

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE PROPAGACIÓN
REPRESENTADOS COMO SISTEMAS MULTIAGENTES.**

**ESTUDIAR Y APLICAR UN ALGORITMO DE CONTROL EN
PROCESOS DE PROPAGACIÓN EN SISTEMAS HÍDRICOS.**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERA EN
ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN**

LUIS DAVID QUICHIMBO SANMARTIN

luis.quichimbo@epn.edu.ec

DIRECTOR: JACKELINE ABAD TORRES

jackeline.abad@epn.edu.ec

DMQ, agosto 2023

CERTIFICACIONES

Yo, LUIS DAVID QUICHIMBO SANMARTIN, declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

LUIS QUICHIMBO

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por LUIS DAVID QUICHIMBO SANMARTIN, bajo mi supervisión.

JACKELINE ABAD TORRES
DIRECTOR

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

LUIS DAVID QUICHIMBO SANMARTIN

JACKELINE ABAD TORRES

DEDICATORIA

"Aun los jóvenes se cansan y se fatigan, y los jóvenes tropiezan y caen; pero los que confían en Jehová renovarán sus fuerzas; volarán como las águilas; correrán y no se cansarán; caminarán y no se fatigarán."

- Isaías 40:30-31

AGRADECIMIENTO

Queridos amigos, familiares y mentores,

Al culminar este importante capítulo de mi vida, quiero expresar mi gratitud de la manera más profunda y sincera posible. Ha sido un viaje lleno de desafíos, aprendizajes y logros, y no habría sido posible sin el inmenso apoyo, guía y afecto que todos ustedes me han brindado a lo largo de los años.

En primer lugar, a mis padres, Luis y Sonia, quiero agradecerles por el sacrificio y esfuerzo que han hecho año tras año para formar la persona que soy hoy en día. Su amor, apoyo y dedicación son invaluableles, y siempre llevaré conmigo la huella de su influencia en mi vida.

A mis hermanos Kely, Jessica y Alex, quiero agradecerles por ser un gran soporte en cada paso que doy. Su amor, amistad y compromiso son un verdadero tesoro en mi vida y no puedo expresar lo agradecido que estoy por tener hermanos tan maravillosos como ustedes.

Al resto de mi familia, en especial a mi tía Luisa y a mi primo Paul, por su incondicional ayuda durante mi carrera universitaria. Su constante motivación y confianza me han impulsado a superar desafíos y alcanzar mis metas.

A mis amigos, tanto dentro como fuera de la universidad, quiero decirles cuánto significan para mí. Su amistad, apoyo y presencia en los momentos más difíciles han sido fundamentales en mi vida. Ustedes han sido una familia elegida y no puedo expresar lo agradecido que estoy por su presencia constante en mi camino.

A la Dra. Jackeline Abad y a los docentes de la Escuela Politécnica Nacional, quiero agradecerles por su dedicación, compromiso y por haberme enseñado y orientado en mi carrera profesional. Sus enseñanzas y mentoría han sido fundamentales en mi formación académica y personal, y siempre estaré agradecido por su guía y apoyo.

A los integrantes y colaboradores del Proyecto PIS-21-01 "Análisis y aplicación de algoritmos de consenso en sistemas complejos interconectados (Complex networked systems)".

Espero poder seguir contando con su amistad y apoyo en el futuro y estoy ansioso por seguir compartiendo experiencias y recuerdos juntos.

Con todo mi amor y agradecimiento,

Luis Quichimbo.

ÍNDICE DE CONTENIDO

| | |
|---|-----|
| CERTIFICACIONES | I |
| DECLARACIÓN DE AUTORÍA | III |
| DEDICATORIA | IV |
| AGRADECIMIENTO | V |
| ÍNDICE DE CONTENIDO..... | VI |
| RESUMEN..... | VII |
| ABSTRACT..... | IX |
| 1 INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 1.1 Objetivo general..... | 1 |
| 1.2 Objetivos específicos | 1 |
| 1.3 Alcance | 2 |
| 1.4 Marco teórico | 3 |
| 2 METODOLOGÍA..... | 17 |
| 2.1 Modelo detallado de los sistemas cerrados de tanques conectados. | 17 |
| 2.2 Modelo detallado del sistema de tanques conectados con entradas locales y externas. | 21 |
| 2.3 Diseño del controlador para el sistema hídrico de tanques. | 29 |
| 3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 36 |
| 3.1 Definición de los valores del sistema conformado por cinco tanques conectados | 38 |
| 3.2 Resultados | 42 |
| 3.3 Conclusiones | 61 |
| 3.4 Recomendaciones | 62 |
| 4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 63 |
| 5 ANEXOS | 67 |
| 5.1 Comparación de los sistemas del nivel de líquidos y los circuitos eléctricos..... | 67 |
| 5.2 Definición de los valores de los controladores del sistema conformado por cinco tanques conectados..... | 71 |

RESUMEN

Un sistema hídrico compuesto por tanques es un ejemplo de sistema físico en el que la interacción entre los componentes es esencial para su funcionamiento. En este trabajo, se explora el potencial de representar sistemas hídricos como sistemas multiagentes, donde cada tanque representa a un agente los cuales se encuentran interrelacionados. La propagación de la señal en estos sistemas de tanques interconectados se refleja en la manera en que se propaga la referencia de altura deseada en el algoritmo de control.

El modelamiento de un sistema hídrico como un sistema multiagente se compone de las siguientes fases: Primero, establecer relaciones de caudales para identificar los flujos de agua que atraviesan los tanques conectados; luego, a través de la dinámica de fluidos, se pueden describir los atributos del sistema, y finalmente, se identifican patrones que surgen de la influencia entre los tanques y permite representar cualquier configuración de conexión en sistemas de tanques conectados.

El control distribuido, el cual permite coordinar las acciones de los diferentes agentes para lograr objetivos comunes del sistema, es esencial para coordinar este sistema compuesto por múltiples tanques. Cada tanque se considera un agente que se comunica con otros compartiendo información sobre su estado y acciones. En este trabajo se aplica un algoritmo de control se basa en el concepto de "líder-seguidor", aprovechando la influencia del modelo del sistema para propagar la señal de referencia del nivel deseado en los tanques. En otras palabras, utiliza la señal del nivel de agua de un tanque como referencia para controlar el nivel de agua en otro tanque. El controlador utilizado en cada tanque es del tipo Proporcional (P) y Proporcional-Integral (PI).

PALABRAS CLAVE: sistema hídrico, tanques, interacción, sistema multiagente, control distribuido.

ABSTRACT

A water system composed of tanks is an example of a physical system in which the interaction between the components is essential for its operation. In this work, we explore the potential of representing this system as a multi-agent system. In this hydro-tank system, the desired water level in the tanks is propagated through the system by the interconnection that exists among them.

Modeling a water system as a multi-agent system consists of the following phases: first, establishing flow relationships to identify the water flow through the connected tanks; then, describing the attributes of the system through fluid dynamics; and finally, identifying the patterns that arise from the influence between the tanks and allows any connection configuration to be represented in connected tank systems.

Distributed control, which coordinates the actions of each agent to achieve a common system objective, is essential to coordinate multiple tanks in the system. Each tank is considered as an agent that communicates with others by sharing information about its status and actions. The control algorithm is based on the "leader-follower" concept, taking advantage of the influence of the system model to propagate the reference signal of the desired level in the tanks. In other words, it uses the water level signal from one tank as a reference to control the water level in another tank. The controller used in each tank is of the Proportional (P) and Proportional-Integral (PI) type.

KEYWORDS: water system, tanks, interaction, multiagent system, distributed control.

1 INTRODUCCIÓN

El transporte de fluidos, específicamente el agua, es crucial para el sector industrial porque su manejo es esencial para el funcionamiento y operación de los procesos industriales. La conducción hídrica se utiliza en una variedad de industrias como la minería, el petróleo, la química, la alimentación y todas aquellas industrias que requieren la generación de vapor, la transmisión de calor, los sistemas de refrigeración o la distribución hídrica en general, incluidos los sistemas de potabilización y tratamiento de aguas residuales. Como resultado, es crucial aplicar un control de conducción adecuado dentro del sistema hídrico [1]. El trabajo actual se centra en la creación de un modelo que pueda representar los sistemas de distribución de agua. Depende de la aplicación industrial en la que se utilizan, estos sistemas, que se basan en el transporte de fluidos por conductos, pueden tener una variedad de elementos y equipos. Sin embargo, para representar el sistema como una red compleja, el modelo del proyecto utiliza un conjunto básico de depósitos, tuberías y válvulas [2].

El sistema de distribución hídrica puede representarse como un sistema de múltiples agentes utilizando las herramientas del análisis de redes complejas. Las redes complejas permiten describir los fenómenos relacionados con los sistemas complejos sociales, tecnológicos y muchos otros sistemas del mundo real porque conforman sistemas multiagentes [3]. El objetivo de presentar y analizar sistemas dinámicos en una red compleja en una aplicación de recurso hídrico es encontrar un modelo que represente la influencia y la interacción entre los agentes de la red. Los agentes representan a la dinámica en los tanques y la red representa la estructura del sistema de distribución hídrica [4]. Este estudio tiene como objetivo implementar el control adecuado para el sistema de distribución hídrica utilizando un software de simulación. Finalmente, se analizarán los resultados de la simulación comparando el comportamiento del sistema multiagentes con el control y sin él.

1.1 Objetivo general

Aplicar un control para el modelo del sistema de distribución hídrica.

1.2 Objetivos específicos

1. Realizar un estudio bibliográfico de la importancia, el comportamiento y las variables que manejan los sistemas de distribución hídrica, así como las redes complejas y su aplicabilidad en dichos sistemas.

2. Encontrar un modelo lineal válido para el proceso del sistema de distribución hídrica y los agentes que componen la estructura del mismo.
3. Analizar el comportamiento de los agentes en el modelo propuesto y representarlo en un sistema que presente la influencia que se tiene entre los nodos de la red compleja.
4. Simular el comportamiento del modelo de distribución hídrica.
5. Implementar un algoritmo de control para el proceso del sistema de distribución hídrica.

1.3 Alcance

El alcance del componente se describe de la siguiente manera, de acuerdo con lo establecido en el plan de trabajo para la integración curricular:

- Se realizará un estudio con bibliografía relevante para el control en procesos de propagación de sistemas hídricos.
- Se elaborará un resumen enfocado a la importancia que brinda el manejo de fluidos dentro del sector industrial y las aplicaciones que presenta dentro de ese sector.
- Se realizará una descripción del sistema en el que se explique el conjunto de dispositivos que establezcan un sistema para que exista el flujo del líquido dentro del mismo.
- Se propondrá un sistema hídrico en el que intervienen un conjunto de elementos como lo son depósitos, válvulas y tuberías.
- Se realizará un análisis de la estructura del modelo y los estados de transmisión que presentan los nodos de la red compleja. Los nodos o agentes representan el nivel de agua en los tanques del sistema.
- Se analizará la controlabilidad que presenta el modelo del sistema hídrico.
- Se implementará, en un software de simulación, un algoritmo de control para los agentes del modelo de distribución hídrica.
- Se comprobará, mediante índices de desempeño como ISE, el adecuado funcionamiento del algoritmo de control.

1.4 Marco teórico

Un sistema hídrico con tanques se refiere a un conjunto de componentes que trabajan juntos para almacenar, transportar y distribuir agua. Los sistemas que utilizan tanques de agua son comúnmente empleados en aplicaciones como el riego, el suministro de agua potable, el almacenamiento de agua de lluvia y el control de inundaciones. Los tanques para almacenar agua pueden variar en tamaño y material, desde pequeños recipientes de plástico hasta grandes depósitos de concreto o acero.

Los sistemas hídricos con tanques tienen varias aplicaciones en la industria [26]. Algunas de las aplicaciones más comunes incluyen [26]:

1. Abastecimiento de agua: Los tanques de almacenamiento son utilizados para recolectar y distribuir agua potable.
2. Industria alimentaria: Los sistemas hídricos con tanques se utilizan para almacenar y transportar líquidos como leche, jugo y cerveza.
3. Industria química: Los sistemas hídricos con tanques se utilizan para almacenar y transportar productos químicos líquidos, como ácidos y sales.
4. Generación de energía: Los sistemas hídricos con tanques se utilizan para almacenar y transportar agua para uso en centrales hidroeléctricas y termoeléctricas.
5. Agricultura: Los sistemas hídricos con tanques se utilizan para almacenar y distribuir agua para riego de cultivos y granjas.

Un sistema hídrico de tanques se basa en varios principios físicos y de ingeniería que permiten diseñar un sistema eficiente y confiable para el almacenamiento y distribución de agua.

1.4.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

1.4.1.1 Elementos de un sistema hídrico de tanques.

Los dispositivos que forman parte del sistema hídrico se pueden definir de la siguiente manera [6]:

- Los tanques son recipientes que permiten el almacenamiento de agua u otros líquidos.

- Las válvulas son dispositivos que tienen como función abrir y cerrar el paso del fluido hacia dentro y fuera de los tanques.
- Las bombas son máquinas que fuerzan o impulsan a un líquido hacia una dirección determinada.
- Las tuberías son el medio por que se transportan los líquidos.

1.4.1.2 Variables que conforman el sistema de tanques.

El comportamiento de los elementos que componen el sistema de tanques está influenciado por la interrelación de diversas variables. Una de las variables cruciales en un sistema de tanques es la altura, la cual se define como la distancia que abarca desde la base de un tanque hasta su límite superior, donde se ubica el nivel del líquido almacenado en él. Asimismo, el sistema de tanques incluye otras variables relevantes como la resistencia y la capacitancia.

Para comprender las variables que influyen en los sistemas de llenado de tanques, se puede analizar un sistema compuesto por un único tanque. La Figura 1.1 muestra la representación gráfica de un sistema hídrico compuesto por una fuente de caudal, un tanque y una válvula de salida. Este sistema incluye variables tales como el caudal de entrada (Q_{i_1}), el caudal de salida (q_{o_1}) y la altura del tanque (H_1) [8]. Dado que este sistema cuenta con una única entrada y salida, se lo puede considerar un sistema SISO (Singular Input Singular Output).

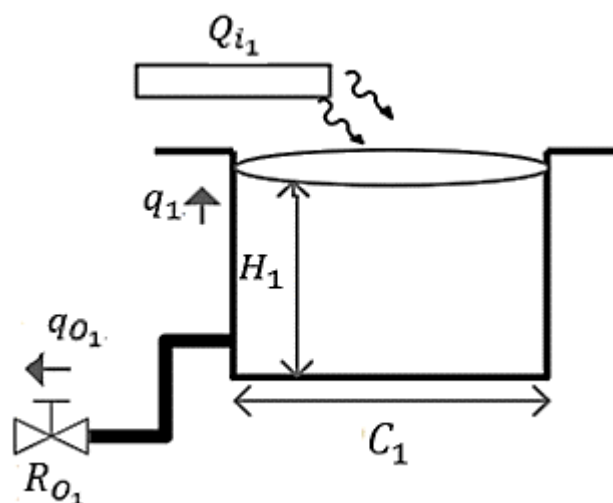


Figura 1.1. Descripción de un sistema hídrico mediante la representación de sus elementos esenciales.

En un sistema hídrico, la capacitancia de un tanque se refiere al cambio en la cantidad de líquido que debe almacenarse para producir un cambio de una unidad en el potencial

(altura). La capacitancia está relacionada con el caudal de agua que entra en el tanque. La relación entre la capacitancia (C_1), el caudal (q_1) y la altura del líquido en el tanque (H_1) se puede expresar mediante la ecuación diferencial (1.1), donde (H_1) es la altura del líquido en el tanque, (t) es el tiempo, (q_1) es el caudal de agua que entra en el tanque y (C_1) es la capacitancia del tanque. Esta ecuación indica que el cambio en la altura del líquido en el tanque con respecto al tiempo es igual al caudal de agua que entra en el tanque dividido por la capacitancia del tanque [8].

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{q_1}{C_1} \quad (1.1)$$

En un tanque, el valor de la sección transversal y la capacitancia (C_1) son equivalentes cuando la primera es constante en todos los segmentos de altura [6].

La resistencia de un fluido se define como la fuerza que se opone al movimiento de este a través de un medio, y se relaciona con los elementos que lo restringen en mayor o menor medida [4]. En un sistema hidráulico, la resistencia del fluido puede estar causada por elementos como tuberías, orificios, válvulas y otros dispositivos que obstaculizan el flujo [7]. Sin embargo, en este documento se considera que la resistencia está determinada únicamente por las válvulas presentes en el sistema.

La válvula del sistema ofrece una oposición al paso del agua, que se puede medir a través de un parámetro denominado resistencia hidráulica (R_{O_1}). La ecuación para calcular la resistencia hidráulica se presenta a continuación, utilizando la nomenclatura definida en la Figura 1.1 [8]:

$$R_{O_1} = \frac{H_1}{q_{O_1}} \quad (1.2)$$

donde q_{O_1} es el caudal que circula por la válvula.

1.4.1.3 Ecuaciones para el modelo de un sistema con un solo tanque.

En un sistema hidráulico que consta de un tanque, una fuente de caudal y una válvula de salida (Figura 1.1), la relación entre los caudales se rige por la siguiente ecuación [8]:

$$Q_{i_1} = q_1 + q_{O_1} \quad (1.3)$$

Si se reemplaza la ecuación (1.1) en la ecuación anterior, se obtiene lo siguiente:

$$Q_{i_1} = C_1 \frac{dH_1}{dt} + q_{o_1} \quad (1.4)$$

Si se despeja el caudal de salida (q_{o_1}), considerando la ecuación (1.2), se obtiene la siguiente expresión para q_{o_1} :

$$q_{o_1} = \frac{H_1}{R_{o_1}} \quad (1.5)$$

Si se sustituye la ecuación (1.5) en la ecuación (1.4), se tiene que:

$$Q_{i_1} = C_1 \frac{dH_1}{dt} + \frac{H_1}{R_{o_1}} \quad (1.6)$$

Al despejar la derivada de la altura del tanque (H_1) en la ecuación anterior, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dH_1}{dt} = -\frac{H_1}{R_{o_1}C_1} + \frac{Q_{i_1}}{C_1} \quad (1.7)$$

La ecuación que representa la expresión de la salida del tanque se presenta como la ecuación (1.5).

Si representamos a los atributos que describen al modelo como las variables de estado de un sistema, donde la única variable de estado es el nivel del tanque (H_1), se tiene que:

$$\dot{H}_1 = -\frac{H_1}{R_{o_1}C_1} + \frac{Q_{i_1}}{C_1} \quad (1.8)$$

$$q_{o_1} = \frac{H_1}{R_{o_1}} \quad (1.9)$$

1.4.1.4 Ecuaciones para el modelo de un sistema en el que interactúan dos tanques.

El modelo de dos tanques puede explicar cómo se extiende la correlación y la influencia entre los tanques dentro de un sistema hidráulico. Se considera un sistema que consta de dos tanques que no tienen fuentes ni válvulas de salida, pero que almacenan agua. La figura muestra el diagrama correspondiente a este caso:

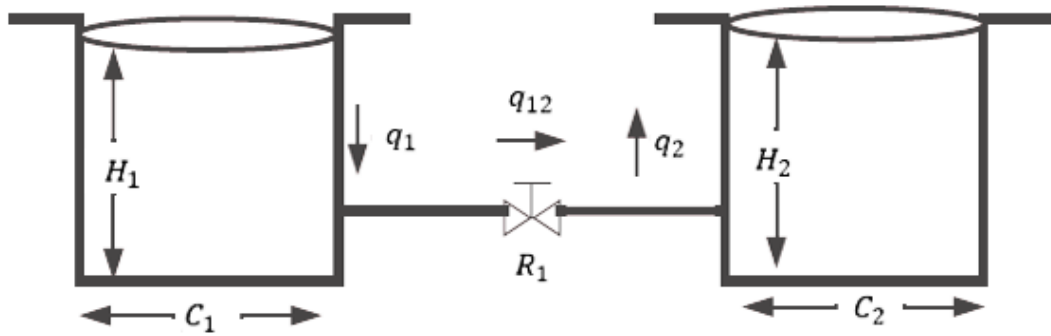


Figura 1.2. Representación gráfica de dos tanques conectados sin entradas y salidas.

La ecuación que relaciona los caudales en la Figura 1.2 es la siguiente:

$$q_1 - q_{12} = 0 \quad (1.10)$$

$$q_{12} - q_2 = 0 \quad (1.11)$$

Si se reemplaza las ecuaciones (1.1) y (1.2) en la ecuación anterior y si se representa los atributos que describen al modelo como variables de estado de un sistema, se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales del sistema:

$$\dot{H}_1 = -\frac{H_1}{R_1 C_1} + \frac{H_2}{R_1 C_1} \quad (1.12)$$

$$\dot{H}_2 = -\frac{H_2}{R_1 C_2} + \frac{H_1}{R_1 C_2} \quad (1.13)$$

Si se considera el patrón la influencia de tanques presentado en las ecuaciones (1.12), (1.13) y (1.8) se puede representar cualquier modelo de sistema para N tanques conectados y para cualquier configuración de conexión [10]. El patrón está dado por la influencia de la altura de los tanques contiguos a cada tanque.

1.4.2 REDES COMPLEJAS

Una red compleja se define como un grupo de elementos o nodos que están interconectados mediante enlaces o relaciones. Estas redes son comunes en el entorno y en la vida diaria, como se muestra en la Tabla 1.2. Los nodos pueden representar personas, organizaciones, computadoras, etc. y los enlaces pueden ser de diferentes tipos, como amistad, comunicación, flujo de dinero, etc. Las redes complejas se utilizan para modelar y analizar sistemas complejos en una variedad de campos, como la biología, la física, la sociología y la informática [9].

En el contexto de este trabajo, se considera que el modelo de un sistema de un tanque es equivalente a un nodo, mientras que las conexiones entre los nodos representan las interacciones e influencias entre los sistemas de los tanques.

Tabla 1.2. Ejemplos de diferentes tipos de redes complejas [9]

| Redes | Nodos | Aristas |
|-----------------------------------|------------------|--|
| Colaboraciones científicas | Científicos | Publicaciones realizadas por coautores |
| Facebook | Usuarios | Relación de amistad en la red social de Facebook |
| Red metabólica | Metabólicos | Persistir en una reacción del metabólica |
| Transcripción genética | Genes | El control de la expresión génica |
| Cerebro | Célula nerviosa | Sinapsis |
| Sistema eléctrico | Planta eléctrica | Conexiones eléctricas |

1.4.2.1 Procesos de propagación en redes complejas

Los procesos de propagación en redes complejas se refieren a la forma en que la información, la distribución, el contagio o el impacto se propagan a través de una red de interacciones. Estos procesos pueden ser utilizados para modelar una variedad de fenómenos, como la propagación de enfermedades en una población, la difusión de noticias, la adopción de nuevas tecnologías o la distribución de fluidos en una planta hidráulica. En este caso en particular, el proceso se refiere al flujo del líquido que pasa a través de los tanques conectados. Este proceso de propagación es conocido como flujo hidráulico y puede ser modelado utilizando principios de la mecánica de fluidos. [26]

1.4.3 TEORÍA DE GRAFOS

Los grafos son representaciones matemáticas de las redes complejas, es decir, objetos que se conforman por vértices o nodos que se conectan entre sí por medio de aristas. Cada arista representa una conexión entre nodos, el conjunto de todas las aristas y nodos puede ser denominado una red compleja [9].

Un grafo $G = (V, E)$ está compuesto por dos conjuntos: $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_N\}$, que representa los nodos o agentes de la red, y $E = \{e_{11}, e_{12}, e_{13}, \dots, e_{NN}\}$, que representa las aristas o conexiones entre los nodos que indican las relaciones entre los agentes [9]. El número de nodos en el grafo se define por $|V| = N$, mientras que el número de aristas se

define $|E|$. A continuación, se describen los términos relacionados con la teoría de grafos que se utilizarán en este trabajo.

Cuando dos nodos se conectan a través de una arista, se consideran *vecinos* o nodos *adyacentes*. Si un nodo se conecta consigo mismo, se denomina lazo, *autoconexión* o *autociclo*. Por otro lado, las aristas que se conectan en los mismos nodos dentro de la red se llaman aristas paralelas. Dos aristas se consideran adyacentes si comparten un mismo nodo. [9]

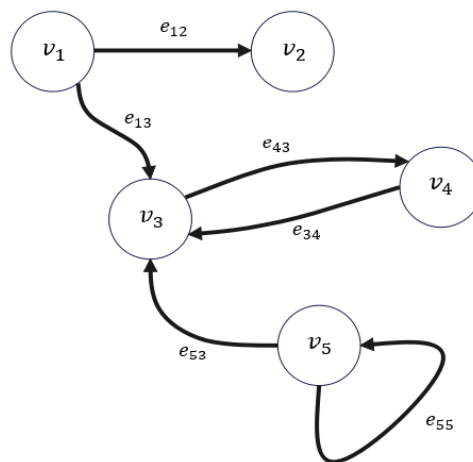


Figura 1.3. Representación de un grafo con 5 nodos y 6 aristas.

