

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROGRAMA COMPUTACIONAL DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DEL DISEÑO ESTÁTICO Y DINÁMICO EN INGENIERÍA MECÁNICA

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
MECÁNICO**

DANIEL ALEXANDER PONCE MONTENEGRO
draconix16@hotmail.com

DIRECTOR: ING. LUIS RICARDO SOTO AYMAR
ricardo.soto@epn.edu.ec

Quito, Octubre 2011

DECLARACIÓN

Yo, Daniel Alexander Ponce Montenegro, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Daniel Alexander Ponce Montenegro

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por el señor Daniel Alexander Ponce Montenegro, bajo mi supervisión.

Ing. Ricardo Soto
DIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTO

En primer lugar agradezco a Dios por haberme dado la vida, la inteligencia y los recursos necesarios para poder terminar exitosamente mis estudios. También le agradezco por todas las bendiciones y pruebas que ha puesto a través de mi vida, ya que las mismas me han ayudado a ser una mejor persona.

En segundo lugar les agradezco a mis padres por todo su amor, guía y apoyo a lo largo de toda mi vida, gracias por inculcarme todos los valores y estar ahí siempre que los necesité. De igual forma agradezco a toda mi familia, a mis hermanos, prim@s y tí@s, por su apoyo incondicional durante mi vida personal; de manera especial a Mamanita por enseñarme a andar siempre en los caminos de Dios y a Papavititor por enseñarme con su ejemplo a ser un hombre honesto e íntegro.

También agradezco a tod@s mis amig@s que durante mi vida académica y personal me han hecho reír y valorar más la vida. Muchach@s siempre los recordaré por estar ahí en las buenas y en las malas.

De manera muy especial agradezco al Ing. Ricardo Soto, por el tiempo y la ayuda brindada para poder realizar este proyecto, además de su acertada dirección.

También agradezco al Dr. Víctor Cárdenas por brindarme su amistad y darme la oportunidad para servir a mi facultad.

DEDICATORIA

Este proyecto va dedicado a todas las personas que durante mi vida académica y personal han confiado en mí, mis padres, mis hermanos, mis prim@s, mis abuelit@s, mis ti@s y mis amig@s de verdad, TADAJGDACPGBJLN.

ÍNDICE

[_Toc306913190](#)

ÍNDICE.....	I
RESUMEN.....	V
PRESENTACIÓN.....	VI
OBJETIVOS.....	VII
SIMBOLOGÍA	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	X
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XI
CAPÍTULO 1.....	1
1. GENERALIDADES ACERCA DEL APRENDIZAJE	1
1.1 EL APRENDIZAJE EN LA ACTUALIDAD.....	1
1.1.1 PRESENTACIÓN.....	1
1.2 DIDÁCTICA Y PEDAGOGÍA	2
1.2.1 INFLUENCIA DE LA FORMA DE ENSEÑAR SOBRE LA MANERA DE APRENDER DEL ESTUDIANTE	2
1.2.2 ACTUACIONES QUE DEBERÍAN TENER LOS DOCENTES PARA FACILITAR LOS PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA	3
CAPÍTULO 2.....	6
2. TEORÍA	6
2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES PARA EL DISEÑO.....	6
2.1.1 PRESENTACIÓN.....	6
2.1.2 CUERPO	6
2.1.3 FUERZA.....	6
2.1.4 ESFUERZO.....	7
2.1.5 DIFERENCIAL DE ÁREA.....	8
2.1.6 BARRA.....	8
2.1.7 VIGA.....	8
2.1.8 DUREZA	10
2.1.9 DUCTILIDAD Y MALEABILIDAD	11
2.1.10 ELASTICIDAD.....	12

2.1.11	PLASTICIDAD.....	13
2.1.12	DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN UNITARIA.....	13
2.1.13	TENACIDAD.....	15
2.1.14	FATIGA	17
2.1.15	COLABILIDAD.....	18
2.1.16	MÓDULO DE RIGIDEZ	19
2.1.17	SOLDABILIDAD	19
2.2	EL ACERO.....	20
2.2.1	PRESENTACIÓN	20
2.2.2	CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL ACERO	20
2.2.3	DIAGRAMA HIERRO-CARBONO (Fe-C).....	21
2.3	DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE	23
2.4	ESFUERZOS EN BARRAS	25
2.4.1	ESFUERZOS TORSIONALES.....	25
2.4.2	ESFUERZOS FLEXIONANTES	27
2.4.3	ESFUERZOS CORTANTES	33
2.4.4	ESFUERZOS COMBINADOS	36
2.5	ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	41
2.5.1	PRESENTACIÓN	41
2.5.2	CONCENTRADORES DE ESFUERZOS.....	42
2.5.3	FALLAS PARA MATERIALES DÚCTILES Y FRÁGILES.....	43
2.6	DISEÑO ESTÁTICO	43
2.6.1	RESISTENCIA ESTÁTICA.....	43
2.6.2	TEORÍAS DE FALLAS EN MATERIALES DÚCTILES	44
2.6.3	TEORÍAS DE FALLAS EN MATERIALES FRÁGILES	53
2.6.4	MECÁNICA DE LA FRACTURA.....	56
2.7	DISEÑO DINÁMICO	59
2.7.1	FATIGA	59
2.7.2	LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA	61
2.7.3	FACTORES MODIFICANTES DEL LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA ⁶³	
2.7.4	ESFUERZOS FLUCTUANTES	69
2.7.5	CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA	70

2.7.6	RESISTENCIA A LA FATIGA POR TORSIÓN.....	74
2.7.7	FATIGA ACUMULADA.....	74
2.7.8	FATIGA SUPERFICIAL.....	75
CAPÍTULO 3.....		76
3. DISEÑO DEL PROGRAMA PARA RESOLVER EJES Y ENGRANAJES ...		76
3.1	PROGRAMACIÓN EN ADOBE FLASH ACTIONSCRIPT 3.0	76
3.2	CREACIÓN DE UN PROGRAMA EN ACTIONSCRIPT 3.0	77
3.2.1	PREPARACIÓN DE CAPAS Y ELEMENTOS INTERACTIVOS	77
3.2.2	CREACIÓN Y ADICIÓN DE ELEMENTOS	77
3.2.3	ESCRITURA DEL CÓDIGO	78
3.2.4	PROBAR LA APLICACIÓN	81
3.3	ELABORACIÓN DEL PROGRAMA	82
3.3.1	UNIDADES DE TRABAJO	82
3.3.2	RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS	82
3.4	PROCESO DE CÁLCULO	83
3.4.1	PROGRAMA “DISEÑO DE ENGRANES”	83
3.4.2	PROGRAMA “DISEÑO DE EJES”	84
3.4.3	PROGRAMA “DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES”..	86
3.5	DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA.....	87
3.5.1	INTERFAZ DEL USUARIO	88
CAPÍTULO 4.....		97
4. PRUEBAS DEL PROGRAMA		97
4.1	EVALUACIÓN DEL PROGRAMA.....	97
4.1.1	EJEMPLO DE CÁLCULO DE LOS PROGRAMAS DE DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDAD Y DISEÑO DE EJE.....	97
4.1.2	EJEMPLO DE CÁLCULO DEL PROGRAMA PARA DISEÑAR ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES.....	113
4.2	COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS	119
4.2.1	PROGRAMA “CÁLCULO DE UNA CAJA REDUCTORA DE VELOCIDADES”.....	119
4.2.2	PROGRAMA “CÁLCULO DE EJES”	119
4.2.3	PROGRAMA “CÁLCULO DE ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES”	119
4.3	EVALUACIÓN DE LOS USUARIOS.....	120

4.3.1	RESPUESTAS AL CUESTIONARIO DEL PROGRAMA ANTES DE UTILIZAR EL MISMO	120
4.3.2	RESPUESTAS AL CUESTIONARIO DEL PROGRAMA DESPUÉS DE UTILIZAR EL MISMO	124
4.3.3	ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO DE MEDUCÁNICA 2011	127
CAPÍTULO 5	129
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	129
5.1	CONCLUSIONES	129
5.2	RECOMENDACIONES.....	130
BIBLIOGRAFÍA	131

RESUMEN

El presente proyecto contempla principalmente al programa MEDUCÁNICA 2011, que fue creado para mejorar el aprendizaje de Ingeniería Mecánica mediante el uso de programas interactivos, información y videos de fácil comprensión.

El programa MEDUCÁNICA 2011 fue creado en **Adobe Flash ActionScript** con la finalidad de que cualquier computador lo pueda utilizar, ya que para poder abrir un archivo del tipo FLA (Adobe Flash ActionScript) solamente se tiene que tener **Adobe Flash Player** que la mayoría de computadores vienen con él de fábrica o se lo puede descargar muy fácilmente desde el internet.

Los programas interactivos de diseño mecánico de MEDUCÁNICA 2011 obtienen los factores de seguridad de ejes y engranes para conocer si dichos elementos soportarán las sollicitaciones mecánicas que el usuario planteó.

La base principal para diseñar cualquier elemento mecánico es tener claros los conceptos acerca de las propiedades mecánicas de los materiales y los procesos de conformación y montaje de las mismas, por lo que este proyecto además de resolver problemas de diseño mecánico en el caso de ejes y engranes, también utiliza información escrita y videos explicativos para mejorar los conocimientos de los usuarios en cuanto a Ingeniería Mecánica.

PRESENTACIÓN

En la era digital y tecnológica que se vive actualmente, todo va cambiando a pasos agigantados, pero hay que tomar muy en cuenta que este cambio no se debe dar solamente en objetos físicos, sino también en la cultura de la gente.

Aprovechando la tecnología que se tiene hoy en día se puede incrementar el aprendizaje de tal forma que una persona hoy en día con las herramientas y profesores adecuados puede aprender cualquier materia en menos de la mitad del tiempo que una persona lo hacía hace un par de décadas.

La computadora es una herramienta muy valiosa al momento de mejorar el aprendizaje; además de ser una herramienta clave para resolver cualquier tipo de problemas ingenieriles, ya que ésta los resuelve con mayor exactitud y velocidad. Pero no solamente basta con saber manejar un computador para resolver un problema, lo que se necesita antes que nada es manejar perfectamente los conceptos de la materia que se quiera resolver.

Este proyecto aspira ser el inicio de una nueva era en la cual se logren crear varios programas informáticos que mejoren el aprendizaje de todas las materias que existen en Ingeniería Mecánica; y si es posible poder exportar la idea hacia las demás carreras técnicas.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un programa informático que contenga teoría, ejercicios básicos y evaluaciones sencillas para facilitar el aprendizaje del diseño estático y dinámico en Ingeniería Mecánica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obtener un programa de fácil utilización.
- Establecer los principales temas que el programa deba contener
- Obtener una ayuda informática dedicada a aquellas personas que tengan mínimos conceptos de Ingeniería Mecánica, para que logren entender mejor la ciencia y así poder mejorar su rendimiento laboral al fusionarlo con su experiencia.
- Obtener el programa para una gama de distintos materiales.

SIMBOLOGÍA

SÍMBOLOS EN ALFABETO NORMAL

Símbolo	Nombre
A	Área
C_e	Factor de corrección del alineamiento
C_{ma}	Factor de alineación de acoplamiento
C_{mc}	Factor de corrección de carga
C_p	Coeficiente elástico
C_{pf}	Factor de proporción del piñón
C_{pm}	Modificador de proporción del piñón
d	Diámetro de paso
D	Diámetro
F	Ancho neto de cara del engrane
G	Módulo de rigidez
H	Potencia
H_B	Dureza en escala Brinell
I	Factor geométrico de resistencia a la picadura
J	Factor geométrico de resistencia a la flexión
k_a	Factor de Marin para el acabado superficial
k_b	Factor de Marin para el tamaño
k_c	Factor de Marin para la carga
k_d	Factor de Marin para la temperatura
k_e	Factor de Marin para la confiabilidad
k_f	Factor de Marin para efectos varios
K_f	Concentración de esfuerzos normales
K_{fs}	Concentración de esfuerzos cortantes
K_I	Factor de intensidad del esfuerzo
K_{Ic}	Factor de intensidad del esfuerzo crítico
k_m	Factor de distribución de carga
k_R	Factor de confiabilidad
k_v	Factor dinámico
L	Número de ciclos
M	Esfuerzo cortante total
m_G	Relación de engranes
m_N	Relación de distribución de carga
N	Número de dientes del engrane
P	Paso diametral
p_N	Paso circular normal
P_t	Paso diametral transversal
q	Sensibilidad a la muesca en tracción
q_s	Sensibilidad a la muesca en torsión
R	Reacción de fuerzas en apoyos

r_b	Radio del círculo de base del engrane
S_c	Resistencia a la fatiga superficial
S_e	Límite de resistencia a la fatiga
S_f	Factor de seguridad a la flexión
S_h	Factor de seguridad al desgaste superficial
S_t	Resistencia a la flexión
S_{ut}	Resistencia mínima a la tracción
T	Torque
u	Energía de deformación por unidad de volumen
V	Velocidad lineal transmitida
W^r	Carga transmitida radialmente
W^t	Carga transmitida tangencialmente
Y_N	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión
Z	Longitud de la línea de acción en el plano transversal
Z_N	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura

SÍMBOLOS EN ALFABETO GRIEGO

Símbolo	Nombre
β	Factor de modificación de la intensidad del esfuerzo
ε_f	Deformación unitaria
η	Factor de seguridad
ν	Relación de Poisson
σ	Esfuerzo de flexión
σ'_a	Esfuerzo alternante de von Mises
σ_c	Esfuerzo de contacto
σ'_m	Esfuerzo medio de von Mises
ϕ_N	Ángulo de presión
ϕ_t	Ángulo de presión transversal
ψ	Ángulo de hélice
ω	Velocidad angular

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2. 1 Escalas de dureza Rockwell	11
Tabla 2. 2 Soldabilidad por proceso	19
Tabla 2. 3 Parámetros del factor de carga de Marin	65
Tabla 2. 4 Factores de confiabilidad correspondientes a ocho desviaciones estándar porcentuales del límite de resistencia a la fatiga	68
Tabla 4. 1 Datos obtenidos de todas las fuerzas y reacciones actuantes	106
Tabla 4. 2 Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de una caja reductora de velocidades	119
Tabla 4. 3 Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de ejes	119
Tabla 4. 4 Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de engranes	120

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. 1 Enseñanza-aprendizaje del uso estratégico de procedimientos	5
Figura 2. 1 Diferencial de área en un tubo empotrado.....	9
Figura 2. 2 Diferentes tipos de perfiles de vigas	9
Figura 2. 3 Resorte sometido a compresión y tracción.....	13
Figura 2. 4 Diagrama esfuerzo – deformación unitaria.....	16
Figura 2. 5 Probeta para ensayos Charpy e Izod	16
Figura 2. 6 Ensayo Charpy.....	17
Figura 2. 7 Diagrama hierro – carbono.....	22
Figura 2. 8 Ejemplos de cómo hacer un diagrama de cuerpo libre.....	24
Figura 2. 9 Barra cilíndrica torsionada desde una posición AB hasta una posición AB' por la acción de las fuerzas F	25
Figura 2. 10 Torsión en una barra cilíndrica sólida.....	26
Figura 2. 11 Viga recta flexionada.....	28
Figura 2. 12 Esfuerzos en flexión	28
Figura 2. 13 Momento de flexión	31
Figura 2. 14 Ángulo θ_x rotado para marcar las diferencias entre las teorías de Euler y Timoshenko.....	32
Figura 2. 15 Esfuerzos cortantes y momentos flectores en una viga.....	34
Figura 2. 16 Fuerzas en dirección x del elemento dx	34
Figura 2. 17 Fuerza total en dirección x	34
Figura 2. 18 Viga vertical flexionada por una fuerza inclinada P.....	37
Figura 2. 19 Barra cilíndrica empotrada, torsionada y flexionada a la vez por una fuerza P.....	39
Figura 2. 20 Esfuerzos tridimensionales generales aplicados sobre un elemento cualquiera.....	45
Figura 2. 21 Teoría del esfuerzo cortante máximo en esfuerzo plano, donde σ_A y σ_B son dos esfuerzos principales diferentes de cero	46
Figura 2. 22 Teoría de la energía de distorsión	47
Figura 2. 23 Teoría de la energía de distorsión de estados de esfuerzo plano	50
Figura 2. 24 Teoría de Mohr mediante tres círculos que representan los tres esfuerzos principales	51
Figura 2. 25 Círculo de Mohr para un estado general de esfuerzo.....	52
Figura 2. 26 Gráfica de la teoría de falla de Mohr-Coulomb, para estados de esfuerzo plano	53
Figura 2. 27 Gráfica de la teoría de falla del esfuerzo normal máximo.....	54
Figura 2. 28 Gráfica de la teoría de falla de las modificaciones de la teoría de Mohr	55
Figura 2. 29 Teoría de Griffith mediante una imperfección elíptica	57
Figura 2. 30 Modos de propagación de grieta.....	58
Figura 2. 31 Falla por fatiga de un eje de acero	61

Figura 2. 32 Gráfica de límites de resistencia a la fatiga de un gran número de hierros forjados y aceros aleados.....	62
Figura 2. 33 Efecto de la temperatura de operación en la resistencia a la fluencia S_y y en la resistencia última S_{ut}	66
Figura 2. 34 Esfuerzo fluctuante sinusoidal.....	70
Figura 2. 35 Diagrama de Goodman modificado para un esfuerzo medio particular.....	71
Figura 2. 36 Gráfica de fallas de esfuerzos medios en ambas regiones de tracción y compresión.....	72
Figura 2. 37 Curva de fatiga de Gerber en una gráfica de fallas de esfuerzos medios en ambas regiones de tracción y compresión	73
Figura 3. 1 Ícono del programa "Información escrita"	88
Figura 3. 2 Ícono del programa "Videos explicativos"	89
Figura 3. 3 Ventana del programa "Videos Explicativos"	89
Figura 3. 4 Ícono del programa "Programas interactivos"	90
Figura 3. 5 Ícono del programa "Diagrama Fe – C".....	90
Figura 3. 6 Ventana del programa " Diagrama Fe – C "	91
Figura 3. 7 Ícono del programa "Diseño de engranes"	91
Figura 3. 8 Ventana del programa "Diseño de engranes"	92
Figura 3. 9 Ícono del programa "Diseño de ejes".....	92
Figura 3. 10 Ventana del programa "Diseño de ejes"	93
Figura 3. 11 Ícono del programa "Diseño de un reductor de velocidades"	94
Figura 3. 12 Ventana del programa "Diseño de un reductor de velocidades"	94
Figura 3. 13 Ícono del programa "Cuestionario"	95
Figura 3. 14 Una de las preguntas del programa "Cuestionario"	95
Figura 4. 1 Esquema del reductor de velocidad.....	98
Figura 4. 2 Eje analizado del ejemplo.....	106
Figura 4. 3 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes, plano x-y	108
Figura 4. 4 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes, plano x-z	109
Figura 4. 5 Esquema del par de engranes acoplados	114
Figura 4. 6 Respuesta del usuario a la pregunta 1 (tipos de fuerzas).....	121
Figura 4. 7 Respuesta del usuario a la pregunta 2 (dureza).....	121
Figura 4. 8 Respuesta del usuario a la pregunta 3 (soldadura).....	121
Figura 4. 9 Respuesta del usuario a la pregunta 4 (tenacidad).....	122
Figura 4. 10 Respuesta del usuario a la pregunta 5 (acero).....	122
Figura 4. 11 Respuesta del usuario a la pregunta 6 (inercia)	122
Figura 4. 12 Respuesta del usuario a la pregunta 7 (fatiga)	123
Figura 4. 13 Respuesta del usuario a la pregunta 8 (dcl).....	123
Figura 4. 14 Respuesta del usuario a la pregunta 9 (ductilidad)	123
Figura 4. 15 Respuesta del usuario a la pregunta 10 (grietas).....	124
Figura 4. 16 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 1 (fuerzas).....	124
Figura 4. 17 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 2 (dureza).....	125
Figura 4. 18 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 3 (soldadura)	125

Figura 4. 19 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 4 (tenacidad)	125
Figura 4. 20 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 5 (acero).....	126
Figura 4. 21 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 6 (inercia)	126
Figura 4. 22 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 7 (fatiga)	126
Figura 4. 23 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 8 (dcl).....	127
Figura 4. 24 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 9 (ductilidad)	127
Figura 4. 25 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 10 (grietas).....	127
Figura 4. 26 Resultados del cuestionario antes de utilizar el programa.....	128
Figura 4. 27 Resultados del cuestionario después de utilizar el programa	128

CAPÍTULO 1

1. GENERALIDADES ACERCA DEL APRENDIZAJE

1.1 EL APRENDIZAJE EN LA ACTUALIDAD

1.1.1 PRESENTACIÓN

El aprendizaje en estos días es mucho más avanzado de lo que era hace un par de décadas, esto se debe a múltiples causas: una de ellas es mediante la ayuda de computadores que son herramientas excepcionales para aprender, otra causa muy importante también es el avance psicopedagógico en las estrategias del aprendizaje.

En esta parte se analizará cómo se puede formar a un profesor en estrategias de aprendizaje y de qué manera su formación como aprendiz (en especial cuando estudia un tema con el objetivo de enseñarlo posteriormente a sus alumnos) y como docente (cuando prepara, imparte y evalúa las sesiones de enseñanza de dicho tema) incidirá en el resultado de su actuación profesional, es decir, en la adquisición de estrategias de aprendizaje por parte de sus alumnos, lo cual habrá de intervenir en la calidad de su aprendizaje.

1.1.2 CÓMO SE ENSEÑA Y CÓMO SE APRENDE A APRENDER¹

Desde el nacimiento los seres humanos se enfrentan a un entorno culturalmente organizado, en el que la gente se comporta como anfitriona, introduciendo al nuevo ser en la comprensión del mundo. Este es el inicio de un proceso intensivo de culturización, en el que ellos actúan como mediadores entre el ser humano recién llegado y la realidad, decodificándola, interpretándola y comunicándola por medio del lenguaje, de tal forma que el nuevo ser irá interiorizando paulatinamente.

En definitiva, lo primero que debe asumir el nuevo ser para desenvolverse en el mundo real es que, por encima de todo, es un aprendiz y que, por consiguiente,

¹ COUSINET, Roger. *Pedagogía del aprendizaje*. 8va edición. Barcelona: Planeta, 1980.

además de recopilar conocimientos, su principal misión es la de “aprender cómo aprender más y mejor”.

Considerando que todo aprendizaje implica una modificación de algún conocimiento previamente aprendido, se debe afirmar que únicamente se puede aprender de la experiencia.

En resumen lo que se debe hacer es buscar métodos para que el individuo aprenda más rápidamente y con mejor asimilación toda la realidad que funciona en su entorno. Para esto los enseñantes deben de valerse de todas las herramientas que consideren necesarias para que el individuo asimile mejor todo el aprendizaje.

1.2 DIDÁCTICA Y PEDAGOGÍA

1.2.1 INFLUENCIA DE LA FORMA DE ENSEÑAR SOBRE LA MANERA DE APRENDER DEL ESTUDIANTE²

Los medios que un enseñante o profesor utiliza para enseñar varios contenidos se aprenden, con frecuencia, asociados a dichos contenidos. Por ejemplo la mayoría de veces en que desea aprender algo acerca de los ríos de un país o de los reyes de una dinastía, es muy común que se tienda a ordenarlos en listas que luego se repetirán, que a situarlos en un mapa geográfico o político, o a elaborar un cuadro sinóptico en el que se describan las características de cada monarca o de cada río, si generalmente este tipo de datos son explicados en clase en forma de listas que recordar.

De igual manera, si se enseña el mismo ejemplo con un mapa de conceptos, no se puede afirmar que se esté influyendo decisivamente en la manera cómo los alumnos estudiarán dicha materia.

El hecho generalizado de que los profesores, mediante su metodología de enseñanza, incidan de forma muy poco consciente y deliberada en la manera cómo sus alumnos estudian y aprenden su materia, puede tener efectos poco deseables, en un doble sentido; por ejemplo:

² STONES, E. *Psicología de la educación, aprendizaje y enseñanza*. 5ta edición. Madrid: Morata, 1980.

- a) Al inducir, sin querer, a los alumnos a modalidades de tratamiento de la información que favorezcan un pensamiento rígido y un aprendizaje mecánico.
- b) Al confundir a los alumnos sobre cuál es la mejor manera de estudiar dicha materia

Esto último es especialmente cierto cuando se produce una contradicción patente entre el mensaje ofrecido y las formas didácticas adoptadas para transmitirlo; y alcanza el máximo grado de incoherencia cuando es un formador de formadores quien explica cómo se debe enseñar y no enseña tal como dice que debe hacerse.

A los enseñantes les debería interesar en especial que sus estudiantes no sólo pudiesen utilizar procedimientos de aprendizaje idóneos para aprender sus enseñanzas en profundidad, sino también conseguir que fuesen capaces de desarrollar formas de razonamiento y de pensamiento vinculadas a la propia epistemología de la materia, es decir a los procedimientos a partir de los cuales se crean nuevos conocimientos en ese campo del saber.

1.2.2 ACTUACIONES QUE DEBERÍAN TENER LOS DOCENTES PARA FACILITAR LOS PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA³

- a) Inculcar a los estudiantes procedimientos de trabajo e investigación similares a los que han propiciado el desarrollo científico de esa materia, de tal manera que ayuden a formar conocimiento basado en cuestiones como dónde y cómo buscar y seleccionar la información más importante, cómo elaborar y confirmar hipótesis, de qué manera y bajo qué criterios organizar y presentar la información descubierta, etc.

Esto no quiere decir que, enseñar una disciplina, empleando la misma metodología de estudio e investigación que ha propiciado su desarrollo científico sea la única posibilidad.

- b) Explicar las relaciones existentes entre lo que se enseña y cómo se lo enseña, ofreciendo modelos de aprendizaje sobre cómo aprender la materia y qué se

³ MONEREO FONT, Carles. *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela*. 8va edición. Barcelona: Graó, 2000. p45.

puede hacer con lo que se ha aprendido. Esto implica favorecer la utilización estratégica de los procedimientos de aprendizaje.

Un riesgo muy común de esta propuesta es que el enseñante, partiendo de teorías implícitas inadecuadas, pueda ofrecer modelos y procedimientos de aprendizajes inadecuados e incluso incorrectos. Para evitar esto es necesario potenciar dentro de los centros una dinámica de formación continuada, basada en los análisis de los comportamientos docentes y en las teorías que los sustentan, por parte de equipos multidisciplinares (maestros, psicopedagogos y didactas)

- c) Para facilitar el aprendizaje de una manera eficaz, el profesor debería tener en cuenta tanto el proceso como lo que se estudia en una disciplina. A los alumnos se les pueden enseñar técnicas de estudio. Hay que animar a los alumnos a relacionar los requisitos de la situación de estudio o las exigencias de la tarea, con las estrategias que se podrían empezar, a ser críticos con su propio estudio y a serlo sin la presencia del profesor.

El equilibrio entre la aplicación concreta de una estrategia y la vocación de generalización a nuevos problemas que posee toda estrategia es una de las misiones más importantes.

- d) Establecer sistemas de evaluación que permitan la reelaboración de las ideas enseñadas y no sólo su réplica. Distintos estudios han mostrado que la manera de plantear la evaluación de lo aprendido condiciona en buena medida la forma y la calidad del estudio y del aprendizaje de los alumnos. Las pruebas objetivas parecen favorecer un aprendizaje más mecánico y repetitivo, mientras que las evaluaciones basadas en la resolución de problemas o el análisis de casos facilitan un aprendizaje más significativo y comprensivo del material estudiado.

Por consiguiente, enseñar a los alumnos a actuar estratégicamente cuando aprenden significa traspasarles la función reguladora que realiza el maestro para que autorregulen su aprendizaje y puedan así planificar, controlar y evaluar sus operaciones mentales mientras aprenden. Un proceso de enseñanza-aprendizaje capaz de guiar al alumno de la dependencia de su profesor, hacia una competencia cada vez mayor y una autonomía en el

control de su propio aprendizaje, podría, en términos generales, proporcionar distintas ayudas psicopedagógicas siguiendo la propuesta que se indica en la **Figura 1. 1.**

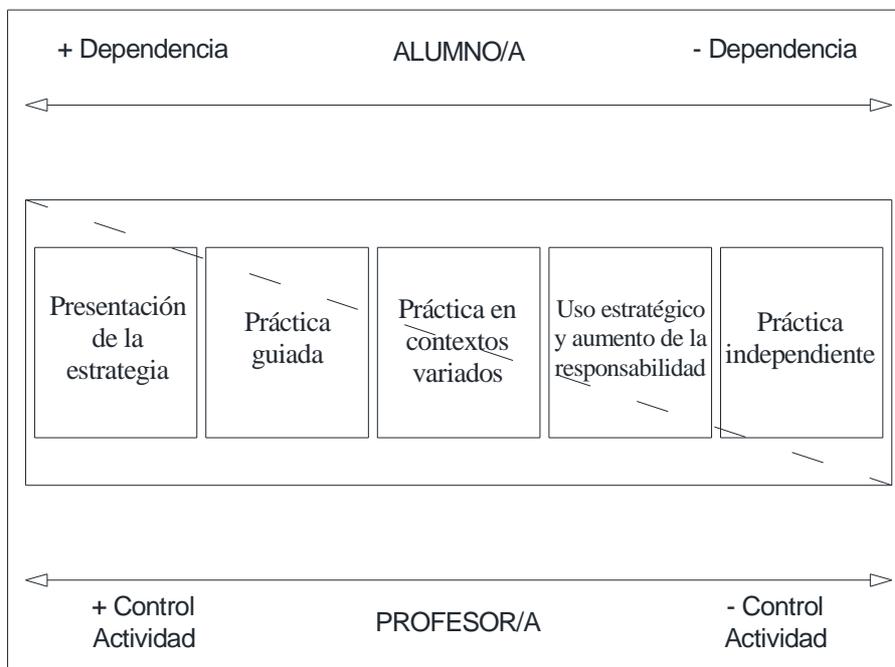


Figura 1. 1 Enseñanza-aprendizaje del uso estratégico de procedimientos⁴

Como puede observarse, el proceso de enseñanza se inicia con una situación de presentación en la que el docente enseñaría la forma apropiada de ejecutar el procedimiento introducido a través de métodos como la explicación de una guía concreta, la ejemplificación de cómo utilizar el procedimiento a través de un modelo o exponiendo en voz alta las decisiones que deben tomarse en cada etapa del proceso de aplicación.

⁴ MONEREO FONT, Carles. *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela*. 8va edición. Barcelona: Graó, 2000. p67.

CAPÍTULO 2

2. TEORÍA

2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES PARA EL DISEÑO

2.1.1 PRESENTACIÓN

La selección de un material para construir cualquier elemento, sea éste parte de una máquina o no, es una de las consideraciones más importantes que se deben tomar en cuenta cuando se desea fabricar algún elemento. Generalmente esta decisión se toma antes de diseñar o dimensionar el elemento.

Cuando se va a diseñar el elemento se debe tener ya seleccionado el material, ya que muchos de los cálculos para el diseño del mismo necesitan la información de algunas propiedades mecánicas del material. Algunas propiedades pueden ser más relevantes que otras, todo depende del elemento que se quiera elaborar y del proceso que se utilizará para crear la geometría deseada.

Se debe tomar en cuenta el hecho de que muchos elementos serán elaborados solamente para llenar espacios o por cuestiones estéticas, por lo que la selección del material para este tipo de elementos no es muy importante como se mencionó anteriormente.

Antes de indicar las propiedades mecánicas de los materiales primero se van a brindar algunos conceptos básicos para la mejor comprensión del presente texto.

2.1.2 CUERPO

Un cuerpo es un objeto que posee volumen, masa y dimensiones definidas; y además ocupa un lugar en el espacio.

2.1.3 FUERZA⁵

La fuerza es aquella magnitud física que mide el grado de interacción entre dos cuerpos. Esta interacción puede ser de dos tipos: por contacto, por ejemplo cuando un cuerpo empuja a otro; y a distancia como por ejemplo la fuerza gravitacional.

⁵ VALLEJO, Patricio. *Vallejo Zambrano - Física Vectorial 1*. Quito: Ediciones Rodin, 2008.

El resultado de esta interacción de fuerzas produce desplazamiento y/o deformación de uno o ambos cuerpos a la vez.

Las fuerzas se clasifican en dos tipos dependiendo de su origen

2.1.3.1 Fuerzas Internas

Estas fuerzas provienen del interior del mismo cuerpo, por ejemplo la presión que ejerce el aire en el interior de un globo sobre el mismo.

2.1.3.2 Fuerzas Externas

Estas fuerzas provienen del exterior del cuerpo y son ocasionadas por todos los cuerpos adyacentes o próximos al cuerpo afectado, como por ejemplo el choque de dos automóviles, donde el vehículo que impacta aplica fuerza sobre el vehículo impactado.

2.1.4 ESFUERZO

Los esfuerzos son similares a las fuerzas con la diferencia de que las fuerzas son puntuales, es decir su aplicación es solamente sobre un punto del cuerpo, mientras que los esfuerzos son aplicados y distribuidos sobre un área determinada.

Los esfuerzos se simbolizan con la letra griega sigma minúscula [σ] y se clasifican en dos tipos dependiendo de su orientación y efecto producido sobre el cuerpo.

2.1.4.1 Esfuerzos Normales

Estos esfuerzos son aplicados en dirección perpendicular al plano del cuerpo, dependiendo del sentido de estos esfuerzos se los denomina de tracción si es hacia el exterior del cuerpo y de compresión si es hacia el interior del cuerpo.

Este tipo de esfuerzos producen deformación en el cuerpo ya que al menos dos de los mismos actúan opuestamente entre sí a lo largo de una línea recta.

2.1.4.2 Esfuerzos Cortantes Tangenciales

Estos esfuerzos a diferencia de los normales actúan en dirección tangencial al plano del cuerpo produciendo desplazamiento de una parte del cuerpo sobre el mismo.

2.1.5 DIFERENCIAL DE ÁREA

El diferencial de área se conoce también vulgarmente como “elementito” y es una parte muy pequeña de material cuyas dimensiones no están definidas, pero se supone que podría encontrarse en el orden de milésimas de milímetro.

Los diferenciales de área o elementitos son representaciones teóricas gráficas en dos dimensiones, es decir no son reales; solamente se utilizan para representación y comprensión de los esfuerzos que están siendo aplicados sobre un cuerpo. Un ejemplo de diferencial de área se puede apreciar en la **Figura 2. 1**.

2.1.6 BARRA

Es un cuerpo rígido y alargado cuya forma puede ser diversa, Por ejemplo puede tener forma triangular, circular, rectangular, de estrella, de elipse, etc. Necesariamente su longitud debe ser considerablemente más grande que el espesor.

2.1.7 VIGA

Es una barra con forma definida y sección constante, mayoritariamente se utilizan en la construcción para ensamblar y unir estructuras.

Los expertos del tema han desarrollado ciertos tipos de vigas con formas y medidas definidas, dependiendo del trabajo que éstas vayan a cumplir, las vigas con formas y medidas definidas se pueden encontrar fácilmente en el mercado. Ejemplos de perfiles de vigas existentes en el mercado ecuatoriano se pueden apreciar en la **Figura 2. 2**.

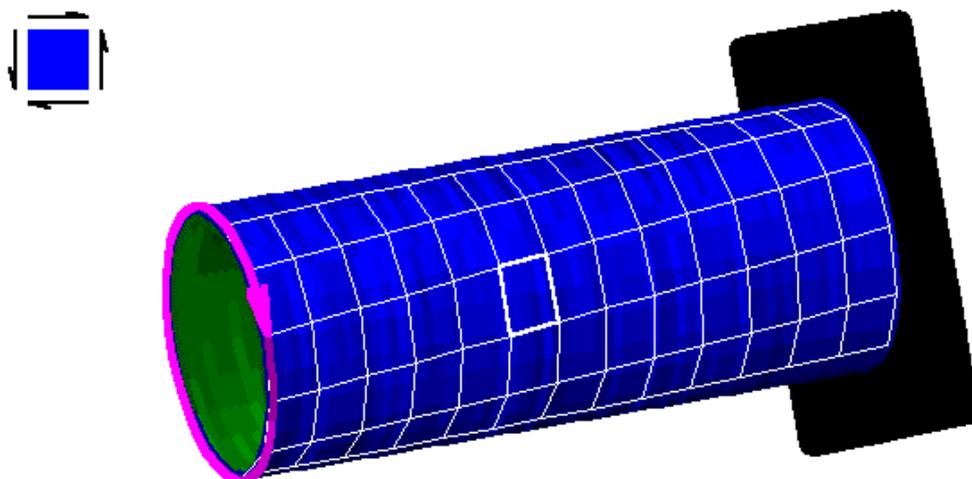


Figura 2. 1 Diferencial de área en un tubo empotrado⁶

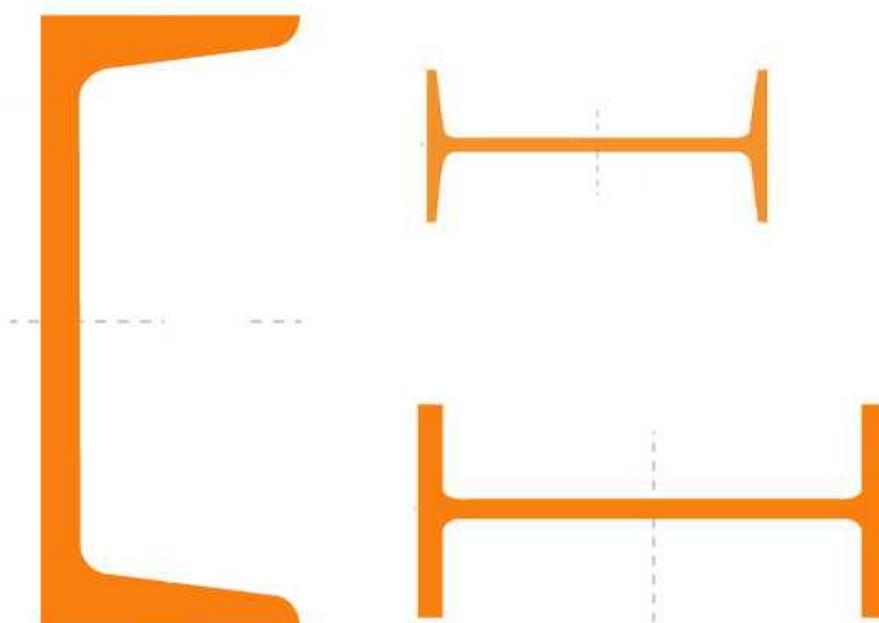


Figura 2. 2 Diferentes tipos de perfiles de vigas⁷

⁶ MDSOLIDS. Windows versión 6.0.1.4.

