



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

DESARROLLO DE UN MODELO PARAMÉTRICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE TURBINAS HIDRÁULICAS TIPO PELTON EN PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGISTER EN DISEÑO Y SIMULACIÓN

Ing. JOSE LUIS ERAZO LÓPEZ
jose.erazo@epn.edu.ec

DIRECTOR:
Ing. VÍCTOR HUGO HIDALGO DÍAZ, D.Sc.
victor.hidalgo@epn.edu.ec

CODIRECTOR:
Ing. ESTEBAN ALEJANDRO VALENCIA TORRES, PhD.
esteban.valencia@epn.edu.ec

FECHA
Quito, junio de 2022

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el **Ing. JOSÉ LUIS ERAZO LÓPEZ**, bajo mi supervisión.

Ing. Víctor Hugo Hidalgo Díaz, D.Sc.

DIRECTOR DE PROYECTO

Ing. Esteban Alejandro Valencia torres, PhD.

CODIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **José Luis Erazo López**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Ing. José Luis Erazo López

DEDICATORIA

A mis padres y hermano quienes me han apoyado fervientemente a lo largo de toda la carrea y a todas aquellas personas con sed de conocimiento que leen hoy estas páginas y premian el esfuerzo diario.

AGRADECIMIENTO

A mi madre Margarita por su paciencia, amor incondicional y por haber sido mi sustento a lo largo de todos estos años de universidad.

A mi padre José, por ser un ejemplo de perseverancia y esfuerzo quien día a día con sus sabios consejos supo guiarme por el camino del bien.

A mi hermano Andrés por cuidarme y brindarme su amistad en estos últimos años que ha permanecido a mi lado haciéndome compañía.

A mis profesores Víctor Hidalgo y Esteban Valencia por haber confiado en mí para la realización de este trabajo y por brindarme todo el apoyo necesario para la culminarlo.

A la Central Hidroeléctrica Illuchi N2 y al proyecto de investigación PIGR 20-03, por haber facilitado información de gran relevancia para la realización del trabajo de investigación.

A la Escuela Politécnica Nacional por haberme concedido el financiamiento económico para llevar a cabo mis estudios de posgrado.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
Pregunta de Investigación	3
Objetivo general.....	3
Objetivos específicos	3
Alcance.....	3
1. MARCO TEÓRICO	4
1.1. Situación Actual del Sector Eléctrico Ecuatoriano.....	4
1.2. Pequeñas Centrales Hidroeléctricas	6
1.3. Caso de estudio: Central Hidroeléctrica Illuchi N° 2	7
1.4. Turbina Hidráulica Tipo Pelton.....	8
1.5. Principio de Funcionamiento de la Turbina Pelton	8
1.6. Pérdidas de Potencia en la Turbina Pelton	11
Eficiencia hidráulica (η_H)	11
Eficiencia Mecánica (η_M)	12
1.7. Conversión de la Potencia Mecánica en Energía Eléctrica	13
Pérdidas de potencia en el alternador.....	13
1.8. Método analítico aplicado en el estudio de Turbinas Pelton.....	14
1.9. Análisis numérico de las turbinas Pelton.....	14
Herramientas Aplicadas para el Análisis por CFD.....	15
Dominio Computacional de la Turbina	16
Discretización del Dominio Computacional	17
Modelos Multifásicos Empleados para el Análisis de Turbomáquinas.....	18
Modelos de Turbulencia Aplicados para el Análisis de Turbomáquinas	19
2. METODOLOGÍA.....	20
2.1. Desarrollo del Modelo Paramétrico.....	21
2.1.1. Análisis de la velocidad del chorro de agua	21
Análisis energético de la tubería de presión.....	22
Análisis de continuidad en la tubería de presión.	25
Resolución iterativa del sistema de ecuaciones.	25
2.1.2. Estimación de la eficiencia hidráulica de la turbina.	29
2.1.3. Cálculo de la eficiencia mecánica de la turbina.....	30
2.1.4. Cálculo de la eficiencia total y de la potencia neta en el eje de la turbina	32
2.1.5. Estimación de la eficiencia del generador	32
2.1.6. Cálculo de la potencia efectiva de la central	34
2.2. Verificación del Modelo Paramétrico mediante CFD	34
2.2.1. Geometría del rodete para el caso de estudio	34

2.2.2. Generación del dominio computacional	36
2.2.3. Discretización preliminar del dominio computacional	36
2.2.4. Condiciones de borde para la simulación	38
2.2.5. Configuración del caso de estudio	39
2.2.6. Análisis de la independencia de malla	41
2.2.7. Obtención de la potencia de la turbina.....	41
2.3. Validación Experimental del Modelo Desarrollado	42
2.4. Optimización paramétrica de la central	42
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	46
3.1. Desarrollo del modelo Paramétrico.....	46
3.1.1. Análisis de la velocidad del chorro de agua	46
Régimen de operación: Plena Carga	46
Régimen de operación: 92% de la carga total.....	47
Régimen de operación: 73% de la carga total.....	48
Régimen de operación: 62% de la carga total.....	49
Cálculo de los coeficientes hidrodinámicos característicos.	50
Estimación de la eficiencia hidráulica.....	51
3.1.4. Estimación de la potencia en el eje de la turbina	52
3.1.5. Cálculo de la eficiencia del generador	53
3.2. Verificación del modelo mediante CFD	54
3.2.1. Calidad de la malla	54
Malla Tipo I (Gruesa)	54
Malla Tipo II (Media)	55
Malla Tipo III (Fina).....	55
3.2.2. Independencia de malla.....	56
3.2.3. Obtención de la potencia de la turbina.....	57
3.3. Validación del modelo paramétrico	59
3.4. Optimización paramétrica de la central	60
3.4.1. Variación de las dimensiones de los cangilones	60
3.4.2. Variación del diámetro de la tobera aceleradora.....	62
3.4.3. Variación de las dimensiones de la carcasa de la turbina	63
4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	66
4.1. Conclusiones	66
4.2. Trabajos Futuros.....	67
Referencias Bibliográficas	68
ANEXOS.....	73
ANEXO I: PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS DEL ECUADOR (10MW-0,5MW).....	73

ANEXO II: CODIGO DESARROLLADO EN PYTHON A PARTIR DEL MODELO PARAMÉTRICO	74
ANEXO III: MODELO MATEMÁTICO EMPLEADO PARA EL CÁLCULO DEL MOMENTO FRICCIONAL DE LOS RODAMIENTOS	81

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Cadena Energética de Electricidad 2020	4
Figura 1.2 Potencia Nominal 2021	5
Figura 1.3. Esquema de central hidroeléctrica de pasada.....	6
Figura 1.4. Central Hidroeléctrica Illuchi N2.	7
Figura 1.5. Esquema de una turbina tipo Pelton.	8
Figura 1.6. a) Trayectoria del fluido en un cangilón. b) Triangulo de velocidades.	9
Figura 1.7. Potencia y Torque vs Velocidad rotacional.....	11
Figura 1.8. Esquema de un Generador síncrono.	13
Figura 1.9. Simplificación del dominio computacional de la turbina.....	16
Figura 1.10. Tipos de Malla para CFD.	17
Figura 2.1. Metodología empleada.....	20
Figura 2.2. Esquema de la Central Illuchi N2.	21
Figura 2.3. Diagrama de flujo para el cálculo de la velocidad del fluido.	28
Figura 2.4 Dimensiones de la carcasa de la turbina Pelton.....	30
Figura 2.5. Orientación de los cangilones.	35
Figura 2.6. Dominio computacional.....	36
Figura 2.7. Discretización del dominio estacionario.....	37
Figura 2.8. Discretización del dominio rotatorio.....	37
Figura 2.9. Ubicación de las condiciones de borde.	38
Figura 2.10. Modelo paramétrico.	44
Figura 3.1. Estudio de independencia de malla.....	56
Figura 3.2. Momento generado en cada régimen de operación.	57
Figura 3.3. Validación del modelo paramétrico.	59
Figura 3.4. Variación del Angulo Beta.....	61
Figura 3.5. Variación del ancho del cangilón (B).....	61
Figura 3.6. Variación de la longitud del cangilón (L).....	62
Figura 3.7. Variación de la tobera aceleradora (Dn).....	62
Figura 3.8. Variación de la altura de carcasa (Rio).	63
Figura 3.9. Variación del ancho de carcasa (Bio).....	64
Figura 3.10. Variación del ancho del bastidor.	64

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Número de centrales y potencia efectiva con fuentes de energía renovable	5
Tabla 1.2. Especificaciones de las unidades de generación.....	7
Tabla 1.3. Características de las herramientas CFD.....	15
Tabla 1.4. Características y aplicaciones de los modelos EULER-EULER.....	18
Tabla 2.1. Valores de los ramales de tubería.....	22
Tabla 2.2. Valor de las alturas empleadas en el análisis.....	22
Tabla 2.3. Valores de los coeficientes de pérdidas.....	24
Tabla 2.4. Dimensiones principales de la carcasa de la turbina.....	31
Tabla 2.5. Dimensiones principales de los rodamientos de la turbina.....	31
Tabla 2.6. Corrientes y resistencias del generador.....	32
Tabla 2.7. Parámetros eléctricos del generador.....	33
Tabla 2.8. Dimensiones del generador.....	33
Tabla 2.9. Principales dimensiones de los cangilones.....	35
Tabla 2.10. Valores para los criterios de calidad de malla.....	37
Tabla 2.11. Condiciones de borde.....	38
Tabla 2.12. Configuración del caso de estudio.....	40
Tabla 2.13. Características de las mallas empleadas.....	41
Tabla 2.14. Valores experimentales de la central Illuchi N2.....	42
Tabla 2.15. Parámetros geométricos del cangilón.....	43
Tabla 2.16. Dimensiones de la tobera y de la carcasa.....	43
Tabla 3.1. Resultados del análisis de la tubería de presión – Plena Carga.....	46
Tabla 3.2. Resultados del análisis de la tubería de presión – 92% de la carga total....	47
Tabla 3.3. Resultados del análisis de la tubería de presión – 70% de la carga total....	48
Tabla 3.4. Resultados del análisis de la tubería de presión – 63% de la carga total....	49
Tabla 3.5. Resultados obtenidos para los coeficientes hidrodinámicos.....	50
Tabla 3.6. Eficiencia hidráulica parcial y eficiencia hidráulica total.....	51
Tabla 3.7. Eficiencia mecánica de la turbina.....	52
Tabla 3.8. Potencia en el eje de la turbina.....	52
Tabla 3.9. Pérdidas de potencia en el generador.....	53
Tabla 3.10. Eficiencia total de la turbina.....	53
Tabla 3.11. Calidad de la malla Tipo I.....	54
Tabla 3.12. Calidad de la malla Tipo II.....	55
Tabla 3.13. Calidad de la malla Tipo III.....	56
Tabla 3.14. Comparación de las mallas.....	57

RESUMEN

El presente proyecto se enfoca en el desarrollo de un modelo paramétrico para predecir el comportamiento de una turbina tipo Pelton empleada en la generación de energía eléctrica a pequeña escala. Para ello, se tomó como caso de estudio a la central hidroeléctrica Illuchi N2 perteneciente a la empresa eléctrica del Cotopaxi ELEPCO S.A. Para el desarrollo del modelo se consideraron las pérdidas de energía que se producen en la tubería de presión debido a la fricción y a los accesorios, las pérdidas de potencia en la turbina debido a los efectos hidrodinámicos, las pérdidas de potencia por efectos mecánicos y las pérdidas eléctricas en el generador. En base a estos factores se formuló un sistema de ecuaciones mismo que fue implementado en el lenguaje de programación Python para facilitar su manipulación y resolución. Los resultados obtenidos del modelo fueron verificados mediante CFD y validados experimentalmente obteniendo un error máximo de 2.7% para la potencia de la turbina cuando la central opera a plena carga. Para demostrar la aplicabilidad del modelo desarrollado se llevó a cabo una optimización del caso de estudio. Los resultados obtenidos de la optimización muestran que es posible mejorar en un 3.00% la potencia de la turbina siempre y cuando los parámetros de operación sean $\beta = 168^\circ$, $B / d_o = 2.77$ y $L / d_o = 2.33$.

Palabras clave: Turbina, Pelton, Python, Optimización, Modelo paramétrico, CFD.

ABSTRACT

The present project focuses on the development of a parametric model to predict the behavior of a Pelton-type turbine used in the generation of electrical energy on a small scale. In this context, the Illuchi N2 hydroelectric plant belonging to the Cotopaxi electricity company ELEPCO S.A. was taken as a case study. For the development of the model, energy losses occurring in the pressure pipe due to friction and fittings, power losses in the turbine due to hydrodynamic effects, power losses due to mechanical effects and electrical losses in the generator were considered. Based on these factors, a system of equations was formulated and implemented in the Python programming language to facilitate its manipulation and resolution. The results obtained from the model were verified by CFD and experimentally validated obtaining a maximum error of 2.7% for the power of the turbine when the plant operates at full load. To demonstrate the applicability of the developed model, an optimization of the case study was carried out. The results obtained from the optimization show that it is possible to improve the turbine power by 3.00% as long as the operating parameters are $\beta = 168^\circ$, $B / d_o = 2.77$ y $L / d_o = 2.33$.

Keywords: Turbine, Pelton, Python, Optimization, Parametric Model, CFD.

DESARROLLO DE UN MODELO PARAMÉTRICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE TURBINAS HIDRÁULICAS TIPO PELTON EN PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.

INTRODUCCIÓN

Hoy en día, las energías renovables han dejado de ser tecnologías costosas y minoritarias para convertirse en tecnologías competitivas, capaces de solventar las necesidades energéticas de la población global [1]. Dichas energías buscan complementar a los sistemas tradicionales, dar paso a la llamada generación distribuida y sustituir a las fuentes contaminantes o poco eficientes basadas en petróleo, carbón y gas natural [2]. En este sentido, la hidro generación ha experimentado un notable crecimiento en los últimos años debido a su versatilidad, bajo impacto ambiental y alta eficiencia de conversión [3].

En el Ecuador, el cambio de la matriz productiva ha permitido la expansión de estos sistemas energéticos promoviendo en gran medida el crecimiento económico en el sector rural [4]. Durante los últimos años, se han instalado y repotenciado 71 proyectos hidroeléctricos como parte del Plan Maestro de Electricidad, y en la actualidad, el 62,53% de la energía eléctrica que se consume en el país es generada por turbinas hidráulicas tipo Kaplan, Francis y Pelton [5] [6]. A pesar de que la turbina Pelton es la máquina hidráulica con mayor aplicación para proyectos hidroeléctricos de mediana y pequeña escala, no todas las interrogantes sobre su diseño han sido respondidas. La información disponible sobre el método de diseño, así como las características geométricas y factores hidrodinámicos que inciden en su eficiencia, sigue siendo limitada [7]. Por esta razón, los modelos analíticos desarrollados para predecir el comportamiento de las de turbinas en centrales hidroeléctricas (potencia generada) presentan una desviación del $\pm 20\%$ a comparación con los valores medidos en campo [8] [9]. Esta incertidumbre, en parte es responsable de que varios estudios de factibilidad y posteriores estudios de repotenciación y optimización de las centrales sean rechazados.

Debido a lo expuesto, el presente proyecto tiene como finalidad desarrollar un modelo paramétrico que sea capaz de predecir el comportamiento de una turbina Pelton de forma precisa, tomando en consideración las características geométricas del rodete, así

como las pérdidas que se producen en la tubería de presión y en el equipo electromecánico de generación y transformación. Para ello, se tomará como caso de estudio a la central Hidroeléctrica ILLUCHI N2 perteneciente a la empresa eléctrica ELEPCO S.A. Esta central se encuentra ubicada en el cantón Latacunga provincia de Cotopaxi y cuenta con dos unidades de generación tipo Pelton con una potencia nominal de 2675 KW cada una.

El presente estudio se encuentra enmarcado dentro del proyecto de investigación PIGR-20-03, el mismo que se enfoca en el diseño y construcción de un prototipo de rodete polimérico para turbinas hidráulicas tipo Pelton, ideado como una alternativa económica y viable para micro centrales de generación eléctrica en el país.

Pregunta de Investigación

¿Es posible predecir el comportamiento de una turbina tipo Pelton en pequeñas centrales hidroeléctricas a través de un modelo paramétrico?

Objetivo general

Desarrollar un modelo paramétrico para predecir el comportamiento de turbinas hidráulicas tipo Pelton en pequeñas centrales hidroeléctricas.

Objetivos específicos

- Definir los parámetros geométricos e hidrodinámicos que inciden en el comportamiento de una turbina Pelton.
- Desarrollar un modelo matemático para determinar la potencia neta de la turbina tomando en consideración las características geométricas del rodete y las pérdidas de carga y potencia.
- Verificar los resultados obtenidos del modelo paramétrico empleando un análisis por volúmenes finitos mediante dinámica de fluidos computacional.
- Validar los resultados obtenidos del modelo paramétrico usando los valores experimentales de potencia y caudal medidos en la central.
- Determinar los parámetros de operación óptimos de la central hidroeléctrica tomada como caso de estudio para conseguir la máxima eficiencia.

Alcance

El presente proyecto se enfoca en el desarrollo de un modelo paramétrico para predecir el comportamiento de una turbina tipo Pelton (potencia generada) tomando en consideración las pérdidas que se producen en la tubería de presión y en el equipo electromecánico de generación. Por este motivo, el alcance de la tesis contempla el modelamiento matemático de las partes mencionadas, la verificación del modelo matemático para la potencia hidráulica mediante un estudio por volúmenes finitos y la validación experimental del modelo para 4 regímenes de operación de la Central hidroeléctrica. Para la validación de resultados se emplea únicamente los datos de potencia y el caudal medidos en la central, por lo que no se incluyen en este trabajo mediciones ni pruebas eléctricas efectuadas sobre el equipo electromecánico de generación y transformación.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Situación Actual del Sector Eléctrico Ecuatoriano

En el Ecuador, a partir del año 2011 se puso en marcha el plan de diversificación energética debido a la creciente demanda de electricidad en el país [10]. Esto implicó la inversión de capital en importantes obras para el sector eléctrico ecuatoriano, encaminadas a garantizar el abastecimiento de energía y dar prioridad a la participación de las energías renovables. En los últimos 10 años se ha incrementado considerablemente la potencia instalada en el país, pasando de 4 838,70 MW en 2009 a 8 826,89 MW en 2019 [11]. Con estas cifras, se ha logrado suplir la creciente demanda de energía eléctrica en el país (correspondiente a 25 418 GWh) y además generar un excedente para ser exportado a los países vecinos de Perú y Colombia.

Acorde con los datos proporcionados por el Ministerio de Energía y Recursos Naturales no Renovables a través del Balance Energético al 2020, las principales fuentes para la producción de energía eléctrica son: el petróleo, el gas natural, la hidroenergía, el diésel y el fuel oil (ver Figura 1.1). En este contexto, la hidroenergía aporta por si sola en un 56% al total de la generación de energía bruta correspondiente a 30 158 GWh mientras que, el petróleo y las demás fuentes de energía (gas natural, productos de caña, otras primarias, etc.) contribuyen juntas en un 44% [12].

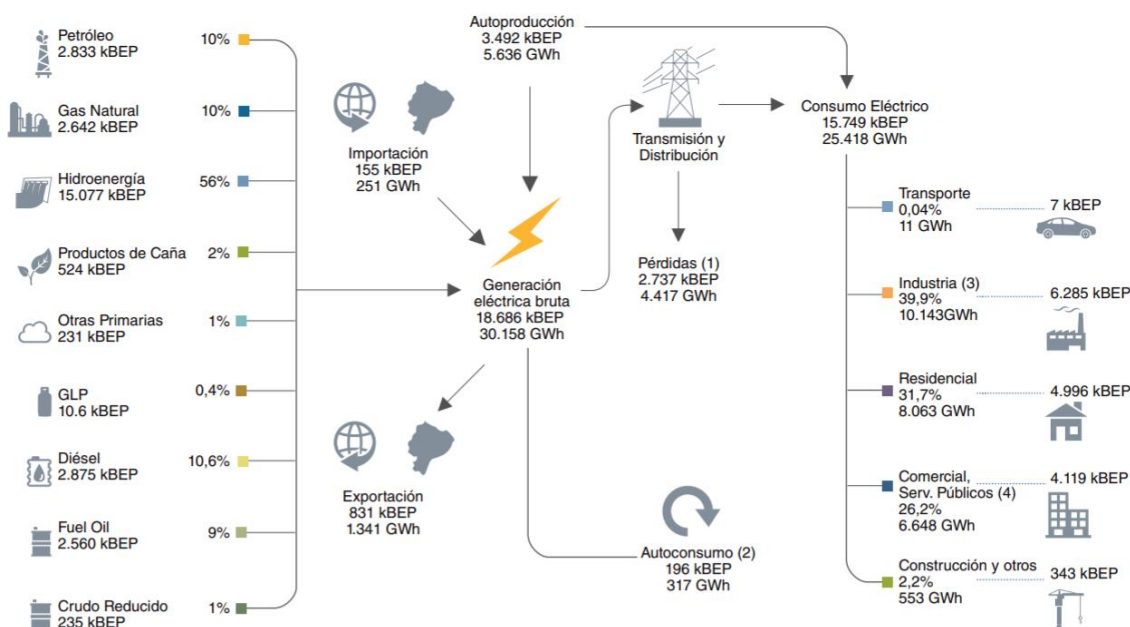


Figura 1.1 Cadena Energética de Electricidad 2020
(Fuente: [12])

A la fecha, la Agencia de Regulación y Control de Energía y Recursos Naturales No Renovables (ARCONEL) sostiene mediante el Balance Nacional de Energía Eléctrica presentado en octubre del 2021, que la energía hidráulica produce el 58.06% del total

de la potencia nominal y el 62.24% del total de la potencia efectiva del país. Por otra parte, se indica también que este tipo de energía genera el 96.2% de la energía eléctrica obtenida con fuentes renovables mientras que, la energía eólica, la biomasa y la fotovoltaica producen únicamente el 4.8% (ver Figura 1.2). Estos datos ponen en evidencia el importante rol que juega la hidroenergía en la matriz energética ecuatoriana [13].

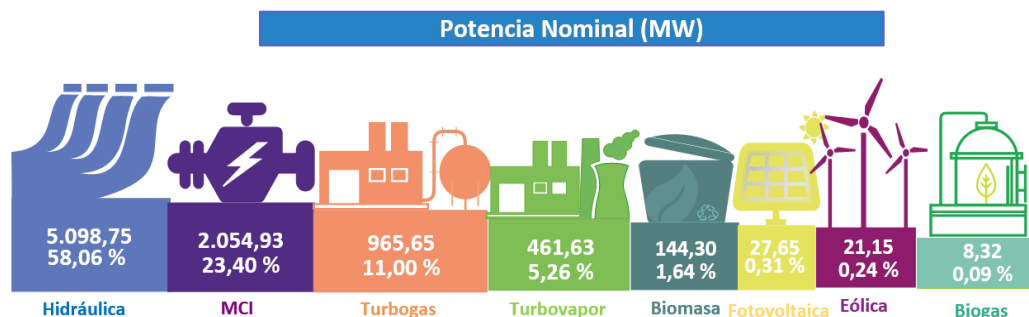


Figura 1.2 Potencia Nominal 2021
(Fuente: [13])

Actualmente, en el país se han construido y repotenciado 71 proyectos hidroeléctricos de grande, mediana y pequeña escala ubicados en las vertientes del Pacífico, así como también en las vertientes del Amazonas. Como se muestra en la Tabla 1.1., existen 5 centrales con embalse de regulación y 66 centrales de pasada. Las centrales hidroeléctricas, con embalse de regulación con las que cuenta el Ecuador son: Paute – Molino, Marcel Laniado de Wind, Mazar, Pucará y Baba. Por otra parte, entre las principales centrales hidroeléctricas de pasada se encuentran: Coca Codo Sinclair, Sopladora, Minas – San Francisco, San Francisco, Delsitanisagua, Agoyán, Manduriacu, San Bartolo, Due, Normandía y Cumbayá. Estas centrales generan aproximadamente 4637.6 MW equivalentes al 87% de la potencia nacional efectiva conseguida con hidroeléctricas [14].

Tabla 1.1. Número de centrales y potencia efectiva con fuentes de energía renovable

Tipo	Con Embalse		Sin embalse		Sub Total	
	Número de Centrales	Potencia Efectiva [MW]	Número de Centrales	Potencia Efectiva [MW]	Número de Centrales	Potencia Efectiva [MW]
	5	1598,00	66	3443,00	71	5041,00
Biomasa	N/A	N/A	N/A	N/A	3	136,40
Eólica	N/A	N/A	N/A	N/A	3	21,15
Solar	N/A	N/A	N/A	N/A	34	26,74
Biogas	N/A	N/A	N/A	N/A	2	6,50
TOTAL:					113	5232,00

(Fuente:[14])

Debido al éxito que han logrado conseguir las energías renovables, especialmente la hidroenergía a través de las centrales hidroeléctricas, para los próximos años se tiene

prevista la construcción de al menos 26 proyectos más. Estos proyectos representan una potencia de 8988 MW por instalarse, de los cuales al menos 6 ya contarían con el diseño definitivo, 3 se encontrarían en etapa de factibilidad y 6 en prefactibilidad[15].

1.2. Pequeñas Centrales Hidroeléctricas

Las pequeñas centrales hidroeléctricas son aquellas centrales que poseen una capacidad instalada en el rango de los 500 KW a los 10 000 KW [16]. Están diseñadas con el propósito de responder a las necesidades energéticas de comunidades situadas en áreas remotas o de zonas donde no es posible el ingreso de la red de distribución de energía. Estos sistemas se caracterizan ya que pueden ser instalados en pequeños afluentes o en los sistemas de suministro de agua existentes tales como redes de agua potable o aguas residuales [17]. A diferencia de los sistemas hidroeléctricos a gran escala, las pequeñas centrales pueden construirse con escaso o insignificante impacto ambiental sobre los ecosistemas terrestres y acuáticos, principalmente porque son centrales de pasada como se muestra en la Figura 1.3. o porque su equipamiento se implementa sobre la infraestructura hídrica existente [18]. Una de las principales desventajas de este tipo de instalación radica en su limitada capacidad máxima, ya que esta capacidad está determinada mayormente por el caudal de la corriente, que no se puede superar[19]. A pesar de ello, debido a la versatilidad que presentan estas instalaciones, bajos costos de inversión y estabilidad en la red eléctrica, la energía hidroeléctrica a pequeña escala es una opción viable para la producción de energía eléctrica sostenible y económica en áreas rurales o en desarrollo[20].

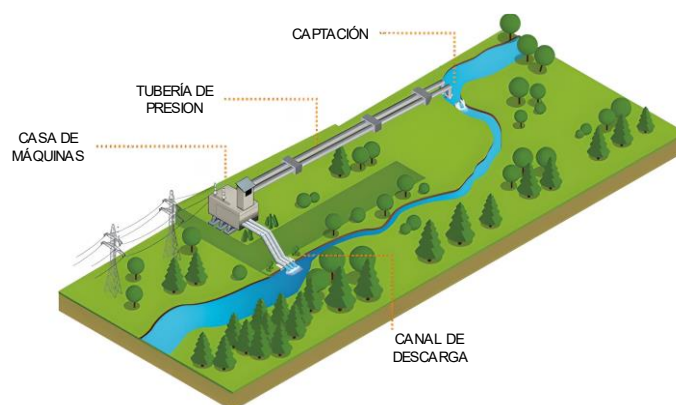


Figura 1.3. Esquema de central hidroeléctrica de pasada.
(Fuente: Propia)

En el Ecuador, bajo la clasificación de pequeñas centrales hidroeléctricas actualmente existen 30 instalaciones como se muestra en el ANEXO 1. Estas instalaciones producen en conjunto una potencia neta de 117,11 MW y están compuesta en su mayoría por turbinas tipo Francis y Pelton. Las provincias que presentan una mayor concentración de este tipo de centrales son: Pichincha con 10 instalaciones, así como Chimborazo y Cotopaxi con 4 instalaciones [14].

1.3. Caso de estudio: Central Hidroeléctrica Illuchi N° 2

La central hidroeléctrica Illuchi N2 perteneciente a la empresa pública ELEPCO SA, es una de las principales centrales de la zona centro norte del país, que proporciona energía eléctrica a los cantones de Latacunga, Saquisilí, Pujilí y Salcedo [21]. Se encuentra ubicada en la provincia del Cotopaxi en el sector Pusuchisí, a unos 9 Km de la ciudad de Latacunga y está en funcionamiento desde el año de 1984. Esta pequeña central de pasada (ver Figura 1.4) cuenta con dos unidades de generación tipo Pelton de la marca “Teodoro Bell & Cía.” que aprovechan las aguas turbinadas de la Central Illuchi 1 que es alimentada por el río que lleva su mismo nombre [22].



Figura 1.4. Central Hidroeléctrica Illuchi N2.
(Fuente: Propia)

Cada una de las unidades de generación proporciona una potencia de 2675 [KW] aprovechando un salto hidráulico bruto de 327 [m] y un caudal de 0.95 [m³/s]. La velocidad de rotación de ambas unidades es de 720 [rpm] y disponen de dos generadores síncronos compuestos por 5 pares de polos. Con estas características, la central contribuye al Sistema Nacional de Electrificación con una potencia nominal 5.20 MW. En la Tabla 1.2. se presenta un resumen de las características nominales relevantes de cada unidad de generación.

Tabla 1.2. Especificaciones de las unidades de generación.

