

Estrategias de control PID y basado en espacio nulo para una formación de cuadricópteros

Pilar Samaniego, Esteban Vaca, Paulo Leica, Danilo Chávez, Oscar Camacho
Escuela Politécnica Nacional (EPN)
Quito, Ecuador

Resumen –El presente trabajo presenta dos estrategias de control para una formación de cuadricópteros, para lo cual, realiza un estudio de los modelos que rigen el comportamiento cinemático de cuadricópteros, y de una formación de cuadricópteros. Se desarrolla dos controladores de formación de cuadricópteros uno tipo PID y un controlador basado en espacio nulo, el mismo que consta de tres tareas, forma-orientación, postura y evasión de obstáculos mediante campos potenciales. El controlador de formación presentado funciona para tres dimensiones mientras que la estrategia evasión de obstáculos permite realizar la evasión horizontal de obstáculos fijos, el rendimiento de los controladores se evalúa a partir de simulaciones en MATLAB-Simulink.

Índices – Espacio Nulo, Cuadricópteros, Formación, Evasión de obstáculos

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo e investigación de los vehículos aéreos no tripulados (UAVs) se ha incrementado en los últimos años, utilizándose notablemente en aplicaciones militares, mantenimiento industrial, seguimiento de objetivos, operaciones de transporte, monitoreo y logística, donde su desempeño evita que el hombre realice tareas que impliquen alto riesgo [1], [2].

En la actualidad el control de formación de vehículos aéreos se ha convertido también en un área de gran interés, teniendo en cuenta que el principal objetivo del control de la formación es poder cumplir una tarea que en conjunto es más sencilla que individualmente, por lo tanto, con la formación se puede realizar un mayor número de tareas y optimizarlas, esto se puede observar también comúnmente en la naturaleza por ejemplo las bandadas de pájaros que ajustan su vuelo para optimizar el consumo de su energía y la aerodinámica.

En este contexto la formación permite aplicaciones como seguimiento desde múltiples perspectivas, la exploración de zonas de gran amplitud, transporte de objetos de mayor tamaño o efectuar acciones de rescate que implique mucho riesgo.

Una formación, es un conjunto de robots o vehículos móviles que realizan acciones coordinadamente en el espacio 2D o 3D, con el fin de completar una acción o tarea de manera más sencilla. Las formaciones pueden ser flexibles si se consideran cambios en las distancias entre los elementos de la formación, o rígidas cuando la distancia entre un par de cuadricópteros permanece fija en el tiempo [3].

El control de formación se puede considerar como un conjunto de tareas; entre las cuales se encuentran, el seguimiento de trayectoria de punto A hacia un punto B; una segunda tarea es mantener las posiciones relativas entre cada cuadricóptero durante el movimiento, de modo que se conserva la forma; una tercera puede ser la evasión de obstáculos; y una cuarta podría ser dividir la formación si es necesario [3].

Existen varias arquitecturas o estrategias de control de formación de UAVs:

Líder-seguidor: uno de los agentes es asignado como líder, y el resto son designados como seguidores, sólo el seguidor tiene la información del líder, si el líder falla no se logra el objetivo de control. Esta formación es demasiado rígida y la habilidad de evadir obstáculos es insuficiente.

Basada en comportamiento: cada robot sigue algunas reglas para lograr la formación, está inspirada en el movimiento colectivo de animales. La idea principal es prescribir varios comportamientos deseados para cada agente, como mantener la forma, evitar colisiones y la búsqueda de objetivos, haciendo que cada acción de control tenga un peso promedio del control para cada comportamiento. El valor de comportamiento final deseado se puede alcanzar ajustando los pesos [4].

Basada en una estructura virtual: consiste en la sustitución del agente líder de la estructura líder-seguidor por uno virtual para coordinar otros vehículos aéreos no tripulados [5], necesita una alta calidad de comunicación e intensiva potencia de cálculo, tiene realimentación del líder virtual en cada elemento de la formación y puede alcanzar una formación precisa, siendo elegida para este trabajo por su robustez.

En la formación de cuadricópteros los algoritmos de control convencionales generalmente están limitados al control de una sola tarea, sumado la complejidad de los ambientes en los que deben movilizarse y la presencia de obstáculos, sugiere el uso de estrategias de control que lleven a cabo varias tareas simultáneamente como es el caso del controlador basado en espacio nulo que permite utilizar varias tareas en un mismo controlador y evitar que entren en conflicto [9-10].

En el presente trabajo se desarrolla un controlador basado en espacio nulo y tipo PID en tres dimensiones para llevar a cabo las tareas de forma y seguimiento de trayectoria. Además, para el control basado en espacio nulo se incluye la tarea de evasión de obstáculos fijos mediante campos potenciales.

II. MODELO DEL SISTEMA DE CONTROL

A. Modelo Cinemático de un Cuadricóptero

En esta sección se describe el movimiento cinemático de un cuadricóptero, para ello se define el sistema inercial E, con $\xi = [x \ y \ z]^T$, que representa las posiciones lineales del cuadricóptero referidos al sistema inercial con origen en tierra, y el sistema $B = \{x_B, y_B, z_B\}$, que son las posiciones lineales del sistema ligado al sistema de referencia con origen en el centro de masa del cuadricóptero [6] y roll ϕ pitch θ y yaw ψ que representan la orientación del cuadricóptero respecto a tierra, que se observan en la Fig. 1, y se utilizan para describir el modelo.