⁷ DIPAC, *Productos de acero*, http://www.dipacmanta.com/categoria_resultado.php [ref. 26 mar. 11]

2.1.8 DUREZA⁸

Cuando los conocimientos en ingeniería son muy escasos, se maneja el término de dureza como la capacidad de un material para no deformarse, es decir un material es más duro mientras más macizo es. Esto significa que la mayoría de personas tienen nociones generales acerca del verdadero concepto de dureza, pero no es el apropiado.

La dureza es la resistencia que tiene un material para ser penetrado por otro material que tenga una punta, en otras palabras es la resistencia que tiene un material para dejarse rayar por otro.

Existen distintas escalas para medir la dureza, a continuación se van a indicar las dos más utilizadas.

DUREZA ROCKWELL

Se indican en las normas ASTM E-18 y las mediciones se realizan de manera rápida y fácil, se pueden reproducir con rapidez y la máquina de ensayo es de fácil uso. Las escalas de dureza Rockwell se designan con letras mayúsculas del alfabeto normalizado internacional. Los penetradores se describen como un diamante, una bola con un diámetro de 1/16 de pulgada, y un diamante de las escalas A, B y C, respectivamente. En la Tabla 2. 1 se muestran las durezas Rockwell con diferentes tipos de penetradores, su símbolo y los materiales más recomendados para cada escala diferente.

DUREZA BRINELL

En la prueba, la herramienta de penetración con la cual se aplica la fuerza es una bola y el número de dureza H_B se determina como el número que es igual a la carga aplicada dividida para el área superficial esférica de la huella. De esta forma, las unidades de H_B son las mismas que las de la prueba, aunque rara vez se emplean. La prueba de dureza Brinell toma más tiempo en realizarse, puesto que H_B debe calcularse a partir de los datos de la prueba. La ventaja principal de ambos métodos reside en que para la mayoría de los casos son no destructivos.

⁸ UTP, *Universidad Técnica de Pereira*, <http://www.utp.edu.co/~publio17/propiedades.htm> [ref. 26 mar. 11]

Otra ventaja es que ambos métodos son empíricos y están relacionados de manera directa con la resistencia última del material.

Tabla 2. 1 **Escalas de dureza Rockwell⁹**

Símbolo	Penetrador	Carga [kg]	Aplicaciones
A	Diamante	60	Aceros tratados y sin tratar, chapas duras y delgadas, materiales muy duros
B	Esfera $\frac{1}{16}$ "	100	Aceros recocidos y normalizados
C	Diamante	150	Aceros tratados térmicamente
D	Diamante	100	Aceros cementados
E	Esfera $\frac{1}{8}$ "	100	Metales blandos y antifricción
F	Esfera $\frac{1}{16}$ "	60	Bronce recocido
G	Esfera $\frac{1}{16}$ "	150	Bronce al fósforo
H	Esfera $\frac{1}{8}$ "	60	Metales blandos poco homogéneos, fundiciones
I	Esfera $\frac{1}{8}$ "	150	Aplicaciones análogas al tipo anterior

2.1.9 DUCTILIDAD Y MALEABILIDAD

La ductilidad es la propiedad que poseen los materiales para deformarse bajo la acción de fuerzas externas de tracción, como por ejemplo en la fabricación de alambres, donde por estiramiento paulatino de una barra ésta se adelgazará constantemente hasta formar un alambre.

Un material es más dúctil mientras más se deforma, como por ejemplo la plastilina común que se tiene en casa.

Un concepto similar a ductilidad es la maleabilidad, sólo que en este caso las fuerzas externas son de compresión y no de tracción.

No necesariamente un material puede ser dúctil y maleable a la vez, por ejemplo el plomo es muy maleable pero no es muy dúctil. Como la gran mayoría de los

⁹ SIZES, *Informativo técnico*, http://www.sizes.com/units/hardness_rockwell.htm [ref. 26 mar. 2011]

materiales son dúctiles y maleables por igual, generalmente se utiliza el término ductilidad para referirse a ambos casos.

La ductilidad en los materiales se mide por medio de la deformación unitaria [ϵ_f] que es el cambio de longitud que un material soporta hasta antes de la fractura, se mide proporcionalmente comparando la medida deformada con la medida inicial del elemento antes de que sufra cualquier deformación.

2.1.10 ELASTICIDAD

La elasticidad es una propiedad mecánica que permite a un elemento adquirir su forma y tamaño originales luego de haber sido deformado momentáneamente a causa de la aplicación de fuerzas externas.

Esta propiedad depende netamente del material con que esté conformado el elemento. Existen materiales, como el vidrio, que poseen elasticidad demasiado baja, a estos materiales se los considera prácticamente de elasticidad nula.

Todos los materiales tienen un límite de elasticidad definido, esto significa que se deformarán hasta cierto punto, ya que si se aplica más fuerza de la permitida por el límite elástico, el cuerpo continuará deformándose, pero ya no regresará a su posición original cuando se retiren las fuerzas aplicadas.

ELASTICIDAD LINEAL

Es aquella en donde el cuerpo regresa perfectamente y en su totalidad a su forma original luego de retirar las fuerzas externas aplicadas.

Un ejemplo de elasticidad lineal es cuando se estira o comprime un resorte, al soltarlo regresa a su forma original.

ELASTICIDAD NO LINEAL

Este tipo de elasticidad es una transición del estado elástico a plástico, aquí el cuerpo no regresa a su forma original en su totalidad sino más bien sólo un poco.

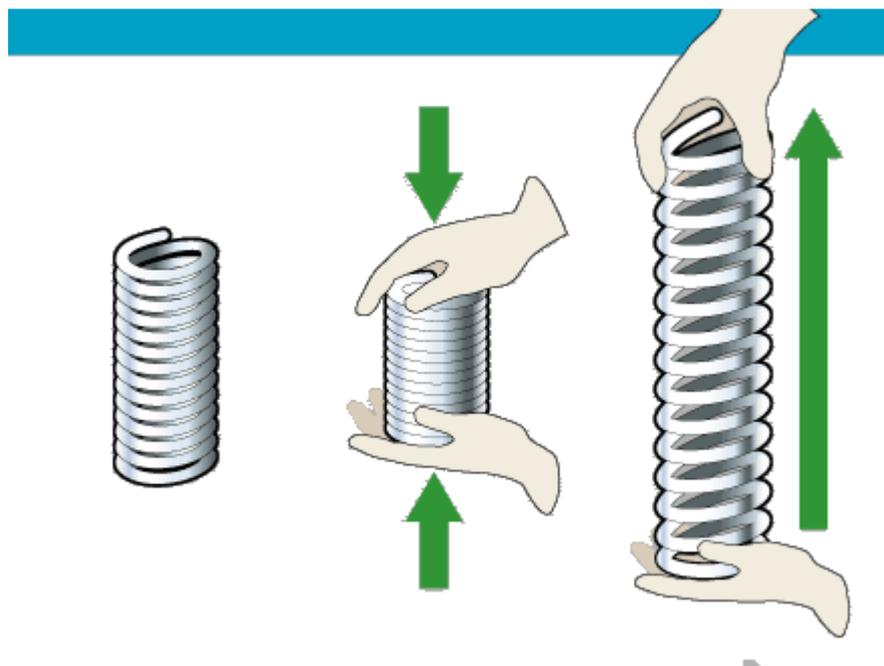


Figura 2. 3 Resorte sometido a compresión y tracción¹⁰

2.1.11 PLASTICIDAD

La plasticidad es una propiedad mecánica similar a la elasticidad solamente que la plasticidad inicia en el momento en que la elasticidad termina y finaliza en el momento en que el cuerpo se rompe.

Como se indicó anteriormente en una breve reseña la plasticidad es la capacidad de los cuerpos para deformarse mientras se estén aplicando fuerzas externas, pero a diferencia de la elasticidad cuando se retiran estas fuerzas el cuerpo no regresa a su forma original sino que más bien queda deformado permanentemente.

Un ejemplo de plasticidad es cuando se deforma plastilina, como la que hay en casa, ya que por más pequeña que sea la deformación la plastilina no regresará a su forma original después de retirar las fuerzas de aplicación.

2.1.12 DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN UNITARIA

El uso de los materiales en la ingeniería hace necesario el conocimiento de las propiedades mecánicas de los mismos, para conocer algunas de estas propiedades es necesario llevar a cabo ciertas pruebas o ensayos. Organismos

¹⁰ DISCOVERY, *Compañía Científica Internacional*, <http://science.howstuffworks.com/crossbow2.htm> [ref. 26 mar. 2011]

como la ASTM (American Society for Testing and Materials) se encargan de estandarizar las pruebas.

Algunos materiales, en especial los metálicos, tienen una combinación de comportamiento elástico y plástico en mayor o menor proporción.

Todo cuerpo al soportar una fuerza aplicada trata de deformarse en el sentido de la aplicación de la fuerza. En el caso del ensayo de tracción, la fuerza se aplica en dirección del eje de ella y por eso se denomina axial, la probeta se alargará en dirección de su longitud y se encogerá en su sección. Aunque el esfuerzo y la deformación ocurren simultáneamente en el ensayo, los dos conceptos son completamente distintos.

El diagrama de la **Figura 2. 4** expresa tanto el esfuerzo como la deformación en términos de las dimensiones originales de la probeta, el ensayo de tracción estándar es un procedimiento muy útil cuando se tiene interés en determinar los datos de resistencia y ductilidad para propósito de diseño en ingeniería.

La curva Esfuerzo - Deformación (denominada frecuentemente curva de fluencia, por proporcionar el esfuerzo necesario para que el metal fluya plásticamente hacia cualquier deformación dada), muestra realmente lo que sucede en el material. Por ejemplo en el caso de un material dúctil sometido a tracción, éste se hace inestable y sufre estricción localizada durante la última fase del ensayo y la carga requerida para la deformación disminuye debido a la disminución del área transversal, además el esfuerzo de tracción medio basado en la sección inicial disminuye también produciéndose como consecuencia un descenso de la curva después del punto de carga máxima. Pero lo que sucede en realidad es que el material continúa endureciéndose por deformación hasta producirse la fractura, de modo que el esfuerzo de tracción requerido debería aumentar para producir mayor deformación.

ZONAS DEL DIAGRAMA ESFUERZO – DEFORMACIÓN UNITARIA

Zona elástica lineal: El material sufre cambio mínimo en su longitud y área transversal, en esta zona el material puede regresar a sus condiciones originales si se retiran las cargas aplicadas.

Zona elástica no lineal: Esta zona también es conocida como zona de transición ya que aquí el material pasa del estado elástico al plástico, esta zona es muy pequeña.

Zona plástica: El material empieza a perder resistencia ya que su área transversal se va reduciendo y el material se va endureciendo, en esta zona el material no puede regresar a sus condiciones originales si se retiran los esfuerzos aplicados.

2.1.13 TENACIDAD¹¹

La tenacidad es la capacidad de un material para absorber energía de deformación antes de alcanzar la rotura o fractura.

Ya que la tenacidad tiene que ver con la energía absorbida por el material debido a las deformaciones ocasionadas por las fuerzas externas, la tenacidad viene asociada con varias propiedades mecánicas como ductilidad, elasticidad, plasticidad, etc.

Esta propiedad se valora mediante una prueba sencilla en una máquina de ensayos de impacto. Hay dos métodos diferentes para evaluar esta propiedad. El uno se denomina ensayo Charpy y el otro se denomina ensayo Izod. La diferencia entre los dos radica en la forma de cómo se posiciona la probeta de muestra. La probeta que se utiliza para ambos ensayos es una barra de sección transversal cuadrada dentro de la cual se ha realizado una muesca en forma de V. En la **Figura 2. 5** se puede apreciar dicha probeta.

¹¹MONOGRAFÍAS , *Buscador Web*, <http://www.monografias.com/trabajos46/fracturas-mecanicas/fracturas-mecanicas2.shtml> [ref. 26 mar. 2011]

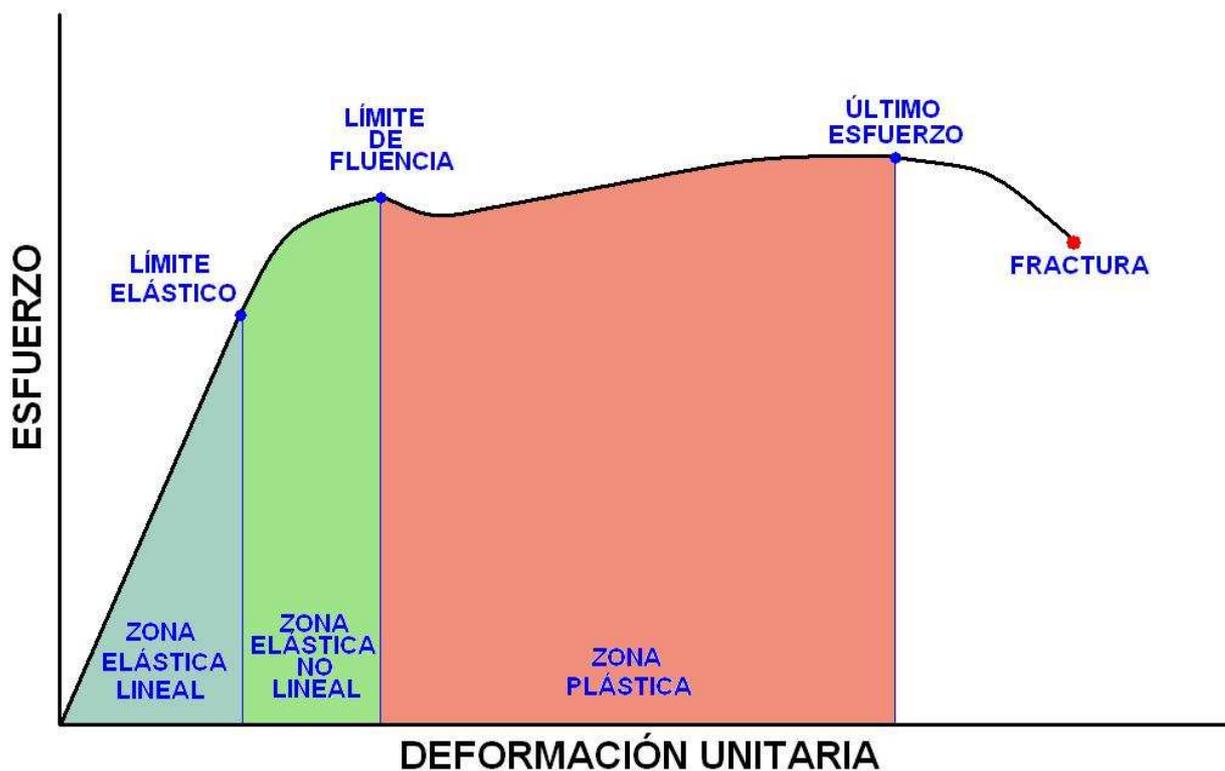


Figura 2. 4 Diagrama esfuerzo – deformación unitaria

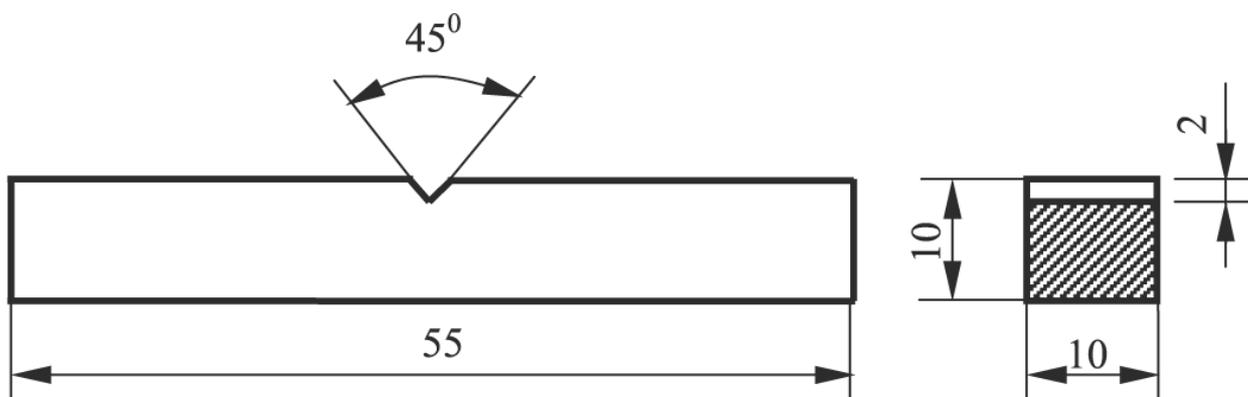


Figura 2. 5 Probeta para ensayos Charpy e Izod

Esta probeta se sostiene mediante mordazas paralelas que se localizan de forma horizontal en el ensayo tipo Charpy y de forma vertical en el ensayo tipo Izod. Se lanza un péndulo pesado desde una altura h conocida, este péndulo golpea la muestra al descender y la fractura. Si se conoce la masa del péndulo y la diferencia entre la altura final e inicial, se puede calcular la energía absorbida por la fractura.

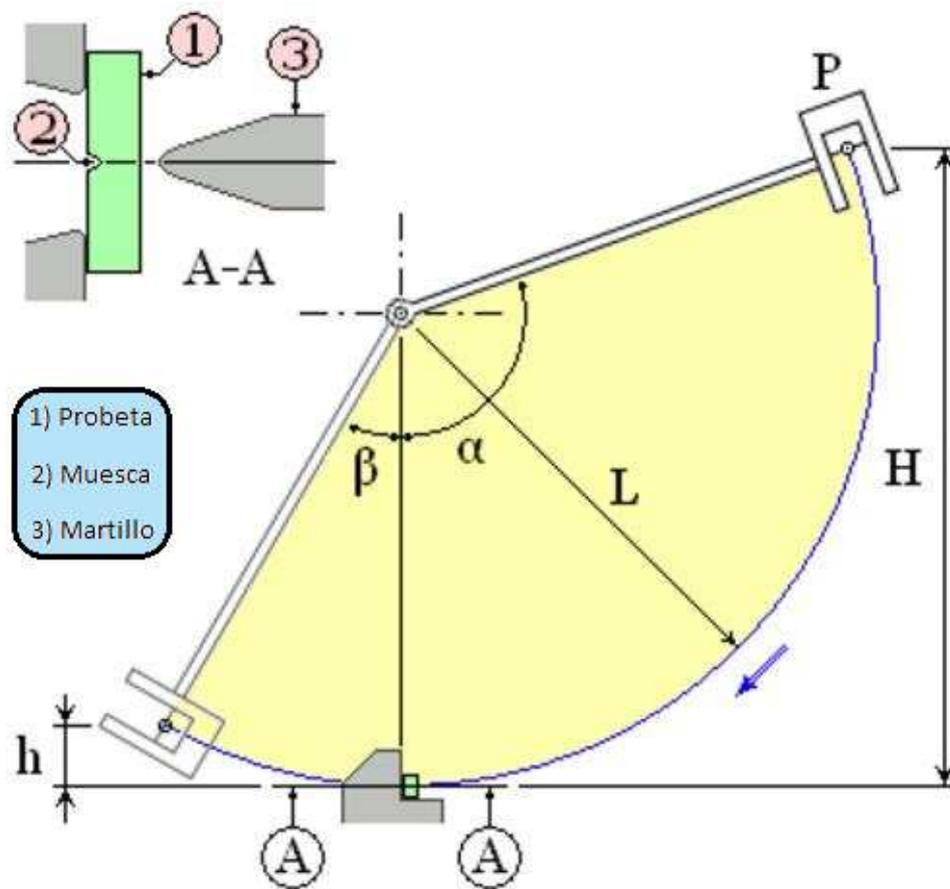


Figura 2. 6 Ensayo Charpy

El ensayo de impacto genera datos útiles cuantitativos en cuanto a la resistencia del material al impacto o en otras palabras la tenacidad del material. Sin embargo, no proporcionan datos adecuados para el diseño de secciones de materiales que contengan grietas o defectos. Este tipo de datos se obtiene desde la disciplina de la Mecánica de la Fractura, en la cual se realizan estudios teóricos y experimentales de la fractura de materiales estructurales que contienen grietas o defectos preexistentes.

2.1.14 FATIGA¹²

En la mayoría de los ensayos para determinar las propiedades de los materiales que se relacionan con el diagrama esfuerzo – deformación, la carga se aplica en forma gradual, para proporcionar suficiente tiempo a fin de que la deformación se desarrolle en su totalidad. Además, la muestra se ensaya hasta su destrucción,

¹² BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. p264.

por lo cual los esfuerzos sólo se aplican una vez. Por ello, los ensayos de esta clase se aplican bajo lo que se conoce como condiciones estáticas, que se aproximan en gran medida a las condiciones reales a las que se someterán muchos elementos estructurales y de máquinas.

Sin embargo, con frecuencia existe una condición en la cual los esfuerzos varían o fluctúan entre ciertos niveles. Por ejemplo, un diferencial de área en la superficie de un eje de motor que se somete a la acción de cargas flexionantes y torsionales, experimentando tracción, compresión y torsión por cada revolución del eje.

En este caso siempre estará un determinado esfuerzo sobre dicha fibra, pero ahora el nivel del esfuerzo será fluctuante. Éstas y otras clases de carga que ocurren en elementos de máquinas producen esfuerzos que se denominan esfuerzos variables, repetidos, alternantes, fluctuantes o cíclicos.

Una falla por fatiga tiene una apariencia similar a la fractura frágil, dado que las superficies de la fractura son planas y perpendiculares al eje del esfuerzo con la ausencia de adelgazamientos. Sin embargo, las características de fractura de una falla por fatiga son diferentes a la fractura frágil estática y surgen a partir de tres etapas de desarrollo.

- En la primera etapa se forman una o varias microgrietas
- En la segunda etapa las microgrietas se transforman en macrogrietas
- En la tercera y última etapa el material termina fracturándose durante el ciclo de esfuerzo final.

La falla por fatiga se debe a la formación y propagación de grietas. Por lo general, una grieta de fractura se inicia en una discontinuidad del material donde el esfuerzo cíclico es máximo.

2.1.15 COLABILIDAD

La colabilidad es la capacidad que tiene un material fundido (generalmente metales) para fluir con facilidad y así acoplarse perfectamente al molde que lo contendrá, de tal forma que no se produzca ningún tipo de defecto y lo llene en su totalidad.

2.1.16 MÓDULO DE RIGIDEZ

El módulo de rigidez es una magnitud física que indica la facilidad con que un material se puede deformar

2.1.17 SOLDABILIDAD

La soldabilidad es la propiedad que permite la unión de dos materiales (generalmente metales) sin el uso de elementos rígidos adicionales, como pernos o clavos, llevando las secciones a unir con ayuda de altas temperaturas y con o sin material de aportación. El acero, con bajo contenido en carbono, es uno de los materiales que mejor soldabilidad tiene, por presentar un amplio periodo plástico.

Tabla 2. 2 **Soldabilidad por proceso**

Material	Soldadura por arco	Soldadura oxiacetilénica	Soldadura por haz de electrones	Soldadura por resistencia	Soldadura fuerte	Soldadura blanda	Unión por adhesivo
Hierro Fundido	G	R	N	Rv	D	N	G
Aceros al carbono y aceros de baja aleación	R	R	G	R	R	D	G
Acero inoxidable	R	G	G	R	R	G	G
Aluminio y magnesio	G	G	G	G	G	R	R
Cobre y sus aleaciones	G	G	G	G	R	R	G
Níquel y sus aleaciones	R	G	G	R	R	G	G
Titanio	G	N	G	G	D	Rv	G
Plomo y zinc	G	G	N	D	N	R	R
Termoplásticos	N	N	N	N	N	N	G
Termoestables	N	N	N	N	N	N	G
Elastómeros	N	N	N	N	N	N	R
Cerámicos	N	Rv	G	N	N	N	R
No metales	D	D	G	D	D/G	R	R

G = Generalmente; R = Recomendado; D = Difícil; Rv = Rara vez; N = No usada

Son de baja soldabilidad, (o requieren procedimientos y materiales de aportación muy especiales) aquellos materiales que pasan bruscamente del estado sólido al líquido, y que por tanto carecen de periodo plástico, tales como el aluminio o el bronce.

Mientras la soldabilidad puede estar establecida por el material o la aleación con la que se trabaja, algunos procesos de soldadura trabajan mejor para ciertos materiales que para otros. Incluso dentro de ciertos procesos, la calidad de la soldadura puede variar grandemente dependiendo de los parámetros que se utilicen, como por ejemplo el electrodo, los gases de protección, la velocidad de soldadura y el tiempo de enfriamiento.

2.2 EL ACERO

2.2.1 PRESENTACIÓN

La producción de hierro empezó a desarrollarse por el hombre aproximadamente 2000 años antes de Cristo en el sur de Asia. En el inicio de la era del hierro, éste reemplazó al bronce para la fabricación de armas. Este cambio se dio debido a que descubrieron que agregando un poco de carbón al hierro éste se volvía más fuerte y más durable.

El hierro es el cuarto elemento más abundante en la tierra y prácticamente cubre el 5% de toda la corteza terrestre.

El acero tiene un contenido de carbono que varía entre 0,2% y 1,5%, la cantidad de carbono necesaria hace más duro al acero que al hierro, pero si se excede la cantidad de carbono éste se vuelve más frágil y en este caso se lo denominará fundición.

2.2.2 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL ACERO

Ya que existe una infinidad de aceros con múltiples propiedades físicas, químicas y mecánicas, unos con más propiedades que otros, se pueden citar algunas propiedades genéricas:

- Su densidad media es cercana a 7850 kg/m³.
- En función de la temperatura el acero se puede contraer, dilatar o fundir.
- Es un material con alta tenacidad
- Es un material dúctil y maleable
- Su costo en el mercado es muy bajo en comparación con otros metales o aleaciones.

- Permite una buena mecanización en máquinas herramientas antes de recibir un tratamiento térmico.
- Se puede soldar con facilidad, especialmente los aceros con bajo contenido de carbono
- Una gran desventaja que presenta el acero es su fácil susceptibilidad a la corrosión, ya que el hierro es un elemento que se oxida con suma facilidad.

Debido a las distintas características indicadas más su bajo costo de producción (en serie), el acero es un material ideal para resistir grandes fuerzas a altas temperaturas y altas velocidades, además de la fácil maquinabilidad que tiene.

2.2.3 DIAGRAMA HIERRO-CARBONO (Fe-C)

En el diagrama de equilibrio, o de fases, Fe-C se representan las transformaciones que sufren los aceros al carbono con la temperatura, admitiendo que el calentamiento o enfriamiento de la mezcla se realiza muy lentamente de modo que los procesos de difusión (homogeneización) tienen tiempo para completarse. Dicho diagrama se obtiene experimentalmente identificando los puntos críticos y temperaturas a las que se producen las sucesivas transformaciones.

El hierro puro presenta tres estados alotrópicos a medida que se incrementa la temperatura desde el ambiente:

- Hasta los 911 °C, el hierro ordinario, cristaliza en el sistema cúbico centrado en el cuerpo (BCC por sus siglas en inglés) y recibe la denominación de **hierro α** o **ferrita**. Es un material dúctil y maleable responsable de la buena forjabilidad de las aleaciones con bajo contenido en carbono y es ferromagnético hasta los 770 °C. La ferrita puede disolver muy pequeñas cantidades de carbono.

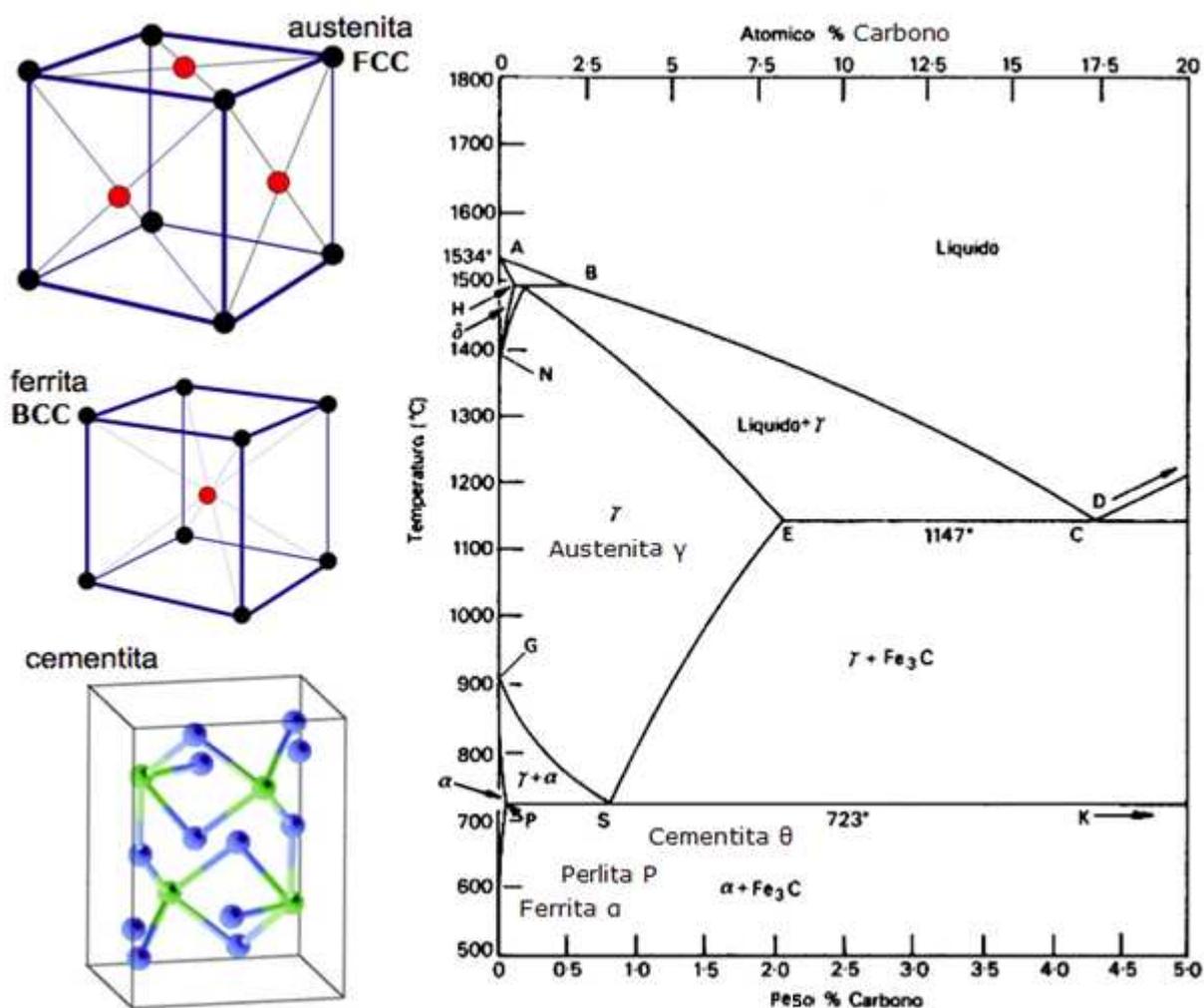


Figura 2. 7 Diagrama hierro – carbono¹³

- Entre los 911 y 1400 °C cristaliza en el sistema cúbico centrado en las caras (FCC por sus siglas en inglés) y recibe la denominación de **hierro γ** o **austenita**. Dada su mayor compactibilidad la austenita se deforma con mayor facilidad y es paramagnética.
- Entre los 1400 y 1538 °C regresa de nuevo al sistema cúbico centrado en el cuerpo y recibe la denominación de **hierro δ** que es en esencia el mismo hierro alfa pero con parámetro de red mayor por efecto de la temperatura.

A mayor temperatura el hierro se encuentra en estado líquido.

¹³ METALLURGY FOR DUMMIES, *Informativo Metalúrgico*, <http://metallurgyfordummies.blogspot.com/2009/10/crystal-structures-of-austenite-ferrite.html> [ref. 26 mar. 2011]

Si se añade carbono al hierro, sus átomos podrían situarse simplemente en los intersticios de la red cristalina de este último; sin embargo en los aceros aparecen combinaciones de carburo de hierro (Fe_3C), es decir, un compuesto químico definido y que recibe la denominación de cementita de modo que los aceros al carbono están constituidos realmente por ferrita y cementita.

2.3 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

El diagrama de cuerpo libre es un medio que se utiliza para indicar todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo rígido.

El diagrama de cuerpo libre es una herramienta indispensable en el diseño, ya que permite realizar un análisis minucioso en una estructura o máquina, por más complejas que éstas sean. Lo que se hace es desglosar la estructura o máquina en cada elemento y así analizarlos uno a uno para ver cuál sería el que más probabilidades tiene de fallar, ya que en base a éste se analizaría si la estructura o máquina resistirán las solicitaciones para las que fue diseñada.

PASOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE¹⁴

- a) Separar y seleccionar un cuerpo rígido (barra) para analizarlo. El cuerpo seleccionado debe contener una o más cantidades desconocidas (fuerzas o momentos).
- b) Luego de haber separado el cuerpo, se debe representarlo gráficamente de tal forma que sobresalgan los bordes del mismo. Esto es para indicar claramente que el cuerpo seleccionado no tiene relación en el análisis con los demás cuerpos del sistema. Este paso es el más crucial de todos porque hace que el cuerpo a ser analizado esté completamente separado de todo el sistema antes de continuar con el análisis.
- c) Identificar todas las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo por parte de los demás elementos adyacentes; y representar estas fuerzas en el gráfico ya trazado del cuerpo analizado.

¹⁴ MERIAM, James Lathrop. *Engineering Mechanics Statics*. 5ta edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 2002. p108

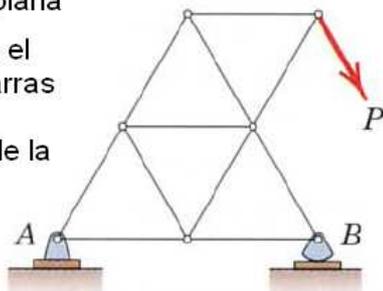
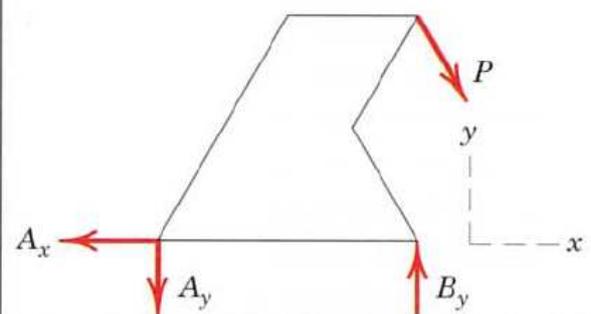
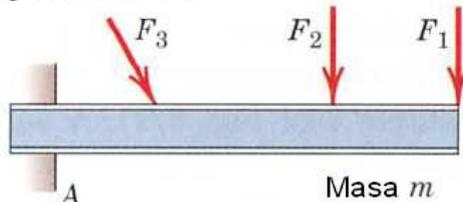
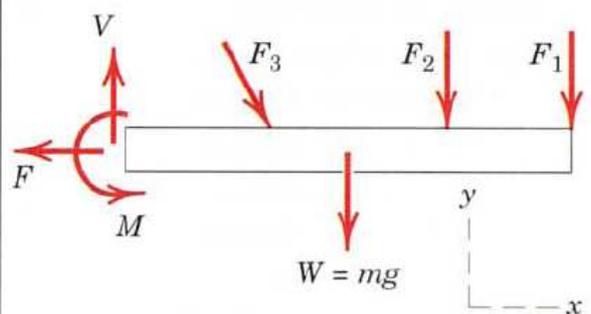
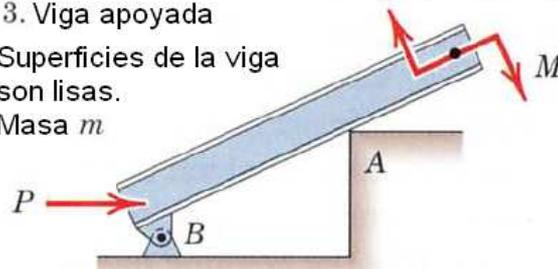
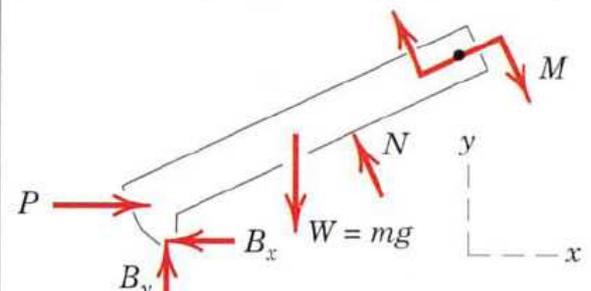
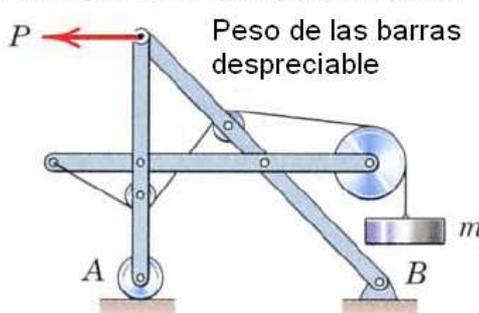
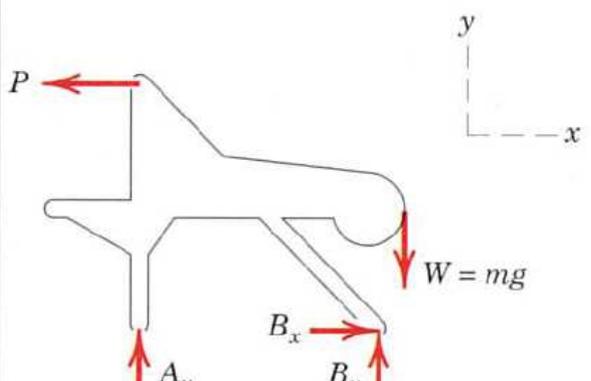
Ejemplos de diagrama de cuerpo libre	
Sistemas mecánicos	Diagrama de cuerpo libre
<p>1. Estructura plana</p> <p>Se asume que el peso de las barras es nulo a comparación de la fuerza P</p> 	
<p>2. Viga en cantiliver</p>  <p>Masa m</p>	
<p>3. Viga apoyada</p> <p>Superficies de la viga son lisas.</p> <p>Masa m</p> 	
<p>4. Sistema rígido de cuerpos conectados, analizados como una sola estructura</p> <p>Peso de las barras despreciable</p> 	

Figura 2. 8 Ejemplos de cómo hacer un diagrama de cuerpo libre¹⁵

¹⁵ MERIAM, James Lathrop. *Engineering Mechanics Statics*. 5ta edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 2002. p109

- d) Realizar un análisis completo del cuerpo para observar todas las fuerzas de contacto. Incluyendo todas las fuerzas del cuerpo como el peso (donde sea considerable). Representar todas las fuerzas actuantes mediante flechas vectoriales, cada una con su propia magnitud, dirección y sentido. De igual forma las fuerzas desconocidas deben ser representadas por flechas vectoriales, sólo que en este caso no se debe escribir el valor de la magnitud porque no se conoce todavía, la dirección generalmente sí se la conoce; y el sentido se debe asumir uno ya que al final del análisis éste saldrá positivo si la asunción fue correcta o negativo si fue incorrecta.
- e) Indicar el sistema de coordenadas sobre el diagrama, es importante trazar las medidas y fuerzas más relevantes. Pero se debe tener mucho cuidado con no saturar el diagrama de información. Para tener un mejor diagrama se recomienda utilizar varios colores.