La Figura 1.3 es un grafo explicativo que presenta: nodos vecinos o nodos adyacentes como el v_1 con el v_2 , lazo como el e_{55} , paralelas como el e_{34} con el e_{43} y aristas adyacentes como e_{13} con el e_{53} .

Es importante mencionar que hay varios tipos de grafos, incluyendo [9]:

- Grafo no dirigido: es un grafo en el que las aristas no tienen una dirección específica. Esto significa que el orden en que se escriben los índices de las aristas no importa, es decir $e_{ij} = e_{ji}$.
- Grafo dirigido: es un grafo con aristas que tienen dirección, por lo que el orden para escribir el índice de la arista es importante dado que $e_{ij} \neq e_{ji}$.
- Multígrafo: es un grafo con aristas que tienen varias uniones o lazos, es decir, dos o más aristas pueden conectarse directamente dos vértices.
- Grafos ponderados: es aquel en el que se asigna un valor numérico a cada arista, lo que representa el peso o valor de la conexión. Si las aristas no tienen un valor asignado, se considera que el grafo es no ponderado.

Es importante recalcar que dependiendo de la práctica o función que se realice con los grafos, la nomenclatura que se utilice para los grafos puede cambiar a diferentes connotaciones. En este trabajo, se considera que las aristas de los grafos representan la influencia que un agente tiene sobre otro. Es importante destacar que la forma algebraica de los grafos, es decir, su representación como matrices asociadas, es sensible a los valores de estas influencias.

1.4.3.1 Procesos de propagación en teoría de grafos.

La propagación de señales en grafos es un proceso mediante el cual la información o las señales se difunden a través de este. En este contexto, los nodos representan los elementos y las conexiones entre ellos simbolizan las relaciones del sistema de propagación. Este proceso tiene diversas aplicaciones prácticas, como modelar la propagación de fluidos en sistemas hídricos. En el presente trabajo, se utiliza el modelo de los tanques para representar los vértices o agentes, mientras que las interacciones o relaciones entre los tanques y las válvulas de conexión se representan como las aristas de la red. Por tanto, la propagación de la señal dependerá de las características de interconexión que presenten los tanques y las válvulas de conexión.

1.4.3.2 Matriz de Adyacencia

La matriz de adyacencia (A) es la representación matemática de las interacciones que se presentan en los vértices del grafo. Esta matriz es cuadrada de dimensión ($N \times N$). El elemento a_{ij} de la matriz de adyacencia es la representación matemática de la interacción del vértice v_i al vértice v_j dentro de la red compleja, y se considera el peso de las aristas del grafo, dado que cada arista tiene un peso asociado que puede representar un valor numérico. [12]

1.4.3.3 Grado del vértice

El número de aristas que inciden un vértice es lo que se llama el grado de un vértice, conocido como $\delta(v_i)$. Cabe aclarar, el grado de un vértice es una propiedad que se aplica tanto en grafos ponderados como en grafos no ponderados, independientemente de si las aristas tienen pesos asociados o no. Un grafo puede tener varias interacciones con un vértice en particular, dependiendo de su topología final. En el caso de un grafo no dirigido, el grado del vértice correspondiente se puede obtener sumando los valores de una fila o columna específica en la matriz de adyacencia. [13] [15]

$$\delta(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ji} \quad (1.14)$$

Por otro lado, en un grafo dirigido, para distinguir entre el número de aristas que entran o salen de un vértice, se utilizan dos nomenclaturas diferentes: el grado de entrada se denota como $\delta^+(v_i)$ y el grado de salida como $\delta^-(v_i)$. [14]

Las aristas que contribuyen al grado de entrada de un vértice son incidentes en el vértice v , mientras que las aristas que contribuyen al grado de salida son adyacentes a este vértice. La suma de los valores de una fila o columna específica depende del tipo de grado que se esté considerando. [14] [15]

$$\delta^+(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (1.15)$$

$$\delta^-(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ji} \quad (1.16)$$

1.4.3.4 Matriz Laplaciana

La matriz Laplaciana $\mathcal{L} = l_{ij}$ es una matriz cuadrada que representa la distribución y composición de un grafo. En un grafo no dirigido, los elementos de esta matriz tendrán valores específicos: [15]

$$l_{ij} = \begin{cases} \delta(v_i) & \text{si } i = j \\ -a_{ij} & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (1.17)$$

En un grafo dirigido, es necesario elegir el tipo de grado, ya sea de entrada o de salida. Este trabajo se enfocará específicamente en el grado de entrada de un vértice, considerando únicamente la incidencia de la arista hacia el vértice. [15]

$$l_{ij} = \begin{cases} \delta^+(v_i) \text{ o } \delta^-(v_i) & \text{si } i = j \\ -a_{ij} & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (1.18)$$

1.4.4 SISTEMA MULTIAGENTE

Un sistema multiagente se refiere a un sistema en el que varios agentes interactúan entre sí para lograr un objetivo común. Los agentes en un sistema multiagente pueden ser programas de computadora, robots, humanos, o cualquier otra entidad que tenga la capacidad de tomar decisiones y actuar en el entorno. Los sistemas multiagente son comunes en la inteligencia artificial y la robótica, y se utilizan en una variedad de

aplicaciones, como la planificación de rutas, el control de tráfico, la resolución de problemas y la simulación de sistemas complejos, entre otros [13].

En este trabajo, el sistema hídrico con tanques se puede considerar como un sistema multiagente debido a la interacción y cooperación que existe entre los componentes que lo conforman. Cada elemento tiene como objetivo realizar actividades colaborativas para lograr una operación eficiente del sistema que requiere la utilización de tanques interconectados. Es importante tener en cuenta que, un modelo de sistema con un solo tanque se considera la existencia de un único agente. Los elementos en un sistema multiagentes de tanques pueden realizar diferentes actividades de colaboración para el funcionamiento eficiente de este, siendo necesario establecer una comunicación y cooperación entre ellos para alcanzar los objetivos.

En este documento, se trabaja con un modelo representado como un sistema multiagente que utiliza un sistema lineal como prueba de concepto. El modelo multiagente es utilizado como una herramienta para representar el comportamiento de un sistema hídrico con tanques interconectados y permite la exploración de diferentes escenarios y configuraciones sin necesidad de rediseñar los controladores.

1.4.4.1 Representación de red compleja como sistema multiagentes

En un sistema hídrico multiagente de tanques conectados, cada tanque se considera como un agente individual que interactúa con los otros mediante las tuberías de conexión que los unen. Los agentes están conectados por una red compleja que representa las relaciones de conexión en la red como tuberías y válvulas. [27]

En cualquier caso, el análisis de una red compleja puede ser un desafío debido a su complejidad y a la cantidad de datos que se requiere para estudiarla. Por lo tanto, se requiere una combinación de técnicas matemáticas, estadísticas y computacionales para poder entender y analizar estas redes. [16]

Analizar una red compleja como un sistema multiagente consiste en considerar cada elemento de la red como un agente con su propio comportamiento y características. Estos agentes interactúan entre sí a través de relaciones de conexión, y juntos forman la red compleja. La forma en que se presenta el sistema multiagente dependerá de la cantidad de enlaces que tienen los nodos y la distribución de componentes conectados, así como de las funciones y procesos que tienen lugar en la red compleja.

1.4.5 ANÁLISIS DE CONTROLABILIDAD DE UN SISTEMA

Un sistema es completamente controlable si manipulando sus entradas puedo llevar al sistema a cualquier estado deseado [10]. Si se considera un sistema de N estados y K entradas

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1.19)$$

con las matrices constantes $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ y $B \in \mathbb{R}^{N \times K}$ [36]. La controlabilidad de un sistema se define como la capacidad de llevar el sistema desde cualquier estado inicial hasta cualquier estado final en un tiempo finito. Esto implica que, dado un estado inicial y un estado final, debe existir una entrada que permita la transición entre ambos estados en un tiempo determinado [36]. La matriz de controlabilidad,

$$C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{N-1}B], \quad C \in \mathbb{R}^{N \times NK}, \quad (1.20)$$

es de rango N (rango fila pleno).

1.4.6 SISTEMA DE CONTROL

1.4.6.1 Control distribuido

Se trata de una arquitectura descentralizada que no depende de un control central único. En lugar de eso, se basa en la autonomía de cada agente que interactúa y realiza operaciones distintas. La influencia entre agentes se produce a través de la información que se transmite de uno a otro. Sin embargo, no es necesario que la información sea compartida entre todos los agentes, sino solo entre aquellos que pertenecen a su *vecindad* o que la requieran. Una vecindad refiere a un subgrupo de agentes que tienen algún tipo de conexión o relación entre ellos y permite limitar el intercambio de información a un grupo específico de agentes, lo que puede mejorar la eficiencia del sistema en general. [12]

1.4.6.2 Algoritmo de control

El control de sistemas de tanques es un problema común en la ingeniería de control. La necesidad de controlar un número indeterminado de tanques requiere un enfoque distribuido, donde cada sistema de un tanque se considera un agente y se aplican algoritmos de control para coordinar su comportamiento.

En este contexto, los algoritmos de control Proporcional (P) y Proporcional – Integral (PI) son técnicas ampliamente utilizadas para el control de sistemas de tanques. El control P es un tipo de controlador de realimentación que calcula la señal de control en función del

error actual entre el valor deseado y el valor medido del proceso. La ganancia proporcional es un parámetro importante que determina cuanto afecta el error actual al valor de salida del controlador. El control PI es un tipo de controlador de realimentación que calcula la señal de control en función del error actual y la acumulación de errores pasados. La ganancia proporcional y la ganancia integral son parámetros importantes que determinan cuanto afectan el error actual y la acumulación de errores pasados al valor de salida del controlador. En el caso del control de sistemas de tanques, la variable de proceso es la altura del nivel de los tanques y el valor de referencia deseado es la altura deseada del nivel de los tanques.

La estrategia propuesta en este algoritmo consiste en la designación de líderes y seguidores en el sistema de tanques. Uno de los tanques se considera un líder y se controla directamente con un control P o PI utilizando una altura deseada fija (referencia). Los tanques conectados a este líder consideran la altura del tanque anterior como la altura deseada y se utiliza un control P o PI. Por lo tanto, estos tanques actúan como seguidores y ajustan la entrada de flujo en función de la diferencia entre su altura de nivel y el valor deseado, que puede ser el valor deseado del tanque anterior o el valor deseado dado como referencia en el primer tanque. [15]

Este enfoque de control distribuido tiene varias ventajas. En primer lugar, el algoritmo permite que el sistema de tanques se adapte automáticamente a cambios en el número de tanques en el sistema sin la necesidad de reconfigurar el controlador. En segundo lugar, la designación de líderes y seguidores reduce la cantidad de comunicación necesaria entre los tanques, lo que puede mejorar la eficiencia del sistema. En tercer lugar, el uso del control P y PI es una técnica bien establecida que proporciona un buen rendimiento de control.

Sin embargo, este enfoque también tiene algunas limitaciones. En primer lugar, el control distribuido puede ser más difícil de diseñar y ajustar que un controlador centralizado. En segundo lugar, la estrategia de líderes y seguidores puede generar inestabilidad en el sistema si no se diseña adecuadamente alguno de los subsistemas. En tercer lugar, la estrategia de líderes y seguidores también puede generar saturaciones en el sistema si los tanques no poseen características similares en: geometría del tanque, bombas, las resistencias de las tuberías, entre otros factores. [28]

El texto anterior describe un enfoque de control distribuido para un sistema de tanques utilizando un controlador proporcional (P) o proporcional-integral (PI). La fórmula para el controlador PI se puede presentar de la siguiente manera:

$$Q_i(t) = K_{p_i} (e_i(t)) + K_{i_i} \int (e_i(t)) dt \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.21a)$$

$$q_{ij}(t) = \frac{1}{R_{p_{ij}}} (e_{ij}(t)) \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.21b)$$

donde:

- $Q_i(t)$ es la señal de control que se aplica a la entrada de caudal de los tanques.
- K_{p_i} y $\frac{1}{R_{p_{ij}}}$ se pueden considerar constantes de la ganancia proporcional de los diferentes tipos de algoritmo de control, las cuales controlan la magnitud de la respuesta de los algoritmos dados por la resta entre el valor actual del proceso y el valor deseado.
- K_{i_i} es la ganancia integral, que controla la velocidad de respuesta del controlador a la resta entre el valor actual del proceso y el valor deseado.
- $e_i(t)$ es el error de control, que se define como la diferencia entre la variable de proceso (en este caso, la altura del nivel de los tanques) y el valor de referencia deseado.

El controlador puede ser utilizado para mantener el nivel de agua deseado en cada tanque, ajustando las entradas de flujo en función de las diferencias entre las variables de estado de los tanques y el valor deseado. Esto permite un control preciso y eficiente del nivel de agua, lo que puede mejorar la eficacia de los procesos y reducir los costos asociados con el desperdicio de agua y energía.

1.4.6.3 Sintonización del controlador P y PI.

La sintonización de los controladores PI y P es un proceso importante para garantizar el correcto funcionamiento de un sistema de control. La sintonización implica ajustar los parámetros del controlador para lograr el mejor rendimiento posible del sistema.

Para sintonizar un controlador PI, se deben ajustar dos parámetros: la ganancia proporcional (K_p) y la ganancia integral (K_i). La ganancia proporcional determina cuanto afecta el error actual al valor de salida del controlador. La ganancia integral determina cuanto afecta la acumulación de errores pasados al valor de salida del controlador.

Para sintonizar un controlador P, solo se debe ajustar un parámetro: la ganancia proporcional ($\frac{1}{R_{p_{ij}}}$). Al igual que en el caso del controlador PI, la ganancia proporcional determina cuanto afecta el error actual al valor de salida del controlador.

Existen varios métodos para realizar la sintonización de los controladores PI y P. Uno de los métodos más comunes es el método de Ziegler-Nichols. Este método implica aumentar la ganancia proporcional hasta que el sistema comience a oscilar. Luego, se ajustan las ganancias proporcional e integral según unas tablas predefinidas para lograr un rendimiento óptimo. [33]

Otro método común es el método de sintonización por ensayo y error. Este método implica ajustar manualmente las ganancias hasta lograr el rendimiento deseado. Aunque este método puede ser más lento que otros métodos, puede ser útil en sistemas donde no se conocen bien las características del proceso.

En resumen, la sintonización de los controladores PI y P es un proceso importante para garantizar el correcto funcionamiento de un sistema de control. Existen varios métodos para realizar la sintonización, y el método adecuado dependerá de las características específicas del sistema en cuestión

1.4.7 ESTABILIDAD DEL SISTEMA.

Un sistema hidráulico de tanques puede ser modelado utilizando un enfoque de lazo cerrado. En este enfoque, se puede determinar la estabilidad del sistema encontrando los valores propios de la matriz del sistema utilizando la ecuación:

$$\det(A_{LC} - \lambda I) = 0 \quad (1.22)$$

Si todos los valores propios tienen una parte real negativa, entonces el sistema es estable. Si alguno de los valores propios tiene una parte real positiva, entonces el sistema es inestable. Si alguno de los valores propios tiene una parte real igual a cero, entonces el sistema puede ser estable o inestable y se requiere un análisis adicional para determinar su estabilidad.

2 METODOLOGÍA

En el presente capítulo se buscar describir el desarrollo del modelado de un sistema de tanques interconectados y el control del modelo.

Las ecuaciones del modelo del capítulo dos describen el comportamiento de un sistema hídrico de tanques y se pueden representar como una red compleja. En una red compleja, los nodos representan las variables de estado (como el nivel del agua en un tanque o el flujo de agua entre tanques) y las conexiones entre los nodos representan las relaciones funcionales entre las variables de estado.

Al representar un sistema hídrico de tanques como una red compleja, se pueden analizar las relaciones entre las diferentes variables y cómo estas relaciones afectan el comportamiento global del sistema. También se pueden identificar patrones y tendencias en el comportamiento del sistema que podrían no ser evidentes al analizar las variables individualmente.

2.1 Modelo detallado de los sistemas cerrados de tanques conectados.

Un modelo hídrico de tanques representa el comportamiento del sistema de almacenamiento de tanques. Este modelo se utiliza para comprender el comportamiento del sistema en general sin entradas y salidas externas. Si se conecta un modelo hídrico de tanques a otros tanques, pero no hay fuentes de agua (como ríos, embalses, acueductos, etc.) o salidas (como usos o descargas), entonces se puede considerar como un sistema cerrado. En este caso, el modelo se enfoca en el movimiento del agua entre los tanques conectados y en cómo el nivel de agua en cada tanque cambia a medida que el agua fluye de un tanque a otro.

Por ejemplo, si se considera el diagrama de la Figura 2.1 y se asigna una dirección al movimiento del caudal, se puede representar un sistema cerrado.

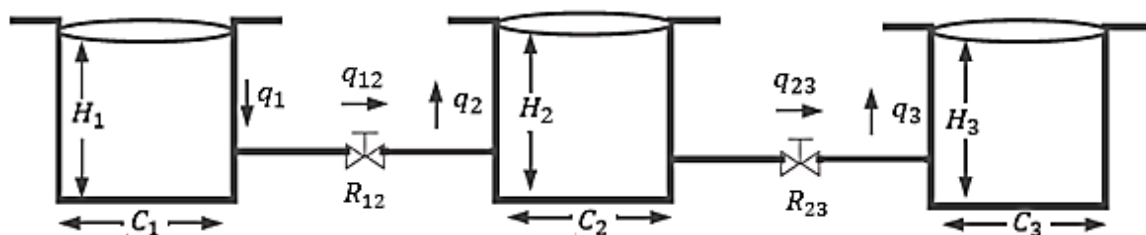


Figura 2.1. Representación gráfica de tres tanques conectados sin entradas y salidas.

En un sistema cerrado que consiste por tres tanques interconectados la relación de caudales del sistema está dada por:

$$q_1 - q_{12} = 0 \quad (2.1)$$

$$q_{12} - q_2 - q_{23} = 0 \quad (2.2)$$

$$q_{23} - q_3 = 0 \quad (2.3)$$

Teniendo en cuenta el análisis previo sobre cómo encontrar las ecuaciones diferenciales que definen un modelo, en el caso del sistema que se muestra en el punto (1.4.1.3) y considerando su relación de caudales de las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3), se pueden obtener las siguientes ecuaciones diferenciales para el nivel:

$$\frac{dH_1}{dt} + \frac{H_1}{R_{12}C_1} - \frac{H_2}{R_{12}C_1} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{dH_2}{dt} + H_2 \left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2} \right) - \frac{H_1}{R_{12}C_2} - \frac{H_3}{R_{23}C_2} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{dH_3}{dt} + \frac{H_3}{R_{23}C_3} - \frac{H_2}{R_{23}C_3} = 0 \quad (2.6)$$

Para el modelo de tanques interconectados analizado anteriormente, si se consideran las ecuaciones diferenciales (2.4), (2.5) y (2.6), y se representan las variables de estado del modelo, se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{12}C_1} & \frac{1}{R_{12}C_1} & 0 \\ \frac{1}{R_{12}C_2} & -\left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2}\right) & \frac{1}{R_{23}C_2} \\ 0 & \frac{1}{R_{23}C_3} & -\frac{1}{R_{23}C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Dado que el sistema se lo puede considerar como un conjunto de agentes que están interconectados, lo cual se ratifica con la ecuación (2.7) donde la matriz de estados puede ser descrita en términos de la matriz Laplaciana, el modelo hídrico de tanques se lo representa usando un grafo. En el caso de un modelo hídrico de tanques, los tanques podrían representarse como nodos y las interacciones entre ellos como las aristas. Así Esta representación gráfica permite analizar el sistema de almacenamiento de agua de manera eficiente.

El sistema hídrico de N tanques en forma de grafo de pesos y direcciones se representa de la siguiente forma:

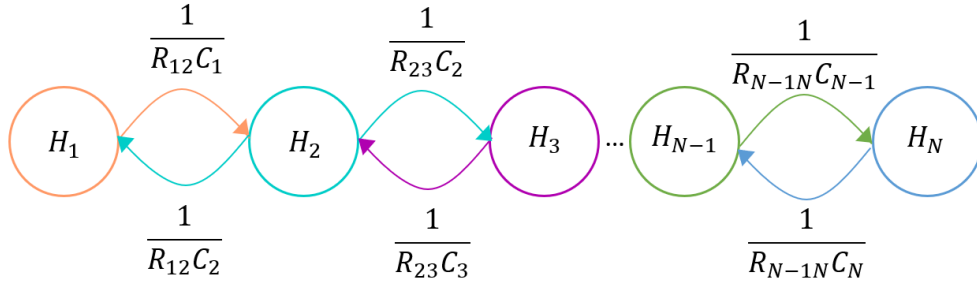


Figura 2.2. Representación de la red compleja de N tanques conectados sin entradas y salidas.

Puesto que la influencia no varía en función del número de tanques conectados, la matriz Laplaciana del sistema hídrico de N tanques se puede expresar de la siguiente manera:

$$l_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} \sum_{j=0}^N \frac{1}{R_{ij}} & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ -\frac{1}{R_{ij}C_j} & \text{si } \{i, j\} \in E, i \neq j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\forall i, j = \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

Cabe recalcar que la matriz Laplaciana (2.8) representa a un grafo con cualquier tipo de conexión o estructura, es decir, puede tener cualquier configuración y forma de topología, puesto que la influencia entre los tanques está descrita en la matriz.

Por ejemplo, si se considera el diagrama de la Figura 2.3 y se asigna una dirección al movimiento del caudal, se puede representar un sistema cerrado, para cuatro tanques conectados sin entradas y salidas con conexión circular.

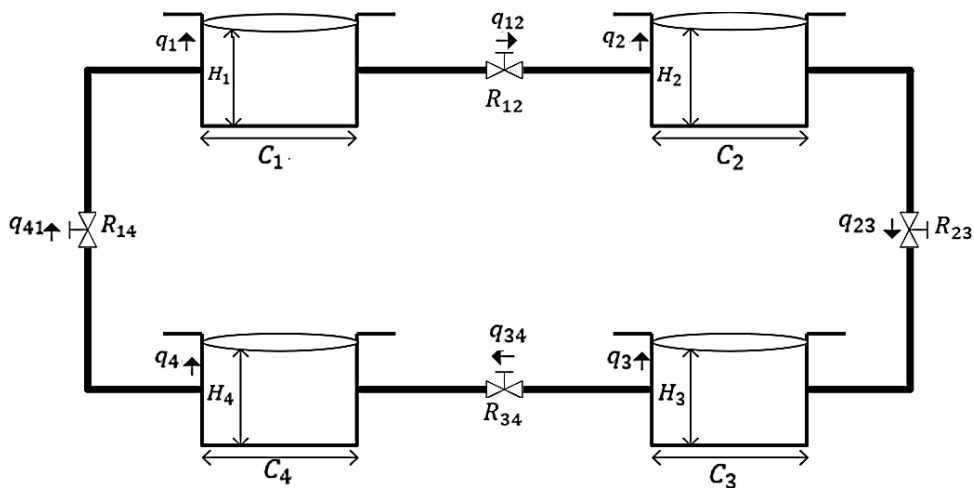


Figura 2.3. Representación gráfica de cuatro tanques conectados sin entradas y salidas.

Si se conoce el diagrama de conexiones de los tanques (Figura 2.3) y se considera la influencia de los tanques, se puede representar su topología mediante un grafo, como se muestra en la Figura 2.4:

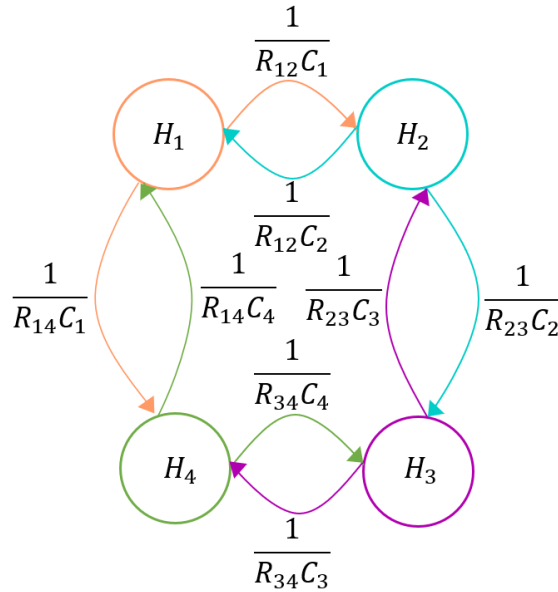


Figura 2.4. Representación de cuatro tanques conectados sin entradas y salidas.

