

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA**

**DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROL ADAPTABLE PARA
UNA FORMACIÓN HETEROGÉNEA DE ROBOTS.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

ROBERTO CARLOS MEJIA GAONA

DIRECTOR: Dr. PAULO CESAR LEICA ARTEAGA.

Quito, octubre 2022

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Roberto Carlos Mejía Gaona, bajo mi supervisión.

Dr. PAULO CESAR LEICA ARTEAGA.
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo Roberto Carlos Mejía Gaona, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

Roberto Carlos Mejía Gaona

DEDICATORIA

A mis queridos padres Ángel Mejía y Susana Gaona por su incondicional apoyo, a mis hermanas Micaela Mejía y Anahí Mejía.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por brindarme la oportunidad de poder cumplir uno de mis objetivos y alcanzar esta nueva etapa de mi vida.

Además, quiero expresar un especial agradecimiento a mis padres que me han enseñado que con esfuerzo y perseverancia puedo alcanzar mis metas, de igual manera expreso mi más sincero agradecido a mis familiares que con su motivación y buena vibra me ha ayudado a seguir este camino.

También quiero expresar un enorme agradecimiento al Dr. Paulo Leica por estar siempre predispuesto a ayudar en los problemas que surgieron en el desarrollo del presente trabajo.

De igual manera expreso un gran agradecimiento a los profesores de la Escuela Politécnica Nacional que tuve el gusto de conocerlos, que con su enseñanza me han ido aportando en mi vida personal como profesional, también agradecer a mis compañeros por su apoyo en el transcurso de mi etapa estudiantil.

Roberto Mejía.

ÍNDICE DE CONTENIDO

| | |
|---|------|
| AVAL | I |
| DECLARACIÓN DE AUTORÍA..... | II |
| DEDICATORIA..... | III |
| AGRADECIMIENTO..... | IV |
| ÍNDICE DE CONTENIDO..... | V |
| RESUMEN | VII |
| ABSTRACT | VIII |
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| OBJETIVO GENERAL | 2 |
| OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 2 |
| ALCANCE | 2 |
| MARCO TEÓRICO | 3 |
| 1.5.1 ROBÓTICA MÓVIL TERRESTRE | 3 |
| 1.5.1.1 MODELO CINEMÁTICO | 5 |
| 1.5.1.2 MODELO DINÁMICO..... | 7 |
| 1.5.2 VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS (UAVS) | 9 |
| 1.5.2.1 CUADRICÓPTERO..... | 9 |
| 1.5.2.2 MODELO CINEMÁTICO..... | 11 |
| 1.5.2.3 MODELO DINÁMICO..... | 15 |
| 1.5.3 FORMACIÓN DE ROBOTS HETEROGÉNEA..... | 19 |
| 1.5.4 CONTROLADORES..... | 21 |
| 1.5.4.1 CONTROL TIPO PID | 22 |
| 1.5.4.2 CONTROL ADAPTABLE..... | 23 |
| 1.5.4.3 ESTABILIDAD DE LYAPUNOV..... | 24 |
| 1.5.4.4 LEMA DE BARBALAT..... | 26 |
| 1.5.4.5 ÍNDICES DE DESEMPEÑO | 27 |
| 2. METODOLOGÍA..... | 29 |
| 2.1. MODELACIÓN DE LA FORMACIÓN DE ROBOTS..... | 29 |
| 2.2. CONTROLADOR TIPO PID..... | 33 |
| 2.3. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR TIPO PID..... | 34 |
| 2.4. SISTEMA DE CONTROL DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE..... | 36 |

| | | |
|-------|--|----|
| 2.5. | CONTROLADOR CINEMÁTICO PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 37 |
| 2.6. | ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR CINEMÁTICO DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 38 |
| 2.7. | CONTROLADOR DINÁMICO PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 39 |
| 2.8. | ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR DINÁMICO DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 41 |
| 2.9. | CONTROLADOR ADAPTABLE PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 42 |
| 2.10. | ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR ADAPTABLE DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE. | 43 |
| 2.11. | CONTROLADOR DINÁMICO PARA EL CUADRICÓPTERO..... | 45 |
| 2.12. | ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR DINÁMICO DEL CUADRICÓPTERO..... | 49 |
| 2.13. | SISTEMA DE CONTROL DE LA FORMACIÓN HETEROGÉNEA INTEGRANDO LOS MODELOS DINÁMICOS DE LOS DIFERENTES ROBOTS. | 50 |
| 2.14. | DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRÁFICA. | 51 |
| 2.15. | PANTALLA DE INICIO..... | 53 |
| 3. | RESULTADOS Y DISCUSIÓN | 58 |
| 3.1. | GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS. | 58 |
| 3.2. | PRUEBA 1: FUNCIONAMIENTO DE LOS MODELOS DINÁMICOS DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE Y DEL CUADRICÓPTERO EN LAZO ABIERTO. | 61 |
| 3.3. | PRUEBA 2: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE CON CONTROLADOR CINEMÁTICO Y DINÁMICO PID VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS..... | 64 |
| 3.4. | PRUEBA 3: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE CON CONTROLADOR DINÁMICO ADAPTABLE VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS..... | 70 |
| 3.5. | PRUEBA 4: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE LA FORMACIÓN DE ROBOTS HETEROGÉNEA CON CONTROLADOR TIPO PID VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRES.... | 76 |
| 4. | CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... | 90 |
| | CONCLUSIONES | 90 |
| | RECOMENDACIONES | 91 |
| 5. | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 92 |

RESUMEN

El presente trabajo se basa en el desarrollo de un control adaptable aplicado a una formación heterogénea de robots móviles, compuesta por dos robots móviles terrestres (UGV) y un vehículo aéreo no tripulado (UAV). Inicialmente se presenta el modelado matemático tanto del robot móvil terrestre como del cuadricóptero UAV. Para modelar esta clase de sistemas se puede utilizar un modelo cinemático o un modelo dinámico. Siendo más sencillo la representación cinemática ya que no toma en consideración parámetros como masa, fuerzas, torques, etc. A su vez representar un robot mediante un modelo dinámico es más complejo, pero con la ventaja de representar el sistema de una manera más cercana a la realidad. Una vez analizados los distintos modelos de los robots móviles se realiza una representación matemática de la formación heterogénea que permita simular todo el sistema en conjunto y aplicar los controladores diseñados. Por otro lado, se realiza el diseño de controladores que permitan el seguimiento de trayectoria de la formación además se diseñan controladores de tipo adaptable para los robots terrestres los cuales permiten compensar variaciones de sus parámetros dinámicos. Se realiza distintas pruebas para comprobar la utilidad de este tipo de controladores, probando con diferentes trayectorias y variando los de parámetros dinámicos (masa) de los robots móviles terrestres. Para comprobar y evaluar los controladores se utiliza índices de rendimiento como el ISE, IAE y ISCO, que permitan cuantificar el grado de aporte de este tipo de controladores al sistema.

PALABRAS CLAVE: UGV, UAV, formación heterogénea, control adaptable.

ABSTRACT

The present work is based on the development of an adaptive control applied to a heterogeneous formation of mobile robots, composed of two unmanned ground vehicle (UGV) and a unmanned aerial vehicle (UAV). Initially, the mathematical modeling of both the land mobile robot and the UAV quadcopter is presented. To model this class of systems, a kinematic model or a dynamic model can be used. The kinematic representation is simpler since it does not consider parameters such as mass, forces, torques, etc. In turn, representing a robot through a dynamic model is more complex, but with the advantage of representing the system in a way that is closer to reality. Once the different models of the mobile robots have been analyzed, a mathematical representation of the heterogeneous formation is made that allows simulating the entire system as a whole and applying the designed controllers. On the other hand, the design of controllers that allow the tracking of the trajectory of the formation is carried out, in addition, adaptive type controllers are designed for ground robots, which allow compensating variations in the dynamic parameters. Different tests are carried out to verify the performance of this type of controllers, testing with different trajectories and varying the dynamic parameters (mass) of the terrestrial mobile robots. To check and evaluate the controllers, performance indices such as ISE, IAE and ISCO are used, which allow the degree of contribution of this type of controller to the system to be quantified.

KEYWORDS: UGV, UAV, heterogeneous formation, adaptive control.

1. INTRODUCCIÓN

Los robots básicamente son dispositivos destinados a mejorar la producción y la calidad de vida de las personas. [1] Mediante distintas funcionalidades un robot puede desempeñar distintas tareas en tiempos establecidos.

Los robots móviles actualmente están ganando protagonismo en varios campos debido a sus ventajas sustanciales, sin embargo, existen tareas que un solo robot no la puede desempeñar. Por ejemplo, el transportar una carga pesada y grande, en este caso se requeriría de un robot de gran tamaño los cuales son muy costosos y poco factible de construir, y además debido su gran tamaño se pueden presentar complicaciones al trasladarse por zonas de difícil acceso o en ambientes congestionados. Por lo que las investigaciones se orientan a desarrollar algoritmos para controlar grupos de robots que puedan realizar el transporte de cargas grandes y pesadas.

El hecho de trasladar cargas de distintos tamaños implica que existe un cambio en las características dinámicas del robot. Debido a ello los controladores tradicionales empiezan a tener problemas con su desempeño [1]. El cambio de cargas en un robot móvil implica que la calibración de los controladores se modifique para cada carga, lo cual, es ineficiente y poco práctico. Por lo que este tipo de problemáticas requieren de controladores avanzados que puedan compensar este cambio en su dinámica en el menor tiempo posible y con el mayor rendimiento.

Un aspecto al considerar cuando se trabaja con grupos de robots móviles es el poco conocimiento del entorno en que funcionarán estos robots, es decir ambientes no estructurados. Por lo que es necesario solucionar esta problemática. Una posible solución es cambiar las características de los robots y utilizar UAVs que tienen un alto nivel de autonomía preferiblemente cuando trabajan cooperativamente en grupos con robots terrestres [2].

Utilizar una formación de robots móviles heterogénea puede significar la solución de problemas en distintos escenarios. Aunque se presenta la problemática de generar algoritmos que sean capaces de controlar grupos de robots y generar una sincronía a la hora de desempeñar una tarea.

Por lo antes mencionado el presente trabajo se enfoca en desarrollar un algoritmo de control tipo adaptable el cual sea simulado en MATLAB. El cual permita la visualización del sistema y ver la utilidad de este tipo de algoritmo en el control de formaciones de robots móviles.

OBJETIVO GENERAL

Diseñar y simular un control adaptable para una formación heterogénea de robots aplicado al transporte de cargas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar e implementar en Matlab el modelo cinemático y dinámico de un robot móvil terrestres, un cuadricóptero (UAV) y de una formación de robots.
- Estudiar e implementar en Matlab un controlador adaptable y PID que compense la dinámica que existe en el cambio de cargas en los robots móviles terrestres.
- Estudiar e implementar en Matlab un algoritmo de control para el seguimiento de trayectoria en una formación de robots heterogénea para el transporte de cargas.
- Implementar una interfaz gráfica en Matlab que permita observar el funcionamiento del sistema aplicando los controladores previamente diseñados.
- Realizar diferentes pruebas de simulación para evaluar el desempeño de los controladores diseñados.

ALCANCE

- Se estudia e implementa el modelo cinemático y dinámico con el uso del software Matlab tanto de un robot móvil como de un UVA que conformarán posteriormente una formación de robots para el transporte de cargas.
- Se realiza el estudio de formaciones de robots, para poder implementar un modelo de una formación de dos robots móviles terrestre y un cuadricóptero (UAV).
- Se implementa en el software Matlab un controlador adaptable y PID basado en el modelo dinámico del robot móvil que permita compensar el sistema ante posibles variaciones en la carga.

- Se estudia e implementa en el software Matlab un algoritmo de control para la formación de robots que permita seguir una trayectoria específica.
- Se implementa una interfaz gráfica en Matlab que permita observar el funcionamiento del sistema, como observar de manera más amigable los diferentes parámetros que permitan evaluar el desempeño de los controladores previamente diseñado.
- Se analiza y valida el funcionamiento de los controladores diseñados sometiendo al sistema a cambios de carga y trayectoria, como también analizar las diferentes acciones de control, errores e índices de desempeño (ISE e ISCO) que permitan evaluar el desempeño de los controladores.
- Se realiza la simulación del algoritmo de control para el seguimiento de trayectoria de la formación de robots en el software Matlab.
- Realizar pruebas mediante la herramienta de simulación Matlab para evaluar el desempeño de todo el sistema ante diferentes escenarios.

MARCO TEÓRICO

1.5.1 ROBÓTICA MÓVIL TERRESTRE

La robótica móvil nace debido a la necesidad de extender su campo de aplicación, ya que los brazos robóticos son restringidos en un inicio a la estructura mecánica anclada en uno de sus extremos. Además, trata de incrementar la autonomía reduciendo la intervención humana. [2] Un robot con la capacidad de moverse puede ejecutar tareas mucho más demandantes y de mayor complejidad, por ejemplo, en el reconocimiento de terreno en zonas peligrosas como minas, volcanes, zonas desérticas, exploración planetaria, etc.

En la actualidad las investigaciones se orientan a mejorar la autonomía de los robots móviles terrestres, es decir que sean sistemas automáticos capaces de responder eficazmente ante cualquier situación cambiante e impredecible en la ejecución de una tarea sin la necesidad de la supervisión de un ser humano.

Esta clase de sistemas deben ser capaces de ejecutar tareas de planificación, percepción y control. [2] Cada una de estas áreas abarca una gran variedad de aspectos importantes en el desarrollo de la robótica móvil, el presente trabajo se centra en la planificación y control.

Dentro del control de robots móviles terrestres existe un problema que se lo conoce como restricciones no holonómicas, las cuales pueden limitar el movimiento de un robot y dificultar la ejecución de una tarea específica.

Los robots móviles pueden clasificarse según el tipo de locomoción que utiliza. Los sistemas de locomoción más conocidos son: ruedas, patas y orugas. [3] Existe investigación en robots con locomoción con patas y tipo oruga, pero la robótica móvil con ruedas presenta un mayor desarrollo.

Los robots móviles pueden utilizar un tipo de rueda según sea la tarea que va a desarrollar entre las cuales tenemos las siguientes:

- **Rueda fija.** – Como su nombre lo indica el centro de la rueda es fijo y en general se encarga de la tracción del robot.
- **Rueda de centro orientable.** – El plano de la rueda es capaz de rotar alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de la rueda, por lo general se encarga tanto de la tracción como de direccionar el robot.
- **Rueda orientable no centrada.** – Conocida también con rueda loca, esta rueda es capaz de orientarse con respecto a la estructura, en este caso el plano de la rueda gira alrededor de un eje vertical que no pasa por el centro de la rueda y se encarga de brindar estabilidad a la estructura mecánica como también de direccionar el robot.
- **Rueda omnidireccional o sueca.** – Es similar a una rueda fija, pero posee muchas ruedas direccionales pequeñas que permite al robot poder desplazarse de manera perpendicular al plano de la rueda.

Dependiendo del tipo de rueda que tenga el robot móvil dará diferentes formas de desplazamiento teniendo las siguientes [4]

- **Robot omnidireccional.** – Esta clase de robots pueden desplazarse en cualquier dirección en un plano terrestre. Por lo tanto, tienen la máxima maniobrabilidad en el plano.
- **Robot unicycle.** – Este robot posee en su estructura dos ruedas fijas alineadas controladas de manera independiente y una rueda orientable no centrada que se encarga de brindar estabilidad a toda la estructura. Esta clase de robots tiene una cinemática sencilla por lo cual es muy utilizado a la hora de probar nuevas estrategias de control.

- **Robot tipo triciclo.** – Este robot posee dos ruedas convencionales fijas alineadas y una rueda centrada orientable que se encarga de direccionar y brindar estabilidad a todo el robot.
- **Robot tipo cuatriciclo.** – También conocido como robot Ackerman posee cuatro ruedas, dos de ellas son ruedas fijas alineadas entre sí y dos ruedas fijas alineadas a un eje móvil que permite direccionar al robot. [5]

1.5.1.1 Modelo Cinemático

El modelo cinemático de un robot móvil establece relaciones matemáticas considerando la posición y velocidad del robot. En el modelo cinemático de un robot no se considera las fuerzas que producen el movimiento del robot, ni tampoco la masa o inercia de la estructura del robot. Para realizar el modelamiento cinemático del robot móvil terrestre se toma como referencia el robot Pioneer 3-DX, este es un robot tipo uniciclo ampliamente utilizado por su sencilla estructura y facilidad para ser modelado matemáticamente.



Figura 1.1 Robot Pioneer 3-DX [6]

El robot Pioneer 3-DX debido a su estructura posee restricción no holonómica, por ello este robot no puede desplazarse en cualquier dirección, sino que su desplazamiento se dirige de manera perpendicular al eje formado por las dos ruedas fijas. [4]

Para poder modelar un robot móvil terrestre con ruedas es necesario considerar las siguientes hipótesis simplificadores. [2]

- El robot se mueve sobre una superficie totalmente plana.
- Los ejes guía son perpendiculares al suelo.
- El deslizamiento es despreciable para el control.
- El robot no posee partes flexibles en su estructura
- El robot se comporta de manera similar a un sólido rígido. [2]

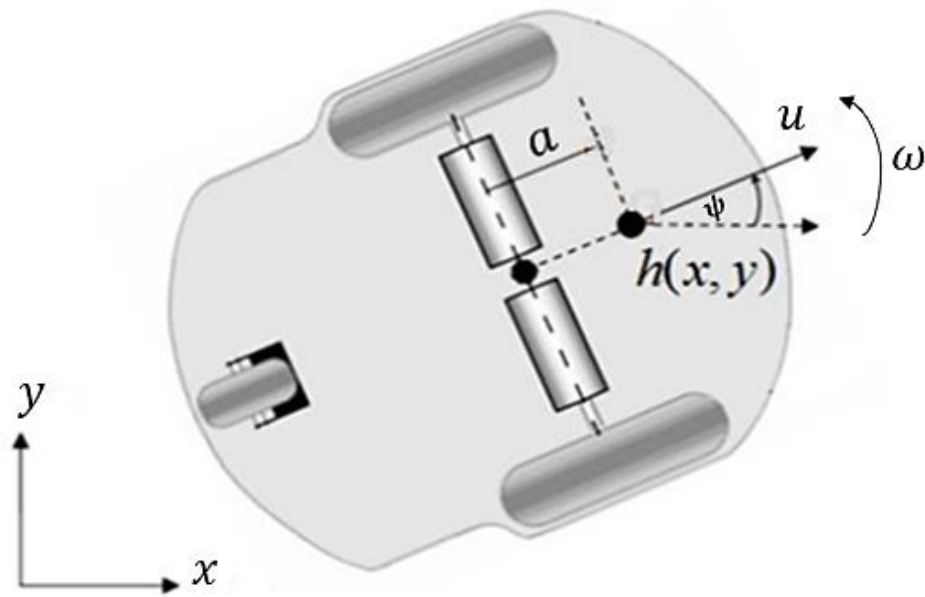


Figura 1.2 Robot móvil tipo unicycle. [7]

El modelo cinemático de un robot móvil tipo unicycle con restricción no holonómica mejorada viene dada por la siguiente representación matemática:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos(\psi) - a \omega \sin(\psi) \\ u \sin(\psi) + a \omega \cos(\psi) \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Donde cada parámetro representa lo siguiente:

a : Distancia entre el centro de gravedad y el punto de interés del robot en este caso se toma 0.1 m.

u : Velocidad lineal.

ω : Velocidad angular.

ψ : Ángulo de orientación del robot.

x, y : Posición cartesiana del robot.

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}$: Variación temporal de las posiciones y el ángulo del robot.

Debido a las características físicas del robot, la orientación del robot coincide con la orientación de la trayectoria deseada, por lo cual es posible no considerar la variación del ángulo de orientación en el tiempo así simplificando el modelo cinemático.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos(\psi) - a \omega \sin(\psi) \\ u \sin(\psi) + a \omega \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Quedando de manera simplificada:

$$\dot{h} = J_R U \quad (1.3)$$

Donde cada parámetro representa lo siguiente:

$\dot{h} = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$: Variación de la posición en el tiempo del robot.

J_R : Matriz de rotación permite relacionar la velocidad lineal y angular del robot con la variación de la posición del robot en el tiempo.

$U = [u \ \omega]^T$: Velocidad lineal y angular del robot. [4]

1.5.1.2 Modelo Dinámico

El modelo dinámico busca establecer la relación entre las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y el movimiento del robot. En otras palabras, el modelo dinámico determina la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas que intervienen para que se produzca dicho movimiento. Matemáticamente el modelo dinámico relaciona lo siguiente:

- Parámetros dimensionales como longitud, masa e inercia.
- Fuerzas y pares aplicados al robot.
- Localización del robot definida por las coordenadas de localización como también sus derivadas (velocidades y aceleración). [1]

El modelo dinámico de un robot móvil terrestre puede ser representado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos(\psi) - a \omega \sin(\psi) \\ u \sin(\psi) + a \omega \cos(\psi) \\ \omega \\ \frac{\phi_3}{\phi_1} \omega^2 - \frac{\phi_4}{\phi_1} u \\ -\frac{\phi_5}{\phi_2} u \omega - \frac{\phi_6}{\phi_2} \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\phi_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\phi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Parametrizando el modelo dinámico se obtiene lo siguiente:

$$D\dot{v} + \eta = v_{ref} \quad (1.5)$$

Donde:

$$D = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6]^T \quad (1.7)$$

Donde cada parámetro representa lo siguiente:

D : Matriz de masas e inercias.

$v = [u \ \omega]^T$: Velocidad lineal y angular del robot.

$v_{ref} = [u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$: Velocidad lineal y angular de entrada.

$\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6]^T$: Matriz de parámetros dinámicos del robot.

La matriz de parámetros dinámicos se determina según sea el robot, para ello se utiliza la identificación de los parámetros a partir de datos de entrada y salida experimentales, sin la necesidad de conocer a detalle cómo funciona el robot internamente. [5]

Para el desarrollo de este trabajo se toma como referencia los siguientes parámetros dinámicos:

Tabla 1.1 Parámetros dinámicos del robot Pioneer 3-DX. [5]

| Parámetro | Valor |
|-----------|---------|
| ϕ_1 | 0.3984 |
| ϕ_2 | 0.2523 |
| ϕ_3 | -0.0436 |
| ϕ_4 | 1.0069 |
| ϕ_5 | 0.0073 |
| ϕ_6 | 1.0693 |

Según el trabajo realizado por [5] los parámetros dinámicos obtenidos representan de manera satisfactoria las dinámicas reales del robot Pioneer 3-DX.

1.5.2 VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS (UAVs)

Las UAVs son aeronaves sin un humano que cumpla la función de piloto. Principalmente son controlados de manera automática por microprocesadores, microcontroladores o mediante teleoperación en la cual interviene un operador que se encuentra en tierra. Son utilizados principalmente en tareas de mapeo, monitoreo de cambios ambientales, prevención de desastres naturales, exploración, etc. Comparados con otros vehículos aéreos o satélites, las UAVs poseen dos ventajas: el bajo precio y la alta movilidad. [8]

Para el desarrollo del presente trabajo se utiliza un cuadricóptero debido a que son ampliamente utilizados en aplicaciones de formación de robots.

1.5.2.1 Cuadricóptero

Un cuadricóptero es un vehículo aéreo no tripulado que consta de cuatro motores encargados de la propulsión y dirección. Al ser un vehículo aéreo puede desplazarse a lo largo de los 3 ejes de referencia X, Y, Z y realizar movimientos de roll (ϕ), pitch (θ) y yaw (ψ). Las hélices colocadas en cada motor se ubican en la parte superior con una separación de 90° grados entre ellos con una misma distancia del centro de masa. Es posible encontrar cuadricópteros con una configuración en "X" (equis) o en "+" (plus) como se muestra en la Figura 1.3. [9]

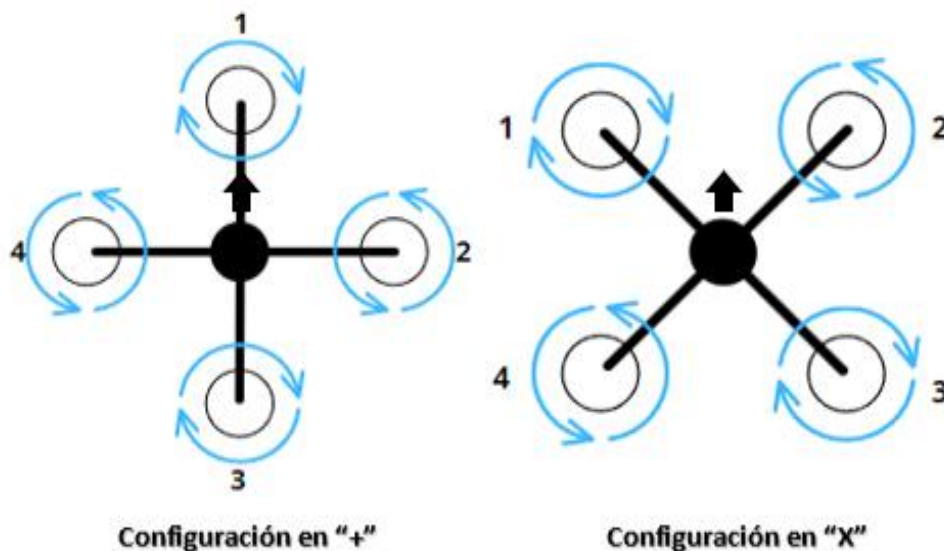


Figura 1.3 Configuración de cuadricópteros.

Otra importante característica de los cuadricópteros es que posee un despegue y aterrizaje vertical, por lo tanto, no requiere un gran espacio para su despegue. En cuanto al giro de los rotores de los motores deben ser en sentido contrario de manera alternada como se

muestra en la Figura 1.4. Ya que si todos los rotores giran en el mismo sentido el cuadricóptero se descontrola. [4]

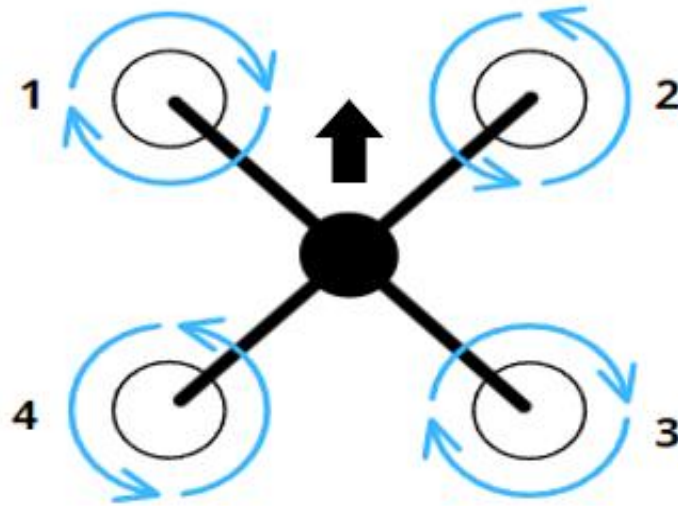


Figura 1.4 Sentido de giro de los rotores en un cuadricóptero.

El control de un cuadricóptero es posible mediante la regulación de velocidad de cada uno de los cuatro motores que lo componen. Según sea la regulación de velocidad es posible generar los siguientes movimientos:

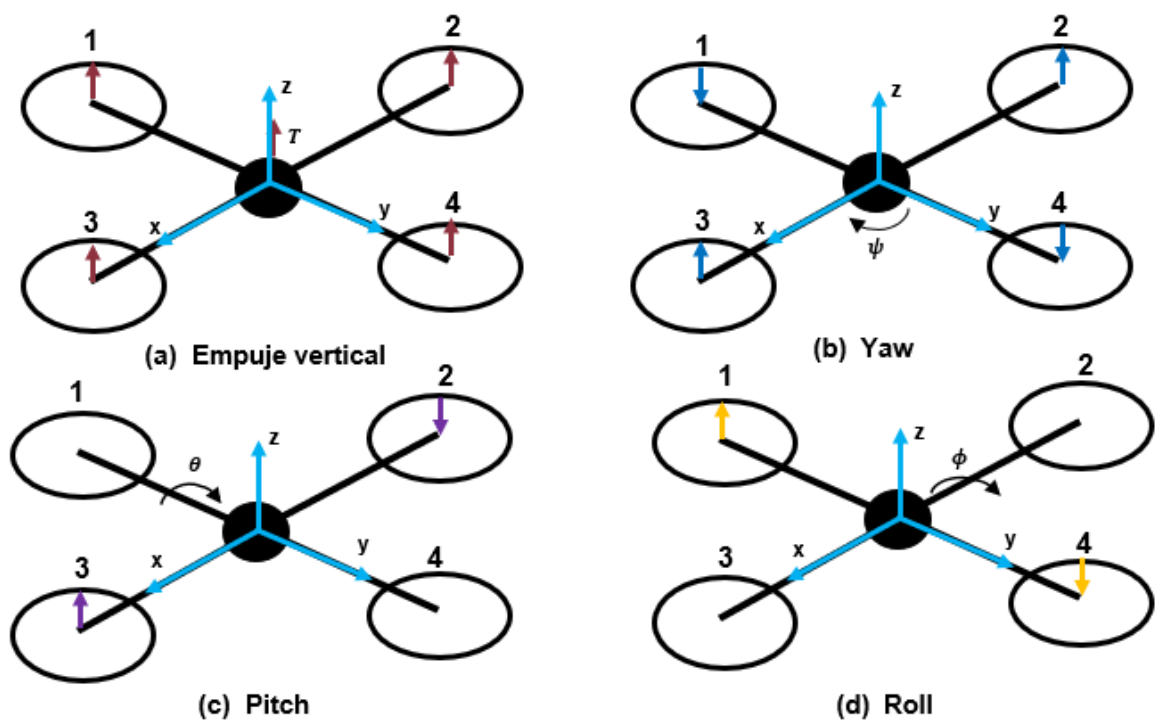


Figura 1.5 Movimientos de un cuadricóptero. [10]

Empuje vertical (T). – En este movimiento se aumenta o disminuye la velocidad de los cuatro motores del cuadricóptero a la vez. Produciendo un aumento o decremento de la altitud del cuadricóptero. [9] Este movimiento es posible observar en la Figura 1.5 (a).

Yaw o guiñada (ψ). – Este movimiento se produce cuando el cuadricóptero rota sobre el eje “z” para ello se incrementa la velocidad de los motores 2 y 3 y se reduce la velocidad de los motores 1 y 4, también se puede realizar el proceso inverso para producir el mismo movimiento como se muestra en la Figura 1.5 (b). [9]

Pitch o cabeceo (θ). – Este movimiento se produce cuando el cuadricóptero gira sobre el eje “y” para producir este movimiento se aumenta la velocidad del motor 3 y se reduce la velocidad del motor 2 o viceversa como se muestra en la Figura 1.5 (c).

Roll o alabeo (ϕ). – El movimiento roll se produce cuando el cuadricóptero rota alrededor del eje “x”, este movimiento se consigue aumentando la velocidad del motor 1 y disminuyendo la velocidad del motor 4 o viceversa como se muestra en la Figura 1.5 (d).

1.5.2.2 Modelo cinemático.

Para poder modelar matemáticamente un cuadricóptero es necesario contar con dos sistemas de referencia. Al caracterizar el cuadricóptero como un sólido rígido, posee un sistema de coordenadas cuyo origen se ubica en su centro de masa como se muestra en la Figura 1.6 y se denota como $B = \{x_B, y_B, z_B\}$. También para modelar es necesario contar con un sistema inercial con origen en la tierra y se denota como $\xi = \{x, y, z\}$ como se aprecia en la Figura 1.6. [9]

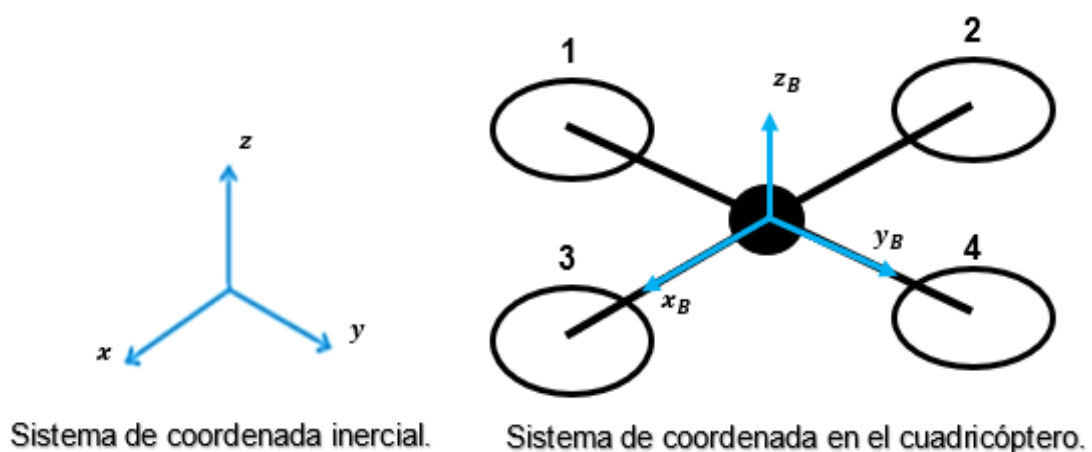


Figura 1.6 Sistemas de referencia para modelar un cuadricóptero.

Para hallar el modelo cinemático del cuadricóptero inicialmente se halla la matriz de rotación la cual se obtiene del producto de las tres matrices básicas de rotación que se detalla a continuación: [11]

Matriz de rotación sobre el eje x_B . (Roll - ϕ).

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Matriz de rotación sobre el eje y_B . (Pitch - θ).

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Matriz de rotación sobre el eje z_B . (Yaw - ψ).

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Matriz de rotación total.

$$R(\phi, \theta, \psi) = R(x, \phi) R(y, \theta) R(z, \psi) \quad (1.11)$$

Para expresar de forma compacta la matriz de rotación total se toma en consideración las siguientes equivalencias: $c\theta \rightarrow \cos(\theta)$; $c\phi \rightarrow \cos(\phi)$; $c\psi \rightarrow \cos(\psi)$; $s\theta \rightarrow \text{sen}(\theta)$; $s\phi \rightarrow \text{sen}(\phi)$; $s\psi \rightarrow \text{sen}(\psi)$.

$$R_\Theta = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

La matriz de rotación permite relacionar el sistema de coordenadas ubicado en el cuadricóptero con el sistema de coordenadas inercial. Y posibilita rotar un vector entre ambos sistemas de coordenadas. También es importante considerar que la matriz de rotación total al ser ortogonal su inversa es igual a su matriz transpuesta $R^{-1} = R^T$. [9]

El movimiento de translación se define como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Donde V_x, V_y, V_z son las velocidades descritas en cada eje respectivamente en el sistema de referencia ubicado en el cuadricóptero. Para poder hallar la relación entre las velocidades del cuadricóptero con las velocidades en el sistema de referencia inercial se utiliza la matriz de rotación obteniendo la siguiente relación: [9]

$$\xi = R_\theta V \quad (1.14)$$

Considerando la ecuación (1.11) la ecuación (1.14) el modelo cinemático del cuadricóptero queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Donde $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ representan las velocidades en el sistema de referencia inercial o de tierra.

Para el presente trabajo se considera que el ángulo de roll y pitch son cercanos a cero, con ello es posible aplicar las siguientes equivalencias: $\cos(\phi) \approx \cos(0) = 1, \sin(\phi) \approx \sin(0) = 0$, y $\cos(\theta) \approx \cos(0) = 1, \sin(\theta) \approx \sin(0) = 0$, con ello el modelo cinemático simplificado queda de la siguiente manera: [9]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Ahora también es importante relacionar las velocidades angulares del cuadricóptero en el sistema de referencia del centro de masa del cuadricóptero que se define de la siguiente forma $\omega = [p \ q \ r]^T$, con la variación en el tiempo de los ángulos de roll, pitch, yaw denotados de la siguiente manera $\dot{\eta} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ respecto al sistema inercial. Para ello se tiene la siguiente relación:

$$\omega = W_\eta \dot{\eta} \quad (1.17)$$

Para hallar W_η se considera las siguientes rotaciones:

- Primero la rotación yaw aplicada al sistema inercial la cual implica rotaciones en los tres ejes de referencia x, y, z .
- Segundo la rotación pitch la cual implica rotaciones en los ejes x, y .
- Tercero la rotación roll que implica rotación alrededor del eje x .

Tomando en cuenta estas consideraciones se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R(x, \phi)R(y, \theta)R(z, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R(x, \phi)R(y, \theta) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(x, \phi) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Donde:

$$W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Para hallar $\dot{\eta} = W_\eta^{-1}\omega$, se debe encontrar la inversa de la matriz W_η , para que una matriz sea invertible se debe garantizar que la determinante de la matriz sea distinta de cero, de ello solo cuando cumple con la siguiente relación la matriz es invertible:

$$\theta \neq \frac{(2h-1)\phi}{2}, \quad (h \in \mathbb{Z}) \quad (1.21)$$

Así obteniendo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Tomando en consideración que los ángulos de roll y pitch son muy pequeños $\phi \approx 0$ y $\theta \approx 0$. Se puede simplificar el modelo quedando representado de la siguiente manera: [4]

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

1.5.2.3 Modelo dinámico.

La dinámica básicamente se encarga de estudiar las fuerzas y momentos que causan el movimiento de un sistema. [12] Para modelar el cuadricóptero se asume que es un cuerpo sólido, sujeto a una fuerza y tres momentos angulares. En el caso de los motores se desprecia su dinámica ya que su funcionamiento es relativamente rápido.

El movimiento de un sólido rígido se descompone en componentes rotacionales y traslacionales. Para modelar la dinámica del cuadricóptero se plantea las ecuaciones de Newton Euler que describe el movimiento lineal y angular. [9]

$$F = \frac{d}{dt}(m V_B) \quad (1.24)$$

Donde:

m : Representa la masa del cuadricóptero.

F : Representa las fuerzas que actúan sobre el cuadricóptero (Fuerza gravitacional, empuje de las hélices).

V_B : Representa la velocidad del cuadricóptero.

Nota: Los efectos y pares aerodinámicos no se consideran debido al tamaño del UAV.

El empuje se representa de la siguiente manera $T_B = [0 \ 0 \ U_1]$, donde U_1 representa el empuje generado a lo largo del eje Z_B y viene dado por:

$$U_1 = b \sum_{i=0}^4 \Omega_i^2 \quad (1.25)$$

Donde:

b : Es el coeficiente de empuje ejercido por las hélices del cuadricóptero cuya unidad es $[Ns^2]$.

Ω : Representa la velocidad angular de cada uno de los motores del cuadricóptero.

La fuerza total que actúa sobre el cuadricóptero se compone del empuje total y la fuerza gravitacional, la cual puede ser representada de la siguiente manera:

$$F = -R^T F_g + T_B \quad (1.26)$$

Reemplazando la ecuación (1.24) en (1.26) se halla en componente de translación referido al sistema de referencia del cuadricóptero:

$$m \dot{v}_B = -R^T F_g + T_B \quad (1.27)$$

Para halla la fuerza con referencia al sistema inercial, se utiliza la ecuación (1.14) quedando lo siguiente:

$$R(m\dot{v}_B) = R(-R^T F_g) + RT_B \quad (1.28)$$

$$R(m\dot{v}_B) = R(-R^T F_g) + RT_B \quad (1.29)$$

$$m\ddot{\xi} = -F_g + RT_B \quad (1.30)$$

La fuerza gravitacional puede ser representada de la siguiente manera tomando en consideración que su influencia es sobre el eje de coordenadas z.

$$F_g = mg[0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (1.31)$$

Reemplazando la ecuación (1.31) en (1.30) tenemos.