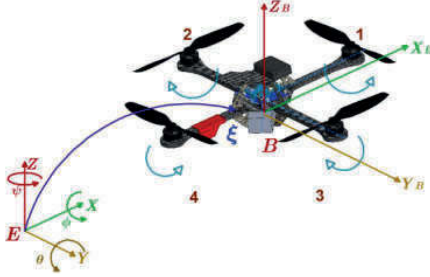


Fig. 1. Sistemas de referencia de un cuadricóptero

El movimiento de traslación del cuadricóptero referido a su centro de masa, se relaciona con el movimiento referido a tierra a través de la matriz de rotación mostrada en la ecuación (1):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

Donde $C(\cdot)$ y $S(\cdot)$ representan las funciones $\cos(\cdot)$ y $\sin(\cdot)$ respectivamente. Al considerar que el ángulo de roll y pitch se mantiene muy cercanos a cero durante el tiempo de vuelo, se puede aplicar la reducción del ángulo pequeño [7], la cual establece que $\cos\phi = 1$, $\sin\phi = 0$ así como $\cos\theta = 1$, $\sin\theta = 0$, y considerando las velocidades de los cuadricópteros en su sistema de referencia $V = [V_x \ V_y \ V_z] = [\dot{x}_B \ \dot{y}_B \ \dot{z}_B]$ se obtiene modelo cinemático simplificado mostrado en la ecuación (2):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

B. Modelo de la Formación de Cuadricópteros

Considerando el modelo cinemático de cada cuadricóptero presentado en (2), se puede expresar el modelo de una formación de tres cuadricópteros como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = R_T V_T \quad (3)$$

Definiendo $Q_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ la posición del i -ésimo cuadricóptero, $V_i = [V_{x_i} \ V_{y_i} \ V_{z_i}]^T$ la velocidad en X, Y, Z y R_i la matriz de rotación de cada cuadricóptero, mientras que V_T son las velocidades en el marco de referencia de los

cuadricópteros en formación y R_T la matriz de rotación de los tres cuadricópteros referidos a tierra.

El modelo de formación propuesto utiliza una estructura virtual que consiste en la utilización de un agente líder virtual para coordinar otros vehículos aéreos no tripulados [8].

Las variables que representan la formación se pueden observar en la Fig. 2. Definiendo la posición del centroide en X, Y, Z de la formación como $P_F = [X_F \ Y_F \ Z_F]^T$; la geometría o forma de la formación se describe a través de $S_F = [d_1 \ d_2 \ \alpha]^T$ donde d_1 es la distancia entre el cuadricóptero Q_1 y Q_2 , mientras que d_2 es la distancia entre el cuadricóptero Q_1 y Q_3 , y α es el ángulo formado por Q_2, Q_1, Q_3 ; los ejes de la formación se definen como $F_F = [F_x \ F_y \ F_z]$, como se puede observar en [9].

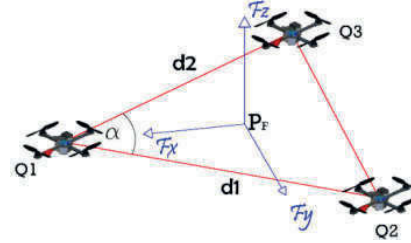


Fig. 2. Formación de Cuadricópteros [9]

La ecuación (4) define la postura de la formación de cuadricópteros:

$$P_F = \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \\ Z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1 + x_2 + x_3)/3 \\ (y_1 + y_2 + y_3)/3 \\ (z_1 + z_2 + z_3)/3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

La ecuación (5) representa la geometría de la forma de la formación de cuadricópteros:

$$S_F = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|Q_1 - Q_2\| \\ \|Q_1 - Q_3\| \\ \arccos\left(\frac{(Q_1 - Q_2) \cdot (Q_1 - Q_3)}{(d_1)(d_2)}\right) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Los ejes de referencia de formación $F_x \ F_y \ F_z$, mostrados en la Fig. 2, se describen en las ecuaciones (6), (7) y (8).

$$\vec{F}_x = [F_{x_x} \ F_{x_y} \ F_{x_z}] = Q_1 - P_F \quad (6)$$

$$\vec{F}_z = [F_{z_x} \ F_{z_y} \ F_{z_z}] = (Q_2 - Q_1) \times (Q_3 - Q_1) \quad (7)$$

$$\vec{F}_y = [F_{y_x} \ F_{y_y} \ F_{y_z}] = \vec{F}_x \times \vec{F}_z \quad (8)$$

Los ejes de formación permiten calcular los ángulos de rotación de la formación $O_F = [\phi_F \ \theta_F \ \psi_F]^T$ a través de la proyección de cada eje de formación en los planos formados por los ejes X, Y, Z , del sistema inercial, quedando definidos según las ecuaciones (9), (10) y (11).

$$\psi_F = \arctan \frac{F_{x_y}}{F_{x_x}} \quad (9)$$

$$\theta_F = \arctan \frac{F_{x_z}}{F_{x_x}} \quad (10)$$

$$\phi_F = \arctan \frac{Fz_y}{Fz_z} \quad (11)$$

C. Campo Potencial Ficticio

Un campo potencial $\phi_{t,x}$ se define como una región de repulsión sobre los obstáculos, que depende de la posición de los cuadricópteros en la formación y los obstáculos externos a estos, la forma del campo potencial se muestra en la Fig. 3.