La Figura 2.4 representa una conexión circular entre los tanques, con direcciones y pesos coherentes con lo estudiado previamente. Cada nodo representa un tanque (incluida su dinámica propia y sus estados), mientras que la influencia de un tanque en otro se representa mediante las aristas dirigidas en el grafo cuyo peso representa el nivel de influencia y es calculado usando los parámetros de las tuberías y las capacidades de los tanques. La matriz Laplaciana debe considerar las nuevas influencias que existen. Se puede comprender como afecta la influencia de los tanques considerando la ecuación (2.8), que al aplicarlo para el caso de los cuatro tanques conectados sin entradas y salidas se presenta la siguiente matriz Laplaciana:

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_{12}C_1} + \frac{1}{R_{14}C_1}\right) & -\frac{1}{R_{12}C_1} & 0 & -\frac{1}{R_{14}C_1} \\ -\frac{1}{R_{12}C_2} & \left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2}\right) & -\frac{1}{R_{23}C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{23}C_3} & \left(\frac{1}{R_{23}C_3} + \frac{1}{R_{34}C_3}\right) & -\frac{1}{R_{34}C_3} \\ -\frac{1}{R_{14}C_4} & 0 & -\frac{1}{R_{34}C_4} & \left(\frac{1}{R_{34}C_4} + \frac{1}{R_{14}C_4}\right) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La matriz Laplaciana (2.9) es coherente con la ecuación (2.8), la influencia no varía en función del número de tanques conectados, la matriz Laplaciana del sistema hídrico de tanques se puede expresar como en la ecuación (2.8).

2.2 Modelo detallado del sistema de tanques conectados con entradas locales y externas.

Si se considera a un modelo del sistema mostrado en la sección anterior como abierto es porque utiliza entradas (fuentes de agua) y salidas (descargas de agua) externas. La diferencia de un modelo cerrado como el del punto (2.1) y él de los sistemas abiertos, es que este modelo matemático busca encontrar como afectan las entradas y las salidas en el patrón del modelo multiagente.

En un sistema hídrico de tanques interconectados, el caso ideal para el control de nivel en cada tanque es mediante el abastecimiento de fuentes de líquido para cada tanque, depende de los recursos y las necesidades específicas de cada sistema. Las fuentes son entradas de caudal que generalmente utilizan bombas de flujo. Sin embargo, muchas veces no se cuenta con los recursos, fuentes o bombas para cada tanque; utilizando caudales internos del sistema se puede controlar por medio de válvulas. El control de nivel se realiza mediante la regulación del caudal en bombas de agua externas y en las válvulas que permiten la entrada y salida del líquido en cada tanque [30].

Las válvulas pueden tener un valor de resistencia fijo o variable, dependiendo de su función. En control de nivel por medio de válvulas, las válvulas que se utilizan son de resistencia variable. El control de nivel por válvulas resulta especialmente útil cuando no es factible utilizar entradas de agua externas para cada tanque individualmente. Por otro lado, las válvulas pueden presentar una resistencia constante si no es utilizada para el control del nivel de alguno de los tanques.

Por ejemplo, si se toma en cuenta el diagrama de la Figura 2.5 y se asigna una dirección al movimiento del caudal, se puede representar un sistema abierto con un cierto número de entradas y salidas.

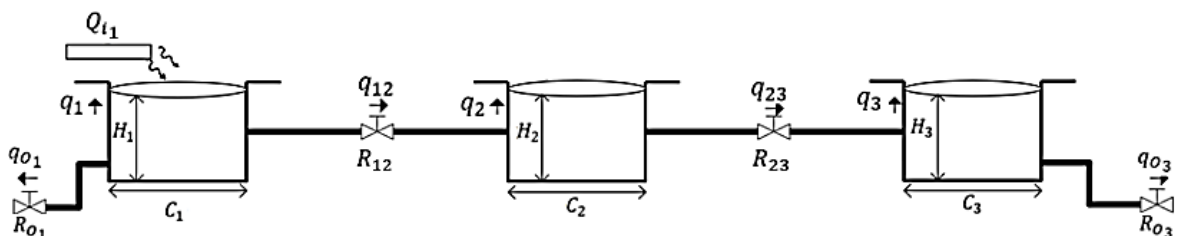


Figura 2.5. Representación gráfica de tres tanques conectados con una entrada y dos salidas.

Si se considera un sistema abierto que consiste por tres tanques interconectados con una entrada externa (Q_{i1}) y dos salidas (q_{o1} y q_{o3}); la relación de caudales del sistema está dada por:

$$Q_{i_1} = q_1 + q_{12} + q_{o_1} \quad (2.10)$$

$$q_{12} = q_2 + q_{23} \quad (2.11)$$

$$q_{23} = q_3 + q_{o_3} \quad (2.12)$$

Además, se tiene que las ecuaciones del caudal de salida están dadas por:

$$q_{o_1}(t) = \frac{H_1(t)}{R_{o_1}} \quad (2.13)$$

$$q_{o_3}(t) = \frac{H_3(t)}{R_{o_3}} \quad (2.14)$$

El modelo detallado del sistema tanques conectados con entradas locales y externas se puede representar de dos formas, considerando que los sistemas hídricos no siempre cuentan con fuentes de agua externas que alimenten el almacenamiento en los tanques, se puede utilizar a las válvulas como entradas de agua para los agentes o como resistencias que representan la influencia de agua de un tanque en otro.

2.2.1 MODELO DEL SISTEMA CON VÁLVULAS PROPORCIONALES ENTRE LOS TANQUES.

En sistemas hídricos con tanques, la elección de las válvulas tipo proporcionales desempeña un papel crucial en el control y la regulación del flujo de agua. Entre las opciones disponibles, destacan las válvulas proporcionales tales como la válvula proporcional de compuerta y la válvula proporcional de esfera. Estas válvulas ofrecen un control preciso del caudal de agua, lo que permite mantener niveles óptimos en los tanques.

Si se considera que los caudales q_{12} y q_{23} son entradas locales de agentes individuales, es decir no son fuentes de caudal externas al sistema multiagente, y teniendo en cuenta su relación de caudales descrita por las expresiones matemáticas (2.10), (2.11) y (2.12), los cálculos que representan el sistema se pueden presentar de la siguiente forma:

$$\dot{H}_1(t) + \frac{H_1(t)}{R_{o_1}C_1} + \frac{q_{12}(t)}{C_1} - \frac{Q_{i_1}(t)}{C_1} = 0 \quad (2.15)$$

$$\dot{H}_2(t) + \frac{q_{23}(t)}{C_2} - \frac{q_{12}(t)}{C_2} = 0 \quad (2.16)$$

$$\dot{H}_3(t) + \frac{H_3(t)}{R_{o_3}C_3} - \frac{q_{23}(t)}{C_3} = 0 \quad (2.17)$$

donde se considera a Q_{i_1} , q_{12} y q_{23} como los caudales de entrada.

Si se representa el sistema de tanques como un grafo ponderado y dirigido, obtenemos un grafo donde los representan los tanques y el peso de las aristas representan influencia de un tanque en otro (Figura 2.6) como se describió en la Sección 2.1.

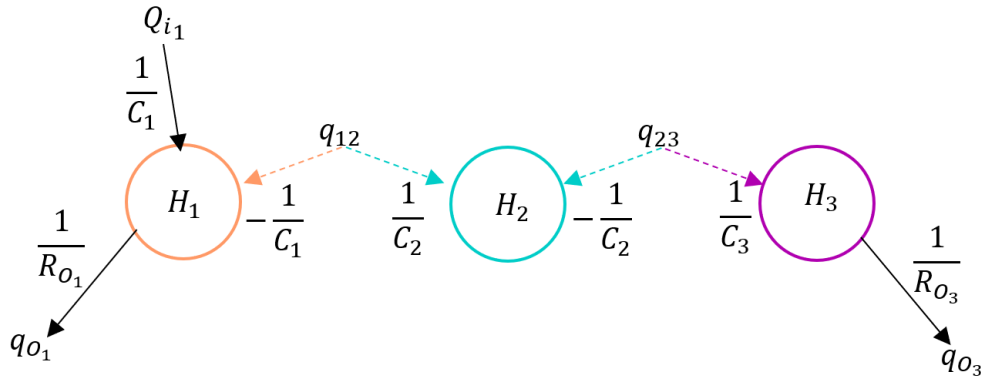


Figura 2.6. Representación red compleja de tres tanques con una entrada y dos salidas.

Si se consideran las ecuaciones diferenciales (2.15), (2.16) y (2.17), y las ecuaciones de caudal de salida (2.13) y (2.14), y se representan como variables de estado, se obtiene la siguiente representación del modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{O1}C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{O3}C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{C_2} \\ 0 & \frac{1}{C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{12} \\ q_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [Q_{i1}] \quad (2.18a)$$

$$\begin{bmatrix} q_{o1} \\ q_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{O1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_{O3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (2.18b)$$

El sistema hídrico abierto de N tanques se puede representar como una red compleja de la siguiente manera:

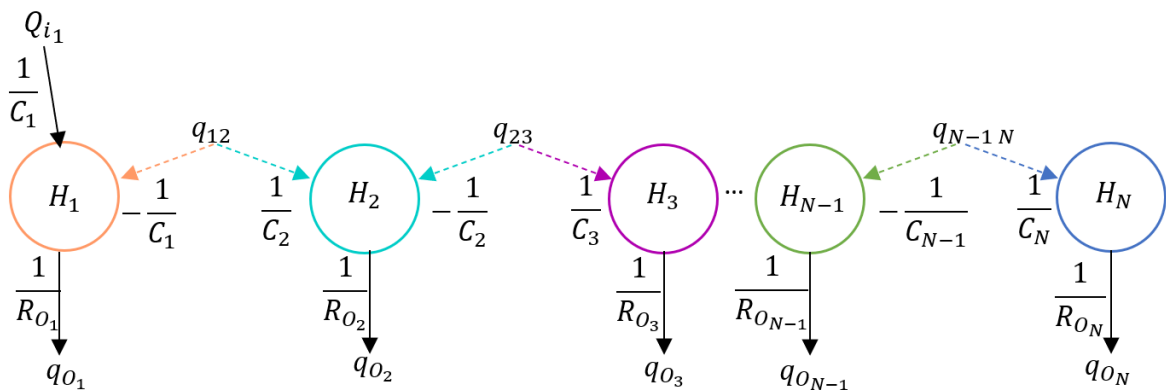


Figura 2.7. Representación de la red compleja de N tanques conectados, entradas y salidas.

La matriz de estados y la matriz de entrada del modelo de estados expresada en la ecuación (2.18) se puede representar para un sistema de N tanques de la siguiente manera:

$$A_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{R_{0i}} \right) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.19a)$$

$$b_{ij_1} = \begin{cases} -\frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ \frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j - 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.19b)$$

$$b_{ij_2} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, i\} \in E \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.19c)$$

$$\forall i, j = \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

La ecuación (2.19) establece el patrón de influencia entre los tanques de un sistema de almacenamiento, lo cual permite visualizar su estructura de conexión mediante una representación gráfica de una red compleja. La representación de un sistema abierto con N entradas locales mediante dicha red compleja como se evidencia en la Figura 2.7.

2.2.2 MODELO DEL SISTEMA CON VÁLVULAS ON/OFF ENTRE LOS TANQUES.

En los sistemas hídricos con tanques, las válvulas tipo ON-OFF desempeñan un papel esencial en el control y la regulación del flujo de agua. Entre las opciones disponibles, destacan las válvulas de compuerta y las válvulas de globo. Estas válvulas, conocidas por su diseño de apertura y cierre completo. Su capacidad para interrumpir o permitir el flujo de manera abrupta es fundamental para el mantenimiento de niveles específicos en los tanques, lo que contribuye a garantizar un suministro de agua seguro y confiable en diversas aplicaciones hídricas.

Si se considera el análisis previo acerca de la obtención del modelo de estados que definen un sistema, si se usa el contexto del sistema mencionado en la sección (1.4.1.3) y si se tiene en cuenta la relación de caudales dadas por las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12), es posible plantear las siguientes ecuaciones diferenciales para conocer la influencia entre los tanques del sistema de la siguiente manera:

$$\dot{H}_1(t) + H_1(t) \left(\frac{1}{R_{01}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} \right) - \frac{H_2(t)}{R_{12}C_1} - \frac{Q_{i_1}(t)}{C_1} = 0 \quad (2.20)$$

$$\dot{H}_2(t) + H_2(t) \left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_3} \right) - \frac{H_1(t)}{R_{12}C_2} - \frac{H_3(t)}{R_{23}C_2} = 0 \quad (2.21)$$

$$\dot{H}_3(t) + H_3(t) \left(\frac{1}{R_{23}C_3} + \frac{1}{R_{O3}C_3} \right) - \frac{H_2(t)}{R_{23}C_3} = 0 \quad (2.22)$$

Al representar el sistema de tanques como un grafo ponderado y dirigido, obtenemos un grafo donde los nodos son el nivel del agua en los tanques y el peso de las aristas representan influencia de un tanque en otro (Figura 2.8).

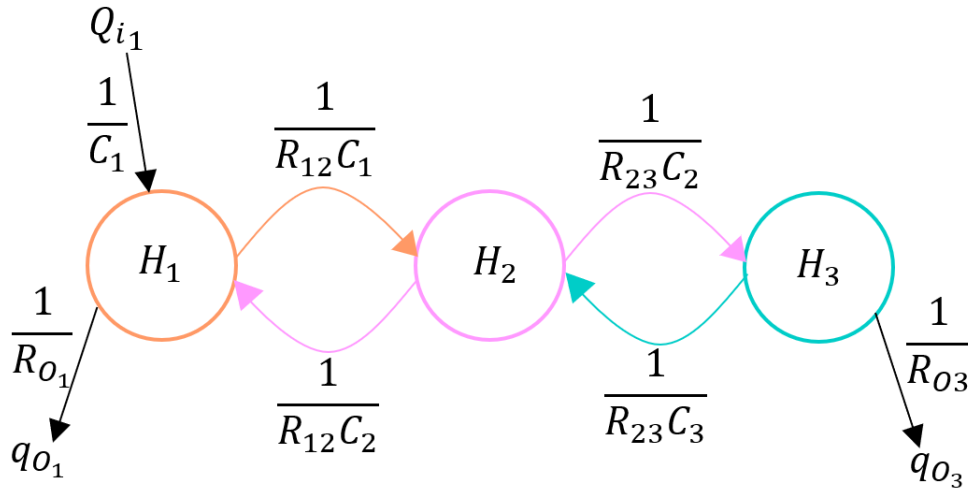


Figura 2.8. Representación red compleja de tres tanques con dos entradas y dos salidas.

Si se consideran las ecuaciones diferenciales (2.20), (2.21) y (2.22), y las ecuaciones de caudal de salida (2.13) y (2.14), y se representan como variables de estado, se obtiene la siguiente representación del modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{R_{O1}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1}\right) & \frac{1}{R_{12}C_1} & 0 \\ \frac{1}{R_{12}C_2} & -\left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2}\right) & \frac{1}{R_{23}C_2} \\ 0 & \frac{1}{R_{23}C_3} & -\left(\frac{1}{R_{O3}C_3} + \frac{1}{R_{23}C_3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [Q_{i1}] \quad (2.23a)$$

$$\begin{bmatrix} q_{O1} \\ q_{O3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{O1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_{O3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (2.23b)$$

La matriz Laplaciana y la matriz de entrada del modelo del sistema expresada en la ecuación (2.23) se puede representar para un sistema de tres tanques de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{01}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} & -\frac{1}{R_{12}C_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_{12}C_2} & \frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2} & -\frac{1}{R_{23}C_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_{23}C_3} & \frac{1}{R_{03}C_3} + \frac{1}{R_{23}C_3} \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} 1 \\ C_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

El sistema hídrico abierto de N tanques se puede representar como una red compleja de la siguiente manera:

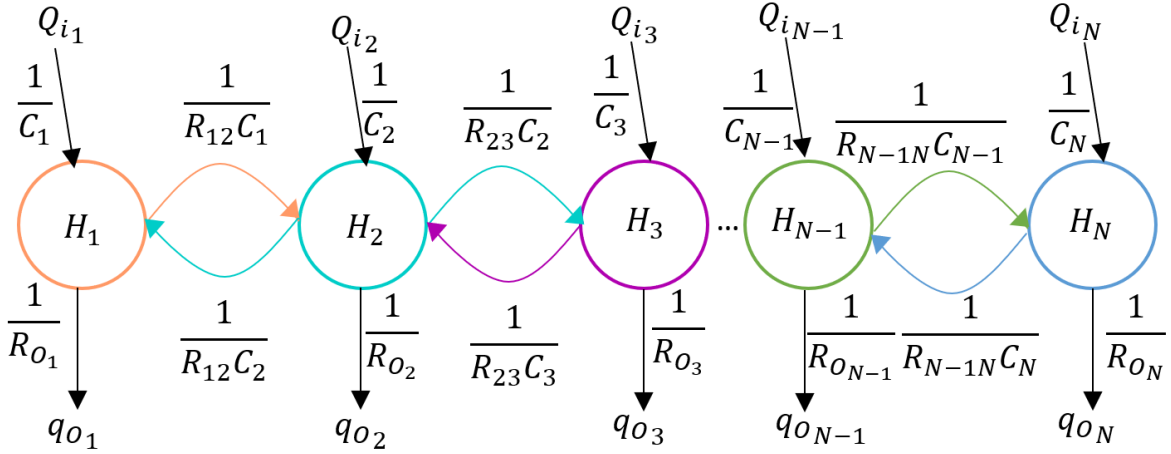


Figura 2.9. Representación de la red compleja de N tanques conectados, entradas y salidas.

La matriz Laplaciana y la matriz de entrada del modelo del sistema expresada en la ecuación (2.23) se puede representar para un sistema de N tanques de la siguiente manera:

$$l_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{R_{o_i}} + \sum_{j=0}^N \frac{1}{R_{ij}} \right) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ -\frac{1}{R_{ij}C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i \neq j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.25a)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, i\} \in E \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.25b)$$

$$\forall i, j = \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

La ecuación (2.25) establece el patrón de influencia entre los tanques de un sistema de almacenamiento, lo cual permite visualizar su estructura de conexión mediante una representación gráfica de una red compleja. La representación de un sistema abierto con N entradas externas mediante dicha red compleja como se evidencia en la Figura 2.9.

2.2.3 MODELO DEL SISTEMA CASO CON VÁLVULAS PROPORCIONALES Y ON/OFF ENTRE LOS TANQUES

Si se tiene en cuenta el análisis previo y la relación de caudales dadas por las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12), se propone resistencias como las de los puntos (2.2.1) y (2.2.2), podemos plantear las ecuaciones diferenciales para el nivel del sistema como:

$$\dot{H}_1(t) + H_1(t) \left(\frac{1}{R_{O1}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} \right) - \frac{H_2(t)}{R_{12}C_1} - \frac{Q_{i1}(t)}{C_1} = 0 \quad (2.26)$$

$$\dot{H}_2(t) + \frac{H_2(t)}{R_{12}C_2} - \frac{H_1(t)}{R_{12}C_2} + \frac{q_{23}(t)}{C_2} = 0 \quad (2.27)$$

$$\dot{H}_3(t) + \frac{H_3(t)}{R_{O3}C_3} - \frac{q_{23}(t)}{C_3} = 0 \quad (2.28)$$

donde se considera a Q_{i1} y q_{23} como los caudales de entrada.

Si representamos el sistema de tanques como un grafo ponderado y dirigido, obtenemos un grafo donde los nodos son el nivel del agua en los tanques y el peso de las aristas representan influencia de un tanque en otro (Figura 2.10).

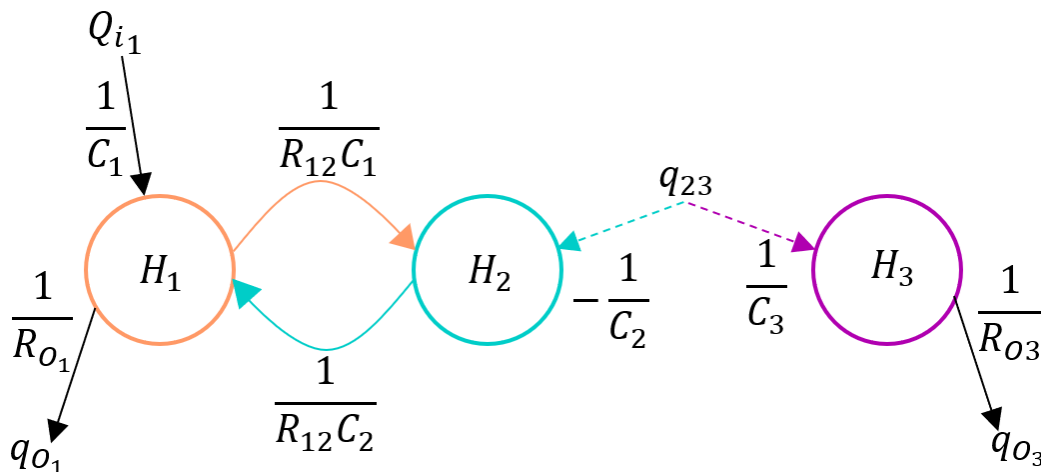


Figura 2.10. Representación red compleja de tres tanques con dos entradas y dos salidas.

Al considerar las ecuaciones diferenciales (2.26), (2.27) y (2.28), junto con las ecuaciones de caudal de salida (2.13) y (2.14), y representarlas como variables de estado, obtenemos la siguiente representación del modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{R_{O1}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1}\right) & \frac{1}{R_{12}C_1} & 0 \\ \frac{1}{R_{12}C_2} & -\frac{1}{R_{12}C_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{O3}C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{C_3} \end{bmatrix} [q_{23}] + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [Q_{i_1}] \quad (2.29a)$$

$$\begin{bmatrix} q_{O1} \\ q_{O3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{O1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_{O3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (2.29b)$$

El sistema hídrico de N tanques modelados usando la ecuación anterior, puede representar una diversidad de configuraciones cuando estas se relacionan a un grafo dado que las matrices de esta se describen en términos de la matriz Laplaciana. Por ejemplo, un sistema de tanques conectados consecutivamente, que cuenta con válvulas proporcionales y on-off, puede ser representado mediante el siguiente grafo:

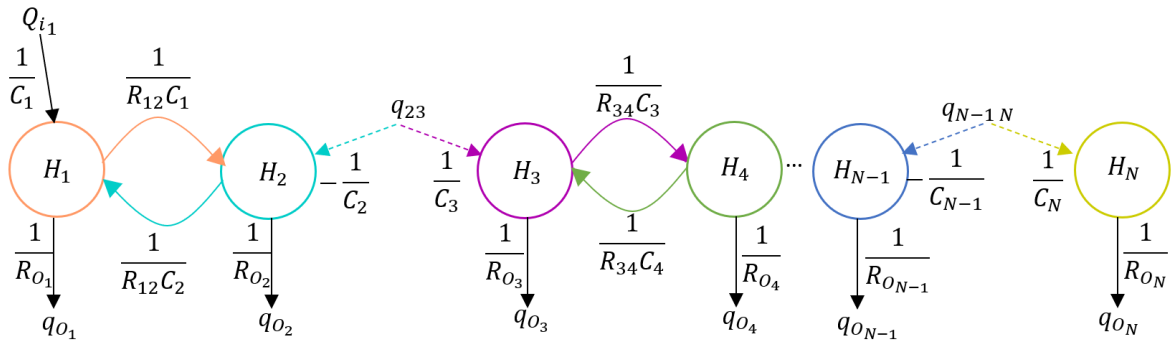


Figura 2.11. Representación de la red compleja de N tanques conectados, entradas y salidas.

La matriz Laplaciana y la matriz de entrada que representa el sistema de N tanques para el caso híbrido expresada en la ecuación (2.29) se puede representar de la siguiente manera:

$$l_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{R_{O_i}} + \sum_{j=0}^N \frac{1}{R_{ij}} \right) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ -\frac{1}{R_{ij}C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i \neq j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.30a)$$

$$b_{ij_1} = \begin{cases} -\frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ \frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j - 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.30b)$$

$$b_{ij_2} = \begin{cases} \frac{1}{C_i} & \text{si } \{i, i\} \in E \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.30c)$$

$$\forall i, j = \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

La ecuación (2.30) establece el patrón de influencia entre los tanques, lo cual permite visualizar su estructura de conexión mediante una representación gráfica de una red compleja. La representación de un sistema abierto con N entradas locales y externa mediante dicha red compleja como se evidencia en la Figura 2.11.