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} - mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Reemplazando la matriz de rotación (1.12) el modelo queda definido por:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{U_1}{m}\right) (\cos(\phi) \operatorname{sen}(\theta) \cos(\psi) + \operatorname{sen}(\phi) \operatorname{sen}(\psi)) \\ \left(\frac{U_1}{m}\right) (\cos(\phi) \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\psi) - \operatorname{sen}(\phi) \cos(\psi)) \\ \left(\frac{U_1}{m}\right) (\cos(\phi) \cos(\theta)) - g \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Para modelar el componente de rotación se considera que la estructura del cuadricóptero es totalmente simétrica y se desprecia los efectos del giroscopio, quedando la matriz de inercia representada de la siguiente manera:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Considerando que la variación del momento angular viene dada por $H = I\omega$ tenemos:

$$M = \frac{d}{dt}(I\omega) + \omega \times (I\omega) \quad (1.35)$$

M se define por cada uno de los torques generados de las hélices del cuadricóptero se define por: [9]

$$M = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lb(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Donde:

$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$: Son las velocidades angulares de cada motor.

l : Es la longitud del brazo del cuadricóptero.

b : Es el coeficiente de empuje que produce el rotor.

d : Es el coeficiente de arrastre de las hélices.

Para hallar las aceleraciones angulares $[\dot{p} \quad \dot{q} \quad \dot{r}]$ se reemplaza las ecuaciones (1.34) y (1.36) en (1.35) obteniendo los siguiente:

$$\dot{\omega} = I^{-1} \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} p \\ I_{yy} q \\ I_{zz} r \end{bmatrix} + M \right) \quad (1.37)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr}{I_{xx}} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \frac{U_4}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

Para hallar la aceleración angular nuevamente se utiliza la ecuación (1.17) y derivando se obtiene lo siguiente:

$$\ddot{\eta} = \frac{d}{dt}(W_{\eta}^{-1}\omega) = \frac{d}{dt}(W_{\eta}^{-1})\omega + W_{\eta}^{-1}\dot{\omega} \quad (1.39)$$

Se realiza el reemplazo de W_{η}^{-1} y de su derivada obteniéndose lo siguiente:

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi}c(\phi)t(\theta) + \dot{\theta}\frac{s(\phi)}{c^2(\theta)} & \dot{\phi}s(\phi)t(\theta) + \dot{\theta}\frac{c(\phi)}{c^2(\theta)} \\ 0 & -\dot{\phi}s(\phi) & -\dot{\phi}c(\phi) \\ 0 & \dot{\phi}\frac{c(\phi)}{c(\theta)} + \dot{\theta}\frac{s(\phi)t(\theta)}{c(\theta)} & \dot{\phi}\frac{s(\phi)}{c(\theta)} + \dot{\theta}\frac{c(\phi)t(\theta)}{c(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & s(\phi) \\ 0 & \frac{s(\phi)}{c(\theta)} & \frac{c(\phi)}{c(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

Para el presente trabajo se considera que el ángulo de roll y pitch son cercanos a cero, con ello es posible aplicar las siguientes equivalencias: $\cos(\phi) \approx \cos(0) = 1$, $\sin(\phi) \approx \sin(0) = 0$, y $\cos(\theta) \approx \cos(0) = 1$, $\sin(\theta) \approx \sin(0) = 0$, además tomando en consideración la ecuación (1.23), la aceleración queda definida como:

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \dot{\theta} \\ -r \dot{\phi} \\ q \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Reemplazando la ecuación (1.38) en (1.41) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \dot{\theta} \\ -r \dot{\phi} \\ q \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr}{I_{xx}} + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

Quedando finalmente la componente rotacional del modelo dinámico del cuadricóptero de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr}{I_{xx}} + \frac{U_2}{I_{xx}} + \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} + \frac{U_3}{I_{yy}} - \dot{\psi}\dot{\phi} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} + \frac{U_4}{I_{zz}} + \dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

Tomando en consideración la ecuación (1.23) la componente rotacional también puede quedar expresada de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} + \frac{U_2}{I_{xx}} + \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\psi}\dot{\phi}}{I_{yy}} + \frac{U_3}{I_{yy}} - \dot{\psi}\dot{\phi} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\phi}}{I_{zz}} + \frac{U_4}{I_{zz}} + \dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

En cuanto a los parámetros se toma los desarrollados en el trabajo [13] donde se detalla cómo se determina cada uno de los parámetros.

Tabla 1.2 Parámetros dinámicos del cuadricóptero

| Parámetros | Descripción | Valor | Unidad |
|------------|--|------------------|---------------|
| b | Coeficiente de empuje que produce el rotor | $5.5 * 10^{-6}$ | $N/(rad/s)^2$ |
| d | Coeficiente de arrastre de las hélices | $3.65 * 10^{-7}$ | $N/(rad/s^2)$ |
| l | Longitud del brazo del cuadricóptero | 0.23 | m |
| g | Gravedad terrestre | 9.8 | m/s^2 |
| m | Masa del cuadricóptero | 1.15 | kg |
| I_{xx} | Momento de inercia en el eje x | 0.01 | $kg * m^2$ |
| I_{yy} | Momento de inercia en el eje y | 0.011 | $kg * m^2$ |
| I_{zz} | Momento de inercia en el eje z | 0.0206 | $kg * m^2$ |

1.5.3 FORMACIÓN DE ROBOTS HETEROGÉNEA.

Un sistema multi-robot formalmente es definido como un grupo de robots cooperando para ejecutar una misión específica. En el caso específico de robots móviles se habla de formación o enjambre de robots los cuales actúan de manera conjunta y sincronizada. [14]

El objetivo de utilizar formaciones de robots móviles es expandir la capacidad de cooperación. En tareas como el transporte de objetos grandes puede ser una opción factible utilizar formaciones de robots. [24] Para que un sistema multi-robot ejecute una tarea, cada robot que conforma el sistema debe tener la capacidad de cumplir con su función específica.

Las formaciones de robots tienen varias ventajas que los hacen atractivos a la hora de ejecutar alguna tarea entre ellas se destaca lo siguiente:

- **Paralelismo.** – Capacidad de ejecutar tareas de manera paralela acelerando la ejecución de la tarea.
- **Robustes.** – Tienen una alta tolerancia ante fallas.
- **Flexibilidad.** – Fácil adaptación a diferentes aplicaciones y misiones. [14]

Para aportar una mayor flexibilidad es posible conformar grupos de robots de distintas características, a estos grupos se los denomina grupos o formaciones de robots heterogéneos. Por ejemplo, al utilizar robots terrestres con robots aéreos trabajando conjuntamente como se muestra en la Figura 1.7 se mejoraría el campo de sensado del entorno, ya que un robot aéreo tiene un mayor campo de sensado al encontrarse a cierta altura.

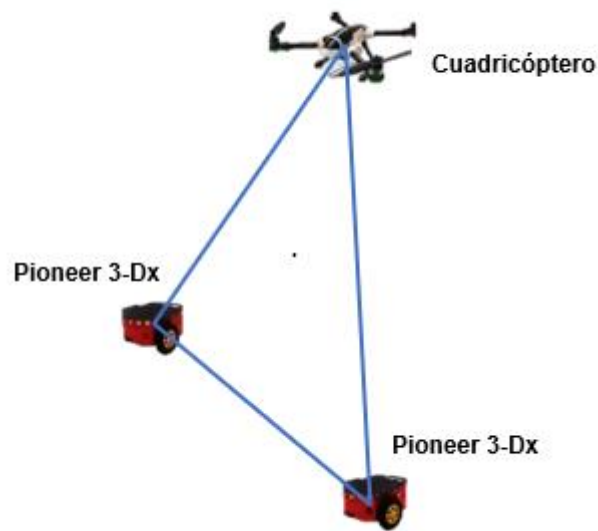


Figura 1.7 Formación heterogénea de 3 robots.

Existen varias estructuras de formación de robots entre ellas: líder – seguidor, formación por estructura virtual, formación basada en comportamiento. [4]

La tarea básica que un robot móvil debe cumplir en una formación es moverse junto a los otros robots preservando la geometría de la formación. [14] Los controladores, sensores y sistema de comunicación juegan un papel importante para el control de una formación de robots. Cada uno de estos campos abarca mucha investigación y sigue mejorando con el pasar del tiempo.

A pesar de todas las ventajas que implica utilizar una formación de robots para la ejecución de tareas también existen problemas. Al controlar varios robots de manera simultánea es necesario contar con un buen sistema de comunicación, contar con controladores capaces de actuar de manera efectiva ante problemas como: colisiones, cambios en el entorno, falla imprevista de algún robot, etc. [15] Los controladores clásicos en muchas ocasiones no bastan para solucionar estos problemas, sino que es necesario aplicar técnicas de control no lineales.

Matriz Jacobiana

El modelo cinemático de un robot móvil busca la relación que existe entre las variables de posición y orientación del robot. Así el sistema encargado del control debe determinar que velocidades imprimir en el robot para que siga cierta trayectoria temporal concreta. Para esto y otros fines es necesario tener una relación entre las velocidades de las coordenadas del robot con la posición y orientación. Esta relación se obtiene a través de la denominada matriz Jacobiana. [1]

Mediante la matriz Jacobiana es posible conocer las velocidades del robot móvil en cada punto del plano cartesiano a partir de la velocidad lineal y angular aplicada al robot móvil. También es posible aplicar la inversa de la matriz Jacobiana para poder realizar el proceso inverso es decir a partir de las velocidades instantánea en el plano cartesiano es posible obtener las velocidades angular y lineal respectivamente.

1.5.4 CONTROLADORES

Un sistema de control se clasifica en: sistemas de control en lazo abierto y sistemas de control en lazo cerrado. Cada uno de estos sistemas de control se compone de diferentes elementos importantes que permiten su funcionamiento.

Un sistema de control en lazo abierto se compone de dos partes el controlador y el proceso controlado como se muestra en la Figura 1.8. [16]

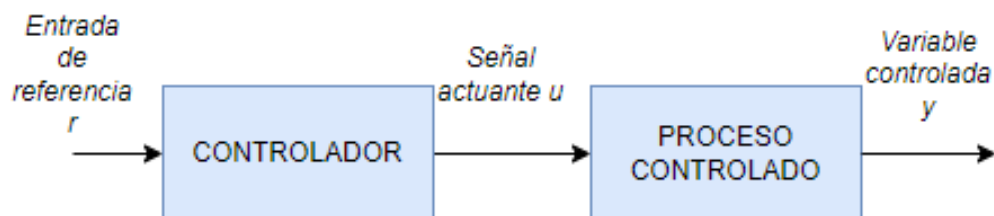


Figura 1.8 Esquema de control en lazo abierto.

Un sistema de control en lazo cerrado se compone de tres partes el controlador, el proceso y realimentación como se muestra en la Figura 1.9. Con la implementación de una realimentación en el sistema se consigue tener una monitorización constante de la variable a controlar y con ello reducir el error entre el setpoint y la salida del sistema. [16]

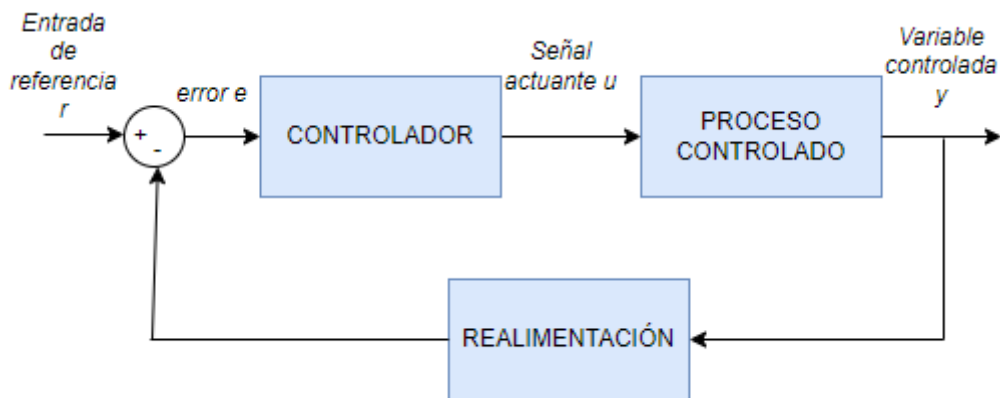


Figura 1.9 Esquema de control en lazo cerrado

Estos sistemas de control pueden ser utilizados según sea la aplicación, en el campo de la robótica móvil se utiliza por lo general sistemas de control en lazo cerrado debido a que es necesario que un robot ejecute tareas con la mayor precisión posible y tenga la capacidad de responder de manera efectiva ante cualquier problema que pueda surgir en la ejecución de la tarea.

Un elemento importante es el controlador el cual se encarga de minimizar el error del sistema. Entre los controladores más importante tenemos los siguientes:

1.5.4.1 Control tipo PID

El controlador PID es uno de los controladores clásicos más utilizados en distintas aplicaciones. Combina tres modos de control (proporcional, integral y derivativo). Con ello se obtiene un controlador que no produce desviación en el error y disminuye las oscilaciones. [17] Su ecuación viene definida de la siguiente manera:

$$u = K_p e + K_I \int e dt + K_D \frac{de}{dt} \quad (1.45)$$

La parte de control proporcional (K_p) produce una acción de control que es proporcional al error. Si la señal de error aumenta la señal de corrección también aumenta. Si la señal de error disminuye la señal de corrección también lo hará y el proceso de corrección será más lento.

La parte del control integral (K_I) da una señal de acción de control que es proporcional a la integral del error en el tiempo. Un error constante produce una señal de corrección creciente. Mientras el error en el sistema persista la señal de corrección seguirá aumentando. Se puede decir que la parte integral “mira hacia atrás”, suma todos los errores y produce una respuesta.

La parte del control derivativo (K_D) produce una señal de control que es proporcional a la derivación del error también se podría decir que es proporcional a la rapidez con que cambia la señal del error. Cuando existe un cambio brusco en la señal del error el controlador produce una señal de corrección de gran magnitud. Ha esta parte del controlador se la puede considerar como un control “anticipativo”, ya que se puede anticipar la llegada de errores grandes y aplica la acción de control antes de que se produzca. [17]

En cuanto a la sintonización de controladores PID existe un sin número de métodos entre los cuales podemos destacar: Ziegler Nichols, Cohen y Coon, Kaya y Sheib, et. [18] El método que se utilice depende de la aplicación. Cabe recalcar que esta clase de métodos no son exactos y en muchas ocasiones es necesario modificar las constantes del controlador para mejorar su respuesta.

De igual manera es posible utilizar controladores: proporcionales (P), proporcional integral (PI), proporcional derivativo (PD) dependiendo de la aplicación y la respuesta que se desea obtener en el sistema. En muchas ocasiones es necesario probar con distintos controladores para obtener el más eficaz.

1.5.4.2 Control adaptable

La palabra “adaptable” significa cambiar de forma para ajustarse a nuevas circunstancias. Entonces se dice que un control adaptativo es capaz de modificar su forma en respuesta ante cambios en la dinámica de un proceso. [19] También se puede decir que un controlador adaptable es capaz de ajustar sus parámetros para mejorar la respuesta del sistema. Debido a este cambio de parámetros se considera al control adaptable como no lineal.

El control adaptable nace en 1950 al diseñar un sistema de control automático para un avión donde su dinámica era variable en el rango de operación, debido a que los controladores clásicos no eran capaces de responder en todo el rango de operación. Entre las principales aplicaciones de un control adaptable se tiene: control de vibraciones, climatización eficiente, robótica, hornos de secado, etc. [20]

Un control adaptable puede ser pensado como un sistema con dos lazos de retroalimentación, un lazo es la retroalimentación normal del sistema mientras el otro lazo se encarga del ajuste de los parámetros según sea la dinámica del sistema como se muestra en la Figura 1.9. [19]

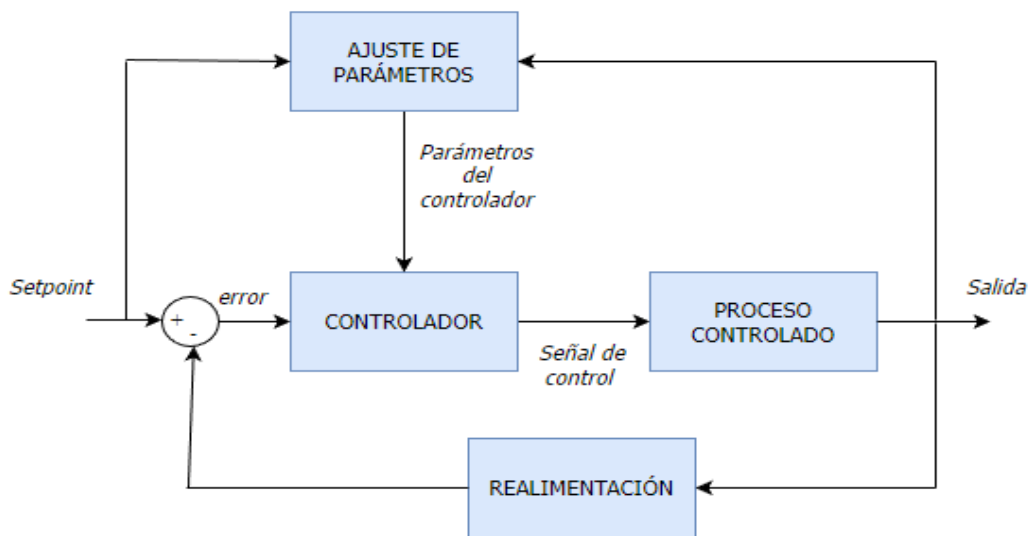


Figura 1.10 Esquema del control adaptable

La determinación de los parámetros es un punto clave en el control adaptable, ya que debe ser capaz de modificar los parámetros del controlador para mejorar la respuesta del sistema.

1.5.4.3 Estabilidad de Lyapunov.

Uno de los aspectos importantes a considerar en sistemas de control es la estabilidad. Se dice que un sistema es estable, si estando en un inicio cerca del punto de operación, con el pasar del tiempo logra permanecer en las cercanías del punto de operación. [21]

La estabilidad de Lyapunov tiene como principal objetivo el análisis de sistemas dinámicos no lineales, siendo una de las técnicas más utilizadas para el análisis de estabilidad en sistemas de control. Para analizar la estabilidad de Lyapunov es necesario considerar ciertos puntos de equilibrio los cuales se detallan en la Figura 1.11. [4]

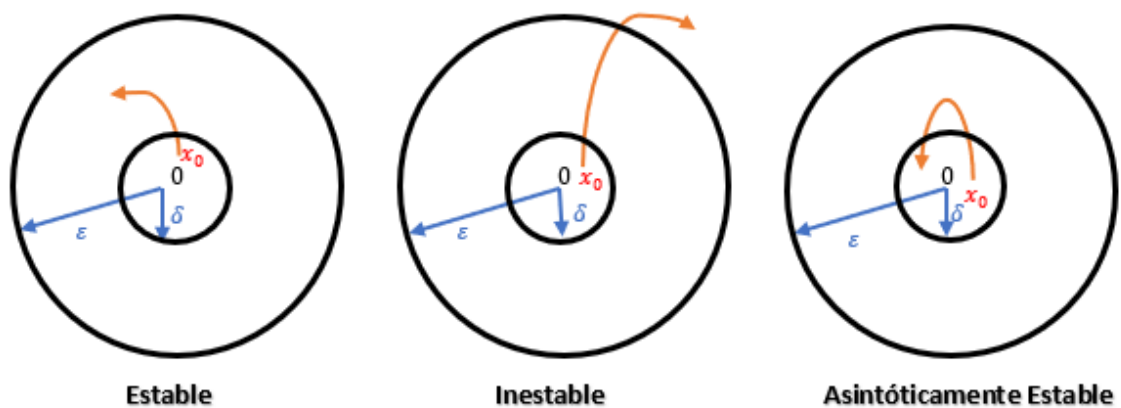


Figura 1.11 Puntos de equilibrio.

- **Punto de equilibrio estable.** – Se considera que un punto de equilibrio es estable si la trayectoria que describe comienza en una condición inicial x_0 y su evolución se mantiene dentro del área comprendida entre los límites ε, δ .
- **Punto de equilibrio inestable.** – Se considera que un punto de equilibrio es inestable si la trayectoria que describe comienza en una condición inicial x_0 y su evolución sobrepasa el área comprendida de la circunferencia de radio ε .
- **Punto de equilibrio asintóticamente estable.** – Se considera un punto de equilibrio como asintóticamente estable si la trayectoria que describe comienza con una condición inicial x_0 y su evolución se mantiene dentro de la circunferencia de radio ε con la tendencia de volver al punto de equilibrio como se muestra en la Figura 1.11. [4]

El método de estabilidad de Lyapunov busca establecer una función de energía positiva V y realizar un análisis de su derivada. A continuación, se detalla los diferentes escenarios:

- Cuando $\dot{V} < 0$: Se dice que la función de energía disminuye llegando a un valor pequeño, entonces se puede decir que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.
- Cuando $\dot{V} > 0$: La función de energía incrementa de manera indefinida, entonces se puede decir que el punto de equilibrio es inestable.
- Cuando $\dot{V} = 0$: La función de energía no incrementa ni disminuye es decir se mantiene en un punto, entonces se puede decir que el sistema es estable. [9]

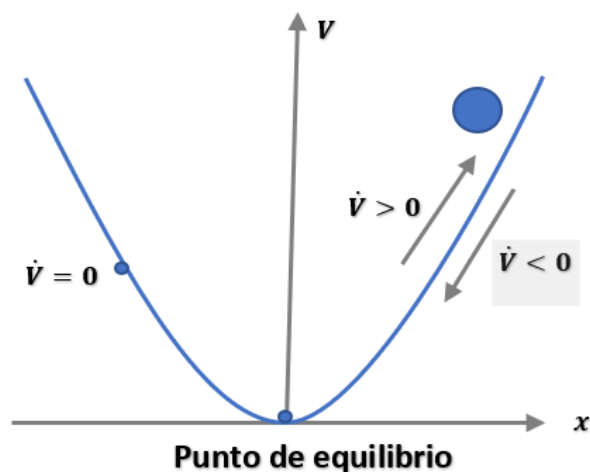


Figura 1.12 Función de energía V .

El método de Lyapunov establece lo siguiente: Un punto de equilibrio x_0 de un sistema $\dot{x} = f(x)$ es estable si existe una función V (función de energía) que satisface las siguientes condiciones para todos los valores de x . [9]

$$V(x_0) = 0 \quad (1.46)$$

$$V(x) > 0, \quad x \neq x_0 \quad (1.47)$$

$$\frac{d}{dt}V(x) \leq 0 \quad (1.48)$$

Las condiciones indicadas en las ecuaciones (1.46) y (1.47) quieren establecer que $V(x)$ sea positiva. La ecuación (1.48) establece que la derivada de $V(x)$ debe ser menor igual a cero para que el sistema sea estable en el punto de equilibrio x_0 .

En el caso de cumplir con las condiciones mostradas en las ecuaciones (1.46) y (1.47), y adicional cumple con la condición de la ecuación (1.49) se considera que el sistema es asintóticamente estable.

$$\dot{V}(x) < 0, \quad x = x_0 \quad (1.49)$$

1.5.4.4 Lema de Barbalat.

El lema de Barbalat es conocido como una herramienta muy útil para deducir la estabilidad asintótica de sistemas no lineales, especialmente a sistemas variantes en el tiempo.

El cálculo dice que si una función acotada inferiormente y decreciente, esta converge hacia un límite. Sin embargo, no se puede concluir que su derivada decrece o no decrece. Si se quiere garantizar $\dot{f}(t) \rightarrow 0$, cuando $t \rightarrow \infty$. Eso requiere que \dot{f} sea uniformemente continua. Para ello se aplica el lema de Barbalat. [22]

El lema de Barbalat define lo siguiente: *“Si una función temporal es uniformemente continua (continua con derivada primera acotada) y su integral absoluta es finita, la función tiende asintóticamente a cero con el tiempo.”*

Entonces $\dot{V}(x, t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Por lo tanto, este lema implica que $V(x, t) \rightarrow V_\infty$ tal que $V_\infty \leq V(x(0), 0)$ [23]

1.5.4.5 Índices de desempeño

Un índice de desempeño es un valor numérico que permite evaluar la calidad de respuesta del sistema ante una entrada, también permite conocer cómo se desempeña el sistema de control ante perturbaciones. Se utiliza para realizar comparaciones entre diferentes controladores y determinar el de mejor desempeño. También el índice de desempeño se utiliza en muchos casos como criterio de diseño durante la sintonización de controladores.

Se determina a partir de la señal de error de un sistema, entre los principales índices de desempeño se tiene los siguientes: [21]

- **Índice IAE (Integral del error absoluto).**

Se caracteriza principalmente por su fácil aplicación y dar un amortiguamiento y obtener una respuesta óptima a la salida del lazo de control. Mediante este criterio no se puede optimizar sistemas altamente sobre amortiguados o subamortiguada o en su defecto sistemas de difícil evaluación analítica. [21]

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (1.50)$$

Donde:

$e(t)$: Señal de error del sistema.

- **Índice ISE (Integral del error cuadrático).**

Mediante el ISE se busca producir una disminución rápida de los errores grandes, mediante la curva del error al cuadrado. Este criterio da una mayor importancia a los errores grandes, pero da poco peso a los errores pequeños que produce el sistema. [21] Se puede decir que el índice ISE es bajo cuando los errores son pequeños, indicando que el sistema está respondiendo. Un sistema es considerado eficiente si se consigue minimizar el ISE.

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (1.51)$$

Donde:

$e^2(t)$: Señal de error del sistema.

- **Índice de desempeño ISCO (Integral de la señal de control al cuadrado)**

Este índice de rendimiento toma la señal de control como referencia para indicar un valor numérico que permita evaluar el desempeño de un controlador. Al elevar la señal de control al cuadrado, permite evaluar al sistema cuando posee elevadas señales de control.

$$ISCO = \int_0^{\infty} u^2(t)dt \quad (1.52)$$

Donde:

$u(t)$: Señal de control del sistema.

2. METODOLOGÍA

El presente proyecto técnico es una investigación explicativa la cual busca contribuir en el desarrollo de algoritmos de control para formaciones de robots, enfocándose en la verificación cuantitativa del desempeño de controladores mediante indicadores y gráficas.

La información obtenida para el desarrollo del presente trabajo se la realiza mediante la consulta de: libros, artículos científicos, revistas académicas, tesis, páginas web, etc.

En este capítulo se detalla en un principio el modelamiento matemático de una formación de robots heterogénea compuesta por dos robots terrestres y un cuadricóptero (UAV), siendo esta la base para poder probar algoritmos de control y poder realizar simulaciones.

Luego se implementa el sistema de control tipo PID, teniendo como principal objetivo controlar las características de la formación para el seguimiento de trayectoria, se implementa un control adaptable aplicable para los robots móviles terrestres, añadiendo un lazo interno de control al sistema, con la finalidad de compensar variaciones en los parámetros dinámicos. En cada diseño de los controladores se aplica un análisis de estabilidad por medio del método de Lyapunov. Para finalizar se detalla el desarrollo de la interfaz gráfica implementada en MATLAB, que permite observar el funcionamiento del sistema y realizar diferentes pruebas.

2.1. MODELACIÓN DE LA FORMACIÓN DE ROBOTS.

El trabajar con grupos de robots se torna más complicado ya que es necesario que la formación se comporte como un solo elemento. [14] Por lo tanto, esta clase de sistemas se modela como un conjunto. A continuación, se detalla el modelo matemático de una formación de robots heterogénea compuesta por dos robots móviles terrestres y un cuadricóptero como se muestra en la Figura.1.12, este modelo sirve para poder simular el sistema en conjunto y poder probar algoritmos de control. [4]

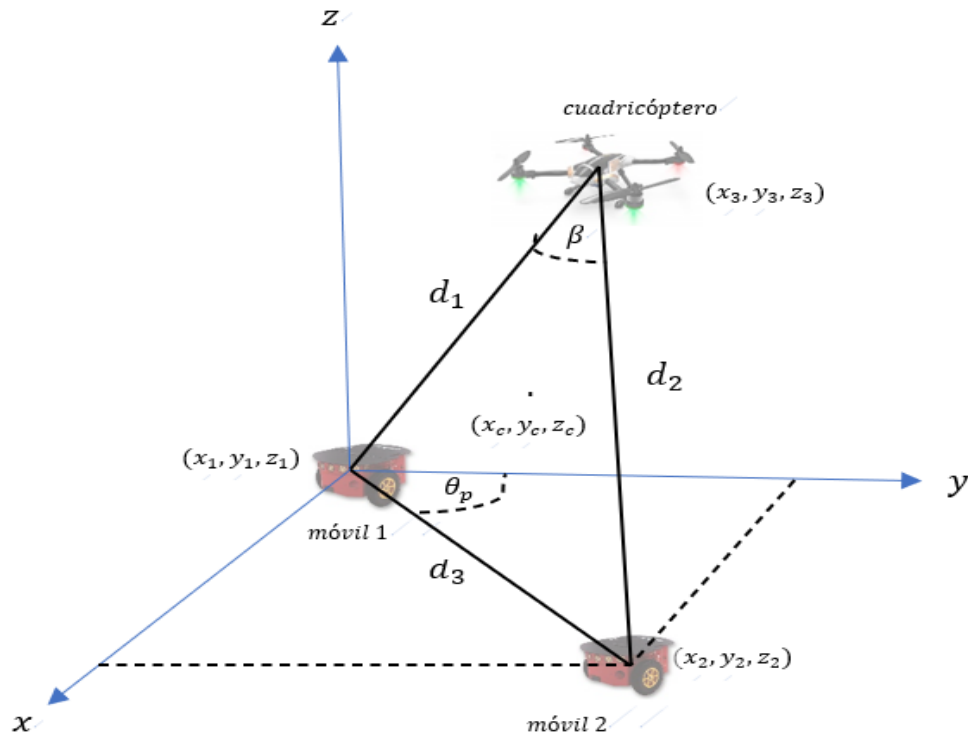


Figura 2.1 Esquema de formación heterogénea.

Donde:

(x_1, y_1, z_1) : Posición del robot móvil 1.

(x_2, y_2, z_2) : Posición del robot móvil 2.

(x_3, y_3, z_3) : Posición del cuadricóptero.

(x_c, y_c, z_c) : Coordenadas del centroide de la formación.

θ_p : Ángulo de orientación de la formación.

d_1 : Distancia entre el robot móvil 1 y el cuadricóptero.

d_2 : Distancia entre el robot móvil 2 y el cuadricóptero.

d_3 : Distancia entre el robot móvil 1 y el robot móvil 2.

β : Ángulo comprendido entre el segmento d_1 y el segmento d_2 .

Los parámetros descritos anteriormente pueden clasificarse en parámetros de forma d_1, d_2, β y parámetros de postura x_c, y_c, z_c, θ_p de la formación y quedan definidos de la siguiente manera:

Vector de forma.

$$q_f = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2} \\ \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \\ \cos^{-1}\left(\frac{d_1^2 + d_2^2 - d_3^2}{2d_1d_2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Vector de postura.

$$q_p = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \theta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \\ \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \\ \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} \\ \tan^{-1}\left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}\right) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Tomando como referencia el modelo cinemático del robot móvil y el cuadricóptero descrito anteriormente se tiene lo siguiente:

$$\dot{h}_i = J_{Ri} U_i \quad (2.3)$$

Para el robot móvil:

$\dot{h}_i = [\dot{x}_i \ \dot{y}_i]$: Variaciones de las posiciones del i-ésimo robot móvil.

$U_i = [u_i \ \omega_i]$: Velocidad lineal y angular del i-ésimo robot móvil.

J_{Ri} : Matriz rotacional del i-ésimo robot móvil.

Para el cuadricóptero:

$\dot{h}_i = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]$: Variación de la posición en cada eje del cuadricóptero.

$U_i = [V_x \ V_y \ V_z]$: Velocidad en cada eje del cuadricóptero.

J_{Ri} : Matriz rotacional del cuadricóptero.

Para modelar la formación de robots heterogénea compuesta por dos robots móviles terrestres y un cuadricóptero se definen los siguientes vectores:

$$\dot{h} = [\dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{y}_3 \ \dot{z}_3]^T \quad (2.4)$$

Los robots móviles terrestres al desplazarse solo por el plano x, y las coordenadas en z son cero y por lo tanto se desprecia en el modelo.

$$U = [U_1 \quad W_1 \quad U_2 \quad W_2 \quad V_x \quad V_y \quad V_z]^T \quad (2.5)$$

$$J_R = \begin{bmatrix} \cos(\psi_1) & -a \operatorname{sen}(\psi_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}(\psi_1) & a \operatorname{cos}(\psi_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\psi_2) & -a \operatorname{sen}(\psi_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{sen}(\psi_2) & a \operatorname{cos}(\psi_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\psi_3) & -\operatorname{sen}(\psi_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \operatorname{sen}(\psi_3) & \operatorname{cos}(\psi_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donde:

\dot{h} : Representa las variaciones de la posición en cada eje de los robots de la formación.

U : Representa las velocidades de los robots de la formación.

J_R : Es la matriz de rotación de la formación de robots.

ψ_1, ψ_2, ψ_3 : Representa los ángulos de orientación de cada robot.

Para modelar la formación de robots es necesario relacionar las coordenadas de cada robot con los vectores de forma y postura de la formación teniendo la siguiente relación:

$$q = f(h) \quad (2.7)$$

Derivando la ecuación 2.7 se tiene lo siguiente:

$$\dot{q} = J \dot{h} \quad (2.8)$$

Reemplazando la ecuación (2.3) en (2.8) se obtiene lo siguiente:

$$\dot{q} = J J_R U \quad (2.9)$$

Donde:

\dot{q} : Variaciones temporales de las variables de forma y postura de la formación de robots.

J : Matriz Jacobiana que se detalla en la ecuación (2.11).

J_R : Es la matriz de rotación de la formación.

$$\dot{q} = [\dot{q}_f^T \quad \dot{q}_p^T]^T = [\dot{d}_1 \quad \dot{d}_2 \quad \dot{\beta} \quad \dot{x}_c \quad \dot{y}_c \quad \dot{z}_c \quad \dot{\theta}_p]^T \quad (2.10)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\delta d_1}{\delta x_1} & \frac{\delta d_1}{\delta y_1} & \frac{\delta d_1}{\delta x_2} & \frac{\delta d_1}{\delta y_2} & \frac{\delta d_1}{\delta x_3} & \frac{\delta d_1}{\delta y_3} & \frac{\delta d_1}{\delta z_3} \\ \frac{\delta d_2}{\delta x_1} & \frac{\delta d_2}{\delta y_1} & \frac{\delta d_2}{\delta x_2} & \frac{\delta d_2}{\delta y_2} & \frac{\delta d_2}{\delta x_3} & \frac{\delta d_2}{\delta y_3} & \frac{\delta d_2}{\delta z_3} \\ \frac{\delta \beta}{\delta x_1} & \frac{\delta \beta}{\delta y_1} & \frac{\delta \beta}{\delta x_2} & \frac{\delta \beta}{\delta y_2} & \frac{\delta \beta}{\delta x_3} & \frac{\delta \beta}{\delta y_3} & \frac{\delta \beta}{\delta z_3} \\ \frac{\delta x_c}{\delta x_1} & \frac{\delta x_c}{\delta y_1} & \frac{\delta x_c}{\delta x_2} & \frac{\delta x_c}{\delta y_2} & \frac{\delta x_c}{\delta x_3} & \frac{\delta x_c}{\delta y_3} & \frac{\delta x_c}{\delta z_3} \\ \frac{\delta y_c}{\delta x_1} & \frac{\delta y_c}{\delta y_1} & \frac{\delta y_c}{\delta x_2} & \frac{\delta y_c}{\delta y_2} & \frac{\delta y_c}{\delta x_3} & \frac{\delta y_c}{\delta y_3} & \frac{\delta y_c}{\delta z_3} \\ \frac{\delta z_c}{\delta x_1} & \frac{\delta z_c}{\delta y_1} & \frac{\delta z_c}{\delta x_2} & \frac{\delta z_c}{\delta y_2} & \frac{\delta z_c}{\delta x_3} & \frac{\delta z_c}{\delta y_3} & \frac{\delta z_c}{\delta z_3} \\ \frac{\delta \theta_p}{\delta x_1} & \frac{\delta \theta_p}{\delta y_1} & \frac{\delta \theta_p}{\delta x_2} & \frac{\delta \theta_p}{\delta y_2} & \frac{\delta \theta_p}{\delta x_3} & \frac{\delta \theta_p}{\delta y_3} & \frac{\delta \theta_p}{\delta z_3} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A continuación, se detalla un esquema del modelo de la formación de robots:

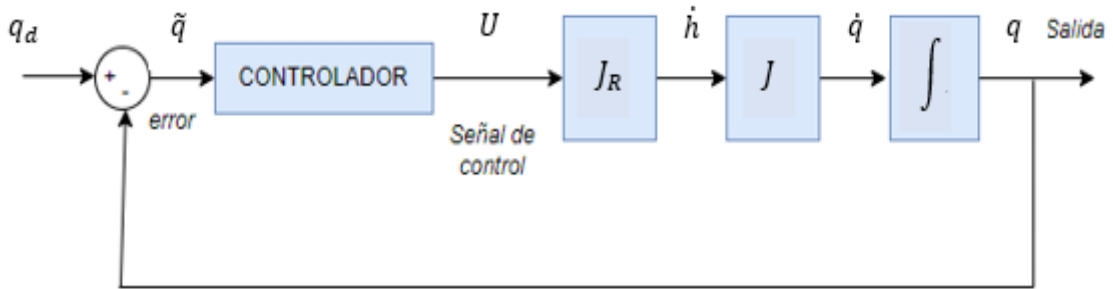


Figura 2.2 Diagrama de bloques del sistema de la formación de robots.

2.2. CONTROLADOR TIPO PID.

Para el diseño del controlador tipo PID se considera como principal objetivo que la formación de robots mantenga la forma triangular (geométrica) y el centroide de la formación siga la trayectoria deseada.

Donde se plantea la siguiente ley de control:

$$U_C = (J J_R)^{-1}(\dot{q}_d + K_1 \tilde{q}) \quad (2.12)$$

$$\tilde{q} = q_d - q \quad (2.13)$$

Donde:

K_1 : Es una matriz diagonal de 7×7 , donde los elementos de la diagonal corresponden a una constante de ajuste del controlador.

J : Corresponde a la matriz Jacobiana detallada en la ecuación (2.11).

J_R : Corresponde a la matriz de rotación de la formación de robots detallada en la ecuación (2.6)

\tilde{q} : Corresponde a los diferentes errores de los parámetros de forma - postura y viene definida por la ecuación (2.13).

\dot{q}_d : Corresponde a las variaciones temporales de los parámetros deseados de forma y postura de la formación.

A continuación, se detalla el diagrama de bloques donde se puede apreciar el sistema de control:

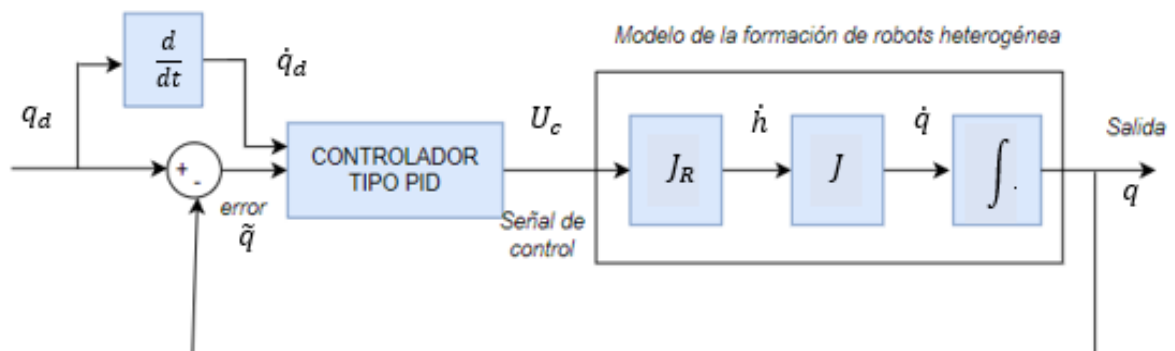


Figura 2.3 Diagrama de bloques del controlador tipo PID.

2.3. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR TIPO PID

Para realizar el análisis de estabilidad se utiliza el método de Lyapunov. Se inicia tomando la ecuación (2.14) como candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (2.14)$$

La primera condición está dada por la ecuación (1.45), verificando con la ecuación candidata se tiene lo siguiente:

$$\tilde{q}_0 = 0 \rightarrow V(\tilde{q}_0) = 0 \quad (2.15)$$

Donde \tilde{q}_0 es el punto de equilibrio y para este sistema es igual a cero.