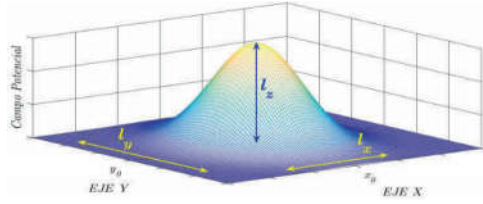


Fig. 3. Campo potencial ficticio [10]

La función de campo formulado en [10], refleja el tamaño de un obstáculo en X, Y, Z como l_x, l_y, l_z respectivamente, centrado en la posición x_0, y_0 , para lo cual la función mostrada en (12) será adoptada.

$$\phi_{t,x_j} = \begin{cases} l_z e^{-\left(\frac{x-x_0}{l_x}\right)^2 - \left(\frac{y-y_0}{l_y}\right)^2 + \varepsilon(x+y) - r_0}; C_1 \\ 0; C_2 \end{cases} \quad (12)$$

Donde ε es un valor muy pequeño que permite eliminar la singularidad del campo, y mediante r_0 se consigue que el campo para fines de control sea asintótico a cero; para ello, se debe cumplir que $\varepsilon \ll r_0$ y que $0 < r_0 \ll l_z$.

Para definir el área donde se define el campo se considera que existe una distancia mínima l_{x0} y l_{y0} en X, Y limitada por: $C_1 \in \{l_x < l_{x0} \wedge l_y < l_{y0}\}$ en donde el campo deja de ser cero y empieza a afectar el movimiento del cuadricóptero, mientras $C_2 \in \{l_x > l_{x0} \wedge l_y > l_{y0}\}$ es el espacio donde no existe campo potencial.

III. DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

A. Controlador tipo PID

Para el diseño del controlador tipo PID se considera como objetivos, que la formación mantenga una forma geométrica y su orientación formando un triángulo entre los agentes y que el centroide siga una trayectoria deseada. Un esquema del controlador se observa en la Fig. 4.

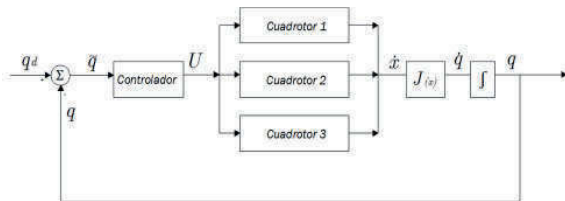


Fig. 4. Diagrama de bloques del controlador tipo PID

La relación entre las variables de formación con las posiciones de cada cuadricóptero se define como:

$$q = f(x) \quad (13)$$

$$\dot{q} = \frac{\partial f(x)}{\partial} \dot{x} = J(x)\dot{x} \quad (14)$$

En donde $J(x) = J$ es la matriz Jacobiana de una tarea de la formación, que relaciona las velocidades de los cuadricópteros con las variables de control de formación.

Jacobiano de Forma-Orientación: En tres dimensiones se define las variables de forma y orientación como:

$$q_1 = [d_1 \quad d_2 \quad \alpha \quad \phi_F \quad \theta_F \quad \psi_F]^T \quad (15)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_1} & \frac{\partial d_1}{\partial y_1} & \frac{\partial d_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial d_1}{\partial x_3} & \frac{\partial d_1}{\partial y_3} & \frac{\partial d_1}{\partial z_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \psi_F}{\partial x_1} & \frac{\partial \psi_F}{\partial y_1} & \frac{\partial \psi_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial \psi_F}{\partial x_3} & \frac{\partial \psi_F}{\partial y_3} & \frac{\partial \psi_F}{\partial z_3} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Jacobiano de Postura: Se define las variables de postura como:

$$q_2 = [X_F \quad Y_F \quad Z_F] \quad (17)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_F}{\partial x_1} & \frac{\partial X_F}{\partial y_1} & \frac{\partial X_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial X_F}{\partial x_3} & \frac{\partial X_F}{\partial y_3} & \frac{\partial X_F}{\partial z_3} \\ \frac{\partial Y_F}{\partial x_1} & \frac{\partial Y_F}{\partial y_1} & \frac{\partial Y_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial Y_F}{\partial x_3} & \frac{\partial Y_F}{\partial y_3} & \frac{\partial Y_F}{\partial z_3} \\ \frac{\partial Z_F}{\partial x_1} & \frac{\partial Z_F}{\partial y_1} & \frac{\partial Z_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial Z_F}{\partial x_3} & \frac{\partial Z_F}{\partial y_3} & \frac{\partial Z_F}{\partial z_3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

El Jacobiano total para el control tipo PID es $J = [J_1 \quad J_2]$, y las variables de formación $q = [q_1 \quad q_2]^T$. Es necesario invertir la relación cinemática $V_T = R_T^{-1} J^\dagger \dot{q}$, utilizando el concepto de matriz pseudoinversa siendo $J^\dagger = J^T (J J^T)^{-1}$. Considerando seguimiento perfecto de velocidad se tiene que $V_T = U$, y se plantea la siguiente ley de control.

$$U = R_T^{-1} J^\dagger (\dot{q}_d + K \tanh \tilde{q}) \quad (19)$$

Con $K = [K_1 \quad K_2]$, que es una matriz diagonal definida positiva que permite ajustar la respuesta del sistema para la tarea de forma-orientación y postura respectivamente, donde \tilde{q} es el error de cada tarea y \dot{q}_d es la variación temporal de las variables de formación deseadas.

