

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN DATOS INFORMATIVOS

TIPO DE CONVOCATORIA

Proyecto Interno Proyecto Semilla Proyecto Junior Proyecto Multi e Interdisciplinario

Fecha de presentación (dd/mm/aa): 1 de agosto de 2018

Título del proyecto: *(Revisar la guía para la presentación de las propuestas de los proyectos de investigación)*

Simulación numérica del flujo no-homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas

TIPOS DE INVESTIGACIÓN

Investigación básica

Investigación aplicada

DEPARTAMENTO(S) Y/O INSTITUTO:

1. Centro de Modelización Matemática – MODEMAT.
2. Departamento de Matemática.

LÍNEA(S) DE INVESTIGACIÓN (verificable en el SAEW):

3. Análisis Numérico y Cálculo Científico.
4. Modelización Matemática y Sistemas Complejos.

RESUMEN DE INFORMACIÓN DEL DIRECTOR Y CODIRECTOR

<u>Director</u>					
Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS*	Departamento	Título de mayor nivel y mención.	No. ORCID
González Andrade Sergio Alejandro	1707824932	10 horas	Matemática / Centro de Modelización Matemática	PhD en Matemática Aplicada	https://orcid.org/0000-0001-7022-1245

<u>Codirector</u> <i>(Se aplica para todos los proyectos, el codirector será a su vez colaborador)</i>					
Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS*	Departamento	Título de mayor nivel y mención.	No. ORCID
Merino Rosero Pedro Martín	1711883312	8 horas	Matemática / Centro de Modelización Matemática	PhD en Matemática Aplicada	https://orcid.org/0000-0002-8178-8834

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Proyecto Interno Proyecto Semilla Proyecto Junior Proyecto Multi e Inter Disciplinario

Investigación Básica Investigación Aplicada

DEPARTAMENTO(S) Y/O INSTITUTOS:

1. Centro de Modelización Matemática – MODEMAT.
2. Departamento de Matemática.

LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:

1. Análisis Numérico y Cálculo Científico.
2. Modelización Matemática y Sistemas Complejos.

CAMPO DEL CONOCIMIENTO (Ver Anexo A: Detalle de los campos del conocimiento)		
Campo amplio	Campo detallado	Campo específico
Ciencias Físicas, Ciencias Naturales, Matemática y Estadística	Matemática y Estadística	Matemática

DISCIPLINA CIENTÍFICA (Marque X, solamente una opción)	
Ciencias Naturales y Exactas	X
Ingeniería y Tecnologías	
Ciencias Médicas	
Ciencias Agrícolas	
Ciencias Sociales	
Humanidades	

OBJETIVO SOCIOECONÓMICO (Marque X, solamente una opción)	
Exploración y explotación del medio terrestre	
Ambiente	
Exploración y explotación del espacio	
Transporte, telecomunicaciones y otras infraestructuras	
Energía	
Producción y tecnología industrial	
Salud	
Agricultura	
Educación	
Cultura, ocio, religión y medios de comunicación	
Sistemas políticos y sociales, estructuras y procesos	
Defensa	
Avance general del conocimiento: I+D financiada con los Fondos Generales de Universidades (FGU)	X
Avance general del conocimiento: I+D financiados con otras fuentes	

Alcance Territorial (Marque X, solamente una opción)			
Institucional		Nacional	



Parroquial		Internacional	
Cantonal		No definido	X
Provincial			

1 Proyecto de Investigación
Título (mínimo 10 palabras): Simulación numérica del flujo no-homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas.
Resumen del proyecto (máximo 200 palabras) En este proyecto nos enfocamos en la simulación del flujo no-homogéneo de fluidos viscoplásticos en dominios computacionales que simulan topografías reales [1,2,3,4,5]. La característica principal de este flujo es la densidad de masa variable, fenómeno que se modela mediante ecuaciones de transporte de primer orden, usualmente difíciles de resolver computacionalmente [4,5,6,7]. Por otro lado, debemos considerar las complicaciones teóricas y computacionales de los modelos que representan estos materiales: Bingham y Herschel-Bulkley [8,9,10]. A saber, debemos lidiar con modelos no diferenciables en los cuales el tensor de estrés no se encuentra definido claramente en toda la geometría. Usualmente, hemos analizado estos fenómenos mediante regularización, lo que permite desarrollar algoritmos con tasas de convergencia eficientes [11,12]. Sin embargo, esta regularización cambia la física del problema y nos enfrenta a una discusión sobre su aplicabilidad en problemas reales. Así, este proyecto pretende iniciar dos campos de investigación que lucen prometedores, pero requieren ser cimentados: estudio de flujos en dominios computacionales que simulan terrenos reales, y algoritmos eficientes que no demandan regularización. En el primer caso, la idea es construir estos dominios, usando software adecuado, para simular laderas de centros urbanos que corren riesgos de deslaves [7,13]. En el segundo, exploraremos las técnicas de Douglas-Rachford para lograr resoluciones eficientes sin alterar las propiedades mecánicas del problema [14,15].
Palabras clave (4-6): Flujo viscoplástico, Flujo no-homogéneo incompresible, Modelo de Bingham, Modelo de Herschel-Bulkley, Funcionales no diferenciables, Método de Douglas-Rashford.

2 Objetivos, limitaciones, hipótesis y resultados esperados de esta propuesta de investigación

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

- Simular numéricamente el flujo no-homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías complejas, relacionadas con deslizamientos de tierra, deslaves y flujos volcánicos.

