocar un controlador. Aunque la mayor parte de sistemas pueden ser aproximados como modelos de primer orden más tiempo muerto, existen otro tipo de procesos conocidos como sistemas integrantes. Los cuales se caracterizan por presentar un polo en el origen, encontrándose en el límite entre la estabilidad e inestabilidad. Esta clase de procesos son muy comunes y podemos encontrarlos en variables como nivel, posición, presión, entre otros [3].

Por otro lado, es importante considerar que un proceso real no actúa de manera excluida. Generalmente en una industria los procesos están compuestos por varias entradas y varias salidas. Estos sistemas son catalogados como MIMO (multiple input multiple output). Por lo que es necesario tener en cuenta que al encontrar una sinergia entre variables de entrada y salida es inevitable que éstas interactúen entre sí [4].

Como consecuencia se recurre a métodos de desacoplamiento que permitan controlar a las variables de manera independiente. Para este documento se utiliza el método de la matriz de ganancias relativas de Bristol (RGA). El cual determina el grado de interacción entre variables, y por ende brinda una guía acerca del uso o no de redes de desacoplamiento [4].

Una vez los procesos hayan sido aproximados de manera matemática el siguiente paso a seguir es el controlador. Partiendo de la base en que la mayoría de los procesos en la

actualidad son no lineales, el uso de un controlador robusto como el SMC es de vital importancia. Sin embargo, se toma también en cuenta que en gran parte de la industria se encuentra arraigado fuertemente el uso de un controlador clásico como el PID. Recurriendo así a técnicas de sintonización para ambos controladores basados en modelos de primer orden más tiempo muerto [4].

En este trabajo se propone la combinación de estructuras de control de dos grados de libertad y esquemas duales junto con el control por modos deslizantes. Con la finalidad de robustecer y mejorar la respuesta que se pueda obtener en comparación con el controlador PID y SMC tradicional. A fin de obtener de manera cuantitativa una real comparación acerca del rendimiento de los controladores se utiliza índices de desempeño como: ISE, TVU, máximo sobreimpulso y tiempo de asentamiento.

## **1.1 OBJETIVOS**

El objetivo general de este Proyecto Técnico es:

Diseñar, simular e implementar controladores por modos deslizantes basados en esquemas de control duales y de dos grados de libertad aplicados a un módulo real de temperatura (TCLab) y al modelo matemático de un evaporador de doble efecto.

Los objetivos específicos del Proyecto Técnico son:

- Estudiar los principios de diseño de los esquemas de control tipo SMC, 2DOF y Duales aplicados a sistemas de primer orden con retardo, además del comportamiento dinámico del evaporador de doble efecto y el funcionamiento del laboratorio de control de temperatura (TCLab).
- Diseñar los esquemas de control tipo SMC, 2DOF y Duales y aplicarlos a las plantas no lineales propuestas: laboratorio de control de temperatura (TCLab) y evaporador de doble efecto.
- Simular, implementar y comprobar el funcionamiento de los controladores diseñados en el programa Simulink de Matlab, mediante los índices de desempeño ISE, TVU, máximo sobre impulso y tiempos de asentamiento ante cambios de referencia y perturbaciones.
- Comparar los resultados de los esquemas de control diseñados con controladores SMC y PID, mediante los valores de los índices de desempeño y sus respuestas ante cambios de referencia y perturbaciones.

- Desarrollar una interfaz gráfica en Matlab para la visualización de los resultados obtenidos para el laboratorio de control de temperatura y evaporador de doble efecto.

## **1.2 ALCANCE**

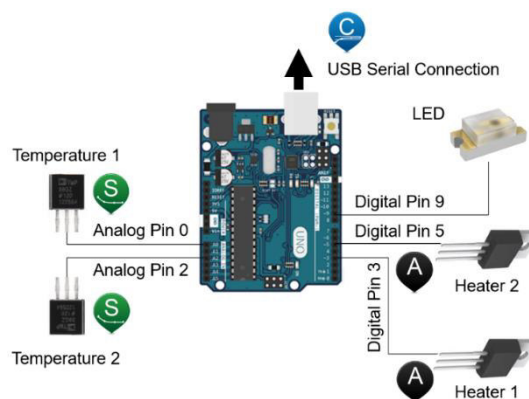
- Estudio correspondiente a los principios de diseño de los esquemas de control tipo PID, SMC, 2DOF y Duales.
- Recopilación bibliográfica sobre las plantas de interés: laboratorio de control de temperatura y evaporador de doble efecto, para el análisis de su dinámica y posterior aproximación, a sistemas de primer orden con tiempo muerto.
- Análisis de los sistemas multivariables mediante la matriz de ganancias relativas de Bristol (RGA) para el emparejamiento de variables controladas y manipuladas.
- Diseño de los desacopladores en base al grado de interacción obtenido a partir de la matriz de ganancias relativas de Bristol (RGA).
- Diseño de los esquemas de control tipo PID y Control por Modos Deslizantes para procesos aproximados a un sistema de primer orden con retardo.
- Diseño de los esquemas de control para Control por Modos Deslizantes basados en esquemas duales y de dos grados de libertad para procesos aproximados a un sistema de primer orden con retardo.
- Implementación en Simulink de Matlab de los esquemas de control diseñados en el Laboratorio de Control de Temperatura (TCLab).
- Simulación en Simulink de Matlab de los esquemas de control diseñados en el evaporador de doble efecto.
- Análisis de índices de desempeño como ISE, TVU, sobre impulso y tiempos de asentamiento ante cambios de referencia y perturbaciones en ambos sistemas.
- Comparación de los resultados obtenidos con los controladores propuestos, un SMC y un controlador PID.
- Desarrollo e implementación de una interfaz gráfica en Matlab para la presentación de los resultados obtenidos.

## 1.3 MARCO TEÓRICO

En este capítulo se expone la literatura y se detalla conceptos teóricos correspondientes a los sistemas no lineales: laboratorio de control de temperatura (TCLAB), evaporador de doble efecto, aproximación de sistemas de integrantes y de primer orden más retardo, sistemas multivariables, criterios de ajuste, filtros digitales, control tipo PID, control por modos deslizantes (SMC), predictor de Smith, esquemas de control de dos grados de libertad (2DOF), control basado en esquemas duales, índices de desempeño de controladores y gráficos radiales.

### 1.3.1. LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB)

En la Figura 1.1, se observa que el laboratorio de Control de Temperatura o TCLab es una aplicación de control por realimentación que utiliza una placa Arduino, un diodo LED, dos sensores de temperatura, dos calentadores (heaters) y una conexión USB serial [5].



**Figura 1.1.** Esquema del laboratorio de control de temperatura [5]

El TCLab está diseñado para que la salida de temperatura pueda ser ajustada a un valor de referencia deseado, a través de la implementación de un controlador por medio de software. La transferencia de energía se realiza por conducción, convección y radiación desde los calentadores hacia los sensores de temperatura [5], los cuales envían los datos correspondientes para cerrar el lazo de control.

Por otro lado, este módulo utiliza una conexión USB serial para realizar la comunicación con un computador, a través de diferentes softwares como: Python, MATLAB y Simulink [5], los cuales permiten monitorear y enviar los datos hacia el Arduino con el fin de realizar las acciones de control adecuadas. Adicionalmente, tal como se ve en la Figura 1.2, el laboratorio requiere de una fuente de alimentación de 5 [V] para su funcionamiento, los cuales pueden ser obtenidos de un cargador de celular y un cable de alimentación.



**Figura 1.2.** Conexión y energización del laboratorio de control de temperatura [5]

Además, al tratarse de un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas que presenta interacción entre sus variables de salida, comúnmente este módulo se utiliza para reforzar la teoría de modelado, estimación de parámetros y control de procesos [5].

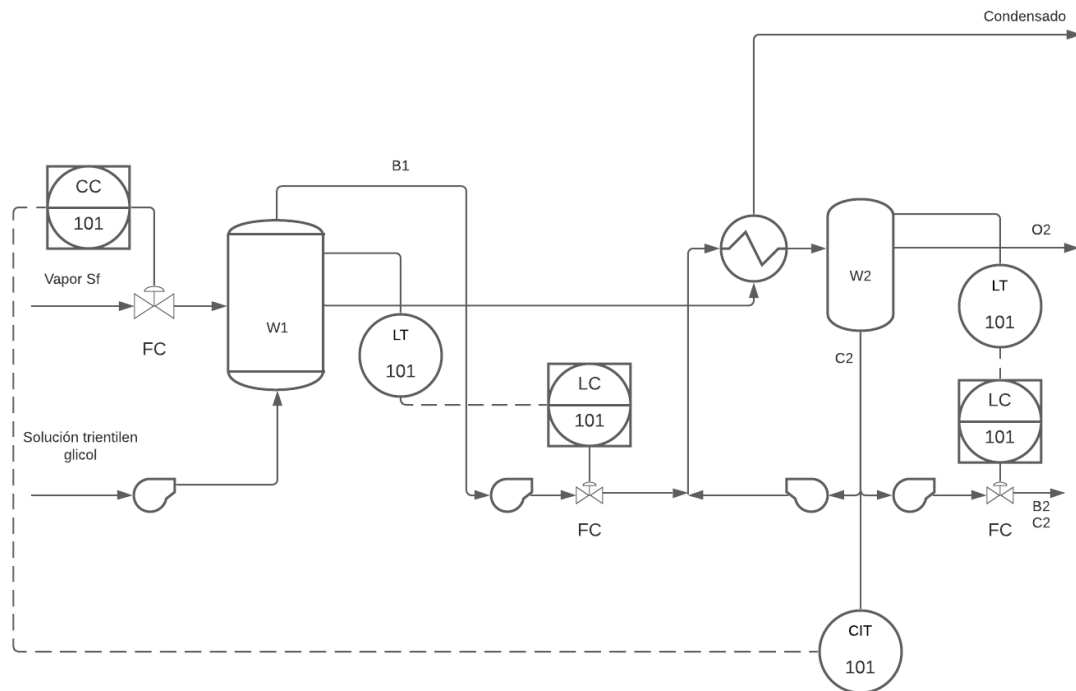
### 1.3.2. EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO

En la industria, específicamente en el área química, uno de los procesos más comunes a encontrar es la evaporación. Para ello se requiere de un evaporador, el mismo que puede componerse por una o varias etapas. En este caso el evaporador consta de dos etapas, por lo que corresponde a un evaporador de múltiples efectos.

A grandes rasgos, se puede describir el funcionamiento de un evaporador como la concentración de una solución. Para ello, se busca evaporar la sustancia en la cual esté disuelta el soluto mediante el incremento de temperatura. La concentración final que se obtenga incrementará de acuerdo con la calidad y al número de etapas de evaporación. [6]

Es importante también señalar que no solo la industria química hace uso de los beneficios que presenta el proceso de evaporación. Sino que se ha extendido su utilización en el área de la industria alimenticia [6].

Este documento centra su atención en el comportamiento del evaporador de doble efecto descrito en [7] e indicado en la Figura 1.3. El cual tiene por objeto la concentración de una solución de trietilenglicol (TEG) con agua. Este tipo de químicos es comúnmente utilizado para la deshidratación de gas natural. Además, que ha sido aprovechado, en menor medida en la industria textil, papelera e incluso en el área automovilística (especialmente en los frenos de vehículos) [8] [9].



**Figura 1.3.** Diagrama P&ID del Evaporador de doble efecto [7]

### 1.3.3. APROXIMACIÓN A SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

El control de procesos hoy en día requiere del desarrollo de controladores robustos, diseñados a la medida del proceso que se desea controlar. Como consecuencia, un adecuado diseño y sintonización de controladores considera el comportamiento de la planta de manera matemática. Tradicionalmente, esto se logra a través de las ecuaciones matemáticas que rigen el comportamiento del sistema.

No obstante, siempre existen factores en una planta, los cuales son complejos de cuantificar o determinar de manera exacta a través de ecuaciones. Ya que, se necesita considerar factores como el deterioro de los materiales a través del tiempo, variación de las condiciones ambientales, cambio de elementos debido a mantenimiento, entre otros. Por lo que, se recurre al proceso del modelado empírico. A través de este modelado solo se requiere de la señal de control que permite la manipulación de variables y la variable de salida del sistema [4].

El modelado empírico busca aproximar el comportamiento del proceso a sistemas mucho más sencillos, dependiendo del tipo de respuesta que se obtenga. Debido a la naturaleza de las variables con las que se trabaja en este documento, las aproximaciones serán a sistemas de primer orden más tiempo muerto (FOPDT) y sistemas integrantes de primer orden más tiempo muerto (IFOPDT).

Ambas aproximaciones consideran una función de transferencia específica. Los sistemas FOPDT tienen la forma descrita en la ecuación 1.1. Mientras que los sistemas IFOPDT se basan en la ecuación 1.2.

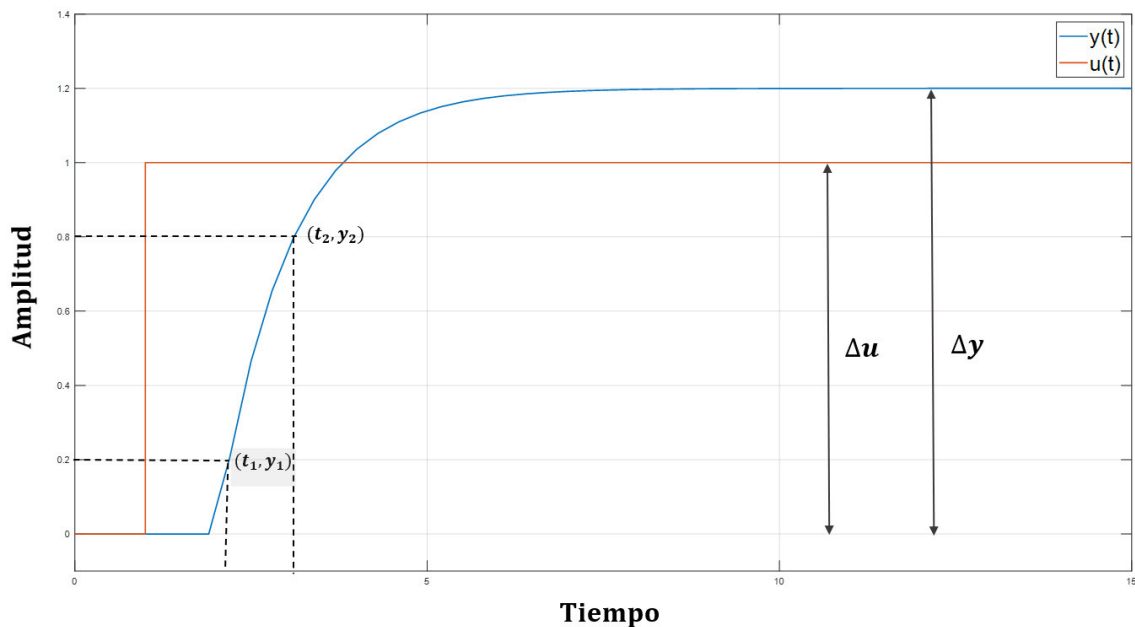
$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (1.1)$$

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)} e^{-t_0 s} \quad (1.2)$$

Donde:

- $K$  : Ganancia del modelo
- $t_0$  : Tiempo muerto del modelo
- $\tau$  : Constante de tiempo del modelo

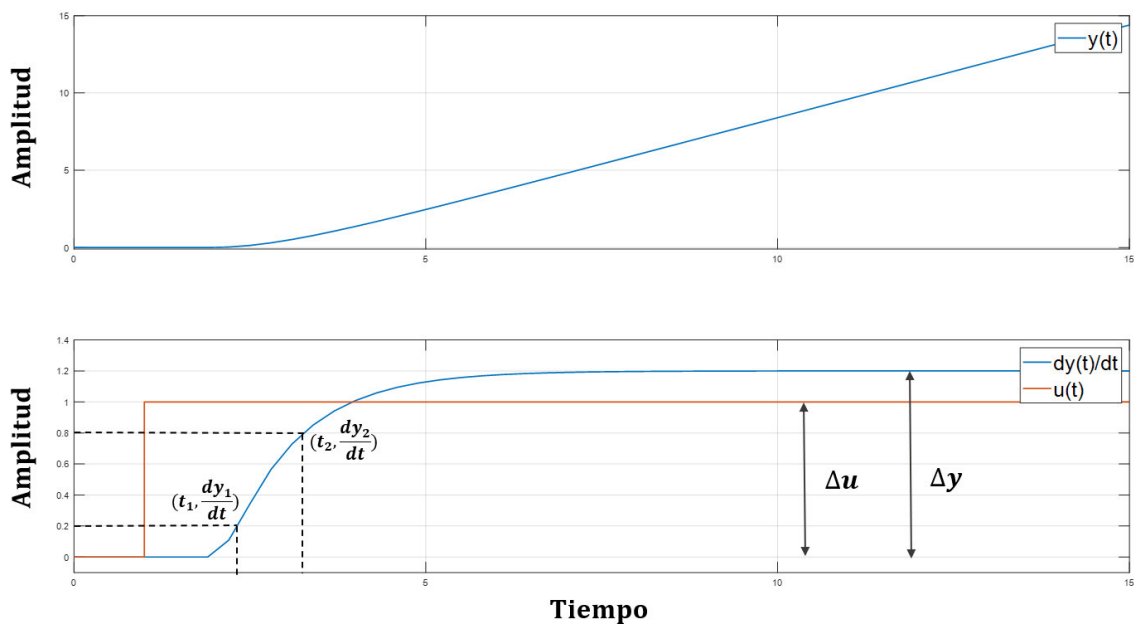
La aproximación a sistemas de primer orden se basa en la curva de reacción del proceso en lazo abierto. En otras palabras, para realizar el modelo empírico se necesita que el sistema tenga por entrada una señal tipo escalón, y con ello considerar la respuesta del sistema hasta que se estabilice [4]. La entrada del sistema se considera a la señal de control  $u(t)$  mientras que a la salida como  $y(t)$ . Un ejemplo de curva de reacción de un sistema FOPDT se observa en la Figura 1.4.



**Figura 1.4.** Curva de reacción de un sistema FOPDT [4]

Existen diversos procedimientos con los cuales caracterizar al sistema mediante la curva reacción. En este caso, se utilizarán métodos basados en los dos puntos, técnicas que serán explicadas con más detalle en las secciones 1.3.3.1 y 1.3.3.2. Para este procedimiento se requiere tanto la variación del escalón de entrada  $\Delta u$  como la variación del valor en estado estable de la salida  $\Delta y$ .

Por otro lado, para caracterizar a un sistema integrante de primer orden más tiempo muerto. Se debe considerar las particularidades de este. Ya que, de acuerdo con la función de transferencia de la ecuación 1.2 el sistema presenta un polo en el origen. Debido a esto, la respuesta obtenida se asemeja a una señal tipo rampa. Como solución a esto, se utiliza el método experimental desarrollado por Henríquez y Martínez en [10]. Donde se deriva la salida del sistema obteniendo así una respuesta similar a la de primer orden más tiempo muerto. En otras palabras, al derivar la respuesta del proceso se trabaja como si el sistema fuese FOPDT.



**Figura 1.5.** a) Respuesta de un sistema IFOPDT b) Curva de reacción de un sistema IFOPDT mediante su derivada [11]

La caracterización de sistemas de primer orden más tiempo muerto se la realiza mediante el método de los dos puntos propuesto por Smith y descrito por Alfaro en [11]. En este documento se utilizará el método de Smith y el método de Alfaro. Ambos consisten en tomar dos puntos específicos de la curva de reacción y hallar el tiempo en el que la respuesta alcanza dichos puntos.



### 1.3.3.1. Método de Smith

El método de Smith o el método de dos puntos por excelencia, propone calcular los parámetros de un modelo de primer orden más tiempo muerto en base a los tiempos que necesita el sistema para alcanzar el 28.3% y 63.2% de la variación del valor en estado estable de la salida  $\Delta y$ . Esto puede observarse en la ecuación 1.3 y 1.4.[11]

Además, la ganancia del modelo se define como la relación entre la variación de la salida y la variación de la entrada del sistema. Esto se presenta en la ecuación 1.5.

$$\tau = 1.5 ( t_{63\%} - t_{28\%} ) \quad (1.3)$$

$$t_0 = t_{63\%} - \tau \quad (1.4)$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (1.5)$$

Donde:

$\Delta y$  : Variación total de la salida

$\Delta u$  : Variación total de la entrada

### 1.3.3.2. Método de Alfaro

El método de Alfaro sigue la línea del método de los dos puntos de Smith donde se propone calcular los parámetros de un modelo de primer orden más tiempo muerto en base a los tiempos que necesita el sistema para alcanzar dos puntos específicos de la respuesta del proceso. En este caso se utiliza el 25% y 75% de la variación del valor en estado estable de la salida  $\Delta y$ . De manera análoga, la ganancia del modelo se define en función de la variación de la salida y la variación de la entrada del sistema.

Las ecuaciones para la aproximación de modelos FOPDT mediante Alfaro se detalla en 1.6, 1.7 y 1.8.

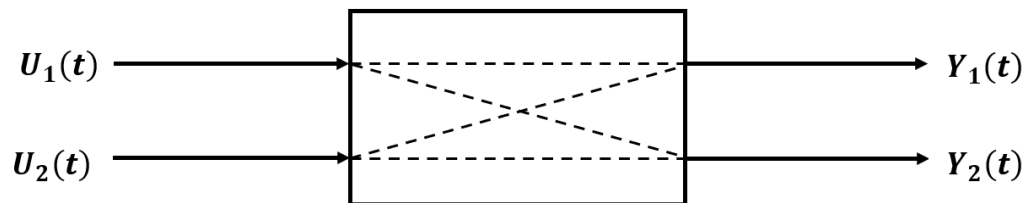
$$\tau = 0.91 ( t_{75\%} - t_{25\%} ) \quad (1.6)$$

$$t_0 = 1.262 t_{25\%} - 0.262 t_{75\%} \quad (1.7)$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (1.8)$$

### 1.3.4. SISTEMAS DE MÚLTIPLES ENTRADAS Y MÚLTIPLES SALIDAS

Los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), tal como su nombre lo indica, son sistemas que cuentan con dos o más variables de entrada y dos o más variables de salida, las cuales están relacionadas entre sí debido a la estructura interna propia del sistema, tal como se puede observar en la Figura 1.6.



**Figura 1.6.** Diagrama de un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas [12]

Los sistemas MIMO normalmente muestran interacción entre variables involucradas en el proceso, lo cual representa un aumento en la dificultad para diseñar las leyes y los esquemas de control [4]. Esta interacción representa un problema al momento de plantear estrategias de control en el proceso, debido al efecto que tiene cada variable manipulada sobre las variables a controlador, ya que esta puede interferir en mayor o menor medida en la respuesta de cada salida del sistema.

Una forma común de darle solución al problema de interacción entre variables es mediante la aplicación de un control descentralizado, es decir, el manejo de las salidas de forma independiente [4]. Para ello, es necesario el desarrollo de desacopladores mediante funciones de transferencia, los cuales permiten reducir o eliminar la interacción y agrupar a las variables manipuladas y controladas en pares, con el fin de trabajar con varios sistemas SISO independientes.

#### 1.3.4.1. Interacción de Variables

Por lo general, si un cambio en una variable manipulada produce un efecto sobre dos o más variables controladas, se puede concluir que existe una interacción propia en la estructura interna del sistema o proceso.

Para realizar un análisis y diseño de esquemas de control descentralizados se requiere medir el nivel de interacción que presentan las variables para establecer criterios de emparejamiento adecuados [4]. Una de las formas más utilizadas para determinar de manera cuantitativa este nivel de interacción es a través del cálculo de la matriz RGA propuesta por Bristol. Las ecuaciones que permiten calcular esta matriz son las siguientes:

$$G(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (1.9)$$

$$\Lambda = G(0) \circ [G(0)^{-1}]^T \quad (1.10)$$

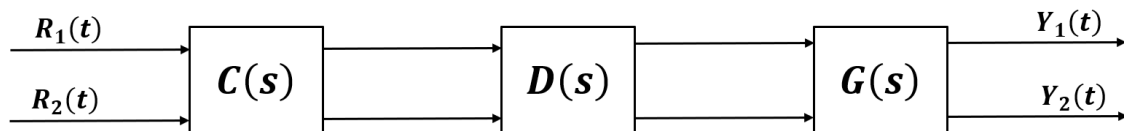
Donde la Ecuación 1.9 permite encontrar los valores de las ganancias en estado estable del sistema, mientras que la Ecuación 1.10 da como resultado la matriz RGA propiamente dicha. Cabe mencionar que el símbolo  $\circ$  representa una operación especial entre matrices, denominada producto Schur o producto Hadamard, el cual se consigue multiplicando elemento a elemento los términos de cada matriz.

Adicionalmente, la matriz RGA cuenta con las propiedades de: 1) ser normalizada, 2) ser adimensional, 3) la suma de los elementos de cada columna y cada fila es igual a 1 y 4) la matriz proporciona una medición de la sensibilidad que tiene ante los cambios de ganancia [4].

Finalmente, para la interpretación y análisis de la matriz RGA es importante tomar en cuenta las siguientes consideraciones para el emparejamiento de variables controladas y manipuladas: 1) priorizar un emparejamiento diagonal de los elementos que conforman la matriz *RGA*, 2) evitar el emparejamiento de elementos negativos de la matriz *RGA* y 3) si los valores diagonales de la matriz son positivos y muy elevados existe la posibilidad de que el desarrollo de controladores de forma diagonal se torne difícil [4].

### 1.3.4.2. Desacoplamiento de Variables

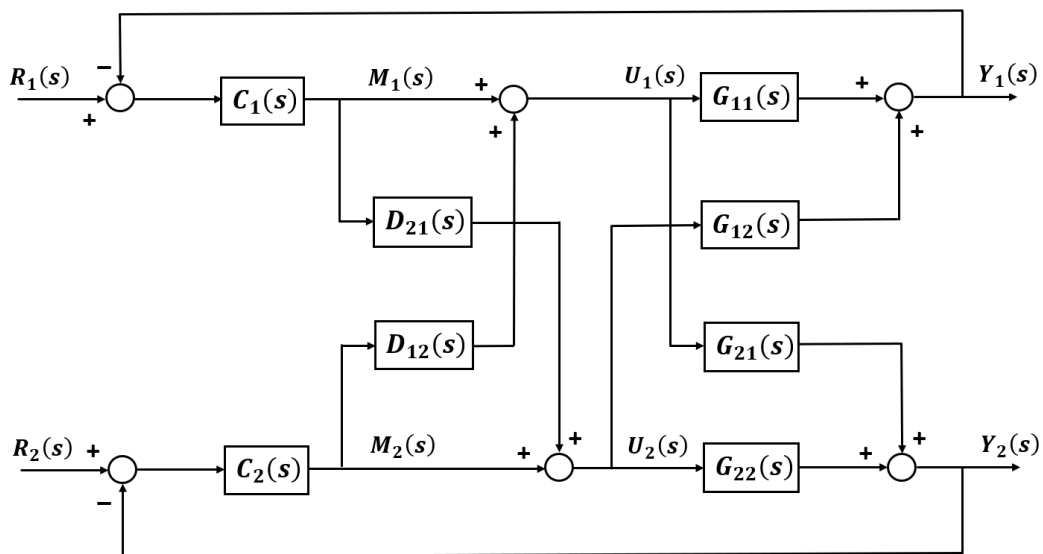
Los desacopladores teóricamente permiten reducir y eliminar las interacciones en el proceso otorgando estabilidad en lazo cerrado y evitando que un cambio de referencia de una variable controlada tenga un efecto sobre otra variable controlada. Sin embargo, en la práctica el diseño de desacopladores puede presentar ciertas incertidumbres o imperfecciones sumado al hecho de que en ocasiones los desacopladores no pueden ser implementados físicamente, lo cual provoca que las interacciones no puedan ser eliminadas completamente [4]. En la Figura 1.7, se muestra la estructura general para un sistema que cuenta con desacopladores:



**Figura 1.7.** Estructura general de un sistema TITO con desacopladores [13]

Los desacopladores pueden ser estáticos, donde su diseño únicamente considera las ganancias en estado estable del sistema. Normalmente, estos desacopladores se utilizan cuando las dinámicas de orden superior no son un elemento importante dentro de la interacción de las variables. No obstante, también se pueden diseñar desacopladores dinámicos considerando los tiempos muertos y las constantes de tiempo de las salidas. Usualmente suelen descartarse ya que el aumentar el tiempo muerto reduce la controlabilidad de lazo de realimentación [14].

La Figura 1.8 muestra el diagrama de bloques general de un sistema de dos entradas y dos salidas (TITO) con desacopladores.



**Figura 1.8.** Diagrama de bloques de un sistema TITO con desacopladores [13]

Para un sistema que cuenta con desacopladores estáticos las funciones de transferencia  $D_{12}(s)$  y  $D_{21}(s)$  vienen representadas de la siguiente manera:

$$D_{12}(s) = -\frac{K_{12}}{K_{11}} \quad (1.21)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{K_{21}}{K_{22}} \quad (1.32)$$

Mientras que, para un sistema TITO con desacopladores dinámicos las Ecuaciones 1.13 y 1.14 representan las funciones de transferencia correspondientes.

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (1.43)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (1.54)$$

### 1.3.5. CRITERIOS DE AJUSTE

Modelar o aproximar un sistema requiere de una validación rigurosa. Ya que cada caso puede variar de acuerdo con las circunstancias con las que se realice el proceso de modelado. Para escoger el mejor modelo o el que más se ajuste al proceso real se necesita tener en cuenta no solo la técnica que se utilice. Sino también valores promedio en caso de que la señal con la que se trabaje tenga un ruido elevado. Con el fin de cuantizar que tan parecido es el modelo con respecto a la señal original se utiliza criterios de ajuste. En este trabajo se ha escogido el criterio  $R^2$  y  $FIT$ .

#### 1.3.5.1. Coeficiente $R^2$

De acuerdo con [15] este índice representa el porcentaje de proximidad entre los datos del modelo y el sistema real. Tradicionalmente este valor está dado en por unidad. No obstante, la ecuación 1.15 expresa su valor en porcentaje.

$$R^2 = \left( 1 - \frac{\sum (y_r - y_m)^2}{\sum (y_r - y_p)^2} \right) \times 100 \quad (1.15)$$

Donde:

- $y_m$  : Valores del modelo aproximado del sistema
- $y_r$  : Valores del sistema real
- $y_p$  : Valor promedio total del sistema real

#### 1.3.5.2. Coeficiente $FIT$

El coeficiente FIT según Wibowo y Saad en [16] indica el porcentaje de ajuste entre dos señales. En otras palabras, es posible determinar que tanto se parece un modelo con respecto a la señal original.

$$FIT = \left( 1 - \frac{\sum |y_r - y_m|}{\sum |y_r - y_p|} \right) \times 100 \quad (1.16)$$

Donde:

- $y_m$  : Valores del modelo aproximado del sistema
- $y_r$  : Valores del sistema real
- $y_p$  : Valor promedio total del sistema real

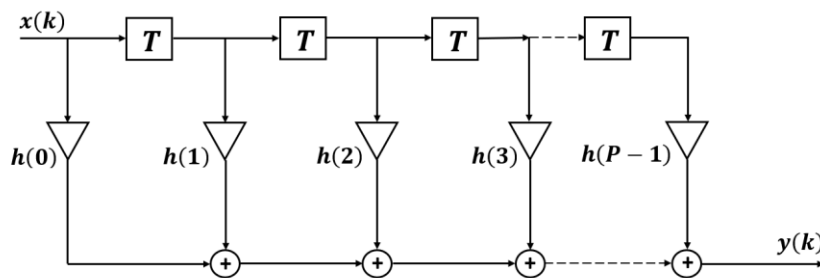
### 1.3.6. FILTROS DIGITALES

Los filtros digitales son sistemas que modifican el comportamiento de una señal en el dominio de la frecuencia, no obstante, es necesario que trabajen con señales en tiempo discreto. Estos filtros son diseñados en el dominio de Z o mediante ecuaciones en diferencias, debido a que trabajan con señales discretizadas [17]. La Ecuación 1.17 representa la expresión general utilizada para describir un filtro digital de un sistema lineal invariante en el tiempo:

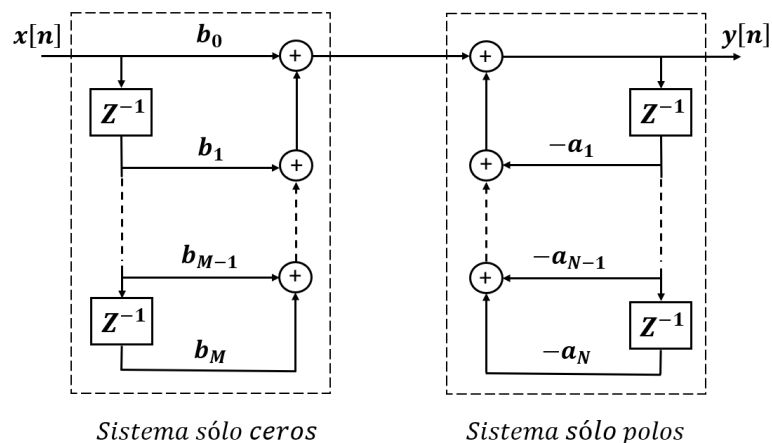
$$y[n] = - \sum_{k=1}^N a_k y[n - k] + \sum_{k=0}^M b_k x[n - k] \quad (1.67)$$

Donde  $y[n]$  representa la señal de salida filtrada, mientras que  $x[n]$  representa la señal de entrada original sin filtrar y  $a_k$  y  $b_k$  corresponden a los coeficientes de ponderación del filtro.

Los filtros digitales pueden ser de dos tipos: filtros de respuesta al impulso finita (FIR), los cuales tienen coeficientes  $a_k$  iguales a cero; y, filtros de respuesta al impulso infinita (IIR), donde los coeficientes  $a_k$  y  $b_k$  son diferentes de cero [17]. El diagrama de bloques de un filtro digital FIR e IIR se muestra a continuación en la Figura 1.9 y 1.10, respectivamente.



**Figura 1.9.** Diagrama de bloques de un filtro digital FIR [18]



**Figura 1.10.** Diagrama de bloques de un filtro digital IIR [17]

Ahora, para el diseño de filtros hay que tener en cuenta ciertas consideraciones que determinan la calidad y el correcto funcionamiento de estos. Entre las más importantes tenemos: 1) complejidad computacional determinada por la cantidad de operaciones necesarias para determinar la salida filtrada, 2) requisitos de memoria dados por el tamaño de los datos a almacenar para su posterior operación y 3) extensión de la palabra que hace referencia a la precisión de los resultados para obtener una respuesta satisfactoria e la salida del filtro [18].

Por otro lado, existen diversos métodos empleados para el diseño e implementación de filtros digitales, entre los cuales tenemos: muestreo por frecuencia, rizado constante y método en base a ventanas [18]. En este último, las ventanas se utilizan para limitar la duración de la señal del filtro expresada en el dominio del tiempo, ya que idealmente dicha señal posee una duración infinita. Esto permite que se puedan analizar y procesar señales reales con una duración finita [17]. El método en base a ventanas será empleado en el presente trabajo de titulación, por lo que a continuación, se presentan los principales tipos de ventanas que pueden ser empleadas para el diseño de filtros digitales.

#### **1.3.6.1. Ventana Rectangular**

La ventana rectangular suele ser llamada ventana uniforme [19], y como su nombre lo indica toma valores de 1 para cierto rango de valores de  $N$  y un valor de 0 para el resto de los valores en tiempo discreto. Esta ventana se utiliza para hallar transitorios con una duración inferior a la duración de la ventana [41].

#### **1.3.6.2. Ventana Gaussiana**

La ventana gaussiana basa su principio en el límite de Garbor, donde se establece que no se puede conocer la señal y la transformada de Fourier de forma simultánea [19]. Por lo tanto, esta ventana viene representada por funciones de tipo exponencial decreciente para cierto rango de valores de  $N$ , mientras que toma una magnitud de 0 para el resto de los valores de  $N$ . Normalmente, la ventana gaussiana se emplea para propósitos generales como el análisis de sistemas y detección de transitorios [41].

#### **1.3.6.3. Ventana de Parzen**

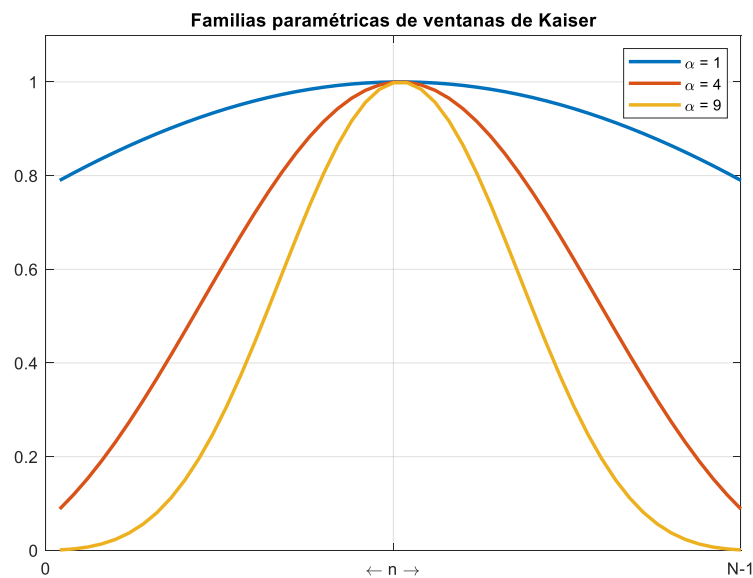
La ventana de Parzen denominada venta Vallé – Poussin se considera una aproximación en forma cúbica de la ventana Gaussiana, ya que se encuentra descrita en intervalos resultantes de la convolución de ventanas triangulares de un ancho de  $N/2$  o  $N/4$  [19], dependiendo de las características que se requiera para la ventana. Esta ventana usualmente se emplea para procesar señales o tonos de voz [41].

#### 1.3.6.4. Ventana Exponencial

La ventana exponencial o también conocida como ventana de Poisson pertenece al grupo de ventanas que vienen descritas por exponenciales de forma decreciente, donde se involucra una constante de tiempo denominada  $\alpha$ , la cual permite modificar el ancho de banda los lóbulos que produce la ventana [19]. Esta ventana se utiliza para detectar transitorios que poseen una duración más prolongada que la duración de la ventana [41].

#### 1.3.6.5. Ventana de Kaiser

La ventana de Kaiser se presenta como una función parametrizada de orden cero, donde es posible modificar la energía del ancho de banda a partir del parámetro  $\alpha$ . La ventana de Kaiser suele ser empleada para separar tonos con frecuencias muy cercanas en el espectro, pero que tienen una diferencia de amplitud considerable [41]. Al igual que en la ventana exponencial, este parámetro permite aumentar o disminuir el nivel y el ancho de banda de los lóbulos [19], tal como se observa en la Figura 1.11, donde se muestra las diferentes ventanas de Kaiser obtenidas a partir de diferentes valores de  $\alpha$ .



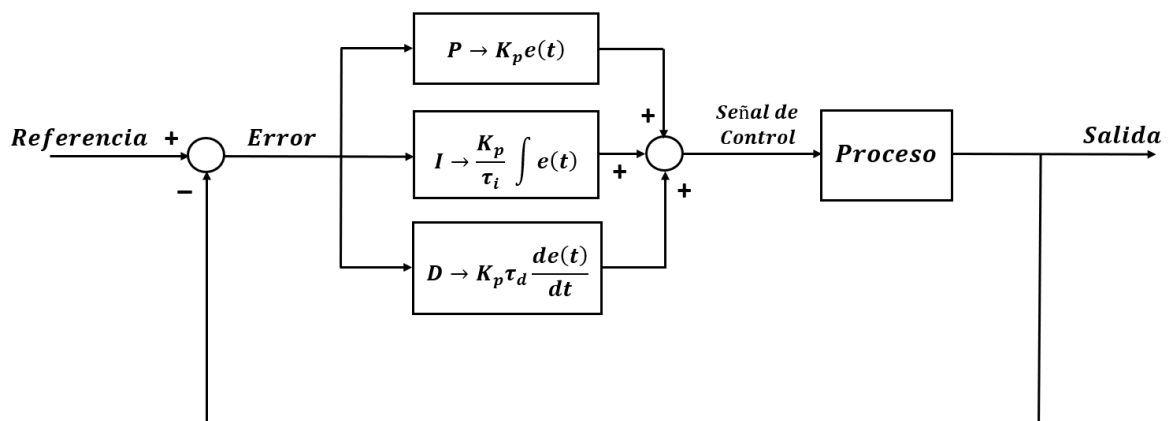
**Figura 1.11.** Familia de ventanas de Kaiser en el dominio del tiempo para diferentes valores de  $\alpha$  [20]

Finalmente, cabe mencionar que Matlab y Simulink poseen instrucciones y bloques, respectivamente, que se utilizan para implementar filtros digitales y los cuales fueron utilizados en el desarrollo del presente trabajo debido a su sencillez y fácil configuración. Por ende, únicamente es necesario configurar los parámetros adecuados en función del tipo de filtro escogido, para lo cual existe documentación en la página oficial de MathWorks que sirven como guía para el diseño de este tipo de filtros.



### 1.3.7. CONTROL PROPORCIONAL – INTEGRAL – DERIVATIVO (PID)

Aunque en los últimos años se han estudiado y desarrollado nuevos algoritmos de control para procesos industriales, más del 90% de los controladores a nivel industrial basan su funcionamiento en la ley de control que proporciona un controlador proporcional – integral – derivativo o mejor conocido como PID [21]. Esto se debe principalmente a su fácil implementación y sintonización, ya que solamente es necesario determinar el valor de 3 parámetros para que este algoritmo pueda funcionar correctamente. En la Figura 1.12 se muestra la estructura en diagrama de bloques de un controlador PID:



**Figura 1.12.** Sistema de control proporcional – integral – derivativo (PID) [21]

La Ecuación 1.18 indica la ley de control de un PID en el dominio del tiempo, mientras que la Ecuación 1.19 presenta la misma ley de control como una función de transferencia en el dominio de Laplace o “s”.

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t) + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.18)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right] \quad (1.19)$$

Donde:

- $K_p$  : Constante proporcional
- $\tau_i$  : Constante de tiempo integral
- $\tau_d$  : Constante de tiempo derivativa
- $e(t)$  : Error del sistema

Este controlador posee 3 tipos de acciones diferentes: la acción proporcional que permite aumentar o disminuir el error del sistema mediante el uso de una constante proporcional

( $K_p$ ) [21]; la acción integral que atenúa y elimina el error de posición a través de una constante de tiempo integral ( $\tau_i$ ) y, por último, la acción derivativa que modifica el error en función de la razón de cambio de la entrada por medio de una constante de tiempo derivativa ( $\tau_d$ ).

Para la calibración de los parámetros  $K_p$ ,  $\tau_i$  y  $\tau_d$  del controlador PID pueden utilizarse métodos de sintonización a lazo abierto basados en la curva de reacción de la respuesta del sistema. Estos métodos utilizan los parámetros característicos del modelo matemático aproximado FOPDT que representa de la salida del proceso.

En la Tabla 1.1 se presentan las ecuaciones de sintonización del método de Ziegler – Nichols, mientras que en la Tabla 1.2 se muestran las ecuaciones correspondientes al método de sintonización de Dahlin. En ambos casos, se utilizan 3 parámetros: la ganancia del modelo ( $K$ ), la constante de tiempo ( $\tau$ ) y el retardo o tiempo muerto del modelo ( $t_0$ ).

**Tabla 1.1.** Ecuaciones de sintonización de controladores tipo PID por el método de Ziegler – Nichols [4]

Control	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
P	$\frac{1}{K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	–	–
PI	$\frac{0.9}{K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$3.33t_0$	–
PID	$\frac{1.2}{K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$2t_0$	$\frac{t_0}{2}$

**Tabla 1.2.** Ecuaciones de sintonización de controladores PID por el método de Dahlin [4]

Control	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
PID	$\frac{1}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$\tau$	$\frac{t_0}{2}$

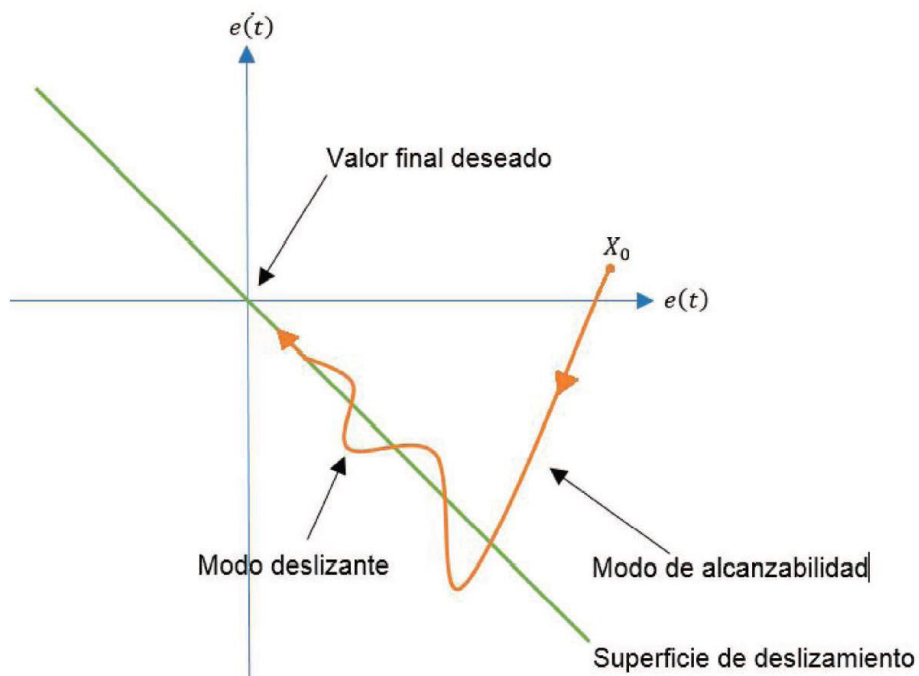
### 1.3.8. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES (SMC)

El control por modos deslizantes es una técnica que ofrece un control robusto y que puede ser utilizado con éxito tanto para procesos lineales como no lineales. De acuerdo con Camacho, Rosales y Rivas [4] una característica determinante que aventaja a este controlador es la insensibilidad que presenta ante cambios en los parámetros del sistema o perturbaciones externas al mismo. Se basa el diseño de este control en el comportamiento del sistema, por lo que ningún controlador SMC será igual entre diferentes

plantas por más que se sintonice de manera similar. No obstante, no se requiere de un modelado del proceso tan preciso ya que la robustez del controlador compensa los errores que se puedan tener al caracterizar el sistema. Además, al considerar todo el comportamiento de la planta, el controlador también tiene en cuenta las limitaciones que puedan presentar los actuadores u otros elementos.

Este tipo de control parte de una superficie deslizante, la cual representa el comportamiento deseado del proceso. En otras palabras, el controlador buscará que el punto de operación del proceso se mueva hacia la superficie deslizante (modo de alcanzabilidad). Una vez que llegue a la superficie, el controlador mueve el punto de operación del proceso hasta alcanzar la referencia requerida (modo de deslizamiento). Siguiendo así el recorrido de la superficie. Esta idea de control se ve reflejada en la Figura 1.13. Para que el controlador consiga llegar al punto de operación de consigna, tanto el error como la derivada del mismo debe ser cero. Para ello el controlador por modos deslizantes considera que el valor de la superficie debe ser constante, requiriéndose que se cumpla con la condición descrita en la ecuación 1.20.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (1.20)$$



**Figura 1.13.** Interpretación gráfica SMC [4]

De manera consecuente con los modos de trabajo del controlador, la estructura de control se compone de dos partes. Por un lado, se tiene la ley de control continua  $U_c(t)$ , que

actuará en todo momento con el fin de llevar al proceso al punto de operación deseado. En otras palabras, se encargará del modo deslizante. Para el diseño de esta sección de la ley de control se considera tanto la superficie deseada como el modelo de la planta con la cual se trabajará. Asimismo, encontramos la ley de control discontinua  $U_D(t)$ . Se encargará de mantener al punto de operación dentro de la superficie deslizante. Es por ello que se la designa como discontinua ya que actuará solamente cuando el punto de operación se encuentre fuera de la superficie [4].

Le ley de control final se compone por la suma de ambas señales de control.

$$U_{SMC}(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (1.21)$$

El esquema de control puede ser observado en la figura 1.14.

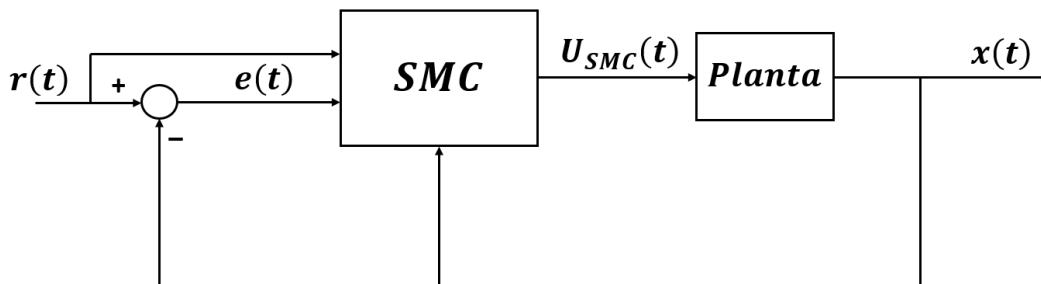


Figura 1.14. Esquema de control SMC [4]

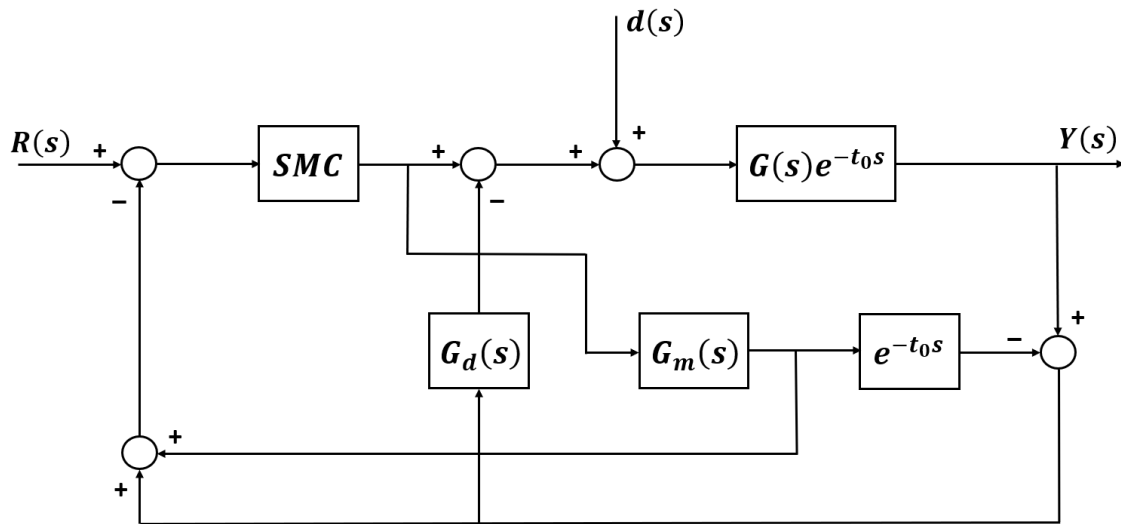
### 1.3.8.1. Predictor de Smith para sistemas integrantes

Entre las múltiples características que se puede encontrar en una planta real, el tiempo muerto es una de las características que estará presente con mayor frecuencia. Ya sea que se genere por la comunicación entre el control, los sensores y actuadores, o tiempos muertos provocados por el mismo proceso. A pesar de que los controladores robustos son capaces de lidiar con los retardos en su mayoría, existen casos donde el sistema puede presentar un elevado retardo. Siendo entendido como elevado cuando el tiempo muerto del sistema es mayor que la constante de tiempo del propio proceso.

Una de las soluciones para estos casos es el uso de un Predictor de Smith (SP) o Compensador de tiempo muerto (DTC). Esta estructura permite anular o reducir en su mayoría al retardo. Es necesario aclarar que una buena reducción en el tiempo muerto depende del modelado que se realice del sistema. Ya que mientras mejor sea la aproximación, se reducirá o anulará de mejor manera el retardo [2].

Ahora bien, si se habla de un sistema integrante la complejidad del proceso incrementa aún más si se presenta un elevado retardo. Por tal razón, Camacho y de la Cruz presentan

en [2] un Predictor de Smith con la estructura vista en la Figura 1.15. Es importante añadir que la estructura de control ha sido diseñada y asociada con un controlador por modos deslizantes. A esta estructura combinada se la denomina como Predictor de Smith basado en controlador por modos deslizantes (SP – SMC).



