



## A. PROPUESTA PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

### 1. TIPO DE PROYECTO:

Interno	X	Grupal	
Semilla		Multidisciplinario	

### 2. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Básica	X	Aplicada	
--------	---	----------	--

### 3. UNIDAD EJECUTORA *(Departamento, Instituto o Estructura de Investigación)*

1. Departamento de matemática

### 4. LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:

1. Análisis matemático y ecuaciones diferenciales

### 5. TÍTULO DEL PROYECTO *(mínimo 10 palabras):*

Problemas parabólicos que involucran operadores integro-diferenciales.

### 6. RESUMEN *(máximo 200 palabras)*

En este proyecto de investigación se estudiarán problemas parabólicos desde el punto de vista de soluciones viscosas, donde las derivadas temporales y/o espaciales serán reemplazadas por operadores integro-diferenciales también llamadas derivadas fraccionarias en el caso temporal y operadores no locales para el caso espacial. El objetivo principal es obtener resultados de existencia y unicidad de soluciones para los problemas estudiados, además se investigará la regularidad de este tipo de soluciones.

### 7. PALABRAS CLAVE *(4-6)*

Derivadas fraccionarias; Soluciones viscosas; Operadores no locales; Regularidad; Existencia y unicidad.

### 8. OBJETIVOS

#### 8.1. OBJETIVO GENERAL

Estudiar problemas parabólicos que involucren operadores integro-diferenciales ya sea en la variable temporal y/o en la variable espacial.

#### 8.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a. Establecer formulaciones adecuadas en el marco de soluciones viscosas.
- b. Estudiar existencia y unicidad de soluciones.



- c. Estudiar regularidad de soluciones.

## 9. HIPÓTESIS *(opcional)*

- a. Bajo condiciones estándar en el marco de soluciones viscosas, los problemas que involucran operadores integro-diferenciales en la variable temporal y/o espacial están bien planteados y sus soluciones continuas son únicas.
- b. Asumiendo cierta regularidad sobre los datos iniciales del problema se podrá establecer resultados de regularidad de las soluciones.

## 10. DETALLE DE LOS RESULTADOS ESPERADOS *(con relación a los objetivos)*

- a. Establecer una formulación viscosa adecuada para el tipo de problemas que vamos a estudiar.
- b. Con hipótesis adecuadas se obtendrá resultados de existencia y unicidad de soluciones viscosas.
- c. Se obtendrá regularidad Holder en tiempo y espacio para las soluciones halladas.

## 11. IMPACTO DE LA INVESTIGACIÓN *(científico, social, económico u otros)*

El proyecto es de relevancia en el área de análisis matemático y ecuaciones diferenciales parciales, pues cumple con los objetivos y líneas de investigación del Departamento de Matemática, además los tópicos que se abordan en el proyecto, como son el estudio cualitativo de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no locales, son problemas de investigación actuales y de gran interés en el ámbito científico internacional.

## 12. ESTADO DEL ARTE, E INVESTIGACIONES PREVIAS DEL EQUIPO *(máximo tres carillas)*

En el año 1825 el matemático Abel introduce por primera vez el concepto de ecuación integral, el cual es entendido como una ecuación en la cual la función desconocida aparece bajo el signo de integración, dando así inicio a una amplia línea de investigación dentro de la matemática.

En el año 1912 el matemático V. Volterra estudia el fenómeno del crecimiento de las poblaciones y realiza una conexión entre las ecuaciones diferenciales y las ecuaciones integrales [1], estos problemas son conocidos como ecuaciones integro-diferenciales o no locales. Los aportes a esta área han sido significativos, podemos nombrar por ejemplo los realizados por P.-L. Lions y M. Crandall, quienes al tratar con la ecuación de Hamilton-Jacobi generalizan la idea de solución de una EDP [2], tal generalización se conoce como solución viscosa de una EDP, las cuales se relacionan directamente con problemas de control de EDP's y de optimización. Luego, los mismos autores junto a H. Ishii tratan las soluciones viscosas para ecuaciones diferenciales de segundo orden. [3]. Siguiendo con esa línea G. Barles y C. Imbert estudian las soluciones viscosas para ecuaciones no locales del tipo elíptico [4].

