

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE INGENIERÍA

PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS SUJETAS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAXIAL POR LOS MÉTODOS: LRFD, ACI Y EUROCÓDIGO 3

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

DAYANA GABRIELA SILVA CRUZ

DIRECTOR: ING. JORGE VINTIMILLA

Quito, noviembre 2007

DECLARACIÓN

Yo, Dayana Gabriela Silva Cruz, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

DAYANA SILVA CRUZ

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Dayana Silva Cruz, bajo mi supervisión.

Ing. Jorge Vintimilla

DIRECTOR DE PROYECTO

AGRADECIMIENTOS

Ante todo le doy gracias a Dios por que siempre ha estado junto a mí en todo momento guiándome.

Le doy las gracias a mi familia ya que sin su apoyo y constancia no hubiera llegado a culminar este gran paso en mi vida profesional. Te doy las gracias mamita linda por que con tu ejemplo, tu guía, tu apoyo, tu lucha día a día nos has sacado adelante a nosotras tres, te doy las gracias ponguito por que siempre puedo contar contigo, gracias peke por que en ti encuentro la fortaleza de toda mi vida, gracias Vane por que siempre estas a mi lado, gracias mi Isma por que eres la alegría de nuestras vidas.

A toda mi familia Cruz por que son ellos quienes han estado junto a nosotras tres siempre!.

De manera especial quiero agradecer al Ingeniero Jorge Vintimilla quien confió en mí siempre ya que con su apoyo incondicional he sacado adelante este trabajo.

A mis compañeros y amigos que estuvieron conmigo Edison, Alex, Gaby, Pedro, Sarita, Gis, Mary, Nathy, Carlitos. A Soraya, Julio y Cristina gracias por su amistad y su respeto.

A mi mejor amiga, Karlita, gracias por brindarme tu amistad sincera y por que puedo contar contigo siempre y muchas gracias a su familia por que me hacen sentir parte de ellos.

Gracias a todas las personas que de una u otra forma han estado apoyándome a lo largo de mi vida.

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a mi familia que es el pilar de mi vida, a mi mami Eulalia Cruz, a mi papi Ramiro Silva, a mis hermanas Alejandra y Vanessa y a mi sobrino Ismael.

Dayana G. Silva C.

RESUMEN

El presente trabajo contempla un tema tan importante en el ámbito de la construcción actual como son las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón.

Para un mejor entendimiento y aprovechamiento de las características de las columnas compuestas se estudian las propiedades de los elementos que las componen, como son el acero y el hormigón. Así mismo, se ha incorporado un tema que facilita el estudio de este tipo de elementos compuestos como es el estudio de la flexocompresión biaxial.

También se indican los diferentes tipos de columnas compuestas y sus ventajas como método de construcción.

Las normas con las que se lleva a cabo el diseño de las columnas compuestas sujetas a flexocompresión biaxial, son las que ofrecen los códigos:

- Load and Resistance Factor Design for Structural Steel Buildings (LRFD) de la AISC.
- Los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario.
- Las especificaciones del EUROCÓDIGO de la Norma Española Experimental UNE-ENV 1994-1-1

En base a la teoría recopilada se desarrolla un programa que facilita el diseño de las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón sujetas a flexocompresión biaxial que, de acuerdo a cada norma, ofrece diagramas y ecuaciones de interacción de dichos elementos.

Finalmente se presentan ejemplos prácticos de aplicación del programa desarrollado en esta tesis, consecuentemente se indican las diferentes aplicaciones y limitaciones del programa.

PRESENTACIÓN

La construcción compuesta de hormigón y acero no ha tenido hasta ahora una amplia acogida, entre otras razones por la carencia de estudios y normativas que permitan establecer criterios de aplicación; no obstante el uso de los materiales del hormigón y el acero, por separado, es mucho más habitual ya sea en elementos de hormigón armado o en piezas metálicas, esto se debe posiblemente a que cuentan con una reglamentación propia.

Esta tesis se estudia un caso específico de elementos compuestos como son las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón sujetas a flexocompresión biaxial, de tal forma que se han recopilado las normas de los códigos que tiene en cuenta este tema en especial:

- Las especificaciones del Load and Resistance Factor Design for Structural Steel Buildings (LRFD) de la AISC.
- Los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario y
- Y las especificaciones del EUROCÓDIGO de la Norma Española Experimental UNE-ENV 1994-1-1.

Y así lograr la elaboración de un programa que sirva de ayuda en el diseño de las columnas compuestas.

De esta forma se pretende dar una herramienta que facilite el uso de las columnas compuestas siendo probable que así se incremente el uso de estos elementos.

CONTENIDO

DECLARACIÓN.....	I
CERTIFICACIÓN.....	II
AGRADECIMIENTOS.....	III
DEDICATORIA.....	IV
RESUMEN.....	V
PRESENTACIÓN.....	VII
CONTENIDO.....	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XIII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XVI

CAPÍTULO I

1.1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 OBJETIVO GENERAL.....	3
1.2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.....	3
1.3 METODOLOGÍA.....	4

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE LA SECCIÓN COMPUESTA.....	5
2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES.....	5
2.1.1 HORMIGÓN.....	5
2.1.1.1 Propiedades en compresión.....	5
2.1.1.1.1 <i>Cargas de corta duración</i>	5
2.1.1.1.2 <i>Cargas actuantes a largo plazo</i>	7
2.1.1.2 Resistencia a la tensión.....	9
2.1.1.3 Efectos de retracción.....	9
2.1.2 ACERO.....	11
2.1.2.1 Propiedades del acero estructural.....	11
2.1.2.1.1 <i>Resistencia y Ductilidad</i>	11
2.2 ESTUDIO TEÓRICO DE LA FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL.....	14
2.2.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES.....	15

2.2.1.1	Requisitos de la sección transversal para su análisis por el método global elástico.....	18
2.2.1.2	Secciones Transversales Clase 4.	21
2.2.2	ESBELTEZ DE LAS PIEZAS.....	21
2.2.3	COMPRESIÓN.....	23
2.2.3.1	Pandeo elástico de Euler.....	23
2.2.3.2	Efecto de la curvatura inicial de columna en su comportamiento a pandeo según el LRFD.....	27
2.2.3.3	Pandeo inelástico de columnas según el LRFD.....	30
2.2.3.4	Diseño de elementos comprimidos de acuerdo con el EUROCÓDIGO 3.....	31
2.2.3.5	Pandeo local.....	34
2.2.3.5.1	<i>Pandeo Local de los elementos que constituyen la sección transversal de la columna según el LRFD.....</i>	<i>34</i>
2.2.3.5.2	<i>Pandeo Local de los elementos que constituyen la sección transversal de la columna según el EUROCÓDIGO 3.....</i>	<i>40</i>
2.2.3.6	Longitud efectiva del elemento.....	42
2.2.4	FLEXOCOMPRESIÓN BIAXIAL.....	43
2.2.4.1	Carga axial y Flexión Biaxial Combinadas, de acuerdo al LRFD.....	46
2.2.4.1.1	<i>Obtención de Mu.....</i>	<i>46</i>
2.2.4.1.2	<i>Obtención de Mn.....</i>	<i>53</i>
2.2.4.2	Carga axial y Flexión Biaxial Combinadas, de acuerdo al EUROCÓDIGO EUROCÓDIGO 3.....	54
2.3	CONSTRUCCIÓN COMPUESTA.....	57
2.3.1	CARACTERÍSTICAS DE LA CONSTRUCCIÓN COMPUESTA.....	58
2.3.1.1	Aspectos Arquitectónicos.....	58
2.3.1.2	Aspectos Económicos.....	58
2.3.1.3	Aspectos Funcionales.....	59
2.3.2	COLUMNAS COMPUESTAS.....	60
2.3.2.1	Tipos De Columnas Compuestas.....	60
2.3.2.1.1	<i>Rellenas.....</i>	<i>61</i>
2.3.2.1.2	<i>Recubiertas.....</i>	<i>62</i>
2.3.2.1.3	<i>Abiertas.....</i>	<i>62</i>

2.3.2.1.4	<i>Híbridas</i>	62
2.3.2.2	<i>Flexocompresión Biaxial</i>	63
2.3.2.2.1	<i>Pandeo local de elementos de acero</i>	64
2.3.2.2.2	<i>Limitaciones</i>	65
2.3.2.2.2.1	<i>Limitaciones de acuerdo al LRFD</i>	65
2.3.2.2.2.2	<i>Limitaciones de acuerdo al ACI</i>	66
2.3.2.2.2.3	<i>Limitaciones de acuerdo al EUROCÓDIGO</i>	67
2.3.2.2.3	<i>Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales</i>	69
2.3.2.2.3.1	<i>Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al LRFD</i>	69
2.3.2.2.3.2	<i>Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al ACI</i>	71
2.3.2.2.3.3	<i>Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al EUROCÓDIGO</i>	72
2.3.2.2.4	<i>Esbeltz de la columna compuesta</i>	75
2.3.2.2.4.1	<i>Esbeltz de la columna compuesta conforme al LRFD</i>	75
2.3.2.2.4.2	<i>Esbeltz de la columna compuesta conforme al ACI</i>	76
2.3.2.2.4.3	<i>Esbeltz de la columna compuesta conforme al EUROCÓDIGO</i>	78
2.3.2.2.5	<i>Resistencia a pandeo de una pieza comprimida</i>	80
2.3.2.2.5.1	<i>Resistencia a pandeo de una pieza comprimida conforme al LRFD</i>	80
2.3.2.2.5.2	<i>Resistencia a pandeo de una pieza comprimida conforme al EUROCÓDIGO</i>	81
2.3.2.2.6	<i>Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión</i>	83
2.3.2.2.6.1	<i>Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al LRFD</i>	83
2.3.2.2.6.2	<i>Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al ACI</i>	93
2.3.2.2.6.3	<i>Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al EUROCÓDIGO</i>	105
2.3.2.2.7	<i>Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos</i>	117

2.3.2.2.7.1	<i>Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al LRFD.....</i>	118
2.3.2.2.7.2	<i>Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al ACI.....</i>	121
2.3.2.2.7.3	<i>Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al EUROCÓDIGO.....</i>	123
2.3.2.2.8	<i>Resistencia del elemento sometido a compresión axial y momento flector en dos planos.....</i>	127
2.3.2.2.8.1	<i>Flexocompresión Biaxial de acuerdo al LRFD.....</i>	127
2.3.2.2.8.2	<i>Flexocompresión Biaxial de acuerdo al ACI.....</i>	128
2.3.2.2.8.3	<i>Flexocompresión Biaxial de acuerdo al EUROCÓDIGO.....</i>	130
2.3.2.3	Resumen de Ecuaciones de los Métodos LRFD, ACI y EUROCÓDIGO.....	135
2.3.2.3.1	<i>Diseño de columnas compuestas por el método del AISC-LRFD.....</i>	135
2.3.2.3.2	<i>Diseño de columnas compuestas por el método del ACI.....</i>	144
2.3.2.3.3	<i>Diseño de columnas compuestas por el método del EUROCÓDIGO.....</i>	156

CAPÍTULO III

	DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS.....	165
3.1	PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS SUJETAS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL POR LOS MÉTODOS: LRFD, ACI Y EUROCÓDIGO.	165
3.2	ANÁLISIS DEL PROGRAMA.....	165
3.2.1	LRFD.....	166
3.2.2	ACI.....	167
3.2.3	EUROCÓDIGO.....	167
3.3	DIAGRAMA DE FLUJO.....	168
3.3.1	MANUAL DE USUARIO.....	200
3.3.1.1	Requerimientos del sistema.....	200
3.3.1.2	Secuencia de ejecución del programa.....	200
3.4	TABLAS Y DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN DE FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL DE COLUMNAS COMPUESTAS.....	292

CAPÍTULO IV

4.1	EJEMPLOS DE DISEÑO.....	315
4.2	APLICACIONES.....	345
4.3	RESTRICCIONES.....	345

CAPÍTULO V

5.1	CONCLUSIONES.....	346
5.2	RECOMENDACIONES.....	350

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANEXOS

CÓDIGO FUENTE

INSTRUCTIVO

ÍNDICE DE FIGURAS

Nº	Nombre	
2.1.1	Curva típica esfuerzo–deformación del concreto.....	6
2.1.2	Curva típica de flujo plástico.....	8
2.1.3	Curva retracción–tiempo.....	10
2.1.4	Curvas de esfuerzo–deformación para varios tipos de acero.....	12
2.1.5	Diagrama tensión–deformación del acero.....	14
2.2.1	Notación de las secciones de acero.....	17
2.2.2	Elemento a compresión.....	24
2.2.3	Hipérbola de Euler.....	25
2.2.4	Condiciones de vinculación del elemento.	27
2.2.5	Elemento comprimido con curvatura inicial.....	29
2.2.6	Curva tensión de compresión –deformación.....	30
2.2.7	Curvas europeas de pandeo.	33
2.2.8	Pandeo local de la sección transversal.	35
2.2.9	Sección transversal de la columna rigidizada.....	38
2.2.10	Elementos solicitados por flexión y carga axial de compresión.....	43
2.2.11	Comportamiento de viga – columna, efecto P – d.....	44
2.2.12	Comportamiento de viga – columna, efecto P – ?.....	45
2.2.13	Columna empotrada solicitada por cargas axiales y horizontales.....	47
2.2.14	Modelo para la evaluación de M_{Nt} y M_{Lt}	49
2.2.15	Modelo para evaluar ϕ_o	50
2.3.1	Columnas compuestas rellenas.....	61
2.3.2	Columnas compuestas recubiertas.....	62
2.3.3	Columnas compuestas abiertas.....	62
2.3.4	Columnas compuestas híbridas.....	63
2.3.5	Secciones de acero rellenas de hormigón con nomenclatura de Símbolos.....	64
2.3.6	Distribución de tensiones para la resistencia de una sección, EUROGÓDIGO.....	73

2.3.7	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al LRFD.....	84
2.3.8	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al LRFD.....	86
2.3.9	Diagrama de interacción P – M para compresión y flexión uniaxial.....	94
2.3.10	Hipótesis del ACI sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión.....	95
2.3.11	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al ACI.....	96
2.3.12	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al ACI.....	99
2.3.13	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al EUROCÓDIGO.....	106
2.3.14	Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al EUROCÓDIGO.....	112
2.3.15	Sección transversal de una columna compuesta con esfuerzos biaxiales.....	118
2.3.16	Distribución de tensiones en una sección rectangular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al LRFD.....	119
2.3.17	Distribución de tensiones en una sección circular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al LRFD.....	119
2.3.18	Distribución de tensiones en una sección rectangular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al ACI.....	122
2.3.19	Distribución de tensiones en una sección circular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al ACI.....	122
2.3.20	Distribución de tensiones en una sección rectangular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al EUROCÓDIGO.....	123
2.3.21	Distribución de tensiones en una sección circular compuesta sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al EUROCÓDIGO.....	126
2.3.22	Columna compuesta con momentos en los extremos.....	132
2.3.23	Proceso de cálculo de μ , para compresión y flexión monoaxial.....	133
3.4.1	Diagrama de Interacción del Ejemplo 1, norma LRFD.....	293
3.4.2	Diagrama de Interacción del Ejemplo 1, norma ACI.....	295

3.4.3	Diagrama de Interacción del Ejemplo 1, norma EUROCÓDIGO.....	297
3.4.4	Diagrama de Interacción del Ejemplo 2, norma LRFD.....	299
3.4.5	Diagrama de Interacción del Ejemplo 2, norma EUROCÓDIGO.....	301
3.4.6	Diagrama de Interacción del Ejemplo 5, norma LRFD.....	303
3.4.7	Diagrama de Interacción del Ejemplo 5, norma ACI.....	305
3.4.8	Diagrama de Interacción del Ejemplo 5, norma EUROCÓDIGO.....	307
3.4.9	Diagrama de Interacción del Ejemplo 6, norma LRFD.....	309
3.4.10	Diagrama de Interacción del Ejemplo 6, norma ACI.....	311
3.4.11	Diagrama de Interacción del Ejemplo 6, norma EUROCÓDIGO.....	313

ÍNDICE DE TABLAS

Nº	Nombre	
2.2.1	Relaciones ancho – espesor, secciones compactas.....	16
2.2.2	Relaciones ancho – espesor límite, γ_r	16
2.2.3	Relaciones ancho – espesor, piezas comprimidas, de acuerdo al EUROCÓDIGO 3.....	19
2.2.4	Anchos eficaces de elementos internos sometidos a Compresión.....	22
2.2.5	Coefficiente de imperfección α	33
2.2.6	Tipo de curvas de pandeo.....	34
2.2.7	Condiciones de vinculación de los bordes.....	36
2.2.8	Relación ancho – espesor límite, γ_r , elementos rigidizados.....	37
2.2.9	Relación ancho – espesor en piezas comprimidas, Clase 4.....	42
2.2.10	Valores de los coeficientes γ y C_m	53
2.2.11	Coefficiente de momento equivalente, de acuerdo al EUROCÓDIGO.....	56
2.2.12	Coefficiente relativo al momento equivalente.....	57
2.3.1	Coefficientes parciales de seguridad para las resistencias.....	73
2.3.2	Valores límite de $\bar{\lambda}$ afectados por cargas de larga duración.....	80
2.3.3	Selección de curvas de pandeo, para columnas compuestas.....	83
3.4.1	Distribución de Diagramas de Interacción.....	292

CAPÍTULO I

1.1 INTRODUCCIÓN

Hasta hace poco, cuando se hablaba de construcción compuesta se pensaba automáticamente en una viga de acero y una losa de concreto. Sin embargo, hoy en día se utilizan otras combinaciones, como cubiertas celulares de acero, madera y concreto, y *columnas compuestas de acero y hormigón*.

La construcción compuesta posibilita la total utilización simultánea de los dos materiales de construcción de mayor importancia en nuestra época y probablemente en un futuro bastante largo.

La utilización conjunta del acero y el hormigón ha sido una idea fructífera desarrollada en parte, con anterioridad, por las tecnologías del hormigón armado y pretensado, que han llevado a la creación de nuevos e importantes logros estructurales, funcionales y estéticos.

En la edificación, en particular en aquellas construcciones con luces y cargas de importancia, el empleo de la construcción compuesta viene extendiéndose en base a sus particularidades: apropiada rigidez, mínimos pesos a bajo costo, grandes posibilidades de uso de la prefabricación, por la facilidad de uniones, favoreciendo la rápida ejecución.

Existiendo así edificaciones con cargas y luces de importancia, donde las columnas constituyen uno de los elementos críticos de diseño, ya sea por las dificultades que acarrearán las grandes dimensiones de las secciones de dichos elementos necesarias para resistir tales sollicitaciones o por los problemas de inestabilidad derivados de la esbeltez de las mismas.

En el campo de la arquitectura y en el campo económico las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón presentan una importante serie de

ventajas, siendo muy valoradas por los diseñadores actuales y por los ingenieros de la construcción.

Algunas de las peculiaridades de este método de construcción aparecen detalladas a continuación:

- Al comparar las columnas de hormigón armado con las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón, se apreciará que con las últimas se podrán lograr elementos más esbeltos ya que el relleno de hormigón brinda a las secciones de acero mayor capacidad de soportar carga y mayor rigidez.
- La sección de acero sirve de encofrado permanente y de refuerzo para el hormigón, siendo innecesarios encofrados adicionales para el hormigón.
- El relleno con hormigón del perfil tubular no requiere equipos especiales diferentes a los empleados en los trabajos habituales de hormigonado.

Se han realizado investigaciones por parte del CIDECT (Comité Internacional para el Desarrollo y el Estudio de la Construcción Tubular), para establecer métodos de diseño para las columnas compuestas de perfiles tubulares, las cuales han ayudado en la elaboración de las normas europeas (EUROCÓDIGOS) y recomendaciones hasta la formulación del EUROCÓDIGO 4 “Proyecto de estructuras mixtas de Hormigón y Acero, Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación”, una parte del cual está dedicado a las columnas compuestas con perfiles tubulares; asimismo estos estudios están basados en el EUROCÓDIGO 2 (Diseño de Estructuras de Hormigón) y del EUROCÓDIGO 3 (Diseño de Estructuras de Acero).

Como es conocido, en nuestro medio no existen amplios estudios acerca de las columnas compuestas, no obstante, las normas con las que se efectúa el

diseño de estructuras de acero son las normas ofrecidas por el AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Análogamente, las normas con las que se realiza el diseño de estructuras de hormigón, en nuestro medio, son las normas proporcionadas por el AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**. En las dos normas se pueden encontrar capítulos dedicados al diseño de columnas compuestas de acero y hormigón.

Ahora bien, bajo estas circunstancias, es importante que en nuestro entorno se pueda contar con elementos como tablas y diagramas que sirvan de ayuda en el diseño de las columnas compuestas. Por tal motivo se propone el desarrollo de un programa de computador, que pueda obtener con facilidad diagramas de interacción de flexocompresión biaxial de columnas compuestas de acero rellenas de hormigón, basado en las especificaciones del LRFD, ACI y EUROCÓDIGO.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

Aplicar los métodos de diseño del LRFD, ACI y EUROCÓDIGO, de los elementos compuestos sujetos a flexocompresión biaxial, en los que se reúnen temas necesarios que permitan el análisis teórico de este tipo de elementos.

1.2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

Desarrollar un programa que permita obtener tablas y diagramas de interacción de columnas compuestas de acero rellenas de hormigón sometidas a flexocompresión biaxial además de calcular las ecuaciones de interacción de dichos elementos.

1.3 METODOLOGÍA

La metodología a seguir en la presente tesis será:

- Realizar un estudio de las propiedades de los materiales componentes de las columnas compuestas: hormigón y acero, así como las leyes de esfuerzo-deformación para cada material.
- De igual manera, realizar un estudio teórico de la flexocompresión biaxial.
- Examinar brevemente los tipos de columnas compuestas y sus ventajas como método de construcción.
- Analizar las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón sujetas a flexocompresión biaxial de acuerdo a las especificaciones del LRFD¹, ACI² y EUROCÓDIGO³; a más de recapitular las ecuaciones propuestas por éstas normas.
- Desarrollar un programa que permita obtener tablas y diagramas de interacción a más de las ecuaciones de interacción de las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón sujetas a flexocompresión biaxial conforme a las especificaciones empleadas en la presente tesis.
- Efectuar ejercicios de aplicación del programa desarrollado.
- Finalmente analizar los resultados obtenidos y establecer conclusiones y recomendaciones.

¹ *Load and Resistance Factor Design for Structural Steel Buildings (LRFD)* de la AISC.

² Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (*ACI 318S-05*) y Comentario.

³ Eurocódigo, basado en la Norma Europea Experimental (ENV).

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE LA SECCIÓN COMPUESTA

2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

Este apartado abordará, de manera sintetizada, las propiedades de los materiales integrantes de las columnas compuestas con el fin de tener definiciones básicas para desarrollos posteriores. Se tomarán en cuenta los aspectos deformativo-resistentes del acero estructural, así como varios aspectos del comportamiento deformativo del hormigón. Las propiedades no mecánicas del hormigón no serán citadas pues, en este caso, no es necesario su conocimiento detallado.

2.1.1 HORMIGÓN

Para entender e interpretar el comportamiento del hormigón como parte integrante de un elemento compuesto, es necesario estudiar de manera sintetizada las propiedades resistentes del hormigón y su deformabilidad bajo diferentes causas.

2.1.1.1 Propiedades en compresión

2.1.1.1.1 Cargas de corta duración

Para conocer el comportamiento del concreto, se debe determinar las curvas esfuerzo-deformación correspondientes a los distintos tipos de acciones a las que puede estar sujeto.

Debido a que el concreto se utiliza principalmente en compresión, es preciso estudiar su curva esfuerzo-deformación unitaria a la compresión. Dicha curva se obtiene de la medición de la deformación unitaria del ensayo de prismas

sujetos a carga axial repartida uniformemente en la sección transversal mediante una placa rígida.

En la curva típica esfuerzo-deformación (figura 2.1.1), se puede apreciar que el concreto no es un material elástico y que la parte inicial de esta curva no es estrictamente recta, sin embargo, podría considerarse una porción recta hasta aproximadamente el 40% de la resistencia última f'_c . Se observa, además, que la curva llega a un máximo y después tiene una rama descendente. Este descenso se produce usualmente a una carga menor que la máxima⁴.

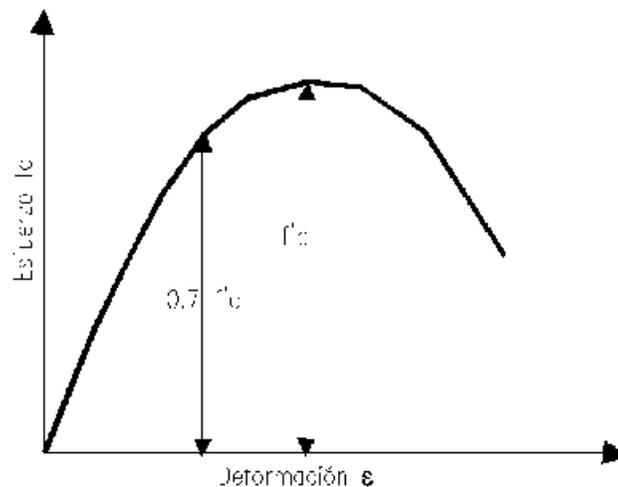


Figura 2.1.1 Curva típica esfuerzo – deformación del concreto.

El Módulo de Elasticidad E_c , es la pendiente del tramo recto inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria (figura 2.1.1), siendo función principalmente de la resistencia del concreto y de su peso volumétrico. Según el Código ACI se tiene la siguiente ecuación empírica:

$$E_c = wc^{1.5} 0.14 \sqrt{f'_c} \quad (2.1.1)$$

Donde wc está comprendido entre 1400 y 2480 Kg/m^3 , para concreto de peso normal; f'_c está en valores de (Kg/cm^2) .

⁴ NAWY, Edward. **Concreto Reforzado**, Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México, p. 48

2.1.1.1.2 Cargas actuantes a largo plazo

En el caso del concreto, cuando está sometido a una carga, éste adquiere una deformación inicial, si la carga permanece aplicada la deformación aumenta con el tiempo, aún cuando no se incremente la carga.

El **flujo plástico** o fluencia del material lateral, es el incremento en deformación respecto al tiempo debido a una carga sometida, donde la deformación inicial, debida a la carga, es la *deformación elástica*; igualmente la deformación adicional, debida a la misma carga sostenida, es la *deformación por flujo plástico*.

En la figura 2.1.2 se puede observar el incremento por flujo plástico respecto al tiempo. El flujo plástico no es completamente reversible, si el modelo se descarga después de un período bajo una carga sostenida se obtiene una recuperación elástica inmediata ya que es menor a la deformación producida por la carga. La recuperación instantánea es seguida por una disminución gradual en deformación, llamada *recuperación por flujo plástico*. La magnitud de la recuperación depende de la edad del concreto cuando se carga, mientras que las deformaciones residuales se mantienen constantes en el elemento estructural⁵.

Otros factores que afectan a las deformaciones por flujo plástico son las propiedades de los materiales constituyentes del concreto, las proporciones de la mezcla y la humedad del ambiente. Es importante mencionar que, como el flujo plástico aumenta con el nivel de carga, este fenómeno tiende a aliviar las zonas de máximo esfuerzo y, por tanto, a uniformizar los esfuerzos en un elemento.

Un punto importante de los efectos del flujo plástico, es que la excentricidad inicial de una columna de concreto reforzado se incrementa con el tiempo debido al flujo plástico, dando como resultado una transferencia de la carga de compresión del concreto hacia el acero en la sección. Una vez que el acero fluye, el concreto tendrá que soportar una carga adicional, como

⁵ NAWY, Edward. **Concreto Reforzado**, Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México, p. 55

consecuencia, la capacidad de resistencia de la columna se reduce y la curvatura de la columna aumenta más, dando como resultado sobreesfuerzos en el concreto, conduciéndola a la falla.

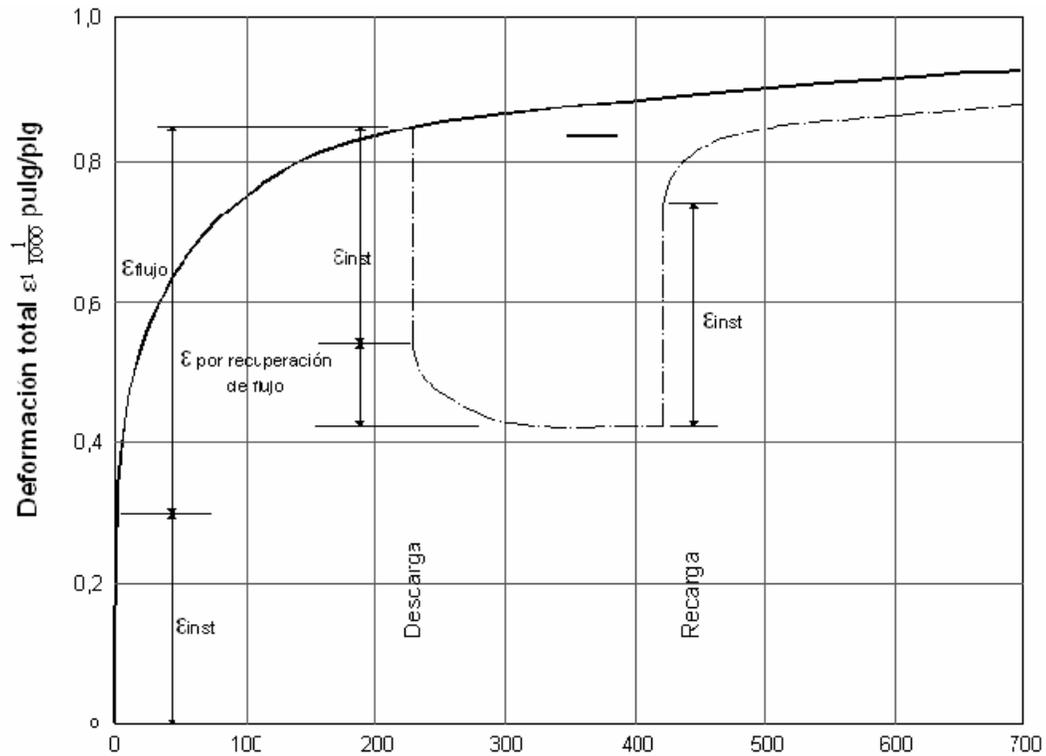


Figura 2.1.2 Curva típica de flujo plástico.

En el caso de los esfuerzos que no exceden la mitad de la resistencia del espécimen, las deformaciones unitarias por flujo plástico son directamente proporcionales al esfuerzo. Debido a que las deformaciones unitarias elásticas iniciales son también proporcionales al esfuerzo en este rango, se puede definir el *coeficiente de flujo plástico (creep coefficient)* como la relación entre la deformación unitaria adicional por flujo plástico (ϵ_{cu}) y la deformación unitaria instantánea (ϵ_{ci}) cuando la carga se aplica por primera vez⁶.

$$C_{cu} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{ci}} \quad (2.1.2)$$

⁶ NILSON, Arthur H. **Diseño de Estructuras De Concreto**, Mc Graw-Hill, p. 42, 43

El flujo plástico también puede expresarse en términos de *flujo plástico específico* d_{cu} , definido como la deformación unitaria adicional en el tiempo por unidad de esfuerzo (Kg/cm²):

$$C_{cu} = E_c \delta_{cu} \quad (2.1.3)$$

El coeficiente de flujo plástico para un tiempo dado C_{ct} , puede relacionarse con el coeficiente de flujo plástico último C_{cu} :

$$C_{ct} = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_{cu} \quad (2.1.4)$$

Donde t es el tiempo en días después de la aplicación de la carga.

2.1.1.2 Resistencia a la tensión

El conocimiento de la resistencia a la tensión del concreto es importante para el diseño en tensión diagonal y para otros tipos de comportamientos en donde la tensión es el fenómeno predominante. La resistencia a tensión no representa una buena correlación con la resistencia a la compresión. Una aproximación para la resistencia a la tensión f_{ct} es $0.10f'_c < f_{ct} < 0.20 f'_c$ ⁷.

2.1.1.3 Efectos de retracción

Las deformaciones por retracción se deben esencialmente a cambios en el contenido de agua del concreto a lo largo del tiempo. El agua de la mezcla se va evaporando e hidrata el cemento. Esto produce cambios volumétricos en la estructura interna del concreto, que a su vez producen deformaciones. Por lo señalado anteriormente, es indiscutible que la mejor manera para disminuir la retracción de fraguado es reduciendo el contenido de agua del concreto fresco al

⁷ NAWY, Edward. **Concreto Reforzado**, Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México, p. 45

mínimo compatible con la manejabilidad requerida. Adicionalmente, un curado cuidadoso y prolongado resultará benéfico para el control de dicha retracción.

La retracción tiende a producir esfuerzos debido a las restricciones al libre desplazamiento del elemento que existen en la realidad. Si el concreto pudiera encogerse libremente, la retracción no produciría ni esfuerzos ni grietas. Para concretos normales, los valores de retracción de fraguado final están generalmente en el orden de 400×10^{-6} a 800×10^{-6} pulg./pulg., dependiendo: del contenido inicial del agua, de la temperatura y humedad ambiente y de la naturaleza de los agregados.

La figura 2.1.3 relaciona el aumento en la deformación por retracción e_{sh} respecto al tiempo. La relación disminuye con el tiempo, pues los concretos más viejos son más resistentes a esfuerzos y en consecuencia experimentan menos retracción, de tal modo que la deformación por retracción viene a ser casi asintótica con el tiempo.

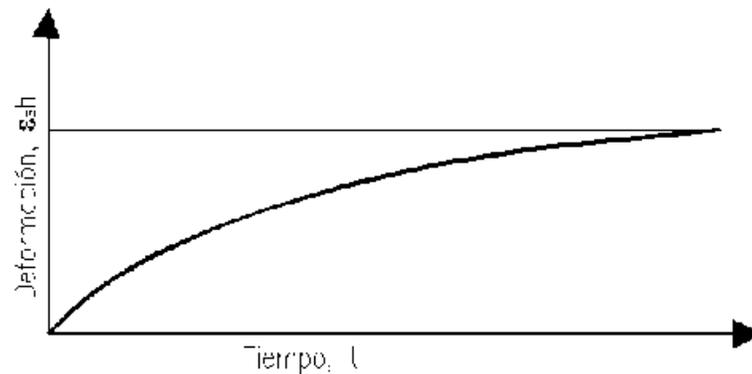


Figura 2.1.3 Curva retracción – tiempo.

Cuando el concreto está restringido por el refuerzo o por cualquier otro medio, la tendencia a la expansión se traduce en una compresión.

2.1.2 ACERO

Puesto que el concreto es fuerte en compresión pero débil en tensión, hay que contar con acero de refuerzo para resistir los esfuerzos de tensión que resulten de las cargas aplicadas.

Siendo que el acero y el concreto deben deformarse simultáneamente, para conseguir una acción efectiva del refuerzo, es necesario que exista adherencia entre los dos materiales y así asegurar que no hayan movimientos relativos entre los dos materiales.

El acero empleado en la construcción compuesta es el acero estructural. Las propiedades que llevarán a un comportamiento conjunto satisfactorio entre el acero y el hormigón son las siguientes:

2.1.2.1 Propiedades del acero estructural

El **límite elástico** es el término utilizado generalmente para establecer el punto de fluencia de los aceros estructurales comunes o la tensión correspondiente a una determinada deformación en los aceros que no tienen un punto de fluencia perfectamente definido (figura 2.1.4).

Hoy, con el crecimiento exponencial de la tecnología actual y la globalización del mercado, se ofrece una amplia gama de diferentes clases de acero estructural; así por ejemplo la ASTM normaliza aceros con límites elásticos que varían desde 1690 a 7000 Kg./cm².

2.1.2.1.1 Resistencia y Ductilidad

La resistencia y la ductilidad son las características más importantes del acero en el proceso de su diseño estructural. Al comparar secciones transversales

idénticas de acero y hormigón armado, el primero posee mayor resistencia y rigidez que el segundo, lo que permite al proyectista emplear menos soportes creando luces grandes con miembros relativamente pequeños y un mínimo peso propio.

Figura 2.1.4 Curvas de esfuerzo-deformación para varios tipos de acero.

La ***Ductilidad*** es la capacidad de un material para experimentar deformaciones grandes sin romperse, consigue que un miembro de acero fluya al

sobrecargarle y redistribuya algo de su carga a otros elementos que forman parte de la estructura.

En ausencia de la ductilidad adecuada:

- a) Hay una mayor posibilidad de un fallo por fatiga, debido a la acción de cargas repetidas.
- b) Se puede originar una fractura frágil.

Las propiedades mecánicas, módulo de elasticidad, límite elástico, resistencia a la tracción y la elongación se determinan a través de datos tomados sobre el producto laminado final durante el ensayo de tracción simple o monotónica y permiten establecer el grado de ductilidad del acero; aunque se puede considerar que una medida mejor y más representativa de la ductilidad, para un miembro sometido a flexión, es el área por debajo del diagrama momento-curvatura.

Del diagrama tensión-deformación (figura 2.1.5), se puede estimar un período elástico hasta alcanzar una tensión equivalente a su límite elástico F_y , a la que corresponde una deformación unitaria e_y y e_{ed} , donde e_{ed} representa la deformación unitaria a partir de la cual comienza el endurecimiento por deformación, hasta alcanzar el valor de e_{ult} correspondiente al alargamiento unitario de rotura.

Para la mayoría de los propósitos y cálculos estructurales, se emplean los valores siguientes para el acero:

1. Peso = 7850 Kg/m³.
2. El coeficiente de expansión térmica, $CET = a = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (0.0000065[°]F⁻¹).
3. Coeficiente de Poisson = 0.3

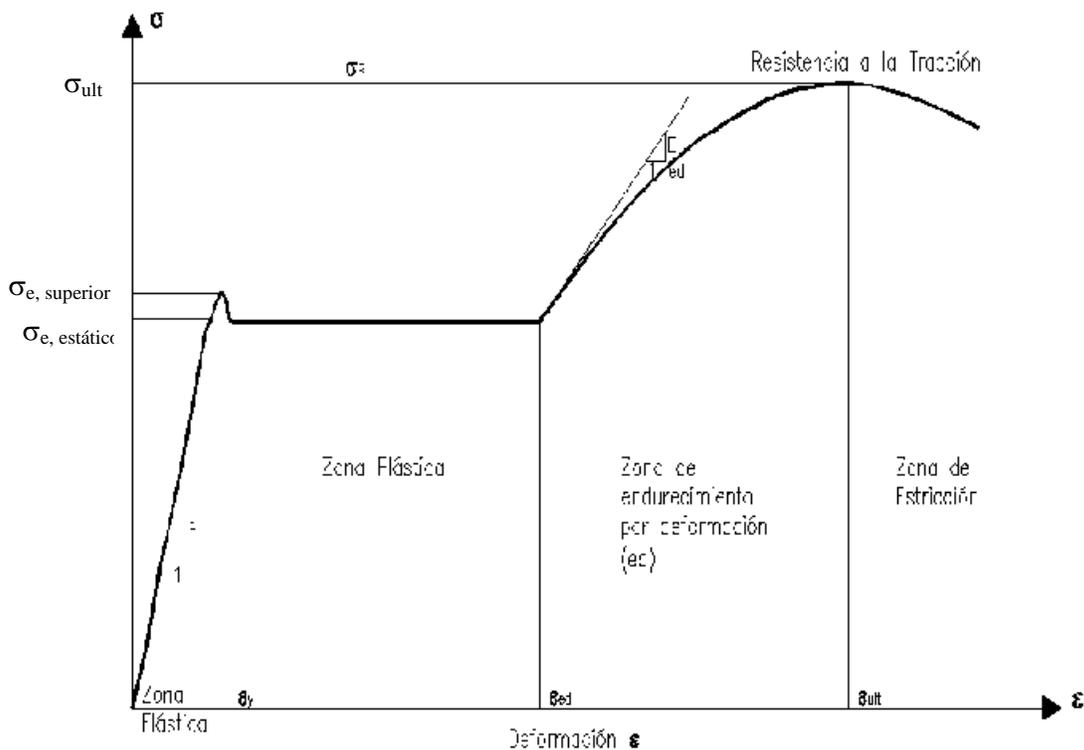


Figura 2.1.5 Diagrama tensión-deformación para el acero.

2.2 ESTUDIO TEÓRICO DE LA FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL

En este punto es importante aclarar que la presente tesis se guiará en base de las normas de los códigos:

- ❖ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Que en adelante se denominará especificación LRFD.
- ❖ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**. Que en adelante se denominará especificación ACI.

- ❖ EUROCÓDIGO, basado en la Norma Europea Experimental (ENV)⁸, que a su vez se subdivide en tres códigos:

EN 1992 EUROCÓDIGO 2 Proyecto de estructuras de hormigón, (EC2).

EN 1993 EUROCÓDIGO 3 Proyecto de estructuras metálicas, (EC3).

EN 1994 EUROCÓDIGO 4 Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero, (EC4).

2.2.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES

Una condición básica para que los cálculos efectuados en una estructura se adapten a su comportamiento real consiste en que ésta se aproxime en la mayor medida de lo posible a las hipótesis con las que se efectúa el mismo. Cuando se utilice un análisis elástico, se podrá considerar cualquier tipo de sección transversal siempre y cuando en el cálculo de los diferentes elementos se consideren las posibles limitaciones de la resistencia de la sección transversal debida a su pandeo local.

Las normas establecen una clasificación de las secciones transversales en función de su capacidad para adaptarse a las hipótesis básicas de cálculo, empleando de esta forma, por ejemplo, las especificaciones del AISC, diferencia entre *secciones compactas*, *no compactas* y *secciones de elementos esbeltos*, entendiéndose que una sección es compacta si es capaz de desarrollar en su totalidad una articulación plástica.

La sección se considerará *compacta* cuando, estando conectadas las alas continuamente al alma, las relaciones ancho - espesor de todos los elementos son iguales o menores que el valor límite λ_p dado por la tabla 2.2.1.

Si la relación ancho-espesor de al menos un elemento es mayor que λ_p pero en todos los elementos a compresión son iguales o menores que el valor

⁸ <http://www.highways.gov.uk/business/3521.aspx#top>

límite λ_r que para los diferentes tipos de perfiles, se define en la tabla 2.2.2 de acuerdo a la notación de la figura 2.2.1, la sección se dice que *no es compacta*, y si esta limitación no se cumple el elemento se dice que es *esbelto a compresión* y que la sección transversal es de elemento esbelto y pandeará elásticamente antes de que cualquier parte de la sección entre en fluencia.⁹

Tabla 2.2.1

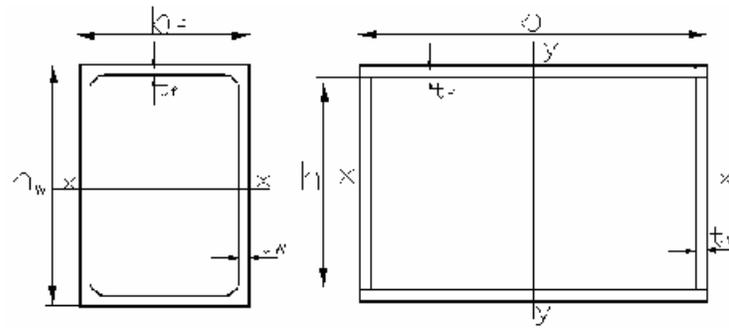
Descripción del elemento (sin rigidizar)	Relación ancho/espesor	Relación ancho/espesor máximo admisible λ_p (compactas)
Alas de secciones rectangulares huecas a flexión.	b/t	$\frac{1600}{\sqrt{F_y}}$
Alma de secciones rectangulares huecas a flexión.	h/t	$\frac{5370}{\sqrt{F_y}}$

Tabla 2.2.2

Elemento de columna	Relación ancho/espesor	Relación ancho/espesor límite λ_r
Alas de secciones en cajón, a compresión	b/t	$\frac{2000}{\sqrt{F_y}}$
Todos los demás elementos rigidizados (como los apoyados a lo largo de dos aristas), a compresión.	b/t y h/t	$\frac{2120}{\sqrt{F_y}}$

F_y está en Kg/cm².

⁹ VALENCIA, Gabriel. **Estructuras de Acero. Diseño con Factores de Carga y de Resistencia.** 2ª. Edición, Colombia 2004, p. 392-394.



$$b = b_r - 3t; h = h_w - 3t; t = t_r = t_w$$

Figura 2.2.1

El EUROCÓDIGO 3 (EC3)¹⁰ diferencia entre:

- Secciones transversales Clase 1, pueden formar rótulas plásticas con la suficiente capacidad de rotación como para permitir su análisis plástico.
- Secciones transversales Clase 2, aquellas capaces de desarrollar su resistencia al momento plástico pero que presentan una capacidad de rotación limitada.
- Secciones transversales Clase 3, siendo capaces de alcanzar en su fibra comprimida más cargada su límite elástico, el pandeo local impide se desarrolle su resistencia al momento plástico.
- Secciones transversales Clase 4, aquellas secciones en las que para determinar su resistencia al momento o a la compresión, es necesario determinar su capacidad para afrontar el pandeo local. En ellas se necesita considerar la reducción de resistencia debida al pandeo local empleando anchos efectivos en lugar de los reales¹¹.

La clasificación de una sección transversal en cada una de estas clases depende de las proporciones de cada uno de sus elementos solicitados parcial o

¹⁰ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

¹¹ <http://www.highways.gov.uk/business/3521.aspx#top>

totalmente a compresión por los esfuerzos axiales o los momentos flectores reducidos inducidos por la combinación de carga considerada.

Los distintos elementos comprimidos de la sección, como un ala o el alma, se pueden encontrar ubicados en diferentes clases, entendiéndose que la clasificación de la sección corresponde a la de la clase más alta de éstos que es la más desfavorable.

De forma alternativa, la sección transversal se puede definir por ambas clases: la de las almas y la de las alas.

2.2.1.1 Requisitos de la sección transversal para su análisis por el método global elástico

Al utilizar el análisis global elástico se puede emplear cualquier tipo de elementos estructurales en las secciones transversales, siempre que en el cálculo de éstos se consideren las posibles limitaciones de su resistencia por el pandeo local.

Para estudiar la sección mediante el método global elástico, según el EC3¹², se ha de tener en cuenta las siguientes consideraciones:

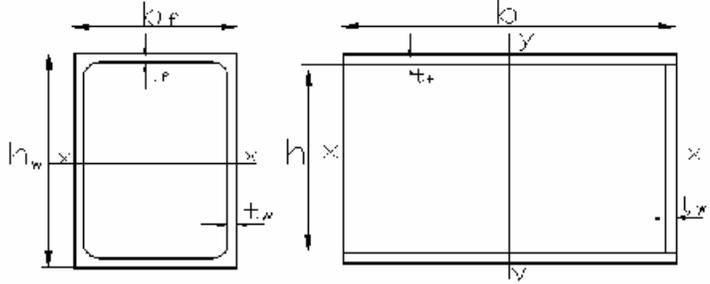
- La sección transversal es capaz de desarrollar su momento plástico, cuando todos sus elementos a compresión cumplen las limitaciones de la tabla 2.2.3 para secciones transversales de la Clase 2.
- Cuando todos los elementos a compresión de la sección trasversal cumplen las limitaciones de la tabla 2.2.3 para secciones de la Clase 3, se puede considerar, de forma conservadora, que su resistencia está definida por una distribución elástica de tensiones a lo largo de la sección limitada cuando en una de sus fibras se alcanza su límite elástico.

¹² EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

- Si se alcanza primero el límite elástico en una fibra traccionada, es posible considerar la reserva plástica de la zona de tracción para determinar la resistencia de una sección transversal de la Clase 3, de acuerdo al EUROCÓDIGO 3.
- Cuando cualquiera de los elementos comprimidos de la sección no cumpla las limitaciones de la tabla 2.2.3 para las secciones Clase 3, se debe tratar dicho elemento como de la Clase 4 y la sección transversal calcularla también como perteneciente a la Clase 4.

Tabla 2.2.3 (a) Relaciones ancho – espesor en piezas comprimidas.

a) Almas: (elementos internos perpendiculares al eje de flexión)



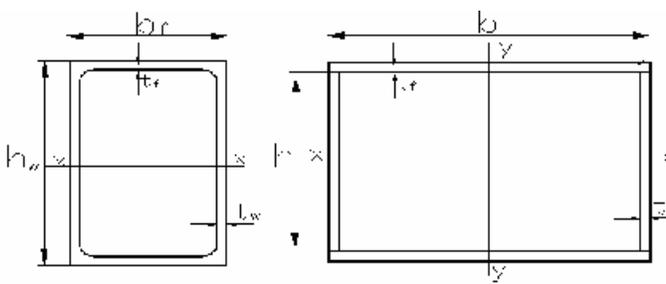
$d = h_w - 3t \quad (t = t_f = t_w)$

Clase	Alma flectada	Alma comprimida
1	$d / t_w \leq 72\varepsilon$	$d / t_w \leq 33\varepsilon$
2	$d / t_w \leq 83\varepsilon$	$d / t_w \leq 38\varepsilon$
3	$d / t_w \leq 124\varepsilon$	$d / t_w \leq 42\varepsilon$

$$\varepsilon = \sqrt{2400 / F_y} \quad \text{si } F_y \text{ se expresa en Kg./cm}^2$$

Tabla 2.2.3 (b) Relaciones ancho – espesor en piezas comprimidas.

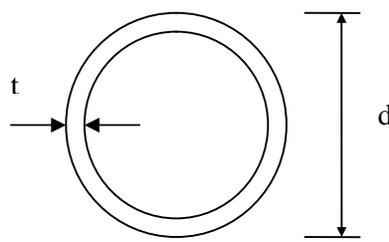
b) Alas: (elementos internos paralelos al eje de flexión)



Clase		Flexión	Compresión
1	Sección hueca laminada	$(b_f - 3t)/t \leq 33\varepsilon$	$(b_f - 3t)/t \leq 42\varepsilon$
	Otras	$b_f/t \leq 33\varepsilon$	$b_f/t \leq 42\varepsilon$
2	Sección hueca laminada	$(b_f - 3t)/t \leq 38\varepsilon$	$(b_f - 3t)/t \leq 42\varepsilon$
	Otras	$b_f/t \leq 38\varepsilon$	$b_f/t \leq 42\varepsilon$
3	Sección hueca laminada	$(b_f - 3t)/t \leq 42\varepsilon$	$(b_f - 3t)/t \leq 42\varepsilon$
	Otras	$b_f/t \leq 42\varepsilon$	$b_f/t \leq 42\varepsilon$

Tabla 2.2.3 (c) Relaciones ancho – espesor en piezas comprimidas.

c) Secciones tubulares



Clase	Sección comprimida y o flectada
1	$d/t \leq 50\varepsilon$
2	$d/t \leq 70\varepsilon$
3	$d/t \leq 90\varepsilon$

$$\varepsilon = \sqrt{2400/F_y} \text{ si } F_y \text{ se expresa en Kg/cm}^2$$

2.2.1.2 Secciones Transversales Clase 4.

Las propiedades efectivas de esta clase de secciones se deben basar en el ancho eficaz de sus elementos estructurales comprimidos, y así permitir la tolerancia necesaria para afrontar la reducción de su resistencia al pandeo local.

El estudio de las secciones transversales Clase 4, según el EUROCÓDIGO 3, se estudiarán en la sección 2.2.3.5.2, sin embargo, los anchos eficaces de los elementos planos comprimidos con bordes rigidizados se pueden observar en la tabla 2.2.4.

2.2.2 ESBELTEZ DE LAS PIEZAS

La esbeltez efectiva o mecánica de las piezas es:

$$\lambda = \frac{L}{r} \quad (2.2.1)$$

Donde:

$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ = radio de giro de mínimo de la sección transversal.

I = momento de inercia de cualquier eje que contenga al centro de gravedad de la sección.

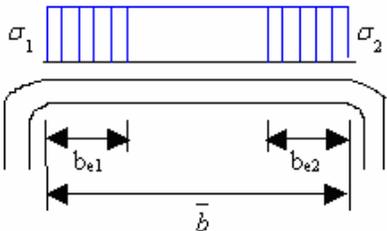
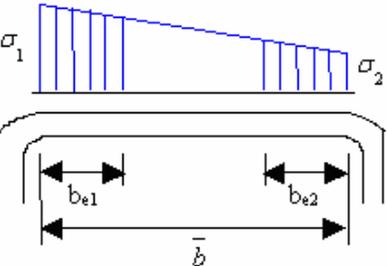
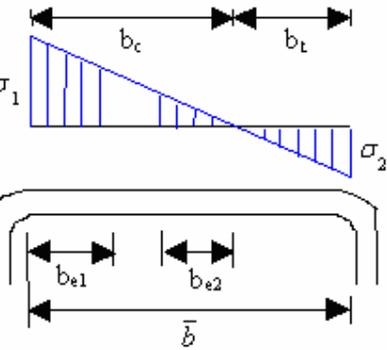
A = área bruta de la sección.

L = longitud ideal de la pieza obtenida multiplicando su longitud geométrica por un coeficiente que depende de las condiciones de vinculación de sus extremos, es una magnitud fundamental para el diseño del miembro a compresión.

El AISC establece que en las piezas comprimidas se debe verificar que:

$$\lambda \leq 200 \quad (2.2.2)$$

Tabla 2.2.4 Anchos eficaces de elementos internos sometidos a compresión.

Distribución de tensiones, compresión positiva				Ancho efectivo b_e		
				$\frac{\psi}{\rho} = 1$ $\bar{b} = b - 3t$ $b_e = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0.5b_e$ $b_{e2} = 0.5b_e$		
				$1 > \psi \geq 0$ $\bar{b} = b - 3t$ $b_e = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2b_e}{5 - \psi}$ $b_{e2} = b_e - b_{e1}$		
				$\psi < 0$ $\bar{b} = b - 3t$ $b_e = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0.4b_e$ $b_{e2} = 0.6b_e$		
$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -2$
Coeficiente k_σ	4.0	$\frac{8.2}{1.05 + \psi}$	7.81	$7.81 - 6.92\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98(1 - \psi)^2$
Alternativamente, para $-1 \geq \psi \geq -1$:				$k_\sigma = \frac{16}{\left[(1 + \psi)^2 + 0.112(1 - \psi)^2 \right]^{0.5} + (1 + \psi)}$		

2.2.3 COMPRESIÓN

2.2.3.1 Pandeo elástico de Euler

Cuando un elemento se encuentra sujeto a un esfuerzo de compresión axial, que se va incrementando, si antes no se produce su agotamiento por algún otro motivo como aplastamiento, la carga alcanza un valor crítico denominado carga crítica de pandeo, que producirá el fallo del elemento.

El primer estudio teórico de la pieza simple comprimida fue realizado por Euler, basándose en un modelo matemático en el que implícitamente se realizaban las siguientes hipótesis simplificadoras¹³:

1. Las deformaciones son lo suficientemente pequeñas (Teoría de Tensiones de Orden II).
2. El material cumple indefinidamente la Ley de Hooke así como la hipótesis de Navier.
3. El eje de la pieza es matemáticamente recto y la carga P de compresión está exactamente centrada, aplicándose lentamente.
4. La pieza se encuentra en sus extremos perfectamente articulada, sin rozamientos y con los desplazamientos impedidos en la dirección perpendicular a la directriz de la barra que es de sección constante en toda su longitud, cuadrada o circular.
5. La pieza se encuentra en un estado tensional neutro, sin tensiones residuales o de cualquier tipo.

En la referencia [1] está detallada la demostración de la obtención de la *Carga de pandeo de Euler*, cuya ecuación es:

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.2.3)$$

¹³ TIMOSHENKO S. **Resistencia de Materiales**, Decimocuarta Edición.

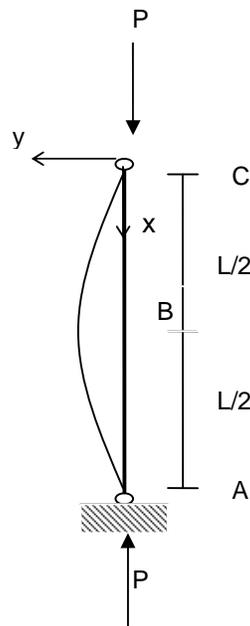


Figura 2.2.2 Elemento a compresión

La teoría de Euler sólo es válida cuando la carga de compresión da lugar a tensiones inferiores al límite de proporcionalidad s_p .

Llamando:

s_E = tensión crítica correspondiente a la carga de pandeo o tensión crítica de Euler, P_E .

A = área de la pieza.

L = longitud de la barra entre ejes de articulación.

r = radio de giro mínimo = $\sqrt{I/A}$.

Como se indicó, se denomina esbeltez de la pieza o esbeltez mecánica al cociente $\lambda = L/r$.

De modo que será:

$$\sigma_E = \frac{P_E}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

La ecuación de una *hipérbola* denominada *de Euler*, cuya representación gráfica se encuentra en la figura 2.2.3, será:

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_E}}$$

El valor de la hipérbola de Euler estará limitada por el límite elástico del acero, σ_e , que prácticamente coincide con la tensión de fluencia de éste. A la esbeltez correspondiente se la denomina **Esbeltez de Euler** (ecuación 2.2.4), que establece la forma de fallo de la columna en cuanto que, suponiendo válidas las hipótesis consideradas, para esbelteces inferiores a λ_E , *piezas cortas*, la *tensión crítica de Euler* es superior al límite elástico, por tanto, el soporte fallará por aplastamiento, mientras que si éste es inferior, se producirá por pandeo, *piezas largas*.

$$\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}} \quad (2.2.4)$$

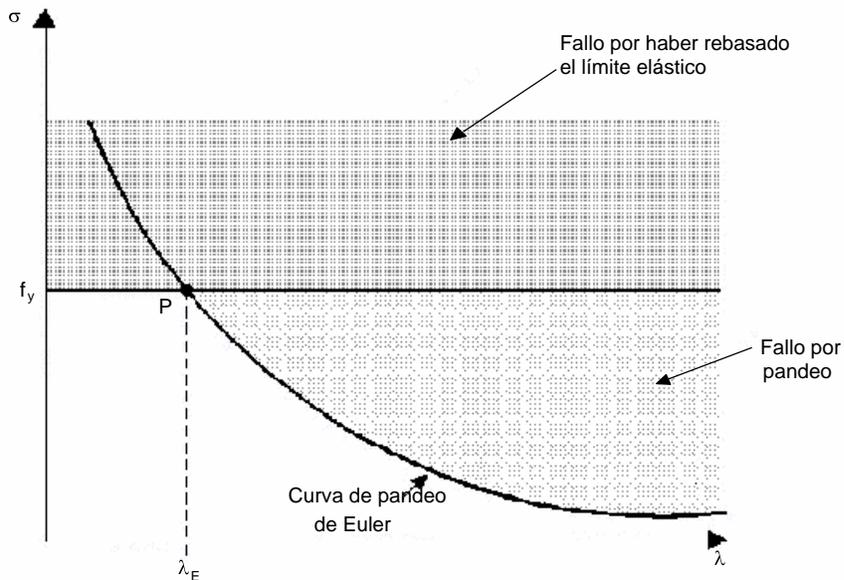


Figura 2.2.3 Hipérbola de Euler.

Debido a que la fórmula de Euler es sólo válida para valores de $s_E = s_p$, para que sea aplicable ha de ser:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{E / \sigma_p}$$

Para valores menores de λ se entra en el campo elastoplástico del acero correspondiente y hay que aplicar teorías que consideren este efecto.

Los enlaces extremos de la pieza comprimida presenta una influencia muy importante en la capacidad resistente del miembro a pandeo; como se mencionó anteriormente, en la teoría de Euler se establece la hipótesis de que el miembro se encuentra en sus extremos perfectamente articulado, sin rozamientos y con los desplazamientos impedidos en la dirección perpendicular a la directriz de la barra. Para otras condiciones de vinculación se debe sustituir la longitud mecánica real de la pieza L , por la distancia entre los puntos de inflexión de la curva de pandeo, KL , de manera que la carga de Euler se convierte en:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{KL^2} \quad (2.2.5)$$

En la figura 2.2.4¹⁴ se indican tanto los valores teóricos como los recomendados del coeficiente K , cuando las condiciones de diseño son aproximadas, para el caso de la columna aislada con distintas condiciones de vinculación de sus extremos.

En el caso de que la sección del elemento comprimido no presente planos preferenciales para que se efectúe en ellos el pandeo, éste se producirá indiscutiblemente sobre el más débil.

¹⁴ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Second Edition, 1994.

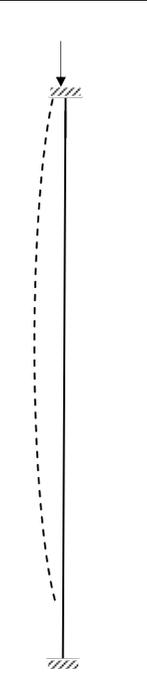
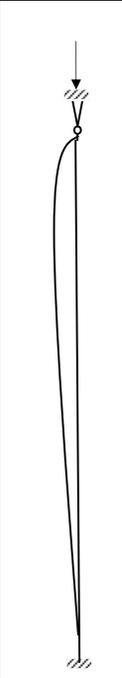
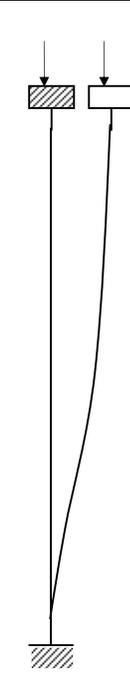
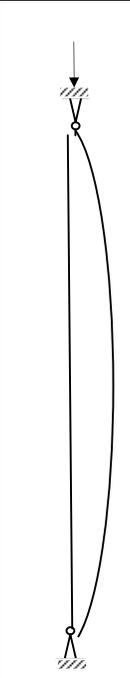
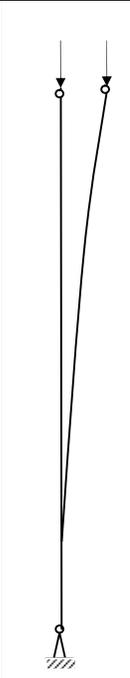
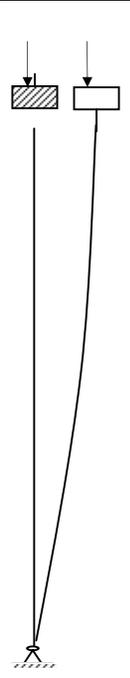
Forma de la curva de pandeo según vínculos						
K (teórico)	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
recomendado	0.65	0.8	1.2	1.0	2.1	2.0
 Rotación fija y traslación fija			 Rotación fija y traslación libre			
			 Rotación libre y traslación fija	 Rotación libre y traslación libre		

Figura 2.2.4 Condiciones de vinculación del elemento.

2.2.3.2 Efecto de la curvatura inicial de columna en su comportamiento a pandeo según el LRFD

En la realidad la columna perfectamente recta es imposible de elaborar, en el proceso de laminación se obtienen curvas iniciales que se pueden medir por el valor máximo que presentan, e , respecto a la directriz ideal. Por lo general para que un elemento recto de longitud L sea admisible debe presentar la siguiente relación $e = L/1000$.

En la figura 2.2.5 se muestra el comportamiento de un elemento comprimido con una curvatura inicial, en la que se admite una deformación máxima, U_o y se produce en el centro del miembro. El efecto de la curvatura inicial sobre la carga es mucho más importante en el intervalo $70 < \lambda < 120$

El LRFD¹⁵, basándose en la investigación experimental y teórica, en los que la sección transversal presenta pandeo por flexión sin torsión, en el que se asume que la máxima deformación de la curvatura inicial es $e = L/1500$, considera que la curva que representa la situación de pandeo para esbelteces reducidas tales que:

$\lambda_c > 1.50$ es:

$$F_{cr} = 0.877 \frac{F_y}{\lambda_c^2} \quad (2.2.6)$$

Donde:

$F_y = s_e$, límite elástico del acero.

$\lambda_c =$ esbeltez reducida \rightarrow esbeltez de columnas.

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (2.2.7)$$

Para $\lambda_c = 1.50$, el pandeo se denomina *pandeo elástico*, ya que éste se produce manteniéndose todas las fibras de la sección transversal dentro del campo elástico.

Para el intervalo $\lambda_c < 1.50$, el pandeo se denomina *pandeo inelástico*, en éste se originan tensiones dentro del campo elastoplástico.

¹⁵ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Second Edition, 1994.

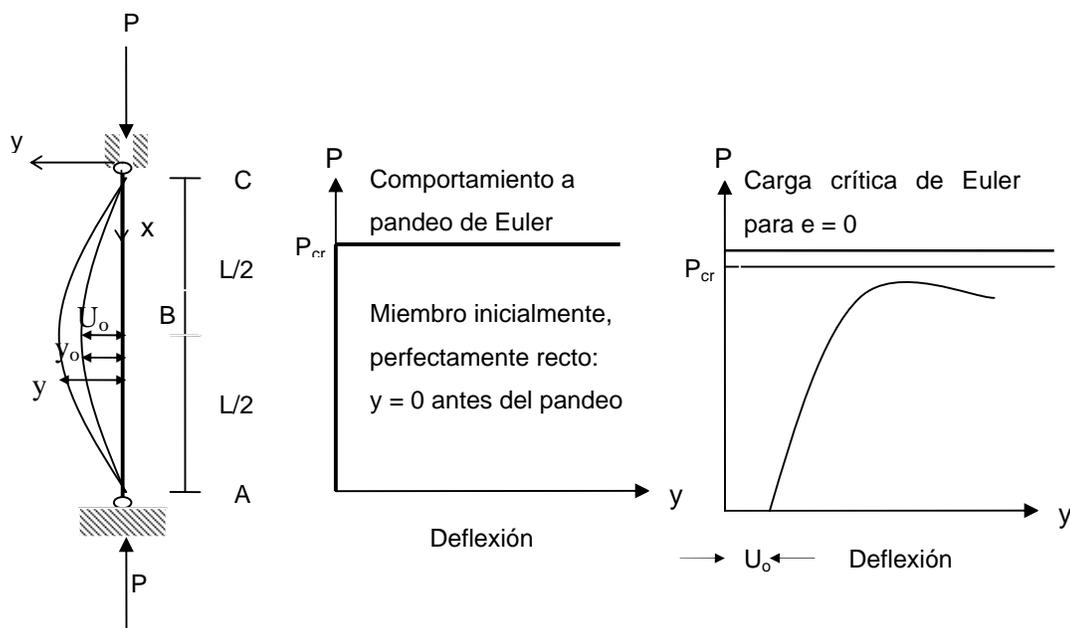


Figura 2.2.5 Elemento comprimido con curvatura inicial.

En el LRFD para una columna que se mantiene dentro del campo elástico se establece como relación de diseño:

$$\phi_c P_n = P_u$$

$$\phi_c P_n = 0.85 A_g * F_{cr} \quad (2.2.8)$$

Donde:

$\phi_c P_n$ = resistencia de diseño de la columna.

P_n = resistencia nominal de la columna.

$\phi_c = 0.85$ = Factor reductor de la resistencia de la columna.

P_u = resistencia requerida de la columna obtenida por las cargas factorizadas en el análisis estructural.

Por lo tanto, se tiene:

$$\phi_c P_n = 0.85 A_g * 0.877 \frac{F_y}{\lambda_c^2} \quad (2.2.9)$$

2.2.3.3 Pandeo inelástico de columnas según el LRFD

El modelo clásico de distribución de tensiones residuales de una viga en doble T, presenta unas tensiones residuales de compresión máximas, f_{rc} , en los extremos de la alas y en el centro del alma, mientras que las tensiones residuales máximas de tracción, f_{rt} , se producen en las uniones ala-alma.

Si el elemento es perfectamente recto y no se produce su pandeo por flexotorsión, hasta alcanzar el pandeo por flexión, se inicia el pandeo elástico cuando la suma de las tensiones residuales de compresión más la inducida por la acción de la carga P de compresión axial, se mantienen por debajo del límite elástico F_y del acero. Si las condiciones del soporte son tales que, para prevenir su pandeo elástico, se construye con una esbeltez, λ_c , lo suficientemente pequeña, la curva tensión de compresión-deformación, (figura 2.2.6), para una sección en doble T, que contiene tensiones residuales pasa a ser no lineal cuando los extremos de las alas comienzan a fluir y se produce el pandeo inelástico¹⁶

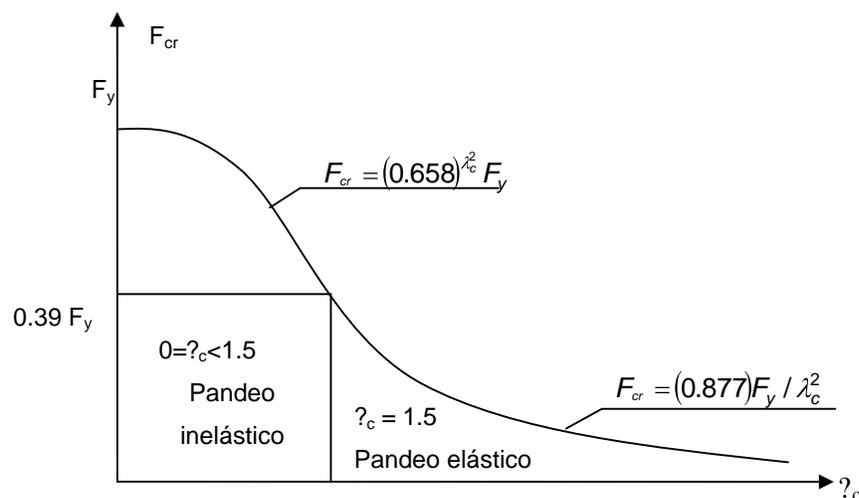


Figura 2.2.6 Curva tensión de compresión-deformación.

¹⁶ VALENCIA, Gabriel. **Estructuras de Acero. Diseño con Factores de Carga y de Resistencia.** 2ª. Edición, Colombia 2004, p. 102

En el rango inelástico, esto es para $\lambda_c < 1.5$, según el LRFD se tiene:

$$F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} F_y \quad (2.2.10)$$

Para la columna que presenta pandeo dentro del intervalo inelástico el LRFD establece como relación de diseño a:

$$\begin{aligned} \phi_c P_n &= P_u \\ \phi_c P_n &= 0.85 A_g * F_{cr} \end{aligned}$$

Donde:

$\phi_c P_n$ = resistencia de diseño de la columna.

P_n = resistencia nominal de la columna.

ϕ_c = 0.85 = Factor reductor de la resistencia de la columna.

P_u = resistencia requerida de la columna obtenida por las cargas factorizadas en el análisis estructural.

A_g = área bruta de la sección de acero.

Por lo tanto, se tiene:

$$\phi_c P_n = 0.85 A_g * 0.658^{\lambda_c^2} F_y \quad (2.2.11)$$

2.2.3.4 Diseño de elementos comprimidos de acuerdo con el EUROCÓDIGO 3

En el EUROCÓDIGO 3 se considera que los efectos anteriores no se pueden representar, sin cometer errores significativos, mediante una sola curva de pandeo que refleje el comportamiento de todas las secciones estructurales, por lo que propone el empleo de cuatro curvas de pandeo¹⁷ diferentes que tratan de ajustarse a la conducta teórica y práctica de los diferentes tipos.

¹⁷ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

Las curvas de pandeo denominadas *a*, *b*, *c* y *d* (figura 2.2.7), son la representación analítica de las de la Convención Europea de la Construcción Metálica, ECCS, que son basadas en los resultados de más de 1000 ensayos sobre varios tipos de piezas (I H T [⊥ □ O), con diferentes valores de esbeltez (entre 55 y 160). Un método probabilista utilizando la resistencia experimental, asociada con un análisis teórico, permite el dibujo de las curvas que representan la resistencia de la columna como una función de la esbeltez de referencia. Se ha tenido en cuenta una imperfección geométrica semisinusoidal de magnitud igual a 1/1000 de la longitud de la columna y los efectos de tensiones residuales relativas a cada tipo de sección transversal¹⁸.

Las curvas de pandeo se ven representadas con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \chi \quad (2.2.12)$$

Siendo:

$$\phi = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.2.13)$$

Donde:

$\bar{\lambda}$ = El EUROCÓDIGO 3 define la esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ de la siguiente manera:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\beta_A \frac{AF_y}{P_{cr}}} \quad (2.2.14)$$

β_A = área efectiva/área bruta = 1 en secciones de Clase 1, 2, 3.

¹⁸ <http://www.highways.gov.uk/business/3521.aspx#top>

a = cociente de imperfección que depende: de la forma de la sección transversal de la columna considerada, de la dirección en la que puede ocurrir el pandeo (eje x o eje y) y del proceso de fabricación utilizado en la pieza comprimida (laminación en caliente, soldado o conformado en frío); los valores para a se dan en la tabla 2.2.5:

Tabla 2.2.5 Coeficiente de imperfección a .

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección a	0.21	0.34	0.49	0.76

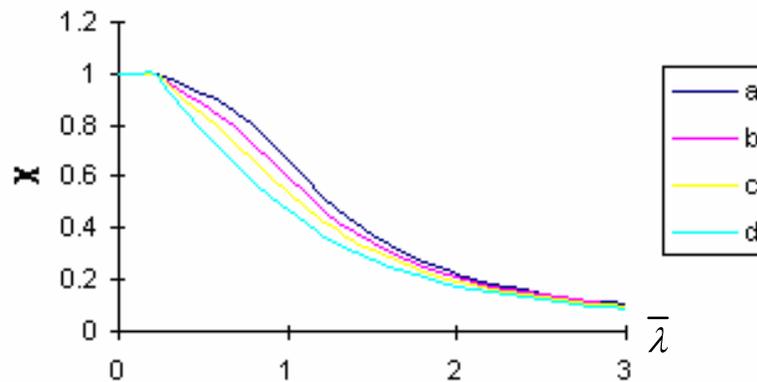


Figura 2.2.7 Curvas europeas de pandeo.

La tabla 2.2.6¹⁹ ayuda a seleccionar la curva de pandeo apropiada en función del tipo de sección transversal, de sus límites dimensionales y de los ejes sobre los que la pieza pueda pandear.

¹⁹ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

Tabla 2.2.6 Tipos de curvas de pandeo.

Tipo de sección transversal	Límites	Pandeo respecto del eje	Curva de pandeo
Secciones huecas 	Laminado en caliente	Cualquiera	a
	Conformado en frío	Cualquiera	b o c

Finalmente el EUROCÓDIGO 3 establece como relación de diseño:

$$P_u = \frac{A_g F_{cr}}{\gamma_{M1}} \beta_A \quad (2.2.15)$$

Siendo:

P_u = resistencia de diseño de la columna.

A_g = área bruta de la sección transversal del miembro comprimido.

γ_{M1} = 1.1 = coeficiente de seguridad a pandeo.

F_{cr} = tensión crítica de pandeo = F_y^* ?

β_A = área efectiva/área bruta = $A_{eff} / A_g = 1$ en secciones de Clase 1, 2, 3.

2.2.3.5 Pandeo local

2.2.3.5.1 Pandeo Local de los elementos que constituyen la sección transversal de la columna según el LRFD

La condición necesaria para que sean aplicables las relaciones de los epígrafes, previamente citadas, es que antes que se origine el pandeo de la columna no lo hará ninguno de los elementos con los que se encuentra constituida su sección transversal.

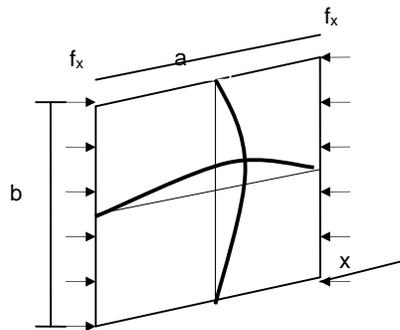


Figura 2.2.8 Pandeo local de la sección transversal.

La tensión crítica de una placa a pandeo elástico, F_{cr}^{20} , sometida a una distribución uniforme de cargas a compresión según dos lados de la misma y que se encuentra simplemente apoyada en sus dos bordes es:

$$F_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/a)^2} \quad (2.2.16)$$

Donde:

k = constante que depende de la relación a/b y de las condiciones de vinculación de los bordes, tabla 2.2.7

E = módulo de elasticidad del acero.

$\nu = 0.3$, módulo de Poisson.

a/b = relación de la longitud de la placa a su ancho (bordes cargados).

b/t = relación del ancho de la placa a su espesor.