2.1.2 Objetivos Específicos

- a) Estudiar los modelos existentes para el flujo no-homogéneo de fluidos de tipo Bingham y de tipo Herschel-Bulkley.



- b) Escribir un algoritmo numérico, basado en el método de Douglas-Rachford (sin regularización), para la resolución numérica de los modelos anteriores. Analizar las cualidades de este algoritmo.
- c) Implementar, usando la librería FEniCS de Python, el algoritmo desarrollado y hacer experimentos numéricos, usando topografías complejas en 2D.

2.2 Limitaciones (Aspectos que quedan fuera del alcance del Proyecto de Investigación)

- a) Dada la complejidad de los modelos, los cuales involucran ecuaciones de primer orden y componentes no regulares, no analizaremos los flujos con todas las condiciones de frontera que se presentan en flujos reales, por ejemplo, condiciones de fricción.
- b) Si bien los algoritmos que desarrollaremos se pueden usar en problemas en 3 dimensiones, la implementación de los mismos demanda trabajo que, en si mismo, constituiría un proyecto separado. Entre otras complicaciones, es necesario desarrollar preconditionadores para los sistemas de ecuaciones a gran escala, definir estrategias de adaptabilidad, etc.

2.3 Hipótesis (Responden al problema de investigación)

- a) Los modelos de flujo no homogéneo de fluidos viscoplásticos se pueden resolver computacionalmente, sin utilizar procesos de regularización, mediante un algoritmo preconditionado de Douglas-Rashford.
- b) Los modelos son útiles para simular el flujo de materiales en deslaves, deslizamientos de material y flujos volcánicos.

2.3 Detalle de los resultados esperados (con relación a los objetivos)

- a) Luego del estudio detallado del estado del arte y luego de nuestras aportaciones teóricas, esperamos generar, al menos, un proyecto de titulación para las carreras de matemática y/o ingeniería matemática.
- b) El planteamiento del algoritmo, su estudio y la experimentación numérica deben generar suficiente cantidad de conocimiento de calidad para redactar, al menos, un artículo científico para publicación internacional.
- c) Utilizando la plataforma FEniCS y el lenguaje de programación Python, esperamos generar un prototipo básico de un módulo dedicado a la simulación de fluidos complejos en el HPC-Quinde del Laboratorio Nacional de Cálculo Científico.

3 Relevancia de la propuesta de investigación y su relación con la(s) líneas de investigación

Este proyecto se enfoca en la simulación de flujos no homogéneos de fluidos viscoplásticos [1-5]. El proyecto se encuadra en las líneas de investigación Análisis Numérico y Cálculo Científico, y Modelización Matemática y Sistemas Complejos. Estas líneas fueron definidas correctamente por el Departamento de Matemática y son líneas fundamentales del Área de Simulación del Centro de Modelización Matemática – ModeMat. El objetivo central de estas líneas es desarrollar técnicas eficientes para la solución de problemas diversos que aparecen en aplicaciones de ingeniería y en la industria. En este proyecto se busca desarrollar técnicas innovadoras y precisas para la simulación numérica de materiales complejos en escenarios reales, lo cual, consideramos, aporta de forma significativa al desarrollo de esta línea de investigación.

Desde la perspectiva práctica, el estudio de este tipo de flujos resulta de gran utilidad en varias aplicaciones. Nuestro principal objetivo es simular el flujo de estos materiales en topografías vulnerables a deslaves y derrumbes. Estos fenómenos se dan cuando los suelos saturados de agua (por lluvia o inundaciones) se deslizan con un comportamiento clásicamente viscoplástico, *i.e.*, con zonas rígidas y zonas fluidas. Conforme se da el movimiento, la densidad cambia con la velocidad y esto genera un fenómeno tipo avalancha que da un poder destructivo al flujo [4-7]. Así, contar con algoritmos y software de simulación eficientes de estos fenómenos, permitiría desarrollar mapas de riesgo y otras herramientas de decisión para estas áreas vulnerables. Un proceso similar se puede desarrollar con flujos volcánicos. En los últimos años hemos estudiado este tipo de materiales y creemos que la idea planteada en este proyecto tiene un potencial



importante al conectarse con la experticia de colegas del Instituto Geofísico y de la Facultad de Ingeniería Civil. Sin embargo, hay poco desarrollo todavía en la resolución computacional de estos flujos para los materiales planteados. En particular, el uso de dominios computacionales “reales” ajustados a topografías sensibles de nuestro entorno y su implementación en plataformas de cálculo científico (FEniCS de Python, por ejemplo) es una tarea poco explorada. Por esta razón, planteamos esta primera fase como un proyecto semilla centrado en la parte matemática y computacional. Con resultados exitosos, podemos desarrollar un perfil más ambicioso de proyecto involucrando expertos en hidrología, medios porosos y geólogos.