La segunda condición está dada por la relación (1.46), verificando con la ecuación candidata se tiene lo siguiente:

$$V(\tilde{q}) > 0 \quad \forall \quad \tilde{q} \neq \tilde{q}_0 \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} > 0 \quad \forall \quad \tilde{q} \neq \tilde{q}_0 \quad (2.17)$$

La tercera condición está dada por la relación (1.47), para verificar esta condición es necesario derivar la función candidata dada por la ecuación (2.14).

$$\dot{V} = \tilde{q}^T \dot{\tilde{q}} \quad (2.18)$$

Derivando \tilde{q} se tiene lo siguiente:

$$\tilde{q} = q_d - q \quad \rightarrow \quad \dot{\tilde{q}} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (2.19)$$

Reemplazando la ecuación (2.9) y (2.19) en la ecuación (2.18) se tiene lo siguiente:

$$\dot{V} = \tilde{q}^T (\dot{q}_d - J J_R U) \quad (2.20)$$

Considerando la ley de control propuesta en la ecuación (2.12) y reemplazando en la ecuación (2.20) se tiene lo siguiente:

$$U = U_c \quad (2.21)$$

$$\dot{V} = \tilde{q}^T (\dot{q}_d - (J J_R) ((J J_R)^{-1} (\dot{q}_d + K_1 \tilde{q}))) \quad (2.22)$$

Conociendo que la multiplicación de una matriz por su inversa da como resultado la matriz identidad se tiene lo siguiente:

$$\dot{V} = -\tilde{q}^T K_1 \tilde{q} \quad (2.23)$$

Conociendo que K_1 es una matriz diagonal con las constantes de calibración del controlador, se puede representar de la siguiente manera:

$$K_1 = k_1 (I_{7 \times 7}) \quad (2.24)$$

Donde k_1 es una constante diferente de cero y haciendo el reemplazo la ecuación (2.24) en la ecuación (2.23) se obtiene:

$$\dot{V} = -k_1 \tilde{q}^T I_{7 \times 7} \tilde{q} < 0 \quad \forall \quad \tilde{q} \neq \tilde{q}_0 \quad (2.25)$$

Al cumplir con las tres condiciones de Lyapunov se dice que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable en el punto de equilibrio y $\tilde{q} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.4. SISTEMA DE CONTROL DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

Para observar de mejor manera el sistema de control de un robot móvil terrestre se lo detalla en la Figura 2.4.

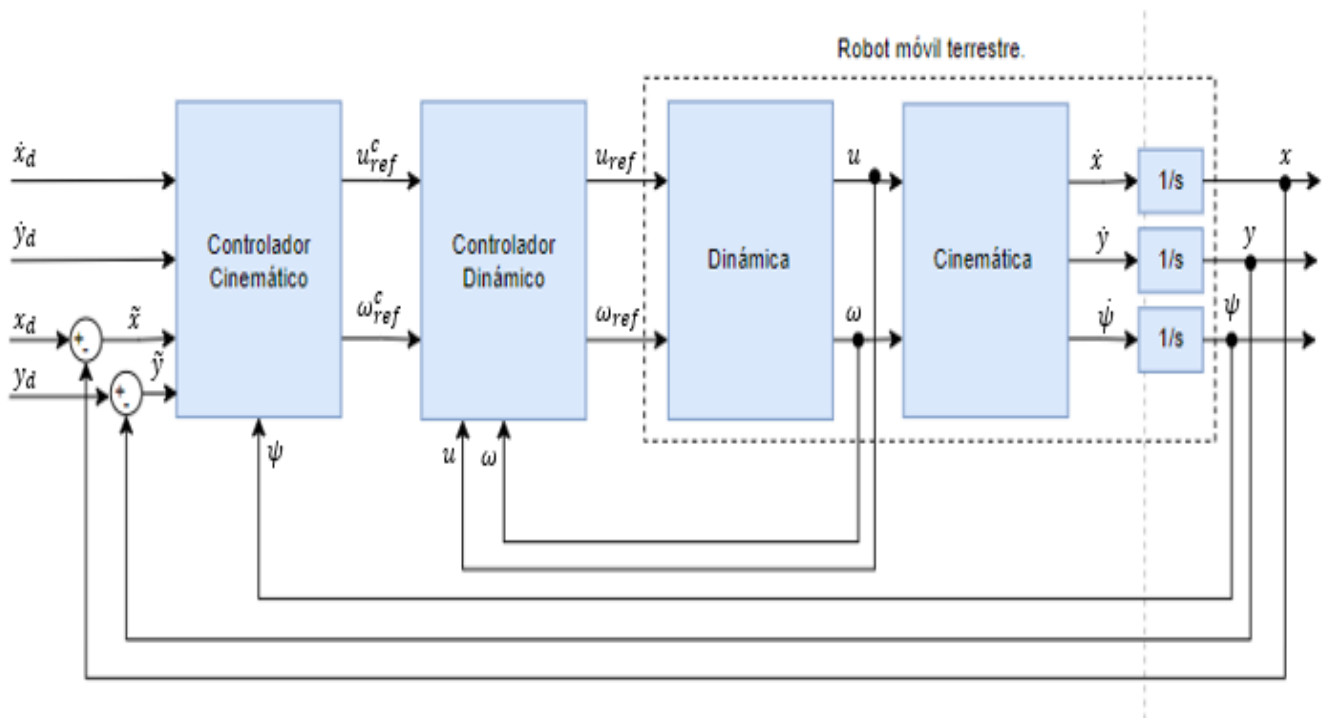


Figura 2.4 Esquema de control del robot móvil terrestre.

Como se observa es un sistema de control tipo cascada, donde el lazo externo corresponde al control cinemático el cual tiene como entradas la trayectoria deseada x_d, y_d con sus correspondientes derivadas. A la salida del controlador cinemático se tiene la velocidad lineal y angular $u_{ref}^c, \omega_{ref}^c$ que sirven como referencia para el controlador dinámico. A la salida del controlador dinámico se tiene las señales u_{ref}, ω_{ref} las cuales son las señales de control del sistema.

2.5. CONTROLADOR CINEMÁTICO PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

El objetivo del controlador cinemático es generar las referencias de velocidad lineal y angular para el controlador dinámico. Para el diseño del controlador cinemático del robot móvil, se parte del modelo cinemático del robot móvil detallado anteriormente donde se tiene lo siguiente: [25]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -a \operatorname{sen}(\psi) \\ \operatorname{sen}(\psi) & a \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Donde la matriz de rotación es la siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -a \operatorname{sen}(\psi) \\ \operatorname{sen}(\psi) & a \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Sacando su inversa se tiene lo siguiente:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \operatorname{sen}(\psi) \\ -\frac{1}{a} \operatorname{sen}(\psi) & \frac{1}{a} \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Realizando el despeje de u, ω de la ecuación (2.26) se tiene:

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \operatorname{sen}(\psi) \\ -\frac{1}{a} \operatorname{sen}(\psi) & \frac{1}{a} \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Se propone la siguiente ley de control cinemática [25]:

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \operatorname{sen}(\psi) \\ -\frac{1}{a} \operatorname{sen}(\psi) & \frac{1}{a} \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d + I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \dot{y}_d + I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\tilde{x} = x_d - x \quad \tilde{y} = y_d - y \quad (2.31)$$

Donde:

\tilde{x}, \tilde{y} : Son los errores de posición a lo largo del eje "x" "y" respectivamente y corresponde a la ecuación (2.31).

x_d, y_d : Posición deseada del robot móvil.

k_x, k_y : Son constantes de calibración del controlador y deben ser mayor a cero.

I_x, I_y : Son constantes de saturación.

2.6. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR CINEMÁTICO DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

Para el análisis de estabilidad se supone que existe un perfecto seguimiento de trayectoria, es decir se asume que $u \equiv u_{ref}$ y $\omega \equiv \omega_{ref}$. Con ello igualando las ecuaciones (2.29) y (2.30) se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Definiendo:

$$\tilde{h} = [\tilde{x} \quad \tilde{y}]^T \quad (2.33)$$

La ecuación (2.32) queda definida de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{h}} = - \begin{bmatrix} I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) & I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix}^T$$

Se define la función candidata al análisis de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{h}^T \tilde{h} \quad (2.34)$$

Se conoce que el punto de equilibrio se ubica en el origen cumpliendo con la primera condición de Lyapunov:

$$\tilde{h}_0 = 0 \rightarrow V(\tilde{h}_0) = 0 \quad (2.35)$$

Verificando la segunda condición se tiene lo siguiente:

$$V(\tilde{h}) = \frac{1}{2} \tilde{h}^T \tilde{h} > 0 \quad \forall \quad \tilde{h} \neq \tilde{h}_0 \quad (2.36)$$

Verificando la tercera condición se tiene lo siguiente:

$$\dot{V}(\tilde{h}) = \tilde{h}^T \dot{\tilde{h}} = -\tilde{x} I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) - \tilde{y} I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) < 0 \quad \forall \quad \tilde{h} \neq \tilde{h}_0 \quad (2.37)$$

Por ello se puede concluir que el sistema es asintóticamente estable. Lo cual significa que:

$$\tilde{x} \rightarrow 0, \quad \tilde{y} \rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty. \quad (2.38)$$

2.7. CONTROLADOR DINÁMICO PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

Para el diseño del controlador dinámico de un robot móvil se parte del modelo dinámico parametrizado descrito a continuación: [25]

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \end{bmatrix}^T \quad (2.39)$$

Quedando de manera simplificada en la ecuación (2.40)

$$v_{ref} = D\dot{v} + \eta \quad (2.40)$$

Donde:

$v_{ref} = [u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$: Vector de velocidades de referencia del sistema.

$D = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix}$: Vector diagonal.

$\dot{v} = [\dot{u} \ \dot{\omega}]^T$: Vector de las derivadas de la velocidad lineal y angular del robot móvil.

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \end{bmatrix}^T$$

Basado en la dinámica inversa, se propone la siguiente ley de control:

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \end{bmatrix}^T \quad (2.41)$$

De manera simplificada queda:

$$v_{ref} = D\sigma + \eta \quad (2.42)$$

Donde:

$$D = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T \quad (2.44)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5 \quad \phi_6]^T \quad (2.45)$$

Los valores de sigma vienen definidos por las siguientes expresiones:

$$\sigma_1 = \dot{u}_{ref}^c + k_u \tilde{u}, \quad k_u > 0 \quad (2.46)$$

$$\sigma_2 = \dot{\omega}_{ref}^c + k_\omega \tilde{\omega}, \quad k_\omega > 0 \quad (2.47)$$

Donde:

\dot{u}_{ref}^c : Derivada de la señal de referencia de la velocidad lineal proveniente del controlador cinemático.

$\dot{\omega}_{ref}^c$: Derivada de la señal de referencia de la velocidad angular proveniente del controlador cinemático.

k_u, k_ω : Constantes de calibración del controlador dinámico.

La ecuación (2.40) puede también ser representada de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \end{bmatrix}^T \quad (2.48)$$

Donde:

$$G = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5 \quad \phi_6]^T \quad (2.50)$$

Quedando la ley de control de la siguiente forma:

$$v_{ref} = D\sigma + \eta = G\phi \quad (2.51)$$

2.8. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR DINÁMICO DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

Para realizar el análisis de estabilidad se inicia por igualar las ecuaciones (2.51) y (2.40) asumiendo que existe un seguimiento correcto de la velocidad angular y lineal del robot:

$$D\dot{v} + \eta = D\sigma + \eta \quad (2.52)$$

$$D(\sigma - \dot{v}) = 0 \quad (2.53)$$

Considerando:

$$\sigma - \dot{v} = \dot{\tilde{v}} + K\tilde{v} \quad (2.54)$$

Donde:

$\tilde{v} = v_{ref}^c - v$: Corresponde al error de la velocidad lineal y angular.

$v_{ref}^c = [u_{ref}^c \ \omega_{ref}^c]^T$: Corresponde a las velocidades lineal y angular de referencia procedentes del controlador cinemático.

K : Matriz diagonal con las constantes k_u, k_ω que calibran el controlador.

Reemplazando la ecuación (2.54) en (2.53) se tiene:

$$D(\dot{\tilde{v}} + K\tilde{v}) = 0 \quad (2.55)$$

$$\dot{\tilde{v}} = -K\tilde{v} \quad (2.56)$$

Se define la función candidata al análisis de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \tilde{v} \quad (2.57)$$

Se conoce que el punto de equilibrio se ubica en el origen cumpliendo con la primera condición de Lyapunov:

$$\tilde{v}_0 = 0 \rightarrow V(\tilde{v}_0) = 0 \quad (2.58)$$

Verificando la segunda condición se tiene lo siguiente:

$$V(\tilde{v}) = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \tilde{v} > 0 \quad \forall \quad \tilde{v} \neq \tilde{v}_0 \quad (2.59)$$

Verificando la tercera condición se tiene lo siguiente:

$$\dot{V}(\tilde{v}) = \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} = -K \tilde{v} \tilde{v}^T < 0 \quad \forall \quad \tilde{v} \neq \tilde{v}_0 \quad (2.60)$$

Por ello se puede concluir que el sistema es asintóticamente estable. Lo cual significa que:

$$\tilde{v} \rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty. \quad (2.61)$$

2.9. CONTROLADOR ADAPTABLE PARA EL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

En este caso se agrega el control adaptable al sistema de control antes propuesto. Se detalla en la Figura 2.5 todo el sistema de control con compensación adaptable.

Entonces la ley de control propuesta queda de la siguiente manera:

$$v_{ref} = D\sigma + \eta + G\tilde{\theta} \quad (2.62)$$

Donde:

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta \quad (2.63)$$

$\tilde{\theta}$: Representa el vector de error de los parámetros dinámicos del sistema de dimensión 6x1.

$\hat{\theta}$: Vector de compensación adaptable de dimensión 6x1.

Para hallar el vector $\hat{\theta}$ es necesario utilizar la siguiente relación definida en la ecuación (2.64): [25]

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma^{-1} G^T \tilde{v} \quad (2.64)$$

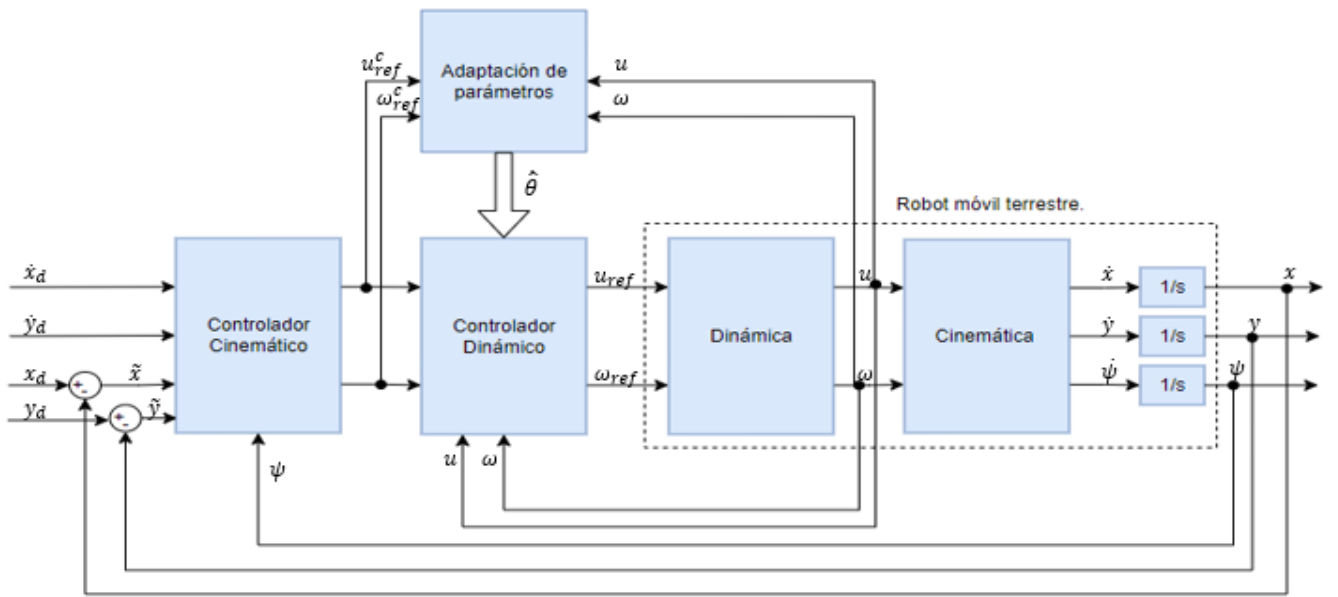


Figura 2.5 Esquema de control adaptable para un robot móvil terrestre.

2.10. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR ADAPTABLE DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

Se parte de la ley de control adaptable descrita anteriormente:

$$v_{ref} = D\sigma + \eta + G\tilde{\theta} \quad (2.65)$$

Asumiendo que existe un perfecto seguimiento de las velocidades se iguala la ecuación (2.62) y (2.40).

$$D\dot{v} + \eta = D\sigma + \eta + G\tilde{\theta} \quad (2.66)$$

Siendo equivalente a:

$$D(\sigma - \dot{v}) = -G\tilde{\theta} \quad (2.67)$$

Considerando la ecuación (2.54) se obtiene lo siguiente:

$$D(\dot{\tilde{v}} + K\tilde{v}) = -G\tilde{\theta} \quad (2.68)$$

Realizando el despeje de la derivada del error de las velocidades:

$$\dot{\tilde{v}} = -D^{-1}G\tilde{\theta} - K\tilde{v} \quad (2.69)$$

Para realizar el análisis de estabilidad se considera la siguiente candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}\tilde{v}^T D \tilde{v} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \gamma \tilde{\theta} \quad (2.70)$$

Donde:

γ : Matriz diagonal de 6x6 que permite calibrar el controlador adaptable.

θ : Parámetros dinámicos del robot móvil terrestre.

$\hat{\theta}$: Compensación adaptable.

Derivando $\tilde{\theta}$ se obtiene lo siguiente:

$$\dot{\tilde{\theta}} = \hat{\theta} \quad (2.71)$$

Derivando la ecuación (2.70) y tomando en consideración la ecuación (2.71) se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{v}^T D \dot{\tilde{v}} + \tilde{\theta}^T \gamma \hat{\theta} \quad (2.72)$$

Reemplazando la ecuación (2.69) en (2.72) se obtiene:

$$\dot{V} = -\tilde{v}^T DK\tilde{v} - \tilde{v}^T G\tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \gamma \hat{\theta} \quad (2.73)$$

Reemplazando la ecuación (2.64) en (2.73) se obtiene:

$$\dot{V} = -\tilde{v}^T DK\tilde{v} \leq 0 \quad (2.74)$$

Lo cual permite verificar la estabilidad de los errores detallados en la ecuación (2.69). Lo que implica que \tilde{v} y $\tilde{\theta}$ son señales acotadas.

Integrando la ecuación (2.74) se obtiene:

$$V(T) - V(0) = -\int_0^T \tilde{v}^T DK\tilde{v} dt \leq 0 \quad (2.75)$$

Anulando $V(T)$ se tiene la siguiente condición:

$$V(0) \geq \int_0^T \tilde{v}^T DK \tilde{v} dt \quad (2.76)$$

Como DK es simétrica y definida positivamente se tiene lo siguiente. [25]

$$\lambda_{\min}(DK) \|\tilde{v}\|^2 \leq \tilde{v}^T DK \tilde{v} \leq \lambda_{\max}(DK) \|\tilde{v}\|^2 \quad (2.77)$$

Donde $\lambda_{\min}(\cdot)$ y $\lambda_{\max}(\cdot)$ representa los valores propios mínimos y máximos de la matriz. De las ecuaciones (2.76) y (2.77) se obtiene lo siguiente:

$$\int_0^T \|\tilde{v}\|^2 dt \leq \frac{V(0)}{\lambda_{\min}(DK)}, \quad \forall T \quad (2.78)$$

Lo cual significa que \tilde{v} es una señal cuadrada integrable. Por otra parte $\dot{\tilde{v}}$ es acotada como también $\tilde{v}, \tilde{\theta}, \tilde{G}$ son acotadas por lo tanto según el lema de Barbalat se concluye que $\tilde{v} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Lo que garantiza la convergencia de los errores a cero.

2.11. CONTROLADOR DINÁMICO PARA EL CUADRICÓPTERO.

Para implementar el controlador del cuadricóptero se utiliza un sistema de control tipo cascada descrito en la Figura 2.6. Se utiliza un controlador de orientación y un controlador de velocidad en configuración cascada, donde el lazo interno corresponde al controlador de orientación el cual se encarga de controlar los ángulos del cuadricóptero (roll, pitch, yaw), el lazo externo corresponde al controlador de velocidad el cual se encarga de regular las velocidades a lo largo de los distintos ejes de referencia.

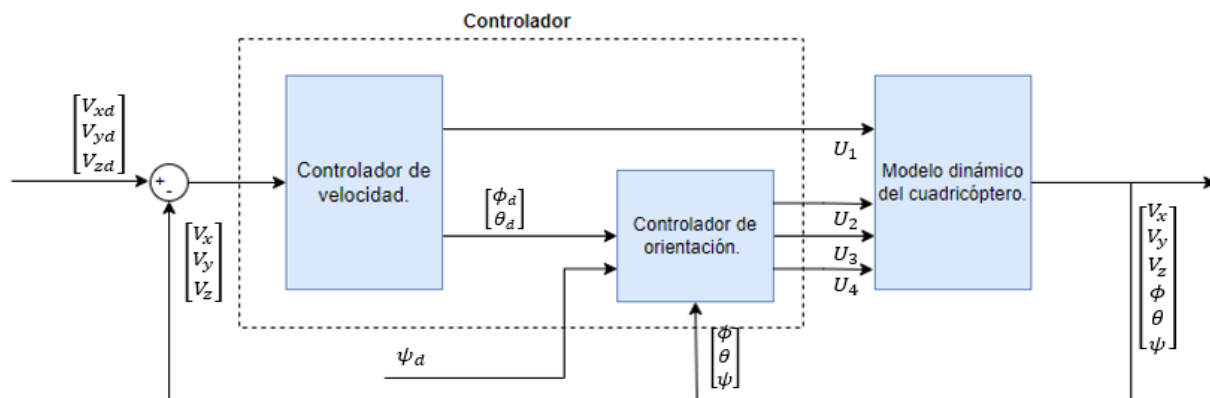


Figura 2.6 Esquema de control del cuadricóptero.

Controlador de velocidad.

El controlador de velocidad se encarga de regular la velocidad en cada eje del cuadricóptero, para ello utiliza la señal de control U_1 la cual se encarga de regular la velocidad a lo largo del eje Z, y mediante los ángulos ϕ_d, θ_d se encarga de regular la velocidad a lo largo de los ejes x, y. [4]

Control de velocidad en el eje 'Z'.

Se utiliza un controlador tipo PID el cual se encarga de regular la velocidad a lo largo del eje z y con ello poder tener control en la altura a la que se desplaza el cuadricóptero. La ley de control viene definida de la siguiente manera:

$$U_1 = \frac{m}{(\cos(\theta)\cos(\phi))} \left[\left(K_{p_z} e_{v_z}(t) + K_{i_z} \int e_{v_z}(t) dt - K_{d_z} \frac{dV_z(t)}{dt} \right) + g \right] \quad (2.79)$$

Donde:

$e_{v_z}(t)$: Corresponde a la señal del error de velocidad a lo largo del eje Z.

$V_z(t)$: Es la señal de velocidad del cuadricóptero a lo largo del eje Z.

$K_{p_z}, K_{i_z}, K_{d_z}$: Son las señales de calibración del controlador

m : Masa del robot móvil.

g : Aceleración de la gravedad.

Para elevar el cuadricóptero la fuerza mínima que deben ejercer los motores es el peso del cuadricóptero, por lo tanto, se considera el factor $m / \cos(\theta)\cos(\phi)$ y la gravedad para compensar la no linealidad del sistema y el peso del cuadricóptero.

Control de velocidad en los ejes 'X', 'Y'.

El control de velocidad en el plano x, y permite regular el movimiento horizontal del cuadricóptero con el objetivo de que pueda llegar a un punto deseado.

Este control lo consigue variando los ángulos de roll y pitch. Como se observa en la Figura (2.6) los ángulos de roll y pitch van luego al controlador de orientación del cuadricóptero.

Tomando en consideración la ecuación (1.33), se tiene que la aceleración a lo largo del eje x, y está dada por:

$$\ddot{x} = \left(\frac{U_1}{m}\right) (\cos(\phi) \text{sen}(\theta) \cos(\psi) + \text{sen}(\phi) \text{sen}(\psi)) \quad (2.80)$$

$$\ddot{y} = \left(\frac{U_1}{m}\right) (\cos(\phi) \text{sen}(\theta) \text{sen}(\psi) - \text{sen}(\phi) \cos(\psi)) \quad (2.81)$$

Si se toma en consideración la aproximación para ángulos pequeños, la cual surge de la linealización de las funciones trigonométricas y se define por lo siguiente: [26]

$$\text{sen}(\phi) \approx \phi, \quad \cos(\phi) \approx 1 \quad (2.82)$$

$$\text{sen}(\theta) \approx \theta, \quad \cos(\theta) \approx 1 \quad (2.83)$$

Cabe recalcar que para aplicar esta equivalencia los ángulos ϕ, θ deben tender a cero.

Reemplazando las ecuaciones (2.82) y (2.83) en (2.80) y (2.81) se obtiene lo siguiente:

$$\ddot{x} = \left(\frac{U_1}{m}\right) (\theta \cos(\psi) + \phi \text{sen}(\psi)) \quad (2.84)$$

$$\ddot{y} = \left(\frac{U_1}{m}\right) (\theta \text{sen}(\psi) - \phi \cos(\psi)) \quad (2.85)$$

Para controlar la velocidad a lo largo de los ejes "x", "y" es necesario despejar los ángulos de roll y pitch (θ, ϕ) obteniendo las siguientes expresiones:

$$\theta_d = \dot{x}_c \text{sen}(\psi) - \dot{y}_c \cos(\psi) \quad (2.86)$$

$$\phi_d = \dot{x}_c \cos(\psi) + \dot{y}_c \text{sen}(\psi) \quad (2.87)$$

Siendo x_c, y_c las leyes de control las cuales vienen definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\ddot{x}_c = \left(K_{p_x} e_{V_x}(t) + K_{i_x} \int e_{V_x}(t) dt - K_{d_x} \frac{dV_x(t)}{dt} \right) \quad (2.88)$$

$$\ddot{y}_c = \left(K_{p_y} e_{V_y}(t) + K_{i_y} \int e_{V_y}(t) dt - K_{d_y} \frac{dV_y(t)}{dt} \right) \quad (2.89)$$

Donde:

$e_{V_x}(t)$: Señal de error de velocidad en el eje x.

$e_{V_y}(t)$: Señal de error de velocidad en el eje y.

$V_x(t)$: Velocidad del cuadricóptero con respecto al eje x.

$V_y(t)$: Velocidad del cuadricóptero con respecto al eje y.

$K_{p_x}, K_{i_x}, K_{d_x}$: Constantes de calibración del controlador en el eje x mayores a cero.

$K_{p_y}, K_{i_y}, K_{d_y}$: Constantes de calibración del controlador en el eje y mayores a cero.

Controlador de orientación.

Para controlar la orientación del cuadricóptero se necesita compensar su dinámica, por ello se añaden términos que compensan la no linealidad del modelo dinámico del cuadricóptero. Así se considera las siguientes leyes de control que se encarga de regular los ángulos de roll, pitch y yaw:

$$U_2 = I_{xx} \left[\left(K_{p_\phi} e_\phi(t) + K_{i_\phi} \int e_\phi(t) dt - K_{d_\phi} \frac{d\phi(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} \right] \quad (2.90)$$

$$U_3 = I_{yy} \left[\left(K_{p_\theta} e_\theta(t) + K_{i_\theta} \int e_\theta(t) dt - K_{d_\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\psi}\dot{\phi} + \dot{\psi}\dot{\phi} \right] \quad (2.91)$$

$$U_4 = I_{zz} \left[\left(K_{p_\psi} e_\psi(t) + K_{i_\psi} \int e_\psi(t) dt - K_{d_\psi} \frac{d\psi(t)}{dt} \right) - \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\theta}\dot{\phi} - \dot{\theta}\dot{\phi} \right] \quad (2.92)$$

$e_\phi(t)$: Señal de error del ángulo roll.

$e_\theta(t)$: Señal de error del ángulo pitch.

$e_\psi(t)$: Señal de error del ángulo yaw.

$\phi(t)$: Ángulo roll del cuadricóptero.

$\theta(t)$: Ángulo pitch del cuadricóptero.

$\psi(t)$: Ángulo yaw del cuadricóptero.

$\dot{\phi}(t)$: Variación en el tiempo del ángulo roll del cuadricóptero.

$\dot{\theta}(t)$: Variación en el tiempo del ángulo pitch del cuadricóptero.

$\dot{\psi}(t)$: Variación en el tiempo del ángulo yaw del cuadricóptero.

$K_{p\phi}, K_{i\phi}, K_{d\phi}$: Constantes de calibración del controlador del ángulo de roll mayores a cero.

$K_{p\theta}, K_{i\theta}, K_{d\theta}$: Constantes de calibración del controlador del ángulo de pitch mayores a cero.

$K_{p\psi}, K_{i\psi}, K_{d\psi}$: Constantes de calibración del controlador del ángulo de yaw mayores a cero.

2.12. ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR DINÁMICO DEL CUADRICÓPTERO.

Para realizar el análisis de estabilidad de los controladores dinámicos previamente planteados, se realiza el análisis mediante la realimentación en lazo cerrado del sistema, para luego reemplazar la ley de control respectiva.

Realizando el análisis para el control del ángulo de roll ϕ , se reemplaza la ley de control dada por la ecuación (2.90) en el modelo dinámico del cuadricóptero dada por la ecuación (1.43) obteniendo la siguiente relación de manera reducida.

$$\ddot{\phi} = K_{p\phi} e_{\phi}(t) + K_{i\phi} \int e_{\phi}(t) dt - K_{d\phi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.93)$$

La ecuación resultante es lineal por lo tanto se pueden aplicar criterios de estabilidad para sistemas lineales, uno de ellos es el criterio de Routh-Hurwitz. A continuación, se detalla el análisis de estabilidad:

El error del ángulo de roll viene dada por la siguiente expresión:

$$e_{\phi}(t) = \phi_d(t) - \phi(t) \quad (2.94)$$

Reemplazando la ecuación (2.94) en (2.93) se tiene:

$$\ddot{\phi} = K_{p\phi} e_{\phi}(t) + K_{i\phi} \int e_{\phi}(t) dt + K_{d\phi} \frac{de_{\phi}(t)}{dt} \quad (2.95)$$

Se transforma la ecuación (2.95) en función de s .

$$\ddot{\phi}(s) = K_{p\phi} e_{\phi}(s) + \frac{K_{i\phi} e_{\phi}(s)}{s} + K_{d\phi} e_{\phi}(s) s \quad (2.96)$$

Se obtiene el polinomio en lazo cerrado.

$$\ddot{\phi}(s) = s + K_{p\phi} e_{\phi}(s) s + K_{i\phi} e_{\phi}(s) + K_{d\phi} e_{\phi}(s) s^2 \quad (2.97)$$

Se aplica el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz

$$\frac{\ddot{\phi}(s)}{e_{\phi}(s)} = K_{d\phi}s^2 + s(1 + K_{p\phi}) + K_{i\phi} \quad (2.98)$$

| | | |
|-------|-----------------|-------------|
| s^2 | $K_{d\phi}$ | $K_{i\phi}$ |
| s^1 | $1 + K_{p\phi}$ | |
| s^0 | $K_{i\phi}$ | |

Mediante este criterio se define que el sistema es estable, siempre y cuando las constantes de calibración del controlador sean mayores a cero.

$$K_{p\phi} > 0 \quad K_{i\phi} > 0 \quad K_{d\phi} > 0 \quad (2.99)$$

Como se observa las leyes de control detalladas en las ecuaciones (2.79), (2.88), (2.89), (2.90), (2.91), (2.92) son iguales, por lo tanto, se puede realizar el mismo análisis obteniendo la misma conclusión.

2.13. SISTEMA DE CONTROL DE LA FORMACIÓN HETEROGÉNEA INTEGRANDO LOS MODELOS DINÁMICOS DE LOS DIFERENTES ROBOTS.

Una vez desarrollado los controladores dinámicos de cada uno de los robots móviles de la formación heterogénea, se integra todo para controlar un solo sistema como se muestra en la Figura 2.7.

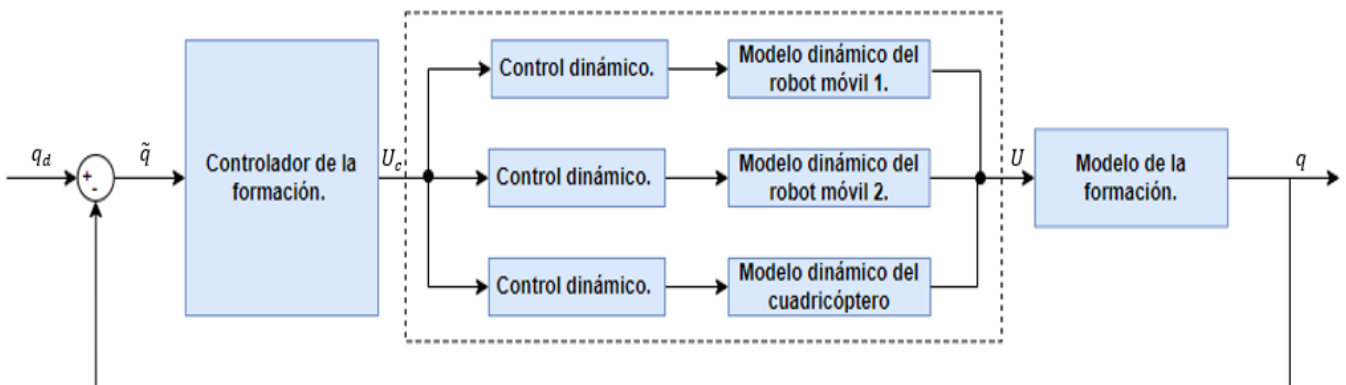


Figura 2.7 Sistema de control de la formación heterogénea.

En este caso se integra tanto el control de las características de la formación (forma y postura) como la compensación dinámica de cada uno de los robots móviles de la formación.

Donde:

$q = [d_1 \ d_2 \ \beta \ x_c \ y_c \ z_c \ \theta_p]$: Representa el vector de parámetros de forma y postura de la formación.

$\tilde{q} = q_d - q$: Representa el error de los parámetros de forma y postura de la formación.

$U_c = [U_{1c} \ W_{1c} \ U_{2c} \ W_{2c} \ V_{xc} \ V_{yc} \ V_{zc}]^T$: Representa el vector de velocidades proveniente del controlador de la formación.

$U = [U_1 \ W_1 \ U_2 \ W_2 \ V_x \ V_y \ V_z]^T$: Representa el vector de velocidades proveniente de los modelos matemáticos de los robots de la formación.

2.14. DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRÁFICA.

La interfaz gráfica esta desarrollada en el software MATLAB mediante su herramienta llamada App Designer, la cual permite desarrollar interfaces graficas de manera sencilla y poder observar todos los resultados de manera clara. El principal objetivo de la interfaz gráfica es proporcionar todos los resultados de la simulación de manera ordenada y que permita al usuario modificar ciertos parámetros y observar el comportamiento del sistema.

Mediante la interfaz gráfica se puede simular el comportamiento tanto del robot terrestre como del cuadricóptero de manera individual y como formación heterogénea de robots. Además, mediante la interfaz se puede observar: las señales de errores, señales de control y los índices de rendimiento al aplicar los controladores previamente diseñados.

También la interfaz gráfica permite modificar ciertos parámetros como: las posiciones iniciales de los robots, parámetros de la formación, la trayectoria deseada y el controlador a simular. En la Figura 2.8 se muestra un esquema de la estructura de la interfaz gráfica.

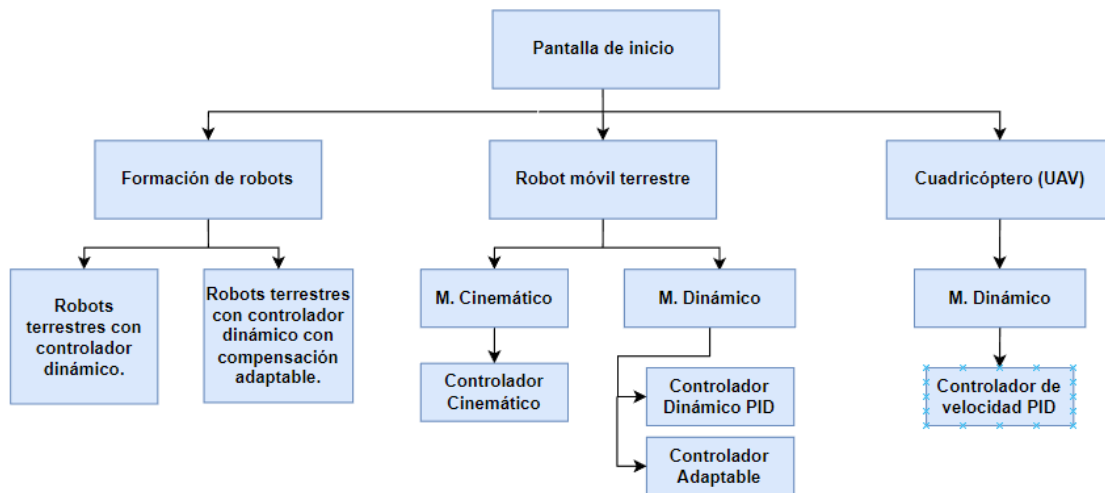


Figura 2.8 Estructura de la interfaz gráfica.

A continuación, se detalla los pasos para poder ejecutar la interfaz:

- Para abrir la interfaz gráfica del trabajo se debe ejecutar el archivo Tesis_Mejia.exe el cual abre una ventana como se muestra en la Figura (2.9) que permite instalar el proyecto. Luego se debe presionar siguiente y seleccionar la carpeta donde se desea que se instale el proyecto, se acepta el acuerdo de licencia y se presiona en instalar.

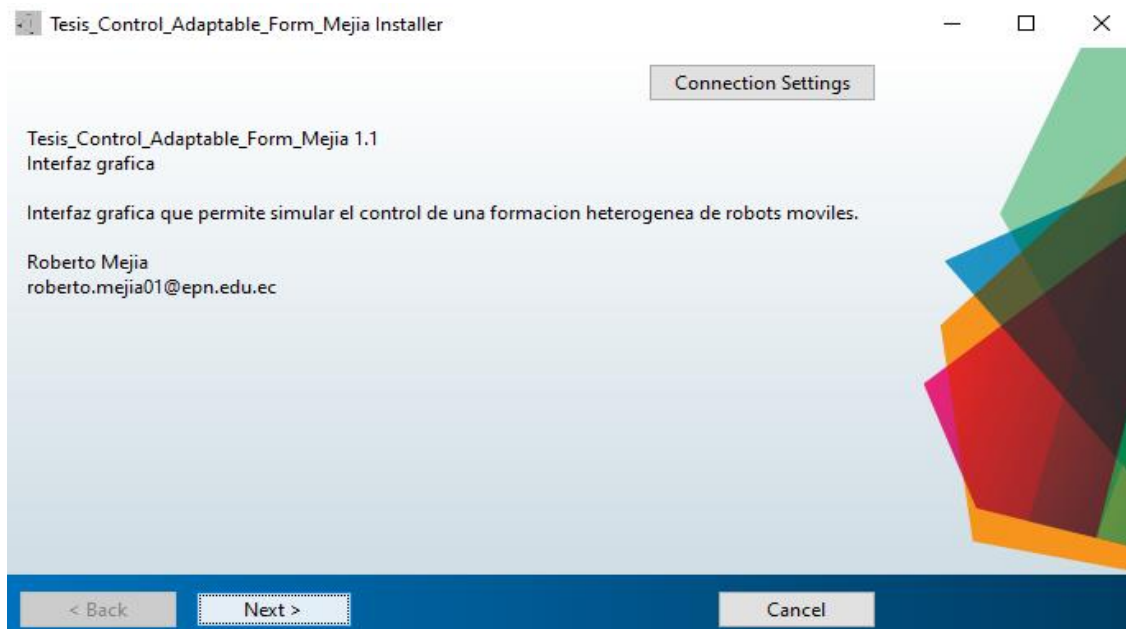


Figura 2.9 Archivo ejecutable para abrir la interfaz gráfica.