La tensión de crítica (F_{cr}) es inversamente proporcional a $(b/t)^2$ y análoga a la relación de esbeltez (L/r) para el pandeo de columnas. No debe descuidarse el hecho de que para relaciones pequeñas de b/t y L/t se puede producir pandeo

²⁰ Ver obtención detallada en: VALENCIA, Gabriel. **Estructuras de Acero. Diseño con Factores de Carga y de Resistencia**. 2ª. Edición, Colombia 2004, capítulo 8.

local inelástico de los elementos que configuran la sección transversal del soporte.

Tabla 2.2.7 Condiciones de vinculación de los bordes.

Caso	Condiciones de apoyo de los bordes no cargados	k	
1	Un borde simplemente apoyado y el otro libre.	0.425	
2	Un borde empotrado y el otro libre.	1.277	
3	Ambos bordes simplemente apoyados.	4.00	
4	Un borde empotrado y el otro simplemente apoyado.	5.42	
5	Ambos bordes empotrados.	6.97	

A efectos prácticos, en la tabla 2.2.8 se presentan los valores límite de las relaciones ancho/espesor, especificados en el código AISC-LRFD, de los elementos de acero que se han evaluado partiendo de la teoría del pandeo de placas, dentro del rango inelástico, basándose en la ecuación 2.2.16 y suponiendo que $k = 5.0$, para elementos simplemente apoyados a lo largo de los dos bordes²¹.

En el caso de b/t de cada elemento comprimido de la sección transversal de una columna sea inferior a λ_r (figura 2.2.9), no se produce pandeo local de ninguno de sus elementos antes que se origine el pandeo de la pieza y la capacidad resistente de la pieza viene establecida por las relaciones antes mencionadas.

$$b/t < \lambda_r \implies \text{no se produce pandeo local.}$$

²¹ VALENCIA, Gabriel. **Estructuras de Acero. Diseño con Factores de Carga y de Resistencia.** 2ª. Edición, Colombia 2004, p. 369

Tabla 2.2.8 Relación ancho/espesor límite λ_r , elementos rigidizados.

Elemento de columna	Relación ancho/espesor	Relación ancho/espesor límite λ_r
Alas de secciones rectangulares.	b/t	$\lambda_r = \frac{2000}{\sqrt{F_y}}$
Todo tipo de elementos rigidizados, soportados a lo largo de los bordes, solicitados por compresión.	b/t	$\lambda_r = \frac{2120}{\sqrt{F_y}}$
Secciones circulares huecas.	D/t	$\frac{232000}{F_y}$

F_y está en Kg/cm^2 .

Pero si las relaciones b/t, de los elementos comprimidos de la sección transversal, son mayores que λ_r , pandean con anterioridad a que lo haga el soporte en su conjunto y la capacidad de éste se verá reducida.

$b/t > \lambda_r \implies$ se produce pandeo local, la capacidad de éste se verá reducida

Para esta situación se pueden diferenciar tres casos diferentes, detallados a continuación:

Caso 1. La sección transversal de la columna contiene únicamente elementos sin rigidizar.

Caso 2. La sección transversal de la columna se encuentra formada por elementos que son todos ellos rigidizados (figura 2.2.9).

Caso 3. La sección transversal de la pieza comprimida se encuentra formada por unos elementos que están rigidizados y otros que no.

Cabe aclarar que las secciones de columnas en estudio son: rectangulares, cuadradas y circulares, por lo tanto, se detallará el Caso 2 al cual pertenecen dichas secciones.

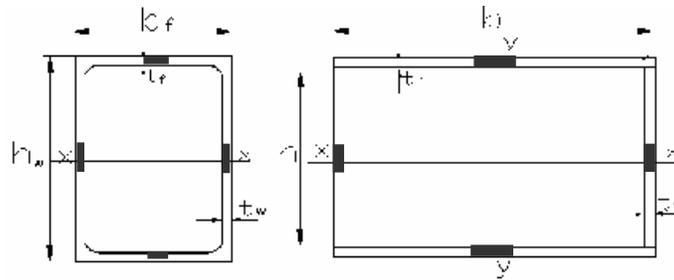


Figura 2.2.9 Sección transversal de columna rigidizada.

Caso 2

La sección transversal de la columna contiene únicamente elementos rigidizados, en este caso, se debe considerar en los cálculos un *factor de minoración de área*, Q_a , debida a los elementos rigidizados que tengan una relación $b/t > \lambda_r$.

En las especificaciones del LRFD se considera, de la ecuación (2.2.8), como resistencia de diseño del elemento comprimido a:

$$FP_n = 0.85A_g F_{cr}$$

Donde:

Si es $\lambda_c \sqrt{Q_a} \leq 1.5$

$$F_{cr} = Q_a (0.658)^{Q_a \lambda_c^2} F_y \quad (2.2.17)$$

Y para $\lambda_c \sqrt{Q_a} > 1.5$

$$F_{cr} = 0.877 \frac{F_y}{\lambda_c^2} \quad (2.2.18)$$

Q_a = factor de minoración de área se obtiene de la siguiente manera:

- a) Para todo tipo de elementos rigidizados, soportados a lo largo de los bordes, solicitados por compresión.

$$\text{Si } \frac{b}{t} \geq \frac{2120}{\sqrt{f}}$$

$$Q_a = \frac{A_e}{A_g}$$

Siendo:

A_e = suma de las áreas efectivas de la sección transversal = $A_g - SA_i$.

A_g = área bruta de la sección transversal.

A_i = área ineficaz del elemento rigidizado, mostradas como partes sombreadas de la figura 2.2.9.

El área ineficaz de los elementos de la sección para los que $b/t > ?_r$ se obtiene a través del ancho efectivo reducido, b_e , que se puede considerar como el único que ayuda a efectos resistentes.

El ancho efectivo reducido, b_e , se obtiene:

$$b_e = \frac{2730t}{\sqrt{f}} \left[1 - \frac{480}{(b/t)\sqrt{f}} \right] \leq b \quad (2.2.19)$$

En cualquier otro caso: $b_e = b$

- b) En secciones circulares cargadas axialmente:

$$\text{Si } \frac{232000}{F_y} < \frac{D}{t} < \frac{914000}{F_y}$$

$$Q_a = \frac{1100}{F_y \left(\frac{D}{t} \right)} + \frac{2}{3} \quad (2.2.20)$$

Donde:

D = diámetro exterior.

t = espesor del elemento.

F_y = límite elástico del acero.

b_e = ancho efectivo reducido.

f = tensión de compresión elástica contabilizada sobre el elemento rigidizado.

2.2.3.5.2 Pandeo Local de los elementos que constituyen la sección transversal de la columna según el EUROCÓDIGO 3

En el EC3²² cuando en algún elemento de la sección transversal comprimida se toma en cuenta explícitamente los efectos locales de abolladura, se denomina de **Clase 4**, aplicándose un coeficiente reductor, β_A , a la relación de diseño que se establece como:

$$P_u = \beta_A \frac{A_g F_{cr}}{\gamma_{M1}}$$

$$\beta_A = A_e / A_g$$

Siendo:

A_e = suma de las áreas efectivas de la sección transversal.

A_g = área bruta de la sección transversal.

$\gamma_{M1} = 1.1$ = coeficiente de seguridad a pandeo.

F_{cr} = tensión crítica de pandeo = F_y^* ?

²² EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

De acuerdo con lo anterior, para la obtención del ancho eficaz b_e y el área efectiva de las secciones transversales de la Clase 4 (tabla 2.2.4), se deberá calcular el coeficiente de reducción η , de la siguiente manera:

Donde:

$$b_e = b \quad \text{Si } \eta_p = 0.673 \quad (2.2.21)$$

$$b_e = \eta \cdot b \quad \text{Si } \eta_p > 0.673 \quad (2.2.22)$$

$$\eta = (\eta_p - 0.22) / \eta_p^2 \quad (2.2.23)$$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{F_y}{\sigma_E}} = \frac{b/t}{28.4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} \quad (2.2.24)$$

Donde:

F_y = límite elástico del acero.

t = espesor de la placa de acero.

σ_E = tensión crítica de abolladura de la placa.

k_σ = coeficiente de pandeo que está en función de la relación de tensiones η^{23} , que se lo puede observar en la tabla 2.2.4.

b = ancho apropiado obtenido de la siguiente forma (figura 2.2.9):

$b = h$ en el caso de almas

$b = b - 3t$ para alas de tubos rectangulares.

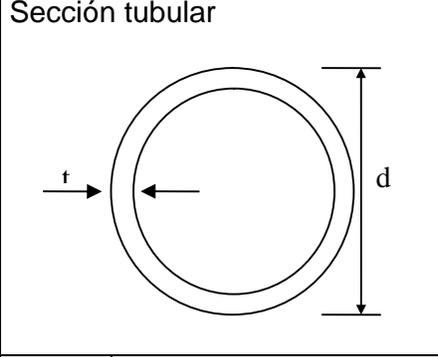
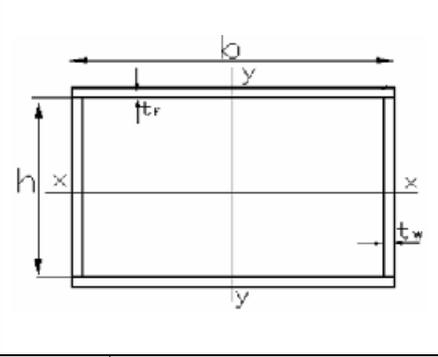
$b = b$ secciones soldadas.

Para que de acuerdo al EUROCÓDIGO 3, una sección comprimida contenga elementos de la Clase 4 se deben sobrepasar las limitaciones de la tabla 2.2.9. Las propiedades efectivas de las secciones transversales de la Clase 4 se deben basar en el ancho eficaz de los elementos estructurales comprimidos

²³ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR

de ésta, y así permitir la tolerancia necesaria para afrontar la reducción de su resistencia debida al pandeo local.

Tabla 2.2.9 Relaciones ancho/espesor en piezas comprimidas, Clase 4.

			
Clase	Sección solicitada a flexión y/o compresión	Clase	Sección solicitada a flexión y/o compresión
4	$d/t > 90e^2$	4	$b/t_f > 42e$

2.2.3.6 Longitud efectiva del elemento

La longitud efectiva del elemento, KL , se usa como la longitud modificada de la columna para considerar restricciones en los extremos diferentes a las articulaciones. Por otra parte, es la distancia entre los puntos de inflexión del miembro pandeado.

Se puede determinar el valor real de K , a partir de los nomogramas de Jackson y Moreland, los cuales se encuentran detallados en la sección R10.12 del ACI. Para la obtención del coeficiente de longitud efectiva, K , se debe tener en cuenta a qué clase de pórtico pertenece el elemento, siendo así:

Para columnas de pórticos translacionales, donde los movimientos laterales se encuentran permitidos, los valores de $K > 1$, para el pandeo elástico de la columna en el plano del pórtico.

Para columnas de pórticos intranslacionales, en los que los movimientos laterales se encuentran impedidos, se puede emplear el mismo nomograma para obtener valores $K < 1$, o utilizar de manera conservadora $K = 1$.

2.2.4 FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL

En la realidad, es usual que no se presenten aisladas las diferentes solicitaciones sobre una barra, sino que actúen combinadas; tales barras suelen denominarse viga-columna. Existiendo así, situaciones en las cuales la compresión axial está acompañada por flexión simultánea con respecto a los dos ejes principales de la sección. Éste es el caso, por ejemplo, de las columnas esquineras de edificios donde las vigas principales y las secundarias llegan hasta estas columnas en las direcciones de los dos muros y transfieren sus momentos extremos a la columna en dos planos perpendiculares. Situaciones similares de carga pueden ocurrir en columnas interiores, en particular, si la planta de columnas es irregular.

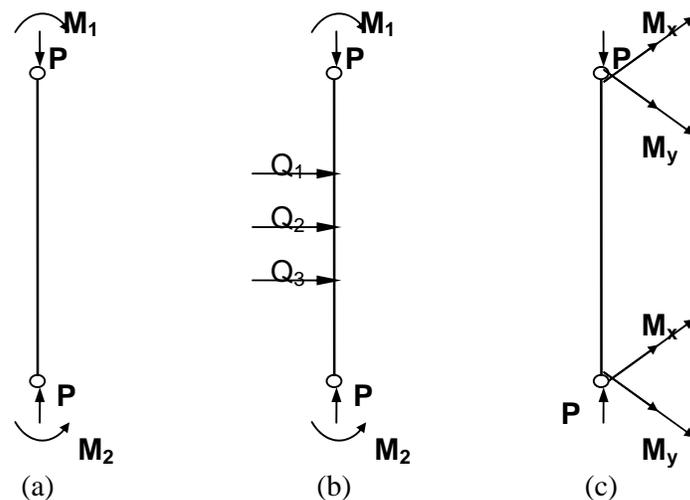


Figura 2.2.10 Elementos solicitados por flexión y carga axial de compresión.

Se muestra en la figura 2.2.10 algunos de los casos representativos de barras solicitadas por *flexión y carga axial de compresión*. En la figura 2.2.17 (a), caso típico de columnas que forman parte de pórticos planos, se consideran únicamente momentos en los extremos y éstos están aplicados en uno de los planos principales de la sección transversal. En la figura 2.2.17 (b), elemento solicitado por fuerzas transversales además de la fuerza axial y los momentos en los extremos. El elemento de la figura 2.2.17 (c), es el caso más general de cargas con momentos flectores en los dos planos principales.

El diseño de piezas flexocomprimidas debe tener en cuenta no únicamente los esfuerzos primarios debidos a la carga combinada, sino también los efectos secundarios, los cuales por lo general se denominan **efectos P – delta**, que resultan de dos principios:

- 1.- Un incremento en los momentos de flexión, ocasionado por el pandeo del miembro que crea una excentricidad d de la carga de compresión axial con respecto al eje neutro (figura 2.2.11).
- 2.- Los momentos secundarios producidos en un miembro de un pórtico rígido, debido al desplazamiento lateral del pórtico que crea una excentricidad δ de la carga de compresión axial con respecto al eje neutro (figura 2.2.12).

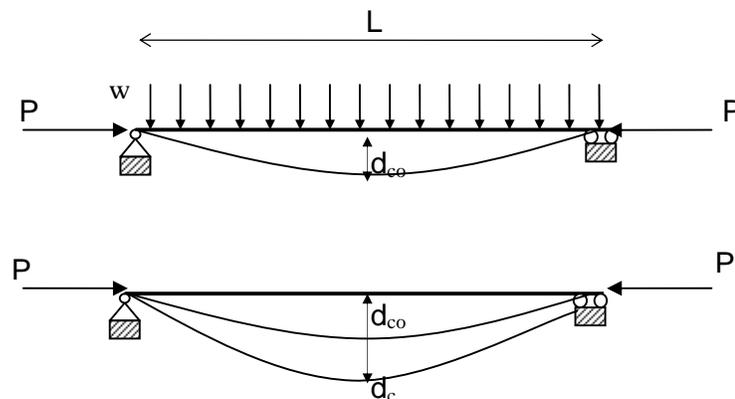


Figura 2.2.11 Comportamiento de viga-columna, efecto **P-d**.

Siendo:

d_{co} = desplazamiento en el punto medio de la viga, como consecuencia de la acción de la carga w .

P = carga axial de compresión.

d_c = desplazamiento final en el centro de la viga, debido a la acción de P .

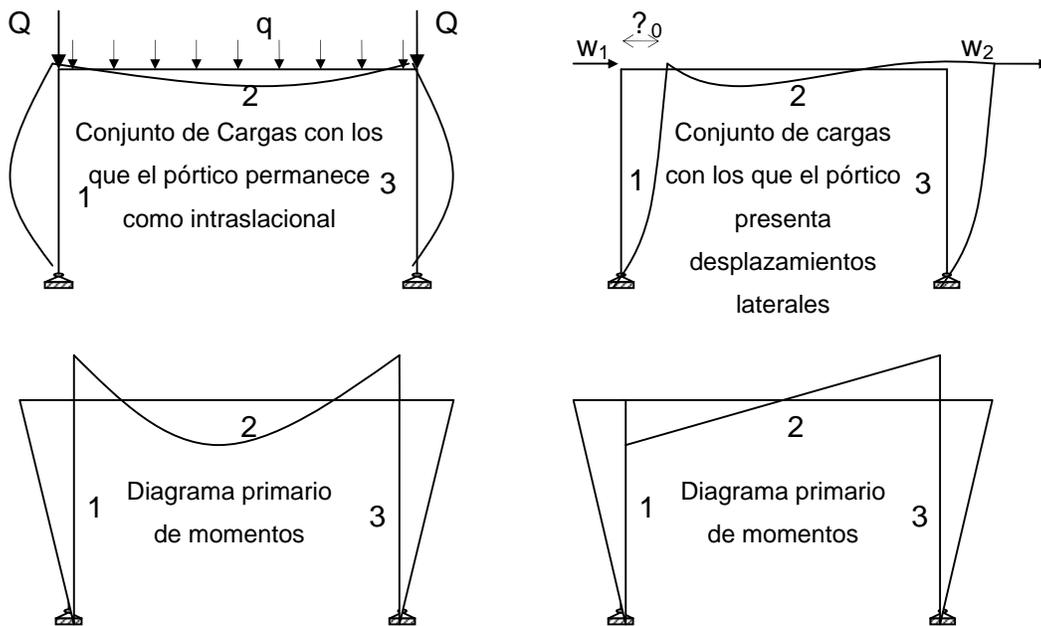


Figura 2.2.12 Comportamiento de viga-columna, efecto **P-?**

Siendo:

Q, q, w_1, w_2 = cargas actuantes en el pórtico.

$?$ = excentricidad $?$ debido al desplazamiento lateral del pórtico.

Tanto en la norma del AISC-LRFD como en el EUROCÓDIGO 3 se encuentran detallados la influencia de los efectos **P-delta**. A continuación se resumen las ecuaciones para el diseño de un miembro estructural bajo la acción de carga axial y flexión biaxial combinadas:

2.2.4.1 Carga axial y Flexión Biaxial Combinadas, de acuerdo al LRFD

El diseño de los miembros sometidos a compresión y flexión con respecto a uno o dos ejes de acuerdo al AISC – LRFD, sección H1.2. *Miembros con simetría doble o simple en flexión y compresión*, se basa en las siguientes ecuaciones de interacción:

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (2.2.25)$$

$$\text{Si: } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (2.2.26)$$

Donde:

P_u = resistencia requerida a compresión.

P_n = resistencia normal a compresión²⁴, (ver sección. 2.2.3).

M_u = resistencia requerida a flexión²⁵.

M_n = resistencia nominal a flexión²⁶.

F_c = coeficiente de seguridad a la compresión = 0.85.

F_b = coeficiente de seguridad a la flexión = 0.90.

2.2.4.1.1 Obtención de M_u

El momento máximo presente en el miembro, M_u , en su obtención puede incluir los efectos de segundo orden para cargas mayoradas. Si no se efectúa el análisis de segundo orden, se puede calcular, M_u , con coeficientes de amplificación como se deduce en el siguiente análisis.

²⁴AISC - LRFD. Sección E2.

²⁵AISC - LRFD. Sección C1.

²⁶AISC - LRFD. Sección F1.

En la figura 2.2 13 se observa una columna en voladizo deformada debido a la acción de una carga vertical P y una horizontal H aplicadas en el extremo superior, el momento total a una distancia y del extremo, considerando los momentos primarios y secundarios por la carga P , será:

$$M = H.y + H'.y + P.\delta$$

La fuerza horizontal que equilibrará el momento $P\delta$, es H' generada en el extremo, de este modo, se tiene $H' = P\delta/h$. El momento máximo en la columna vale, $H.h + P\delta$.

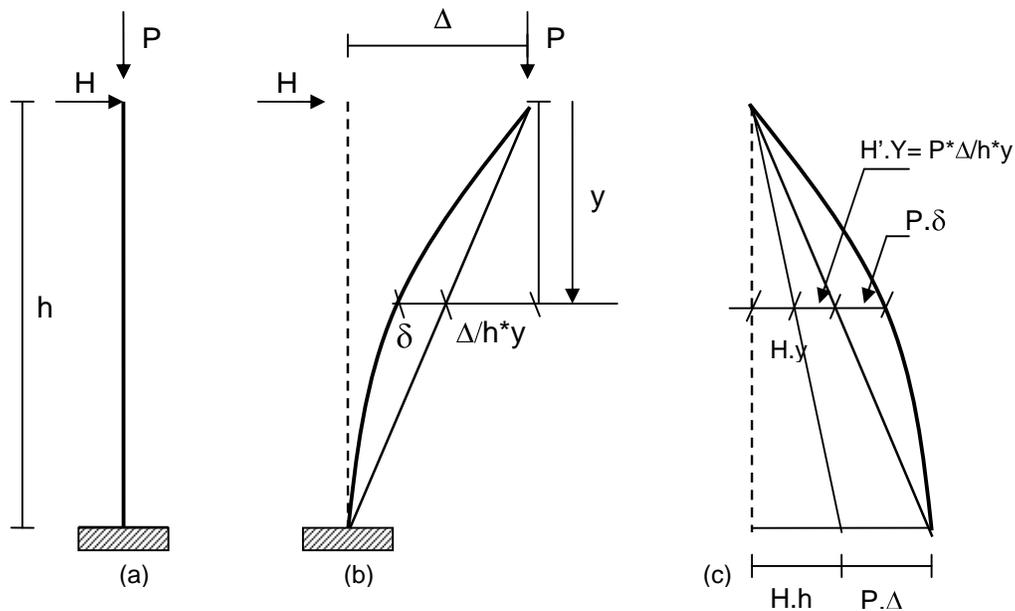


Figura 2.2.13 Columna empotrada solicitada por carga axial y horizontal.

Este análisis es aplicable a un pórtico completo, con lo cual en vez de realizar un análisis de segundo orden se puede hacer uno de primer orden, y amplificar los momentos así calculados para considerar los efectos de segundo orden, de esta forma se tiene M_u en función de momentos M_{Nt} y M_{Lt} .

$$M_u = B_1 M_{Nt} + B_2 M_{Lt} \quad (2.2.27)$$

Siendo:

M_{Nt} = resistencia a la flexión del miembro requerida con base en el supuesto de que no existe desplazamiento lateral del pórtico, y por tanto incluyen momentos de primer orden resultantes de las cargas gravitacionales.

M_{Lt} = resistencia a la flexión del miembro requerida como resultado únicamente de los desplazamientos laterales del pórtico.

B_1, B_2 = factores de amplificación del momento.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_E}} \geq 1 \quad (2.2.28)$$

$$P_E = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2}; \text{ carga crítica de Euler.}$$

λ_c = esbeltez de la pieza²⁷.

A_g = área bruta de la sección.

P_u = resistencia requerida a compresión.

C_m = coeficiente definido en la ecuación (2.2.32)

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u (\Delta_{oh} / L \sum H)} \quad (2.2.29)$$

o

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_E}} \quad (2.2.30)$$

$\sum P_u$ = sumatoria de las resistencias axiales requeridas de todas las columnas de un piso.

Δ_{oh} = desplazamiento traslacional piso en cuestión.

$\sum H$ = sumatoria de todas las fuerzas horizontales en piso que inducen el desplazamiento Δ_{oh} .

L = altura del piso.

$\sum P_E$ = sumatoria de las cargas críticas de Euler de todas las columnas del piso.

²⁷ Ver sección 2.2.3.2

En la figura 2.2.14 (a) se expone un pórtico de 3 pisos con cargas gravitacionales y cargas horizontales. En la figura 2.2.14 (b) se han retirado las cargas horizontales y se han colocado en cada piso una restricción horizontal R_i para que así el pórtico no presente desplazamientos horizontales. Los momentos obtenidos mediante un análisis de primer orden del pórtico en estas condiciones son los M_{Nt} .

En un pórtico sin arriostramiento lateral, M_{Lt} es producto de las cargas laterales, en el caso de que el pórtico y las cargas verticales son simétricas, para las cargas verticales, $M_{Lt} = 0$. Sin embargo, si bien las cargas verticales o la geometría del pórtico son asimétricas, y el pórtico no está contraventado, M_{Lt} es diferente de cero. En el caso de un pórtico arriostrado, $M_{Lt} = 0$. Para obtener su valor, se aplican fuerzas de igual magnitud a las R_i (figura 2.2.14 (c)) requeridas para hallar M_{Nt} sumadas a las fuerzas horizontales H_i que se habían retirado.

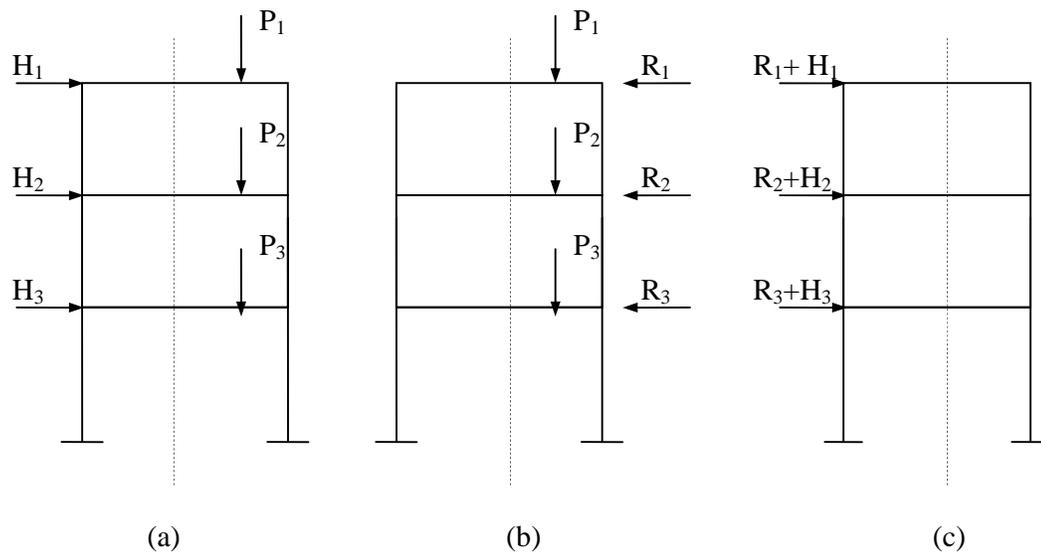


Figura 2.2.14 Modelo para la evaluación de M_{Nt} , M_{Lt} . a) pórtico original; b) pórtico sin desplazamientos laterales para M_{Nt} y c) pórtico con desplazamientos y sin cargas verticales para M_{Lt} .

Para tomar en cuenta el efecto $P-d$ en los puntos intermedios de las columnas (ver figura 2.2.13), es necesario amplificar los momentos obtenidos en los extremos M_{Nt} y M_{Lt} con los factores B_1 y B_2 respectivamente.

B_1 (ecuación 2.2.28), es el factor de amplificación que determina el efecto $P-d$ en columnas sin desplazamiento relativo de sus extremos. En la que, para calcular P_E , el factor de longitud efectiva K será menor o igual a la unidad ya que el pórtico es contraventeado.

Así mismo, B_2 amplifica el momento M_{Lt} con la ecuación 2.2.29, donde $\sum P_u$ concierne a la resistencia axial requerida por todas las columnas en un piso y $\sum P_E$ es la sumatoria de la carga crítica de Euler para tales columnas; en este caso K es mayor que la unidad, pues hay desplazamiento relativo de los extremos de la columna. Se trabaja con todas las columnas, porque se contempla el pandeo de todo el piso.

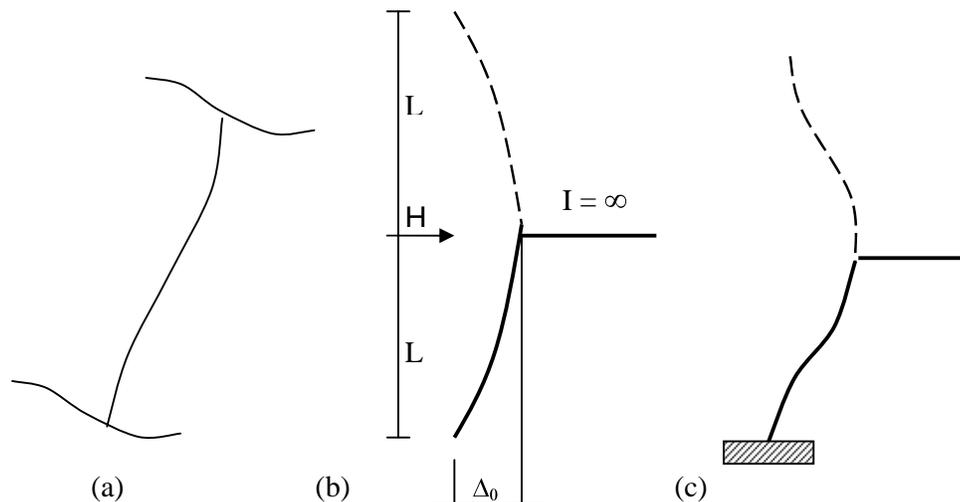


Figura 2.2.15 Modelo para evaluar $P-d$, a) Columna que forma parte de un pórtico, b) y c) Modelos equivalentes.

Suponiendo que una columna que forma parte de un pórtico de varios pisos se comporta como se muestra en la figura 2.2.15 (b), se encuentra articulada en el extremo inferior y empotrada en el superior (suponiendo que la viga tuviera una

rigidez infinita), la deflexión que sufrirá por una carga H puede evaluarse imaginando que la columna en cuestión es la mitad de una viga de luz 2L con una carga aplicada en el centro, esto es:

$$\Delta_o = \frac{H(2L)^3}{48EI} = \frac{HL^3}{6EI}$$

Si estuviese empotrada en los dos extremos, figura 2.2.15 (c):

$$\Delta_o = \frac{H(2L)^3}{192EI} = \frac{HL^3}{24EI}$$

Un valor intermedio entre las dos situaciones anteriores puede ser:

$$\Delta_o = \frac{HL^3}{10EI}$$

Y considerando que $\pi^2 = 10$, puede convertirse en:

$$\Delta_o = \frac{HL^3}{\pi^2 EI} = \frac{HL}{\pi^2 EI / L^2} = \frac{HL}{P_E}$$

$$\Delta_o = \frac{HL}{P_E} \quad (2.2.31)$$

Entonces $P_E = \frac{HL}{\Delta_o}$, y para todo un piso: $\sum P_E = \sum H.L / \Delta_o$. Llevando este

valor a la ecuación 2.2.29, se tendrá un nuevo valor de B_2 , que será aplicado únicamente a los momentos causados por fuerzas que producen tal desplazamiento en un piso completo:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u / \sum P_E}$$

El coeficiente C_m analizado suponiendo que no hay traslación lateral del pórtico, cuyo valor se lo obtiene en la siguiente ecuación:

- Para elementos en compresión no solicitados por cargas transversales entre sus soportes en el plano de la flexión:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (2.2.32)$$

Donde M_1/M_2 es la relación entre el momento menor y el mayor del tramo del elemento sin arriostrar, en el plano de la flexión considerado. M_1/M_2 es positivo cuando la flexión produce doble curvatura en el elemento y negativo cuando la curvatura es simple.

- Para elementos en compresión, solicitados por cargas transversales entre sus soportes se tiene:

$C_m = 0.85$ para elementos cuyos extremos se encuentran restringidos.

$C_m = 1$ para elementos cuyos extremos no se encuentran restringidos.

Además, C_m puede ser determinado por un análisis racional, (ver tabla 2.2.10), con la ecuación:

$$C_m = 1 + \psi \frac{P_u}{P_E} \quad (2.2.33)$$

Siendo:

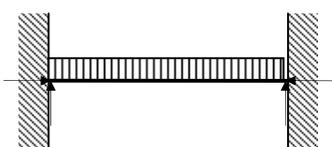
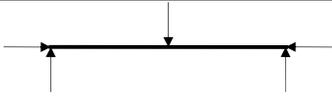
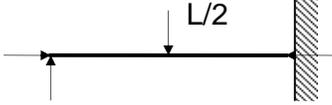
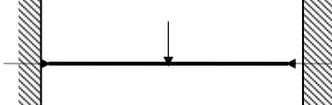
$$\psi = \frac{P_E \delta_o EI}{M_o L^2} - 1$$

δ_o = deflexión máxima debida a la actuación de las cargas transversales.

M_o = máximo momento flector de diseño factorizado entre soportes debido a la acción de las cargas transversales.

En la tabla 2.2.10 se ofrecen valores correspondientes de α y C_m para algunos casos de vigas con los extremos restringidos al desplazamiento y dos casos de vigas-columnas simplemente apoyadas.

Tabla 2.2.10 Valores de los coeficientes α y C_m ²⁸.

Caso	α	C_m
	0	1.0
	-0.4	$1 - 0.4P_u/P_E$
	-0.4	$1 - 0.4P_u/P_E$
	-0.2	$1 - 0.2P_u/P_E$
	-0.3	$1 - 0.3P_u/P_E$
	-0.2	$1 - 0.2P_u/P_E$

2.2.4.1.2 Obtención de M_n

La resistencia nominal a la flexión, M_n , se determina de acuerdo a la sección F1 del AISC – LRFD, no obstante, este desarrollo está fuera del objetivo

²⁸ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design. Second Edition, 1994.** Tabla C-C1.1

de estudio de la presente tesis, ya que M_n de una columna compuesta se determina por medio de la distribución plástica de esfuerzos sobre la sección compuesta, (ver sección 2.3.2.2.6.1).

2.2.4.2 Carga axial y Flexión Biaxial Combinadas, de acuerdo al EUROCÓDIGO 3

Por otro lado en el EUROCÓDIGO 3, las relaciones de interacción de la resistencia de las diferentes secciones transversales solicitadas a flexión y esfuerzos, se establecen en las siguientes ecuaciones:

- Para las secciones transversales de la Clase 1 y 2:

Nombrando:

$$u = \text{esbeltez reducida} = \lambda_r = \bar{\lambda} = \lambda / \lambda_e = \lambda / \pi \sqrt{E / F_y}$$

$$v = \text{coeficiente de reducción} = F_{cr} / F_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - u^2}} = \chi$$

$$\phi = \frac{1}{2} [1 + \alpha(u - 0.2) + u^2]$$

El EUROCÓDIGO 3 toma como fórmula de comprobación²⁹:

$$\frac{P_u}{v_{\min} P_e} + K_x \frac{M_{ux}}{M_{px}} + K_y \frac{M_{uy}}{M_{py}} \leq 1 \quad (2.2.34)$$

$P_e = F_y A / \gamma_{M1}$ = carga de aplastamiento de la sección.

v_{\min} = el menor valor de los valores v_x ó v_y .

M_p = momento plástico = $Z_x F_y / \gamma_{M1}$

Z_x = módulo resistente plástico.

$\gamma_{M1} = 1.1$

²⁹ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

$$K_x = 1 - \frac{\mu_x P_u}{v_x F_y A} \leq 1.5 \quad (2.2.35)$$

$$K_y = 1 - \frac{\mu_y P_u}{v_y F_y A} \leq 1.5 \quad (2.2.36)$$

Siendo:

$$\mu_x = \lambda_{rx}(2\beta_{MX} - 4) + \frac{Z_x - W_x}{W_x} \leq 0.90 \quad (2.2.37)$$

$$\mu_y = \lambda_{ry}(2\beta_{MY} - 4) + \frac{Z_y - W_y}{W_y} \leq 0.90 \quad (2.2.38)$$

$\lambda_{rx}; \lambda_{ry}$ esbeltez relativa de la viga ³⁰.

W representa el correspondiente módulo resistente elástico, Z el plástico y β_{MX} y β_{MY} son coeficientes relativos al momento equivalente, correspondientes al pandeo por flexión, que se pueden obtener de la tabla 2.2.11

Los coeficientes relativos al momento equivalente β_{MX} , β_{MY} , y β_{ML} , se obtienen de la correspondiente figura de la tabla anterior según la forma del diagrama de momentos flectores entre puntos arriostrados tal como se indica en la tabla 2.2.12.

- Para las secciones transversales de la Clase 3, la comprobación es la siguiente:

$$\frac{P_u}{v_{\min} P_e} + K_x \frac{M_{ux}}{W_x F_y / \gamma_{M1}} + K_y \frac{M_{uy}}{W_y F_y / \gamma_{M1}} \leq 1.0 \quad (2.2.39)$$

Siendo:

$$\mu_x = \lambda_{rx}(2\beta_{MX} - 4) \leq 0.90 \quad (2.2.40)$$

$$\mu_y = \lambda_{ry}(2\beta_{MY} - 4) \leq 0.90 \quad (2.2.41)$$

³⁰ EC3 Proyecto de estructuras de acero. Ed. AENOR.

Tabla 2.2.11 Coeficientes del momento equivalente, de acuerdo al EUROCÓDIGO

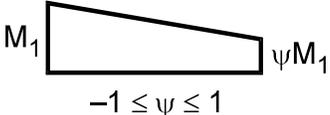
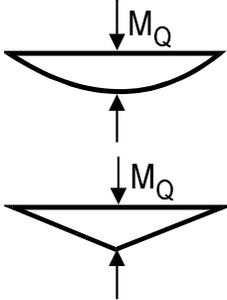
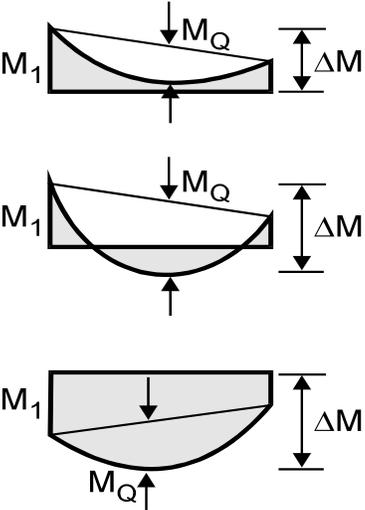
Diagrama de momentos	Coeficiente del momento uniforme equivalente β_M
<p>Momentos en los extremos.</p>  <p>$-1 \leq \psi \leq 1$</p>	$\beta_{M,\psi} = 1.8 - 0.7\psi$
<p>Momentos debidos a cargas transversales.</p> 	<p>Para cargas uniformemente repartidas:</p> $\beta_{M,Q} = 1.3$ <p>Para cargas concentradas: $\beta_{M,Q} = 1.4$</p>
<p>Momentos debidos a cargas transversales más momentos en los extremos.</p> 	$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi})$ <p>Donde:</p> <p>$M_Q = \max M$ debido únicamente a carga transversal</p> <p>y</p> <p>$\Delta M = \max M$ para diagramas de momentos sin cambio de signo</p> <p>$\Delta M = \max M + \min M$ cuando cambia el signo del diagrama de momentos.</p>

Tabla 2.2.12 Coeficientes relativos al momento equivalente.

Coeficiente	Eje del momento	Eje arriostrado
β_{MX}	xx	xx
β_{MY}	yy	yy
β_{ML}	xx	yy

- Para las secciones transversales de la Clase 4, la relación de comprobación a flexocompresión es:

$$\frac{P_u}{\nu_{min} A_e F_y / \gamma_{M1}} + K_x \frac{M_{ux} + P_u e_{nx}}{W_{x,e} F_y / \gamma_{M1}} + K_y \frac{M_{uy} + P_u e_{ny}}{W_{y,e} / \gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.2.42)$$

Siendo:

A_e = área de la sección efectiva.

W_e = módulo resistente de la sección efectiva correspondiente.

e_n = distancia entre el eje neutro de la sección bruta y de la sección efectiva.

2.3 CONSTRUCCIÓN COMPUESTA

La combinación de materiales de construcción más importante y más frecuentemente empleada tanto en edificación como en la construcción de puentes, es la de *acero y hormigón*. A pesar de ser muy diferentes en su naturaleza estos dos materiales se complementan dado que:

- × El hormigón es eficiente en compresión y el acero en tracción.
- × Los componentes de acero son relativamente delgados y propensos a pandear, el hormigón puede arriostrar dichos componentes evitando su pandeo.

- ✘ El hormigón también proporciona protección contra la corrosión y aislamiento térmico a altas temperaturas provocadas por incendios.
- ✘ El acero proporciona mayor ductilidad a la estructura³¹.

2.3.1 CARACTERÍSTICAS DE LA CONSTRUCCIÓN COMPUESTA³²

2.3.1.1 Aspectos Arquitectónicos

Las estructuras compuestas proporcionan numerosas variaciones arquitectónicas pudiendo combinar diferentes tipos de elementos compuestos.

Aparte de conseguir dimensiones más reducidas en las vigas, se puede conseguir:

- ⤴ Mayores vanos.
- ⤴ Losas más delgadas.
- ⤴ Columnas más esbeltas.

y ofrecen flexibilidad y más oportunidades para el diseño.

2.3.1.2 Aspectos Económicos

Como consecuencia de poder disponer de menores dimensiones en las piezas (una mayor rigidez implica menores deformaciones, mayores vanos y menor peso global), y de poder llevar a cabo un montaje más rápido, el potencial de ahorro económico es enorme.

La relación luz canto de la losa ($l/h=35$) puede resultar beneficiosa:

- ⤴ Una reducción del canto del forjado reduce la altura total del edificio
- Disminución de la superficie de revestimiento del edificio.

³¹ BORJA, Esteban – VALLEJO, Vicente. **Diseño de Columnas Mixtas**. Escuela Politécnica Nacional, 1986.

³² MARTINEZ, Julio – ORTIZ, Jesús. **Construcción Mixta Hormigón-Acero**, Ed. Rueda, México.

- ✦ Vanos mayores para un mismo canto (comparado con otros métodos constructivos como el hormigón armado). Espacios con menos columnas presentan mayor flexibilidad de utilización.
- ✦ Plantas adicionales con una misma altura total del edificio.

Las estructuras compuestas son fáciles de montar y precisan menores tiempos de construcción. A partir de lo anterior, es evidente que existirá un beneficio en:

- Ahorro de los costos, conclusión más rápida del edificio.
- Menores costos de financiación.
- Pronta utilización, aumentando su rentabilidad.

2.3.1.3 Aspectos Funcionales

Las estructuras de acero convencionales emplean sistemas de protección contra el fuego para aislar el acero del calor. Por su parte las estructuras compuestas alcanzan su resistencia al fuego igual que las estructuras de hormigón armado, en las que el hormigón protege al acero debido a su mayor masa y relativamente inferior conductividad térmica.

Al igual que las losas compuestas pueden resistir el fuego, las vigas compuestas pueden emplearse con alas desprotegidas. En este caso el espacio entre las alas deberá de rellenarse con hormigón y armadura de refuerzo adicional. Esto no sólo mantiene las temperaturas relativamente bajas en el alma y el ala superior, sino que también proporciona resistencia a flexión, compensando la reducción que se produce en la contribución a la resistencia por parte del ala inferior caliente³³

³³ <http://www.ing.unlp.edu.ar/cmydm/MixtasEC4.pdf>

2.3.2 COLUMNAS COMPUESTAS

Al hablar sobre la *construcción compuesta* se debería mencionar que en muchos casos, realmente, la *tecnología de edificación compuesta* es la solución más eficiente. Estrictamente **pieza compuesta** significa la interacción de dos materiales en un elemento estructural, por ejemplo, una columna de acero tubular relleno de hormigón; mientras que la filosofía de la **edificación compuesta** incluye la combinación de elementos o piezas estructurales elaborados con diferentes métodos constructivos, por ejemplo, una columna de hormigón en combinación con una viga compuesta y un forjado prefabricado³⁴.

Las columnas compuestas son una combinación de las columnas de hormigón y las de acero, reuniendo las ventajas de ambos tipos de columnas. Las columnas compuestas tienen una mayor ductilidad que las de hormigón y se pueden construir uniones siguiendo las técnicas de la construcción con acero.

Este tipo de piezas se emplean habitualmente donde se combinan grandes esfuerzos axiales a soportar, con el deseo de disponer de reducidas secciones transversales. Dado que las columnas compuestas pueden ser prefabricadas o al menos prepararse en el taller, el tiempo de construcción puede reducirse notablemente comparado con la construcción de *hormigón in situ*. Una ventaja decisiva frente a las columnas de acero desnudo, es la elevada resistencia al fuego que presentan las columnas compuestas sin ninguna medida preventiva adicional³⁵.

2.3.2.1 Tipos De Columnas Compuestas

Para poder comprender las condiciones y potenciales criterios de empleo, se establece una clasificación de las columnas compuestas, en los siguientes cuatro grupos³⁶:

³⁴ <http://grupo.unican.es/gidai/assignatura/ISCIE/Pasiva%2002.pdf>

³⁵ <http://www.ing.unlp.edu.ar/cmydm/MixtasEC4.pdf>

³⁶ MARTINEZ, Julio – ORTIZ, Jesús. **Construcción Mixta Hormigón-Acero**, Ed. Rueda, México.

1. Rellenas.
2. Recubiertas.
3. Abiertas.
4. Híbridas.

2.3.2.1.1 Rellenas

Las columnas rellenas de hormigón no sólo proporcionan una capacidad de soportar cargas mayores que la de las columnas de acero. En lo referente a la ductilidad y a la capacidad de rotación, las columnas de secciones de acero rellenas de hormigón ofrecen un funcionamiento óptimo al compararlas con otros tipos de columnas compuestas. Junto a la posibilidad de construir columnas sólo de acero o de hormigón, la respuesta a compresión de las columnas compuestas está básicamente gobernado por la cantidad de acero estructural dispuesta.

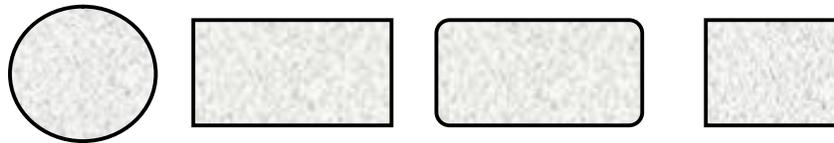


Figura 2.3.1 Columnas compuestas rellenas.

Para la sección de acero son adecuadas secciones huecas tubulares o rectangulares, o perfiles soldados entre sí. Las columnas compuestas rellenas tienen la ventaja de no precisar un encofrado adicional para el *hormigonado*. Para cargas muy elevadas se utilizan piezas de acero adicionales dispuestas en el interior de la sección hueca. Una relación de los tipos de columnas compuestas rellenas empleadas en la práctica se muestra en la figura 2.3.1.

2.3.2.1.2 Recubiertas

Para la sección de acero son adecuados tanto perfiles laminados I, chapas o barras, las secciones en I pueden ser recubiertas parcial o completamente con hormigón. En algunos casos las secciones metálicas son compactas, y en otras esbeltas, sus piezas están unidas por presillas o celosías (figura 2.3.2).

Estos elementos son considerablemente adecuados para ambientes agresivos.

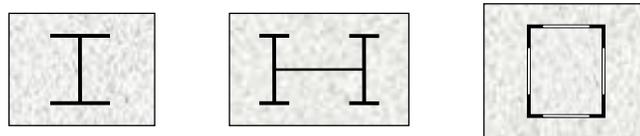


Figura 2.3.2 Columnas compuestas recubiertas.

2.3.2.1.3 Abiertas

Este tipo de elementos son empleados para casos industriales, o para soportar fuertes cargas laterales, se emplean perfiles metálicos muy diferentes unidos por presillas o celosías, que vienen a completar en las zonas de huecos entre piezas metálicas con el relleno del hormigón (figura 2.3.3).

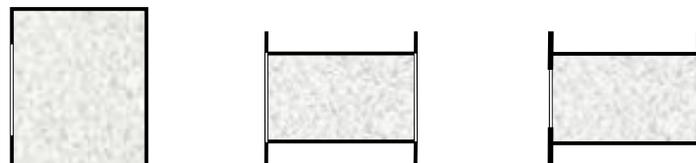


Figura 2.3.3 Columnas compuestas abiertas.

2.3.2.1.4 Híbridas

Son convenientes cuando se soportan al mismo tiempo flexiones importantes y fuertes cargas localizadas. Las piezas metálicas que forman este

tipo de columnas compuestas son unidas de forma compacta, pero pueden existir uniones auxiliares de presillas o celosías en las zonas exteriores (figura 2.3.4).

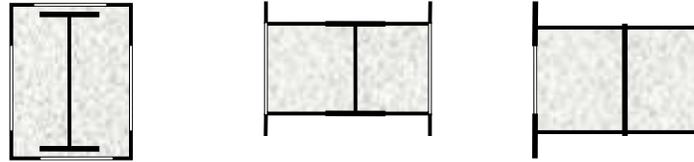


Figura 2.3.4 Tipos de columnas híbridas.

2.3.2.2 Flexocompresión Biaxial

En este punto es necesario anotar que los códigos empleados para el diseño de las columnas compuestas son los ofrecidos por el **AISC-LRFD**³⁷, **ACI**³⁸ y el **EUROCÓDIGO**, con el método simplificado³⁹;

“El cálculo de las columnas compuestas se debe hacer para los estados límites últimos. Bajo las más desfavorables combinaciones de acciones, el cálculo tiene que demostrar que la resistencia de la sección no supera su límite y que la estabilidad global queda asegurada. El análisis de la capacidad resistente frente a cargas deberá incluir las imperfecciones, la influencia de las deformaciones en el equilibrio (teoría de segundo orden) y las pérdidas de rigidez en el caso de que partes del perfil se plastifiquen (zonas parcialmente plastificadas)”⁴⁰.

A partir de lo anterior, en esta sección, se analizan columnas compuestas formadas por tubos de acero y miembros de sección transversal rectangular de acero rellenos de concreto, que cumplen las condiciones que se indican a continuación:

³⁷ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Second Edition, 1994.

³⁸ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**, 2005.

³⁹ NORMA ESPAÑOLA EXPERIMENTAL UNE-ENV 1994-1-1, **EUROCÓDIGO 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero**. Ed. AENOR, 1996.

⁴⁰ <http://www.ing.unlp.edu.ar/cmydm/MixtasEC4.pdf>

2.3.2.2.1 Pandeo local de elementos de acero

En el estado límite último se supone que la sección ha alcanzado toda su capacidad resistente, por lo que habrá que asegurar que esto sea posible sin que se produzca ningún fallo previo por causa de una inestabilidad local de las zonas delgadas de la sección transversal. Se puede cumplir limitando la relación entre el canto y el espesor en la sección.

Para secciones cerradas rellenas de hormigón, la esbeltez de los elementos de la sección de acero deberán satisfacer las condiciones descritas en la sección 2.2.3

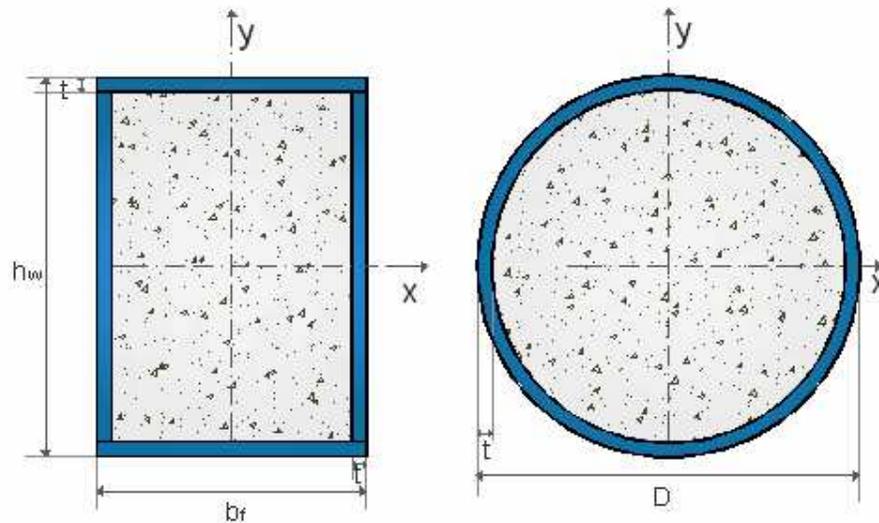


Figura 2.3.5 Secciones de acero rellenas de hormigón con nomenclatura de símbolos.

Para el caso del LRFD:

- $b/t < 2120\sqrt{F_y}$ Todo tipo de elementos rigidizados, soportados a lo largo de los bordes, solicitados por compresión, de ancho $b = b_f - 2t$, F_y es la resistencia de la sección de acero, en Kg/cm^2 .

- $D/t < 232000/F_y$, para secciones circulares huecas, de diámetro D , F_y es la resistencia de la sección de acero, en Kg/cm^2 .

Para el caso del EUROCÓDIGO, las restricciones son:

- $h/t \leq 52\varepsilon$ secciones rectangulares de ancho $h = h_w - 2t$ y espesor t .
- $D/t \leq 90\varepsilon^2$ secciones circulares de diámetro D y espesor de pared t .

El factor ε tiene en cuenta los diferentes límites de fluencia, $\varepsilon = \sqrt{\frac{2400}{F_y}}$, donde F_y es la resistencia de la sección de acero, en Kg/cm^2 .

Cuando se vayan a emplear elementos cuyas dimensiones sobrepasen los límites establecidos se tomará en cuenta la reducción de la resistencia por efecto del pandeo local mediante métodos apropiados en cada norma (ver sección 2.3.2.2.5).

2.3.2.2.2 Limitaciones

2.3.2.2.2.1 Limitaciones de acuerdo al LRFD

Las limitaciones presentadas en las especificaciones del LRFD⁴¹ son las siguientes:

- El área de la sección transversal del elemento de acero es, cuando menos, el cuatro por ciento del área de la sección transversal compuesta total.

$$A_s > 0.04A_g \quad (2.3.1)$$

⁴¹ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Second Edition, 1994. Capítulo I

- Si el concreto es de peso volumétrico normal, su resistencia especificada en compresión, f_c' , no es menor de 20 MPa (200 Kg/cm²) ni mayor de 54 MPa (550 Kg/cm²); si es ligero tendrá una resistencia no menor de 29 MPa (300 Kg/cm²).
- Si el límite de fluencia del acero estructural, es mayor de 412 MPa (4 200 Kg/cm²), en el cálculo de resistencia se tomará ese valor.
- El grueso t de las paredes de las secciones tubulares de acero estructural rellenas debe cumplir con:

$$t > b \sqrt{\frac{F_y}{3E}} \quad (2.3.2)$$

para cada cara de ancho b en secciones rectangulares o cuadradas, y

$$\text{que } t > D \sqrt{\frac{F_y}{8E}} \quad (2.3.3)$$

para secciones circulares de diámetro exterior D .

- Si se desea emplear varillas longitudinales, localizadas dentro del núcleo de concreto confinado, pueden considerarse en el cálculo del área de la sección de acero estructural.

2.3.2.2.2 Limitaciones de acuerdo al ACI

En el Artículo 10 del ACI⁴² se encuentran especificadas las limitaciones para las columnas compuestas, citadas a continuación:

⁴² AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**, 2005.

- Los elementos compuestos sujetos a compresión, deben incluir a todos los elementos semejantes reforzados longitudinalmente con perfiles de acero estructural, tuberías, tubos, con o sin varillas longitudinales.
- El espesor de la sección de acero debe ser:

$$t > b \sqrt{F_y / 3E_s} \quad (2.3.4)$$

para cada cara de ancho b, para secciones rectangulares, y que:

$$t > D \sqrt{F_y / 8E_s} \quad (2.3.5)$$

para secciones circulares de diámetro D.

2.3.2.2.3 Limitaciones de acuerdo al EUROCÓDIGO

El EUROCÓDIGO⁴³ proporciona el método conocido como el *método de cálculo simplificado* para columnas compuestas, el cual es aplicable para fines prácticos. Este método de cálculo hace uso de las curvas europeas de pandeo⁴⁴ para columnas de acero, definidas en la sección 2.2.3.4, además se tiene en cuenta el cambio en la rigidez de un elemento debido a la plastificación del acero estructural.

El método simplificado se basa en las siguientes suposiciones:

- ✓ Existe una completa interacción entre las secciones de acero y hormigón hasta que se produce el momento en que se alcanza el fallo.

⁴³ NORMA ESPAÑOLA EXPERIMENTAL UNE-ENV 1994-1-1, **EUROCÓDIGO 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero**. Ed. AENOR, 1996.

⁴⁴ **EC3 Proyecto de estructuras de acero**. Ed. AENOR.

- ✓ Mientras la columna se deforma las secciones planas permanecen planas.
- ✓ Las imperfecciones geométricas y las tensiones residuales son tomadas en cuenta en el cálculo.

Las limitaciones que se encuentran en el método simplificado del EUROCÓDIGO son las siguientes:

- La sección transversal de la columna compuesta debe ser prismática y simétrica, respecto de ambos ejes a lo largo de toda su altura, con sus relaciones entre las dimensiones de la sección transversal dentro del rango:

$$0.2 < h_w/b_f < 5.0$$

- La contribución relativa de la sección de acero a la resistencia de cálculo de la sección compuesta, dada por δ , debe estar entre los límites:

$$0.2 < \delta < 0.9$$

$$\delta = \frac{A_a F_y / \gamma_{Ma}}{P_n} \quad (2.3.6)$$

Donde:

P_n = resistencia de la sección transversal.

F_y = resistencia de la sección de acero.

γ_{Ma} = coeficiente parcial de seguridad (ver sección 2.3.2.2.3.3).

Esta comprobación define la columna compuesta. Si el parámetro δ es menor que 0.2, la columna se diseña como si fuera columna de hormigón; por otra parte, cuando δ es mayor que 0.9, la columna se

calcula como una columna de acero, como se vio en la sección 2.2.3.4, basándose en el EUROCÓDIGO 3.

- La esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ de la columna compuesta debe ser menor de 2.0.

$$\bar{\lambda} < 2.0 \quad (2.3.7)$$

- Para las secciones rellenas con hormigón no es necesaria ninguna cuantía mínima de armadura. Si la armadura debe participar en la capacidad resistente frente a cargas, la cuantía mínima de la armadura debe de ser $\rho = 0.3\%$.

2.3.2.2.3 Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales

2.3.2.2.3.1 Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al LFRD

El *Load and Resistance Factor Design del AISC*⁴⁵, plantea las siguientes especificaciones con respecto a la resistencia de diseño $\phi_c P_n$ de las columnas compuestas comprimidas axialmente, a partir de la ecuación 2.2.8:

$$\phi_c P_n = 0.85 A_g * F_{cr}$$

1. A_s = área total de la sección transversal del elemento de acero estructural (reemplaza a A_g).

r_m = radio de giro del elemento de acero estructural, no se tomará menor que 0.3 veces la dimensión total de la sección compuesta, en el plano en que se estudie el pandeo (reemplaza a r).

2. F_y y E se sustituyen por los valores modificados F_{my} y E_m :

⁴⁵ AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design**. Second Edition, 1994. Sección I2.

$$F_{my} = F_y + c_2 f'_c (A_c / A_s) \quad (2.3.8)$$

$$E_m = E + c_3 E_c (A_c / A_s) \quad (2.3.9)$$

Donde:

A_c = área de hormigón.

A_s = área del elemento de acero estructural.

E = módulo de elasticidad del acero.

E_c = módulo de elasticidad del hormigón. E_c puede ser calculado de la ecuación 2.1.1.

$$E_c = wc^{1.5} 0.14 \sqrt{f'_c}$$

F_y = esfuerzo de fluencia de la sección de acero.

f'_c = esfuerzo de compresión del concreto.

c_2, c_3 coeficientes numéricos, en el caso de secciones tubulares rellenas de concreto: $c_2 = 0.85$; $c_3 = 0.4$.

Con lo cual la resistencia de diseño de las columnas compuestas comprimidas axialmente se establece por:

$$\phi_c P_n = 0.85 A_s F_{cr} \quad (2.3.10)$$

F_{cr} es obtenido en base a las mismas condiciones que las expuestas en la sección 2.2.3, con los siguientes cambios:

Para $\lambda_c < 1.5$

$$F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} F_{my} \quad (2.3.11)$$

Para $\lambda_c > 1.5$

$$F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} F_{my} \quad (2.3.12)$$

2.3.2.2.3.2 Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al ACI

La resistencia de diseño de una sección transversal frente a carga axial de acuerdo con los requisitos del reglamento del ACI⁴⁶, será:

$$\phi P_n = 0.85f'_c(A_g - A_s) + A_s F_y \quad (2.3.13)$$

Siendo:

A_g = área bruta de la sección transversal.

A_s = área de la sección transversal de acero.

ϕ = ver sección 2.3.2.2.8.2

Tomando en cuenta que, no se proporcionan los factores de reducción de la resistencia, ϕ , para columnas compuestas en el reglamento del ACI, se opta por asumir los valores de ϕ considerando que la columna compuesta rectangular fuese una columna con estribos y que la columna compuesta circular fuese una columna con refuerzos en espiral, por lo tanto la resistencia de diseño ϕP_n de la sección transversal compuesta frente a flexión y compresión no deberá ser mayor que:

$$\phi P_{n(max)} = 0.85\phi[0.85f'_c(A_g - A_s) + A_s F_y]$$

Para columnas compuestas de sección transversal rectangular $\phi = 0.7$ y sección transversal circular $\phi = 0.75$.

⁴⁶ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**, 2005.

2.3.2.2.3.3 Resistencia de la sección transversal frente a cargas axiales conforme al EUROCÓDIGO

La resistencia a compresión axial de la sección transversal de una columna compuesta, es la suma de las resistencias plásticas de compresión de cada uno de sus elementos integrantes como sigue:

$$P_n = A_a \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} \quad (2.3.14)$$

En la figura 2.3.6 se muestra la distribución de tensiones, en la que se basa la ecuación 2.3.14

Donde:

A_a = área de la sección transversal de la sección de acero.

A_c = área de la sección transversal del hormigón.

$$f_{yd} = \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} = \text{resistencia del acero estructural.} \quad (2.3.15)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \text{resistencia del hormigón.} \quad (2.3.16)$$

F_y = esfuerzo de fluencia de la sección de acero.

f_{ck} = esfuerzo de compresión del concreto.

γ_{Ma}, γ_c = coeficientes parciales de seguridad en estados límites últimos, ver tabla 2.3.1.

En el EUROCÓDIGO se toman en cuenta distintas disposiciones para secciones de acero rellenas de hormigón⁴⁷ entre las cuales podemos citar:

- 1) Para columnas compuestas rellenas de hormigón no es necesario considerar el coeficiente de 0.85, con el que se reduciría la resistencia del hormigón, esto es debido a que se logra un incremento de la

⁴⁷ NORMA ESPAÑOLA EXPERIMENTAL UNE-ENV 1994-1-1, **EUROCÓDIGO 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero**. Ed. AENOR, 1996. Cap. 4

resistencia a compresión del hormigón en el interior de la sección de acero y así mismo es inadmisibles que se produzca un descascarillado del hormigón. Con lo que, la resistencia del hormigón de $0.85f_{ck}$ pasa a ser f_{cd} ⁴⁸.

- 2) Se utiliza un sistema adicional de factores de seguridad con el propósito de cubrir fallos por razones de estabilidad, el cual se aplica en la ecuación 2.3.14, estos factores son los coeficientes parciales de seguridad γ_{Ma}, γ_c para las resistencias y propiedades de los materiales, que se pueden obtener de acuerdo a la tabla 2.3.1

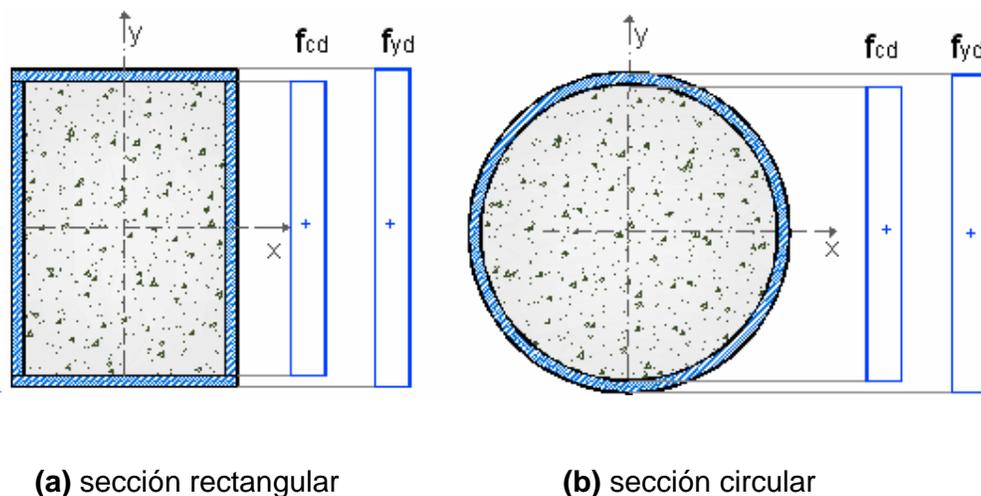


Figura 2.3.6 Distribución de tensiones para la resistencia de una sección, EUROCÓDIGO.

Tabla 2.3.1 Coeficientes parciales de seguridad para las resistencias.

Acero estructural	Hormigón
$\gamma_{Ma} = 1.1$	$\gamma_c = 1.5$

⁴⁸ Resistencia característica del hormigón. Ver ecuación 2.2.10

3) En el caso de *sección hueca circular* rellena de hormigón, se produce un *incremento adicional* en la resistencia a compresión provocada por el *confinamiento* que produce la sección de acero. Este efecto solo tiene lugar si el perfil hueco de acero es lo suficientemente rígido como para evitar la expansión lateral del hormigón bajo la carga axial de compresión. Esta resistencia suplementaria del hormigón puede utilizarse en el cálculo, siempre que:

- a) La esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ de una columna compuesta, dada en la sección 2.3.2.2.4.3, formada por un tubo de acero circular relleno de hormigón no supere el valor 0.5.
- b) La mayor resistencia requerida a flexión $M_{u,max}$, según la teoría de primer orden, no supere el valor $0.1 \cdot P_u \cdot D$, donde D es el diámetro externo de la columna y P_u es la resistencia requerida a compresión.

La resistencia a compresión de la sección circular hueca rellena de hormigón puede ser calculada entonces mediante:

$$P_n = A_a \eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} + A_c f_{cd} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] \quad (2.3.17)$$

Siendo:

t el espesor de la pared del tubo.

η_a y η_c coeficientes definidos a continuación:

- i) Los coeficientes η_a y η_c se definen para $0 < e = D/10$, donde $e = M_{u,max} / P_u$ es la excentricidad de la carga axial:

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \left(10 \frac{e}{D} \right) \quad (2.3.18)$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - 10 \frac{e}{D} \right) \quad (2.3.19)$$

ii) Cuando $e > D/10$:

$$\eta_a = 1.0 \text{ y } \eta_c = 0.$$

iii) En las anteriores ecuaciones (2.3.18) y (2.3.19) los términos η_{a0} y η_{c0} son los valores de η_a y η_c para una excentricidad e nula. Estos se expresan como funciones de la esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ como sigue:

$$\eta_{a0} = 0.25(3 + 2\bar{\lambda}) = 1 \quad (2.3.20)$$

$$\eta_{c0} = 4.9 - 18.5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 = 0 \quad (2.3.21)$$

La presencia de un momento flector M_u tiene el efecto de reducción de las tensiones medias de compresión en la columna en agotamiento, reduciendo de este modo el efecto favorable del confinamiento sobre la resistencia de la columna. Los límites impuestos para η_a y η_c , y sobre η_{a0} y η_{c0} , representan los efectos de la excentricidad y la esbeltez sobre la capacidad de carga.

2.3.2.2.4 Esbeltez de la columna compuesta

2.3.2.2.4.1 Esbeltez de la columna compuesta conforme al LRFD

La carga crítica elástica de la columna compuesta se calcula mediante la ecuación de pandeo de Euler (ecuación 2.2.5), con las siguientes modificaciones:

$$P_e = A_s F_{my} / \lambda_c^2 \quad (2.3.22)$$

Donde:

λ_c = esbeltez de la columna compuesta, definida de la siguiente manera:

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi * r_m} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}} \quad (2.3.23)$$

F_{my} = tensión modificada para el diseño de la columna compuesta.

E_m = módulo modificado para el diseño de la columna compuesta.

KL = longitud efectiva de la columna, sección 2.2.3.

A_s = área de la sección transversal del acero estructural.

2.3.2.2.4.2 Esbeltez de la columna compuesta conforme al ACI

La relación de esbeltez $\frac{KL}{r}$, de acuerdo al ACI, está definida para los siguientes términos:

K = coeficiente de longitud efectiva, calculado de acuerdo a lo establecido en la sección 2.2.3

L = longitud no soportada de la columna.

r = radio de giro de la sección compuesta no debe ser mayor que el valor dado por:

$$r = \sqrt{\frac{(E_c I_g / 5 + E_s I_{sx})}{(E_c A_g / 5) + E_c A_{sx}}} \quad (2.3.24)$$

Donde:

E_c = módulo de elasticidad del concreto, en Kg/cm².

E_s = módulo de elasticidad del acero, en Kg/cm².

I_g = momento de inercia de la sección total del concreto con respecto al eje centroidal, sin tomar en consideración el acero.

I_{sx} = momento de inercia de la sección de acero estructural, con respecto al eje centroidal de la sección transversal del elemento compuesto.

A_g = área total de la sección, cm^2 .

A_{sx} = área de la sección transversal del acero estructural.

En la carga crítica de Euler, como alternativa de cálculo más preciso, la rigidez EI de la ecuación 2.2.3, puede tomarse como:

$$EI = \frac{(E_c I_g / 5)}{1 + \beta d} + E_s I_{sx} \quad (2.3.25)$$

Donde:

βd se lo obtiene tomando en cuenta:

- i. Para pórticos intranslacionales, βd es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada a la carga total axial factorizada, puede tomarse igual a 0.6.⁴⁹
- ii. Para pórticos translacionales, βd es la relación del cortante máximo factorizado sostenido dentro de un piso, al cortante total factorizado en ese piso, puede asumirse igual a 0.⁵⁰

En estructuras sin desplazamiento lateral se pueden ignorar los efectos de esbeltez en elementos a compresión si:

$$\frac{KL}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad (2.3.26)$$

⁴⁹ ACI. sección R10.12.3

⁵⁰ ACI. sección R10.13.4.1

Donde $34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) < 40$; M_1 y M_2 son los momentos en los extremos opuestos del miembro a compresión, $M_1 < M_2$; la relación M_1/M_2 se toma positiva para curvatura simple y negativa para curvatura doble.

Para elementos en compresión no arriostrados contra desplazamientos laterales, se desprecian los efectos de la esbeltez cuando:

$$\frac{KL}{r} \leq 22 \quad (2.3.27)$$

2.3.2.2.4.3 Esbeltez de la columna compuesta conforme al EUROCÓDIGO

La carga crítica elástica P_{cr} de la columna compuesta se calcula mediante la ecuación (2.2.5) de pandeo de Euler, con el siguiente cambio:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff.k}}{L_{fl}^2} \quad (2.3.28)$$

En la cual $(EI)_{eff.k}$ es la rigidez a flexión⁵¹ de la sección compuesta respecto del eje perpendicular al plano de pandeo considerado, y L_{fl} es la longitud de pandeo de la columna. Si la columna forma parte de un pórtico rígido esta longitud de pandeo puede tomarse de forma conservadora igual a la longitud del sistema L , se debe tomar en cuenta las siguientes consideraciones con respecto a la rigidez eficaz $(EI)_{eff.k}$:

- 1) Para cargas de corta duración la rigidez a flexión elástica eficaz $(EI)_{eff.k}$ de la sección compuesta viene dada por:

$$(EI)_{eff.k} = E_s I_s + 0.8 E_{cd} I_c \quad (2.3.29)$$

⁵¹ NORMA ESPAÑOLA EXPERIMENTAL UNE-ENV 1994-1-1, **EUROCÓDIGO 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero**. Ed. AENOR, 1996. Cap. 4.

Donde:

I_s = momento de inercia de la sección de acero estructural, para el plano de flexión considerado.

I_c = momento de inercia de la sección de hormigón (suponiendo que no está figurado), para el plano de flexión considerado.

E_s = módulo elástico del acero estructural.

$0.8E_{cd}I_c$ = rigidez eficaz de la parte del hormigón.

$$E_{cd} = \frac{E_c}{\gamma_c}$$

E_c = módulo de elasticidad del hormigón.

$\gamma_c = 1.5$ coeficiente de seguridad para el hormigón (ver tabla 2.3.1).

2) Para cargas de larga duración la rigidez a flexión del hormigón se verá modificada únicamente si:

a. La esbeltez relativa $\bar{\lambda}$, para el plano de flexión considerado, excede el límite dado en la tabla 2.3.2.

b. $e/d < 2$.

Donde:

e excentricidad de la carga, ver sección 2.3.2.2.3.3.

d el canto total de la sección en el plano de flexión considerado.

$\bar{\lambda}$ definida con la ecuación 2.3.31

δ factor de contribución del acero, (ecuación 2.3.6).

Bajo estas condiciones, el módulo de elasticidad eficaz del hormigón debe reducirse al valor:

$$E_c = E_{cd} \left(1 - 0.5 \frac{P_{g,d}}{P_u} \right) \quad (2.2.30)$$

Donde:

P_u es la resistencia requerida a compresión de la columna y $P_{g,d}$ es la parte permanente de esta carga.

Tabla 2.3.2 Valores límite de $\bar{\lambda}$ afectados por cargas de larga duración.

	Pórticos intraslacionales arriostrados	Pórticos traslacionales y/o no arriostrados
Secciones rellenas de hormigón	$\frac{0.8}{1-\delta}$	$\frac{0.5}{1-\delta}$

Finalmente la esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ de una columna compuesta en el plano de flexión considerado viene dada por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{P_{n,k}}{P_{cr}}} \quad (2.3.31)$$

En este caso $P_{n,k}$ es el valor de la resistencia P_n (ecuación 2.3.17), calculada utilizando los coeficientes parciales de seguridad de los materiales γ_{Ma} , γ_c con valor igual a 10.

2.3.2.2.5 Resistencia a pandeo de una pieza comprimida

2.3.2.2.5.1 Resistencia a pandeo de una pieza comprimida conforme al LRFD

La resistencia a pandeo de una pieza comprimida conforme al LRFD, además de ser verificada para los límites de pandeo elástico e inelástico, se debe verificar el pandeo local, donde, si la sección transversal de la pieza comprimida contiene únicamente elementos rigidizados, se deberá considerar en los cálculos un *factor de minoración de área*, Q_a , debido a los elementos rigidizados que tengan una relación $b/t > ?_r$.

En el LRFD se considera, como resistencia de diseño del elemento comprimido compuesto a:

$$F_c P_n = 0.85 A_s F_{cr}$$

Donde:

Si $\lambda_c \sqrt{Q_a} \leq 1.5$

$$F_{cr} = Q_a (0.658)^{Q_a \lambda_c^2} F_{my} \quad (2.3.32)$$

Y para $\lambda_c \sqrt{Q_a} > 1.5$

$$F_{cr} = 0.877 \frac{F_{my}}{\lambda_c^2} \quad (2.3.33)$$

El factor de minoración de área se define como:

$$Q_a = \frac{A_e}{A_s}$$

Donde:

A_e = suma de las áreas efectivas de la sección transversal = $A_s - SA_i$

A_s = área bruta de la sección transversal de acero.

A_i = área ineficaz de la sección de acero

Q_a se lo obtiene para los mismos límites expuestos en la sección 2.2.3.5.1

2.3.2.2.5.2 Resistencia a pandeo de una pieza comprimida conforme al EUROCÓDIGO

Según el Método Simplificado, una columna compuesta presentará suficiente resistencia a pandeo si, para cada uno de los planos de pandeo, la carga axial requerida P_u satisface la desigualdad:

$$P_u \leq \chi P_n \quad (2.3.34)$$

Donde:

P_n = resistencia de la sección frente a fuerzas axiales, obtenida como se indica en la sección 2.3.2.2.3.3.

χ = representa el factor de reducción de la resistencia en el plano de pandeo considerado, está en función de la esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ y de la curva de pandeo apropiada⁵². Las curvas de pandeo aplicables a las columnas compuestas se presentan en la tabla 2.3.3.

Es posible calcular el valor del factor de reducción de resistencia χ mediante las ecuaciones (2.2.12) y (2.2.13).

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} \leq 1$$

Siendo:

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

Como se explicó anteriormente, α es un parámetro generalizado de imperfección que tiene en cuenta los efectos desfavorables de la falta de rectitud inicial de la pieza y de las tensiones residuales, α depende de la curva de pandeo, ver tabla 2.2.5.

Se tomarán en cuenta la reducción de la resistencia por los efectos del pandeo local, si se sobrepasan las limitaciones de la sección 2.3.2.2.1, multiplicando la resistencia de la sección de acero por el factor β_A .

