

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AGROINDUSTRIA

**Simulación del sistema de concentración gravimétrica natural
mediante mesa vibratoria**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO INGENIERA QUÍMICA**

FERNANDO PAÚL RODRÍGUEZ LEÓN

fernando.rodriguez@epn.edu.ec

DIRECTOR: EDDY FERNANDO PAZMIÑO IBARRA

eddy.pazmino@epn.edu.ec

DMQ, marzo 2024

CERTIFICACIONES

Yo, FERNANDO PAÚL RODRÍGUEZ LEÓN declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

FERNANDO PAÚL RODRÍGUEZ LEÓN

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por FERNANDO PAÚL RODRÍGUEZ LEÓN, bajo mi supervisión.

EDDY FERNANDO PAZMIÑO IBARRA
DIRECTOR

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

FERNANDO PAÚL RODRÍGUEZ LEÓN

EDDY FERNANDO PAZMIÑO IBARRA

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios por haberme permitido llegar hasta aquí exitosamente. Y también a todas las personas que fueron parte del proceso, contribuyeron de alguna forma a lograrlo, y creyeron en mí. Especialmente a Norma León y Fausto Rodríguez, a la primera por darme la vida, y al segundo por darme la fuerza y el valor para vivirla.

AGRADECIMIENTO

Durante el transcurso de la carrera tuve la oportunidad de conocer y entender eventos que son importantes para mi dentro y fuera de las aulas, y por ello agradezco a las siguientes personas:

A mi mejor amigo en el mundo Javier por haber haberme hecho sentir como una parte más de su familia y acompañarme en esta aventura desde el principio hasta el final.

A Zoila por haberme brindado su apoyo moral y académico. Además de ayudarme a ser una mejor persona durante esta época universitaria. Aunque la vida nos lleve por caminos diferentes siempre valorare el tiempo que compartimos juntos.

A Marcel y Diana, compañeros y amigos que tuve la dicha de conocer durante la carrera y con quienes compartimos eternas noches y días de estudio, historias, y risas.

A mis maestros por ser una luz de conocimiento, en especial a Carlos Aragón y Paúl Vargas por brindarme el ejemplo del profesional que algún día quisiera llegar a ser.

A mis mascotas Pelusa, Donatello, Negra, Blanco y Nicolás, por haber alimentado mi espíritu en los momentos difíciles.

A mis hermanas Gabriela y Ximena, por ser un ejemplo de perseverancia y trabajo.

A mis sobrinos Leo, Emiliana, Valentina y Alejandro, por ser un apoyo moral y ético en mi vida.

A mis padres Fausto y Norma, por haberme dado el apoyo moral, económico y nunca haberme dejado solo incluso cuando debieron hacerlo.

A lo más importante en mi vida, Dios por haberme permitido estar en el lugar correcto con las personas correctas y culminar exitosamente esta etapa de mi vida.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIONES.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN	VII
ABSTRACT	VIII
1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO.....	1
1.1 Objetivos específicos	1
1.2 Alcance	2
1.3 Marco teórico	2
1.3.1 Separación granulométrica	2
1.3.2 Métodos y equipos de separación granulométrica.....	3
1.3.3 Mesa Wilfley	3
1.3.4 Modelos matemáticos, simulación y errores	5
2 METODOLOGÍA.....	8
2.1 Elección del modelo	8
2.2 Desarrollo del algoritmo	9
2.3 Extracción de datos bibliográficos.....	11
2.4 Desarrollo de la interfaz de usuario.....	13
2.4.1 Diseño del entorno principal	13
3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	16
3.1 Resultados	16
3.1.1 Desarrollo de la interfaz gráfica de usuario.....	16
3.1.2 Comprobación de efectividad del programa	16
3.1.3 Influencia de la gravedad específica del material	17
3.1.4 Influencia de la distribución granulométrica del material.....	26
3.1.5 Predicción para datos bibliográficos	30
4 Conclusiones	32
5 Recomendaciones	34
6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	35
7 ANEXOS.....	Error! Bookmark not defined.

7.1	ANEXO I. Comprobación de los datos estimados a partir de la información gráfica de Fitzpatrick.....	Error! Bookmark not defined.
7.2	ANEXO II. MANUAL DE USUARIO.....	Error! Bookmark not defined.
7.2.1	Funcionamiento de la ventana importar...	Error! Bookmark not defined.
7.2.2	Funcionamiento de la ventana Análisis granulométrico	Error! Bookmark not defined.
7.2.3	Funcionamiento de la ventana Base de datos	Error! Bookmark not defined.

RESUMEN

La separación gravimétrica es un proceso ampliamente utilizado en la industria metalúrgica, ya que aprovecha la diferencia de pesos en la matriz de un mineral. Uno de los equipos más comunes para llevar a cabo este proceso es la mesa Wilfley, para la cual existen modelos matemáticos que permiten el ahorro de tiempo y recursos. El objetivo de este trabajo es desarrollar un software capaz de predecir la recuperación de material particulado en una separación gravimétrica, mediante funciones matemáticas ya establecidas para este fin. Para ello, se escogió los modelos de Manser y Fitzpatrick. Después, se extrajo datos bibliográficos mediante vectorización de gráficos con información de separación gravimétrica en mesa Wilfley. Con estos datos se construyó un algoritmo cuya función es interpolar linealmente los parámetros de los modelos de acuerdo con la granulometría y densidad que ingrese el usuario. Después, se aplicó el algoritmo en el desarrollo de una interfaz de usuario que facilite el uso de este. Finalmente, se comprobó la efectividad del programa mediante datos experimentales. De la comprobación se obtuvo que para densidades cercanas a 2.7 y 7.3 el error de la predicción es inferior a 10%. Sin embargo, para materiales de densidad cercana a 3.4, los modelos no están calibrados. Este último hecho indica la necesidad de cargar más datos al algoritmo para que la interpolación sea en intervalos más pequeños de densidad y granulometría. Finalmente, en los resultados de separación de hematita se obtuvo que la simulación presenta errores inferiores al 10% y cercanos a 1, respectivamente, para ambos modelos.

PALABRAS CLAVE: Simulación, Gravimetría, Wilfley, Python, Manser, Fitzpatrick, Tucker

ABSTRACT

Gravimetric separation is a process widely used in the metallurgical industry since it takes advantage of the difference in weights in the matrix of a mineral. One of the most common pieces of equipment to carry out this process is the Wilfley table, for which there are mathematical models that allow saving time and resources. The objective of this work is to develop software capable of predicting the recovery of particulate matter in a gravimetric separation, using mathematical functions already established for this purpose. For this, the Manser and Fitzpatrick models were chosen. Afterwards, bibliographic data was extracted using graph vectorization with gravimetric separation information on a Wilfley table. With this data, an algorithm was built whose function is to linearly interpolate the parameters of the models according to the granulometry and density entered by the user. Afterwards, the algorithm was applied in the development of a user interface that facilitates its use. Finally, the effectiveness of the program was verified through experimental data. From the verification it was obtained that for densities close to 2.7 and 7.3 the prediction error is less than 10%. However, for materials with a density close to 3.4, the models are not calibrated. This last fact indicates the need to load more data into the algorithm so that the interpolation is in smaller intervals of density and granulometry. Finally, in the hematite separation results, it was obtained that the simulation presents errors of less than 10% and close to 1, respectively, for both models.

KEYWORDS: Simulation, Gravimetry, Wilfley, Python, Manser, Fitzpatrick, Tucker

1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

La concentración gravimétrica es una operación unitaria que se utiliza para separar diferentes componentes de una mezcla sólida sobre la base de la diferencia de densidad entre las partículas. Es un proceso cuyo enfoque se centra mayoritariamente en la industria minera y metalúrgica para separar y concentrar minerales preciosos de su ganga (material sin valor donde se encuentra incrustado el mineral) (Concha, 2007).

Para llevar a cabo esta operación unitaria, se utilizan equipos que van desde lo más rudimentarios como platones o bateas, hasta concentradores mecánicos. Para este estudio se realizó un enfoque en las mesas vibratorias tipo Wilfley que son extensamente utilizadas en la metalurgia, las cuales consisten en superficies de baja inclinación las cuales tiene separadores alineados con el eje longitudinal de la mesa los cuales se denominan rifles. La pulpa mineral es alimentada en la parte superior de la mesa, y la vibración ayuda a que se distribuya en la misma. Las partículas más livianas son fácilmente arrastradas sobre los rifles mientras que las más pesadas son transportadas a través del fondo de estos y recuperadas en un extremo. Debido a la tecnología simple de estas mesas son una excelente alternativa a sistemas más tradicionales como canalón inclinado que se usa extensivamente en la minería artesanal del Ecuador (Japa y Sanango, 2022).

La simulación es un factor clave en la elección de operaciones unitarias, puesto que ofrece una previsualización de posibles resultados. Con este fin, para simular el comportamiento de estos equipos se han establecido una serie de modelos matemáticos los cuales describen las trayectorias de recuperación acumulada de material particulado en mesas vibratorias por medio de funciones logísticas (expresiones matemáticas que describen crecimientos graduales y suaves en dichas trayectorias).

Con el fin de facilitar la aplicación de los modelos de simulación para este equipo, este trabajo de integración curricular tiene como objetivo desarrollar un software de simulación para una mesa de agitación (Wilfley) capaz de predecir la curva de recuperación acumulada de material mineral.

1.1 Objetivos específicos

1. Identificar modelos matemáticos de concentración gravimétrica adecuados para predecir datos bibliográficos.

2. Identificar los parámetros de operación de datos bibliográficos y obtener coeficientes y constantes para aplicar los modelos matemáticos seleccionados.
3. Automatizar el proceso de análisis de datos bibliográficos y obtención de parámetros y constantes del modelo matemático para desarrollar capacidades predictivas.
4. Desarrollar una interfaz de usuario de fácil manejo y orientada hacia el uso académico y de investigación del modelo predictivo.

1.2 Alcance

Realizar una revisión bibliográfica de modelos de mesas de agitación y bases de datos publicadas en la literatura correspondiente. Se enfocará en minerales obtenidos previa molienda y de acumulación aluvial (arenas).

Identificar en cada modelo coeficientes y constantes y establecer su significado físico del proceso de separación. Evaluar mediante regresión métodos para obtener estos valores a partir de datos experimentales de la literatura.

Diseñar un algoritmo computacional para leer datos experimentales, procesarlos, establecer bases de datos de constantes y coeficientes aplicables al tipo de mineral y granulometría. Incorporar condiciones de operación y obtener predicciones de las distintas fracciones producidas por las condiciones de operación y sistema simulado.

Utilizar el algoritmo desarrollado para incorporar una interfaz gráfica de usuario que permita el fácil manejo de datos, cambio de bases de datos, ingresar tipos de minerales, y calcular resultados simulados.

1.3 Marco teórico

1.3.1 Separación granulométrica

La mayoría de los materiales que se utilizan en el diario vivir se encuentran en la naturaleza en formas que no pueden ser aprovechadas directamente, ya que están unidos a otros materiales e impurezas en forma tanto física como química. Para que estos puedan ser utilizados deben ser sometidos a procesos que purifiquen o extraigan el material de utilidad. El ejemplo más común de este caso es el oro, que se puede encontrar como mineral aluvial, vetas, filones, asociado a sulfuros, diseminado en forma microscópica, entre otros. Dependiendo del caso, existen una infinidad de métodos para obtener el oro metálico, uno

de los métodos más utilizados para llegar a él, es la separación gravimétrica posterior a un proceso de conminución, con el fin de garantizar la uniformidad del material en cuanto tamaño. Para el caso de material aluvial o arenas estas pueden ser tratadas directamente a pesar de que también se recomienda un tamizado y reducción de tamaño (Aguilar et al., 2016).

1.3.2 Métodos y equipos de separación granulométrica

Existen varios métodos y equipos para realizar separación granulométrica, uno de ellos es el platoneo, este método de extraer oro es el más antiguo, ya que se realizaba en la cultura griega, romana y china, es la forma más rudimentaria de realizar la separación gravimétrica, puesto que solamente se utilizan bateas o platonos, que se llenan del mineral con agua y mediante agitación manual suave, gradualmente se separan los componentes de menor densidad de los de mayor densidad que quedan retenidos en el centro del platón. Por otra parte, se tienen equipos diseñados para la separación gravimétrica como separadores espirales y rotacionales, que a partir de las fuerzas centrífugas que se generan en el equipo debido a la geometría radial de estos, incrementan la separación en base a la gravedad específica de las partículas. Las partículas más densas se van acumulando en el lado interno (de menor radio) del concentrador y las más livianas que se acumulan en los bordes (de mayor radio) (Varela, 2022). Finalmente, se tiene a las mesas vibratorias como la Wilfley y Gemini, ambas consisten en superficies inclinadas con series de canales paralelos a la dirección de flujo y separados por riffles. La vibración del sistema hace que las partículas más livianas pasen de canal en canal en sentido transversal al flujo y se separen en función de su densidad. De esta manera las partículas más livianas tienen menor tiempo de residencia que las de mayor densidad y se acumulan preferencialmente al final del flujo longitudinalmente. Estos equipos son extensamente utilizados en la industria metalúrgica, por su eficiencia y bajo costo de operación.

1.3.3 Mesa Wilfley

La mesa gravitatoria Wilfley fue creada en la década de 1890 por Arthur Redman Wilfley, y desde entonces ha sido un dispositivo recurrente para la clasificación de materiales de granulometría con diámetros representativos desde 1.65 mm a 74 μ m (malla 10 a 200). Consiste en una superficie inclinada transversalmente a la dirección de flujo, típicamente de 1.8 a 4.5-m de ancho como se presenta en la Figura 1. Posee canales o riffles tallados que se marcan de derecha a izquierda como se muestra en la Figura 2. La alimentación se encuentra en la zona superior derecha donde empieza la acentuación de los riffles, en la zona superior de la mesa también ingresa agua cuya función es arrastrar al material menos

denso transversalmente. Por otro lado, el golpeteo de la maquina cuya frecuencia oscila entre 200 a 300 golpes/min, hace que el material más pesado pase horizontalmente por los riffles hacia la zona más alejada de la alimentación.



Figura 1. Vista lateral de mesa de separación gravimétrica tipo Wilfley (Rojas, 2018).