2.3 Diseño del controlador para el sistema hídrico de tanques.

El diseño del control para un sistema con N tanques es un ejemplo de cómo se puede utilizar un algoritmo de control distribuido para lograr un objetivo común. El algoritmo de control distribuido permite controlar el sistema de tanques de manera descentralizada y garantizar que los valores deseados sean alcanzados y mantenidos estables a largo de un plazo. De manera general, se puede representar al diseño de control para un sistema con N tanques en el esquema de bloques que se muestra en la Figura 2.12.

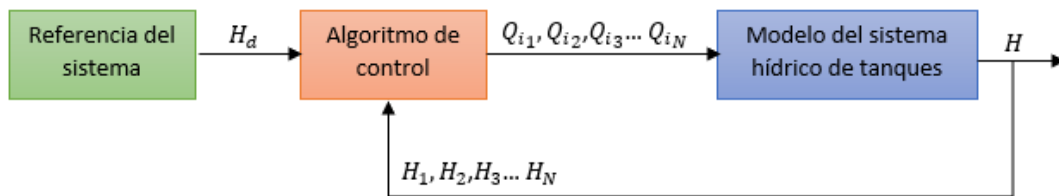


Figura 2.12. Esquema de control general para el control del sistema hídrico de tanques.

El objetivo del control es lograr que las variables de estado del nivel de líquido en cada uno de los tanques alcancen el valor deseado H_d . La referencia de nivel en cada tanque puede ser constante o variable, depende de si es un tanque líder o un tanque seguidor; de manera general, un tanque líder toma un valor de referencia constante y un tanque seguidor toma el nivel de otro tanque como el valor de referencia. En resumen, el control busca mantener el nivel de líquido en los tanques en el valor deseado, ya sea constante o variable.

En el control de nivel de agua en sistemas de tanques conectados, la variable controlada es el nivel de agua en cada tanque. La variable manipulada es el flujo de entrada de agua a cada tanque.

Mediante el uso de diagramas de bloques, es factible representar un sistema de control distribuido, los diagramas de bloques del control distribuido están dados por la Figura 2.13, la Figura 2.14 y la Figura 2.15. Este diagrama muestra la estructura y la interacción de los componentes del sistema, lo que permite una comprensión clara y visual acerca del funcionamiento que tiene el modelo del sistema y el algoritmo de control.

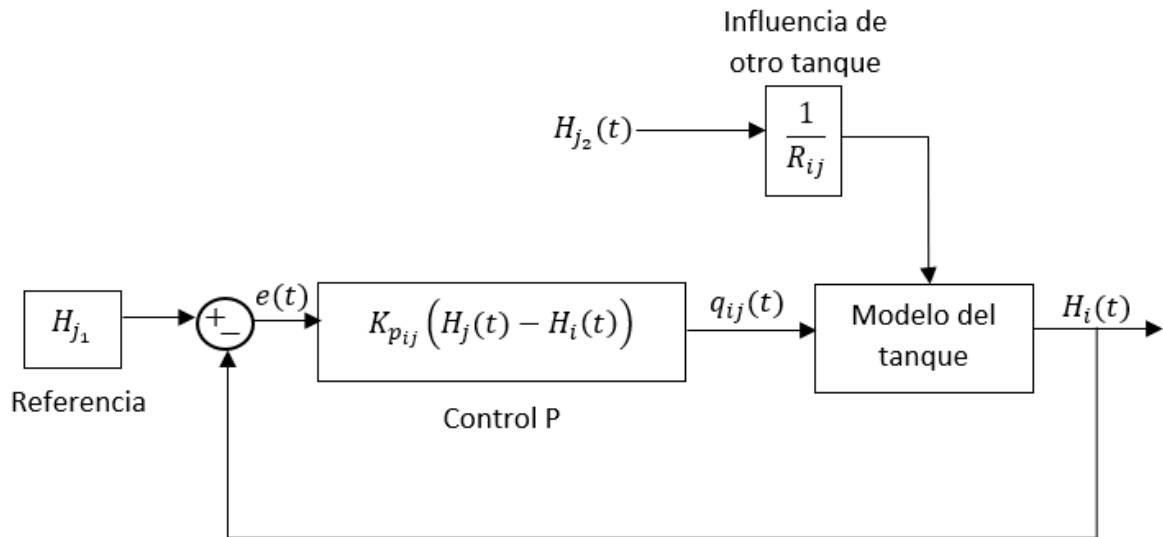


Figura 2.13. Esquema de control P para el sistema hídrico de un tanque.

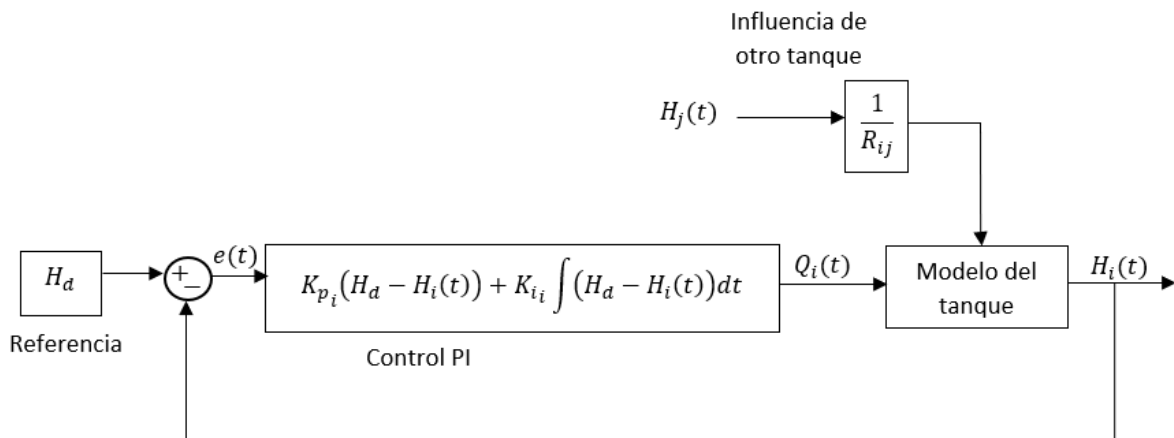


Figura 2.14. Esquema de control PI para el sistema hídrico de un tanque líder.

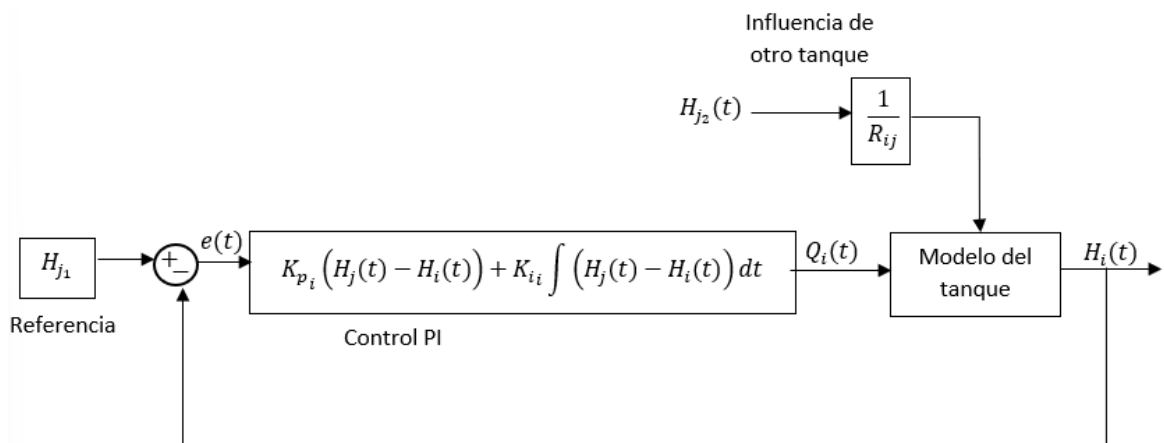


Figura 2.15. Esquema de control PI para el sistema hídrico de un tanque.

El controlador de cada uno de los sistemas hídricos de los tanques está dado por la combinación de controladores P y PI en cada sistema de tanques; su ley de control está dado por:

$$Q_i(t) = K_{p_i}(H_d - H_i(t)) + K_{i_i} \int (H_d - H_i(t))dt \quad (2.31)$$

$$q_{ij}(t) = K_{p_{ij}}(H_i(t) - H_j(t)) \quad (2.32)$$

Los tanques del sistema hídrico alcanzan la altura deseada gracias a la estrategia de designación de líderes y seguidores implementada. Según dicha estrategia, los líderes toman como referencia una referencia externa, mientras que los seguidores ajustan su altura en función de la altura de los tanques líderes. En esta configuración, se designa a un tanque como líder y se le asigna un valor de referencia constante. Los demás tanques en el sistema toman el nivel de agua del tanque líder como su valor de referencia. Esto permite mantener una sincronización adecuada entre los tanques.

El valor de resistencia, fija o variable, de las válvulas depende de si se utilizan exclusivamente para la conexión de tanques o para la conexión de tanques y el control del nivel de estos. La válvula con resistencia fija únicamente es una válvula de conexión entre tanques. La válvula con resistencia variable se utiliza como controlador proporcional (P) del nivel de agua.

La constante de proporcionalidad o ganancia del sistema (G_{VDF}) relaciona la señal de control con la entrada de caudal, es decir, establece cuanto caudal se suministra al sistema por unidad de señal de control. La constante tiene un valor único en cada uno de sus tanques; está dada por los parámetros del accionador, la bomba o la válvula de agua para cada tanque, donde $Q_{(MAX)_i}$ es el caudal máximo de entrada que circula a través de la entrada del sistema de cada tanque; mientras que f_{V_i} es el valor de frecuencia dada por un variador de frecuencia que utiliza el controlador individual de cada tanque. Sin embargo, como en este trabajo, la constante puede obviarse, considerando que es parte de la constante proporcional (K_{p_i}) del controlador P o PI.

2.3.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROL PARA EL SISTEMA MULTIAGENTE CONFORMADO POR 3 TANQUES.

Si se toma en cuenta el modelo de tres tanques con una entrada y dos salidas del punto (2.2.1) y si se agrega un sistema control al sistema hídrico de tanque, es posible representar el sistema como un sistema multiagentes en el que cada agente se controla individualmente. En este caso, se puede aplicar una estrategia de control para lograr el control de nivel deseado de cada tanque.

La ley de control para cada uno de los tres tanques conectados en serie está dada por:

$$Q_{i_1} = K_{p_1}(H_d - H_1(t)) + K_{i_1} \int (H_d - H_1(t)) dt \quad (2.33)$$

$$q_{12} = K_{p_{12}}(H_1(t) - H_2(t)) \quad (2.34)$$

$$q_{23} = K_{p_{23}}(H_2(t) - H_3(t)) \quad (2.35)$$

donde K_p , K_i son constantes de cada uno de los controladores, su valor depende de la sintonización de cada uno. La referencia para el primer agente es externa, por lo que el sistema del primer tanque es el líder y los siguientes son seguidores.

Se tiene que la influencia que existe entre los tanques está dada por sus conexiones de las válvulas, donde para este caso se utiliza la influencia natural del sistema para realizar el control de las válvulas. Por lo tanto, las constantes $K_{p_{12}}$ y $K_{p_{23}}$ se pueden reescribir para que coincida con la nomenclatura de las resistencias de la siguiente forma:

$$K_{p_{12}} = \frac{1}{R_{p_{12}}} \quad (2.36)$$

$$K_{p_{23}} = \frac{1}{R_{p_{23}}} \quad (2.37)$$

Por lo tanto, se reescribe las ecuaciones (2.33), (2.34) y (2.35) de la siguiente forma:

$$Q_{i_1} = K_{p_1}(H_d - H_1(t)) + K_{i_1} \int (H_d - H_1(t)) dt \quad (2.38)$$

$$q_{12} = \frac{1}{R_{p_{12}}}(H_1(t) - H_2(t)) \quad (2.39)$$

$$q_{23} = \frac{1}{R_{p_{23}}}(H_2(t) - H_3(t)) \quad (2.40)$$

La estabilidad del sistema está dada de la siguiente forma:

1. Para el primer tanque:

Al reemplazar la señal de control se tiene:

$$\ddot{H}_1(t) + \frac{\dot{H}_1(t)}{R_{01} C_1} + \frac{(\dot{H}_1(t) - \dot{H}_2(t))}{R_{p_{12}} C_1} - \frac{K_{p_1}(\dot{H}_d - \dot{H}_1(t))}{C_1} - \frac{K_{i_1}(H_d - H_1(t))}{C_1} = 0 \quad (2.41)$$

Donde $\dot{H}_d = 0$, dado que se considera una altura deseada constante, se tiene que:

$$\begin{aligned} \ddot{H}_1(t) + \left(\frac{1}{R_{01} C_1} + \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} + \frac{K_{p_1}}{C_1} \right) \dot{H}_1(t) + \frac{K_{i_1}}{C_1} H_1(t) - \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} \dot{H}_2(t) \\ - \frac{K_{i_1}}{C_1} H_d = 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

2. Para el segundo tanque:

$$\dot{H}_2(t) + \frac{(H_2(t) - H_3(t))}{R_{p23} C_2} - \frac{(H_1(t) - H_2(t))}{R_{p12} C_2} = 0 \quad (2.43)$$

$$\ddot{H}_2(t) + \left(\frac{1}{R_{p12} C_2} + \frac{1}{R_{p23} C_2} \right) \dot{H}_2(t) - \frac{1}{R_{p12} C_2} \dot{H}_1(t) - \frac{1}{R_{p23} C_2} \dot{H}_3(t) = 0 \quad (2.44)$$

3. Para el tercer tanque:

$$\dot{H}_3(t) + \frac{H_3(t)}{R_{O2} C_3} - \frac{(H_2(t) - H_3(t))}{R_{p23} C_3} = 0 \quad (2.45)$$

$$\ddot{H}_3(t) + \left(\frac{1}{R_{O2} C_3} + \frac{1}{R_{p23} C_3} \right) \dot{H}_3(t) - \frac{1}{R_{p23} C_3} \dot{H}_2(t) = 0 \quad (2.46)$$

Se puede expresar en las ecuaciones del sistema de la siguiente forma:

$$x_1 = H_1(t), x_2 = H_2(t), x_3 = H_3(t) \quad (2.47a)$$

$$x_4 = \dot{H}_1(t), x_5 = \dot{H}_2(t), x_6 = \dot{H}_3(t) \quad (2.47b)$$

Por lo tanto, se pueden reescribir las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = x_4 \quad (2.48)$$

$$\dot{x}_4 = - \left(\frac{1}{R_{O1} C_1} + \frac{1}{R_{p12} C_1} + \frac{K_{p1}}{C_1} \right) x_4 - \frac{K_{i1}}{C_1} x_1 + \frac{1}{R_{p12} C_1} x_5 + \frac{K_{i1}}{C_1} H_d \quad (2.49)$$

$$\dot{x}_2 = x_5 \quad (2.50)$$

$$\dot{x}_5 = - \left(\frac{1}{R_{p12} C_2} + \frac{1}{R_{p23} C_2} \right) x_5 + \frac{1}{R_{p12} C_2} x_4 + \frac{1}{R_{p23} C_2} x_6 \quad (2.51)$$

$$\dot{x}_3 = x_6 \quad (2.52)$$

$$\dot{x}_6 = - \left(\frac{1}{R_{O2} C_3} + \frac{1}{R_{p23} C_3} \right) x_6 + \frac{1}{R_{p23} C_3} x_5 \quad (2.53)$$

Las ecuaciones se pueden representar en la siguiente forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = A_{LC} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_{i1}}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} H_d, \quad (2.54)$$

donde

$$A_{LC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_{i1}}{C_1} & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{R_{O1}C_1} + \frac{K_{p1}}{C_1} + \frac{1}{R_{p12}C_1}\right) & \frac{1}{R_{p12}C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{p12}C_2} & -\left(\frac{1}{R_{p12}C_2} + \frac{1}{R_{p23}C_2}\right) & \frac{1}{R_{p23}C_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{p23}C_3} & -\left(\frac{1}{R_{O2}C_3} + \frac{1}{R_{p23}C_3}\right) \end{bmatrix}$$

Se puede evidenciar que la matriz de estados del sistema en lazo cerrado está compuesta por cuatro matrices.

$$A_{LC} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ J_{3 \times 3} & \mathcal{L}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (2.55a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ J_{3 \times 3} & \mathcal{L}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_{i1}}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} H_d \quad (2.55b)$$

Donde las matrices están divididas de la siguiente forma: $0_{3 \times 3}$ es una matriz de ceros, $I_{3 \times 3}$ es una matriz identidad, $J_{3 \times 3}$ es una matriz de las constantes integrales y $\mathcal{L}_{3 \times 3}$ es una matriz Laplaciana compuesta por constantes proporcionales.

Se puede reescribir de la siguiente forma:

$$J_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{C_i}(K_{i_i}) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ \frac{1}{C_{i+1}}(K_{i_{i+1}}) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j - 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.56a)$$

$$\mathcal{L}_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{R_{O_i}} + K_{p_i} + \frac{1}{R_{p_{ij}}} \right) & \text{si } \{i, j\} \in E, i = j \\ \frac{1}{R_{p_{ij}}C_j} & \text{si } \{i, j\} \in E, i \neq j \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.56b)$$

$$\forall i, j = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$$

Las variables de estado del tanque están dadas por la siguiente ecuación:

$$\det(A_{LC} - \lambda I) = 0 \quad (2.57)$$

Si se considera que la matriz A_{LC} está compuesta por submatrices, la ecuación (2.57) se reescribe de la siguiente forma:

$$\begin{vmatrix} 0_{3 \times 3} - \lambda I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ J_{3 \times 3} & \mathcal{L}_{3 \times 3} - \lambda I_{3 \times 3} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.58)$$

Considerando los cálculos de determinantes de matrices por bloques [31], se puede expresar la ecuación (2.53) de la siguiente manera:

$$\det(-\lambda I_{3 \times 3} - I_{3 \times 3}(\mathcal{L}_{3 \times 3} - \lambda I_{3 \times 3})^{-1}J_{3 \times 3}) \det(\mathcal{L}_{3 \times 3} - \lambda I_{3 \times 3}) = 0 \quad (2.59)$$

Por lo tanto, se tiene que por propiedades de los determinantes de matrices se puede encontrar las ecuaciones y los valores de estabilidad:

$$\det(\lambda^2 I_{3 \times 3} - \lambda I_{3 \times 3} \mathcal{L}_{3 \times 3} - I_{3 \times 3} J_{3 \times 3}) = 0 \quad (2.60)$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \left| I_{3 \times 3} \mathcal{L}_{3 \times 3} \pm (I_{3 \times 3} \mathcal{L}_{3 \times 3} \mathcal{L}_{3 \times 3} + 4 I_{3 \times 3} J_{3 \times 3})^{\frac{1}{2}} \right| \quad (2.61)$$

Por lo tanto, para este caso se tiene que las raíces están dadas por la ecuación (2.60).

De manera general, las raíces para encontrar la estabilidad de los sistemas en lazo cerrado están dadas por la siguiente ecuación:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \left| I_{N \times N} \mathcal{L}_{N \times N} \pm (I_{N \times N} \mathcal{L}_{N \times N} \mathcal{L}_{N \times N} + 4 I_{N \times N} J_{N \times N})^{\frac{1}{2}} \right| \quad (2.62)$$

Para el caso dado presentado en la ecuación (2.60), las raíces son las siguientes:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{01} C_1} + \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} + \frac{K_{p_1}}{C_1} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{R_{01} C_1} + \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} + \frac{K_{p_1}}{C_1} \right)^2 - 4 \frac{K_{i_1}}{C_1}} \quad (2.63)$$

$$\lambda_2 = 0 \quad (2.64)$$

$$\lambda_3 = 0 \quad (2.65)$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{01} C_1} + \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} + \frac{K_{p_1}}{C_1} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{R_{01} C_1} + \frac{1}{R_{p_{12}} C_1} + \frac{K_{p_1}}{C_1} \right)^2 - 4 \frac{K_{i_1}}{C_1}} \quad (2.66)$$

$$\lambda_5 = -\left(\frac{1}{R_{p_{12}} C_2} + \frac{1}{R_{p_{23}} C_2} \right) \quad (2.67)$$

$$\lambda_6 = -\left(\frac{1}{R_{02} C_3} + \frac{1}{R_{p_{23}} C_2} \right) \quad (2.68)$$

Las ecuaciones que muestran los valores propios de un modelo desempeñan un papel esencial en la determinación de la estabilidad de un sistema. La estabilidad de un sistema se relaciona directamente con las partes reales de estos valores propios. Si todos los valores propios tienen una parte real negativa, entonces el sistema se considera estable.

El resultado nos indica que la estabilidad de un sistema depende en gran medida de los parámetros que caracterizan dicho sistema. Para garantizar que los valores propios sean negativos y que el sistema sea estable, es necesario que el término relacionado con raíz

cuadrada de las ecuaciones (2.63) y (2.66) sea mayor o igual a cero. Esto significa que los parámetros del sistema deben ser elegidos de tal manera que esta condición se cumpla. En particular, es esencial que los valores de los parámetros sean positivos; si el valor de las resistencias, de las capacitancias y de las contantes proporcionales e integrales son positivas, los valores propios del sistema (2.63) – (2.68) serán negativos.

En resumen, la estabilidad de un sistema modelado depende de la elección adecuada de los parámetros del sistema, asegurando que estos sean positivos y que la parte real de los valores propios sea negativa.

2.3.2 ANÁLISIS DE CONTROLABILIDAD DEL SISTEMA MULTIAGENTE CONFORMADO POR 3 TANQUES.

Si se toma en cuenta el modelo de tres tanques del punto (2.2.2) y la ecuación (2.23), se puede determinar si el sistema es controlable. La matriz de controlabilidad viene dada por:

$$C = [B \ AB \ A^2B] \quad (2.69)$$

La matriz de controlabilidad esta dada por:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{01}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} \right) & \frac{1}{C_1} \left(\left(\frac{1}{R_{01}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} \right)^2 + \frac{1}{(R_{12})^2 C_1 C_2} \right) \\ 0 & \frac{1}{R_{12}C_1C_2} & \frac{-1}{R_{12}C_1C_2} \left(\left(\frac{1}{R_{01}C_1} + \frac{1}{R_{12}C_1} \right) + \left(\frac{1}{R_{12}C_2} + \frac{1}{R_{23}C_2} \right) \right) \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{12}C_2R_{23}C_3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Si se considera el rango de la matriz de controlabilidad,

$$rank[C] = 3 \quad (2.71)$$

se puede evidenciar como el sistema es completamente controlable.

3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Este capítulo presenta los resultados dados a través de las pruebas realizadas por simulación en el programa de MATLAB de un sistema hídrico de tanques. El propósito de realizar las pruebas de simulación es comparar los resultados que se presentan en el comportamiento del nivel de cada tanque, el análisis de sus errores y la efectividad del sistema de control que se aplica al sistema multiagente formado por tanques.

Se plantean tres sistemas multiagentes diferentes: el primero es el sistema formado por cinco tanques en línea, el segundo es un sistema compuesto por cinco tanques con configuración de estrella y el tercero es un sistema compuesto por una configuración entrecruzada. La configuración estrella representa una conexión en donde se entrelazan uno de los agentes en el centro y el resto a su alrededor; la configuración entrecruzada representa una conexión en donde se entrelazan a los agentes en forma de malla. Se considera el nombre las diferentes topologías de conexión de redes complejas para indicar las configuraciones de conexión [35]. Un controlador distribuido es aplicado a cada uno de los sistemas.

El objetivo de este estudio es demostrar la escalabilidad de estos algoritmos de control, independientemente del número de agentes involucrados en el modelo utilizado para la distribución de agua dentro de una red de tanques interconectados. La distribución del agua se regula mediante un algoritmo que considera los niveles de agua en cada tanque. Los tanques conectados influyen entre sí en función de la cantidad de agua que interacciona con los otros tanques. En este sentido, se analizó la capacidad de los algoritmos para realizar un control de nivel de los tanques de un sistema hídrico y garantizar una distribución eficiente y equitativa del agua en el sistema hídrico de tanques.

En la simulación, el modelo de un sistema hídrico de tanques en lazo abierto no limita el nivel del agua, por lo que las simulaciones muestran el nivel en el que cada tanque se estabiliza si el sistema no tuviera un algoritmo de control. Sin embargo, en algunos casos, el nivel de agua se estabiliza en valores mayores al límite dado por la geometría del tanque.

Por último, se presentan diversas conclusiones y recomendaciones que hacen referencia a lo desarrollado en el presente Trabajo de Integración Curricular. El propósito de exponer estas conclusiones y recomendaciones es sintetizar el trabajo en su totalidad y brindar sugerencias para futuros trabajos y aplicaciones prácticas.