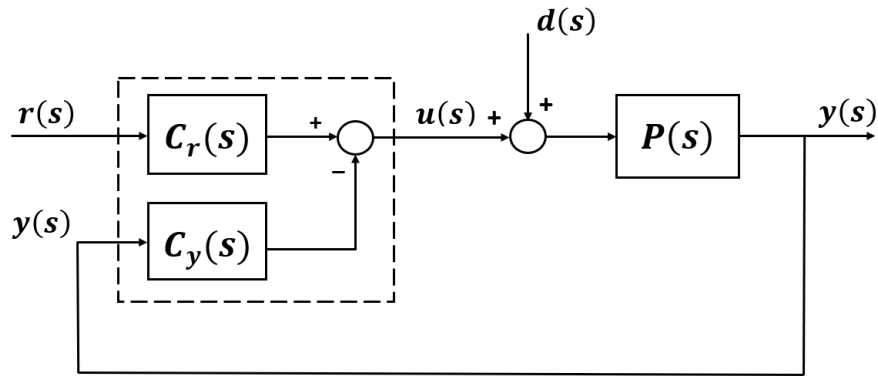
**Figura 1.15.** Predictor de Smith propuesto por De la Cruz y Camacho [2]

Este esquema de control se caracteriza de buena manera por rechazar a perturbaciones de carga constantes ya que añade el controlador  $G_d(s)$ .

### 1.3.9. CONTROL PID DE DOS GRADOS DE LIBERTAD (PID – 2DOF)

Los grados de libertad de un sistema de control se refieren al número funciones de transferencia en lazo cerrado que pueden ser ajustadas o sintonizadas de forma independiente [22]. En consecuencia, el planteamiento de añadir una función de transferencia en lazo cerrado adicional a los controladores de un solo grado de libertad o “1DOF”, tiene como propósito otorgar al sistema de control la capacidad de manejar la señal de consigna y la señal de salida de forma individual [23].

Tomando en cuenta la premisa anterior, los controladores de dos grados de libertad abreviados como “2DOF” han sido desarrollados para cumplir con dos condiciones simultáneamente: otorgar un adecuado rechazo ante perturbaciones o control regulatorio y proporcionar un buen seguimiento de referencia o servo control [23]. En la Figura 1.16, se observa el diagrama de bloques de un proceso que cuenta con un sistema de control de dos grados de libertad, donde la señal de referencia y la señal de salida realimentada están conectadas a un bloque o función de transferencia de forma individual, tal como se mencionó anteriormente.



**Figura 1.16.** Sistema de control de dos grados de libertad [23]

Por otra parte, si bien los controladores PID convencionales han demostrado un buen desempeño a lo largo de los años, estos cuentan únicamente con un grado de libertad, por lo que normalmente son sintonizados para mantener un equilibrio entre un buen seguimiento de referencia y un correcto rechazo a perturbaciones [23], ya que difícilmente pueden cumplir ambas condiciones al mismo tiempo y de manera satisfactoria. Entonces, la formulación de un controlador PID de dos grados de libertad (PID – 2DOF) tiene como fin obtener un controlador capaz de aprovechar las bondades de los sistemas de control 2DOF y aplicarlas en el esquema de control de un PID. Por lo tanto, para realizar el diseño de un controlador PID – 2DOF es necesario partir de la Ecuación 1.18 que describe la ley de control de un PID y, realizando las modificaciones respectivas se obtiene como resultado la ley de control general para un PID de dos grados de libertad:

$$u(t) = K_p \left[ e_p(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e_i(t) + \tau_d \frac{de_d(t)}{dt} \right] \quad (1.22)$$

Donde cada uno de los errores se expresan de la siguiente manera:

$$e_p(t) = \beta r(t) - x(t) \quad (1.23)$$

$$e_i(t) = r(t) - x(t) \quad (1.24)$$

$$e_d(t) = \gamma r(t) - x(t) \quad (1.25)$$

Donde:

$r(t)$  : Señal de referencia del sistema

$x(t)$  : Señal de salida realimentada del sistema

Los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ , conocidos como factores de peso de la señal de referencia, proporcionan una ventaja significativa frente a los controladores PID con un grado de

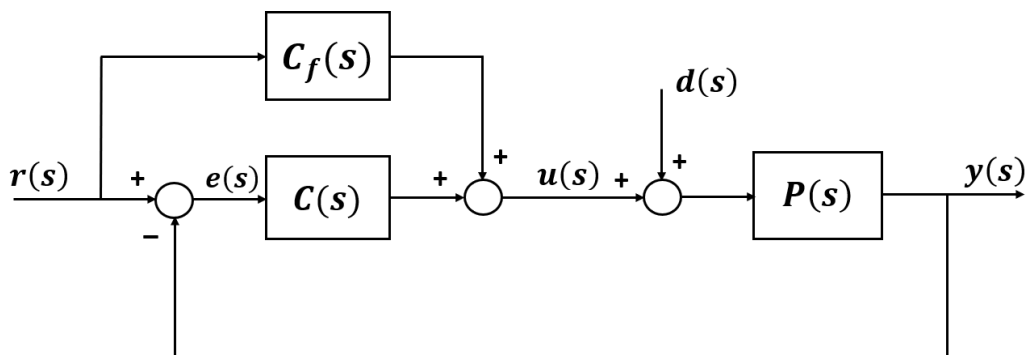
libertad, ya que de cierta manera permiten desacoplar la respuesta del sistema ante cambios de referencia de la respuesta ante perturbaciones. Además, es importante señalar que el error integral no cuenta con uno de estos factores debido a los requerimientos de estabilidad del sistema [22] [24].

Por otro lado, el controlador PID – 2DOF se considera un sistema de dos entradas y una salida debido a que se toma como entradas a la señal de referencia  $r(s)$  y la realimentación de la salida  $y(s)$  mientras que la señal de control resultante  $u(s)$  es tomada como la salida [25]. Este controlador puede ser representado en base a diferentes esquemas o estructuras, las cuales únicamente corresponden a diferentes formas de expresar la misma ley de control.

Comúnmente, estas estructuras suelen ser utilizadas para observar los efectos que tiene un controlador de dos grados de libertad sobre un sistema, así como para desarrollar algoritmos eficientes que permitan implementar este tipo de controladores de forma digital [22]. Por lo tanto, los esquemas que se presentan a continuación pueden ser utilizados y modificados en función de las necesidades del proceso y de los procedimientos que deseen ser desarrollados como por ejemplo algoritmos de sintonización, implementación de mecanismos anti – windup, optimización, entre otros.

### 1.3.9.1. Controlador PID – 2DOF tipo feedforward

En la Figura 1.17 se observa el diagrama de bloques de este tipo controlador de dos grados de libertad, el cual cuenta con un controlador principal  $C(s)$  donde la entrada es el error del sistema  $e(s)$ , y otro controlador  $C_f(s)$  ubicado en arquitectura de tipo feedforward donde la entrada es únicamente la señal de referencia  $r(s)$ . La suma de las señales de salida de ambos bloques de control constituye la señal de control resultante para este esquema.



**Figura 1.17.** Sistema de control PID – 2DOF con estructura feedforward [22]

Las Ecuaciones 1.26 y 1.27 representan las funciones de transferencia de cada controlador para este tipo de estructura:

$$C(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d D(s) \right] \quad (1.26)$$

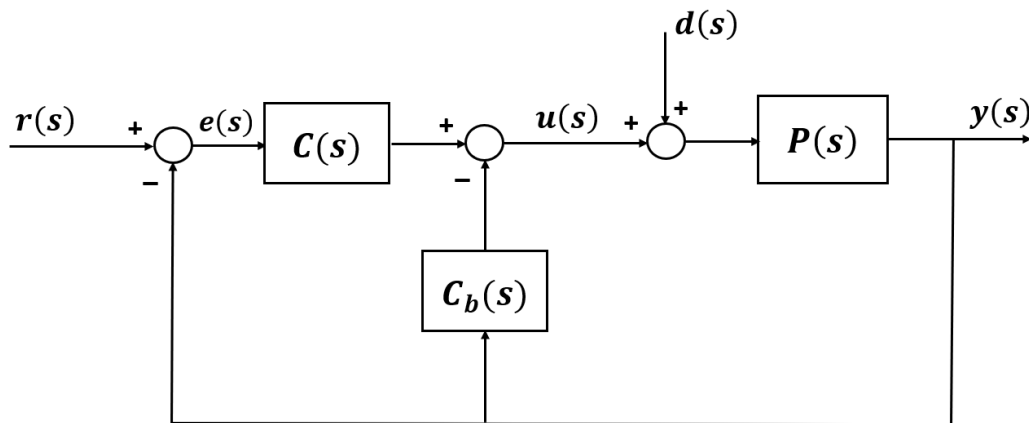
$$C_b(s) = -K_p [\alpha + \omega \tau_d D(s)] \quad (1.27)$$

Donde:

- $\alpha$  : Factor proporcional del peso de la señal de referencia
- $\omega$  : Factor derivativo del peso de la señal de referencia

### 1.3.9.2. Controlador PID – 2DOF tipo feedback

En la Figura 1.18, se puede ver que esta estructura también cuenta con un controlador principal  $C(s)$  donde la entrada es el error  $e(s)$ , sin embargo, el controlador secundario  $C_b(s)$  se encuentra ubicado en arquitectura feedback. Para este caso, la entrada del bloque  $C_b(s)$  es la realimentación de la salida del proceso, y de igual manera que la estructura anterior, la suma algebraica de las salidas de cada bloque controlador da como resultado la señal de control final.



**Figura 1.18.** Sistema de control PID – 2DOF con estructura feedback [22]

Las siguientes ecuaciones representan las leyes de control para la estructura feedback de un controlador PID – 2DOF:

$$C(s) = K_p \left[ (1 - \alpha) + \frac{1}{\tau_i s} + (1 - \omega) \tau_d D(s) \right] \quad (1.28)$$

$$C_b(s) = K_p [\alpha + \omega \tau_d D(s)] \quad (1.29)$$



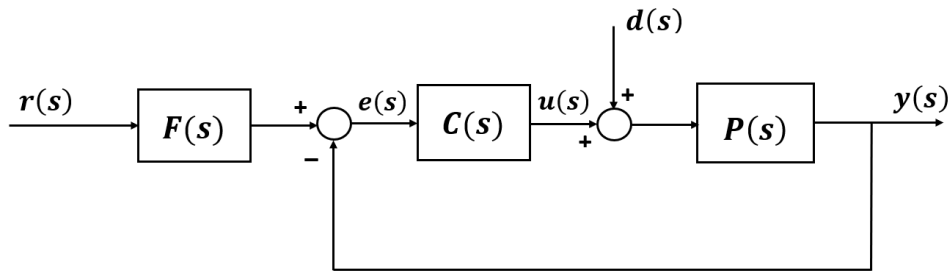
Donde:

$\alpha$  : Factor proporcional del peso de la señal de referencia

$\omega$  : Factor derivativo del peso de la señal de referencia

### 1.3.9.3. Controlador PID – 2DOF tipo filtro de referencia

Para el caso del controlador PID – 2DOF con filtro de referencia, el bloque de control principal  $C(s)$  tiene como entrada el error del sistema, a pesar de ello, este error  $e(s)$  viene definido por la resta entre la referencia  $r(s)$  con un filtro inicial y la señal de salida realimentada. El filtro de la referencia es representado mediante la función de transferencia  $F(s)$  ubicado antes del bloque sumador. En este caso en particular, la señal de control total corresponde solamente a la salida del controlador  $C(s)$ .



**Figura 1.19.** Sistema de control PID – 2DOF con estructura de filtro de referencia [22]

Por otro lado, en las Ecuaciones 1.30 y 1.31 se muestran las funciones de transferencia correspondientes a un controlador PID – 2DOF tipo filtro de referencia.

$$C(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d D(s) \right] \quad (1.30)$$

$$F(s) = \frac{1 + (1 - \alpha)\tau_i s + (1 - \omega)\tau_i \tau_d s D(s)}{1 + \tau_i s + \tau_i \tau_d s D(s)} \quad (1.31)$$

Donde:

$\alpha$  : Factor proporcional del peso de la señal de referencia

$\omega$  : Factor derivativo del peso de la señal de referencia

Para las ecuaciones de todas las estructuras anteriores (feedforward, feedback y filtro de referencia) la expresión  $D(s)$  corresponde a una función derivativa aproximada [25], la cual viene dada por la siguiente ecuación:

$$D(s) = \frac{s}{1 + \tau s} \quad (1.32)$$

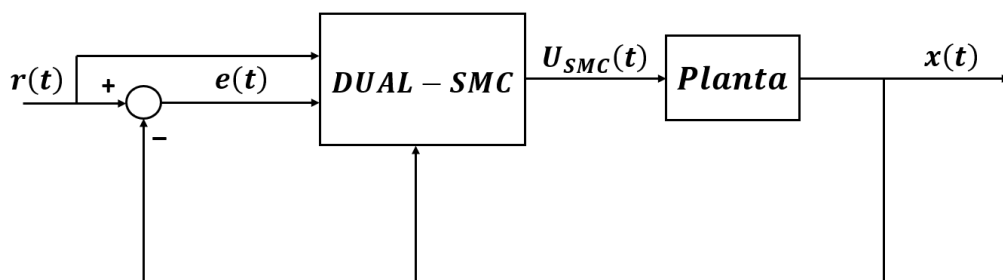
Donde:

$$\tau = \frac{\tau_d}{N} \quad (1.33)$$

El valor de  $N$  es considerado como una ganancia derivativa que puede ser ajustada en función de los requerimientos de la planta, ya que experimentos numéricos han demostrado que normalmente no tiene influencia en los parámetros óptimos de sintonización del controlador [25]. No obstante, si se desea un controlador con una parte derivativa más sencilla, se puede reemplazar la función  $D(s)$  original por la derivada tradicional, en otras palabras, se utiliza la expresión  $D(s) = s$ .

### 1.3.10. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES BASADO EN ESQUEMA DUAL (DUAL – SMC)

El control SMC basado en esquemas duales busca robustecer aún más un control que presenta amplia cantidad de beneficios como lo es el controlador por modos deslizantes tradicional. El principio de un control basado en esquema dual tiene por propósito el combinar dos estructuras de control con el fin de obtener los mayores beneficios de cada controlador. Compensando así las deficiencias que se presenten con cualquiera de las dos estructuras de control. De acuerdo con [26] este tipo de controladores buscan actuar en diferentes espacios de tiempo de la señal resultante. En este caso, el controlador que propone Obando, Rojas y Camacho busca combinar los beneficios de los controladores tanto para la región transitoria como la región en estado estable del sistema. El esquema general de control puede observarse en la Figura 1.20.



**Figura 1.20.** Esquema de control DUAL – SMC [26]

Las características que tendrá un proceso que utiliza un controlador SMC se basa principalmente en el tipo de superficie que emplee. La superficie de deslizamiento comúnmente más utilizada es tipo PID. En este caso la superficie presenta una componente diferencial que reduce las oscilaciones de la señal y una componente integral que asegure un correcto seguimiento de la referencia. Sin embargo, la misma componente

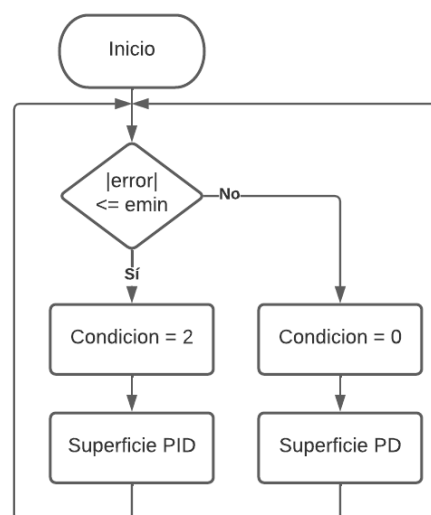
integral genera sobrepicos cuando se realiza un cambio de referencia. Es decir que se generan sobreimpulsos elevados en el estado transitorio de la señal.

$$S_{PID}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) \quad (1.34)$$

Por otro lado, encontramos la superficie tipo PD, la cual presenta como característica favorable un sobreimpulso ante cambios de referencia casi nulo. No obstante, este tipo de superficies se caracterizan por un pésimo seguimiento a la referencia, y depende de una sintonización fina en el parámetro proporcional para conseguir un seguimiento a la referencia adecuado.

$$S_{PD}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (1.35)$$

Es por ello que Obando, Rojas y Camacho [26] proponen un controlador por modos deslizantes basado en esquema dual, donde se combine los beneficios de las superficies de deslizamiento PD y PID. El objetivo de este controlador es mantener un correcto seguimiento a la referencia brindado por la superficie PID, pero reducir los sobreimpulsos de la señal aprovechando el comportamiento de una superficie PD. Este esquema de control toma como referencia una banda de error la cual permite diferenciar cuando el sistema se encuentre en la región de estado estable, y cuando se encuentre en la región transitoria. El controlador utiliza un mecanismo de conmutación el cual conecta una superficie tipo PD en la región transitoria y una superficie PID en la región de estado estable.



**Figura 1.21.** Lógica de conmutación para controlador DUAL – SMC [26]

### 1.3.11. ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Para el desarrollo de las ecuaciones de sintonización y ajuste de muchos controladores, comúnmente se utilizan criterios de minimización basados en parámetros o índices característicos de los modelos. Normalmente, estos criterios de minimización emplean el error o la desviación mínima de las variables de salida del proceso respecto a un valor de consigna [4]. Por otro lado, existen otros índices que se enfocan en encontrar la respuesta más satisfactoria en función de la respuesta del sistema en lazo cerrado, tomando en cuenta el tiempo que tarda en alcanzar el valor de referencia o el sobreimpulso que se produce al realizar un cambio de referencia. Los índices de desempeño que se utilizan en el presente trabajo de titulación se muestran a continuación:

#### 1.3.11.1. Integral del error al cuadrado (ISE)

La ecuación que describe este índice es la siguiente:

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (1.36)$$

Este parámetro otorga mayor relevancia a los errores más altos, los cuales normalmente se presentan en la región transitoria, mientras que otorga una menor relevancia a los errores más bajos que se presentan en la región estable de la respuesta del sistema [4].

#### 1.3.11.2. Variación total de la señal de control (TVU)

La ecuación que describe este índice se muestra a continuación:

$$TVU = \sum_{k=1}^{\infty} |u_{k+1} - u_k| \quad (1.37)$$

Este índice representa el esfuerzo que realiza la señal de control tomando los valores de la señal de control actual y la futura. Un valor numérico pequeño nos indica que las variaciones de la señal del control fueron suaves, mientras que un valor elevado indica que la señal tuvo variaciones bruscas o cambios muy violentos [27].

#### 1.3.11.3. Máximo sobreimpulso (Mp)

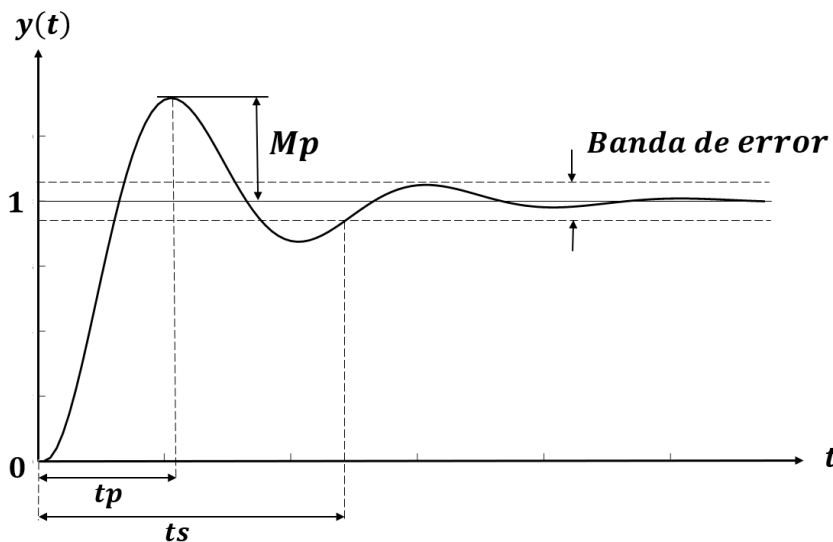
El máximo sobreimpulso se define como la diferencia entre el valor máximo  $y(t_p)$  y el valor final en estado estable  $y(\infty)$  respecto al valor final en estado estable de la señal, el cual puede ser expresado en porcentaje o en valores por unidad [28]. En la Figura 1.22 se

observa la representación gráfica del  $M_p$ , mientras que la Ecuación 1.38 muestra la forma de calcular este parámetro en forma porcentual:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100 \quad (1.38)$$

#### 1.3.11.4. Tiempo de establecimiento ( $t_s$ )

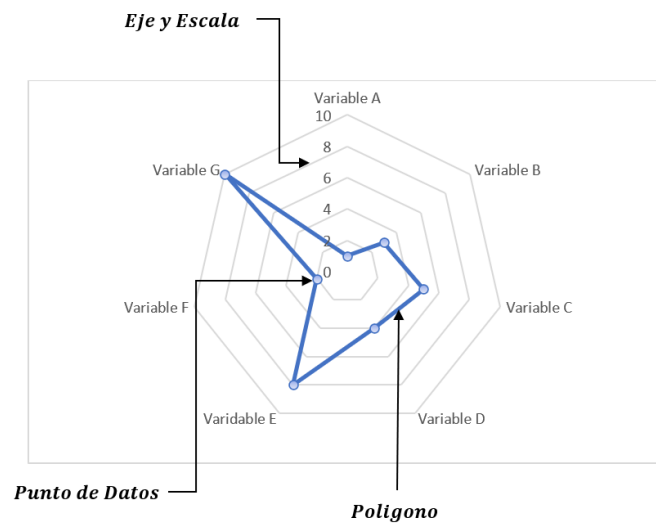
El tiempo de establecimiento se describe como el instante de tiempo donde la respuesta del sistema alcanza y permanece dentro de una banda definida por el 2% o 5% del valor final en estado estable respecto al cambio de referencia [28].



**Figura 1.22.** Tiempo de establecimiento y máximo sobreimpulso de la respuesta de un sistema [29]

#### 1.3.12. GRÁFICOS RADIALES

Los gráficos o curvas radiales se utilizan para analizar múltiples variables de manera cuantitativa y gráfica, ya que presentan la posición obtenida por las diferentes variables a analizar, donde estos valores parten desde el origen hacia sus correspondientes ejes. A partir de los valores numéricos de la curva se puede precisar la dispersión o el grado de concentración de las distintas variables involucradas [30]. Los datos que se emplean en la curva por lo general están normalizados, donde cada parámetro es representado por un eje de la gráfica, mientras que cada figura resultante representa una categoría específica. En la Figura 1.23, se observa un gráfico o curva radial convencional:



**Figura 1.23.** Gráfico o curva radial [13][31]

En el presente trabajo de titulación se empleará los gráficos radiales para analizar el comportamiento de cada controlador, colocando en cada uno de los ejes uno de los índices de desempeño descritos anteriormente. Por otro lado, las categorías de la gráfica serán representadas por los controladores desarrollados en el capítulo de metodología.

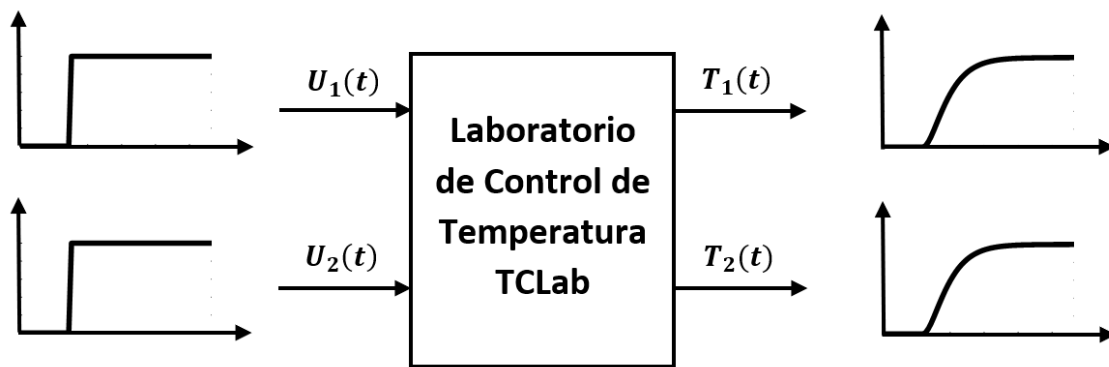
## 2. METODOLOGÍA

En este capítulo se presentan los procedimientos utilizados para llevar a cabo los objetivos propuestos y de esa manera resolver la problemática planteada, haciendo uso de la bibliografía y literatura expuesta en el marco teórico del presente proyecto. Por lo tanto, se emplean procedimientos y técnicas las cuales se enfocan a la identificación y parametrización de sistemas de primer orden con retardo (FOPDT), la validación de modelos matemáticos aproximados, la interacción y el desacoplamiento de variables de sistemas MIMO. Además, en base a la recopilación bibliográfica se realiza el diseño de controladores tipo PID y SMC, así como el diseño de una propuesta para controladores por modos deslizantes (SMC) en conjunto con esquemas duales y de dos grados de libertad (2DOF). Adicionalmente, se realiza una comparación de las propiedades de cada controlador a partir de índices de desempeño tales como: máximo sobreimpulso, tiempo de establecimiento, ISE y TVU, los cuales se muestran en gráficos radiales para una mejor presentación y comprensión de estos. Por último, se presenta una interfaz gráfica como herramienta visual de forma que los resultados obtenidos puedan ser apreciados y analizados de manera más sencilla.

La metodología planteada anteriormente se lleva a cabo para ambos sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas: Laboratorio de Control de Temperatura (TCLab) y Evaporador de Doble Efecto.

## 2.1. LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB)

El módulo para el control de temperatura (TCLab) es un sistema que consta de dos entradas, representadas por transistores que cumplen la función de calentadores, y dos salidas, representadas por sensores de temperatura acoplados a dichos transistores [32]. En la Figura 2.1, correspondiente al esquema general del TCLab, se observa que se trata de un sistema que cuenta con salidas de primer orden con retardo cuando se manejan funciones de tipo escalón en sus entradas.



**Figura 2.1.** Esquema general del laboratorio de control de temperatura (TCLab) [13]

Sin embargo, al tratarse de un proceso de temperatura donde los actuadores se encuentran a una distancia cercana, existe una transmisión de calor indirecta entre ambos transistores, es decir, existe una interacción entre las variables de entrada y salida de este sistema. Por ende, a al módulo TCLab se lo puede representar como un sistema TITO por medio de la Ecuación 2.1.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

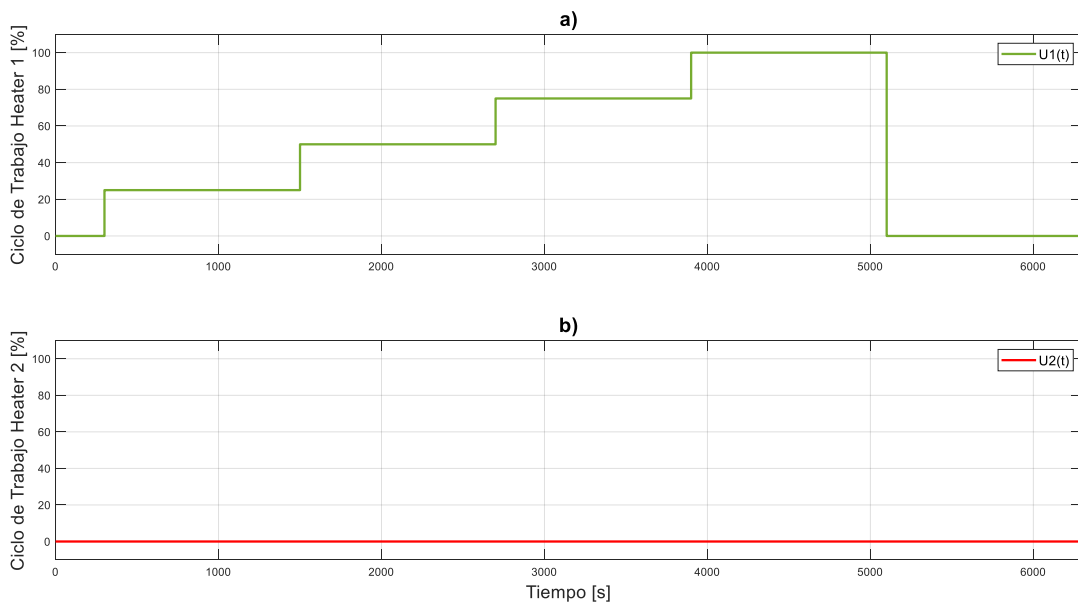
Como se verá a continuación, al tratarse de un sistema con salidas de temperatura, estas se pueden modelar como sistemas de primer orden con retardo (FOPDT), por lo que se utilizarán las ecuaciones descritas en el capítulo 1, correspondiente a los métodos de identificación por curva de reacción de Smith y Alfaro.

## 2.1.1. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

### 2.1.1.1. Modelado y aproximación del sistema

Las entradas del módulo TCLab son relaciones de trabajo en porcentaje que varían entre 0 y 100%, tal como se menciona en [33]. Por lo tanto, para realizar el modelamiento del sistema se tomaron en cuenta cuatro porcentajes: 25, 50, 75, y 100%, representados por entradas tipo escalón. Estas relaciones de trabajo serán enviadas al módulo de forma individual, en otras palabras, mientras se aplique un porcentaje a una entrada, la otra permanecerá con un valor de 0% y viceversa, tal como se observa en las Figuras 2.2 y 2.4.

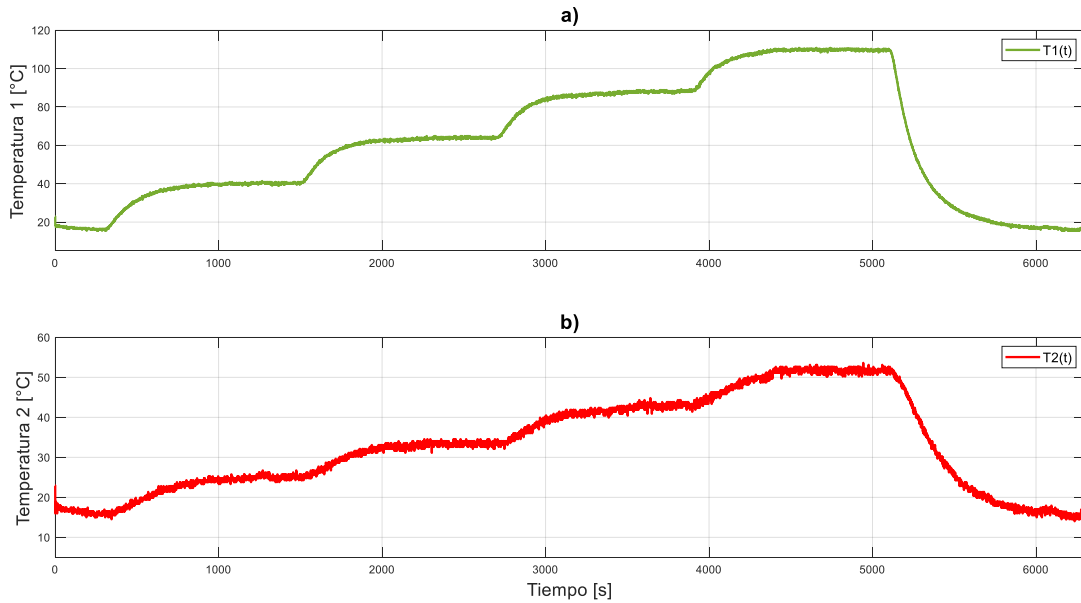
Al realizar las pruebas con las entradas tipo escalón definidas, las temperaturas del sensor 1 ( $T_1$ ) y del sensor 2 ( $T_2$ ) empiezan a cambiar en función de los porcentajes de entrada, tal y como se ve en la Figura 2.3.



**Figura 2.2.** Señales de entrada para identificación: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

Por lo tanto, se puede determinar las funciones de transferencia correspondientes a la primera columna de la matriz que representa el sistema. Además, se puede comprobar que existe interacción entre las variables de entrada y salida del proceso, ya que un cambio en el ciclo de trabajo del primer actuador ( $U_1$ ) afecta tanto a  $T_1$  como a  $T_2$ .





**Figura 2.3.** Señales de salida para identificación: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Tal como se mencionó anteriormente, la mayor parte de métodos de sintonización de controladores utilizan modelos matemáticos de orden reducido para representar la dinámica de sistemas reales, siendo los más comunes los de primer y segundo orden con tiempo muerto [11]. Para este caso, el modelo más acertado se trata del FOPDT de la Ecuación 2.2 y la ganancia ( $K$ ) de la Ecuación 2.3.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (2.2)$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.3)$$

Donde:

$\Delta y$  : Variación total de la salida

$\Delta u$  : Variación total de la entrada

Además, para encontrar los valores de la constante de tiempo ( $\tau$ ) y el tiempo muerto ( $t_0$ ) mediante el método de Smith se utiliza las Ecuaciones 2.4 y 2.5:

$$\tau = 1.5 (t_{63\%} - t_{28\%}) \quad (2.4)$$

$$t_0 = t_{63\%} - \tau \quad (2.5)$$

Por otro lado, para el método de Alfaro las ecuaciones son:

$$\tau = 0.91(t_{75\%} - t_{25\%}) \quad (2.6)$$

$$t_0 = 1.262t_{25\%} - 0.262t_{75\%} \quad (2.7)$$

Para cada uno de los cambios del porcentaje de entrada se determinan los parámetros que corresponden al modelo aproximado de primer orden con tiempo muerto, a partir de los valores de salida obtenidos con el método de Smith y Alfaro, empleando sus ecuaciones respectivas. Después, se realiza un promedio de cada uno de los parámetros y se obtiene un modelo final, con el fin de obtener una función de transferencia que se ajuste de mejor manera a la dinámica del sistema.

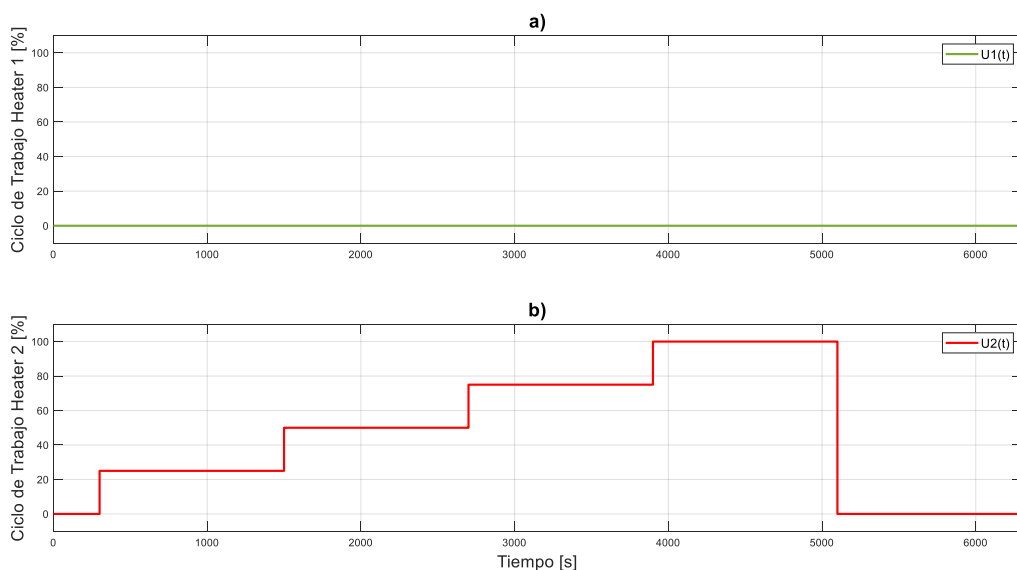
**Tabla 2.1.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $G_{11}(s)$

Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.953	153.188	23.187
Alfaro	0.953	174.151	12.735

**Tabla 2.2.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $G_{21}(s)$

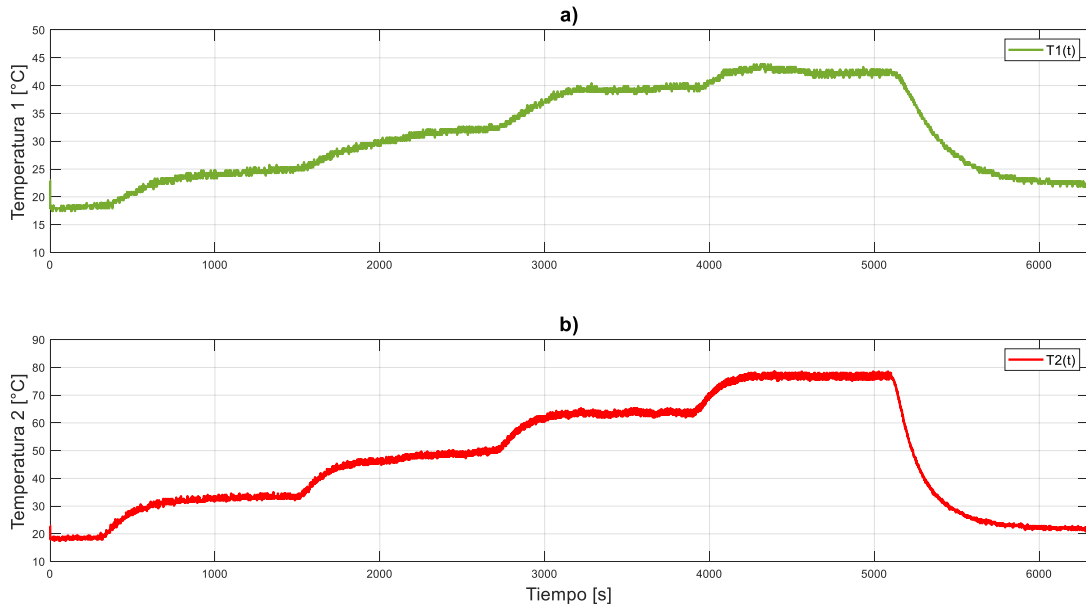
Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.362	335.625	64.250
Alfaro	0.362	278.119	76.051

De igual manera, a realizar el mismo procedimiento con el ciclo de trabajo del heater 2 ( $U_2$ ), se obtienen las curvas de reacción que se utilizarán para determinar las funciones de transferencia de la segunda columna de la matriz.



**Figura 2.4.** Señales de entrada para identificación: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

Una vez más, en la Figura 2.5 se puede observar la interacción de la entrada del heater 2 ( $U_2$ ) con la temperatura  $T_1$  y  $T_2$ , ya que cada una de ellas presenta una curva de reacción resultante.



**Figura 2.5.** Señales de salida para identificación: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Entonces, se procede a calcular los parámetros del modelo FOPDT para las curvas de reacción obtenidas al realizar cambios en la entrada 2 ( $U_2$ ), siguiendo el mismo procedimiento para encontrar el promedio de los valores característicos de la función de transferencia que representa al sistema.

**Tabla 2.3.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $G_{12}(s)$

Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.249	323.813	104.188
Alfaro	0.249	273.227	76.209

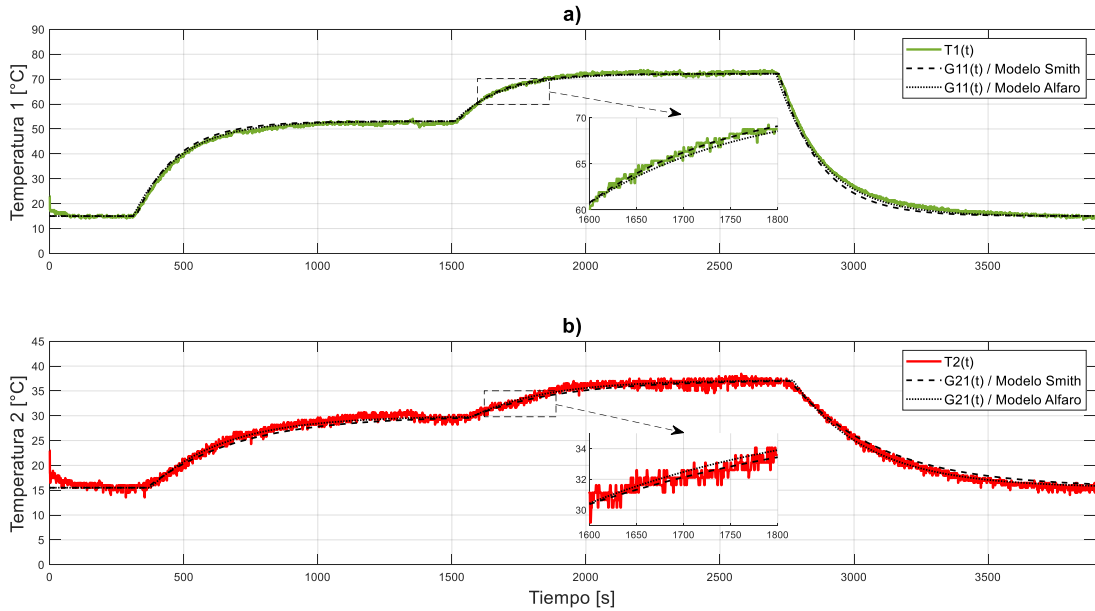
**Tabla 2.4.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $G_{22}(s)$

Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.572	199.313	31.437
Alfaro	0.572	204.864	20.767

### 2.1.1.2. Validación del modelo

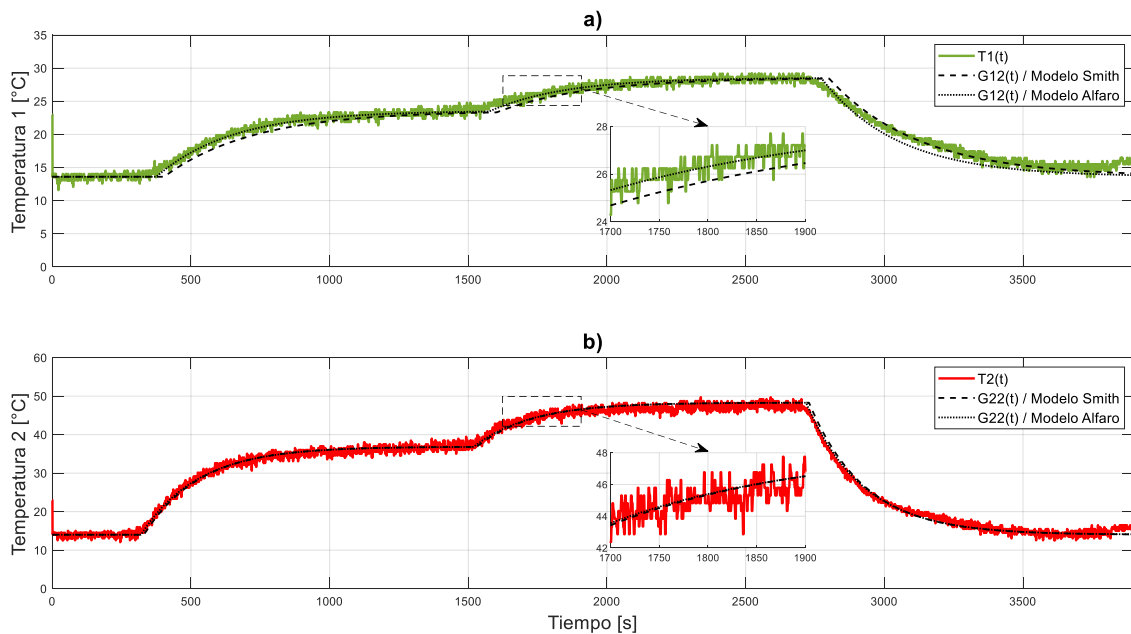
Ahora, es necesario realizar una validación y verificación de los modelos obtenidos, para determinar si los modelos escogidos se ajustan a la dinámica del proceso. Además, este

procedimiento nos permitirá escoger cuál de los dos métodos tiene una mayor coincidencia con los datos reales de las curvas de reacción del módulo de temperatura TCLab. En la Figura 2.6 se pueden ver la comparación de las salidas de temperatura del módulo con las curvas obtenidas a partir de los métodos de aproximación FOPDT para las funciones  $G_{11}(s)$  y  $G_{21}(s)$ .



**Figura 2.6.** Señales de salida para validación: a) Función  $G_{11}$ , b) Función  $G_{21}$

Por otro lado, en la Figura 2.7 se pueden observar la misma comparación de los valores reales y los modelados del sistema, pero en este caso para las funciones  $G_{12}(s)$  y  $G_{22}(s)$ .



**Figura 2.7.** Señales de salida para validación: a) Función  $G_{12}$ , b) Función  $G_{22}$

Entonces, se utilizan las Ecuaciones 2.8 y 2.9 para encontrar los valores respectivos de los índices de validación.

$$R^2 = \left( 1 - \frac{\sum(y_r - y_m)^2}{\sum(y_r - y_p)^2} \right) \times 100 \quad (2.8)$$

$$FIT = \left( 1 - \frac{\sum|y_r - y_m|}{\sum|y_r - y_p|} \right) \times 100 \quad (2.9)$$

En base a los datos obtenidos del TCLab, se utilizan las ecuaciones anteriores y se calculan los valores de los índices  $FIT$  y  $R^2$  para posteriormente compararlos y escoger una función de transferencia que represente el sistema.

**Tabla 2.5.** Índices de validación de los modelos FOPDT

<b>Función</b>	<b>Método</b>	<b><math>R^2</math></b>	<b><math>FIT</math></b>
$G_{11}(s)$	Smith	99.686	95.116
	Alfaro	99.812	96.142
$G_{21}(s)$	Smith	98.655	89.242
	Alfaro	99.277	92.661
$G_{12}(s)$	Smith	97.459	85.645
	Alfaro	97.616	86.782
$G_{22}(s)$	Smith	99.261	92.290
	Alfaro	99.389	93.003

Como se puede observar en la Tabla 2.5, los valores obtenidos entre los modelos de Smith y Alfaro son bastante similares, no obstante, el método de Alfaro presenta valores ligeramente más cercanos a 100, mostrando un mejor ajuste respecto a los datos medidos. Por ende, se eligen las funciones de transferencia correspondientes al método de Alfaro para formar la matriz que representa el módulo TCLab, como se observa en la siguiente ecuación:

$$TCLab(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.953}{174.151s + 1} e^{-12.735s} & \frac{0.249}{273.227s + 1} e^{-76.209s} \\ \frac{0.362}{278.119s + 1} e^{-76.051s} & \frac{0.572}{204.864s + 1} e^{-20.767s} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.1.2. INTERACCIÓN DE VARIABLES MANIPULADAS Y CONTROLADAS

Ahora, a partir de los modelos determinados anteriormente se realiza el análisis de la interacción de las variables ya que como pudimos observar en las Figuras 2.3 y 2.5, un cambio en las variables manipuladas  $U_1$  y  $U_2$  afectan tanto a la temperatura  $T_1$  como a la temperatura  $T_2$  del sistema.

Para determinar este grado de interacción se utiliza el método de Bristol empleando la matriz de ganancias relativas (*RGA*), con la cual podemos obtener una medida de la interacción del proceso e información para realizar el apareamiento de las variables [4].

Para ello, es necesario conocer la matriz de ganancias relativas en estado estacionario  $G(0)$  a partir de la Ecuación 2.10 que representa el módulo TCLab. Esta matriz viene definida por la siguiente ecuación:

$$G(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (2.11)$$

$$G(0) = \begin{bmatrix} 0.953 & 0.249 \\ 0.362 & 0.572 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Después, se aplica el producto Hadamard o Schur a la matriz resultante, tal como se muestra en la Ecuación 2.13.

$$\Lambda = G(0) \circ [G(0)^{-1}]^T \quad (2.23)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1.198 & -0.198 \\ -0.198 & 1.198 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Las consideraciones mencionadas en [4] para el emparejamiento de variables controladas y manipuladas son: 1) priorizar un emparejamiento diagonal de los elementos que conforman la matriz *RGA*, 2) evitar el emparejamiento de elementos negativos de la matriz *RGA* y 3) si los valores diagonales de la matriz son positivos y muy elevados existe la posibilidad de que el desarrollo de controladores de forma diagonal se torne difícil.

Entonces, en base a los valores obtenidos y las consideraciones respecto a la matriz *RGA* se determina que se debe emparejar las variables  $U_1$  con  $T_1$  y las variables  $U_2$  con  $T_2$  debido a que tienen un grado de interacción positivo.

$$U_1(t) \rightarrow T_1(t) \quad (2.45)$$

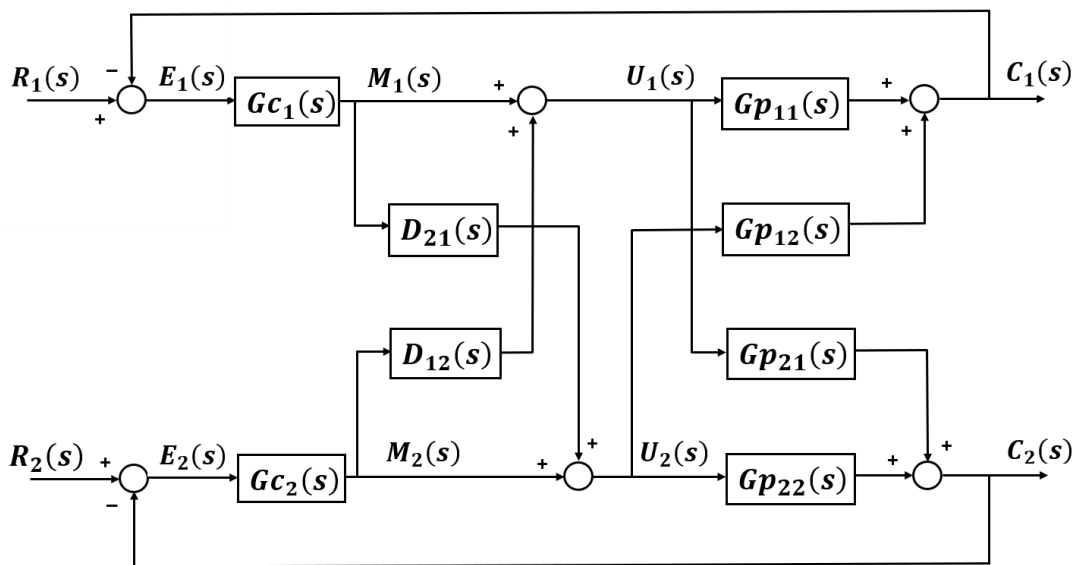
$$U_2(t) \rightarrow T_2(t) \quad (2.56)$$

Por último, es necesario el desarrollo de desacopladores para eliminar la interacción que existe entre  $U_1$  y  $T_2$  y entre  $U_2$  y  $T_1$ , ya que existe un nivel de interacción negativo entre estos pares de variables, lo cual podría ocasionar desestabilización del sistema de control y que la sintonización de los controladores sea más difícil [4].

## 2.1.3. DESACOPLAMIENTO Y FILTRADO

### 2.1.3.1. Diseño de desacopladores

Como se mencionó anteriormente, para crear realizar un control descentralizado se requiere desarrollar desacopladores para reducir y en lo posible eliminar las interacciones que existen entre ciertas entradas y salidas del sistema para que un cambio de referencia en una variable de salida no afecte la estabilidad de la otra [4]. En la Figura 2.8, se puede apreciar la estructura necesaria para realizar el desacoplamiento de variables en un sistema de dos entradas y dos salidas (TITO), donde aparece un bloque entre cada controlador y la salida del proceso que se necesita desacoplar.



**Figura 2.8.** Sistema típico de desacoplamiento para un sistema TITO [4]

Por ende, se propone desarrollar desacopladores dinámicos obtenidos a partir de las ecuaciones y condiciones desarrolladas en [4], obteniendo funciones de transferencia que consideran las interacciones como perturbaciones que pueden ser eliminadas. Estas funciones se expresan de la siguiente manera:

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (2.67)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (2.78)$$

A partir de las ecuaciones anteriores y reemplazado los valores correspondientes, se obtienen las funciones de transferencia que representan los desacopladores dinámicos que se utilizarán en el sistema.

$$D_{12}(s) = -\frac{0.261(174.151s + 1)}{273.227s + 1}e^{-63.474s} \quad (2.89)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{0.633(204.864s + 1)}{278.119s + 1}e^{-55.284s} \quad (2.20)$$

Finalmente, tomando en consideración el número de entradas y salidas del módulo TCLab se puede formar una matriz que representa el valor de los desacopladores utilizados para cada par de entradas y salidas, tomando el valor de 1 los elementos de la matriz donde no se requiere desacoplador, es decir, los elementos que corresponden a las variables emparejadas en las Ecuaciones 2.15. y 2.16.

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{0.261(174.151s + 1)}{273.227s + 1}e^{-63.474s} \\ -\frac{0.633(204.864s + 1)}{278.119s + 1}e^{-55.284s} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

### 2.1.3.2. Diseño de filtros

Una vez diseñados los desacopladores, se requiere probar su adecuado funcionamiento mediante pruebas donde se realicen cambios de porcentaje en el ciclo de trabajo de las entradas del TCLab y verificando que no haya interacción entre ambas salidas. Sin embargo, como se puede observar en los procedimientos de identificación y validación de los modelos aproximados las salidas presentan formas de onda con cierto nivel de oscilación y ruido, lo que podría afectar el desempeño y las señales de los controladores que se van a implementar.