Características	Unidad 1	Unidad 2
Fabricante	Teodoro Bell & Cía.	Teodoro Bell & Cía.
Año de Fabricación	1979	1979
Salto hidráulico bruto [m]	348	327
Caudal [m ³ /s]	0.95	0.95
Potencia efectiva [KW]	2848	2675
Velocidad [RPM]	720	720
Número de Cangilones	21	20
Número de Inyectores	2	2
Numero de Pares de polos	5	5

(Fuente: [21])

1.4. Turbina Hidráulica Tipo Pelton

La turbina hidráulica tipo Pelton es una máquina de presión constante desarrollada para aprovechar grandes saltos hidráulicos y pequeños caudales [23]. Su principal ventaja radica en su elevada eficiencia cuando opera a carga parcial reducida por lo cual puede ser instalada en afluentes, ríos o en su defecto en reservorios naturales [24]. El diseño original de la turbina fue patentado en 1880 por su creador Lester H. Pelton en los Estados Unidos y a partir de esa fecha se han llevado a cabo diferentes investigaciones con el propósito de mejorar eficiencia[25]. En el Ecuador, varios proyectos hidroeléctricos representativos se encuentran equipados con unidades de generación tipo Pelton, entre ellos se puede mencionar a Coca Codo Sinclair, Mazar-Dudas, Delsitanisagua, Sabanilla, Normandía, entre otros. Como se puede apreciar en la Figura 1.5., esta turbomáquina de acción está provista de una o más toberas que se originan a partir de la bifurcación de la tubería de presión, de un rodete compuesto por un número definido de álabes o cangilones y de un equipo electromecánico de generación para la obtención de energía eléctrica.

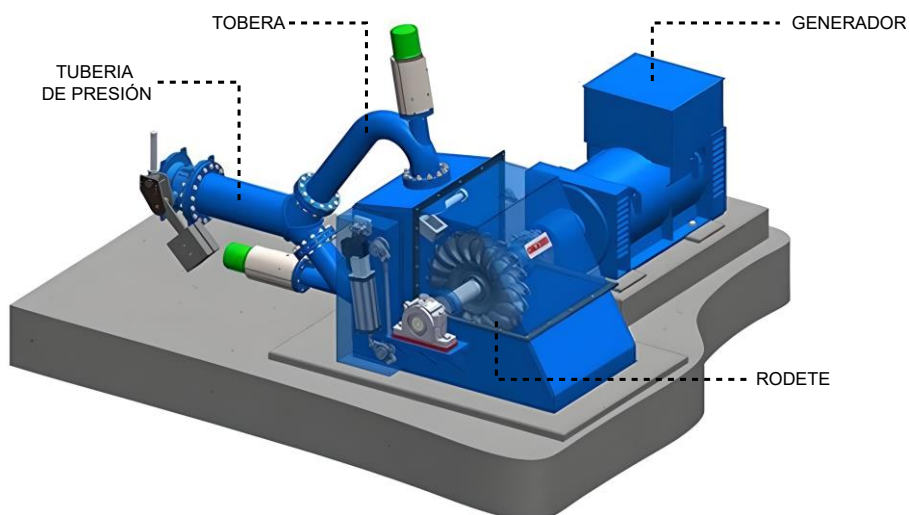


Figura 1.5. Esquema de una turbina tipo Pelton.
(Fuente: [Propia])

1.5. Principio de Funcionamiento de la Turbina Pelton

En las centrales hidroeléctricas con turbinas Pelton, la energía hidráulica disponible existe en la naturaleza en forma de energía potencial. Esta energía se mide como la diferencia de altura geodésica entre el nivel superior de agua en el depósito o reservorio y el eje de la turbina en la casa de máquinas [26]. La transformación de la energía potencial en energía mecánica utilizable para la generación de electricidad se lleva a cabo en 2 etapas. En la primera etapa, el fluido de trabajo que se encuentra en el depósito es acelerado al pasar por las toberas consiguiendo de esta manera energía

cinética en forma de un chorro de agua de alta velocidad. La velocidad a la que el agua abandona la tobera se puede estimar empleado la ecuación (1.1) conocida como el Teorema de Torricelli que surge de la simplificación de la ecuación de Bernoulli.

$$V_j = \sqrt{2g(H - h_f - hm)} \quad (1.1)$$

En esta ecuación, V_j representa la velocidad del fluido, H es la altura bruta, g es la aceleración de la gravedad, h_f son las pérdidas de altura ocasionadas por la fricción en la tubería y hm son las pérdidas menores debido a la presencia de accesorios como válvulas, codos, bifurcaciones, entre otros. En la segunda etapa, la energía cinética es transformada en energía mecánica a través de la interacción del chorro de agua de alta velocidad con el rodete giratorio. En esta interacción, el chorro de agua impacta de manera perpendicular contra el divisor de los cangilones y es separado en dos flujos simétricos y equitativos que recorren la superficie elíptica de los álabes modificando su cantidad de movimiento [27]. Al finalizar el recorrido correspondiente, el fluido de trabajo abandona al rodete con un cambio de dirección cercano a los 180°. De esta manera, se logra aprovechar la mayor parte de la energía cinética y evitar que el agua choque con la parte posterior del álabe subsiguiente. La forma de los cangilones, así como la trayectoria que recorre el agua se presenta en Figura 1.6a.

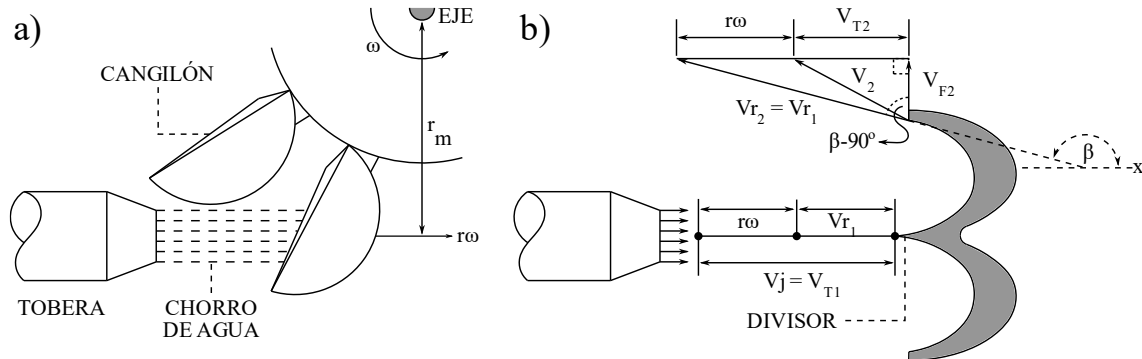


Figura 1.6. a) Trayectoria del fluido en un cangilón. b) Triángulo de velocidades. (Fuente: Propia)

De forma matemática, la interacción antes descrita puede ser analizada mediante el diagrama conocido como triángulo de velocidades. Para ello, se considera que la velocidad de rotación de la turbina (ω) se mantiene constante y que la única fuerza efectiva es la fuerza impulsiva generada por el chorro de agua. Bajo estas consideraciones se analiza la entrada y salida del fluido tal como se muestra en la Figura 1.6b. En base al esquema mostrado, las velocidades tangenciales a la entrada y a la salida del cangilón pueden ser determinadas mediante las ecuaciones (1.2) y (1.3) respectivamente.

$$V_{T1} = V_j \quad (1.2)$$

$$V_{T2} = -(V_j - r\omega) \cos(\beta) - r\omega \quad (1.3)$$

En estas ecuaciones, r representa el radio del rodete, β es el ángulo de salida en el cangilón y el valor del $\sin(\beta - 90^\circ)$ ha sido reemplazado por $-\cos(\beta)$.

A partir de las velocidades tangenciales se determina la fuerza y el torque que ejerce el chorro de agua, así como la potencia mecánica desarrollada en el eje la turbina. De acuerdo con la mecánica de fluidos clásica, la fuerza ejercida por el agua sobre la superficie de los cangilones se obtiene a través de la suma de las velocidades tangenciales multiplicada por la densidad del fluido (ρ) y por el caudal que recorre la tobera (Q) tal como se muestra en la ecuación (1.4) [28].

$$F = \rho Q (V_{T1} + V_{T2}) = \rho Q (V_j - r\omega) (1 - \cos \beta) \quad (1.4)$$

Para encontrar el torque generado en el eje de la turbina se añade un término matemático a la ecuación de la fuerza. Dicho termino hace referencia a la distancia perpendicular medida desde la zona de impacto del chorro de agua en el cangilón hasta el eje de la turbina. Como se puede apreciar en la Figura 1.6a. esta distancia corresponde al radio del rodete por lo que el torque puede ser calculado como indica la ecuación (1.5).

$$T = Fd = \rho Q r (V_j - r\omega) (1 - \cos \beta) \quad (1.5)$$

Finalmente, la potencia desarrollada en el eje de la turbina es cuantificada a través de la ecuación (1.6) como el producto del torque por la velocidad angular a la cual gira el rodete. Conforme esta ecuación, la máxima potencia se consigue cuando la velocidad de lineal del rodete es la mitad de la velocidad del chorro de agua y el ángulo (β) es cercano a 180° .

$$P = T\omega = \rho Q r \omega (V_j - r\omega) (1 - \cos \beta) \quad (1.6)$$

En la Figura 1.7 se presenta una gráfica con los valores teóricos y experimentales de la potencia y del torque para una turbina Pelton convencional. En esta gráfica se puede notar que existe una desviación del 20% entre los valores obtenidos con las ecuaciones previamente descritas y los valores experimentales. Esta desviación se debe principalmente a que no se considera en el análisis la influencia de factores externos que afectan el comportamiento de la turbina ni tampoco se considera pérdidas de potencia. No obstante, las ecuaciones descritas proporcionan información valiosa y se usan para diseñar turbinas Pelton en el punto de máxima eficiencia conocido como B.E.P. por sus siglas en inglés [29].

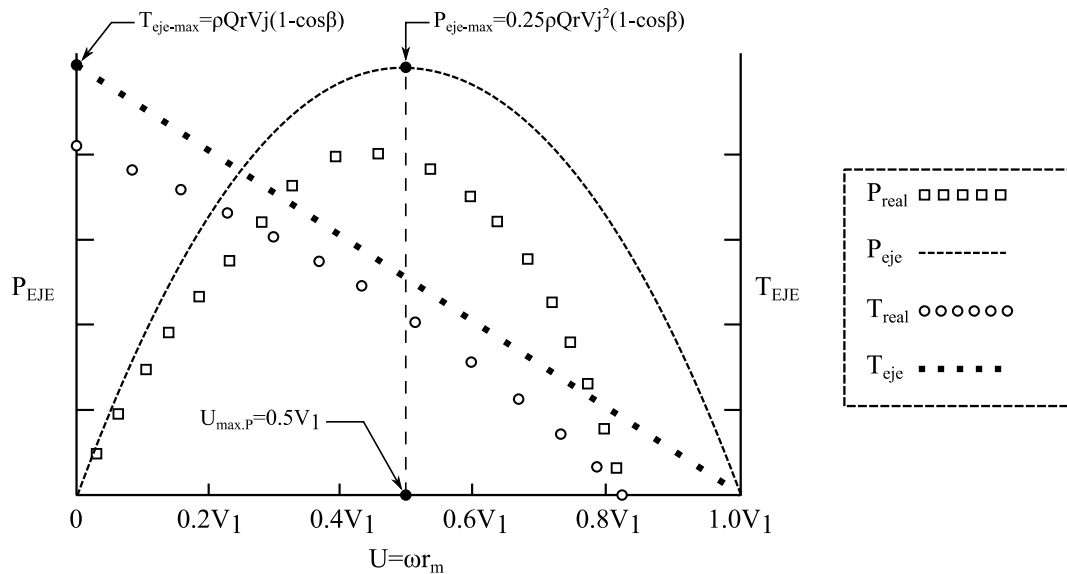


Figura 1.7. Potencia y Torque vs Velocidad rotacional.
(Fuente:[9])

1.6. Pérdidas de Potencia en la Turbina Pelton

A pesar de que el comportamiento real de la turbina Pelton es considerablemente más complejo de lo que se supone en el análisis anterior mostrado, se obtienen resultados y tendencias razonables como se presenta en la Figura 1.7. Para cuantificar el comportamiento real de la turbina es necesario incluir en el análisis las pérdidas de altura producidas en la tobera aceleradora, las pérdidas hidrodinámicas ocasionadas en los cangilones o álabes y las pérdidas mecánicas generadas entre el rodete, carcasa y el eje de la turbina. De acuerdo con la literatura, las pérdidas en la tobera pueden ser cuantificadas como pérdidas menores en el cálculo de la altura neta mientras que, las pérdidas hidrodinámicas y mecánicas pueden ser incluidas como parte de la estimación de la eficiencia hidráulica y mecánica respectivamente [30].

Eficiencia hidráulica (η_H)

La eficiencia hidráulica de una turbomáquina se define como la relación existente entre la potencia desarrollada por el rodete giratorio y la potencia suministrada por el chorro de agua a la entrada de la turbina. Matemáticamente, esta eficiencia puede ser encontrada mediante la ecuación (1.7), como el cociente entre trabajo específico del rodete (e) y la energía cinética específica desarrollada por el chorro de agua[31].

$$\eta_H = \frac{e}{V_j^2 / 2} = 2 \left(1 - \frac{r\omega}{V_j} \right) \frac{r\omega}{V_j} (1 - \cos \beta) \quad (1.7)$$

A pesar de que esta ecuación proporciona una aproximación cercana al valor de la eficiencia hidráulica real no considera los fenómenos hidrodinámicos relacionados con

las pérdidas por remolinos, las pérdidas por fricción y las pérdidas de agua [3]. Acorde con Zhang et al [31] , las dos primeras pérdidas se producen debido a que el chorro de agua de alta velocidad choca con la superficie rugosa de los cangilones que en muchos casos se encuentra erosionada. Este impacto ocasiona que el flujo turbulento pierda energía a casusa del rozamiento con la superficie irregular y que además se generen pequeños vórtices que distorsionan el recorrido normal del fluido.

Por otra parte, en las turbinas tipo Pelton las pérdidas de agua se producen cuando el fluido de trabajo impacta parcialmente contra los cangilones del rodete. Este fenómeno ocasiona que únicamente una parte del fluido desarrolle potencia sobre el eje de la turbina. Comúnmente, las pérdidas de agua se producen cuando existe un desalineamiento entre la línea de centro de la tobera aceleradora con el borde del divisor de los álabes o cuando el diámetro característico del rodete excede a la trayectoria tangente del chorro de agua.

Eficiencia Mecánica (η_M)

La eficiencia mecánica describe la reducción de potencia debido a las pérdidas mecánicas que se producen cuando la potencia desarrollada por el agua sobre el rodete de la turbina es transmitida a su eje. Las posibles resistencias mecánicas que ocasionan este fenómeno son las pérdidas por rozamiento con el aire (ΔP_{wi}) y las pérdidas por fricción en los rodamientos (ΔP_{be}). En las turbinas Pelton, las pérdidas por fricción surgen debido a la resistencia que genera el aire remanente en el interior de la carcasa cuando el rodete se pone en movimiento. Con el propósito de reducir este fenómeno, las turbinas Pelton modernas se contruyen de tal manera que la carcasa permita ingresar la mínima cantidad de aire posible en su interior [32].

Respecto a las pérdidas por fricción en los rodamientos, estas se producen en el régimen de lubricación hidrodinámica principalmente cuando la capa de lubricante existente en el interior de estos dispositivos va disminuyendo de espesor a causa de los ciclos de operación prolongados de la turbina [33]. Dependiendo de la disposición del rodete así como de su ciclo de trabajo, los rodamientos empleados pueden ser de tipo radial para turbinas de eje horizontal o rodamientos de tipo axial para turbinas de eje vertical. Otra de las pérdidas mecánicas comparables con estas últimas son las pérdidas por fricción existentes en todos los sellos del eje. Dado que los sellos no soportan ninguna carga y además poseen un área de superficie de deslizamiento muy pequeña, la pérdida de potencia en cada uno de ellos es insignificante en comparación con las pérdidas en los rodamientos cargados. Por esta razón, no se consideran relevantes para el análisis de la eficiencia mecánica de la turbina.

1.7. Conversión de la Potencia Mecánica en Energía Eléctrica

La conversión de la energía mecánica en energía eléctrica se realiza a través del generador que se encuentra instalado en el cuarto de máquinas de la central hidroeléctrica [34]. Para una pequeña central de pasada, el generador empleado es de tipo síncrono o conocido como alternador trifásico, y se caracteriza porque su velocidad de rotación se mantiene constante durante todo el intervalo de operación de la turbina. Como se puede apreciar en la Figura 1.8 , este equipo está compuesto de una parte móvil denominada rotor y de una parte estacionaria llamada estator [35].

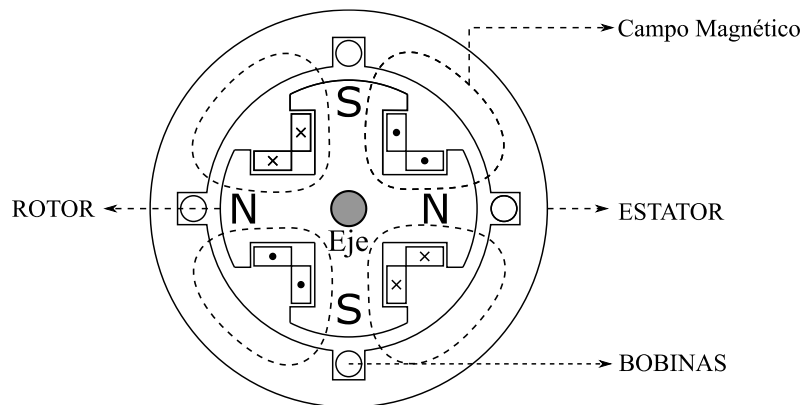


Figura 1.8. Esquema de un Generador síncrono.
(Fuente: Propia)

El principio de funcionamiento del alternador trifásico para la generación de electricidad se basa en la inducción electromagnética descrita por la ley de Faraday. Acorde con esta ley, el campo magnético generado por el electroimán en forma de rotor hace que los electrones del estator fluyan y, por lo tanto, se produzca una corriente eléctrica.

Pérdidas de potencia en el alternador

Debido a que el generador es una máquina rotativa, se presentan pérdidas de potencia similares a las analizadas en las secciones anteriores para la turbina, mismas que pueden ser agrupadas en pérdidas mecánicas y pérdidas eléctricas. Respecto a estas últimas, las más importantes son las pérdidas eléctricas en el cobre (ΔP_{CU}), las pérdidas eléctricas en el núcleo (ΔP_{CORE}) y las pérdidas dispersas o misceláneas (ΔP_{DISP}) [36]. En los alternadores trifásicos, las pérdidas en el cobre se deben principalmente a la resistencia que opone al material de los bobinados para circule por él una corriente eléctrica. Estas pérdidas se caracterizan ya que parte de la potencia suministrada se convierte en calor debido al efecto Joule [37]. En cuanto a las pérdidas en el núcleo, estas se presentan a causa de la histéresis y a causa de las corrientes parásitas causadas que se producen debido a la inversión de los campos magnéticos [38].

Finalmente, las pérdidas que no son sencillas de contabilizar se agrupan en las denominadas pérdidas misceláneas. Dentro de este grupo se encuentran los efectos relacionados con el flujo distorsionado debido al efecto de la reacción del inducido y la distribución no uniforme de la corriente sobre la sección transversal de los conductores.

1.8. Método analítico aplicado en el estudio de Turbinas Pelton

Los métodos analíticos consisten en la obtención de soluciones para un problema en específico basado en la aplicación de fórmulas matemáticas, desarrolladas a partir de experimentos prácticos. Para encontrar la solución de un problema a través de este método es necesario definir las variables o parámetros de entrada mediante los cuales se estiman una o más variables de salida [39]. Acorde con [40], el método analítico se trata de una metodología simple y de bajo costo que proporciona una respuesta rápida para el problema en cuestión. Una de las mayores limitaciones de este método radica en la sobreestimación de los resultados obtenidos, sin embargo, es empleado en la mayoría de las ramas de ingeniería con el objetivo de conseguir una primera aproximación de la solución o un diseño preliminar. Siguiendo esta dinámica, varios modelos analíticos destinados a analizar, diseñar y optimizar los principales componentes de las turbinas hidráulicas han sido desarrollados. A pesar de ello, la información de dominio público disponible para el estudio de estos sistemas sigue siendo limitada [7]. En parte, esta situación se debe al negocio de la hidroenergía que mantiene los nuevos descubrimientos en secreto. Uno de los documentos más sobresalientes que presenta un modelo matemático completo y las directrices para el diseño de las turbinas tipo Pelton es el libro titulado "*Hydraulic Turbines: Their Design and Equipment*" escrito por M. Nechleba en 1965 [41]. Las pautas descritas en este libro, así como las correlaciones propuestas por el autor han sentado las bases para continuar desarrollando modelos matemáticos que permitan conseguir resultados más precisos.

1.9. Análisis numérico de las turbinas Pelton

El estudio numérico de las turbinas hidráulicas se basa en la aplicación de la dinámica de fluidos computacional (conocida como CFD) para predecir el comportamiento y los fenómenos que suceden durante la operación de la turbomáquina. El método de análisis consiste en la resolución de las ecuaciones diferenciales de Navier Stokes de continuidad, momento y energía para volúmenes de control pequeños que conforman el caso de estudio. Debido a su versatilidad y alta precisión en los resultados, este método se ha convertido en una herramienta de gran relevancia y estudio para el diseño de sistemas mecánicos, hidráulicos y térmicos. El análisis de la hidrodinámica de las turbinas mediante CFD, específicamente de la turbina Pelton, inició a finales de la

década de 1990 con los estudios sobre la interacción entre el chorro de agua con los cangilones giratorios [42]. A partir de estos estudios, varias metodologías bien diferenciadas han sido consolidadas con el propósito de analizar fenómenos específicos que se producen en la turbina como el efecto de cavitación-erosión, así como también métodos para la validación de experimentos y procesos de optimización[43] [44]. Para el análisis de la turbina mediante CFD existen 5 aspectos a tomar en consideración los cuales están inmersos en las etapas de preprocesamiento, solución y el posprocesamiento respectivamente[45]. Estos aspectos son la selección de la herramienta o programa a utilizar, la forma del dominio computacional, la discretización espacial del dominio computacional o mallado y la selección de los modelos multifásicos y de turbulencia que capturen la naturaleza del fenómeno. Los resultados obtenidos con el método de CFD dependen en gran medida de la adecuada selección de los aspectos antes mencionados.

Herramientas Aplicadas para el Análisis por CFD

Hoy en día existen varias herramientas especializadas que permiten llevar a cabo un estudio por dinámica de fluidos computacional de la mayoría de los sistemas mecánicos. Estas herramientas se encuentran divididas en dos categorías dependiendo del requerimiento de la licencia comercial, siendo las más usadas para el análisis de turbomáquinas CFX y Fluent de la casa comercial ANSYS Inc. así como también OpenFOAM de libre acceso. Estos programas se caracterizan ya que son capaces de analizar al fenómeno en estudio en un marco de referencia Euleriano, es decir, se observa al fluido en posiciones fijas y los cálculos se realizan en estas posiciones en pasos de tiempo pequeños. A pesar de que ambas categorías de software se emplean con el mismo fin, existen diferencias sustanciales a tomar en cuenta a la hora de seleccionar el programa adecuado para la simulación de la turbina. Estas diferencias se presentan en forma sintetizada en la Tabla 1.3.

Tabla 1.3. Características de las herramientas CFD.

Herramienta	Licencia	Interfaz Gráfica	Confiable/ Preciso	Características
Ansys CFX	Si	Si	Alta	Costo elevado, buena precisión Incluye modelos multifásicos, de erosión y de cavitación
Ansys Fluent	Si	Si	Alta	Costo elevado, Adecuado para la optimización. Incluye modelos multifásicos, de erosión y de cavitación
OpenFOAM	No	No	Media/Alta	Código Abierto Solvers adaptables para cada caso Versión para turbomáquinas

(Fuente: [42])

Debido a las diferencias presentadas, el uso de los softwares comerciales ha sido destinado en su mayoría para la industria (automotriz, aeronáutica, hidráulica, entre otras), mientras que, el software libre se usa ampliamente en la academia con propósitos de desarrollar y mejorar las metodologías de simulación existentes [46].

Dominio Computacional de la Turbina

El dominio computacional de la turbina se refiere al espacio físico que el fluido de trabajo ocuparía dentro de la turbomáquina durante su operación normal y sobre el cual se introducen las condiciones de borde para la resolución de las ecuaciones de continuidad, momento y energía. De acuerdo con la naturaleza del fenómeno en estudio, el dominio computacional de la turbina Pelton está compuesto de una parte fija denominada dominio estacionario y de una parte móvil denominada dominio rotario. El dominio de la turbina puede ser representado de forma completa, así como también de forma simplificada acorde a la variable o variables que se requiera analizar. Como se puede apreciar en la Figura 1.9, existen 6 niveles de simplificación que surgen con el propósito de reducir o minimizar el costo computacional de la simulación numérica sin afectar en los resultados obtenidos [47].

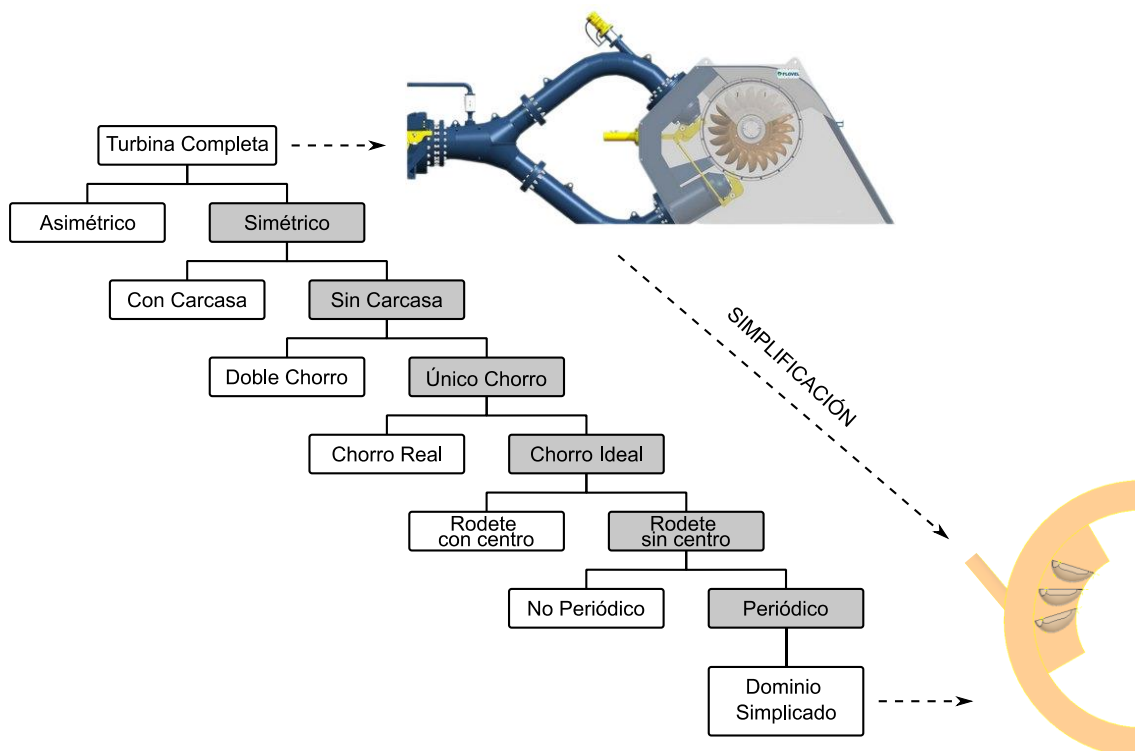


Figura 1.9. Simplificación del dominio computacional de la turbina.
(Fuente: Propia)

En el primer nivel de simplificación se asume que el comportamiento de la turbina es simétrico con respecto al plano radial del rodete y que el fenómeno puede ser analizado en cualquiera de sus dos mitades sin diferencia alguna. En el segundo nivel de

simplificación se considera que la influencia de la carcasa en el comportamiento del rodete es mínima y que los únicos efectos a analizar se producen durante la interacción entre los cangilones giratorios y el chorro de agua fijo. Para el tercer y cuarto nivel es posible asumir que el caudal que ingresa por la tubería de presión sale por una sola tobera aceleradora y que el chorro de agua mantiene una sección transversal constante de forma circular durante todo el intervalo de operación de la turbina. En el quinto nivel se considera que el rodete gira a una velocidad angular constante y debido a ello no necesita un disco de inercia para iniciar o mantenerse en movimiento. Para el sexto y último nivel de simplificación se aplica la propiedad de periodicidad del torque en la turbina y se emplea el mínimo número de cangilones para determinar el momento generado en uno de ellos. De esta manera se logra simplificar completamente el dominio computacional permitiendo obtener resultados confiables en el menor tiempo posible de acuerdo con las características físicas del ordenador (velocidad de procesamiento, número de núcleos, memoria RAM, memoria interna, entre otros)[48].

Discretización del Dominio Computacional

En CFD, la discretización se refiere al proceso mediante el cual el dominio computacional es dividido en un número finito de celdas más pequeñas sobre las cuales se resuelven iterativamente las ecuaciones de Navier Stocks [49]. Debido a su parecido visual con una malla, esta etapa también es conocida como el mallado del dominio computacional y de ella dependen en gran medida la convergencia y la precisión de los resultados obtenidos en la simulación numérica [50]. De acuerdo con la forma y distribución de las celdas, la malla empleada para el análisis de las turbomáquinas puede ser estructura, no estructurada e híbrida. Como se puede observar en la Figura 1.10, la malla estructurada se caracteriza ya que sus elementos son hexaedros regulares dispuestos de forma ordenada sobre el dominio computacional de la turbomáquina.