Cabe destacar, además, que la simulación y optimización de fluidos, como parte esencial del área de investigación de Modelización y Cálculo Científico, ha sido uno de los temas de mayor desarrollo en el Departamento de Matemática y del Centro de Modelización Matemática de la Escuela Politécnica Nacional. En los últimos años científicos del Departamento han publicado más de 25 artículos internacionales (ISI) en esta temática. Se han desarrollado dos tesis de la Maestría de Optimización Matemática y se encuentra en desarrollo una tesis doctoral del Programa de Doctorado en Matemática Aplicada. Además, varias ponencias internacionales han sido aceptadas en eventos científicos de gran importancia, como los *IV, V y VI Workshops in Viscoplastic Fluids: From Theory to Applications*, desarrollados en Río de Janeiro (11/2011), Rueil de Mailmaison (11/2013) y Banff (11/2015). De hecho, el director de esta propuesta ha sido parte del comité organizador de la VI edición, la cual se realizó en Banff, Canadá en noviembre del 2016; y recientemente, ha sido invitado a dar la charla inaugural del Minisimposio *Latest advances in viscoplastic CFD: discretisation, simulation and application*, dentro de la *SIAM Conference on Computational Science and Engineering*, uno de los eventos científicos más importantes de esta comunidad.

4 Impacto de la investigación

4.1. Impacto Social (máximo 250 palabras)

En la presente propuesta estudiamos, desde una perspectiva matemática, el flujo no-homogéneo de fluidos de tipo Bingham y Herschel-Bulkley en dominios computacionales que representan topografías reales [1-5]. Los resultados de este análisis, en un estado más avanzado de investigación, permitirían simular flujos de lodos y otros materiales similares en laderas y centros urbanos vulnerables a inundaciones y lluvias severas [5-7]. Así, este proyecto pretende iniciar un campo de estudio que, una vez que se desarrolle y enganche con otros científicos (hidrólogos, expertos en medios porosos, geólogos entre otros), ayudará a determinar zonas de riesgo y mapas de evacuación para los habitantes de estas zonas sensibles (en Quito, por ejemplo, las laderas del Pichincha). De esa forma, además, se ayudaría a municipios a definir zonas de exclusión para construcción de viviendas y zonas de protección de bosques. Todo esto redundaría en una mejor calidad de vida para amplios sectores de las ciudades.

4.2. Impacto Económico (máximo 250 palabras)

Uno de los resultados esperados de este proyecto es un prototipo básico para un módulo, basado en plataformas de licencia libre, con los algoritmos especializados para la simulación computacional de este tipo de flujos implementado en el HPC-Quinde del Laboratorio Nacional de Cálculo Científico. Este módulo básico podrá ser mejorado y potenciado en futuras propuestas de investigación con el fin de contar con un simulador potente que coadyuvará a la mejora continua de los métodos de monitoreo de las zonas vulnerables a deslaves y otros fenómenos similares. Además, esperamos que jueguen un papel clave en el desarrollo de tecnología de mitigación de los efectos de eventuales catástrofes por lluvias o inundaciones. Junto con el potencial económico de contar con un simulador versátil y poderoso que pueda ser utilizado por municipios, ministerios y empresas privadas, se debe considerar el impacto que este tipo de simuladores tienen en la planificación económica, al ahorrar recursos en la determinación del impacto de actividades mineras, actividades de la construcción, etc. Como ejemplo, se puede determinar claramente zonas en las cuales no se deben construir fábricas o industrias, para que éstas no sean vulnerables frente a fenómenos típicos de zonas de montaña (deslaves, licuefacción del suelo, etc).

4.3. Impacto Político (máximo 250 palabras)

No aplica.

4.4. Impacto Científico (máximo 250 palabras)

La presente propuesta se enmarca en el ámbito de la modelización matemática y la simulación numérica. En el caso presente, esto implica que desarrollaremos herramientas algorítmicas eficientes para simular y



resolver problemas relacionados con el flujo no-homogéneo de materiales complejos en dominios computacionales que representan topografías reales. En concreto, nos enfocaremos en modelos reológicos clásicos para los fluidos viscoplásticos en el régimen de densidad variable y dependiente de los parámetros del fluido. Este tipo de fenómenos, en general, se enmarcan en los problemas generales de Houska, los cuales son numérica y computacionalmente desafiantes. En particular, se deben analizar modelos no diferenciables y sistemas inestables de ecuaciones diferenciales en espacios de Banach. Este estudio teórico es, en sí mismo, un campo de investigación interesante. En lo concerniente a la solución computacional, la incorporación de regiones irregulares, típicas de topografías de montaña, en algoritmos numéricos es un reto mayúsculo. La discusión alrededor de la mejor herramienta de discretización representa un reto importante. Además, la solución eficiente de los sistemas a gran escala es siempre un problema a resolver.

Gracias a todo este trabajo, en el corto plazo, pretendemos obtener resultados de investigación de base en esta temática, particularmente en el estudio computacional de estos flujos con herramientas *state of the art*. Así mismo, buscamos establecer contactos de investigación con especialistas en hidrología y medios porosos con la intención de formar un grupo de investigación asociado al ModeMat en este ámbito de investigación.

