

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA**

**DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISIS
DE FLUJOS DE CARGA EN REDES ELÉCTRICAS DE
DISTRIBUCIÓN DESEQUILIBRADAS DE BAJO VOLTAJE,
APLICANDO LA METODOLOGÍA “FORWARD AND BACKWARD”**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGISTER EN ELECTRICIDAD MENCIÓN EN REDES ELÉCTRICAS
INTELIGENTES**

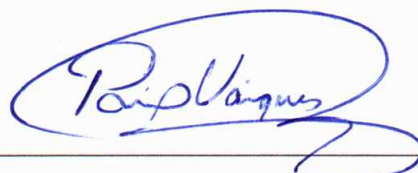
XAVIER ARMANDO GUANO SINCHIGUANO

DIRECTOR: Dr.- Ing. PAÚL FABRICIO VÁSQUEZ MIRANDA

Quito, febrero 2023

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el Ingeniero Xavier Armando Guano Sinchiguano, bajo mi supervisión.

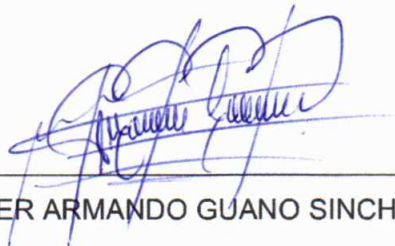


Dr. Ing. Paúl Fabricio Vásquez Miranda
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Xavier Armando Guano Sinchiguano, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.



XAVIER ARMANDO GUANO SINCHIGUANO

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a las personas más importantes en mi vida; a toda mi Familia querida, ya que gracias al apoyo absoluto hacen posible la culminación de esta meta.

AGRADECIMIENTO

A Dios por su amor y bondad infinita, me han permitido continuar cumpliendo mis metas y sueños; los logros conseguidos hasta hoy son gracias a sus bendiciones.

A mi familia entrañable, Sinchiguano Loma, Guano Sinchiguano y Salazar Terán, pilar fundamental en mi vida, gracias a sus aportes invaluable depositados en mi persona, son los principales actores de mi desarrollo.

A ti Ana Gabriela, mi apoyo incondicional, este logro y sueño lo comparto contigo ya que, gracias a tu amor, ayuda y motivación se ha hecho realidad este sueño.

A la empresa ELEPCOSA, que de manera generosa me brindó la oportunidad de llevar a cabo este proyecto, en especial a los compañeros - amigos de la DIRECCIÓN DE PLANIFICACIÓN, quienes son causantes de motivación, conocimiento y apoyo.

A mi Director, Dr. Ing. Paúl Vásquez, dedico mi agradecimiento grande y el más sincero por los esfuerzos, dedicación y paciencia empleada hacia mi persona, ya que gracias a sus conocimientos, orientaciones, profesionalismo y amistad han representado un apoyo fundamental en la realización de este trabajo. Mi lealtad, admiración y gran deuda hacia usted por todo lo recibido durante el periodo de tiempo como alumno y tesista de la maestría.

XAVIER

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN.....	X
ABSTRACT.....	XI
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Pregunta de investigación	3
1.2 Objetivo General	3
1.3 Objetivos Específicos.....	4
1.4 Hipótesis o alcance (de ser el caso).....	4
1.4.1 Hipótesis.....	4
1.4.2 Alcance	4
1.5 Marco Teórico	6
1.6 Justificación Metodológica	9
2 METODOLOGÍA.....	12
2.1 Análisis de las metodologías convencionales y no convencionales.....	12
2.2 Desarrollo de la metodología adecuada para flujos de potencia	13
2.3 Aplicación del modelo en 4 redes de prueba.....	15
2.4 Análisis de resultados, conclusiones, trabajos futuros y recomendaciones	15
3 ESTADO DEL ARTE	16
3.1 Descripción de los sistemas eléctricos.....	16
3.2 Generalidades de los Sistemas Eléctricos de Distribución	16
3.2.1 Características de un sistema de distribución.....	17
3.2.1.1 Desequilibrio de carga	17
3.2.2 Componentes de un sistema de distribución	18
3.2.2.1 Líneas de subtransmisión	18
3.2.2.2 Subestaciones de distribución	18
3.2.2.3 Alimentadores primarios o distribución primaria	19
3.2.2.4 Transformadores de distribución.....	19
3.2.2.5 Circuitos secundarios o de distribución secundaria.....	19

3.2.2.6	Acometidas	19
3.2.2.7	Equipos de medición o contadores de energía	19
3.2.2.8	Alumbrado público	19
3.2.3	Clasificación de las redes de distribución	19
3.2.3.1	Clasificación de los SED de acuerdo a su configuración	20
3.2.3.2	Clasificación de los SED de acuerdo a su construcción	21
3.2.4	Características de las redes de acuerdo a sus voltajes nominales.	26
3.3	Cálculo de las impedancias de los SED	27
3.3.1	Cálculo de la resistencia de las redes de distribución.	29
3.3.1.1	Resistencia de redes aéreas desnudas.....	29
3.3.1.2	Resistencia de redes aéreas preensambladas.....	30
3.3.2	Cálculo de la Inductancia de redes aéreas	31
3.3.2.1	Inductancia para una línea trifásica con carga equilibrada	34
3.3.2.2	Inductancia para una línea Trifásica en medio voltaje desequilibrada con neutro. 34	
3.3.2.3	Inductancia para una línea en bajo voltaje desequilibrada configuración plana. 35	
3.3.2.4	Reactancia para una línea de un SED.	36
3.3.3	Cálculo de la Capacitancia en redes de distribución	37
3.3.3.1	Capacitancia para una línea monofásica con retorno	37
3.3.3.2	Capacitancia para una línea monofásica trifilar (2 fases +neutro)	38
3.3.3.3	Capacitancia para una línea Trifásica con neutro.	39
3.3.4	Matriz de impedancia	40
3.3.4.1	Ecuaciones de Carson	40
3.3.4.2	Adaptación a redes abiertas las ecuaciones de Carson.....	41
3.3.4.3	Matriz de impedancias primitivas de líneas	42
3.3.4.4	Matriz de secuencia de líneas	42
3.3.4.5	Matriz de admitancias primitivas de líneas aéreas	43
3.4	Flujos de potencia en las redes de distribución	44
3.4.1	Clasificación de los métodos para calcular flujos de potencia	45
3.4.2	Métodos de flujos de potencia convencionales.....	46
3.4.2.1	Método de Gauss – Seidel	46
3.4.2.2	Método de Newton Raphson.....	48
3.4.3	Métodos no convencionales o de barrido para calcular flujos de potencia.....	52
3.4.3.1	Método de barrido por la suma de corrientes	52
3.4.3.2	Método de barrido por la suma de potencias.....	57

3.5	Desempeño de los métodos convencionales y no convencionales o de barrido	59
3.5.1	Tiempo de cálculo según el método utilizado	60
3.5.2	Número de iteraciones según el método calculado	61
3.5.3	Comparación de tiempo por cada iteración	62
3.5.4	Número de iteraciones en CYMDIST aplicando diferentes métodos	63
3.6	Elección de la metodología para calcular flujos de potencia en los SED	64
4	Metodología de barrido atrás/adelante por suma de corrientes	65
4.1	Análisis línea a línea del diagrama de bloques desarrollado para el método de barrido atrás/adelante	67
4.1.1	Primer Paso, cálculo de las impedancias de los SED	71
4.1.1.1	Ejemplo implementado para calcular las impedancias y admitancias, aplicado a líneas aéreas.....	72
4.1.1.2	Red Caso trifásico medio voltaje.....	72
4.1.1.3	Caso monofásico medio voltaje	76
4.1.1.4	Caso monofásico a 3 hilos desnudos en bajo voltaje	80
4.1.2	Segundo paso, determinar la matriz de incidencia de nodos BCB	83
4.1.2.1	Matriz de incidencia de nodos de voltajes.....	83
4.1.3	Tercer paso, hallar matriz de incidencia de nodos BCBV_abc.....	86
4.1.4	Cuarto paso, hallar matriz de incidencia de nodos BIBC_abc	87
4.1.5	Quinto paso, hallar la matriz de potencias de la red	87
4.1.6	Sexto paso, Calcular las corrientes de barra	89
4.1.6.1	Leyes de Kirchhoff para hallar la corriente de barra	89
4.1.7	Séptimo paso, Cálculo de las corrientes por cada línea i-j.....	90
4.1.8	Octavo paso, Cálculo de las caídas de voltaje en cada línea i-j.....	91
4.1.8.1	Matriz delta	92
4.1.9	Noveno paso, Cálculo del voltaje de barra de la iteración (m+1)	93
4.1.10	Décimo paso, Calcular los errores de voltaje de barras	93
4.1.10.1	Resta de voltajes de barra iteración "m=0"	94
4.1.11	Décimo primer paso, Comparar el error máximo	95
4.2	Diagrama de flujo de la metodología de barrido atrás/adelante.....	95
4.2.1	Diagramas de flujo para programación informática	96
4.3	Aplicación práctica numérica de la metodología propuesta	98
4.3.1	Método aplicado para la red de 3 nodos	98
4.3.1.1	Primera iteración o "m=0", para la red de 3 nodos	98
4.3.1.2	Segunda iteración o "m=2", para la red de 3 nodos	106

4.3.2	Método aplicado para la red de 13 nodos	109
4.3.2.1	Primera iteración del cálculo de flujo de potencia en la red de 13 nodos	110
4.3.2.2	Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras	126
4.3.2.3	Segunda Iteración para la red de 13 nodos	127
4.3.2.4	Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras	134
4.3.3	Método aplicado para la red de 33 nodos	137
4.3.3.1	Primera iteración del cálculo de flujo de potencia en la red de 33 nodos	137
4.3.3.2	Segunda Iteración para la red de 33 nodos	149
5	Evaluación del desempeño de la metodología propuesta	155
5.1	Flujos de potencia en los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory.....	156
5.1.1	Flujos de potencia en CYMDIST	156
5.1.1.1	Metodologías utilizadas por CYMDIST	156
5.1.2	Flujos de potencia en DlgSILENT PowerFactory.....	156
5.1.2.1	Metodologías utilizadas por DlgSILENT PowerFactory	157
5.2	Modelación de redes de prueba en los programas comerciales	157
5.2.1	Descripción de red de prueba IEEE de 13 nodos	157
5.2.2	Descripción de red de prueba IEEE de 33 nodos	157
5.3	Programa CYMDIST	158
5.3.1	Modelación de la red en CYMDIST.....	158
5.3.1.1	Modelación de la Red IEEE de 13 nodos en CYMDIST.....	158
5.3.1.2	Resultados en la red de 13 nodos en CYMDIST.....	160
5.3.1.3	Red IEEE de 33 nodos en CYMDIST	162
5.3.1.4	Resultados en la red de 33 nodos equilibrados en CYMDIST	162
5.4	Programa DlgSILENT PowerFactory.....	165
5.4.1	Modelación de la red en DlgSILENT PowerFactory	165
5.4.1.1	Red IEEE de 13 nodos en DlgSILENT PowerFactory.....	166
5.4.1.2	Resultados en la red de 13 nodos en DlgSILENT PowerFactory	167
5.4.1.3	Red IEEE de 33 nodos en DlgSILENT PowerFactory	169
5.4.1.4	Resultados aplicando en la red de 33 nodos en DlgSILENT PowerFactory	170
5.5	Comparación de resultados del modelo matemático desarrollado, con los programas comerciales.....	172
5.5.1	Comparación de resultados para la red IEEE 13 nodos.....	172
5.5.2	Comparación de resultados para la red IEEE 33 nodos.....	173
5.5.3	Análisis de resultados para la red IEEE de 13 y 33 nodos	174

5.5.4	Aplicación del modelo en la red ELEPCOSA 15 nodos de bajo voltaje	175
5.5.4.1	Modelado y resultados para la red de 15 nodos en CYMDIST	176
5.5.4.2	Resultados del modelo matemático desarrollado aplicado en la red de 15 nodos 177	
5.5.5	Aplicación del modelo en la red ELEPCOSA 48 nodos de bajo voltaje	178
5.5.5.1	Modelado en la red de 48 nodos en CYMDIST	178
5.5.5.2	Resultados al aplicar en CYME la red de 48 nodos.....	180
5.5.5.3	Resultados aplicando el modelo matemático desarrollado en la red de 48 nodos 181	
6	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	183
6.1	Resultados	183
6.2	Discusión	184
7	CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS	184
7.1	Conclusiones	184
7.2	Trabajos futuros	187
7.3	Aportes	187
7.4	Recomendaciones	187
8	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	189
9	ANEXOS	191
	ANEXO A.....	1
	ANEXO B.....	1

RESUMEN

El presente trabajo contiene el desarrollo de un modelo matemático robusto y eficiente para calcular flujos de potencia en sistemas eléctricos de distribución (SED) con configuración radial desequilibrada o equilibrada, así también puede ser aplicado en redes de medio y/o bajo voltaje de los SED, la única condición es que la red sea del tipo radial; el modelo está formulado de forma estructurada, sencilla y su desempeño ha sido validado aplicando en varios sistemas de prueba.

En la etapa inicial se desarrolla el análisis de diversas metodologías existentes, evaluando el desempeño de cada una de ellas, considerando tiempos de cálculo, iteraciones requeridas por cada método, complejidad matemática, entre otros aspectos relevantes.

Resultado del análisis se determina que la metodología más robusta para resolver flujos de potencia en sistemas eléctricos de distribución del tipo radial en bajo voltaje, es la denominada de barrido atrás/adelante por suma de corrientes; por consiguiente, se formula el modelo matemático extendido para esta metodología.

Finalmente, esta metodología es aplicada en cuatro redes de prueba, dos de la IEEE (13 nodos con voltajes de 4,16 y 0,48 kV y la red de 33 nodos de 13.2 kV); y dos redes de ELEPCOSA son en bajo voltaje combinadas entre monofásicas (127 V), bifásicas (220 V) y trifásicas (220 V); los resultados obtenidos se comparan con los calculados al modelar en los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory de DlgSILENT; obteniendo un resultado de correlación matemática mínima del 99,72%, de este modo se concluyó que el modelo matemático desarrollado es el adecuado para los SED radiales de medio y/o bajo voltaje desequilibrados.

El aporte importante para contribuir con el desarrollo de los sistemas eléctricos de distribución radiales de medio y/o bajo voltaje, es el desarrollo de un modelo matemático para sistemas desequilibrados de manera estructurada, sencilla, comprensible y ejemplificada que permitirá continuar con la investigación e implementación del algoritmo por profesionales que estén interesados en estos temas.

PALABRAS CLAVE: Métodos convencionales, métodos de barrido, sistemas eléctricos de distribución radiales, flujos de potencia, modelo matemático y barrido atrás/adelante.

ABSTRACT

The present work contains the development of a robust and efficient mathematical model to calculate power flows in electrical distribution systems (SED) with unbalanced or balanced radial configuration, so it can also be applied in medium and/or low voltage networks of the SED, the condition is that the network is of the radial type; The model is formulated in a structured, simple way and its performance has been validated applying it to several test systems.

In first place, the analysis of various existing methodologies is developed, evaluating the performance of each of them, through calculation times, iterations required by each method, mathematical complexity, among other relevant aspects are considered.

As a result of the analysis, the most robust methodology to solve power flows in radial electrical distribution systems in low voltage, is the so-called therefore the extended mathematical model for this unconventional methodology,

Finally, this methodology was applied in four test networks, two networks combined between medium and low voltage from the IEEE; and two networks of low voltage from the ELEPCOSA; the results obtained are compared with those calculated when modeling in the commercial programs CYMDIST and PowerFactory of DIgSILENT; obtaining a minimum mathematical correlation result of 99.72%, thus it was concluded that the developed mathematical model is adequate for unbalanced medium and/or low-voltage radial SEDs.

The most important contribution for to solve power flows in radial electrical distribution systems in medium and/or low voltage, is the development of a mathematical model for unbalanced systems in a structured, simple, understandable and exemplified mathematical model, that will allow to continue with the research and implementation of the algorithm by professionals who are interested in these topics.

KEYWORDS: Conventional methods, sweep methods, electrical radial distribution systems, power flows, mathematical model and backward/forward sweep.

1 INTRODUCCIÓN

Actualmente, la dependencia de la energía eléctrica en nuestro diario vivir es alta, siendo una de las bases principales para el desarrollo socioeconómico y tecnológico a nivel mundial, y unido al crecimiento poblacional, ha provocado que el consumo energético se incremente sin cesar. Por lo tanto, un sistema eléctrico que tiene como finalidad, producir, transportar y distribuir la energía eléctrica, desde las centrales de generación, hasta los consumidores finales, debe brindar un servicio eléctrico que garantice seguridad, calidad y eficiencia.

En el Ecuador, para suplir este continuo crecimiento de la demanda, las empresas o unidades de negocio eléctricas del país deben garantizar un servicio eléctrico confiable, eficiente y de calidad a sus clientes en el área de concesión asignada. Por su parte la Agencia de Regulación y Control de Energía y Recursos Naturales No Renovables (ARCERNNR), regula y establece las condiciones técnicas adecuadas en la prestación del servicio eléctrico, como son: calidad del producto técnico y del servicio. Es así que las empresas eléctricas tienen la obligación y responsabilidad de determinar las acciones necesarias en la infraestructura eléctrica, a fin de cumplir con los parámetros regulados [1].

La infraestructura eléctrica debe crecer en función del requerimiento de demanda energética. Sin embargo, para construir esta infraestructura se requiere significativas inversiones. Por lo cual, para garantizar una rentabilidad económica al ejecutar estos proyectos, se debe analizar que los mismos operen de manera eficiente durante el tiempo de vida útil del mismo, requiriéndose, por tanto, una visión de largo plazo.

Según el Plan Maestro de Electrificación (PME) 2018-2027, se estima invertir 15.982,00 millones en un periodo de 10 años hasta el 2027. Es por ello que, para incorporar un proyecto eléctrico dentro del PME, es necesario realizar un estudio técnico – económico por cada proyecto eléctrico, contemplando la vida útil, pérdidas, desconexiones, regulaciones de voltaje entre otros, de tal manera que con el proyecto seleccionado se optimicen los recursos limitados que dispone el sector eléctrico [2].

El estudio técnico – económico de un proyecto eléctrico, se basa en determinar el beneficio que se obtiene al ejecutar el mismo. Para ello, es fundamental contar con una herramienta de análisis de flujos de potencia en estado estable, que permita estimar los parámetros eléctricos de operación, mismos que son requeridos para la estimación de indicadores

financieros como el VAN y el TIR, así como también, para determinar el momento adecuado de realizar la inversión [3].

Para determinar los parámetros eléctricos de las redes eléctricas, existen múltiples herramientas comerciales para resolver flujos de potencia, como: PowerFactory de DlgSILENT, PSS/E, CYMDIST de CYME, entre otros. No obstante, estos programas están restringidos al pago periódico de una licencia y ninguno de ellos se encuentra enfocado en la planificación de sistemas de distribución para bajo voltaje [4].

En los SDEE, debido a las condiciones propias de estos sistemas, las metodologías comúnmente usadas en flujos de potencia para sistemas de transmisión, no pueden ser utilizadas en distribución [5]. Además, los sistemas de distribución, al disponer de una gran infraestructura eléctrica, es decir una gran cantidad de elementos de los sistemas a ser analizados, provocan que el cálculo de los flujos de potencia sea lento, limitando sustancialmente la utilización de estas metodologías desarrolladas.

Es así que, el programa comercial CYMDIST, a partir de la versión 5.0, desarrolla el primer módulo enfocado a los flujos de potencia desequilibrados en sistemas de distribución, considerando metodologías convencionales como Newton-Raphson, aplicando en redes secundarias subterráneas (con sistemas mallados) y sistemas de subtransmisión conectados a los sistemas de distribución [6]. Mismo caso para PowerFactory de DlgSILENT, que a partir de la versión 14.0, desarrolló el primer módulo enfocado a los flujos de carga en sistemas desbalanceados, aplicando la metodología convencional de Newton-Raphson, con el Modelo de Potencias Clásico y Modelo de corrientes [7].

A pesar de que estos programas desarrollaron los módulos de flujos de potencia para los SED, estuvieron enfocados principalmente para medio voltaje, es decir para alimentadores o ramales primarios [7][8]. En este punto cabe señalar que, debido a la gran infraestructura eléctrica que exhiben los SED, es necesario utilizar otro tipo de herramientas de análisis, como ArcGIS que maneja la infraestructura eléctrica de manera georreferenciada.

Para poder realizar el análisis técnico eléctrico de los SED de bajo voltaje, se utiliza actualmente en el país CYMDIST. Sin embargo, para poder ejecutar simulaciones, es indispensable migrar los datos georreferenciados de la red de distribución en análisis, desde ArcGIS mediante una interfaz desarrollada por CYME, el cual es un módulo adicional a partir de CYMDIST 9.0 [9]. Todo esto con costos de licenciamientos elevados y continuos.

Estas particularidades de los SED y todos los antecedentes descritos, han provocado múltiples problemas, entre los más destacados son: redibujar los circuitos de bajo voltaje

en CYMDIST para su análisis (antes de la versión 9.0) representando una mayor demanda del talento humano y alta posibilidad de cometer errores al realizar la migración. Por ello, muchas veces los especialistas a cargo del análisis del SED, han debido aplicar soluciones basadas en la experiencia, solventando problemas que se presenta día a día de forma continua, dentro de la gran infraestructura que dispone los SED.

Considerando los antecedentes descritos, se vuelve fundamental contar con un modelo matemático estructurado y sencillo, que permita desarrollar flujos de potencia desequilibrados en circuitos de bajo voltaje de manera óptima, considerando cualquier configuración (monofásica, bifásica o trifásica) en sistemas radiales. De esta manera, se evitarán pagos periódicos de grandes cantidades de dinero (aproximadamente 17.850,00 USD/año, referencia EEQ, PAC 2018) por cada licencia; y se aprovechará un lenguaje de programación de software libre.

Debido al gran número de elementos, no se pueden analizar todos los subsistemas de la red de distribución en conjunto. Por tal motivo, es necesario considerar hasta un cierto equipo eléctrico como el nodo frontera del SED de análisis. Con ello, se determinaría las condiciones técnicas de operación de la red aguas abajo del equipo y, en caso de existir problemas técnicos en esta red de bajo voltaje, planificar las acciones a realizar para asegurar un servicio eléctrico de calidad en el corto, mediano y largo plazo.

La solución que se pretende realizar con este trabajo, contempla el desarrollo de un modelo matemático aplicando la metodología atrás/delante de manera estructurada y sencilla. Y finalmente el modelo propuesto será aplicado para calcular los flujos de potencia en dos redes de prueba IEEE, y dos sistemas reales de la Empresa Eléctrica de Cotopaxi.

1.1 Pregunta de investigación

¿Para resolver flujos de potencia en los SED radiales en bajo voltaje, que metodología es la más eficiente? Y ¿Existe una metodología de barrido bien estructurada de fácil comprensión para su implementación o desarrollo, que ejemplifique los pasos, variables y demás aspectos importantes para aplicar el método?

1.2 Objetivo General

Desarrollar un modelo matemático para resolver flujos de potencia, adaptando la metodología atrás/adelante usada para sistemas equilibrados, en las redes de distribución de bajo voltaje radiales desequilibradas monofásicas, bifásicas o trifásicas y considerando al transformador como nodo frontera de los SED analizados.

1.3 Objetivos Específicos

- Analizar el desempeño de los métodos convencionales y no convencionales para la solución de flujos de potencia de distribución mediante el uso de CYMDIST, DigSILENT y el estado del arte; a fin de determinar la metodología más apropiada para aplicar en los SED de bajo voltaje radiales desequilibrados.
- Formular matemáticamente un modelo para calcular flujos de potencia en redes de bajo voltaje radiales desequilibrados, considerando al transformador como el nodo frontera del SED de análisis.
- Aplicar el modelo matemático considerando la metodología atrás/adelante desarrollado para calcular flujos de potencias de sistemas radiales en bajo voltaje desequilibrado; en las redes de prueba IEEE de 14 y 33 nodos, así como en dos modelos reales de los cuales se dispone en la Empresa Eléctrica Provincial Cotopaxi de 15 y 48 nodos.
- Evaluar por comparación los resultados del flujo de potencia obtenido con el modelo matemático desarrollado, y los obtenidos por los programas CYMDIST y PowerFactory de DigSILENT.

1.4 Hipótesis o alcance (de ser el caso)

1.4.1 Hipótesis

No aplica.

1.4.2 Alcance

Se contempla el desarrollo de una metodología matemática para calcular flujos de potencia en los SED de medio o bajo voltaje radiales desequilibrados, aplicando el método atrás/adelante, considerando el transformador como nodo frontera del SED de análisis. Además, implementar el modelo propuesto teniendo como variables de salida más relevantes: los voltajes nodales, flujos de corriente o potencia por las líneas y las respectivas pérdidas.

Se inicia el trabajo, mediante una revisión del estado del arte para determinar el método más adecuado para calcular flujos de potencia en redes de distribución en medio o bajo voltaje radiales desequilibrados. Los métodos escogidos para analizar son: los métodos convencionales de Gauss–Seidel y Newton Raphson [5]; los métodos no convencionales basados en las ecuaciones cuadráticas o sumas de potencias y las leyes de Kirchhoff o sumas de corriente [10]. El método escogido debe asegurar la convergencia del flujo de

potencia no solamente en redes trifásicas balanceadas sino en cualquier tipo de red existente en la realidad, así como también evaluar el desempeño en los tiempos de simulación.

Una vez determinada la metodología más adecuada para el cálculo de flujos de potencia en los SED de bajo voltaje radiales desequilibrados, se formulará el análisis matemático. Este análisis matemático debe definir las variables que se ingresaran al modelo, es decir: entradas, salidas, restricciones, cálculos matemáticos, formato de resultados, ingreso de las redes a una matriz definida y demás parámetros que permitan desarrollar los modelos de prueba de una manera sencilla, estructurada y ordenada, con cualquier lenguaje de programación.

La metodología matemática desarrollada considerará resolver flujos de potencia para los SED radiales en circuitos monofásicos, bifásicos o trifásicos; es decir para cualquier condición o combinación de estas configuraciones desequilibradas; considerando el modelo de carga a potencia constante.

Los parámetros a calcular serán las variables en estado estable como: voltajes nodales (por cada poste), corrientes por cada tramo de bajo voltaje, potencia transferida, pérdidas, caídas de voltaje, entre otros. Cabe indicar que el formato de resultados del modelo de prueba será similar al calculado por PyPower.

El modelo matemático de flujo de potencia para redes de distribución radiales desequilibrados, se aplicará para cuatro redes de prueba; clasificados en dos etapas; la primera considerará evaluar las redes de prueba en medio voltaje IEEE de 13 y 33 nodos, y comparar los resultados con los obtenidos con los programas comerciales: CYMDIST y PowerFactory de DlgSILENT; aplicando dos metodologías convencionales, como son: Gauss–Seidel y Newton Raphson [11].

Como segunda etapa se aplicará para las redes reales de distribución radiales desequilibrados en bajo voltaje; disponibles en ELEPCOSA de 15 y 48 nodos [11][12], considerando técnicamente al transformador como el nodo frontera del SED de análisis. Es decir, físicamente se calcularán las condiciones técnicas operativas de la calidad del producto técnico en estado estable, desde el bushing de bajo voltaje del transformador hacia la totalidad de la red aguas abajo en bajo voltaje asociado a ese transformador y se comparará los resultados con los calculados por el módulo de bajo voltaje de CYMDIST.

Y finalmente, para los sistemas reales de ELEPCOSA teniendo las mediciones realizadas, se ingresó el voltaje en la barra slack, mismo que ingresa como dato al modelo matemático

desarrollado y al módulo de bajo voltaje de CYMDIST; comparando los resultados entre estos 2 programas, se extrae la correlación para cada red, y si es mayor al 95% de confianza el modelo matemático desarrollado es válido. Por tal motivo, el proyecto propuesto es inédito e innovador.

1.5 Marco Teórico

La metodología que se pretende utilizar para este proyecto, debe ser determinada como una solución viable para resolver flujos de potencia en los SED, orientado a las redes con configuración radial (ramas) de gran tamaño e ideales para los sistemas de distribución en bajo voltaje. Esta consideración se realizará una vez revisado el estado del arte, donde se demostrará que la metodología atrás/adelante, al no linealizar las ecuaciones que gobiernan los SED, le permite mejorar su rendimiento en el cálculo [6].

Este método de barrido atrás/adelante, tiene sus inicios en 1967, donde Berg Et Al, presentó un método que, mediante un barrido hacia atrás (desde nodo final a la fuente), permitía calcular la impedancia equivalente vista desde la fuente, considerando a la carga como impedancia constante. El segundo avance tiene lugar en 1989, Baran et al, agregó al método inicial el barrido hacia adelante, donde consideraba el voltaje final de envío, para determinar la convergencia del sistema, es aquí, que las caídas de voltaje y la configuración de la red, ya son consideradas en el barrido hacia adelante [10].

Mientras tanto, el enfoque de Newton-Raphson, está basado en las ecuaciones de flujo de rama, provocando que el método sea complejo y gaste muchos recursos, debido a que los sistemas de distribución, son débilmente mallados y dispone operativamente de muchas ramas en el sistema, por lo cual, los métodos descritos serían ineficientes actualmente [10].

Es así que, Salama et al en 1993, ingresa por primera vez el concepto denominado: la fórmula de escalera, el cual es un método simple y robusto, donde la red radial dispone de dos tipos de elementos básicos, la impedancia como elemento natural de la red y las cargas de cada nodo, actuando como fuentes de corriente que controlan el voltaje. El cálculo de las caídas de voltaje se determinaba con el barrido hacia adelante, avanzando desde la fuente hasta llegar al último nodo o ramal. La corriente se calculaba con el barrido hacia atrás, actualizando los voltajes calculados desde el nodo o ramal hacia la fuente [10].

El método atrás/adelante o llamado no convencional, se ha subdividido en dos metodologías de solución para flujos de potencia en los SED desequilibrados, los cuales son: los métodos basados en las ecuaciones cuadráticas o sumas de potencias y las leyes de Kirchhoff o sumas de corriente. La capacidad de convergencia de cada uno de ellos es

diferente dependiendo de las distintas condiciones y/o parámetros del sistema, como son: condiciones de carga, relación R/X, tolerancia y modelos de carga para SED radial en bajo voltaje [10]. Del análisis se determina que: el número de iteraciones aplicando el método de la ecuación cuadrática es generalmente bastante pequeño en comparación a los algoritmos de barrido basados en Kirchhoff, y es menos sensible a los parámetros del sistema; no así, la velocidad de convergencia de los algoritmos basados en Kirchhoff, están fuertemente ligados a los parámetros del sistema [6][5].

Dada las bondades ofrecidas por esta metodología, se encuentra en pleno auge desde hace un par de décadas aproximadamente. Por ello, es prioritario crear un modelo matemático estructurado y sencillo que permita desarrollar algún algoritmo para calcular los flujos de potencia, considerando redes de características desequilibradas, radiales en bajo voltaje y que técnicamente considere al transformador como el nodo de frontera del SED de análisis.

El modelo matemático debe ser desarrollado de manera eficaz y amigable, de tal forma que pueda ser implementado en cualquier lenguaje de programación. Además, dentro del desarrollo del presente proyecto se propone aplicar el modelo propuesto y que los resultados permitan validarlo por comparación con los obtenidos por los módulos de flujos de potencia desarrollados por los programas comerciales: CYMDIST o PowerFactory de DlgSILENT.

El método matemático propuesto, inicia desde el concepto de cómo ingresar las matrices de red que reflejan la red a modelar con todos sus equipos eléctricos, clasificar los tipos de variables del modelo, restricciones de variables, formulación de cálculo, presentación de resultados, entre otros. Al aplicar este modelo se pretende optimizar tiempos y recursos económicos debido a la facilidad en la modelación y al no pago de licencias. Por ello, se lograría realizar una mayor cantidad de estudios, que en distribución son necesarios. Además, de disminuir la probabilidad de error en el análisis, debido a la migración de datos entre programas, brindando soluciones a los problemas que se presentan día a día, dentro de la gran infraestructura que dispone los SED en bajo voltaje.

A continuación, se detallan trabajos realizados en otros países aplicando esta metodología, de los cuales se mencionan los más relevantes dentro de los últimos 20 años.

El inicio investigativo de la metodología de barrido se dio en el año 2003 mediante el artículo [13], donde se ingresó el concepto de matrices de inyección de corriente y de voltajes de nodos, sin embargo, la solución de flujos de potencia fue realizado únicamente

para sistemas de distribución trifásicos y equilibrados, a pesar que en un breve apartado expone como considerar estas matrices en el caso de ser sistemas desequilibrados.

Tesis desarrollada en el año 2008, bajo el título: “ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE METODOLOGÍAS DE FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN”, en la Universidad Tecnológica de Pereira. Se aplica los algoritmos basados en barrido atrás/adelante con suma de corrientes, para las redes de distribución radiales. Considerando tres modelos de prueba IEEE de: 14 nodos, 52 nodos y 135 nodos todos ellos equilibrados; para probar la capacidad y velocidad de convergencia del método, los algoritmos de prueba han sido desarrollados en el programa licenciado MATLAB, en el que se determina los siguientes resultados:

- Los métodos de Newton Raphson y el método de Gauss–Seidel, se incrementan excesivamente cuando el grado de dificultad (mayor número de nodos) de la base de datos aumenta [5].
- Con respecto al número de iteraciones requeridas para llegar a la solución cuando se trabaja con una red radial en bajo voltaje, se observó que el método atrás/delante de suma de corrientes presenta un muy buen comportamiento, ya que el número de iteraciones no se incrementa demasiado al variar el grado de complejidad de la red. Se observa un comportamiento estable en [5].

El artículo desarrollado en el año 2009, en [6] se aplica la metodología matemática basada en el barrido atrás/adelante con suma de potencias para las redes de distribución radiales, aplicando para tres modelos de prueba IEEE de: 12 nodos, 33 nodos y 69 nodos; donde prueban variando las condiciones de carga, configuración de redes, la convergencia de las redes de prueba, en el que se determina que para cualquier condición de prueba converge el flujo de potencia.

La tesis [14] desarrollada en el año 2010 en la Universidad Simón Bolívar de Venezuela; fue aplicado con el algoritmo convencional de Newton Raphson (utilizado en MATPOWER), modificando el cálculo de la matriz jacobiana, aprovechando que esta matriz es de característica esparcida, es decir se evita construir e invertir la misma al utilizar en el cálculo, lo cual permite mejorar notablemente el rendimiento al ser aplicado en sistemas de potencia a gran escala; así también realizó la programación de un algoritmo para solución de flujos de potencia con base al presentado en el artículo [13] es decir por algoritmos de barrido; sin embargo no detalla de manera explícita el modelo matemático ejemplificado al aplicar estos algoritmos.

La tesis desarrollada en el año 2017 en [15], en la Universidad Politécnica de Madrid; se aplicó los algoritmos basados en el barrido atrás/adelante para las redes de distribución en medio voltaje radiales, considerando un modelo real de 12 nodos; es la única tesis aplicada en un modelo real. Los algoritmos de prueba han sido desarrollados en el programa MATLAB. Las diferencias desarrolladas en esta tesis es que, se aplicará para redes en medio voltaje de la IEEE y modelos de bajo voltaje reales; además, los valores iniciales de iteración en la metodología se le asignó con un voltaje aleatorio equilibrado, el cual se desequilibró al finalizar la iteración, asegurando convergencia y buenos resultados [15].

Todos estos desarrollos descritos, que han sido revisados en el estado del arte han obtenido excelentes resultados de cálculo de flujos de potencia, sin embargo, al no contar con una metodología estructurada y bien definida, no permite elaborar o continuar desarrollando modelos de prueba para calcular flujos de potencias en los SED de bajo voltaje radiales desequilibrados, así como también no han sido desarrollados los algoritmos de prueba en lenguajes de programación con código abierto y finalmente no se ha comparado con datos registrados en las cabeceras de los transformadores analizados.

El aporte fundamental de la presente tesis [14], es la forma de evaluar los tiempos de convergencia, debido a que el algoritmo resuelve flujos de potencia en tiempos pequeños, se lo realizará con 5000 iteraciones y se calculará el tiempo promedio requerido. Además, se modelará a modo de prueba una red de 500 nodos real, para evaluar el desempeño del algoritmo ante redes de grandes dimensiones, aplicando el algoritmo adecuado seleccionado como resultado de este trabajo.

1.6 Justificación Metodológica

Si bien el análisis de flujo de potencia es esencial para los estudios del sistema eléctrico en estado estable, no obstante, es imposible ejecutar en el sistema eléctrico completo (generación, transmisión y distribución en medio voltaje y bajo voltaje). Esto ocurre porque las características de los sistemas de distribución y más aún en los sistemas de bajo voltaje, difieren significativamente de los sistemas de potencia [6][5].

La metodología atrás – adelante para efectuar los flujos de potencia, realiza el cálculo del voltaje cuando hace el barrido hacia adelante, iniciando desde el nodo fuente hacia el nodo final de la red de bajo voltaje o los laterales; mientras que el barrido hacia atrás, permite calcular la corriente de rama y/o la suma de potencias, desde el nodo más alejado hasta el nodo fuente. Sin embargo, existen algunas metodologías, que calculan los voltajes en los nodos, realizando barridos hacia atrás; es por ello que, estos métodos se clasifican en dos

grupos, como son: la formulación mediante las leyes de Kirchhoff y la metodología basada en ecuaciones cuadráticas [10].

Al utilizar la metodología de barrido atrás/adelante para el análisis de los SED radiales en bajo voltaje, los resultados demuestran superioridad ante los demás métodos existentes [16]. Estos métodos presentan tiempos de cálculo relativamente bajos y estables para sistemas de diferentes dimensiones, cuando se aplican en redes pequeñas (hasta 20 barras aproximadamente) el tiempo de cálculo es de 0.15 segundos. Cuando son aplicados en redes de más de 100 barras, el tiempo de cálculo se incrementa levemente a 0,39 segundos, sin embargo, continúa siendo robusto en comparación con otras metodologías convencionales [5].

Sin embargo, los métodos de flujo de potencia convencionales, presentan los tiempos de cálculo más bajos cuando son aplicados en sistemas pequeños, alrededor de 0.1 segundos; y cuando se aplican en sistemas grandes de más de 100 barras, son tiempos muy altos que llegan a superar los 14.3 segundos. Por lo cual se convierten en métodos ineficientes para este tipo de redes, que generalmente disponen de una infraestructura eléctrica mayor a 20 nodos; estos métodos convencionales son de Gauss–Seidel y Newton Raphson [5].

Una vez determinada la metodología más adecuada para ejecutar flujos de potencia en redes de bajo voltaje radiales desequilibradas; se plantea desarrollar la formulación matemática de este método, detallando variables de entrada, salida, ecuaciones matemáticas, restricciones, formulación de ingreso de la red a calcular, entre otros. Lo que se pretende con esta formulación, es implementarla en un lenguaje de programación de código abierto, de manera sencilla y definida.

Además, se propone implementar el modelo propuesto que resuelva flujos de potencia para 4 sistemas de prueba. De estos, 2 son modelos en distribución de medio voltaje (alimentadores) de prueba de la IEEE de 14 y 33 nodos [5], y dos modelos reales de bajo voltaje teniendo como nodo frontera el transformador; de 15 y 48 nodos, de los cuales se conoce todos los parámetros. Para determinar el desempeño del modelo propuesto, se compararán los resultados obtenidos en 2 grupos; se analizará primero los 2 sistemas de prueba IEEE de medio voltaje, con los módulos desequilibrados disponibles en los programas CYMDIST 9.0 y PowerFactory 15; luego de comparar que los resultados tienen el correlación mayor al 95%; entonces se aplicará en las dos redes reales de ELEPCOSA, evaluando con el módulo de bajo voltaje de CYMDIST y el modelo desarrollado; de la misma manera los resultados deberán tener una correlación mayor al 95%.

Con el desarrollo de este modelo matemático se espera obtener un avance trascendental al realizar flujos de potencia en los SED de medio y bajo voltaje radiales desequilibrados, en lo referente a mejorar tiempos de simulación, disminuir la probabilidad de error al migrar la información del ArcGIS al CYMDIST, evitar pagos periódicos de licencias, y con el desarrollo estructurado del método, permitir que cualquier desarrollador pueda implementar algún algoritmo de manera sencilla.

Con la característica de mejorar los tiempos de simulación s estas últimas que permitirán ejecutar una mayor cantidad de estudios en los SED en bajo voltaje, dado que la metodología planteada es óptima para circuitos con gran cantidad de nodos eléctricos (mayor a 20 nodos) [5].

Finalmente, ante el crecimiento de la automatización de las redes de distribución o desarrollo de las SMART-GRIDS, es necesario optimizar el diseño, planificación y la operación de los sistemas de distribución. La unificación de los nuevos conceptos como: energías renovables, generación distribuida, micro redes, gestión de la demanda y sistemas de almacenamiento de energía, hace que el procesamiento de datos cada vez sea más complejo. Por lo cual, es necesario calcular con mayor precisión y rapidez las variables en estado estable de los SED, que reproduzcan fielmente el comportamiento real del sistema.

2 METODOLOGÍA

2.1 Análisis de las metodologías convencionales y no convencionales

En el presente capítulo se realiza la revisión del estado del arte sobre los sistemas de distribución radiales desequilibrados, parámetros eléctricos, matriz de incidencia de nodos, cálculo de flujos de potencia desequilibrados en los Sistemas Eléctricos de Distribución (SED) y la introducción a los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory.

La clasificación de los diferentes métodos de solución de flujos de potencia en distribución radiales es del tipo: desequilibrados convencionales y no convencionales; para el primero de ellos, se considera las siguientes metodologías: Gauss-Seidel (G-S) y Newton-Raphson (N-R). Para los métodos no convencionales, son los desarrollados en las últimas décadas, que consisten en barridos atrás/adelante, mediante la sumatoria de corrientes o potencias en los nodos.

De esta revisión del estado del arte, y mediante la comparación de ventajas y desventajas de las metodologías convencionales y no convencionales, se determinará la metodología más adecuada para calcular flujos de potencia en los SED de bajo voltaje radiales desequilibrados.

Una vez determinado la metodología más adecuada se desarrollará el modelo matemático definido, estructurado, con variables de entrada, salida, proceso matemático, diagramas de bloques y de flujos, para definir de manera global la metodología.

Se realizará una breve revisión de las características de los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory de DlgSILENT, donde se modelará las redes de prueba consideradas para este proyecto, donde los resultados serán comparados con los obtenidos del modelo matemático y se calculará la correlación que existe entre estos para determinar el grado de confianza del modelo, dicho grado de confianza debe ser superior al 95%.

Se analizará una red modelada, para construir la matriz de red que permitirá desarrollar la modelación matemática y calcular los flujos de potencia.

2.2 Desarrollo de la metodología adecuada para flujos de potencia

El presente trabajo, comprende desarrollar el diagrama de flujo del proyecto que servirá de base para implementar la metodología matemática que permite calcular flujos de potencias para redes de bajo voltaje radiales desequilibrados. Detalle en la Figura 1.

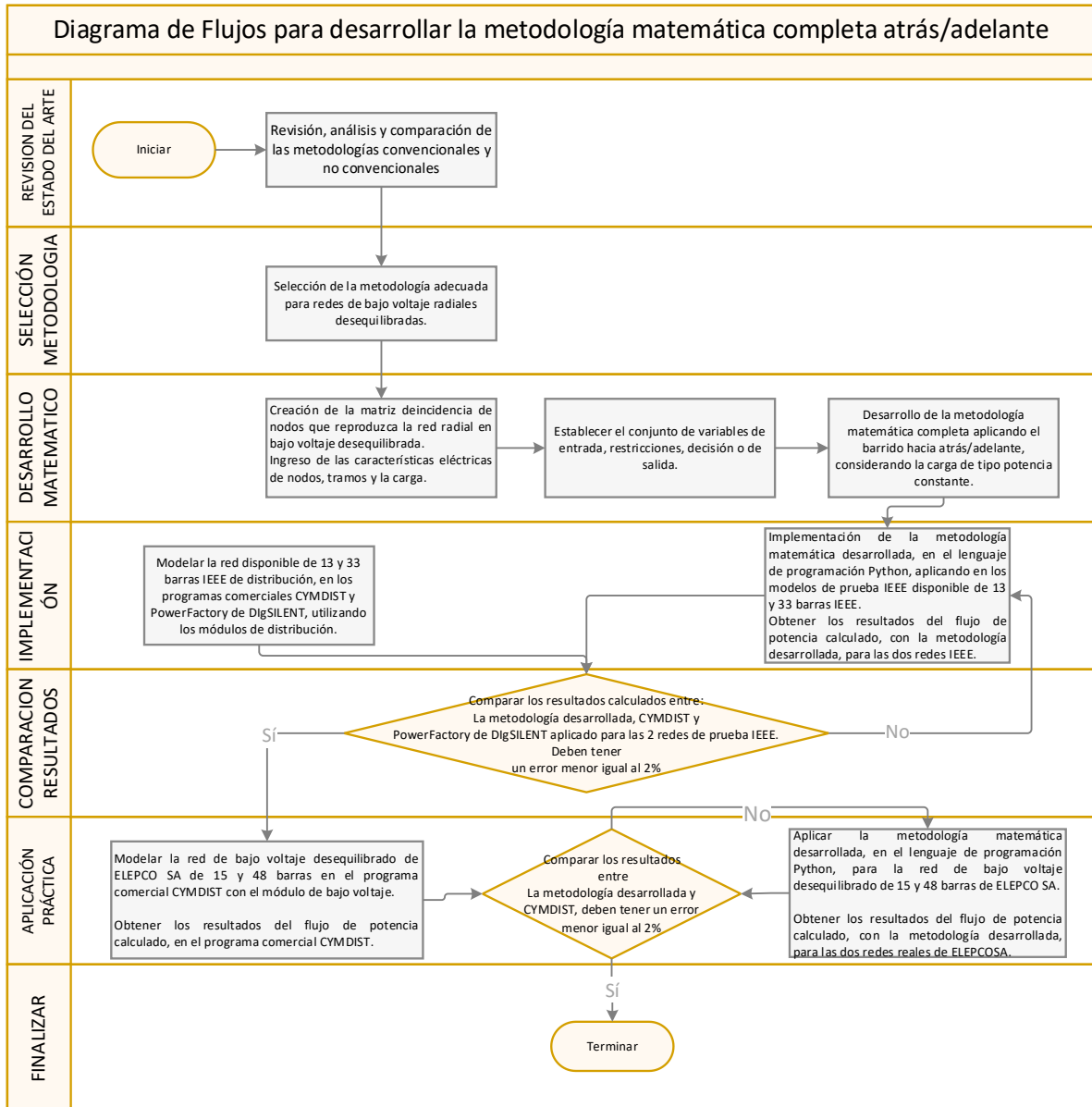


Fig. 1 Diagrama de flujo de la Metodología matemática a desarrollar

Se desarrollará un modelo matemático mediante la metodología atrás/adelante, en el cual se aplicará los 2 modelos de prueba desarrollados por la IEEE, de 13 y 33 nodos donde el primero de ellos es en medio y bajo voltaje desequilibrado y la segunda red en medio voltaje; y 2 redes reales disponibles en ELEPCOSA, de 15 y 48 nodos en bajo voltaje desequilibrado y considera al transformador como nodo frontera de análisis. El diagrama

de flujo general básico con el cual se desarrollará este modelo de prueba se describe en el Figura 2.

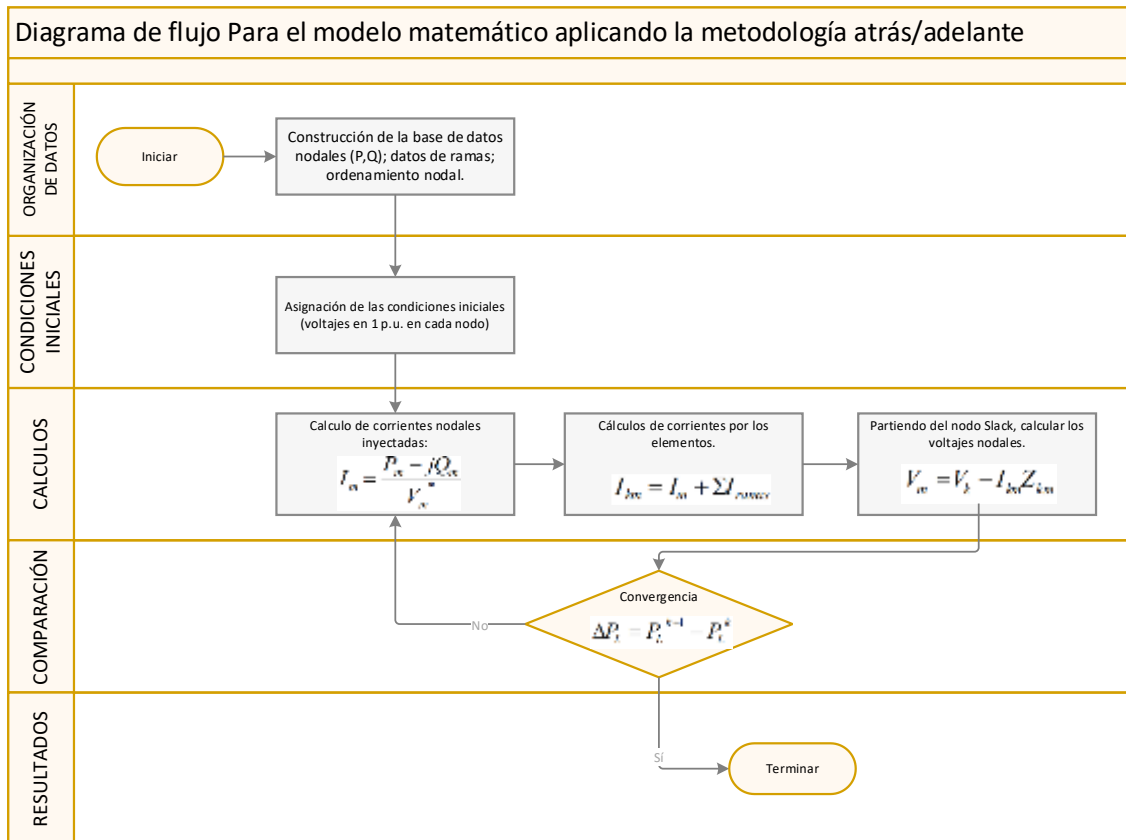


Fig. 2 Diagrama de flujo básico del modelo matemático desarrollado

La modelación se realizará en un modelo de prueba, ingresado mediante un arreglo de matrices para reproducir la red de manera matemática y realizar los cálculos de flujo de potencia requeridos; las variables a calcular son: voltajes nodales (por cada poste), corrientes por cada tramo de bajo voltaje, potencia transferida, pérdidas, caídas de voltaje, entre otros.

Para la modelación de las redes de prueba y reales, se utilizará los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory de DigSILENT, aplicando las dos metodologías convencionales que disponen (Gauss–Seidel y Newton Raphson) para calcular los resultados del flujo de potencia en bajo voltaje radiales desequilibrado. Finalmente se comparará los resultados obtenidos con los del modelo de prueba y los obtenidos al aplicarse en las redes de ELEPCOSA.

2.3 Aplicación del modelo en 4 redes de prueba

Una vez determinada la metodología más adecuada para calcular los flujos de potencia en bajo voltaje radiales desequilibrados; se desarrollará un modelo matemático. Este análisis matemático debe definir las variables que se ingresaran al modelo, es decir: entradas, salidas, restricciones, cálculos matemáticos, formato de resultados, ingreso de las redes a una matriz definida y demás parámetros que permitan desarrollar los modelos de prueba de una manera sencilla, estructurada y ordenada, con cualquier lenguaje de programación. Para el presente trabajo, el modelo donde se aplique la metodología matemática desarrollada, se realizará para 4 redes de prueba, 2 de la IEEE de 13 y 33 nodos combinadas entre medio y bajo voltaje y las dos redes reales de ELEPCOSA en bajo voltaje.

Además, estas 4 redes se modelarán y analizará (2 de prueba IEEE y 2 reales de ELEPCOSA), en 2 programas comerciales, como son: CYMDIST y PowerFactory de DlgSILENT.

2.4 Análisis de resultados, conclusiones, trabajos futuros y recomendaciones

Los resultados obtenidos al aplicar la metodología matemática desarrollada, en las redes de prueba y reales, así como también con los 2 programas comerciales (resultados de validación), serán comparados entre ellos mediante correlación matemática para determinar la fiabilidad de los mismos, estimando un grado de confianza mínimo del 95%.

Finalmente, se determinarán conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros.

3 ESTADO DEL ARTE

3.1 Descripción de los sistemas eléctricos

Un sistema eléctrico general, constituye el conjunto de todos los componentes que permiten generar, transmitir y distribuir la energía eléctrica, hacia el usuario final; estas etapas son los sistemas de generación, transmisión (SNT), subtransmisión (SST) y distribución (SED). [17] El detalle en la Figura 3.1.

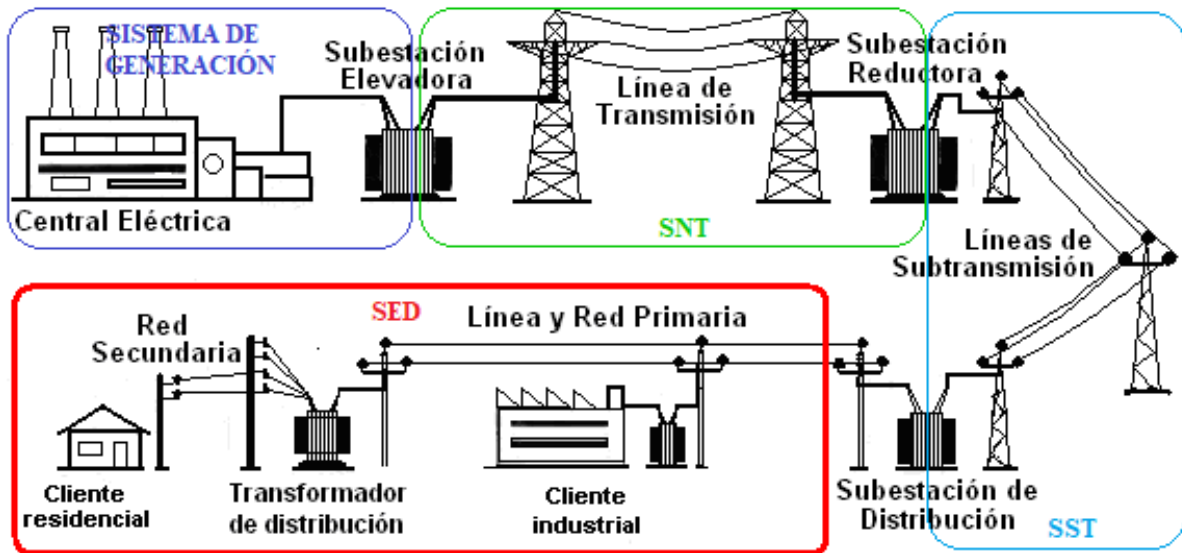


Figura 3.1. Resumen de un sistema eléctrico general

La red de distribución de la energía eléctrica o sistema de distribución de energía eléctrica es la parte del sistema que transmite energía eléctrica desde la subestación de distribución hasta los usuarios (medidor o contador del cliente) [6]. En el país realizan estas funciones las empresas eléctricas de distribución.

El motivo del presente trabajo es realizar los flujos de potencia en las redes de bajo voltaje o redes secundarias de los sistemas de distribución radiales; por ello, es necesario analizar estos sistemas, sus características, parámetros técnicos y demás aspectos técnicos que permita calcular los flujos de potencia en estas redes.

3.2 Generalidades de los Sistemas Eléctricos de Distribución

Los sistemas eléctricos de distribución de energía eléctrica (SED), son el conjunto de elementos que se encargan de transportar la energía desde la subestación de potencia hasta el medidor que representa el usuario final. Los equipos básicos que componen los SED comprenden las: líneas o alimentadores primarios de distribución, los transformadores

de distribución, las líneas o circuitos secundarias de distribución, acometidas, medidores y alumbrado público. [17]

Un SED forma parte de un sistema eléctrico, sin embargo, debido a las características propias operativas de estas redes como son: características topológicas radiales, alta relación R/X, no transposición de líneas, cargas desequilibradas y gran número de equipos; se requiere de análisis técnicos especializados con profesionales expertos por cada etapa, como son: generación, transmisión y distribución; y a la vez es necesario considerar el análisis de cada uno de estos sistemas de manera separada. [12]

Los estudios técnicos especializados que se realizan a los SED, están enfocados a la calidad del producto técnico y calidad del servicio técnico, flexibilidad, resiliencia, eficiencia y costo, optimizando el sistema para condiciones actuales y futuras tomando como línea base la vida útil de los equipos y la proyección de la demanda energética. [18]

Las redes de distribución representan aproximadamente el 66% del costo de un sistema eléctrico total, por lo cual se dispone de una gran cantidad de equipos [19] que es necesario ingresarlos a una base de datos georeferenciada para su control y seguimiento.

3.2.1 Características de un sistema de distribución

Los sistemas de distribución son los encargados de suministrar la energía eléctrica a los usuarios, por tal motivo sus características de carga son del tipo monofásico, bifásico y trifásico, los cuales provocan desequilibrios de carga.

3.2.1.1 Desequilibrio de carga

El desbalance de un sistema trifásico es una característica técnica que se debe a las cargas monofásicas conectadas a la red, provocando que las fases se desequilibren tanto en módulo y desplazamiento angular. La variable trifásica afectada es el voltaje fase-neutro o línea[20]. En términos generales los desbalances provocan la aparición de componentes de secuencia inversa y homopolar, incrementando las pérdidas de potencia y energía, reduciendo el transporte de potencia en los SED y provocando desbalances a otros nodos de conexión de la red [19]. El detalle de la comparación de equilibrio y desequilibrio de carga se presenta en la Figura 3.2.

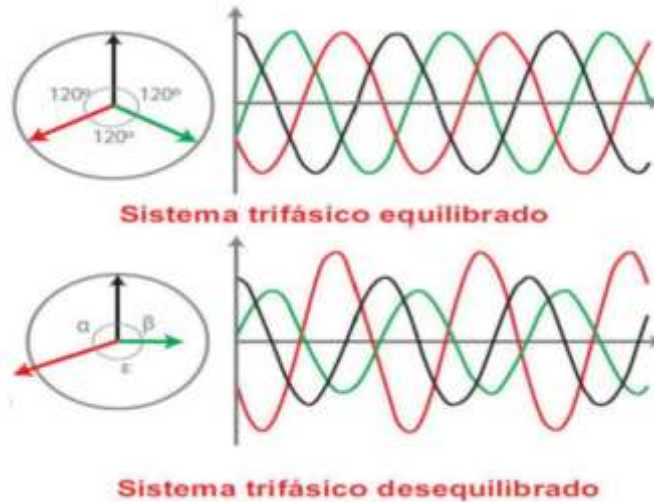


Figura 3.2. Sistema eléctrico equilibrado y desequilibrado

3.2.2 Componentes de un sistema de distribución

Los SED inician desde las salidas de las subestaciones de potencias y llegan al usuario final hasta el equipo de medición; los diferentes equipos principales que forman parte de los SED están conformados por: líneas de subtransmisión, subestaciones, redes, transformadores, acometidas y sistemas de medición [19].

- Líneas de subtransmisión
- Transformadores de potencia
- Alimentadores primarios
- Transformadores de Distribución
- Red secundaria
- Acometidas
- Equipos de medición
- Alumbrado público

3.2.2.1 Líneas de subtransmisión

Son los sistemas que están formados por redes eléctricas, estas parten desde los nodos fronteras del transmisor y alimentan a las subestaciones de distribución o para el servicio a los grandes clientes industriales; los valores típicos de voltaje alcanzan desde los 34,5 kV hasta los 138 kV [19].

3.2.2.2 Subestaciones de distribución

Consideramos como subestaciones de distribución a las subestaciones reductoras que reciben la energía desde las líneas de subtransmisión a voltajes altos y reducen a valores establecidos para los circuitos primarios de distribución [19].

3.2.2.3 Alimentadores primarios o distribución primaria

Están formados por líneas o circuitos del tipo trifásico, bifásico o monofásico; inician desde una subestación de distribución y alimentan a los transformadores de distribución mediante redes aéreas o subterráneas, su característica de operación es desequilibrada con valores de voltaje típicos que varían desde 2,4 kV hasta 22 kV [19].

3.2.2.4 Transformadores de distribución

Son los equipos destinados a reducir el voltaje de los alimentadores primarios o distribución primarias, a los valores de utilización en las residencias, comercios e industrias, desde los 120 V a 680 V [19].

3.2.2.5 Circuitos secundarios o de distribución secundaria.

Son las redes configuradas de forma trifásica, bifásica o monofásica, su naturaleza de operación es del tipo desequilibrada, debido a las diferentes cargas conectadas y el continuo cambio de ellas, provoca corrientes simétricas desfasadas; estas redes abastecen o dan servicio a los consumidores del área por medio de una acometida en el punto más cercano al requerimiento del servicio eléctrico [19].

3.2.2.6 Acometidas

Son las líneas que partiendo de los circuitos secundarios se extienden hasta los contadores o medidores que se encuentran en las casas o locales de los consumidores [19].

3.2.2.7 Equipos de medición o contadores de energía

Son los instrumentos conectados a los consumidores, destinados a medir la energía consumida por los mismos.

3.2.2.8 Alumbrado público

El alumbrado público es parte del servicio eléctrico, con el objeto de brindar la visibilidad adecuada para el normal desarrollo de las actividades en horario nocturno, brindando una sensación de seguridad ciudadana. Este tipo de alumbrado comprende para carreteras o infraestructuras viales importantes, la mayoría de los alumbrados públicos utilizan tecnología de vapor de sodio, vapor de mercurio y LED, siendo esta última la que brinde mayor eficiencia energética [19].

3.2.3 Clasificación de las redes de distribución

Las redes de distribución se clasifican de acuerdo a su construcción, servicio prestado, densidad energética o configuración, con sus características técnicas permiten analizar y calcular los parámetros eléctricos que servirán para desarrollar análisis en estado estable, transitorio, cortocircuitos, confiabilidad entre otros [21].

3.2.3.1 Clasificación de los SED de acuerdo a su configuración

Existen tres tipos de sistemas básicos de distribución en medio y bajo voltaje, los cuales son:

- Sistema radial
- Sistema anillo
- Sistema en malla o mallado

3.2.3.1.1 Sistema radial

Todas las configuraciones descritas son en general para los SED, sin embargo, los de tipo radial, son los más usados en la práctica para redes de bajo voltaje, por la sencillez operativa e inversión económica más baja. Su desventaja principal es la baja confiabilidad del sistema [22]. Sin embargo, en la práctica se planifica construir las redes en anillo abierto, es decir con interconexiones abiertas que permitan realizar transferencias de carga, y con ello mejorar los índices que afectan a la desconexión eléctrica [21].

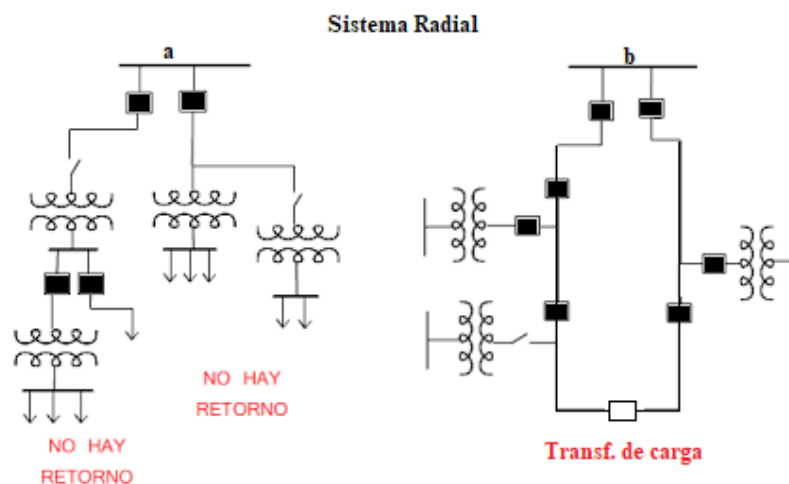


Figura 3.3. Sistema eléctrico en configuración radial.

Un sistema radial, se caracteriza por disponer el flujo de corriente de manera unidireccional, es decir con un simple camino sin regreso de corriente, partiendo desde una única fuente de alimentación.

En la Figura 3.3 se presenta dos tipos de redes para configuración radial, la a) es una red radial clásica, la b) es una red en anillo abierta que opera de manera radial, esta conceptuada para poder transferir carga en el caso de alguna eventualidad [21].

3.2.3.2 Clasificación de los SED de acuerdo a su construcción

Generalmente los sistemas de distribución debido a su construcción se clasifican en dos tipos: redes aéreas y subterráneas, de los cuales se puede establecer que entre un 85% son redes aéreas y el restante redes subterráneas [19].

3.2.3.2.1 Redes aéreas de distribución

Este tipo de redes disponen al aire como principal método de aislamiento, pueden disponer de conductores desnudos o semidesnudos o totalmente aislados.

Entre las ventajas principales se encuentra el costo inicial de inversión es más bajo, fácil mantenimiento y localización de fallas. Las desventajas son: mayor probabilidad de fallas, mayor peligro para las personas y mal aspecto estético [22].

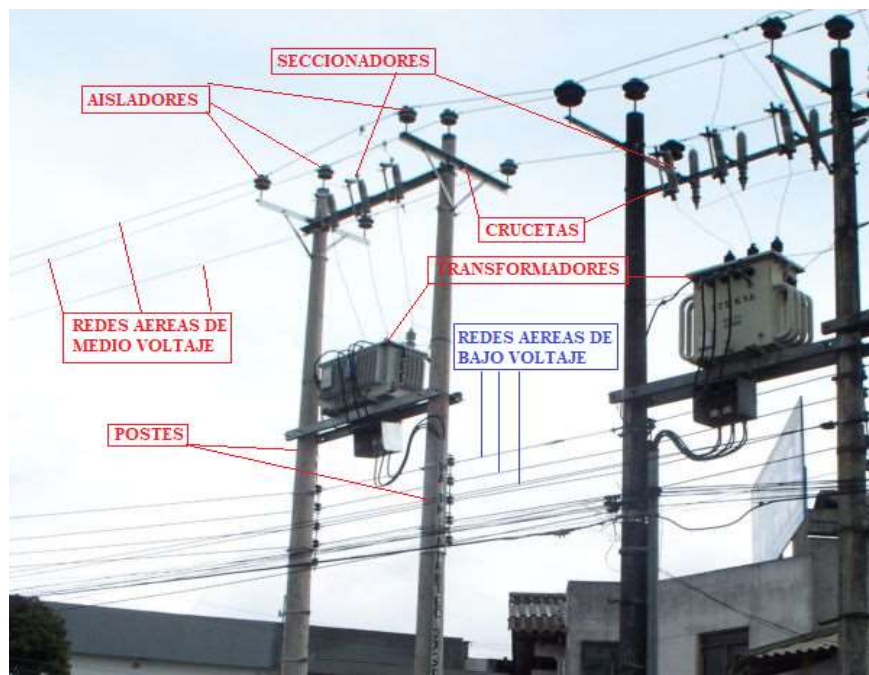


Figura 3.4. Resumen de las partes de los SED aéreos.

Las partes que conforman estas redes están constituidas por: postes, conductores, crucetas, aisladores, herrajes, equipos de seccionamiento, transformadores y protecciones, detalle en la Figura 3.4.

Postes: su construcción puede ser realizada de concreto, fibra de vidrio o metálicos, las características técnicas de peso, longitud y resistencia a la rotura están en función de la construcción de los circuitos. El uso común para los SED es de 12 metros con resistencia de rotura de 500 kg; y 10 metros con 400 kg; sin embargo, existen proyectos con características particulares que deberán utilizar otras alturas con resistencias de roturas más fuertes [19], detalle en la Figura 3.5.