Por ende, se desarrollarán filtros con el objetivo de reducir las oscilaciones y el ruido presente en dichas señales de salida. Para ello, se utiliza una función de provista por [34] la cual nos devuelve los valores numéricos de los coeficientes del filtro discreto.

$$b = \text{fir1}(n, \omega_n, 'LOW', \text{kaiser}(n + 1, a)) \quad (2.22)$$

Donde:

$b$  : Vector de amplitudes de la respuesta en frecuencia del filtro

Como se puede ver en la ecuación anterior, la función denota un filtro pasa bajos (*LOW*) que utiliza una ventana de Kaiser con un coeficiente ( $a$ ) que permite ajustar el nivel de detección en frecuencia que se requiere para el filtro.



Por otro lado, para determinar la frecuencia de corte normalizada del filtro ( $\omega_n$ ) se utiliza la siguiente ecuación provista en la documentación de ayuda de Matlab [34].

$$\omega_n = \frac{2f_c}{F_s} \quad (2.23)$$

Donde:

$f_c$  : Frecuencia de corte

$F_s$  : Frecuencia de muestreo

De igual manera, los documentos guía de Matlab nos permiten escoger el orden del filtro ( $n$ ), donde nos indican que mientras más alto sea el orden del filtro se obtendrá mejores resultados en la señal filtrada, sin embargo, también significará una mayor carga computacional para la aplicación de Matlab. Los valores considerados para la implementación del filtro se observan en la Tabla 2.6.

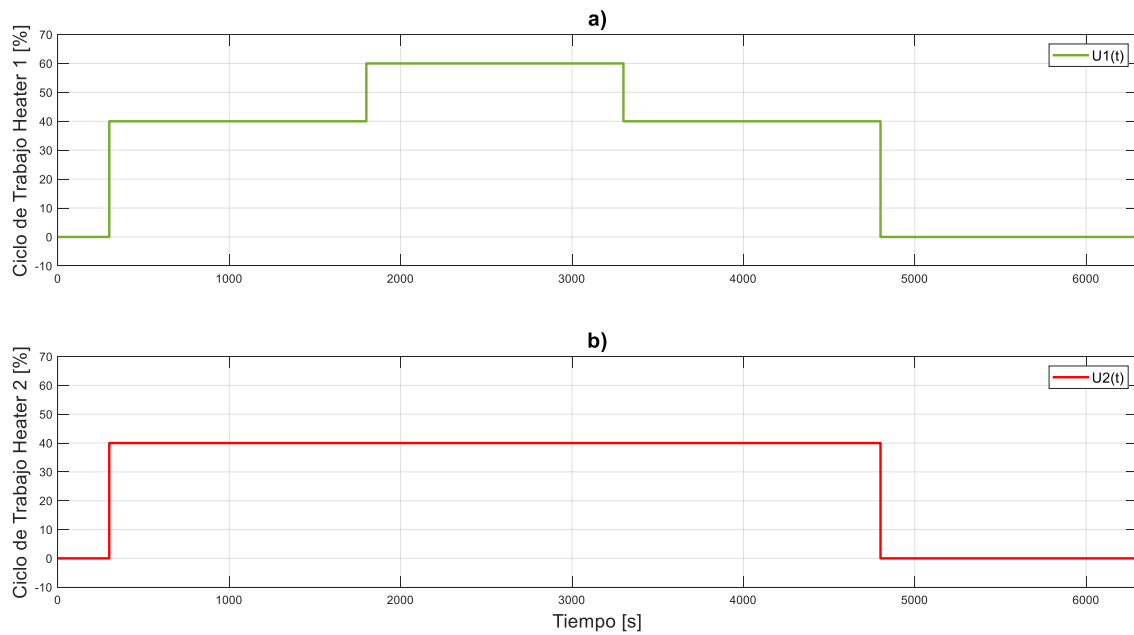
**Tabla 2.6.** Parámetros del filtro digital pasa bajos

Parámetro	$f_c$	$F_s (10^4)$	$\omega_n (10^{-5})$	$n$	$a$
Valor	0.10	1.60	1.25	60	3

### 2.1.3.3. Gráficas de las señales desacopladas y filtradas

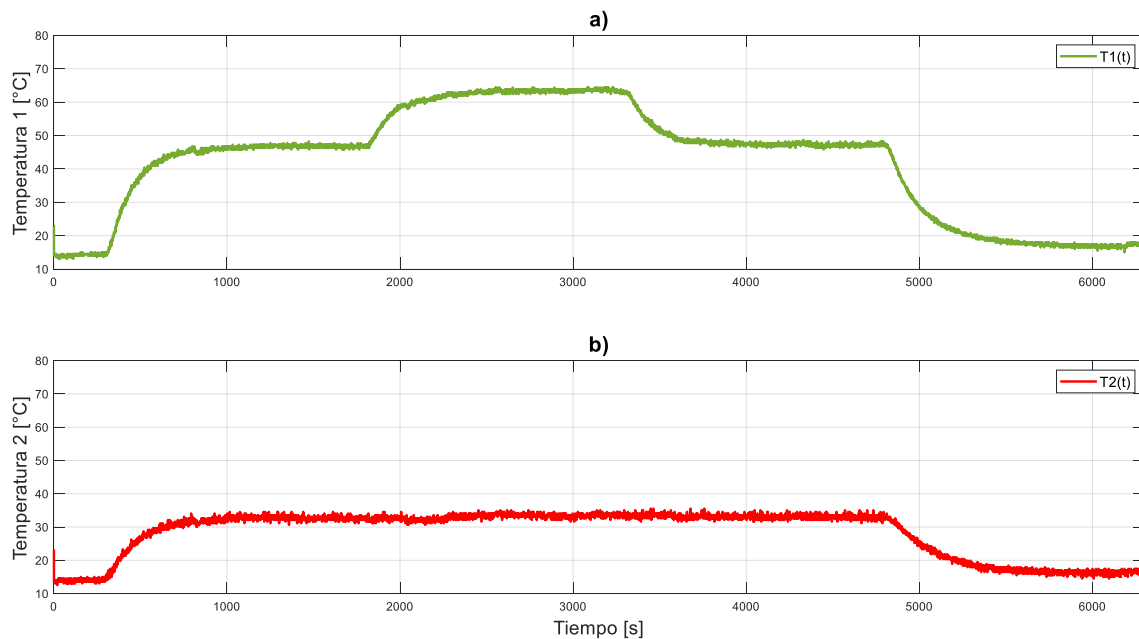
Ahora, para comprobar el correcto funcionamiento tanto de los desacopladores como de los filtros implementados se requiere realizar cambios en las entradas  $U_1$  y  $U_2$ . Sin embargo, es necesario tomar en cuenta que el módulo de temperatura no puede tomar valores menores a la temperatura ambiente, por el que es necesario realizar un cambio inicial en ambas entradas, tal como se ve en la Figura 2.9, para que los desacopladores tengan un margen de operación al momento de eliminar la interacción de las variables.

Entonces, una vez que las temperaturas de ambas salidas se encuentran en valores estables después del paso inicial, se realizan cambios en el ciclo de trabajo del primer actuador ( $U_1$ ) y se mantiene en un valor constante de  $U_2$  para observar el desacoplamiento entre  $T_1$  y  $T_2$ .



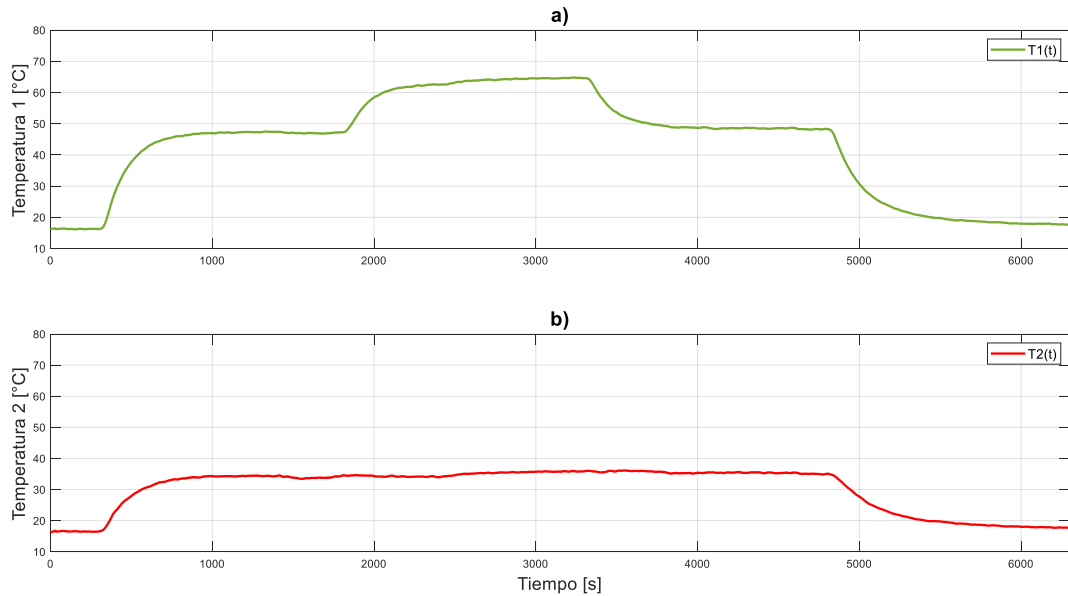
**Figura 2.9.** Señales de entrada para pruebas de desacoplamiento: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ ,  
b) Ciclo de trabajo  $U_2$

En la Figura 2.10, se puede ver que los cambios en la entrada  $U_1$  provocan un cambio en la temperatura  $T_1$  ya que se trata de las variables emparejadas anteriormente, por otro lado, la temperatura  $T_2$  se mantiene constante debido al efecto del desacoplador, a pesar de los cambios realizados en la entrada  $U_1$ .



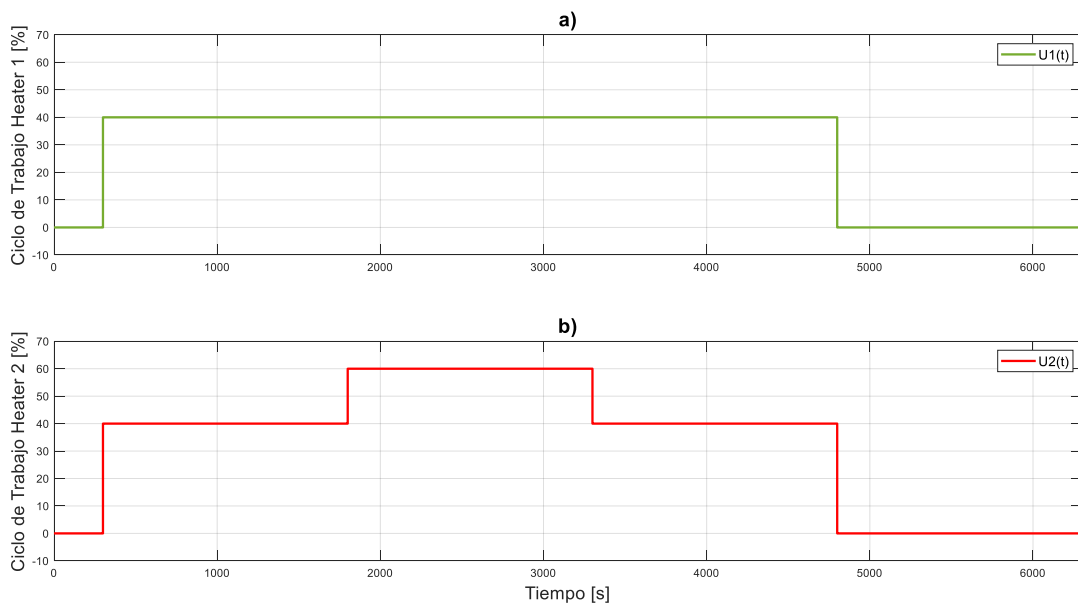
**Figura 2.10.** Señales de salida desacopladas: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b)  
Temperatura del sensor  $T_2$

Sin embargo, tal como se mencionó antes, las salidas presentan cierto nivel de ruido que podría afectar a las señales de control, por lo que se colocaron los filtros diseñados, obteniendo las formas de onda de la Figura 2.11, donde se observa una señal filtrada.



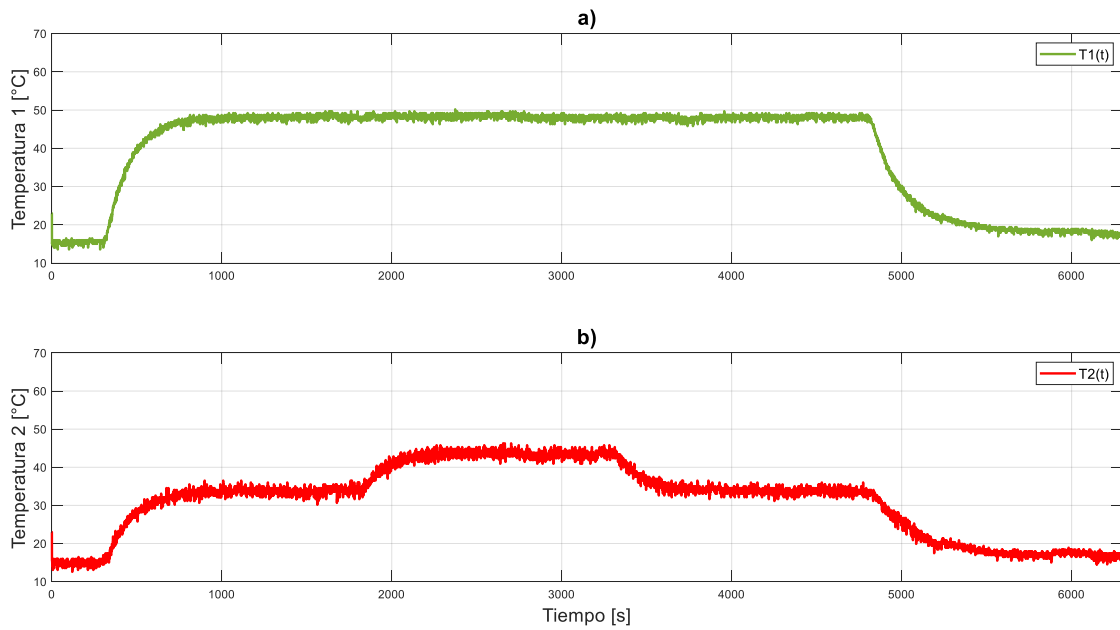
**Figura 2.11.** Señales de salida desacopladas y filtradas: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Al igual que en la anterior prueba, se realiza un paso inicial en ambas entradas y se espera un tiempo hasta que las temperaturas lleguen a un valor constante, pero esta vez los cambios posteriores se realizan en  $U_2$ .



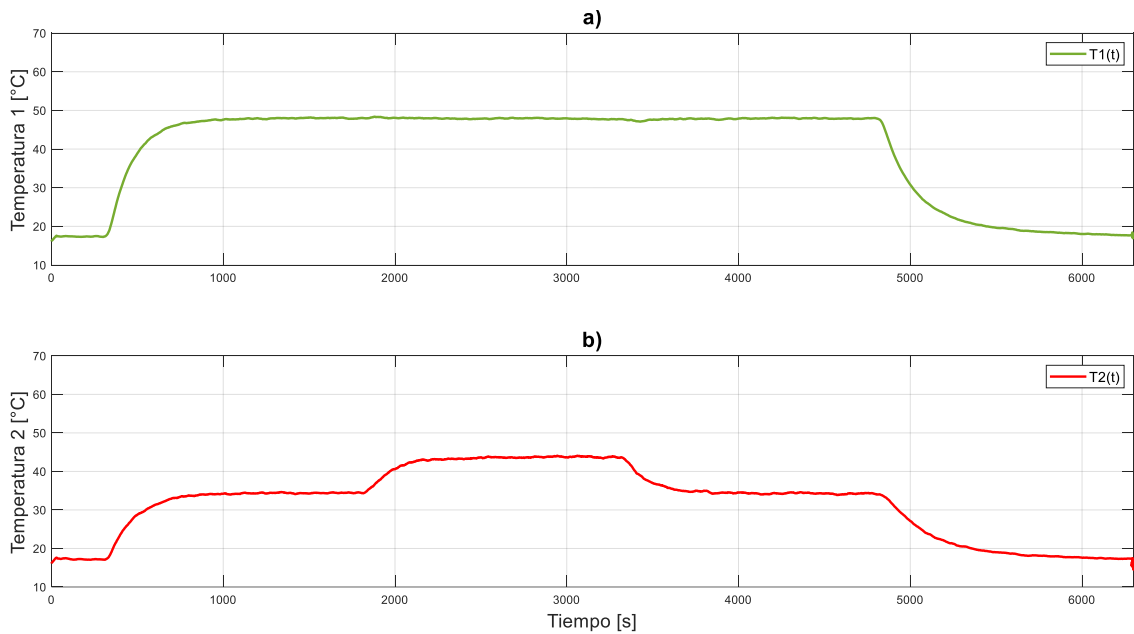
**Figura 2.12.** Señales de entrada para pruebas de desacoplamiento: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

De igual manera, en la Figura 2.13 se puede observar la interacción entre las variables emparejadas  $U_2$  y  $T_2$ , y el desacoplamiento entre  $U_2$  y  $T_1$ .



**Figura 2.13.** Señales de salida desacopladas: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

También, en la Figura 2.14 se puede ver el efecto que tiene el filtro digital sobre las señales de salidas, entregándonos unas formas de onda sin ruido.



**Figura 2.14.** Señales de salida desacopladas y filtradas: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Cabe mencionar que, debido al efecto de los desacopladores y los filtros, es necesario realizar un nuevo modelamiento de sistema, ya que estos afectan en cierta manera la dinámica de las salidas de temperatura  $T_1$  y  $T_2$  al permitirnos trabajar con estas variables de manera independiente. Por lo tanto, se utilizó los métodos anteriores de Smith y Alfaro para determinar nuevas funciones de transferencia que representan las curvas de reacción de las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ .

**Tabla 2.7.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $T_1(s)$

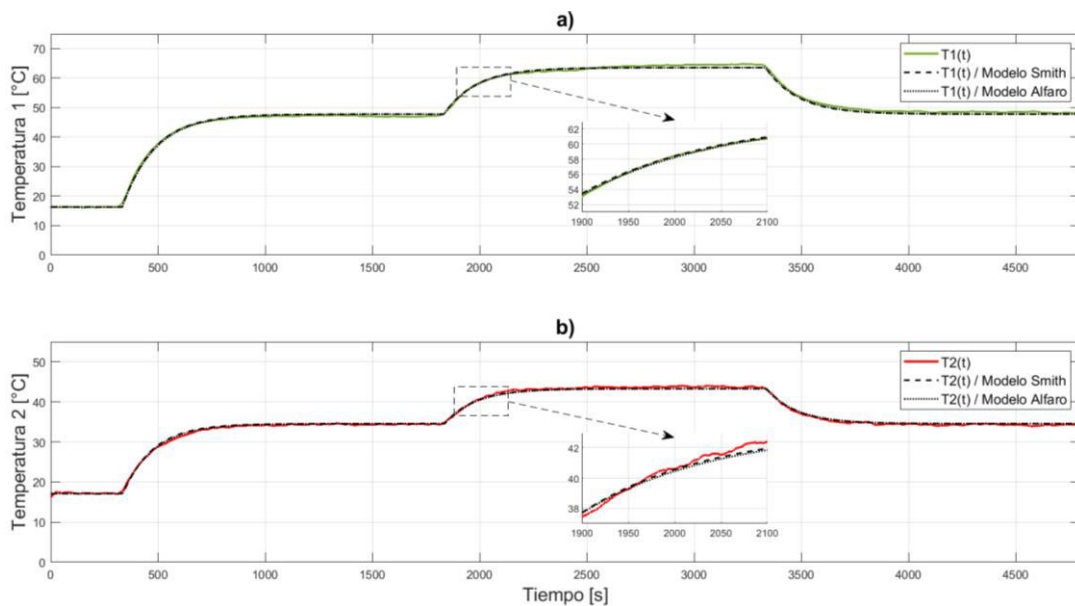
Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.788	149.126	33.721
Alfaro	0.788	153.947	33.599

**Tabla 2.8.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $T_2(s)$

Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	0.436	139.268	37.597
Alfaro	0.436	147.120	34.782

#### 2.1.3.4. Validación del modelo

Adicionalmente, se requiere realizar una validación de los nuevos modelos obtenidos para verificar que tengan un ajuste adecuado respecto a los valores medidos a la salida de los filtros. En la Figura 2.15, se muestran los modelos aproximados de Smith y Alfaro en contraste con los valores de modulo TCLab con las salidas desacopladas y filtradas.



**Figura 2.15.** Señales de salida para validación: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Y se calcula el valor de los índices  $R^2$  y  $FIT$  para cada modelo de primer orden con retardo, para compararlos y de esa manera elegir el modelo que mejor se ajusta a la dinámica del módulo TCLab. Los datos obtenidos se calcularon en base a los valores medidos con el TCLab y los valores estimados con el modelo FOPDT.

**Tabla 2.9.** Índices de validación de los modelos FOPDT

<b>Función</b>	<b>Método</b>	<b><math>R^2</math></b>	<b><math>FIT</math></b>
$T_1(s)$	Smith	99.848	95.759
	Alfaro	99.844	95.719
$T_2(s)$	Smith	99.815	95.258
	Alfaro	99.834	95.539

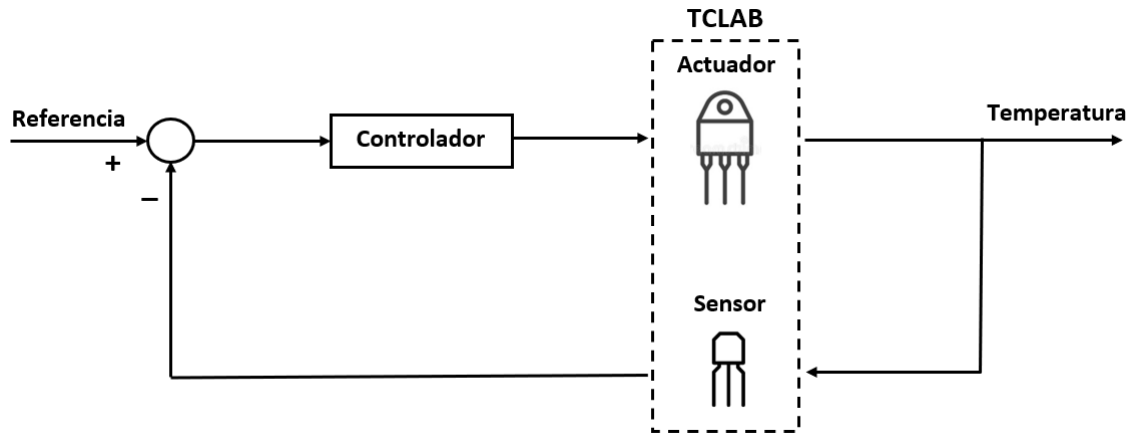
Como se puede observar en la Tabla 2.9, ambos métodos nos proporcionan coeficientes muy cercanos a 100, lo que nos indica un ajuste bastante bueno del modelo respecto al proceso real de temperatura, no obstante, en el coeficiente de mejor ajuste ( $FIT$ ) se nota una ligera superioridad de los modelos obtenidos con el método de Alfaro, por lo que se eligen los parámetros obtenidos a través de este.

$$T_1(s) = \frac{0.788}{153.947s + 1} e^{-33.599s} \quad (2.24)$$

$$T_2(s) = \frac{0.436}{147.120s + 1} e^{-34.782s} \quad (2.25)$$

#### 2.1.4. DISEÑO DE CONTROLADORES

El diseño de controladores se lo realizará de forma descentralizada, es decir, cada controlador será diseñado de manera independiente ya que al momento de incorporar los desacopladores cada variable de salida trabaja de manera individual. Estos controladores serán implementados en Simulink/Matlab y enviarán señales sus respectivas señales de control hacia las entradas del módulo de temperatura, que a su vez devolverá los valores de salida a través de los sensores de temperatura, como se observa en la Figura 2.16. Los controladores que se implementarán en el módulo TCLab serán: tipo PID, SMC, 2DOF – SMC, SMC – S2DOF y DUAL – SMC.



**Figura 2.16.** Esquema de control del sistema TCLab [13]

### 2.1.4.1. Control tipo PID

Para realizar el control de temperatura se considera el diseño de un controlador PI, ya que este garantiza eliminar el error en estado estable del sistema. Además, evita cambios bruscos de las señales de control y salida durante los cambios de referencia del sistema. Entonces, el método aplicado para la sintonización del controlador PI es el  $\lambda$  - *tunning* o método de Dahlin, debido a que estas ecuaciones producen respuestas más suaves que las obtenidas con el método de Ziegler-Nichols [35].

Además, este método es bastante utilizado para procesos cuya dinámica se puede aproximar a sistemas de primer orden con retardo (*FOPDT*), que es el caso de las salidas del módulo de temperatura TCLab. La función que representa a estos sistemas viene dada por:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (2.26)$$

La estructura general de un controlador PI se aprecia en la siguiente ecuación, donde es necesario determinar las constantes  $K_p$  y  $\tau_i$  adecuadas para obtener la respuesta deseada.

$$G_C(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right] \quad (2.27)$$

En este caso, para el método propuesto las constantes  $K_p$  y  $\tau_i$  del controlador se calculan a partir de los parámetros del modelo FOPDT obtenidos luego del desacoplamiento de variables. Las ecuaciones utilizadas son las siguientes:

**Tabla 2.10.** Ecuaciones de sintonización del controlador tipo PI por Dahlin

Control	$K_p$	$\tau_i$
PI	$\frac{1}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$\tau$

Reemplazando los valores correspondientes en las ecuaciones anteriores se obtienen los valores numéricos que se utilizarán en los bloques de Simulink para este controlador.

**Tabla 2.11.** Parámetros de sintonización del controlador PI

Función	$K_p$	$\tau_i$
$T_1(s)$	2.907	153.947
$T_2(s)$	4.851	147.120

#### 2.1.4.2. Control por modos deslizantes (SMC)

Como se mencionó en el capítulo 1, el control por modos deslizantes (SMC) constituye una alternativa fuertemente utilizada en la actualidad para desarrollar controladores robustos, ya que permite sintetizar leyes de control para procesos no lineales, las cuales proporcionan una mayor insensibilidad ante condiciones de incertidumbre del modelado, que los controladores tradicionales como los algoritmos tipo PID. Además, la metodología para el desarrollo de controladores SMC puede ser modificada para trabajar con modelos aproximados de orden reducido, permitiendo simplificar considerablemente el diseño de la ley de control [4].

Para realizar el diseño de este controlador, se toma en consideración la metodología empleada en [36], donde se propone una ley de control ( $U_{SMC}$ ) conformada por una parte continua ( $U_C$ ) y una parte discontinua ( $U_D$ ).

$$U_{SMC}(t) = U_C(t) + U_D(t) \quad (2.28)$$

La parte discontinua se encarga de alcanzar la superficie deslizante y viene definida por:

$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.29)$$

Donde la función  $\sigma(t)$  utiliza la función signo para tomar en consideración el signo de la ganancia del proceso, para obtener una acción de control adecuada. Al no cambiar la función, se considera básicamente un algoritmo tipo PID [37].

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.30)$$



Entonces, se toma la función FOPDT de la Ecuación 2.31 que representa las salidas del sistema y se emplea una aproximación mediante series de Taylor en el término correspondiente al retardo para obtener una función de segundo orden resultante a partir de la cual se encuentra el término discontinua de la ley de control.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (2.31)$$

$$e^{-t_0 s} = \frac{1}{t_0 s + 1} \quad (2.32)$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (2.33)$$

Ahora, se trabaja con la función de transferencia resultante para poder expresarla como una ecuación en forma diferencial, separando las funciones  $u(t)$  y  $x(t)$  a cada lado de la ecuación.

$$\left(\frac{K}{t_0 \tau}\right) U(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}\right) \frac{dx(t)}{dt} + \left(\frac{1}{t_0 \tau}\right) x(t) \quad (2.34)$$

La fórmula general para determinar la superficie con la que se va a trabajar se expresa de la siguiente manera:

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int e(t) dt \quad (2.35)$$

Ya que el sistema se representa como una ecuación diferencial de segundo orden, donde  $n = 2$ , y considerando una superficie de tipo PID, se obtiene como resultado la siguiente función  $S(t)$ :

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.36)$$

Con el fin de evitar cambios bruscos en las señales de control debido a los cambios de referencia tipo escalón, sabiendo que  $e(t) = r(t) - x(t)$ , se considera que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$ . Por ende, la superficie deslizante queda de esta manera:

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.37)$$

Ahora, para cumplir el objetivo de control que es mantener la variable controlada igual al valor de la referencia, por ende, una vez que la referencia es alcanzada, la superficie deslizante  $S(t)$  toma un valor constante [36].

Para mantener ese valor constante el valor del error  $e(t)$  debe ser nulo, por lo que se considera la siguiente condición:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.38)$$

Entonces, tomando en cuenta que  $e(t) = r(t) - x(t)$  y utilizando la expresión anterior en la Ecuación 2.37, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.39)$$

Despejando  $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$  de la ecuación anterior se tiene que:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \lambda_1 \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) \quad (2.40)$$

Ahora, se reemplaza la Ecuación 2.40 en la Ecuación 2.34 y se despeja el valor de la parte continua  $U_C(t)$  que conforma la ley de control del SMC. De la misma manera se toma a consideración de que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$ .

$$U_C(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] \quad (2.41)$$

Por último, para obtener la ley de control final se toman las Ecuaciones 2.29 y 2.41 que corresponden las funciones discontinua y continua de la ley de control, respectivamente, y se reemplazan sus igualdades correspondientes en la Ecuación 2.28, obteniendo como resultado esta expresión:

$$U_{SMC}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.42)$$

Tal como se menciona en [4], para completar el diseño del controlador se requiere de ecuaciones que permitan sintonizar la ley de control final. Por lo tanto, a partir del algoritmo Nelder – Mead se obtienen las siguientes ecuaciones de sintonía [36].

Para la parte continua del controlador se tiene que:

$$\lambda_1 = \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} \quad (2.43)$$

$$\lambda_0 \leq \frac{(\lambda_1)^2}{4} \quad (2.44)$$

Por otro lado, para la parte discontinua del controlador se tiene que:

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76} \quad (2.45)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K||K_D\lambda_1| \quad (2.46)$$

Tomando las ecuaciones de sintonía anteriores y reemplazando los valores correspondientes a los modelos FOPDT de cada una de las salidas de temperatura, se obtienen los parámetros de sintonización de cada controlador SMC, los cuales se muestran en la Tabla 2.12. Cabe mencionar que en los sistemas donde las señales del controlador funcionan en porcentaje (0 – 100%), como es el caso del TCLab, los valores de  $K_D$  y  $\delta$  deben multiplicarse por cien [4].

**Tabla 2.12.** Parámetros de sintonización del controlador SMC

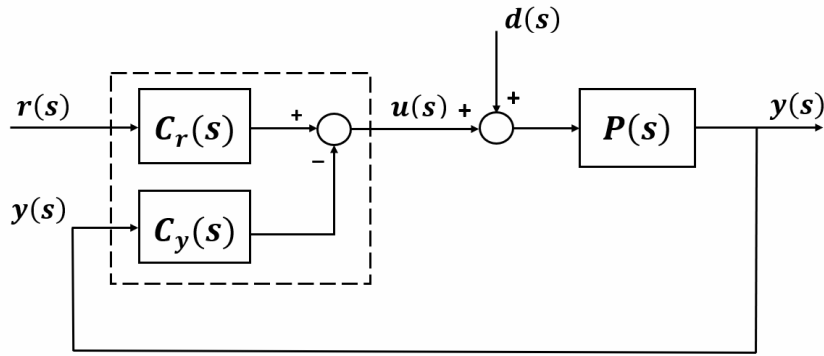
Función	$\lambda_1(10^{-2})$	$\lambda_0(10^{-4})$	$K_D(10^3)$	$\delta$
$T_1(s)$	3.630	3.286	2.057	75.056
$T_2(s)$	3.550	3.159	5.250	77.764

### 2.1.4.3. Control tipo PID de dos grados de libertad (PID – 2DOF)

De forma general, los controladores suelen ser diseñados y sintonizados para rechazar las perturbaciones de forma adecuada (control regulatorio) o para un correcto seguimiento ante los cambios de referencia del sistema (servo control). Sin embargo, esto suele provocar que el sistema de control tenga un deficiente rechazo a perturbaciones cuando se sintoniza con técnicas para el servo control y viceversa [23]. Por ende, en los últimos años se ha planteado la formulación de controladores con más de un grado de libertad (1DOF) para cumplir de forma satisfactoria ambas condiciones al momento de implementar un controlador.

Los grados de libertad de un controlador se relacionan directamente a la cantidad de funciones de transferencia en lazo cerrado que se pueden sintonizar de manera individual [24]. Por lo tanto, una estructura con dos grados de libertad (2DOF) pretende procesar la información de las señales de salida y referencia de manera independiente para conseguir un mejor desempeño y respuesta del controlador.

El esquema general para un sistema de control con dos grados de libertad se muestra en la Figura 2.17, donde se observa que tanto la referencia como la salida del sistema tienen una función de transferencia individual.



**Figura 2.17.** Sistema de control de dos grados de libertad [23]

Para el diseño de un controlador PI con dos grados de libertad se utiliza la ecuación que expresa la ley de control de un PID clásico, no obstante, para transformar esta ecuación en una estructura con dos grados de libertad se considera que cada error se defina mediante una ecuación individual:

$$u(t) = K_p \left[ e_p(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e_i(t) + \tau_d \frac{de_d(t)}{dt} \right] \quad (2.47)$$

Donde:

- $K_p$  : Constante proporcional
- $\tau_i$  : Constante de tiempo integral
- $\tau_d$  : Constante de tiempo derivativa

Entonces, cada uno de los errores se expresan de la siguiente manera:

$$e_p(t) = \beta r(t) - x(t) \quad (2.48)$$

$$e_i(t) = r(t) - x(t) \quad (2.49)$$

$$e_d(t) = \gamma r(t) - x(t) \quad (2.50)$$

Donde:

- $\beta$  : Factor proporcional del peso de la señal referencia
- $\gamma$  : Factor derivativo del peso de la señal de referencia

Por último, para obtener la ecuación de un controlador PI con dos grados de libertad se descarta el término que corresponde a la parte derivativa de la ley de control, dando como resultado la siguiente expresión:

$$u(t) = K_p \left[ (\beta r(t) - x(t)) + \frac{1}{\tau_i} \int (r(t) - x(t)) \right] \quad (2.51)$$

Al expresar la ecuación anterior como una función de transferencia, se aprecia de mejor manera que se trabaja con diferentes sintonizaciones para la señal de referencia  $r(t)$  y para la señal de salida  $x(t)$ , dependiendo del valor que tome el parámetro  $\beta$ . Cabe mencionar que si se considera un valor de  $\beta = 1$ , se trabajaría con la estructura de un controlador tipo PI convencional.

$$U(s) = K_p \left( \beta + \frac{1}{\tau_i s} \right) R(s) - K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) X(s) \quad (2.52)$$

Tomando en cuenta la estructura de la Figura 2.17, las funciones de transferencia de cada controlador quedarían de la siguiente manera:

$$C_r(s) = K_p \left( \beta + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.53)$$

$$C_y(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.54)$$

Para la sintonización de los parámetros de este esquema de control, se toman las ecuaciones propuestas en [24], ya que garantizan un nivel de robustez deseado y minimizan el esfuerzo de control de las señales del controlador. Las ecuaciones para un controlador PI – 2DOF vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$K_p = \frac{a_1 \eta + a_2}{(\eta + a_3)K} \quad (2.55)$$

$$\tau_i = \frac{(b_1 \eta + b_2)t_0}{\eta + b_3} \quad (2.56)$$

$$\beta = c_1 \eta + c_2 \quad (2.57)$$

Tal como se puede observar, estas ecuaciones de sintonía están basadas en modelos de primer orden con retardo (FOPDT), representados en la Ecuación 2.26, por lo que se ajustan perfectamente a los modelos encontrados anteriormente para las salidas del módulo TCLab. Sin embargo, existe un parámetro adicional denominado  $\eta$ , el cual se define como el tiempo de retardo normalizado y se calcula de la siguiente manera:

$$\eta = \frac{t_0}{t_0 + \tau} \quad (2.58)$$

$$0 \leq \eta \leq 1 \quad (2.59)$$

Este parámetro suele indicar que tan difícil será realizar el control de un proceso, donde valores cercanos a 0 indican que el sistema es relativamente fácil de controlar, y conforme el valor de  $\eta$  va aumentando, también lo hace la dificultad para controlarlo [24]. Finalmente, para determinar los valores de los coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$  y  $c_i$  se emplean las tablas propuestas en [24], las cuales se encuentran en función del grado de robustez deseado  $M_s$ .

**Tabla 2.13.** Parámetros de ajuste PI – 2DOF [24]

<b>Ms</b>	<b><math>a_1</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	<b><math>a_3</math></b>	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	<b><math>b_3</math></b>	<b><math>c_1</math></b>	<b><math>c_2</math></b>
1.2	-0.116	0.166	-0.0016	-0.573	0.962	0.062	8.551	-0.180
1.4	-0.226	0.301	0.0001	0.856	1.040	0.118	3.708	0.258
1.6	-0.177	0.374	0.0001	-1.042	1.438	0.288	2.174	0.362
1.8	-0.269	0.479	0.0001	-1.085	1.433	0.272	1.289	0.449
2	-0.261	0.541	-0.0001	-1.130	1.577	0.324	0.912	0.461

Utilizando las ecuaciones anteriores, los parámetros del modelo FOPDT aproximado y un grado de robustez  $M_s = 1.6$ , se determinan las constantes para la sintonización del controlador PI – 2DOF, mostradas en la siguiente tabla:

**Tabla 2.14.** Parámetros de sintonización del controlador PI – 2DOF

<b>Función</b>	<b><math>K_p</math></b>	<b><math>\tau_i</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
$T_1(s)$	2.422	89.909	0.752
$T_2(s)$	4.076	89.823	0.778

#### 2.1.4.4. Propuesta de control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF)

Como se mencionó antes, el control por modos deslizantes constituye una técnica atractiva para el diseño de controladores no lineales, ya que proporcionan un elevado grado de robustez en sistemas dinámicos que trabajan en condiciones de incertidumbre [4]. Además, utiliza el principio de funcionamiento de los controladores PID aplicado a las superficies deslizantes que forman parte de la ley de control, por lo que en muchas ocasiones se lo suele considerar como un “PID robusto”.

Por otra parte, acorde a la teoría referente a controladores con dos grados de libertad, el proporcionar un grado de libertad adicional a la estructura del controlador brinda la posibilidad de satisfacer de manera adecuada las condiciones para un buen rechazo a perturbaciones y seguimiento de la referencia [23]. Esto se puede lograr gracias a que cada función de transferencia en lazo cerrado del sistema de control se puede sintonizar de manera independiente.

Por ende, se propone el desarrollo de un controlador que acople la metodología del control por modos deslizantes (SMC) con la teoría de controladores con dos grados de libertad (2DOF), con el fin de obtener los beneficios de ambos en un mismo sistema de control.

Para desarrollar la ley de control del controlador propuesto, se toman como base las ecuaciones correspondientes al controlador SMC desarrollado anteriormente, ya que se pretende mantener un esquema de control similar a este último. Entonces, para formular la ley de control se sigue considerando que está formada por una función continua y una discontinua:

$$U_{SMC-2DOF}(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (2.60)$$

De la misma manera, se considera que las ecuaciones que representan la parte discontinua se expresan de la siguiente forma:

$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.61)$$

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.62)$$

También, se trabaja con la ecuación del modelo de primer orden y la respectiva aproximación del retardo mediante series de Taylor.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (2.63)$$

Una vez hecho eso, la expresión anterior se transforma al dominio del tiempo y se procede a despejar la ecuación que relaciona la señal de control  $U(t)$  con la señal de medida de la salida del proceso  $x(t)$ , dando como resultado la Ecuación 2.64.

$$\left(\frac{K}{t_0 \tau}\right) U(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}\right) \frac{dx(t)}{dt} + \left(\frac{1}{t_0 \tau}\right) x(t) \quad (2.64)$$

Ahora, se trabaja con la fórmula general para determinar la superficie deslizante, considerando el grado del sistema  $n = 2$ , obteniendo así una superficie de tipo PID.

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.65)$$

Entonces, para introducir el concepto de dos grados de libertad (2DOF) al esquema anterior, se propone trabajar con una superficie deslizante tipo PID con dos grados de libertad, en lugar de la superficie PID tradicional.

En otras palabras, se considera que cada término de error ( $e$ ) sea representado de manera individual:

$$S(t) = \frac{de_d(t)}{dt} + \lambda_1 e_p(t) + \lambda_0 \int e_i(t) dt \quad (2.66)$$

Donde:

$e_d(t)$  : Error derivativo

$e_p(t)$  : Error proporcional

$e_i(t)$  : Error integral

Las expresiones de los errores vienen definidas en base a la estructura general de un controlador de dos grados de libertad vista en la Figura 2.17:

$$e_p(t) = \beta r(t) - x(t) \quad (2.67)$$

$$e_i(t) = r(t) - x(t) \quad (2.68)$$

$$e_d(t) = \gamma r(t) - \dot{x}(t) \quad (2.69)$$

Reemplazando las expresiones anteriores en la Ecuación 2.66, se obtiene como resultado una superficie final que incorpora los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  a los errores proporcional y derivativo, respectivamente. Estos términos adicionales nos permitirán cambiar el peso que tiene la señal de referencia dentro de la estructura de  $S(t)$  y, por ende, de las partes continua y discontinua que forman la ley de control. Cabe mencionar que si se trabaja con valores de  $\beta = 1$  y  $\gamma = 1$ , la superficie deslizante es la misma que la de un controlador SMC normal.

$$S(t) = \gamma \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 [\beta r(t) - x(t)] + \lambda_0 \int [r(t) - x(t)] dt \quad (2.70)$$

Considerando que las derivadas de la referencia pueden descartarse sin provocar ningún efecto en el desempeño del controlador [36], la ecuación final de la superficie es la siguiente:

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 \beta r(t) - \lambda_1 x(t) + \lambda_0 \int r(t) dt - \lambda_0 \int x(t) dt \quad (2.71)$$

Para asegurarse que el valor de salida se mantenga igual al valor de la referencia, la superficie  $S(t)$  debe tener un valor constante, por ende, se debe cumplir la condición.



$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.72)$$

Entonces, al aplicar la condición anterior a la Ecuación 2.71 y teniendo en cuenta que  $e_i(t) = r(t) - x(t)$  se obtiene la Ecuación 2.73, donde es necesario despejar el término de la segunda derivada del error.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \lambda_1\beta \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_0 e_i(t) \quad (2.73)$$

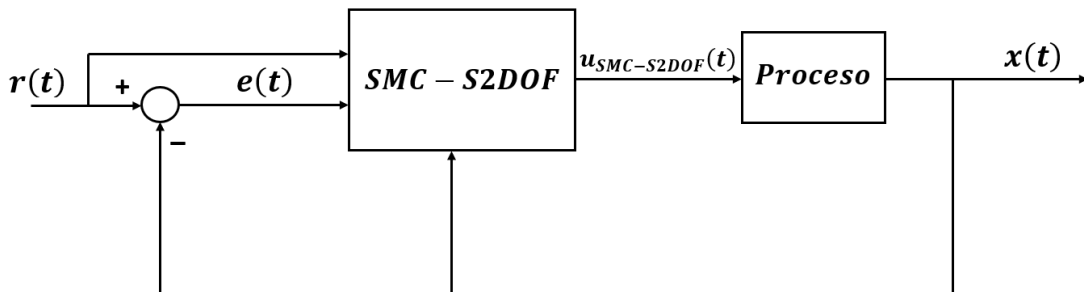
Ahora, se reemplaza dicha expresión en la Ecuación 2.64 para obtener la función discontinua de la ley de control y se considera que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$ , dando como resultado:

$$U_C(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e_i(t) \right] \quad (2.74)$$

Tomando las ecuaciones obtenidas para cada parte de la ley de control, nos da como resultado la siguiente expresión:

$$U_{SMC-S2DOF}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e_i(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{S2DOF}(t)}{|\sigma_{S2DOF}(t)| + \delta} \quad (2.75)$$

Es pertinente mencionar que en la Ecuación 2.75, la parte continua del controlador SMC – S2DOF es exactamente igual a la parte continua de un controlador SMC normal. Esto se debe a que, al considerarse las derivadas de la referencia como nulas, se elimina el parámetro  $\gamma$  relacionado al peso que tiene la derivada de la referencia dentro de la superficie deslizante. Esta consideración es tomada debido a que los cambios en las referencias tipo escalón podrían provocar cambios bruscos en las señales del controlador, sin embargo, si se maneja referencias de diferente naturaleza este término podría mantenerse de considerarse necesario.



**Figura 2.18.** Esquema del controlador SMC – S2DOF

Finalmente, para la sintonización del controlador SMC – S2DOF se toman en cuenta las reglas de sintonía utilizadas anteriormente para el controlador SMC tradicional, correspondientes a las Ecuaciones 2.43, 2.44, 2.45 y 2.46.

Para el caso del parámetro  $\beta$ , la sintonía se realiza de manera empírica a partir de los resultados obtenidos durante pruebas del controlador realizadas en el módulo de temperatura, ya que, al tratarse de una nueva propuesta para la estructura del controlador, no existen reglas de sintonía que puedan ser empleadas. Por lo tanto, se tomaron los valores que ofrecían una mejor respuesta de la señal de salida del sistema. Tomando en cuenta lo antes mencionado, se reemplazan los valores del modelo de primer orden con retardo para cada salida de temperatura y se calcula los valores correspondientes, los cuales se muestran en la Tabla 2.15.

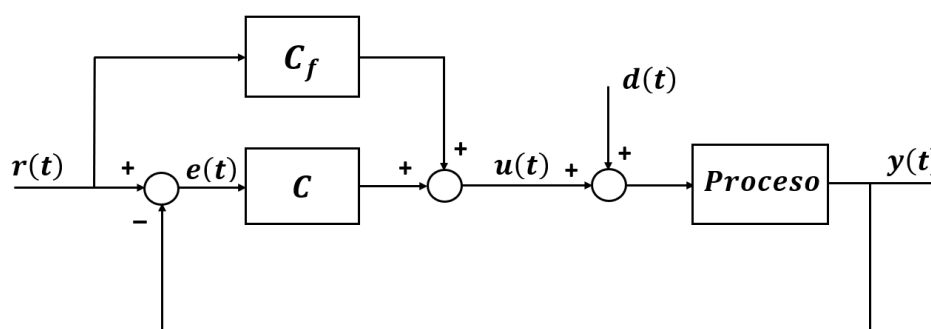
**Tabla 2.15.** Parámetros de sintonización del controlador SMC – S2DOF

<b>Función</b>	$\lambda_1(10^{-2})$	$\lambda_0(10^{-4})$	$K_D(10^3)$	$\delta$	$\beta$
$T_1(s)$	3.630	3.286	2.057	75.056	0.275
$T_2(s)$	3.550	3.159	5.250	77.764	0.100

#### 2.1.4.5. Propuesta de control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC)

Anteriormente, se plantea que el combinar la metodología del control por modos deslizantes con los esquemas de control con dos grados de libertad, tiene como objetivo incorporar las características de ambos en una misma ley de control. Por lo tanto, siguiendo la misma línea de acción, se propone una alternativa adicional para desarrollar un controlador 2DOF – SMC utilizando un procedimiento diferente al planteado anteriormente.

Para el desarrollo de este controlador, en lugar de trabajar con el esquema general para un controlador de dos grados de libertad, se plantea el uso de una estructura feedforward con dos grados de libertad mostrada en el capítulo 1.



**Figura 2.19.** Sistema de control de dos grados de libertad con estructura feedforward [22]

Aunque se trata de una configuración diferente al esquema general, se mantiene el mismo principio de funcionamiento, el cual es cambiar el peso que tiene la señal de referencia dentro de la función de transferencia del controlador. Entonces, en la Figura 2.19 se observa que existe un controlador principal  $C$  y un controlador en configuración feedforward  $C_f$  el cual proporciona el segundo grado de libertad al esquema.

Para esta propuesta de un controlador 2DOF – SMC se pretende mantener al controlador principal  $C$  como un controlador SMC ordinario, mientras que el controlador  $C_f$  se trata de un controlador proporcional  $P$  para compensar de manera externa el peso de la referencia en la señal de control final. Por lo tanto, las ecuaciones correspondientes a  $U_C(t)$  y  $U_{C_f}(t)$  son las siguientes:

$$U_{C_f}(t) = -\alpha K_p r(t) \quad (2.76)$$

$$U_C(t) = \frac{t_0 \tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0 \tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.77)$$

Donde:

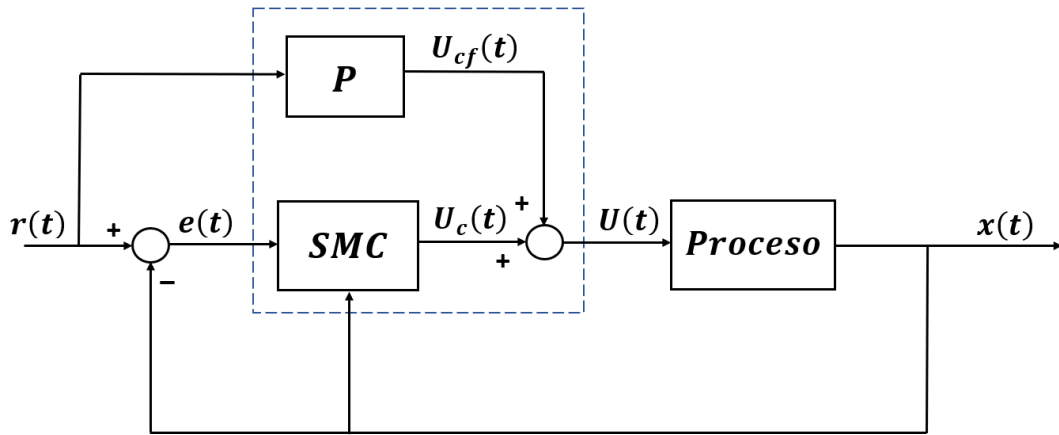
- $\alpha$  : Factor proporcional del peso de la señal de referencia
- $K_p$  : Constante proporcional

Tomando en cuenta que la superficie deslizante de la ley de control SMC viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.78)$$

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.79)$$

Si bien en el esquema feedforward planteado en [22] se considera que la función  $C_f(t)$  sea un controlador tipo PD, en este trabajo se ha mencionado que, para cambios de referencia tipo escalón, la mejor opción es descartar la parte derivativa de la señal de referencia, con el fin de evitar que los cambios bruscos afecten el desempeño del controlador. Sin embargo, esta consideración se puede omitir si se trabaja con un tipo de referencia diferente.



**Figura 2.20.** Esquema del controlador SMC con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC)

Por lo tanto, la ley de control total resultante se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$U(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} - \alpha K_P r(t) \quad (2.80)$$

En la Figura 2.20, se muestra el esquema resultante para la configuración de este controlador. No obstante, al igual que en el caso anterior, no existen reglas de sintonía establecidas para determinar los parámetros de este controlador. Por ende, para este caso se opta por utilizar una combinación de las ecuaciones de sintonización encontradas en el desarrollo de los controladores SMC y PI – 2DOF, ya que se trata de una unión de ambas técnicas.

En otras palabras, para sintonizar el controlador  $C(t)$  correspondiente a un SMC, se utilizan las Ecuaciones 2.43, 2.44, 2.45 y 2.46. Mientras que para el controlador feedforward  $C_f(t)$ , se emplean las expresiones correspondientes a las Ecuaciones 2.55, 2.56, 2.58 y 2.59.

Cabe mencionar que el parámetro  $\alpha$  fue determinado a partir de los resultados obtenidos en base a diferentes pruebas en el módulo TCLab, ya que no se cuenta con una ecuación como tal. Por último, los valores encontrados con las consideraciones anteriores se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 2.16.** Parámetros de sintonización del controlador 2DOF – SMC

<b>Función</b>	$\lambda_1(10^{-2})$	$\lambda_0(10^{-4})$	$K_D(10^3)$	$\delta$	$K_p$	$\alpha$
$T_1(s)$	3.630	3.286	2.057	75.056	2.422	0.150
$T_2(s)$	3.550	3.159	5.250	77.764	4.076	0.300

#### 2.1.4.6. Control por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL – SMC)

De los subcapítulos anteriores, se puede destacar que el diseño de un esquema habitual para un controlador SMC se puede sintetizar de forma relativamente sencilla para procesos aproximados a modelos FOPDT. Adicionalmente, cuenta con las características de un controlador PID, además de una mayor robustez, ya que utiliza superficies de tipo PID.

Sin embargo, por esta misma razón es posible que produzca oscilaciones no deseadas en la salida durante el régimen transitorio, ya que su superficie deslizante cuenta con una parte integral. Esto se debe a que un término integral muy pequeño suele desestabilizar el sistema, a pesar de conseguir eliminar el error ante una entrada escalón [26] [38].