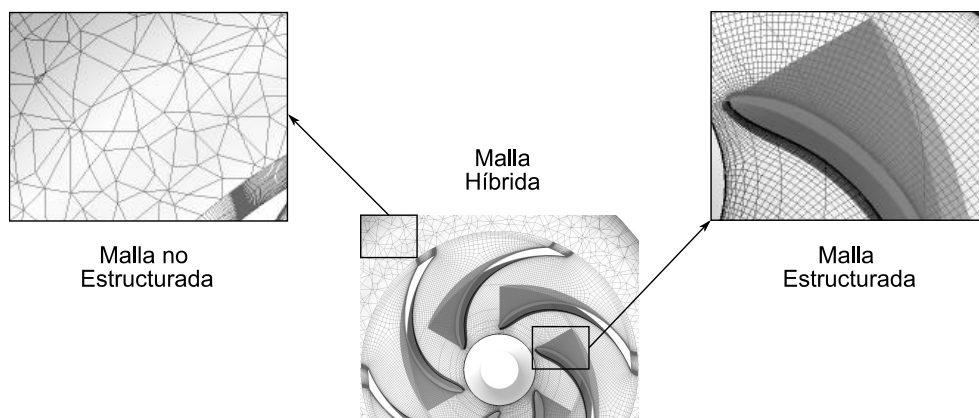


Figura 1.10. Tipos de Malla para CFD.
(Fuente: Propia)

Por otra parte, la malla no estructurada está compuesta por elementos irregulares como prismas y poliedros dispuestos de forma aleatoria sobre el dominio geométrico. Finalmente, la malla híbrida combina una porción de la malla estructurada, así como una porción de la malla no estructurada en una sola [51]. Para un estudio mediante CFD la malla estructurada proporciona los mejores resultados y rapidez en la convergencia, sin embargo, su obtención es complicada en la mayoría de los casos que involucran turbinas Pelton.

Modelos Multifásicos Empleados para el Análisis de Turbomáquinas

Los modelos multifásicos son empleados para predecir el comportamiento de dos o más fluidos que se encuentran en interacción ya sea en estado sólido, líquido o gaseoso. En el análisis de las turbinas hidráulicas, especialmente de la Turbina Pelton, es necesario considerar la aplicación de un modelo multifásico para recrear el comportamiento del chorro de agua cuando se desplaza desde la tobera aceleradora hasta impactar con los álabes del rodete giratorio. Gracias a los avances en la mecánica de fluidos computacional, actualmente existen dos enfoques para el cálculo numérico de los flujos multifásicos: el enfoque de Euler-Lagrange y el enfoque de Euler-Euler [50]. En el enfoque de Euler-Euler, las diferentes fases se tratan matemáticamente como continuos que se interpenetran. Como el volumen de una fase no puede ser ocupado por las otras fases, se introduce el concepto de fracción volumétrica fásica [52]. Se supone que las fracciones de volumen son funciones continuas de espacio y tiempo y su suma es igual a uno. Las ecuaciones de conservación para cada fase se derivan para obtener un conjunto de ecuaciones que tienen una estructura similar para todas las fases. Estas ecuaciones se cierran proporcionando relaciones constitutivas que se obtienen a partir de información empírica o, en el caso de flujos granulares, mediante la aplicación de la teoría cinética. En CFD, existen tres modelos multifásicos de Euler-Euler para el análisis de fenómenos: el modelo de volumen de fluido (VOF), el modelo de mezcla y el modelo euleriano. En la Tabla 1.4 se enlistan las características de cada uno de ellos.

Tabla 1.4. Características y aplicaciones de los modelos EULER-EULER.

Modelo	Características	Aplicaciones
Volumen de Fluido	Es una técnica de seguimiento de superficie aplicada a una malla euleriana fija. Está diseñado para dos o más fluidos inmiscibles donde la posición de la interfaz entre los fluidos es de interés. La fracción de volumen para cada fluido en cada celda computacional se rastrea en todo el dominio.	Flujos estratificados. Flujos de superficie libre. Llenado y chapoteo. Movimiento de burbujas grandes en un líquido. Movimiento del líquido después de una ruptura de la presa. La predicción de la ruptura del chorro de fluido.

Modelo	Características	Aplicaciones
Mezcla	Está diseñado para dos o más fases (fluido o partículas). El modelo de mezcla resuelve la ecuación de momento de mezcla y prescribe velocidades relativas para describir las fases dispersas.	Flujos cargados de partículas con baja carga. Flujos burbujeantes. Sedimentación. Separadores ciclónicos.
Euleriano	Es el más complejo de los modelos multifásicos. Resuelve un conjunto de n ecuaciones de momento y continuidad para cada fase. La forma en que se maneja este acoplamiento depende del tipo de fases involucradas; los flujos granulares (fluido-sólido) se manejan de manera diferente a los flujos no granulares (fluido-fluido).	Columnas de burbujas. Elevadores. Suspensión de partículas. Lechos fluidizados.

(Fuente: [53])

Modelos de Turbulencia Aplicados para el Análisis de Turbomáquinas

El modelado de la turbulencia es un proceso complejo, ya que incluye fluctuaciones tridimensionales e inestables en el tiempo y en el espacio que pueden ser de muchas escalas. En la mayoría de los casos, la turbulencia implica escalas de longitud mucho más pequeñas que el tamaño del elemento que prácticamente se puede utilizar. Hoy en día existen varios enfoques que permiten analizar al fluido turbulento, entre ellos se pueden destacar a los modelos DNS, LES y RANS [50]. El método de simulación numérica directa (DNS) resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes inestables completas para todas las escalas de turbulencia y, por lo tanto, no utiliza ningún modelo. Este método se limita a números de Reynolds turbulentos bajos y flujos simples, debido al alto costo computacional ya que la malla del dominio debe ser muy fina para capturar las microescalas específicas del flujo[49]. El método de simulación de remolino grande (LES) es similar al DNS, sin embargo, difiere en la forma en que modela los movimientos más pequeños a escala de subred. Al igual que con el DNS, el modelo LES es computacionalmente costoso y se utiliza principalmente en estudios científicos que requieran alta precisión. El tercer y más utilizado enfoque es el modelado de las ecuaciones de Navier Stokes promediadas por Reynolds (RANS). El modelo de turbulencia RANS es mucho menos exigente en recurso computacional que los métodos anteriores y estudios previos [48]concuerdan que es la opción adecuada para la simulación de turbomáquina en estado estable, así como transitorio. Dentro de este enfoque se encuentran los modelos de 2 ecuaciones: $k - \varepsilon$ y $k - \omega$ que resuelven las ecuaciones de energía cinética (k), la tasa de disipación turbulenta (ε) y la tasa de frecuencia de turbulencia (ω).

2. METODOLOGÍA

En esta sección se presenta la metodología que fue empleada para llevar a cabo el desarrollo del modelo paramétrico para el estudio de la turbina Pelton. Como se puede apreciar en la Figura 2.1, la metodología del presente estudio ha sido dividida en 4 partes principales: desarrollo del modelo paramétrico, verificación mediante CFD de los resultados obtenidos con el modelo, validación experimental del modelo y la optimización paramétrica de la central tomada como caso de estudio.

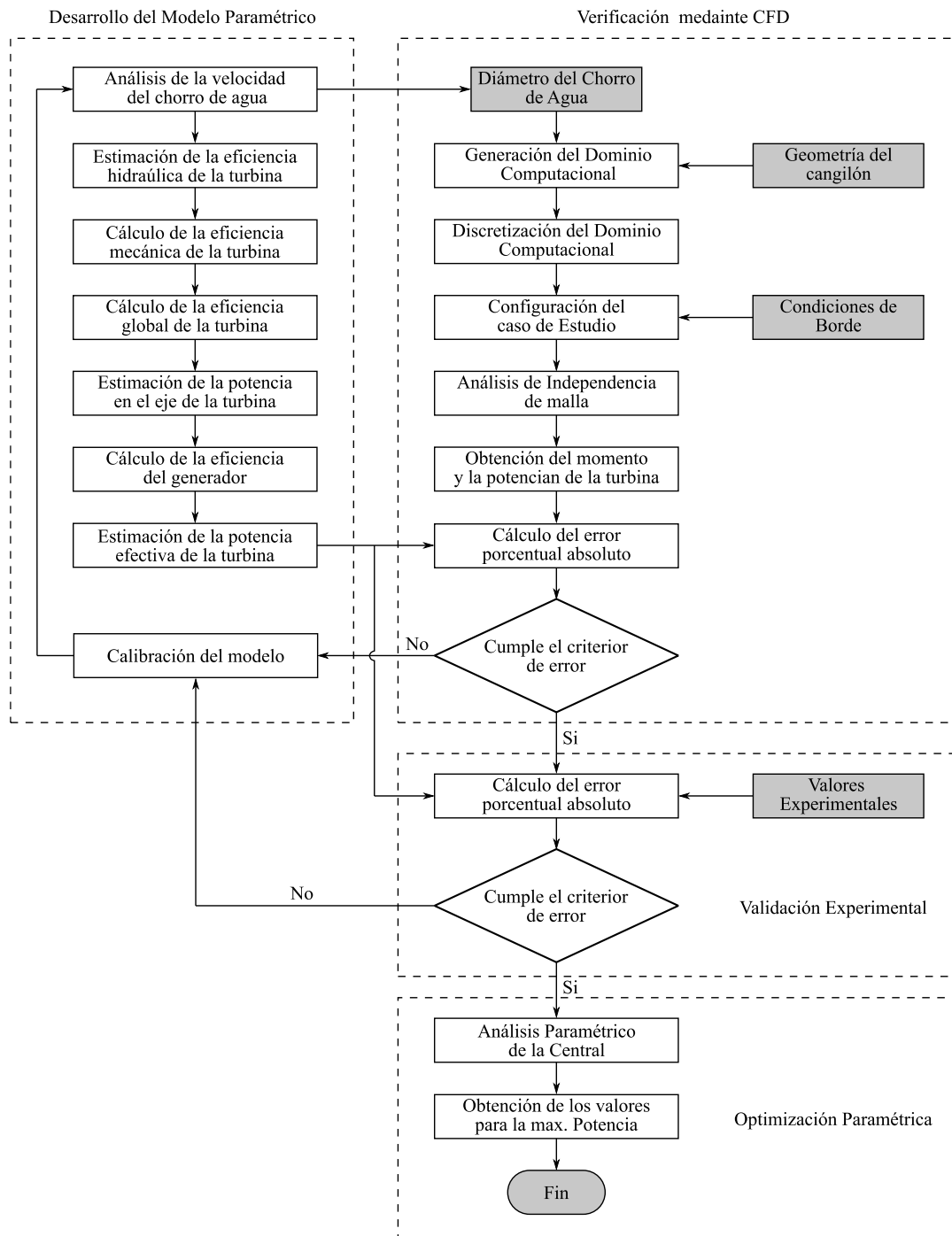


Figura 2.1. Metodología empleada.
(Fuente: Propia)

En la primera parte de la metodología se detallan las ecuaciones y consideraciones que se realizaron para determinar la potencia que es capaz de generar teóricamente la turbina. Este proceso se llevó a cabo tomando en cuenta la velocidad del chorro de agua a plena carga y carga parcial, así como también las pérdidas hidráulicas, mecánicas y eléctricas. En la segunda parte se describe las etapas de preprocesamiento, solución y posprocesamiento desarrolladas para efectuar la verificación CFD del modelo paramétrico. La geometría empleada en este estudio corresponde a un cangilón del rodete de la central Illuchi N2 obtenida en estudios previos. En la tercera parte se muestra el procedimiento a seguir para realizar la validación experimental del modelo paramétrico, dando especial énfasis a los datos de caudal y potencia medidos en la central hidroeléctrica para 4 puntos de operación distintos. En la cuarta y última parte se presenta una aplicación práctica del modelo paramétrico a través de la optimización de la central escogida como caso de estudio. De esta manera se muestra la aplicabilidad del modelo desarrollado para el análisis de turbinas hidráulicas tipo Pelton.

2.1. Desarrollo del Modelo Paramétrico

2.1.1. Análisis de la velocidad del chorro de agua

Con el propósito de determinar la potencia efectiva que la turbina entrega a la red de distribución Nacional es necesario encontrar la velocidad que la tobera aceleradora imprime sobre el chorro de agua. Para encontrar esta velocidad, se realizó un análisis energético y un análisis de continuidad sobre la tubería de presión. El objetivo de estos dos análisis fue generar un sistema de ecuaciones algebraicas que permitan estimar las velocidades del fluido requeridas.

Para ilustrar la forma de análisis se empleó como caso de estudio a la central hidroeléctrica Illuchi N2, misma que se presenta de forma esquemática en la Figura 2.2.

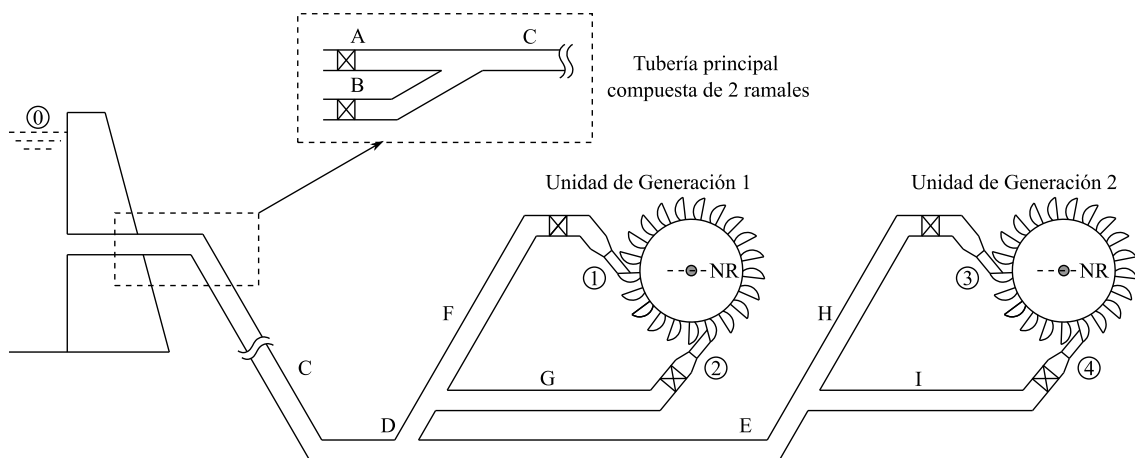


Figura 2.2. Esquema de la Central Illuchi N2.
(Fuente: Propia)

Los valores correspondientes a los diámetros y a las longitudes de cada uno de los ramales de la tubería de presión se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Valores de los ramales de tubería.

Ramal	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Longitud [m]	1680	1700	12.00	4.30	13.60	4.70	4.00	4.70	4.00
Diámetro [m]	0.68	0.68	0.68	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48

(Fuente: Propia)

Análisis energético de la tubería de presión

Como se puede apreciar en la Figura 2.2, la central está compuesta por dos unidades de generación tipo Pelton, así como también por varios ramales de tubería y accesorios como válvulas, codos, entre otros. Por esta razón, se analiza cada ramal del circuito hidráulico por separado mediante la ecuación de Bernoulli. A partir de esta premisa, el análisis para cada línea de corriente puede ser escrito como se muestra en las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4) respectivamente.

$$Z_0 = \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + Hf_{0-1} + hm_{0-1} \quad (2.1)$$

$$Z_0 = \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + Hf_{0-2} + hm_{0-2} \quad (2.2)$$

$$Z_0 = \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 + Hf_{0-3} + hm_{0-3} \quad (2.3)$$

$$Z_0 = \frac{V_4^2}{2g} + Z_4 + Hf_{0-4} + hm_{0-4} \quad (2.4)$$

En estas ecuaciones Z_0 es la altura a la que se encuentra el nivel del agua en el depósito, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 son las alturas de las toberas medidas partir del nivel de referencia, H_f son las pérdidas por fricción, h_m son las pérdidas por accesorios y V_1, V_2, V_3, V_4 son las velocidades de salida del agua por cada una de las 4 toberas aceleradoras. El valor de las alturas medidas desde el nivel de referencia N.R. (Figura 2.2) se muestran en la Tabla 2.2. Para facilitar el cálculo, se asume que Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 son igual a cero debido a su cercanía con el nivel de referencia.

Tabla 2.2. Valor de las alturas empleadas en el análisis.

Altura	Z_0	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
Valor [m]	327.00	0.00	0.00	0.00	0.00

(Fuente: Propia)

Para encontrar el valor de las pérdidas por fricción y el valor de las pérdidas menores se analizó cada ramal de la tubería de presión como una tubería en serie o en paralelo según corresponda. En base a esta consideración se obtuvieron las ecuaciones (2.5) - (2.13).

$$Hf_{0-1} = f_A \frac{V_A^2 L_A}{2gD_A} + f_B \frac{V_B^2 L_B}{2gD_B} + f_C \frac{V_C^2 L_C}{2gD_C} + f_D \frac{V_D^2 L_D}{2gD_D} + f_F \frac{V_F^2 L_F}{2gD_F} \quad (2.5)$$

$$Hf_{0-2} = f_A \frac{V_A^2 L_A}{2gD_A} + f_B \frac{V_B^2 L_B}{2gD_B} + f_C \frac{V_C^2 L_C}{2gD_C} + f_D \frac{V_D^2 L_D}{2gD_D} + f_G \frac{V_G^2 L_G}{2gD_G} \quad (2.6)$$

$$Hf_{0-3} = f_A \frac{V_A^2 L_A}{2gD_A} + f_B \frac{V_B^2 L_B}{2gD_B} + f_C \frac{V_C^2 L_C}{2gD_C} + f_E \frac{V_E^2 L_E}{2gD_E} + f_H \frac{V_H^2 L_H}{2gD_H} \quad (2.7)$$

$$Hf_{0-4} = f_A \frac{V_A^2 L_A}{2gD_A} + f_B \frac{V_B^2 L_B}{2gD_B} + f_C \frac{V_C^2 L_C}{2gD_C} + f_E \frac{V_E^2 L_E}{2gD_E} + f_I \frac{V_I^2 L_I}{2gD_I} \quad (2.8)$$

$$f_A \frac{V_A^2 L_A}{2gD_A} = f_B \frac{V_B^2 L_B}{2gD_B} \quad (2.9)$$

$$hm_{0-1} = K_A \frac{V_A^2}{2g} + K_B \frac{V_B^2}{2g} + K_C \frac{V_C^2}{2g} + K_D \frac{V_D^2}{2g} + K_F \frac{V_F^2}{2g} \quad (2.10)$$

$$hm_{0-2} = K_A \frac{V_A^2}{2g} + K_B \frac{V_B^2}{2g} + K_C \frac{V_C^2}{2g} + K_D \frac{V_D^2}{2g} + K_G \frac{V_G^2}{2g} \quad (2.11)$$

$$hm_{0-3} = K_A \frac{V_A^2}{2g} + K_B \frac{V_B^2}{2g} + K_C \frac{V_C^2}{2g} + K_E \frac{V_E^2}{2g} + K_H \frac{V_H^2}{2g} \quad (2.12)$$

$$hm_{0-4} = K_A \frac{V_A^2}{2g} + K_B \frac{V_B^2}{2g} + K_C \frac{V_C^2}{2g} + K_E \frac{V_E^2}{2g} + K_I \frac{V_I^2}{2g} \quad (2.13)$$

Donde V es la velocidad del fluido en cada ramal del circuito hidráulico, L y D son la longitud y diámetro de cada uno de los ramales de la tubería respectivamente, K es el factor de pérdidas por accesorios de cada ramal y f es el factor de pérdidas por fricción.

Los coeficientes de pérdidas menores se encuentran tabulados para la mayoría de los accesorios, sin embargo, no sucede lo mismo para los coeficientes de pérdidas por fricción los cuales deben ser calculados. Con el propósito de reducir el número de parámetros que intervienen en el cálculo de la velocidad, únicamente se consideraron

como accesorios las dos válvulas tipo mariposa a la entrada de la tubería de presión y las 4 válvulas de aguja en cada una de las toberas.

Acorde a la revisión bibliográfica [27], las válvulas tipo aguja presentan pérdidas similares a las válvulas tipo globo. Por este motivo, se considera para el presente estudio que sus coeficientes también son similares. En la Tabla 2.3, se muestra el valor de los coeficientes empleado para cada uno de los accesorios mencionados.

Tabla 2.3. Valores de los coeficientes de pérdidas.

Válvula tipo Mariposa (Compuerta)								
Apertura	95%	90%	80%	70%	50%	40%	30%	10%
K	0.24	0.52	1.54	3.91	32.6	118	751	∞
Válvula de Globo (Inyector)								
Apertura	95%	90%	80%	70%	60%	50%	45%	33%
K	0.05	0.31	1.84	6.15	20.7	95.3	275	∞

(Fuente: [[54]])

Para calcular el coeficiente de fricción en los distintos ramales de la tubería se aplicó la ecuación (2.14) conocida como la fórmula de Colebrook-White.

$$\frac{1}{\sqrt{f_n}} = 1.14 - 2 \log_{10} \left[\frac{e_n}{D_n} + \frac{9.35}{(Re_n \sqrt{f_n})} \right] \quad (2.14)$$

Esta fórmula se encuentra definida en función del número de Reynolds (Re) así como de la rugosidad de la tubería (e_n) y permite conseguir valores para los coeficientes similares a los mostrados en el Diagrama de Moody. Para una tubería de presión constituida de acero al carbono y sometida a un uso prolongado se tomó un valor para la rugosidad de $e_n = 4.69e - 5 [m]$ como lo especifica la referencia [55].

Finalmente, para determinar el número de Reynolds se empleó la ecuación (2.15). Este número adimensional relaciona las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas y sirve para caracterizar al régimen de operación del fluido.

$$Re = \frac{V_n D_n \rho}{\mu} \quad (2.15)$$

En esta ecuación ρ y μ son la densidad y la viscosidad dinámica del fluido de trabajo tomadas a la temperatura ambiental de operación. Para el presente estudio se emplearon los valores de densidad y viscosidad a una temperatura ambiente de 10[°C], es decir, 997.7 [kg/m³] y 1.307E - 3[kg/ms] respectivamente.

Análisis de continuidad en la tubería de presión.

El análisis de la continuidad en la tubería de presión fue llevado a cabo con en el objetivo de completar el sistema de ecuaciones algebraicas para el cálculo de la velocidad de salida del agua. En este análisis se verificó que el caudal que ingresa por la entrada de la tubería sea igual a la suma de los caudales que sale por cada una de las toberas aceleradoras. Debido a que el circuito hidráulico mostrado en la Figura 2.2 posee varios ramales, se analizó a la tubería como si se tratase de sistemas en serie y en paralelo según corresponda el caso. A partir de estas directrices, la continuidad puede ser expresada mediante las ecuaciones (2.16) - (2.23).

$$Q_C = Q_A + Q_B \quad (2.16)$$

$$Q_C = Q_D + Q_E \quad (2.17)$$

$$Q_D = Q_F + Q_G \quad (2.18)$$

$$Q_E = Q_H + Q_I \quad (2.19)$$

$$Q_F = Q_1 \quad (2.20)$$

$$Q_G = Q_2 \quad (2.21)$$

$$Q_H = Q_3 \quad (2.22)$$

$$Q_I = Q_4 \quad (2.23)$$

En estas ecuaciones $Q_{A,B,C,\dots}$ son los caudales que circulan por cada ramal mientras que, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 son los caudales que salen por cada inyector. Para determinar los caudales que circulan en la tubería así como en los inyectores se usaron las ecuaciones (2.24) y (2.25) respectivamente.

$$Q_{A,B,\dots,G} = \frac{V_{A,B,\dots,G} \pi D_{A,B,\dots,G}^2}{4} \quad (2.24)$$

$$Q_n = \frac{V_n \pi D_n^2 \theta_{D_o}}{4} \quad (2.25)$$

Donde D_n , es el diámetro a la salida de cada una de las toberas y θ_{D_o} es el factor de descarga de las toberas. Este último factor permite evaluar el desempeño de la tubería de presión cuando opera a carga parcial. Para el presente estudio se analizaron los regímenes de operación correspondientes a $\theta_{D_o} = 1, \theta_{D_o} = 92, \theta_{D_o} = 73$ y $\theta_{D_o} = 62$.

Resolución iterativa del sistema de ecuaciones.

Al sustituir las ecuaciones (2.5) - (2.13) en las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) respectivamente y las ecuaciones (2.24) y (2.25) en las ecuaciones (2.16) - (2.23), se

obtiene un sistema no lineal compuesto por 13 ecuaciones algebraicas con 22 incógnitas. De estas 22 incógnitas, 9 corresponden a la velocidad del fluido en cada ramal de la tubería de presión, 9 son los factores de fricción de cada ramal y las restantes 4 corresponden a las velocidades de salida del agua por las toberas aceleradoras. Para facilitar la resolución de este sistema se asumen un valor inicial igual a 1 para los 9 factores de fricción. De esta manera, se reduce el sistema anterior a uno nuevo compuesto por 13 ecuaciones con 13 incógnitas.

Para resolver este nuevo sistema de ecuaciones se emplea el método numérico denominado Newton Raphson Multivariable (NRM). Este método permite encontrar la solución aproximada de un sistema no lineal a través de una serie de cálculos iterativos a partir de valores iniciales. Para emplear el método NRM en la resolución del sistema se sigue el procedimiento indicado:

1. Se convierte al sistema de ecuaciones en un sistema de funciones, es decir, se iguala cada ecuación a cero: $f(V_A, V_B, \dots, V_n = 0)$
2. Se determina la matriz Jacobiano del sistema. Para ello, se deriva parcialmente cada función respecto a la variable de interés como se muestra en la ecuación matricial (2.26).

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_A} & \frac{\partial f_1}{\partial V_B} & \dots & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial V_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial V_A} & \frac{\partial f_n}{\partial V_B} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

3. Se determina un vector de valores iniciales para cada variable desconocida del sistema. Es recomendable usar como valores iniciales la unidad para cada variable: $V_0 = [1, 1, \dots, 1]$
4. Se inicia el cálculo iterativo de la solución del sistema, de acuerdo con la ecuación (2.27).

$$V_{k+1} = V_k - [J(V_k)]^{-1} F(V_k) \quad (2.27)$$

5. Para decidir si el nuevo vector encontrado V_{k+1} representa la solución del sistema, se evalúa que la diferencia entre los valores actuales encontrados y los anteriores sea menor que el valor de convergencia establecido (e_r). En la mayoría de los problemas de ingeniería basta emplear un valor de $e_r = 1E - 4$, sin embargo, este valor dependerá de cada aplicación.

6. Si el valor encontrado para el vector V_{k+1} satisface al criterio de convergencia, se finaliza las iteraciones, caso contrario se recalcula el vector V_{k+1} .

Una vez encontrados los valores de las 13 velocidades mediante el método NRM, se procede a determinar los coeficientes de pérdidas por fricción que se asumió inicialmente. Para ello, se siguen los pasos mostrados a continuación:

1. A partir de las velocidades encontradas para cada ramal se calcula el número de Reynolds acorde a la ecuación (2.15).
2. Se determina el nuevo valor de los coeficientes de fricción mediante la ecuación (2.14) empelando el número de Reynolds calculado previamente.
3. Se evalúa que la diferencia entre el valor actual y el anterior para los coeficientes de fricción sea menor a un valor de convergencia. Se emplea el mismo valor que el definido para el método NRM.
4. Si los valores encontrados cumplen con el criterio de convergencia se detiene el proceso iterativo, caso contrario se recalcula el valor de las velocidades para cada ramal con los nuevos valores de los coeficientes de fricción.
5. Finalmente, cuando los valores encontrados cumplen con los criterios de convergencia se acepta como solución del sistema al vector de coeficientes de pérdidas, así como también al vector de velocidades.

De manera esquemática, el proceso descrito puede ser sintetizado como se ilustra en la Figura 2.3. Debido a que la resolución de las ecuaciones de forma manual resulta complicado y laborioso se desarrolló un código que facilite encontrar las velocidades necesarias para estimar la potencia en el lenguaje de programación Python. El código desarrollado se muestra en el ANEXO II.

Como se puede apreciar en anexo II, el código ha sido estructurado tomando en consideración los análisis y las ecuaciones mostrados previamente. Para realizar las operaciones matemáticas, así como para desarrollar los cálculos diferenciales simbólicos se emplearon las librerías *Numpy* y *Simpy* respectivamente. Para el ingreso de la información de la tubería de presión referente a las longitudes de los ramales, diámetros y coeficientes de pérdidas se creó una subsección denominada "DATOS". En esta subsección se especifican la ubicación de cada una de las variables de interés, así como también sus respectivas unidades en el sistema inglés. Debido a que Python no posee en ninguna de las librerías utilizadas el método Newton Raphson Multivariable para la resolución de las ecuaciones, se llevó a cabo una implementación de dicho método. La implementación consistió en crear una función que derive parcialmente cada una de las funciones del sistema, las evalué en los valores iniciales correspondientes,

las almacene en una matriz y finalmente permita obtener la inversa de la matriz para llevar a cabo los demás cálculos.

Para el cálculo iterativo se utilizó en el código dos ciclos *While*. El primer ciclo *While* fue empleado para determinar el vector de velocidades en el método NRM mientras que, el segundo fue utilizado para determinar el vector de coeficientes de fricción. Los resultados obtenidos con el código se presentan en el apartado 3.1.1 para cada uno de los regímenes de operación analizados.