Recientemente, dentro del marco del proyecto PIJ 15-22, Erwin Topp y Miguel Yangari en [5] y [6] estudian existencia, unicidad y comportamiento asintótico de soluciones viscosas para ecuaciones y sistemas de Hamilton-Jacobi del tipo parabólico que involucran operadores fraccionarios en la variable temporal, la novedad de estos trabajos es la incorporación de derivadas temporales con memoria como es la derivada fraccionaria de Caputo.



**Referencias bibliográficas**

- [1] V. Volterra. (1912). Sur les équations integro-differentielles et leurs applications. Uppsala: Almqvist & Wiksells.
- [2] G. Crandall & P.-L. Lions. (1983). Viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations. Estados Unidos: American Mathematical Society.
- [3] G. Crandall & P.-L. Lions & H. Ishii. (1992). User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. Estados Unidos: American Mathematical Society.
- [4] G. Barles & C. Imbert, (2008). Second-order elliptic integro-differential equations: viscosity solutions' theory revisited, Ann. Inst. H.Poincaré Anal. Non Linéaire, 25(3), 567–585.
- [5] E. Topp & M. Yangari. (2017). Existence and Uniqueness for Parabolic Problems with Caputo Time Derivative. J. Differential Equations, 262, 6018–6046.
- [6] E. Topp & M. Yangari. (2018). Weakly coupled systems of parabolic Hamilton-Jacobi equations with Caputo time derivative. Nonlinear Differential Equations and Applications-NoDEA, 25(5). DOI: 10.1007/s00030-018-0532-8.

**13. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL PROYECTO, INCLUIDO METODOLOGÍA (máximo tres carillas)**

En el marco de las soluciones viscosas estudiaremos problemas de la forma

$$\partial_t^\alpha u + F(x, u, Du, I(u)) = 0, \quad x \in R^n, t > 0$$

$$u = u_0, \quad x \in R^n, t = 0.$$

El operador Hamiltoniano  $F$  es una función continua (problemas totalmente no lineales) cuyas hipótesis específicas serán obtenidas en el transcurso del proyecto. Los operadores integro-diferenciales que se considerarán para el problema antes mencionado son:

*Derivada fraccionaria de Caputo:*

$$\partial_t^\alpha v(t) = \int_0^t \frac{v'(s)}{|s-t|^\alpha} ds.$$

*Operador de Levy:*

$$I(v)(x) = C \int_{R^n} [v(x+z) - v(x) - \chi_B(z) < Dv(x), z >] v(dz),$$

donde  $\nu$  es una medida no negativa que verifica la condición de integrabilidad de Levy dada por

$$\int_{R^n} \min(|z|^2, 1) \nu(dz) < +\infty.$$

El estudio de este tipo de problemas comenzará con establecer hipótesis de regularidad sobre las funciones  $F$  y  $u_0$ , para de esta forma obtener resultados de existencia y unicidad de soluciones cuando en el problema se consideran derivadas de Caputo y/o derivadas tipo Levy. Más aún, bajo condiciones sobre los operadores  $F$ , asumiendo que estos verifican condiciones de Hamilton-Jacobi o condiciones de gradiente coercivo, se probará un principio de comparación, el cual nos permitirá probar resultados de regularidad Holder tanto en la variable



temporal como en la espacial para el problema antes mencionado y probablemente su generalización a sistemas de ecuaciones.