Por esta razón, tal como se plantea en [26], una alternativa favorable para corregir los problemas mencionados anteriormente es utilizar un esquema de control Dual con modos deslizantes (DUAL – SMC). Este esquema utiliza dos superficies deslizantes diferentes, una PD y una PID, que trabajan considerando ciertas condiciones de operación para obtener una ley de control resultante que proporcione los beneficios de ambas.

Entonces, para el diseño de este controlador es necesario determinar las ecuaciones tanto para una superficie deslizante PD como para una superficie PID.

Para ello, primero se determina las ecuaciones de un SMC – PD, siguiendo los pasos habituales para el desarrollo de una ley de control por modos deslizantes, la cual se define de la siguiente manera:

$$U_{SMC}(t) = U_C(t) + U_D(t) \quad (2.81)$$

Donde:

$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.82)$$

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.83)$$

De igual manera, al trabajar con modelos aproximados FOPDT, se toma como base la función de transferencia adecuada y la correspondiente aproximación del retardo:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (2.84)$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (2.85)$$

Ahora, se obtiene la ecuación que relaciona la señal de control ( $u$ ) con la salida del sistema ( $x$ ):

$$\left(\frac{K}{t_0\tau}\right)U(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0\tau}\right)\frac{dx(t)}{dt} + \left(\frac{1}{t_0\tau}\right)x(t) \quad (2.86)$$

Como se mencionó antes, es necesario trabajar con una superficie de tipo PD, por lo que se utiliza la Ecuación 2.87 para encontrar su superficie respectiva, tomando en cuenta el orden del sistema  $n = 2$ .

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e(t) \quad (2.87)$$

$$S_{PD}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (2.88)$$

Considerando  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$  para evitar cambios bruscos debido a la referencia y que  $e(t) = r(t) - x(t)$ , tenemos la siguiente expresión:

$$S_{PD}(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (2.89)$$

Ahora, se utiliza la condición de la Ecuación 2.90 para garantizar que el valor de salida se mantenga igual a la referencia una vez se haya eliminado el error.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.90)$$

Teniendo como resultado la derivada de la superficie de la Ecuación 2.89 y despejando el término  $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$  para utilizarlo en la deducción de la parte continua del controlador.

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dx(t)}{dt} = 0 \quad (2.91)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \lambda_1 \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.92)$$

Reemplazando la Ecuación 2.92 en la Ecuación 2.86 se obtiene como resultado la expresión que define la parte continua de la ley de control. Además, al igual que en la superficie se considera que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$ , teniendo como resultado:

$$U_C(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1\right) \frac{dx(t)}{dt} + \left(\frac{1}{t_0\tau}\right)x(t) \right] \quad (2.93)$$

Tomando en cuenta las Ecuaciones 2.82 y 2.93, se forma la expresión total para el controlador SMC con una superficie de tipo PD, mostrada en la ecuación 2.94.

$$U_{SMC-PD}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{SPD}(t)}{|\sigma_{SPD}(t)| + \delta} \quad (2.94)$$

Una vez encontrada esta expresión, también se necesita hallar la expresión para un controlador SMC con superficie tipo PID. Sin embargo, este procedimiento ya fue realizado previamente en subcapítulos anteriores, por lo que únicamente se tomara la expresión final correspondiente:

$$U_{SMC-PID}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{SPID}(t)}{|\sigma_{SPID}(t)| + \delta} \quad (2.95)$$

De las Ecuaciones 2.94 y 2.95 se puede ver que en la superficie deslizante el término diferente se trata de la parte integral  $\lambda_0 \int e(t) dt$ . Por otra parte, en las Ecuaciones 2.94 y 2.95 que corresponden a las leyes de control, el término diferente es  $\lambda_0 e(t)$ .

Para sintonizar los parámetros de ambas expresiones, se considera las ecuaciones previamente utilizadas para hallar los valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$ ,  $\delta$ , y  $K_D$ .

**Tabla 2.17.** Parámetros de sintonización del controlador DUAL – SMC

Función	$\lambda_1(10^{-2})$	$\lambda_0(10^{-3})$	$K_{D0}(10^3)$	$\delta$
$T_1(s)$	3.630	0.329	2.057	75.056
$T_2(s)$	3.550	0.316	5.250	77.764

Para proporcionar un buen seguimiento de referencia evitando sobreimpulsos y oscilaciones en la salida del proceso, así como, mejorar el control regulatorio del sistema, se utilizan parámetros adicionales conocidos como ganancia elevada ( $H$ ) y ganancia baja ( $L$ ). Estos parámetros modifican el valor de  $K_D$  con el fin de determinar la relación  $H/L$  para los controladores PD y PID por modos deslizantes, respectivamente [26].

Adicionalmente, para garantizar un cambio suave entre las dos leyes de control, se utilizan funciones no lineales para el parámetro  $K_D$ . En este caso en particular, se opta por emplear la ecuación en función del cuadrado del error propuesta en [26]:

$$K_D = K_{D0}(\theta + \phi e(t)^2) \quad (2.96)$$

Los parámetros  $\theta$  y  $\phi$  se calculan a partir de los valores escogidos para  $H$  y  $L$ , utilizando las siguientes relaciones:

$$\phi = \frac{H - L}{(e_{max})^2 - (e_{min})^2} \quad (2.97)$$

$$\theta = L - \phi(e_{min})^2 \quad (2.98)$$

Donde:

$H$  : Ganancia Elevada (ganancia del controlador con superficie tipo PD)

$L$  : Ganancia Baja (ganancia del controlador con superficie tipo PID)

$K_{D0}$  : Ganancia base de los controladores

$e_{max}$  : Límite superior positivo de la banda de error

$e_{min}$  : Límite inferior positivo de la banda de error

Entonces, para determinar el valor de la relación  $H/L$  de los SMC en modo Dual, se considera un valor apropiado que garantice que las acciones de control sean más “agresivas”, en este caso se utiliza la siguiente relación para  $T_1$ :

$$\frac{H}{L} = \frac{3}{3} \quad (2.99)$$

Por otra parte, el valor de  $e_{max}$  se considera como un límite superior positivo para el error de salida del sistema [26]. En otras palabras, se define como un porcentaje del rango de operación de los transmisores, tal como se ve en la Ecuación 2.100.

$$e_{max} = \%rango \quad (2.100)$$

En este proceso, el transmisor 1 trabaja con temperaturas entre los 20 [°C] a 120 [°C], es decir, trabaja con un rango de 100 [°C], por lo que el cambio máximo de referencia a realizar sería de 85 [°C]. En otras palabras, se considera  $e_{max} = 0.85$  como un valor apropiado para generar la banda de error. Por otro lado, el transmisor 2 trabaja entre 20 [°C] a 105 [°C]. Cabe mencionar que la temperatura mínima del proceso depende las condiciones ambientales, por lo que esta puede tomar diferentes valores alrededor de los 20 [°C].

Ahora, el valor de  $e_{min}$  se toma como un valor límite donde la salida ingresa a la “región de estado estable” de la respuesta del proceso, por lo que puede ser definido a partir de un porcentaje (como 2% o 5%) del error de salida respecto al valor actual de la referencia [26].

Para este caso, se considera acertado un 5% del error de salida, ya que el máximo cambio de la referencia fue tomado previamente como 85 [°C] ( $e_{max} = 0.85$ ). Mediante la siguiente ecuación se encuentra el valor de  $e_{min}$ .



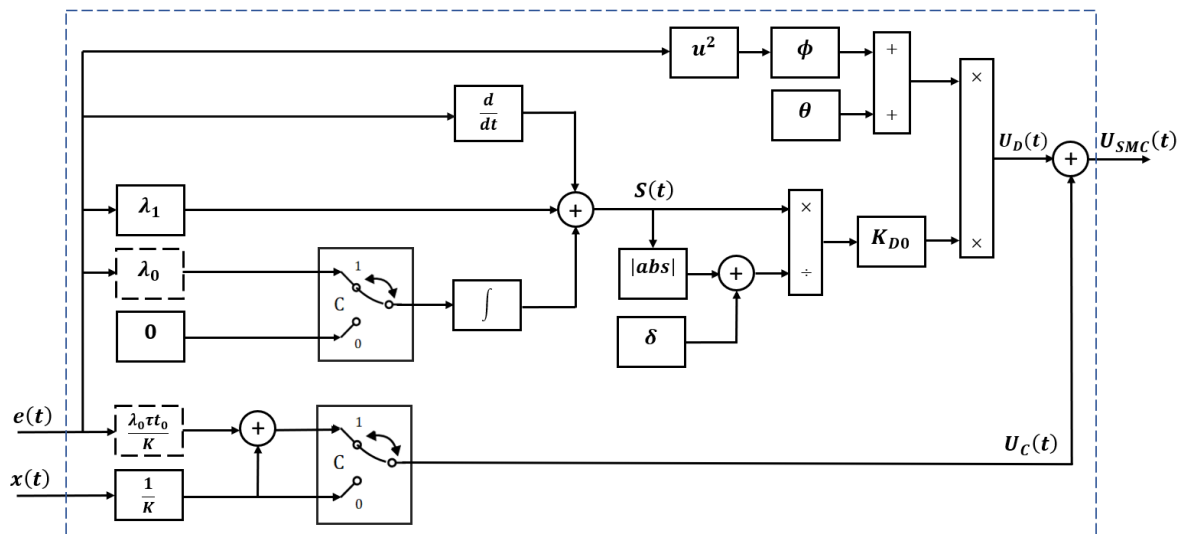
$$e_{min} = 0.05 (e_{max}) = 0.05 * 0.85 = 0.042 \quad (2.901)$$

Los parámetros escogidos para cada uno de los controladores por modos deslizantes duales se muestran en la Tabla 2.18.

**Tabla 2.18.** Parámetros de sintonización para la ganancia dinámica  $K_D$

Función	$H$	$L$	$e_{max}$	$e_{min}$	$\theta$	$\phi$	$K_D _{e(t)=0} (10^4)$
$T_1(s)$	3	3	0.85	0.042	3	0	0.617
$T_2(s)$	2	2	0.90	0.045	2	0	1.050

Finalmente, en la Figura 2.21 se puede observar el diagrama de bloques del controlador DUAL – SMC en función de los parámetros del modelo de primer orden  $K$ ,  $\tau$  y  $t_0$ , los parámetros  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$  y  $\delta$  obtenidos en la ley de control y los parámetros  $K_{D0}$ ,  $\theta$  y  $\phi$  correspondientes a la ecuación de la ganancia no lineal  $K_D$ . Además, se pueden ver los bloques de la condición  $C$  que se encargan de conmutar entre las superficies PD y PID del controlador acorde a la banda de error definida anteriormente.



**Figura 2.21.** Diagrama de bloques del controlador DUAL – SMC para un modelo FODPT [26] [38]

Entonces, en la Figura 2.22 se observa la estructura interna del bloque de condición  $C$  para realizar el cambio de superficie según corresponda.

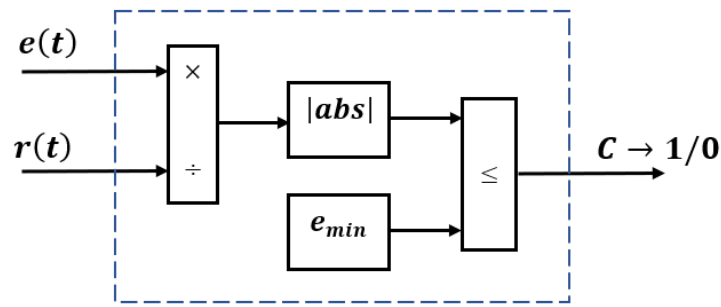


Figura 2.22. Diagrama de bloques de la condición  $C$

## 2.2. EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO

El evaporador de doble efecto corresponde a un proceso que tiene por objetivo aumentar la concentración de una solución de trietilen-glicol con agua. Este sistema es denominado de doble efecto, debido a que consta de un tanque de evaporación y de un separador de fases. Permitiendo así aumentar la concentración de soluto de la solución inicial como lo indica [7].

Tomando como referencia [7] se busca realizar control en la cantidad másica de líquido retenido tanto en el primer efecto como en el separador de fases. También se considera el control en la concentración de soluto de salida debido al propósito fundamental de este proceso. Por otro lado, los elementos finales de control en los tres casos son válvulas, como se muestra en la Figura 2.23.

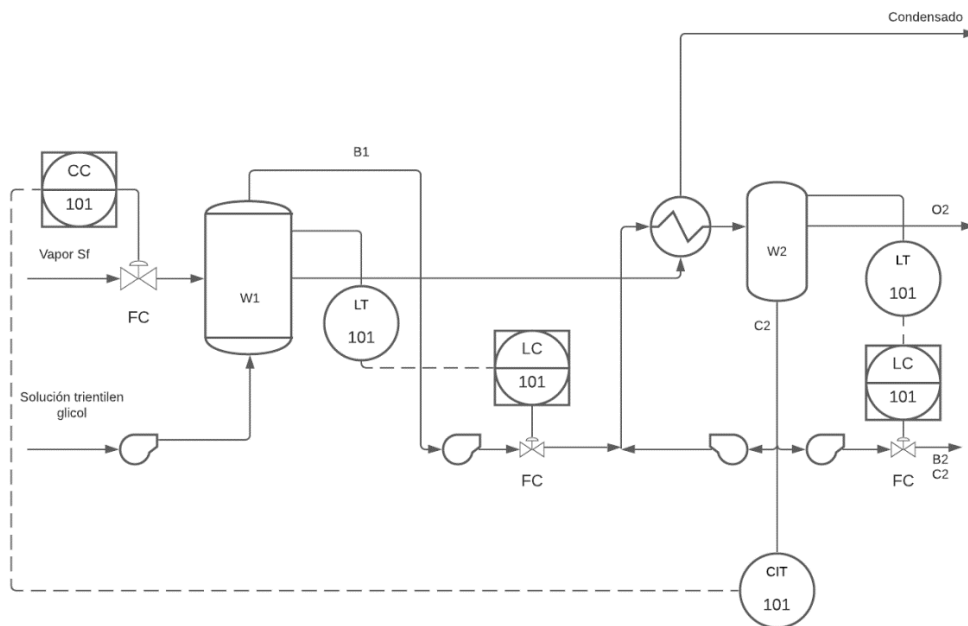


Figura 2.23. Diagrama P&ID del Evaporador de doble efecto [7]

Con el fin de simular el comportamiento de este sistema, se considera las Ecuaciones diferenciales obtenidas a partir del análisis del modelo matemático del proceso. Las cuales consideran los balances de masa, soluto y energía para el primer y segundo efecto. El conjunto de Ecuaciones que describen el comportamiento del evaporador de doble efecto es tomado de [7].

A partir del desarrollo matemático del balance total de masa y el balance de soluto del primer efecto se tiene las Ecuaciones 2.102 y 2.103.

$$\frac{dW_1}{dt} = F - B_1 - \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \quad (2.1002)$$

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{F}{W_1} (C_f - C_1) + \frac{C_1}{W_1} \left[ \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \right] \quad (2.103)$$

El balance de energía desarrollado para el primer y segundo efecto nos brinda la Ecuación 2.104.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F}{W_1} (h_f - h_1) - \frac{1}{W_1} \left[ \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \right] (H_{v1} - h_1) + \frac{\lambda_f S_f}{W_1} - \frac{L_1}{W_1} \quad (2.104)$$

De manera análoga a las Ecuaciones 2.102 y 2.103, a partir del desarrollo matemático del balance total de masa y el balance de soluto del segundo efecto se obtienen las Ecuaciones 2.105 y 2.106.

$$\frac{dW_2}{dt} = - \left[ \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2) - L_2}{1098 - 0.6T_1} \right] + B_1 - B_2 - B_1 \left[ \frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right] \quad (2.105)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = \frac{C_2}{W_2} \left[ \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2) - L_2}{1098 - 0.6T_1} \right] + \left( \frac{C_1 - C_2}{W_2} \right) B_1 + \frac{C_2}{W_2} \left[ \frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right] B_1 \quad (2.106)$$

Aunque, el sistema puede ser descrito solamente con las 5 Ecuaciones antes mencionadas. Se debe añadir las Ecuaciones 2.107 y 2.108 correspondientes al caudal de vapor producido en el primer y segundo efecto respectivamente.

$$O_1 = \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \quad (2.107)$$

$$O_2 = \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_2} + B_1 \left[ \frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right] \quad (2.108)$$

Donde:

$A_2$	: Área de transmisión de calor del segundo efecto	$ft^2$
$U_2$	: Coeficiente de transmisión de calor del segundo efecto	$BTU/(min * ft^2 * ^\circ F)$
$F$	: Caudal másico de alimentación	$lb/min$
$B_1$	: Caudal másico de fondos del primer efecto	$lb/min$
$B_2$	: Caudal másico de fondos del segundo efecto	$lb/min$
$S_f$	: Caudal de vapor de alimentación	$lb/min$
$O_1$	: Caudal de vapor de salida del primer efecto	$lb/min$
$O_2$	: Caudal de vapor de salida del segundo efecto	$lb/min$
$C_f$	: Concentración de soluto de alimentación	$\%peso$
$C_1$	: Concentración de soluto del primer efecto	$\%peso$
$C_2$	: Concentración de soluto del segundo efecto	$\%peso$
$\lambda_f$	: Calor latente de condensación de vapor de alimentación	$BTU/lb$
$h_f$	: Entalpía específica de alimentación	$BTU/lb$
$h_1$	: Entalpía específica del primer efecto	$BTU/lb$
$P_1$	: Presión del primer efecto	$psia$
$P_2$	: Presión del segundo efecto	$psia$
$T_f$	: Temperatura del vapor de calefacción	$^\circ F$
$T_1$	: Temperatura del primer efecto	$^\circ F$
$T_2$	: Temperatura del segundo efecto	$^\circ F$
$W_1$	: Cantidad másica de líquido retenido en el primer efecto	$lb$
$W_2$	: Cantidad másica de líquido retenido en el segundo efecto	$lb$
$H_{v1}$	: Entalpía específica del vapor de alimentación	$BTU/lb$
$L_1$	: Pérdidas de calor en el primer efecto	$BTU/min$
$L_2$	: Pérdidas de calor en el segundo efecto	$BTU/min$

Tomando como referencia el desarrollo matemático de las Ecuaciones diferenciales en [7] se obtienen los valores en estado estacionario y condiciones iniciales del sistema presentadas en la Tabla 2.19.

**Tabla 2.19.** Parámetros y valores nominales del evaporador de doble efecto

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$A_2$	4.6 $ft^2$	$h_f$	162 BTU/lb
$U_2$	5.245 BTU/(min * $ft^2$ * °F)	$h_1$	194 BTU/lb
$F$	5 lb/min	$P_1$	< 25 psia
$B_1$	3.3748 lb/min	$P_2$	7.5 psia
$B_2$	1.1185 lb/min	$T_f$	190 °F
$S_f$	1.8180 lb/min	$T_1$	225 °F
$O_1$	1.6252 lb/min	$T_2$	160 °F
$O_2$	2.1931 lb/min	$W_1$	30 lb
$C_f$	3.2 %peso	$W_2$	35 lb
$C_1$	4.7411 %peso	$H_{v1}$	1156 BTU/lb
$C_2$	14.3055 %peso	$L_1$	0 BTU/min
$\lambda_f$	948 BTU/lb	$L_2$	0 BTU/min

En el sistema descrito no se especifica los sensores y actuadores, por lo que parte del aporte de este documento será colocar dichos elementos. Como se mencionó anteriormente las variables manipuladas serán: caudal de vapor de alimentación ( $S_f$ ), caudal másico de fondos del primer efecto ( $B_1$ ) y caudal másico de fondos del segundo efecto ( $B_2$ ). En consecuencia, los elementos de finales de control serán válvulas. Específicamente por la posición de éstas (ver Figura 2.22) serán válvulas con fallo al cierre. Por lo que la posición de la válvula en función de la señal de control puede ser expresado como:

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{1}{\tau_{V_p}} [m(t) - V_p(t)] \quad (2.109)$$

Tomando de [39] las Ecuaciones alternativas para una válvula son las siguientes:

$$Q_v = C_{vL} \sqrt{G_f \Delta P_V} \quad (2.110)$$

$$B = \frac{500}{60} C_{vL} \sqrt{G_f \Delta P_V} V_p(t) \quad (2.111)$$

De la Ecuación 2.110 y 2.111 se deduce que:

$$B = \frac{500}{60} Q_v V_p(t) \quad (2.112)$$

Donde:

$V_p$	: Posición de la válvula	<i>adimensional</i>
$\tau_{V_p}$	: Constante de tiempo de la válvula	<i>min</i>
$m$	: Señal de control	<i>adimensional</i>
$Q_v$	: Flujo nominal de la válvula	<i>GPM</i>
$C_{VL}$	: Coeficiente de flujo de la válvula	<i>GPM/(psi)<sup>-1/2</sup></i>
$G_f$	: Gravedad específica del fluido	<i>adimensional</i>
$\Delta P_V$	: Diferencia entre presión de entrada y salida	<i>psi</i>
$B$	: Caudal	<i>lb/min</i>

Para escoger los actuadores en este caso se buscará una válvula que permita el paso de un flujo mayor al descrito para cada variable en la Tabla 2.19. Por lo que se deberá considerar este flujo, según las Ecuaciones antes descritas, en galones por minuto (GPM). En este caso encontramos que:

$$B_1 = 0.4044 \text{ GPM} ; B_2 = 0.1340 \text{ GPM} ; S_f = 0.2178 \text{ GPM} \quad (2.113)$$

Mediante el catálogo de válvulas en [40], para las tres variables se escoge una válvula que permita un flujo nominal de 0.66 GPM, conexión de ½" NPT y una constante de tiempo de 0.4 minutos. Sumado a esto se calcula la posición inicial que debe tener cada válvula con el fin de permitir un paso de un caudal igual al valor en estado estable de cada variable controlada. En consecuencia, se despeja de la Ecuación 2.112 la posición de la válvula, la cual será denominada  $V_{ps}$  al ser el valor inicial de la misma.

$$V_{ps} = \frac{60}{500} \frac{B}{Q_v} \quad (2.114)$$

**Tabla 2.20.** Parámetros y valores nominales de los actuadores

<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>
$\tau_{VP_{B1}}$	0.4 min	$Q_{v_{B1}}$	0.66 GPM
$\tau_{VP_{B2}}$	0.4 min	$Q_{v_{B2}}$	0.66 GPM
$\tau_{VP_{Sf}}$	0.4 min	$Q_{v_{Sf}}$	0.66 GPM
$V_{ps_{B1}}$	0.6136	Válvula $B_1$	FC
$V_{ps_{B2}}$	0.2033	Válvula $B_2$	FC
$V_{ps_{Sf}}$	0.3305	Válvula $S_f$	FC

Después de seleccionar los actuadores que se utilizarán, se debe especificar las características de los sensores necesarios para cerrar el lazo de control en este sistema. Es necesario realizar la medición de cantidad másica de líquido retenido para el primer ( $W_1$ ) y segundo efecto ( $W_2$ ), y la concentración de soluto del segundo efecto ( $C_2$ ). Las funciones de transferencia de los sensores se considerarán como constantes con un tiempo muerto como se muestra en la Ecuación 2.115.

$$G_{sensor} = ke^{-t_0 s} \quad (2.115)$$

Donde:

$k$  : Ganancia del transmisor *adimensional*  
 $t_0$  : Tiempo muerto del transmisor *min*

En los dos primeros casos ( $W_1$  y  $W_2$ ) se necesitará un transmisor de nivel como lo especifica la Figura 2.23. Al no existir retardos comerciales para este tipo de sensores y con el fin de brindar una complejidad extra al sistema, se especifica que estas variables tienen un elevado retardo. Entonces, como se describe en [4] para considerar una variable con elevado retardo, el tiempo muerto debe ser mayor a la constante de tiempo del proceso.

Por otro lado,  $W_1$  y  $W_2$  son variables de tipo integrantes puras por su naturaleza. Por lo que la constante de tiempo del proceso es la constante de tiempo del actuador, es decir, 0.4 minutos para ambos casos (según la Tabla 2.20).

Por consiguiente, al buscar que se considere la cantidad másica de líquido retenido para el primer ( $W_1$ ) y segundo efecto ( $W_2$ ) como variables con alto retardo, el tiempo muerto del sensor debe ser mayor a los 0.4 minutos. Por lo que se escoge que el tiempo muerto en ambos sensores sea tres veces mayor a la constante de tiempo del proceso.

Del mismo modo, la variable concentración de soluto de salida o del segundo efecto ( $C_2$ ) requiere de un analizador de concentración. Este tipo de sensores deben ser colocados después del tanque de salida, a través de una tubería.

Mediante las dimensiones de la tubería y la densidad del líquido que va a fluir se puede determinar el tiempo muerto de la medición con la Ecuación 2.116.

$$t_0 = \frac{l A \rho}{B} \quad (2.116)$$

Donde:

$t_0$  : Tiempo muerto del sensor *min*

$l$	: Longitud de la tubería	$ft$
$A$	: Sección transversal de la tubería	$ft^2$
$\rho$	: Densidad del líquido	$lb/ft^3$
$B$	: Caudal del líquido	$lb/min$
$D$	: Diámetro de la tubería	$ft$

Como resultado se obtienen los siguientes parámetros acerca de los sensores seleccionados para el sistema.

**Tabla 2.21.** Parámetros y valores nominales de los sensores

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$k_{W_1}$	1	$t_{0W_1}$	1.2 min
$k_{W_2}$	1	$t_{0W_2}$	1.2 min
$k_{C_2}$	1	$t_{0C_2}$	9.5092 min
$l$	125 ft	$\rho$	62.4 lb/ft <sup>3</sup>
$D$	0.0416 ft	$A$	0.13 ft <sup>2</sup>

## 2.2.1. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

### 2.2.1.1. Modelado y aproximación del sistema

El evaporador de doble efecto puede ser observado como un sistema multivariable provisto de tres entradas y tres salidas. Como se describió anteriormente, este sistema consta de la variable principal (Concentración de salida) y dos variables secundarias (Cantidad másica de líquido retenido). El modelado de estos sistemas se realiza de acuerdo a la naturaleza de los mismos. La variable correspondiente a la concentración de salida ( $C_2$ ) se la puede modelar como un sistema de primer orden más retardo. Mientras que, la masa de líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ) y la masa de líquido retenido en el separador de fases ( $W_2$ ), deben ser modeladas como sistemas integrantes de primer orden más retardo. Para ello se utiliza el método experimental desarrollado por Henríquez y Martínez en [10].

Para todos los casos antes mencionados, se utilizan los métodos de identificación basados en la obtención de la curva de reacción ante una entrada de tipo escalón. Específicamente se utiliza el método de Alfaro y el método de Smith como se describe en [11]. Al ser un sistema  $3 \times 3$  se debe considerar los efectos de cada variable de entrada ante cada variable de salida. En el caso de las variables tipo integrantes se realiza una derivada previa a la identificación de las mismas y se realiza el mismo procedimiento para modelamiento de sistemas de primer orden más tiempo muerto [11]. El modelado permitirá generar una

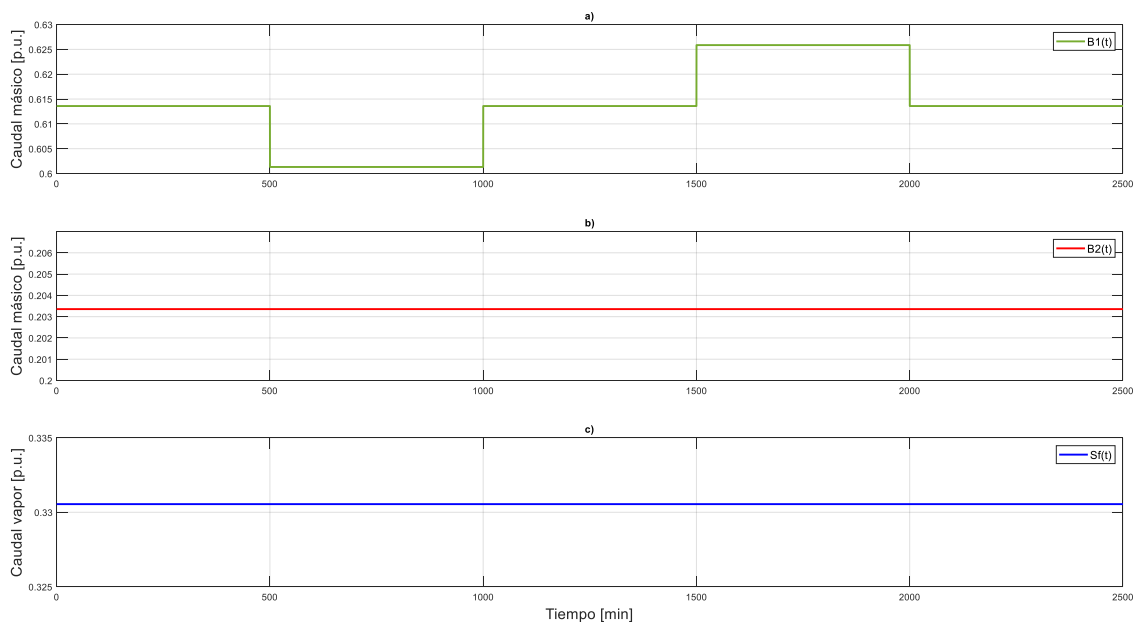


matriz de funciones de transferencia que asocie las entradas y salidas como se describe en la Ecuación 2.117.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) \end{bmatrix} \quad (2.1117)$$

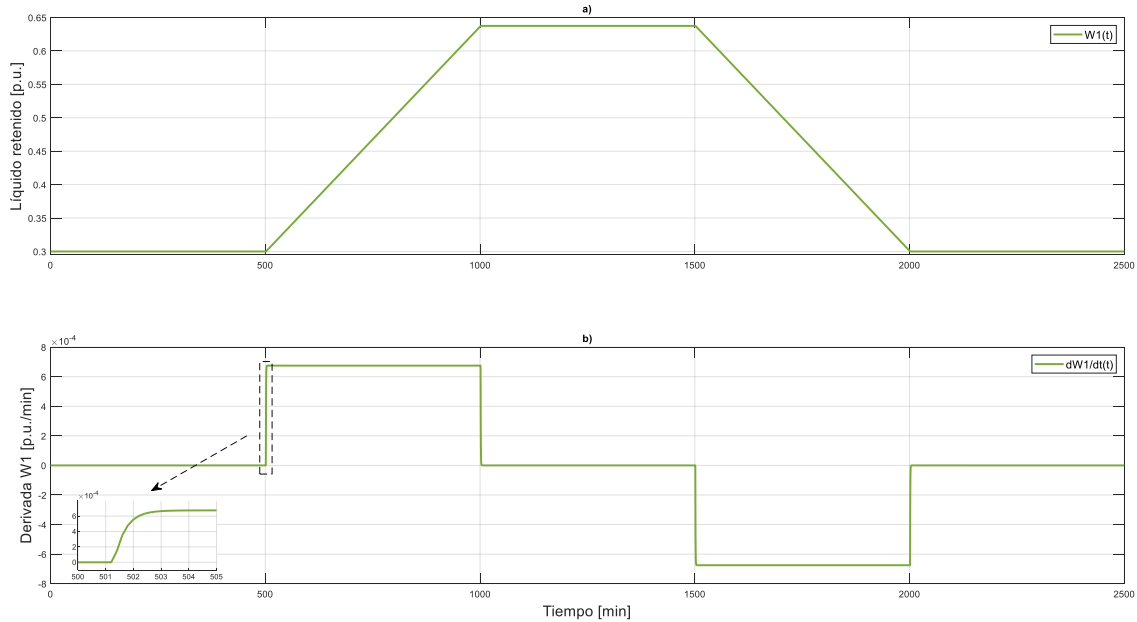
Las tres variables de entrada del sistema corresponden a los caudales másico de fondos de soluto concentrado para el primer y segundo efecto ( $B_1$  y  $B_2$ ) y el caudal de vapor ( $S_f$ ). En cada una de estas entradas, se realizan independientemente cambios de referencia considerando que las demás señales de entrada se mantienen en su valor constante de estado estable.

La Figura 2.24.a indica la señal de entrada del caudal másico de fondos de soluto concentrado del primer efecto ( $B_1$ ) con sus cambios tipo escalón. Los cambios producidos son de -2% y 2% del valor en estado estable. En las Figuras 2.24.b y 2.24.c se muestran las señales de caudal másico de fondos de soluto concentrado del intercambiador de fases ( $B_2$ ) y la señal de caudal de vapor ( $S_f$ ) respectivamente. Ambas señales se mantienen constantes con el fin de determinar el efecto de la primera entrada en las salidas del sistema.



**Figura 2.24.** Señales de entrada para identificación: a) Caudal másico  $B_1$  b) Caudal másico  $B_2$  c) Caudal de vapor  $S_f$

Con la entrada descrita en la Figura 2.24. se obtiene la siguiente señal para la primera salida, el líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ) y su respectiva derivada, al ser esta variable de tipo integrante.



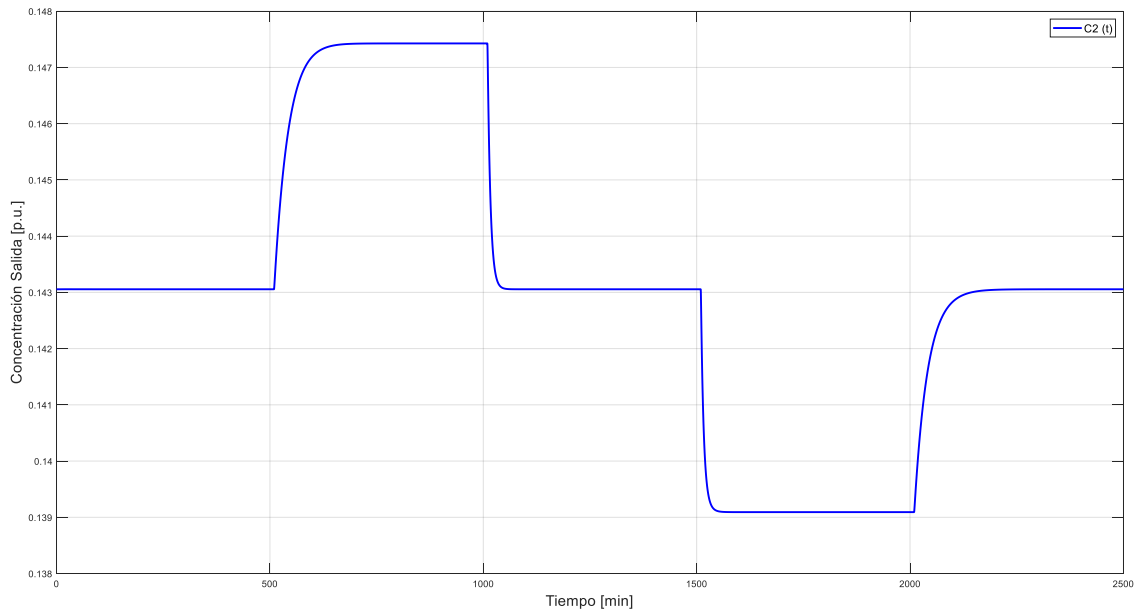
**Figura 2.15.** Señales de salida ante entrada  $B_1$ : a) Líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  b) Derivada del líquido retenido en el primer efecto  $dW_1/dt$

La respuesta del líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ) ante el cambio en el caudal de fondos de soluto del primer efecto ( $B_1$ ) en la Figura 2.25.a denota un comportamiento de tipo integrante. Este tipo de sistemas deben ser modelados derivando la respuesta obtenida como se muestra en la Figura 2.25b. Lo que nos da como punto de partida que además de ser un sistema integrante, al derivar es un sistema de primer orden más retardo. Permitiendo así, modelar la derivada del líquido en el primer efecto ( $dW_1/dt$ ) mediante los métodos de Smith y Alfaro. Los parámetros de la identificación se resumen en la Tabla 2.22.

**Tabla 2.22.** Parámetros promedio de la identificación del modelo  $G_{11}(s)$

Parámetro	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	-0.055	0.400	1.240
Alfaro	-0.055	0.400	1.250

En la Figura 2.26. se puede observar la respuesta de la concentración de salida ( $C_2$ ) ante la variación dada en el caudal másico ( $B_1$ ).



**Figura 2.26.** Señal de salida ante entrada  $B_1$ : Concentración de salida  $C_2$

La respuesta de la concentración de salida ( $C_2$ ) ante el cambio en el caudal de fondos de soluto del primer efecto ( $B_1$ ) en la Figura 2.26 se asemeja a la respuesta de un sistema de primer orden más tiempo muerto. Como se describió anteriormente, para este tipo de sistemas se realiza directamente la identificación mediante los métodos de Smith y Alfaro. Los parámetros de la identificación se resumen en la Tabla 2.20.

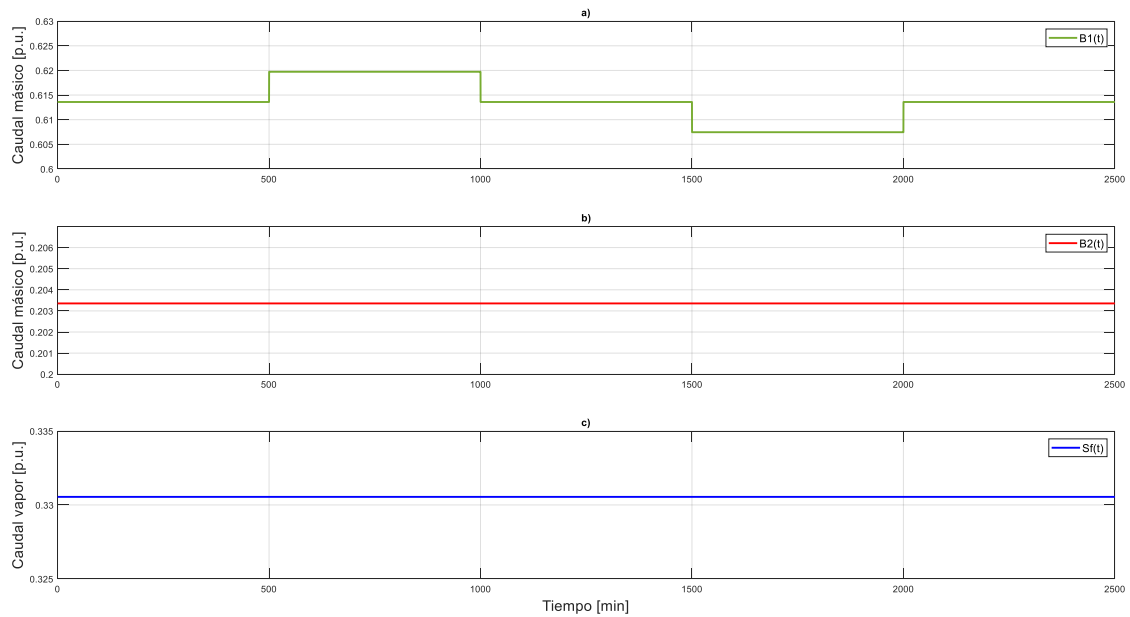
**Tabla 2.23.** Parámetros promedio de la identificación de modelo  $G_{31}(s)$

Método	$K$	$\tau$	$t_0$
Smith	-0.358	32.020	9.580
Alfaro	-0.358	30.940	10.100

Al conocer la naturaleza de las variables, es claro decir que las funciones de transferencia correspondientes al líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ) y al líquido retenido en el separador de fases ( $W_2$ ) serán de tipo integrante de primer orden más tiempo muerto. Es por ello que el procedimiento será el mismo con el cual se obtuvieron los parámetros del modelo  $G_{11}$ . Por otro lado, la variable concentración de salida ( $C_2$ ) puede ser modelada como un sistema de primer orden más tiempo muerto. En consecuencia, ante los cambios en las entradas: caudal de fondos de soluto del segundo efecto ( $B_2$ ) y caudal de vapor ( $S_f$ ) la identificación se realizará con el mismo procedimiento realizado para el modelado de la función de transferencia  $G_{31}$ .

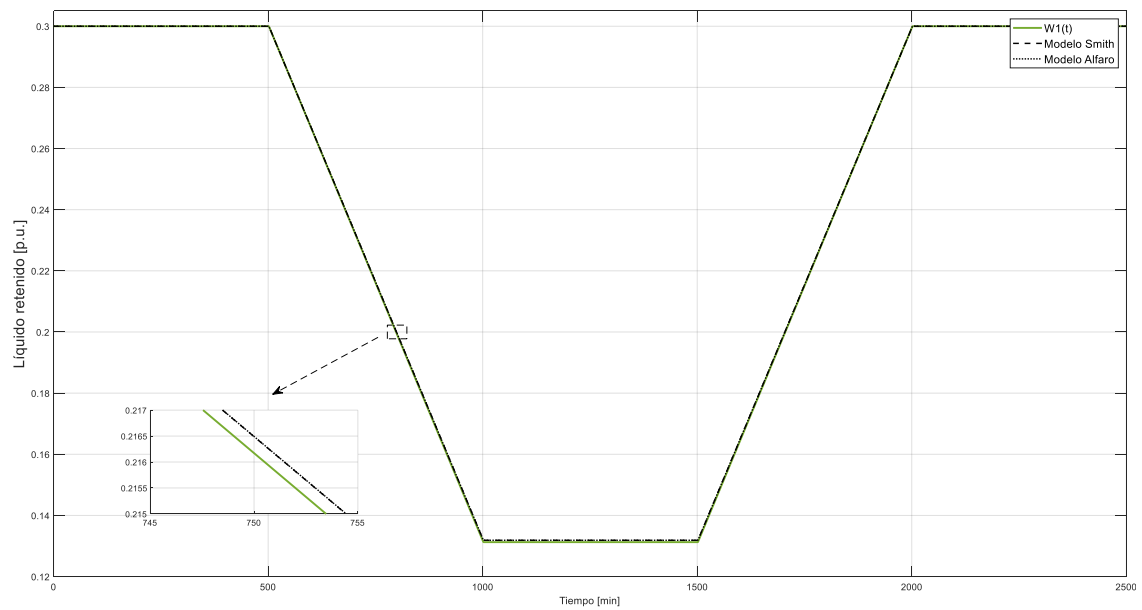
### 2.2.1.2. Validación del modelo

La validación de los modelos identificados en la sección anterior se desarrolla mediante el uso de parámetros de validación como el coeficiente  $R^2$  y  $FIT$ . Los cuales permiten determinar el grado de ajuste del modelo con el sistema real. Además, este procedimiento se considera como la comparación del sistema y el modelo ante una entrada diferente a la realizada en la sección de identificación. En este caso los cambios producidos son de 1% y -1% del valor en estado estable como se muestra en la Figura 2.27.



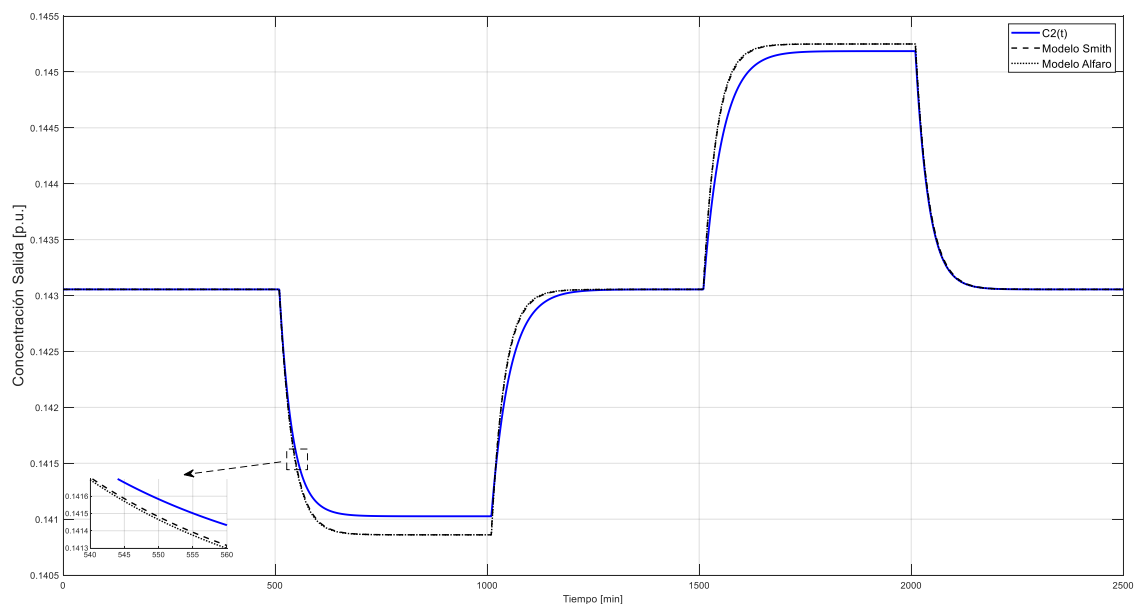
**Figura 2.27.** Señales de entrada para validación: a) Caudal másico  $B_1$  b) Caudal másico  $B_2$  c) Caudal de vapor  $S_f$

Ante los cambios de referencia en el caudal másico ( $B_1$ ) se realiza la validación para las funciones de transferencia  $G_{11}(s)$ ,  $G_{21}(s)$  y  $G_{31}(s)$ . Un ejemplo de validación para sistemas de tipo integrantes de primer orden más tiempo muerto, se observa en la Figura 2.28. Donde las señales modeladas, son prácticamente iguales, se puede observar un ligero desfase entre la señal real y los modelos de Alfaro y Smith.



**Figura 2.28.** Señales de salida para validación ante entrada  $B_1$ : Líquido retenido en el primer efecto  $W_1$

Asimismo, en la Figura 2.29 se puede observar un ejemplo de validación para la variable concentración de salida ( $C_2$ ).



**Figura 2.29.** Señales de salida para validación ante entrada  $B_1$ : Concentración del segundo efecto  $C_2$

Con las señales antes mencionadas, se realizó la validación de modelos para los métodos de Alfaro y Smith. La Tabla 2.24. muestra los coeficientes de ajuste para los modelos identificados. Es importante señalar que en los casos de las funciones de transferencia

$G_{12}(s)$ ,  $G_{32}(s)$  y  $G_{13}(s)$  no se realizó la medición de parámetros de ajuste, ya que dichas funciones de transferencia son nulas.

**Tabla 2.24.** Índices de validación para los modelos FOPDT e IFOPDT

<b>Función</b>	<b>Método</b>	<b><math>R^2</math></b>	<b><math>FIT</math></b>
$G_{11}(s)$	Smith	100.000	99.620
	Alfaro	100.000	99.620
$G_{21}(s)$	Smith	100.000	99.730
	Alfaro	100.000	99.730
$G_{31}(s)$	Smith	99.800	92.550
	Alfaro	99.780	92.410
$G_{22}(s)$	Smith	100.000	99.230
	Alfaro	100.000	99.230
$G_{23}(s)$	Smith	100.000	99.860
	Alfaro	100.000	99.870
$G_{33}(s)$	Smith	99.360	91.450
	Alfaro	98.470	92.220

Para escoger las funciones de transferencia se dará prioridad al parámetro de ajuste  $R^2$ . No obstante, en varios casos este parámetro es el mismo para ambos modelos obtenidos con Smith y Alfaro. Por lo que, en dichos casos se recurrirá al parámetro  $FIT$ . Siendo así, las funciones de transferencia obtenidas las siguientes:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.055}{s(0.400s + 1)} e^{-1.250s} & 0 & 0 \\ \frac{0.045}{s(0.390s + 1)} e^{-1.250s} & \frac{-0.055}{s(0.400s + 1)} e^{-1.240s} & \frac{-0.052}{s(8.590s + 1)} e^{-1.720s} \\ \frac{-0.358}{32.020s + 1} e^{-9.580s} & 0 & \frac{0.644}{40.040s + 1} e^{-18.980s} \end{bmatrix} \quad (2.118)$$

De las funciones de transferencia obtenidas es claro que cuando la salida es líquido retenido, ya sea en el primer efecto ( $W_1$ ) o en el separador de fases ( $W_2$ ) la respuesta, independientemente de la entrada, es tipo integrante. Además, la respuesta de estas variables ante entradas de caudal másico tanto del primer efecto ( $B_1$ ) como del segundo efecto ( $B_2$ ) tiene la característica de un sistema de elevado retardo, al ser el tiempo muerto modelado ( $t_o$ ) mayor que la constante de tiempo del sistema ( $\tau$ ).

De manera contraria, la respuesta de la variable concentración de salida ( $C_2$ ) ante el caudal másico del primer efecto ( $B_1$ ) y el caudal de vapor ( $S_f$ ) es de primer orden más tiempo muerto. Siendo en este caso el tiempo muerto modelado ( $t_o$ ) menor que la constante de tiempo del sistema ( $\tau$ ).

En resumen, el comportamiento del evaporador de doble efecto en base a sus Ecuaciones matemáticas puede ser expresado como la matriz de funciones de transferencia  $G(s)$  descrita en la Ecuación 2.118.

### 2.2.2. INTERACCIÓN DE VARIABLES MANIPULADAS Y CONTROLADAS

Uno de los principales inconvenientes con sistemas multivariables o de múltiples entradas y múltiples salidas es la interacción que se puede dar entre variables internas del sistema. Esta interacción puede afectar los lazos de control, ya que las variables que se buscan controlar se verán afectadas por variables fuera de dichos lazos de control. Para ello, se debe medir el grado de interacción entre variables. Para efecto práctico se utilizará el método de la matriz de ganancias relativas de Bristol o matriz RGA mostrado en la Ecuación 2.119 y 2.121 las cuales se tomaron de [4]. Con este método no solo se puede determinar el grado de interacción entre variables, sino que nos brinda una pauta para el emparejamiento de variables manipuladas y controlada.

$$G(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (2.119)$$

La matriz de ganancias relativas de Bristol que describe al sistema es la siguiente:

$$G(0) = \begin{bmatrix} -0.055 & 0 & 0 \\ 0.045 & -0.055 & -0.052 \\ -0.358 & 0 & 0.644 \end{bmatrix} \quad (2.1220)$$

$$\Lambda = G(0) \circ (G(0)^{-1})^T \quad (2.1321)$$

Finalmente, al realizar el producto Schur se obtiene la matriz de la Ecuación 2.122.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1422)$$

Con los resultados obtenidos mediante el método de la matriz de ganancias relativas se puede deducir que el sistema no necesita el uso de desacopladores. Además, el emparejamiento de las variables de entrada y salida se realizará de la siguiente manera: El caudal másico ( $B_1$ ) se coloca con el líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ). Representando al sistema la función de transferencia  $G_1(s)$  de la Ecuación 2.123.

$$B_1 \rightarrow W_1 ; G_1(s) = \frac{-0.055}{s(0.400s + 1)} e^{-1.250s} \quad (2.1523)$$

Por otro lado, el caudal másico ( $B_2$ ) empata con el líquido retenido en el separador de fases ( $W_2$ ). Siendo representado este emparejamiento por medio de la función de transferencia  $G_2(s)$  de la Ecuación 2.124.

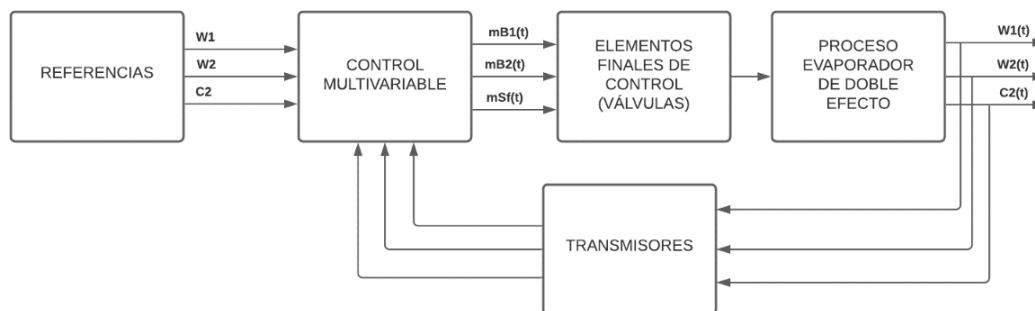
$$B_2 \rightarrow W_2 ; G_2(s) = \frac{-0.055}{s(0.400s + 1)} e^{-1.240s} \quad (2.1624)$$

Finalmente, el caudal de vapor ( $S_f$ ) termina emparejado con la concentración de salida ( $C_2$ ). Dando como resultado la función de transferencia  $G_3(s)$  de la Ecuación 2.125.

$$S_f \rightarrow C_2 ; G_3(s) = \frac{0.644}{40.040s + 1} e^{-18.980s} \quad (2.1725)$$

### 2.2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES

El diseño de controladores propuestos para el evaporador de doble efecto se realiza en base a las funciones de transferencia  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  y  $G_3(s)$ . En base al emparejamiento de variables, las mismas serán consideradas de manera independiente ya que no se necesita desacopladores. Esto significa que cada variable contará con su propio controlador como lo muestra la Figura 2.30.



**Figura 2.30.** Esquema de control del evaporador de doble efecto

Como fue descrito en el alcance, los controladores que se desarrollarán son: Control tipo PID, Control por modos deslizantes (SMC), Control tipo PID de dos grados de libertad (PID - 2DOF), Control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (Propuesta SMC – S2DOF), Control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (Propuesta 2DOF – SMC) y Control por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL – SMC).