- Cabe recalcar que para ejecutar la interfaz gráfica del proyecto no se requiere tener instalado en el computador todo el software MATLAB.

2.15. PANTALLA DE INICIO.

En la Figura 2.10 se muestra la pantalla inicial de la interfaz gráfica la cual detalla el nombre del proyecto como también los nombres de las personas involucradas en el proyecto. Existen dos botones: uno que permite continuar a la siguiente pantalla y el otro que permite salir de la interfaz.



Figura 2.10 Pantalla de inicio de la interfaz gráfica.

En la pantalla inicial es posible presionar el botón continuar el cual permite abrir la pantalla de menú la cual se muestra en la Figura 2.11 y el botón salir el cual permite cerrar la interfaz gráfica.



Figura 2.11 Pantalla de menú de selección.

En la pantalla de menú es posible seleccionar entre tres opciones: formación de robots, robot terrestre y cuadricóptero. Cada una de ellas permite abrir una pantalla que permite visualizar datos de la simulación.

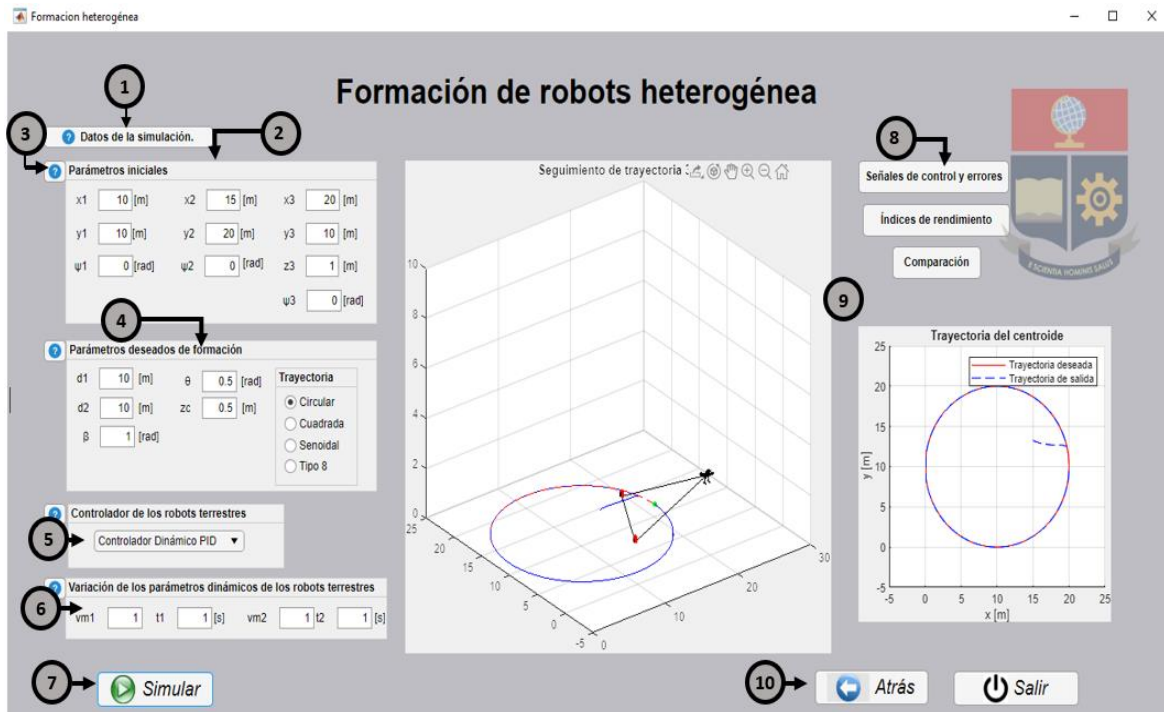


Figura 2.12 Pantalla de la formación heterogénea de robots.

En la Figura 2.12 se detalla una de las pantallas en las que se puede visualizar los resultados de la simulación. Las pantallas se componen de los siguientes elementos:

1. Datos de la simulación.

Este botón permite abrir una pantalla auxiliar que permite observar ciertos parámetros de la simulación.

2. Posiciones iniciales de los robots.

En esta sección es posible modificar las posiciones iniciales de cada uno de los robots que forman parte de la formación de robots. Es importante dar valores de la posición inicial de cada robot ya que si no se asigna un valor la simulación no se ejecuta y lanza un error.

3. Botón ayuda.

Este botón permite desplegar una pequeña pantalla en la cual se muestra más información de cada sección y como es su funcionamiento.

4. Parámetros deseados.

En esta sección se puede asignar los valores deseados tanto de parámetros de forma como de postura de la formación. Además, es posible escoger la trayectoria que va a seguir el centroide de la formación. De igual manera es importante dar valores ya que sin estos valores la simulación no se ejecuta y se pueden presentar errores.

5. Tipo de controladores de los robots móviles terrestres.

En esta sección es posible escoger los controladores de los robots móviles terrestres, es posible escoger entre un controlador dinámico tipo PID o el controlador de tipo adaptable.

6. Variación de los parámetros dinámicos.

En esta sección se puede modificar la constante por la que se multiplican los parámetros dinámicos de cada uno de los robots móviles terrestres. Con ello se busca poder simular una variación en la carga que transportan los robots móviles terrestres.

7. Botón de simular.

Este botón permite simular el sistema. Para ello es importante primero configurar todos los parámetros iniciales y luego presionar el botón de simular para observar los resultados.

8. Botones para acceder a más datos.

En esta sección se encuentran tres botones: señales de control y errores, índices de rendimiento y comparar. Como cada uno lo indica permite abrir una nueva ventana con los respectivos resultados según sea el botón presionado.

9. Gráficas.

En esta sección existen dos gráficas: la primera muestra el seguimiento de trayectoria en tres dimensiones y la segunda muestra la trayectoria seguida por el centroide de la formación en dos dimensiones.

10. Botón de atrás y salir.

El botón de atrás permite retornar a la ventana anterior y el botón salir cierra la ventana.

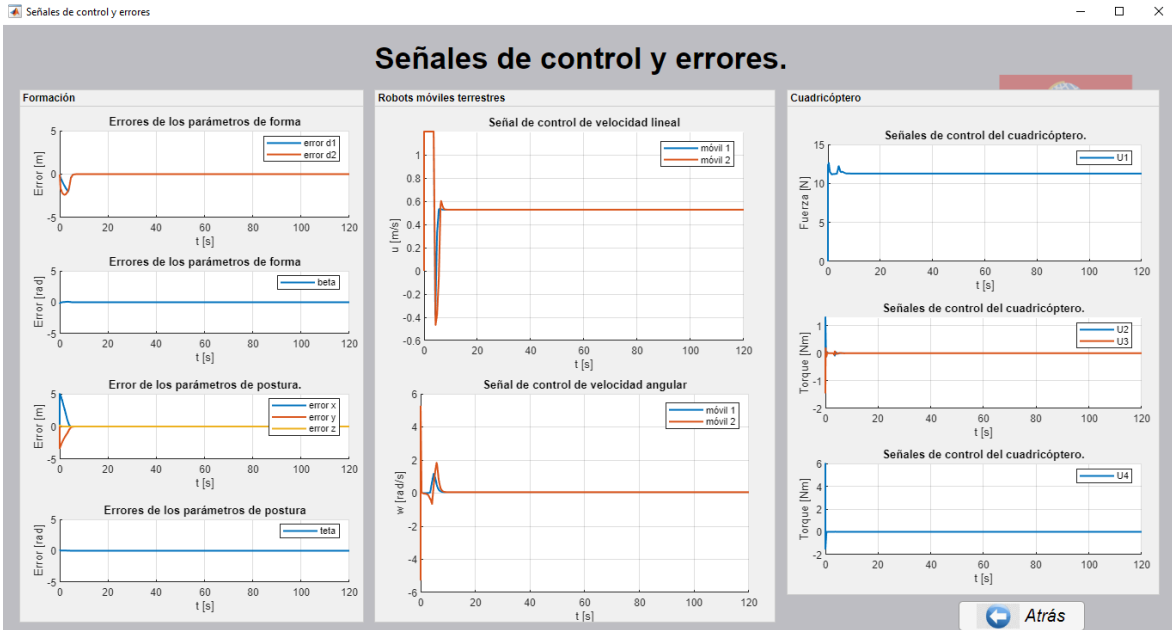


Figura 2.13 Pantalla de señales de control y errores.

En la Figura 2.13 se observa la pantalla de señales de control y errores. Es importante observar las señales de error en un sistema de control, ya que permiten determinar el tiempo en que el error llega a ser nulo, además observar si existe algún tipo de oscilaciones, etc. La ley de control de igual manera es importante ya que son las señales que ingresan a los distintos robots y permiten realizar el correspondiente control.

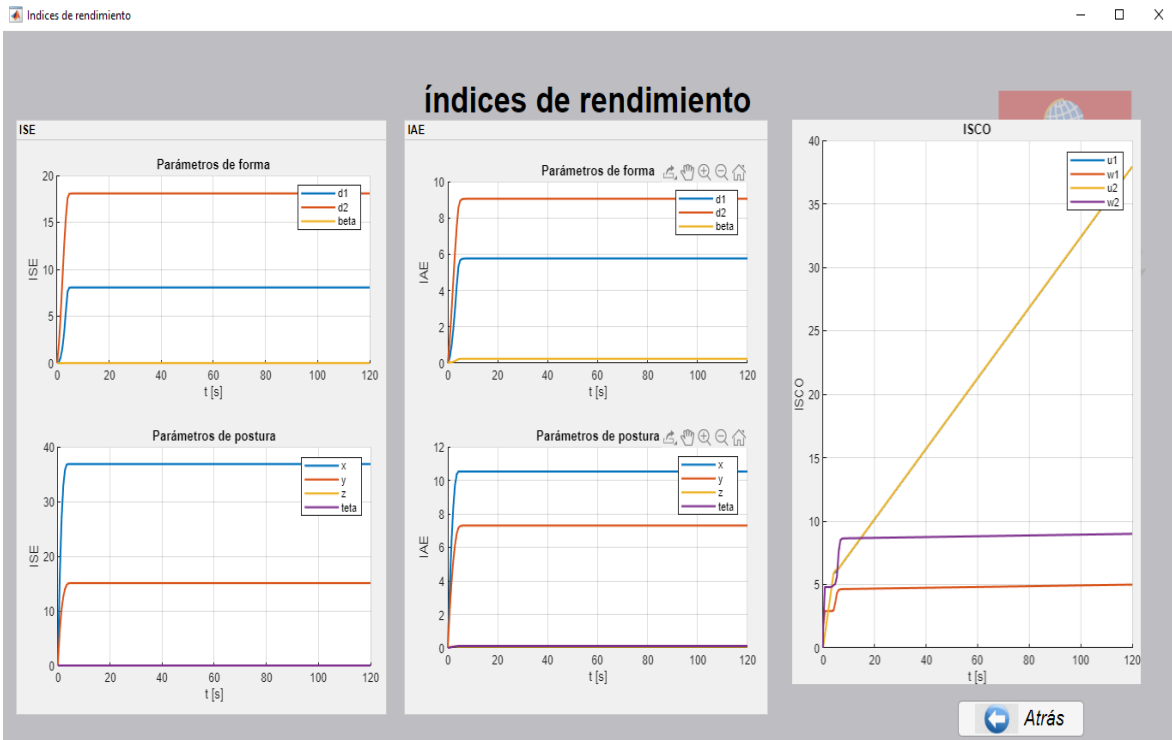


Figura 2.14 Pantalla de índices de rendimiento.

En la Figura 2.14 se observa la pantalla de índices de rendimiento, en la cual se puede observar las señales de los distintos índices de rendimiento calculado a partir de las señales de error y las leyes de control del sistema.

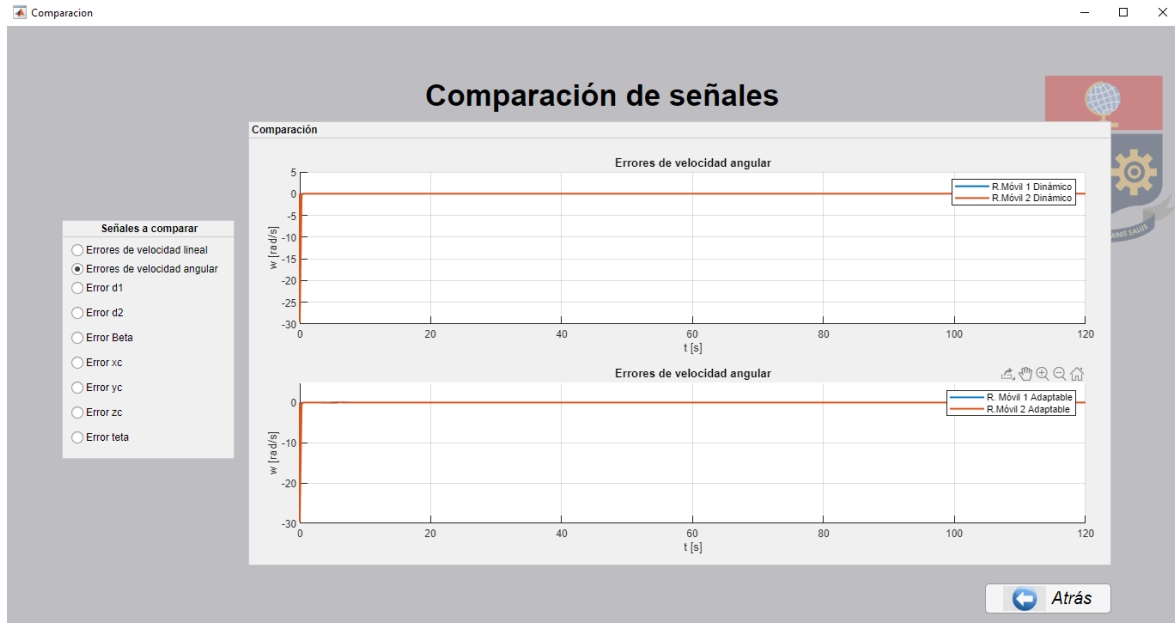


Figura 2.15 Pantalla de comparación de señales.

En la Figura 2.15 se observa la pantalla de comparación de señales. En esta pantalla es posible comparar distintas señales y ver cómo actúa tanto el controlador de tipo dinámico como el controlador con compensación adaptable en los robots móviles terrestres.

En cada pantalla es posible observar y modificar ciertos parámetros de la simulación, además es posible realizar zoom en las distintas gráficas para poder observar de mejor manera ciertos puntos. Para ello simplemente haciendo scroll con el mouse sobre la gráfica es posible realizar una ampliación o reducción de las gráficas y observar secciones específicas del gráfico.

Las pantallas del robot móvil terrestre y cuadricóptero tienen el mismo diseño de las pantallas antes mostradas para la formación heterogénea.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se muestran todos los resultados obtenidos de las diferentes pruebas aplicadas al sistema desarrollado en el presente trabajo, cada prueba permite observar el comportamiento de los robots en lazo abierto y lazo cerrado.

Mediante las pruebas también se puede observar el comportamiento de la formación con los controladores previamente diseñados. Y mediante ello poder sacar conclusiones.

Las pruebas que se realizan son las siguientes:

- **Prueba 1.** – Funcionamiento del modelo dinámico del robot móvil terrestre y del modelo dinámico del cuadricóptero en lazo abierto.
- **Prueba 2.** - Seguimiento de trayectoria del robot móvil terrestre con controlador cinemático y dinámico PID variando parámetros dinámicos.
- **Prueba 3.** - Seguimiento de trayectoria del robot móvil terrestre con controlador dinámico adaptable variando parámetros dinámicos.
- **Prueba 4.** – Seguimiento de trayectoria de la formación de robots heterogénea con controlador tipo PID variando parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres.
- **Prueba 5.** – Seguimiento de trayectoria de la formación de robots heterogénea con controlador tipo adaptable en los robots móviles terrestres variando parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres.

3.1. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS.

Para comprobar el funcionamiento de seguimiento de trayectoria del robot móvil terrestre, cuadricóptero y formación de robots. Se definen las siguientes trayectorias:

- **Trayectoria circular**

$$\begin{bmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \cos(\omega t) + 10 \\ 10 \sin(\omega t) + 10 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Donde:

$$\omega = \frac{\pi}{60} \quad (3.2)$$

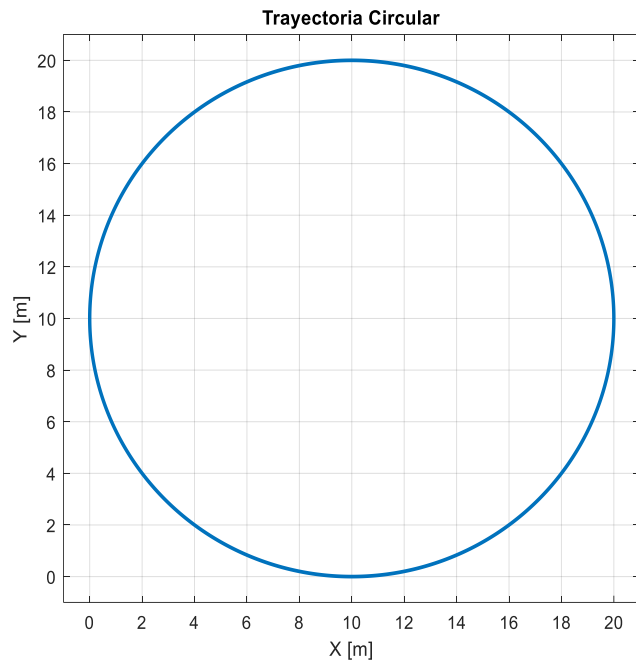


Figura 3.1 Trayectoria circular.

- **Trayectoria cuadrada**

$$x_d(t) = \begin{cases} 0.3t & 0 < t \leq 30 \\ 9 & 30 < t \leq 60 \\ -0.3t & 60 < t \leq 90 \\ 0 & 90 < t \leq 120 \end{cases} ; y_d(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t \leq 30 \\ 0.3t & 30 < t \leq 60 \\ 9 & 60 < t \leq 90 \\ -0.3t & 90 < t \leq 120 \end{cases} \quad (3.3)$$

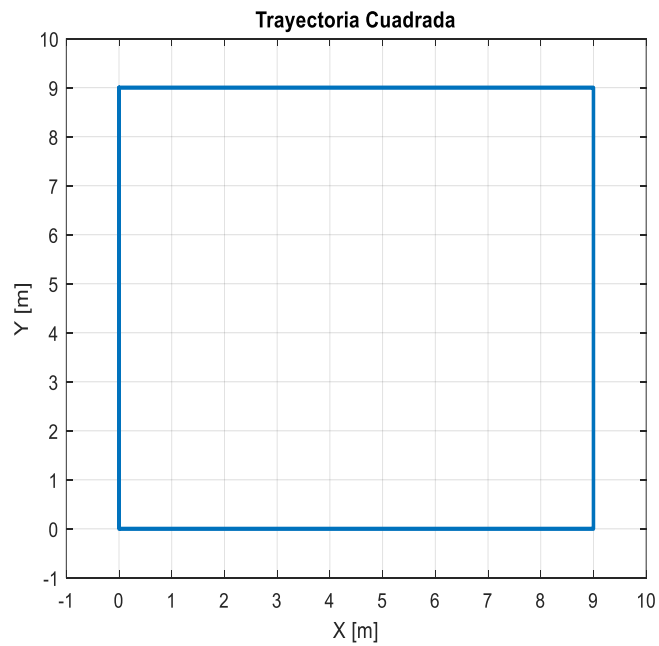


Figura 3.2 Trayectoria cuadrada.

- **Trayectoria senoidal.**

$$\begin{bmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{t}{10} \\ 10 \operatorname{sen}(wt) + 10 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

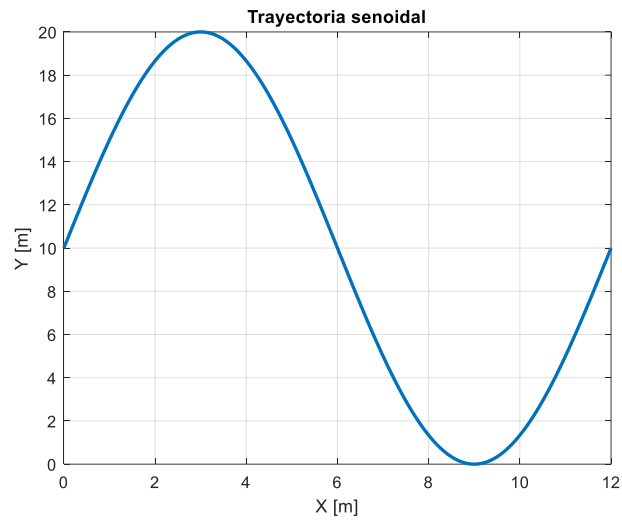


Figura 3.3 Trayectoria senoidal.

- **Trayectoria Lemniscata (Tipo 8).**

$$\begin{bmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \operatorname{sen}(2wt) + 10 \\ 10 \operatorname{cos}(wt) + 10 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

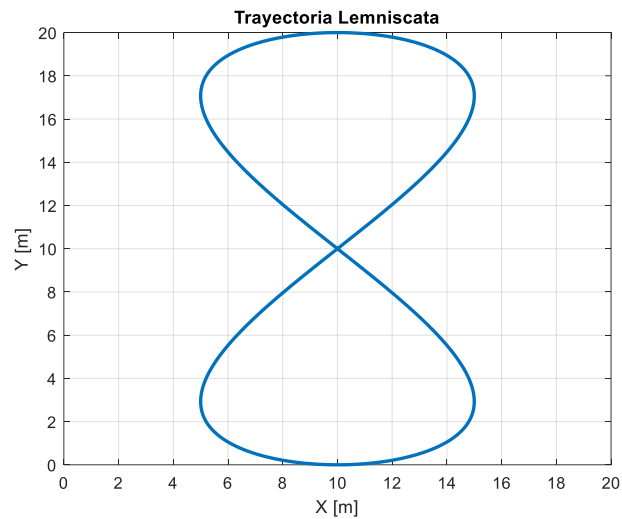


Figura 3.4 Trayectoria Lemniscata (Tipo 8).

3.2. PRUEBA 1: FUNCIONAMIENTO DE LOS MODELOS DINÁMICOS DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE Y DEL CUADRICÓPTERO EN LAZO ABIERTO.

Esta prueba consiste en comprobar el funcionamiento del modelo dinámico del robot móvil terrestre y el cuadricóptero mediante. Esto se lo realiza mediante la simulación del sistema ante una señal de entrada.

Para el modelo del robot móvil terrestre, se ingresan al sistema las señales de: la velocidad lineal y velocidad angular. Y mediante ello es posible observar cómo se desplaza el robot en el plano X,Y.

Para el modelo del cuadricóptero, se ingresan las señales de: empuje vertical, torque de roll, torque de pitch y torque de yaw. Y mediante ello es posible observar cómo se desplaza el cuadricóptero en las 3 dimensiones X,Y,Z.

- Como primera simulación se aplica al modelo dinámico del robot móvil terrestre, una velocidad lineal constante de $u = 0.3 \left[\frac{m}{s} \right]$ desde el tiempo $t = 0 [s]$ y una velocidad angular de $\omega = 0.2 \left[\frac{rad}{s} \right]$ desde el tiempo $t = 10 [s]$. Se simula el sistema durante 30 s. El robot parte con la condición inicial: $x = 0 [m]$; $y = 0 [m]$; $phi = 0.1 [rad]$.

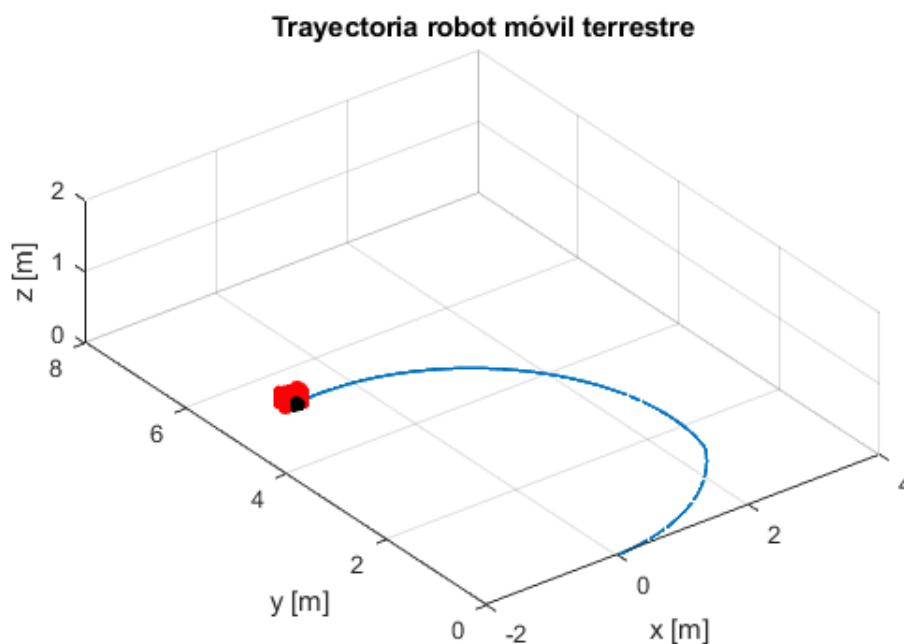


Figura 3.5 Trayectoria que describe el robot.

En la Figura 3.5 se observa la trayectoria que sigue el robot móvil terrestre con las señales de entrada definidas, se observa que el robot describe una curva, parte del origen y con un ángulo inicial por ello se describe una trayectoria curva.

En la Figura 3.6 se detalla las señales de la posición del robot en cada uno de los ejes, se nota que a partir de los 10 segundos el robot gira y empieza a describir la curva.

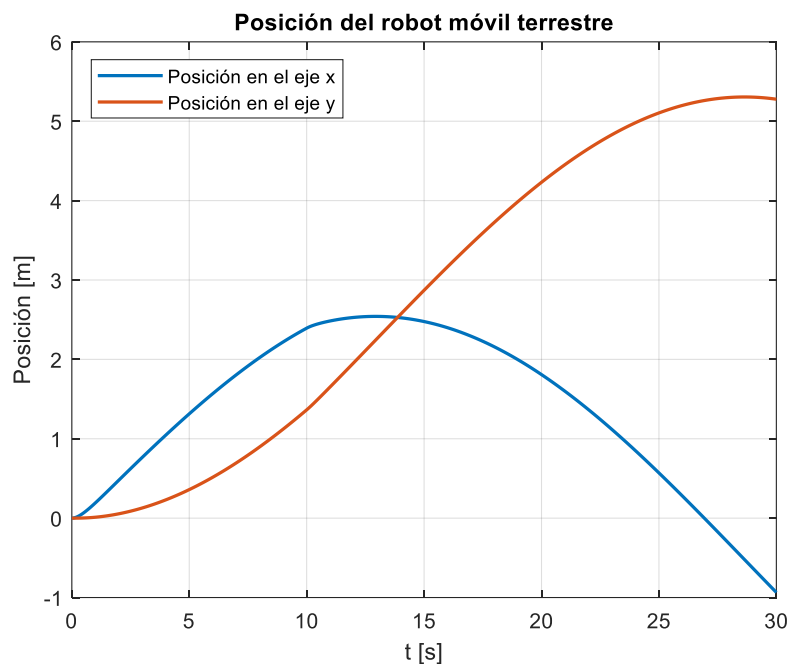


Figura 3.6 Posición del robot móvil terrestre.

Se concluye que el funcionamiento del modelo dinámico del robot móvil terrestre es correcto, ya que describe una trayectoria según lo esperado.

- Para el cuadricóptero se aplica las siguientes señales: fuerza de empuje constante de $U_1 = 11.3 [N]$ a partir de $t = 0 [s]$, torque de roll $U_2 = 0.00001 [Nm]$ al tiempo $t = 10 [s]$, torque de pitch $U_3 = 0.00002 [Nm]$ al tiempo $t = 15 [s]$ y torque de yaw $U_4 = 0.005 [Nm]$ al tiempo $t = 20 [s]$. Se simula el sistema durante 30 [s].
- El cuadricóptero parte con la condición inicial: $x = 0 [m]$; $y = 0 [m]$; $z = 0 [m]$; $phi = 0 [rad]$.

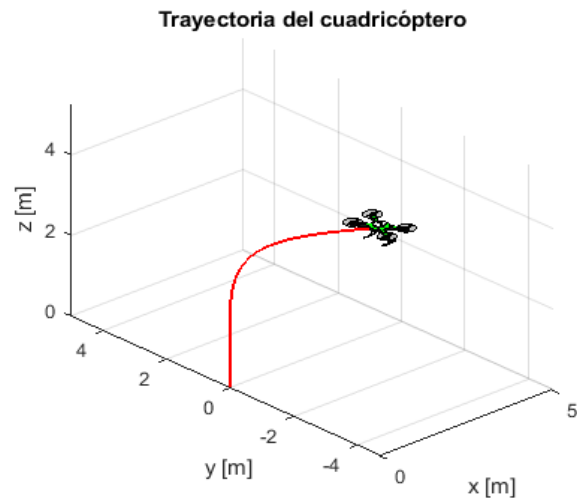


Figura 3.7 Trayectoria que describe el cuadricóptero.

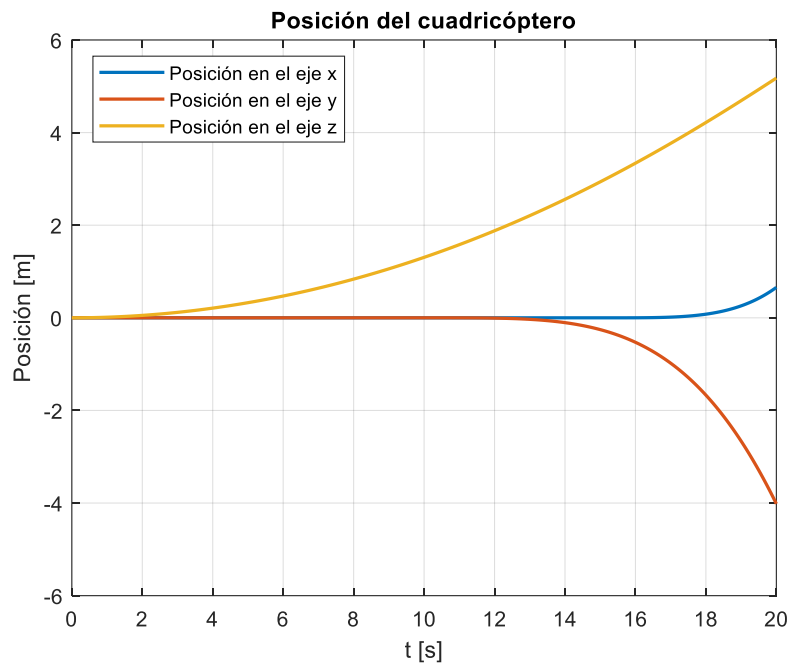


Figura 3.8 Posición del cuadricóptero.

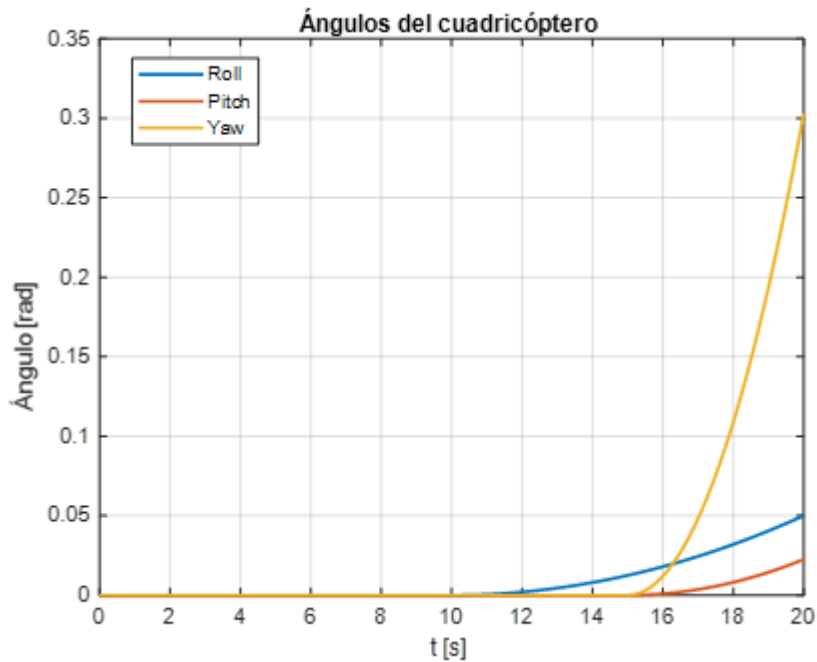


Figura 3.9 Ángulos del cuadricóptero.

Como se puede observar en la Figura 3.8 al aplicar un torque de empuje constante el cuadricóptero asciende de forma constante, luego existe un torque de roll por ello existe un desplazamiento a lo largo del eje x, luego se aplica un torque de pitch por lo tanto existe un desplazamiento a lo largo del eje y finalmente existe un torque de yaw esto permite al cuadricóptero girar sobre su propio eje este comportamiento se lo puede observar de mejor manera en la Figura 3.9. Por ello se llega a la conclusión de que el modelo dinámico del cuadricóptero está funcionando de manera correcta.

3.3. PRUEBA 2: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE CON CONTROLADOR CINEMÁTICO Y DINÁMICO PID VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS.

Esta prueba se focaliza en simular el seguimiento de trayectoria de un solo robot móvil terrestre con controlador dinámico y variar sus parámetros dinámicos, para ello se toma el esquema de control de la Figura 2.4.

En este caso el sistema de control se compone de un controlador cinemático y un controlador dinámico. El principal objetivo de esta prueba es conocer cómo responde el sistema ante variaciones en los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre. La simulación se la realiza para una trayectoria circular. Los parámetros iniciales del robot móvil terrestre se detallan en la Tabla 3.1. El sistema se simula durante 120 [s].

Tabla 3.1 Parámetros iniciales del robot móvil.

| Parámetro | Valor |
|-----------|---------|
| x_0 | 10 m |
| y_0 | 10 m |
| ϕ_0 | 0.1 rad |

Las constantes de calibración del controlador cinemático se detallan en la ecuación (3.6).

$$k_x = 0.2; \quad k_y = 0.2; \quad I_x = 45; \quad I_y = 45 \quad (3.6)$$

Las constantes de calibración del controlador dinámico se detallan en la ecuación (3.7).

$$k_u = 25; \quad k_w = 25; \quad (3.7)$$

- En este caso **no se varían los parámetros dinámicos** del robot móvil terrestres.

La Figura 3.10 muestra la trayectoria que sigue el robot móvil terrestre, como se observa parte del origen y toma la trayectoria deseada rápidamente.

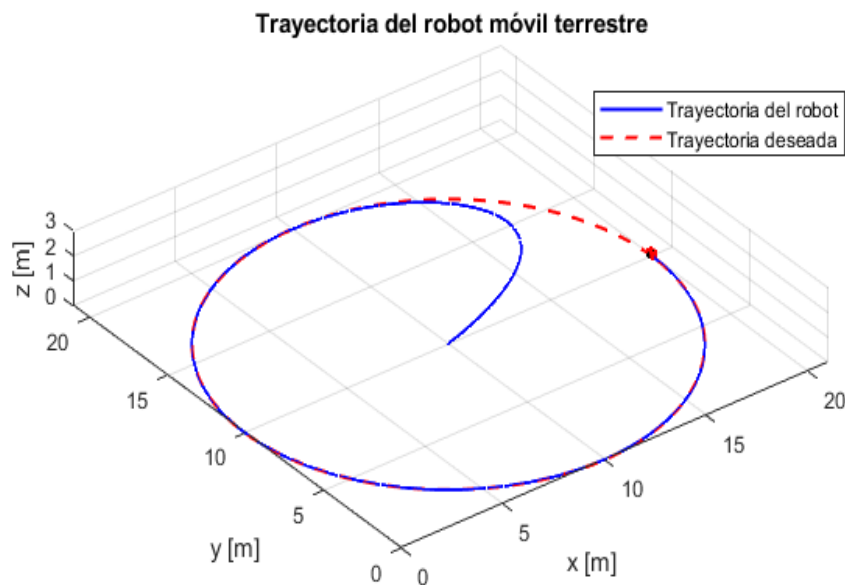


Figura 3.10 Trayectoria que sigue el robot móvil terrestre.

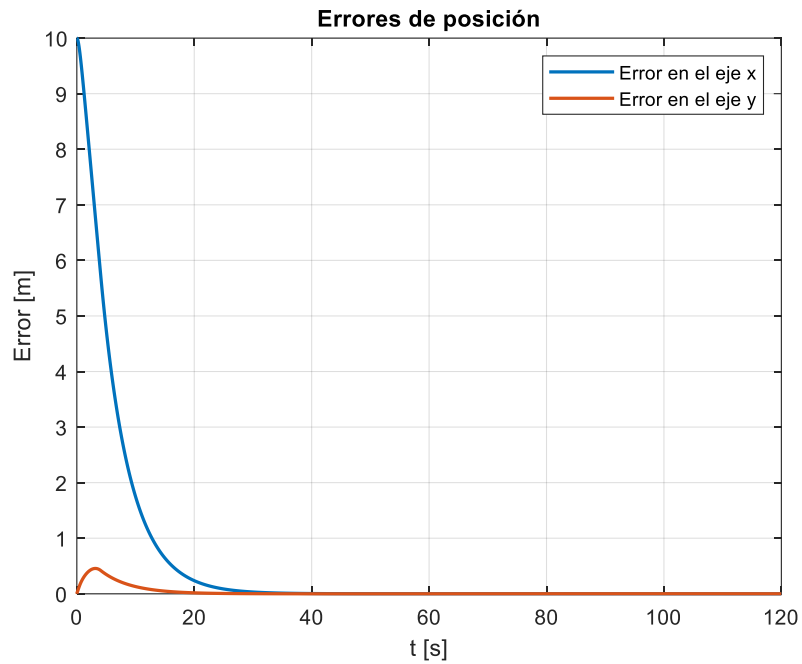


Figura 3.11 Error de posición del robot móvil terrestre.

Como se puede observar en la Figura 3.10 el robot sigue la trayectoria de manera adecuada, pero le toma un tiempo en el inicio poder alcanzar la trayectoria deseada, esto se lo puede apreciar de mejor manera en la Figura 3.11. le toma aproximadamente 30 s para alcanzar la trayectoria deseada y el error se anula.

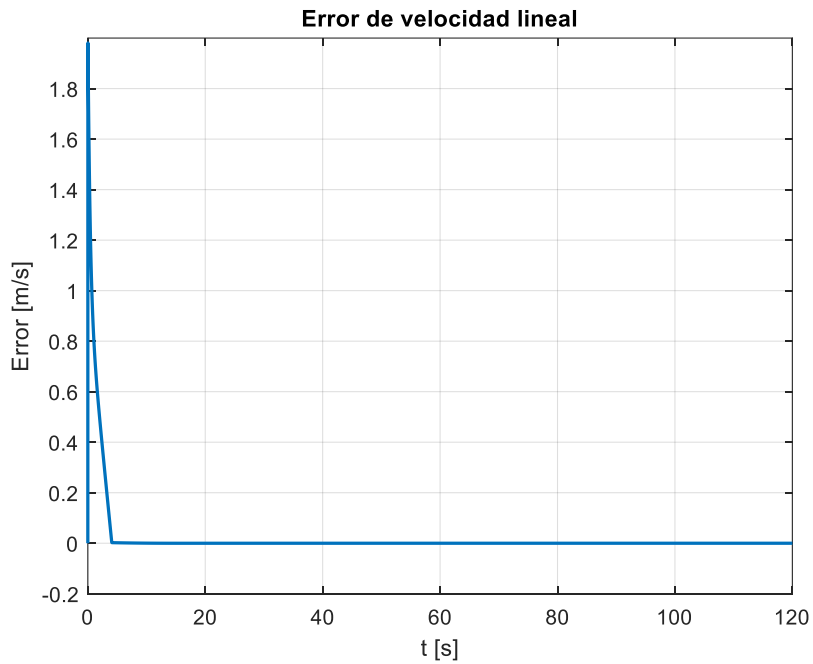


Figura 3.12 Error de velocidad lineal.

