

# Software para el Aprendizaje del Control Predictivo en Base a Modelo (MPC)

Oscar Gonzales, Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito - Ecuador

**Resumen** – En el presente trabajo se expone el diseño e implementación en una interfaz de simulación de un Controlador Predictivo en Base a Modelo (MPC) aplicado a 3 plantas de estudio: un robot móvil, un buque marino y un reactor de agitación continua tipo tanque (CSTR). La simulación de estos modelos se visualiza en un software, con una interfaz gráfica desarrollada en Matlab y SIMULINK en la cual se pueden variar manualmente los parámetros del controlador y de esta forma, observar cómo influyen cada uno de ellos en el resultado obtenido.

**Índices**—MPC, robot móvil, buque marino, CSTR, MATLAB.

## I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo está enfocado en la implementación de un entorno de aprendizaje visual a través de software para comprender la aplicación del Controlador Predictivo Basado en Modelo (MPC). Para este proyecto se propone 3 sistemas: un robot móvil, un buque marino y un reactor de agitación continua tipo tanque (CSTR) con el objetivo de observar el desempeño del controlador lineal en sistemas con dinámica no lineal. El MPC ha sido usado desde hace varios años atrás en el control de plantas industriales [1], donde se han observado muy buenos resultados en varios aspectos como eficiencia y rendimiento a largo plazo. Lo anteriormente anotado contrasta con el hecho de que el MPC necesita el modelo del sistema o proceso sin dejar de lado la carga matemática, que en la mayoría de los casos es alta, lo cual se refleja en el costo computacional al momento de su implementación [2].

El éxito del control predictivo se ha reflejado en los resultados obtenidos en el área del control de procesos industriales [2]. Sin embargo, en los últimos años esta técnica de control ha incursionado en el área de la robótica con varios desarrollos como el de [3] para controlar un vehículo autónomo terrestre, en el cual aún existe una limitante para la aplicación del MPC en este tipo de sistemas, la cual es la dinámica del sistema. Al trabajar con una planta de dinámica rápida en comparación a la de un proceso industrial, el hardware en el cual se va a implementar la técnica de regulación debe tener prestaciones altas en cuanto a procesamiento del algoritmo.

La ejecución del MPC radica en el uso de predicciones obtenidas a partir del modelo a controlar, para conocer como cambiarán sus variables de estado y direccionar este cambio con las variables de control necesarias para alcanzar un objetivo o consigna [2]. Se puede predecir uno o varios cambios de las variables de estado mediante un parámetro llamado horizonte de predicción y las variables de control

necesarias para llevar a uno o más estados a valores deseados, se puede regular con el parámetro conocido como horizonte de control [4].

La ley de control se obtiene mediante la minimización de la función de costo que considera el error y el esfuerzo de control. Se puede dar prioridad a una o más variables mediante las ponderaciones respectivas que se implementan en la función de costo [4].

El trabajo se plantea de la siguiente manera: en la sección II se realiza una descripción general de la filosofía de la MPC y cuál es la forma en la cual basa sus predicciones, en la sección III se presentan los modelos matemáticos de los casos de estudio, en la sección IV, se linealizan los sistemas para plantear el controlador lineal a partir de un modelo reducido, en la sección V, se formula y diseña el MPC, en la sección VI se diseña la interfaz del software del proyecto, en la sección VII se muestran los resultados obtenidos en la implementación de los casos de estudio a partir de una interfaz gráfica y finalmente, la sección VIII, se ofrecen las conclusiones obtenidas del tema planteado.

## II. DESCRIPCIÓN DEL CONTROLADOR PREDICTIVO

El MPC es una estrategia de regulación automática que realiza predicciones de la señal de control a partir de las predicciones del comportamiento de la planta, por lo tanto, es necesario obtener el modelo matemático de la misma [1].

El número de predicciones, tanto para las señales de entrada y de salida del proceso, se realiza a través de los parámetros horizonte de control y horizonte de predicción, respectivamente. Estas predicciones se efectúan en tiempo discreto; el número de predicciones no tiene límite, pero al aumentar las mismas la carga computacional también se incrementa [1].

En la Fig. 1 se observa cómo el control predictivo realiza las predicciones de la señal de control a partir de las predicciones del proceso para un determinado instante. Pese a que el número de predicciones en la señal de control puede ser mayor a 1, siempre se tomará la primera acción de control debido al principio de optimización de horizonte finito [4].