Para comprobar que el controlador planteado sea estable, se define la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^2 \quad (20)$$

La derivada de la candidata derivada debe ser definida negativa.

$$\dot{V} = \tilde{q}^T \dot{\tilde{q}} < 0 \quad x \neq x_0 \quad (21)$$

Reemplazando la derivada del error como $\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_d - \dot{q}$, y \dot{q} según (14), asumiendo un seguimiento perfecto de velocidad y el controlador propuesto se tiene.

$$\dot{V} = \tilde{q}^T [\dot{q}_d - J R_T [R_T^{-1} J^\dagger (\dot{q}_d + K \tanh \tilde{q})]] \quad (22)$$

Reemplazando la definición de la matriz pseudoinversa $J^\dagger = (JJ^T)^{-1}$, y siendo $R_T R_T^{-1} = I$, la derivada queda expresada como:

$$\dot{V} = \tilde{q}^T (\dot{q}_d - (\dot{q}_d + K \tanh \tilde{q})) \quad (23)$$

De lo cual se obtiene que:

$$\dot{V} = -K(\tilde{q}^T \tanh \tilde{q}) < 0 \quad \forall K > 0 \quad (24)$$

En donde $\tilde{q}^T \tanh \tilde{q}$ es un valor siempre positivo, por lo que el sistema en lazo cerrado es estable; y al reemplazar el valor del punto de equilibrio, se puede encontrar que \dot{V} es definida negativa, por lo que el punto de equilibrio es asintóticamente estable:

$$\tilde{q}_0 = 0 \rightarrow \dot{V}(\tilde{q}_0) = -K(\tilde{q}_0^T \tanh \tilde{q}_0) = 0 \quad (25)$$

B. Controlador Basado en Espacio Nulo (CBN)

En el esquema de la Fig. 5 se muestra la representación del enfoque basado en espacio nulo para el caso de tres tareas, cuya prioridad es asignada dependiendo del entorno.

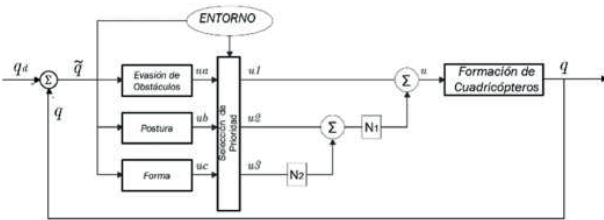


Fig. 5. Esquema del controlador basado en espacio nulo [10]

El control de cada tarea es independiente entre sí y se representa como se muestra en la ecuación (26).

$$v_d = v_{d,1} + N_1(v_{d,2} + N_2 v_{d,3}) \quad (26)$$

Donde $N_i = Nul(J_i) = (I - J_i^\dagger J_i)$ el espacio nulo de la tarea i que permite proyectar las subsiguientes tareas en el espacio nulo de la tarea de mayor jerarquía y evita que las tareas interfieran entre sí, $v_{d,i}$ es el controlador para la tarea i del controlador en espacio nulo mientras que v_d es la salida total del controlador, que permite que las tareas secundarias se cumplan siempre y cuando exista espacio nulo disponible de la tarea de mayor jerarquía.

Para relacionar la cinemática de los cuadricópteros con el modelo de la formación, al igual que en el caso del controlador tipo PID, se relaciona a través de los jacobianos de cada tarea como en la ecuación (14), teniéndose que para la tarea de forma $\dot{q}_1 = J_1 \dot{x}$, considerando los criterios del controlador tipo PID, se plantea la siguiente ley de control para la tarea de forma y orientación:

$$v_{d(forma)} = v_{d,1} = J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) \quad (27)$$

Donde $v_{d(forma)}$ es el controlador para la tarea de forma, K_1 es una matriz diagonal definida positiva que permite ajustar la respuesta del sistema para la variable de forma.

Para la tarea de postura, se tiene que $\dot{q}_2 = J_2 \dot{x}$ aplicando los

mismos criterios que para la ecuación (27), se tiene el siguiente controlador:

$$\dot{v}_{d(postura)} = v_{d,2} = J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_2) \quad (28)$$

Donde $\dot{v}_{d(postura)}$ es el controlador para la tarea de postura, K_2 es una matriz diagonal definida positiva que permite ajustar la respuesta del sistema para la variable de forma.

Con los controladores para cada objetivo desarrollado, se los puede combinar utilizando el concepto de espacio nulo para evitar los conflictos entre las tareas considerando la ecuación (26), se tiene que:

$$v_d = J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) + N_1 (J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_2)) \quad (29)$$

Considerando seguimiento perfecto de velocidad $V_T = U$ se plantea la siguiente ley de control con prioridad en forma.

$$U = R_T^{-1} \left[J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) + N_1 \left(J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_2) \right) \right] \quad (30)$$

Se escoge la candidata de Lyapunov planteada en (20) para verificar la estabilidad del sistema, con la que se cumplen las dos primeras condiciones de Lyapunov para que la candidata sea definida positiva.

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^2 \quad (31)$$

Para la derivada de la candidata debe considerarse cada tarea por separado, por tanto, para la tarea de forma se tiene:

$$\dot{V} = \tilde{q}_1^T \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{q}_2^T \dot{\tilde{q}}_2 < 0 \quad \tilde{q}_1 \neq 0 \quad (32)$$

Reemplazando las derivadas del error $\dot{\tilde{q}}_1 = \dot{q}_{1d} - \dot{q}_1$ y $\dot{\tilde{q}}_2 = \dot{q}_{2d} - \dot{q}_2$, considerando las ecuaciones (3) y (14), se tiene.

$$\dot{V} = \tilde{q}_1^T (\dot{q}_{1d} - J_1 R_T U) + \tilde{q}_2^T (\dot{q}_{2d} - J_2 R_T U) \quad (33)$$

Reemplazando la ley de control de (30) en (33):

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{q}_1^T [\dot{q}_{1d} - J_1 J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) \\ & - J_1 (I - J_1^\dagger J_1) J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_2)] \\ & + \tilde{q}_2^T [\dot{q}_{2d} - J_2 J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) \\ & - J_2 (I - J_1^\dagger J_1) J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_2)] \end{aligned} \quad (34)$$

Como $J_1 J_1^\dagger = J_1 J_1^T (J_1 J_1^T)^{-1} = I$ con lo que $J_1 (I - J_1^\dagger J_1) = 0$, y debido a que una tarea no entra en conflicto con otra, ya que el rango de J_1 es ortogonal al rango de J_2 es decir $R(J_2^\dagger) \perp R(J_1^\dagger)$, se cumple que $J_2 J_1^\dagger = 0$, por tanto la ecuación la ecuación (34) se reduce a la siguiente expresión:

$$\dot{V} = -\tilde{q}_1^T (K_1 \tanh \tilde{q}_1) - \tilde{q}_2^T (K_2 \tanh \tilde{q}_2) \quad (35)$$

Cumpliendo que $\dot{V} < 0$ si $K_1 > 0$ y $K_2 > 0$, por lo que se satisface la tercera condición de Lyapunov.