En la Figura 3.12 se muestra la señal del error de la velocidad lineal del robot móvil terrestre, en un inicio existen un error considerable y se debe a que el robot se encuentra en un inicio lejos de la trayectoria deseada, conforme se acerca el error se reduce hasta alcanzar un error nulo.

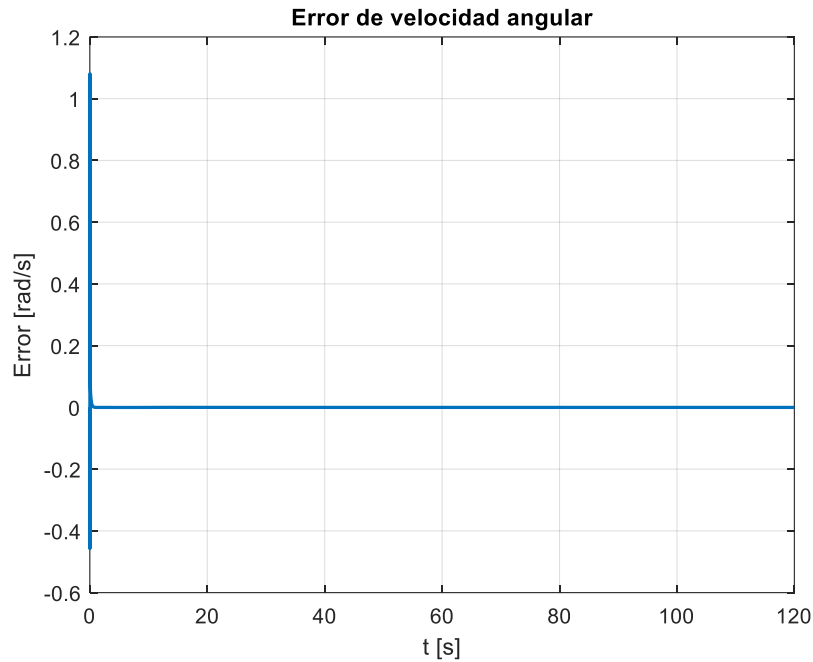


Figura 3.13 Error de velocidad angular.

De igual manera en la Figura 3.13 la señal del error de velocidad angular tiene un error considerable en un inicio hasta alcanzar la trayectoria deseada. La señal de la Figura 3.12 y 3.13 son importantes ya que, al ser un control tipo cascada estas señales representan los errores del lazo interno de control.

- Ahora se aplica una variación de los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre, con ello se simula que existe un cambio en el peso del robot móvil terrestre. Se aplica una señal **que incrementa al doble los parámetros dinámicos al tiempo t=60s** del robot móvil terrestre. Obteniendo los siguientes resultados:

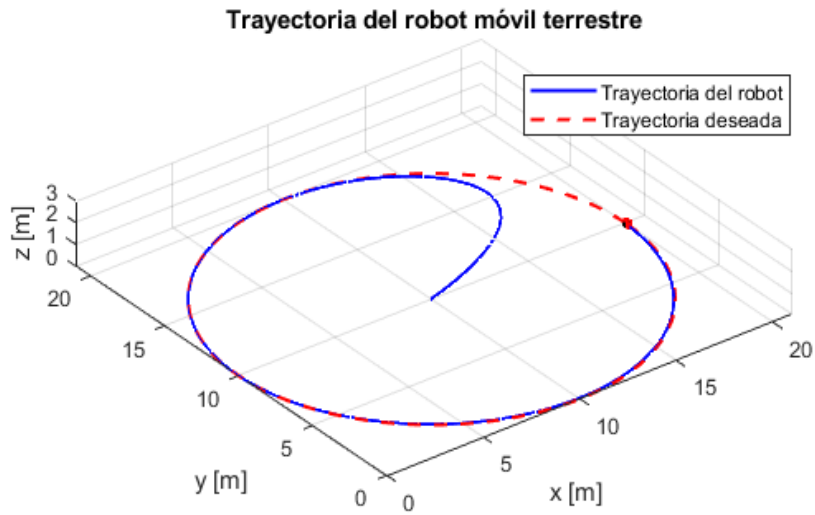


Figura 3.14 Trayectoria que sigue el robot móvil terrestre.

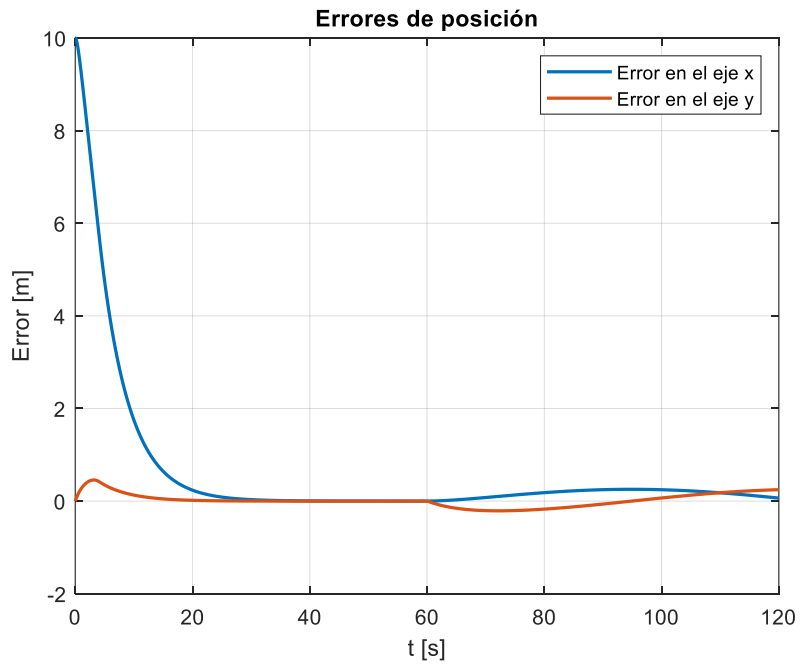


Figura 3.15 Posición del robot móvil terrestre.

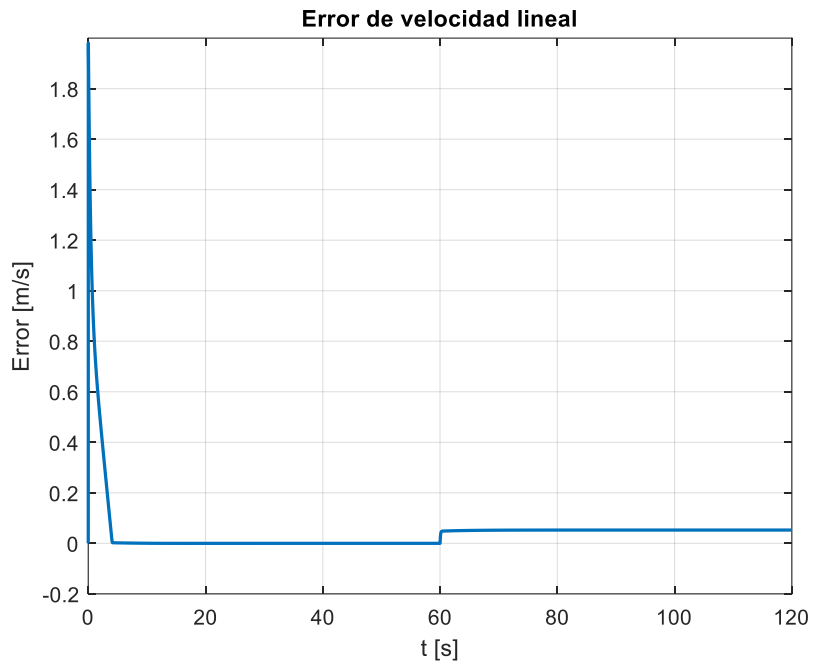


Figura 3.16 Error de velocidad lineal.

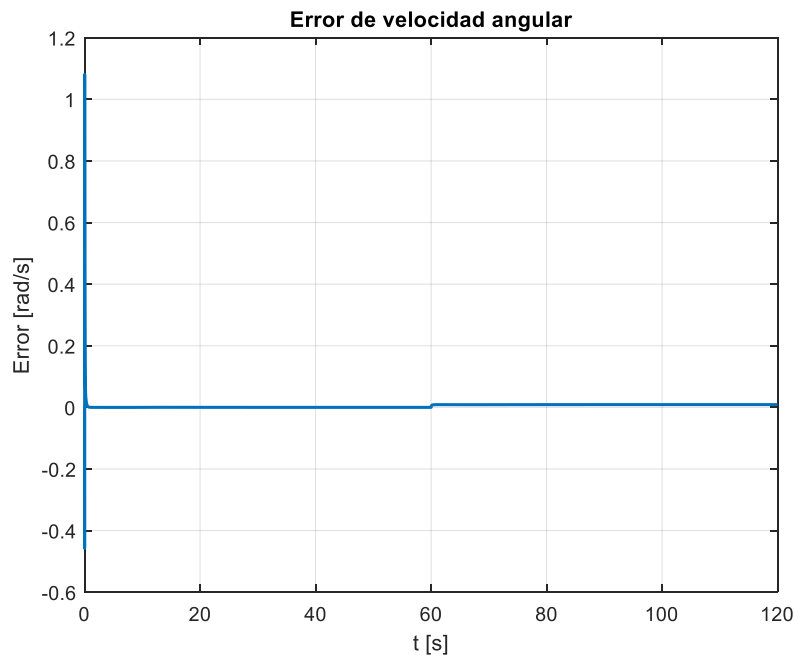


Figura 3.17 Error de velocidad angular.

Como se puede observar en las Figuras 3.14 y 3.15 al variar los parámetros dinámicos al tiempo $t=60$ [s], el robot móvil terrestre comienza a tener un error de posición que oscila en el tiempo. De igual manera en las Figuras 3.16 y 3.17 se observa que al tiempo $t=60$ [s] existe un error tanto de velocidad lineal como de velocidad angular. La señal de la Figura 3.16 y 3.17 son importantes ya que, al ser un control tipo cascada estas señales

representan los errores del lazo interno de control. Y permiten conocer como se está realizando la compensación dinámica del sistema.

Tabla 3.2 Índices de rendimiento variando los parámetros dinámicos del robot terrestres sin compensación adaptable.

| Señal | ISE | IAE | ISCO |
|------------|-------|-------|-------|
| e_x | 354 | 71.07 | - |
| e_y | 2.439 | 11.85 | - |
| e_u | 2.393 | 5.5 | - |
| e_ω | 0.037 | 0.59 | - |
| u_0 | - | - | 86.85 |
| ω_0 | - | - | 2.59 |

3.4. PRUEBA 3: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE CON CONTROLADOR DINÁMICO ADAPTABLE VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS.

Esta prueba se focaliza en simular el seguimiento de trayectoria de un solo robot móvil terrestre con un control adaptable y variar sus parámetros dinámicos, para ello se toma el esquema de control de la Figura 2.5.

En este caso el sistema de control se compone de un controlador cinemático, un controlador dinámico con compensación adaptable. El principal objetivo de esta prueba es conocer cómo responde el sistema ante variaciones en los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre. La simulación se la realiza para una trayectoria circular. Los parámetros iniciales del robot móvil terrestre se detallan en la Tabla 3.1. Se toma las constantes de control de las ecuaciones (3.6) y (3.7) para el controlador cinemático y dinámico respectivamente. En este caso se utiliza para la compensación adaptable las constantes de calibración detallada en la ecuación (3.8).

$$\gamma = \begin{bmatrix} 55 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 55 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 55 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

El sistema se simula durante 120 s. También se aplica una señal **que incrementa al doble los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre al tiempo t=60s**. Obteniendo los siguientes resultados:

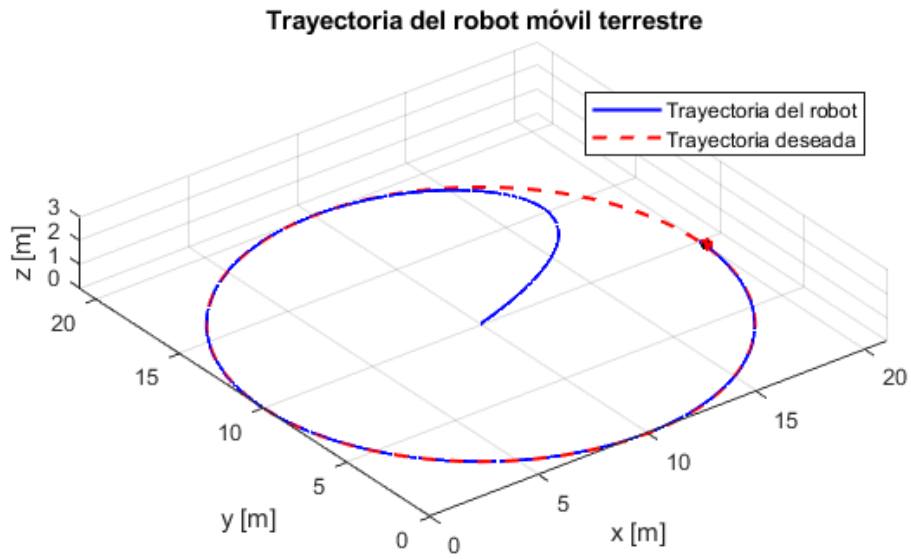


Figura 3.18 Trayectoria del robot móvil terrestre.

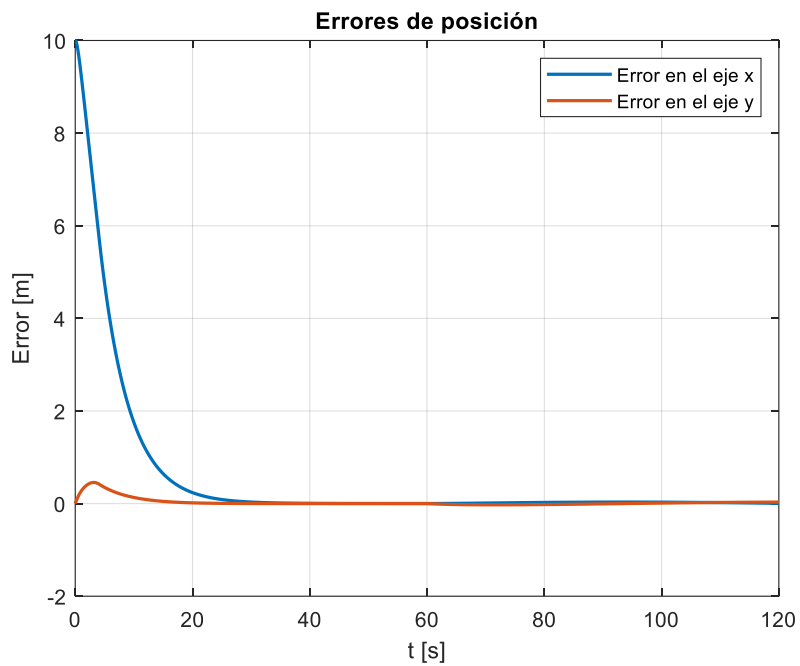


Figura 3.19 Posición del robot móvil terrestre.

En este caso se observa en las Figura 3.18 y 3.19 que el robot móvil sigue de la trayectoria de mejor manera ante las variaciones de los parámetros dinámicos. Existen oscilaciones en la señal de los errores de posición de menor magnitud en comparación con el caso del sistema con controlador dinámico sin compensación adaptable.

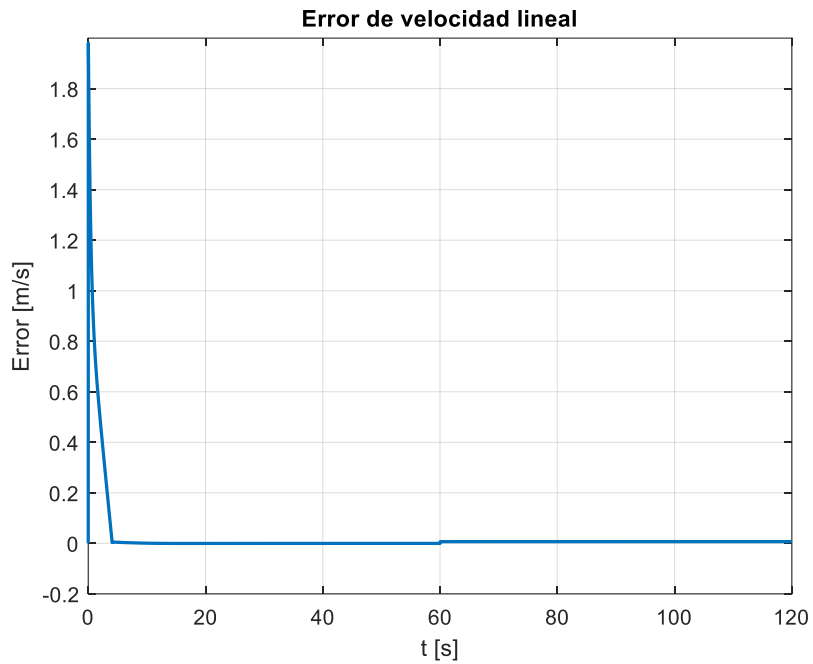


Figura 3.20 Error de velocidad lineal.

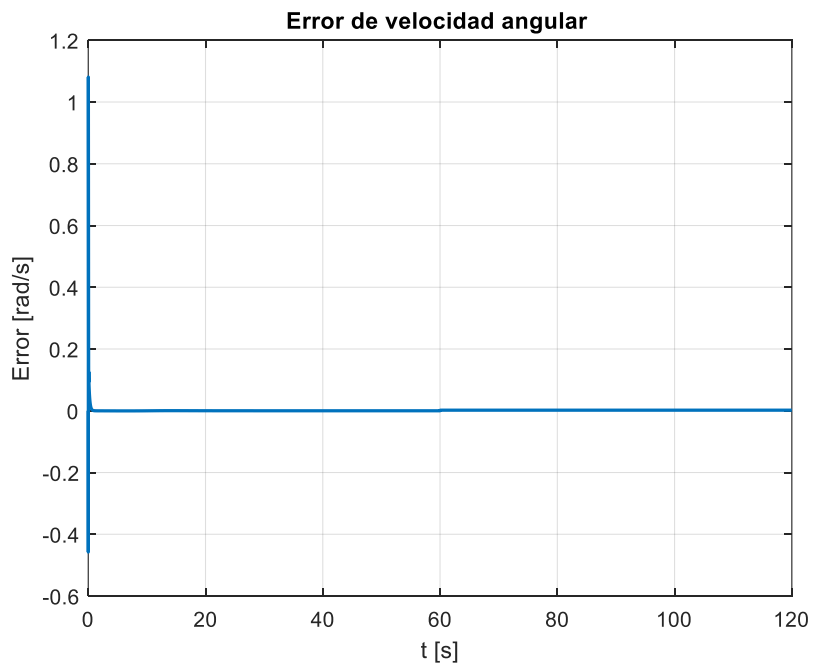


Figura 3.21 Error de velocidad angular.

Como se observa en la Figura 3.20 en un inicio existe un error en la velocidad lineal del sistema, se debe a que el robot parte en una posición inicial distante a la trayectoria deseada. De igual manera en la Figura 3.21 existe un valor grande de velocidad angular en el inicio por la misma razón. Al tiempo que se varía los parámetros dinámicos existe un error, pero de menor magnitud en comparación con el sistema sin compensación

adaptable. Las graficas de las Figuras 3.20 y 3.21 permiten conocer el comportamiento de las compensación adaptable.

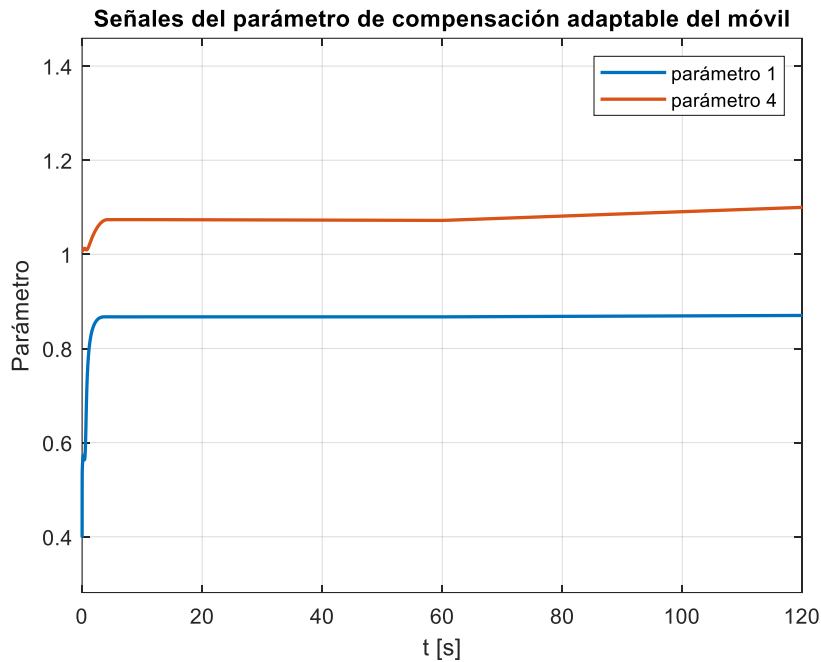


Figura 3.22 Parámetros de compensación adaptable del robot móvil.

En la Figura 3.22 se detalla las señales de los parámetros de compensación adaptable $\hat{\theta}$ en este caso se agrega solo dos señales, ya que permiten observar de mejor manera el efecto al momento de variar los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre.

Tabla 3.3 Índices de rendimiento variando los parámetros dinámicos del robot terrestre con compensación adaptable.

| Señal | ISE | IAE | ISCO |
|------------|-------|-------|-------|
| e_x | 353.2 | 62.79 | - |
| e_y | 1.025 | 4.59 | - |
| e_u | 2.23 | 2.82 | - |
| e_ω | 0.03 | 0.17 | - |
| u_o | - | - | 88.28 |
| ω_o | - | - | 2.976 |

En comparación con el controlador sin compensación dinámica existen menores oscilaciones y responde de mejor manera para poder observar estos resultados a continuación se detalla la comparación entre los dos sistemas.

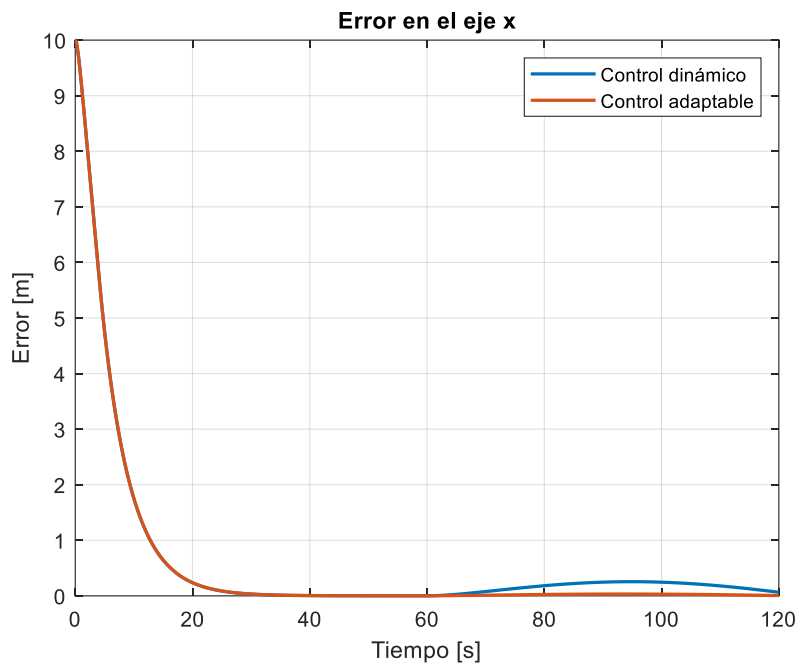


Figura 3.23 Comparación de error de posición en el eje x.

En la Figura 3.23 se nota que, al instante de variar los parámetros dinámicos del robot móvil terrestre, que con controlador adaptable presenta un error de posición de menor magnitud en comparación con el controlador sin compensación adaptable.

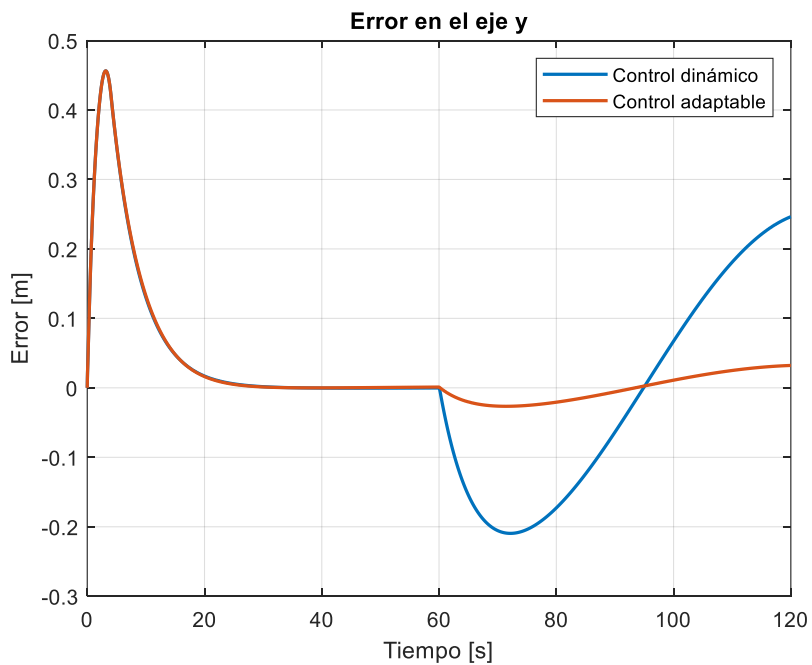


Figura 3.24 Comparación de error de posición en el eje y.

En la Figura 3.24 se nota de mejor manera la diferencia que existe en el seguimiento de trayectoria con controlador dinámico y controlador adaptable. Se logra observar la diferencia en la magnitud de las dos señales.

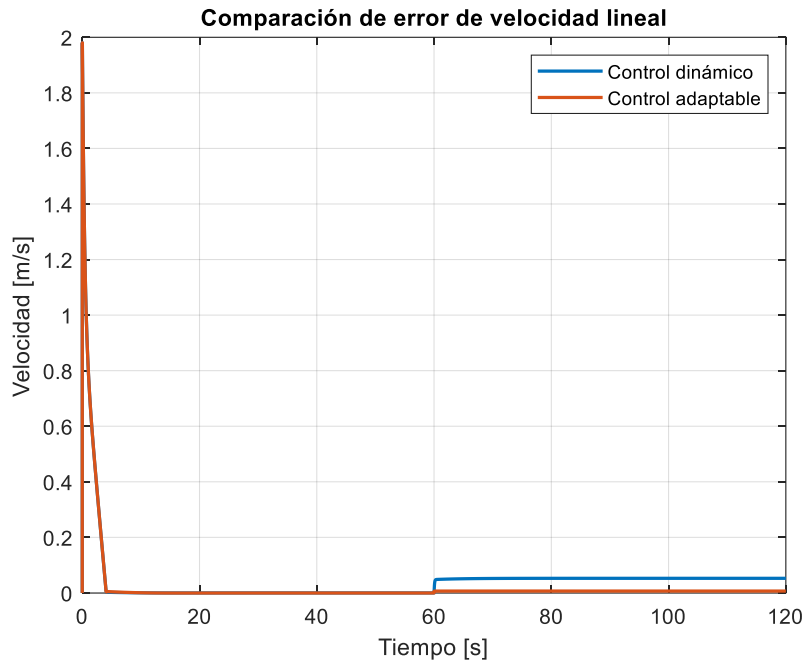


Figura 3.25 Comparación de error de velocidad lineal.

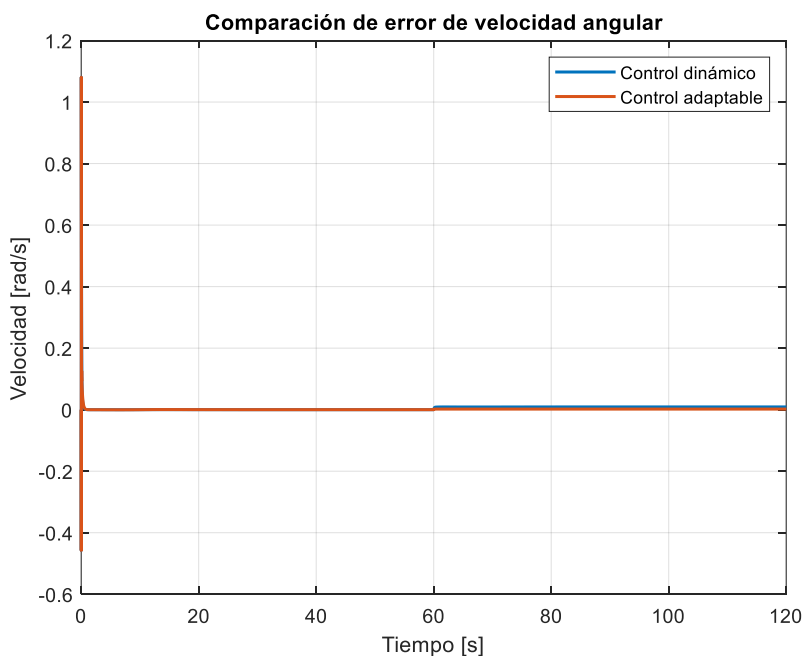


Figura 3.26 Comparación de error de velocidad angular.

En la Figura 3.25 se observa el error de velocidad lineal que existe con ambos controladores, notándose que existe una mejor respuesta con el controlador con compensación adaptable.

En la Figura 3.26 se observa el error de velocidad angular que existe con ambos controladores, notándose de igual manera una pequeña diferencia entre ambos controladores.

3.5. PRUEBA 4: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE LA FORMACIÓN DE ROBOTS HETEROGÉNEA CON CONTROLADOR TIPO PID VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRES.

En esta prueba, se realiza la simulación de seguimiento de trayectoria de la formación heterogénea, utilizando el lazo interno de compensación dinámica de los robots. De igual manera se varía los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres para ver su comportamiento y posteriormente comparar con los resultados con compensación adaptable. El tiempo de simulación es de 120 [s] y como trayectoria deseada se tiene la curva Lemniscata o tipo 8 detallada en la ecuación (3.5). En la Tabla 3.4 se detalla las posiciones iniciales de cada robot de la formación.

Tabla 3.4 Posiciones iniciales de los robots de la formación.

| Robot | $x_0[m]$ | $y_0[m]$ | $z_0[m]$ | $\psi_0[m]$ |
|---------------|----------|----------|----------|-------------|
| R. Móvil 1 | 10 | 10 | 0 | 0 |
| R. Móvil 2 | 15 | 20 | 0 | 0 |
| Cuadrícóptero | 20 | 10 | 1 | 0 |

En la Tabla 3.5 se detalla las condiciones iniciales y deseadas de los parámetros característicos de forma y postura de la formación de robots.

Tabla 3.5 Condiciones iniciales y deseadas de la formación de robots.

| Parámetro | Valor inicial | Valor deseado |
|------------------|---------------|---------------|
| $d_1 [m]$ | 10.05 | 8 |
| $d_2 [m]$ | 11.22 | 8 |
| $\beta [rad]$ | 1.1017 | 0.6 |
| $x_c [m]$ | 15 | $x(t)$ |
| $y_c [m]$ | 13.33 | $y(t)$ |
| $z_c [m]$ | 0.33 | 0.5 |
| $\theta_p [rad]$ | 0.4636 | 0 |

Se toma las constantes de control de las ecuaciones (3.6) y (3.7) para el controlador cinemático y dinámico de cada robot móvil terrestre. Para el cuadricóptero se detalla las constantes de calibración del controlador dinámico en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Constante de calibración del controlador dinámico del cuadricóptero.

| Variable a controlar | Constante | Valor |
|----------------------|---------------|--------|
| Roll (ϕ) | $k_{p\phi}$ | 225 |
| | $k_{i\phi}$ | 0.9 |
| | $k_{d\phi}$ | 88 |
| Pitch (θ) | $k_{p\theta}$ | 225 |
| | $k_{i\theta}$ | 0.9 |
| | $k_{d\theta}$ | 88 |
| Yaw (ψ) | $k_{p\psi}$ | 185 |
| | $k_{i\psi}$ | 0.09 |
| | $k_{d\psi}$ | 500 |
| Velocidad x | k_{px} | 0.48 |
| | k_{ix} | 0.75 |
| | k_{dx} | 0.27 |
| Velocidad y | k_{py} | -0.48 |
| | k_{iy} | -0.75 |
| | k_{dy} | -0.27 |
| Velocidad z | k_{pz} | 0.98 |
| | k_{iz} | 0.0015 |
| | k_{dz} | 0.26 |

En este caso se utiliza las constantes de la ecuación (3.9) para calibrar el controlador que permite compensar los parámetros de forma y postura de la formación.

$$K = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

- En este caso **no se varían los parámetros dinámicos** de los robots móviles terrestres, obteniendo los siguientes resultados.

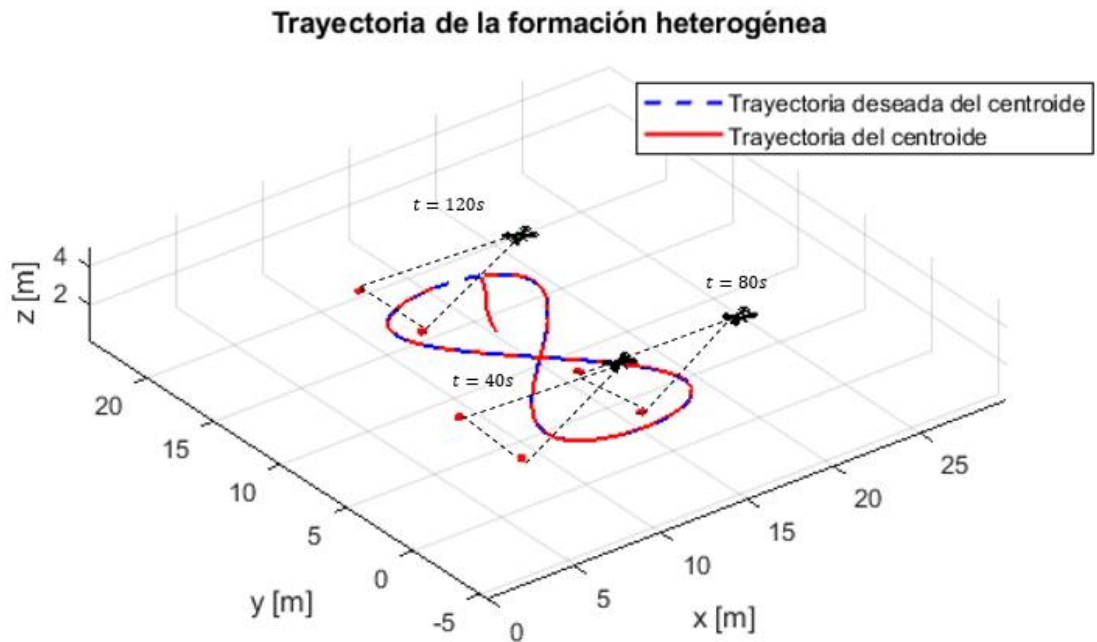
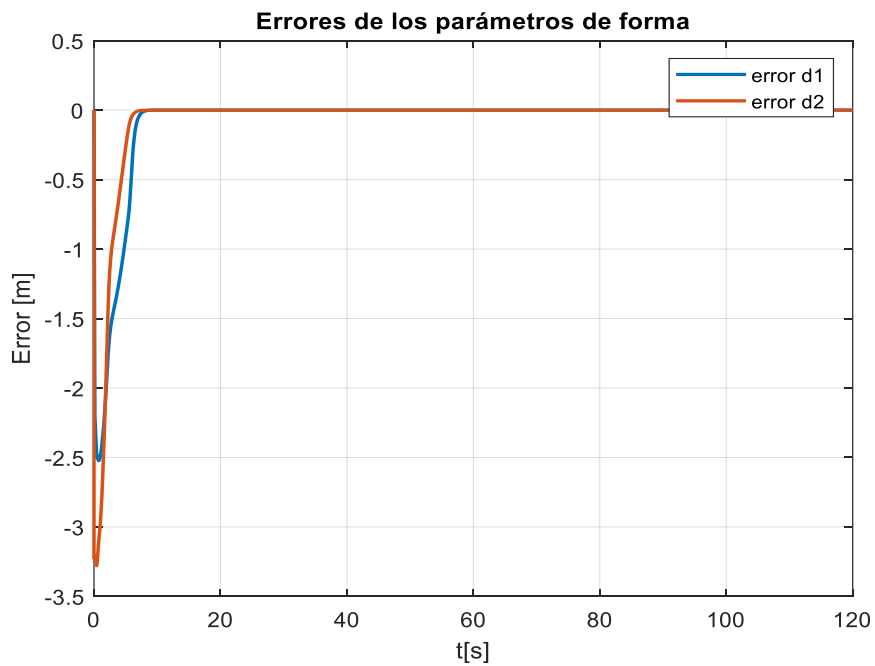


Figura 3.27 Trayectoria descrita por la formación heterogénea de robots.

Como se observa en la Figura 3.27 la formación de robots sigue la trayectoria deseada conservando los parámetros establecidos de forma y postura de la formación.



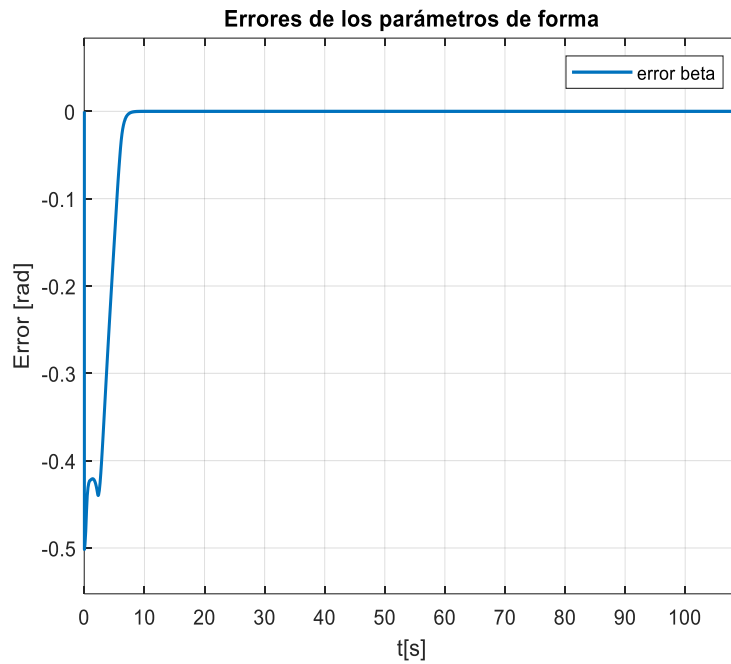
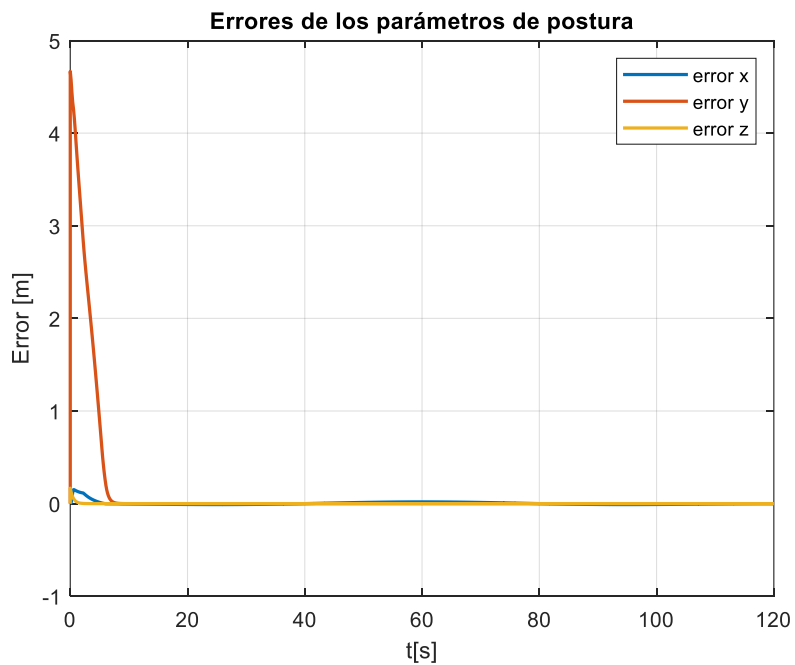


Figura 3.28 Errores de los parámetros de forma de la formación de robots.

