

RESUMEN

En el siguiente trabajo, se estudia el transformador ideal desde el punto de vista de flujo de potencia, es decir, la forma como la potencia se transfiere del primario al secundario por medio del campo electromagnético existente en el núcleo; además se tratará el comportamiento de esta máquina a los tres tipos fundamentales de carga.

INTRODUCCION

El transformador es un elemento fundamental en la Ingeniería eléctrica y existen numerosos textos, excelentes, que describen su funcionamiento detalladamente. Sin embargo, al recorrer la bibliografía con cuidado, surge la pregunta ineludible: ¿Cómo ocurre la transferencia de energía suministrada por la fuente a la carga a través del campo? La respuesta evidentemente la entrega el vector de Poynting como se mostrará en los párrafos que vienen.

1.- ANÁLISIS PARA UNA CARGA GENERAL  $z_L$ .

A continuación examinaremos el curso que sigue la energía en un transformador, desde la fuente hasta la carga, pasando por el campo electromagnético del núcleo.

En la Fig.1 se tiene un transformador toroidal ideal, las corrientes se toman positivas cuando entran por el punto. La tensión aplicada es:  $V_s = V_m \cdot \text{Sen } \omega t$ .

Sabemos que,

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_C}{dt} \quad V_2 = N_2 \frac{d\phi_C}{dt} \quad (1)$$

Donde  $\phi_C$  es el flujo resultante creado por las fuerzas magnetomotrices del primario y secundario, sí, dividimos las expresiones en (1) tenemos:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2)$$

Como el núcleo es ideal no se requiere corriente de excitación para producir el flujo y por tanto,

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0 \quad (3)$$

Con  $I_2$  positiva entrando al secundario. Despejando de (3)

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} \quad (4)$$

(4) indica que las corrientes de primario y secundario están en oposición de fase.

Al cargar el transformador con,

$$Z_L = R + jX = Z \angle \theta$$

Donde,  $\theta = \text{Tag}^{-1}(X/R) \quad (5)$

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$$

Por el secundario fluirá:

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_m}{Z} \text{Sen}(\omega t - \theta) \quad (6)$$

Y por medio de (4),

$$I_1 = -\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m}{Z} \text{Sen}(\omega t - \theta) \quad (7)$$

Con estos datos procedemos a obtener las intensidades de campo eléctrico y magnético que están presentes en primario y secundario.

Suponiendo que los devanados son solenoides aplicamos la ley de Ampere,

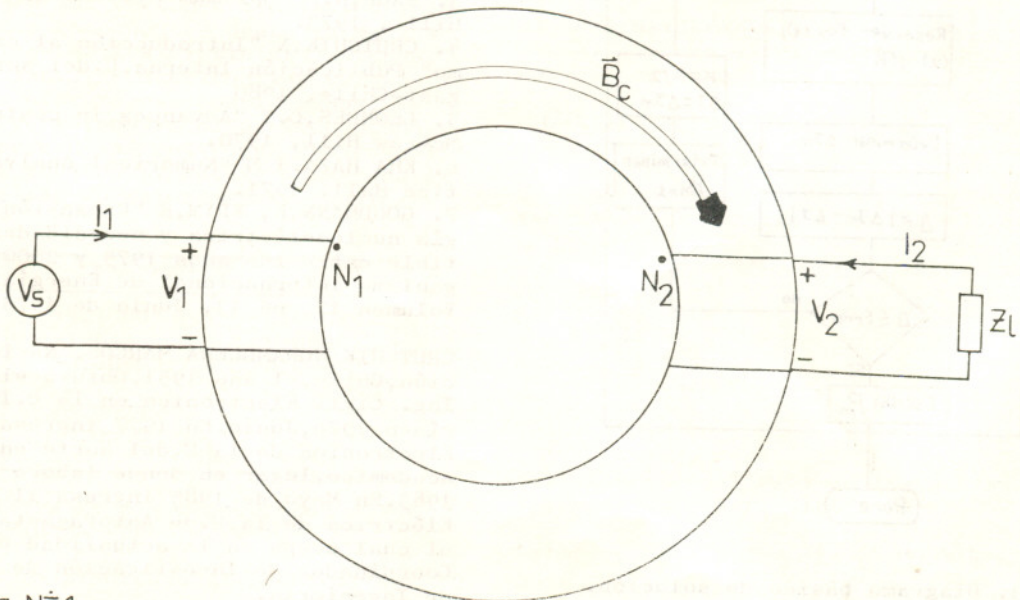


Fig. N° 1.