Es importante notar, que al considerar ecuaciones totalmente no lineales, se estará abordando una cantidad bastante grande de problemas, como por ejemplo formulaciones tipo Bellman, tipo Isaacs, problemas con gradiente coercivo, etc. Cabe notar que los resultados obtenidos en este proyecto no solo serán de interés en el ámbito del análisis matemático y ecuaciones diferenciales, sino también tendrá impacto en áreas como control de EDP'S, teoría de juegos, procesos estocásticos como por ejemplo Procesos de Levy, movimientos Brownianos anómalos, etc.

#### 14. INFRAESTRUCTURA Y EQUIPOS

Al ser un proyecto teórico de matemática, la infraestructura necesaria será la oficina del profesor en el Departamento de Matemática, equipadas con computadores de escritorio o portátiles.

Infraestructura	Equipos	
Laboratorio	Nombre del Equipo	Ubicación del Equipo
Oficina del Departamento de Matemática	Computador de escritorio	Departamento de Matemática
	Computador portátil	Departamento de Matemática

#### 15. MONTO REQUERIDO

16.1 Monto y justificación del equipo requerido: *No se necesita comprar equipo.*

16.2 Monto y justificación del personal requerido: *No se necesita contratar personal.*

16.4 Monto y justificación de los investigadores invitados: *No se necesita contratar investigadores.*

16.5 Monto y justificación de los viajes y salidas del campo requeridos: *Se solicita 6000 dólares para viajes al extranjero (pasajes, viáticos y subsistencias, pago de inscripción a eventos), con el objetivo de realizar visitas de investigación y asistencias a congresos con la finalidad de divulgar la investigación realizada en este proyecto.*

#### 16. FONDOS ADICIONALES

No se tiene fondos adicionales para este proyecto.



## B. DATOS INFORMATIVOS

### 1. INFORMACIÓN DEL DIRECTOR, CODIRECTOR, COLABORADORES Y COLABORADORES TÉCNICOS

Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS*	Departamento	Rol	Título de mayor nivel y mención.
Yangari Sosa Miguel Angel	1715020309	10	Matemática	Director	Doctor en Ciencias de la Ingeniería, mención Modelamiento Matemático

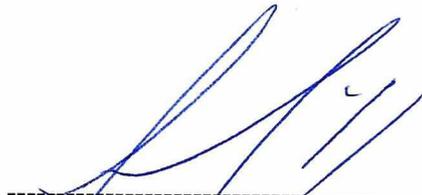
\* HSS =Horas Semana Semestre: Es el número de horas que se dedica por semana a la investigación. Este número de horas se mantiene para todo el semestre



## DECLARACIÓN FINAL DECLARACIÓN DEL DIRECTOR DEL PROYECTO

El equipo de investigadores, representado por el Director del Proyecto declara lo siguiente:

- Que el presente proyecto es una creación original de mi autoría y del equipo de investigadores, y por tanto asumimos la completa responsabilidad legal en caso de que un tercero alegue la titularidad de los derechos intelectuales del proyecto, exonerando a la EPN de cualquier acción legal que se derive por esta causa.
- Que el presente proyecto no ha sido presentado en ninguna convocatoria de otra institución pública o privada. El incumplimiento será causal para que el proyecto no sea tomado en consideración.
- Que si el proyecto genera algún producto o procedimiento susceptible de obtener derechos de propiedad intelectual, de los cuales se deriven beneficios, aceptamos que éstos serán compartidos entre los investigadores y la institución o las instituciones participantes en el proyecto, conforme a lo establecido en el COESC.
- Que el equipo de investigadores y/o instituciones participantes se comprometen a mantener la confidencialidad de la información si ésta podría ser susceptible de protección por patentes, y solicitar la valoración de propiedad intelectual respectiva previa a cualquier publicación o difusión.
- Que para el caso de derechos de autor otorgamos una licencia de uso exclusivo con fines académicos para la o las instituciones participantes en el proyecto.
- Que aceptamos conocer y cumplir con la normativa vigente para la gestión de proyectos.