Figura 3.5. Postes de fibra de vidrio embodegado

Conductores: Los circuitos secundarios utilizaban conductores de Aluminio con alma de acero o denominado ACSR desnudo, sin embargo, debido al hurto de energía en las redes desnudas se utiliza conductor preensamblado compacto, con diferentes calibres para redes monofásicas, bifásicas o trifásicas; compuestos desde 3 conductores (trifilar monofásico) y 4 hilos (trifásico) con neutro corrido [23]. Detalle en la Figura 3.6.



Figura 3.6. Carreto de Conductor desnudo, cable preensamblado.

Bastidores: los bastidores son exclusivos para uso de redes de bajo voltaje desnudas es decir cuando son construidos con conductor ACSR y por su exigencia al esfuerzo mecánico se construyen de hierro galvanizado, las medidas varían desde los 0,15 a 0.75 metros, dependiendo la configuración del circuito [23]. Detalle en la Figura 3.7.

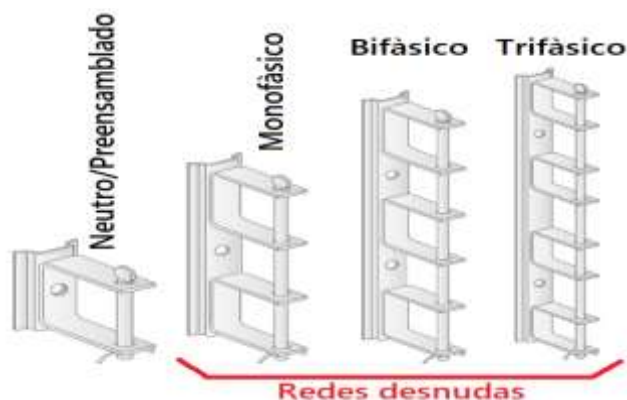


Figura 3.7. Bastidores para estructuras en bajo voltaje en postes.



Figura 3.10. Protección para redes aéreas de medio voltaje.

Transformadores y protecciones: son los equipos que permiten disminuir los niveles medios de voltaje a los voltajes de servicio del cliente, para ello, se emplean transformadores trifásicos o monofásicos, la potencia de estos son estandarizadas; a su vez estos se clasifican en autoprotegidos (protegidos para cortocircuitos y sobrevoltajes) y convencionales (sin protecciones), a estos últimos se les deberá agregar estos equipos de protección [23].



Figura 3.11. Transformadores para los SED.

La potencia nominal del transformador en el Ecuador está homologada en base a las unidades de propiedad [23]. El detalle en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Capacidad de transformadores monofásicos y trifásicos.

Capacidad de transformadores (kVA)		
Monofásicos	Trifásicos	
3	30	200
5	45	250
10	50	300
15	75	350
25	100	400
37,5	112,5	500

50	125	600
75	150	750
100	167	1000

3.2.3.2.2 *Redes subterráneas de distribución*

Este tipo de redes disponen de conductores con aislamiento o encaquetado de acuerdo al voltaje de operación, conformados por varias capas aislantes y cubiertas protectoras. La instalación se realiza en ductos que se encuentran enterrados en el suelo. Se construyen en zonas con alta densidad de carga como urbanas y crecimientos tendenciales altos [5].

Entre las ventajas principales se encuentra una menor probabilidad de fallas, menor peligro a las personas, buen aspecto estético. Las desventajas son: alto costo de instalación y difícil localización de fallas [17].

Las partes que conforman estas redes están constituidas por: pozos, ductos, cable, herrajes, equipos de seccionamiento, transformadores y protecciones, todos ellos aislados [17].

Ductos: son los equipos que permiten disponer del camino para instalar la red subterránea, están construidos por: asbesto cemento, PVC o Conduit metálicos, los diámetros dependerán del calibre del conductor que vaya por el ducto, siendo mayores iguales a 4 pulgadas [23].



Figura 3.12. Pozos subterráneos para los SED.

Cables: Pueden ser de material aluminio o cobre, configuración monopolar o tripolar, el aislamiento viene construido por polietileno XLPE, polietileno reticulado EPR, TTU, caucho sintético, entre otros; los calibres varían desde 500 a 250 MCM, 4/0 y 2/0 AWG [23].



Figura 3.13. Cable para redes aéreas subterráneas.

Los cables para redes secundarias de distribución o bajo voltaje, son aislados desde 600 V a 2000 V; con polietileno termoplástico PE-THW y recubierto con una chaqueta protectora de PVC en calibres desde #2 a 500 MCM [23].

Cámaras: son construcciones que permiten alojar los transformadores para su operación, la más común es la de tipo empalme, misma que permite hacer conexiones, pruebas, reparaciones [23].

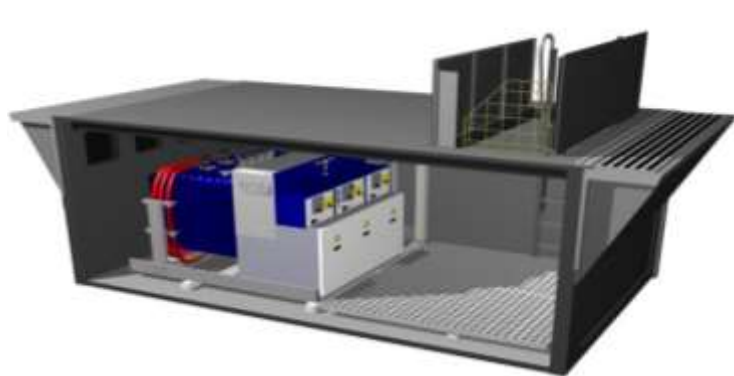


Figura 3.14. Cámara de transformadores para los SED.

3.2.4 Características de las redes de acuerdo a sus voltajes nominales.

Los criterios homologados por el MERNNR para la expansión de la cobertura e incremento de demanda para el servicio eléctrico; normalizo valores de voltajes en el Ecuador. La clasificación de las redes se presenta en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Niveles de voltaje normalizados [23]

Descripción	Niveles de Voltaje
Medio Voltaje o Alimentadores primarios.	6.300 [V]
	13.800 GRDY / 7.967 [V]
	22.000 GRDY / 12.700 [V]
	22.860 GRDY / 13.200 [V]
	34.500 GRDY / 19.920 [V]
Bajo Voltaje o Redes Secundarias	En redes monofásicas trifilares 120 / 240 [V]
	En redes trifásicas 127 / 220 [V]

Los voltajes entre 6,3 kV y 34,5 kV, están considerados como medio voltaje, este nivel es utilizado para alimentadores primarios, este tipo de redes inician desde las S/E de distribución y entrega energía a los transformadores de distribución, su configuración es trifásica o monofásica con redes aéreas desnudas o redes subterráneas aisladas, o combinación de estas [23].

Los voltajes menores desde 1000 V son considerados de bajo voltaje; en el Ecuador se utiliza dos niveles de voltaje homologados (240/120 V y 220/127 V), con lo cuales operan las redes secundarias o de bajo voltaje, son redes que inician desde los transformadores de distribución y llegan al usuario final, su configuración es trifásica o monofásica a tres hilos, con redes aéreas o subterráneas [23].

Todos estos equipos conforman y dan lugar a los grandes sistemas eléctricos de distribución (SED), sin embargo, debido a esta gran cantidad de redes, es difícil realizar mediciones como se lo hace en los sistemas eléctricos de potencia ya que son infraestructuras pequeñas; las barras o nodos están representados por los postes, pozos subterráneos y torres, por lo cual, es prácticamente imposible realizar mediciones, para determinar el estado de operación de estas redes, por lo cual, es necesario estimar mediante aproximaciones de carga, cálculo de flujos de potencia, para poder predecir el estado de operación y a la vez determinar las acciones a realizar para asegurar el suministro eléctrico de calidad [23].

Con este antecedente es necesario revisar la formulación matemática para calcular los parámetros del equipamiento eléctrico tales como: impedancias y admitancias, así también la teoría de flujos de potencia en las redes de distribución y sus características técnicas operativas [16].

3.3 Cálculo de las impedancias de los SED

Para modelar las redes y estimar su estado de operación en estado estacionario, es necesario realizar los cálculos matemáticos y determinar los parámetros como voltajes, corrientes, potencia entre otros; para ello es necesario transformar la red física a un modelo matemático.

Los parámetros técnicos de una red están dados principalmente por la topología, configuración, impedancias, admitancias y cargas [24].

La impedancia y admitancia son calculadas en base al tipo de conductor y la configuración del tramo de la red, es decir para modelar las líneas de manera matemática, es necesario

determinar la impedancia, cuyas componentes es la resistencia, inductancia, capacidad y conductancia, con estos componentes se modela las líneas o tramos que componen los sistemas eléctricos.

Al clasificar los parámetros de impedancia y admitancia de una línea, se dividen en dos grupos bien diferenciados, los parámetros longitudinales involucran la resistencia e inductancia, y los parámetros transversales que considera a la capacidad y conductancia. Detalle en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Parámetros eléctricos de las líneas [24]

Parámetro	Descripción	Unidad	Símbolo
Longitudinal	Resistencia	Ohmios (Ω)	R
	Inductancia	Henrios (H)	L
Transversal	Capacidad	Faradios (F)	C
	Conductancia	Siemens (S)	G

La combinación de estas magnitudes que están en función de la frecuencia de la corriente alterna, sirven para modelar otros parámetros dentro de los sistemas eléctricos [24]. Detalle en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Parámetros eléctricos de los SED

Parámetro	Descripción	Unidad
Impedancia	$Z = R + j(X_L + X_C)$	Ohmios (Ω)
Admitancia	$Y = G + jB = \frac{1}{Z}$	Siemens (S)
Reactancia Inductiva	$X_L = L * 2 * \pi * f$	Ohmios (Ω)
Reactancia Capacitiva	$X_C = \frac{-1}{C * 2 * \pi * f}$	Ohmios (Ω)

Donde:

f = Frecuencia de la corriente alterna en Hz

- **Impedancia:** Se produce por la oposición al flujo de corriente para una configuración y tipo de conductor, estos parámetros son la resistencia, inductancia y capacitancia [24].
- **Reactancia:** es la oposición al flujo de la corriente provocado por inductores/bobinas y/o condensadores, formados por una configuración de conductores, su medida es el ohmio, y en conjunto con la resistencia eléctrica forman la impedancia, la cual es una medida compleja, que tiene como reactancia a la parte imaginaria [24].

Según el valor positivo o negativo que tome la reactancia, se puede concluir que el circuito equivalente es inductivo, capacitivo o resistivo. El detalle en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Características del circuito equivalente

Parámetro	Descripción
$X_e = X_L + X_C > 0$	Circuito inductivo
$X_e = X_L + X_C = 0$	Circuito resistivo
$X_e = X_L + X_C < 0$	Circuito capacitivo

3.3.1 Cálculo de la resistencia de las redes de distribución.

Los conductores más utilizados en las redes aéreas son de dos tipos, el primero de ellos es el tipo desnudo para redes de medio y bajo voltaje con diferentes estructuras lo cual afecta a su configuración y por ende a la inductancia; el segundo es un conductor tipo preensamblado con calibres que comprenden desde el #2 hasta el 4/0 AWG [24]. El detalle en la Tabla 3.6 y en la Figura 3.15.

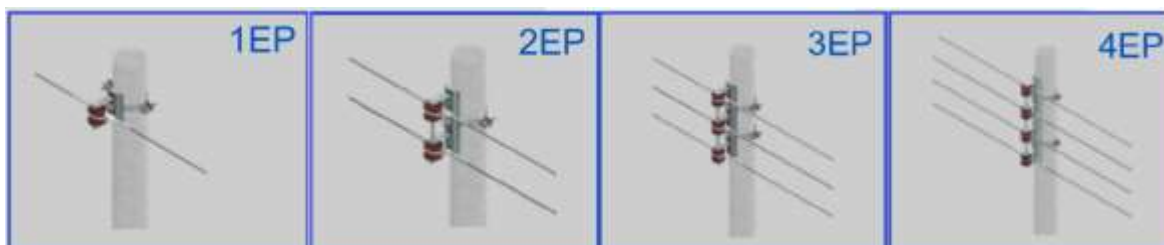


Figura 3.15. Tipos de redes utilizadas en los SED.

Tabla 3.6. Tipo de redes utilizadas para los SED [25]

Redes aéreas desnudas		Redes pre ensambladas	
Calibre [AWG o kcmil)	Sección transversal [mm ²)	Calibre [AWG o kcmil)	Sección transversal [mm ²)
4	21,15	2X2 AWG	35
2	33,62	3X2 AWG	35
1/0	53,49	3X2 AWG	35
2/0	67,44	3X1/0 AWG	50
3/0	85,02	3X2/0 AWG	70
4/0	107,2	3X3/0 AWG	95

3.3.1.1 Resistencia de redes aéreas desnudas.

Este parámetro se basa en los datos de construcción de los conductores que relaciona al tipo de material utilizado, además, los conductores más utilizados en los SED aéreos son del tipo desnudo en ACSR (Aluminiun – conductor – Steel – Reinforced) o conductor de

aluminio reforzado con acero [24]. El detalle de estas características técnicas en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7. Tabla de características técnicas de conductores [26]

Código	Calibre [AWG o kcmil]	Sección transversal [mm ²]	No. Hilos		Diámetro hilos [mm]		Diámetro del conductor [mm]	Peso Total Aprox [kg / km]	Carga de Rotura [kgf]	Resistencia a C.C. a 20 °C [ohm/km]	Capacidad de Corriente [A]*
			Aluminio	Acero	Aluminio	Acero					
Turkey	6	13,3	6	1	1,68	1,68	5,04	54,01	540	2,1065	105
Swan	4	21,15	6	1	2,118	2,118	6,35	85,87	843	1,3232	140
Sparrow	2	33,62	6	1	2,672	2,672	8,02	136,56	1292	0,8316	184
Raven	1/0	53,49	6	1	3,37	3,37	10,11	217,25	1986	0,5227	242
Quail	2/0	67,44	6	1	3,782	3,782	11,35	273,82	2404	0,4151	276
Pigeon	3/0	85,02	6	1	4,247	4,247	12,74	345,23	3002	0,3292	315
Penguin	4/0	107,2	6	1	4,77	4,77	14,31	435,35	3786	0,261	357
Waxwing	266,8	135,19	18	1	3,092	3,092	15,46	432,1	3120	0,2112	449
Partridge	266,8	135,19	26	7	2,573	2	16,3	546,49	5125	0,2091	475
Ostrich	300	152	26	7	2,73	2,12	17,28	614,32	5760	0,186	492
Piper	300	152	30	7	2,54	2,54	17,78	698,9	7000	0,1902	490
Merlin	336,4	170,45	18	1	3,472	3,472	17,36	544,83	3936	0,1674	519
Linnet	336,4	170,45	26	7	2,888	2,25	18,29	689,87	6393	0,166	529
Oriole	336,4	170,45	30	7	2,69	2,69	18,83	783,77	7847	0,1647	535

Cada tipo de conductor tiene su resistencia a una temperatura determinada que para este caso es de 20 °C, para poder transformar a otra temperatura se aplica la ecuación (3.1).

$$R_f = R_o [1 + \alpha(T_f - T_o)] \quad (3.1)$$

Donde:

R_f = Resistencia final a la temperatura final

R_o = Resistencia a la temperatura inicial

α = Coeficiente de Temperatura a 20 grados Celsius. Para el aluminio es 0,0039 [$\frac{1}{^\circ\text{C}}$]

T_f = Temperatura final.

T_o = Temperatura inicial.

3.3.1.2 Resistencia de redes aéreas preensambladas.

Este parámetro está determinado de la misma manera que los conductores desnudos, en los datos y tipo de material de construcción, el cable preensamblado cuenta hasta con 3 conductores de una aleación de aluminio para mejorar la conductividad y un neutro elaborado en aleación de aluminio con mayor resistencia mecánica, ya que allí se sujeta el cable [27].

3.3.1.2.1 Conductor de fase

El conductor dependiendo de su sección, está compuesto por varios alambres construidos de aluminio puro (ASC). Los calibres más utilizados van desde los 50 mm² hasta los 95 mm². El detalle en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8. Características de los conductores desnudos para la fase [24]

Conductor de fase			
Material del conductor	Aluminio Puro ASC	Aluminio Puro ASC	Aluminio Puro ASC
Sección (mm^2)	50	70	95
Calibre aproximado (AWG)	1/0	2/0	3/0
Número mínimo de hilos	6	12	15
Diámetro exterior aislado (mm)	11,4	13,6	15,8
Alargamiento a ruptura (hilos) %	1,5	1,5	1,5
Resistencia óhmica máxima a 20° C (ohm/km)	0,641	0,433	0,32
Corriente admisible (Amperios)	120	155	190
Material de aislamiento	XLPE 90° C	XLPE 90° C	XLPE 90° C
Espesor nominal del aislamiento (mm)	1,6	1,8	2

3.3.1.2.2 Conductor neutro

El conductor neutro está construido por varios alambres de aleación de aluminio (AAAC), que forma una sección circular. Los calibres más utilizados van desde los 50 mm^2 hasta los 70 mm^2 . [24] El detalle en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9. Características de los conductores desnudos para el neutro

Conductor neutro portante		
Material del conductor	Aleación de aluminio AAAC	Aleación de aluminio AAAC
Sección (mm^2)	50	70
Calibre aproximado (AWG)	1/0	2/0
Número mínimo de hilos	7	19
Diámetro exterior aislado (mm)	12,3	14,2
Alargamiento a ruptura (hilos) %	3	3
Resistencia óhmica máxima a 20° C (ohm/km)	0,676	0,493
Material de aislamiento	XLPE 90° C	XLPE 90° C
Tensión de rotura (kgf/mm^2)	1405	1933
Espesor nominal del aislamiento (mm)	1,6	1,8

3.3.2 Cálculo de la Inductancia de redes aéreas

El concepto fue descubierto por Faraday y describe el comportamiento de un conductor como un almacenador de energía en forma de campo magnético, es decir actúa como una bobina, ante la presencia de la corriente alterna. El campo magnético creado por el conductor está en función de la corriente que circula en un instante. El detalle en la Figura 3.16.

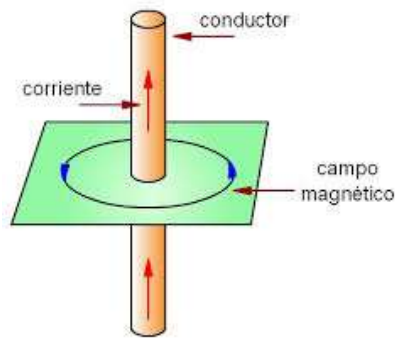


Figura 3.16. Fenómeno físico del flujo de corriente y el campo magnético

Las líneas de flujo magnético se forman como anillos, los cuales rodean al conductor de manera perpendicular, al estar en configuración paralela varios conductores, se traslapan las líneas de campos magnéticos provocando una interacción entre ellos, lo cual produce un flujo magnético equivalente, dando lugar a una matriz de interacción que está representado con la matriz de impedancias equivalentes [19]. El detalle en la Figura 3.17.

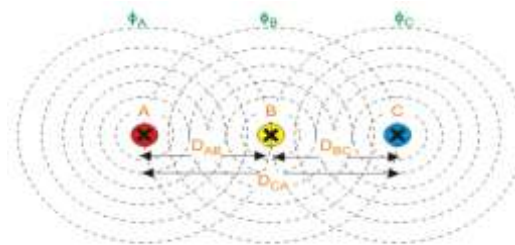


Figura 3.17. Interacción física del flujo de campo magnético

Con esta deducción se puede establecer que la inductancia equivalente se determina en base a la configuración de los conductores.

De acuerdo a las unidades de propiedad establecidas por el MERNNR, se determina que la configuración más utilizada en los SED aéreos, es con conductor desnudo dispuestos de manera horizontal, soportados por aisladores que están fijados en crucetas, estas últimas están normadas en el país de 1,5; 2,0 y 2,4 metros para medio voltaje; para bajo voltaje se utiliza estructuras que separan a los conductores desnudos una distancia de 0,25 metros dispuestos de manera vertical; para el caso de los cables preensamblados se dispone de una sola estructura y los cables de fase y neutro están entorchados entre sí, sin disponer de una separación entre conductores únicamente con el enchaquetado de construcción [17].

Así también, en el país se manejan sistemas trifásicos y monofásicos trifilares [23]. El detalle de estas configuraciones en la Figura 3.18.

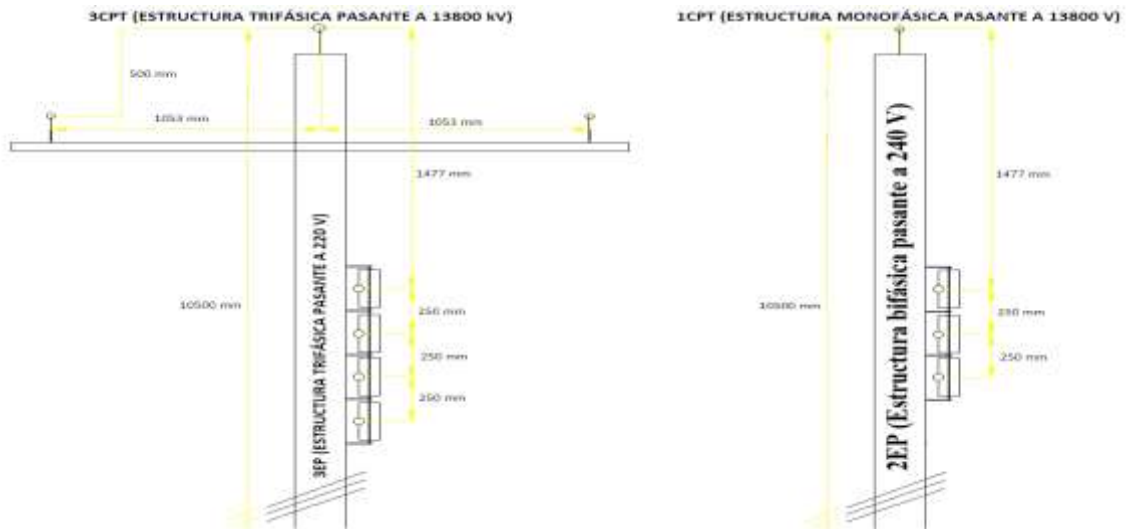


Figura 3.18. Estructura aérea trifásica y monofásica en medio y bajo voltaje, conductor desnudo.

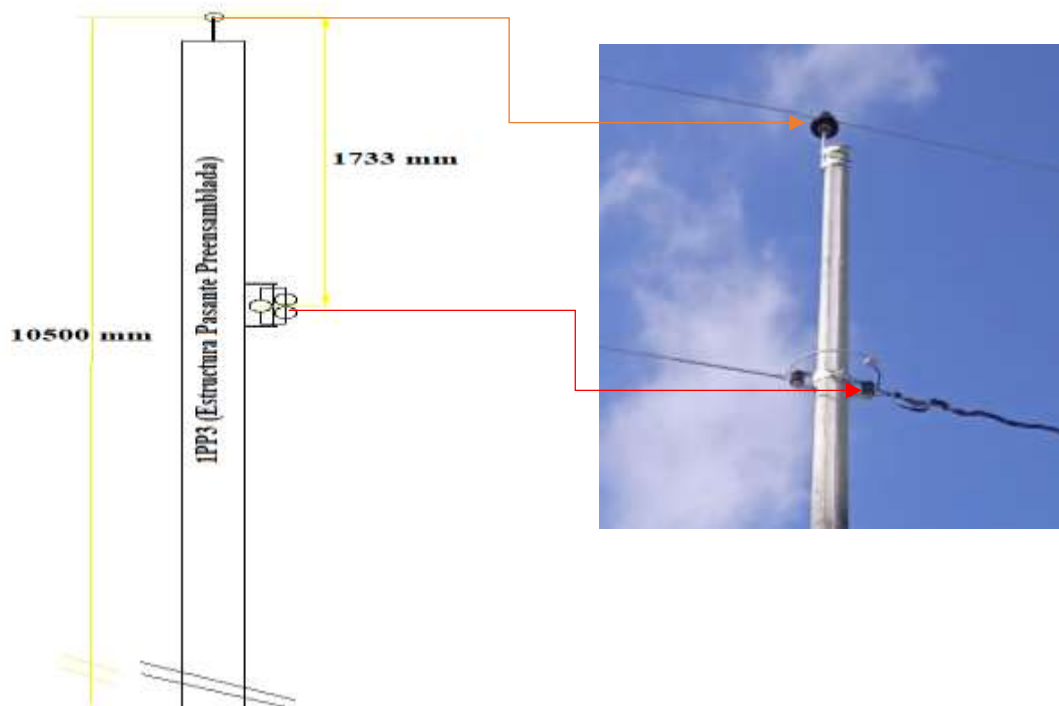


Figura 3.19. Estructura aérea monofásica en medio y bajo voltaje preensamblado.

La inductancia general de una línea está determinada en Henrios (H/km), mediante la Ecuación (3.2).

$$L = \left[\frac{u}{2 * n} + 2 * \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] * 10^{-4} \quad (3.2)$$

Donde:

n = Numero de cables por fase.

D_e = Distancia media geométrica entre fases (mm)

r_e = Radio equivalente (mm)

u = Permeabilidad es la multiplicación de la permeabilidad relativa y absoluta.

La inductancia como se ha descrito en la Ecuación (3.2), está en función de una distancia media y radio geométrico equivalentes, por tanto, esta cambia dependiendo de la configuración de los conductores (monofásico, bifásico, trifásico) y su aislamiento [24][28].

3.3.2.1 Inductancia para una línea trifásica con carga equilibrada

Al disponer de una línea trifásica equilibrada, no existen acoplamientos por tanto se lo trata como una línea monofásica ya que al ser equilibradas no existe interacción entre líneas, el cálculo se lo realiza con la Ecuación (3.3) considerando la distancia y radio medio geométrico [24], de acuerdo a la Figura 3.20.

$$L_{mon_f+n} = 2 * L = 2 * \left[\frac{u}{2 * n} + 2 * \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] * 10^{-4} = \left[1 + 4 * \ln \left(\frac{D}{r} \right) \right] * 10^{-4} \quad (3.3)$$

Donde:

D = Distancia entre conductor de fase y neutro, considerado hacia sus centros.

r = Radio del conductor = $r_A = r_B$

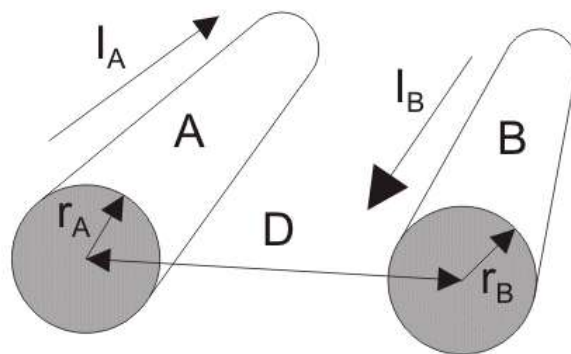


Figura 3.20. Distancia y radio medio geométrico para sistemas monofásicos.

3.3.2.2 Inductancia para una línea Trifásica en medio voltaje desequilibrada con neutro.

Al tratarse de una línea trifásica desequilibrada ya existe interacción entre líneas y el neutro, por tanto, se aplicaría como base la Ecuación (3.4), considerando que la inductancia es el valor promedio de la suma de las inductancias debidas a cada par de conductores con una distancia entre cada par de conductores como D_{AB}, D_{BC}, D_{CA} [29]:

$$\begin{aligned}
L_{Trif} &= \frac{1}{3} * (L_{mon_{fa+n}} + L_{mon_{fb+n}} + L_{mon_{fc+n}}) \\
L_{Trif} &= \frac{1}{3} * \left[1 + 4 * \ln\left(\frac{D_{AB}}{r}\right) + 1 + 4 * \ln\left(\frac{D_{BC}}{r}\right) + 1 + 4 * \ln\left(\frac{D_{CA}}{r}\right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif} &= \frac{1}{3} \left[3 + 4 * \left(\ln\left(\frac{D_{AB}}{r}\right) + \ln\left(\frac{D_{BC}}{r}\right) + \ln\left(\frac{D_{CA}}{r}\right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif} &= \left[1 + 4 * \frac{1}{3} \left(\ln\left(\frac{D_{AB} * D_{BC} * D_{CA}}{r^3}\right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif} &= \left[1 + 4 \left(\ln\left(\frac{\sqrt[3]{D_{AB} * D_{BC} * D_{CA}}}{r}\right) \right) \right] * 10^{-4} \tag{3.4}
\end{aligned}$$

En una línea trifásica la inductancia total (3 fases + neutro) se calcula con la Ecuación (3.4) y considerando la distancia entre fases y el radio medio geométrico, de acuerdo a la Figura 3.21.

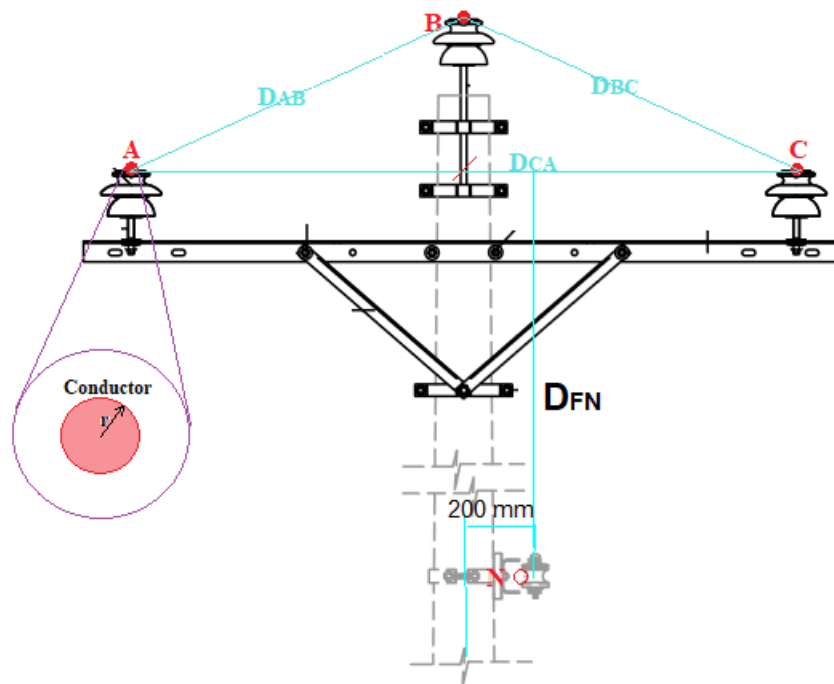


Figura 3.21. Distancia y radio medio geométrico para sistemas trifásicos.

Como conclusión se determina que cuando se tiene más de 2 conductores, en lugar de D (distancia entre conductores) se aplica la distancia media geométrica ($DMG = \sqrt[3]{D_{AB} * D_{BC} * D_{CA}}$) [27].

3.3.2.3 Inductancia para una línea en bajo voltaje desequilibrada configuración plana.

Para el caso de una línea trifásica con los conductores en un plano horizontal o vertical se aplica la siguiente Ecuación (3.5).

$$\begin{aligned}
L_{Trif_plano} &= \left[1 + 4 \left(\ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{AB} * D_{BC} * D_{CA}}}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif_plano} &= \left[1 + 4 \left(\ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{AB} * 2 * D_{AB} * D_{AB}}}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif_plano} &= \left[1 + 4 \left(\ln \left(\frac{\sqrt[3]{2} * D_{AB}}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} = \left[1 + 4 \left(\ln(\sqrt[3]{2}) + \ln \left(\frac{D_{AB}}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif_plano} &= \left[1 + 4 * \ln(\sqrt[3]{2}) + 4 * \left(\ln \left(\frac{D_{AB}}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} \\
L_{Trif} \left(\frac{H}{km} \right) &= \left[1.92419624 + 4 * \left(\ln \left(\frac{D}{r} \right) \right) \right] * 10^{-4} \tag{3.5}
\end{aligned}$$

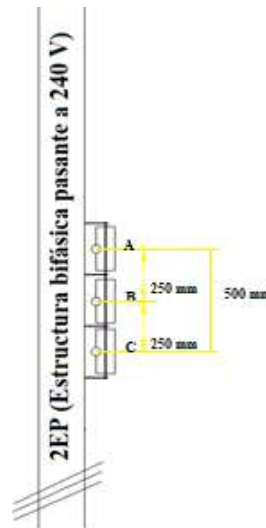


Figura 3.22. Distancia media geométrica para sistemas monofásicos trifilares planos [27].

3.3.2.4 Reactancia para una línea de un SED.

Al calcular la inductancia (de uno, dos o tres circuitos) [27] en H/km de una línea con una distancia (L), se determina la reactancia mediante la Ecuación (3.6).

$$X_L \left(\frac{\Omega}{km} \right) = L * \omega = L * 2 * \pi * f \tag{3.6}$$

Donde:

X_L = Reactancia inductiva de la línea

f = frecuencia en Hz

L = Inductancia de la línea para uno, dos o tres circuitos.

ω = La frecuencia angular, también conocida como frecuencia radial o circular, mide el desplazamiento angular por unidad de tiempo de la onda sinusoidal.

Con estas fórmulas, es posible determinar la inductancia, y por tanto la reactancia inductiva, de la mayor parte de las líneas aéreas instaladas. Para un mayor número de conductores por fase (caso no demasiado habitual), las fórmulas se deducen de igual forma, pero considerando el número de conductores requeridos [27].

3.3.3 Cálculo de la Capacitancia en redes de distribución

El concepto describe el comportamiento de los conductores cuando están expuestos a una diferencia de voltaje, lo que provoca que almacenen energía en forma de campo eléctrico simulando a un capacitor. La capacidad de una línea con dos conductores se puede determinar en base a la ecuación(3.7) [27].

$$C = \frac{q}{V} \text{ (Faradio)} \quad (3.7)$$

Donde:

q = Es la carga en coulombs

V = La diferencia de potencial entre los conductores en voltios.

Con esta deducción se puede establecer que la capacitancia equivalente se determina en base a la configuración de los conductores y el nivel de voltaje.

De acuerdo a las unidades de propiedad establecidas por el MERNNR, en el país se manejan sistemas trifásicos y monofásicos trifilares. El detalle de estas configuraciones en la Figura 3.21 y Figura 3.22.

3.3.3.1 Capacitancia para una línea monofásica con retorno

En una línea monofásica la capacitancia total (fase + neutro) se calcula considerando la distancia D entre conductores y el conductor de radio r , de acuerdo a la Figura 3.21 [27].

$$V_{a-b} = \frac{1}{2 * \pi * \epsilon} * \left[q_a * \ln\left(\frac{D_{a-b}}{D_{a-a}}\right) + q_b * \ln\left(\frac{D_{b-b}}{D_{b-a}}\right) \right]$$

Donde:

q_a = Cargar en el conductor a

q_b = Carga en el conductor b

V_{a-b} = Diferencia de potencial entre los conductores a y b

ϵ = Permitividad absoluta $\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r = 8,85 * 10^{-9} \left(\frac{F}{km}\right)$

D= Distancia entre conductor de fase y neutro, considerado hacia sus centros.

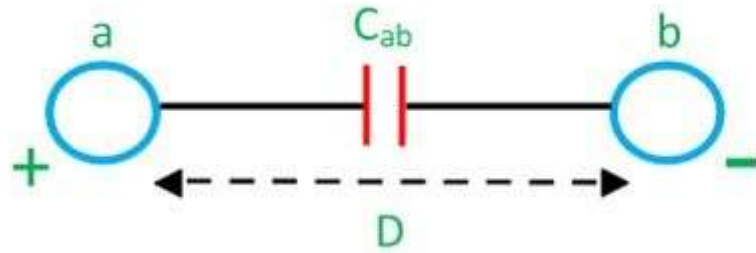


Figura 3.23. Capacitancia para sistemas monofásicos [27].

Pero $q_a = -q_b$

$$V_{a-b} = \frac{1}{2 * \pi * \epsilon} * \left[q_a * \ln\left(\frac{D}{r}\right) - q_a * \ln\left(\frac{r}{D}\right) \right] = \frac{1}{2 * \pi * \epsilon} * \left[q_a * \ln\left(\frac{D}{r}\right)^2 \right]$$

$$V_{a-b} = \frac{1}{\pi * \epsilon} * \left[q_a * \ln\left(\frac{D}{r}\right) \right]$$

Por tanto, la capacitancia entre los conductores (fase + neutro) se determina con la ecuación [27]

$$C_{a-n} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{\pi * 8,85 * 10^{-9} \left[\frac{F}{km} \right]}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad (3.8)$$

3.3.3.2 Capacitancia para una línea monofásica trifilar (2 fases + neutro)

De acuerdo a las unidades de propiedad esta configuración es la más utilizadas para sistemas monofásicos a 240 Voltios entre fases y al neutro 120 Voltios. En este tipo de configuración la capacitancia total (2 fases + neutro) se calcula considerando la distancia D entre conductores y el conductor de radio r, de acuerdo a la Figura 3.24 [27].

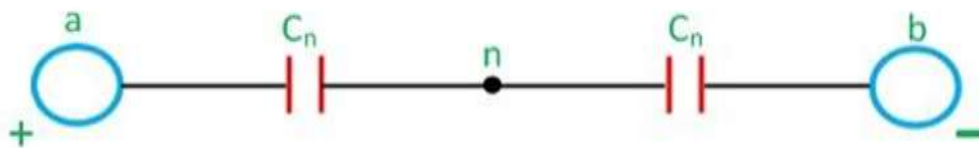


Figura 3.24. Capacitancia para sistemas monofásicos trifilares más neutro.

Por tanto, la capacitancia entre los conductores (fase + neutro) se determina con la ecuación (3.9).

$$C_n = 2 * C_{a-b} = \frac{q_a}{\frac{V_{ab}}{2}} = \frac{2 * \pi * 8,85 * 10^{-9} \left[\frac{F}{km} \right]}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)}$$

$$C_n = 2 * C_{a-b} = \frac{1}{18 * 10^8 * \ln\left(\frac{D}{r}\right)} \left[\frac{F}{km} \right] \quad (3.9)$$

Como aspecto determinante se puede establecer que la capacitancia de un circuito con una fase y un retorno y multiplicar por el número de circuitos, de esta manera se calculara para las demás configuraciones [27].

3.3.3.3 Capacitancia para una línea Trifásica con neutro.

Una vez determinada la capacidad por cada circuito, es posible obtener para más de un circuito con solo multiplicar la capacidad para un circuito por el número de circuitos. Al tratarse de una línea trifásica, se aplicaría como base la Ecuación (3.10), multiplicado por 3 [27].

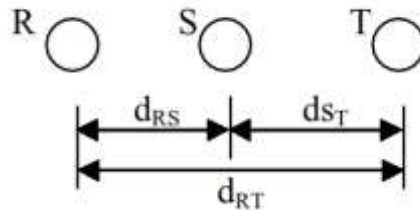


Figura 3.25. Capacitancia para sistemas planos

$$C_n = \frac{q_a}{\frac{V_{ab}}{3}} = \frac{3 * \pi * 8,85 * 10^{-9}}{\ln\left(\frac{D_e}{r}\right)} = \frac{1}{1,1989 * 10^7 * \ln\left(\frac{D_e}{r}\right)} \left[\frac{F}{km} \right] \quad (3.10)$$

Donde:

$$D_e = \sqrt[3]{d_{rs} * d_{st} * d_{rt}}$$

r = Radio del conductor utilizado.

3.3.3.3.1 Reactancia capacitiva para una línea de un SED.

Al calcular la inductancia (de uno, dos o tres circuitos) en F/km de una línea con una distancia (L), se determina la reactancia mediante la Ecuación (3.11) [27].

$$X_c \left(\frac{\Omega}{km} \right) = \frac{1}{C * w} = \frac{1}{C * 2 * \pi * f} \quad (3.11)$$

Donde:

X_c = Reactancia capacitiva de la línea

f = Frecuencia en Hz

C = Capacitancia de la línea para uno, dos o tres circuitos.

ω = La frecuencia angular, también conocida como frecuencia radial o circular, mide el desplazamiento angular por unidad de tiempo de la onda sinusoidal.

3.3.4 Matriz de impedancia

Una vez determinado la metodología para calcular los parámetros de una línea tanto la resistencia, reactancia capacitiva e inductiva es imprescindible armar la matriz de impedancias que nos servirá para el cálculo de flujos de potencia, es en esta matriz que se ingresa la incidencia que tiene el desequilibrio de carga y por ende la interacción entre líneas y neutro [27].

Mediante el trabajo desarrollado por Carson, se determinó esta interacción que están representadas mediante las impedancias propias y mutuas [27].

3.3.4.1 Ecuaciones de Carson

En el trabajo desarrollado en 1926 por Carson determinó las impedancias propias y mutuas para un número de conductores del tipo aéreo, para ello se considera que la tierra es infinita, uniforme con una superficie plana y resistencia constante. Carson fue el primero en considerar la metodología de la imagen, la cual representa que para cada conductor existe otro conductor a la misma distancia por debajo de la tierra, al cual se denomina la imagen de Carson [27].

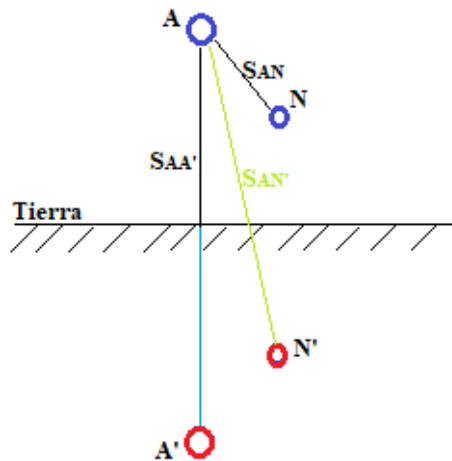


Figura 3.26. Metodología de la imagen de Carson

En la **Figura 3.26** hace referencia a la metodología de Carson, las ecuaciones que gobiernan esta metodología están en función de la impedancia propia del conductor i y la impedancia mutua entre el conductor i y j ., de acuerdo a esta deducción se obtienen las ecuaciones (3.12) [27].

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{ii} &= r_i + 4 * \omega * P_{ii} * G + j * \left(X_i + 2 * \omega * G * \ln \left(\frac{S_{ii}}{RD_i} \right) + 4 * \omega * Q_{ii} * G \right) \left[\frac{\Omega}{milla} \right] \\ \hat{Z}_{ij} &= 4 * \omega * P_{ij} * G + j * \left(2 * \omega * G * \ln \left(\frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) + 4 * \omega * Q_{ij} * G \right) \left[\frac{\Omega}{milla} \right]\end{aligned}\quad (3.12)$$

Donde:

\hat{Z}_{ii} = Impedancia propia del conductor i en $\frac{\Omega}{milla}$

\hat{Z}_{ij} = Impedancia mutua del conductor i y j en $\frac{\Omega}{milla}$

r_i = Resistencia del conductor i en $\frac{\Omega}{milla}$

$\omega = 2 * \pi * f$ = Frecuencia angular del sistema en radianes por segundo

$G = 0,1609347 * 10^{-3}$ En $\frac{\Omega}{milla}$

RD_i = Radio del conductor i en *pies*

S_{ij} = Distancia entre el conductor i y la imagen j en *pies*.

D_{ij} = Distancia entre conductores i y j en *pies*

3.3.4.2 Adaptación a redes abiertas las ecuaciones de Carson

Estas aproximaciones son modificadas para el tipo más común de redes que constan de conductores desnudos, esto se da porque los datos de RMG y la distancia de conductores, todos respecto a tierra son datos no conocidos [27].

Aplicando las ecuaciones modificadas de Carson se tiene los valores de resistencia entre fases y neutro [27]:

$$r_i = 0.8950 \quad \Omega/milla \text{ para el conductor de fase}$$

$$r_i = 1.12 \quad \Omega/milla \text{ para el conductor de neutro}$$

Para continuar el análisis matemático se reemplaza r_i, f y ρ , con lo cual se obtiene la ecuación (3.13).

$$\begin{aligned}f &= \text{frecuencia} = 60 \text{ Hz} \\ \rho &= \text{resistividad} = 100 \Omega - m \\ z_{ii} &= r_i + 0,09530 + j0,12134 \left(\ln \frac{1}{GMR_i} + 7,93402 \right) \\ z_{ij} &= 0.09530 + j0,12134 * \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7,93402 \right)\end{aligned}\quad (3.13)$$

Con la ecuación modificada (3.13), se determina las impedancias propias primitiva e impedancia mutua primitiva para líneas aéreas, todas en su conjunto se crea la matriz primitiva [27].

3.3.4.3 Matriz de impedancias primitivas de líneas

Con base a la ecuación modificada (3.14), se calcula los elementos de una matriz de impedancia primitiva de $n_{conductores} \times n_{conductores}$. Por ejemplo, al tener un sistema trifásico más neutro en total se tiene una red con 4 conductores, por tanto, la matriz será de 4x4. para un tramo subterráneo trifásico que se tenga dos conductores por fase y dos neutros, se dispondrá de 8 conductores, por tanto, la matriz será de 8x8 [27].

La matriz calculada tiene la forma de la ecuación y está calculada en $\Omega / milla$.

$$[\hat{Z}_{primitive}] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn} \\ \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{nc} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Para calcular la matriz de impedancia Z_{abc} se procede a formar las matrices descompuestas a partir de la matriz primitiva.

La matriz primitiva se subdivide en submatrices de la forma como se describe en la ecuación (3.15)[27]:

$$[\hat{Z}_{primitive}] = \begin{bmatrix} [Z_{ij}] & [\widehat{Z}_{in}] \\ [Z_{nj}] & [\widehat{Z}_{nn}] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Donde:

n= número de conductores neutros.

El cálculo de la matriz de impedancias Z_{abc} reducida se lo realiza aplicando la ecuación (3.16):

$$Z_{abc} = [\widehat{Z}_{ij}] - [\widehat{Z}_{in}] \cdot [\widehat{Z}_{nn}]^{-1} \cdot [\widehat{Z}_{nj}] \quad (3.16)$$

3.3.4.4 Matriz de secuencia de líneas

El cálculo de la matriz de secuencia Z_{012} se lo realiza aplicando la matriz de conversión de impedancias reales a las de secuencia, con la ecuación (3.18) y la matriz de transición descrita en la ecuación (3.17) [27]:

$$A_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_s^2 & a_s \\ 1 & a_s & a_s^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Donde $a_s = 1 \angle 120^\circ$; $a_s^2 = 1 \angle -120^\circ$

$$[Z_{012}] = [A_s]^{-1} \cdot [z_{abc}] \cdot [A_s] \quad (3.18)$$

Para transformar los parámetros de Ω/pies a Ω/km se divide para 1.60934.

3.3.4.5 Matriz de admitancias primitivas de líneas aéreas

De manera análoga al caso de la matriz de impedancias, se procede a calcular la matriz de admitancias para las capacitancias, iniciando con la ecuación (3.19) [27]:

$$S_{ij} = |d_i - dj'| \quad (3.19)$$

Donde:

dj' = Distancia prima del conductor reflejado debajo de la tierra

El cálculo de los elementos de la primitiva de potencial en $\frac{uF}{\text{milla}}$, para lo cual se utiliza los valores del RD_i para los conductores fase y neutro, así también se aplica las ecuaciones (3.20) y (3.21) [27]:

$$RD_i = 0.03725 / 2 \text{ ft para el conductor de fase}$$

$$RD_i = 0.0331 / 2 \text{ ft para el conductor de neutro}$$

$$\hat{P}_{ii} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \left(\frac{uF}{\text{milla}} \right) \quad (3.20)$$

$$\hat{P}_{ij} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \left(\frac{uF}{\text{milla}} \right)$$

$$[\hat{P}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{P}_{aa} & \hat{P}_{ab} & \hat{P}_{ac} & \hat{P}_{an} \\ \hat{P}_{ba} & \hat{P}_{bb} & \hat{P}_{bc} & \hat{P}_{bn} \\ \hat{P}_{ca} & \hat{P}_{cb} & \hat{P}_{cc} & \hat{P}_{cn} \\ \hat{P}_{na} & \hat{P}_{nb} & \hat{P}_{nc} & \hat{P}_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

La matriz primitiva se subdivide en submatrices, tal como se detalla en la ecuación (3.22) [27]:

$$[\hat{P}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} [P_{ij}] & [\hat{P}_{in}] \\ [P_{nj}] & [\hat{P}_{nn}] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Usando la reducción de Kron, la matriz de potencial por fase P_{abc} se obtiene con la ecuación (3.23):

$$P_{abc} = [\widehat{P}_{lj}] - [\widehat{P}_{ln}] \cdot [\widehat{P}_{nn}]^{-1} \cdot [\widehat{P}_{nj}] \text{ milla/} \mu\text{F} \quad (3.23)$$

La inversa de la matriz de coeficientes de potencial por fase está dada por la ecuación (3.24):

$$[C_{abc}] = [P_{abc}]^{-1} \quad (3.24)$$

La matriz de admitancias para la fase ABC, está dada por la ecuación (3.25):

$$[Y_{abc}] = 1j * 2\pi * (60) * [C_{abc}] \quad (3.25)$$

Para transformar los parámetros en Ω/km se divide para 1,60934.

Cálculo de la matriz de admitancias de secuencia Y_{012} con base a la ecuación (3.26) [27]:

$$[Y_{012}] = [A_s]^{-1} \cdot [y_{abc}] \cdot [A_s] \quad (3.26)$$

3.4 Flujos de potencia en las redes de distribución

El análisis del flujo de potencia permite calcular el estado estable de un sistema eléctrico y con base a los resultados obtenidos se determina acciones que permitan operar de manera segura, eficiente, confiable y optima los SED, las variables a determinar en los flujos de potencia son las magnitudes de voltaje y los ángulos de fase para cada una de las barras o nodos del sistema analizado [15].

Los flujos de potencia permiten estimar el estado operativo de una red eléctrica mediante la solución de un modelo matemático, que está compuesto por un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, los cuales son el resultado de la configuración topológica y operativa de la red, este análisis se lo realiza en condición de estado estacionario [15].

Determinar la solución de éstas ecuaciones no lineales, no es posible mediante métodos algebraicos debido a la complejidad matemática que representa, por lo cual se requiere de técnicas o metodologías iterativas [15].

Para aplicar estas metodologías iterativas, es necesario disponer de alta velocidad computacional, ya que el tiempo e iteraciones para encontrar la solución es proporcional al número de nodos o sistemas analizados [15].

Considerando que los SED disponen de grandes cantidades de nodos o dicho en otras palabras son redes demasiado grandes en relación a los sistemas eléctricos de potencia de alto voltaje, la literatura recomienda usar algoritmos de barrido o no convencionales [15].

Por ello, se analizará cada metodología existente, determinando tiempos de operación, sensibilidad, número de iteraciones, y con ello elegir la metodología adecuada a aplicar en este trabajo [14].

3.4.1 Clasificación de los métodos para calcular flujos de potencia

Las redes de distribución dado que tienen sus características particulares, hace que se diferencien de los sistemas de transmisión o de potencia por lo cual su análisis es diferente a los métodos convencionales [14]. Las características técnicas de los SED son:

- Topología radial.
- Diferentes configuraciones en la conexión de la carga (monofásica, bifásica y trifásica).
- Redes con el parámetro de resistencia comparable a la reactancia.
- Líneas sin transposiciones.
- Redes de gran tamaño con múltiples barras o nodos.

Los sistemas de distribución operan generalmente de forma radial, donde el flujo de potencia parte de una sola barra y es de manera unidireccional.

Considerando estas características de los SED, provocan desequilibrios en la operación, por ello se requiere que los métodos para calcular los flujos de potencia, consideren el desequilibrio de carga, por lo cual se clasifican en los siguientes grupos de acuerdo a la Figura 3.27:

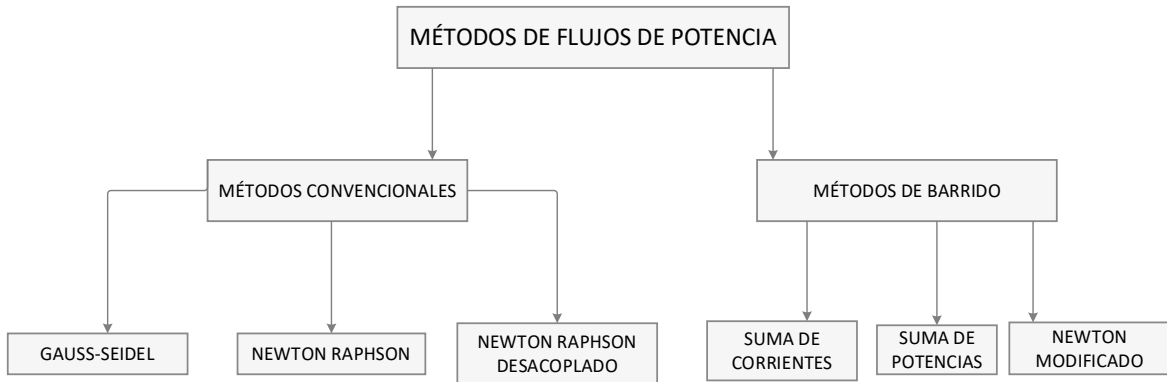


Figura 3.27. Clasificación de métodos para calcular flujos de potencias [5]

3.4.2 Métodos de flujos de potencia convencionales

Estas metodologías son adecuadas para ser aplicadas en sistemas eléctricos de potencia, sin embargo, por las características de desequilibrio de carga y gran cantidad de barras G, son poco utilizados en los SED. Estos métodos son los de Gauss – Seidel, Newton Raphson y Desacoplado Rápido [5].

3.4.2.1 Método de Gauss – Seidel

Su principal desventaja es que no siempre converge la solución del flujo de potencia, y es generalmente más lento, especialmente cuando la matriz Ybus no es diagonalmente dominante. [5]

El método considera un método finito ya que realiza operaciones finitas, cuando no existe errores de redondeo, converge la solución dando un resultado al sistema $Ax=b$; cuando el sistema es no lineal los errores de redondeo se incrementan, provocando más iteraciones para llegar a la solución, o incluso llegando a divergir del resultado.

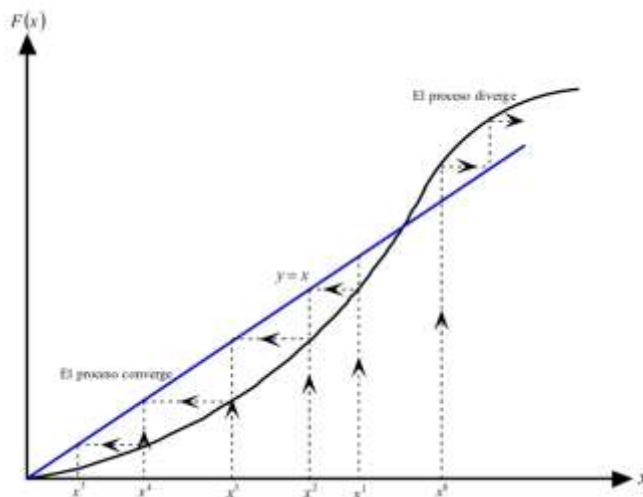


Figura 3.28. Convergencia del algoritmo Gauss-Seidel [5]

Los pasos que permiten realizar el cálculo iterativo para este algoritmo son [5]:

- Realizar balance de potencias, es decir a la demanda de carga en la barra i , (P_{di}, Q_{di}) , si existiera barras con generación, se debe restar la potencia generada en la barra i , (P_{gi}, Q_{gi}) , con este cálculo se determina la inyección de potencia equivalente por cada nodo o barra.
- De los elementos que intervienen en la matriz Y_{barra} , para el análisis de flujos de potencia o en estado estable, al tratarse de un sistema equilibrado se utiliza únicamente la secuencia positiva, por lo que no existen elementos acoplados magnéticamente en dicha red.
- Cálculo de los voltajes en cada nodo i , de manera iterativa, para ello La iteración inicia con un vector solución con un voltaje inicial de $1\angle 0^\circ$ p. u., lo que se denomina arranque plano esto considerando todos los nodos de la red, excepto en el nodo fuente o slack que se ingresa el dato medido. El proceso se realiza de manera iterativa, hasta que el voltaje en la barra $|\Delta V_i^{l+1}|$ comparado con la solución anterior sea menor que una tolerancia definida.

$$|\Delta V_i^{l+1}| = |V_i^{l+1} - V_i^l| < \varepsilon \quad i = 2,3,4, \dots, n \quad (3.27)$$

- Para calcular la potencia que fluye por cada barra, se utiliza los voltajes calculados

$$P_1 - jQ_1 = V_1 * \sum_{k=1}^n Y_{1k} * V_k \quad (3.28)$$

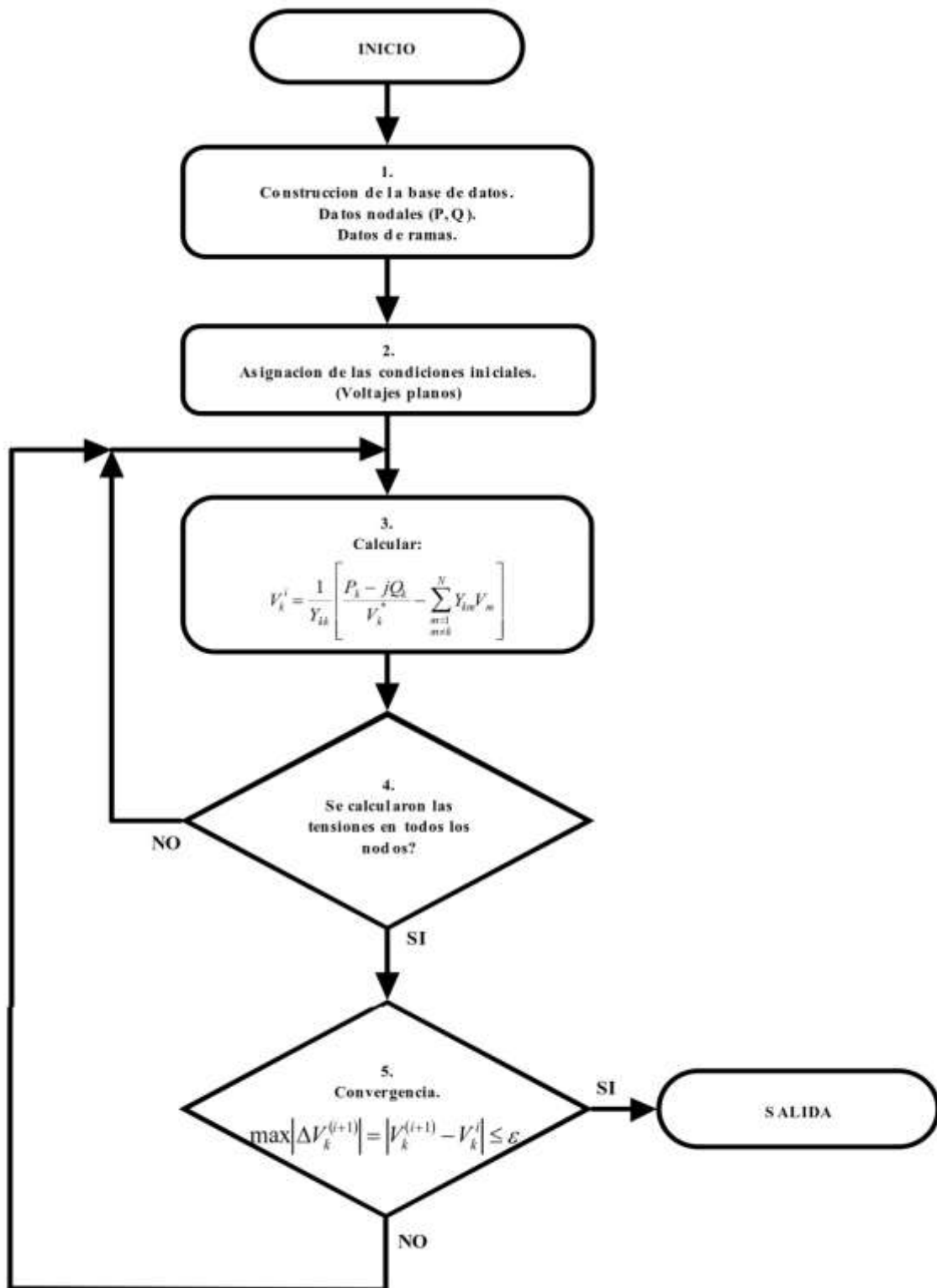


Figura 3.29. Diagrama de flujo para el algoritmo Gauss-Seidel

3.4.2.2 Método de Newton Raphson

Es un método diseñado para ser utilizado en sistemas eléctricos de potencia, sin embargo, se lo ha acoplado a los SED con ciertas modificaciones; a comparación del método de

Gauss Seidel, es un método más confiable para su convergencia, además, utiliza menos recursos computacionales y almacenamiento de información, su característica está dada por la expansión de las series de Taylor, con lo cual resuelve los flujos de potencia. [5]

La formulación matemática del método es directa, ya que calcula los voltajes nodales de la red considerando una serie de restricciones, como es la inyección de potencia conocidas.

El sistema de ecuaciones linealizado se determina con la ecuación en su forma completa.

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ y_n - f_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1|_k}{\partial X_1|_k} & \dots & \frac{\partial f_1|_k}{\partial X_n|_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n|_k}{\partial X_1|_k} & \dots & \frac{\partial f_n|_k}{\partial X_n|_k} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta x_1^k \\ \vdots \\ \Delta x_n^k \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Los elementos para el vector de errores o desajustes son igual a:

$$f_{pi}(|V|, \delta) = P_i(\text{especificada}) - P_i(\text{calculada}) = \Delta P_i \quad (3.30)$$

$$f_{qi}(|V|, \delta) = Q_i(\text{especificada}) - Q_i(\text{calculada}) = \Delta Q_i \quad (3.31)$$

Donde las potencias activas y reactivas en el nodo i, se describen con la ecuación (3.32).

$$P_i = |V_i| * \sum_{k=1}^n |V_k| * |Y_k| * \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.32)$$

$$Q_i = |V_i| * \sum_{k=1}^n |V_k| * |Y_k| * \sin(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Los formatos de voltajes y admitancias son de manera polar: $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ y $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$.

Para desarrollar la matriz Jacobiana o matriz de transferencia, se definen las matrices en función de la derivada de las potencias en el nodo i, de acuerdo a la ecuación (3.33).

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \vdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H] & | & [N] \\ \dots & \dots & \dots \\ [J] & | & [L] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \vdots \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Donde:

$$[H] = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]; \text{ Derivada de } P \text{ con respecto a } \delta$$

$$[N] = \left[\frac{\partial P}{\partial |V|} \right]; \text{ Derivada de } P \text{ con respecto al voltaje}$$

$$[J] = \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right]; \text{ Derivada de } Q \text{ con respecto a } \delta$$

$$[L] = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|} \right]; \text{Derivada de } Q \text{ con respecto al voltaje}$$

Los términos para comparar la convergencia vienen dados para la l-esima iteración:

$$\begin{aligned} \Delta P_i^{(l)} &= P_i^{esp} - P_i^{(l)} \\ \Delta Q_i^{(l)} &= Q_i^{esp} - Q_i^{(l)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Los nuevos valores estimados para los ángulos y voltajes por cada nodo se realizan con base a la ecuación (3.35).

$$\begin{aligned} \delta_i^{(l+1)} &= \delta_i + \Delta \delta_i^{(l)} \\ |V_i^{(l+1)}| &= |V_i| + \Delta |V_i^{(l)}| \end{aligned} \quad (3.35)$$

- El método de Newton Raphson, consta de los siguientes pasos para poder realizar el cálculo iterativo [5]:
- El vector de inicialización de las magnitudes de voltaje y ángulo, es igual a $[V_i^0 \angle \delta_i^0] = 1 \angle 0^\circ$.
- Se calcula la potencia activa y reactiva por cada nodo, de manera iterativa con la ecuación (3.32); mientras que para calcular la convergencia del sistema se lo realiza con la ecuación (3.34).
- El cálculo de la matriz jacobiana se realiza utilizando la ecuación (3.33), tanto para iniciar la iteración como para el cálculo y así también para actualizar la matriz jacobiana en cada iteración.
- En este paso se resuelve el sistema de ecuaciones para la iteración nueva, con base a la ecuación (3.33).
- La actualización de los valores de magnitud y ángulo de voltaje son calculados por medio de la ecuación (3.35).
- El proceso es iterativo hasta que los errores de potencia calculados por la ecuación (3.34, sea menor al deseado, el cual es una variable de entrada especificada en los datos iniciales del programa. Una vez obtenido la convergencia de la solución, se calculará los flujos de potencias en los elementos y las perdidas, parámetros de solución del estado estable.
- El diagrama de flujo de la metodología se describe en la Figura 3.30.

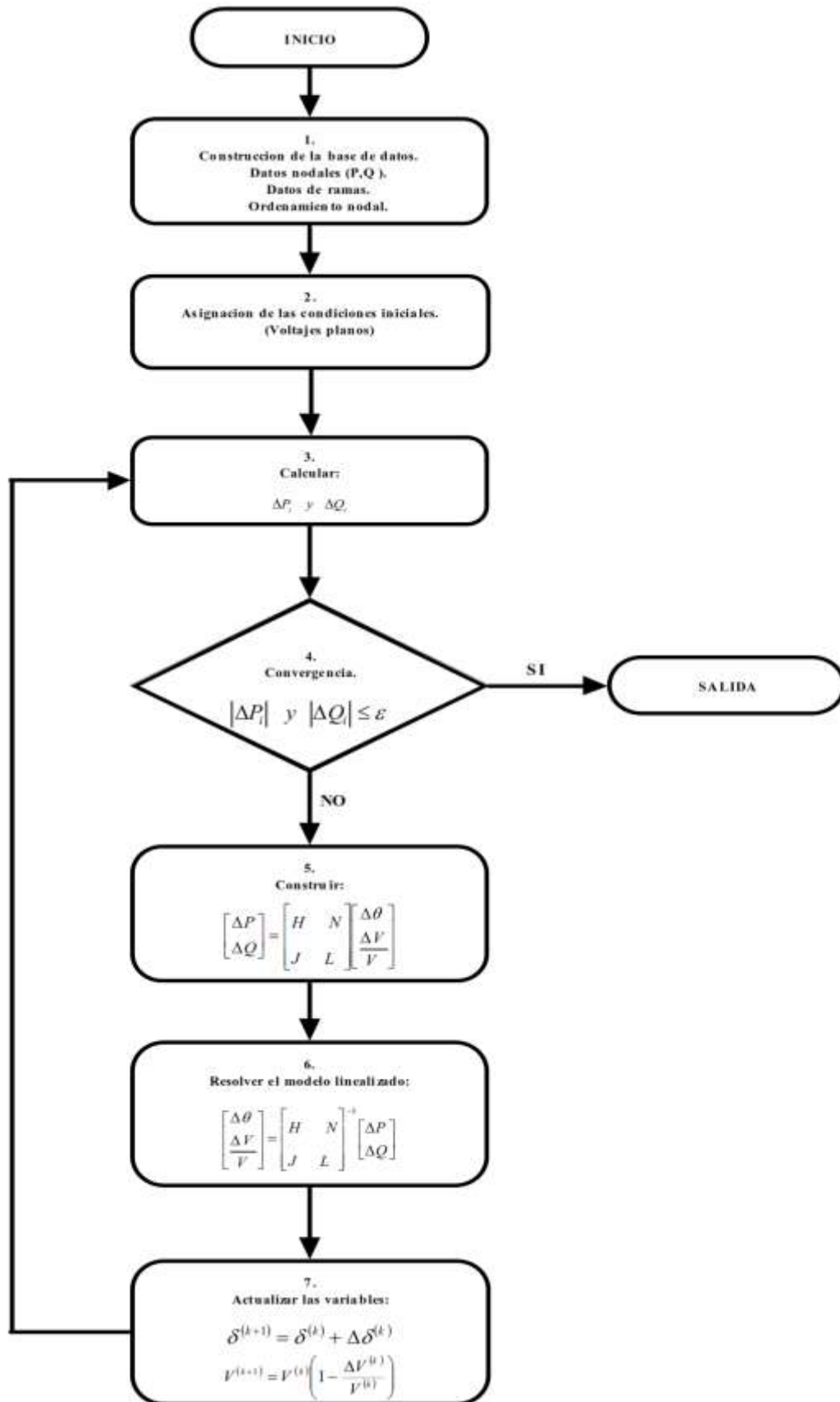


Figura 3.30. Diagrama de flujo para el algoritmo Newton Raphson [5]

3.4.3 Métodos no convencionales o de barrido para calcular flujos de potencia

Los métodos desarrollados con Newton son ideales para calcular flujos en sistemas eléctricos de potencia, sin embargo, reiteradamente se ha señalado que los métodos convencionales se vuelven ineficientes para los sistemas de distribución en bajo voltaje, debido a las características propias operativas de dichas redes, por su operación radial, alta relación R/X, no existe transposición de las líneas y la mayoría de cargas son desequilibradas monofásicas y/o bifásicas [11]. Estas características hacen que el cálculo del flujo de potencia de los sistemas de distribución sean diferentes y de mayor complejidad de análisis, comparado con el análisis del flujo de carga de los sistemas de transmisión [12].