3.1 Definición de los valores del sistema conformado por cinco tanques conectados

Para definir los valores del sistema hídrico de tanques, se suelen utilizar valores experimentales o valores teóricos que se ajustan a las condiciones del sistema real. Una vez se realiza la simulación con valores teóricos, se utilizan los experimentales para la optimización de los procesos reales.

En el caso de valores teóricos, se pueden utilizar ecuaciones y modelos matemáticos que describen el comportamiento del sistema. Estos modelos se basan en principios físicos y matemáticos, y permiten obtener valores de los parámetros del sistema en función de las características de este, como la geometría de los tanques, las características de las bombas, las resistencias de las tuberías, entre otros factores [21].

Por otro lado, para obtener los valores experimentales, se pueden realizar pruebas en un prototipo a escala o en el sistema real, tomando mediciones de caudal, nivel, y otros parámetros relevantes para el sistema. Estos valores medidos se utilizan para ajustar los parámetros del modelo matemático del sistema. [21]

Es importante destacar que los valores supuestos para el sistema hídrico de tanques siempre están sujetos a cierto grado de incertidumbre y pueden variar en función de las condiciones del sistema y de los errores en las mediciones.

Las dimensiones estándar de un tanque de almacenamiento de agua potable pueden variar dependiendo del uso y las necesidades específicas de cada proyecto. Sin embargo, a continuación, se presentan algunas medidas comunes que se utilizan para los tanques de almacenamiento de agua potable: [21]

- Altura: Entre 2 y 10 metros.
- Diámetro: Entre 1 y 5 metros.
- Capacidad: Entre 1,000 y 100,000 litros.

Es importante tener en cuenta que, además de las dimensiones, los tanques de almacenamiento de agua potable deben cumplir con ciertas normas y regulaciones de calidad y seguridad, para garantizar la capacidad del agua que se almacena en ellos.

Se puede suponer los valores de la Tabla 3.1 para el modelo de cinco tanques conectados en línea correspondiente al sistema multiagente de la Figura 3.1 presentado en el punto (3.2.1) [21].

Tabla 3.1. Valores para el modelo de cinco tanques conectados en línea.

| Descripción | Nomenclatura | Fórmula | Valor | Unidades |
|--|--------------|---------------------------------------|---------|------------------------------|
| Caudal de entrada máxima del tanque 1 | Q_{1MAX} | | 0.015 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 1 | H_{1MAX} | | 6 | [m] |
| Resistencia total de salida del tanque 1 | R_{T1} | $R_{T1} = \frac{H_{1MAX}}{Q_{1MAX}}$ | 400 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 2 | Q_{2MAX} | | 0.02 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 2 | H_{2MAX} | | 5.2 | [m] |
| Resistencia total de salida del tanque 2 | R_{T2} | $R_{T2} = \frac{H_{2MAX}}{Q_{2MAX}}$ | 260 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 3 | Q_{3MAX} | | 0.03 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 3 | H_{3MAX} | | 5.8 | [m] |
| Resistencia total de salida del tanque 3 | R_{T3} | $R_{T3} = \frac{H_{3MAX}}{Q_{3MAX}}$ | 193.333 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 4 | Q_{4MAX} | | 0.027 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 4 | H_{4MAX} | | 5.3 | [m] |
| Resistencia total de salida del tanque 4 | R_{T4} | $R_{T4} = \frac{H_{4MAX}}{Q_{4MAX}}$ | 194.296 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 5 | Q_{5MAX} | | 0.0095 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 5 | H_{5MAX} | | 6 | [m] |
| Resistencia total de salida del tanque 5 | R_{T5} | $R_{T5} = \frac{H_{5MAX}}{Q_{5MAX}}$ | 631.579 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 1 | R_{O1} | $\frac{R_{T1}}{2}$ | 200 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 2-3 | R_{23} | $\frac{R_{T2}}{2} + \frac{R_{T3}}{2}$ | 226.667 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 4-5 | R_{45} | $\frac{R_{T4}}{2} + \frac{R_{T5}}{2}$ | 413.938 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 5 | R_{O5} | $\frac{R_{T5}}{2}$ | 315.789 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Capacitancia del tanque 1 | C_1 | | 25 | [m ²] |
| Capacitancia del tanque 2 | C_2 | | 22 | [m ²] |

| | | | | |
|---------------------------|-------|---------------------|-------|---------|
| Capacitancia del tanque 3 | C_3 | | 28 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 4 | C_4 | | 26 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 5 | C_5 | | 24 | $[m^2]$ |
| Capacidad del tanque 1 | V_1 | $V_1 = H_{1MAX}C_1$ | 150 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 2 | V_2 | $V_2 = H_{2MAX}C_2$ | 114.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 3 | V_3 | $V_3 = H_{3MAX}C_3$ | 162.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 4 | V_4 | $V_4 = H_{4MAX}C_4$ | 137.8 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 5 | V_5 | $V_5 = H_{5MAX}C_5$ | 144 | $[m^3]$ |

Por otro lado, para el modelo de cinco tanques conectados en estrella correspondiente al sistema multiagente presentado en la Figura 3.6 en el punto (3.2.2) se tienen los valores de la Tabla 3.2 [21].

Tabla 3.2. Valores para el modelo de cinco tanques conectados en estrella.

| Descripción | Nomenclatura | Fórmula | Valor | Unidades |
|--|--------------|--------------------------------------|---------|------------------------------|
| Caudal de entrada máxima del tanque 1 | Q_{1MAX} | | 0.015 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 1 | H_{1MAX} | | 6 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 1 | R_{T1} | $R_{T1} = \frac{H_{1MAX}}{Q_{1MAX}}$ | 400 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 2 | Q_{2MAX} | | 0.02 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 2 | H_{2MAX} | | 5.2 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 2 | R_{T2} | $R_{T2} = \frac{H_{2MAX}}{Q_{2MAX}}$ | 260 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 3 | Q_{3MAX} | | 0.03 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 3 | H_{3MAX} | | 5.8 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 3 | R_{T3} | $R_{T3} = \frac{H_{3MAX}}{Q_{3MAX}}$ | 193.333 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 4 | Q_{4MAX} | | 0.027 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 4 | H_{4MAX} | | 5.3 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 4 | R_{T4} | $R_{T4} = \frac{H_{4MAX}}{Q_{4MAX}}$ | 194.296 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 5 | Q_{5MAX} | | 0.0095 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 5 | H_{5MAX} | | 6 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 5 | R_{T5} | $R_{T5} = \frac{H_{5MAX}}{Q_{5MAX}}$ | 631.579 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |

| | | | | |
|---------------------------|----------|---------------------------------------|---------|------------------------------|
| Resistencia de salida 1 | R_{O1} | $\frac{R_{T1}}{2}$ | 200 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 2 | R_{O2} | $\frac{R_{T2}}{2}$ | 130 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 4 | R_{O4} | $\frac{R_{T4}}{2}$ | 98.148 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 5 | R_{O5} | $\frac{R_{T5}}{2}$ | 315.789 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 1-3 | R_{13} | $\frac{R_{T1}}{2} + \frac{R_{T3}}{2}$ | 296.667 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 3-5 | R_{35} | $\frac{R_{T5}}{2} + \frac{R_{T3}}{2}$ | 412.456 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Capacitancia del tanque 1 | C_1 | | 25 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 2 | C_2 | | 22 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 3 | C_3 | | 28 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 4 | C_4 | | 26 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 5 | C_5 | | 24 | $[m^2]$ |
| Capacidad del tanque 1 | V_1 | $V_1 = H_{1MAX}C_1$ | 150 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 2 | V_2 | $V_2 = H_{2MAX}C_2$ | 114.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 3 | V_3 | $V_3 = H_{3MAX}C_3$ | 162.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 4 | V_4 | $V_4 = H_{4MAX}C_4$ | 137.8 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 5 | V_5 | $V_5 = H_{5MAX}C_5$ | 144 | $[m^3]$ |

Por último, para el modelo de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada correspondiente al sistema multiagente presentado en la Figura 3.11 en el punto (3.2.3) se tienen los valores de la Tabla 3.3 [21].

Tabla 3.3. Valores para el modelo de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada.

| Descripción | Nomenclatura | Fórmula | Valor | Unidades |
|--|--------------|--------------------------------------|-------|------------------------------|
| Caudal de entrada máxima del tanque 1 | Q_{1MAX} | | 0.015 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 1 | H_{1MAX} | | 6 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 1 | R_{T1} | $R_{T1} = \frac{H_{1MAX}}{Q_{1MAX}}$ | 400 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 2 | Q_{2MAX} | | 0.02 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 2 | H_{2MAX} | | 5.2 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 2 | R_{T2} | $R_{T2} = \frac{H_{2MAX}}{Q_{2MAX}}$ | 260 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 3 | Q_{3MAX} | | 0.03 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 3 | H_{3MAX} | | 5.8 | $[m]$ |

| | | | | |
|--|------------|---------------------------------------|---------|------------------------------|
| Resistencia total de salida del tanque 3 | R_{T3} | $R_{T3} = \frac{H_{3MAX}}{Q_{3MAX}}$ | 193.333 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 4 | Q_{4MAX} | | 0.027 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 4 | H_{4MAX} | | 5.3 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 4 | R_{T4} | $R_{T4} = \frac{H_{4MAX}}{Q_{4MAX}}$ | 194.296 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Caudal de entrada máxima del tanque 5 | Q_{5MAX} | | 0.0095 | $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ |
| Nivel máximo del tanque 5 | H_{5MAX} | | 6 | $[m]$ |
| Resistencia total de salida del tanque 5 | R_{T5} | $R_{T5} = \frac{H_{5MAX}}{Q_{5MAX}}$ | 631.579 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 1 | R_{O1} | $\frac{R_{T1}}{2}$ | 200 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 3 | R_{O3} | $\frac{R_{T3}}{2}$ | 96.667 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia de salida 4 | R_{O4} | $\frac{R_{T4}}{2}$ | 98.148 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 1-2 | R_{12} | $\frac{R_{T1}}{2} + \frac{R_{T2}}{2}$ | 330 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 1-4 | R_{14} | $\frac{R_{T1}}{2} + \frac{R_{T4}}{2}$ | 298.148 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 2-3 | R_{23} | $\frac{R_{T2}}{2} + \frac{R_{T3}}{2}$ | 226.667 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 3-4 | R_{34} | $\frac{R_{T3}}{2} + \frac{R_{T4}}{2}$ | 194.815 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Resistencia 4-5 | R_{45} | $\frac{R_{T4}}{2} + \frac{R_{T5}}{2}$ | 413.938 | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Capacitancia del tanque 1 | C_1 | | 25 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 2 | C_2 | | 22 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 3 | C_3 | | 28 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 4 | C_4 | | 26 | $[m^2]$ |
| Capacitancia del tanque 5 | C_5 | | 24 | $[m^2]$ |
| Capacidad del tanque 1 | V_1 | $V_1 = H_{1MAX}C_1$ | 150 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 2 | V_2 | $V_2 = H_{2MAX}C_2$ | 114.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 3 | V_3 | $V_3 = H_{3MAX}C_3$ | 162.4 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 4 | V_4 | $V_4 = H_{4MAX}C_4$ | 137.8 | $[m^3]$ |
| Capacidad del tanque 5 | V_5 | $V_5 = H_{5MAX}C_5$ | 144 | $[m^3]$ |

3.2 Resultados

Las pruebas se presentan en tres partes: la primera corresponde a un sistema con cinco agentes conectados en línea, mientras que la segunda parte corresponde a un sistema con cinco agentes conectados en estrella y la tercera parte corresponde a un sistema con cinco agentes conectados en configuración entrecruzada.

3.2.1 SISTEMA MULTIAGENTE CON CINCO TANQUES CONECTADOS EN LÍNEA.

En el capítulo 2, se explicó cómo identificar patrones y tendencias en el comportamiento del sistema hídrico de tanques conectados en línea. Si se considera la ecuación (2.30), se puede replicar este análisis para un sistema hídrico de 5 tanques. La representación del grafo correspondiente al nuevo esquema es el siguiente:

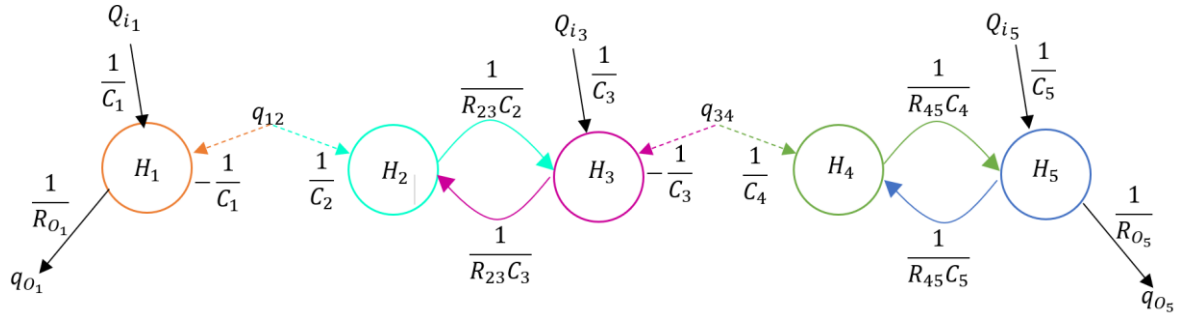


Figura 3.1. Grafo de cinco tanques conectados en línea.

Cada uno de los cálculos que representan el sistema del modelo en lazo abierto se presentan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \\ \dot{H}_4 \\ \dot{H}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{O1}} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & -\frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) & \frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) & -\frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{O5}} + \frac{1}{R_{45}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_3} \\ 0 & \frac{1}{C_4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{12} \\ q_{34} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i3} \\ Q_{i5} \end{bmatrix}$$

Una vez encontrado el modelo del sistema multiagentes, se puede aplicar el algoritmo de control dado por la fórmula (2.31) y (2.32). El control de nivel de agua en sistemas de cinco tanques conectados en línea está dado por:

$$Q_{i_1}(t) = K_{p_1}(H_d - H_1(t)) + K_{i_1} \int (H_d - H_1(t))dt \quad (3.2)$$

$$q_{12}(t) = \frac{1}{R_{p_{12}}}(H_1(t) - H_2(t)) \quad (3.3)$$

$$Q_{i_3}(t) = K_{p_3}(H_2(t) - H_3(t)) + K_{i_3} \int (H_2(t) - H_3(t))dt \quad (3.4)$$

$$q_{34}(t) = \frac{1}{R_{p_{34}}}(H_3(t) - H_4(t)) \quad (3.5)$$

$$Q_{i_5}(t) = K_{p_5}(H_4(t) - H_5(t)) + K_{i_5} \int (H_4(t) - H_5(t))dt \quad (3.6)$$

Si se considera el modelo del sistema de tanques conectados en línea, al simular el sistema de tanques en lazo abierto se obtiene la siguiente gráfica de la Figura 3.2.

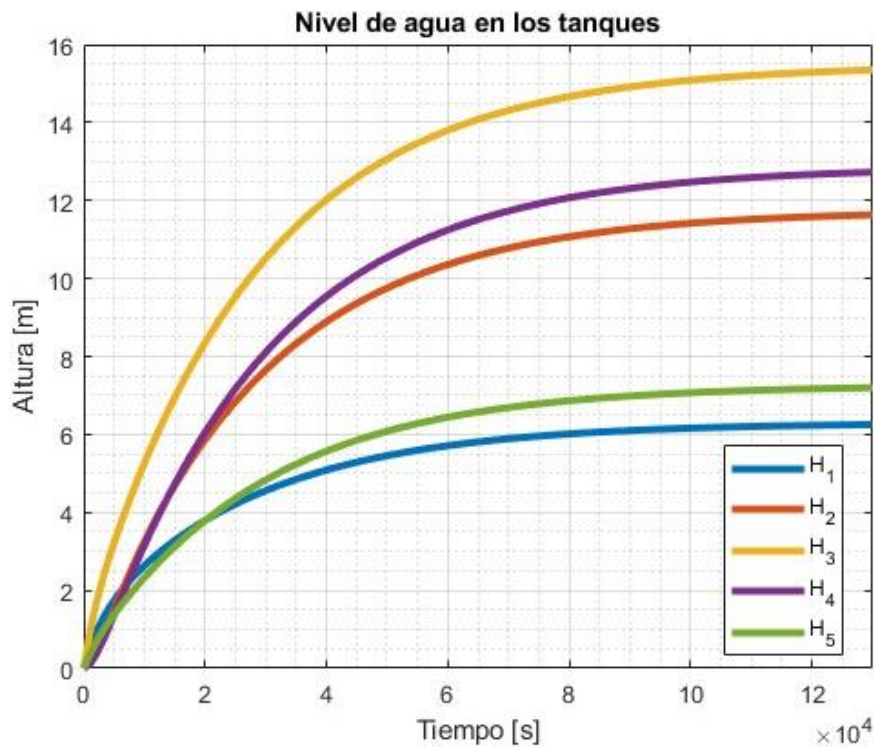


Figura 3.2. Señal de nivel de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados con forma de línea en lazo abierto.

El modelo en lazo abierto presenta una respuesta en la que el nivel de los tanques se estabiliza en diferentes puntos, dado que no existe controlador en su sistema y no recibe retroalimentación, ni ajuste en el tiempo real. El caudal de entrada en el modelo en el lazo abierto que se usó para la entrada externa de los tanques está dado por el caudal máximo de entrada mostrado en la Tabla 3.1. Por lo que la salida únicamente depende de la entrada del sistema, es decir el caudal de entrada del sistema de cada uno de los tanques. La altura que alcanza cada uno de los tanques del sistema depende de la naturaleza del modelo y de las entradas externas de los tanques; en todos los tanques del sistema en lazo abierto,

el nivel de agua en los tanques alcanza alturas superiores al límite máximo del tanque debido a que el caudal que entra al sistema en general llega a ser igual al caudal que sale luego de que superen el límite del nivel. Cabe mencionar que la altura que alcancen puede estar fuera de los límites físicos dado que no se incluyeron saturadores en la programación para apreciar el comportamiento del nivel de los tanques sin algoritmo de control. Aunque el modelo del sistema en lazo abierto presenta una respuesta estable, se tiene que sin controlador presenta respuesta inesperada dado que no existe una señal de nivel corregida en un valor esperado. En sistemas cerrados de tanques conectados, sin fuentes ni salidas externas, los niveles de agua igualan debido a la interacción entre tanques. En sistemas abiertos, con fuentes y salidas externas, varias variables afectan las alturas de agua en cada tanque; el flujo dispar origina estabilización en puntos diversos de los niveles de agua en cada tanque.

La implementación de un algoritmo de control para el sistema multiagente, permite observar el comportamiento del nivel de agua en los cinco tanques del sistema, según se muestra en la Figura 3.3. Los valores de las constantes de los controladores están dados en la Tabla 5.2. Se ha utilizado un controlador en cada entrada década agente para mantener el nivel de agua en los tanques en valores deseados, como se describe mediante las ecuaciones (3.2) - (3.6). El caudal de entrada Q_{i_1} influye en el nivel de agua H_1 , q_{12} en H_2 , Q_{i_3} en H_3 , q_{34} en H_4 y Q_{i_5} en H_5 .

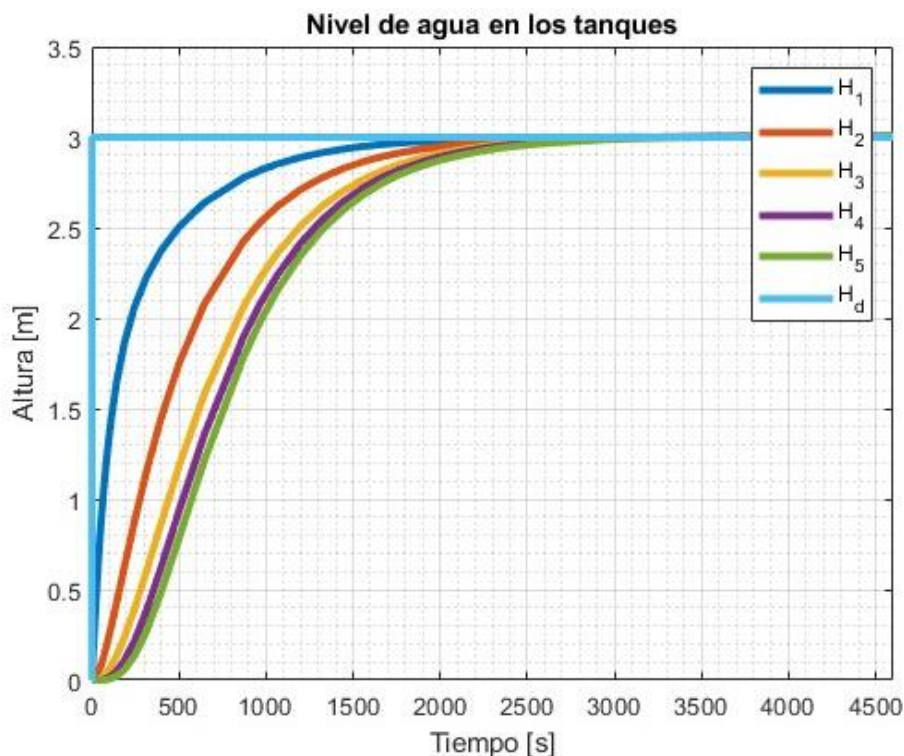


Figura 3.3. Señal de nivel de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados en línea con algoritmo de control.

Se puede observar en la imagen presentada en la Figura 3.3 que la implementación del algoritmo de control ha logrado que el sistema alcance el nivel de referencia configurado en todos los tanques. El nivel de los tanques exhibe una respuesta sin la presencia de sobrepicos. Además, se aprecia un patrón consecutivo en el comportamiento de los tanques, donde los primeros logran alcanzar la referencia más rápidamente que los subsiguientes. Este fenómeno demuestra claramente la configuración de "líder y seguidor" incorporada en el algoritmo de control. Se considera como agente líder al tanque uno, debido a que recibe directamente la altura deseada como referencia; los demás tanques se consideran seguidores dado que usan como referencia el nivel de agua de otro tanque. Además, un tiempo de estabilización de 600 segundos (10 minutos) es un intervalo de tiempo que puede ser adecuado para muchos sistemas de llenado. El proceso presenta un llenado relativamente gradual [34].

La Figura 3.3 presenta la señal de nivel en cada uno de los tanques del sistema con el algoritmo de control, el sistema con controladores consigue el valor deseado gracias al trabajo conjunto de controladores P y PI en cada tanque. Los controles Q_{i_1} , Q_{i_3} y Q_{i_5} utilizan un tipo de control PI y los controles q_{12} y q_{34} utilizan un tipo de control P. El controlador P y PI adapta la señal de control según la diferencia entre la altura real y deseada en cada uno de los tanques. Las acciones de control en cada agente se ajustan según su dinámica particular. La señal de control se representa en la Figura 3.4.

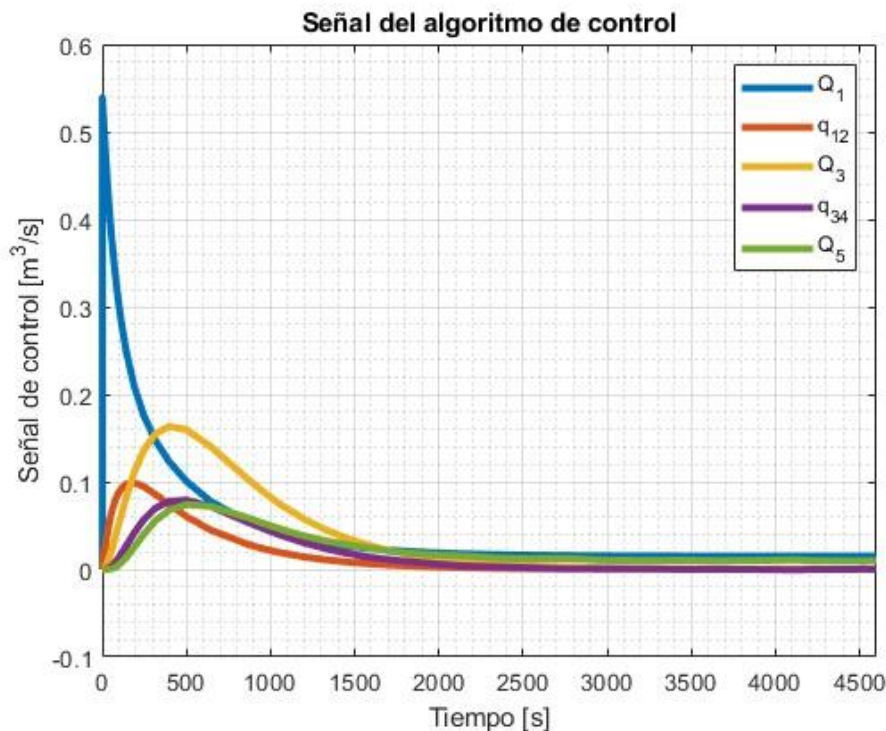


Figura 3.4. Señal de control del sistema hídrico de cinco tanques conectados en línea con algoritmo de control.