Para la sintonización y desarrollo matemático de los controladores se debe considerar aspectos claves de los modelos que representan al proceso. En primer lugar, las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  están relacionadas con el líquido retenido en el primer ( $W_1$ ) y segundo ( $W_2$ ) efecto respectivamente. Estas variables tienen un comportamiento que se puede modelar como un sistema integrante de primer orden más tiempo muerto. En adición, ambas funciones poseen un alto retardo, ya que el retardo modelado es mayor a la constante de tiempo modelada.



Por otro lado, la función de transferencia  $G_3(s)$  está relacionada con la concentración de salida ( $C_2$ ). En este caso, dicha variable se comporta de tal manera que puede ser modelada como un sistema de primer orden más tiempo muerto. Como resultado del modelado se observa que el comportamiento de esta variable no posee un alto retardo. Las características antes mencionadas de los modelos deben ser consideradas para la sintonización y desarrollo de los controladores.

### 2.2.3.1. Control tipo PID

La variable concentración de salida, al ser modelada como un sistema de primer orden más tiempo muerto, se toma como base las Ecuaciones del método de Dahlin, Las cuales son recopiladas de [8] e indicadas en la Tabla 2.25. De aquí se obtienen los valores mostrados en la Tabla 2.27.

**Tabla 2.25.** Ecuaciones de sintonización del controlador tipo PID por Dahlin

Control	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
PID	$\frac{1}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$\tau$	$\frac{t_0}{2}$

Para las variables líquido retenido  $W_1$  y  $W_2$  se ha decidido utilizar un control tipo PI. Esto se debe a que por la naturaleza de estas se las asocia a lazos de control de nivel. Camacho, Rosales y Rivas en [4] señalan que en este tipo de lazos se utilizan controladores tipo PI ya que las variables de nivel son mayormente propensas al ruido, por lo que el componente derivativo lo amplifica.

Es importante recordar que las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  representan sistemas integrantes de primer orden más tiempo muerto. No obstante, se debe considerar que son procesos con elevado retardo. De acuerdo con este tipo de sistema se utilizan las Ecuaciones de sintonización de la Tabla 2.26, tomadas de: [10].

**Tabla 2.26.** Ecuaciones de sintonización para controlador PI en sistemas IFOPDT

Control	$K_p$	$\tau_i$
PI	$\frac{0.9}{K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$\frac{t_0}{0.3}$

Las constantes del controlador tipo PID son consideradas en base al esquema ideal del controlador. Este esquema se muestra en la Ecuación 2.126.

$$G_{cPID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (2.1826)$$

En base a lo mencionado anteriormente las constantes de sintonización para los controladores tipo PID son las siguientes:

**Tabla 2.27.** Parámetros de sintonización para controlador PID

<b>Función</b>	<b><math>K_p</math></b>	<b><math>\tau_i</math></b>	<b><math>\tau_d</math></b>
$G_1(s)$	-5.255	4.166	-
$G_2(s)$	-5.357	4.133	-
$G_3(s)$	1.638	40.040	9.490

### 2.2.3.2. Control por modos deslizantes (SMC)

El desarrollo matemático del controlador por modos deslizantes para un sistema de primer orden más tiempo muerto, se desarrolló en la sección 2.1.2.2. En consecuencia, la parte continua de la ley de control es la siguiente:

$$U_c(t) = \frac{t_0 \tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) + \frac{1}{t_0 \tau} x(t) \right] \quad (2.1927)$$

En base a [8] la sintonización para los parámetros de ajuste se basa en las Ecuaciones 2.128, 2.129, 2.130 y 2.131

$$\lambda_1 = \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \quad (2.2028)$$

$$\lambda_0 \leq \frac{(\lambda_1)^2}{4} \quad (2.2129)$$

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76} \quad (2.130)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K||K_D \lambda_1| \quad (2.131)$$

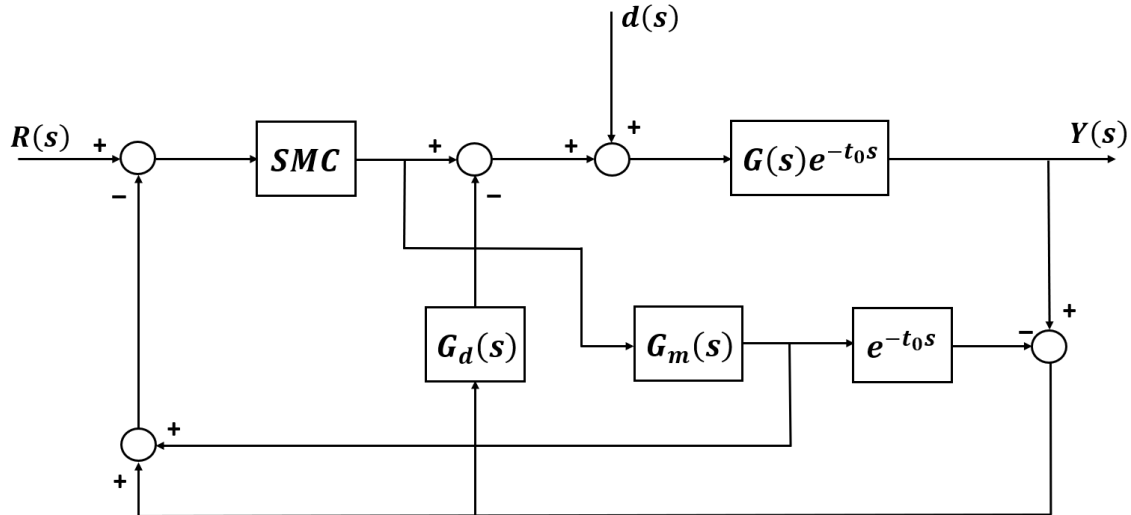
Finalmente, la señal de control considerando la tanto la parte continua como discontinua es la siguiente:

$$U_{SMC}(t) = \frac{t_0 \tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) + \frac{1}{t_0 \tau} x(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.132)$$

Las Ecuaciones antes descritas, se utilizarán para el control de la variable concentración de salida  $C_2$ , es decir, la función de transferencia  $G_3(s)$ . Esto debido a que es un proceso de primer orden más tiempo muerto.

Por otro lado, en el desarrollo del controlador para las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  se debe tener en cuenta que el comportamiento de estos procesos es de tipo IFOPDT

además del elevado retardo. Se considera el procedimiento presentado por Camacho y De la Cruz en [2], donde se presenta un controlador por modos deslizantes basado en el Predictor de Smith para procesos integrantes con elevado retardo (SP – SMC).



**Figura 2.31.** Esquema del controlador por modos deslizantes basado en el Predictor de Smith [2]

La particularidad de este controlador es la inclusión de un Predictor de Smith en el esquema de control. Se utiliza específicamente el Predictor de Smith propuesto por Camacho y Cruz en [2], debido a que posee un mejor rechazo a las perturbaciones de carga y compensa las posibles diferencias que se tenga entre el sistema real, y el modelo de este. Para ello se incluye un controlador proporcional – derivativo  $G_d(s)$ , el cual puede ser descrito en la Ecuación 2.133.

$$G_d(s) = K_0(T_d s + 1) \quad (2.133)$$

Por otro lado, al ser un controlador SMC se propone que la señal de control sea la suma de una componente continua y una discontinua.

$$U_{SMC}(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (2.134)$$

La componente discontinua de la ley de control se describe en la Ecuación 2.135.

$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.135)$$

Siendo  $\sigma(t)$  la superficie del controlador, añadiendo el signo de la ganancia del modelo.

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.136)$$

En consecuencia, el desarrollo de la componente continua depende del tipo de sistema con el cual se esté trabajando. Por lo que se tiene en consideración el modelo de un sistema integrante de primer orden más tiempo muerto.

$$G(s) = \frac{K e^{-t_0 s}}{s(\tau s + 1)} \quad (2.137)$$

No obstante, el propósito principal de un Predictor de Smith es eliminar el retardo que se pueda tener. Por lo que, mientras más exacto sea el modelado del sistema, mejor será la supresión del tiempo muerto. Para fines matemáticos se asume que si se ha eliminado todo el retardo. Esto se muestra en la Ecuación 2.138.

$$G_m(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(\tau_m s + 1)} \quad (2.138)$$

Donde:

- $K_m$  : Ganancia del modelo
- $t_m$  : Tiempo muerto del modelo

Después de esto, la Ecuación 2.138 pasa del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo mediante Ecuaciones diferenciales.

$$\tau_m \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} + \frac{dX_1(t)}{dt} = K_m U(t) \quad (2.139)$$

Despejando la derivada de mayor orden:

$$\frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = \frac{1}{\tau_m} \left[ K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.140)$$

Ahora bien, la superficie deslizante del controlador es de tipo integral, es decir:

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (2.141)$$

Considerando que el orden del sistema descrito en la Ecuación 2.140 es  $n = 2$ . La superficie con la que se trabaja se describe en la Ecuación 2.141. Esta superficie tiene como característica, por su forma, ser una superficie PID.

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.142)$$

Con la finalidad de que el error entre la variable medida y la referencia dada por el proceso sea nulo en todo el dominio del tiempo se debe asegurar que la superficie tenga un valor constante. Por lo que se considera la siguiente condición:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.143)$$

Reemplazando la Ecuación 2.142 en la condición descrita en la Ecuación 2.143 se obtiene:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{d^2e(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.144)$$

Sabiendo que el error se define matemáticamente como  $e(t) = r(t) - X_1(t)$  se puede expresar la Ecuación 2.144 en función de la referencia y el valor de la variable medida. Sin embargo, al utilizar referencias tipo escalón se considera que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$  para evitar picos en la señal de control. Teniendo así:

$$-\frac{d^2X_1(t)}{dt^2} - \lambda_1 \frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.145)$$

Para obtener la ley de control discontinua se reemplaza la Ecuación 2.140 en la Ecuación 2.145. Logrando así obtener una señal de control por modos deslizantes específica para un sistema IFOPDT.

$$-\lambda_1 \frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = \frac{1}{\tau_m} \left[ K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.146)$$

Al despejar  $U(t)$  de la ecuación anterior, nos proporciona la función  $U_c(t)$  que corresponde a la parte continua de la ley de control total:

$$U_c(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m \lambda_0 e(t) \right] \quad (2.147)$$

Finalmente, la señal de control final del SMC es la suma de la parte continua y discontinua.

$$U_{SMC}(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.148)$$

En base a [9] la sintonización para los parámetros de ajuste se basa en las Ecuaciones 2.149, 2.150, 2.151 y 2.152.

$$\lambda_1 = \frac{1}{\tau_m} \quad (2.149)$$

$$\lambda_0 = \frac{(\lambda_1)^2}{8} \quad (2.150)$$

$$K_D = \frac{0.75}{|K_m|} \left( \frac{\tau_m}{t_0} \right)^{0.76} \quad (2.151)$$

$$\delta = 2[0.68 + 0.12|K_m||K_D\lambda_1|] \quad (2.152)$$

Además, el compensador  $G_d(s)$  es sintonizado mediante las Ecuaciones 2.153 y 2.154 [9].

$$K_0 = \frac{0.7239}{K_m(\tau_m + t_0)} \quad (2.153)$$

$$T_d = 0.4(\tau_m + t_0) \quad (2.154)$$

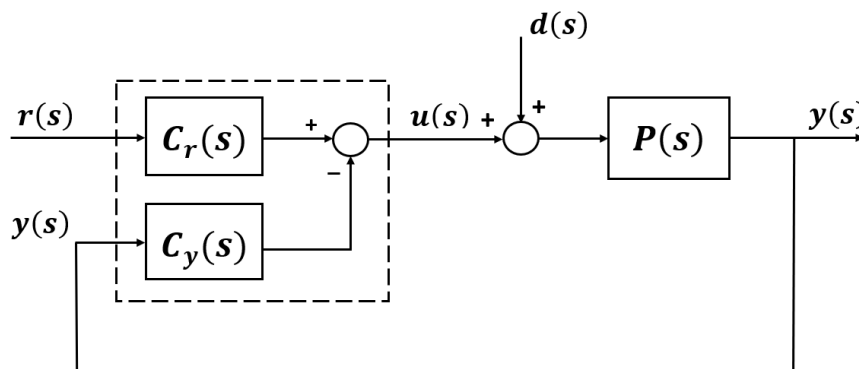
Como resultado, se calculan los parámetros para la sintonización del controlador SMC para las tres funciones de transferencia.  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  y  $G_3(s)$ , Es importante recordar que las dos primeras funciones son de tipo IFOPDT, por lo que se sintonizarán con las Ecuaciones 2.149, 2.150, 2.151, 2.152, 2.153 y 2.154 y con el desarrollo matemático descrito en esta sección. Por el contrario, la variable Concentración de salida ( $G_3(s)$ ) corresponde a un sistema tipo FOPDT, con lo cual se utiliza las Ecuaciones 2.128, 2.129, 2.130 y 2.131 y con el desarrollo matemático descrito en la sección 2.1.4.2.

**Tabla 2.28.** Parámetros de sintonización del controlador SMC

<b>Función</b>	$\lambda_1$	$\lambda_0(10^{-1})$	$K_D$	$\delta$	$K_0$	$T_d$
$G_1(s)$	2.500	7.813	5.757	1.549	- 8.006	0.660
$G_2(s)$	2.481	7.697	5.847	1.550	- 8.067	0.657
$G_3(s)$	0.077	0.015	20.952	0.806	-	-

### 2.2.3.3. Control tipo PID de grados de libertad (PID – 2DOF)

El control tipo PID de dos grados de libertad que se desarrollará en esta sección se basará en el esquema general para un controlador de dos grados de libertad descrito en [10]



**Figura 2.32.** Sistema de control de dos grados de libertad [23]

En este caso, debido a lo señalado en capítulos anteriores se escoge un control tipo PI. Del desarrollo matemático realizado en el capítulo 2.1.4.3, la señal de control es la siguiente:

$$U(t) = K_p \left[ (\beta r(t) - x(t)) + \frac{1}{\tau_i} \int (r(t) - x(t)) \right] \quad (2.155)$$

Donde:

- $K_p$  : Constante proporcional
- $\tau_i$  : Constante integral
- $\beta$  : Factor proporcional del peso de la referencia

El controlador general descrito en la Ecuación 2.155, se desglosa en dos controladores dados por la estructura general como se muestra en la Figura 2.32.

$$C_r(s) = K_p \left( \beta + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.156)$$

$$C_y(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.157)$$

Es importante resaltar que la Tabla de sintonización 2.14. mostrada en la sección 2.1.4.3 aplica para sistemas FOPDT. Por lo que se utilizará lo descrito solamente para la variable concentración de salida  $C_2$ , en otras palabras, la función de transferencia  $G_3(s)$ .

En el caso de las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  se debe recordar que son sistemas IFOPDT con alto retardo. Sin embargo, surge la problemática de la no existencia tablas de sintonización para este tipo de sistemas. Es por ello que para la constante proporcional y constante integral se ha decidido utilizar los mismos valores mostrados en la Tabla 2.27 provenientes de la sintonización para un PID tradicional mediante el método de Henríquez y Martínez. Además, el factor proporcional del peso de la referencia se le ha asignado un valor de 0.6647. Esto haciendo alusión a [15].

Finalmente, la Tabla 2.29 muestra los valores calculados de los parámetros del controlador de dos grados de libertad

**Tabla 2.29.** Parámetros de sintonización del controlador PI - 2DOF

<b>Función</b>	<b><math>K_p</math></b>	<b><math>\tau_i</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
$G_1(s)$	-5.255	4.166	0.665
$G_2(s)$	-5.357	4.133	0.665
$G_3(s)$	1.895	34.612	0.865

### 2.2.3.4. Propuesta de control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF)

La propuesta de un controlador tipo SMC con superficie de dos grados de libertad busca robustecer aún más el control ante una variable no lineal. Para este caso, se utiliza el esquema y desarrollo clásico de un SMC. Considerado matemáticamente el peso de la referencia en un control de dos grados de libertad.

De la misma manera que en los controladores antes descritos, se debe dividir el desarrollo de acuerdo con el tipo de función de transferencia de cada variable. La función de transferencia  $G_3(s)$  es de tipo FOPDT. Debido a esto se considera el mismo desarrollo realizado en la sección 2.1.4.4. De dicho procedimiento se obtiene la superficie que se muestra en la Ecuación 2.158. Y la señal de control obtenida en la Ecuación 2.159.

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1[\beta r(t) - x(t)] + \lambda_0 \int [r(t) - x(t)] dt \quad (2.158)$$

$$U_{SMC-S2DOF}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e_i(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{S2DOF}(t)}{|\sigma_{S2DOF}(t)| + \delta} \quad (2.159)$$

Por otro lado, las variables líquido retenido  $W_1$  y  $W_2$  correspondientes a las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  son de tipo IFOPDT con elevado retardo. En consecuencia, la tónica para el desarrollo del controlador debe considerar la inclusión de un predictor de Smith, mostrado en la Figura 2.30.

En cuanto al controlador proporcional – derivativo  $G_d(s)$  se considera el mismo utilizado para un SMC tradicional. La forma de este controlador se muestra en la Ecuación 2.160, y las Ecuaciones para su sintonización en las Ecuaciones 2.161 y 2.162 tomadas de [2].

$$G_d(s) = K_0(T_d s + 1) \quad (2.160)$$

$$K_0 = \frac{0.7239}{K_m(\tau_m + t_0)} \quad (2.161)$$

$$T_d = 0.4(\tau_m + t_0) \quad (2.162)$$

La base de esta propuesta radica en un controlador por modos deslizantes. Por este motivo, la señal de control se compone de una parte continua y una discontinua.

$$U_{SMC}(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (2.163)$$

La componente discontinua de la ley de control sigue manteniéndose tal cual un controlador por modos deslizantes tradicional. Siento esta descrita en las Ecuaciones 2.164 y 2.165.



$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.164)$$

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.165)$$

El modelo de un sistema integrante de primer orden más tiempo muerto se muestra en la Ecuación 2.166.

$$G(s) = \frac{K e^{-t_0 s}}{s(\tau s + 1)} \quad (2.166)$$

La estructura del Predictor de Smith permite anular el retardo del sistema, por lo que se asume que el retardo es nulo en el desarrollo matemático, dando como resultado el modelo descrito en la Ecuación 2.167.

$$G_m(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(\tau_m s + 1)} \quad (2.167)$$

Matemáticamente se puede transformar la función de transferencia a Ecuaciones diferenciales. Obteniendo así el modelo en función del tiempo:

$$\tau_m \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} + \frac{dX_1(t)}{dt} = K_m U(t) \quad (2.168)$$

Despejando la derivada de mayor orden:

$$\frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = \frac{1}{\tau_m} \left[ K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.169)$$

La diferencia entre un controlador por modos deslizantes tradicional y uno con una superficie de dos grados de libertad radica propiamente en la superficie del controlador. Se trabaja con una superficie deslizante de tipo integral.

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (2.170)$$

El orden del sistema descrito en la Ecuación 2.169 es  $n = 2$ . Causando que la superficie deslizante tenga como forma una superficie tipo PID. Aquí se incluye los principios de un esquema de dos grados de libertad. Donde el error no se considera común para todas las componentes de la superficie. Sino que se considera un error para la parte diferencial de la superficie, otro para la componente proporcional y otro para la parte integral.

$$S(t) = \frac{de_d(t)}{dt} + \lambda_1 e_p(t) + \lambda_0 \int e_i(t) dt \quad (2.171)$$

Donde:

$e_d(t)$  : Error derivativo

$e_p(t)$  : Error proporcional

$e_i(t)$  : Error integral

Incluyendo en cada error el peso de la referencia, de la siguiente manera:

$$e_p(t) = \beta r(t) - X_1(t) \quad (2.172)$$

$$e_i(t) = r(t) - X_1(t) \quad (2.173)$$

$$e_d(t) = \gamma r(t) - X_1(t) \quad (2.174)$$

Donde:

$\beta$  : Factor proporcional del peso de la referencia

$\gamma$  : Factor derivativo del peso de la referencia

Tanto  $\beta$  y  $\gamma$  son números reales positivos y menores o igual que la unidad. Esto provoca que la superficie propuesta como “superficie de dos grados de libertad” tenga la siguiente forma:

$$S(t) = \gamma \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_1 [\beta r(t) - X_1(t)] + \lambda_0 \int [r(t) - X_1(t)] dt \quad (2.175)$$

En el caso de que se trabaje con referencias tipo escalón como es el caso, se consideran nulas las derivadas de la referencia. Es decir que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$  con el objetivo de eliminar los picos en la señal de control, los cuales puedan darse en los cambios de referencia. En consecuencia, la superficie de dos grados de libertad se expresa como:

$$S(t) = -\frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_1 [\beta r(t) - X_1(t)] + \lambda_0 \int [r(t) - X_1(t)] dt \quad (2.176)$$

Esto provoca que en el error diferencial no se considere la derivada de la referencia. Debido a esto, el único parámetro que se incrementa en comparación con la superficie tipo PID tradicional es el parámetro  $\beta$ . El cual permite disminuir el peso de la referencia en la parte proporcional de la superficie.

Ahora bien, se desea que no exista diferencia entre la variable medida y la referencia como tal. Para asegurar esto, la superficie debe tener un valor constante en el dominio del tiempo. Esto se logra mediante la condición descrita en la Ecuación 2.177.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.177)$$

Es decir, se debe derivar e igualar a cero la superficie deslizante.

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{d^2X_1(t)}{dt^2} + \lambda_1\beta\frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1\frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_0e_i(t) = 0 \quad (2.178)$$

Considerando nuevamente nulas las derivadas de la referencia, se procede a despejar la derivada de mayor valor en la Ecuación 2.179.

$$\frac{d^2X_1(t)}{dt^2} = -\lambda_1\frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_0e_i(t) = 0 \quad (2.179)$$

Con el fin de obtener la ley de control continua se iguala la Ecuación 2.179 con la Ecuación 2.169 que describe el modelo IFOPDT.

$$-\lambda_1\frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_0e_i(t) = \frac{1}{\tau_m}\left[K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt}\right] \quad (2.180)$$

Al despejar  $U(t)$  de la ecuación anterior, nos proporciona la función  $U_c(t)$  que corresponde a la parte continua de la ley de control total:

$$U_c(t) = \frac{1}{K_m}\left[(1 - \tau_m\lambda_1)\frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m\lambda_0e_i(t)\right] \quad (2.181)$$

Se debe observar que, al eliminar las derivadas de la referencia se elimina el factor proporcional del peso de la referencia  $\beta$ . Esto significa que este factor no está presente en la ley de control continua, sino únicamente en la superficie deslizante. Provocando así, que la parte continua del controlador propuesto sea exactamente igual que la parte continua del controlador SMC tradicional.

Considerando la parte discontinua de ley de control se obtiene:

$$U_{SMC-S2DOF}(t) = \frac{1}{K_m}\left[(1 - \tau_m\lambda_1)\frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m\lambda_0e_i(t)\right] + K_D\frac{\sigma_{S2DOF}(t)}{|\sigma_{S2DOF}(t)| + \delta} \quad (2.182)$$

Comparando la Ecuación 2.182 con la Ecuación 2.148 se puede visualizar que ambas Ecuaciones son similares. Esto significa que la parte continua de la ley de control general sea igual que la de un controlador SMC tradicional. No obstante, al incluir las nociones de un controlador de dos grados de libertad en un controlador de modos deslizante se afecta únicamente la superficie deslizante, la cual claramente es diferente que la de un SMC tradicional.

Esto permite que se puedan seguir utilizando las Ecuaciones de sintonización desarrolladas para un SMC tradicional descritas en [2]. Dichas Ecuaciones de sintonización corresponden a las Ecuaciones 2.149, 2.150, 2.151 y 2.152.

No obstante, el parámetro  $\beta$  debe ser sintonizado empíricamente por el operador de acuerdo al tipo de respuesta que se busque. Se debe considerar que, este parámetro admite valores entre 0 y 1. En caso de que este parámetro tenga el valor de 1, el controlador será un SMC tradicional. Caso contrario, mientras  $\beta$  se acerque más a 0, más reducirá el peso de la referencia en el controlador. Los valores de los parámetros del controlador SMC con superficie de dos grados de libertad se muestra en la Tabla 2.30

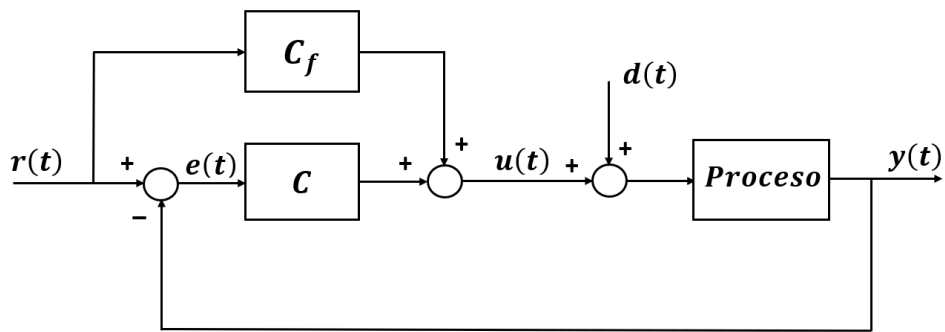
**Tabla 2.30.** Parámetros de sintonización del controlador SMC – S2DOF

<b>Función</b>	$\lambda_1$	$\lambda_0(10^{-1})$	$K_D$	$\delta$	$K_0$	$T_d$	$\beta$
$G_1(s)$	2.500	7.813	5.757	1.549	- 8.006	0.660	0.10
$G_2(s)$	2.481	7.697	5.847	1.550	- 8.067	0.657	0.08
$G_3(s)$	0.077	0.015	20.952	0.806	-	-	0.05

### **2.2.3.5. Propuesta de control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC)**

El propósito de las propuestas realizadas en este trabajo es combinar las características y robustez que puedan proporcionar esquemas de control como el de dos grados de libertad o el control por modos deslizantes. En la sección anterior se propuso la combinación de estos esquemas de manera matemática y teniendo como principal el controlador SMC.

En esta sección se propone combinar las bondades de ambos controladores de manera esquemática. Para ello se utiliza una estructura equivalente del esquema de dos grados de libertad. Específicamente con la estructura Feedforward, como se muestra en la Figura 2.33. La principal idea de esta combinación de controladores radica en la inclusión de un controlador SMC tradicional en lugar del controlador principal de la estructura Feedforward. Teniendo de esta manera la compensación del peso de la referencia de manera externa al SMC mediante un controlador  $C_f$ .



**Figura 2.33.** Sistema de control de dos grados de libertad con estructura feedforward [22]

En otras palabras, el controlador  $C(s)$  es reemplazado por el controlador SMC tradicional desarrollado en las secciones 2.1.3.2 y 2.2.3.2. Mientras que el controlador  $C_f(s)$  corresponde a un controlador tipo P que tiene como función disminuir el peso de la referencia en la componente proporcional. De manera matemática se puede observar en la Ecuación 2.183.

$$U_{C_f}(t) = -\alpha K_p r(t) \quad (2.183)$$

Donde:

- $\alpha$  : Factor proporcional del peso de la referencia
- $K_p$  : Constante proporcional

La función de transferencia puede ser aplicada sin importar el tipo de modelo con el que se trabaje. No obstante, el controlador  $C(s)$  al ser un controlador por modos deslizantes es desarrollado de acuerdo con el tipo de comportamiento de la planta.

Anteriormente, la concentración de salida  $C_2$  fue modelada como un sistema de primer orden más tiempo muerto tomando en cuenta su curva de reacción. En consecuencia, la ley de control se muestra en la Ecuación 2.184 considerando la superficie mostrada en la Ecuación 2.185. El desarrollo del SMC para este tipo de modelo se encuentra en la sección 2.1.3.2.

$$U_C(t) = \frac{t_0 \tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0 \tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.184)$$

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.185)$$

La señal de control final del controlador propuesto es la siguiente.

$$U(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} - \alpha K_p r(t) \quad (2.186)$$

Donde:

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.187)$$

Las Ecuaciones de sintonización propuestas se realizan en base al SMC tradicional. Además, la constante  $K_p$  es tomada del controlador PI de dos grados de libertad. Sin embargo, el parámetro  $\alpha$  es colocado de manera empírica según la respuesta que se desee tener. El valor de  $\alpha$  debe ser colocado en un rango mayor a 0 y menor a la unidad. Si se coloca el valor de 0, entonces el controlador funcionará como un SMC tradicional.

En otras palabras, los parámetros  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$ ,  $K_D$  y  $\delta$  se sintonizan en base a las Ecuaciones 2.128, 2.129, 2.130 y 2.131 obtenidas de [4]. Mientras que, el parámetro  $K_p$  es sintonizado en base a la Tabla 2.14. mostrada en la sección 2.1.4.3.

Por otra parte, el desarrollo de este controlador para las funciones de transferencia  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  toma como punto de partida el hecho de que son unas funciones IFOPDT. Eso significa que la ley de control del SMC tradicional varía a la descrita en la Ecuación 2.184. El desarrollo de este controlador se lo expresa en la sección 2.2.4.3. Y la ley de control se muestra en la Ecuación 2.188, juntamente con la superficie deslizante (Ecuación 2.189).

$$U_c(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m \lambda_0 e_i(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.188)$$

$$S(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.189)$$

Agregando la señal de control que provee el controlador  $C_f$ , la señal de control para un sistema IFOPDT es la siguiente:

$$U(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} + \tau_m \lambda_0 e_i(t) \right] + K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} - \alpha K_p r(t) \quad (2.190)$$

Donde:

$$\sigma(t) = \text{sign}(K) S(t) \quad (2.191)$$

La sintonización se lo realiza con las Ecuaciones: 2.149, 2.150, 2.151, y 2.152. El parámetro  $K_p$  se recomienda sintonizarlo en base a las reglas de Henríquez y Martínez descritas en la sección 2.2.3.1.

**Tabla 2.31.** Parámetros de sintonización del controlador 2DOF - SMC

Función	$\lambda_1$	$\lambda_0(10^{-1})$	$K_D$	$\delta$	$K_0$	$T_d$	$K_p$	$\alpha$
$G_1(s)$	2.500	7.813	5.757	1.549	- 8.006	0.660	- 5.256	0.20
$G_2(s)$	2.481	7.697	5.847	1.550	- 8.067	0.657	- 5.357	0.10
$G_3(s)$	0.077	0.015	20.952	0.806	-	-	1.895	0.05

### 2.2.3.6. Control por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL - SMC)

El control por modos deslizantes brinda una robustez en el control de sistemas no lineales. Este tipo de control basa su lógica en el modelo del sistema que se está buscando controlar. Además, depende del tipo de superficie deslizante en la cual se desee trabajar. Esto plantea una infinidad de posibilidades al escoger la superficie, de acuerdo al comportamiento que brinde cada una. En subcapítulos anteriores siempre se ha escogido superficies de tipo PID. Esto permite que el sistema tenga una mayor rapidez. Sin embargo, involucra que la respuesta del sistema tenga un sobre pico. Es por ello que se toma de [26] la idea de colocar una superficie híbrida, la cual cambie de acuerdo a la respuesta instantánea del proceso.

En otras palabras, se busca tener una superficie deslizante en la parte transitoria de la respuesta. Es decir, una superficie en los cambios de escalón hasta que la respuesta entre en una banda cercana a la nueva referencia. Cuando el valor de la variable ingrese en dicha banda se trabaja con una nueva superficie deslizante que asegure un error de posición nulo. Para ello en [26] se propone utilizar una superficie tipo PD en el transitorio de la respuesta, y una superficie PID en la sección de estado estable de la respuesta.

El procedimiento para obtener la señal de control es similar al descrito en secciones anteriores. La superficie tipo PD se describe en la Ecuación 2.192, mientras que la superficie tipo PID (utilizada en la sección 2.2.3.2) se indica en la Ecuación 2.193.

$$S_{PD}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (2.192)$$

$$S_{PID}(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (2.193)$$

Ahora bien, se debe dividir el desarrollo de los controladores de acuerdo al modelo de las variables con las que se trabaja. La variable concentración de salida  $C_2$  se modela como una función tipo FOPDT. En la sección 2.1.4.6 se encuentra a profundidad el desarrollo de este controlador, de allí se obtiene que:

$$S_{PD}(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (2.194)$$

$$U_{SMC-PD}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{SPD}(t)}{|\sigma_{SPD}(t)| + \delta} \quad (2.195)$$

El desarrollo del controlador SMC con superficie tipo PID para sistemas FOPDT ha sido descrito en la sección 2.1.4.2, obteniendo la siguiente ley de control:

$$S_{PID}(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) \quad (2.196)$$

$$U_{SMC-PID}(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[ \left( \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} - \lambda_1 \right) \frac{dx(t)}{dt} + \left( \frac{1}{t_0\tau} \right) x(t) + \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{SPID}(t)}{|\sigma_{SPID}(t)| + \delta} \quad (2.197)$$

La sintonización se la realiza mediante las Ecuaciones 2.128, 2.129, 2.130 y 2.131.

Por otro lado, para desarrollar el controlador DUAL - SMC para sistemas tipo IFOPDT se debe comenzar realizando el controlador por modos deslizantes con una superficie de tipo PD. Vale la pena agregar, que, a pesar de manejar otra superficie deslizante, externamente el controlador permanece igual. Es decir, se mantiene el uso del Predictor de Smith. Por lo que la función de transferencia  $G_D(s)$  conserva la estructura mostrada en la Ecuación 2.198.

$$G_d(s) = K_0(T_d s + 1) \quad (2.198)$$

La componente discontinua de la ley de control sigue teniendo la forma descrita en la Ecuación 2.199.

$$U_D(t) = K_D \frac{\sigma(t)}{|\sigma(t)| + \delta} \quad (2.199)$$

Para hallar la parte continua  $U_C(t)$  de la ley de control se emplea el modelo aproximado del sistema y la superficie deslizante. De esta manera, se considera para este tipo de controladores la forma que tiene los sistemas IFOPDT. Es decir, la de un modelo de primer orden más retardo con el añadido del integrador puro.

$$G(s) = \frac{K e^{-t_0 s}}{s(\tau s + 1)} \quad (2.200)$$

El uso del Predictor de Smith permite asumir que el sistema ya no tendrá el retardo descrito previamente. Por lo que, la función de transferencia del modelo se convierte en:

$$G_m(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(\tau_m s + 1)} \quad (2.201)$$



La Ecuación 2.201 se encuentra en el dominio de la frecuencia, utilizando la transformada inversa de Laplace se puede expresar en el dominio del tiempo mediante Ecuaciones diferenciales de la siguiente manera:

$$\tau_m \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} + \frac{dX_1(t)}{dt} = K_m U(t) \quad (2.202)$$

Despejando la derivada de mayor orden:

$$\frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = \frac{1}{\tau_m} \left[ K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.203)$$

La superficie en este caso es de tipo PD por lo que tiene la siguiente forma:

$$S_{PD}(t) = -\frac{dx(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) \quad (2.204)$$

Por otro lado, se debe utilizar la condición de la Ecuación 2.205. Esto con el fin de asegurar que el error entre la variable medida y la referencia dada por el proceso sea nulo en todo el dominio del tiempo.

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (2.205)$$

Utilizando la condición descrita en la Ecuación 2.91 con la superficie PD mostrada en la Ecuación 2.80 se obtiene:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{dr(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dX_1(t)}{dt} = 0 \quad (2.206)$$

Con el fin de evitar sobre picos en la señal de control se considera que  $\frac{dr(t)}{dt} = 0$ . Además, despejando la derivada de mayor orden se obtiene:

$$\frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = -\lambda_1 \frac{dX_1(t)}{dt} \quad (2.207)$$

Para obtener la ley de control discontinua se reemplaza la Ecuación 2.207 en la Ecuación 2.203.

$$-\lambda_1 \frac{dX_1(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_m} \left[ K_m U(t) - \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.208)$$

Al despejar  $U(t)$  de la ecuación anterior, nos proporciona la función  $U_c(t)$  que corresponde a la parte continua de la ley de control total:

$$U_c(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} \right] \quad (2.209)$$

Por último, la ley de control está compuesta tanto por la parte continua como discontinua.

$$U_{SMC-PD}(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \tau_m \lambda_1) \frac{dX_1(t)}{dt} \right] + K_D \frac{\sigma_{SPD}(t)}{|\sigma_{SPD}(t)| + \delta} \quad (2.210)$$

El desarrollo del controlador SMC con superficie PID para sistemas IFOPDT fue descrito en la sección 2.2.3.2. De donde la señal de control y la superficie deslizante es la siguiente:

$$S_{PID}(t) = -\frac{dX_1(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) \quad (2.211)$$

$$U_{SMC-PID}(t) = \frac{1}{K_m} \left[ (1 - \lambda T_m) \frac{dX_1}{dt} + T_m \lambda_0 e(t) \right] + K_D \frac{\sigma_{SPID}(t)}{|\sigma_{SPID}(t)| + \delta} \quad (2.212)$$

La sintonización de los parámetros para ambas señales de control ( $U_{SMC-PD}$  y  $U_{SMC-PID}$ ) se lo realiza en base a las Ecuaciones 2.149, 2.150, 2.151 y 2.152. Junto con las Ecuaciones 2.153 y 2.154 para el compensador  $G_d(s)$ .

**Tabla 2.32.** Parámetros de sintonización del controlador DUAL - SMC

<b>Función</b>	$\lambda_1$	$\lambda_0 (10^{-1})$	$K_{D0}$	$\delta$	$K_0$	$T_d$
$G_1(s)$	2.500	7.813	5.757	1.549	- 8.006	0.660
$G_2(s)$	2.481	7.697	5.847	1.550	- 8.067	0.657
$G_3(s)$	0.077	0.015	20.952	0.806	-	-

El cambio entre las leyes de control antes descritas no tiene un límite. Es decir que pueden cambiar las veces que el sistema las requiera. No obstante, para asegurar que el control regulatorio no se vea afectado por la rapidez con la que se intercambie las señales de control es necesario que el valor de  $K_D$  varíe para ambas leyes de control como se señala en [26]. En otras palabras  $K_D$  se mantiene como un valor base ( $K_{D0}$ ), pero se debe definir una relación ( $H/L$ ) entre las ganancias de las leyes de control tanto del SMC PD como del SMC PID. El parámetro  $H$  es conocido como high gain (ganancia elevada) y  $L$  es conocido como low gain (ganancia baja). Los valores de ambas ganancias deben ser escalares positivos. En otras palabras, existirá un valor  $K_{D1}$  para la superficie PD y otro valor  $K_{D2}$  para la superficie tipo PID.

Los nuevos valores de  $K_{D1}$  y  $K_{D2}$  pueden tomar un valor constante, como se lo ha realizado hasta este momento. Sin embargo, en [26] se recomienda que los valores de  $K_{D1}$  y  $K_{D2}$  varíen en el tiempo, con el fin de asegurar un cambio suave entre ganancias. En [10] se propone que los valores de  $K_D$  sean no lineales y en función del error. En este caso, se escoge una relación no lineal en función del cuadrado del error, es decir:

$$K_D = K_{D0}(\theta + \phi e(t)^2) \quad (2.213)$$

Los parámetros  $\theta$  y  $\phi$  se definen en función de las ganancias  $H$  y  $L$ , y se calculan a partir las siguientes relaciones:

$$\phi = \frac{H - L}{(e_{max})^2 - (e_{min})^2} \quad (2.214)$$

$$\theta = L - \phi(e_{min})^2 \quad (2.215)$$

Donde:

$H$  : Ganancia elevada (ganancia del controlador con superficie tipo PD)

$L$  : Ganancia Baja (ganancia del controlador con superficie tipo PID)

$K_{D0}$  : Ganancia base de los controladores

$e_{max}$  : Límite superior positivo de la banda de error

$e_{min}$  : Límite inferior positivo de la banda de error

Los valores de la relación  $H/L$  se recomienda sean escogidos con el fin de brindar una agresividad al sistema. Para las variables  $W_1$  y  $W_2$  se escoge una relación 2/1 mientras que para la variable  $C_2$  se elige una relación 3/1. Además, los valores de  $K_{D0}$  son tomados a partir del resultado de  $K_D$  para los SMC tradicionales.

Ahora bien, los límites superiores e inferiores de las bandas de error deben ser considerados a partir del rango en el que trabajen los transmisores de cada variable. Las tres variables son manejadas a partir de transmisores con un rango de 0 a 1.

El líquido retenido del primer efecto  $W_1$  tiene un valor en estado estable de 30 lb y su transmisor brinda numéricamente el valor de 0.3. En esta variable el cambio de referencia más alto es de 10%. Es decir, un aumento de 3 lb. Para efectos de diseño de este controlador se considerará que como máximo se realizará un cambio de 10 lb (equivalente a 0.1 en el transmisor). Por lo que el  $e_{max}$  es de 0.1. El límite inferior para la banda de error se puede escoger como un valor entre el 2% o 5% del error con respecto a la referencia. En otras palabras, 5% del cambio máximo.

$$e_{min} = 0.05(e_{max}) = 0.05 * 0.1 = 0.005 \quad (2.216)$$

En el caso líquido retenido del segundo efecto  $W_2$  el valor en estado estable de 35 lb y su transmisor brinda numéricamente el valor de 0.35. En esta variable el cambio de referencia más alto también es de 10%. Lo que significa un aumento de 3.5 lb. De manera análoga al caso anterior, se considerará que como máximo se realizará un cambio de 10 lb

(equivalente a 0.1 en el transmisor). Significando así, que  $e_{max}$  es 0.1. Se escoge para la banda de error el 5% del error con respecto a la referencia.

$$e_{min} = 0.05(e_{max}) = 0.05 * 0.1 = 0.005 \quad (2.217)$$

Finalmente, se tiene la concentración de salida o del segundo efecto  $C_2$ . El valor en estado estable de 14.3055 %*peso* y su transmisor brinda numéricamente el valor de 0.143. En esta variable el cambio de referencia más alto es de 20%. Lo que equivale a un aumento de 2.861 %*peso*. Por lo que se considerará que se realiza un cambio como máximo de 4 %*peso* (equivalente a 0.04 en el transmisor). Significando así, que  $e_{max}$  es 0.04. Sin embargo, se debe considerar que la superficie PD para este controlador presenta un error de posición elevado. Por lo que se decide aumentar el valor de  $e_{max}$  a 0.3. Se escoge para la banda de error el 5% del error con respecto a la referencia.

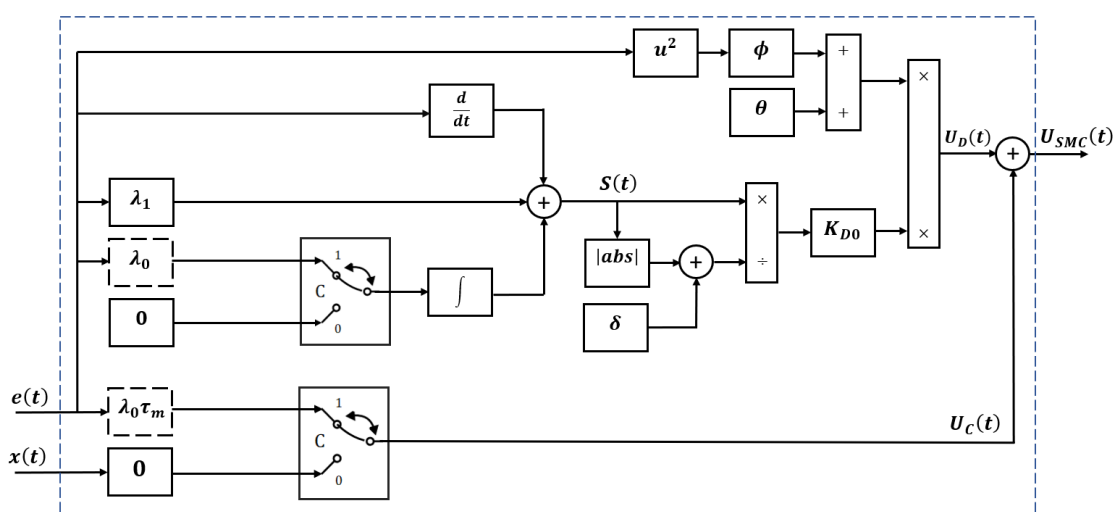
$$e_{min} = 0.05(e_{max}) = 0.05 * 0.3 = 0.015 \quad (2.218)$$

En resumen, los valores obtenidos para el controlador dual ante el cambio de superficies es la siguiente:

**Tabla 2.33.** Parámetros de sintonización para la ganancia dinámica  $K_D$

Función	$H$	$L$	$e_{max}$	$e_{min}$	$\theta$	$\phi$	$K_D _{e(t)=0}$
$G_1(s)$	2	1	0.1	0.005	0.998	100.250	5.742
$G_2(s)$	2	1	0.1	0.005	0.998	100.250	5.832
$G_3(s)$	3	1	0.3	0.015	0.995	22.277	20.847

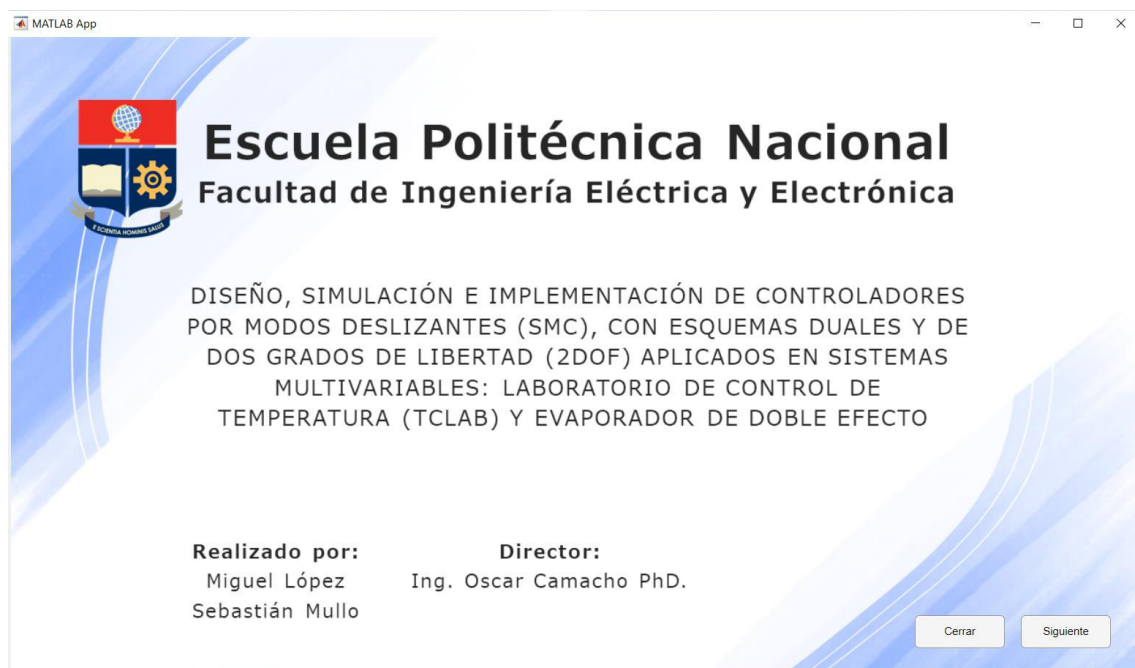
Recopilando todo lo indicado anteriormente se puede observar la Figura 2.34. donde se describe el diagrama de bloques del controlador DUAL – SMC.



**Figura 2.34.** Diagrama del controlador DUAL – SMC para sistemas integrantes

## 2.3. DISEÑO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

La interfaz gráfica de usuario fue desarrollada mediante la aplicación de Matlab denominada App Designer, la cual cuenta con una serie de elementos y herramientas que nos permiten realizar un monitoreo y control de las variables involucradas en ambos procesos. Esta interfaz cuenta con cuatro ventanas a través de las cuales el usuario puede seleccionar el proceso que quiere observar, modificar los parámetros involucrados en ese proceso y observar los resultados obtenidos a partir de las pruebas realizadas en cada sistema, con el fin de que estos resultados puedan ser interpretados y analizados de forma sencilla.



**Figura 2.35.** Pantalla de Inicio de la Interfaz

En la Figura 2.35, se muestra la ventana de Portada donde se presenta el nombre de la Universidad, la Facultad, el título del trabajo de titulación y los nombres de los integrantes junto con el director de tesis. Adicionalmente, cuenta con botones que permiten cerrar la aplicación o avanzar en las demás ventanas de la interfaz gráfica.



**Figura 2.36.** Pantalla de selección de procesos

El segundo nivel de la interfaz se compone por una pantalla la cual permite la elección del proceso con el cual se desea trabajar. Como se muestra en la Figura 2.36. es posible escoger entre el Laboratorio de Control de Temperatura y el Evaporador de Doble Efecto. En esta ventana se muestra el diagrama de control del TCLab y el P&ID del Evaporador.



**Figura 2.37.** Pantalla del proceso del laboratorio de control de temperatura (TCLab)

En la figura 2.37, se observa la ventana correspondiente al manejo del Laboratorio de Control de Temperatura (TCLab). En esta ventana, se puede apreciar a la izquierda el espacio correspondiente a las gráficas en tiempo real de las salidas de temperatura y señales de control del módulo. Por otro lado, en la parte derecha se puede ver el panel de control del TCLab, el cual presenta una sección para ingresar los valores de referencia de cada temperatura y otra sección para seleccionar el controlador deseado entre las diferentes opciones. Esta ventana también cuenta con una luz piloto que indica el estado de la simulación y un panel que permite ajustar el tamaño del eje vertical de las gráficas para una mejor visualización de los resultados. Además, cuenta con un panel observar los índices de desempeño ISE y TVU. Al igual que las anteriores ventanas, esta cuenta con un menú de opciones generales con botones que permiten navegar entre la interfaz gráfica (Atrás y Cerrar), así como, botones para dar inicio o detener la simulación del módulo en tiempo real (Iniciar y Detener).



**Figura 2.38.** Pantalla del proceso del evaporador de doble efecto

De manera análoga al panel generado para el TCLAB, se ha elaborado en el tercer nivel una interfaz exclusiva para el manejo y visualización del proceso del evaporador de doble

efecto. En esta pantalla se muestra la respuesta de las variables líquido retenido en el primer efecto, segundo efecto y concentración de salida. Además, se debe considerar que este proceso es totalmente simulado, debido a esto, el panel permite modificar el tiempo de simulación y las referencias que se desee para cada variable junto con los controladores que se desea visualizar. En adición, esta ventana indica los valores de los índices de desempeño para cada controlador de acuerdo con el tiempo de simulación y referencias seleccionadas.

### 2.3.1. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

En la Figura 2.39 se indica el diagrama de flujo que describe el comportamiento de la interfaz gráfica entre las distintas ventanas antes señaladas, con el fin de facilitar al usuario el manejo de la misma.