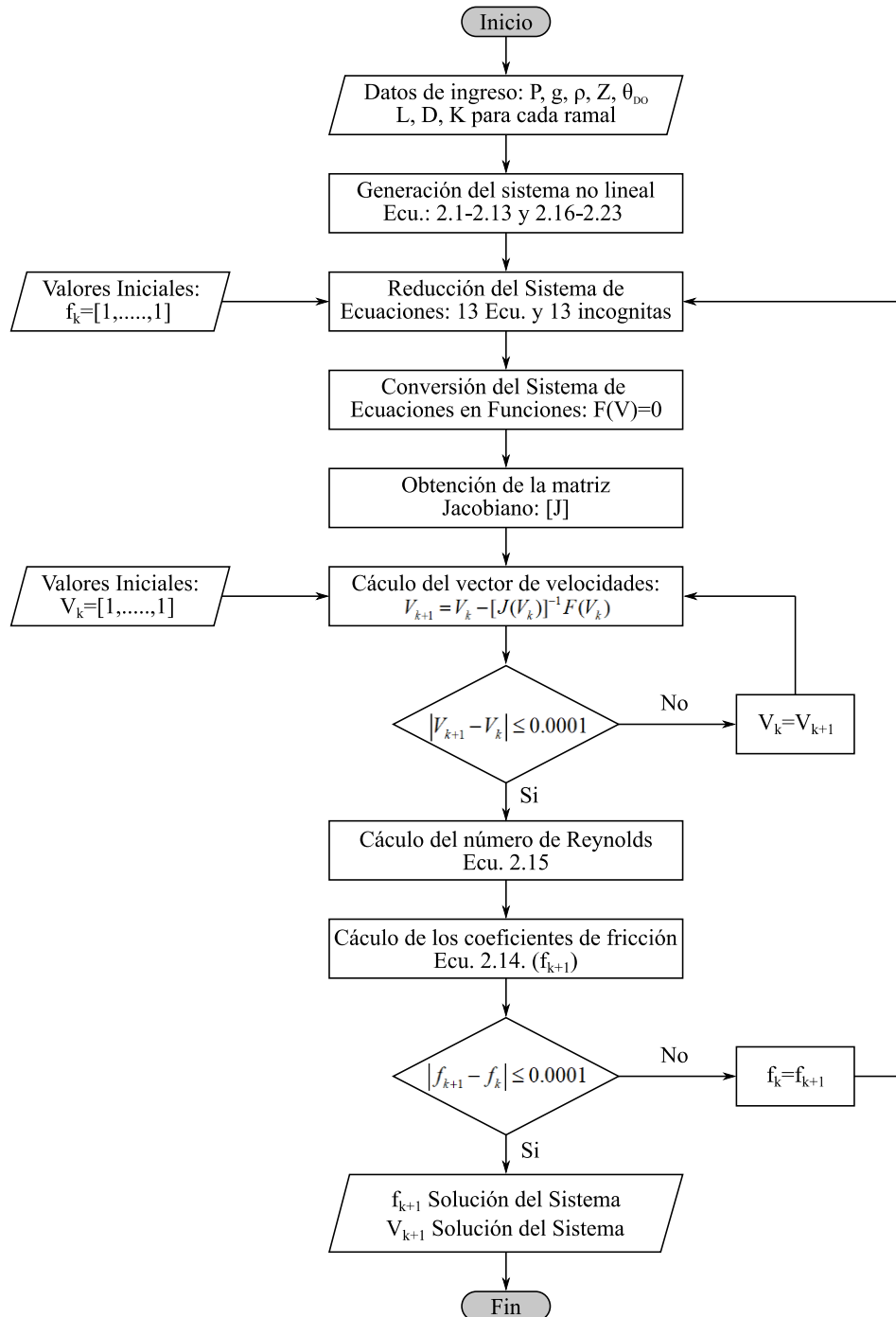


Figura 2.3. Diagrama de flujo para el cálculo de la velocidad del fluido.
(Fuente: Propia)

2.1.2. Estimación de la eficiencia hidráulica de la turbina.

Luego de encontrar la velocidad del chorro de agua a la salida de la tobera aceleradora se procede a estimar la eficiencia hidráulica de la turbina. Para estimar esta eficiencia se empleó la ecuación (2.28) propuesta por Zhang et al [31].

$$\eta_H = \frac{k}{k_{m,N}} \left(1 - 0.5 \frac{k}{k_{m,N}} \right) \left(1 - \cos \beta + \frac{cw2 \cos \beta}{2} \right) R_Q \quad (2.28)$$

Donde k es el coeficiente de velocidad periférica, $k_{m,N}$ es el coeficiente de velocidad periférica nominal (0.50), R_Q es el grado de reacción del chorro de agua y $cw2$ es el número de fricción global.

En una turbina Pelton, el grado de reacción especifica la cantidad de agua que efectivamente choca con el cangilón giratorio en término porcentual y toma un valor de 1 cuando el coeficiente de velocidad periférica es menor que 0.55. Por otra parte, el número de fricción global es empleado para cuantificar las pérdidas de energía que se producen en el rodete de la turbina debido a la fricción entre la cara interna de los cangilones y el chorro de agua. Para estimar ambos coeficiente se utilizó las ecuaciones (2.29) y (2.30) respectivamente.

$$R_Q = \frac{N\alpha_o}{\pi} \left(1 - \frac{k}{1 - 1.15n_q} \right) \quad (2.29)$$

$$cw2 = cf \left(1 + \frac{0.85}{\sqrt{Q_B}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{Q_B}} \right) \quad (2.30)$$

Donde N es el número de álabes o cangilones, α_o es ángulo que especifica la posición del cangilón con respecto al chorro de agua, n_q es la velocidad específica del rodete, Q_B es la carga volumétrica en el cangilón y cf es el coeficiente de fricción que toma un valor de 0.015 cuando los cangilones son nuevos y 0.03 cuando se encuentra erosionados. Debido a que el rodete de la central tomada como caso de estudio presenta un desgaste moderado se ha establecido un $cf = 0.02$.

Para calcular la carga volumétrica del cangilón así como la velocidad específica se emplearon las ecuaciones (2.31) y (2.32) respetivamente. Estas ecuaciones se encuentran establecidas en función del diámetro del chorro de agua (d_o) así como del ancho del cangilón (B), del caudal (Q) y del número de revoluciones (n) a las cuales gira el rodete.

$$Q_{B=} \left(\frac{d_o}{B} \right)^2 \quad (2.31)$$

$$N_q = n\sqrt{Q}/H^{3/4} \quad (2.32)$$

Finalmente, el diámetro del chorro de agua se determinó mediante la ecuación (2.33) asumiendo que este posee una sección transversal circular constante durante todo el intervalo de operación de la turbina.

$$d_0 = \sqrt{4Q_n/\pi V_n} \quad (2.33)$$

2.1.3. Cálculo de la eficiencia mecánica de la turbina.

Para determinar la eficiencia mecánica de la turbina se aplicó la ecuación (2.34) que está escrita en función de las pérdidas por rozamiento (ΔP_{wi}) y de las pérdidas por fricción (ΔP_{be}) descritas previamente.

$$\eta_M = \frac{\rho g H Q - \Delta P_{wi} - \Delta P_{be}}{\rho g H Q} \quad (2.34)$$

En una turbina tipo Pelton, las pérdidas por rozamiento surgen debido a la resistencia que genera el aire remanente en la carcasa de la turbina con el rodete giratorio. En base a la norma IEC60041 estas pérdidas pueden ser determinadas en función de las principales dimensiones de la carcasa y del rodete como se muestra en la ecuación (2.35).

$$\Delta P_{wi} = 15n^3 D^5 \left(\frac{Ba}{D}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{Bio}{D}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{Biu}{D}\right)^{\frac{5}{4}} \left(\frac{Rio}{D}\right)^{\frac{7}{4}} \quad (2.35)$$

En esta ecuación n es el número de revoluciones de la turbina y las dimensiones D, Ba, Bio, Biu y Rio , mostradas en la Figura 2.4, representan el diámetro externo del rodete, el ancho del rodete, el ancho de la carcasa, el ancho del bastidor y la altura de la carcasa respectivamente.

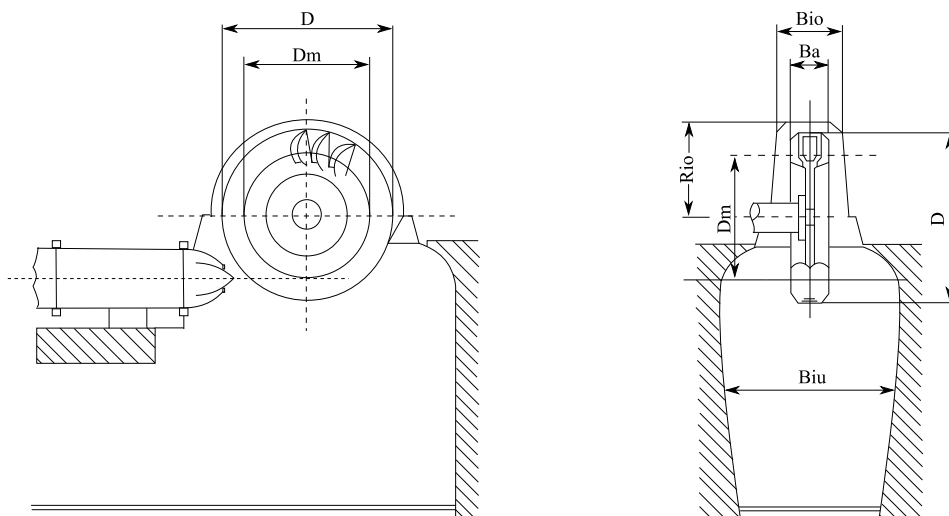


Figura 2.4 Dimensiones de la carcasa de la turbina Pelton
(Fuente: [31])

Para de incluir en el análisis de la eficiencia mecánica la influencia de la longitud (L) y ancho de cangilones (B), se modificaron las dimensiones D y B_a tal como se muestran en las ecuaciones (2.36) y (2.37) respectivamente.

$$D = D_m + L + e_c \quad (2.36)$$

$$B_a = B + 2e_c \quad (2.37)$$

El resto de dimensiones empleadas para el cálculo de las pérdidas mecánicas por fricción se muestran en la Tabla 2.4. Cabe destacar que estas dimensiones fueron obtenidas de la configuración actual que presenta la Unidad de Generación N2 de la central hidroeléctrica Illuchi.

Tabla 2.4. Dimensiones principales de la carcasa de la turbina.

Parámetro	Símbolo	Valor
Altura de la carcasa	R_{io}	1.000 [m]
Ancho de la carcasa	B_{io}	0.600 [m]
Ancho del bastidor	B_{iu}	1.500 [m]
Ancho del cangilón	B	0.260 [m]
Diámetro Característico	D_m	1.000 [m]
Espesor de pared – cangilones	e_c	0.010 [m]
Longitud del cangilón	L	0.230 [m]

(Fuente: Propia)

Por otra parte, para calcular las perdidas por fricción que ocurren entre los rodamientos y eje de la turbina se aplicó la ecuación (1.15). Esta ecuación es aplicable para el analisis mostrado tenido en cuenta que en las turbinas tipo Pelton de eje horizontal los rodamientos empleados son de tipo radial.

$$\Delta P_{be} = 1.05 \times 10^{-4} M n \quad (2.38)$$

Donde M es el momento friccional total generado por la masa del rodete y n es la velocidad rotacional de la turbina. Para determinar el momento friccional total se aplicó el procedimiento descrito en el ANEXO III, mismo que ha sido desarrollado, verificado y validado por la casa comercial *SFK Bearings* [[56]]. Las características físicas de los rodamientos de la turbina se presentan en la tabla XYZ

Tabla 2.5. Dimensiones principales de los rodamientos de la turbina.

Parámetro	Símbolo	Valor	Esquema
Diámetro Exterior del Rodamiento	D_{be}	0.150 [m]	
Diámetro Interior del rodamiento	d_{be}	0.100 [m]	
Ancho del Rodamiento	B_{be}	0.016 [m]	
Máxima Carga Dinámica	C_o	44.000 [KN]	

(Fuente: Propia)

2.1.4. Cálculo de la eficiencia total y de la potencia neta en el eje de la turbina

De forma algebraica, la eficiencia global de la turbina puede ser expresada como el producto de la eficiencia hidráulica (η_H), mecánica (η_M) y volumétrica (η_V), tal como se presenta en la ecuación (2.39).

$$\eta_o = \eta_v \eta_H \eta_M \quad (2.39)$$

Debido a que el valor de la eficiencia volumétrica es alto en comparación con el valor de las demás eficiencias, muchas veces no se la toma en cuenta para el análisis de la eficiencia global. A pesar de ello, R. K. Rajput [57] recomienda utilizar un valor entre 0.97 y 0.99 para cuantificar estas pérdidas por volumen de agua. En consecuencia, en el presente estudio se utilizó la ecuación (2.40) para estimar la eficiencia total.

$$\eta_o = 0.98 \eta_H \eta_M \quad (2.40)$$

A partir del valor de la eficiencia total de la turbina se cuantifica la potencia efectiva que la turbina entrega al generador eléctrico. Esta potencia es conocida como la potencia neta en el eje y su valor numérico se determinó empleando la ecuación (2.41).

$$P_{eje} = \rho g H Q \eta_o \quad (2.41)$$

2.1.5. Estimación de la eficiencia del generador

En base a lo expuesto previamente, esta eficiencia puede ser calculada en función de las posibles resistencias mecánicas y eléctricas conforme lo indica la ecuación (2.42).

$$\eta_G = \frac{P_{eje} - \Delta P_{CU} - \Delta P_{CORE} - \Delta P_{DISP} - \Delta P_{be} - \Delta P_{air}}{P_{eje}} \quad (2.42)$$

Para el alternador perteneciente a la unidad de generación N2 de la central, las pérdidas en el cobre se calcularon por medio de la ecuación (2.43).

$$\Delta P_{CU} = 3I_E^2 R_E + I_R^2 R_R \quad (2.43)$$

Donde I_E es la corriente que fluye por el bobinado del estator, R_E es la resistencia del estator, I_R es la corriente en el devanado del rotor y R_R es la resistencia del rotor. Los valores empleados para el análisis del caso de estudio se muestran en Tabla 2.6, mismos que fueron extraídos de la placa del generador.

Tabla 2.6. Corrientes y resistencias del generador.

Parámetro	Símbolo	Valor
Corriente – Estator	I_E	781.800 [A]
Resistencia – Estator	R_E	0.0117 [Ω]
Corriente – Rotor	I_R	390.500[A]
Resistencia – Rotor	R_R	0.1615 [Ω]

(Fuente: Propia)

En lo que concierne a las pérdidas en el núcleo, de forma empírica se calcularon a través de la ecuación (2.44) conocida como la ecuación de Steinmetz

$$\Delta P_{CORE} = m_G \left[k_h f B_m^n + k_e (f B_m)^2 \right] \quad (2.44)$$

En esta ecuación m_G es la masa del generador, k_h es la constante de pérdidas del material por histéresis, f es la frecuencia eléctrica a la que opera el generador, B_m es la densidad de flujo máximo permisible y k_e es la constante de pérdidas eléctricas del material por corrientes parásitas. En la Tabla 2.7 se muestran los valores de los parámetros eléctricos empleados para el análisis de las pérdidas en el núcleo. Las constantes del material tanto por histéresis como por corrientes parásitas corresponden a un acero al silicio usado comúnmente para la construcción de transformadores y generadores [58].

Tabla 2.7. Parámetros eléctricos del generador.

Parámetro	Símbolo	Valor
Masa del generador	m_G	5888.000 [kg]
Constante de pérdidas por histéresis	kh	0.0106
Frecuencia Eléctrica	f	60.000 [Hz]
Densidad de flujo máximo	B_m	1.100 [T]
Constante de pérdidas por corrientes parásitas	ke	94.451e-6

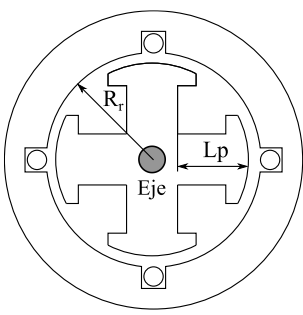
(Fuente: Propia)

Respecto a las pérdidas mecánicas, estas se producen al igual que en la turbina Pelton a causa de la fricción en los rodamientos y a causa del rozamiento del rotor con el aire existente dentro del estator. Para estimar su valor numérico se utilizó la ecuación (2.45) y (2.38) respectivamente.

$$\Delta P_{air} = 1.5 \times 10^{-3} (2\pi n)^3 D_r^5 \left(1 + \frac{5L_p}{D_r} \right) \quad (2.45)$$

En esta ecuación, D_r es el diámetro del rotor y L_p es la longitud de los polos del generador [59]. En la Tabla 2.8 se muestran las dimensiones del generador de central.

Tabla 2.8. Dimensiones del generador.

Parámetro	Símbolo	Valor	Esquema
Diámetro del Rotor	D_r	1.35 [m]	
Longitud de los Polos	L_p	0.65 [m]	

(Fuente: Propia)

Por otra parte, para incluir en el análisis de la eficiencia del generador la influencia de las pérdidas dispersas se consideró un valor igual al 1% del total de las pérdidas de potencia (mecánicas y eléctricas) a plena carga para cuantificarlas.

2.1.6. Cálculo de la potencia efectiva de la central

En una central hidroeléctrica la potencia efectiva es aquella que se muestra en los tableros de control y que es entregada directamente a la red de distribución eléctrica nacional. Para determinar el valor numérico de esta potencia, se empleó la ecuación (2.46) en el presente estudio.

$$P_E = \rho g H Q \eta_T \quad (2.46)$$

Donde η_T es la eficiencia efectiva de la central y resulta del producto entre la eficiencia de la turbina y la eficiencia del generador como se muestra en la ecuación (2.47)

$$\eta_T = \eta_o \eta_G \quad (2.47)$$

El análisis y ecuaciones mostradas a este punto constituyen la base para el desarrollo de un modelo matemático completo que permita determinar la potencia que arroja una central hidroeléctrica equipada con una turbina Pelton de eje horizontal. Una de las principales limitaciones que existen con este tipo de modelos radica en que analiza al sistema en estudio únicamente en 1 dimensión (Teoría Unidimensional). Debido a ello, parte de su comportamiento no es captado por el modelo, siendo necesario emplear otra herramienta como método de verificación. En este contexto, el estudio numérico de las turbinas surge como una alternativa de análisis para las turbinas hidráulicas.

2.2. Verificación del Modelo Paramétrico mediante CFD

Con el propósito de verificar los resultados obtenidos en el modelo paramétrico se realizó un estudio numérico a través de dinámica de fluidos computacional (CFD) empleando la geometría de un cangilón a la turbina de la central Illuchi N2. El estudio fue realizado para los mismos 4 regímenes de operación de la central que fueron analizados con el modelo matemático. Debido a que la metodología CFD aplicada para estudiar la turbina en cada régimen es la misma se la ha generalizado tal como se muestra en los apartados siguientes.

2.2.1. Geometría del rodete para el caso de estudio

La geometría empleada para llevar a cabo el presente estudio corresponde al cangilón de rodete perteneciente a la unidad de generación N2 de la central, obtenida en estudios previos por el Ing. Guillermo Barragán y por el Ing. Carlos Parra [[60]]. El método aplicado para conseguir esta geometría fue el escaneo 3D de un molde sintetizado a

partir de caucho silicón de uno de los cangilones del rodete. A partir de esta información previa, el modelo tridimensional completo para el rodete fue generado en el software de diseño asistido por ordenador Autodesk Inventor aplicando un arreglo circular (polar array) de 20 cangilones.

Para determinar la orientación adecuada de los álabes en el rodete se consideró que el chorro de agua impacta completamente contra el borde del divisor de cada cangilón formando un ángulo de 95 [deg] tal como lo describe [28]. El esquema empleado para definir la orientación de los cangilones se muestra en la Figura 2.5.

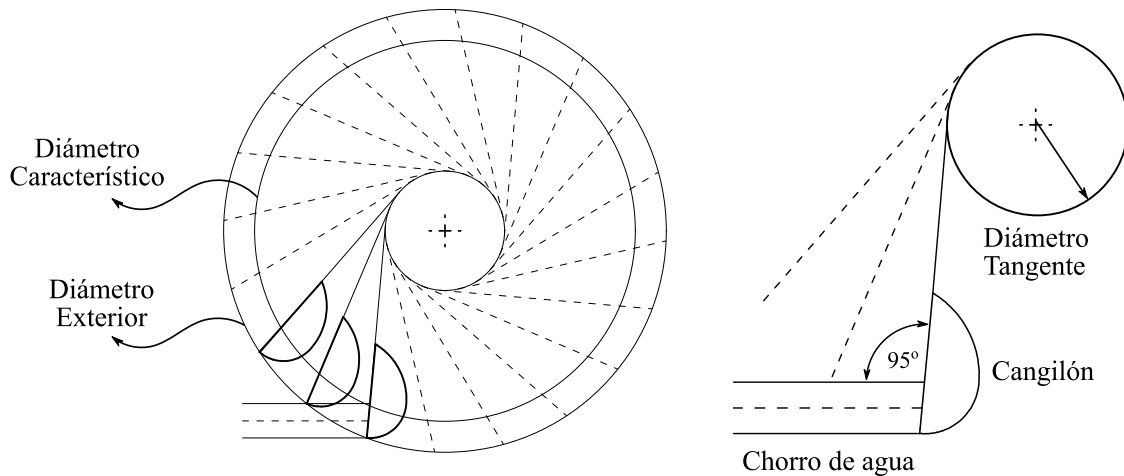


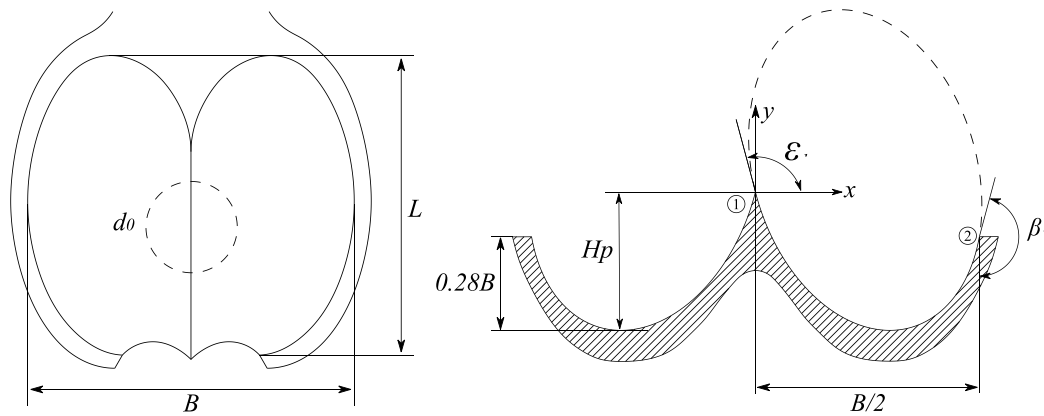
Figura 2.5. Orientación de los cangilones.

(Fuente: Propia)

Por otra parte, la información relevante de la geometría de los cangilones se muestra en la Tabla 2.9.

Tabla 2.9. Principales dimensiones de los cangilones.

Parámetro	Símbolo	Valor
Longitud del cangilón	L	0.23 [m]
Ancho del cangilón	B	0.26 [m]
Ángulo de salida	β	160.00 [deg]
Altura del cangilón	H_p	0.75 [m]
Ángulo de ingreso	ϵ	4.00 [deg]



(Fuente: Propia)

2.2.2. Generación del dominio computacional

El dominio computacional empleado en el estudio por CFD fue desarrollado en el software de diseño asistido por ordenador Autodesk Inventor 2021. Para ello, se tomó como punto de partida la geometría del cangilón descrita previamente y las directrices mencionadas en el apartado 1.9. Con el objetivo de reducir el costo computacional de la simulación, únicamente se modeló la tercera parte del dominio estacionario, un cuarto del dominio rotatorio y 3 cangilones de 20. Las dimensiones y ubicación de cada uno de los dominios se muestran en la Figura 2.6.

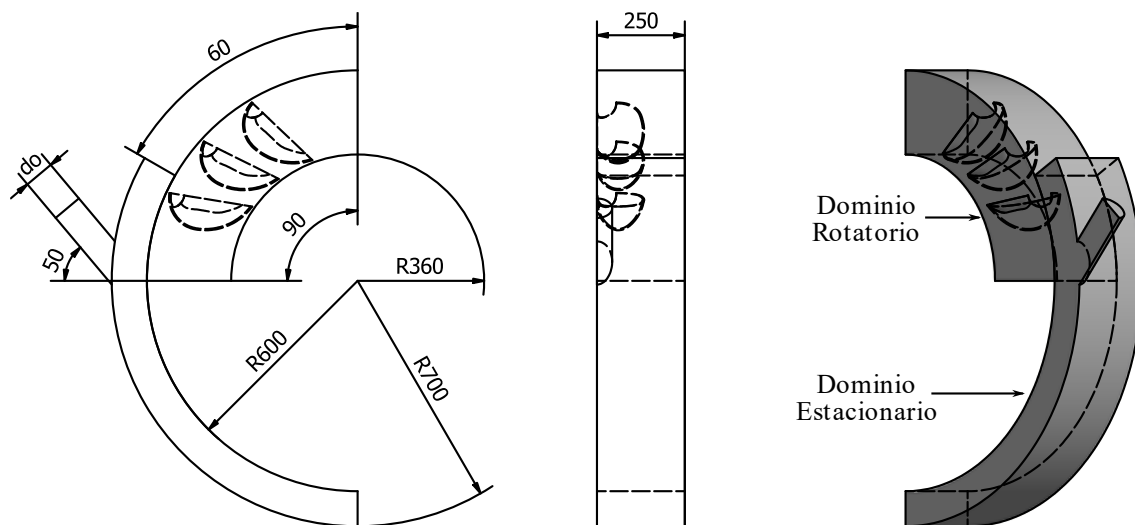


Figura 2.6. Dominio computacional.
(Fuente: Propia)

2.2.3. Discretización preliminar del dominio computacional

La discretización preliminar del dominio computacional fue desarrollada con la ayuda del módulo *Meshing* que es parte del software ANSYS 2019 R2. En este módulo se empleó el algoritmo *CUTCELL* para obtener una malla cartesiana compuesta en su mayoría por elementos hexaédricos. Este tipo de malla se caracteriza ya que sus celdas están alineadas con los ejes x, y, z respectivamente, pudiendo ser generadas fácilmente con un bajo esfuerzo computacional incluso para dominios geoméricamente complejos. Tanto en la discretización del dominio estacionario como para el dominio rotatorio se empleó un tamaño de elemento de 8mm y 1 nivel de refinamiento con un tamaño de elemento de 4mm. Adicionalmente, se aplicaron 3 capas de refinamiento sobre la superficie interior del cangilón central con el propósito de capturar adecuadamente el fenómeno en estudio.

El refinamiento se aplica en el cangilón central debido a que es el único que estará sometido a la acción del ciclo completo del chorro de agua. En base a la configuración

descrita se obtuvo la malla preliminar que se muestra en la Figura 2.7 y Figura 2.8, la cual está compuesta en total por 284465 elementos y 292860 nodos.

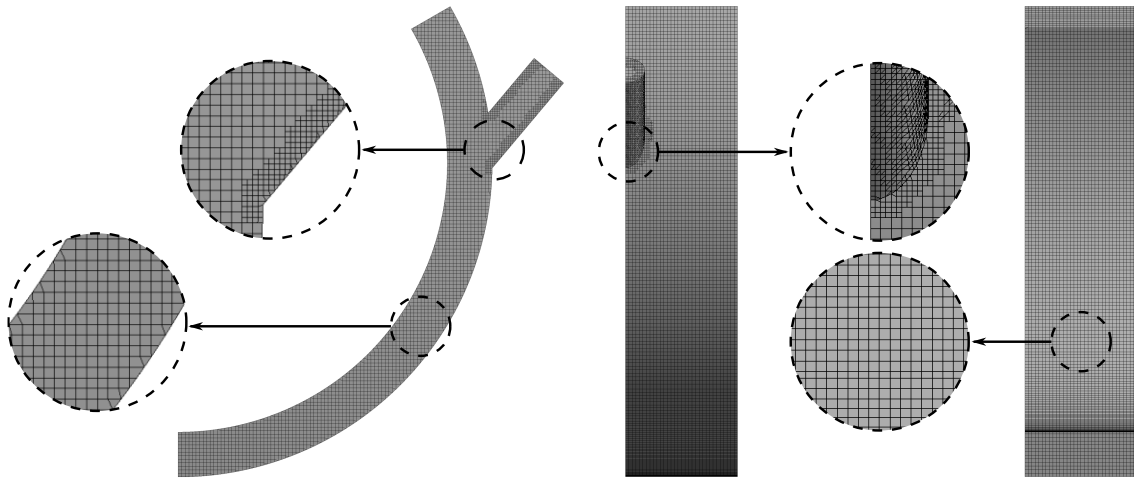


Figura 2.7. Discretización del dominio estacionario.
(Fuente: Propia)

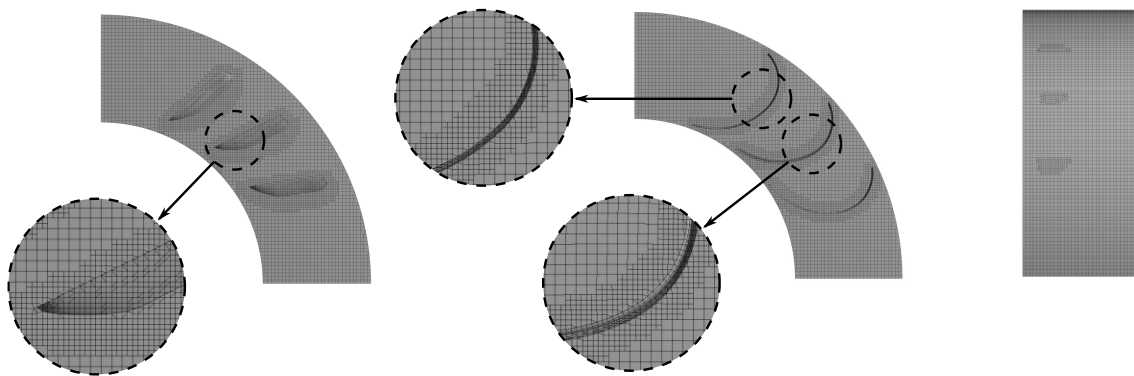


Figura 2.8. Discretización del dominio rotatorio.
(Fuente: Propia)

Para determinar la calidad de la malla generada se evaluaron 3 criterios importantes: la calidad del elemento (*element quality*), la calidad ortogonal (*orthogonal quality*) y la oblicuidad (*skewness*). Acorde con la literatura [[53]], el valor de estos criterios debe encontrarse dentro de ciertos valores admisibles para considerar que los resultados obtenidos en la simulación son confiables. El rango admisible de cada uno de los criterios se muestra en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10. Valores para los criterios de calidad de malla.