Donde:

$$\beta_A = A_e / A_g$$

A_e = suma de las áreas efectivas de la sección transversal.

A_g = área bruta de la sección transversal de acero.

⁵² Ver sección 2. 2.3 .4

Para la obtención del ancho eficaz b_e y el área efectiva de la sección de acero, se deberá calcular el coeficiente de reducción α tal como se describe en la sección 2.2.3.5.2.

Tabla 2.3.3 Selección de las curvas europeas de pandeo, para columnas compuestas.

Curva de pandeo	Tipo de sección transversal	Imperfección
Curva a ($\alpha = 0.21$)	Secciones huecas rellenas de hormigón con armadura de refuerzo ($A_s/A_c < 3\%$) o sin refuerzo, sin sección I de acero adicional.	L/300
Curva b ($\alpha = 0.34$)	Secciones huecas rellenas de hormigón con refuerzo ($3\% < A_s/A_c < 6\%$) o con sección I de acero adicional.	L/210
Curva c ($\alpha = 0.49$)	Secciones H total o parcialmente embebidas en hormigón, pandeo en el plano perpendicular al eje débil de la sección de acero.	L/170

2.3.2.2.6 Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión

2.3.2.2.6.1 Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al LRFD

La resistencia de una sección transversal frente a flexión y compresión de acuerdo al LRFD, se la representa mediante la curva de interacción de la sección transversal, que muestra las relaciones entre $P - M$. Los valores de las resistencias a compresión, P_n , y flexión, M_n , se los obtiene a través de la distribución de tensiones de la sección compuesta mostrada en las figuras 2.3.7 y 2.3.8.

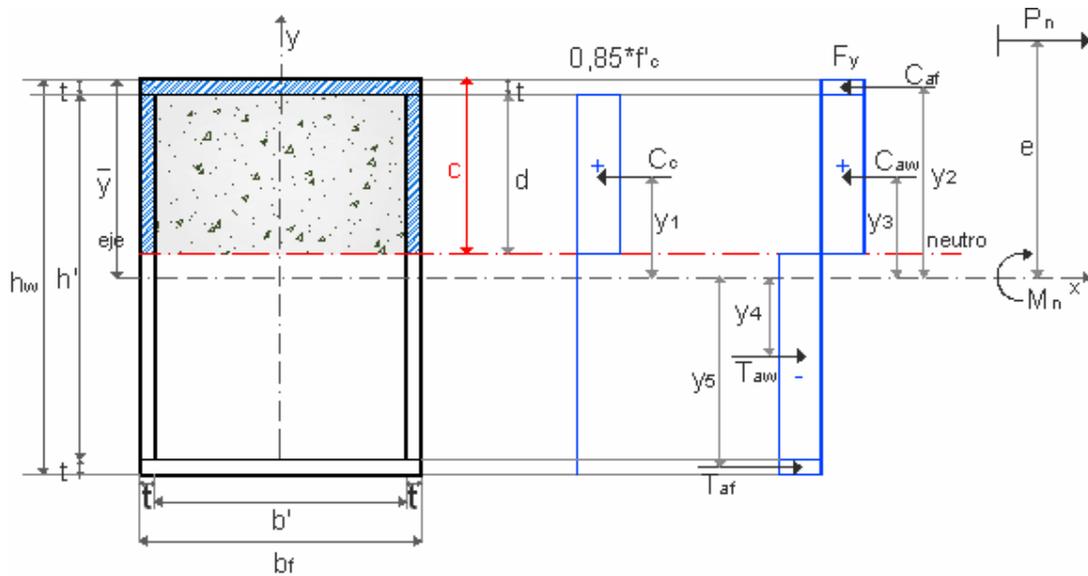


Figura 2.3.7 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al LRFD.

c = distancia al eje neutro.

\bar{y} = distancia del centróide plástico.

d = distancia del concreto en compresión.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

De la figura 2.3.7, es claro que, tanto las resistencias a compresión y a flexión, como el área de las secciones en compresión y tensión del acero y del hormigón, así como los brazos de palanca de las fuerzas internas de la sección rectangular compuesta, se obtienen en las siguientes ecuaciones:

Resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af} \quad (2.3.35)$$

Resistencia a flexión:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5 \quad (2.3.36)$$

Donde:

- Fuerza de la sección hormigón a compresión.

$$C_c = A_c * 0.85f'_c = (b' * d) * 0.85f'_c$$

- Fuerza de la sección de acero sometida a compresión:

$$C_{af} = A_{af1} F_y = (b_f * t) F_y$$

$$C_{aw} = A_{aw1} F_y = 2(d * t) F_y$$

- Fuerza de la sección de acero sometida a tensión:

$$T_{aw} = A_{aw2} F_y = 2(h' - d) * t * F_y$$

$$T_{af} = A_{af2} F_y = (b_f * t) F_y$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas serán:

$$y_1 = (\bar{y} - t) - 2; \quad y_2 = \bar{y} - t/2; \quad y_3 = (\bar{y} - t) - d/2;$$

$$y_4 = (\bar{y} - c) + (d - h')/2 \quad y_5 = (\bar{y} - h_w) + t/2$$

Estas fuerzas y brazos de palanca variarán de acuerdo a la posición del eje neutro.

Donde:

$$\bar{y} = h_w / 2$$

$$0 \leq c \leq h_w$$

$$h' = h_w - 2t$$

$$d = c - t; \quad 0 \leq d \leq h'$$

$$b' = b_f - 2t$$

Para una sección circular compuesta, la distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión es:

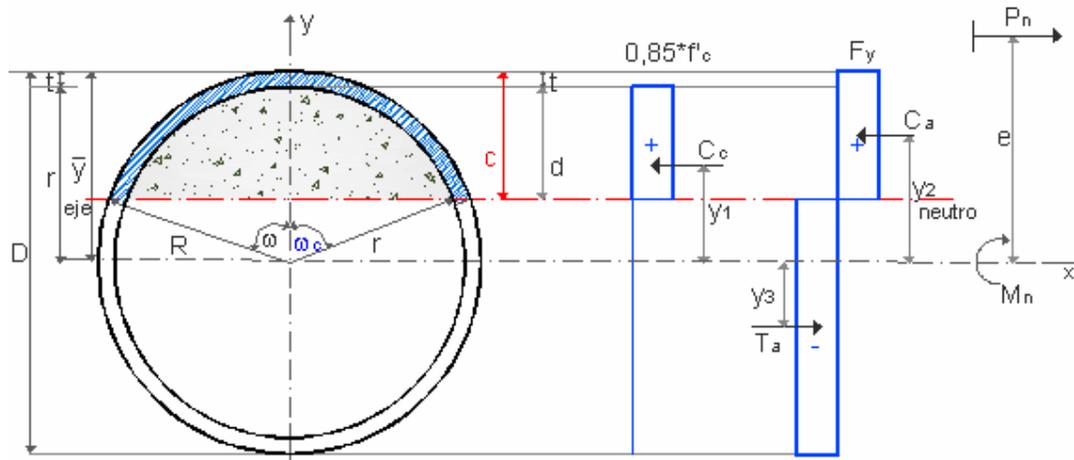


Figura 2.3.8 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al LRFD.

Donde:

c = distancia al eje neutro.

\bar{y} = distancia del centróide plástico.

D = diámetro exterior.

r = radio interior.

R = radio exterior.

d = distancia del concreto en compresión.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

t = espesor de la pared del tubo.

La resistencia a compresión de la sección circular compuesta está dada por la sumatoria de las fuerzas internas:

$$P_n = C_c + C_a - T_a \quad (2.3.37)$$

$$P_n = A_c * 0.85f'_c + A_{a,c}F_y - A_{a,t}F_y$$

La resistencia a flexión está dada por la siguiente ecuación:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_a y_2 + T_a y_3 \quad (2.3.38)$$

Siendo:

C_c = fuerza interna del concreto en compresión.

C_a = fuerza interna de la zona de acero en compresión.

T_a = fuerza interna de la zona de acero en tensión.

Para el análisis de la sección circular compuesta se debe tomar en cuenta los siguientes casos:

1) Cuando $c \leq D/2$; $d \leq \frac{D'}{2}$ se tiene:

Donde:

$$d = c - t; \quad d \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$$R = D/2$$

$$\cos \omega = \frac{D/2 - c}{D/2} = \frac{R - c}{R}$$

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{R - c}{R}\right) \quad (2.3.39)$$

$$y \quad \cos \omega_c = \frac{r - d}{r} = \frac{r - c}{r}$$

$$\omega_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - d}{r}\right) \quad (2.3.40)$$

Para un mejor análisis se opta por tomar los valores de:

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; \quad (\gamma \text{ en radianes, } \omega \text{ en grados}).$$

$$\gamma_c = \frac{\pi * \omega_c}{180}; \quad (\gamma_c \text{ en radianes, } \omega_c \text{ en grados}).$$

La obtención de las áreas de las secciones de acero y hormigón en compresión y tensión es la siguiente:

A_c = área del hormigón en compresión.

Por sumatoria de áreas:

$$A_c = A_{c.Total} - 2A_{c2}$$

$$A_{c.Total} = \frac{\pi\omega_c}{180} r^2$$

$$A_{c2} = \frac{(\cos \omega_c * r) * (\sen \omega_c * r)}{2}$$

$$A_c = \frac{\pi\omega_c}{180} r^2 - 2 \left(r^2 \frac{\cos \omega_c * \sen \omega_c}{2} \right)$$

$$A_c = r^2 \left(\frac{\pi\omega_c}{180} - \cos \omega_c * \sen \omega_c \right) \quad (2.3.41)$$

$A_{a.c}$ = área de la sección de acero en compresión.

Por sumatoria de áreas:

$$A_{a.c} = \frac{\pi\omega}{180} R^2 - \frac{\pi\omega}{180} r^2$$

$$A_{a.c} = \frac{\pi\omega}{180} (R^2 - r^2) \quad (2.3.42)$$

$A_{a.t}$ = área de la sección de acero en tensión.

$$A_{a.t} = A_{aTot} - A_{a.c}$$

$$A_{a.t} = \pi(R^2 - r^2) - \frac{\pi\omega}{180} (R^2 - r^2)$$

$$A_{a.t} = \pi(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\omega}{180} \right) \quad (2.3.43)$$

Así mismo, los brazos de palanca de las fuerzas internas están expresados de la siguiente manera:

y_1 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de hormigón en compresión.

$$y_1 = \frac{D^3}{12} \frac{\text{sen}^3 \omega_c}{A_c}$$

$$y_1 = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \omega_c}{\left(\frac{\pi \omega_c}{180} - \cos \omega_c * \text{sen} \omega_c \right)} \quad (2.3.44)$$

El brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en compresión, y_2 , se obtiene mediante la suma de momentos de primer orden del sector circular del acero y concreto (figura 2.3.8(a)).

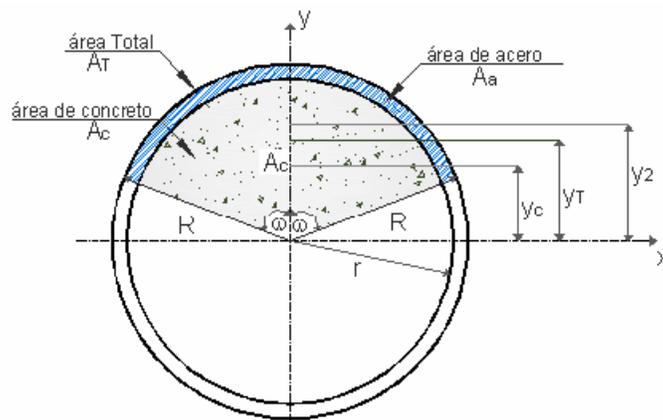


Figura 2.3.8(a)

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; \quad (\gamma \text{ en radianes, } \omega \text{ en grados}).$$

$$\gamma_c = \frac{\pi * \omega_c}{180}; \quad (\gamma_c \text{ en radianes, } \omega_c \text{ en grados}).$$

$$y_2 = \frac{A_{a1.Tot} y_{a1.Tot} - A_{c2} y_{c2}}{A_{a1.Tot} - A_{c2}}$$

$$y_2 = \frac{\frac{\pi \omega}{180} R^2 * \left(\frac{2}{3} R \frac{\text{sen} \gamma}{\gamma} \right) - \frac{\pi \omega}{180} r^2 \left(\frac{2}{3} r \frac{\text{sen} \gamma}{\gamma} \right)}{\frac{\pi \omega}{180} R^2 - \frac{\pi \omega}{180} r^2}$$

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2 \operatorname{sen} \gamma}{3 \gamma}\right)(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)} \quad (2.3.45)$$

De igual manera se obtiene el brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en tensión, y_3 (figura 2.3.8 (b)).

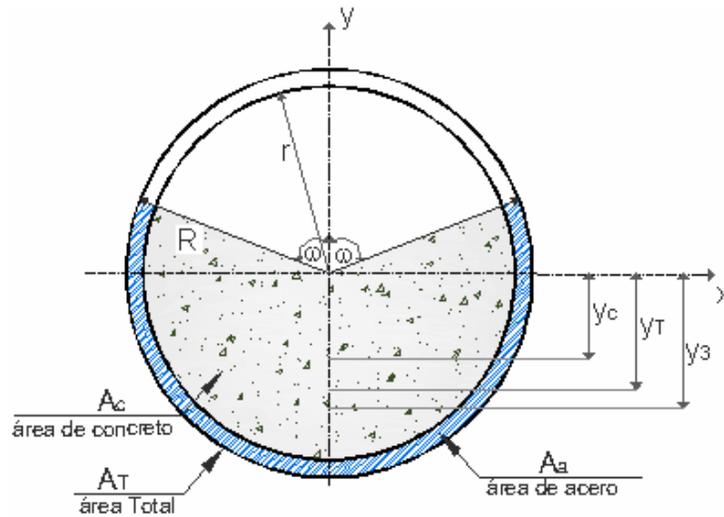


Figura 2.3.8 (b)

$$y_3 = \frac{A_{aTot} y_{aTot} - A_{a.c} y_2}{A_{a.t}}$$

$$y_3 = \frac{A_{aTot} * 0 - \frac{\pi \omega}{180} (R^2 - r^2) * \left(\frac{2 \operatorname{sen} \gamma}{3 \gamma}\right) (R^3 - r^3)}{\pi (R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\omega}{180}\right)}$$

$$y_3 = - \frac{\left(\frac{2 \operatorname{sen} \gamma}{3 \gamma}\right) (R^3 - r^3) * \frac{\omega}{180}}{(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\omega}{180}\right)} \quad (2.3.46)$$

2) Cuando $c > D/2$; $\frac{D'}{2} < d \leq D'$ se tiene:

$$d = c - t; \quad d \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$$R = D/2$$

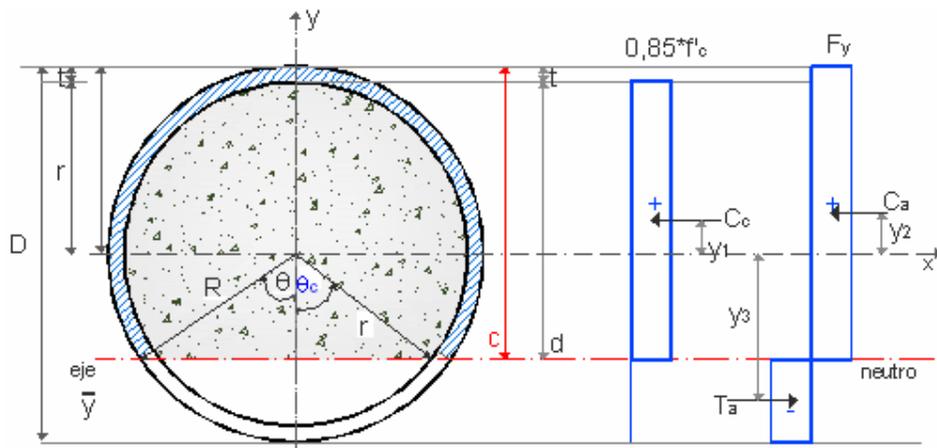


Figura 2.3.8(c)

En este caso se cambia de variables con:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{R - (D - c)}{R}\right) \quad (2.3.47)$$

$$\theta_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - (D' - d)}{r}\right) \quad (2.3.48)$$

Igualmente se utilizará:

$$\tau = \frac{\pi * \theta}{180}; \quad (\tau \text{ en radianes y } \theta \text{ en grados}).$$

$$\tau_c = \frac{\pi * \theta_c}{180}; \quad (\tau_c \text{ en radianes y } \theta_c \text{ en grados}).$$

Bajo estas condiciones y de forma similar a la descrita en el caso anterior, se puede obtener:

A_c = área del hormigón en compresión.

$$A_c = A_{c.Tot} - A_{c2}$$

$$A_c = \pi r^2 - r^2 \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right)$$

$$A_c = r^2 * \left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) \right] \quad (2.3.49)$$

$A_{a.c}$ = área de la sección de acero en compresión.

Por sumatoria de áreas:

$$A_{a.c} = \pi (R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\theta}{180} \right) \quad (2.3.50)$$

$A_{a.t}$ = área de la sección de acero en tensión.

$$A_{a.t} = \frac{\pi \theta}{180} (R^2 - r^2) \quad (2.3.51)$$

y_1 = fuerza de la sección del hormigón en compresión.

$$y_1 = \frac{A_{c.Tot} y_{c.Tot} - A_{c2} y_{c2}}{A_c}$$

A_{c2} = área del hormigón por debajo del eje neutro.

$$y_1 = \frac{A_{c.Tot} * 0 - r^2 \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) * \left(-\frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \theta_c}{\left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right)} \right)}{\pi r^2 - r^2 \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right)}$$

$$y_1 = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \theta_c}{\left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) \right]} \quad (2.3.52)$$

y_2 = fuerza de la sección de acero en compresión.

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2 \operatorname{sen} \tau}{3 \tau}\right) (R^3 - r^3) \frac{\theta}{180}}{\left(R^2 - r^2\right) \left(1 - \frac{\theta}{180}\right)} \quad (2.3.53)$$

y_3 = fuerza de la sección de acero en tensión.

$$y_3 = -\left(\frac{2 \operatorname{sen} \tau}{3 \tau}\right) \frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)} \quad (2.3.54)$$

2.3.2.2.6.2 Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al ACI

Como ya se ha explicado, la capacidad de las secciones compuestas para resistir cargas de flexión y axiales combinadas, se puede expresar por medio de los diagramas de interacción P - M que relacionan a la carga axial y al momento flexionante en los miembros a compresión, y por lo tanto, cualquier combinación de carga axial y momento flexionante que quede debajo de la curva satisface los requisitos de diseño. Para el caso del código del ACI el diagrama de interacción (figura 2.3.9), está separado por la condición balanceada en el punto B, en la región que controla la tensión y la relación donde controla la compresión.

La condición balanceada en columnas se consigue cuando el acero a tensión alcanza su deformación de fluencia ϵ_y exactamente cuando el concreto alcanza su deformación unitaria ϵ_c (0.003 in/in) y se inicia su aplastamiento. Recurriendo al diagrama de distribución de deformaciones en la figura 2.3.10 para la condición de deformación balanceada y por triángulos semejantes, la relación entre profundidad d (d_{ob} para la condición balanceada) del concreto al eje neutro y del peralte efectivo z puede escribirse como:

$$\frac{d_{cb}}{z} = \frac{0.003}{\varepsilon_s + 0.003} \quad (2.3.55)$$

Donde:

$$z = h' + t/2$$

$$e_y = F_y/e_s$$

$$d_{cb} = \frac{0.003}{\varepsilon_s + 0.003} z \quad (2.3.56)$$

La relación entre la profundidad **a** del bloque rectangular equivalente de esfuerzo y la profundidad **d** del hormigón a compresión, que es:

$$a = \beta_1 * d \quad (2.3.57)$$

El parámetro β_1 depende de la resistencia nominal f'_c tomando en cuenta que:

- para $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$, $\beta_1 = 0.85$.
- por cada 70 Kg/cm^2 de aumento de resistencia sobre 280 Kg/cm^2 , β_1 disminuirá 0.05 uniformemente. A pesar de esto, β_1 no debe ser menor que 0.65.

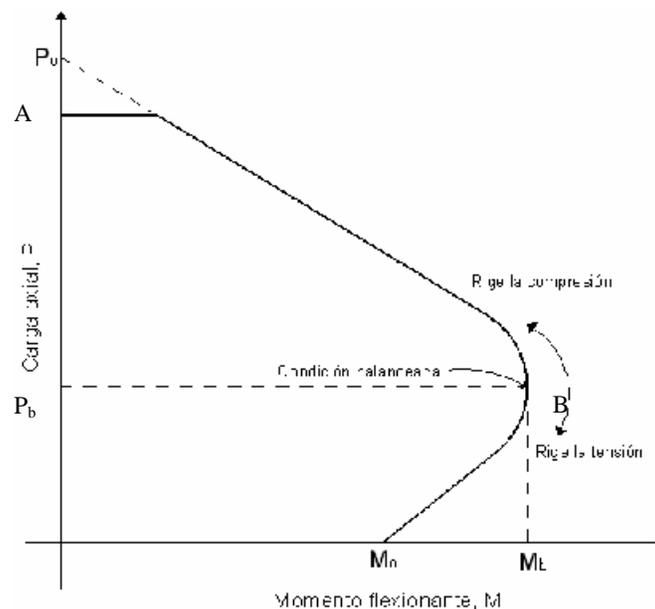


Figura 2.3.9 Diagrama de interacción P-M para compresión y flexión monoaxial.

En la condición balanceada la profundidad del eje neutro, está dado por la siguiente ecuación:

$$a_{cb} = \beta_1 * d_{cb} \quad (2.3.58)$$

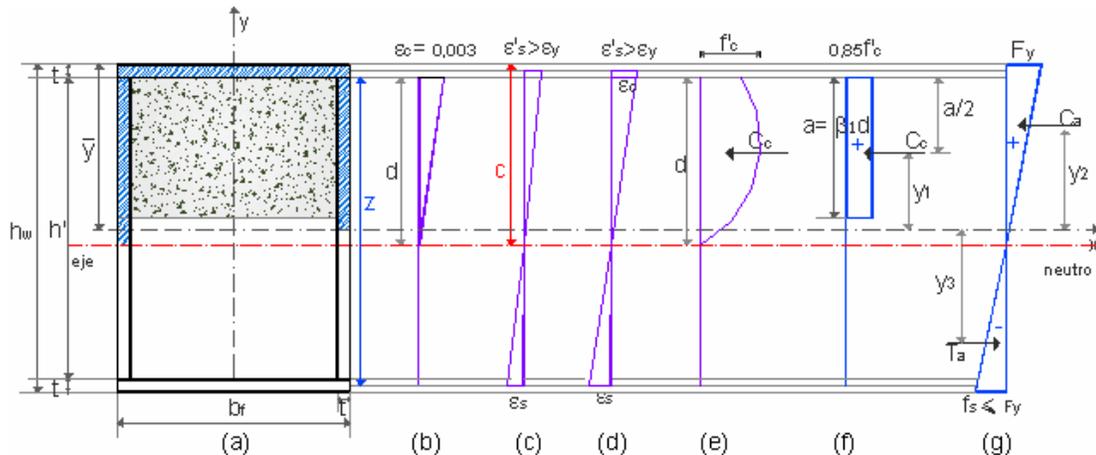


Figura 2.3.10 Hipótesis del ACI sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión: (a) sección compuesta; (b) deformación unitaria del hormigón; (c) deformación unitaria del acero; (d) deformación unitaria de la sección; (e) esfuerzos reales del hormigón; (f) diagrama rectangular equivalente de la distribución de esfuerzos de compresión en el hormigón; (g) esfuerzos y fuerzas internas en el acero.

Donde:

c = distancia al eje neutro.

a = profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzo de compresión en el hormigón.

\bar{y} = distancia del centróide plástico.

d = distancia del concreto al eje neutro.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

Se pueden emplear los diagramas de esfuerzos y deformaciones presentados en la figura 2.3.11, para la obtención de los distintos valores de las

resistencias a la compresión, P_n y a la flexión, M_n , dependiendo de la posición del eje neutro en la sección compuesta.

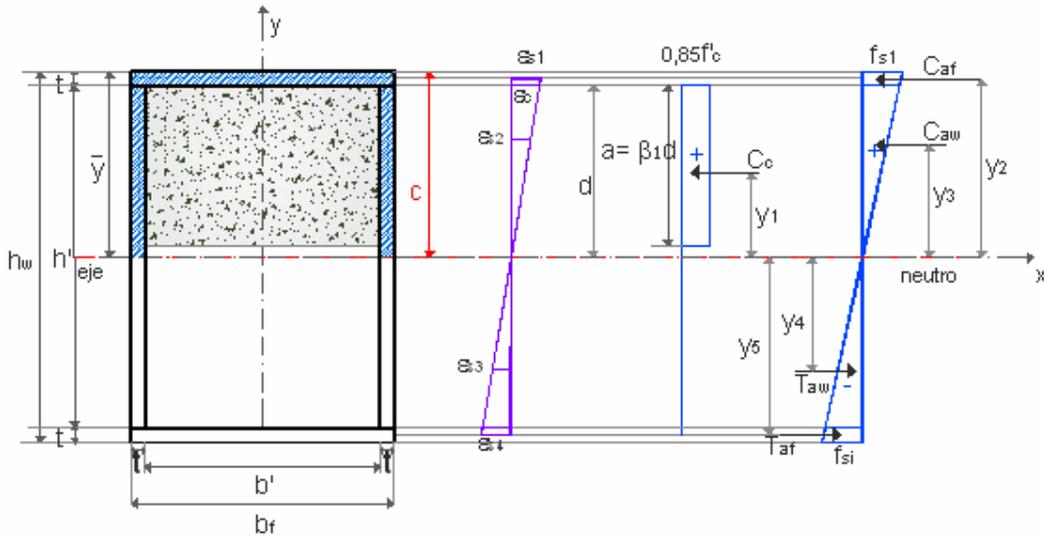


Figura 2.3.11 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al ACI.

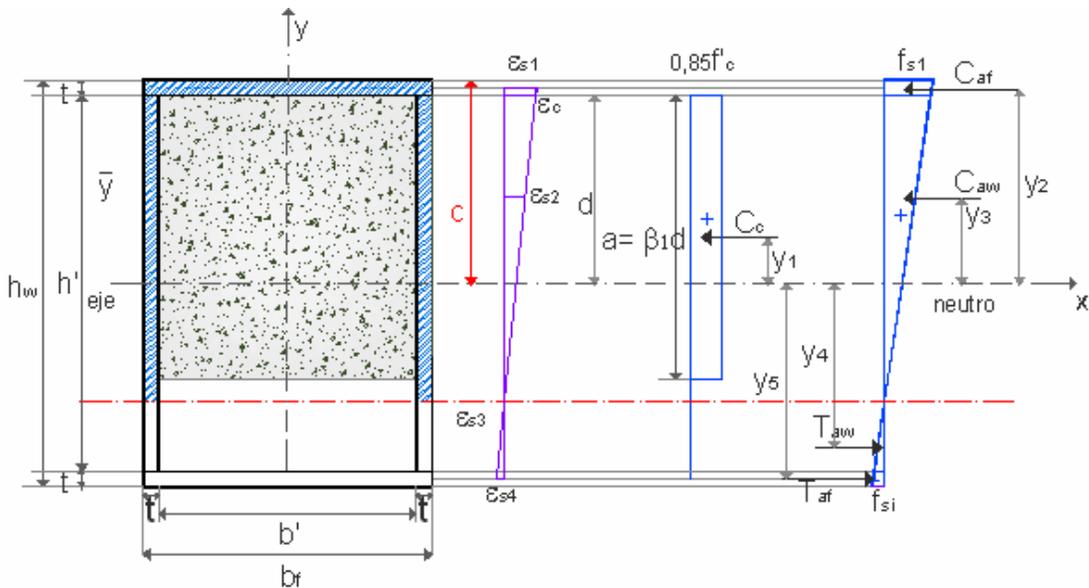


Figura 2.3.11 (a)

De los gráficos presentados, y de forma generalizada, se obtienen las siguientes ecuaciones:

Considerando que c es la distancia al eje neutro, se tiene:

$$h' = h_w - 2t$$

$$d = c - t; \quad 0 \leq d \leq h'$$

$$b' = b_f - 2t$$

Deformaciones unitarias:

$$\frac{\varepsilon_{si}}{y_i} = \frac{\varepsilon_c}{d}$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{0.003}{d} * y_i \quad (2.2.59)$$

Donde:

ε_{si} = deformación unitaria en cualquier punto de la sección compuesta, en la que, si ε_{si} es positiva indica compresión y si es negativa indica tensión.

y_i = brazos de palanca de las fuerzas de la sección de acero, entre éstas están:

$y_1 = h'/2 - a/2$; brazo de palanca del hormigón en compresión

$y_2 = c - t/2$; brazo de palanca del ala superior de la sección de acero.

$y_3 = h'/2 - d/2$; brazo de palanca del alma en compresión de la sección de acero.

$y_4 = (h'/2 - d)/2$; brazo de palanca del alma en tensión de la sección de acero.

$y_5 = -(h_w/2 - t/2)$; brazo de palanca del ala inferior de la sección de acero.

Áreas de las secciones en compresión y tensión:

$A_c = a * b'$; área del hormigón en compresión.

$A_{ac.f} = b_f * t$; área del ala superior de la sección de acero.

$A_{ac.w} = 2(d * t)$; área del alma de la sección de acero en compresión.

$A_{at.w} = 2(h'/2 - d) * t$ área del alma de la sección de acero en tensión.

$A_{at.f} = b_f * t$; área del ala inferior de la sección de acero.

Fuerzas internas de la sección compuesta:

f_{si} ; esfuerzo de fluencia del acero, dependiendo de la posición del eje neutro que debe cumplir con la siguiente condición:

$$\varepsilon_{si} \geq \frac{F_y}{E_s}$$

$$\frac{f_{si}}{E_s} > \varepsilon_{si} > -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = \varepsilon_{si} * E_s$$

$$\varepsilon_{si} \leq -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = -F_y$$

$C_c = A_c * 0.85f'_c$; fuerza del hormigón a compresión.

$C_{a.f} = A_{ac.f} f_{si}$; fuerza del ala de la sección acero en compresión.

$C_{a.w} = A_{ac.w} f_{si}$; fuerza del alma de la sección acero en compresión.

$T_{a.w} = A_{at.w} f_{si}$; fuerza del alma de la sección acero en tensión.

$T_{a.f} = A_{at.f} f_{si}$; fuerza del ala inferior de la sección acero en tensión.

Por lo tanto se tiene:

Resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + C_{a.f} + C_{a.w} - T_{a.w} - T_{a.f} \quad (2.3.60)$$

Resistencia a flexión:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_{a.f} y_2 + C_{a.w} y_3 + T_{a.w} y_4 + T_{a.f} y_5 \quad (2.3.61)$$

Para un análisis más preciso de los esfuerzos y deformaciones, se realizará una división de la sección de acero en un número determinado de dovelas, tanto en la base como en la altura, y de esta manera obtener las resistencias a compresión y flexión de la sección rectangular compuesta.

Para la sección circular compuesta, la distribución de tensiones se puede apreciar en la siguiente figura:

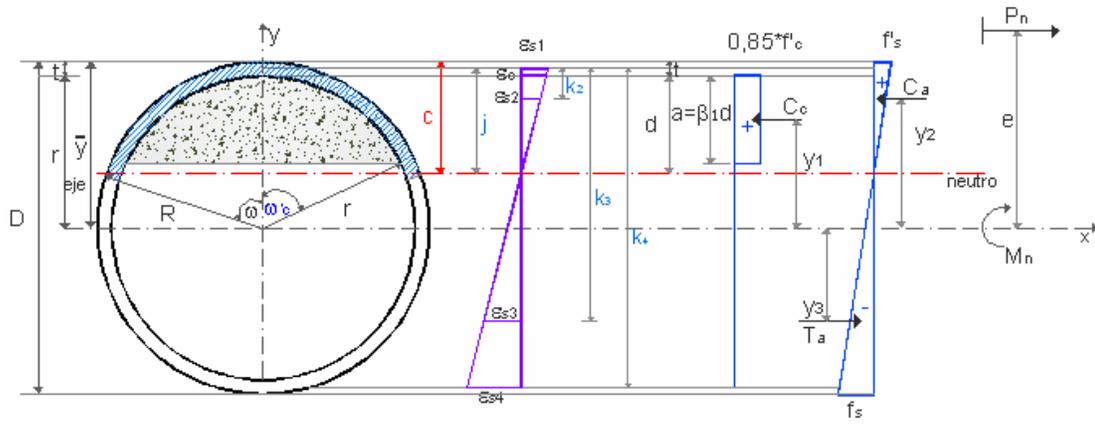


Figura 2.3.12 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al ACI.

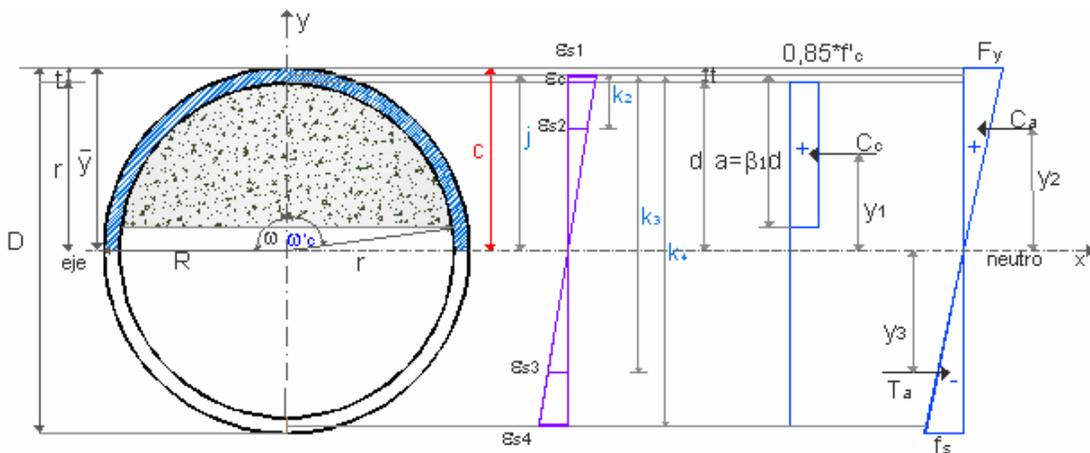


Figura 2.3.12 (a)

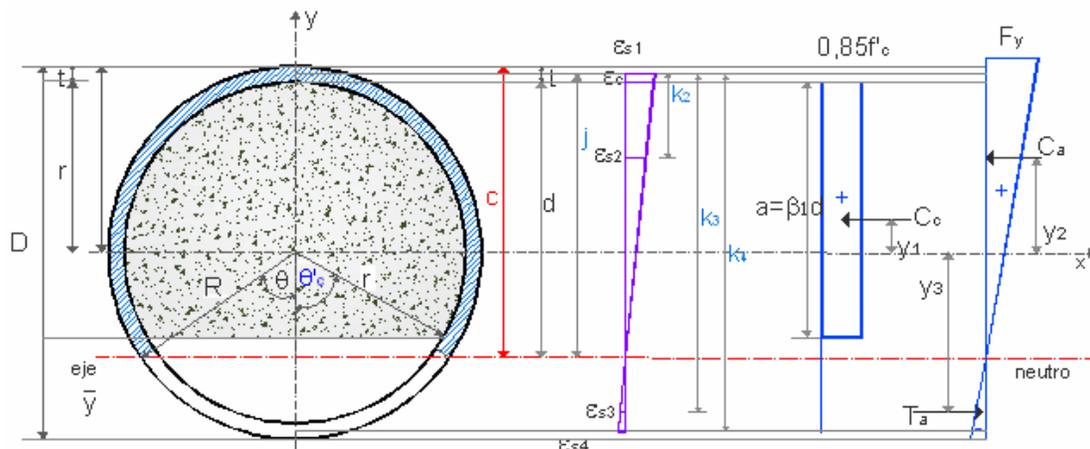


Figura 2.3.12 (b)

Donde:

c = distancia al eje neutro.

a = profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzo de compresión en el hormigón.

D = diámetro exterior.

r = radio interior de la sección de acero.

R = radio exterior de la sección compuesta.

d = distancia del concreto en compresión.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

t = espesor de la pared del tubo.

En este caso, para un mejor análisis, también se divide a la sección de acero en un número determinado de dovelas que con la ayuda de las figuras anteriores se podrán definir los siguientes parámetros:

Deformaciones unitarias:

$$\frac{\varepsilon_{si}}{j_i - k_i} = \frac{\varepsilon_c}{d_i}$$

$$\varepsilon_{si} = 0.003 \frac{j_i - k_i}{d_i} \quad (2.3.62)$$

Donde:

ε_{si} = deformación unitaria en cualquier punto de la sección compuesta, en la que, si ε_{si} es positiva indica compresión y si es negativa indica tensión.

$$j_i = c_i - t/2; \quad j_i \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$d_i = c_i - t; \quad d_i \geq 0$ para las distintas posiciones del eje neutro.

$$D_s = D - t/2 - t/2$$

$$k_i = \frac{D_s}{2} - \frac{D_s}{2} * \cos[\# \text{dovela}_{(i)} * \gamma - \gamma]$$

$$\gamma = \frac{360}{\# \text{dovelas total}}$$

Áreas de las secciones en compresión y tensión:

$$\text{Si:} \quad \cos \omega = \frac{R - c}{R}$$

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{R - c}{R}\right)$$

$$\text{Y:} \quad \cos \omega'_c = \frac{R - a}{R}$$

$$\omega'_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - a}{r}\right) \quad (2.3.63)$$

? = ángulo del trapecio circular de la sección de acero a compresión (figura 2.3.12 (a)).

? 'c = ángulo del segmento circular de la sección de hormigón a compresión (figura 2.3.12 (a)).

Así mismo:
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{R - (D - c)}{R}\right)$$

$$\theta'_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - (D' - a)}{r}\right) \quad (2.3.64)$$

θ = ángulo del trapecio circular de la sección de acero a compresión (figura 2.3.12 (b)).

θ'_c = ángulo del segmento circular de la sección de hormigón a compresión (figura 2.3.12 (b)).

De igual manera se tomarán los valores de:

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; (\omega \text{ en grados, } \gamma \text{ en radianes}).$$

$$\gamma'_c = \frac{\pi * \omega'_c}{180}; (\omega'_c \text{ en grados, } \gamma'_c \text{ en radianes}).$$

$$\tau = \frac{\pi * \theta}{180}; (\theta \text{ en grados, } \tau \text{ en radianes}).$$

$$\tau'_c = \frac{\pi * \theta'_c}{180}; (\theta'_c \text{ en grados, } \tau'_c \text{ en radianes}).$$

Se puede obtener:

$A_{c(i)}$ = Área del hormigón en compresión:

para la figura 2.3.12 (a):

$$A_{c(i)} = r^2 \left(\frac{\pi \omega'_{c(i)}}{180} - \cos \omega'_{c(i)} * \text{sen} \omega'_{c(i)} \right) \quad (2.3.65)$$

para la figura 2.3.12 (b).

$$A_{c(i)} = r^2 * \left(\pi - \left(\frac{\pi * \theta'_{c(i)}}{180} - \cos \theta'_{c(i)} * \text{sen} \theta'_{c(i)} \right) \right) \quad (2.3.66)$$

$$A_{a.(i)} = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{\# \text{dovelas total}}; \quad \begin{array}{l} \text{área del acero en función del número de} \\ \text{dovelas.} \end{array} \quad (2.3.67)$$

Brazos de palanca de las fuerzas internas de la sección compuesta:

$y_{c(i)}$ = brazo de palanca del hormigón en compresión.

para la figura 2.3.12 (a):

$$y_{c(i)} = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \omega'_{c(i)}}{\left(\frac{\pi \omega'_{c(i)}}{180} - \cos \omega'_{c(i)} * \text{sen} \omega'_{c(i)} \right)} \quad (2.3.68)$$

para la figura 2.3.12 (b):

$$y_{c(i)} = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \theta'_{c(i)}}{\left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta'_{c(i)}}{180} - \cos \theta'_{c(i)} * \text{sen} \theta'_{c(i)} \right) \right]} \quad (2.3.69)$$

$y_{a(i)}$ = brazo de palanca del acero, en función de la posición del eje neutro y del número de dovelas.

$$y_{a.(i)} = \frac{D_s}{2} - k_{(i)} \quad (2.3.70)$$

Fuerzas internas de la sección compuesta:

f_{si} ; esfuerzo de fluencia del acero, dependiendo de la posición del eje neutro, debiendo cumplirse con la siguiente condición:

$$\varepsilon_{si} \geq \frac{F_y}{E_s}$$

$$\frac{f_{si}}{E_s} > \varepsilon_{si} > -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = \varepsilon_{si} * E_s$$

$$\varepsilon_{si} \leq -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = -F_y$$

$C_{c(i)} = A_{c(i)} * 0.85f'_c$; fuerza del hormigón a compresión.

$C_{a(i)} = A_{a(i)}f_{si}$; fuerza interna de la zona de acero en compresión.

$T_{a(i)} = A_{a(i)}f_{st}$; fuerza interna de la zona de acero en tensión.

Consecuentemente la resistencia a compresión de la sección circular compuesta está dada por la siguiente ecuación:

$$P_n = \sum C_{c(i)} + \sum C_{a(i)} + \sum T_{a(i)} \quad (2.3.71)$$

y la resistencia a flexión será:

$$M_n = P_n * e = \sum C_{c(i)}y_{c(i)} + \sum C_{a(i)}y_{a(i)} + \sum T_{a(i)}y_{a(i)} \quad (2.3.72)$$

que se encuentran en función del número de dovelas.

La carga axial y momento flexionante que corresponden a la condición balanceada P_{nb} y M_{nb} , se pueden determinar empleando la profundidad a_{cb} (ecuación 2.3.58) en las ecuaciones correspondientes para la obtención de P_n y M_n .

De acuerdo a las ecuaciones anteriores y considerando que:

$$P_u = \phi P_n$$

Para los miembros sometidos a flexión y a cargas axiales relativamente pequeñas están sujetos a un incremento en el factor ϕ sobre el que se requiere para los miembros en compresión. En el ACI se establece el valor de $0.1f'_cA_g$ como el valor de la carga axial de diseño ϕP_n , abajo del cual se puede incrementar al factor ϕ en la siguiente limitación:

Para columnas rectangulares:

$$\phi = 0.90 - \frac{0.2\phi P_n}{0.1f_c A_g} \geq 0.70 \quad (2.3.73)$$

Para columnas circulares:

$$\phi = 0.90 - \frac{0.15\phi P_n}{0.1f_c A_g} \geq 0.75 \quad (2.3.74)$$

Si ϕP_{nb} es menor que $0.1f_c A_g$, entonces se debe sustituir a ϕP_{nb} por $0.1f_c A_g$ en el denominador de las ecuaciones anteriores, empleando los coeficientes ϕ adecuados para cada caso; donde ϕP_{nb} es la resistencia de la sección en condición balanceada.

2.3.2.2.6.3 Resistencia de una sección transversal frente a Flexión y Compresión de acuerdo al EUROCÓDIGO

La resistencia de una sección frente a flexión y compresión se puede mostrar mediante la curva de interacción de la sección transversal, la cual describe las relaciones entre la fuerza axial interna P_n y el momento flector interno M_n , (figura 2.3.23).

La curva de interacción puede obtenerse punto por punto, considerando diferentes posiciones del eje neutro plástico en el plano considerado. Los valores de resistencia al axial y al momento, se obtienen de las distribuciones de tensiones junto con las dos ecuaciones de equilibrio de suma de fuerzas axiales y suma de momentos iguales a cero. Las curvas de interacción son dependientes del parámetro d y de la sección transversal. Estas curvas se pueden utilizar para proceder a un cálculo rápido para predimensionar las secciones.

En las figuras 2.3.13 y 2.3.14 se representan las distribuciones de tensiones⁵³ para la resistencia a flexión y compresión de las secciones compuestas rectangular y circular huecas rellenas de hormigón.

Cabe recordar que para el EUROCÓDIGO el aumento de la resistencia del hormigón de $0.85f_{ck}$ pasa a ser f_{ck} para las secciones rellenas de hormigón, esto se debe al efecto de confinamiento, como se manifestó en la sección 2.3.2.2.3.3.

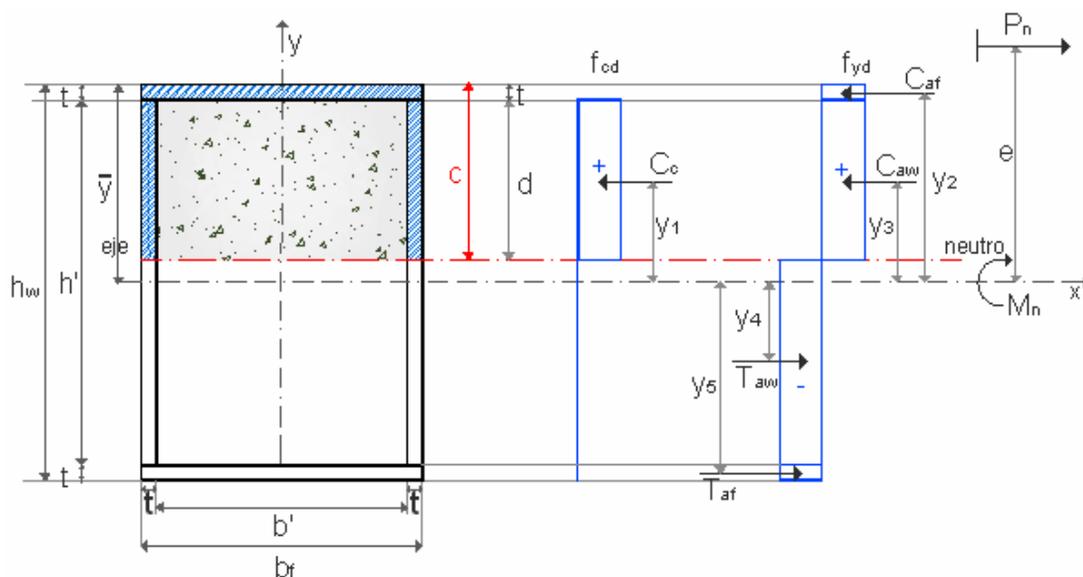


Figura 2.3.13 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección rectangular compuesta, de acuerdo al EUROCÓDIGO.

c = distancia al eje neutro

\bar{y} = distancia del centróide plástico.

d = distancia del concreto en compresión.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

- Fuerza del concreto a compresión:

$$C_c = A_c f_{cd} = (b' \cdot d) f_{cd}$$

⁵³ <http://www.ing.unlp.edu.ar/cmydm/MixtasEC4.pdf>

- Fuerza de la sección de acero sometida a compresión, en este caso el ala superior y el alma individualmente:

$$C_{af} = A_{af1} f_{yd} = (b_f * t) f_{yd}$$

$$C_{aw} = A_{aw1} f_{yd} = 2(d * t) f_{yd}$$

- La tensión del acero en el alma y en el ala inferior son:

$$T_{aw} = A_{aw2} f_{yd} = 2(h' - d) * t * f_{yd}$$

$$T_{af} = A_{af2} f_{yd} = (b_f * t) f_{yd}$$

Estas fuerzas variarán de acuerdo a la ubicación del eje neutro, la cual se ve representada en las siguientes figuras:

- Si eje neutro se localiza bajo del ala inferior:

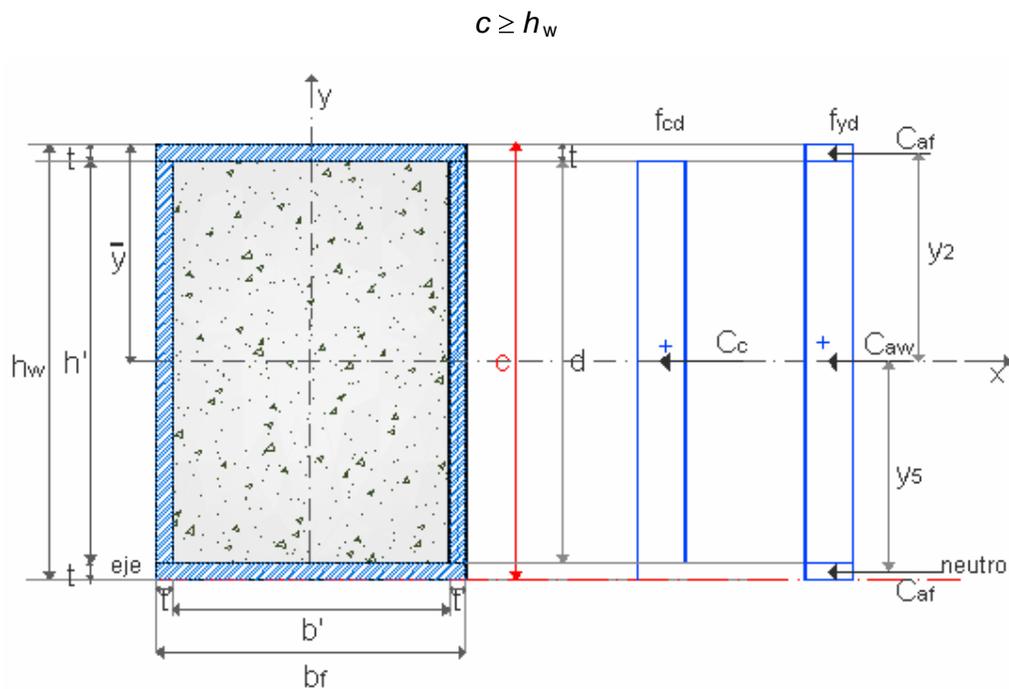


Figura 2.3.13 (a) El eje neutro se encuentra abajo del ala inferior.

En este caso toda la sección está sujeta a compresión:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} + C_{af}$$

Siendo el momento plástico igual a cero:

$$M_n = 0$$

b. Si el eje neutro se encuentra en el alma:

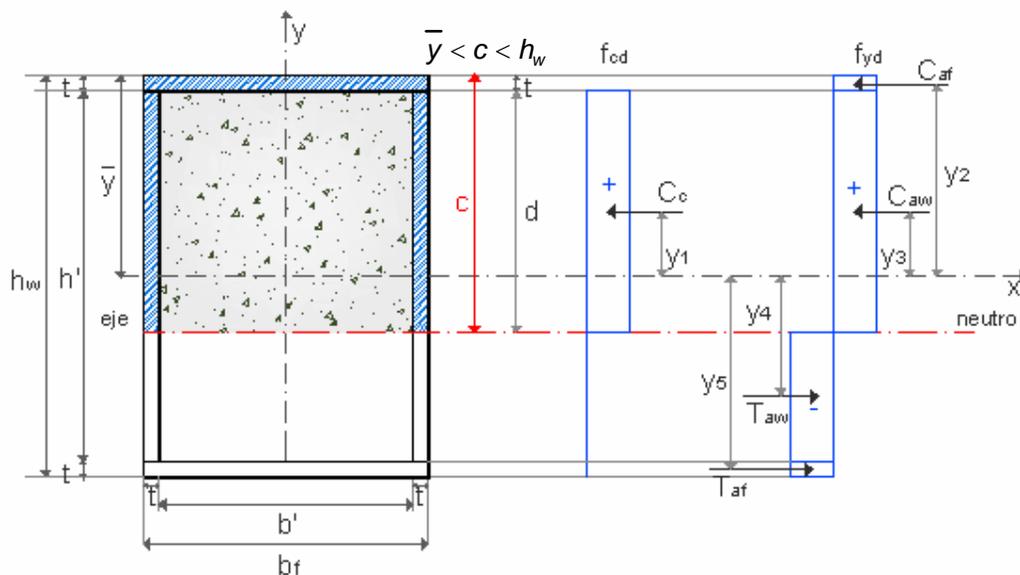


Figura 2.3.13 (b) El eje neutro se encuentra en el alma.

La resistencia de la sección será, así mismo, la sumatoria de las fuerzas internas de las zonas a compresión y a tensión, de la sección compuesta:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af}$$

$$P_n = A_c f_{cd} + A_{af1} f_{yd} + A_{aw1} f_{yd} - A_{aw2} f_{yd} - A_{af2} f_{yd}$$

Debiendo calcularse las áreas en cada zona, dependiendo de la ubicación del eje neutro, como son:

A_c = área del concreto en compresión.

A_{af1} = área del ala superior de la sección acero en compresión.

A_{aw1} = área del alma de la sección acero en compresión.

A_{af2} = área del ala inferior de la sección acero en tensión.

A_{aw2} = área del alma de la sección acero en tensión.

Además:

f_{cd} y f_{yd} = resistencia de las secciones de hormigón y acero respectivamente, como se vio en la sección 2.3.2.2.3.3.

El momento plástico de la sección será:

$$M_n = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5$$

Teniendo en cuenta las siguientes consideraciones acerca de los brazos de palancas de las fuerzas internas:

$$y_1 = (\bar{y} - t) - d/2$$

$$y_2 = \bar{y} - t/2$$

$$y_3 = (\bar{y} - t) - d/2$$

$$y_4 = (\bar{y} - c) + (d - h)/2$$

$$y_5 = (\bar{y} - h_w) + t/2$$

- ✓ Al encontrarse el eje neutro en el alma se presenta el caso particular de momento resistente máximo, cuando dicho eje se halla a la mitad de la altura de la sección compuesta:

$$c = \bar{y}$$

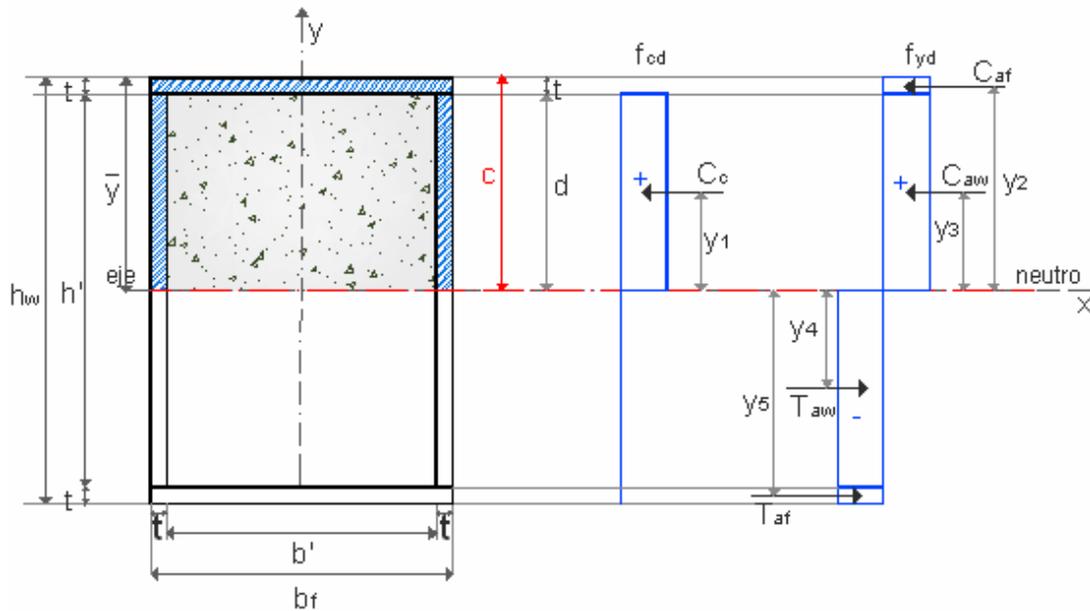


Figura 2.3.13 (c) El eje neutro se encuentra a la misma distancia que \bar{y} .

De la misma forma que para el caso anterior, la resistencia de la sección será la suma de las fuerzas internas del acero y hormigón en compresión y tensión:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af} = C_c$$

De tal forma que:

$$P_n = C_c$$

El momento plástico de la sección viene dado por:

$$M_n = C_c y_1 = M_{n.máx}$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas de la sección:

$$h/2 = \bar{y}$$

$$y_1 = (\bar{y} - t) - d/2$$

- ✓ Otro caso especial se presenta cuando la ubicación del eje neutro en el alma, da sólo resistencia a flexión simple en un plano:

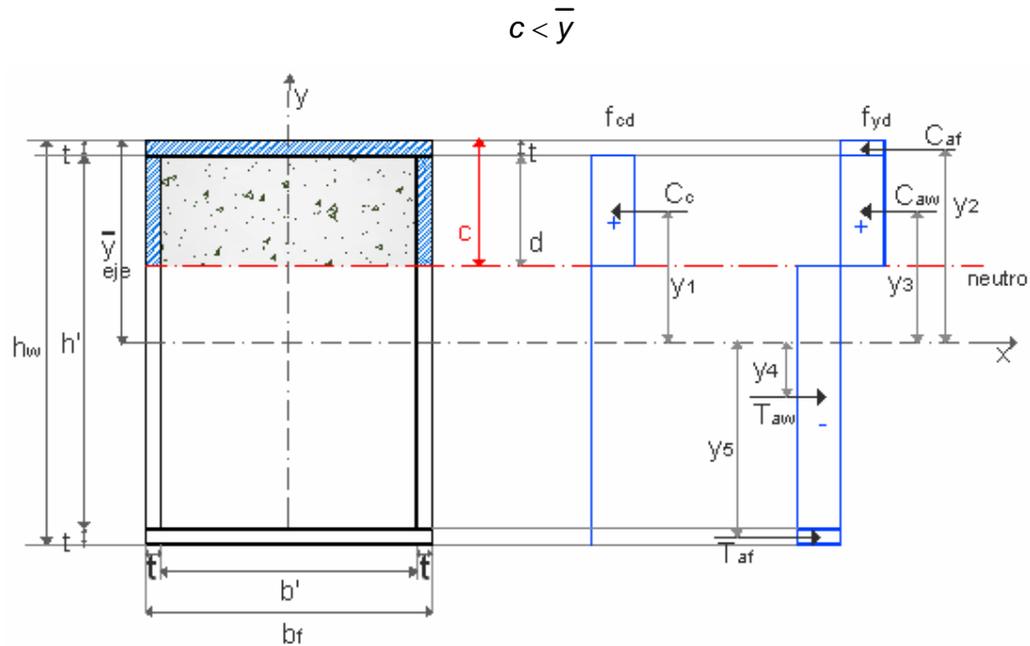


Figura 2.3.13 (d) Resistencia a flexión simple en un plano.

La posición del eje neutro se la obtiene por tanteo hasta que la resistencia de la sección sea nula:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af} = 0$$

El momento plástico máximo:

$$M_n = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5$$

Donde:

$$y_1 = (\bar{y} - t) - d/2$$

$$y_2 = \bar{y} - t/2$$

$$y_3 = (\bar{y} - t) - d/2$$

$$y_4 = (\bar{y} - c) + (d - h')/2$$

$$y_5 = (\bar{y} - h_w) + t/2$$

En el caso de la sección circular compuesta, la distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión se representa en la figura 2.3.14:

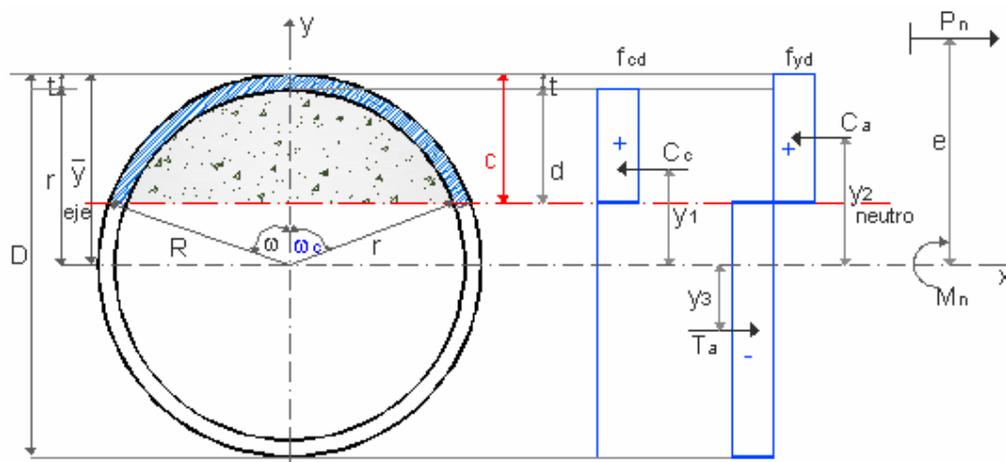


Figura 2.3.14 Distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección circular compuesta, de acuerdo al EUROCÓDIGO.

c = distancia al eje neutro.

\bar{y} = distancia del centróide plástico.

D = diámetro exterior.

r = radio interior.

R = radio exterior.

d = distancia del concreto en compresión.

e = excentricidad de la resistencia al centróide plástico.

t = espesor de la pared del tubo.

El EUROCÓDIGO toma un incremento adicional en la resistencia para las secciones circulares huecas rellenas de hormigón, como se explicó en la sección 2.3.2.2.3.3. Por lo que, de la figura 2.3.14 la resistencia a compresión de la sección circular compuesta está dada por:

$$P_n = C_c + C_a - T_a \quad (2.3.77)$$

Mientras que la resistencia a flexión está dada por la siguiente ecuación:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_a y_2 + T_a y_3 \quad (2.3.78)$$

Siendo:

$$C_c = \left(A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] \right) \quad \text{fuerza interna del concreto en compresión.}$$

$$C_a = \left(A_{a.c} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) \quad \text{fuerza interna de la zona de acero en compresión.}$$

$$T_{a.t} = \left(A_{a.t} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) \quad \text{fuerza interna de la zona de acero en tensión.}$$

De (2.3.77 y 2.3.78) se tiene:

$$P_n = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] + A_{a.c} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) - A_{a.t} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \quad (2.3.79)$$

$$M_n = \left(A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] \right) * y_1 + \left(A_{a.c} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) * y_2 + \left(A_{a.t} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) * y_3 \quad (2.3.80)$$

Donde:

$\eta_a, \eta_c, \gamma_c, \gamma_{Ma}$ coeficientes obtenidos como se explica en la sección 2.3.2.2.3.3

El área de las secciones de acero y hormigón en compresión y tensión, y los brazos de palanca de las fuerzas internas de estas secciones son los mismos

que se obtuvieron en el método del LRFD (ver sección 2.3.2.2.6.1), las cuales variarán de acuerdo a la posición del eje neutro en la sección compuesta:

1) Cuando $c \leq D/2$; $d \leq \frac{D}{2}$ se tiene:

Donde:

$$d = c - t; \quad d \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$$R = D/2$$

$$\cos \omega = \frac{D/2 - c}{D/2} = \frac{R - c}{R}$$

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{R - c}{R}\right)$$

$$\text{y} \quad \cos \omega_c = \frac{r - d}{r} = \frac{r - c}{r}$$

$$\omega_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - d}{r}\right)$$

Para un mejor análisis se opta por tomar los valores de:

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; \quad (\gamma \text{ en radianes, } \omega \text{ en grados}).$$

$$\gamma_c = \frac{\pi * \omega_c}{180}; \quad (\gamma_c \text{ en radianes, } \omega_c \text{ en grados}).$$

A_c = área del hormigón en compresión.

$$A_c = r^2 \left(\frac{\pi \omega_c}{180} - \cos \omega_c * \text{sen} \omega_c \right)$$

$A_{a.c}$ = área de la sección de acero en compresión.

$$A_{a.c} = \frac{\pi \omega}{180} (R^2 - r^2)$$

$A_{a.t}$ = área de la sección de acero en tensión.

$$A_{a.t} = \pi(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\omega}{180}\right)$$

Así mismo, los brazos de palanca de las fuerzas internas están expresados de la siguiente manera:

y_1 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de hormigón en compresión.

$$y_1 = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \omega_c}{\left(\frac{\pi \omega_c}{180} - \cos \omega_c * \text{sen} \omega_c\right)}$$

y_2 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en compresión.

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2 \text{sen} \gamma}{3 \gamma}\right) (R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

y_3 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en tensión.

$$y_3 = -\frac{\left(\frac{2 \text{sen} \gamma}{3 \gamma}\right) (R^3 - r^3) * \frac{\omega}{180}}{(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\omega}{180}\right)}$$

2) Cuando $c > D/2$; $\frac{D'}{2} < d \leq D'$ se tiene (figura 2.3.14 (a)):

En este caso se cambia de variables con:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{R - (D - c)}{R} \right)$$

$$\theta_c = \cos^{-1} \left(\frac{r - (D' - d)}{r} \right)$$

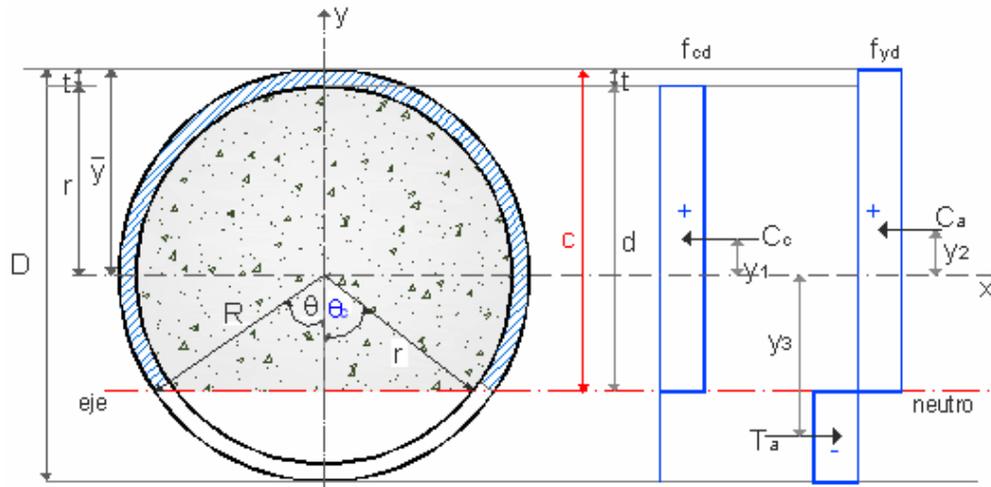


Figura 2.3.14 (a)

Igualmente se utilizará:

$$\tau = \frac{\pi * \theta}{180}; \quad (\tau \text{ en radianes y } \theta \text{ en grados}).$$

$$\tau_c = \frac{\pi * \theta_c}{180}; \quad (\tau_c \text{ en radianes y } \theta_c \text{ en grados}).$$

Las áreas de las secciones de acero y hormigón en tensión y compresión:

A_c = área del hormigón en compresión:

$$A_c = r^2 * \left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) \right]$$

$A_{a,c}$ = área de la sección de acero en compresión:

$$A_{a,c} = \pi (R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\theta}{180} \right)$$

$A_{a,t}$ = área de la sección de acero en tensión:

$$A_{a,t} = \frac{\pi \theta}{180} (R^2 - r^2)$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas:

y_1 = fuerza de la sección del hormigón en compresión.

$$y_1 = \frac{D'}{3} \left[\frac{\text{sen}^3 \theta_c}{\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right)} \right]$$

y_2 = fuerza de la sección de acero en compresión:

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2 \text{sen} \tau}{3 \tau} \right) (R^3 - r^3) * \frac{\theta}{180}}{\left(R^2 - r^2 \right) \left(1 - \frac{\theta}{180} \right)}$$

y_3 = fuerza de la sección de acero en tensión:

$$y_3 = - \left(\frac{2 \text{sen} \tau}{3 \tau} \right) \frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

2.3.2.2.7 Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos

Un ejemplo de miembros a compresión que están sujetos a flexión en dos planos o flexión biaxial son las columnas esquineras de los edificios, figura 2.3.15. Estas columnas están sujetas a momentos M_{xx} con respecto al eje x, que producen una excentricidad e_y de la carga y un momento M_{yy} con respecto al eje y, que ocasionan una excentricidad e_x de la carga, por esto, el eje neutro se inclina un ángulo α con respecto al ala horizontal.

El ángulo α depende de la interacción de los momentos flexionantes con respecto a ambos ejes y de magnitud de la carga P_u .

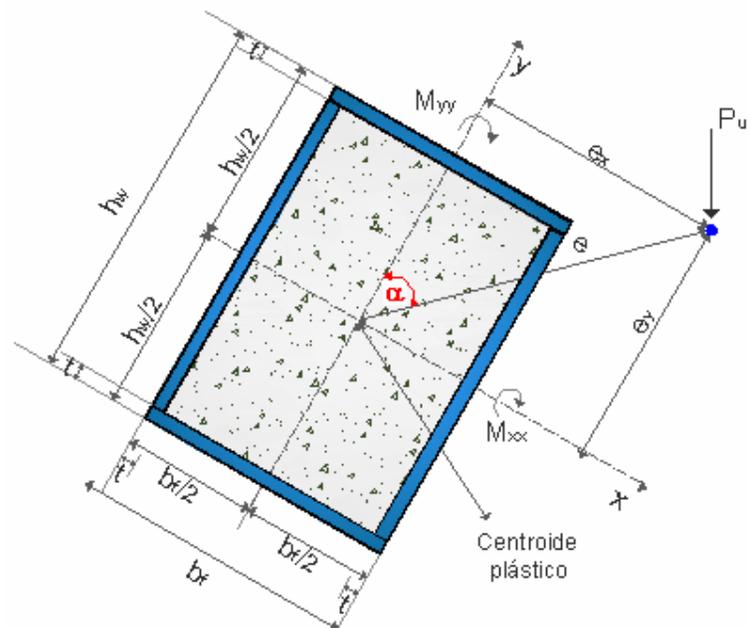


Figura 2.3.15 Sección transversal de una columna con esfuerzos biaxiales.

A continuación se ofrecen los diagramas de tensiones de las secciones compuestas de acuerdo a cada código en estudio, para obtener los valores de las resistencias a compresión, P_n , y flexión M_{nx} , M_{ny} . Este procedimiento es semejante al que se esbozó brevemente en la sección 2.3.2.2.6:

2.3.2.2.7.1 Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al LRFD

La distribución de tensiones de una sección compuesta de acuerdo al LRFD es la siguiente:

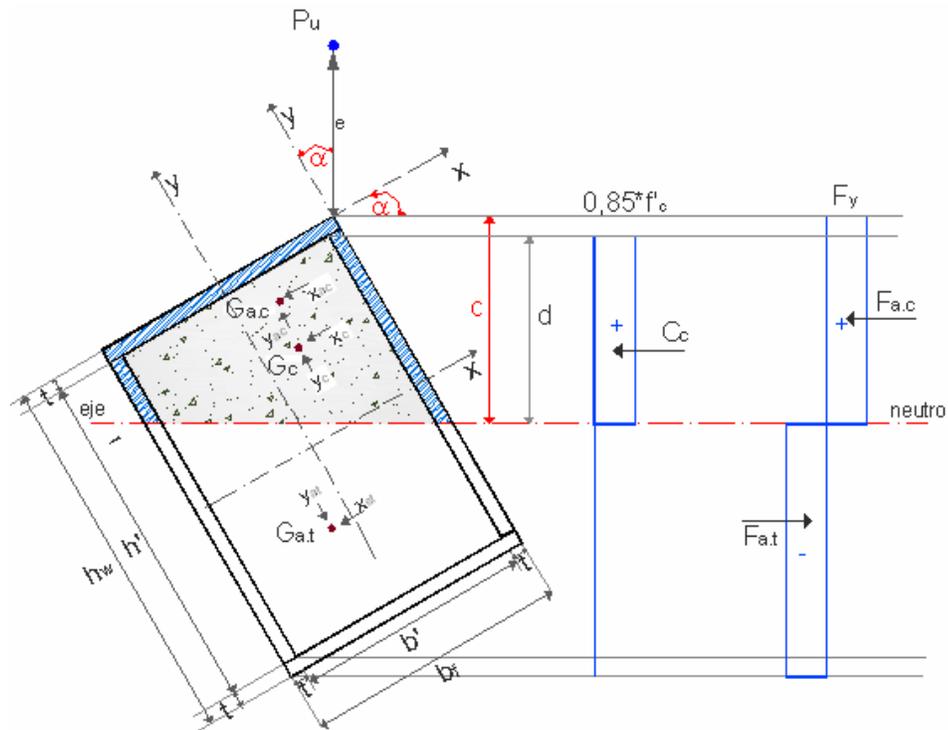


Figura 2.3.16 Distribución de tensiones en una sección rectangular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al LRFD.

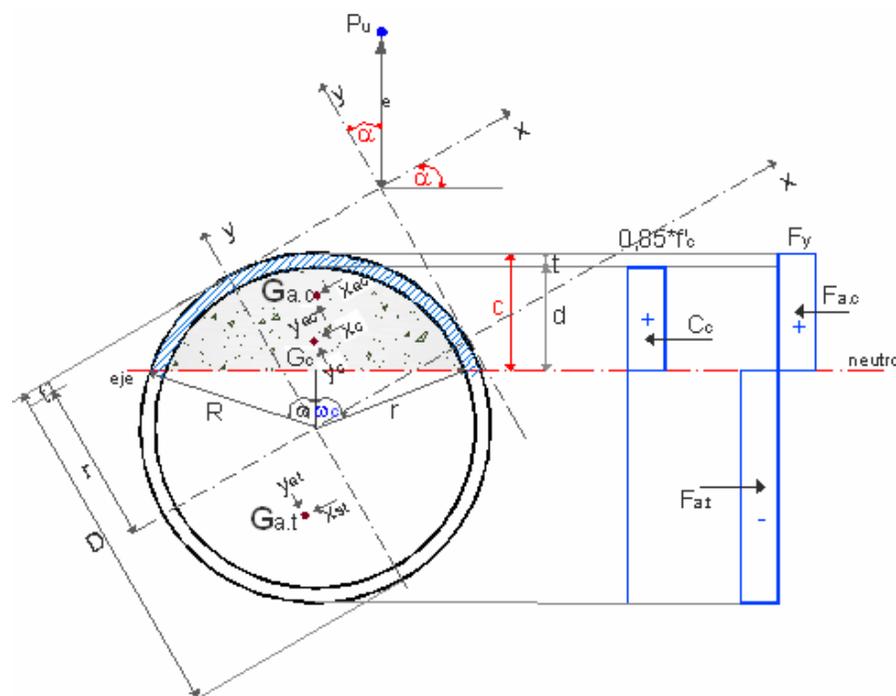


Figura 2.3.17 Distribución de tensiones en una sección circular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al LRFD.

Para las dos secciones se tiene:

G_c centro de gravedad del área de concreto en compresión, que tiene las coordenadas con respecto al eje neutro x_c y y_c en las direcciones x y y , respectivamente.

G_{ac} posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en el área a compresión, que tiene las coordenadas x_{ac} y y_{ac} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

G_{at} es la posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en tensión, que tiene las coordenadas x_{at} y y_{at} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

Resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + F_{ac} - F_{at} \quad (2.3.81)$$

Y la resistencia a flexión:

$$M_{nx} = P_n e_y = C_c * y_c + F_{ac} * y_{ac} + F_{at} y_{at} \quad (2.3.82)$$

$$M_{ny} = P_n e_x = C_c * x_c + F_{ac} * x_{ac} + F_{at} x_{at} \quad (2.3.83)$$

En las que:

$C_c = 0.85 f'_c A_c$ fuerza del concreto a compresión.

$F_{ac} = \sum A_{ac} * F_y$ resultante de las fuerzas en el acero a compresión.

$F_{at} = \sum A_{at} * F_y$ resultante de las fuerzas en el acero a tensión.

A_c área del hormigón en compresión.

A_{ac} área de la sección de acero en compresión.

A_{at} área de la sección de acero en tensión.