2.4 ESFUERZOS EN BARRAS¹⁶

2.4.1 ESFUERZOS TORSIONALES

Cuando a una barra, generalmente de forma circular, se le aplica dos momentos o torques de igual magnitud pero en sentidos contrarios, este par de momentos aplicados al elemento mecánico ocasionan que éste se tuerza con respecto a su posición inicial y gire un ángulo determinado, como se muestra en la **Figura 2. 9**.

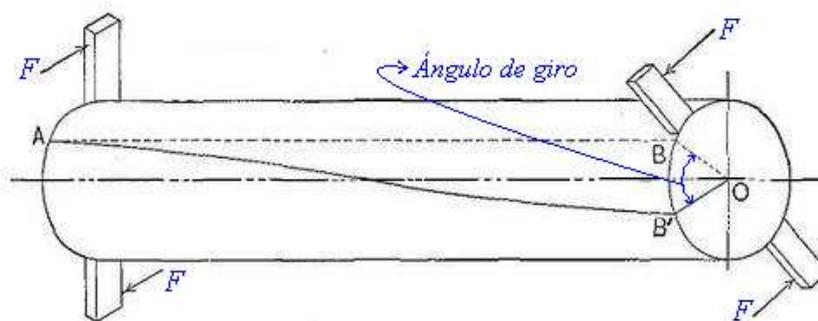


Figura 2. 9 Barra cilíndrica torsionada desde una posición AB hasta una posición AB' por la acción de las fuerzas F ¹⁷

¹⁶ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. p95.

¹⁷ CHEST OF BOOKS, *Biblioteca Virtual*, <http://chestofbooks.com/home-improvement/woodworking/Mechanical-Properties-of-Wood/Toughness-Torsion.html> [ref. 26 mar. 2011]

Considerando la barra de la **Figura 2. 9** sometida a torques iguales pero de sentidos contrarios producidos por las fuerzas F , se puede observar que el ángulo de giro está ligado proporcionalmente al torque aplicado y a la longitud de la barra, es decir el ángulo torcido para una barra de material y forma homogénea dependerá de la longitud de la misma y del torque aplicado.

Una propiedad importante de barras circulares o ejes es que cuando este tipo de elementos mecánicos están sufriendo torsión, cada sección transversal se mantiene plana y recta. En otras palabras, mientras todas las secciones transversales a lo largo del eje rotan diferentes ángulos, cada sección transversal se comporta y rota como si fuese un sólido rígido independiente. Situación que no ocurre con ejes de otras formas, como por ejemplo cuadradas.

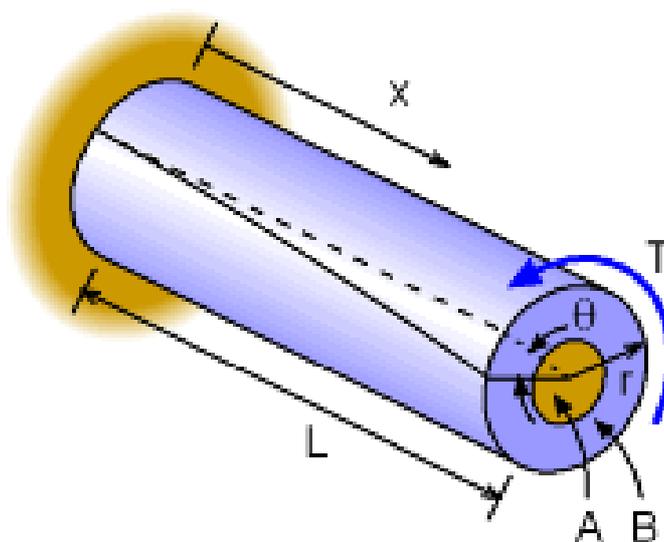


Figura 2. 10 Torsión en una barra cilíndrica sólida

donde T =par de torsión

L =longitud

G =módulo de rigidez

J =segundo momento polar de área (Magnitud física que indica la facilidad de torsión de un sólido con forma definida)

El ángulo de giro, en radianes, de una barra sólida de sección circular se calcula mediante:

$$\theta = \frac{TL}{GJ} \quad (2.1)$$

2.4.2 ESFUERZOS FLEXIONANTES

En el diseño se adopta la teoría de tener siempre una distribución uniforme de esfuerzos. Para este capítulo se llamará tracción, compresión o cortante puro, dependiendo de cómo se estén aplicando las fuerzas externas sobre el elemento mecánico. Algunas veces se emplea la palabra *simple* en lugar de puro para indicar que no hay otros efectos que compliquen el estado. Una barra sometida a tracción es un ejemplo típico. En este caso, una carga de tracción F se aplica mediante pasadores a los extremos de la barra. La suposición de esfuerzo uniforme significa que si se corta la barra en una sección alejada de los extremos y se remueve una parte, se puede reemplazar su efecto aplicando una fuerza uniformemente distribuida de magnitud $\sigma x A$ al extremo cortado. Por ello se dice que el esfuerzo σ está uniformemente distribuido y se calcula mediante la ecuación.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2-2)$$

Para que en la realidad exista una distribución uniforme de esfuerzos, el elemento mecánico o cuerpo tendría que:

- Ser uniforme y de un material homogéneo
- Tener la sección a considerar para el análisis lo suficientemente alejada de los extremos y de cualquier discontinuidad o cambio abrupto en la sección transversal.

En la **Figura 2. 11** se presenta una viga sometida a un momento positivo para la convención de signos del Sistema Internacional. El eje x es el eje neutro de la sección.

El eje neutro es aquel en donde los esfuerzos de compresión y los esfuerzos de tracción son nulos.

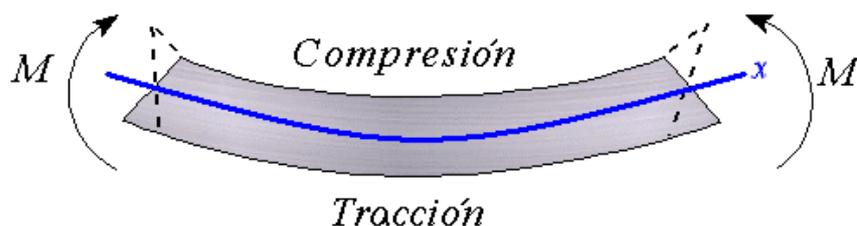


Figura 2. 11 Viga recta flexionada¹⁸

El esfuerzo en flexión varía linealmente con la distancia desde el eje neutro, y , y está dado por:

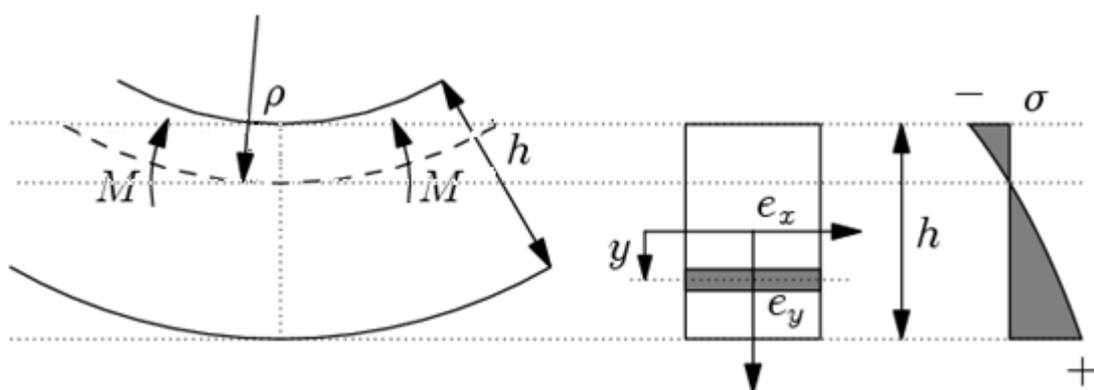


Figura 2. 12 Esfuerzos en flexión¹⁹

$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I} \quad (2-3)$$

donde I es el segundo momento de área alrededor del eje z . Esto es

$$I = \int y^2 dA \quad (2-4)$$

En la **Figura 2. 12** se muestra la distribución de esfuerzo dada por la ecuación (2-3). La magnitud máxima del esfuerzo en flexión ocurrirá donde y tenga la magnitud más grande. Si se designa $\sigma_{m\acute{a}x}$ como la magnitud máxima del esfuerzo en flexión y c como la magnitud máxima de y , entonces se tendrá:

¹⁸ MST, *Missouri University Of Science And Technology*, <http://web.mst.edu/~ide120/lessons/deflection/assumptions/index.html> [ref. 26 mar. 11]

¹⁹ WEBSTER, *Online Dictionary*, <http://www.websters-online-dictionary.org/definitions/bending?cx=partner-pub-0939450753529744%3Av0qd01-tdlq&cof=FORID%3A9&ie=UTF-8&q=bending&sa=Search#906> [ref. 26 mar. 11]

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mc}{I} \quad (2-5)$$

La ecuación (2-3) aún puede usarse para determinar que $\sigma_{m\acute{a}x}$ es tracción o compresión. A menudo, la ecuación (2-5) se escribe como

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M}{Z} \quad (2-6)$$

donde $Z=I/c$ se llama módulo de sección

2.4.2.1 Teoría De Euler – Bernoulli Para Esfuerzos Flexionantes²⁰

En la teoría de Euler – Bernoulli se asume que las secciones planas de una viga o barra se mantienen planas, situación que ocurre solamente en los ejes. En otras palabras, cualquier deformación producida por los esfuerzos cortantes a través de la sección no se debe considerar. También, esta distribución lineal es solamente aplicable si el esfuerzo máximo es menor que el esfuerzo de fluencia del material.

Cuando los esfuerzos son mayores al esfuerzo de fluencia, se denomina flexión plástica. En fluencia, el esfuerzo máximo experimentado en la sección (en los puntos más lejanos del eje neutral de la viga) se llama esfuerzo flexionante.

La ecuación de Euler – Bernoulli para flexión cuasiestática en vigas delgadas, isotrópicas y homogéneas de sección constante bajo cargas transversales aplicadas $q(x)$ es

$$q(x) = EI \quad (2-7)$$

donde E = módulo de Young

I = momento de inercia del área de la sección

$w(x)$ =deflexión del eje neutral de la viga

²⁰ BELTRÁN, Francisco. *Teoría general del método de los elementos finitos*. Madrid 1999. p47.

Luego de que la solución para el desplazamiento de la viga se ha obtenido el momento flexionante (M) y el esfuerzo cortante (Q), en la viga puede ser calculado utilizando las relaciones

$$M(x) = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2-8)$$

$$Q(x) = \frac{dM}{dx} \quad (2-9)$$

La flexión simple en vigas se analiza a veces con la ecuación de Euler – Bernoulli para vigas. Las condiciones que se deben cumplir para utilizar esta teoría son las siguientes:

- La viga debe estar sometida a flexión pura. Esto significa que no hayan esfuerzos cortantes, torsionales o axiales.
- El material debe ser isotrópico y homogéneo.
- El material debe obedecer la ley de Hooke (es linealmente elástica y no se deformará plásticamente).
- La viga es inicialmente recta y su sección se mantiene constante a lo largo de la misma.
- La viga tiene un eje de simetría en el plano de flexión.
- Las proporciones de la viga son tales que fallarían por flexión antes de llegar a la fractura o fisurarse.
- La sección de la viga se mantiene constante durante todo el proceso de flexión.

Los esfuerzos de compresión y tracción se desarrollan en la dirección del eje de la viga bajo las cargas de flexión. Estas fuerzas inducen a esfuerzos en la viga. El esfuerzo máximo de compresión se encuentra en el borde superior de la viga, mientras que el esfuerzo máximo de tracción se encuentra en el borde inferior de la viga, esto cuando el momento de flexión es como el de la **Figura 2. 13**.

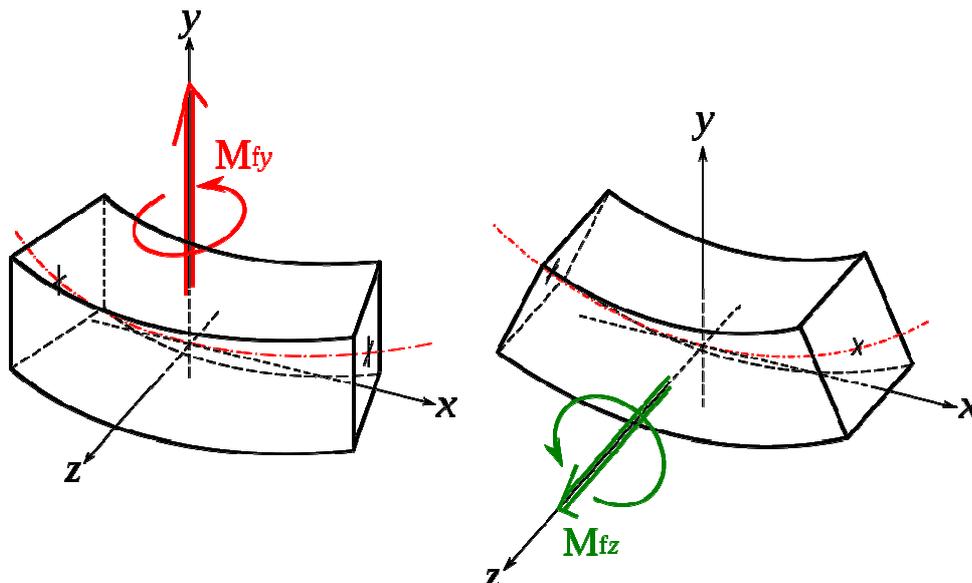


Figura 2. 13 Momento de flexión

En vista que los esfuerzos se oponen y varían linealmente, existe un punto a lo largo del camino entre ellos donde no hay ningún esfuerzo de flexión. La línea conformada por todos estos puntos se denomina *eje neutral*.

Utilizar vigas con secciones uniformes en flexión, no es un método particularmente eficiente para soportar una carga, ya que no se usa toda la capacidad de la viga hasta que esté a punto de colapsar. Las vigas estandarizadas como las de tipo *I* efectivamente abarcan esta ineficiencia, ellas minimizan la tasa de material en esas regiones donde se producen bajos esfuerzos.

La fórmula clásica para determinar los esfuerzos de flexión en una viga bajo flexión simple es

$$\sigma = \frac{My}{I_x} \quad (2-10)$$

donde σ =esfuerzo de flexión

M =momento sobre el eje neutral

y =distancia perpendicular al eje neutral

I_x =el momento flector de área sobre el eje neutral x

2.4.2.2 Teoría de Timoshenko para Esfuerzos Flexionantes²¹

En 1921 Timoshenko trató de mejorar la teoría de Euler – Bernoulli añadiendo el efecto de los esfuerzos cortantes en la ecuación para vigas en flexión. Las asunciones cinemáticas de la teoría de Timoshenko son las siguientes:

- Las normales al eje de la viga se mantienen rectas luego de la deformación.
- No hay cambio en el grosor de la viga después de la deformación.

Por lo tanto, las normales al eje no son requeridas a mantenerse perpendiculares al eje luego de la deformación. La ecuación para flexión cuasiestática de una viga de sección constante linealmente elástica, homogénea e isotrópica bajo estas asunciones es:

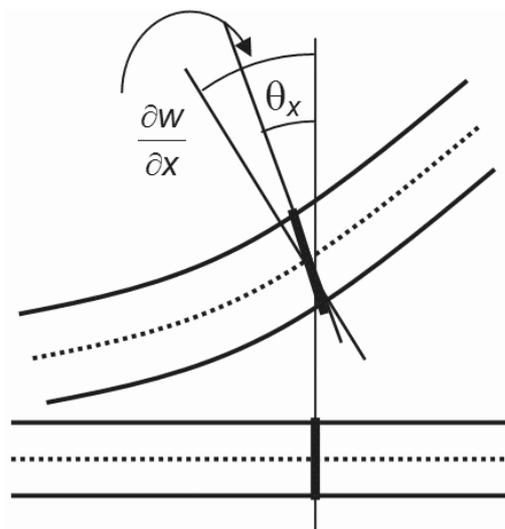


Figura 2. 14 Ángulo θ_x rotado para marcar las diferencias entre las teorías de Euler y Timoshenko

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = q(x) - \frac{EI}{kAG} \frac{d^2 q}{dx^2} \quad (2-11)$$

donde I =momento de inercia de la sección

A =el área de la sección

G =módulo cortante

k =factor de corrección cortante

²¹ BELTRÁN, Francisco. *Teoría general del método de los elementos finitos*. Madrid 1999. P56.

Para materiales con la relación de Poisson (ν) cercana a 0,3 el factor de corrección cortante para una sección rectangular es aproximadamente

$$k = \frac{5+5\nu}{6+5\nu} \quad (2-12)$$

La rotación $\varphi(x)$ de la normal se describe por la ecuación

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{d^2\omega}{dx^2} - \frac{q(x)}{kAG} \quad (2-13)$$

El momento flector M y la fuerza cortante Q están dadas por

$$M(x) = -EI \frac{d\varphi}{dx} \quad (2-14)$$

$$Q(x) = kAG \left(\frac{d\omega}{dx} - \varphi \right) = -EI \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{dM}{dx} \quad (2-15)$$

2.4.3 ESFUERZOS CORTANTES²²

Varios elementos mecánicos están sometidos a fuerzas cortantes y momentos flexionantes. Son pocas las ocasiones en donde se tendrían elementos mecánicos sometidos a flexión pura, es decir, con fuerza cortante igual a cero. No obstante, la fórmula de la flexión se desarrolló bajo el supuesto de flexión pura.

De hecho, la razón para suponer flexión pura simplemente fue para eliminar los efectos complicados de la fuerza cortante en el desarrollo. Se utilizará la misma distribución normal del esfuerzo flexionante cuando también haya fuerzas cortantes.

²² BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. p90.

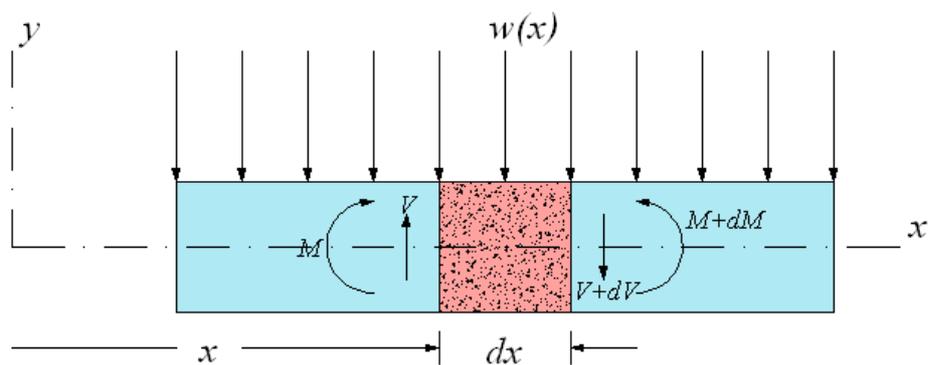


Figura 2. 15 Esfuerzos cortantes y momentos flectores en una viga

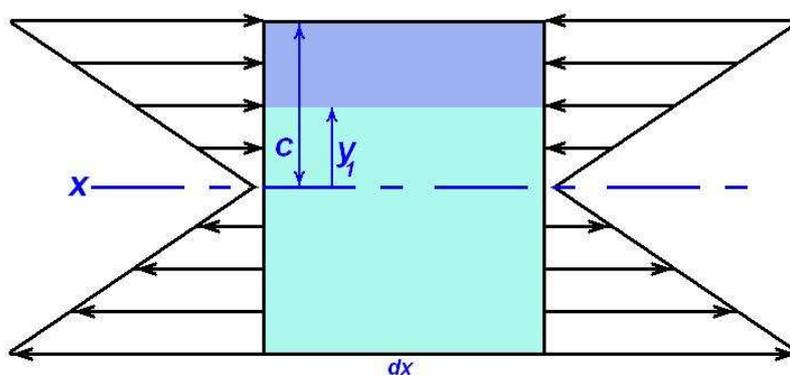


Figura 2. 16 Fuerzas en dirección x del elemento dx

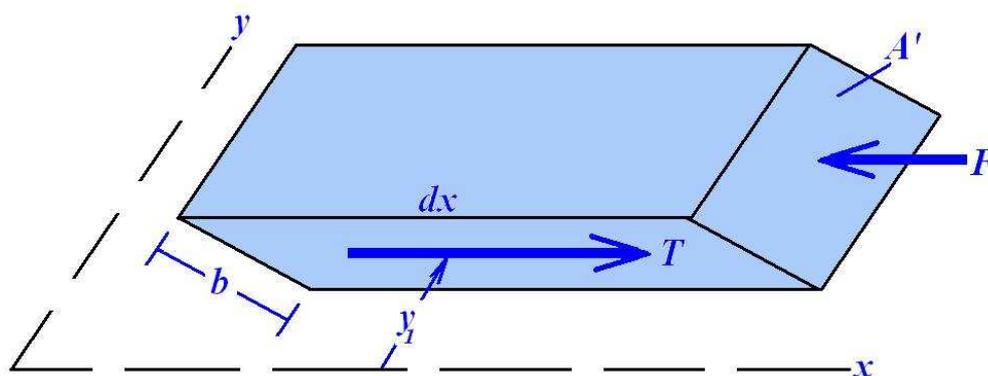


Figura 2. 17 Fuerza total en dirección x

En la **Figura 2. 15** se ilustra una viga de sección transversal constante sometida a una carga uniforme distribuida linealmente $w(x)$, que produce una fuerza cortante V y un momento flexionante M en x . Debido a la carga externa y a V , la fuerza cortante y el momento flexionante cambian con respecto a x . En $x+dx$ la fuerza cortante y el momento flexionante son $V+dV$ y $M+dM$, respectivamente. Si

sólo se consideran fuerzas en la dirección x , en la **Figura 2. 16** se muestra la distribución de esfuerzo σ_x debido a los momentos flexionantes. Si dM es positiva, con el momento flexionante en crecimiento, los esfuerzos sobre la cara superior, para un valor dado de y son mayores que los esfuerzos sobre la cara inferior. Si posteriormente se aísla el elemento y se realiza un corte en $y=y_1$, la fuerza total en la dirección x estará dirigida hacia la izquierda con un valor de:

$$\int_{y_1}^c \frac{(dM)_y}{I} dA \quad (2-16)$$

Como se muestra en la vista girada de la **Figura 2. 17**. Para lograr el equilibrio se requiere una fuerza cortante sobre la cara inferior, que se dirija hacia la derecha. Esta fuerza cortante da lugar a un esfuerzo cortante τ , donde, si se supone uniforme, la fuerza es $Tb * dx$. Por lo tanto,

$$\tau b dx = \int_{y_1}^c \frac{(dM)_y}{I} dA \quad (2-17)$$

El término dM/I puede sacarse de la integral y $b*dx$ suele colocarse en el lado derecho de la ecuación; entonces, de la siguiente ecuación

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2-18)$$

La ecuación (2-17) junto con la ecuación (2-18) se convierte en:

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^c y dA \quad (2-19)$$

En esta ecuación, la integral es el primer momento del área con respecto al eje neutro. Esta integral se designa comúnmente como Q , entonces:

$$Q = \int_{y_1}^c y dA = \bar{y}' A' \quad (2-20)$$

Donde, para el área aislada de y_1 a c , \bar{y}' es la distancia en la dirección y desde el plano neutro hasta el centroide del área A' . Con esto (2-19) puede expresarse como

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (2-21)$$

Al utilizar esta ecuación, se nota que b es el ancho de la sección en $y=y_1$. Asimismo, I es el segundo momento del área de toda la sección alrededor del eje neutro.

Como los cortantes transversales son iguales, y el área A' es infinita, el esfuerzo cortante τ dado por la ecuación (2-21) y que se muestra sobre el área A' en la **Figura 2. 17** ocurre sólo en $y=y_1$. El esfuerzo cortante sobre el área lateral varía junto con y .

2.4.4 ESFUERZOS COMBINADOS

Hasta ahora se ha visto las diferentes formas de deformación de un elemento mecánico rígido o viga, tales como esfuerzos normales (compresión o tracción), torsión o flexión; pero se vio cada una independientemente como si solamente se produjese una de las tres anteriores a la vez. En la vida real esto es falso ya que todo esfuerzo viene acompañado de otro tipo de esfuerzo; y en el caso de que no fuera así, igual se produciría indirectamente otros tipos de esfuerzos, por ejemplo al producirse flexión pura se producen esfuerzos de tracción y compresión en las fibras de los bordes del elemento. Existen varios tipos de esfuerzos externos e internos, pero en el presente documento se estudiarán solamente los tres más importantes (mencionados anteriormente). En esta parte se va estudiar la combinación de dos de estos tres esfuerzos.

2.4.4.1 Flexión acompañada de Tracción o Compresión²³

Se supondrá que una barra o viga estará cargada con fuerzas en uno de sus planos de simetría, pero como se explicó anteriormente, las fuerzas que eran transversales ahora pueden tener componentes a lo largo del eje de la barra. Un caso sencillo de esto se puede apreciar a continuación en la **Figura 2. 18a**, que muestra una columna cargada por una fuerza inclinada P .

²³ TIMOSHENKO, Stephen. *Resistencia de materiales*. 1ra edición. Madrid: Espasa Calpe, 1957. p219.

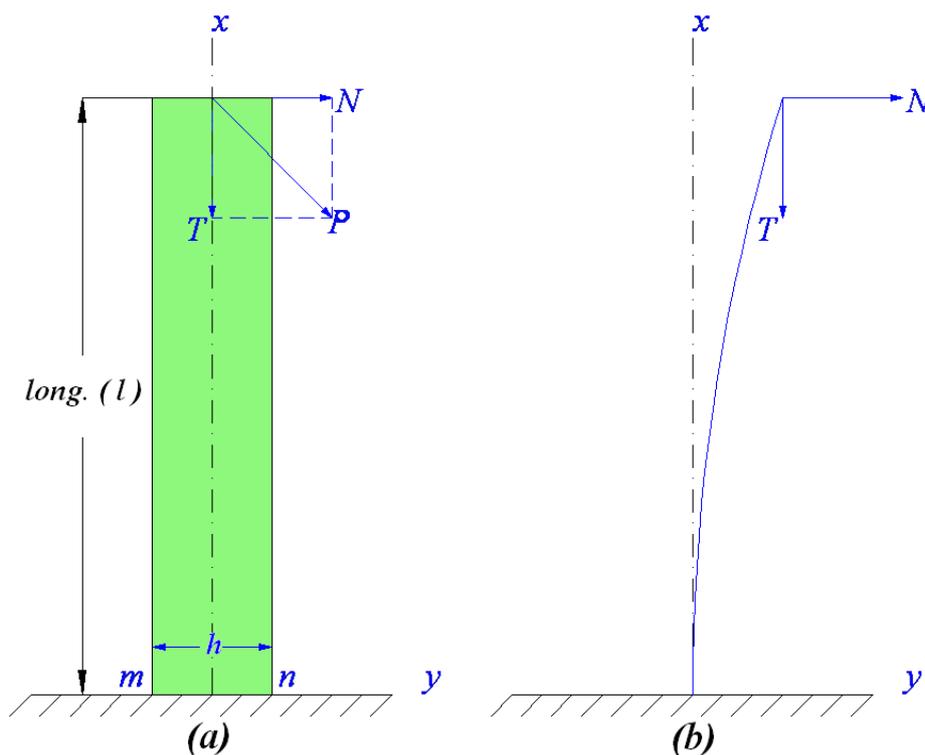


Figura 2. 18 Viga vertical flexionada por una fuerza inclinada P

Esta fuerza P se descompone en una fuerza vertical N y en otra fuerza horizontal T ; y se supone que la columna es rígida, por lo que toma un valor tan pequeño en la flexión que permite despreciar los esfuerzos de este género que produce la fuerza T al lado de las correspondientes a la fuerza N .

Por consiguiente, la fatiga resultante en cada punto se la obtendrá superponiendo al esfuerzo de compresión debida a la fuerza T la fatiga de flexión que corresponde a la N . El caso de una columna poco rígida, es decir, flexible, en la que por ser la magnitud considerable (**Figura 2. 18b**) tiene un efecto apreciable la flexión que produce la fuerza T . El esfuerzo debido a la fuerza T es constante para todas las secciones de la columna e igual a T/A , siendo A el área de la sección recta. Las fatigas de flexión dependen del valor del momento que, como se sabe, varía desde cero, para el tope de la columna, a Nl en la base. Por consiguiente, la sección más afectada es la del empotramiento y en ella el esfuerzo para un punto a la distancia y del eje z es:

$$\sigma_x = -\frac{T}{A} - \frac{Nl_y}{I_z} \quad (2-22)$$

Suponiendo, por ejemplo, que la sección recta de la columna es un rectángulo con un lado b y otro lado h , con el lado h paralelo al plano de flexión, se tendrá:

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \quad (2-23)$$

El esfuerzo de compresión máximo se presentará en el punto n y vale:

$$(\sigma_x)_{\min} = -\frac{6Nl}{bh^2} - \frac{T}{bh} \quad (2-24)$$

Este esfuerzo es numéricamente el mayor.

En el punto m se tiene

$$(\sigma_x)_{\max} = \frac{6Nl}{bh^2} - \frac{T}{bh} \quad (2-25)$$

Cuando la fuerza P no es paralela a uno de los dos planos principales de flexión, los esfuerzos de flexión producidos por la componente transversal N se encuentran descomponiendo N en dos componentes paralelas a dichos planos.

El esfuerzo resultante en cualquier punto se obtiene superponiendo dichos esfuerzos de flexión con el esfuerzo de compresión producido por la fuerza longitudinal.

2.4.4.2 Flexión acompañada de Torsión²⁴

En aplicaciones prácticas son frecuentes los casos en que un momento torsor y otro flector actúan simultáneamente.

²⁴ TIMOSHENKO, Stephen. *Resistencia de materiales*. 1ra edición. Madrid: Espasa Calpe, 1957. p269.

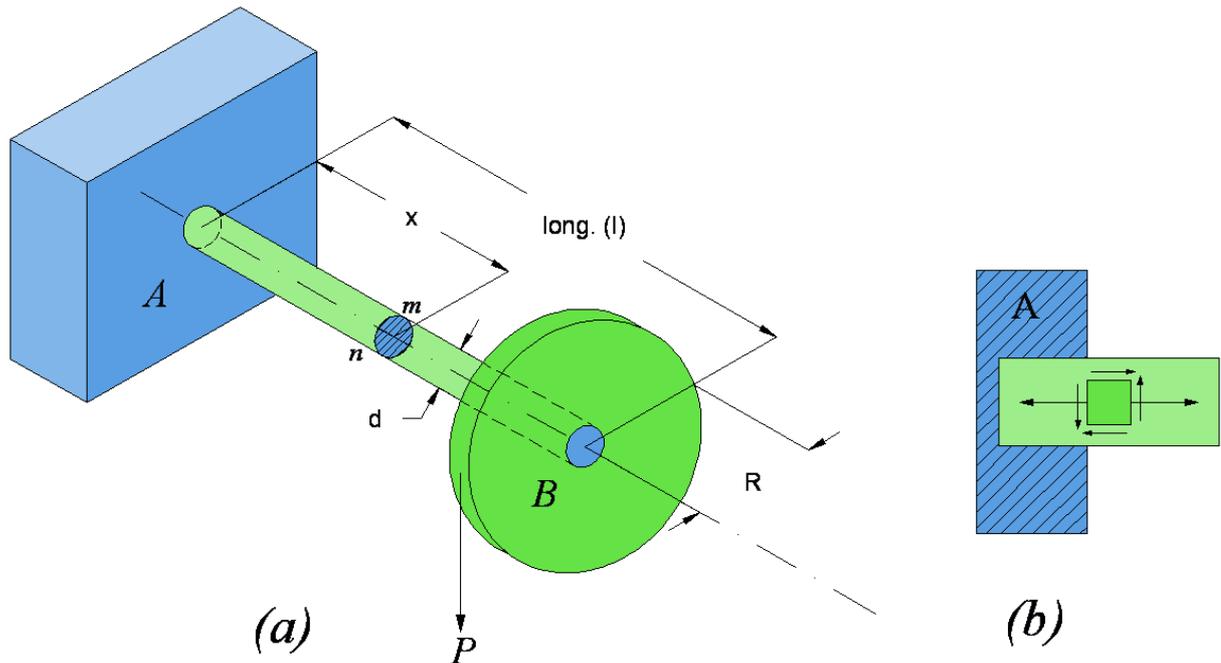


Figura 2. 19 Barra cilíndrica empotrada, torsionada y flexionada a la vez por una fuerza P

Las fuerzas transmitidas a un eje por una polea o un volante producen torsión y flexión a la vez debido al peso de la polea o el volante. Un caso sencillo de esto se puede apreciar en la **Figura 2. 19a** donde una barra circular o eje está empotrada en el un extremo y cargado en el otro con una fuerza vertical P a la distancia R del eje. Este caso se reduce a una torsión producida por un momento $T = PR$ y a la acción de una fuerza transversal P en el extremo libre. El momento torsor es constante a lo largo del eje y el momento flector debido a P para una sección a cualquier distancia x del empotramiento es igual a:

$$M_f = -P(l - x) \quad (2-26)$$

Para analizar el esfuerzo máximo producida en el eje es necesario considerar los siguientes aspectos:

- Los esfuerzos cortantes debidos al momento torsor T
- Los esfuerzos normales debidos al momento flector M_f
- Los esfuerzos cortantes debidos a la fuerza cortante P

El esfuerzo máximo por torsión se presenta en la circunferencia del eje y su valor es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (2-27)$$

El esfuerzo normal máximo debido a la flexi3n acontece en las fibras más alejadas de la línea neutra de la secci3n empotrada, puesto que para ella el momento flector es máximo, y tiene por valor:

$$(\sigma_x)_{m\acute{a}x} = \frac{M_f}{Z} = \frac{32M_f}{\pi d^3} \quad (2-28)$$

El esfuerzo producido por la fuerza cortante es de importancia secundaria. Su valor máximo tiene lugar en la línea neutra de las secciones, donde son cero los esfuerzos de flexi3n; por lo tanto, el esfuerzo combinado máximo se presenta en el punto donde son máximos los esfuerzos, es decir, en los puntos más alto y más bajo de la secci3n de empotramiento. En la **Figura 2. 19b** se ve un diferencial de área correspondiente a la parte más alta de la secci3n de empotramiento y sobre el que se indica las direcciones y los sentidos de los esfuerzos. Los esfuerzos principales correspondientes a este lugar geométrico son:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2-29)$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2-30)$$

Utilizando las ecuaciones (2-27) y (2-28)

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{16}{\pi d^3} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \quad (2-31)$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{16}{\pi d^3} \left(M - \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \quad (2-32)$$

Puede observarse que $\sigma_{m\acute{a}x}$ tiene el mismo valor que en un caso de flexi3n simple donde el momento flector equivalente fuese:

$$M_{equiv} = \frac{1}{2} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right) \quad (2-33)$$

El esfuerzo cortante máximo para el elemento considerado en la **Figura 2. 19b**, deducido será

$$\tau_{máx} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + M_t^2} \quad (2-34)$$

Para metales dúctiles, como los que ordinariamente se usan en la fabricación de ejes, es normal utilizar el esfuerzo cortante máximo para la determinación del diámetro del eje. Llamando τ_t al esfuerzo de trabajo y sustituyendo su valor en lugar de $\tau_{máx}$ en la ecuación (2-34), el diámetro del eje vendría dado por la siguiente expresión

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \tau_t} \sqrt{M^2 + M_t^2}} \quad (2-35)$$

2.5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO²⁵

2.5.1 PRESENTACIÓN

En el diseño mecánico la estadística proporciona un método para tratar con características cuyos valores son variables. Los productos que se fabrican en grandes cantidades (autos, relojes, podadoras, lavadoras, etc.) tienen una vida que es variable. Un auto puede tener tantos defectos que debe ser reparado durante los primeros meses de funcionamiento mientras que otro puede funcionar perfectamente durante años.

Los métodos para controlar la calidad se encuentran arraigados en el uso de la estadística y los diseñadores ingenieriles necesitan un conocimiento estadístico para cumplir con los estándares de control de calidad. La variabilidad inherente a límites y ajustes en esfuerzos y resistencias, en holguras de cojinetes y en diversas otras características se debe describir de manera numérica para poder llevar a cabo un control apropiado. No es convincente decir que se espera que un producto tenga una vida larga y libre de problemas. Se deben expresar

²⁵ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P240.

argumentos tales como la vida y la confiabilidad del producto de forma numérica a fin de conseguir una meta de calidad específica.

2.5.2 CONCENTRADORES DE ESFUERZOS

Todas las ecuaciones correspondientes a los esfuerzos principales vistos anteriormente se han desarrollado mediante la suposición de que no existen irregularidades en el elemento. En la realidad casi todos los elementos mecánicos tienen cambios de sección transversal a lo largo de su longitud. Los ejes deben tener cambios de sección diseñados de tal forma que los cojinetes se asienten apropiadamente y tomen cargas de empuje; además los ejes deben tener ranuras maquinadas para las cuñas o chavetas, a fin de sujetar poleas y engranes. Un tornillo tiene una cabeza en el un extremo y roscas en el otro, y tanto la cabeza como las roscas tienen cambios abruptos en su sección transversal. Otras partes requieren agujeros, ranuras para la lubricación con aceite y muescas de varias clases. Cualquier discontinuidad en una parte de una máquina altera la distribución del esfuerzo en las inmediaciones de la discontinuidad, de manera que las ecuaciones elementales del esfuerzo ya no describen el estado de esfuerzo en esa parte. A este tipo de discontinuidades se les denomina *intensificadores de esfuerzos*.

La distribución del esfuerzo elástico a través de una sección de un elemento tal vez sea uniforme como en una barra sometida a tracción, lineal como en una viga sometida a flexión o incluso rápida y curvilínea como en una viga curvada en forma aguda. La concentración de esfuerzos es provocada por alguna irregularidad no inherente en el elemento, como marcas de herramientas, agujeros, estrías, ranuras o roscas. Se dice que el esfuerzo nominal existe si el elemento se presenta libre del intensificador de esfuerzos. Esta definición no siempre se cumple, por lo que debe verificarse la definición en la gráfica de la concentración de esfuerzos o en la tabla que se esté utilizando.