C. Controlador de evasión de obstáculos

Para relacionar las variables de los campos potenciales ficticios de cada obstáculo con el movimiento de cada cuadricóptero en la formación en base a la ecuación (12) se deriva $\phi_{t,x}$, y se obtiene:

$$\frac{d\phi_{t,x}}{dt} = J_{\phi} \dot{x}_{ob} \quad (36)$$

Donde \dot{x}_{ob} son las variaciones temporales de la posición de cada cuadricóptero para evitar colisiones, J_{ϕ} es la derivada parcial de $\phi_{t,x}$ con respecto a la posición de cada cuadricóptero en la formación.

Para hallar un controlador del sistema, y considerando que J_{ϕ} es una matriz no cuadrada, se recurre a la ecuación de la matriz pseudoinversa de J_{ϕ} , utilizando el concepto de (26) se tiene el siguiente controlador para la tarea de evasión de obstáculos:

$$v_d = v_{ob} + N_{ob}(v_{d,2} + N_2 v_{d,1}) \quad (37)$$

Donde:

$$v_{ob} = J_{\phi}^{\dagger}(\dot{\phi}_d + K_{\phi} \tanh \tilde{\phi}_{t,x}) \quad (38)$$

Estando $v_{d,2}$ y $v_{d,1}$ definidos en (27) y (28) respectivamente mientras que N_i son las proyecciones en el espacio nulo de cada tarea. Considerando seguimiento perfecto de velocidad la ley de control del controlador de formación basado en espacio nulo con prioridad en evasión de obstáculos es:

$$U = R_{\tau}^{-1} \begin{pmatrix} J_{\phi}^{\dagger}(\dot{\phi}_d + K_{\phi} \tanh \tilde{\phi}_{t,x}) + \dots \\ (I - J_{\phi}^{\dagger} J_{\phi}) \begin{pmatrix} J_2^{\dagger}(\dot{q}_{2d} + K_2 \tanh \tilde{q}_{2}) + \dots \\ (I - J_2^{\dagger} J_2) J_1^{\dagger}(\dot{q}_{1d} + K_1 \tanh \tilde{q}_1) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (39)$$

El análisis de estabilidad de este controlador se puede resolver de manera sencilla considerando los criterios mencionados en el análisis de estabilidad para el controlador de formación de dos tareas.

IV. RESULTADOS

Se presentan los resultados de los modelos y los controladores simulados en MATLAB-Simulink, en dos experimentos. 1) Comparación del controlador de formación tipo PID y basado en espacio nulo y 2) Comparación del controlador basado en espacio nulo con evasión de obstáculos fijos

A. Experimento 1

Se comprueba el funcionamiento de los controladores de formación con planta cinemática, tipo PID y basado en espacio nulo para tres dimensiones en una trayectoria tipo ocho, como se muestra en la Fig. 6; se realiza un análisis de los índices de desempeño de los controladores. El tiempo de simulación para esta prueba es de 50 segundos, as posiciones iniciales de los cuadricópteros son $Q1 = [2 \ -1 \ 2](m)$, $Q2 = [2 \ 1 \ 2](m)$, $Q3 = [0 \ 0 \ 2](m)$. Las referencias forma y orientación de para la formación son $d_1 = 1.5 (m)$, $d_2 = 1.5 (m)$, $\alpha = 45^\circ$, $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 10^\circ$, $\psi = 25^\circ$. Las constantes de calibración del controlador tipo PID son $Kd_1 = 3$, $Kd_2 = 3$, $K\alpha = 3$, $K\varphi = 3$, $K\theta = 3$, $K\psi = 3$, $Kx = 3$, $Ky = 3$, $Kz = 3$. En el controlador basado en espacio nulo son $Kd_1 = 3$, $Kd_2 = 3$, $K\alpha = 3$, $K\varphi = 3$, $K\theta = 3$, $K\psi = 3$, $Kx = 2$, $Ky = 2$, $Kz = 2$.

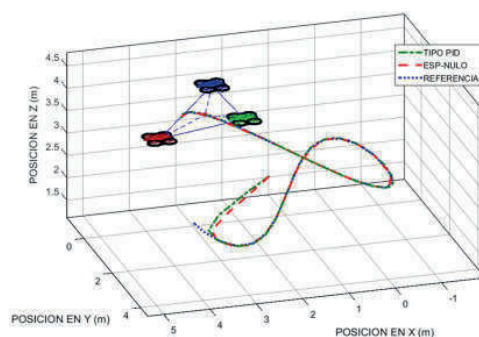


Fig. 6. Seguimiento de trayectoria en forma de ocho con controlador tipo PID y basado en espacio nulo

En la Fig. 7, se comparan los errores de la tarea de forma para los dos controladores, se observan los primeros 5 segundos de la simulación.