2.3.2.2.7.2 Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al ACI

La distribución de tensiones de una sección compuesta de acuerdo al ACI se puede observar en las figuras 2.3.18 y 2.3.19

Para los dos tipos de sección compuesta, por el equilibrio de las fuerzas internas y externas se tiene:

Resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + F_{ac} - F_{at} \quad (2.3.84)$$

Y la resistencia a flexión:

$$M_{nx} = P_n e_y = C_c * y_c + F_{ac} * y_{ac} + F_{at} y_{at} \quad (2.3.85)$$

$$M_{ny} = P_n e_x = C_c * x_c + F_{ac} * x_{ac} + F_{at} x_{at} \quad (2.3.86)$$

En las que:

- $C_c = 0.85f'_c A_c$ fuerza del concreto a compresión.
- $F_{ac} = \sum A_{ac} * F_y$ resultante de las fuerzas en el acero a compresión.
- $F_{at} = \sum A_{at} * F_y$ resultante de las fuerzas en el acero a tensión.
- A_c área del hormigón en compresión.
- A_{ac} área de la sección de acero en compresión.
- A_{at} área de la sección de acero en tensión.
- G_c centro de gravedad del área de concreto en compresión, que tiene las coordenadas con respecto al eje neutro x_c y y_c en las direcciones x y y , respectivamente.
- G_{ac} posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en el área a compresión, que tiene las coordenadas x_{ac} y y_{ac} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.
- G_{at} es la posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en tensión, que tiene las coordenadas x_{at} y y_{at} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

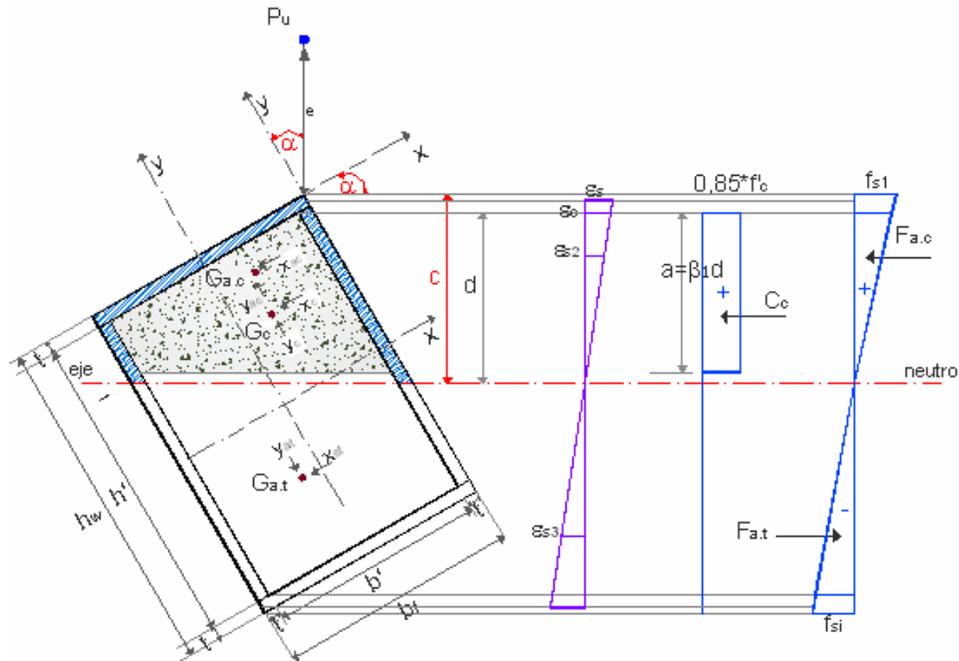


Figura 2.3.18 Distribución de tensiones en una sección rectangular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al ACI.

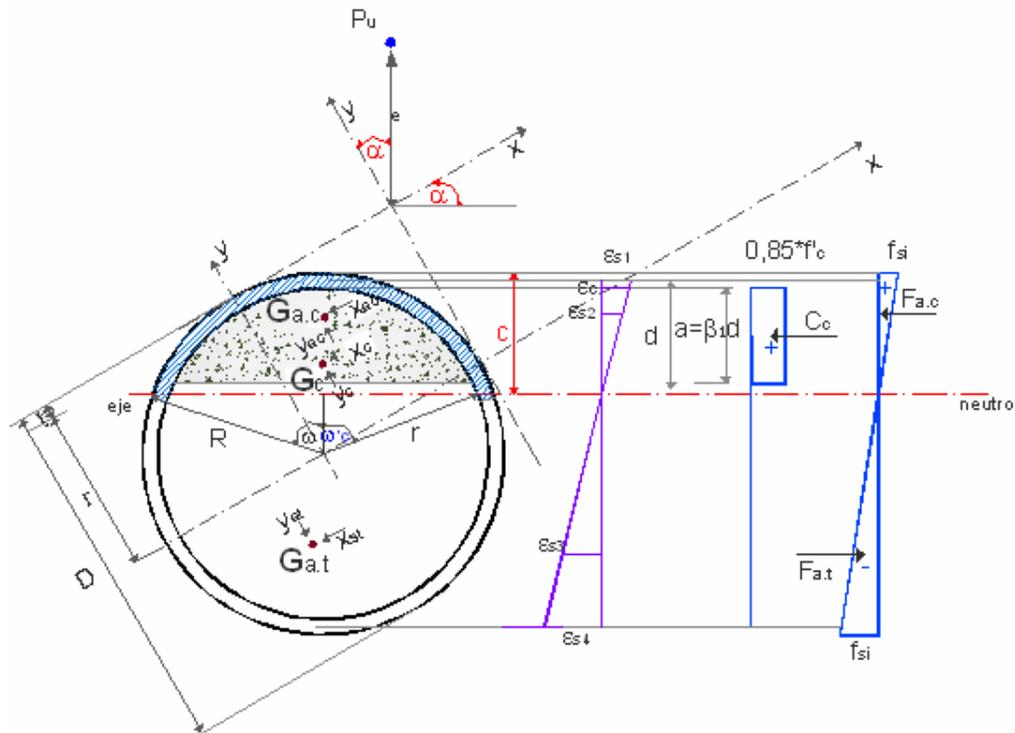


Figura 2.3.19 Distribución de tensiones en una sección circular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al ACI.

2.3.2.2.7.3 Resistencia de una sección transversal frente a compresión y flexión en dos planos de acuerdo al EUROCÓDIGO

La distribución de tensiones de una sección compuesta de acuerdo al EUROCÓDIGO es la siguiente:

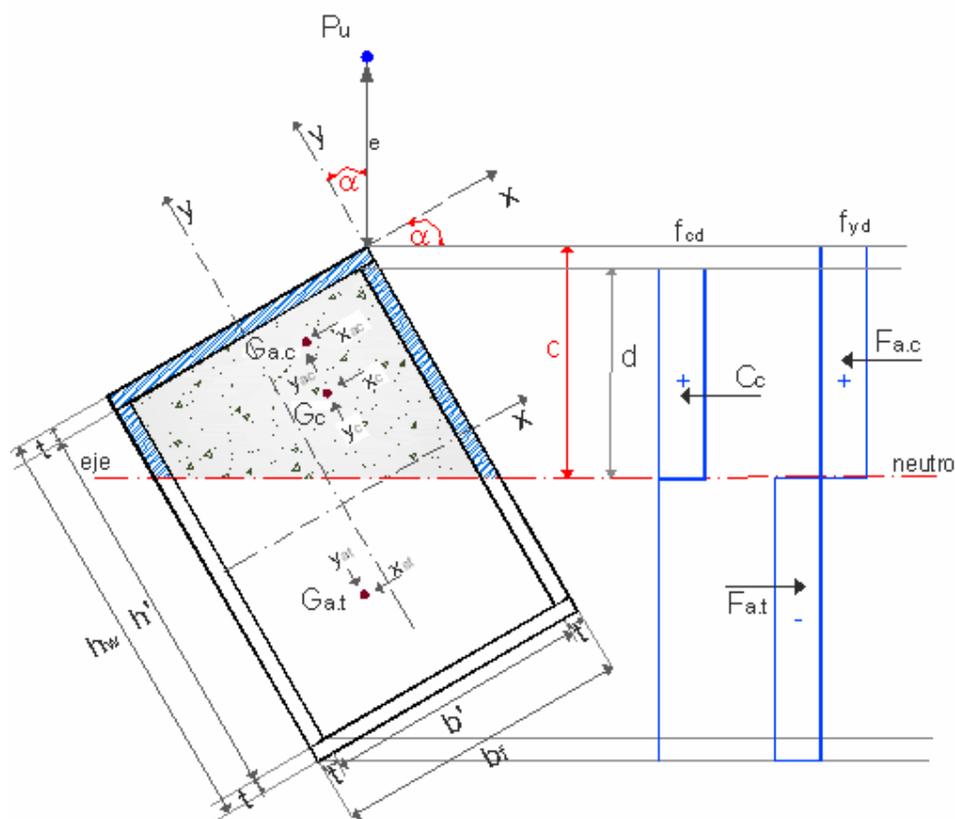


Figura 2.3.20 Distribución de tensiones en una sección rectangular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al EUROCÓDIGO.

Donde:

G_c es el centro de gravedad del área de concreto en compresión, que tiene las coordenadas con respecto al eje neutro x_c y y_c en las direcciones x y y , respectivamente.

G_{ac} es la posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en el área a compresión, que tiene las coordenadas x_{ac} y y_{ac} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

G_{at} es la posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en tensión, que tiene las coordenadas x_{at} y y_{at} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

Por lo tanto la resistencia a compresión será:

$$P_n = C_c + F_{ac} - F_{at} \quad (2.3.87)$$

Y la resistencia a flexión será:

$$M_{nx} = P_n e_y = C_c * y_c + F_{ac} * y_{ac} + F_{at} y_{at} \quad (2.3.88)$$

$$M_{ny} = P_n e_x = C_c * x_c + F_{ac} * x_{ac} + F_{at} x_{at} \quad (2.3.89)$$

En la que:

$C_c = A_c f_{cd}$ fuerza del concreto a compresión.

$F_{ac} = \sum A_{ac} * f_{yd}$ resultante de las fuerzas en el acero a compresión, en este caso el ala superior y el alma.

$F_{at} = \sum A_{at} * f_{yd}$ resultante de las fuerzas en el acero a tensión, en este caso el alma y el ala inferior.

A_c área del hormigón en compresión.

A_{ac} área de la sección de acero en compresión.

A_{at} área de la sección de acero en tensión.

f_{cd}, f_{yd} resistencias del hormigón y del acero respectivamente de acuerdo a la sección 2.3.2.2.3.3

La distribución de tensiones para la sección circular se presenta en la figura 2.3.21

Por equilibrio de las fuerzas internas y externas, para la sección circular compuesta:

Resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + F_{ac} - F_{at} \quad (2.3.90)$$

Resistencia a flexión:

$$M_{ny} = P_n e_x = C_c * x_c + F_{ac} * x_{ac} + F_{at} x_{at} \quad (2.3.91)$$

$$M_{nx} = P_n e_y = C_c * y_c + F_{ac} * y_{ac} + F_{at} y_{at} \quad (2.3.92)$$

En la que:

$$C_c = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] \quad \text{fuerza del concreto a compresión.}$$

$$F_{ac} = \sum A_{ac} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \quad \text{resultante de las fuerzas en el acero a compresión.}$$

$$F_{at} = \sum A_{at} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \quad \text{resultante de las fuerzas en el acero a tensión.}$$

A_c área del hormigón en compresión.

A_{ac} área de la sección de acero en compresión.

A_{at} área de la sección de acero en tensión.

η_c, η_a coeficientes de acuerdo a la sección 2.3.2.2.3.3

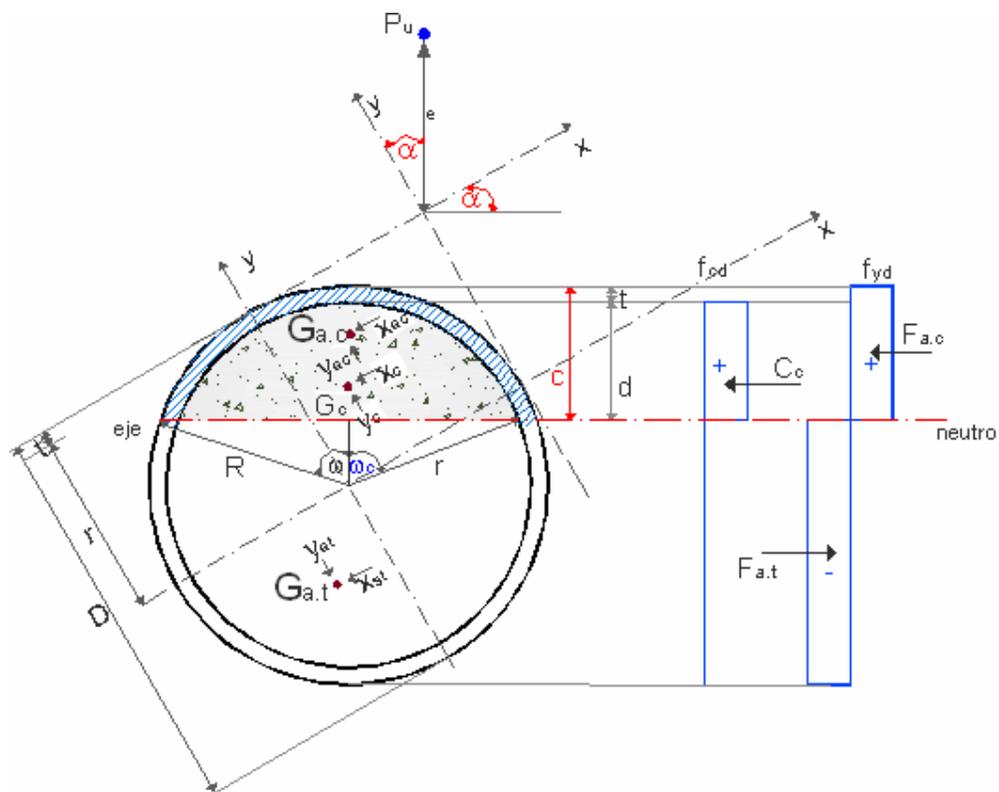


Figura 2.3.21 Distribución de tensiones en una sección circular sometida a esfuerzos biaxiales, de acuerdo al EUROCÓDIGO.

Donde:

- G_c centro de gravedad del área de concreto en compresión, que tiene las coordenadas con respecto al eje neutro x_c y y_c en las direcciones x y y , respectivamente.
- G_{ac} posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en el área a compresión, que tiene las coordenadas x_{ac} y y_{ac} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.
- G_{at} es la posición de la resultante de las fuerzas de la sección de acero en tensión, que tiene las coordenadas x_{at} y y_{at} con respecto al eje neutro en las direcciones x y y , respectivamente.

2.3.2.2.8 Resistencia del elemento sometido a compresión axial y momento flector en dos planos

2.3.2.2.8.1 Flexocompresión Biaxial de acuerdo al LRFD

El diseño de miembros compuestos flexocomprimidos, según el AISC-LRFD Sección I-4, se efectuará conforme a lo expuesto en la sección 2.2.4.1 y con las ecuaciones (2.2.25) y (2.2.26)

$$\text{Si es } \frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

$$\text{Si es } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0$$

Tomando en cuenta que:

P_u = resistencia requerida a la compresión.

P_n = resistencia nominal a la compresión, ver secciones 2.3.2.2.3.1.

M_u = resistencia requerida a la flexión, ver sección 2.2.4.1.1, con la modificación de la carga crítica de pandeo elástico $P_e = A_s F_{my} / \lambda_c^2$ como se explicó en la unidad 2.3.2.2.4.1, (ecuación 2.3.22).

M_n = resistencia nominal en flexión determinada suponiendo que la sección transversal compuesta está completamente plastificada, ver sección 2.3.2.2.6.1, excepto en el caso que se indica a continuación:

Si $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.3 \longrightarrow M_n$, resistencia nominal en flexión, se determina

por interpolación lineal entre los valores:

- M_n que corresponde a la plastificación completa de la sección compuesta con $P_u / \phi_c P_n = 0.3$.

- y la resistencia a flexión, M_n , para $P_u = 0$, obtenido de la distribución de esfuerzos plásticos únicamente sobre la sección de acero, como lo especifica en la sección I-3.3 del AISC-LRFD.

F_b = factor de resistencia a la flexión = 0.9

F_c = factor de resistencia a la compresión = 0.85

λ_c = parámetro de esbeltez de la columna definido en la ecuación 2.3.23

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi * r_m} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}}$$

2.3.2.2.8.2 Flexocompresión Biaxial de acuerdo al ACI

Cuando la relación de esbeltez de la columna compuesta sobrepase los límites de las ecuaciones (2.3.26) y (2.3.27) se deberá analizar la estabilidad amplificando los momentos, de acuerdo a las siguientes consideraciones:

“Los elementos a compresión en estructuras sin desplazamiento lateral deben diseñarse para la fuerza axial mayorada P_u y para el momento magnificado por los efectos de curvatura del elemento, M_c , como sigue:

$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad (2.3.93)$$

Donde:

δ_{ns} = factor de amplificación que se aplica al mayor momento debido a las cargas gravitacionales, M_2 .

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1 \quad (2.3.94)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}; \text{ El debe tomarse de la ecuación (2.3.25)}$$

C_m = factor que relaciona al diagrama de momentos reales con un diagrama equivalente de momentos uniformes; para elementos sin cargas transversales entre sus apoyos, debe tomarse como:

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (2.3.95)$$

Donde la relación M_1/M_2 se toma positiva para curvatura simple y negativa para curvatura doble.

Para elementos con cargas transversales C_m debe tomarse como 1.0.

El momento M_2 de la ecuación (2.3.83) no debe tomarse menor que:

$$M_{2,\min} = P_u(15 + 0.03h) \quad (2.3.96)$$

Alrededor de cada eje separadamente, donde 15 y h están en mm. Para elementos en los que $M_{2,\min}$ supera a M_2 , el valor de C_m en la ecuación (2.3.95) debe ser tomado como 1.0.

Los momentos en los extremos M_1 y M_2 , para elementos a compresión en estructuras con desplazamiento lateral deben tomarse como:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (2.3.97)$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (2.3.98)$$

Donde:

M_{1ns} y M_{2ns} son los momentos mayorados en los extremos del elemento, que se deben a cargas que no causan desplazamientos laterales apreciables.

M_{1s} y M_{2s} son los momentos mayorados en los extremos del elemento, que se deben a cargas que causan desplazamientos laterales apreciables, como son los momentos que originan las cargas de viento.

δ_s = factor de amplificación que se aplica al mayor momento, que debe calcularse con la siguiente ecuación:

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1 \quad (2.3.99)$$

Donde:

$\sum P_u$ = sumatoria de todas las cargas mayoradas verticales en un piso.

$\sum P_c$ = sumatoria de todas las columnas que resisten el desplazamiento en un piso. Calculado con valores de K no menores que 1⁵⁴.

2.3.2.2.8.3 Flexocompresión Biaxial de acuerdo al EUROCÓDIGO

Cuando una columna compuesta está sometida a compresión axial y momento flector en dos planos, de acuerdo al EUROCÓDIGO, se deberá primero chequear su resistencia a compresión y flexión uniaxial individualmente para cada plano de flexión, siendo preciso verificar su comportamiento a flexión biaxial.

1) Análisis de la resistencia a compresión y flexión uniaxial

Es primordial considerar la influencia local de los efectos de segundo orden sobre una columna individual, en particular la amplificación de los momentos de primer orden que existe en una columna debido a la mayor excentricidad con la que actúa la carga axial.

⁵⁴ Ver capítulo 10 del ACI.

En columnas aisladas dentro de pórticos rígidos no es necesaria dicha comprobación si cumple con la siguiente condición:

$$P_u / P_{cr} \leq 0.1; \text{ donde } P_{cr} \text{ se define en la sección 2.3.2.2.4.3.}$$

En el caso de columnas con momentos en los extremos (figura 2.3.22), la esbeltez relativa, $\bar{\lambda}$, no supera el valor:

$$\bar{\lambda} < 0.2(2 - r)$$

Siendo $r = M_1/M_2$, ($-1 \leq r \leq 1$), la relación de momentos menor (M_1) y mayor (M_2) aplicados sobre los extremos de la columna, si hay alguna carga transversal r debe tomarse igual a 1.

Sin embargo, para tomar en cuenta los efectos de segundo orden en columnas aisladas intraslacionales se aplica el factor de amplificación **B** al momento flector de primer orden M_u , que viene dado por:

$$B = \frac{C_m}{1 - P_u / P_{cr}} \geq 1.0 \quad (2.3.100)$$

Siendo:

$C_m = 0.66 + 0.44r$ para una columna sometida a momentos en sus extremos.

$C_m = 1.0$ cuando la flexión es debida a carga lateral sobre la columna.

C_m , factor de momento equivalente, cuando haya simultáneamente carga axial y momentos en los extremos, C_m no debería tomarse nunca menor que 1.0.

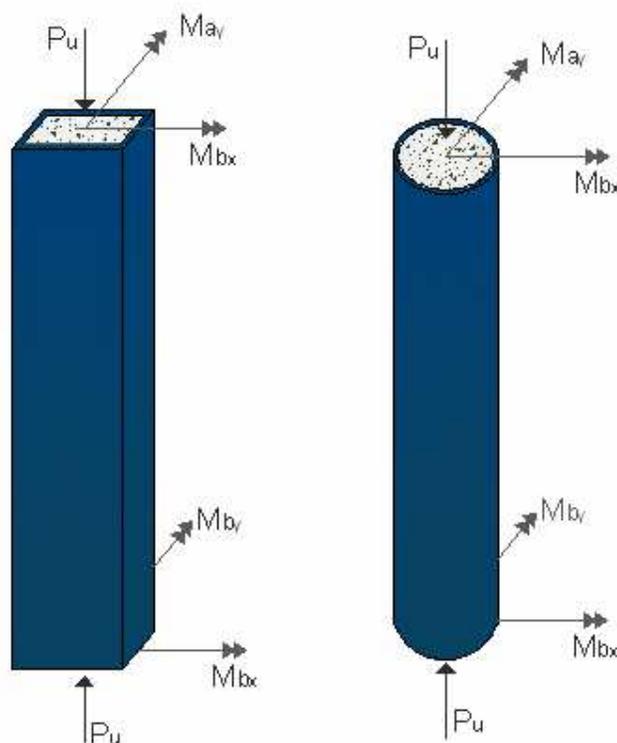


Figura 2.3.22 Columna compuesta con momentos en los extremos.

Con lo que se tendrá:

$$M_u = B * M_2$$

M_2 = mayor de los momentos aplicados en los extremos de la columna.

El elemento tiene suficiente resistencia si:

$$M_u \leq 0.9\mu M_n \quad (2.3.101)$$

Donde:

M_u es el máximo momento flector que actúa sobre la columna; calculado, si es preciso, incluyendo los efectos de segundo orden antes detallados.

M_n momento flector; calculado utilizando la distribución de tensiones estudiada en la sección 2.3.2.2.6.3.

μ coeficiente calculado paso a paso como se indica a continuación (figura 2.3.23).

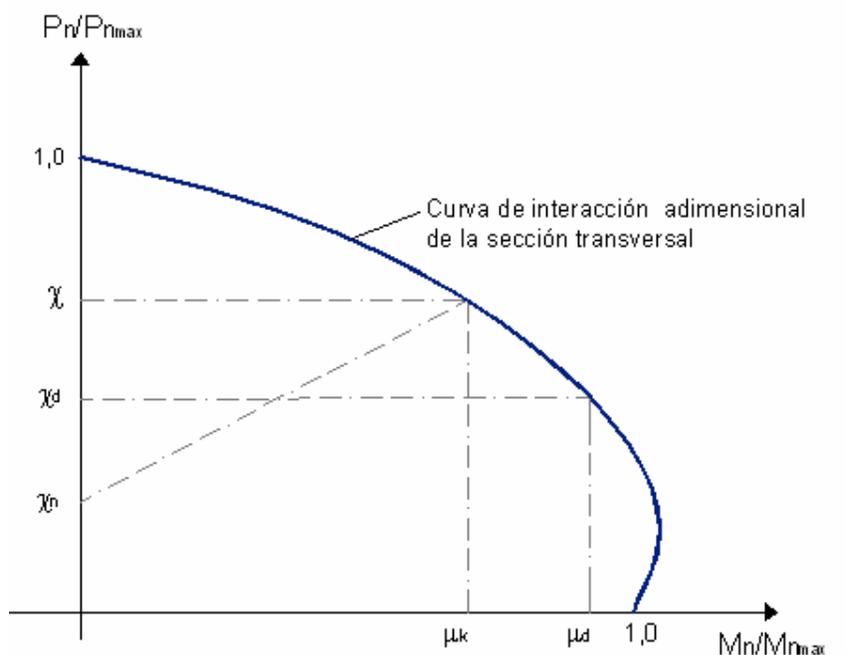


Figura 2.3.23 Proceso de cálculo de μ , para compresión y flexión monoaxial.

(a) La resistencia de un elemento en compresión axial, de acuerdo al EUROCÓDIGO, es $\chi \cdot P_n$, calculada de acuerdo a los apartados 2.3.2.2.3.3 y 2.3.2.2.5.2, donde χ tiene en cuenta la influencia de las imperfecciones y de la esbeltez. El valor correspondiente para flexión de la sección, μ_k , se determina a partir de χ como muestra la figura 2.3.23.

(b) Sea $\chi_d = \frac{P_u}{P_n}$, donde P_u fuerza axial requerida, y sea μ_d coeficiente obtenido como se muestra en la figura 2.3.23.

- (c) Cuando la variación del momento flector a lo largo de la columna es aproximadamente lineal, el factor χ_n puede calcularse a partir de:

$$\chi_n = \frac{\chi(1-r)}{4}$$

$\chi_n \leq \chi_d$, donde r es la relación entre los momentos menor y mayor en los extremos (figura 2.3.23)

Finalmente μ está dado en la siguiente ecuación:

$$\mu = \mu_d - \mu_k \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \quad (2.3.102)$$

Comprobándose que: $\mu \leq 1$.

2) Compresión y flexión biaxial

Debido a las distintas esbelteces, resistencias a flexión según los dos ejes, en la mayoría de casos es necesario hacer una comprobación del comportamiento biaxial. El elemento tiene suficiente resistencia si cumple con las siguientes ecuaciones:

$$M_{ux} \leq 0.9\mu_x M_{n,x} \quad (2.3.103)$$

$$M_{uy} \leq 0.9\mu_y M_{n,y} \quad (2.3.104)$$

$$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{n,x}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{n,y}} \leq 1 \quad (2.3.105)$$

2.3.2.3 Resumen de Ecuaciones de los Métodos LRFD, ACI y EUROCÓDIGO

2.3.2.3.1 Diseño de columnas compuestas por el método del AISC-LRFD

A continuación se resumen las ecuaciones ofrecidas por el AISC-LRFD para columnas compuestas, tomando en cuenta los siguientes parámetros:

1) Comprobación de las limitaciones.

a) El área de la sección transversal del elemento de acero es:

$$A_s > 0.04A_g$$

Siendo A_g = área total de la sección transversal compuesta.

b) El esfuerzo de compresión del hormigón está entre los valores de:
 $200 \text{ Kg/cm}^2 < f'c < 550 \text{ Kg/cm}^2 \longrightarrow$ Para concreto de peso volumétrico normal.
 $300 \text{ Kg/cm}^2 < f'c \longrightarrow$ Para concreto de peso volumétrico ligero.

c) El límite de fluencia del acero: $F_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

d) El espesor t de las paredes de las secciones de acero estructural:

i) para una sección rectangular o cuadrada de ancho b

$$t > b \sqrt{F_y / 3E}$$

ii) para secciones circulares de diámetro exterior D

$$t > D \sqrt{F_y / 8E}$$

2) Control del pandeo local:

a) $b/t < 2120\sqrt{F_y}$ Todo tipo de elementos rigidizados, soportados a lo largo de los bordes, solicitados por compresión, de ancho $b = b_f - 2t$, F_y es la resistencia de la sección de acero, en Kg/cm².

b) $D/t < 232000/F_y$, para secciones circulares huecas, de diámetro D. F_y es la resistencia de la sección de acero, en Kg/cm².

3) Resistencia de diseño de las columnas compuestas frente a cargas axiales, ver sección 2.3.2.2.3.1

$$\phi_c P_n = 0.85 A_s F_{cr}$$

Donde:

A_s = área total de la sección transversal del elemento de acero estructural.

F_{cr} = esfuerzo crítico estará calculado bajo los siguientes condiciones

Para $\lambda_c < 1.5$

$$F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} F_{my}$$

Para $\lambda_c > 1.5$

$$F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} F_{my}$$

a) El esfuerzo de fluencia y el módulo de elasticidad para la sección compuesta serán:

$$F_{my} = F_y + c_2 f'_c (A_c / A_s)$$

$$E_m = E + c_3 E_c (A_c / A_s)$$

Donde:

A_c = área de hormigón.

A_s = área del elemento de acero estructural.

E = módulo de elasticidad del acero.

E_c = módulo de elasticidad del hormigón.

F_y = esfuerzo de fluencia mínimo especificado del acero de sección tubular.

c_2, c_3 coeficientes numéricos, en el caso de secciones tubulares rellenas de concreto: $c_2 = 0.85, c_3 = 0.4$

r_m = es el radio de giro del elemento de acero estructural, no se tomará menor que 0.3 veces la dimensión total de la sección compuesta, en el plano en que se estudie el pandeo, (reemplaza a r).

4) Resistencia a pandeo de una pieza comprimida, ver sección 2.3.2.2.5.1

- a) Carga crítica elástica P_e de la columna compuesta se obtiene con la ecuación:

$$P_e = A_s F_{my} / \lambda_c^2$$

- b) Esbeltez de la columna compuesta λ_c :

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi * r_m} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}}$$

Donde:

F_{my} = tensión modificada para el diseño de la columna compuesta.

E_m = módulo modificado para el diseño de la columna compuesta

KL = longitud efectiva de la columna.

A_s = área de la sección transversal del acero estructural.

- c) En una sección compuesta en la que se compruebe que sus elementos rigidizados tengan una relación $b/t > \lambda_r$, la resistencia a pandeo será:

$$F_c P_n = 0.85 A_s F_{cr}$$

Donde:

Si es $\lambda_c \sqrt{Q_a} \leq 1.5$

$$F_{cr} = Q_a (0.658)^{Q_a \lambda_c^2} F_{my}$$

Y para $\lambda_c \sqrt{Q_a} > 1.5$

$$F_{cr} = 0.877 \frac{F_{my}}{\lambda_c^2}$$

El factor de minoración de área Q_a se lo obtiene con los mismos límites expuestos en la sección 2.2.3.5.1 y se define como:

$$Q_a = \frac{A_e}{A_s}$$

Siendo:

$A_e = A_s - SA_i$; suma de las áreas efectivas de la sección transversal.

A_s = área bruta de la sección transversal de acero.

A_i = área ineficaz de la sección de acero.

5) Obtención de la curva de interacción

Para la obtención de la curva de interacción P-M, se deberá conocer las variaciones de las resistencias a flexión y a compresión de la sección compuesta que están expuestas en la sección 2.3.2.2.7.1. Las ecuaciones base para la obtención de la curva de interacción son:

a) Para sección rectangular, la resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af}$$

Y la resistencia a flexión:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5$$

Donde:

Fuerza del concreto a compresión:

$$C_c = A_c * 0.85f'_c = (b' * d) * 0.85f'_c$$

Fuerza de la sección de acero sometida a compresión, en este caso el ala superior y el alma:

$$C_{af} = A_{af1} F_y = (b_f * t) F_y$$

$$C_{aw} = A_{aw1} F_y = 2(d * t) F_y$$

Las tensiones en el alma y en el ala inferior de la sección de acero son:

$$T_{aw} = A_{aw2} F_y = 2(h' - d) * t * F_y$$

$$T_{af} = A_{af2} F_y = (b_f * t) F_y$$

Siendo:

$$\bar{y} = h_w / 2$$

$$0 \leq c \leq h_w$$

$$h' = h_w - 2t$$

$$d = c - t; \quad 0 \leq d \leq h'$$

$$b' = b_f - 2t$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas serán:

$$y_1 = (\bar{y} - t) - 2; \quad y_2 = \bar{y} - t/2; \quad y_3 = (\bar{y} - t) - d/2;$$

$$y_4 = (\bar{y} - c) + (d - h')/2 \quad y_5 = (\bar{y} - h_w) + t/2$$

b) Para sección circular, la resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + C_a - T_a$$

$$P_n = A_c * 0.85f'_c + A_{ac}F_y - A_{at}F_y$$

Y la resistencia a flexión:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_a y_2 + T_a y_3$$

$$M_n = A_c * 0.85f'_c * y_1 + A_{ac}F_y * y_2 + A_{at}F_y * y_3$$

En el análisis de la sección circular compuesta se debe tomar en cuenta los siguientes casos:

i) Cuando $c \leq D/2$; $d \leq \frac{D'}{2}$ se tiene (figura 2.3.8):

Donde:

$$d = c - t; \quad d \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$$R = D/2$$

Se emplea:

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{R-c}{R}\right)$$

$$\omega_c = \cos^{-1}\left(\frac{r-d}{r}\right)$$

Con:

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; \quad (\gamma \text{ en radianes, } \omega \text{ en grados}).$$

$$\gamma_c = \frac{\pi * \omega_c}{180}; \quad (\gamma_c \text{ en radianes, } \omega_c \text{ en grados}).$$

A_c = área del hormigón en compresión.

$$A_c = r^2 \left(\frac{\pi \omega_c}{180} - \cos \omega_c * \text{sen} \omega_c \right)$$

$A_{a.c}$ = área de la sección de acero en compresión.

$$A_{a.c} = \frac{\pi\omega}{180}(R^2 - r^2)$$

$A_{a.t}$ = área de la sección de acero en tensión.

$$A_{a.t} = \pi(R^2 - r^2)\left(1 - \frac{\omega}{180}\right)$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas son:

y_1 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de hormigón en compresión.

$$y_1 = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \omega_c}{\left(\frac{\pi\omega_c}{180} - \cos \omega_c * \text{sen} \omega_c\right)}$$

y_2 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en compresión.

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2}{3} \frac{\text{sen} \gamma}{\gamma}\right)(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

y_3 = brazo de palanca de la fuerza de la sección de acero en tensión (figura 2.3.8 (b)):

$$y_3 = -\frac{\left(\frac{2}{3} \frac{\text{sen} \gamma}{\gamma}\right)(R^3 - r^3) * \frac{\omega}{180}}{(R^2 - r^2)\left(1 - \frac{\omega}{180}\right)}$$

i) Cuando $c > D/2$; $\frac{D'}{2} < d \leq D'$ se tiene (figura 2.3.8 (c)):

$$d = c - t; \quad d \geq 0$$

$$D' = D - 2t$$

$$R = D/2$$

En esta ocasión se utiliza:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{R - (D - c)}{R}\right)$$

$$\theta_c = \cos^{-1}\left(\frac{r - (D' - d)}{r}\right)$$

Siendo:

$$\tau = \frac{\pi * \theta}{180}; \quad (\tau \text{ en radianes y } \theta \text{ en grados}).$$

$$\tau_c = \frac{\pi * \theta_c}{180}; \quad (\tau_c \text{ en radianes y } \theta_c \text{ en grados}).$$

Las áreas de las secciones en compresión y tensión:

A_c = área del hormigón en compresión:

$$A_c = r^2 * \left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) \right]$$

$A_{a.c}$ = área de la sección de acero en compresión:

$$A_{a.c} = \pi(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\theta}{180} \right)$$

$A_{a.t}$ = área de la sección de acero en tensión:

$$A_{a.t} = \frac{\pi \theta}{180} (R^2 - r^2)$$

y_1 = fuerza de la sección del hormigón en compresión:

$$y_1 = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \theta_c}{\left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta_c}{180} - \cos \theta_c * \text{sen} \theta_c \right) \right]}$$

y_2 = fuerza de la sección de acero en compresión:

$$y_2 = \frac{\left(\frac{2 \operatorname{sen} \tau}{3 \tau}\right)(R^3 - r^3) \frac{\theta}{180}}{(R^2 - r^2) \left(1 - \frac{\theta}{180}\right)}$$

y_3 = fuerza de la sección de acero en tensión:

$$y_3 = -\left(\frac{2 \operatorname{sen} \tau}{3 \tau}\right) \frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

6) Flexocompresión Biaxial

En el diseño de miembros compuestos flexocomprimidos se verificará las siguientes condiciones acorde a lo expuesto en la sección 2.3.2.2.8.1:

$$\text{Si es } \frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

$$\text{Si es } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0$$

Donde:

P_u = resistencia requerida a la compresión.

P_n = resistencia nominal a la compresión de la sección compuesta

M_u = resistencia requerida a la flexión.

M_n = resistencia nominal en flexión determinada suponiendo que la sección transversal compuesta está completamente plastificada, excepto en el caso que se indica a continuación:

Si $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.3$ \longrightarrow M_n , resistencia nominal en flexión, se determina

por interpolación lineal entre los valores:

- M_n que corresponde a la plastificación completa de la sección compuesta con $P_u / \phi_c P_n = 0.3$.
- y la resistencia a flexión, M_n , para $P_u = 0$, obtenido de la distribución de esfuerzos plásticos únicamente sobre la sección de acero, como lo especifica en la sección I-3.3 del AISC-LRFD.

F_b = factor de resistencia a la flexión = 0.9

F_c = factor de resistencia a la compresión = 0.85

λ_c = parámetro de esbeltez de la columna definido en la ecuación 2.3.23

2.3.2.3.2 *Diseño de columnas compuestas por el método del ACI*

Así mismo, la secuencia en la obtención de las curvas de interacción por este método se resume en las siguientes disposiciones:

1) Comprobación de las limitaciones.

a) El espesor de la sección de acero debe ser:

$$t > b \sqrt{F_y / 3E_s}$$

para cada cara de ancho b , para secciones rectangulares, y que:

$$t > D \sqrt{F_y / 8E_s}$$

para secciones circulares de diámetro D .

2) Resistencia nominal de las columnas compuestas frente a cargas axiales, ver sección 2.3.2.2.3.2

La resistencia nominal de carga axial P_n se expresa como:

$$P_n = 0.85f'_c(A_g - A_s) + A_sF_y$$

Siendo:

A_g = área bruta de la sección transversal

A_s = área de la sección transversal de acero

Para columnas compuestas de sección transversal rectangular $\phi = 0.7$ y sección transversal circular $\phi = 0.75$.

Donde la resistencia de diseño ϕP_n de una sección transversal compuesta frente a flexión y compresión en los planos ortogonales no deberá ser mayor que:

$$\phi P_{n(máx)} = 0.85\phi [0.85f'_c(A_g - A_s) + A_sF_y]$$

3) Cálculo de la esbeltez de la columna.

$$\frac{KL}{r}$$

K = coeficiente de longitud efectiva, calculado de acuerdo a lo establecido en la sección 2.2.3

L = longitud no soportada de la columna.

r = radio de giro de la sección compuesta no debe ser mayor que el valor dado por:

$$r = \sqrt{\frac{(E_c I_g / 5 + E_s I_{sx})}{(E_c A_g / 5) + E_c A_{sx}}}$$

Donde:

E_c = módulo de elasticidad del concreto, en Kg/cm^2 .

E_s = módulo de elasticidad del acero, en Kg/cm^2 .

I_g = momento de inercia de la sección total del concreto con respecto al eje centroidal, sin tomar en consideración el acero.

I_{sx} = momento de inercia de la sección de acero estructural, con respecto al eje centroidal de la sección transversal del elemento compuesto.

A_g = área total de la sección, cm^2 .

A_{sx} = área de la sección transversal del acero estructural.

La rigidez EI puede tomarse como:

$$EI = \frac{(E_c I_g / 5)}{1 + \beta d} + E_s I_{sx}$$

Donde:

βd se lo obtiene tomando en cuenta:

- i. Para pórticos intranslacionales, βd es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada a la carga total axial factorizada, puede tomarse igual a 0.6.
- ii. Para pórticos translacionales, βd es la relación del cortante máximo factorizado sostenido dentro de un piso, al cortante total factorizado en ese piso, puede asumirse igual a 0.

4) Obtención de la curva de interacción

Las variaciones de las resistencias a flexión y a compresión de la sección compuesta se detallan en la sección 2.3.2.2.7.3, para así obtener la curva de interacción P-M. Las ecuaciones base para obtención de las resistencias a flexión y compresión son:

a) Para sección rectangular, la resistencia a compresión:

$$P_n = C_c + C_{a.f} + C_{a.w} - T_{a.w} - T_{a.f}$$

Resistencia a flexión:

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5$$

Donde:

$\varepsilon_{si} = \frac{0.003}{d} * y_i$ deformación unitaria en cualquier punto de la sección compuesta, en la que, si ε_{si} es positiva indica compresión y si es negativa indica tensión.

$y_i =$ brazos de palanca de las fuerzas de la sección de acero, que dependen de la posición del eje neutro, entre éstas están:

$y_1 = h'/2 - a/2$; brazo de palanca del hormigón en compresión

$y_2 = c - t/2$; brazo de palanca del ala superior de la sección de acero.

$y_3 = h'/2 - d/2$; brazo de palanca del alma en compresión de la sección de acero.

$y_4 = (h'/2 - d)/2$; brazo de palanca del alma en tensión de la sección de acero.

$y_5 = -(h_w/2 - t/2)$; brazo de palanca del ala inferior de la sección de acero.

$$0 \leq c \leq D$$

$$D_s = D - t/2 - t/2$$

$$D' = D - 2t$$

$$d = c - t; \quad 0 \leq d \leq D'$$

$$z = h' + t/2$$

$$e_y = F_y / e_s$$

$$d_{cb} = \frac{0.003}{\varepsilon_s + 0.003} z$$

$$a = \beta_1 * d$$

$$a_{cb} = \beta_1 * d_{cb}$$

Áreas de las secciones en compresión y tensión:

$A_c = a * b'$;	área del hormigón en compresión.
$A_{ac.f} = b_f * t$;	área del ala superior de la sección de acero.
$A_{ac.w} = 2(d * t)$;	área del alma de la sección de acero en compresión.
$A_{at.w} = 2(h'/2 - d) * t$	área del alma de la sección de acero en tensión.
$A_{at.f} = b_f * t$;	área del ala inferior de la sección de acero.

f_{si} ; esfuerzo de fluencia del acero, dependiendo de la posición del eje neutro, que debe cumplir con la siguiente condición:

$$\varepsilon_{si} \geq \frac{F_y}{E_s}$$

$$\frac{f_{si}}{E_s} > \varepsilon_{si} > -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = \varepsilon_{si} * E_s$$

$$\varepsilon_{si} \leq -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = -F_y$$

$C_c = A_c * 0.85f'_c$;	fuerza del hormigón a compresión.
$C_{a.f} = A_{ac.f} f_{si}$;	fuerza del ala de la sección de acero en compresión.
$C_{a.w} = A_{ac.w} f_{si}$;	fuerza del alma de la sección de acero en compresión.
$T_{a.w} = A_{at.w} f_{si}$;	fuerza del alma de la sección de acero en tensión.
$T_{a.f} = A_{at.f} f_{si}$;	fuerza del ala inferior de la sección de acero en tensión.

b) Para sección circular, la resistencia a compresión, que se encuentra en función del número de dovelas, está dada por la siguiente ecuación:

$$P_n = \sum C_{c.(i)} + \sum C_{a.(i)} + \sum T_{a.(i)}$$

y la resistencia a flexión será:

$$M_n = P_n * e = \sum C_{c(i)} y_{c(i)} + \sum C_{a(i)} y_{a(i)} + \sum T_{a(i)} y_{a(i)}$$

Donde:

$\varepsilon_{si} = 0.003 \frac{j_i - k_i}{d_i}$ deformación unitaria en cualquier punto de la sección compuesta, en la que, si ε_{si} es positiva indica compresión y si es negativa indica tensión.

$j_i = c_i - t/2$; $d_i = c_i - t$ para las distintas posiciones del eje neutro.

$$k_i = \frac{D_s}{2} - \frac{D_s}{2} * \cos[\# dovela_{(i)} * \gamma - \gamma]$$

$$\gamma = \frac{360}{\# dovelas total}$$

$$0 \leq c \leq D$$

$$D_s = D - t/2 - t/2$$

$$D' = D - 2t$$

$$d = c - t; \quad 0 \leq d \leq D'$$

$$z = h' + t/2$$

$$e_y = F_y / e_s$$

$$d_{cb} = \frac{0.003}{\varepsilon_s + 0.003} z$$

$$a = \beta_1 * d$$

$$a_{cb} = \beta_1 * d_{cb}$$

El parámetro β_1 , para las dos secciones compuestas, depende de la resistencia nominal f'_c tomando en cuenta que:

- para $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$, $\beta_1 = 0.85$.
- por cada 70 Kg/cm^2 de aumento de resistencia sobre 280 Kg/cm^2 , β_1 disminuirá 0.05 uniformemente. Se debe verificar que β_1 no debe ser menor que 0.65.

Las áreas de las secciones en compresión y tensión se definen en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Si: } \cos \omega = \frac{R-c}{R}$$

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{R-c}{R}\right)$$

$$\text{Y: } \cos \omega'_c = \frac{R-a}{R}$$

$$\omega'_c = \cos^{-1}\left(\frac{r-a}{r}\right)$$

ω = ángulo del trapecio circular de la sección de acero a compresión (figura 2.3.12 (a)).

ω'_c = ángulo del segmento circular de la sección de hormigón a compresión (figura 2.3.12 (a)).

$$\text{Teniendo en cuenta que: } \theta = \cos^{-1}\left(\frac{R-(D-c)}{R}\right)$$

$$\theta'_c = \cos^{-1}\left(\frac{r-(D'-a)}{r}\right)$$

θ = ángulo del trapecio circular de la sección de acero a compresión (figura 2.3.12 (b)).

θ'_c = ángulo del segmento circular de la sección de hormigón a compresión (figura 2.3.12 (b)).

Con:

$$\gamma = \frac{\pi * \omega}{180}; (\omega \text{ en grados, } \gamma \text{ en radianes}).$$

$$\gamma'_c = \frac{\pi * \omega'_c}{180}; \quad (\omega'_c \text{ en grados, } \gamma'_c \text{ en radianes}).$$

$$\tau = \frac{\pi * \theta}{180}; \quad (\theta \text{ en grados, } \tau \text{ en radianes}).$$

$$\tau'_c = \frac{\pi * \theta'_c}{180}; \quad (\theta'_c \text{ en grados, } \tau'_c \text{ en radianes}).$$

Se tiene:

$A_{c(i)}$ = Área del hormigón en compresión:

para la figura 2.3.12 (a):

$$A_{c(i)} = r^2 \left(\frac{\pi \omega'_{c(i)}}{180} - \cos \omega'_{c(i)} * \text{sen} \omega'_{c(i)} \right)$$

para la figura 2.3.12 (b).

$$A_{c(i)} = r^2 * \left(\pi - \left(\frac{\pi * \theta'_{c(i)}}{180} - \cos \theta'_{c(i)} * \text{sen} \theta'_{c(i)} \right) \right)$$

$$A_{a(i)} = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{\# \text{dovelas total}}; \quad \text{área del acero en función del número de dovelas.}$$

Los brazos de palanca de las fuerzas internas de la sección compuesta se definen en las siguientes ecuaciones:

$y_{c(i)}$ = brazo de palanca del hormigón en compresión.

para la figura 2.3.12 (a):

$$y_{c(i)} = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \omega'_{c(i)}}{\left(\frac{\pi \omega'_{c(i)}}{180} - \cos \omega'_{c(i)} * \text{sen} \omega'_{c(i)} \right)}$$

para la figura 2.3.12 (b):

$$y_{c(i)} = \frac{D'}{3} \frac{\text{sen}^3 \theta'_{c(i)}}{\left[\pi - \left(\frac{\pi * \theta'_{c(i)}}{180} - \cos \theta'_{c(i)} * \text{sen} \theta'_{c(i)} \right) \right]}$$

$y_{a(i)}$ = brazo de palanca del acero, en función de la posición del eje neutro y del número de dovelas.

$$y_{a.(i)} = \frac{D_s}{2} - k_{(i)}$$

Fuerzas internas de la sección compuesta:

f_{si} ; esfuerzo de fluencia del acero, dependiendo de la posición del eje neutro, debiendo cumplirse con la siguiente condición:

$$\varepsilon_{si} \geq \frac{F_y}{E_s}$$

$$\frac{f_{si}}{E_s} > \varepsilon_{si} > -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = \varepsilon_{si} * E$$

$$\varepsilon_{si} \leq -\frac{F_y}{E_s} \Rightarrow f_{si} = -F_y$$

$C_{c(i)} = A_{c.(i)} * 0.85f'_c$; fuerza del hormigón a compresión.

$C_{a.(i)} = A_{a(i)} f_{si}$; fuerza interna de la zona de acero en compresión.

$T_{a.(i)} = A_{a.(i)} f_{si}$; fuerza interna de la zona de acero en tensión.

En la condición balanceada se emplea la profundidad a_{cb} (ecuación 2.3.58) en las ecuaciones correspondientes para la obtención de P_n y M_n .

Para los dos tipos de secciones transversales se tiene que:

$$P_u = \phi P_n$$

Existe un incremento en el factor ϕ para miembros que están sometidos a cargas axiales y a flexión; el valor de $0.1f'_cA_g$ se establece como el valor de la carga axial de diseño ϕP_n , bajo del cual se puede incrementar al factor ϕ en la siguiente limitación:

Para columnas compuestas rectangulares:

$$\phi = 0.90 - \frac{0.2\phi P_n}{0.1f'_cA_g} \geq 0.70$$

Para columnas compuestas circulares:

$$\phi = 0.90 - \frac{0.15\phi P_n}{0.1f'_cA_g} \geq 0.75$$

Si ϕP_{nb} es menor que $0.1f'_cA_g$, entonces se debe sustituir a ϕP_{nb} por $0.1f'_cA_g$ en el denominador de las ecuaciones anteriores, donde ϕP_{nb} es la resistencia de la sección en condición balanceada.

5) Flexocompresión Biaxial

En estructuras sin desplazamiento lateral se pueden ignorar los efectos de esbeltez en elementos a compresión si:

$$\frac{KL}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

Donde $34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) < 40$; M_1 y M_2 son los momentos en los extremos opuestos del miembro a compresión, $M_1 < M_2$; la relación M_1/M_2 se toma positiva para curvatura simple y negativa para curvatura doble.

Para elementos en compresión no arriestrados contra desplazamientos laterales, se desprecian los efectos de la esbeltez cuando:

$$\frac{KL}{r} \leq 22$$

Para tomar en cuenta los efectos de esbeltez se debe analizar la estabilidad amplificando los momentos, de acuerdo a las siguientes condiciones:

En los elementos a compresión en estructuras sin desplazamiento lateral:

$$M_c = \delta_{ns} M_2$$

Donde:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \geq 1$$

$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(Kl_u)^2}$; La rigidez EI debe tomarse de la ecuación (2.3.25)

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$

Donde la relación M_1/M_2 se toma positiva para curvatura simple y negativa para curvatura doble. Para elementos con cargas transversales C_m debe tomarse como 1.0.

El momento M_2 no debe tomarse menor que:

$$M_{2,\min} = P_u(15 + 0,03h)$$

donde 15 y h están en mm. Si $M_{2,\min} > M_2$, el valor de C_m debe ser tomado como 1.0.

Los extremos momentos M_1 y M_2 , para elementos a compresión en estructuras con desplazamiento lateral deben tomarse como:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

Donde:

M_{1ns} y M_{2ns} son los momentos mayorados en los extremos del elemento, que se deben a cargas que no causan desplazamientos laterales apreciables.

M_{1s} y M_{2s} son los momentos mayorados en los extremos del elemento, que se deben a cargas que causan desplazamientos laterales apreciables.

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1$$

Donde:

$\sum P_u$ = sumatoria de todas las cargas mayoradas verticales en un piso.

$\sum P_c$ = sumatoria de todas las columnas que resisten el desplazamiento en un piso. Calculado con valores de K no menores que 1.

2.3.2.3.3 Diseño de columnas compuestas por el método del EUROCÓDIGO

La secuencia del *método simplificado* ofrecido por el EUROCÓDIGO, para el cálculo de columnas compuestas, es el siguiente:

2) Comprobación de las limitaciones⁵⁵

a) La sección transversal de la columna compuesta estará entre:

$$5.0 > h_w/b_f > 0.2$$

b) El factor de contribución del acero

$$0.2 < \delta < 0.9$$

Donde:

$$\delta = \frac{A_a F_y / \gamma_{Ma}}{P_n}$$

c) La esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ de la columna compuesta

$$\bar{\lambda} < 2.0$$

3) Verificación del pandeo local

a) $D/t \leq 90\varepsilon^2$ secciones huecas circulares de diámetro D y espesor de pared t .

b) $h/t \leq 52\varepsilon$ secciones huecas rectangulares de ancho $h = h_w - 2t$ y espesor t .

$$\text{Siendo } \varepsilon = \sqrt{\frac{2400}{F_y}}, \quad F_y \text{ en Kg/cm}^2$$

⁵⁵ Ver sección 2.3.2.2.3

4) Resistencia de la sección frente a cargas axiales⁵⁶

a) Para una sección rectangular o cuadrada:

$$P_n = A_a f_{yd} + A_c f_{cd}$$

Donde:

 A_a = área de la sección transversal de acero. A_c = área de la sección transversal del hormigón.
 $f_{yd} = \frac{F_y}{\gamma_{M_a}}$ = resistencia del acero estructural.

 $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ = resistencia del hormigón.
 F_y = esfuerzo de fluencia de la sección de acero. f_{ck} = esfuerzo de compresión del concreto.

b) En el caso de sección hueca circular rellena de hormigón, existe un *incremento adicional* en la resistencia a compresión a causa del *confinamiento* que produce la sección de acero⁵⁷. Este efecto sólo se debe tener en cuenta para columnas compactas con esbelteces relativas de hasta $\bar{\lambda} \leq 0.5$, y $0.1P_u \cdot D < M_{u,max}$

$$P_n = A_a \eta_a \frac{F_y}{\gamma_{M_a}} + A_c f_{cd} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right]$$

Siendo:

D = diámetro exterior de la sección circular.

 $e = M_{u,max} / P_u$ para $0 < e = D/10$, donde es la excentricidad eficaz del esfuerzo axial:⁵⁶ Ver sección 2.3.2.2.3.3⁵⁷ Ver sección 2.3.2.2.3.3 3-(b)

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \left(10 \frac{e}{D} \right)$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - 10 \frac{e}{D} \right)$$

Para:

$$e = 0$$

$$\eta_{a0} = 0.25(3 + 2\bar{\lambda}) = 1$$

$$\eta_{c0} = 4.9 - 18.5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 = 0$$

5) Cálculo del esfuerzo crítico de pandeo y esbeltez adimensional⁵⁸

a) Rigidez eficaz de la sección compuesta

$$(EI)_{eff.k} = E_s I_s + 0.8 E_{cd} I_c$$

Donde:

I_s = momento de inercia de la sección de acero estructural, para el plano de flexión considerado.

I_c = momento de inercia de la sección de hormigón (suponiendo que no está figurado), para el plano de flexión considerado.

E_s = módulo elástico del acero estructural.

$0.8 E_{cd} I_c$ = rigidez eficaz de la parte del hormigón.

$$E_{cd} = \frac{E_c}{\gamma_c}$$

E_c = módulo de elasticidad del hormigón.

$\gamma_c = 1.5$ coeficiente de seguridad para el hormigón (ver tabla 2.3.1).

i) En caso de cargas de larga duración la rigidez a flexión del hormigón se verá modificada únicamente si:

⁵⁸ Ver sección 2.3.2.2.4.3

- (1) La esbeltez relativa $\bar{\lambda}$, para el plano de flexión considerado, excede el límite dado en la tabla 2.3.2.
- (2) $e/d < 2$.

Donde:

e excentricidad de la carga, ver sección 2.3.2.2.3.3.

d el canto total de la sección en el plano de flexión considerado.

$\bar{\lambda}$ definida con la ecuación 2.3.31

δ factor de contribución del acero, (ecuación 2.3.6).

Bajo estas condiciones, el módulo de elasticidad eficaz del hormigón debe reducirse al valor:

$$E_c = E_{cd} \left(1 - 0.5 \frac{P_{g,d}}{P_u} \right)$$

Donde:

P_u es la resistencia requerida a compresión de la columna y $P_{g,d}$ es la parte permanente de esta carga.

- b) Carga crítica elástica P_{cr} de la columna compuesta:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff.k}}{L_{ft}^2}$$

- c) Esbeltez adimensional:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{P_{n,k}}{P_{cr}}}$$

Siendo:

$P_{n,k}$ el valor de la resistencia P_n (ecuación 2.3.17), calculada utilizando los coeficientes parciales de seguridad de los materiales γ_{Ma} , γ_c con valor igual a 1,0.

- d) Una vez escogida la curva de pandeo apropiada curva “a”, para secciones huecas rellenas de hormigón ($\alpha = 0.21$), se obtiene factor de reducción de resistencia χ mediante las ecuaciones⁵⁹:

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} \leq 1$$

donde:

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

- e) Finalmente la columna compuesta deberá cumplir con la siguiente desigualdad para que presente suficiente resistencia a pandeo:

$$P_u \leq \chi P_n$$

Los efectos del pandeo local se tomarán en cuenta, si las limitaciones de ancho – espesor de la sección de acero se sobrepasan, multiplicando la resistencia de la sección de acero por el factor β_A .

Donde:

$$\beta_A = A_e / A_g$$

A_e = suma de las áreas efectivas de la sección transversal.

A_g = área bruta de la sección transversal de acero.

Para la obtención del ancho eficaz b_e y el área efectiva de la sección de acero, se deberá calcular el coeficiente de reducción β tal como se describe en la sección 2.2.3.5.2.

6) Obtención de la curva de interacción

En la distribución de tensiones para la resistencia a flexión y compresión de una sección compuesta, de acuerdo al EUROCÓDIGO, al cambiar la

⁵⁹ Ver sección 2.3.2.2.5.2

posición del eje neutro se podrá conseguir las diferentes variaciones de estas resistencias las cuales están puntualizadas en la sección 2.3.2.2.6.3, las ecuaciones base para la obtención de la curva de interacción son:

a) Para sección rectangular:

$$P_n = C_c + C_{af} + C_{aw} - T_{aw} - T_{af}$$

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_{af} y_2 + C_{aw} y_3 + T_{aw} y_4 + T_{af} y_5$$

Fuerza del concreto a compresión:

$$C_c = A_c f_{cd} = (b * d) f_{cd}$$

Fuerza de la sección de acero sometida a compresión, para el caso del ala superior y el alma:

$$C_{af} = A_{af1} f_{yd} = (b_f * t) f_{yd}$$

$$C_{aw} = A_{aw1} f_{yd} = 2(d * t) f_{yd}$$

La tensión del acero en el alma y en el ala inferior es:

$$T_{aw} = A_{aw2} f_{yd} = 2(h' - d) * t * f_{yd}$$

$$T_{af} = A_{af2} f_{yd} = (b_f * t) f_{yd}$$

Los brazos de palanca de las fuerzas son:

$$y_1 = (\bar{y} - t) - d/2 \quad y_4 = (\bar{y} - c) + (d - h')/2 \quad y_3 = (\bar{y} - t) - d/2$$

$$y_2 = \bar{y} - t/2 \quad y_5 = (\bar{y} - h) + t/2$$

b) Para sección circular:

$$P_n = C_c + C_a - T_a$$

$$P_n = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] + A_{ac} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) - A_{at} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right)$$

$$M_n = P_n * e = C_c y_1 + C_a y_2 + T_a y_3$$

$$M_n = \left(A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{F_y}{f_{ck}} \right] \right) * y_1 + \left(A_{ac} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) * y_2 + \left(A_{at} \left(\eta_a \frac{F_y}{\gamma_{Ma}} \right) \right) * y_3$$

Los coeficientes η_c y η_a ya fueron obtenidos en el apartado 3 (b) de esta sección.

Tanto las áreas del hormigón en compresión y en tensión como los brazos de palanca de las fuerzas internas son los mismos que se obtuvieron en la sección 2.3.2.3.1 (5-b)

7) Flexocompresión Biaxial

Es precisa la verificación de la esbeltez, momentos y resistencia para cada uno de los ejes, así como, la comprobación de los efectos de segundo orden (ver sección 2.3.2.2.8.3), no obstante, no se solicita comprobación de segundo orden en columnas aisladas intraslacionales si:

- a) La relación entre esfuerzo de compresión axial de cálculo y carga crítica es menor a uno:

$$\frac{P_u}{P_{cr}} < 1$$

- b) En la esbeltez adimensional prevalece la siguiente condición:

$$\bar{\lambda} < 0.2(2 - r)$$

Donde:

r = relación de los momentos extremos aplicados sobre los extremos de la columna (ver figura 2.3.22).

No obstante, en columnas intraslacionales se consiguen incrementar los momentos flectores de primer orden mediante:

$$B = \frac{C_m}{1 - P_u / P_{cr}} \geq 1.0$$

Donde:

$C_m = 0.66 + 0.44r$ para una columna sometida a momentos en sus extremos.

$C_m = 1.0$ cuando la flexión es debida a carga lateral sobre la columna.

C_m , factor de momento equivalente, cuando haya simultáneamente carga axial y momentos en los extremos, C_m no debería tomarse nunca menor que 1.0.

Con lo cual se tendrá:

$$M_u = B * M_2$$

M_2 = mayor de los momentos aplicados en los extremos de la columna.

Posteriormente deberán cumplirse con las condiciones para cada uno de los ejes; según la curva de interacción adimensional:

$P_u = \chi P_n$ el valor correspondiente para flexión simple μ_k se determina a partir de χ del gráfico de interacción, como muestra la figura 2.3.23.

Sea $\chi_d = \frac{P_u}{P_n}$ se obtiene el correspondiente valor de resistencia a la flexión, μ_d .

Se calcula $\chi_n = \frac{\chi(1-r)}{4}$;

$\chi_n \leq \chi_d$; donde r es la relación entre los momentos menor y mayor en los extremos

Finalmente:
$$\mu = \mu_d - \mu_k \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)}$$

Con $\mu \leq 1$

El elemento tiene suficiente resistencia si cumple con las siguientes inecuaciones:

$$M_{ux} \leq 0.9 \mu_x M_{n,x}$$

$$M_{uy} \leq 0.9 \mu_y M_{n,y}$$

$$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{n,x}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{n,y}} \leq 1$$

CAPÍTULO III

DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS

2.2 PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS COMPUESTAS SUJETAS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL POR LOS MÉTODOS: LRFD, ACI Y EUROCÓDIGO.

Para cumplir con el objetivo de la presente tesis se ha realizado un programa que sirva de ayuda para el diseño de columnas compuestas en base a las normas de los códigos: *Load and Resistance Factor Design for Structural Steel Buildings (LRFD)* de la AISC, de los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (*ACI 318S-05*) y Comentario y las especificaciones del *EUROCÓDIGO* de la Norma Española Experimental UNE-ENV 1994-1-1, cuyas características a seguir están ampliamente desarrolladas en el capítulo anterior.

El programa “COLUMNAS COMPUESTAS” ha sido desarrollado en el lenguaje de computación técnica MATLAB versión 7.0, que con la ayuda del módulo conocido como GUIDE (Graphical User Interface Development Environment) se ha alcanzado la visualización y programación de una forma más ágil.

El programa debe ser ejecutado dentro de MATLAB 7.0, ya que no es un programa ejecutable o de instalación, por lo cual es necesario tener previamente instalado MATLAB 7.0 en el ordenador.

2.3 ANÁLISIS DEL PROGRAMA

De acuerdo con lo anterior, el programa permite escoger el tipo de código en el cual se desea desarrollar el problema en estudio y en cada uno de los cuales se establece como constantes los valores característicos de los materiales

constituyentes de la columna compuesta como son: esfuerzo de compresión del hormigón, f'_c , esfuerzo de fluencia del acero, F_y , módulo de elasticidad del acero, E_s , y módulo de elasticidad del hormigón, E_c . Estos pueden ser modificados si así lo prefiere el usuario.

Las secciones para las que el programa tiene aplicabilidad son: rectangular, cuadrada y circular rellenas de hormigón.

Para un mejor entendimiento del programa se analizará, de manera sintetizada, cada código a continuación:

3.2.1 LRFD

El programa de acuerdo al LRFD se presenta en los siguientes pasos:

1. Definición del tipo de columna compuesta que se va a diseñar.
2. Ingreso de datos de los valores característicos de los materiales que constituyen la columna compuesta.
3. Ingreso de datos del elemento como son: la longitud, el factor de longitud efectiva y los valores de las condiciones de carga.
4. Ingreso de los datos de la sección transversal de la columna compuesta.
5. Chequeo de limitaciones como son: la relación entre áreas de acero y total compuesta, comprobación del espesor de la sección de acero, relaciones ancho/espesor para su posterior reducción de resistencia por efectos del pandeo local de los elementos de la sección de acero si fuera el caso, por último se revisará la relación de esbeltez. Posteriormente se procede al cálculo del radio de giro de la columna compuesta así como su esbeltez y finalmente se obtiene la resistencia nominal que se comprobará sea mayor que la carga axial requerida.
6. Tabla de valores del diagrama de interacción P-M.
7. Diagrama de interacción P-M de la columna compuesta.

8. Ingreso de condiciones para la comprobación de los efectos de segundo orden " $P-\delta$ ".
9. Tabla de resultados de la comprobación de segundo orden.
10. Chequeo de la relación de flexocompresión en la columna compuesta de acuerdo a los datos ingresados y a la comprobación de segundo orden.

3.2.2 ACI

El programa de acuerdo al ACI se presenta en los siguientes pasos:

1. Definición del tipo de columna compuesta.
2. Entrada de datos de los valores característicos de los materiales, tanto del acero como del hormigón
3. Entrada de datos del elemento como son: la longitud, el factor de longitud efectiva y los valores de las condiciones de carga.
4. Entrada de los datos de la sección transversal de la columna compuesta.
5. Chequeo de limitaciones.
6. Posteriormente se procede al cálculo de la resistencia nominal que se comprobará sea mayor que la carga axial requerida.
7. Ingreso de condiciones para la comprobación de los efectos de segundo orden " $P-\delta$ ".
8. Tabla de valores del diagrama de interacción P-M.
9. Diagrama de interacción P-M de la columna compuesta.

3.2.3 EUROCÓDIGO

El programa de acuerdo al EUROCÓDIGO se presenta en los siguientes pasos:

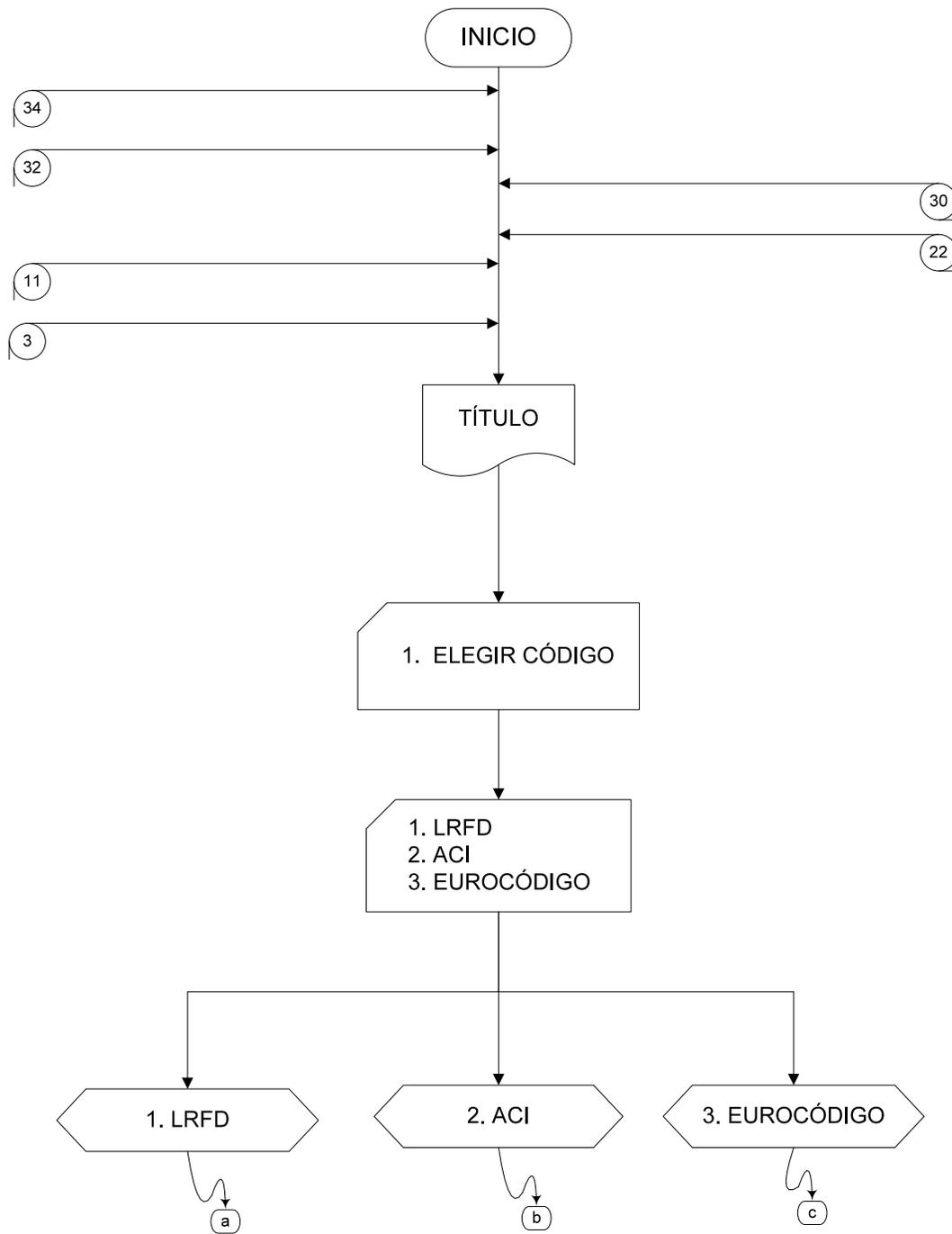
1. Definición el tipo de columna compuesta.

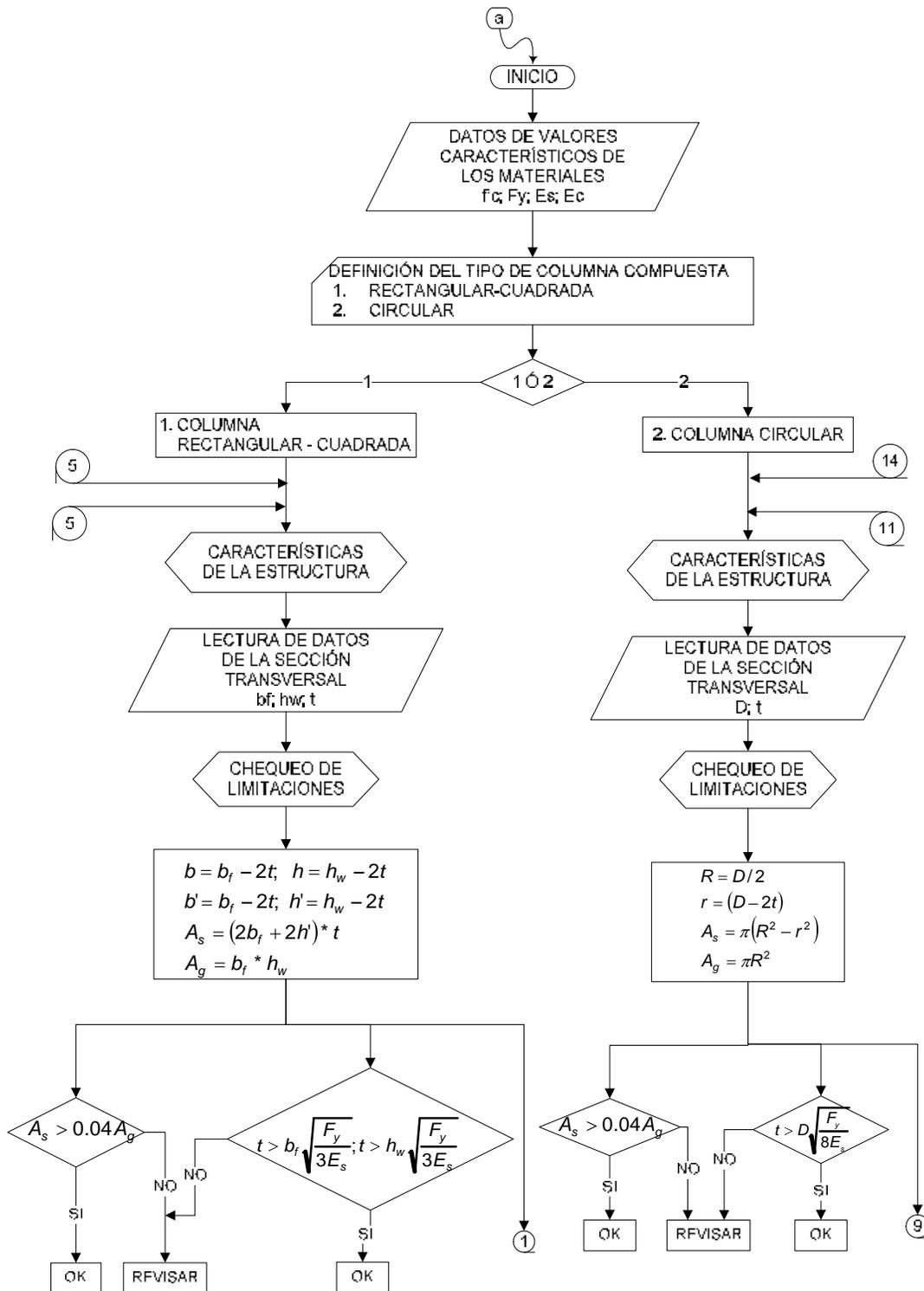
2. Ingreso de datos de los valores característicos de los materiales, los cuales pueden ser cambiados, como ya se explicó anteriormente.
3. Ingreso de datos del elemento como son: la longitud, el factor de longitud efectiva y los valores de las condiciones de carga a las que está sometido el elemento.
4. Entrada de los datos de la sección transversal de la columna compuesta.
5. Chequeo de limitaciones, conforme a los datos ingresados se comprueba que: la relación ancho espesor, el factor de contribución relativa del acero y la esbeltez relativa estén dentro de los límites establecidos por el EUROCÓDIGO. Luego se procede al cálculo de la resistencia de la sección transversal verificando que sea mayor que la carga axial requerida, por otra parte y si el caso lo amerita se tiene la opción de reducir la resistencia por efectos del pandeo local de los elementos de la sección de acero.
6. Tabla de valores del diagrama de interacción P-M.
7. Diagrama de interacción P-M de la columna compuesta.
8. Comprobación de los efectos de segundo orden " $P-\delta$ ".
9. Comprobación de la resistencia de una columna compuesta sometida a compresión y flexión en dos planos, utilizando la resistencia uniaxial respecto a ambos ejes, además de la comprobación de interacción entre los momentos en los dos planos.

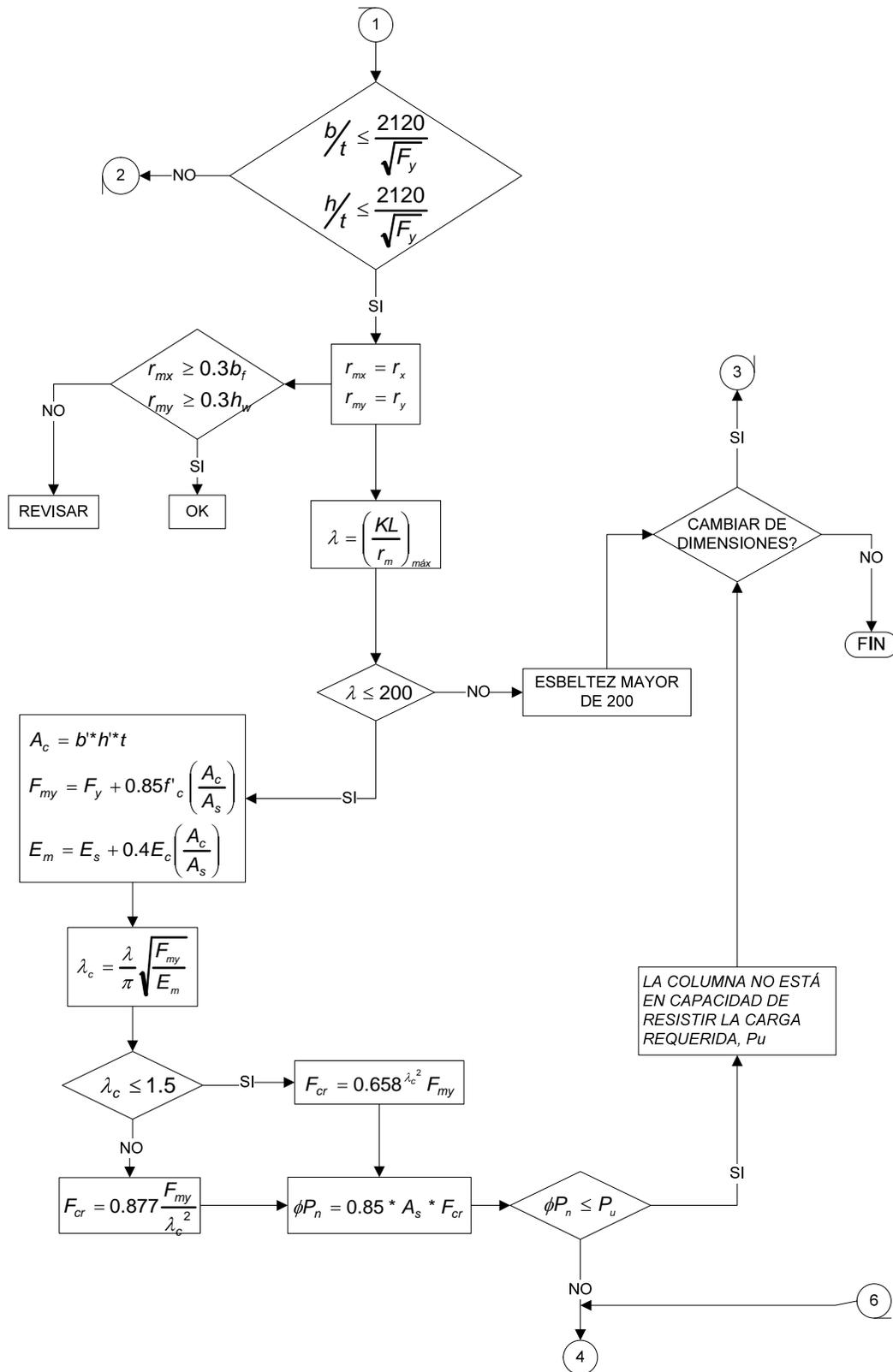
Si los resultados están fuera de los límites establecidos, se presentan anuncios de error para el caso que sea procedente y de ésta forma poder corregirlos.