El sistema hídrico de tanques conectados en serie utiliza una señal de control para regular el caudal de entrada de cada tanque, con el objetivo de alcanzar un nivel deseado en cada uno de ellos. La señal de control puede alcanzar diferentes valores para cada tanque debido a parámetros y características de los tanques, bombas y tuberías. Es fundamental contar con una señal de control efectiva para lograr un funcionamiento eficiente del sistema y adaptarse a las condiciones de operación. La gráfica muestra cómo la señal de control experimenta un estado transitorio inicial, tomando ciertos valores, y luego se estabiliza en un valor específico para garantizar que el sistema sea estable.

La señal del error se refiere a la diferencia entre la altura de referencia y la altura real medida en cada tanque. Es fundamental obtener el error específico para cada tanque para poder regular el flujo de entrada y alcanzar la altura deseada. La señal del error del sistema proporciona información acerca de la magnitud y dirección del error en cada tanque, lo cual es esencial para tomar acciones correctivas y mantener el sistema operando en su punto óptimo. Por lo tanto, la señal del error del sistema se muestra en la Figura 3.5.

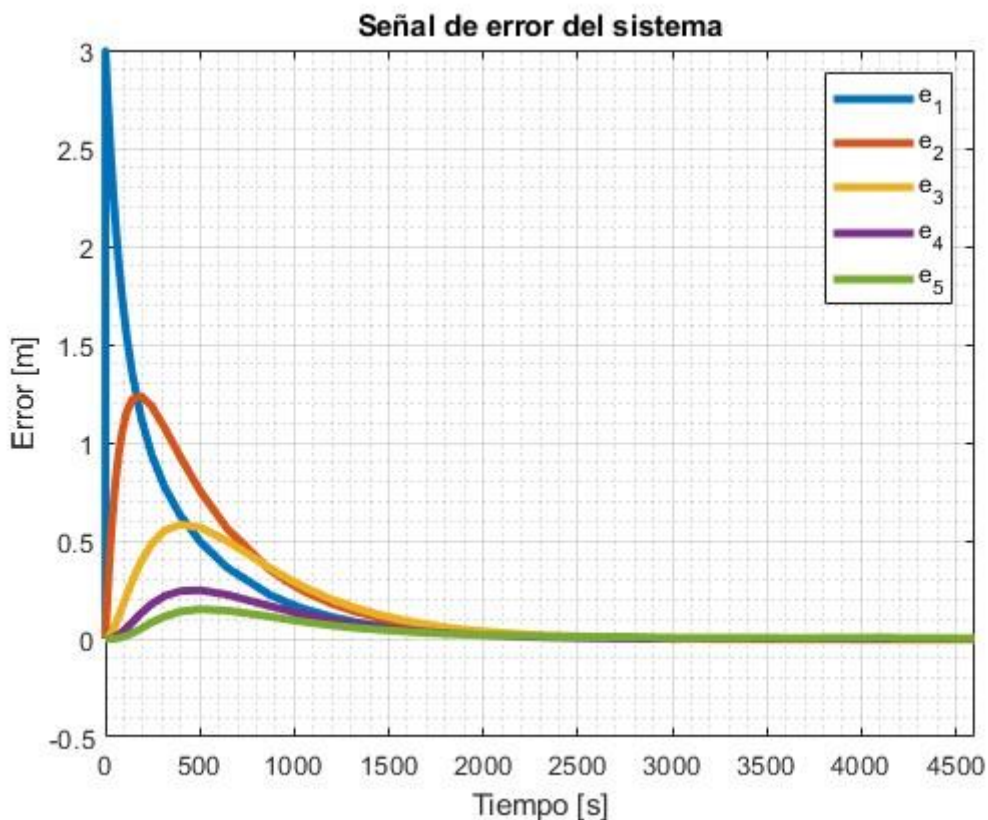


Figura 3.5. Señal de error del sistema hídrico de cinco tanques conectados en línea con algoritmo de control.

Se puede evidenciar que el error depende de la configuración de la conexión "líder y seguidor" incorporada en el algoritmo de control (3.6) - (3.10), donde se considera las

distintas referencias. A medida que se toma una referencia de un tanque más alejado al líder el error presenta un pico de valor menor, pero demora más tiempo en llegar a cero. Cabe destacar que la señal de referencia para cada tanque de este sistema es distinta, la referencia del tanque uno es un valor constante (H_d), la referencia para el tanque dos es H_1 , para el tanque tres es H_2 , para el tanque cuatro es H_3 y para el tanque cinco es H_4 . La señal de error es fundamental para comparar la salida real del sistema con la entrada deseada; la altura deseada en cada tanque varía conforme a la referencia presentada en la ley de control. Inicialmente, el valor del error es igual para todos los tanques, ya que su condición inicial es cero; en un primer instante el tanque líder se encuentra vacío y tiene un error igual a la distancia de referencia. Luego, los subsiguientes tanques al inicio se encuentran vacíos, después aumentan el error del nivel de agua hasta que su referencia variable se estabiliza y el error decrece hasta llegar a cero. En la Figura 3.5 se observa cómo los errores individuales de cada agente llegan a un valor pico y luego disminuyen con el tiempo hasta alcanzar el valor de cero.

3.2.2 SISTEMA MULTIAGENTE CON CINCO TANQUES CONECTADOS EN ESTRELLA.

La representación por medio de un grafo correspondiente es el siguiente:

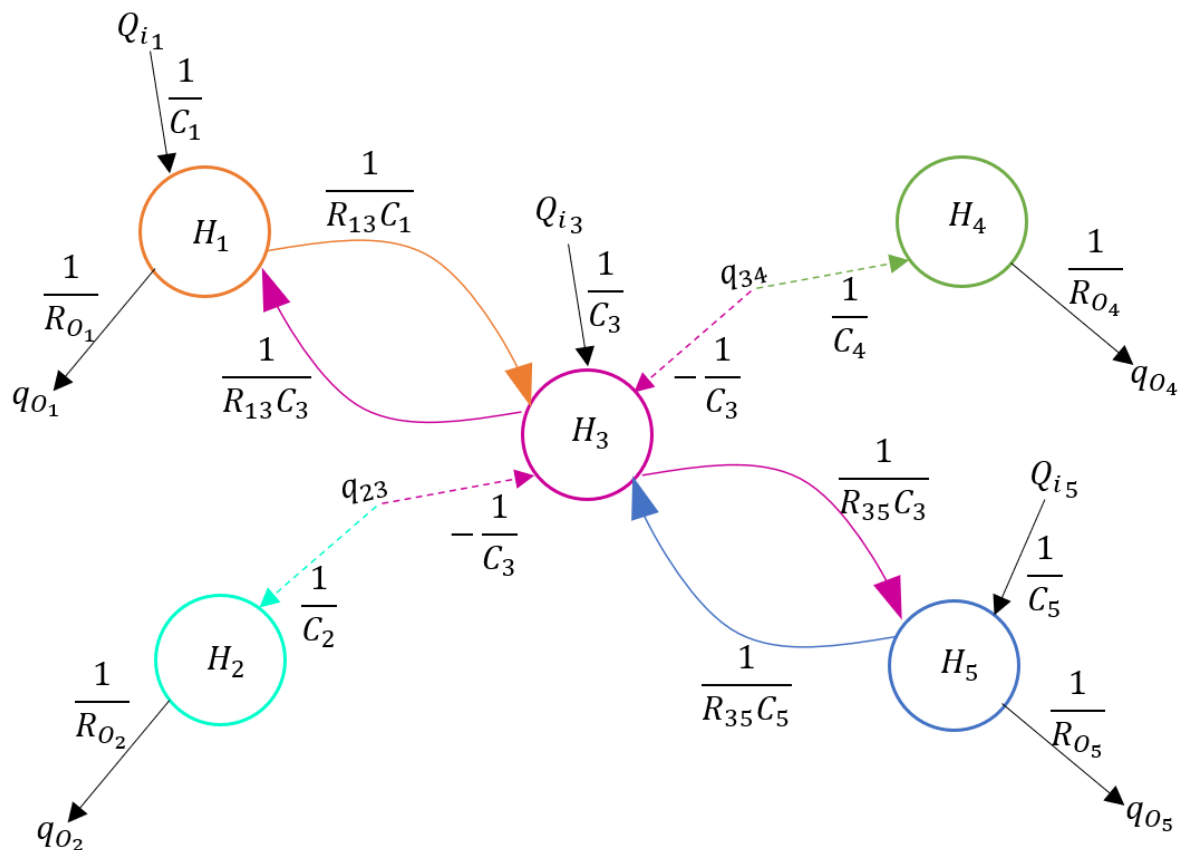


Figura 3.6. Grafo de cinco tanques conectados en estrella.

Cada uno de los cálculos que representan el sistema del modelo en lazo abierto se presentan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \\ \dot{H}_4 \\ \dot{H}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{13}} \right) & 0 & \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{13}} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{02}} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{13}} \right) & 0 & -\frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{35}} \right) & 0 & \frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{35}} \right) \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{04}} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{35}} \right) & 0 & -\frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{05}} + \frac{1}{R_{35}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_2} & 0 \\ \frac{1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} \\ 0 & \frac{1}{C_4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{23} \\ q_{34} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{i_1} \\ Q_{i_3} \\ Q_{i_5} \end{bmatrix}$$

El control de nivel de agua en sistemas de cinco tanques conectados en forma de estrella está dado por:

$$Q_{i_1}(t) = K_{p_1}(H_3(t) - H_1(t)) + K_{i_1} \int (H_3(t) - H_1(t)) dt \quad (3.8)$$

$$q_{23}(t) = \frac{1}{R_{p_{23}}}(H_2(t) - H_3(t)) \quad (3.9)$$

$$Q_{i_3}(t) = K_{p_3}(H_d - H_3(t)) + K_{i_3} \int (H_d - H_3(t)) dt \quad (3.10)$$

$$q_{34}(t) = \frac{1}{R_{p_{34}}}(H_3(t) - H_4(t)) \quad (3.11)$$

$$Q_{i_5}(t) = K_{p_5}(H_3(t) - H_5(t)) + K_{i_5} \int (H_3(t) - H_5(t)) dt \quad (3.12)$$

Si se presenta el nivel de los tanques sin algoritmo de control y únicamente utiliza entradas externas con valores constantes, la gráfica de la señal de nivel de cada uno de los tanques esta dado de la siguiente manera:

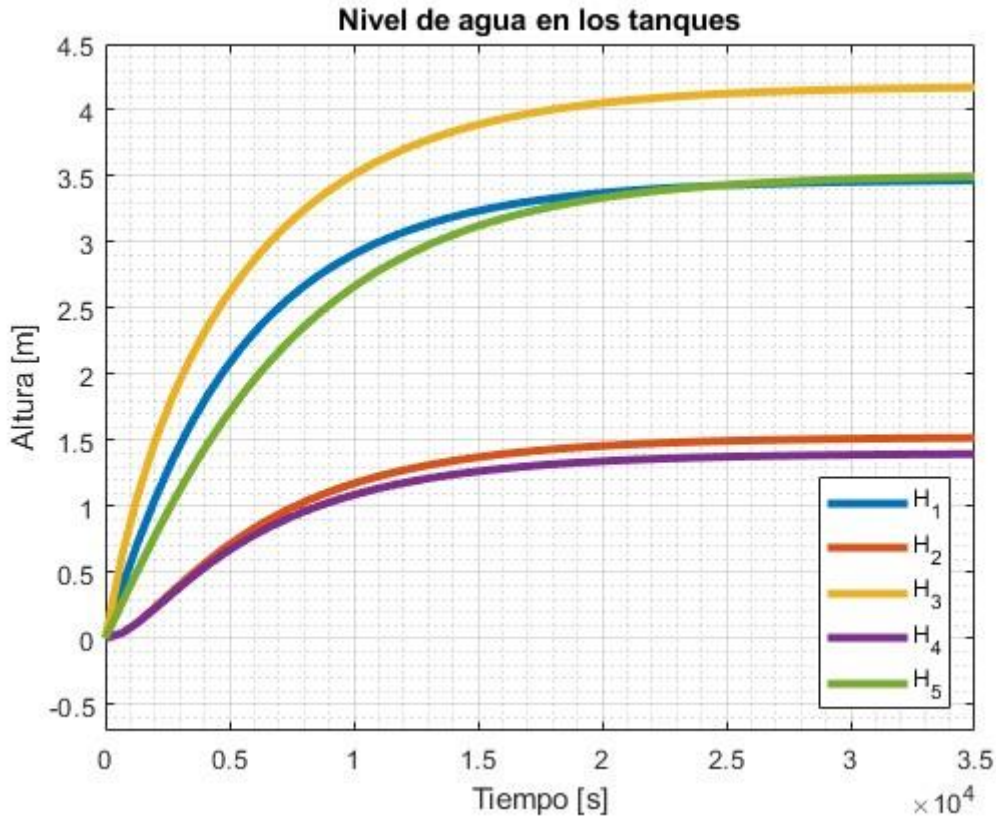


Figura 3.7. Señal de nivel de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados con forma de estrella en lazo abierto.

Al igual que el sistema hídrico de cinco tanques conectados en línea, la señal de nivel de cada uno de los agentes se estabiliza luego de un tiempo en diferentes valores y en distintos instantes de tiempo. El caudal de ingreso en el sistema en configuración de lazo abierto, utilizado para la alimentación externa de los tanques, se determina mediante el caudal máximo de entrada señalado en la Tabla 3.2. En todos los tanques del sistema en lazo abierto, el nivel de agua en los tanques alcanza alturas menores al límite máximo del tanque debido a que el caudal que entra al sistema en general llega a ser igual a el caudal que sale antes que superen los valores límite de nivel; sin embargo, el nivel se estabiliza en valores que no se pueden controlar.

Se utiliza un controlador en cada agente del sistema para mantener el nivel de agua en los tanques en valores deseados, tal como se muestra en el gráfico de la Figura 3.8. Los controles Q_{i_1} , Q_{i_3} y Q_{i_5} utilizan un tipo de control PI y los controles q_{32} y q_{34} utilizan un tipo de control P. El caudal de entrada Q_{i_3} influye en el nivel de agua H_3 , q_{32} en H_2 , Q_{i_1} en H_1 , q_{34} en H_4 y Q_{i_5} en H_5 .

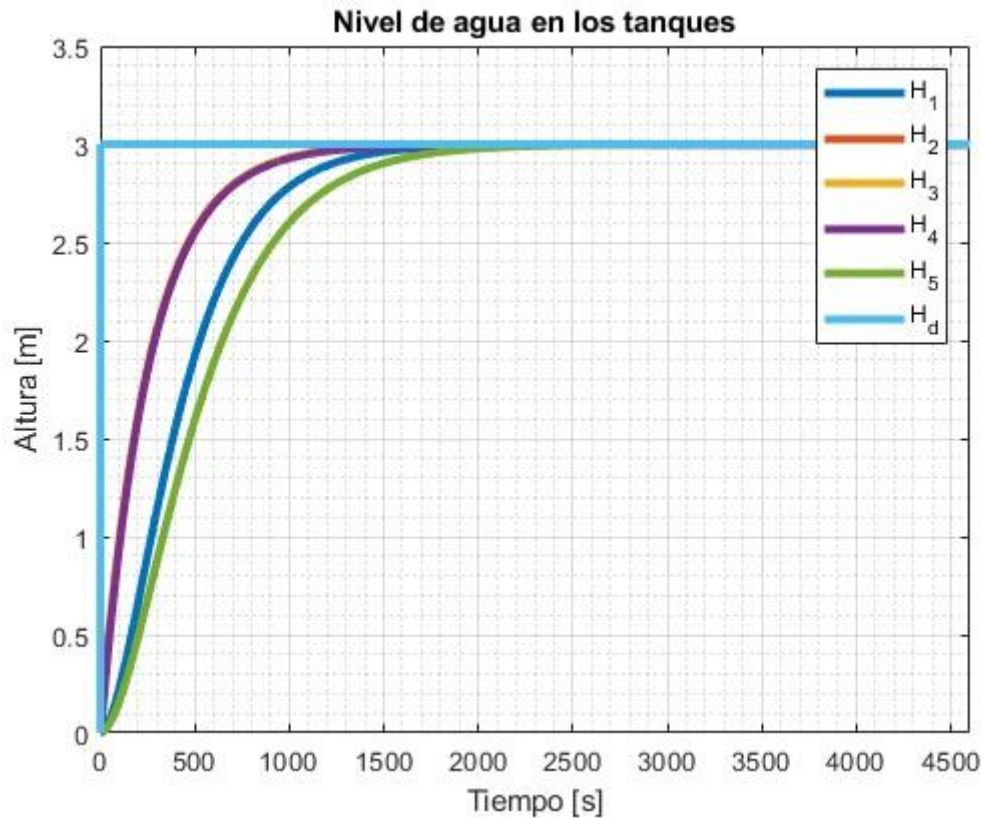


Figura 3.8. Indicador de la señal de altura de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados en estrella con algoritmo de control.

La imagen de la Figura 3.8 muestra el nivel de agua de los distintos depósitos para el sistema con el algoritmo de control; el sistema con el algoritmo de control alcanza el valor deseado gracias al trabajo conjunto de controladores en cada tanque. El comportamiento del nivel de agua de los tanques de este sistema cambia en comparación con el sistema de tanques en línea dado que existe únicamente un solo líder, se puede evidenciar en el algoritmo de control (3.8) – (3.12). Se considera como agente líder al tanque tres, debido a que recibe directamente la altura deseada de valor constante (H_d) como referencia; los demás tanques se consideran seguidores dado que usan como referencia el nivel de agua del tanque tres H_3 . El controlador adapta la señal de control según la diferencia entre la altura real y deseada del tanque. Los valores de las constantes de los controladores están dados en la Tabla 5.3. Las acciones de control en cada agente se ajustan según su dinámica particular. La señal de control se representa en la Figura 3.9.

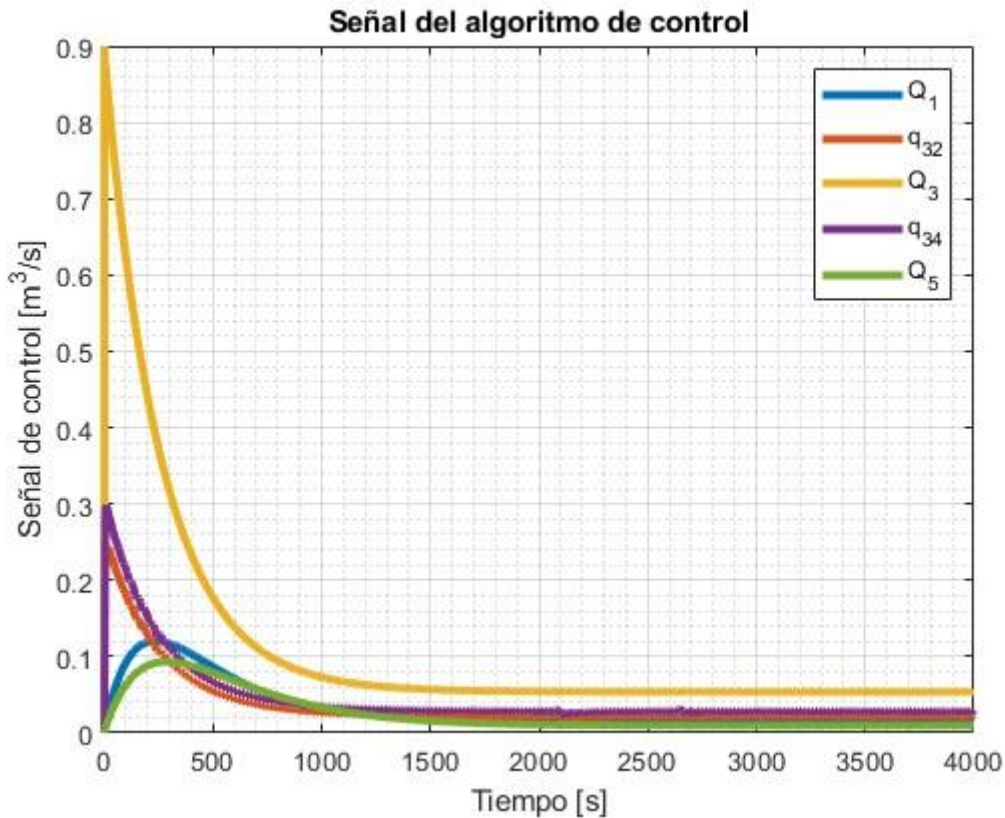


Figura 3.9. Señal de control del sistema hídrico de cinco tanques en estrella con algoritmo de control.

El sistema hídrico que utiliza tanques conectados en estrella está diseñado para regular el caudal de entrada en cada tanque mediante una señal de control, con el fin de alcanzar un nivel deseado en cada uno de ellos. La señal de control se adapta a cada tanque debido a los diferentes parámetros y características de los tanques, bombas y tuberías. Para lograr un funcionamiento eficiente del sistema y adaptarse a las condiciones de operación, es esencial contar con una señal de control efectiva. La gráfica muestra el comportamiento de la señal de control en un estado transitorio inicial, adoptando ciertos valores, y luego estabilizándose en un valor específico para garantizar la estabilidad del sistema.

El sistema presenta un error que consiste en la discrepancia entre la altura deseada y la altura real registrada en cada tanque. Para lograr la altura deseada, es crucial determinar el error específico de cada tanque. La señal del error del sistema brinda datos sobre la magnitud y dirección del error en cada tanque, lo cual es fundamental para implementar medidas correctivas y asegurar el funcionamiento óptimo del sistema. En consecuencia, la señal del error del sistema se presenta de la siguiente manera:

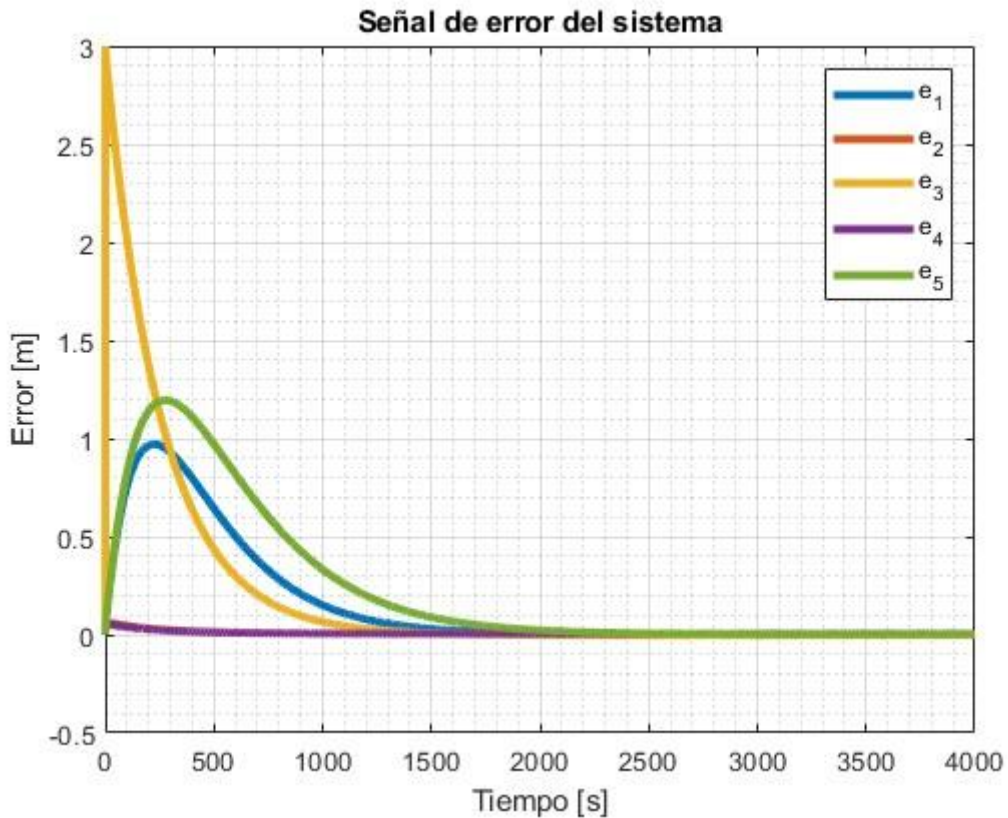


Figura 3.10. Señal de error del sistema hídrico de cinco tanques en estrella con algoritmo de control.