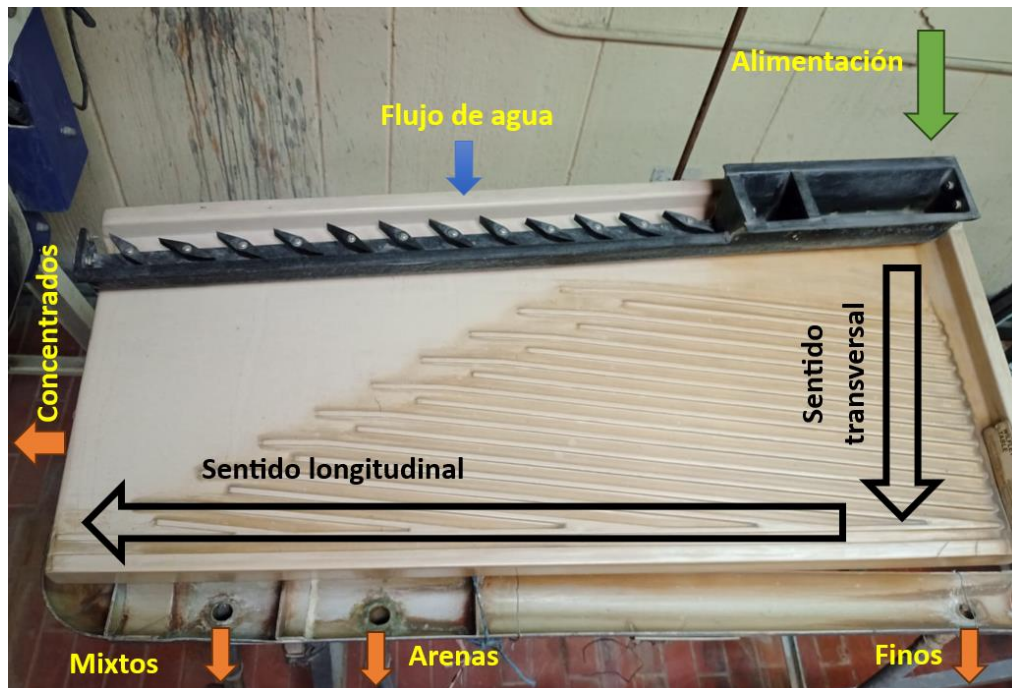


Figura 2. Vista superior de mesa de separación gravimétrica tipo Wilfley.

De acuerdo con Gaudin (1939), la mesa gravitatoria Wilfley tiene los siguientes principios de operación:

- Sedimentación: Esta condición refiere a la geometría de los riffles e inclinación de la mesa.
- Aceleración asimétrica: Este parámetro refiere al golpeteo que se produce con una palanca de apoyo. Es condicionante de la calidad de separación de partículas ya que es la que produce el salto de estas entre los riffles.
- Concentración laminar: Esta condición refiere a la influencia del flujo de agua para el arrastre de las partículas.

Las tres condiciones descritas deben ser optimizadas correctamente para que el funcionamiento de la mesa sea adecuado. Por ello, en escala de investigación se acostumbra a tener 2 equipos en paralelo que trabajen a diferentes condiciones con la misma alimentación, con el fin de ajustar las mejores condiciones de operación para un determinado material.

Las aplicaciones de este equipo son: ensayos metalúrgicos, investigación, estudios de geocronología, estudios de la calidad del suelo, recuperación de minerales preciosos, caracterización de minerales pesados, separación de diamantes sintéticos, procesamiento de sílice para control de calidad. Para la industria minera específicamente se utiliza para optimizar procesos de flotación como para el tungsteno, sulfuros, partículas de carbón, y partículas pesadas que son removidas durante la remediación medioambiental. El hecho de trabajar generalmente en granulometrías de alrededor de 2.4-mm (malla), permite el procesamiento de grandes cantidades de mineral.

1.3.4 Modelos matemáticos, simulación y errores

Un modelo matemático es una representación de un fenómeno real en cualquier área de la ciencia. Es una herramienta que ayuda a comprender la relación entre 2 o más variables, también facilitan la predicción en base a resultados anteriores. Por otra parte, la simulación toma los resultados del modelado matemático y los ejecuta en programas computacionales con el fin de observar el comportamiento del modelo bajo diferentes circunstancias. Los resultados de la simulación proporcionan información sobre el comportamiento del sistema y permiten realizar análisis detallados.

Las funciones logísticas son ampliamente utilizadas en el modelado matemático ya que muestran crecimientos o decrecimientos, graduales hasta que llegan a un punto de estabilización. Se utilizan cuando la tasa de cambio entre la variable de entrada y la de

salida son proporcionales. Estas funciones presentan coeficientes en su estructura que deben ajustarse de acuerdo con resultados reales para en función de ellos realizar predicciones futuras. Una función logística presenta la estructura de la ecuación 1, aunque pueden tener variaciones de acuerdo con la necesidad. Algunas propiedades de estas funciones son:

- Su imagen presenta límites asintóticos, es decir si la función tiende al infinito esta tendrá un valor de 0 o 1 si es decreciente o creciente respectivamente.
- Presenta un punto de inflexión en su dominio, es decir un punto en donde la concavidad de la función cambia.
- Es simétrica respecto a las abscisas (x).
- Es derivable.
- Puede expresarse con funciones cuya imagen esté limitada entre asíntotas, por lo cual no se limita a ecuaciones que contengan la función exponencial como es el caso de la ecuación 2.

$$f(x) = \frac{c}{1+a*e^{bx}} \quad (1)$$

Como se expuso en el último punto las ecuaciones logísticas están abiertas a cambios en su estructura. Para el caso de la ecuación 2 se utiliza la función tangente hiperbólica ya que cumple con las propiedades expuestas anteriormente.

$$f(x) = a + \tanh(b * x^c) \quad (2)$$

Donde:

f: Imagen de la función

x: Variable de entrada

e: Numero de Euler

a, b, c: Constantes de ajuste

En el modelado matemático es necesario realizar una validación para culminar el desarrollo del modelo. El objetivo de este paso es evaluar el rendimiento del modelo, comparar el modelo con otros ya existentes, identificar problemas, optimizar parámetros, evaluar el

problema en condiciones no estudiadas, con el fin de garantizar la calidad del modelo y uso posterior. En este sentido para realizar la validación se calculan los siguientes parámetros:

- Error absoluto medio (MAE): Es una medida de diferencia entre dos conjuntos de igual dimensión. De acuerdo con la ecuación 2 esta representa una distancia lineal entre las variables que se evalúan, respecto a la dimensión de uno de los conjuntos.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \check{y}_i|}{n} \quad (3)$$

- Error cuadrático medio (MSE): Es una medida de diferencia entre conjuntos de igual dimensión. A diferencia del MAE es más sensible en cuanto a variaciones de tendencia. Se calcula como la diferencia al cuadrado de la distancia entre dos puntos dividida para el número de datos de uno de los conjuntos. También, se tiene el error RSME que no es más que la raíz cuadrada del MSE.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \check{y}_i)^2}{n} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (5)$$

- Coeficiente de correlación: Es un parámetro que mide las diferencias entre resultados experimentales y valores predichos por un modelo matemático. Se calcula como se muestra en la ecuación (6).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \check{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

Donde:

y_i : Conjunto de valores observados

\check{y}_i : Conjunto de valores predichos por el modelo

n : Dimensión de los conjuntos

\bar{y} : Media de los valores predichos por el modelo

2 METODOLOGÍA

La metodología del presente trabajo se enfoca en el desarrollo de una interfaz de usuario a partir de modelos propuestos y cuya efectividad de predicción haya sido probada. Para ello, se realizó el trabajo en varias etapas como la elección del modelo, extracción de datos desde bibliografía, el desarrollo del algoritmo, el desarrollo de una interfaz de usuario, y finalmente, la validación predictiva del software.

2.1 Elección del modelo

Se realizó una búsqueda bibliográfica, que tuvo como objetivo hallar modelos matemáticos de mesas vibratorias tipo Wilfley que relacionen la recuperación acumulada de material particulado respecto a la longitud de la mesa. Con cada modelo se evaluó características como el ajuste a datos experimentales reportados, y la capacidad predictiva.

Se determinó que los modelos de Manser et al. (1991), Tucker et al. (1991), y Fitzpatrick (2016), describen la separación longitudinal de mineral particulado respecto a la longitud de una mesa Wilfley mediante ecuaciones logísticas. Como se presenta en las ecuaciones 7, 8, y 9 respectivamente. Los modelos antes mencionados se seleccionaron base a la necesidad del presente escrito y respecto a su reputación.

De acuerdo con Keshun et al. (2023), el modelo de Manser es la base de todas las funciones existentes para predecir la separación gravimétrica en mesa Wilfley, y en la actualidad se utiliza en redes neuronales cargadas de información industrial, y ensayos sobre el tema a fin de optimizar las variables del modelo. Adicional a ello el modelo de Manser ha sido utilizado para el desarrollo de Tablas Wilfley automatizadas, que por acción de una separación del mineral en zonas de la mesa ya no es necesario la intervención de operadores para interceptar las fracciones de material. Por otra parte, según Ryom et al. (2023), es posible simular el comportamiento de una mesa gravitatoria por medio de dinámica de fluidos computacional (CFD), para ello, utilizó los modelos de Manser y Tucker como base para el desarrollo del programa cuyo fin es la simulación de la separación de pirrotina y scheelita (mena de tungsteno). Finalmente, el modelo de Fitzpatrick al ser un modelo relativamente nuevo y ser una optimización de la función de Tucker no cuenta con suficientes referencias a aplicaciones de modelado y automatización, sin embargo, se lo

tomó en cuenta debido al trabajo estadístico que se realiza en el artículo que detalla el modelo y al hecho de ser es una optimización.

$$R(x) = \frac{\tanh^2(a_3 * x)}{1 + e^{(a_2 * (1-x) - a_1)}} \quad (7)$$

$$R(x) = \begin{cases} \tanh\left(0.05 * \left(\frac{x}{d5}\right)^{a1}\right) & \text{si } x < d5 \\ 0.05 + 0.95 * \tanh\left(0.54932 * \left(\frac{x-d5}{d50}\right)^{a2}\right) & \text{si } x \geq d5 \end{cases} \quad (8)$$

$$R(x) = \begin{cases} \tanh\left(0.075 * \left(\frac{x}{d7.5}\right)^{a1}\right) & \text{si } x < d7.5 \\ 0.075 + 0.925 * \tanh\left(a2 * \rho * \left(\frac{x-d7.5}{(d50)^{a4}}\right)^{a3}\right) & \text{si } x \geq d7.5 \end{cases} \quad (9)$$

Donde

R: Recuperación acumulado de material particulado

X: Posición longitudinal de la mesa

d5: Posición en la cual se recuperó en 5% del material particulado

d7.5: Posición en la cual se recuperó en 7.5% del material particulado

d50: Posición en la cual se recuperó en 50% del material particulado

ρ : Densidad

a_n : Constantes de ajuste

De ellos se escogieron los modelos de Manser y Fitzpatrick para implementar al algoritmo del programa, ya que este último es una optimización del modelo de Tucker, por tanto, no pareció necesario añadirlo en el algoritmo.

2.2 Desarrollo del algoritmo

Para ello se utilizaron los paquetes informáticos de Microsoft Excel y Python. Primero, se partió de realizar pruebas en Excel, con el fin de reconocer el funcionamiento de los modelos. Posterior a ello, se realizaron ajustes con datos de bibliografía a diferentes

gravedades específicas y granulometrías, para los modelos de Manser y Fitzpatrick en Python mediante la librería *scipy.optimize* con la función *curve_fit*, la cual trabaja con modelos de coeficientes a ajustar y datos experimentales. Mediante estos elementos de entrada calcula los valores que se encajen mejor con la ecuación matemática propuesta. Los resultados de estos modelos se extrajeron y se tabularon en hojas de cálculo bajo el formato CSV. Esto con el fin de construir una base de datos que relacione la recuperación acumulada de material particulado en función de la longitud de la mesa, para materiales uniformes e ideales.

Para el algoritmo de simulación se sigue el esquema de la Figura 3, en el cual, se tomó en cuenta 3 entradas, la granulometría del material, la gravedad específica, y la longitud de la mesa. Las 2 primeras entradas toman los valores y los ubican en los respectivos rangos de la base de datos. Posteriormente, se realiza una interpolación entre las constantes del modelo seleccionado fijando uno de los parámetros, ya sea la gravedad específica o la granulometría. Por lo anterior, se obtiene parámetros para el modelo aproximados a las condiciones que se ingresa al algoritmo. Adicional a ello, se realiza un promedio de ambas predicciones para determinar las constantes de ajuste que mejor representen los parámetros de entrada. El propósito del algoritmo es mostrar las tres opciones de simulación, de modo que el usuario pueda elegir cuál de ellas utilizar, de acuerdo con la conveniencia del caso. Finalmente, la entrada de longitud de mesa indica hasta qué medida realizar la simulación.

Dado que el algoritmo que se desarrolló se basa en datos experimentales para su funcionamiento, se encontraron inconvenientes con algunos de los datos experimentales ubicados en bibliografía ya que resultaban atípicos e imposibles de utilizar en algunos de los modelos. En la Figura 4 se presentan las gráficas que fueron vectorizadas y tabuladas en el desarrollo del algoritmo. En ellas se evidencia que para gravedades específicas de 2.7 la tendencia de la curva es diferente que para aquellas de 4.5 y 6. Esto se debe a que el material utilizado es ideal por lo cual todas las partículas de este tienen esta densidad, sin embargo, en un proceso real, el mineral a procesar no tiene estas características de homogeneidad, por lo cual estos datos resultan atípicos. Para dar solución a este hecho se propuso realizar interpolaciones lineales para obtener predicciones a otras condiciones, sin embargo, resultó imposible realizar interpolaciones con los datos de densidad específica 2.7 puesto que estas curvas apenas alcanzan el 7.5 % de transferencia, y en ningún caso alcanzan el 50% en la longitud de la tabla, por ello, resultó imposible ajustar el modelo de Fitzpatrick, ya que se necesitan más de tres valores que sobrepasen el 7.5% de transferencia para lograr el ajuste. Por ello, se optó por no utilizar los valores de

densidades bajas para la interpolación en la simulación, en lugar de ello se extrapola a partir de las gravedades específicas de 4.5 y 6.

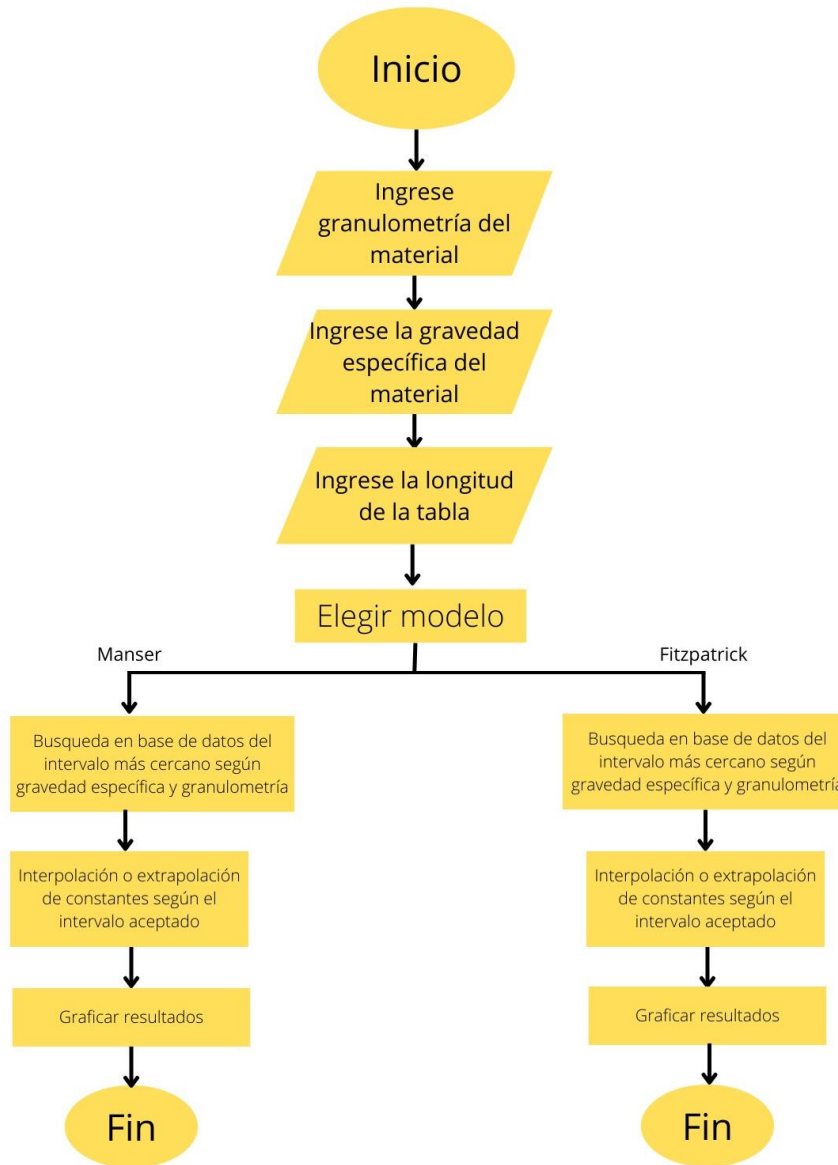


Figura 3. Lógica del programa.

