



REPÚBLICA DEL ECUADOR

Escuela Politécnica Nacional

" E S C I E N T I A H O M I N I S S A L U S "

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

***Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.***

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

**ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL DE LAS CENTRALES  
HIDROELÉCTRICAS DE LA EMPRESA PÚBLICA  
METROPOLITANA DE AGUA POTABLE  
Y SANEAMIENTO**

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO  
ELÉCTRICO**

**JOSÉ XAVIER AIMARA GUAITA**  
j\_xag@hotmail.com

**DIRECTOR: Dr. JESÚS JÁTIVA IBARRA**  
jjativa@yahoo.com

**Quito, agosto de 2012**

## DECLARACIÓN

Yo, José Xavier Aimara Guaita, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

José Xavier Aimara Guaita

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por José Xavier Aimara Guaita, bajo mi supervisión.

---

Dr. Jesús Játiva Ibarra  
DIRECTOR DEL PROYECTO

## **AGRADECIMIENTO**

Quiero dejar plasmado en estas páginas mi agradecimiento a Dios y a la Virgen María en quienes tengo depositada mi fe y han sido mi guía espiritual durante mi vida.

A mi familia, pilar fundamental y fuente de inspiración. Mi madre, Zeneida, ejemplo de sacrificio y trabajo abnegado que en todo momento vela y cuida por su familia. Mi padre, Abraham por darme su apoyo incondicional. Mis hermanas, Lorena y Lady, quienes me brindan su alegría y con quienes compartimos gratos momentos.

No puedo dejar pasar por alto el cariño de familia que me brindaron Juan e Itsmenia, acogiéndome en su hogar durante mis estudios universitarios, de todo corazón le estoy profundamente agradecido. A mis tíos y abuelitos, a quienes agradezco inmensamente sus palabras de aliento y todo el apoyo en los momentos difíciles.

A mi director de tesis, Dr. Jesús Játiva, ya que este trabajo se pudo llevar a cabo gracias a su ayuda y tiempo invertido. Por interceder ante las autoridades de la EPMAPS para dar inicio a este trabajo que marca la culminación de mi vida universitaria.

De las aulas me llevo grandes anécdotas y momentos inolvidables, momentos que compartí con personas que luego llegaron a formar parte de mi vida. Gracias Gabi, Javier, Miguel, Pablo, Camilo y Fabricio por la amistad que formamos en estos años.

A la Empresa Metropolitana de Agua Potable y Saneamiento, en especial al personal que labora en la Planta de Tratamiento Bellavista, quienes nos dieron las facilidades y acceso a la información requerida en este trabajo.

## **DEDICATORIA**

A mi familia

# CONTENIDO

DECLARACIÓN .....	I
CERTIFICACIÓN .....	II
AGRADECIMIENTO .....	III
DEDICATORIA .....	IV
LISTADO DE TABLAS.....	IX
LISTADO DE FIGURAS.....	XI
RESUMEN.....	XIII
PRESENTACIÓN .....	XIV
CAPÍTULO 1.....	1
1    ESTABILIDAD DE ÁNGULO DEL ROTOR .....	1
1.1    INTRODUCCIÓN.....	1
1.2    TIPOS DE OSCILACIONES DE LAS MÁQUINAS SINCRÓNICAS.....	1
1.2.1    OSCILACIONES DE TIPO LOCAL SISTEMA-MÁQUINA .....	2
1.2.2    OSCILACIONES ENTRE ÁREAS .....	3
1.2.3    OSCILACIONES ENTRE MÁQUINAS .....	3
1.2.4    OSCILACIONES DE TORSIÓN .....	3
1.3    REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO DE ESTADO.....	4
1.4    LINEALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	5
1.5    VALORES Y VECTORES PROPIOS.....	9
1.5.1    VALORES PROPIOS.....	9
1.5.2    VECTORES PROPIOS .....	9
1.5.3    VALORES PROPIOS Y ESTABILIDAD DEL SISTEMA [3].....	10
1.6    DOMINIO DE LA FRECUENCIA COMPLEJA (PLANO S).....	11
1.7    FACTORES DE PARTICIPACIÓN .....	12
CAPÍTULO 2.....	15
2    SISTEMAS DE EXCITACIÓN, SISTEMAS DE REGULACIÓN DE VELOCIDAD Y TURBINA .....	15

2.1	SISTEMAS DE EXCITACIÓN .....	16
2.1.1	COMPONENTES DE UN SISTEMA DE EXCITACIÓN .....	16
2.1.2	TIPOS DE SISTEMAS DE EXCITACIÓN .....	18
2.1.2.1	SISTEMAS DE EXCITACIÓN DC .....	18
2.1.2.1.1	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO DC1A .....	19
2.1.2.1.2	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO DC2A .....	19
2.1.2.1.3	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO DC3A .....	19
2.1.2.2	SISTEMAS DE EXCITACIÓN AC.....	19
2.1.2.2.1	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC1A .....	21
2.1.2.2.2	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC2A .....	21
2.1.2.2.3	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC3A .....	21
2.1.2.2.4	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC4A .....	22
2.1.2.2.5	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC5A .....	22
2.1.2.2.6	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO AC6A .....	22
2.1.2.3	SISTEMAS DE EXCITACIÓN ST .....	22
2.1.2.3.1	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO ST1A.....	24
2.1.2.3.2	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO ST2A.....	24
2.1.2.3.3	MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN TIPO ST3A.....	24
2.1.3	SISTEMAS DE EXCITACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS .....	25
2.1.3.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN IEEAC1	25
2.1.3.2	CARACTERÍSTICAS Y PARÁMETROS DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN DEL LA CENTRAL EL CARMEN .....	29
2.1.3.3	CARACTERÍSTICAS Y PARÁMETROS DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN DEL LA CENTRAL RECUPERADORA .....	33
2.2	SISTEMAS DE REGULACIÓN DE VELOCIDAD Y TURBINA.....	34
2.2.1	TURBINA HIDRÁULICA.....	34
2.2.1.1	FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA TURBINA IDEAL .....	35
2.2.1.2	FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA TURBINA NO IDEAL.....	39

2.2.1.3	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DE LA TURBINAS HIDRÁULICAS .....	40
2.2.2	REGULACIÓN DE VELOCIDAD .....	42
2.2.2.1	REGULADORES DE VELOCIDAD DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS 45	
CAPÍTULO 3	.....	50
3	MODELACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE LA EPMAPS .....	50
3.1.	MODELO DE UNA MÁQUINA SINCRÓNICA.....	50
3.1.1.	REPRESENTACIÓN DEL GENERADOR POR MEDIO DEL MODELO CLÁSICO.....	52
3.1.2.	EFFECTOS DEL CIRCUITO DE CAMPO EN LA MÁQUINA SINCRÓNICA.....	55
3.2.	PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN Y CABLE TRIPOLAR .....	63
3.2.1.	LÍNEA DE TRANSMISIÓN.....	63
3.2.1.1.	CÁLCULO DE LA RESISTENCIA .....	65
3.2.1.2.	CÁLCULO DE LA REACTANCIA .....	68
3.2.1.3.	CÁLCULO DE LA CAPACITANCIA.....	69
3.2.2.	CABLE TRIPOLAR.....	70
3.2.2.1.	GEOMETRÍA DEL CABLE .....	70
3.2.2.2.	RESISTENCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA .....	72
3.2.2.3.	REACTANCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA.....	74
3.2.2.4.	CAPACITANCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA.....	74
3.3.	TRANSFORMADORES .....	76
3.4.	CARGAS .....	79
CAPÍTULO 4	.....	83
4	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL DE LAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS DE LA EPMAPS.....	83
4.1.	ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 1 .....	84
4.1.1.	ESCENARIO 1 PARA UNA LÍNEA DE BOMBEO .....	86

4.1.2.	ESCENARIO 1 PARA CUATRO LÍNEAS DE BOMBEO .....	89
4.1.3.	ESCENARIO 1 SIN SISTEMAS DE CONTROL.....	90
4.2.	ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 2 .....	92
4.2.1.	ESCENARIO 2 PARA UNA LÍNEA DE BOMBEO .....	92
4.2.2.	ESCENARIO 2 PARA CUATRO LINEAS DE BOMBEO .....	93
4.2.3.	ESCENARIO 2 CON UNA SOLA UNIDAD DE GENERACIÓN EN OPERACIÓN.....	94
4.3.	ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 3 .....	96
4.3.1.	ESCENARIO 3 PARA UNA Y CUATRO LINEAS DE BOMBEO .....	97
4.3.2.	ESCENARIO 3 AL ESTAR EN OPERACIÓN ÚNICAMENTE LA CENTRAL EL CARMEN CON UNA Y CUATRO LINEAS DE BOMBEO .....	98
4.3.3.	COMPARACIÓN DE VALORES ENTRE EL SISTEMA SIMULADO CON CARGAS Y CON MOTORES .....	99
CAPÍTULO 5.....		102
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	102
5.1.	CONCLUSIONES.....	102
5.2.	RECOMENDACIONES .....	103
BIBLIOGRAFIA.....		104
ANEXOS.....		106
A1.	CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS .....	107
A1.1	CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LA UNIDAD DE LA CENTRAL RECUPERADORA.....	107
A1.2	CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LA UNIDAD DE LA CENTRAL EL CARMEN.....	108
A3.	FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE LA TURBINA NO IDEAL .....	109
A4.	CURVA PARA EL CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS G Y K DEL CABLE TRIPOLAR .....	110

## LISTADO DE TABLAS

<b>Tabla 2. 1</b> Valores de la saturación para las unidades de la EPMAPS .....	27
<b>Tabla 2. 2</b> Parámetros del sistema de excitación IEEEAC1 .....	29
<b>Tabla 2. 3</b> Valores de los parámetros del sistema de excitación de la central El Carmen.....	33
<b>Tabla 2. 4</b> Valores de los parámetros del sistema de excitación de la central Recuperadora.....	34
<b>Tabla 2. 5</b> Características de centrales de la EPMAPS .....	42
<b>Tabla 2. 6</b> Características de las turbinas de la EPMAPS .....	42
<b>Tabla 2. 7</b> Parámetro Tw de las centrales de la EPMAPS .....	42
<b>Tabla 2. 8</b> Función de los potenciómetros del amplificador .....	46
<b>Tabla 2. 9</b> Rango de configuración de los parámetros del regulador de velocidad .....	47
<b>Tabla 2. 10</b> Tiempos de cierre y apertura de las toberas .....	47
<b>Tabla 2. 11</b> Límites de velocidad .....	48
<b>Tabla 2. 12</b> Parámetros de la configuración actual de los reguladores de velocidad .....	48
<b>Tabla 2. 13</b> Parámetros y configuración actual del modelo HYGOV.....	49
<b>Tabla 3. 1</b> Datos del generador de la central El Carmen .....	62
<b>Tabla 3. 2</b> Datos del generador de la central Recuperadora.....	62
<b>Tabla 3. 3</b> Datos de la línea de transmisión de 138kV .....	64
<b>Tabla 3. 4</b> Cuadro comparativo de los parámetros de la línea de transmisión.....	69
<b>Tabla 3. 5</b> Datos del cable tripolar subterráneo .....	70
<b>Tabla 3. 6</b> Distancias de la geometría del cable tripolar .....	73
<b>Tabla 3. 7</b> Longitudes de las líneas de transmisión .....	76
<b>Tabla 3. 8</b> Datos del Transformador de la Central Recuperadora.....	78
<b>Tabla 3. 9</b> Datos del Transformador de la Central El Carmen .....	79
<b>Tabla 3. 10</b> Voltaje adicional por tap de los transformadores de la EPMAPS .....	79
<b>Tabla 3. 11</b> Datos de las Máquinas de Inducción de las Booster 1 y 2.....	81
<b>Tabla 3. 12</b> Datos de las Máquinas de Inducción de Elevadora .....	82

<b>Tabla 4. 1</b> Potencia de Generación de las Unidades de la EPMAPS .....	84
<b>Tabla 4. 2</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI para el escenario1 .....	86
<b>Tabla 4. 3</b> Modos de máxima participación de las unidades de la EPMAPS .....	86
<b>Tabla 4. 4</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI para cuatro líneas de bombeo .....	89
<b>Tabla 4. 5</b> Modos de máxima participación de las unidades de la EPMAPS para cuatro líneas de bombeo .....	89
<b>Tabla 4. 6</b> Modos con los sistemas de control de las unidades de la EPMAPS fuera de servicio .....	91
<b>Tabla 4. 7</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI para una línea de bombeo del escenario 2.....	93
<b>Tabla 4. 8</b> Modos de máxima participación para una línea de bombeo del escenario 2.....	93
<b>Tabla 4. 9</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI para cuatro líneas de bombeo del escenario 2.....	94
<b>Tabla 4. 10</b> Modos de máxima participación para cuatro líneas de bombeo del escenario.....	94
<b>Tabla 4. 11</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI con una solo unidad en operación.....	95
<b>Tabla 4. 12</b> Modos de máxima participación con una solo unidad en operación .	95
<b>Tabla 4. 13</b> Modos de bajo amortiguamiento del SNI para el escenario 3.....	97
<b>Tabla 4. 14</b> Modos de máxima participación para el escenario 3 .....	97
<b>Tabla 4. 15</b> Modos de máxima participación de la central El Carmen con una y cuatro líneas de bombeo para el escenario 3.....	98
<b>Tabla 4. 16</b> Valores propios diferentes en un sistema modelado con cargas estáticas y otro modelado con motores .....	100

## LISTADO DE FIGURAS

<b>Figura 1. 1</b>	Sistema entradas – salidas.....	5
<b>Figura 1. 2</b>	Diagrama de bloques del espacio de estado para un sistema lineal ...	8
<b>Figura 1. 3</b>	Comportamiento del sistema para valores propios pares o conjugados .....	13
<b>Figura 2. 1</b>	Controles principales de una central de generación a vapor .....	15
<b>Figura 2. 2</b>	Componentes de un sistema de excitación .....	16
<b>Figura 2. 3</b>	Componentes de un sistema de excitación DC .....	18
<b>Figura 2. 4</b>	Componentes de un sistema de excitación AC .....	20
<b>Figura 2. 5</b>	Componentes de un sistema de excitación ST.....	23
<b>Figura 2. 6</b>	Modelo IEEEAC1.....	25
<b>Figura 2. 7</b>	Curva de saturación .....	26
<b>Figura 2. 8</b>	Transductor del voltaje terminal y compensador de carga .....	27
<b>Figura 2. 9</b>	Función de transferencia del amplificador .....	28
<b>Figura 2. 10</b>	Función de transferencia de la excitatriz .....	28
<b>Figura 2. 11</b>	Sistema excitatriz-máquina sincrónica de la central El Carmen .....	30
<b>Figura 2. 12</b>	Sistema excitatriz-máquina sincrónica de la central El Carmen .....	31
<b>Figura 2. 13</b>	Esquema de una central hidroeléctrica .....	36
<b>Figura 2. 14</b>	Función de transferencia de una turbina hidráulica sin pérdidas.....	39
<b>Figura 2. 15</b>	Cambio de la potencia mecánica ante un cambio escalón en la posición del distribuidor .....	41
<b>Figura 2. 16</b>	Diagrama de bloques del control de velocidad .....	43
<b>Figura 2. 17</b>	Regulador de velocidad con estatismo transitorio .....	44
<b>Figura 3. 1</b>	Generador sincrónico de la central Recuperadora .....	51
<b>Figura 3. 2</b>	Sistema Generador – Barra Infinita .....	51
<b>Figura 3. 3</b>	Sistema equivalente .....	52
<b>Figura 3. 4</b>	Modelo clásico de la máquina sincrónica .....	52
<b>Figura 3. 5</b>	Diagrama de bloques del modelo clásico de la máquina sincrónica conectado a una barra infinita .....	54
<b>Figura 3. 6</b>	Circuitos equivalentes en eje directo y cuadratura de la máquina sincrónica .....	57
<b>Figura 3. 7</b>	Diagrama vectorial de los voltajes del SEP .....	59

<b>Figura 3. 8</b> Torre 42 de derivación a la central El Carmen .....	63
<b>Figura 3. 9</b> (a) Estructura SL del Proyecto Papallacta (b) Estructura SL del Proyecto El Carmen .....	65
<b>Figura 3. 10</b> Disposición geométrica de los conductores en la estructura SL.....	68
<b>Figura 3. 11</b> Nomenclatura y materiales aislantes del cable tripolar.....	71
<b>Figura 3. 12</b> Distancias del aislamiento del cable tripolar .....	73
<b>Figura 3. 13</b> Transformador de potencia de la central Recuperadora .....	77
<b>Figura 3. 14</b> Parámetros eléctricos de una transformador de dos devanados.....	77
<b>Figura 3. 15</b> Modelo PI de un transformador con intercambiador de taps en ambos lados .....	78
<b>Figura 3. 16</b> (a) Motores de inducción de Booster 2 (b) Motores de inducción de Elevadora .....	80
<b>Figura 3. 17</b> Característica torque-velocidad de un motor de inducción .....	81
<b>Figura 4. 1</b> Diagrama unifilar del sistema eléctrico de potencia de la EPMAPS	85
<b>Figura 4. 2</b> Factores de participación del modo 1043 .....	87
<b>Figura 4. 3</b> Factores de participación del modo 1043.....	87
<b>Figura 4. 4</b> Factores de participación del modo 1274.....	88
<b>Figura 4. 5</b> Factores de participación del modo 711 .....	88
<b>Figura 4. 6</b> Factores de participación del modo entre máquinas para cuatro líneas de bombeo .....	90
<b>Figura 4. 7</b> Factores de participación del modo 1012 sin sistemas de control.....	91
<b>Figura 4. 8</b> Factores de participación del modo 691 sin sistemas de control.....	92
<b>Figura 4. 9</b> Factores de participación del modo 551 de la tabla 4.12 .....	96
<b>Figura 4. 10</b> Factores de participación del modo 1024 del escenario 3.....	99
<b>Figura 4. 11</b> Factores de participación del valor propio 1 del sistema con motores .....	101

## RESUMEN

Un sistema eléctrico de potencia está sujeto a diferente tipo de perturbaciones por lo que es inevitable realizar un estudio de estabilidad, del cual se establecen medidas que permitan anticipar posibles problemas dinámicos, principalmente se evita la pérdida de sincronismo de las unidades de generación.

Una perturbación es considerada lo suficientemente pequeña cuando se puede linealizar el problema alrededor de un punto de operación estable, de tal forma que las características no lineales del sistema puedan ser ignoradas.

El presente proyecto de titulación analiza la estabilidad de pequeña señal relacionado con el estudio de la estabilidad de ángulo del generador. Al presentarse inestabilidad en el sistema esta se manifiesta como oscilaciones entre algunos generadores.

Debido a que un análisis de estabilidad, en particular de pequeña señal, no basta con una conexión a una barra infinita, el sistema de potencia de la Empresa Metropolitana de Agua Potable y Saneamiento (EPMAPS) es modelado e incorporado al Sistema Nacional Interconectado (SNI). De esta forma, se analiza las unidades del SNI que oscilan frente a las unidades de la EPMAPS, observando principalmente los factores de participación, amortiguamiento y frecuencia de oscilación, parámetros que ayudan a determinar las causas y posibles medidas preventivas.

## PRESENTACIÓN

En el presente trabajo se realiza el análisis de la estabilidad del ángulo del rotor para pequeña señal de las unidades de las centrales de generación El Carmen y Recuperadora, pertenecientes a la Empresa Pública Metropolitana de Agua Potable y Saneamiento (EPMAPS).

En el capítulo uno se describe las causas de las oscilaciones de potencia, enfatizando aquellas que tienen relación con la estabilidad de pequeña señal y su clasificación en función de la frecuencia de oscilación. De igual forma, se describe las técnicas analíticas usadas en este tipo de estudios de estabilidad, tales como el espacio de estado, valores y vectores propios, factores de participación, frecuencia natural de oscilación y de amortiguamiento que brindan una idea de la naturaleza del problema.

En el capítulo dos se presentan los modelos de los controles de voltaje y velocidad de las unidades de generación, para de esta forma determinar los modelos que se ajusten al sistema de la EPMAPS.

En el capítulo tres se modelan los diferentes componentes del sistema de potencia de la EPMAPS, partiendo de la representación de la máquina sincrónica por medio del modelo clásico hasta obtener los efectos de los circuitos de campo sobre la estabilidad de pequeña señal. Por otro lado, se obtienen los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión, transformadores de potencia y las bombas eléctricas que representan las cargas principales del sistema de potencia en análisis.

En el capítulo cuatro se analiza la estabilidad de pequeña señal del sistema de potencia de la EPMAPS, incorporado al Sistema Nacional Interconectado SNI, como consecuencia se puede observar los modos en los cuales las unidades de las centrales El Carmen y Recuperadora tienen mayor participación así como de los generadores de bajo amortiguamiento del SNI.

En el capítulo cinco se establece las conclusiones y recomendaciones obtenidas del análisis.

# **CAPÍTULO 1**

## **1 ESTABILIDAD DE ÁNGULO DEL ROTOR**

### **1.1. INTRODUCCIÓN**

Un sistema eléctrico de potencia está sujeto a diferentes tipos de perturbaciones, por lo cual, es inevitable el estudio de la estabilidad para establecer medidas que permitan anticipar posibles problemas, principalmente el referente a la pérdida de sincronismo de las unidades de generación.

Como definición de estabilidad de un sistema, y en particular de pequeña señal, se tiene que es la habilidad de un sistema de mantener el sincronismo cuando es sujeto a pequeñas perturbaciones, generalmente relacionadas con variaciones entre generación y carga [3].

Una perturbación es considerada lo suficientemente pequeña cuando se puede linealizar el problema de tal forma que las características no lineales del sistema pueden ser ignoradas. Estas pequeñas perturbaciones, al igual que las perturbaciones de gran magnitud, pueden producir inestabilidad en los sistemas eléctricos de potencia.

El presente proyecto de titulación analiza la estabilidad de pequeña señal, relacionado con el estudio de la estabilidad de ángulo del generador. Al presentarse este tipo de inestabilidad, se la ve manifestada como oscilaciones entre algunos generadores que pierden su sincronismo con otros generadores a una frecuencia determinada.

### **1.2 TIPOS DE OSCILACIONES DE LAS MÁQUINAS SINCRÓNICAS**

Las oscilaciones características que se originan en un sistema, se producen entre una máquina sincrónica y un sistema de potencia ó entre máquinas sincrónicas de un sistema de potencia. Si la aplicación de un sistema de excitación tiene la capacidad de desestabilizar cualquier modo particular de oscilación, los controles

suplementarios pueden ser necesarios para prevenir o minimizar este efecto. Un sistema de excitación puede también ser utilizado para proveer amortiguamiento a los modos oscilatorios que pudiesen ya existir en un sistema de potencia.

Las oscilaciones de una máquina sincrónica pueden caer dentro de una de cuatro categorías. Para la determinación del tipo de oscilación que se está produciendo, a menudo se utiliza la frecuencia de oscilación. Por esta razón, los operadores deben estar instruidos para determinar la frecuencia o período de oscilación de cualquier oscilación amortiguada en el momento en que sea observada.

### **1.2.1 OSCILACIONES DE TIPO LOCAL SISTEMA-MÁQUINA**

Generalmente, este tipo de oscilaciones involucran a una o más máquinas sincrónicas de una central eléctrica que oscilan juntos frente a un sistema de potencia o un centro de carga, relativamente mucho más robusto a una frecuencia de 0,7Hz a 2Hz.

El uso de sistemas de control de excitación modernos con elementos de estado sólido, permite una mayor velocidad en la regulación de voltaje en los terminales. A pesar de que el coeficiente de torque sincronizante mejora en comparación con la ganancia de la máquina sincrónica, se nota que el rango de oscilaciones de frecuencia incrementa, introduciendo un amortiguamiento negativo. Las oscilaciones de tipo local pueden llegar a ser negativamente amortiguadas dependiendo de la ganancia deseada y del sistema en el cual está empleada, las oscilaciones de tipo local pueden llegar a ser negativamente amortiguadas. Para evitar este tipo de inconvenientes, preservando el alto torque sincronizante y restaurando el torque de amortiguamiento, se emplea el estabilizador del sistema de potencia PSS.

En general, cuando no se dispone de PSS, un sistema de excitación mucho más rápido tiene un gran potencial de producir oscilaciones de tipo local. Esto hace que a menudo sea necesaria la aplicación de un PSS en sistemas de excitación de respuesta rápida. La aplicación de un PSS sintonizado apropiadamente en sistemas modernos de excitación contribuirá al amortiguamiento positivo de este tipo de oscilaciones.

### **1.2.2 OSCILACIONES ENTRE ÁREAS**

Normalmente, este tipo de oscilaciones involucra a muchas máquinas sincrónicas de una parte del sistema de potencia oscilando frente a otras máquinas en otra parte del sistema. La frecuencia de oscilación de este tipo usualmente es mucho menor que en las de tipo local, en la mayor parte de casos son menores a 0,7Hz. Por lo tanto, sistemas de excitación antiguos, incluso los de respuesta lenta, pueden tener la capacidad de contribuir con amortiguamientos positivos o negativos para las oscilaciones inter – área, dependiendo si es aplicado o no un PSS. Desde que las oscilaciones inter-área involucran algunas unidades, este problema se resuelve con la aplicación de estabilizadores de sistemas de potencia para un gran número de unidades.

### **1.2.3 OSCILACIONES ENTRE MÁQUINAS**

Este tipo de oscilaciones normalmente involucran dos o más unidades de una central de generación o de centrales cercanas, en las cuales las unidades oscilan frente a otras unidades habitualmente a una frecuencia entre 1,5Hz a 3Hz. Estas oscilaciones, al igual que las anteriores, pueden ser controladas por medio de un PSS.

### **1.2.4 OSCILACIONES DE TORSIÓN**

Estas oscilaciones involucran movimientos angulares relativos entre los elementos rotativos (máquina sincrónica, turbinas y excitatriz) de una unidad, con valores de frecuencia mayores a 4Hz. Éste sistema mecánico tiene un pequeño amortiguamiento inherente. La fuente del torque que induce a la oscilación de torsión con el sistema de excitación proviene de la combinación de la salida de potencia del sistema de excitación y la potencia de la máquina sincrónica, debido a los cambios en el campo del generador. Junto con los sistemas de excitación existen otros mecanismos que pueden provocar oscilaciones de torsión como líneas dc, capacitores serie y convertidores estáticos.

Para el control de este tipo de oscilaciones se usan sistemas de excitación con mayor ancho de banda; particularmente aquellos que utilizan estabilizador del sistema de potencia.

Previo al análisis de estabilidad de pequeña señal, es necesario revisar técnicas analíticas usadas en este tipo de estudios, tales como el espacio de estado, valores y vectores propios, factores de participación, frecuencia natural de oscilación y de amortiguamiento que brindan una idea de la naturaleza del problema y las posibles acciones correctivas.

### 1.3 REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO DE ESTADO

Los métodos de control tradicionales se basan en simples descripciones de entradas y salidas, generalmente expresados como una función de transferencia, mismos que no utilizan conocimientos del interior del sistema; limitando únicamente a una sola entrada y una sola salida.

Sin embargo, la teoría de control moderno ayuda en gran medida a superar las limitaciones anteriores utilizando una descripción mucho más detallada del comportamiento dinámico del sistema. Es aquí donde la representación en el espacio de estado provee de un conjunto de parejas de ecuaciones diferenciales de primer orden, conocidos como variables de estado, que al trabajar conjuntamente con una serie de ecuaciones algebraicas proporcionará variables físicas de salida [7].

Particularmente, un modelo de un sistema en el espacio de estado tiene la característica de reunir un conjunto mínimo de variables al tiempo  $t=0$ , necesarias para determinar el comportamiento dinámico del sistema en cualquier tiempo.

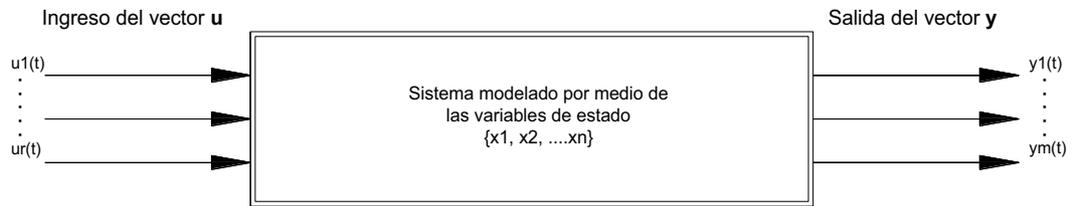
Este conjunto de variables que definen el sistema, frecuentemente son ecuaciones no lineales que tienen la siguiente forma:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.1)$$

Donde,  $n$  es el orden del sistema,  $r$  el número de entradas,  $x$  el vector columna de las variables de estado,  $u$  el vector columna de las entradas del sistema, el tiempo denota como  $t$ , y la derivada de una variable de estado con respecto al tiempo es denotado como  $\dot{x}$ . De mejor manera, se puede simplificar esto en la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1.2)$$

En la figura 1.1 se muestra de mejor manera las diferentes variables en el modelo de estado a utilizarse [3].



**Figura 1. 1** Sistema entradas – salidas

El número de variables de estado  $n$  es el correspondiente al de elementos del sistema capaces de almacenar energía, y por lo tanto, en conjunto muestran la energía total del sistema. Por otro lado, sus derivadas con respecto al tiempo describen la razón de cambio de la energía del sistema. No existe un solo conjunto de variables de estado, pero el orden  $n$  es único e independiente de las variables escogidas, siendo la única condición el mostrar una descripción completa del comportamiento del sistema. De esta forma, las variables de estado pueden ser físicamente medibles como voltaje, ángulo, velocidad o variables matemáticas abstractas asociadas con ecuaciones diferenciales [7] [3].

## 1.4 LINEALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La principal diferencia entre un sistema lineal y un no lineal radica en que en el primero es completamente independiente de las variables de entrada, mientras que en el segundo depende del tipo y magnitud de la entrada.

Para determinar si una perturbación es lo suficientemente pequeña, se debe observar el grado de linealidad del sistema. De alguna manera, esto requiere cierta experiencia y habilidad, pero existen categorías de comportamientos que caben dentro de la estabilidad de pequeña señal, por ejemplo:

- Resonancia subsincrónica
- Modos de control de estabilidad
- Oscilaciones locales entre áreas [6]

Una vez identificado si el problema es lineal, se linealizan las ecuaciones que ayudarán a analizar el sistema. De esta forma, de la ecuación 1.2 se obtiene  $x_0$  que es el vector de estado inicial y  $u_0$  el vector de entrada correspondiente al punto de equilibrio, alrededor del cual se estudia el comportamiento de la pequeña señal, con lo que se tiene:

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) = 0 \quad (1.3)$$

Al producirse una perturbación pequeña en el sistema que se encuentra en equilibrio, la ecuación 1.2 se transforma en:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta\dot{x} = f([x_0 + \Delta x], [u_0 + \Delta u]) \quad (1.4)$$

Como se asume una perturbación pequeña, la ecuación (1.4) puede ser expresada en términos de la serie de expansión de Taylor, quedando de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i = f_i([x_0 + \Delta x], [u_0 + \Delta u]) \\ \dot{x}_i &= f_i(x_0, u_0) + \frac{df_i}{dx_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{df_i}{dx_n} \Delta x_n + \frac{df_i}{du_n} \Delta u_n + \dots + \frac{df_i}{du_r} \Delta u_r \end{aligned}$$

Comparando término a término, se tiene la ecuación para  $\Delta\dot{x}_i$  :

$$\Delta\dot{x}_i = \frac{df_i}{dx_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{df_i}{dx_n} \Delta x_n + \frac{df_i}{du_n} \Delta u_n + \dots + \frac{df_i}{du_r} \Delta u_r$$

En forma similar, para obtener la ecuación de las salidas, se tiene:

$$\Delta y_i = \frac{dg_j}{dx_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{dg_j}{dx_n} \Delta x_n + \frac{dg_j}{du_n} \Delta u_n + \dots + \frac{dg_j}{du_r} \Delta u_r$$

Con lo que se expresan en forma vectorial las ecuaciones anteriores obteniendo:

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \quad (1.5)$$

$$\Delta y = C\Delta x + D\Delta u \quad (1.6)$$

Donde,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{df_n}{dx_1} & \dots & \frac{df_n}{dx_n} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{du_1} & \dots & \frac{df_1}{du_r} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{df_n}{du_1} & \dots & \frac{df_n}{du_r} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{dg_1}{dx_1} & \dots & \frac{dg_1}{dx_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{dg_m}{dx_1} & \dots & \frac{dg_m}{dx_n} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{dg_1}{du_1} & \dots & \frac{dg_1}{du_r} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{dg_m}{du_1} & \dots & \frac{dg_m}{du_r} \end{bmatrix}$$

Las matrices A y B están determinadas por la estructura y elementos del sistema, mostrando por consiguiente las propiedades del mismo. Las matrices que relacionan la salida con las variables de estado y las entradas, expresados en términos de C y D, están determinadas por la forma particular en la que se hayan escogido las salidas.