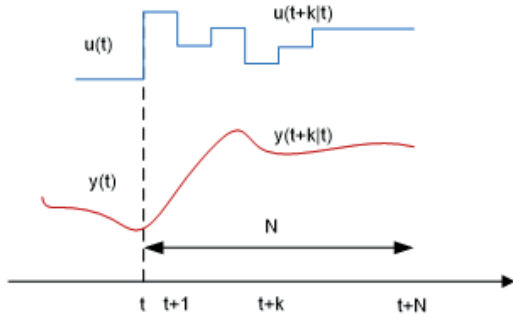


Fig. 1 Predicciones del MPC.

### III. OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE LOS CASOS DE ESTUDIO

En esta sección se obtienen los modelos matemáticos de los casos de estudio para luego formular el MPC. El modelo del sistema se convierte en un parámetro de suma importancia en la implementación del MPC, debido a que este puede realizar las predicciones con información orientada sobre la dinámica del sistema [4].

#### A. Modelo Matemático del Robot Móvil

El robot móvil a considerar es el Pioneer 3DX (Fig. 2), cuyo modelo y validación son determinados en [5]. El gráfico del modelo en estudio se presenta en la Figura 1, en la cual el centro del robot está ubicado en h, de este punto se consideran los desplazamientos del sistema en el plano x e y.

Además, se encuentra desplazado del centro de masa del sistema una distancia a, el cual se mueve a una velocidad u longitudinalmente, a una velocidad  $\bar{u}$  lateralmente y a una velocidad  $\omega$  angularmente.

El parámetro  $\psi$  es el ángulo de la orientación y los elementos restantes que se destacan en la gráfica son: C es el punto del castor del robot, E es el punto de la herramienta de trabajo, G es el centro de gravedad y B es la línea que pasa por el centro de masa y el eje de los motores de las ruedas.

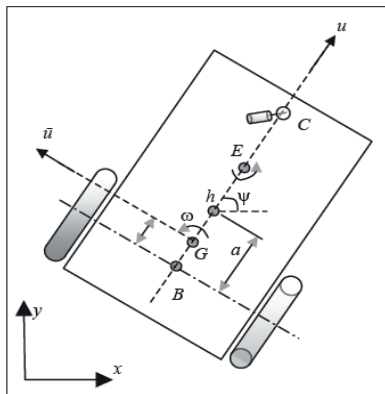


Fig. 2 Esquema del robot móvil Pioneer 3DX [3].

El modelo dinámico no lineal del robot (1), expresado en espacio de estados es el siguiente [5]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos(\psi) - a \omega \sin(\psi) \\ u \sin(\psi) + a \omega \cos(\psi) \\ \omega \\ \frac{\theta_3^0}{\theta_1^0} \omega^2 - \frac{\theta_4^0}{\theta_1^0} u \\ -\frac{\theta_5^0}{\theta_2^0} u \omega - \frac{\theta_6^0}{\theta_2^0} \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\theta_1^0} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta_2^0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_u \\ v_\omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

Los parámetros validados del robot tomados de [5] se aprecian en la Tabla I, la cual no presenta unidades debido a que estos valores son los componentes de la expresión en espacio de estados del robot.

TABLA I  
VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL ROBOT MÓVIL

Parámetro	Valor
$\bar{\theta}_1^0$	0.24089
$\bar{\theta}_2^0$	0.2424
$\bar{\theta}_3^0$	-0.00093603
$\bar{\theta}_4^0$	0.99629
$\bar{\theta}_5^0$	-0.0037256
$\bar{\theta}_6^0$	1.0915

Se establecen las siguientes variables de estado:  $x(t) = [x \ y \ \psi \ u \ \omega]^T$ , donde se expresan la posición en x, la posición en y, la orientación, la velocidad lineal y angular del robot, respectivamente.

Las acciones de control se denotan por  $v(t) = [v_u \ v_\omega]^T$ , las cuales están relacionadas con el torque necesario que debe proporcionar cada rueda para el movimiento del sistema.

#### B. Modelo Matemático del Buque Marino

El buque marino (Fig. 3) es un sistema relativamente complejo, debido a que cuenta con varias variables internas que se obtienen de los ejes de referencia del sistema.

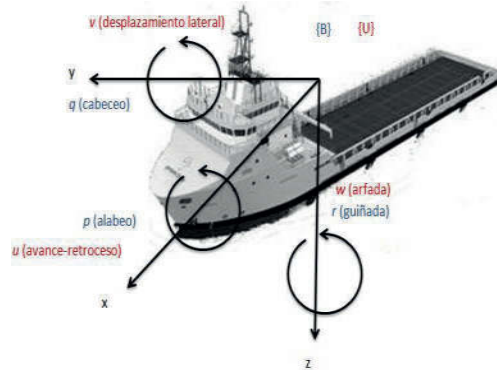


Fig. 3 Esquema del buque marino [6].