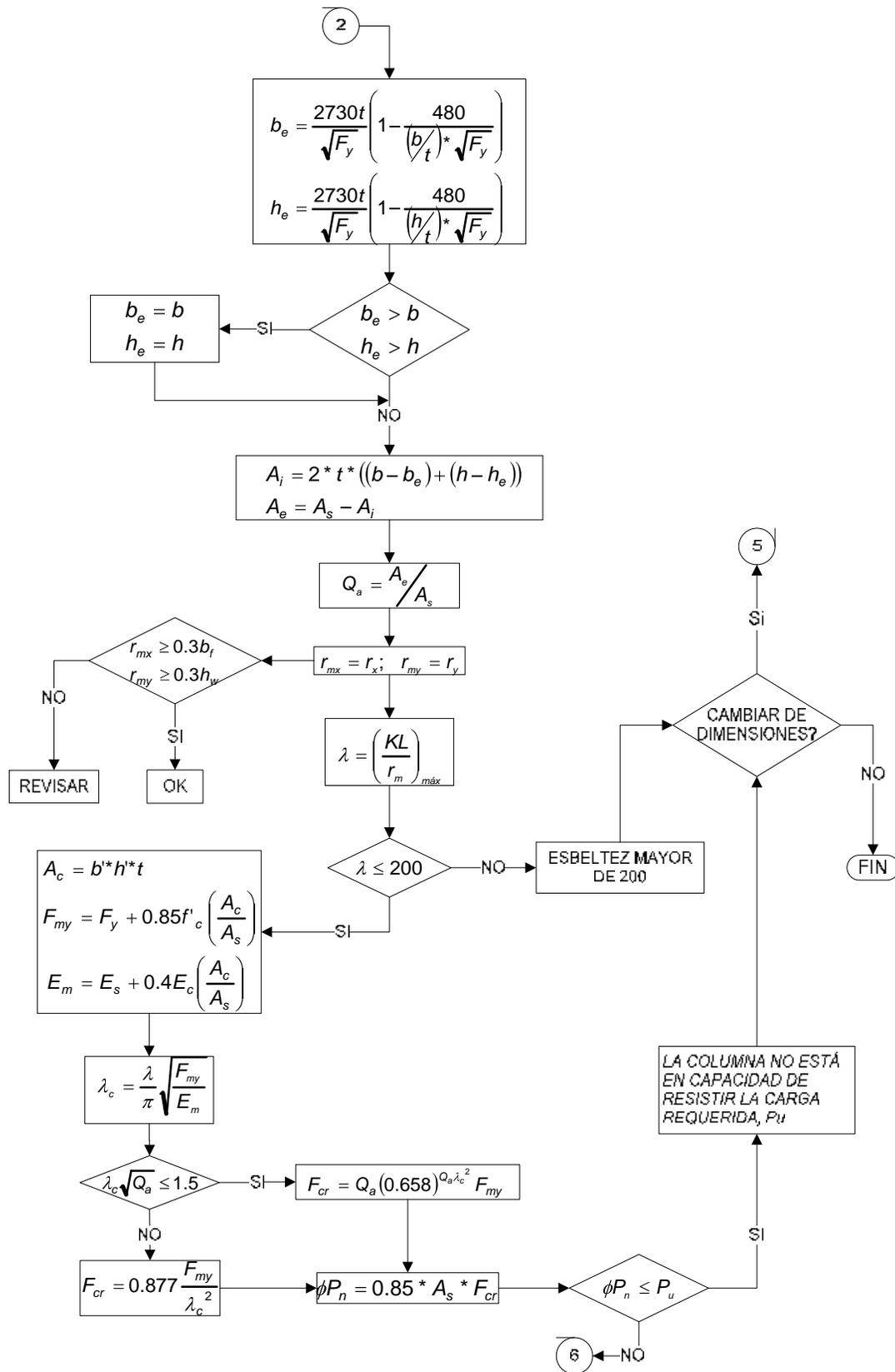
3.3 DIAGRAMA DE FLUJO

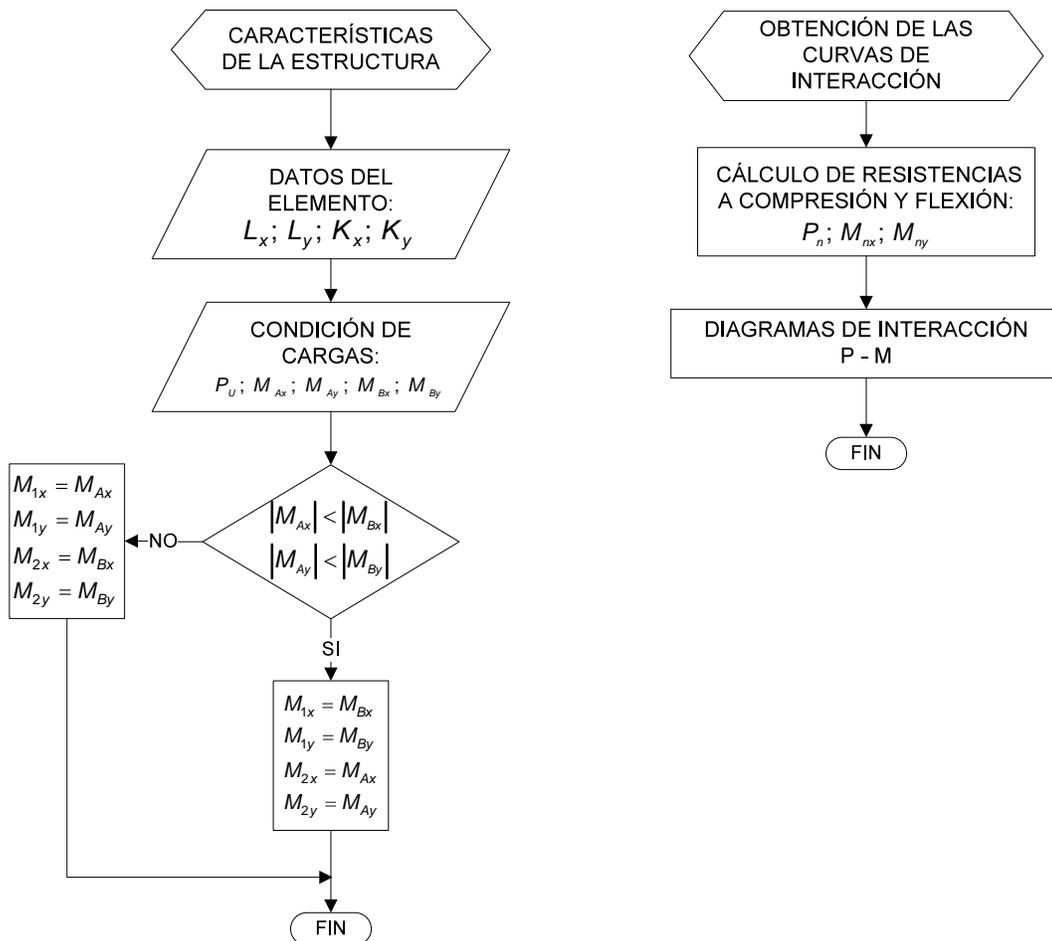
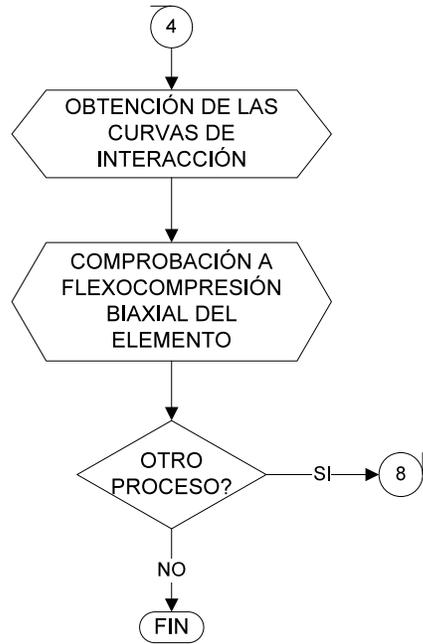
La estructura del presente programa se indica en el diagrama de flujo presentado a continuación, en el cual se omiten pasos que se consideran innecesarios como son las llamadas a: ayuda, imprimir, salir, entre otros.

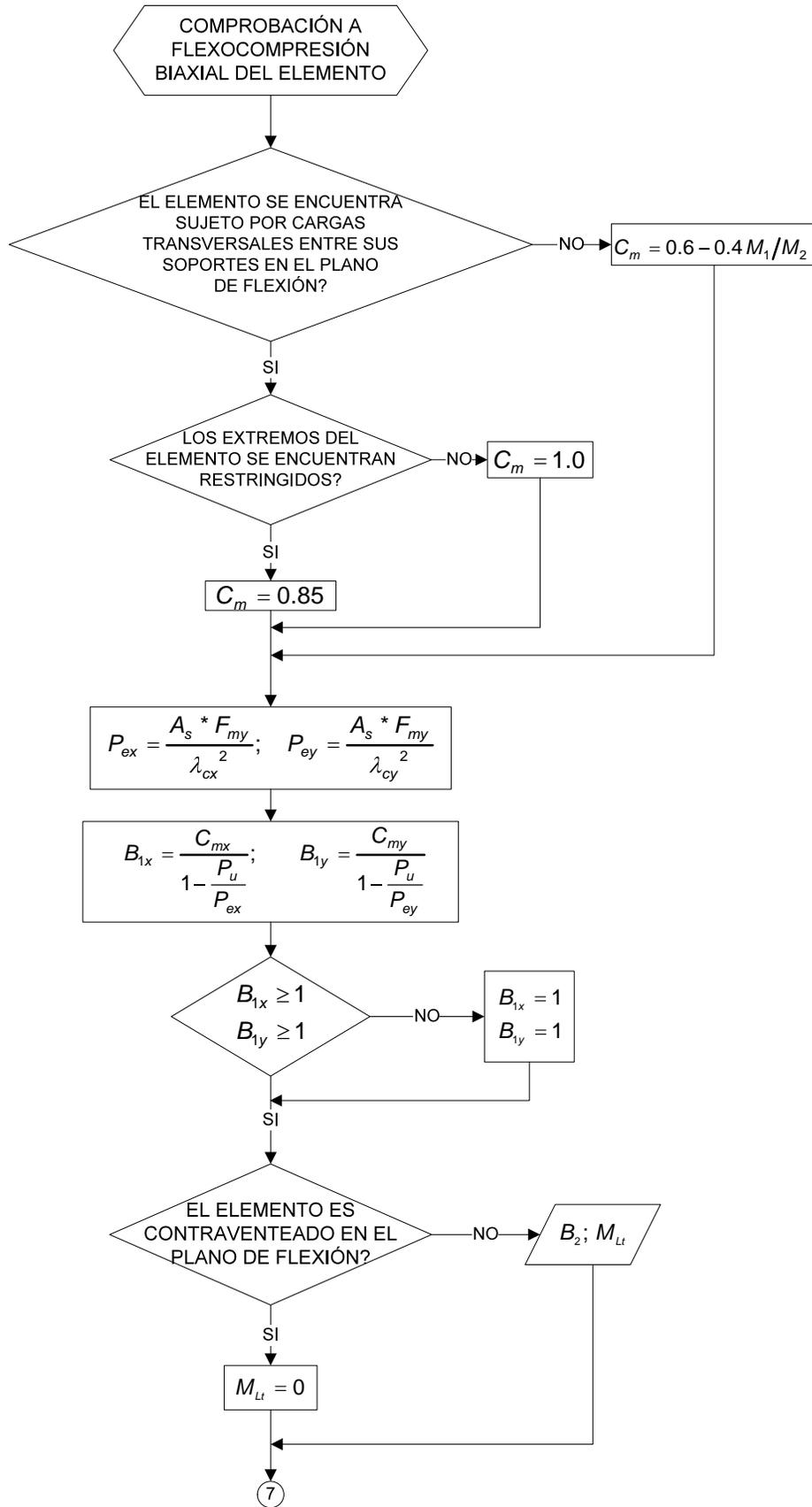


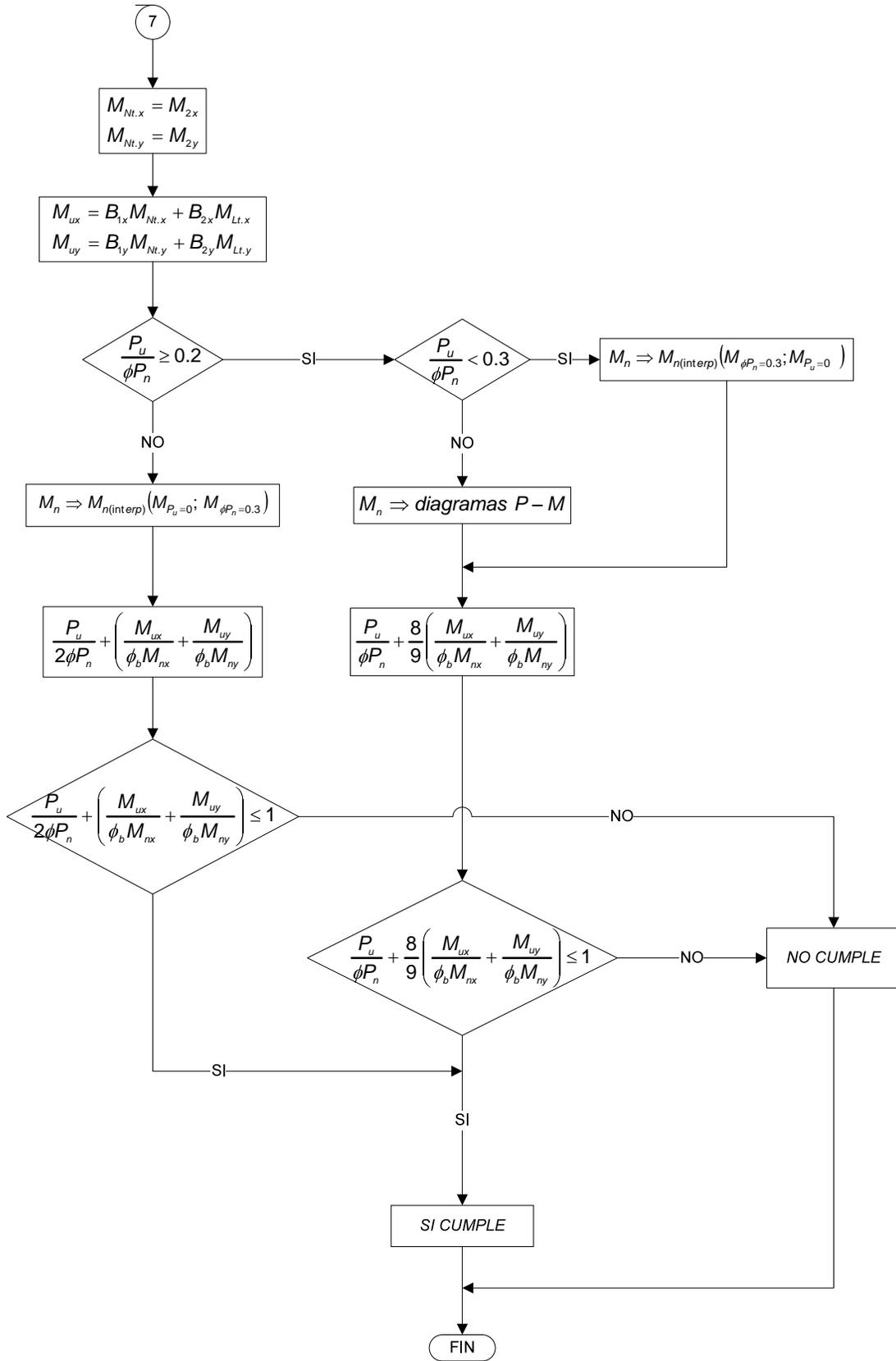


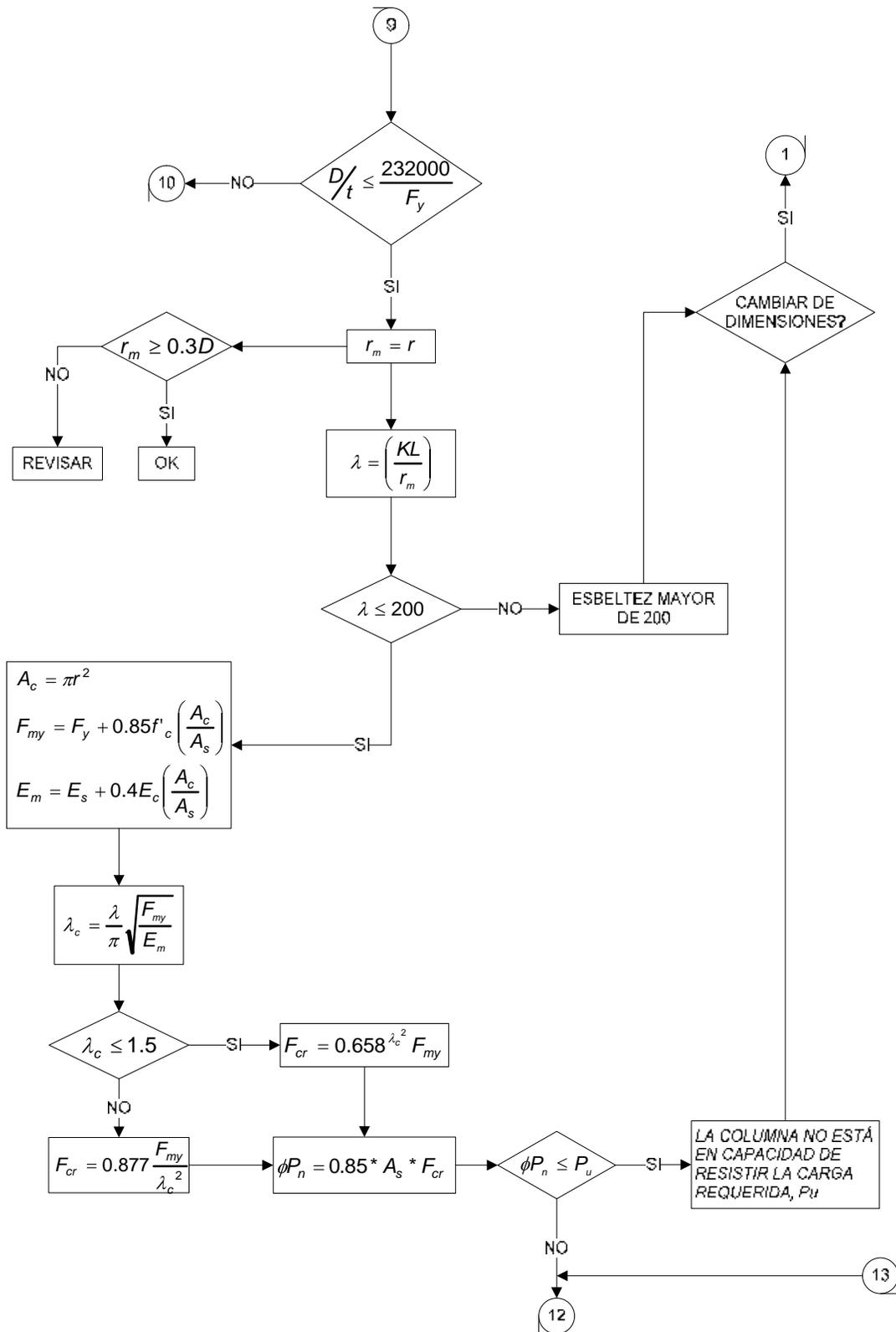


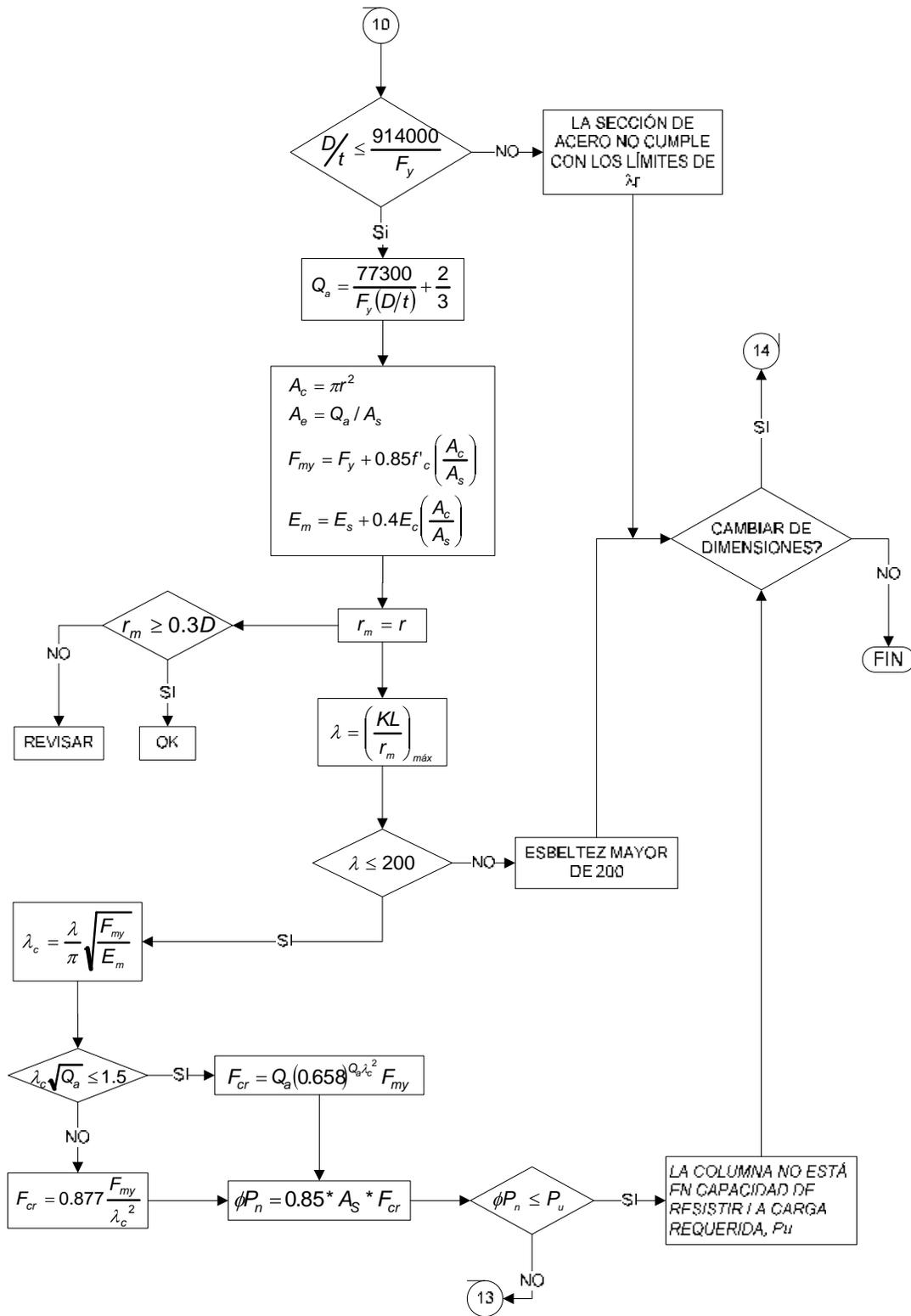


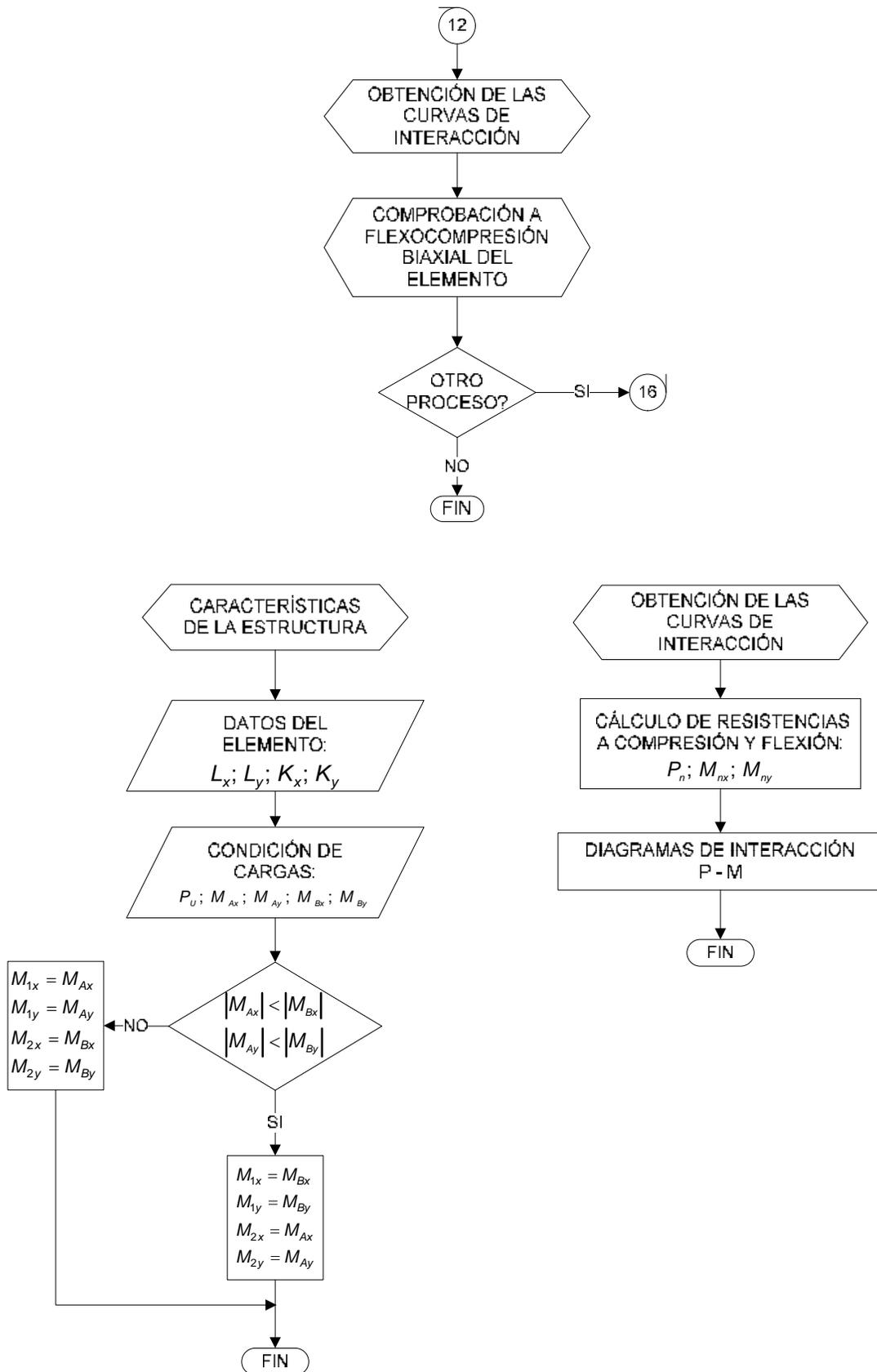


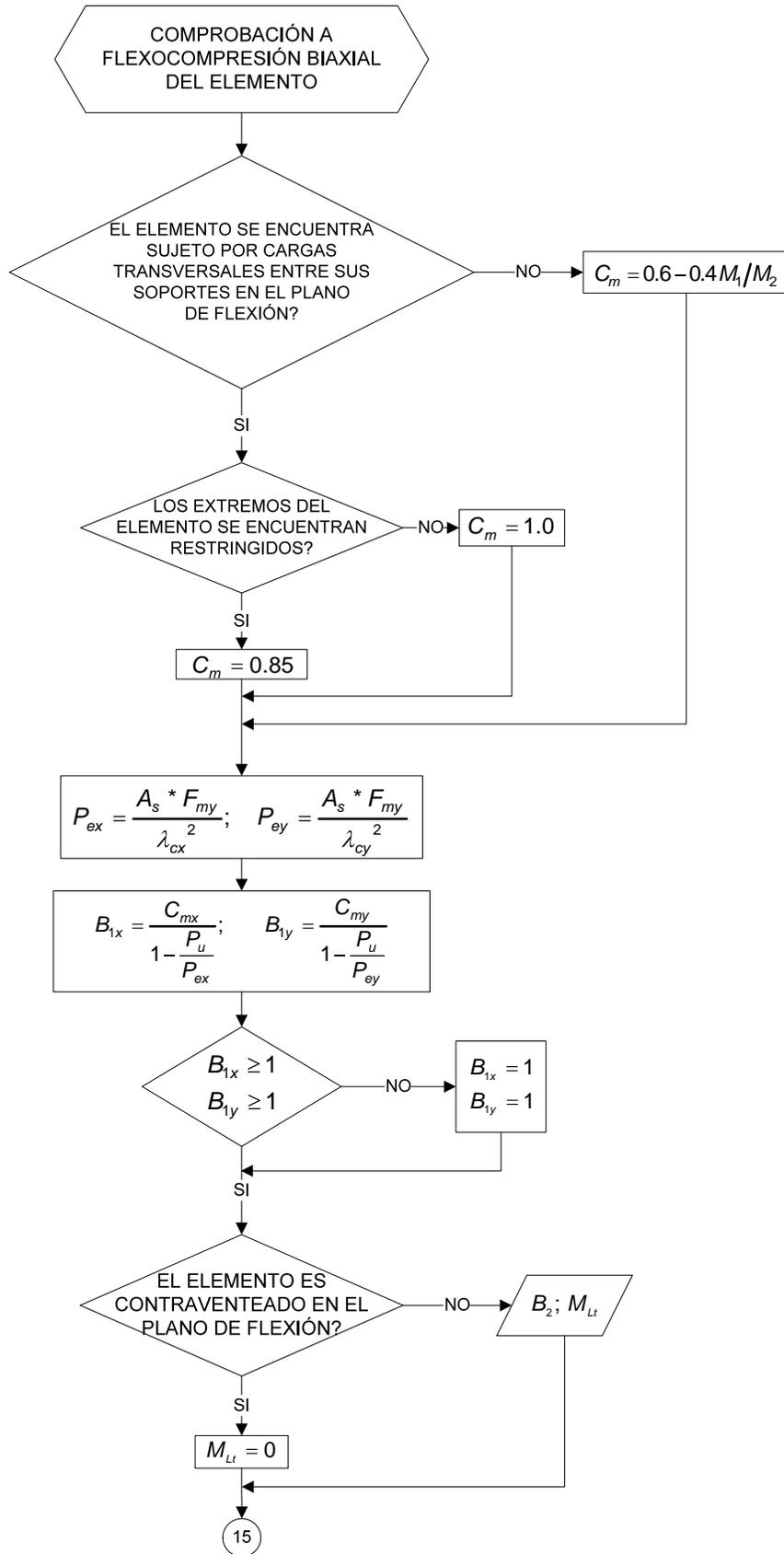


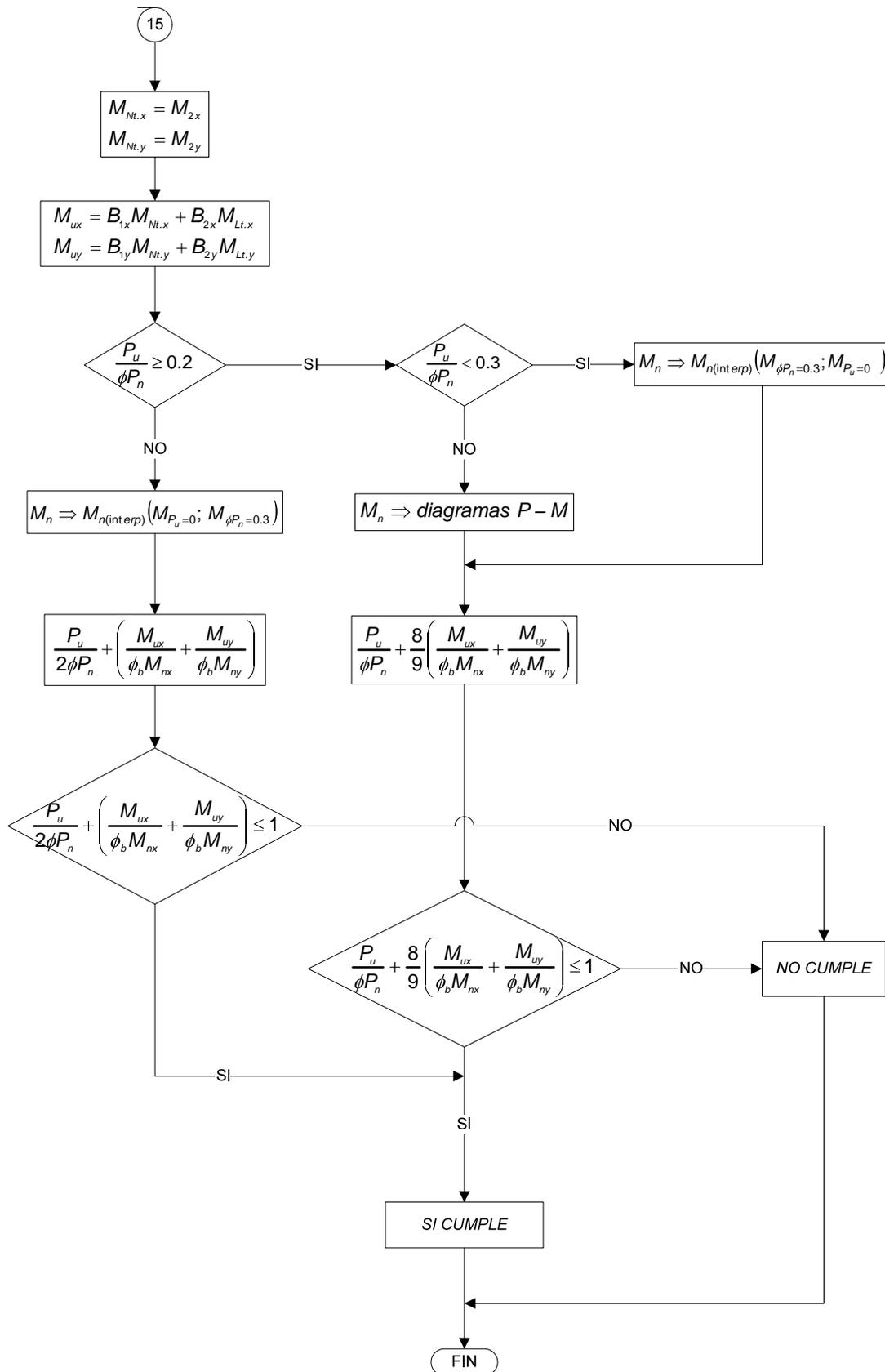


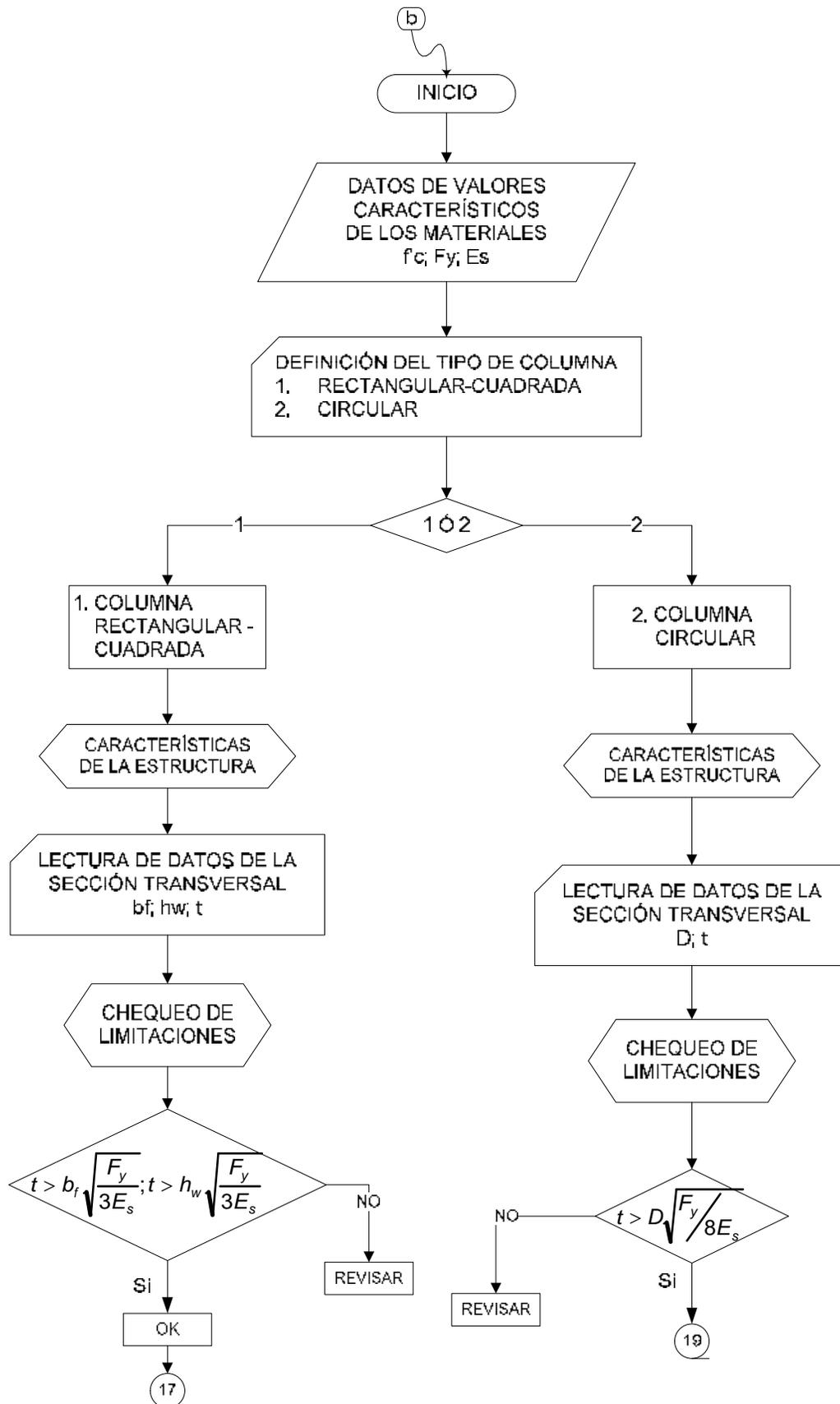


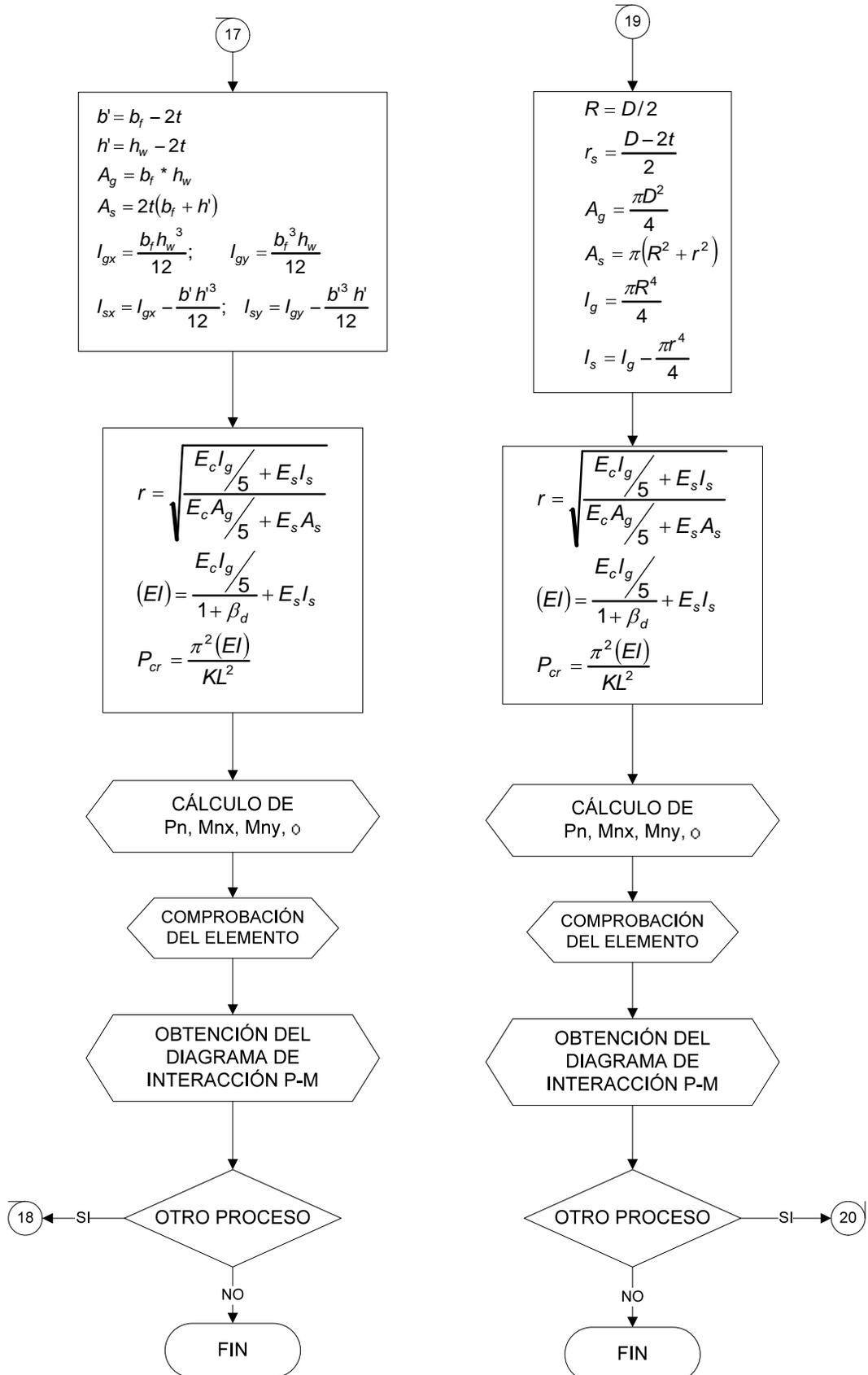




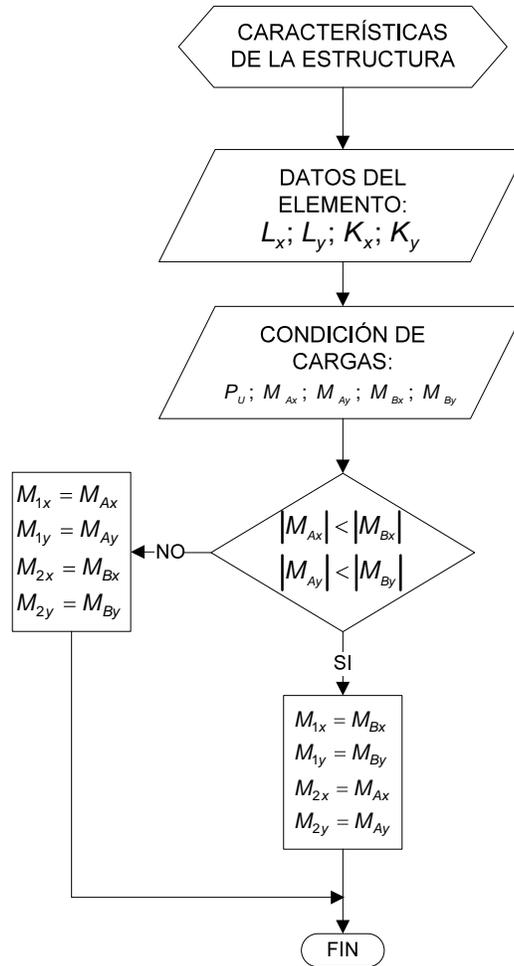


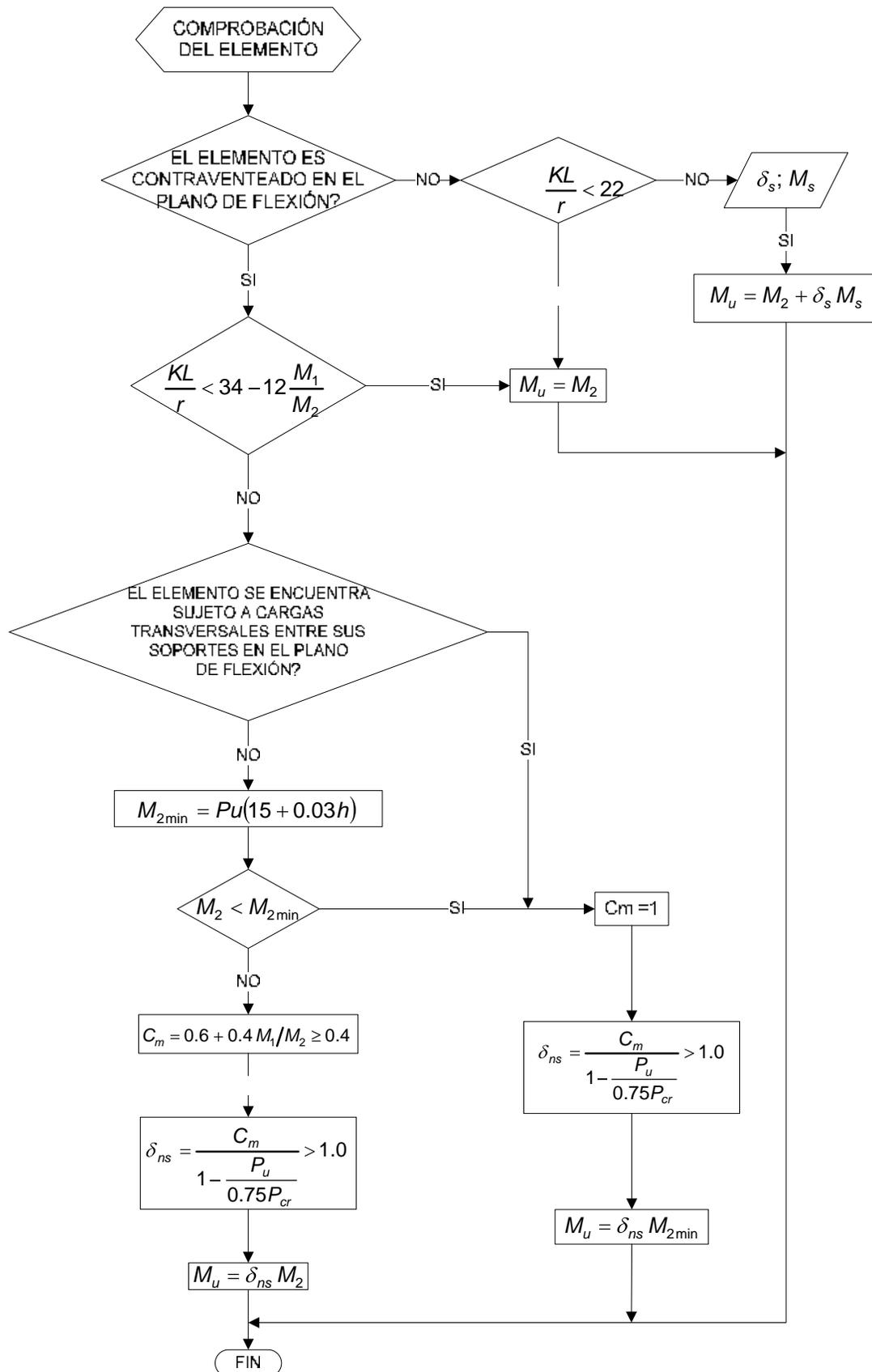


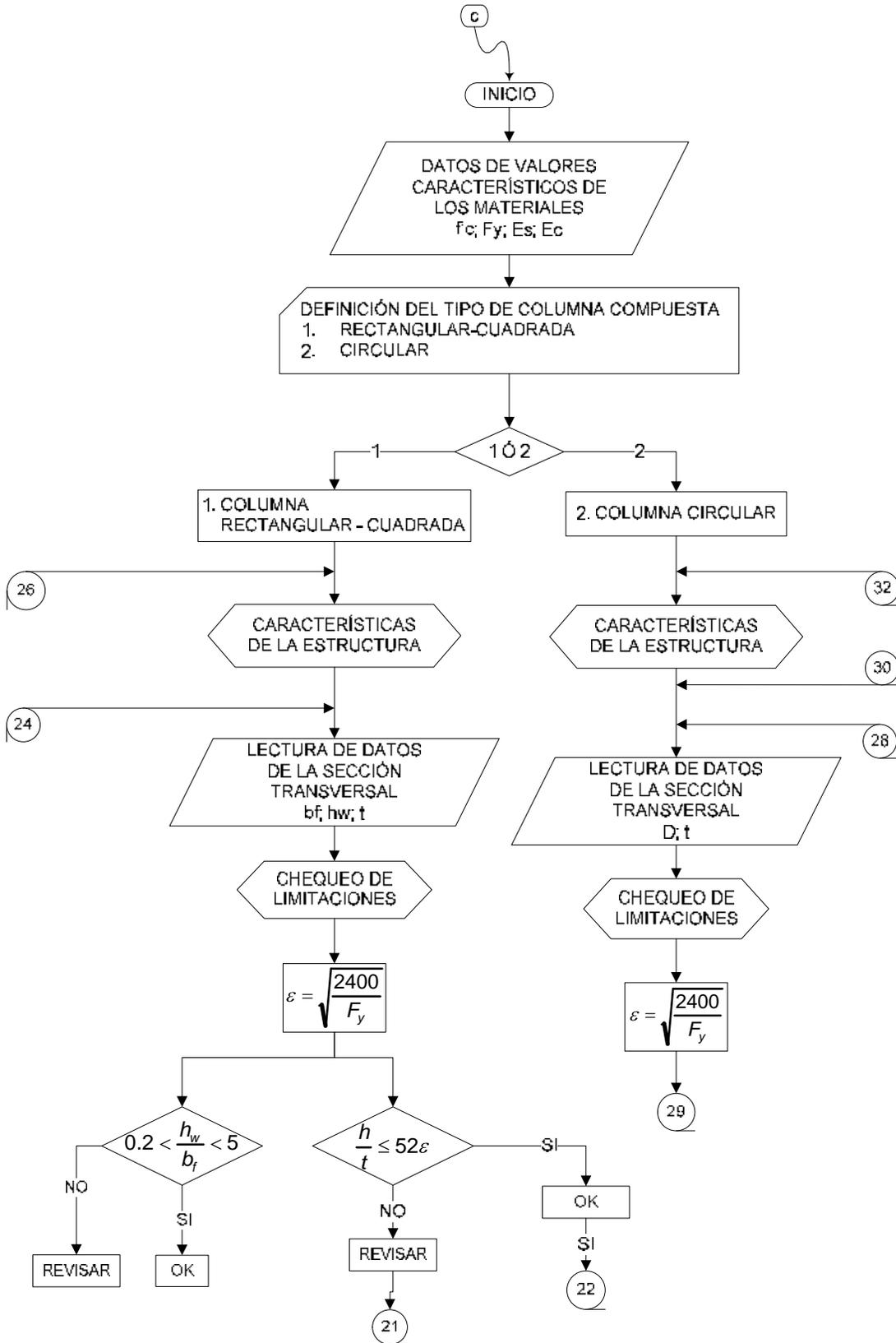


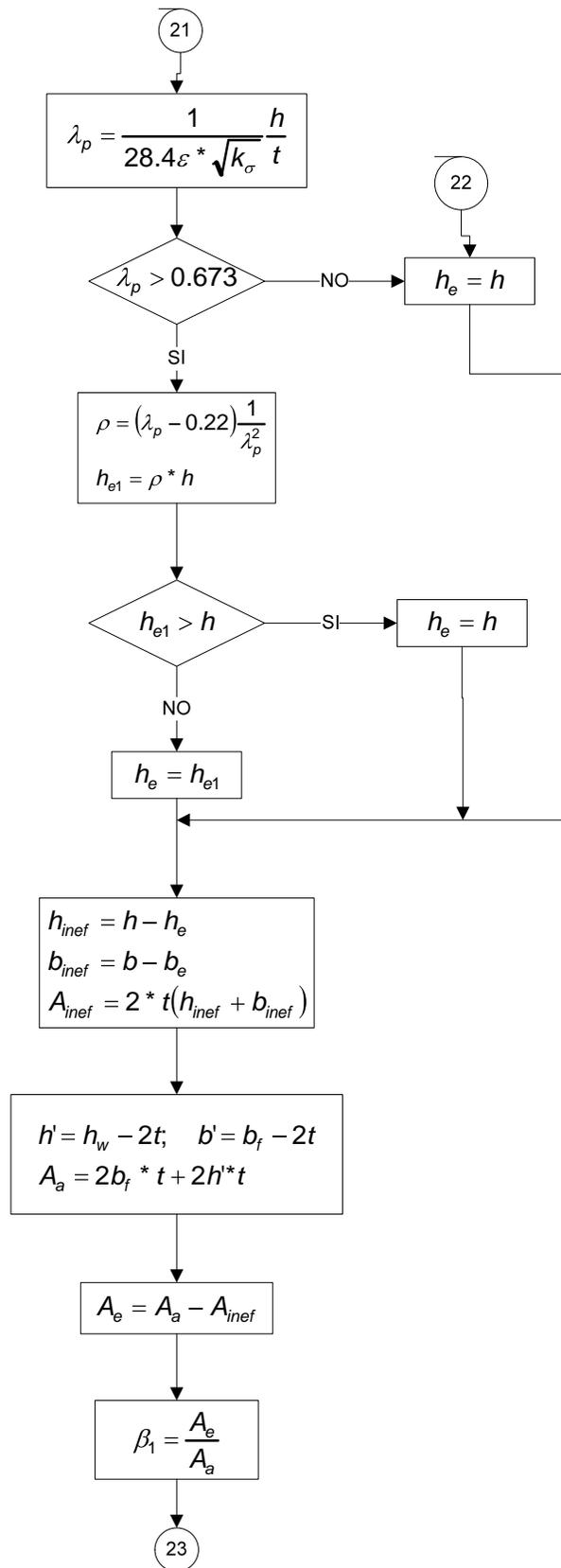


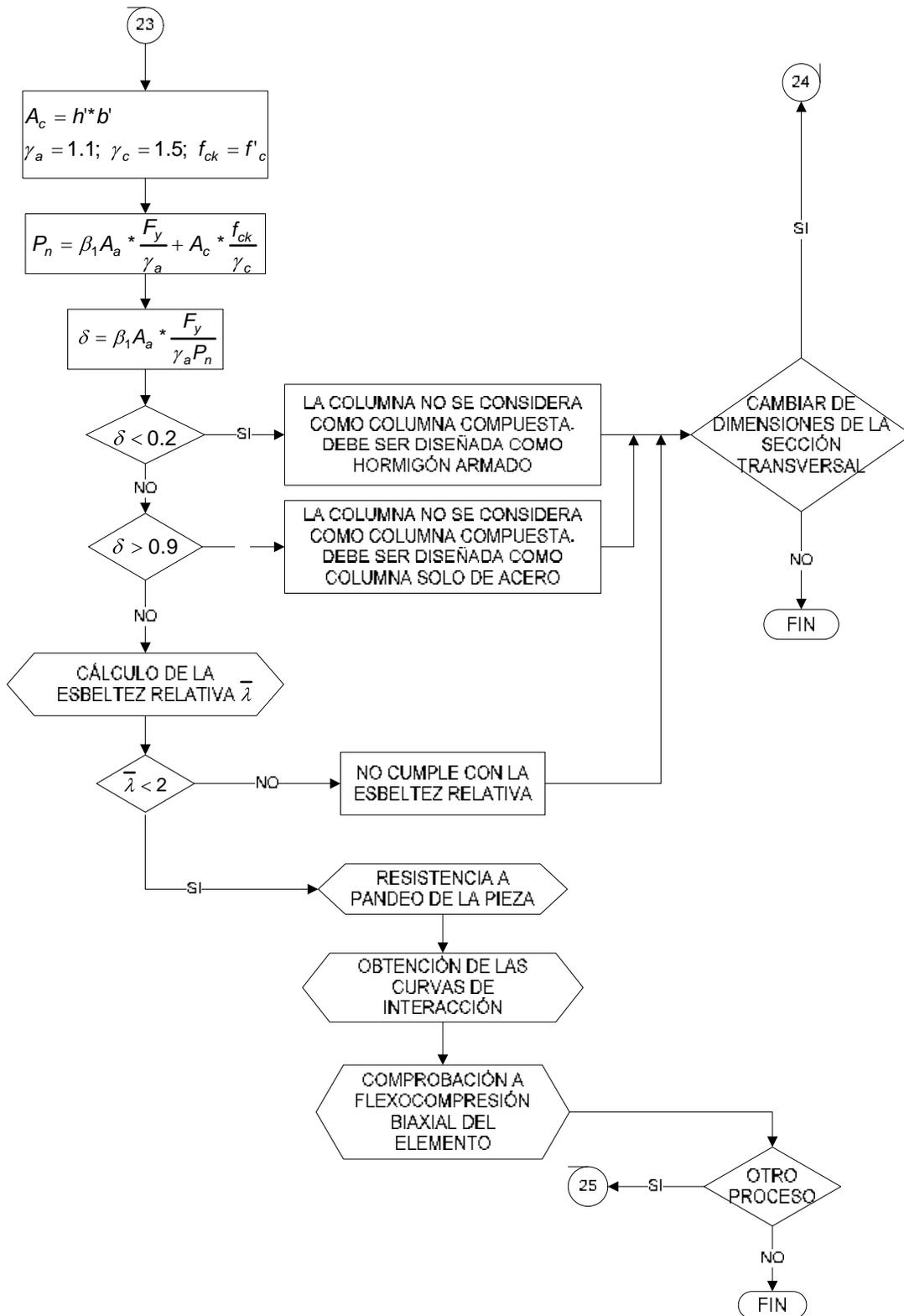
Los dos diagramas de flujo siguientes son válidos para los dos tipos de secciones, de acuerdo al ACI.