En forma detallada, puede establecerse que:

$\Delta x$  es el vector estado de dimensión n

$\Delta y$  es el vector salida de dimensión m

$\Delta u$  es el vector entrada de dimensión r

A es la matriz de estado de orden n x n

B es la matriz de control de orden n x r

C es la matriz de salida de orden m x n

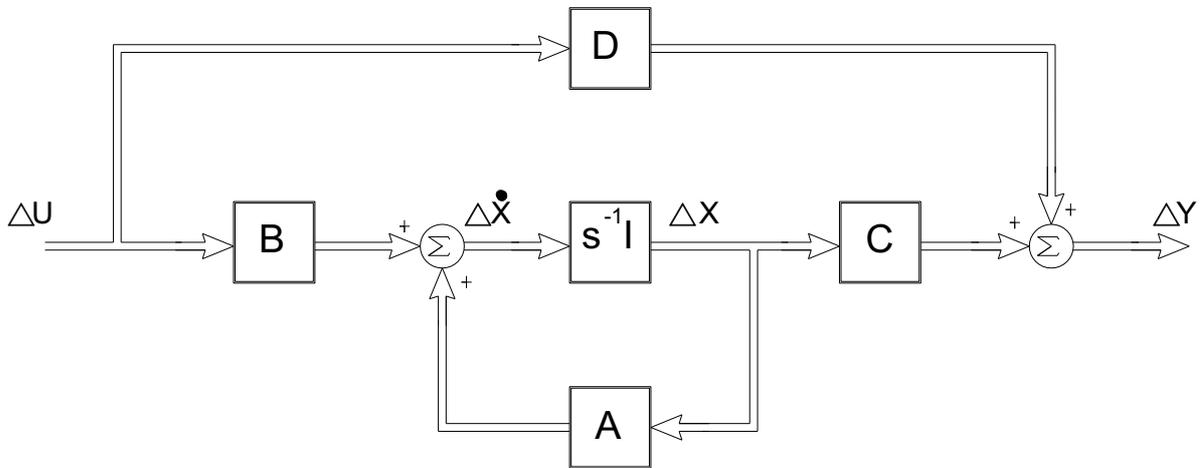
D es la matriz de retroalimentación de orden m x r [3]

Al aplicar la transformada de Laplace en las últimas ecuaciones en análisis 1.5 y 1.6, se puede establecer ecuaciones para el análisis en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta x(s) - \Delta x(0) = A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \quad (1.7)$$

$$\Delta y(s) = C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \quad (1.8)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser representadas por diagramas de bloques que muestran el espacio de estado de un sistema.



**Figura 1. 2** Diagrama de bloques del espacio de estado para un sistema lineal

Al despejar  $\Delta x$  de la ecuación 1.7, se tiene:

$$\Delta x(s) = [sI - A]^{-1}[B\Delta u(s) + \Delta x(0)]$$

Tomando en cuenta propiedades de matrices, se tiene:

$$\Delta x(s) = \frac{adj[sI-A]}{det[sI-A]} [B\Delta u(s) + \Delta x(0)] \quad (1.9)$$

Reemplazando la ecuación anterior en la ecuación 1.8, se tiene

$$\Delta y(s) = C \frac{adj[sI-A]}{det[sI-A]} [B\Delta u(s) + \Delta x(0)] + D\Delta u(s) \quad (1.10)$$

De la ecuación anterior se pueden determinar los polos para  $\Delta x$  y  $\Delta y$ , mismos que se obtienen de las raíces de la ecuación:

$$det [sI-A] = 0 \quad (1.11)$$

En la ecuación anterior se pueden obtener los valores propios de la matriz A, éstos son aquellos valores de s para los cuales satisface la ecuación (1.11).

## 1.5 VALORES Y VECTORES PROPIOS

### 1.5.1 VALORES PROPIOS

Los valores propios servirán para analizar la estabilidad de pequeña señal del sistema en estudio. Los valores propios de una matriz son dados por el valor del parámetro escalar  $\lambda$  para el cual existe una solución no trivial de la siguiente ecuación:

$$A\phi = \lambda\phi \quad (1.12)$$

Donde A es una matriz de orden  $n \times n$  y  $\phi$  es un vector de orden  $n \times 1$ .

Para hallar los valores propios, la ecuación anterior puede ser escrita de la siguiente forma:

$$(A - \lambda I) \phi = 0 \quad (1.13)$$

Para una solución no trivial, se tiene:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (1.14)$$

La solución de  $\lambda$  para la ecuación dada anteriormente son los valores propios de A, pudiendo ser reales o imaginarios. Si A es real, los valores propios complejos siempre aparecen en pares conjugados.

### 1.5.2 VECTORES PROPIOS

Si se tiene más de un valor propio, la ecuación (1.12) expresada en forma matricial de igual manera puede ser utilizada, de este modo se tiene:

$$A\phi_i = \lambda_i\phi_i \quad (1.15)$$

En la ecuación anterior, se denomina a  $\phi_i$  como vector propio derecho de A, asociado con el valor propio  $\lambda_i$  y tiene la siguiente forma:

$$\phi_i = \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \vdots \\ \phi_{ni} \end{bmatrix}$$

De manera similar, se puede determinar un vector propio izquierdo, mismo que será un vector fila de orden  $1 \times n$ , satisfaciendo a la siguiente ecuación:

$$\psi_j A = \lambda_j \psi_j \quad (1.16)$$

De este modo, dependiendo de si los valores propios son o no iguales, los vectores propios derechos e izquierdos tienen la siguiente propiedad:

$$\psi_j \phi_i = 0 \quad \text{cuando } \lambda_i \neq \lambda_j$$

$$\psi_j \phi_i = C_i \quad \text{cuando } \lambda_i = \lambda_j$$

Donde  $C_i$  es una constante diferente de cero. Es común la práctica de normalizar estos vectores, obteniendo la ecuación:

$$\psi_j \phi_i = 1 \quad (1.17)$$

### 1.5.3 VALORES PROPIOS Y ESTABILIDAD DEL SISTEMA [3]

Para determinar la estabilidad de un sistema lineal dinámico, es necesario obtener las raíces de la ecuación característica del sistema; dados por los valores propios de la matriz  $A$ .

Analizando la parte real e imaginaria de estos valores y basándose en el método de Lyapunov, se pueden determinar los siguientes estados del sistema:

- Un valor propio real, corresponde a un modo no oscilatorio. Una parte real negativa representa un modo de amortiguamiento, a mayor magnitud, mas rápido será el amortiguamiento de las oscilaciones.
- Si por lo menos uno de los valores propios tiene una parte real positiva, el sistema original es inestable.
- Valores propios complejos en pares conjugados, cada par corresponde a un modo oscilatorio.
- Cuando los valores propios tienen parte real igual a cero, no es posible basarse en esta aproximación para determinar el estado del sistema.

Las características dependientes del tiempo de un valor propio  $\lambda_i$  viene dado por  $e^{\lambda_i t}$ . En caso de un valor propio complejo, tendrá la siguiente forma:

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \quad (1.18)$$

La parte real del valor propio indica el amortiguamiento y la componente imaginaria da la frecuencia de oscilación. Una parte real negativa representa una oscilación amortiguada, en cambio una parte real positiva representa una oscilación que crece en amplitud.

La frecuencia de oscilación en Hz está dado por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.19)$$

Esta representa la frecuencia de amortiguamiento. La relación de amortiguamiento está dado por:

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (1.20)$$

La relación de amortiguamiento determina la velocidad de decaimiento de la amplitud de la oscilación e indica que la amplitud decae a un 1/e ó 37% de la amplitud inicial en  $1/(2\pi\zeta)$  ciclos de oscilación.

## 1.6 DOMINIO DE LA FRECUENCIA COMPLEJA (PLANO S)

Las características dinámicas de un sistema de control pueden ser representadas mediante un gráfico de los valores propios en el dominio de la frecuencia compleja o el plano S. Típicamente, la localización de estas raíces en un sistema de control de excitación en este plano, muestra el comportamiento del sistema; a partir de las condiciones iniciales.

Raíces reales ( $\lambda=\sigma$ ) son representados en el eje horizontal del plano S. Pares de raíces conjugadas ( $\lambda=\sigma\pm j\omega$ ) son típicamente representadas mostrando únicamente la raíz que posee la frecuencia positiva ( $\lambda=\sigma+j\omega$ ), con su correspondiente raíz conjugada implícita. Sin embargo, esto no elimina la

posibilidad de graficar ambos valores de ser necesario. De igual manera, cabe señalar que los polos serán indicados por medio de una “X”, y por otro lado los ceros o raíces del numerador serán representados por “0”.

Los polos mientras más alejados se encuentren del eje  $j\omega$  (vertical), representa modos los cuales son más rápidamente amortiguados que los que se ubican cerca del eje  $j\omega$ . Los polos mientras más a la derecha se ubiquen del eje vertical representan mayor inestabilidad en el sistema.

La ubicación de estas raíces depende, entre muchas otras cosas, de la ganancia  $K$  y del radio de amortiguamiento del sistema.

La figura 1.3 muestra seis diferentes combinaciones de valores propios y su correspondiente comportamiento de trayectoria alrededor de puntos únicos, aplicable para un caso de dos dimensiones.

## 1.7 FACTORES DE PARTICIPACIÓN

Uno de los problemas de utilizar de forma individual los vectores propios derecho e izquierdo, mencionados en la sección 1.4, son principalmente las unidades, escalas y aproximaciones utilizadas con las variables de estado. Una forma de solucionar este problema, es utilizar la matriz de participación  $P$ , misma que combina los vectores propios derechos e izquierdos, y es una medida de la asociación entre las variables de estado y los modos.

El uso de los elementos de la matriz de estado elimina los problemas anteriores, y es de gran ayuda al momento de determinar la importancia de cualquier estado. Esta matriz se define en las ecuaciones (1.21) y (1.22):

$$P = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n] \quad (1.21)$$

$$P_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1i}\psi_{i1} \\ \phi_{2i}\psi_{i2} \\ \vdots \\ \phi_{ni}\psi_{in} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

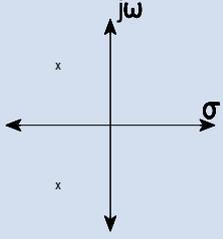
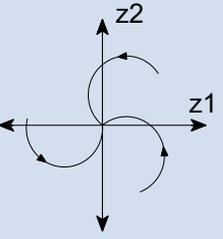
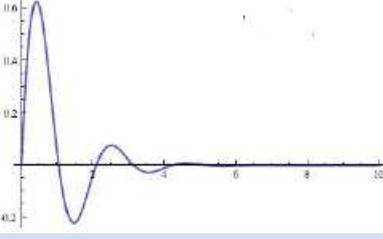
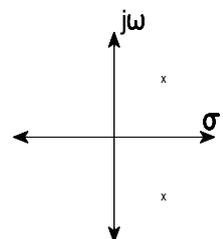
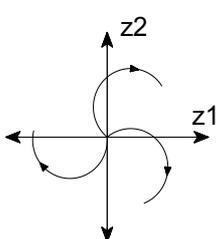
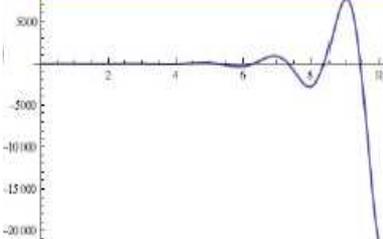
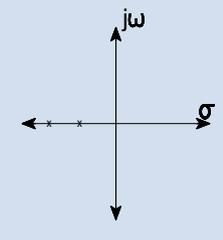
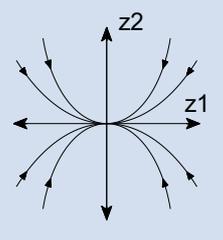
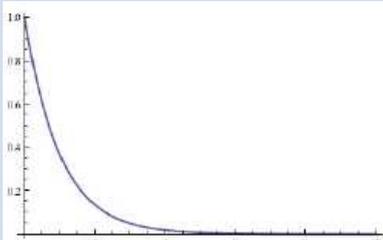
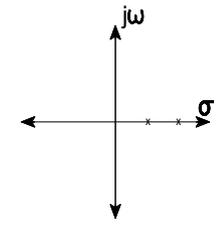
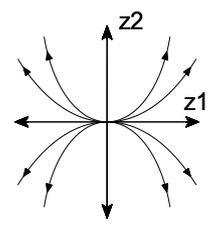
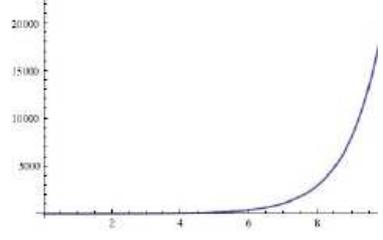
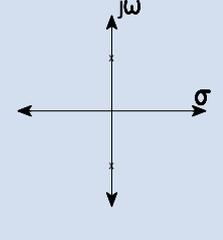
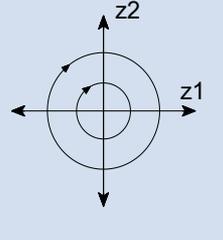
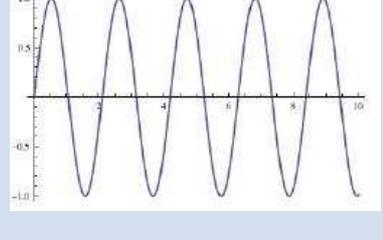
	Valores Propios ( $\lambda = \sigma \pm j\omega$ )	Trayectoria	Comportamiento del Sistema	Estado del Sistema
1				Centro estable
2				Centro inestable
3				Nodo estable
4				Nodo inestable
5				Vórtice

Figura 1. 3 Comportamiento del sistema para valores propios pares o conjugados

El elemento  $p_{ki} = \phi_{ki}\psi_{ik}$  es llamado factor de participación, el cual es una medida de la participación relativa de la variable de estado  $k$  en el modo  $i$  [3]. En forma general, los factores de participación son usados para identificar los estados que tienen más influencia en un modo.

Debido a que la variable  $\phi_{ki}$  mide la actividad de la variable de estado en el modo, y por otro lado,  $\psi_{ik}$  mide la contribución de esta actividad en el modo. Entonces, mientras más alto es el producto de estos elementos para un estado de un modo determinado, mayor es la actividad de ese estado en ese modo al ser comparado con otros.

El efecto que se obtiene al multiplicar los elementos de los vectores propios derecho e izquierdo, es obtener elementos independientes de las unidades escogidas, es decir adimensionales.

Los factores de participación ayudan a identificar estos problemas. Los valores absolutos de los factores de participación revelan qué máquina está envuelta en un modo particular. De igual forma, ayudan a revelar qué máquina o máquinas pueden salir del sincronismo para un modo o modos que puedan causar daños en el sistema. Los factores de participación también son utilizados para determinar el área de un sistema de potencia que se verá mayormente afectado al producirse una oscilación.

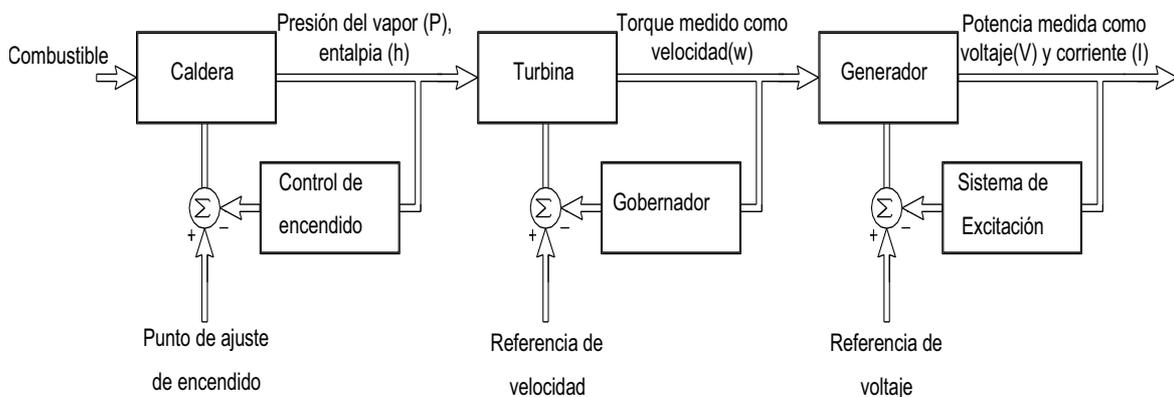
Los factores de participación son un concepto muy importante, debido a que ayudan a identificar problemas de estabilidad de pequeña señal en sistemas grandes. Estos problemas pueden ser de origen local o global, dependiendo del tipo de oscilación que presente el sistema.

## CAPÍTULO 2

### 2 SISTEMAS DE EXCITACIÓN, SISTEMAS DE REGULACIÓN DE VELOCIDAD Y TURBINA

En una central a vapor, el generador sincrónico, los sistemas de control de la caldera, gobernador y excitatriz afectan directamente a la potencia mecánica y eléctrica, niveles de voltaje en los terminales y como consecuencia otros parámetros como factor de potencia o magnitudes de corrientes. Al estar estas variables relacionadas directamente con la estabilidad del sistema, un estudio de estos controles es de vital importancia en el análisis del comportamiento dinámico de un sistema de potencia.

Para una mejor idea de la función de cada elemento, en la figura 2.1 se muestra un diagrama de bloques simple de un generador sincrónico con sus respectivos controles de voltaje y velocidad, para una mayor visualización de los parámetros que toma en cuenta cada componente, no se consideran pérdidas en la unidad.



**Figura 2. 1** Controles principales de una central de generación a vapor

En la figura 2.1, se observa el cambio de energía calorífica, en forma de vapor de agua en la caldera a energía eléctrica en los terminales del generador. Inicialmente el control de encendido y apagado de la caldera toma la presión del vapor de agua y la entalpía como parámetros a comparar con un punto de ajuste, la entalpía mide la cantidad de energía que el sistema termodinámico intercambia con su entorno. Esta energía es transformada en energía mecánica, produciendo

un torque mecánico a través de la turbina, el gobernador controla la cantidad de vapor admitida tomando como referencia la velocidad de giro de la turbina, en este punto se controla la potencia activa del sistema.

Por otro lado, el sistema de excitación es el encargado de controlar el voltaje en los terminales de la unidad, variando el voltaje interno la máquina y la potencia reactiva.

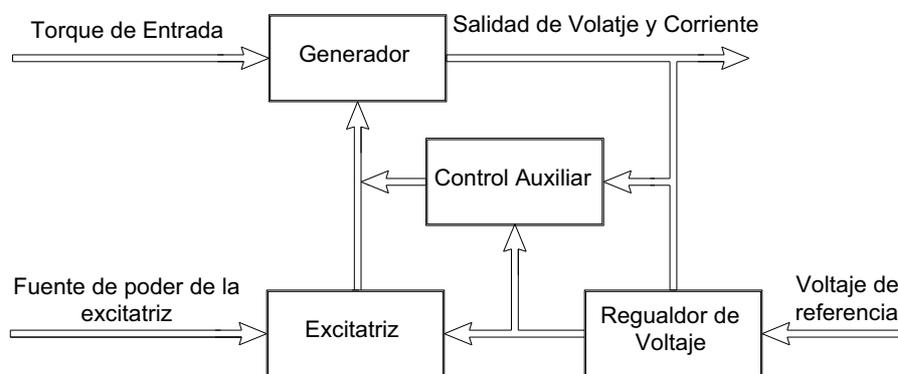
En las secciones 2.1, 2.1 y 2.3 se analizan con mayor detalle cada uno estos sistemas de control.

## 2.1 SISTEMAS DE EXCITACIÓN

Los sistemas de excitación controlan el voltaje generado por la unidad, modificando no únicamente el voltaje en los terminales, sino también magnitudes de corrientes, factor de potencia y principalmente la potencia reactiva de salida. Esta variación en el voltaje interno de la máquina produce una modificación en la curva de potencia eléctrica de la unidad, lo que implica que para una potencia activa de salida constante, debe existir una variación del ángulo interno de la máquina.

### 2.1.1 COMPONENTES DE UN SISTEMA DE EXCITACIÓN

En la figura 2.2 se consideran todos los componentes de un sistema de excitación, mostrados en forma de bloques.



**Figura 2. 2** Componentes de un sistema de excitación

La excitatriz es la encargada de proveer corriente continua al devanado de campo de la unidad. En muchos sistemas, la excitatriz es un generador dc, manejado por la turbina de vapor (en el mismo eje que el generador) o por un motor de inducción. Sin embargo, el mejoramiento de la tecnología ha logrado implementar sistemas de estado sólido en forma de rectificadores o tiristores reemplazando al alternador.

El regulador de voltaje es la parte inteligente del sistema, toma como señales de entrada la salida de voltaje en los terminales del generador (y en ocasiones corrientes) y los compara con el voltaje de referencia. En estos sistemas, la velocidad de respuesta de estos dispositivos es de gran interés para el estudio de estabilidad.

Debido principalmente a la alta inductancia en los devanados de campo del generador, se dificulta la velocidad de variación en la corriente de campo.

En forma general, los sistemas de excitación hacen uso de dos modos de regulación AC y DC. La regulación AC es la encargada de mantener el voltaje en los terminales dentro de los valores definidos, para ello toma las señales por medio del transductor de voltaje, cuya función es convertir la señal AC de los terminales en señales DC. La regulación DC es comúnmente utilizada para control manual, ya sea en caso que el sistema AC falle o para pruebas y arranques. La principal función del regulador DC es mantener constante el voltaje de campo del generador.

El transductor de voltaje del terminal y el compensador de carga son los componentes que permiten que el voltaje terminal ingrese al sistema de excitación.

El control auxiliar, incluye algunas funciones adicionales, tales como amortiguamiento, realimentación de velocidad, frecuencia y velocidad. Un componente principal que se ubica en esta parte es un comparador que evita valores bajos de campo, salvando de esta forma inestabilidad debido a un débil acoplamiento a través del entrehierro [4].

## 2.1.2 TIPOS DE SISTEMAS DE EXCITACIÓN

Para un análisis de estabilidad del sistema de potencia, los sistemas dinámicos deben ser modelados con suficiente detalle, siendo capaces de mostrar el comportamiento real de las máquinas frente a grandes y severas perturbaciones. Los efectos de estos sistemas de control son observables en un período de tiempo menor a los 3 segundos.

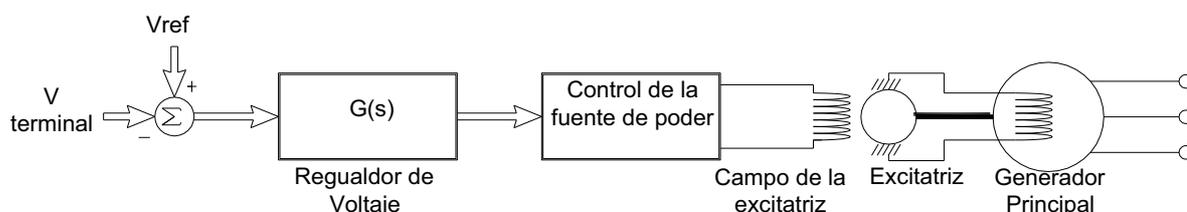
De esta manera, basado en la fuente del sistema de excitación se identifican tres tipos:

- Sistemas de excitación tipo DC, utilizan un generador de corriente continua. Este tipo de excitación fue utilizada durante los años 50 y 60. Al momento se consideran obsoletos.
- Sistemas de excitación tipo AC, utilizan un alternador y rectificadores estacionarios o rotativos para proveer corriente al campo a la unidad.
- Sistemas de excitación tipo ST, en los cuales la corriente de campo de la unidad se genera por medio de un transformador, cuya señal es rectificada por elementos de estado sólido, como SCR o diodos.

En los numerales 2.1.2.1, 2.1.2.2 y 2.1.2.3 se detallan los modelos desarrollados por las normas IEEE, para determinar el mejor modelo que se adapte al estudio de las centrales de la EPMAPS.

### 2.1.2.1 SISTEMAS DE EXCITACIÓN DC

Los sistemas de excitación DC utilizan máquinas DC con excitación en independiente o autoexcitadas.



**Figura 2. 3** Componentes de un sistema de excitación DC

Las desventajas son: la disminución de la confiabilidad debido al mayor número de componentes, baja respuesta durante procesos transitorios y baja amplificación de las señales de control dentro del sistema de excitación.

Existen varios modelos genéricos para un sistema de excitación tipo DC: IEEET1, IEEEX1, IEEEX4, IEEET5 y otros modelos que implican mayores detalles como por ejemplo: ESDC1A, ESDC2A, EXDC2, IEET1B, IEEET4, IEEET5A, DC4B.

#### *2.1.2.1.1 Modelo del Sistema de Excitación Tipo DC1A*

Es utilizado para representar excitatriz de campo controlado DC con reguladores de voltaje de actuación continua. Este tipo de reguladores utiliza fuentes de energía que no son afectados por breves transitorios en las máquinas sincrónicas. Los modelos DC1A y DC2A representan sistemas de alta ganancia y fuentes de alimentación de actuación rápida.

#### *2.1.2.1.2 Modelo del Sistema de Excitación Tipo DC2A*

Este modelo difiere del modelo anterior únicamente en los límites de la salida del regulador de voltaje, mismos que ahora incorporan una realimentación del voltaje terminal haciéndolos proporcionales a éste.

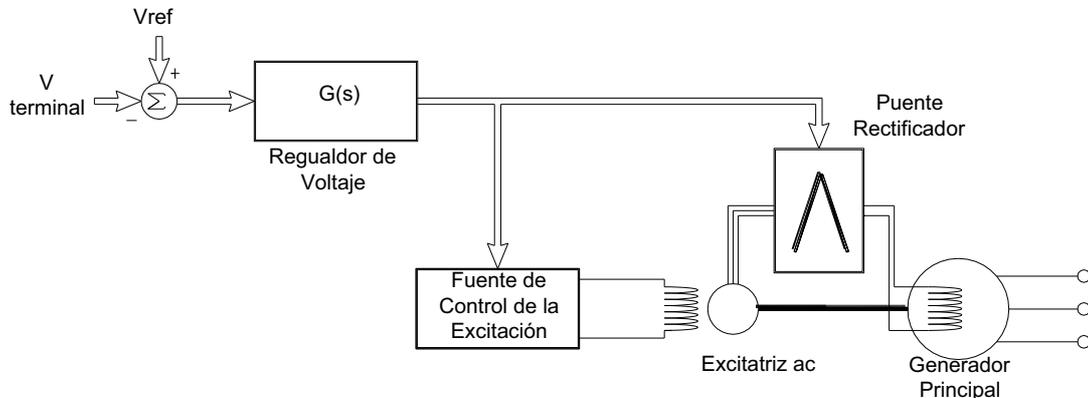
#### *2.1.2.1.3 Modelo del Sistema de Excitación Tipo DC3A*

Este tipo de modelos se los emplea para representar sistemas antiguos, especialmente para sistemas de excitación con reguladores de actuación no continua. Este modelo no toma en cuenta el tiempo de los cambios constantes en el campo de la excitación como resultado de los cambios en la resistencia de campo.

### **2.1.2.2 SISTEMAS DE EXCITACIÓN AC**

Este tipo de sistemas de excitación utiliza una excitatriz AC cuya señal posteriormente es rectificadora, generalmente por medio de diodos, aunque también se emplea anillos rozantes. El campo de la excitatriz es controlado de tal manera que se obtenga una señal de voltaje en los terminales necesaria para los requerimientos del campo del generador principal. Generalmente para el control

del campo de la excitatriz se emplea un puente de tiristores cuya señal de disparo es enviada por el AVR.



**Figura 2. 4** Componentes de un sistema de excitación AC

Entre las principales ventajas es la independencia frente a la mayoría de acontecimientos de voltaje en el sistema, obtención de un amplio rango de voltajes y corrientes, además de una respuesta rápida. Por otro lado, entre las principales desventajas cabe señalar la disminución de confiabilidad debido al uso de muchos componentes.

De igual forma que en los modelos DC, existen varios modelos para representar el comportamiento de un sistema de excitación AC. Los alternadores con sistemas no controlados pueden ser representados por medio de los modelos EXAC1/2/3, ESAC1/2/3A, EXAC1A, ESAC5A, ESAC6A, ESAC8B, EXPIC, AC7B, AC8B. Los modelos que utilizan puentes de tiristores son el EXAC4, ESAC4A, EX2000, EXBAS.

Este tipo de sistema de excitación es el más empleado en los generadores de potencias menores pequeñas y medianas. Existe una amplia gama de modelos que dependiendo de las características del sistema de excitación puede ser utilizado para los estudios correspondientes.

#### 2.1.2.2.1 *.Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC1A*

Este sistema de excitación presenta un alternador principal con rectificadores no controlados. La excitatriz no emplea auto-excitación lo que implica que la potencia sea tomada de una fuente que no es afectada por transitorios externos. Este modelo es aplicable para el análisis del comportamiento de sistemas de excitación sin escobillas.

#### 2.1.2.2.2 *Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC2A*

Este modelo representa una alta respuesta inicial del campo controlado del sistema de excitación rectificador-alternador. La excitatriz principal es usada con rectificadores no controlados. La principal diferencia entre este modelo y el descrito anteriormente, es la inclusión de una constante de tiempo de compensación de la excitatriz y de elementos limitadores de corriente de campo de la excitatriz. Este modelo se emplea para la representación de sistemas de excitación sin escobillas de alta respuesta inicial.

Esta constante de tiempo de compensación es una realimentación negativa directa que va reduciendo.

Para poder obtener una respuesta inicial rápida, una señal muy elevada de voltaje ( $V_{RMAX}$ ) es aplicada al campo de la excitatriz. Un limitador sensa la corriente de campo de la excitatriz permitiendo el alto forzamiento pero limitado siempre por la corriente.

#### 2.1.2.2.3 *Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC3A*

De manera similar que los modelos anteriores, este modelo incluye un sistema de excitación con rectificadores no controlados. La diferencia radica en que este modelo considera sistemas autoexcitados y la potencia requerida por el regulador de voltaje obtenida de fuentes externas. Este modelo posee una no linealidad adicional simulada por el uso de un multiplicador, el mismo que ingresa en la señal del regulador de voltaje. Para varios estudios de estabilidad de sistemas de potencia este modelo es simplificado y generalmente es aplicable a sistemas de excitación fabricados por la empresa General Electric.

#### 2.1.2.2.4 *Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC4A*

Este modelo presenta una marcada diferencia con respecto a los modelos descritos anteriormente. La alta respuesta inicial del sistema de excitación utiliza un puente completo de tiristores en el circuito de salida de la excitatriz. El regulador de voltaje controla el disparo de los tiristores. La excitatriz utiliza un regulador de voltaje independiente para controlar su salida de voltaje a un valor constante. El modelo considera efectos transitorios de la carga. El sistema de estabilización generalmente se lo realiza en el sistema de tiristores. Este tipo de sistema es empleado por ciertos modelos de General Electric.

#### 2.1.2.2.5 *Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC5A*

Este modelo es simplificado para representar sistemas de excitación con escobillas. El sistema es alimentado de una fuente como un generador de imanes permanentes, mismo que no se ve afectado por perturbaciones del sistema.

Debido a que el modelo ha sido extensamente aplicado por la industria, es algunas veces utilizado para representar otros tipos de sistemas cuando los datos detallados de ellos no están disponibles, o el uso de modelos simplificados es requerido. Este modelo es empleado para sistemas fabricados por Basler y Electric Machinery.