Se emplea un factor teórico o geométrico de la concentración de esfuerzos K_t o K_{ts} para relacionar el esfuerzo máximo real en la discontinuidad con el esfuerzo nominal. Los factores se definen por medio de las ecuaciones

$$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_0} \quad (2-36)$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{\tau_0} \quad (2-37)$$

donde $\sigma_{m\acute{a}x}$ =esfuerzo normal máximo en la pieza de prueba con muesca

σ_0 = esfuerzo normal máximo en la pieza de prueba sin muesca

$\tau_{m\acute{a}x}$ =esfuerzo cortante máximo en la pieza de prueba con muesca

τ_0 = esfuerzo cortante máximo en la pieza de prueba sin muesca

K_t se usa para esfuerzos normales y K_{ts} se usa para esfuerzos cortantes. Estos valores dependen únicamente de la geometría de la pieza mas no del tipo de material con que est elaborada, por eso se les llaman factores teóricos de concentraciones de esfuerzos

2.5.3 FALLAS PARA MATERIALES DÚCTILES Y FRÁGILES

El comportamiento de muchos materiales se clasifica de manera tpica como dúctil o frágil, aunque bajo situaciones especiales, un material considerado normalmente como dúctil puede fallar de una manera frágil. Normalmente, los materiales se clasifican como dúctiles cuando $\epsilon_f \geq 0,05$ y cuando tienen una resistencia a la fluencia identificable que a menudo es la misma en compresión que en tracción. Los materiales frágiles con $\epsilon_f < 0,05$ no presentan una resistencia a la fluencia identificable y típicamente se clasifican por resistencias últimas a la tracción y compresión.

2.6 DISEÑO ESTTICO²⁶

2.6.1 RESISTENCIA ESTTICA

En forma ideal, cuando se diseña cualquier elemento de máquina, se debe tener a disposición los resultados de una gran cantidad de pruebas de resistencia del material elegido. Estos ensayos deben realizarse en piezas que tengan el mismo tratamiento térmico, acabado superficial y tamaño que el elemento que se

²⁶ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P211.

propone diseñar; además, las pruebas deben conducirse exactamente bajo las mismas condiciones de carga a que se someterá la parte en servicio. Esto significa que si la parte se va a someter a carga flexionante, se debe ensayar con una carga flexionante, si se va a someter a flexión y torsión combinadas, se debe ensayar bajo flexión y torsión combinadas; y así con los demás esfuerzos. Esos ensayos proporcionarán información muy útil y precisa. Cuando esos datos están disponibles para propósitos de diseño, se puede estar seguro de que se está haciendo el mejor trabajo de ingeniería.

Las cuatro categorías del diseño son las siguientes:

- La falla del elemento pondría en peligro la vida humana, o se debería fabricar los elementos en cantidades extremadamente grandes; en consecuencia, se justifica un elaborado programa de ensayos durante el diseño.
- El elemento se hace en cantidades lo suficientemente grandes como para hacer una serie moderada de ensayos.
- El elemento se hace en cantidades tan pequeñas que los ensayos no se justifican de ninguna manera, o el diseño se debe completar tan rápido que no hay tiempo para hacer los ensayos.
- El elemento ya se ha diseñado, fabricado y ensayado, y se ha determinado que es insatisfactorio. Se requiere un análisis para entender porqué el elemento es insatisfactorio y lo que se debe hacer para mejorarlo.

2.6.2 TEORÍAS DE FALLAS EN MATERIALES DÚCTILES

2.6.2.1 Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo

Esta teoría estipula que la fluencia empieza cuando el esfuerzo cortante máximo de cualquier elemento iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tracción del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir, es decir a modificar su forma inicial. Esta teoría también es conocida como teoría de Tresca o Guest.

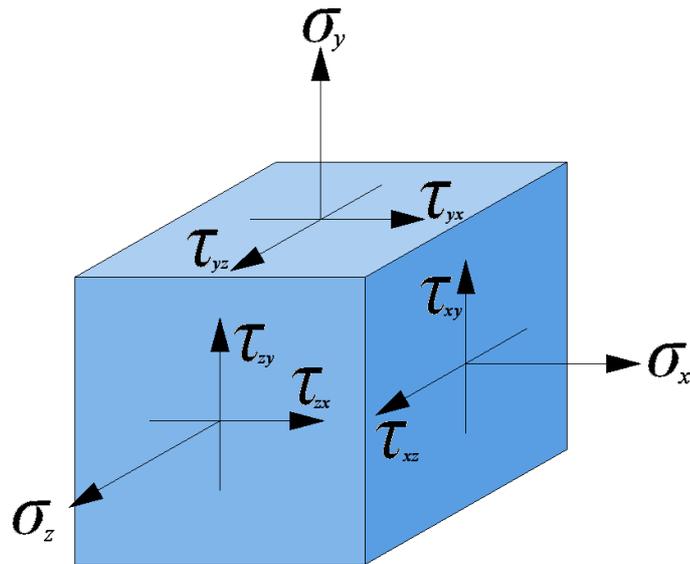


Figura 2. 20 Esfuerzos tridimensionales generales aplicados sobre un elemento cualquiera

Los problemas de esfuerzo plano son muy comunes cuando uno de los tres esfuerzos principales es cero, entonces los otros dos σ_A y σ_B se determinan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2-38)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2-39)$$

Donde σ_x y σ_y son dos de los esfuerzos tridimensionales que actúan sobre cualquier elemento, estos esfuerzos se los puede apreciar junto con los esfuerzos cortantes transversales en la **Figura 2. 20**. Para el presente texto se considerará:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

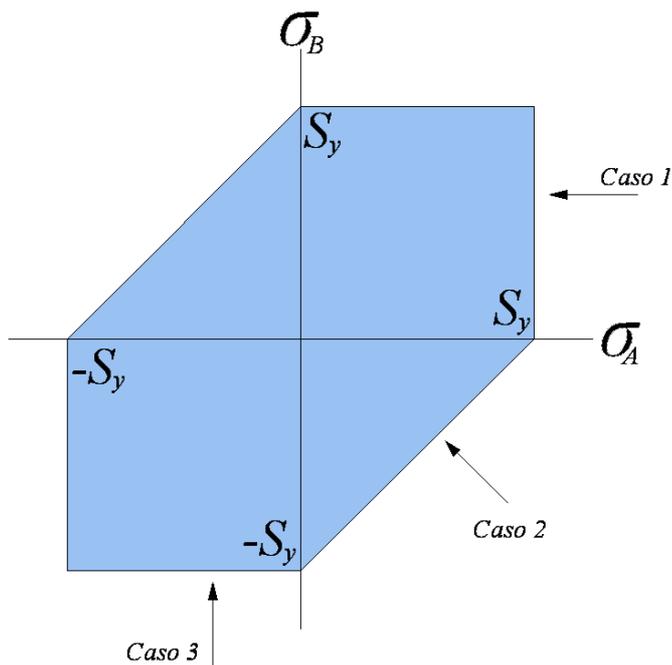


Figura 2. 21 Teoría del esfuerzo cortante máximo en esfuerzo plano, donde σ_A y σ_B son dos esfuerzos principales diferentes de cero

Si se supone que $\sigma_A \geq \sigma_B$, existen tres casos a considerar para la teoría del esfuerzo cortante máximo en el esfuerzo plano:

- $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$. En este caso, $\sigma_1 = \sigma_A$ y $\sigma_3 = 0$. La condición de fluencia sería

$$\sigma_A \geq S_y \quad (2-40)$$

- $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$. En este caso, $\sigma_1 = \sigma_A$ y $\sigma_3 = \sigma_B$. La condición de fluencia sería

$$\sigma_A - \sigma_B \geq S_y \quad (2-41)$$

- $0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$. En este caso, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_3 = \sigma_B$. La condición de fluencia sería

$$\sigma_B \leq S_y \quad (2-42)$$

Los casos anteriores se representan en la **Figura 2. 21** mediante tres casos indicados en el plano σ_A, σ_B . Las líneas restantes no marcadas son casos para $\sigma_B \geq \sigma_A$, que normalmente no se usan.

De manera típica, los problemas de diseño de ejes caen en esta categoría donde existe un esfuerzo normal a partir de las cargas en flexión y/o axiales, y surge un esfuerzo cortante a partir de la torsión.

2.6.2.2 Teoría de la Energía de Distorsión

Esta teoría anuncia que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tracción o compresión del mismo material.

Esta teoría se empezó a desarrollar cuando varios estudios comprobaron que los materiales dúctiles sometidos a esfuerzos hidrostáticos presentan resistencias a la fluencia que exceden en gran medida los valores que resultan del ensayo de tracción simple. Por lo tanto, se postuló que la fluencia no era un fenómeno de tracción o compresión simple, sino más bien, que estaba relacionada de alguna manera con la distorsión angular del elemento sometido a dichos esfuerzos. Para desarrollar la teoría, observe en la **Figura 2. 22a**, el volumen unitario sometido a cualquier estado de esfuerzos tridimensional, designado por los esfuerzos σ_1, σ_2 y σ_3 . El estado de esfuerzos que se muestra en la **Figura 2. 22b** es de igual tracción debida a los esfuerzos σ_{prom} que actúan en cada una de las direcciones principales, como en la **Figura 2. 22a**.

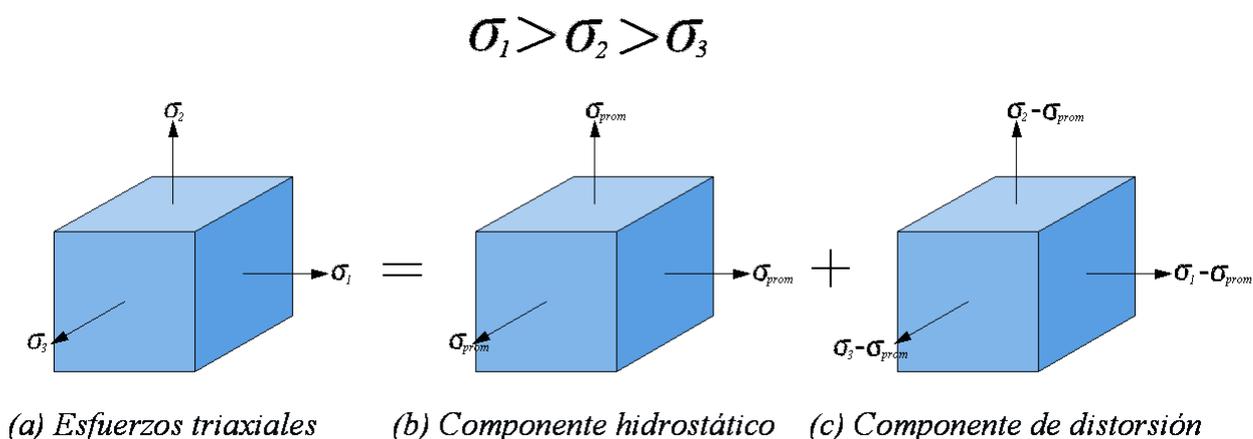


Figura 2. 22 Teoría de la energía de distorsión

De esta manera, el elemento de la **Figura 2. 22b** experimenta un cambio de volumen puro, es decir, sin distorsión angular.

Si se considera σ_{prom} como un componente de σ_1, σ_2 y σ_3 entonces este componente puede restarse de ellos, lo que da como resultados el estado de esfuerzos que se muestra en la **Figura 2. 22c**. Este elemento está sometido a distorsión angular pura, es decir, no hay cambio de volumen.

La fórmula de σ_{prom} es

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2-43)$$

La energía de deformación por unidad de volumen de la tracción simple es

$$u = \frac{\delta\sigma}{2} \quad (2-44)$$

Para el elemento de la **Figura 2. 22a**, la energía de deformación por volumen unitario es

$$u = \frac{\delta_1\sigma_1 + \delta_2\sigma_2 + \delta_3\sigma_3}{2} \quad (2-45)$$

Para las deformaciones principales se tiene

$$u = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right] \quad (2-46)$$

La energía de deformación para producir sólo cambio de volumen puede obtenerse sustituyendo σ_{prom} para σ_1, σ_2 y σ_3 en la ecuación (2-46) el resultado es

$$u_v = \frac{3\sigma_{prom}^2}{2E} (1 - 2\nu) \quad (2-47)$$

Si ahora se sustituye el cuadrado de la ecuación (2-43) en la ecuación (2-47) y se le resta a la ecuación (2-46) se obtiene la energía de distorsión que sería

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad (2-48)$$

Hay que observar algo importante, si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ la energía de distorsión sería cero.

Para el ensayo de tracción simple, en la fluencia, $\sigma_1 = S_y$ y $0 = \sigma_2 = \sigma_3$, y de la ecuación (2-48) la energía de distorsión es

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \quad (2-49)$$

En el caso del estado general de esfuerzo dado por la ecuación (2-48), se predice la fluencia si la ecuación es igual o mayor que la ecuación (2-49), esto da

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \geq S_y^2 \quad (2-50)$$

Si se tuviera un caso simple de tracción σ , entonces la fluencia podría ocurrir cuando $\sigma \geq S_y$. Por tanto, el lado izquierdo de la ecuación (2-50) puede considerarse como un esfuerzo sencillo, equivalente o efectivo del estado general total del esfuerzo dado por σ_1, σ_2 y σ_3 . Por lo general, este esfuerzo efectivo se llama esfuerzo de von Mises.

Así, la ecuación de la fluencia, puede escribirse como

$$\sigma' \geq S_y \quad (2-51)$$

Donde el esfuerzo von Mises para el esfuerzo plano (σ_A y σ_B son dos esfuerzos principales diferentes de cero) sería

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2} \quad (2-52)$$

La ecuación (2-52) es una elipse rotada en el plano como se muestra en la **Figura 2. 23** con $\sigma' = S_y$

Las líneas punteadas en la **Figura 2. 23** representan la teoría del esfuerzo cortante máximo, que puede verse como más restrictiva y, por ende, más conservadora.

Utilizando las componentes xy del esfuerzo plano, el esfuerzo de von Mises puede escribirse como

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (2-53)$$

Ahora utilizando las componentes xyz del esfuerzo tridimensional, el esfuerzo de von Mises puede escribirse como

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2-54)$$

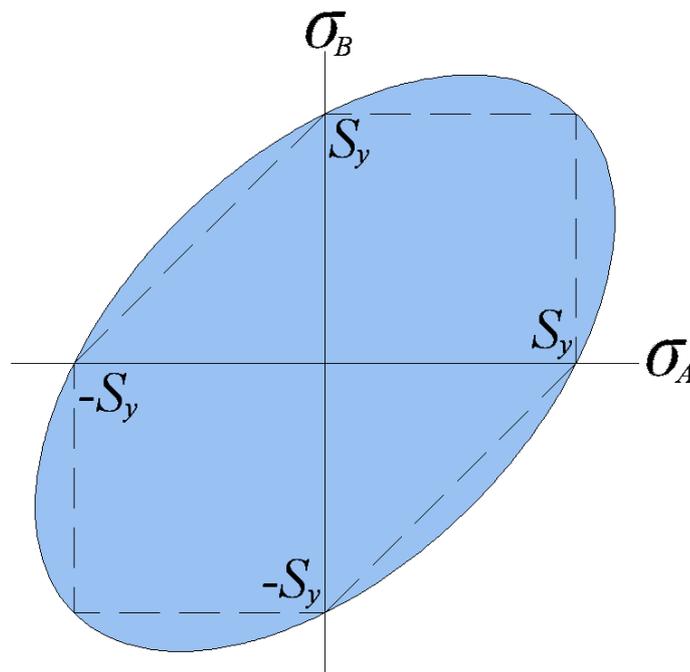


Figura 2. 23 Teoría de la energía de distorsión de estados de esfuerzo plano

2.6.2.3 Teoría de Mohr – Coulomb

No todos los materiales tienen igual resistencia a la compresión que a la tracción. Por ejemplo, la resistencia a la fluencia de las aleaciones de magnesio en compresión puede ser tan pequeña como 50% de su resistencia a la fluencia en tracción.

La resistencia última de los hierros fundidos grises en compresión triplica o cuadruplica la resistencia última a la tracción. Esta teoría está dirigida a aquellos

materiales en los cuales las resistencias a la tracción y compresión no son iguales.

La hipótesis de Mohr consistía en usar los resultados de los ensayos de tracción, compresión y cortante a fin de elaborar una gráfica, el de la **Figura 2. 24**, con el objeto de definir una envolvente de falla, representada como la línea recta *ABCDE*, arriba del eje σ . La envolvente de falla no es necesaria que sea recta. El argumento se basaba en lo tres círculos de Mohr que describen el estado de esfuerzos de un cuerpo y que se crucen durante la carga hasta que uno de ellos se hace tangente a la envolvente de falla, definiendo ésta.

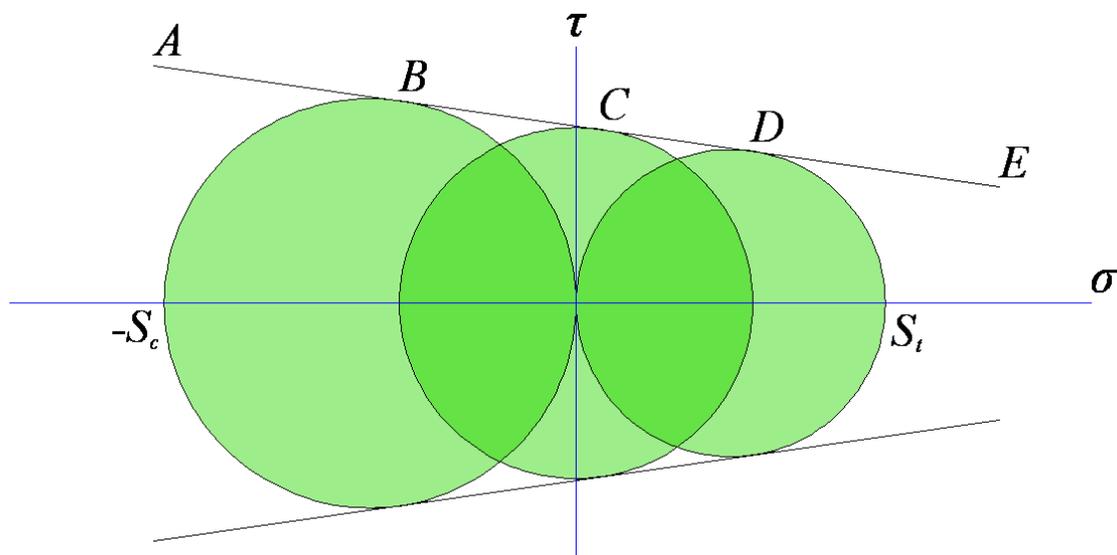


Figura 2. 24 Teoría de Mohr mediante tres círculos que representan los tres esfuerzos principales

Una variación de esta teoría, llamada teoría de Mohr – Coulomb, supone que la frontera *BCD* de la **Figura 2. 24** es recta. Con este supuesto solamente serían necesarias las resistencias a la tracción y compresión. Considere el ordenamiento convencional de los esfuerzos principales como $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. El círculo más grande conecta a σ_1 y σ_3 , como se muestra en la **Figura 2. 25**, los tres centros de los círculos son C_1 , C_2 y C_3 ; como los triángulos OB_iC_i son similares se tendría:

$$\frac{B_2C_2 - B_1C_1}{OC_2 - OC_1} = \frac{B_3C_3 - B_1C_1}{OC_3 - OC_1} \quad (2-55)$$

$$\frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{S_t}{2}}{\frac{S_t - \sigma_1 + \sigma_3}{2}} = \frac{\frac{S_c - S_t}{2}}{\frac{S_c + S_t}{2}} \quad (2-56)$$

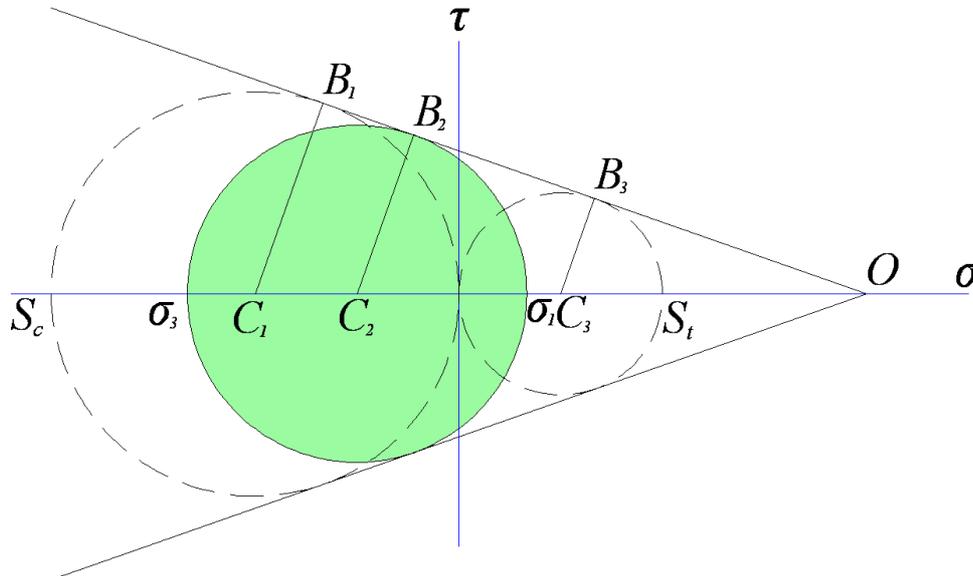


Figura 2. 25 Círculo de Mohr para un estado general de esfuerzo
Multiplicando, cruzando y simplificando se reduce a la siguiente ecuación

$$\frac{\sigma_1}{S_t} - \frac{\sigma_3}{S_c} = 1 \quad (2-57)$$

Para el esfuerzo plano, cuando los dos esfuerzos principales diferentes de cero son $\sigma_A \geq \sigma_B$, se tiene una situación similar a los tres casos dados para la teoría del esfuerzo cortante máximo, donde existen también tres casos a considerar para la teoría que son los siguientes:

- $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$. En este caso, $\sigma_1 = \sigma_A$ y $\sigma_3 = 0$. La ecuación (2-57) se convertiría en:

$$\sigma_A \geq S_t \quad (2-58)$$

- $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$. En este caso, $\sigma_1 = \sigma_A$ y $\sigma_3 = \sigma_B$. La ecuación (2-57) se convertiría en:

$$\frac{\sigma_A}{S_t} - \frac{\sigma_B}{S_c} \geq 1 \quad (2-59)$$

- $0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$. En este caso, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_3 = \sigma_B$. La ecuación (2-57) se convertiría en:

$$\sigma_B \leq -S_c \quad (2-60)$$

En la **Figura 2. 26** se muestra una gráfica de estos casos, junto con los que normalmente no se usan correspondientes a $\sigma_B \geq \sigma_A$.

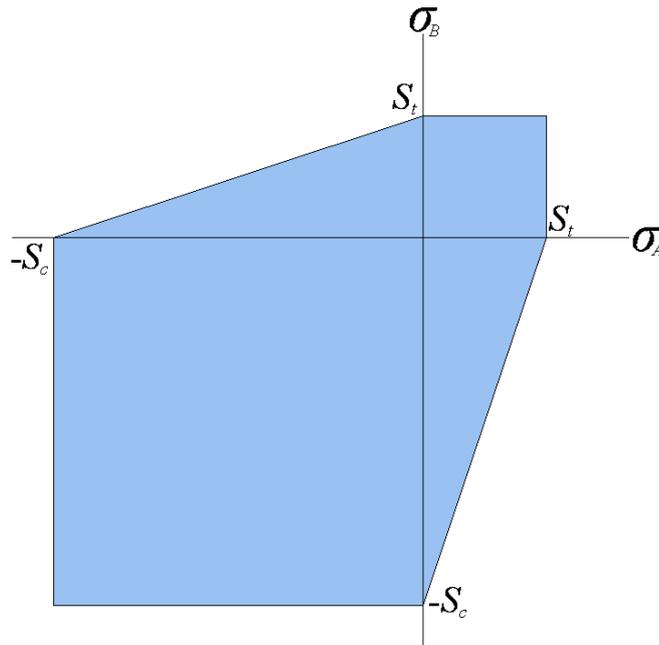


Figura 2. 26 Gráfica de la teoría de falla de Mohr-Coulomb, para estados de esfuerzo plano

2.6.3 TEORÍAS DE FALLAS EN MATERIALES FRÁGILES

2.6.3.1 Teoría del Esfuerzo Normal Máximo

Esta teoría estipula que la falla ocurre cuando uno de los tres esfuerzos principales es igual o excede la resistencia. De nuevo se colocan los esfuerzos principales de un estado general de esfuerzo en la forma ordenada $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Esta teoría predice que la falla ocurre cuando:

$$\sigma_1 \geq S_{ut} \quad (2-61)$$

$$\sigma_3 \leq -S_{uc} \quad (2.62)$$

Donde S_{ut} y S_{uc} están expresadas como cantidades positivas.

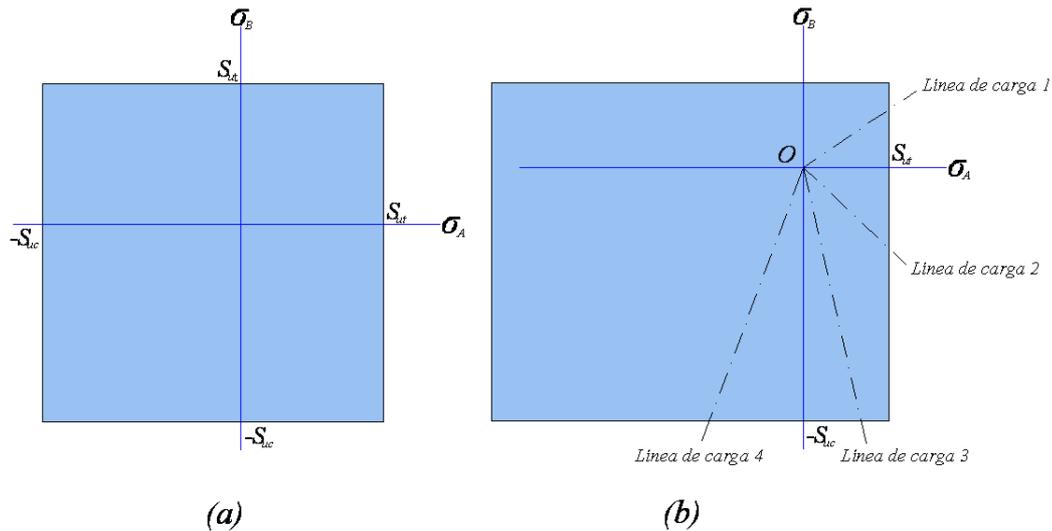


Figura 2. 27 Gráfica de la teoría de falla del esfuerzo normal máximo

En el caso de esfuerzo plano, con los esfuerzos principales dados por las ecuaciones (2-38) y (2-39), con $\sigma_A \geq \sigma_B$, las ecuaciones (2-61) y (2.62) pueden escribirse como:

$$\sigma_A \geq S_{ut} \quad (2-63)$$

$$\sigma_B \leq -S_{uc} \quad (2.64)$$

El mismo que se puede apreciar en la **Figura 2. 27a**. Como antes, las ecuaciones del criterio de falla pueden convertirse en ecuaciones de diseño. Se consideran dos conjuntos de ecuaciones de las líneas de carga donde $\sigma_A \geq \sigma_B$ como:

$$\left| \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right| \leq \frac{S_{uc}}{S_{ut}} \quad (2-65)$$

$$\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0 \quad (2-66)$$

Línea de carga 1

$$\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad (2-67)$$

Línea de carga 2

$$\left| \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right| > \frac{S_{uc}}{S_{ut}} \quad (2-68)$$

$$\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad (2-69)$$

Línea de carga 3

$$0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B \quad (2-70)$$

Línea de carga 4

Donde las líneas de carga se muestran en la **Figura 2. 27b**.

2.6.3.2 Teoría de Mohr Modificada

Se van a explicar dos modificaciones de la teoría de Mohr para materiales frágiles, las mismas que están restringidas al esfuerzo plano y serán del tipo de diseño.

MOHR – COULOMB FRÁGIL

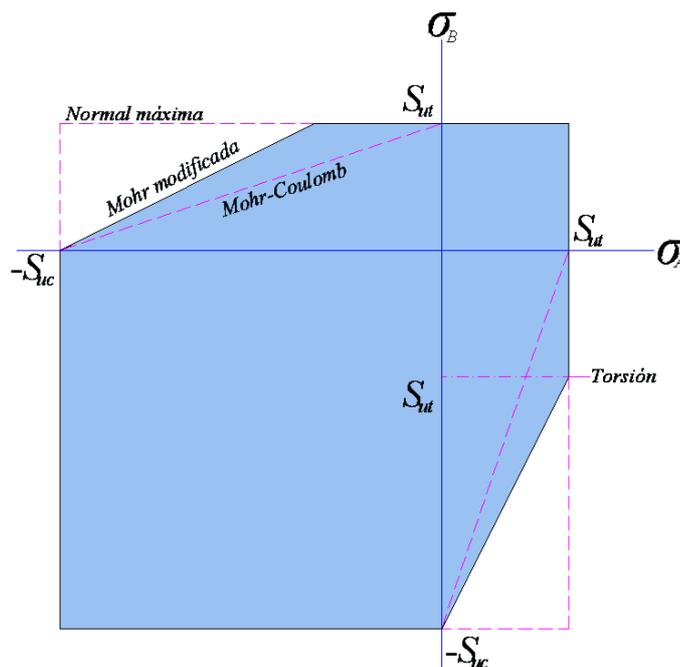


Figura 2. 28 Gráfica de la teoría de falla de las modificaciones de la teoría de Mohr

Con base en los datos observados para el cuarto cuadrante, la teoría de Mohr se expande como se muestra en la **Figura 2. 28**.

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n}; \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0 \quad (2-71)$$

$$\frac{\sigma_A}{S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n}; \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad (2-72)$$

$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n}; 0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B \quad (2-73)$$

MOHR MODIFICADA

Los datos aún están fuera de esta región extendida. La línea recta que introduce la teoría de Mohr modificada, para $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$ y $|\sigma_A/\sigma_B| > 1$, puede sustituirse con una relación parabólica, la cual puede representar de manera más cercana algunos de los datos.

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n}; \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0 \quad (2-74)$$

$$\left| \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right| \leq 1; \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad (2-75)$$

$$\frac{(S_{uc} - S_{ut})\sigma_A}{S_{uc}S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \quad (2-76)$$

$$\left| \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right| > 1; \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad (2-77)$$

$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n}; 0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B \quad (2-78)$$

2.6.4 MECÁNICA DE LA FRACTURA

2.6.4.1 Fractura Cuasi Estática

La base de la mecánica de la fractura fue establecida por Griffith mediante el empleo de cálculos del campo de esfuerzo de una imperfección elíptica en una placa. En el caso de una placa infinita cargada mediante un esfuerzo uniaxial σ , el cual se puede apreciar en la **Figura 2. 29**, el esfuerzo máximo ocurre en $(\pm a; 0)$ y está dado por:

$$(\sigma_y)_{m\acute{a}x} = \left(1 + 2\frac{a}{b}\right)\sigma \quad (2-79)$$

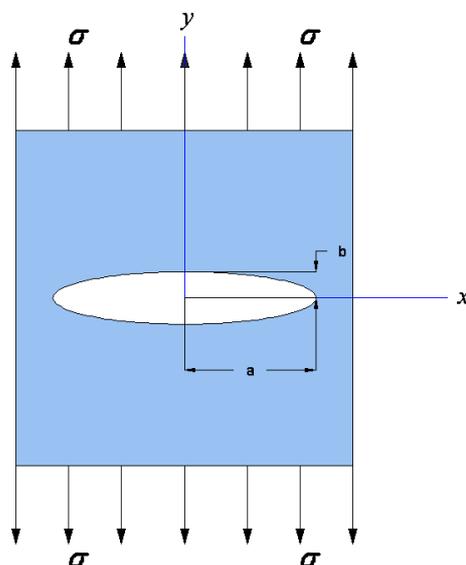


Figura 2. 29 Teoría de Griffith mediante una imperfección elíptica

Observe que cuando $a = b$, la elipse se convierte en un círculo y la ecuación (2-79) proporciona una concentración del esfuerzo de 3. Esto coincide con el resultado bien conocido de una placa infinita con un orificio circular.

Griffith mostró que el crecimiento de la grieta ocurre cuando la velocidad de liberación de energía de la carga aplicada es mayor que la velocidad de la energía del crecimiento de la grieta. El crecimiento de la grieta puede ser estable o inestable. Este último caso ocurre cuando la velocidad de cambio de liberación de energía en relación con la longitud de la grieta es igual o mayor que la velocidad de cambio de la energía del crecimiento de la grieta. El trabajo experimental de Griffith se restringió a los materiales frágiles, en particular el vidrio, que en gran medida confirmó su hipótesis de la energía superficial. Sin embargo, para los materiales dúctiles, se encontró que la energía necesaria para realizar trabajo plástico en la punta de la grieta es mucho más crucial que la energía superficial.

2.6.4.2 Modos de Grieta y Factor de Intensidad del Esfuerzo

Existen tres modos de propagación de una grieta, como se muestra en la **Figura 2. 30**. Un campo de esfuerzo en tracción da lugar al modo I, el modo de propagación de la grieta en apertura, como se muestra en la **Figura 2. 30a**. En la práctica, éste es el modo más común de propagación. El modo II es el de deslizamiento, que se debe a la cortante en el plano, que puede verse en la **Figura 2. 30b**. El modo III es el de desprendimiento, el cual surge de una cortante fuera del plano, como se muestra en la **Figura 2. 30c**.

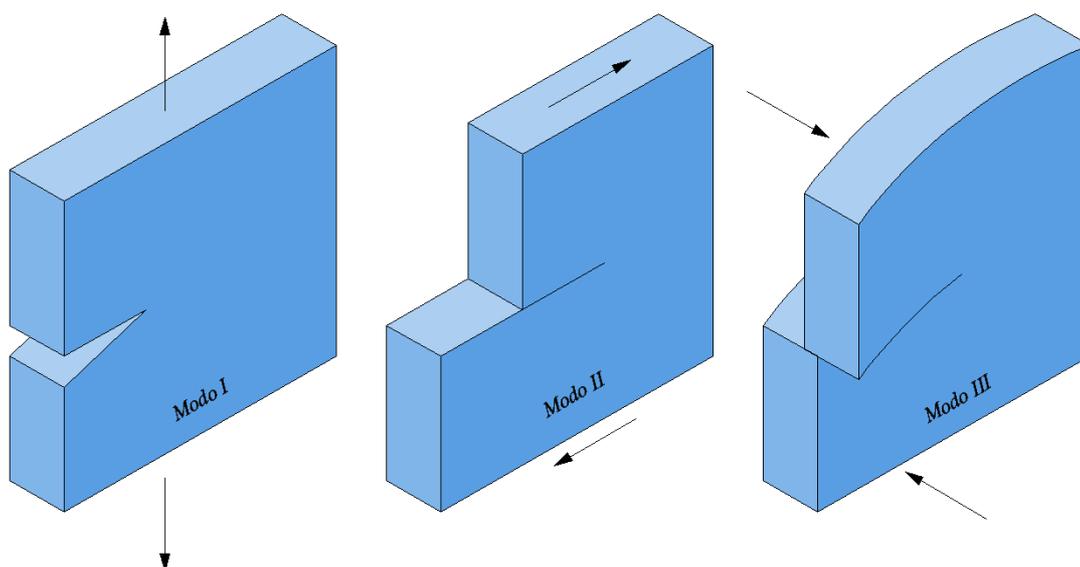


Figura 2. 30 Modos de propagación de grieta

El factor de intensidad del esfuerzo es una función de la geometría, el tamaño y la forma de la grieta, y el tipo de carga. Para diferentes cargas y configuraciones geométricas su ecuación viene dada por la siguiente expresión

$$K_I = \beta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2-80)$$

Donde β es el factor de modificación de la intensidad del esfuerzo.

2.6.4.3 Tenacidad A La Fractura

Cuando la magnitud del factor de intensidad del esfuerzo del modo I alcanza un valor crítico K_{Ic} , se inicia la propagación de la grieta. El factor de intensidad del esfuerzo crítico K_{Ic} , es una propiedad que depende del material, del modo de grieta, del procesamiento del material, de la temperatura, de la relación de cargas

y del estado de esfuerzo en el sitio de la grieta (como el esfuerzo plano contra la deformación plana). El factor de intensidad del esfuerzo crítico K_{Ic} , también se denomina tenacidad a la fractura del material. La tenacidad a la fractura de deformación plana es normalmente más baja que la del esfuerzo plano. Por esta razón, el término K_{Ic} , se define típicamente como la tenacidad a la fractura de deformación plana de modo I.

Uno de los principales problemas que se tiene es el de decidir si las condiciones existen, o no, en el caso de una fractura frágil. La operación a baja temperatura, esto es, la operación por debajo de la temperatura ambiente, es un indicador clave de que la fractura frágil es un modo de falla posible.

En muchas situaciones, las pruebas de laboratorio pueden proporcionar la única pista para determinar la posibilidad de una fractura frágil. Otro indicador clave de la posibilidad de fractura es la relación de resistencia a la fluencia sobre la resistencia última. Un valor alto de la relación S_y/S_{ut} indica que sólo existe una capacidad pequeña para absorber la energía en una región plástica y por ende existe una posibilidad de fractura frágil.

La relación de resistencia sobre esfuerzo, K_{Ic}/K_I , puede usarse como un factor de seguridad de la manera siguiente

$$n = \frac{K_{Ic}}{K_I} \quad (2-81)$$

2.7 DISEÑO DINÁMICO²⁷

2.7.1 FATIGA

Mayoritariamente los elementos de máquinas fallan bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes ocasionados por mal diseño, mal montaje o mala reparación; no obstante, un análisis más cuidadoso revela que los esfuerzos máximos reales estuvieron por debajo de la resistencia última del material y con mucha frecuencia incluso por debajo de la resistencia a la fluencia. La característica más notable de estas fallas consiste en que los esfuerzos se

²⁷ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P257.

repitieron un gran número de veces, a este tipo de fallas se las denomina “falla por fatiga”.

Cuando las partes de máquinas fallan estáticamente, por lo general desarrollan una deflexión muy grande, puesto que el esfuerzo sobrepasó el límite elástico; por ello, la parte se reemplaza antes de que en realidad suceda la fractura. De esta manera la falla estática proporciona una advertencia visible. Pero una falla por fatiga no proporciona una advertencia, es repentina y total, por ende, peligrosa. Es relativamente simple diseñar contra la falla estática porque el conocimiento que se tiene acerca de este tipo de falla es muy completo.