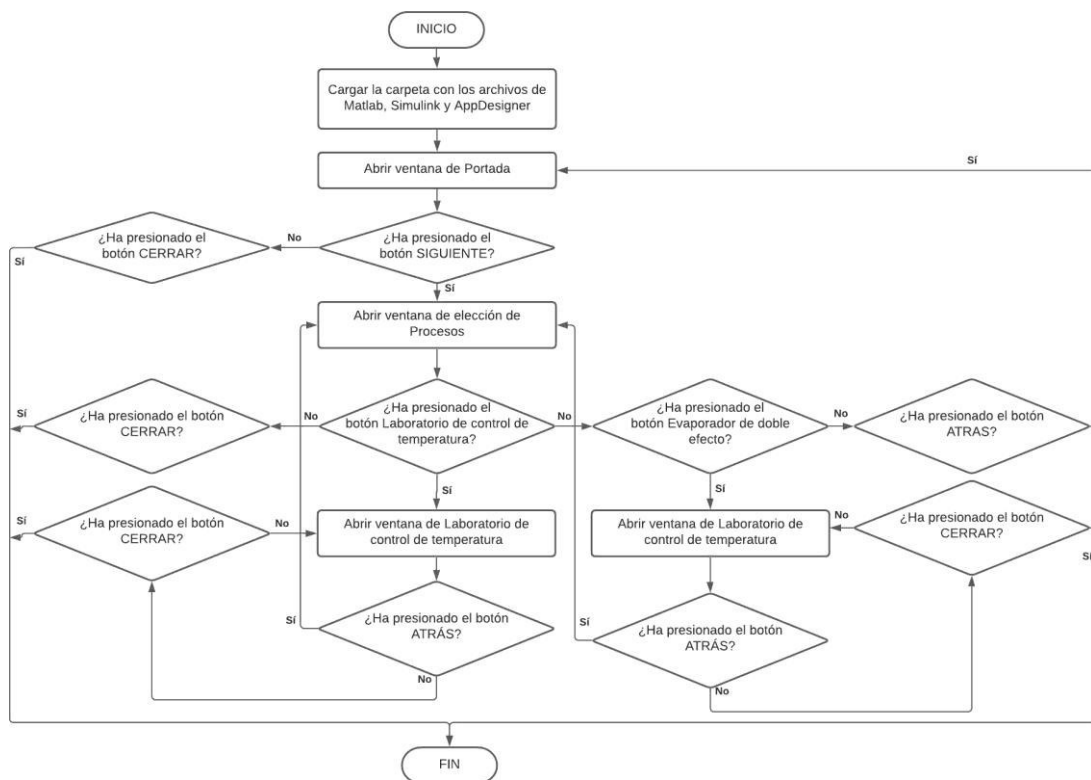


Figura 2.39. Diagrama de flujo de interfaz

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presenta la información obtenida como resultado de las pruebas realizadas en cada uno de los controladores PID, SMC, 2DOF – SMC, SMC – S2DOF y



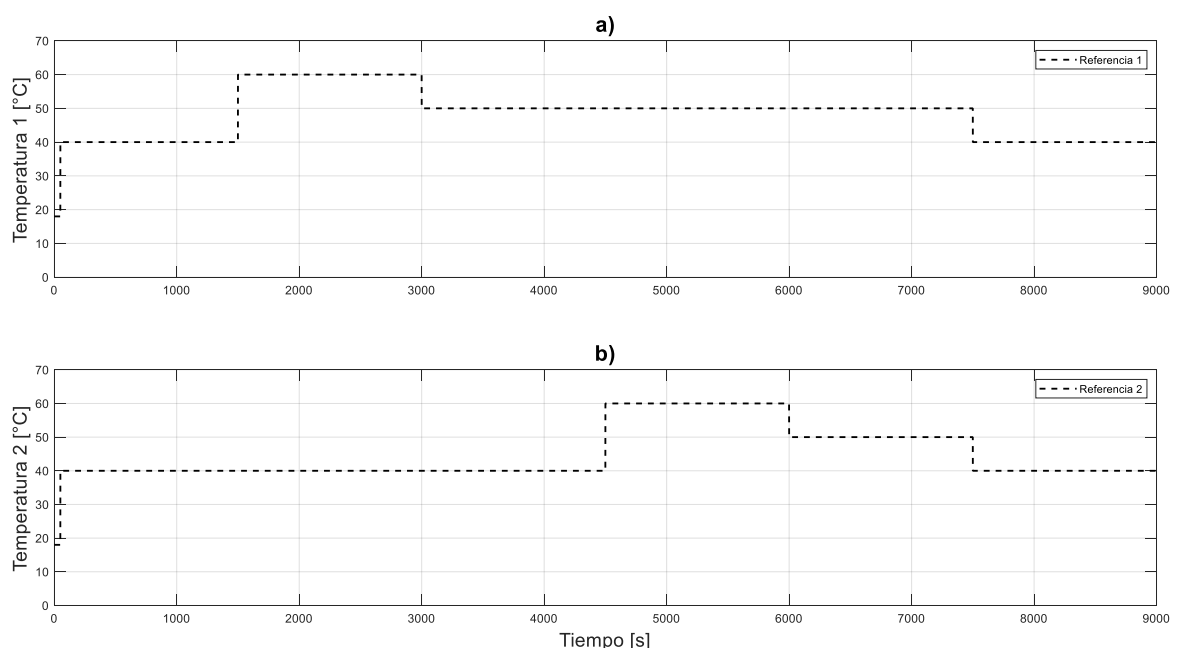
DUAL – SMC, implementados y simulados en el Laboratorio de Control de Temperatura (TCLab) y en el Evaporador de Doble Efecto, respectivamente.

Los resultados obtenidos se presentan mediante gráficas de las señales de salida y de las señales de control para analizar el comportamiento de los sistemas ante cambios de referencia. Además, se dispone de curvas radiales para analizar el rendimiento de cada uno de los controladores a través de diferentes índices de desempeño como lo son: ISE, TVU, Mp y ts. Estos parámetros se obtienen de forma numérica y se normalizan de tal manera que puedan ser observados de forma adecuada en los gráficos radiales.

Los resultados que se muestran a continuación buscan comparar las ventajas y desventajas de los esquemas de control propuestos (2DOF – SMC, SMC – S2DOF y DUAL – SMC) respecto a los esquemas PID y SMC tradicionales, observando y analizando las diferentes gráficas e índices de desempeño obtenidos.

### 3.1. LABORATORIO DE CONTROL DE TEMPERATURA (TCLAB)

Para realizar las pruebas de seguimiento de referencia de los diferentes controladores implementados en el sistema TCLab, se utilizan varios cambios de referencia a lo largo del tiempo de simulación. Los valores de temperatura utilizados se encuentran entre los 20 [°C] y los 60 [°C], mientras que el tiempo de simulación tiene un rango de 0 [s] a 9000 [s]. Los cambios del valor de consigna que se detallan posteriormente se observan en la Figura 3.1.

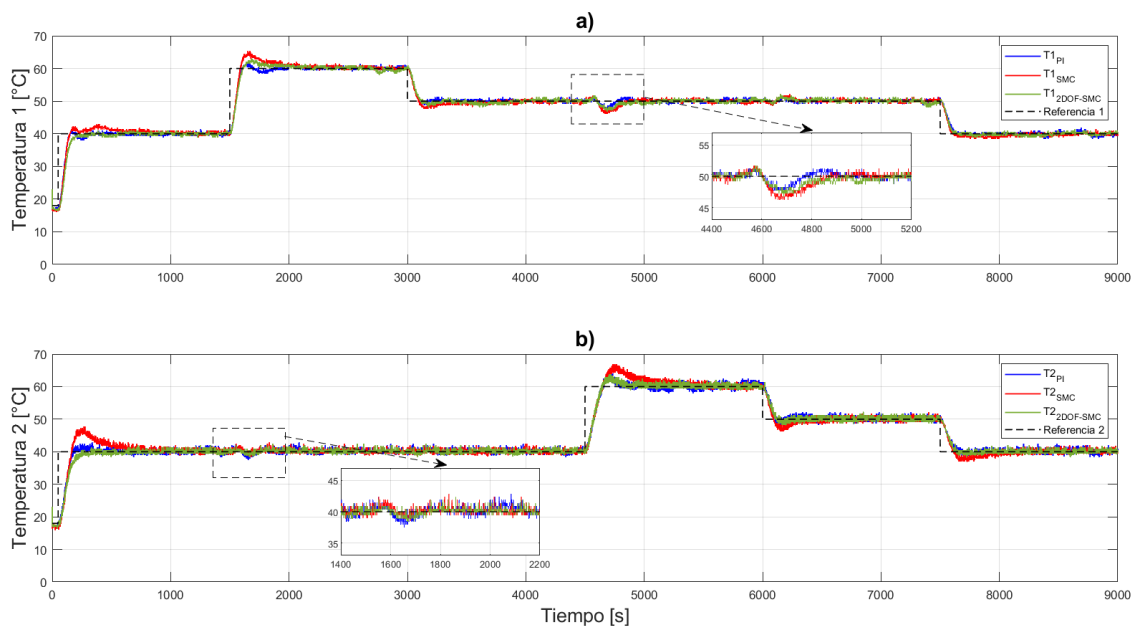


**Figura 3.1.** Señales de referencia: a) Temperatura  $T_1$ , b) Temperatura  $T_2$

Primero, es necesario que ambas variables  $T_1$  y  $T_2$  tengan un cambio de consigna hasta alcanzar los 40 [°C] de forma estable, ya que se necesita de un rango inicial de operación que permita que los desacopladores puedan cumplir su función de manera adecuada. Una vez hecho eso, se realiza un cambio de 20 [°C] en el instante de 1500 [s] y se mantiene dicho valor hasta que la salida  $T_1$  se estabilice mientras que  $T_2$  permanece constante. Después, en el tiempo de 3000 [s] se aplica un cambio de -10 [°C] en  $T_1$  y se mantiene hasta los 7500 [s]. Para el caso de la salida 2, se procede de manera similar manteniendo constante la salida  $T_1$  mientras se realizan cambios en la salida  $T_2$  de 20 [°C] y -10 [°C] en los tiempos de 4500 [s] y 6000 [s], respectivamente. Por último, ambas variables tienen un cambio final de -10 [°C] en el instante de 7500 [s] hasta el final de la simulación.

### 3.1.1. RESULTADOS DEL CONTROLADOR 2DOF – SMC

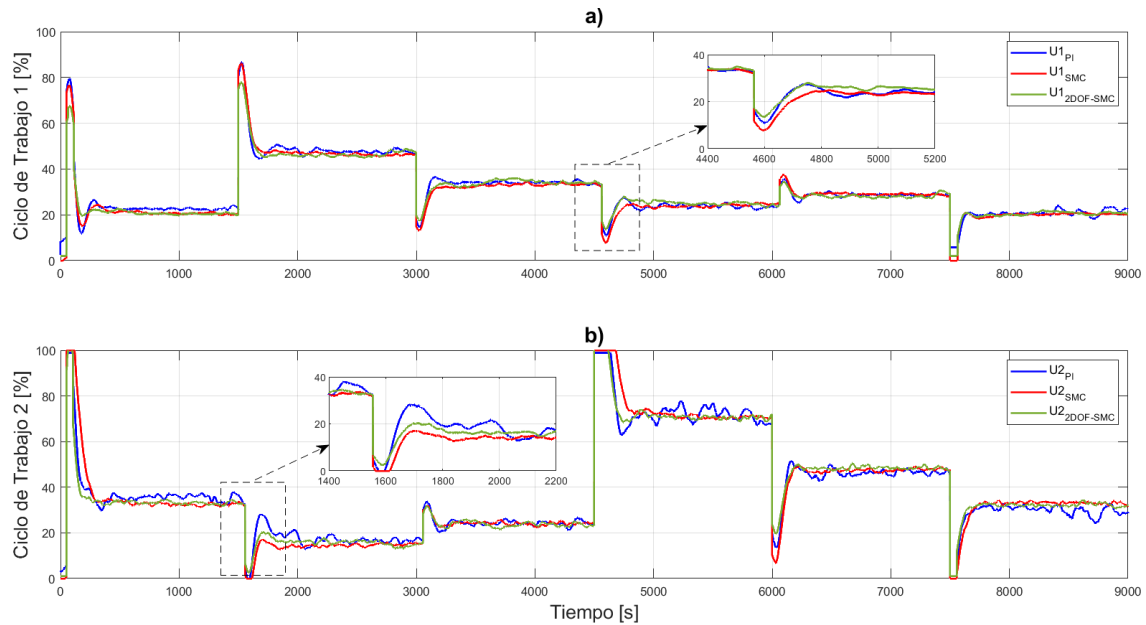
En esta sección se mostrarán los resultados obtenidos a partir de las pruebas realizadas con el controlador 2DOF – SMC implementado, en contraste con los controladores tradicionales PI y SMC desarrollados. Para ello, se utilizaron una serie de cambios tipo escalón en la referencia de cada salida de temperatura.



**Figura 3.2.** Respuesta del sistema antes cambios de referencia: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

En la Figura 3.2, se puede observar que los controladores responden bastante bien ante cambios de referencia, no obstante, en el cambio inicial el controlador 2DOF – SMC presenta menos sobreimpulso y un tiempo de asentamiento menor a los otros dos controladores. Además, se puede notar un buen desacoplamiento entre las variables cuando una de ellas se mantiene constante, sin embargo, existe una pequeña perturbación

en las señales de salida durante los cambios tipo escalón. Entonces, se puede ver que el controlador 2DOF – SMC responde un poco mejor que los controladores PI y SMC, ya que su respuesta tiene un menor pico y presenta menos oscilaciones hasta llegar al valor estable.

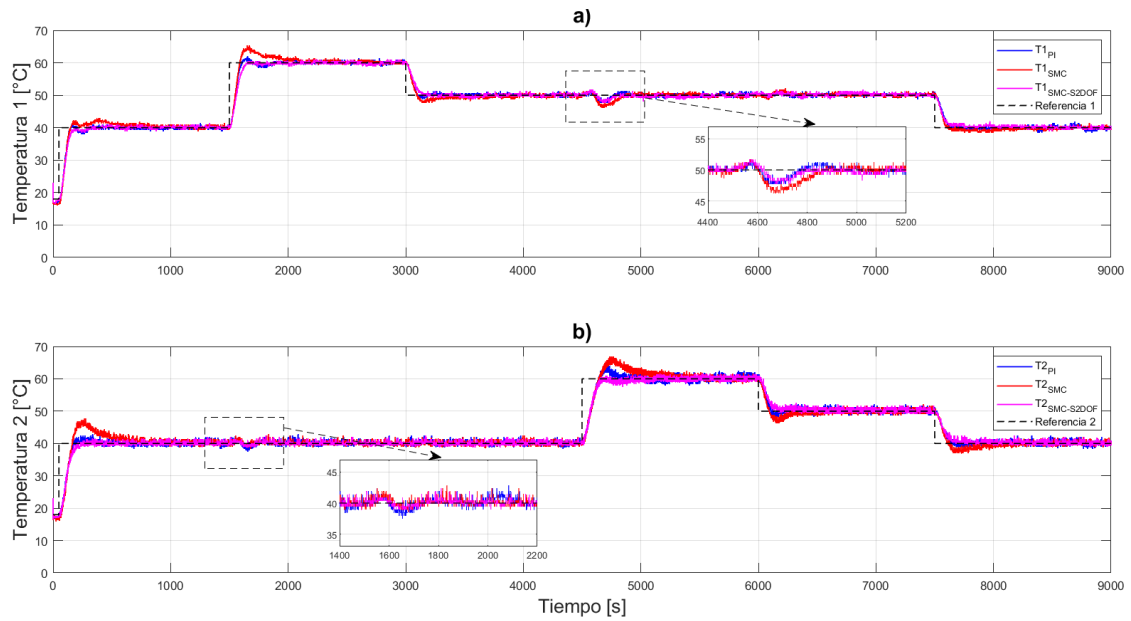


**Figura 3.3.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

Por otro lado, en la Figura 3.3, se observa que la señal de control del PI presenta oscilaciones bastante marcadas que pueden afectar a los elementos finales de control. En el caso del SMC y el 2DOF – SMC, las señales de control son bastante similares, sin embargo, cabe destacar que la señal obtenida con el 2DOF – SMC se estabiliza en menor tiempo, además de presentar un pico ligeramente menor en ciertos cambios de referencia.

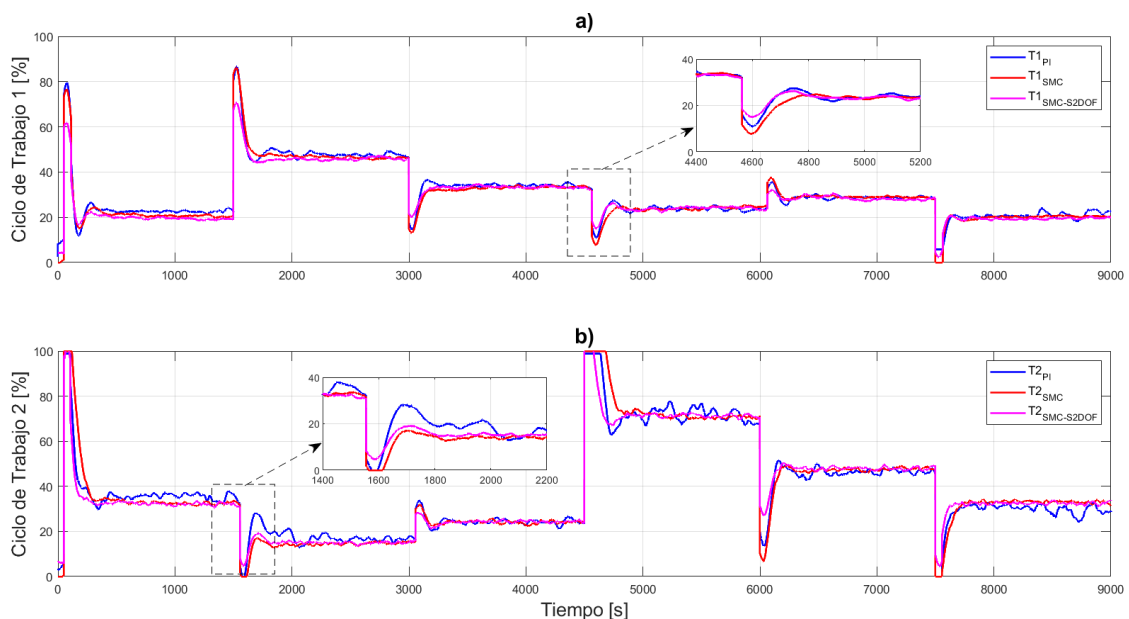
### 3.1.2. RESULTADOS DEL CONTROLADOR SMC – S2DOF

Ahora, se presentan los resultados obtenidos con las pruebas realizadas al controlador SMC – S2DOF, en las cuales se utilizaron los mismos cambios de referencia mencionados anteriormente. De igual manera, se procede a comparar las señales obtenidas con este controlador respecto a las señales del PI y SMC.



**Figura 3.4.** Respuesta del sistema antes cambios de referencia: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

En la Figura 3.4, se observa que las salidas de temperatura  $T_1$  y  $T_2$  del controlador SMC – S2DOF presentan menos sobreimpulso en los cambios de referencia respecto a los controladores PI y SMC. Además, se puede apreciar durante las perturbaciones debido a la interacción de las salidas el controlador SMC – S2DOF presenta una señal con menos oscilaciones y menor sobreimpulso. Cabe mencionar que el SMC es el controlador que más sobreimpulso presenta durante los cambios tipo escalón.

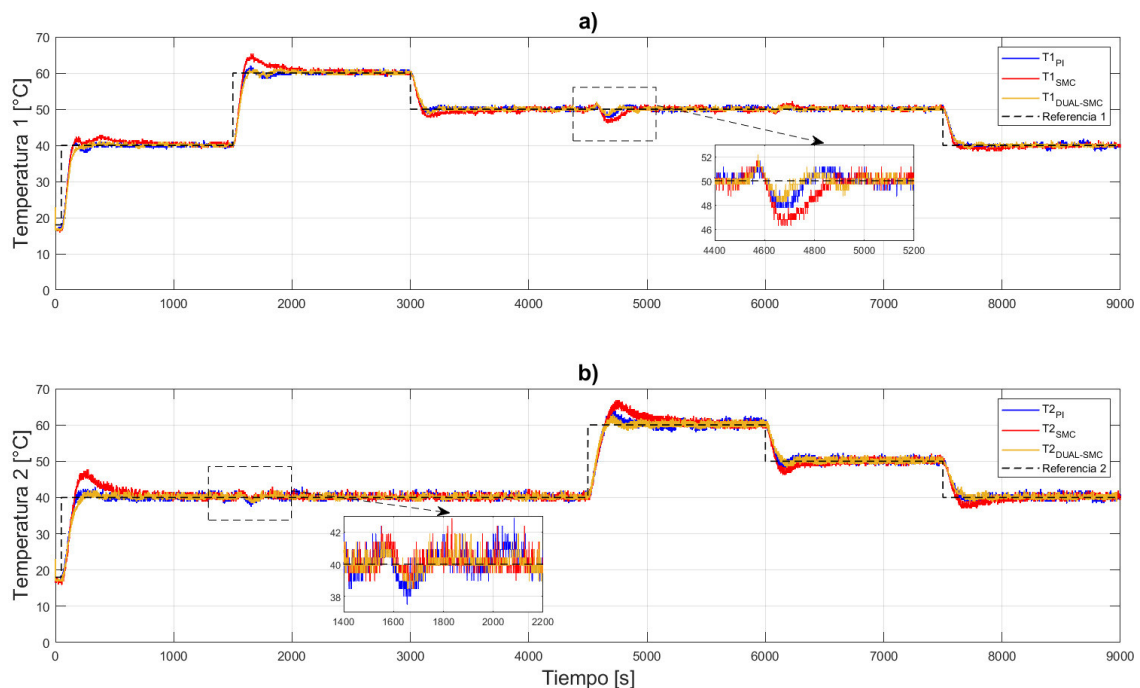


**Figura 3.5.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

En la Figura 3.5, como ya se mencionó antes, el PI presenta ciertas oscilaciones marcadas mientras que en el SMC – S2DOF no se observa este fenómeno. Por otro lado, durante los cambios de consigna el SMC – S2DOF tiene un menor sobreimpulso, una respuesta más suave y un menor tiempo hasta estabilizarse, respecto a los otros dos controladores. También, se puede mencionar que el controlador SMC y PI tienen un sobreimpulso similar, pero el SMC presenta una respuesta más suave y sin oscilaciones marcadas.

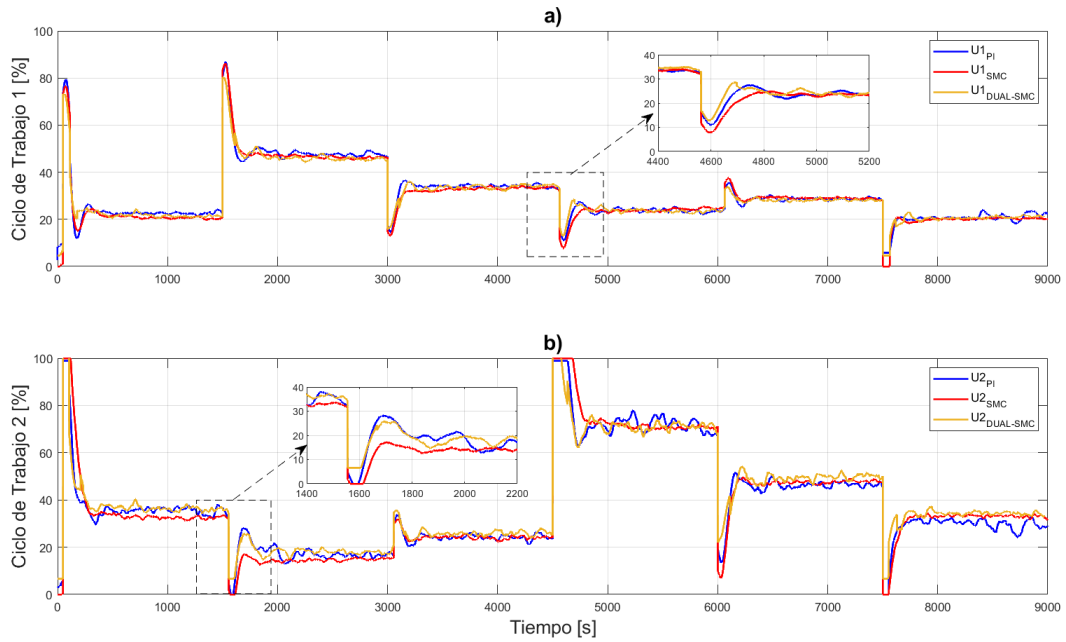
### 3.1.3. RESULTADOS DEL CONTROLADOR DUAL – SMC

Por otro lado, se analiza los resultados obtenidos con el controlador DUAL – SMC bajo las mismas condiciones de los subcapítulos anteriores, en contraste con las señales obtenidas con el PI y SMC convencionales.



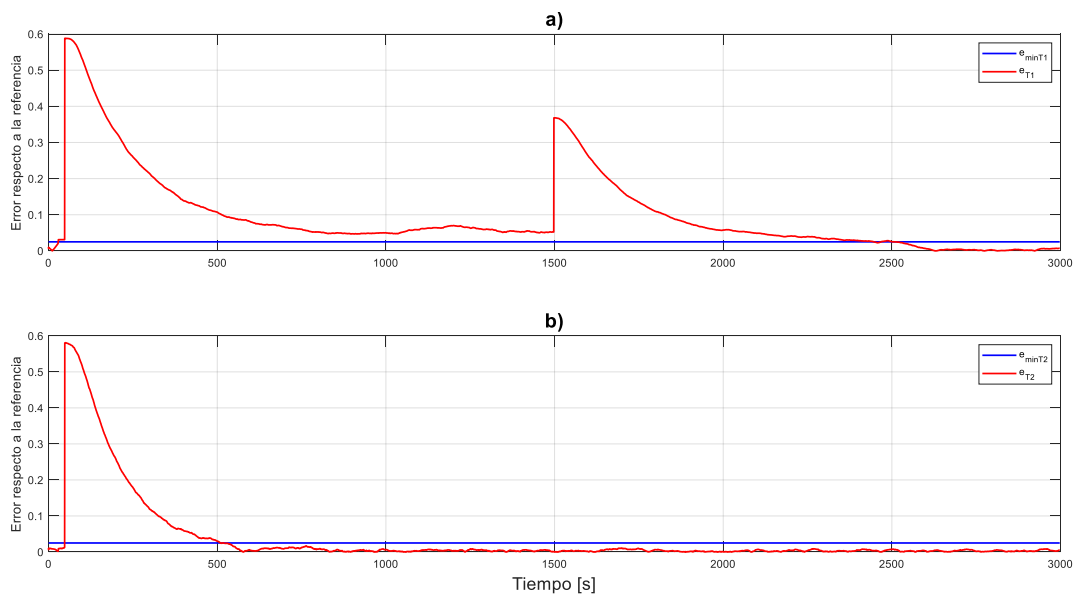
**Figura 3.6.** Respuesta del sistema antes cambios de referencia: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Se puede observar en la Figura 3.6, que la salida  $T_1$  del controlador DUAL – SMC prácticamente no presenta sobreimpulso y tiene un tiempo de asentamiento similar al SMC. Por otro lado, la salida  $T_2$  de este mismo controlador presenta un sobreimpulso menor que el PI y SMC, pero con un tiempo de asentamiento similar a ambos. En el caso de las perturbaciones debido a la interacción de las salidas (observadas en los recuadros ampliados), el controlador DUAL – SMC casi no se ve afectado ya que la salida tiene una variación bastante pequeña, lo que no sucede con los otros controladores, donde sí se puede observar oscilaciones significativas en sus salidas.



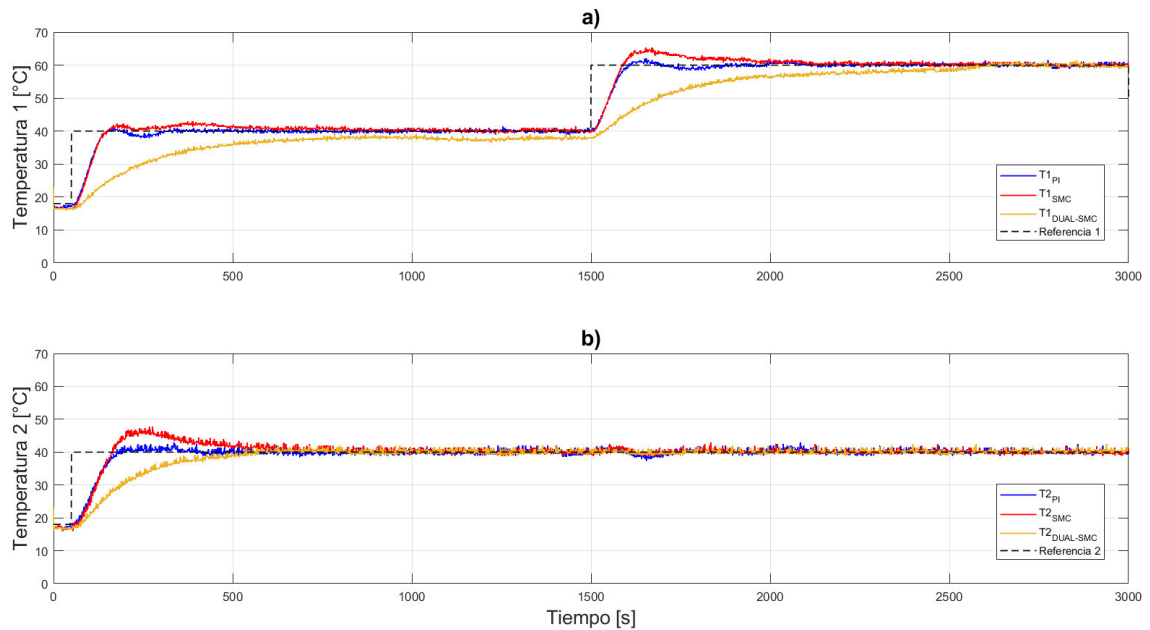
**Figura 3.7.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia: a) Ciclo de trabajo  $U_1$ , b) Ciclo de trabajo  $U_2$

En la figura 3.7, se puede notar que la señal de control del DUAL – SMC presenta sobreimpulsos mucho menores que el PI y SMC, además de estabilizarse de manera suave. No obstante, el tiempo que tarda en llegar a un valor estable es similar para los 3 controladores, por lo que no hay una diferencia significativa. Cabe mencionar, que este controlador DUAL – SMC tampoco presenta oscilaciones en la señal de control, sino que una vez se estabiliza tiende a mantener ese valor sin muchas variaciones.



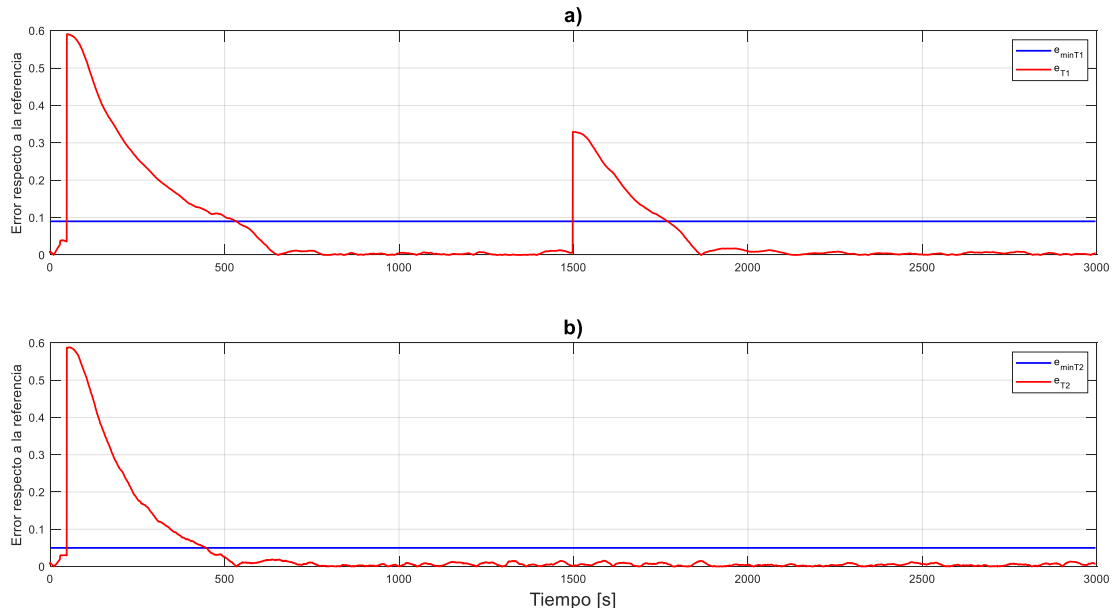
**Figura 3.8.** Señales de error respecto a la referencia: a) Banda de error de la Temperatura  $T_1$ , b) Banda de error de la Temperatura  $T_2$

No obstante, tal como se ve en la Figura 3.8, es importante mencionar que si el valor de  $e_{min}$  no es el adecuado, el controlador DUAL – SMC no será capaz de eliminar el error por completo, como sucede en el caso de la temperatura 1. En otras palabras, la banda de error no es lo suficientemente amplia, por lo que el error no entra en la banda de conmutación y, por ende, no se produce el cambio entre las superficies PD y PID del controlador.



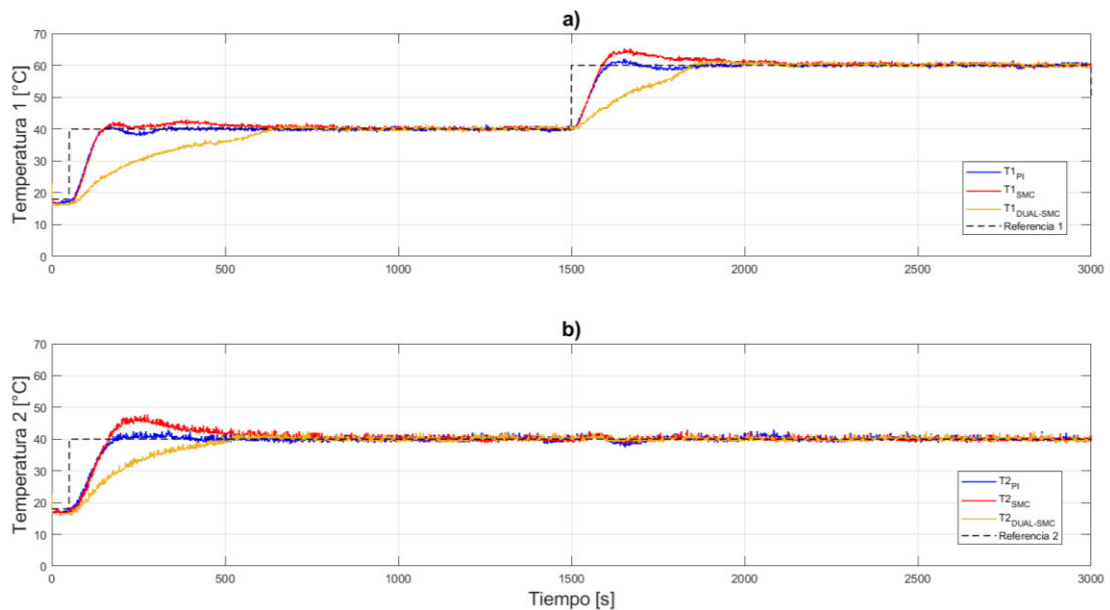
**Figura 3.9.** Respuesta del sistema antes cambios de referencia CON error de posición: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$

Tal como se mencionó anteriormente, en la Figura 3.9 se observa que durante el primer cambio de referencia de la temperatura  $T_1$  existe un error de posición del controlador DUAL – SMC, debido a que únicamente trabaja la acción de control PD al no producirse el cambio de superficie ya que el error no puede alcanzar valores menores a  $e_{min}$ .



**Figura 3.10.** Señales de error respecto a la referencia: a) Banda de error de la Temperatura  $T_1$ , b) Banda de error de la Temperatura  $T_2$

Para solucionar este inconveniente, es necesario aumentar el valor de  $e_{max}$ , es decir, aumentar el cambio de referencia máximo que puede tener la salida del sistema, ya que este parámetro está estrechamente relacionado con el valor de  $e_{min}$ . Tal como se ve en la Figura 3.10, una vez se incrementó el valor de  $e_{max}$  y el valor de la banda de error, el controlador DUAL – SMC es capaz de eliminar el error de posición sin ningún inconveniente.



**Figura 3.11.** Respuesta del sistema antes cambios de referencia SIN error de posición: a) Temperatura del sensor  $T_1$ , b) Temperatura del sensor  $T_2$



En la Figura 3.11, se observa que ya no existe el error de posición en el primer cambio de referencia de la salida  $T_1$ , lo que nos indica que en esta ocasión sí se produce el cambio a la superficie PID, lo que no sucede en la Figura 3.9, donde el valor de  $e_{min}$  no alcanzaba una magnitud adecuada.

### 3.1.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y CURVAS RADIALES

Entonces, en las Tablas 3.1 y 3.2 se muestran los valores numéricos de los índices de desempeño de cada controlador, obtenidos a partir de las pruebas y simulaciones descritas con anterioridad.

**Tabla 3.1.** Índices de desempeño de los controladores en  $T_1$

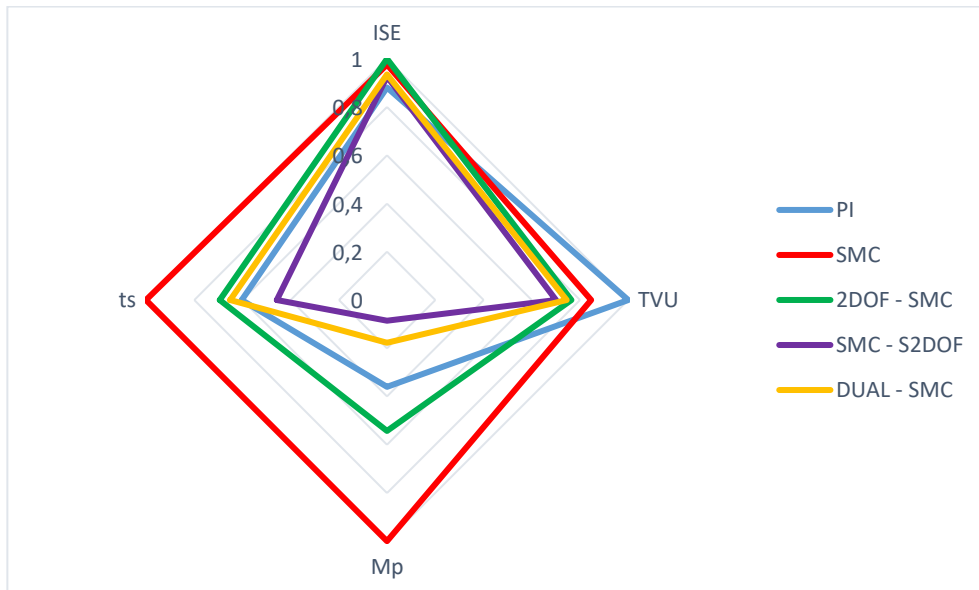
Controlador	$ISE (10^5)$	$TVU (10^3)$	$M_p$ [%]	$t_s$ [s]
PI	1.204	0.715	9.628	321.000
SMC	1.334	0.605	26.735	532.500
2DOF – SMC	1.366	0.546	14.516	369.500
SMC – S2DOF	1.265	0.501	2.297	243.500
DUAL – SMC	1.278	0.532	4.741	346.500

**Tabla 3.2.** Índices de desempeño de los controladores en  $T_2$

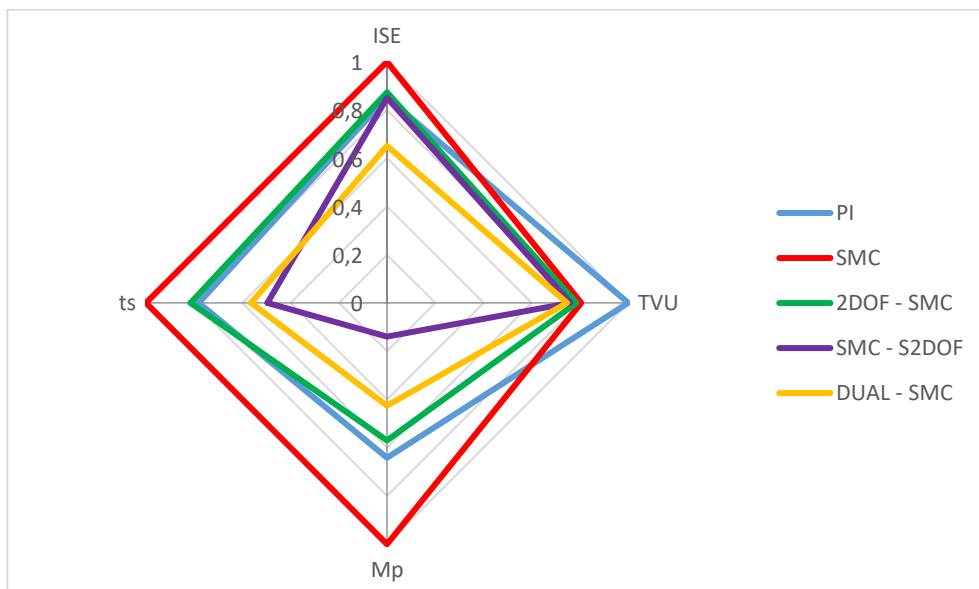
Controlador	$ISE (10^5)$	$Tvu (10^3)$	$Mp$ [%]	$ts$ [s]
PI	1.453	1.327	21.847	650.000
SMC	1.703	1.068	34.050	832.500
2DOF – SMC	1.488	1.042	19.403	678.500
SMC – S2DOF	1.449	1.009	4.741	413.000
DUAL – SMC	1.110	0.989	14.500	469.500

En las tablas anteriores, se puede ver que de manera general los controladores que poseen unos mejores índices de desempeño son el SMC – S2DOF y el DUAL – SMC, ya que tienen sobreimpulsos pequeños, menores tiempos de establecimiento y valores de TVU más bajos que el resto de los controladores. Esto último nos indica que estos dos controladores provocaran menor esfuerzo de control y, por ende, los elementos finales de control tendrán un menor desgaste cuando se empleen estos esquemas de control. Por el lado del índice de desempeño ISE, todos los controladores tienen valores similares y no tienen una diferencia significativa, lo que indica que todos cumplen con la función de eliminar el error de manera adecuada. Cabe mencionar que el controlador 2DOF – SMC presenta cierta ventaja en cuanto al valor del máximo sobreimpulso, sin embargo, en los demás índices presenta valores muy similares al PI y SMC.

Adicionalmente, para realizar un mejor análisis e interpretación de los índices obtenidos anteriormente, se utilizan curvas radiales para graficar los valores obtenidos en cada controlador. Para ello, se realizó una normalización de estos valores por unidad (p.u.) tomando como la unidad al índice con el valor numérico más alto. Entonces, en las Figuras 3.7 y 3.8 se observan las diferentes curvas, donde cada una de ellas representa un controlador mientras que cada esquina se relaciona con el índice de desempeño encontrado.



**Figura 3.12.** Curva radial de los índices de desempeño en  $T_1$



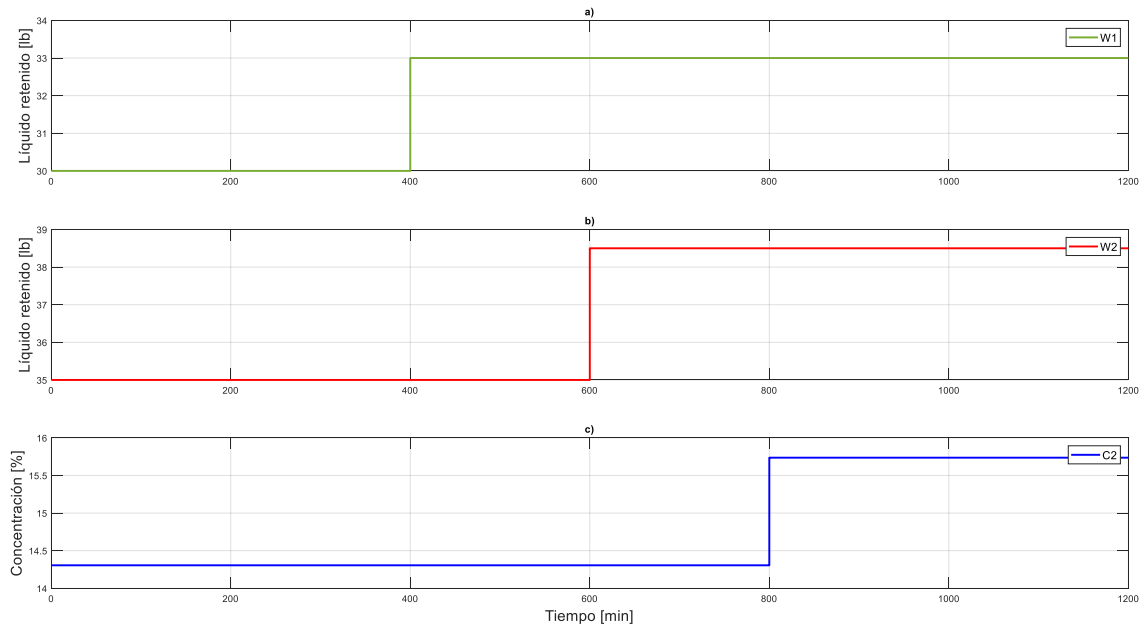
**Figura 3.13.** Curva radial de los índices de desempeño en  $T_2$

En las figuras anteriores, se puede observar gráficamente que el controlador SMC – S2DOF posee los valores más bajos de máximo sobreimpulso y tiempo de establecimiento, mientras que el controlador DUAL – SMC tiene los valores de TVU más pequeños. Además, como se mencionó anteriormente, todos los controladores tienen valores de ISE bastante similares, no obstante, en el caso de la temperatura  $T_2$  el controlador DUAL – SMC posee un ISE más bajo que el resto. Finalmente, el controlador 2DOF – SMC tiene índices de desempeño con magnitudes ligeramente mejores que el SMC convencional.

### 3.2. EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO

Las pruebas realizadas en este sistema consideran los valores nominales detallados en [7] y descritos en la Tabla 2.1. El evaporador de doble efecto se alimenta mediante una solución de trietilen glicol caracterizado por una concentración de 3.2 %*peso*. Al finalizar el proceso, la concentración de soluto resultante ( $C_2$ ) toma el valor de 14.305 %*peso*. Para ello, se considera que la cantidad másica del líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ ) es de 30 *lb*, mientras que el líquido retenido para el separador de fases o segundo efecto ( $W_2$ ) corresponde a 35 *lb*. En consecuencia, la apertura de las válvulas de control en condiciones iniciales depende del emparejamiento de variables detallado en la sección 2.2.2. La válvula que regula el flujo de fondos de soluto del primer efecto requiere de una señal de control ( $mb_{B_1}$ ) correspondiente a 0.6135. Mientras que la válvula que controla al flujo de fondos de soluto del segundo efecto ( $mb_{B_2}$ ) un valor de 0.2033. Finalmente, la válvula de flujo de vapor ( $mb_{s_f}$ ) asociada con la concentración de salida debe tomar un valor de 0.3305. Dichos valores son presentados en la Tabla 2.2.

Con la finalidad de comparar el desempeño de los controladores en el sistema no lineal: evaporador de doble efecto, se utilizan los cambios de referencia propuestos en la Figura 3.14. En los tres casos se considera un cambio de referencia positivo del 10% con respecto al valor en estado estable de cada variable.



**Figura 3.14.** Señales de referencia: a) Líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  b) Líquido retenido en el segundo efecto  $W_2$  c) Concentración de salida  $C_2$

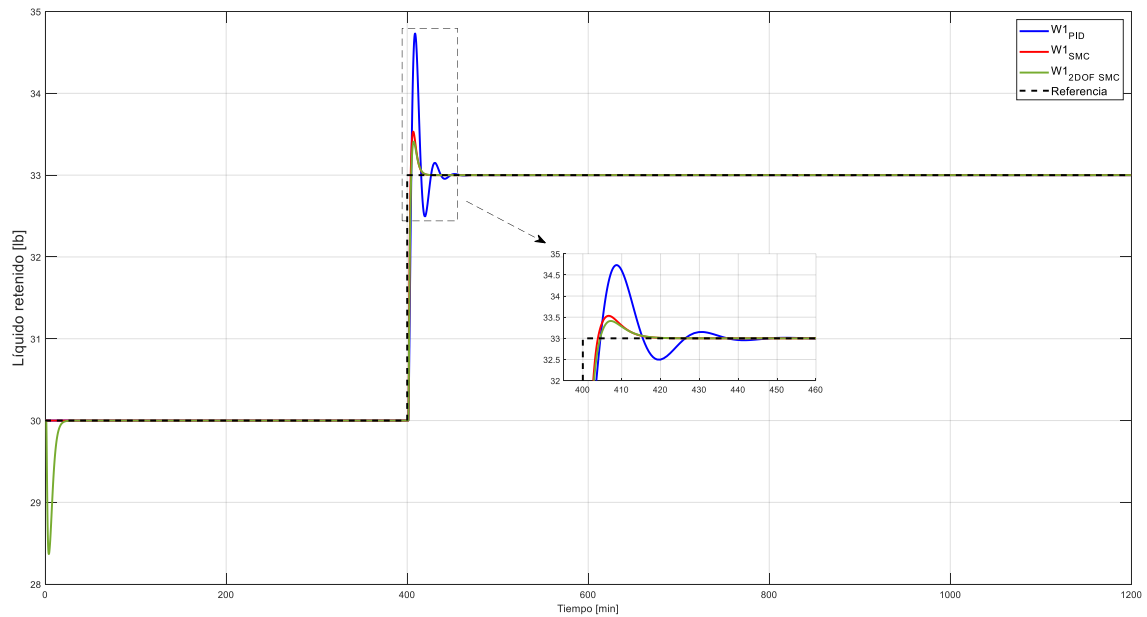
Al tiempo  $0[\text{min}]$  se inicia el proceso tomando como referencia las condiciones iniciales antes descritas. Se realiza un cambio de referencia en el líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  a partir del tiempo  $400[\text{min}]$ . Es necesario aclarar que se inicia a dicho tiempo los cambios de referencia, ya que se debe esperar a que todas las variables se encuentren establecidas en sus valores de condición inicial. A continuación, se realiza un cambio de referencia en la variable  $W_2$  en el tiempo  $600[\text{min}]$ . Finalmente, se busca que la concentración de salida  $C_2$  incremente en un 10% al tiempo  $800[\text{min}]$ . El tiempo total de simulación es de  $1200[\text{min}]$ .

### 3.2.1. RESULTADOS DEL CONTROLADOR 2DOF – SMC

Considerando las señales de referencia descritas en la Figura 3.14. Se compara el controlador por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC) ante controladores clásicos como PID y SMC tradicional.

#### 3.2.1.1. Líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ )

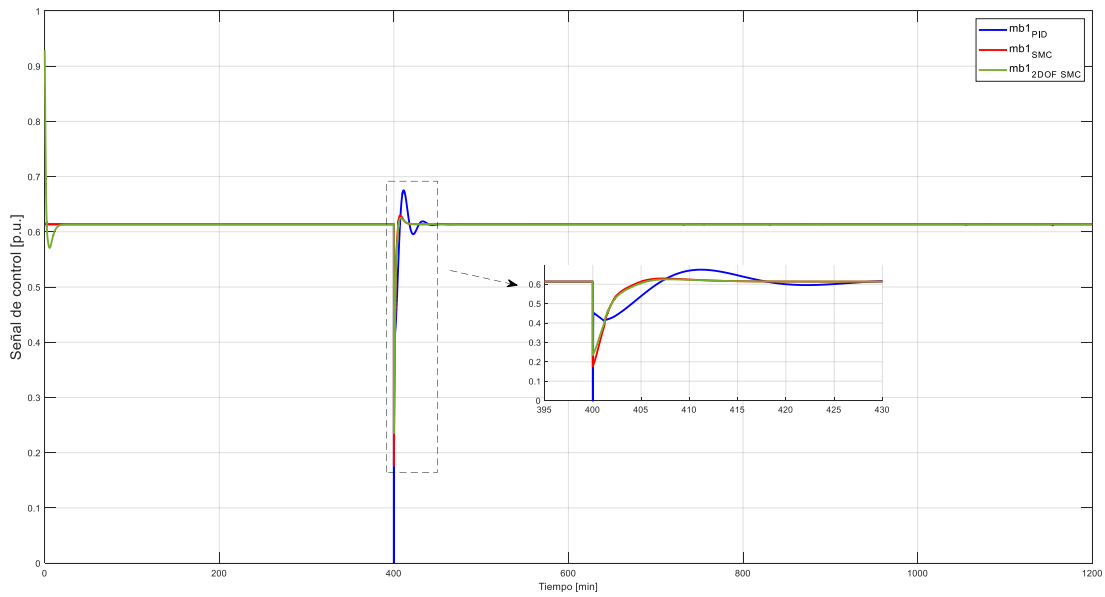
La respuesta para la salida líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  se describe en la Figura 3.15.



**Figura 3.15.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

Se puede observar en la Figura 3.15. que la respuesta de  $W_1$  mediante el uso del controlador 2DOF – SMC es ligeramente mejor que el SMC tradicional, y en mayor medida que el PID. El controlador propuesto presenta un menor sobrepico y tiempo de establecimiento en comparación con el PID. Por otro lado, al entrar en la región estable la respuesta del controlador propuesto se asemeja a la del SMC tradicional. Además, es claro que la propuesta reduce el sobreimpulso del controlador por modos deslizantes ante un cambio de referencia.

Sin embargo, el esquema de control con estructura feedforward de dos grados de libertad requiere de un tiempo de establecimiento al inicio del proceso, ya que presenta un sobrepico inverso. Para este caso, se tarda alrededor de 25 [min] en estabilizar las condiciones iniciales del líquido retenido en el primer efecto.