2.3 Extracción de datos bibliográficos

Para el desarrollo del modelo fue necesario la construcción de bases de datos, de ensayos de separación gravimétrica, y de constantes de ajuste para los modelos a utilizar en el algoritmo. Para ello, se utilizó las gráficas de Tucker et al. (1991), las cuales relacionan la recuperación acumulada de material respecto a la longitud de la mesa, de minerales de granulometría y gravedad específica uniforme e ideal, como se presentan en la Figura 4.

Para realizar la extracción de estos datos se utilizó el software de dibujo vectorial Inkscape, en el cual se relacionó que cada punto en la escala de la gráfica correspondía a un píxel.

En el proceso primero se redimensionó las gráficas a la escala correspondiente a cada punto, por lo cual se estableció que una escala de 100 corresponde a 100 píxeles. Después, se dibujó los puntos vectoriales sobre las coordenadas que se presentan en las gráficas en forma de círculos, triángulos, y equis con diferentes colores, de modo que se diferencien entre sí. En la Figura 5, se presenta un ejemplo de una de las gráficas vectorizada, donde los puntos verdes, violetas, y rojos corresponden a las gravedades específicas de 6, 4.5, y 2.7, respectivamente. Al dar clic sobre estos puntos se muestra información sobre las coordenadas, y se presentan en forma numérica en la barra de herramientas del software como se resalta en naranja en la Figura 5. Finalmente, estos datos se tabularon en Excel bajo el formato de la Tabla A1 que se especifica en Anexos, y se guardaron en formato CSV.

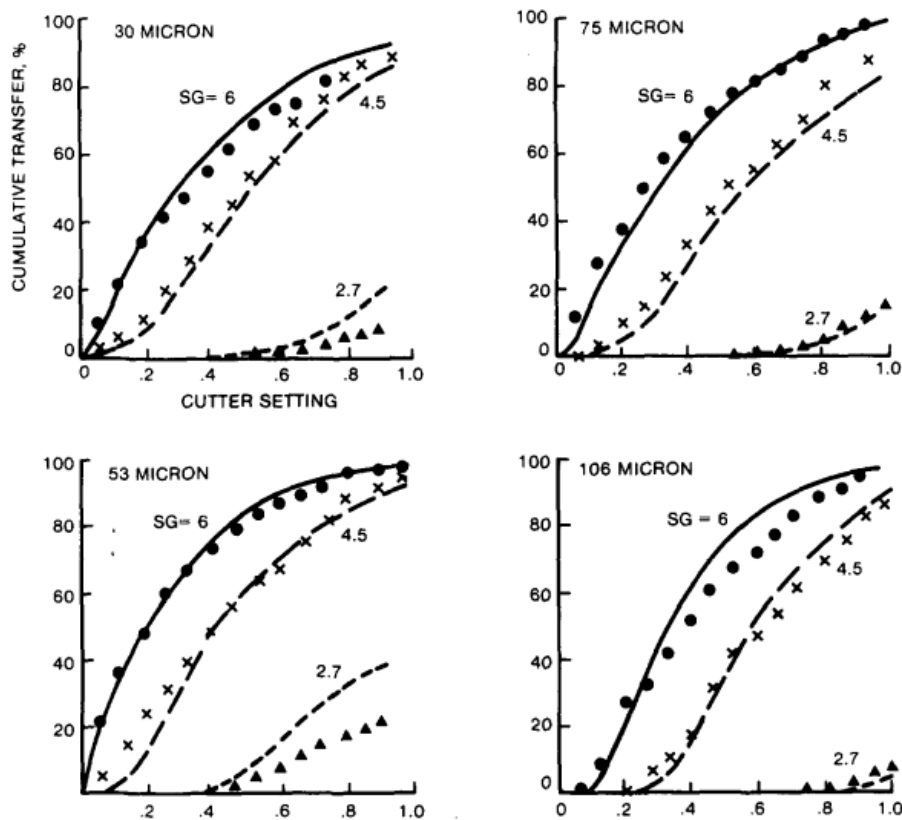


Figura 4.Datos bibliográficos utilizados en el desarrollo del algoritmo (Tucker et al., 1991).

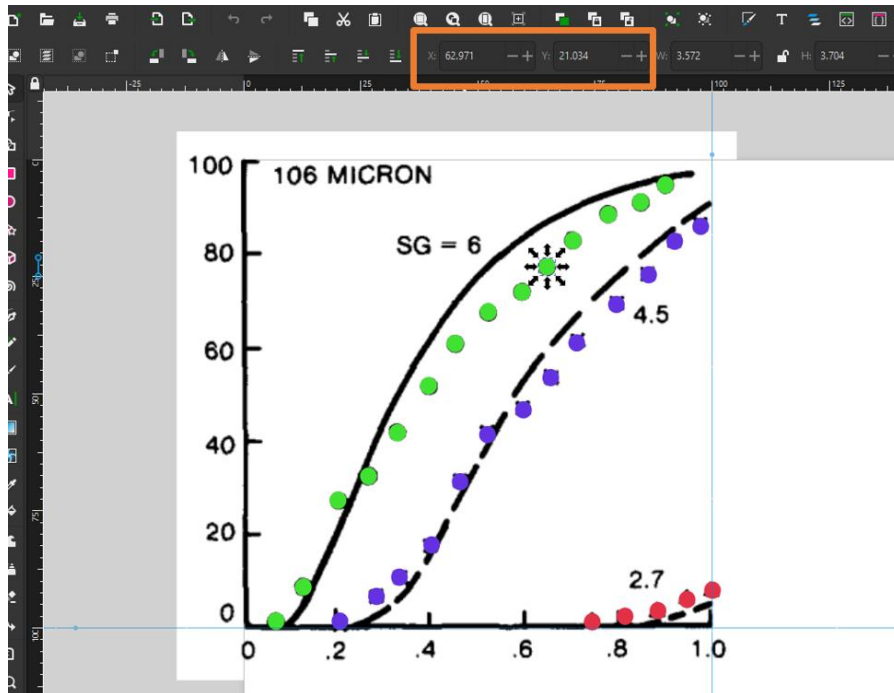


Figura 5. Ejemplo de vectorización.

2.4 Desarrollo de la interfaz de usuario

Para llevar a cabo el diseño del entorno se utilizó la librería *Tkinter* en Python, con el fin de facilitar el uso del algoritmo a cualquier usuario que lo requiera. *Tkinter* es una herramienta gráfica que ofrece la posibilidad de crear interfaces de usuario. Además, posee una gran cantidad de estilos, etiquetas (widgets), listas desplegables, entradas, botones, entre otros atributos.

El entorno que se diseñó para este programa se dividió en 4 ventanas. La principal que recolecta información acerca de la naturaleza del material, modelos matemáticos, y muestra resultados de estos. Por otro lado, la ventana de base de datos presente los tipos de materiales que se utilizaron para el desarrollo del algoritmo, sus constantes, y el error asociado a cada una de ellas. De forma análoga, la ventana importar facilita la subida de datos de separación granulométrica en formato CSV. Finalmente, la ventana de análisis granulométrico realiza el cálculo de parámetros de tamaño de partícula.

2.4.1 Diseño del entorno principal

La ventana principal se dividió en tres secciones como se muestra en la Figura 6. La primera sección recopila la granulometría del material o d_{80} , gravedad específica, y tamaño de la tabla a modo de entrada numérica, para posibilitar el ingreso de cualquier valor que el usuario desee ingresar. Por otra parte, los modelos a utilizar

se plantearon como una lista desplegable para que el usuario escoja entre aquellos preestablecidos en el algoritmo. Adicionalmente, en esta sección se presentan los botones de simular, limpiar, y mostrar tabla, los cuales tienen como función presentar los resultados, borrar los resultados y abrir una ventana emergente con información sobre el modelo de la tabla que se está simulando como se muestra en la Figura 6.

La segunda sección muestra la función a simular de acuerdo con la elección del usuario en la lista desplegable de la primera sección, ya sea el modelo de Manser o de Fitzpatrick. En la parte inferior de esta sección se presenta una tabla de resultados que muestra las constantes de ajuste, y parámetros de los modelos como el d7.5 y d50, para ajuste por granulometría, gravedad específica, y el recomendado. Adicionalmente, se añadió la columna de ajuste de usuario la cual tiene como finalidad dejar ingresar las constantes que crea conveniente para su simulación. Cabe recalcar, que cada columna de esta tabla tiene un checkbox, el cual se ubica en el encabezado de la gráfica, estos sirven para mostrar o no la información numérica y gráfica asociado al ajuste correspondiente. Finalmente, en la zona inferior derecha de la tabla se encuentra el botón mostrar, el cual tiene como función graficar la función con las constantes que el usuario estableció.

La tercera sección muestra en la parte superior una descripción del material que se simuló. También, presenta la gráfica de recuperación acumulada de material respecto a la longitud de la mesa vibratoria. El tamaño de la gráfica se modifica de acuerdo con las condiciones que el usuario ingrese, además en ella se exhibe una leyenda que ayuda al usuario a diferenciar entre las gráficas presentadas como se muestra en la Figura 6. Finalmente, debajo de la gráfica se colocó una barra de herramientas que da la posibilidad de reestablecer, mover, acercar, alejar, y guardar el gráfico de la simulación.

¿Tienes datos sobre la naturaleza del mineral?

Ingrese la granulometría del material (micras):

0.0

Ingrese la gravedad específica del material:

0.0

Escoger el modelo para simular:

Ajustar tamaño de la mesa

0.0

Simular

Limpiar

Ver tabla

Modelo matemático

$$R(x)$$

Resultados

Coefficientes del modelo

	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario
a1	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>
a2	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>
a3	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>
a4	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>
d7.5	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>
d50	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="text" value="0.0"/>

Gravedad Específica

Material:

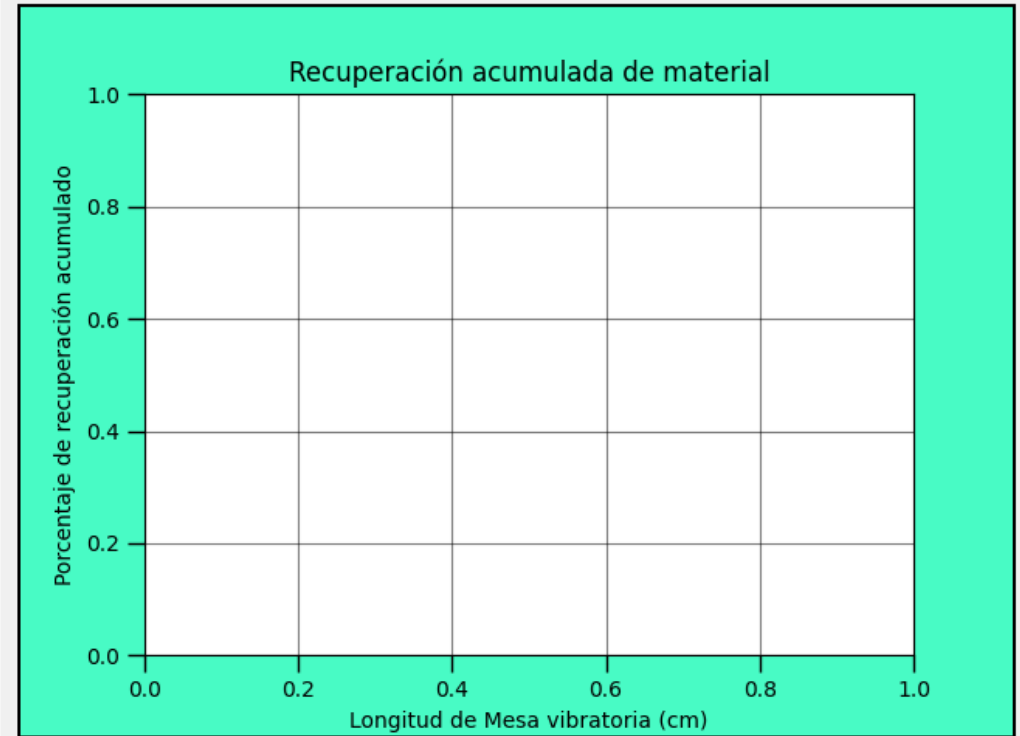


Figura 6. Vista de la Interfaz de usuario

3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

3.1 Resultados

3.1.1 Desarrollo de la interfaz gráfica de usuario

Para este apartado se buscó formar un producto que cumpla con lo que estipula Luzardo (2009), una interfaz de usuario debe facilitar el uso de un algoritmo sin la necesidad de que este conozca sobre programación. Por ello, se dividió el programa en 4 ventanas, cada una con una función que aporte al usuario la información necesaria para el funcionamiento y lógica de la interfaz. La primera ventana permite realizar la simulación en cuestión, y presenta los resultados gráficos y numéricos. Por otra parte, la ventana importar permite extraer información para comparar los resultados con la simulación. La tercera corresponde a la de Análisis granulométrico, en ella se puede obtener información sobre el tamaño de partícula en caso de tener información la información necesaria sobre mallas y distribución de pesos en estas. Finalmente, la ventana base de datos proporciona información sobre los modelos y ensayos utilizados para la simulación. Se puede encontrar más información sobre el funcionamiento del programa en el Anexo II.

3.1.2 Comprobación de efectividad del programa

Se realizó la comprobación de la capacidad del programa para predecir la separación granulométrica a partir de la comparación con datos bibliográficos obtenidos del artículo científico de Fitzpatrick, y experimentaciones del departamento de metalurgia extractiva (DEMEX). La finalidad de esta comprobación fue verificar la capacidad predictiva del algoritmo, para así tener la posibilidad de aplicarlo en la simulación de fenómenos reales.

Para ello, se tabuló los datos en archivos CSV con el esquema mostrado en la Tabla 1. Después, se realizó simulaciones para las condiciones del material, y mediante la ventana importar se cargó los datos que se desea comparar. A partir de esto se tiene una idea visual del ajuste en sus diferentes opciones. Adicional a ello, se puede obtener los errores numéricos asociados a la predicción a partir de la ventana importar, para ello se copió los datos de ajuste a las entradas correspondientes en la ventana y se calculó el error y coeficiente de correlación.