Como se mencionó anteriormente la fatiga está compuesta por tres etapas de desarrollo, que son las siguientes.

- En la primera etapa aparece el inicio de una o más microgrietas debido a la deformación plástica cíclica, seguida de una propagación que se extiende alrededor del origen.
Este tipo de microgrietas no pueden verse a simple vista.
- En la segunda etapa las microgrietas se convierten en macrogrietas y forman superficies paralelas en forma de mesetas separadas por crestas longitudinales. Por lo general las mesetas son suaves y normales a la dirección del esfuerzo máximo en tracción. Estas superficies pueden tener marcas oscuras y claras conocidas como marcas de playa, o marcas de concha. Durante las cargas cíclicas, estas superficies con grietas se abren y cierran, frotándose entre sí, y la aparición de las marcas de playa dependen de los cambios en el nivel de la frecuencia de carga y la naturaleza corrosiva del entorno.
- La etapa final ocurre en el ciclo de esfuerzo final, cuando el material restante no puede soportar las cargas, lo que resulta en una fractura súbita y rápida. Una fractura en la etapa final puede ser frágil, dúctil o una combinación de ambas. Con mucha frecuencia las marcas de playa, sí existen, y los patrones posibles de fractura en la última etapa llamados líneas chevrón, apuntan hacia los orígenes de las grietas iniciales.

La falla por fatiga se debe a la formación y propagación de las grietas. Por lo general, una grieta de fractura se inicia en una discontinuidad del material donde el esfuerzo cíclico es máximo.

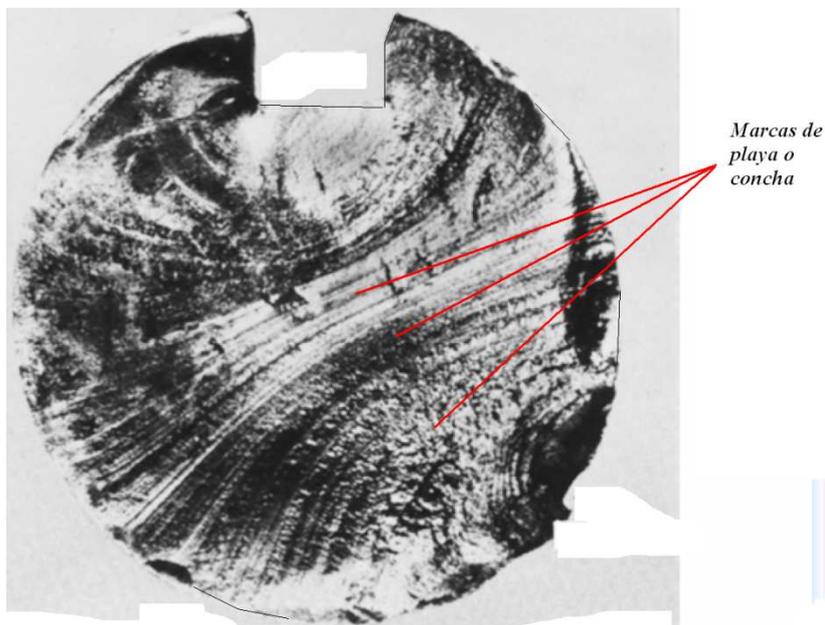


Figura 2. 31 Falla por fatiga de un eje de acero²⁸

2.7.2 LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Para determinar los límites de resistencia mediante ensayos a la fatiga, es una rutina en estos días, aunque resulta un procedimiento muy tedioso. En general, para los límites de resistencia los ensayos de esfuerzo se prefieren a los ensayos de deformación.

Generalmente para el diseño preliminar y de prototipos, así como para algunos análisis de falla, se requiere un método rápido para estimar los límites de resistencia. Existen varios datos en un sin número de libros acerca de los resultados de ensayos con viga rotativa y de ensayos a la tracción simple de muestras tomadas de la misma barra. Si se grafican estos datos, como en la **Figura 2. 32**, se podrá ver si existe o no relación entre los dos conjuntos de resultados. La gráfica parece sugerir que el límite de resistencia varía desde

²⁸ CALLISTER, William. *Materials Science and Engineering*. 7ma edición. Nueva York: McGraw-Hill, 2007. p233.

aproximadamente 40% hasta 60% de la resistencia a la tracción para aceros, y hasta alrededor de 210kpsi o 1450MPa.

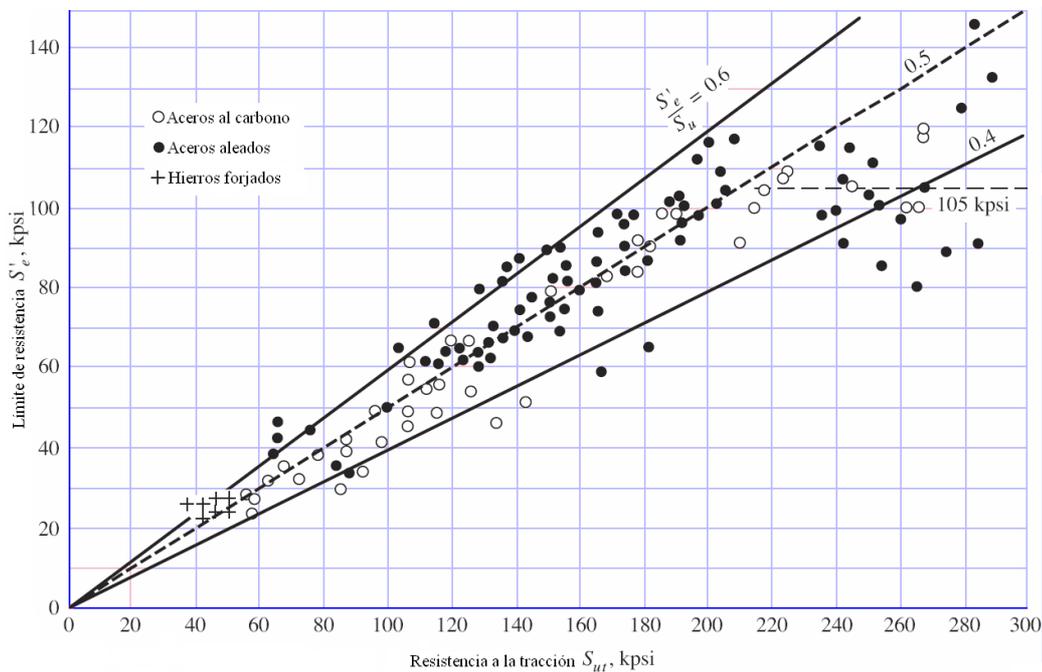


Figura 2. 32 Gráfica de límites de resistencia a la fatiga de un gran número de hierros forjados y aceros aleados²⁹

A continuación se va a presentar un método para estimar los límites de resistencia a la fatiga.

Observe que las estimaciones que se obtuvieron a partir de las cantidades de datos provenientes de muchas fuentes, probablemente tendrán una amplia dispersión y podrían desviarse de manera significativa de los resultados de ensayos de laboratorio reales acerca de las propiedades mecánicas de muestras obtenidas a través de órdenes de compra con especificaciones estrictas.

Como el área de incertidumbre es más grande, debe realizarse una compensación mediante el empleo de factores de diseño más grandes que podrían usarse para el diseño estático.

En el caso de los aceros, al simplificar la observación de la **Figura 2. 32**, se estimará el límite de resistencia como:

²⁹ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. p275.

$$S'_e = \begin{cases} 0,5S_{ut} \wedge S_{ut} \leq 200kpsi \\ 100kpsi \wedge S_{ut} > 200kpsi \\ 700MPa \wedge S_{ut} > 1400MPa \end{cases} \quad (2-82)$$

Donde S_{ut} es la resistencia a la tracción mínima. El símbolo de prima en S'_e se refiere a la propia muestra de viga rotativa. Se desea reservar el símbolo sin prima S_e para el límite de resistencia de un elemento de máquina particular sujeto a cualquier tipo de carga.

Los aceros tratados para proporcionar diferentes microestructura tienen relaciones diferentes. En apariencia, las microestructuras más dúctiles tienen una relación más alta. La martensita tiene una naturaleza muy frágil y es altamente susceptible a las grietas inducidas por fatiga; por tanto, la relación es baja. Cuando los diseños incluyen especificaciones detalladas de tratamiento térmico para obtener microestructuras específicas, es posible usar una estimación del límite de resistencia con base en datos de ensayos para la microestructura particular; dichas estimaciones son mucho más confiables y en realidad su uso es recomendable.

2.7.3 FACTORES MODIFICANTES DEL LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

2.7.3.1 Factor De Superficie

La superficie de una probeta de viga rotativa está muy pulida y además se le da un pulido final en la dirección axial para eliminar cualquier ralladura circunferencial. El factor de modificación depende de la calidad del acabado de la superficie y de la resistencia a la tracción. A fin de determinar expresiones cuantitativas para acabados comunes de parte de máquinas (esmerilada, maquinada o estirada en frío, laminada en caliente y forjada), las coordenadas de los puntos de datos se recopilaban nuevamente de una gráfica del límite de resistencia a la fatiga contra la resistencia última a la tracción, a partir de datos recolectados por Lipson y Noll y reproducidos por Hoger. Los datos pueden representarse mediante

$$k_a = aS_{ut}^b \quad (2-83)$$

Donde es la resistencia mínima a la tracción y los valores de a y b se pueden encontrar en tablas.

Una vez más, es importante observar que esta es una aproximación, dado que por lo general los datos están muy dispersos. Además, ésta no es una corrección que pueda tomarse a la ligera.

2.7.3.2 Factor De Tamaño

El factor de tamaño se evaluó en 133 conjuntos de puntos de datos. Los resultados para flexión y torsión pueden expresarse como

$$k_b = \begin{cases} (d/0,3)^{-0,107} \wedge 0,11 \leq d \leq 2in \\ 0,91d^{-0,157} \wedge 2 < d \leq 10in \\ (d/7,62)^{-0,107} \wedge 2,79 \leq d \leq 51mm \\ 1,51d^{-0,157} \wedge 51 < d \leq 254mm \end{cases} \quad (2-84)$$

Para carga axial no existe efecto de tamaño, por lo cual

$$k_b = 1 \quad (2-85)$$

Uno de los principales problemas que surgen al utilizar la ecuación (2-84) es qué hacer cuando una barra redonda en flexión no está girando, o cuando se utiliza una sección no circular. Para estos casos se utilizará una dimensión efectiva d_e que se obtiene al igualar el volumen de material sometido a esfuerzo igual o superior a 95% del esfuerzo máximo con el mismo volumen en la muestra de viga rotativa. Una vez realizando los respectivos cálculos se obtiene que la fórmula de la dimensión efectiva para una barra rectangular de altura h y base b sería

$$d_e = 0,808\sqrt{bh} \quad (2-86)$$

2.7.3.3 Factor De Carga

Cuando se realizan los ensayos de fatiga con carga de flexión rotatoria, axial y de torsión, los límites de resistencia a la fatiga difieren con S_{ut} . El factor de carga axial y torsional están dados por

$$k_c = \alpha \bar{S}_{ut}^{\beta} \quad (2-87)$$

Donde \bar{S}_{ut} es la resistencia última del acero. Hay menos datos para estudiar la fatiga axial. La ecuación (2-87) se dedujo a partir de los datos de Landgraf y Grover, Gordon y Jackson.

Tabla 2. 3 **Parámetros del factor de carga de Marin**³⁰

Modo de carga	k_c promedio
Flexión	1
Axial	0,85
Torsión	0,59

Los datos de torsión son escasos y se establecen a partir de datos de Grover y colaboradores. Hay que notar la sensibilidad moderada a la resistencia del factor de carga axial y torsional, por lo que en estos casos k_c no es constante. Los valores promedios que se usan para estos casos se muestran en la Tabla 2. 3

Parámetros del factor de carga de Marin

Los valores de a y b se pueden encontrar en tablas, dependiendo del material que se esté estudiando

2.7.3.4 Factor De Temperatura

Cuando las temperaturas de operación son menores que la temperatura ambiente, la fractura frágil es una probabilidad fuerte, por lo que se debería investigar primero. Cuando las temperaturas de operación son mayores que la temperatura ambiente, primero se debería investigar la fluencia porque la resistencia a ésta disminuye con rapidez a la temperatura; como se puede apreciar en la **Figura 2. 33**.

³⁰ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P282.

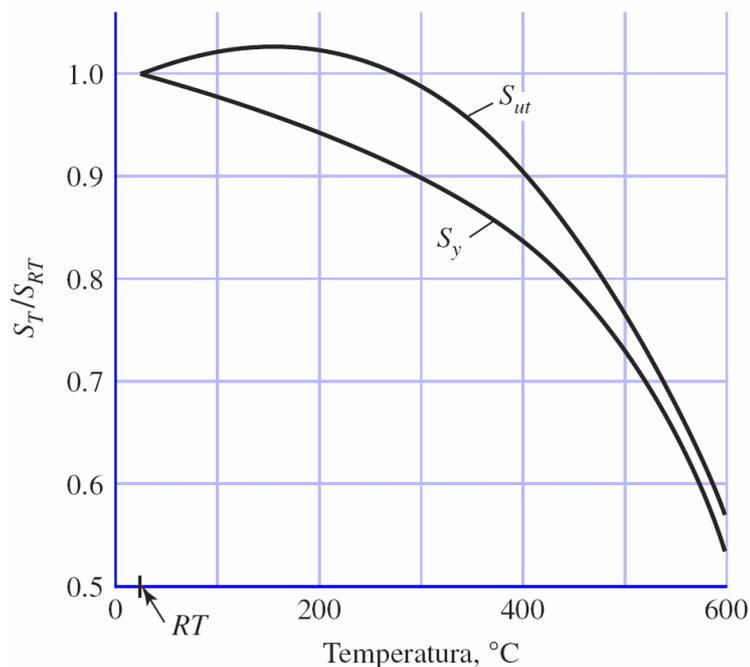


Figura 2. 33 Efecto de la temperatura de operación en la resistencia a la fluencia S_y y en la resistencia última S_{ut} ³¹

La cantidad finita de datos disponibles indica que el límite de resistencia a la fatiga de los aceros se incrementa un poco a medida que la temperatura aumenta y luego comienza a disminuir en el intervalo de 400 – 700°F, que no es diferente del comportamiento de la resistencia a la tracción que se ilustra en la **Figura 2. 33**. Por esta razón es probable que, a temperaturas elevadas, el límite de la resistencia a la fatiga se relacione con la resistencia a la tracción en la misma forma que a temperatura ambiente. Por ende, parece muy lógico emplear las mismas relaciones para predecir el límite de la resistencia a la fatiga a temperaturas elevadas que como se usan a temperatura ambiente, al menos hasta que se disponga de datos más completos. Esta práctica proporcionará un estándar útil con el cual se pueden comparar el desempeño de varios materiales.

Un ajuste a la curva polinomial de cuarto orden de los datos subyacentes de la **Figura 2. 33** proporciona la siguiente ecuación.

$$k_d = 0,975 + 0,432(10^{-3})T_F - 0,115(10^{-5})T_F^2 + 0,104(10^{-8})T_F^3 - 0,595(10^{-12})T_F^4 \quad (2-88)$$

Donde la temperatura debe estar en un rango comprendido entre 70 – 1000°F.

³¹ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P39.

2.7.3.5 Factor De Confiabilidad

El análisis que se va a presentar es aplicable a la dispersión de datos como en la **Figura 2. 32** donde el límite medio de resistencia a la fatiga es $S'_e/S_{ut} = 0,5$, o como lo da la ecuación (2-82). La mayoría de los datos de resistencia a la fatiga se reportan como valores medios. Los que presentaron Haugen y Wirching muestran desviaciones estándar de la resistencia a la fatiga de menos del 8%. Por lo tanto, el factor de modificación de la confiabilidad aplicable para esto puede escribirse como

$$k_e = 1 - 0,08 \left(\frac{x - \mu_x}{\hat{\sigma}_x} \right) \quad (2-89)$$

Donde los valores de μ_x y $\hat{\sigma}_x$ se pueden encontrar tabulados.

En ingeniería mecánica y en la vida real en sí se trabaja con datos tabulados, por ello en la Tabla 2. 4 se pueden encontrar los valores de k_e para las confiabilidades más usadas.

Aunque el factor k_f tiene el propósito de tomar en cuenta la reducción del límite de resistencia a la fatiga debida a todos los otros efectos, en verdad significa un recordatorio que estos efectos se deben tomar en cuenta, porque los valores reales de k_f no siempre están disponibles.

Los esfuerzos residuales mejoran el límite de resistencia a la fatiga o lo afectan de manera negativa. En general, si el esfuerzo residual en la superficie de la parte es de compresión, el límite de resistencia a la fatiga mejora. Las fallas por fatiga parecen ser fallas de tracción, o al menos las provoca un esfuerzo de tracción, por lo cual cualquier acción que reduzca el esfuerzo de tracción también reducirá la posibilidad de una falla por fatiga. Las operaciones como el granallado, el martillado o el laminado en frío acumulan esfuerzos de compresión en la superficie de la parte y mejoran mucho el límite de resistencia a la fatiga. Por supuesto, el material no se debe trabajar hasta agotarlo.

Tabla 2. 4 Factores de confiabilidad correspondientes a ocho desviaciones estándar porcentuales del límite de resistencia a la fatiga³²

Porcentaje de confiabilidad	Factor de confiabilidad k_e
50	1
90	0,897
95	0,868
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659
99,9999	0,620

2.7.3.6 Factor De Efectos Varios

Los límites de la resistencia a la fatiga de partes hechas de placas o barras laminadas o estiradas, así como las partes forjadas, quizá se vean afectadas por las llamadas características direccionales de la operación. Por ejemplo, las partes laminadas o estiradas tienen un límite de resistencia a la fatiga en la dirección transversal que puede ser 10 a 20% menor que el límite de resistencia a la fatiga en la dirección longitudinal.

Las partes con endurecimiento superficial fallan en la superficie o en el radio máximo del núcleo, según sea el gradiente de esfuerzos.

Los aspectos más relevantes que son considerados por este factor son los siguientes:

- Corrosión
- Recubrimiento electrolítico
- Metalizado por aspersion
- Frecuencia cíclica
- Corrosión por frotamiento

³² BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P285.

2.7.4 ESFUERZOS FLUCTUANTES

Estos esfuerzos adoptan la forma de un patrón sinusoidal debido a la naturaleza de algunas máquinas rotatorias. Sin embargo, también ocurren otro tipo de patrones, algunos muy irregulares. Se ha determinado que en los patrones periódicos que presentan un solo máximo y un solo mínimo de la fuerza, la forma de la onda no resulta fundamental, pero los picos en el lado alto (máximo) y en el lado bajo (mínimo) son importantes. En consecuencia, $F_{m\acute{a}x}$ y $F_{m\acute{i}n}$ en un ciclo de fuerza se emplean para caracterizar el valor de la fuerza. También es cierto que al variar por arriba y por abajo de alguna línea base resulte igualmente eficaz para caracterizar el patrón de la fuerza. Si la fuerza mayor es $F_{m\acute{a}x}$ y la fuerza menor es $F_{m\acute{i}n}$ se construye una componente alternante y una componente media como se indica a continuación:

$$F_m = \frac{F_{m\acute{a}x} + F_{m\acute{i}n}}{2} \quad (2-90)$$

$$F_a = \left| \frac{F_{m\acute{a}x} - F_{m\acute{i}n}}{2} \right| \quad (2-91)$$

Donde F_m es la componente de intervalos medio de la fuerza y F_a es la componente amplitud de la fuerza.

En la **Figura 2. 34** se ilustra un ejemplo de registro esfuerzo – tiempo que ocurre comúnmente.

El esfuerzo constante, o estático, no es el mismo que el esfuerzo medio; de hecho, puede tener cualquier valor entre $\sigma_{m\acute{i}n}$ y $\sigma_{m\acute{a}x}$. El estado constante existe debido a una carga fija o a una precarga aplicada a la parte, y por lo general es independiente de la parte variante de la carga.

Cuando la componente del esfuerzo constante es suficientemente alta para inducir fluencia localizada en la muesca, se tiene un problema. La fluencia local del primer ciclo produce deformación plástica y endurecimiento por deformación, lo cual sucede en la ubicación cuando la nucleación de la grieta y el crecimiento por fatiga son más probables. Las propiedades del material (S_y y S_{ut}) son nuevas y difíciles de cuantificar. Existen varios análisis respecto de las formas posibles

de cuantificar lo que ocurre ante la fluencia localizada y general en presencia de la muesca, a los cuales se los conoce como método del esfuerzo nominal medio, método del esfuerzo residual, etc.

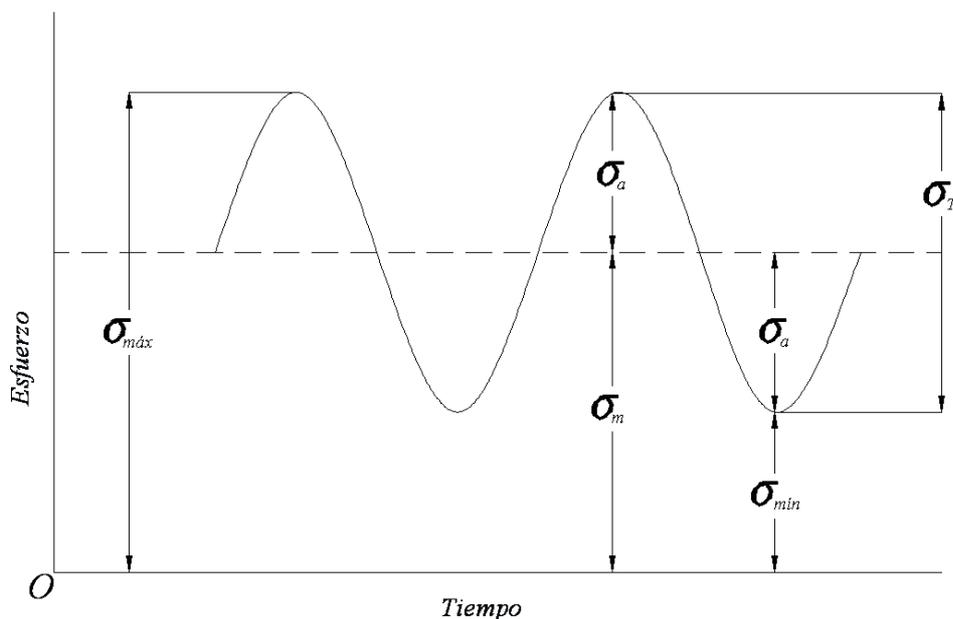


Figura 2. 34 Esfuerzo fluctuante sinusoidal

donde $\sigma_{mín}$ = esfuerzo mínimo

$\sigma_{máx}$ = esfuerzo máximo

σ_a = componente de la amplitud

σ_m = componente de esfuerzo medio

σ_τ = intervalo de esfuerzo

2.7.5 CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA

2.7.5.1 Criterio De Goodman Modificado

Este criterio se puede apreciar de mejor manera en la **Figura 2. 35**, donde se muestra el esfuerzo medio graficado a lo largo de la abscisa y todas las demás componentes del esfuerzo en la ordenada, con la tracción en la dirección positiva. El límite de resistencia a la fatiga, la resistencia a la fatiga o la resistencia de vida finita, según el caso, se grafica en la ordenada arriba o abajo del origen. La recta del esfuerzo medio es una recta a 45° desde el origen hasta la resistencia a la

tracción de la parte. El diagrama de Goodman modificado consiste en rectas que se trazan hasta S_e (o S_f) arriba y abajo del origen. Observe que la resistencia a la fluencia también se grafica en ambos ejes, porque la fluencia sería el criterio de falla si $\sigma_{m\acute{a}x}$ superasara a S_y .

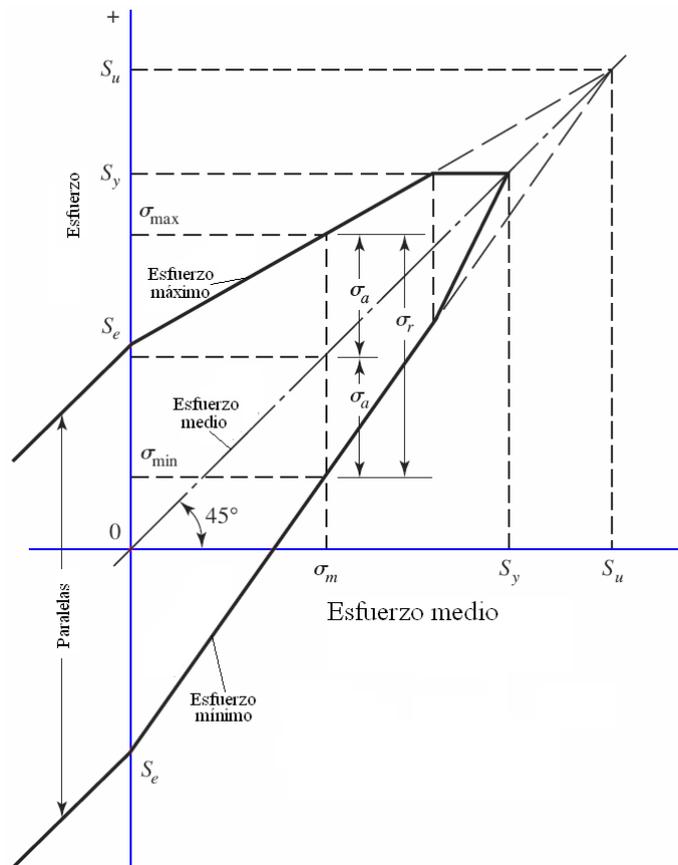


Figura 2. 35 Diagrama de Goodman modificado para un esfuerzo medio particular³³

En la **Figura 2. 36** se ilustra otra forma de representar los resultados de los ensayos. La abscisa representa la relación de la resistencia media S_m a la resistencia última, con la tracción graficada a la derecha y la compresión a la izquierda. La ordenada es la relación entre la resistencia alternante y el límite de resistencia a la fatiga. Entonces, la recta BC representa el criterio de Goodman modificado de falla. Observe que la resistencia de esfuerzo medio en la región de compresión tiene poco efecto en el límite de resistencia a la fatiga.

³³ BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008. P295.

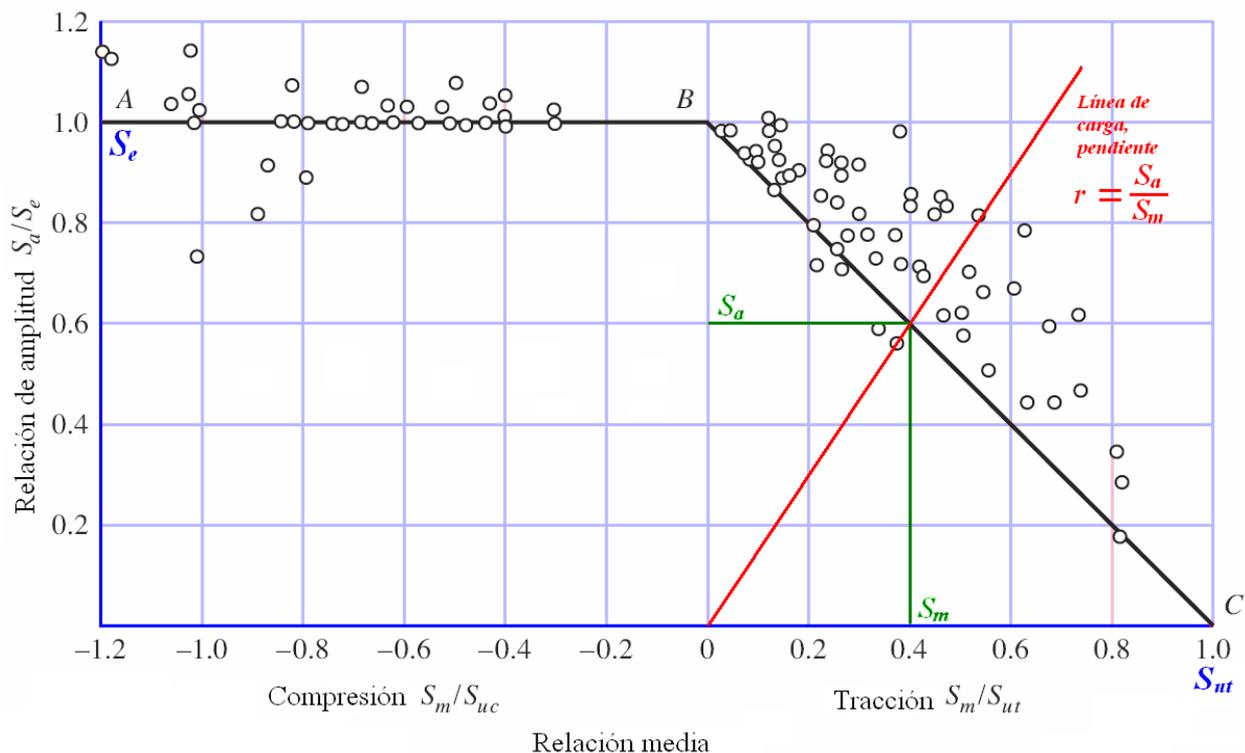


Figura 2. 36 Gráfica de fallas de esfuerzos medios en ambas regiones de tracción y compresión

El criterio de falla de Goodman es el más utilizado para estudios por las siguientes razones:

- Es una línea recta, por lo que el álgebra es lineal y fácil.
- Se grafica fácilmente para cada problema.
- Expone aspectos sutiles de discernimiento en problemas de fatiga.
- Las respuestas se pueden escalar a partir de los diagramas, como una verificación del álgebra.

Por lo tanto la ecuación del criterio de falla de Goodman sería la ecuación de la recta que une los puntos *B* y *C*

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (2-92)$$

2.7.5.2 Criterio De Gerber

Como se puede apreciar en la **Figura 2. 36**, en la diagonal trazada desde el punto *B* hasta el punto *C* los datos se alejan, por lo que una parábola tendría mejor oportunidad de atravesar más puntos, por lo tanto se acercará más a un criterio de falla real. Utilizando la ecuación de la parábola para la **Figura 2. 37** se tendrá la siguiente ecuación de falla

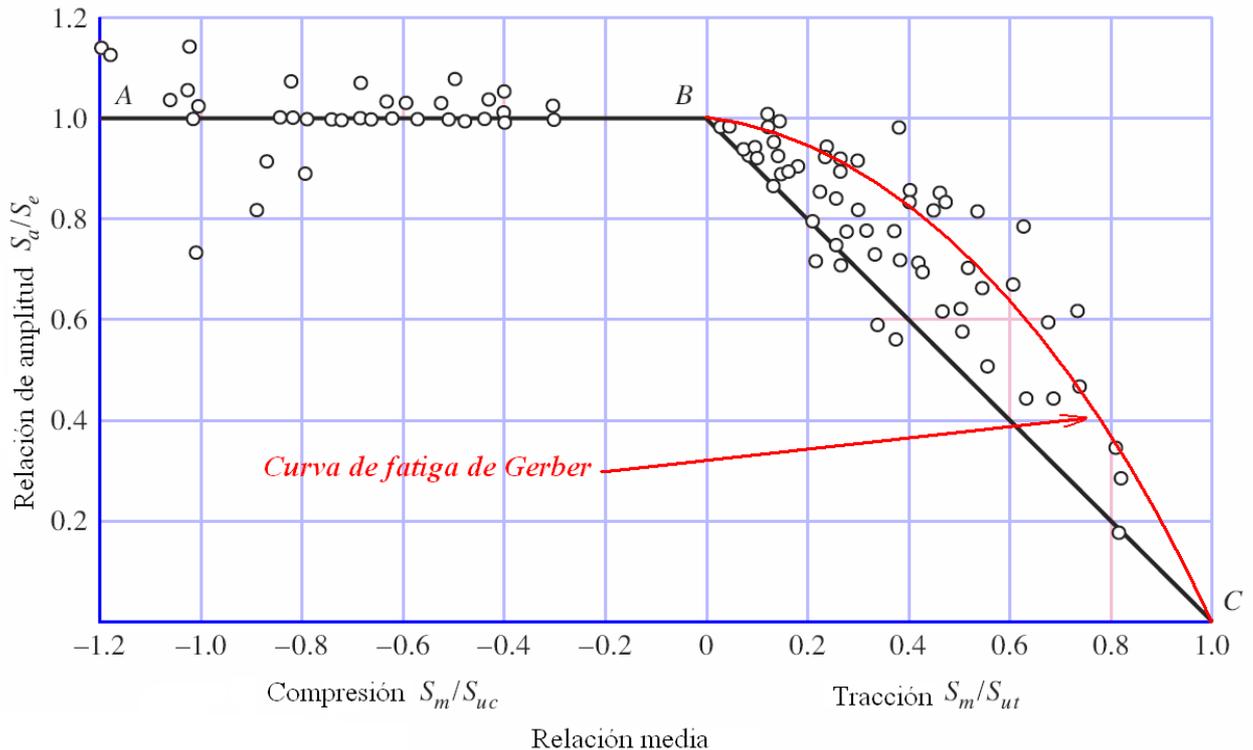


Figura 2. 37 Curva de fatiga de Gerber en una gráfica de fallas de esfuerzos medios en ambas regiones de tracción y compresión

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (2-93)$$

2.7.5.3 Criterio De La Asme-Elíptica

Este criterio de falla es muy similar al de Gerber, utiliza el mismo criterio de que una curva se aproximaría más a los datos de la **Figura 2. 36**, pero en este caso en vez de proponer una parábola propone la cuarta parte de una elipse, considerando al semieje mayor y al semieje menor como S_y y S_e respectivamente. Su gráfico es muy similar al de la **Figura 2. 37** y su ecuación es

$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{S_y}\right)^2 = 1 \quad (2-94)$$

2.7.6 RESISTENCIA A LA FATIGA POR TORSIÓN

Varios ensayos proporcionan algunos resultados muy interesantes sobre la fatiga por torsión pulsante, la mayoría de estos ensayos fueron realizados por James Smith. El primer resultado, basado en setenta y dos ensayos, demuestra que la existencia de un esfuerzo uniforme torsional no mayor que la resistencia a la fluencia en torsión no tiene efecto en el límite de resistencia a la fatiga torsional, a condición de que el material sea dúctil, pulido, libre de ralladuras y perfectamente cilíndrico.

El segundo resultado de Smith se aplica a materiales con esfuerzos concentrados, muescas o imperfecciones superficiales. En este caso, se determina que el límite de fatiga por torsión disminuye en forma monótona con el esfuerzo por torsión constante. Como la gran mayoría de las partes tienen superficies con algunas imperfecciones, este resultado indica que son útiles la aproximación de Gerber, la de ASME-elíptica y otras. La “Associated Spring-Barnes Group”, confirma los resultados de Smith y recomienda el uso de la relación de Goodman modificada para torsión pulsante. Al construir el diagrama de Goodman, la “Associated Spring-Barnes Group” utiliza

$$S_{su} = 0,67S_{ut} \quad (2-95)$$

2.7.7 FATIGA ACUMULADA

La fatiga acumulada es cuando se tienen varios esfuerzos de diferente magnitud que se aplican durante un número definido de ciclos, los esfuerzos más grandes que se apliquen debilitarán a un elemento en ciertas zonas, con el pasar del tiempo estas zonas debilitadas se seguirán debilitando con la aplicación de cualquier esfuerzo, es decir no necesariamente deben de ser altos para que su acumulación continúe.

Una vez que estas zonas se han debilitado hasta su límite máximo de fluencia, el elemento fallará y se romperá.

2.7.8 FATIGA SUPERFICIAL

Existen esfuerzos cortantes debajo de la superficie de cualquier elemento mecánico que son mayores a los producidos en plena superficie. Las grietas crecen hasta que trozos diminutos de material se desprenden, produciendo picaduras en la superficie.

Hasta ahora se ha visto el diseño de un elemento mecánico para soportar fallas de fluencia, fractura o fatiga. Generalmente los mecanismos de cualquier maquinaria funcionan mediante la interacción directa de dos elementos mecánicos, estos elementos interactúan entre sí por rodamiento, deslizamiento o una combinación de contacto rodante y deslizante.

Cuando dos superficies ruedan, o ruedan y se deslizan una contra otra con mucha fuerza, ocurrirá una falla por picadura luego de cierto número de ciclos de operación. En este tipo de resistencia a la fatiga superficial influyen múltiples aspectos como por ejemplo la fuerza de contacto, el número de ciclos, el acabado superficial, la dureza, el grado de lubricación y la temperatura a la que se está trabajando.

Cuando dos superficies se presionan entre sí, se genera un esfuerzo cortante máximo ligeramente por debajo de la superficie de contacto. Múltiples teorías sostienen que una falla superficial por fatiga se inicia por su esfuerzo cortante máximo y luego se propaga rápidamente hacia la superficie. Después el lubricante ingresa en la grieta que se acaba de formar y, bajo presión, a la larga desprende las partículas con un efecto de cuña.

CAPÍTULO 3

3. DISEÑO DEL PROGRAMA PARA RESOLVER EJES Y ENGRANES

3.1 PROGRAMACIÓN EN ADOBE FLASH ACTIONSCRIPT 3.0

ActionScript 3.0 es un lenguaje de programación aplicable solamente para Adobe Flash Player.

ActionScript 3.0 brinda un modelo de programación similar a otros programas de programación, tales como Visual Basic, por lo que resultará fácil de utilizar si los usuarios poseen conocimientos básicos sobre programación orientada a objetos. Algunas de las principales funciones de ActionScript 3.0 son las siguientes:

- Una nueva máquina virtual ActionScript, denominada AVM2, que utiliza un nuevo conjunto de instrucciones de código de bytes y proporciona importantes mejoras de rendimiento.
- Una base de código de compilador más moderna, que se ajusta mejor al estándar ECMAScript (ECMA 262) y que realiza mejores optimizaciones que las versiones anteriores del compilador.
- Una interfaz de programación de aplicaciones (API) ampliada y mejorada, con un control de bajo nivel de los objetos y un auténtico modelo orientado a objetos.
- Un núcleo del lenguaje basado en el próximo borrador de especificación del lenguaje ECMAScript (ECMA-262) edición 4.
- Una API XML basada en la especificación de ECMAScript para XML (E4X) (ECMA-357 edición 2). E4X es una extensión del lenguaje ECMAScript que añade XML como un tipo de datos nativo del lenguaje.
- Un modelo de eventos basado en la especificación de eventos DOM (modelo de objetos de documento) de nivel 3.