Los ejes se forman: uno de coordenadas globales y otro de coordenadas referidas a la estructura del buque tal como se muestra en la Tabla II [6]:

TABLA II  
 VARIABLES DEL BUQUE MARINO

Coordenadas Globales	Posición $x, y, z$	Velocidad $u, v, w$	Torque $T_u, T_v, T_w$
En Movimiento	$\phi, \theta, \psi$	$P, q, r$	$T_p, T_q, T_r$

Sin embargo, se puede obtener un modelo equivalente descartando ciertas variables de estado, como por ejemplo el movimiento en el eje  $z$  el cual físicamente no es posible. De esta forma el modelo matemático del barco, de (2)–(5), es el siguiente [6]:

$$\dot{x} = u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \quad (2)$$

$$\dot{y} = u \sin(\psi) + v \cos(\psi) \quad (3)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (4)$$

$$B\dot{v} = M\dot{v} + C(v)v + Dv \quad (5)$$

Los valores de las matrices del modelo del buque marino son tomados de [6], y se presenta en (6) – (9).

$$M \triangleq \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D \triangleq \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 0 & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B \triangleq \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C(v) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{22}v - m_{23}r \\ 0 & 0 & m_{11}u \\ m_{22}v + m_{23}r & -m_{11}u & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Desarrollando las expresiones dinámicas, se tienen las siguientes ecuaciones (10)–(12):

$$\dot{u} = \frac{m_{22}}{m_{11}}vr + \frac{m_{23}}{m_{11}}r^2 - \frac{d_{11}}{m_{11}}u + \frac{b_{11}}{m_{11}}T_u \quad (10)$$

$$\dot{v} = -\left(\frac{m_{23}}{m_{11}}\dot{r} - \frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_2}v - \frac{d_{23}}{m_{22}}r\right) \quad (11)$$

$$\dot{r} = -\frac{m_{23}}{m_{33}}\dot{v} + \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}}uv - \frac{m_{23}}{m_{33}}ur - \frac{d_{32}}{m_{33}}v - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{b_{32}}{m_{33}}T_r \quad (12)$$

Para la implementación del controlador predictivo, se partirá de la expresión del sistema en espacio de estados, por lo que se realiza operaciones algebraicas para que cada derivada de una variable de estado, no quede en función de otra derivada.

Finalmente, las ecuaciones dinámicas que se linealizarán para plantear al sistema en espacio de estados son (2)– (4). El desarrollo de los equivalentes lineales se aprecia en (13)– (15):

$$\dot{u} = \frac{m_{22}}{m_{11}}vr + \frac{m_{23}}{m_{11}}r^2 - \frac{d_{11}}{m_{11}}u + \frac{b_{11}}{m_{11}}T_u \quad (13)$$

$$\dot{v} = -\left(\frac{m_{23}}{m_{11}}\left(\frac{m_{22}}{m_{22}m_{33} - m_{22}^2}\left((m_{11} - m_{22})uv + \left(\frac{m_{11} - m_{23}}{m_{22}} - m_{23}\right)ur + \left(\frac{d_{22} - m_{23}}{m_{22}} - d_{23}\right)v + \left(\frac{d_{23} - m_{23}}{m_{22}} - d_{33}\right)r + b_{32}T_r\right)\right) - \frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_2}v - \frac{d_{23}}{m_{22}}r\right) \quad (14)$$

$$\dot{r} = \frac{m_{22}}{m_{22}m_{33} - m_{22}^2}\left((m_{11} - m_{22})uv + \left(\frac{m_{11} - m_{23}}{m_{22}} - m_{23}\right)ur + \left(\frac{d_{22} - m_{23}}{m_{22}} - d_{23}\right)v + \left(\frac{d_{23} - m_{23}}{m_{22}} - d_{33}\right)r + b_{32}T_r\right) \quad (15)$$

Los valores de los elementos de las matrices del modelo dinámico son tomados de [6], y se muestran en la Tabla III. Al igual que en la Tabla III, no se presentan unidades debido a que son componentes de la expresión matemática en espacio de estados del buque.

 TABLA III  
 VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL BUQUE MARINO

Parámetro	Valor
$m_{11}$	25.8
$m_{22}$	33.8
$m_{23}$	-11.748
$m_{32}$	-77.748
$m_{33}$	6.813
$d_{11}$	2
$d_{22}$	7
$d_{23}$	-2.5425
$d_{32}$	-2.5425
$d_{33}$	1.422
$b_{11}$	1
$b_{33}$	1

### C. Modelo matemático del Reactor de Agitación Continua Tipo Tanque (CSTR)

El modelo del CSTR se realiza tomando como base lo hecho en [7], en el cual se toma el cual presenta un modelo muy usado en simulaciones, debido a que realiza ciertas aproximaciones en las variables del sistema para simplificar la complejidad del modelo (Fig. 4).