Es por ello que surgió la necesidad de crear nuevos métodos denominados de barrido los cuales se ha subdividido en dos metodologías de solución para flujos de potencia en los SED desequilibrados, los cuales son: los métodos basados en las ecuaciones cuadráticas o sumas de potencias y las leyes de Kirchhoff o sumas de corriente. La capacidad de convergencia de cada uno de ellos es diferente dependiendo de las distintas condiciones y/o parámetros del sistema, como son: condiciones de carga, relación R/X, tolerancia y modelos de carga para SED radial en bajo voltaje [10].

A esta metodología se aplica un concepto adicional denominado Algoritmo de incidencia de nodos, el cual permite ordenar las redes del sistema para poder realizar los barridos hacia arriba y hacia abajo.

3.4.3.1 Método de barrido por la suma de corrientes

Este método utiliza tres conceptos que se utilizan en los circuitos eléctricos, el balance corriente, primera y segunda ley de Kirchhoff, la relación $\frac{V}{I}$ [5].

La primera ley de Kirchhoff establece que, la suma de las corrientes de cualquier nodo que entran en ese nodo, es igual a la suma de las corrientes que salen. La ley de circuitos o segunda ley de Kirchhoff, determina que la suma algebraica de las diferencias de potencial eléctrico en un circuito cerrado es igual a cero.

Tabla 3.10. Método general de barrido atrás/adelante

Iniciar todas las corrientes en ceros y voltajes en 1 p.u.		
1	Barrido Adelante	Calcula las caídas de Voltaje o voltajes de línea
2	Barrido Atrás	Calcula las corrientes de línea
Repetir los pasos 1 y 2 hasta que se logre la convergencia		

Aplicando en los algoritmos de barrido, la primera ley es aplicada en el barrido hacia arriba para calcular las corrientes de línea. La segunda ley es aplicada en el barrido hacia abajo, calculando los voltajes nodales [5].

Para iniciar el cálculo, se debe determinar la potencia equivalente en cada nodo “k”, que relaciona la potencia de cargas (P_{iq}, Q_{iq}), la generación (P_{ig}, Q_{ig}) y los reactivos ingresados por los bancos de capacitores instalados en el nodo.

$$S_{equivalente} = S_{Generacion} - S_{carga} + S_{capacitores}$$

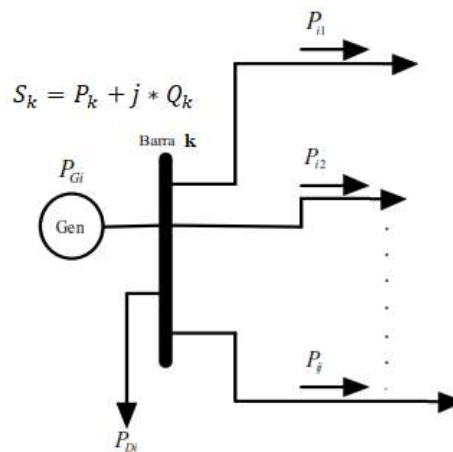


Figura 3.31. Carga equivalente por nodo “k”

Las leyes fundamentales para aplicar en circuitos eléctricos del tipo radial son expresadas por la siguiente definición:

Primera ley de Kirchhoff, aplicada para las “i” cargas lineales instaladas en el nodo “k”, aplicando la ecuación (3.36)

$$(I_k)_{ABC} = \left[\frac{(P_{i,k} + j * Q_{i,k})}{V_{i,k} * e^{j * \theta_{i,k}}} \right]_{ABC}^* \quad (3.36)$$

Con esta ecuación se determina la corriente que aporta cada nodo a la carga equivalente conectada. Donde ABC, representa las fases del circuito, en el caso de no existir alguna de ellas se representa con 0 [5].

El cálculo de las corrientes de línea que ingresa al nodo “k”, es igual a las corrientes de carga y más la corriente de línea que sale del nodo “k” debido a la admitancia, esto aplicado a cada nodo, por tanto, se puede generalizar mediante la ecuación (3.37) para el nodo “k” y la iteración (m+1) [5].

$$[I_{linea_{i-k}}]_{ABC}^{(m+1)} = [BIBC]^{-1} * [I_k]_{ABC}^{(m+1)} + \frac{1}{2} * [Y]_{ABC} * [V_k]_{ABC}^{(m+1)} \quad (3.37)$$

Donde:

$[Ilinea_{i-k}]_{ABC}$ = Corriente de la línea i hacia el nodo "k", por fase.

$[I_k]_{ABC}$ = Vector de Corrientes equivalente, hallada en la barra o nodo "k" por fase.

$BIBC$ = Matriz de incidencia que relaciona el vector de corrientes de línea desde el nodo "i" que está conectada hasta el nodo "k", con la corriente del nodo "k", por fase.

$[Y]_{ABC}$ = Matriz de admitancias de línea para las tres fases

$[V_k]_{ABC}$ = Voltaje de barra o nodo en la barra "k", para las 3 fases.

Aplicando la ley de Ohm, la cual establece que la caída de voltaje es igual a la corriente que fluye por la línea multiplicado por la impedancia de esa línea, se puede generalizar mediante la ecuación (3.39)(3.37) para el nodo "k, el detalle en la ecuación (3.38).

$$[Vlinea_{i-k}]_{ABC} = [Z_{ABC}] * [Ilinea_{i-k}]_{ABC} \quad (3.38)$$

Donde:

$[Ilinea_{i-k}]_{ABC}$ = Vector de corrientes de la línea i hacia el nodo "k", por fase.

$[Z]_{ABC}$ = Vector de Corentes equivalente, hallada en la barra o nodo "k" por fase.

$[Vlinea_{i-k}]_{ABC}$ = Vector de voltajes de línea desde el nodo "i" que está conectada al nodo "k".

Al aplicar el concepto cuando fluye una corriente por una impedancia, se produce una caída de voltaje o denominado voltaje de línea, es igual al nodo de envío menos el nodo de recepción que ingresa al nodo "k", por tanto, se puede generalizar mediante la ecuación (3.39) para el nodo "k.

$$[V_k]_{ABC}^{(m+1)} = [BCBV]^{-1} * [Vlinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)} \quad (3.39)$$

Y,

$$[BIBC] = [BCBV]^T \quad (3.40)$$

Donde:

$[Vlinea_{i-k}]_{ABC}^{(1)}$ = Vector de voltajes de la línea i hacia el nodo "k", en la iteración 1, por cada fase.

$[V_k]_{ABC}^{(1)}$ = Resultados de los nuevos voltajes de barra o nodo, hallada en la barra o nodo "k" por fase, en la primera iteración.

$[BCBV]^T$ = Matriz transpuesta de conectividad que relaciona el vector de voltajes del nodo con los voltajes de la línea desde el nodo "i" que está conectada al nodo "k"; en la iteración 1, por fase.

Los resultados de los voltajes de barra son los que se han encontrado en la iteración (m+1), con estos se extrae los errores entre la iteración "m" y la iteración "m+1", la formulación matemática se expresa con la ecuación (3.41). Del cálculo del vector de errores se debe extraer el máximo error, el cual debe compararse con el error ingresado por el usuario como criterio de convergencia, para que la solución del problema sea válido [5].

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left([V_k]_{ABC}^{(0)} - [V_k]_{ABC}^{(1)} \right) \quad (3.41)$$

Se debe comparar el error máximo admisible ingresado por el usuario; con el calculado en cada iteración, de cumplirse la inecuación (3.41), es porque el flujo de potencia convergió y finaliza el cálculo [5], caso contrario debe realizar una nueva iteración, regresando a actualizar los voltajes y aplicando desde la ecuación (3.36) hasta la ecuación (3.41), y así sucesivamente hasta cumplir con la inecuación siguiente.

$$Error_{input} < \Delta V_{max} \quad (3.42)$$

Con el sistema convergido, se almacena los resultados de voltaje de barras y de línea resultado de la última iteración.

A continuación, se presenta el diagrama básico de flujo de esta metodología, en la Figura 3.32.

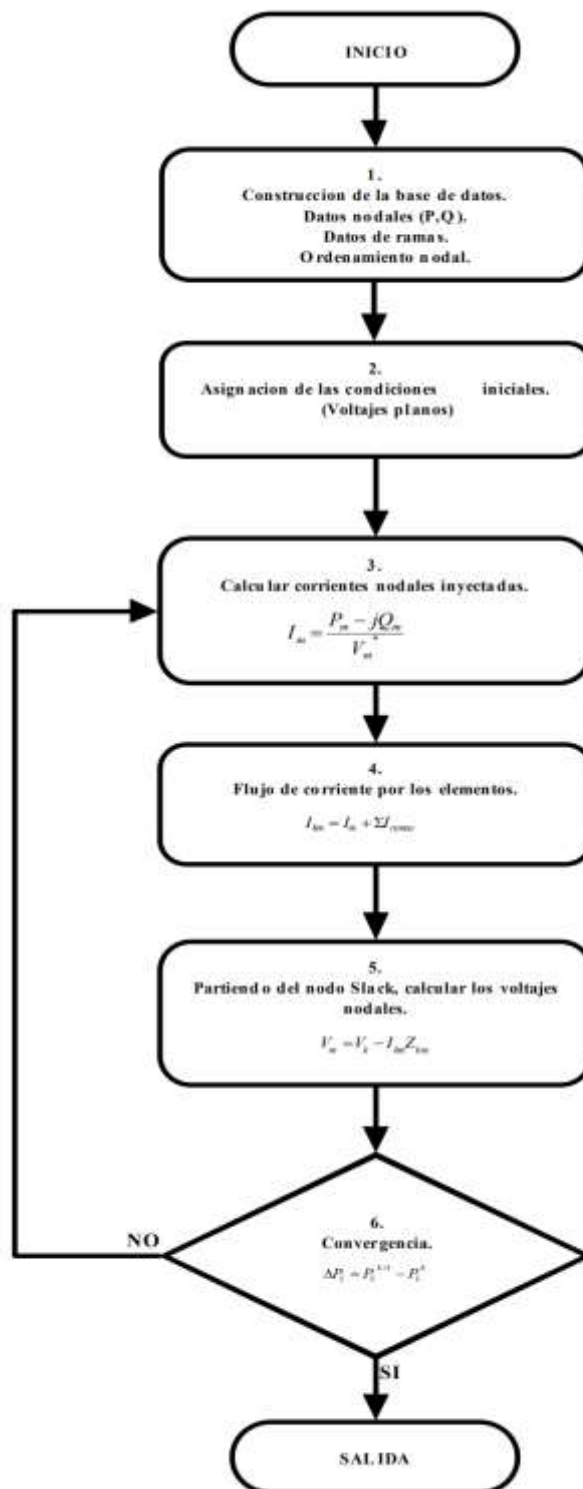


Figura 3.32. Diagrama de flujo para el algoritmo de barrido suma de corrientes

3.4.3.2 Método de barrido por la suma de potencias

El método de suma de potencias, consiste en resolver tramo a tramo la ecuación de potencias, para ello se describe paso a paso el desarrollo del algoritmo y con ello definir la modelación matemática de manera generalizada [5].

Definimos las variables de entrada como las potencias equivalentes, impedancias y la matriz de red; así también las variables de salida de la red como voltajes y ángulos, mismos que permiten realizar el cálculo [5].

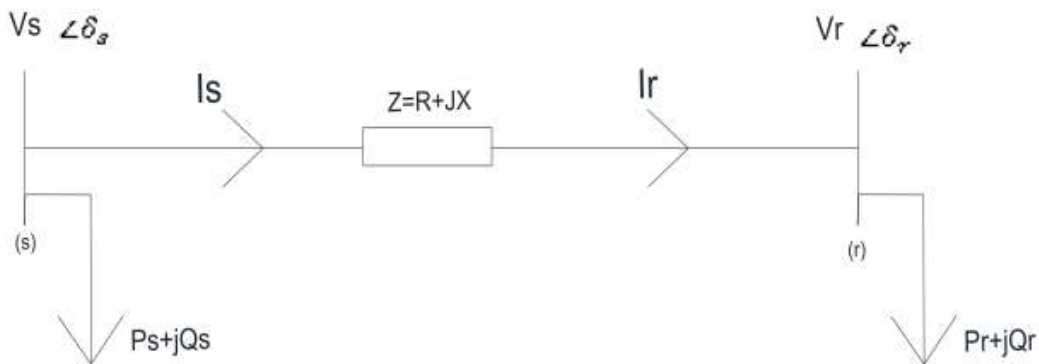


Figura 3.33. Parámetros eléctricos de un ramal de un SED

De la Figura 3.33, se establece las ecuaciones de potencia para el ramal de distribución.

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{V_s * V_r}{Z} * \cos(\phi_z - \delta_s + \delta_r) + \frac{V_r^2}{Z} * \cos(\phi_z) \\ Q_r &= \frac{V_s * V_r}{Z} * \sin(\phi_z - \delta_s + \delta_r) + \frac{V_r^2}{Z} * \sin(\phi_z) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Donde:

V_s = Voltaje de envío

V_r = Voltaje de recepción

ϕ_z = Ángulo de la impedancia de la línea

δ_s y δ_r = Ángulo de envío y recepción, respectivamente.

Utilizando la identidad trigonométrica $\cos^2(\phi_z - \delta_s + \delta_r) + \sin^2(\phi_z - \delta_s + \delta_r) = 1$

$$V_r = \sqrt{V_s^2 - 2 * (P_s * R + Q_s * X) + \frac{P_s^2 + Q_s^2 * Z^2}{V_s^2}} \quad (3.44)$$

Para calcular las pérdidas de potencia activa y reactiva de la rama se realiza desde la ecuación (3.45) a la (3.47):

$$L_k = (V_s - V_r) * I_{linea}^* \quad (3.45)$$

$$L_{Pk} = \frac{R * (P^2 + Q^2)}{V_r^2} \quad (3.46)$$

$$L_{Qk} = \frac{X * (P^2 + Q^2)}{V_r^2} \quad (3.47)$$

Donde:

Son las pérdidas totales, de potencia activa y potencias reactiva, respectivamente [5].

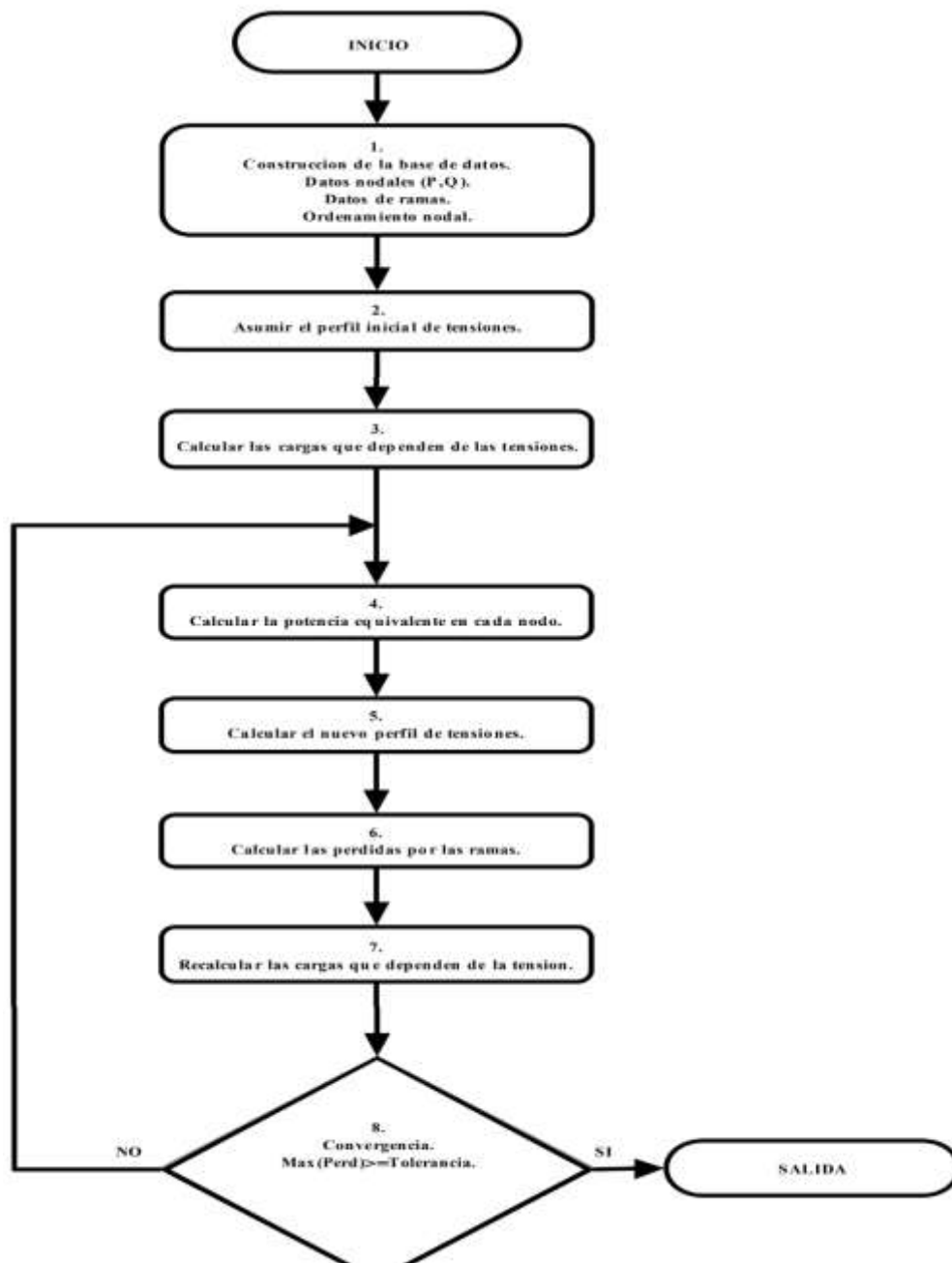


Figura 3.34. Diagrama de flujo para el algoritmo de barrido suma de potencias

Se representa la totalidad de la red aguas abajo con su equivalente, la cual es la sumatoria de la potencia total incluido las pérdidas, para ello, se debe determinar la carga acumulada alimentada por la barra o nodo, además de su carga propia en el nodo “k”; este proceso es iterativo debido a que se debe calcular las pérdidas en la red [5].

Una vez conceptuada las metodologías disponibles para resolver flujos de potencia, es necesario evaluar a cada uno de ellas que desempeño tienen, con respecto al número de iteraciones y el tiempo que los lleva resolver el sistema de ecuaciones, probar para diferentes condiciones, como variación de carga e incremento de barras o nodos [5].

3.5 Desempeño de los métodos convencionales y no convencionales o de barrido

La estrategia utilizada en el presente trabajo para evaluar el desempeño de cada metodología, es considerar a dos parámetros de análisis, tiempos de convergencia del cálculo y el número de iteraciones requerido hasta llegar a obtener la solución; esto aplicando sobre diferentes escenarios, los cuales abarcan combinar varias metodologías y varios sistemas de distribución con diferente número de barras o nodos [29].

Para el análisis se investigó el estado del arte, donde se haya aplicado estas metodologías y hayan evaluado el desempeño de estas metodologías propuestas, para ello se utilizaron las siguientes redes de prueba [5][30].

- Sistema de 4 nodos.
- Sistema de 10 nodos
- Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.
- Sistema de prueba IEEE de 52 nodos, y.
- Sistema de prueba IEEE de 135 nodos.

Las metodologías utilizadas en las redes de prueba fueron las siguientes.

- Newton Raphson.
- Gauss Seidel.
- Algoritmo de suma de corrientes.
- Algoritmo de suma de potencias.

Para determinar los parámetros de tiempo y número de iteraciones hasta lograr la convergencia, se ha investigado la combinación de diferentes redes de prueba y diferentes metodologías [5][30].

una vez obtenido estos dos parámetros se calculó un tercero, el cual considera el tiempo promedio requerido por cada iteración, lo cual permite determinar la eficiencia de cada metodología y con ello se escogió la metodología adecuada y la cual se desarrolló de manera detallada y estructurada el modelo matemático, resultado del presente trabajo de titulación.

3.5.1 Tiempo de cálculo según el método utilizado

En este apartado se realizó una comparación del tiempo utilizado hasta que converja el flujo de potencia, esto por cada método y una diferente red de prueba. Con ello se ha determinado el comportamiento del tiempo de cálculo que requiere cada metodología al ser aplicados a sistemas de prueba que va incrementando el grado de complejidad [5][30].

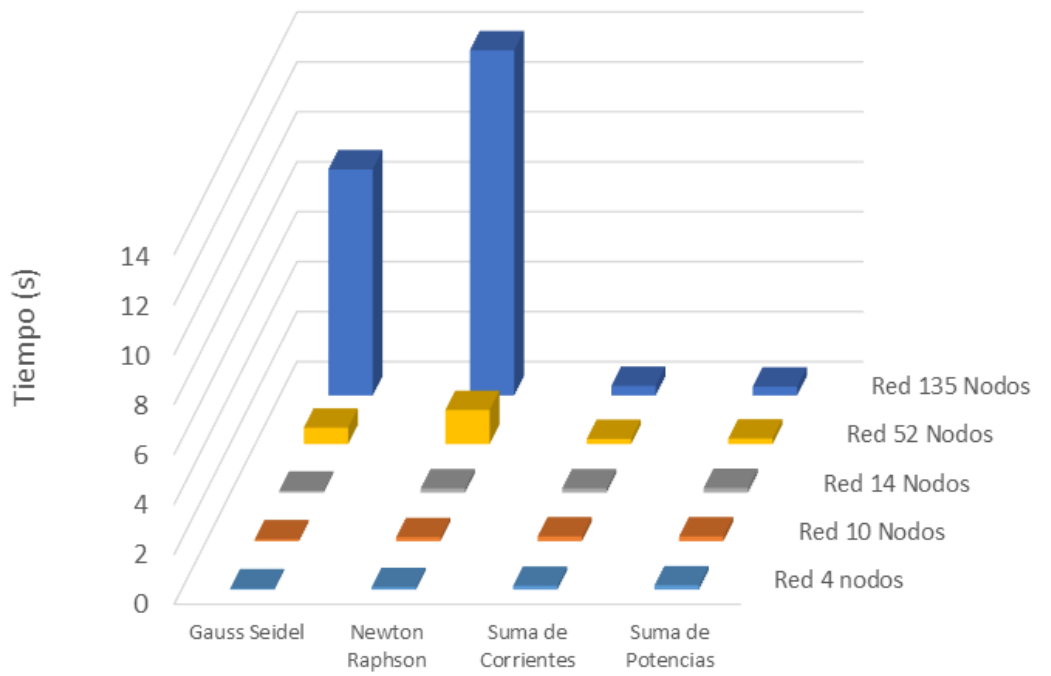


Figura 3.35. Tiempos utilizados para la convergencia del flujo de potencia combinando redes y metodologías

De la Figura 3.35 se determina que los métodos convencionales como es Gauss Seidel y Newton Raphson; son sistemas que convergen de manera rápida ante redes de menor número de nodos, al comparar entre la red de 52 nodos y la de 135 nodos, se incrementa a 10 veces los tiempos de simulación; sin embargo, los métodos no convencionales o de

barrido son más estables ante cualquier número de nodos, comparando las mismas redes anteriores existe un incremento de 1,92 veces [5][30].

3.5.2 Número de iteraciones según el método calculado

En este apartado se realizó una comparación del número de iteraciones hasta que converja el flujo de potencia. Con ello se ha determinado el comportamiento que requiere cada metodología al ser aplicados en diferentes sistemas de prueba, que van incrementando el grado de complejidad [5][30].

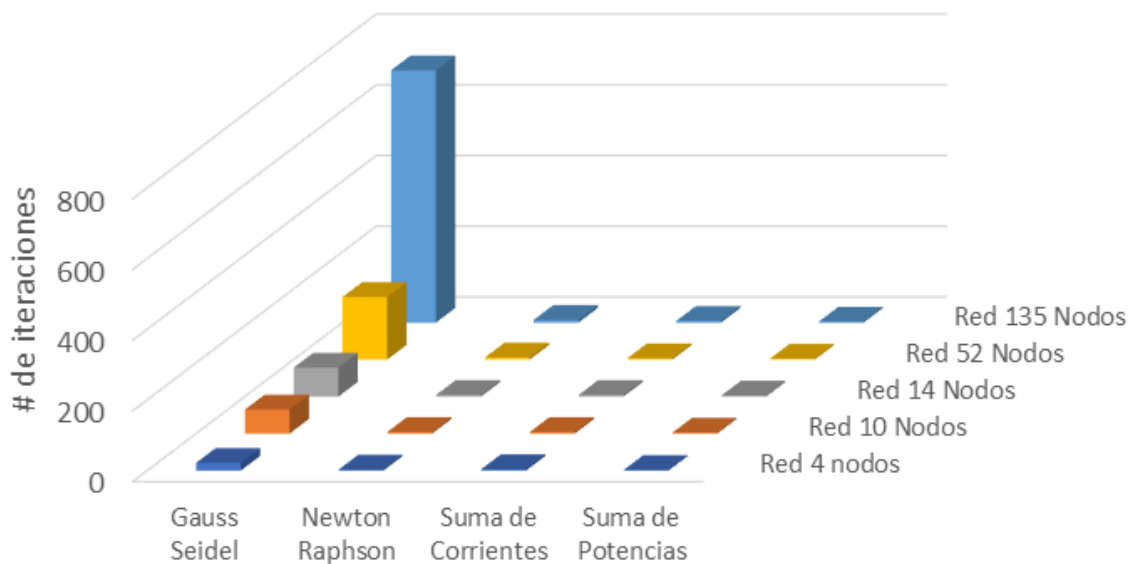


Figura 3.36. Iteraciones utilizadas para la convergencia del flujo de potencia combinando redes y metodologías

De la Figura 3.36 se determina que el método convencional de Gauss Seidel incrementa de manera significativa el número de iteraciones, al incrementar el número de nodos de la red, lo cual lo hace más inestable.

Para determinar de una manera más precisa se analiza los tres métodos descartando Gauss Seidel [5][30].

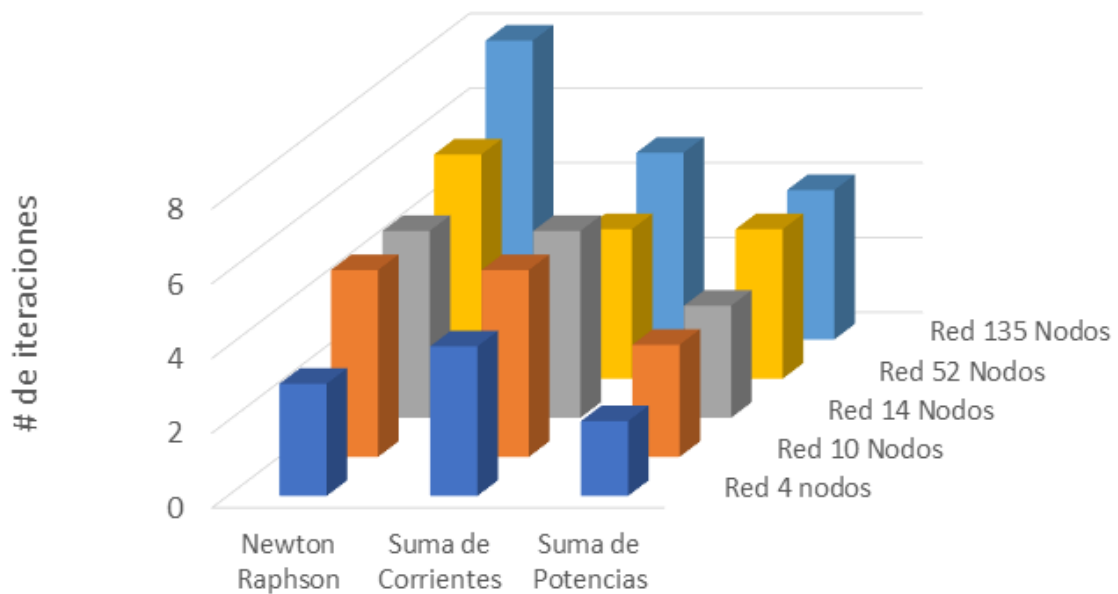


Figura 3.37. Menor número de Iteraciones combinando metodologías

Los métodos no convencionales o de barrido, son más estables ante cualquier número de nodos en una red, y de estos métodos, el de suma de potencias es el más adecuado [5][30].

3.5.3 Comparación de tiempo por cada iteración

Una vez realizado el análisis de los tiempos y número de iteraciones, es necesario verificar la eficiencia de cada metodología al realizar una iteración, esto dependerá del grado de complejidad de la formulación matemática, cálculo y actualización de nuevos resultados entre otros; los resultados obtenidos de este análisis, determinó la metodología más adecuada para implementar en el presente trabajo de titulación [5][30].

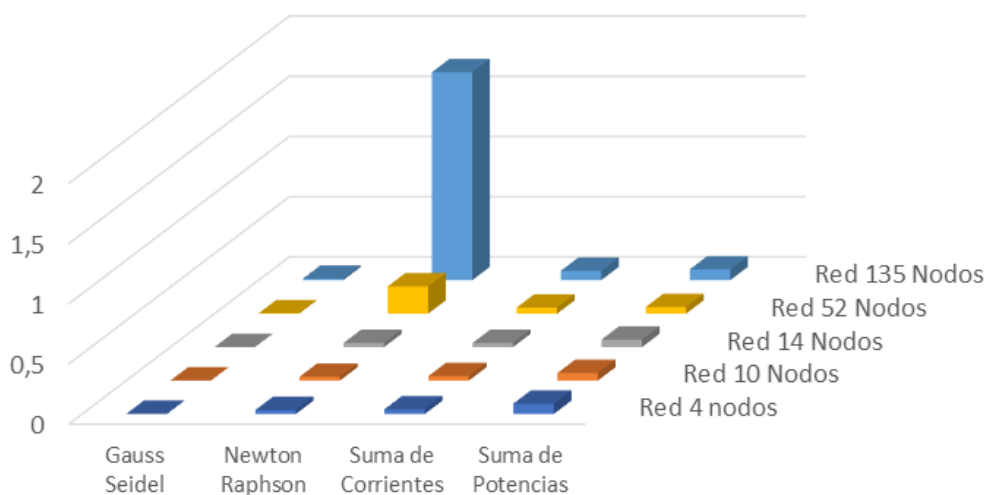


Figura 3.38. Tiempo requerido por cada Iteración combinando metodologías

Del análisis se determinó que el método de Gauss–Seidel es la metodología más deficiente con respecto al número de iteraciones requeridas para llegar a la solución (ver Figura 3.36), y de la Figura 3.38 se determinó que la metodología de Newton Raphson, es la metodología con más tiempo requerido por cada iteración, esto al incrementar la complejidad de la red [5][30].

Al evaluar las metodologías no convencionales o de barrido, es prácticamente constante los tiempos requeridos por cada iteración, es independiente del grado de complejidad de la red.

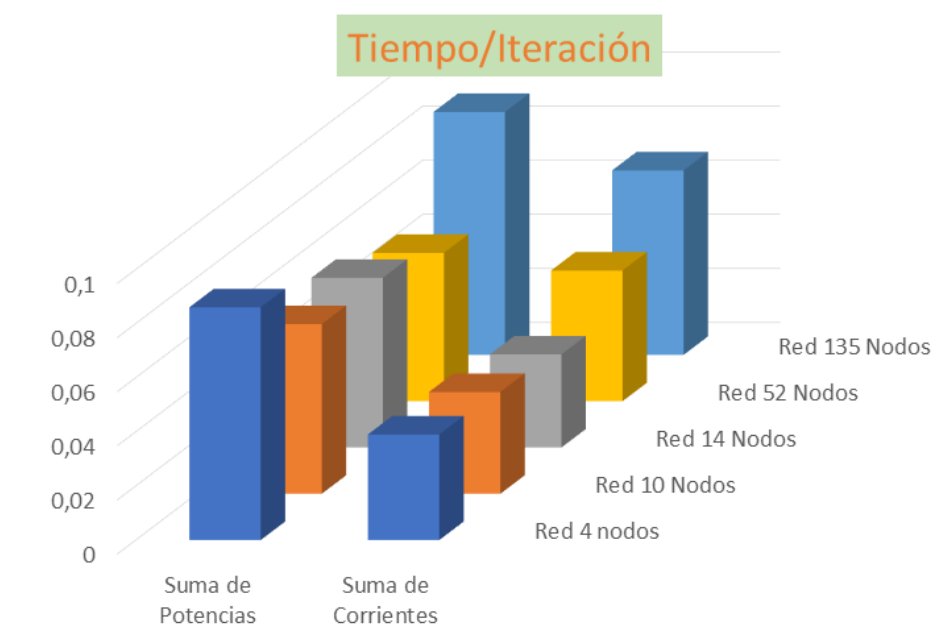


Figura 3.39. Tiempo requerido por cada iteración para las metodologías de barrido

Para evaluar el desempeño de los métodos considerados, se ha modelado en CYMDIST las redes de prueba, con las cuales se debe calcular los desempeños con las metodologías que este programa comercial dispone.

3.5.4 Número de iteraciones en CYMDIST aplicando diferentes métodos

Para analizar el desempeño del programa comercial CYMDIST, se ejecutó flujos de potencia considerando las mismas redes, sin embargo, las metodologías que ofrece este programa comercial son: Gauss Seidel y Newton Raphson, los dos métodos adicionales son caídas de voltaje desequilibradas y equilibrada.

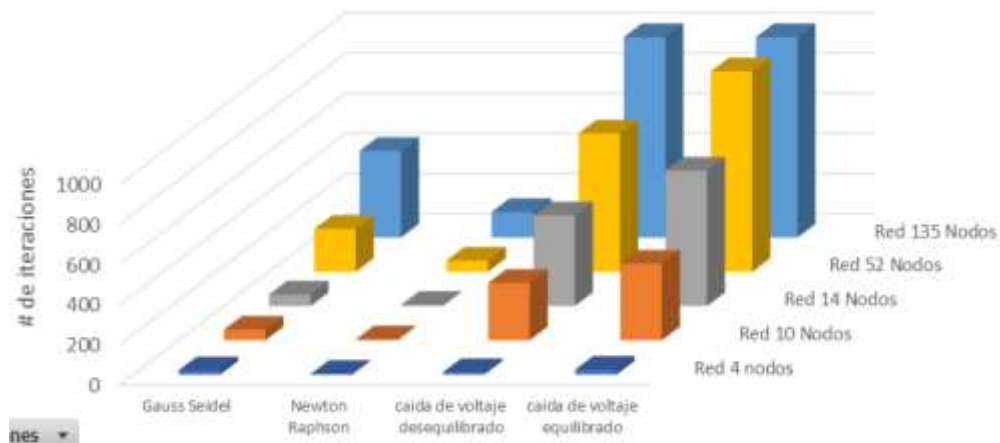


Figura 3.40. Iteraciones en Cymdist para la convergencia del flujo de potencia combinando redes y metodologías

De la Figura 3.40, como se mencionó anteriormente, y se comprueba con el programa comercial CYMDIST, el método convencional de Gauss Seidel incrementa de manera significativa el número de iteraciones al incrementar el número de nodos de la red.

Los métodos de caída de voltaje en las redes de más de 56 nodos no convergen ya que se simuló con un error aceptable de 0,00001, esta particularidad se debe a que el error aceptado de cálculo es muy pequeño.

Con el trabajo realizado en el programa comercial CYMDIST, se ha determinado que, de las 4 metodologías convencionales disponibles en el programa comercial, dos convergen a una solución, sin embargo, los otros dos métodos no convergen.

3.6 Elección de la metodología para calcular flujos de potencia en los SED

Con el análisis realizado desde los numerales 3.5.1 hasta el 3.5.4, donde se evaluó el desempeño establecido de cada una de las metodologías aplicando en diferentes redes, se determinó como resultado que, los métodos de suma de potencia o corrientes, son las metodologías más adecuadas, sin embargo, el método de suma de corrientes presenta excelente desempeño en el número de iteraciones para llegar a la solución, casi siempre demanda del mismo número de iteraciones al aplicarse en sistemas pequeños, grandes o al realizar variaciones de la tolerancia del error, las variaciones en las iteraciones y tiempos de cálculo son mínimas, y finalmente los tiempos requeridos por cada iteración es el menor de todas las metodologías analizadas. Por lo cual, es posible concluir que en términos generales el comportamiento es adecuado y ofrece una mayor estabilidad en la búsqueda de la solución del flujo de potencia.

4 Metodología de barrido atrás/adelante por suma de corrientes

Una vez definido la metodología a utilizar en el presente trabajo de titulación, es necesario analizar y determinar de manera detallada las variables de: entrada, salida, procesos matemáticos, matrices de incidencia de barras o nodos, condicionales de convergencia, que permitan estructurar el modelo matemático de una manera sencilla, comprensible y ejemplificada; esto permitirá la implementación por profesionales que estén interesados en estos temas.

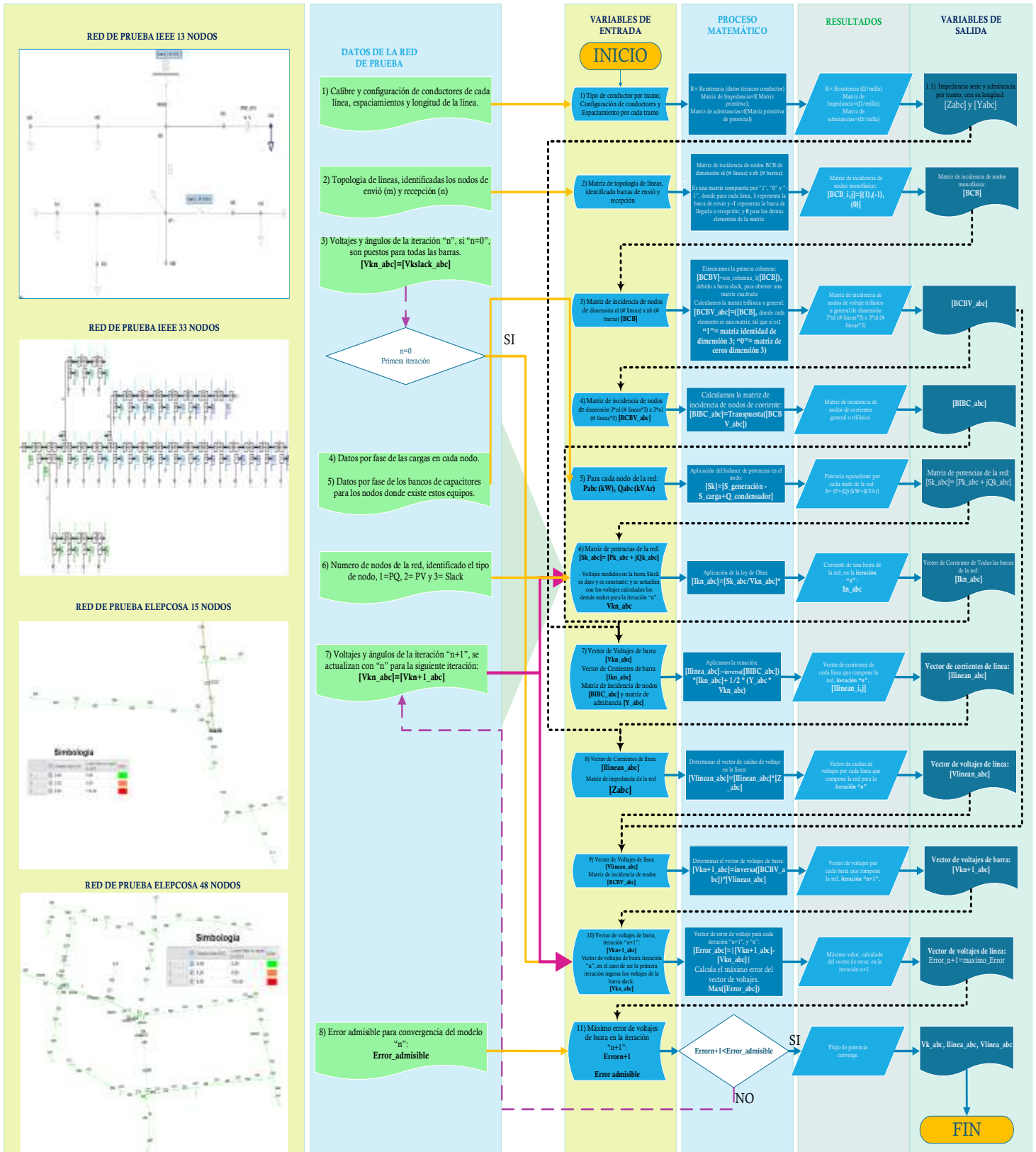


Figura 4.1. Diagrama de bloques para la metodología atrás/delante de suma de corrientes

4.1 Análisis línea a línea del diagrama de bloques desarrollado para el método de barrido atrás/adelante

El desarrollo de la metodología matemática presentado en la Figura 4.1, para la solución de flujos de potencia mediante el método atrás/adelante por suma de corrientes, se realiza el análisis de cada bloque.

La presentación del diagrama de bloques, define cuáles son las variables de entrada, proceso matemático y las variables de salida. Por lo cual se debe realizar paso a paso el análisis, es así que se inicia con el paso 1.

- 1) La variable de entrada que se requiere para iniciar el cálculo matemático es el tipo de conductor por tramo; disposición de conductores en la estructura, tipo de conductor y demás aspectos técnicos que permitan calcular la matriz de impedancia y admitancia, mismas que son variables de salida en este primer paso. En ciertos casos algunos tramos o redes, ya están calculado las matrices de impedancia y admitancia, por lo cual se obviaría este tratamiento matemático.

- 1.1) Con estos datos se realiza el cálculo de la resistencia, reactancia y admitancia; la combinación de los parámetros anteriores permite obtener la impedancia y susceptancia de las líneas que conforman la red.

Tabla 4.1. Parámetros eléctricos de la línea

Parámetro	Descripción	Unidad
Impedancia	$Z = R + j(X_L + X_C)$	Ohmios (Ω)
Admitancia	$Y = G + jB = \frac{1}{Z}$	Siemens (S)
Reactancia Inductiva	$X_L = L * 2 * \pi * f$	Ohmios (Ω)
Reactancia Capacitiva	$X_C = \frac{-1}{C * 2 * \pi * f}$	Ohmios (Ω)

- 1.2) A partir de los parámetros de la **Tabla 4.1**, se realiza el cálculo de la matriz de impedancia y susceptancia de las líneas "ABC", aplicando las ecuaciones que se detallará en el subcapítulo 4.1.1 y se obtendrán como variables de salida la $[\hat{Z}_{ABC}]$ y $[\hat{Y}_{ABC}]$ [23] aplicando la ecuación (3.12).

$$[\hat{Z}_{ABC}] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} \end{bmatrix}, [\hat{Y}_{ABC}] = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{aa} & \hat{Y}_{ab} & \hat{Y}_{ac} \\ \hat{Y}_{ba} & \hat{Y}_{bb} & \hat{Y}_{bc} \\ \hat{Y}_{ca} & \hat{Y}_{cb} & \hat{Y}_{cc} \end{bmatrix}$$

- 2) Para esta etapa se requiere como variable de entrada la **matriz de topología líneas**, identificado las barras o nodos de envío y recepción por cada línea, para formar una matriz que nos permita calcular los voltajes de línea en función de los voltajes de barra.
- 2.1) La matriz que relaciona a los voltajes de línea con los de barra, es la denominada “matriz de incidencia de nodos”, su dimensión es: número de líneas (# líneas) X número de barras (# barras), y su análisis se basa en el concepto de caídas de voltaje, por lo tanto, para dar esta forma, toma el valor de 1 cuando es nodo de envío y -1 cuando es nodo de recepción, si no es ninguno de ellos toma un valor de 0.
- 2.2) La variable de salida es la matriz de incidencia de nodos de voltaje, toma el nombre de “BCB”.
- 3) Para el tercer paso se requiere como variable de entrada la matriz de incidencia de nodos de voltaje “BCB”, calculada en el paso anterior, pero al ser una matriz no cuadrada, no es posible obtener su inversa para los procesos matemáticos requeridos.
- 3.1) El proceso matemático desarrollado cumple para redes de distribución del tipo radial y a simple circuito (el modelo no es aplicable en circuitos tipo malla), característica propia de los SED, por ello cumple siempre con la ecuación siguiente:

$$1 = n_b - n_l$$

Donde el número de barras menos el número de líneas es siempre igual a “1”, debido a la barra slack.

- 3.2) Por tanto, como la barra slack tiene el dato de voltaje y Angulo conocido para sus tres fases, la columna que relaciona esta barra, se elimina, con lo cual se obtiene la matriz cuadrada “BCBV”, con dimensión de número de líneas ($n_l \times n_l$).
- 3.3) La matriz “BCBV” en primera instancia es para un sistema monofásico, por tanto, para transformar a un sistema trifásico, se reemplaza a los elementos con “1” con una matriz identidad de dimensión 3x3, y los elementos que son “0”, la matriz de ceros de dimensión 3x3, con ello obtenemos la matriz

cuadrada “BCBV_abc”, con dimensión de número de líneas multiplicado por 3.

- 3.4) La variable de salida es la matriz “BCBV_abc”, cuadrada trifásica, la cual relaciona el vector de voltajes de línea, con el vector de voltajes de barras.
- 4) Para esta cuarta etapa se requiere como variable de entrada la matriz cuadrada de incidencia de nodos de voltaje “BCBV_abc”, calculada en el paso anterior.
- 4.1) La operación matemática requerida para calcular la matriz cuadrada de incidencia de nodos de corriente “BIBC_abc”, es mediante la ecuación (3.40) que se repite a continuación.

$$[BIBC_{abc}]^T = [BCBV_{abc}]$$

- 4.2) La variable de salida es matriz de incidencia de nodos de corriente, de dimensión número de líneas de la red multiplicado por tres.
- 5) La variable de entrada que se requiere para el quinto paso son los datos de carga, generación y capacitancia por cada fase, para cada barra o nodo, el proceso matemático a realizar está relacionado con el balance de potencia compleja que se debe realizar para cada nodo k, con base a la ecuación (4.1).

$$S_k = P_k + j * Q_k = \sum_{i=1}^{n_i} (Pg_{k,i} + j * Qg_{k,i}) - (Pl_{k,i} + j * Ql_{k,i}) + (j * Qc_{k,1}) \quad (4.1)$$

- 5.1) La variable de salida es el vector complejo de potencia, con dimensión de $n_b - 1$, multiplicado por tres debido a las 3 fases de la red, que es el número de barras o nodos de la red menos la barra slack.
- 6) La variable de entrada que se requiere para el sexto paso son los datos de voltaje, y potencia equivalente del paso 5, para cada barra, con la cual se aplicará la ecuación de potencia, para hallar la corriente de barra en cada uno de los nodos de la red para la iteración “m+1”, aplicando la ecuación (3.36), misma que se repite a continuación.

$$[I_k]_{ABC}^{(m+1)} = \left[\frac{[Pk_{ABC}] + j[Qk_{ABC}]}{[Vk_{ABC} \angle \theta k_{ABC}]^{(m+1)}} \right]^*$$

- 6.1) La variable de salida es el vector complejo de corrientes de barra, con dimensión de $3^*(n_b - 1) = 3 * nl$, que es el número de nodos de la red menos la barra slack, multiplicado por tres.

Nota: en el caso de que alguna barra no tenga carga en alguna o las tres fases, se ingresa un valor de "0".

- 7) Para esta séptima etapa se requiere como variables de entrada el: vector de corrientes de barras "I_b" o nodos, la matriz de incidencia de nodos de corriente, vector de voltajes de barra "V_b" y la matriz de admitancias de la red, con ellos, se calcula la corriente de línea, mediante la ecuación (3.37) para el nodo "k, misma que se repite a continuación.

$$[I_{lineas}]_{ABC}^{(m+1)} = [BIBC]^{-1} * [I_b]_{ABC}^{(m+1)} + \frac{1}{2} * [Y]_{ABC} * [V_b]_{ABC}^{(m+1)}$$

- 7.1) La variable de salida es el vector de corrientes de líneas de dimensión 3 * nlx1.
- 8) En el paso 8, una vez obtenido el vector de corrientes de líneas, aplicamos la ley de Ohm, mediante la ecuación (3.38).

$$[V_{lineas}]_{ABC} = [Z_{abc}] * [I_{lineas}]_{ABC}$$

- 8.1) La variable de salida es el vector de voltajes de línea de dimensión 3 * nlx1.
- 9) Para esta novena etapa se requiere como variable de entrada el vector de voltajes de líneas, calculada en el paso anterior y la matriz de incidencia de nodos de voltaje "BCBV_abc", calculada en el cuarto paso.

- 9.1) La operación matemática requerida para calcular los voltajes de barra en la iteración "m+1", se aplica con base a la ecuación (3.39), misma que se describe a continuación.

$$[V_b]_{ABC}^{(m+1)} = [BCBV]^{-1} * [V_{lineas}]_{ABC}^{(m+1)}$$

- 9.2) La variable de salida es el vector de voltajes trifásicos en la iteración "m+1", para todos los nodos de la red.
- 10) Para esta décima etapa se requiere como variable de entrada dos vectores, el primero es el de voltajes de línea, calculada en la iteración "m" y el vector de voltajes calculados en la iteración "m+1".
- 10.1) La operación matemática requerida es para calcular los errores de voltajes entre la iteración "m+1" y "m", aplicando la ecuación (3.41), misma que se describe a continuación.

$$\Delta V_{max} = \max \left| [\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right| = \max \left| [V_b]_{ABC}^{(0)} - [V_b]_{ABC}^{(1)} \right|$$

- 10.2) La variable de salida es el error de voltajes en la iteración “m+1”, cuyo valor es el máximo absoluto del vector de errores de voltajes de barras o nodos.
- 11) Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.
- 11.1) La operación matemática requerida es comparar el error máximo de voltajes entre la iteración “m+1” y el máximo error ingresado como dato, este último debe ser mayor que el calculado para asegurar la convergencia del sistema. Aplicando la ecuación (3.42), que se detalla a continuación.

$$\Delta V_{max} < Error_{input}$$

- 11.2) De cumplirse con esta condición, el sistema converge y se obtiene los datos de voltajes en las barras de la iteración “m+1”.
- 11.3) De no cumplirse con esta condición, el sistema no converge y debe realizar una nueva iteración, con los voltajes calculados en la iteración “m+1”, serán los nuevos voltajes iniciales para la nueva iteración “m+2”, por tanto, regresa al paso 6 hasta converger.

Nota: No se calculan las matrices de impedancia, admitancia, incidencia de nodos de voltaje o corrientes, voltajes de la barra slack, potencias activas y reactivas de carga, porque son constantes debido a que no cambia la topología de la red.

Una vez analizado de manera matemática las ecuaciones, es necesario desarrollar y encontrar cada una de las variables matemáticas del modelo, aplicando en un modelo general de un SED.

4.1.1 Primer Paso, cálculo de las impedancias de los SED

De acuerdo al diagrama de bloques presentado en el numeral 4, es necesario calcular las matrices de admitancia e impedancia de la red, por tanto, se realiza el análisis matemático para lograr este objetivo.

La impedancia y admitancia son calculadas en base al tipo de conductor y la configuración de la red, es decir para modelar las líneas de manera matemática, es necesario determinar la impedancia, cuyas componentes es la resistencia, inductancia, capacidad y conductancia, con estos componentes se modela las líneas o tramos que componen los sistemas eléctricos.

4.1.1.1 Ejemplo implementado para calcular las impedancias y admitancias, aplicado a líneas aéreas.

Para entender de mejor manera la aplicación de las ecuaciones descritas se aplicó en dos tipos de tramos, el primero el tipo trifásico y el segundo el tipo monofásico, una vez obtenido los resultados, se ingresó al programa CYMDIST, para determinar la correlación con respecto a los datos calculados por las ecuaciones de Carson y verificar su validez.

4.1.1.2 Red Caso trifásico medio voltaje

Los conductores de fase son ACSR 2/0 y el conductor de neutro es ACSR 1/0. Desde la tabla estándar de los datos del conductor se obtiene:

Tabla 4.2. Características técnicas de los conductores desnudos

Conductor	Parámetro	Valor (ft)	Valor (cm)
ACSR 2/0	GMR	0.0051 ft	0,155448
	Resistencia(20°C)	0.895 ohmios/milla	1,4403629 ohm/km
	Diámetro	0.03725 ft	1,13538
ACSR 1/0	GMR	0.00446 ft	0,1359408
	Resistencia	1.12 ohmios/milla	1,802465 ohm/km
	Diámetro	0.0331 ft	1,008888
ACSR 2	GMR	0.00404 ft	0,1359408
	Resistencia	1.65 ohmios/milla	1,802465 ohm/km
	Diámetro	0.325/12 ft	1,008888

Para analizar esta red se toma en cuenta las estructuras más comunes en los circuitos trifásicos de los SED, una estructura del tipo pasante trifásico.

Una línea trifásica de distribución pasante centrada, es construida bajo la siguiente disposición de conductores [27], la cual tiene la siguiente disposición de conductores.

Tabla 4.3. Distancias entre conductores de la red analizada

	X (ft)	X (mm)	Y(ft)	Y (m)
1	-2,6246	-800,00	39,0419	11900,00
2	0,0000	0,00	40,192	12250,00
3	2,6246	800,00	39,0419	11900,00
N1	0,6562	200,00	34,9409	10640,00

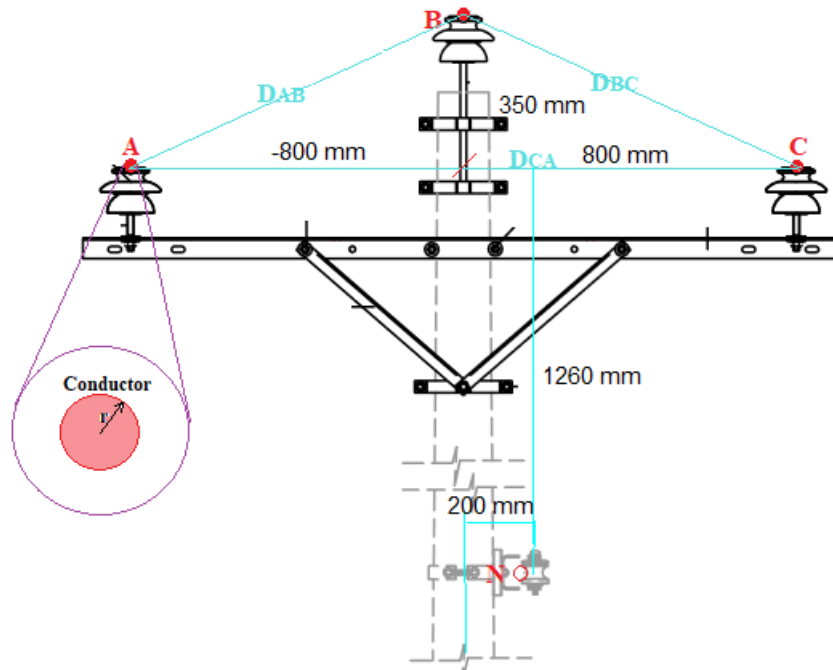


Figura 4.2. Espaciamento para un circuito trifásico más neutro.

4.1.1.2.1 Cálculo de la matriz de impedancia trifásica medio voltaje

El objetivo del presente cálculo es determinar las matrices de impedancia por fase, secuencia positiva, negativa y cero, con base al tipo de conductor la disposición de los mismos.

Para calcular las distancias entre todos los conductores se especifica cada posición en coordenadas rectangulares empleando valores complejos en pies [27]:

$$d_1 = -2.6246 + 39.0419j$$

$$d_2 = 40.192j$$

$$d_3 = 2.6246 + 39.0419j$$

$$d_4 = 0.6562 + 34.9409j$$

Las distancias entre conductores se calculan de la siguiente manera:

$$D_{12} = |d_1 - d_2| = 2.8646 = D_{21}$$

$$D_{13} = |d_1 - d_3| = 5.2486 = D_{31}$$

$$D_{14} = |d_1 - d_4| = 5.2507 = D_{41}$$

$$D_{23} = |d_2 - d_3| = 2.8648 = D_{32}$$

$$D_{24} = |d_2 - d_4| = 5.2901 = D_{42}$$

$$D_{34} = |d_3 - d_4| = 4.5490 = D_{43}$$

Para la red en análisis se tiene:

Aplicando las ecuaciones modificadas de Carson (3.14) se tiene la matriz primitiva calculada en Ω / milla , la cual es:

$$z_{\text{primitiva}} = \begin{pmatrix} 0.9903 + 1.6032i & 0.0953 + 0.8350i & 0.0953 + 0.7615i & 0.0953 + 0.7615i \\ 0.0953 + 0.8350i & 0.9903 + 1.6032i & 0.0953 + 0.8350i & 0.0953 + 0.7606i \\ 0.0953 + 0.7615i & 0.0953 + 0.8350i & 0.9903 + 1.6032i & 0.0953 + 0.7789i \\ 0.0953 + 0.7615i & 0.0953 + 0.7606i & 0.0953 + 0.7789i & 1.2153 + 1.6195i \end{pmatrix}$$

La matriz primitiva las dividimos con 4 submatrices, es decir las fases conforman Z_{ij} , la submatriz formada por el neutro y la fase es Z_{in} , la submatriz del neutro con respecto al neutro es la Z_{nn} , aplicando la ecuación (3.15).

Aplicando la reducción de Kron se obtiene la matriz de impedancias Z_{abc} reducida, que está en función del número de fases de la red, y se lo realiza aplicando la ecuación (3.16), misma que esta descrita a continuación:

$$[\widehat{Z}_{ij}] = \begin{pmatrix} 0.9903 + 1.6032i & 0.0953 + 0.8350i & 0.0953 + 0.7615i \\ 0.0953 + 0.8350i & 0.9903 + 1.6032i & 0.0953 + 0.8350i \\ 0.0953 + 0.7615i & 0.0953 + 0.8350i & 0.9903 + 1.6032i \end{pmatrix}$$

$$[\widehat{Z}_{in}] = \begin{pmatrix} 0.0953 + 0.7615i \\ 0.0953 + 0.7606i \\ 0.0953 + 0.7789i \end{pmatrix}$$

$$[\widehat{Z}_{nn}] = 1.2153 + 1.6195i$$

$$[\widehat{Z}_{nj}] = (0.0953 + 0.7615i \quad 0.0953 + 0.7606i \quad 0.0953 + 0.7789i)$$

$$Z_{abc} = \begin{pmatrix} 1.1022 + 1.3347i & 0.2070 + 0.5668i & 0.2104 + 0.4873i \\ 0.2070 + 0.5668i & 1.1018 + 1.3353i & 0.2103 + 0.5611i \\ 0.2104 + 0.4873i & 0.2103 + 0.5611i & 1.1088 + 1.3232i \end{pmatrix} \Omega/\text{milla}$$

El cálculo de la matriz de secuencia Z_{012} se lo realiza aplicando la ecuación (3.18) con la matriz de transición descrita en la ecuación (3.17):

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} 1.5227 + 2.4079i & 0.0249 - 0.0065i & -0.0280 - 0.0125i \\ -0.0280 - 0.0125i & 0.8950 + 0.7927i & -0.0424 + 0.0245i \\ 0.0249 - 0.0065i & 0.0424 + 0.0245i & 0.8950 + 0.7927i \end{pmatrix} \Omega/\text{milla}$$

Para transformar los parámetros en Ω/km se divide para 1.60934 [27].

$$Z_{abc} = \begin{pmatrix} 0.6849 + 0.8294i & 0.1286 + 0.3522i & 0.1308 + 0.3028i \\ 0.1286 + 0.3522i & 0.6846 + 0.8297i & 0.1307 + 0.3486i \\ 0.1308 + 0.3028i & 0.1307 + 0.3486i & 0.6890 + 0.8222i \end{pmatrix} \Omega/\text{km}$$

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} 0.9462 + 1.4962i & 0.0155 - 0.0040i & -0.0174 - 0.0078i \\ -0.0174 - 0.0078i & 0.5561 + 0.4925i & -0.0263 + 0.0152i \\ 0.0155 - 0.0040i & 0.0263 + 0.0152i & 0.5561 + 0.4925i \end{pmatrix} \Omega/\text{km}$$

4.1.1.2.2 Cálculo de la matriz de admitancia trifásica medio voltaje

De manera análoga al caso de la matriz de impedancias, se procede a calcular la matriz de admitancias para las capacitancias iniciando con la ecuación (3.19), donde dj' , es la imagen del conductor por abajo de la tierra:

$$S_{ij} = |d_i - dj'|$$

$$S = \begin{bmatrix} 78.0820 & 79.2746 & 78.2591 & 74.0546 \\ 79.2746 & 80.3804 & 79.2756 & 75.1340 \\ 78.2591 & 79.2756 & 78.0838 & 74.0090 \\ 74.0546 & 75.1340 & 74.0090 & 69.8818 \end{bmatrix} ft$$

El cálculo de los elementos de la primitiva de potencial en $\frac{\mu F}{milla}$ se emplean las ecuaciones (3.20), (3.21) y (3.22):

$$P \text{ primitiva} = \begin{pmatrix} 93.2266 & 37.1127 & 30.2007 & 29.579 \\ 37.1127 & 93.5508 & 37.1121 & 29.6571 \\ 30.2007 & 37.1121 & 93.2268 & 31.1755 \\ 29.5790 & 29.6571 & 31.1755 & 93.2841 \end{pmatrix} \text{milla}/\mu F$$

La matriz primitiva se subdivide en submatrices, la matriz de potencial por fase P_{abc} se obtiene con la ecuación (3.23):

$$\begin{aligned} [\widehat{P}_{ij}] &= \begin{pmatrix} 93.2266 & 37.1127 & 30.2007 \\ 37.1127 & 93.5508 & 37.1121 \\ 30.2007 & 37.1121 & 93.2268 \end{pmatrix} \\ [\widehat{P}_{in}] &= \begin{pmatrix} 29.579 \\ 29.6571 \\ 31.1755 \end{pmatrix} \\ [\widehat{P}_{nn}] &= 93.2841 \\ [\widehat{P}_{nj}] &= (29.5790 \quad 29.6571 \quad 31.1755) \\ P_{abc} &= \begin{pmatrix} 83.8475 & 27.7089 & 20.3154 \\ 27.7089 & 84.1222 & 27.2007 \\ 20.3154 & 27.2007 & 82.8080 \end{pmatrix} \text{milla}/\mu F \end{aligned}$$

Calculamos la inversa de la matriz de coeficientes de potencial por fase, misma que está dada por la ecuación (3.24).

$$[C_{abc}] = \begin{pmatrix} 0.0137 & -0.0038 & -0.0021 \\ -0.0038 & 0.0144 & -0.0038 \\ -0.0021 & -0.0038 & 0.0138 \end{pmatrix} \mu F$$

La matriz de admitancias para la fase ABC es calculada mediante la ecuación (3.25):

$$[Y_{abc}] = 1j * 2\pi * (60) * \begin{pmatrix} 0.0137 & -0.0038 & -0.0021 \\ -0.0038 & 0.0144 & -0.0038 \\ -0.0021 & -0.0038 & 0.0138 \end{pmatrix}$$

$$[Y_{abc}] = \begin{pmatrix} 0.0000 + 5.1658i & 0.0000 - 1.4453i & 0.0000 - 0.7926i \\ 0.0000 - 1.4453i & 0.0000 + 5.4184i & 0.0000 - 1.4253i \\ 0.0000 - 0.7926i & 0.0000 - 1.4253i & 0.0000 + 5.2152i \end{pmatrix} \mu S/\text{milla}$$

Para transformar los parámetros en Ω/km se divide para 1.60934.

$$[Y_{abc}] = \begin{pmatrix} 0.0000 + 3.2099i & 0.0000 - 0.8981i & 0.0000 - 0.4925i \\ 0.0000 - 0.8981i & 0.0000 + 3.3668i & 0.0000 - 0.8856i \\ 0.0000 - 0.4925i & 0.0000 - 0.8856i & 0.0000 + 3.2406i \end{pmatrix} \mu S/\text{km}$$

Cálculo de la matriz de admitancias de secuencia Y_{012} , se aplica la ecuación (3.26):

$$[Y_{012}] = [A_s]^{-1} \cdot [y_{abc}] \cdot [A_s]$$

$$Y_{012} = \begin{pmatrix} 0.0000 + 1.7550i & -0.0806 + 0.0322i & 0.0806 + 0.0322i \\ 0.0806 + 0.0322i & -0.0000 + 4.0312i & 0.2706 - 0.1582i \\ -0.0806 + 0.0322i & -0.2706 - 0.1582i & 0.0000 + 4.0312i \end{pmatrix} \Omega/\text{km}$$

4.1.1.3 Caso monofásico medio voltaje

Aplicación de una línea monofásica con la siguiente disposición de conductores, según la Figura 4.3 y Tabla 4.4.

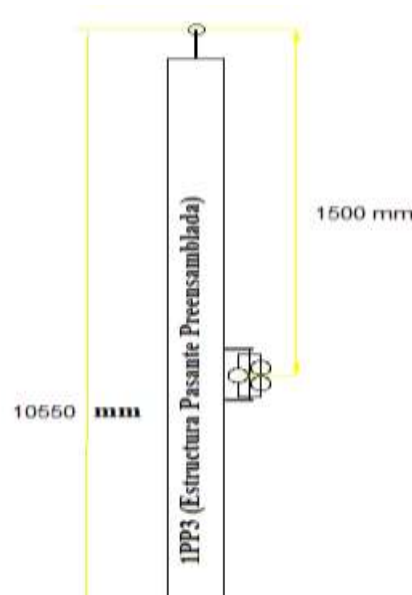


Figura 4.3. Espaciamento para un circuito monofásico más neutro.

Tabla 4.4. Distancias entre conductores para red monofásica

	X (ft)	X (mm)	Y (ft)	Y (mm)
1	0.0000	0,00	34.6129	10550,00
N1	0.6561	200,00	29.6916	9050,00

4.1.1.3.1 Cálculo de la matriz de impedancia monofásica medio voltaje

El conductor de fase corresponde a ACSR 1/0 y el conductor de neutro es ACSR.2 (2AWG) descritos en la Tabla 4.2.