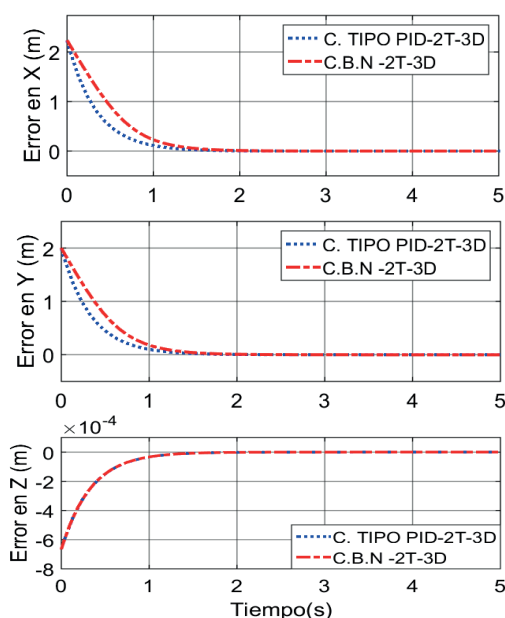


Fig. 7. Comparación de los errores de la tarea de postura de los controladores tipo PID y basado en espacio nulo

En la Tabla I se muestran los parámetros de rendimiento de los controladores tipo PID y basado en espacio nulo para una formación de cuadricópteros

TABLA I.
PARÁMETROS DE RENDIMIENTO DE LOS CONTROLADORES TIPO PID Y BASADO EN ESPACIO NULO

CONTROLADOR	IAE	ISE
TIPO PID	1.1255	0.7912
CBN	2.4598	2.0180

En la Fig. 8, se comparan los errores de la tarea de postura para los controladores tipo PID y basado en espacio nulo.

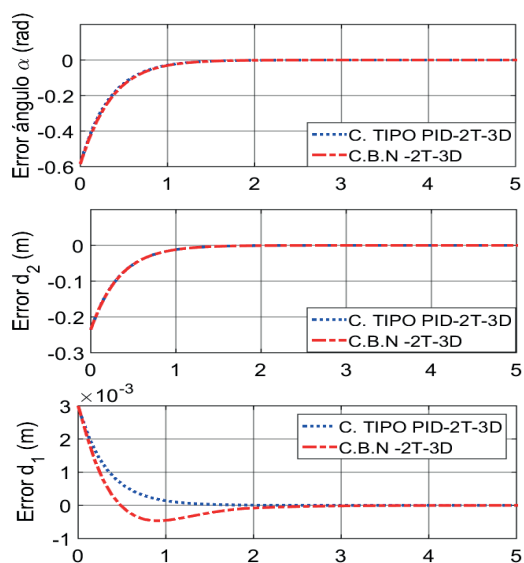


Fig. 8. Errores de las variables de forma de los controladores tipo PID y basado en espacio nulo

En la Fig. 9, se comparan los errores de la tarea de postura para los controladores tipo PID y basado en espacio nulo.

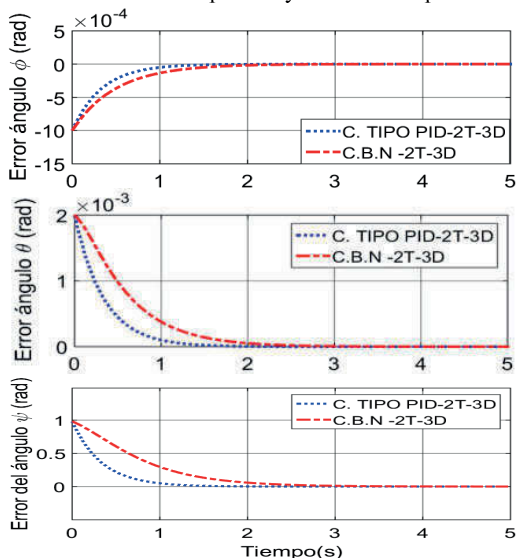


Fig. 9. Errores de las variables de orientación de los controladores tipo PID y basado en espacio nulo

B. Experimento 2

Este experimento demuestra el funcionamiento del controlador de formación basado en espacio nulo con modelo cinemático de los cuadricópteros con evasión de obstáculos fijos, en una trayectoria cuadrada, para este experimento las posiciones iniciales de los cuadricópteros son: $Q_1 = [2 \ 1 \ 2](m)$, $Q_2 = [-2 \ 2 \ 2](m)$ y $Q_3 = [0 \ -2 \ 2](m)$, los parámetros de forma deseados son $d_1 = 2(m)$, $d_2 = 2(m)$, $\alpha = 115^\circ$, las posiciones de los obstáculos en el plano XY son $P_{ob1} = [-1 \ -1](m)$, $P_{ob2} = [2 \ 3](m)$ y $P_{ob3} = [6 \ 2](m)$, los

parámetros de los obstáculos son: $[l_x \ l_y \ l_z] = [0.6 \ 0.6 \ 1](m)$. Las constantes de calibración del controlador basado en espacio nulo para la tarea de forma son $K_{d1} = 20$, $K_{d2} = 20$, $K_\alpha = 20$, para la tarea de postura $K_x = 15$, $K_y = 15$ y $K_\psi = 15$, para la tarea de evasión de obstáculos $K_\phi = 2$.

En la Fig. 10 se presenta la respuesta del controlador basado en espacio nulo en una trayectoria cuadrada.