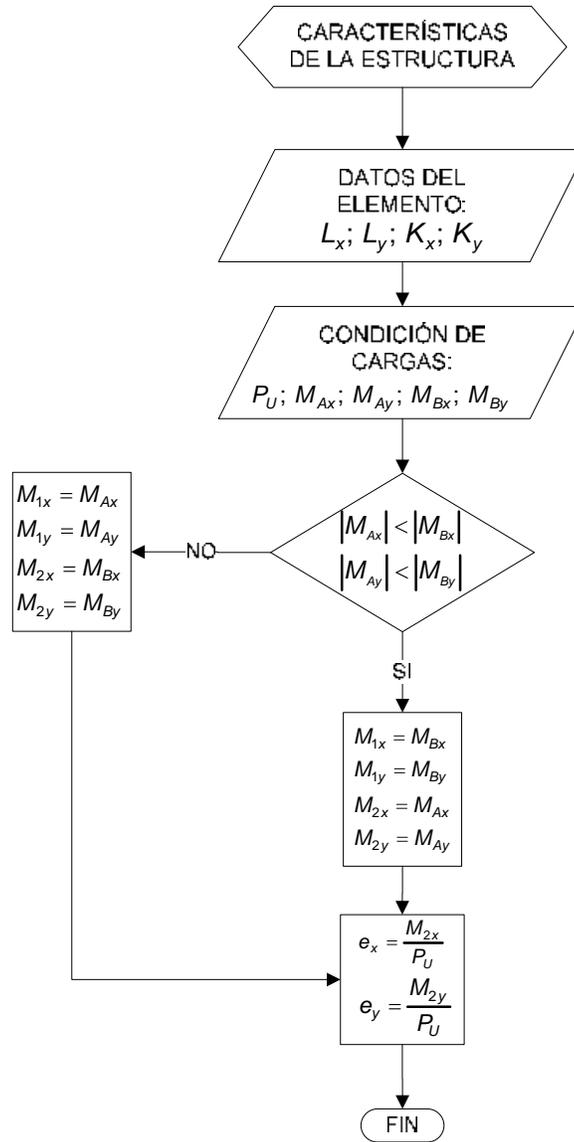


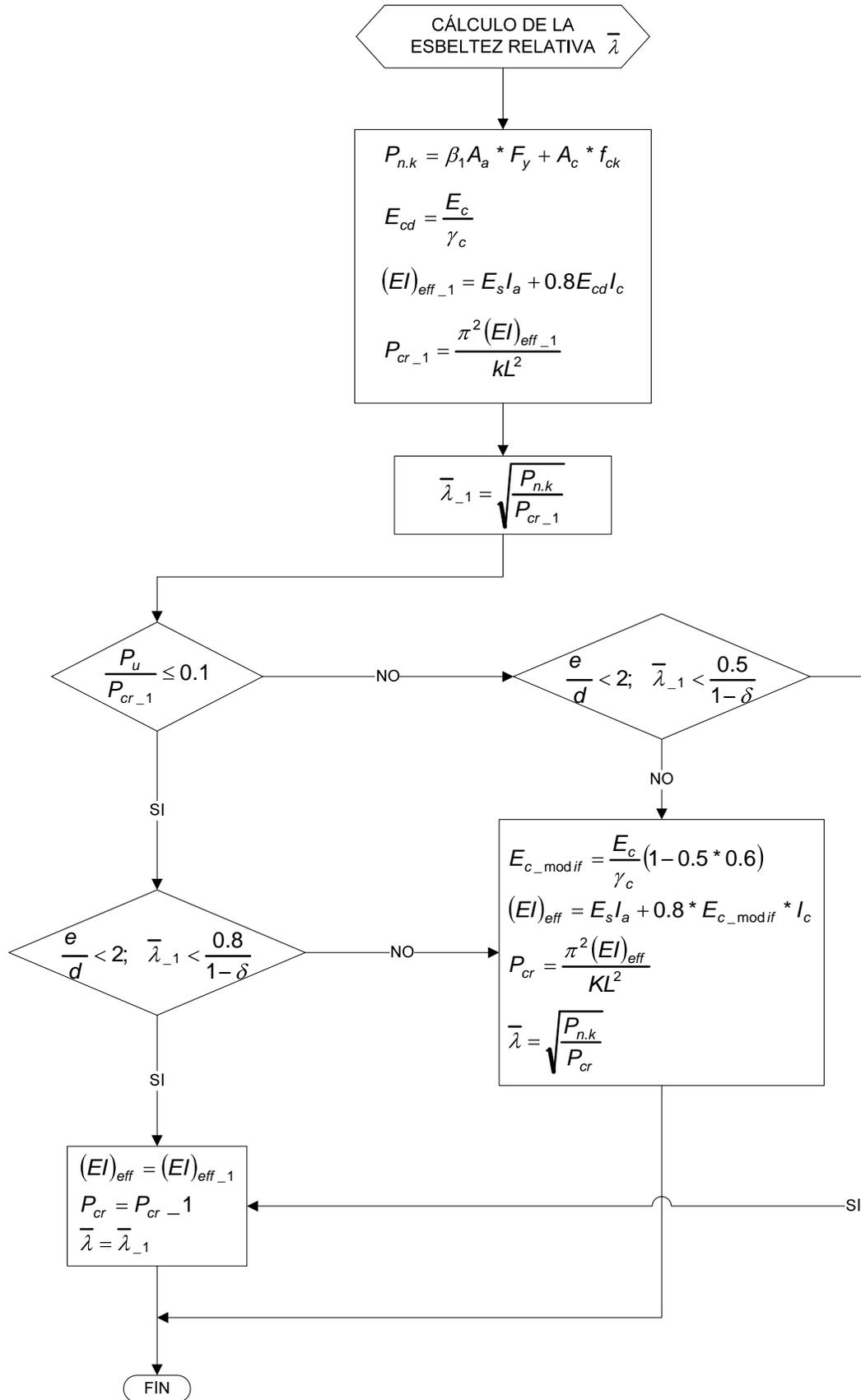


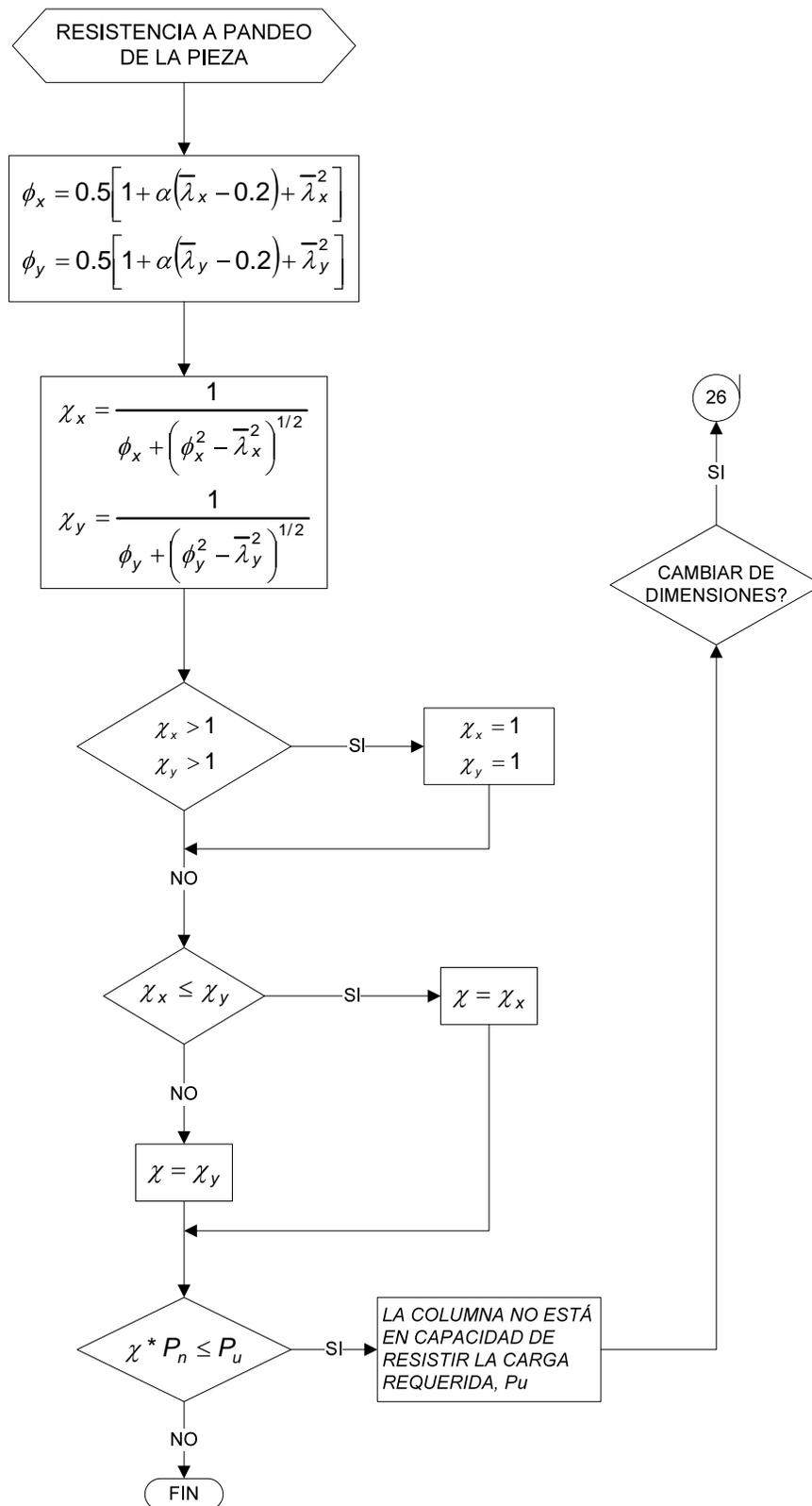


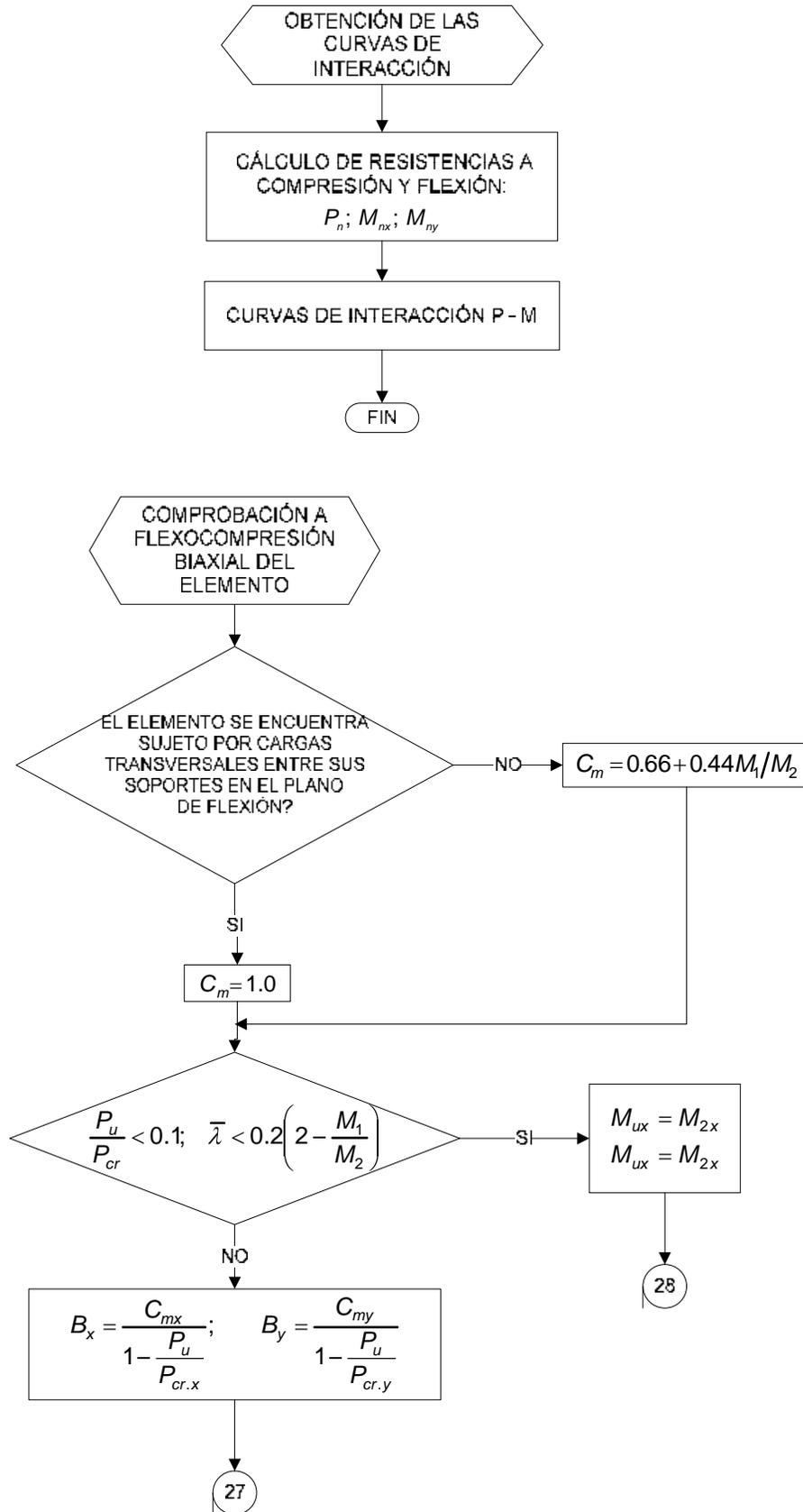


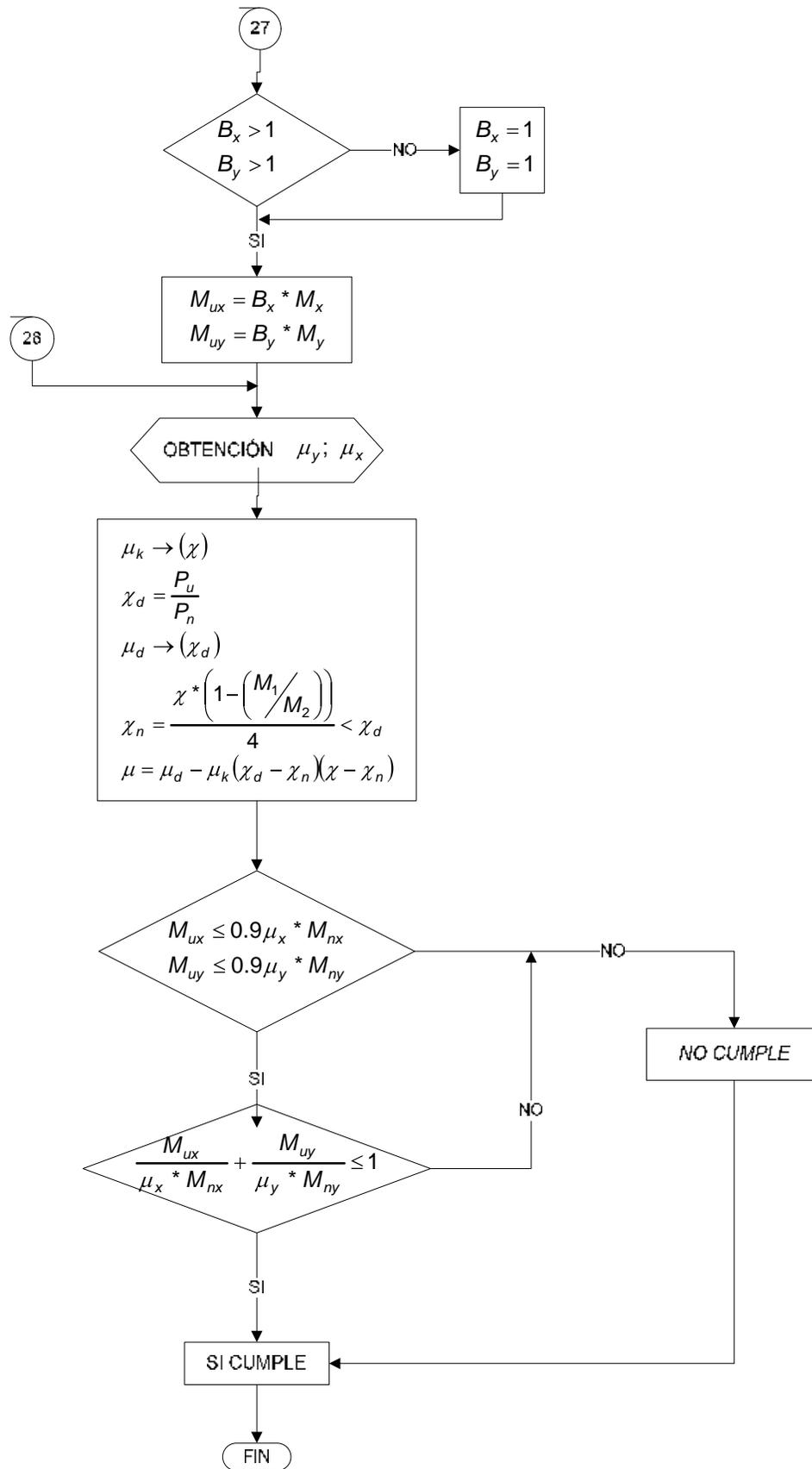


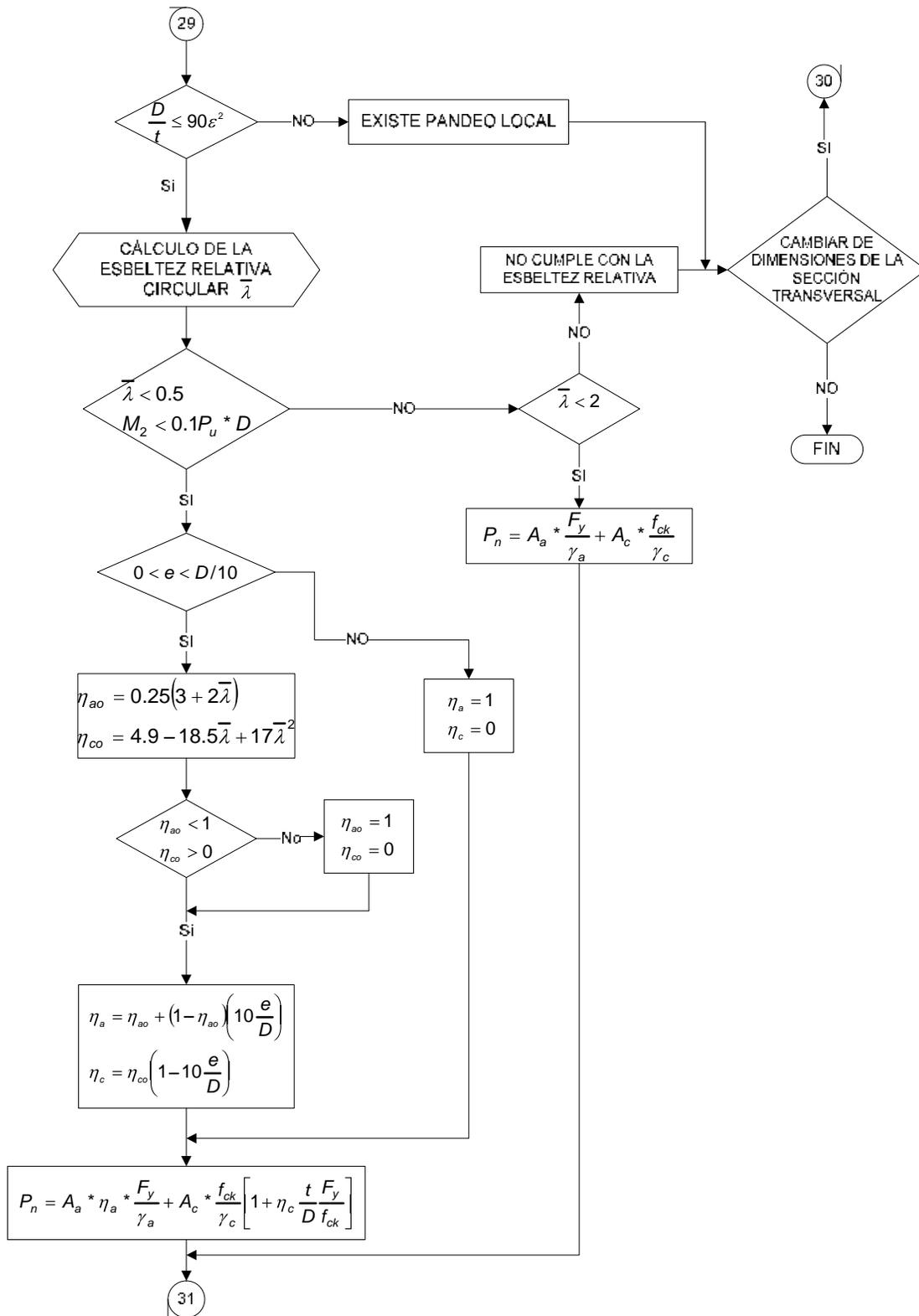


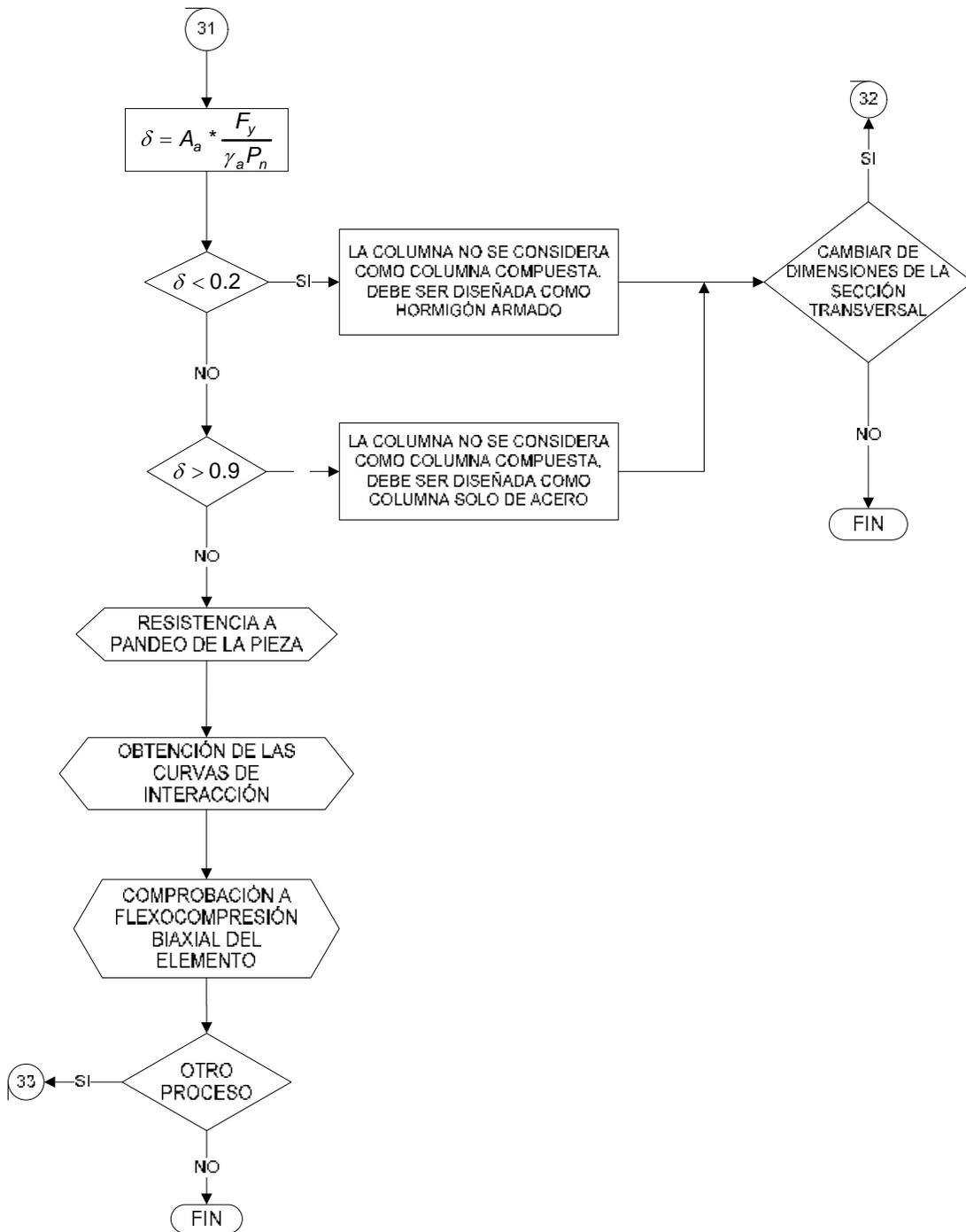


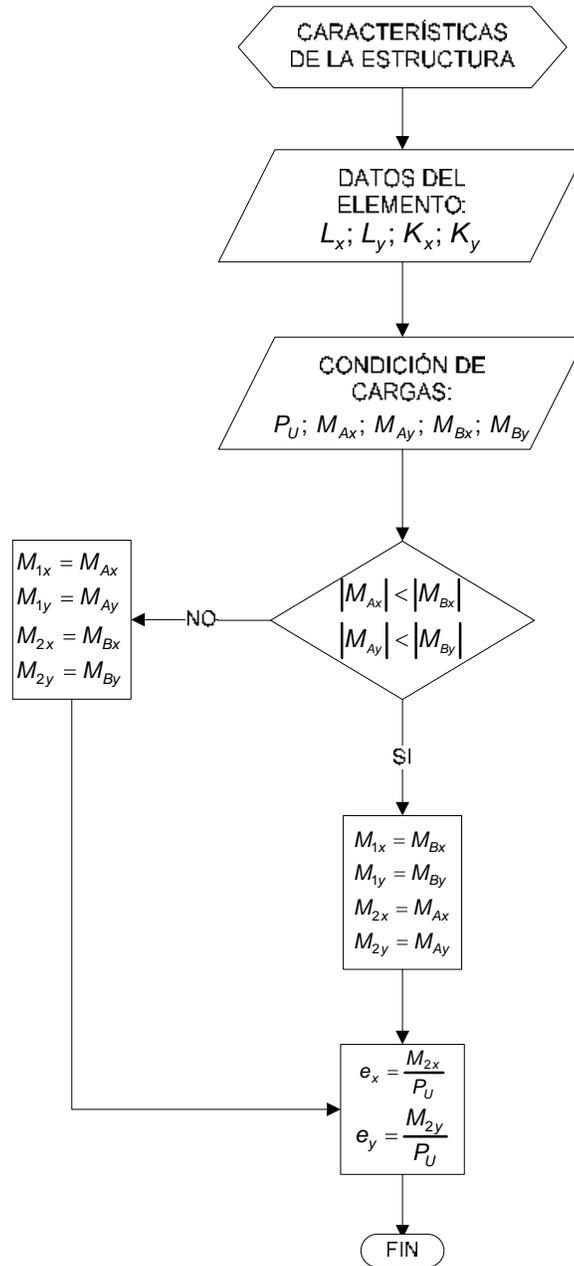


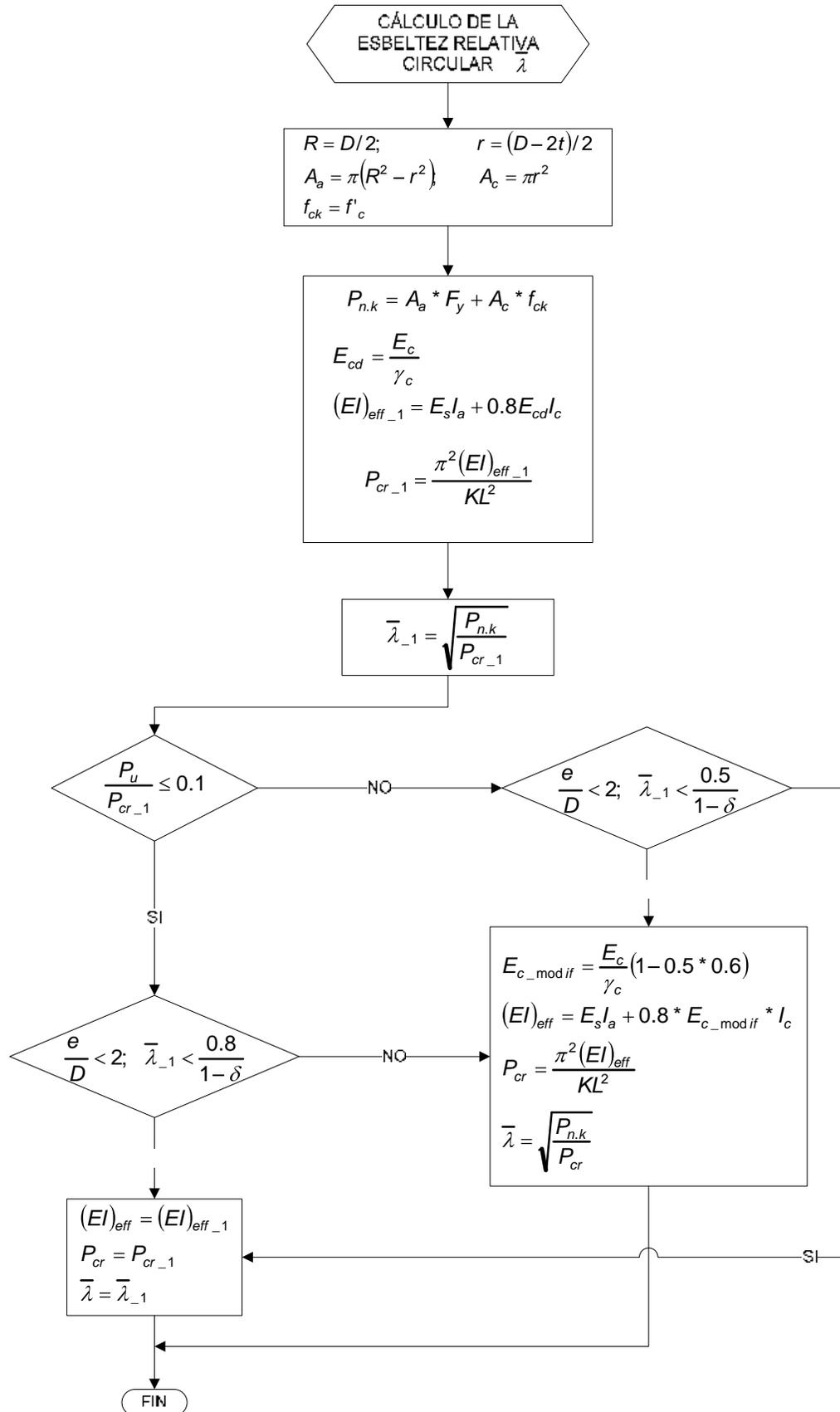


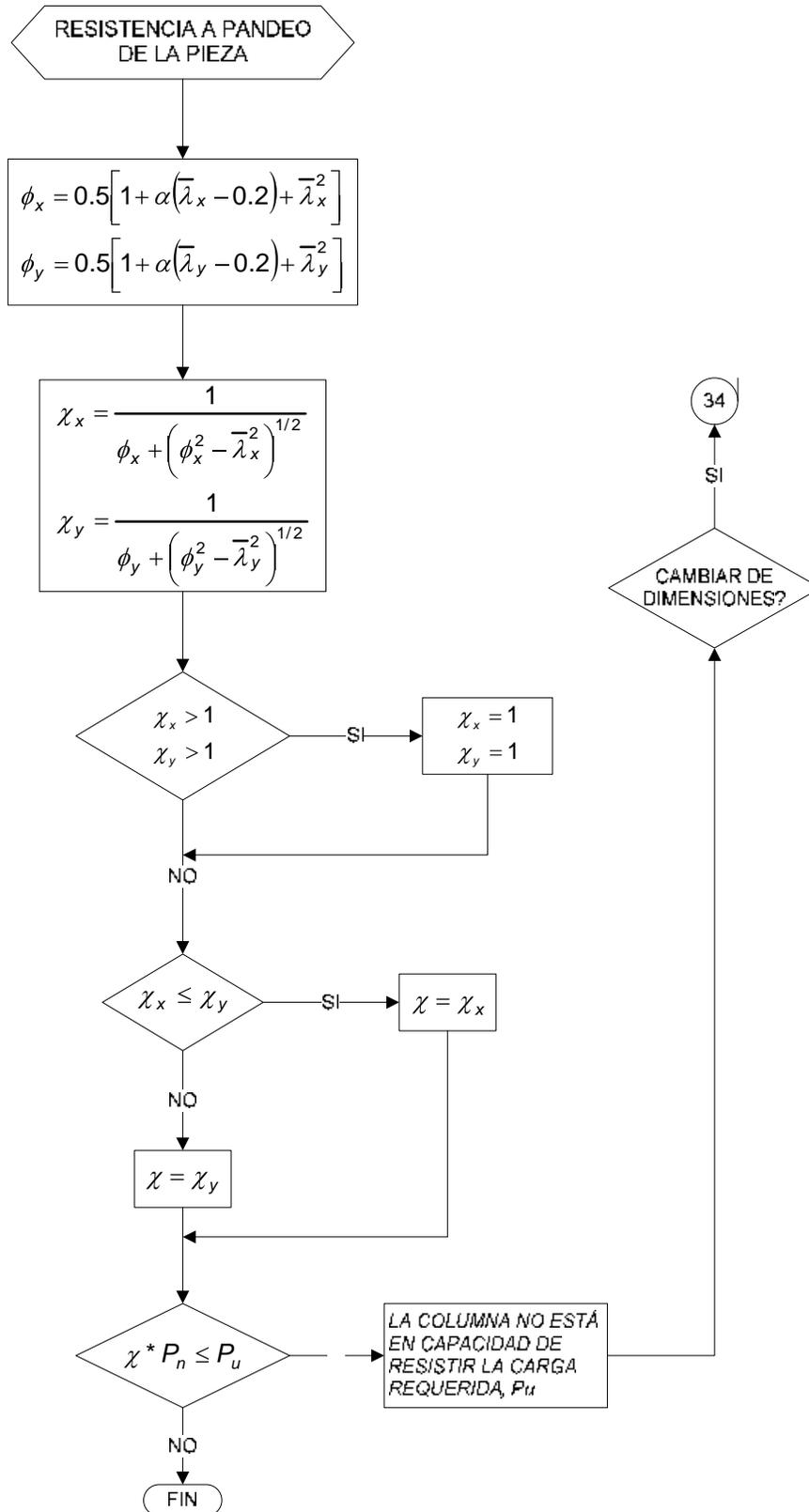


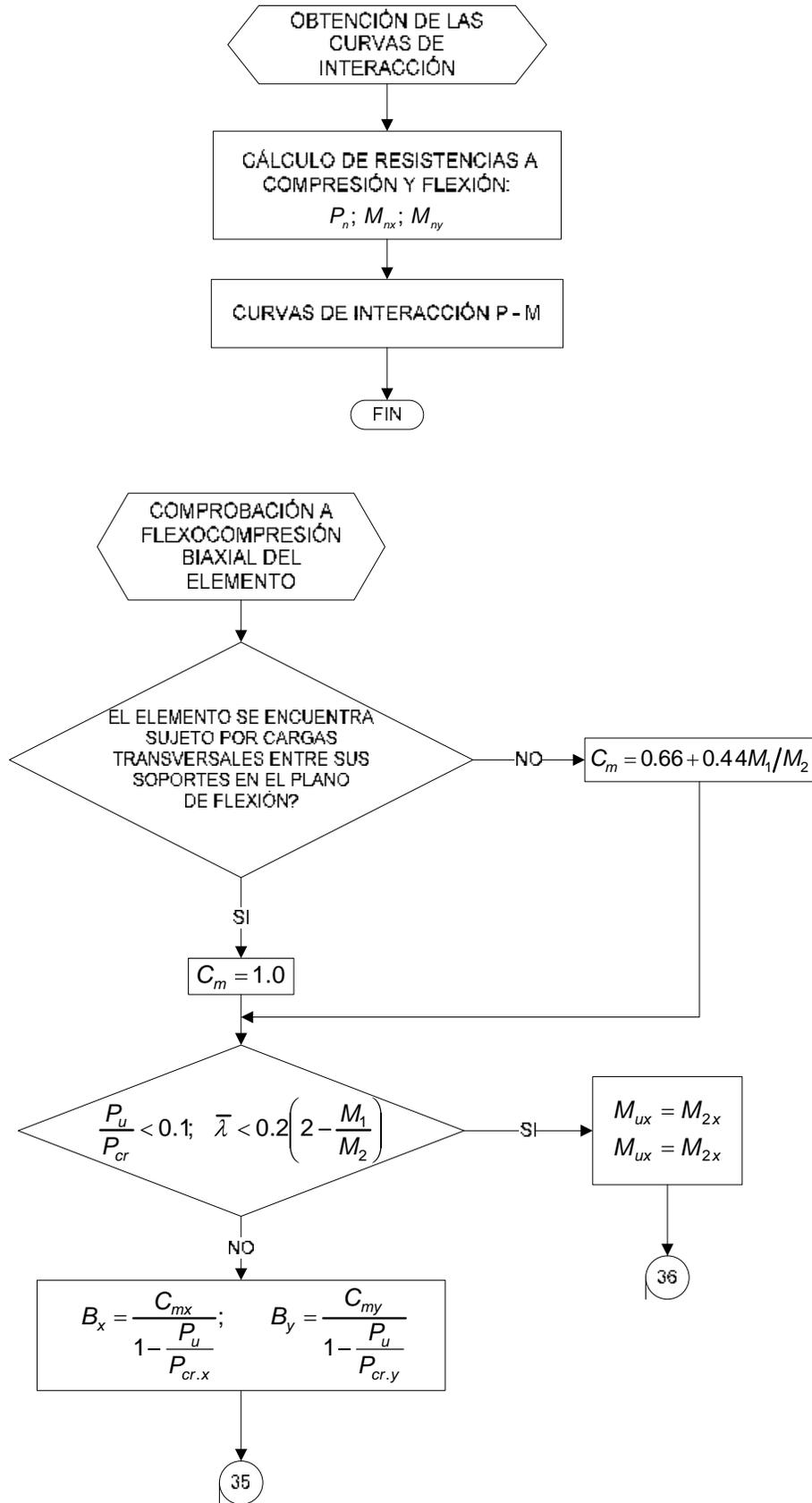


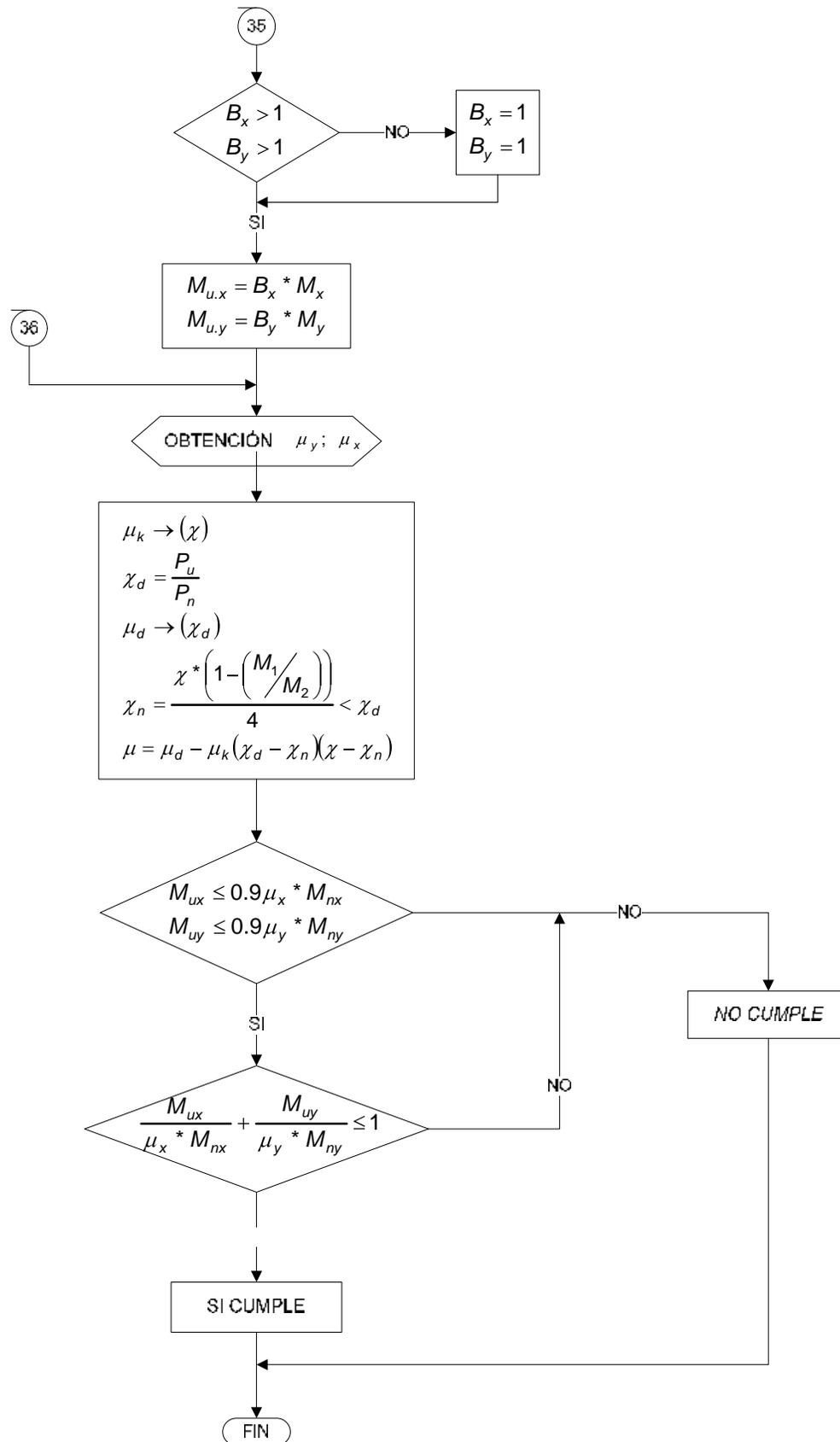












3.3.1 MANUAL DE USUARIO

Para un manejo óptimo del programa, es necesario disponer de un equipo mínimo e introducir los datos de acuerdo a un orden preestablecido.

3.3.1.1 Requerimientos del sistema

Es fundamental que el ordenador en el cual vaya a ser copiado y ejecutado cuente con las siguientes características mínimas:

- Pentium III o superior.
- Procesador 1GHz o mayor.
- Memoria RAM 256, como mínimo.
- Memoria disponible superior a 1GByte (en disco duro).
- Windows Millennium Edition (ME), Windows 2000 o Windows XP.
- Para copiar el programa se requiere una unidad de CD-ROM.
- Versión de MATLAB 7.0.

3.3.1.2 Secuencia de ejecución del programa

Una vez ejecutado el programa MATLAB 7.0, El primer paso es llegar al directorio donde se han copiado los archivos:

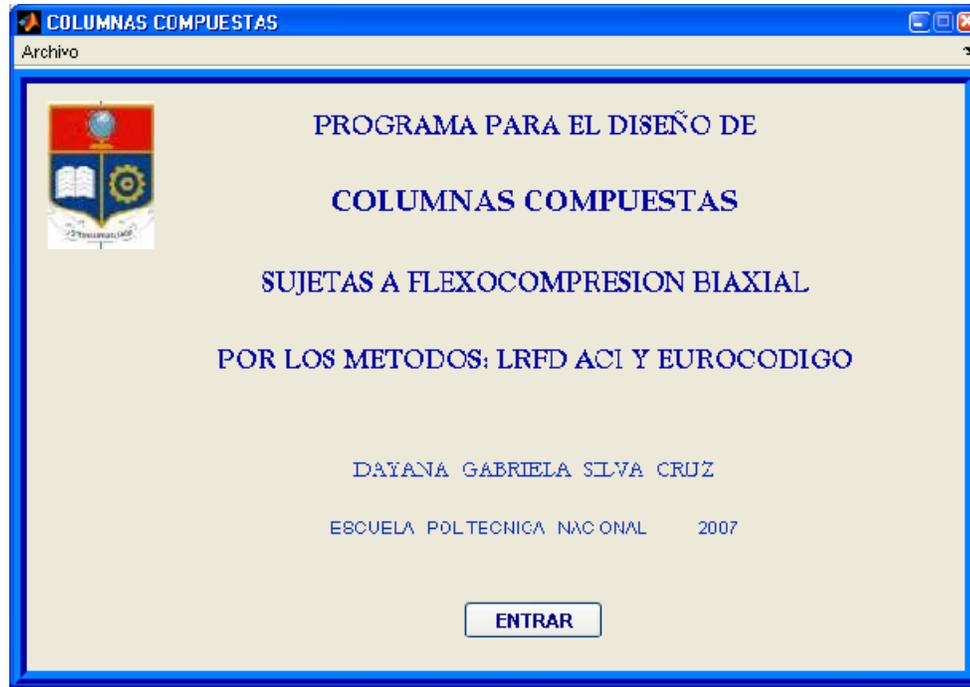
```
C:\MATLAB7\TESIS COLUMNAS COMPUESTAS\
```

y desde la ventana de comandos digitar: `COLUMNAS_COMPUESTAS`

Cabe recalcar que al ser el lenguaje de programación en inglés no se puede hacer uso de tildes así como la letra ñ.

Pantalla Principal

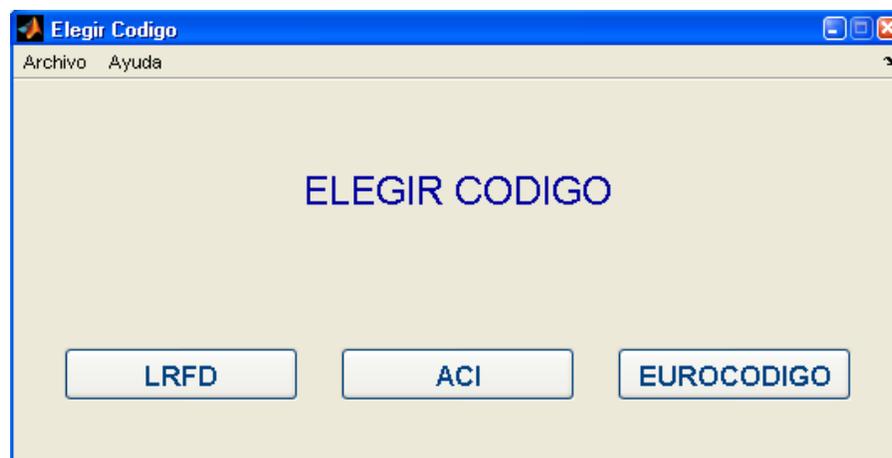
Una vez ejecutada esta sentencia aparece la siguiente interfaz:



Para que el programa continúe se debe pulsar en ENTRAR.

Elegir Código

En seguida aparece la interfaz que permite elegir el código a ejecutarse:



En todas las pantallas se puede acceder al menú Ayuda donde se encuentran los manuales del usuario dependiendo de que método se ha escogido y del tipo de columna.



Acerca

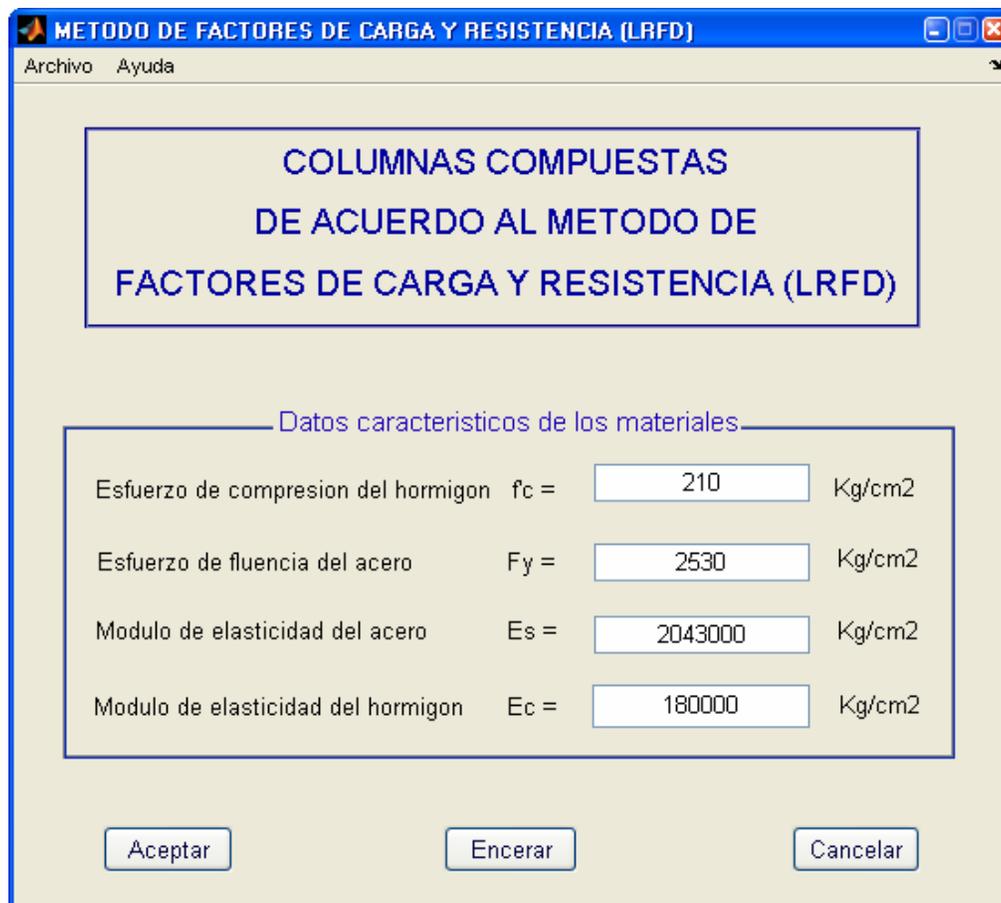
En esta pantalla se puede visualizar la información del programa.



A continuación se presentan las diferentes pantallas que contiene el programa, éstas dependerán del código que elija el usuario para el desarrollo del problema:

LRFD

En esta pantalla se ingresan los datos característicos de los materiales, éstos se presentan ya en la pantalla pero pueden ser modificados dependiendo del problema a ser ejecutado.



The screenshot shows a software window titled "METODO DE FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA (LRFD)". The window has a menu bar with "Archivo" and "Ayuda". The main content area is titled "COLUMNAS COMPUESTAS DE ACUERDO AL METODO DE FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA (LRFD)". Below this title is a section labeled "Datos característicos de los materiales" containing four input fields:

Esfuerzo de compresion del hormigon	$f_c =$	<input type="text" value="210"/>	Kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero	$F_y =$	<input type="text" value="2530"/>	Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del acero	$E_s =$	<input type="text" value="2043000"/>	Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del hormigon	$E_c =$	<input type="text" value="180000"/>	Kg/cm ²

At the bottom of the window are three buttons: "Aceptar", "Encerar", and "Cancelar".

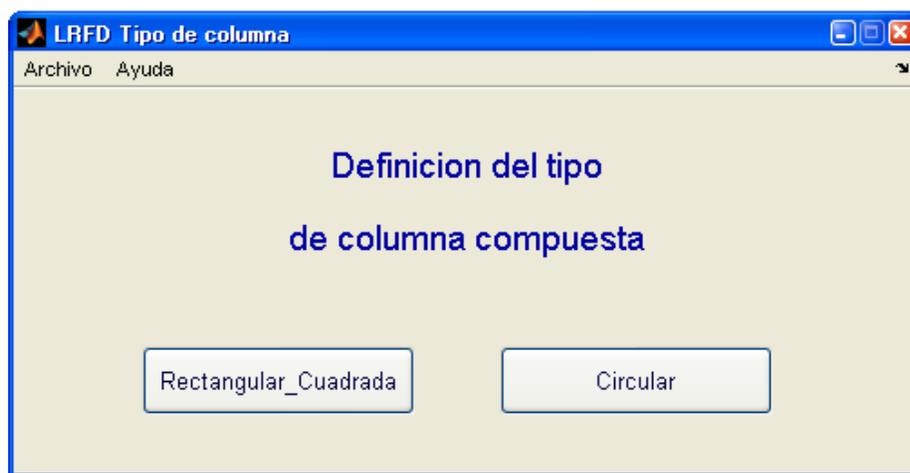
Se pueden escoger las opciones:

- Aceptar.- Ingresa a la siguiente pantalla.

- Encerar.- Encera los datos de los materiales para poder modificarlos.
- Cancelar.- Regresa a la pantalla anterior para elegir el código.

Definición del tipo de columna compuesta

Los tipos de secciones de columnas compuestas son: rectangular, cuadrada y circular.



Rectangular_Cuadrada

Datos del elemento

Se deben ingresar los datos del elemento:

- Longitud de la columna.
- Factor de la longitud efectiva de la columna.

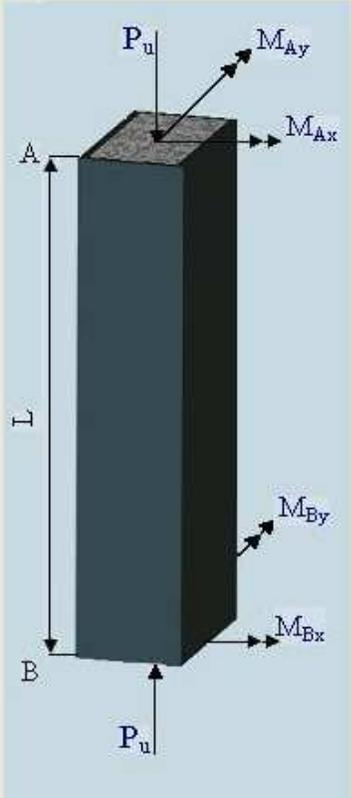
La condición de cargas a la que está sujeta la columna rectangular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos en la cabeza y en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

LRFD Columna Rectangular - Características del elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento

$L_x =$ m

$L_y =$ m

$K_x =$

$K_y =$

Condicion de cargas

$P_u =$ Ton.

$M_{Ax} =$ Ton.m

$M_{Ay} =$ Ton.m

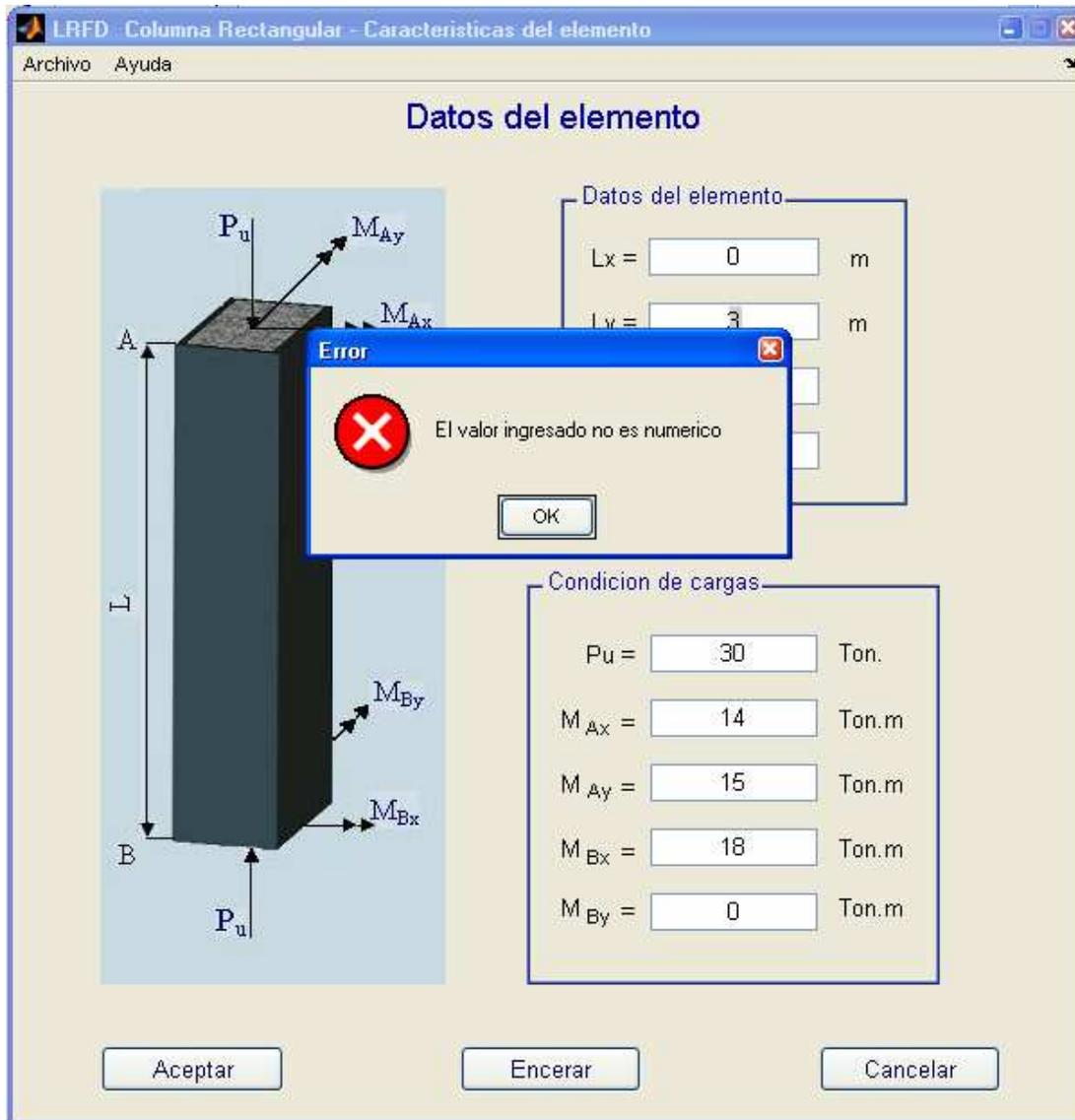
$M_{Bx} =$ Ton.m

$M_{By} =$ Ton.m

Aceptar Encerar Cancelar

En esta pantalla se pueden elegir las opciones: Encerar y Cancelar que cumplen las funciones anteriormente expuestas.

Si existen errores en la entrada de datos se presenta una alerta para que se solucione el error, luego de lo cual el programa continúa pulsando en Aceptar.



Datos de la sección transversal

Se ingresan los datos de la sección transversal rectangular: base, altura, y espesor de la sección de acero.

LRFD Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Datos de la sección transversal

Sección Transversal Rectangular

Base b_f = cm

Altura h_w = cm

Espesor de la sección de acero t = cm

Calcular Continuar Cancelar

Luego de introducir los datos, para que continúe el programa se debe pulsar en Continuar, si se cometen errores en la entrada de datos aparece un anuncio de error para que éste sea corregido.

LRFD Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Datos de la sección transversal

Error

Verifica los datos de la sección

OK

Base b_f = cm

Altura h_w = cm

Espesor de la sección de acero t = cm

Calcular Continuar Cancelar

Chequeo de limitaciones

La pantalla presenta los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta, de acuerdo a lo establecido por los requisitos del LRFD.

LRFD Calculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Relacion entre areas de acero y total compuesta

$A_s > 0.04 A_g = 80$ OK

Comprobacion del espesor t

$t > b \sqrt{F_y(3Es)} = 3.012691$ Revisar

$t > h \sqrt{F_y(3Es)} = 1.01536$ Revisar

Relaciones ancho/espesor

$b/t = 48$ Correccion por pandeo local

$h/t = 60.5$ Correccion por pandeo local

Relacion de esbeltez

$\lambda = 18.234$ OK

Seccion rectangular compuesta

Radio de giro

$r_m = 6.4527$ cm. OK

Relacion de esbeltez

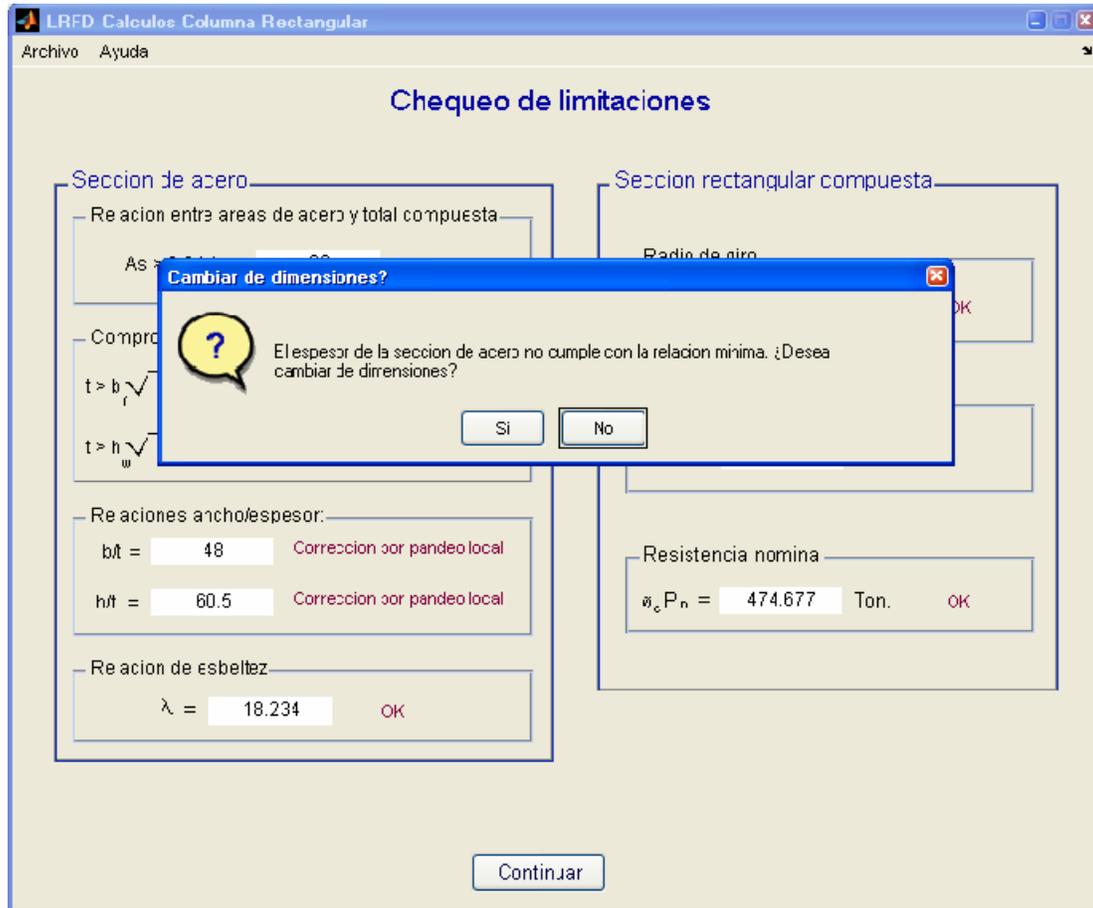
$\lambda_c = 754419$

Resistencia nominal

$\phi_c P_n = 474.677$ Ton. OK

Continuar

Al pulsar en Continuar y si existe algún resultado que sobrepasa los límites se presentan alertas que avisan de la existencia de errores y se da la opción para poder corregirlos, si no es el caso el proceso del programa continuará.



Al seleccionar No en esta pantalla se continuará con los cálculos tomando en cuenta la resistencia con una reducción debido a los efectos del pandeo local de los elementos de acero. Al se pulsar Si regresará a la pantalla para cambiar de dimensiones.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

LRFD Columna Rectangular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 90^\circ$		
$\phi_c P_n$ Ton	$\phi_b M_{nx}$ Ton.m	$\phi_b M_{ny}$ Ton.m	$\phi_c P_n$ Ton	$\phi_b M_{nx}$ Ton.m	$\phi_b M_{ny}$ Ton.m
-304.167	0	0	-304.167	0	0
-151.146	39.5715	0	-135.407	0	34.842
-119.376	46.7197	0	-106.956	0	39.963
-87.6065	53.0269	0	-78.5062	0	44.4816
-55.8369	58.4931	0	-50.056	0	48.3976
-24.0673	63.1184	0	-21.6058	0	51.7112
7.70226	66.9027	0	6.84437	0	54.4224
39.4719	69.8461	0	35.2945	0	56.531
71.2415	71.9485	0	63.7447	0	58.0372
103.011	73.2099	0	92.1949	0	58.9409
134.781	73.6304	0	120.645	0	59.2422
166.55	73.2099	0	149.095	0	58.9409
198.32	71.9485	0	177.545	0	58.0372
230.089	69.8461	0	205.996	0	56.531
261.859	66.9027	0	234.446	0	54.4224
293.629	63.1184	0	262.896	0	51.7112
325.398	58.4931	0	291.346	0	48.3976
357.168	53.0269	0	319.796	0	44.4816
388.937	46.7197	0	348.247	0	39.963
420.707	39.5715	0	376.697	0	34.842
533.028	0	0	533.028	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

En el menú Ayuda se encuentra la opción Esquema, que permite observar la sección transversal rectangular compuesta sometida a carga axial y momento flector en dos planos.

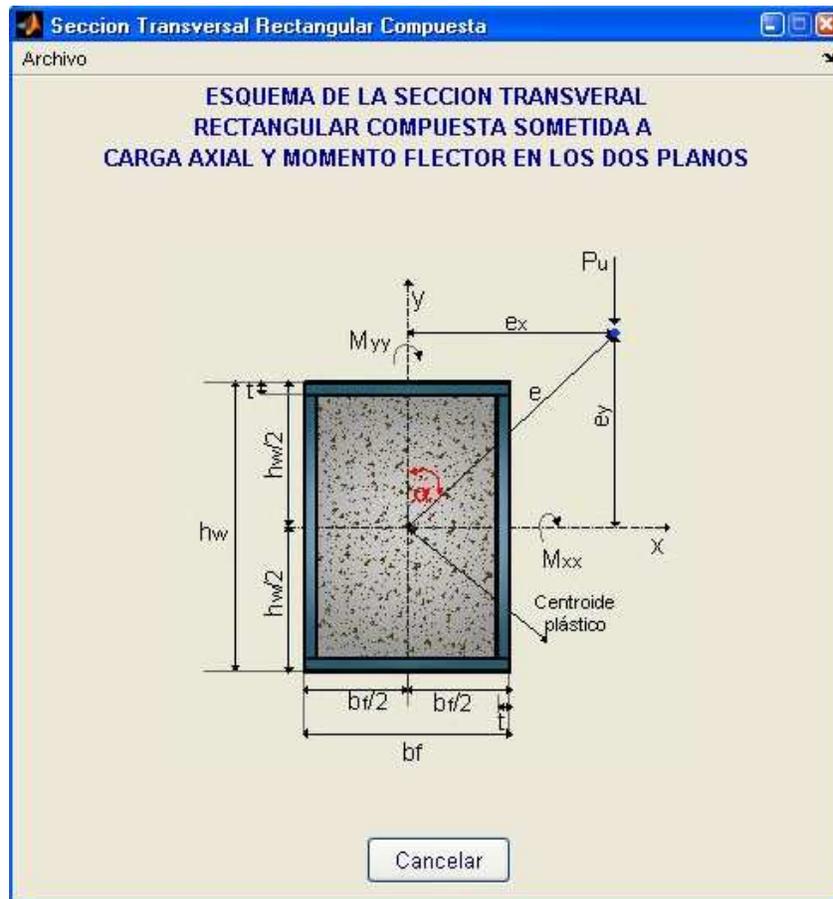
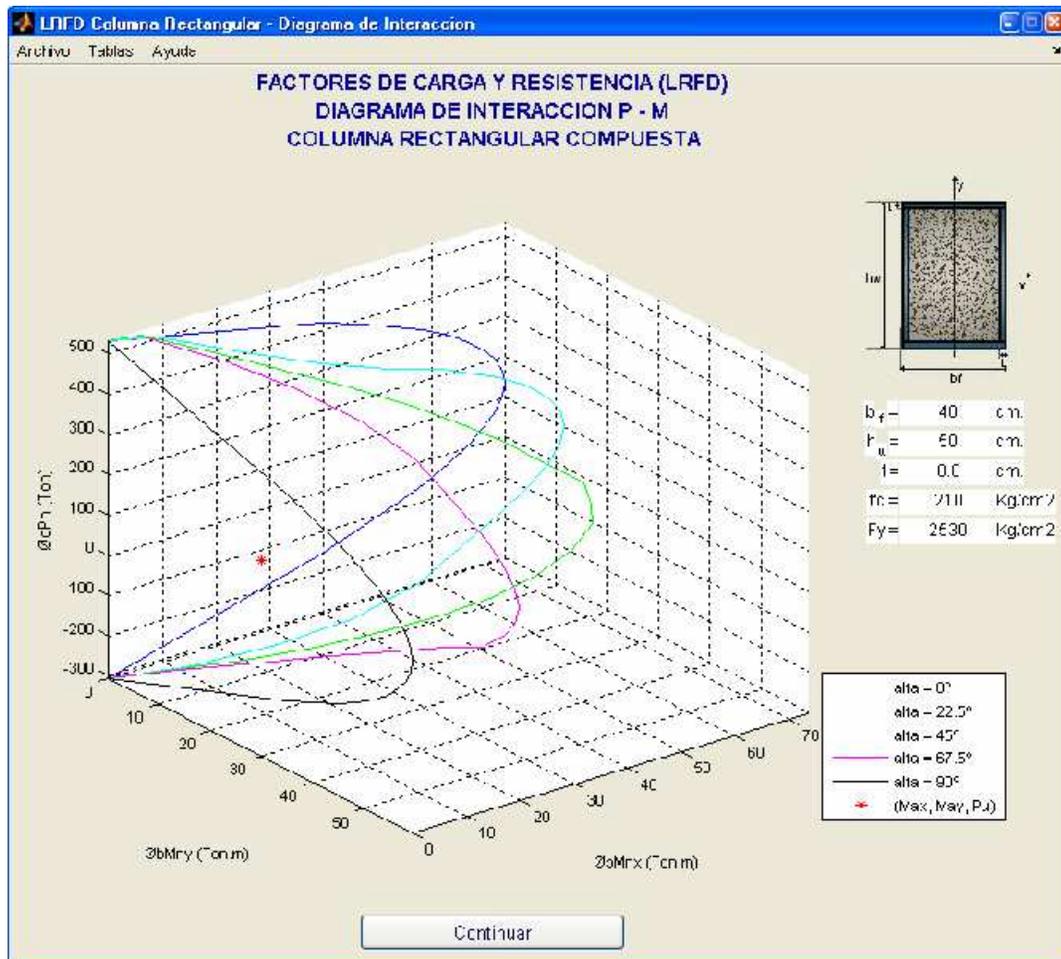
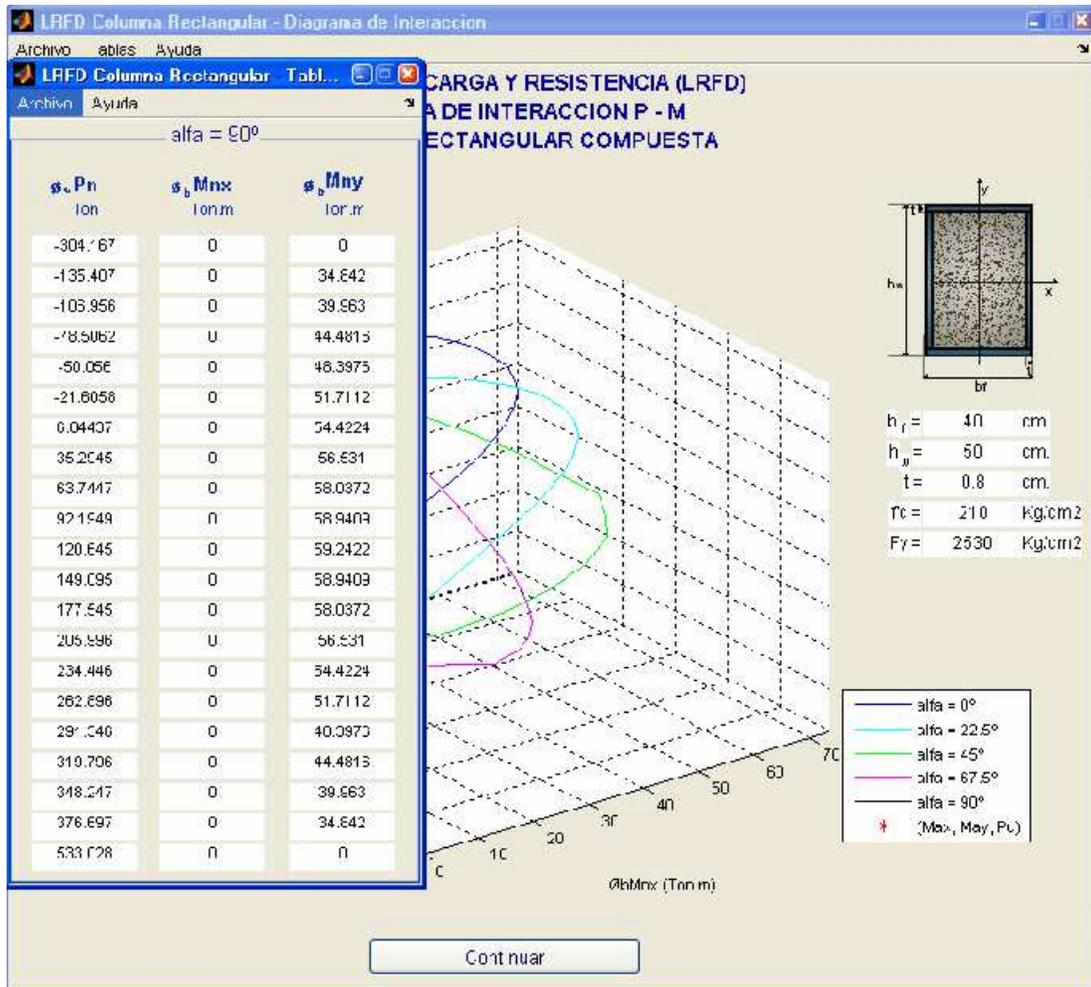


Diagrama de Interacción P - M

Se representa gráficamente la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y, para los ángulos de $\alpha = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° , de la sección transversal rectangular. También se grafica la condición de carga en la cabeza de la columna, que se estableció como dato.



En el menú Archivo se puede elegir la opción Imprimir, si se desea imprimir el diagrama de interacción P - M. En el menú Tablas se puede visualizar los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α , teniendo además la opción de imprimir o graficar.



Al salir de las Tablas y para seguir con el programa se pulsa en Continuar.

Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas para proceder a la comprobación del elemento que dependiendo del tipo del problema se presentarán en un orden establecido.

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales?

LRFD Column Rectangular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje x? Si No

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje y? Si No

Aceptar

- ¿Los extremos del elemento se encuentran restringidos?

LRFD Column Rectangular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿Los extremos del elemento en el eje x se encuentran restringidos? Si No

Aceptar

LRFD Columna Rectangular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿Los extremos del elemento en el eje y se encuentran restringidos?

Si No

Aceptar

LRFD Columna Rectangular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿Los extremos del elemento en el eje x se encuentran restringidos?

Si No

- ¿Los extremos del elemento en el eje y se encuentran restringidos?

Si No

Aceptar

- ¿El elemento es contraventeado?

LRFD Columna Rectangular - Contraventeada

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento es contraventeado en el eje x? Si No

- ¿El elemento es contraventeado en el eje y? Si No

Aceptar

- Ingresar los valores de: el factor de amplificación del momento y el momento por desplazamiento lateral.

LRFD Columna Rectangular - Desplazamiento lateral eje y

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$B_{2y} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{ly} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

LRFD Columna Rectangular - Desplazamiento lateral cjc

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion de momento

$B_{2x} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{Lx} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

LRFD Columna Rectangular - Desplazamiento lateral

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factores de amplificacion del momento

$B_{2x} =$

$B_{2y} =$

Momentos por desplazamiento lateral

$M_{Lx} =$ Ton.m

$M_{Ly} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

Resultados de la comprobación del elemento

En esta pantalla se presentarán los resultados de la comprobación del elemento.

Resultados de la comprobación del elemento

Factor de reduccion C_m

$C_{m_x} = 0.85$

$C_{m_y} = 0.3$

Factores de amplificacion B_1, B_2

$B_{1x} = 1$ $B_{2x} = 0$

$B_{1y} = 1$ $B_{2y} = 0$

Resistencia necesaria a la flexion en el elemento

$M_{Ntx} = 18$ Ton.m $M_{Ltx} = 0$ Ton.m

$M_{Nty} = 20$ Ton.m $M_{Lty} = 0$ Ton.m

Continuar

Relación límite de flexocompresión

En esta pantalla se presentan los resultados finales de la comprobación del elemento sujeto a flexocompresión biaxial.

LRFD Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{nx} = 64.2873$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 51.7895$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

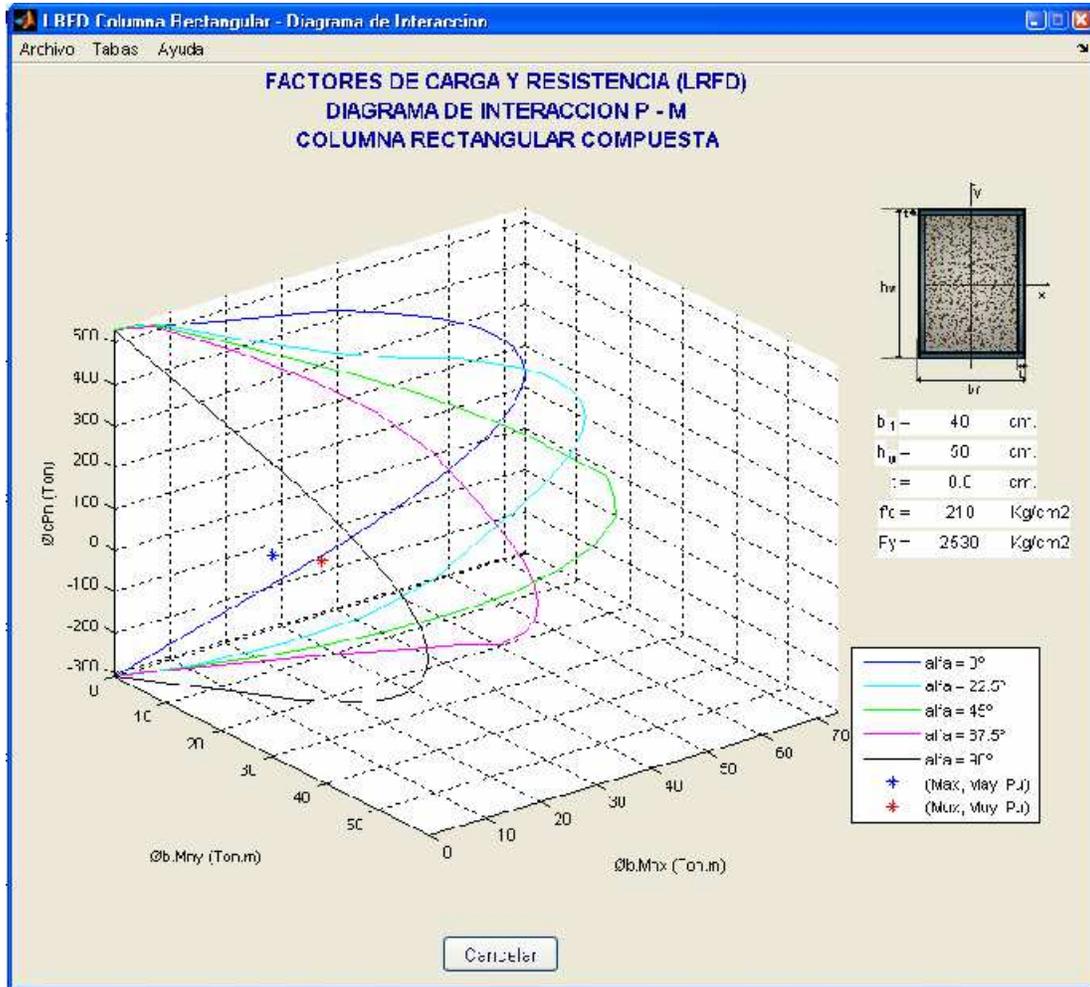
$M_{ux} = 18$ Ton.m $M_{uy} = 20$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

$$\frac{P_u}{2 \phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.697772 \text{ OK}$$

Otro proceso Salir

En el menú de esta pantalla se puede elegir Resultados que presenta las opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones y Diagrama de interacción, que permiten visualizar las pantallas respectivas. Al elegir la opción Diagrama de Interacción se podrá observar, a parte de la gráfica antes visualizada, la condición de carga y los momentos magnificados obtenidos en la comprobación del elemento.



Para salir de esta pantalla se oprime Cancelar.

Finalmente se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

Circular

Datos del elemento

Se ingresan los datos del elemento:

- Longitud de la columna.

- Factor de la longitud efectiva de la columna, aparece como constante pero puede ser cambiado a otro valor

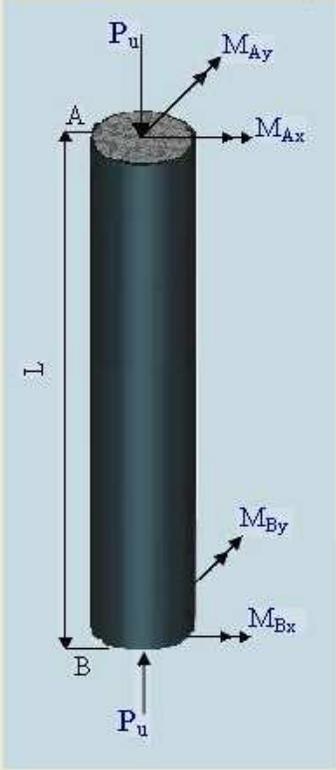
La condición de cargas a la que está sujeta la columna de sección transversal circular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos en la cabeza como en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

LRFD Columna Circular - Características del elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento

$L_x =$ m

$L_y =$ m

$K_x =$

$K_y =$

Condicion de cargas

P_u Ton.

$M_{Ax} =$ Ton.m

$M_{Ay} =$ Ton.m

$M_{Bx} =$ Ton.m

$M_{By} =$ Ton.m

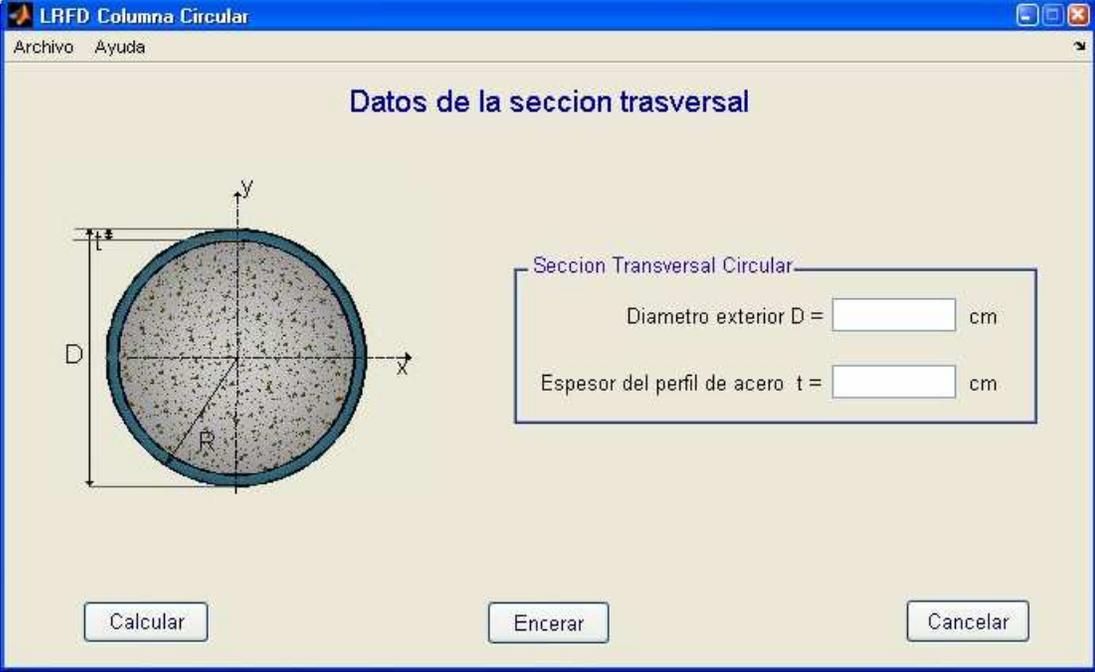
Aceptar Encerrar Cancelar

Puede elegirse entre las opciones:

- Aceptar, da paso a la siguiente pantalla pero si existe alguna equivocación en el ingreso de datos se presentará una alerta de error para que sea corregido y poder continuar con el programa.
- Encerar, permite limpiar los datos, si el usuario lo necesita.
- Cancelar, esta opción regresa a la pantalla anterior.

Datos de la sección transversal

Se ingresan los datos de la sección transversal circular: diámetro exterior y espesor de la sección de acero.



The screenshot shows a software window titled "LRFD Columna Circular" with a menu bar containing "Archivo" and "Ayuda". The main area is titled "Datos de la sección trasversal". On the left, there is a diagram of a circular cross-section of a column. The diagram shows the outer diameter labeled "D", the thickness of the steel profile labeled "t", and the radius labeled "R". A coordinate system with x and y axes is centered on the circle. On the right, there is a form titled "Seccion Transversal Circular" with two input fields: "Diametro exterior D = [] cm" and "Espesor del perfil de acero t = [] cm". At the bottom of the window, there are three buttons: "Calcular", "Encerar", and "Cancelar".

La opción Calcular permite continuar con el programa, si se cometen errores en la entrada de datos aparece un anuncio de error para que este sea corregido.



Chequeo de limitaciones

En esta pantalla se presentan los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta de sección transversal circular.

The screenshot shows the following data:

Section	Parameter	Value	Status
Seccion tubular de acero estructural	Relacion entre areas del acero y total compuesta	$A_s > 0.04 A_g = 78.5398$	OK
	Comprobacion del espesor t	$t > D \sqrt{F_y / 8E_s} = 0.622087$	OK
	Relaciones diametro/espesor:	$D/t = 62.5$	OK
	Relacion de esbeltez	$\lambda = 17.2442$	OK
Seccion circular compuesta	Radio de giro	$r_m = 17.3971$ cm	OK
	Relacion de esbeltez	$\lambda_c = 0.223989$	
	Resistencia nominal en compesion	$\phi_c P_n = 533.739$	OK

Al pulsar en Continuar y si los resultados están fuera de los límites establecidos por las especificaciones del LRFD se presentan alertas de error, éstas dan la opción de regresar a la entrada de datos para cambiar los mismos y así obtener resultados diferentes. Si no existen alertas el programa sigue ejecutándose.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

LRFD Columna Circular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

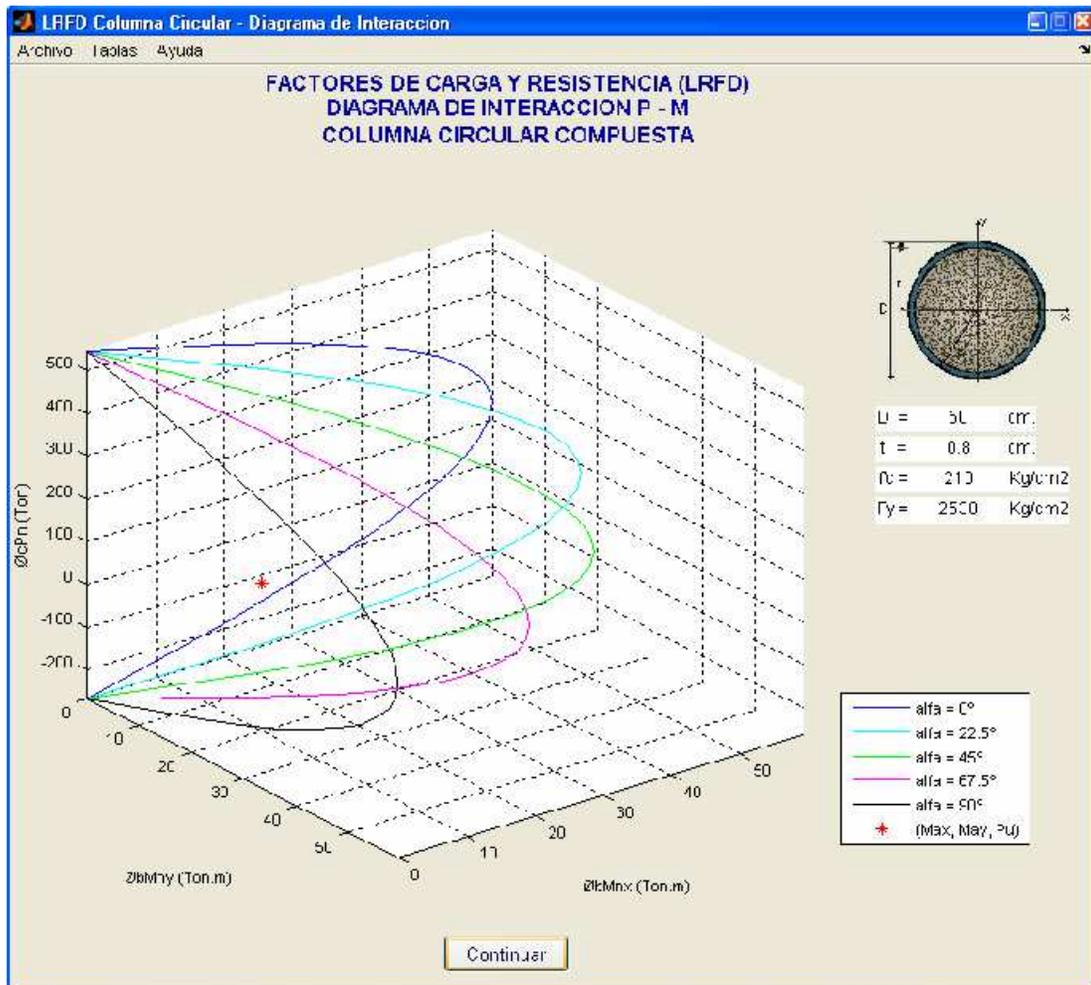
P_n Ton	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
	M_{nx} Ton.m	M_{ny} Ton.m
-265.916	0	0
-186.476	19.9796	19.9796
-145.186	29.1679	29.1679
-107.897	36.494	36.494
-71.9849	42.6136	42.6136
-36.5941	47.7197	47.7197
-1.37749	51.8787	51.8787
33.8131	55.1123	55.1123
69.0332	57.4245	57.4245
104.292	58.8136	58.8136
139.575	59.277	59.277
174.858	58.8136	58.8136
210.117	57.4245	57.4245
245.337	55.1123	55.1123
280.528	51.8787	51.8787
315.744	47.7197	47.7197
351.135	42.6136	42.6136
387.047	36.494	36.494
424.336	29.1679	29.1679
465.626	19.9796	19.9796
545.066	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

Diagrama de Interacción P - M

En esta pantalla se podrá visualizar gráficamente la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y , de la sección transversal circular, para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$, 22.5° , 45° , 67.5° y 90° . Se puede observar

también en la gráfica, la condición de carga en la cabeza de la columna que se ingresó como dato. Para imprimir el diagrama, en el menú Archivo se puede elegir la opción Imprimir.

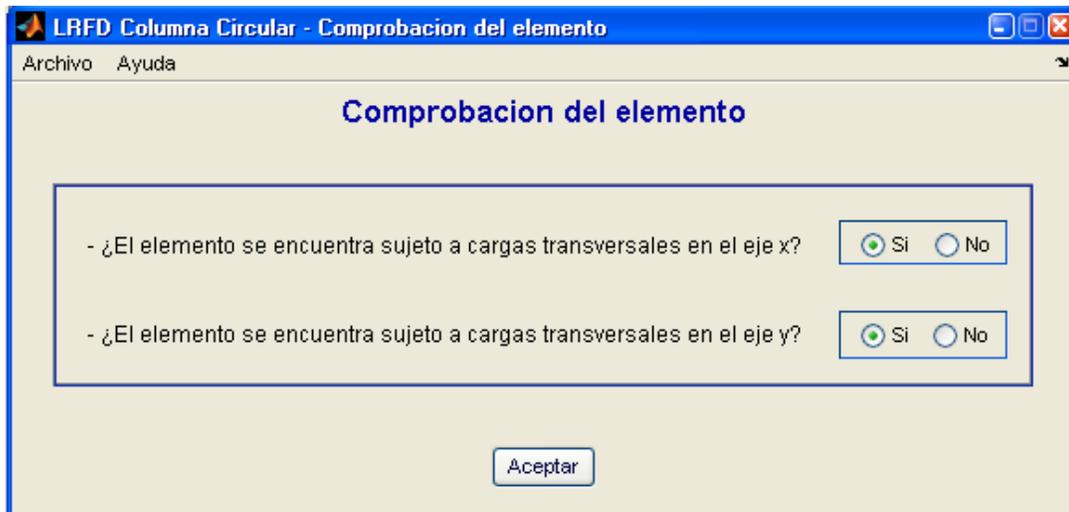


Si se desea observar las tablas de los valores de los diferentes diagramas de interacción, dependiendo de los ángulos α , se debe ingresar en el menú Tablas y elegir la que se prefiera ver, teniendo además la opción de imprimir o graficar en el menú correspondiente. Al salir de las Tablas y para seguir con la ejecución del programa se pulsa en Continuar.

Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas para continuar con la comprobación del elemento, la secuencia dependerá del tipo de problema que se esté desarrollando.

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales?



LRFD Columna Circular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

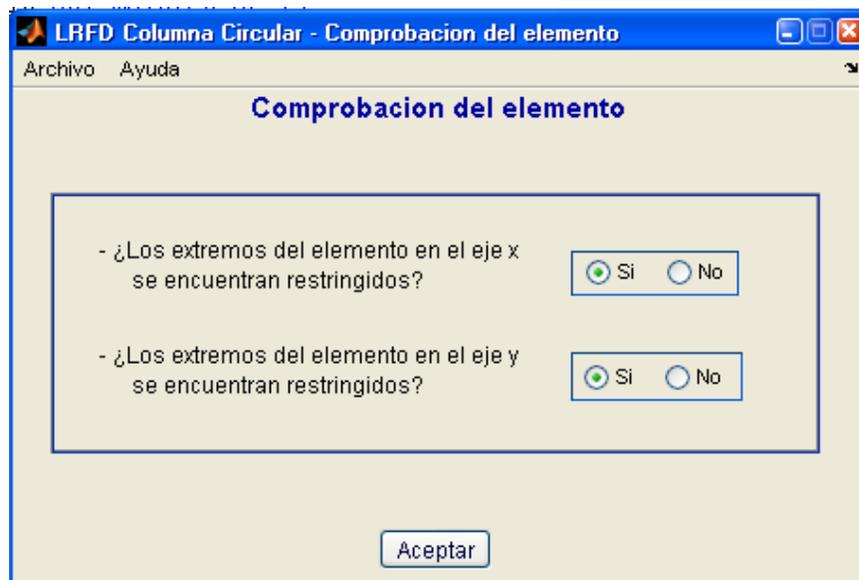
Comprobacion del elemento

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje x? Si No

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje y? Si No

Aceptar

- ¿Los extremos del elemento se encuentran restringidos?



LRFD Columna Circular - Comprobacion del elemento

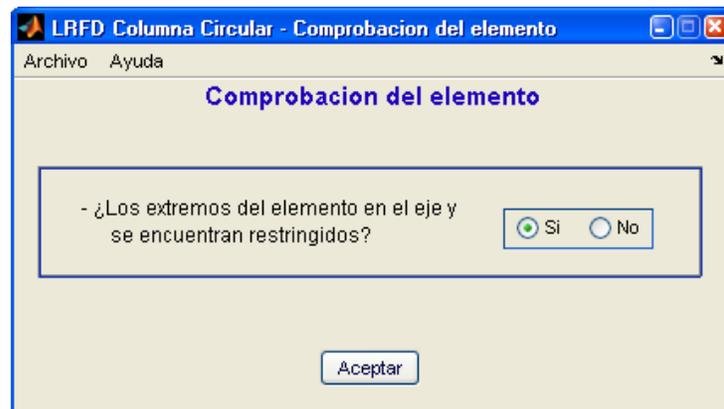
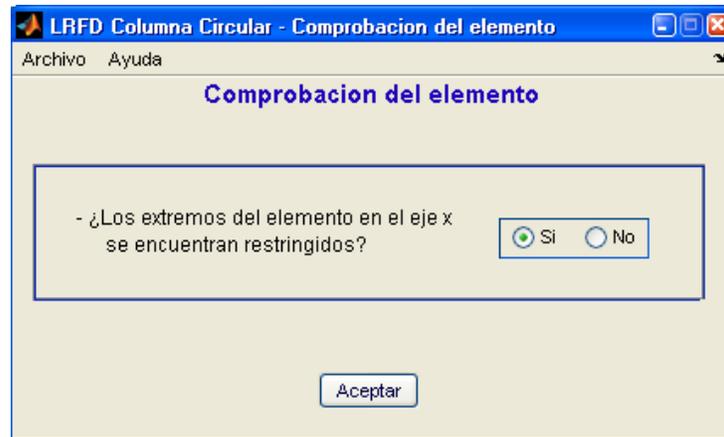
Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

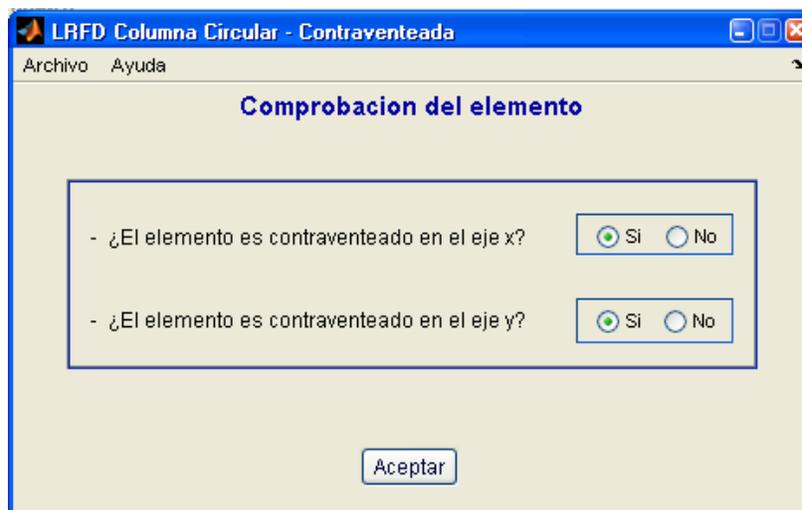
- ¿Los extremos del elemento en el eje x se encuentran restringidos? Si No

- ¿Los extremos del elemento en el eje y se encuentran restringidos? Si No

Aceptar



- ¿El elemento es contraventeado?



- Ingresar los valores de: el factor de amplificación del momento y el momento por desplazamiento lateral.

LRFD Columna Circular - Desplazamiento lateral

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factores de amplificacion del momento

$B_{2x} =$

$B_{2y} =$

Momentos por desplazamiento lateral

$M_{Ltx} =$ Ton.m

$M_{Lty} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

LRFD Columna Circular - Desplazamiento lateral eje x

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$B_{2x} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{Lx} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

LRFD Columna Circular - Desplazamiento lateral eje y

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$B_{2y} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{Ly} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

Resultados de la comprobación del elemento

En esta pantalla se presentarán los resultados de la comprobación del elemento.

LRFD Columna Circular - Resultados de la Comprobación del elemento

Archivo Ayuda

Resultados de la comprobación del elemento

Factor de reducción C_m

$C_{m_x} = 0.288889$

$C_{m_y} = 0.3$

Factores de amplificación del momento

$B_{1x} = 1$ $B_{2x} = 0$

$B_{1y} = 1$ $B_{2y} = 0$

Resistencia necesaria a la flexión en el elemento

$M_{Ntx} = 18$ Ton.m $M_{Ltx} = 0$ Ton.m

$M_{Nty} = 20$ Ton.m $M_{Lty} = 0$ Ton.m

Continuar

Relación límite de flexocompresión

En esta pantalla se presentan los resultados finales de la comprobación del elemento sujeto a flexocompresión biaxial.

LRFD Columna Circular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{nx} = 51.3714$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 51.3714$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

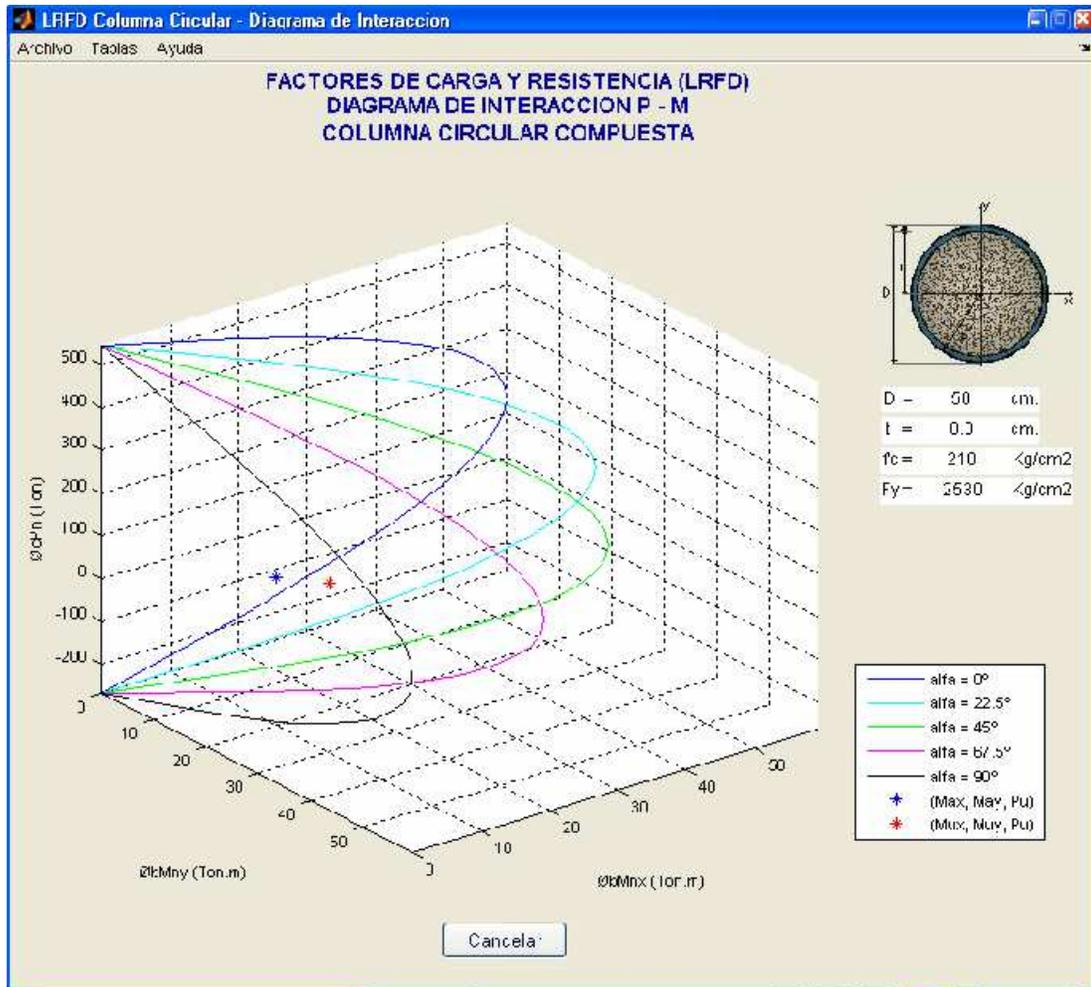
$M_{ux} = 18$ Ton.m $M_{uy} = 20$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

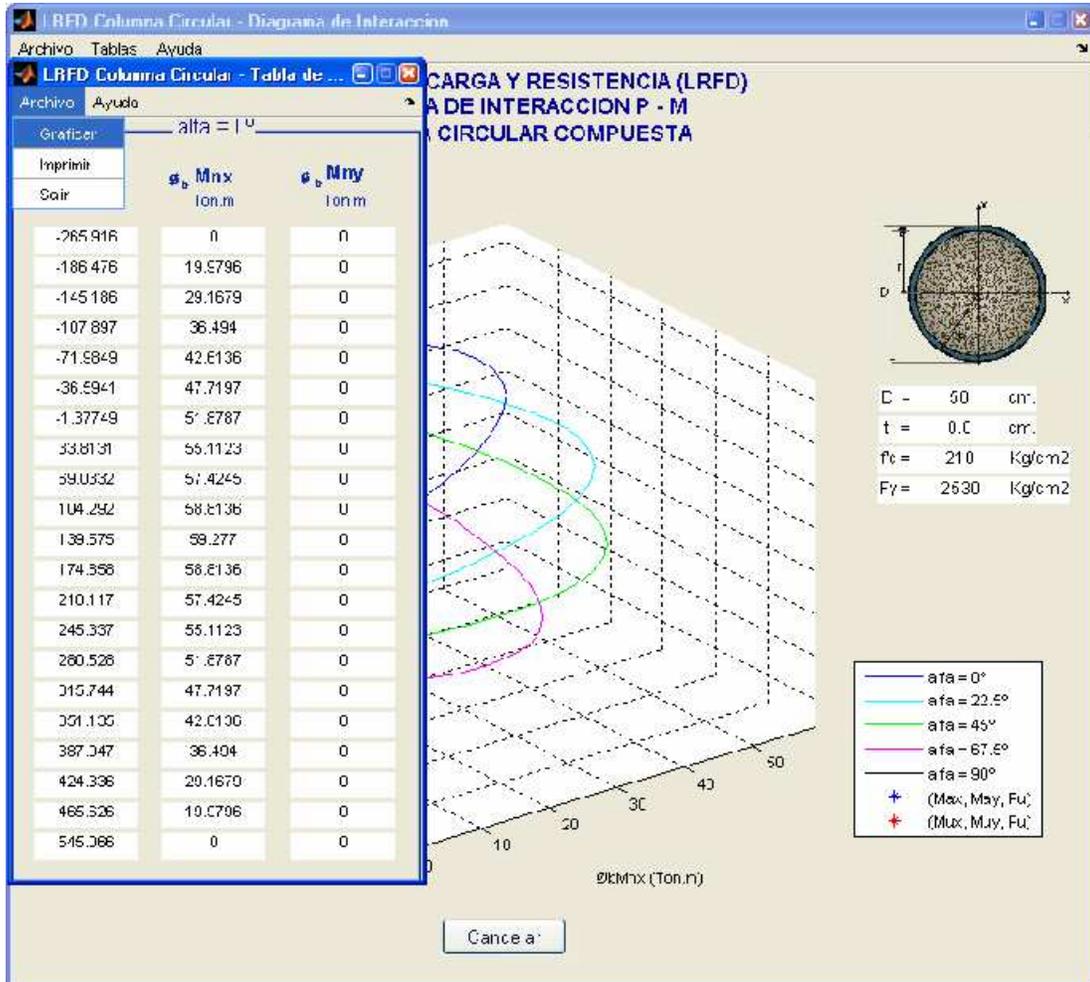
$$\frac{P_u}{2 \phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.767815 \text{ OK}$$

Otro proceso Salir

En el menú de esta pantalla se puede elegir Resultados que muestra las opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones y Diagrama de interacción, que permiten visualizar las pantallas respectivas. En la opción Diagrama de Interacción se representa, a parte de la gráfica antes visualizada, la condición de carga y los momentos magnificados obtenidos en la comprobación del elemento.



En esta pantalla, en el menú Tablas se puede visualizar los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α . Éstas, a su vez, tienen la opción para imprimir y graficar, siendo el caso de las tablas de momentos alrededor de los ejes principales.



Para salir de esta pantalla se oprime Cancelar.

Finalmente se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

ACI

En pantalla se encuentran ya establecidos los valores característicos de los materiales que pueden ser modificados si el problema en ejecución lo amerita.

The screenshot shows a software window titled "METODO DEL ACI" with a menu bar containing "Archivo" and "Ayuda". The main content area is titled "COLUMNAS COMPUESTAS DE ACUERDO AL METODO DEL ACI". Below this title, there is a section labeled "Datos característicos de los materiales" which contains four rows of data, each with a text label, a variable name, a numerical value in a text box, and a unit:

Variable	Valor	Unidad
Esfuerzo de compresion del hormigon f_c	210	Kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero F_y	2530	Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del acero E_s	2043000	Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del hormigon E_c	180000	Kg/cm ²

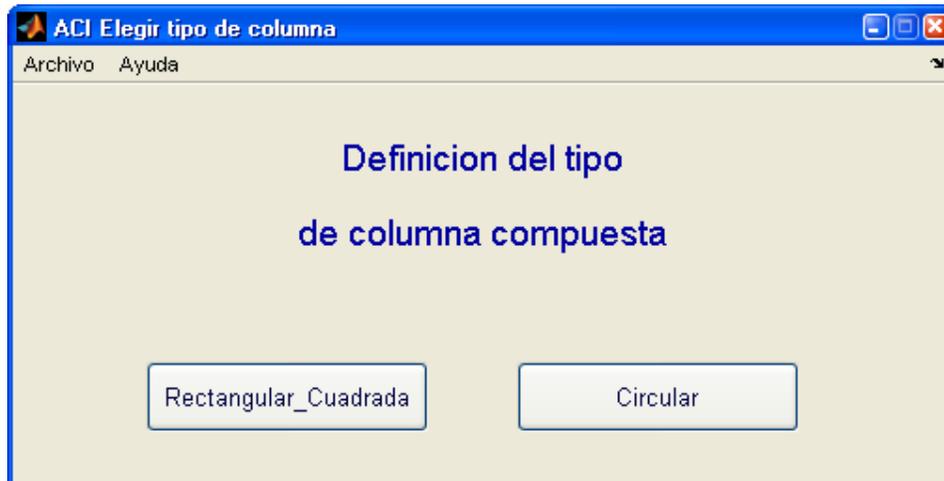
At the bottom of the window, there are three buttons: "Aceptar", "Encerar", and "Cancelar".

En esta pantalla se pueden escoger las opciones:

- Aceptar.- Permite continuar con la ejecución del programa, si se cambiaron los valores y se cometió algún error en estos, se presentará un anuncio de error y así poder corregirlo.
- Encerar.- Encera los datos de los materiales para poder modificarlos.
- Cancelar.- Regresa a la pantalla para elegir el código.

Definición del tipo de columna compuesta

Los tipos de secciones de columnas compuestas son: cuadrada, rectangular y circular.



Rectangular_Cuadrada

Datos del elemento

Se deben ingresar los datos del elemento:

- Longitud de la columna.
- Factor de la longitud efectiva de la columna.

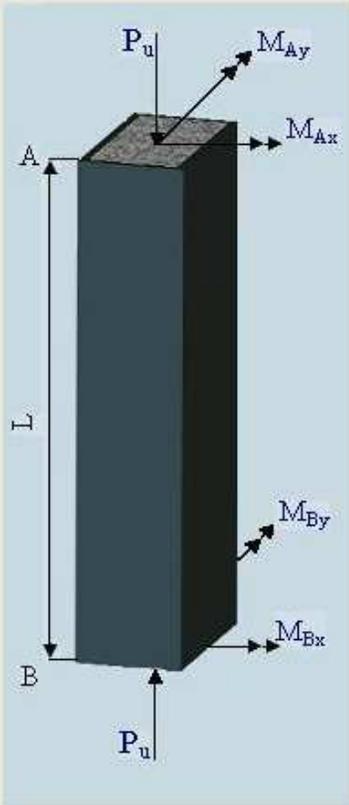
La condición de cargas a la que está sujeta la columna rectangular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos en la cabeza y en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

ACI Columna Rectangular - Características del elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento

Lx = m

Ly = m

Kx =

Ky =

Condicion de cargas

Pu = Ton.

M_{Ax} = Ton.m

M_{Ay} = Ton.m

M_{Bx} = Ton.m

M_{By} = Ton.m

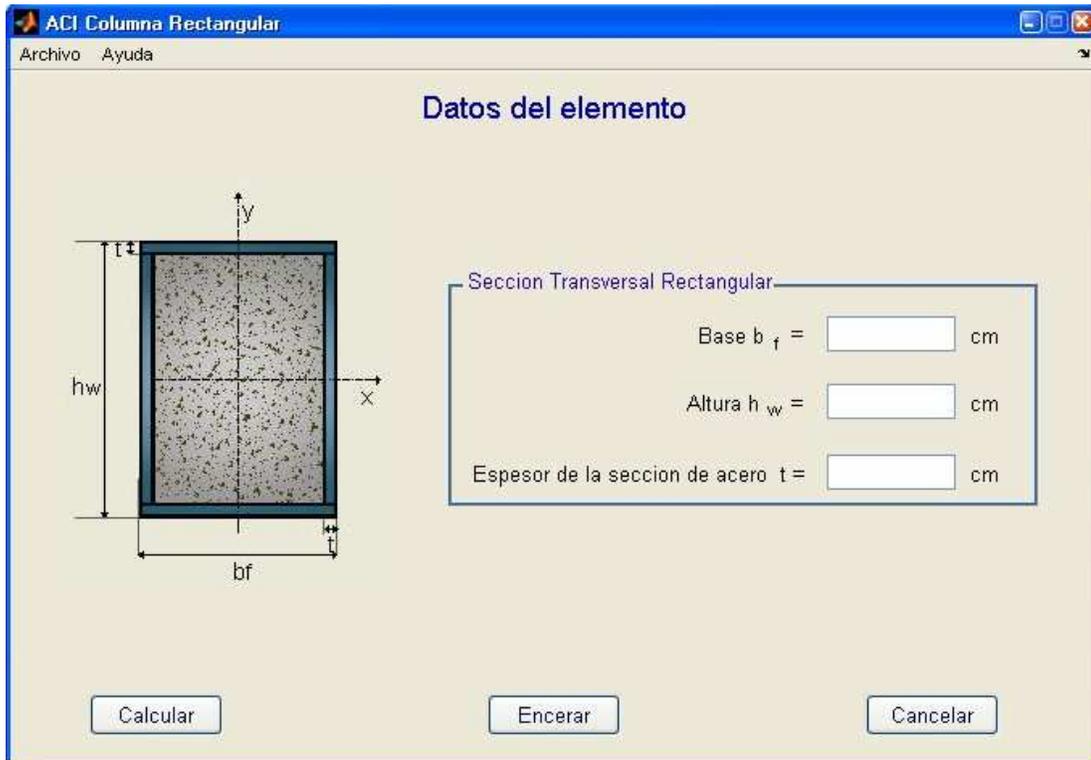
Aceptar Encerar Cancelar

Las opciones: Encerar y Cancelar cumplen las funciones ya antes explicadas.

Si pulsa en Aceptar para continuar y en el caso que exista algún error en la entrada de datos el programa automáticamente anuncia el error cometido hasta que sea resuelto, al no existir errores la ejecución del programa continuará.

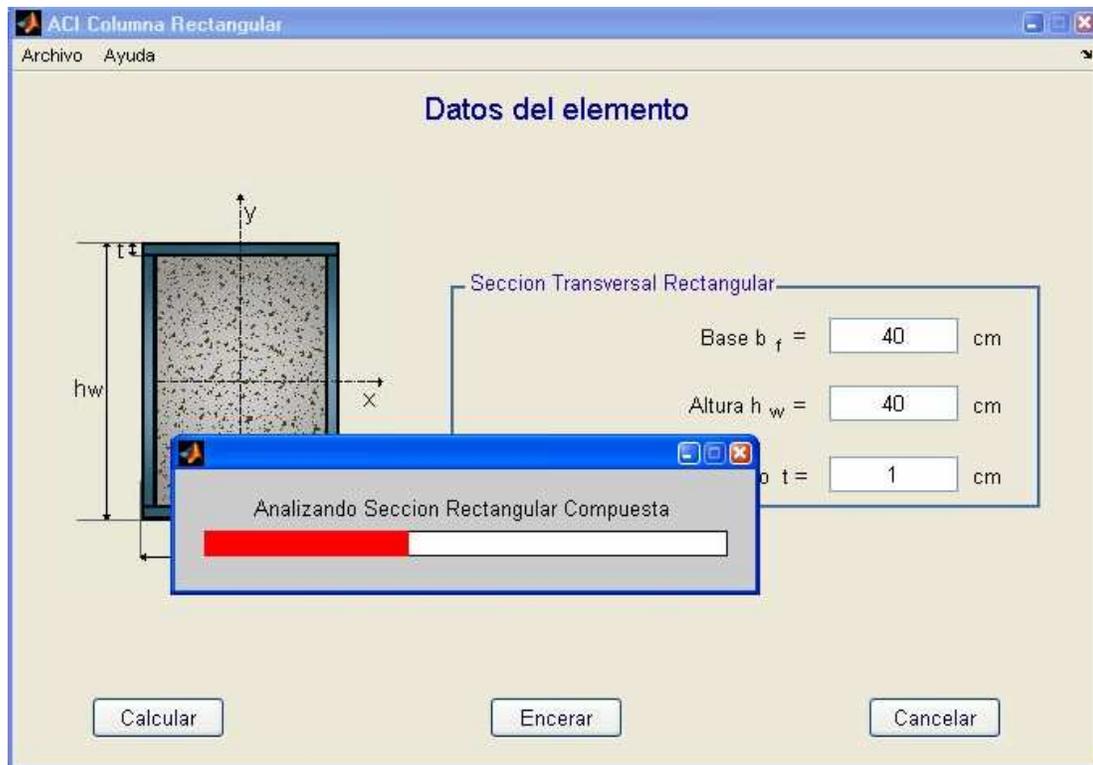
Datos de la sección transversal

Se introducen los datos de la sección transversal rectangular: base, altura, y espesor de la sección de acero.



Se puede escoger entre las opciones:

- Calcular, permite continuar con el proceso de cálculo, al cometer errores en la entrada de datos aparecerá un aviso de error el cual debe ser solucionado para poder continuar con el programa.
- Encerar, esta opción encera los datos de los materiales para poder modificarlos.
- Cancelar, regresa a la pantalla para elegir el código.



Chequeo de limitaciones

En esta pantalla se presentan todos los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta.

ACI Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Comprobacion del espesor t de la seccion de acero

$t > h_r \sqrt{F_y/(3F_s)} = 0.312691$ OK

$t > h_w \sqrt{F_y/(3E_s)} = 0.312691$ OK

Seccion rectangular compuesta

Radio de giro

$r = 13.1442$ cm.

Relacion de esbeltez

$\frac{KL}{r} = 77.8737$

Resistencia nominal a la compresion

$\phi P_n = 456.704$ Ton.

$\phi F_{n \max} = 388.198$ OK Ton.

Continuar

Si los resultados no están dentro de los límites establecidos por el ACI se presenta anuncios los cuales dan la opción para corregir dichos errores, si no es así el programa se ejecuta normalmente.

Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas para proceder a la comprobación del elemento que dependiendo del tipo del problema se presentarán en un orden establecido.

- ¿El elemento es contraventeado?

ACI Columna Rectangular - Contraventeada

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento es contraventeado en el eje x? Si No

- ¿El elemento es contraventeado en el eje y? Si No

Aceptar

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales?

ACI Columna Rectangular - Comprobacion del elemento

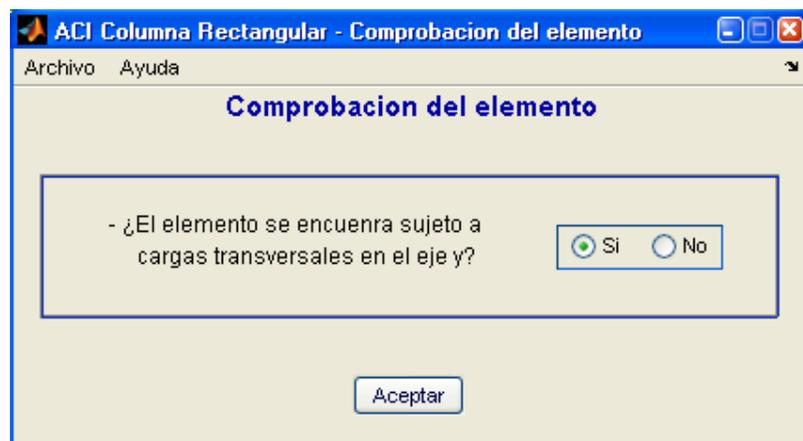
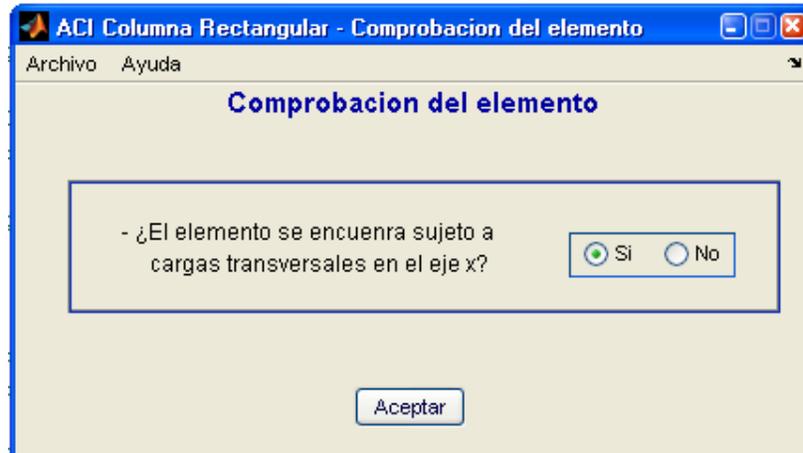
Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje x? Si No

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje y? Si No

Aceptar



- Ingresar los valores de: el factor de amplificación del momento y el momento por desplazamiento lateral.

The image shows a software window titled "ACI Columna Rectangular - Desplazamiento lateral" with a menu bar containing "Archivo" and "Ayuda". The main content area is titled "Comprobacion del elemento" and contains a section labeled "Ingresar valores". This section is divided into two sub-sections: "Factores de amplificacion del momento" and "Momentos por desplazamiento lateral".

Under "Factores de amplificacion del momento", there are two input fields:

- $\delta_{sx} =$ [input field]
- $\delta_{sy} =$ [input field]

Under "Momentos por desplazamiento lateral", there are two input fields:

- $M_{sx} =$ [input field] Ton.m
- $M_{sy} =$ [input field] Ton.m

At the bottom of the window, there are two buttons: "Aceptar" and "Encerrar".

ACI Columna Rectangular - Desplazamiento lateral eje x

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$\delta_{sx} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{sx} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

ACI Columna Rectangular - Desplazamiento lateral eje y

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$\delta_{sy} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{sy} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

Resultados de la comprobación del elemento

Se presentan los resultados de la comprobación del elemento.

ACI Columna Rectangular - Resultados de la Comprobacion

Archivo Ayuda

Resultados de la comprobacion del elemento

Factores de amplificacion del momento

$\delta_{nsx} =$	<input type="text" value="1"/>	$\delta_{sx} =$	<input type="text" value="0"/>
$\delta_{nsy} =$	<input type="text" value="1"/>	$\delta_{sy} =$	<input type="text" value="0"/>

Resistencia necesaria a la flexion en el elemento

$M_{nsx} =$	<input type="text" value="18"/>	Ton.m	$M_{sx} =$	<input type="text" value="0"/>	Ton.m
$M_{nsy} =$	<input type="text" value="20"/>	Ton.m	$M_{sy} =$	<input type="text" value="0"/>	Ton.m

Resistencias de diseño

$P_u =$	<input type="text" value="30"/>	Ton.
$M_{ux} =$	<input type="text" value="18"/>	Ton.m
$M_{uy} =$	<input type="text" value="20"/>	Ton.m

Con la opción Continuar se da paso a la siguiente pantalla.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

ACI Columna Rectangular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 90^\circ$		
ϕP_n	ϕM_{nx}	ϕM_{ny}	ϕP_n	ϕM_{nx}	ϕM_{ny}
Ton	Ton.m	Ton.m	Ton	Ton.m	Ton.m
-355.212	C	0	-355.212	0	0
-123.893	44.0181	0	-123.893	0	44.0181
-72.5583	51.0941	0	-72.5583	0	51.0941
-11.8332	57.2079	0	-11.8332	0	57.2079
35.4411	47.2124	0	35.4411	0	47.2124
81.1925	48.092	0	81.1925	0	48.092
126.614	47.3024	0	126.614	0	47.3024
172.116	44.5001	0	172.116	0	44.5001
174.964	44.279	0	174.964	0	44.279
242.239	35.2529	0	242.239	0	35.2529
300.819	26.8333	0	300.819	0	26.8333
349.216	19.2538	0	349.216	0	19.2538
387.785	12.6637	0	387.785	0	12.6637
407.116	9.26342	0	407.116	0	9.26342
422.488	6.4844	0	422.488	0	6.4844
435.09	4.16036	0	435.09	0	4.16036
444.688	2.32383	0	444.688	0	2.32383
452.602	0.79989	0	452.602	0	0.79989
456.704	C	0	456.704	0	0
456.704	C	0	456.704	0	0
456.704	C	0	456.704	0	0
456.704	C	0	456.704	0	0
456.704	C	0	456.704	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

En el menú Ayuda se encuentra la opción Esquema, que permite observar la sección transversal rectangular compuesta sometida a carga axial y momento flector en dos planos.



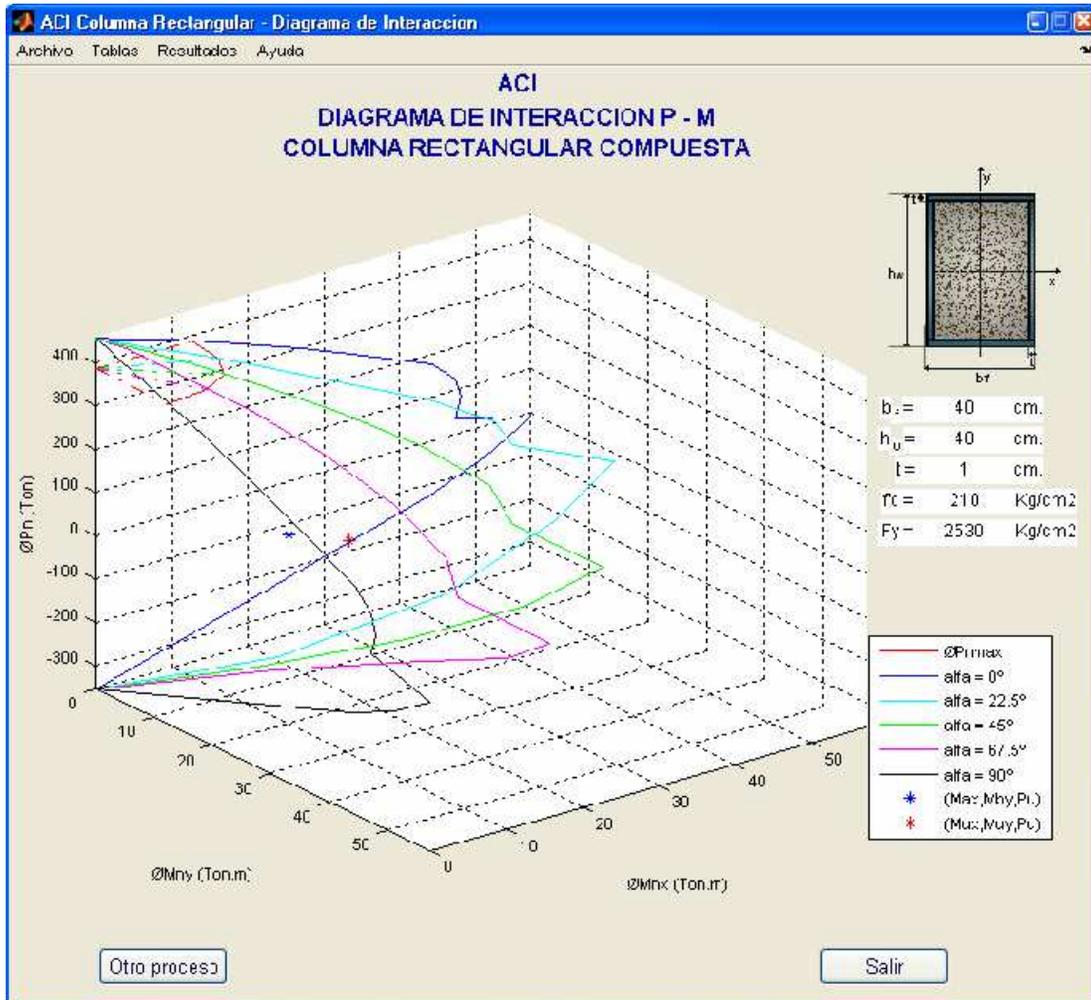
Diagrama de Interacción P - M

Se observa la representación gráfica de la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y , para los ángulos de $\alpha = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° , de la sección transversal rectangular. También se grafica la condición de carga en la cabeza del elemento y los momentos magnificados obtenidos en la comprobación del mismo.

En el menú de esta pantalla se encuentran:

- Archivo, contiene dos opciones Imprimir y Salir.
- Tablas, contiene las tablas de los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α .

- Resultados, contiene tres opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones, Comprobación del elemento, que permiten visualizar las pantallas respectivas.

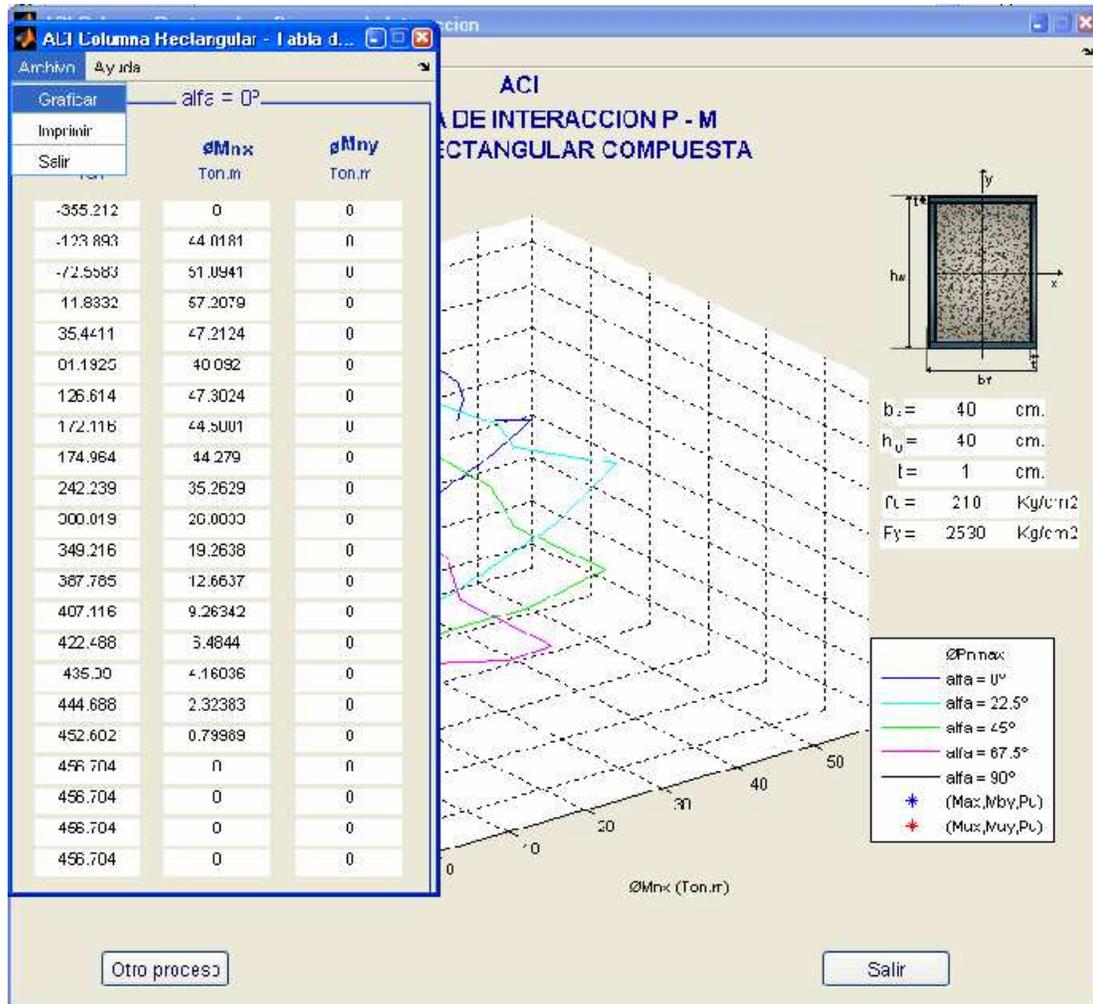


Además se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

En el menú Tablas se pueden obtener los valores de los diagramas de interacción, dependiendo del ángulo α . Éstas, a su vez, tienen la opción para

imprimir y graficar, siendo el caso de las tablas de momentos alrededor de los ejes principales.



Circular

Datos del elemento

Se pide ingresar los datos del elemento:

- Longitud de la columna.
- Factor de la longitud efectiva de la columna, aparece como constante pero puede ser cambiado a otro valor.

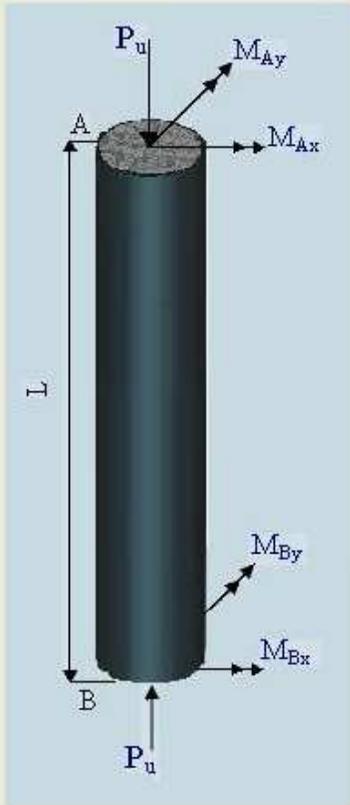
La condición de cargas a la que está sujeta la columna de sección transversal circular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos en la cabeza como en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

ACI Columna Circular - Características del elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento.

Lx = m

Ly = m

Kx =

Ky =

Condicion de cargas.

Pu Ton.

M Ax = Ton.m

M Ay = Ton.m

M Bx = Ton.m

M By = Ton.m

Aceptar Encerrar Cancelar

Se presentan las opciones:

- Aceptar, pasa a la siguiente pantalla pero si existe alguna equivocación en el ingreso de datos se presentará una alerta de error para poder corregirlo.
- Encerar, encera los datos requeridos.
- Cancelar, regresa a la pantalla anterior.

Datos de la sección transversal

Se ingresan los datos de la sección transversal circular: diámetro exterior y espesor de la sección de acero.



ACI Columna Circular

Archivo Ayuda

Datos del elemento

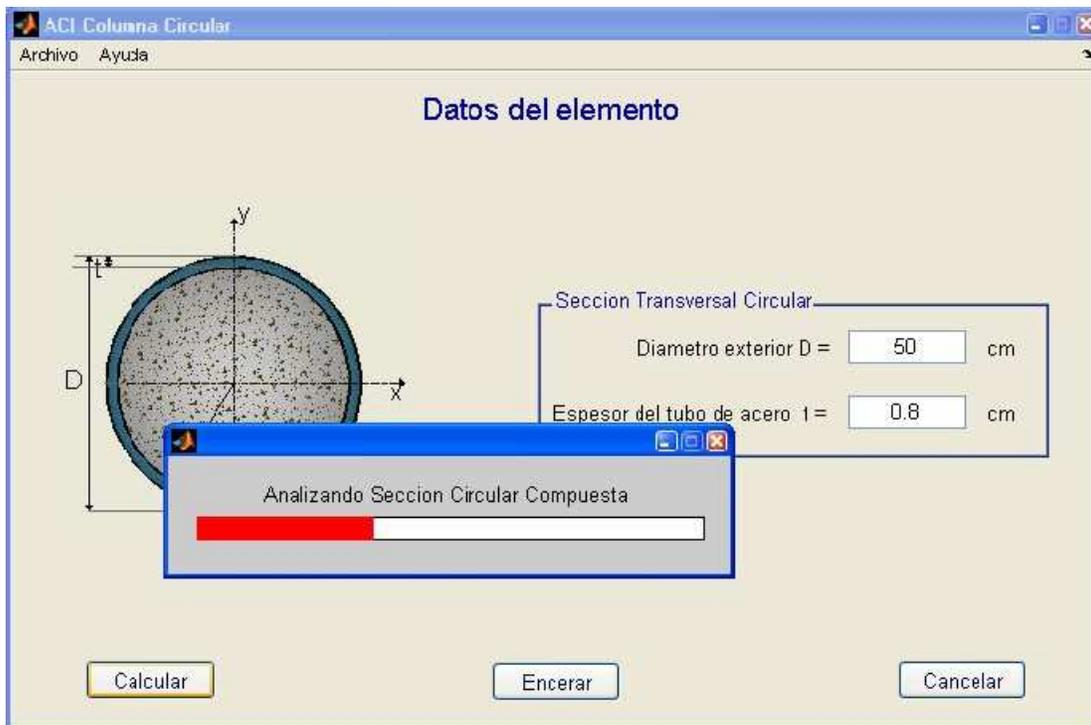
Seccion Transversal Circular

Diametro exterior D = cm

Espesor del tubo de acero t = cm

Calcular Encerar Cancelar

La opción Calcular permite continuar con el programa, si se cometen errores en la entrada de datos aparece un anuncio de error para que éste sea corregido, caso contrario el programa se ejecuta normalmente.



Chequeo de limitaciones

En esta pantalla se presentan los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta.

ACI Columna Circular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Comprobacion del espesor t de la seccion de acero

$$t > D \sqrt{F_y / (8E_s)} \quad 3.622087 \quad \text{OK}$$

Seccion rectangular compuesta

Radio de giro

$$r = 13.835 \text{ cm}$$

Relacion de esbeltas

$$\frac{K_L}{r} = 21.6896$$

Resistencia nominal a la compresion

$$\phi P_n = 480.941 \text{ Ton.}$$

$$\phi P_{n \max} = 408.3 \text{ OK Ton.}$$

Continuar

Pulsando en Continuar se verifican las limitaciones y si estas están fuera de los requerimientos del ACI se presentarán anuncios para poder cambiar las dimensiones del elemento o en el caso de no querer cambiar de datos se puede escoger la opción de salir del programa.

Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas para proceder a la comprobación del elemento.

- ¿El elemento es contraventeado?

ACI Columna Circular - Contraventeada

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento es contraventeado en el eje x? Si No

- ¿El elemento es contraventeado en el eje y? Si No

Aceptar

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales?

ACI Columna Circular - Comprobacion del elemento

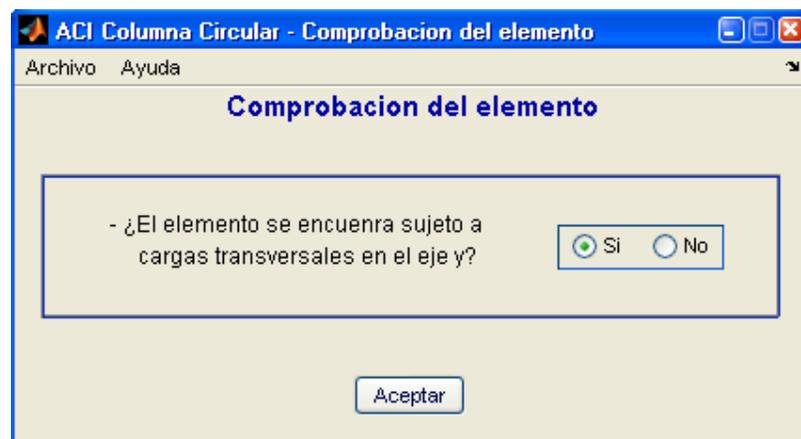
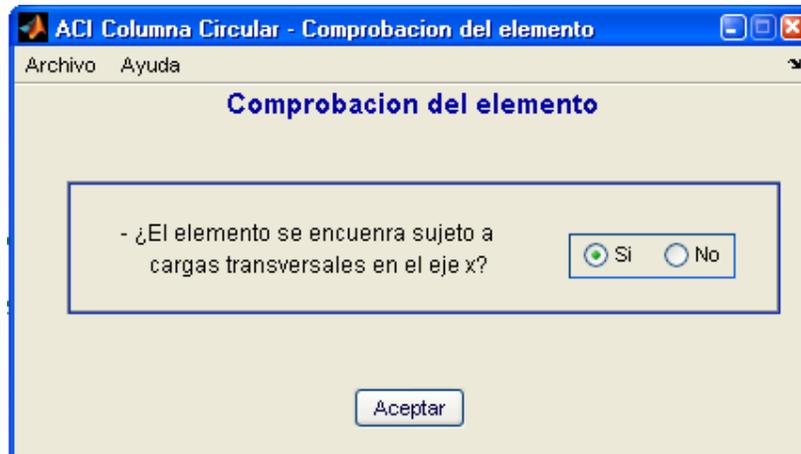
Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje x? Si No

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje y? Si No

Aceptar



- Ingresar los valores de: el factor de amplificación del momento y el momento por desplazamiento lateral.

ACI Columna Circular - Desplazamiento lateral

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factores de amplificacion del momento

$\delta_{sx} =$

$\delta_{sy} =$

Momentos por desplazamiento lateral

$M_{sx} =$ Ton.m

$M_{sy} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

ACI Columna Circular - Desplazamiento lateral eje x

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$\delta_{sx} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{sx} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

ACI Columna Circular - Desplazamiento lateral eje y

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

Ingresar valores

Factor de amplificacion del momento

$\delta_{sy} =$

Momento por desplazamiento lateral

$M_{sy} =$ Ton.m

Aceptar Encerrar

Resultados de la comprobación del elemento

Se presentan los resultados de la comprobación del elemento.

ACI Columna Circular - Resultados de la Comprobacion

Archivo Ayuda

Resultados de la comprobacion del elemento

Factores de amplificacion del momento

δ_{nsx} =	1	δ_{sx} =	0
δ_{nsy} =	1	δ_{sy} =	0

Resistencia necesaria a la flexion en el elemento

M_{nsx} =	18	Ton.m	M_{sx} =	0	Ton.m
M_{nsy} =	20	Ton.m	M_{sy} =	0	Ton.m

Resistencias de diseno

P_u =	30	Ton.
M_{ux} =	18	Ton.m
M_{uy} =	20	Ton.m

Continuar

Para poder continuar con el programa se pulsa en Continuar.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

ACI Columna Circular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

ϕP_n Ton	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
	ϕM_{nx} Ton.m	ϕM_{ny} Ton.m
-281.558	0	0
-190.751	21.5345	21.5345
-123.262	34.9445	34.9445
-67.6106	43.571	43.571
-12.1608	50.1435	50.1435
39.6354	54.7146	54.7146
76.4358	47.6238	47.6238
123.143	48.0513	48.0513
169.796	46.8229	46.8229
216.577	43.3961	43.3961
238.56	41.0449	41.0449
270.859	36.8271	36.8271
320.791	29.8917	29.8917
361.535	23.3704	23.3704
395.567	17.3309	17.3309
422.891	12.0993	12.0993
439.123	8.91181	8.91181
449.172	6.8661	6.8661
458.023	5.06413	5.06413
465.447	3.52728	3.52728
470.714	2.35175	2.35175
475.448	1.29505	1.29505
480.941	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

En el menú Ayuda se encuentra la opción Esquema, que permite observar la sección transversal circular compuesta sometida a carga axial y momento flector en dos planos.

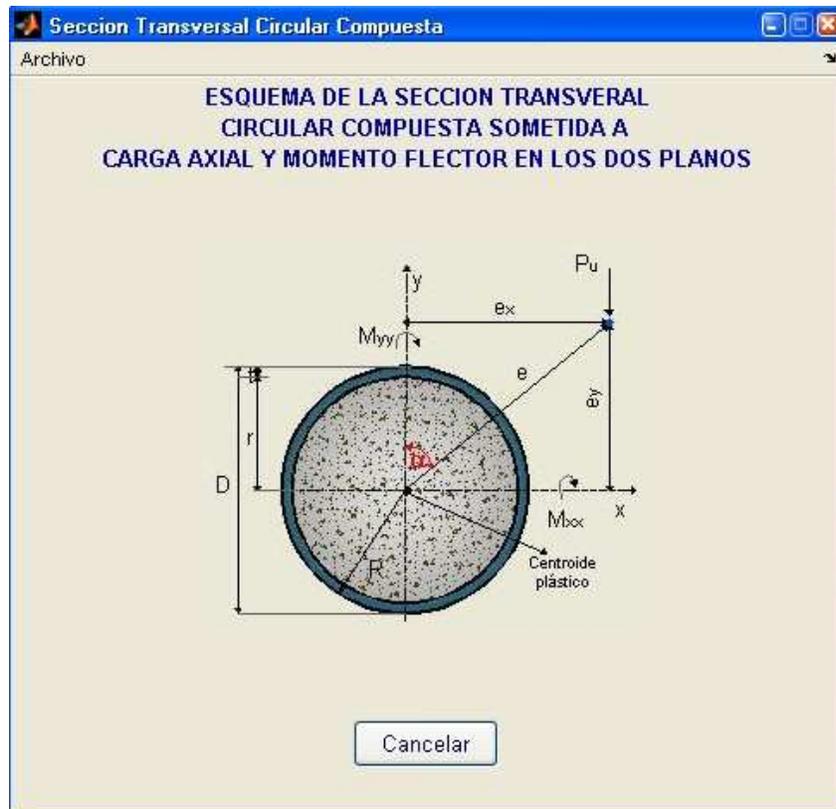
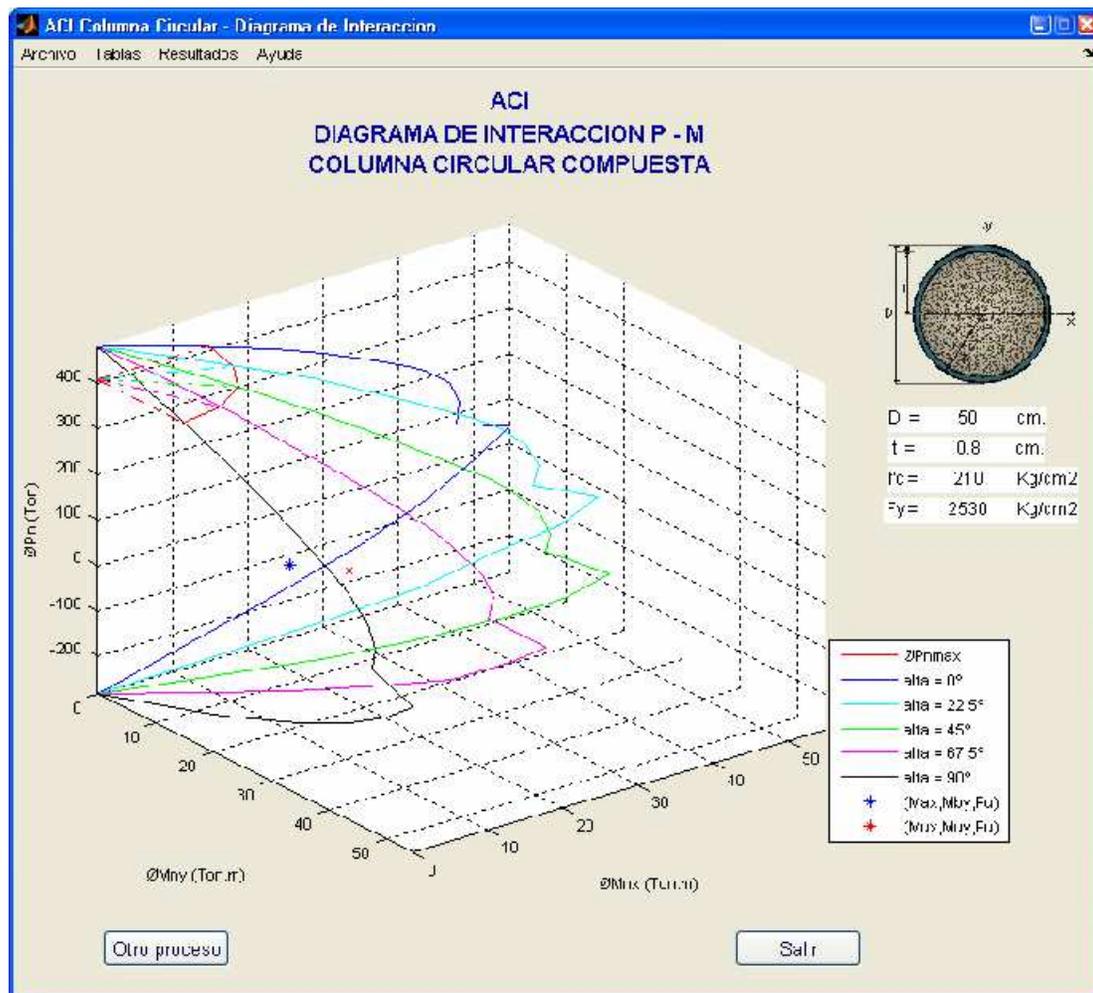


Diagrama de Interacción P - M

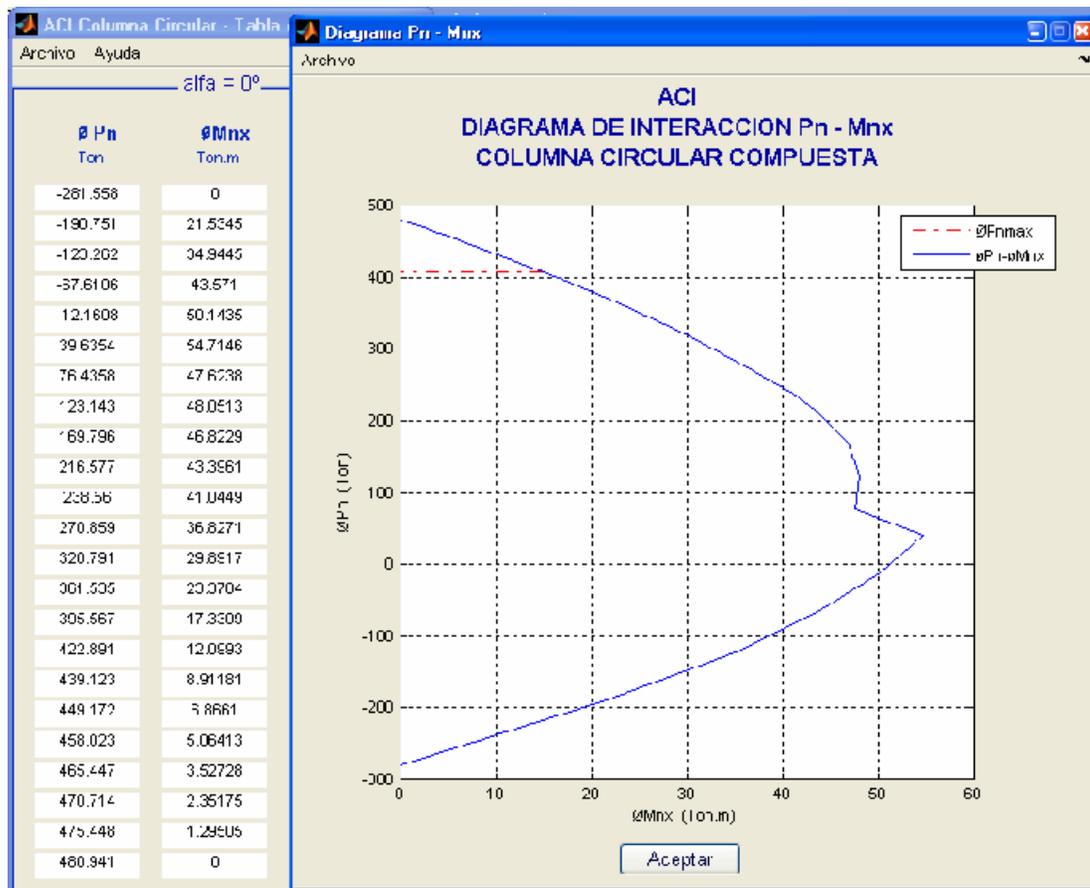
En esta pantalla se observa gráficamente la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y, para los ángulos de $\alpha = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° , de la sección transversal circular. También se grafica la condición de carga y los momentos magnificados obtenidos en la comprobación del elemento.



En el menú de esta pantalla se encuentran las opciones:

- Archivo, contiene dos opciones Imprimir y Salir.

- Tablas, contiene las tablas de los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α , que en el caso de momentos alrededor de los ejes principales es posible graficarlos.
- Resultados, contiene tres opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones, Comprobación del elemento, que permiten visualizar las pantallas respectivas.



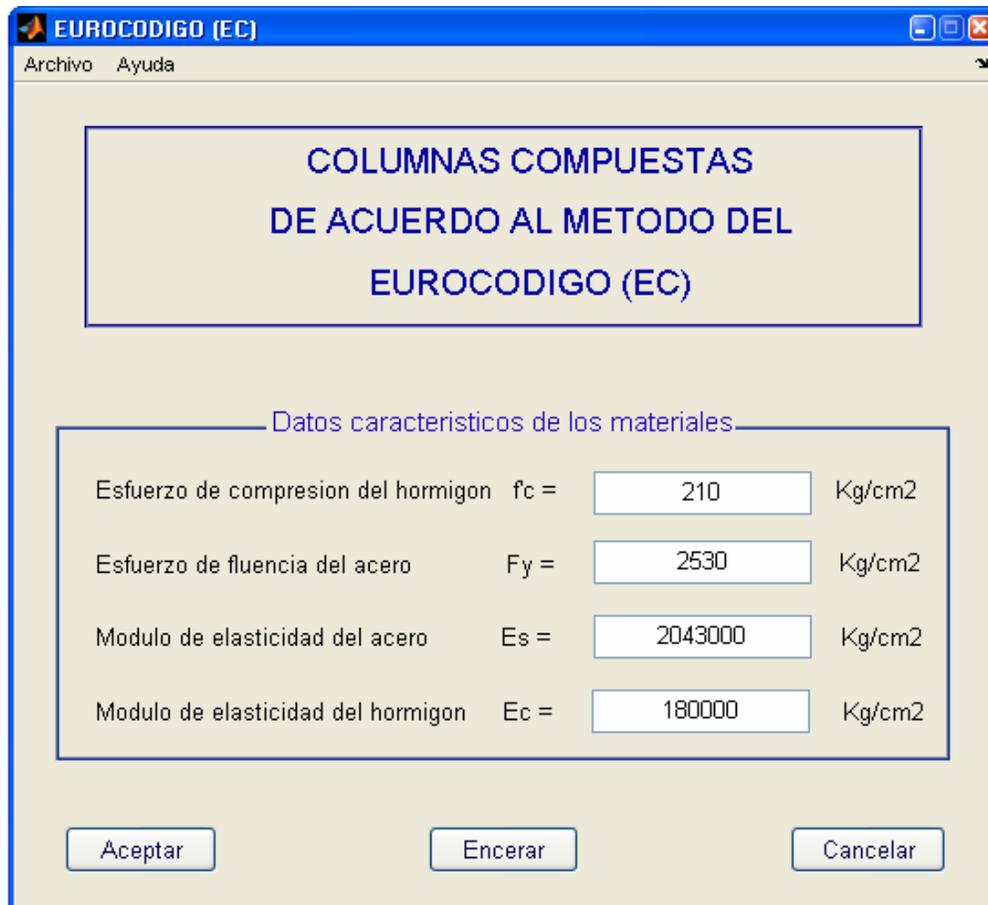
Para salir de la pantalla se pulsa en Aceptar.

Finalmente se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

EUROCÓDIGO

En esta pantalla se encuentran ya definidos los datos característicos de los materiales los cuales pueden ser modificados dependiendo del problema a ser ejecutado.



The screenshot shows a software window titled "EUROCODIGO (EC)" with a menu bar containing "Archivo" and "Ayuda". The main content area is titled "COLUMNAS COMPUESTAS DE ACUERDO AL METODO DEL EUROCODIGO (EC)". Below this, there is a section titled "Datos característicos de los materiales" containing a table of material properties with input fields and units.

Datos característicos de los materiales		
Esfuerzo de compresion del hormigon	$f_c =$	210 Kg/cm ²
Esfuerzo de fluencia del acero	$F_y =$	2530 Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del acero	$E_s =$	2043000 Kg/cm ²
Modulo de elasticidad del hormigon	$E_c =$	180000 Kg/cm ²

At the bottom of the window, there are three buttons: "Aceptar", "Encerar", and "Cancelar".

En esta se pueden escoger las opciones:

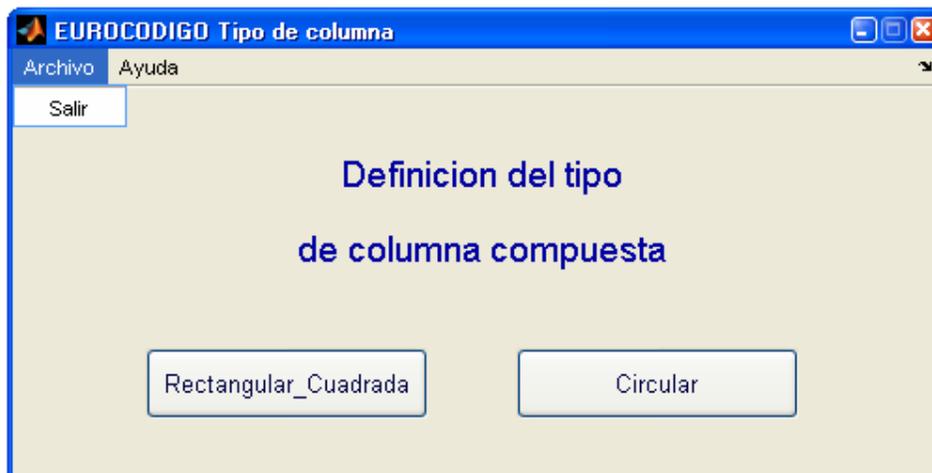
- Aceptar, opción con la cual se ingresa a la siguiente pantalla.
- Encerar, encera los datos de los materiales para poder modificarlos.
- Cancelar, regresa a la pantalla para elegir el código.

Definición del tipo de columna compuesta

Los dos tipos de secciones de columnas compuestas son: rectangular y circular.

En esta pantalla y en las subsiguientes, como se explicó anteriormente, se puede acceder al menú Archivo que da la opción de Salir y al menú Ayuda que permite tener información del programa en secuencia.

Definición del tipo de columna compuesta



Rectangular_Cuadrada

Datos del elemento

Se deben ingresar los datos del elemento:

- Longitud de la columna en los dos ejes, L_x y L_y .
- Factor de la longitud efectiva de la columna, K_x y K_y , estos valores se encuentran ya dispuestos en la pantalla pudiendo ser modificados si el problema en desarrollo lo amerita.

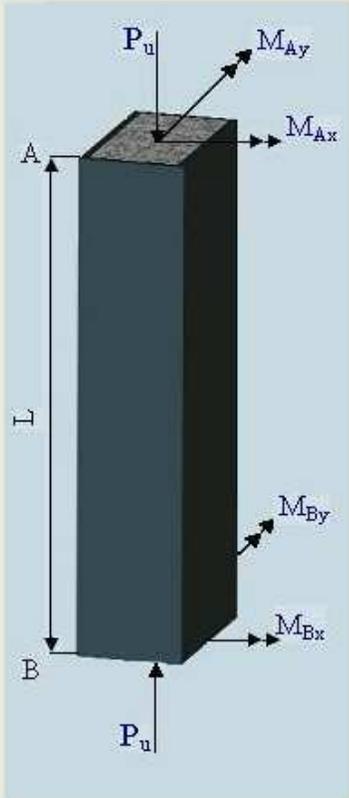
Condición de cargas a la que está sujeta la columna rectangular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos tanto en la cabeza como en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

EC Columna Rectangular - Características del Elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento:

Lx = m

Ly = m

Kx =

Ky =

Condicion de cargas:

P_u = Ton.

M_{Ax} = Ton.m

M_{Ay} = Ton.m

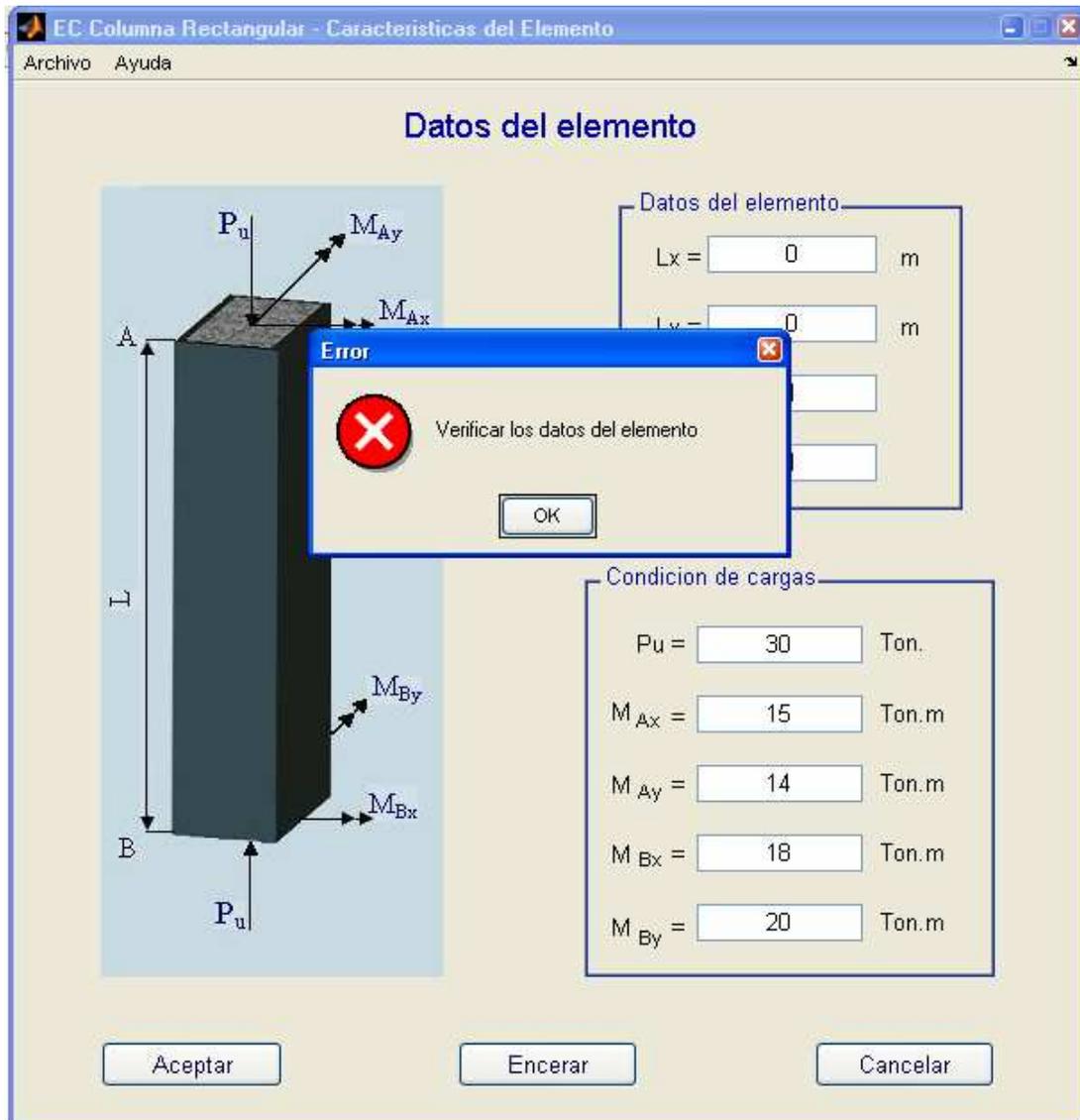
M_{Bx} = Ton.m

M_{By} = Ton.m

Aceptar Encerar Cancelar

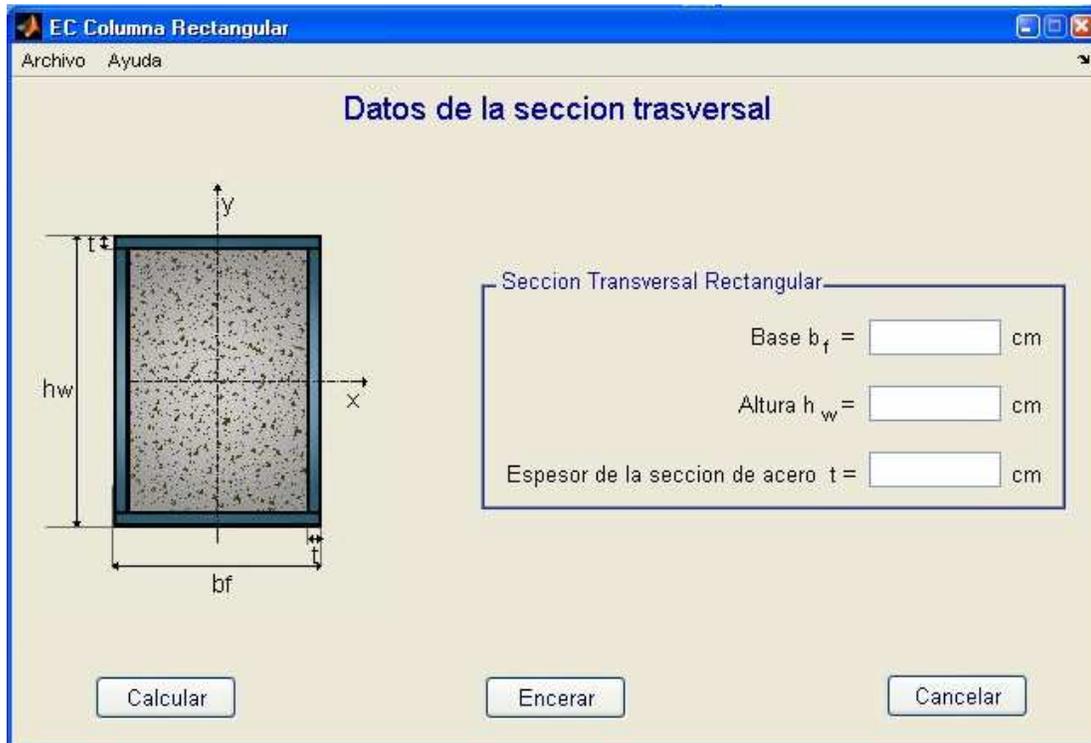
Nuevamente en esta pantalla se pueden elegir las opciones: Encerar y Cancelar que cumplen las mismas funciones ya explicadas anteriormente.

Para continuar se hace clic en Aceptar, en el caso que exista algún error en la entrada de datos el programa automáticamente anuncia el error cometido hasta que sea resuelto.



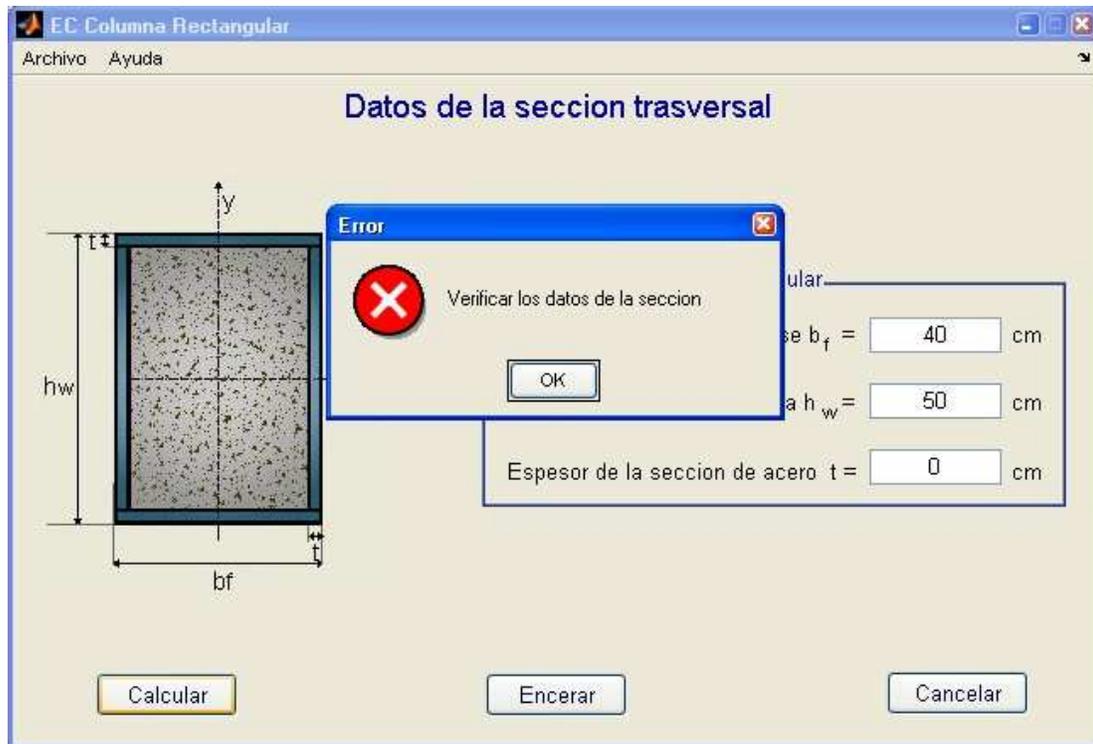
Datos de la sección transversal

Se ingresan los datos de la sección transversal rectangular: base, altura, y espesor de la sección de acero.