Tabla 1. Datos de recuperación acumulada de mineral respecto a la longitud de la mesa gravimétrica.

Longitud	% Acumulado
0	0
5.159	3.295
10.98	10.571
18.389	29.092
24.871	34.251
31.089	43.511
37.703	53.566
43.392	62.561
50.435	69.308
57.679	73.542
62.971	78.966
68.527	84.522
76.068	90.078
82.947	92.724
88.239	96.428

Primero se analizó la capacidad predictiva del modelo a partir de los datos bibliográficos de Fitzpatrick, los cuales ofrecían diferentes ensayos de separación gravimétrica en mesa Wilfley para materiales homogéneos en un amplio rango de granulometrías y gravedades específicas.

3.1.3 Influencia de la gravedad específica del material

En la Figura 7 se muestra que para un material de 94 μm y gravedad específica de 2.65, la predicción mediante el modelo de Manser sí se aproxima a los resultados obtenidos experimentalmente. A adicional a ello, en la Tabla 2 se presentan los valores de error asociados a cada gráfica, de este modo se tiene que la mejor aproximación se da por medio del ajuste por granulometría, dado que su error medio absoluto y error medio cuadrático son de 4.4% y 5.1% respectivamente. Finalmente, dado que el programa ofrece la posibilidad de realizar ajustes paramétricos, se realizó esta acción como se presenta en la Figura 8, y se calculó el error asociado a este ajuste como se muestra en la Tabla 2. Análogamente, se realizó la simulación y el ajuste de usuario para el mismo material mediante el modelo de Fitzpatrick como se muestra en la Figura 9 y 10 respectivamente. También, se muestran los valores de error en la Tabla 2.

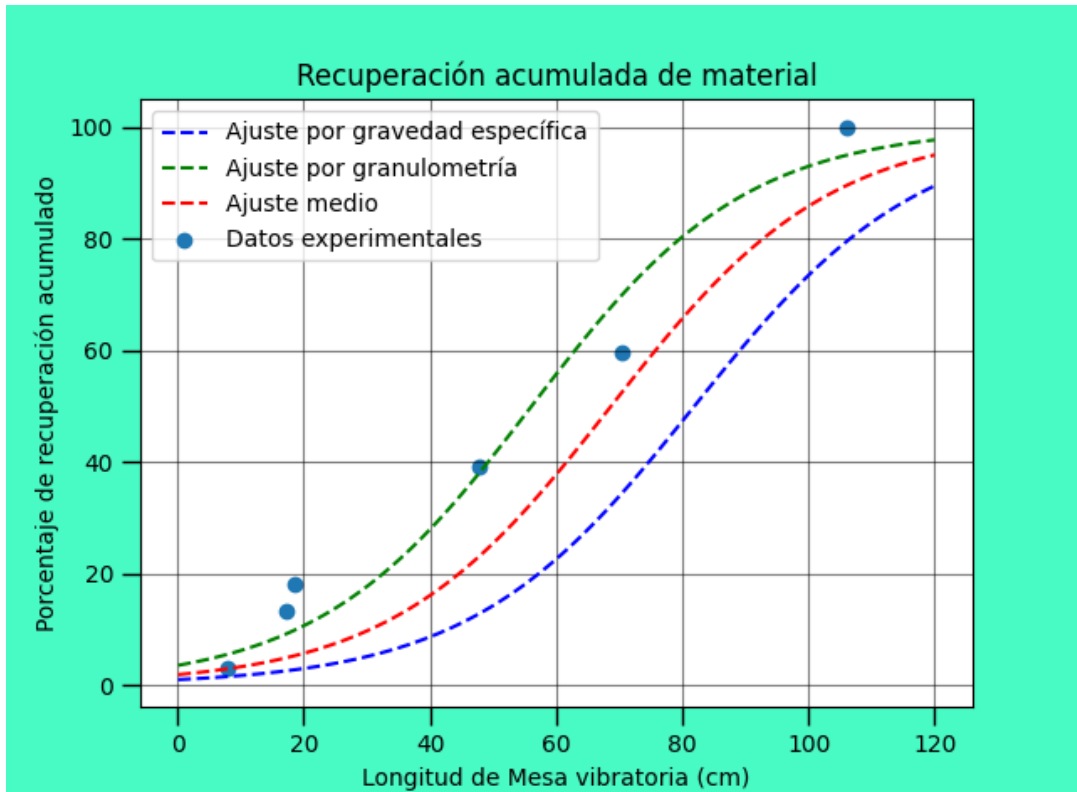


Figura 7. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para sílice de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 2.65 (Fitzpatrick, 2016).

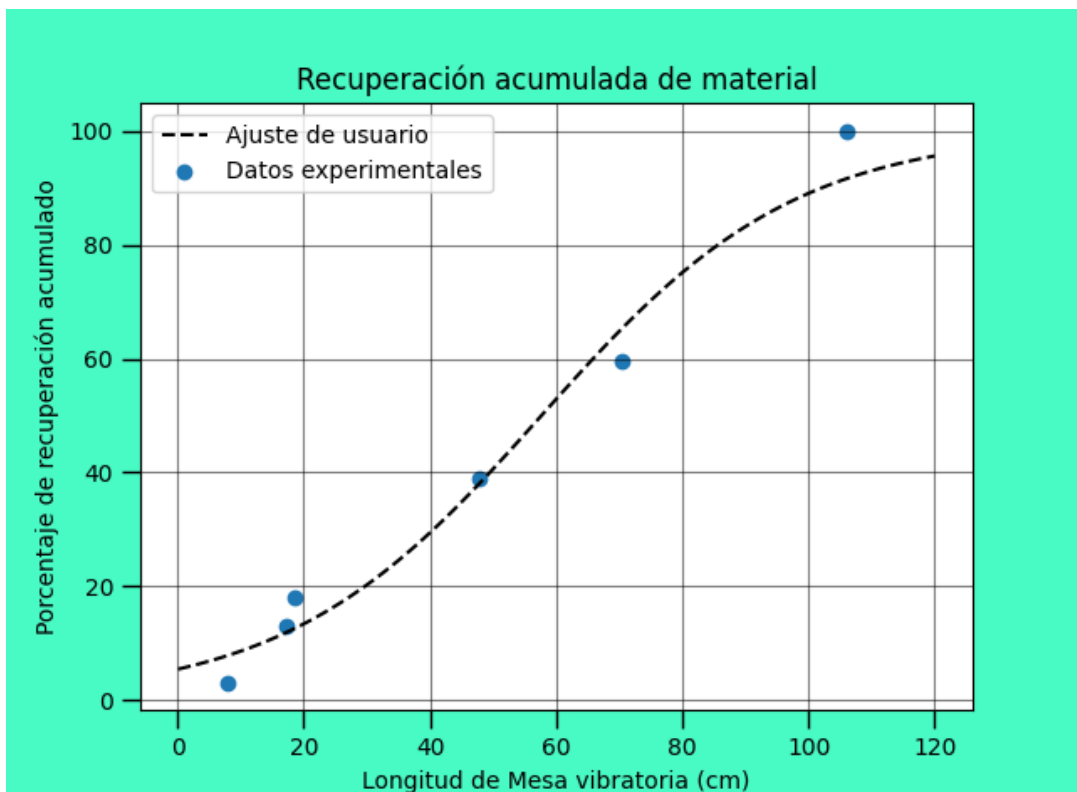


Figura 8. Ajuste paramétrico de simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para sílice de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 2.65 (Fitzpatrick, 2016).

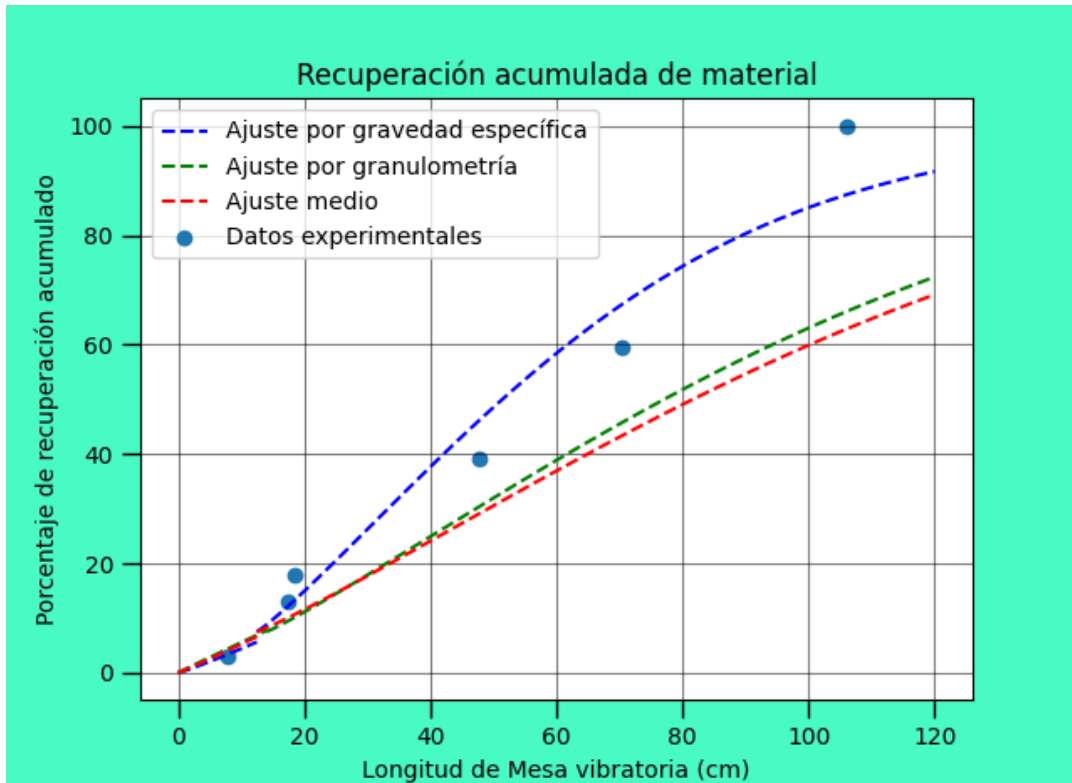


Figura 9. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para sílice de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 2.65 (Fitzpatrick, 2016).

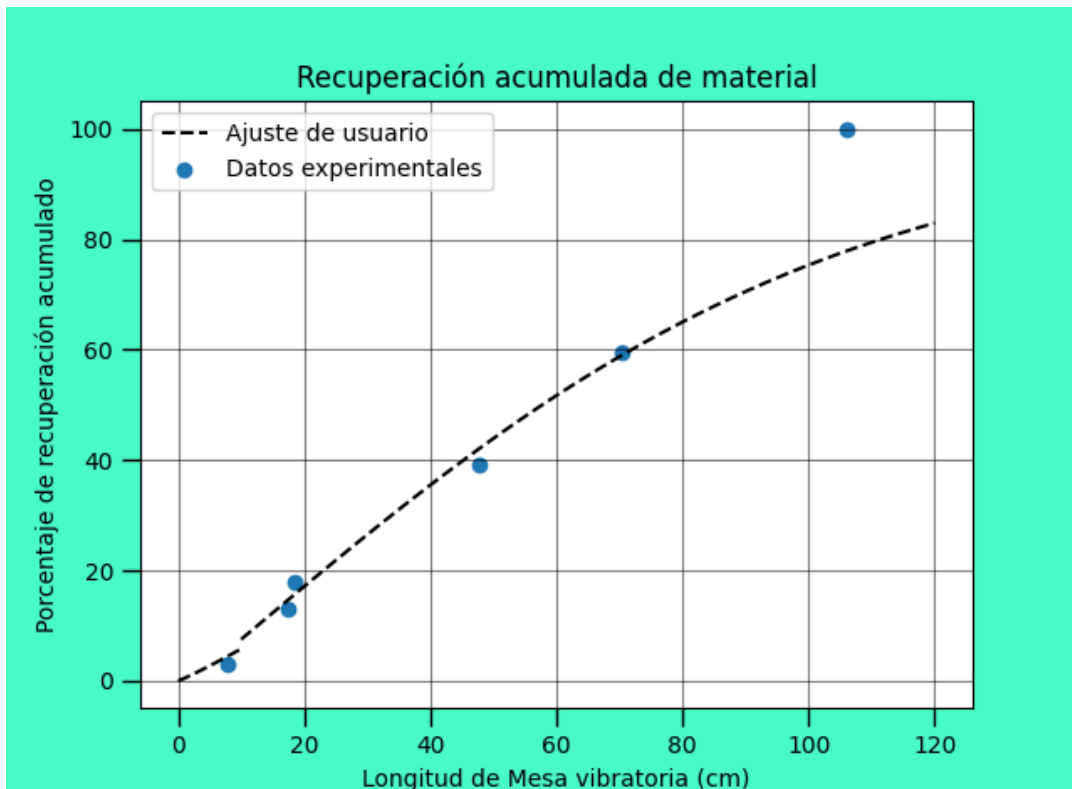


Figura 10. Ajuste paramétrico de simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para sílice de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 2.65 (Fitzpatrick, 2016).

Tabla 2. Coeficientes de ajuste, error medio absoluto, y error medio cuadrado para simulación de mesa vibratoria para sílice de 94 μm y gravedad específica de 2.65

	Manser				Fitzpatrick			
	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario
R2	0.959	0.757	0.891	0.978	0.922	0.987	0.969	0.989
MAE	5.187	16.747	8.895	4.402	13.896	7.872	9.658	5.84
RMSE	6.097	18.907	10.176	5.136	17.621	8.468	13.501	10.043

En la Tabla 2 se aprecia que para el modelo de Manser el ajuste por granulometría se asemeja al ajuste paramétrico, lo cual indica que para este modelo y densidades cercanas a 2.7 es posible predecir la separación de material. Sucede de manera similar para el modelo de Fitzpatrick en donde los menores errores asociados se tienen por el ajuste por gravedad específica, para este modelo se notó errores superiores al 5%. A pesar de ello, por el ajuste paramétrico se obtiene un error de menor magnitud y un coeficiente de ajuste más cercano a 1. Esto sucede ya que el modelo no está calibrado para densidades inferiores 3.

En la Figura 11 se muestra que para un material de 94 μm y gravedad específica de 3.4, la curva que se realiza mediante el modelo de Manser dista de los resultados experimentales. De forma similar ocurre con el modelo de Fitzpatrick como se presenta en la Figura 13. Esto se comprueba a partir de la Tabla 3 en donde para todos los casos de ajuste, se tiene que el error medio absoluto y el error medio cuadrado superan el 10%. Finalmente, se realizó para ambos casos ajustes paramétricos que se presenta en las Figuras 12 y 14. En la Tabla 3 se presenta que para el modelo de Manser el ajuste por granulometría es el más cercano al ajuste paramétrico, mientras que para el modelo de Fitzpatrick el ajuste por gravedad específica presenta diferencias bajas respecto a los otros ajustes. De acuerdo con Volonté (2013), si un modelo matemático es capaz de ajustarse a una serie de datos, pero no es capaz de predecirla, esto se debe a limitación de los antecedentes experimentales. Es decir, los datos que se tomaron no estaban a las mismas condiciones de operación o son escasos para obtener las constantes de ajuste.