4.5. Otro Impacto (máximo 250 palabras)

5 Productos esperados

Tipo de Producto:	Marcar con una "X"
a. Publicaciones científicas y/o patente (obligatorio);	X
b. Disertación a la comunidad politécnica;	X
c. Trabajo de titulación de acuerdo a lo que establece el Reglamento de Régimen Académico y la Normativa Interna de la EPN;	X
d. Aplicación tecnológica construida o implementada;	
e. Perfil de proyecto de mayor impacto científico, técnico, pedagógico o de innovación.	X

6 Descripción, metodología y diseño del proyecto

6.1 Descripción, metodología y diseño del proyecto (Máximo dos carillas)

Descripción del proyecto.- Los flujos de lodo y material pétreo, materiales que conforman el grueso del flujo en deslaves y otros fenómenos similares, exhiben reologías complejas que varían en el tiempo y el espacio, y controlan su desplazamiento [7]. En general, este tipo de materiales se consideran fluidos no-Newtonianos de tipo viscoplástico. Los fluidos viscoplásticos son aquellos materiales caracterizados por un umbral de plasticidad [8,9]. Es decir, materiales que se comportan como un sólido rígido cuando el tensor de estrés es menor a un umbral de plasticidad, pero que fluyen como un fluido viscoso una vez que el tensor de estrés supera dicho umbral. En el caso particular de los lodos y concentraciones de arenas, tierras y material pétreo, este comportamiento está fuertemente influenciado por la saturación del material, visto como un medio poroso, de agua procedente de lluvias e inundaciones. Debido a esta saturación, la densidad del material no es constante y varía en relación directa con la velocidad que alcanza el flujo. Este comportamiento se conoce como flujo no-homogéneo y su simulación numérica es el objetivo principal de esta propuesta [1-5].

Los modelos numéricos son simplificaciones de la mecánica del flujo, en mayor o menor medida, en un intento de predecir su evolución y las áreas impactadas. Los modelos reológicos más utilizados para este tipo de fluidos son el modelo de Bingham y el modelo de Herschel-Bulkley [8,9]. Estos son modelos clásicos que, en el contexto del flujo no-homogéneo, han sido estudiados desde una perspectiva teórica con relativa



intensidad [1-3]. Sin embargo, su resolución numérica sigue siendo un problema desafiante, debido a los retos matemáticos que presenta [4-7]. La discusión más generalizada es la forma en la cual se enfrenta la existencia del umbral de plasticidad y cómo se determinan las zonas que este parámetro define en el material [8,9]. El uso de procedimientos de regularización aplicados al tensor de estrés ha sido una aproximación bastante desarrollada. En nuestro caso particular, el uso de regularizaciones locales de tipo Huber han probado ser muy eficientes en la simulación del flujo y nos han permitido desarrollar algoritmos superlinealmente convergentes y con tasas competitivas con aproximaciones cuadráticas [11,12]. Sin embargo, desde la mirada de la ingeniería mecánica, el regularizar el tensor de estrés implica un cambio en la mecánica del problema. Este problema se resume en que los modelos regularizados no son materiales viscoplásticos, sino materiales con comportamiento muy parecido, pero que fallan en un tema clave: en los materiales viscoplásticos las zonas rígidas presentan viscosidad infinita (teóricamente) y en los modelos regularizados se aprecian viscosidades muy grandes, pero finitas [8,9]. En la comunidad científica se han desarrollado algoritmos que resuelven los modelos sin necesidad de regularizar, pero son usualmente lentos y demandan un alto gasto computacional [10,16]. Así, hemos considerado fundamental desarrollar herramientas computacionales que permitan resolver estos problemas, sin necesidad de una regularización, pero con tasas de convergencia más eficientes. Hemos usado algoritmos de primer orden preconditionados [18] y técnicas multigrid [19] con éxito, pero con regularización, y ahora planteamos utilizar los métodos de Douglas-Rachford también preconditionados y sin regularización, los cuales han mostrado ser eficientes en modelos similares, en procesamiento de imágenes y *machine learning* [14,15].

Por otro lado, es necesario incorporar el concepto de topografía en la simulación de estos materiales [4,5]. Es decir, si se pretende simular el flujo en un deslave, se sabe que la forma del terreno en el cual se da el fenómeno es determinante en la velocidad, aceleración y forma del flujo. Para lograr este propósito, se deben diseñar dominios computacionales que representen topografías reales, incorporar estos dominios a nuestras herramientas de resolución de los modelos (algoritmos) e implementar estas herramientas en plataformas computacionales eficientes.

La idea central de este proyecto entonces es desarrollar un algoritmo, basado en la estrategia de Douglas-Rachford, para resolver y simular computacionalmente el flujo no-homogéneo de Bingham y Herschel-Bulkley en dominios computacionales que representen topografías reales en 2D (cortes). En particular, nos centraremos en el flujo con parámetros reológicos constantes (viscosidad y umbral de plasticidad) y provocados exclusivamente por la gravedad. En estadios más avanzados, a los cuales pretendemos llegar en posteriores proyectos, se pueden incorporar parámetros dependientes de la saturación y otros fenómenos más complejos. Este algoritmo será implementado, utilizando técnicas de paralelización, utilizando plataformas computacionales eficientes en el HPC-Quinde.

Pese al desarrollo de herramientas computacionales eficientes, este tipo de modelos demandan gran cantidad de recursos computacionales y requieren de software especializado para su solución. En este proyecto implementaremos los algoritmos utilizando la librería FEniCS de Python [17]. Esta plataforma es un módulo altamente especializado en la resolución, mediante el método de elementos finitos, de sistemas complejos y acoplados de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales. En los últimos años, los investigadores del ModeMat han desarrollado experticia en el uso de estas plataformas y actualmente estas están instaladas y corriendo de forma óptima en el HPC-Quinde del Laboratorio Nacional de Cálculo. Aprovecharemos estas ventajas e implementaremos un prototipo básico y experimental en el Quinde dedicado a la simulación del flujo de materiales complejos.

Metodología.- Para el desarrollo de este proyecto, utilizaremos las siguientes herramientas metodológicas.