En la Figura 3.28 se observa la evolución de las señales de error de los distintos parámetros de forma, se observa claramente que pasado unos 6 segundos aproximadamente, los errores se vuelven nulos con ello se llega alcanzar la forma deseada de la formación.



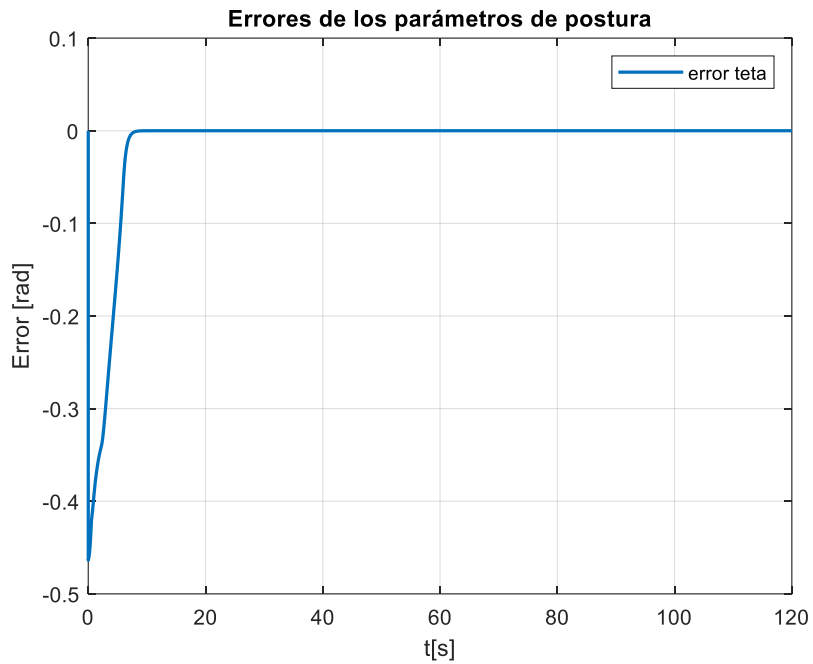


Figura 3.29 Errores de los parámetros de postura de la formación de robots.

De igual manera en la Figura 3.29 se observa las señales de los errores de los parámetros de postura de la formación, en este caso se observa que la posición del centroide en el eje x presenta una pequeña oscilación.

- En este caso **se varían los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres al doble al tiempo $t=60$ [s]**, obteniendo los siguientes resultados.

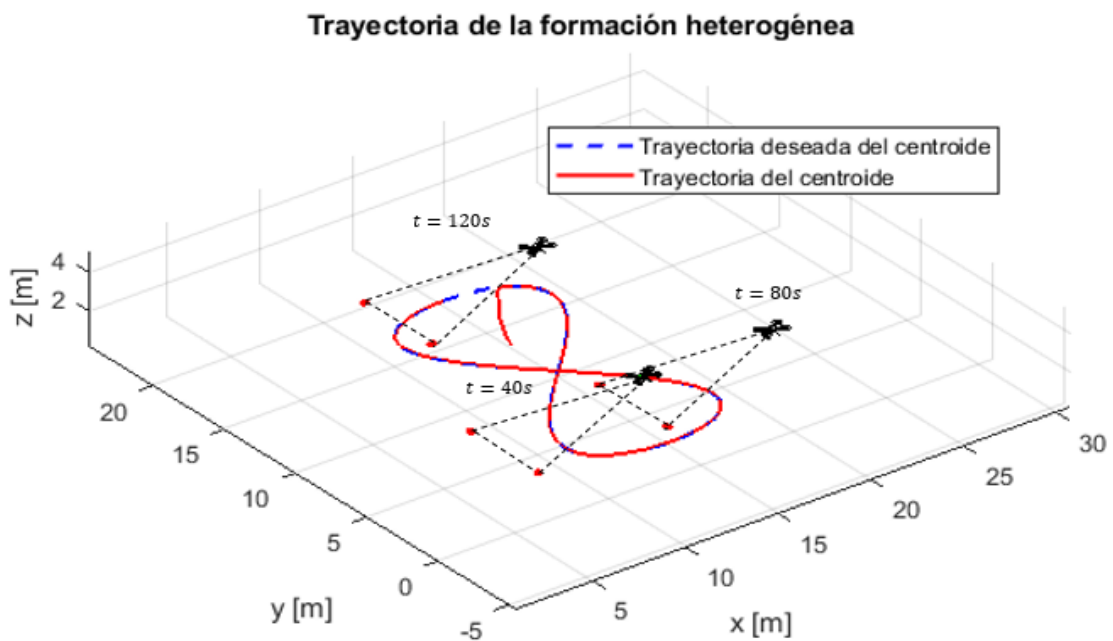


Figura 3.30 Seguimiento de trayectoria de la formación variando parámetros dinámicos.

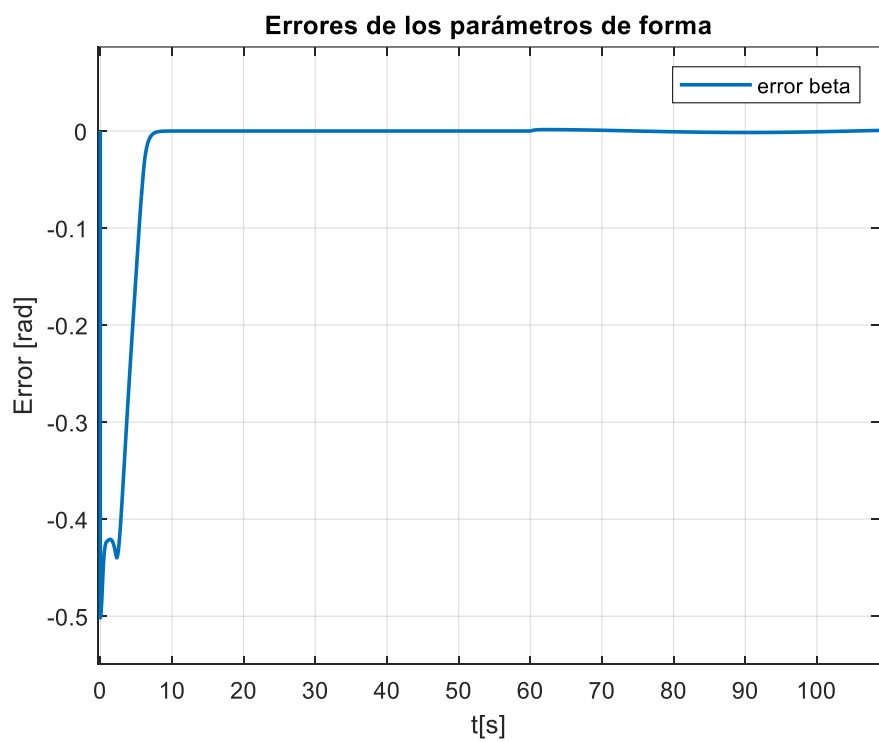
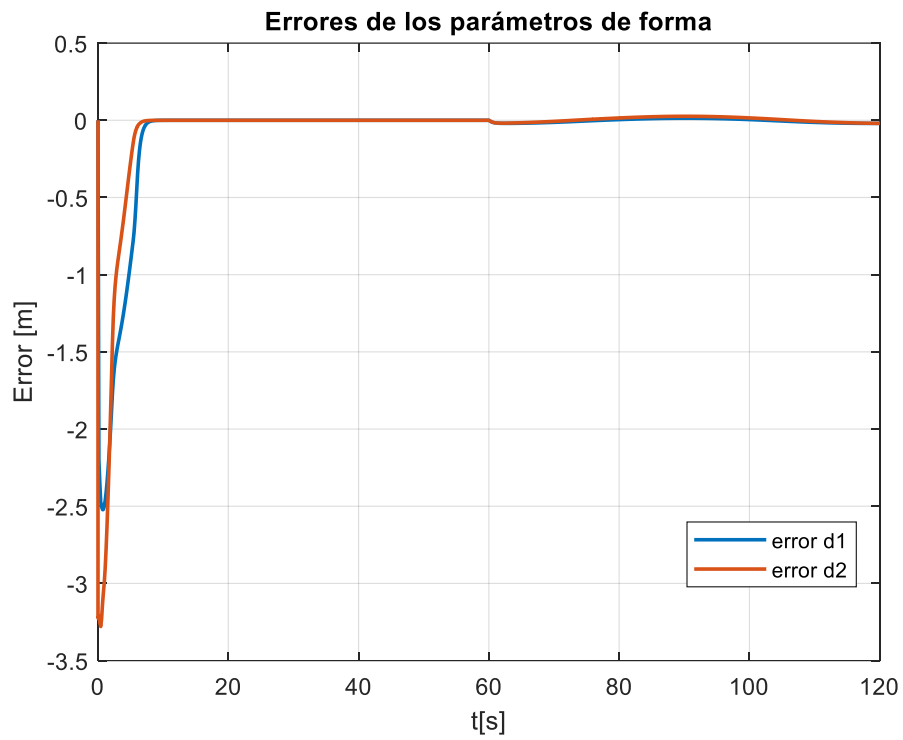


Figura 3.31 Errores de los parámetros de forma de la formación de robots.

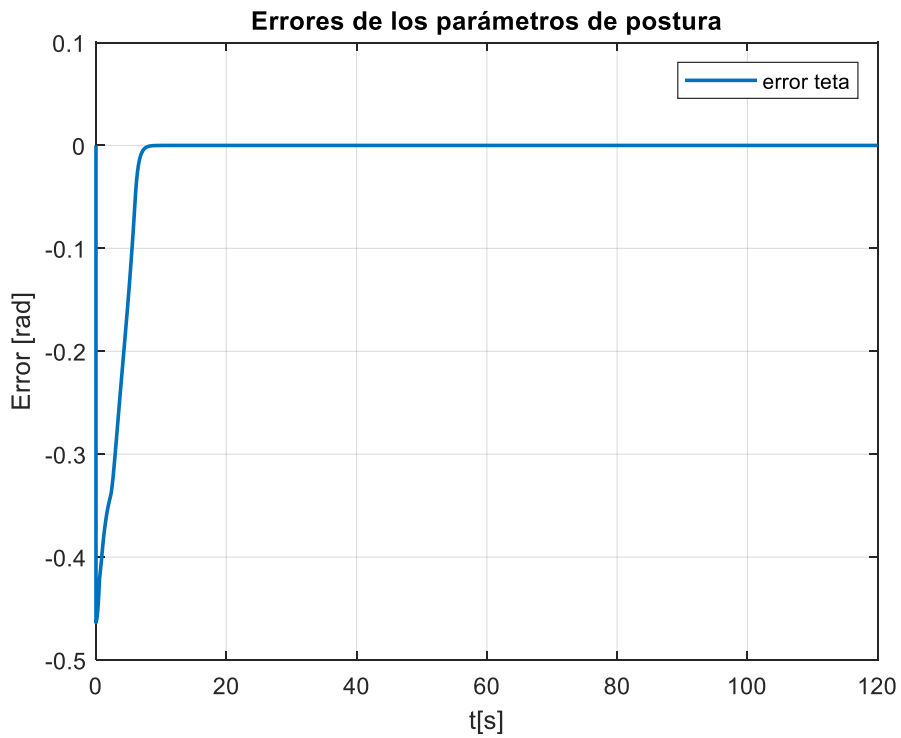
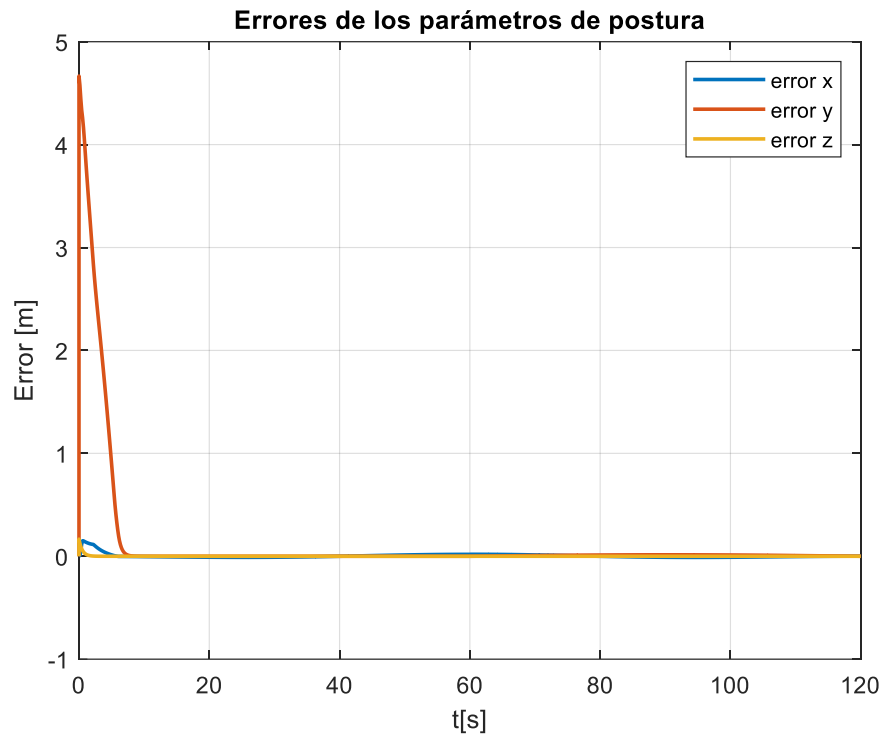


Figura 3.32 Errores de los parámetros de postura de la formación de robots.

En este caso se observa en las Figuras 3.31 y 3.32 como existen oscilaciones en las señales de los errores tanto en los parámetros de forma como los parámetros de postura al momento de variar los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres. En la tabla 3.7 se detalla los índices de rendimiento del sistema.

Tabla 3.7 Índices de rendimiento variando los parámetros dinámicos sin compensación adaptable.

| Señal | ISE | IAE |
|----------------|------------|------------|
| e_{d1} | 17.29 | 10.34 |
| e_{d2} | 18.67 | 9.08 |
| e_{β} | 0.72 | 1.99 |
| e_{xc} | 0.053 | 1.343 |
| e_{yc} | 43.24 | 14.79 |
| e_{zc} | 0.007 | 0.083 |
| $e_{\theta p}$ | 0.53 | 1.69 |

3.6. PRUEBA 5: SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE LA FORMACIÓN DE ROBOTS HETEROGÉNEA CON CONTROLADOR TIPO ADAPTABLE EN LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRES VARIANDO PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRES.

En esta prueba, se realiza la simulación de seguimiento de trayectoria de la formación heterogénea, utilizando el lazo interno de compensación dinámica tipo adaptable en los robots móviles terrestres. De igual manera se varía los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres para observar su comportamiento. El tiempo de simulación es de 120s y como trayectoria deseada se tiene la curva Lemniscata o tipo 8 detallada en la ecuación (3.5). En este caso se utiliza los mismos valores iniciales utilizados en la prueba anterior detallados en las Tablas 3.4 y 3.5.

De igual manera la calibración del controlador dinámico del cuadricóptero viene dada por los valores de la Tabla 3.6.

También se utiliza las constantes de la ecuación (3.9) para calibrar el controlador que permite compensar los parámetros de forma y postura de la formación heterogénea.

Además, al utilizar una compensación del tipo adaptable, se utiliza las constantes de calibración detalladas en la ecuación (3.10).

$$\gamma = \begin{bmatrix} 175 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 155 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

- En este caso se **varía los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres al doble al tiempo t=60 [s]** obteniendo los siguientes resultados:

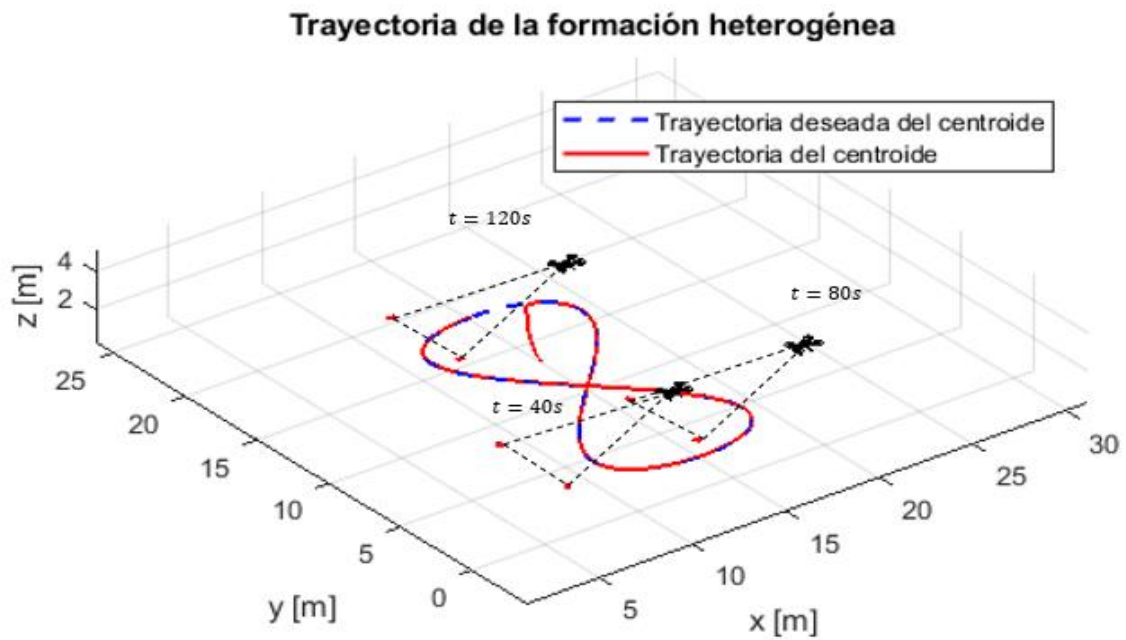
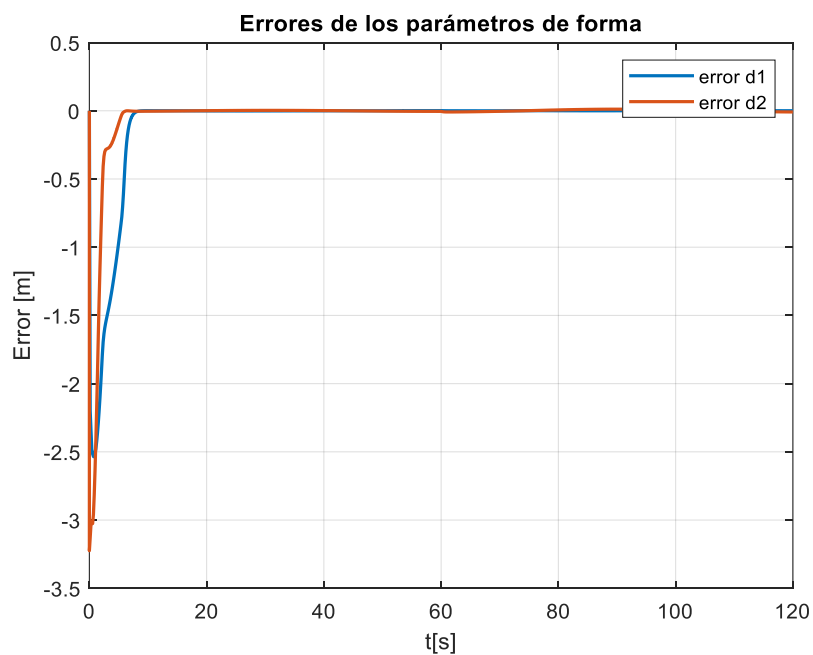


Figura 3.33 Seguimiento de trayectoria de la formación de robots.



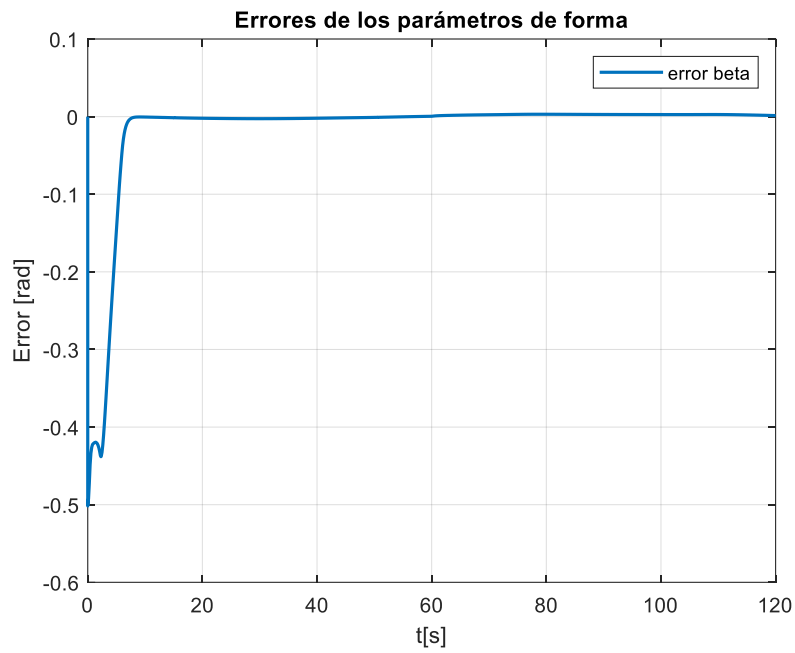
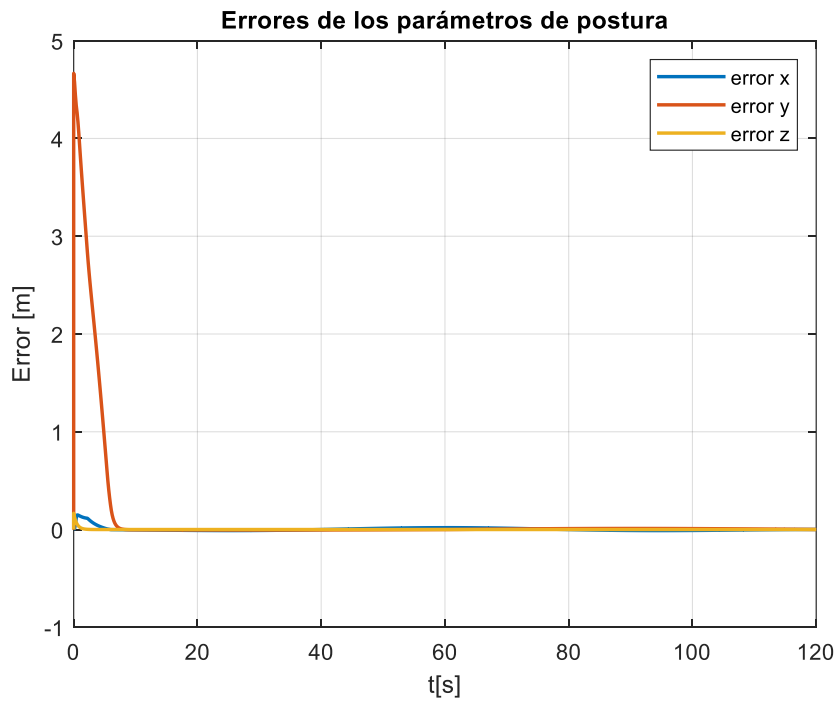


Figura 3.34 Errores de los parámetros de forma de la formación de robots.

En la Figura 3.33 se observa la trayectoria seguida por la formación de robots, en este caso la formación sigue la trayectoria deseada con ciertos desfases en ciertas partes de la trayectoria esto puede ser el efecto del tipo de trayectoria y el efecto de variar los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres.



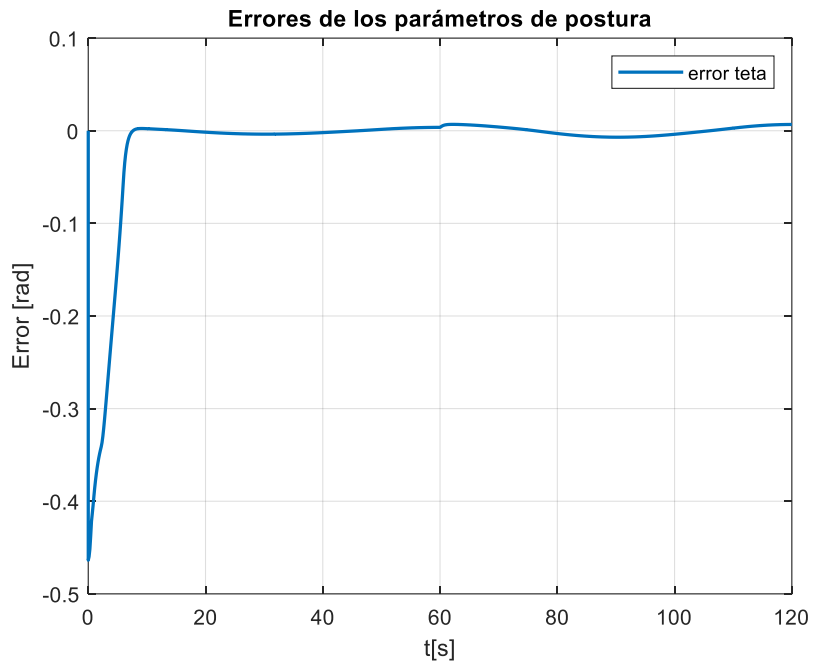


Figura 3.35 Errores de los parámetros de postura de la formación de robots.

En las Figuras 3.34 y 3.35 se observa los distintos errores tanto de los parámetros de forma como de postura de la formación de robots. Existen oscilaciones que se deben al efecto de la variación de los parámetros dinámicos de los móviles terrestres.

A continuación, se detalla la gráfica de los parámetros de compensación adaptable $\hat{\theta}$.

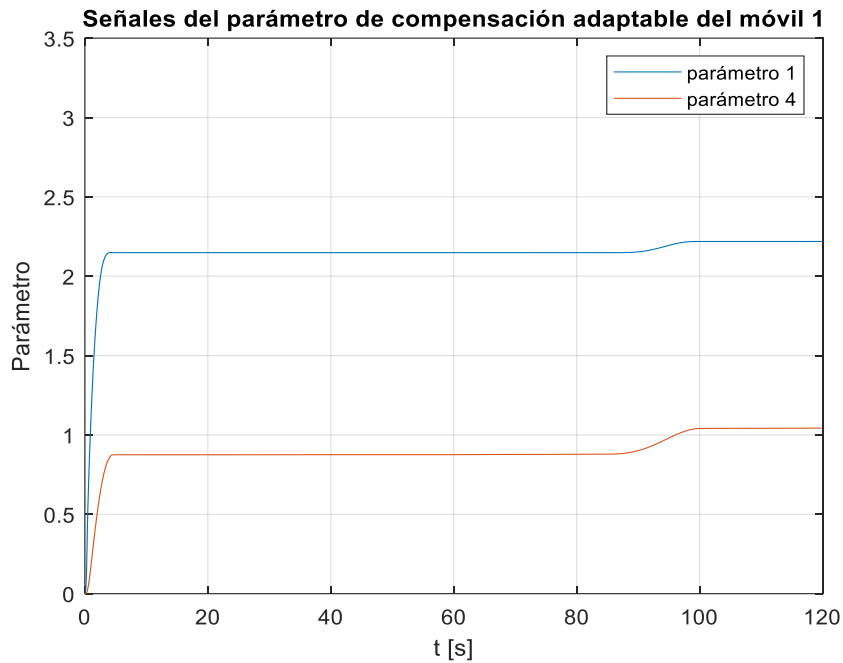


Figura 3.36 Parámetros de compensación adaptable del móvil 1.

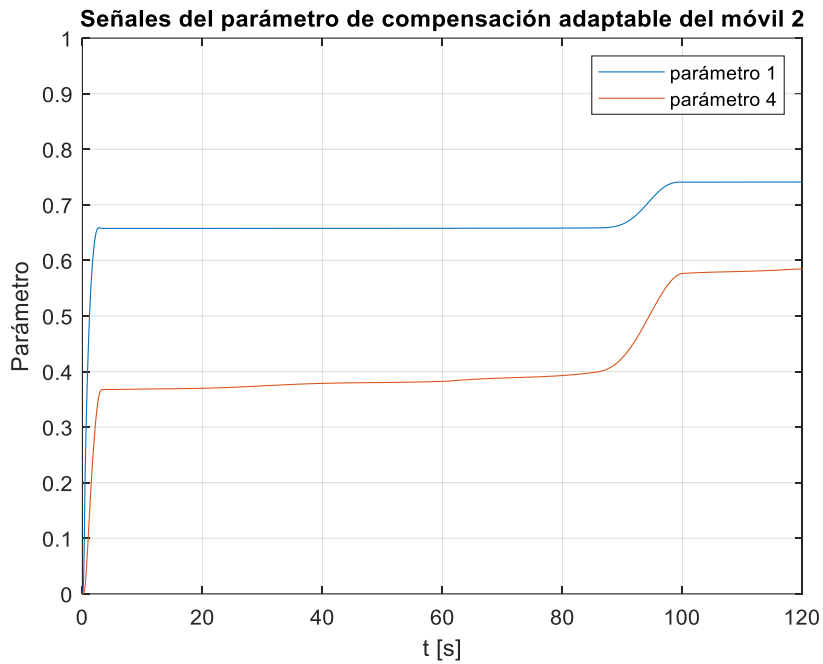


Figura 3.37 Parámetros de compensación adaptable del móvil 2.

En las Figuras 3.36 y 3.37 se detalla las señales del vector $\hat{\theta}$. Donde se observa que existe una variación que permite compensar los efectos de la variación de los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres.

En la Tabla 3.8 se detalla los índices de rendimiento obtenidos de la simulación del sistema con compensación adaptable.

Tabla 3.8 Índices de rendimiento variando los parámetros dinámicos con compensación adaptable.

| Señal | ISE | IAE |
|----------------|-------|-------|
| e_{d1} | 17.24 | 9.7 |
| e_{d2} | 18.5 | 9.95 |
| e_{β} | 0.71 | 2.17 |
| e_{xc} | 0.05 | 1.34 |
| e_{yc} | 43.31 | 14.86 |
| e_{zc} | 0.006 | 0.08 |
| $e_{\theta p}$ | 0.54 | 2.06 |

- A continuación, se detalla comparaciones de señales que permiten observar el efecto de la compensación adaptable en los robots móviles terrestres.

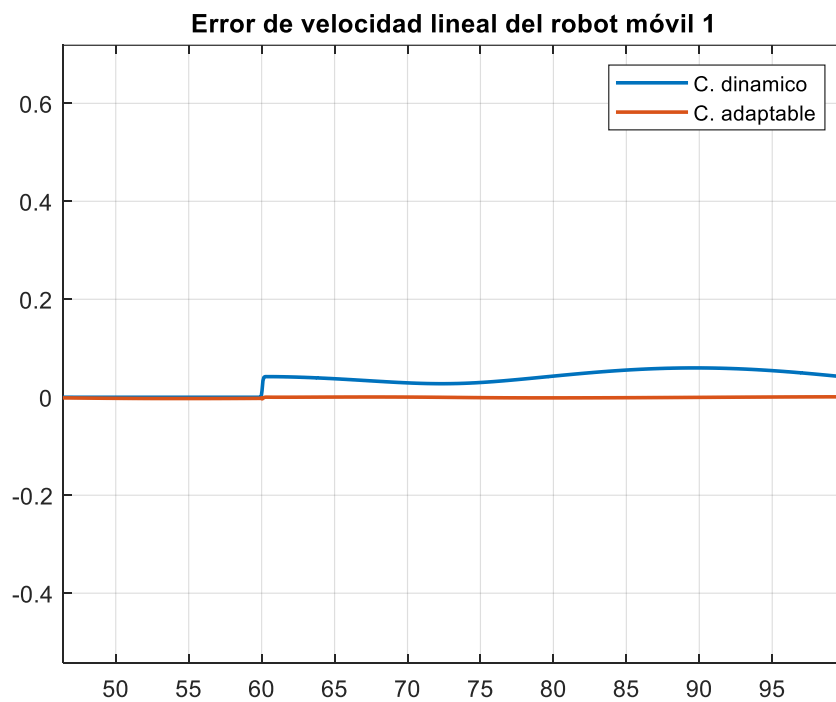


Figura 3.38 Comparación de error de velocidad lineal del robot móvil 1.

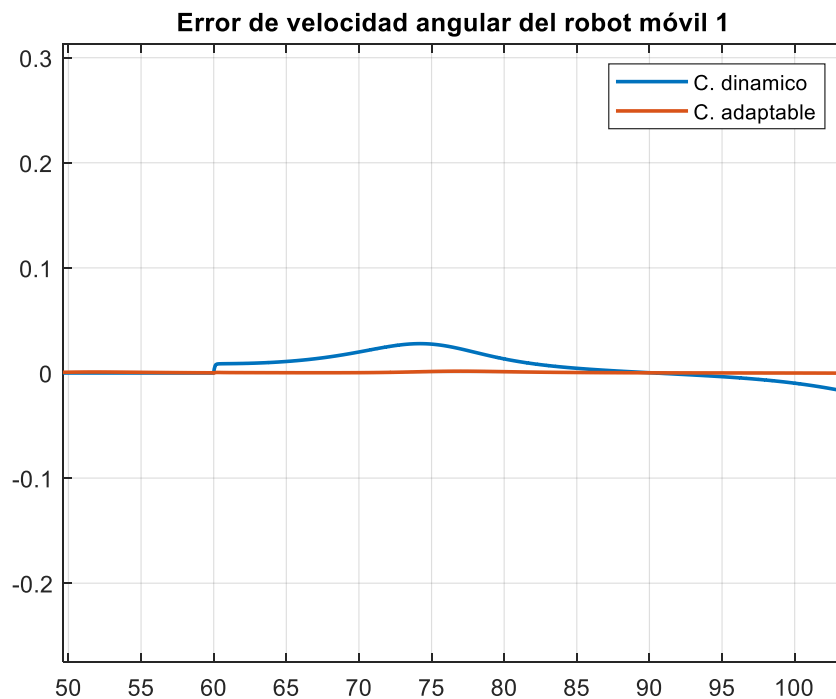


Figura 3.39 Comparación de error de velocidad angular del robot móvil 1.

En las Figuras 3.38 y 3.39 se puede apreciar de mejor manera el efecto de cada uno de los controladores (dinámico o adaptable). Con controlador adaptable vemos que la señal de error no oscila como en el caso del controlador dinámico y mantiene un menor valor de error.

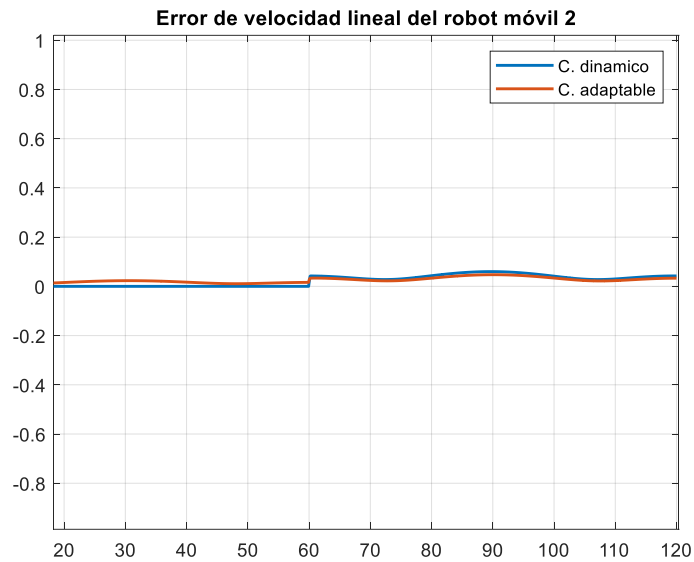


Figura 3.40 Comparación de error de velocidad lineal del robot móvil 2.

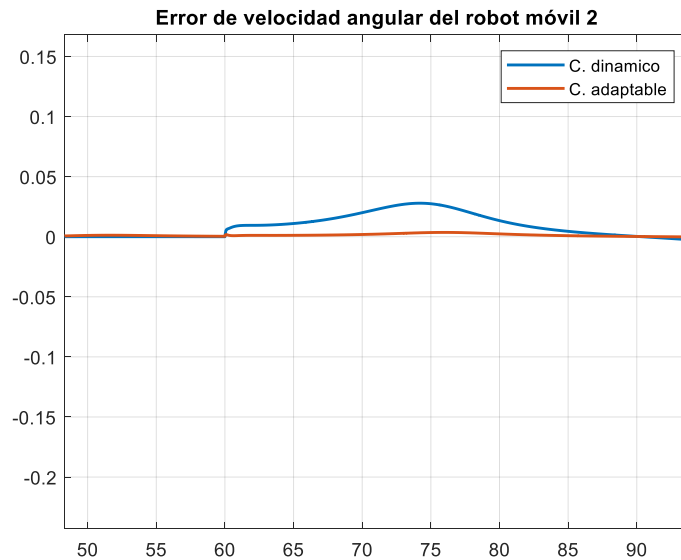


Figura 3.41 Comparación de error de velocidad angular del robot móvil 2.

En las Figuras 3.40 y 3.41 se observa la comparación de las señales de error de la velocidad lineal y angular del robot móvil 2. De igual manera se nota el efecto que con controlador se mitigan las oscilaciones y se presenta una señal más estable.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- Se implementó y verificó el funcionamiento tanto del modelo cinemático como dinámico del robot móvil terrestre tipo unicycle y del cuadricóptero en Matlab, mediante ello se logró entender como las señales de entrada del robot móvil terrestre y del cuadricóptero influyen en el movimiento de cada robot.
- Se implementó y verificó el funcionamiento del modelo matemático de la formación heterogénea de robots compuesta por dos robots móviles terrestres y un cuadricóptero, la cual establece relaciones geométricas permitiendo que la formación mantenga una forma y postura.
- Se diseñó un controlador de compensación dinámica PID y un controlador dinámico con compensación adaptable en los dos robots móviles terrestres, los cuales se encargan de compensar variaciones en los parámetros dinámicos de cada uno de los robots móviles terrestres, obteniendo mejores resultados con el controlador tipo adaptable.
- Se implementó un sistema de control tipo cascada en Matlab, el cual se compone de un lazo externo que se encarga del control de los parámetros de forma y postura de la formación de robots y de un lazo interno que se encarga de compensar las variaciones dinámicas de los robots móviles terrestres, notando la mejora en la respuesta ante variaciones en los parámetros dinámicos de los robots móviles terrestres.
- Se implementó una interfaz gráfica en Matlab en la cual se pudo realizar distintas pruebas, mediante la interfaz gráfica se logró obtener datos importantes de todo el sistema como: señales de control, errores de velocidades, índices de rendimiento, los cuales permiten conocer como está funcionando el sistema y poder sacar conclusiones.
- A partir de los datos obtenidos al realizar las diferentes pruebas, se puede decir que un sistema de control adaptable permite mejorar la respuesta de los robots móviles terrestres ante cambios en sus parámetros dinámicos. Esto se lo pudo notar de mejor manera en las gráficas de los errores tanto de la velocidad lineal y la velocidad angular de cada robot móvil terrestre.