Criterio	Cualificación				
	Excelente	Muy Bueno	Bueno	Aceptable	Malo
Element Quality	1.00-0.95	0.94-0.70	0.69-0.20	0.19-0.15	0.14-0.001
Orthogonal Quality	1.00-0.95	0.94-0.70	0.69-0.20	0.19-0.15	0.14-0.001
Skewness	0.00-0.25	0.26-0.50	0.51-0.80	0.81-0.94	0.95-0.97

(Fuente: [53])

2.2.4. Condiciones de borde para la simulación

Las condiciones de borde hacen referencia a los valores numéricos y propiedades que se introducen en cada una de las regiones que delimitan al dominio computacional con el objetivo de recrear la naturaleza del fenómeno de interés. Para desarrollar el presente estudio, las condiciones de borde fueron obtenidas en base a las condiciones reales de operación de la turbina. Es importante indicar que se empleó únicamente la mitad de la velocidad de rotación del rodete correspondiente a 360 [RPM]. Esto se debe a que en la simplificación del dominio computacional se consideró una sola tobera en vez de dos, lo que se traduce en una reducción del momento generado y, por ende, en una reducción de la velocidad de rotación de la turbina. El valor y la ubicación de cada una de las condiciones de borde se presentan en la Figura 2.9 y en la Tabla 2.11 respectivamente.

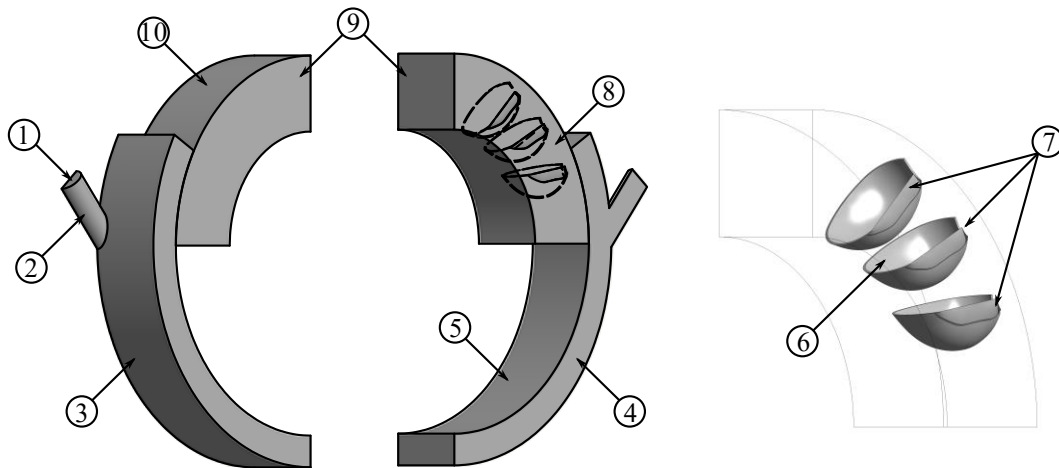


Figura 2.9. Ubicación de las condiciones de borde.
(Fuente: Propia)

Tabla 2.11. Condiciones de borde.

Dominio Estacionario				Dominio Rotatorio			
Id.	Parte	Tipo	Valor	Id.	Parte	Tipo	Valor
1	Inlet	Velocity inlet	76.89 [m/s]	6	Mid	Movig Wall: Rotational	360 [RPM]
2	Jet_wall	Wall	No Slip	7	Buckets	Moving Wall: Rotational	360 [RPM]
3	Open_1	Pressure outlet	0.00 [Pa]	8	Side_2	Symmetry	-
4	Side_1	Symmetry	-	9	Open_1	Pressure outlet	0.00 [Pa]
5	Inter_1	Interface	-	10	Inter_2	Interface	-

(Fuente: Propia)

El valor de la velocidad asignado al *inlet* de 76.89 [m/s] fue calculado en el punto de plena carga de la turbina como se muestra en la ecuación (2.48).

$$V = C_v \sqrt{2gH} = 0.96 \sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)(327 \text{ m})} = 76.89 \text{ [m/s]} \quad (2.48)$$

Es importante mencionar que todas las condiciones de borde se mantienen iguales para las simulaciones restantes a excepción de la velocidad en *inlet*, ya que esta velocidad depende de cada uno de los regímenes de operación de la central analizados.

2.2.5. Configuración del caso de estudio

El estudio numérico fue desarrollado en el software comercial FLUENT 2019 R2, el cual fue elegido en función de los criterios mostrados en la Tabla 1.3. El tipo de estudio realizado fue en estado transitorio, con una formulación absoluta para la velocidad y con un tipo de solucionador basado en la presión. Respecto a la gravedad, se empleó el valor estándar de $9.81[m/s^2]$ en la dirección negativa de las ordenadas. El modelo multifásico seleccionado para analizar el comportamiento de la turbina fue el modelo de Fracción de Volumen (VOF) compuesto por dos fases Eulerianas: Aire y Agua respectivamente. Las propiedades físicas de ambos fluidos fueron tomadas a una temperatura ambiental de $25^\circ C$ y la interacción entre fases fue definida mediante la tensión superficial con un valor constante correspondiente a $0.0728 [N/m]$. Para analizar el comportamiento turbulento del fluido se escogió un modelo de turbulencia RANS específicamente el modelo $k - \epsilon$ debido a su bajo costo computacional. Acorde a lo descrito en la sección 2.2.4, se definió la velocidad del dominio rotatorio en $360 [RPM]$ y se estableció las condiciones de borde como se muestra en la Tabla 2.11.

Respecto al método de solución de las ecuaciones de Navier Stocks, se empleó la doble precisión para mejorar los resultados obtenidos y se escogió el algoritmo PISO para el acoplamiento entre las ecuaciones de presión y velocidad. Por otra parte, se seleccionó el algoritmo PRESTO para la discretización espacial de la presión y el algoritmo Geo-Reconstruct para la discretización de la fracción de volumen. Además, para la discretización del momento, de la energía cinética turbulenta y de la tasa turbulenta de disipación se aplicó el esquema Second Order Upwind. En lo que concierne a la formulación transitoria, se usó el esquema First Order Upwind debido a que se analiza el modelo VOF con una formulación explícita.

Los valores iniciales empleados en la simulación fueron calculados para el Inlet. El software Fluent calcula automáticamente estos valores para todas las variables necesarias. Cabe mencionar que, el valor asignado a los residuales que indican la convergencia de la solución se estableció en el orden de $1e-5$. Finalmente, el tamaño del paso de tiempo empleado en la simulación fue calculado como se muestra en la ecuación (2.49) tomando un valor para el *Courant Number* (CFL) de 0.8.

$$\Delta t = \frac{CFL \Delta x}{u} = \frac{0.8(0.002[m])}{76.89[m/s]} = 2e-5[s] \quad (2.49)$$

En la Tabla 2.12. se presenta un resumen de la configuración realizada para el caso de estudio en el software Fluent 2019 R2. Como se puede apreciar en estas tablas, la información ingresada para la simulación ha sido agrupada en las mismas tres categorías que se presentan en el árbol de navegación del programa.

Tabla 2.12. Configuración del caso de estudio.

SETUP	GENERAL	Solver Type:	Pressure-Based	
		Velocity Formulation:	Absolute	
		Time:	Transient	
		Gravity:	-9.81 [m/s]	
	MODELS	Multiphase:	VOF	
		Phase Interaction:	Surface Tension 0.0728 [N/m]	
		Viscous Modelo:	$k - \varepsilon$ Realizable	
	MATERIALS	Fluid (Fase 1)	Aire @ 25°C	
		Fluid (Fase 2)	Liquid Water @ 25°C	
	CELL ZONE CONDITIONS	Estacionario	Mixture: Aire-Agua	
Rotatorio		Mixture: Aire Agua Mesh Motion:360 [RPM]		
BOUNDARY CONDITIONS	ESTACIONARIO			
	Inlet	Mixture: 76.89 [m/s] Agua: VOF 1		
	Jet_wall	No slip		
	Open_1	Pressure Outlet: 0 [Pa]		
	Side_1	Symmetry		
	Inter_1	Interface		
	ROTATORIO			
	Inter_2	Interface		
	Open_2	Pressure Outlet: 0 [Pa]		
	Side_2	Symmetry		
	Buckets	Moving Wall: 360 [RPM]		
	Mid	Moving Wall: 360 [RPM]		
	SOLUTION	METHODS	Scheme	PISO
			Gradient	LSCB
Pressure			PRESTO	
VOF			Geo-Reconstruct	
Momentum			Second Order	
Turbulent Energy			Second Order	
Turbulent Rate			Second Order	
Transient Formulation			First Order	
MONITOR			Residuals	All 1e-5
INICIALIZATION			Standard from Inlet	Vx= 65.5 [m/s] VOF Agua =0
RESULTS	RUN CALCULATION	Time Step Size	2e-5,	
		Number of Time Step	1000	
		Max Iterations	20	

(Fuente: Propia)

2.2.6. Análisis de la independencia de malla

El análisis de la independencia de malla tiene como propósito determinar el punto de equilibrio entre el número de elementos empleados para capturar el fenómeno, la precisión de resultados obtenidos y el costo computacional. Por lo general, un mayor número de elementos permite capturar de mejor manera el fenómeno en estudio, sin embargo, conlleva un costo computacional elevado que se traduce en varias horas de simulación. Para llevar a cabo este análisis se emplearon 3 tipos de mallas diferentes generadas acorde a las directrices que se muestran en el apartado 2.2.3. La variable que se evaluó para las tres mallas fue el momento generado por el chorro de agua sobre el cangilón central cuando la turbina opera a plena carga. Los detalles de cada una de las mallas se presentan en la Tabla 2.13.

Tabla 2.13. Características de las mallas empleadas.

Malla	Número de Elementos	Número de Nodos	Tamaño mínimo de elemento	Tamaño máximo de elemento
Malla 1	284465	292860	4.0 [mm]	8.00 [mm]
Malla 2	548926	579879	3.0 [mm]	6.00 [mm]
Malla 3	1163025	1713157	2.0 [mm]	4.00 [mm]

(Fuente: Propia)

2.2.7. Obtención de la potencia de la turbina

La obtención de la potencia de la turbina fue realizada con el objetivo de verificar mediante un método alternativo los resultados calculados a través del modelo paramétrico. Debido a que la simulación no proporciona de forma directa el valor requerido es necesario calcularlo a partir de los reportes de momento que el programa genera para cada uno de los regímenes de operación analizados. Para calcular esta potencia, se empleó la ecuación (2.50).

$$P_{CFD} = 4M\omega \quad (2.50)$$

Donde M es el momento máximo obtenido mediante CFD, ω es la velocidad angular de rotación de la turbina y el factor 4 se utiliza en virtud de que se aplicó el criterio de simetría sobre el chorro de agua y sobre los cangilones.

Para verificar que los resultados obtenidos mediante ambos métodos son similares entre sí se estimó el error porcentual absoluto como indica la ecuación (2.51). En base a estudios previos se estableció que el valor del error debe ser menor o igual al 5% para concluir que los resultados son similares.

$$E\% = \left| \frac{P_{CFD} - P_{Cal}}{P_{CFD}} \right| \times 100 \quad (2.51)$$

2.3. Validación Experimental del Modelo Desarrollado

La validación experimental del modelo desarrollado consiste en comparar los valores calculados con los valores experimentales para determinar si el modelo propuesto captura o no la naturaleza del fenómeno de interés. Para llevar a cabo la validación, se calculó el error porcentual absoluto mediante la ecuación (2.52) empleando los datos de caudal y potencia que fueron proporcionados por la Central Hidroeléctrica Illuchi N2 para 4 regímenes de operación diferentes.

$$E\% = \left| \frac{Val_{Exp} - Val_{Cal}}{Val_{Exp}} \right| \times 100 \quad (2.52)$$

En la Tabla 2.14. se presentan los valores de caudal, potencia y eficiencia para cada uno de los regímenes de operación definidos por el coeficiente de descarga. Cabe mencionar que los valores de caudal fueron medidos mediante ultrasonido mientras que, los valores de potencia fueron extraídos de los tableros de control de la central.

Tabla 2.14. Valores experimentales de la central Illuchi N2.

Coef. Descarga	Caudal de la tubería [m3/s]	Eficiencia [%]	Potencia [W]
$\emptyset_{Do}=1.000$	0.950	87.000	2675.000
$\emptyset_{Do}=0.920$	0.878	87.000	2467.622
$\emptyset_{Do}=0.730$	0.698	83.000	1949.912
$\emptyset_{Do}=0.630$	0.596	79.000	1598.278

(Fuente: Propia)

Para determinar que el modelo paramétrico desarrollado captura la naturaleza del fenómeno se consideró que el error porcentual calculado en cada uno de los regímenes de operación de la central debe ser menor o igual a 20% como indican estudios realizados previamente [61].

2.4. Optimización paramétrica de la central

Con el propósito de demostrar la aplicabilidad práctica del modelo desarrollado, se realizó una optimización paramétrica de la central tomada como caso de estudio. El objetivo de la optimización fue conseguir un aumento significativo de la eficiencia de la central a partir de la variación iterativa de los parámetros seleccionados. Acorde a literatura revisada, se determinó que las principales dimensiones que afectan a la eficiencia de una turbina tipo Pelton son la longitud y el ancho del cangilón, así como también el ángulo de salida del fluido. Por esta razón, se consideraron dichos parámetros en la optimización tomando como punto de partida los rangos para cada parámetro que se muestran en la Tabla 2.15.

Tabla 2.15. Parámetros geométricos del cangilón.

Parámetro	Valor actual	Rango
Ancho del Cangilón (B)	2.90do	2.80do - 3.30do
Longitud del cangilón(L)	2.60do	2.28do - 3.50do
Ángulo de salida (β)	160.00°	160.00°-168.00°

(Fuente: Propia)

Los valores mostrados corresponden a las correlaciones propuestas por Nechleba basadas en las dimensiones de los rodets disponibles en el mercado y que se usan ampliamente para el diseño de turbinas Pelton [41]. Por otra parte, también se consideró en el estudio paramétrico la influencia del diámetro a la salida de las toberas aceleradoras, así como también las dimensiones de la carcasa de la turbina. Los valores empleados para la optimización se presentan en la Tabla 2.16.

Tabla 2.16. Dimensiones de la tobera y de la carcasa.

Parámetro	Valor actual	Rango
Diámetro de la tobera (Dn)	0.090 [m]	0.085 [m] – 0.095 [m]
Ancho de la carcasa (Bio)	0.600 [m]	0.500 [m] – 0.700 [m]
Ancho del bastidor (Biu)	1.500 [m]	0.700 [m] – 1.500 [m]
Altura de la carcasa (Rio)	1.000 [m]	0.700 [m] – 1.000 [m]

(Fuente: Propia)

Básicamente, el proceso de optimización realizado consiste en determinar la potencia efectiva que la turbina es capaz de proporcionar al modificar iterativamente cada uno de los parámetros geométricos indicados. Es importante mencionar que para realizar la optimización se consideró que los coeficientes de pérdidas menores mantienen los valores establecidos previamente y que no existe variación en la masa del rodete, así como de la velocidad de la rotación de la turbina. Como se puede apreciar en la Figura 2.10 el proceso inicia estimando la velocidad del chorro de agua, su diámetro, así como también el caudal que es capaz de proporcionar la tubería de presión.

A partir de estos valores se determinan los 4 coeficientes hidrodinámicos característicos conocidos como coeficiente de velocidad periférica (k), carga volumétrica del cangilón (Q_v), velocidad específica (n_q) y posición del cangilón (α_o) usando las ecuaciones correspondientes. Una vez encontrados los 4 coeficientes se calcula el grado de reacción de la turbina (R_Q), y el número de fricción global (C_{w2}) con los cuales es posible estimar la eficiencia hidráulica (η_H). De forma paralela, se calculan las pérdidas por rozamiento con el aire (ΔP_{wi}) en función de las dimensiones de la carcasa y las pérdidas por fricción en los rodamientos (ΔP_{be}) en función de la masa del rodete. Con estos dos últimos valores se determina la eficiencia mecánica de la turbina (η_m).

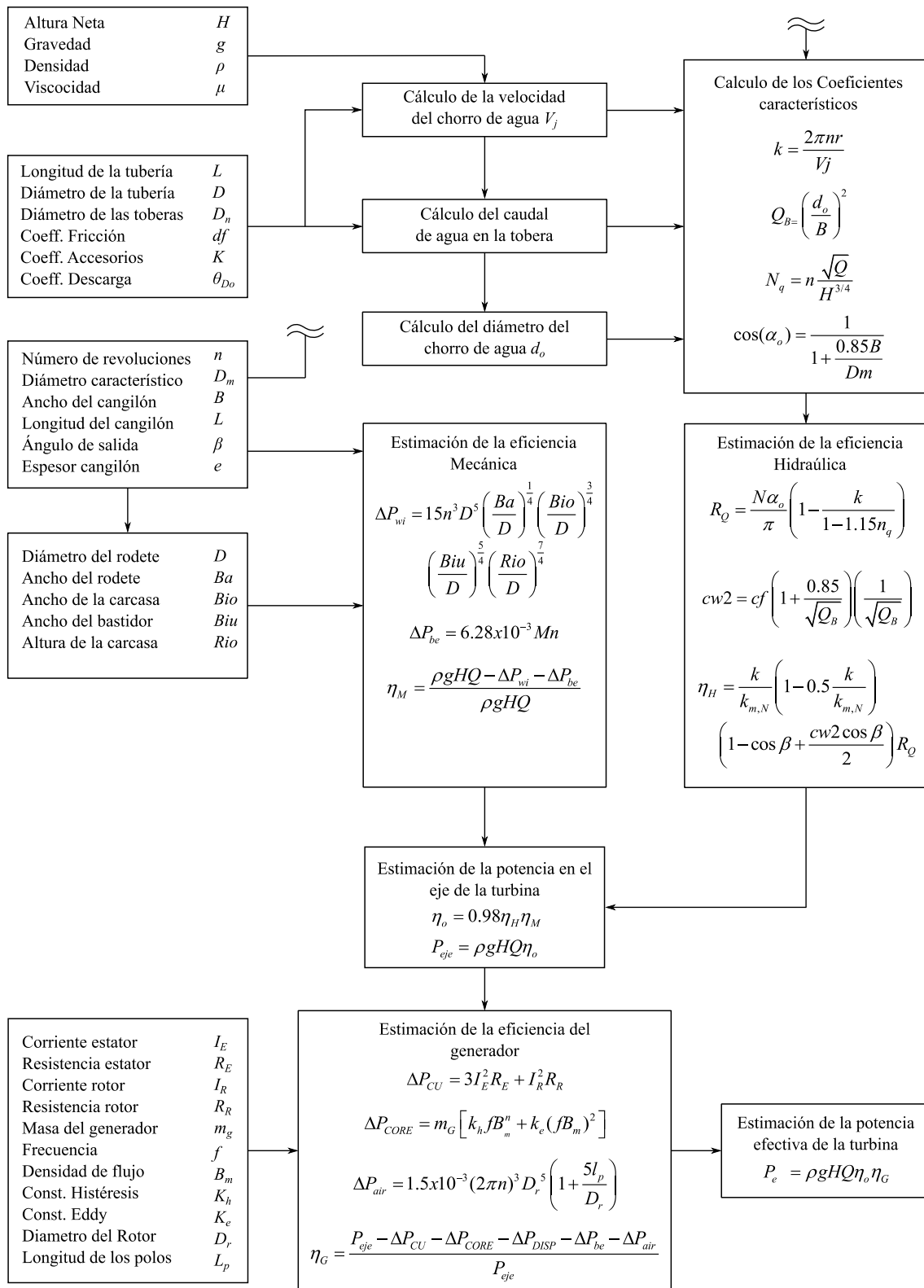


Figura 2.10. Modelo paramétrico.
(Fuente: Propia)

Después de determinar el valor de la eficiencia hidráulica y mecánica se procede a encontrar la potencia que el chorro de agua desarrolla en el eje de la turbina (P_{eje}). Considerando un valor de 0.98 para la eficiencia volumétrica de la turbina. Empleando

el valor de la potencia en el eje, así como también las características constructivas y geométricas del generador eléctrico se calcula la eficiencia total del generador (η_G). Con este valor de la eficiencia, finalmente se procede a calcular la potencia efectiva (P_{efec}) que es capaz de entregar la turbina a la red de distribución eléctrica. El proceso se repite con cada uno de los parámetros geométricos establecidos en la Tabla 2.15. y Tabla 2.16 hasta conseguir la máxima potencia.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Desarrollo del modelo Paramétrico

En esta sección se presentan los resultados que fueron obtenidos en cada una de las etapas del desarrollo del modelo paramétrico. Como se mencionó previamente, el modelo fue realizado tomando como caso de estudio a la central hidroeléctrica Illuchi N2. Por esta razón, las gráficas y tablas mostradas giran en torno a la configuración de esta central.

3.1.1. Análisis de la velocidad del chorro de agua

La velocidad del chorro de agua fue estimada para cada uno de los regímenes de operación de la central hidroeléctrica empleando un análisis energético y un análisis de continuidad sobre la tubería de presión como se explicó en los apartados previos. Después de resolver iterativamente el sistema de ecuaciones generado, los resultados referentes al factor de pérdidas por fricción, pérdidas mayores y menores, velocidad del fluido, así como también el caudal se muestran en la Tabla 3.1 - Tabla 3.4.

Régimen de operación: Plena Carga

Para este régimen de operación se consideró que todos los accesorios de la tubería de presión se encuentran operando a la máxima capacidad permisible. Debido a ello, se empleó el factor de pérdidas menores correspondiente a 0.05 para las válvulas de aguja en los inyectores y un factor de 0.24 para las dos válvulas tipo mariposa que se encuentran al ingreso de la tubería de presión. Los resultados obtenidos, del análisis de este régimen se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Resultados del análisis de la tubería de presión – Plena Carga.

$K_A = K_B = 0.24; K_F = K_G = K_H = K_I = 0.05$					
Sección de la tubería	Factor de Fricción	Pérdidas Mayores [m]	Pérdidas Menores [m]	Velocidad del fluido [m/s]	Caudal [m ³ /s]
A	0.0134	11.3500	0.0182	2.6770	0.9722
B	0.0134	11.3500	0.0180	2.6610	0.9665
C	0.0134	1.8110	0.0000	10.7100	1.939
D	0.0134	0.1674	0.0000	5.3570	0.9693
E	0.0127	0.1674	0.0000	5.3570	0.9693
F	0.0127	0.0481	0.8784	2.6780	0.4847
G	0.0123	0.0401	0.8784	2.6780	0.4847
H	0.0125	0.0481	0.8784	2.6780	0.4847
I	0.0125	0.0401	0.8784	2.6780	0.4847
1	-	-	-	76.9600	0.4847
2	-	-	-	76.9600	0.4847
3	-	-	-	76.9600	0.4847
4	-	-	-	76.9600	0.4847

(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar en esta tabla, debido a la configuración que presenta la tubería de presión se tiene una pérdida de altura total de 25.73 [m] equivalente al 7.9% de la altura neta. Las pérdidas con mayor significancia se encuentran en los ramales A y B respectivamente que juntos suman una caída de altura de 23.12 [m] equivalente al 90% del total de las pérdidas. Respecto a velocidad, la caída de altura que se produce en la tubería de presión únicamente permite obtener una velocidad de salida del fluido igual 76.96 [m/s]. Es decir, la caída de altura afecta en un 4% a la reducción esta velocidad. Este valor se puede comprobar como se muestra en la igualdad (3.1).

$$\% \text{Reducción de la velocidad} = \left(1 - \frac{\sqrt{2(9.81)(327 - 25.73)}}{\sqrt{2(9.81)(327)}} \right) \times 100\% = 4\% \quad (3.1)$$

Acorde con la literatura revisada, en el régimen de operación a plena carga o también conocido como el punto de máxima eficiencia de la turbomáquina, una caída en la velocidad de salida del agua del 3% al 4% está dentro de los límites admisibles considerados para su diseño [7]. Por otra parte, el caudal obtenido es igual a 0.98 [m3/s] que es un valor bastante cercano al valor real medido por ultrasonido.

Régimen de operación: 92% de la carga total

En este régimen se considera que la tubería de presión únicamente proporciona el 92% del caudal total. Debido a ello, se empleó un coeficiente de pérdidas para las válvulas de tipo aguja de 0.206 y para las válvulas tipo mariposa de 0.408. A partir de estos coeficientes los resultados del análisis de la tubería de presión se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Resultados del análisis de la tubería de presión – 92% de la carga total.

$K_A = K_B = 0.408; K_F = K_G = K_H = K_I = 0.206$						
Sección de la tubería	Factor de Fricción	Pérdidas Mayores [m]	Pérdidas Menores [m]	Velocidad del fluido [m/s]	Caudal [m3/s]	
A	0.0126	9.5710	0.1621	2.4497	0.8891	
B	0.0126	9.5710	0.1602	2.4345	0.8838	
C	0.0124	1.5190	0.0000	9.8023	1.7730	
D	0.0128	0.1407	0.0000	4.9011	0.8864	
E	0.0128	0.1407	0.0000	4.9011	0.8864	
F	0.0135	0.0406	0.0949	2.4506	0.4432	
G	0.0135	0.0345	0.0949	2.4506	0.4432	
H	0.0135	0.0406	0.0949	2.4506	0.4432	
I	0.0135	0.3451	0.0949	2.4506	0.4432	
1	-	-	-	77.4506	0.4432	
2	-	-	-	77.4506	0.4432	
3	-	-	-	77.4506	0.4432	
4	-	-	-	77.4506	0.4432	

(Fuente: Propia)

Como se puede observar en esta tabla, las pérdidas de altura suman un total de 22.1 [m] equivalentes a 6.76% de la altura neta. Al igual que en el régimen anterior, la mayor concentración de pérdidas se sigue manteniendo en el ramal A y B de la tubería de presión que suman 19.14[m] equivalentes al 87% del total de las pérdidas. Por otra parte, se puede evidenciar un aumento en el valor de las pérdidas menores y un aumento en el valor de la velocidad. El aumento en las pérdidas menores se debe al cierre de las válvulas para regular el caudal de la central mientras que, el aumento de la velocidad de salida del fluido se debe a la reducción de las pérdidas por fricción. La velocidad de salida del fluido para este régimen de operación por cada una de las toberas aceleradoras corresponde a 77.45 [m/s]. Además, el caudal obtenido es de 0.89 [m³/s] que representa aproximadamente el 92% del caudal total que circula por la tubería de presión.

Régimen de operación: 73% de la carga total

Para analizar este régimen de operación se consideró una apertura para las válvulas igual al 73%. En base a esta consideración se tomó un factor de pérdidas menores igual a 4.857 para las válvulas tipo mariposa y un factor de pérdidas igual a 3.91 para las válvulas de tipo aguja. Los resultados obtenidos del modelo para este régimen de operación se presentan en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Resultados del análisis de la tubería de presión – 70% de la carga total.

$K_A = K_B = 3.91, K_F = K_G = K_H = K_I = 4.857$					
Sección de la tubería	Factor de Fricción	Pérdidas Mayores [m]	Pérdidas Menores [m]	Velocidad del fluido [m/s]	Caudal [m ³ /s]
A	0.0129	6.0030	0.7364	1.9210	0.6978
B	0.0129	6.0030	0.7278	1.9210	0.6937
C	0.0125	0.9427	0.0000	7.6890	1.3910
D	0.0130	0.0878	0.0000	3.8450	0.6957
E	0.0130	0.0878	0.0000	3.8450	0.6957
F	0.0138	0.0255	1.1600	1.9220	0.3479
G	0.0138	0.0217	1.1600	1.9220	0.3479
H	0.0138	0.0255	1.1600	1.9220	0.3479
I	0.0138	0.0217	1.1600	1.9220	0.3479
1	-	-	-	78.1100	0.3479
2	-	-	-	78.1100	0.3479
3	-	-	-	78.1100	0.3479
4	-	-	-	78.1100	0.3479

(Fuente: Propia)

Acorde con los resultados mostrados en esta tabla se puede observar que las pérdidas de altura suman un total de 19.32 [m] equivalente al 5.9% del total de la altura neta. De esta suma, 13.22 [m] corresponden a las pérdidas por fricción y los restantes 6.1[m] corresponden a las pérdidas por accesorios. A diferencia de los regímenes de operación

anteriores, se puede evidenciar un gran incremento en el valor numérico de las pérdidas menores ya que su valor representa aproximadamente el 50% de las pérdidas por fricción. Considerando la influencia de estos valores en la caída de la altura neta, se logra conseguir para el fluido una velocidad de salida igual a 78.11 [m/s]. Con este valor para la velocidad, el caudal de operación de la central queda definido en 0.7[m³/s] que representa aproximadamente el 73% del caudal total.

Régimen de operación: 62% de la carga total

En este régimen de operación se considera que la tubería de presión únicamente proporciona el 62% del caudal total para la generación de energía eléctrica. Para el análisis de la velocidad del fluido se empleó un coeficiente de pérdidas igual a 17.790 para las válvulas de tipo aguja mientras que para las válvulas de tipo mariposa el valor se empleó un valor de 15.380

A partir de estos coeficientes, los resultados del análisis de la tubería de presión se presentan en la Tabla 3.4

Tabla 3.4. Resultados del análisis de la tubería de presión – 63% de la carga total.

$K_A = K_B = 15.386; K_F = K_G = K_H = K_I = 17.79$					
Sección de la tubería	Factor de Fricción	Pérdidas Mayores [m]	Pérdidas Menores [m]	Velocidad del fluido [m/s]	Caudal [m ³ /s]
A	0.0132	4.482	2.517	1.642	0.5963
B	0.0132	4.482	2.487	1.632	0.5927
C	0.0126	0.6965	0.0000	6.571	1.189
D	0.0132	0.06507	0.0000	3.285	0.5945
E	0.0132	0.06507	0.0000	3.285	0.5945
F	0.0141	0.01899	2.8500	1.643	0.2972
G	0.0141	0.01616	2.8500	1.633	0.2972
H	0.0141	0.0899	2.8500	1.643	0.2972
I	0.0141	0.01616	2.8500	1.633	0.2972
1	-	-	-	77.87	0.2972
2	-	-	-	77.87	0.2972
3	-	-	-	77.87	0.2972
4	-	-	-	77.87	0.2972

(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar en esta tabla, las pérdidas de altura suman un total de 26.33 [m] equivalentes al 8% de la altura neta. A diferencia de los regímenes anteriormente analizados, la mayor concentración de las pérdidas se presenta debido a los accesorios y no a la fricción del fluido en los ramales de tubería. El valor de las pérdidas únicamente tomando en consideración los accesorios es igual 19.32 [m] equivalentes al 73% del total de las pérdidas de altura. Con estos valores, se consigue una velocidad de salida de fluido de 77.87 [m/s] y un caudal de 0.59 [m³/s] equivalente al 62% del caudal total.