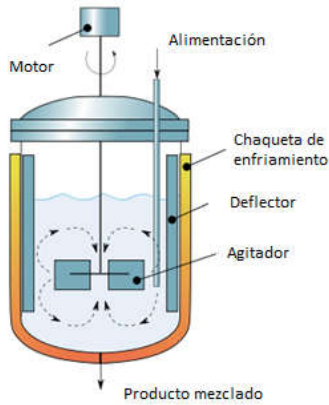


Fig. 4 Esquema del CSTR [6].

$\rho$ : Densidad del material en el sistema.

$\rho_i$ : Densidad del material en la  $i$ -ésima entrada de vapor.

$V$ : Volumen total del sistema.

$F_i$ : Flujo volumétrico en la  $i$ -ésima entrada de vapor.

$n_A$ : Número de moles del componente A del sistema.

$c_A$ : Concentración molar de A en el sistema.

$c_{Ai}$ : Concentración molar de A en la  $i$ -ésima entrada.

$r$ : Reacción por unidad de volumen del componente A del sistema.

$U, K, P$ : Energías interna, cinética, potencial del sistema, respectivamente.

$Q$ : Cantidad de calor intercambiada entre el sistema y la circundante por unidad de tiempo.

$H$ : Entalpía del sistema.

$\tilde{H}$ : Entalpía parcial de la mezcla de reacción.

$c_p$ : Capacidad calorífica de la mezcla de reacción.

Por lo tanto, las ecuaciones del modelo matemático del CSTR son (16) –(18):

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \quad (16)$$

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F_i}{V}(c_{Ai} - c_A) - k_0 e^{-E/RT} c_A \quad (17)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V}(T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r)k_0 e^{-E/RT} c_A}{\rho c_p} - \frac{Q}{\rho c_p V} \quad (18)$$

Se puede hacer una aproximación para simplificar el modelo [7]. Esta aproximación consiste en que el volumen  $V$  de la mezcla de la reacción permanece constante. Por lo tanto, el modelo del CSTR se reducirá a las expresiones (19) y (20):

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F}{V}(c_{Ai} - c_A) - k_0 e^{-E/RT} c_A \quad (19)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r)k_0 e^{-E/RT} c_A}{\rho c_p} - \frac{UA}{\rho c_p V}(T - T_c) \quad (20)$$

Los parámetros del modelo [7] se muestran en la Tabla IV, los cuales están relacionados al punto de trabajo de la planta.

TABLA IV  
VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL CSTR

Parámetro	Valor
$F$	100 L/min
$c_{Ai}$	1 mol/L
$T_i$	300 K
$V$	100 L
$\rho$	1000 g/L
$c_p$	0.239 J/gK
$-\Delta H_r$	50000 J/mol
$E/R$	8750 K
$k_0$	7200000000 1/min
$UA$	50000 J/minK
$T_c$	300 K
$c_A$	0.5mol/L
$T$	350 K

### IV. LINEALIZACIÓN

Para linealizar al modelo del buque marino, se tienen varias alternativas, pero la que se usará es la expansión de una función en su equivalente de series de Taylor, las cuales estarán evaluadas en el punto de operación [8].

Por lo tanto, la función no lineal se expresa en (21), la cual depende de los estados del modelo y la señal de entrada al mismo:

$$\dot{\chi} = f(\chi, \mu) \quad (21)$$

Donde su equivalente en series de Taylor se muestra en (22):

$$\dot{\chi} = f(\chi_r, \mu_r) + \frac{\partial f(\chi, \mu)}{\partial \chi} \bigg|_{\substack{\chi=\chi_r \\ \mu=\mu_r}} (\chi - \chi_r) + \frac{\partial f(\chi, \mu)}{\partial \mu} \bigg|_{\substack{\chi=\chi_r \\ \mu=\mu_r}} (\mu - \mu_r) \quad (22)$$

Se descartan los términos iguales y superiores al de segundo orden, obteniendo la función linealizada en los puntos  $\chi_r, \mu_r$ .

Al hacer esta aproximación se tiene un error pequeño ya que los términos de orden superior no tienen mucha incidencia en el punto de operación en el que se evalúa la función.

De esta forma las matrices de estado usadas para representar al modelo linealizado, se obtienen de (23) y (24):

$$A = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Bigg|_{\substack{x=x_r \\ u=u_r}} \quad (23)$$

$$B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Bigg|_{\substack{x=x_r \\ u=u_r}} \quad (24)$$

Es importante tener en cuenta que las trayectorias que siga el robot móvil o en el buque marino presentan diferentes puntos de operación, por lo cual, la linealización se realizará en cada coordenada de las ecuaciones de las trayectorias cada cierto tiempo de muestreo.