Para calcular las distancias entre todos los conductores se especifica cada posición en coordenadas rectangulares empleando valores complejos:

$$d_1 = 0 + 34.613j$$

$$d_2 = 0.6561 + 29.691j$$

Las distancias entre conductores se calculan de la siguiente manera:

$$D_{12} = |d_1 - d_2| = 4.9655 = D_{21}$$

$$D_{34} = |d_2 - d_3| = 4.5490 = D_{43}$$

Aplicando las ecuaciones modificadas de Carson se tiene, la matriz primitiva calculada en Ω / milla es:

$$Z_{\text{primitiva}} = \begin{pmatrix} 1.2153 + 1.6195i & 0.0953 + 0.7683i \\ 0.0953 + 0.7683i & 1.7453 + 1.6047i \end{pmatrix}$$

Para calcular la matriz de impedancia Z_{abc} se procede a formar las matrices descompuestas a partir de la matriz primitiva.

$$[\widehat{Z}_{ij}] = (1.2153 + 1.6195i)$$

$$[\widehat{Z}_{in}] = (0.0953 + 0.7683i)$$

$$[\widehat{Z}_{nn}] = (1.7453 + 1.6047i)$$

$$[\widehat{Z}_{nj}] = (0.0953 + 0.7683i)$$

$$Z_{abc} = 1.3539 + 1.4081i$$

El cálculo de la matriz de secuencia Z_{012} se lo realiza aplicando la ecuación (3.17) y (3.18):

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} 1.3539 + 1.4081i & 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 1.3539 + 1.4081i & -0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 - 0.0000i & 1.3539 + 1.4081i \end{pmatrix} \Omega/\text{milla}$$

Para transformar los parámetros en Ω/km se divide para 1.60934.

$$Z_{abc} = 0.8413 + 0.8750i \Omega/\text{km}$$

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} 0.8413 + 0.8750i & 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.8413 + 0.8750i & -0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 - 0.0000i & 0.8413 + 0.8750i \end{pmatrix} \Omega/\text{km}$$

4.1.1.3.2 Cálculo de la matriz de admitancia monofásica medio voltaje

De manera análoga al caso de la matriz de impedancias en medio voltaje, se procede a calcular la matriz de admitancias para las capacitancias con las ecuaciones:

$$S = \begin{bmatrix} 69.2260 & 64.3073 \\ 64.3073 & 59.3820 \end{bmatrix} ft$$

El cálculo de los elementos de la primitiva en Uf/milla son los siguientes:

$$P \text{ primitiva} = \begin{pmatrix} 93.1788 & 28.6257 \\ 28.6257 & 93.7291 \end{pmatrix}$$

Usando la reducción de Kron, la matriz de potencial por fase P_{abc} se obtiene lo siguiente:

$$[\widehat{P}_{ij}] = 93.1788$$

$$[\widehat{P}_{in}] = 28.6257$$

$$[\widehat{P}_{nn}] = 93.7291$$

$$[\widehat{P}_{nj}] = 28.6257$$

$$P_{abc} = 84.4362 \text{ milla}/\mu F$$

La inversa de la matriz de coeficientes de potencial por fase es la siguiente:

$$[C_{abc}] = 0.0118 \mu F$$

$$[Y_{abc}] = 1j * 2\pi * (60) * 0.0118$$

$$[Y_{abc}] = 0.0000 + 4.4648i \mu S/\text{milla}$$

Para transformar los parámetros en Ω/km se divide para 1.60934.

$$[Y_{abc}] = 0.0000 + 2.7743i \mu S/\text{km}$$

Cálculo de la matriz de admitancias de secuencia Y012:

$$Y_{012} = \begin{pmatrix} 0.0000 + 2.7743i & 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.000i \\ 0.0000 + 0.0000i & -0.0000 + 2.7743i & -0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & -0.0000 + 0.0000i & -0.0000 + 2.7743i \end{pmatrix} \Omega/\text{km}$$

4.1.1.3.3 Comprobación del tramo monofásico medio voltaje en el programa comercial CYMDIST

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos, se analizó en el programa comercial CYMDIST.

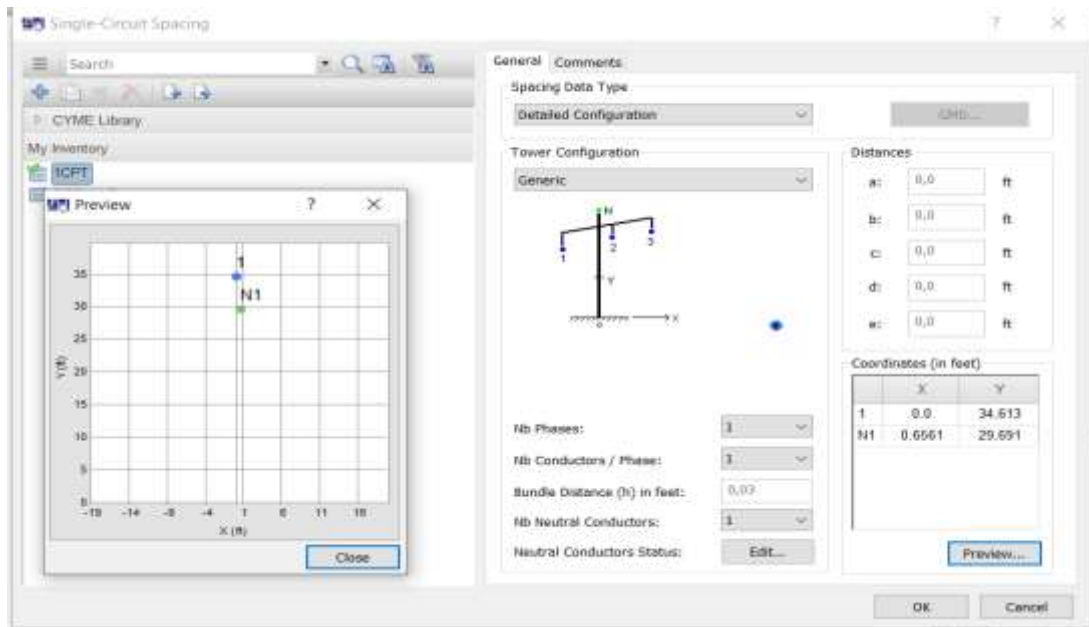


Figura 4.4. Ingreso del espaciamiento monofásico en CYMDIST.

Dentro del modelo de la línea en el programa comercial CYMDIST, se ingresó los conductores para la fase con el 2/0 AWG y para el neutro 1/0 AWG, del tipo ACSR. El detalle en la **Figura 4.4** y **Figura 4.5**.

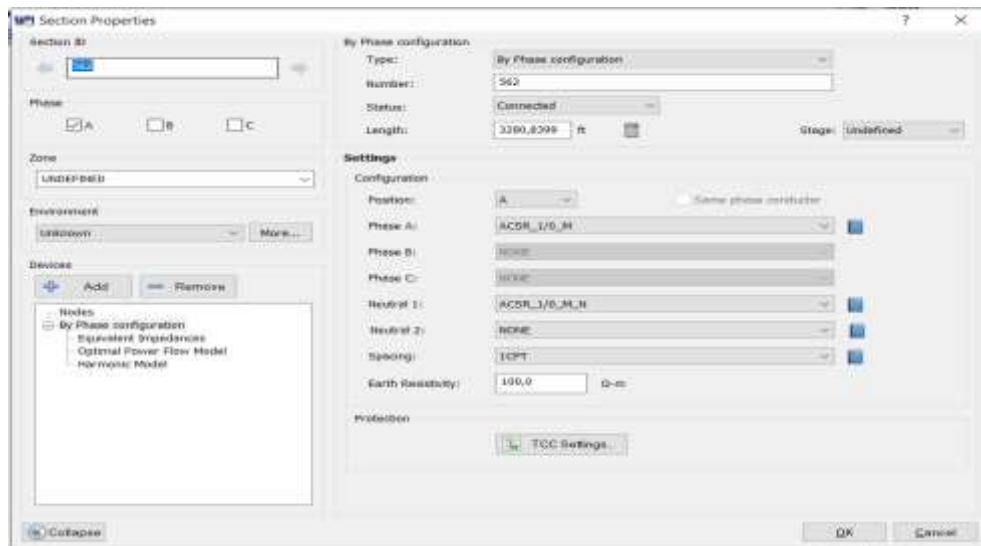


Figura 4.5. Ingreso de conductores para red monofásica en CYMDIST.

Los resultados obtenidos para la matriz de impedancias se detallan en la **Figura 4.6** y **Figura 4.8**.

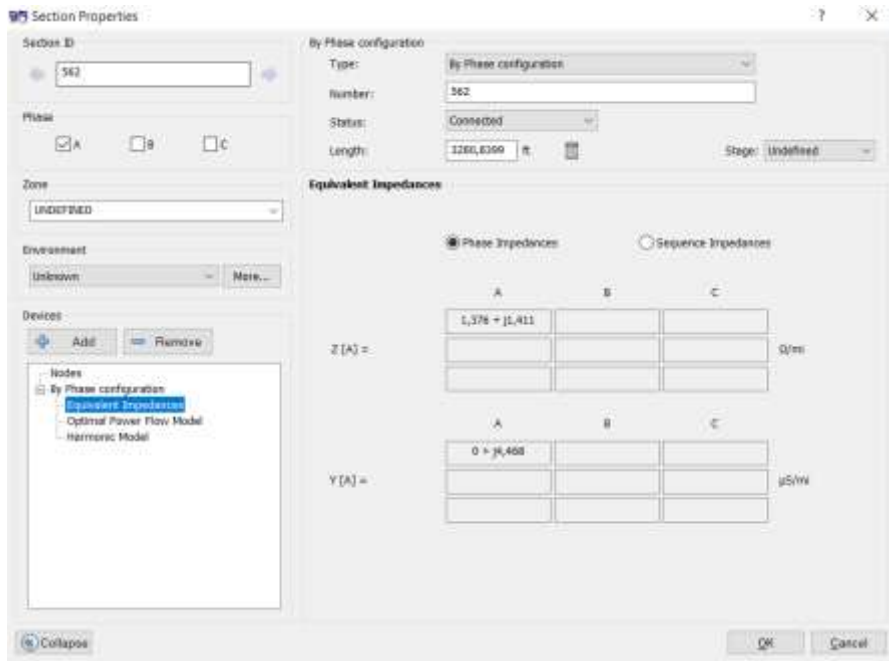


Figura 4.6. Resultados de la matriz de impedancia y admitancias en CYMDIST.

Estos resultados se compararon con los obtenidos al aplicar al modelo matemático desarrollado.

$$Z_{abc} = 1.3539 + j 1.4081 \Omega/\text{milla}$$

$$[Y_{abc}] = 0.0000 + 4.4648i \mu\text{S}/\text{milla}$$

Para determinar la fiabilidad de los resultados se realiza el cálculo de la correlación por cada matriz de elementos de impedancia y admitancia, con el programa comercial CYMDIST.

Tabla 4.5. Comparación de resultados para los parámetros eléctricos de las líneas 1f

Tipo	Resultados modelo (Ω/milla)			Resultados CYMDIST (Ω/milla)			Correlación (%)		
	Resistencia	Reactancia	Susceptancia	Resistencia	Reactancia	Susceptancia	Resistencia	Reactancia	Susceptancia
Z11	1,3539	1,4081	4,4648	1,376	1,411	4,468	100%	100%	100%

Al obtener una correlación del 100%, significa que los resultados son idénticos unos a otros, lo cual permite determinar que el modelo matemático aplicado es válido.

4.1.1.4 Caso monofásico a 3 hilos desnudos en bajo voltaje

Aplicación de una línea monofásica desnuda a 3 hilos con voltaje de 240/120 Voltios, la disposición de conductores se presenta en la Figura 4.7 y Tabla 4.6.

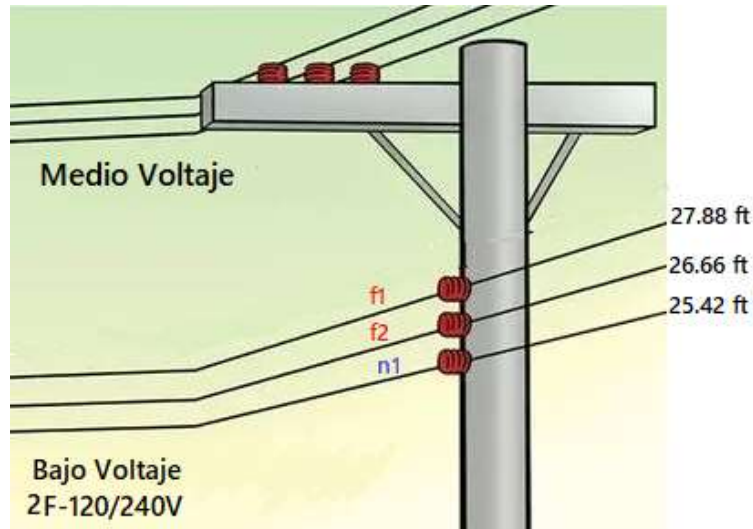


Figura 4.7. Espaciamiento para un circuito en bajo voltaje bifásico más neutro

Tabla 4.6. Distancias entre conductores desnudos para red 2F en bajo voltaje

	X (ft)	X (mm)	Y (ft)	Y (mm)
1	0,6561	200,00	27,8871	8950,00
2	0,6561	200,00	26,1568	8800,00
N1	0.6561	200,00	25,4265	8650,00

4.1.1.4.1 Cálculo de la matriz de impedancia bifásica desnuda en bajo voltaje

El conductor de fase corresponde a un tipo desnudo ACSR (Aluminium Conductor Steel Reinforced), mismo que está separado 150 mm entre sus fases y el neutro.

Para calcular las distancias entre todos los conductores se especifica cada posición en coordenadas rectangulares empleando valores complejos:

$$d_1 = 0,6561 + 27,8871j$$

$$d_2 = 0,6561 + 26,1568j$$

$$d_3 = 0,6561 + 25,4265j$$

Las distancias entre conductores se calculan de la siguiente manera:

$$D_{12} = |d_1 - d_2| = 1,7303 = D_{23}$$

$$D_{31} = |d_2 - d_3| = 3,4606$$

Aplicando las ecuaciones modificadas de Carson se tiene, la matriz primitiva calculada en Ω / milla , el cálculo de la matriz de secuencia Z012 se lo realiza aplicando la ecuación (3.17) y (3.18):

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} 1.68 + 1.436i & 0.2893 + 0.7307i & 0 + 0i \\ 0.2893 + 0.7307i & 1.72 + 1.402i & 0 + 0i \\ 0 + 0i & 0 + 0i & 0 + 0i \end{pmatrix} \Omega/milla$$

4.1.1.4.2 Cálculo de la matriz de admitancia monofásica en bajo voltaje red desnuda

De manera análoga al caso de la matriz de impedancias, se procede a calcular la matriz de admitancias para las capacitancias, el cálculo de los elementos de la primitiva en Uf/milla , finalmente aplicando la reducción de Kron, la matriz de admitancias de secuencia Y_{012} :

$$Y_{012} = \begin{pmatrix} 0.0000 + 5.326i & 0.0000 - 1.954i & 0.0000 + 0.000i \\ 0.0000 - 1.954i & 0.0000 + 5.788i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0i \end{pmatrix} \Omega/milla$$

4.1.1.4.3 Comprobación del tramo en bajo voltaje red desnuda en el programa comercial CYMDIST

Para calcular la correlación que existe entre las impedancias calculadas con la metodología matemática y los resultados del programa comercial CYMDIST, se modeló el tramo de línea bifásica más neutro con el espaciamiento que se detalla en la Figura 4.7, para calcular las impedancias y admitancias del tramo de línea bifásico.

Los resultados obtenidos para la matriz de impedancias se detallan en la Figura 4.8.

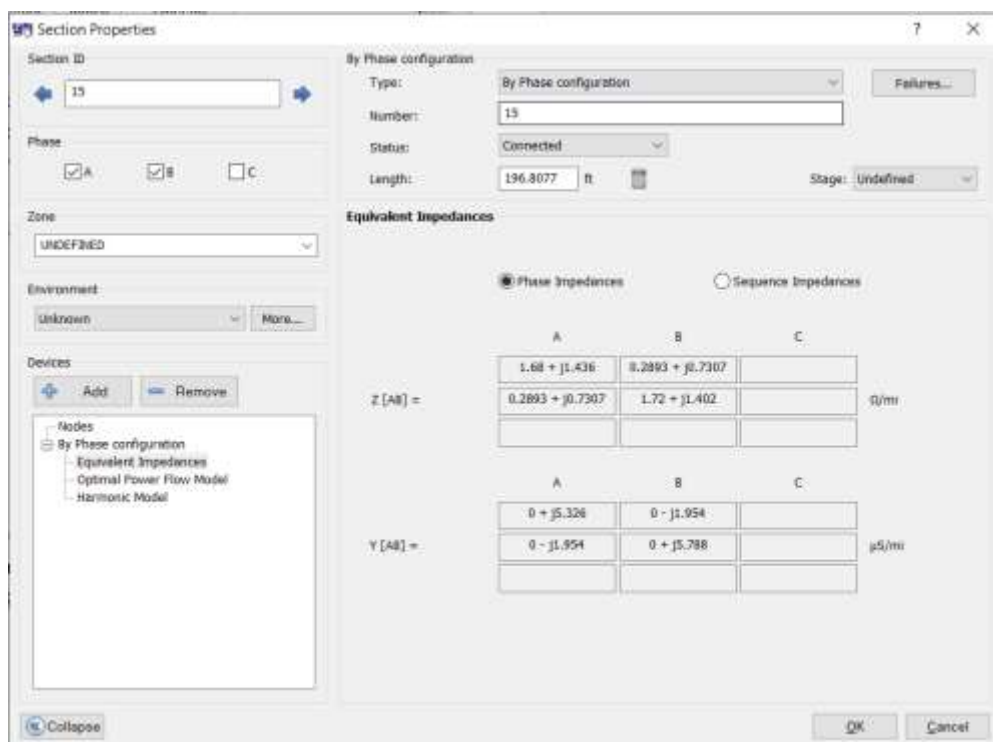


Figura 4.8. Matriz de impedancia y admitancias bajo voltaje desnudo en CYMDIST.

Para determinar la fiabilidad de los resultados se realiza el cálculo de la correlación que existe entre los resultados obtenidos con el modelo matemático de impedancias y los resultados del programa comercial CYMDIST.

Al obtener una correlación del 100%, significa que los resultados son idénticos unos a otros, lo cual permite determinar que el modelo matemático aplicado es válido.

Una vez verificado que el modelo matemático es válido para calcular la matriz de parámetros técnicos de impedancia y admitancia, es necesario continuar calculando las variables que hacen falta para continuar desarrollando el modelo matemático, con base al diagrama de bloques presentado en la Figura 4.1.

4.1.2 Segundo paso, determinar la matriz de incidencia de nodos BCB

En el segundo paso del diagrama de bloques presentado en la Figura 4.1, una vez asumidos los voltajes en la primera iteración para cada barra, se debe encontrar una matriz que permita relacionar estos voltajes con los voltajes de línea, de la misma manera las corrientes de línea con las de barra; a esta matriz se la denomina como la matriz de incidencia de nodos, que dependiendo del caso será de corriente o de voltaje.

4.1.2.1 Matriz de incidencia de nodos de voltajes

Esta matriz considera la forma en que los elementos o en este caso como las líneas están conectadas entre sí (topología), por medio de una orientación arbitraria escogida por el usuario para esa línea, es decir con una dirección.

Para ello se inicia relacionando los voltajes de ramas con los voltajes del nodo, considerando los sentidos adoptados, para formar la ecuación (4.2):

$$[V_{i-k}] = [V_i] - [V_k] \quad (4.2)$$

Donde:

$[V_{i-k}]$ = Es el voltaje de línea, donde “i” representa el nodo de envío, y “k” es el nodo de recepción

$[V_i]$ = Voltaje de envío, iniciando en la barra slack con $i = 1$

$[V_k]$ = Voltaje de recepción, $k = 2,3,4, \dots, k$, con k es igual al número de nodos de la red

La formulación matemática descrita anteriormente, se aplica en una red general radial a simple circuito, para extender la ecuación (4.2) y determinar los valores de i, k.

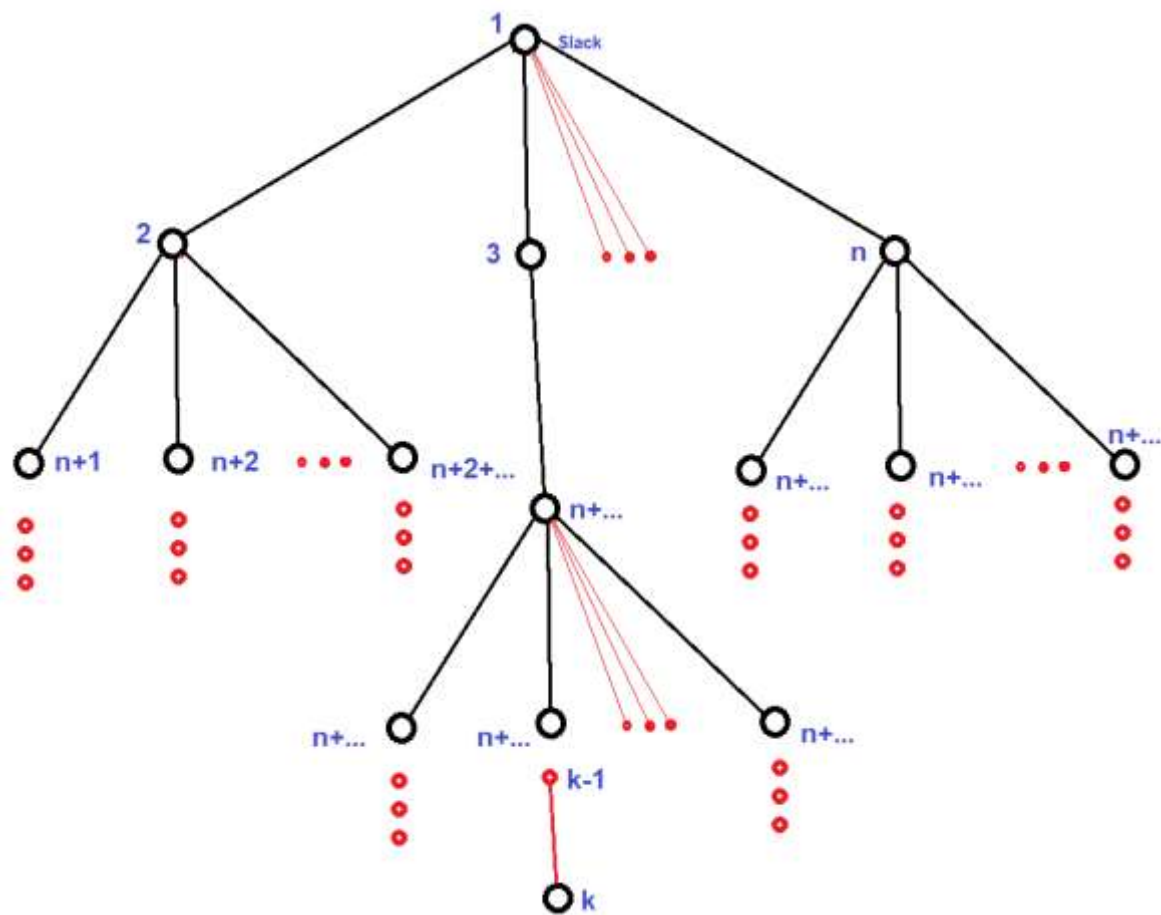


Figura 4.9. Red general del tipo radial a simple circuito.

$$\begin{aligned}
 V_{1-2} &= V_1 - V_2 \\
 V_{1-3} &= V_1 - V_3 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 V_{1-n} &= V_1 - V_n \\
 V_{2-(n+1)} &= V_2 - V_{(n+1)} \\
 V_{2-(n+2)} &= V_2 - V_{(n+2)} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 V_{(k-1)-k} &= V_{(k-1)} - V_k
 \end{aligned}$$

Con ello se determina que “n” representa el número de líneas que salen desde la barra slack. “(k – 1)” Representa la barra de envío de la última línea y “k” la barra final de la red.

Una vez analizado estas ecuaciones, es posible generar una matriz general que relacione estas ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} V_{1-2} \\ V_{1-3} \\ \dots \\ V_{1-n} \\ V_{2-(n+1)} \\ V_{2-(n+2)} \\ \dots \\ V_{(\dots)-(k-1)} \\ V_{(k-1)-k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ V_n \\ V_{(n+1)} \\ V_{(n+2)} \\ \dots \\ V_{(k-1)} \\ V_k \end{bmatrix}$$

NOTA: Los espacios en blanco se completan con un valor de cero, y los elementos coloreados en amarillo, están relacionados con la barra slack.

La ecuación (4.3) describe de manera general la formulación matemática deducida con la matriz de incidencia de nodos a la cual la denominaremos “BCB” esta analizada para una sola fase hasta el momento. Además, las dimensiones de esta matriz son de $nl(\# \text{ lineas}) \times nb(\# \text{ barras})$.

$$[V_{i-k}]_A = [BCB_{nl(\# \text{ lineas}) \times nb(\# \text{ barras})}]_A * [V_k]_A \quad (4.3)$$

Por tanto, podemos generalizar que la matriz de incidencia de nodos “BCB” es la que está formado por la diferencia de voltaje entre el nodo de envío (i) y el nodo de recepción (k), misma que está formado por las columnas como el número de nodos (n_b) de la red y las filas como el número de líneas (n_l).

4.1.2.1.1 Deducción simplificada de la matriz de incidencia de nodos de voltaje “BCB”

Con el análisis realizado y una vez deducido la relación de la matriz [BCB], con las caídas de voltaje, se puede establecer un método sencillo y práctico para formar esta matriz.

- La matriz “BCB” de incidencia de nodos de voltaje, tiene las dimensiones definidas, nl (número de líneas), por nb (número de nodos o barras), en esta se incluye la barra de referencia o slack. La matriz va a estar formada por uno de los elementos: 1, -1 y 0, de acuerdo a la dirección de las ramas.
- La regla general es que siempre la primera columna debe estar relacionado con el nodo slack.
- El elemento ij en la ecuación (4.2), representa a i como nodo de envío y j nodo de recepción, y tomará los siguientes valores en cada elemento dependiendo de la dirección de la línea o rama:

$$\begin{aligned} &= 1, \text{ si la rama orientada sale de } i \text{ (nodo de envio)} \\ ij &= -1, \text{ si la rama orientada termina en } k \text{ (nodo de recepción)} \\ &= 0, \text{ si la rama orientada no termina ni inicia en } i \text{ ó } j \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.1.2.1.2 Propiedades de la matriz de incidencia de nodos de voltaje “BCB”

Como propiedades de la matriz “BCB”, se determinan las siguientes:

- Al sumar los elementos de cada fila, siempre el resultado es cero, dado que es el nodo de envío como (1) y de recepción como (-1).
- La matriz es usada para calcular la Ybarra, es la matriz cuadrada que resulta de eliminar la columna correspondiente al nodo slack, la cual es común a todas las barras, obteniéndose (n-1) barras independientes, que tienen el mismo número de ecuaciones linealmente independientes y el sistema tiene solución y es única.
- La matriz es constante para cada iteración realizada, independiente del cálculo ya que la topología de la red es constante.

4.1.3 Tercer paso, hallar matriz de incidencia de nodos BCBV_abc

En el tercer paso del diagrama de bloques presentado en la **Figura 4.1**, una vez encontrado la matriz que relaciona los voltajes de línea con los de barra, a la cual se la denomina como matriz de incidencia de nodos, esta no es cuadrada, por lo cual no se puede aplicar la inversa de la matriz para realizar los cálculos matemáticos requeridos.

La deducción matemática analizada para circuitos del tipo radial con tramos a un circuito, se describe en la ecuación (4.5).

$$1 = n_b - n_l \quad (4.5)$$

Considerando que la columna “1” está relacionada con el voltaje slack, y es una variable de entrada conocida dentro del modelo matemático, es factible eliminar la columna de voltajes referido a la barra slack, ante lo cual se obtiene una nueva matriz cuadrada a la cual denominaremos “BCBV”, con dimensiones $(n_l \times n_l)$, que para la red general de la Figura 4.9, sería “k-1”, donde “k” es el número de nodos de la red, iniciando desde la barra 2. La ecuación (4.6), describe la matemática de este concepto.

$$\begin{bmatrix} V_{1-2} \\ V_{1-3} \\ \dots \\ V_{1-n} \\ V_{2-(n+1)} \\ V_{2-(n+2)} \\ \dots \\ V_{(\dots)-(k-1)} \\ V_{(k-1)-k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ V_n \\ V_{(n+1)} \\ V_{(n+2)} \\ \dots \\ V_{(k-1)} \\ V_k \end{bmatrix}$$

$$[Vlinea_{i-k}]_A = [BCBV_{n_l \times n_l}]_A * [Vk]_A, \text{ donde } k = 2,3,4, \dots, k \quad (4.6)$$

Sin embargo, al analizar los sistemas eléctricos de distribución, su característica es desequilibrada, por tanto, es necesario considerar las tres fases “ABC” en las matrices de incidencia de nodos de voltaje y de corriente, por lo cual, se hace un reemplazo en cada elemento de la matriz, dependiendo si es un valor de “1”, “-1” o “0”, con las siguientes consideraciones:

Si el elemento es $[1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, Matriz identidad de dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.

Si el elemento es $[0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, Matriz de ceros con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.

Si el elemento es $[-1] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, Matriz identidad negativa con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.

Con estos reemplazos se obtiene finalmente la matriz de incidencia de nodos de voltaje general, mismo que tiene característica trifásica y cuadrada de dimensión número de líneas por tres, esto se describe en la ecuación (4.7).

$$[Vlinea_{3*nlx1}]_{ABC} = [BCBV_{abc_{3*nlx3*nl}}]_{ABC} * [Vk_{3*nlx1}]_{ABC} \quad (4.7)$$

4.1.4 Cuarto paso, hallar matriz de incidencia de nodos BIBC_abc

De acuerdo al estado del arte investigado [5], existe una relación entre las matrices de incidencia de corrientes “BIBC” y la de incidencia de nodos de voltajes “BCBV”, esto se describió en la ecuación (3.40), misma que se repite a continuación:

$$[[BIBC_{3*nlx3*nl}]_{ABC}] = [[BCBV_{3*nlx3*nl}]_{ABC}]^T$$

Donde:

$[BCBV_{ABC}]$ ó $[BIBC_{ABC}]$ =Matriz que traduce la forma que incide los voltajes de las ramas en las barras o las corrientes de las líneas en las barras de la red, es del tipo cuadrada, ya eliminado la columna relacionada con la barra slack

4.1.5 Quinto paso, hallar la matriz de potencias de la red

Para iniciar el cálculo de acuerdo con el diagrama de bloques presentado en la Figura 4.1, se debe determinar la potencia equivalente de inyección en cada nodo “k” de la red, que relaciona la potencia de generación ($Pg_{k,i}$, $Qg_{k,i}$) menos las de cargas ($Pl_{k,i}$, $Ql_{k,i}$) más los reactivos debido a las capacitancias ($Qc_{k,i}$) en el mismo nodo. El modelo grafico se detalla en la **Figura 4.10**, del cual se formuló la ecuación (4.1), misma que se repite a continuación.

$$S_k = P_k + j * Q_k = \sum_{i=1}^{n_i} (P_{gki} + j * Q_{gki}) - (P_{lki} + j * Q_{lki}) + (j * Q_{cki})$$

Donde:

S_k =Potencia aparente equivalente del nodo "k"

P_{qki} y Q_{qki} = Potencia activa y reactiva de la carga "i", en el nodo "k"

P_{gki} y Q_{gki} = Potencia activa y reactiva de generación "i", en el nodo "k"

Q_{cki} = Potencia reactiva inyectada por los capacitores "i", en el nodo "k"

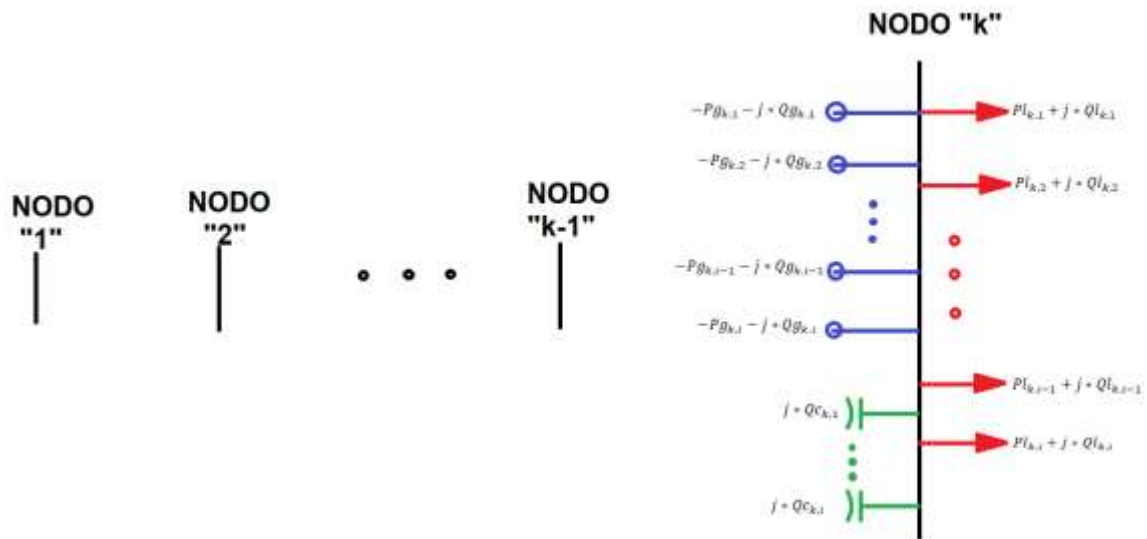


Figura 4.10. Potencia equivalente de inyección por nodo "k"

Donde:

n_b = Numero de nodos o barras de la red analizada

$n_s = 1$ por el Nodo Slack

S_k =Potencia aparente equivalente del nodo "k", al sumar las "i" cargas del nodo

n_i = Numero de cargas, generadores o capacitores en el nodo k .

Pl_{qi} y Ql_{qi} = Potencia activa y reactiva de la carga "i", en el nodo "k"

P_{gki} y Q_{gki} = Potencia activa y reactiva de generación "i", en el nodo "k"

$Q_{ck,i}$ = Potencia reactiva ingresada por capacitores ingresados en el nodo "k"

La matriz de potencias de la red será de dimensión $3 * n_b \times 1$, al ser un sistema de 3 fases, el n_b que es el número de barras se multiplica por 3.

Armando la matriz para todas las fases y de acuerdo a la red presentada en la Figura 4.9, que es una red general de los SED, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} [S2_{ABC}] \\ [S3_{ABC}] \\ \dots \\ [Sn_{ABC}] \\ [S(n+1)_{ABC}] \\ [S(n+2)_{ABC}] \\ \dots \\ [S(k-1)_{ABC}] \\ [Sk_{ABC}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [P2_{ABC}] + j[Q2_{ABC}] \\ [P3_{ABC}] + j[Q3_{ABC}] \\ \dots \\ [Pn_{ABC}] + j[Qn_{ABC}] \\ [P(n+1)_{ABC}] + j[Q(n+1)_{ABC}] \\ [P(n+1)_{ABC}] + j[Q(n+1)_{ABC}] \\ \dots \\ [P(k-1)_{ABC}] + j[Q(k-1)_{ABC}] \\ [Pk_{ABC}] + j[Qk_{ABC}] \end{bmatrix}$$

4.1.6 Sexto paso, Calcular las corrientes de barra

Una vez determinado el vector de potencias en la barra, se continúa aplicando el concepto del método atrás-adelante, con base al diagrama de bloques presentado en la Figura 4.1; para lo cual, el cálculo de las corrientes de barra debido a las cargas conectadas en el nodo, se debe realizar aplicando las leyes de Kirchhoff, exceptuando el nodo fuente.

4.1.6.1 Leyes de Kirchhoff para hallar la corriente de barra

Para aplicar esta ley, es necesario encontrar los voltajes en cada barra, para ello se analizará dos casos diferentes.

4.1.6.1.1 Proceso iterativo “m=0”

Al iniciar el proceso iterativo es decir en el primer cálculo, se considera que los voltajes en cada barra, para el proceso iterativo inicial (0) es igual al voltaje medido en la barra slack, esto mejora la convergencia del método en el modelo matemático.

$$\begin{bmatrix} [V2_{ABC}]^{(0)} \\ [V3_{ABC}]^{(0)} \\ \dots \\ [Vn_{ABC}]^0 \\ [V(n+1)_{ABC}]^0 \\ [V(n+2)_{ABC}]^0 \\ \dots \\ [V(k-1)_{ABC}]^0 \\ [Vk_{ABC}]^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \end{bmatrix}$$

4.1.6.1.2 Proceso iterativo “m= 1, 2, 3,”

Una vez que ha finalizado el proceso iterativo “0” es decir en el primer cálculo, se actualiza los voltajes en cada barra con los voltajes encontrados en la iteración “m+1”.

$$\begin{bmatrix} [V2_{ABC}]^{(m+2)} \\ [V3_{ABC}]^{(m+2)} \\ \dots \\ [Vn_{ABC}]^{(m+2)} \\ [V(n+1)_{ABC}]^{(m+2)} \\ [V(n+2)_{ABC}]^{(m+2)} \\ \dots \\ [V(k-1)_{ABC}]^{(m+2)} \\ [Vk_{ABC}]^{(m+2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ [V2_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [Vn_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ [V(n+1)_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ [V(n+2)_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [V(k-1)_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \\ [Vk_{ABC} \angle \theta_{ABC}]^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

Una vez conocido las potencias equivalentes instaladas en el nodo “k” y los voltajes de barra en cada nodo para las tres fases (si alguna de ellas no existe deberá ser cero), se aplica la Primera ley de Kirchhoff, misma que esta descrita en la ecuación (3.36) y se generaliza para cualquier iteración en la ecuación (4.8).

$$[I_k]_{ABC}^{(m+1)} = \left[\frac{[Pk_{ABC}] + j[Qk_{ABC}]}{[Vk_{ABC} \angle \theta k_{ABC}]^{(m+1)}} \right]^* \quad (4.8)$$

Nota: Si es la primera iteración, entonces el vector de voltajes es igual al voltaje de la barra slack en cada elemento.

Con los resultados obtenidos, se crea el vector de corrientes de barra, para el caso de la red general presentada en la Figura 4.9, sería de la siguiente manera:

$$[I_k]_{ABC}^{(m+1)} = \begin{bmatrix} [I2_{ABC}]^{(m+1)} \\ [I3_{ABC}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [In_{ABC}]^{(m+1)} \\ [I(n+1)_{ABC}]^{(m+1)} \\ [I(n+2)_{ABC}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [I(k-1)_{ABC}]^{(m+1)} \\ [Ik_{ABC}]^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

4.1.7 Séptimo paso, Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, es necesario calcular las corrientes de línea, para lo cual se requiere de la matriz de incidencia de nodos de corriente, para poder relacionar estas corrientes de barra y línea, para ello se requiere las siguientes variables de entrada:

Matriz “ $BIBC_{abc}$ ”, Matriz de admitancias “ $[Y]_{ABC}$ ”, vector de voltajes de barras “ $[V_k]_{ABC}^{(m+1)}$ ”, en cada nodo “k” y el vector de corrientes de barra “ $[I_k]_{ABC}^{(m+1)}$ ”, analizados para la iteración (m+1). La ecuación (3.37), describe esta formulación matemática, la cual se repite a continuación.

$$[Ilinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)} = [BIBC]^{-1} * [I_k]_{ABC}^{(m+1)} + \frac{1}{2} * [Y]_{ABC} * [V_k]_{ABC}^{(m+1)}$$

Donde:

$[Ilinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)}$ = Vector de corrientes de línea, que tiene el nodo de recepción “k”, de dimensión $n \times 1$.

Aplicando en la red general presentada en la Figura 4.9, el vector de corrientes de línea queda de la siguiente manera:

$$[Ilinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)} = \begin{bmatrix} [I_{1-2}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [I_{1-3}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [I_{1-n}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [I_{2-(n+1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [I_{2-(n+2)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [I_{\dots-(k-1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [I_{(k-1)-k}]_{ABC}^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

Donde:

$(Ik_{nbx1})_{ABC}$ = Corriente por la barra o nodo debido a la carga instalada en el nodo "k", de dimensión $nbx1$.

$BIBC_{ABC}$ = Matriz cuadrada de incidencia de nodos de corriente, de dimensión número de líneas de la red.

La matriz BBI_{abc} , relaciona la corriente de carga en el nodo con la corriente que fluye por las líneas, misma que nos permite interpretar la conectividad entre el nodo de envío y receptor, a esta matriz la denominaremos de incidencia de nodos de corriente.

4.1.8 Octavo paso, Cálculo de las caídas de voltaje en cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de línea, se puede aplicar el concepto de la ley de Ohm, donde al disponer de la impedancia serie de las líneas y las corrientes de línea, se puede calcular los voltajes de línea o el vector de caídas de voltaje.

Para poder calcular estos voltajes de línea, se requiere las siguientes variables de entrada:

Matriz de impedancias " $[Z]_{ABC}$ ", vector de voltajes de línea " $[Ilinea_{nlx1}]_{ABC}$ ", la ecuación (4.9) describe la forma de realizar el cálculo matemático.

$$[Vlinea_{i-k}]_{ABC} = [Z_{ABC}] * [Ilinea_{i-k}]_{ABC} \quad (4.9)$$

Aplicando en la red general presentada en la Figura 4.9, queda el vector de voltajes de línea de la siguiente manera:

$$[Vlinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)} = \begin{bmatrix} [V_{1-2}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{1-3}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{1-n}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{2-(n+1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{2-(n+2)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{\dots-(k-1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{(k-1)-k}]_{ABC}^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

4.1.8.1 Matriz delta

La definición de caídas de voltaje o voltajes de línea, representa la diferencia de voltaje entre el nodo de envío menos el nodo de recepción, sin embargo, al eliminar la primera columna en la matriz “BCB”, la referencia de las líneas que salen de la barra slack, fueron eliminadas, con esto se logró que la matriz de incidencia de nodos sea cuadrada para poder invertir y realizar operaciones matemáticas, sin embargo, al calcular la caída de voltaje en las líneas conectadas a la barra slack, no se dispone de esta primera columna, por lo cual no se puede restar, por tanto es necesario realizar esta diferencia del voltaje de línea y el voltaje slack de manera separada, a esta matriz se la denomina “delta”.

$$[delta_{abc}] = \begin{bmatrix} [V_{1-2}]_{ABC} - [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{1-3}]_{ABC} - [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ [V_{1-n}]_{ABC} - [V1_{ABC} \angle \theta_{ABC}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[V_2]_{ABC} \\ -[V_3]_{ABC} \\ \dots \\ -[V_n]_{ABC} \end{bmatrix}$$

Generalizando esta expresión para cualquier red, el vector delta es de dimensión “nx1”, donde n representa el número de barras conectadas al nodo slack, mediante una línea. El detalle en la ecuación (4.10).

$$[delta_{abc}] = [Vlinea_{1-n}] - [V_{abc}]_{slack} \quad (4.10)$$

Con esta consideración se determina la formulación matemática del vector de caídas de voltaje de línea $[Vlinea_{i-k}]_{ABC}^{(m+1)}$, al aplicar en la red general presentada en la Figura 4.9, de la siguiente manera:

:

$$[V_{linea_{i-k}}]_{ABC}^{(m+1)} = \begin{bmatrix} -[\delta_{abc}] \\ [V_{2-(n+1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{2-(n+2)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{\dots-(k-1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{(k-1)-k}]_{ABC}^{(m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[V_{1-2}]_{ABC}^{(m+1)} + [V_{1_{ABC}} \angle \theta_{ABC}] \\ -[V_{1-3}]_{ABC}^{(m+1)} + [V_{1_{ABC}} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ -[V_{1-n}]_{ABC}^{(m+1)} + [V_{1_{ABC}} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{2-(n+1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{2-(n+2)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{\dots-(k-1)}]_{ABC}^{(m+1)} \\ [V_{(k-1)-k}]_{ABC}^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

4.1.9 Noveno paso, Cálculo del voltaje de barra de la iteración (m+1)

Una vez obtenido los voltajes de línea, es necesario calcular los nuevos voltajes en cada barra, para lo cual se requiere de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, lo que permite relacionar estos voltajes de barra y línea, en este paso se requiere las siguientes variables de entrada:

Matriz “BCBV_{ABC}” y el vector de voltajes de línea en la iteración (m+1) “[V_{linea_{i-k}}]_{ABC}^(m+1)”, en cada nodo “k”. El cálculo del vector de voltajes de barra, se lo generalizó mediante la ecuación (3.39), la cual se describe nuevamente a continuación.

$$[V_k]_{ABC}^{(m+1)} = [BCBV]^{-1} * [V_{linea_{i-k}}]_{ABC}^{(m+1)}$$

Donde:

$$[V_k]_{ABC}^{(m+1)} = \text{Vector de voltajes de barra en el nodo "k", de dimensión } n \times 1.$$

Aplicando en la red general presentada en la **Figura 4.9**, el vector de voltajes de nodo en la iteración (m+1) queda de la siguiente manera:

$$[V_k]_{ABC}^{(m+1)} = \begin{bmatrix} [V_{2_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{3_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{n_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{(n+1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{(n+2)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{(k-1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{k_{ABC}}]^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

4.1.10 Décimo paso, Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez determinado el vector de voltajes en las barras para la iteración “m+1”, se resta los voltajes de barra de la iteración “m”, con ello se calcula el error que existe entre estos valores, y de este vector se calcula el mayor.

En la aplicación de esta resta, se tiene dos características de los voltajes en cada barra, para ello se analizará dos casos diferentes, de acuerdo a la iteración realizada.

4.1.10.1 Resta de voltajes de barra iteración “m=0”

Al iniciar el proceso iterativo es decir en el primer cálculo o proceso iterativo inicial (0), se considera que los voltajes en cada barra son igual al voltaje medido en la barra slack, por tanto, la diferencia a calcular es entre el vector de voltajes inicial y el calculado en la iteración “m+1”.

La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y “m”, se realizó mediante la ecuación (3.41), la cual se describe nuevamente a continuación.

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left| [V_k]_{ABC}^{(0)} - [V_k]_{ABC}^{(1)} \right|$$

Aplicando en la red general presentada en la Figura 4.9, el vector de errores de voltaje de barra para la iteración “1”, queda de la siguiente manera:

$$\Delta V_{max} = \max \left(\begin{bmatrix} [\Delta V_{2ABC}]^{(1)} \\ [\Delta V_{3ABC}]^{(1)} \\ \dots \\ [\Delta V_{nABC}]^{(1)} \\ [\Delta V_{(n+1)ABC}]^{(1)} \\ [\Delta V_{(n+2)ABC}]^{(1)} \\ \dots \\ [\Delta V_{(k-1)ABC}]^{(1)} \\ [V_{kABC}]^{(1)} \end{bmatrix} \right) = \max \left(\begin{bmatrix} [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ \dots \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \\ [V_{1ABC} \angle \theta_{ABC}] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [V_{2ABC}]^{(1)} \\ [V_{3ABC}]^{(1)} \\ \dots \\ [V_{nABC}]^{(1)} \\ [V_{(n+1)ABC}]^{(1)} \\ [V_{(n+2)ABC}]^{(1)} \\ \dots \\ [V_{(k-1)ABC}]^{(1)} \\ [V_{kABC}]^{(1)} \end{bmatrix} \right)$$

4.1.10.1.1 Proceso iterativo “m= 1, 2, 3,”

Una vez que ha finalizado el proceso iterativo “0” es decir en el primer cálculo, se actualiza los voltajes en cada barra con los voltajes encontrados en la iteración “m+1”, por tanto, para calcular el error en las demás iteraciones se considerará los resultados de voltaje obtenidos para las barras en la iteración anterior.

Aplicando en la red general presentada en la Figura 4.9, el vector de errores de voltaje de barra para la iteración (m+1) queda de la siguiente manera:

$$\Delta V_{max} = \max \left\| \begin{bmatrix} [\Delta V_{2_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [\Delta V_{3_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [\Delta V_{n_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [\Delta V_{(n+1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [\Delta V_{(n+2)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [\Delta V_{(k-1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{k_{ABC}}]^{(m+1)} \end{bmatrix} \right\| = \max \left\| \begin{bmatrix} [V_{2_{ABC}}]^{(m)} \\ [V_{3_{ABC}}]^{(m)} \\ \dots \\ [V_{n_{ABC}}]^m \\ [V_{(n+1)_{ABC}}]^{(m)} \\ [V_{(n+2)_{ABC}}]^{(m)} \\ \dots \\ [V_{(k-1)_{ABC}}]^{(m)} \\ [V_{k_{ABC}}]^{(m)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [V_{2_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{3_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{n_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{(n+1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{(n+2)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ \dots \\ [V_{(k-1)_{ABC}}]^{(m+1)} \\ [V_{k_{ABC}}]^{(m+1)} \end{bmatrix} \right\|$$

De estos errores se obtiene el mayor de ellos, para realizar el siguiente paso.

4.1.11 Décimo primer paso, Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+1) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo” es 1×10^{-4} .

La operación matemática requerida es comparar los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y el máximo error ingresado como dato, este último debe ser mayor que el calculado para asegurar la convergencia del sistema. Aplicando la ecuación (3.42).

$$\Delta V_{max} < Error_{input}$$

De cumplirse con esta condición, el sistema converge y se obtiene los datos de voltajes en las barras de la iteración “m+1”.

De no cumplirse con esta condición, el sistema no converge y debe realizar una nueva iteración, con los voltajes calculados en la iteración “m+1”, serán los nuevos voltajes iniciales para la nueva iteración “m+2”, por tanto, regresa al **paso 6**; ya que no se calculan las matrices de incidencia de nodos de voltaje o corrientes, porque son constantes debido a que no cambia la topología de la red.

Con el objeto de brindar un aporte con el presente trabajo, se presenta un diagrama de flujo con las variables de entrada, proceso matemático y salida, obtenidos previamente con los pasos determinados para la solución del flujo de potencia.

4.2 Diagrama de flujo de la metodología de barrido atrás/adelante

El siguiente diagrama de flujo es un diagrama que describe el proceso que se deber seguir para programar un algoritmo informático.

4.2.1 Diagramas de flujo para programación informática

Los diagramas de flujo son ventajosos para escribir un programa o algoritmo y exponer a otros o colaborar con otros en el mismo. Se usa un diagrama de flujo para explicar punto por punto la lógica detrás de un programa antes de empezar a codificar el proceso automatizado.

El diagrama de flujo del proceso está formado por rectángulos, óvalos, diamantes y demás figuras para definir el tipo de paso, junto con flechas conectoras que establecen el flujo y la secuencia.

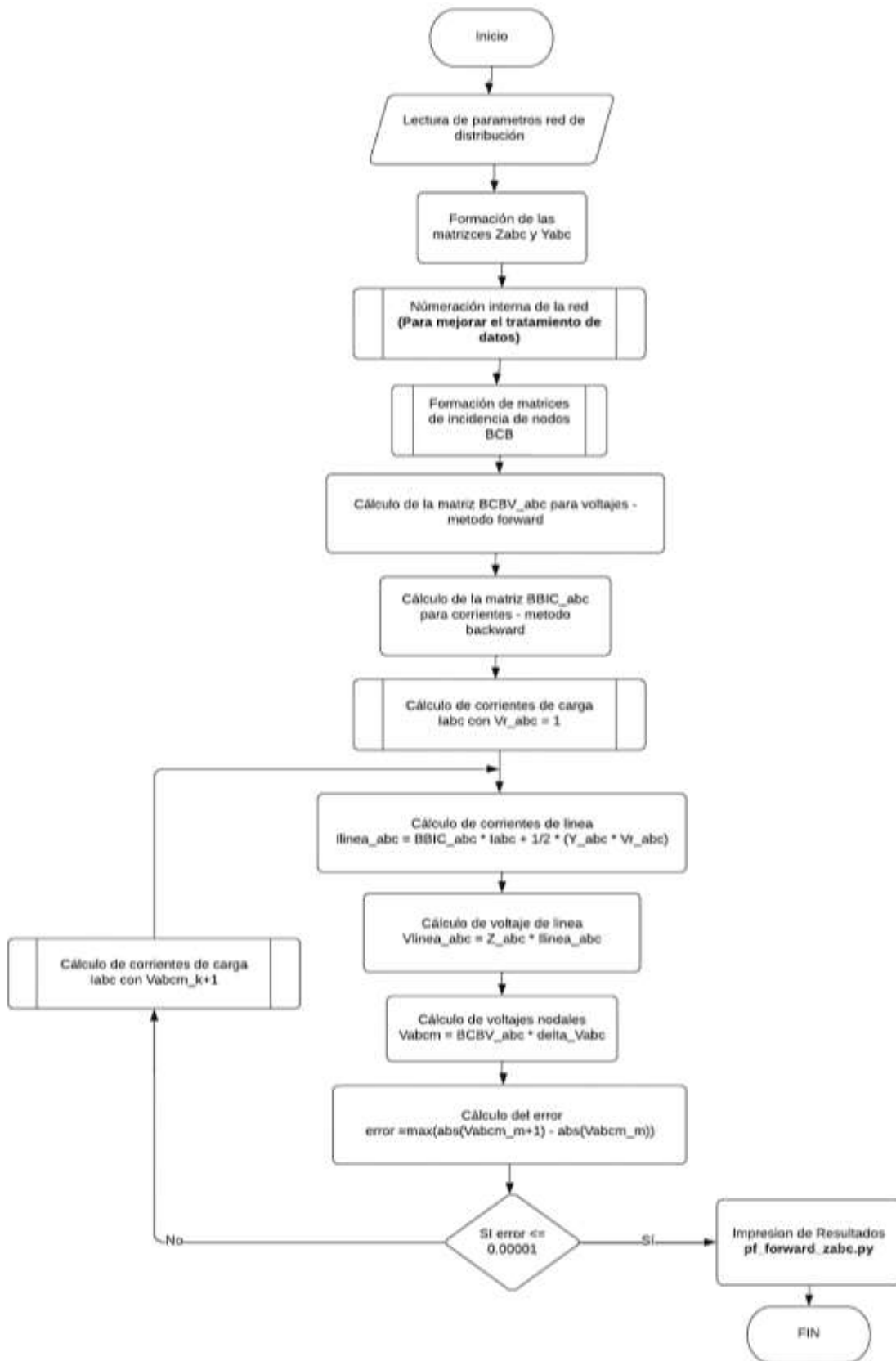


Figura 4.11. Diagrama de flujo informático del método de barrido atrás/adelante

4.3 Aplicación práctica numérica de la metodología propuesta

Como estrategia para determinar un modelo matemático general que pueda ser aplicado a las diferentes redes de bajo voltaje radiales, ya sea equilibradas o desequilibradas, se aplicó la metodología backward/forward para diferentes redes de prueba, partiendo desde un sistema eléctrico sencillo a uno más complejo que considere la mayor cantidad de variables y/o elementos; con el objetivo de que sea esquemático – didáctico para mejorar su comprensión.

4.3.1 Método aplicado para la red de 3 nodos

Como primer análisis se realizó el flujo de potencia para una red tipo de 3 nodos, para la cual se desarrollará el cálculo paso a paso del algoritmo de barrido atrás – adelante, aplicando la metodología desarrollada.

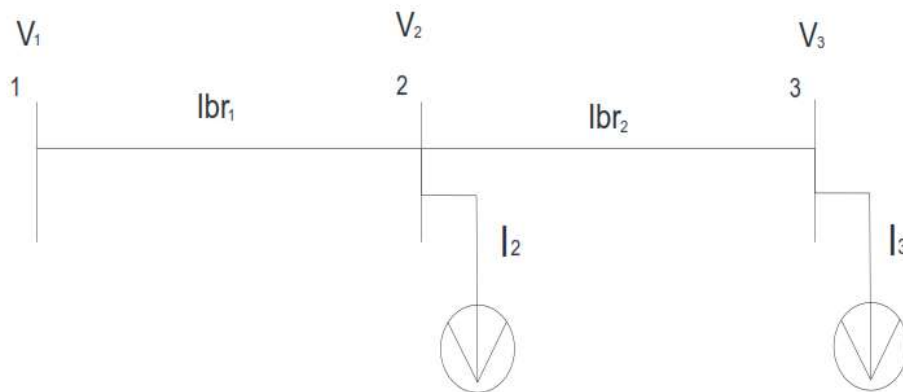


Figura 4.12. Red de prueba de 3 nodos

Como parte del desarrollo del trabajo, se debe aplicar la metodología matemática desarrollada en redes de prueba para determinar el grado de validez de la misma, para ello se aplicó paso a paso el modelo matemático, iniciando en la red de prueba de 3 nodos.

4.3.1.1 Primera iteración o “m=0”, para la red de 3 nodos

Para ello se aplica como condiciones iniciales que los voltajes en todas las barras del SED radial de distribución, son iguales al dato medido en la cabecera del transformador o barrajes de bajo voltaje.

4.3.1.1.1 Primer paso, Cálculo de las impedancias

Obtener los datos técnicos o parámetros de la red, denominadas variables de entrada en la red a analizar.

La red dispone de los parámetros técnicos en por unidad (p.u.), con la base de 100 MVA y voltaje de 12,66 kV, por tanto, no requiere de ningún cálculo adicional, ya que todos los parámetros están calculados con la misma base de potencia y voltaje.

Tabla 4.7. Datos de voltaje en p.u. para la barra slack

Nombre de Barra	Va	Vb	Vc	Angulo_a, Angulo_b, Angulo_c
1	1,00	1,00	1,00	0°; -120°; 120°

Tabla 4.8. Datos de impedancia en p.u. para las dos líneas de la red de 3 nodos

Nombre de línea	Envío	Recepción	Ra, Rb, Rc	Xa, Xb, Xc	Ya, Yb, Yc
lbr1	1	2	0,0136257	0,0406689	2,85x10 ⁻⁷
lbr2	2	3	0,0211955	0,0632628	2,85x10 ⁻⁷

Nota: Los datos de impedancia están calculados por lo cual no requiere realizar el primer paso, determinado en el numeral 1) del capítulo 4.

Los datos de impedancia para las líneas de la red de 3 barras por fase se describen en la Tabla 4.8; así también las potencias activa o reactiva se describen en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Datos de potencia activa y reactiva en p.u. para la red de 3 nodos

Nombre de la barra	Pa.	Pb.	Pc.	Qa.	Qb.	Qc.
1	0	0	0	0	0	0
2	0,21	0,192	0,201	0,0895	0,08179	0,085625
3	0,195	0,177	0,189	0,0831	0,0754	0,08051

Esta red no considera en ninguna de sus barras bancos de condensadores, por lo cual no se considera estos datos.

4.3.1.1.1.1 Formación de las matrices Zabc y Yabc 3 nodos

Considerando los datos técnicos de los cables y la configuración, se realiza el cálculo de las matrices de impedancia y admitancia de la red, para la red de 3 nodos tenemos un caso trifásico equilibrado, y el método sugiere realizar el análisis fase-fase de manera independiente, para ello se considera los valores asociados a esa línea que siempre tiene un nodo de envío y otro de recepción.

$$Z_{12}(\text{p. u.}) = R_{12} + jX_{12} = 0,0136257 + j0,0406689$$

$$Z_{23}(\text{p. u.}) = R_{23} + jX_{23} = 0,0211955 + j0,0632628$$

Como se mencionó que, al tratarse de un sistema equilibrado, las impedancias mutuas no existen, es por ello que la matriz de impedancias ABC, dispone de valores únicamente en su diagonal:

Tabla 4.10. Matriz Zabc de impedancia en p.u. para las dos líneas de la red de 3 nodos

	Z11(p. u.)	Z22(p. u.)	Z33(p. u.)
ZL_1-2_A	(0,013625+0,040668j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)
ZL_1-2_B	(0,0+0,0j)	(0,013625+0,040668j)	(0,0+0,0j)
ZL_1-2_C	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,013625+0,040668j)
ZL_2-3_A	(0,021195+0,06326j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)
ZL_2-3_B	(0,0+0,0j)	(0,021195+0,06326j)	(0,0+0,0j)
ZL_2-3_C	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,021195+0,06326j)

De la misma manera las susceptancias mutuas no existen, es por ello que la matriz de admitancias ABC, dispone de valores únicamente en su diagonal:

Tabla 4.11. Matriz Yabc de admitancia en p.u. para las dos líneas de la red de 3 nodos

	Y11(p. u.)	Y22(p. u.)	Y33(p. u.)
YL_1-2_A	(0,0+2,854e-07j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)
YL_1-2_B	(0,0+0,0j)	(0,0+2,854e-07j)	(0,0+0,0j)
YL_1-2_C	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,0+2,854e-07j)
YL_2-3_A	(0,0+2,854e-07j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)
YL_2-3_B	(0,0+0,0j)	(0,0+2,854e-07j)	(0,0+0,0j)
YL_2-3_C	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,0+2,854e-07j)

Las matrices de impedancia y admitancia, en sus filas está representado por las 3 fases de cada línea (en el caso de no haber alguna fase esta tendrá un valor de “0”).

4.3.1.1.2 Segundo paso, Matriz de incidencia de nodos de voltajes “BCB”

Esta matriz considera la forma en que los elementos están conectados entre sí (topología).

Para ello se inicia relacionando los voltajes de ramas con los voltajes del nodo, considerando los sentidos adoptados aplicando la ecuación (4.2), para formar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} [V_{1-2}]_{ABC} &= [V_1]_{ABC} - [V_2]_{ABC} \\ [V_{2-3}]_{ABC} &= [V_2]_{ABC} - [V_3]_{ABC} \end{aligned}$$

La deducción matemática descrita anteriormente, se puede establecer en forma matricial aplicando la ecuación (4.3), lo cual resulta:

$$\begin{bmatrix} [V_{1-2}]_{ABC} \\ [V_{2-3}]_{ABC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1] & [-1] & [0] \\ [0] & [1] & [-1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [V_1]_{ABC} \\ [V_2]_{ABC} \\ [V_3]_{ABC} \end{bmatrix}$$

4.3.1.1.3 Tercer paso, Matriz de incidencia de nodos de voltajes “BCBV_abc”

La matriz de incidencia de nodos de voltaje es la que está conformado por la diferencia de voltaje entre el nodo de envío (n) y el de recepción (m), esta matriz está formado por las columnas como el número de nodos (n_d) de la red y las filas como el número de líneas (n_l); sin embargo, el dato inicial tiene que ver con el voltaje slack, por lo cual el $[V_1]_{ABC}$, es conocido; por tanto, al eliminar la columna de voltajes referido a la barra slack, obtenemos una matriz cuadrada de número de líneas ($n_l \times n_l$); que para el caso es de 2x2. Aplicamos la ecuación (4.7).

$$[BCBV]_{ABC} = \begin{bmatrix} [-1] & [0] \\ [1] & [-1] \end{bmatrix}$$

Donde:

$$[1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ Matriz identidad de dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.}$$

$$[0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ Matriz de ceros con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.}$$

- $[1] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, Matriz identidad negativa con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.

4.3.1.1.4 Cuarto paso, Matriz de incidencia de nodos de corrientes “BIBC_abc”

Una vez obtenido la matriz “BCBV_abc”, se aplica la ecuación (3.40), para calcular la matriz “BIBC_abc”.

$$[BIBC]_{ABC} = \begin{bmatrix} [-1] & [1] \\ [0] & [-1] \end{bmatrix}$$

4.3.1.1.5 Quinto paso, hallar la matriz de potencias de la red

Aplicando la ecuación (4.1) se inicia el cálculo, para determinar la potencia equivalente de inyección en cada nodo "k" de la red, que relaciona la potencia de cargas ($Pl_{k,i}, Ql_{k,i}$) menos la generación ($Pg_{k,i}, Qg_{k,i}$) más los reactivos debido a las capacitancias ($Qc_{k,i}$) en el mismo nodo.

Para armar la matriz de potencias de la red será de dimensión $n_b \times 1$, para un sistema de 3 fases, donde n_b es el número de barras.

El método se puede aplicar de manera independiente es por ello que se aplica de primera manera a la fase "a", considerando a todos las barras con esa potencia de inyección en esa fase analizada. Luego se aplicará el mismo método para la fase "b" y "c".

$$\begin{aligned} S_{2a}(\text{p. u.}) &= -0,21 - j0,0895 \\ S_{3a}(\text{p. u.}) &= -0,195 - j0,0831 \end{aligned}$$

Armando la matriz para todas las fases se obtiene lo siguiente en (p. u.):

$$\begin{bmatrix} S_{2a} \\ S_{2b} \\ S_{2c} \\ S_{3a} \\ S_{3b} \\ S_{3c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,21 - j0,0895 \\ -0,192 - j0,08179 \\ -0,201 - j0,085625 \\ -0,195 - j0,0831 \\ -0,177 - j0,0754 \\ -0,189 - j0,08051 \end{bmatrix}$$

4.3.1.1.6 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Primero se considera que el proceso iterativo es el inicial con ($m=0$), entonces aplica el numeral 4.1.6.1.1, para ello se considera que los voltajes en cada nodo del proceso iterativo inicial (0) es igual al de la barra slack, para este caso es 1 p.u.

$$\begin{aligned} V_{1a}^0 &= V_{2a}^0 = V_{3a}^0 = 1 \angle 0^\circ \\ V_{1b}^0 &= V_{2b}^0 = V_{3b}^0 = 1 \angle -120^\circ \\ V_{1c}^0 &= V_{2c}^0 = V_{3c}^0 = 1 \angle 120^\circ \end{aligned}$$

Aplicando Primera ley de Kirchoff definida mediante la ecuación (3.36), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} I_{2a}^{(0)}(\text{p. u.}) &= \left(\frac{S_{2a}}{V_2^0} \right)^* = \left(\frac{0,21 + j0,0895}{1 \angle 0^\circ} \right)^* = 0,21 - j0,0895 \\ I_{3a}^{(0)}(\text{p. u.}) &= \left(\frac{S_{3a}}{V_3^0} \right)^* = \left(\frac{0,195 + j0,0831}{1 \angle 0^\circ} \right)^* = 0,195 - j0,0831 \end{aligned}$$

Organizando las corrientes de nodo, de forma matricial se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_{2a}^{(1)} \\ I_{3a}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,21 - j0,0895 \\ 0,195 - j0,0831 \end{bmatrix} (\text{p. u.})$$

Realizando el mismo procedimiento en las demás fases, se arma la matriz de corrientes de barra para todas las fases, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_{2a}^{(0)} \\ I_{2b}^{(0)} \\ I_{2c}^{(0)} \\ I_{3a}^{(0)} \\ I_{3b}^{(0)} \\ I_{3c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,21 - j0,0895 \\ -0,1668 - j0,1253 \\ -0,0263 + j0,21688 \\ 0,195 - j0,0831 \\ -0,1538 - j0,115585 \\ -0,02477 + j0,203935 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.1.7 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, es necesario calcular las corrientes de línea, mediante la matriz "BIBC" la cual relaciona estas dos variables considerando la topología de la red, siempre y cuando sea del tipo radial a simple circuito trifásica, bifásica o monofásica. La ecuación (3.37), describe esta formulación matemática.

$$BBIC_{abc} = \begin{bmatrix} [-1] & [1] \\ [0] & [-1] \end{bmatrix}$$

Aplicando este concepto se calcula las corrientes de línea de la red de 3 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por "-1", para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

$$[BBIC_{abc}]^{-1} = - \begin{bmatrix} [-1] & [-1] \\ [0] & [-1] \end{bmatrix}$$

$$[Ilinea_{nlx1}]_{ABC} = -[BBIC_{abc}]^{-1} * [Ik_{nbx1}]_{ABC}$$

$$\begin{bmatrix} I_{1-2a}^{(0)} \\ I_{1-2b}^{(0)} \\ I_{1-2c}^{(0)} \\ I_{2-3a}^{(0)} \\ I_{2-3b}^{(0)} \\ I_{2-3c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,405 - j0,17253 \\ -0,320634 - j0,24096 \\ -0,05111 + j0,420819 \\ 0,195 - j0,0831 \\ -0,1538 - j0,115585 \\ -0,02477 - j0,203935 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.1.8 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 4.10.