$$\oint \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = N_1 I_1$$

Tomando el eje  $z$  positivo, como muestra la Fig.2,

$$\oint \vec{a}_z \cdot H_{1z} \cdot \vec{a}_z dl = N_1 I_1$$

Resolviendo,

$$\vec{H}_1 = -\vec{a}_z \cdot \frac{N_2^2}{N_1 d} \cdot \frac{V_m}{Z} \text{Sen}(wt - \theta) \quad (8)$$

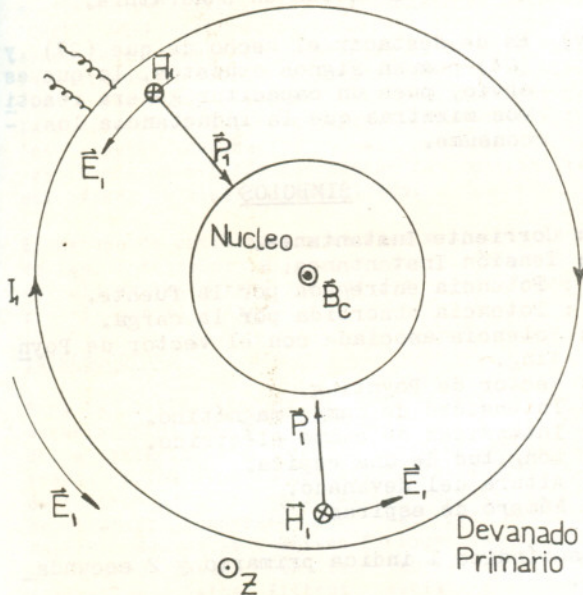


Fig.2.- Corte transversal del primario. El devanado se ha separado del núcleo con objeto de visualizar más claramente el vector de Poynting.

Para el secundario,

$$\vec{H}_2 = \vec{a}_z \cdot \frac{N_2^2}{N_1 d} \cdot \frac{V_m}{Z} \text{Sen}(wt - \theta) \quad (9)$$

El campo eléctrico en el primario se relaciona con la tensión como sigue,

$$\oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = V_1$$

Solucionando,

$$\vec{E}_1 = \vec{a}_\phi \cdot \frac{V_m}{N_1 l} \text{Sen}(wt) \quad (10)$$

En el secundario,

$$\vec{E}_2 = \vec{a}_\phi \cdot \frac{V_m}{N_1 l} \text{Sen}(wt) \quad (11)$$

Una vez obtenidas las fórmulas anteriores estamos en capacidad de seguir la potencia desde la fuente a la carga.

La potencia suministrada por la fuente es:

$$P_s = -V_1 I_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (12)$$

El vector de Poynting en el primario es:

$$\vec{P}_1 = \vec{E}_1 \times \vec{H}_1 =$$

$$\vec{a}_\rho \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \cdot \frac{1}{ld} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (13)$$

En la Fig.2, podemos apreciar que dadas las direcciones de  $E$  y  $H$  efectivamente el vector de Poynting apunta desde el primario al campo, y esto ocurre en cualquier transformador.

La potencia que es transferida del devanado al campo es:

$$P_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (14)$$

(14) proviene de multiplicar el vector de Poynting por la sección longitudinal del devanado ( $l \cdot d$ ).

En el secundario,

$$\vec{P}_2 = \vec{E}_2 \times \vec{H}_2 =$$

$$= \vec{a}_\rho \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \cdot \frac{1}{ld} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (15)$$

En la Fig.3 vemos como en cualquier transformador el vector de Poynting apunta desde el campo al secundario.

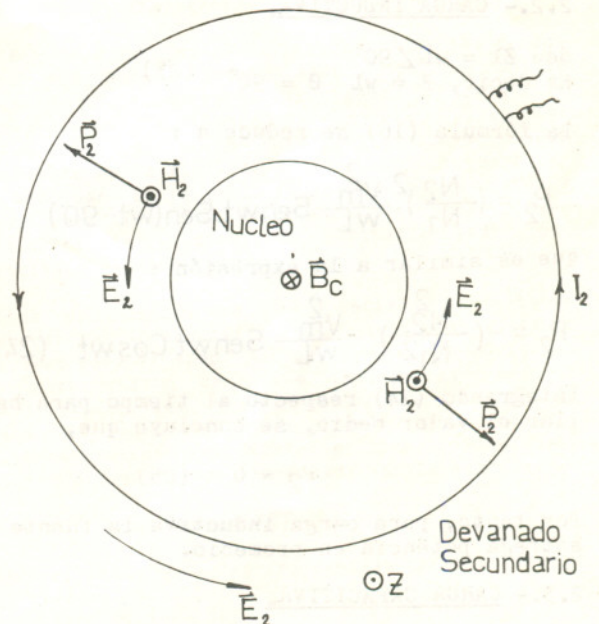


Fig.3.- Secundario en corte transversal. El vector de Poynting apunta del campo al secundario.