## V. DISEÑO DEL CONTROLADOR

### A. Discretización del Modelo

El modelo se discretiza mediante el algoritmo de Euler [1], por tal razón, el sistema queda expresado en (25):

$$\tilde{x}(k+1) = \bar{A}\tilde{x}(k) + \bar{B}\tilde{u}(k) \quad (25)$$

Hay que tomar en cuenta, que el sistema posee las desviaciones de las variables de estado y de las variables de control (debido a la linealización), por lo tanto las desviaciones del modelo se consideran en (26) y (27):

$$\tilde{x} = x_r - x \quad (26)$$

$$\tilde{u} = u_r - u \quad (27)$$

El tiempo de muestreo que se escoge en el proceso de discretización, se convierte en un parámetro influyente al momento de obtener una respuesta del controlador predictivo, los tiempos muy altos tendrán la influencia del fenómeno del aliasing y los muy bajos incrementarán imprecisiones numéricas.

Por lo tanto, para cada proceso el tiempo de muestreo se ha escogido de acuerdo a pruebas realizadas en las plantas en las cuales se observa que el MPC puede desempeñarse mejor sin aumentar drásticamente el costo computacional.

Finalmente, se consideran los puntos de operación de las plantas a partir de la linealización continua de los modelos no lineales en el punto de trabajo de las mismas. Por ejemplo, en el robot móvil el punto de operación donde se obtiene la expresión lineal del robot es cada punto que lo conforma la trayectoria a seguir. Después de cada instante de muestreo, se toma el valor de la trayectoria y se linealiza el modelo en ese punto para calcular la ley de control. Este procedimiento se lo realizará continuamente hasta detener la simulación de la planta. El mismo procedimiento aplica a las plantas restantes.

### B. Formulación del Controlador

Una vez discretizado el modelo, se formula el MPC en espacio de estados en (28) de acuerdo a lo revisado en [4].

$$x_m(k+1) = Ax_m(k) + B\Delta u(k) \quad (28)$$

Las variables de estado a utilizar se muestran en (29):

$$x_m(k) = [\Delta\tilde{x}(k)^T \quad \tilde{y}(k)^T]^T \quad (29)$$

En donde se observa que se necesitan los incrementos de la desviación de las variables de estado y las desviaciones de las salidas a controlar. En esta ocasión, se controlan todas las salidas para mejorar el desempeño del controlador.

De esta última expresión, se pueden predecir los cambios de las variables de estado a través del horizonte de predicción  $N_p$ , y las acciones que se deberían tomar en base a esos cambios, con el horizonte de control  $N_c$ .

### C. Función de Costo

La ecuación a minimizar se aprecia en (30):

$$J = (R_s - \tilde{Y})^T Q (R_s - \tilde{Y}) + \Delta U^T R \Delta U \quad (30)$$

Donde:

$R_s$ : Referencia.

$Y$ : Salida de la planta.

$\Delta U$ : Incremento de la señal de control.

$Q$ : Penalización al error.

$R$ : Penalización al incremento de la señal de control.

Se toman en cuenta los errores de las variables a controlar y el incremento del esfuerzo de control. Además, se pueden ponderar los términos mencionados anteriormente mediante las matrices  $Q$  y  $R$ . Para los errores, se toman ponderaciones distintas, mientras que las variables de control llevan igual ponderación debido al resultado obtenido de las pruebas realizadas [4].

### D. Restricciones

Las restricciones se implementan en las variables de control, de acuerdo a (31):

$$\Delta u^{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u^{max} \quad (31)$$

En el robot móvil, las restricciones se implementan en las aceleraciones lineal y angular en (32) y (33):

$$-5[m/s] \leq u_c(k) \leq 5[m/s] \quad (32)$$

$$-5[rad/s] \leq \omega_c(k) \leq 5[rad/s] \quad (33)$$

En el buque marino las restricciones se implementan en los torques de control como se aprecia en (34) y (35):

$$-8[Nm] \leq T_u(k) \leq 8[Nm] \quad (34)$$

$$-8[Nm] \leq T_r(k) \leq 8[Nm] \quad (35)$$

En el CSTR, la restricción se implementa en la temperatura de la camisa del reactor se muestra en (36):

$$0[K] \leq T_c(k) \leq 350[K] \quad (36)$$

Las restricciones permitieron que la señal de control proporcionada por el MPC no supere los límites de entrada de los modelos, de esta forma, los resultados se presentaron acorde a los modelos reales.

### VI. DISEÑO DE LA INTERFAZ DEL SOFTWARE

El desarrollo de una interfaz gráfica en Matlab se realiza a través de uno de sus complementos, como lo es el toolbox Graphical User Interface (GUI).