	Z11	Z22	Z33	
$V_{1-2a}^{(1)}$	(0,013625+0,040668j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	$I_{1-2a}^{(1)}$
$V_{1-2b}^{(1)}$	(0,0+0,0j)	(0,013625+0,040668j)	(0,0+0,0j)	$I_{1-2b}^{(1)}$
$V_{1-2c}^{(1)}$	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,013625+0,040668j)	$I_{1-2c}^{(1)}$
$V_{2-3a}^{(1)}$	(0,021195+0,06326j)	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	$I_{2-3a}^{(1)}$
$V_{2-3b}^{(1)}$	(0,0+0,0j)	(0,021195+0,06326j)	(0,0+0,0j)	$I_{2-3b}^{(1)}$
$V_{2-3c}^{(1)}$	(0,0+0,0j)	(0,0+0,0j)	(0,021195+0,06326j)	$I_{2-3c}^{(1)}$

El resultado de la operación es:

$$\begin{bmatrix} V_{1-2a}^{(0)} \\ V_{1-2b}^{(0)} \\ V_{1-2c}^{(0)} \\ V_{2-3a}^{(0)} \\ V_{2-3b}^{(0)} \\ V_{2-3c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,012535 - j0,01412 \\ 0,005431 - j0,016323 \\ -0,01781 + j0,003655 \\ 0,009388 + j0,010575 \\ 0,00405 - j0,012179 \\ -0,0134266 + j0,002755 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Una vez que se calculó los voltajes de línea, es necesario disponer de una matriz que relacione los voltajes de líneas con los voltajes de barras, para poder calcular estos últimos y restar de los voltajes iniciales y hallar los errores

4.3.1.1.8.1 Aplicación de la Matriz delta

Como todas las líneas que salen de la barra slack o referencia, fueron eliminadas para lograr que la matriz de incidencia de nodos sea cuadrada para poder invertir y realizar operaciones matemáticas, sin embargo, es necesario realizar la resta del voltaje de línea y el voltaje slack para todas las líneas que tiene como nodo de envío la barra slack, por ello se aplicara la matriz

$$[\delta_{abc}] = \begin{bmatrix} (V_{1-2})_A - (V_{1A} \angle \theta_A) \\ (V_{1-2})_B - (V_{1A} \angle \theta_A) \\ (V_{1-2})_C - (V_{1A} \angle \theta_A) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,012535 - j0,01412 - 1 \angle 0^\circ \\ 0,005431 - j0,01632 - 1 \angle -120^\circ \\ -0,01781 + j0,003655 - 1 \angle 120^\circ \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

$$[\delta_{abc}] = \begin{bmatrix} -0,987465 + j * 0,01412 \\ 0,505431 - j0,84970 \\ 0,48219 - j0,86237 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[V_2]_A \\ -[V_2]_B \\ -[V_2]_C \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

El resultado total del vector de voltajes de línea es:

$$\begin{bmatrix} V_{1-2a}^{(0)} \\ V_{1-2b}^{(0)} \\ V_{1-2c}^{(0)} \\ V_{2-3a}^{(0)} \\ V_{2-3b}^{(0)} \\ V_{2-3c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,987465 - j * 0,01412 \\ 0,505431 - j0,84970 \\ 0,48219 - j0,86237 \\ 0,009388 + j0,010575 \\ 0,00405 - j0,012179 \\ -0,0134266 + j0,002755 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.1.9 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración “m+1”

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración “m+1”.

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39);

Aplicando este concepto se calcula los voltajes de las barras de la red de 3 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por “-1”, para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

$$[BCBV_{abc}]^{-1} = - \begin{bmatrix} [-1] & [0] \\ [-1] & [-1] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [V_2]_{ABC} \\ [V_3]_{ABC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-1] & [0] \\ [-1] & [-1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [-\delta]_{ABC} \\ [V_{2-3}]_{ABC} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{2-a}^{(1)} \\ V_{2-b}^{(1)} \\ V_{2-c}^{(1)} \\ V_{3-a}^{(1)} \\ V_{3-b}^{(1)} \\ V_{3-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,987465 - j * 0,01412 \\ -0,505431 - j0,84970 \\ -0,48219 + j0,86237 \\ 0,9780 - j0,024696 \\ -0,504052 - j0,8375 \\ -0,4687 + j0,8596 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.1.10 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración “m+1”, La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y “m”, se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left\| \begin{bmatrix} 1 \angle 0 \\ 1 \angle -120 \\ 1 \angle 120 \\ 1 \angle 0 \\ 1 \angle -120 \\ 1 \angle 120 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,987465 + j * 0,01412 \\ -0,505431 + j0,84970 \\ -0,48219 + j0,86237 \\ 0,9781 - j0,0247 \\ -0,504052 - j0,85384 \\ -0,513426 + j0,86878 \end{bmatrix} \right\| \text{ (p. u.)}$$

$$V_{max} = \max([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)}) = \max \begin{bmatrix} 0,012535 - j0,01412 \\ 0,005431 - j0,016323 \\ -0,01781 + j0,003655 \\ 0,009388 - j0,010575 \\ 0,00405 - j0,012179 \\ -0,0134266 - j0,002755 \end{bmatrix} = \max \begin{pmatrix} 0,0189 \\ 0,0172 \\ 0,0182 \\ 0,0141 \\ 0,0128 \\ 0,0137 \end{pmatrix} = 0,0189$$

4.3.1.1.11 Décimo primer paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+1) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que le error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es 0,0001. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,0189 > 0,0001$, por tanto, se debe realizar una nueva iteración. Regresamos al sexto paso.

4.3.1.2 Segunda Iteración o “m=2”, para la red de 3 nodos

Se realiza la iteración 2, una vez que no cumplió el onceavo paso, razón por lo cual se regresa según el diagrama de bloques propuesto en la Figura 4.1; al sexto paso.

4.3.1.2.1 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Primero se considera que el proceso iterativo es el inicial con (m=1), entonces aplica el numeral 4.1.6.1.2, para ello se considera que los voltajes en cada nodo del proceso iterativo inicial (m+1) es igual al del proceso iterativo anterior.

$$\begin{bmatrix} V_{2-a}^{(1)} \\ V_{2-b}^{(1)} \\ V_{2-c}^{(1)} \\ V_{3-a}^{(1)} \\ V_{3-b}^{(1)} \\ V_{3-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,987465 - j * 0,01412 \\ -0,505431 - j0,84970 \\ -0,48219 + j0,86237 \\ 0,9780 - j0,024696 \\ -0,504052 - j0,8375 \\ -0,4687 + j0,8596 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Aplicando Primera ley de Kirchoff definida mediante la ecuación (3.36), se obtiene la matriz de corrientes de barra para todas las fases, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_{2a}^{(1)} \\ I_{2b}^{(1)} \\ I_{2c}^{(1)} \\ I_{3a}^{(1)} \\ I_{3b}^{(1)} \\ I_{3c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2114 - j0,09366 \\ -0,170453 - j0,124664 \\ -0,02365 + j0,2199 \\ 0,197296 - j0,08999 \\ -0,159679 - j0,114373 \\ -0,020239 + j0,209032 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.2.2 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, se aplica para la iteración “m+1”. La ecuación (3.37).

$$[BBIC_{abc}]^{-1} = - \begin{bmatrix} [-1] & [-1] \\ [0] & [-1] \end{bmatrix}$$

$$[Ilinea_{nlx1}]_{ABC} = -[BBIC_{abc}]^{-1} * [Ik_{nbx1}]_{ABC}$$

$$\begin{bmatrix} I_{1-2a}^{(1)} \\ I_{1-2b}^{(1)} \\ I_{1-2c}^{(1)} \\ I_{2-3a}^{(1)} \\ I_{2-3b}^{(1)} \\ I_{2-3c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4087 - j0,18366 \\ -0,33013 - j0,23090 \\ -0,04389 + j0,42899 \\ 0,19729 - j0,08999 \\ -0,159679 - j0,114373 \\ -0,020239 - j0,209032 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.2.3 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 4.10.

El resultado de la operación es:

$$\begin{bmatrix} V_{1-2a}^{(1)} \\ V_{1-2b}^{(1)} \\ V_{1-2c}^{(1)} \\ V_{2-3a}^{(1)} \\ V_{2-3b}^{(1)} \\ V_{2-3c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,013038 - j0,01412 \\ 0,005223 - j0,01636831 \\ -0,018044 + j0,0040602 \\ 0,009875 + j0,0105739 \\ 0,003851 - j0,0125259 \\ -0,0136529 + j0,003150 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Una vez que se calculó los voltajes de línea, es necesario calcular los voltajes de líneas.

4.3.1.2.3.1 Aplicación de la Matriz delta

Con el mismo criterio de la anterior iteración se realiza la aplicación de la matriz delta.

$$[delta_{abc}] = \begin{bmatrix} V_{1-2a}^{(2)} - V_{1-a}^{(1)} \\ V_{1-2b}^{(2)} - V_{1-a}^{(1)} \\ V_{1-2c}^{(2)} - V_{1-a}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$[delta_{abc}] = \begin{bmatrix} -0,98696 + j * 0,01412 \\ 0,505223 - j0,8493420 \\ 0,48195 - j0,861965 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[V_2]_A^{(2)} \\ -[V_2]_B^{(2)} \\ -[V_2]_C^{(2)} \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

El resultado total del vector de líneas es:

$$\begin{bmatrix} V_{1-2a}^{(2)} \\ V_{1-2b}^{(2)} \\ V_{1-2c}^{(2)} \\ V_{2-3a}^{(2)} \\ V_{2-3b}^{(2)} \\ V_{2-3c}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,98696 + j0,01412 \\ 0,505223 - j0,8493420 \\ 0,48195 - j0,861965 \\ 0,009875 + j0,010574 \\ 0,003851 - j0,012526 \\ -0,0136529 + j0,00315016 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.2.4 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración "m+2"

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración "m+2".

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39);

$$[BCBV_{abc}]^{-1} = - \begin{bmatrix} [-1] & [0] \\ [-1] & [-1] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [V_2]_{ABC} \\ [V_3]_{ABC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-1] & [0] \\ [-1] & [-1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [-delta]_{ABC} \\ [V_{2-3}]_{ABC} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{2-a}^{(2)} \\ V_{2-b}^{(2)} \\ V_{2-c}^{(2)} \\ V_{3-a}^{(2)} \\ V_{3-b}^{(2)} \\ V_{3-c}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,98696 - j0,01412 \\ -0,505223 - j0,84934 \\ -0,48195 + j0,861965 \\ 0,9770 - j0,024696 \\ -0,509074 - j0,836816 \\ -0,4683 + j0,8588 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.1.2.5 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración "m+2", La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración "m+2" y "m+1", se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max([\Delta V_L]_{ABC}^{(2)}) = \max \left\| \begin{bmatrix} 0,987465 + j * 0,01412 \\ -0,505431 + j0,84970 \\ -0,48219 + j0,86237 \\ 0,9781 - j0,0247 \\ -0,504052 - j0,85384 \\ -0,513426 + j0,86878 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,98696 - j * 0,01412 \\ -0,505223 - j0,84934 \\ -0,48195 + j0,861965 \\ 0,9770 - j0,024696 \\ -0,509074 - j0,836816 \\ -0,4683 + j0,8588 \end{bmatrix} \right\|$$

Se realiza la resta de matrices y se extrae el módulo de cada elemento para determinar el mayor de ellos, es el error máximo.

$$V_{max} = \max([\Delta V_L]_{ABC}^{(2)}) = 0,00001893$$

4.3.1.2.6 Onceavo paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+2) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que el error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es $\varepsilon=0,0001$. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,000018 < 0,0001$, por tanto, el flujo de potencia ha convergido y los resultados son los siguientes:

$$\begin{bmatrix} V_{1-a}^{(0)} \\ V_{1-b}^{(0)} \\ V_{1-c}^{(0)} \\ V_{2-a}^{(2)} \\ V_{2-b}^{(2)} \\ V_{2-c}^{(2)} \\ V_{3-a}^{(2)} \\ V_{3-b}^{(2)} \\ V_{3-c}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + j * 0 \\ -0,5 - j * 0,866025 \\ -0,5 + j * 0,866025 \\ 0,98696 - j * 0,01412 \\ -0,505223 - j0,84934 \\ -0,48195 + j0,861965 \\ 0,9770 - j0,024696 \\ -0,509074 - j0,836816 \\ -0,4683 + j0,8588 \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

La aplicación de la metodología atrás/adelante por suma de corrientes en la red de 13 nodos, demuestra una efectividad en la convergencia del cálculo con dos barridos y 0,0045 segundos o 4,5 milisegundos.

Para continuar con el desarrollo del presente trabajo, se requiere modelar las redes de prueba IEEE de 13, 33 nodos, y las redes de 15 y 48 nodos de ELEPCOSA.

4.3.2 Método aplicado para la red de 13 nodos

Como primer análisis se realizó el flujo de potencia para una red tipo de 3 nodos, para la cual se desarrollará el cálculo paso a paso del algoritmo de barrido atrás – adelante, aplicando la metodología desarrollada.

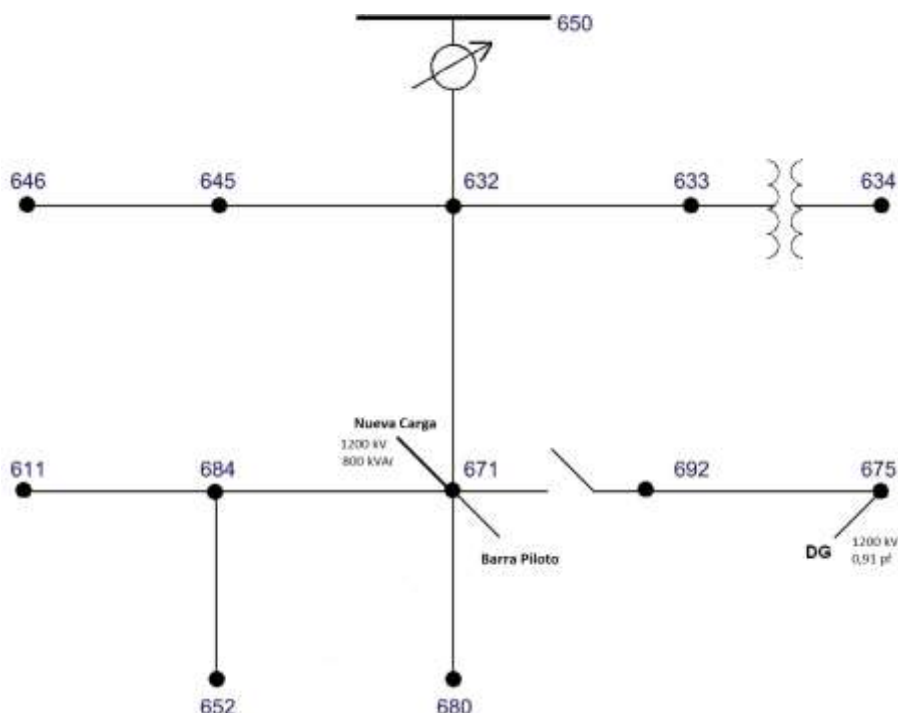


Figura 4.13. Red de prueba IEEE de 13 nodos

Los datos técnicos que conforman la red de prueba IEEE de 13 nodos, presenta las siguientes características (Planning, 1991) (Saha & Johnson, 2016).

1. Nivel de voltaje de la red 4,16 kV (Red de distribución Tabla 2.1).
2. Líneas aéreas y subterráneas con ajuste de fase.
4. Bancos de condensadores de derivación (barra 675 y 611).
5. Transformador en línea entre la barra 633 y 634.
6. Cargas eléctricas distribuidas y no balanceadas (tabla 2.2).

4.3.2.1 Primera iteración del cálculo de flujo de potencia en la red de 13 nodos

Para ir resolviendo el flujo de potencia con el método de barrido atrás/adelante, se ejecuta paso a paso el diagrama de bloques.

4.3.2.1.1 Primer paso, Cálculo de las impedancias

Para las redes aéreas de acuerdo a la IEEE para el sistema de 13 nodos, el espacio que se dispone entre conductores sostenidos es sobre una misma estructura, de acuerdo al descrito en la Tabla 4.12.

Tabla 4.12. Configuración de la red 13 nodos IEEE para espaciamiento de conductores

Espaciamiento	Tipos
500	3 Fases - 4 Hilos
505	2 Fases - 3 Hilos
510	1 Fases - 2 Hilos

Los espaciamentos se encuentran normalizados de acuerdo a la IEEE, para sus redes de prueba.

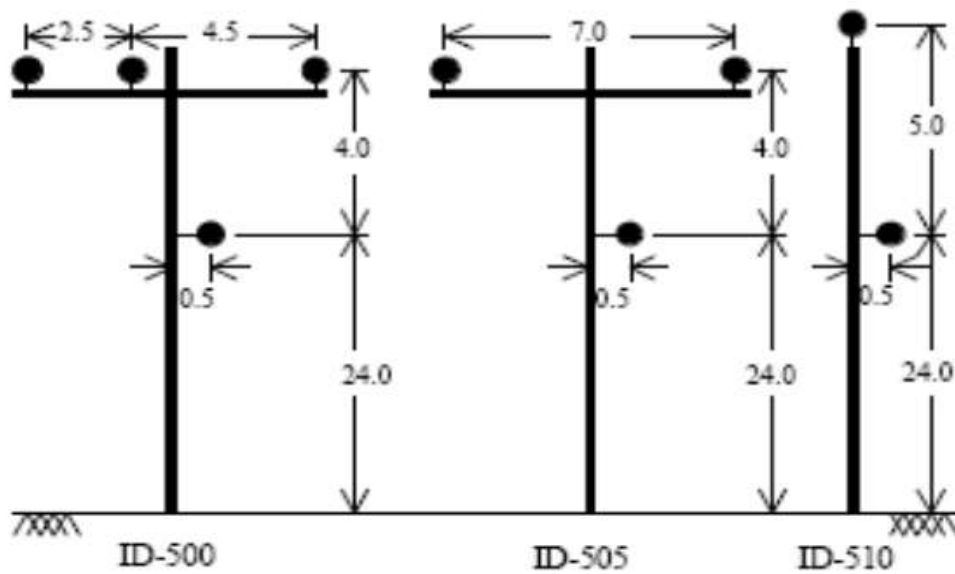


Figura 4.14. Distanciamientos típicos de las redes aéreas IEEE 13 nodos
El distanciamiento para las redes subterráneas se describe en la Figura 4.15.

Tabla 4.13. Configuración de la IEEE para espaciamento de conductores

Espaciamento	Tipos
515	3 Fases - 3 cables
520	1 Fases - 2 cables

Los espaciamentos se encuentran normalizados de acuerdo a la IEEE, para sus redes de prueba.

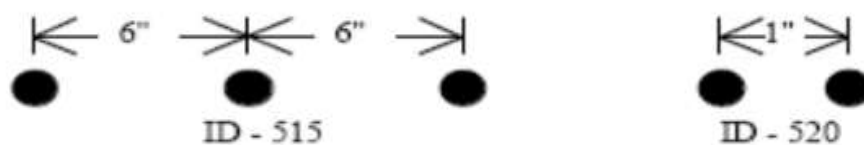


Figura 4.15. Distanciamientos típicos de las redes subterráneas IEEE

4.3.2.1.1.1 Datos de conductores red 13 nodos

En la Tabla 4.14, se describe los conductores utilizados en la red de 13 nodos.

Tabla 4.14. Tipo de conductores utilizados en la red de 13 nodos

Calibre del conductor (AWG o kcmil)	Tipo de conductor: AA= De Aluminio; ACSR= De Aluminio Reforzado y; CU= Cobre.	Resistencia a 60 Hz y 50 °C (ohm/milla)	Diámetro exterior del conductor (pulgadas)	RMG Radio Medio Geométrico (pies)	Capacidad del conductor a 50 °C (Amperios)
1000	AA	0,105	1,15	0,0368	698
556,5	ACSR	0,1859	0,927	0,0313	730
500	AA	0,206	0,813	0,026	483
336,4	ACSR	0,306	0,721	0,0244	530
250	AA	0,41	0,567	0,0171	329
4/0	ACSR	0,592	0,563	0,00814	340
2/0	AA	0,769	0,414	0,0125	230
1/0	ACSR	1,12	0,398	0,00446	230
1/0	AA	0,97	0,368	0,0111	310
2	AA	1,54	0,292	0,00883	156
2	ACSR	1,69	0,316	0,00418	180
4	ACSR	2,55	0,257	0,00452	140
10	CU	5,903	0,102	0,00331	80
12	CU	9,375	0,081	0,00262	75
14	CU	14,872	0,064	0,00208	20

4.3.2.1.1.2 Configuración de líneas aéreas y subterráneas red 13 nodos

Una vez descrito los conductores y los espaciamientos que aplican para redes aéreas o subterráneas, se describe la configuración de las líneas que componen la red de prueba de 13 nodos.

Tabla 4.15. Configuración de líneas en la red de 13 nodos

Tipo de línea	Configuración	Fases	Conductor (calibre)	Neutro (calibre)	Id espaciamiento
Subterránea	606	ABCN	250	N/A	515
Subterránea	607	AN	1/0	1/0	520
Aérea	601	BACN	556,5	4/0	500
Aérea	602	CABN	4/0	4/0	500
Aérea	603	CBN	1/0	1/0	505
Aérea	604	ACN	1/0	1/0	505
Aérea	605	CN	1/0	1/0	510

Tabla 4.16. Tipos de tramo de líneas en la red de 13 nodos

Nodo A	Nodo B	Distancia (pies)	Configuración
632	645	500	603
632	633	500	602
633	634	0	XFM-1
645	646	300	603

650	632	2000	601
684	652	800	607
632	671	2000	601
671	684	300	604
671	680	1000	601
671	692	0	Switch
692	675	500	606

Tabla 4.17. Transformador fuente y de distribución en la red de 13 nodos

Transformador	kVA	kV en alta	kV en baja	R-(p. u.)	X-(p. u.)
Subestación	5000	115-D	4,16 Y	1	8
XFM-1	500	4,16-GR. W	0,48-Gr. W	1,1	2

Tabla 4.18. Cargas en los nodos de la red de 13 nodos

Nodos	Carga	Fase A (kW; kVAr)	Fase B (kW; kVAr)	Fase C (kW; kVAr)
634	Y-PQ	160; 110	120; 90	120; 90
645	Y-PQ	0; 0	170; 125	0; 0
646	D-Z	0; 0	230; 132	0; 0
652	Y-Z	128; 86	0; 0	0; 0
671	D-PQ	425; 244	476,5; 273	620,5; 410
675	Y-PQ	485; 190	68; 60	290; 212
692	D-I	0; 0	0; 0	170; 151
Total		1158; 606	973; 627	1135; 753

4.3.2.1.1.3 Formación de las matrices Z_{abc} y Y_{abc} red 13 nodos

Considerando los datos técnicos de los cables y la configuración entregada en la hoja de datos de la red IEEE de 13 nodos, se realizó el cálculo de las matrices de impedancia y admitancia de la red, donde se dispone tramos trifásicos y monofásicos desequilibrados, aplicando las ecuaciones (3.12) para calcular la impedancia; y desde la ecuación (3.20) hasta la ecuación (3.25), para calcular la matriz de admitancia:

Tabla 4.19. Impedancia y admitancia en la red de 13 nodos

Nodo A	Nodo B	Configuración	$Z[ABC]$ (Ω /milla)			$Y[ABC]$ (μS /milla)		
632	645	CBx1/0+1/0		1,329 + j1,347	0,2066 + j0,4591		0 + j4,713	0 - j0,9005
				0,2066 + j0,4591	1,324 + j1,357		0 - j0,9005	0 + j4,669
632	633	ABCx4/0+4/0	0,7526 + j1,181	0,158 + j0,4236	0,1559 + j0,5017	0 + j5,703	0 - j1,082	0 - j1,692
			0,158 + j0,4236	0,7475 + j1,198	0,1535 + j0,3849	0 - j1,082	0 + j5,183	0 - j0,6592
			0,1559 + j0,5017	0,1535 + j0,3849	0,7435 + j1,211	0 - j1,692	0 - j0,6592	0 + j5,428
633	634	XFM-1						

645	646	CBX1/0+1/0						
				$1,329 + j1,347$	$0,2066 + j0,4591$		$0 + j4,713$	$0 - j0,9005$
				$0,2066 + j0,4591$	$1,324 + j1,357$		$0 - j0,9005$	$0 + j4,669$
650	632	BACX556,5+4/0	$0,3466 + j1,019$	$0,1559 + j0,5017$	$0,158 + j0,4236$	$0 + j5,304$	$0 - j1,997$	$0 - j1,26$
			$0,1559 + j0,5017$	$0,3375 + j1,049$	$0,1535 + j0,3849$	$0 - j1,997$	$0 + j5,964$	$0 - j0,7422$
			$0,158 + j0,4236$	$0,1535 + j0,3849$	$0,3415 + j1,036$	$0 - j1,26$	$0 - j0,7422$	$0 + j5,643$
684	652	(AX1/0+1/0)	$1,3425 + j*0,5124$			$j88,912$		
632	671	BACX556,5+4/0	$0,3466 + j1,019$	$0,1559 + j0,5017$	$0,158 + j0,4236$	$0 + j5,304$	$0 - j1,997$	$0 - j1,26$
			$0,1559 + j0,5017$	$0,3375 + j1,049$	$0,1535 + j0,3849$	$0 - j1,997$	$0 + j5,964$	$0 - j0,7422$
			$0,158 + j0,4236$	$0,1535 + j0,3849$	$0,3415 + j1,036$	$0 - j1,26$	$0 - j0,7422$	$0 + j5,643$
671	684	ACX1/0+1/0	$1,324 + j1,357$		$0,2066 + j0,4591$	$0 + j4,669$		$0 - j0,9005$
			$0,2066 + j0,4591$		$1,329 + j1,347$	$0 - j0,9005$		$0 + j4,713$
671	680	BACX556,5+4/0	$0,3466 + j1,019$	$0,1559 + j0,5017$	$0,158 + j0,4236$	$0 + j5,304$	$0 - j1,997$	$0 - j1,26$
			$0,1559 + j0,5017$	$0,3375 + j1,049$	$0,1535 + j0,3849$	$0 - j1,997$	$0 + j5,964$	$0 - j0,7422$
			$0,158 + j0,4236$	$0,1535 + j0,3849$	$0,3415 + j1,036$	$0 - j1,26$	$0 - j0,7422$	$0 + j5,643$
671	692	Switch						
692	675	ABCX250	$0,7982 + j0,4463$	$0,3078 + j0,0171$	$0,3078 + j0,0171$	$0 + j96,89$	$0 + j0$	$0 + j0$
			$0,3078 + j0,0171$	$0,7891 + j0,4041$	$0,3078 + j0,0171$	$0 + j0$	$0 + j96,89$	$0 + j0$
			$0,3078 + j0,0171$	$0,3078 + j0,0171$	$0,7982 + j0,4463$	$0 + j0$	$0 + j0$	$0 + j96,89$

Las matrices de impedancia y admitancia, en sus filas está representado por las 3 fases de cada línea (en el caso de no haber alguna fase esta tendrá un valor de "0").

4.3.2.1.2 Segundo paso, Matriz de incidencia de nodos de voltajes "BCB"

Esta matriz considera la forma en que los elementos están conectados entre sí (topología), por medio de una orientación de la línea es decir dirigido hacia un sentido arbitrario.

Para ello se inicia relacionando los voltajes de ramas con los voltajes del nodo, considerando los sentidos adoptados aplicando la ecuación (4.2), para formar las siguientes ecuaciones:

Dado el siguiente sistema radial de 13 nodos mostrado en la Figura 4.16, se construye la matriz de incidencia utilizando la gráfica orientada.

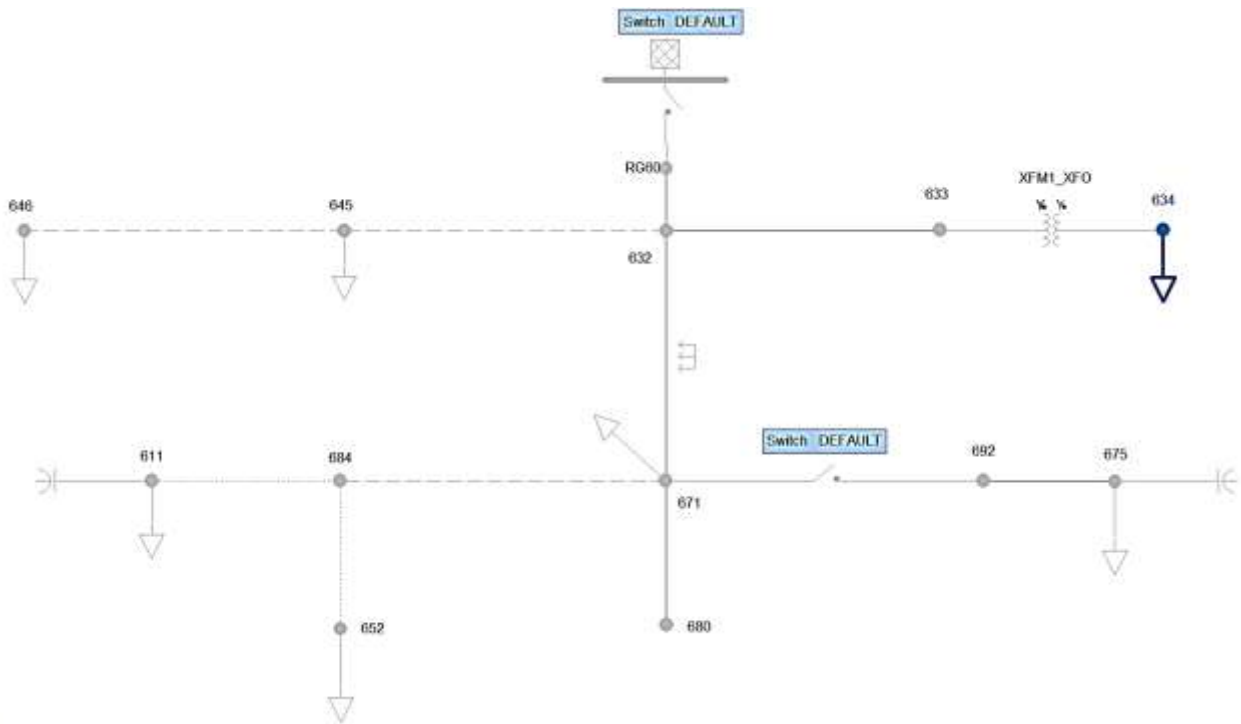


Figura 4.16. Red de 13 nodos para crear la matriz de incidencia

Para ello se inicia relacionando los voltajes de ramas con los voltajes del nodo, considerando los sentidos adoptados, para formar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 [V_{632-645}]_{ABC} &= [V_{632}]_{ABC} - [V_{645}]_{ABC} \\
 [V_{645-646}]_{ABC} &= [V_{645}]_{ABC} - [V_{646}]_{ABC} \\
 [V_{632-633}]_{ABC} &= [V_{632}]_{ABC} - [V_{633}]_{ABC} \\
 [V_{633-634}]_{ABC} &= [V_{633}]_{ABC} - [V_{634}]_{ABC} \\
 [V_{632-671}]_{ABC} &= [V_{632}]_{ABC} - [V_{671}]_{ABC} \\
 [V_{671-680}]_{ABC} &= [V_{671}]_{ABC} - [V_{680}]_{ABC} \\
 [V_{671-684}]_{ABC} &= [V_{671}]_{ABC} - [V_{684}]_{ABC} \\
 [V_{684-611}]_{ABC} &= [V_{684}]_{ABC} - [V_{611}]_{ABC} \\
 [V_{684-652}]_{ABC} &= [V_{684}]_{ABC} - [V_{652}]_{ABC} \\
 [V_{671-675}]_{ABC} &= [V_{671}]_{ABC} - [V_{675}]_{ABC}
 \end{aligned}$$

La deducción matemática descrita anteriormente, se puede establecer en forma matricial, lo cual resulta:

$$\begin{bmatrix} [V_{632-633}]_{ABC} \\ [V_{633-634}]_{ABC} \\ [V_{632-645}]_{ABC} \\ [V_{645-646}]_{ABC} \\ [V_{684-652}]_{ABC} \\ [V_{632-671}]_{ABC} \\ [V_{671-675}]_{ABC} \\ [V_{671-680}]_{ABC} \\ [V_{671-684}]_{ABC} \\ [V_{684-611}]_{ABC} \end{bmatrix} = [BCB] * \begin{bmatrix} [V_{632}]_{ABC} \\ [V_{633}]_{ABC} \\ [V_{634}]_{ABC} \\ [V_{645}]_{ABC} \\ [V_{646}]_{ABC} \\ [V_{652}]_{ABC} \\ [V_{671}]_{ABC} \\ [V_{675}]_{ABC} \\ [V_{680}]_{ABC} \\ [V_{684}]_{ABC} \\ [V_{611}]_{ABC} \end{bmatrix}$$

Donde la matriz "BCB" es la de incidencia de nodos de voltaje.

		Número de nodos									
Número de líneas	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1

4.3.2.1.3 Tercer paso, Matriz de incidencia de nodos de voltajes "BCBV_abc"

La columna de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, está relacionado con el voltaje slack, por lo cual el $[V_1]_{ABC}$, es conocido; por tanto, al eliminar la columna de voltajes referido a la barra slack, obtenemos una matriz cuadrada de número de líneas ($n_l \times n_l$); que para el caso es de 10X10.

$$[BCBV]_{ABC} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

4.3.2.1.4 Cuarto paso, Matriz de incidencia de nodos de corrientes "BIBC_abc"

Una vez obtenido la matriz "BCBV_abc", se aplica la ecuación (3.40), para calcular la matriz "BIBC_abc".

$$[BIBC]_{ABC} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Donde para la matriz BCBV_abc y BIBC_abc, sus elementos equivalen a las siguientes matrices:

$$[1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ Matriz identidad de dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.}$$

$$[0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ Matriz de ceros con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.}$$

- $[1] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, Matriz identidad negativa con dimensión 3, considerando las 3 fases del voltaje.

4.3.2.1.5 Quinto paso, hallar la matriz de potencias de la red

Aplicando la ecuación (4.1) se inicia el cálculo, para determinar la potencia equivalente de inyección en cada nodo "k" de la red, que relaciona la potencia de cargas ($Pl_{k,i}, Ql_{k,i}$) menos la generación ($Pg_{k,i}, Qg_{k,i}$) más los reactivos debido a las capacitancias ($Qc_{k,i}$) en el mismo nodo.

Las potencias están dadas en valores reales, por lo cual se requiere transformar estos valores a por unidad considerando el voltaje base y la potencia nominal de 100 MVA.

$$\begin{bmatrix} S_{633_a} \\ S_{633_b} \\ S_{633_c} \\ S_{634_a} \\ S_{634_b} \\ S_{634_c} \\ S_{645_a} \\ S_{645_b} \\ S_{645_c} \\ S_{646_a} \\ S_{646_b} \\ S_{646_c} \\ S_{652_a} \\ S_{652_b} \\ S_{652_c} \\ S_{671_a} \\ S_{671_b} \\ S_{671_c} \\ S_{675_a} \\ S_{675_b} \\ S_{675_c} \\ S_{680_a} \\ S_{680_b} \\ S_{680_c} \\ S_{684_a} \\ S_{684_b} \\ S_{684_c} \\ S_{611_a} \\ S_{611_b} \\ S_{611_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (0,0016 + j0,0011) \\ (0,0012 + j0,0009) \\ (0,0012 + j0,0009) \\ 0 \\ (0,0017 + j0,00125) \\ 0 \\ 0 \\ (0,0014461 + j1,0642e - 5) \\ (0,00068073 + j0,00121) \\ (0,0010475 + j0,00070382) \\ 0 \\ 0 \\ (0,0047225 + j0,0036171) \\ (0,0048351 + j0,0027292) \\ (0,0056623 + j0,0029235) \\ (0,00485 - j0,001735) \\ (0,00068 - j0,001436) \\ (0,0029 + j0,000503) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (0,001526 - j8,78786e - 5) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Nota: los valores de cero indican que no dispone de carga en la fase del nodo.

4.3.2.1.6 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Primero se considera el proceso iterativo inicial con (m=0), por lo cual, aplica el numeral 4.1.6.1.1, para ello se considera que los voltajes en cada nodo del proceso iterativo inicial (0) es igual al de la barra slack, para este caso es valores diferentes a 1 p.u.

$$V_{633_a}^0 = V_{634_a}^0 = V_{645_a}^0 = V_{646_a}^0 = V_{652_a}^0 = V_{671_a}^0 = V_{675_a}^0 = V_{680_a}^0 = V_{684_a}^0 = V_{611_a}^0 = 0,95 \angle -2,49^\circ$$

$$V_{633_b}^0 = V_{634_b}^0 = V_{645_b}^0 = V_{646_b}^0 = V_{652_b}^0 = V_{671_b}^0 = V_{675_b}^0 = V_{680_b}^0 = V_{684_b}^0 = V_{611_b}^0 = 0,993 \angle -121,72^\circ$$

$$V_{633_c}^0 = V_{634_c}^0 = V_{645_c}^0 = V_{646_c}^0 = V_{652_b+c}^0 = V_{671_c}^0 = V_{675_c}^0 = V_{680_c}^0 = V_{684_c}^0 = V_{611_cb}^0 = 0,946 \angle 117,83^\circ$$

Aplicando Primera ley de Kirchoff definida mediante la ecuación (3.36), para las tres primeras barras, se obtiene lo siguiente:

$$I_{633_a}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{633a}}{V_{slack_a}^0} \right)^* = \left(\frac{0}{0,95 \angle -2,49^\circ} \right)^* = 0 - j0$$

$$I_{634_a}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{634a}}{V_{slack_a}^0} \right)^* = \left(\frac{0,0016 + j0,0011}{0,95 \angle -2,49^\circ} \right)^* = 0,0016323 - j0,00123$$

$$I_{645_a}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{645a}}{V_{slack_a}^0} \right)^* = \left(\frac{0}{0,95 \angle -2,49^\circ} \right)^* = 0 - j0$$

Realizando el mismo procedimiento en las demás fases y las demás barras, se arma la matriz de corrientes de barra de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_{633-a}^{(0)} \\ I_{633-b}^{(0)} \\ I_{633-c}^{(0)} \\ I_{634-a}^{(0)} \\ I_{634-b}^{(0)} \\ I_{634-c}^{(0)} \\ I_{645-a}^{(0)} \\ I_{645-b}^{(0)} \\ I_{645-c}^{(0)} \\ I_{646-a}^{(0)} \\ I_{646-b}^{(0)} \\ I_{646-c}^{(0)} \\ I_{652-a}^{(0)} \\ I_{652-b}^{(0)} \\ I_{652-c}^{(0)} \\ I_{671-a}^{(0)} \\ I_{671-b}^{(0)} \\ I_{671-c}^{(0)} \\ I_{675-a}^{(0)} \\ I_{675-b}^{(0)} \\ I_{675-c}^{(0)} \\ I_{680-a}^{(0)} \\ I_{680-b}^{(0)} \\ I_{680-c}^{(0)} \\ I_{684-a}^{(0)} \\ I_{684-b}^{(0)} \\ I_{684-c}^{(0)} \\ I_{611-a}^{(0)} \\ I_{611-b}^{(0)} \\ I_{611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (0,001632 - j0,00123) \\ (-0,0014063 - j0,0005514) \\ (0,00025 + j0,001566) \\ 0 \\ (-0,00197 - j0,0007944) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,0007747 - j0,0012331) \\ (0,000795 + j0,001235) \\ (0,0010694 - j0,0007880) \\ 0 \\ 0 \\ (0,0048809 - j0,0040198) \\ (-0,0048979 - j0,0026968) \\ (-6,1400e^{-5} + j0,006736) \\ (0,005179 + j0,001602) \\ (0,00087 - j0,0013428) \\ (-0,000961 + j0,0029592) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00083 + j0,00138) \end{bmatrix} \quad (\text{p. u.})$$

4.3.2.1.7 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, es necesario calcular las corrientes de línea, mediante la matriz "BIBC", aplicando la ecuación (3.37).

$$\begin{bmatrix} I_{632-633-a}^{(0)} \\ I_{632-633-b}^{(0)} \\ I_{632-633-c}^{(0)} \\ I_{633-634-a}^{(0)} \\ I_{633-634-b}^{(0)} \\ I_{633-634-c}^{(0)} \\ I_{632-645-a}^{(0)} \\ I_{632-645-b}^{(0)} \\ I_{632-645-c}^{(0)} \\ I_{645-646-a}^{(0)} \\ I_{645-646-b}^{(0)} \\ I_{645-646-c}^{(0)} \\ I_{684-652-a}^{(0)} \\ I_{684-652-b}^{(0)} \\ I_{684-652-c}^{(0)} \\ I_{632-671-a}^{(0)} \\ I_{632-671-b}^{(0)} \\ I_{632-671-c}^{(0)} \\ I_{671-675-a}^{(0)} \\ I_{671-675-b}^{(0)} \\ I_{671-675-c}^{(0)} \\ I_{671-680-a}^{(0)} \\ I_{671-680-b}^{(0)} \\ I_{671-680-c}^{(0)} \\ I_{671-684-a}^{(0)} \\ I_{671-684-b}^{(0)} \\ I_{671-684-c}^{(0)} \\ I_{684-611-a}^{(0)} \\ I_{684-611-b}^{(0)} \\ I_{684-611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = -[BBIC_{abc}]^{-1} * \begin{bmatrix} I_{633-a}^{(0)} \\ I_{633-b}^{(0)} \\ I_{633-c}^{(0)} \\ I_{634-a}^{(0)} \\ I_{634-b}^{(0)} \\ I_{634-c}^{(0)} \\ I_{645-a}^{(0)} \\ I_{645-b}^{(0)} \\ I_{645-c}^{(0)} \\ I_{646-a}^{(0)} \\ I_{646-b}^{(0)} \\ I_{646-c}^{(0)} \\ I_{652-a}^{(0)} \\ I_{652-b}^{(0)} \\ I_{652-c}^{(0)} \\ I_{671-a}^{(0)} \\ I_{671-b}^{(0)} \\ I_{671-c}^{(0)} \\ I_{675-a}^{(0)} \\ I_{675-b}^{(0)} \\ I_{675-c}^{(0)} \\ I_{680-a}^{(0)} \\ I_{680-b}^{(0)} \\ I_{680-c}^{(0)} \\ I_{684-a}^{(0)} \\ I_{684-b}^{(0)} \\ I_{684-c}^{(0)} \\ I_{611-a}^{(0)} \\ I_{611-b}^{(0)} \\ I_{611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,001632 - j0,001229) \\ (-0,0014063 - j0,0005514) \\ (0,00024912 + j0,001565) \\ (0,001632315 - j0,001229) \\ (-0,00140633 - j0,00055) \\ (0,00024913 + j0,001565) \\ 0 \\ (-0,0027456 - j0,0020275) \\ (0,00079517 + j0,00123348) \\ 0 \\ (-0,0007747 - j0,00123) \\ (0,0007952 + j0,0012334) \\ (0,0010695 - j0,0007877) \\ 0 \\ 0 \\ (0,01105013 - j0,003205) \\ (-0,0040278 - j0,0040397) \\ (-0,0018576 + j0,0110782) \\ (0,0051798 + j0,001603) \\ (0,000870 - j0,00134296) \\ (-0,000961 + j0,002959) \\ (-2,0327e^{-9} + j4,1392e^{-8}) \\ (3,043e^{-8} - j2,55549e^{-8}) \\ (-2,9474e^{-8} - j1,8017e^{-8}) \\ (0,001069 - j0,000788) \\ 0 \\ (-0,000835 + j0,001315) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00083523 + j0,00138) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Aplicando este concepto se calcula las corrientes de línea de la red de 13 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se multiplicó por "-1", para obtener la matriz positiva.

4.3.2.1.8 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 5.1.

El resultado de la operación es:

$$\begin{bmatrix} V_{632-633-a}^{(0)} \\ V_{632-633-b}^{(0)} \\ V_{632-633-c}^{(0)} \\ V_{633-634-a}^{(0)} \\ V_{633-634-b}^{(0)} \\ V_{633-634-c}^{(0)} \\ V_{632-645-a}^{(0)} \\ V_{632-645-b}^{(0)} \\ V_{632-645-c}^{(0)} \\ V_{645-646-a}^{(0)} \\ V_{645-646-b}^{(0)} \\ V_{645-646-c}^{(0)} \\ V_{684-652-a}^{(0)} \\ V_{684-652-b}^{(0)} \\ V_{684-652-c}^{(0)} \\ V_{632-671-a}^{(0)} \\ V_{632-671-b}^{(0)} \\ V_{632-671-c}^{(0)} \\ V_{671-675-a}^{(0)} \\ V_{671-675-b}^{(0)} \\ V_{671-675-c}^{(0)} \\ V_{671-680-a}^{(0)} \\ V_{671-680-b}^{(0)} \\ V_{671-680-c}^{(0)} \\ V_{671-684-a}^{(0)} \\ V_{671-684-b}^{(0)} \\ V_{671-684-c}^{(0)} \\ V_{684-611-a}^{(0)} \\ V_{684-611-b}^{(0)} \\ V_{684-611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,0031948 + j0,00113137) \\ (-0,0002889 - j0,00207502) \\ (-0,0013843 + j0,0024087) \\ (0,0255322 + j0,0114703) \\ (-0,0026642 - j0,020515039) \\ (-0,01714683 + j0,013324) \\ 0 \\ (-0,0021682 - j0,00947901) \\ (-0,0004226 + j0,0016948) \\ 0 \\ (0,000225703 - j0,0020321) \\ (-0,000211767 + j0,00206981) \\ (0,0048311 - j0,00133831) \\ 0 \\ 0 \\ (0,02300497 + j0,055485) \\ (0,01087422 + j0,002926) \\ (-0,0529111 + j0,0253720) \\ (0,0055215 + j0,00670956) \\ (0,0040218 + j0,0012612673) \\ (-0,0003776 + j0,0034744) \\ (-7,319278e^{-8} + j2,700653e^{-8}) \\ (6,0334296e^{-8} + j4,7920529e^{-8}) \\ (1,719021384e^{-8} - j7,610293e^{-8}) \\ (0,0016522 + j0,0003054) \\ 0 \\ (-0,00235493 + j0,00102611) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00292929 + j0,00070229) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Una vez que se calculó los voltajes de línea, se requiere calcular los voltajes de barras en la nueva iteración, sin embargo, la matriz "BCBV_abc", no cuenta con la columna referida a la barra slack, por cuanto se debe realizar un cálculo adicional.

4.3.2.1.8.1 Aplicación de la Matriz delta

Como todas las líneas que salen de la barra slack o referencia, fueron eliminadas para lograr que la matriz de incidencia de nodos sea cuadrada para poder invertir y realizar operaciones matemáticas, sin embargo, es necesario realizar la resta del voltaje de línea y el voltaje slack para todas las líneas que tiene como nodo de envío la barra slack. Los datos están en (p.u.)

$$[\text{delta}_{abc}] = \begin{bmatrix} V_{632-633-a}^{(0)} - V_{632-a}^{(0)} \\ V_{632-633-b}^{(0)} - V_{632-b}^{(0)} \\ V_{632-633-c}^{(0)} - V_{632-c}^{(0)} \\ V_{633-634-a}^{(0)} \\ V_{633-634-b}^{(0)} \\ V_{633-634-c}^{(0)} \\ V_{632-645-a}^{(0)} - V_{632-a}^{(0)} \\ V_{632-645-b}^{(0)} - V_{632-b}^{(0)} \\ V_{632-645-c}^{(0)} - V_{632-c}^{(0)} \\ V_{645-646-a}^{(0)} \\ V_{645-646-b}^{(0)} \\ V_{645-646-c}^{(0)} \\ V_{684-652-a}^{(0)} \\ V_{684-652-b}^{(0)} \\ V_{684-652-c}^{(0)} \\ V_{632-671-a}^{(0)} - V_{632-a}^{(0)} \\ V_{632-671-b}^{(0)} - V_{632-b}^{(0)} \\ V_{632-671-c}^{(0)} - V_{632-c}^{(0)} \\ V_{671-675-a}^{(0)} \\ V_{671-675-b}^{(0)} \\ V_{671-675-c}^{(0)} \\ V_{671-680-a}^{(0)} \\ V_{671-680-b}^{(0)} \\ V_{671-680-c}^{(0)} \\ V_{671-684-a}^{(0)} \\ V_{671-684-b}^{(0)} \\ V_{671-684-c}^{(0)} \\ V_{684-611-a}^{(0)} \\ V_{684-611-b}^{(0)} \\ V_{684-611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,0031948 + j0,00113137) - 0,95\angle - 2,49^\circ \\ (-0,0002889 - j0,00207502) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\ (-0,0013843 + j0,0024087) - 0,946\angle 117,83^\circ \\ (0,0255322 + j0,0114703) \\ (-0,0026642 - j0,020515039) \\ (-0,01714683 + j0,013324) \\ 0 \\ (-0,0021682 - j0,00947901) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\ (-0,0004226 + j0,0016948) - 0,946\angle 117,83^\circ \\ 0 \\ (0,000225703 - j0,0020321) \\ (-0,000211767 + j0,00206981) \\ (0,0048311 - j0,00133831) \\ 0 \\ 0 \\ (0,02300497 + j0,055485 - 0,95\angle - 2,49^\circ) \\ (0,01087422 + j0,002926) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\ (-0,0529111 + j0,0253720) - 0,946\angle 117,83^\circ \\ (0,0055215 + j0,00670956) \\ (0,0040218 + j0,0012612673) \\ (-0,0003776 + j0,0034744) \\ (-7,319278e^{-8} + j2,700653e^{-8}) \\ (6,0334296e^{-8} + j4,7920529e^{-8}) \\ (1,719021384e^{-8} - j7,610293e^{-8}) \\ (0,0016522 + j0,0003054) \\ 0 \\ (-0,00235493 + j0,00102611) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00292929 + j0,00070229) \end{bmatrix}$$

$$[\delta_{abc}] = \begin{bmatrix} -(-0.945908 + j0.0424041) \\ -(0.5217992 + j0.84259822) \\ -(0.44025547 - j0.83417377) \\ (0,0255322 + j0,0114703) \\ (-0,0026642 - j0,020515039) \\ (-0,01714683 + j0,013324) \\ 0 \\ -(0.51992 + j0.8351942) \\ -(0.441217 - j0.834887) \\ 0 \\ (0,000225703 - j0,0020321) \\ (-0,000211767 + j0,00206981) \\ (0,0048311 - j0,00133831) \\ 0 \\ 0 \\ -(-0.926098 + j0.096758) \\ -(0.532962 + j0.84759935) \\ -(0.38872 - j0.81121045) \\ (0,0055215 + j0,00670956) \\ (0,0040218 + j0,0012612673) \\ (-0,0003776 + j0,0034744) \\ (-7,319278e^{-8} + j2,700653e^{-8}) \\ (6,0334296e^{-8} + j4,7920529e^{-8}) \\ (1,719021384e^{-8} - j7,610293e^{-8}) \\ (0,0016522 + j0,0003054) \\ 0 \\ (-0,00235493 + j0,00102611) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00292929 + j0,00070229) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_{633-a}^{(0)} \\ -V_{633-b}^{(0)} \\ -V_{633-c}^{(0)} \\ V_{633-634-a}^{(0)} \\ V_{633-634-b}^{(0)} \\ V_{633-634-c}^{(0)} \\ -V_{645-a}^{(0)} \\ -V_{645-b}^{(0)} \\ -V_{645-c}^{(0)} \\ V_{645-646-a}^{(0)} \\ V_{645-646-b}^{(0)} \\ V_{645-646-c}^{(0)} \\ V_{684-652-a}^{(0)} \\ V_{684-652-b}^{(0)} \\ V_{684-652-c}^{(0)} \\ -V_{671-a}^{(0)} \\ -V_{671-b}^{(0)} \\ -V_{671-c}^{(0)} \\ V_{671-675-a}^{(0)} \\ V_{671-675-b}^{(0)} \\ V_{671-675-c}^{(0)} \\ V_{671-680-a}^{(0)} \\ V_{671-680-b}^{(0)} \\ V_{671-680-c}^{(0)} \\ V_{671-684-a}^{(0)} \\ V_{671-684-b}^{(0)} \\ V_{671-684-c}^{(0)} \\ V_{684-611-a}^{(0)} \\ V_{684-611-b}^{(0)} \\ V_{684-611-c}^{(0)} \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Nota: los elementos de color amarillo, son los que están conectados a la barra slack, mismos que se recalculan en el vector delta.

Una vez que se calculó los voltajes de línea, se debe hallar los nuevos voltajes de barras, mediante la “BCBV_abc”.

4.3.2.1.9 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración “m+1”

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración “m+1”.

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39);

Aplicando este concepto se calcula los voltajes de las barras de la red de 3 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por “-1”, para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

$$\begin{bmatrix} V_{633-a}^{(1)} \\ V_{633-b}^{(1)} \\ V_{633-c}^{(1)} \\ V_{634-a}^{(1)} \\ V_{634-b}^{(1)} \\ V_{634-c}^{(1)} \\ V_{645-a}^{(1)} \\ V_{645-b}^{(1)} \\ V_{645-c}^{(1)} \\ V_{646-a}^{(1)} \\ V_{646-b}^{(1)} \\ V_{646-c}^{(1)} \\ V_{652-a}^{(1)} \\ V_{652-b}^{(1)} \\ V_{652-c}^{(1)} \\ V_{671-a}^{(1)} \\ V_{671-b}^{(1)} \\ V_{671-c}^{(1)} \\ V_{675-a}^{(1)} \\ V_{675-b}^{(1)} \\ V_{675-c}^{(1)} \\ V_{680-a}^{(1)} \\ V_{680-b}^{(1)} \\ V_{680-c}^{(1)} \\ V_{684-a}^{(1)} \\ V_{684-b}^{(1)} \\ V_{684-c}^{(1)} \\ V_{611-a}^{(1)} \\ V_{611-b}^{(1)} \\ V_{611-c}^{(1)} \end{bmatrix} = -[BCBV_{abc}]^{-1} * \begin{bmatrix} V_{633-a}^{(0)} \\ V_{633-b}^{(0)} \\ V_{633-c}^{(0)} \\ V_{633-634-a}^{(0)} \\ V_{633-634-b}^{(0)} \\ V_{633-634-c}^{(0)} \\ V_{645-a}^{(0)} \\ V_{645-b}^{(0)} \\ V_{645-c}^{(0)} \\ V_{645-646-a}^{(0)} \\ V_{645-646-b}^{(0)} \\ V_{645-646-c}^{(0)} \\ V_{684-652-a}^{(0)} \\ V_{684-652-b}^{(0)} \\ V_{684-652-c}^{(0)} \\ V_{671-a}^{(0)} \\ V_{671-b}^{(0)} \\ V_{671-c}^{(0)} \\ V_{671-675-a}^{(0)} \\ V_{671-675-b}^{(0)} \\ V_{671-675-c}^{(0)} \\ V_{671-680-a}^{(0)} \\ V_{671-680-b}^{(0)} \\ V_{671-680-c}^{(0)} \\ V_{671-684-a}^{(0)} \\ V_{671-684-b}^{(0)} \\ V_{671-684-c}^{(0)} \\ V_{684-611-a}^{(0)} \\ V_{684-611-b}^{(0)} \\ V_{684-611-c}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,945908 - j0,0424041) \\ (-0,5217992 - j0,84259822) \\ (-0,44025547 + j0,83417377) \\ (0,920375 - j0,0538745) \\ (-0,5191351 - j0,82208) \\ (-0,423108 + j0,82085) \\ 0 \\ (-0,51992 - j0,8351942) \\ (-0,441217 + j0,834887) \\ 0 \\ (-0,5201457 - j0,83316) \\ (-0,4410054 + j0,832817) \\ (0,91961473 - j0,0957257) \\ (-0,53296244 - j0,8475993) \\ (-0,3863737 + j0,8101843) \\ (0,926098 - j0,096758) \\ (-0,532962 - j0,84759935) \\ (-0,38872 + j0,81121045) \\ (0,920576 - j0,1034681) \\ (-0,536984 - j0,84886) \\ (-0,38835 + j0,807736) \\ (0,9260981 - j0,0967586) \\ (-0,5329625 - j0,847599) \\ (-0,388728 + j0,8112105) \\ (0,924445 - j0,09706407) \\ (-0,532962 - j0,847599) \\ (-0,386373 + j0,810184) \\ (0,9244458 - j0,09706407) \\ (-0,532962 - j0,847599) \\ (-0,383444 + j0,8094) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.2.2 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración “m+1”, La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y “m”, se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left| [V_k]_{ABC}^{(0)} - [V_k]_{ABC}^{(1)} \right| = 0.0002948$$

4.3.2.2.1 Décimo primer paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración $(m+1)$ y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que el error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es $\varepsilon=0,0001$. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,0002948 > 0,0001$, por tanto, se debe realizar una nueva iteración. Regresamos al sexto paso.

4.3.2.3 Segunda Iteración para la red de 13 nodos

Se realiza la iteración 2, una vez que no cumplió el onceavo paso

4.3.2.3.1 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Primero se considera que el proceso iterativo es con $(m=1)$, entonces aplica el numeral 4.1.6.1.2, para ello se considera que los voltajes en cada nodo del proceso iterativo $(m+1)$ es igual al del proceso iterativo anterior. Es decir, estos nuevos voltajes encontrados sirven de base para la nueva iteración.

$$\begin{bmatrix} V_{633-a}^{(1)} \\ V_{633-b}^{(1)} \\ V_{633-c}^{(1)} \\ V_{634-a}^{(1)} \\ V_{634-b}^{(1)} \\ V_{634-c}^{(1)} \\ V_{645-a}^{(1)} \\ V_{645-b}^{(1)} \\ V_{645-c}^{(1)} \\ V_{646-a}^{(1)} \\ V_{646-b}^{(1)} \\ V_{646-c}^{(1)} \\ V_{652-a}^{(1)} \\ V_{652-b}^{(1)} \\ V_{652-c}^{(1)} \\ V_{671-a}^{(1)} \\ V_{671-b}^{(1)} \\ V_{671-c}^{(1)} \\ V_{675-a}^{(1)} \\ V_{675-b}^{(1)} \\ V_{675-c}^{(1)} \\ V_{680-a}^{(1)} \\ V_{680-b}^{(1)} \\ V_{680-c}^{(1)} \\ V_{684-a}^{(1)} \\ V_{684-b}^{(1)} \\ V_{684-c}^{(1)} \\ V_{611-a}^{(1)} \\ V_{611-b}^{(1)} \\ V_{611-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,945908 - j0,0424041) \\ (-0,5217992 - j0,84259822) \\ (-0,44025547 + j0,83417377) \\ (0,920375 - j0,0538745) \\ (-0,5191351 - j0,82208) \\ (-0,423108 + j0,82085) \\ 0 \\ (-0,51992 - j0,8351942) \\ (-0,441217 + j0,834887) \\ 0 \\ (-0,5201457 - j0,83316) \\ (-0,4410054 + j0,832817) \\ (0,91961473 - j0,0957257) \\ (-0,53296244 - j0,8475993) \\ (-0,3863737 + j0,8101843) \\ (0,926098 - j0,096758) \\ (-0,532962 - j0,84759935) \\ (-0,38872 + j0,81121045) \\ (0,920576 - j0,1034681) \\ (-0,536984 - j0,84886) \\ (-0,38835 + j0,807736) \\ (0,9260981 - j0,0967586) \\ (-0,5329625 - j0,847599) \\ (-0,388728 + j0,8112105) \\ (0,924445 - j0,09706407) \\ (-0,532962 - j0,847599) \\ (-0,386373 + j0,810184) \\ (0,9244458 - j0,09706407) \\ (-0,532962 - j0,847599) \\ (-0,383444 + j0,8094) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Al aplicar la ecuación (4.8), los datos de potencias son las mismas en cada iteración ya que la carga es constante; los voltajes al ser la segunda iteración toman los resultados obtenidos en la primera iteración. Con ello se obtiene los siguientes resultados.

$$\begin{bmatrix}
 I_{633-a}^{(1)} \\
 I_{633-b}^{(1)} \\
 I_{633-c}^{(1)} \\
 I_{634-a}^{(1)} \\
 I_{634-b}^{(1)} \\
 I_{634-c}^{(1)} \\
 I_{645-a}^{(1)} \\
 I_{645-b}^{(1)} \\
 I_{645-c}^{(1)} \\
 I_{646-a}^{(1)} \\
 I_{646-b}^{(1)} \\
 I_{646-c}^{(1)} \\
 I_{652-a}^{(1)} \\
 I_{652-b}^{(1)} \\
 I_{652-c}^{(1)} \\
 I_{671-a}^{(1)} \\
 I_{671-b}^{(1)} \\
 I_{671-c}^{(1)} \\
 I_{675-a}^{(1)} \\
 I_{675-b}^{(1)} \\
 I_{675-c}^{(0)} \\
 I_{680-a}^{(1)} \\
 I_{680-b}^{(1)} \\
 I_{680-c}^{(1)} \\
 I_{684-a}^{(0)} \\
 I_{684-b}^{(1)} \\
 I_{684-c}^{(1)} \\
 I_{611-a}^{(1)} \\
 I_{611-b}^{(1)} \\
 I_{611-c}^{(1)}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 (0,0016647 - j0,001294) \\
 (-0,0014424 - j0,0005496) \\
 (0,000271 + j0,001602) \\
 0 \\
 (-0,001992 - j0,0007955) \\
 0 \\
 0 \\
 (-0,000789 - j0,0012433) \\
 (0,0007967 + j0,001239) \\
 (0,001052 - j0,0008786) \\
 0 \\
 0 \\
 (0,00465439 - j0,0044128) \\
 (-0,004871 - j0,002633) \\
 (0,000213 + j0,00711) \\
 (0,0054382 + j0,0012767) \\
 (0,000844 - j0,001334) \\
 (-0,000900 + j0,0031738) \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 (-0,0008214 + j0,001505)
 \end{bmatrix}
 \text{ (p. u.)}$$

4.3.2.3.2 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, se aplica para la iteración “m+1”. La ecuación (3.37).

Aplicando este concepto se calcula las corrientes de línea de la red de 13 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por “-1”, para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

$$\begin{bmatrix} I_{632-633-a}^{(1)} \\ I_{632-633-b}^{(1)} \\ I_{632-633-c}^{(1)} \\ I_{633-634-a}^{(1)} \\ I_{633-634-b}^{(1)} \\ I_{633-634-c}^{(1)} \\ I_{632-645-a}^{(1)} \\ I_{632-645-b}^{(1)} \\ I_{632-645-c}^{(1)} \\ I_{645-646-a}^{(1)} \\ I_{645-646-b}^{(1)} \\ I_{645-646-c}^{(1)} \\ I_{684-652-a}^{(1)} \\ I_{684-652-b}^{(1)} \\ I_{684-652-c}^{(1)} \\ I_{632-671-a}^{(1)} \\ I_{632-671-b}^{(1)} \\ I_{632-671-c}^{(1)} \\ I_{671-675-a}^{(1)} \\ I_{671-675-b}^{(1)} \\ I_{671-675-c}^{(1)} \\ I_{671-680-a}^{(1)} \\ I_{671-680-b}^{(1)} \\ I_{671-680-c}^{(1)} \\ I_{671-684-a}^{(1)} \\ I_{671-684-b}^{(1)} \\ I_{671-684-c}^{(1)} \\ I_{684-611-a}^{(1)} \\ I_{684-611-b}^{(1)} \\ I_{684-611-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,001664 - j0,001294) \\ (-0,001442 - j0,0005496) \\ (0,0002710 + j0,001602) \\ (0,0016664 - j0,00129408) \\ (-0,0014424 - j0,0005496) \\ (0,0002710 + j0,0016026) \\ 0 \\ (-0,0027811 - j0,0020389) \\ (0,00079668 + j0,0012392) \\ 0 \\ (-0,000789 - j0,0012433) \\ (0,00079669 + j0,0012392) \\ (0,0010519 - j0,0008783) \\ 0 \\ 0 \\ (0,01114 - j0,0040146) \\ (-0,004026 - j0,0039677) \\ (-0,001508 + j0,01179) \\ (0,005438 + j0,001277) \\ (0,000845 - j0,0013346) \\ (-0,00090 + j0,003173) \\ (-2,0327e^{-10} + j4,1392e^{-8}) \\ (3,47e^{-8} - j4,02e^{-8}) \\ (-2,98e^{-8} - j2,586e^{-8}) \\ (0,001051 - j0,0008786) \\ 0 \\ (-0,0008214 + j0,001505) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,0008214 + j0,001505) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

4.3.2.3.3 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 5.1.