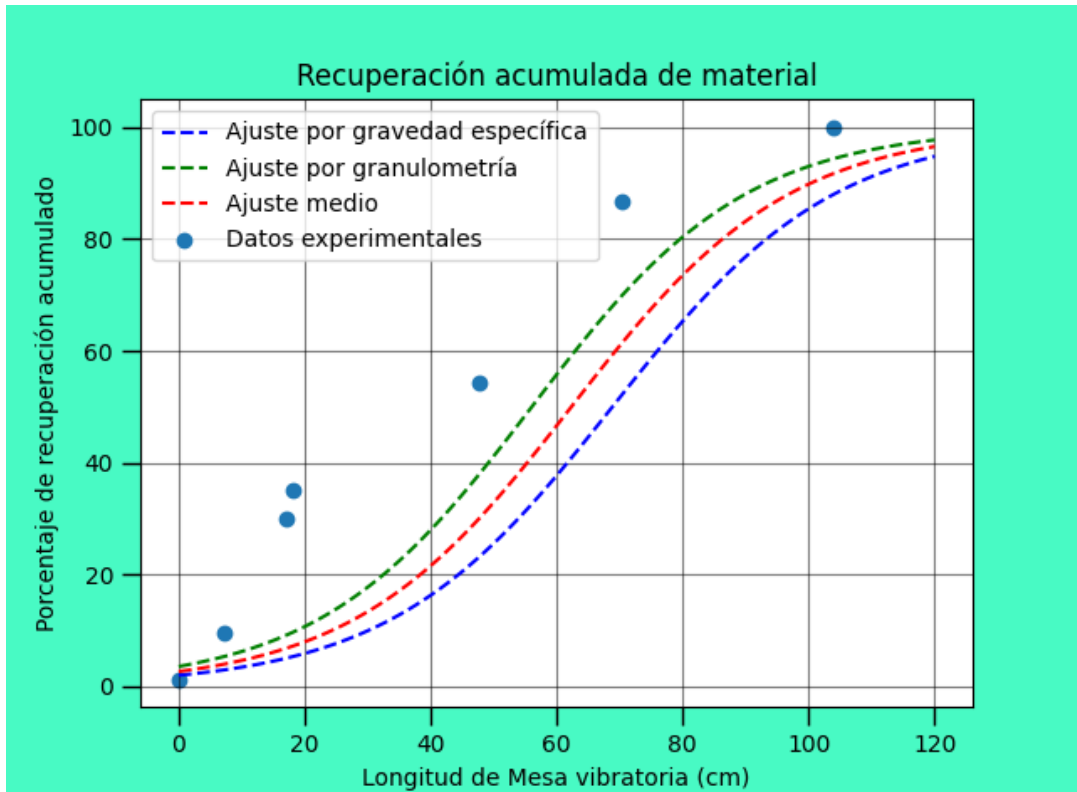


Figura 11. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para olivino de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 3.4 (Fitzpatrick, 2016).

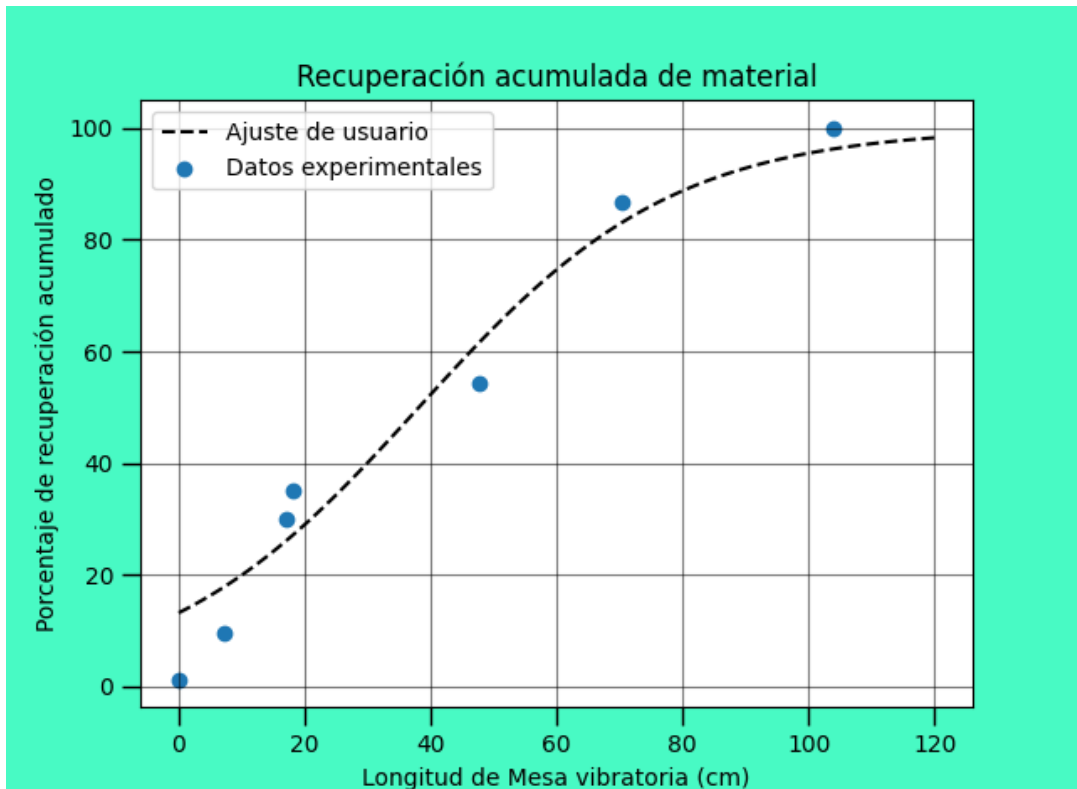


Figura 12. Ajuste paramétrico de simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para olivino de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 3.4 (Fitzpatrick, 2016).

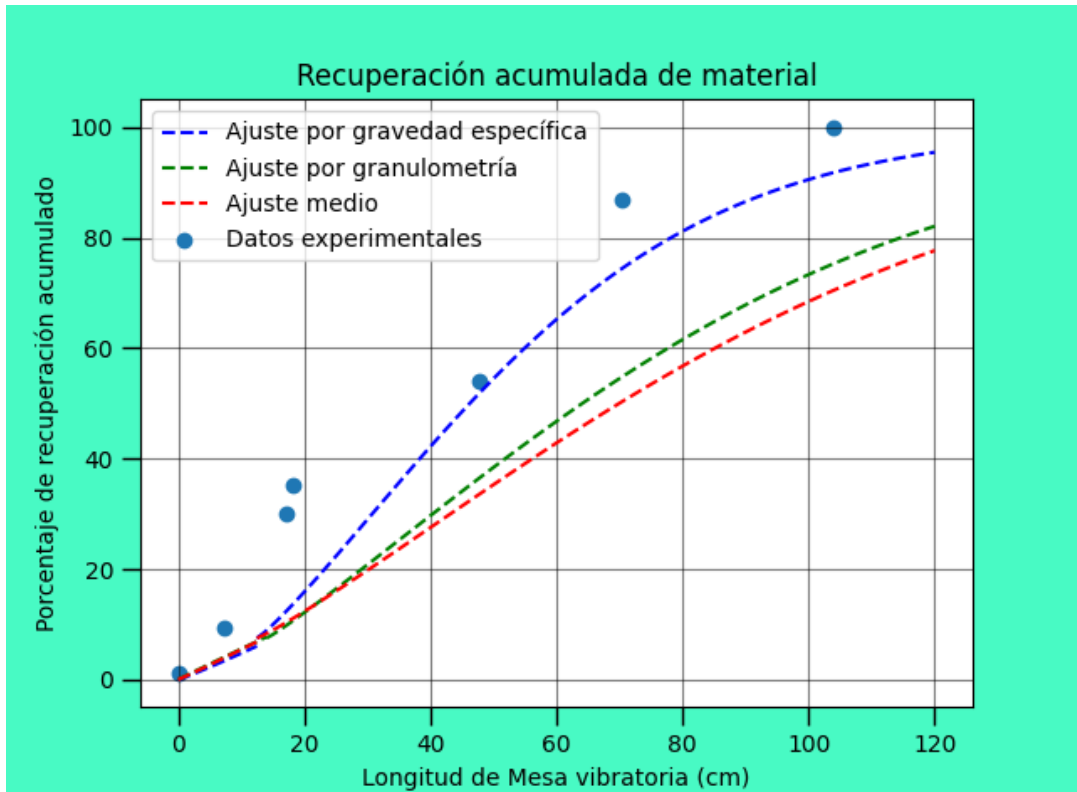


Figura 13. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para olivino de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 3.4 (Fitzpatrick, 2016).

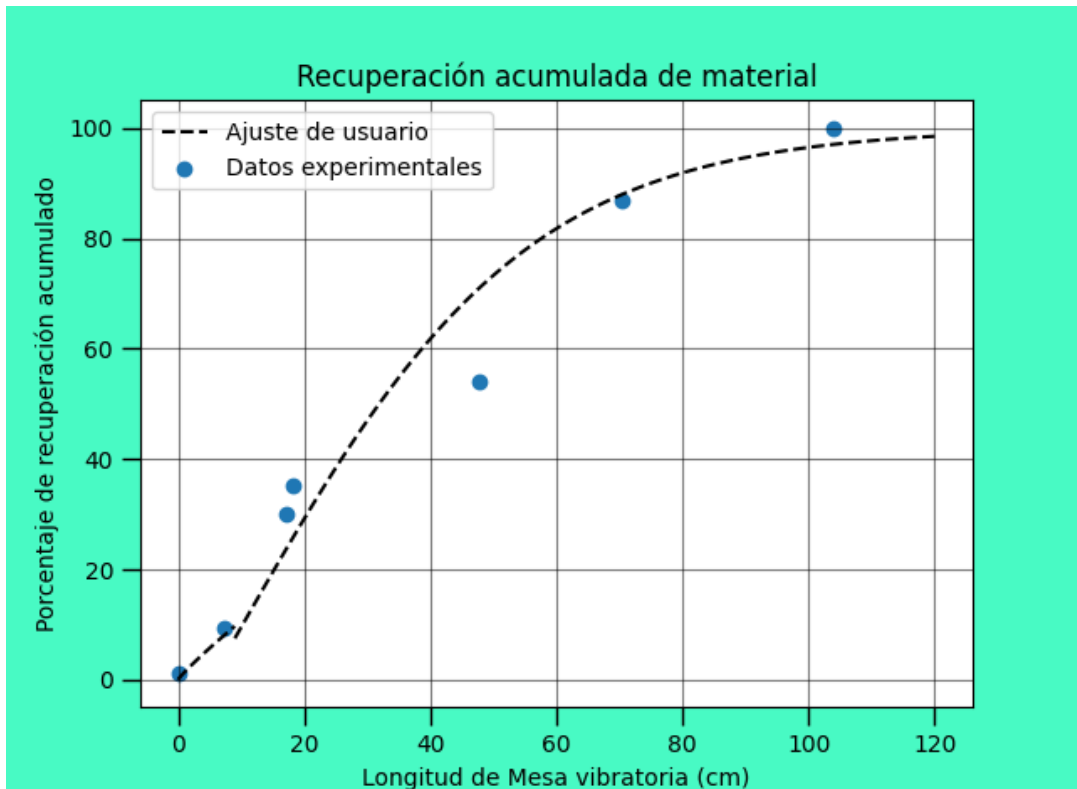


Figura 14. Ajuste paramétrico de simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para olivino de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 3.4 (Fitzpatrick, 2016).

Tabla 3. Coeficientes de ajuste, error medio absoluto, y error medio cuadrado para simulación de mesa vibratoria para material de 94 μm y gravedad específica de 3.4

	Manser				Fitzpatrick			
	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario
R2	0.939	0.876	0.912	0.973	0.875	0.975	0.851	0.98
MAE	12.908	19.941	16.477	5.173	24.124	11.091	13.355	2.053
RMSE	15.488	23.401	19.397	5.749	24.633	13.062	16.06	2.238

En la Figura 15 se muestra que para un material de 94 μm y gravedad específica de 7.3, la curva que se traza mediante el modelo de Manser sigue la tendencia, pero no se ajusta completamente a los datos experimentales. A pesar de ello, se realizó una simulación paramétrica como se presenta en la Figura 16 en la cual se evidencia un ajuste perfecto a los datos experimentales. Por otra parte, para el modelo de Fitzpatrick cuya simulación se muestra en la Figura 17 se nota que dos de los ajustes de gravedad específica y medio son efectivos. Esto se comprueba mediante la Tabla 4 en donde para el modelo de Manser se tiene que para todos los casos los errores superan el 10%, por otra parte, para el modelo de Fitzpatrick se tiene que el error asociado al ajuste por granulometría apenas es del 2.38% .

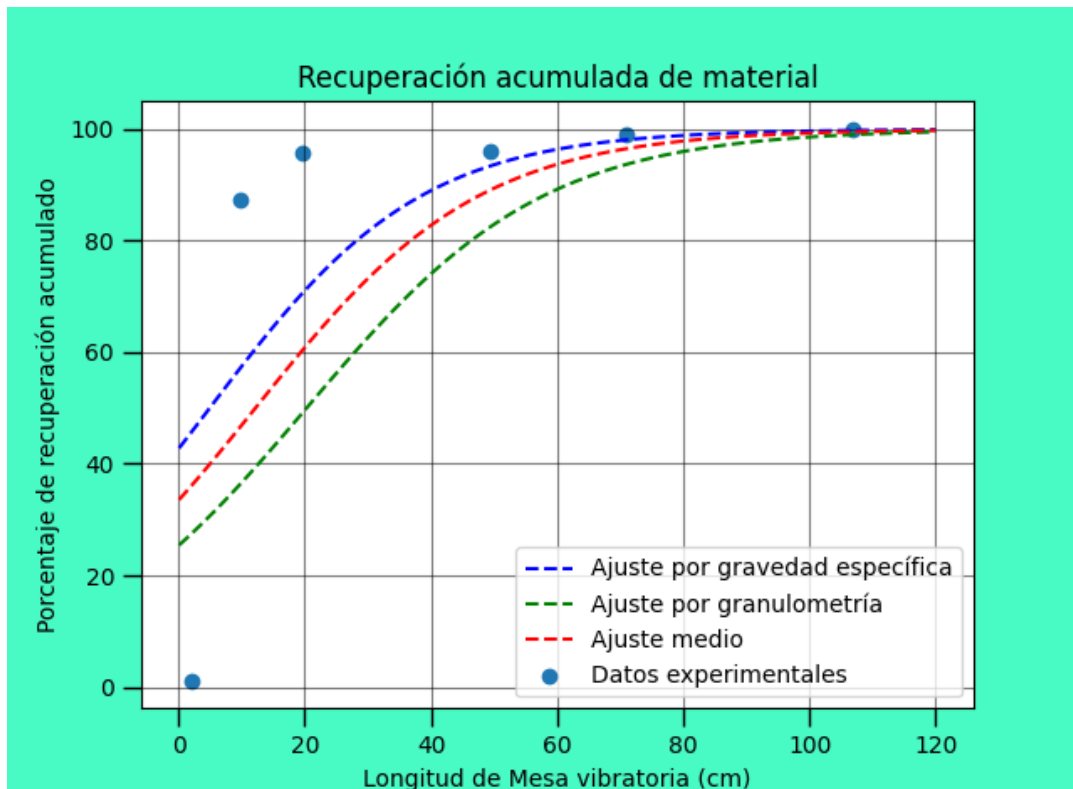


Figura 15. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para wolframita de 94 μm y gravedad específica de 7.3 (Fitzpatrick, 2016).