3.2 CREACIÓN DE UN PROGRAMA EN ACTIONSCRIPT 3.0

A continuación se indican los principales pasos para programar en Actionscript 3.0; estos pasos es un resumen de todo lo que se tiene que hacer para juntar los fragmentos de ActionScript con el fin de crear una aplicación completa llena de código ActionScript.

Dependiendo del tipo de programa que se quiera crear y la complejidad que se le quiera agregar al mismo todos los pasos a indicarse podrán aumentar o modificarse, pero básicamente estos pasos son la base para todo tipo de programa.

3.2.1 PREPARACIÓN DE CAPAS Y ELEMENTOS INTERACTIVOS

En este primer paso se agregan el número de capas necesarias para poder ejecutar el programa y modificarlo posteriormente, en caso de ser necesario, sin afectar a los demás elementos el programa.

Se debe agregar una capa por cada elemento o acción a ejecutar, por ejemplo una capa para textos fijos, otra capa para gráficos, otra capa para textos dinámicos, otra capa para botones, etc. Dependiendo del programa se pueden realizar varias tareas en una misma capa, aunque no es recomendable, pero lo que no se debe hacer es mezclar la programación con otras actividades, en otras palabras se debe destinar una capa solamente para compilar todos los códigos de programación.

3.2.2 CREACIÓN Y ADICIÓN DE ELEMENTOS

En este momento es donde se agregan todos los agentes externos que le darán forma física al programa. En este paso se debe tener mucho cuidado ya que aquí es donde se pueden mezclar varios componentes en una misma capa; lo que se tiene que hacer es orientar cada objeto a la capa correspondiente. Por ejemplo se debe seleccionar la capa de textos fijos y escribir todos los textos fijos que tendrá el programa, luego se debe seguir con la capa videos y agregar todos los videos que se vayan a utilizar, y así sucesivamente hasta terminar con la capa de programación, ya que aquí hay que escribir todos los códigos para que el programa se ejecute correctamente.

3.2.3 ESCRITURA DEL CÓDIGO

El código que utiliza ActionScript 3.0 es muy similar al que utilizan muchos otros programas de programación y su estructura también es muy similar.

3.2.3.1 Variables Y Constantes

En vista de que la programación implica cambiar datos en la memoria de la computadora, tiene que haber una forma de representar un solo dato en el programa. Una *variable* es un nombre que representa un valor en la memoria del computador. Cuando se escriben sentencias para manipular valores, se escribe el nombre de la variable en lugar del valor; cuando el computador lee el nombre de la variable en el programa, busca en su memoria y utiliza el valor que allí encuentra. Por ejemplo, si hay dos variables denominadas *variable1* y *variable2*, cada una de las cuales contiene un número, para sumar esos dos números se podría escribir la sentencia: *variable1 + variable2*.

Cuando se lleve a cabo los pasos indicados, el equipo buscará los valores de cada variable y los sumará.

En ActionScript 3.0, una variable se compone realmente de tres partes distintas que son:

- El nombre de la variable
- El tipo de datos que puede almacenarse en la variable
- El valor real almacenado en la memoria del equipo

3.2.3.2 Tipos De Datos

En ActionScript se pueden utilizar muchos tipos de datos para las variables que se crean.

Algunos de estos tipos de datos se pueden considerar “sencillos” o “fundamentales”, a continuación se muestran los diferentes tipos de datos:

- **String:** un valor de texto como, por ejemplo, un nombre o el texto de un capítulo de un libro
- **Numeric:** ActionScript 3.0 incluye tres tipos de datos específicos para datos numéricos:

- Number: cualquier valor numérico, incluidos los valores fraccionarios o no fraccionarios
- int: un entero (un número no fraccionario)
- uint: un entero sin signo, es decir, que no puede ser negativo
- Boolean: un valor true (verdadero) o false (falso), por ejemplo, si un conmutador está activado o si dos valores son iguales

Los tipos de datos sencillos representan un solo dato: por ejemplo, un solo número o una sola secuencia de texto. No obstante, la mayoría de los tipos de datos definidos en ActionScript podrían describirse como tipos de datos complejos porque representan un conjunto de valores agrupados. Por ejemplo, una variable con el tipo de datos Date representa un solo valor: un momento temporal. Sin embargo, dicho valor de fecha se representa realmente con varios valores: día, mes, año, horas, minutos, segundos, etc., todos ellos números individuales. Así pues, aunque se perciba una fecha como un solo valor (y se pueda tratar como tal creando una variable Date), internamente el equipo lo considera un grupo de varios valores que conjuntamente definen una sola fecha.

La mayoría de los tipos de datos incorporados y los tipos de datos definidos por los programadores son complejos. Algunos de los tipos de datos complejos que podrían reconocerse son:

- MovieClip: un símbolo de clip de película
- TextField: un campo de texto dinámico o de texto de entrada
- SimpleButton: un símbolo de botón
- Date: información sobre un solo momento temporal (una fecha y hora)

Para referirse a los tipos de datos, a menudo se emplean como sinónimos las palabras clase y objeto. Una *clase* es simplemente la definición de un tipo de datos; es como una plantilla de todos los objetos del tipo de datos, como si se dijera que “todas las variables del tipo de datos Ejemplo tiene estas características: A, B y C”. Por otro lado, un *objeto* es simplemente una instancia real de una clase; una variable cuyo tipo de datos es *MovieClip* podría describirse como un objeto MovieClip. Se puede decir lo mismo con distintos enunciados:

- El tipo de datos de la variable *myVariable* es Number.
- La variable *myVariable* es una instancia de Number.
- La variable *myVariable* es un objeto Number.
- La variable *myVariable* es una instancia de la clase Number.

3.2.3.3 Objetos

ActionScript es lo que se denomina un lenguaje de programación orientado a objetos.

La programación orientada a objetos es simplemente un enfoque de la programación, es decir, una forma de organizar el código en un programa mediante objetos.

Un programa informático no es más que una serie de pasos o instrucciones que lleva a cabo el equipo. Así pues, conceptualmente se podría imaginar un programa informático simplemente como una larga lista de instrucciones. Sin embargo, en la programación orientada a objetos, las instrucciones del programa se dividen entre distintos objetos; el código se agrupa en segmentos de funcionalidad, de modo que los tipos de funcionalidad relacionados o los elementos de información relacionados se agrupan en un contenedor.

De hecho, si se ha trabajado con símbolos en Flash, se estará acostumbrado a trabajar con objetos. Supongamos que se ha definido un símbolo de clip de película (por ejemplo, el dibujo de un rectángulo) y se ha colocado una copia del mismo en el escenario. Dicho símbolo de clip de película también es (literalmente) un objeto en ActionScript; es una instancia de la clase MovieClip.

Es posible modificar algunas de las características del clip de película. Por ejemplo, cuando está seleccionado, es posible cambiar algunos valores en el inspector de propiedades como, por ejemplo, la coordenada x o la anchura, o realizar algunos ajustes de color como cambiar su valor de transparencia alfa o aplicarle un filtro de sombra. Otras herramientas de Flash permiten realizar más cambios, como utilizar la herramienta Transformación libre para girar el rectángulo. Todas estas acciones para modificar un símbolo de clip de película en el entorno de edición de Flash también se pueden realizar en ActionScript

cambiando los elementos de datos que se agrupan en un único paquete denominado objeto MovieClip. En la programación orientada a objetos de ActionScript, hay tres tipos de características que puede contener cualquier clase:

- Propiedades
- Métodos
- Eventos

Estos elementos se utilizan conjuntamente para administrar los elementos de datos que utiliza el programa y para decidir qué acciones deben llevarse a cabo y en qué orden.

3.2.3.4 Propiedades

Una *propiedad* representa uno de los elementos de datos que se empaquetan en un objeto. Un objeto Song (canción) puede tener propiedades denominadas artist (artista) y title (título); la clase MovieClip tiene propiedades como rotation (rotación), x, width (anchura) y alpha (alfa). Se trabaja con las propiedades del mismo modo que con las variables individuales; de hecho, se podría pensar que las propiedades son simplemente las variables “secundarias” contenidas en un objeto.

3.2.3.5 Métodos

Un *método* es una acción que puede llevar a cabo un objeto. Por ejemplo, si se ha creado un símbolo de clip de película en Flash con varios fotogramas clave y animación en la línea de tiempo, ese clip de película podrá reproducirse, detenerse o recibir instrucciones para mover la cabeza lectora a un determinado fotograma.

3.2.4 PROBAR LA APLICACIÓN

Al llegar a este punto se supone que el programa ha terminado exitosamente y podrá correr con normalidad, pero en caso de existir una falla, ActionScript tiene la ventaja de indicar cuál línea del código de programación está con falla y también qué tipo de error es el que está ocurriendo.

3.3 ELABORACIÓN DEL PROGRAMA

Este programa está dirigido para personas con escasos conocimientos de diseño de máquinas, en especial el diseño de ejes y engranes.

La mayor parte de ecuaciones, gráficos y fórmulas han sido tomadas de los libros de diseño de máquinas de Richard Budynas y del libro de diseño de elementos de máquinas de Robert Mott; ya que éstos a su vez han tomado la mayor parte de datos de las normas ANSI/AGMA.

3.3.1 UNIDADES DE TRABAJO

Todas las fórmulas y ecuaciones que utiliza el programa, así como también todos los resultados obtenidos, requieren el uso de las unidades USCS (United States Customary System) o sistema estándar de los Estados Unidos por sus siglas en inglés.

Se ha propuesto trabajar con este tipo de unidades ya que la gran mayoría de elementos mecánicos que se encuentran en el mercado nacional e internacional vienen en dichas unidades.

3.3.2 RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS

La resolución de ejes y engranes es muy complejo para resolverlo mecánica y analíticamente, que es el método de trabajo común de los computadores, debido a que se tiene que asumir muchos medios de trabajo y de operación para colocar ciertos valores de algunas constantes que son de suma importancia en múltiples fórmulas.

Los textos advierten que ni aún utilizando todas las fórmulas y constantes perfectamente se obtendría un valor real de esfuerzo de falla. Debido a que los usuarios del programa no tendrán todos los conocimientos acerca del diseño de elementos mecánicos, no se los puede proporcionar todas las opciones de fabricación o trabajo de los engranes y de los ejes.

Por todo lo indicado anteriormente se ha limitado el programa a las condiciones más comunes de trabajo y de fabricación de los elementos, a continuación se indican todos los valores de fabricación o trabajo asumidos para el programa.

PROGRAMAS “DISEÑO DE EJES” Y “DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES”

- Tren de engranajes de dos etapas del tipo de inversión compuesta
- 16 dientes en cada uno de los dos piñones
- Ancho de cara de 1,5 pulgadas para la primera etapa y 2 pulgadas para la segunda etapa
- Engranajes rectos
- Acero laminado en frío como material para todos los engranajes y ejes
- Ángulo de presión de 20°
- Factor geométrico J de 0,27 para los piñones y de 0,40 para las ruedas
- Confiabilidad del 99%
- Vida útil de 10000 horas
- Diseño mediante el criterio de falla de la ASME-Elíptica
- Acabado superficial maquinado o estirado en frío
- Falla por flexión (Solamente para el caso de ejes)

PROGRAMA “DISEÑO DE ENGRANES”

- Vida útil de 10000 horas
- Factor geométrico J de 0,40 para el piñón y de 0,50 para la rueda
- Confiabilidad del 99%
- Acero laminado en frío como material
- Ángulo de presión de 20°
- Diseño mediante el criterio de falla de la ASME-Elíptica
- Acabado superficial maquinado o estirado en frío

3.4 PROCESO DE CÁLCULO

3.4.1 PROGRAMA “DISEÑO DE ENGRANES”

3.4.1.1 Datos De Entrada

En este programa que está dirigido al cálculo de todos los factores de seguridad y demás componentes de cualquier tipo de engranajes rectos o helicoidales, el usuario podrá contar con los siguientes campos para ingresar sus datos:

- Número de dientes del piñón
- Potencia transmitida entre los engranes [HP]
- Velocidad angular del piñón [RPM]
- Paso diametral [dientes/pulgada]
- Relación de transmisión entre el piñón y la rueda de acople
- Dureza del acero con que está conformado el piñón [HB]
- Dureza del acero con que está conformada la rueda de acople [HB]
- Ángulo de hélice [°]
- Ancho de cara (grosor del piñón y la rueda) [pulgadas]

3.4.1.2 Datos De Salida

El programa se enfoca principalmente a obtener los factores de seguridad por desgaste superficial y flexión en los engranes, pero adicionalmente se obtendrán más datos que ayudarán a la comprensión y comprobación del problema, estos datos son los siguientes:

- Número de dientes de la rueda de acople
- Diámetro de paso del piñón [pulgadas]
- Diámetro de paso de la rueda de acople [pulgadas]
- Velocidad lineal transmitida del piñón al engrane [pies/minuto]
- Fuerza tangencial transmitida del piñón al engrane [lbf]
- Factor de seguridad a la falla por desgaste superficial en el piñón
- Factor de seguridad a la falla por flexión superficial en el piñón
- Factor de seguridad a la falla por desgaste superficial en la rueda
- Factor de seguridad a la falla por flexión superficial en la rueda

3.4.2 PROGRAMA “DISEÑO DE EJES”

3.4.2.1 Datos De Entrada

En este programa que está dirigido al cálculo de todos los factores de seguridad y demás componentes del eje central, el usuario podrá contar con los siguientes campos para ingresar sus datos:

- Potencia transmitida [HP]
- Velocidad angular de entrada al reductor de velocidad [RPM]

- Relación de transmisión entre la velocidad de entrada y la velocidad de salida
- Longitud X del eje [pulgadas]
- Diámetro D del eje [pulgadas]
- Tipo de acero utilizado para fabricar el eje
- Paso diametral [dientes/pulgada]

3.4.2.2 Datos De Salida

El programa se enfoca principalmente a obtener los factores de seguridad de ciertos puntos ubicados en el eje, pero adicionalmente se obtendrán más datos que ayudarán a la comprensión y comprobación del problema, estos datos son los siguientes:

- Fuerza tangencial ejercida del engrane 1 sobre el engrane 2 [lbf]
- Fuerza radial ejercida del engrane 1 sobre el engrane 2 [lbf]
- Fuerza tangencial ejercida del engrane 4 sobre el engrane 3 [lbf]
- Fuerza radial ejercida del engrane 4 sobre el engrane 3 [lbf]
- Reacción en el punto B paralela al eje y [lbf]
- Reacción en el punto B paralela al eje z [lbf]
- Reacción en el punto M paralela al eje y [lbf]
- Reacción en el punto M paralela al eje z [lbf]
- Momento flector total en el punto B [lbf*pulg]
- Momento flector total en el punto G [lbf*pulg]
- Momento flector total en el punto H [lbf*pulg]
- Momento flector total en el punto I [lbf*pulg]
- Momento flector total en el punto K [lbf*pulg]
- Diámetro de la sección D1
- Diámetro de la sección D2
- Diámetro de la sección D3
- Torque que soporta el eje [lbf*pulg]
- Factor de seguridad en el punto G
- Factor de seguridad en el punto H
- Factor de seguridad en el punto K

3.4.3 PROGRAMA “DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES”

3.4.3.1 Datos De Entrada

En este programa que está dirigido al cálculo de todos los factores de seguridad en cada uno de los cuatro engranes que este reductor posee, el usuario podrá contar con los siguientes campos para ingresar sus datos:

- Potencia transmitida [HP]
- Velocidad angular de entrada al reductor de velocidad [RPM]
- Relación de transmisión entre la velocidad de entrada y la velocidad de salida

3.4.3.2 Datos De Salida

El objetivo principal de este programa es hallar todos los factores de seguridad para falla por flexión y por desgaste superficial en todos los engranes, pero adicionalmente el programa muestra otros datos relevantes para que el usuario pueda tener una mejor comprensión de lo que está ocurriendo al interior del reductor, estos datos son:

- Número de dientes del engrane 1
- Número de dientes del engrane 2
- Número de dientes del engrane 3
- Número de dientes del engrane 4
- Diámetro de paso del engrane 1 [pulgadas]
- Diámetro de paso del engrane 2 [pulgadas]
- Diámetro de paso del engrane 3 [pulgadas]
- Diámetro de paso del engrane 4 [pulgadas]
- Torque del engrane 1 [lbf*pie]
- Torque del engrane 2 [lbf*pie]
- Torque del engrane 3 [lbf*pie]
- Torque del engrane 4 [lbf*pie]
- Velocidad angular del engrane 1 [RPM]
- Velocidad angular del engrane 2 [RPM]
- Velocidad angular del engrane 3 [RPM]

- Velocidad angular del engrane 4 [RPM]

3.5 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA

Estos programas que analizarán los esfuerzos y factores de seguridad en ejes y engranes de una caja reductora de velocidad, es una aplicación informática que permite a los usuarios analizar de una manera fácil y práctica todo lo que sucede al interior de esta caja reductora, además de comparar para un mejor aprendizaje cómo influye cada aspecto de los datos de entrada en los factores de seguridad deseados, factores como el ancho de cara, la potencia transmitida, la relación de transmisión, etc.

En vista que este programa es para facilitar el aprendizaje y va a ser utilizado por distintos grupos de personas, tiene una manera de manejarlo muy sencilla. En cada ventana del mismo existe un ícono de información, el cual expondrá una explicación completa y rápida sobre cómo utilizar cada ventana del programa; esta explicación aparecerá solamente con colocar el puntero del mouse sobre dicho ícono.

El diseño de este programa se lo hizo mediante íconos gráficos y múltiples imágenes, esto con el fin de hacer las explicaciones más dinámicas para que el usuario pueda asimilar mucho mejor los conceptos brindados.

Este programa tiene la ventaja de no ser instalado, por lo que puede ser utilizado por cualquier tipo de computador y con cualquier sistema operativo, lo único que necesita es tener el programa ADOBE FLASH PLAYER. Esto no es muy complicado ya que en la actualidad múltiples programas utilizan este tipo de programa para poder ser ejecutados, lo que ocasiona que la mayoría de computadores ya vengan con este programa; y en el caso de no tener el mismo se lo puede descargar del internet de una manera muy sencilla ingresando a la página web de ADOBE.

3.5.1 INTERFAZ DEL USUARIO

3.5.1.1 Pantalla Principal

3.5.1.1.1 Información escrita

Este programa permite al usuario leer todo el contenido de la unidad 2 del presente documento, que viene a ser el marco teórico, que contiene información sobre los conceptos básicos de ingeniería mecánica.



Figura 3. 1 Ícono del programa "Información escrita"

Al picar con el mouse sobre el ícono del programa "Información escrita", éste desplegará un documento en formato PDF con todo el contenido referente a la unidad 2.

3.5.1.1.2 Videos explicativos

Este programa permite al usuario observar distintos videos con información sobre conceptos básicos de Ingeniería Mecánica y algunos conceptos relacionados con el diseño, estos conceptos son:

- Fuerza
- Dureza
- Tenacidad
- Momento de inercia
- Diagrama de cuerpo libre
- Diagrama hierro – carbono
- Ductilidad
- Grietas
- Fatiga
- Soldadura

- El diseño
- El diseño en la ingeniería mecánica
- El diseño estático
- El diseño dinámico



Figura 3. 2 Ícono del programa "Videos explicativos"

Alrededor de toda la ventana existen íconos que indican el video que el usuario desea observar. En el centro de la ventana aparecerá el video que el usuario seleccionó picando con el mouse sobre uno de los íconos. En la **Figura 3. 3** se puede apreciar la ventana del programa "Videos explicativos".

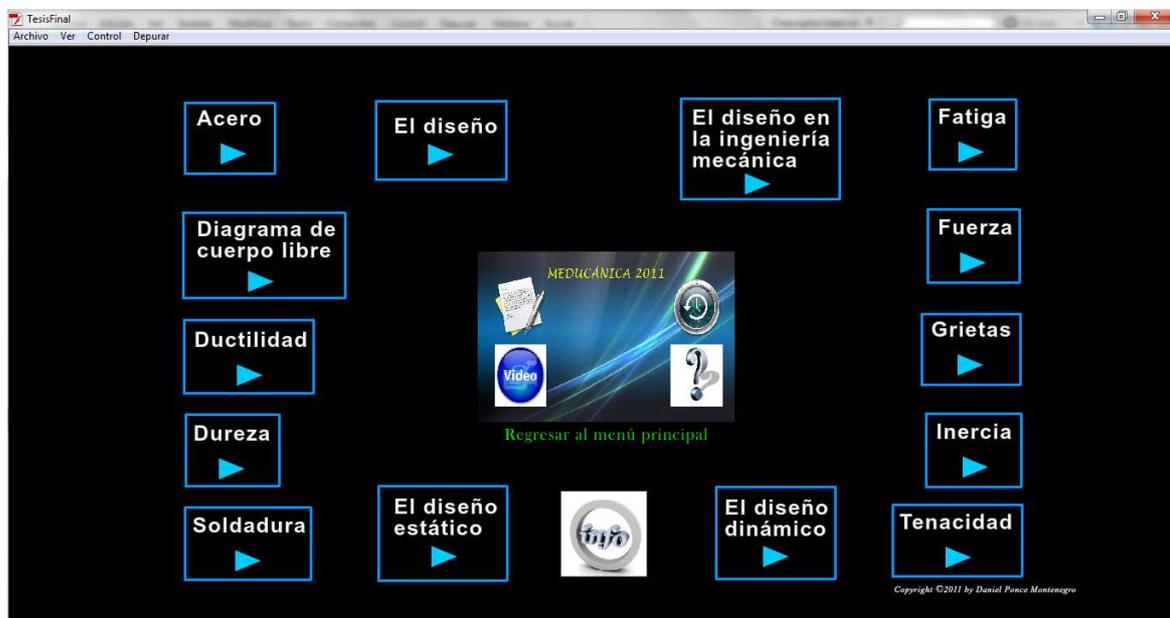


Figura 3. 3 Ventana del programa "Videos Explicativos"

3.5.1.1.3 Programas interactivos

Esta parte del programa es prácticamente el corazón de todo, ya que aquí es donde se encuentran los programas de diseño para ejes y engranes.

Adicionalmente se ha agregado un programa didáctico para comprender mejor el diagrama hierro - carbono.



Figura 3. 4 Ícono del programa "Programas interactivos"

DIAGRAMA HIERRO – CARBONO

Este programa es una herramienta didáctica que facilita la comprensión de este diagrama muy utilizado en la Ingeniería Mecánica.

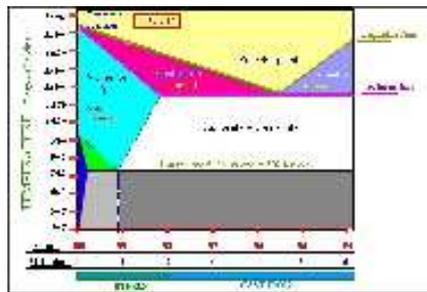


Figura 3. 5 Ícono del programa "Diagrama Fe – C"

El usuario solamente deberá posicionar el puntero del mouse sobre cualquier zona del diagrama e inmediatamente una caricatura de la estructura y un concepto de la misma aparecerán en el lado derecho de la ventana.

Este programa no calcula ningún valor numérico, lo único que hace es facilitar la comprensión de dicho diagrama y de sus diferentes zonas.

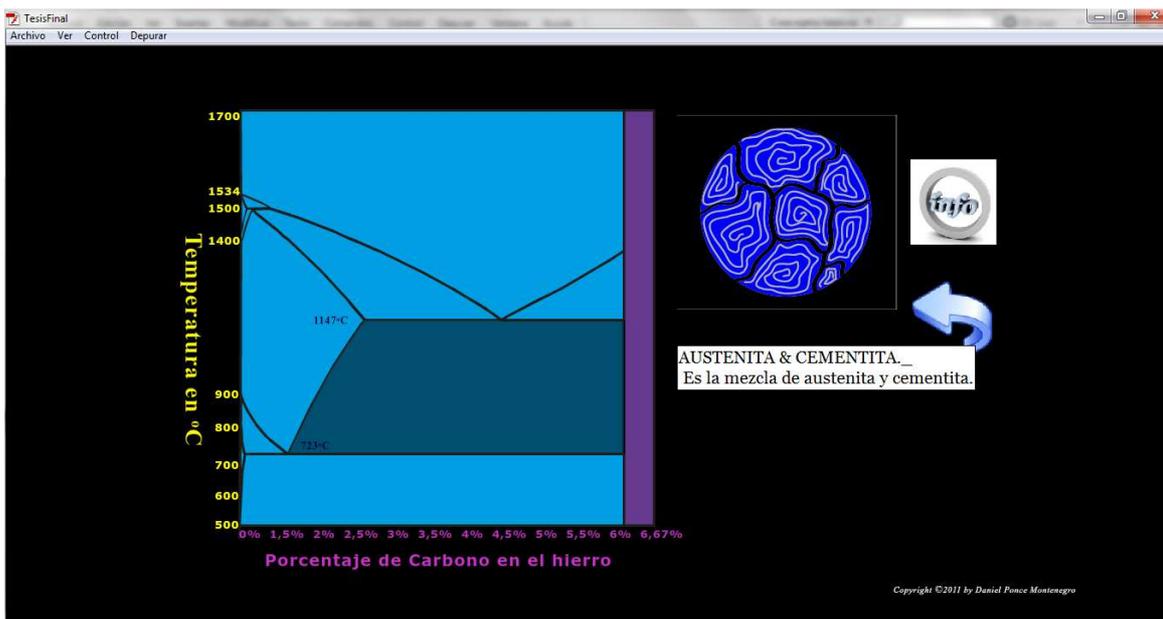


Figura 3. 6 Ventana del programa " Diagrama Fe – C "

PROGRAMA PARA DISEÑAR ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES

Este programa permite al usuario encontrar los factores de seguridad de un par de engranes rectos o helicoidales acoplados.



Figura 3. 7 Ícono del programa "Diseño de engranes"

Además de calcular los factores de seguridad del par de engranes, el objetivo de este programa es que el usuario pueda manipular los datos para diseñar estos engranes y averiguar cómo influye cada aspecto en el diseño de los mismos.



Figura 3. 8 Ventana del programa "Diseño de engranes"

PROGRAMA PARA DISEÑAR EJES

Este programa permite al usuario encontrar los factores de seguridad que intervienen en el diseño de un eje.

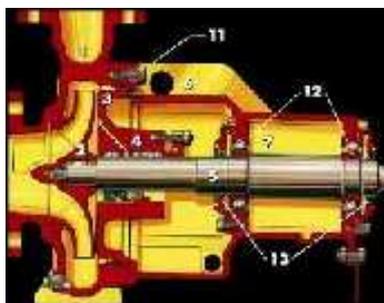


Figura 3. 9 Ícono del programa "Diseño de ejes"

A pesar de ser solamente un eje existen varios factores de seguridad ya que en este tipo de elementos mecánicos existen distintas características que hacen que en ciertos lugares del eje exista mayor probabilidad de fallar que en otros. Para este programa se ha tomado en cuenta solamente tres características que son:

- Cambio de sección
- Lugar de mayor momento flector
- Chavetero

Todos los factores de seguridad indicados se calculan en la zona donde el momento flector sea mayor, ya que ahí tenderá más a fallar.

Para que este programa pueda calcular los factores de seguridad el usuario deberá ingresar varios datos numéricos y otros datos de opción múltiple.

El programa brinda adicionalmente el gráfico del diagrama de momento flector total que ocurre en el eje para tener una mejor comprensión de cuáles son los lugares en donde el eje tenderá más a fallar.

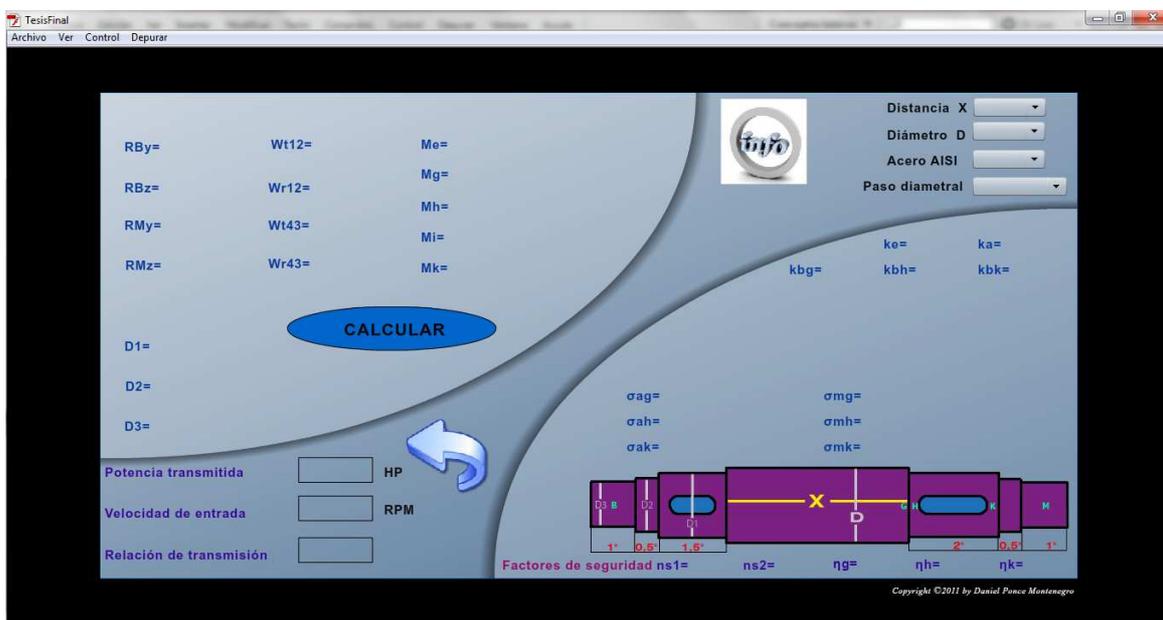


Figura 3. 10 Ventana del programa "Diseño de ejes"

PROGRAMA PARA DISEÑAR CAJAS REDUCTORAS

Este programa es muy similar al programa para diseñar engranes rectos y helicoidales ya que también calcula los factores de seguridad de algunos engranes.



Figura 3. 11 Ícono del programa "Diseño de un reductor de velocidades"

La diferencia está en que este programa asume un juego de dos pares de engranes en una caja reductora de velocidad de dos etapas, lo que ocasiona que hayan cuatro diferentes engranes para analizar, además en el segundo par de engranes el piñón será el más crítico ya que como la velocidad se reduce, la fuerza se incrementa, lo cual hace que dicho piñón esté más propenso a fallar.

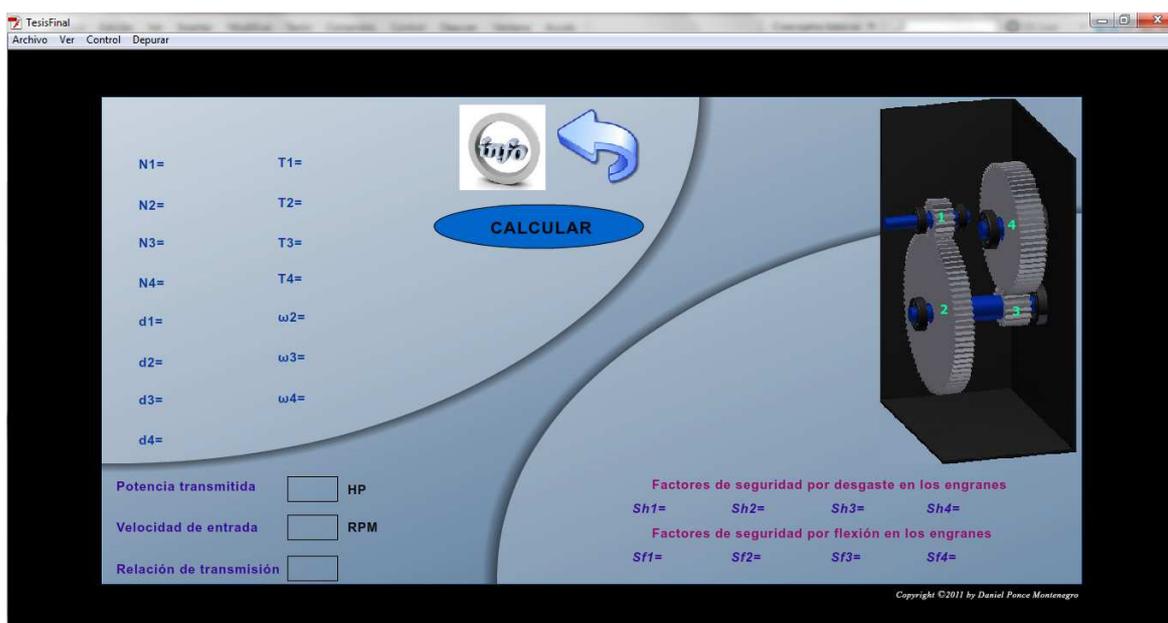


Figura 3. 12 Ventana del programa "Diseño de un reductor de velocidades"

Esto permitirá al usuario de una manera más didáctica comprender mejor cómo influyen los principales elementos de una caja reductora de velocidades, elementos como la potencia, la velocidad rotacional de entrada y la relación de transmisión. Incluso el usuario podrá comprender mejor el uso de los automóviles, que es una de las máquinas más utilizadas por el hombre con este principio.

3.5.1.1.4 Cuestionario

Este programa es una herramienta que permite evaluar al usuario si mediante la información escrita y los videos su aprendizaje ha mejorado acerca de los conceptos básicos de Ingeniería Mecánica.



Figura 3. 13 Ícono del programa "Cuestionario"

Este programa utiliza preguntas concisas y respuestas de opción múltiple acompañados con múltiples gráficos para facilitar la comprensión de la pregunta y las respuestas brindadas al usuario.



Figura 3. 14 Una de las preguntas del programa "Cuestionario"

Al picar con el mouse en la respuesta que se crea será la indicada, inmediatamente el programa pasará a la siguiente pregunta si acertó, caso contrario el mismo programa le indicará al usuario cuál era la respuesta correcta y porqué lo era antes de pasar a la siguiente pregunta. La idea principal de este programa es reforzar aquellas áreas que el usuario todavía no tiene claras.

Al final de la evaluación de cinco preguntas aleatorias, de una base de datos de veinte preguntas, el programa informará al usuario cuántas preguntas acertó, además le informará si desea repetir la evaluación o si desea regresar al menú principal.

CAPÍTULO 4

4. PRUEBAS DEL PROGRAMA

4.1 EVALUACIÓN DEL PROGRAMA

Como se tiene que probar si el programa realmente funciona se van a realizar los cálculos manuales de aquellos tres programas de diseño mecánico, ya que los otros programas son conceptos teóricos.

4.1.1 EJEMPLO DE CÁLCULO DE LOS PROGRAMAS DE DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDAD Y DISEÑO DE EJE

Ya que la estructura de estos dos programas es la misma se los ha unido en un mismo ejemplo que contendrá todos los aspectos que el programa ofrece.