RECOMENDACIONES

- En cuanto a la sintonización de los controladores en el presente trabajo se lo calibró de manera empírica, se recomendaría en otros proyectos aplicar distintas técnicas de sintonización y poder observar los resultados.
- En el desarrollo del presente trabajo se evidenció la importancia de utilizar saturadores a la salida de los controladores, ya que permiten limitar la acción de control y con ello evitar señales de control elevadas, las cuales un robot real no podría cumplir debido a sus limitaciones de construcción.
- Al momento de realizar las diferentes pruebas del sistema se recomienda tener en consideración las señales de control, ya que de estas señales depende como se van a comportar los diferentes robots móviles de la formación, en muchas ocasiones las señales de control de velocidad oscilan lo cual no es recomendable para ningún motor, ya que implica el desgaste de los mismos y menor tiempo de vida útil.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer y R. Aracil, Fundamentos de Robótica, Madrid: Mc-Graw-Hill , 1997.
- [2] A. Ollero Baturone, ROBÓTICA Manipuladores y robots móviles, Barcelona: MARCOMBO, S.A., 2001.
- [3] F. Reyes Cortés, Robótica, México: Alfaomega, 2011.
- [4] F. Poveda Solano y B. Sagnay Pilamunga, Diseño y simulación de esquemas de control tipo PID y espacio nulo para seguimiento de trayectoria y evasión de obstáculos aplicados a una formación heterogénea de dos robots móviles y un robot cuadricóptero, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 2020.
- [5] G. Andaluz Ortiz, Modelación, identificación y control de robots móviles, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 2011.
- [6] «Aynur Zakirov,» [En línea]. Available: https://aynur_zakirov.artstation.com/projects/8LB4n. [Último acceso: 20 12 2021].
- [7] G. Andaluz, V. Andaluz y A. Rosales, «Modelación, Identificación y Control de Robots Móviles,» Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2012.
- [8] D. Galar, A. Kumar y D. Seneviratne, Robots, Drones, UAVS and UGVs for operation and maintenance, New York: CRC Press, 2020.
- [9] P. Samaniego Villacrés y E. Vaca Cerda, Diseño y simulación de dos estrategias de control basado en espacio nulo y tipo PID para una formación de cuadricópteros, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [10] [En línea]. Available: <https://catsr.vse.gmu.edu/SYST460/QuadcopterDynamics.pdf>. [Último acceso: 03 01 2022].
- [11] L. Romero, D. Pozo y J. Rosales, «Quadcopter stabilization by using PID controllers,» [En línea]. Available: https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/21401/1/IEE_17_Romero%20et%20al.pdf. [Último acceso: 28 12 2021].
- [12] S. Kumar Saha, Introducción a la robótica, México: Mc Graw Hill, 2008.
- [13] R. Rico, P. Maisterra, M. Gil-Martínez, J. Rico-Azagra y S. Nájera, Identificación experimental de los parámetros de un cuatrirotor, Bilbao: Universidad de La Rioja, 2015.
- [14] E. Kagan, N. Shvalb y I. Ben-Gal, Autonomous Mobile Robots and Multi-Robot Systems, Chichester: Wiley, 2020.
- [15] T. Shima y S. Rasmussen, UAV Cooperative Decision and Control, Philadelphia: SIAM, 2009.
- [16] B. Kuo, Sistemas de control automático, México: Prentice Hall, 1996.

- [17] W. Bolton, MECATRÓNICA Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica, Ciudad de México: Alfaomega, 2017.
- [18] V. Alfaro Ruiz, «Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores.,» [En línea]. Available: <https://tableroalparque.weebly.com/uploads/5/1/6/9/51696511/valfaro02b.pdf>. [Último acceso: 06 01 2022].
- [19] K. Astrom y B. Wittenmark, Adaptive Control, Dover Publications, 1994.
- [20] «EMBENTION,» [En línea]. Available: <https://www.embention.com/es/news/control-adaptativo-y-sus-aplicaciones/>. [Último acceso: 06 01 2022].
- [21] J. Jaramillo Bucheli y F. Vaca de la Torre, Implementación de un sistema de control robusto para seguimiento de trayectoria de tres cuadricópteros en formación., Quito: Escuela Politécnica Nacional, 2018.
- [22] F. Fonter y L. Magni, «A generalization of Barbalat's Lemma with application to robust model predictive control.,» Universidad do Minho, Universidad degli Studi di Pavia., Guimaraes, Portugal.
- [23] J. Espinoza, Introducción al análisis de sistemas no lineales, Concepción: Universidad de Concepción, 2009.
- [24] C. Lewis, J. Feddema y P. Klarer, Tasking and control of a squad of robotic vehicles, Sandia National Laboratories, 2001.
- [25] F. Martins, W. Celeste, R. Carelli, M. Sarcinelli-Filho y T. Bastos-Filho, An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking., ELSEVIER, 2008.
- [26] V. Alejandro, «Scribd,» [En línea]. Available: <https://es.scribd.com/document/414325822/Aproximacion-Del-Angulo-Pequeno>. [Último acceso: 15 01 2022].

ANEXO A

SEÑALES DE SALIDA Y DE CONTROL DE LA PRUEBA 2.

SIN VARIAR PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

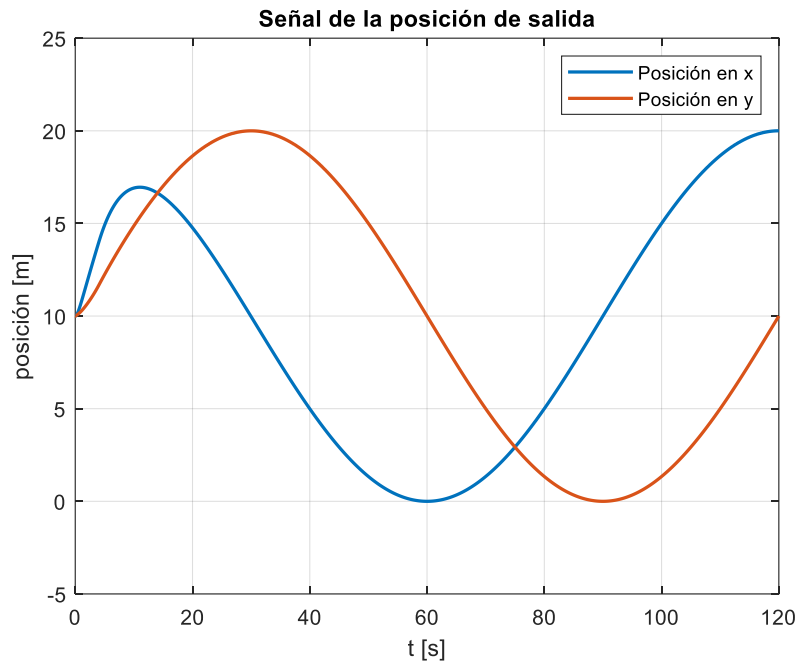


Figura A. 1 Señales de posición de salida del robot móvil terrestre.

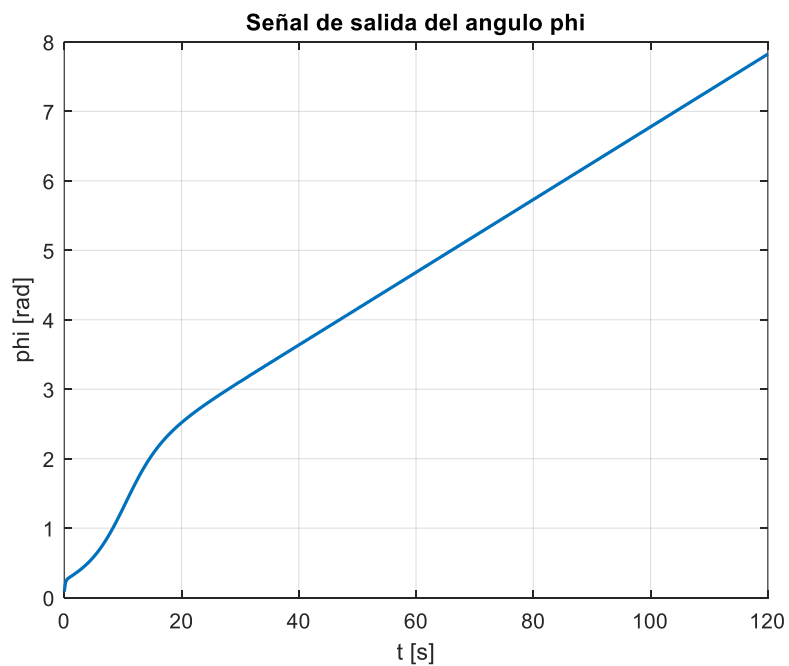


Figura A. 2 Señal de salida del ángulo phi del robot móvil terrestre.

ACCIONES DE CONTROL.

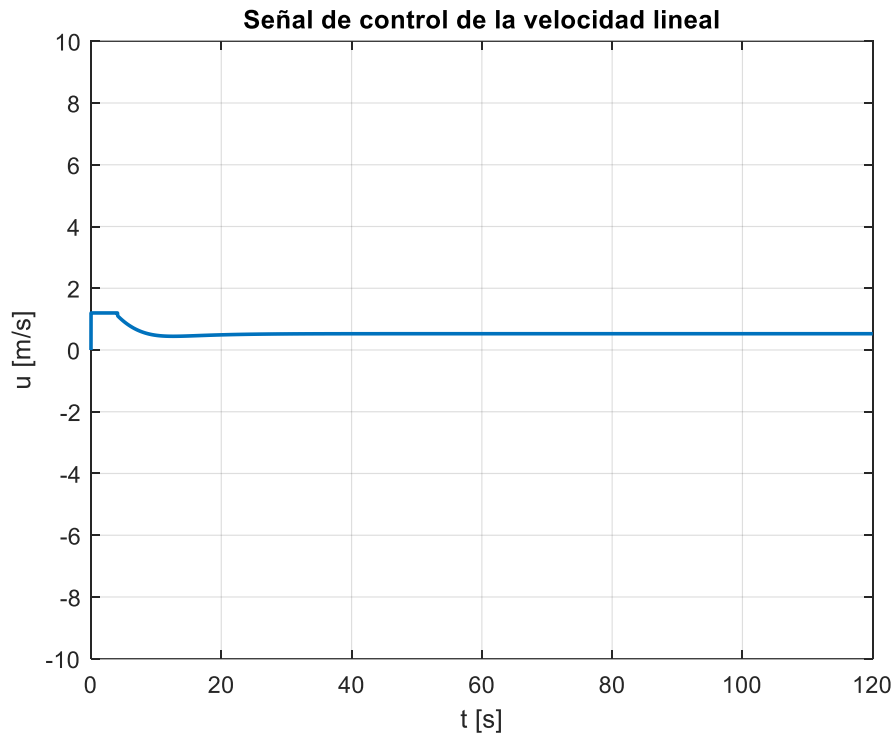


Figura A. 3 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil terrestre.

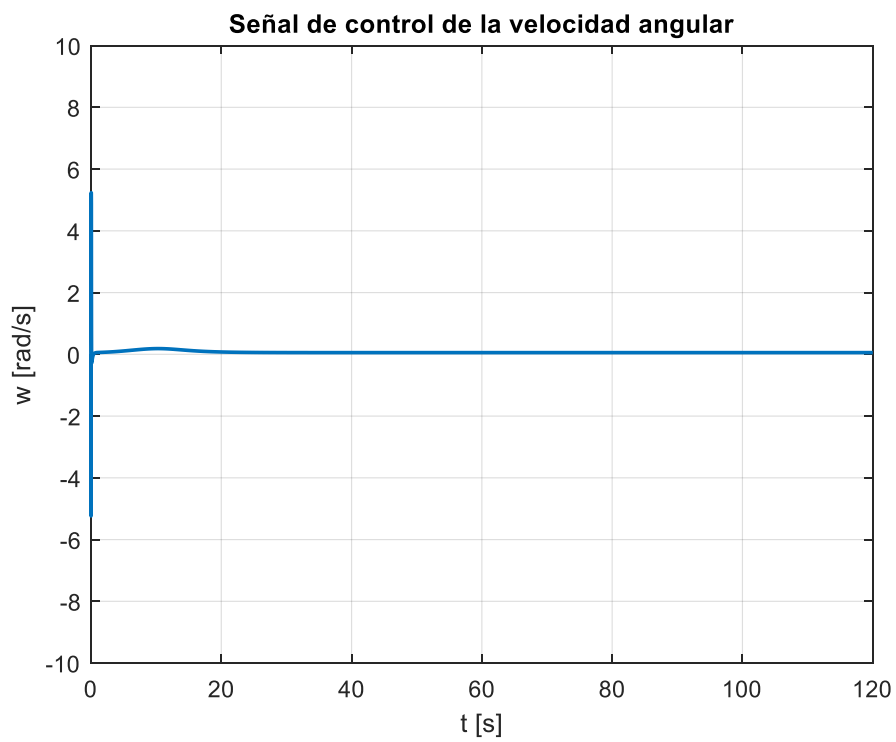


Figura A. 4 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil terrestre.

VARIANDO LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

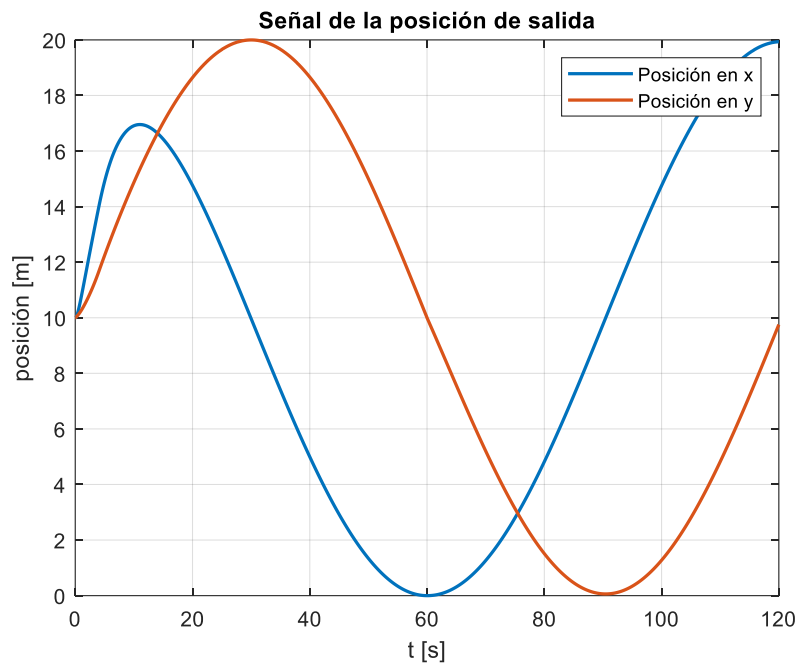


Figura A. 5 Señales de posición de salida del robot móvil terrestre.

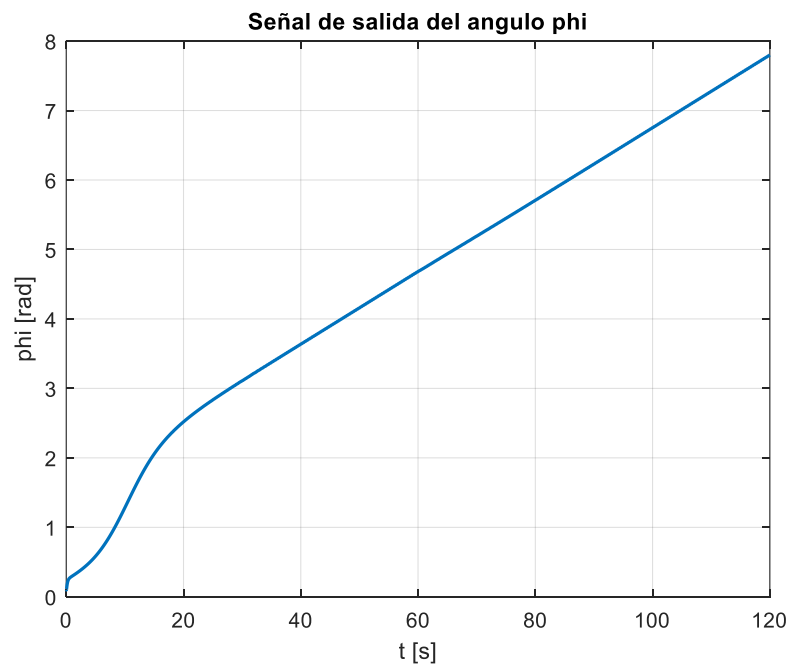


Figura A. 6 Señal de salida del ángulo phi del robot móvil terrestre.

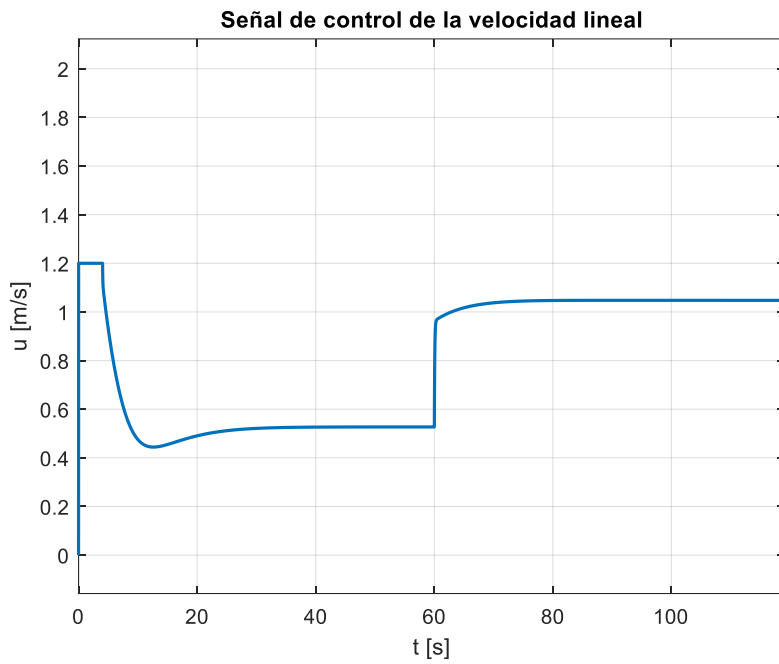


Figura A. 7 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil terrestre.

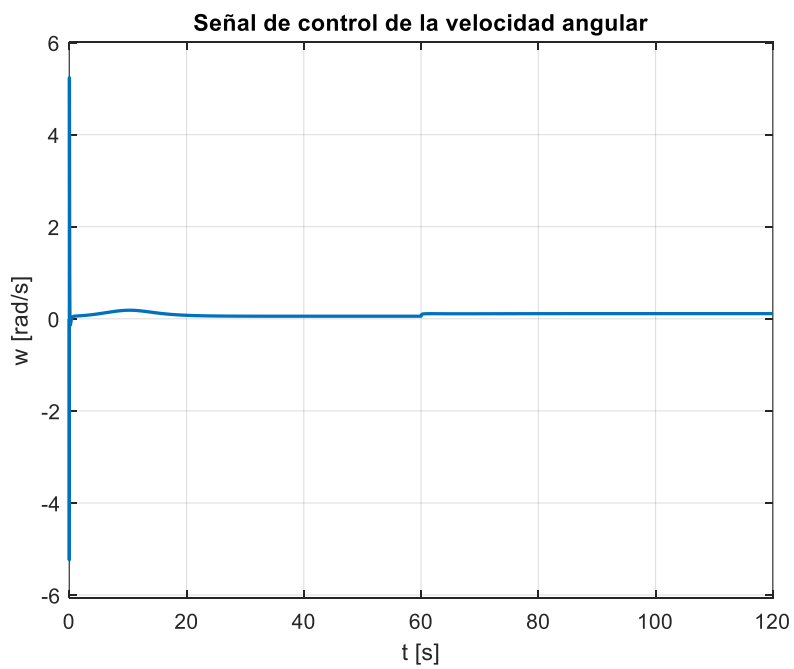


Figura A. 8 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil terrestre.

ANEXO B

SEÑALES DE SALIDA Y DE CONTROL DE LA PRUEBA 3.

VARIANDO LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT MÓVIL TERRESTRE.

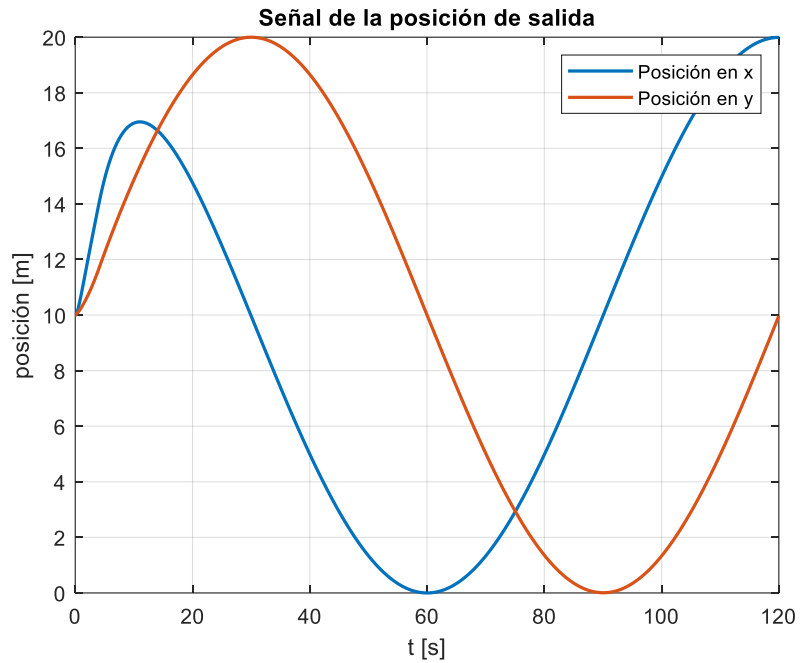


Figura B 1 Señales de posición de salida del robot móvil terrestre.

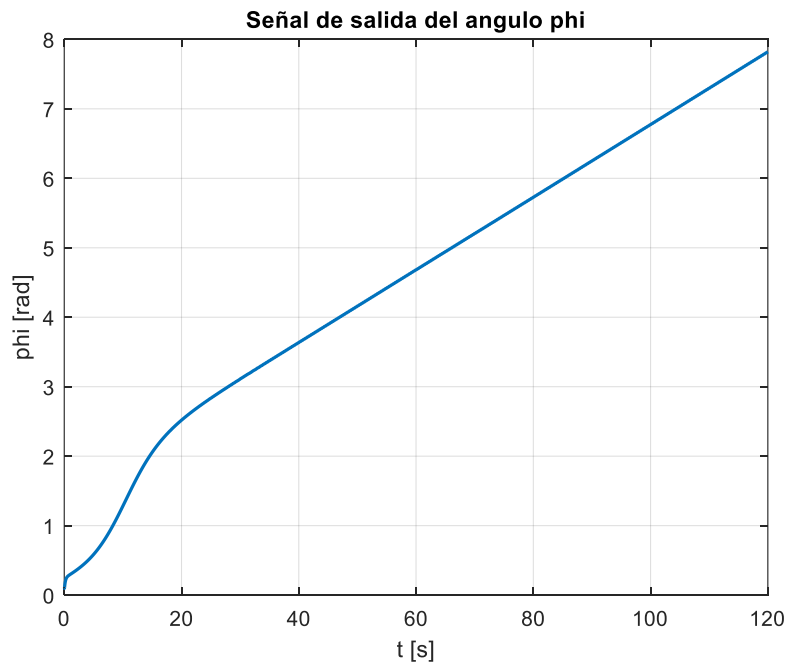


Figura B 2 Señal de salida del ángulo phi del robot móvil terrestre.

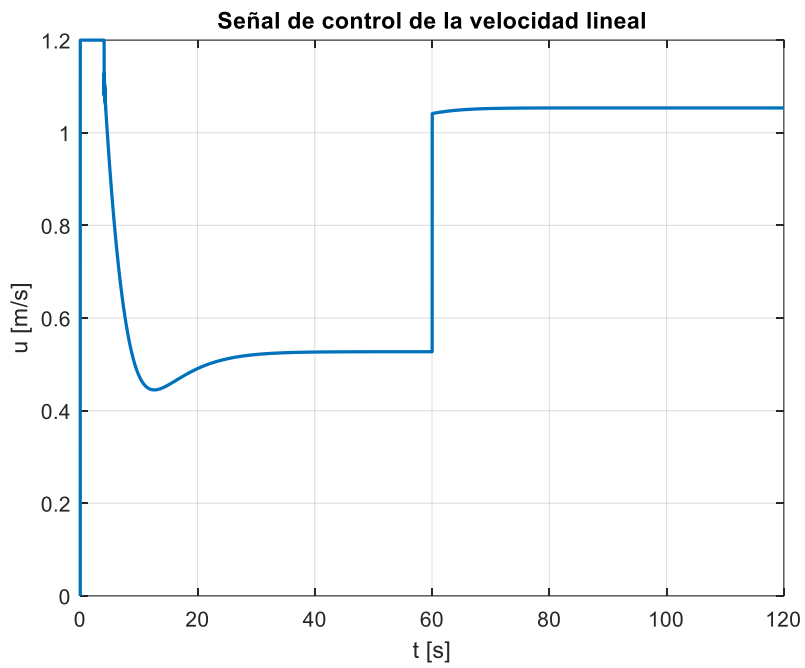


Figura B 3 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil terrestre.

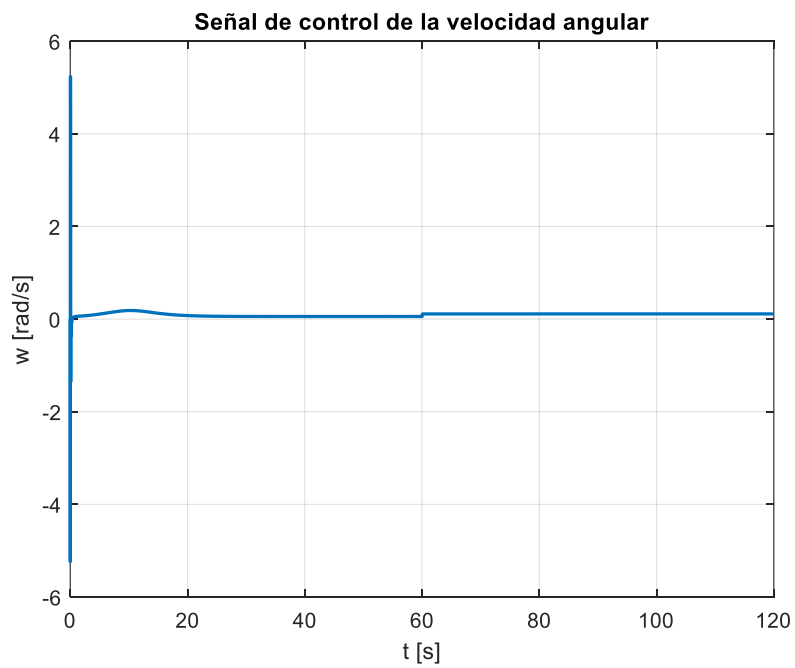


Figura B 4 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil terrestre.

ANEXO C

SEÑALES DE SALIDA Y DE CONTROL DE LA PRUEBA 4.

SIN VARIAR PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRE.

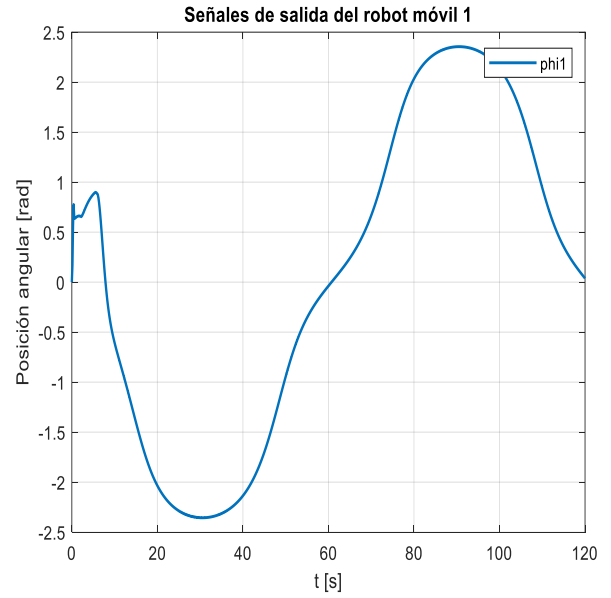
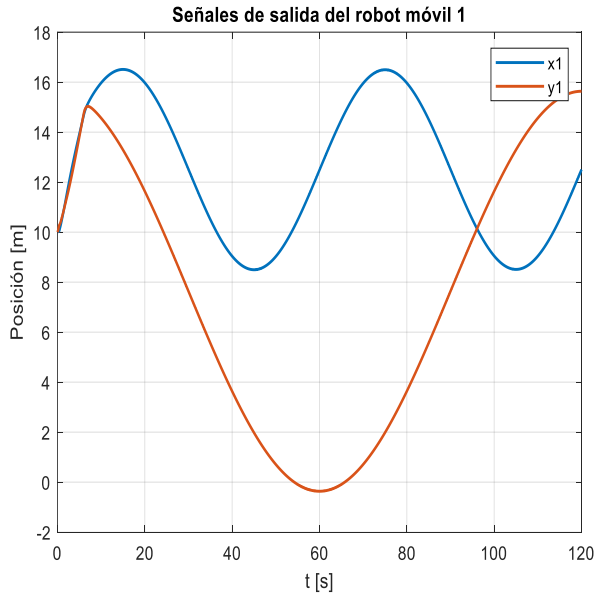


Figura C 1 Señales de posición de salida del robot móvil 1.

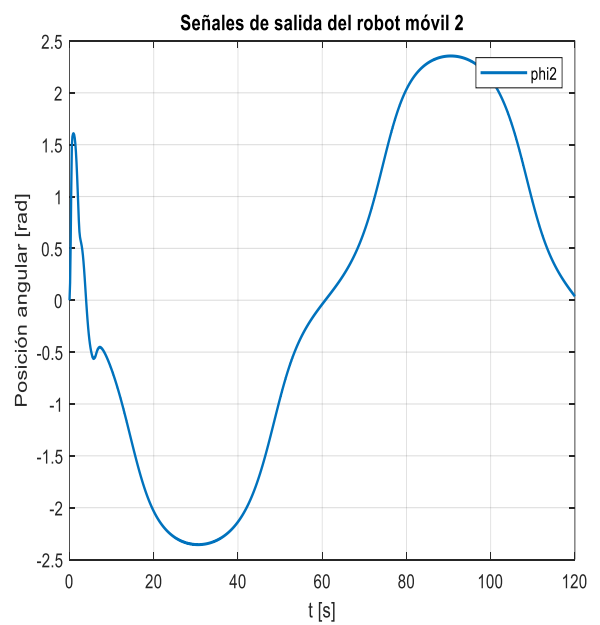
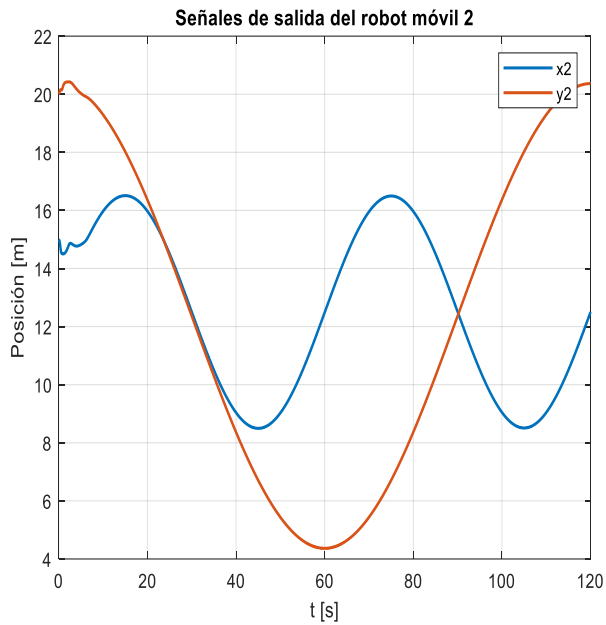


Figura C 2 Señales de posición de salida del robot móvil 2.

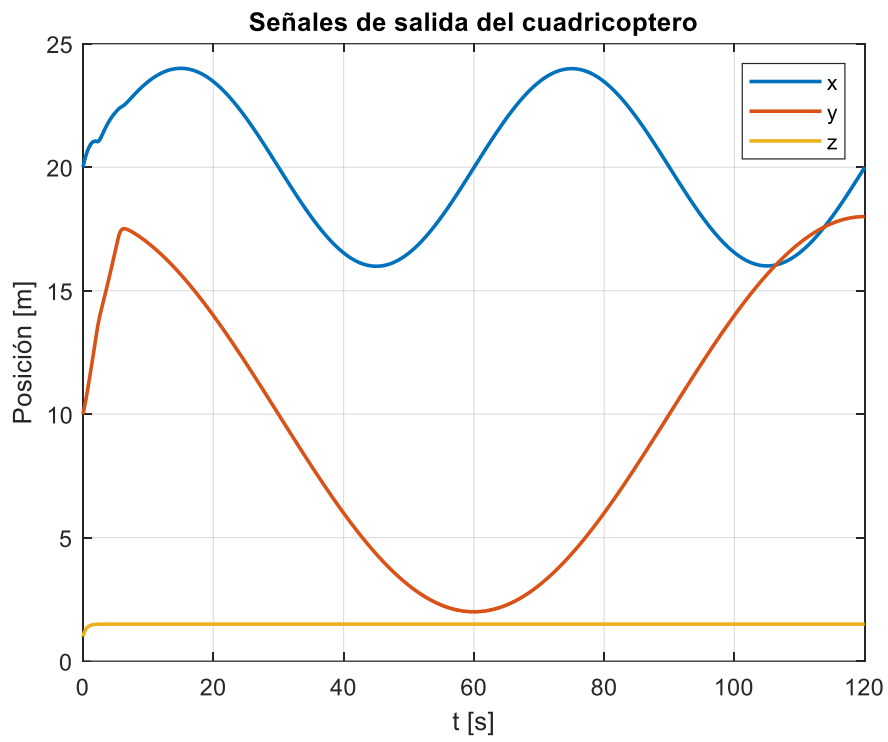


Figura C 3 Señales de posición de salida del quadricóptero.

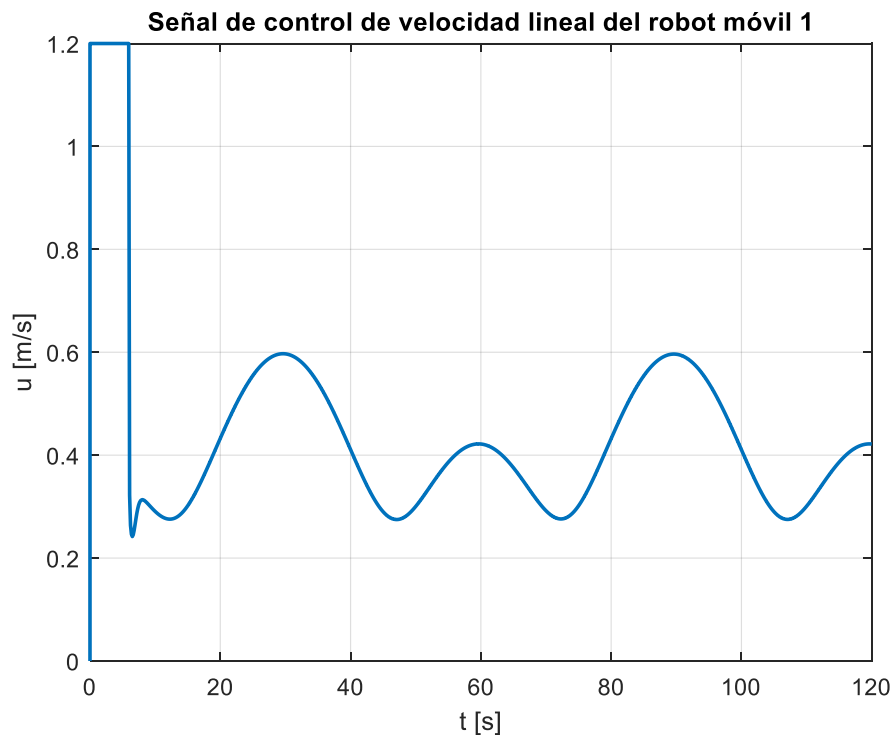


Figura C 4 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 1.

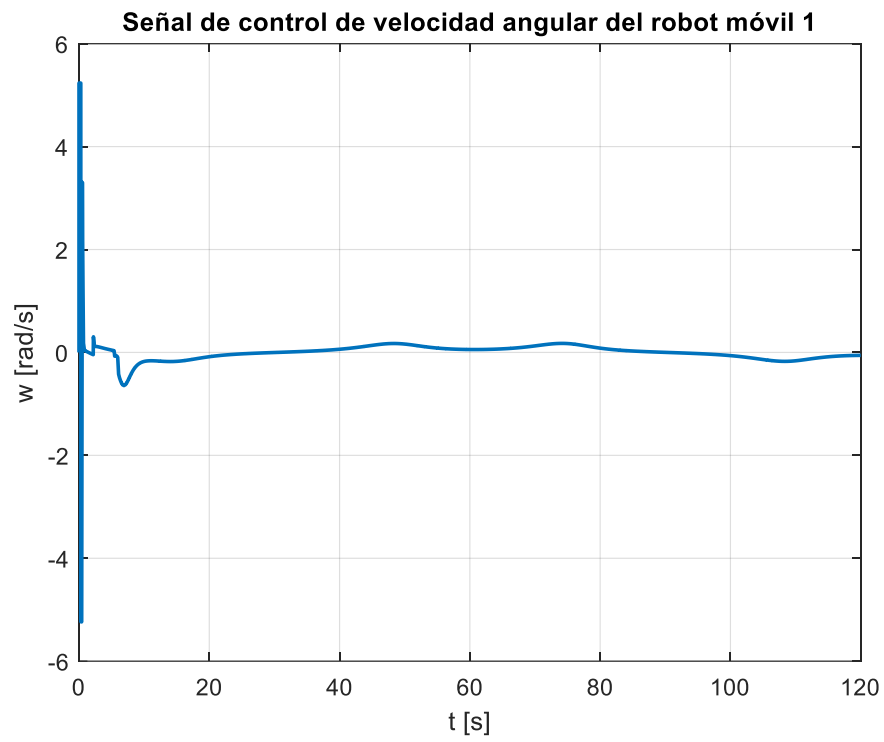


Figura C 5 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 1.

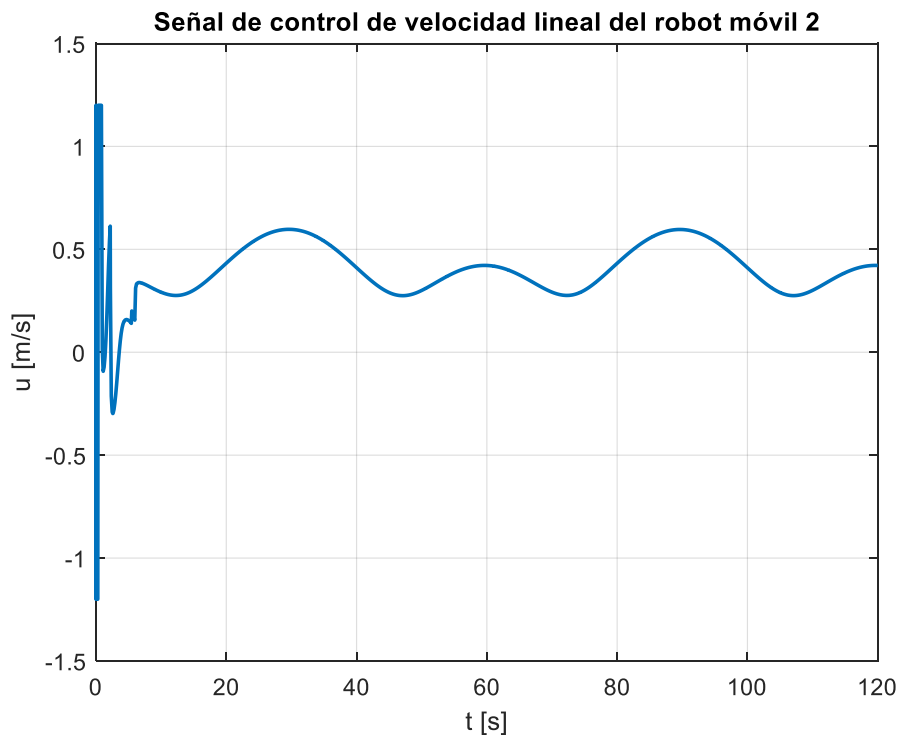


Figura C 6 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 2.