De esta forma es posible implementar recursos gráficos amigables con el usuario tales como: botones, campos de texto, gráficos, menús, etc [9].

La forma de implementar una interfaz gráfica puede ser interactiva o programática, es decir, se puede usar el toolbox de MATLAB con las opciones predeterminadas que este ofrece o para programadores avanzados, se puede insertar el código necesario para determinadas aplicaciones (Fig. 5).

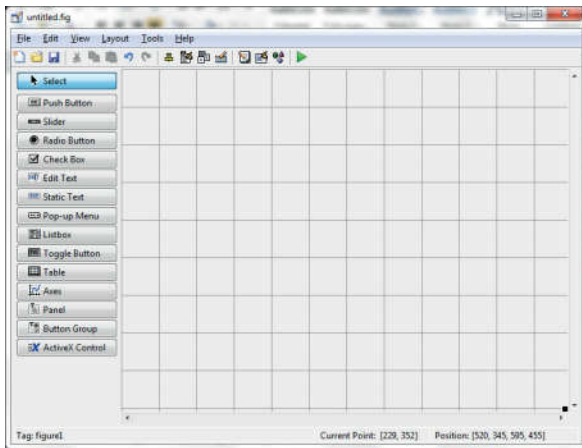


Fig. 5 Área de diseño de la interfaz gráfica de Matlab.

En el diseño de la interfaz se contemplan aspectos como: visualización de variables, configurar valores de referencia, configurar parámetros del MPC, entre otros.

Una síntesis de cómo funciona el sistema completo, se puede ver en el diagrama de flujo en la Fig. 6, en la cual se estructura un diagrama de flujo con el funcionamiento global del programa implementado en MATLAB. Los casos de simulación se ejecutan separadamente y pese a que tienen la misma estructura principal (parámetros del MPC + visualización de variables), hay detalles que difieren como el que se observará en el caso del CSTR.

### VII. RESULTADOS

Se realiza la prueba de GUI del proyecto con los modelos de estudio implementados en SIMULINK. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

#### A. Robot Móvil

Se presenta la ventana inicial, con valores de 1 en todos los parámetros del MPC. Se debe llenar todos los parámetros y luego presionar el botón “SIMULAR”.

El resultado final (Fig. 7), muestra la trayectoria seguida por el robot junto con los errores de seguimiento en x e y. Además se obtienen las gráficas de las acciones de control aplicadas al modelo [10].

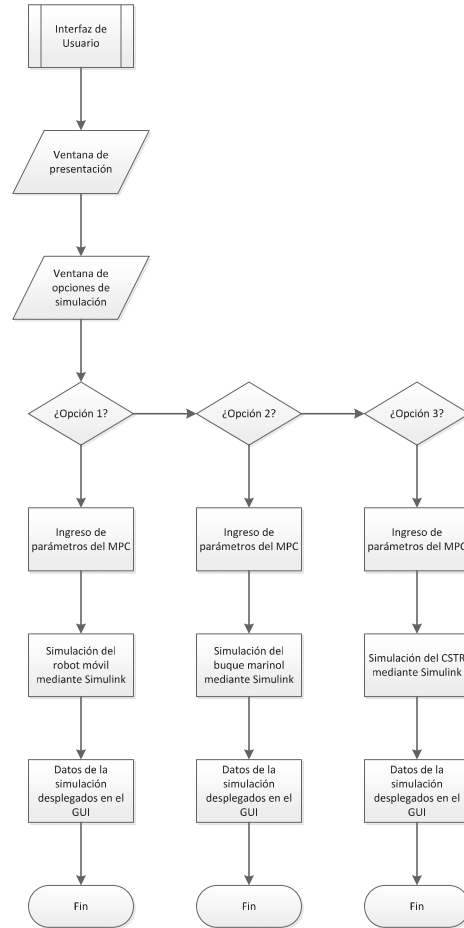


Fig. 6. Diagrama de flujo de funcionamiento del programa.

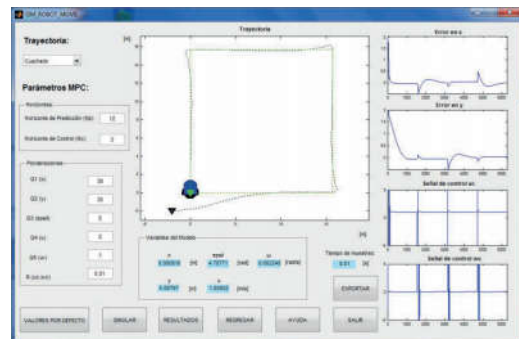


Fig. 7. Prueba del software con el modelo del robot móvil.