ESPECIFICACIONES DEL REDUCTOR

- Potencia transmitida 20 HP
- Velocidad a la entrada del reductor 1750 RPM
- Relación de transmisión 20:1
- Material seleccionado 1050CD
- Longitud del X del eje 4 pulgadas
- Diámetro D del eje 2 pulgadas
- Paso diametral de 6 dientes por pulgada

RELACIÓN DE VELOCIDAD, PAR DE TORSIÓN Y ENGRANAJES

Manteniendo la notación de la Figura 4. 1 y para una relación de transmisión de 20 a 1 se van a realizar los siguientes cálculos:

$$m_G = 20 = 5 \times 4$$

$$N_2/N_1 = m_{G1} = 5$$

$$N_4/N_3 = m_{G2} = 4$$

Cálculo de los números de dientes para cada engranaje:

$$N_1 = \mathbf{16 \text{ dientes}}$$

$$N_2 = 5 * N_1 = 5 * 16 = \mathbf{80 \text{ dientes}}$$

$$N_3 = \mathbf{16 \text{ dientes}}$$

$$N_4 = 4 * N_3 = 4 * 16 = \mathbf{64 \text{ dientes}}$$

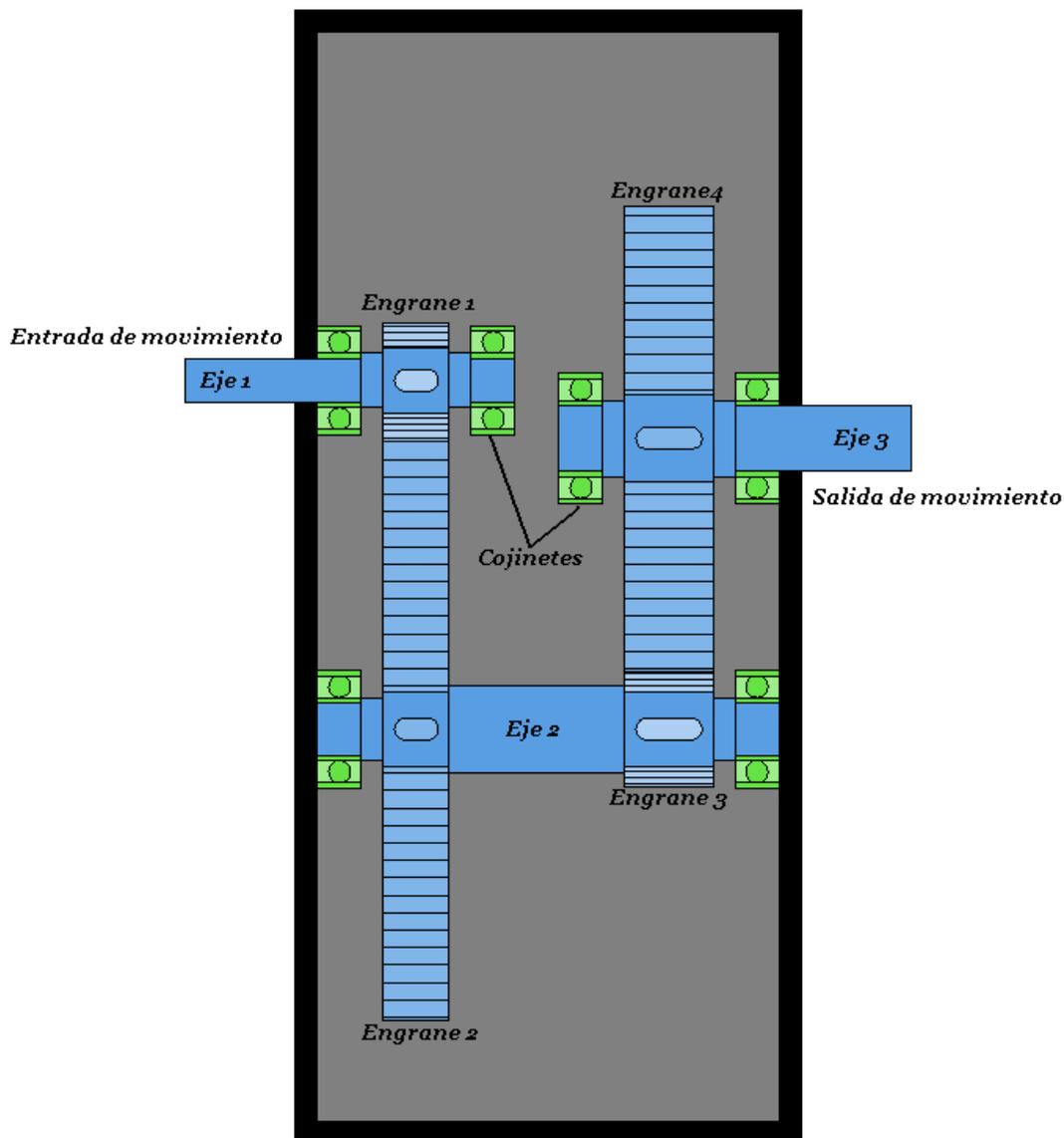


Figura 4. 1 Esquema del reductor de velocidad

Cálculo de las velocidades rotacionales de cada engranaje:

$$\omega_1 = 1750RPM$$

$$\omega_2 = \omega_1/m_{G1} = 1750/5 = 350RPM$$

$$\omega_2 = \omega_3 = 350RPM$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{m_{G2}} = \frac{350}{4} = 87,5RPM$$

Cálculo de los pares de torsión en cada engranaje:

$$H = \omega_2 * T_2 = \omega_3 * T_3 = \omega_4 * T_4 = \omega_5 * T_5$$

$$T_1 = \frac{H}{\omega_2} = \frac{20HP * min}{1750rev} * \frac{550ft * lb}{1HP * s} * \frac{1rev}{2\pi rad} * \frac{60s}{1min} = \mathbf{60lb * ft}$$

$$T_2 = \frac{H}{\omega_3} = \frac{20HP * min}{350rev} * \frac{550ft * lb}{1HP * s} * \frac{1rev}{2\pi rad} * \frac{60s}{1min} = \mathbf{300lb * ft}$$

$$T_2 = T_3 = \mathbf{300lb * ft}$$

$$T_4 = \frac{H}{\omega_4} = \frac{20HP * min}{87,5rev} * \frac{550ft * lb}{1HP * s} * \frac{1rev}{2\pi rad} * \frac{60s}{1min} = \mathbf{1200lb * ft}$$

DISEÑO DE LOS ENGRANAJES

Cálculo de los diámetros de paso de cada engranaje

$$d_1 = N_1/P = 16/6 = \mathbf{2,67 in}$$

$$d_2 = N_2/P = 80/6 = \mathbf{13,33 in}$$

$$d_3 = N_3/P = 16/6 = \mathbf{2,67in}$$

$$d_4 = N_4/P = 64/6 = \mathbf{10,67 in}$$

Cálculo de las velocidades en la línea de paso de los pares de engranes:

$$V_{12} = \frac{\pi * d_1 * \omega_1}{12} = \frac{\pi * 2,67 * 1750}{12} = \mathbf{1223,26 ft/min}$$

$$V_{34} = \frac{\pi * d_3 * \omega_3}{12} = \frac{\pi * 2,67 * 350}{12} = \mathbf{244,65 ft/min}$$

Cálculo de las cargas transmitidas en los dos pares de engranes:

$$W_{12}^t = \frac{33000 * H}{V_{12}} = \frac{33000 * 20}{1223,26} = \mathbf{539,54 lbf}$$

$$W_{34}^t = \frac{33000 * H}{V_{34}} = \frac{33000 * 20}{244,65} = \mathbf{2697,71lbf}$$

Cálculo del factor dinámico K_v

$$kv_{12} = \left(\frac{65,1 + \sqrt{V_{12}}}{65,1} \right)^{0,731} = \left(\frac{65,1 + \sqrt{1223,26}}{65,1} \right)^{0,731} = \mathbf{1,369}$$

$$kv_{34} = \left(\frac{65,1 + \sqrt{V_{34}}}{65,1} \right)^{0,731} = \left(\frac{65,1 + \sqrt{244,65}}{65,1} \right)^{0,8255} = \mathbf{1,171}$$

4.1.1.1 Falla Por Desgaste Superficial

Factor de seguridad por desgaste superficial del engrane 1

Cálculo el factor geométrico I

$$m_{G1} = 5$$

$$I_{12} = \frac{\cos \phi_N * \sin \phi_N}{2} \frac{m_{G1}}{m_{G1} + 1} = \frac{\cos 20 * \sin 20}{2} \frac{5}{5 + 1} = \mathbf{0,1339}$$

Cálculo del factor de distribución de carga K_m , para el cual se van a tomar en cuenta las siguientes consideraciones: C_{mc} (Dientes sin coronar) = 1; C_{pm} (S1/S < 0,175) = 1; C_e (Condiciones normales) = 1

$$C_{pf1} = \frac{F_{12}}{10d_1} - 0,0375 + 0,0125F_{12} = \frac{1,5}{10 * 2,67} - 0,0375 + 0,0125 * 1,5 = \mathbf{0,0374}$$

Considerando que los engranes son del tipo comercial se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} C_{ma12} &= 0,127 + 0,0158 * F_{12} - 0,93x10^{-4}(F_{12}^2) \\ &= 0,127 + 0,0158 * 1,5 - 0,93x10^{-4}(1,5^2) = \mathbf{0,1505} \end{aligned}$$

Finalmente se tiene:

$$K_{m1} = 1 + C_{pf1} + C_{ma12} = 1 + 0,0374 + 0,1505 = \mathbf{1,1879}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el C_p (Acero – Acero) es 2300

$$\begin{aligned} \sigma_{C1} &= C_p \sqrt{W_{12}^t k v_{12} \frac{K_{m1}}{d_p F_{12} I_{12}}} = 2300 \sqrt{539,54 * 1,369 * \frac{1,1879}{2,67 * 1,5 * 0,1339}} \\ &= \mathbf{93034 \text{ psi}} \end{aligned}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_1 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{1750rev}{min} = \mathbf{105x10^7 rev}$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N1} = 1,4488L_1^{-0,023} = 1,4488 * (105x10^7)^{-0,023} = \mathbf{0,8985}$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h1} = \frac{S_C Z_{N1}}{\sigma_{C1} * k_R} = \frac{225000 * 0,8985}{93034 * 0,85} = 2,55$$

Esto quiere decir que este piñón no va a fallar por desgaste superficial.

Factor de seguridad para desgaste superficial del engrane 2

Cálculo el factor geométrico I

$$m_{G1} = 5$$

$$I_{12} = \frac{\cos \phi_N * \sin \phi_N}{2} \frac{m_{G1}}{m_{G1} + 1} = \frac{\cos 20 * \sin 20}{2} \frac{5}{5 + 1} = 0,1339$$

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el Cp (Acero – Acero) es 2300

$$\begin{aligned} \sigma_{C2} &= C_P \sqrt{W_{12}^t k v_{12} \frac{K_{m1}}{d_p F_{12} I_{12}}} = 2300 \sqrt{539,54 * 1,369 * \frac{1,1879}{2,67 * 1,5 * 0,1339}} \\ &= 93034 \text{ psi} \end{aligned}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_2 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{350rev}{min} = 21 \times 10^7 rev$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N2} = 1,4488 L_2^{-0,023} = 1,4488 * (21 \times 10^7)^{-0,023} = 0,9324$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h2} = \frac{S_C Z_{N2}}{\sigma_{C2} * k_R} = \frac{225000 * 0,9324}{93034 * 0,85} = 2,65$$

Factor de seguridad para desgaste superficial del engrane 3

Cálculo el factor geométrico I

$$m_{G2} = 4$$

$$I_{34} = \frac{\cos \phi_N * \sin \phi_N}{2} \frac{m_{G2}}{m_{G2} + 1} = \frac{\cos 20 * \sin 20}{2} \frac{4}{4 + 1} = 0,1286$$

Cálculo del factor de distribución de carga Km, para el cual se van a tomar en cuenta las siguientes consideraciones: C_{mc} (Dientes sin coronar) = 1; C_{pm} (S1/S < 0,175) = 1; C_e (Condiciones normales) = 1

$$C_{pf3} = \frac{F_{34}}{10d_3} - 0,0375 + 0,0125F_{34} = \frac{2}{10 * 2,67} - 0,0375 + 0,0125 * 2 = \mathbf{0,0624}$$

Considerando que los engranes son del tipo comercial se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} C_{ma34} &= 0,127 + 0,0158 * F_{34} - 0,93x10^{-4}(F_{34}^2) \\ &= 0,127 + 0,0158 * 2 - 0,93x10^{-4}(2^2) = \mathbf{0,1582} \end{aligned}$$

Finalmente se tiene:

$$K_{m3} = 1 + C_{pf3} + C_{ma34} = 1 + 0,0624 + 0,1582 = \mathbf{1,2206}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el Cp (Acero – Acero) es 2300

$$\begin{aligned} \sigma_{C3} &= C_P \sqrt{W_{34}^t k v_{34} \frac{K_{m3}}{d_p F_{34} I_{34}}} = 2300 \sqrt{2697,71 * 1,171 * \frac{1,2206}{2,67 * 2 * 0,1286}} \\ &= \mathbf{172345psi} \end{aligned}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_3 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{350rev}{min} = \mathbf{21x10^7 rev}$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N3} = 1,4488L_3^{-0,023} = 1,4488 * (21x10^7)^{-0,023} = \mathbf{0,9324}$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h3} = \frac{S_C Z_{N3}}{\sigma_{C3} * k_R} = \frac{225000 * 0,9324}{172345 * 0,85} = \mathbf{1,44}$$

Esto quiere decir que este piñón no va a fallar por desgaste superficial.

Factor de seguridad para desgaste superficial del engrane 4

Cálculo el factor geométrico I

$$\begin{aligned} m_{G2} &= \mathbf{4} \\ I_{34} &= \frac{\cos \phi_N * \sin \phi_N}{2} \frac{m_{G2}}{m_{G2} + 1} = \frac{\cos 20 * \sin 20}{2} \frac{4}{4 + 1} = \mathbf{0,1286} \end{aligned}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el Cp (Acero – Acero) es 2300

$$\sigma_{C4} = C_P \sqrt{W_{34}^t k v_{34} \frac{K_{m3}}{d_p F_{34} I_{34}}} = 2300 \sqrt{2697,71 * 1,171 * \frac{1,2206}{2,67 * 2 * 0,1286}}$$

$$= \mathbf{172345psi}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_4 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{87,5rev}{min} = \mathbf{21x10^7 rev}$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N4} = 1,4488L_4^{-0,023} = 1,4488 * (5,25x10^7)^{-0,023} = \mathbf{0,9626}$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h4} = \frac{S_C Z_{N3}}{\sigma_{C4} * k_R} = \frac{225000 * 0,9626}{172345 * 0,85} = \mathbf{1,48}$$

Esto quiere decir que este piñón no va a fallar por desgaste superficial.

4.1.1.2 Falla Por Flexión

Factor de seguridad por flexión para el engrane 1

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 1:

$$\sigma_1 = W_{12}^t k v_{12} \frac{P}{F_{12}} \frac{K_{m1}}{J_p} = 539,54 * 1,369 * \frac{6}{1,5} * \frac{1,1879}{0,27} = \mathbf{12999 psi}$$

Como se obtuvo $L_1 = 105x10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación

$$Y_{N1} = 1,3558L_1^{-0,0178} = 1,3558(105x10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,9367}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 1 sería:

$$S_{f1} = \frac{S_t Y_{N1}}{\sigma_1 * k_R} = \frac{65000 * 0,9367}{12999 * 0,85} = \mathbf{5,51}$$

Esto quiere decir que el piñón no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

Factor de seguridad por flexión para el engrane 2

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 3:

$$\sigma_2 = W_{12}^t k v_{12} \frac{P}{F_{12}} \frac{K_{m2}}{J_r} = 539,54 * 1,369 * \frac{6}{1,5} * \frac{1,1879}{0,4} = \mathbf{8774 \text{ psi}}$$

Como se obtuvo $L_2 = 21 \times 10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación

$$Y_{N2} = 1,3558 L_2^{-0,0178} = 1,3558 (21 \times 10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,9639}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 3 sería:

$$S_{f2} = \frac{S_t Y_{N2}}{\sigma_2 * k_R} = \frac{65000 * 0,9639}{8774 * 0,85} = \mathbf{8,40}$$

Esto quiere decir que no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

Factor de seguridad por flexión para el engrane 3

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 3:

$$\sigma_3 = W_{34}^t k v_{34} \frac{P}{F_{34}} \frac{K_{m3}}{J_p} = 2697,71 * 1,171 * \frac{6}{2} * \frac{1,2206}{0,27} = \mathbf{42843 \text{ psi}}$$

Como se obtuvo $L_2 = 21 \times 10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Y_{N3} = 1,3558 L_3^{-0,0178} = 1,3558 (21 \times 10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,9639}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 3 sería:

$$S_{f3} = \frac{S_t Y_{N3}}{\sigma_3 * k_R} = \frac{65000 * 0,9639}{42843 * 0,85} = \mathbf{1,72}$$

Esto quiere decir que no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

Factor de seguridad por flexión para el engrane 4

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 5:

$$\sigma_4 = W_{34}^t k v_{34} \frac{P}{F_{34}} \frac{K_{m3}}{J_r} = 2697,71 * 1,171 * \frac{6}{2} * \frac{1,2206}{0,4} = \mathbf{28919 \text{ psi}}$$

Como se obtuvo $L_2 = 5,25 \times 10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Y_{N4} = 1,3558L_4^{-0,0178} = 1,3558(5,25 \times 10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,9881}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 3 sería:

$$S_{f4} = \frac{S_t Y_{N4}}{\sigma_4 * k_R} = \frac{65000 * 0,9881}{28919 * 0,85} = \mathbf{2,61}$$

Esto quiere decir que no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

4.1.1.3 Diseño Del Eje Principal (Eje b)

En vista que el diseño para cada eje es similar solamente se analizará el diseño del eje intermedio, ya que es el que tiene mayor longitud y más detalles, por ende será el más crítico.

Primero se calcularán todas las reacciones del eje para obtener todas las fuerzas externas que actúan sobre él. Para este ejercicio se considerará la longitud X del eje como 4pulgadas.

$$R_{mz} = \frac{(3,5 + X)W_{43}^t - 1,75W_{12}^t}{5,5 + X} = \frac{(3,5 + 4) * 2697,71 - 1,75 * 539,54}{5,5 + 4}$$

$$R_{mz} = \mathbf{2030,38lbf}$$

$$R_{my} = \frac{1,75W_{12}^r + (3,5 + X)W_{43}^r}{5,5 + X} = \frac{1,75 * 196,38 + (3,5 + 4) * 981,89}{5,5 + 4}$$

$$R_{my} = \mathbf{811,35lbf}$$

$$R_{bz} = W_{43}^t - W_{12}^t - R_{mz} = 2697,71 - 539,54 - 2030,38$$

$$R_{bz} = \mathbf{127,79lbf}$$

$$R_{by} = W_{43}^r + W_{12}^r - R_{my} = 981,89 + 196,38 - 811,35$$

$$R_{by} = \mathbf{366,92lbf}$$

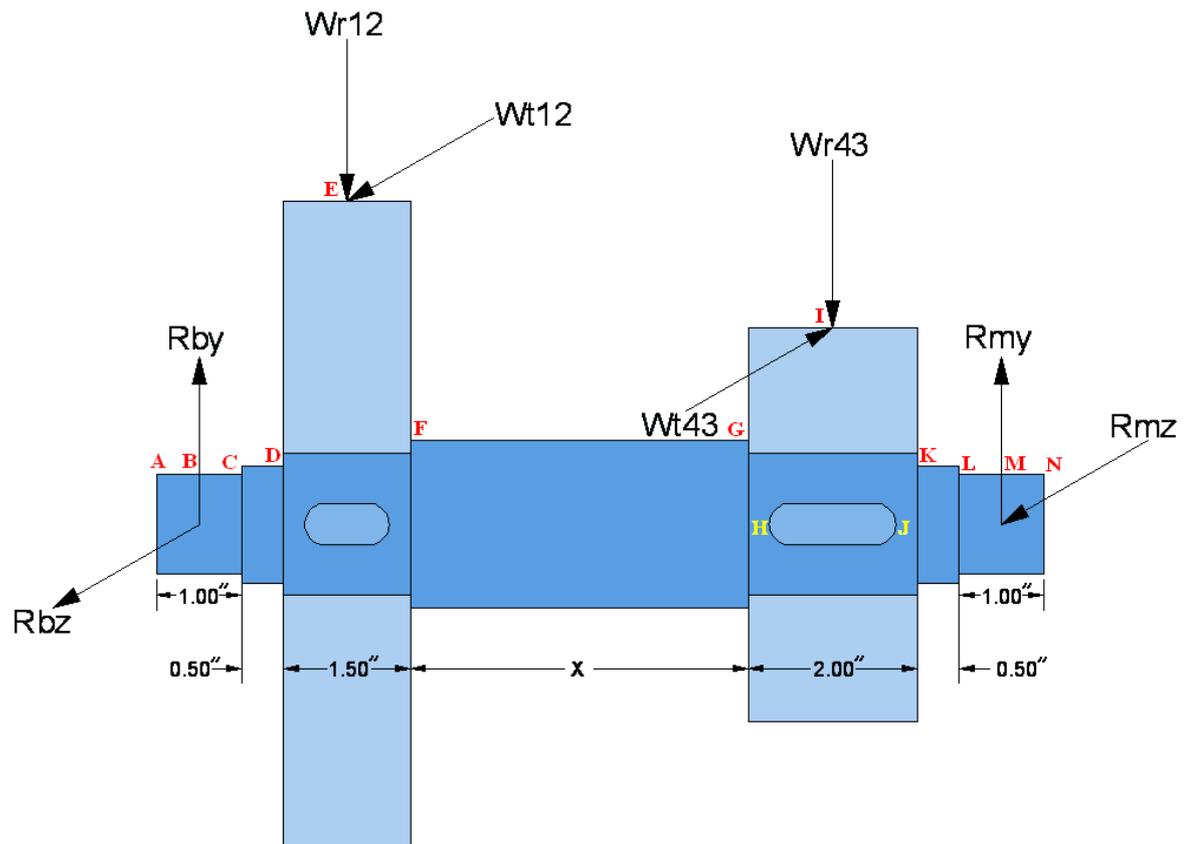


Figura 4. 2 Eje analizado del ejemplo

Tabla 4. 1 Datos obtenidos de todas las fuerzas y reacciones actuantes

Fuerzas	Valor [lbf]
Wt_{12}	539,54
Wr_{12}	196,38
Wt_{43}	2697,71
Wr_{43}	981,89
R_{bz}	127,79
R_{by}	366,92
R_{mz}	2030,38
R_{my}	811,35

Con todos estos datos se grafican los diagramas de momento cortante y esfuerzo flector, esto mediante el empleo de las funciones de singularidad

PLANO XY

$$q = R_{by}x^{-1} - W_{12}^r(x - 1,75)^{-1} - W_{43}^r(x - 7,5)^{-1} + R_{my}(x - 9,5)^{-1}$$

$$V = \int q dx = R_{by}x^0 - W_{12}^r(x - 1,75)^0 - W_{43}^r(x - 7,5)^0 + R_{my}(x - 9,5)^0$$

$$V_{be} = R_{by}x^0 = R_{by} = 366,92 \text{ lbf}$$

$$V_{ei} = R_{by}x^0 - W_{12}^r(x - 1,75)^0 = R_{by} - W_{12}^r = 366,92 - 196,38 = \mathbf{170,54lbf}$$

$$V_{im} = R_{by} - W_{12}^r - W_{43}^r = 366,92 - 196,38 - 981,89 = \mathbf{-811,35lbf}$$

$$M = \int Vdx = R_{by}x^1 - W_{12}^r(x - 1,75)^1 - W_{43}^r(x - 7,5)^1 + R_{my}(x - 9,5)^1$$

$$M_b = R_{by}x^1 = 366,92 * 0 = \mathbf{0 lbf * pulg}$$

$$\begin{aligned} M_e &= R_{by}x - W_{12}^r(x - 1,75) = 366,92 * 1,75 - 196,38(1,75 - 1,75) \\ &= \mathbf{642,11 lbf * pulg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_i &= R_{by}x - W_{12}^r(x - 1,75) - W_{43}^r(x - 7,5) \\ &= 366,92 * 7,5 - 196,38(7,5 - 1,75) - 981,89(7,5 - 7,5) \\ &= \mathbf{1622,72 lbf * pulg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_m &= R_{by}x - W_{12}^r(x - 1,75) - W_{43}^r(x - 7,5) + R_{my}(x - 9,5) \\ &= 366,92 * 9,5 - 196,38(9,5 - 1,75) - 981,89(9,5 - 7,5) \\ &\quad + 811,35(9,5 - 9,5) = \mathbf{0 lbf * pulg} \end{aligned}$$

PLANO XZ

$$q = R_{bz}x^{-1} + W_{12}^t(x - 1,75)^{-1} - W_{43}^t(x - 7,5)^{-1} + R_{mz}(x - 9,5)^{-1}$$

$$V = \int qdx = R_{bz}x^0 + W_{12}^t(x - 1,75)^0 - W_{43}^t(x - 7,5)^0 + R_{mz}(x - 9,5)^0$$

$$V_{be} = R_{bz}x^0 = R_{bz} = \mathbf{127,79lbf}$$

$$V_{ei} = R_{bz}x^0 + W_{12}^t(x - 1,75)^0 = R_{bz} + W_{12}^t = 127,79 + 539,54 = \mathbf{667,33lbf}$$

$$V_{im} = R_{bz} + W_{12}^t - W_{43}^t = 127,79 + 539,54 - 2697,71 = \mathbf{-2030,38lbf}$$

$$M = \int Vdx = R_{bz}x^1 + W_{12}^t(x - 1,75)^1 - W_{43}^t(x - 7,5)^1 + R_{mz}(x - 9,5)^1$$

$$M_b = R_{bz}x^1 = 127,79 * 0 = \mathbf{0 lbf * pulg}$$

$$\begin{aligned} M_e &= R_{bz}x + W_{12}^t(x - 1,75) = 127,79 * 1,75 + 539,54(1,75 - 1,75) \\ &= \mathbf{223,63 lbf * pulg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_i &= R_{bz}x + W_{12}^t(x - 1,75) - W_{43}^t(x - 7,5) \\ &= 127,79 * 7,5 + 539,54(7,5 - 1,75) - 2697,71(7,5 - 7,5) \\ &= \mathbf{4060,78 lbf * pulg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_m &= R_{bz}x + W_{12}^t(x - 1,75) - W_{43}^t(x - 7,5) + R_{mz}(x - 9,5) \\ &= 127,79 * 9,5 + 539,54(9,5 - 1,75) - 2697,71(9,5 - 7,5) \\ &\quad + 811,35(9,5 - 9,5) = \mathbf{0 lbf * pulg} \end{aligned}$$

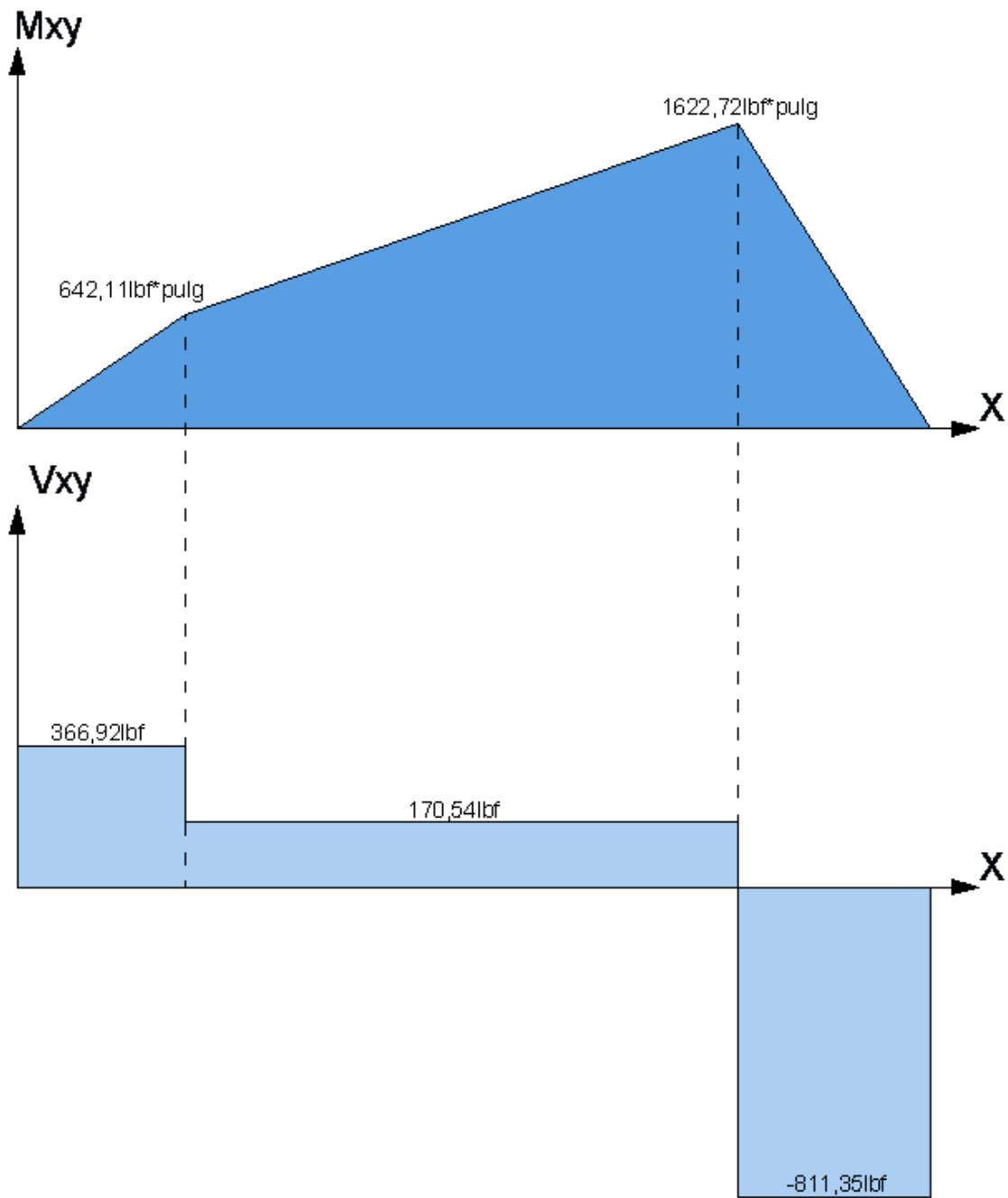


Figura 4. 3 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes, plano x-y

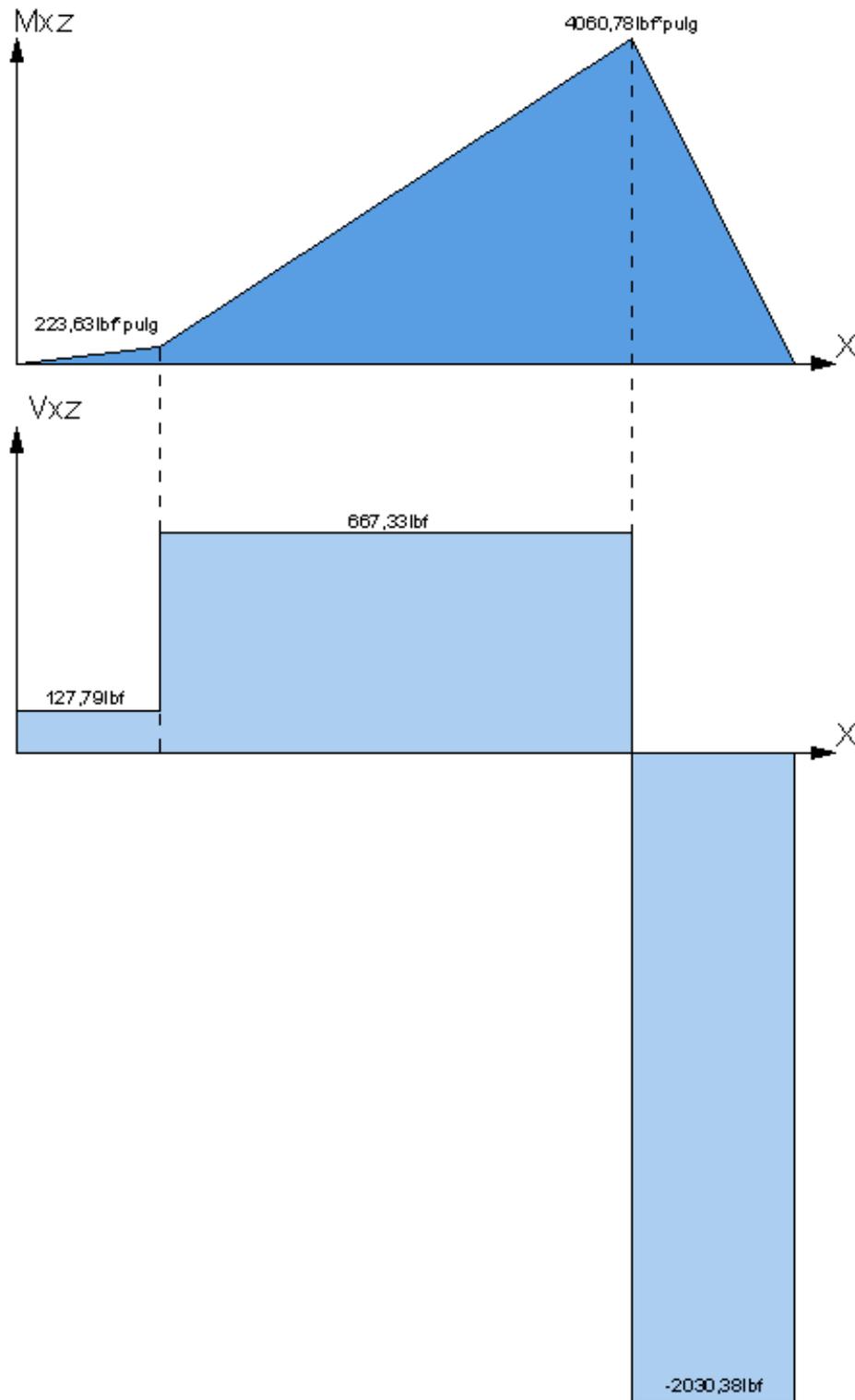


Figura 4. 4 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes, plano x-z

Antes de entrar en el diseño dinámico primero se va a analizar el eje mediante el diseño estático, con la finalidad de comparar los resultados y así poder apreciar mejor el error que se tendría si se diseñaran los elementos mecánicos solamente mediante diseño estático.

Para el diseño estático se va a utilizar solamente la teoría de la energía de distorsión en vista que es la más precisa para este tipo de cálculo.

Por recomendación de algunos textos el cambio de secciones no debe ser mayor del 20% en su diámetro. Considerando las 2 pulgadas del diámetro D los otros diámetros serían:

$$D_1 = \frac{D}{1,2} = \frac{2}{1,2} = \mathbf{1,7pulg}$$

$$D_2 = \frac{D_1}{1,2} = \frac{1,7}{1,2} = \mathbf{1,4pulg}$$

$$D_3 = \frac{D_2}{1,2} = \frac{1,4}{1,2} = \mathbf{1,2pulg}$$

En vista que el eje está sometido a flexión y torsión a la vez se va a obtener los esfuerzos normal y cortante solamente para los puntos B y M debido a que en estos puntos actúan las cargas transmitidas por los engranes. El esfuerzo normal es diferente en los puntos B y M, pero el esfuerzo cortante es el mismo, por lo que sus factores de seguridad en dichos puntos serían:

$$\sigma_{xB} = \frac{32M_B}{\pi D_1^3} = \frac{32 * 679,94}{\pi * 1,7^3} = \mathbf{1409,69psi}$$

$$\sigma_{xM} = \frac{32M_M}{\pi D_1^3} = \frac{32 * 4373}{\pi * 1,7^3} = \mathbf{9066,36psi}$$

$$\tau_{xz} = \frac{16T_2}{\pi D_1^3} = \frac{16 * 300}{\pi * 1,7^3} = \mathbf{3731,86psi}$$

$$\sigma'_B = \sqrt{\sigma_{xB}^2 + 3\tau_{xz}^2} = \sqrt{1409,69^2 + 3 * 3731,86^2} = \mathbf{6615,71psi}$$

$$\sigma'_M = \sqrt{\sigma_{xM}^2 + 3\tau_{xz}^2} = \sqrt{9066,36^2 + 3 * 3731,86^2} = \mathbf{11134,59psi}$$

$$\eta_{sB} = \frac{S_y}{\sigma'_B} = \frac{84000}{6615,71} = \mathbf{12,69}$$

$$\eta_{sM} = \frac{S_y}{\sigma'_M} = \frac{84000}{11134,59} = \mathbf{7,54}$$

Como se ha podido apreciar el eje no fallará estáticamente en los puntos B y M que son los más críticos en el eje 2.

Una vez efectuados los cálculos para el diseño estático se procederá a realizar el análisis para el diseño dinámico con la finalidad de comprar ambos resultados.

Haciendo Pitágoras en las Figura 4. 3 y la Figura 4. 4 se puede apreciar que el momento flector máximo en este eje se encuentra en el punto M donde es **$M_M=4373\text{lb}\cdot\text{in}$**

Se va a iniciar con el hombro más cercano ya que aquí el momento flexionante a más de ser alto contiene una concentración de esfuerzo debida al cambio de sección. El valor en este punto es de **$M_G=3696\text{lb}\cdot\text{in}$**

Para el eje se va a escoger un acero barato pero resistente, es el 1050CD, con $S_{ut}=100\text{kpsi}$, y un diámetro D de 2pulgadas; ahora realizando los cálculos se tiene:

$$k_a = aS_{ut}^b = 2,7 * 100^{-0,265} = \mathbf{0,797}$$

El factor K_b se lo obtiene con la siguiente fórmula

$$k_b = 0,91d^{-0,157} = 0,91 * 1,7^{-0,157} = \mathbf{0,837}$$

Los otros factores serán iguales a la unidad a excepción de k_e ya que se está trabajando con una confiabilidad del 99%, por lo que la resistencia a la fatiga es

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e \frac{S_{ut}}{2} = 0,797 * 0,837 * 1 * 1 * 0,814 * \frac{100}{2} = \mathbf{27,15\text{kpsi}}$$

Por recomendación de algunos textos el radio de entalle para el cambio de sección debe ser aproximadamente el 10% del diámetro

$$r = d * 0.1 = 1,7 * 0.1 = \mathbf{0,17}$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,82(1,6 - 1) = \mathbf{1,49}$$

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + 0,96(1,35 - 1) = \mathbf{1,34}$$

$$\sigma'_a = \frac{32K_f M_G}{\pi d^3} = \frac{32 * 1,49 * 3696}{\pi * 1,7^3} = \mathbf{11418\text{psi}}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3 \left(\frac{16K_{fs} T_m}{\pi d^3} \right)^2} = \sqrt{3 \left(\frac{16 * 1,34 * 3600}{\pi * 1,7^3} \right)^2} = \mathbf{8662\text{psi}}$$

Utilizando el criterio de la ASME elíptica

$$\eta_G = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma'_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma'_m}{S_y}\right)^2}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{11418}{27150}\right)^2 + \left(\frac{8662}{84000}\right)^2}} = \mathbf{2,31}$$

Esto quiere decir que el eje no fallará en el punto G que es uno de los puntos más críticos

Ahora se va a continuar con el entalle del chavetero en su momento más fuerte ya que aquí el momento flexionante a más de ser alto contiene una concentración de esfuerzo debida al espacio vacío que existe para la chaveta. El valor en este punto es de **$M_H=3866\text{lb}\cdot\text{in}$**

Por recomendación de algunos textos el radio de entalle para el chavetero debe ser aproximadamente el 2% del diámetro

$$r = d * 0.02 = 1,7 * 0.02 = \mathbf{0,034}$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,65(2,1 - 1) = \mathbf{1,72}$$

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + 0,9(3 - 1) = \mathbf{2,8}$$

$$\sigma'_a = \frac{32K_f M_a}{\pi d^3} = \frac{32 * 1,72 * 3866}{\pi * 1,7^3} = \mathbf{13786\text{psi}}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3 \left(\frac{16K_{fs} T_m}{\pi d^3}\right)^2} = \sqrt{3 \left(\frac{16 * 2,8 * 3600}{\pi * 1,7^3}\right)^2} = \mathbf{18099\text{psi}}$$

Utilizando el criterio de la ASME elíptica

$$\eta_H = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma'_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma'_m}{S_y}\right)^2}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{13786}{27150}\right)^2 + \left(\frac{18099}{84000}\right)^2}} = \mathbf{1,81}$$

Esto quiere decir que el eje tampoco fallará en la parte del chavetero.

Ahora se va a continuar con el otro hombro, es decir en el punto K, ya que aquí el momento no es tan fuerte como en el punto G, pero existe una concentración de esfuerzo grande debida al diámetro del eje que es más pequeño. El valor en este punto es de **$M_K=2189\text{lb}\cdot\text{in}$**

El factor K_b se lo obtiene con la siguiente fórmula

$$k_b = 0,91d^{-0,157} = 0,91 * 1,4^{-0,157} = \mathbf{0,863}$$

Los otros factores serán iguales a la unidad, por lo que la resistencia a la fatiga es

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e \frac{S_{ut}}{2} = 0,797 * 0,863 * 1 * 1 * 0,814 * \frac{100}{2} = \mathbf{27,99kpsi}$$

Por recomendación de algunos textos el radio de entalle para el cambio de sección debe ser aproximadamente el 10% del diámetro

$$r = d * 0.1 = 1,4 * 0.1 = \mathbf{0,14}$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,82(1,6 - 1) = \mathbf{1,49}$$

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + 0,96(1,35 - 1) = \mathbf{1,34}$$

$$\sigma'_a = \frac{32K_f M_G}{\pi d^3} = \frac{32 * 1,49 * 2189}{\pi * 1,4^3} = \mathbf{12107psi}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3 \left(\frac{16K_{fs} T_m}{\pi d^3} \right)^2} = \sqrt{3 \left(\frac{16 * 1,34 * 3600}{\pi * 1,4^3} \right)^2} = \mathbf{15508psi}$$

Utilizando el criterio de la ASME elíptica

$$\eta_K = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma'_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma'_m}{S_y}\right)^2}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{12107}{27990}\right)^2 + \left(\frac{15508}{84000}\right)^2}} = \mathbf{2,13}$$

Esto quiere decir que el eje no fallará en el punto K

4.1.2 EJEMPLO DE CÁLCULO DEL PROGRAMA PARA DISEÑAR ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES

El ejemplo indicado a continuación también es seleccionado con datos que el programa brinda.