- **Método de Douglas-Rachford.-** El método de Douglas-Rachford consiste en un procedimiento para encontrar raíces de la suma de dos operadores monótonos, es decir, los puntos en los cuales los operadores se anulan. El método de Douglas-Rachford es un caso especial de un algoritmo de tipo proximal, los algoritmos de esta clase están diseñados para encontrar el cero en el subdiferencial de una función convexa. Por lo tanto, se aprovecha que el subdiferencial es un operador monótono maximal. En particular, el método se usa para resolver problemas de punto de silla de la siguiente forma:

$$\min_{x \in X} \max_{y \in Y} (Kx, y) + F(x) - G(y).$$



Donde X y Y son espacios de Hilbert, $K: X \rightarrow Y$ es un operador lineal y continuo y los funcionales $F: X \rightarrow R$ y $G: Y \rightarrow R$ son propios, convexos y semicontinuos inferiormente.

El enfoque del método se basa en resolver el siguiente sistema de optimalidad del problema de punto de silla anterior:

$$\begin{cases} 0 \in Kx + \partial G(y), \\ 0 \in K^*y + \partial F(x), \end{cases}$$

que es equivalente a encontrar la raíz que pertenezca a $Az + Bz$ para $z=(x,y)$ elemento de $X \times Y$. Donde,

$$A = \begin{pmatrix} \partial F & 0 \\ 0 & \partial G \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & K^* \\ -K & 0 \end{pmatrix}$$

y K^* es el operador adjunto de K . En este caso A y B son monótonos maximales. La teoría de los operadores monótonos proporciona un poderoso marco general para el estudio de la programación convexa y desigualdades variacionales. Es así que el método de Douglas-Rachford constituye un caso especial de un algoritmo proximal para encontrar una raíz de un operador monótono [14,15].

- **Técnicas de paralelización.**- En los códigos que se usarán en este proyecto existen rutinas que son computacionalmente costosas, las cuales serán estudiadas con el fin de utilizar técnicas de paralelización para mejorar su rendimiento. En particular, es necesario identificar: los esquemas de las ecuaciones diferenciales parciales para utilizar métodos de descomposición de dominios y los sistemas lineales a gran escala para aplicar métodos paralelos para su resolución, como los métodos multimalla.

- **Descomposición de dominios:** La idea central de la técnica de descomposición (geométrica) de dominios es la de dividir el dominio computacional original en subdominios más pequeños. Luego, se reescribe el problema como la suma de las contribuciones de las soluciones en cada subdominio, las cuales son calculadas distribuyendo la carga computacional usando varios procesadores. En cada subproblema es necesario plantear nuevas condiciones de frontera con los dominios que tienen una interfaz común. Así el proceso de discretización es realizado independientemente en cada subdominio. Este proceso se repite iterativamente hasta obtener una solución aproximada que satisfaga cierta tolerancia en el error de aproximación [20].

- **Técnicas multimalla:** Los métodos multimalla son técnicas desarrolladas para la solución eficiente de sistemas de ecuaciones a gran escala. El proceso se explica de la siguiente manera. Primero, discretizamos el dominio de análisis Ω . Una vez discretizado Ω con N nodos, definimos varias mallas más gruesas (con menos nodos de discretización) tomando, de forma adecuada, varios nodos de la discretización inicial. A estas mallas más gruesas las llamamos niveles y las denotamos por Ω_k , con $k=1, \dots, N$. Luego, discretizamos el sistema de ecuaciones a ser resuelto y lo escribimos de la siguiente forma $A_k(u_k) = f_k$, donde A_k representa un operador discreto no lineal en Ω_k . Gracias al análisis local de Fourier, sabemos que el error de aproximación al resolver el sistema $r_k := A_k(u_k) - f_k$, en cada nivel k , representado en un espacio de Fourier, tiene dos componentes principales: los errores de alta frecuencia y los errores de baja frecuencia.

Entonces, las técnicas multimalla combinan dos procesos complementarios para relajar y reducir el error global de aproximación. Primero, se construyen procesos de relajación para reducir los errores de alta frecuencia. Estos procesos son desarrollados a partir de los métodos iterativos clásicos de solución de sistemas de ecuaciones, como Jacobi o Gauss-Seidel. Si bien estos procesos no reducen de forma rápida los errores de aproximación, los relajan en pocas iteraciones, reduciendo el peso de los componentes de alta frecuencia en el error global. Una vez que se ha suavizado el error global de aproximación, al relajar sus componentes de alta frecuencia, se realiza un proceso conocido como "coarse-grid correction" o corrección en las mallas más gruesas. Con este proceso se corrigen los componentes de baja frecuencia del error.



de aproximación. La idea fundamental es proyectar eficientemente el problema a la malla más gruesa, $k=1$, y resolverlo ahí de forma exacta.

Es claro que en esta malla la solución del problema tendrá un costo computacional mínimo, en comparación con la solución directa en la malla más fina. Una vez que el problema está resuelto, se “transporta” esta solución exacta a la malla más fina, donde se corrige adecuadamente. El resultado de este proceso es la solución aproximada al problema [21].