El resultado de la operación es:

$$\begin{bmatrix} V_{632-633-a}^{(1)} \\ V_{632-633-b}^{(1)} \\ V_{632-633-c}^{(1)} \\ V_{633-634-a}^{(1)} \\ V_{633-634-b}^{(1)} \\ V_{633-634-c}^{(0)} \\ V_{632-645-a}^{(1)} \\ V_{632-645-b}^{(1)} \\ V_{632-645-c}^{(1)} \\ V_{645-646-a}^{(1)} \\ V_{645-646-b}^{(1)} \\ V_{645-646-c}^{(1)} \\ V_{684-652-a}^{(1)} \\ V_{684-652-b}^{(1)} \\ V_{684-652-c}^{(1)} \\ V_{632-671-a}^{(1)} \\ V_{632-671-b}^{(1)} \\ V_{632-671-c}^{(1)} \\ V_{671-675-a}^{(1)} \\ V_{671-675-b}^{(1)} \\ V_{671-675-c}^{(1)} \\ V_{671-680-a}^{(1)} \\ V_{671-680-b}^{(1)} \\ V_{671-680-c}^{(1)} \\ V_{671-684-a}^{(1)} \\ V_{671-684-b}^{(1)} \\ V_{671-684-c}^{(1)} \\ V_{684-611-a}^{(1)} \\ V_{684-611-b}^{(1)} \\ V_{684-611-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,0031948 + j0,00113137) \\ (-0,0002889 - j0,00207502) \\ (-0,0013843 + j0,0024087) \\ (0,0255322 + j0,0114703) \\ (-0,0026642 - j0,020515039) \\ (-0,01714683 + j0,013324) \\ 0 \\ (-0,0021682 - j0,00947901) \\ (-0,0004226 + j0,0016948) \\ 0 \\ (0,000225703 - j0,0020321) \\ (-0,000211767 + j0,00206981) \\ (0,0048311 - j0,00133831) \\ 0 \\ 0 \\ (0,02300497 + j0,055485) \\ (0,01087422 + j0,002926) \\ (-0,0529111 + j0,0253720) \\ (0,0055215 + j0,00670956) \\ (0,0040218 + j0,0012612673) \\ (-0,0003776 + j0,0034744) \\ (-7,319278e^{-8} + j2,700653e^{-8}) \\ (6,0334296e^{-8} + j4,7920529e^{-8}) \\ (1,719021384e^{-8} - j7,610293e^{-8}) \\ (0,0016522 + j0,0003054) \\ 0 \\ (-0,00235493 + j0,00102611) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00292929 + j0,00070229) \end{bmatrix} \text{ (p. u.)}$$

Una vez que se calculó los voltajes de línea, es necesario calcular los voltajes de barras y restar de los voltajes iniciales y hallar los errores

4.3.2.3.3.1 Aplicación de la Matriz delta

Con el mismo criterio de la anterior iteración se realiza la aplicación de la matriz delta. La resta del voltaje de la barra slack, es el mismo en todas las iteraciones, dado que es un dato de entrada medido. Los datos están (p. u.).

$$[\text{delta}_{abc}] = \begin{bmatrix}
V_{632-633-a}^{(1)} - V_{632-a}^{(0)} \\
V_{632-633-b}^{(1)} - V_{632-b}^{(0)} \\
V_{632-633-c}^{(1)} - V_{632-c}^{(0)} \\
V_{633-634-a}^{(1)} \\
V_{633-634-b}^{(1)} \\
V_{633-634-c}^{(1)} \\
V_{632-645-a}^{(1)} - V_{632-a}^{(0)} \\
V_{632-645-b}^{(1)} - V_{632-b}^{(0)} \\
V_{632-645-c}^{(1)} - V_{632-c}^{(0)} \\
V_{645-646-a}^{(1)} \\
V_{645-646-b}^{(1)} \\
V_{645-646-c}^{(1)} \\
V_{684-652-a}^{(1)} \\
V_{684-652-b}^{(1)} \\
V_{684-652-c}^{(1)} \\
V_{632-671-a}^{(1)} - V_{632-a}^{(0)} \\
V_{632-671-b}^{(1)} - V_{632-b}^{(0)} \\
V_{632-671-c}^{(1)} - V_{632-c}^{(0)} \\
V_{671-675-a}^{(1)} \\
V_{671-675-b}^{(1)} \\
V_{671-675-c}^{(1)} \\
V_{671-680-a}^{(1)} \\
V_{671-680-b}^{(1)} \\
V_{671-680-c}^{(1)} \\
V_{671-684-a}^{(1)} \\
V_{671-684-b}^{(1)} \\
V_{671-684-c}^{(1)} \\
V_{684-611-a}^{(1)} \\
V_{684-611-b}^{(1)} \\
V_{684-611-c}^{(1)}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
(0,00332 + j0,0011178) - 0,95\angle - 2,49^\circ \\
(-0,00030 - j0,002114) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\
(-0,0013799 + j0,0024851) - 0,946\angle 117,83^\circ \\
(0,02651 + j0,011436) \\
(-0,0029246 - j0,020936) \\
(-0,0174428 + j0,013829) \\
0 \\
(-0,002224 - j0,009579) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\
(-0,000435 + j0,001680) - 0,946\angle 117,83^\circ \\
0 \\
(0,00021832 - j0,00206252) \\
(-0,000215738 + j0,0020707) \\
(0,00489138 - j0,0016811) \\
0 \\
0 \\
(0,026775 + j0,0560648 - 0,95\angle - 2,49^\circ) \\
(0,011696 + j0,00418) - 0,993\angle - 121,72^\circ \\
(-0,05480 + j0,02884) - 0,946\angle 117,83^\circ \\
(0,00611 + j0,006585) \\
(0,004148 + j0,0012079) \\
(-0,00032842 + j0,0036462) \\
(-6,9572e^{-8} + j3,184e^{-8}) \\
(6,1357e^{-8} + j4,9296e^{-8}) \\
(1,31810e^{-8} - j4,929e^{-8}) \\
(0,001698 + j0,000195) \\
0 \\
(-0,002461 + j0,001177) \\
0 \\
0 \\
(-0,00307328 + j0,00088039)
\end{bmatrix}$$

El resultado total del vector de líneas es:

$$[\delta_{abc}] = \begin{bmatrix} -(-0,945779 + j0,04239) \\ -(0,521786 + j0,842558) \\ -(0,44026 - j0,834097) \\ (0,0265156 + j0,0114363) \\ (-0,00292462 - j0,0209366) \\ (-0,0174428 + j0,013829) \\ 0 \\ -(0,51986 + j0,83509) \\ -(0,441204 - j0,834902) \\ 0 \\ (0,00021832 - j0,00206252) \\ (-0,000215738 + j0,0020707) \\ (0,00489138 - j0,0016811) \\ 0 \\ 0 \\ -(-0,92232 + j0,097337) \\ -(0,53378 + j0,848853) \\ -(0,38683 - j0,80774) \\ (0,00611 + j0,006585) \\ (0,004148 + j0,0012079) \\ (-0,00032842 + j0,0036462) \\ (-6,9572e^{-8} + j3,184e^{-8}) \\ (6,1357e^{-8} + j4,9296e^{-8}) \\ (1,31810e^{-8} - j4,929e^{-8}) \\ (0,001698 + j0,000195) \\ 0 \\ (-0,002461 + j0,001177) \\ 0 \\ 0 \\ (-0,00307328 + j0,00088039) \end{bmatrix} \quad (\text{p. u.}) = \begin{bmatrix} -V_{633-a}^{(1)} \\ -V_{633-b}^{(1)} \\ -V_{633-c}^{(1)} \\ V_{633-634-a}^{(1)} \\ V_{633-634-b}^{(1)} \\ V_{633-634-c}^{(1)} \\ -V_{645-a}^{(1)} \\ -V_{645-b}^{(1)} \\ -V_{645-c}^{(1)} \\ V_{645-646-a}^{(1)} \\ V_{645-646-b}^{(1)} \\ V_{645-646-c}^{(1)} \\ V_{684-652-a}^{(1)} \\ V_{684-652-b}^{(1)} \\ V_{684-652-c}^{(1)} \\ -V_{671-a}^{(1)} \\ -V_{671-b}^{(1)} \\ -V_{671-c}^{(1)} \\ V_{671-675-a}^{(1)} \\ V_{671-675-b}^{(1)} \\ V_{671-675-c}^{(1)} \\ V_{671-680-a}^{(1)} \\ V_{671-680-b}^{(1)} \\ V_{671-680-c}^{(1)} \\ V_{671-684-a}^{(1)} \\ V_{671-684-b}^{(1)} \\ V_{671-684-c}^{(1)} \\ V_{684-611-a}^{(1)} \\ V_{684-611-b}^{(1)} \\ V_{684-611-c}^{(1)} \end{bmatrix}$$

4.3.2.3.4 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración "m+2"

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración "m+2".

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39); lo datos están (p. u.).

$$\begin{bmatrix} V_{633-a}^{(2)} \\ V_{633-b}^{(2)} \\ V_{633-c}^{(2)} \\ V_{634-a}^{(2)} \\ V_{634-b}^{(2)} \\ V_{634-c}^{(2)} \\ V_{645-a}^{(2)} \\ V_{645-b}^{(2)} \\ V_{645-c}^{(2)} \\ V_{646-a}^{(2)} \\ V_{646-b}^{(2)} \\ V_{646-c}^{(2)} \\ V_{652-a}^{(2)} \\ V_{652-b}^{(2)} \\ V_{652-c}^{(2)} \\ V_{671-a}^{(2)} \\ V_{671-b}^{(2)} \\ V_{671-c}^{(2)} \\ V_{675-a}^{(2)} \\ V_{675-b}^{(2)} \\ V_{675-c}^{(2)} \\ V_{680-a}^{(2)} \\ V_{680-b}^{(2)} \\ V_{680-c}^{(2)} \\ V_{684-a}^{(2)} \\ V_{684-b}^{(2)} \\ V_{684-c}^{(2)} \\ V_{611-a}^{(2)} \\ V_{611-b}^{(2)} \\ V_{611-c}^{(2)} \end{bmatrix} = -[BCBV_{abc}]^{-1} * \begin{bmatrix} -V_{633-a}^{(1)} \\ -V_{633-b}^{(1)} \\ -V_{633-c}^{(1)} \\ V_{633-634-a}^{(1)} \\ V_{633-634-b}^{(1)} \\ V_{633-634-c}^{(1)} \\ -V_{645-a}^{(1)} \\ -V_{645-b}^{(1)} \\ -V_{645-c}^{(1)} \\ V_{645-646-a}^{(1)} \\ V_{645-646-b}^{(1)} \\ V_{645-646-c}^{(1)} \\ V_{684-652-a}^{(1)} \\ V_{684-652-b}^{(1)} \\ V_{684-652-c}^{(1)} \\ -V_{671-a}^{(1)} \\ -V_{671-b}^{(1)} \\ -V_{671-c}^{(1)} \\ V_{671-675-a}^{(1)} \\ V_{671-675-b}^{(1)} \\ V_{671-675-c}^{(1)} \\ V_{671-680-a}^{(1)} \\ V_{671-680-b}^{(1)} \\ V_{671-680-c}^{(1)} \\ V_{671-684-a}^{(1)} \\ V_{671-684-b}^{(1)} \\ V_{671-684-c}^{(1)} \\ V_{684-611-a}^{(1)} \\ V_{684-611-b}^{(1)} \\ V_{684-611-c}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,94578 - j0,04239) \\ (-0,521786 - j0,842558) \\ (-0,440260 + j0,834097) \\ (0,91926 - j0,053827) \\ (-0,51886 - j0,82162) \\ (-0,422817 + j0,82002) \\ 0 \\ (-0,51986 - j0,835094) \\ (-0,441204 + j0,83902) \\ 0 \\ (-0,5200 - j0,8330) \\ (-0,4409 + j0,83283) \\ (0,915738 - j0,0958512) \\ (-0,5333785 - j0,848853) \\ (-0,38437 + j0,80656) \\ (0,92232 - j0,097337) \\ (-0,53378 - j0,8488) \\ (-0,38683 + j0,80774) \\ (0,916217 - j0,10392) \\ (-0,53793 - j0,850) \\ (-0,3865 + j0,80409) \\ (0,92232 - j0,097337) \\ (-0,5379 - j0,8500) \\ (-0,3865 + j0,8040) \\ (0,9223 - j0,09733) \\ (-0,5337 - j0,8488) \\ (-0,3868 + j0,80774) \\ (0,920629 - j0,097532) \\ (-0,5337 - j0,8488) \\ (-0,381303 + j0,80568) \end{bmatrix}$$

4.3.2.4 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración “m+2”, La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+2” y “m+1”, se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left| [V_k]_{ABC}^{(1)} - [V_k]_{ABC}^{(2)} \right| = 0,0000215$$

4.3.2.4.1 Onceavo paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+2) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que el error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es $\varepsilon=0,0001$. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,000002948 < 0,0001$, por tanto, finalizamos el cálculo.

La aplicación de la metodología atrás/adelante por suma de corrientes en la red de 13 nodos, demuestra una efectividad en la convergencia del cálculo con dos barridos y 0,0061 segundos, o 6,1 milisegundos.

Como análisis adicional se realizó varias iteraciones para determinar el promedio de tiempo que se requiere para llegar a la convergencia de la red de 13 nodos. El resumen de resultados se presenta en la Tabla 4.20, donde se resume que el promedio de tiempo para cada iteración hasta llegar a la convergencia es de 0,00613 (s) o 6,13 (ms).

Tabla 4.20. Resultados aplicando varias simulaciones para la red 13 nodos

RED DE 13 NODOS		
Iteraciones	Tiempo (s)	Tiempo_Promedio (s/iteración)
2	0,0122	0,00608
10	0,0705	0,00705
100	0,5839	0,00584
500	2,9891	0,00598
1000	6,0561	0,00606
2500	14,6484	0,00586
5000	30,2432	0,00605
15000	91,6308	0,00611
Promedio Total		0,00613

Los resultados finales de voltajes y ángulos por fase se presentan en la Tabla 4.21 y Figura 4.17.

Tabla 4.21. Resultados aplicando el método atrás/adelante red 13 nodos en (p.u.)

Barra	V_A	V_B	V_C	Phi_A	Phi_B	Phi_C
632	0,950	0,993	0,946	-2,490	-121,720	117,830
633	0,947	0,991	0,943	-2,566	-121,770	117,826

634	0,921	0,972	0,923	-3,351	-122,273	117,269
645	0,000	0,984	0,944	0,000	-121,903	117,854
646	0,000	0,982	0,942	0,000	-121,978	117,901
652	0,921	0,000	0,000	-5,975	0,000	0,000
671	0,927	1,003	0,896	-6,024	-122,163	115,590
675	0,922	1,006	0,892	-6,471	-122,326	115,673
680	0,927	1,003	0,896	-6,024	-122,163	115,590
684	0,926	0,000	0,894	-6,047	0,000	115,481
611	0,000	0,000	0,891	0,000	0,000	115,327

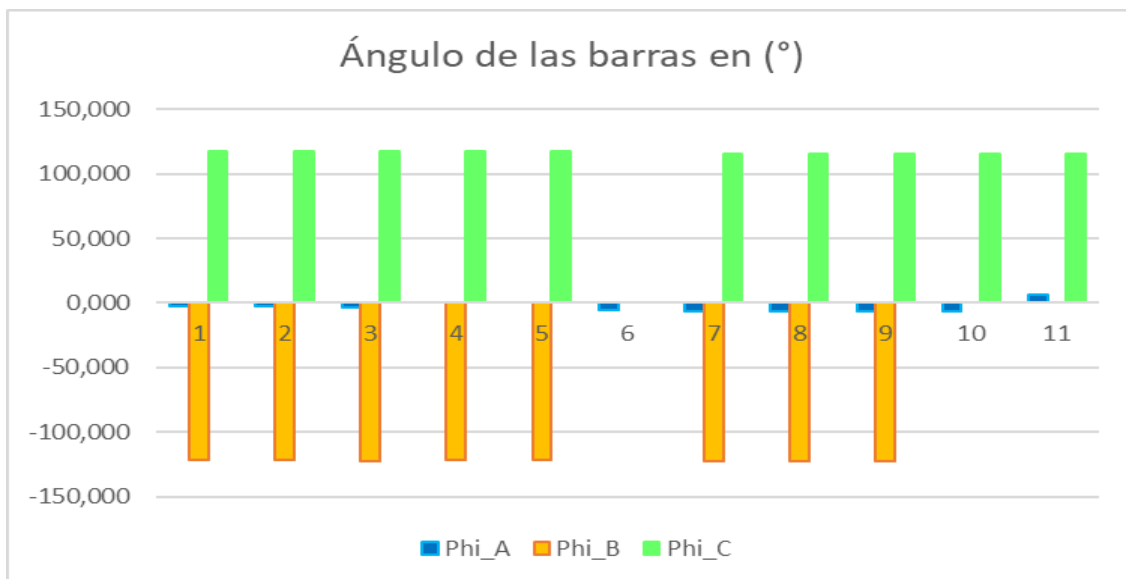
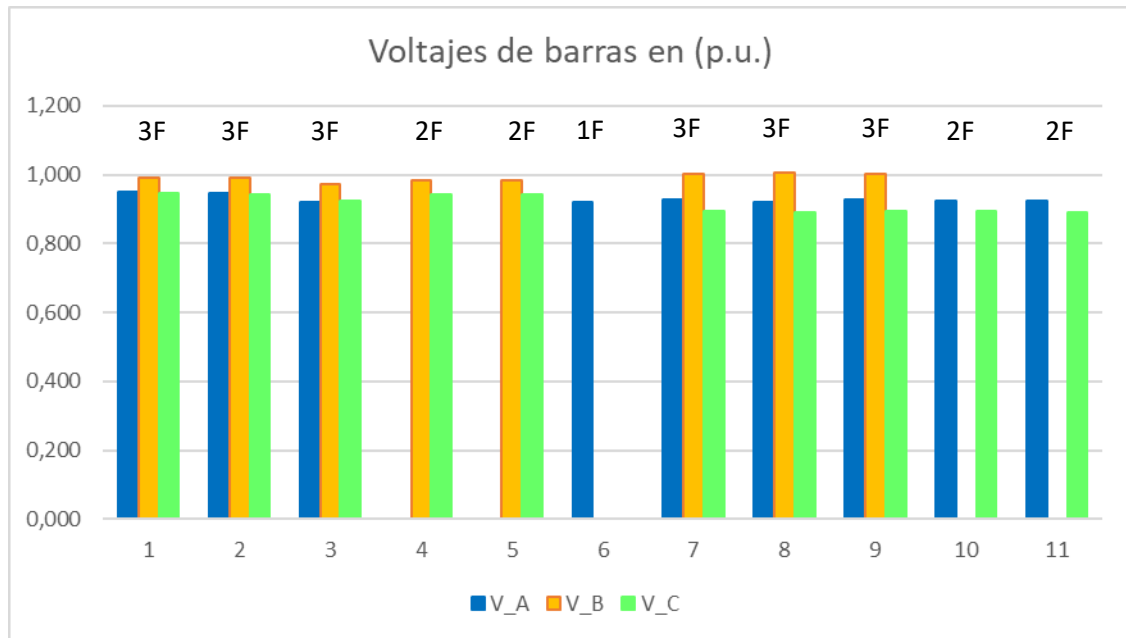


Figura 4.17. Resultados de voltajes, red IEEE de 13 nodos por el método atrás/adelante

Nota: Los nodos eléctricos que no dispone una barra en el gráfico, significa que no existe esa fase en ese nodo.

4.3.3 Método aplicado para la red de 33 nodos

Como primer análisis se realizó el flujo de potencia para una red de 3 nodos, luego se aplicó en la red IEEE de 13 nodos; en el presente análisis se realiza para la red IEEE de prueba con 33 nodos, para la cual se desarrollará el cálculo paso a paso del algoritmo de barrido atrás – adelante, aplicando la metodología desarrollada.

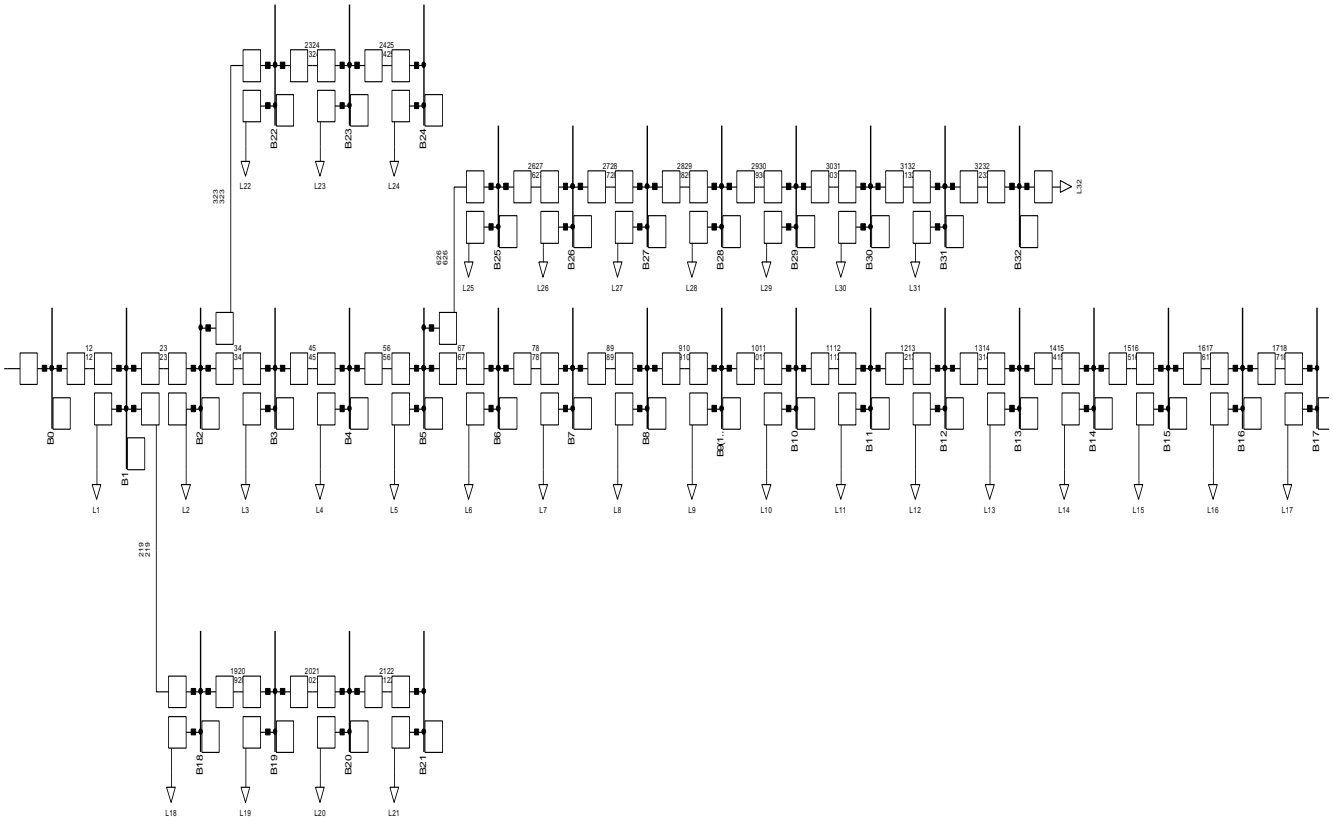


Figura 4.18. Red de prueba IEEE de 33 nodos

4.3.3.1 Primera iteración del cálculo de flujo de potencia en la red de 33 nodos

Para ir resolviendo el flujo de potencia con el método de barrido atrás/adelante, se ejecuta paso a paso el diagrama de bloques.

4.3.3.1.1 Primer paso, Cálculo de las impedancias red de 33 nodos

4.3.3.1.1.1 Configuración de red de prueba IEEE de 33 nodos

La red IEEE 33 Node Test Feeder, es una red de prueba para sistemas de distribución eléctrica, las características de las líneas aéreas vienen ya con los parámetros de impedancia y admitancia, por lo cual no es necesario calcular la disposición geométrica de conductores como es el caso de la red de 13 nodos; tiene un total de 32 cargas combinadas entre trifásicas equilibradas.

4.3.3.1.1.2 Impedancia de la red IEEE de 33 nodos

De los datos obtenidos de la red y al ser un sistema equilibrado, no dispone de impedancias mutuas, es decir la matriz dispone de elementos diagonales con impedancias y admitancias propias, por tanto, la matriz de impedancia se presenta en la Tabla 4.22.

Tabla 4.22. Impedancias para las líneas en la red de 33 nodos

Desde Nodo	A Nodo	Fase	Longitud (ft)	Línea X1 (Ω)	Línea R1 (Ω)	Línea B1 (μS)
0	1	ABC	3280,8	0,047	0,092	0
1	18	ABC	3280,8	0,157	0,164	0
18	19	ABC	3280,8	1,355	1,504	0
19	20	ABC	3280,8	0,478	0,41	0
20	21	ABC	3280,8	0,937	0,709	0
1	2	ABC	3280,8	0,251	0,493	0
2	22	ABC	3280,8	0,308	0,451	0
22	23	ABC	3280,8	0,709	0,898	0
23	24	ABC	3280,8	0,701	0,896	0
2	3	ABC	3280,8	0,186	0,366	0
3	4	ABC	3280,8	0,194	0,381	0
4	5	ABC	3.281	0,707	0,819	0
5	25	ABC	3280,8	0,103	0,203	0
25	26	ABC	3280,8	0,145	0,284	0
26	27	ABC	3280,8	0,934	1,059	0
27	28	ABC	3.281	0,701	0,804	0
28	29	ABC	3280,8	0,259	0,508	0
29	30	ABC	3280,8	0,963	0,974	0
30	31	ABC	3280,8	0,362	0,311	0
31	32	ABC	3280,8	0,53	0,341	0
539	28	ABC	3280,8	0,5	0,5	0
5	6	ABC	3280,8	0,619	0,187	0
6	7	ABC	3280,8	0,235	0,711	0
537	7	ABC	3280,8	2	2	0
7	8	ABC	3280,8	0,74	1,03	0
8	9	ABC	3280,8	0,74	1,044	0
9	10	ABC	3280,8	0,065	0,197	0
10	11	ABC	3280,8	0,124	0,374	0
11	12	ABC	3.281	1,155	1,468	0
12	13	ABC	3280,8	0,713	0,542	0
13	14	ABC	3280,8	0,526	0,591	0
14	15	ABC	3280,8	0,545	0,746	0
15	16	ABC	3.281	1,721	1,289	0
16	17	ABC	3280,8	0,574	0,732	0
545	17	ABC	3280,8	0,5	0,5	0
541	14	ABC	3280,8	2	2	0
538	11	ABC	3280,8	2	2	0

Datos de carga original de la red de 33 nodos, se detalla en la Tabla 4.23.

Tabla 4.23. Cargas originales de la red de 33 nodos

Nodo	Carga Fase A (kVA)	Carga Fase B (kVA)	Carga Fase C (kVA)	Factor de Pot A (%)	Factor de Pot B (%)	Factor de Pot C (%)
1	38,9	38,9	38,9	85,75	85,75	85,75
2	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
3	48,1	48,1	48,1	83,21	83,21	83,21
4	22,4	22,4	22,4	89,44	89,44	89,44
5	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
6	74,5	74,5	74,5	89,44	89,44	89,44
7	74,5	74,5	74,5	89,44	89,44	89,44
8	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
9	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
10	18,0	18,0	18,0	83,21	83,21	83,21
11	23,2	23,2	23,2	86,38	86,38	86,38
12	23,2	23,2	23,2	86,38	86,38	86,38
13	48,1	48,1	48,1	83,21	83,21	83,21
14	20,3	20,3	20,3	98,64	98,64	98,64
15	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
16	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
17	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
18	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
19	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
20	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
21	32,8	32,8	32,8	91,38	91,38	91,38
22	34,3	34,3	34,3	87,42	87,42	87,42
23	155,1	155,1	155,1	90,29	90,29	90,29
24	155,1	155,1	155,1	90,29	90,29	90,29
25	21,7	21,7	21,7	92,31	92,31	92,31
26	21,7	21,7	21,7	92,31	92,31	92,31
27	21,1	21,1	21,1	94,87	94,87	94,87
28	40,1	40,1	40,1	99,65	99,65	99,65
29	210,8	210,8	210,8	31,62	31,62	31,62
30	55,2	55,2	55,2	90,62	90,62	90,62
31	77,5	77,5	77,5	90,29	90,29	90,29
32	24,0	24,0	24,0	83,21	83,21	83,21

4.3.3.1.1.3 Configuración de líneas aéreas y subterráneas red 33 nodos

Los datos descritos en la Tabla 4.24 representan las impedancias y admitancia de cada línea que compone la red de 33 barras.

Tabla 4.24. Impedancias para las líneas en la red de 33 nodos en (p.u.)

Desde Nodo	A Nodo	R11	R22	R33	X11	X22	X33
1	2	0,09282535	0,09282535	0,09282535	0,04802352	0,04802352	0,04802352
2	3	0,49634377	0,49634377	0,49634377	0,25280308	0,25280308	0,25280308
3	4	0,36848239	0,36848239	0,36848239	0,18766426	0,18766426	0,18766426
4	5	0,38368481	0,38368481	0,38368481	0,19541648	0,19541648	0,19541648
5	6	0,82455486	0,82455486	0,82455486	0,71179522	0,71179522	0,71179522
6	7	0,18846968	0,18846968	0,18846968	0,62299701	0,62299701	0,62299701
7	8	0,71622488	0,71622488	0,71622488	0,23669429	0,23669429	0,23669429
8	9	1,03698597	1,03698597	1,03698597	0,74501904	0,74501904	0,74501904
9	10	1,04705379	1,04705379	1,04705379	0,74501904	0,74501904	0,74501904
10	11	0,19793344	0,19793344	0,19793344	0,06544086	0,06544086	0,06544086
11	12	0,37693936	0,37693936	0,37693936	0,12463967	0,12463967	0,12463967
12	13	1,4779567	1,4779567	1,4779567	1,16283378	1,16283378	1,16283378
13	14	0,5452734	0,5452734	0,5452734	0,71773524	0,71773524	0,71773524
14	15	0,59500845	0,59500845	0,59500845	0,52956759	0,52956759	0,52956759
15	16	0,75136177	0,75136177	0,75136177	0,54869646	0,54869646	0,54869646
16	17	1,29774263	1,29774263	1,29774263	1,73267267	1,73267267	1,73267267
17	18	0,73696478	0,73696478	0,73696478	0,57789315	0,57789315	0,57789315
2	19	0,16511233	0,16511233	0,16511233	0,15756146	0,15756146	0,15756146
19	20	1,51440222	1,51440222	1,51440222	1,36459299	1,36459299	1,36459299
20	21	0,41227743	0,41227743	0,41227743	0,48164474	0,48164474	0,48164474
21	22	0,71370811	0,71370811	0,71370811	0,94365723	0,94365723	0,94365723
3	23	0,45426026	0,45426026	0,45426026	0,31039104	0,31039104	0,31039104
23	24	0,90409068	0,90409068	0,90409068	0,71390947	0,71390947	0,71390947
24	25	0,90207711	0,90207711	0,90207711	0,70585521	0,70585521	0,70585521
6	26	0,20437685	0,20437685	0,20437685	0,10410131	0,10410131	0,10410131
26	27	0,28612758	0,28612758	0,28612758	0,14568143	0,14568143	0,14568143
27	28	1,06618266	1,06618266	1,06618266	0,94003281	0,94003281	0,94003281
28	29	0,80965448	0,80965448	0,80965448	0,70535181	0,70535181	0,70535181
29	30	0,51094211	0,51094211	0,51094211	0,26025327	0,26025327	0,26025327
30	31	0,98100886	0,98100886	0,98100886	0,96953154	0,96953154	0,96953154
31	32	0,31260596	0,31260596	0,31260596	0,36435458	0,36435458	0,36435458
32	33	0,34331283	0,34331283	0,34331283	0,53379608	0,53379608	0,53379608

4.3.3.1.2 Segundo paso, Matriz de incidencia de nodos de voltajes “BCB”

Esta matriz considera la forma en que los elementos están conectados entre sí (topología), por medio de una orientación de la línea es decir dirigido hacia un sentido arbitrario.

Dado el sistema radial de 33 nodos mostrado en la Figura 4.18, se construye la matriz de incidencia utilizando la gráfica orientada.

4.3.3.1.5 Quinto paso, hallar la matriz de potencias de la red

Aplicando la ecuación (4.1) se determina la potencia equivalente de inyección en cada nodo "k" de la red.

Las potencias están dadas en valores reales, por lo cual se requiere transformar estos valores a por unidad considerando el voltaje base y la potencia nominal de 100 MVA.

$$\begin{bmatrix} S_{1_abc} \\ S_{2_abc} \\ S_{3_abc} \\ S_{4_abc} \\ S_{5_abc} \\ S_{6_abc} \\ S_{7_abc} \\ S_{8_abc} \\ S_{9_abc} \\ S_{10_abc} \\ S_{11_abc} \\ S_{12_abc} \\ S_{13_abc} \\ S_{14_abc} \\ S_{15_abc} \\ S_{16_abc} \\ S_{17_abc} \\ S_{18_abc} \\ S_{19_abc} \\ S_{20_abc} \\ S_{21_abc} \\ S_{22_abc} \\ S_{23_abc} \\ S_{24_abc} \\ S_{25_abc} \\ S_{26_abc} \\ S_{27_abc} \\ S_{28_abc} \\ S_{29_abc} \\ S_{30_abc} \\ S_{31_abc} \\ S_{32_abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,00033 + j0,0002) \\ (0,0003 + j0,0001333) \\ (0,0004 + j0,000266) \\ (0,0002 + j0,00009) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,000667 + j0,000333) \\ (0,000666 + j0,000333) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,00015 + j0,000099) \\ (0,0002 + j0,000116) \\ (0,0002 + j0,000116) \\ (0,0004 + j0,000266) \\ (0,0002 + j0,000033) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,0003 + j0,00013) \\ (0,0003 + j0,000133) \\ (0,0003 + j0,000133) \\ (0,0003 + j0,000133) \\ (0,0003 + j0,000166) \\ (0,0003 + j0,000166) \\ (0,0014 + j0,000666) \\ (0,0014 + j0,000666) \\ (0,0002 + j0,000083) \\ (0,0002 + j0,000083) \\ (0,0002 + j0,000066) \\ (0,0004 + j0,000033) \\ (0,000666 + j0,0002) \\ (0,0005 + j0,000233) \\ (0,0007 + j0,00033) \\ (0,0002 + j0,000133) \end{bmatrix} \quad (\text{p. u.})$$

4.3.3.1.6 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Primero se considera que el proceso iterativo es el inicial con (m=0), entonces aplica el numeral 4.1.6.1.1, para ello se considera que los voltajes en cada nodo del proceso iterativo inicial (0) es igual al de la barra slack, para este caso es 1 p.u.

$$\begin{aligned} V_{k,a}^0 &= 1,00 \angle 0^\circ ; \text{ donde } k = 1,2,3, \dots, k \\ V_{k,b}^0 &= 1,00 \angle -120^\circ ; \text{ donde } k = 1,2,3, \dots, k \end{aligned}$$

$$V_{k_c}^0 = 1,00 \angle 120^\circ ; \text{ donde } k = 1,2,3, \dots, k$$

Aplicando Primera ley de Kirchoff definida mediante la ecuación (3.36), para las tres primeras barras, se obtiene lo siguiente:

$$I_{1_a}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{1_a}}{V_{1_a}^0} \right)^* = \left(\frac{0,00033 + j0,0002}{1,00 \angle 0,0^\circ} \right)^* = 0,00033 - j0,0002$$

$$I_{1_b}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{1_b}}{V_{1_b}^0} \right)^* = \left(\frac{0,00033 + j0,0002}{1,00 \angle -120^\circ} \right)^* = 0,0003398 - j0,0001886$$

$$I_{1_c}^{(0)}(\text{p. u.}) = \left(\frac{S_{1_c}}{V_{1_c}^0} \right)^* = \left(\frac{0,00033 + j0,0002}{1,00 \angle 120^\circ} \right)^* = 0,00000654 - j0,00038867$$

Realizando el mismo procedimiento en las demás barras y fases, se arma la matriz de corrientes de barra de forma matricial:

	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
I1	(0.00033-j0.0002)	(-0.00033-j0.00018801)	(6.538414e-6+j0.0003886)
I2	(0.0003-j0.0001333)	(-0.00026-j0.00019314)	(-3.45298e-5+j0.0003264)
I3	(0.0004-j0.000266)	(-0.00043-j0.00021307)	(3.094029e-5+j0.0004797)
I4	(0.0002-j0,00009)	(-0.00018-j0.00012320)	(-1.33971e-5+j0.0002232)
I5	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22642e-5+j0.0002065)
I6	(0.000667-j0.000333)	(-0.00062-j0.00041067)	(-4.46583e-5+j0.0007440)
I7	(0.000666-j0.000333)	(-0.00062-j0.00041067)	(-4.46578e-5+j0.0007440)
I8	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22643e-5+j0.0002065)
I9	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22642e-5+j0.0002065)
I10	(0.00015-j0,000099)	(-0.00016-j7.99018964)	(1.160185e-5+j0.0001798)
I11	(0.0002-j0.000116)	(-0.00020-j0.00011486)	(1.035885e-6+j0.0002315)
I12	(0.0002-j0.000116)	(-0.00020-j0.00011486)	(1.035573e-6+j0.0002315)
I13	(0.0004-j0.000266)	(-0.00043-j0.00021307)	(3.093679e-5+j0.0004797)
I14	(0.0002-j0,000033)	(-0.00012-j0.00015653)	(-7.11305e-5+j0.0001898)
I15	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22643e-5+j0.0002065)
I16	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22645e-5+j0.0002065)
I17	(0.0003-j0.00013)	(-0.00026-j0.00019313)	(-3.45307e-5+j0.0003264)
I18	(0.0003-j0.000133)	(-0.00026-j0.00019314)	(-3.45299e-5+j0.0003264)
I19	(0.0003-j0.000133)	(-0.00026-j0.00019314)	(-3.45299e-5+j0.0003264)
I20	(0.0003-j0.000133)	(-0.00026-j0.00019314)	(-3.45299e-5+j0.0003264)
I21	(0.0003-j0.000166)	(-0.00026-j0.00019314)	(-3.45299e-5+j0.0003264)
I22	(0.0003-j0.000166)	(-0.00029-j0.00017647)	(-5.66236e-6+j0.0003431)
I23	(0.0014-j0.000666)	(-0.00127-j0.00087910)	(-0.00012e-6+j0.0015457)
I24	(0.0014-j0.000666)	(-0.00127-j0.00087910)	(-0.00012e-8+j0.0015457)
I25	(0.0002-j0,000083)	(-0.00017-j0.00013153)	(-2.78305e-5+j0.0002148)
I26	(0.0002-j0,000083)	(-0.00017-j0.00013153)	(-2.78304e-5+j0.0002148)
I27	(0.0002-j0,000066)	(-0.00015-j0.00013986)	(-4.22635e-5+j0.0002065)
I28	(0.0004-j0,000033)	(-0.00022-j0.00032973)	(-0.00017e-2+j0.0003630)
I29	(0.000666-j0.002)	(-0.00206+j0.00042264)	(0.001398e-8+j0.0015772)
I30	(0.0005-j0.000233)	(-0.00045-j0.00031633)	(-4.79237e-5+j0.0005496)
I31	(0.0007-j0.00033)	(-0.00063-j0.00043953)	(-6.13202e-5+j0.0007728)
I32	(0.0002-j0.000133)	(-0.00021-j0.00010653)	(1.547008e-5+j0.0002398)

4.3.3.1.7 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, es necesario calcular las corrientes de línea, mediante la matriz "BIBC", aplicando la ecuación (3.37).

i-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.012383- j0.00746651)	(-0.01265- j0.00699083)	(0.000274+ j0.01445734)
2-3	(0.010849- j0.00673318)	(-0.01125- j0.00602959)	(0.000406+ j0.01276277)
3-4	(0.007449- j0.00509985)	(-0.00814- j0.00390177)	(0.000691+ j0.00900162)
4-5	(0.007049- j0.00483318)	(-0.00771- j0.00368870)	(0.000660+ j0.00852188)
5-6	(0.006849- j0.00473318)	(-0.00752- j0.00356549)	(0.000674+ j0.00829868)
6-7	(0.003583- j0.00169994)	(-0.00326- j0.00225320)	(-0.00031+ j0.00395314)
7-8	(0.002916- j0.00136661)	(-0.00264- j0.00184252)	(-0.00027+ j0.00320913)
8-9	(0.002249- j0.00103328)	(-0.00201- j0.00143184)	(-0.00023+ j0.00246513)
9-10	(0.002049- j0.00096662)	(-0.00186- j0.00129197)	(-0.00018+ j0.00225859)
10-11	(0.001849- j0.00089995)	(-0.00170- j0.00115210)	(-0.00014+ j0.00205206)
11-12	(0.001699- j0.00079996)	(-0.00154- j0.00107220)	(-0.00015+ j0.00187216)
12-13	(0.001499- j0.00068329)	(-0.00134- j0.00095733)	(-0.00015+ j0.00164063)
13-14	(0.001299- j0.00056663)	(-0.00114- j0.00084247)	(-0.00015+ j0.00140910)
14-15	(0.000899- j0.00029998)	(-0.00070- j0.00062940)	(-0.00019+ j0.00092938)
15-16	(0.000699- j0.00026664)	(-0.00058- j0.00047286)	(-0.00011+ j0.00073951)
16-17	(0.000499- j0.00019998)	(-0.00042- j0.00033300)	(-7.67955e-5+ j0.00053298)
17-18	(0.000299- j0.00013332)	(-0.00026- j0.00019313)	(-3.45309e-5+ j0.00032645)
2-19	(0.001200- j0.00053333)	(-0.00106- j0.00077256)	(-0.00013+ j0.00130589)
19-20	(0.000900- j0.00039999)	(-0.00079- j0.00057942)	(-0.00010+ j0.00097942)
20-21	(0.000600- j0.00026666)	(-0.00053- j0.00038628)	(-6.90601e-5+ j0.00065294)
21-22	(0.000300- j0.00013333)	(-0.00026- j0.00019314)	(-3.45301e-5+ j0.00032647)
3-23	(0.003099- j0.00149999)	(-0.00284- j0.00193467)	(-0.00025+ j0.00343467)
23-24	(0.002799- j0.00133333)	(-0.00255- j0.00175820)	(-0.00024+ j0.00309153)
24-25	(0.001399- j0.00066666)	(-0.00127- j0.00087910)	(-0.00012+ j0.00154576)
6-26	(0.003066- j0.00296657)	(-0.00410- j0.00117242)	(0.001035+ j0.00413900)
26-27	(0.002866- j0.00288324)	(-0.00393- j0.00104088)	(0.001063+ j0.00392413)
27-28	(0.002666- j0.00279991)	(-0.00375- j0.00090935)	(0.001091+ j0.00370926)
28-29	(0.002466- j0.00273324)	(-0.00360- j0.00076948)	(0.001133+ j0.00350273)
29-30	(0.002066- j0.00269991)	(-0.00337- j0.00043975)	(0.001304+ j0.00313966)
30-31	(0.001399- j0.00069997)	(-0.00130- j0.00086239)	(-9.37741e-5+ j0.00156237)
31-32	(0.000899- j0.00046665)	(-0.00085- j0.00054606)	(-4.58503e-5+ j0.00101271)
32-33	(0.000199- j0.00013332)	(-0.00021- j0.00010653)	(1.546984e-5+ j0.00023986)

4.3.3.1.8 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 5.1.

El resultado de la operación para calcular los voltajes de línea son los siguientes:

Vi-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.002822- j0.00018418)	(-0.00157- j0.00235244)	(-0.00125+ j0.00253662)

2-3	(0.013266- j0.00112140)	(-0.00760- j0.01092799)	(-0.00566+ j0.01204940)
3-4	(0.006929- j0.00090059)	(-0.00424- j0.00555094)	(-0.00268+ j0.00645154)
4-5	(0.006830- j0.00089241)	(-0.00418- j0.00546945)	(-0.00264+ j0.00636187)
5-6	(0.016877+ j0.00182100)	(-0.00686- j0.01552724)	(-0.01001+ j0.01370623)
6-7	(0.003246+ j0.00357875)	(0.001476- j0.00460083)	(-0.00472+ j0.00102207)
7-8	(0.004515- j0.00053994)	(-0.00272- j0.00364053)	(-0.00179+ j0.00418047)
8-9	(0.005808+ j0.00113192)	(-0.00192- j0.00559586)	(-0.00388+ j0.00446394)
9-10	(0.005365+ j0.00096420)	(-0.00184- j0.00512877)	(-0.00351+ j0.00416456)
10-11	(0.000795- j0.00010682)	(-0.00049- j0.00063560)	(-0.00030+ j0.00074243)
11-12	(0.001386- j0.00016781)	(-0.00083- j0.00111641)	(-0.00054+ j0.00128423)
12-13	(0.005636+ j0.00137444)	(-0.00162- j0.00556873)	(-0.00400+ j0.00419428)
13-14	(0.002088+ j0.00116807)	(-3.24184e-5-j0.00239)	(-0.00205+ j0.00122422)
14-15	(0.001299+ j0.00055797)	(-0.00016- j0.00140452)	(-0.00113+ j0.00084654)
15-16	(0.001258+ j0.00034388)	(-0.00033- j0.00126164)	(-0.00092+ j0.00091776)
16-17	(0.001863+ j0.00113573)	(5.203249e-5-j0.00218)	(-0.00191+ j0.00104561)
17-18	(0.000558+ j0.00014057)	(-0.00015- j0.00055355)	(-0.00040+ j0.00041297)
2-19	(0.000528+ j0.00018907)	(-0.00010- j0.00055193)	(-0.00042+ j0.00036285)
19-20	(0.003572+ j0.00116494)	(-0.00077- j0.00367664)	(-0.00279+ j0.00251170)
20-21	(0.000703+ j0.00033513)	(-6.14762e-5-j0.00077)	(-0.00064+ j0.00044161)
21-22	(0.000636+ j0.00035177)	(-1.34935e-5-j0.00072)	(-0.00062+ j0.00037514)
3-23	(0.003507+ j0.00052563)	(-0.00129- j0.00330024)	(-0.00220+ j0.00277460)
23-24	(0.006520+ j0.00148523)	(-0.00197- j0.00638911)	(-0.00454+ j0.00490387)
24-25	(0.003244+ j0.00072402)	(-0.00099- j0.00317198)	(-0.00224+ j0.00244795)
6-26	(0.001751- j0.00053732)	(-0.00134- j0.00124788)	(-0.00041+ j0.00178520)
26-27	(0.002321- j0.00076250)	(-0.00182- j0.00162917)	(-0.00050+ j0.00239168)
27-28	(0.010248- j0.00089576)	(-0.00589- j0.00842720)	(-0.00434+ j0.00932296)
28-29	(0.007346- j0.00088570)	(-0.00444- j0.00591953)	(-0.00290+ j0.00680524)
29-30	(0.003291- j0.00157540)	(-0.00301- j0.00206293)	(-0.00028+ j0.00363834)
30-31	(0.003840+ j0.00125522)	(-0.00083- j0.00395392)	(-0.00300+ j0.00269870)
31-32	(0.000844+ j0.00034071)	(-0.00012- j0.00090201)	(-0.00071+ j0.00056129)
32-33	(0.000261+ j0.00011414)	(-3.20137e-5-j0.00028)	(-0.00022+ j0.00016959)

Una vez que se calculó los voltajes de línea, se requiere calcular los voltajes de barras en la nueva iteración, sin embargo la matriz “BCBV_abc”, no cuenta con la columna referida a la barra slack, por cuanto se debe realizar un cálculo adicional.

4.3.3.1.8.1 Aplicación de la Matriz delta

Como todas las líneas que salen de la barra slack o referencia, fueron eliminadas para lograr que la matriz de incidencia de nodos sea cuadrada para poder invertir y realizar operaciones matemáticas, sin embargo, es necesario realizar la resta del voltaje de línea y el voltaje slack para todas las líneas que tiene como nodo de envío la barra slack.

Vi-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(-0.99717- j0.00018418)	(0.498429+ j0.86367296)	(0.498748- j0.86348877)
2-3	(0.013266- j0.00112140)	(-0.00760- j0.01092799)	(-0.00566+ j0.01204940)
3-4	(0.006929- j0.00090059)	(-0.00424- j0.00555094)	(-0.00268+ j0.00645154)
4-5	(0.006830- j0.00089241)	(-0.00418- j0.00546945)	(-0.00264+ j0.00636187)
5-6	(0.016877+ j0.00182100)	(-0.00686- j0.01552724)	(-0.01001+ j0.01370623)

6-7	(0.003246+ j0.00357875)	(0.001476- j0.00460083)	(-0.00472+ j0.00102207)
7-8	(0.004515- j0.00053994)	(-0.00272- j0.00364053)	(-0.00179+ j0.00418047)
8-9	(0.005808+ j0.00113192)	(-0.00192- j0.00559586)	(-0.00388+ j0.00446394)
9-10	(0.005365+ j0.00096420)	(-0.00184- j0.00512877)	(-0.00351+ j0.00416456)
10-11	(0.000795- j0.00010682)	(-0.00049- j0.00063560)	(-0.00030+ j0.00074243)
11-12	(0.001386- j0.00016781)	(-0.00083- j0.00111641)	(-0.00054+ j0.00128423)
12-13	(0.005636+ j0.00137444)	(-0.00162- j0.00556873)	(-0.00400+ j0.00419428)
13-14	(0.002088+ j0.00116807)	(-3.24184e-5-j0.00239)	(-0.00205+ j0.00122422)
14-15	(0.001299+ j0.00055797)	(-0.00016- j0.00140452)	(-0.00113+ j0.00084654)
15-16	(0.001258+ j0.00034388)	(-0.00033- j0.00126164)	(-0.00092+ j0.00091776)
16-17	(0.001863+ j0.00113573)	(5.203249e-5-j0.00218)	(-0.00191+ j0.00104561)
17-18	(0.000558+ j0.00014057)	(-0.00015- j0.00055355)	(-0.00040+ j0.00041297)
2-19	(0.000528+ j0.00018907)	(-0.00010- j0.00055193)	(-0.00042+ j0.00036285)
19-20	(0.003572+ j0.00116494)	(-0.00077- j0.00367664)	(-0.00279+ j0.00251170)
20-21	(0.000703+ j0.00033513)	(-6.14762e-5-j0.00077)	(-0.00064+ j0.00044161)
21-22	(0.000636+ j0.00035177)	(-1.34935e-5-j0.00072)	(-0.00062+ j0.00037514)
3-23	(0.003507+ j0.00052563)	(-0.00129- j0.00330024)	(-0.00220+ j0.00277460)
23-24	(0.006520+ j0.00148523)	(-0.00197- j0.00638911)	(-0.00454+ j0.00490387)
24-25	(0.003244+ j0.00072402)	(-0.00099- j0.00317198)	(-0.00224+ j0.00244795)
6-26	(0.001751- j0.00053732)	(-0.00134- j0.00124788)	(-0.00041+ j0.00178520)
26-27	(0.002321- j0.00076250)	(-0.00182- j0.00162917)	(-0.00050+ j0.00239168)
27-28	(0.010248- j0.00089576)	(-0.00589- j0.00842720)	(-0.00434+ j0.00932296)
28-29	(0.007346- j0.00088570)	(-0.00444- j0.00591953)	(-0.00290+ j0.00680524)
29-30	(0.003291- j0.00157540)	(-0.00301- j0.00206293)	(-0.00028+ j0.00363834)
30-31	(0.003840+ j0.00125522)	(-0.00083- j0.00395392)	(-0.00300+ j0.00269870)
31-32	(0.000844+ j0.00034071)	(-0.00012- j0.00090201)	(-0.00071+ j0.00056129)
32-33	(0.000261+ j0.00011414)	(-3.20137e-5-j0.00028)	(-0.00022+ j0.00016959)

Nota: los elementos de color amarillo, son los que están conectados a la barra slack, mismos que se recalculan en el vector delta.

Una vez que se calculó los voltajes de línea, es necesario calcular los nuevos voltajes de barras, mediante la "BCBV_abc".

4.3.3.1.9 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración "m+1"

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración "m+1".

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39);

Aplicando este concepto se calcula los voltajes de las barras de la red de 3 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por "-1", para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

Vk	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1	(1+ j0.0)	(-0.49842- j0.86367296)	(-0.49874+ j0.86348877)
2	(0.997177+ j0.00018418)	(-0.49842- j0.86367296)	(-0.49874+ j0.86348877)

3	(0.983911+ j0.00130559)	(-0.49082- j0.85274497)	(-0.49308+ j0.85143937)
4	(0.976981+ j0.00220619)	(-0.48658- j0.84719402)	(-0.49040+ j0.84498783)
5	(0.970150+ j0.00309860)	(-0.48239- j0.84172456)	(-0.48775+ j0.83862596)
6	(0.953272+ j0.00127760)	(-0.47553- j0.82619732)	(-0.47774+ j0.82491972)
7	(0.950026- j0.00230115)	(-0.47700- j0.82159649)	(-0.47302+ j0.82389764)
8	(0.945511- j0.00176121)	(-0.47428- j0.81795595)	(-0.47123+ j0.81971716)
9	(0.939702- j0.00289313)	(-0.47235- j0.81236008)	(-0.46734+ j0.81525322)
10	(0.934337- j0.00385734)	(-0.47050- j0.80723131)	(-0.46382+ j0.81108865)
11	(0.933541- j0.00375051)	(-0.47001- j0.80659570)	(-0.46352+ j0.81034622)
12	(0.932155- j0.00358270)	(-0.46918- j0.80547929)	(-0.46297+ j0.80906199)
13	(0.926519- j0.00495714)	(-0.46755- j0.79991056)	(-0.45896+ j0.80486770)
14	(0.924431- j0.00612522)	(-0.46752- j0.79751825)	(-0.45691+ j0.80364347)
15	(0.923131- j0.00668319)	(-0.46735- j0.79611373)	(-0.45577+ j0.80279692)
16	(0.921873- j0.00702708)	(-0.46702- j0.79485208)	(-0.45485+ j0.80187916)
17	(0.920010- j0.00816281)	(-0.46707- j0.79267073)	(-0.45293+ j0.80083355)
18	(0.919452- j0.00830339)	(-0.46691- j0.79211718)	(-0.45253+ j0.80042057)
19	(0.996649- j4.89065023)	(-0.49832- j0.86312103)	(-0.49832+ j0.86312592)
20	(0.993076- j0.00116983)	(-0.49755- j0.85944438)	(-0.49552+ j0.86061421)
21	(0.992372- j0.00150496)	(-0.49748- j0.85866763)	(-0.49488+ j0.86017260)
22	(0.991736- j0.00185674)	(-0.49747- j0.85794071)	(-0.49426+ j0.85979745)
23	(0.980403+ j0.00077995)	(-0.48952- j0.84944472)	(-0.49087+ j0.84866477)
24	(0.973883- j0.00070527)	(-0.48755- j0.84305561)	(-0.48633+ j0.84376089)
25	(0.970639- j0.00142930)	(-0.48655- j0.83988363)	(-0.48408+ j0.84131293)
26	(0.951521+ j0.00181492)	(-0.47418- j0.82494944)	(-0.47733+ j0.82313451)
27	(0.949200+ j0.00257743)	(-0.47236- j0.82332026)	(-0.47683+ j0.82074283)
28	(0.938952+ j0.00347319)	(-0.46646- j0.81489306)	(-0.47248+ j0.81141986)
29	(0.931605+ j0.00435889)	(-0.46202- j0.80897352)	(-0.46957+ j0.80461462)
30	(0.928313+ j0.00593430)	(-0.45901- j0.80691058)	(-0.46929+ j0.80097628)
31	(0.924473+ j0.00467908)	(-0.45818- j0.80295666)	(-0.46628+ j0.79827758)
32	(0.923628+ j0.00433836)	(-0.45805- j0.80205465)	(-0.46557+ j0.79771628)
33	(0.923366+ j0.00422422)	(-0.45802- j0.80177091)	(-0.46534+ j0.79754668)

4.3.3.1.10 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración “m+1”, La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y “m”, se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left| [V_k]_{ABC}^{(0)} - [V_k]_{ABC}^{(1)} \right| = 0.0004493$$

4.3.3.1.11 Décimo primer paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+1) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que le error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es $\mathcal{E}=0,0001$. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,0004493 > 0,0001$, por tanto, se debe realizar una nueva iteración. Regresamos al sexto paso.

4.3.3.2 Segunda Iteración para la red de 33 nodos

Se realiza la iteración 2, una vez que no cumplió el onceavo paso

4.3.3.2.1 Sexto paso: Hallar las corrientes de la barra

Al aplicar la ecuación (4.8), los datos de potencias son las misma en cada iteración ya que la carga es constante; las corrientes de la segunda iteración toman los resultados obtenidos en la primera iteración. Con ello se obtiene los siguientes resultados.

Ik	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1	(0.000334- j0.00020052)	(-0.00034- j0.00018930)	(6.479229e-5+ j0.00038)
2	(0.000305- j0.00013520)	(-0.00026- j0.00019688)	(-3.56079e-5+ j0.00033)
3	(0.000410- j0.00027235)	(-0.00044- j0.00021950)	(3.051267e-5+ j0.00049)
4	(0.000206- j0.00010257)	(-0.00019- j0.00012792)	(-1.46369e-5+ j0.00023)
5	(0.000210- j6.98703635)	(-0.00016- j0.00014748)	(-4.48125e-5+ j0.00021)
6	(0.000703- j0.00035401)	(-0.00065- j0.00043223)	(-4.51655e-5+ j0.00078)
7	(0.000707- j0.00035539)	(-0.00066- j0.00043489)	(-4.58992e-5+ j0.00079)
8	(0.000213- j7.19700579)	(-0.00016- j0.00014901)	(-4.44796e-5+ j0.00022)
9	(0.000214- j7.26591098)	(-0.00017- j0.00014975)	(-4.45127e-5+ j0.00022)
10	(0.000161- j0.00010837)	(-0.00017- j8.53200024)	(1.330846e-5+ j0.00019)
11	(0.000215- j0.00012670)	(-0.00021- j0.00012304)	(2.116043e-5+ j0.00024)
12	(0.000216- j0.00012790)	(-0.00021- j0.00012351)	(2.533001e-5+ j0.00025)
13	(0.000433- j0.00029331)	(-0.00047- j0.00022867)	(3.732474e-5+ j0.00052)
14	(0.000217- j3.80070542)	(-0.00014- j0.00016958)	(-7.59693e-5+ j0.00020)
15	(0.000217- j7.45485846)	(-0.00017- j0.00015133)	(-4.43326e-5+ j0.00022)
16	(0.000218- j7.50105540)	(-0.00017- j0.00015143)	(-4.41246e-5+ j0.00022)
17	(0.000327- j0.00014914)	(-0.00029- j0.00020870)	(-3.43888e-5+ j0.00035)
18	(0.000301- j0.00013379)	(-0.00026- j0.00019382)	(-3.46553e-5+ j0.00032)
19	(0.000301- j0.00013464)	(-0.00026- j0.00019421)	(-3.43940e-5+ j0.00032)
20	(0.000302- j0.00013483)	(-0.00026- j0.00019426)	(-3.43066e-5+ j0.00032)
21	(0.000302- j0.00013503)	(-0.00026- j0.00019429)	(-3.42111e-5+ j0.00032)
22	(0.000306- j0.00016990)	(-0.00030- j0.00018046)	(-6.09669e-5+ j0.00035)
23	(0.001438- j0.00068638)	(-0.00131- j0.00090297)	(-0.00012+ j0.00158936)
24	(0.001443- j0.00068986)	(-0.00131- j0.00090508)	(-0.00012+ j0.00159494)
25	(0.000211- j8.74621777)	(-0.00018- j0.00013912)	(-2.98276e-5+ j0.00022)
26	(0.000211- j8.75118228)	(-0.00018- j0.00013965)	(-3.01035e-5+ j0.00022)
27	(0.000214- j7.05009957)	(-0.00016- j0.00015035)	(-4.61037e-5+ j0.00022)
28	(0.000431- j3.38371161)	(-0.00024- j0.00035714)	(-0.00018+ j0.00039098)
29	(0.000737- j0.00216219)	(-0.00224+ j0.00044273)	(0.001503+ j0.00171946)
30	(0.000545- j0.00025108)	(-0.00049- j0.00034696)	(-5.53566e-5+ j0.00059)
31	(0.000764- j0.00035943)	(-0.00069- j0.00048235)	(-7.09659e-5+ j0.00084)
32	(0.000218- j0.00014427)	(-0.00023- j0.00011724)	(1.560910e-5+ j0.00026)
33			

4.3.3.2.2 Séptimo paso: Cálculo de las corrientes por cada línea i-j

Una vez obtenido las corrientes de las barras, se aplica para la iteración “m+1”. La ecuación (3.37).

Aplicando este concepto se calcula las corrientes de línea de la red de 13 nodos, con lo cual se obtiene los siguientes resultados y se debe multiplicar por “-1”, para obtener la matriz con sus matrices identidad de dimensión 3 positiva:

li-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.01337- j0.00734386)	(-0.01337- j0.00734386)	(0.000325+ j0.01525221)
2-3	(0.01196- j0.00637796)	(-0.01196- j0.00637796)	(0.000457+ j0.01354748)
3-4	(0.00875- j0.00419255)	(-0.00875- j0.00419255)	(0.000748+ j0.00968071)
4-5	(0.00831- j0.00397304)	(-0.00831- j0.00397304)	(0.000717+ j0.00918884)
5-6	(0.00812- j0.00384512)	(-0.00812- j0.00384512)	(0.000732+ j0.00895834)
6-7	(0.00352- j0.00240752)	(-0.00352- j0.00240752)	(-0.00032+ j0.00425456)
7-8	(0.00286- j0.00197528)	(-0.00286- j0.00197528)	(-0.00027+ j0.00346831)
8-9	(0.00220- j0.00154038)	(-0.00220- j0.00154038)	(-0.00023+ j0.00267802)
9-10	(0.00203- j0.00139137)	(-0.00203- j0.00139137)	(-0.00018+ j0.00245704)
10-11	(0.00186- j0.00124161)	(-0.00186- j0.00124161)	(-0.00014+ j0.00223463)
11-12	(0.00168- j0.00115629)	(-0.00168- j0.00115629)	(-0.00015+ j0.00204094)
12-13	(0.00147- j0.00103325)	(-0.00147- j0.00103325)	(-0.00015+ j0.00179118)
13-14	(0.00125- j0.00090974)	(-0.00125- j0.00090974)	(-0.00016+ j0.00153977)
14-15	(0.00078- j0.00068107)	(-0.00078- j0.00068107)	(-0.00019+ j0.00101778)
15-16	(0.00064- j0.00051148)	(-0.00064- j0.00051148)	(-0.00012+ j0.00081018)
16-17	(0.00046- j0.00036014)	(-0.00046- j0.00036014)	(-7.85136+ j0.00058430)
17-18	(0.00029- j0.00020871)	(-0.00029- j0.00020871)	(-3.43890e-5+ j0.00035785)
2-19	(0.00106- j0.00077658)	(-0.00106- j0.00077658)	(-0.00013+ j0.00131490)
19-20	(0.00080- j0.00058276)	(-0.00080- j0.00058276)	(-0.00010+ j0.00098727)
20-21	(0.00053- j0.00038855)	(-0.00053- j0.00038855)	(-6.85180e-5+j0.00065842)
21-22	(0.00026- j0.00019429)	(-0.00026- j0.00019429)	(-3.42113 e-5+j0.00032932)
3-23	(0.00293- j0.00198853)	(-0.00293- j0.00198853)	(-0.00025+ j0.00353468)
23-24	(0.00263- j0.00180806)	(-0.00263- j0.00180806)	(-0.00024+ j0.00318430)
24-25	(0.00131- j0.00090508)	(-0.00131- j0.00090508)	(-0.00012+ j0.00159494)
6-26	(0.00443- j0.00129011)	(-0.00443- j0.00129011)	(0.001100+ j0.00448641)
26-27	(0.00425- j0.00115098)	(-0.00425- j0.00115098)	(0.001130+ j0.00425983)
27-28	(0.00407- j0.00101133)	(-0.00407- j0.00101133)	(0.001160+ j0.00403266)
28-29	(0.00390- j0.00086097)	(-0.00390- j0.00086097)	(0.001206+ j0.00381181)
29-30	(0.00365- j0.00050383)	(-0.00365- j0.00050383)	(0.001393+ j0.00342082)
30-31	(0.00141- j0.00094656)	(-0.00141- j0.00094656)	(-0.00011+ j0.00170136)
31-32	(0.00092- j0.00059960)	(-0.00092- j0.00059960)	(-5.53570 e-5+j0.00110331)
32-33	(0.00023- j0.00011724)	(-0.00023- j0.00011724)	(1.560889e-5+j0.00026152)

4.3.3.2.3 Octavo paso: Hallar los voltajes de línea

Una vez determinado las matrices de corrientes de línea y al disponer de la matriz de impedancia de línea, se puede determinar la caída de voltaje.

El vector de voltajes de línea o caídas de voltaje, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9); donde la matriz de impedancia está calculada en la Tabla 5.1.

El resultado de la operación es:

Vi-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.002977- j0.00020138)	(-0.00166- j0.00247796)	(-0.00131+ j0.00267934)
2-3	(0.014080- j0.00121722)	(-0.00809- j0.01158523)	(-0.00598+ j0.01280245)
3-4	(0.007452- j0.00097172)	(-0.00456- j0.00596796)	(-0.00288+ j0.00693969)
4-5	(0.007365- j0.00096630)	(-0.00451- j0.00589531)	(-0.00284+ j0.00686161)
5-6	(0.018221+ j0.00195697)	(-0.00741- j0.01675856)	(-0.01080+ j0.01480159)
6-7	(0.003510+ j0.00383369)	(0.001564- j0.00495724)	(-0.00507+ j0.00112355)
7-8	(0.004874- j0.00060917)	(-0.00296- j0.00391714)	(-0.00190+ j0.00452631)
8-9	(0.006313+ j0.00118816)	(-0.00212- j0.00606197)	(-0.00418+ j0.00487380)
9-10	(0.005840+ j0.00100988)	(-0.00204- j0.00556310)	(-0.00379+ j0.00455321)
10-11	(0.000865- j0.00012205)	(-0.00053- j0.00068826)	(-0.00032+ j0.00081032)
11-12	(0.001508- j0.00019350)	(-0.00092- j0.00120988)	(-0.00058+ j0.00140338)
12-13	(0.006160+ j0.00145256)	(-0.00182- j0.00606173)	(-0.00433+ j0.00460917)
13-14	(0.002289+ j0.00125690)	(-5.63980e-5+j0.00261)	(-0.00223+ j0.00135458)
14-15	(0.001426+ j0.00059723)	(-0.00019- j0.00153368)	(-0.00123+ j0.00093645)
15-16	(0.001379+ j0.00036360)	(-0.00037- j0.00137686)	(-0.00100+ j0.00101326)
16-17	(0.002051+ j0.00122393)	(3.420763 e-5+j0.00238)	(-0.00208+ j0.00116468)
17-18	(0.000612+ j0.00014809)	(-0.00017- j0.00060453)	(-0.00043+ j0.00045644)
2-19	(0.000531+ j0.00018975)	(-0.00010- j0.00055555)	(-0.00043+ j0.00036580)
19-20	(0.003602+ j0.00116865)	(-0.00078- j0.00370435)	(-0.00281+ j0.00253569)
20-21	(0.000709+ j0.00033669)	(-6.32998 e-5+j 0.00078)	(-0.00064+ j0.00044632)
21-22	(0.000642+ j0.00035358)	(-1.49746 e-5+j 0.00073)	(-0.00062+ j0.00037951)
3-23	(0.003609+ j0.00053800)	(-0.00133- j0.00339506)	(-0.00227+ j0.00285705)
23-24	(0.006716+ j0.00152266)	(-0.00203- j0.00657817)	(-0.00467+ j0.00505550)
24-25	(0.003348+ j0.00074219)	(-0.00103- j0.00327106)	(-0.00231+ j0.00252887)
6-26	(0.001898- j0.00057288)	(-0.00144- j0.00135782)	(-0.00045+ j0.00193071)
26-27	(0.002520- j0.00081315)	(-0.00196- j0.00177650)	(-0.00055+ j0.00258965)
27-28	(0.011127- j0.00090551)	(-0.00634- j0.00918418)	(-0.00477+ j0.01008970)
28-29	(0.007984- j0.00091011)	(-0.00478- j0.00645964)	(-0.00320+ j0.00736976)
29-30	(0.003588- j0.00168592)	(-0.00325- j0.00226434)	(-0.00033+ j0.00395027)
30-31	(0.004176+ j0.00138836)	(-0.00088- j0.00431153)	(-0.00329+ j0.00292317)
31-32	(0.000918+ j0.00037577)	(-0.00013- j0.00098361)	(-0.00078+ j0.00060783)
32-33	(0.000284+ j0.00012578)	(-3.34121 e-5+j 0.00030)	(-0.00025+ j0.00018365)

Una vez que se calculó los voltajes de línea, es necesario disponer de una matriz que relacione los voltajes de líneas con los voltajes de barras, para poder calcular estos últimos y restar de los voltajes iniciales y hallar los errores

4.3.3.2.3.1 Aplicación de la Matriz delta

Con el mismo criterio de la anterior iteración se realiza la aplicación de la matriz delta. La resta del voltaje de la barra slack, es el mismo en todas las iteraciones, dado que es un dato de entrada medido.

El resultado total del vector de líneas es:

Vi-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.997022+ j0.00020)	(-0.49833- j0.86354)	(-0.49868+ j0.863346)
2-3	(0.014080- j0.00121722)	(-0.00809- j0.01158523)	(-0.00598+ j0.01280245)
3-4	(0.007452- j0.00097172)	(-0.00456- j0.00596796)	(-0.00288+ j0.00693969)
4-5	(0.007365- j0.00096630)	(-0.00451- j0.00589531)	(-0.00284+ j0.00686161)
5-6	(0.018221+ j0.00195697)	(-0.00741- j0.01675856)	(-0.01080+ j0.01480159)
6-7	(0.003510+ j0.00383369)	(0.001564- j0.00495724)	(-0.00507+ j0.00112355)
7-8	(0.004874- j0.00060917)	(-0.00296- j0.00391714)	(-0.00190+ j0.00452631)
8-9	(0.006313+ j0.00118816)	(-0.00212- j0.00606197)	(-0.00418+ j0.00487380)
9-10	(0.005840+ j0.00100988)	(-0.00204- j0.00556310)	(-0.00379+ j0.00455321)
10-11	(0.000865- j0.00012205)	(-0.00053- j0.00068826)	(-0.00032+ j0.00081032)
11-12	(0.001508- j0.00019350)	(-0.00092- j0.00120988)	(-0.00058+ j0.00140338)
12-13	(0.006160+ j0.00145256)	(-0.00182- j0.00606173)	(-0.00433+ j0.00460917)
13-14	(0.002289+ j0.00125690)	(-5.63980e-5+j0.00261)	(-0.00223+ j0.00135458)
14-15	(0.001426+ j0.00059723)	(-0.00019- j0.00153368)	(-0.00123+ j0.00093645)
15-16	(0.001379+ j0.00036360)	(-0.00037- j0.00137686)	(-0.00100+ j0.00101326)
16-17	(0.002051+ j0.00122393)	(3.420763 e-5+j0.00238)	(-0.00208+ j0.00116468)
17-18	(0.000612+ j0.00014809)	(-0.00017- j0.00060453)	(-0.00043+ j0.00045644)
2-19	(0.000531+ j0.00018975)	(-0.00010- j0.00055555)	(-0.00043+ j0.00036580)
19-20	(0.003602+ j0.00116865)	(-0.00078- j0.00370435)	(-0.00281+ j0.00253569)
20-21	(0.000709+ j0.00033669)	(-6.32998 e-5+j 0.00078)	(-0.00064+ j0.00044632)
21-22	(0.000642+ j0.00035358)	(-1.49746 e-5+j 0.00073)	(-0.00062+ j0.00037951)
3-23	(0.003609+ j0.00053800)	(-0.00133- j0.00339506)	(-0.00227+ j0.00285705)
23-24	(0.006716+ j0.00152266)	(-0.00203- j0.00657817)	(-0.00467+ j0.00505550)
24-25	(0.003348+ j0.00074219)	(-0.00103- j0.00327106)	(-0.00231+ j0.00252887)
6-26	(0.001898- j0.00057288)	(-0.00144- j0.00135782)	(-0.00045+ j0.00193071)
26-27	(0.002520- j0.00081315)	(-0.00196- j0.00177650)	(-0.00055+ j0.00258965)
27-28	(0.011127- j0.00090551)	(-0.00634- j0.00918418)	(-0.00477+ j0.01008970)
28-29	(0.007984- j0.00091011)	(-0.00478- j0.00645964)	(-0.00320+ j0.00736976)
29-30	(0.003588- j0.00168592)	(-0.00325- j0.00226434)	(-0.00033+ j0.00395027)
30-31	(0.004176+ j0.00138836)	(-0.00088- j0.00431153)	(-0.00329+ j0.00292317)
31-32	(0.000918+ j0.00037577)	(-0.00013- j0.00098361)	(-0.00078+ j0.00060783)
32-33	(0.000284+ j0.00012578)	(-3.34121 e-5+j 0.00030)	(-0.00025+ j0.00018365)

4.3.3.2.4 Noveno paso: Hallar los nuevos voltajes de barra en la iteración “m+2”

Una vez determinado las matrices de voltajes de línea y al disponer de la matriz de incidencia de nodos de voltaje, se puede determinar los nuevos voltajes de barra, para la iteración “m+2”.