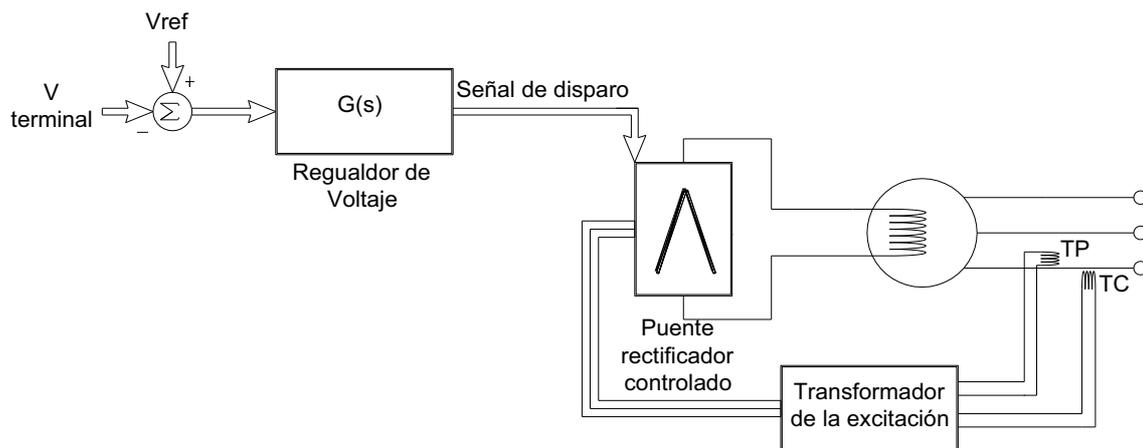
#### 2.1.2.2.6 *Modelo del Sistema de Excitación Tipo AC6A*

Es usado para representar sistemas de excitación de campo controlado con sistemas de regulación de voltaje electrónicos. La máxima salida del regulador es una función del voltaje terminal, el modelo incluye limitadores de corriente de campo. Es particularmente adecuado para la representación de sistemas de diodos estacionarios.

### **2.1.2.3 SISTEMAS DE EXCITACIÓN ST**

El sistema de excitación estático utiliza el voltaje de los terminales del generador, un transformador y un puente rectificador generalmente compuesto de tiristores o

SCR. La característica principal es que no posee partes rotativas. Los encargados de enviar las señales de disparo son generalmente sistemas PID, PI, Fuzzy, etc. Las principales ventajas que presenta este tipo de excitación son: amplio rango de valores de voltajes y corrientes de excitación con alta amplificación, una rápida respuesta y simplicidad del diseño, por lo que existe un ahorro en inversión y espacio físico en la planta.



**Figura 2. 5** Componentes de un sistema de excitación ST

Por otro lado, entre las desventajas se puede mencionar la dependencia de voltaje y corrientes de realimentación, pudiendo existir errores debido a los aparatos de medida.

Existen algunos modelos de los sistemas de excitación estáticos, dentro de los cuales pueden ser modelos genéricos como los EXCT1/2/3, EXST2A, SCRX o modelos más detallados como los ESST1/2/3A, ESST4B, EXELI, URST5T, ST6B. En este tipo de modelo es necesario tomar en cuenta las partes que determinan el control integral, proporcional y diferencial del sistema.

Muchos de estos sistemas poseen un alto voltaje de techo. Para proteger a la excitatriz es necesario incorporar circuitos limitadores de la corriente de campo.

Los principales modelos que se han sido desarrollados por la IEEE son los que se mencionan a en los puntos 2.1.2.3.1, 2.1.2.3.2 y 2.1.2.3.3.

#### 2.1.2.3.1 *Modelo del sistema de Excitación Tipo ST1A*

Este modelo intenta representar sistemas en los cuales la potencia requerida por la excitación es provista por medio de un transformador conectado a los terminales del generador. La rectificación se la realiza a través de un sistema controlado. El voltaje máximo de excitación disponible para cada sistema está directamente relacionado con el voltaje terminal del generador.

En este tipo de sistema, las constantes de tiempo inherentes son pequeñas y la estabilización del sistema podría no ser requerida. El ángulo de disparo para el puente rectificador afecta la relación entre la señal de entrada y salida, este ángulo es asumido como lineal al escoger un ganancia simple  $K_A$ . Debido a los altos valores de la ganancia, una linealización de las características es normalmente satisfactoria para propósitos de modelación.

#### 2.1.2.3.2 *Modelo del sistema de Excitación Tipo ST2A*

La característica principal de este modelo es que además de utilizar la señal de voltaje de los terminales, este tipo de excitación utiliza una señal de corriente. Por ello, para este sistema es necesario formar un modelo de la fuente de excitación utilizando una combinación fasorial del voltaje y corriente terminal.

Este modelo incorpora saturación de los componentes magnéticos, el cual es empleado por General Electric frecuentemente referido como sistemas SCT-PPT o SCPT.

#### 2.1.2.3.3 *Modelo del sistema de Excitación Tipo ST3A*

Este sistema utiliza una variedad de diseños de rectificadores controlados, puentes de tiristores completos o híbridos en configuración serie o paralelo. La fuente de alimentación puede ser provista de los terminales del generador o de los devanados internos. Algunos diseños pueden tener fuentes compuestas utilizando señales de voltaje y corriente de los terminales del generador, representadas como una combinación fasorial.

Los sistemas que utilizan este modelo son General Electric y Generrex.

### 2.1.3 SISTEMAS DE EXCITACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS

Presentados los diferentes modelos de sistemas de excitación, el modelo que se ajusta a las unidades de la EPMAPS es de tipo AC, específicamente el IEEEAC1 según la norma IEEE Std 425.1-2005, por las siguientes razones:

- Presenta un alternador principal con rectificadores no controlados.
- Son sistemas de excitación sin escobillas.
- La excitatriz no emplea auto-excitación lo que implica que la potencia es tomada de una fuente que no es afectada por transitorios externos.

#### 2.1.3.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN IEEEAC1

Antes de incorporar el modelo designado para representar los sistemas de excitación, es necesario establecer los componentes principales, constantes de tiempo, señales de control de entrada y salida, límites y variables utilizadas por este modelo. Para ello, en la figura 2.6 se muestra el modelo IEEEAC1 representado por medio de funciones de transferencia:

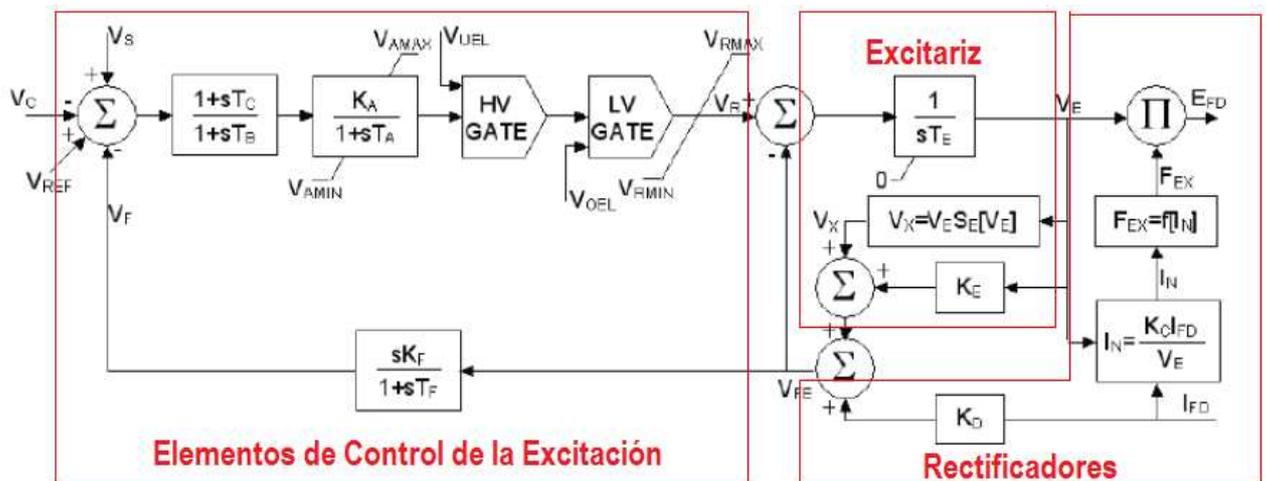


Figura 2. 6 Modelo IEEEAC1

En la figura 2.6 se puede observar que la señal de la salida del voltaje terminal es restada de un valor de referencia, e ingresada al regulador como una señal de retroalimentación ( $V_{REF}$  y  $V_S$ ). Entonces cuando el voltaje terminal es inestable, los elementos de control proveen un voltaje de error ( $V_R$ ) para controlar la salida de

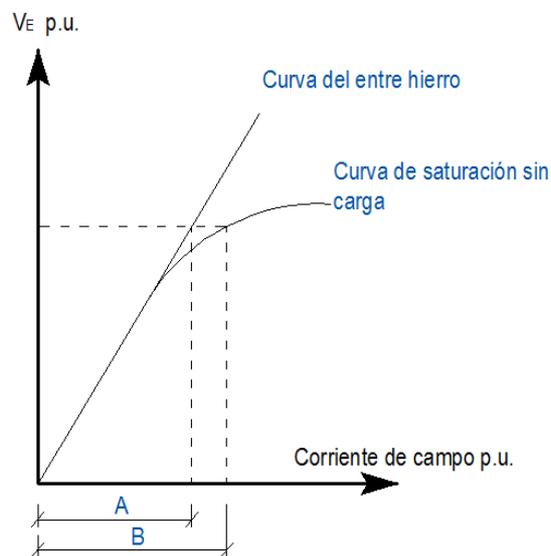
voltaje y corriente de la excitatriz y así obtener un voltaje terminal dentro de los valores límites.

El voltaje de salida del regulador de voltaje  $V_R$  controla el voltaje de campo  $E_{FD}$  para así variar la corriente de campo  $I_{FD}$  que alimenta al campo del generador.

El voltaje de referencia  $V_{REF}$  es un parámetro importante dentro del sistema de control de la excitación.  $V_{OEL}$  y  $V_{UEL}$  describen las señales de salidas que limitan contra sobre-excitación y baja-excitación respectivamente.

La señal  $V_{FE}$ , proporcional a la corriente de campo de la excitatriz, es derivada de la suma de señales de salida de voltaje de la excitatriz ( $V_E$ ), multiplicada por  $K_E + S_E[V_E]$ .

El término  $S_E[V_E]$  representa la función de saturación, definida como un multiplicador en p.u. del voltaje de salida de la excitatriz, el cual representa el incremento requerido en la excitación de la excitatriz debido a la saturación. La figura 2.7 ilustra el cálculo de este parámetro.



**Figura 2. 7** Curva de saturación

Para la representación de la saturación, se tiene los puntos A y B determinados a un voltaje de 1 p.u., en las curvas del entrehierro y de saturación sin carga respectivamente, la ecuación está determinada por:

$$S_E[V_E] = \frac{B - A}{A} \quad (2.1)$$

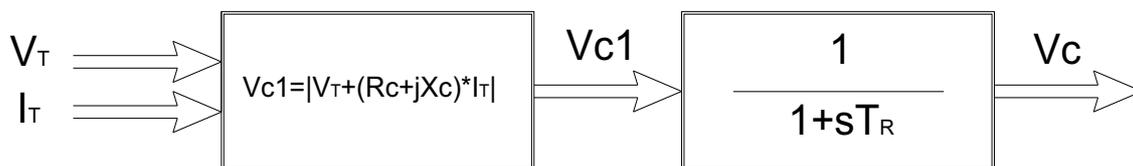
Para el caso de las unidades de EPMAPS. El Carmen y Recuperadora, se tienen las constantes de las funciones de saturación de la tabla 2.1. El cálculo se especifica en el anexo A1.1 y A1.2 respectivamente.

**Tabla 2. 1** Valores de la saturación para las unidades de la EPMAPS

	El Carmen	Recuperadora
$S_E[V_E]$	0,1111	0,0556

Por otro lado, los componentes principales, señales de control, límites y variables utilizadas en este modelo se detallan a continuación.

El transductor de voltaje terminal y compensador de carga son los componentes que transmiten el voltaje terminal como retroalimentación a la entrada del sistema de excitación.



**Figura 2. 8** Transductor del voltaje terminal y compensador de carga

En donde:

$V_T$  Voltaje Terminal

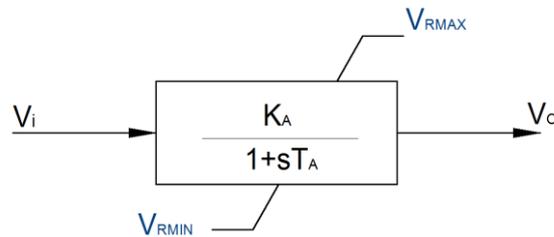
$I_T$  Corriente Terminal

$Rc + jXc$  Impedancia del compensador de carga

$T_R$  Constante de tiempo del filtro de entrada regulador

El amplificador representado como la ganancia principal de la función de transferencia, puede ser de tipo magnético, electrónico o de tipo rotativo. Los

primeros dos tipos pueden ser representados por el diagrama de bloques de la figura 2.9:



**Figura 2. 9** Función de transferencia del amplificador

Donde,

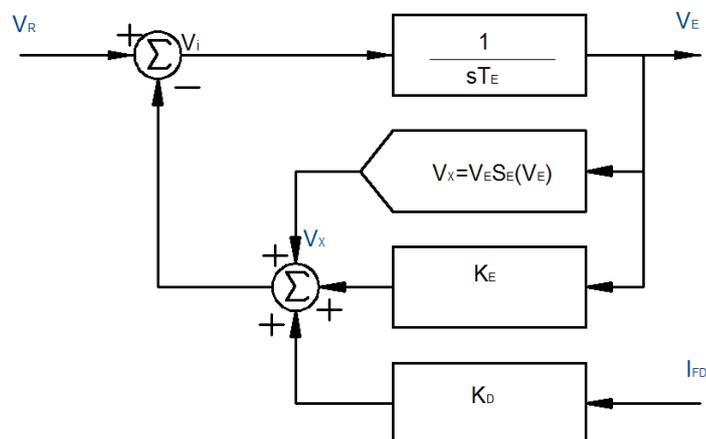
$K_A$  ganancia del regulador de voltaje

$T_A$  constante de tiempo del amplificador de voltaje

$V_{RMAX}$  máximo valor de  $V_R$

$V_{RMIN}$  mínimo valor de  $V_R$

La excitatriz es la parte en el sistema de excitación que se conecta al generador. Es la parte que provee de la corriente de campo para excitar al generador. Como se observa en la figura 2.10, esta parte del modelo incluye las características de saturación.



**Figura 2. 10** Función de transferencia de la excitatriz

Donde,

$T_E$	constante de tiempo de la excitatriz
$V_E$	voltaje interno de la excitatriz
$S_E$	función de saturación
$K_E$	constante de la excitatriz relacionado al campo
$K_D$ $IF_D$	efecto de desmagnetización de reacción de la armadura
$K_D$	factor de desmagnetización

En la tabla 2.2 se indican los parámetros requeridos por el programa Power Factory para el AVR.

**Tabla 2. 2** Parámetros del sistema de excitación IEEEAC1

Parámetro	Nombre
$T_r$	Constante de tiempo de la medida en retraso
$T_b$	Constante de tiempo del filtro en retraso
$T_c$	Constante de tiempo del filtro de derivación
$K_a$	Ganancia del controlador
$T_a$	Constante de tiempo de la ganancia del controlador
$T_e$	Constante de tiempo de la excitatriz
$K_f$	Ganancia de la red de estabilización
$T_f$	Constante de tiempo de la red de estabilización
$K_c$	Factor de compensación de la corriente de la excitatriz
$K_d$	Factor de derivación de la corriente de la excitatriz
$K_e$	Constante de la excitatriz relacionado al campo
$E1$	Factor de saturación1
$S_e1$	Factor de saturación2
$E2$	Factor de saturación3
$S_e2$	Factor de saturación4
$V_{min}$	Salida mínima del controlador
$V_{max}$	Salida máxima del controlador

### 2.1.3.2 CARACTERÍSTICAS Y PARÁMETROS DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN DEL LA CENTRAL EL CARMEN

La central El Carmen posee un generador sincrónico de 10,5 MVA. Para poder proveer el campo a la máquina, esta unidad tiene un excitatriz AC con componentes estáticos de rectificación y control digital, marca SCHORCH, modelo TSD2D – TL1.

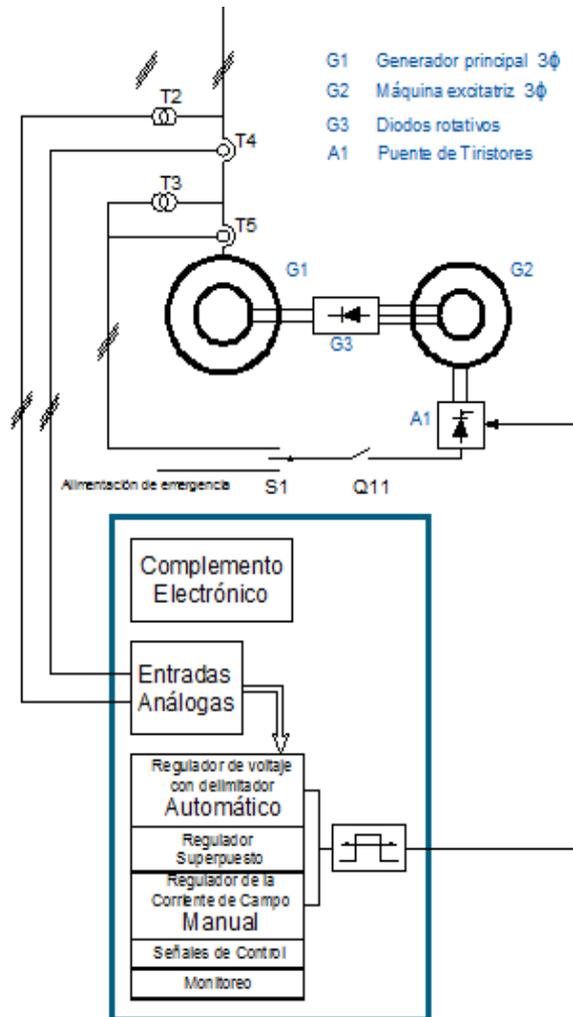


**Figura 2. 11** Sistema excitatriz-máquina sincrónica de la central El Carmen

Entre las principales características que posee el sistema de excitación, se puede mencionar:

- Alto voltaje de techo.
- Un sistema controlado completo de rectificadores por medio de tiristores, los que aseguran una rápida respuesta.
- Una estructura redundante del sistema de microprocesadores, lo que indica un alto grado de confiabilidad.
- Regulación de voltaje y potencia reactiva.
- Modo de operación manual, en el que se puede regular la corriente de excitación, el cual es utilizado para el caso de falla o mala operación del sistema automático.
- Todos los parámetros que son ajustables durante la operación pueden ser modificados por control remoto. Los que no son ajustables durante la operación, pueden ser modificados con ayuda de un programa especial de computación.

Cada tarjeta electrónica tiene la capacidad de sensar y convertir señales analógicas a digitales, regular, controlar y monitorear, generar los pulsos de disparo necesario para la activación de los tiristores.



**Figura 2. 12** Sistema excitatriz-máquina síncrona de la central El Carmen

En la figura 2.12 se observa que el campo de la excitatriz (G2) es alimentado por el rectificador completamente controlado (A1). Cuando trabaja como rectificador (ángulo de disparo cero) casi toda la salida rectificada es aplicada al campo de la excitatriz de G2. En este modo de operación, la corriente de excitación resultante debe ser mucho más grande que la corriente de excitación requerida para todas las cargas de la máquina, incluyendo cortocircuitos continuos del generador.

Durante condiciones de vacío del generador, la potencia de excitación completa es suministrada por los transformadores de voltaje T3. Es posible alimentar el

sistema de excitación desde otras fuentes externas. Esto puede ser utilizado en caso de pruebas o ajuste del sistema durante ensayos.

El interruptor F2 provee de protección contra cortocircuitos para la línea entre el transformador de voltaje T2 y el regulador.

El rectificador de tiristores completamente controlado, es modular y básicamente consta de:

- Tiristores de potencia de diseño modular con disipador de calor.
- Circuito de protección TSE para los tiristores.
- Elementos de amortiguamiento para las partes DC del módulo.
- Transformadores de pulsos.
- Transformadores sincrónicos.
- Interruptor automático F1 para la protección de la línea AC hasta el rectificador.

Existe un transformador interno (T1) que recibe la información de los transformadores T3 y T4 del circuito compuesto, dependiendo de la posición de S1. Durante un voltaje no controlable en aumento, no hay pulso de generación y el transformador T1 no es conectado con el rectificador.

Los valores de voltaje y corriente son probados durante cada período. Luego, un análisis de frecuencia es llevado a cabo y todos los valores del generador son calculados. Estos valores calculados son valores eficaces de voltaje, corriente, frecuencia, potencia activa, potencia reactiva y el factor de potencia, los cuales sirven como valores actuales para el siguiente paso de regulación.

Finalmente, en la tabla 2.3 se muestran los valores de los parámetros del sistema de control de voltaje de la unidad de generación de la central El Carmen, la característica de saturación es calculada en el anexo 1.2 y los parámetros restantes son estimados en función de las constantes típicas den la referencia [2] para el sistema de excitación IEEEAC1.

**Tabla 2. 3** Valores de los parámetros del sistema de excitación de la central El Carmen

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
<b>T<sub>r</sub>, s</b>	0,028	<b>K<sub>c</sub>, pu</b>	0,000
<b>T<sub>b</sub>, s</b>	0,000	<b>K<sub>d</sub>, pu</b>	0,000
<b>T<sub>c</sub>, s</b>	0,000	<b>K<sub>e</sub>, pu</b>	1,000
<b>K<sub>a</sub>, pu</b>	400,000	<b>E1, pu</b>	4,180
<b>T<sub>a</sub>, s</b>	0,020	<b>S<sub>e1</sub>, pu</b>	0,111
<b>T<sub>e</sub>, s</b>	0,800	<b>E2, pu</b>	3,135
<b>K<sub>f</sub>, pu</b>	0,030	<b>S<sub>e2</sub>, pu</b>	0,030
<b>T<sub>f</sub>, s</b>	1,000	<b>V<sub>rmin</sub>, pu</b>	-5,430
<b>V<sub>rmax</sub>, pu</b>	6,030		

### 2.1.3.3 CARACTERÍSTICAS Y PARÁMETROS DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN DEL LA CENTRAL RECUPERADORA

El sistema de control de voltaje que remplazará al sistema actual y con el cual se realizará la simulación es el modelo BASLER ELECTRIC DECS-200. Este sistema de excitación se basa en un microprocesador destinado al control de voltaje, corriente de excitación, factor de potencia y potencia reactiva de una unidad de generación.

Las entradas se las realizan por medio de la detección del voltaje eficaz monofásica o trifásica del generador. Los puertos seriales hacen el sistema muy fácil de usar localmente o a distancia.

La interfaz hombre – máquina del panel frontal integra varios elementos que entre otras cosas permiten verificar los parámetros de ajuste actual del sistema. Del mismo modo, permite una visualización de los voltajes eficaces de línea, corriente de línea, potencia de carga, factor de potencia y frecuencia del generador.

Este modelo de control de excitación incorpora protecciones contra sobrevoltaje o sobrecorriente de campo o del generador que actúan en un tiempo no mayor a

tres ciclos. Además, incorpora un sistema de monitoreo de los diodos de la excitatriz, que detecta principalmente diodos abiertos o en cortocircuito.

Los parámetros de este sistema de excitación se muestran la tabla 2.4, con la saturación de la unidad de la central Recuperadora calculada en el anexo 1.1, y los parámetros restantes estimados en función de la referencia [2], para el sistema de excitación IEEEAC1.

**Tabla 2. 4** Valores de los parámetros del sistema de excitación de la central Recuperadora

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$T_r, s$	0,028	$K_c, pu$	0,000
$T_b, s$	0,000	$K_d, pu$	0,000
$T_c, s$	0,000	$K_e, pu$	1,000
$K_a, pu$	400,000	$E1, pu$	4,180
$T_a, s$	0,020	$S_e1, pu$	0,0556
$T_e, s$	0,800	$E2, pu$	3,135
$K_f, pu$	0,030	$S_e2, pu$	0,030
$T_f, s$	1,000	$V_{rmin}, pu$	-5,430
$V_{rmax}, pu$	6,030		

## 2.2 SISTEMAS DE REGULACIÓN DE VELOCIDAD Y TURBINA

### 2.2.1 TURBINA HIDRÁULICA

La turbina es la encargada de transformar la energía potencial del agua en energía mecánica, para posteriormente convertirse en energía eléctrica por medio de la máquina sincrónica.

Las turbinas hidráulicas son básicamente de dos tipos: turbinas de impulso y reacción, mismas que se describen brevemente en esta sección.

Las turbinas de impulso, conocidas como Pelton, son usadas en caídas mayores a 300m. Este tipo de turbina gira cuando el agua proveniente de la tobera golpea a uno de sus álabes a una velocidad muy alta. Una gran proporción de la energía del agua está en forma de energía cinética debido a su velocidad.

A diferencia de las turbinas Pelton, las turbinas de reacción actúan por el agua que se mueve a una velocidad muy baja, pero bajo presión. El agua llega al cuerpo de la turbina (rodete) a través de un sistema denominado de distribución que es totalmente cerrado, tal presión debida a la cabeza de la planta se mantiene sobre el rodete.

La selección de la turbina se basa en las características de saltos y caudales de agua. Para saltos altos y caudales relativamente bajos, se aplican turbinas de tipo Pelton y para saltos medios y caudales relativamente altos se seleccionan turbinas tipo Francis, mientras que para alturas extremadamente bajas y grandes caudales las turbinas Kaplan son las adecuadas.

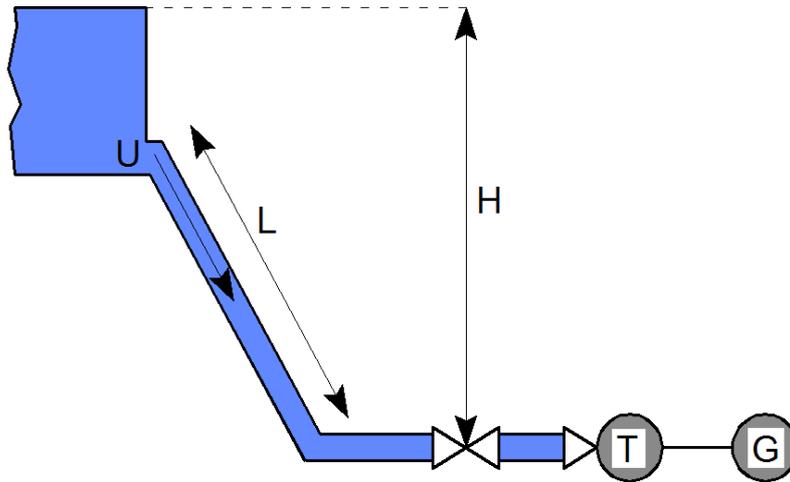
En esta sección se analizan modelos que permiten apreciar influencia de las turbinas en el análisis de estabilidad, partiendo del estudio de un modelo de turbinas sin pérdidas o ideal.

#### **2.2.1.1 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA TURBINA IDEAL**

La representación de una turbina hidráulica en estudios de estabilidad debe considerar las siguientes suposiciones:

- La resistencia hidráulica es despreciable.
- La tubería de presión es inelástica y el agua incompresible.
- La velocidad del agua varía directamente con la apertura de la compuerta y con la raíz cuadrada del salto neto de agua.
- La potencia de salida es proporcional al producto de la altura y el volumen de agua.

Una configuración típica de central hidroeléctrica se muestra en la figura 2.13, con las constantes y parámetros utilizados en la deducción de fórmulas.



**Figura 2. 13** Esquema de una central hidroeléctrica

Las características de la turbina son determinadas por tres ecuaciones básicas que se detallan a continuación:

a) La ecuación de velocidad del agua en el tubo de presión se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$U = K_U G \sqrt{H} \quad (2.2)$$

Donde:

U: Velocidad del agua

G: Posición del distribuidor

H: Salto

$K_U$ : Constante de proporcionalidad

La ecuación 2.2 puede ser expresada para pequeños desplazamientos alrededor de un punto de operación:

$$\Delta U = \frac{\partial U}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial U}{\partial G} \Delta G$$

Calculando las derivadas parciales y dividiendo por  $U_0$ , el valor inicial en estado estacionario, se tiene:

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\Delta H}{2H_0} + \frac{\Delta G}{G_0}$$

La ecuación anterior puede expresarse en función de valores basados en puntos de operación estables, denotado por medio de “ $\bar{\quad}$ ”.

$$\Delta \bar{U} = \frac{\Delta \bar{H}}{2} + \Delta \bar{G} \quad (2.3)$$

Por otro lado, la potencia mecánica de la turbina es proporcional al producto de la presión y el flujo, expresado por medio de la siguiente ecuación:

$$Pm = KpHU \quad (2.4)$$

De manera similar al procedimiento anterior, se tiene la ecuación 2.4 para pequeñas variaciones expresada en función de valores de operación en estado estable:

$$\Delta \bar{Pm} = \Delta \bar{H} + \Delta \bar{U} \quad (2.5)$$

Substituyendo la ecuación de velocidad (2.3) en la ecuación anterior, se obtienen dos ecuaciones:

$$\Delta \bar{Pm} = 1,5\Delta \bar{H} + \Delta \bar{G} \quad (2.6A)$$

$$\Delta \bar{Pm} = 3\Delta \bar{U} - 2\Delta \bar{G} \quad (2.6B)$$

b) La aceleración de la columna de agua debido a cambios en el salto, y basado en la segunda ley de Newton, se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$(\rho LA) \frac{d\Delta U}{dt} = -A(\rho a_g)\Delta H \quad (2.7)$$

Donde:

L: longitud del conducto

A: área de la tubería de presión

$\rho$ : densidad

$a_g$ : aceleración debido a la gravedad

La ecuación 2.7 expresada en función de valores de operación en estado estable ( $A\rho a_g H_0 U_0$ ), queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{LU_o}{\alpha_g H_o} \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta U}{U_o} \right) = - \frac{\Delta H}{H_o}$$

O

$$T_w \frac{d\Delta\bar{U}}{dt} = -\Delta\bar{H} \quad (2.8)$$

En donde por definición:

$$T_w = \frac{LU_o}{\alpha_g H_o} \quad (2.9)$$

La constante  $T_w$  es referida como la constante de arranque del agua. Representa el tiempo requerido por una altura  $H_o$  necesaria para acelerar el agua en la tubería desde el estado estacionario a una velocidad  $U_o$ .

El parámetro  $T_w$  varía con la altura neta, los valores típicos están en el rango  $0,5s < T_w < 4s$

Ahora, remplazando la ecuación 2.3 en la ecuación 2.8, se tiene:

$$T_w \frac{d\Delta\bar{U}}{dt} = 2(\Delta\bar{G} - \Delta\bar{U})$$

Aplicando Laplace se obtiene la siguiente expresión:

$$T_w s \Delta\bar{U} = 2(\Delta\bar{G} - \Delta\bar{U})$$

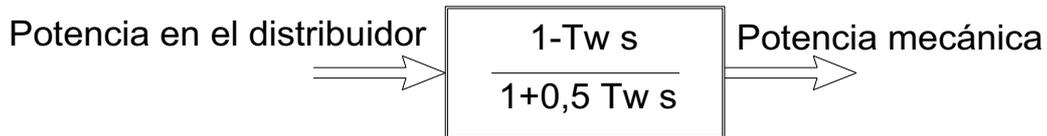
Despejando  $\Delta\bar{U}$ ,

$$\Delta\bar{U} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} T_w s} \Delta\bar{G}$$

Finalmente, para poder obtener la ecuación de la función de transferencia de una turbina, se remplaza la ecuación 2.6B en la ecuación anterior y reordenando los términos, se obtiene como resultado:

$$\frac{\Delta\bar{P}_m}{\Delta\bar{G}} = \frac{1 - T_w s}{1 + \frac{1}{2} T_w s} \quad (2.10)$$

La ecuación 2.10 muestra los cambios en la potencia de salida cuando se produce un cambio en la apertura del distribuidor. La figura 2.14 muestra la función de transferencia clásica de una turbina.