La potencia que fluye del campo al secundario es:

$$P_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (16)$$

Para concluir el trayecto, la carga absorbe,

$$P_L = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{Z} \text{Sen}wt \text{Sen}(wt - \theta) \quad (17)$$

De este modo se tiene,



$$P_s = P_l = P_1 = P_2 \quad (18)$$

Como ocurre en un transformador ideal.

## 2.- ANALISIS PARA LOS TRES TIPOS DE CARGA.

Utilizando las expresiones matemáticas del apartado (1), procederemos a sustituir la impedancia  $Z_l$  por los tres elementos circuitales básicos: resistencia, inductancia y capacidad.

### 2.1.- CARGA RESISTIVA.

Sea  $Z_l = R$ , por tanto:  $\theta = 0^\circ$  (19) y la potencia entregada por el campo al secundario es:

$$P_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{V_m^2}{R} \cdot \text{Sen}^2(\omega t) \quad (20)$$

El valor medio de  $P$ , está dado por:

$$P_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot \frac{V_m^2}{2R} \quad (21)$$

y reduciendo:

$$P_2 = \frac{V_{2\text{eff}}^2}{R} \quad (22)$$

La fórmula (22) es efectivamente correcta para una carga resistiva.

### 2.2.- CARGA INDUCTIVA.

Sea  $Z_l = \omega L \angle 90^\circ$   
Es decir,  $Z = \omega L$   $\theta = 90^\circ$  (23)

La fórmula (16) se reduce a:

$$P_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{\omega L} \text{Sen}\omega t \cdot \text{Sen}(\omega t - 90^\circ)$$

que es similar a la expresión:

$$P_2 = -\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_m^2}{\omega L} \text{Sen}\omega t \text{Cos}\omega t \quad (24)$$

Integrando (24) respecto al tiempo para hallar el valor medio, se concluye que,

$$P_2 = 0 \quad (25)$$

Por tanto, para carga inductiva la fuente no entrega potencia en promedio.

### 2.3.- CARGA CAPACITIVA.

Sea  $Z_l = 1 / \omega C \angle -90^\circ$   
Es decir,  $Z = 1 / \omega C$   $\theta = -90^\circ$  (26)

Sustituyendo en (16),

$$P_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \cdot \omega C \cdot V_m^2 \cdot \text{Sen}\omega t \cdot \text{Sen}(\omega t + 90^\circ)$$

que reducida es:

$$P_2 = -\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \cdot \omega C \cdot V_m^2 \cdot \text{Sen}\omega t \text{Cos}\omega t \quad (27)$$

y con valor medio:

$$P_2 = 0 \quad (28)$$

Con carga capacitiva la fuente suministra potencia media cero.

## CONCLUSIONES

- (i) El vector de Poynting en un transformador ideal (o real) apunta del primario al campo y de este al secundario.
- (ii) Para carga resistiva, la potencia media es diferente de cero, y su valor está dado por:  $(V_2)_{\text{eff}}^2 / R$ .
- (iii) Con inductancia pura o capacidad paralela el transformador ideal no absorbe potencia promedio de la fuente, puesto que  $\vec{H}$  y  $\vec{E}$  están en cuadratura.
- (iv) Es de destacar el hecho de que (27) y (24) poseen signos opuestos, lo que es obvio, pues un capacitor genera reactivos mientras que la inductancia los consume.

## SIMBOLOS

- I: Corriente Instantanea.
- V: Tensión Instantanea.
- $P_s$ : Potencia entregada por la fuente.
- $P_l$ : Potencia absorbida por la carga.
- $P$ : Potencia asociada con el vector de Poynting.
- $\vec{P}$ : Vector de Poynting.
- $\vec{H}$ : Intensidad de campo magnético.
- $\vec{E}$ : Intensidad de campo eléctrico.
- l: Longitud de una espira.
- d: Altura del devanado.
- N: Número de espiras.

El subíndice 1 indica primario y 2 secundario.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Carl T. A. Johnk, Teoría Electromagnética: Principios y Aplicaciones, Limusa, México, 1981.
- 2.- Paul Lorrain, The Vector Poynting in a Transformer, Am. J. Phys. 52, 987 - 988 (1984).
- 3.- E.E. Staff del M.I.T., Circuitos Magnéticos y Transformadores, Reverté, Argentina, 1980.

## BIOGRAFIA



DELGADO, R. JESUS A. Nació en Bogotá el año de 1964. Estudios superiores en la Universidad Nacional de Colombia en Ingeniería Eléctrica orientada hacia el Área de Potencia y en la Universidad de los Andes Ingeniería Eléctrica con enfoque hacia el campo del control.

Colabora activamente con el Departamento de Física de la Universidad de los Andes. Ha participado en diversos eventos científicos de orden internacional.