Bibliografía

1. BÖHM, MICHAEL. On a Nonhomogeneous Bingham Fluid. *Journal of Differential Equations* 60 (1985) 259 – 284.
2. AMIRAT, Y. and SHELUKHIN, V. V. Nonhomogeneous Incompressible Herschel–Bulkley Fluid Flows Between Two Eccentric Cylinders. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*. 15 (2013) 635 – 661.
3. BASOV, I. V. and SHELUKHIN, V. V. Nonhomogeneous incompressible Bingham viscoplastic as a limit of nonlinear fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 142 (2007) 95 – 103.
4. IONESCU, I. Augmented Lagrangian for shallow viscoplastic flow with topography. *Journal of Computational Physics*. 242 (2013) 544 – 560.
5. IONESCU, I. Viscoplastic shallow flow equations with topography. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 193 (2013) 116 – 128.
6. CHALAYER, R., CHUPIN, L. and DUBOIS, T. A Bi-Projection Method for Incompressible Bingham Flows with Variable Density, Viscosity and Yield Stress. *To appear in SIAM Journal of Numerical Analysis*.
7. HILD, P., IONESCU, I., LACHAND-ROBERT, T. and ROSCA, I. The blocking of an inhomogeneous Bingham fluid. Applications to landslides. *ESAIM: M2AN*. 36 (2002) 1013 – 1026.
8. GLOWINSKI, R. and WACHS A. On the numerical simulation of viscoplastic flow. In: CIARLET, P.G. (Ed.). *Numerical Methods for Non-Newtonian Fluids*. Handbook of Numerical Analysis, Vol. 16. Great Britain: Elsevier, 2011, pp. 483-717.
9. HUILGOL, R. R. *Fluid Mechanics of Viscoplasticity*. Berlin: Springer-Verlag, 2015. ISBN 978-3-662-45616-3.
10. DEAN, E.J. and GLOWINSKI, R. and GUIDOBONI, G. On the numerical simulation of Bingham visco-plastic flow: Old and new results. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2007, no. 1-3, pp. 36-62.
11. DE LOS REYES, J. C. and GONZALEZ ANDRADE, S. A combined BDF-semismooth Newton approach for time-dependent Bingham flow. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 28 (2010) 834 – 860.
12. DE LOS REYES, J.C. and GONZÁLEZ ANDRADE, S. Numerical simulation of two-dimensional Bingham fluid flow by semismooth Newton methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2010, no. 1, pp. 11-32.
13. WHIPPLE, K. Open-Channel Flow of Bingham Fluids: Applications in Debris-Flow Research. *The Journal of Geology*. 105 (1997) 243 – 262.
14. ECKSTEIN, J. and BERTSEKAS, D. On the Douglas-Rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators. *Mathematical Programming*. 55 (1992) 293 – 318.
15. BREDIES, K. and SUN, H. Preconditioned Douglas-Rachford splitting methods for convex-concave saddle point problems. *SIAM J. Num. Anal.* 53 (2015) 421 – 444.
16. HUILGOL, R. R. and YOU, Z. Application of the augmented Lagrangian method to steady pipe flows of Bingham, Casson and Herschel–Bulkley fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 128 (2005) 126 – 143.
17. LANGTANGEN, H. P. and LOGG, A. (2017) *Solving PDEs in Python – The FEniCS Tutorial I* (1era Ed.) Berlín, Alemania: Springer Verlag.
18. GONZALEZ-ANDRADE, S. A Preconditioned Descent Algorithm for Variational Inequalities of the Second Kind Involving the p-Laplacian Operator. *Computational Optimization and Applications*, 66 (2017) 123-162.
19. GONZALEZ-ANDRADE, S. and LÓPEZ-ORDÓÑEZ, S. A Multigrid Optimization Algorithm for the Numerical Solution of Quasilinear Variational Inequalities Involving the p-Laplacian. *Computers and Mathematics with Applications*, 75 (2018) 1107-1127.



20. QUARTERONI, A. & VALLI, A. Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations. UK: Oxford University Press, 1999. ISBN 978-0198501787.
21. TROTTEBERG, U., OOSTERLEE, C., and SCHÜLLER, A. Multigrid. London: Academic Press, 2001. ISBN 0-12-701070-X.

7 Infraestructura, equipos y fondos adicionales.

7.1 Infraestructura y equipos

- Oficinas del director y de los colaboradores. Salas para reuniones del equipo de trabajo.
- El Centro de Modelización Matemática y el Departamento de Matemática cuentan con infraestructura para realizar trabajos computacionales típicos. En particular, laboratorios para el trabajo de los ayudantes y asistentes de investigación.
- Para el desarrollo de complejos modelos de simulación y optimización matemática es de vital importancia contar con una adecuada infraestructura de computación de alto rendimiento. En el MODEMAT esta infraestructura está constituida por el sistema HPC-MODEMAT, gestionado por el Laboratorio Nacional de Cálculo Científico. El sistema comprende una infraestructura de redes, servidores de alto rendimiento computacional, coprocesadores y unidades de almacenamiento, y se caracteriza por su alto poder de procesamiento gracias a la interconectividad de sus componentes. Además de la infraestructura física, el supercomputador tiene un sistema operativo especializado y software que permite la configuración, administración y ejecución de aplicaciones diseñadas para cómputo en paralelo, y que por su naturaleza necesitan realizar enormes cantidades de cálculos numéricos y procesamiento de información. El sistema como tal consta de 36 servidores tipo blade con un total 384 GB de memoria RAM, que se encuentran interconectados mediante diferentes tipos de redes especializadas para procesamiento, almacenamiento y administración. Su capacidad de almacenamiento supera los 80000 GB (80 TB); tiene 760 núcleos divididos en 4 grupos o particiones clasificadas por generación del servidor y tecnología del procesador, así como GPUS para el uso masivo de cálculo en paralelo a través de la tecnología CUDA

Infraestructura	Equipos	
Laboratorio	Nombre del Equipo	Ubicación del Equipo
Laboratorio nacional de cálculo científico.	Servidor Quinde.	Laboratorio nacional de cálculo científico. MODEMAT.