**Figura 2. 14** Función de transferencia de una turbina hidráulica sin pérdidas

### 2.2.1.2 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA TURBINA NO IDEAL

Debido a que para el análisis de pequeña señal el modelo clásico no es suficiente, es necesario obtener la función de transferencia de una turbina no ideal, considerando las siguientes expresiones generales:

$$\Delta \bar{U} = a_{11} \Delta \bar{H} + a_{12} \Delta \bar{\omega} + a_{13} \Delta \bar{G} \quad (2.11)$$

$$\Delta \bar{Pm} = a_{21} \Delta \bar{H} + a_{22} \Delta \bar{\omega} + a_{23} \Delta \bar{G} \quad (2.12)$$

En una unidad conectada a un sistema de barra infinita, la desviación de velocidad es pequeña, por consiguiente, los términos relacionados con esta variable pueden ser despreciados, dando:

$$\Delta \bar{U} = a_{11} \Delta \bar{H} + a_{13} \Delta \bar{G} \quad (2.13)$$

$$\Delta \bar{Pm} = a_{21} \Delta \bar{H} + a_{23} \Delta \bar{G} \quad (2.14)$$

Donde los coeficientes expresan:

$$a_{11} = \frac{\partial q}{\partial h} \quad \text{derivada parcial del flujo con respecto al salto}$$

$$a_{13} = \frac{\partial q}{\partial g} \quad \text{derivada parcial del flujo con respecto a la apertura del distribuidor}$$

$$a_{21} = \frac{\partial m}{\partial h} \quad \text{derivada parcial de la potencia de salida con respecto al salto}$$

$$a_{23} = \frac{\partial m}{\partial g} \quad \text{derivada parcial de la potencia de salida con respecto a la apertura del distribuidor}$$

Los coeficientes anteriores dependen en gran medida de la carga de la máquina y pueden ser calculadas para un punto de operación. Varían considerablemente del tipo de turbina.

Al operar con las ecuaciones 2.13 y 2.14, se obtiene la siguiente función de transferencia (el procedimiento se presenta en el anexo A2):

$$\frac{\overline{\Delta P_m}}{\overline{\Delta G}} = a_{23} \frac{1 + (a_{11} - a_{13}a_{21}/a_{23})T_w s}{1 + a_{11}T_w s} \quad (2.15)$$

El modelo lineal dado en la ecuación 2.15 representa el comportamiento de la turbina ante pequeñas variaciones. Este modelo se emplea generalmente para el estudio de respuesta de frecuencia y análisis de la ubicación de las raíces en el plano complejo. Debido a la simplicidad de la estructura, el modelo de la ecuación 2.15 provee una percepción de las características básicas de un sistema hidráulico [3].

Para estudios que presentan grandes variaciones tanto en la frecuencia como en la potencia de salida, el modelo anterior ha sido remplazado por modelos no lineales que toman en cuenta la inelasticidad de la columna de agua.

### 2.2.1.3 CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DE LA TURBINAS HIDRÁULICAS

La función de transferencia de una turbina sin pérdidas, obtenida en la ecuación 2.15, posee un cero ubicado en el semiplano derecho del plano s.

Estas características pueden ser apreciadas de mejor manera analizando la respuesta frente a un cambio en la posición del distribuidor, de la siguiente manera:

Aplicando el teorema del valor inicial, tomando la potencia del distribuidor como una función paso (1/s), se tiene:

$$\overline{\Delta P_m}(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s * \frac{1 - T_w * s}{1 + \frac{1}{2} T_w * s} * \frac{1}{s}$$

$$\overline{\Delta P_m}(0) = -2$$

Por otro lado, aplicando el teorema del valor final, se tiene:

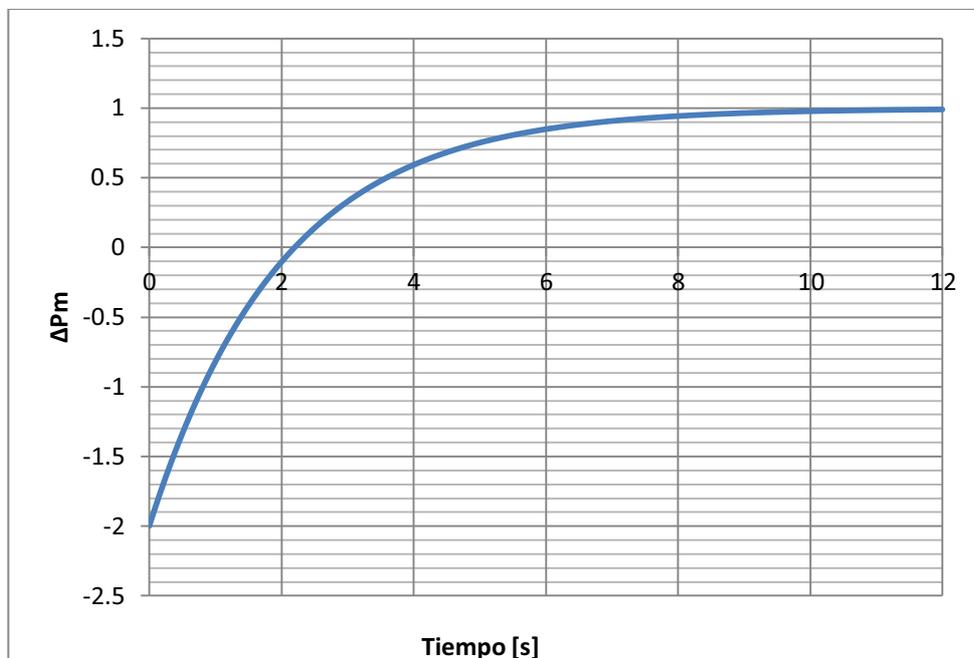
$$\Delta \overline{Pm}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{1 - Tw * s}{1 + \frac{1}{2} Tw * s} * \frac{1}{s}$$

$$\overline{Pm}(\infty) = 1$$

Para poder obtener la respuesta en el tiempo, se aplica la transformada inversa de Laplace en la ecuación 2.10, obteniendo:

$$\Delta \overline{Pm}(t) = [1 - 3e^{-(2/Tw)t}] * \Delta \overline{G} \quad (2.16)$$

Con la ecuación 2.16, junto con los valores iniciales y finales, se obtiene la gráfica de la respuesta en el tiempo, misma que se muestra en la figura 2.15 para un Tw de 4 s:



**Figura 2. 15** Cambio de la potencia mecánica ante un cambio escalón en la posición del distribuidor

En la figura 2.15 se puede observar de manera clara que la apertura del distribuidor no produce un cambio inmediato en el flujo del agua, debido a la inercia de la misma, lo que provocaría que por un breve intervalo el sistema absorba potencia. Esto se puede observar de mejor manera en el valor inicial de  $\Delta \overline{Pm}$ , cuyo valor es -2 por unidad, lo que nos indica un sentido opuesto de la variación de la potencia mecánica a la posición del distribuidor. A continuación, la potencia mecánica se incrementa exponencialmente con una constante de tiempo Tw/2 hasta alcanzar un valor en estado estacionario de 1 por unidad.

Las principales características de las centrales de generación de la EPMAPS son las que se presentan en las tablas 2.5 y 2.6.

**Tabla 2. 5** Características de centrales de la EPMAPS

	El Carmen	Recuperadora
<b>Longitud de la tubería</b>	3129,32m	9579,64m
<b>Diámetro</b>	1,08m	48"
<b>Eficiencia del generador</b>	97,15%	97,60%
<b>%de apertura para el caudal nominal</b>	75,15%	74,50%
<b>Tiempo de cierre de la válvula</b>	-	60s
<b>Tiempo de cierre de la válvula</b>	-	60s

**Tabla 2. 6** Características de las turbinas de la EPMAPS

	El Carmen	Recuperadora
<b>Tipo</b>	Pelton	Pelton
<b>Caída Neta</b>	550 m	561,4 m
<b>Caudal nominal</b>	1,7 m <sup>3</sup> /s	3,0 m <sup>3</sup> /2
<b>Eficiencia de la turbina</b>	89,80%	89,70%
<b>Velocidad</b>	720 RPM	720 RPM
<b>Potencia</b>	8,21MW	14,7MW

Con los datos de las tablas 2.5 y 2.6 se calcula la constante  $T_w$ , utilizando la ecuación 2.9, para cada una de las centrales de generación.

**Tabla 2. 7** Parámetro  $T_w$  de las centrales de la EPMAPS

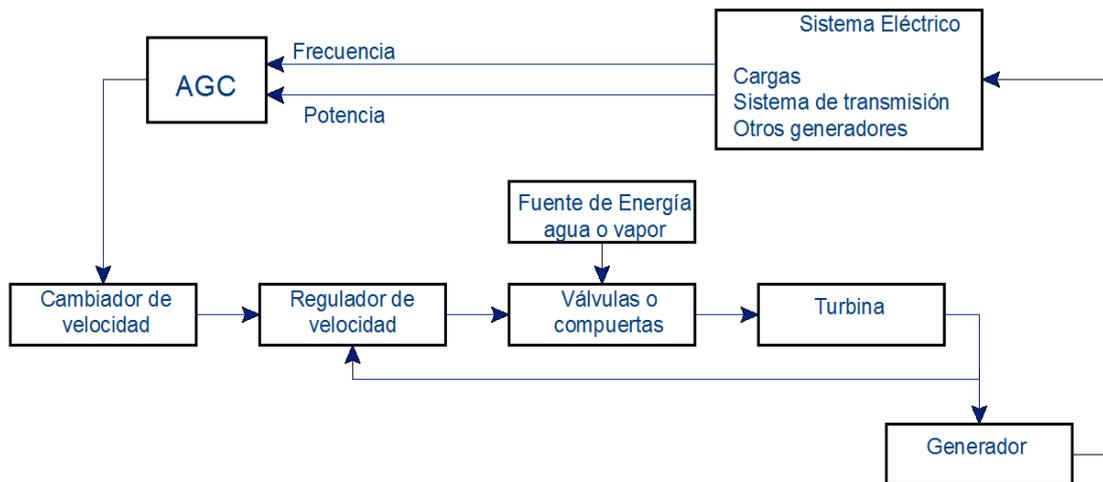
	Recuperadora	El Carmen
<b>Área m<sup>2</sup></b>	1,1674	1,1674
<b>Velocidad m<sup>3</sup>/s</b>	2,5696	2,5697
<b><math>T_w</math></b>	4,4881	1,0807

### 2.2.2 REGULACIÓN DE VELOCIDAD

La frecuencia es una señal del sistema que debería mantenerse cercana a un valor constante para asegurar una operación estable.

La regulación de la frecuencia está relacionada con el balance entre la producción y consumo de energía. Por ello, al existir una variación en la demanda en un

punto del sistema se ve reflejada por un ajuste de la frecuencia. El sistema de control de velocidad asegura que los generadores satisfagan los cambios de demanda a una misma frecuencia.



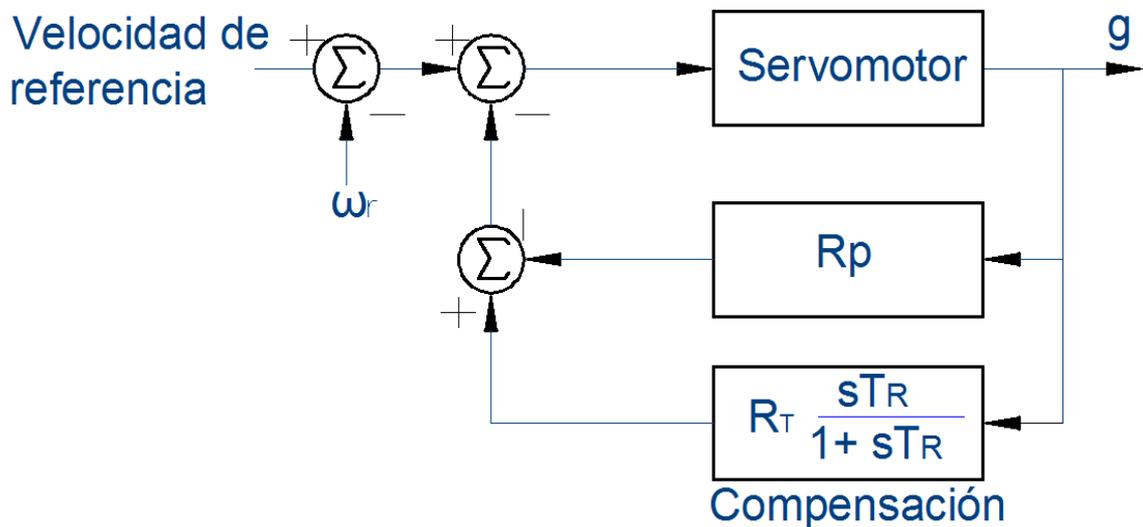
**Figura 2. 16** Diagrama de bloques del control de velocidad

Los reguladores de velocidad además de mantener un balance entre la potencia mecánica y la eléctrica de la unidad de generación, proveen de amortiguamiento frente a oscilaciones de pequeña magnitud. Para poder realizar este control es necesario tener un camino de realimentación.

Como se puede apreciar en la figura 2.16, cuando se produce un cambio en la demanda de potencia activa, se producen desajustes entre la potencia mecánica y la eléctrica, que se traducen en variaciones de la velocidad de la máquina. El regulador mide la velocidad de rotación y las compara con la referencia. Con base en el error resultante, las válvulas de admisión o las compuertas se abren o cierran con la finalidad de aumentar o disminuir la potencia mecánica, a fin de que el desajuste desaparezca gradualmente.

Con la finalidad de obtener una repartición equilibrada de la carga asegurando una correcta generación de unidades en paralelo, los reguladores de velocidad están provistos de estatismos característicos. Típicamente, este valor de estatismo está en el orden de 5%, debido a que un cambio del 5% causa un cambio del 100% en la compuerta o potencia de salida. Este valor corresponde a una ganancia  $(1/R)$ . de 20

Como se observa en el figura 2.15, las turbinas hidráulicas poseen una respuesta particular debido a la inercia del agua. Por ello, es necesario incluir un estatismo transitorio que permita el comportamiento estable del sistema para valores pequeños de estatismo permanente. Esto se logra con una reducción de ganancia transitoria a través de un lazo menor de realimentación, como se muestra en la figura 2.17, en la que la realimentación retarda o limita el movimiento de la compuerta hasta que el flujo de agua y potencia de salida tengan tiempo de crecer. El resultado de incorporar dos tipos de estatismos, es exhibir un estatismo grande (baja ganancia) para variaciones rápidas de velocidad y un estatismo normal (alta ganancia) en estado estable.



**Figura 2. 17** Regulador de velocidad con estatismo transitorio

En la figura 2.17 se tiene:

$R_p$  estatismo permanente

$T_R$  tiempo de reinicio

$R_T$  estatismo temporal

Para condiciones estables, el estatismo temporal es calculado por medio de la siguiente ecuación:

$$R_T = [2,3 - (T_W - 1)0,15] \frac{T_W}{T_M} \quad (2.17)$$

En donde  $T_M$  es el tiempo de inicio mecánico que se lo calcula mediante la ecuación 2.18:

$$T_M = 2H \quad (2.18)$$

De igual manera la constante de tiempo de reinicio ( $T_R$ ) es calculada en función de la constante de tiempo de inicio del agua  $T_W$ , por medio de la ecuación 2.19.

$$T_R = [5 - (T_W - 1)0,5]T_W \quad (2.19)$$

En estudios de estabilidad de pequeña señal, dependiendo del modo de oscilación, los reguladores pueden o no tener efectos considerables. Por ejemplo, en los modos locales de oscilación, de frecuencia del orden de 1Hz, los reguladores de velocidad tienen un efecto despreciable. Por otro lado, en los modos de oscilación interárea, de frecuencia de 0,5 Hz, la operación del regulador de velocidad puede ser significativa.

#### **2.2.2.1 REGULADORES DE VELOCIDAD DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS**

Las centrales de la EPMAPS cuentan con turbinas Pelton. Las turbinas con todos los dispositivos auxiliares fueron suministradas por la empresa Voith Hydro Tolosa. Por otro lado, el regulador de la turbina proviene de Voith Hydro Heidenheim.

El regulador de velocidad es de tipo digital, modelo VDG 112-4P1. El Hardware del regulador digital de turbina consiste en una unidad electrónica programable, el panel del operador para el control local, el amplificador de salida así como los aparatos requeridos para la captación de valores medidos, el desacoplamiento y la conversión de señales.

La unidad electrónica programable garantiza que una falla de voltaje no origine ninguna pérdida del programa, lo cual se lo logra por medio de una memoria EPROM.

El panel del operador permite el ingreso de consignas de velocidad, apertura, caudal y limitación de apertura.

Entre las principales limitaciones que pueden ser controladas se tiene:

- Limitación de apertura.- Puede ser ajustada a discreción con la finalidad de limitar la potencia del generador, pero usualmente se lo ubica en un valor de 100%.
- Apertura máxima.- Puede ser limitada a un valor invariable o por medio del ingreso de parámetros, evitando aperturas mayores.
- Apertura mínima.- Puede ser limitada por medio del ingreso de parámetros y es operativa una vez que haya sido conectado el disyuntor del generador.

Además cabe señalar que la segunda tobera puede ser activada o desactivada en función del caudal, produciéndose este cambio en forma automática. El arranque se lo realiza por medio de una sola tobera.

Este modelo del regulador de velocidad está provisto de un amplificador de salida para la activación de los servomotores (VCA1). La función que cumple este componente es amplificar la potencia para las servoválvulas de bobina móvil con lazo de regulación para la posición de servomotores, a utilizar en unión con los reguladores de turbinas hidráulicas.

Los parámetros a ser ajustados por medio de potenciómetros están ubicados en la parte frontal del amplificador. Los parámetros de regulación son los que se describen en la tabla 2.8.

**Tabla 2. 8** Función de los potenciómetros del amplificador

Potenciómetro	Función
<b>Potenciómetro ~</b>	Modifica una señal de voltaje que permite una buena percepción de la bobina móvil
<b>Potenciómetro Kp</b>	Ajusta la ganancia proporcional de manera que el servomotor se establece de forma acelerada a una variación brusca de la consigna sin que exceda el valor ajustado lo cual se controla de mejor manera con la ayuda de un registrador.
<b>Potenciómetro &gt;&lt;</b>	Permite el ajuste del offset, que en términos simples establece el voltaje previo a la bobina móvil. Este valor es ajustado midiendo un voltaje de cero en los terminales cuando el servomotor se encuentra en la posición central.

Los rangos entre los cuales se pueden configurar los parámetros se muestran en la tabla 2.9.

**Tabla 2. 9** Rango de configuración de los parámetros del regulador de velocidad

Parámetro	Nombre	Rango	Stándar
<b>Kp</b>	Ganancia	7-210	50
<b>Tv</b>	Constante de tiempo de acción derivada	0,3-5	0,3
<b>Kv</b>	Ganancia de acción derivada	1-10	1
	Ajuste offset	-2-+2	0
	Amplitud de vibración (dither)	0-10	8

En lo que respecta a las toberas, de igual manera se tienen los parámetros de la tabla 2.10, necesarios para poder obtener el modelo del sistema de regulación de velocidad requerido.

**Tabla 2. 10** Tiempos de cierre y apertura de las toberas

Tiempos de cierre y apertura de las toberas				
	Sin agua		Con agua	
	Tobera 1	Tobera 2	Tobera 1	Tobera 2
<b>Tiempo de cierre Ts</b>	48 s	50 s	48 s	50 s
<b>Tiempo de apertura Ta</b>	80 s	85 s	-	-
<b>Cierre de emergencia</b>	48 s	50 s	48 s	50 s

La regulación de apertura y cierre es implementada en los amplificadores descritos. La limitación de apertura fue ajustada de tal forma que se puedan alcanzar caudales de  $1,94 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$  con dos y una tobera respectivamente.

El valor de apertura mínima es del 3%. Una vez conectado el generador al sistema, no se pudo llegar a un valor inferior a éste. Esto es únicamente admisible cuando se abra el interruptor de conexión del grupo o se active una señal de parada.

La velocidad es medida por medio de un transductor óptico montado en el eje del rotor. La velocidad se despliega en porcentaje en el panel del operador, siendo 720 rpm un valor del 100%. Este transductor incluye un relé para protección

contra sobrevelocidad, ajustado a 110,5% de la velocidad nominal, provocando la parada de emergencia de la turbina.

Entre los valores principales del regulador de velocidad para los cuales se envían señales de otras funciones se muestran en la tabla 2.11.

**Tabla 2. 11** Límites de velocidad

Parámetro	Valor
Umbral de velocidad de parada	0,5%
Umbral de velocidad del freno mecánico	20,0%
Umbral de velocidad de conexión de la excitación	90,0%
Umbral de velocidad de conexión de la sincronización	98,0%
Umbral de sobrevelocidad	110,5%
Umbral de velocidad inferior a banda	98,0%
Umbral de velocidad superior a banda	102,0%

Adicionalmente, los valores de la configuración actual del sistema de regulación de velocidad se muestran en la tabla 2.12.

**Tabla 2. 12** Parámetros de la configuración actual de los reguladores de velocidad

Parámetro	Valor
Estatismo permanente de regulación de velocidad	4,0%
Estatismo temporal de regulación de velocidad	60,0%
Tiempo de acción integral de regulación de velocidad	7,0 s
Ganancia de acción derivada de regulación de velocidad	2-
Tiempo de acción derivada de regulación de velocidad	2,0s

Finalmente, para representar el sistema de regulación de velocidad de las centrales de la EPMAPS, se selecciona el modelo HYGGOV. Los parámetros y configuración actual se muestran en la tabla 2.13:

**Tabla 2. 13** Parámetros y configuración actual del modelo HYGOV

Parámetro	Nombre	El Carmen	Recuperadora
<b>r, pu</b>	Estatismo temporal	0,6000	0,6000
<b>T<sub>r</sub>, s</b>	Constante de reinicio	5,4035	22,4405
<b>T<sub>f</sub>, s</b>	Constante de tiempo del filtro	0,0500	0,0500
<b>T<sub>g</sub>, s</b>	Constante de tiempo del servomotor	0,3000	0,3000
<b>T<sub>w</sub>, s</b>	Constante de tiempo de inicio del agua	1,0807	4,4881
<b>A<sub>t</sub>, pu</b>	Ganancia de la turbina	1,1500	1,1500
<b>P<sub>turb</sub>, MW</b>	Potencia de la turbina	8,2100	14,7000
<b>D<sub>turb</sub>, pu</b>	Factor de pérdidas por fricción	0,0100	0,0100
<b>Q<sub>nl</sub>, pu</b>	Flujo sin carga	0,0800	0,0800
<b>R, pu</b>	Estatismo permanente	0,0400	0,0400
<b>G<sub>min</sub>, pu</b>	Límite mínimo de la compuerta	0,0000	0,0000
<b>V<sub>elm</sub>, pu</b>	Límite de velocidad de la compuerta	0,2900	0,2900
<b>G<sub>max</sub>, pu</b>	Límite máximo de la compuerta	0,7500	0,7500

## **CAPÍTULO 3**

### **3 MODELACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE LA EPMAPS**

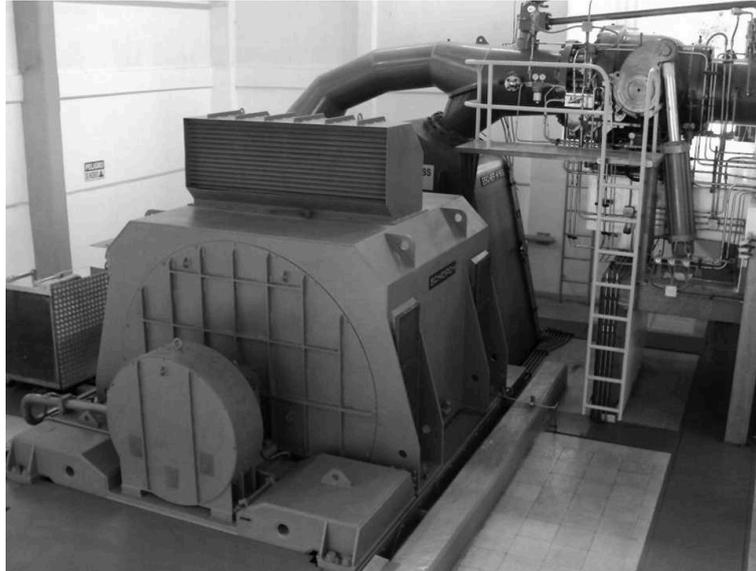
Los componentes de un sistema de potencia tienen sus equivalentes y dependiendo del estudio al que se lo someta, se determina el modelo más adecuado.

La exactitud del modelo utilizado para representar los componentes de un sistema de potencia es sin duda alguna de gran importancia, debido principalmente a que este modelo llevará a resultados cercanos o no al verdadero comportamiento del sistema.

El sistema eléctrico de la EPMAPS (ver gráfico 4.1) es modelado con las dos centrales hidroeléctricas, la línea de transmisión de 138 kV y las cargas principales, compuestas de los motores de las bombas de las estaciones Elevadora, Booster No.1 y Booster No.2.

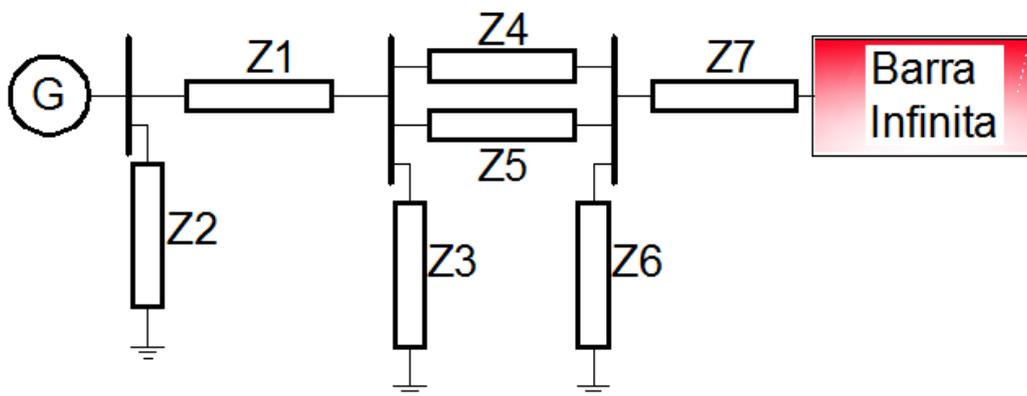
#### **3.1. MODELO DE UNA MÁQUINA SINCRÓNICA**

Las máquinas sincrónicas de un sistema de potencia son las encargadas de transformar la energía mecánica en energía eléctrica. Las centrales de generación de la EPMAPS, El Carmen y Recuperadora, fueron creadas con la finalidad de obtener un máximo aprovechamiento al recurso hídrico, generando energía eléctrica para consumo interno y contribuyendo con ingresos adicionales al vender los excedentes. La figura 3.1 muestra la unidad de generación de la central hidroeléctrica Recuperadora perteneciente al sistema Papallacta.



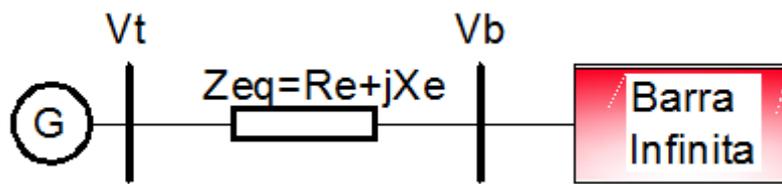
**Figura 3. 1** Generador sincrónico de la central Recuperadora

Para comprender los conceptos y efectos básicos de un sistema generador – barra infinita, se toma la configuración general de la figura 3.2.



**Figura 3. 2** Sistema Generador – Barra Infinita

El sistema anterior puede ser remplazado por medio de la impedancia de transferencia, que es el equivalente entre la barra del generador y la barra infinita. La figura 3.3 muestra el sistema equivalente:



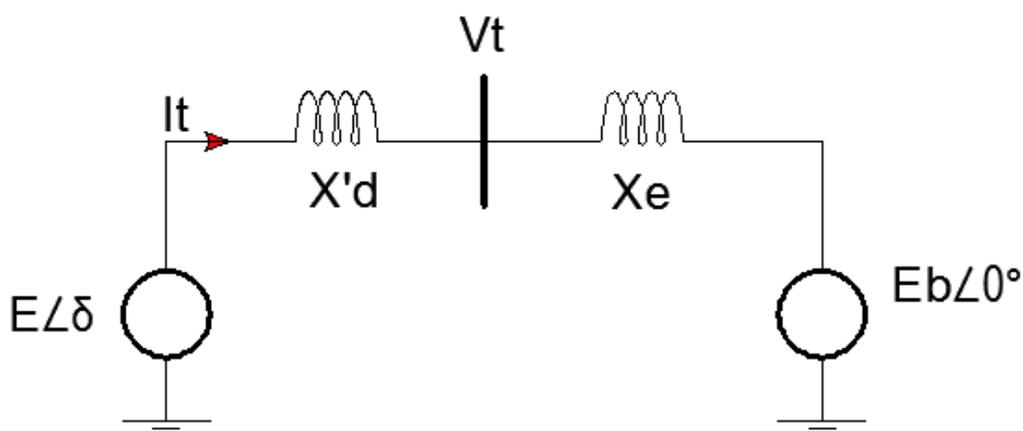
**Figura 3. 3** Sistema equivalente

Para cualquier condición, la magnitud del voltaje de la barra  $V_b$  permanece constante cuando la máquina es sometida a una perturbación. Sin embargo, debido a que las condiciones en estado estable cambian, la magnitud de  $V_b$  de igual forma varía, representado un nuevo punto de operación.

Para el análisis de pequeña señal, el modelo de la máquina síncrona aumenta gradualmente en la incorporación de detalles, iniciando por el modelo clásico del generador. Para el análisis de estabilidad del sistema se utiliza la representación en el espacio de estado y las relaciones ángulo-torque.

### 3.1.1. REPRESENTACIÓN DEL GENERADOR POR MEDIO DEL MODELO CLÁSICO

Este modelo, con las resistencias despreciadas, la máquina síncrona es representada por medio de el voltaje interno y la reactancia transitoria  $X'd$ . El siguiente esquema muestra el modelo mencionado:



**Figura 3. 4** Modelo clásico de la máquina síncrona

En el sistema anterior, se establece las siguientes relaciones:

$$X_t = X'd + X_e$$

Para la potencia compleja calculada en el entrehierro se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$S = E\angle\delta It^* = E\angle\delta \left( \frac{E\angle\delta - Eb\angle 0}{jX_t} \right)^*$$

$$S = \frac{j}{X_t} E\angle\delta (E\angle -\delta - Eb\angle 0) = \frac{j}{X_t} E(E - Eb\angle\delta)$$

Separando la parte real e imaginaria de la ecuación anterior, se obtiene las respectivas ecuaciones para las potencias activas y reactivas, obteniendo:

$$P = \frac{E Eb}{X_t} \text{sen}\delta \quad (3.1)$$

$$Q = \frac{E^2}{X_t} - \frac{E Eb}{X_t} \text{cos}\delta$$

La ecuación 3.1 de potencia eléctrica, en por unidad, es igual a la ecuación del torque en el entrehierro.

$$T_e = P = \frac{E Eb}{X_t} \text{sen}\delta \quad (3.2)$$

Linealizando la ecuación 3.2, y evaluando alrededor de un punto inicial de operación, representado por  $\delta = \delta_0$ , se tiene:

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta\delta = \frac{E Eb}{X_t} \text{cos}\delta_0 (\Delta\delta) \quad (3.3)$$

La ecuación de oscilación es determinada por medio de la siguiente expresión:

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D\Delta\omega_r) \quad (3.4)$$

$$p\delta = \omega_0\Delta\omega_r \quad (3.5)$$

Donde  $\Delta\omega_r$  es la desviación de velocidad en por unidad,  $\delta$  es el ángulo del rotor,  $\omega_0$  es la base eléctrica de la velocidad y  $p$  es el operador diferencial  $d/dt$  con el tiempo en segundos.