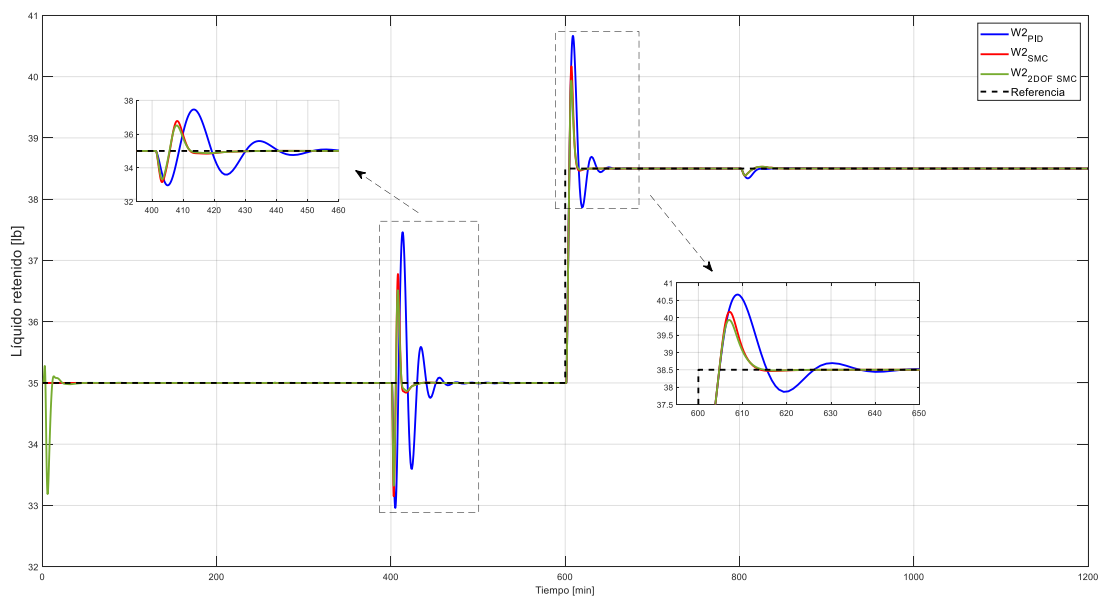


**Figura 3.16.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

La Figura 3.16. indica las señales de control correspondientes a la válvula que controla el flujo de fondos de soluto  $m_{B1}$ . Es claro que la señal de control con mayor oscilación y pico se da mediante el controlador PID. Por otra parte, la respuesta de los controladores SMC tradicional y el 2DOF – SMC son muy parecidas. Sin embargo, el esquema de control propuesto presenta ligeramente una reducción en el pico ante el cambio de referencia.

### 3.2.1.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2)

En la Figura 3.17 se presenta la respuesta para la salida líquido retenido en el segundo efecto  $W_2$  ante los controladores tradicionales y el esquema 2DOF – SMC.



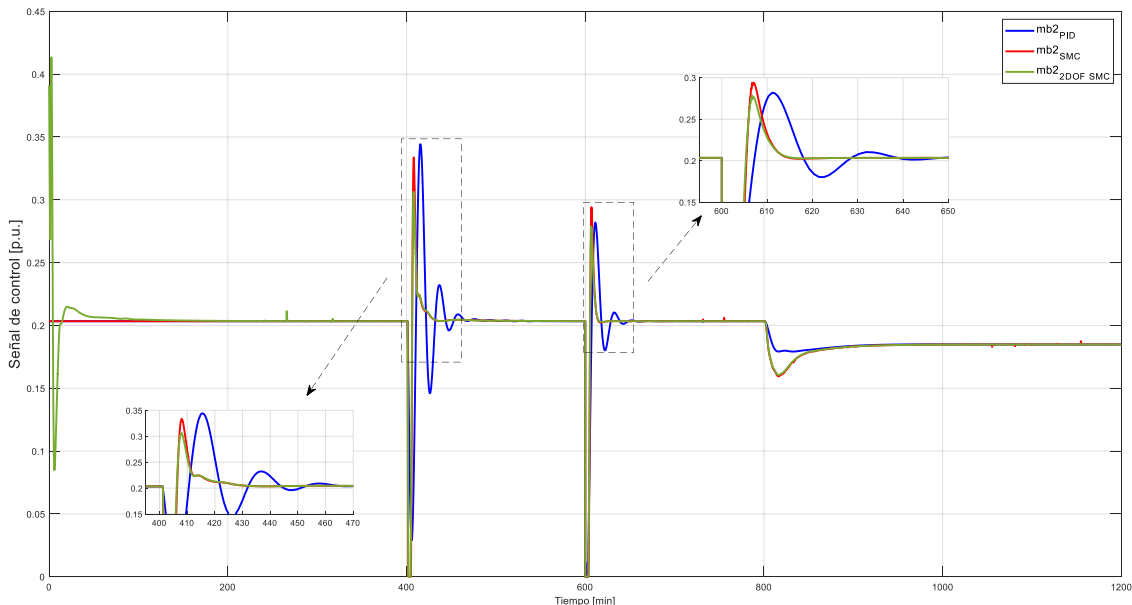
**Figura 3.17.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

Según lo visto en la Figura 3.17. la respuesta de  $W_2$  denota de un cambio de referencia al tiempo 600 [min], y de dos perturbaciones. La primera perturbación se da en los 400 [min] debido a la interacción de la variable  $W_1$ . Mientras que la segunda perturbación se presenta a los 800 [min], tiempo en el que existe un cambio de referencia por parte de la variable  $C_2$ . Para el estudio de la respuesta de este controlador, se considerará el cambio de referencia y la primera perturbación.

Ante el cambio de referencia, la respuesta del controlador 2DOF – SMC presenta un menor sobrepico que los esquemas de control PID y SMC tradicional. Además, es mucho menor el tiempo de establecimiento entre la propuesta y el control PID. De manera análoga a lo sucedido en la variable  $W_1$ , el esquema de control propuesto presenta un sobrepico inverso al inicio del proceso. Tardando así alrededor de 50 [min], en estabilizar las condiciones iniciales de  $W_2$ .

Asimismo, ante perturbaciones ocasionadas por la interacción de otras variables, la respuesta del controlador propuesto mejora notoriamente a la brindada por el controlador PID. Por otro lado, la respuesta es similar a la del SMC tradicional, aunque, con una ligera reducción de en el pico de la señal.

La Figura 3.18. indica las señales de control de los controladores previamente mencionados.



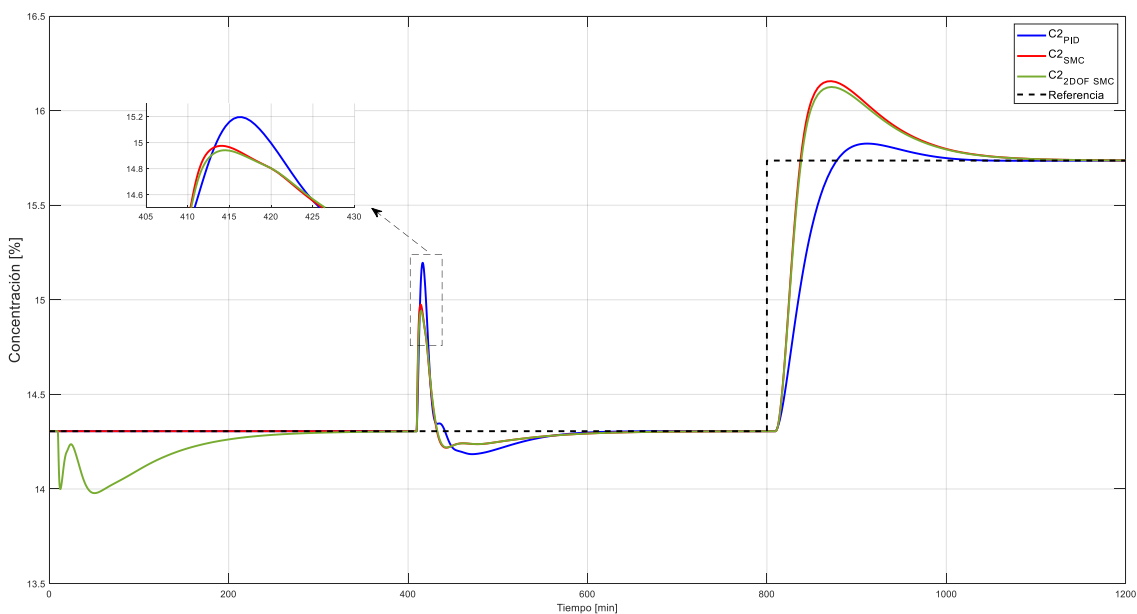
**Figura 3.18.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

Las señales de control se pueden observar en la Figura 3.18. En el tiempo 600 [min] los controladores responden a un cambio de referencia. La señal de control que presenta

mayor oscilación es el esquema PID, mientras que el controlador propuesto 2DOF- SMC puede ser catalogado como la mejor respuesta de los 3 controladores. De la misma manera se tiene la respuesta en el tiempo 400 [min] cuando se tiene una perturbación. El controlador SMC con estructura feedforward de dos grados de libertad responde con las menores oscilaciones.

### 3.2.1.3. Concentración de salida (C2)

Es necesario recordar que la naturaleza de la variable concentración de salida corresponde a un sistema de primer orden más tiempo muerto. Siendo así, la respuesta ante el controlador 2DOF – SMC el mostrado en la Figura 3.19.



**Figura 3.19.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

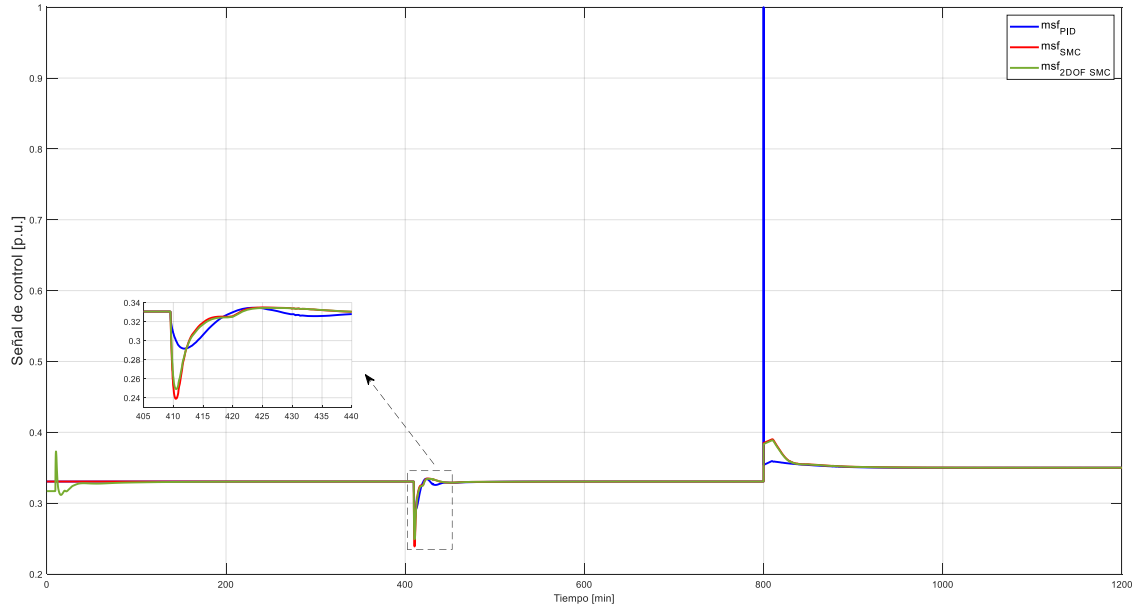
Para la concentración de salida  $C_2$  se realiza un cambio de referencia al tiempo 800 [min]. Sin embargo, por la interacción de las demás variables, se presenta una perturbación al tiempo 400 [min].

Considerando la respuesta de los controladores en el cambio de referencia, es claro en este caso, que la mejor respuesta se obtiene mediante el control PID. Se observa que el sobreimpulso y tiempo de establecimiento son mucho menores que en los controladores SMC y 2DOF – SMC. Además, el controlador propuesto en esta sección requiere de un tiempo aproximado de 300 [min] para estabilizar la señal al inicio del proceso. Presentando una desventaja clara ante los controladores clásicos con los que se ha comparado.

La respuesta ante la perturbación del sistema es muy similar para el esquema de control SMC tradicional y 2DOF – SMC. Se puede observar que el control propuesto en esta



sección reduce ligeramente el sobrepico de la señal. Aunque se lo puede considerar como ínfimo. De los tres controladores comparados, el control PID se puede descartar para rechazo de perturbaciones ya que presenta un mayor sobreimpulso.



**Figura 3.20.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

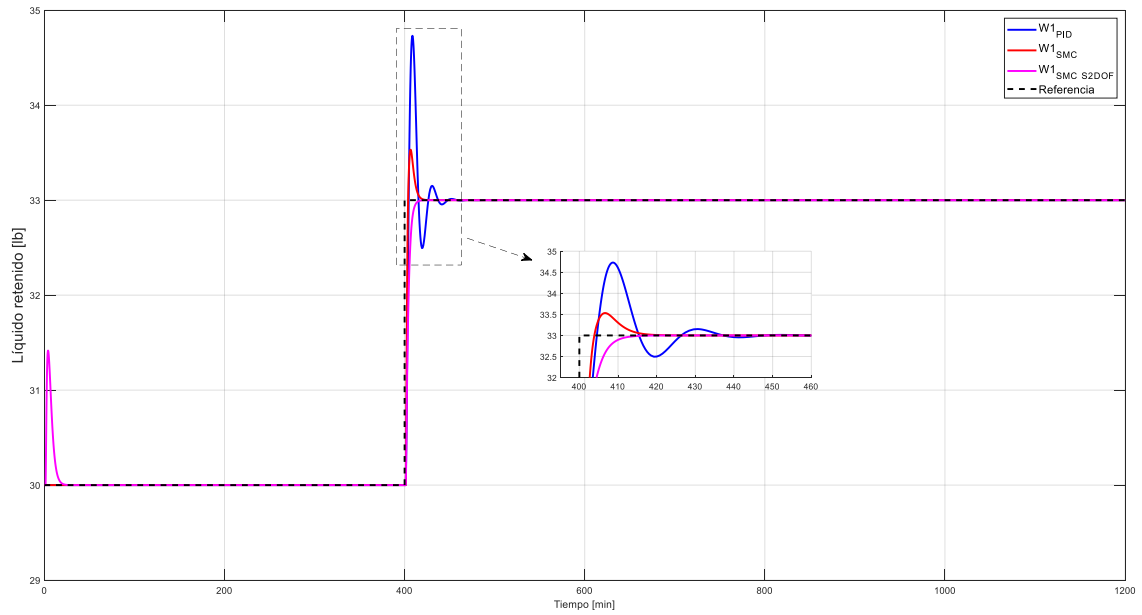
Las señales de control se pueden observar en la Figura 3.20. La respuesta de los controladores SMC tradicional y 2DOF - SMC, son similares, prácticamente se superponen una a la otra. Excepto en la perturbación dada en el tiempo 400 [min]. Donde la respuesta del controlador propuesto es ligeramente mejor al controlador SMC tradicional. Por otro lado, la respuesta del control PID ante la perturbación presenta el menor pico, aunque mantiene oscilaciones prominentes. Además, ante el cambio de referencia dado en 800 [min] abre y cierra el elemento final de control de manera abrupta. Ocasionando que el tiempo de vida de la válvula se reduzca.

### 3.2.2. RESULTADOS DEL CONTROLADOR SMC – S2DOF

Con el fin de observar el comportamiento y respuesta del controlador por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad se utiliza las señales de referencia indicadas en la Figura 3.14. Dicho esquema de control es comparado con controladores clásicos como PID y SMC tradicional.

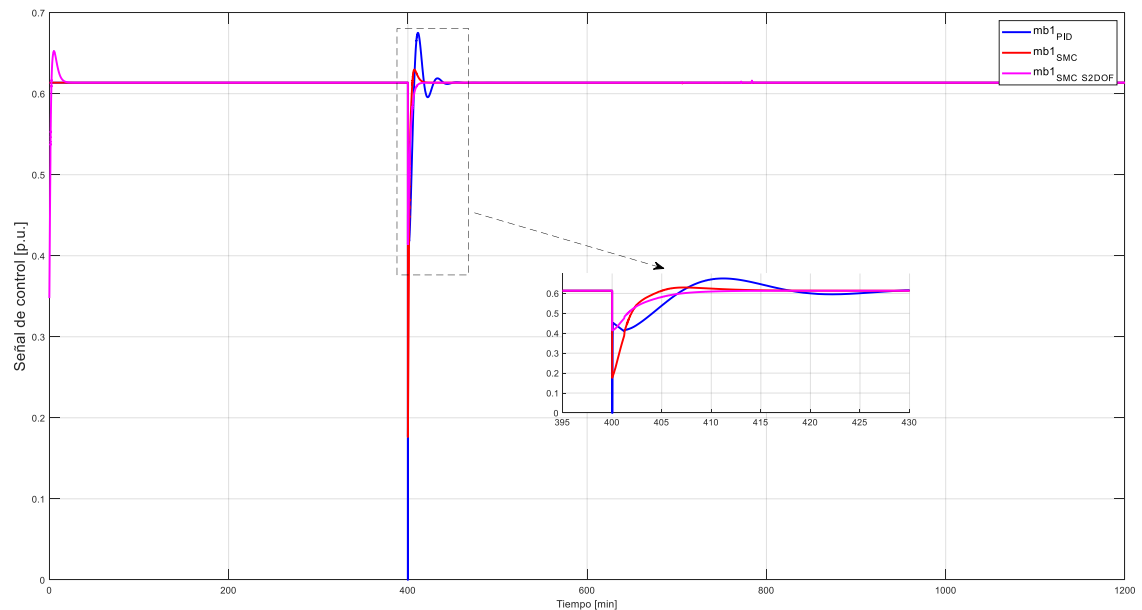
#### 3.2.2.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1)

La salida del líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  se describe en la Figura 3.21.



**Figura 3.21.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

Se puede observar en la Figura 3.21. la respuesta de  $W_1$  al utilizar el controlador SMC – S2DOF. En comparación con esquemas de control como SMC tradicional y PID, es posible ver que la mejor respuesta se obtiene mediante la propuesta. Ya que no solo reduce el sobrepico que se tiene en el cambio de referencia del proceso, sino que se elimina por completo el sobreimpulso. Dando como resultado una respuesta de tipo sobre amortiguada. No obstante, el controlador propuesto necesita de un tiempo de 25 [min.] para estabilizar las condiciones iniciales del líquido retenido en el segundo efecto.

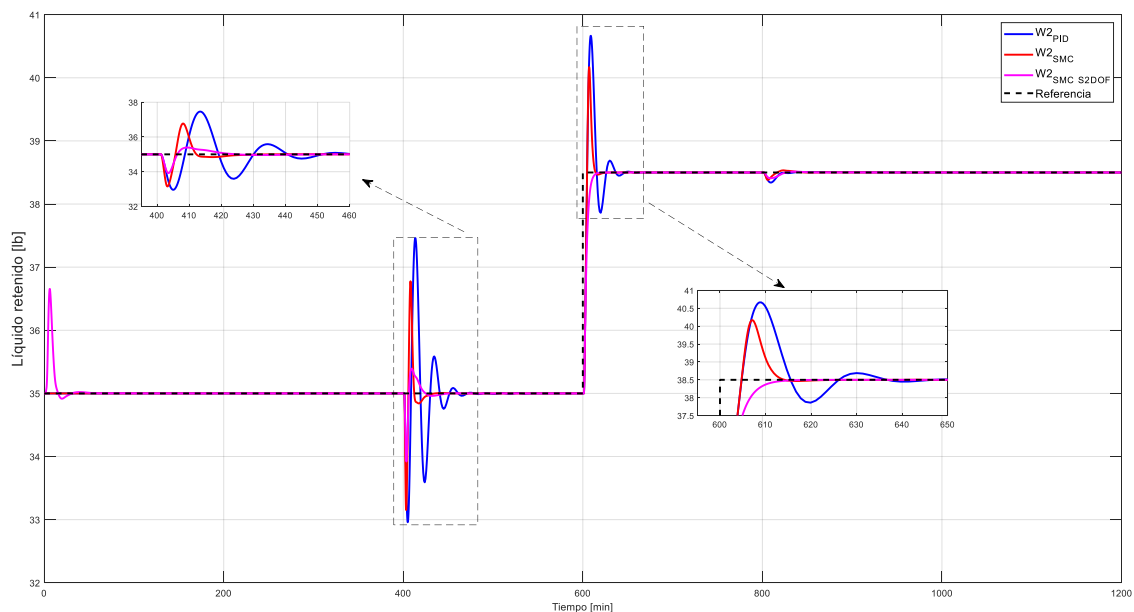


**Figura 3.22.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

En la Figura 3.22. es posible observar las señales de control  $m_{B1}$  correspondientes a los controladores antes descritos. La respuesta que brinda el controlador SMC S2DOF se puede catalogar como la que obtiene un mejor resultado. Ya que el cambio que realiza al tiempo 50 [min] es la que produce un menor pico. Concluyendo así que tiene por medio de este controlador una menor afección a la válvula de control.

### 3.2.2.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2)

La Figura 3.23 presenta la respuesta de la variable líquido retenido en el segundo efecto  $W_2$  ante los controladores PID, SMC y SMC S2DOF.



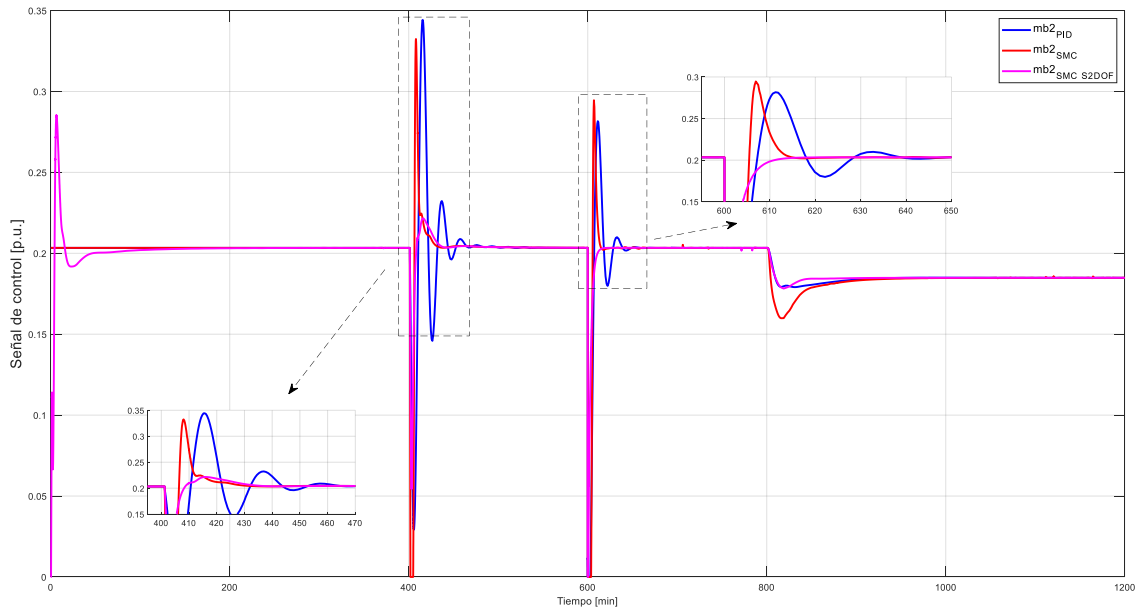
**Figura 3.23.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

Considerando la respuesta del sistema ante el cambio de referencia dado en el tiempo 600 [min], se puede señalar que la respuesta del controlador SMC – S2DOF en la variable  $W_2$  es superior a la respuesta del sistema mediante los esquemas de control PID y SMC. Mediante la propuesta de control se logra reducir el sobreimpulso de manera considerable. Siendo así que se obtiene una señal de salida de tipo sobre amortiguada. Además, se mejora ligeramente el tiempo de establecimiento que se propone mediante el SMC tradicional.

Por otra parte, el líquido retenido en el segundo efecto presenta una perturbación al tiempo 400 [min]. La respuesta de este proceso es favorable para el esquema de control propuesto. Ya que se reduce nuevamente las oscilaciones y sobre impulsos en comparación al controlador PID y SMC. No obstante, se afecta ligeramente el tiempo de establecimiento que logra el controlador por modos deslizantes tradicional.

Adicional a esto, al inicio del proceso el controlador SMC con superficie de dos grados de libertad presenta un sobre impulso hasta llegar al tiempo 50 [min]. Donde se estabiliza las condiciones iniciales del proceso  $W_2$ .

En la Figura 3.24 se muestra la respuesta de los controladores anteriormente descritos.

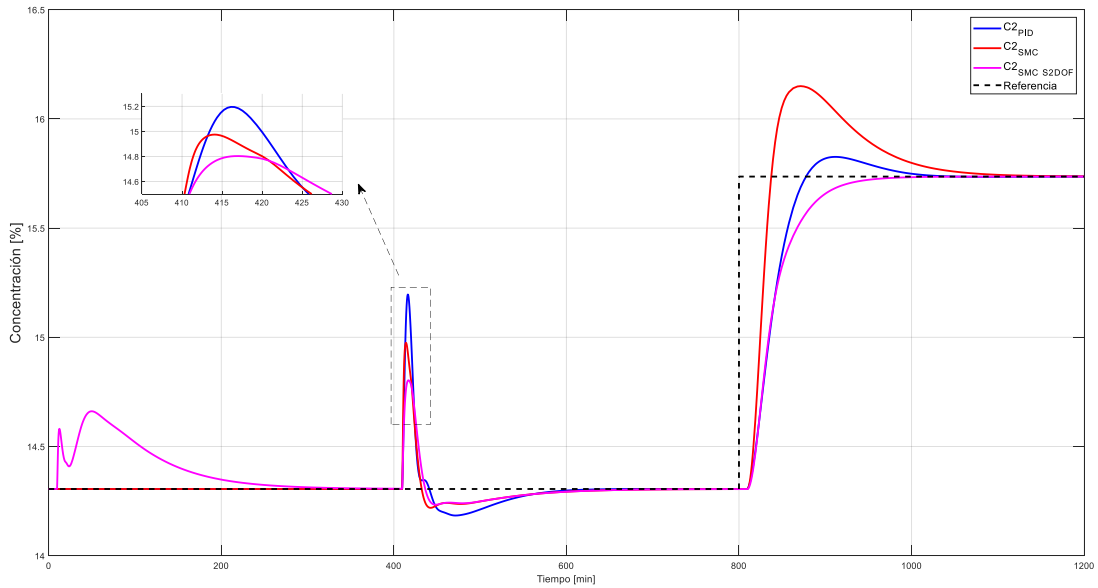


**Figura 3.24.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

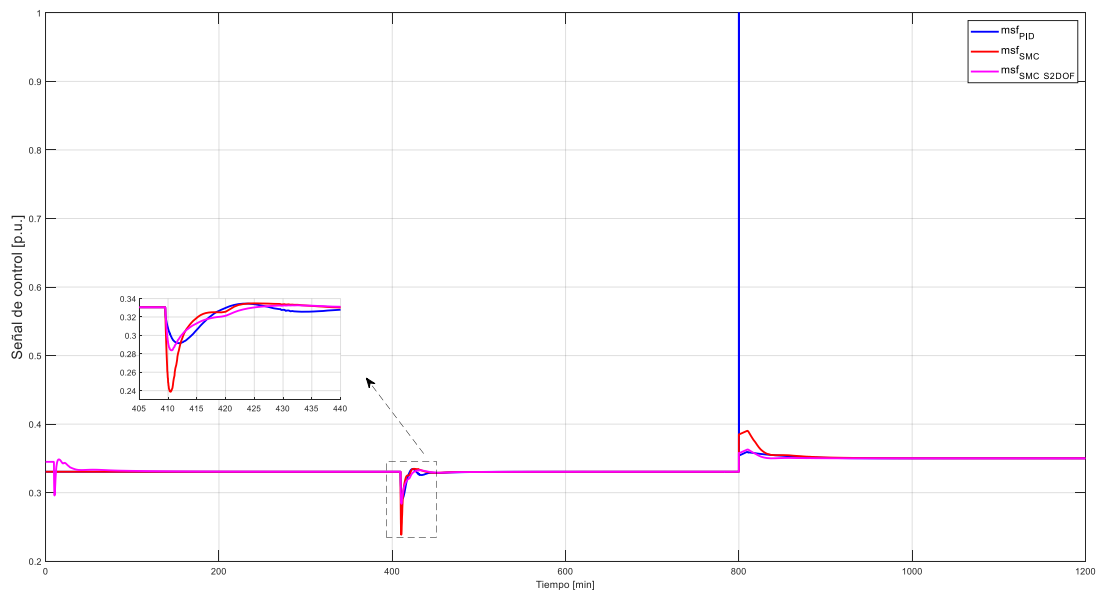
Las señales de control se pueden observar en la Figura 3.24 El controlador propuesto no presenta oscilaciones, a diferencia del controlador SMC tradicional o el control PID. Tanto en la perturbación del sistema, como en el cambio de referencia el control SMC S2DOF responde de mejor manera debido a la reducción de sobrepico en ambos casos. La única deficiencia que presenta este controlador es que la señal de control no inicia en el valor de condiciones iniciales. Tardando así en estabilizar el sistema al inicio del proceso.

### 3.2.2.3. Concentración de salida (C2)

La señal correspondiente a la concentración de salida ante el uso del controlador SMC S2DOF puede ser observado en la Figura 3.25.



**Figura 3.25.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia



**Figura 3.26.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

En este caso se presenta un cambio de referencia al tiempo 800 [min]. Como lo muestra la Figura 3.25 se obtiene una mejor señal de salida mediante el uso del esquema de control SMC S2DOF. A pesar de que el control tipo PID responde con un sobreimpulso reducido, el esquema de control propuesto elimina por completo el sobrepico. Además, el tiempo de establecimiento de este último es ligeramente menor que el control SMC tradicional o el control PID. Ante la perturbación que se observa en el tiempo 400 [min] el control SMC con superficie de dos grados de libertad responde con el sobreimpulso de menor valor. Reduciendo el sobrepico de los controladores tradicionales de manera significativa. La

desventaja del control propuesto se da al inicio del proceso. Ya que la concentración de salida tarda alrededor de 300 [min] para estabilizarse en sus condiciones iniciales.

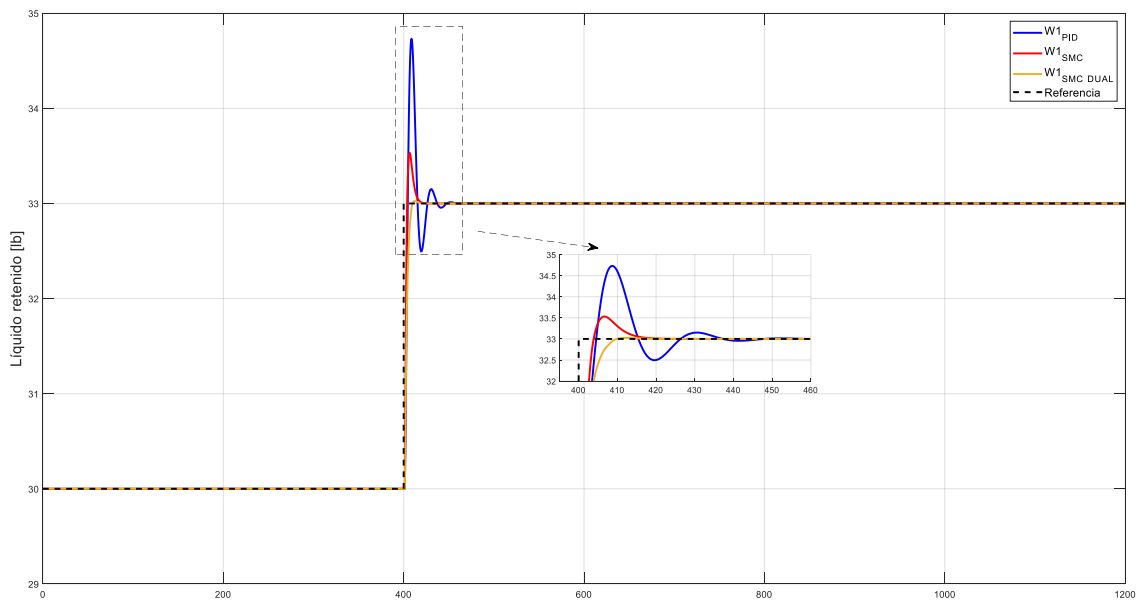
Las señales de control se pueden observar en la Figura 3.26. Por un lado, la respuesta de control del esquema PID presenta un pico elevado ante el cambio de referencia. Siendo esto último nocivo para el elemento final de control. En el caso del controlador SMC, se reduce de manera drástica el pico que tanto en los cambios de referencia como en las perturbaciones. A pesar de que la respuesta de este último controlador es bastante aceptable, el control propuesto aplanan significativamente la señal del control SMC tradicional. Reduciendo el pico al tiempo 800 [min] ocasionado por una referencia de tipo escalón.

### 3.2.3. RESULTADOS DEL CONTROLADOR DUAL – SMC

Los resultados del controlador DUAL – SMC son evaluados mediante las señales de referencia indicados en la Figura 3.14. Con el objetivo de comprobar su comportamiento, se compara a este esquema de control con controladores clásicos como PID y SMC tradicional.

#### 3.2.3.1. Líquido retenido en el primer efecto ( $W_1$ )

La respuesta para la salida líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  mediante el uso del control DUAL – SMC se describe en la Figura 3.27.

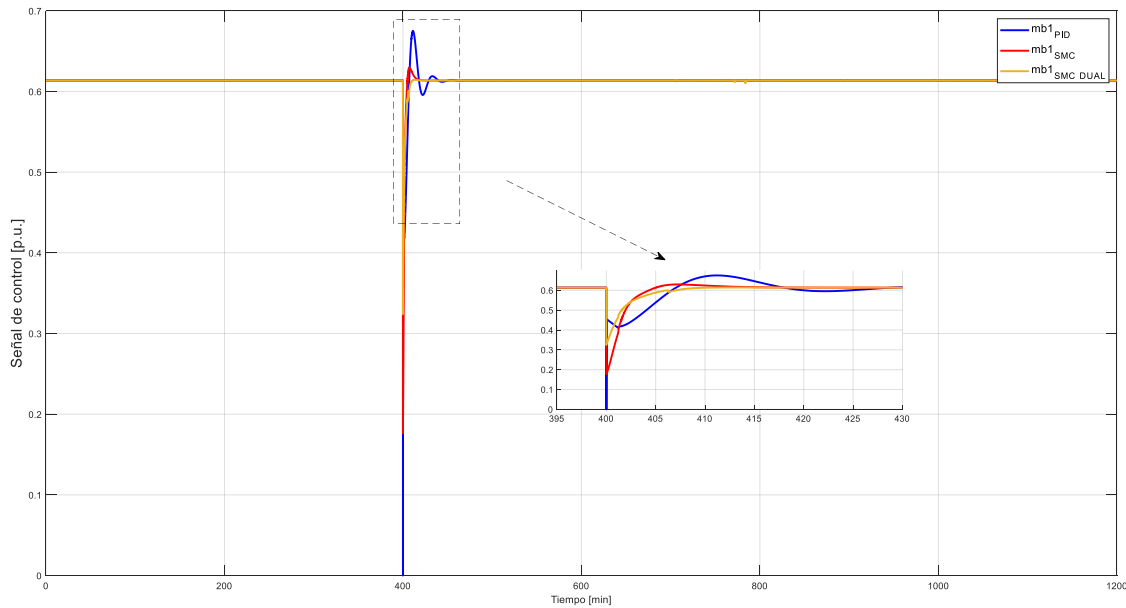


**Figura 3.27.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

La respuesta del líquido retenido en el primer efecto  $W_1$  mediante el uso del controlador DUAL – SMC puede ser observado en la Figura 3.27. La mejor respuesta obtenida es

mediante el control que se propone, ya que en este caso se reduce el sobreimpulso de la respuesta del sistema. Además de que no presenta oscilaciones, como si lo hace el control PID.

Es necesario señalar que mediante esta propuesta de control no se obtiene el pico inverso que estabilizaba las condiciones iniciales en los anteriores casos. Siendo favorable dicha situación para este controlador.

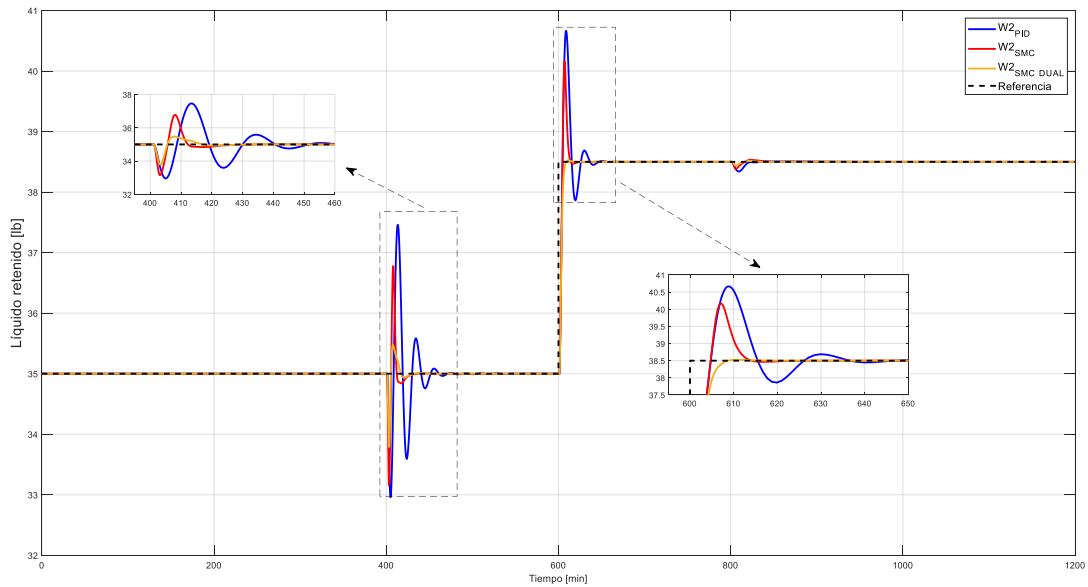


**Figura 3.28.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

Las señales de control resultantes pueden ser observadas en la Figura 3.28. En el caso de la válvula que regula el flujo de fondos de soluto del primer efecto  $mB_1$ , se tiene que el controlador DUAL – SMC reduce de manera significativa el pico que puede tener otros controladores como el PID y SMC tradicional. De esta manera se reduce la afeción al elemento final de control.

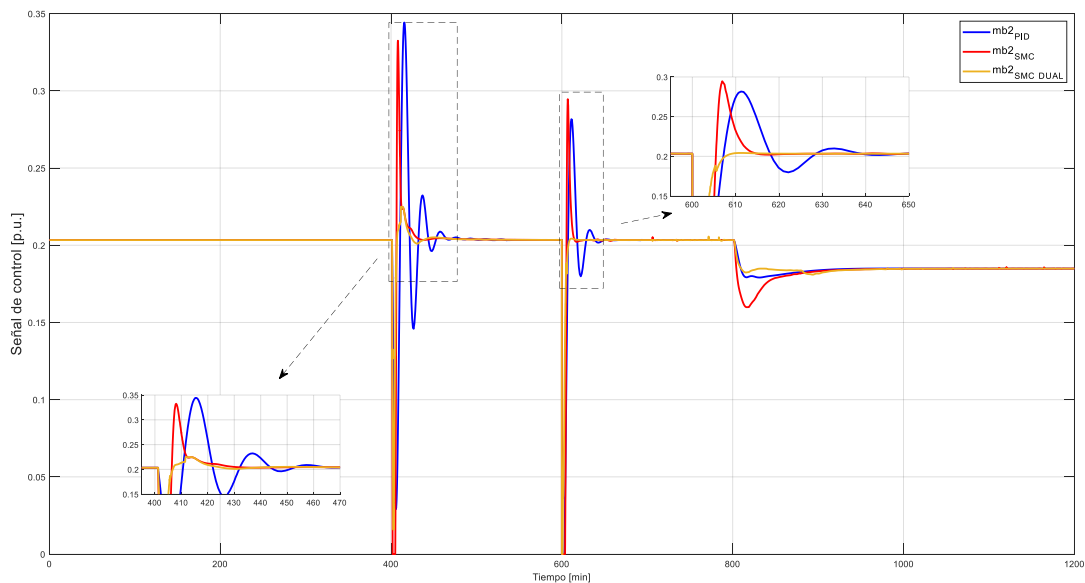
### 3.2.3.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2)

La Figura 3.29. se observa la respuesta de la variable líquido retenido en el segundo efecto al hacer uso del controlador DUAL – SMC además de control tipo PID y SMC.



**Figura 3.29.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

El uso de un controlador robusto como el DUAL – SMC para el líquido retenido en el segundo efecto brinda resultados más que óptimos para este sistema. Esto se puede ver reflejado en el cambio de referencia realizado al tiempo 600 [min]. Donde el controlador propuesto reduce drásticamente el sobreimpulso de la señal. Además, gráficamente se puede deducir que el tiempo de asentamiento es mucho menor. De manera similar, cuando se encuentra una perturbación como la indicada al tiempo 400 [min], el control DUAL – SMC reduce el sobrepico y oscilaciones de la variable  $W_2$ . No obstante, ante la perturbación el mejor tiempo de establecimiento se encuentra mediante el control SMC tradicional. La respuesta de los controladores se refleja en la Figura 3.30.



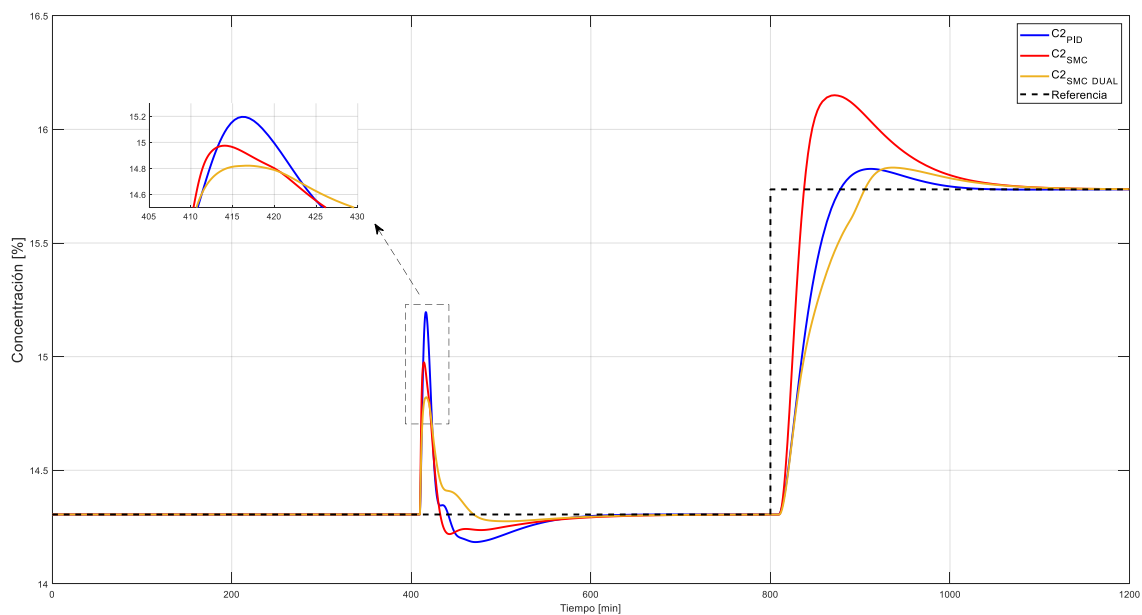
**Figura 3.30.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia



Como se observa en la Figura 3.30. El controlador propuesto (DUAL – SMC) brinda la señal con menos oscilaciones. Incluso al tiempo 400 [min], donde se tiene la perturbación, la respuesta brindada por la propuesta se estabiliza casi de inmediato. Obteniendo así una respuesta muy poco oscilante y sin sobreimpulsos.

### 3.2.3.3. Concentración de salida (C2)

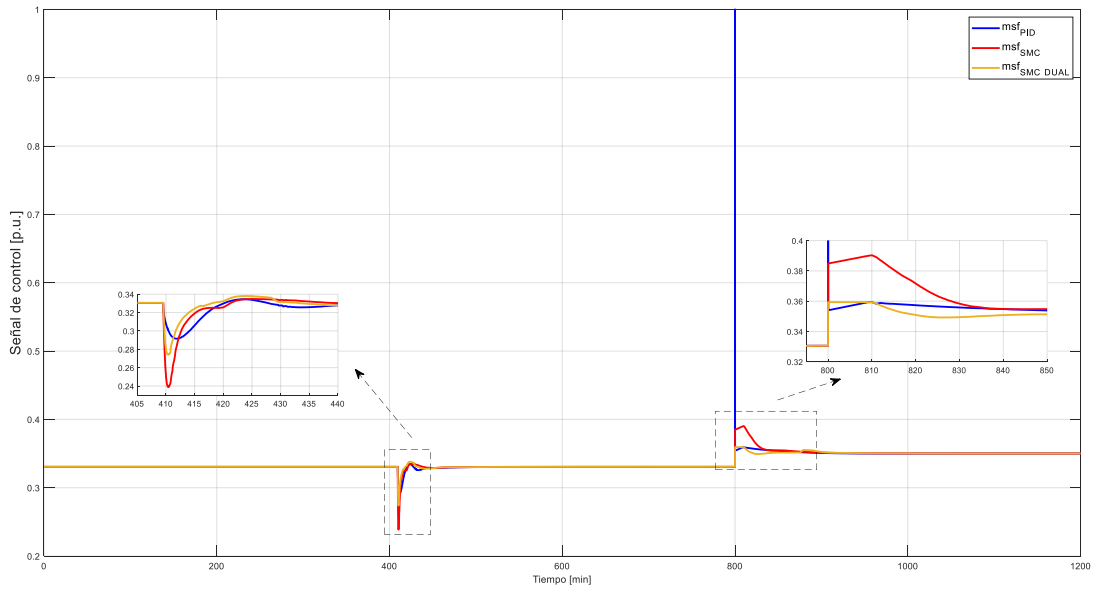
La señal correspondiente a la concentración de salida ante el uso del controlador DUAL – SMC puede ser observado en la Figura 3.31.



**Figura 3.31.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

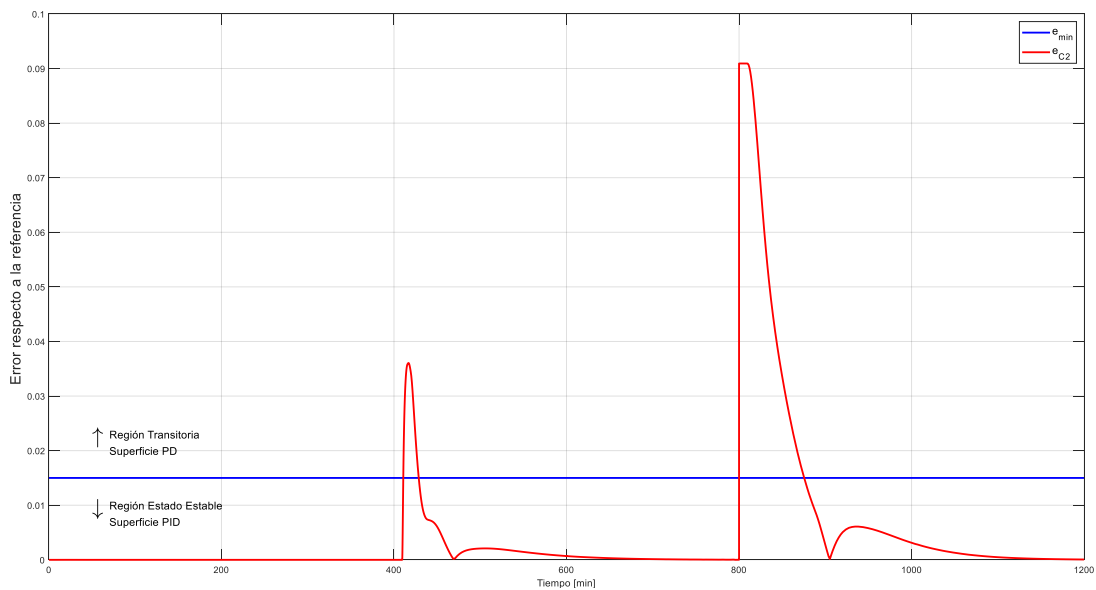
Es necesario recordar que la variable concentración de salida  $C_2$  es de tipo FOPDT. Ante esto, es claro que la mejor respuesta en el cambio de referencia se obtiene mediante el control PID. Ya que, aunque el controlador DUAL – SMC presente un sobreimpulso similar al del esquema PID. El control propuesto responde ligeramente oscilante en el cambio de superficie. Se puede observar cómo al dejar la sección de transición, la respuesta del controlador basado en esquema dual oscila levemente. Generando así que el tiempo de establecimiento incremente.

Por otro lado, ante una perturbación la mejor respuesta es obtenida mediante el uso del controlador propuesto, ya que se reduce de manera significativa el sobrepico de la señal.



**Figura 3.32.** Señales de control del sistema ante cambios de referencia

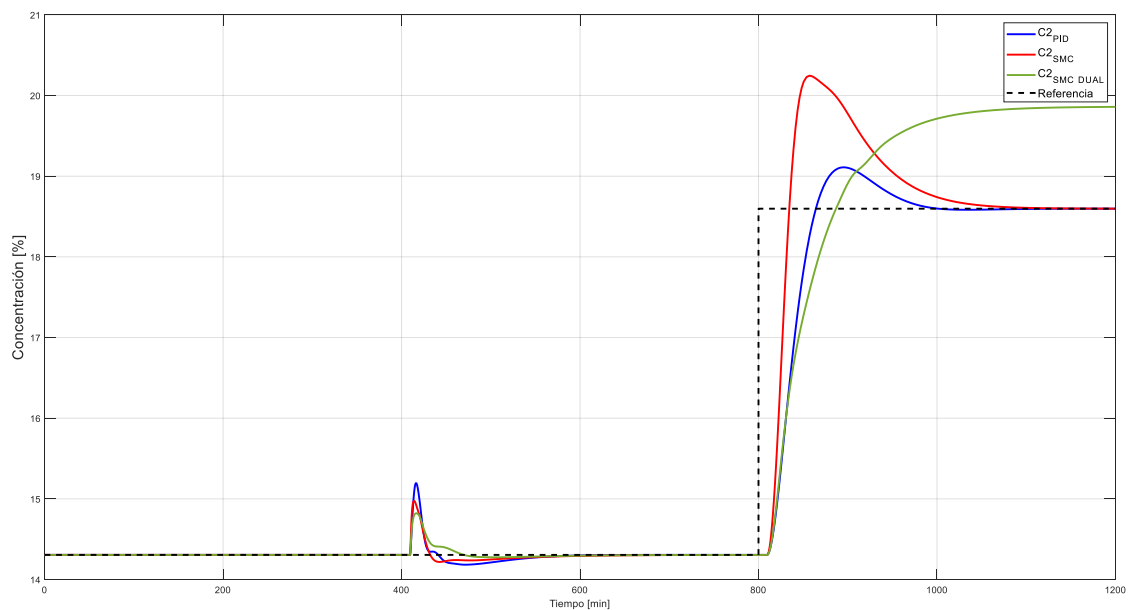
Las respuestas por parte de los controladores se pueden observar en la Figura 3.32. La señal de control del DUAL – SMC tanto en la perturbación como en el cambio de referencia, presenta el menor pico en comparación con los controladores tradicionales. Además, es notorio que mediante el uso del controlador propuesto se logra reducir la afección a la válvula de control. Ya que no solo se reduce el sobreimpulso, sino que se minimiza las oscilaciones que tiene la señal de control. Para este caso es necesario indicar la forma de onda que toma el error de la señal con respecto a la referencia y compararlo con el límite inferior de la banda de error calculado.



**Figura 3.33.** Señales de error respecto a la referencia

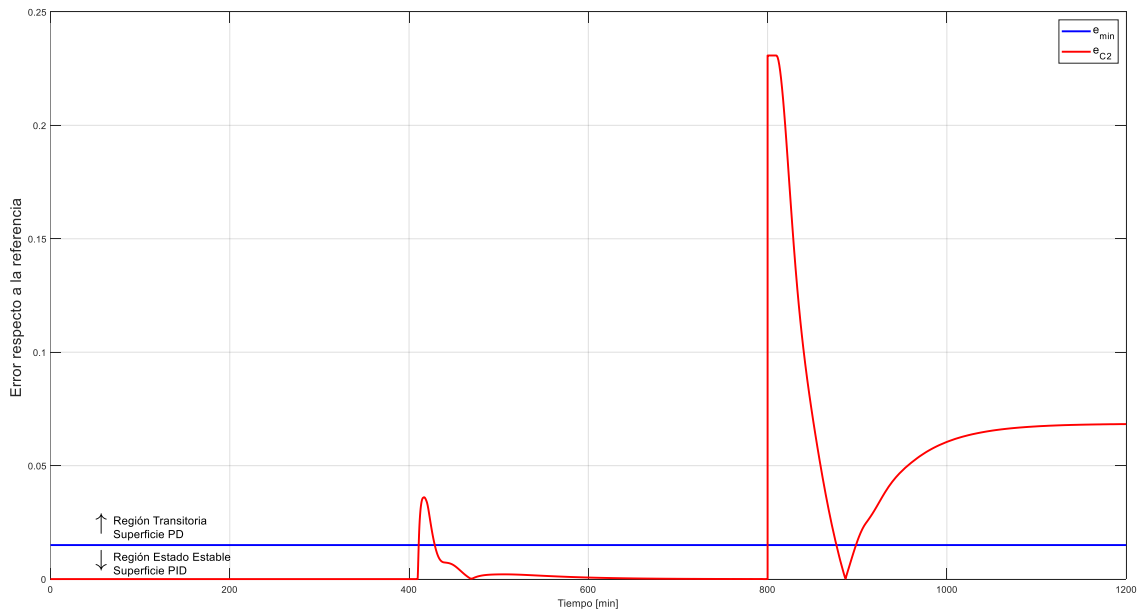
Como se observa en la Figura 3.33, tanto en el tiempo 400 [min] donde se tiene la perturbación, como en el tiempo 600 [min] donde se tiene el cambio de referencia, se presenta un salto brusco en el error del proceso. Por lo que la respuesta del sistema se encuentra en la región transitoria, y por tanto el control basado en esquema dual utiliza la superficie PD. Cuando la acción de la superficie PD hace que la concentración de salida reduzca el error hasta que sea menor que el error mínimo, el controlador intercambia la superficie por una de tipo PID. Esto se da, con el fin de asegurar que el error en estado estable sea nulo. De acuerdo con lo señalado, esta es la manera correcta en que debería actuar el controlador.