7.2 Breve justificación del equipo requerido

- Para el presente proyecto, no se requiere la adquisición de equipos. Necesitamos la contratación de dos asistentes de investigación, quienes desarrollarán sus trabajos de titulación con los temas de este proyecto. Requerimos la compra de bibliografía especializada y fondos para difusión internacional de los resultados más relevantes.

7.3 Fondos Adicionales

- No aplica.

AÑO 1

Título del proyecto

Simulación numérica del flujo no homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas

Lista de Items		Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial	Precio Total Referencial	Precio Unitario Referencial +Aporte IESS	Precio Total Referencial con IVA + Aporte del IESS
1 Contratación de servicios personales por contrato							
1.1	Ayudantes de investigación	20	mes	\$ 130,00	\$ 2.600,00	\$ 152,88	\$ 3.057,60
Subtotal 1				\$ 130,00	\$ 2.600,00	\$ 152,88	\$ 3.057,60
Lista de Items		Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial sin IVA	Precio Total Referencial sin IVA	Precio Unitario Referencial con IVA	Precio Total Referencial con IVA
2 Maquinaria y equipo especializado							
2.1	Item 1 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.2	Item 2 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.3	Item 3 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.4	Item 4 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.5	Item 5 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 2				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3 Equipo informático							
3.1	Item 1 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.2	Item 2 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.3	Item 3 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.4	Item 4 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.5	Item 5 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 3				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4 Insumos y reactivos							
4.1	Item 1 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.2	Item 2 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.3	Item 3 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.4	Item 4 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.5	Item 5 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 4				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5 Literatura especializada							
5.1	Bibliografía especializada en mecánica de fluidos computacional	1	unidad	\$ 1.337,60	\$ 1.337,60	\$ 1.337,60	\$ 1.337,60
Subtotal 5				\$ 1.337,60	\$ 1.337,60	\$ 1.337,60	\$ 1.337,60
6 Salidas de campo y de muestreo							
6.1	Pasajes al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6.2	Viaticos y subsistencias al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 6				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
7 Ponencias nacionales, capacitaciones y/o visitas técnicas							
7.1	Pasajes al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
7.2	Viaticos y subsistencias al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 7				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
8 Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o visitas técnicas							
8.1	Pasajes al exterior	1	unidad	\$ 1.500,00	\$ 1.500,00	\$ 1.680,00	\$ 1.680,00
8.2	Viaticos al exterior	1	días	\$ 945,00	\$ 945,00	\$ 945,00	\$ 945,00
Subtotal 8				\$ 2.445,00	\$ 2.445,00	\$ 2.625,00	\$ 2.625,00
9 Pago de inscripciones							
9.1	Pago de inscripciones al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
9.2	Pago de inscripciones al exterior	1	unidad	\$ 500,00	\$ 500,00	\$ 685,00	\$ 685,00
Subtotal 9				\$ 500,00	\$ 500,00	\$ 685,00	\$ 685,00
10 Pago de publicaciones y patentes							
10.1	Pago de publicaciones			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.2	Pago de publicaciones al exterior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.2	Pago de patentes			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 10				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
TOTAL					\$ 6.882,60		\$ 7.705,20

AÑO 2

Título del proyecto

Simulación numérica del flujo no homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas

Lista de Items		Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial	Precio Total Referencial	Precio Unitario Referencial +Aporte IESS	Precio Total Referencial con IVA + Aporte del IESS
1 Contratación de servicios personales por contrato							
1.1	Ayudantes de investigación	10	mes	\$ 130,00	\$ 1.300,00	\$ 152,88	\$ 1.528,80
Subtotal 1				\$ 130,00	\$ 1.300,00	\$ 152,88	\$ 1.528,80
Lista de Items		Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial sin IVA	Precio Total Referencial sin IVA	Precio Unitario Referencial con IVA	Precio Total Referencial con IVA
2 Maquinaria y equipo especializado							
2.1	Item 1 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.2	Item 2 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.3	Item 3 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.4	Item 4 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.5	Item 5 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 2				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3 Equipo informático							
3.1	Item 1 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.2	Item 2 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.3	Item 3 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.4	Item 4 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.5	Item 5 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 3				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4 Insumos y reactivos							
4.1	Item 1 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.2	Item 2 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.3	Item 3 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.4	Item 4 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.5	Item 5 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 4				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5 Literatura especializada							
5.1	Item 1 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5.2	Item 2 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5.3	Item 3 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5.4	Item 4 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5.5	Item 5 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 5				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6 Salidas de campo y de muestreo							
6.1	Pasajes al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6.2	Viaticos y subsistencias al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 6				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
7 Ponencias nacionales, capacitaciones y/o visitas técnicas							
7.1	Pasajes al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
7.2	Viaticos y subsistencias al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 7				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
8 Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o visitas técnicas							
8.1	Pasajes al exterior	1	unidad	\$ 1.500,00	\$ 1.500,00	\$ 1.680,00	\$ 1.680,00
8.2	Viaticos al exterior	1	unidad	\$ 945,00	\$ 945,00	\$ 945,00	\$ 945,00
Subtotal 8				\$ 2.445,00	\$ 2.445,00	\$ 2.625,00	\$ 2.625,00
9 Pago de inscripciones							
9.1	Pago de inscripciones al interior	1	unidad	500,00	\$ 500,00	\$ 560,00	\$ 560,00
9.2	Pago de inscripciones al exterior	1	unidad	500,00	\$ 500,00	\$ 685,00	\$ 685,00
Subtotal 9				\$ 1.000,00	\$ 1.000,00	\$ 1.245,00	\$ 1.245,00
10 Pago de publicaciones y patentes							
10.1	Pago de publicaciones			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.2	Pago de publicaciones al exterior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.2	Pago de patentes			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 10				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
TOTAL					\$ 4.745,00		\$ 5.398,80