Linealizando la ecuación 3.4 y substituyendo la ecuación 3.3, se tiene:

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H} (\Delta T_m - K_s\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r) \quad (3.6)$$

En donde  $K_s$  es el coeficiente sincronizante y es dado por:

$$K_s = \frac{E Eb}{X_t} \text{cos}\delta_0 \quad (3.7)$$

Linealizando la ecuación 3.5, se tiene:

$$p\Delta\delta = \omega_o\Delta\omega_r \quad (3.8)$$

Escribiendo las ecuaciones 3.6 y 3.8 en forma matricial, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_S}{2H} \\ \omega_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (3.9)$$

El sistema matricial formado en 3.9 tiene la forma  $\dot{x} = Ax + Bu$ , mismo que puede ser analizado para un desempeño frente a pequeñas variaciones.

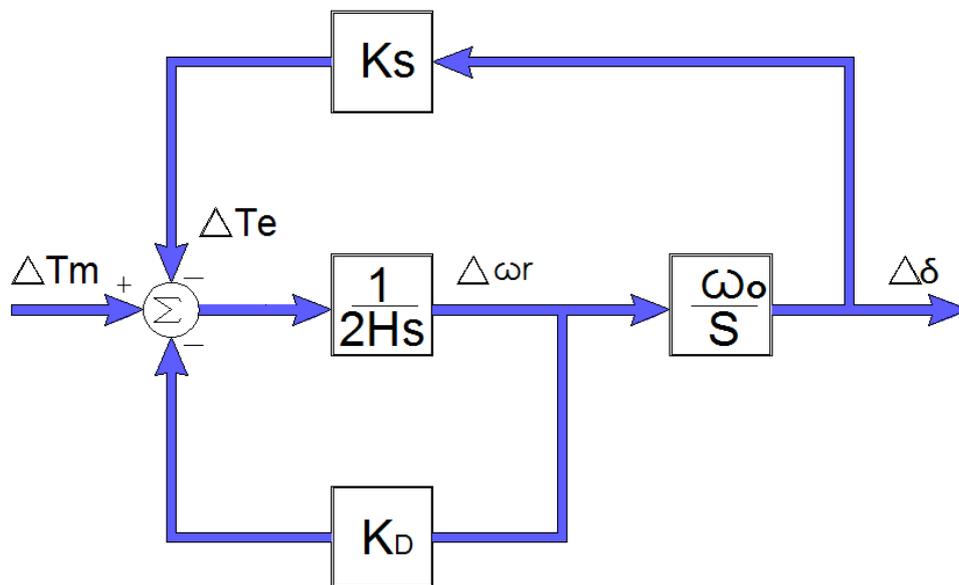
En las ecuaciones 3.4 y 3.5, al aplicar la transformada de Laplace y despejando la variable de estado  $\Delta\delta$ , se tiene:

$$\Delta\delta = \frac{\omega_o}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} (\Delta T_m - K_S\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r) \right] \quad (3.10)$$

Utilizando la ecuación 3.8 nuevamente en función de la frecuencia, se tiene:

$$\Delta\delta = \frac{\omega_o}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} \left( \Delta T_m - K_S\Delta\delta - K_D s \frac{\Delta\delta}{\omega_o} \right) \right] \quad (3.11)$$

Utilizando la ecuación 3.10, se puede obtener el diagrama de bloques siguiente mismo que puede ser utilizado para el estudio frente a pequeñas señales



**Figura 3. 5** Diagrama de bloques del modelo clásico de la máquina síncrona conectado a una barra infinita

En donde:

$K_S$  coeficiente sincronizante (pu torque/rad)

$K_D$  coeficiente de amortiguamiento (pu torque/pu desviación de velocidad)

$H$  constante de inercia (MW\*s/MVA)

$\Delta\omega_r$  desviación de velocidad (pu)

$\Delta\delta$  desviación del ángulo del rotor en radianes eléctricos

$s$  operador Laplace

$\omega_o$  velocidad (rad/s), tiene un valor de 377 para una frecuencia de 60Hz

Reordenando la ecuación 3.11, se tiene:

$$s^2\Delta\delta + \frac{K_D}{2H}s\Delta\delta + \frac{K_S}{2H}\omega_o\Delta\delta = \frac{\omega_o}{2H}\Delta T_m$$

Por lo tanto, la ecuación característica viene dado por:

$$s^2 + \frac{K_D}{2H}s + \frac{K_S}{2H}\omega_o = 0 \quad (3.12)$$

La ecuación 3.12, en forma general se escribe por medio de:

$$s^2 + 2s\zeta\omega_n + \omega_n^2 = 0 \quad (3.13)$$

Por lo tanto, por definición:

$$\omega_n = \sqrt{K_S \frac{\omega_o}{2H}} \quad \text{rad/s} \quad (3.14)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{K_D}{2H\omega_n} \quad (3.15)$$

Como se observa, al aumentar el coeficiente sincronizante  $K_S$ , la frecuencia natural aumenta disminuyendo la relación de amortiguamiento. De igual forma, al aumentar el coeficiente de amortiguamiento  $K_D$ , aumenta la relación de amortiguamiento. La constante de inercia  $H$  varía en forma inversamente proporcional a los dos parámetros.

### 3.1.2. EFECTOS DEL CIRCUITO DE CAMPO EN LA MÁQUINA SINCRÓNICA

En el modelo clásico ahora se considerará los efectos de la variación del flujo de campo. Para ellos se considerará un voltaje de campo constante (control de operación manual) y los efectos de amortiguamiento despreciados.

En esta sección se desarrollará el modelo para su representación en el espacio de estado, combinando y linealizando ecuaciones de la máquina sincrónica y del

sistema de potencia. Las variables serán consideradas en el sistema por unidad (p.u.), con excepción del tiempo y los ángulos que serán expresados en segundos y radianes eléctricos respectivamente.

Dentro de las ecuaciones de la máquina sincrónica, se tiene la ecuación de voltaje del circuito del rotor en función del flujo instantáneo del campo:

$$\frac{d\psi_{fd}}{d\bar{t}} = \omega_o (e_{fd} - R_{fd} i_{fd}) \quad (3.16)$$

Donde:

$\bar{t}$  tiempo , p.u.

$\psi_{fd}$  flujo instantáneo de campo, p.u.

$\omega_o$  velocidad angular, rad/s

$e_{fd}$  voltaje de campo, p.u.

$R_{fd}$  resistencia del rotor, p.u.

$i_{fd}$  corriente del circuito de campo, p.u.

La ecuación 3.16 utiliza un tiempo en p.u., para obtener una expresión en función del tiempo en segundos, se tiene la siguiente base:

$$t_{base} = \frac{1}{\omega_{base}}, s = \frac{1}{\omega_o}, s \quad (3.17)$$

El voltaje de campo usualmente se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$e_{fd} = E_{fd} \frac{R_{fd}}{L_{adu}} \quad (3.18)$$

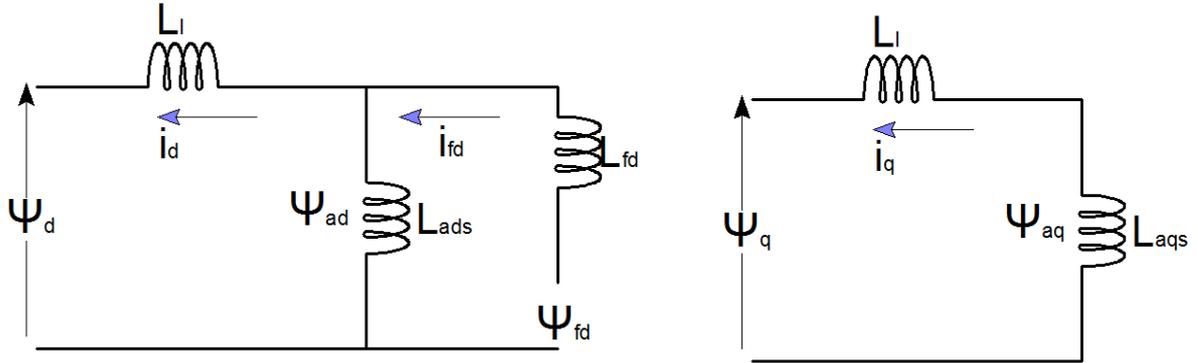
Remplazando las ecuaciones 3.17 y 3.18 en la ecuación 3.16 se tiene:

$$\frac{d\psi_{fd}}{dt} = \frac{\omega_o R_{fd}}{L_{adu}} E_{fd} - \omega_o R_{fd} i_{fd} \quad (3.19)$$

Las ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.19 describe el comportamiento dinámico de la máquina sincrónica, con  $\psi_{fd}$ ,  $\Delta\omega_r$ ,  $\delta$  como variables de estado. Sin embargo esta variable están expresadas en función de  $i_{fd}$  y  $T_e$ , que no son ni variables de estado ni variables de entrada. Por lo tanto es necesario expresar los términos anteriores en función de las correspondientes variables de estado.

En este sentido, para desarrollar un sistema de ecuaciones en la forma del espacio de estado, es necesario determinar ecuaciones en función de las concatenaciones de flujo con efectos de amortiguamiento despreciados.

Los circuitos equivalentes en el eje q y d que relacionan estas variables (concatenaciones de flujo y corrientes) son mostrados en la siguiente figura:



**Figura 3. 6** Circuitos equivalentes en eje directo y cuadratura de la máquina sincrónica

$$\psi_d = -L_l i_d + L_{ads}(-i_d + i_{fd}) = -L_l i_d + \psi_{ad} \quad (3.20)$$

$$\psi_q = -L_l i_q + L_{aqs}(-i_q) = -L_l i_q + \psi_{aq} \quad (3.21)$$

$$\psi_{fd} = L_{fd} i_{fd} + L_{ads}(-i_d + i_{fd}) = L_{fd} i_{fd} + \psi_{ad} \quad (3.22)$$

Las ecuaciones mostradas en la parte superior, en donde las concatenaciones de flujo mutuo en el entrehierro están definidas por  $\psi_{ad}$  y  $\psi_{aq}$ , y los valores de las inductancias mutuas saturadas son representados por  $L_{ads}$  y  $L_{aqs}$ .

En la ecuación 3.22, la corriente de campo puede ser expresada como:

$$i_{fd} = \frac{\psi_{fd} - \psi_{ad}}{L_{fd}} \quad (3.23)$$

Las concatenaciones de flujo mutuo en el eje directo, puede ser escrito en función de los términos  $\psi_{fd}$  e  $i_d$ , de la siguiente forma:

$$\psi_{ad} = -L_{ads} i_d + L_{ads} i_{fd} \quad (3.24)$$

Remplazando la ecuación 3.23 en la ecuación anterior, se tiene:

$$\psi_{ad} = -L_{ads} i_d + L_{ads} \frac{\psi_{fd} - \psi_{ad}}{L_{fd}} \quad (3.25)$$

Despejando de la ecuación 3.25 la variable  $\psi_{ad}$ , se tiene:

$$\Psi_{ad} = L'_{ads} \left( -i_d + \frac{\Psi_{fd}}{L_{fd}} \right) \quad (3.26)$$

En donde:

$$L'_{ads} = \frac{1}{\frac{1}{L_{ads}} + \frac{1}{L_{fd}}} \quad (3.27)$$

En el circuito equivalente en el eje en cuadratura, se tiene la concatenación de flujo mutuo está definido por:

$$\Psi_{aq} = -L_{aqs} i_q \quad (3.28)$$

El torque en el entrehierro esta dado por:

$$T_e = \Psi_{ad} i_q - \Psi_{aq} i_d \quad (3.29)$$

Con los términos  $p\psi$  y variaciones de velocidad despreciadas, debido principalmente a consideraciones computacionales por las altas frecuencias transitorias que son necesarias manejar y por la dificultad que representa el análisis de estas señales en el estado de estabilidad, se tienen las ecuaciones de voltaje en el estator en por unidad :

$$e_d = -R_a i_d - \psi_q \quad (3.30)$$

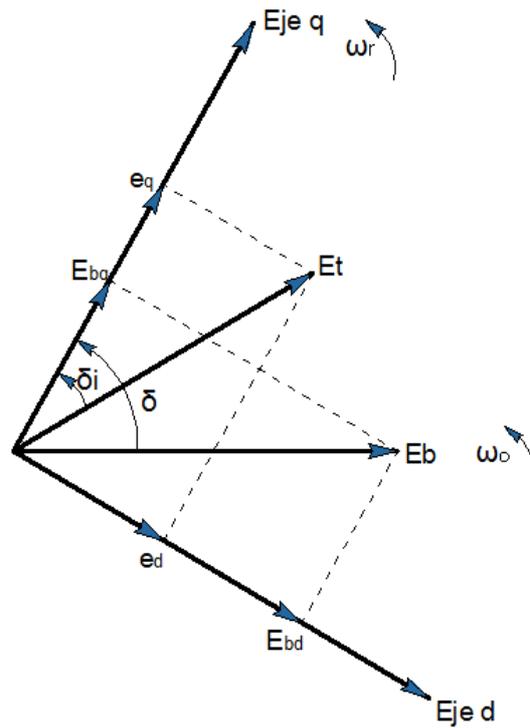
$$e_q = -R_a i_q + \psi_d \quad (3.31)$$

Remplazando las ecuaciones anteriores por las ecuaciones 3.20 y 3.21 respectivamente, se tiene:

$$e_d = -R_a i_d + (L_1 i_q - \Psi_{aq}) \quad (3.32)$$

$$e_q = -R_a i_q - (L_1 i_d - \Psi_{ad}) \quad (3.33)$$

Una vez desarrolladas las ecuaciones de la máquina, ahora se desarrollará las ecuaciones relacionadas al sistema, expresadas de igual forma en las referencias en eje directo y cuadratura. Para ello, la siguiente figura relaciona los voltajes y corrientes de las barras en los ejes q y d.



**Figura 3. 7** Diagrama vectorial de los voltajes del SEP

Tomando como base el gráfico anterior, se pueden establecer las siguientes ecuaciones del sistema, en forma fasorial:

$$\tilde{E}_t = e_d + je_q \quad (3.34)$$

$$\tilde{E}_b = E_{bd} + jE_{bq} \quad (3.35)$$

En el sistema generador barra infinita, se tienen de igual forma las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{E}_t = \tilde{E}_b + (R_e + jX_e)\tilde{I}_t \quad (3.36)$$

Reemplazando las ecuaciones 3.34 y 3.35 en la ecuación anterior y separando la parte real e imaginaria, se tienen:

$$e_d = R_e i_d - X_e i_q + E_{bd} \quad (3.37)$$

$$e_q = R_e i_q - X_e i_d + E_{bq} \quad (3.38)$$

En donde las componentes del voltaje de la barra de referencia puede ser expresado en sus componentes d y q de la siguiente forma:

$$E_{bd} = E_b \sin \delta \quad (3.39)$$

$$E_{bq} = E_b \cos \delta \quad (3.40)$$

Ahora en las ecuaciones 3.32 y 3.33 se reemplazan las ecuaciones 3.37, 3.38, 3.26, 3.28 respectivamente y utilizando adicionalmente las ecuaciones 3.27, 3.38 y 3.39 para expresar las corrientes en función de la variable de estado  $\psi_{fd}$  y el ángulo  $\delta$ , se tiene las siguientes expresiones:

$$i_d = \frac{X_{Tq} \left[ \psi_{fd} \left( \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \right) - E_b \cos \delta \right] - R_T E_b \sin \delta}{D} \quad (3.41)$$

$$i_q = \frac{R_T \left[ \psi_{fd} \left( \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \right) - E_b \cos \delta \right] - X_{Td} E_b \sin \delta}{D} \quad (3.42)$$

En donde:

$$R_T = R_a + R_e$$

$$X_{Tq} = X_e + (L_{aqs} + L_l) = X_e + X_{qs}$$

$$X_{Td} = X_e + (L'_{ads} + L_l) = X_e + X'_{ds}$$

$$D = R_T^2 + X_{Tq} X_{Td}$$

Los valores de las inductancias son iguales a los valores en reactancias debido al sistema por unidad, de igual forma se utilizan los valores saturados.

Las ecuaciones desarrolladas hasta el momento son no lineales, por ello, para realizar el análisis de pequeña señal las ecuaciones deben ser linealizadas.

Tomando las ecuaciones 3.41 y 3.42, y para mostrar el efecto de una cambio en las variables  $\psi_{fd}$  y  $\delta$ , de deriva parcialmente con respecto a ellas:

$$\Delta i_d = \frac{\partial i_d}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial i_d}{\partial \psi_{fd}} \Delta \psi_{fd} = m_1 \Delta \delta + m_2 \Delta \psi_{fd} \quad (3.43)$$

$$\Delta i_q = \frac{\partial i_q}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial i_q}{\partial \psi_{fd}} \Delta \psi_{fd} = n_1 \Delta \delta + n_2 \Delta \psi_{fd} \quad (3.44)$$

En donde:

$$m_1 = \frac{E_b (X_{Tq} \sin \delta_o - R_T \cos \delta_o)}{D}$$

$$n_1 = \frac{E_b (R_T \sin \delta_o - X_{Td} \cos \delta_o)}{D}$$

$$m_2 = \frac{X_{Tq}}{D} \frac{L_{ads}}{(L_{ads} + L_{fd})}$$

$$n_2 = \frac{R_T}{D} \frac{L_{ads}}{(L_{ads} + L_{fd})}$$

Linealizando las ecuaciones 3.26 y 3.28, posteriormente reemplazando por las ecuaciones 3.42 y 3.43 respectivamente, se tiene:

$$\Delta\psi_{ad} = L'_{ads} \left( -\Delta i_d + \frac{\Delta\psi_{fd}}{L_{fd}} \right)$$

$$\Delta\psi_{ad} = \left( \frac{1}{L_{fd}} - m_2 \right) L'_{ads} \Delta\psi_{fd} - m_1 L'_{ads} \Delta\delta \quad (3.45)$$

$$\Delta\psi_{aq} = -L_{aqs} \Delta i_q$$

$$\Delta\psi_{aq} = -n_2 L_{aqs} \Delta\psi_{fd} + n_1 L_{aqs} \Delta\delta \quad (3.46)$$

Linealizando la ecuación 3.23 y reemplazando por la ecuación 3.45, se tiene la siguiente expresión para la corriente de campo:

$$\Delta i_{fd} = \frac{\Delta\psi_{fd} - \Delta\psi_{ad}}{L_{fd}}$$

$$\Delta i_{fd} = \frac{1}{L_{fd}} \left( 1 - \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} + m_2 L'_{ads} \right) \Delta\psi_{fd} + \frac{1}{L_{fd}} m_1 L'_{ads} \Delta\delta \quad (3.47)$$

Linealizando la ecuación 3.29

$$\Delta T_e = \psi_{ad0} \Delta i_q + i_{q0} \Delta\psi_{ad} - \psi_{aq0} \Delta i_d + i_{d0} \Delta\psi_{aq}$$

Para obtener el torque eléctrico en función de las variables de estado, se reemplaza las ecuaciones 3.43 a 3.46 en la ecuación anterior, obteniendo:

$$\Delta T_e = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta\psi_{fd} \quad (3.48)$$

Donde por definición:

$$K_1 = n_1 (\psi_{ad0} + L_{aqs} i_{d0}) - m_1 (\psi_{aq0} + L'_{ads} i_{q0}) \quad (3.49)$$

$$K_2 = n_2 (\psi_{ad0} + L_{aqs} i_{d0}) - m_2 (\psi_{aq0} + L'_{ads} i_{q0}) + \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} I_{q0} \quad (3.49)$$

Con las ecuaciones obtenidas, se puede representar la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_r \\ \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{\psi}_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \\ \Delta\psi_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Donde:

$$a_{11} = -\frac{K_D}{2H}$$

$$a_{12} = -\frac{K_1}{2H}$$

$$a_{13} = -\frac{K_2}{2H}$$

$$a_{21} = \omega_o = 2\pi f_o$$

$$a_{32} = -\frac{\omega_o R_{fd}}{R_{fd}} \left[ 1 - \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} + m_2 L'_{ads} \right]$$

$$b_{11} = \frac{1}{2H}$$

$$b_{32} = \frac{\omega_o R_{fd}}{R_{adu}}$$

Los datos adicionales requeridos para la incorporación del modelo de las máquinas sincrónicas son las que se muestran en las siguientes tablas 3.1 y 3.2.

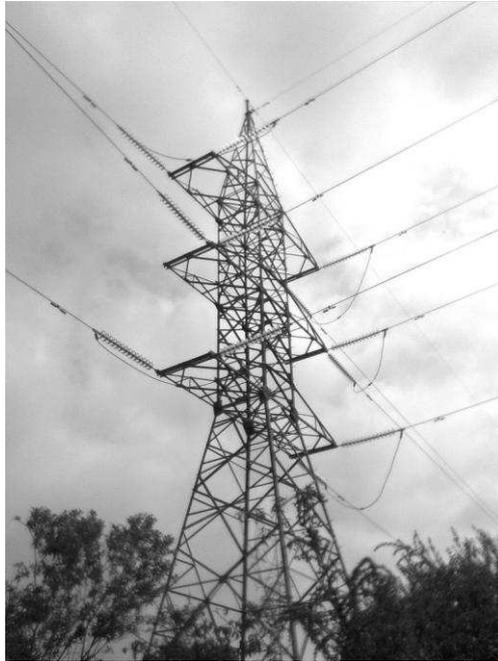
**Tabla 3. 1** Datos del generador de la central El Carmen

Generador El Carmen			
Tipo	S5E1000M60-10ZE + DE	N°	98 – 402009
Tipo de conexión	Y	Voltaje nominal	6600 V
Corriente nominal	919 A	Velocidad nominal	720 RPM
Voltaje de Excitación	94 V	Corriente de excitación	6,6 A
Potencia nominal	10,5 MVA	Factor de Potencia	0,8
Frecuencia nominal	60 Hz	J del eje	385 kg.m <sup>2</sup>
J del rotor	12386 kgm <sup>2</sup>	J fly-wheel	9140 kg.m <sup>2</sup>
J total	21911 kgm <sup>2</sup>	H	5,9315 s
Xd	1,8 pu	Xq	1,2 pu

**Tabla 3. 2** Datos del generador de la central Recuperadora

Generador Recuperadora			
Marca	SCHORCH	Número	46 447 703
Tipo	DF 8342 K - BB 10	Año	1989
Voltaje nominal	6.900 +/- 5% Y [V]	Factor de potencia	0,8
Corriente nominal	1.500 [A]	Frecuencia	60 [Hz]
Potencia nominal	17.900 [kVA]	Número de polos	10
Régimen	S1	Aislamiento	PVP
Velocidad sincrónica	720 rpm	Protección	IP 23
Altitud de montaje	3.170 m.s.n.m.	Momento de inercia	10.758 kg.m <sup>2</sup>
Xd	1,59 pu	Xq	1,068 pu
H	1,7083 s		

## 3.2. PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN Y CABLE TRIPOLAR



**Figura 3. 8** Torre 42 de derivación a la central El Carmen

La EPMAPS presenta tres tipos de cables a lo largo de su sistema de potencia. El conductor cableado de aluminio ACSR código Brant 397,5 MCM utilizado para las fases. El cable de acero galvanizado, 3/8 de diámetro, 7 hilos, utilizado como cable de guardia. El cable de potencia tripolar utilizado desde la estación Booster 2 hasta la estación Elevadora.

En esta sección se determinará los parámetros típicos de la línea de transmisión y el cable tripolar utilizado en el sistema de potencia en estudio.

### 3.2.1. LÍNEA DE TRANSMISIÓN

Uno de los principales componentes de un sistema de potencia son las líneas de transmisión, son encargadas de llevar la energía generada o requerida por las cargas del sistema.

Una gran longitud de la línea de transmisión ayuda a la formación de oscilaciones, debido a la alta impedancia externa que se produce. En un inicio los devanados amortiguadores eran suficientes para contrarrestar este tipo de oscilaciones, pero a medida que se incrementaba la longitud de las líneas, el

efecto de estos devanados era cada vez menor. Es por esto que fue necesaria la incorporación de otros elementos al sistema como por ejemplo PSS o en su defecto variar la ganancia de los reguladores.

Para poder determinar los parámetros eléctricos requeridos para la modelación de la línea de transmisión, es necesario determinar las características eléctricas y físicas de los conductores.

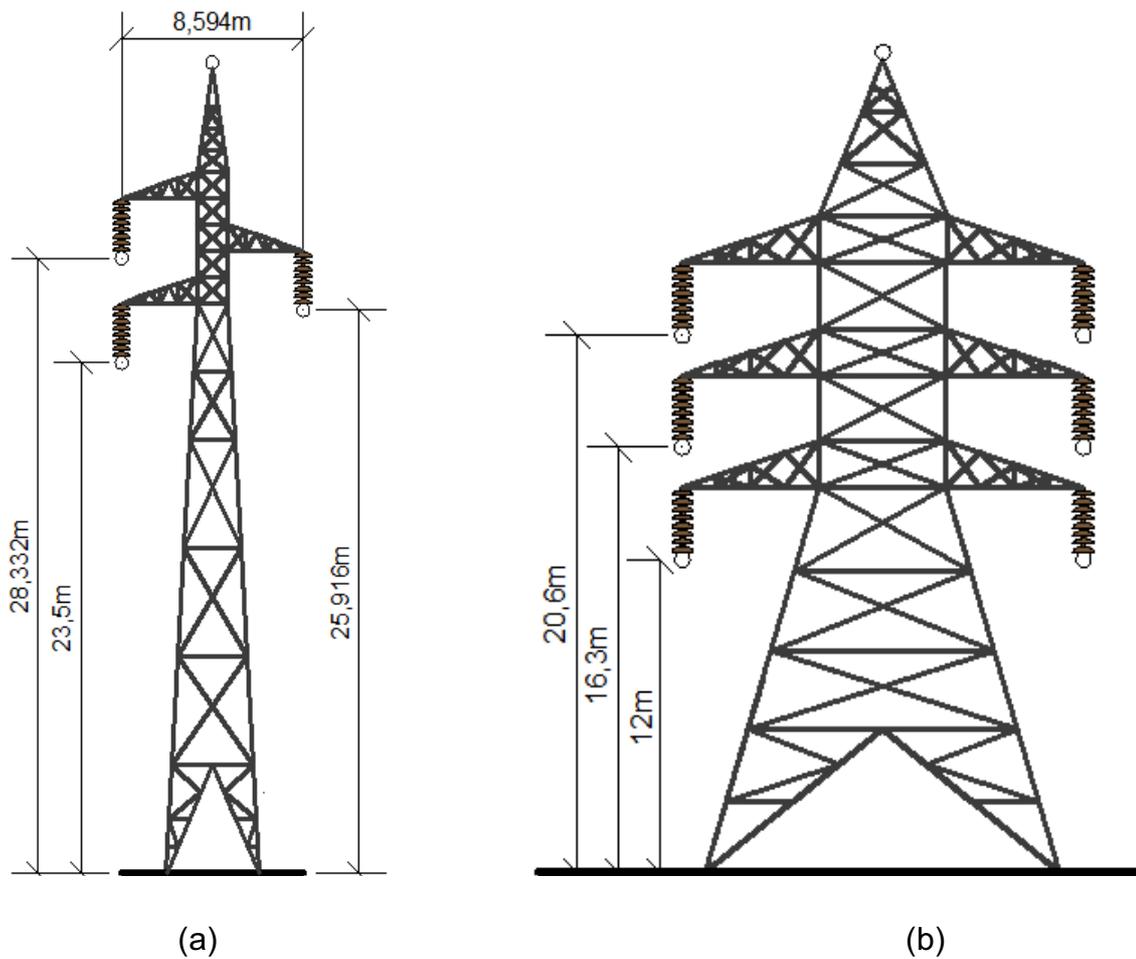
Cabe señalar que en el análisis de pequeña señal, al tratarse de un estudio alrededor de un punto estable, los parámetros necesarios para el caso de las líneas de transmisión son únicamente los componentes de secuencia positiva.

Los datos de la línea de 138 kV se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 3. 3** Datos de la línea de transmisión de 138kV

<b>Línea de 138kV del Sistema de Potencia de la EPMAPS</b>	
<b>Configuración</b>	Trifásica
<b>Tipo de estructura predominante</b>	SL
<b>Tipo de cable de Fases</b>	ACSR Brant, 397 MCM
<b>Número de hilos</b>	24 hilos de aluminio y 7 de acero
<b>Resistencia Eléctrica DC a 20°C</b>	0,1418 Ω/km
<b>RMG</b>	7,88 mm
<b>Diámetro de un hilo de acero</b>	2,18mm
<b>Diámetro de un hilo de aluminio</b>	3,27mm
<b>Diámetro del conductor</b>	19,61mm
<b>Resistividad del aluminio para 20°C</b>	$2,83 \times 10^{-8} \Omega.m$
<b>Resistividad del acero para 20°C</b>	$14,017 \times 10^{-8} \Omega.m$

La configuración de los conductores en una determinada estructura incide directamente en la determinación de los diferentes parámetros de la representación de una línea de transmisión. Las distancias entre fases, determinada por la estructura SL, se muestran en el siguiente esquema de las estructuras:



**Figura 3. 9** (a) Estructura SL del Proyecto Papallacta (b) Estructura SL del Proyecto El Carmen

Para poder realizar un contraste entre los parámetros eléctricos obtenidos en el programa Power Factory y los obtenidos mediante el empleo de fórmulas, se calcularán los parámetros de la línea de 138 kV desde la Torre 1 hasta la Torre 42, que son los mismos para todo el sistema de Papallacta. Posteriormente se elaborará una tabla resumen de los resultados obtenidos.

### 3.2.1.1. CÁLCULO DE LA RESISTENCIA

La resistencia de un conductor se ve afectada por tres factores: la temperatura, frecuencia y densidad de corriente.

Para el caso de un conductor que presenta alma de acero, el cálculo de la resistencia, al tener diferentes resistencias (aluminio y acero), se lo realiza como

el paralelo entre la resistencia de los hilos de aluminio con la resistencia que presenta los hilos de acero.

El área del aluminio y acero de cada uno de los conductores, utilizando los valores de la tabla 3.3, se obtiene por medio de la siguiente fórmula:

$$\text{Área}_{\text{Al,Acero}} = \# \text{hilos} * \pi * \left( \frac{\text{Diámetro}}{2} \right)^2 \quad (3.51)$$

Con lo cual para el aluminio y el acero se tiene respectivamente:

$$\text{Área}_{\text{Al}} = \# \text{hilos de aluminio} * \pi * \left( \frac{\text{Diámetro}}{2} \right)^2 = 24 * \pi * \left( \frac{3,27 \text{mm}}{2} \right)^2$$

$$\text{Área}_{\text{Al}} = 201,556 \text{mm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{Acero}} = \# \text{hilos de acero} * \pi * \left( \frac{\text{Diámetro}}{2} \right)^2 = 7 * \pi * \left( \frac{2,18 \text{mm}}{2} \right)^2$$

$$\text{Área}_{\text{Acero}} = 26,1277 \text{mm}^2$$

Con las áreas calculadas anteriormente, se puede realizar el cálculo de la resistencia DC, tanto para la sección de aluminio como para la de acero, para ello se utiliza la siguiente fórmula:

$$R_{\text{DC } 20^\circ\text{C}} = \frac{\text{Resistividad}_{\text{Al,Acero}} * \text{Longitud}}{\text{Área}} \quad (3.51)$$

Utilizando la ecuación anterior, la resistencia DC para el aluminio y acero son respectivamente:

$$R_{\text{DC Al } 20^\circ\text{C}} = \frac{\text{Resistividad}_{\text{Al}} * \text{Longitud}}{\text{Área}} = \frac{2,83 \times 10^{-8} \Omega * \text{m} * 1000 \text{m}}{201,556 \text{mm}^2}$$

$$R_{\text{DC Al } 20^\circ\text{C}} = 0,1404 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$R_{\text{DC Acero } 20^\circ\text{C}} = \frac{\text{Resistividad}_{\text{Acero}} * \text{Longitud}}{\text{Área}} = \frac{14,017 \times 10^{-8} \Omega * \text{m} * 1000 \text{m}}{26,1277 \text{mm}^2}$$

$$R_{\text{DC Acero } 20^\circ\text{C}} = 5,3648 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

La resistencia total del conductor, como se menciono anteriormente, se lo puede obtener por medio del paralelo de las dos resistencias calculadas previamente:

$$\text{Resistencia Total}_{DC\ 20^{\circ}C} = \frac{R_{DC\ Al\ 20^{\circ}C} * R_{DC\ Acero\ 20^{\circ}C}}{R_{DC\ Al\ 20^{\circ}C} + R_{DC\ Acero\ 20^{\circ}C}} \quad (3.52)$$

$$\text{Resistencia Total}_{DC\ 20^{\circ}C} = \frac{0,1379 \frac{\Omega}{km} * 5,3648 \frac{\Omega}{km}}{0,1379 \frac{\Omega}{km} + 5,3648 \frac{\Omega}{km}}$$

$$\text{Resistencia Total}_{DC\ 20^{\circ}C} = 0,1368 \frac{\Omega}{km}$$

A la resistencia obtenida se le añade un 2% debido a la colocación espiral de los hilos, lo que lo hace más largo que el conductor mismo, de esta manera, se tiene la resistencia DC del conductor a una temperatura de 20°C. Este valor es el se requiere para su ingreso en el programa Power Factory.

$$\text{Resistencia Total}_{DC\ 20^{\circ}C} = 0,1344 \frac{\Omega}{km} * 1,02$$

$$\text{Resistencia Total}_{DC\ 20^{\circ}C} = 0,1396 \frac{\Omega}{km}$$

Como se observa, el dato de la resistencia DC obtenido por parte del fabricante, es similar al resultado anterior.