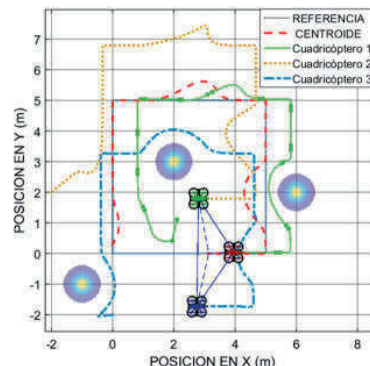


Fig. 10. Respuesta del controlador basado en espacio nulo con evasión de obstáculos

En la Tabla II se muestran los parámetros de rendimiento del controlador basado en espacio nulo con evasión de obstáculos, se puede observar que los parámetros de IAE e ISE incrementan debido a que algunas de las variables de formación no se satisfacen para poder evadir los obstáculos

Tabla II. PARÁMETROS DE RENDIMIENTO DE LOS CONTROLADORES

CONTROLADOR	IAE	ISE
CONTROLADOR CON EVASIÓN DE OBSTÁCULOS	6.707	4.604

Para comprobar que no existen colisiones con los obstáculos, se presenta en la Fig. 11 (a) las trayectorias parametrizadas en el tiempo de los cuadricópteros y los obstáculos, mientras que en la Fig. 11 (b) se puede observar que no existen colisiones entre los cuadricópteros.

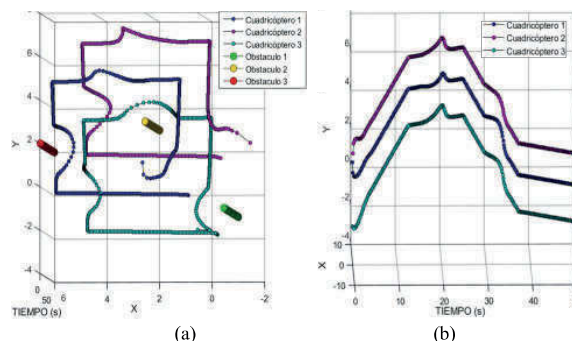


Fig. 11. Trayectorias parametrizadas en el tiempo, (a) Trayectorias parametrizadas con los obstáculos (b) trayectorias parametrizadas de los cuadricópteros.

Los errores para las distancias de formación se presentan a continuación en la Fig. 12.

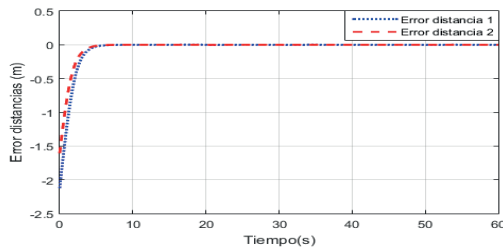


Fig. 12. Errores de forma de la formación

Los errores del centroide de la formación se presentan a continuación en la Fig. 13.

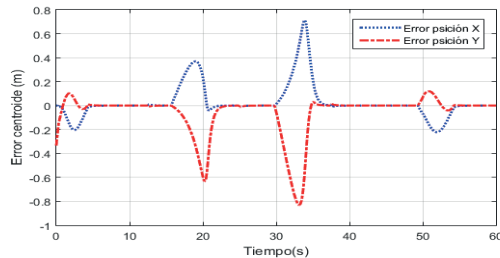


Fig. 13. Errores de postura de la formación

Los errores de los ángulos de formación α y de orientación ψ , se muestran en la Fig. 14.

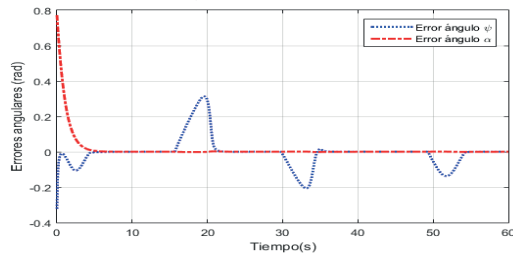


Fig. 14. Errores de postura de la formación

Como se puede observar en la Fig. 13 y en la Fig. 14, en los segundos 17, 32 y 51 existe mayor presencia de error en la tarea de postura, debido a que para conseguir evadir el obstáculo la formación cambia su trayectoria evitando así una colisión.

En la Fig. 15, se presenta el campo potencial percibido por el controlador para llevar a cabo la evasión de obstáculos.

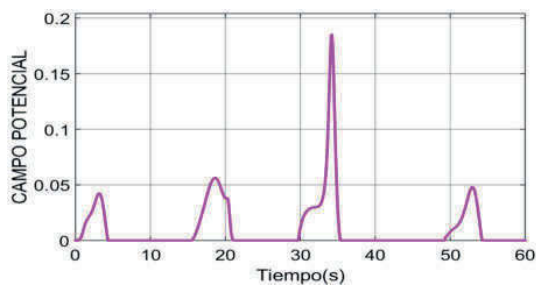


Fig. 15. Campo potencial del controlador.

V. CONCLUSIONES

Se comparó los controladores de formación tipo PID con los controladores basados en espacio Nulo para 2 tareas, de lo cual se observó que para este caso el controlador tipo PID tiene mejor desempeño debido a que todas las variables de control tienen la misma prioridad al realizar el control; sin embargo, en el caso de que se requieren más tareas el controlador basado en espacio nulo permite una implementación sencilla de más tareas adicionales.

Al utilizar el algoritmo de evasión de obstáculos, el desempeño del controlador basado en espacio nulo disminuye considerablemente, el ISE del controlador sin evasión de obstáculos incrementa de 2.02 a 4.6, debido que para llevar a cabo las evasiones la formación se ve obligada a dejar de lado una de las tareas secundarias, para este caso la postura.