3.1.2. Estimación de la eficiencia hidráulica de la turbina

Al igual que la velocidad del fluido, la eficiencia hidráulica de la turbina fue calculada para cada uno de los regímenes de operación de la central mencionados anteriormente. Los resultados tanto del cálculo de los coeficientes característicos, así como también de la eficiencia mencionada se muestran en la Tabla 3.5 y en la tabla respectivamente.

Cálculo de los coeficientes hidrodinámicos característicos.

A partir de los resultados obtenidos en la sección previa referentes a caudal y velocidad del fluido se calcularon el diámetro del chorro de agua (d_o), el coeficiente de velocidad periférica (k), el coeficiente de velocidad específica (N_q), la carga volumétrica en el cangilón y la posición del cangilón con respecto al chorro de agua (α_0). Los resultados obtenidos para cada uno de estos coeficientes se presentan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Resultados obtenidos para los coeficientes hidrodinámicos.

Q/Qt	d_o [m]	Coef. Vel. Periférica (K)	Velocidad específica (N_q)	Carga Vol. (Q_b)	Posición del cangilón (α_0)
1.00	0.090	0.489	0.109	0.119	0.611
0.92	0.086	0.487	0.109	0.110	0.611
0.73	0.077	0.483	0.109	0.087	0.611
0.60	0.070	0.483	0.109	0.074	0.611

(Fuente: Propia)

Como se puede observar en esta tabla, el diámetro del chorro de agua toma un valor máximo de 0.09 [m] a plena carga y un valor mínimo de 0.069 [m] en carga parcial. En base a los resultados mostrados se puede evidenciar que los valores que toma este diámetro presentan un comportamiento decreciente en cada uno de los regímenes de operación analizados. Este comportamiento se produce ya que el rodete de la turbina debe mantener una velocidad de rotación constante. Para conseguir dicha velocidad, el sistema de regulación incorporado en las toberas aceleradoras cierra automáticamente la válvula de aguja al detectar una reducción del caudal de ingreso modificando así el tamaño de la sección transversal del chorro de agua.

Con respecto al coeficiente de velocidad periférica, se obtuvo un valor máximo de 0.490 en el régimen de operación a plena carga y un valor mínimo de 0.484 en el régimen de operación igual al 73% de la carga total. Físicamente, estos valores indican que el rodete de la turbina opera con una velocidad lineal cercana a la mitad de la velocidad del chorro de agua. Acorde con la literatura revisada, un coeficiente de velocidad periférica entre 0.47 a 0.5 garantiza que la turbina proporcione la máxima eficiencia y por ende la máxima potencia en cada régimen de operación. En lo que concierne a la velocidad específica, se estimó un valor aproximado de 0.1 para todos los regímenes de operación de la central. Este valor muestra que los cangilones de la turbina fueron diseñados de

tal manera que no se produzca una separación considerable del fluido sobre los bordes de las escotaduras. Finalmente, para la posición del cangilón, así como también para la carga volumétrica se obtuvieron un valor de 0.611 [rad] y un máximo de 0.12 respectivamente. Este último valor indica que el ancho del cangilón (B) equivale aproximadamente a 3 veces el diámetro del chorro de agua.

Estimación de la eficiencia hidráulica.

Los resultados de la eficiencia hidráulica (ηh), así como también los resultados obtenidos respecto al grado de reacción de la turbina (Rq) y del número de fricción global ($Cw2$) se presentan en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Eficiencia hidráulica parcial y eficiencia hidráulica total.

Q/Q _T	Grado de Reacción (Rq)	Número de Fricción (Cw2)	Eficiencia Hidráulica Parcial ($\eta H_{Q/Q_T}$)	Eficiencia Hidráulica Total (ηH_{Q_T})
1.00	1.000	0.201	0.922	0.922
0.92	1.000	0.214	0.918	0.826
0.73	1.000	0.262	0.907	0.633
0.62	1.000	0.302	0.897	0.537

(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar en la columna referente al grado de reacción de la turbina, para todos los regímenes de operación se obtuvo un valor igual a 1. Este valor indica que el caudal que sale por cada una de las toberas aceleradoras impacta en su totalidad con cada uno de los cangilones del rodete. La característica de operación mencionada se puede apreciar de mejor manera en las imágenes mostradas en la Tabla 3.16.

Por otra parte, se observa un comportamiento creciente para el número de fricción global en cada régimen de operación analizados. Como se puede apreciar en la tabla anterior, el valor mínimo para este coeficiente corresponde a 0.149 y el máximo a 0.234 respectivamente. Esto indica que a medida que se reduce el caudal que ingresa al rodete, las pérdidas por fricción producidas sobre la cara interna de los cangilones aumentan. Respecto al valor de la eficiencia hidráulica parcial, se obtuvo un valor máximo de 93% en el régimen de operación a plena carga y un valor de 91% en el régimen de menor carga parcial analizado. Estos resultados muestran una reducción de la eficiencia de aproximadamente el 7.5% en cada régimen de operación analizado debido a las características geométricas de los cangilones, a las pérdidas de altura neta y a las pérdidas por fricción del fluido sobre la cara interna de los álabes. Los valores obtenidos anteriormente se traducen a una eficiencia hidráulica global del 93%, 84%, 64% y 55% respectivamente. Es importante mencionar que para el cálculo de la eficiencia hidráulica parcial se consideró únicamente el caudal que circula por la tubería de presión en cada uno de los regímenes de operación, mientras que, para la eficiencia

hidráulica global se consideró el caudal total que circula por la tubería en el régimen de plena carga.

3.1.3. Cálculo de la eficiencia mecánica de la turbina

En la Tabla 3.7 se muestran los resultados obtenidos del cálculo de las pérdidas por rozamiento con el aire, de las pérdidas por fricción en los rodamientos y de la eficiencia mecánica de la turbina respectivamente.

Tabla 3.7. Eficiencia mecánica de la turbina.

Q/Q _T	Pérdidas por rozamiento (P _{wi} [W])	Pérdidas por fricción (P _{be} [W])	Eficiencia Mecánica Parcial (η_m)	Eficiencia Mecánica Total (η_m)
1.00	48301.487	40.068	0.984	0.984
0.92	26321.487	40.068	0.983	0.984
0.73	26321.487	40.068	0.978	0.984
0.62	26321.487	40.068	0.974	0.984

(Fuente: Propia)

Como se muestra en esta tabla, el valor calculado para las pérdidas de potencia producidas por el rozamiento del rodete con el aire alcanza los 48301.487 [W] equivalentes al 1.58% de la potencia neta para todos los regímenes de operación. Por otra parte, las pérdidas por fricción que se producen en los rodamientos a causa del peso del rodete (1000 Kg) alcanzan los de 40 [W] equivalentes al 1.3e-5% de la potencia neta. En base a estos resultados se obtienen una eficiencia mecánica total del 98.5% y una eficiencia mecánica parcial del 98.5%, 98.3%, 97.8% y 97.4% respectivamente. Estos resultados muestran que la eficiencia mecánica de la turbina es cercana al 99% y que las pérdidas por fricción son despreciables.

3.1.4. Estimación de la potencia en el eje de la turbina

Los resultados del análisis de la eficiencia total, así como de la potencia en el eje de la turbina para cada uno de los regímenes de operación de la central se presenta en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8. Potencia en el eje de la turbina.

Q/Q _T	Eficiencia Hidráulica	Eficiencia Mecánica	Eficiencia de la turbina	Potencia en el eje [W]
1.00	0.922	0.984	0.889	2766658.119
0.92	0.918	0.983	0.885	2571358.665
0.73	0.907	0.979	0.870	2023267.120
0.62	0.897	0.975	0.858	1691866.664

(Fuente: Propia)

Como se puede observar en esta tabla, existe una reducción de la eficiencia del 8.8% en el régimen de operación a plena carga lo que se traduce en una potencia en el eje

para alimentar al generador únicamente de 2,86 [MW]. Por otra parte, en el régimen de operación al 60% de la carga total se tiene una reducción de aproximadamente el 50%

3.1.5. Cálculo de la eficiencia del generador

En la Tabla 3.9 y Tabla 3.10 se muestran los resultados obtenidos referentes a las pérdidas de potencia mecánicas y eléctricas que se producen en el generador, así como también la eficiencia parcial y total de este equipo electromecánico para los distintos regímenes de operación.

Tabla 3.9. Pérdidas de potencia en el generador.

Q/Q _T	Pérdidas en el cobre [W]	Pérdidas en el núcleo [W]	Pérdidas por fricción [W]	Pérdidas por rozamiento [W]	Pérdidas dispersas [W]
1.00	40632.168	6742.791	26.535	2250.311	496.518
0.90	40632.168	6742.791	26.535	2250.311	496.518
0.70	40632.168	6742.791	26.535	2250.311	496.518
0.60	40632.168	6742.791	26.535	2250.311	496.518

(Fuente: Propia)

Respecto a las pérdidas eléctricas del generador, se puede apreciar que en todos los puntos de operación tanto las pérdidas en el cobre como en el núcleo poseen el mismo valor de 40632.168 [W] y 6742.791 [W] respectivamente. Este comportamiento se debe a que este tipo de pérdidas son independientes de los factores hidrodinámicos de la turbina y dependientes únicamente de la velocidad de rotación.

En lo referente a las pérdidas mecánicas, se puede evidenciar un comportamiento similar a las anteriores, es decir, mantienen un valor de 26.535 [W] y 2250.311 [W] respectivamente. Finalmente, para las pérdidas dispersas se tienen un valor máximo de 496.518 [W] que equivale al 1% del total de las pérdidas eléctricas y mecánicas en plena carga. A partir de estos resultados previos se obtiene una pérdida de potencia eléctrica de 47871.480 [W] equivalente al 1,7% de la potencia en el eje y una pérdida de potencia mecánica de 2276.846 [W] equivalentes al 0.08% de la potencia en el eje. Los resultados del cálculo para cada régimen de operación se muestran en la Tabla 3.10.

Tabla 3.10. Eficiencia total de la turbina.

Q/Q _T	Pérdidas eléctricas [W]	Pérdidas mecánicas [W]	Eficiencia Parcial del generador	Eficiencia Total del generador
1.00	47871.480	2276.846	0.981	0.981
0.90	47871.480	2276.846	0.982	0.981
0.70	47871.480	2276.846	0.975	0.981
0.60	47871.480	2276.846	0.970	0.981

(Fuente: Propia)

Los resultados mostrados en la tabla anterior se traducen en una eficiencia total para el generador del 98.2% y en una eficiencia parcial del generador del 98.2%, 98%, 97.4% y 96.9 respectivamente. Finalmente, en la Tabla 3.11 se presenta un resumen de la eficiencia de la central, así como también la potencia efectiva que es capaz de proporcionar en base a los resultados de las eficiencias previas.

Tabla 3.11. Eficiencia de la central.

Q/Q _T	Eficiencia de la turbina	Eficiencia Generador	Eficiencia de la central	Potencia Efectiva [KW]
1.00	0.889	0.981	0.873	2750.806
0.92	0.885	0.982	0.868	2527.357
0.73	0.870	0.975	0.849	1978.636
0.62	0.858	0.970	0.833	1649.026

(Fuente: Propia)

3.2. Verificación del modelo mediante CFD

3.2.1. Calidad de la malla

La evaluación de la calidad de la malla fue realizada con el propósito de identificar cuál de las 3 mallas generadas posee las mejores características geométricas y morfológicas para una rápida convergencia de los resultados. Los criterios que se tomaron en consideración para la evaluación fueron la calidad del elemento, la calidad ortogonal y la oblicuidad.

Malla Tipo I (Gruesa)

Los resultados obtenidos de la evaluación de la calidad para la malla tipo I se muestran en la Tabla 3.12. Como se puede apreciar en esta tabla, los valores promedios para todos los tres criterios se encuentran dentro del límite recomendado tanto para el dominio estacionario como para el dominio rotatorio.

Tabla 3.12. Calidad de la malla Tipo I.

Dominio estacionario					
Criterio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Promedio	Valor Recomen.	Cualificación
Element Quality	0.37	0.99	0.98	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.15	1.00	0.98	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.93	0.05	0.25-0.00	Excelente
Dominio Rotatorio					
Element Quality	0.14	0.99	0.96	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.15	1.00	0.94	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.99	0.08	0.25-0.00	Excelente

(Fuente: Propia)

Respecto a la calidad del elemento, se puede observar que el valor promedio es de 0.98 para el dominio estacionario y 0.96 para el dominio rotatorio. Esta diferencia se debe principalmente a que en el dominio rotatorio existe una mayor cantidad de geometrías

curvas lo que ocasiona que la forma del elemento se distorsione. Por otra parte, se puede observar que la calidad ortogonal para ambos dominios presenta los mismos valores máximos y mínimos, sin embargo, el promedio es diferente. A pesar de esta diferencia, el promedio general sigue manteniéndose cercano a 1 lo que garantiza resultados adecuados. En lo que se refiere a la oblicuidad, para el dominio estacionario se tiene un promedio de 0.05 y un promedio de 0.08 para el dominio rotatorio. Al ser valores cercanos a cero, este criterio indica que los elementos de los cuales está compuesta la malla son hexaedros y tetraedros en su mayoría regulares.

Malla Tipo II (Media)

Como se puede apreciar en la Tabla 3.13, en esta malla se obtiene mejores resultados para cada uno de los tres criterios tanto en el dominio estacionario como en el dominio rotatorio.

Tabla 3.13. Calidad de la malla Tipo II.

Dominio estacionario					
Criterio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Promedio	Limite Recomen.	Cualificación
Element Quality	0.25	0.99	0.99	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.27	1.00	0.99	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.98	0.04	0.25-0.00	Excelente
Dominio Rotatorio					
Element Quality	0.14	1.00	0.96	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.13	1.00	0.95	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.99	0.06	0.25-0.00	Excelente

(Fuente: Propia)

En lo que concierne a la calidad del elemento y a la calidad ortogonal, se puede evidenciar un incremento del 1% para el promedio del dominio rotatorio respecto a la malla anterior. Este aumento indica que se tiene una menor cantidad de elementos distorsionados a comparación de la gruesa. En lo que se refiere a la oblicuidad, se presenta una reducción en el promedio general de 2% para el dominio rotatorio y de 1% para el dominio estacionario. Estos valores indican una mejora clara en la configuración de las mallas generadas para ambos dominios.

Malla Tipo III (Fina)

Para la calidad de la malla tipo 3 se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 3.14. Como se puede apreciar en esta tabla, se tiene una mejora significativa para la mayoría de los criterios, sin embargo, esta malla posee una densidad elevada. En lo que concierne al dominio estacionario, se puede evidenciar únicamente un incremento del 2% para el promedio del criterio referente a la oblicuidad a comparación con las mallas anteriores. El valor para los dos criterios restantes sigue siendo igual que los valores obtenidos para la malla media. Respecto al dominio rotatorio se tiene una mejora

en los tres criterios evaluados. En sentido, se tiene un aumento del 2% para la calidad del elemento y un aumento del 1% para la ortogonalidad, así como para la oblicuidad.

Tabla 3.14. Calidad de la malla Tipo III.

Dominio estacionario					
Criterio	Valor Mínimo	Valor Máximo	Promedio	Valor Recomen.	Cualificación
Element Quality	0.19	1.00	0.99	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.26	1.00	0.99	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.99	0.02	0.25-0.00	Excelente
Dominio Rotatorio					
Element Quality	0.11	0.99	0.98	1.00-0.90	Excelente
Orthogonal Quality	0.14	1.00	0.96	1.00-0.90	Excelente
Skewness	0.00	0.99	0.05	0.25-0.00	Excelente

(Fuente: Propia)

3.2.2. Independencia de malla

El estudio de la independencia de malla fue realizado con el propósito de determinar en qué punto la densidad de los elementos que conforman la malla deja de influenciar en los resultados de la simulación sin comprometer con ello el recurso computacional disponible. La variable que se evaluó en este estudio fue el momento generado por el chorro de agua sobre la cara interna de los cangilones para cada una de las mallas generadas previamente. Los resultados de la independencia de malla se muestran gráficamente en la Figura 3.1.

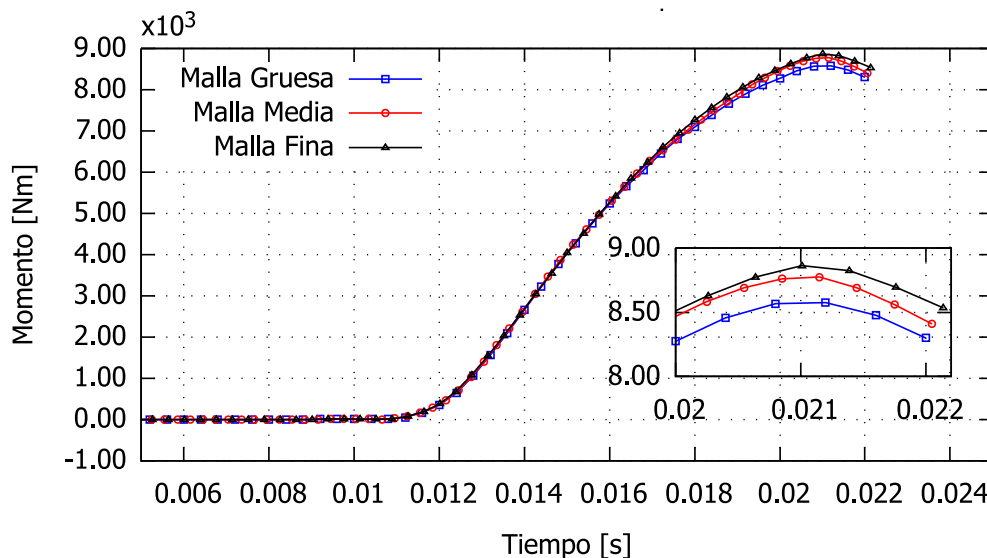


Figura 3.1. Estudio de independencia de malla.

(Fuente: Propia)

Como se puede observar en la gráfica, en los tres casos se tienen resultados similares, sin embargo, la malla fina proporciona un resultado más cercano al valor del momento que la turbina entrega en la realidad. Los valores que arrojan cada una de las mallas, así como el error relativo y el tiempo de simulación se muestran en la Tabla 3.15.

Tabla 3.15. Comparación de las mallas.

Malla	Número de Elementos	Número de Nodos	Momento [Nm]	Error relativo [%]	Tiempo Simulación
Gruesa	284465	292860	8589.266	3.138	6h 50min
Media	548926	579879	8790.038	0.874	8h 10min
Fina	1100358	1235636	8867.590	0.000	10h 32min

(Fuente: Propia)

En base a los resultados obtenidos en este estudio de independencia y en el estudio anterior referente a la calidad de la malla, se establece que la malla Tipo II (media) compuesta por 548926 elemento y 579879 es adecuada para llevar a cabo las simulaciones ya que los resultados que se obtienen presentan un error relativo menor al 4% y el tiempo de simulación es únicamente de 8h10min.

3.2.3. Obtención de la potencia de la turbina

Tomando como punto de partida la geometría y las condiciones de borde descritas en los apartados previos se llevó a cabo la simulación en estado transitorio de la turbina para los 4 regímenes de operación de la central. El resultado principal que se obtuvo de este estudio fue el momento generado por el chorro de agua sobre la cara interna de del cangilón central del rodete. En la Figura 3.2 se muestran los valores conseguidos para la variable de interés.

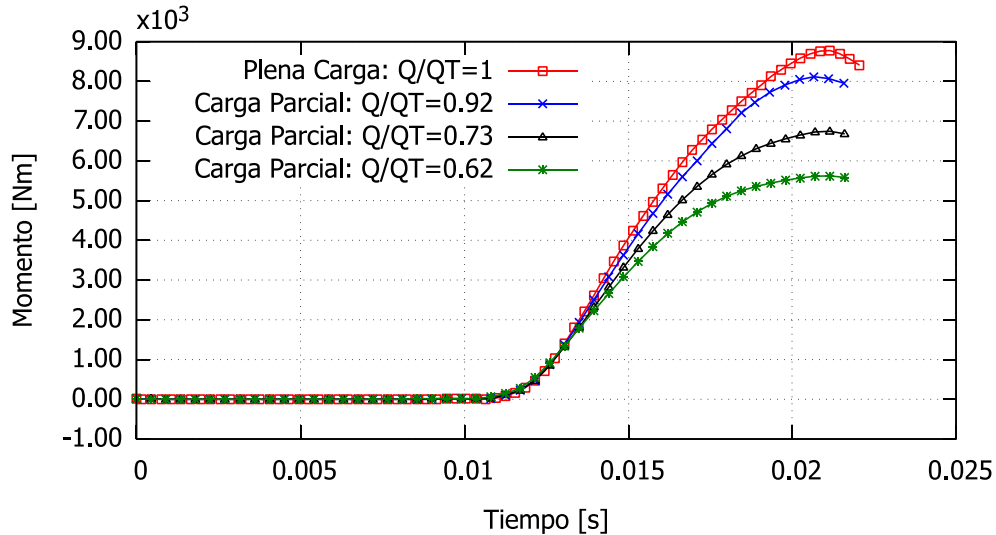
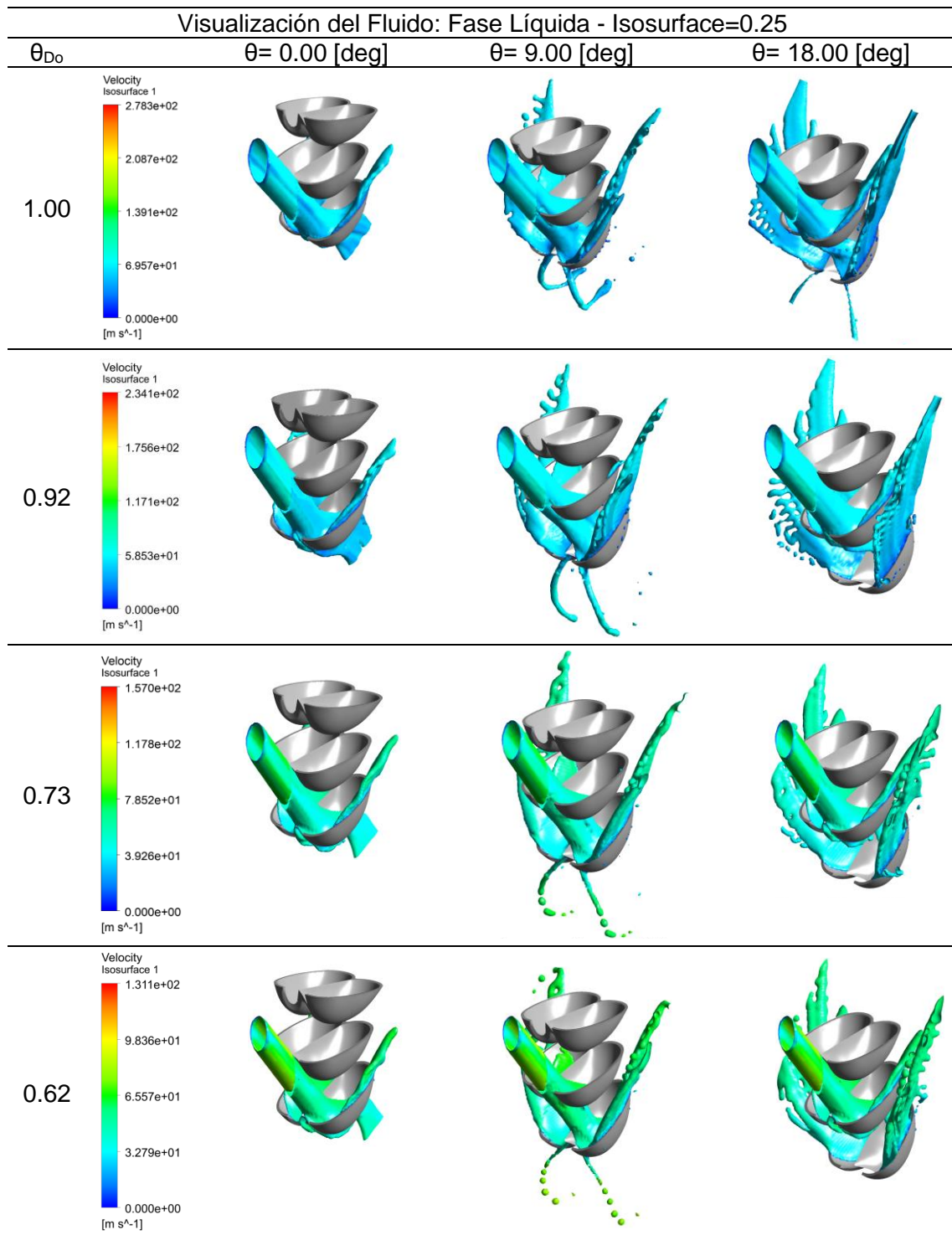


Figura 3.2. Momento generado en cada régimen de operación.
(Fuente: Propia)

Como se puede observar en esta gráfica, el momento generado presenta un comportamiento parabólico en cada régimen de operación. Esto se debe a que el cangilón recibe paulatinamente al chorro de agua a medida que gira el rodete hasta que en cierto instante de tiempo el cangilón y el chorro de agua forman un ángulo de 90 [deg]. En este instante de tiempo se consigue el máximo momento y por lo tanto la máxima potencia.

Por otra parte, en la Tabla 3.16 se presentan los contornos de fracción de volumen de fluido obtenidos como un resultado secundario de la ejecución del estudio numérico.

Tabla 3.16. Contornos de fracción de volumen del líquido



(Fuente: Propia)

En las imágenes mostradas en la tabla es posible apreciar que en todos regímenes de operación el fluido de trabajo impacta de forma completa sobre los cangilones giratorios. Además, se puede observar que al concluir con el recorrido de trabajo el fluido no golpea

contra la cara anterior de los álabes. Esta característica de operación es importante ya que se garantiza que no se produzca un momento negativo (anti-torque) sobre el rodete.

En base a estos resultados preliminares se construyó la Tabla 3.17 donde se puede identificar la potencia obtenida para cada régimen de operación, así como el respectivo error relativo con los resultados del modelo paramétrico.

Tabla 3.17. Error relativo entre los valores de potencia.

Q/Q_T	Momento [Nm]	Potencia CFD [KW]	Potencia Modelo [KW]	Error relativo [%]
1.00	8790.038	2650.723	2750.806	3.638
0.92	8121.009	2448.971	2527.357	3.200
0.73	6747.907	2034.898	1978.636	2.754
0.62	5611.345	1692.157	1649.026	2.548

(Fuente: Propia)

Acorde con estos resultados se puede concluir que los resultados del modelo paramétrico son similares a los resultados obtenidos mediante CFD. Esto se pueda argumentar ya que los valores de la tabla anterior presentan un error relativo máximo de 3.638% en el régimen de plena carga y un error mínimo de 2.548% en el régimen de carga parcial equivalente al 62% del caudal.

3.3. Validación del modelo paramétrico

Para la validación de los resultados del modelo paramétrico se emplearon los datos de caudal, potencia y eficiencia que se muestran en la Tabla 2.14. Valores experimentales de la central Illuchi N2. Tomado como referencia dichos valores así como los resultados obtenidos del modelo se construyó la en donde se puede apreciar la potencia generada por la turbina así como la eficiencia que se desarrolla en función del coeficiente de descarga para cada régimen de operación analizado.

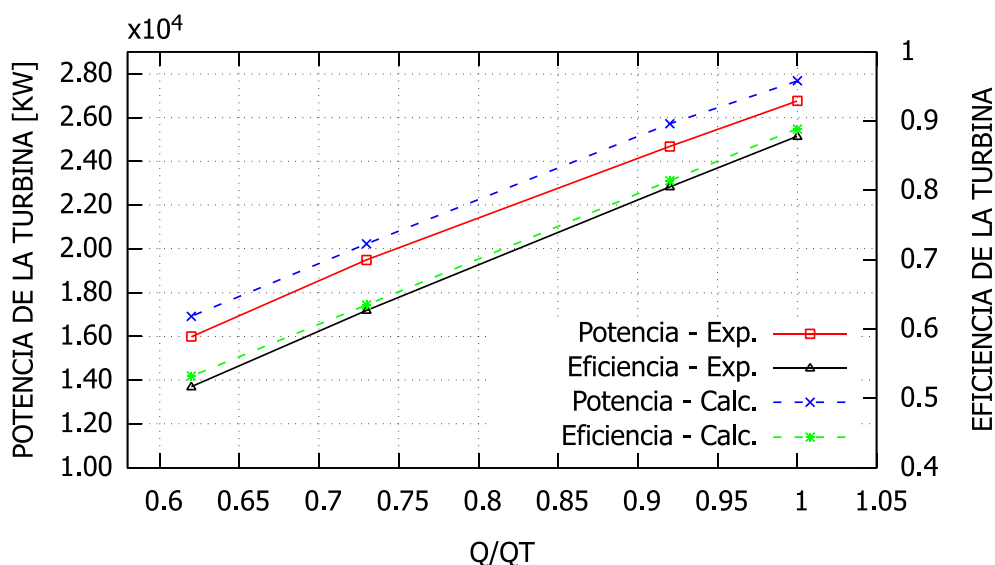


Figura 3.3. Validación del modelo paramétrico.

Por otra parte, en la Tabla 3.18 se presentan los respectivos errores calculados, asociados a las variables de potencia y eficiencia de la central.

Tabla 3.18. Error relativo entre los valores de potencia.