  
-----  
Firma del Director del Proyecto  
Nombre: Miguel Yangari  
C.I.: 1715020309



**AÑO 1**

Título del proyecto

Problemas parabólicos que involucran operadores integro-diferenciales.

Lista de Items	Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial	Precio Total Referencial	Precio Unitario Referencial con IVA/ Aporte del IESS	Precio Total Referencial con IVA / Aporte del IESS
<b>1 Contratación de servicios personales por contrato</b>						
1.1 No se necesita contratar personal	0	mes	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 1</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>2 Maquinaria y equipo especializado</b>						
2.1 No se necesita comprar maquinaria	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 2</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>3 Equipo informático</b>						
3.1 No se necesita comprar equipo informático	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 3</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>4 Insumos y reactivos</b>						
4.1 No se necesita comprar insumos y reactivos	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 4</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>5 Literatura especializada</b>						
5.1 No es necesario comprar literatura ni artículos	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 5</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>6 Salidas de campo y de muestreo</b>						
6.1 Pasajes al interior	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6.2 Viáticos y subsistencias al interior	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 6</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>7 Ponencias nacionales, capacitaciones y/o visitas técnicas</b>						
7.1 Pasajes al interior	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
7.2 Viáticos y subsistencias al interior	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 7</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>8 Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o visitas técnicas</b>						
8.1 Pasajes al exterior	2	pasajes	\$ 2.232,14	\$ 2.232,14	\$ 2.500,00	\$ 2.500,00
8.2 Viáticos al exterior	2	viáticos	\$ 2.678,57	\$ 2.678,57	\$ 3.000,00	\$ 3.000,00
<b>Subtotal 8</b>			\$ 4.910,71	\$ 4.910,71	\$ 5.500,00	\$ 5.500,00
<b>9 Pago de inscripciones</b>						
9.1 Pago de inscripciones al interior			-	\$ -	\$ -	\$ -
9.2 Pago de inscripciones al exterior	1	inscripción	446,43	\$ 446,43	\$ 500,00	\$ 500,00
<b>Subtotal 9</b>			\$ 446,43	\$ 446,43	\$ 500,00	\$ 500,00
<b>10 Pago de publicaciones, suscripciones y patentes</b>						
10.1 Pago de publicaciones	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.2 Pago de publicaciones al exterior	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.3 Pago de suscripciones	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
10.3 Pago de patentes	0		\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>Subtotal 10</b>			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>TOTAL</b>				\$ 5.357,14		\$ 6.000,00





**ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
VICERECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y VINCULACIÓN  
PRESUPUESTO PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**



PI04

Título del proyecto	
Problemas parabólicos que involucran operadores integro-diferenciales.	

Presupuesto consolidado sin IVA											
AÑO	Contratación de servicios personales por contrato	Maquinaria y equipo especializado	Equipo informático	Insumos y reactivos	Literatura especializada	Salidas de campo y de muestreo	Ponencias nacionales, capacitaciones y/o visitas técnicas	Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o visitas técnicas	Pago de inscripciones	Pago de publicaciones y patentes	Total sin IVA
1	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 4.910,71	\$ 446,43	\$ -	\$ 5.357,14
<b>TOTAL</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 4.910,71	\$ 446,43	\$ -	\$ 5.357,14

Presupuesto consolidado con IVA											
AÑO	Contratación de servicios personales por contrato	Maquinaria y equipo especializado	Equipo informático	Insumos y reactivos	Literatura especializada	Salidas de campo y de muestreo	Ponencias nacionales, capacitaciones y/o visitas técnicas	Ponencias en el exterior, capacitaciones, y/o visitas técnicas	Pago de inscripciones	Pago de publicaciones y patentes	Total con IVA
1	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 5.500,00	\$ 500,00	\$ -	\$ 6.000,00
<b>TOTAL</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 5.500,00	\$ 500,00	\$ -	\$ 6.000,00

*[Handwritten signature]*