ESPECIFICACIONES DEL PAR DE ENGRANES

- Potencia transmitida 4 HP
- Número de dientes del piñón: 17
- Ancho de cara: 1 pulgada
- Velocidad a la entrada en el piñón: 1800 RPM
- Paso diametral $10^{\text{dientes/pulgada}}$
- Relación de transmisión 3:1

- Ángulo de hélice de 30°
- Material seleccionado para el piñón: Acero endurecido con 300HB
- Material seleccionado para el piñón: Acero endurecido con 240HB

RELACIÓN DE VELOCIDAD, PAR DE TORSIÓN Y ENGRANAJES

Manteniendo la notación de la Figura 4. 1 y para una relación de transmisión de 3 a 1 se van a realizar los siguientes cálculos:

$$m_G = 3$$

$$N_2/N_1 = m_G = 3$$

Cálculo de los números de dientes para cada engranaje:

$$N_1 = 17 \text{ *dientes*}$$

$$N_2 = 3 * N_1 = 3 * 17 = 51 \text{ *dientes*}$$



Figura 4. 5 Esquema del par de engranes acoplados

Cálculo de las velocidades rotacionales de cada engranaje:

$$\omega_1 = 1800 \text{ *RPM*}$$

$$\omega_2 = \omega_1/m_G = 1800/3 = 600 \text{ *RPM*}$$

Cálculo de los pares de torsión en cada engranaje:

$$H = \omega_2 * T_2$$

$$T_1 = \frac{H}{\omega_2} = \frac{20HP * min}{1800rev} * \frac{550ft * lb}{1HP * s} * \frac{1rev}{2\pi rad} * \frac{60s}{1min} = \mathbf{58\ lb * ft}$$

$$T_2 = \frac{H}{\omega_3} = \frac{20HP * min}{350rev} * \frac{550ft * lb}{1HP * s} * \frac{1rev}{2\pi rad} * \frac{60s}{1min} = \mathbf{175\ lb * ft}$$

DISEÑO DE LOS ENGRANAJES

Cálculo de los diámetros de paso de cada engranaje, pero para ello primero hay que obtener el paso diametral transversal

$$P_t = P_n \cos(\Psi) = 10 \cos(30) = \mathbf{8,66\ dientes/pulgada}$$

$$d_1 = \frac{N_1}{P_t} = \frac{17}{8,66} = \mathbf{1,96\ in}$$

$$d_2 = \frac{N_2}{P_t} = \frac{51}{8,66} = \mathbf{5,89\ in}$$

Cálculo de la velocidad en la línea de paso

$$V_{12} = \frac{\pi * d_1 * \omega_1}{12} = \frac{\pi * 1,96 * 1800}{12} = \mathbf{925\ ft/min}$$

Cálculo de la carga transmitida

$$W_{12}^t = \frac{33000 * H}{V_{12}} = \frac{33000 * 20}{925} = \mathbf{142,7\ lbf}$$

Cálculo del factor dinámico K_v

$$kv_{12} = \left(\frac{59,77 + \sqrt{V_{12}}}{59,77} \right)^{0,8255} = \left(\frac{59,77 + \sqrt{925}}{59,77} \right)^{0,8255} = \mathbf{1,404}$$

Cálculo el factor geométrico I

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan(\phi_n)}{\cos(\Psi)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan(20)}{\cos(30)} \right) = \mathbf{22,79^\circ}$$

$$r_{b1} = \frac{d_1 \cos(\phi_t)}{2} = \frac{1,96 \cos(22,79)}{2} = \mathbf{0,905\ pulg}$$

$$r_{b2} = \frac{d_2 \cos(\phi_t)}{2} = \frac{5,89 \cos(22,79)}{2} = \mathbf{2,715\ pulg}$$

$$Z_1 = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2} + \frac{1}{P_n}\right)^2 - r_{b1}^2} = \sqrt{\left(\frac{1,96}{2} + \frac{1}{10}\right)^2 - 0,905^2} = \mathbf{0,592}$$

$$Z_2 = \sqrt{\left(\frac{d_2}{2} + \frac{1}{P_n}\right)^2 - r_{b2}^2} = \sqrt{\left(\frac{5,89}{2} + \frac{1}{10}\right)^2 - 2,715^2} = \mathbf{1,379}$$

$$Z_3 = \frac{d_1 + d_2}{2} * \sin(\phi_t) = \frac{1,96 + 5,89}{2} * \sin(22,79) = \mathbf{1,521}$$

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0,592 + 1,379 - 1,521 = \mathbf{0,45}$$

$$p_N = \frac{\pi}{P_n} \cos(\phi_n) = \frac{\pi}{10} \cos(20) = \mathbf{0,295 \text{ pulg}}$$

$$m_N = \frac{p_N}{0,95Z} = \frac{0,295}{0,95 * 0,45} = \mathbf{0,691}$$

$$I_{12} = \frac{\cos \phi_t * \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} = \frac{\cos 22,79 * \sin 22,79}{2 * 0,691} \frac{3}{3 + 1} = \mathbf{0,1939}$$

Considerando que los engranes son del tipo comercial se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} C_{ma12} &= 0,127 + 0,0158 * F_{12} - 0,93x10^{-4}(F_{12}^2) \\ &= 0,127 + 0,0158 * 1 - 0,93x10^{-4}(1^2) = \mathbf{0,1419} \end{aligned}$$

Cálculo del factor de distribución de carga K_m , para el cual se van a tomar en cuenta las siguientes consideraciones: C_{mc} (Dientes sin coronar) = 1; C_{pm} (S1/S < 0,175) = 1; C_e (Condiciones normales) = 1

$$C_{pff} = \frac{F_{12}}{10d_1} - 0,0375 + 0,0125F_{12} = \frac{1}{10 * 1,96} - 0,0375 + 0,0125 * 1 = \mathbf{0,026}$$

Finalmente se tiene:

$$K_{m1} = 1 + C_{pff} + C_{ma12} = 1 + 0,02602 + 0,1419 = \mathbf{1,1679}$$

4.1.2.1 Falla Por Desgaste Superficial

Factor de seguridad por desgaste superficial del engrane 1

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el C_p (Acero – Acero) es 2300

$$\sigma_{c1} = C_P \sqrt{W_{12}^t k v_{12} \frac{K_m}{d_p F_{12} I_{12}}} = 2300 \sqrt{142,7 * 1,404 * \frac{1,1679}{1,96 * 1 * 0,1939}} = \mathbf{57070 \text{ psi}}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_1 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{1800rev}{min} = \mathbf{108x10^7rev}$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N1} = 1,4488L_1^{-0,023} = 1,4488 * (108x10^7)^{-0,023} = \mathbf{0,8979}$$

La resistencia a la fatiga por picadura se calcula con la siguiente fórmula

$$S_{c1} = 322H_B + 29100 = 322 * 300 + 29100 = \mathbf{125700}$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h1} = \frac{S_{c1}Z_{N1}}{\sigma_{c1} * k_R} = \frac{125700 * 0,8979}{55400 * 0,85} = \mathbf{2,32}$$

Esto quiere decir que este piñón no va a fallar por desgaste superficial.

Factor de seguridad para desgaste superficial del engrane 2

Cálculo de la resistencia al desgaste superficial, para la cual se van a tomar en cuenta las que el Cp (Acero – Acero) es 2300

$$\sigma_{c2} = C_P \sqrt{W_{12}^t k v_{12} \frac{K_m}{d_p F_{12} I_{12}}} = 2300 \sqrt{142,7 * 1,404 * \frac{1,1679}{1,96 * 1 * 0,1939}} = \mathbf{57070 psi}$$

Cálculo de la resistencia al desgaste que debería tener este engrane:

$$L_2 = 10000h * \frac{60min}{1h} * \frac{600rev}{min} = \mathbf{36x10^7rev}$$

Por ser mayor a 10^7 se va a aplicar la siguiente ecuación:

$$Z_{N2} = 1,4488L_2^{-0,023} = 1,4488 * (36x10^7)^{-0,023} = \mathbf{0,9209}$$

La resistencia a la fatiga por picadura se calcula con la siguiente fórmula

$$S_{c2} = 322H_B + 29100 = 322 * 240 + 29100 = \mathbf{106380}$$

Finalmente se calcula el factor de seguridad por desgaste superficial

$$S_{h2} = \frac{S_{c2}Z_{N2}}{\sigma_{c2} * k_R} = \frac{106380 * 0,9209}{55400 * 0,85} = \mathbf{2,01}$$

Esto quiere decir que la rueda no va a fallar por desgaste superficial.

4.1.2.2 Falla Por Flexión

Factor de seguridad por flexión para el engrane 1

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 1:

$$\sigma_1 = W_{12}^t k v_{12} \frac{P_t K_m}{F_{12} J_p} = 142,7 * 1,404 * \frac{8,66}{1} * \frac{1,1679}{0,40} = \mathbf{5066 \text{ psi}}$$

Como se obtuvo $L_1 = 108 \times 10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación

$$Y_{N1} = 1,3558 L_1^{-0,0178} = 1,3558 (108 \times 10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,93637}$$

La resistencia a la fatiga por flexión se calcula con la siguiente fórmula

$$S_{t1} = 77,3 H_{B1} + 12800 = 77,3 * 300 + 12800 = \mathbf{35990}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 1 sería:

$$S_{f1} = \frac{S_{t1} Y_{N1}}{\sigma_1 * k_R} = \frac{35990 * 0,9363}{5066 * 0,85} = \mathbf{7,82}$$

Esto quiere decir que el piñón no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

Factor de seguridad por flexión para el engrane 2

Tomando los valores antes calculados se va a determinar el esfuerzo de flexión aplicado en los dientes del engrane 2:

$$\sigma_2 = W_{12}^t k v_{12} \frac{P_t K_m}{F_{12} J_r} = 142,7 * 1,404 * \frac{8,66}{1} * \frac{1,1679}{0,50} = \mathbf{4053 \text{ psi}}$$

Como se obtuvo $L_1 = 36 \times 10^7$ ciclos se va a aplicar la siguiente ecuación

$$Y_{N2} = 1,3558 L_2^{-0,0178} = 1,3558 (36 \times 10^7)^{-0,0178} = \mathbf{0,9548}$$

La resistencia a la fatiga por flexión se calcula con la siguiente fórmula

$$S_{t2} = 77,3 H_{B2} + 12800 = 77,3 * 240 + 12800 = \mathbf{31352}$$

Finalmente el factor de seguridad por flexión para el engrane 2 sería:

$$S_{f2} = \frac{S_{t2} Y_{N2}}{\sigma_2 * k_R} = \frac{31352 * 0,9548}{4053 * 0,85} = \mathbf{8,69}$$

Esto quiere decir que la rueda no va a fallar ni por desgaste superficial ni por flexión en el tiempo requerido de 10000 horas.

4.2 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS

Para comprobar la funcionalidad del programa se procederá a comparar los resultados calculados manualmente con los resultados obtenidos por el programa.

4.2.1 PROGRAMA “CÁLCULO DE UNA CAJA REDUCTORA DE VELOCIDADES”

Tabla 4. 2 Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de una caja reductora de velocidades

Factor de seguridad	Programa	Manual	Error
S_{h_1}	2,56	2,55	0,4%
S_{h_2}	2,66	2,65	0,4%
S_{h_3}	1,44	1,44	0%
S_{h_4}	1,48	1,48	0%
S_{f_1}	5,53	5,51	0,4%
S_{f_2}	8,43	8,40	0,4%
S_{f_3}	1,73	1,72	0,6%
S_{f_4}	2,62	2,61	0,4%

4.2.2 PROGRAMA “CÁLCULO DE EJES”

Tabla 4. 3 Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de ejes

Factor de seguridad	Programa	Manual	Error
n_{sB}	12,69	12,69	0%
n_{sM}	7,54	7,54	0%
n_G	2,30	2,31	0,4%
n_H	1,79	1,81	1,1%
n_K	2,10	2,13	1,4%

4.2.3 PROGRAMA “CÁLCULO DE ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES”

Tabla 4. 4 **Comparación de resultados entre un problema resuelto manualmente y otro resuelto por el programa para el caso del cálculo de engranes**

Factor de seguridad	Programa	Manual	Error
S_{h_1}	2,33	2,32	0,4%
S_{h_2}	2,02	2,01	0,5%
S_{f_1}	7,82	7,82	0%
S_{f_2}	8,69	8,69	0%

4.3 EVALUACIÓN DE LOS USUARIOS

Ahora se va a analizar si la parte fundamental del programa realmente funciona, esta parte es la comprensión por parte de los usuarios; para ello se va a seleccionar una población de estudiantes del bachillerato del colegio Liceo Los Álamos a los cuales se los hará utilizar el programa y ver cómo los ayudó el mismo.

Se ha seleccionado esta población ya que por ser estudiantes secundarios de un colegio particular común y corriente, sus conocimientos acerca de Ingeniería Mecánica son escasos, por no decir nulos. Por lo que si el programa funciona con personas que desconocen la Ingeniería Mecánica, entonces funcionará mucho mejor con aquellas personas que tengan ciertas bases sobre la carrera.

4.3.1 RESPUESTAS AL CUESTIONARIO DEL PROGRAMA ANTES DE UTILIZAR EL MISMO

Antes de explorar el programa por completo, a los estudiantes seleccionados se los evaluó con el cuestionario del programa para apreciar cómo están sus conocimientos acerca de Ingeniería Mecánica.

Ya que en la información del programa, tanto videos como texto, habla de conocimientos básicos acerca de ingeniería mecánica como también algunos conocimientos un poco más avanzados, tales como criterios de falla dinámica, teorías de falla estática y dinámica, tipos de engranes, etc. A la población seleccionada solamente se los evaluó en aquellas preguntas sobre conocimientos básicos de ingeniería mecánica y de materiales.

Los resultados obtenidos a cada una de las preguntas se muestran en las siguientes figuras.

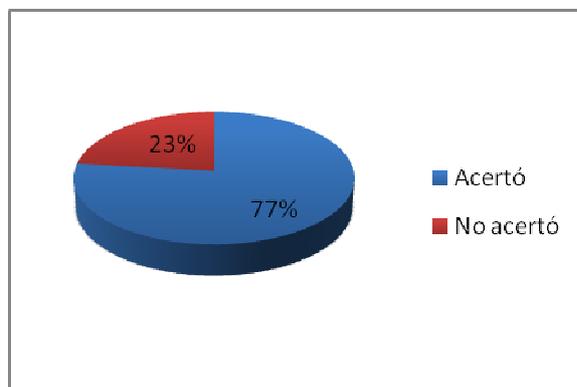


Figura 4. 6 Respuesta del usuario a la pregunta 1 (tipos de fuerzas)

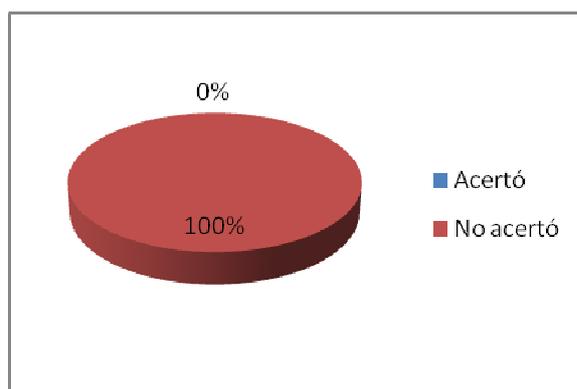


Figura 4. 7 Respuesta del usuario a la pregunta 2 (dureza)

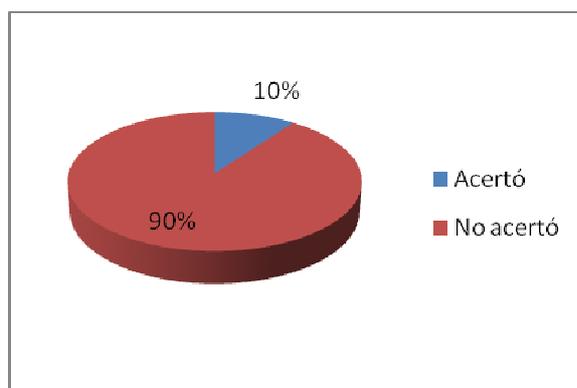


Figura 4. 8 Respuesta del usuario a la pregunta 3 (soldadura)

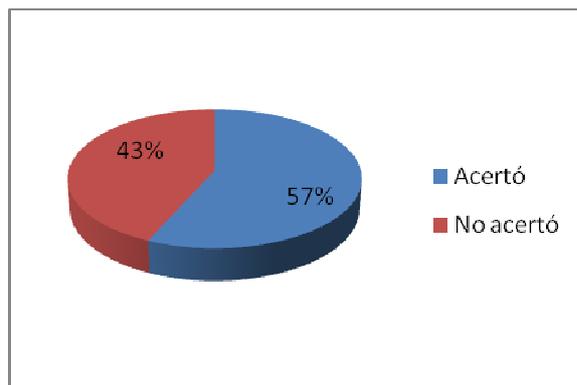


Figura 4. 9 Respuesta del usuario a la pregunta 4 (tenacidad)

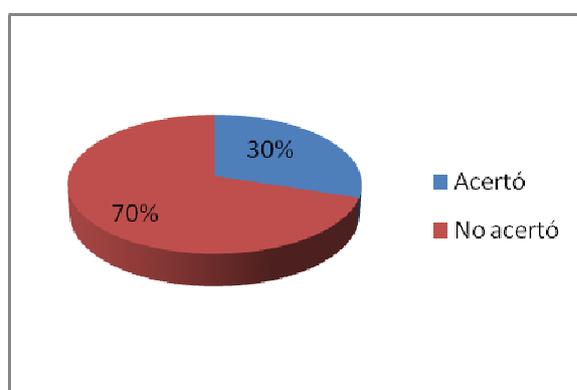


Figura 4. 10 Respuesta del usuario a la pregunta 5 (acero)

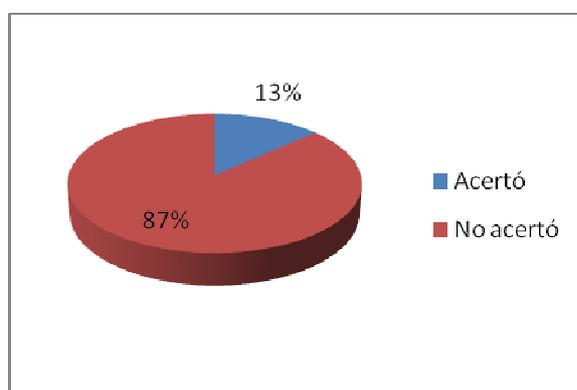


Figura 4. 11 Respuesta del usuario a la pregunta 6 (inercia)

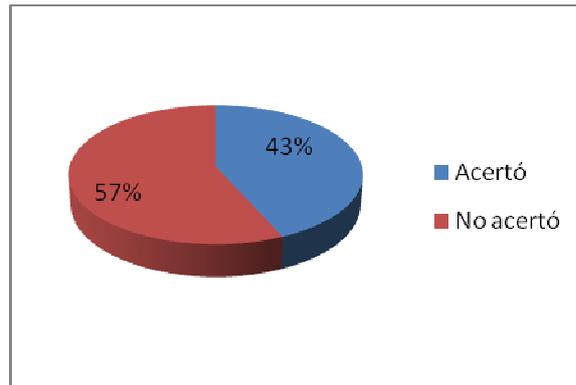


Figura 4. 12 Respuesta del usuario a la pregunta 7 (fatiga)

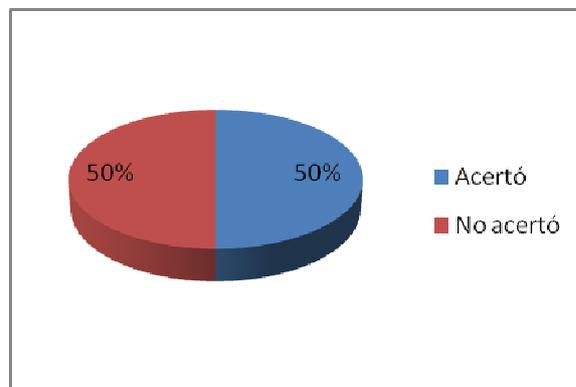


Figura 4. 13 Respuesta del usuario a la pregunta 8 (dcl)

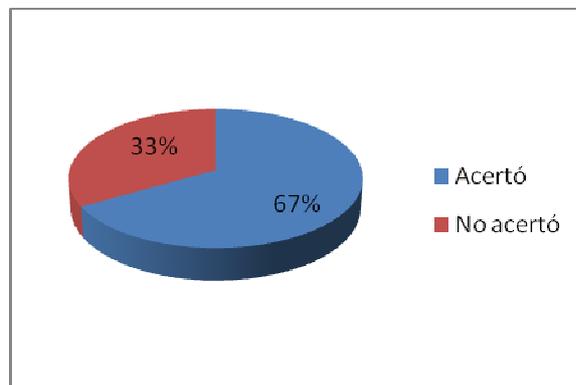


Figura 4. 14 Respuesta del usuario a la pregunta 9 (ductilidad)

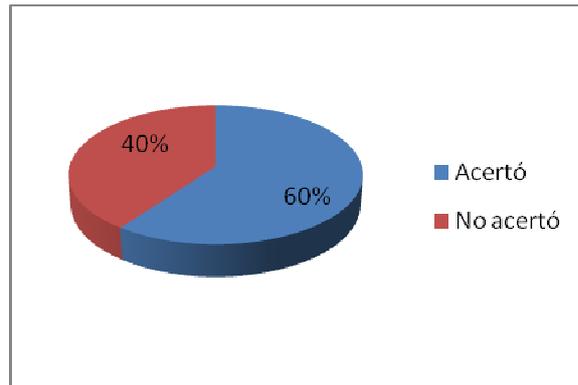


Figura 4. 15 Respuesta del usuario a la pregunta 10 (grietas)

4.3.2 RESPUESTAS AL CUESTIONARIO DEL PROGRAMA DESPUÉS DE UTILIZAR EL MISMO

Ahora se ha pedido a los mismos estudiantes que vuelvan a responder el cuestionario una vez que han leído y visto toda la información que MEDUCÁNICA 2011 proporciona a los usuarios. Los resultados obtenidos a cada una de las preguntas se muestran en las siguientes figuras.

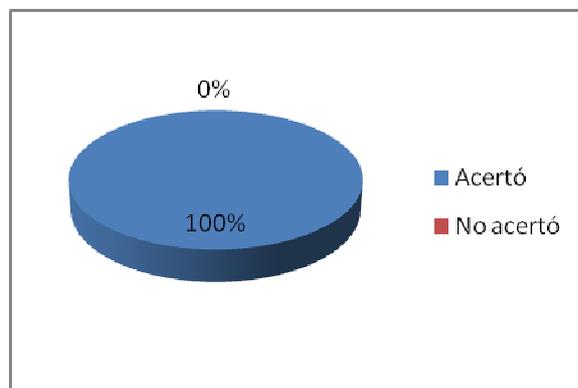


Figura 4. 16 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 1 (fuerzas)

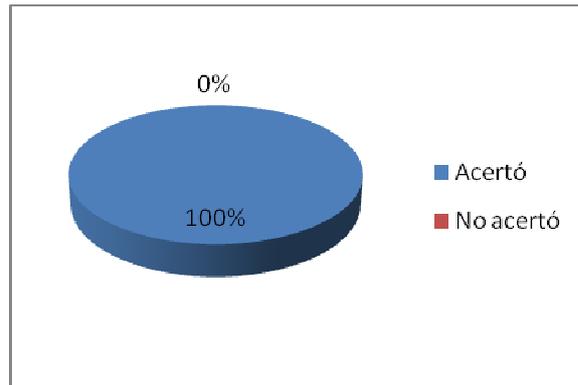


Figura 4. 17 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 2 (dureza)

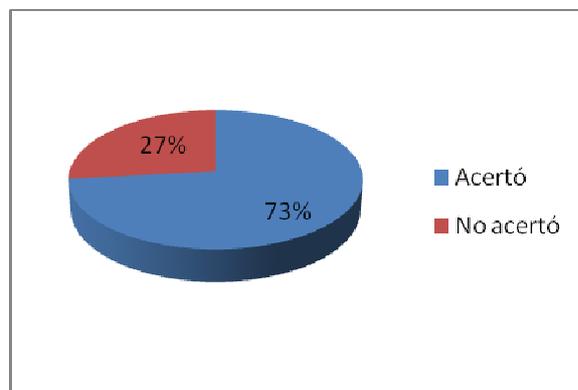


Figura 4. 18 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 3 (soldadura)

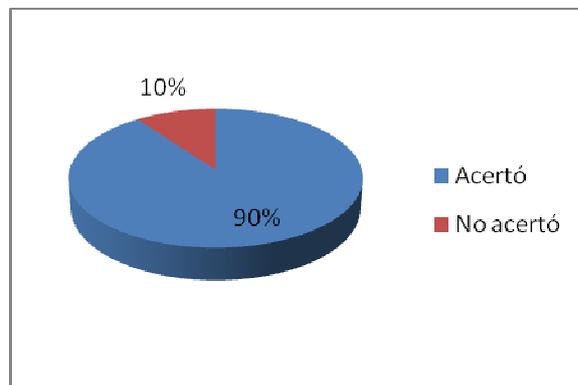


Figura 4. 19 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 4 (tenacidad)

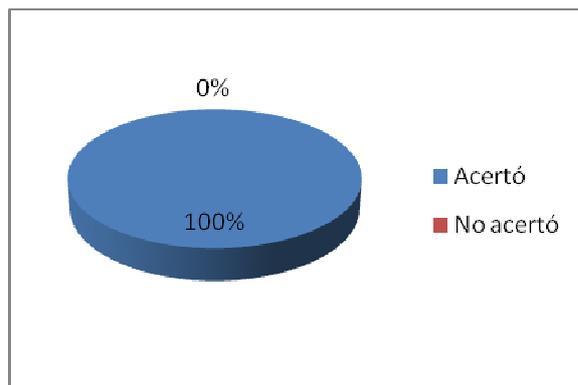


Figura 4. 20 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 5 (acero)

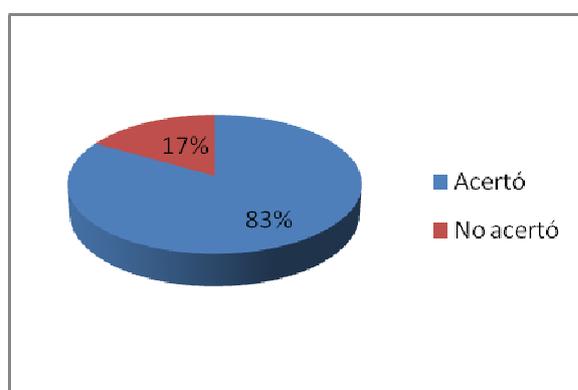


Figura 4. 21 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 6 (inerencia)

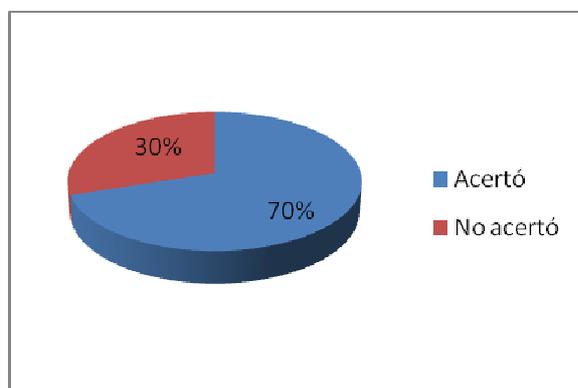


Figura 4. 22 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 7 (fatiga)

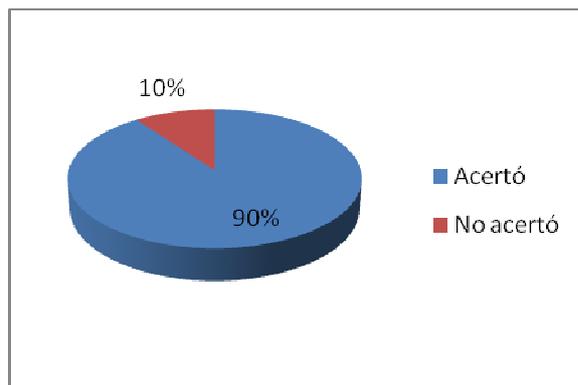


Figura 4. 23 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 8 (dcl)

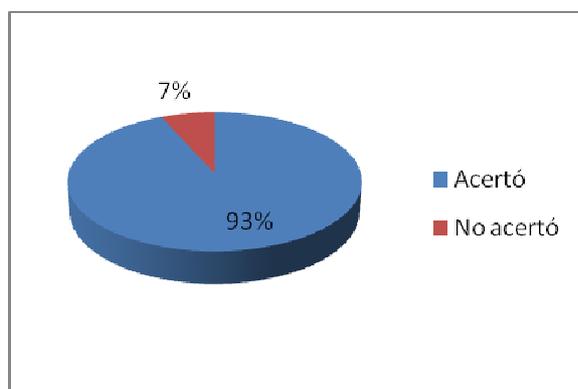


Figura 4. 24 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 9 (ductilidad)

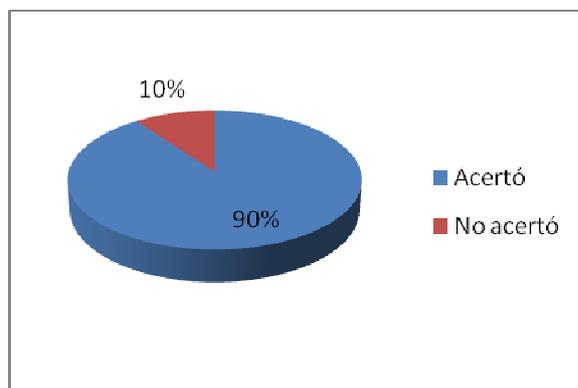


Figura 4. 25 Nueva respuesta del usuario a la pregunta 10 (grietas)

4.3.3 ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO DE MEDUCÁNICA 2011

Para tener una idea más clara de cómo ayudó el programa a incrementar los conocimientos de los usuarios se mostrarán dos gráficas con los valores totales de las preguntas acertadas y no acertadas de toda la población muestral, antes y después de utilizar el programa.

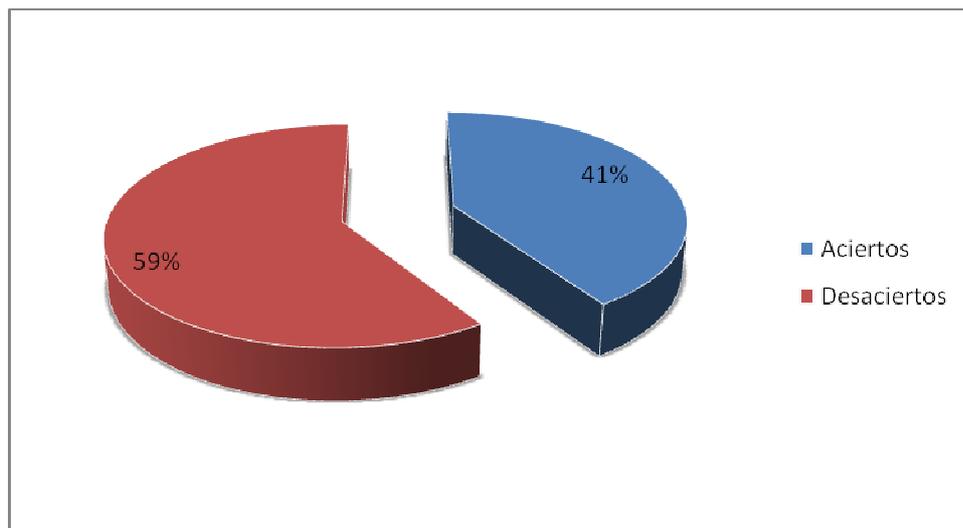


Figura 4. 26 Resultados del cuestionario antes de utilizar el programa

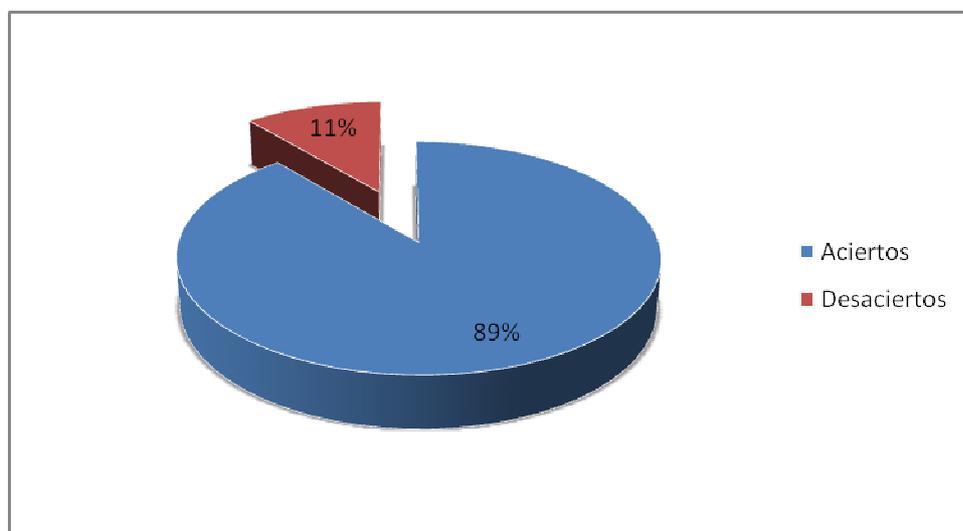


Figura 4. 27 Resultados del cuestionario después de utilizar el programa

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- El uso de este programa incrementó de manera significativa los conocimientos acerca de Ingeniería Mecánica, principalmente en aquellas personas que tengan interés o afinidad por la carrera.
- El uso de los programas de diseño de MEDUCÁNICA 2011 permite comparar los resultados que los usuarios obtengan manualmente en ejercicios de práctica que ellos realicen cuando se encuentren cursando alguna materia afín al diseño de máquinas
- Los resultados obtenidos en los programas de diseño de MEDUCÁNICA 2011 casi no discrepan de los resultados obtenidos manualmente, esto debido a que el programa utiliza todos los decimales para realizar los cálculos.
- Para el diseño de engranes y ejes intervienen múltiples factores y asunciones que se las deberían considerar, como por ejemplo: acabado superficial, lubricación adecuada, confiabilidad, temperatura de trabajo, montaje adecuado, etc.
- El uso de los programas de diseño de MEDUCÁNICA 2011 ayuda a apreciar de una manera más didáctica lo que sucede cuando se modifica alguno de los valores que el usuario tiene que ingresar.
- Los videos presentados en MEDUCÁNICA 2011 poseen una explicación clara y muy didáctica por lo que los usuarios comprenderán de una mejor manera todos los conceptos presentados en dichos videos que si se los explicaran de la forma tradicional.
- El cuestionario de MEDUCÁNICA 2011 además de medir los conocimientos en los usuarios explica nuevamente aquellas preguntas en las que han fallado, con la finalidad de cubrir aquellos vacíos que el usuario todavía posea.

5.2 RECOMENDACIONES

- Al momento de enseñar la mayoría de materias en Ingeniería Mecánica se debe poner énfasis en el uso de la computadora y herramientas didácticas como videos o fotografías para que los alumnos asimilen de una manera más rápida los conocimientos impartidos.
- Se recomienda utilizar los videos de MEDUCÁNICA 2011 para explicar algunas materias que se toman en Ingeniería Mecánica, principalmente las materias de “Mecánica de Materiales” y “Diseño de Máquinas”
- Se recomienda utilizar los programas de diseño de MEDUCÁNICA 2011 para la materia de “Elementos de Máquinas”, en la cual se pueden obtener cálculos más precisos y rápidos en engranes y ejes.

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

- 1) BELTRÁN, Francisco. *Teoría general del método de los elementos finitos*. Madrid 1999.
- 2) BUDYNAS, Richard. *Diseño en ingeniería mecánica*. 8va edición. México: Mcgraw-Hill, 2008.
- 3) CALLISTER, William. *Materials Science and Engineering*. 7ma edición. Nueva York: Mcgraw-Hill, 2007.
- 4) COUSINET, Roger. *Pedagogía del aprendizaje*. 8va edición. Barcelona: Planeta, 1980.
- 5) MERIAM, James Lathrop. *Engineering Mechanics Statics*. 5ta edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 2002.
- 6) MONEREO FONT, Carles. *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela*. 8va edición. Barcelona: Graó, 2000.
- 7) STONES, E. *Psicología de la educación, aprendizaje y enseñanza*. 5ta edición. Madrid: Morata, 1980.
- 8) TIMOSHENKO, Stephen. *Resistencia de materiales*. 1ra edición. Madrid: Espasa Calpe, 1957.
- 9) VALLEJO, Patricio. *Vallejo Zambrano - Física Vectorial 1*. Quito: Ediciones Rodin, 2008.

PÁGINAS WEB

- 1) CHEST OF BOOKS, *Biblioteca Virtual*, <http://chestofbooks.com/home-improvement/woodworking/Mechanical-Properties-of-Wood/Toughness-Torsion.html> [ref. 26 mar. 2011]
- 2) DIPAC, *Productos de acero*, http://www.dipacmanta.com/categoria_resultado.php [ref. 26 mar. 11]
- 3) DISCOVERY, *Compañía Científica Internacional*, <http://science.howstuffworks.com/crossbow2.htm> [ref. 26 mar. 2011]
- 4) METALLURGY FOR DUMMIES, *Informativo Metalúrgico*, <http://metallurgyfordummies.blogspot.com/2009/10/crystal-structures-of-austenite-ferrite.html> [ref. 26 mar. 2011]
- 5) MONOGRAFÍAS , *Buscador Web*, <http://www.monografias.com/trabajos46/fracturas-mecanicas/fracturas-mecanicas2.shtml> [ref. 26 mar. 2011]
- 6) MST, *Missouri University Of Science And Technology*, <http://web.mst.edu/~ide120/lessons/deflection/assumptions/index.html> [ref. 26 mar. 11]
- 7) SIZES, *Informativo técnico*, http://www.sizes.com/units/hardness_rockwell.htm [ref. 26 mar. 2011]
- 8) UTP, *Universidad Técnica de Pereira*, <http://www.utp.edu.co/~publio17/propiedades.htm> [ref. 26 mar. 11]
- 9) WEBSTER, *Online Dictionary*, <http://www.websters-online-dictionary.org/definitions/bending?cx=partner-pub-0939450753529744%3Av0qd01-tdlq&cof=FORID%3A9&ie=UTF-8&q=bending&sa=Search#906> [ref. 26 mar. 11]