Inicialmente, todos los tanques tienen el mismo valor de error porque su condición inicial es cero. El tanque líder comienza vacío y tiene un error igual a la distancia de la referencia. A medida que los tanques siguientes incrementan su nivel de agua, el error disminuye gradualmente hasta llegar a cero cuando la referencia se estabiliza; en el caso del segundo y cuarto tanque, tanques seguidores, su referencia se estabiliza en un corto tiempo. En la Figura 3.10 se ilustra cómo los errores individuales de cada agente alcanzan un valor máximo y luego decrecen con el tiempo hasta llegar a cero. La señal de error debe considerar que la señal de referencia para cada tanque de este sistema, la referencia del tanque tres es un valor constante (H_d), la referencia de nivel para todos los demás tanques es H_3 .

3.2.3 SISTEMA MULTIAGENTE CON CINCO TANQUES CONECTADOS CON CONFIGURACIÓN ENTRECruzADA.

La representación por medio de un grafo correspondiente es el siguiente:

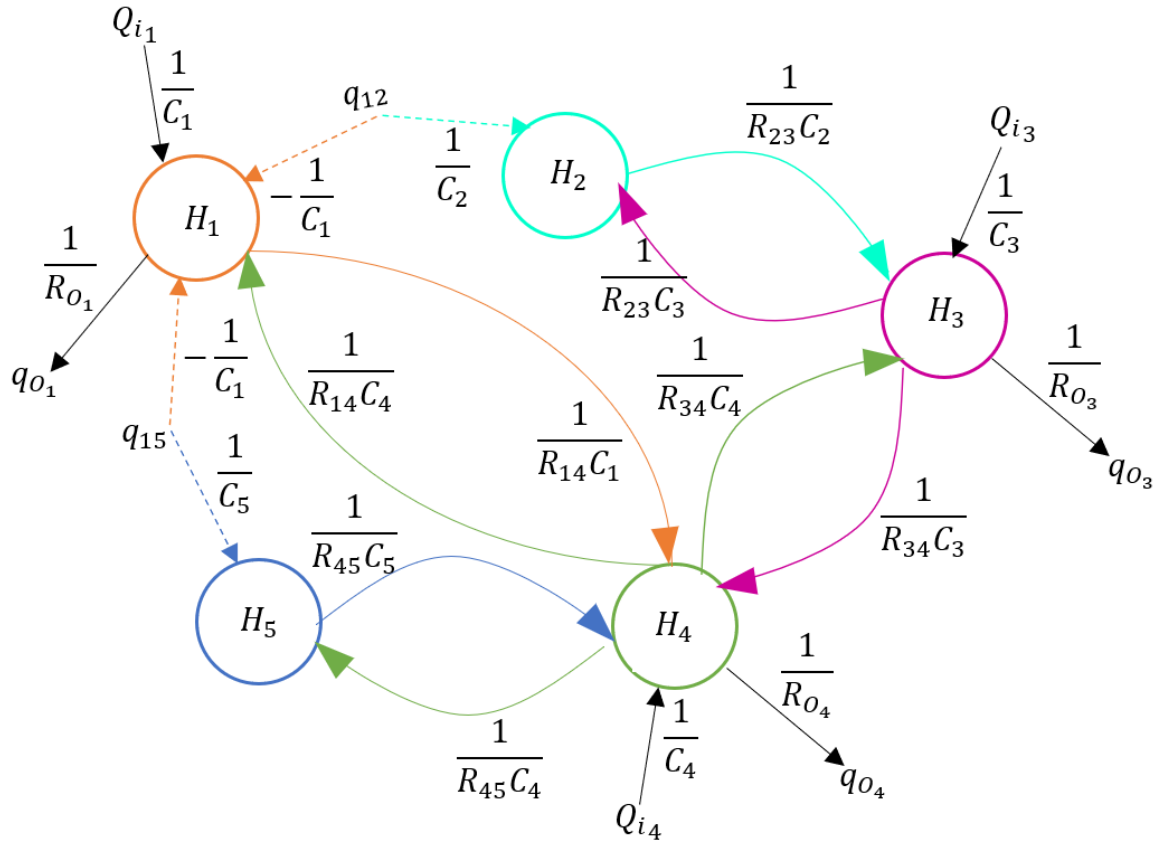


Figura 3.11. Grafo de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada.

Una forma de presentar cada uno de los cálculos que representan el sistema del modelo en lazo abierto se presentan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \\ \dot{H}_4 \\ \dot{H}_5 \end{bmatrix} = \tag{3.13}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{O1}} + \frac{1}{R_{14}} \right) & 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{14}} \right) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & -\frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{O3}} + \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{34}} \right) & \frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{34}} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{14}} \right) & 0 & \frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{34}} \right) & -\frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{O4}} + \frac{1}{R_{45}} + \frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{34}} \right) & \frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) & -\frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_{45}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{12} \\ q_{15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_4} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \end{bmatrix}$$

El control del nivel de agua en sistemas de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada se determina por:

$$Q_{i_1}(t) = K_{p_1}(H_d - H_1(t)) + K_{i_1} \int (H_d - H_1(t))dt \quad (3.14)$$

$$q_{12}(t) = \frac{1}{R_{p_{12}}}(H_1(t) - H_2(t)) \quad (3.16)$$

$$Q_{i_3}(t) = K_{p_3}(H_2(t) - H_3(t)) + K_{i_3} \int (H_2(t) - H_3(t))dt \quad (3.17)$$

$$Q_{i_4}(t) = K_{p_4}(H_3(t) - H_4(t)) + K_{i_4} \int (H_3(t) - H_4(t))dt \quad (3.18)$$

$$q_{15}(t) = \frac{1}{R_{p_{15}}}(H_1(t) - H_5(t)) \quad (3.19)$$

Si se presenta el nivel de los tanques en lazo abierto, donde no se considera el algoritmo de control y las entradas externas son constantes, se tiene las siguientes señales:

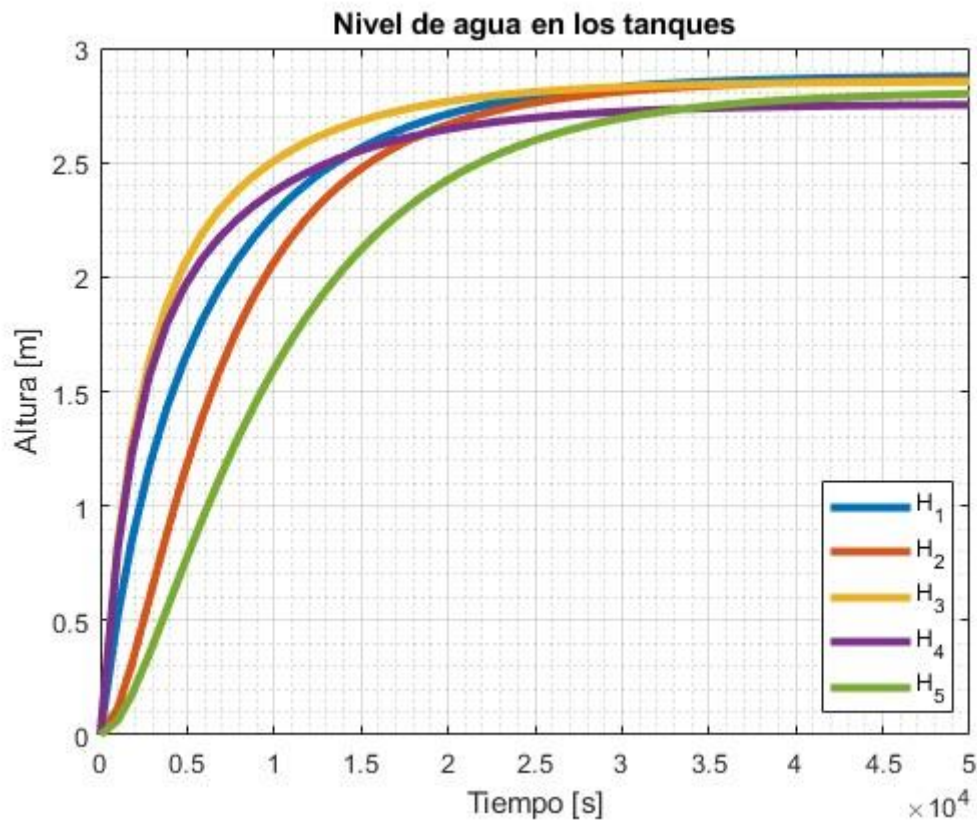


Figura 3.12. Señal de nivel de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada en lazo abierto.

Al igual que los ejemplos pasados, el nivel de agua depende de las entradas externas y de la configuración del modelo del sistema. El caudal que ingresa al sistema en lazo abierto, utilizado como entrada externa para los tanques, se determina a partir del caudal máximo de entrada indicado en la Tabla 3.3. En los tanques del sistema en lazo abierto, la altura

del agua en los tanques llega a niveles inferiores al tope máximo del tanque, ya que el flujo de entrada llega a ser igual flujo de salida antes que el nivel de los tanques tome valores mayores a los posibles por la geometría del sistema. No obstante, el nivel se estabiliza en valores que escapan al control.

Si cada agente del sistema utiliza un controlador para mantener el nivel de agua en los tanques en valores deseados, se muestra el gráfico Figura 3.13. Los controles Q_{i_1} , Q_{i_3} y Q_{i_4} utilizan un tipo de control PI y los controles q_{12} y q_{15} utilizan un tipo de control P. El caudal de entrada Q_{i_1} influye en el nivel de agua H_1 , q_{12} en H_2 , Q_{i_3} en H_3 , Q_{i_4} en H_4 y q_{15} en H_5 .

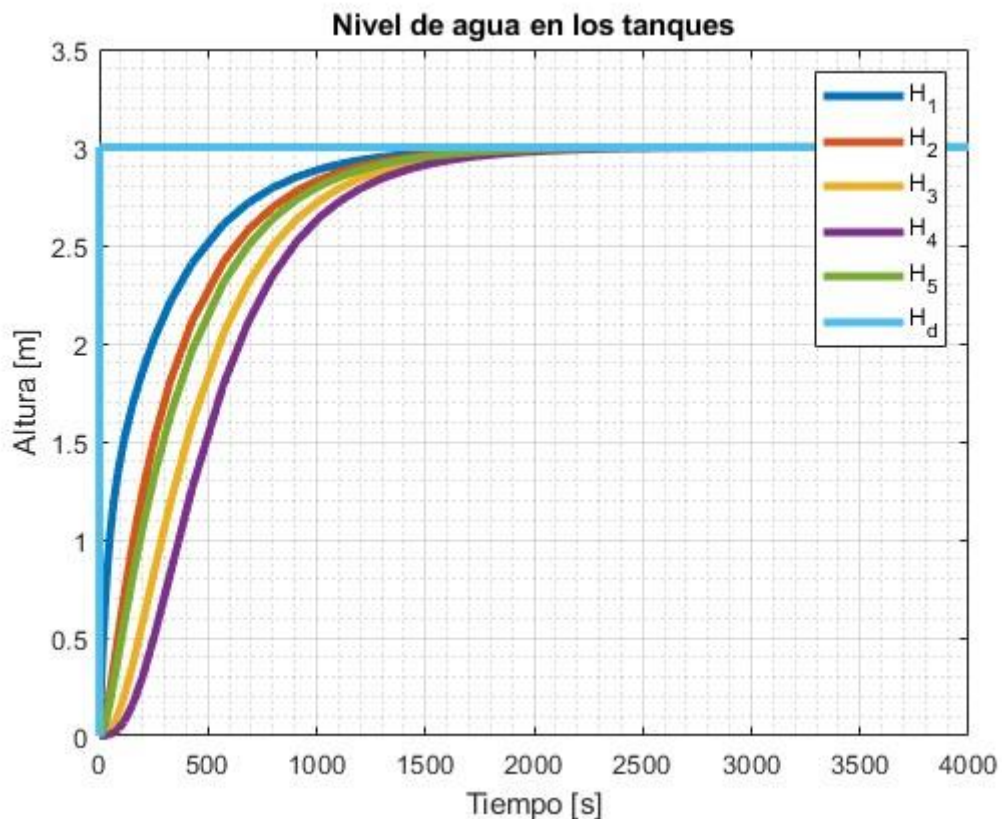


Figura 3.13. Grafica de la señal de altura de los agentes que pertenecen al sistema hídrico de cinco tanques conectados en configuración entrecruzada con algoritmo de control.

El nivel de agua de los distintos tanques con algoritmo de control se muestra en la ilustración de la Figura 3.13, con una respuesta sobre amortiguada. El sistema con el algoritmo de control alcanza el valor deseado en el nivel de agua de sus tanques, gracias al trabajo conjunto de controladores de este sistema. El comportamiento del sistema de tanques con la configuración entrecruzada tiene una relación con los sistemas en línea y estrella, porque el nivel de cada tanque alcanza la referencia acorde al patrón y a la configuración de conexión. Se considera como agente líder al tanque uno, debido a que recibe directamente la altura deseada como referencia; los demás tanques se consideran

seguidores dado que usan como referencia el nivel de agua otros tanques. Los valores de las constantes de los controladores están dados en la Tabla 5.4. Las acciones de control en cada agente se adaptan según su dinámica particular, como se muestra en las ecuaciones (3.14) - (3.19). La Figura 3.14 muestra la señal de control.

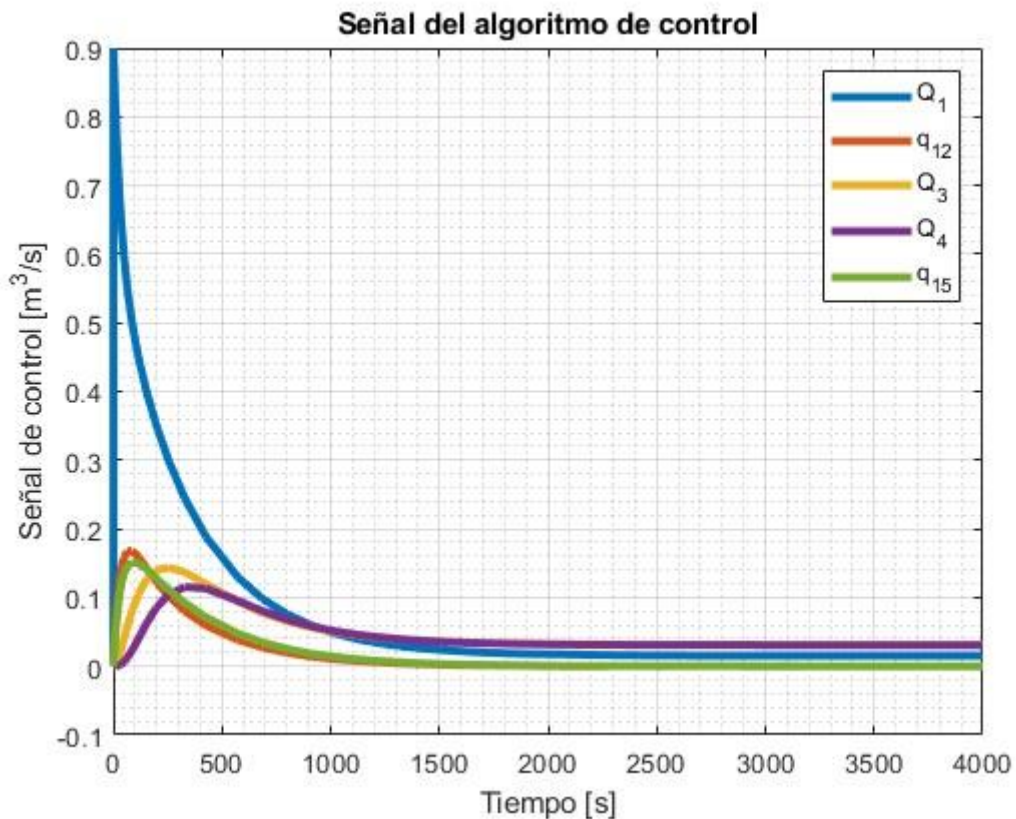


Figura 3.14. Señal de control del sistema hídrico de cinco tanques conectados en configuración entrecruzada con algoritmo de control.

El sistema hídrico que utiliza tanques conectados en serie está diseñado para regular el caudal de entrada en cada tanque mediante una señal de control, con el objetivo de alcanzar un nivel deseado en cada uno de ellos. Debido a las variaciones en las características de los tanques, bombas y tuberías, la señal de control se adapta a cada tanque. Para lograr un funcionamiento eficiente del sistema y adaptarse a las condiciones de operación, es esencial contar con una señal de control efectiva. La gráfica muestra el comportamiento de la señal de control en un estado transitorio inicial, adoptando ciertos valores, y luego estabilizándose en un valor específico para garantizar la estabilidad del sistema.

El sistema exhibe una imprecisión que se traduce en el error entre la altura deseada y la altura efectiva medida en cada depósito de agua. Para llegar a una altura deseada, es crucial determinar el error específico de cada tanque. La señal del error del sistema proporciona información sobre el comportamiento de error del nivel en cada tanque, lo cual

es fundamental para implementar medidas correctivas y asegurar el funcionamiento adecuado del sistema. Por lo tanto, la señal del error del sistema se presenta de la siguiente manera:

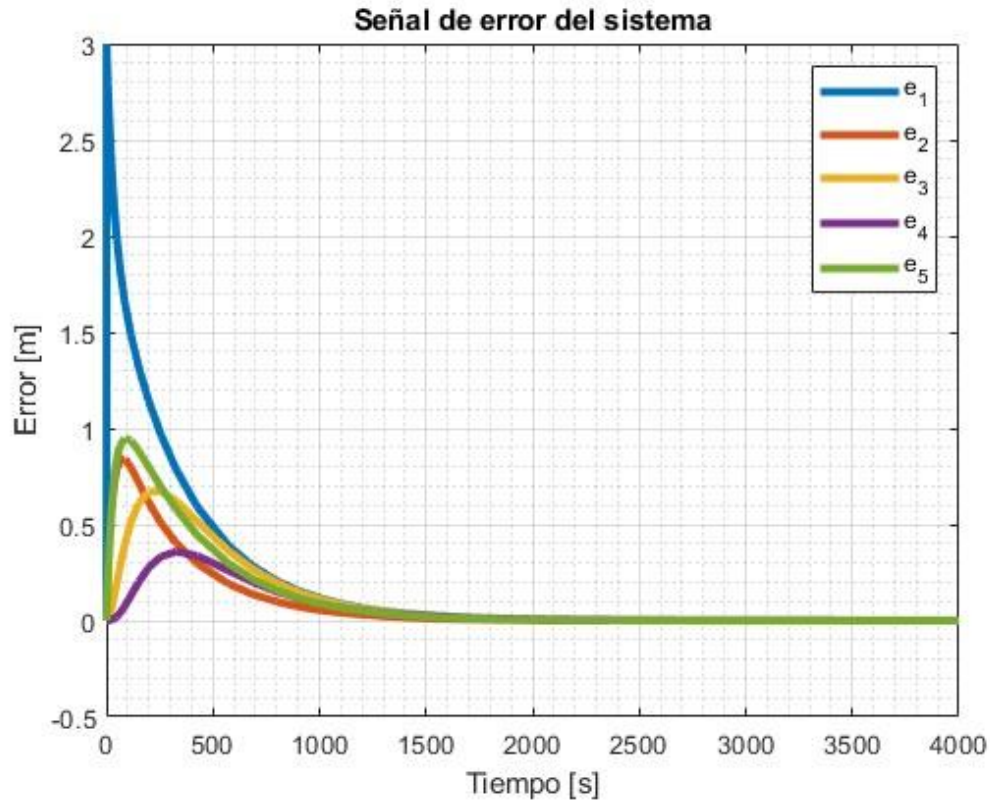


Figura 3.15. Señal de error del sistema hídrico de cinco tanques conectados en configuración entrecruzada con algoritmo de control.

Durante la etapa inicial, todos los tanques presentan un valor de error idéntico debido a que su estado inicial es nulo. El tanque líder empieza sin líquido y su error es equivalente a la referencia. A medida que los tanques subsecuentes aumentan su nivel de agua, el error aumenta antes de que se establezca la referencia de los tanques seguidores, luego este disminuye de manera gradual hasta anularse cuando la referencia se estabiliza. Esto se refleja en la Figura 3.15, donde se representa la trayectoria de los errores individuales de cada agente, los cuales alcanzan un punto máximo antes de disminuir progresivamente con el tiempo hasta llegar a cero. La señal de error debe considerar que la señal de referencia para cada tanque de este sistema, la referencia del tanque uno es un valor constante (H_d), la referencia de nivel para el tanque dos y cinco es H_1 , para el tanque tres es H_2 y para el tanque cuatro es H_3 .

3.2.4 ÍNDICES DE DESEMPEÑO

En cada uno de los casos abordados, se llevaron a cabo pruebas de los sistemas en lazo abierto, con el objetivo de evaluar su comportamiento en ausencia de un control regulador. Los resultados obtenidos fueron concluyentes, el nivel del tanque de agua en un sistema de lazo abierto puede alcanzar diferentes alturas, si no se controla y tiene una entrada de caudal, no se puede predecir la altura del nivel esperado. Sin embargo, en algunos casos, incluso sin control, si se regula las entradas externas del sistema, el nivel del agua puede alcanzar alturas deseadas, pero los errores transitorios son mayores. Esta disparidad se atribuye directamente a la ausencia de una regulación efectiva en la entrada de cada uno de los agentes involucrados en dichos sistemas. En la realidad, el nivel de agua en los tanques depende de sus límites geométricos; la simulación en lazo abierto no utiliza nada para restringir los valores de nivel de agua en los tanques, el nivel de agua de los tanques se estabiliza en valores dentro y fuera del rango posible.

El índice de desempeño ISE es una herramienta esencial en el campo de los sistemas de control. Se utiliza para evaluar el desempeño de los sistemas de control y ajustar los parámetros del controlador para optimizar el rendimiento. También se utiliza para comparar diferentes sistemas de control y medir su eficacia en situaciones dinámicas. Por lo tanto, cada índice es una herramienta valiosa para los ingenieros de control y otros profesionales involucrados en el diseño y la optimización de sistemas de control. [23]

El índice de desempeño ISU no es factible aplicar, porque la comparación del sistema se realiza para los sistemas con y sin algoritmo de control, donde únicamente se puede aplicar el índice ISU para los sistemas que cuenten con un algoritmo de control.

Es importante tener en cuenta que en este sistema se controla el nivel y se manipula el caudal. Por lo tanto, se ha optado por utilizar los controles P y PI, que proporcionan una respuesta adecuada en este tipo de sistemas [32].

Cabe mencionar, la referencia del sistema en lazo abierto es la misma que la de lazo cerrado para poder realizar una comparación ISE entre el sistema con control y el sistema en lazo abierto.

Tras la simulación realizada, se obtienen los siguientes índices de desempeño ISE para el sistema multiagente conformado por cinco agentes conectados en línea es el siguiente:

Tabla 3.4. Índices de desempeño ISE para el modelo de cinco tanques conectados en línea.

| Descripción | Tipo de control | Valor |
|-----------------------------|-----------------|---------------|
| Sistema del tanque 1 | Lazo abierto | 862,234.333 |
| | <i>PI</i> | 906.144 |
| Sistema del tanque 2 | Lazo abierto | 6,162,610.464 |
| | <i>P</i> | 652.679 |
| Sistema del tanque 3 | Lazo abierto | 13,188,780.92 |
| | <i>PI</i> | 219.221 |
| Sistema del tanque 4 | Lazo abierto | 7,744,280.419 |
| | <i>P</i> | 40.503 |
| Sistema del tanque 5 | Lazo abierto | 1,394,638.451 |
| | <i>PI</i> | 15.552 |

Por otro lado, se obtienen los siguientes índices de desempeño ISE para el sistema multiagente conformado por cinco agentes conectados en estrella es el siguiente:

Tabla 3.6. ISE para el modelo de cinco tanques conectados en estrella.

| Descripción | Tipo de control | Valor |
|-----------------------------|-----------------|-------------|
| Sistema del tanque 1 | Lazo abierto | 22,874.871 |
| | <i>PI</i> | 400.566 |
| Sistema del tanque 2 | Lazo abierto | 117,574.794 |
| | <i>P</i> | 0.733 |
| Sistema del tanque 3 | Lazo abierto | 39,664.879 |
| | <i>PI</i> | 1133.953 |
| Sistema del tanque 4 | Lazo abierto | 128,522.194 |
| | <i>P</i> | 0.595 |
| Sistema del tanque 5 | Lazo abierto | 29,526.137 |
| | <i>PI</i> | 746.07 |

En cuanto a los índices de desempeño del sistema multiagente compuesto por cinco agentes interconectados en una configuración entrecruzada presenta los siguientes resultados:

Tabla 3.8. ISE del modelo de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada.

| Descripción | Tipo de control | Valor |
|-----------------------------|-----------------|------------|
| Sistema del tanque 1 | Lazo abierto | 29,269.781 |
| | <i>PI</i> | 842.17 |
| Sistema del tanque 2 | Lazo abierto | 44,920.274 |
| | <i>P</i> | 161.944 |
| Sistema del tanque 3 | Lazo abierto | 19,055.803 |
| | <i>PI</i> | 182.244 |
| Sistema del tanque 4 | Lazo abierto | 23,156.048 |

| | | |
|-----------------------------|--------------|------------|
| | <i>PI</i> | 57.669 |
| Sistema del tanque 5 | Lazo abierto | 64,181.082 |
| | <i>P</i> | 292.026 |

El análisis de los resultados obtenidos permite concluir que los controladores P y PI proporcionan una respuesta preferente en comparación a no usar ningún algoritmo de control. El índice de desempeño ISE evidencian que el sistema controlado con P y PI se comporta de manera más eficiente que el sistema sin controlador; los controladores P y PI obtienen un menor índice ISE. La mejora en la oscilación de la respuesta obtenida, con los controladores P y PI, evidencia que estos controladores son la opción más adecuada.