Para poder comparar con los valores que se obtendrán en Power Factory, es necesario calcular la resistencia AC, misma que se obtiene al tomar en cuenta el efecto Skin con un factor del 2%, para 60Hz suministrado por el fabricante. Con lo que el valor de resistencia es:

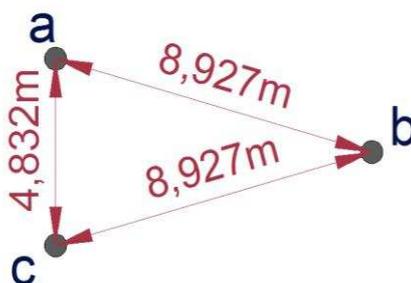
$$\text{Resistencia Total}_{AC, 20^{\circ}C, 60Hz} = 0,1396 \frac{\Omega}{km} * 1,02$$

$$\text{Resistencia Total}_{AC\ 20^{\circ}C, 60Hz} = 0,1424 \frac{\Omega}{km}$$

Como se puede apreciar el valor de resistencia DC obtenido es similar al dato suministrado por el fabricante en la tabla 3.3.

### 3.2.1.2. CÁLCULO DE LA REACTANCIA

La reactancia de una línea de transmisión está relacionada directamente con la disposición de los conductores en la estructura. Para el caso de la estructura de suspensión SL de Papallacta, que es la que mayormente predomina en el sistema de transmisión, se tiene las siguientes distancias entre fases mostradas en la siguiente figura:



**Figura 3. 10** Disposición geométrica de los conductores en la estructura SL

La distancia media geométrica, se obtiene por medio de la siguiente fórmula:

$$DMG = \sqrt[3]{D_{ab} * D_{ac} * D_{bc}} \quad (3.53)$$

Para el ejemplo propuesto la DMG es:

$$DMG = \sqrt[3]{D_{ab} * D_{ac} * D_{bc}} = \sqrt[3]{4,832m * 8,927m * 8,927m} = 7,2752m$$

Con los datos obtenidos previamente, la inductancia de la línea se calcula por medio de la siguiente fórmula:

$$L = 2 * 10^{-4} * \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right) \quad (3.54)$$

$$L = 2 * 10^{-4} * \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right) = 2 * 10^{-4} * \ln\left(\frac{7,2752m}{0,00788m}\right) = 0,001365H/km$$

La reactancia se la calcula por medio de la siguiente fórmula, en función de la frecuencia:

$$X = 2 * \pi * 60 * L \frac{H}{km} \quad (3.55)$$

$$X = 2 * \pi * 60 * 0,001356 \frac{H}{km} = 0,5148 \frac{\Omega}{km}$$

### 3.2.1.3. CÁLCULO DE LA CAPACITANCIA

La capacitancia en una línea de transmisión es la componente en paralelo que se obtiene por efecto de la diferencia de potencial entre los conductores, comparándose precisamente con las placas de un capacitor. Al tener un efecto considerablemente mayor de la capacitancia en relación con la conductancia, esta última es despreciada.

La capacitancia al neutro de una línea trifásica se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$C_n = \frac{2\pi * 8,85 \times 10^{-12}}{\ln\left(\frac{DMG}{r}\right)} \frac{F}{m} \quad (3.56)$$

$$C_n = \frac{2\pi * 8,85 \times 10^{-12}}{\ln\left(\frac{7,2752m}{19,61mm/2}\right)} = 8,41328 \times 10^{-9} F/m$$

$$C_n = 0,00841328 \frac{\mu F}{km}$$

En la tabla 3.4 se realiza un cuadro comparativo entre los valores de resistencias, reactancias y capacitancias, tanto calculados como los obtenidos mediante la simulación realizada en el programa Power Factory, Estos resultados son analizados para las dos configuraciones de las líneas de transmisión existentes en el sistema de potencia de la EPMAPS.

**Tabla 3. 4** Cuadro comparativo de los parámetros de la línea de transmisión

Impedancias de las Líneas de Transmisión										
Tipo de Estructura	Resistencia			Reactancia			Capacitancia			
	Calculada $\Omega/km$	Simulada $\Omega/km$	Error Relativo, %	Calculada $\Omega/km$	Simulada $\Omega/km$	Error Relativo, %	Calculada $\mu F/km$	Simulada $\mu F/km$	Error Relativo, %	
SL Papallacta	0,1424	0,1425	-0,0702	0,5148	0,5144	0,0778	0,0084133	0,0084871	-0,8698	
SL El Carmen	0,1424	0,1425	-0,0702	0,4926	0,4920	0,1281	0,0088145	0,0088957	-0,9128	

### 3.2.2. CABLE TRIPOLAR

El cable tripolar utilizado a nivel 6,9 kV es utilizado para abastecer de energía a los motores ubicados en Elevadora, posee una longitud de 810m. Las características principales del cable en mención son las que se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 3. 5** Datos del cable tripolar subterráneo

<b>CABLE TRIPOLAR DE POTENCIA</b>	
<b>Metal</b>	Aluminio IRAM 2176
<b>Forma</b>	Redonda "Clase 2"
<b>Temperatura Servicio Continuo</b>	90°C
<b>Sección del conductor (mm<sup>2</sup>)</b>	185
<b>Resistencia DC a 20°C (Ω/km)</b>	0,164
<b>Reactancia a 60 Hz (Ω/km_fase)</b>	0,0848
<b>Corriente máxima (A)</b>	285
<b> AISLANTE </b>	
<b> Polietileno reticulado silanizado (XLPE) </b>	
<b> ENVOLTURA EXTERNA </b>	
<b> PVC especial tipo ST2 de la norma IRAM 2307 </b>	

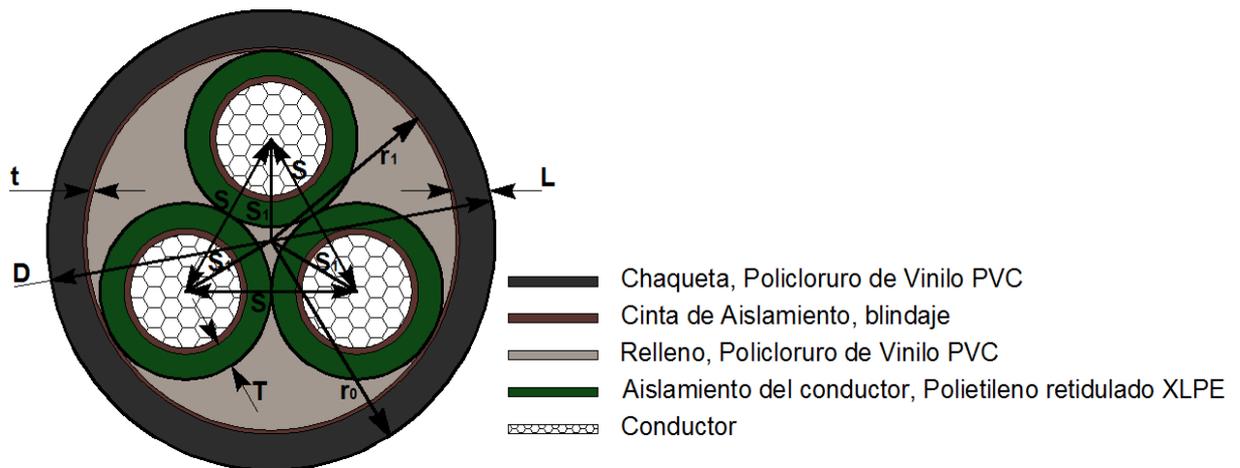
Para la determinación de los parámetros eléctricos del cable se utiliza el procedimiento implementado por el libro Electrical Transmission and Distribution Reference Book of Westinghouse, mismo que se encuentra en la referencia [9].

El método que se detalla en esta sección puede ser utilizado cualquiera sea la simetría entre las fases, tomando en cuenta la geometría de los conductores dentro del cable.

#### 3.2.2.1. GEOMETRÍA DEL CABLE

Las distancias entre el aislamiento y los conductores en un cable afectan principalmente a la reactancia, capacitancia, corriente máxima de conducción, resistencia de aislamiento, resistencia térmica y pérdidas.

Los términos empleados en esta sección y en cálculos posteriores se visualizan de mejor manera en la siguiente figura:



**Figura 3. 11** Nomenclatura y materiales aislantes del cable tripolar

En la figura 3.11 se tiene:

- $r_1$  radio interno
- $r_0$  radio externo
- S distancia del centro de un conductor a otro
- L espesor de la chaqueta
- T espesor del aislamiento propio del conductor
- D diámetro total del cable
- t espesor de la cinta de aislamiento
- $S_1$  distancia entre el centro del conductor y el centro del cable

En la figura anterior se puede observar un corte transversal de un cable tripolar con sus respectivas capas de aislamiento. La nomenclatura empleada muestra los espesores de cada capa de aislamiento y distancias requeridas para su empleo en fórmulas que se utilizarán en esta sección. Cabe señalar que todas las medidas deben ser expresadas en pulgadas.

Los parámetros del cable, al igual que en una línea de transmisión, toman en cuenta la disposición de los conductores dentro del cable, especialmente en la reactancia que depende de la separación de los conductores de fase.

La distancia que separa a los conductores de fase se la conoce como Distancia Media Geométrica (DMG), y para el caso de una disposición equilátera de los conductores, se tiene que:

$$DMG = S \quad (3.57)$$

Al igual que en los parámetros de la línea de transmisión, en el cable tripolar también son necesarios únicamente los componentes de resistencia, reactancia y capacitancia de secuencia positiva.

### 3.2.2.2. RESISTENCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA

A más de la resistencia propia del conductor, es necesario incorporar una resistencia debido a las pérdidas producidas en el aislamiento. Estas pérdidas son producidas por la naturaleza misma de la corriente alterna que circula por el conductor, induciendo voltajes alternos en el aislamiento. Cuando el aislamiento es continuo una corriente circula longitudinalmente, desarrollando pérdidas en la razón  $I^2R$ .

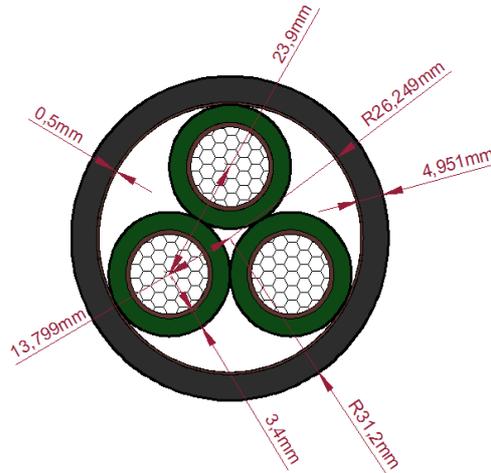
Por ello, la manera más común de representar dichas pérdidas es incrementando la resistencia propia del conductor. Para cables tripolares esta resistencia debido a las pérdidas es normalmente despreciada, pero en este caso se la considerará y es determinada por medio de la siguiente fórmula:

$$r = \frac{44160 * S_1^2}{r_s(r_0 + r_1)^2} \times 10^{-6} \frac{\Omega}{fase\_milla} \quad (3.58)$$

Las constantes  $S_1$ ,  $r_1$  y  $r_0$  ya se explicaron anteriormente. Por otro lado  $r_s$  es la resistencia del aislamiento para un conductor solo, expresado por medio de la siguiente fórmula:

$$r_s = \frac{0,200}{(r_0 + r_1)(r_0 - r_1)} \frac{\Omega}{fase\_milla} \quad (3.59)$$

Los valores de  $S_1$ ,  $r_1$  y  $r_0$  necesarios para poder obtener las respectivas resistencias podemos obtenerlas por medio de la siguiente gráfica del cable tripolar de la EPMAPS realizado a escala:



**Figura 3. 12** Distancias del aislamiento del cable tripolar

En el siguiente cuadro se establece el valor de las distancias necesarias para poder realizar los cálculos posteriores de los parámetros eléctricos del cable tripolar.

**Tabla 3. 6** Distancias de la geometría del cable tripolar

Distancias de la configuración del cable tripolar de la EPMAPS		
Parámetro	Valor, mm	Valor ,pulgadas
$r_1$	26,249	1,0334
$r_0$	31,200	1,2283
<b>S</b>	23,900	0,9409
<b>L</b>	4,951	0,1949
<b>T</b>	3,400	0,1338
<b>t</b>	0,500	0,0197
<b>S<sub>1</sub></b>	13,799	0,5433

Utilizando la ecuación 3.58 y sustituyendo los valores de la tabla anterior respectivamente, se tiene:

$$r_s = \frac{0,200}{(1,2283 + 1,0334)(1,2283 - 1,0334)} = 0,4537 \frac{\Omega}{\text{fase\_milla}}$$

Con lo que la resistencia debido al aislamiento, se calcula por medio de la ecuación 3.59:

$$r = \frac{44160 * 0,5433^2}{0,4537(1,2283 + 1,0334)^2} \times 10^{-6} = 0,005616 \frac{\Omega}{\text{fase\_milla}}$$

$$r = 0,0034899 \frac{\Omega}{\text{fase\_km}}$$

Para obtener la resistencia total del cable se suma la resistencia AC a 60 Hz obtenida del fabricante, con lo que se tiene:

$$R_{total} = R_{AC,60Hz} + r \quad (3.60)$$

$$R_{total} = R_{AC,60Hz} + r = 0,0848 \frac{\Omega}{\text{fase\_km}} + 0,0034899 \frac{\Omega}{\text{fase\_km}}$$

$$R_{total} = 0,08829 \frac{\Omega}{\text{fase\_km}}$$

### 3.2.2.3. REACTANCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA

Debido a que los efectos de la corriente en la chaqueta son menospreciados, la reactancia positiva y negativa es simplemente calculada por medio de la siguiente expresión, para una disposición equilátera del los conductores de fase dentro del cable:

$$x_1 = x_2 = 0,2794 \frac{f}{60} \log_{10} \left( \frac{S}{RMG} \right) \quad (3.61)$$

Donde RMG es el radio medio geométrico de un solo conductor, y es el producto del radio del conductor por un factor  $e^{-1/4}$ , con lo que la reactancia es:

$$x_1 = x_2 = 0,2794 \frac{60}{60} \log_{10} \left( \frac{23,9mm}{7,6738mm * e^{-1/4}} \right) = 0,16816 \frac{\Omega}{\text{fase\_milla}}$$

$$x_1 = x_2 = 0,1045 \frac{\Omega}{\text{fase\_milla}}$$

### 3.2.2.4. CAPACITANCIA DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA

Generalmente la capacitancia es proporcionada por el fabricante, pero también puede ser obtenida por medio de curvas de basado en factores geométricos y

dimensiones del cable. La curva utilizada se encuentra en la figura 9 de la referencia [9].

Para cables individuales y tripolares, la capacitancia está determinada por medio de la ecuación (3.62):

$$C_1 = C_2 = \frac{0.267K}{G1} \frac{\mu F}{\text{fase\_milla}} \quad (3.62)$$

Donde las constantes G y K son obtenidas a partir de las curvas de la figura 9 y la tabla 4 de la referencia [9] respectivamente, y se encuentran en el Anexo 3.

Para poder obtener estas constantes es necesario determinar relaciones entre T, t y d, mismas que ya se expresaron anteriormente, por medio de la siguiente ecuación:

$$\text{Relación1} = \frac{T + t}{d} \quad (3.63)$$

$$\text{Relación2} = \frac{t}{T} \quad (3.64)$$

Con lo que las relaciones son:

$$\text{Relación1} = \frac{3,4\text{mm} + 0,5\text{mm}}{7,6738\text{mm} * 2} = 0,2541$$

$$\text{Relación2} = \frac{0,5\text{mm}}{3,4\text{mm}} = 0,147 \approx 0,2$$

Con lo que finalmente se tiene un valor de G1 igual a:

$$G1=1,6$$

Para el caso de la constante K se utiliza la tabla 4 de la referencia [9], este valor depende de la constante dieléctrica del aislamiento, para el caso del cable de la EPMAPS, el valor de K es:

$$K=9$$

Ahora con los valores anteriores, al remplazar en la ecuación 3.62, la capacitancia en secuencia positiva es:

$$C_1 = C_2 = \frac{0.267 * 9}{1,6} = 1,50187 \frac{\mu F}{\text{fase\_milla}}$$

$$C_1 = C_2 = 0,93342 \frac{\mu F}{\text{fase\_km}}$$

Estos valores de resistencia, reactancia y capacitancia son los requeridos por el programa para poder representar el cable tripolar de 6,9kV.

Por otro lado, la distancia utilizada es obtenida utilizando la base de datos georeferenciada de las estructuras. En el siguiente cuadro se especifican las longitudes de las líneas del sistema de la EPMAPS.

**Tabla 3. 7** Longitudes de las líneas de transmisión

Líneas de Transmisión del sistema de la EPMAPS		
Desde	Hasta	Longitud, km
Santa Rosa	Torre 42	14,503
Torre 42	Torre 78	16,373
Torre 78	Recuperadora	1,000
Recuperadora	Booster No 2	19,152
Booster No 2	Booster No1	4,039
Booster No 1	Elevadora	0,810
Torre 42	El Carmen	14,820
Torre 78	Tababela	13,000

### 3.3. TRANSFORMADORES

Para obtener los parámetros de un transformador, resistencia y reactancia, es necesario realizar pruebas de cortocircuito, donde la impedancia se mide entre las terminales de un devanado cuando el otro está cortocircuitado. Las pruebas generalmente son realizadas en el lado de alto voltaje debido a las bajas corrientes nominales que se manejan. Los datos de estas pruebas son provistos generalmente por los fabricantes.

Los valores de las resistencias y reactancias de dispersión dependen del lado en el que se realicen las pruebas. Pero al ser expresados en el sistema por unidad este valor de impedancia es la misma sin importar el lado del transformador al cual es referido.



**Figura 3. 13** Transformador de potencia de la central Recuperadora

En las pruebas, en el sistema por unidad, se tiene que la impedancia medida es:

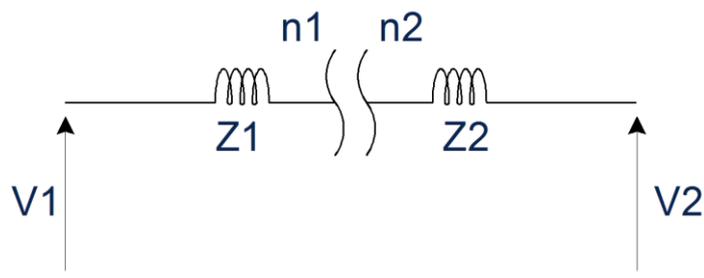
$$Z_{pu} = \frac{V_{pu}}{I_{pu}} \quad (3.65)$$

Debido a que la prueba de cortocircuito se lo realiza a corriente nominal ( $I_{pu}=1$ ), y el voltaje de cortocircuito generalmente se expresa en porcentaje, luego la ecuación 3.65 queda de la siguiente forma:

$$Z_{pu} = V_{pu} \quad (3.66)$$

Generalmente la resistencia es menor al 1%, por lo que se la puede despreciar, por lo que la impedancia medida es igual a la reactancia del transformador.

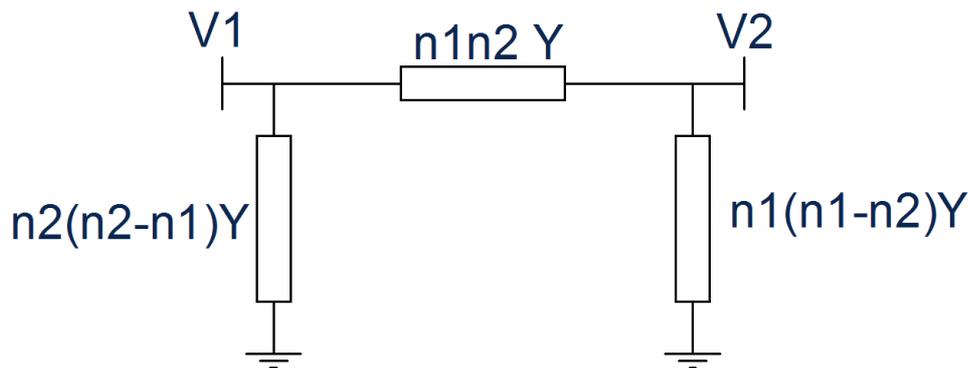
Para obtener el modelo PI del transformador con intercambiador de taps, se parte de los parámetros mostrados en el siguiente gráfico:



**Figura 3. 14** Parámetros eléctricos de una transformador de dos devanados

Donde,  $Z_1$ ,  $V_1$ ,  $n_1$  son los valores de la impedancia, voltaje y numero de vueltas correspondientes al lado primario respectivamente,  $Z_2$ ,  $V_2$ ,  $n_2$  son los valores referidos al lado secundario.

A partir de estos valores, se obtiene el modelo generalizado del transformador con taps en ambos lados, este modelo se muestra en el siguiente gráfico:



**Figura 3. 15** Modelo PI de un transformador con intercambiador de taps en ambos lados

Donde el valor de  $Y$  se obtiene por medio de la ecuación (3.67).

$$Y = \frac{1}{n_1^2 z_2 + n_2^2 z_1} \quad (3.67)$$

Los datos adicionales requeridos para el modelo lo los transformadores del sistema de potencia se lo presenta en las tablas 3.8 y 3.9.

**Tabla 3. 8** Datos del Transformador de la Central Recuperadora

TRANSFORMADOR DE POTENCIA SCHORCH			
Tipo	TC18438	Año de Fabricación	1988 - IEC 76
Potencia Nominal [kVA]	18000/12600	Duración de Cortocircuito [s]	2
Fases	3	Grupo de Conexión	YN d11
Frecuencia	60 Hz	Tipo de Refrigeración	ONAF/ONAN
Relación nominal de Transformación	132/6,9 kV	Vcc a 75°C (posición nominal) ref. a 18MVA	9,0%
Pérdidas en Vacío	19kW	Pérdidas en Cortocircuito	95kW
Altura sobre el nivel del mar	3500 m	Peso Total	30,5 Tn

Voltaje nominal [V]			Corriente Nominal		Vcc
Posición	A.T.	B.T.	A.T.	B.T.	%
1	144804		71,8/50,2		9,11/6,38
9b	131996	6900	78,7/55,1	1506,1/1054,3	8,73/6,16
17	119188		87,2/61,0		8,47/5,93

**Tabla 3. 9** Datos del Transformador de la Central El Carmen

TRANSFORMADOR DE POTENCIA SCHORCH			
Norma		IEC 76	
Potencia nominal (kVA)		10.000/12.500	
Fases		3	
Frecuencia (Hz)		60	
Tipo de refrigeración		ONAF/ONAN	
Duración de cortocircuito		2	
Grupo de conexión		YNd11	
Pérdidas en Cortocircuito		75kW	
Vcc a 75°C (posición nominal) ref. a 10MVA		11,04%	
Posición	Voltaje nominal [V]		Voltaje de cortocircuito
	A.T.	B.T.	%
1	154.560		11.59
9b	138.000	6.600	11.04
17	121.440		10.99

Con los datos anteriores, se puede determinar el incremento adicional por tap, valores que se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 3. 10** Voltaje adicional por tap de los transformadores de la EPMAPS

	Número de Pasos	Voltaje±%	Voltaje Adicional por Tap
Proyecto Papallacta	8	±9,7%	1,2129%
Proyecto El Carmen	8	±12,00%	1,5000%

### 3.4. CARGAS

La incorporación de la dinámica de la carga en los estudios de estabilidad es hoy en día es necesario, especialmente debido al aumento del uso de las máquinas de inducción en el consumo y generación.

Los efectos de las máquinas de inducción en la dinámica del sistema de potencia ha atraído considerablemente la atención durante los últimos años. Por ello, en el análisis de pequeña señal del sistema de la EPMAPS se toma en cuenta las máquinas de inducción como elementos dinámicos, especialmente debido a que

las cargas principales del sistema en estudio son motores de inducción de diferente potencia.



(a)



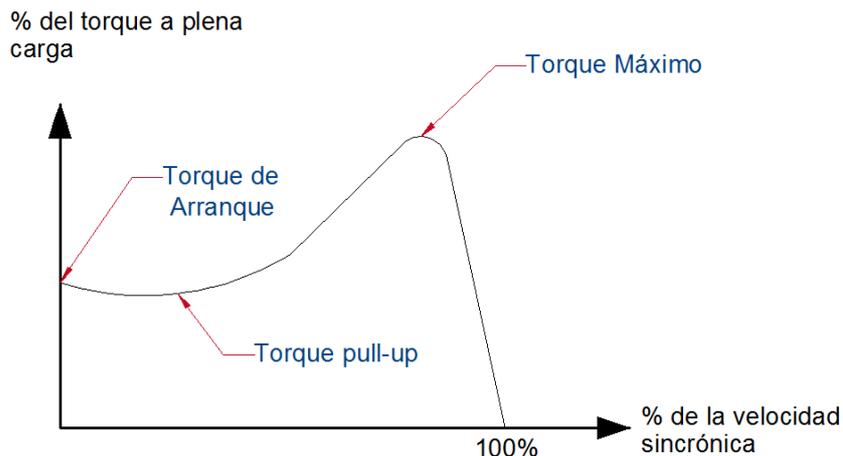
(b)

**Figura 3. 16** (a) Motores de inducción de Booster 2 (b) Motores de inducción de Elevadora

La interacción entre los modos relacionados con las máquinas de inducción, así como entre las máquina de inducción y sincrónicas, se encuentran actualmente en investigación. Los resultados de recientes investigaciones han demostrado que las máquinas de inducción afectan a los modos electromecánicos así como también reduce la efectividad de los estabilizadores de potencia (PSS), especialmente cuando la potencia de los motores es mayor a 100HP [10].

Para la modelación de los motores de inducción, en el programa Power Factory, se utilizó el modo de entrada “Deslizamiento-Torque/Corriente”, obteniendo la estimación de los parámetros eléctricos. Para ello, previamente se definirán algunos parámetros necesarios para su ingreso en el programa, especialmente términos relacionados a torques obtenidos por pruebas.

La siguiente figura muestra la característica Torque-Velocidad de un motor de inducción.



**Figura 3. 17** Característica torque-velocidad de un motor de inducción

Como se puede apreciar en la figura 3.17, el torque desarrollado en reposo se denomina torque de arranque, depende de la aplicación para la cual está diseñado el motor. El torque máximo es aquel torque más elevado que se produce antes que el torque disminuya a medida que su velocidad aumenta hasta alcanzar su punto de trabajo. El torque Pull-up o también llamado torque de inflexión, es el torque mínimo producido después del torque de arranque antes de producirse el torque máximo.

Los parámetros necesarios en la modelación de los motores de inducción, de las subestaciones Booster No1, Booster No2 y Elevadora son los que se muestran en las tablas 3.11 y 3.12.

**Tabla 3. 11** Datos de las Máquinas de Inducción de las Booster 1 y 2

Máquinas de Inducción de las Booster 1 y 2					
Tipo	KR 6831G-AB02			Protección	IPW54
Potencia nominal de salida	2800 kW			Velocidad a plena carga	3584 RPM
Frecuencia	60 Hz			Voltaje Nominal	6600 V
Altura sobre el nivel del mar	3450m			Corriente a plena carga	283 A
Carga	4/4	3/4	2/4	Momento de inercia	77 kgm <sup>2</sup>
Eficiencia, %	96,00	95,80	95,00	H	1,74 s
Factor de Potencia	0,90	0,89	0,86	Torque a plena carga	7460 Nm
Datos de Pruebas					
Corriente de rotor bloqueado	500% de la corriente a plena carga			Torque de rotor bloqueado	80% del torque a plena carga
Torque máximo	220% del torque a plena carga			Torque Pull - up	70% del torque a plena carga

**Tabla 3. 12** Datos de las Máquinas de Inducción de Elevadora

<b>Máquinas de Inducción de Elevadora</b>					
<b>Tipo</b>	KR 5832 H – AB08			<b>Protección</b>	IPW54
<b>Potencia nominal de salida</b>	470 kW			<b>Velocidad a plena carga</b>	894 RPM
<b>Frecuencia</b>	60 Hz			<b>Voltaje Nominal</b>	6600 V
<b>Altura sobre el nivel del mar</b>	3450m			<b>Corriente a plena carga</b>	55 A
<b>Carga</b>	<b>4/4</b>	<b>3/4</b>	<b>2/4</b>	<b>Momento de inercia</b>	40 kgm <sup>2</sup>
<b>Eficiencia, %</b>	95,00	94,60	93,20	<b>H</b>	0,261 s
<b>Factor de Potencia</b>	0,70	0,73	0,62	<b>Torque a plena carga</b>	5020 Nm
<b>Datos de Pruebas</b>					
<b>Corriente de rotor bloqueado</b>	550% de la corriente a plena carga			<b>Torque de rotor bloqueado</b>	80% del torque a plena carga
<b>Torque máximo</b>	210% del torque a plena carga			<b>Torque Pull - up</b>	70% del torque a plena carga

## **CAPÍTULO 4**

### **4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL DE LAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS DE LA EPMAPS**

Con la finalidad de obtener una información completa de los modos existentes entre las unidades de la EPMAPS y las unidades del Sistema Nacional Interconectado, no basta con modelar a la Subestación Santa Rosa como barra infinita, por lo que es necesario un análisis con el Sistema Nacional Interconectado completo. Para ello, haciendo uso del convenio de Cooperación Académica CENACE No. 100-022-5, se firmó un convenio de confidencialidad No. 100-03-12 para obtener información del SNI.

El análisis de pequeña señal presentado en este proyecto de titulación, se lo realiza en base a información suministrada por el CENACE, para un día de demanda típica (miércoles) de período lluvioso, con la incorporación de la interconexión Ecuador – Colombia.

El estudio se realiza para tres escenarios de demanda: punta, media y base correspondientes a las 19:00, 12:00 y 03:00 respectivamente. En cada uno de estos escenarios se analiza principalmente los modos en los cuales las unidades de la EPMAPS poseen mayor participación, obteniendo los modos electromecánicos y de control. De la misma manera, se analiza la influencia de las unidades de la EPMAPS en los modos de bajo amortiguamiento del SNI.

La figura 4.1 muestra el diagrama unifilar del sistema modelado en el programa DigSILENT PowerFactory, mismo que es incorporado en el Sistema Nacional Interconectado en la barra correspondiente a la Subestación Santa Rosa a nivel de 138kV.

Para determinar los modos en los cuales las unidades de la EPMAPS tienen participación, se toma a las dos unidades operando con una generación máxima, información suministrada por los operadores del sistema. Las potencias generadas por las unidades El Carmen y Recuperadora se muestran en la tabla 4.1.