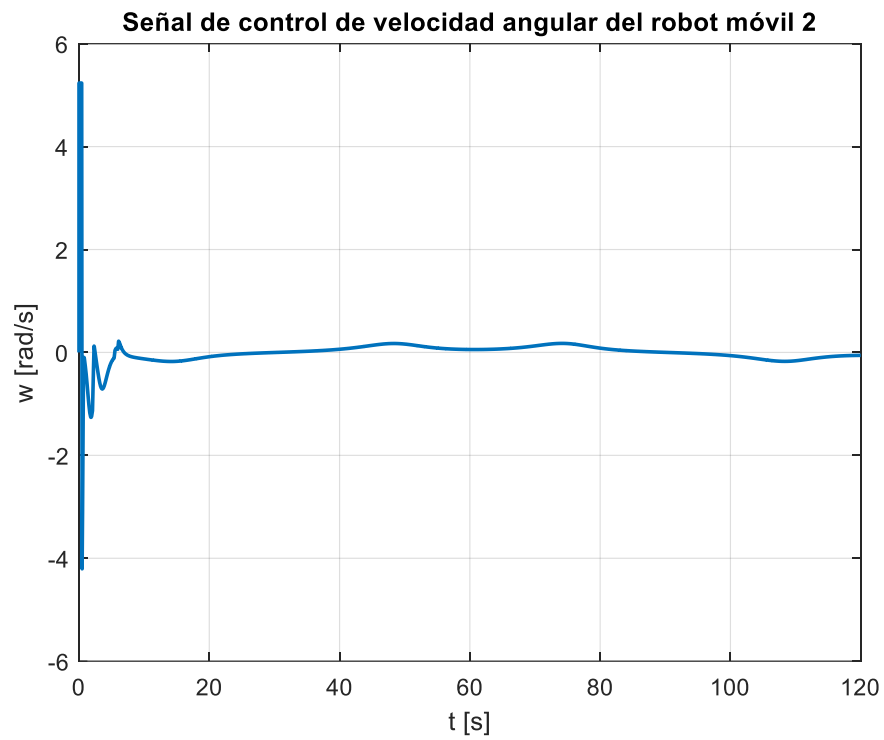


Figura C 7 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 2.

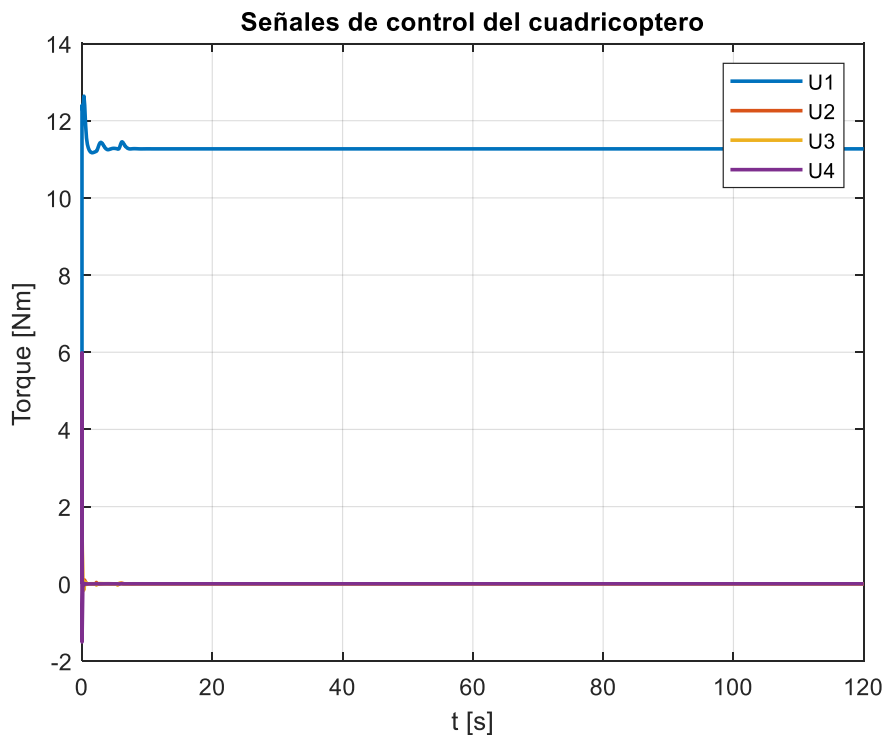


Figura C 8 Acciones de control del cuadricóptero.

VARIANDO LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRE.

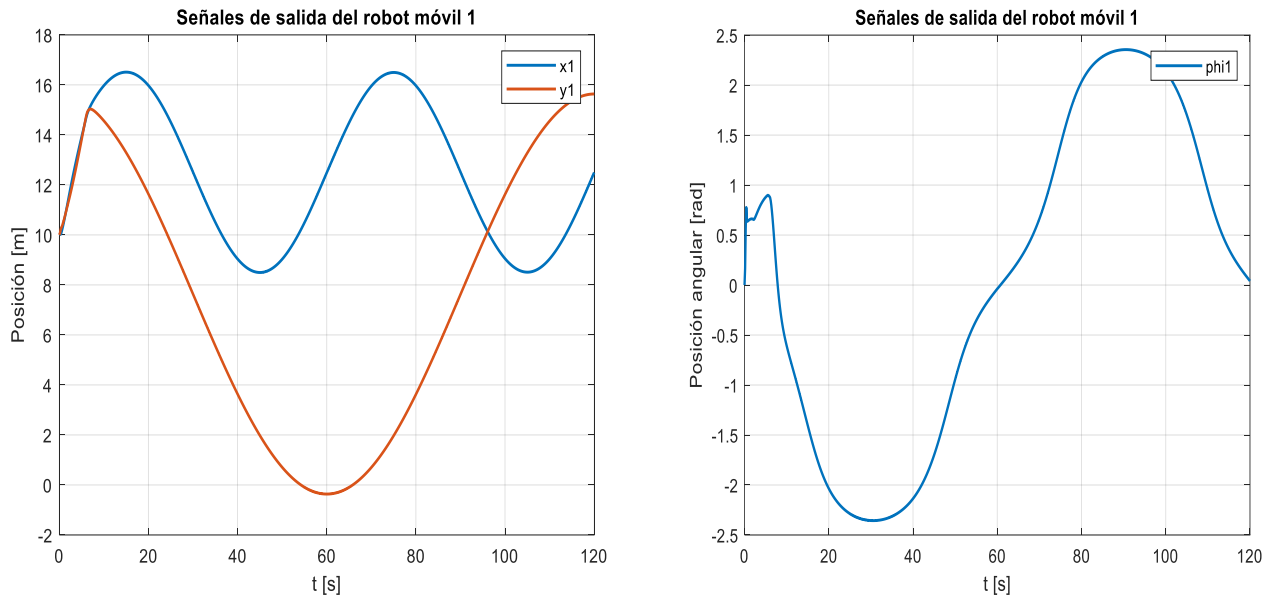


Figura C 9 Señales de posición de salida del robot móvil 1.

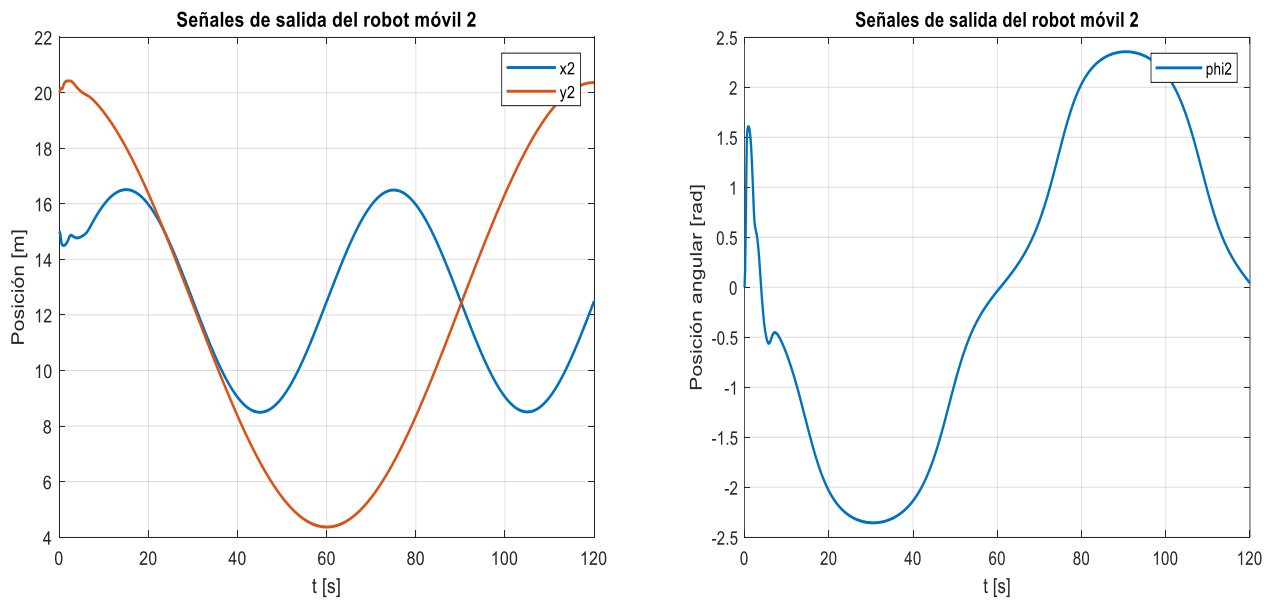


Figura C 10 Señales de posición de salida del robot móvil 2.

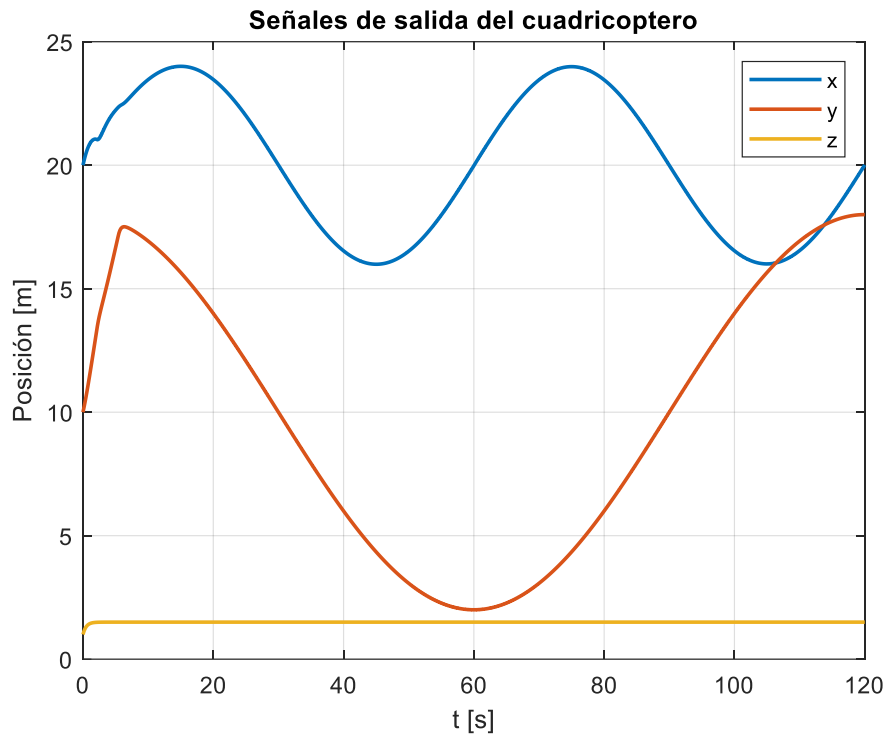


Figura C 11 Señales de posición de salida del cuadricóptero.

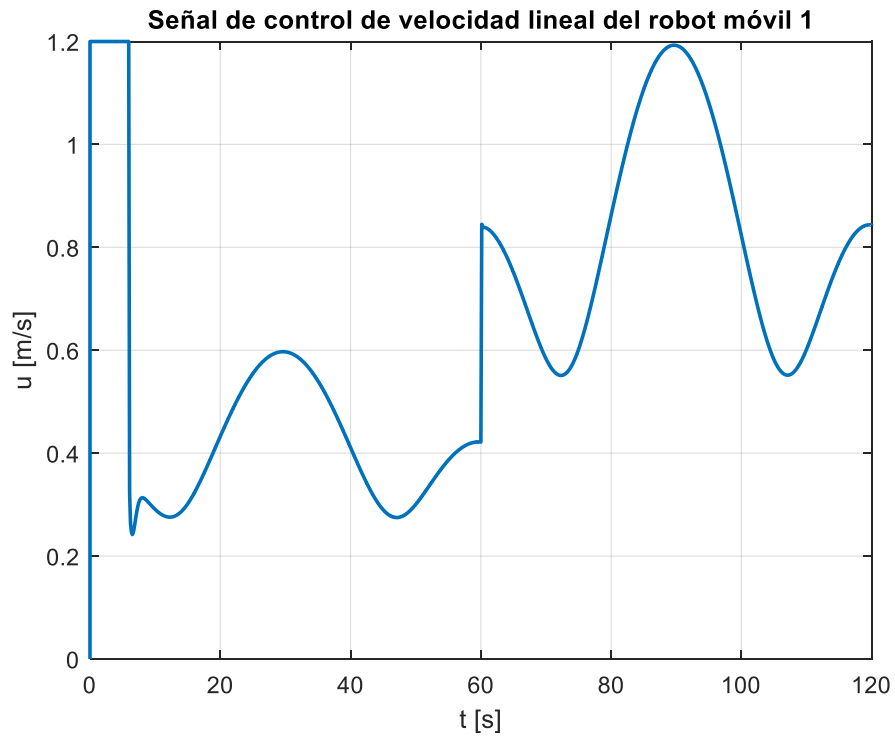


Figura C 12 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 1.

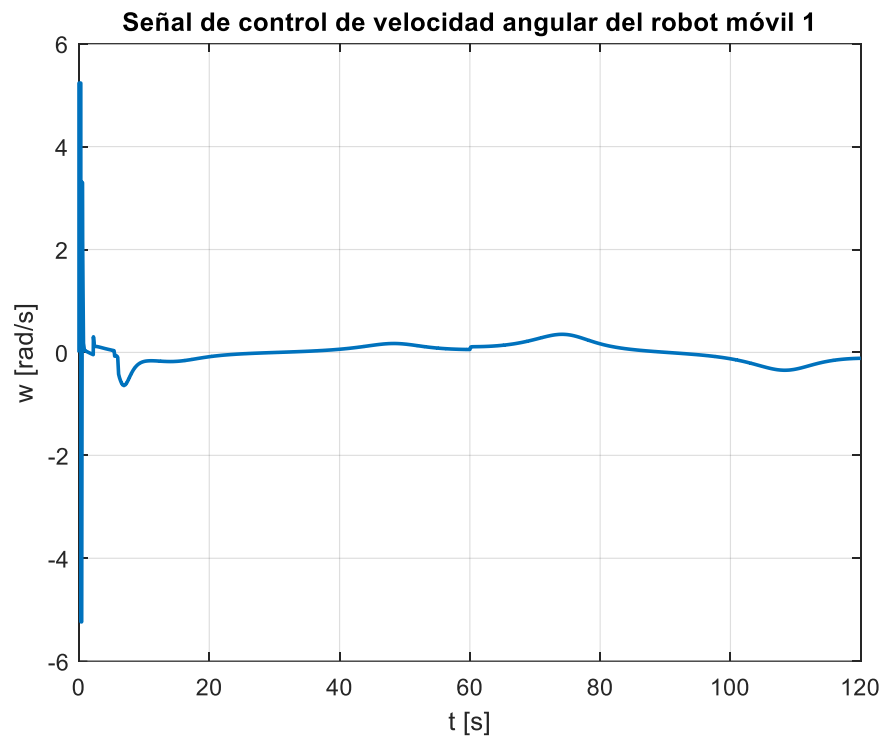


Figura C 13 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 1.

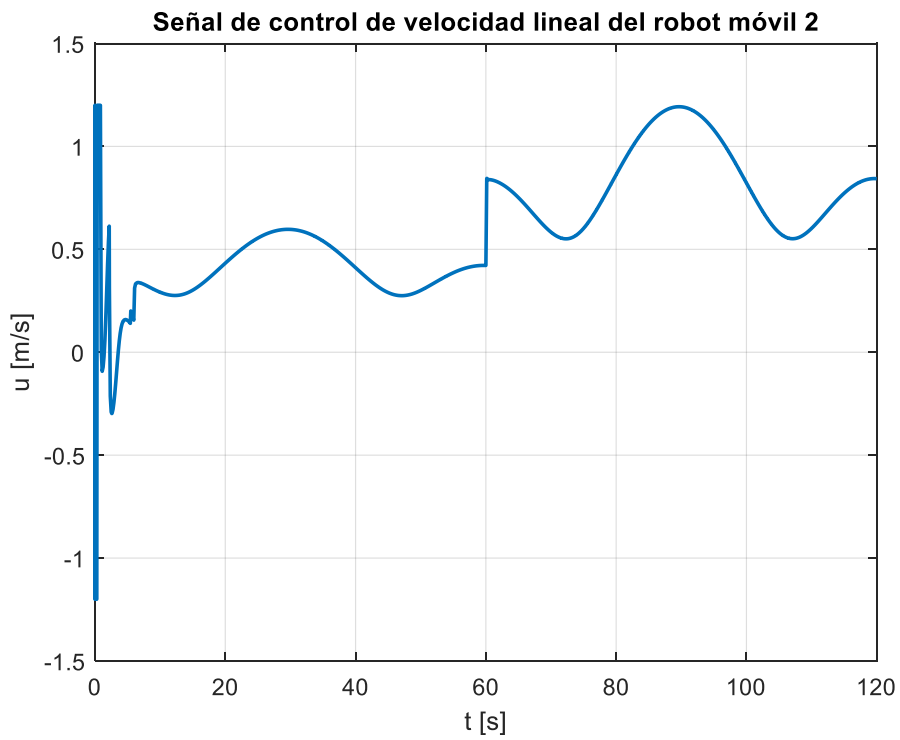


Figura C 14 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 2.

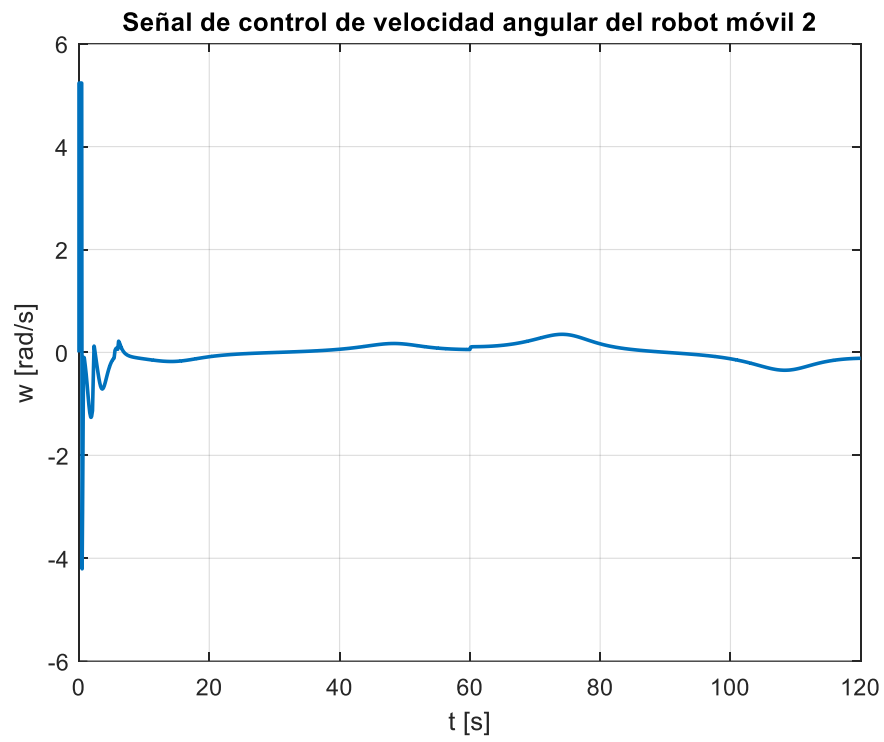


Figura C 15 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 2.

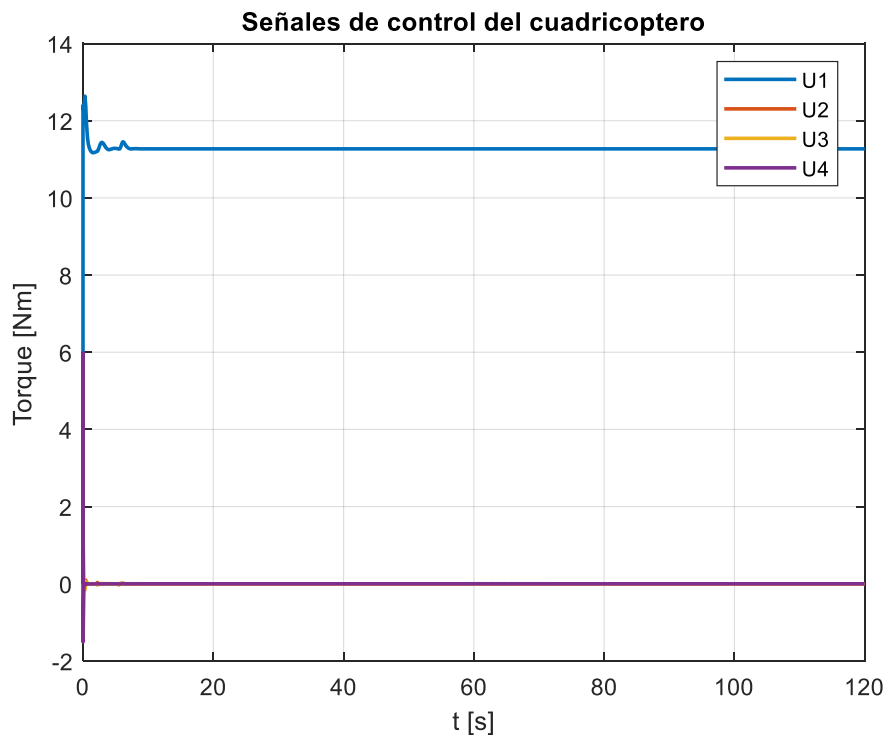


Figura C 16 Acciones de control del cuadricóptero.

ANEXO D

SEÑALES DE SALIDA Y DE CONTROL DE LA PRUEBA 5.

VARIANDO LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DE LOS ROBOTS MÓVILES TERRESTRE.

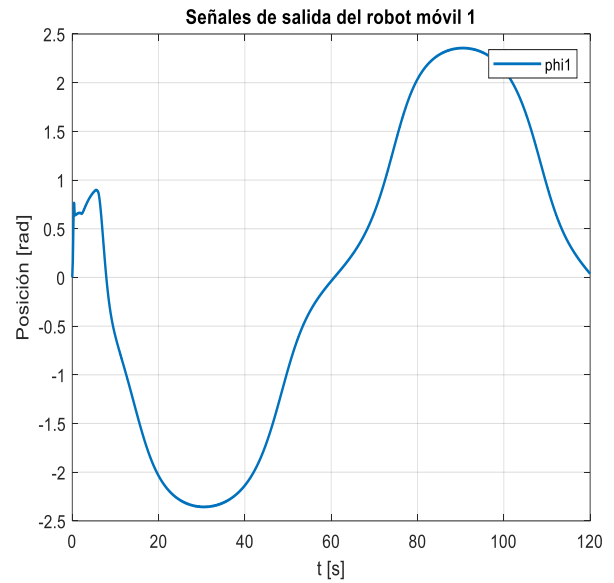
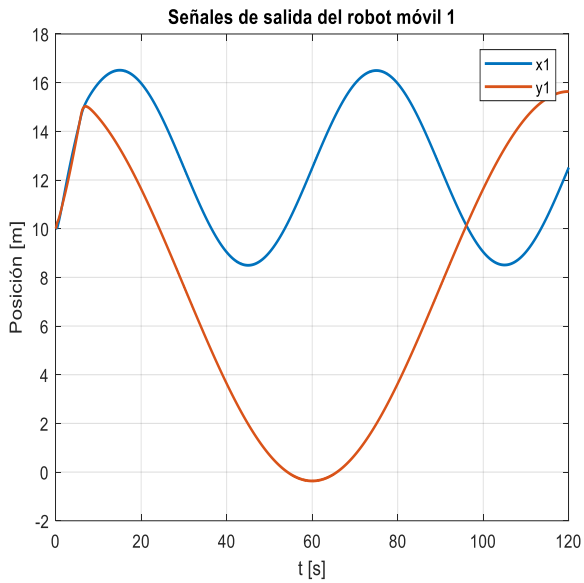


Figura D 1 Señales de posición de salida del robot móvil 1

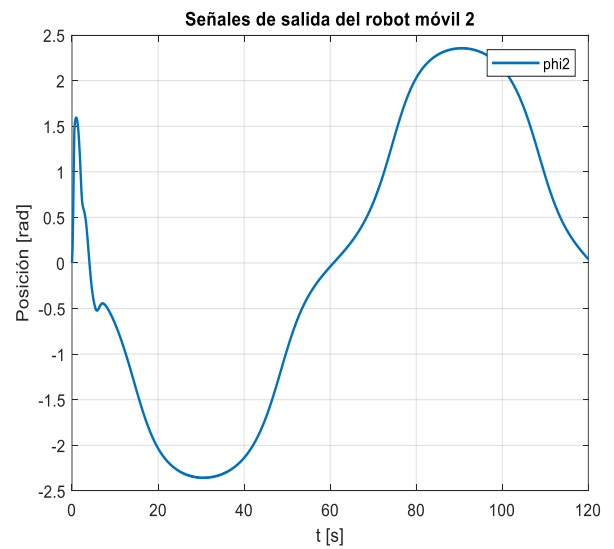
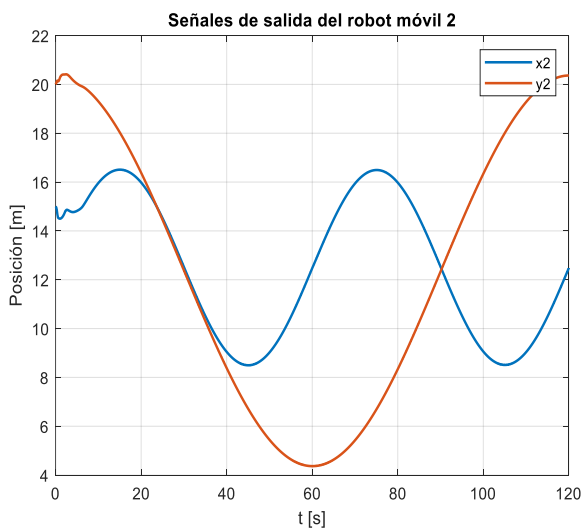


Figura D 2 Señales de posición de salida del robot móvil 2.

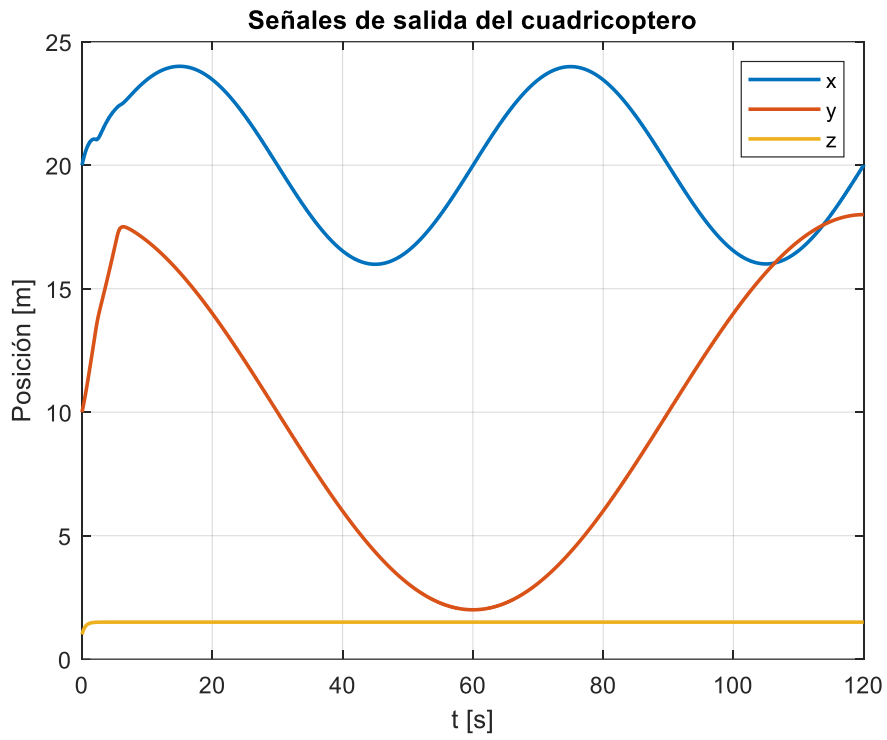


Figura D 3 Señales de posición de salida del cuadricóptero.

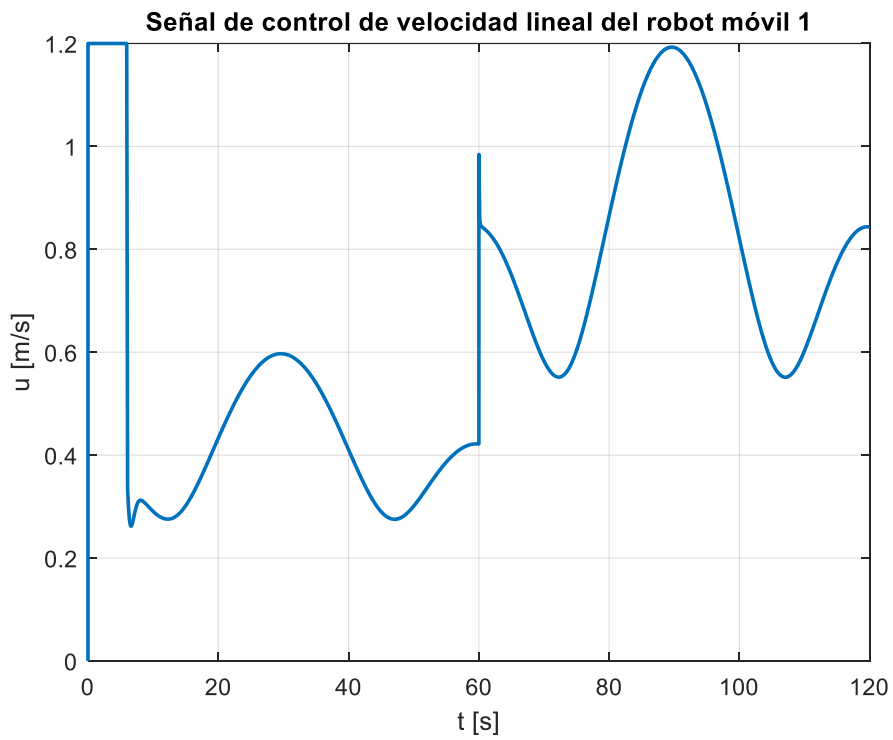


Figura D 4 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 1.

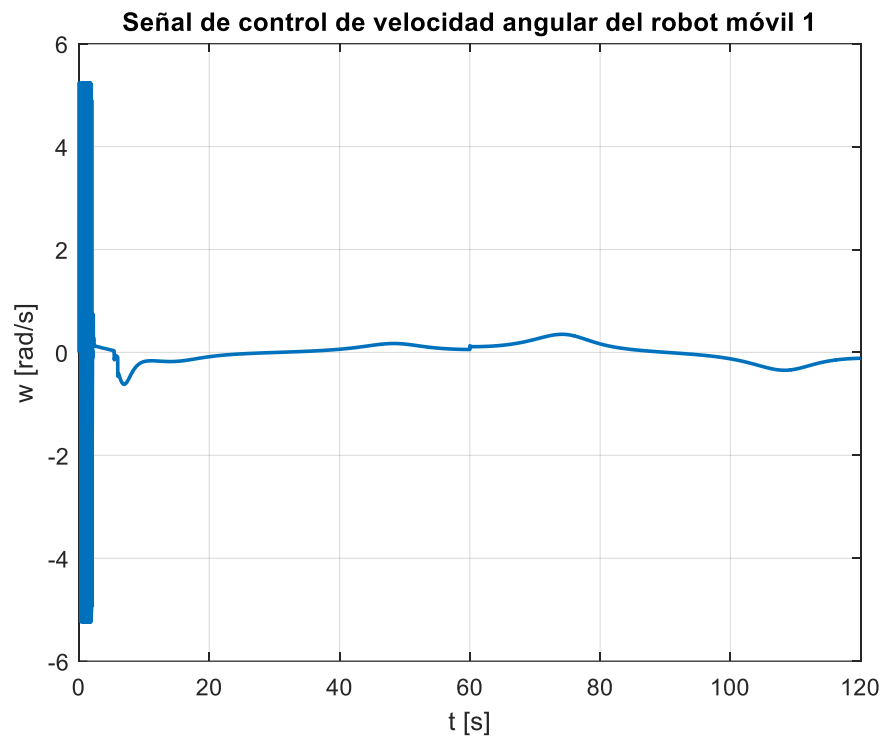


Figura D 5 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 1.

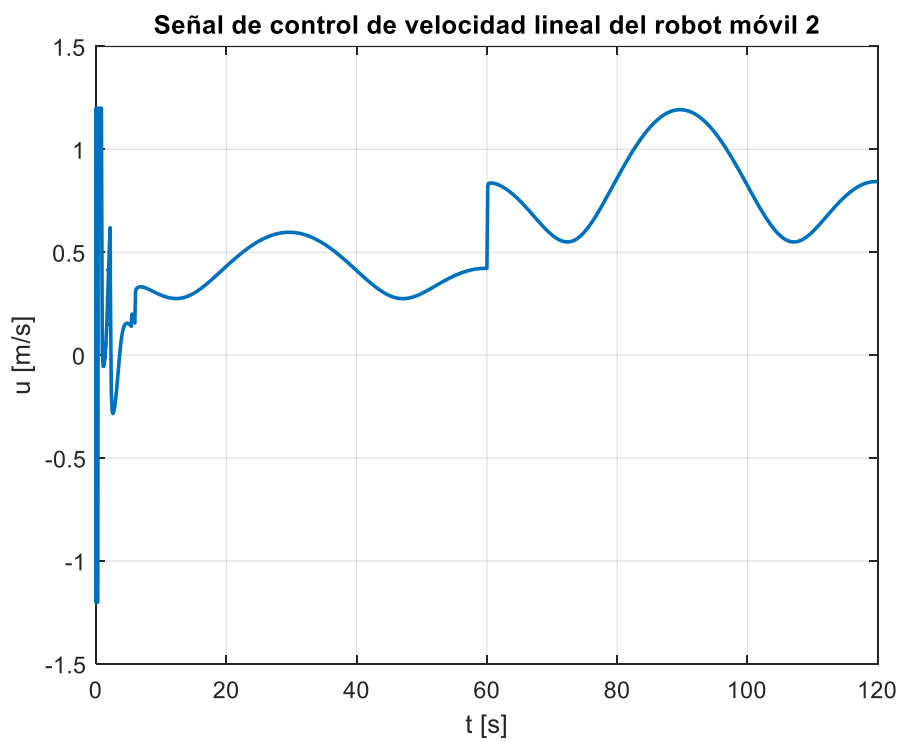


Figura D 6 Acción de control de la velocidad lineal del robot móvil 2.

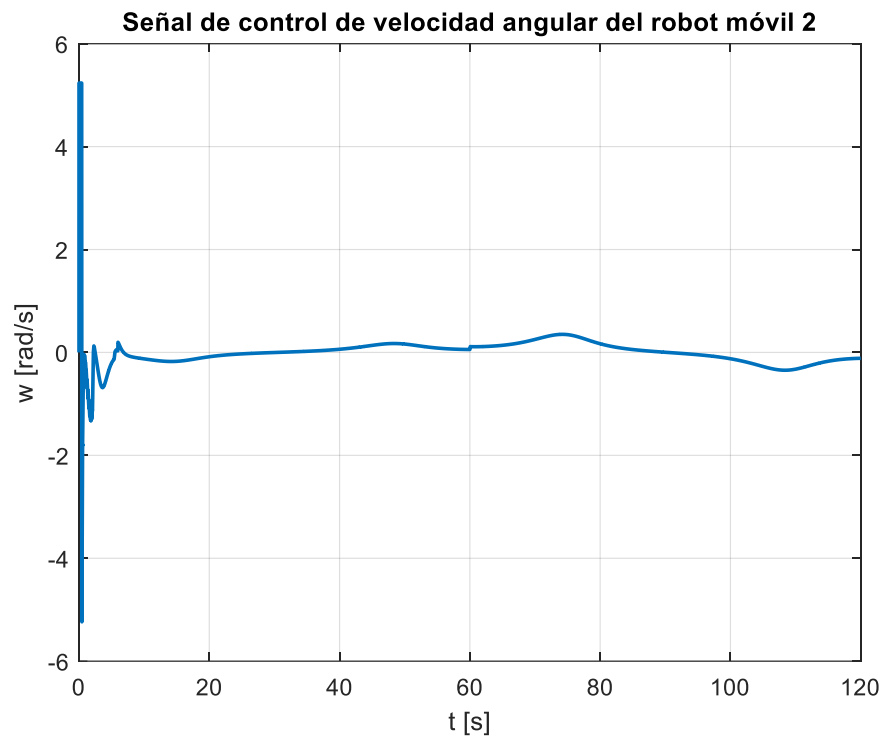


Figura D 7 Acción de control de la velocidad angular del robot móvil 2.

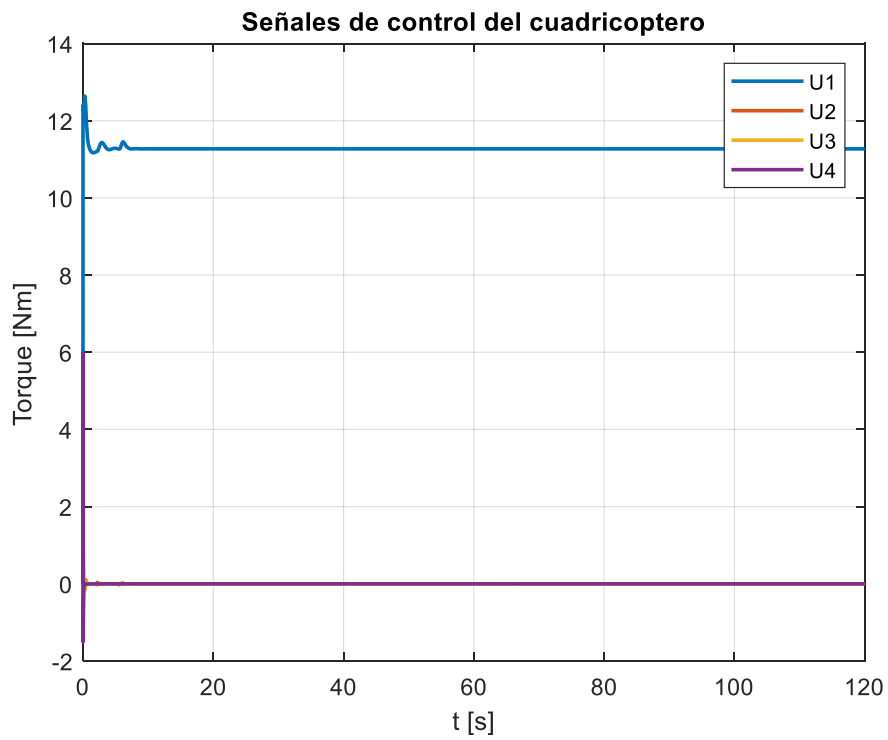


Figura D 8 Acciones de control del cuadricóptero.

ORDEN DE EMPASTADO