El vector de voltajes de barra, se lo realiza mediante la aplicación de la ecuación (3.39);

Vi-j	Fase A(p. u.)	Fase B(p. u.)	Fase C(p. u.)
1-2	(0.997022+ j0.00020138)	(-0.49833- j0.86354744)	(-0.49868+ j0.86334606)
2-3	(0.982942+ j0.00141861)	(-0.49024- j0.85196221)	(-0.49269+ j0.85054360)
3-4	(0.975489+ j0.00239033)	(-0.48567- j0.84599424)	(-0.48981+ j0.84360390)
4-5	(0.968124+ j0.00335664)	(-0.48115- j0.84009892)	(-0.48696+ j0.83674228)
5-6	(0.949903+ j0.00139967)	(-0.47373- j0.82334036)	(-0.47616+ j0.82194068)
6-7	(0.946392- j0.00243402)	(-0.47530- j0.81838311)	(-0.47108+ j0.82081713)
7-8	(0.941517- j0.00182484)	(-0.47233- j0.81446596)	(-0.46917+ j0.81629081)
8-9	(0.935204- j0.00301301)	(-0.47021- j0.80840399)	(-0.46499+ j0.81141700)
9-10	(0.929363- j0.00402290)	(-0.46816- j0.80284089)	(-0.46119+ j0.80686379)
10-11	(0.928498- j0.00390084)	(-0.46762- j0.80215262)	(-0.46087+ j0.80605347)
11-12	(0.926989- j0.00370733)	(-0.46670- j0.80094274)	(-0.46028+ j0.80465008)
12-13	(0.920828- j0.00515990)	(-0.46488- j0.79488101)	(-0.45594+ j0.80004091)
13-14	(0.918538- j0.00641680)	(-0.46482- j0.79226952)	(-0.45371+ j0.79868632)
14-15	(0.917112- j0.00701403)	(-0.46463- j0.79073583)	(-0.45248+ j0.79774987)
15-16	(0.915732- j0.00737763)	(-0.46425- j0.78935897)	(-0.45147+ j0.79673660)
16-17	(0.913681- j0.00860157)	(-0.46428- j0.78697034)	(-0.44939+ j0.79557191)
17-18	(0.913068- j0.00874966)	(-0.46411- j0.78636581)	(-0.44895+ j0.79511547)
2-19	(0.996490- j05j)	(-0.49823- j0.86299188)	(-0.49825+ j0.86298025)
19-20	(0.992887- j0.00115702)	(-0.49744- j0.85928753)	(-0.49544+ j0.86044456)
20-21	(0.992178- j0.00149371)	(-0.49738- j0.85850451)	(-0.49479+ j0.85999823)
21-22	(0.991535- j0.00184729)	(-0.49736- j0.85777141)	(-0.49416+ j0.85961871)
3-23	(0.979332+ j0.00088060)	(-0.48890- j0.84856715)	(-0.49042+ j0.84768654)
23-24	(0.972615- j0.00064205)	(-0.48686- j0.84198898)	(-0.48575+ j0.84263103)
24-25	(0.969267- j0.00138424)	(-0.48583- j0.83871791)	(-0.48343+ j0.84010216)
6-26	(0.948004+ j0.00197255)	(-0.47229- j0.82198253)	(-0.47571+ j0.82000997)
26-27	(0.945484+ j0.00278570)	(-0.47032- j0.82020602)	(-0.47515+ j0.81742031)
27-28	(0.934356+ j0.00369122)	(-0.46398- j0.81102183)	(-0.47037+ j0.80733061)
28-29	(0.926371+ j0.00460134)	(-0.45920- j0.80456218)	(-0.46717+ j0.79996084)
29-30	(0.922783+ j0.00628726)	(-0.45594- j0.80229783)	(-0.46683+ j0.79601057)
30-31	(0.918606+ j0.00489890)	(-0.45506- j0.79798629)	(-0.46354+ j0.79308739)
31-32	(0.917688+ j0.00452312)	(-0.45492- j0.79700268)	(-0.46276+ j0.79247956)
32-33	(0.917403+ j0.00439734)	(-0.45489- j0.79669325)	(-0.46250+ j0.79229591)

4.3.3.2.5 Décimo paso: Calcular los errores de voltaje de barras

Una vez calculado el vector de voltajes de barra en la iteración “m+1”, La operación matemática requerida para calcular los errores de voltajes entre la iteración “m+1” y “m”, se aplica la ecuación (3.41).

$$\Delta V_{max} = \max \left([\Delta V_L]_{ABC}^{(1)} \right) = \max \left| [V_k]_{ABC}^{(0)} - [V_k]_{ABC}^{(1)} \right| = 0.000003432$$

4.3.3.2.6 Onceavo paso: Comparar el error máximo

Para esta etapa se requiere como variable de entrada el máximo error calculado en la iteración (m+1) y el error ingresado como dato de entrada para lograr la convergencia en el cálculo”.

Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos se verifica que el error o tolerancia sea menor al criterio escogido, para nuestro caso es $\epsilon=0,0001$. Aplicando la ecuación (3.42).

Para esta primera iteración se determina que el mayor error es $0,000003432 < 0,0001$, por tanto, finalizamos el cálculo.

La aplicación de la metodología atrás/adelante por suma de corrientes en la red de 33 nodos, demuestra una efectividad en la convergencia del cálculo con dos barridos y 0,01112 segundos, o 11 milisegundos.

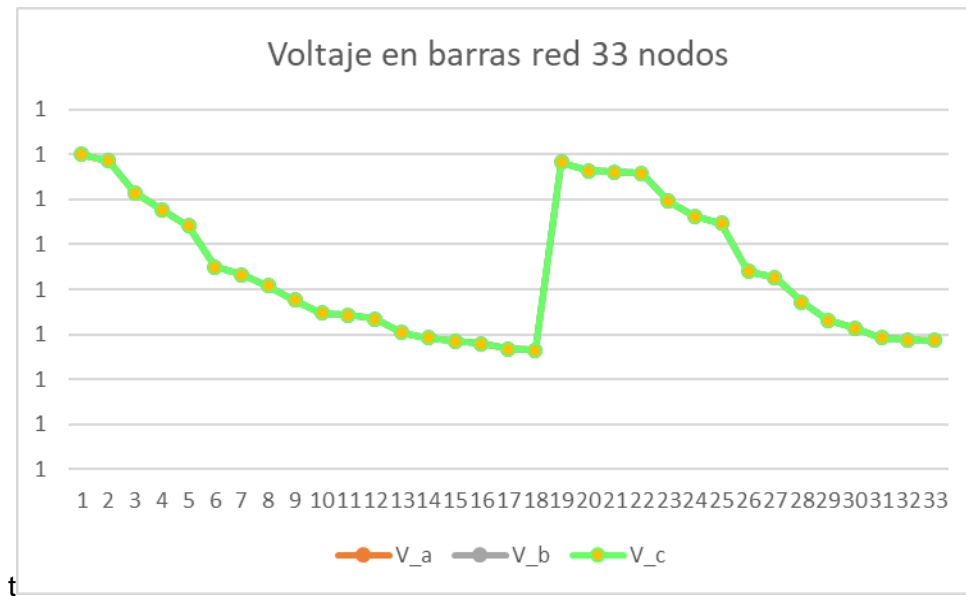


Figura 4.19. Angulo de Voltaje fase "ABC" red IEEE de 33 nodos modelo atrás/adelante en (p. u.)

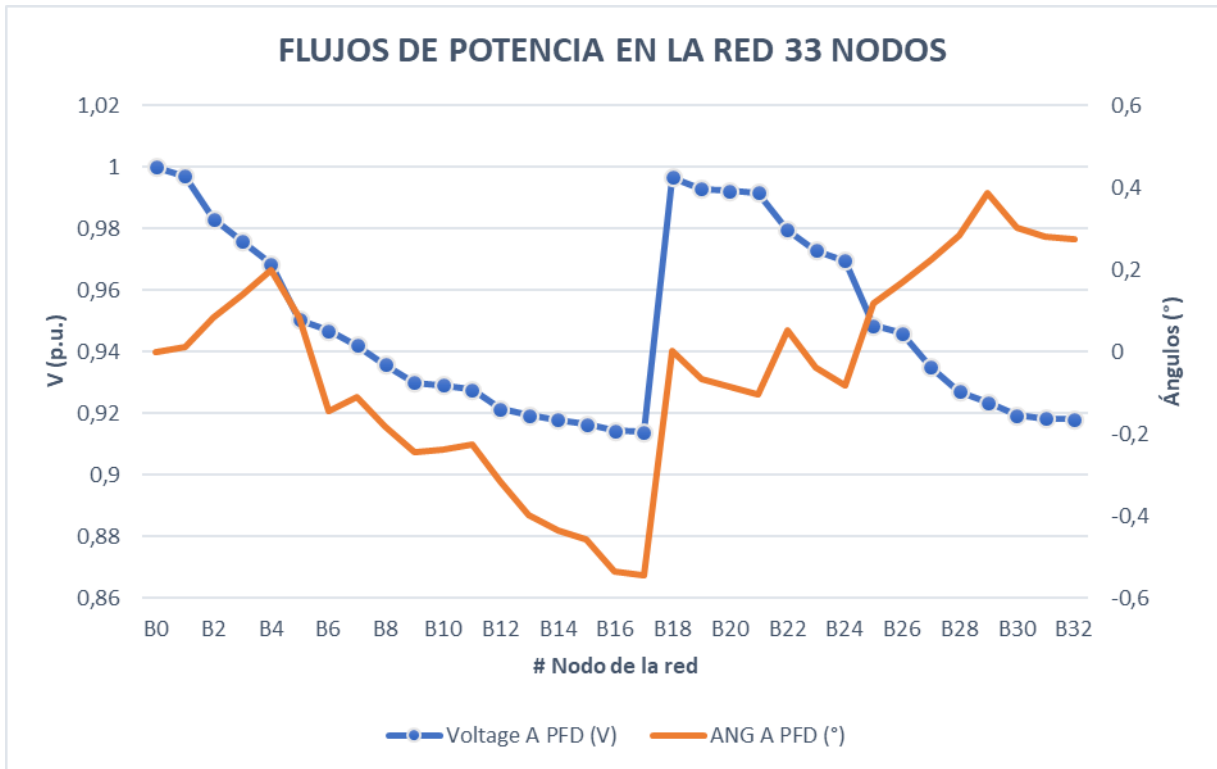


Figura 4.20. Angulo de Voltaje fase “A” red IEEE de 33 nodos modelo atrás/adelante en (p. u.)

Una vez obtenido los resultados de los flujos de potencia de las redes de prueba IEEE de 13 y 33 nodos, En el capítulo 5.1, se realiza para las mismas redes la modelación y ejecución de flujos de potencia en los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory, los cuales, servirán para realizar la comparación con los resultados obtenidos del modelo matemático desarrollado.

Mediante la comparación de resultados se determina la correlación que existe entre estos y se determina la validez del modelo, siempre y cuando la correlación sea mayor al 95%.

5 Evaluación del desempeño de la metodología propuesta

Con la finalidad de evaluar los resultados obtenidos por el modelo matemático desarrollado, y que fue aplicado en las 2 redes de prueba IEEE de 13 y 33 nodos; es necesario modelar las mismas redes de prueba en los programas comerciales de análisis eléctrico como CYMDIST y PowerFactory, de tal manera que todos los resultados obtenidos sean comparados mediante correlación, para determinar la validez del nuevo modelo matemático de barrido atrás/adelante.

5.1 Flujos de potencia en los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory

Los flujos de potencia se definen como la solución matemática de un sistema de eléctrico el cual es modelado mediante ecuaciones no lineales, cuyo resultado es obtener la magnitud y el ángulo del voltaje en cada barra, mismos que representan el estado de operación del sistema analizado, luego, con estos resultados se obtiene la potencia activa y reactiva que fluyen en cada línea considerando un valor de generación y carga para un instante de tiempo determinado o estado estacionario.

Matemáticamente consiste en resolver un conjunto de ecuaciones del tipo algebraicas no lineales diferenciales, cuyo orden depende de la red y formulación utilizada.

5.1.1 Flujos de potencia en CYMDIST

CYMDIST es el paquete base para el análisis del sistema de distribución del software CYME. Agrupa todas las herramientas de modelado y análisis necesarias para realizar los diversos tipos de simulaciones involucradas en la planificación del sistema de distribución eléctrica.

5.1.1.1 Metodologías utilizadas por CYMDIST

Los métodos de solución utilizados por CYMDIST mediante el módulo CYMFLOW dispone de 6 métodos tanto para sistemas equilibrados o desequilibrados [7].

Métodos desequilibrados

- Caída de voltaje
- Newton Raphson

Métodos equilibrados

- Caída de voltaje
- Newton Raphson
- Gauss Seidel
- Desacoplado Rápido

5.1.2 Flujos de potencia en DlgSILENT PowerFactory

DlgSILENT PowerFactory es una herramienta informática de análisis de ingeniería eléctrica. Este programa realiza el análisis de sistemas eléctricos en diversas etapas como: generación, transmisión, distribución e industrial. Este programa integra funciones de cálculo con base de datos, agilizando los cálculos de los modelos con resultados altamente confiables.

Uno de los métodos computacionales más usados en el análisis de sistemas eléctricos es el cálculo del flujo de potencia. La planificación, diseño y operación de los sistemas eléctricos requieren de estos cálculos para analizar el desempeño en estado estacionario (steady-state) del sistema de potencia bajo diferentes condiciones de operación y analizar los efectos en configuraciones y equipos.

5.1.2.1 Metodologías utilizadas por DlgSILENT PowerFactory

Los métodos de solución utilizados por DlgSILENT mediante el módulo de flujos de potencia dispone de 2 métodos tanto para sistemas equilibrados o desequilibrados [8].

Métodos desequilibrados o equilibrados

- Newton Raphson (ecuaciones de corriente)
- Newton Raphson (ecuaciones de potencia y clásico)

Gauss Seidel A su vez estos dos métodos se clasifican en:

- Método balanceado
- Método desbalanceado
- Método Desacoplado Rápido o lineal

5.2 Modelación de redes de prueba en los programas comerciales

Para realizar la modelación de las redes de prueba IEEE de 13 y 33 nodos, así también de las redes de 15 y 48 nodos de ELEPCOSA, se inicia ingresando los datos de la red para modelar y calcular flujos de potencias en los programas comerciales

5.2.1 Descripción de red de prueba IEEE de 13 nodos

La red IEEE 13 Node Test Feeder, es una red de prueba para sistemas de distribución eléctrica del tipo desequilibrada, cuyas características principales de esta red se presentó desde la Tabla 4.12 has la Tabla 4.17 (Planning, 1991).

Con los datos registrados en estas Tablas, se realiza la modelación en los dos programas comerciales, ya que permite el ingreso de los datos de dos maneras, la primera mediante la configuración de conductores; o si se dispone para ciertos tramos la impedancia y admitancia directamente.

5.2.2 Descripción de red de prueba IEEE de 33 nodos

La red IEEE 33 Node Test Feeder, es una red de prueba para sistemas de distribución eléctrica del tipo desequilibrada, las características principales de esta red son: combinación de líneas aéreas y subterráneas que viene ya con los parámetros de impedancia y admitancia, por lo cual no es necesario calcular la disposición geométrica de conductores como es el caso de la red de 13 nodos y consta con un total de 32 cargas

trifásicas. Con este antecedente se procede a realizar la simulación en los programas comerciales ingresando los datos técnicos de impedancia y admitancia. El detalle de la red se presentó desde la Tabla 4.22 a la Tabla 4.24.

5.3 Programa CYMDIST

El programa CYME permite modelar cualquier tipo de red del sistema de distribución tanto equilibrado o desequilibrado, considerando que las redes a analizar son de los dos tipos, es aplicable modelar y simular en este programa.

5.3.1 Modelación de la red en CYMDIST

Para la modelación de cualquier sistema de distribución en el programa CYMDIST, se inició con la familiarización del programa. Conocido esto, se creó un nuevo proyecto de trabajo para el sistema llamado (13 barras); con los datos técnicos recopilados y que se han descrito en el presente trabajo se ingresó los datos a los equipos como fuentes, conductores, espaciamiento, transformadores, cargas; con estos datos se generó la configuración de las redes aéreas o subterráneas, y demás elementos requeridos para la modelación. Una vez ingresado los equipos, se modela la red dibujando de manera esquemática o georreferenciada.

Se inicia ingresando la red o nodo fuente, seguido se ingresa los tramos iniciando desde el nodo fuente hacia los demás nodos, en el caso de existir transformadores o demás equipos se agrega desde la barra de herramientas, finalmente a la red dibujada se asigna a los elementos, los datos técnicos creados en equipos, elemento a elemento.

5.3.1.1 Modelación de la Red IEEE de 13 nodos en CYMDIST

Con los datos descritos de la red se agregaron los equipos para el transformador, red trifásica, bifásica, monofásica y cargas.

Al dibujar la red se consideró la composición de los tramos que están detallados en la Tabla 4.24; la red dibujada en el programa comercial CYMDIST se detalla en la Figura 5.1.

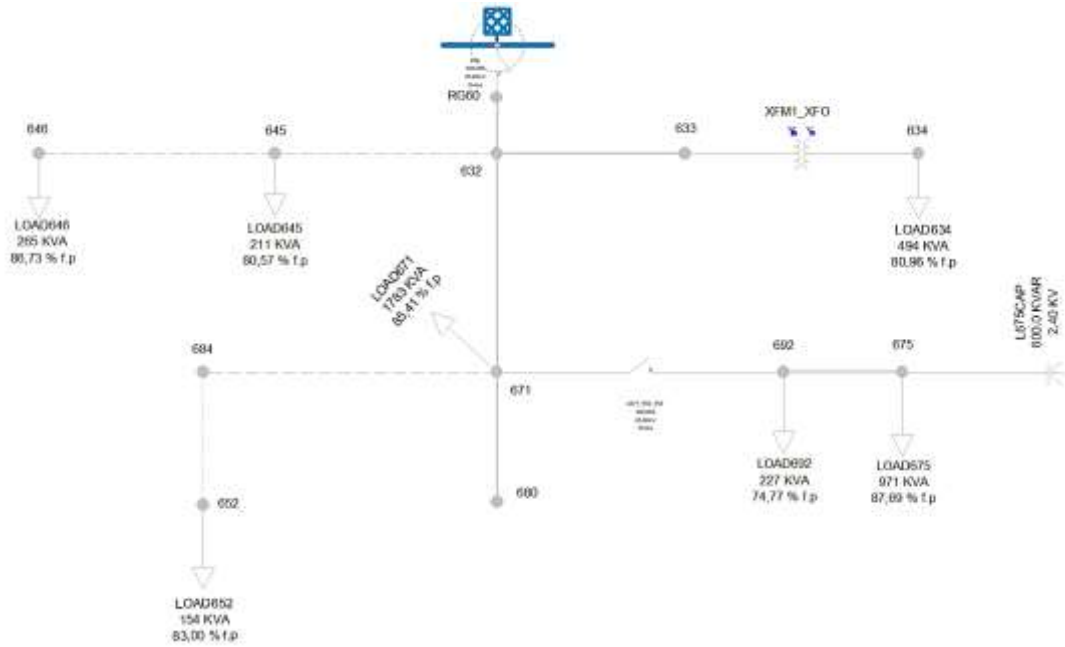


Figura 5.1. Modelamiento de la red de prueba IEEE de 13 nodos

La obtención de los datos de impedancia resultado de la modelación en el programa comercial CYMDIST, se realizó para todos los tramos, con el objeto de comparar con los resultados del modelo matemático desarrollado, que incluye el cálculo de la impedancia de los tramos de red.

Tabla 5.1. Impedancia y admitancia en la red de 13 nodos

Nodo A	Nodo B	Configuración	Z[ABC] (Ω /milla)			Y[ABC] (μ S/milla)				
632	645	CBx1/0+1/0								
				$1,329 + j1,347$	$0,2066 + j0,4591$		$0 + j4,713$	$0 - j0,9005$		
				$0,2066 + j0,4591$	$1,324 + j1,357$		$0 - j0,9005$	$0 + j4,669$		
632	633	ABCx4/0+4/0	$0,7526 + j1,181$	$0,158 + j0,4236$	$0,1559 + j0,5017$	$0 + j5,703$	$0 - j1,082$	$0 - j1,692$		
			$0,158 + j0,4236$	$0,7475 + j1,198$	$0,1535 + j0,3849$	$0 - j1,082$	$0 + j5,183$	$0 - j0,6592$		
			$0,1559 + j0,5017$	$0,1535 + j0,3849$	$0,7435 + j1,211$	$0 - j1,692$	$0 - j0,6592$	$0 + j5,428$		
633	634	XFM-1								
645	646	CBX1/0+1/0								
				$1,329 + j1,347$	$0,2066 + j0,4591$		$0 + j4,713$	$0 - j0,9005$		
				$0,2066 + j0,4591$	$1,324 + j1,357$		$0 - j0,9005$	$0 + j4,669$		
650	632	BACX556,5+4/0	$0,3466 + j1,019$	$0,1559 + j0,5017$	$0,158 + j0,4236$	$0 + j6,304$	$0 - j1,997$	$0 - j1,26$		
			$0,1559 + j0,5017$	$0,3375 + j1,049$	$0,1535 + j0,3849$	$0 - j1,997$	$0 + j5,964$	$0 - j0,7422$		
			$0,158 + j0,4236$	$0,1535 + j0,3849$	$0,3415 + j1,036$	$0 - j1,26$	$0 - j0,7422$	$0 + j5,643$		

684	652	(AX1/0+1/0)	1,3425+j*0,5124			j88,912		
632	671	BACX556,5+4/0	0,3466 + j1,019	0,1559 + j0,5017	0,158 + j0,4236	0 + j5,304	0 - j1,997	0 - j1,26
			0,1559 + j0,5017	0,3375 + j1,049	0,1535 + j0,3849	0 - j1,997	0 + j5,964	0 - j0,7422
			0,158 + j0,4236	0,1535 + j0,3849	0,3415 + j1,036	0 - j1,26	0 - j0,7422	0 + j5,643
671	684	ACX1/0+1/0	1,324 + j1,357		0,2066 + j0,4591	0 + j1,669		0 - j0,9005
			0,2066 + j0,4591		1,329 + j1,347	0 - j0,9005		0 + j4,713
671	680	BACX556,5+4/0	0,3466 + j1,019	0,1559 + j0,5017	0,158 + j0,4236	0 + j5,304	0 - j1,997	0 - j1,26
			0,1559 + j0,5017	0,3375 + j1,049	0,1535 + j0,3849	0 - j1,997	0 + j5,964	0 - j0,7422
			0,158 + j0,4236	0,1535 + j0,3849	0,3415 + j1,036	0 - j1,26	0 - j0,7422	0 + j5,643
671	692	Switch						
692	675	ABCX250	0,7982 + j0,4463	0,3078 + j0,0171	0,3078 + j0,0171	0 + j96,89	0 + j0	0 + j0
			0,3078 + j0,0171	0,7891 + j0,4041	0,3078 + j0,0171	0 + j0	0 + j96,89	0 + j0
			0,3078 + j0,0171	0,3078 + j0,0171	0,7982 + j0,4463	0 + j0	0 + j0	0 + j96,89

5.3.1.2 Resultados en la red de 13 nodos en CYMDIST

Al realizar los flujos de potencia en este modelo de prueba con 13 nodos, el tiempo de cálculo fue de 0,02 segundos, con 3 iteraciones, determinado estos resultados servirán de base para comparar con los obtenidos con el programa comercial DIGSILENT y el nuevo modelo matemático.

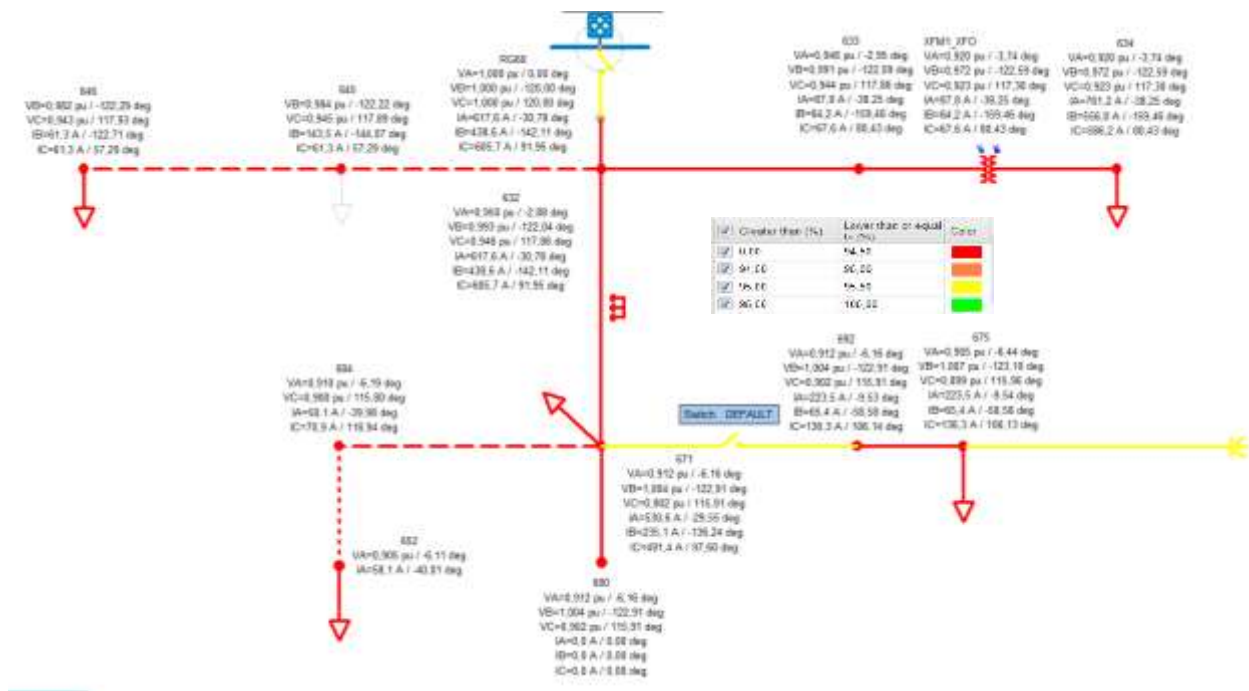


Figura 5.2. Resultados del flujo de potencia en la red de prueba IEEE de 13 nodos

Tabla 5.2. Voltajes en los nodos de la red de 13 nodos

Nodo	V (kVLL)	V (p.u.)	Angulo V (°)	P_cap (MW)	Q_cap (Mvar)	P_carga(MW)	Q_carga (Mvar)
650	4,2	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
RG60	4,2	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
632	4,0	0,960	-2,90	0,00	0,00	0,00	0,00
633	4,0	0,957	-2,98	0,00	0,00	0,00	0,00
634	0,4	0,936	-3,77	0,00	0,00	0,40	0,29
645	4,0	0,963	-122,26	0,00	0,00	0,17	0,13
646	4,0	0,961	-122,34	0,00	0,00	0,21	0,12
671	3,9	0,934	-6,25	0,00	0,00	1,52	0,93
680	3,9	0,934	-6,25	0,00	0,00	0,00	0,00
684	3,7	0,895	-6,27	0,00	0,00	0,00	0,00
611	3,7	0,890	115,07	0,00	-0,08	0,15	0,07
652	3,7	0,893	-6,20	0,00	0,00	0,10	0,07
692	3,9	0,934	-6,25	0,00	0,00	0,15	0,14
675	3,9	0,931	-6,53	-0,00	-0,52	0,84	0,46

Los resultados del modelo de prueba con 13 nodos, al ser del tipo desequilibrado se obtuvo 3 perfiles de voltaje, compuestos por cada fase, A, B y C. las caídas de voltaje dependen de la carga que está conectada en cada una de las fases, que para la red son diferentes en cada nodo.

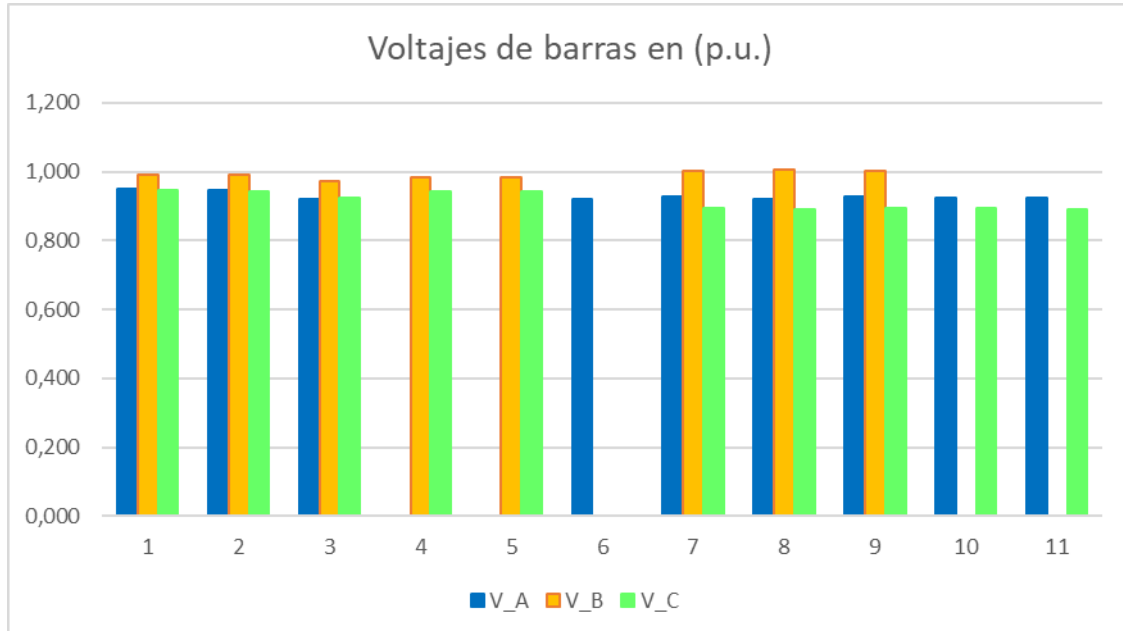


Figura 5.3. Resultados de voltaje en la red de prueba IEEE de 13 nodos CYMDIST

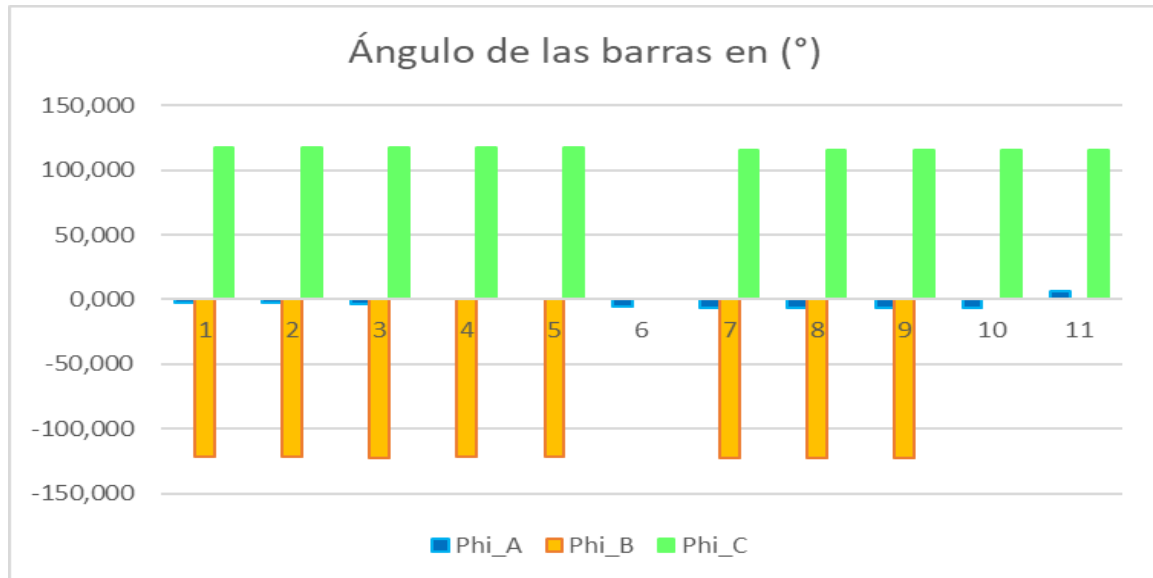


Figura 5.4. Resultados de ángulos de voltaje en la red de prueba IEEE de 13 nodos CYMDIST

5.3.1.3 Red IEEE de 33 nodos en CYMDIST

Con los datos técnicos descritos en la Tabla 4.24, se agregó los equipos como: red trifásica, configuración, cargas y demás equipos.

5.3.1.4 Resultados en la red de 33 nodos equilibrados en CYMDIST

Al realizar los flujos de potencia en este modelo de prueba con 33 nodos, el tiempo de cálculo fue de 0,02 segundos o 20 milisegundos, con 2 iteraciones, determinado estos resultados servirán de base para comparar con los obtenidos con el programa comercial DIGSILENT y el nuevo modelo matemático.

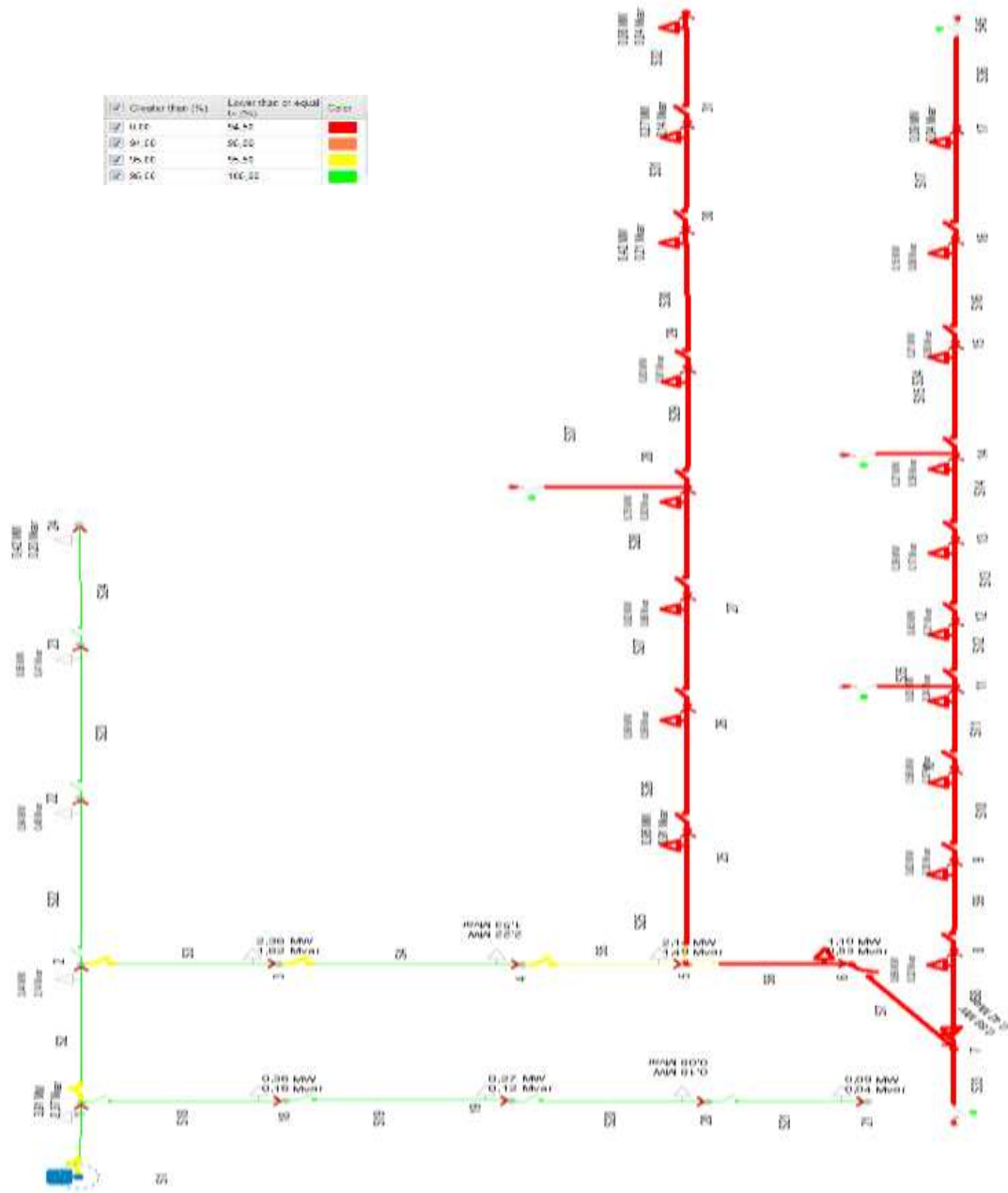


Figura 5.5. Resultados del flujo de potencia en la red de prueba IEEE de 33 nodos

Tabla 5.3. Voltajes en los nodos de la red de 33 nodos

Nodo	Voltage A (V)	Voltage ABC (V)	Ángulo fase A (°)
0	12,7	1	0
1	12,6	0,997	0,01
2	12,4	0,983	0,08
3	12,4	0,976	0,14
4	12,3	0,968	0,2
5	12	0,95	0,08
6	12	0,947	-0,15
7	11,9	0,942	-0,11
8	11,8	0,936	-0,18
9	11,8	0,93	-0,24
10	11,8	0,929	-0,24
11	11,7	0,928	-0,23
12	11,7	0,921	-0,32
13	11,6	0,919	-0,4
14	11,6	0,918	-0,43
15	11,6	0,916	-0,46
16	11,6	0,914	-0,53
17	11,6	0,914	-0,54
18	12,6	0,997	0
19	12,6	0,993	-0,07
20	12,6	0,992	-0,08
21	12,6	0,992	-0,11
22	12,4	0,979	0,05
23	12,3	0,973	-0,04
24	12,3	0,969	-0,08
25	12	0,948	0,12
26	12	0,946	0,17
27	11,8	0,935	0,23
28	11,7	0,927	0,28
29	11,7	0,923	0,39
30	11,6	0,919	0,3
31	11,6	0,918	0,28
32	11,6	0,918	0,27

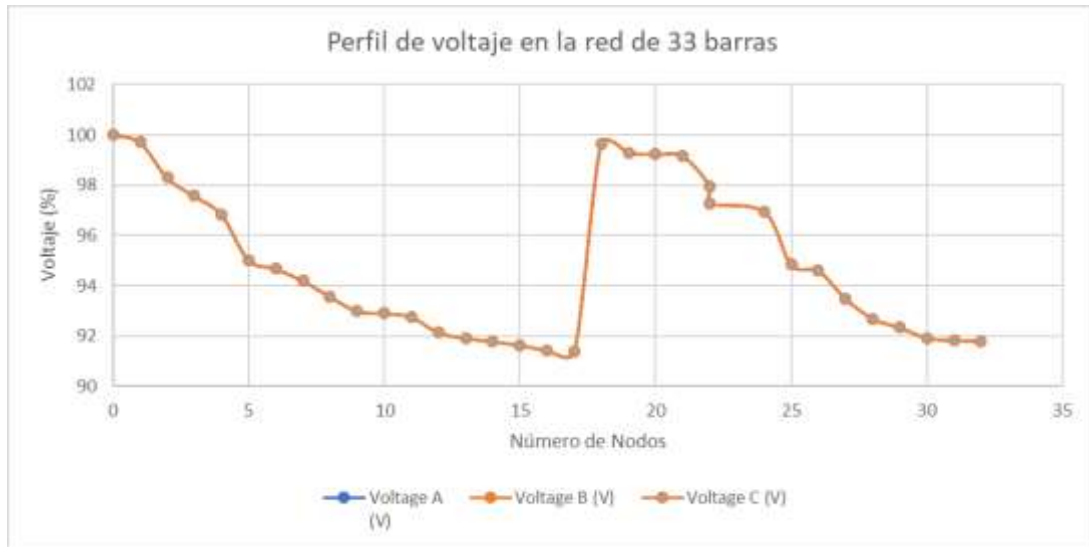


Figura 5.6. Resultados de voltaje en la red de prueba IEEE de 33 nodos CYMDIST en (p. u.)



Figura 5.7. Resultados de ángulos de voltaje en la red de prueba IEEE de 33 nodos CYMDIST en grados

5.4 Programa DlgSILENT PowerFactory

5.4.1 Modelación de la red en DlgSILENT PowerFactory

Para realizar la modelación en el programa se ayuda de la paleta de equipos, para dibujar la red, para ello se ingresa las barras, generadores, redes, transformadores y cargas.

Una vez dibujada la red se carga los datos técnicos que disponen cada elemento o equipo de la red, de manera similar al programa comercial CYMDIST.

5.4.1.1 Red IEEE de 13 nodos en DigSILENT PowerFactory

Al dibujar la red se consideró la composición de los tramos que están detallados en la Tabla 4.17, la red dibujada en el programa comercial DigSILENT que se detalla en la Figura 5.8.

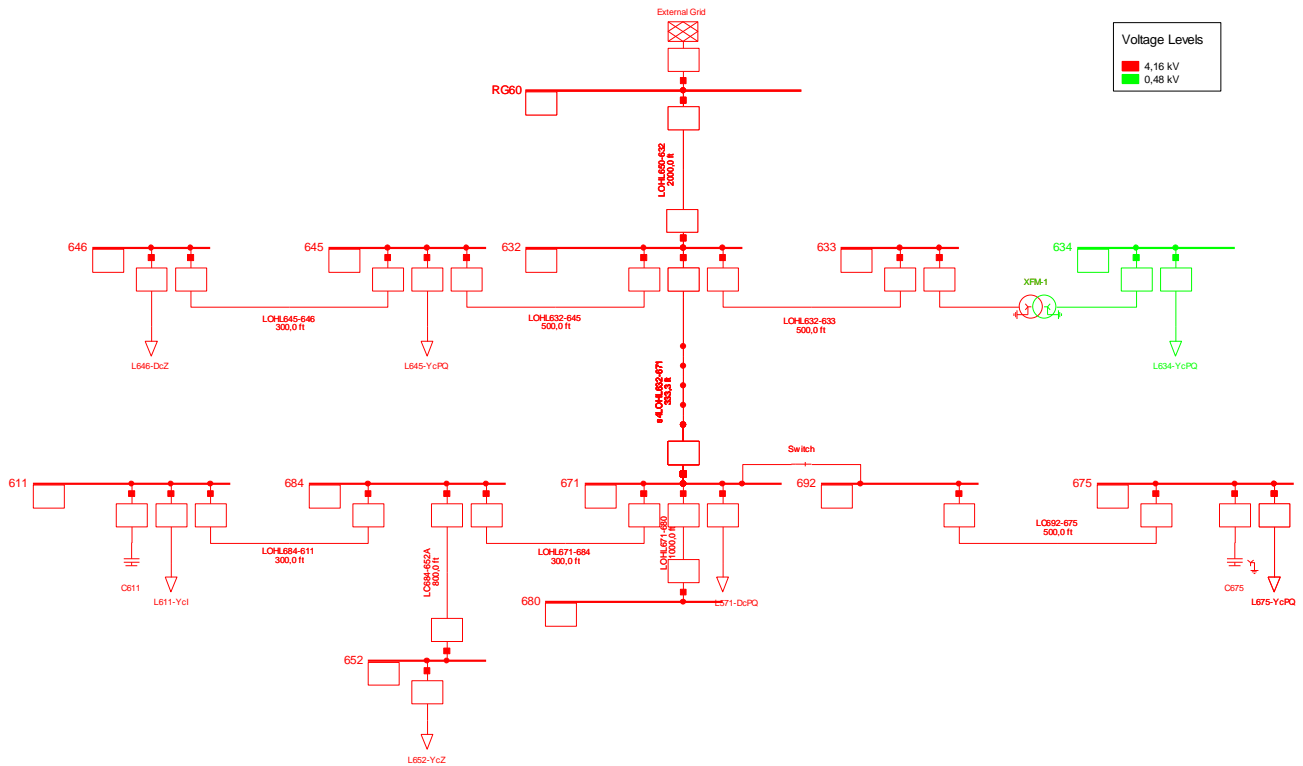


Figura 5.8. Modelación en DigSILENT de la red de prueba IEEE de 13 nodos

La obtención de los datos de impedancia, se calculó de la modelación en el programa comercial DigSILENT, para todos los tramos, estos datos sirven para comparar con los resultados del modelo matemático desarrollado, que incluye el cálculo de la impedancia de los tramos de red.

Tabla 5.4. Impedancia y admitancia calculada por DigSILENT en la red de 13 nodos

Nodo A	Nodo B	Z[ABC] (Ω /milla)			Y[ABC] (μ S/milla)		
		Z _{AA}	Z _{AB}	Z _{BA}	Y _{AA}	Y _{AB}	Y _{BA}
632	645	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0
		0+j0	1,3234+j1,3584	0,2062+j0,4606	0+j0	0+j4,669	0+j-0,9
		0+j0	0,2062+j0,4606	1,329+j1,3485	0+j0	0+j-0,9	0+j4,713
632	633	0,7523+j1,1824	0,1577+j0,4247	0,1556+j0,5027	0+j5,703	0+j-1,082	0+j-1,692
		0,1577+j0,4247	0,7471+j1,1993	0,1531+j0,386	0+j-1,082	0+j5,183	0+j-0,659
		0,1556+j0,5027	0,1531+j0,386	0,7432+j1,2123	0+j-1,692	0+j-0,659	0+j5,428
645	646	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0
		0+j0	1,3234+j1,3584	0,2062+j0,4606	0+j0	0+j4,669	0+j-0,9

		0+j0	0,2062+j0,4606	1,329+j1,3485	0+j0	0+j-0,9	0+j4,713
650	632	0,3462+j1,0189	0,1556+j0,5027	0,1577+j0,4247	0+j6,304	0+j-1,997	0+j-1,26
		0,1556+j0,5027	0,3371+j1,0489	0,1531+j0,386	0+j-1,997	0+j5,964	0+j-0,742
		0,1577+j0,4247	0,1531+j0,386	0,341+j1,0359	0+j-1,26	0+j-0,742	0+j5,643
684	652	1,3426+j*0,5125			j88,9125		
632	671	0,3462+j1,0189	0,1556+j0,5027	0,1577+j0,4247	0+j6,304	0+j-1,997	0+j-1,26
		0,1556+j0,5027	0,3371+j1,0489	0,1531+j0,386	0+j-1,997	0+j5,964	0+j-0,742
		0,1577+j0,4247	0,1531+j0,386	0,341+j1,0359	0+j-1,26	0+j-0,742	0+j5,643
671	684	1,3234+j1,3584	0+j0	0,2062+j0,4606	0+j4,669	0+j0	0+j-0,9
		0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0	0+j0
		0,2062+j0,4606	0+j0	1,329+j1,3485	0+j-0,9	0+j0	0+j4,713
671	680	0,3462+j1,0189	0,1556+j0,5027	0,1577+j0,4247	0+j6,304	0+j-1,997	0+j-1,26
		0,1556+j0,5027	0,3371+j1,0489	0,1531+j0,386	0+j-1,997	0+j5,964	0+j-0,742
		0,1577+j0,4247	0,1531+j0,386	0,341+j1,0359	0+j-1,26	0+j-0,742	0+j5,643
692	675	0,7982 + j0,4463	0,3078 + j0,0171	0,3078 + j0,0171	0 + j96,89	0 + j0	0 + j0
		0,3078 + j0,0171	0,7891 + j0,4041	0,3078 + j0,0171	0 + j0	0 + j96,89	0 + j0
		0,3078 + j0,0171	0,3078 + j0,0171	0,7982 + j0,4463	0 + j0	0 + j0	0 + j96,89

5.4.1.2 Resultados en la red de 13 nodos en DigSILENT PowerFactory

Al calcular los flujos de potencia en el modelo de prueba de 13 nodos, el tiempo de cálculo fue de 0,04 segundos, con 4 iteraciones. Los resultados obtenidos servirán de base para comparar con los obtenidos con el programa comercial CYMDIST y el nuevo modelo matemático.

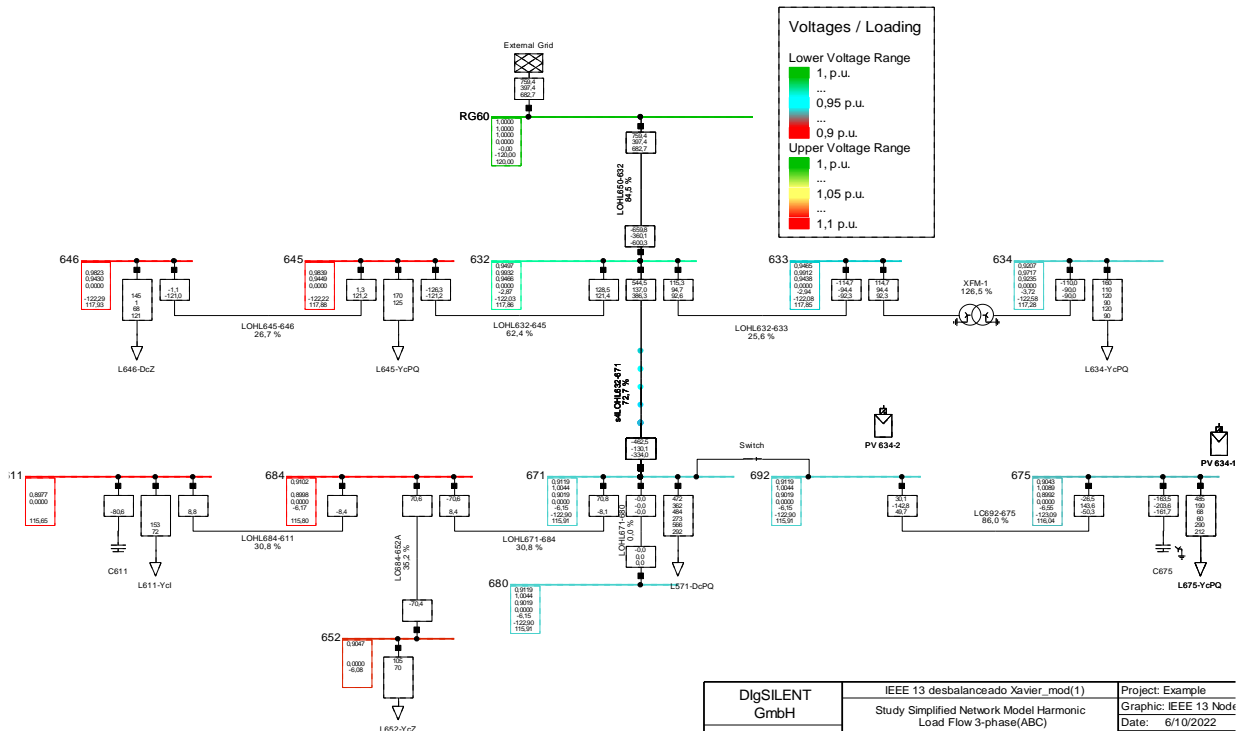


Figura 5.9. Resultados flujo de potencia en DIgSILENT para la red IEEE de 13 nodos

Tabla 5.5. Voltajes en los nodos de la red de 13 nodos

Barra	VA pfd(p. u.)	VB pfd(p. u.)	VC pfd(p. u.)	Ángulo fase A(°)	Ángulo fase B(°)	Ángulo fase C(°)
1	1,0000	1,0000	0,8977	0,000	0,000	115,650
2	0,9500	0,9932	0,9466	-2,865	-122,033	117,856
3	0,9460	0,9912	0,9438	-2,939	-122,082	117,849
4	0,9200	0,9717	0,9235	-3,716	-122,581	117,281
5	0,0000	0,9839	0,9449	0,000	-122,216	117,879
6	0,0000	0,9823	0,9430	0,000	-122,291	117,926
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,000	0,000	0,000
8	0,9050	0,0000	0,0000	-6,084	0,000	0,000
9	0,9120	1,0044	0,9019	-6,148	-122,904	115,910
10	0,9050	1,0089	0,8992	-6,549	-123,091	116,042
11	0,9120	1,0044	0,9019	-6,148	-122,904	115,910
12	0,9100	0,0000	0,8998	-6,172	0,000	115,802
13	0,9120	1,0044	0,9019	-6,148	-122,904	115,910

Los resultados del modelo de prueba con 13 nodos, al ser del tipo desequilibrado se obtuvo 3 perfiles de voltaje, compuestos por cada fase, A, B y C. las caídas de voltaje dependen de la carga que está conectada en cada una de las fases, que para la red son diferentes en cada nodo.

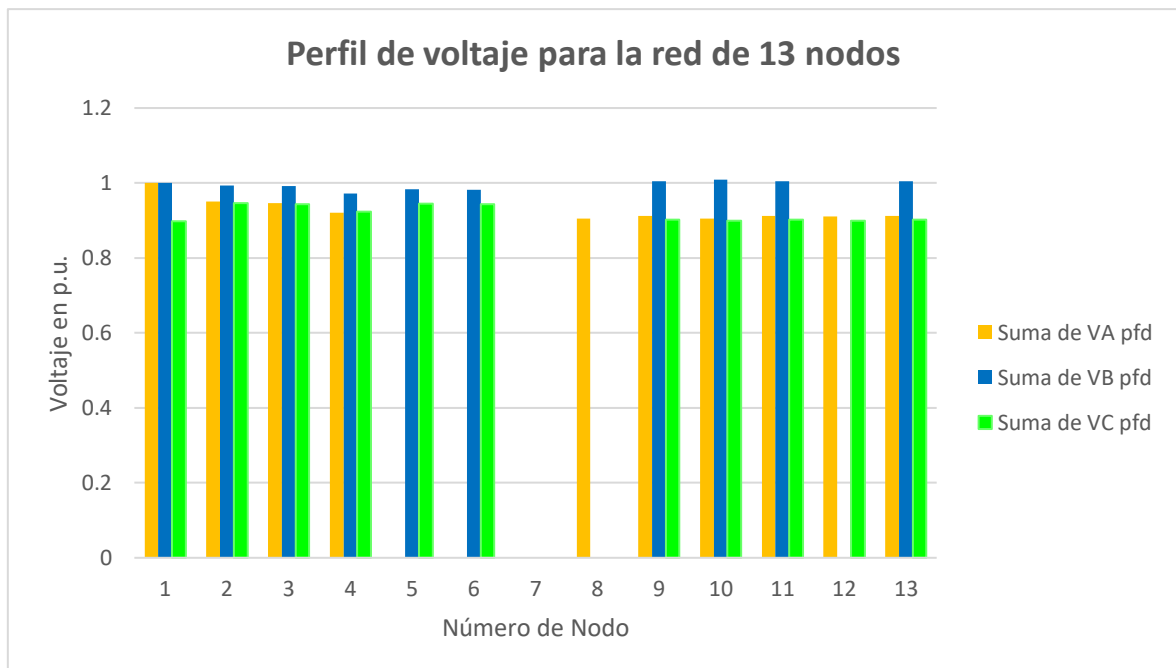


Figura 5.10. Resultados de voltaje en la red de prueba IEEE de 13 nodos DIgSILENT

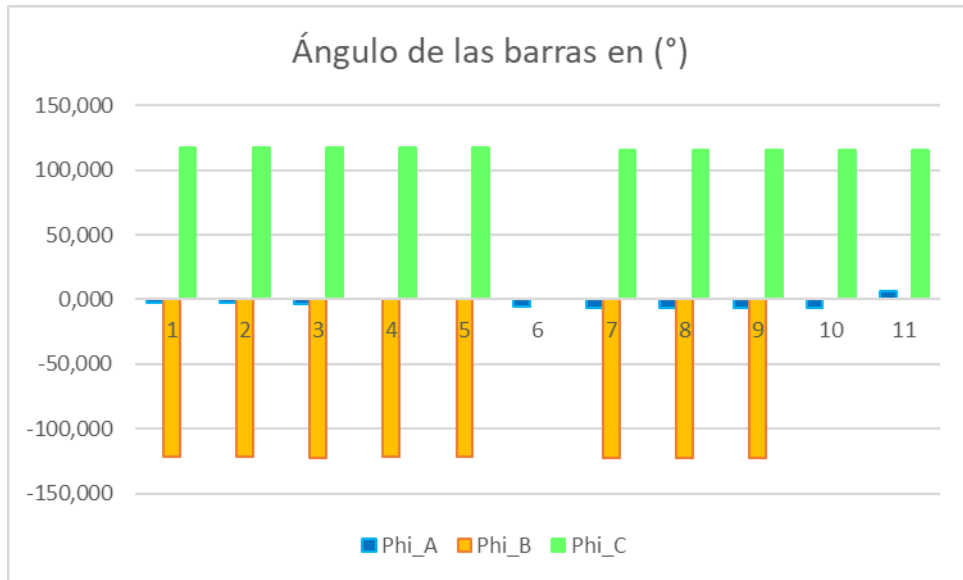


Figura 5.11. Resultados de ángulos de voltaje en la red de prueba IEEE de 13 nodos DigSILENT

5.4.1.3 Red IEEE de 33 nodos en DigSILENT PowerFactory

Con los datos descritos en la Tabla 4.24 de la red de 33 nodos, se agregó los equipos como: red trifásica, configuración, cargas y demás equipos.

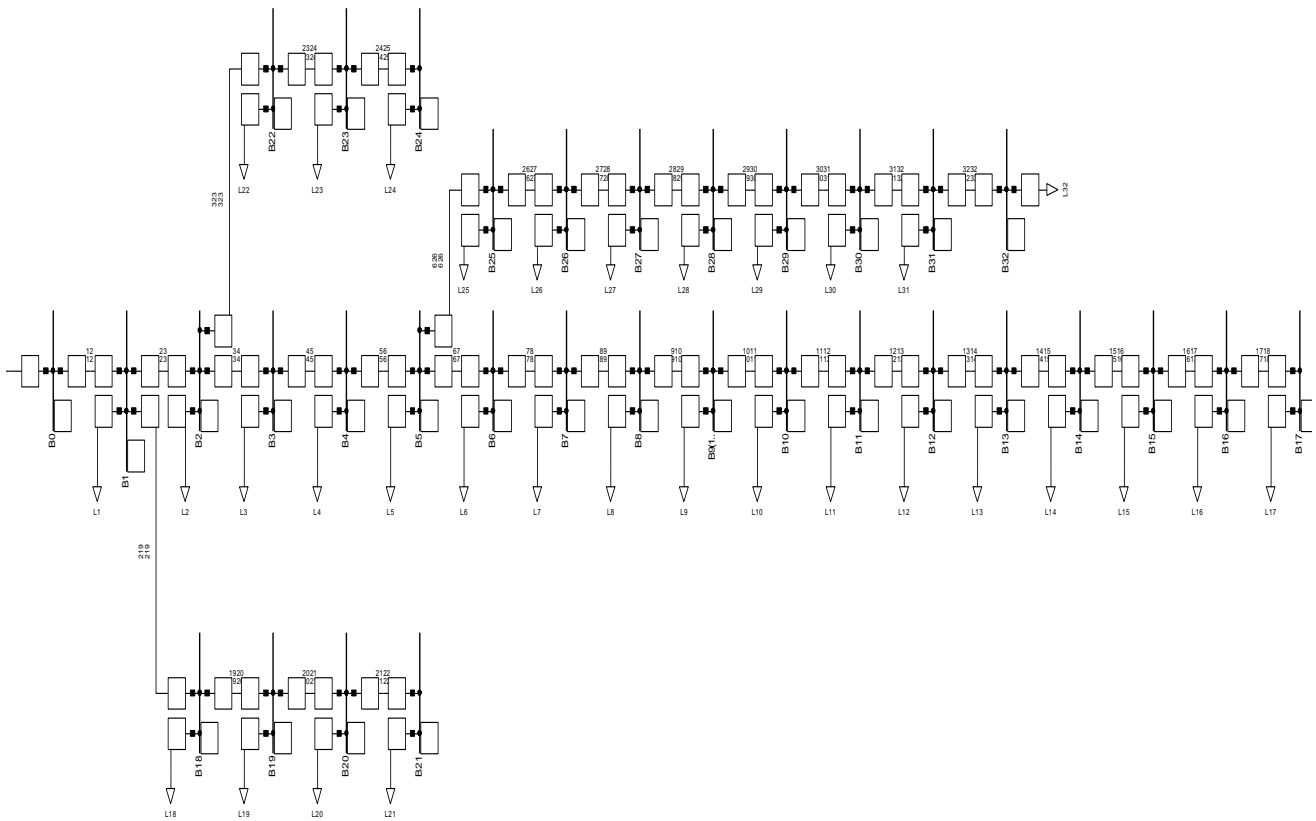


Figura 5.12. Modelación de la red de prueba IEEE de 33 nodos DigSILENT

5.4.1.4 Resultados aplicando en la red de 33 nodos en DigSILENT PowerFactory

Al calcular los flujos de potencia en el modelo de prueba de 33 nodos, los resultados obtenidos servirán de base para comparar con los obtenidos con el programa comercial CYMDIST y el nuevo modelo matemático.

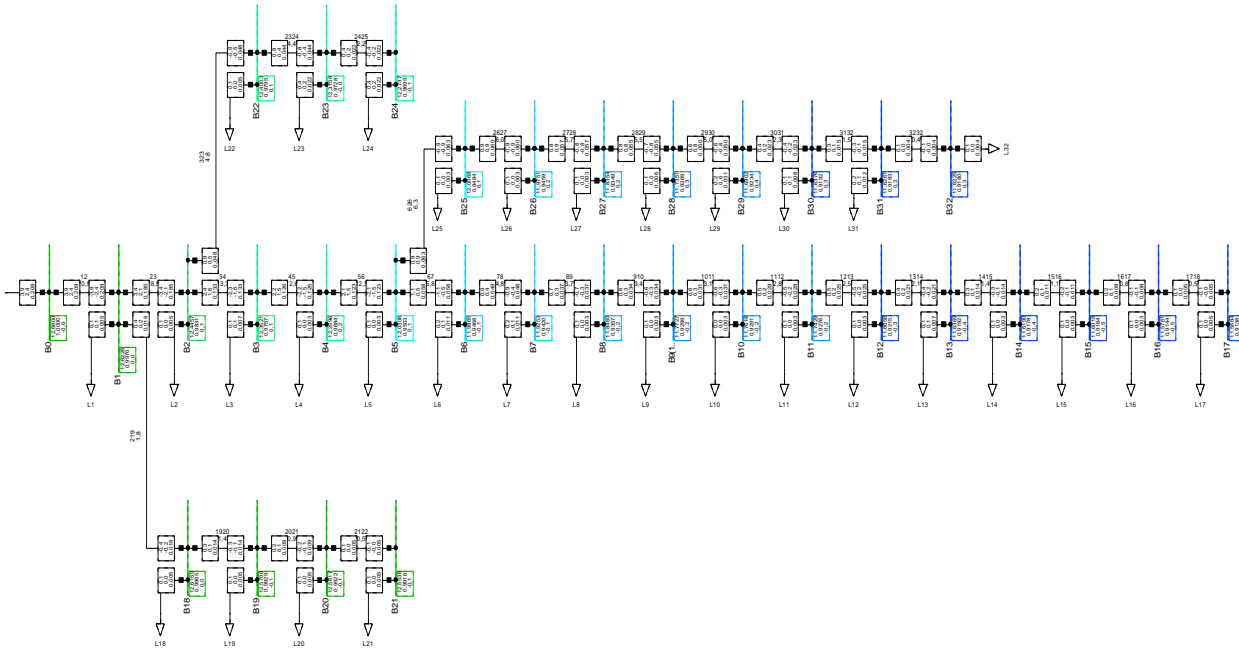


Figura 5.13. Resultados flujo de potencia en DigSILENT para la red IEEE de 33 nodos

Tabla 5.6. Voltajes en los nodos de la red de 33 nodos DigSILENT

Nodo	VFA PFD(p. u.)	Ang (°)
B0	1	0
B1	0,9970444	0,01148182
B2	0,98307	0,08203822
B3	0,9756765	0,1392853
B4	0,9683707	0,1970677
B5	0,9502848	0,08372625
B6	0,9468032	-0,1462067
B7	0,9419646	-0,1102154
B8	0,9357032	-0,1831823
B9	0,9299121	-0,2460999
B10	0,9290531	-0,2388649
B11	0,9275554	-0,2274025
B12	0,9214503	-0,3185683
B13	0,9191865	-0,3971021
B14	0,9177761	-0,4347164
B15	0,91641	-0,4579317
B16	0,9143857	-0,5350527
B17	0,9137794	-0,5446263
B18	0,996516	0,00065157

B19	0,9929385	-0,06632533
B20	0,992234	-0,08568272
B21	0,9915966	-0,1060298
B22	0,9794849	0,05108617
B23	0,9728149	-0,03762002
B24	0,9694905	-0,08130683
B25	0,9484019	0,1182433
B26	0,9459028	0,1674419
B27	0,9348648	0,2245529
B28	0,9269468	0,2823427
B29	0,9233968	0,3872511
B30	0,9192442	0,303164
B31	0,9183307	0,2802087
B32	0,9180477	0,2725081

Los resultados del modelo de prueba con 33 nodos, al ser del tipo desequilibrado se obtuvo 3 perfiles de voltaje, compuestos por cada fase, A, B y C. las caídas de voltaje dependen de la carga que está conectada en cada una de las fases, que para la red son diferentes en cada nodo.