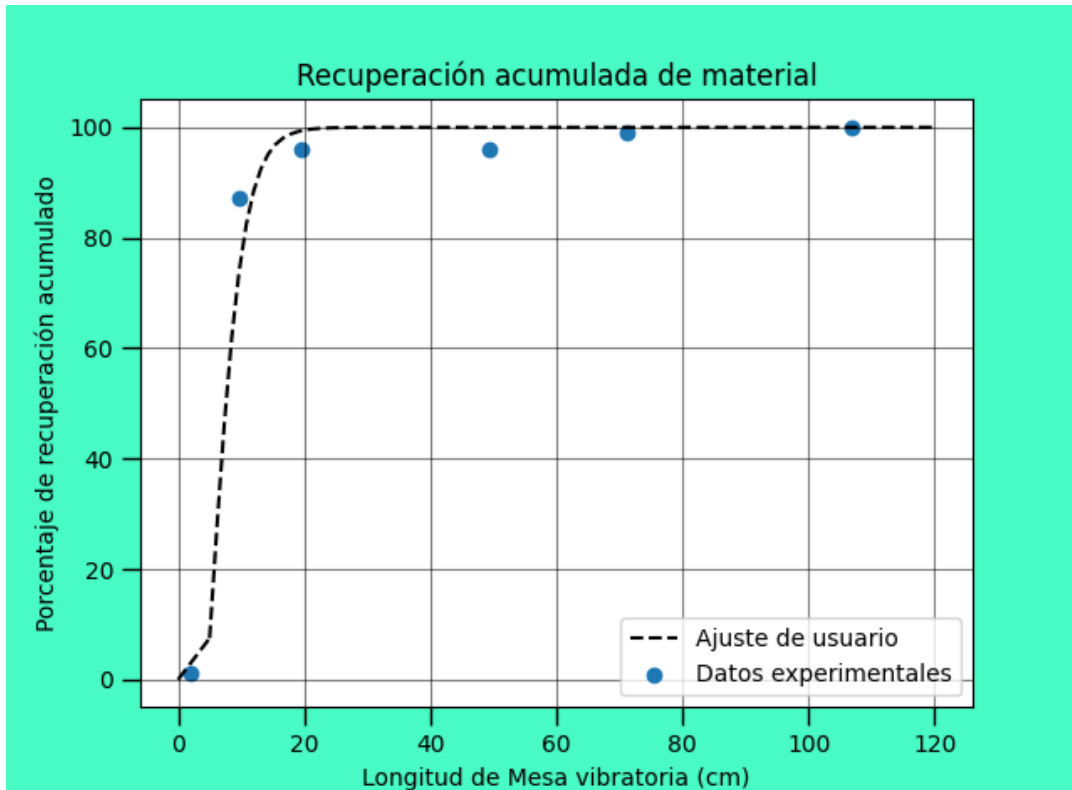


Figura 16. Ajuste paramétrico de simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para wolframita de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 7.3 (Fitzpatrick, 2016).

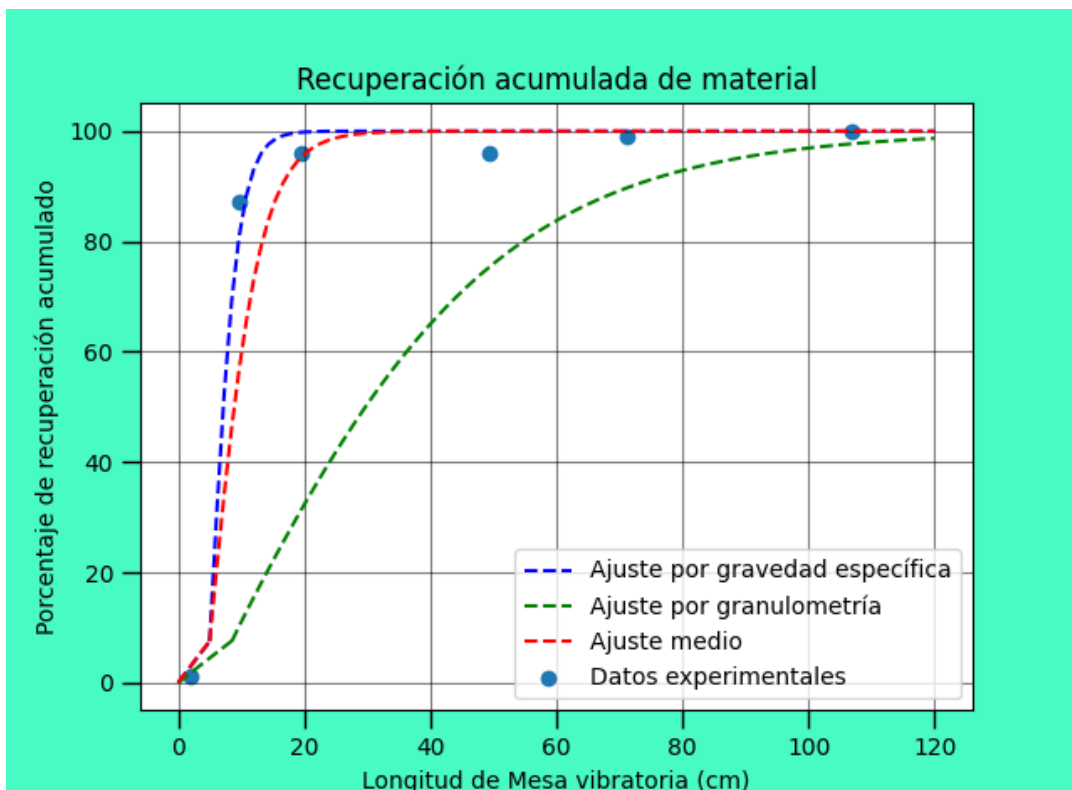


Figura 17. Ajuste de usuario para simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para wolframita de $94 \mu\text{m}$ y gravedad específica de 7.3 (Fitzpatrick, 2016).

Tabla 4. Coeficientes de ajuste, error medio absoluto, y error medio cuadrado para simulación de mesa vibratoria para material de 94 μm y gravedad específica de 7.3

	Manser				Fitzpatrick			
	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste de usuario
R2	0.445	0.825	0.499	0.998	0.786	0.942	0.943	0.990
MAE	24.06	17.242	20.295	1.522	34.412	1.634	1.667	1.511
RMSE	30.859	24.273	26.537	2.375	45.809	2.375	2.385	2.341

Por lo expuesto anteriormente se tiene que el modelo de Manser no predice correctamente la separación en materiales cuyas gravedades específicas sean superiores a 3. Sin embargo, se realizó ajustes paramétricos con el fin de mostrar la capacidad del modelo para ajustarse a estas circunstancias, y los resultados de estos ajustes obtuvieron errores asociados inferiores al 5%. De acuerdo con Manser et al. (1991), el modelo posee limitaciones al predecir, pese a ello, puede optimizarse a partir del uso de series más amplias de datos para realizar simulaciones. En este caso el algoritmo utiliza datos con gravedad específica de 4.5 y 6. Para densidades entre los valores anteriores se interpolan o extrapolan los parámetros, por ello, se tiene pérdidas de precisión de la simulación como fue el caso de la Figura 11, 13 y 15. Por ello, para mejorar la capacidad predictiva es necesario implementar bases de datos que permitan la construcción de más intervalos de ajuste para el algoritmo.

Se comprobó la calibración del modelo de Fitzpatrick desarrollado para datos experimentales con gravedades específicas inferiores a 3 y superiores a 6, obteniendo errores similares a los reportados por este autor. Estos están en el rango de 7.3% y 1.7%, respectivamente, como se muestra en la Figura 18 en la serie de datos azul y naranja, líneas sólidas (experimental) versus líneas cortadas (simulación). En contraste al analizar datos experimentales con gravedades específicas de 3.4 y 4.3, el error en la simulación se incrementa a 13% y 16.9%, como se muestra en la Figura 18 para las series verde y amarilla respectivamente.

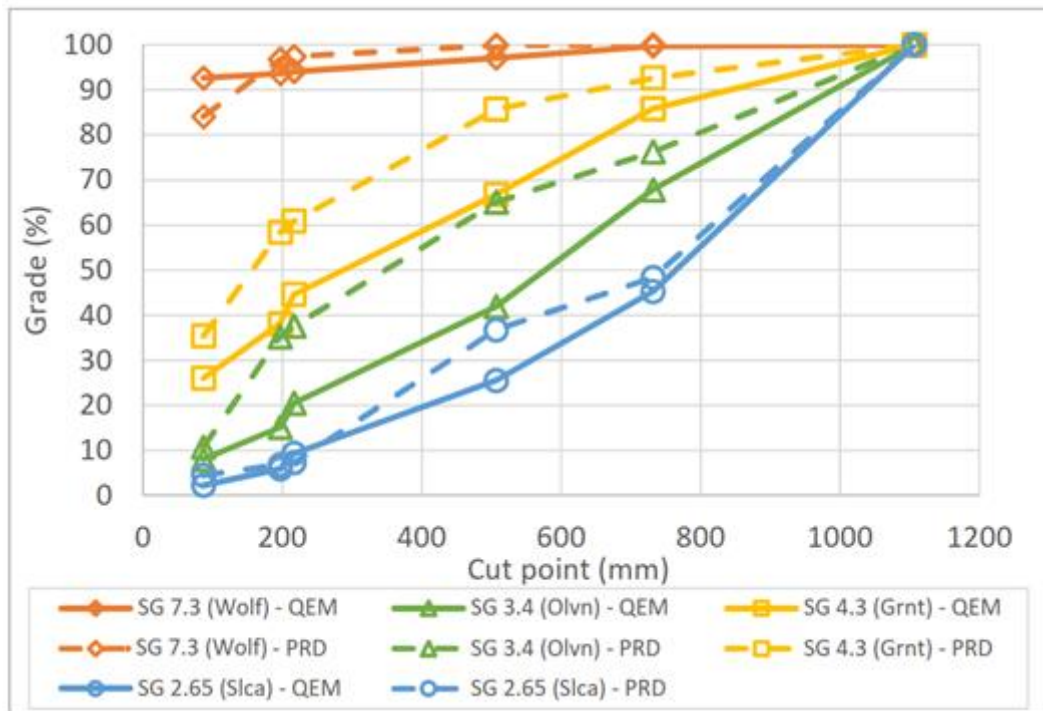


Figura 18. Comparación de datos experimentales y predichos por el modelo de Fitzpatrick para un material de 300 μm (Fitzpatrick, 2016).

3.1.4 Influencia de la distribución granulométrica del material

Para estudiar la influencia de la granulometría del material se utilizó datos de mineral no ideal y heterogéneo. El mineral que se propone es aurífero originario de Toscón Blanco-Portovelo, se estimó que tiene una ley de corte de 10 g Au/ton y presenta una densidad de 2800 kg/m³ (De la Torre, 2019). Los resultados de la separación gravimétrica se presentan en la Figura 19. Adicional a ello, se consideró que el proceso de separación gravimétrica se realizó en el equipo del departamento de metalurgia extractiva que se muestra en la Figura 20.

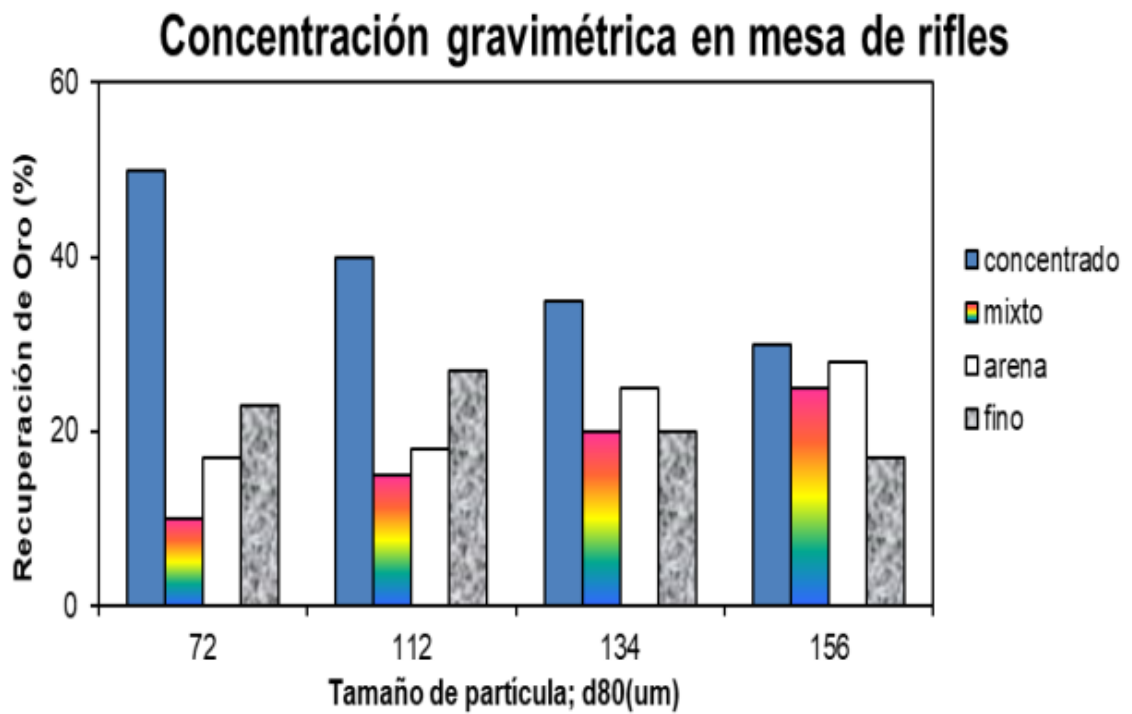


Figura 19. Resultados operación de mesa de rifles - Mineral aurífero Toscón Blanco Portovelo (De la Torre, 2019).