**Tabla 4. 1** Potencia de Generación de las Unidades de la EPMAPS

<b>Potencia Generada por las Unidades de la EPMAPS</b>		
	Potencia Activa, MW	Factor de Potencia
<b>Generador El Carmen</b>	8,40	0,80
<b>Generador Recuperadora</b>	12,5	0,98

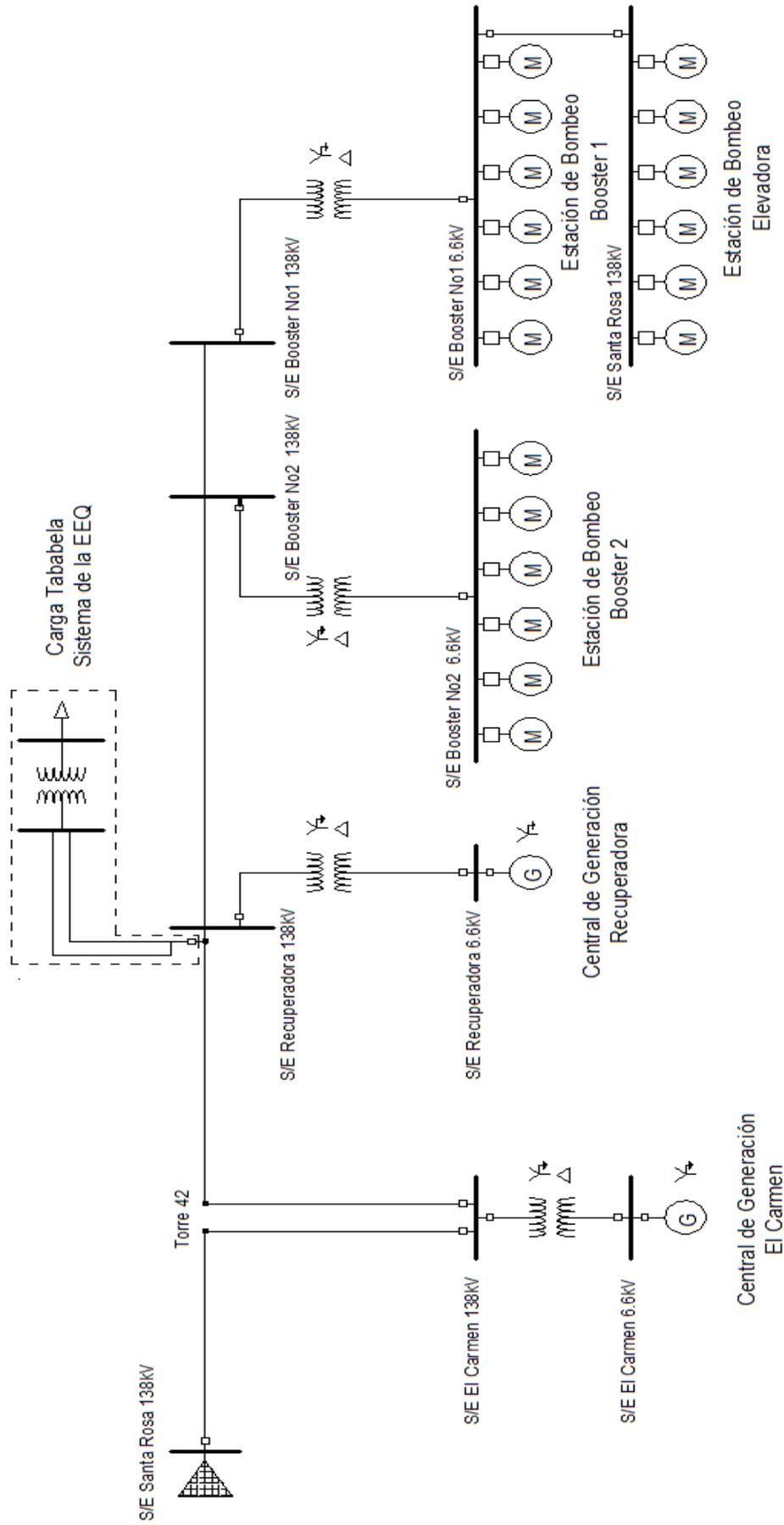
Debido a que es necesario bombear el agua desde sus fuentes hasta los centros de distribución, se ha instalado un sistema de bombeo compuesto principalmente por motores de inducción ubicados en las subestaciones Elevadora, Booster 1 y Booster 2. Una línea de bombeo consta de la operación de un motor de la subestación Elevadora, uno en Booster 1 y uno en Booster 2. El sistema cuenta con cuatro líneas de bombeo y una de reserva.

#### **4.1. ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 1**

El escenario 1 establece una demanda punta del SNI, generalmente este estudio se lo realiza para las 19:00. En este escenario se analiza la influencia del número de líneas de bombeo en operación de las estaciones Booster1, Booster2 y Elevadora en el amortiguamiento y factores de participación de los modos.

Para realizar el análisis modal a un sistema e interpretar los resultados, se deben establecer los límites admisibles de amortiguamiento de los modos de oscilación. Una regla habitual es requerir un amortiguamiento mayor a 0,05, dando un pequeño margen de seguridad. En ocasiones, un amortiguamiento de 0,10 ó 0,15 es requerido en grandes sistemas de potencia. Por otro lado, otros autores requieren que la parte real negativa sea menor a -0,007 [12].

Para el análisis modal del sistema de potencia de la EPMAPS, se analiza con mayor detalle aquellos modos en los cuales las unidades Recuperadora y El Carmen poseen una participación relativa de uno. De igual forma, se muestran las participaciones de estas unidades en los modos del SNI que posean un amortiguamiento menor a 0,05.



**Figura 4. 1** Diagrama unifilar del sistema eléctrico de potencia de la EPMAPS

#### 4.1.1. ESCENARIO 1 PARA UNA LÍNEA DE BOMBEO

Los modos del SNI que poseen un amortiguamiento menor a la 0,05 se muestran en la tabla 4.2.

**Tabla 4. 2** Modos de bajo amortiguamiento del SNI para el escenario1

MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL S.N.I.						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real,1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
782	-0.1197670	±6.16075	1.94366554	0.9805138	0.0064570	0.0018550
703	-0.2587090	±11.484703	2.25206856	1.8278473	0.0009190	0.0004320
791	-0.2106420	±6.914911	3.04478737	1.1005423	0.0082080	0.0021110
793	-0.2811800	±6.58792	4.26423271	1.0485000	0.0003770	0.0001020
687	-0.5819780	±12.998254	4.47287411	2.0687364	0.0079600	0.0066590

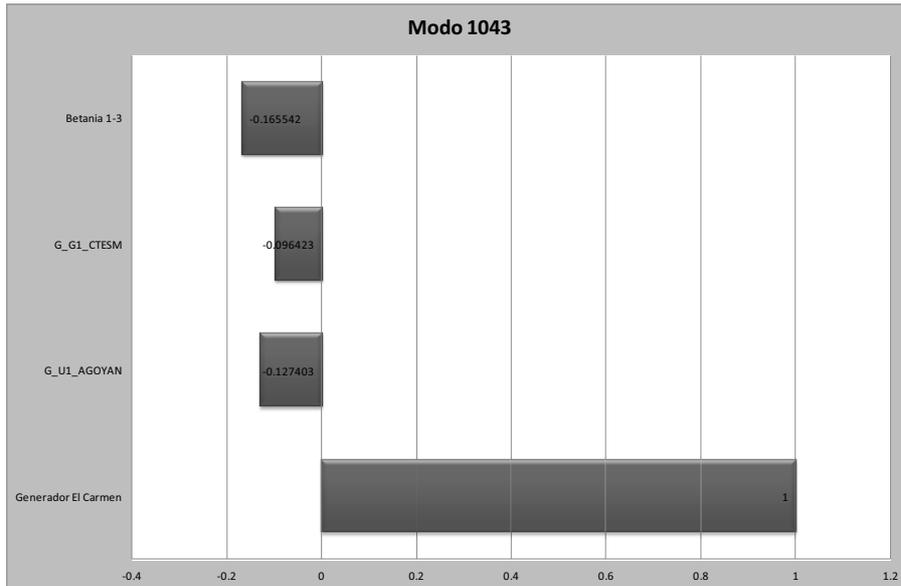
En la tabla 4.2 se observa la baja participación de las unidades de la EPMAPS en los modos de bajo amortiguamiento del Sistema Nacional Interconectado. La mayor participación que tienen las unidades es de 0,0082 para el modo 791, y corresponde al generador El Carmen.

En la tabla 4.3 se observa los modos en los cuales los generadores El Carmen y Recuperadora poseen una participación relativa igual a la unidad.

**Tabla 4. 3** Modos de máxima participación de las unidades de la EPMAPS

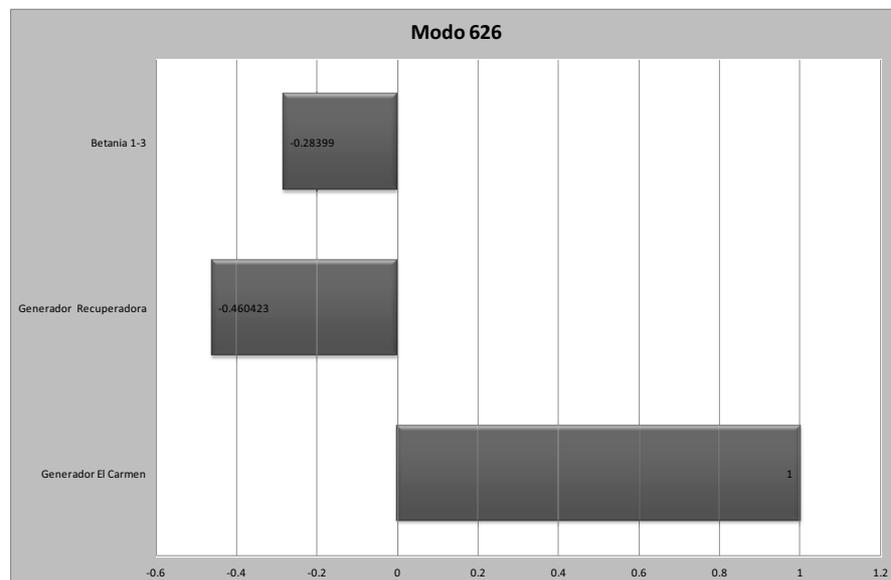
MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. Modo	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real,1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
1043	-2.12980	±8.906981	23.25600	1.41759	1.0000000	0.0181080	Local (Máquina - Sistema)
626	-29.56174	±12.317993	92.30703	1.96047	1.0000000	0.4604230	Entre Máquinas(Entre centrales)
1274	-10.99321	±3.111469	96.22018	0.49521	1.0000000	0.1138650	Entre Áreas
711	-3.51923	±17.726391	19.47302	2.82124	0.0573530	1.0000000	Local (Máquina - Sistema)

En la tabla 4.3 se observa que los modos poseen un coeficiente de amortiguamiento mayor al 19% (llegando inclusive a un valor del 96%), por lo que estos modos no presentarían problemas en el sistema. Los gráficos de los factores de participación de cada uno de los modos de la tabla 4.3 se muestran en las figuras 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5.



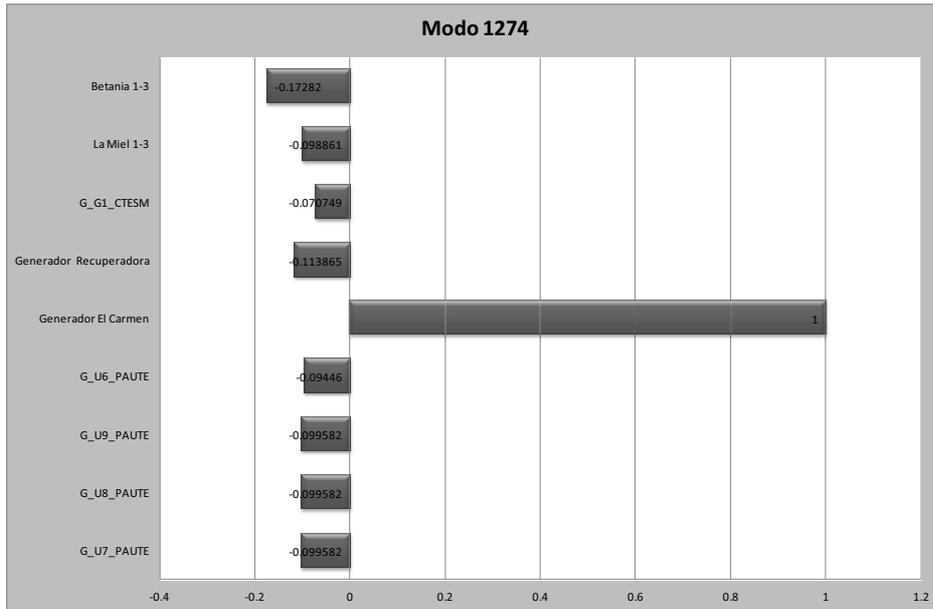
**Figura 4. 2** Factores de participación del modo 1043

En la figura 4.2 se observa una oscilación tipo local (máquina - sistema). En este modo, el generador El Carmen oscila contra el resto de unidades del SNI con un amortiguamiento del 23,25%.



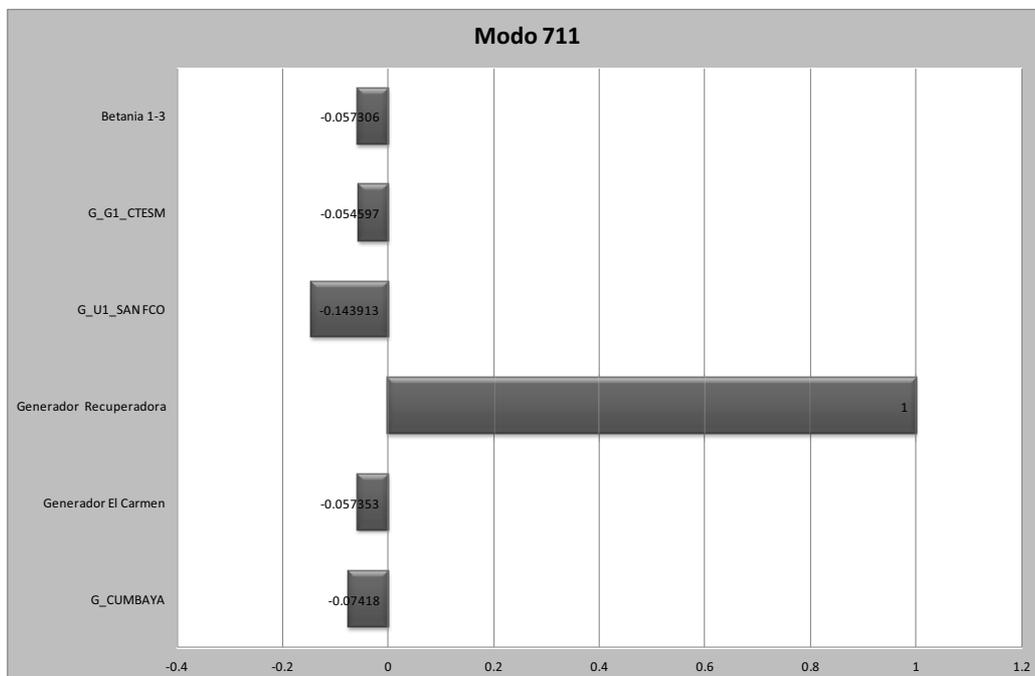
**Figura 4. 3** Factores de participación del modo 1043

En la figura 4.3 se observa un modo entre máquinas (entre centrales), debido a la cercanía existente entre las centrales de El Carmen y Recuperadora. Este modo presenta un amortiguamiento del 92,3%, por lo que no implica problemas en el sistema.



**Figura 4. 4** Factores de participación del modo 1274

Tomando como base la frecuencia de oscilación de la tabla 4.3, en este modo existe una oscilación entre áreas. En este caso, oscilan entre sí las unidades de la EPMAPS, Paute, Termoesmeraldas y unidades de Colombia como es el caso de La Miel y Betania.



**Figura 4. 5** Factores de participación del modo 711

De igual manera que en el modo 1043, en este modo existe un caso de oscilación de tipo Local (máquina - sistema). En este modo, la unidad de la central Recuperadora oscila contra el resto de unidades del SNI con un coeficiente de amortiguamiento de 19,5%, valor dentro de los rangos de amortiguamiento admisibles.

#### 4.1.2. ESCENARIO 1 PARA CUATRO LÍNEAS DE BOMBEO

El objetivo de este escenario es determinar la influencia del incremento de las líneas de bombeo en la estabilidad de pequeña señal. Este escenario considera cuatro líneas de bombeo de las estaciones Booster 1, Booster 2 y Elevadora. Al igual que en el caso anterior, se analizará los modos de bajo amortiguamiento del SNI, y los modos en los cuales las unidades de la EPMAPS poseen mayor participación. Los resultados son mostrados en las siguientes tablas.

**Tabla 4. 4** Modos de bajo amortiguamiento del SNI para cuatro líneas de bombeo

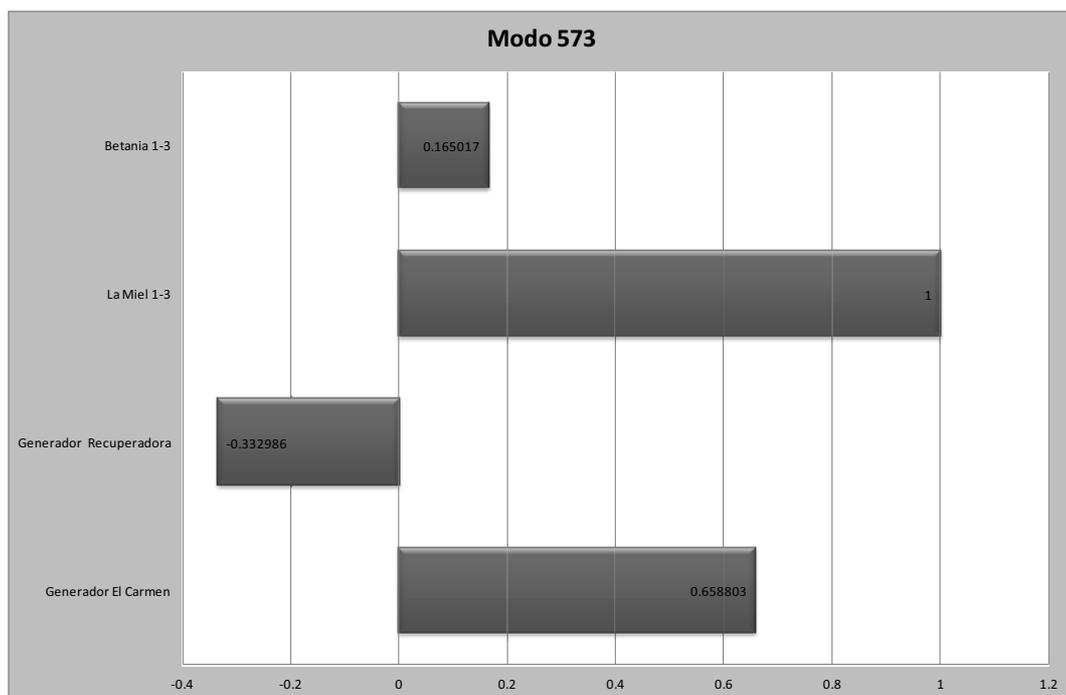
MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL S.N.I.						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
1036	-0.1197270	±6.147422	1.9472276	0.9783926	0.0065440	0.0017610
719	-0.2577390	±11.448349	2.2507499	1.8220613	0.0007790	0.0004150
961	-0.2096470	±6.877872	3.0467225	1.0946473	0.0084340	0.0020410
1034	-0.2812340	±6.587748	4.2651613	1.0484727	0.0003820	0.0000960
698	-0.5793860	±12.91322	4.4822569	2.0552028	0.0073830	0.0073970

**Tabla 4. 5** Modos de máxima participación de las unidades de la EPMAPS para cuatro líneas de bombeo

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
1053	-1.991096	±8.62854	22.484819	1.373275	1.000000	0.016451	Local (Máquina - Sistema)
573	-29.521640	±12.318075	92.288378	1.960483	0.658803	0.332986	Entre Máquinas(Entre centrales)
1319	-11.150456	±3.080028	96.390303	0.490202	1.000000	0.123308	Entre Áreas
700	-3.272671	±16.717788	19.211334	2.660719	0.056152	1.000000	Local (Máquina - Sistema)

Al comparar los resultados obtenidos con cuatro y una línea de bombeo, como era de esperarse, en los modos de bajo amortiguamiento del SNI no existe un efecto considerable. La mayor diferencia radica en el modo entre máquinas, debido a una mayor cargabilidad de las líneas y a un redireccionamiento del flujo de potencia hacia las máquinas de inducción de las subestaciones Booster 1, Booster 2 y Elevadora. La participación de estas unidades dentro de este modo disminuye considerablemente. Los factores de participación de este modo, al tener en operación cuatro líneas de bombeo se muestran en la figura 4.6.

Como se observa en la figura 4.6, la mayor participación en este modo ahora la tiene la unidad La Miel perteneciente al Sistema Eléctrico de Colombia.



**Figura 4. 6** Factores de participación del modo entre máquinas para cuatro líneas de bombeo

#### 4.1.3. ESCENARIO 1 SIN SISTEMAS DE CONTROL

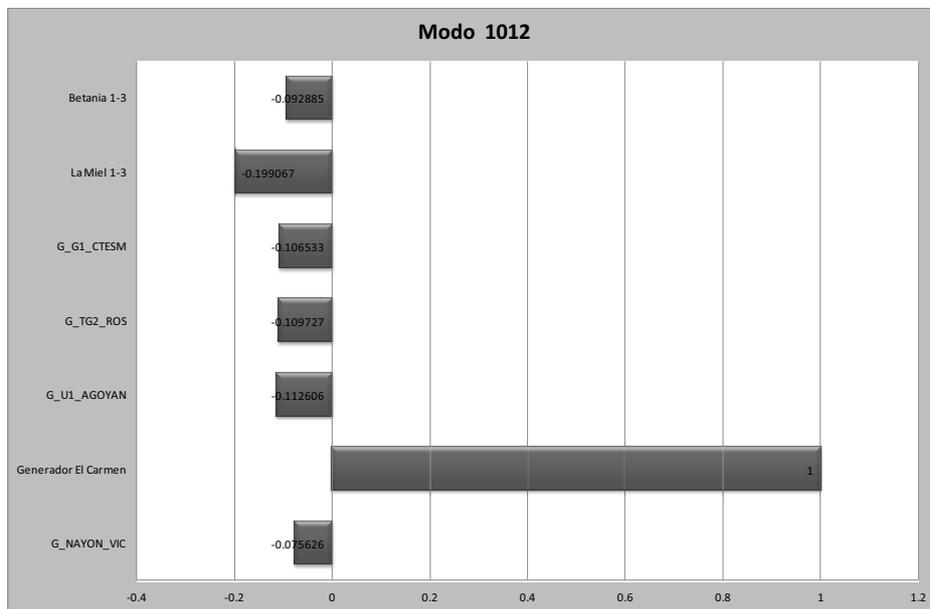
La finalidad de realizar el análisis modal con los sistemas de control de las unidades de la EPMAPS fuera de servicio, es desagregar los modos electromecánicos de los modos de control. Los resultados se muestran en la tabla 4.6.

**Tabla 4. 6** Modos con los sistemas de control de las unidades de la EPMAPS fuera de servicio

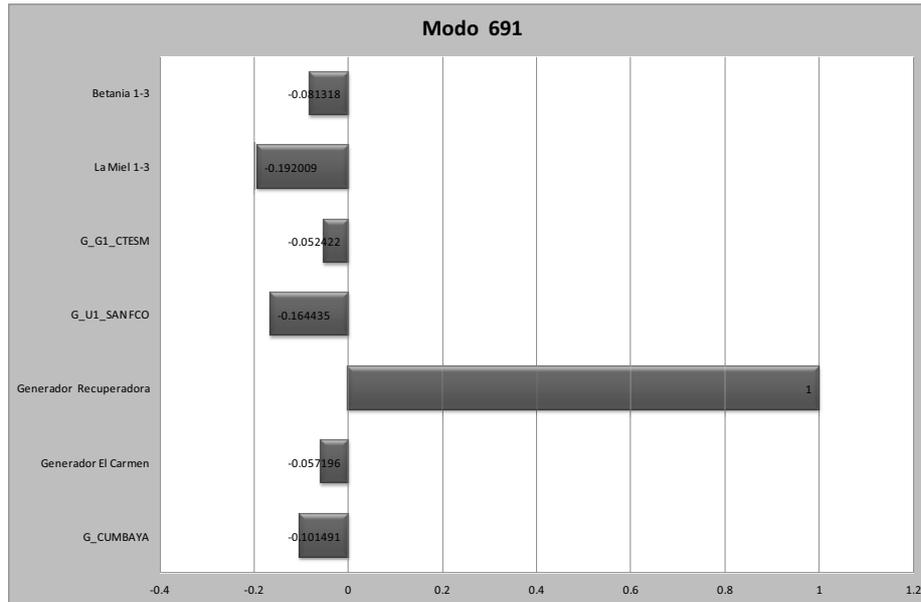
MODOS DE ELECTROMECÁNICOS DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
1012	-2.03551	8.596886	23.04026567	1.368236902	1	0.02152	Local (Máquina - Sistema)
691	-3.333908	16.743365	19.52844652	2.664789304	0.057196	1	Local (Máquina - Sistema)

Comparando los valores de la tabla 4,6 con los de la tabla 4.5, se observa que los modos entre-máquinas y entre-áreas son los que estaban directamente relacionados con los sistemas de control de las unidades. Este hecho se explica debido a que los modos entre-máquina son consecuencia principalmente de las interacciones de los controles de la unidades y no de los límites de estabilidad de transferencia de potencia.

Los factores de participación para los modos 1012 y 691 se muestran en las figuras 4.7 y 4.8 respectivamente.



**Figura 4. 7** Factores de participación del modo 1012 sin sistemas de control



**Figura 4. 8** Factores de participación del modo 691 sin sistemas de control

Como se observa, los factores de participación de los modos 1012 y 691 de la tabla 4.6, no presentan mayores variaciones con respecto a los obtenidos en las figuras 4.2 y 4.5 respectivamente.

## 4.2. ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 2

El escenario 2 se lo realiza para una demanda media del SNI, este estudio generalmente se lo realiza a las 12:00. De igual forma que en el escenario 1, se realiza el análisis para una y cuatro líneas de bombeo, con y sin sistemas de control de las unidades de la EPMAPS. Adicionalmente, para este escenario se analiza la influencia de la operación de una sola unidad de generación, cuando se encuentran operando cuatro líneas de bombeo.

### 4.2.1. ESCENARIO 2 PARA UNA LÍNEA DE BOMBEO

Las participaciones de las unidades de la EPMAPS en los modos de bajo amortiguamiento del SNI y en los modos de participación máxima se muestran en la tabla 4.7

**Tabla 4. 7** Modos de bajo amortiguamiento del SNI para una línea de bombeo del escenario 2

MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL S.N.I.						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
718	-0.1185780	±6.111437	1.9398987	0.9726654	0.0063310	0.0017850
652	-0.2739590	±11.312722	2.4209797	1.8004756	0.0022360	0.0010640
722	-0.2043050	±6.867742	2.9735342	1.0930351	0.0074800	0.0018760
726	-0.2955310	±6.446285	4.5797063	1.0259581	0.0008910	0.0002500
642	-0.5951080	±12.837656	4.6306710	2.0431764	0.0074880	0.0063390
525	-1.0272050	±21.099377	4.8626547	3.3580701	0.0004870	0.0025210

Por otro lado, los modos en los cuales las unidades de la EPMAPS poseen la mayor participación son mostrados en la tabla 4.8

**Tabla 4. 8** Modos de máxima participación para una línea de bombeo del escenario 2

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
955	-2.0671710	±8.777416	22.9238624	1.3969691	1.0000000	0.0184760	Local (Máquina - Sistema)
567	-29.5483650	±12.317418	92.3014814	1.9603780	1.0000000	0.4737530	Entre Máquinas (Entre centrales)
1176	-11.0567160	±3.097253	96.2932977	0.4929431	1.0000000	0.1169390	Entre Áreas
654	-3.4426540	±17.41727	19.3905981	2.7720446	0.0583280	1.0000000	Local (Máquina - Sistema)

De los resultados anteriores se puede concluir que este escenario no difiere mayormente del escenario 1 para una línea de bombeo, tanto en los modos cuya participación de las unidades de la EPMAPS es máxima, como en los modos de bajo amortiguamiento del SNI. En este escenario, para los modos de bajo amortiguamiento del Sistema Nacional Interconectado, la máxima participación es de 0,0075 correspondiente a la unidad de la central El Carmen.

#### 4.2.2. ESCENARIO 2 PARA CUATRO LINEAS DE BOMBEO

El análisis en este punto se lo realiza al tener una mayor demanda en las estaciones Booster 1, Booster 2 y Elevadora, cuando el Sistema Nacional

Interconectado se encuentra operando bajo condiciones de demanda media. Los resultados son mostrados en las tablas 4.9 y 4.10.

**Tabla 4. 9** Modos de bajo amortiguamiento del SNI para cuatro líneas de bombeo del escenario 2

MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL S.N.I.						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real,1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
677	-0.1185280	±6.098011	1.9433487	0.9705286	0.0063700	0.0016880
529	-0.2727550	±11.278681	2.4176167	1.7950578	0.0019680	0.0010630
681	-0.2036930	±6.834365	2.9791003	1.0877230	0.0077120	0.0018220
685	-0.2950300	±6.445284	4.5726673	1.0257988	0.0009290	0.0002500
523	-0.5927710	±12.761297	4.6400654	2.0310235	0.0068530	0.0068110
443	-1.0381050	±21.047574	4.9261954	3.3498254	0.0004890	0.0024900

**Tabla 4. 10** Modos de máxima participación para cuatro líneas de bombeo del escenario

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real,1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
906	-1.946740	±8.5340830	22.240054	1.358241	1.000000	0.016950	Local (Máquina - Sistema)
565	-29.511700	±12.317581	92.284318	1.960404	0.732103	0.376811	Entre Máquinas(Entre centrales)
1121	-11.193065	±3.0660000	96.447131	0.487969	1.000000	0.125880	Entre Áreas
551	-3.216338	±16.534009	19.094928	2.631469	0.057771	1.000000	Local (Máquina - Sistema)

Como se observa en las tablas 4.9 y 4.10, los resultados no difieren de los obtenidos en el escenario de demanda máxima del SNI, por lo que las gráficas de factores de participación para los modos de la tabla 4.10, y para los modos sin sistemas de control de las unidades de la EPMAPS son similares a los obtenidos durante el análisis en el escenario 1.

#### 4.2.3. ESCENARIO 2 CON UNA SOLA UNIDAD DE GENERACIÓN EN OPERACIÓN

Este análisis toma en cuenta la operación de una sola central de generación, cuando el Sistema Nacional Interconectado se encuentra bajo condiciones de demanda media. Al no tener mayores variaciones en los modos de oscilación,

cuando el sistema eléctrico de la EPMAPS se encuentra operando con una o cuatro líneas de bombeo, el análisis presentado se realiza para la mayor demanda en Booster 1, Booster 2 y Elevadora.

Los modos de oscilación son mostrados en la tabla 4.11.

Como se observa en la tabla 4.11, la operación de una solo unidad no repercute en las participaciones individuales de las unidades de El Carmen y Recuperadora en los modos de bajo amortiguamiento del SNI.

Por otro lado, los modos en los cuales las unidades de la EPMAPS poseen una participación máxima, se muestran en la tabla 4.12.