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN SOCIAL
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN
PRESUPUESTO PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN



Título del proyecto

Simulación numérica del flujo no homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas

Presupuesto consolidado sin IVA

AÑO	Contratación de servicios personales por contrato	Maquinaria y equipo especializado	Equipo informático	Insumos y reactivos	Literatura especializada	Salidas de campo y de muestreo	Ponencias nacionales, capacitaciones y/o vistas técnicas	Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o vistas técnicas	Pago de inscripciones	Pago de publicaciones y patentes	Total sin IVA
1	\$ 2.600,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.337,60	\$ -	\$ -	\$ 2.445,00	\$ 500,00	\$ -	\$ 6.882,60
2	\$ 1.300,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 2.445,00	\$ 1.000,00	\$ -	\$ 4.745,00
3	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
TOTAL	\$ 3.900,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.337,60	\$ -	\$ -	\$ 4.890,00	\$ 1.500,00	\$ -	\$ 11.627,60

Presupuesto consolidado con IVA

AÑO	Contratación de servicios personales por contrato	Maquinaria y equipo especializado	Equipo informático	Insumos y reactivos	Literatura especializada	Salidas de campo y de muestreo	Ponencias nacionales, capacitaciones y/o vistas técnicas	Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o vistas técnicas	Pago de inscripciones	Pago de publicaciones y patentes	Total con IVA
1	\$ 3.057,60	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.337,60	\$ -	\$ -	\$ 2.625,00	\$ 685,00	\$ -	\$ 7.705,20
2	\$ 1.528,80	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 2.625,00	\$ 1.245,00	\$ -	\$ 5.398,80
3	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
TOTAL	\$ 4.586,40	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.337,60	\$ -	\$ -	\$ 5.250,00	\$ 1.930,00	\$ -	\$ 13.104,00

DECLARACIÓN FINAL

TIPO DE PROYECTO

Proyecto Interno Proyecto Semilla Proyecto Junior Proyecto Multi e Interdisciplinario

TIPO DE INVESTIGACIÓN

Investigación básica Investigación aplicada

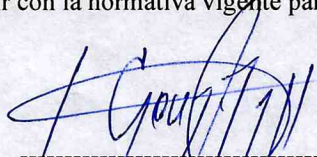
TÍTULO DEL PROYECTO

Simulación numérica del flujo no homogéneo de fluidos viscoplásticos en topografías simuladas.

DECLARACIÓN DEL DIRECTOR DEL PROYECTO

El equipo de investigadores, representado por el Director del Proyecto declara lo siguiente:

- Que el presente proyecto es una obra original de este equipo de investigadores y por tanto, asumimos la completa responsabilidad legal en caso de que un tercero alegue la titularidad de los derechos intelectuales del proyecto, exonerando a la EPN de cualquier acción legal que se derive por esta causa.
- Que el presente proyecto no ha sido presentado en ninguna convocatoria de otra institución pública o privada solicitando el financiamiento total del presupuesto. El incumplimiento será causal para que la propuesta sea descalificada de la convocatoria de la EPN.
- Que todos los bienes adquiridos en el proyecto permanecerán bajo la custodia y responsabilidad del director de proyecto.
- Que aceptamos que si el proyecto genera algún producto o procedimiento susceptible de obtener de derechos de propiedad intelectual, de los cuales se deriven beneficios, éstos serán compartidos entre los investigadores y la EPN.
- Que aceptamos conocer y cumplir con la normativa vigente para la gestión de proyectos de investigación.

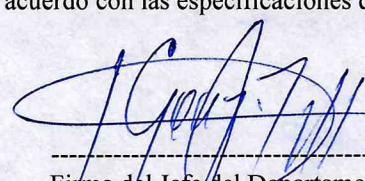


Firma del Director del Proyecto
Nombre: Sergio González Andrade
C.I.: 1707824932

DECLARACIÓN DEL JEFE DE DEPARTAMENTO

Esta propuesta ha sido avalada por el Consejo del Departamento de *Matemáticas*, en sesión del día *1. agosto 2018* mediante resolución No. *EDM-2018-123*

Las instalaciones, incluyendo personal, edificios, equipo y recursos financieros están a disposición del proponente y sus colaboradores de acuerdo con las especificaciones que se encuentran en esta propuesta.



Firma del Jefe del Departamento
Nombre: Sergio González
C.I.: 1707824932



*Se debe adjuntar el acta en el que conste la resolución que avala la propuesta de proyecto