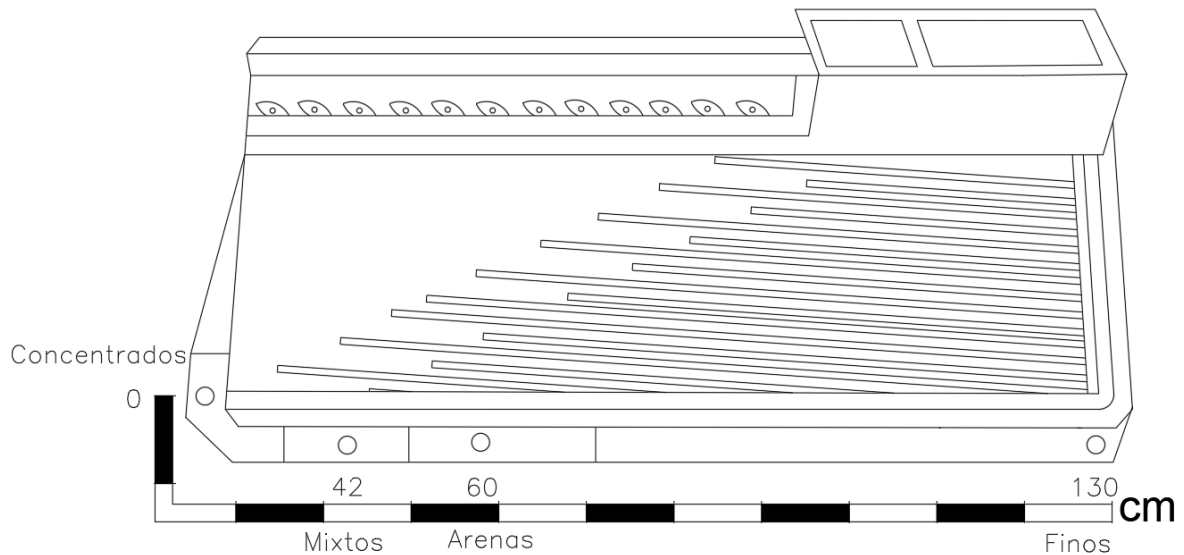


Figura 20. Esquema de Wilfley del Departamento de metalurgia extractiva (DEMEX).

Para ello se simuló el caso de 72 μm y 156 μm , para ambos modelos. De ello se obtuvieron las graficas

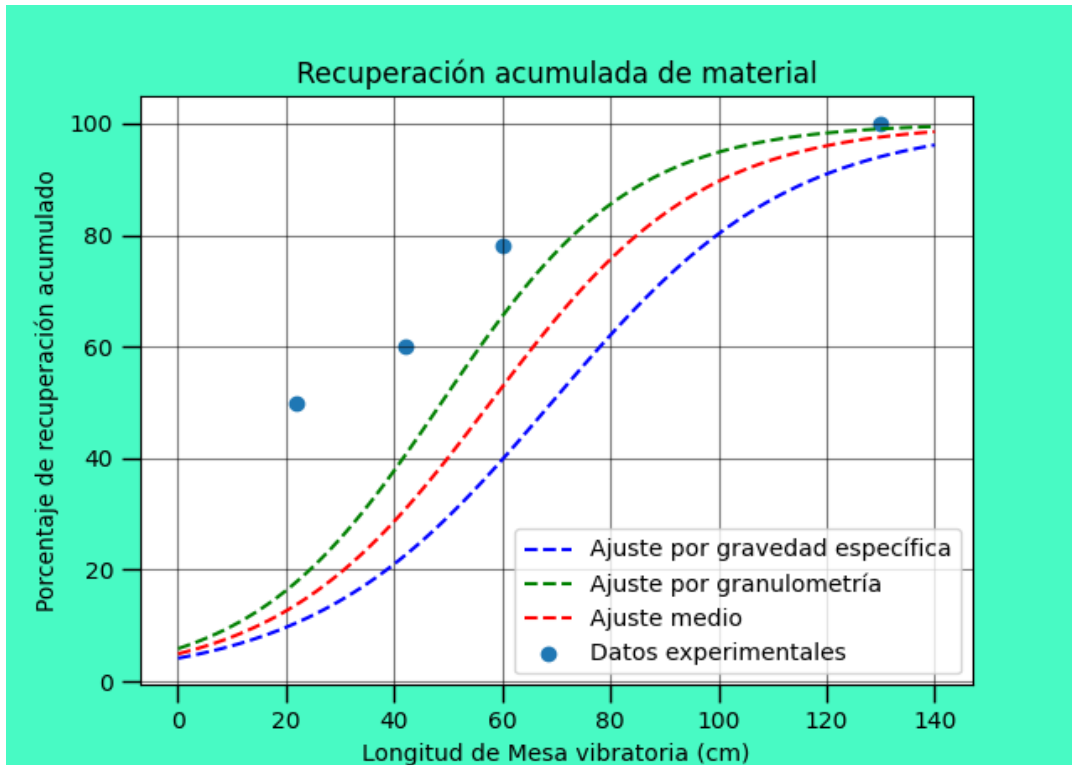


Figura 21. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para mineral aurífero de Portovelo de 72 μm Portovelo (De la Torre, 2019).

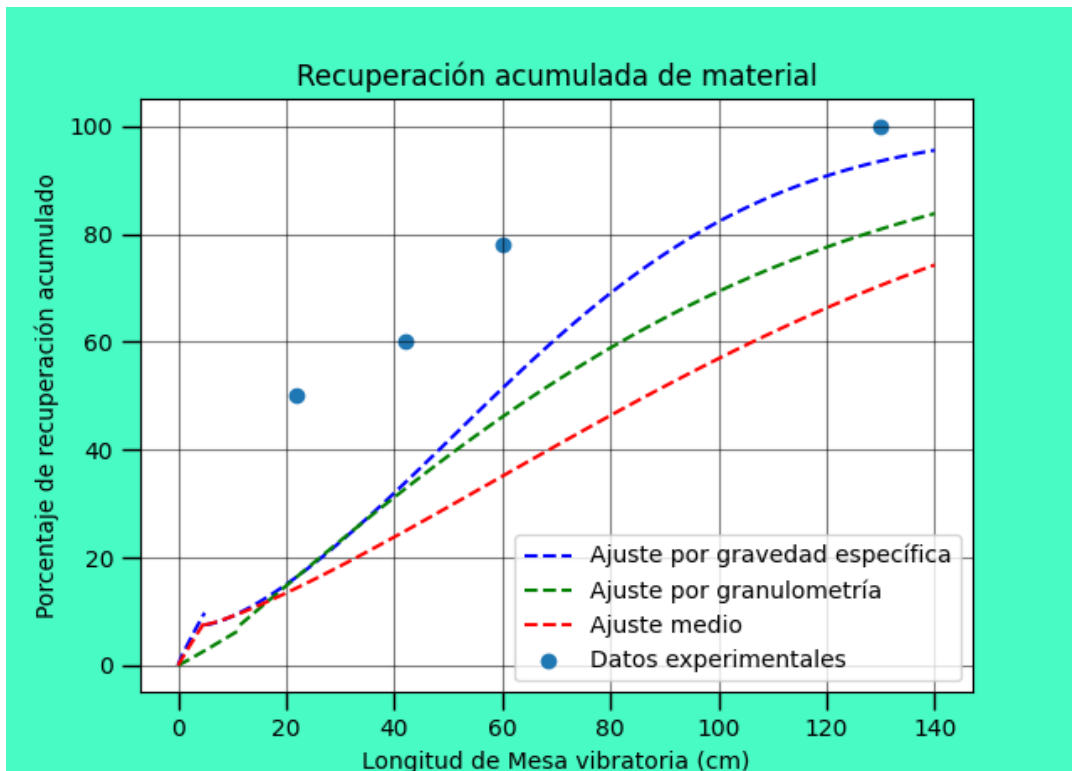


Figura 22. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para mineral aurífero de Portovelo de 72 μm Portovelo (De la Torre, 2019).

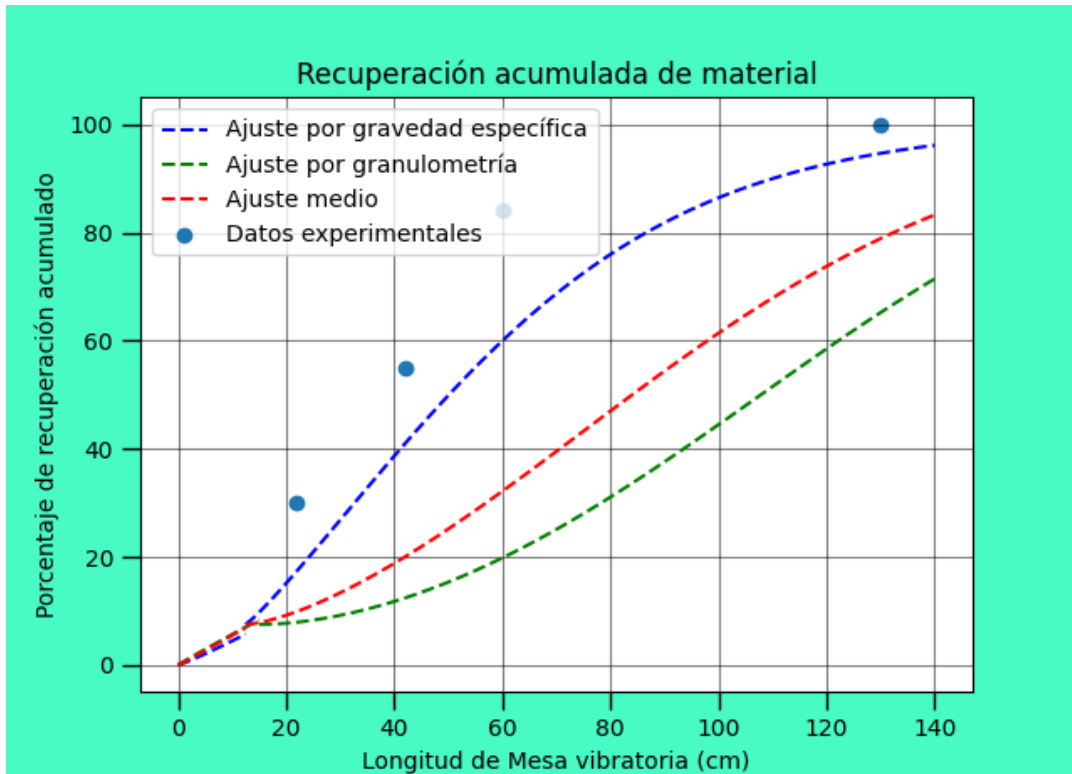


Figura 23. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para mineral aurífero de Portovelo de 156 μm Portovelo (De la Torre, 2019).

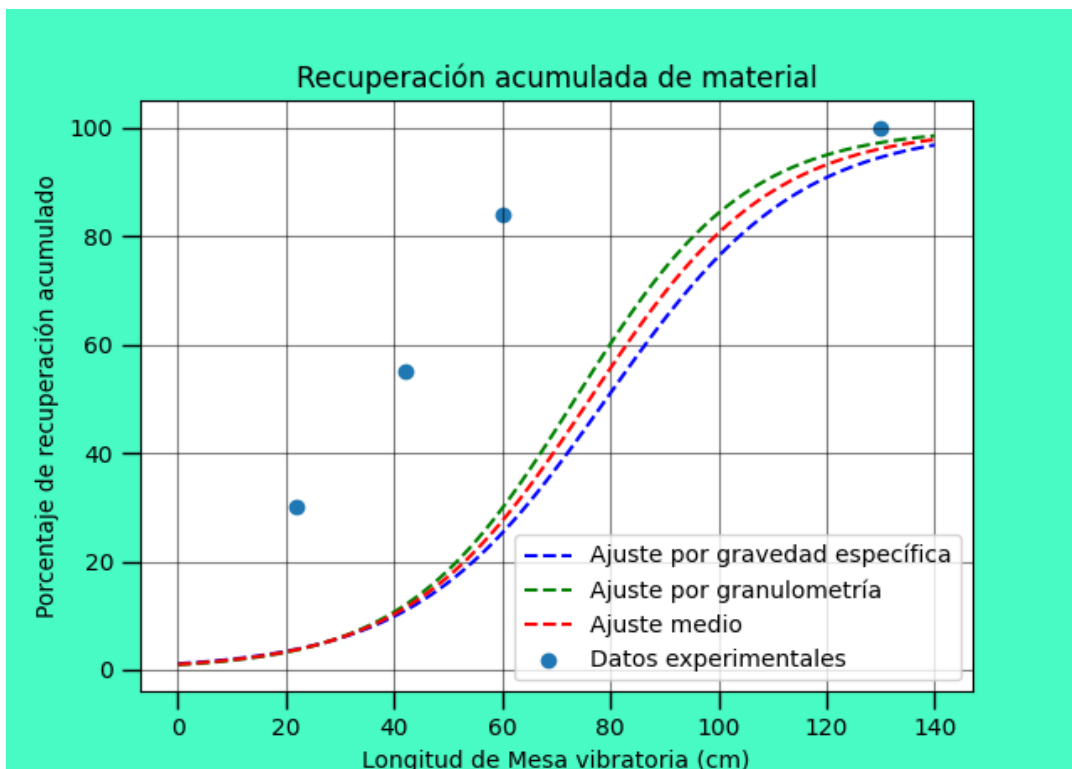


Figura 24. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para mineral aurífero de Portovelo de 156 μm Portovelo (De la Torre, 2019).

Se reportó los resultados de simulación para las granulometrías de 72 μm y 156 μm para los modelos disponibles como se muestra en las Figuras 21, 22, 23, y 24. A partir de estos resultados se evidenció que la simulación sigue la tendencia de los datos experimentales, pero la curva presenta desfases verticalmente. Esto se debe a que la base de datos del programa está diseñada para simular materiales cuya gravedad específica sea menor a 9, y en este caso al simular la recuperación de oro en específico se debería simular con una gravedad específica de 19.3 (López, 2007). Para la simulación anterior se utilizó la densidad real del mineral, pero esto resulta una limitante puesto que este material no tiene una densidad uniforme por lo cual se nota por la Figura 19 que al reducir más de tamaño el mineral se tiene mayor porcentaje de recuperación de oro en la corriente de concentrados, ya que, a menor tamaño de partícula la concentración gravimétrica será mejor respecto a minerales que no se liberaron por medio de la conminución (Carranza et al., 2010). Por lo anterior, se tiene que los resultados de simulación para el material aurífero no son significativos puesto que se asume un material de densidad homogénea (2800 kg/m^3) en un mineral que destaca por su heterogeneidad.

3.1.5 Predicción para datos bibliográficos

Por lo anterior, se tiene que a priori la interfaz no es capaz de modelar la separación de materiales cuya gravedad específica sea mayor a 9, para ello sería necesario adicionar ensayos con diferentes granulometrías para minerales de varias densidades. Pese a ello, es posible utilizar el programa para predecir la separación de materiales cuya gravedad específica estén en los rangos establecidos. En la Figura 25 y 26 se muestra la simulación de la concentración de hematita (densidad de 5.3) de un material cuya matriz estaba compuesta por sílice y alúmina (Roy et al., 2007). Los datos experimentales que se muestran en la Figuras fueron obtenidos por difracción de rayos x.

La Figura 25 muestra la simulación de concentración de hematita por medio del modelo de Fitzpatrick, y se aprecia que ajuste medio es efectivo para predecir la separación del material en las corrientes. En la Tabla 5 se muestra que para el modelo de Fitzpatrick el ajuste medio presenta un coeficiente de correlación cercano a 1 y errores inferiores al 5%, por lo cual el ajuste es efectivo. Análogo a ello, en la Figura 27 se presenta el mismo caso simulado con el modelo de Manser, en este se aprecia que la función sigue la tendencia de los datos experimentales, sin embargo, existe un desfase vertical. En la Tabla 5, se muestra que para el modelo de Manser el ajuste granulométrico posee el coeficiente de correlación más alto y errores inferiores a 10%. Para el último caso se tiene que el modelo de Manser es efectiva en la predicción si se tiene a disposición una amplia base de datos para comparar (Keshun et al., 2023), lo cual no sucede en el algoritmo desarrollado para

este proyecto, ya que este interpola linealmente valores entre granulometrías de 4.5 y 6, por lo cual existe una incertidumbre a considerar entre estos valores.