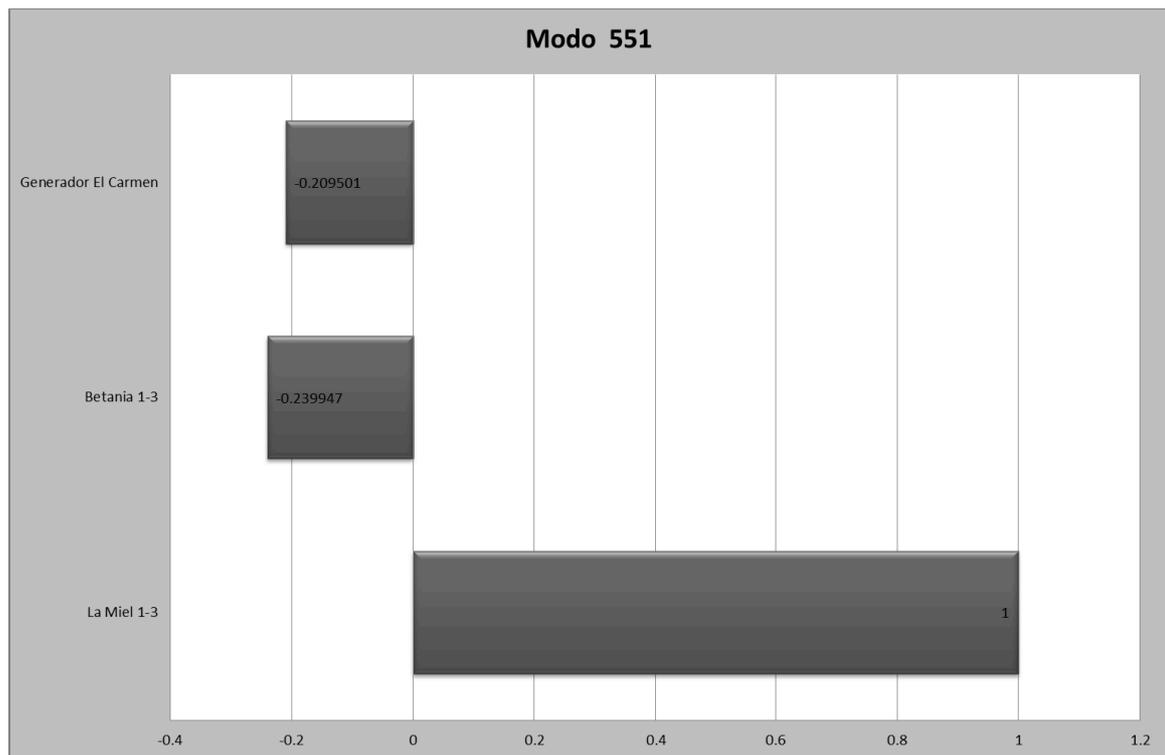
**Tabla 4. 11** Modos de bajo amortiguamiento del SNI con una solo unidad en operación

MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL SNI						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
672	-0.1183630	±6.092704	1.9423342	0.9696840	0.0061850	Fuera de Servicio
533	-0.2721140	±11.259969	2.4159443	1.7920797	0.0017830	Fuera de Servicio
676	-0.2022830	±6.821473	2.9640830	1.0856711	0.0076710	Fuera de Servicio
680	-0.2946750	±6.444633	4.5676371	1.0256952	0.0009170	Fuera de Servicio
529	-0.5915420	±12.73057	4.6416180	2.0261331	0.0062220	Fuera de Servicio
473	-1.0418150	±21.026404	4.9487232	3.3464561	0.0006480	Fuera de Servicio
645	-0.1182690	±6.092158	1.9409661	0.9695971	Fuera de Servicio	0.0016010
528	-0.2722380	±11.263106	2.4163717	1.7925790	Fuera de Servicio	0.0011160
647	-0.2023340	±6.820394	2.9652983	1.0854994	Fuera de Servicio	0.0017610
651	-0.2947640	±6.444799	4.5688963	1.0257216	Fuera de Servicio	0.0002410
524	-0.5918980	±12.726923	4.6457334	2.0255527	Fuera de Servicio	0.0073880
446	-1.0419780	±21.024017	4.9500561	3.3460762	Fuera de Servicio	0.0025740

**Tabla 4. 12** Modos de máxima participación con una solo unidad en operación

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
898	-1.903357	±8.444292	21.98850805	1.343950813	1.0000000	Fuera de Servicio	Local (Máquina - Sistema)
551	-29.723387	±12.442268	92.24418731	1.980248455	0.2095010	Fuera de Servicio	Local (Máquina - Sistema)
1125	-11.123181	±3.065287	96.40631665	0.487855578	1.0000000	Fuera de Servicio	Entre Áreas
550	-3.118512	±16.249508	18.84747608	2.586189521	Fuera de Servicio	1.0000000	Local (Máquina - Sistema)

Al comparar los resultados obtenidos en la tabla 4.10 con los resultados de la tabla 4.12, se puede observar que el modo entre-máquinas cambia a ser modo local debido a que la unidad de la central Recuperadora se encuentra fuera de servicio. De igual forma se observa una reducción en la participación de la unidad de El Carmen en este modo, cambiando de 0,73 a 0,21. El gráfico de los factores de participación del modo en cuestión se muestra en la figura 4.9.



**Figura 4. 9** Factores de participación del modo 551 de la tabla 4.12

Como se observa, al tener la unidad de Recuperadora fuera de servicio, la mayor participación es por parte de la central La Miel del sistema colombiano.

### **4.3. ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL PARA EL ESCENARIO 3**

El análisis de este escenario se realiza para las 03:00, horario en que generalmente el Sistema Nacional Interconectado se encuentra bajo condiciones de demanda mínima o base. Al igual que en los escenarios anteriores, se realiza el estudio cuando en el sistema eléctrico de la EPMAPS se encuentra operando con una y cuatro líneas de bombeo. Adicionalmente, al ser la unidad de la central El Carmen la que posee mayor participación en los modos de oscilación, se

realiza un análisis cuando esta unidad se encuentra en operación para una y cuatro líneas de bombeo.

#### 4.3.1. ESCENARIO 3 PARA UNA Y CUATRO LINEAS DE BOMBEO

Los resultados par una y cuatro líneas de bombeo con el SNI bajo condiciones de demanda mínima son mostradas en las tablas 4.13 y 4.14:

**Tabla 4. 13** Modos de bajo amortiguamiento del SNI para el escenario 3

MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL SNI CON UNA LINEA DE BOMBEO						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
552	-0.1176610	±6.199857	1.8974602	0.9867379	0.0098640	0.0028020
554	-0.0654770	±3.321937	1.9706661	0.5287027	0.0512870	0.0212770
486	-0.3232520	±11.700246	2.7617257	1.8621520	0.0022430	0.0012390
556	-0.1972600	±6.856374	2.8758410	1.0912258	0.0058520	0.0014400
558	-0.2797530	±6.497393	4.3016338	1.0340922	0.0002410	0.0000680
MODOS DE BAJO AMORTIGUAMIENTO DEL SNI CON CUATRO LINEAS DE BOMBEO						
MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud
539	-0.1175980	±6.190063	1.8994441	0.9851791	0.0101260	0.0027210
541	-0.0675970	±3.323072	2.0337513	0.5288833	0.0546460	0.0223590
489	-0.3222760	±11.680742	2.7579875	1.8590478	0.0020140	0.0012390
543	-0.1954610	±6.835392	2.8583750	1.0878864	0.0059830	0.0013700
545	-0.2796260	±6.497383	4.2996912	1.0340906	0.0002540	0.0000690

**Tabla 4. 14** Modos de máxima participación para el escenario 3

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS PARA UNA LINEA DE BOMBEO							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
763	-2.0536270	±8.772177	22.7943849	1.3961353	1.0000000	0.0192980	Local (Máquina - Sistema)
435	-29.5473280	±12.317577	92.3008254	1.9604033	1.0000000	0.4704500	Entre Máquinas (Entre centrales)
940	-11.0519710	±3.113226	96.2540562	0.4954853	1.0000000	0.1275940	Entre Áreas
506	-3.4284040	±17.391069	19.3413448	2.7678746	0.0598290	1.0000000	Local (Máquina - Sistema)
MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS PARA CUATRO LINEAS DE BOMBEO							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
747	-1.948160	±8.559759	22.192007	1.362328	1.000000	0.017653	Local (Máquina - Sistema)
933	-11.171632	±3.084706	96.392897	0.490946	1.000000	0.133375	Entre Áreas
501	-3.274428	±16.780803	19.151740	2.670748	0.059455	1.000000	Local (Máquina - Sistema)

Como se observa en las tablas 4.13 y 4.14, para los modos de baja frecuencia del SNI no existe una participación considerable de las unidades de la EPMAPS. En los modos en los cuales las unidades de El Carmen y Recuperadora tienen una participación máxima, presentados en la tabla 4.14, no difieren de los modos analizados para los escenarios de demanda media y máxima.

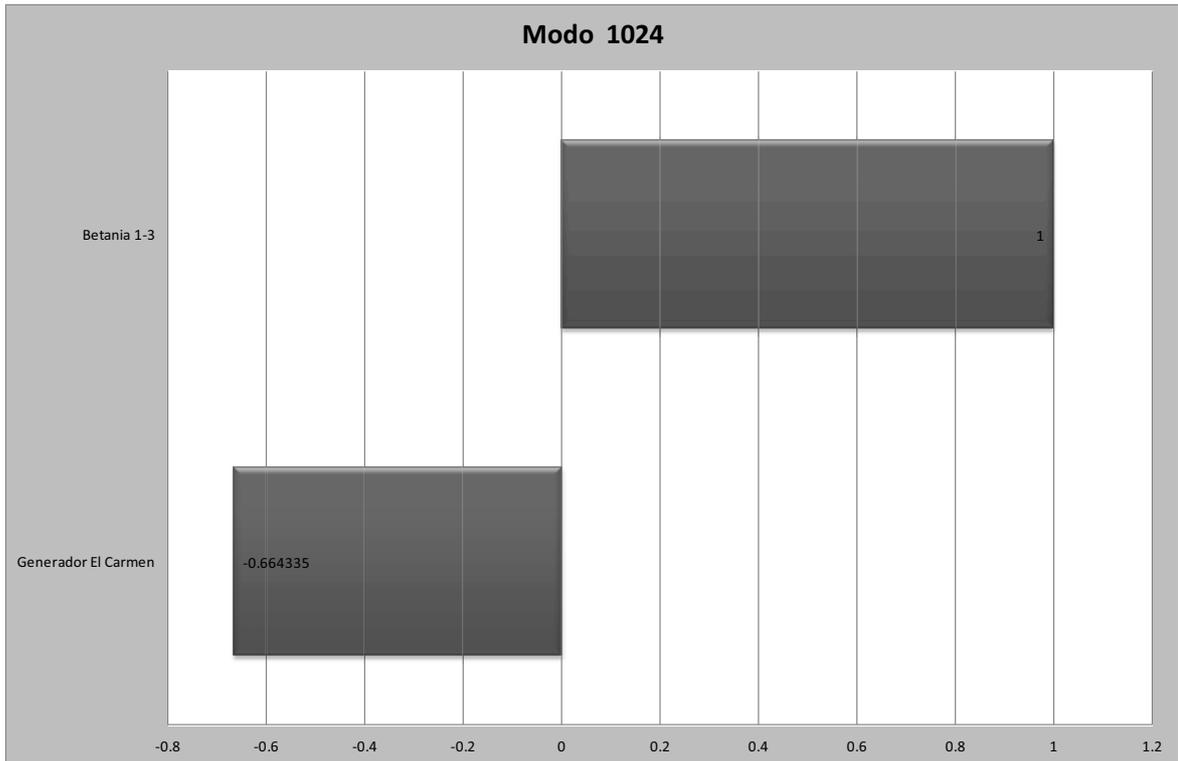
#### 4.3.2. ESCENARIO 3 AL ESTAR EN OPERACIÓN ÚNICAMENTE LA CENTRAL EL CARMEN CON UNA Y CUATRO LINEAS DE BOMBEO

Como se observa en los resultados tanto para demanda máxima como para demanda media del SNI, la unidad de la central de generación El Carmen es la que posee mayores modos en los cuales tiene una participación máxima. Por ello, es necesario un análisis cuando se encuentre operando esta unidad con una y cuatro líneas de bombeo. Los resultados son mostrados en la tabla 4.15.

**Tabla 4. 15** Modos de máxima participación de la central El Carmen con una y cuatro líneas de bombeo para el escenario 3

MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS PARA UNA LINEA DE BOMBEO							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
756	-2.0270620	±8.713373	22.6587322	1.3867764	1.0000000	Fuera de Servicio	Local (Máquina - Sistema)
418	-29.7332580	±12.396618	92.2991372	1.9729830	1.0000000	Fuera de Servicio	Local (Máquina - Sistema)
927	-10.9481650	±3.166463	96.0628515	0.5039582	1.0000000	Fuera de Servicio	Entre Áreas
1050	-3.1851890	±0.466604	98.9439745	0.0742623	0.7011880	Fuera de Servicio	Entre Áreas
MODOS DE MÁXIMA PARTICIPACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS PARA CUATRO LINEAS DE BOMBEO							
No. MODO	Valor Propio		Amortiguamiento, %	Frecuencia, Hz	Generador El Carmen	Generador Recuperadora	Modo
	Parte Real, 1/s	Parte Imaginaria, rad/s			Participación, Magnitud	Participación, Magnitud	
734	-1.9128760	±8.484832	21.9926791	1.3504030	1.0000000	Fuera de Servicio	Local (Máquina - Sistema)
913	-11.0618880	±3.120452	96.2439848	0.4966354	1.0000000	Fuera de Servicio	Entre Áreas
1024	-3.1945310	±0.474538	98.9146194	0.0755251	0.6643350	Fuera de Servicio	Entre Áreas

Estos modos presentados en la tabla 4.15 no difieren de los obtenidos en los escenarios 1 y 2, con excepción del modo 1050 al estar operando con una línea de bombeo. Las unidades que participan en este modo, con sus respectivos factores de participación, se lo muestra en la figura 4.10.



**Figura 4. 10** Factores de participación del modo 1024 del escenario 3

Como se observa, el modo 1024 representa un modo de oscilación entre áreas, en este caso el generador de la central El Carmen oscila contra la unidad de la central Betania de Colombia. A pesar de que existe este modo de oscilación, cabe señalar que el amortiguamiento es del 98%, por lo que no implica problemas en el sistema.

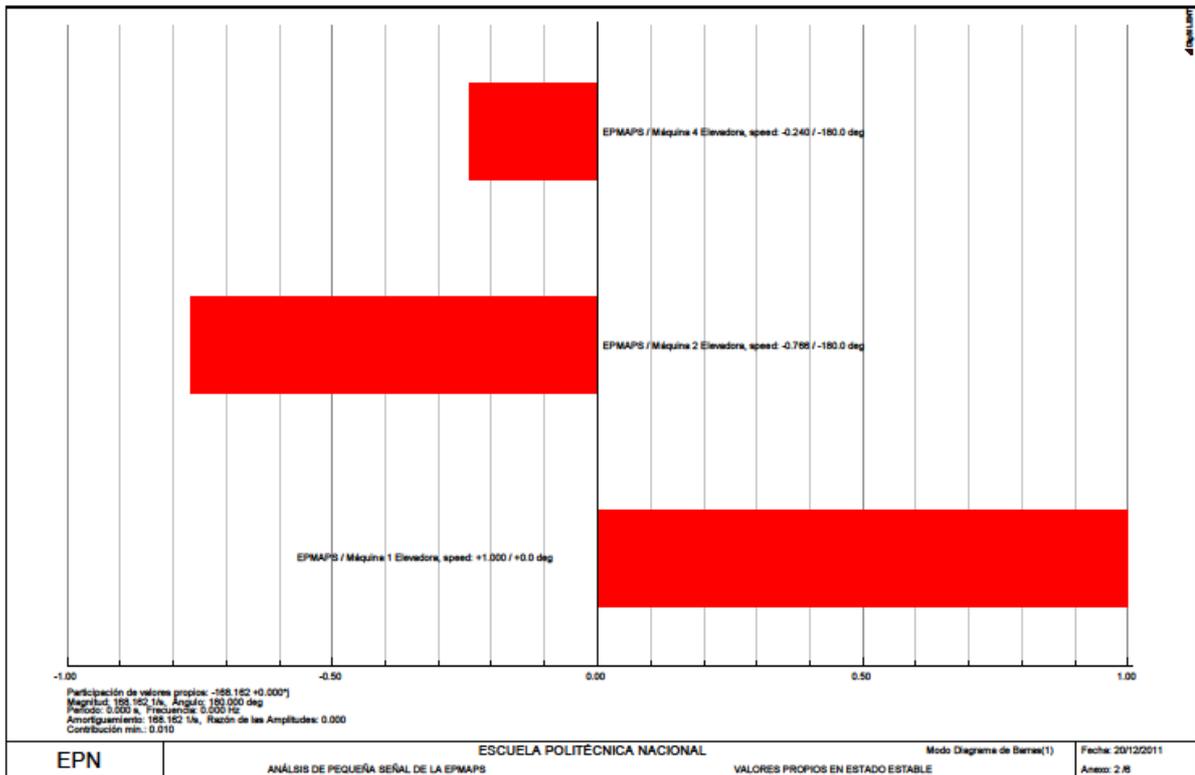
#### **4.3.3. COMPARACIÓN DE VALORES ENTRE EL SISTEMA SIMULADO CON CARGAS ESTÁTICAS Y CON MOTORES**

Para realizar un contraste entre un sistema modelado con cargas y otro modelado con motores de inducción, se analiza el sistema de la EPMAPS conectado a una barra infinita, que en esta caso es la subestación Santa Rosa a nivel de 13,8kV. Al realizar una comparación entre los resultados obtenidos, los únicos valores que presentan cambios son aquellos que poseen únicamente parte real negativa (sistema estable no oscilatorio). Los valores propios diferentes obtenidos en un sistema simulado por medio de motores se muestran en la tabla 4.7.

**Tabla 4. 16** Valores propios diferentes en un sistema modelado con cargas estáticas y otro modelado con motores

Valor Propio	Parte Real	Parte Imaginaria	Amortiguamiento	Frecuencia
1	-168,16243	0,00000	1,00000	0,00000
2	-168,16243	0,00000	1,00000	0,00000
3	-168,16243	0,00000	1,00000	0,00000
4	-163,16614	0,00000	1,00000	0,00000
5	-51,93595	0,00000	1,00000	0,00000
6	-51,93595	0,00000	1,00000	0,00000
7	-51,93595	0,00000	1,00000	0,00000
8	-50,20671	0,00000	1,00000	0,00000
9	-50,20671	0,00000	1,00000	0,00000
10	-50,20671	0,00000	1,00000	0,00000
11	-47,53373	0,00000	1,00000	0,00000
12	-43,12867	0,00000	1,00000	0,00000
13	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
14	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
15	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
16	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
17	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
18	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
19	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
20	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
21	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
22	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
23	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
24	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
25	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
26	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
27	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
28	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
29	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
30	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
31	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
32	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
33	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
34	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000
35	-20,00000	0,00000	1,00000	0,00000

En la tabla 4.16 se observa que los motores únicamente aportan con valores propios netamente reales negativos, es decir presentan un modo estable aperiódico. Para observar que realmente estos valores son producidos por la acción de los motores, se utilizan los factores de participación, mismos que se muestran en la figura 4.12 para el valor propio 1 de la tabla 4.16.



**Figura 4. 11** Factores de participación del valor propio 1 del sistema con motores  
Como se observa de forma clara, en el valor propio analizado, las únicas variables de estado que tienen participación son las relacionadas con las máquinas de inducción.

## CAPÍTULO 5

### 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1. CONCLUSIONES

- Las unidades de las centrales de generación El Carmen y Recuperadora no tienen una participación considerable dentro de los modos de oscilación que presentan bajo coeficiente de amortiguamiento (inferior al 5%) del Sistema Nacional Interconectado. El mayor valor de participación obtenido es de 0,05 y corresponde a un escenario de demanda mínima del SNI, cuando se encuentra operando únicamente la central El Carmen y cuatro líneas de bombeo de agua en el Sistema Papallacta, sin operar la central Recuperadora.
- Pese a que existen modos de oscilación en los cuales las unidades de la EPMAPS presentan factores de participación iguales a uno, los coeficientes de amortiguamiento de estos modos son mayores al 20%, llegando incluso a valores del 98%, por lo que no provocarían problemas en el sistema.
- Para todos los escenarios analizados, el sistema de potencia de la EPMAPS no origina casos inestables, presentando únicamente modos de oscilación con amortiguamiento positivo.
- Los modos de oscilación de las unidades de la EPMAPS están relacionados con la unidad de la central de generación Betania, perteneciente al sistema eléctrico colombiano, cuyos modos de oscilación tienen valores altos de amortiguamiento.
- Al simular un sistema sin controles de las unidades, se observa que los modos entre máquinas desaparecen, confirmando que estos modos están relacionados con la interacción estos componentes.

- Al comparar la simulación del sistema con carga estática únicamente versus carga de motores de la EPMAPS, se observan valores propios adicionales estables y aperiódicos. Estos valores al ser analizados por medio de los factores de participación se observa que son producidos por las máquinas de inducción de las subestaciones Booster 1, Booster 2 y Elevadora.
- El análisis modal calcula los valores y vectores propios de un sistema multimáquina, incluyendo todos los controles y modelos de las centrales de generación. Este cálculo puede ser realizado no únicamente al inicio de una simulación transitoria, sino también en cada paso de tiempo hasta que la simulación sea detenida. Pero al tratarse de ingresos y salidas de las máquinas de inducción de la EPMAPS, se observa que los modos de oscilación no sufren grandes variaciones, por ello, el análisis únicamente fue necesario para el estado estable en diferentes escenarios.
- Debido a que el análisis de pequeña señal se desarrolla alrededor de un punto de equilibrio del sistema de potencia, los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión y de los transformadores de potencia son los parámetros de secuencia positiva.

## **5.2. RECOMENDACIONES**

- Al adquirir nuevos reguladores de voltaje y velocidad, se recomienda obtener los parámetros (mencionados en este proyecto) de la configuración final, dando la apertura para un análisis más comprensivo del sistema.
- Debido a que el sistema es menos sensible a las variaciones de potencia cuando las unidades entregan mayor potencia, se recomienda operar las unidades de las centrales El Carmen y Recuperadora a la mayor potencia permitida, respetando los límites de cargabilidad de la máquina.

## BIBLIOGRAFIA

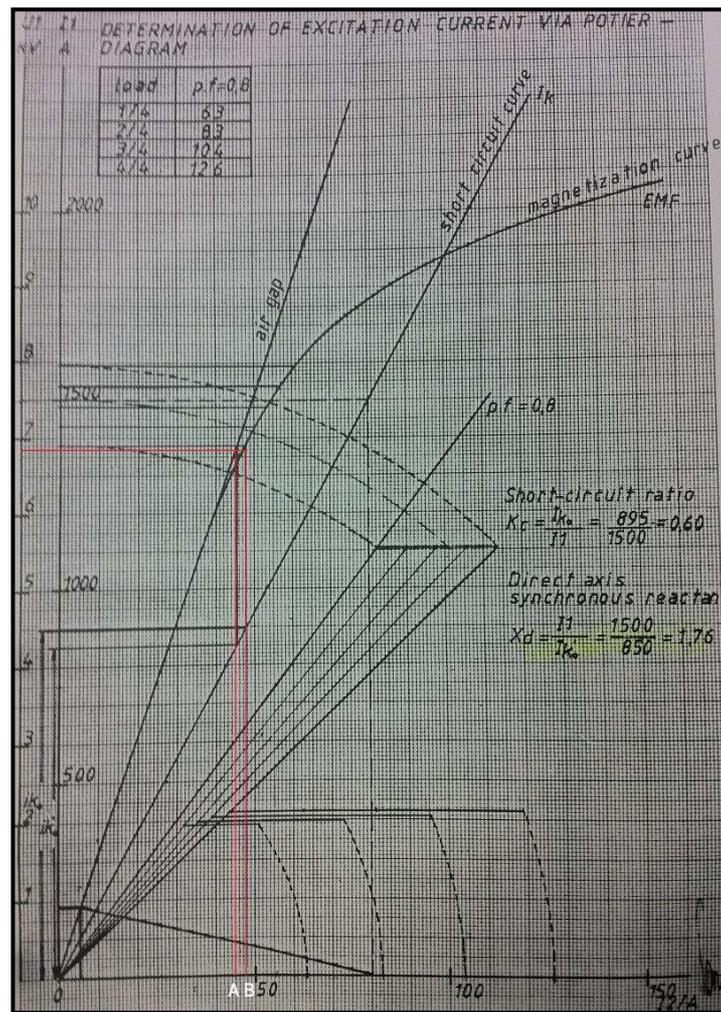
- [1] GUAMÁN Wilson, “Análisis de Estabilidad de Pequeña Señal del Ángulo del Rotor de un Sistema de Máquina-Barra Infinita”, Proyecto de Titulación, Quito, 2003.
- [2] IEEE Standard Board, “IEEE Recommended Practice for Excitation Systems Models for Power System Stability Studies”, 2006.
- [3] KUNDUR, Prabha, “Power System Stability and Control”, McGraw-Hill, 1994.
- [4] ANDERSON, P., FOUAD, A. “Power System Control and Stability”, The Iowa State University Press, 1993.
- [5] CARVALHO, J.L., “Dynamical Systems and Automatic Control”, Prentice Hall, 1993.
- [6] AGUILAR, Rommel, JÁTIVA, Jesús, “Análisis de Pequeña Señal de un Sistema Máquina – Barra Infinita”, XIX JIEE, Quito, 2005.
- [7] ROWELL, Derek; ”State-Space Representation of LTI Systems”, Universidad de Michigan, 2002.
- [8] SCHAEFER, Richard, “Specifying Excitation Systems for Procurement”.
- [9] WESTINGHOUSE ELECTRICAL CORPORATION, “Electrical Transmission and Distribution Reference Book of Westinghouse”, Cuarta Edición.
- [10] NOMIKOS, B. M., VOURNAS, C. D., “Investigation of Induction Machine Contribution to Power System Oscillation”, IEEE Transaction on Power System, Vol. 20, 2005.
- [11] IEEE Standard Board, “Dynamic Models for Steam and Hydro Turbines in Power System Studies”, abril 21, 2006.

- [12] GALLARDO, Carlos, "Estabilidad y Amortiguamiento de Oscilaciones en Sistemas Eléctricos con Alta Penetración Eólica", Getafe, Julio 2009.
- [13] BIKASH, P., BALARKO, C., "Robust Control in Power System", Edición 2005.
- [14] DigSilent Power Factory, "Stability Analysis and Simulation of Transients", Quinto Volumen.
- [15] GONZÁLEZ, M., "Introduction to Modal Analysis in Power Systems", 2009.

## **ANEXOS**

# A1. CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LAS UNIDADES DE LA EPMAPS

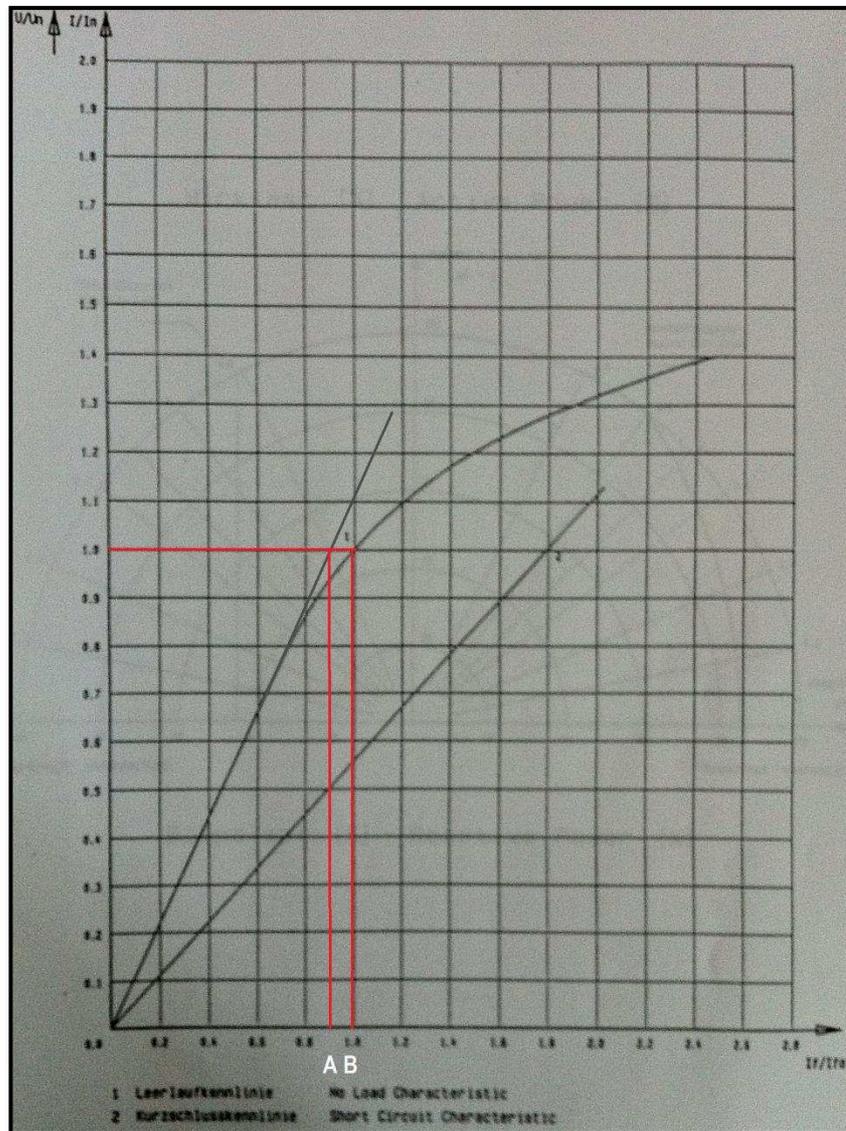
## A1.1 CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LA UNIDAD DE LA CENTRAL RECUPERADORA



Por medio de la ecuación 2.1, se calcula la función de saturación de la unidad de la central Recuperadora.

$$S_E[V_E] = \frac{B - A}{A} = \frac{47,5 - 45}{45} = 0,05555$$

## A1.2 CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE SATURACIÓN DE LA UNIDAD DE LA CENTRAL EL CARMEN



De igual forma la función de saturación para la unidad de la central el Carmen se lo obtiene en el siguiente cálculo:

$$S_E[V_E] = \frac{B - A}{A} = \frac{1 - 0,9}{0,9} = 0,1111$$

## A2. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE LA TURBINA NO IDEAL

De la ecuación 2.13 se tiene:

$$\Delta \bar{H} = \frac{\Delta \bar{U} - a_{13} \Delta \bar{G}}{a_{11}} \quad A.1$$

Reemplazando la ecuación A.1 en la ecuación 2.14 se tiene:

$$\Delta \bar{Pm} = a_{21} \frac{\Delta \bar{U} + a_{13} \Delta \bar{G}}{a_{11}} + a_{23} \Delta \bar{G} \quad A.2$$

Operando la ecuación A.2 y despejando la variable  $\Delta \bar{U}$ , se tiene:

$$\Delta \bar{U} = \frac{a_{11}}{a_{21}} \Delta \bar{Pm} + \frac{a_{21} a_{13} - a_{23} a_{11}}{a_{21}} \Delta \bar{G} \quad A.3$$

Reemplazando la ecuación A.1 en la ecuación 2.8 se tiene:

$$T_w \frac{d\Delta \bar{U}}{dt} = -\Delta \bar{H} = \frac{a_{13} \Delta \bar{G} - \Delta \bar{U}}{a_{11}} \quad A.4$$

Aplicando Laplace en la ecuación anterior, se obtiene la siguiente expresión:

$$T_w s \Delta \bar{U} = \frac{a_{13} \Delta \bar{G} - \Delta \bar{U}}{a_{11}} \quad A.5$$

Operando la ecuación A.5:

$$\left( T_w s + \frac{1}{a_{11}} \right) \Delta \bar{U} = \frac{a_{13} \Delta \bar{G}}{a_{11}}$$

$$\frac{\Delta \bar{U}}{\Delta \bar{G}} = \frac{a_{13}}{a_{11} T_w s + 1} \quad A.6$$

Reemplazando la ecuación A.3 en la ecuación A.6 y reordenando, se tiene finalmente la función de transferencia de una turbina no ideal:

$$\frac{\Delta \bar{Pm}}{\Delta \bar{G}} = a_{23} \frac{1 + (a_{11} - a_{13} a_{21} / a_{23}) T_w s}{1 + a_{11} T_w s}$$

### A3. CURVA PARA EL CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS G Y K DEL CABLE TRIPOLAR