Q/Q _T	Experimental		Modelo		Error [%]	
	Potencia [KW]	Eficiencia [%]	Potencia [KW]	Eficiencia [%]	Pot.	Efi.
1.00	2675.000	87.000	2750.806	87.636	2.755	0.725
0.92	2467.622	87.000	2527.357	87.035	2.363	0.040
0.73	1949.912	83.000	1978.636	85.143	1.451	2.516
0.62	1598.278	79.000	1649.026	83.572	3.077	5.470

(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar en estos resultados existe una adecuada predicción de los valores numéricos tanto para la potencia como para la eficiencia que la turbina es capaz de proporcionar. El error máximo obtenido corresponde a 5.47% y se localiza en los resultados de la eficiencia cuando la turbina opera con al 62% del caudal total. A pesar de esta desviación, en la potencia generada para el mismo régimen se tiene un error tan solo del 3%. Por otra parte, el error mínimo establecido se localiza en los valores calculados para la potencia ya que se presenta una desviación del 2.75%. Acorde a los valores obtenidos en general, es posible establecer que el modelo propuesto es capaz de predecir satisfactoriamente la potencia que genera la central tanto a plena carga como a carga parcial.

3.4. Optimización paramétrica de la central

En esta sección se presentan los resultados de la optimización paramétrica de la central. Como se indicó previamente los parámetros que se consideraron para la optimización fueron las dimensiones de los cangilones (ángulo de salida del fluido, longitud y ancho), el diámetro de la tobera aceleradora y las dimensiones de la carcasa de la turbina.

3.4.1. Variación de las dimensiones de los cangilones

El efecto de la variación del ángulo de salida del fluido (β) sobre la potencia efectiva de la turbina se puede apreciar en la Figura 3.4. Como se muestra en esta figura se consigue la máxima potencia correspondiente a 2783.273 [KW] cuando el ángulo de salida del fluido es igual a 168 [deg]. Esta cifra se traduce en un incremento del 1.9 % en la potencia de la central cuando se opera a plena carga. Además, se puede evidenciar un comportamiento similar para cada uno de los regímenes de operación en carga parcial en los cuales el aumento de potencia varía entre 1.9% y 1.8% respectivamente. A partir del grafico mostrado se puede mencionar que la potencia de la turbina aumenta aproximadamente en un 0.5% cada vez que se aumenta el valor de este ángulo β en 2 grados.

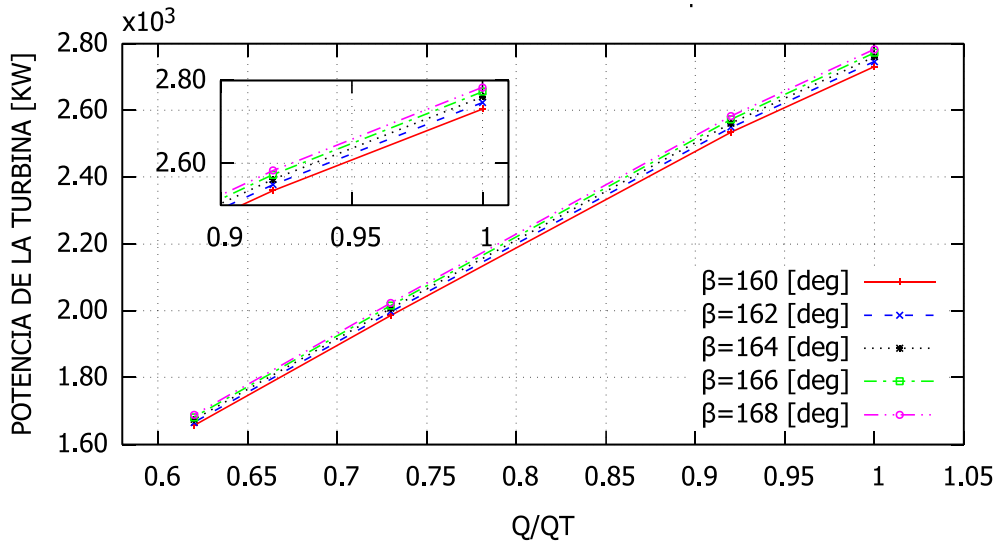


Figura 3.4. Variación del Angulo Beta.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.5 se presenta la influencia del ancho del cangilón (B) sobre la potencia que entrega la turbina a la red de distribución nacional. Acorde a los resultados mostrados se puede apreciar que la potencia de la turbina aumenta a medida que el ancho del cangilón disminuye. Este comportamiento se debe a que al disminuir el ancho de cangilón las pérdidas mecánicas por rozamiento con el aire también se reducen y por lo tanto la eficiencia de la turbina aumenta. Como se muestra en la figura se consigue un incremento de potencia de 0.3% cuando B es igual a 0.25 [m] para todos los intervalos de operación. Por otra parte, también se puede observar un decremento de la potencia de la central de aproximadamente 0.66% por cada 10 cm que aumenta el ancho del cangilón.

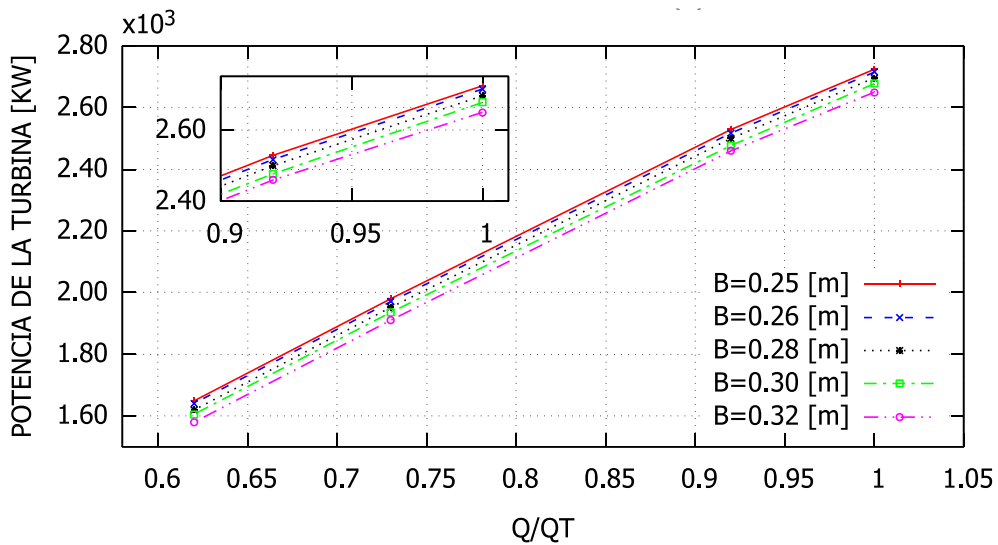


Figura 3.5. Variación del ancho del cangilón (B).
(Fuente: Propia)

En lo que respecta a la longitud del cangilón (L), se puede apreciar en la Figura 3.6 que su influencia es mínima a comparación de las dos dimensiones previamente analizadas. En esta gráfica es posible observar que al aumentar la longitud del cangilón la potencia disminuye. Este comportamiento es igual que el comportamiento del ancho del cangilón se debe a su influencia directa sobre las pérdidas de potencia mecánica. Para un valor de $L=0.21$ [m] se tiene un aumento de potencia de 0.025% por lo que se puede considerar a este parámetro despreciable para el análisis de la potencia de la turbina.

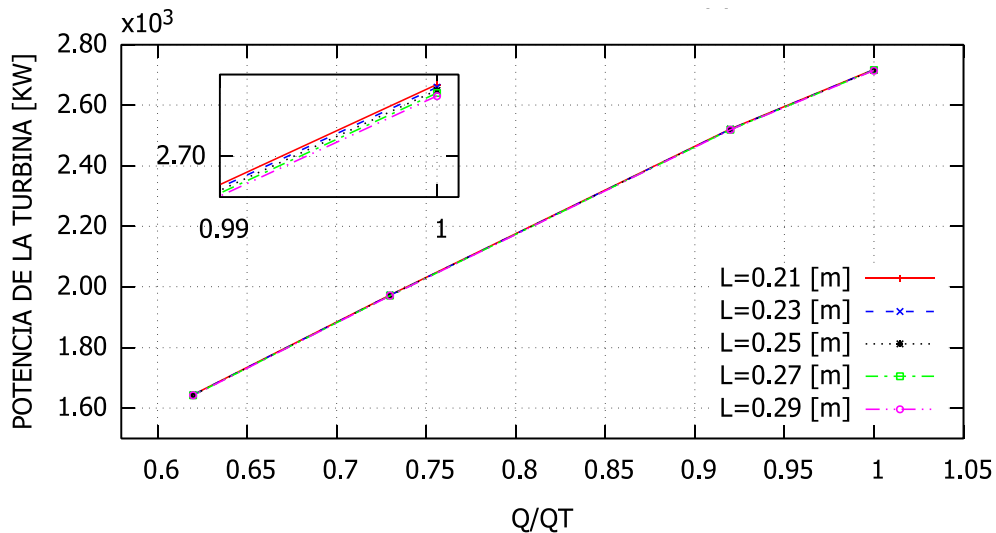


Figura 3.6. Variación de la longitud del cangilón (L).
(Fuente: Propia)

3.4.2. Variación del diámetro de la tobera aceleradora

La influencia de la variación del diámetro de la tobera aceleradora (D_n) se muestra en la Figura 3.7.

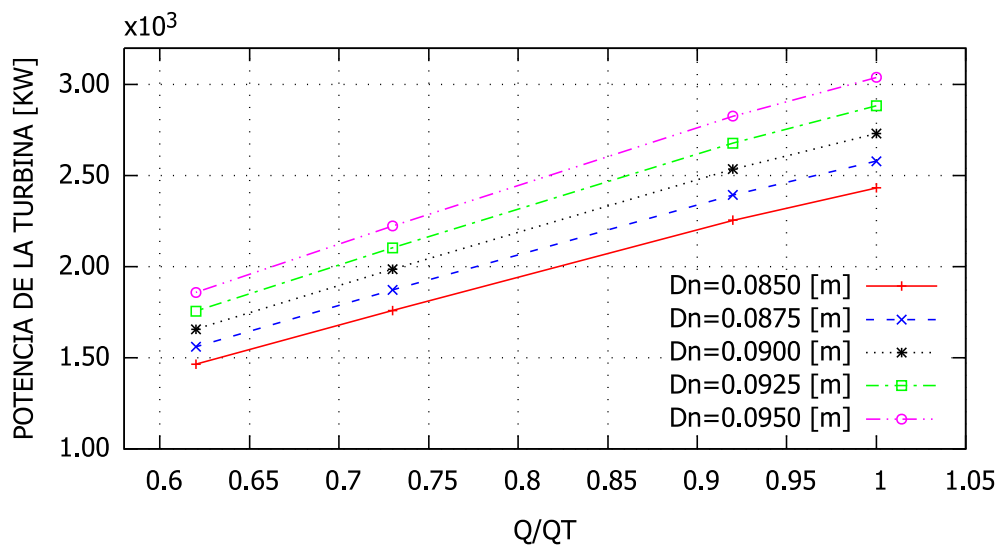


Figura 3.7. Variación de la tobera aceleradora (D_n).
(Fuente: Propia)

Como se puede observar en la imagen se tiene un comportamiento creciente para la potencia de la central a medida que aumenta el diámetro de la tobera.

Sin embargo, este comportamiento conlleva un incremento considerable en el caudal de operación de la central. Acorde a los resultados mostrados es posible alcanzar una potencia de 3038.821 [KW] siempre y cuando la central sea capaz de proporcionar un caudal de 1.07 m³/s empleando la misma turbina. Esta cifra se traduce en una mejora para la potencia de la central de aproximadamente 24% en el punto de operación a plena carga, es decir, un 4.8% por cada 2.5 [mm] de diámetro de la tobera.

3.4.3. Variación de las dimensiones de la carcasa de la turbina

Los resultados de la variación de altura de la carcasa de la turbina (Rio) se presentan en la Figura 3.8.

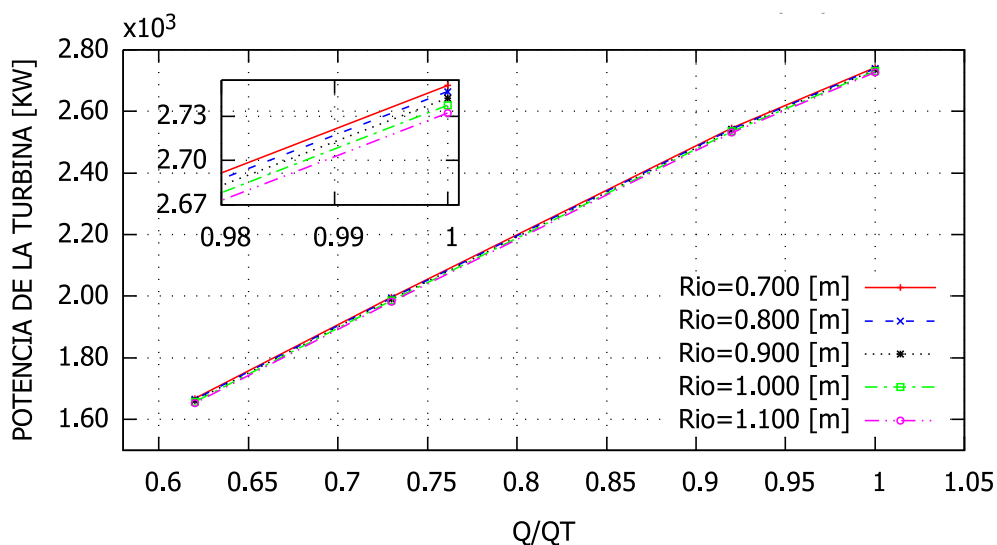


Figura 3.8. Variación de la altura de carcasa (Rio).
(Fuente: Propia)

En esta figura es posible notar que a medida que incrementa el valor de la altura de la carcasa la potencia que entrega la central al sistema interconectado disminuye. Este comportamiento se debe principalmente a que el aire remante en el interior de la carcasa aumenta afectando de forma negativa de la eficiencia de la turbina. Conforme los resultados mostrados, para un valor de Rio = 0.700 [m] se consigue un incremento de la potencia de 2742.313 [KW], es decir, una mejora de aproximadamente el 0.4%. Por otra parte, el mismo comportamiento puede apreciarse en los demás regímenes de operación de la central en carga parcial. En resumen, la potencia de la turbina decae en un 0.1% por cada 0.100 [m] de incremento de la altura de la carcasa.

Respecto a la influencia de la variación del ancho de la carcasa (Bio) en la potencia de la turbina los resultados obtenidos para cada uno de los regímenes de operación de la central se muestran en la Figura 3.9.

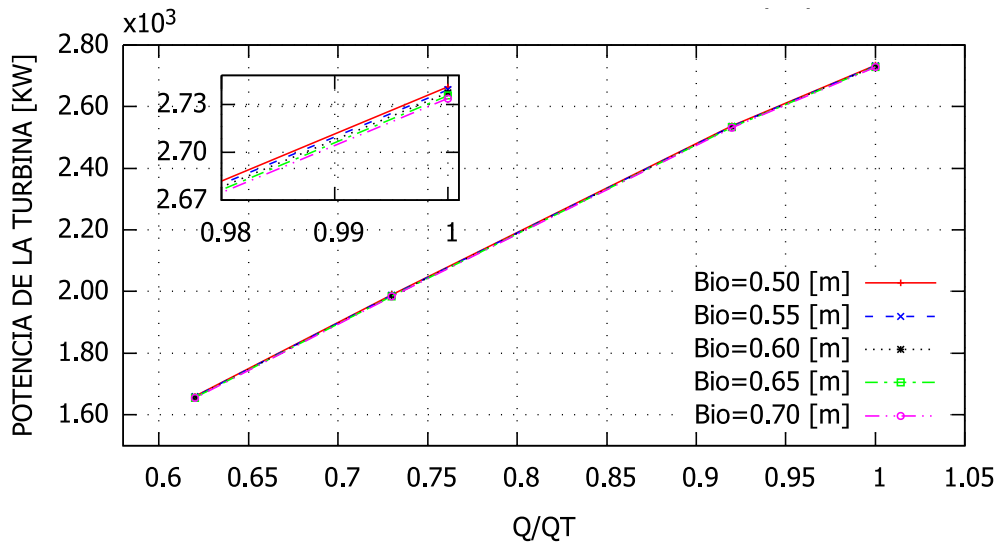


Figura 3.9. Variación del ancho de carcasa (Bio).
(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar en la imagen mostrada el ancho la carcasa (Bio) mantiene una relación inversamente proporcional con la potencia generada, es decir, a medida que incrementa el valor Bio el valor de la potencia disminuye. En base a lo descrito la máxima eficiencia de la turbina se obtiene para un valor de Bio = 0.500 [m]. Esto se traduce en una potencia efectiva de 2734.086 [KW], es decir, se consigue un incremento de 0.1% para cada régimen de operación de la central. En este contexto, es posible establecer que en la turbina se tiene una reducción de la potencia de aproximadamente el 0.025% por cada 0.05 [m] que aumenta el parámetro en estudio.

Por otra parte, la influencia de la variación del ancho del bastidor (Biu) de la turbina sobre la potencia efectiva que proporciona la central se presenta en la Figura 3.10.

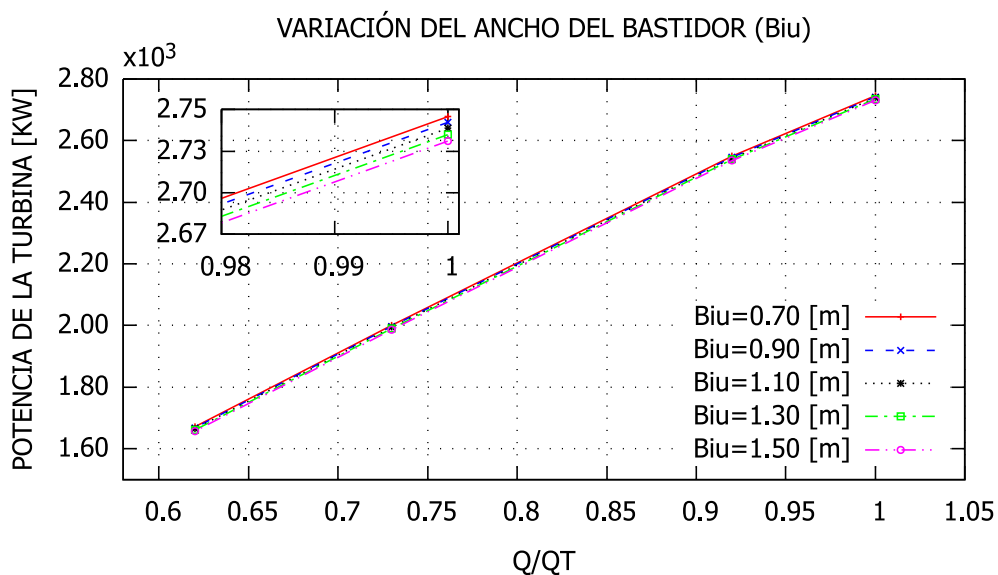


Figura 3.10. Variación del ancho del bastidor.
(Fuente: Propia)

Acorde con la gráfica mostrada, se tiene un comportamiento similar al anterior analizado para el ancho de la carcasa. Como se puede apreciar en estos resultados, la potencia máxima para la central correspondiente a 2745.720 [KW] se consigue cuando el valor de B_{iu} es equivalente a 0.70 [m]. Estos resultados muestran que es posible conseguir un incremento de la potencia de 0.13% por cada 0.20 [m] que se reduzcan al valor del ancho del bastidor de la turbina.

Finalmente, en la Figura 3.11 se presenta el resultado obtenido de la optimización paramétrica de los parámetros de operación de la central. Para esta optimización se consideró la influencia de las dimensiones previamente analizadas a excepción del diámetro de la tobera.

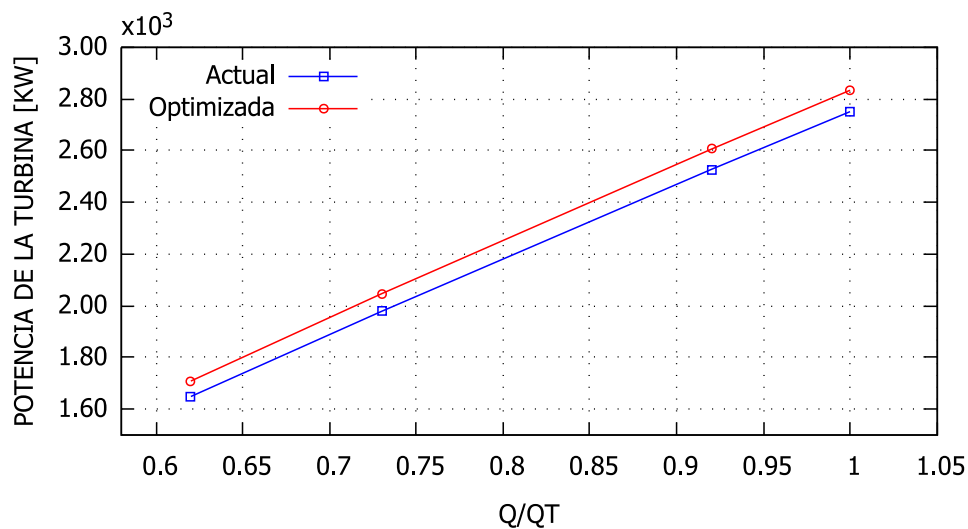


Figura 3.11. Resultado de la optimización paramétrica
(Fuente: Propia)

Como se puede apreciar esta imagen, es posible mejorar la potencia de la turbina hasta en un 3% en el régimen de plena carga, en un promedio de 3.38% en los regímenes de operación de carga parcial siempre y cuando el ángulo de salida (β) sea igual a 168 [deg], el ancho del cangilón (B) sea igual a 0.25 [m], la longitud del cangilón (L) sea de 0.21 [m] y el ancho de la carcasa (B_{io}), la altura (R_{io}) y el ancho del bastidor (B_{iu}) sean iguales a 0.5 [m], 0.7[m] y 0.7 [m] respectivamente.

En términos monetarios, este aumento de 3.00% en la potencia equivalentes a 82.79 [KW] representa un ingreso de \$53377.69 considerando que la central opera las 24 horas del día durante todo un año con un factor de disponibilidad de 0.8.

4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

4.1. Conclusiones

En el presente estudio, se desarrolló un modelo paramétrico para cuantificar la potencia de una turbina tipo Pelton teniendo en cuenta los factores geométricos e hidrodinámicos que inciden en su eficiencia, así como las pérdidas mecánicas y eléctricas que se producen como resultado del funcionamiento normal de la turbina. A partir de los resultados obtenidos y validados tanto por CFD como experimentalmente se puede concluir que:

El modelo matemático propuesto reproduce satisfactoriamente la naturaleza y el comportamiento del fenómeno en estudio ya que presenta una desviación máxima del 2.7% para la potencia en el régimen de operación a plena carga. En consecuencia, el modelo puede utilizarse para definir adecuadamente las dimensiones de las principales partes constitutivas de la turbina como con son rodete, la carcasa y la tubería de presión.

El parámetro que mayor influencia tiene sobre la eficiencia de la turbomáquina en estudio es el ángulo de salida del fluido de trabajo (β). Al definir adecuadamente su valor, la eficiencia de la central puede acercarse al 90 % cuando se opera a plena carga.

El ancho del cangilón (B) mantiene una relación inversamente proporcional con la eficiencia general de la turbina. Esto se debe a que al reducir el área de contacto de los álabes con el aire remanente en la carcasa las pérdidas mecánicas debidas a la fricción con el aire se reducen y, por lo tanto, aumenta la eficiencia general.

La longitud del cucharón (L) así como las dimensiones de la carcasa afecta en menor proporción que las dimensiones anteriores a la eficiencia general de la turbina. A pesar de esto, se comporta de la misma manera que el ancho del cucharón, ya que una reducción en su valor conduce a un aumento de la eficiencia de 0.2%.

Para el caso de estudio relacionado con la Unidad de Generación N2 de Central Hidroeléctrica Illuchi N2, los parámetros de operación para obtener la máxima eficiencia son $\beta = 168^\circ$, $B / d_o = 2.77$ y $L / d_o = 2.33$. Con estas correlaciones, se logra un aumento de la potencia de 3.00 %. En términos monetarios, este aumento de potencia se traduce un ingreso anual para la central de \$53377.69.

4.2. Trabajos Futuros

Tras haber determinado que el modelo analítico propuesto es capaz de predecir satisfactoriamente la potencia que una turbina tipo Pelton puede generar, se debe complementar a este modelo incluyendo un análisis de la parte estructural donde se considere el efecto de la variación masa del rodete sobre la potencia de la turbina.

Por otra parte, es necesario implementar un proceso automatizado para llevar a cabo la optimización de la turbina a través del modelo analítico desarrollado. En este contexto se propone desarrollar un algoritmo genético donde la función objetivo a mejorar sea la eficiencia de la turbomáquina y las funciones a minimizar sean las pérdidas mecánicas, hidráulicas y eléctricas respectivamente.

Respecto al estudio numérico realizado, se debe proponer una metodología de simulación considerando en el dominio computacional la presencia del inyector de la turbina, de la válvula tipo aguja y de la carcasa. Esto con el fin de obtener resultados mas cercanos a la realidad.

Finalmente, es necesario proponer un método inverso al expuesto en el presente trabajo con el fin de diseñar los componentes principales de la turbina tipo Pelton a partir de los datos de entrada de potencia y caudal requeridos.

Referencias Bibliográficas

- [1] F. E. Sierra Vargas, A. F. Sierra Alarcón, and C. A. Guerrero Fajardo, "Pequeñas y microcentrales hidroeléctricas: alternativa real de generación eléctrica.," *Informador Técnico*, vol. 75, Dec. 2011, doi: 10.23850/22565035.22.
- [2] G. K. Singh, "Self-excited induction generator research - A survey," *Electric Power Systems Research*, vol. 69, no. 2–3, pp. 107–114, May 2004, doi: 10.1016/j.epsr.2003.08.004.
- [3] DeveloPMENT Progress, "Promoviendo la sostenibilidad de la energía hidroeléctrica," 2015.
- [4] CONELEC, "PLAN MAESTRO DE ELECTRIFICACION 2-12-2022," QUITO, 2013. Accessed: Jun. 20, 2022. [Online]. Available: <https://www.regulacioneolica.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2015/12/Vol4-Aspectos-de-sustentabilidad-y-sostenibilidad-social-y-ambiental.pdf>
- [5] "Plan Maestro de Electricidad – Ministerio de Energía y Minas." <https://www.rekursyenergia.gob.ec/plan-maestro-de-electricidad/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [6] "Balance Nacional de Energía Eléctrica – Agencia de Regulación y Control de Energía y Recursos Naturales no Renovables." <https://www.controlrecursyenergia.gob.ec/balance-nacional-de-energia-electrica/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [7] B. W. Solemslie and O. G. Dahlhaug, "A reference Pelton turbine design," *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 15, no. PART 3, 2012, doi: 10.1088/1755-1315/15/3/032005.
- [8] Y. A. Çengel and J. M. Cimbala, "Fluid mechanics: fundamentals and applications," p. 1024.
- [9] P. M. Gerhart, A. L. Gerhart, and J. I. Hochstein, "Munson's fluid mechanics," p. 678.
- [10] R. Cerrano, *Hacia una matriz energética diversificada en Ecuador*. 2013.
- [11] "Plan Maestro de Electricidad 2013 - 2022." <https://www.celec.gob.ec/transeselectric/index.php/unidades-de-negocio/plan-de-expansion-2013-2022> (accessed Jun. 20, 2022).
- [12] J. Carlos and B. Calderón, "PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA Guillermo Lasso Mendoza MINISTRO DE ENERGÍA Y RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES", Accessed: Jun. 20, 2022. [Online]. Available: www.rekursyenergia.gob.ec
- [13] "Balance Nacional de Energía Eléctrica – Agencia de Regulación y Control de Energía y Recursos Naturales no Renovables." <https://www.controlrecursyenergia.gob.ec/balance-nacional-de-energia-electrica/> (accessed Jun. 20, 2022).