VI. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al proyecto PIJ-15-17 de la Escuela Politécnica Nacional, por el apoyo para la realización de este trabajo

VII. REFERENCIAS

- [1] R. Abbas y Q. Wu, "Leader follower formation tracking control for multiple quadrotors", Control Engineering and Information Systems, Ed. Zhijiang Liu, CRC Press 2014, pp. 21–27, 2014.
- [2] B. Anderson, B. Fidan, C. Yu y D. Van der Walle, UAV Formation Control: Theory and Application, Available: www.nicta.com.au/publication/download/full/1227/.
- [3] T. Jiřinec, "Q Stabilization and control of unmanned quadcopter", M.S. thesis, Dept. Cybernetics, Czech Technical University, Prague, Republica Checa, 2011.
- [4] Q. Lu, Y. Sun y S. Mei, «Design Principles of Multi-Input Multi-Output Nonlinear Control Systems.» de *Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics*, University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, China, Springer-Science + Business Media, B.V., 2001, pp. 121-135.
- [5] Q. Li, "Grey-Box System Identification of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle", M.S. thesis, Faculty of Mechanical, Maritime and Materials Engineering (3mE), Delft University of Technology, Delft, Germany, 2014.
- [6] R. Guilherme Vianna, "Modelado Y Control de un Helicoptero Quadrotor", M.S. thesis, Dept. automática y Robótica, Universidad de Sevilla, Sevilla, España, 2007, Available: http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/70017/descargar_fichero/Tesis_Master_GuilhermeRaffo.pdf.
- [7] V. Artale, C. Milazzo y A. Ricciardello, "Mathematical Modelling of Hexacopter", Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, no. 97, 4805 - 4811, 2013.
- [8] B. Shirani, N. Majdiddin y I. Izadi, "Cooperative Load Transport Using Multiple Quadrotors", Distributed Autonomous Robotic Systems, Serie Springer Tracts in Advanced Robotics, Vol. 83, pp. 545-558, 2013.
- [9] C. Rosales, M. Sarcinelli-Filho, G. Scaglia y R. Carelli, "Formation Control of Unmanned Aerial Vehicles Based on the Null-Space", Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 27-30 May, 2014.
- [10] P. Leica, D. Chavez, A. Rosales y R. Flavio, «Strategy Based on Multiple Objectives and Null Space for the Formation of Mobile Robots and Dynamic Obstacle Avoidance,» *EPN JOURNAL*, vol. 33, n° 1, 2014.

VIII. BIOGRAFÍAS



Pilar Estefanía Samaniego Villacrés, nació en Ibarra en 1992. Se graduó de la Escuela Politécnica Nacional como Ingeniera en Electrónica y Control en 2017, ha realizado cursos de especialización de Mecatrónica, Robótica y Sistemas Electrónicos Reconfigurables en la Universidad de Valladolid, España. Actualmente se desempeña como Ingeniera en Automatización de Procesos en

Hiperestrategia, y como ayudante de investigación en la Facultad de ingeniería en sistemas.

Áreas de interés: mecatrónica, automatización, procesos industriales, robótica y control industrial.

(pilar.samaniego@epn.edu.ec)



Esteban Alejandro Vaca Cerda, nació en Latacunga en 1993. Se graduó de la Escuela Politécnica Nacional como Ingeniero en Electrónica y Control en 2017, ha realizado cursos de especialización de Visión por Computadora, Fotogrametría, Inteligencia Artificial y Sistemas de Control en la Universidad Técnica de Berlín en Alemania. Actualmente se desempeña como Asistente de Laboratorio en el Departamento de

Automatización y Control Industrial de la Escuela Politécnica Nacional.

Áreas de interés: robótica, inteligencia artificial, visión por computadora, sistemas de control.

(esteban.vaca@epn.edu.ec)



Paulo Cesar Leica Arteaga, nació en Quito, Ecuador en 1978. Se graduó en Ingeniería Electrónica y Control y obtuvo el Máster en Sistemas de Control de la Escuela Politécnica Nacional, Ecuador. Recibió el título de Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control de la Universidad Nacional de San Juan, Argentina. Actualmente es profesor de la Escuela Politécnica Nacional, donde es jefe del Departamento de Automatización y Control

Industrial.

Áreas de interés: robótica, los sistemas de control y la inteligencia artificial, control de procesos industriales.

(paulo.leica@epn.edu.ec)



Geovanny Danilo Chávez García, nació en Quito-Ecuador el 1 de abril de 1977. Se graduó de Ingeniero en Electrónica y Control en la Escuela Politécnica Nacional en 2001. Obtuvo su título de Magister en Domótica de la Universidad Politécnica de Madrid en el 2007.

Recibió el título de Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control de la Universidad Nacional de San Juan, Argentina. Actualmente es profesor de la Escuela Politécnica Nacional,

donde es jefe del Laboratorio de Robótica y Sistemas Inteligentes.

Áreas de interés: Domótica, Robótica, Sistemas Hombre-Maquina, Modelo del ser Humano.

(danilo.chavez@epn.edu.ec)



Oscar Eduardo Camacho Quintero, recibió el Título de Ingeniero Electricista en la Universidad de los Andes (ULA), Mérida, Venezuela en 1984. Recibió el magister en Ingeniería de Control en ULA en 1992. Obtuvo su Magister y doctorado en ingeniería química en la Universidad de South Florida, Tampa (USF), Florida en Estados Unidos, en 1994 y 1996 obtuvo respectivamente, ambos en Ingeniería Química. Desarrolló actividades

postdoctorales en USF en 2001.

Se ha desempeñado en la docencia e investigación en la ULA y PDVSA (Venezuela), USF (USA) y EPN (Ecuador). Actualmente es profesor de la Escuela Politécnica Nacional.

Áreas de interés: Control por modo deslizante, sistemas de control para procesos con elevado tiempo de retardo, control de procesos químicos. (oscar.camacho@epn.edu.ec)