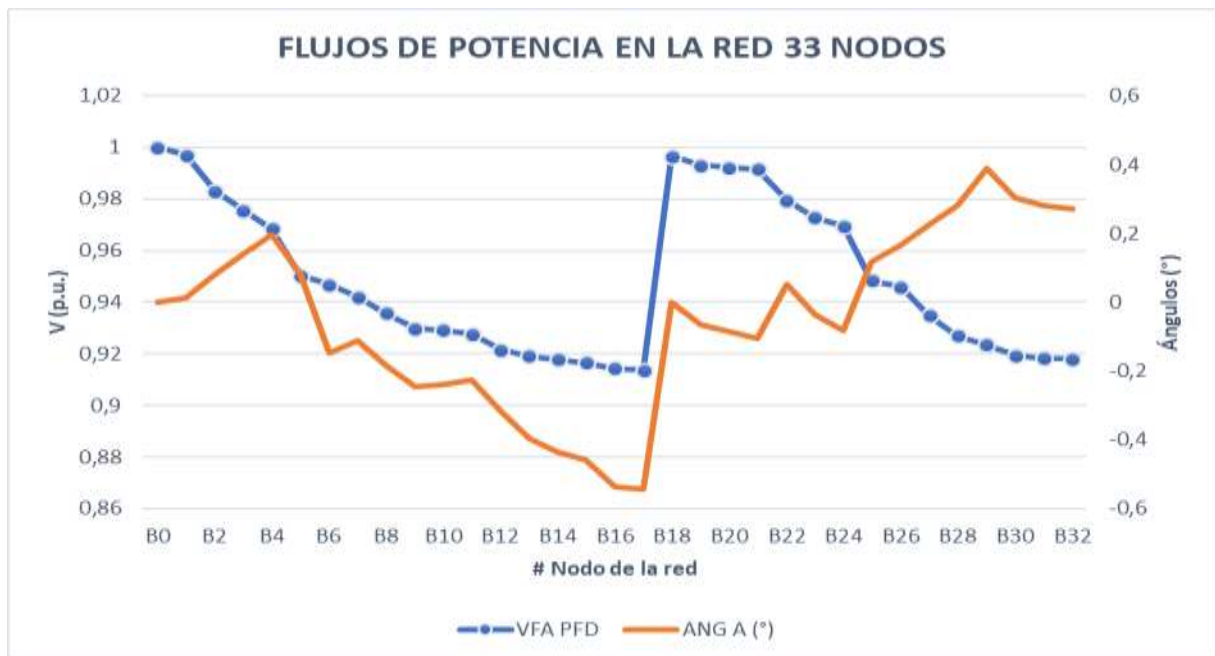


Figura 5.14. Resultados de voltaje en la red de prueba IEEE de 33 nodos DIgSILENT

Los resultados obtenidos con los programas comerciales CYMDIST y DIgSILENT, servirán de base para poder comparar con los resultados obtenidos con el modelo matemático.

5.5 Comparación de resultados del modelo matemático desarrollado, con los programas comerciales

Para analizar los resultados obtenidos en la red de prueba de 3 y 33 nodos aplicando varias metodologías, se calcula la correlación de los resultados y que sea mayor al 95%; una vez que cumpla con esta definición, se aplica en los modelos reales de ELEPCOSA, de 15 y 48 nodos para confirmar la valides de estos nuevos resultados.

5.5.1 Comparación de resultados para la red IEEE 13 nodos

Una vez obtenido los 3 resultados, tanto del modelo matemático desarrollado, PowerFactory de DIGSILENT y CYME, se calcula la correlación que existe entre ellos. En la Tabla 5.7 se presenta los resultados de voltaje en las barras por cada fase, calculadas por la metodología desarrollada (Atrás/Adelante=B/F) y los programas comerciales.

Tabla 5.7. Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red de 13 nodos en (p.u.)

Barra	VA B/F	VA Digs.	VA CYME	VB B/F	VB Digs.	VB CYME	VC B/F	VC Digs.	VC CYME
611	0	0	0	0	0	0	0,891	0,8914	0,8909
632	0,95	0,9496778	0,943	0,993	0,9932157	0,994	0,946	0,946589	0,943
633	0,947	0,9464528	0,94	0,991	0,9911992	0,992	0,943	0,9437685	0,94
634	0,921	0,920706	0,914	0,972	0,9717199	0,973	0,923	0,9234793	0,919
645	0	0	0	0,984	0,9838962	0,985	0,944	0,944903	0,941
646	0	0	0	0,982	0,9822576	0,983	0,942	0,9429736	0,939
652	0,921	0,9046572	0,893	0	0	0	0	0	0
671	0,927	0,9119041	0,9	1,003	1,004376	1,006	0,896	0,9018552	0,894
675	0,922	0,9042883	0,893	1,006	1,00894	1,009	0,892	0,8991559	0,892
680	0,927	0,9119041	0,9	1,003	1,004376	1,004	0,896	0,9018553	0,894
684	0,926	0,9101862	0,898	0	0	0	0,894	0,8997501	0,892
692	0,912	0,9119041	0,9	1,003	1,004376	1,004	0,899	0,9018552	0,894

De la misma manera se realiza el análisis para los resultados obtenidos para los ángulos obtenidos en las barras de la red de prueba IEEE 13 nodos. Detalle en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8. Ángulos de Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red de 13 nodos en (°)

Barra	angA B/F	angA pfd	angA Cyme	angB B/F	angB pfd	angB Cyme	angC B/F	angC pfd	angC Cyme
611	0	0	0	0	0	0	115,327	115,324	115,328
632	-2,49	-2,865086	-2,88	-121,72	-122,0331	-122,04	117,83	117,8559	117,86
633	-2,566	-2,938621	-2,95	-121,77	-122,0815	-122,09	117,826	117,8486	117,86
634	-3,351	-3,71638	-3,74	-122,273	-122,5807	-122,59	117,269	117,281	117,3
645	0	0	0	-121,903	-122,2163	-122,22	117,854	117,8791	117,89
646	0	0	0	-121,978	-122,2906	-122,29	117,901	117,9261	117,93
652	-5,975	-6,083624	-6,11	0	0	0	0	0	0
671	-6,024	-6,14782	-6,16	-122,163	-122,9035	-122,91	115,59	115,9096	115,91
675	-6,471	-6,54913	-6,44	-122,326	-123,0908	-123,1	115,673	116,0422	115,96
680	-6,024	-6,147822	-6,16	-122,163	-122,9035	-122,91	115,59	115,9096	115,91
684	-6,047	-6,171603	-6,19	0	0	0	115,481	115,8024	115,8
692	-6,0241	-6,14782	-6,16	-122,163	-122,9035	-122,91	115,9167	115,9096	115,91

Tabla 5.9. Correlación calculada comparando los resultados en la red de 13 nodos (%)

Correlación	Atrás/Adelante-Digsilent	Digsilent-CYME	Atrás/Adelante-CYME	Promedio
Voltaje A	99,98534%	99,99835%	99,97610%	99,987%
Voltaje B	99,99981%	99,99991%	99,99986%	100,000%
Voltaje C	99,99511%	99,99580%	99,99861%	99,997%
Angulo A	99,86192%	99,99118%	99,83081%	99,895%
Angulo B	99,99938%	100,00000%	99,99938%	100,000%
Angulo C	99,99895%	99,99997%	99,99913%	99,999%

En la Tabla 5.9, se determina que el valor de correlación más bajo es del 99,83%, es decir tiene un nivel de confianza superior al 99,8%.

A continuación, se calcula la correlación de resultados obtenidos del flujo de potencia entre la metodología matemática desarrollada y los programas comerciales para la red de 33 nodos.

5.5.2 Comparación de resultados para la red IEEE 33 nodos

De la misma manera que se realizó para la red de prueba IEEE de 13 nodos, se realiza para la de 33 nodos, se calcula la correlación de resultados entre los obtenidos por la metodología matemática desarrollada y los programas comerciales CYME y PowerFactory de DIGSILENT.

Tabla 5.10. Ángulos de Voltajes obtenidos por fase aplicada en la red de 33 nodos

Nodo	Voltage A F/B (p. u.)	Voltage A CYME (p. u.)	Voltage A PFD (p. u.)	ANG A F/B (°)	ANG A PFD (°)	Ángulo A CYME (°)
B0	1	1	1	0	0	0
B1	0,997	0,997	0,9970444	0,0116	0,01148182	0,01
B2	0,9829	0,983	0,98307	0,0827	0,08203822	0,08
B3	0,9755	0,976	0,9756765	0,1404	0,1392853	0,14
B4	0,9681	0,968	0,9683707	0,1987	0,1970677	0,2
B5	0,9499	0,95	0,9502848	0,0844	0,08372625	0,08
B6	0,9464	0,947	0,9468032	-0,1474	-0,1462067	-0,15
B7	0,9415	0,942	0,9419646	-0,1111	-0,1102154	-0,11
B8	0,9352	0,936	0,9357032	-0,1846	-0,1831823	-0,18
B9	0,9294	0,93	0,9299121	-0,248	-0,2460999	-0,24
B10	0,9285	0,929	0,9290531	-0,2407	-0,2388649	-0,24
B11	0,927	0,928	0,9275554	-0,2291	-0,2274025	-0,23
B12	0,9208	0,921	0,9214503	-0,3211	-0,3185683	-0,32
B13	0,9186	0,919	0,9191865	-0,4003	-0,3971021	-0,4
B14	0,9171	0,918	0,9177761	-0,4382	-0,4347164	-0,43
B15	0,9158	0,916	0,91641	-0,4616	-0,4579317	-0,46
B16	0,9137	0,914	0,9143857	-0,5394	-0,5350527	-0,53
B17	0,9131	0,914	0,9137794	-0,549	-0,5446263	-0,54

B18	0,9965	0,997	0,996516	0,0007	0,00065157	0
B19	0,9929	0,993	0,9929385	-0,0668	-0,06632533	-0,07
B20	0,9922	0,992	0,992234	-0,0863	-0,08568272	-0,08
B21	0,9915	0,992	0,9915966	-0,1067	-0,1060298	-0,11
B22	0,9793	0,979	0,9794849	0,0515	0,05108617	0,05
B23	0,9726	0,973	0,9728149	-0,0378	-0,03762002	-0,04
B24	0,9693	0,969	0,9694905	-0,0818	-0,08130683	-0,08
B25	0,948	0,948	0,9484019	0,1192	0,1182433	0,12
B26	0,9455	0,946	0,9459028	0,1688	0,1674419	0,17
B27	0,9344	0,935	0,9348648	0,2263	0,2245529	0,23
B28	0,9264	0,927	0,9269468	0,2846	0,2823427	0,28
B29	0,9228	0,923	0,9233968	0,3904	0,3872511	0,39
B30	0,9186	0,919	0,9192442	0,3056	0,303164	0,3
B31	0,9177	0,918	0,9183307	0,2824	0,2802087	0,28
B32	0,9174	0,918	0,9180477	0,2746	0,2725081	0,27

Tabla 5.11. Correlación comparando los resultados en la red de 33 nodos en (%)

Correlación	Atrás/Adelante-Digsilent	Digsilent-CYME	Atrás/Adelante-CYME	Promedio
Voltaje A	99,99541%	99,99542%	99,99997%	99,997%
Angulo A	100,00000%	99,99243%	99,99239%	99,995%

El análisis se realiza para una fase, ya que el sistema es equilibrado y los demás resultados están en función de esta fase, que tiene la misma magnitud y desfasado los 120° en el ángulo.

La correlación de los resultados obtenidos al comparar diferentes metodologías, es mayor al 99,99%.

5.5.3 Análisis de resultados para la red IEEE de 13 y 33 nodos

La aplicación de la metodología atrás/adelante por suma de corrientes en la red de 13 nodos, demuestra una efectividad en la convergencia del cálculo con dos barridos y un tiempo promedio de 0,00613 segundos, o 6 milisegundos; con una correlación entre resultados del 99,8%

La aplicación de la metodología atrás/adelante por suma de corrientes en la red de 33 nodos, demuestra una efectividad en la convergencia del cálculo con dos barridos y 0,01112 segundos, o 13 milisegundos; con una correlación entre resultados del 99,99%

Por lo tanto, el modelo matemático es válido y se puede aplicar para las redes de 15 y 48 nodos de la ELEPCOSA.

El siguiente paso es modelar y simular las redes de la ELEPCOSA, de 15 y 48 nodos para calcular la correlación de los resultados obtenidos al aplicar el modelo matemático desarrollado y el programa comercial CYME, cabe indicar que para estas redes no se aplica en PowerFactory de DIGSILENT, porque no se dispone del módulo de bajo voltaje.

5.5.4 Aplicación del modelo en la red ELEPCOSA 15 nodos de bajo voltaje

Con los datos del ANEXO A, se realizó la modelación de la red de 15 nodos en el programa comercial CYME y en el modelo matemático desarrollado, para lo cual se presenta la red en la Figura 5.18.

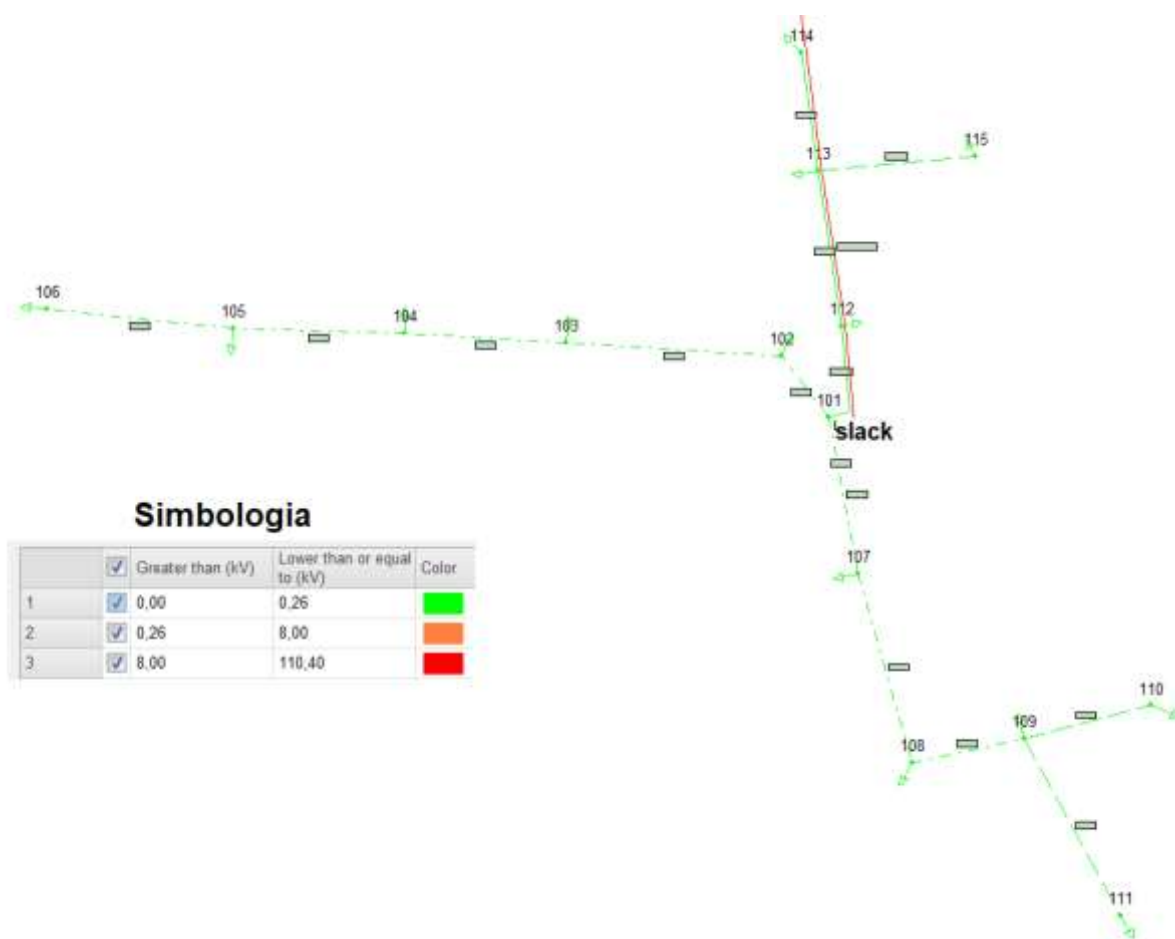


Figura 5.15. Red ELEPCOSA 15 nodos modelada en CYME

La red de 15 nodos de la Empresa Eléctrica Provincial Cotopaxi (ELEPCOSA), se encuentra en una zona aledaña a la zona céntrica de la ciudad, donde predomina la carga comercial. La red esta alimentada por un transformador de 45 KVA del tipo trifásico con una relación de transformación en medio voltaje de 13800 y red de bajo voltaje de 220/127 Voltios, sin embargo, a pesar de disponer un transformador trifásico, la red de bajo voltaje

dispone de una combinación de conductores desnudos y preensamblado de tipo monofásico, bifásico o trifásico.

La descripción de la configuración de la red, topología, descripción de nodos, cargas por fase y cada nodo, se describen en el ANEXO A.

5.5.4.1 Modelado y resultados para la red de 15 nodos en CYMDIST

Una vez modelado en el programa comercial CYMDIST, se aplicó la metodología de caída de voltaje para resolver los flujos de potencia, con lo cual se obtuvo los resultados presentados en la Tabla 5.12.

Tabla 5.12. Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red ELEPCOSA 15 nodos

BARRA	VA (p.u.)	VB (p.u.)	VC (p.u.)	Angle VA (°)	Angle VB (°)	Angle VC (°)
101	0,987	0,972	0,976	26,99	-93,17	146,77
102	0,984	0,969	0,973	27,00	-93,16	146,77
103	0,978	0,965	0,968	27,02	-93,14	146,78
104	0,975	0,962	0,964	27,03	-93,13	146,79
105	0,972	0,959	0,961	27,04	-93,12	146,80
106	0,969	0,957	0,959	27,05	-93,11	146,81
107	0,980	0,970	0,970	27,01	-93,16	146,77
108	0,973	0,967	0,964	27,03	-93,15	146,77
109	0,970	0,966	0,964	27,03	-93,14	146,77
110	0,966	0,967		26,93	-93,17	
111	0,968	0,966		26,98	-93,17	
112	0,972	0,941	0,952	26,81	-93,37	146,34
113	0,951	0,890	0,915	26,63	-93,74	145,62
114	0,935	0,850	0,894	26,70	-94,22	145,14
115	0,951		0,902	26,45		145,42

Para visualizar de manera grafica se presenta los voltajes y ángulos por cada fase, el detalle en la Figura 5.16.

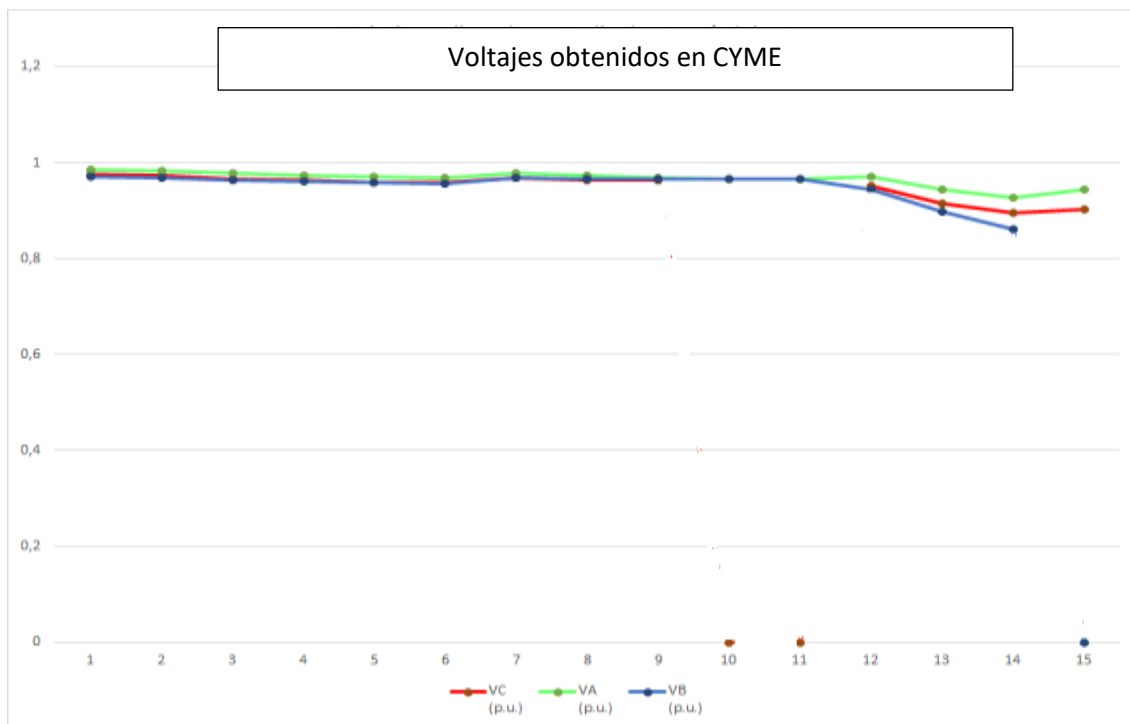


Figura 5.16. Resultados de voltaje red ELEPCOSA 15 nodos modelada en CYME

5.5.4.2 Resultados del modelo matemático desarrollado aplicado en la red de 15 nodos

Una vez obtenido los resultados con el programa comercial CYMDIST, se aplicó con la metodología de barrido atrás/adelante desarrollada en la red de 15 nodos para resolver los flujos de potencia, el cálculo convergió en 3 iteraciones en un tiempo de 0,00898 segundos; los resultados de voltajes y ángulos por cada barra se presentan en la Tabla 5.13.

Tabla 5.13. Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red ELEPCOSA 15 nodos

Barra	VA (p.u.)	VB (p.u.)	VC (p.u.)	Angle VA (°)	Angle VB (°)	Angle VC (°)
101	0,9868	26,9901	0,9719	26,9901	0,9719	-93,1663
102	0,9841	27,0003	0,9692	27,0003	0,9692	-93,1544
103	0,9778	27,024	0,9642	27,024	0,9642	-93,132
104	0,9744	27,0375	0,9612	27,0375	0,9612	-93,119
105	0,9711	27,0501	0,9586	27,0501	0,9586	-93,1072
106	0,969	27,0592	0,9564	27,0592	0,9564	-93,0976
107	0,9794	27,0129	0,9695	27,0129	0,9695	-93,1569
108	0,9723	27,0346	0,9665	27,0346	0,9665	-93,1449
109	0,9697	27,0426	0,9653	27,0426	0,9653	-93,1404
110	0,9658	26,9432	0,966	26,9432	0,966	-93,1701
111	0,9673	26,9912	0,9654	26,9912	0,9654	-93,1694
112	0,9698	26,8196	0,9443	26,8196	0,9443	-93,3161
113	0,9444	26,6707	0,8984	26,6707	0,8984	-93,6021
114	0,9265	26,7721	0,8621	26,7721	0,8621	-94,0147
115	0,9448	26,4908	0	26,4908	0	0

Para visualizar de manera grafica se presenta los voltajes y ángulos por cada fase, el detalle en la Figura 5.17.

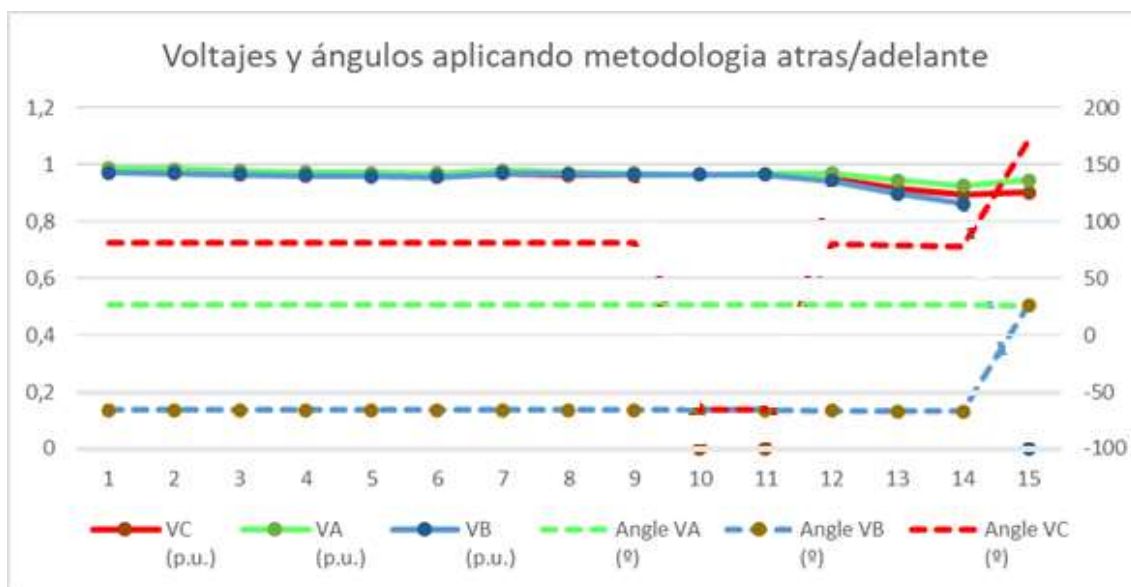


Figura 5.17. Resultados de voltaje y ángulos red ELEPCOSA 15 nodos, método de barrido

El análisis se realiza para todas las fases ya que es un sistema desequilibrado, como conclusión al analizar la correlación de los resultados obtenidos por diferentes metodologías, es mayor al 99.72%.

Tabla 5.14. Correlación calculada comparando los resultados en la red de 15 nodos en (%)

Correlación	Atrás/Adelante-CYME
Voltaje A	99,726%
Voltaje B	99,976%
Voltaje C	99,985%
Angulo A	99,722%
Angulo B	99,935%
Angulo C	99,991%

5.5.5 Aplicación del modelo en la red ELEPCOSA 48 nodos de bajo voltaje

Con los datos del ANEXO B, se realizó la modelación de la red de 48 nodos en el programa comercial CYME y con el modelo matemático desarrollado.

5.5.5.1 Modelado en la red de 48 nodos en CYMDIST

Con los datos del ANEXO A, se realizó la modelación de la red de 48 nodos en el programa comercial CYME y en el modelo matemático desarrollado, para lo cual se presenta la red en la **Figura 5.18**.

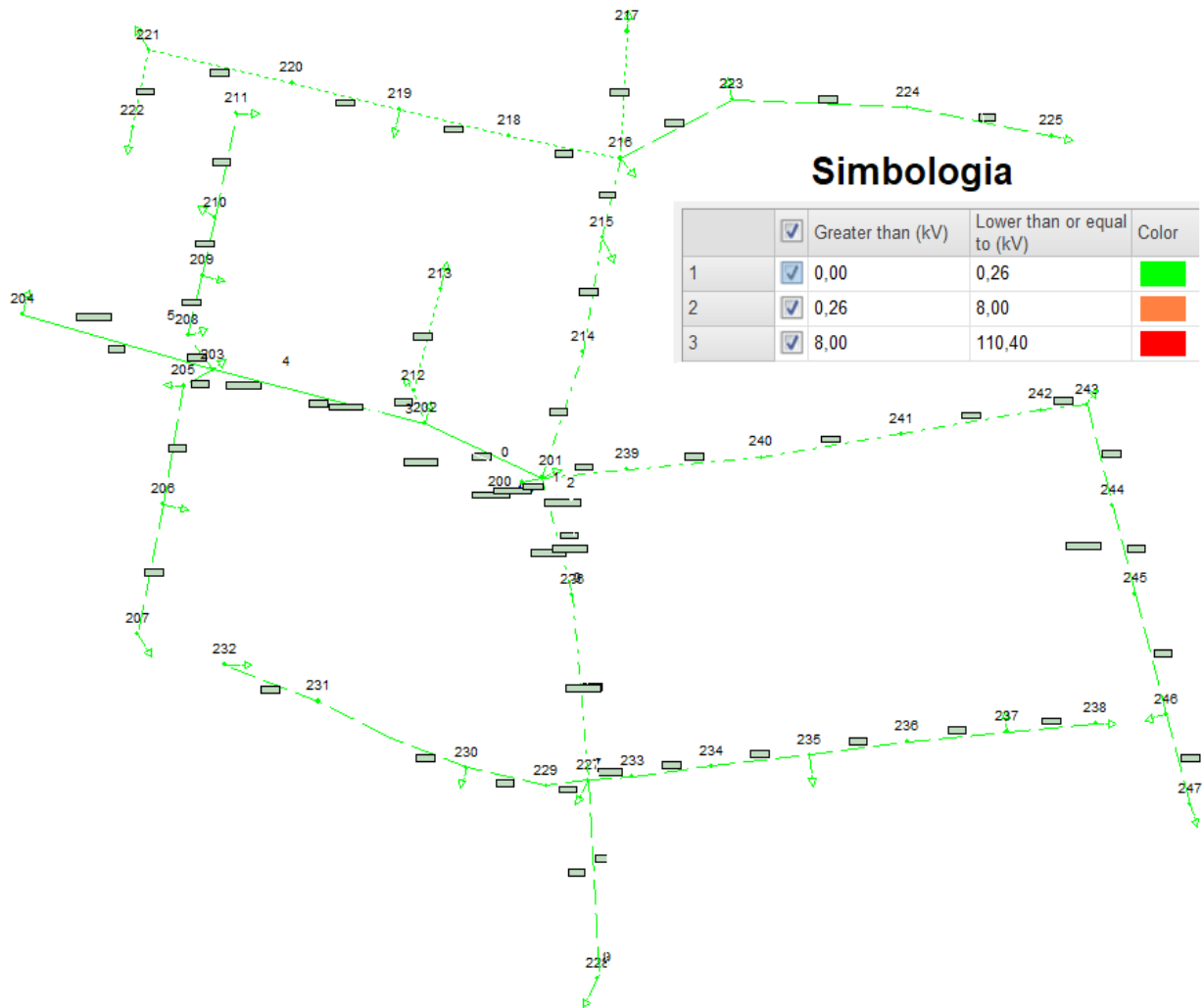


Figura 5.18. Red ELEPCOSA 48 nodos modelada en CYME

La red de 45 nodos de la Empresa Eléctrica Provincial Cotopaxi (ELEPCOSA), se encuentra en la zona céntrica de la ciudad, donde predomina la carga residencial y comercial, al estar al lado de una universidad. La red esta alimentada por un transformador de 75 KVA del tipo trifásico con una relación de transformación en medio voltaje de 13800 y red de bajo voltaje de 220/127 Voltios, sin embargo, a pesar de disponer un transformador trifásico, la red de bajo voltaje dispone de una combinación de conductores desnudos y preensamblado de tipo monofásico, bifásico o trifásico.

La descripción de la configuración de la red, topología, descripción de nodos, cargas por fase y cada nodo, se describen en el ANEXO B.

5.5.5.2 Resultados al aplicar en CYME la red de 48 nodos

Una vez modelado en el programa comercial CYMDIST, se aplicó la metodología de caída de voltaje en la red de 48 nodos para resolver los flujos de potencia, con lo cual se obtuvo los resultados presentados en la Tabla 5.15.

Tabla 5.15. Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red ELEPCOSA 48 nodos

Barra	VA (p.u.)	VB (p.u.)	VC (p.u.)	Angle VA (°)	Angle VB (°)	Angle VC (°)
200	1,0050000	1,0120000	1,0050000	26,3100000	-92,6300000	146,8200000
201	1,0010000	1,0100000	1,0000000	26,1800000	-92,6600000	146,7900000
202	0,9920000	1,0020000	0,9850000	25,9100000	-92,6900000	146,6100000
203	0,9850000	0,9950000	0,9670000	25,5800000	-92,6200000	146,3300000
204	0,9810000	0,9920000	0,9650000	25,5200000	-92,7200000	146,3200000
205		0,9950000	0,9660000		-92,6200000	146,3600000
206		0,9940000	0,9630000		-92,6100000	146,4300000
207		0,9930000	0,9610000		-92,6000000	146,5100000
208	0,9850000		0,9670000	25,5800000		146,3400000
209	0,9840000		0,9660000	25,5800000		146,3500000
210	0,9840000		0,9650000	25,5800000		146,3600000
211	0,9830000		0,9640000	25,5900000		146,3800000
212		1,0010000			-92,7200000	
213		0,9960000			-92,8000000	
214	0,9970000	1,0090000	0,9930000	26,1900000	-92,6600000	146,8500000
215	0,9920000	1,0070000	0,9850000	26,2000000	-92,6700000	146,9100000
216	0,9900000	1,0070000	0,9810000	26,2100000	-92,6700000	146,9500000
217	0,9870000			26,1000000		
218			0,9770000			146,8100000
219			0,9730000			146,6700000
220			0,9700000			146,5700000
221			0,9660000			146,4300000
222			0,9660000			146,4200000
223	0,9880000		0,9760000	26,2300000		147,1000000
224	0,9870000		0,9710000	26,2300000		147,2800000
225	0,9870000		0,9670000	26,2300000		147,4300000
226	0,9920000	1,0020000	0,9980000	26,2900000	-92,5700000	146,8400000
227	0,9770000	0,9890000	0,9950000	26,4600000	-92,4300000	146,9100000
228	0,9770000	0,9880000		26,4700000	-92,4300000	
229	0,9760000	0,9870000		26,4900000	-92,4000000	
230	0,9720000	0,9840000		26,5400000	-92,3300000	
231	0,9700000	0,9810000		26,5700000	-92,3000000	
232	0,9690000	0,9790000		26,6000000	-92,2700000	
233	0,9760000	0,9880000		26,4600000	-92,4400000	
234	0,9750000	0,9860000		26,4600000	-92,4400000	
235	0,9730000	0,9840000		26,4600000	-92,4500000	
236	0,9710000	0,9840000		26,4600000	-92,4400000	
237	0,9690000	0,9830000		26,4600000	-92,4400000	
238	0,9690000	0,9830000		26,4600000	-92,4400000	
239	0,9990000	1,0100000	0,9980000	26,1700000	-92,6700000	146,8100000
240	0,9950000	1,0080000	0,9930000	26,1600000	-92,6800000	146,8600000
241	0,9910000	1,0070000	0,9880000	26,1500000	-92,6800000	146,9000000

242	0,9860000	1,0050000	0,9830000	26,1400000	-92,6900000	146,9500000
243	0,9850000	1,0050000	0,9820000	26,1300000	-92,7000000	146,9600000
244	0,9840000		0,9770000	25,9600000		146,9100000
245	0,9830000		0,9720000	25,8200000		146,8700000
246	0,9820000		0,9670000	25,6100000		146,8100000
247	0,9820000		0,9650000	25,5500000		146,7800000

Para visualizar de manera grafica se presenta los voltajes y ángulos por cada fase, el detalle en la Figura 5.19.

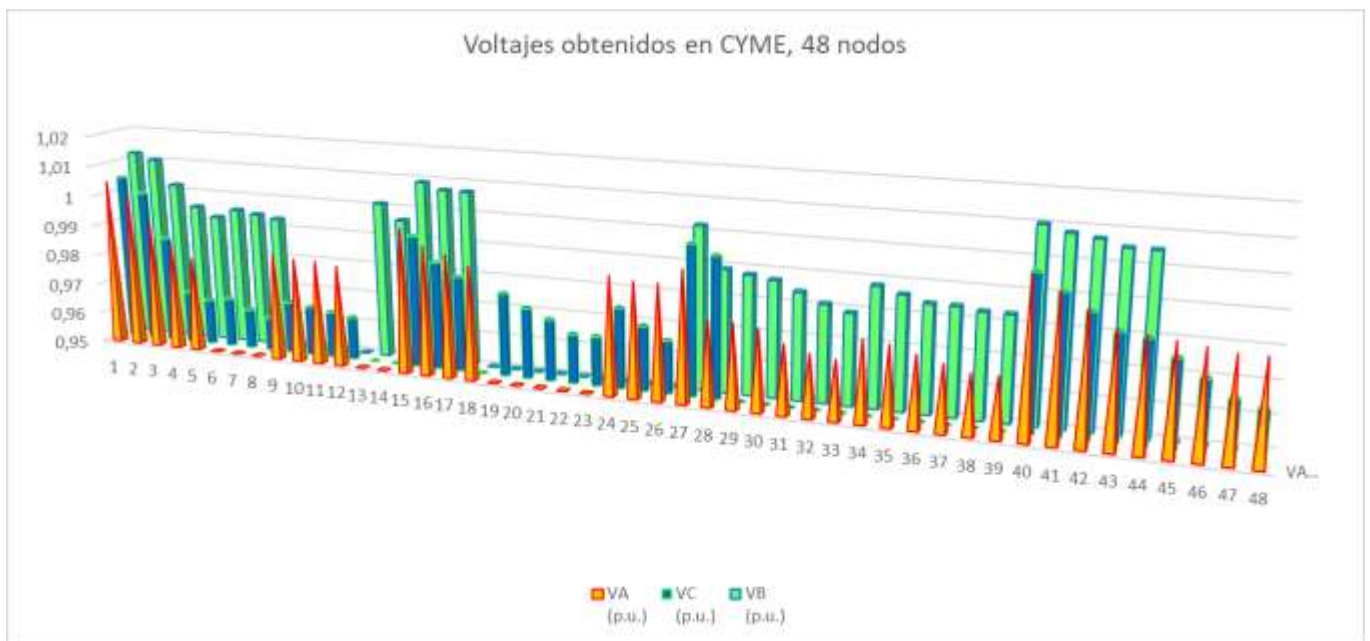


Figura 5.19. Resultados de voltaje y ángulos red ELEPCOSA 48 nodos modelada en CYME

Nota: los puntos que no se encuentran en

5.5.5.3 Resultados aplicando el modelo matemático desarrollado en la red de 48 nodos

Una vez obtenido los resultados con el programa comercial CYMDIST, se aplicó con la metodología de barrido atrás/adelante desarrollada en la red de 48 nodos, el cálculo convergió en 3 iteraciones en un tiempo de 0,0567 segundos; los resultados de voltajes y ángulos por cada barra se presentan en la Tabla 5.16.

Tabla 5.16. Voltajes obtenidos por fase aplicado en la red ELEPCOSA 33 nodos

Barra	VA (p.u.)	VB (p.u.)	VC (p.u.)	Angle VA (°)	Angle VB (°)	Angle VC (°)
101	0,9868	26,9901	0,9719	26,9901	0,9719	-93,1663
102	0,9841	27,0003	0,9692	27,0003	0,9692	-93,1544
103	0,9778	27,024	0,9642	27,024	0,9642	-93,132
104	0,9744	27,0375	0,9612	27,0375	0,9612	-93,119
105	0,9711	27,0501	0,9586	27,0501	0,9586	-93,1072
106	0,969	27,0592	0,9564	27,0592	0,9564	-93,0976
107	0,9794	27,0129	0,9695	27,0129	0,9695	-93,1569
108	0,9723	27,0346	0,9665	27,0346	0,9665	-93,1449
109	0,9697	27,0426	0,9653	27,0426	0,9653	-93,1404
110	0,9658	26,9432	0,966	26,9432	0,966	-93,1701
111	0,9673	26,9912	0,9654	26,9912	0,9654	-93,1694
112	0,9698	26,8196	0,9443	26,8196	0,9443	-93,3161
113	0,9444	26,6707	0,8984	26,6707	0,8984	-93,6021
114	0,9265	26,7721	0,8621	26,7721	0,8621	-94,0147
115	0,9448	26,4908	0	26,4908	0	0

Como análisis adicional se realizó varias iteraciones para determinar el promedio de tiempo que se requiere para llegar a la convergencia de la red de 48 nodos. El resumen de resultados se presenta en la Tabla 5.17, donde se resume que el promedio de tiempo para cada iteración hasta llegar a la convergencia es de 0,01323 (s) o 13,23 (ms).

Tabla 5.17. Resultados aplicando varias iteraciones para la red 48 nodos

RED DE 48 NODOS		
Iteraciones	Tiempo (s)	Tiempo_Promedio (s/iteración)
2	0,0260	0,01302
10	0,1485	0,01485
100	1,3461	0,01346
500	6,4731	0,01295
1000	12,7906	0,01279
2500	32,1312	0,01285
5000	63,5217	0,01270
Promedio Total		0,01323

El análisis se realiza para todas las fases ya que es un sistema desequilibrado, como conclusión al analizar la correlación de los resultados obtenidos por diferentes metodologías, es mayor al 99.72%.

Tabla 5.18. Correlación calculada comparando los resultados en la red de 33 nodos en (%)

Correlación	Atrás/Adelante-CYME
Voltaje A	99,726%
Voltaje B	99,976%
Voltaje C	99,985%
Angulo A	99,722%
Angulo B	99,935%
Angulo C	99,991%

6 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como parte del alcance del trabajo se estableció realizar una comparación de los resultados obtenidos entre los programas comerciales y el método desarrollado, la validación de los resultados de este último se realizó mediante el parámetro de correlación el cual debe ser superior al 95% de confianza, entonces la metodología atrás/adelante será válida.

6.1 Resultados

Una vez aplicado el modelo matemático desarrollado con la metodología atrás/adelante, la convergencia del flujo de potencia para cualquier red siempre converge; es así que para una red de 13 nodos finalizó el cálculo en dos iteraciones con un tiempo de 6 (ms); para la red de 15 nodos con 3 iteraciones y 8 (ms); para la red de 33 nodos con 2 barridos en 11 (ms) y finalmente para la red de 48 nodos en 3 iteraciones con 13 (ms).

La correlación calculada con los resultados obtenidos por la metodología atrás/adelante y los programas comerciales CYME y PowerFactory de DIGSILENT; es mayor a 99,72%.

Finalmente, al comparar las redes de distribución de ELEPCOSA, se determinó que el alimentador más grande consta de 420 nodos, con una distancia de 39 km, y en promedio los alimentadores tienen menos de 200 nodos, razón por la cual, se aplicó el modelo matemático a una red de 200 nodos, el objeto de este trabajo adicional es evaluar la eficiencia del modelo ante redes de gran tamaño. Como resultados obtenidos es que el tiempo promedio para resolver esta red es de 0,42 segundos, es decir con respecto a la red de 48 nodos se incrementa en 31 veces.

6.2 Discusión

Con el resumen presentado en el numeral 6.1 se puede concluir que la metodología de barrido por el método de suma de corrientes, es eficiente en comparación a otras metodologías de barrido y más aún a las metodologías convencionales; para solucionar flujos de potencia en sistemas de distribución radiales en medio o bajo voltaje a simple circuito; entre sus ventajas más importantes es la alta fiabilidad en la convergencia, la correlación calculada al comparar los resultados de los programas comerciales utilizados y la metodología desarrollada, es mayor al 99,72%, obteniendo un grado de confianza mucho mayor al 95%, por lo cual se concluye que la metodología utilizada en el presente trabajo de titulación es válida para solucionar flujos de potencia en redes de distribución en bajo voltaje del tipo radial a simple circuito desequilibrado.

Además de acuerdo a los resultados obtenidos, se determinó que la variación del tiempo de una red de 13 nodos a una de 48 nodos esta última con mayor dificultad, varía de 6 (ms) a 13 (ms) y finalmente, la red de 200 nodos requiere de 0,42 segundos para converger el cálculo.

7 CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

7.1 Conclusiones

En el presente trabajo se realizó un estudio comparativo sobre las diferentes metodologías de cálculo de flujo de potencia para sistemas eléctricos de distribución radiales (SED) desequilibrados. Con el cual se pudo determinar que los métodos convencionales (Newthon Raphson y Gauss Seidel) son métodos muy sensibles al incrementar el número de nodos de un SED; sin embargo, los métodos de barrido o no convencionales (Suma de Corrientes o Suma de Potencias), presentan tiempos e iteraciones de cálculos relativamente bajos y estables al incrementar el número de nodos; es así que, al aplicar la red de 52 nodos y la de 135 nodos con métodos convencionales, se incrementa a 10 veces los tiempos de simulación; sin embargo, los métodos no convencionales o de barrido en las mismas redes anteriores, se incrementa 1,92 veces.

Al aplicar las metodologías convencionales en el programa comercial CYMDIST, se determinó que el método de Gauss Seidel incrementa de manera significativa el número de iteraciones al incrementarse el número de nodos de la red. Mientras que el

método de caída de voltaje desequilibrado, para las redes de más de 56 nodos no convergen debido a que se simuló con un error aceptable de 0,00001, es decir el error aceptado de cálculo es muy pequeño. Con ello se concluye que la variable restrictiva “error aceptado” que se ingresó al modelo matemático desarrollado, tiene influencia directa sobre el número y tiempo de iteraciones requerido para calcular el flujo de potencia del sistema analizado.

Los métodos de barrido o no convencionales (suma de potencia o corrientes), son las de mejor desempeño para los flujos de potencia en los SED, sin embargo, el método de suma de corrientes es más eficaz para llegar a la solución, ya que es más estable a la variación del número de nodos de una red o a la tolerancia del error ingresado para la convergencia del cálculo. Por tanto, se puede concluir que el método de barrido por suma de corrientes es el más adecuado a aplicar en los SED radiales de bajo voltaje.

Con el análisis del estado del arte, se determinó que los artículos y/o tesis desarrolladas hasta el momento, cuentan con modelos matemáticos para sistemas equilibrados, y analizan para sistemas desequilibrados de manera muy básica sin mayor desarrollo.

En el desarrollo del modelo matemático de barrido atrás/adelante, la parte fundamental es crear o generar la matriz de incidencia de nodos (BCBV o BIBC), misma que relaciona la topología y la conectividad eléctrica de la red a analizar, por tanto, las dimensiones de la matriz están bien definidas y son: $nl(\# \text{ lineas}) \times nb(\# \text{ barras})$. La dimensión total de la matriz es tres veces este número ya que el análisis se realiza por fase al ser sistemas desequilibrados.

La matriz de incidencia de nodos, se construye aplicando el concepto de caídas de voltaje en un tramo, es decir el elemento de la matriz que representa al nodo de envío lleva un “1”, mientras que el de recepción está representado con “-1”, todos los demás elementos de la fila se representan con “0”; al transformar a sistemas desequilibrados los valores de “1”, “-1” y “0”, son matrices de dimensión 3x3, llenados en sus diagonales por estos números como un sistema trifásico, en el caso de no existir alguna fase se llena con “0”.

Al analizar una red radial a simple circuito desequilibrada, siempre cumple la condición que el $nb(\# \text{ barras}) - nl(\# \text{ lineas}) = 1$, por tanto, la matriz de incidencia de nodos al tener estas dimensiones no es del tipo cuadrada, este número “1” se debe a la barra

slack de la red, sin embargo, al disponer los voltajes y ángulos por cada fase de esta barra (variable de entrada), se puede eliminar en la matriz la columna referida a la barra slack y obtener una matriz cuadrada, que permita realizar cálculos matemáticos matriciales.

El modelo matemático relaciona las leyes de corrientes de Kirchhoff para el barrido hacia arriba (desde la barra final a la fuente), considerando las demandas y voltajes en cada barra; para el barrido hacia abajo (desde la barra fuente hacia la barra final) se aplica las leyes de voltajes de Kirchhoff, que relaciona las corrientes e impedancia de línea.

La importancia de la matriz de incidencia de nodos ya sea de voltaje “BCVB” o corriente “BIBC” según corresponda, es que permite relacionar las variables de los voltajes o corrientes de barras con los voltajes o corrientes de línea, respectivamente.

El modelo matemático requiere de una matriz delta, la cual permite recuperar los voltajes y ángulos eliminados de la barra slack para conseguir que la matriz de incidencia de nodos sea cuadrada; esta matriz permite realizar el cálculo matemático para encontrar los voltajes de la barra de recepción del nodo slack, en la iteración “m+1” o barrido aguas abajo.

El modelo matemático desarrollado se aplicó para 4 redes de prueba con número de nodos diferentes, con el objeto de comprobar la estabilidad del método al variar el número de nodos, dando como resultado que para la red de 15 nodos convergió en un tiempo de 8 (ms); al triplicar el número de nodos convergió en 13 (ms), incrementándose 5 (ms) al triplicar el número de nodos; finalmente, se aplicó de manera didáctica para la red de 200 nodos, la cual convergió en 0.42 segundos.

Las redes de prueba fueron seleccionadas para que permitan calcular flujos de potencia en redes de medio y bajo voltaje radiales desequilibradas o equilibradas. Primeramente, se aplicó el modelo matemático en redes mixtas IEEE (medio y bajo voltaje) y se evaluó los resultados por comparación con dos programas comerciales, luego, se realizó la prueba en dos redes reales que pertenecen a ELEPCOSA que son exclusivamente en bajo voltaje combinados sus circuitos de tipo desnudos o preensamblados todos del tipo desequilibrados, tomando como consideración al transformador como nodo frontera del sistema analizado y finalmente en una red didáctica de 200 nodos.

Para determinar la validez del modelo matemático desarrollado, se comparó los resultados obtenidos para cada tipo de red, entre el modelo matemático y los programas comerciales CYMDIST y PowerFactory de DIgSILENT; donde se calculó la correlación que existe entre ellos, dando como resultado un mínimo de 99,72%, es decir muy superior al 95% de confianza establecido como meta en el proyecto; con ello se puede concluir que el modelo matemático desarrollado es válido y puede ser usado con todas las garantías para calcular flujos de potencia en los SED radiales desequilibrados y/o equilibrados en medio y/o bajo voltaje o combinados, la única condición es que sean del tipo radial, sin importar el número de barras.

7.2 Trabajos futuros

Realizar un trabajo de distribución de carga con base a las metodologías de REA, consumo energético, kVA instalado, entre otros; con el fin de contar con esa variable de entrada al presente modelo y se pueda implementar en un programa informático y realice de manera autónoma el análisis de flujo de potencia en los SED.

Sería un aporte interesante implementar el algoritmo del modelo, en un programa de gestión de datos georreferenciados, ya que en ellos las empresas disponen casi la totalidad de la información requerida para correr flujos de potencia.

7.3 Aportes

El aporte principal que se logra con el desarrollo de este trabajo es que el modelo matemático funciona para redes equilibradas y/o desequilibradas tanto para medio y/o bajo voltaje. Además, para el método de barrido atrás/adelante por suma de corrientes se desarrolla un modelo matemático estructurado, sencillo, comprensible y ejemplificado, involucrando las variables, cálculos matemáticos, diagramas de bloque, diagramas de flujo para programación y ejemplos numéricos donde se aplicó la metodología; esto permitirá continuar con la investigación por profesionales que estén interesados en estos temas.

7.4 Recomendaciones

Es importante recomendar que CYMDIST o PowerFactory de DIgSILENT, trabajen con un error máximo de $\varepsilon=0,001$ para la convergencia del cálculo. Para el modelo matemático desarrollado se puede establecer un ε máximo de 0,000001, sin embargo, esto afecta directamente al recurso computacional, por lo cual el valor óptimo para obtener resultados confiables y con recursos eficientes, es utilizar un $\varepsilon=0,0001$.

Es importante recomendar que cuando se requiera hacer la implementación del modelo matemático en un modelo computacional, se trabaje de forma matricial todos los cálculos; así también, para crear la matriz de incidencia de nodos de voltaje, es necesario crear una matriz que reconozca el nodo de envío y una matriz con los nodos de recepción, y realizar la resta entre estas, consiguiendo la matriz de incidencia.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARCONEL 006/2020, “Resolución No. ARCONEL-006/2020,” pp. 1–58, 2020, [Online]. Available: <http://www.cna-ecuador.com/wp-content/uploads/2020/06/Reg-Sust-Reg-ARCONEL001-20-Directorio-res-006-20-firm.pdf>.
- [2] CONELEC, “Vol.4.- Aspectos de sustentabilidad y sostenibilidad social y ambiental,” *Plan Maest. Electríf. 2013-2022*, p. 380, 2013, [Online]. Available: <http://www.regulacionelectrica.gob.ec/plan-maestro-de-electrificacion-2013-2022/>.
- [3] Rafael González Hernández, “Elementos para el análisis de proyectos de inversión en activos fijos en las pequeñas y medianas empresas,” *Cienc. Adm.*, no. 2, pp. 89–99, 2012, [Online]. Available: <http://revistas.uv.mx/index.php/cadmiva/article/view/1689/3092>.
- [4] M. Valladares, *Metodología para la solución del problema de flujos de carga en sistemas de distribución de energía eléctrica*. 2020.
- [5] MENDAGRI, “ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE METODOLOGIAS DE FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION,” UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA, 2008.
- [6] U. Eminoglu and M. H. Hocaoglu, “Distribution systems forward/backward sweep-based power flow algorithms: A review and comparison study,” *Electr. Power Components Syst.*, vol. 37, no. 1, pp. 91–110, 2009, doi: 10.1080/15325000802322046.
- [7] Eaton, “Análisis del sistema de distribución Modelado , análisis y planificación confiables para mejorar el desempeño del sistema de distribución Simulaciones,” *CYME Int. T&D*, vol. 1, p. 4, 2018, [Online]. Available: <http://www.cyme.com/es/software/cymdist/>.
- [8] F. M. González-Longatt, “Análisis de Sistemas de Potencia empleando DIgSILENT PowerFactory: Análisis en Estado Estacionario,” *Semin. DIgSILENT PowerFactory Anal. en Estado Estac.*, vol. 1, 2013.
- [9] C. Soluciones, “CYME para ArcGIS Desktop™ La potencia del software CYME dentro de SIG,” vol. 1, p. 2, 2020, [Online]. Available: <https://www.cyme.com/es/software/cymearcgis/BR917039ES-CYMEArcGIS.pdf>.
- [10] A. Hamouda and K. Zehar, “Efficient load flow method for radial distribution feeders,” *Journal of Applied Sciences*, vol. 6, no. 13, pp. 2741–2748, 2006, doi: 10.3923/jas.2006.2741.2748.
- [11] J. a M. Rupa and S. Ganesh, “Power Flow Analysis for Radial Distribution System Using Backward / Forward Sweep Method,” *Int. J. Electr. Comput. Energ. Electron. Commun. Eng.*, vol. 8, pp. 1537–1541, 2014.
- [12] S. C. Tripathy, G. D. Prasad, O. P. Malik, and G. S. Hope, “Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a newton-like method,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-101, no. 10, pp. 3648–3657, 1982, doi: 10.1109/TPAS.1982.317050.
- [13] J. H. Teng, “A direct approach for distribution system load flow solutions,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 18, no. 3, pp. 882–887, 2003, doi: 10.1109/TPWRD.2003.813818.
- [14] L. Pravos and R. Castro, “Implementación Del Algoritmo ‘ Forward and Backward ,” *Cienc. e Ing.*, vol. 1, p. 142, 2017, [Online]. Available:

- http://oa.upm.es/47864/1/TFG_LETICIA_PRAVOS_GARCIA.pdf.
- [15] N. Madjissembaye, C. M. Muriithi, and C. W. Wekesa, "Load Flow Analysis for Radial Distribution Networks Using Backward / Forward Sweep Method," *J. Sustain. Res. Eng.*, vol. 3, no. 3, pp. 82–87, 2016.
- [16] J. A. Yebra Morón, "Sistemas Eléctricos de Distribución," *Reverté*, p. 322, 2009.
- [17] MERNNR, "Plan Maestro de Electricidad Expansión y mejora de la distribución 2016-2025," vol. 1, pp. 239–273, 2016, [Online]. Available: <https://www.recursoyenergia.gob.ec/plan-maestro-de-electricidad/>.
- [18] S. R. Castaño, *Redes de Distribución de Energía*, Tercera Ed. Manizales, 2004.
- [19] T. N. Le, H. A. Quyen, T. Thanh, B. Phan, N. A. Nguyen, and T. P. Trieu, "Select Location for Load Shedding In Power System," *Int. Conf. Green Technol. Sustain. Dev.*, vol. 4, pp. 13–17, 2018.
- [20] Johnny and N. C. Macedo, "Aplicación De Una Metodología De Reconfiguración De Redes De Distribución Para Reducir Pérdidas Resistivas En La Línea," p. 164, 2018, [Online]. Available: <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/10883%0Ahttp://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/4057%0Ahttp://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8014%0Ahttp://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/6899>.
- [21] Á. D. E. L. A. Energía, L. A. S. I. Y. Los, S. Ramon, and C. Alberto, "RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES . publico para las calles regeneradas de Saraguro ". DIRECTOR :, " vol. 1, p. 101, 2011.
- [22] MEER, "Unidades De Propiedad Up De Las Redes De Distribución De Energía Eléctrica." 2011/06/03, Pichincha, Quito, 2011.
- [23] Grainger & Stivenson, "Construcción de la Matriz Admitancia de Barra del Sistema," *Univ. Tucumán, Matriz IMPedancia y Admit.*, pp. 12–22, 2013.
- [24] R. Xavier and V. Moya, "Escuela politécnica nacional," 2007.
- [25] A. Conductor, S. Reinforced, and N. T. E. Inen, "ACSR Conductor desnudo de aluminio AA (1350-H19) reforzado con acero," no. 593, pp. 1–2.
- [26] CENTELSA S.A, "Regulación De Tensión En Instalaciones Eléctricas," *Boletín Técnico - Marzo 2005*, no. Ntc 2050, p. 16, 2005.
- [27] W. H. KERSTING, *DISTRIBUTION SYSTEM MODELING AND ANALYSIS*, vol. 1999, no. December. 2006.
- [28] W. H. KERSTING, *DISTRIBUTION SYSTEM MODELING AND ANALYSIS*, vol. 1999, no. December. .
- [29] M. R. Sánchez-Herrera, P. Salmerón-Revuelta, S. Pérez-Litrán, and A. Pérez-Vallés, "Análisis de las definiciones de desequilibrio de tensión en los sistemas de potencia," *Dyna*, vol. 87, no. 2, pp. 198–203, 2012, doi: 10.6036/4375.
- [30] D. E. A. P. Equinos, F. Guzmán, L. Fernando, M. C. Brito, and B. Leandro, "I NSTITUTO P OLITÉCNICO N ACIONAL Ingeniero en Control y Automatización Presentan :, " 2010.

9 ANEXOS

ANEXO A. DATOS TÉCNICOS DE LA RED DE PRUEBA ELEPCOSA DE 15 NODOS

ANEXO B. DATOS TÉCNICOS DE LA RED DE PRUEBA ELEPCOSA DE 48 NODOS

ANEXO A

DATOS TÉCNICOS DE LA RED DE PRUEBA ELEPCOSA DE 15 NODOS

Las características de la red de 15 nodos son las siguientes:

Datos y Voltaje de la barra Slack o referencia

Slack	Vnom	V_slack_ph	V_slack_ph	V_slack_ph	Ang_slack_ph	Ang_slack_ph	Ang_slack_ph
k	(kV)	_A	_B	_C	_A	_B	_C
101	0,24	0,9868226	0,9719393	0,9760779	26,99008	-93,16626	146,76694

TIPO DE BARRAS Y EL VOLTAJE NOMINAL

Nodo	TIPO	VBASE
101	3	0,24
102	1	0,24
103	1	0,24
104	1	0,24
105	1	0,24
106	1	0,24
107	1	0,24
108	1	0,24
109	1	0,24
110	1	0,24
111	1	0,24
112	1	0,24
113	1	0,24
114	1	0,24
115	1	0,24

TOPOLOGÍA DE LA RED DE 15 NODOS CON BARRA DE ENVIÓ Y RECEPCIÓN, LONGITUD Y CONFIGURACIÓN DE CONDUCTORES EN EL TRAMO DE LÍNEA.

Nodo A	Nodo B	Length (ft.)	Config.
101	102	92,5318	1
102	103	213,2604	1
103	104	161,2812	1
104	105	170,1826	1
105	106	185,6633	1
101	107	150,135	1
107	108	191,1642	1
108	109	113,0042	1
109	110	130,0224	2
109	111	196,8077	2
101	112	91,5636	3
112	113	151,5773	3
113	114	116,3727	3
113	115	157,04	4

IMPEDANCIA Y ADMITANCIA DE ACUERDO A LA CONFIGURACIÓN DEL TRAMO DE LÍNEA

Conf	Lin=1, Trafo=0	R11	R12	R13	R22	R23	R33	X11	X12	X13	X22	X23	X33	B11	B12	B13	B22	B23	B33
1	1	1,0610	0,0000	0,0000	1,0610	0,0000	1,0610	0,1751	0,0000	0,0000	0,1754	0,0000	0,1754	112,700	0,0000	0,0000	112,700	0,0000	112,700
2	1	1,6800	0,2816	0,0000	1,7030	0,0000	0,0000	1,4360	0,7857	0,0000	1,4160	0,0000	0,0000	5,6470	-2,4100	0,0000	5,9180	0,0000	0,0000
3	1	1,1070	0,2283	0,2444	1,1260	0,2556	1,1630	1,2500	0,5974	0,4788	1,2090	0,5397	1,1330	6,0950	-2,2800	-1,0460	6,8450	-2,0220	6,8520
4	1	1,6720	0,0000	0,2731	0,0000	0,0000	1,6950	1,3390	0,0000	0,6834	0,0000	0,0000	1,3080	5,6540	0,0000	-2,3990	0,0000	0,0000	5,9330

CARGAS POR FASE EN CADA BARRA

Nodo B	Ph-1 (kW)	Ph-1 (kVAr)	Ph-2 (kW)	Ph-2 (kVAr)	Ph-3 (KW)	Ph-3 (kVAr)
102	0	0	0,48	0,11	1,31	0,22
103	0,69	0,15	0,47	0,11	0	0
104	0,21	0,05	0,21	0,05	0,21	0,05
105	0,66	0,14	0,28	0,07	0,79	0,13
106	1	0,23	1	0,23	1	0,23
107	1,08	0,23	0	0	1,22	0,2
108	1,3	0,27	0,49	0,11	2,51	0,42
109	0	0	0,32	0,07	0,05	0,02
110	1,39	0,29	0,31	0,07	0	0
111	0,56	0,12	0,21	0,05	0	0
112	1,72	0,36	0,51	0,12	1,27	0,21
113	1,04	0,22	0	0	0	0
114	12,32	5,49	20,39	10,09	15,86	8,14
115	1,3	0,27	0	0	3,49	1,11

ANEXO B

DATOS TÉCNICOS DE LA RED DE PRUEBA ELEPCOSA DE 48 NODOS

Las características de la red de 48 nodos son las siguientes:

DATOS Y VOLTAJE DE LA BARRA SLACK O REFERENCIA

Slack	Vnom (kV)	V_slack_ph_A	V_slack_ph_B	V_slack_ph_C	Ang_slack_ph_A	Ang_slack_ph_B	Ang_slack_ph_C
200	0,22	1,005224	1,01249	1,005078	26,3147	-92,6292	146,8214

TIPO DE BARRAS Y EL VOLTAJE NOMINAL

Nodo	TIPO	VBASE
200	3	0,22
201	1	0,22
202	1	0,22
203	1	0,22
204	1	0,22
205	1	0,22
206	1	0,22
207	1	0,22
208	1	0,22
209	1	0,22
210	1	0,22
211	1	0,22
212	1	0,22
213	1	0,22
214	1	0,22
215	1	0,22
216	1	0,22
217	1	0,22
218	1	0,22
219	1	0,22
220	1	0,22
221	1	0,22
222	1	0,22
223	1	0,22
224	1	0,22
225	1	0,22
226	1	0,22
227	1	0,22
228	1	0,22
229	1	0,22
230	1	0,22
231	1	0,22
232	1	0,22
233	1	0,22
234	1	0,22
235	1	0,22

236	1	0,22
237	1	0,22
238	1	0,22
239	1	0,22
240	1	0,22
241	1	0,22
242	1	0,22
243	1	0,22
244	1	0,22
245	1	0,22
246	1	0,22
247	1	0,22

TOPOLOGÍA DE LA RED DE 48 NODOS CON BARRA DE ENVIÓ Y RECEPCIÓN, LONGITUD Y CONFIGURACIÓN DE CONDUCTORES EN EL TRAMO DE LÍNEA.

Nodo A	Nodo B	Length (ft.)	Config.
200	201	20,4298	1
201	202	158,6709	1
202	203	237,978	1
203	204	214,0874	1
203	205	36,307	4
205	206	126,0217	4
206	207	138,3834	4
203	208	45,2984	5
208	209	63,9134	5
209	210	62,2538	5
210	211	111,4895	5
202	212	35,741	3
212	213	110,5475	3
201	214	128,7971	2
214	215	121,9247	2
215	216	84,8805	2
216	217	210,866	6
216	218	123,1957	7
218	219	123,1627	7
219	220	120,4751	7
220	221	159,6734	7
221	222	82,0067	7
216	223	137,015	8
223	224	191,728	8
224	225	159,9492	8
201	226	131,5623	2
226	227	200,2175	2
227	228	214,3446	9
228	229	46,7935	9
229	230	89,0399	9
230	231	175,7017	9
231	232	109,1602	9
227	233	48,3632	9
233	234	86,8484	9
234	235	107,6043	9

235	236	107,8114	9
236	237	109,2839	9
237	238	96,8179	9
201	239	71,7738	2
239	240	147,9866	2
240	241	154,3647	2
241	242	154,2279	2
242	243	49,9889	2
243	244	108,7988	10
244	245	95,7017	10
245	246	130,2901	10
246	247	97,2765	10

IMPEDANCIA Y ADMITANCIA DE ACUERDO A LA CONFIGURACIÓN DEL TRAMO DE LÍNEA

Conf	R11	R12	R13	R22	R23	R33	X11	X12	X13	X22	X23	X33	B11	B12	B13	B22	B23	B33
1	1,107 0	0,228 3	0,244 4	1,126 0	0,255 6	1,163 0	1,250 0	0,597 4	0,478 8	1,209 0	0,539 7	1,133 0	6,095 0	-2,280	-1,046	6,845	-2,022	6,852 0
2	1,061 0	0,000 0	0,000 0	1,061 0	0,000 0	1,061 0	0,175 4	0,000 0	0,000 0	0,175 4	0,000 0	0,175 4	112,7 0	0,000 0	0,000 0	112,7 0	0,000 0	112,7 0
3	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,175 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,107 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	5,926 0	0,000 0	0,000 0
4	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,061 0	0,000 0	1,061 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,152 9	0,000 0	0,152 9	0,000 0	0,000 0	0,000 0	112,7 0	0,000 0	112,7 0
5	1,061 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,061 0	0,152 9	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,152 9	112,7 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	112,7 0
6	1,175 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,107 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	5,926 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
7	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,753 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,231 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	5,631 0
8	1,687 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	1,687 0	0,157 7	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,157 7	112,7 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	112,7 0
9	1,061 0	0,000 0	0,000 0	1,061 0	0,000 0	0,000 0	0,152 9	0,000 0	0,000 0	0,152 9	0,000 0	0,000 0	112,7 0	0,000 0	0,000 0	112,7 0	0,000 0	0,000 0
10	1,107 0	0,000 0	0,228 3	0,000 0	0,000 0	1,126 0	1,250 0	0,000 0	0,597 4	0,000 0	0,000 0	1,209 0	5,935 0	0,000 0	-2,589	0,000 0	0,000 0	6,248 0

CARGAS POR FASE EN CADA BARRA

Nodo B	Ph-1 (kW)	Ph-1 (kVAr)	Ph-2 (kW)	Ph-2 (kVAr)	Ph-3 (kW)	Ph-3 (kVAr)
201	0,09	0,02	0,01	0,01	0,02	0,015
202	2,39	1,32	0,01	0,01	2	1
203	1,09	0,32	0,05	0,01	1	0,05
204	1,52	0,59	1,41	0,55	1	0,25
205	0	0	0,09	0,03	0,05	0,01
206	0	0	0,99	0,23	0,5	0,04
207	0	0	0,09	0,05	1,51	1,12
208	0,01	0,01	0	0	0,02	0,01
209	0,25	0,06	0	0	0,05	0,01
210	0,25	0,06	0	0	0,01	0,01
211	0,35	0,08	0	0	1,05	0,4
212	0	0	0,01	0,01	0	0
213	0	0	2,26	1,06	0	0
214	0	0	0	0	0	0
215	0,95	0,13	0,95	0,13	0,95	0,13

216	0,15	0,05	0,1	0,01	0,25	0,03
217	1,06	0,24	0	0	0	0
218	0	0	0	0	0	0
219	0	0	0	0	0,55	0,13
220	0	0	0	0	0	0
221	0	0	0	0	1,12	0,03
222	0	0	0	0	0,14	0,03
223	1,01	0,24	0	0	0,95	0,22
224	0	0	0	0	0	0
225	0,08	0,01	0	0	1,32	1,07
226	0	0	0	0	0	0
227	1,5	0,8	1,1	0,2	1,3	0,8
228	0,2	0,1	0,18	0,09	0	0
229	0	0	0	0	0	0
230	2	0,8	1	1,06	0	0
231	0	0	0	0	0	0
232	1,05	0,5	1,78	0,58	0	0
233	0	0	0	0	0	0
234	0	0	0	0	0	0
235	0,05	0,01	1,25	0,06	0	0
236	0	0	0	0	0	0
237	1,02	0,2	0,11	0,03	0	0
238	0,5	0,02	0,31	0,07	0	0
239	0	0	0	0	0	0
240	0	0	0	0	0	0
241	0	0	0	0	0	0
242	0	0	0	0	0	0
243	0,52	0,09	0,9	0,04	0,46	0,05
244	0	0	0	0	0	0
245	0	0	0	0	0	0
246	1	0,1	0	0	1,4	0,8
247	1,05	0,08	0	0	0,98	0,09

ORDEN DE EMPASTADO