La prueba del funcionamiento del programa se realiza a través del seguimiento de una trayectoria cuadrada. Los parámetros del MPC que se configuran para lograr el seguimiento de la trayectoria son: horizontes de predicción y control, ponderaciones en la señal de control y ponderaciones en las variables a controlar.

En la parte derecha del panel, se observan los valores de las velocidades lineal y angular y los errores de posición para las coordenadas x e y.

Una ponderación independiente a las variables controladas fue fundamental en el proceso de sintonización, en donde unas variables poseían un valor mayor con respecto a otras. Particularmente, en los sistemas robóticos, las mayores ponderaciones se consideraron en las variables de posición, con lo cual se obtenía el objetivo de tener un buen seguimiento a través de tiempo.

La sintonización de las ponderaciones se realiza con  $0 < R < 1$  y  $Q > 1$  siempre teniendo en cuenta que R es una matriz definida positiva y Q una matriz semidefinida positiva. De esta forma, se pide al controlador realizar el mayor esfuerzo de control posible para cumplir con el cambio de las variables de estado desde su estado inicial a uno deseado.

### B. Buque Marino

Se aplicó la misma prueba para el caso del buque marino, obteniendo los siguientes resultados [11] en la Fig. 8:

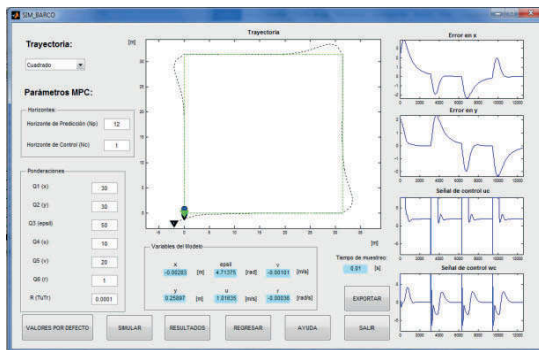


Fig. 8. Prueba del software con el modelo del buque marino.

El panel donde se muestra el desempeño del MPC aplicado al seguimiento de una trayectoria cuadrada por parte del buque marino tiene las mismas consideraciones que se tomaron en cuenta en la aplicación del MPC en el robot móvil. Sin embargo, los parámetros de sintonización del controlador son distintos debido a que obviamente se emplea una planta diferente.

### C. CSTR

A diferencia de las anteriores interfaces, esta incorpora la simulación de ruido y perturbaciones al modelo, quitando las opciones de trayectoria, que en este caso no aplican. Los resultados se aprecian en la Fig. 9.

El panel tiene una estructura similar a las simulaciones anteriores por lo que el usuario intuitivamente puede realizar

configuraciones de los parámetros del MPC para sintonizarlo. En este caso, la sintonización cobra un papel más protagonista que en los casos anteriores debido a que debe hacer que la planta sea robusta en su desempeño ante las acciones del ruido y perturbaciones.

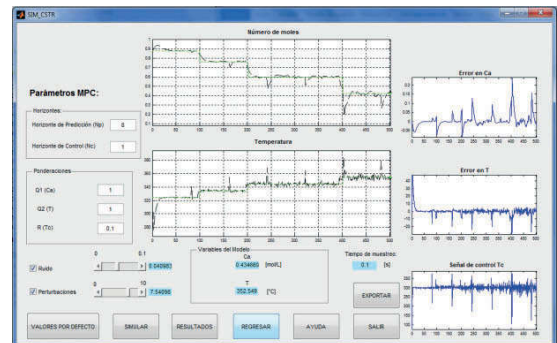


Fig. 9. Prueba del software con el modelo del CSTR.

Para un cambio de referencia, el control linealizado debe ser adaptativo. La linealización en cada punto de operación garantiza que el sistema adopte las condiciones necesarias para su funcionamiento esperado. Sin embargo, el adoptar esta forma de control adaptativo haría que el costo computacional se incrementara porque el sistema no solo debe realizar linealizaciones continuas tomando como base la referencia actual, también el cálculo del control predictivo aumenta el cálculo matemático, especialmente si se trabaja con valores de horizonte de predicción y control altos.

La sintonización del controlador predictivo, al no tener un procedimiento en el que se puedan manipular sistemáticamente las variables del controlador, puede convertirse en un proceso complicado. En este proyecto, se empezó por el cambio de valores en las ponderaciones Q y R con el objeto de garantizar primero la estabilidad del sistema, para luego modificar los horizontes de predicción y control con el fin de obtener una respuesta más precisa en estado estable.