3.3 Conclusiones

Los sistemas hídricos con tanques conectados son un ejemplo de sistemas físicos complejos que requieren la cooperación y coordinación de múltiples elementos para su correcto funcionamiento. La dinámica de este sistema puede ser descrita mediante ecuaciones diferenciales, herramientas de teoría de redes complejas o grafos. En un modelo hídrico de tanques se considera a el sistema de cada tanque como el agente de una red compleja, mientras que la interconexión entre ellos son las aristas. El algoritmo de control distribuido del sistema hídrico de tanques propuesto permite manipular el paso de agua en cada uno de los tanques y con eso controlar el nivel de agua en cada tanque a una referencia deseada. El control distribuido es fundamental para coordinar el comportamiento de los múltiples tanques que conforman el sistema

Además, es posible describir el proceso del sistema de distribución hídrica mediante un modelo lineal válido que considera el paso de agua entre los tanques que se conectan, estos agentes componen la estructura de una red compleja. A prueba de concepto, el sistema hídrico de tanques se puede validar su modelo lineal considerando la dinámica de fluidos, el modelo lineal permite entender el comportamiento del sistema de manera sencilla.

Al evaluar el comportamiento que tienen los diferentes modelos del sistema hídrico de tanques y representar cada uno de los modelos como una red compleja, se puede comprender como se establece las interacciones que tiene el sistema de tanques; es decir, cómo influyen el comportamiento de cada tanque en los otros y en el funcionamiento global del sistema. Además, la representación de estas interacciones en una red compleja proporciona una herramienta visual para identificar patrones y características relevantes del sistema. En consecuencia, este enfoque puede ser utilizado para mejorar el diseño y la

gestión de los sistemas de distribución hídrica, aumentando su eficiencia y su capacidad de adaptación a diferentes condiciones y escenarios.

El control de un sistema de tanques de agua es una herramienta útil para la planificación del suministro de agua potable, ya que permite conocer la capacidad de almacenamiento disponible. El algoritmo de control seleccionado para esta aplicación muestra un buen rendimiento al momento de adaptarse a diferentes tipos de conexiones y a el número de agentes que pertenecen al sistema multiagentes. Además, este tipo algoritmo de control cumple la funcionalidad de estabilizar el nivel de agua en los tanques en los valores deseados. Aunque el algoritmo de control puede generar nuevos enlaces entre los agentes, es más factible utilizar las conexiones predefinidas para mantener la influencia preestablecida. Una nueva distribución de pesos en la matriz de adyacencia será el factor determinante para la reestructuración e influencia entre los agentes.

La utilización de controladores proporcionales (P) y proporcionales integrales (PI) permiten tener una respuesta dinámica precisa y estable en los sistemas hídricos de tanques. La combinación de la acción proporcional y la integral mejora la precisión del control. El análisis del índice de desempeño ISE demuestra que no es adecuado no utilizar un control. Los controles P y PI sean una solución óptima para asegurar un correcto funcionamiento del sistema.

3.4 Recomendaciones

En el caso de que se pretenda no analizar los niveles de agua en los que se estabilizan los sistemas en lazo abierto, es necesario utilizar saturadores para limitar la altura de un sistema de tanques si hay un límite máximo establecido. Un saturador es un dispositivo que limita el rango de nivel que tienen los tanques, para que no tome valores que se encuentren fuera de los físicamente posibles por la geometría de estos. Para un sistema hídrico de tanques, el control de los tanques puede no considerar los límites físicos del tanque, por lo que es importante que se usen los saturadores para evitar que superen los límites establecidos. Esto es importante para prevenir daños en el sistema y garantizar su funcionamiento seguro y eficiente.

En algunos casos, el caudal de entrada no es necesariamente una entrada paso. Por lo tanto, la aplicación de un algoritmo de consenso que tenga características adicionales como resiliencia y planificación de rutas para los valores del nivel puede resultar en un sistema multiagente más robusto.

El modelo que se presenta ofrece una contribución valiosa al estudio de los sistemas hídricos, es importante destacar que la suposición de que el modelo es lineal puede limitar

su capacidad para representar con precisión la dinámica del sistema. Un modelo no lineal puede ser más adecuado para representar la propagación en sistemas hídricos porque los efectos de las no linealidades pueden ser significativos y no pueden ser correctamente descritos por modelos lineales simples.

4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] E. Ródenas Torralba and J. L. Calvo Calabuig, Transporte de sólidos y fluidos. Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos, 2015.
- [2] O. Roa Bohórquez, G. Contreras Gelves, L. Medina Sánchez and H. Vega, "Modelado matemático, simulación, análisis y control de un sistema hidráulico interactivo-tres tanques en serie", Revista de Tecnología Dialnet, vol. 16, no. 1, p. 77, 2018. Available: 10.18270/rt.v16i1.231
- [3] A. Mata, "Complex Networks: a Mini-review", Brazilian Journal of Physics, vol. 50, no. 5, pp. 658-672, 2020. Available: 10.1007/s13538-020-00772-9
- [4] D. Leitold, Á. Vathy-Fogarassy and J. Abonyi, "Controllability and observability in complex networks – the effect of connection types", Scientific Reports, vol. 7, no. 1, 2017. Available: 10.1038/s41598-017-00160-5
- [5] S. Crane, Flujo de Fluidos en Válvulas y Accesorios, McGrawHill, México, 1996, p.1-3.
- [6] J. Pérez, "Sistemas hídricos: Elementos del Tanque", Revista de Ingeniería, vol. 15, no. 2, pp. 50-58, 2020.
- [7] S. R. Majumdar, Industrial Instrumentation: Principles and Design, 1st ed. New Delhi: Tata McGraw-Hill Education, 2008, p. 342.
- [8] Y. Wang, T. Alamo, V. Puig and G. Cembrano, "Periodic economic model predictive control with nonlinear-constraint relaxation for water distribution networks," 2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA), Buenos Aires, Argentina, 2016, pp. 1167-1172, doi: 10.1109/CCA.2016.7587964.
- [9] A. L. Barabási and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks," Science, vol. 286, no. 5439, pp. 509-512, 1999.

- [10] D. Leitold, Á. Vathy-Fogarassy, and J. Abonyi, "Controllability and observability in complex networks – the effect of connection types," *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, 2017
- [11] L. A. N. Amaral and J. M. Ottino, "Complex networks - the European Physical Journal B," *SpringerLink*, 01-Mar-2004. [Online]. Available: <https://link.springer.com/article/10.1140/epjb/e2004-00110-5>
- [12] A. Smith, "Application of a Resilience Algorithm for the Identification of Non-Cooperative Agents and Restructuring of Formations in Heterogeneous Multi-Agent Systems," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Multi-Agent Systems*, Montreal, QC, Canada, May 2021, pp. 123-130.
- [13] A. M. Tipanguano Astudillo, "Estudio, control e Implementación de Sistemas Robóticos Avanzados: Aplicación de un Algoritmo Basado en Consenso para un sistema multi-agente Robótico Simulado en coppeliasim y comandado desde matlab.," *EPN*, 01-Oct-2022. [Online]. Available: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/23303>.
- [14] R. S. Vizúete Haro, "Diseño y simulación de Algoritmos de control distribuido para la formación Y seguimiento de trayectoria de robots móviles tipo unicycle y para manipuladores Móviles de 3 Grados de Libertad," *EPN*, 07-Apr-2017. [Online]. Available: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/17221>.
- [15] E. P. Cruz Cando, "Aplicación de un algoritmo de resiliencia para la identificación de Agentes no cooperativos y la reestructuración de formaciones en Sistemas Multiagente Heterogéneos," *EPN*, 20-Jul-2020. [Online]. Available: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/20992>.
- [16] A. Barabási, "Network Science: A Decade Later," *Science*, vol. 325, no. 5939, pp. 412-413, 2009.
- [17] M. Samad and A. M. Annaswamy, "Adaptive Control of Level Processes," *IEEE Control Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 56-64, 1995.
- [18] N. F. Thornhill and G. A. Bekey, "Optimal Tank Management for Large Scale Industrial Processes," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 6, no. 6, pp. 848-858, 1998.

- [19] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2009.
- [20] A. D. Lewis, *Dynamical Systems and Control*, capítulo 3, sección 3.4.1, pp. 55-67, CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 2019.
- [21] M. D. Gómez-López and J. A. Montiel-Nelson, "Consideraciones en el diseño de tanques para almacenamiento de agua," *Revista de Ingeniería Civil*, vol. 35, no. 3, pp. 379-391, 2019.
- [22] K.J. Åström and T. Hägglund, "The Ziegler-Nichols tuning rule revisited," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 43, no. 23, pp. 7611-7617, 2004.
- [23] R. Isermann, "Process automation: A challenge for measurement technology and control," *Measurement Science and Technology*, vol. 8, no. 9, pp. 1051-1065, 1997.
- [24] J. Franklin, D. Powell, and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 7th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2015.
- [25] M. Zhang, Y. Wang, and Z. Wang, "Design and implementation of a water level control system based on PLC," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering*, 2016, pp. 461-465.
- [26] Gomez-Gardenes, J., Moreno, Y., & Arenas, A. (2019). Diffusion dynamics in complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 91(3), 035001. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.91.035001>
- [27] Melo, J. M., & Barreto, G. A. (2016). A multi-agent approach for the optimization of a network of tanks using a complex network model. *IEEE Latin America Transactions*, 14(6), 2921-2927. <https://doi.org/10.1109/TLA.2016.7589712>
- [28] J. Doe, "Distributed Control Design for Tank Systems," *Journal of Control Engineering*, vol. 20, no. 3, pp. 45-50, Mar. 2020.
- [29] IEEE Std 739-2017, "IEEE Recommended Practice for Energy Management in Industrial and Commercial Facilities," IEEE, New York, NY, USA, 2017, pp. 1-98, sección 4.2.1.
- [30] G. Nuñez, "El Control de Nivel de Tanques Interconectados Es Típico para Administrar Materias Primas Líquidas", Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, 2020.
- [31] P. D. Powell, "Calculating determinants of block matrices," arXiv.org, 2011. [En línea]. Disponible en: <https://arxiv.org/abs/1112.4379>
- [32] O. Camacho, A. Rosales y F. Rivas, "Control de procesos", pp. 97, Editorial Escuela Politécnica Nacional, 2020.

- [33] S. A. Bhatti, S. A. Malik and A. Daraz, "Comparison of P-I and I-P controller by using Ziegler-Nichols tuning method for speed control of DC motor," 2016 International Conference on Intelligent Systems Engineering (ICISE), Islamabad, Pakistan, 2016, pp. 330-334, doi: 10.1109/INTELSE.2016.7475144.
- [34] A. Roca, Control Automático de Procesos Industriales: Con Prácticas de Simulación Y Análisis Por Ordenador PC. Madrid: Díaz de Santos, 2014.
- [35] F. P. Lim, "A review-analysis of network topologies for microenterprises," Advanced Science and Technology Letters, 2016. doi:10.14257/astl.2016.135.42
- [36] N. S. Nise, Control System Engineering. Benhamin/Cummings, 1995.

5 ANEXOS




ANEXO I

5.1 Comparación de los sistemas del nivel de líquidos y los circuitos eléctricos.

Como estudiantes de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica se suele estar más familiarizados con los elementos eléctricos que con los sistemas hidráulicos. Por lo tanto, resulta más fácil comprender los modelos de tanques al compararlos con los circuitos eléctricos. De hecho, el esquema de un circuito eléctrico y el de un circuito hidráulico con tanques son análogos, ya que ambos pueden provocar movimientos y fuerzas en el sistema. En general, un sistema hidráulico consta de cuatro elementos: depósitos para contener el fluido, bombas para generar movimiento, válvulas para regular el flujo y tuberías para transportar el agua. En cambio, los sistemas eléctricos se componen de capacitores para almacenar energía, fuentes de voltaje o corriente para suministrar energía al circuito, resistencias para modificar el flujo de corriente y conductores para transportar la corriente de un punto a otro.

La comparación se puede explicar en la siguiente tabla:

Tabla 5.1. Representación de sistemas análogos [6] [2].

| Sistemas Análogos | | |
|---|--|--|
| Circuito hídrico con tanques | Circuito eléctrico | Comparación |
| Q_{in} <i>Fuente de caudal de flujo</i> | I o F_{in} <i>Fuente de corriente</i>  | <i>Suministran el fluido</i> |
| h <i>Altura de nivel del tanque o diferencia de potencial gravitatorio</i> | v <i>Voltaje o diferencia de potencial Eléctrico</i> | <i>Ambos son medidas de la diferencia de potencial entre dos puntos.</i> |
| C <i>Capacitancia del tanque</i> $C = \frac{q dt}{dh}$ | C <i>Capacitancia de un capacitor</i>  $C = \frac{i dt}{dv}$ | <i>Ambas representan la capacidad de almacenar energía.</i> |
| R <i>Resistencia al fluido</i> $R = \frac{h}{q}$ | R <i>Resistencia electrónica</i>  $R = \frac{v}{i}$ | <i>Ambas representan la capacidad de regular del paso de energía.</i> |

Sistema de Dos agentes sin entradas y salidas

Si se toma en cuenta que cada uno de los elementos presentes en la Tabla 5.1 se tiene que al diagramar de la figura circuito hídrico con tanques y circuito electrónico:

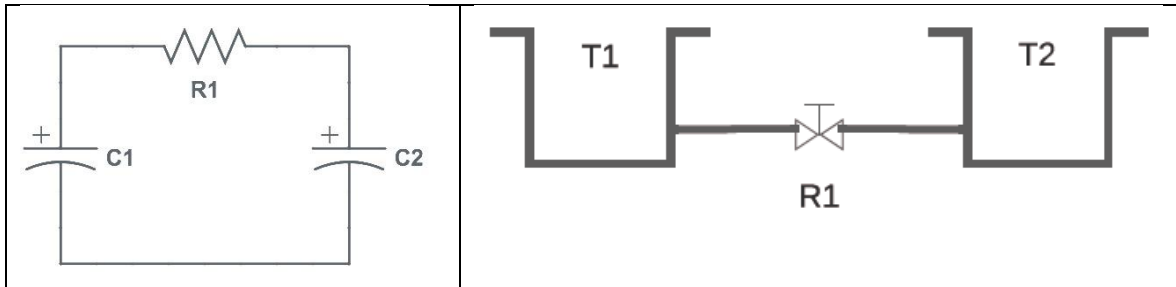


Figura 5.1. Representación de un sistema con los elementos necesarios para describir un sistema electrónico e hídrico.

Si se asigna una dirección a el movimiento de la corriente y del caudal se tiene:

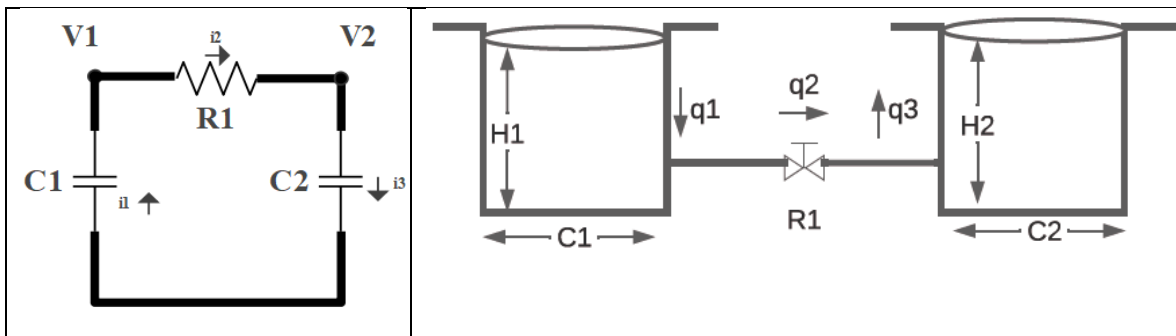


Figura 5.2. Representación de un sistema electrónico e hídrico equivalentes.

Se puede establecer una ecuación de las corrientes y caudales de cada uno de los sistemas se tiene siguiente forma:

- Circuito electrónico:

$$i_1 - i_2 = 0 \quad (5.1)$$

$$i_2 - i_3 = 0 \quad (5.2)$$

- Circuito hídrico con tanques:

$$q_1 - q_2 = 0 \quad (5.3)$$

$$q_2 - q_3 = 0 \quad (5.4)$$

Se tiene que al reemplazar la ecuación de la corriente:

$$\frac{V_0 - V_1}{\frac{1}{\frac{d}{dt}C_1}} = \frac{V_1 - V_2}{R_1} \quad (5.5)$$

- ❖ Donde V_0 es el voltaje inferior o tierra del capacitor 1.

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{V_2 - V_0}{\frac{d}{dt}C_2} \quad (5.6)$$

- ❖ Donde V_0 es el voltaje inferior o tierra del capacitor 2.

Se tiene que al reemplazar la ecuación del caudal:

$$\frac{H_0 - H_1}{\frac{d}{dt}C_1} = \frac{H_1 - H_2}{R_1} \quad (5.7)$$

- ❖ Donde H_0 es la altura inferior del tanque con la altura H_1 .

$$\frac{H_1 - H_2}{R_1} = \frac{H_2 - H_0}{\frac{d}{dt}C_2} \quad (5.8)$$

- ❖ Donde H_0 es la altura inferior del tanque con la altura H_2 .

Si se despeja la derivada del voltaje para establecer una ecuación diferencial del capacitor con el voltaje V_1 :

$$-\frac{d}{dt}V_1 C_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} \quad (5.9)$$

$$-\frac{d}{dt}V_1 = \frac{V_1}{R_1 C_1} - \frac{V_2}{R_1 C_1} \quad (5.10)$$

$$\frac{d}{dt}V_1 = \frac{H_2}{R_1 C_1} - \frac{H_1}{R_1 C_1} \quad (5.11)$$

Si se despeja la derivada de la altura para establecer una ecuación diferencial del tanque con la altura H_1 :

$$-\frac{d}{dt}H_1 C_1 = \frac{H_1 - H_2}{R_1} \quad (5.12)$$

$$-\frac{d}{dt}H_1 = \frac{H_1}{R_1 C_1} - \frac{H_2}{R_1 C_1} \quad (5.13)$$

$$\frac{d}{dt}H_1 = \frac{H_2}{R_1 C_1} - \frac{H_1}{R_1 C_1} \quad (5.14)$$

Si se despeja la derivada del voltaje para establecer una ecuación diferencial del capacitor con el voltaje V_2 :

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{d}{dt}V_2 C_2 \quad (5.15)$$

$$\frac{d}{dt}V_2 C_2 = \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} \quad (5.16)$$

$$\frac{d}{dt}V_2 = \frac{V_1}{R_1C_2} - \frac{V_2}{R_1C_2} \quad (5.17)$$

Si se despeja la derivada de la altura para establecer una ecuación diferencial del tanque con la altura H_2 :

$$\frac{H_1 - H_2}{R_1} = \frac{d}{dt}H_2C_2 \quad (5.18)$$

$$\frac{d}{dt}H_2C_2 = \frac{H_1}{R_1} - \frac{H_2}{R_1} \quad (5.19)$$

$$\frac{d}{dt}H_2 = \frac{H_1}{R_1C_2} - \frac{H_2}{R_1C_2} \quad (5.20)$$

Si se presenta el modelo considerando las ecuaciones (5.11) y (5.17) como ecuaciones diferenciales se puede representar al sistema en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{R_1C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Si se presenta el modelo considerando las ecuaciones (5.14) y (5.20) como ecuaciones diferenciales se puede representar al sistema en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{R_1C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Si se toma en cuenta la ecuación (5.21) y (5.22) establecemos a cada uno de los sistemas como una red compleja de la siguiente manera:

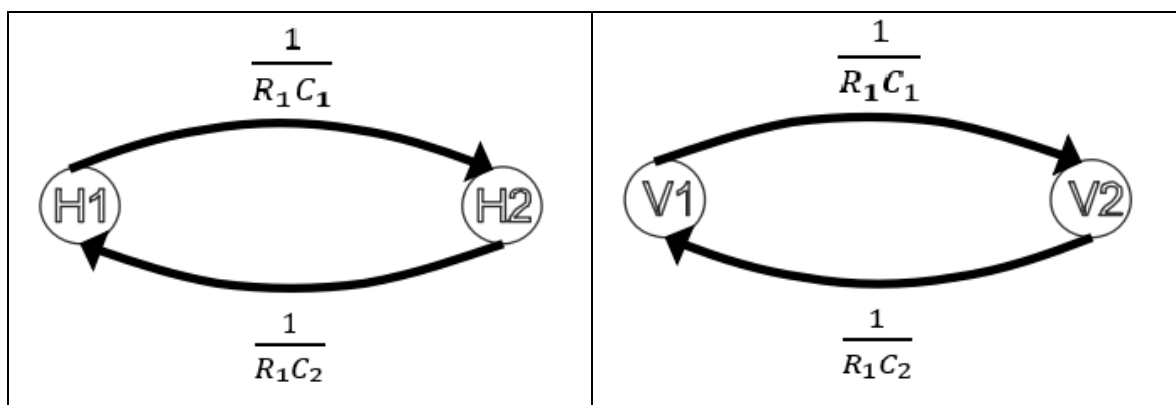


Figura 5.3. Representación de los grafos de los sistemas electrónico e hídrico.

ANEXO II

5.2 Definición de los valores de los controladores del sistema conformado por cinco tanques conectados

Después de sintonizar los parámetros de los controladores en el sistema de cinco tanques conectados en línea, se obtuvieron las siguientes constantes:

Tabla 5.2. Constantes del sistema de control para el modelo de cinco tanques conectados con configuración en línea.

| Descripción | Nomenclatura | Valor | Unidades |
|-------------------------------------|--------------|-----------------|------------------------------|
| Constante proporcional del tanque 1 | K_{p_1} | 600 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 1 | K_{i_1} | 0.065 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 2 | $R_{p_{12}}$ | $\frac{1}{200}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 3 | K_{p_3} | 700 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 3 | K_{i_3} | 0.007 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 4 | $R_{p_{34}}$ | $\frac{1}{800}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 5 | K_{p_5} | 800 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 5 | K_{i_5} | 0.08 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |

Por otro lado, para las constantes del sistema de control del sistema de cinco tanques conectados en estrella:

Tabla 5.3. Constantes del sistema de control para el modelo de cinco tanques conectados con configuración en estrella.

| Descripción | Nomenclatura | Valor | Unidades |
|-------------------------------------|--------------|------------------|------------------------------|
| Constante proporcional del tanque 1 | K_{p_1} | 400 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 1 | K_{i_1} | 0.081 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 2 | $R_{p_{23}}$ | $\frac{1}{1000}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 3 | K_{p_3} | 500 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |

| | | | |
|-------------------------------------|--------------|------------------|------------------------------|
| Constante integral del tanque 3 | K_{i_3} | 0.118 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 4 | $R_{p_{34}}$ | $\frac{1}{1000}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 5 | K_{p_5} | 400 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 5 | K_{i_5} | 0.053 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |

Por otro lado, para las constantes del sistema de control del sistema de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada:

Tabla 5.4. Constantes del sistema de control para el modelo de cinco tanques conectados con configuración entrecruzada.

| Descripción | Nomenclatura | Valor | Unidades |
|-------------------------------------|--------------|-----------------|------------------------------|
| Constante proporcional del tanque 1 | K_{p_1} | 1000 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 1 | K_{i_1} | 0.07 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 2 | $R_{p_{12}}$ | $\frac{1}{500}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 3 | K_{p_3} | 500 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 3 | K_{i_3} | 0.19 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 4 | K_{p_4} | 500 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante integral del tanque 4 | K_{i_4} | 0.2 | $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ |
| Constante proporcional del tanque 5 | $R_{p_{15}}$ | $\frac{1}{400}$ | $\left[\frac{s}{m^2}\right]$ |