Sin embargo, el diseño de este control para la variable concentración de salida presenta una deficiencia. El cambio de referencia con el cual ha sido probado este proceso es del 10% de la condición inicial. No obstante, si se desea realizar un cambio de referencia mucho más brusco, por ejemplo, de 30%. El controlador ya no responde según lo requerido.



**Figura 3.34.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia

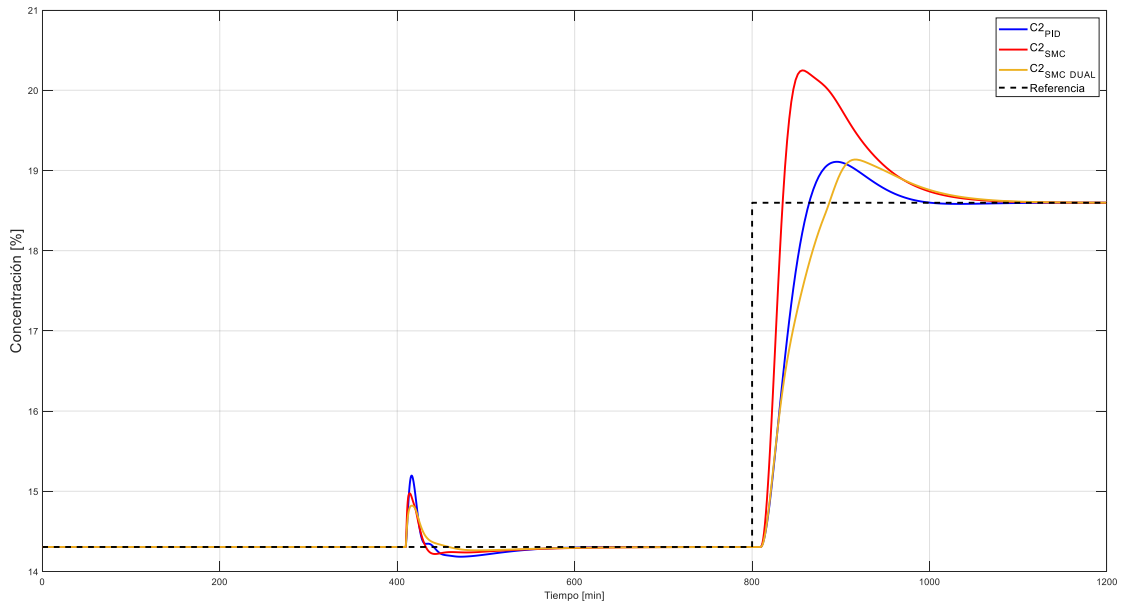
En la Figura 3.34. se puede observar cómo ante un cambio de referencia del 30% del valor en estado estable, el controlador DUAL – SMC no sigue la referencia. Manteniendo un error en estado estable considerable. Este comportamiento puede justificarse en la Figura 3.35.



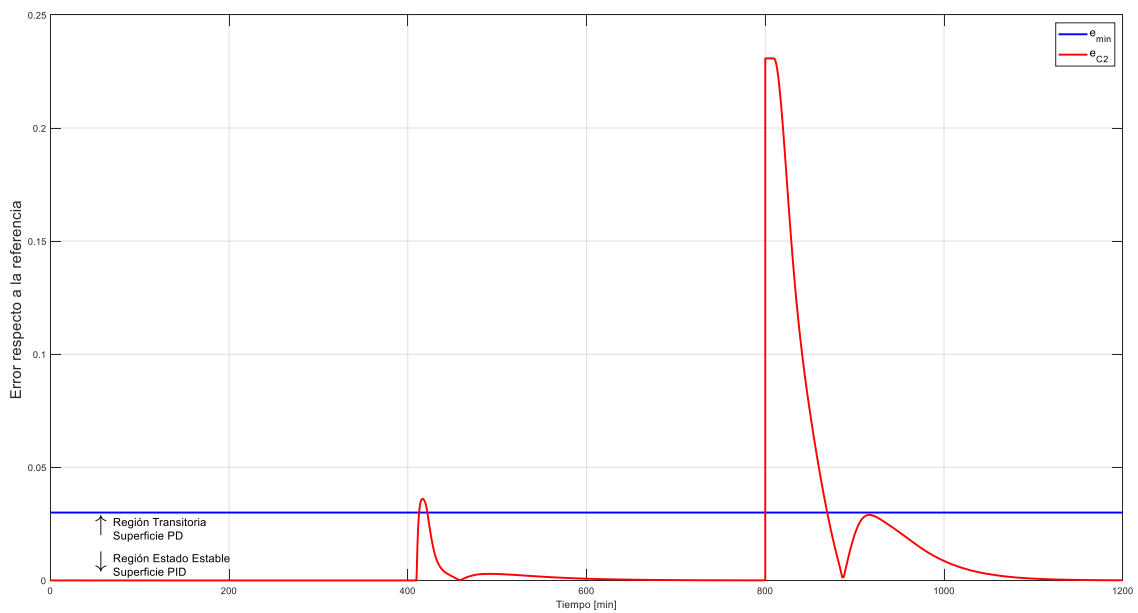
**Figura 3.35.** Señales de error respecto a la referencia

Mediante las señales de error se puede deducir que, el error en estado estable del controlador al utilizar la superficie PD es elevado. Al momento de realizarse el cambio de referencia, el controlador DUAL – SMC trabaja con la superficie PD. Sin embargo, la señal entra en la banda de estado estable por poco tiempo, siendo así que el pico causado por el controlador PID hace que la señal nuevamente salga de la banda de trabajo. Donde nuevamente se trabaja con la superficie PD. En este punto de la respuesta, la señal no retorna nuevamente a la banda de error mínimo ya que la superficie PD presenta un alto error en estado estable.

Como posible solución a este inconveniente se recomienda duplicar la banda de error. En otras palabras, existen casos en donde la superficie PD de un sistema presente un elevado error en estado estable. En esos casos se debe considerar incrementar el ancho de banda de error en función de los cambios de referencia que se deseen realizar. Esto se puede evidenciar en las Figuras 3.36 y 3.37.



**Figura 3.36.** Respuesta del sistema ante cambios de referencia



**Figura 3.37.** Señales de error respecto a la referencia

### 3.2.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y CURVAS RADIALES

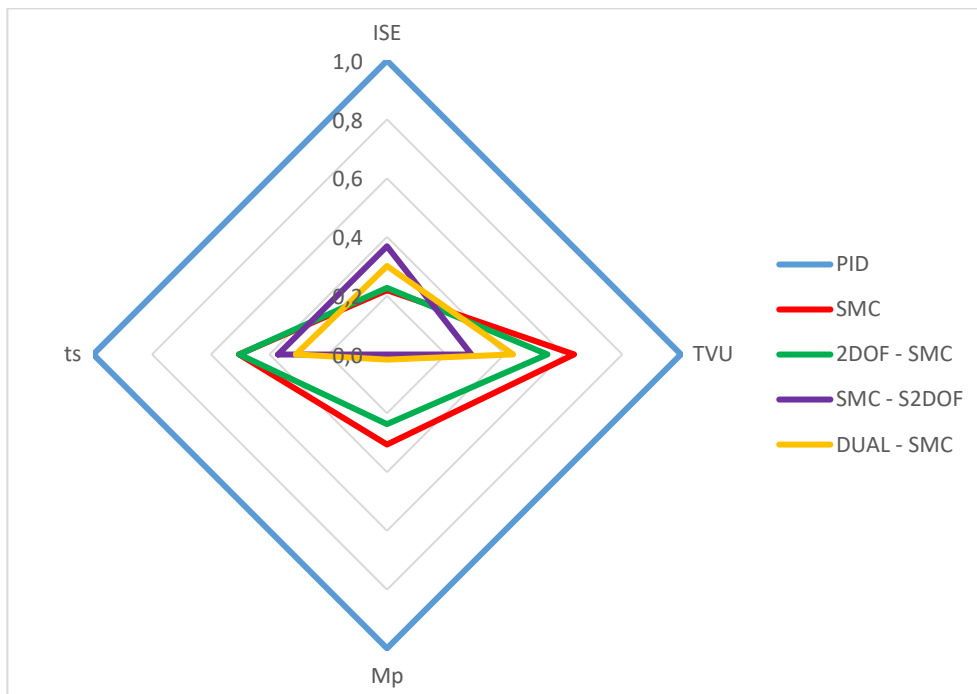
Las respuestas de los controladores antes descritos pueden cuantificarse mediante índices de desempeño. Según lo propuesto en el alcance de este proyecto, se utilizará 4 índices: ISE, TVU, sobreimpulso y tiempo de asentamiento de la señal. Además, con el fin de obtener una mejor visualización de los resultados, se presentan los índices de desempeño en curvas radiales.

### 3.2.4.1. Líquido retenido en el primer efecto (W1)

Los valores correspondientes a índices de desempeño de los controladores probados en la variable líquido retenido en el primer efecto se observan en la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3.** Índices de desempeño de los controladores en  $W_1$

Controlador	$ISE (10^{-3})$	$TVU$	$M_p$ [%]	$t_s$ [min]
PID	3.928	1.488	57.660	24.580
SMC	0.860	0.947	17.660	12.380
2DOF – SMC	0.891	0.812	13.660	12.360
SMC – S2DOF	1.447	0.427	0.000	9.130
DUAL – SMC	1.183	0.638	1.000	7.630



**Figura 3.38.** Curva radial de los índices de desempeño de  $W_1$

Según lo descrito en la Tabla 3.3 e indicado en la Figura 3.38. Los controladores donde se obtiene una mejor respuesta son el controlador por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF) y el controlador por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL – SMC). Ambos controladores obtienen una mejor respuesta según los índices de desempeño: TVU, máximo sobreimpulso y tiempo de establecimiento. De estos dos últimos, se puede escoger al mejor controlador de acuerdo al criterio con el cual se busque trabajar. Ya que, por un lado, el control basado en esquema dual es ligeramente más rápido y con un mejor seguimiento a la referencia. Mientras que, con el esquema SMC – S2DOF se encuentra la señal de control menos nociva para el elemento final de control.

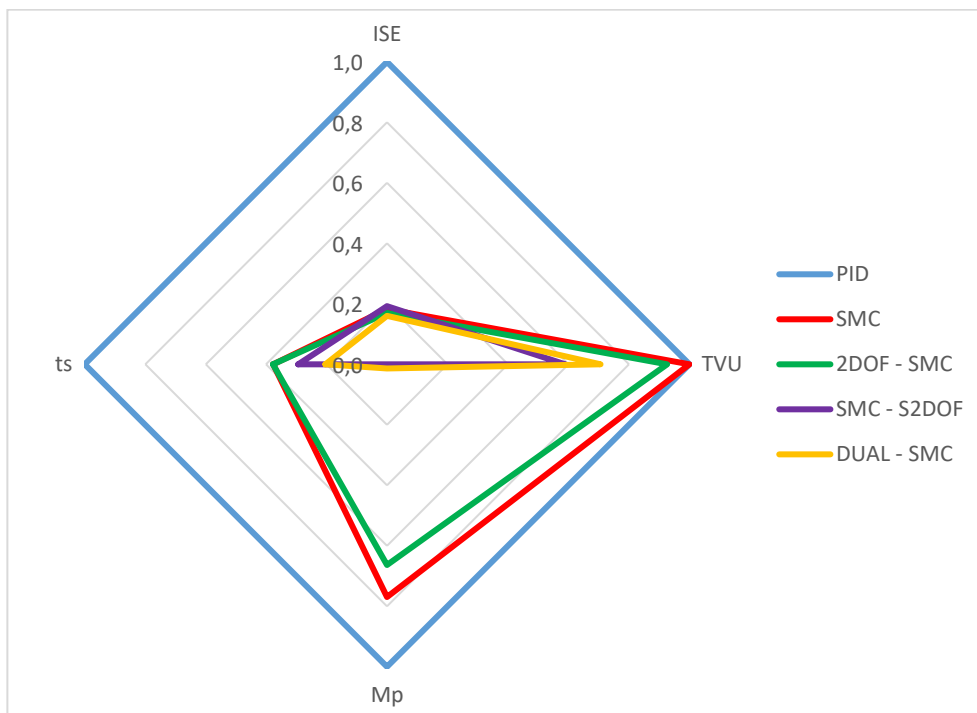
A diferencia de los controladores antes mencionados, la mejor respuesta si se enfoca en el índice de desempeño ISE corresponde al controlador por modos deslizantes tradicional y al controlador por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC). Es claro mediante la Figura 3.38. que con el controlador propuesto (2DOF – SMC) mejora al controlador tradicional (SMC). Por lo que, incrementar la compensación externa robustece aún más al controlador por modos deslizantes.

### 3.2.4.2. Líquido retenido en el segundo efecto (W2)

Los índices de desempeño de los controladores utilizados en la variable líquido retenido en el segundo efecto se detallan en la Tabla 3.4.

**Tabla 3.4.** Índices de desempeño de los controladores en el líquido retenido en el segundo efecto

Índice de desempeño	$ISE e^{-3}$	$TVU$	$M_p$ [%]	$t_s$ [min]
PID	11.670	1.353	62.00	31.66
SMC	2.133	1.353	47.71	11.93
2DOF – SMC	1.984	1.253	41.14	11.95
SMC – S2DOF	2.244	0.797	0.00	9.31
DUAL – SMC	1.870	0.955	0.85	6.46



**Figura 3.39.** Gráfica radial desempeño de controladores en  $W_2$

De acuerdo con lo detallado en la Tabla 3.4. y graficado en la Figura 3.39. Los dos controladores que mejor respuesta presentan son: el control por modos deslizantes basado

en esquema dual (DUAL – SMC) y el control por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF). Es evidente la gran diferencia que se logra con estos controladores en comparación con los demás esquemas. Sobre todo, si se toma en cuenta el máximo sobreimpulso, ya que en estos dos casos los controladores anulan casi por completo el sobrepico de la señal. Sin embargo, para esta variable se puede escoger netamente al control dual como la mejor propuesta. Ya que, obtiene los mejores registros para ISE y tiempo de establecimiento. Es importante destacar también, que nuevamente la mejor señal de control se encuentra mediante el esquema SMC – S2DOF. Debido a que presenta el menor valor de TVU.

Por otro lado, el control por modos deslizantes con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC) mejora considerablemente el comportamiento del controlador SMC tradicional. Sin embargo, mantiene la tónica de respuesta del sistema. Por lo que se puede deducir que, incrementar la compensación externa de referencia para este caso, robustece aún más al controlador por modos deslizantes.

### 3.2.4.3. Concentración de Salida (C2)

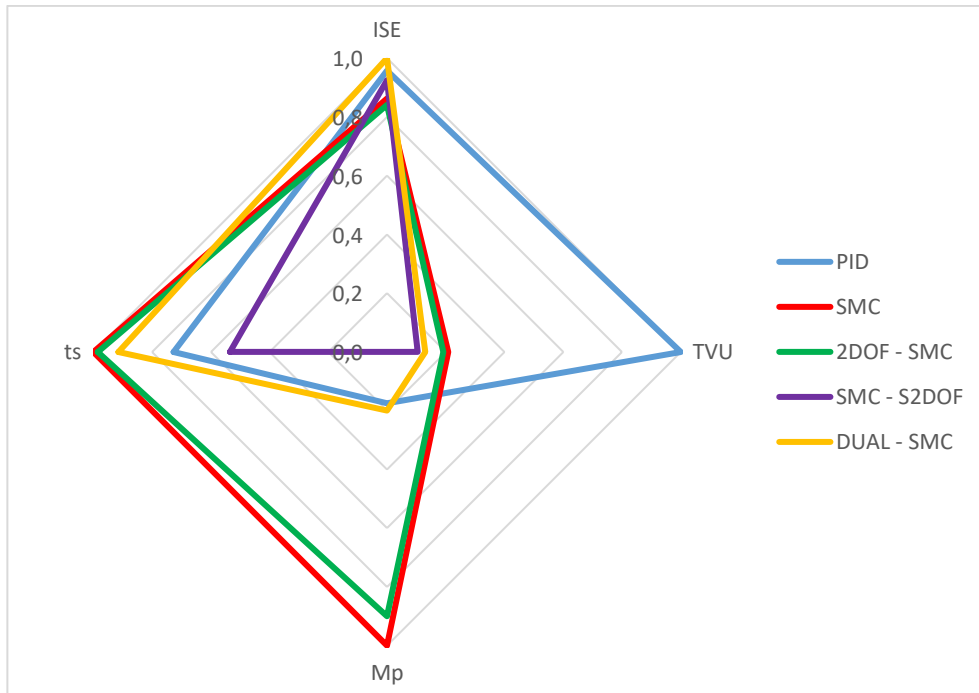
Los índices de desempeño de los controladores utilizados en la variable concentración de salida se muestran en la Tabla 3.5.

**Tabla 3.5.** Índices de desempeño de los controladores en la concentración de salida

Índice de desempeño	$ISE e^{-3}$	TVU	$M_p$ [%]	$t_s$ [min]
PID	6.643	1.431	5.98	140.56
SMC	5.983	0.298	34.18	193.36
2DOF – SMC	5.833	0.274	30.76	190.48
SMC – S2DOF	6.416	0.149	0.00	103.44
DUAL – SMC	6.937	0.186	6.83	176.89

Para este caso, es necesario recordar que la variable concentración de salida no tiene la misma naturaleza las variables correspondientes a líquido retenido. En este caso  $C_2$  es de tipo FOPDT.





**Figura 3.40.** Gráfica radial desempeño de controladores en  $C_2$

Según se observa en la Tabla 3.5 y en la Figura 3.40. El controlador que mejor respuesta presenta es el controlador por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF). Esto se debe a que presenta una distancia considerable en cuanto al tiempo de establecimiento y sobrepico de la señal. Sin embargo, el controlador por modos deslizantes basado en esquema dual no se queda atrás, dado que presenta una señal de control con un TVU muy similar al control con dos grados de libertad.

Por otro lado, al igual que en los casos anteriores, la respuesta del controlador SMC con estructura feedforward de dos grados de libertad (2DOF – SMC) mantiene una respuesta acorde a la tónica del SMC tradicional. En este caso, mejorando significativamente el sobreimpulso que se pueda tener mediante esta técnica de control.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. CONCLUSIONES

- Se determinó el comportamiento del TCLab y el Evaporador de Doble Efecto en base a modelos aproximados de primer orden más tiempo muerto e integrantes de primer orden más tiempo muerto, obteniendo así un sistema de dos entradas y dos salidas y un sistema de tres entradas y tres salidas, respectivamente. En el caso del TCLab, se observó una fuerte interacción entre las variables, en consecuencia, fue necesario el diseño de desacopladores para este proceso. Por otro lado, para el Evaporador de Doble Efecto no se necesitó del uso de desacopladores tomando en cuenta el análisis de Bristol.
- Se diseñó un controlador tipo PID, un controlador por modos deslizantes (SMC) y propuestas de control por modos deslizantes basados en esquema duales y diferentes estructuras 2DOF para sistemas FOPDT e IFOPDT. No obstante, se determinó que en el caso de los modelos integrantes era requerido el uso de un esquema SMC con Predictor de Smith debido a que estos contaban con un elevado retardo.
- Se simuló e implementó los controladores diseñados en Matlab/Simulink aplicados al Laboratorio de Control de Temperatura y Evaporador de Doble Efecto. Para comparar los resultados de los esquemas propuestos con los controladores SMC y PID fue necesario el uso de índices de desempeño. En el caso del TCLab, se observó que las condiciones ambientales influyen ligeramente en los valores obtenidos de ISE y TVU durante las pruebas realizadas, ya que se trata de un módulo real de temperatura.
- Los controladores que presentaron mejores índices de desempeño son el controlador por modos deslizantes con superficie de dos grados de libertad (SMC – S2DOF) y el controlador por modos deslizantes basado en esquema dual (DUAL – SMC). En términos generales estos controladores presentan una reducción significativa en el máximo sobre impulso y menor TVU en comparación con los otros controladores desarrollados. No obstante, en el caso de sistemas FOPDT el DUAL – SMC responde con un tiempo de asentamiento similar al PID y SMC. Mientras que la propuesta SMC – S2DOF proporciona un tiempo de establecimiento menor que los demás controladores. Por otro lado, la propuesta 2DOF – SMC mejora ligeramente la respuesta del sistema en comparación con controladores tradicionales como PID y SMC.

- El controlador DUAL – SMC presenta una deficiencia de seguimiento a la referencia cuando el error de posición de un sistema para la superficie PD es demasiado elevado o cuando la banda de error no sea la adecuada. En ambos casos, se produce un error de posición en el sistema debido a que no logra entrar en la banda de error y no se produce la conmutación de superficies.
- Se desarrolló una interfaz gráfica mediante Matlab / App Designer permitiendo observar los resultados obtenidos de las plantas no lineales, donde es posible realizar cambios de referencia, así como observar las respuestas de los sistemas de manera gráfica y el valor numérico de los índices de desempeño. Debido a que el TCLab se trata de un módulo físico fue posible mostrar su comportamiento en tiempo real, no obstante, en el caso del Evaporador de Doble Efecto se observan sus resultados al finalizar la simulación ya que se trata de un modelo matemático.

## **4.2. RECOMENDACIONES**

- El proceso del Evaporador de Doble Efecto presenta perturbaciones debido a la interacción de variables a pesar de que el método de la matriz RGA de Bristol indica que no necesita el uso de desacopladores. Por lo que para futuros trabajos se recomienda utilizar una técnica más sofisticada para el emparejamiento y desacople de variables.
- Los calentadores del Laboratorio de Control de Temperatura no pueden alcanzar una temperatura menor a la temperatura ambiente debido a las limitaciones físicas propias del módulo. Por lo que, se recomienda realizar un paso inicial en ambas referencias con el fin de proporcionar un rango de trabajo inicial para los desacopladores.
- El controlador DUAL – SMC presenta inconvenientes al realizar pasos de referencia elevados o utilizar bandas de error pequeñas. Por lo que, para posteriores trabajos se recomienda el estudio y análisis acerca de la sintonización de los parámetros correspondientes a la banda de error.
- Las propuestas de los controladores por modos deslizantes basados en superficies de dos grados de libertad y con estructura feedforward fueron sintonizadas de manera heurística. Debido a esto, en trabajos futuros se recomienda el desarrollo de ecuaciones de sintonización.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2ª ed. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [2] O. Camacho y F. De la Cruz, "Smith predictor based - sliding mode controller for integrating processes with elevated deadtime," *ISA Transactions*, vol. 43, pp. 257 - 270, 2004.
- [3] J. Villajulca, "Procesos integrativos: conclusiones finales y resumen," *InstrumentacionyControl.net*, Mzo. 6, 2019. [En línea]. Disponible: <https://instrumentacionycontrol.net/procesos-integrativos-conclusiones-finales-y-resumen/#:~:text=En%20resumen%3A,final%20de%20control%20o%20carga.&text=Un%20proceso%20integrativo%20se%20torna,naturalmente%20feedback%20negativo%20en%20%C3%A9l>. (Último acceso: En. 20, 2022).
- [4] O. Camacho, A. Rosales y F. Rivas, *Control de Procesos*, 1ª ed. Quito: EPN Editorial, 2020.
- [5] J. Hedengren, "Dynamics and Control," *APMonitor*, [En línea]. Disponible: <http://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoTemperatureControl>. (Último acceso: Dic. 15, 2021).
- [6] C. Díaz, E. Villamizar, H. Miranda y E. Delgado, "Estudio de evaporadores de doble efecto," *Revista Infometric@*, vol. 1, nº 1, pp. 120 - 131, 2018.
- [7] M. Pérez, J. Gil y J. Berná, "Modelado análisis y control de un evaporador de doble efecto," *XXV Jornadas de Automática*, 2014.
- [8] Chemical Standard Solutions Delivered, "Trietilenglicol," *Chemical Standard*, 2021. [En línea]. Disponible: <https://chemicalstandard.com/producto/trietilenglicol/>. (Último acceso: En. 20, 2022).
- [9] F. Moncada, D. Molina, H. Raven e I. Salazar, "Análisis del sistema de deshidratación de gas natural con trietilenglicol de una planta de extracción de líquidos," *Revista Técnica*, vol. 30, p. 464, 2007.
- [10] J. Henríquez y W. Martínez, "Identificación y sintonización de controladores PID para procesos de integración," *Departamento de Ciencias de la Computación y Electrónica*, Universidad de la Costa, Barranquilla, 2019.
- [11] V. Alfaro, "Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto," *Revista Ingeniería II*, vol. 11, nº 1 y 2, pp. 11 - 25, 2001.
- [12] F. Torti, "Aplicación de estrategias de control sobre un sistema de doble rotor para propósitos docentes," *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*, Valparaíso, 2018.

- [13] M. Contreras, "Diseño e implementación de un control por modos deslizantes dinámico para un sistema de dos entradas dos salidas, aplicación: módulo de temperatura, TCLAB," Departamento de Automatización y Control Industrial, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2021.
- [14] R. Orellana, M. Coronel y R. Rojas, "Efecto de las técnicas de desacoplamiento en sistemas multivariables," *Ingeniería y Desarrollo*, vol. 35, nº 2, pp. 471 - 490, 2017.
- [15] J. Camarillo, A. Saavedra y C. Ramos, "Recomendaciones para seleccionar índices para la validación de modelos," *TecnoLógicas*, pp. 109 - 122, 2013.
- [16] T. Chandra, S. Wibowo y N. Saad, "MIMO model of an interacting series process for Robust MPC via System Identification," *ISA Transactions*, vol. 49, pp. 335 - 347, 2010.
- [17] D. Ballesteros y D. Renza, *Introducción a los Filtros Digitales*, 1ª ed. Estados Unidos: REDIPE, 2018.
- [18] J. Álvarez, K. Lindig y G. Martínez, "Implementación de Filtros Digitales Tipo FIR en FPGA," *Polibits*, vol. 37, 2008.
- [19] C. Mejía, "Análisis del enventanado temporal de señales digitales para determinar los efectos frecuenciales," Universidad de Carabobo, Bárbula, 2014.
- [20] MathWorks, "Kaiser Window," [En línea]. Disponible: <https://la.mathworks.com/help/signal/ug/kaiser-window.html>. (Último acceso: Dic. 26, 2021).
- [21] F. Zayas, H. Quintián, E. Jove, J. Casteleiro y J. Calvo, "Diseño de controladores PID," Universidad de Coruña, Coruña, 2020.
- [22] H. Taguchi y M. Araki, "Two-degree-of-freedom PID controllers - their functions and optimal tuning -," *IFAC Digital Control*, pp. 91 - 96, 2000.
- [23] V. Alfaro, O. Arrieta y R. Vilanova, "Control de dos-grados-de-libertad (2-GdL) aplicados al "Benchmark" de sistemas para controladores PID," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 6, nº 2, pp. 59 - 67, 2009.
- [24] M. Sánchez y O. Llanes, "Una propuesta de reglas de sintonía robustas para controladores PI - 2DoF," *Revista chilena de ingeniería*, vol. 25, nº 1, pp. 28 - 38, 2017.
- [25] M. Araki y H. Taguchi, "Two-Degree-of-Freedom PID Controllers," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 1, nº 4, pp. 401 - 411, 2003.
- [26] C. Obando, R. Rojas y O. Camacho, "Dual-Mode Sliding Mode Controller for Non-Linear Chemical Processes," *Journal of Process Control*.
- [27] R. Moliner y R. Tanda, "Herramienta para la sintonía robusta de controladores PI/PID de dos grados de libertad," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 13, pp. 22 - 31, 2016.

- [28] J. Gil y Á. Díaz, *Fundamentos de Control Automático de Sistemas continuos y muestrados*, San Sebastián: Unicopia, 2010.
- [29] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, 5ª ed. Madrid: Pearson Education, 2010.
- [30] L. Martínez y M. Perez, "Análisis de estrategias de gestión: Aplicaciones polivalentes del gráfico radial," *RIGC*, vol. IX, nº 17, pp. 1 - 34, 2011.
- [31] Dataviz Catalogue, "Gráfico Radial," [En línea]. Disponible: [https://datavizcatalogue.com/ES/metodos/grafico\\_radial.html](https://datavizcatalogue.com/ES/metodos/grafico_radial.html). (Último acceso: En. 8, 2022).
- [32] P. Moura y J. Hedengren, "An APMonitor Temperature Lab PID Control Experiment for Undergraduate Students," *IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (EFTA)*, vol. 24, 2019.
- [33] M. Herrera, O. Camacho, H. Leiva y C. Smith, "An approach of dynamic sliding mode control for chemical processes," *Journal of Process Control*, vol. 85, pp. 112 - 120, 2020.
- [34] Mathworks, "Filtering Data with signal processing toolbox software," [En línea]. Disponible: [https://la.mathworks.com/help/signal/ug/filtering-data-with-signal-processing-toolbox.html?searchHighlight=fir1&s\\_tid=srchtitle](https://la.mathworks.com/help/signal/ug/filtering-data-with-signal-processing-toolbox.html?searchHighlight=fir1&s_tid=srchtitle). (Último acceso: Dic. 22, 2021).
- [35] Y. García e I. Lobo, "Controlador PID integrado por la estructura de control de modelo interno (IMC) y lógica difusa," *Ciencia e Ingeniería*, vol. 30, nº 1, pp. 29 - 40, 2008.
- [36] O. Camacho y C. Smith, "Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes," *ISA Transactions*, vol. 39, pp. 205 - 218, 2000.
- [37] O. Camacho, R. Rojas y L. González, "Una propuesta de control por modos deslizantes para procesos con tiempo muerto variable," *Revista Ingeniería UC*, vol. 11, nº 3, pp. 17 - 24, 2004.
- [38] C. Obando, "Diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes basados en una superficie híbrida para seguimiento en procesos no lineales," Departamento de Automatización y Control Industrial, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2020.
- [39] C. Smith y A. Corripio, *Control Automático de Procesos: Teoría y Práctica*, 1ª ed. México D.F.: Noriega LIMUSA, 1991.
- [40] Fratelli Pettinaroli, *Catálogo HVAC*, 2021.
- [41] Universidad del País Vasco, "Empleo de Ventanas," [En línea]. Disponible: [https://www.ehu.eus/procesadoinsvirtual/T4\\_indice.html](https://www.ehu.eus/procesadoinsvirtual/T4_indice.html). (Último acceso: Jul. 5, 2022).

## ANEXOS

### ANEXO A

#### MANUAL DE USUARIO

A continuación, se presenta el manual de usuario de la interfaz gráfica, con el fin de proporcionar una guía para que el usuario pueda interactuar con la interfaz de manera sencilla y adecuada. Este manual se divide en dos partes: manual de usuario de hardware y manual de usuario de software. Cabe mencionar que la sección del manual de hardware corresponde únicamente al sistema TCLab, ya que este requiere de la conexión física del módulo de temperatura para mostrar sus resultados. Por otro lado, en la sección del manual de software se encuentra detallado el uso del HMI para ambos sistemas: TCLab y Evaporador de Doble Efecto.

#### MANUAL DE USUARIO DE HARDWARE

Primero, para un idóneo uso de laboratorio de control de temperatura (TCLab) es necesario realizar una conexión adecuada de los dispositivos que conforman el módulo, los cuales se encuentran en la siguiente figura:

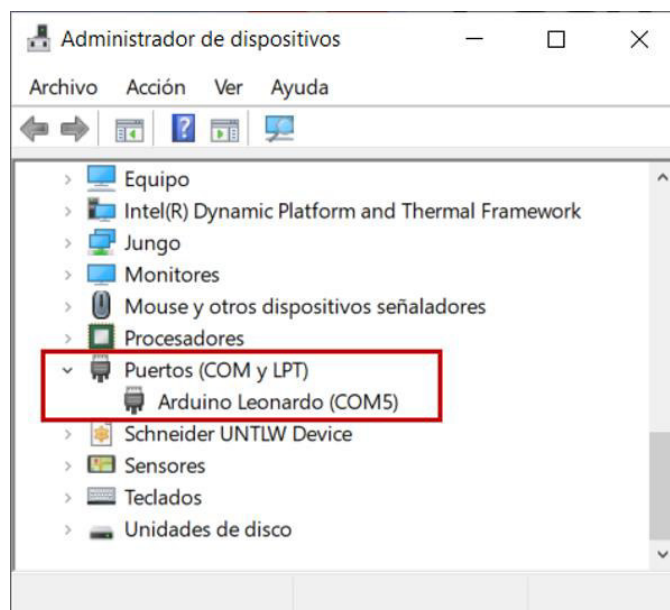


**Figura A.1.** Conexión de los dispositivos que conforman el TCLab

Por una parte, se tiene un cable con un conector USB en un extremo que debe ser conectado al puerto USB del computador y en el otro extremo un conector micro USB que tiene que conectarse a la placa Arduino Leonardo ubicado en la parte de abajo del módulo. Este cable sirve para establecer la comunicación entre Matlab y el Arduino, así como para alimentar a este último. Por otro lado, también se tiene un cable con un conector USB que debe conectarse a un tomacorriente a través de un cubo de carga y otro conector de poder

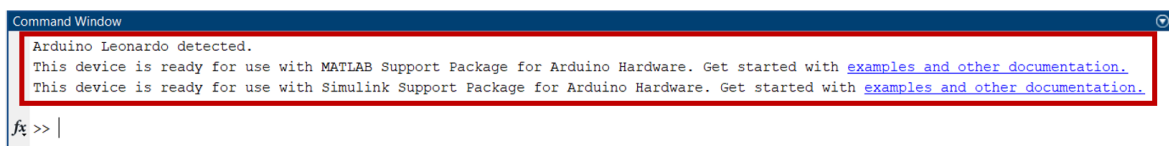
DC que se debe conectarse al Jack de la placa superior del módulo. Este cable se utiliza para brindar energía a la parte de potencia (calentadores) del TCLab. La conexión entre ambos cables y el módulo debe realizarse tal como se observa en la Figura A.1.

Una vez realizadas las conexiones físicas del TCLab es necesario verificar que exista comunicación entre la placa Arduino Leonardo y el computador. Para ello, es preciso revisar la ventana de *Administrador de Dispositivos* y verificar que se haya establecido la conexión al *puerto serial COM* correspondiente, así como se ve en la Figura A.2.



**Figura A.2.** Ventana para comprobar la conexión del puerto serial COM

Además, si se desea tener una verificación adicional de la comunicación entre el Arduino y el software Matlab se puede abrir la aplicación mencionada y revisar que en la sección del *Command Window* se despliega el siguiente mensaje cada vez que se conecta la placa Arduino al puerto USB del computador:



**Figura A.3.** Sección del *Command Window* para verificar la conexión del Arduino



## MANUAL DE USUARIO DE SOFTWARE

Antes que nada, es muy importante mencionar que antes de utilizar la interfaz gráfica de usuario es imprescindible contar con los paquetes de soporte respectivos para manejar el Laboratorio de Control de Temperatura a través de Matlab & Simulink. Estos paquetes de soporte se encuentran disponibles en la página oficial de Mathworks y pueden ser obtenidos desde la propia aplicación de Matlab. El video tutorial proporcionado por el desarrollador, donde se explica el procedimiento para instalar los paquetes y drivers correspondientes, se encuentra disponible en el siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=DFvUJh8AYjE>

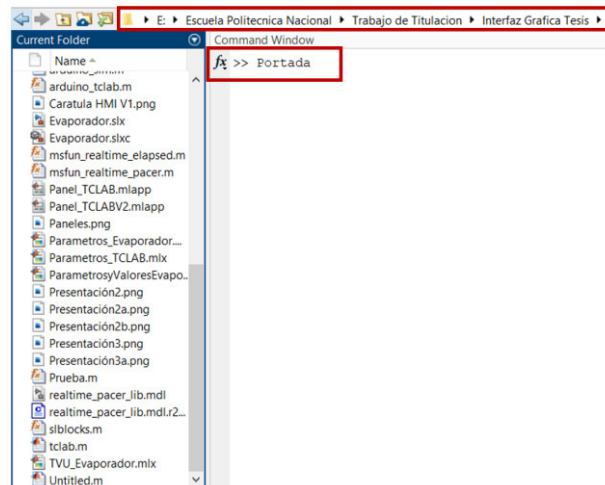
Adicionalmente, toda la información acerca del manejo del módulo TCLab se encuentra disponible en la página web del desarrollador “Dynamics and Control: Temperature Control Lab”, la cual puede ser accedida mediante el siguiente enlace:

<http://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoTemperatureControl>

Una vez que se ha realizado el procedimiento mencionado anteriormente, es importante tomar en cuenta que para poder utilizar la interfaz gráfica y observar los resultados obtenidos en el trabajo de titulación, se requiere contar con ciertos requisitos de software, los cuales son:

- 1) Matlab & Simulink R2020b
- 2) App Designer R2020b
- 3) Interfaz Grafica Tesis

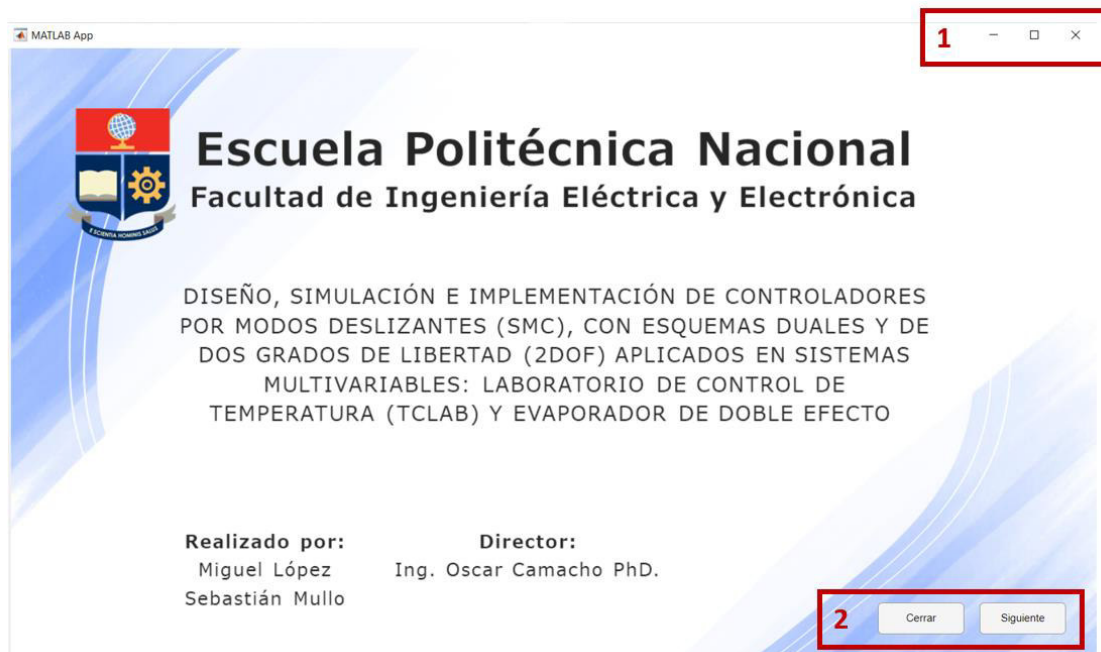
En la aplicación de Matlab se debe direccionar hasta llegar a la carpeta *Interfaz Grafica Tesis* como se ve en la Figura A.4. Este paso es bastante importante, ya que así nos aseguramos de que no se produzca ningún problema al momento de ejecutar la interfaz de usuario. Ahora, en el espacio del *Command Window* se tiene que escribir la palabra *Portada* para que la aplicación de App Designer pueda ejecutarse y de esa manera se despliegue la ventana inicial de la interfaz gráfica.



**Figura A.4.** Aplicación de Matlab direccionada a la *Interfaz Grafica Tesis* y espacio del *Command Window* con el comando *Portada*

### Portada

Entonces, en la Figura A.5 se puede observar la ventana principal del HMI, donde se encuentran presentes algunos datos acerca del trabajo de titulación, además de varias zonas que se describen a continuación.



**Figura A.5.** Pantalla de Inicio de la Interfaz

La zona 1 corresponde a los botones que vienen por defecto al abrir la ventana, donde tenemos el botón  $\times$  que sirve para cerrar la ventana; el botón  $\square$  que sirve para maximizar la ventana; y el botón  $-$  que se utiliza para minimizar la ventana.

Por otro lado, en la zona 2 se encuentran los botones propios de la interfaz donde tenemos el botón *Cerrar* que permite cerrar la ventana de forma directa y el botón *Siguiente* que sirve para avanzar a la próxima ventana de la interfaz gráfica donde se puede elegir el proceso que se quiere probar.

### Selección del proceso

A continuación se abre la ventana de selección del proceso. Mediante la cual se puede escoger si se desea trabajar con el Laboratorio de Control de Temperatura o el Evaporador de doble efecto tal como se observa en la figura A.6.



**Figura A.6.** Pantalla de Selección de proceso

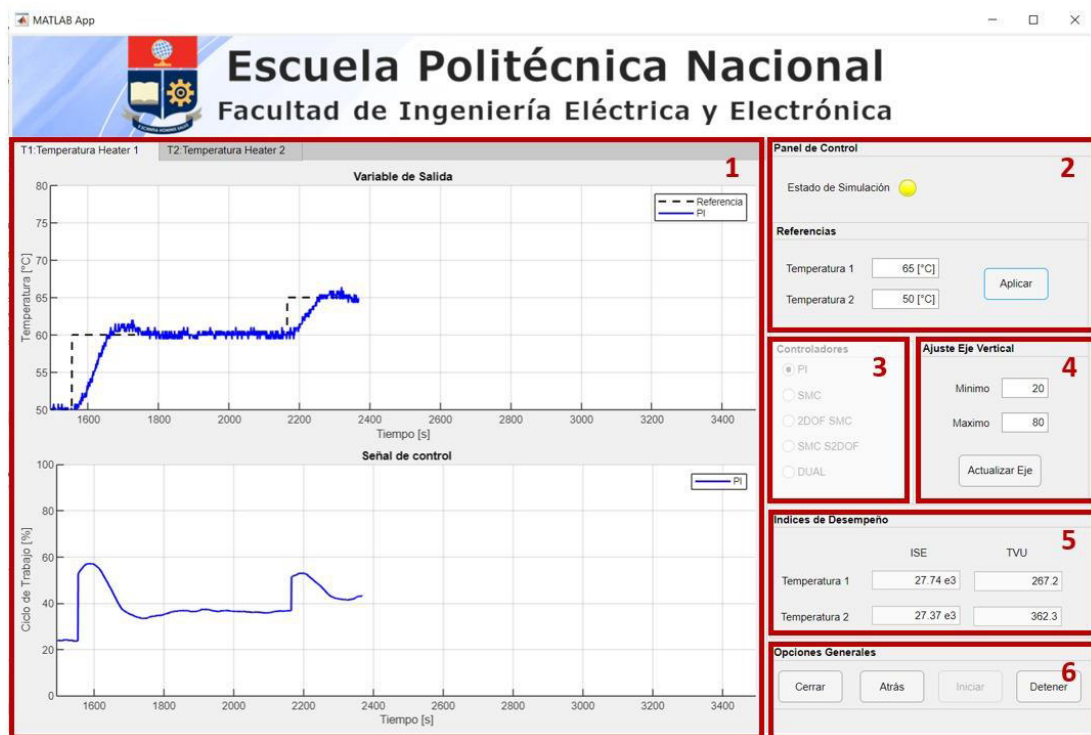
La ventana *Procesos* está compuesta por 2 zonas.

La zona 1 contiene dos botones, los cuales permiten escoger el proceso con el cual se va a trabajar. El botón *Laboratorio de Control de Temperatura* abre la ventana desarrollada para el manejo del TCLAB en tiempo real. Mientras que el botón *Evaporador de doble efecto* nos conduce a la ventana con la interfaz propia para la visualización de las señales del proceso Evaporador de Doble Efecto.

Finalmente, la zona 2 consta de los botones de navegación en la interfaz. Mediante el botón *Cerrar* podemos terminar el uso del HMI y cerrar la ventana. Mientras que el botón *Atrás* nos conduce hacia la ventana anterior. Es decir, la ventana *Portada*.

## Panel de Control del Laboratorio de Control de Temperatura (TCLAB)

La ventana de la Figura A.7 corresponde al panel de control y a las gráficas para la visualización de los resultados del módulo de temperatura TCLab, donde se pueden observar varios botones y campos de entrada ubicados en diferentes secciones



**Figura A.7.** Pantalla del panel del laboratorio de control de temperatura (TCLab)

La sección 1 posee diferentes gráficas donde se presentan las señales de salida y control obtenidas del módulo real de temperatura, tanto para la temperatura  $T_1$  como para la temperatura  $T_2$ . En la parte superior izquierda de esta sección se encuentra una pestaña que permite intercambiar la visualización de las gráficas entre la temperatura  $T_1$  y  $T_2$ .

En la sección 2 se tiene una luz indicadora que señala el estado de la simulación, es decir, si el programa esta corriendo o se ha detenido su ejecución. Además, en esta misma sección se encuentran los campos de entrada numéricos para ingresar los valores de referencia deseados para  $T_1$  y  $T_2$ . Cabe mencionar que los cambios de referencia se ejecutan unicamente después de presionar el botón *Aplicar* ubicado en la parte derecha de esta misma sección.

Por otro lado, en la sección 3 denominada *Controladores* es posible elegir entre los diferentes controladores implementados para el TCLab. Para seleccionar el controlador deseado se debe presionar el botón que se ubica a lado del nombre de cada esquema de control, no obstante, una vez se de inicio a la simulación esta sección se bloquea.

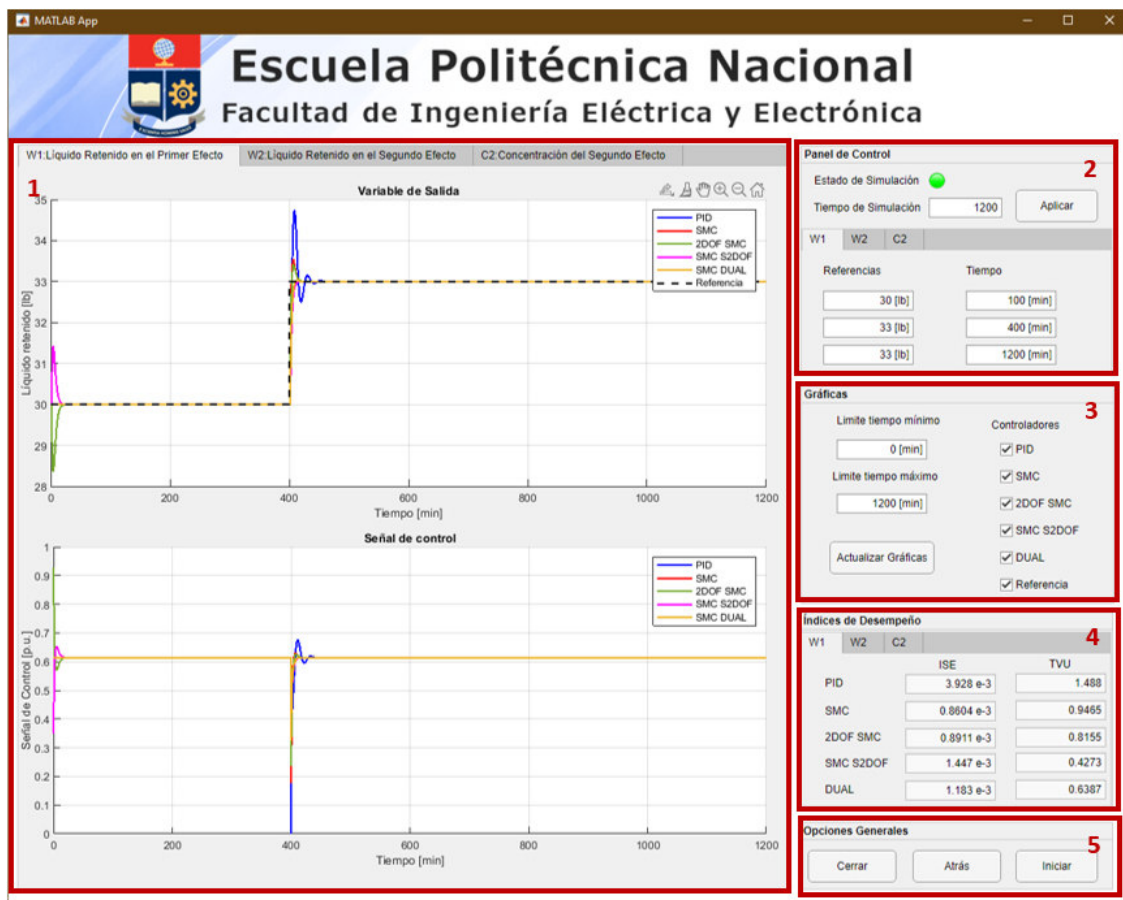
En la sección 4 se encuentran dos campos numéricos que proporcionan una forma de ajustar el valor máximo y mínimo de los ejes para que el usuario pueda visualizar las gráficas y formas de onda resultantes de manera adecuada. Por ende, este panel tiene el botón *Actualizar Eje* que modifica el valor de los ejes verticales.

Por otra parte, en la sección 5 se encuentra el panel correspondiente a los índices de desempeño ISE y TVU de las señales de control de cada actuador (calentador), donde se muestra en tiempo real el valor numérico de cada índice para realizar un análisis idóneo.

Finalmente, la sección 6 contiene los botones para realizar acciones generales dentro de la ventana como es el caso del botón *Cerrar* que permite cerrar la pantalla; el botón *Atrás* que permite regresar a la pantalla anterior de selección del proceso; el botón *Iniciar* que sirve para dar comienzo a simulación en tiempo real del módulo; y el botón *Detener* que termina la simulación, por ende, solo puede ser accionado mientras se este ejecutando.

### Panel de Control del Evaporador de Doble Efecto

En el caso de que se desee trabajar con el Evaporador de doble efecto se abrirá la ventana indicada en la Figura A.8.



**Figura A.8.** Pantalla del panel del Evaporador de doble efecto.

La ventana *Panel\_Evaporador* está compuesta por 5 zonas. La cual permite la visualización y manipulación de referencias en el proceso del Evaporador

La zona 1 contiene la gráficas que corresponden a las señales de salida del sistema como a sus respectivas señales de control. Además en la parte superior de la zona 1 se encuentran tres pestañas: *W1: Líquido Retenido en el Primer Efecto*, *W2: Líquido Retenido en el Segundo Efecto* y *C2: Concentración del Segundo Efecto*. Cada una de estas pestañas permiten observar las gráficas correspondientes a cada variable.

La zona 2 en un inicio presenta la luz piloto *Estado de Simulación*. La cual indica el estado de la simulación del programa. El color verde significa que la interfaz está lista para iniciar o realizar cualquier cambio de referencia. El color amarillo indica que se han ingresado los cambios de referencia o tiempo de simulación realizados y está disponible para iniciar la simulación. Y el color rojo indica que la interfaz está enviando los datos o simulando el sistema por lo que se deberá esperar hasta que cambie a color amarillo o verde.

En esta misma zona encontramos la sección *tiempo de simulación* permite seleccionar el tiempo de simulación del sistema. Se añade también la opción de seleccionar los cambios de referencia que se desea para cada variable. Específicamente se ha considerado que se realicen 3 cambios de referencia considerando que a partir del tiempo 0 inicia con las condiciones iniciales del sistema. Para validar los cambios realizados se utiliza el botón *Aplicar*. Al generarse los cambios, la luz piloto a color amarillo.

Por otro lado, encontramos la zona 3 llamada *Gráficas*. Mediante las casillas de *Límite tiempo mínimo* y *Límite tiempo máximo* es posible realizar un zoom en el eje de tiempo. Además se presentan las casillas de cada controlador, si la casilla posee el visto entonces la respuesta del sistema ante dicho controlador será presentado en la zona 1. Para validar todos estos cambios se hace uso del botón *Actualizar gráficas*.

La zona 4 está destinada a los índices de desempeño. Aquí se muestran los valores numéricos de ISE y TVU para cada uno de los controladores probados en este proceso.

Finalmente, la zona 5 consta de los botones de navegación en la interfaz. Encontramos el botón *Cerrar* podemos terminar el uso del HMI y cerrar la ventana. Por otra parte, el botón *Atrás* nos permite regresar a la ventana *Procesos*. Mientras que el botón *Atrás* nos conduce hacia la ventana anterior. Es decir, la ventana *Portada*.

## **ORDEN DE EMPASTADO**