## VIII. CONCLUSIONES

La linealización del sistema se convierte en una alternativa muy válida para la adaptación de un sistema de control lineal en una planta no lineal. Al tomar en cuenta una región de trabajo y no la naturaleza misma de la planta, se obtendrá un pequeño error en las posiciones deseadas las cuales se compensarán con los parámetros de sintonización del controlador.

El algoritmo de métodos numéricos de Euler es una opción aceptable en sistemas donde el paso de tiempo no es preponderante, porque para tener una respuesta adecuada, se necesita un paso muy pequeño. El paso representa en las simulaciones de este proyecto, el periodo de muestreo. Como una alternativa de método numérico, se puede utilizar el método de Runge Kutta, el cual es más preciso que el método de Euler.

Para mejorar la actuación del MPC, se actuó sobre todas

las variables del sistema. En el caso de los sistemas robóticos, las variables de posición y velocidad fueron necesarias, en el caso de CSTR, la concentración molar y la temperatura del reactor. Esto permitió que el controlador mejore su actuación sobre los sistemas mencionados.

El aumento de los valores de horizontes de control y predicción mejoraron la respuesta del sistema en estudio, aunque no pueden ser aumentados indiscriminadamente porque el costo computacional aumenta drásticamente.

El uso del programa muestra el efecto de variar cada uno de los parámetros del MPC en su proceso de sintonización. Con esto, se puede determinar si una planta necesita que se cambien en su MPC los valores de los horizontes o de las ponderaciones.

La visualización de las trayectorias permite determinar si existen casos en los cuales el controlador necesite cambiar sus parámetros para cumplir los objetivos planteados.

El hecho de utilizar plantas de diferente naturaleza y dinámica muestra que el control predictivo es una técnica de regulación abierta a varios objetivos de control. De esta forma, se pueden observar casos en los cuales un proceso necesita un MPC con prioridad al cambio de ponderaciones, de horizontes o la inclusión de restricciones.

#### IX. AGRADECIMIENTOS

Se agradece explícitamente al Dr. Gustavo Scaglia, docente Prometeo de la Universidad Nacional de San Juan – Argentina, por la asistencia dada a este proyecto en el área de la teoría de los sistemas de control.

#### X. REFERENCIAS

- [1] E. Camacho and C. Bordons-Alba, *Model predictive control*. London: Springer-Verlag, 2007.
- [2] J. Rossiter, *Model-based predictive control*, 1st ed. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- [3] S. Oyelere, "The Application of Model Predictive Control (MPC) to Fast Systems such as Autonomous Ground Vehicles (AGV)", *IOSR Journal of Computer Engineering*, vol. 16, no. 3, pp. 27-37, 2014.
- [4] L. Wang, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB*. London: Springer, 2010.
- [5] C. De la Cruz y R. Carelli, *Dynamic model based formation control and obstacle avoidance of multi-robot systems*, San Juan, Argentina: Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan, 2007.
- [6] M. Serrano, G. Scaglia, S. Godoy, V. Mut, O. Ortiz, "Trajectory Tracking of Underactuated Surface Vessels: A Linear Algebra Approach". *IEEE transactions on control systems technology*, pp. 1-9.
- [7] Stephanopoulos, G. - 1984 – "Chemical process control. An introduction to theory and practice". - Prentice-Hall (USA).
- [8] V. Menezes, W. Fetter, "Linear Predictive Control of a Branchiation Robot". Department of Mathematics, Federal University of Rio Grande.
- [9] E. Part-Enander, A. Sjöberg, B. Melin, and P. Isaksson, *The MATLAB Handbook*, Addison-Wesley, New York, 1996..
- [10] O. Gonzales, J. Rosero, and A. Rosales. "Control Predictivo Aplicado a un Robot Móvil." *Revista Politécnica* 34.2 (2014): 107
- [11] O. Gonzales and G. Scaglia. "Control Predictivo Aplicado a un Buque Marino." *Revista Politécnica* 38.2 (2017): 51.

#### XI. BIOGRAFÍAS



**Oscar Gonzales**, nació en la ciudad de Quito, se graduó como Ingeniero en Electrónica y Control en la Escuela Politécnica Nacional. Finalizó sus estudios de Maestría en Automatización y Control Electrónico Industrial en la EPN. Ha trabajado como Auxiliar de Laboratorio en el Laboratorio de Energías Alternativas y Eficiencia Energética y como Ayudante de Laboratorio en el Laboratorio de Automatización Industrial de Procesos Mecánicos, en Ingeniería Mecánica de la EPN y actualmente como Profesor Ocasional 2 en el Departamento de Automatización y Control Industrial (DACI) en la misma institución de educación superior. Sus áreas de interés son la automatización industrial, electrónica de potencia y sistemas de control avanzado. (oscar.gonzalesz@epn.edu.ec)