- [14] “Plan Maestro de Electricidad – Ministerio de Energía y Minas.” <https://www.rekursyenergia.gob.ec/plan-maestro-de-electricidad/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [15] “CELEC EP actualizará portafolio de proyectos hidroeléctricos.” <https://www.celec.gob.ec/gensur/index.php/522-celec-ep-actualizara-portafolio-de-proyectos-hidroelectricos> (accessed Jun. 20, 2022).
- [16] B. A. Nasir, “Design Aspects of Small-Hydropower Plant,” *Journal of Energy Research and Reviews*, pp. 1–9, Nov. 2021, doi: 10.9734/JENRR/2021/V9I230226.
- [17] A. Vaideliene, V. Vaidelys, and S. Kadisa, “Small Hydropower Plants-As Renewable Energy Resources,” *Journal of Agricultural Machinery Science*, vol. 4, no. 3, pp. 237–240, 2008.
- [18] M. Zeleňáková, R. Fijko, D. C. Diaconu, and I. Remeňáková, “Environmental impact of small hydro power plant—a case study,” *Environments - MDPI*, vol. 5, no. 1, pp. 1–10, Jan. 2018, doi: 10.3390/ENVIRONMENTS5010012.
- [19] “Hydropower (Small-scale) | SSWM - Find tools for sustainable sanitation and water management!” <https://sswm.info/water-nutrient-cycle/water-distribution/hardwares/water-network-distribution/hydropower-%28small-scale%29> (accessed Jun. 20, 2022).
- [20] M. Amelin, “SMALL-SCALE RENEWABLE ENERGY SOURCES FOR RURAL ELECTRIFICATION Possibilities and Limitations”.
- [21] “Rendición de cuentas — ELEPCOSA.” <https://elepcosa.com.ec/rendicion-de-cuentas/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [22] “Repositorio Digital - EPN: Estudio técnico-económico de la implementación del centro de control de las centrales hidroeléctricas Illuchi 1 e Illuchi 2 de ELEPCO S.A.” <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/524> (accessed Jun. 20, 2022).
- [23] Z. Mei, “Mechanical design and manufacturing of hydraulic machinery,” p. 536, 1991.
- [24] T. Z. Oo, N. Nyi, and C. Cho Khaing, “Design Calculation of Pelton Turbine for 220 kW,” *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 9, no. 7, 2019, doi: 10.29322/IJSRP.9.07.2019.p9131.
- [25] A. Židonis and G. A. Aggidis, “State of the art in numerical modelling of Pelton turbines,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 45, pp. 135–144, 2015, doi: 10.1016/J.RSER.2015.01.037.
- [26] Zh. Zhang, “Working Principle of Pelton Turbines,” *Pelton Turbines*, pp. 13–28, 2016, doi: 10.1007/978-3-319-31909-4_2.
- [27] Zh. Zhang, “Interaction Between the Jet and Pelton Wheel,” *Pelton Turbines*, pp. 63–96, 2016, doi: 10.1007/978-3-319-31909-4_5.
- [28] Claudio. Mataix, “Turbomáquinas hidráulicas turbinas hidráulicas, bombas, ventiladores,” 2009.
- [29] A. Rossetti, G. Pavesi, G. Cavazzini, A. Santolin, and G. Ardizzon, “Influence of the bucket geometry on the Pelton performance,” *Proceedings of the Institution of*

- Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 228, no. 1, pp. 33–45, 2014, doi: 10.1177/0957650913506589.
- [30] Y. A. Çengel and J. M. Cimbala, “Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones,” 2012.
- [31] Zh. Zhang, “Hydraulic and Mechanical Efficiency,” *Pelton Turbines*, pp. 207–209, 2016, doi: 10.1007/978-3-319-31909-4_15.
- [32] S. Petley and G. A. Aggidis, “Estimating the Energy Loss in Pelton Turbine Casings by Transient CFD and Experimental Analysis,” *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 400–417, Dec. 2019, doi: 10.5293/IJFMS.2019.12.4.400.
- [33] H. Jeon, J. H. Park, Y. Shin, and M. Choi, “Friction loss and energy recovery of a Pelton turbine for different spear positions,” *Renewable Energy*, vol. 123, pp. 273–280, Aug. 2018, doi: 10.1016/J.RENENE.2018.02.038.
- [34] “Energías renovables | Idae.” <https://www.idae.es/tecnologias/energias-renovables> (accessed Jun. 20, 2022).
- [35] S. J. Chapman, “Electric machinery fundamentals,” p. 680, 2012.
- [36] M. Penalba, J. A. Cortajarena, and J. v. Ringwood, “Validating a wave-to-wire model for a wave energy converter-part II: The electrical system,” *Energies (Basel)*, vol. 10, no. 7, 2017, doi: 10.3390/EN10071002.
- [37] H. Kifune, M. K. Zadhe, and H. Sasaki, “Efficiency estimation of synchronous generators for marine applications and verification with shop trial data and real ship operation data,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 195541–195550, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3033404.
- [38] K. Detka and K. Górecki, “Modelling the power losses in the ferromagnetic materials,” *Materials Science- Poland*, vol. 35, no. 2, pp. 398–404, 2017, doi: 10.1515/MSP-2017-0050.
- [39] “Computational and Analytic Methods in Science and Engineering,” *Computational and Analytic Methods in Science and Engineering*, 2020, doi: 10.1007/978-3-030-48186-5.
- [40] “¿Método numérico, analítico y experimental: concurrentes o complementarios en la ingeniería?” <https://www.esss.co/es/blog/simulacion-numerica-metodos-analitico-experimental-concurrentes-o-complementarios-en-la-ingenieria/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [41] “Hydraulic Turbines. Their Design and Equipment. (Translated from the Czech ... - Miroslav Nechleba - Google Books.” https://books.google.com.ec/books/about/Hydraulic_Turbines_Their_Design_and_Equi.html?id=5VcKngEACAAJ&redir_esc=y (accessed Jun. 20, 2022).
- [42] A. Židonis and G. A. Aggidis, “State of the art in numerical modelling of Pelton turbines,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 45, pp. 135–144, May 2015, doi: 10.1016/J.RSER.2015.01.037.
- [43] R. Tarodiya, S. Khullar, and A. Levy, “Particulate flow and erosion modeling of a Pelton turbine injector using CFD-DEM simulations,” *Powder Technology*, vol. 399, p. 117168, Feb. 2022, doi: 10.1016/J.POWTEC.2022.117168.

- [44] A. Rossetti, G. Pavesi, G. Ardizzon, and A. Santolin, "Numerical analyses of cavitating flow in a pelton turbine," *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 136, no. 8, 2014, doi: 10.1115/1.4027139.
- [45] S. Gautam, S. Chitrakar, H. P. Neopane, W. Bjørn Solemslie, and O. G. Dahlhaug, "Numerical investigation of a Pelton turbine at several operating conditions," *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 1037, no. 1, p. 012053, Jun. 2022, doi: 10.1088/1755-1315/1037/1/012053.
- [46] H. A. Mrope, Y. A. Chande Jande, and T. T. Kivevele, "A Review on Computational Fluid Dynamics Applications in the Design and Optimization of Crossflow Hydro Turbines," *Journal of Renewable Energy*, vol. 2021, pp. 1–13, Oct. 2021, doi: 10.1155/2021/5570848.
- [47] "(PDF) Optimisation and efficiency improvement of Pelton hydro turbine using computational fluid dynamics and experimental testing." https://www.researchgate.net/publication/284724812_Optimisation_and_efficiency_improvement_of_Pelton_hydro_turbine_using_computational_fluid_dynamics_and_experimental_testing (accessed Jun. 20, 2022).
- [48] V. Hidalgo *et al.*, "Simplified simulation of a small Pelton turbine using OpenFOAM," *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 774, no. 1, Jun. 2021, doi: 10.1088/1755-1315/774/1/012075.
- [49] A. Panthee, H. Prasad Neopane, and B. Thapa, "CFD Analysis of Pelton Runner," *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 4, no. 8, 2014, Accessed: Jun. 20, 2022. [Online]. Available: www.ijsrp.org
- [50] A. Židonis, A. Panagiotopoulos, G. A. Aggidis, J. S. Anagnostopoulos, and D. E. Papantonis, "Parametric optimisation of two Pelton turbine runner designs using CFD," *Journal of Hydrodynamics*, vol. 27, no. 3, pp. 403–412, Jun. 2015, doi: 10.1016/S1001-6058(15)60498-X.
- [51] C. G. Armstrong, H. J. Fogg, C. M. Tierney, and T. T. Robinson, "Common themes in multi-block structured quad/hex mesh generation," *Procedia Engineering*, vol. 124, pp. 70–82, 2015, doi: 10.1016/J.PROENG.2015.10.123.
- [52] B. Zoppé, C. Pellone, T. Maître, and P. Leroy, "Flow analysis inside a Pelton turbine bucket Flow Analysis Inside a Pelton Turbine Bucket 1," *American Society of Mechanical Engineers*, vol. 128, pp. 500–511, 2006, doi: 10.1115/1.2184350.
- [53] "ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide - 16.3 Volume of Fluid (VOF) Model Theory." <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node297.htm> (accessed Jun. 20, 2022).
- [54] "Manual on Pumps used as Turbines (Volume 11) | Skat Consulting." <https://skat.ch/book/manual-on-pumps-used-as-turbines-volume-11/> (accessed Jun. 20, 2022).
- [55] R. L. Mott and J. A. Untener, "Applied fluid mechanics," p. 531.
- [56] "Página de inicio del Grupo SKF | SKF." <https://www.skf.com/pe> (accessed Jun. 20, 2022).
- [57] R. K. Rajput, "A Textbook of Hydraulic Machines: Fluid Power Engineering," p. 320, Oct. 1999, Accessed: Jun. 20, 2022. [Online]. Available:

http://www.amazon.com/Textbook-Hydraulic-Machines-Fluid-Engineering/dp/8121916682/ref=sr_1_1?ie=UTF8&qid=1418704471&sr=8-1&keywords=hydraulic+machines+textbook

- [58] B. S. Guru and H. R. Hızıroğlu, "Electric machinery and transformers," p. 675.
- [59] I. Boldea, "Synchronous generators," p. 464.
- [60] "Repositorio Digital - EPN: Optimización de la geometría de un rodete tipo Pelton para flujo particulado utilizando simulación numérica." <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/21058> (accessed Jun. 20, 2022).
- [61] "Repositorio Digital - EPN: Estudio paramétrico de una turbina eólica de eje horizontal con característica similares a las del campo eólico Villonaco." <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/21276> (accessed Jun. 20, 2022).

ANEXOS

ANEXO I: PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS DEL ECUADOR (10MW-0,5MW)

N	Empresa	Central	Provincia	Potencia Nominal [MW]	Potencia Efectiva [MW]
1	IPNEGAL	Ipnegal	Pichincha	10,44	10,36
2	E.E. Riobamba	Alao	Chimborazo	10,40	10,00
3	Hidrovictoria	Victoria	Napo	10,32	10,00
4	EMAPS	El Carmen	Pichincha	8,40	8,20
5	Hidrotambo	Hidrotambo	Bolivar	8,00	8,00
6	E.E. Norte	Ambi	Imbabura	8,00	7,85
7	CELEC-Hidroazogues	Alazán	Cañar	6,23	6,23
8	Ecoluz	Papallacta	Napo	6,63	6,20
9	Vicunha	Vindobona	Pichincha	6,09	5,86
10	E.E. Cotopaxi	Illuchi No.2	Cotopax	5,20	5,20
11	E.E. Quito	Pasochoa	Pichincha	4,50	4,50
12	E.E. Cotopax	Illuchi No.1	Cotopaxi	4,19	4,00
13	E.E. Riobamba	Río Blanco	Chimborazo	3,13	3,00
14	E.E. Ambato	Península	Tungurahua	3,00	2,90
15	E.E. Norte	San Miguel de Car	Carchi	2,95	2,52
16	Perlabí	Perlabí	Pichincha	2,70	2,46
17	E.E. Sur	Carlos Mora	Zamora Chinchipe	2,40	2,40
18	Ecoluz	Loreto	Napo	2,30	2,20
19	I.M. Mejía	La Calera	Pichincha	2,50	1,98
20	UCEM	Planta Chimborazo	Chimborazo	2,00	1,90
21	E.E. Quito	Los Chillos	Pichincha	1,76	1,76
22	E.E. Cotopax	El Estado	Cotopaxi	1,70	1,66
23	Moderna Alimentos	Geppert	Pichincha	1,65	1,65
24	E.E. Norte	La Playa	Carchi	1,43	1,23
25	Hidrosibimbe	Uravia	Pichincha	0,99	0,98
26	Hidrosibimbe	Corazón	Pichincha	0,99	0,98
27	Elecaastro	Gualaceo	Azuay	0,97	0,97
28	E.E. Cotopaxi	Catazacón	Cotopaxi	0,80	0,76
29	E.E. Riobamba	Nizag	Chimborazo	0,80	0,75
30	SERMAA EP	Fábrica Imbabura	Imbabura	0,79	0,61
TOTAL				121,26	117,11

ANEXO II: CODIGO DESARROLLADO EN PYTHON A PARTIR DEL MODELO PARAMÉTRICO

```
# ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
# FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
# MAESTRÍA EN DISEÑO Y SIMULACIÓN
# AUTOR: JOSÉ LUIS ERAZO LÓPEZ

# TEMA: DESARROLLO DE UN MODELO PARAMÉTRICO PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO
DE TURBINAS PELTON EN PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS
# CASO DE ESTUDIO: CENTRAL HIDROELÉCTRICA ILLUCHI 2
# UBICACIÓN: LATACUNGA-COTOPAXI

import numpy as np
from sympy import *
from tabulate import tabulate

#VARIABLES SIMBÓLICAS
V1,V2,V3,V4,VA,VB,VC,VD,VE,VF,VG,VH,VI=symbols('V1,V2,V3,V4,VA,VB,VC,VD,VE,V
F,VG,VH,VI')
V=[V1,V2,V3,V4,VA,VB,VC,VD,VE,VF,VG,VH,VI]

#region VALORES CONOCIDOS
#CONSTANTES
g=9.81 # Gravedad [m/s2]
T=10 # Temperatura [C]
rho=999.7 # Densidad [Kg/m3]
mu=1.307e-3 #Viscosidad Dinámica [kg/ms]
E=4.69E-5 # Rugosidad absoluta del acero [m]
#NIVELES DE AGUA
Z01=327 # Nivel del reservorio desde el inyector 1 [m]
Z02=327 # Nivel del reservorio desde el inyector 2 [m]
Z03=327 # Nivel del reservorio desde el inyector 3 [m]
Z04=327 # Nivel del reservorio desde el inyector 4 [m]

#LONGITUD DE LA TUBERÍA
LA=4 # Longitud de la tubería A [m]
LB=4.7 # Longitud de la tubería B [m]
LC=4 # Longitud de la tubería C [m]
LD=4.7 # Longitud de la tubería D [m]
LE=4.3 # Longitud de la tubería E [m]
LF=4.3 # Longitud de la tubería F [m]
LG=12 # Longitud de la tubería G [m]
LH=1700 # Longitud de la tubería H [m]
LI=1680 # Longitud de la tubería I [m]
```

#DIÁMETRO DE LA TUBERÍA

DA=0.48 # Diámetro de la tubería A [m]

DB=0.48 # Diámetro de la tubería B [m]

DC=0.48 # Diámetro de la tubería C [m]

DD=0.48 # Diámetro de la tubería D [m]

DE=0.48 # Diámetro de la tubería E [m]

DF=0.48 # Diámetro de la tubería F [m]

DG=0.48 # Diámetro de la tubería G [m]

DH=0.68 # Diámetro de la tubería H [m]

DI=0.68 # Diámetro de la tubería I [m]

D=[DA,DB,DC,DD,DE,DF,DG,DH,DI]

#DIÁMETRO A LA SALIDA DE LOS INYECTORES

D1=D2=D3=D4=0.09 # Diámetro del inyector

#COEFICIENTE DE DESCARGA

AP1=AP2=AP3=AP4=0.62 # COEFICIENTE DE DESCARGA [%]

#FACTORES DE PERDIDAS POR FRICCIÓN EN LA TUBERÍA (INICIALES)

F0=np.ones(9)

#COEFICIENTES DE PÉRDIDAS MENORES PARA LA TUBERÍA

KA=KB=KC=KD=17.79 #0.05,0.206,4.857, 17.79 PERDIDAS EN LA VALVULA 100% ABIERTA

KE=0

KF=0

KG=0

KH=KI=13.386 #0.24,0.408, 3.91, 13.386 PERDIDAS EN LA VALVULA 100% ABIERTA

#endregion

#region AREAS Y CAUDALES

AREA DE LAS TUBERÍAS

AA=np.pi*DA**2/4

AB=np.pi*DB**2/4

AC=np.pi*DC**2/4

AD=np.pi*DD**2/4

AE=np.pi*DE**2/4

AF=np.pi*DF**2/4

AG=np.pi*DG**2/4

AH=np.pi*DH**2/4

AI=np.pi*DI**2/4

AREA EN LA SALIDA DE LOS INYECTORES

A1=AP1*np.pi*D1**2/4

A2=AP2*np.pi*D2**2/4

A3=AP3*np.pi*D3**2/4

```
A4=AP4*np.pi*D4**2/4
```

```
# CAUDAL EN LAS TUBERÍAS
```

```
QA=VA*AA
```

```
QB=VB*AB
```

```
QC=VC*AC
```

```
QD=VD*AD
```

```
QE=VE*AE
```

```
QF=VF*AF
```

```
QG=VG*AG
```

```
QH=VH*AH
```

```
QI=VI*AI
```

```
# CAUDAL EN LA SALIDA DE LOS INYECTORES
```

```
Q1=V1*A1
```

```
Q2=V2*A2
```

```
Q3=V3*A3
```

```
Q4=V4*A4
```

```
#endregion
```

```
# PERDIDAS MENORES EN CADA TRAMO DE LA TUBERÍA
```

```
hKA=KA*VA**2/(2*g)
```

```
hKB=KB*VB**2/(2*g)
```

```
hKC=KC*VC**2/(2*g)
```

```
hKD=KD*VD**2/(2*g)
```

```
hKE=KE*VE**2/(2*g)
```

```
hKF=KF*VF**2/(2*g)
```

```
hKG=KG*VG**2/(2*g)
```

```
hKH=KH*VH**2/(2*g)
```

```
hKI=KI*VI**2/(2*g)
```

```
#PERDIDAS MENORES DE Ø A 1,2,3,4
```

```
hmØ1=hKA+hKE+hKG+hKH+hKI
```

```
hmØ2=hKB+hKE+hKG+hKH+hKI
```

```
hmØ3=hKC+hKF+hKG+hKH+hKI
```

```
hmØ4=hKD+hKF+hKG+hKH+hKI
```

```
def JACOBIANO(VF, VV, MVØ):
```

```
    # VF== LISTA DE FUNCIONES
```

```
    # VV== LISTA DE VARIABLES
```

```
    # MVO== MATRIZ DE VALORES INICIALES DE VELOCIDAD
```

```
    R=np.zeros(len(VV),dtype=object)
```

```
    r=[]
```

```
    for i in range(len(VV)):
```

```
        R[i]=(VV[i],MVØ[i,Ø])
```

```
        r.append(R[i])
```



```

MF=np.zeros((len(VF),1),dtype=object)
J=np.zeros((len(VF),len(VV)),dtype=object)
JJ=np.zeros((len(VF),len(VV)),dtype=object)

for j in range(len(VF)):
    MF[j,0]=VF[j].subs(r)
    for k in range(len(VV)):
        J[j,k]=diff(VF[j],VV[k])
        JJ[j,k]=J[j,k].subs(r)

return(JJ,MF)

i=1
while i>=0:
    # PERDIDAS MAYORES EN CADA TRAMO DE LA TUBERÍA
    hFA=F0[0]*VA**2*LA/(2*g*DA)
    hFB=F0[1]*VB**2*LB/(2*g*DB)
    hFC=F0[2]*VC**2*LC/(2*g*DC)
    hFD=F0[3]*VD**2*LD/(2*g*DD)
    hFE=F0[4]*VE**2*LE/(2*g*DE)
    hFF=F0[5]*VF**2*LF/(2*g*DF)
    hFG=F0[6]*VG**2*LG/(2*g*DG)
    hFH=F0[7]*VH**2*LH/(2*g*DH)
    hFI=F0[8]*VI**2*LI/(2*g*DI)

    #PERDIDAS MAYORES DE 0 A 1,2,3,4
    hF01=hFA+hFE+hFG+hFH+hFI
    hF02=hFB+hFE+hFG+hFH+hFI
    hF03=hFC+hFF+hFG+hFH+hFI
    hF04=hFD+hFF+hFG+hFH+hFI

    # FUNCIONES IGUALADAS A 0
    # ECUACIÓN DE BERNOULLI PARA CADA INYECTOR
    F1=V1**2/(2*g)+hF01+hm01-Z01
    F2=V2**2/(2*g)+hF02+hm02-Z02
    F3=V3**2/(2*g)+hF03+hm03-Z03
    F4=V4**2/(2*g)+hF04+hm04-Z04

    # CONTINUIDAD EN LA TUBERÍA
    F5=QA-Q1
    F6=QB-Q2
    F7=QC-Q3
    F8=QD-Q4
    F9=QE-(QA+QB)
    F10=QF-(QC+QD)
    F11=QG-(QE+QF)
    F12=QG-(QH+QI)

```

```

#PERDIDAS MAYORES ENTRE LA TUBERÍA H E I
F13=hFH-hFI
F=[F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9,F10,F11,F12,F13] #LISTA DE FUNCIONES
V0=np.ones((13,1)) # VALORES INICIALES PARA LA VELOCIDAD

j=1
while j>=0:
    J,FF=JACOBIANO(F,V,V0)
    JI=np.linalg.inv(np.double(J))
    VR=V0-np.dot(JI,FF)
    if abs((VR[0,0]-V0[0,0])/VR[0,0])<=1e-4:
        break
    else:
        V0=VR

D=np.array(D).reshape(9,1)
VR1=VR[4:13,:]
RE=np.double(VR1*rho/mu*D)

FR=np.zeros(9)
for k in range(len(FR)):
    FR[k]=1/(1.14-
2*np.log10((E/D[k,0])+(9.35/(RE[k,0]*np.sqrt(F0[k])))))**2 # FACTOR DE
PERDIDAS: EQ COLEBROK-WHITE
    if abs((FR[0]-F0[0])/FR[0])<=1e-4:
        break
    else:
        F0=FR
print(VR,FR)

V=VR[0,0]
Q=QF.subs(VF,VR[9,0])

# DATOS DE ENTRADA
n=720 # [RPM]
w=n/60 #[rev/s]
r=0.5 #[m]
kn=0.5
Betha=162*np.pi/180 #[rad]
H=327 #[m]
N=20
Dm=1 #[m]
B=0.26 #[m]
cf=0.02
e=10e-3 #[m]
L=0.23 #[m]

# DIMENSIONES DE LA CARCASA

```

```

Ba=B+2*e    #[m]
Bio=0.6     #[m]
Biu=1.5     #[m]
Rio=1       #[m]

# PARAMETROS ELÉCTRICOS
Ie=781.8    #[A]
Re=0.0117   #[ohm]
Ir=390.5    #[A]
Rr=0.1615   #[ohm]
mg=5888     #[Kg]
Kh=0.0106
f=60        #[Hz]
Bm=1.1      #[T]
Ke=94.451e-6
Dr=1.35
Lp=0.65
M2=351      #[Nmm]

## VELOCIDADES, CAUDALES, DIMAETRO CHORRO
do=sqrt((2/np.pi)*(Q/V))    #[m]

# COEFICIENTES CARACTERISTICOS
a0=np.arccos(1/(1+0.85*B/Dm))    #[rad]
nq=w*((Q)/2)**0.5/(H**(3/4))
k=round((n*2*np.pi/60*r)/(V),3)
Qb=round((do/B)**2,3)

# GRADO DE REACCIÓN Y NUMERO DE FRICCIÓN GLOBAL'

if k<=0.55:
    Rq=1
else:
    Rq=(N*a0/np.pi)*(1-k/(1-1.15*nq))

cw2=cf*(1+(0.85)/(sqrt(Qb)))*(1/(sqrt(Qb)))

nh=(k/kn)*(1-0.5*k/kn)*(1-np.cos(Betha)+0.5*cw2*np.cos(Betha))*Rq

# CALCULO DE LA POTENCIA - HIDRAULICA

## EFICIENCIA MECÁNICA
# CALCULO DE LAS PERDIDAS POR ROZAMIENTO CON EL AIRE
D=Dm+L+e
Pwi=15*w**3*D**5*(Ba/D)**(1/4)*(Bio/D)**(3/4)*(Biu/D)**(5/4)*(Rio/D)**(7/4)

```

```
# CALCULO DE LAS PERDIDAS POR FRICCIÓN EN LOS RODAMIENTOS
```

```
M=530      #[N mm]
```

```
Pbe=1.05e-4*M*n
```

```
# ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA MECÁNICA
```

```
Nm=(rho*g*H*Q-Pwi-Pbe)/(rho*g*H*Q)
```

```
nt=Nm*n*0.98
```

```
Peje=rho*g*H*Q*nt
```

```
## EFICIECIENCIA DEL GENERADOR
```

```
Pcu=3*Ie**2*Re+Ir**2*Rr
```

```
Pcore=mg*(Kh*f*Bm**1.5+Ke*(f*Bm)**2)
```

```
Pbe2=1.05e-4*M2*n
```

```
Pair=1.5e-3*(2*np.pi*n/60)**3*Dr**5*(1+5*Lp/Dr)
```

```
Pdisp=0.01*(Pcu+Pcore+Pbe+Pair)
```

```
Ptot=(Pcu+Pcore+Pdisp+Pbe+Pair)
```

```
ng= (Peje-Ptot)/Peje
```

```
nT=ng*nt
```

```
print('DIAMETRO DEL CHORRO DE AGUA:',do)
```

```
print('COEFICIEENTE DE VELOCIDAD PERFIFERICA:',k)
```

```
print('VELOCIDAD ESPECÍFICA:',nq)
```

```
print('CARGA VOLUMÉTRICA:',Qb)
```

```
print('POSICIÓN DEL CANGILÓN:',a0)
```

```
print('GRADO DE REACCIÓN: ',Rq)
```

```
print('NUMERO DE FRICCIÓN: ',cw2)
```

```
print('EFICIENCIA HIDRAÚLICA PARCIAL: ',nh)
```

```
print('EFICIENCIA HIDRAÚLICA TOTAL: ',nh)
```

```
print('PERDIDAS POR ROZAMIENTO: ',Pwi,'[W]')
```

```
print('PÉRDIDIAS POR FRICCIÓN: ',Pbe,'[W]')
```

```
print('EFICIENCIA MECÁNICA PARCIAL: ',Nm)
```

```
print('EFICIENCIA MECÁNICA TOTAL: ',Nm)
```

```
print('EFICIENCIA DE LA TURBINA', nt)
```

```
print('POTENCIA EN EL EJE',Peje)
```

```
print('Perdidas en el cobre=',Pcu)
```

```
print('Perdidas en el nucleo=',Pcore)
```

```
print('Perdidas en por friccion=',Pbe2)
```

```
print('Perdidas en por rozamiento=',Pair)
```

```
print('Perdidas dispersas=',Pdisp)
```

```
print('Pérdidas totales=',Ptot)
```

```
print('EFICIENCIA PARCIAL DEL GENERADOR=',ng)
```

```
print('EFICIENCIA TOTAL DEL GENERADOR=',ng)
```

```
print('Eficiencia de la central=',nT)
```

```
print('Potencia Efectiva=',Pefec)
```

ANEXO III: MODELO MATEMÁTICO EMPLEADO PARA EL CÁLCULO DEL MOMENTO FRICCIONAL DE LOS RODAMIENTOS

The SKF model for calculating the frictional moment

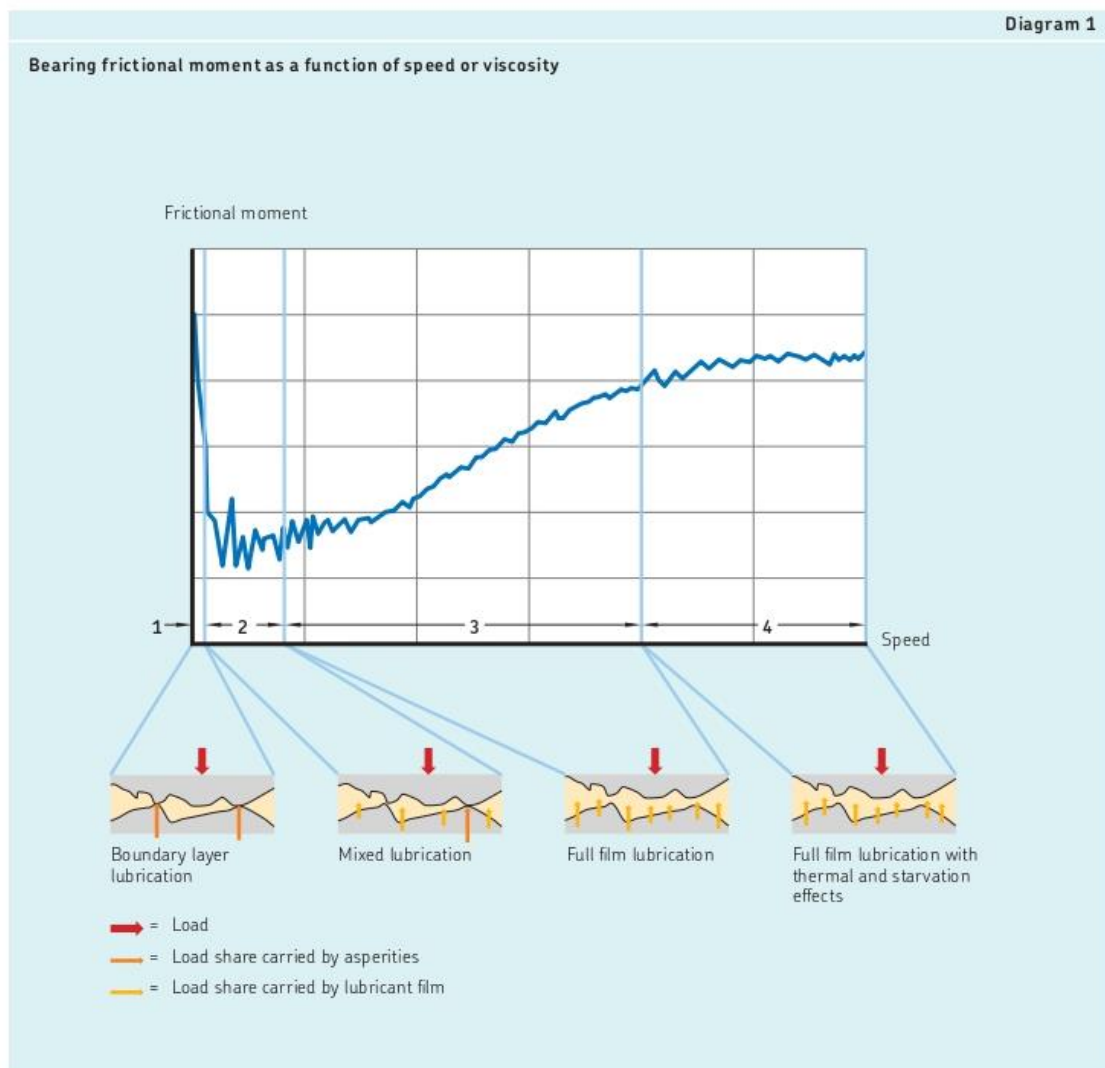
Bearing friction is not constant and depends on certain tribological phenomena that occur in the lubricant film between the rolling elements, raceways and cages.

Diagram 1 shows how friction changes, as a function of speed, in a bearing with a given lubricant. Four zones are distinguishable:

- **Zone 1** – Boundary layer lubrication condition, in which only the asperities carry the load, and so friction between the moving surfaces is high.

- **Zone 2** – Mixed lubrication condition, in which a separating oil film carries part of the load, with fewer asperities in contact, and so friction decreases.
- **Zone 3** – Full film lubrication condition, in which the lubricant film carries the load, but with increased viscous losses, and so friction increases.
- **Zone 4** – Full film lubrication with thermal and starvation effects, in which the inlet shear heating and kinematic replenishment reduction factors compensate partially for the viscous losses, and so friction evens off.

To calculate the total frictional moment in a rolling bearing, the following sources and their



ORDEN DE EMPASTADO