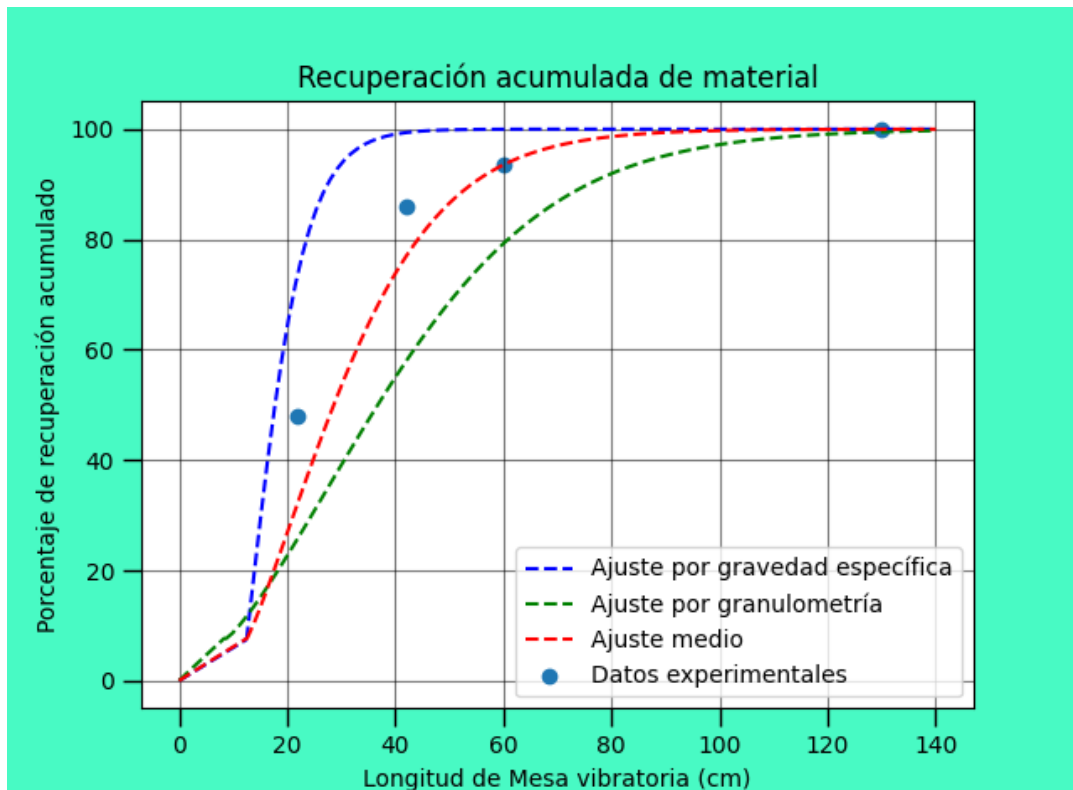


Figura 25. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Fitzpatrick para mineral férrico de $300\ \mu\text{m}$ (Roy et al., 2007).

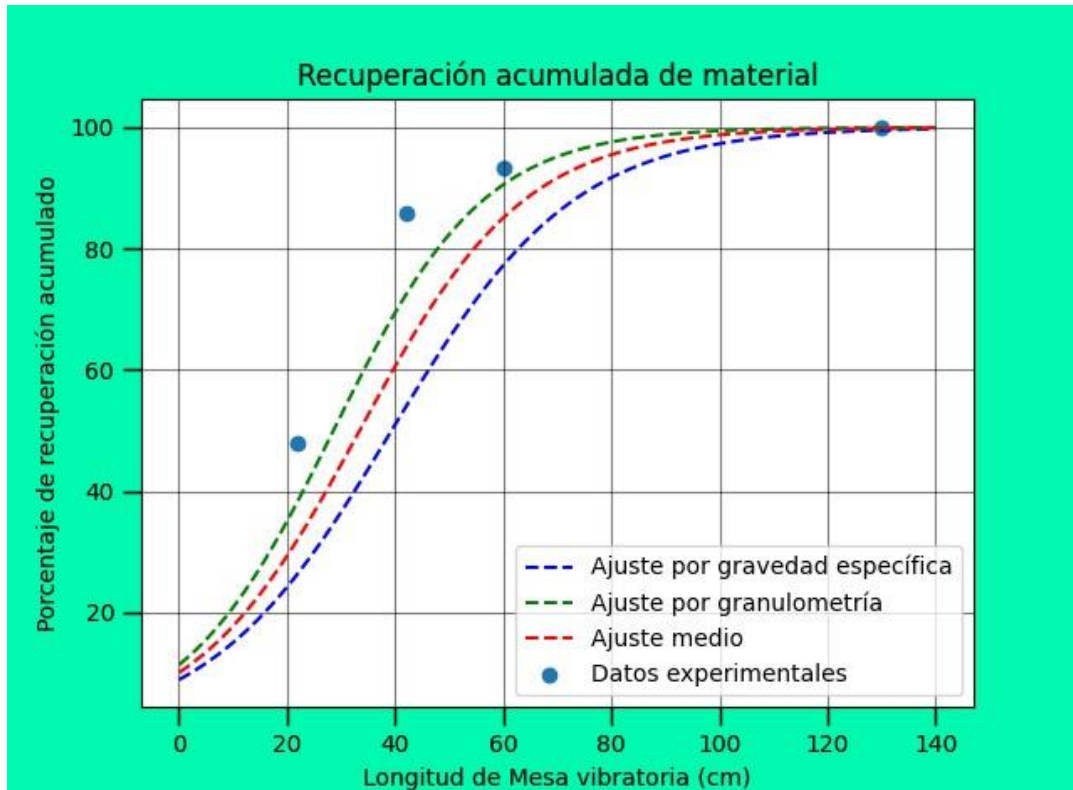


Figura 26. Simulación de mesa vibratoria con modelo de Manser para mineral férrico de 300 μm (Roy et al., 2007).

Tabla 5. Coeficientes de ajuste, error medio absoluto, y error medio cuadrado para simulación de mesa vibratoria para material de 300 μm y gravedad específica de 5.3

	Manser			Fitzpatrick		
	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio	Ajuste por granulometría	Ajuste por gravedad específica	Ajuste medio
R2	0.963	0.836	0.915	0.856	0.891	0.984
MAE	7.194	19.853	13.075	14.996	7.897	4.162
RMSE	9.258	23.556	15.959	18.987	8.215	5.119

4 CONCLUSIONES

Se seleccionó los modelos de Manser y Fitzpatrick para el desarrollo de la interfaz de usuario, los cuales presentan la recuperación acumulada de material particulado respecto a la posición en la tabla gravitatoria Wilfley. Se realizó esta elección puesto que estos modelos se utilizan para el desarrollo de algoritmos y simulación en la actualidad.

Se realizó la extracción de datos bibliográficos a partir de la vectorización de imágenes que muestran la recuperación acumulada de material particulado respecto a la posición en la

tabla gravitatoria Wilfley. A partir de ellos, se realizó ajustes a los modelos de Manser y Fitzpatrick por medio de la herramienta *scipy.optimize* de Python. Los ajustes realizados muestran que los modelos son compatibles con los datos experimentales.

Se modeló un algoritmo que requiera información de granulometría y gravedad específica sobre el material a simular. A partir de esta información se busca la documentación las características que más se asimilen al requerimiento del usuario. Después, se realiza una interpolación lineal para los casos en el que se mantiene constante la granulometría y se varia la gravedad específica, y viceversa. De esta forma el usuario tiene la posibilidad de elegir cual curva de recuperación es más conveniente a usar para simular el material.

Se programó una interfaz de usuario por medio de la librería *Tkinter* de Python, que ofrece al usuario la posibilidad de realizar simulaciones de separación gravimétrica en mesa Wilfley. Adicional a ello tiene la opción para importar datos experimentales para dibujarlos y calcular el coeficiente de correlación y errores asociados a la predicción. Así mismo, se diseñó una ventana que ofrece realizar análisis de datos granulométricos para el cálculo del d_{80} , que es requerido para la simulación. Finalmente, se desarrolló una ventana que muestra los datos bibliográficos utilizados en el desarrollo de la interfaz.

La evaluó tres densidades: una baja de 2.65, una intermedia de 3.4 y un alta de 7.3, respecto a la bibliografía que se cargó al algoritmo. De ello, se obtuvo que para la gravedad específica de 2.65 las predicciones con los modelos de Manser Y Fitzpatrick siguen las tendencias de los datos experimentales y si se ajustan, puesto que el coeficiente de correlación se aproxima a 1 en ambos casos y el error asociado es inferior al 10%. Por otra parte, para densidades cercanas a 3.4, las curvas siguen la tendencia de la predicción, sin embargo, estas no se encuentran ligeramente desfazadas, también, los errores asociados a la predicción superan el 10%. Finalmente, para granulometrías cercanas a 7.3 se tiene que el modelo de Fitzpatrick es más efectivo para realizar ajustes, puesto que los errores asociados son inferiores a 5%, por otra parte, el modelo de Manser sigue la tendencia de los datos experimentales en la simulación, pero los errores están entre 5 y 10%.

Para el efecto del tamaño de partícula en la predicción de separación gravimétrica en mesa Wilfley, se optó por comparar la simulación con datos de material heterogéneo en cuanto a densidad. Para ello, se utilizó datos bibliográficos de material aurífero, con los cuales comprobó que el mineral se concentra más a medida que disminuye el tamaño de partícula. Sin embargo, el programa no está calibrado para simular la separación de materiales con densidad superior a 9, puesto que el algoritmo no posee suficientes datos en documentación. Por esta razón, se realizó la simulación con la densidad real del material y

se obtuvo que la función sigue la tendencia de los datos experimentales con un desfase vertical. No obstante, estos resultados no son significativos dado que para obtenerlos se asumió un mineral homogéneo en cuanto a densidad.

Finalmente, se realizó una comprobación de la capacidad predictiva del modelo. Para ello, se utilizó datos bibliográficos de un mineral de hematita cuyas características están dentro de los parámetros utilizados para el desarrollo del algoritmo. Se determinó que tanto con el modelo de Manser y Fitzpatrick se obtienen errores asociados inferiores al 10% y coeficientes de correlación cercanos a uno. Cabe recalcar que la predicción con el modelo de Fitzpatrick obtuvo parámetros de ajuste con errores inferiores incluso al 5%. Esto debido a que el modelo de Manser necesita de una gran cantidad de bibliografía para realizar predicciones efectivas.

5 RECOMENDACIONES

Definir el algoritmo con una cantidad más amplia de datos experimentales a diferentes características del material y agregar condiciones operación.

Obtener datos experimentales para materiales heterogéneos en cuanto a gravedad específica para un amplio rango de granulometrías. Para de esta forma obtener mejores resultados de la influencia de este último parámetro en la concentración gravimétrica.

6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, M., y Corella, J. (2016). Diseño y construcción de una mesa concentradora para la optimización del proceso de extracción de oro de una empresa minera de Zaruma. Universidad Politécnica Salesiana. Guayaquil. Recuperado el 12/08/2023 de <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/13385/1/UPS-GT001748.pdf>
- Concha, Harold. (2007). Estudio de la Concentración Gravimétrica de Minerales Auríferos en un Jig de Laboratorio. Universidad del Valle. Santiago de Cali. Recuperado el 20/08/2023 de <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/server/api/core/bitstreams/b453417b-08af-443c-8e14-40769ff50813/content>
- Carranza, R., Duffo, G., y Farina, S. (2010). Nada es Para Siempre, Química de Degradación de los Materiales. Buenos Aires. Instituto Nacional de Educación Tecnológica. ISBN 978-950-00-0749-8
- Castro, Ronny. (2022). Comparación de procesos de concentración gravimétrica entre mesa vibratoria y espiral para la obtención de un concentrado de óxido de hierro (FeO). Universidad Del Azuay. Cuenca. Recuperado el 30/08/2023 de <https://dspace.uazuay.edu.ec/bitstream/datos/11581/1/17113.pdf>
- Fitzpatrick, R, Yousef, G., Hegarty, P., y Rollinson, G. (2016). Quantitative Mineralogy for Improved Modelling of Shaking Tables. International Mineral Processing Congress Proceedings. 18, 2-19.
- Gaudin A.M. (1939). Principles of Mineral Dressing. New York. United States. McGraw-Hill.
- Japa, J., y Sanango H. (2022). Recuperación de minerales mediante la utilización de un concentrador gravimétrico tipo Z. Universidad Del Azuay. Cuenca. Recuperado el 21/08/2023 de <https://dspace.uazuay.edu.ec/bitstream/datos/11605/1/17135.pdf>
- Keshun Y., Chengyu W., y Huizhong, L. (2023). Research on intelligent implementation of the beneficiation process of shaking table. *Minerals Engineering*, 199, 108108. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2023.108108>
- López, Aniceto. (2007). Boletín de la Real Academia de Córdoba, de Ciencias, Bellas Letras y Nobles Artes. Recuperado de: https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/6296/braco152_2007_11.pdf?sequence=1

- Luzardo, A. (2009). Diseño de la interfaz gráfica web en función de los dispositivos móviles. Universidad de Palermo. Buenos Aires. Recuperado el 17/08/2023 de: https://www.palermo.edu/dyc/maestria_diseno/pdf/tesis.completas/43.luzardo.pdf
- Manser, R., Barley, R., y Wills, B. (1991). The shaking table concentrator — the influence of operating conditions and table parameters on mineral separation — The development of a mathematical model for normal operating conditions. *Minerals Engineering*, 4(3-4), 369-381. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(91\)90142-i](https://doi.org/10.1016/0892-6875(91)90142-i)
- Rojas, D. (2018). Mesa Wilfley de Laboratorio. Langley. Canadá. Recuperado el 27/10/2023 de: <https://www.911metallurgist.com/metalurgia/mesa-wilfley-concentradora-gravimetrica/>
- Roy, S., Das, A., Sarkar, B., y Bhattacharyya, K. (2007). Separation Response of Iron Ores During Gravity Concentration. *Advanced Gravity Separation* (pp. 204-214). Jamshedpur, India: NML.
- Ryom, C., Kwang C., y Han C. (2023). Simulation of pyrrhotite removal from scheelite ore by magnetic force in table concentration. *jme.shahroodut.ac.ir*. <https://doi.org/10.22044/jme.2023.13397.2469>
- Tucker, P. D., Lewis, K., y Wood, P. D. (1991). Computer optimisation of a shaking table. *Minerals Engineering*. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(91\)90141-h](https://doi.org/10.1016/0892-6875(91)90141-h)
- Varela, Oscar. (2022). Estudio de concentración gravimétrica de sedimentos aluviales del río Nambija mediante concentrador Knelson. Escuela Politécnica Nacional. Quito. Recuperado el 15/08/2023 de <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/23371/1/CD%2012786.pdf>
- Volonté, María. (2013). Análisis farmacéutico. Universidad Nacional de La Plata. Buenos Aires. Argentina