Se pueden acceder a las opciones:

- Calcular, continúa el programa pero si se cometen errores en la entrada de datos aparece un anuncio de error para que éste sea corregido.
- Encerar, encera los datos de las sección transversal.
- Cancelar, regresa a la pantalla de Datos del elemento, si el usuario lo ve necesario.



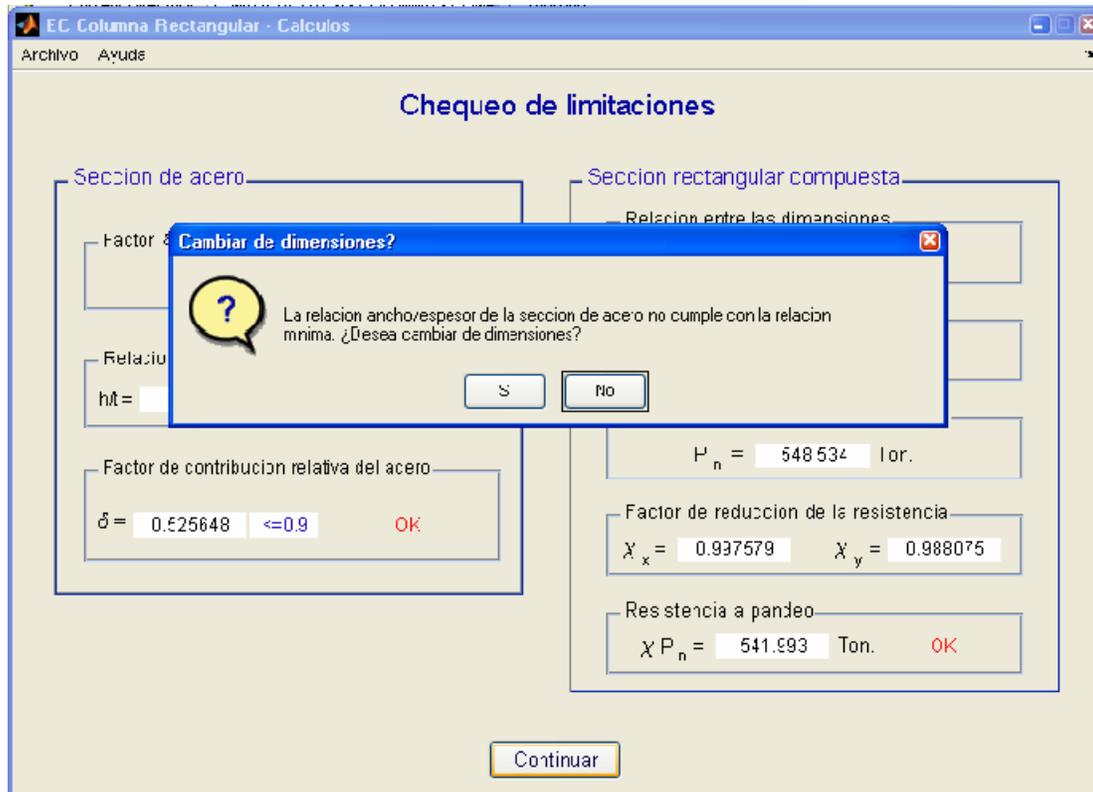
Chequeo de limitaciones

En esta pantalla se presentan todos los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta.

The screenshot shows the 'EC Columna Rectangular - Calculos' window with the following data:

Section	Parameter	Value	Limit	Status
Seccion de acero	Factor ε	0.97397	-	OK
	Relacion ancho/espesor	h/t = 60.5	> 52 ε	No cumple
	Factor de contribucion relativa del acero	$\delta = 0.525648$	≤ 0.9	OK
Seccion rectangular compuesta	Relacion entre las dimensiones	$h_w/b_f = 1.25$	≤ 5.0	OK
	Esbeltez relativa	$\bar{\lambda} = 0.2538 \cdot 1$	≤ 2	OK
	Resistencia de la seccion transversal	$P_n = 548.534$	Ton.	-
	Factor de reduccion de la resistencia	$\chi_x = 0.997579$	$\chi_y = 0.988075$	-
	Resistencia a pandeo	$\chi P_n = 541.993$	Ton.	OK

Al hacer clic en Continuar y si los resultados obtenidos están fuera de los límites establecidos por el EUROCÓDIGO se presenta anuncios los cuales dan la opción para corregir dichos errores, de lo contrario el programa continúa normalmente.



En este caso si se pulsa **Si** regresará el programa a la entrada de datos pero si se pulsa **No** el programa sigue ejecutándose tomando en cuenta la reducción de la resistencia por efecto del pandeo local de los elementos de acero.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

EC Columna Rectangular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 90^\circ$		
P_n	M_{nx}	M_{ny}	P_n	M_{nx}	M_{ny}
Ton	Ton.m	Ton.m	Ton	Ton.m	Ton.m
-325.312	0	0	-325.312	0	0
-156.461	41.2668	0	-142.837	0	35.5955
-124.621	48.0328	0	-114.565	0	40.4017
-92.7808	54.0028	0	-86.293	0	44.6425
-60.9408	59.1768	0	-58.021	0	48.3179
-29.1008	63.5548	0	-29.749	0	51.4278
2.7392	67.1368	0	-1.47701	0	53.9723
34.5792	69.9228	0	26.795	0	55.9513
66.4192	71.9128	0	55.067	0	57.3649
98.2592	73.1068	0	83.339	0	58.2131
130.099	73.5048	0	111.611	0	58.4958
161.939	73.1068	0	139.883	0	58.2131
193.779	71.9128	0	168.155	0	57.3649
225.619	69.9228	0	196.427	0	55.9513
257.459	67.1368	0	224.699	0	53.9723
289.299	63.5548	0	252.971	0	51.4278
321.139	59.1768	0	281.243	0	48.3179
352.979	54.0028	0	309.515	0	44.6425
384.819	48.0328	0	337.787	0	40.4017
416.659	41.2668	0	366.059	0	35.5955
548.534	0	0	548.534	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

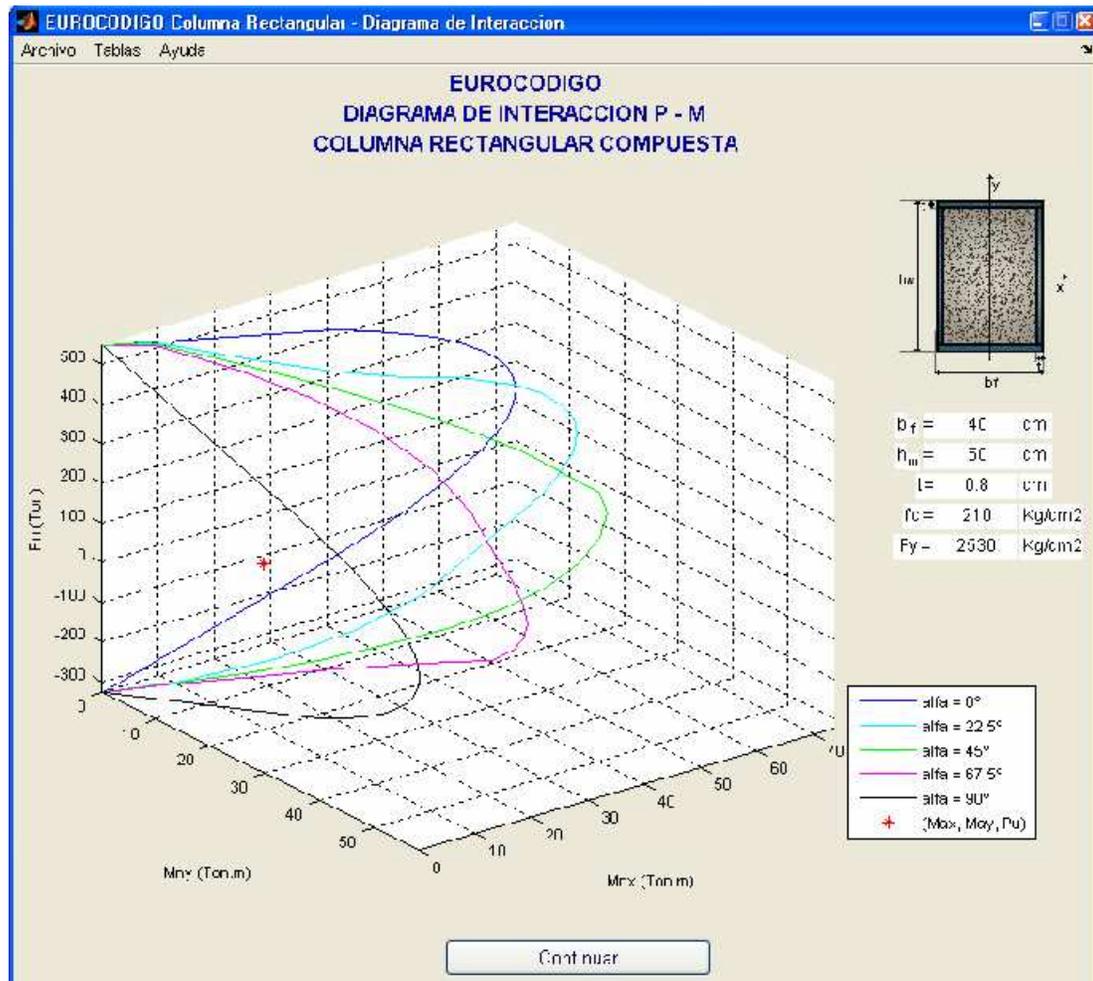
En el menú Ayuda se encuentra la opción Esquema, que permite observar la sección transversal rectangular compuesta sometida a carga axial y momento flector en dos planos.



Diagrama de Interacción P - M

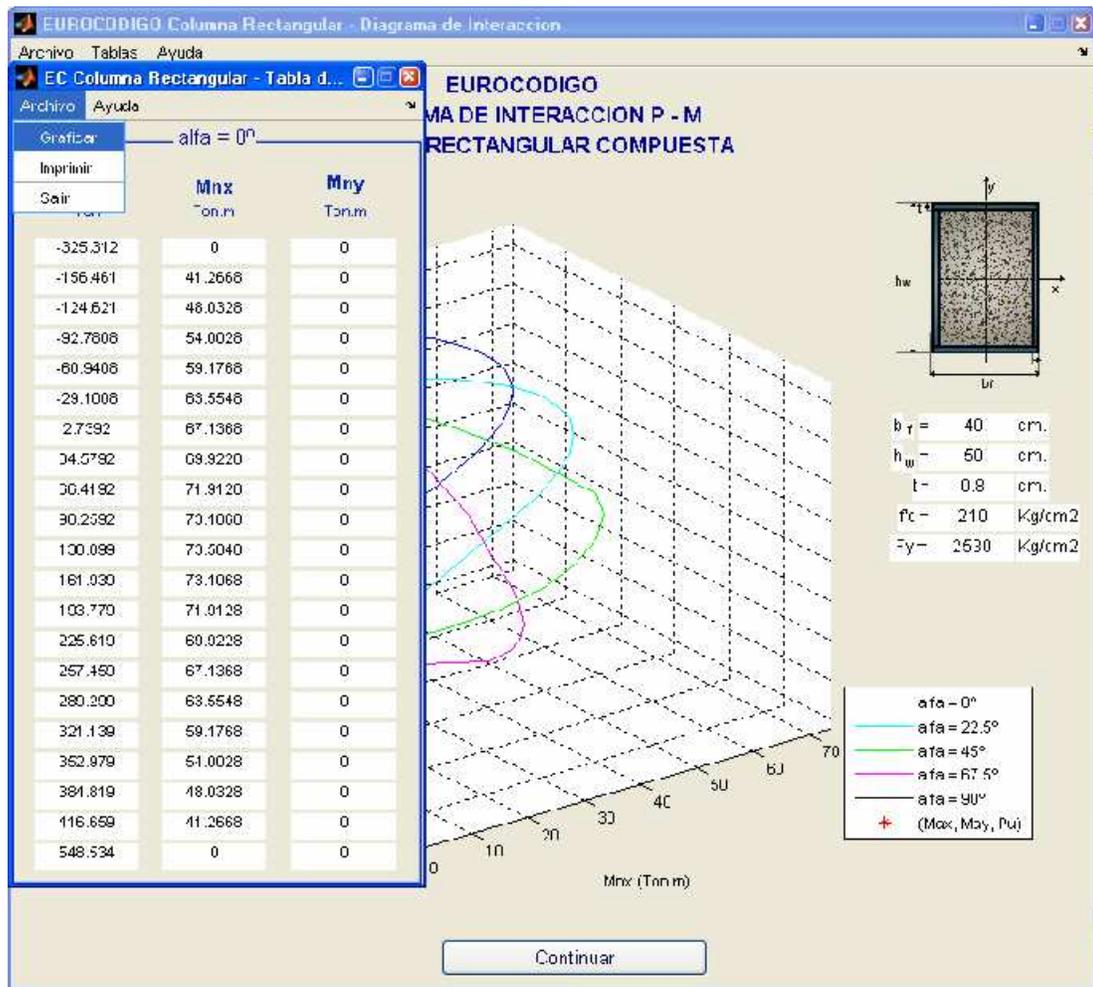
En esta pantalla se observa gráficamente la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y , para los ángulos de $\alpha = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° , de la sección transversal rectangular.

Además se grafica la condición de carga en la cabeza de la columna, que se introdujo como dato.



Si se desea imprimir el diagrama, en el menú Archivo se puede elegir la opción Imprimir.

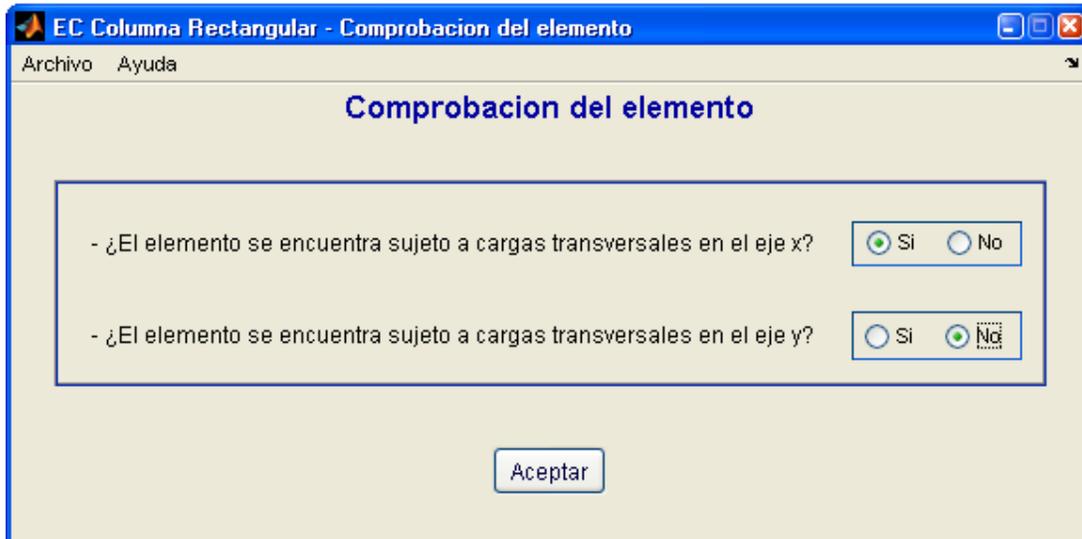
En el menú Tablas se puede acceder a los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α . Éstas, a su vez, tienen la opción para imprimir y graficar, siendo el caso de las tablas de momentos alrededor de los ejes principales



Al salir de las Tablas y para seguir con el programa se hace clic en Continuar.

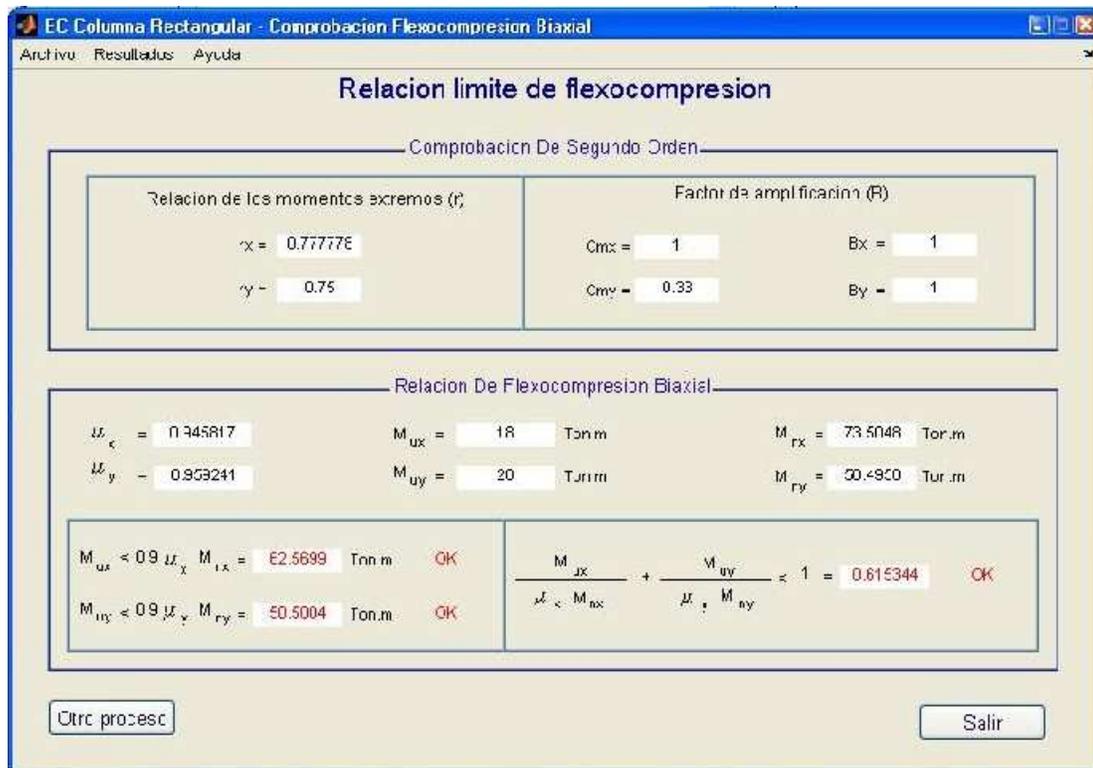
Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas, según sea el caso del problema en desarrollo, para proceder a la comprobación del elemento.



Relación límite de flexocompresión

En esta pantalla se presentan los resultados finales de la comprobación del elemento sujeto a flexocompresión biaxial.



En el menú de esta pantalla se puede elegir Resultados que presenta las opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones y Diagrama de interacción, que permiten visualizar las pantallas respectivas.

EC Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Datos de elemento
Chequeo de limitaciones
Diagrama de Interaccion

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Segundo Orden

Relacion de los momentos extremos (r)	Factor de amplificacion (B)
rx = 0.777778	Cmx = 1 Ex = 1
ry = 0.75	Cmy = 0.33 Ey = 1

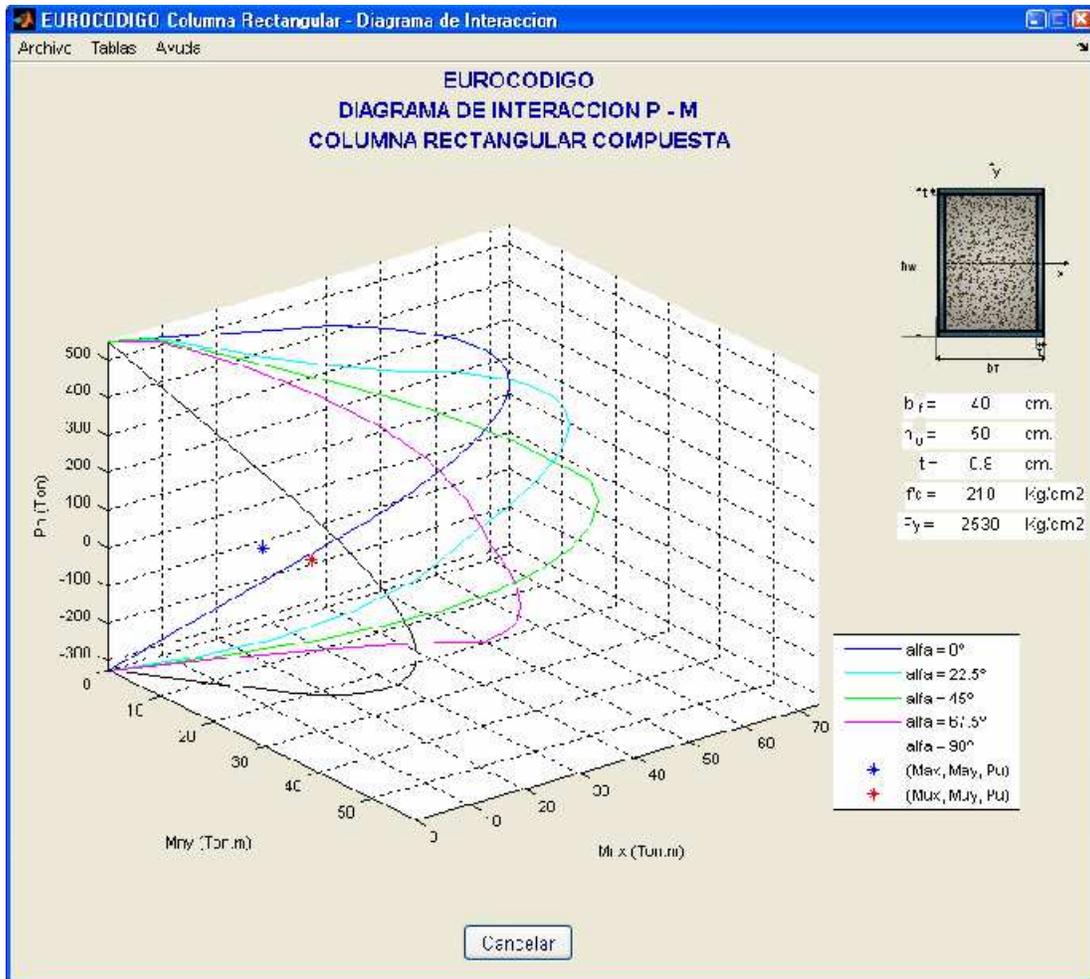
Relacion De Flexocompresion Biaxial

$\mu_x = 0.945617$	$M_{ux} = 18$ Ton.m	$M_{nx} = 73.5043$ Ton.m
$\mu_y = 0.959241$	$M_{uy} = 20$ Ton.m	$M_{ny} = 50.4953$ Ton.m

$M_{ux} < C.9 \mu_x M_{nx} = 62.5699$ Ton.m OK	$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.615344$ OK
$M_{uy} < C.9 \mu_y M_{ny} = 50.5004$ Ton.m OK	

Ctro proceso Salir

Si se elige la opción Diagrama de Interacción en esta pantalla se graficará, a parte de las curvas antes indicadas, la condición de carga y los momentos magnificados debido a la comprobación del elemento.



Para salir de esta pantalla se oprime Cancelar.

Finalmente se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

Circular

Datos del elemento

Se pide ingresar los datos del elemento:

- Longitud de la columna.

- Factor de la longitud efectiva de la columna, aparece como constante pero puede ser cambiado a otro valor.

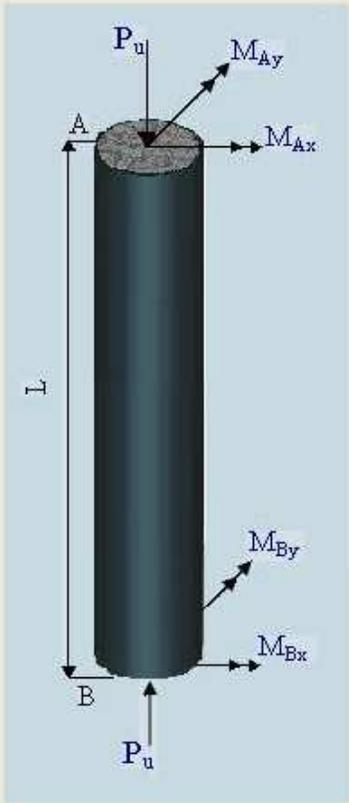
La condición de cargas a la que está sujeta la columna de sección transversal circular:

- Carga axial requerida, P_u .
- Momentos requeridos en la cabeza como en el pie de la columna, M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} .

EC Columna Circular - Características del Elemento

Archivo Ayuda

Datos del elemento



Datos del elemento

$L_x =$ m

$L_y =$ m

$K_x =$

$K_y =$

Condicion de cargas

$P_u =$ Ton.

$M_{Ax} =$ Ton.m

$M_{Ay} =$ Ton.m

$M_{Bx} =$ Ton.m

$M_{By} =$ Ton.m

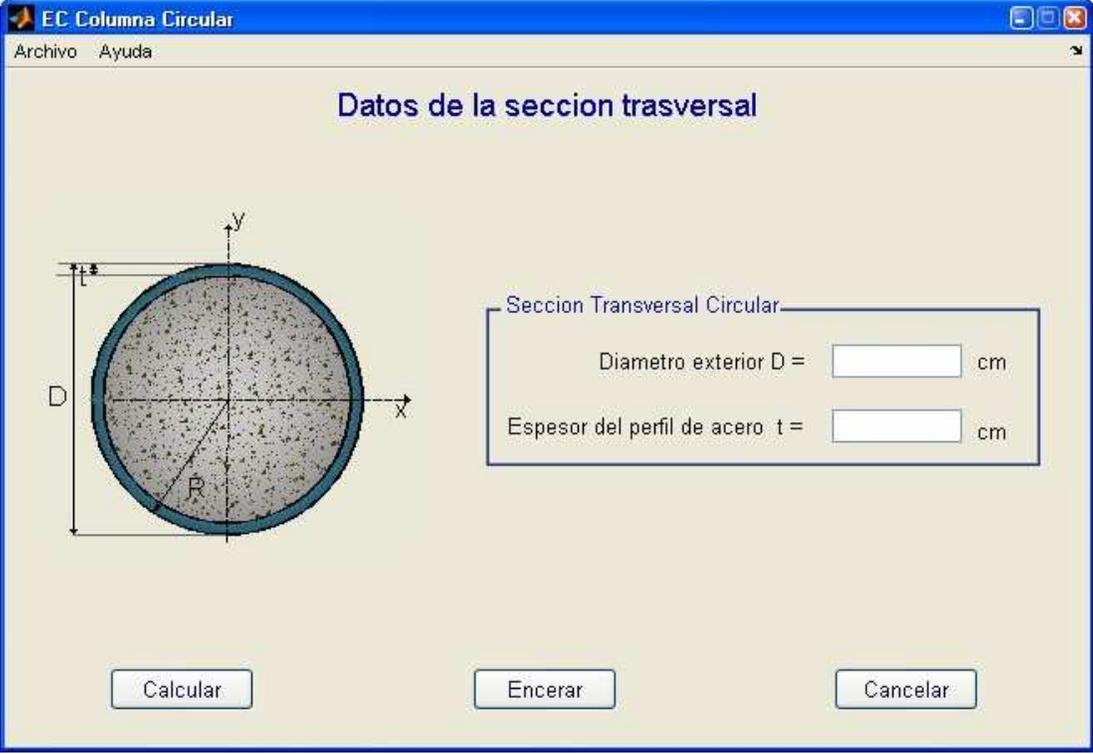
Aceptar Encerrar Cancelar

Las opciones: Encerar y Cancelar ejecutan las funciones antes explicadas.

Al hacer clic en Aceptar si existe alguna equivocación en el ingreso de datos se presentará una alerta de error para que el mismo sea corregido, de lo contrario el programa continuará.

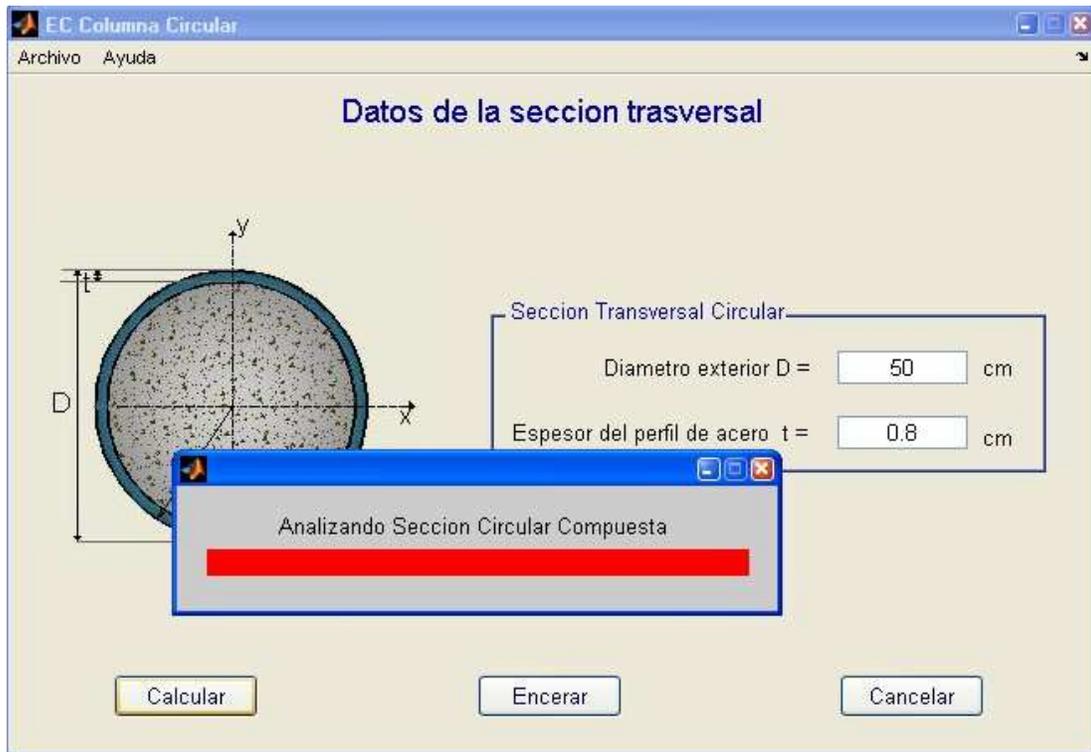
Datos de la sección transversal

Se ingresan los datos de la sección transversal circular: diámetro exterior y espesor de la sección de acero.



The screenshot shows a software window titled "EC Columna Circular" with a menu bar containing "Archivo" and "Ayuda". The main content area is titled "Datos de la sección trasversal". On the left, there is a diagram of a circular cross-section of a column. The diagram shows an outer circle with diameter D and an inner circle with diameter d . The thickness of the steel profile is labeled t . The radius of the inner circle is labeled R . The diagram also shows a coordinate system with x and y axes. On the right, there is a form titled "Seccion Transversal Circular" with two input fields: "Diametro exterior D = [] cm" and "Espesor del perfil de acero t = [] cm". At the bottom of the window, there are three buttons: "Calcular", "Encerar", and "Cancelar".

Pulsando Calcular puede continuar el programa, al cometerse errores en la entrada de datos aparece un anuncio de error para que este sea corregido, si no es el caso el programa continuará.



Chequeo de limitaciones

En esta pantalla se presentan los cálculos obtenidos y las limitaciones que debe cumplir la columna compuesta.

The screenshot shows the 'Chequeo de Limitaciones' window with the following data:

Section	Parameter	Value	Limit	Status
Seccion de acero	Factor ε	0.97397	-	-
	Relacion diametro/espesor (D/t)	62.5	$\leq 60 \varepsilon^2$	OK
	Factor de contribucion relativa del acero (α)	0.524746	≤ 0.9	OK
Seccion rectangular compuesta	Esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$)	0.243631	≤ 2	OK
	Resistencia de la seccion transversal (P_n)	511.98	Ton	-
	Factor de reduccion de la resistencia (χ_x)	0.989015	-	-
	Factor de reduccion de la resistencia (χ_y)	0.939015	-	-
Resistencia a pandeo (χP_n)	536.026	Ton.	OK	

Para seguir hay que hacer clic en Continuar, si existen resultados fuera de los límites establecidos por el EUROCÓDIGO se presentan alertas de error, éstas permiten regresar al ingreso de datos para corregir los errores presentados, si no es el caso el programa continúa a la siguiente pantalla.

Tabla de valores del diagrama de interacción

Se presentan los valores de la carga axial P_n , los valores de M_{nx} y M_{ny} para los ángulos de $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

EC Columna Circular - Tabla de Valores del Diagrama de Interaccion

Archivo Ayuda

TABLA DE VALORES DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

Pn Ton	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
	Mnx Ton.m	Mny Ton.m
-234.402	0	0
-139.893	20.0764	20.0764
-157.01	29.0869	29.0869
-118.828	36.1692	36.1692
-82.4136	42.0271	42.0271
-43.7781	46.8805	46.8805
-11.4976	50.8137	50.8137
23.6282	53.8604	53.8604
58.6945	56.0335	56.0335
93.7432	57.3369	57.3369
128.789	57.7714	57.7714
163.835	57.3369	57.3369
198.883	56.0335	56.0335
233.95	53.8604	53.8604
269.076	50.8137	50.8137
304.356	46.8805	46.8805
339.991	42.0271	42.0271
376.406	36.1692	36.1692
414.588	29.0869	29.0869
457.471	20.0764	20.0764
541.98	0	0

DIAGRAMA DE INTERACCION

En el menú Ayuda se encuentra la opción Esquema, que permite observar la sección transversal circular compuesta sometida a carga axial y momento flector en dos planos.

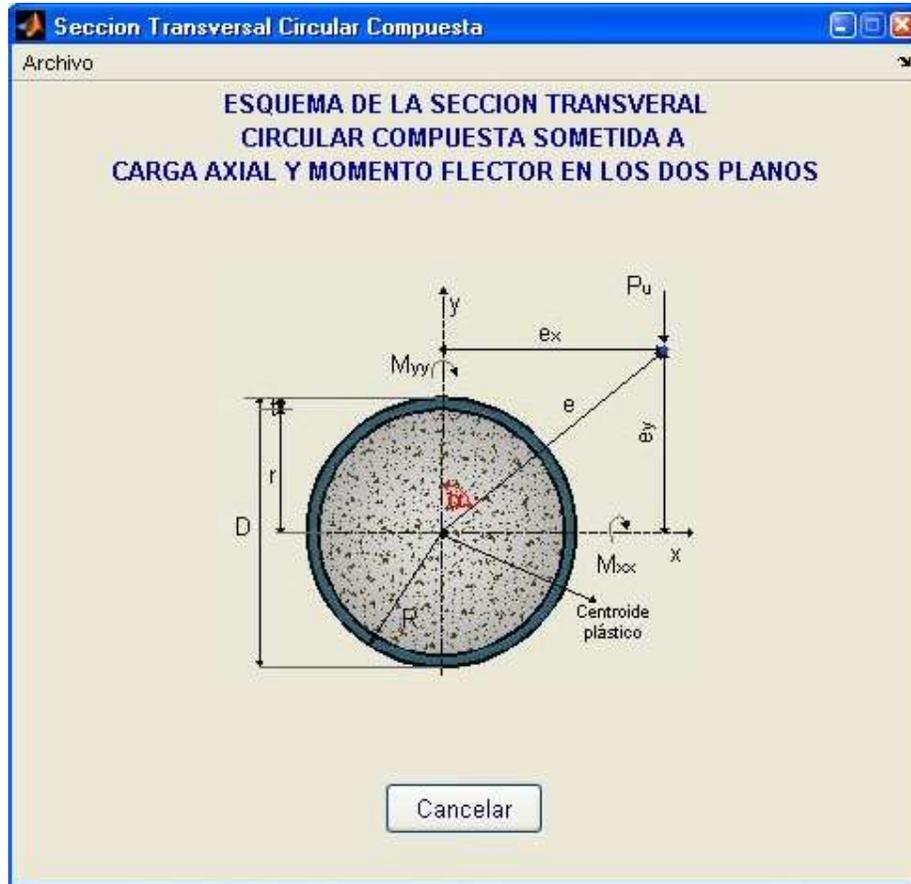
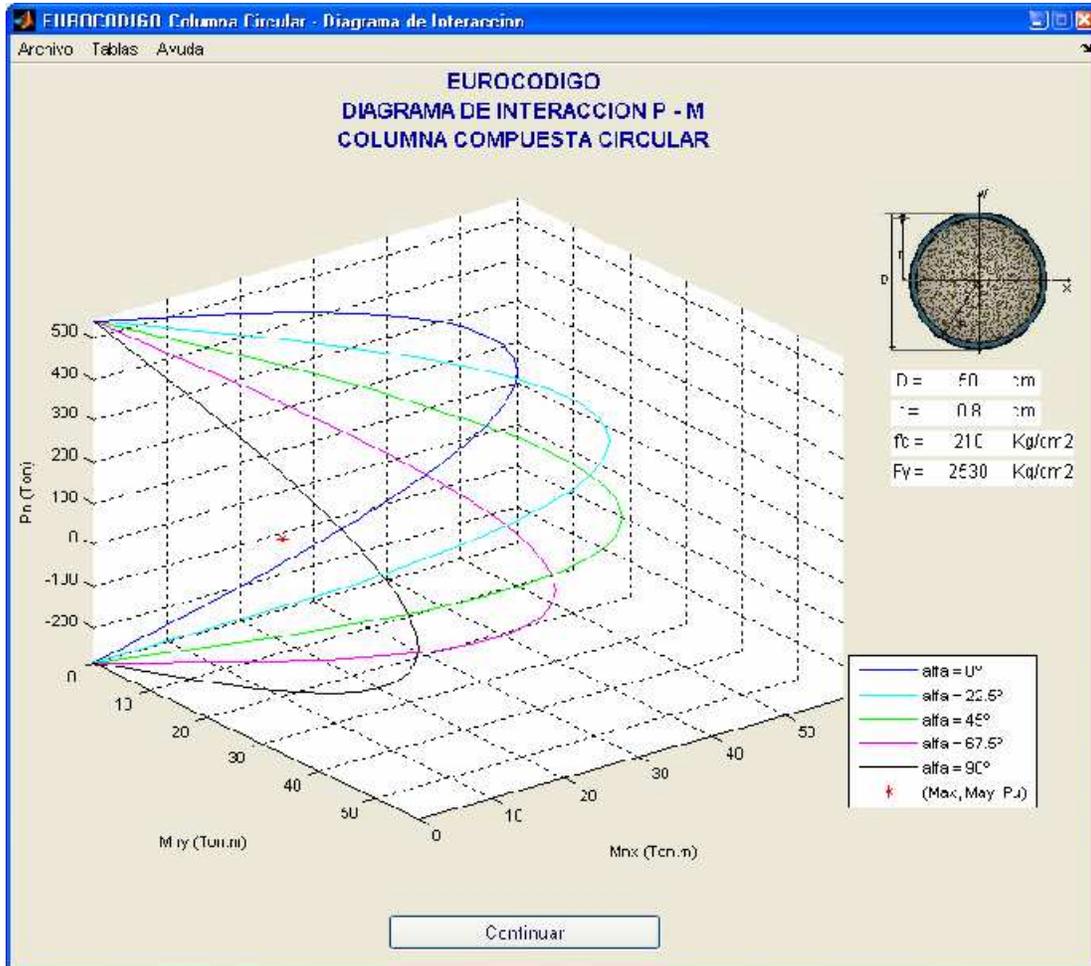


Diagrama de Interacción P - M

En esta pantalla se representa gráficamente la relación entre carga axial y momentos flexionantes en los dos ejes x e y , de la sección transversal circular, para los ángulos de $\alpha = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° .

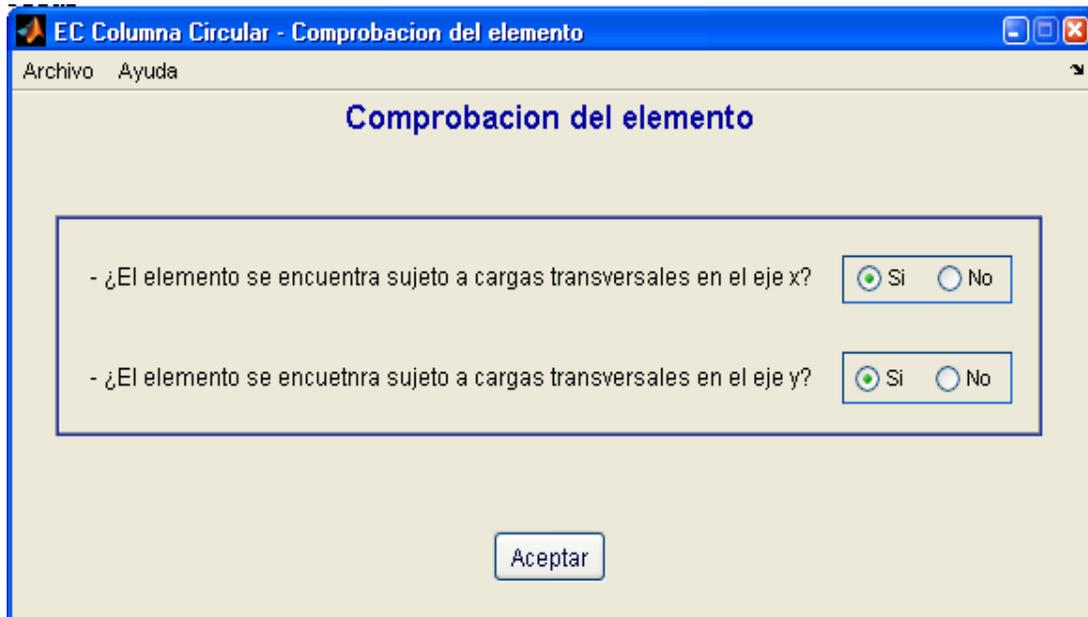
Se grafica la condición de carga en la cabeza de la columna que se introdujo como dato. Para imprimir el diagrama, en el menú Archivo se puede elegir la opción Imprimir.



En el menú Tablas se tienen las opciones para visualizar las tablas de los valores de los diagramas de interacción, para los diferentes ángulos α , estas tablas también presentan la opción imprimir o graficar para el caso de las tablas de momentos alrededor de los ejes principales. Para seguir se hace clic en Continuar.

Comprobación del elemento

Se debe elegir entre las opciones presentadas para proceder a la comprobación del elemento.



EC Columna Circular - Comprobacion del elemento

Archivo Ayuda

Comprobacion del elemento

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje x? Si No

- ¿El elemento se encuentra sujeto a cargas transversales en el eje y? Si No

Aceptar

Relación límite de flexocompresión

En esta pantalla se presentan los resultados finales de la comprobación del elemento sujeto a flexocompresión biaxial.

EC Columna Circular - Comprobacion Flexocompresion Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Segundo Orden

Relacion de los momentos extremos (f)	Factor de amplificacion (B)
$\xi_x = 0.777778$	$C_{1ix} = 1$ $B_x = 1$
$\xi_y = 0.75$	$C_{1iy} = 1$ $B_y = 1$

Relacion De Flexocompresion Biaxial

$\mu_x = 0.939138$	$M_{ux} = 18$ Ton.m	$N_{nx} = 57.7714$ Ton.m
$\mu_y = 0.939138$	$M_{uy} = 20.0001$ Ton.m	$N_{ny} = 57.7714$ Ton.m

$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{nx} = 48.6297$ Ton.m OK	$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.700355$ OK
$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{ny} = 48.6297$ Ton.m OK	

Otro proceso Salir

En el menú de esta pantalla se puede elegir Resultados que presenta las opciones: Datos del elemento, Chequeo de limitaciones y Diagrama de interacción, que permiten visualizar las pantallas respectivas.

EC Columna Circular - Comprobacion Flexocompresion Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Datos de elemento
Chequeo de limitaciones
Diagrama de interacción

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Seguridad Orden

Relacion de los momentos extremos (r)	Factor de amplificacion (B)
rx = 0.777773	Cmx = 1 Bx = 1
ry = 0.75	Cmy = 1 By = 1

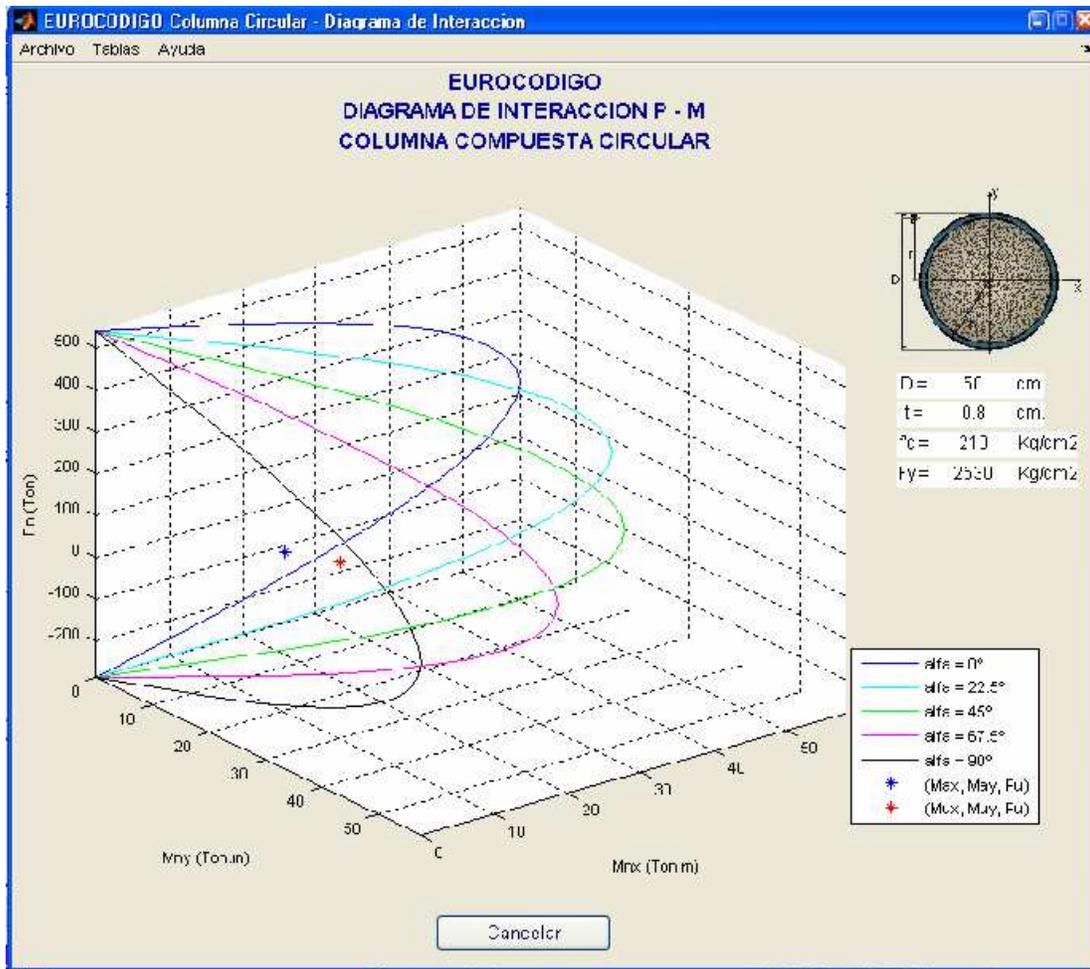
Relacion De Flexocompresion Biaxial

$\mu_x = 0.939138$	$M_{ux} = 1F$ Ton.m	$M_{nx} = 57.7714$ Ton.m
$\mu_y = 0.939133$	$M_{uy} = 2C.0001$ Ton.m	$M_{ny} = 57.7714$ Ton.m

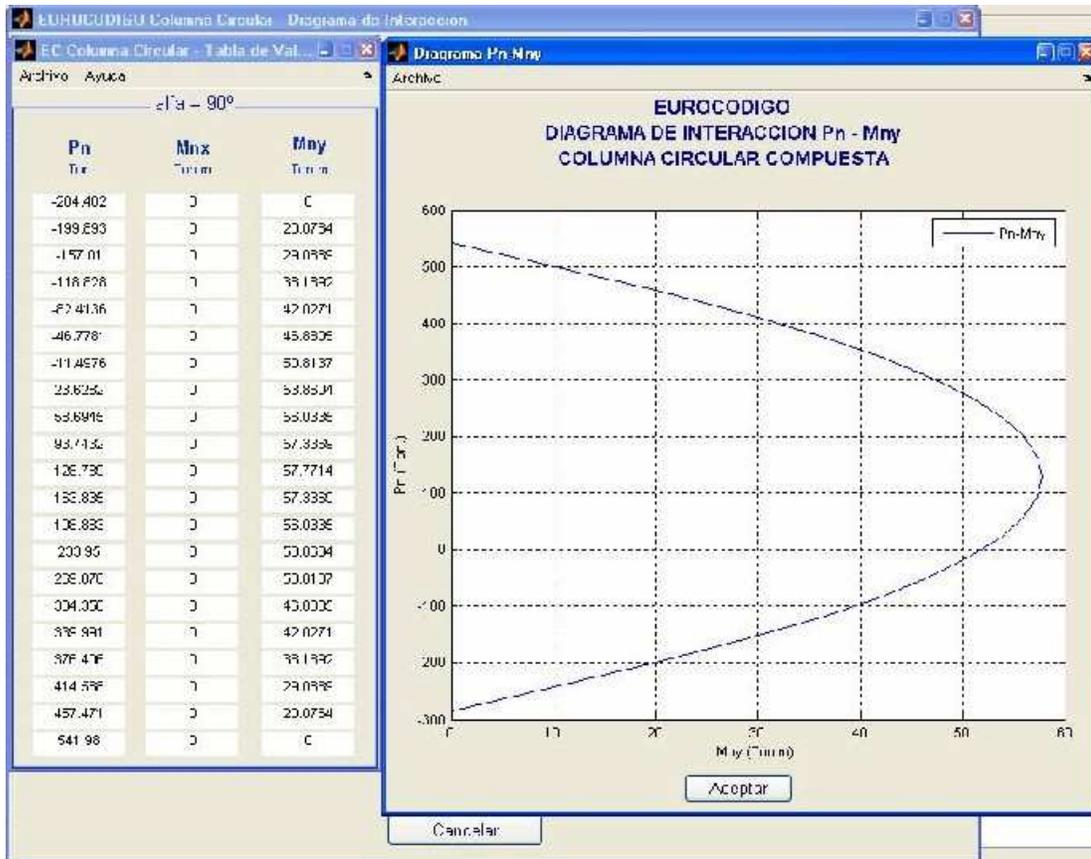
$M_{ux} < C.9 \mu_x M_{rx} = 48.8297$ Ton.m OK	$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.700395$ OK
$M_{uy} < C.9 \mu_y M_{ry} = 48.8297$ Ton.m OK	

Otro proceso Salir

Si se elige la opción Diagrama de interacción, se observará además del diagrama ya mostrado anteriormente las cargas y momentos magnificados obtenidos de la comprobación del elemento.



En el menú Tablas se puede visualizar los valores de los diagramas de interacción para los diferentes ángulos α . Teniendo éstas la opción para imprimir y graficar, siendo el caso de las tablas de momentos al rededor de los ejes principales.



Para salir de esta pantalla se pulsa en Aceptar.

Se puede elegir entre las opciones:

- Otro proceso, que lleva a la pantalla inicial del programa para empezar un nuevo problema.
- Salir, con esta opción se puede salir del programa.

3.4 TABLAS Y DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN DE FLEXOCOMPRESIÓN BIAXIAL DE COLUMNAS COMPUESTAS

La resistencia de una sección compuesta frente a carga axial y momentos flectores en dos planos ortogonales se puede mostrar esquemáticamente mediante las curvas o diagramas de interacción. Con el empleo de estos diagramas se puede tener una idea de las diferentes posibilidades de combinación de cargas que puede soportar el elemento, lo cual es útil en la etapa del prediseño de la estructura, de esta manera se podrá seleccionar secciones más apropiadas.

Para ilustrar los diagramas de interacción que se pueden obtener con la aplicación del programa COLUMNAS COMPUESTAS, se presenta a continuación los diagramas correspondientes a los ejemplos desarrollados en el capítulo IV. De acuerdo a la siguiente distribución:

Tabla 3.4.1

Ejemplo Nº	Norma	Figura
1	LRFD	3.4.1
	ACI	3.4.2
	EUROCÓDIGO	3.4.3
2	LRFD	3.4.4
	EUROCÓDIGO	3.4.5
5	LRFD	3.4.6
	ACI	3.4.7
	EUROCÓDIGO	3.4.8
6	LRFD	3.4.9
	ACI	3.4.10
	EUROCÓDIGO	3.4.11

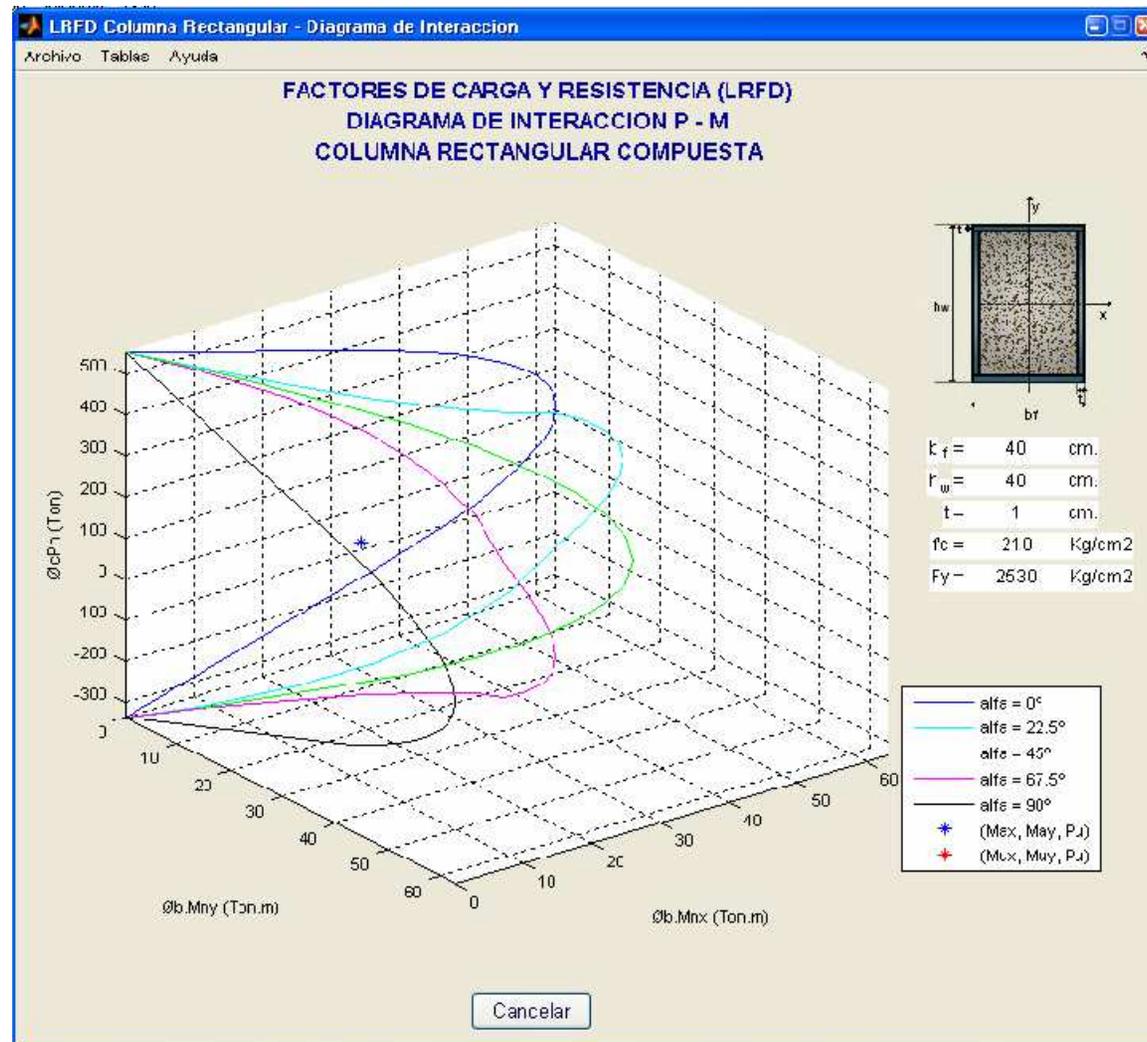


Figura 3.4.1

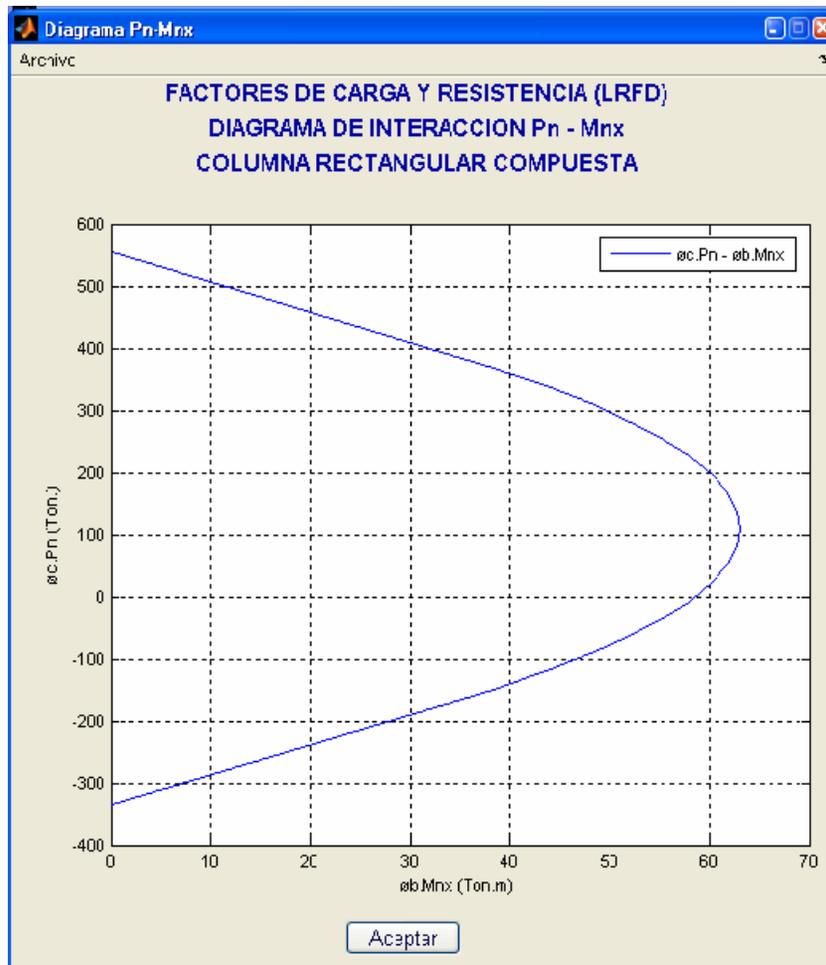


Figura 3.4.1 (a)

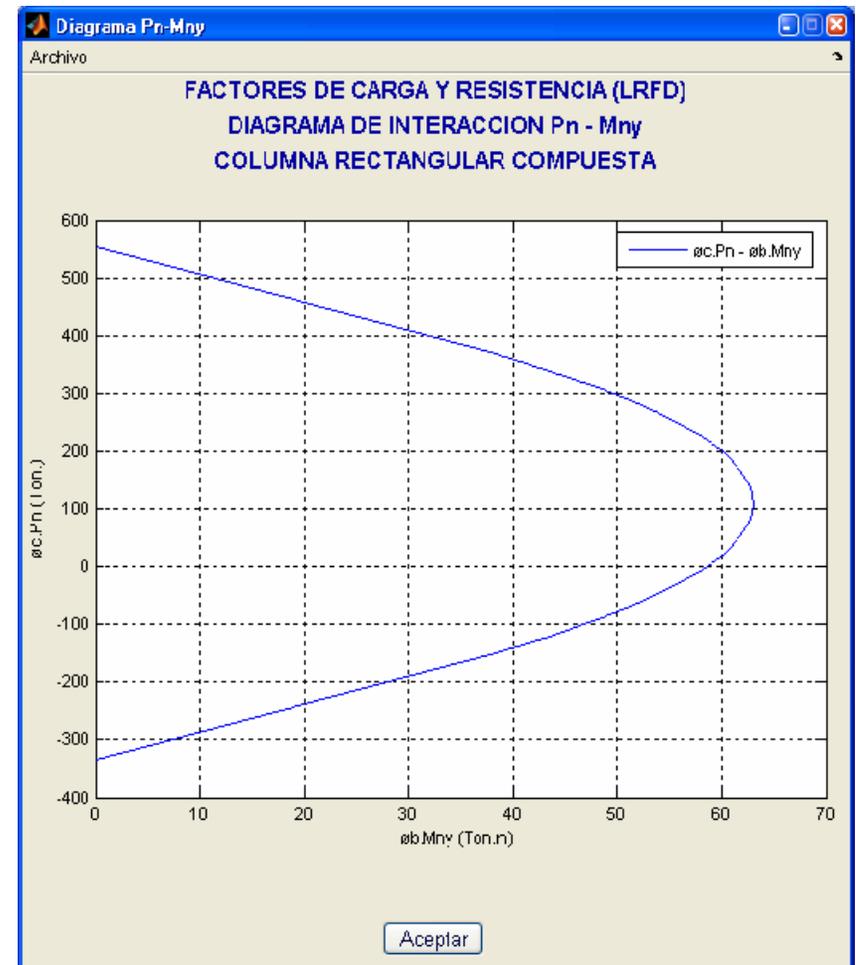


Figura 3.4.1 (b)

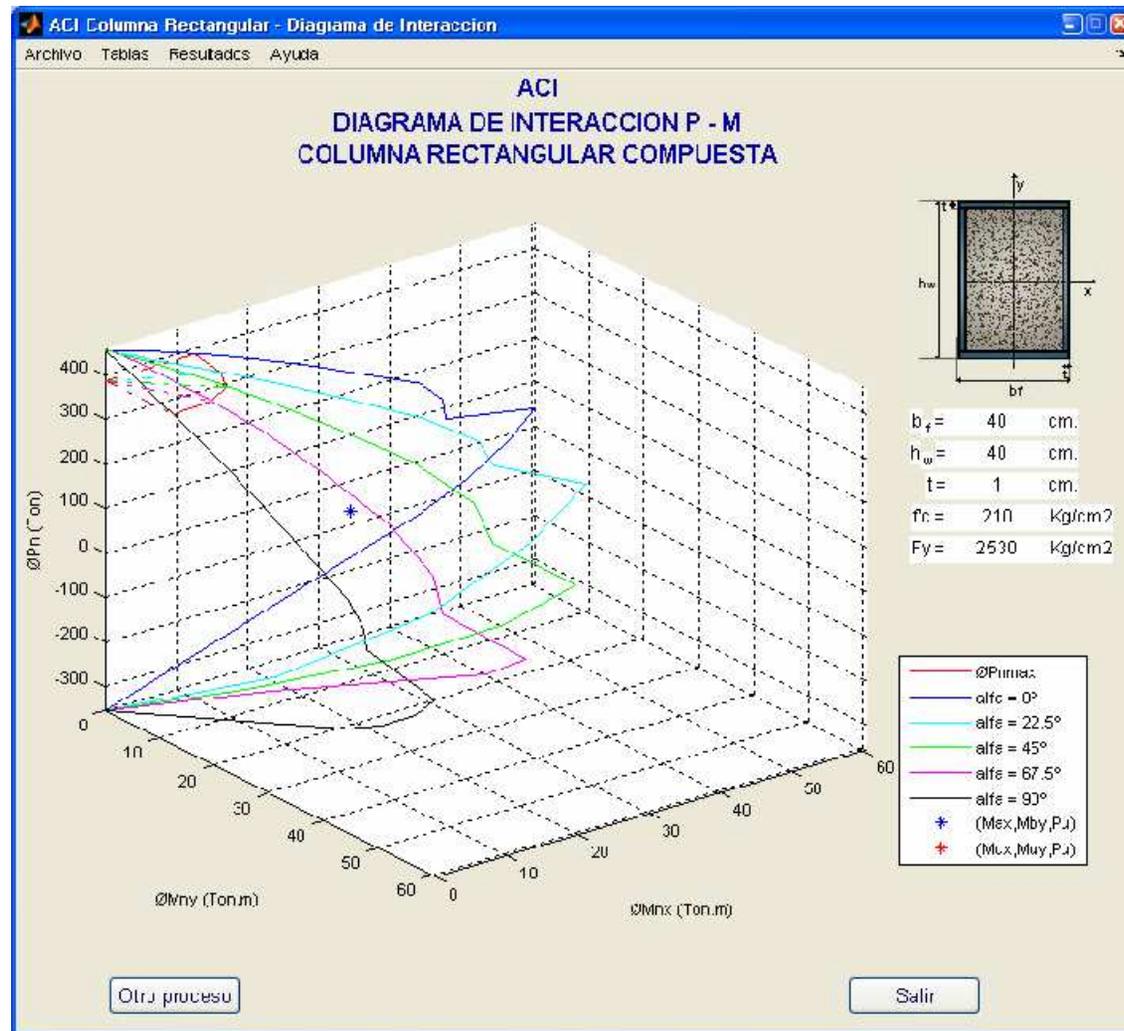


Figura 3.4.2

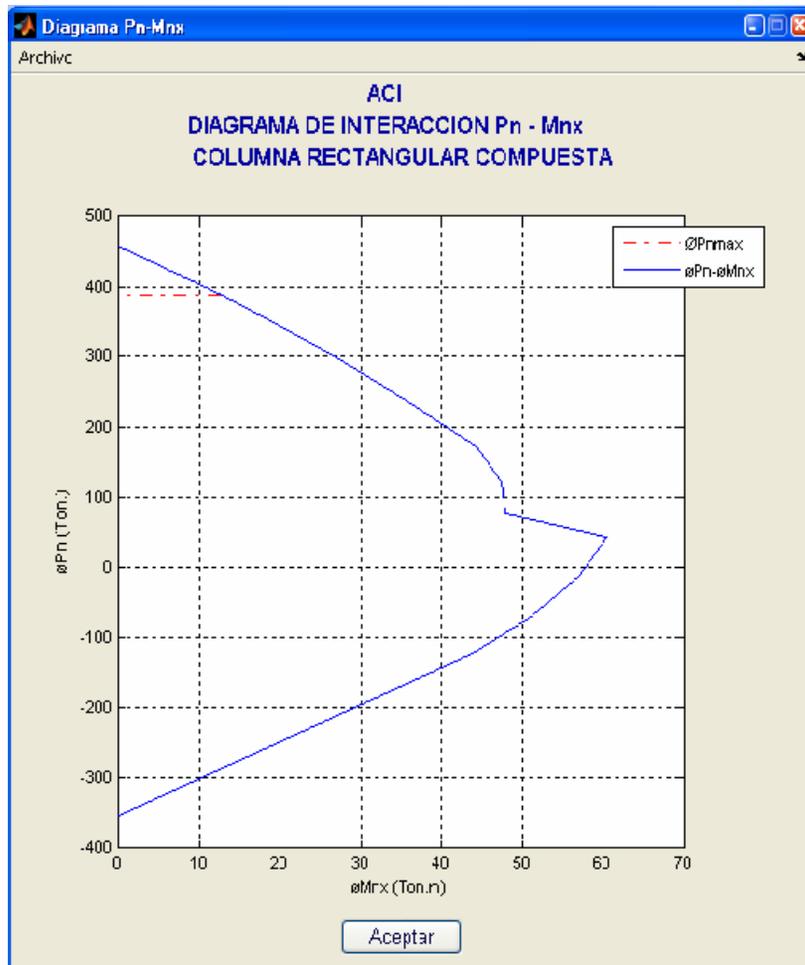


Figura 3.4.2(a)

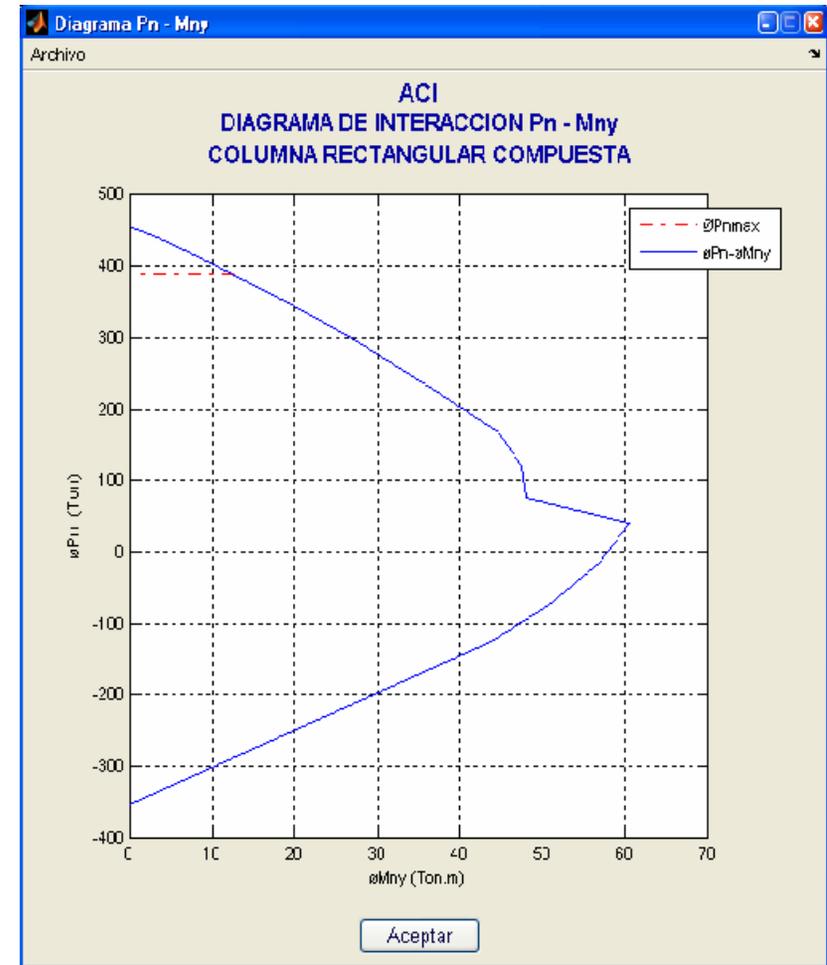


Figura 3.4.2 (b)

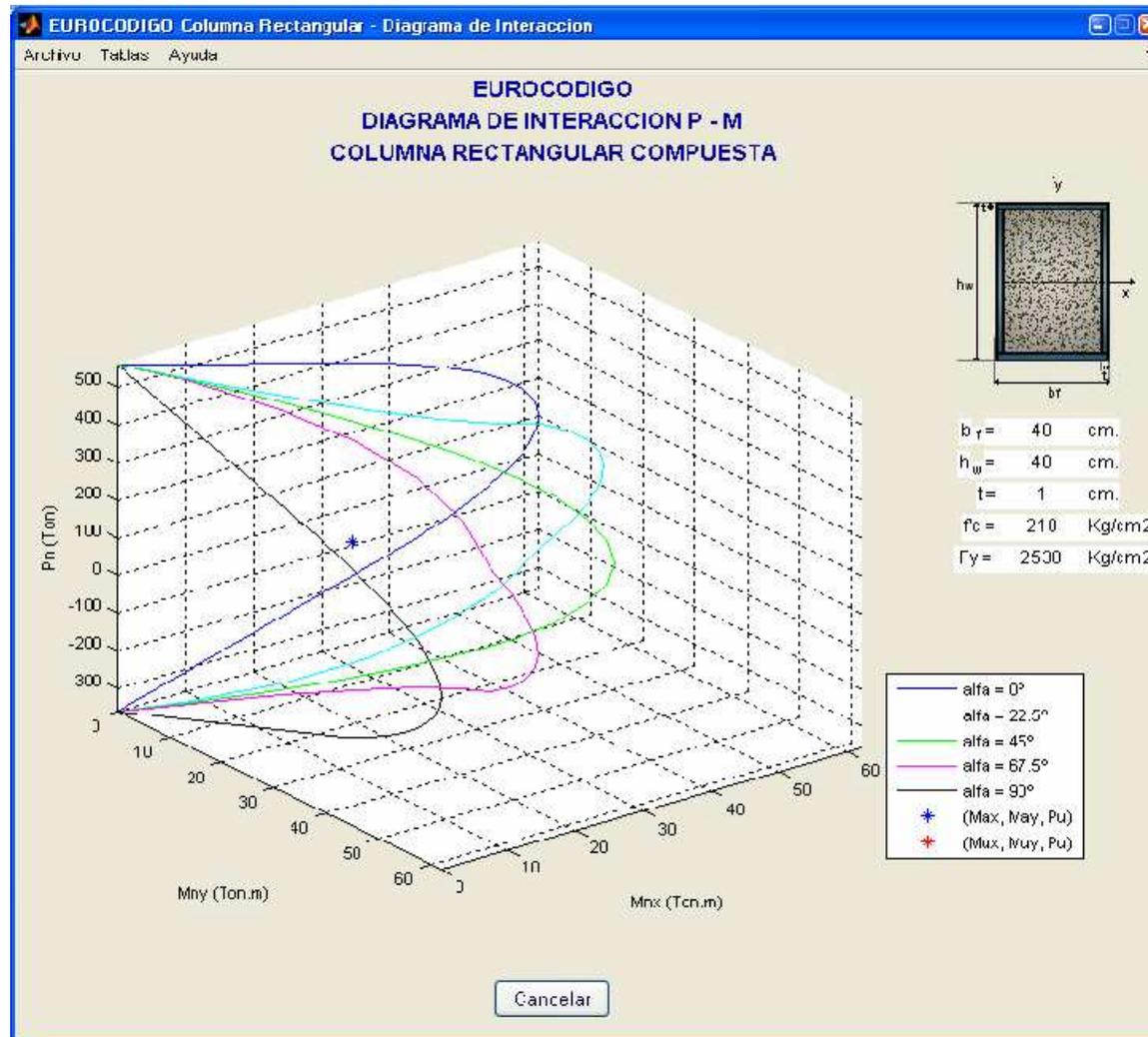


Figura 3.4.3

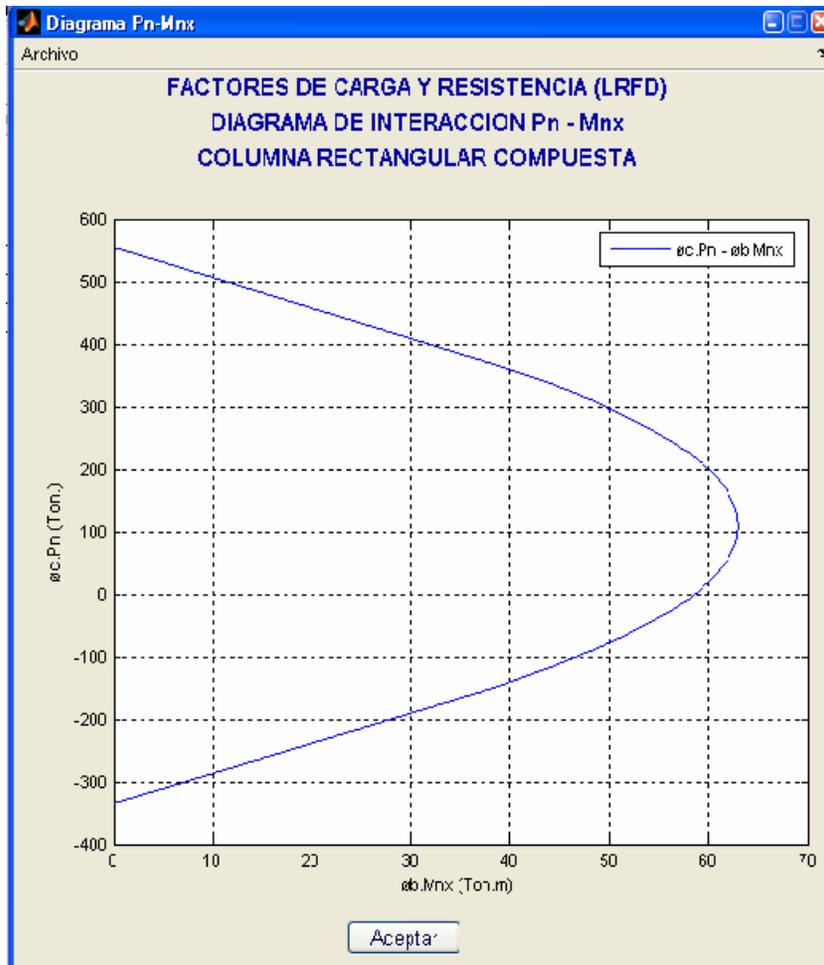


Figura 3.4.3 (a)

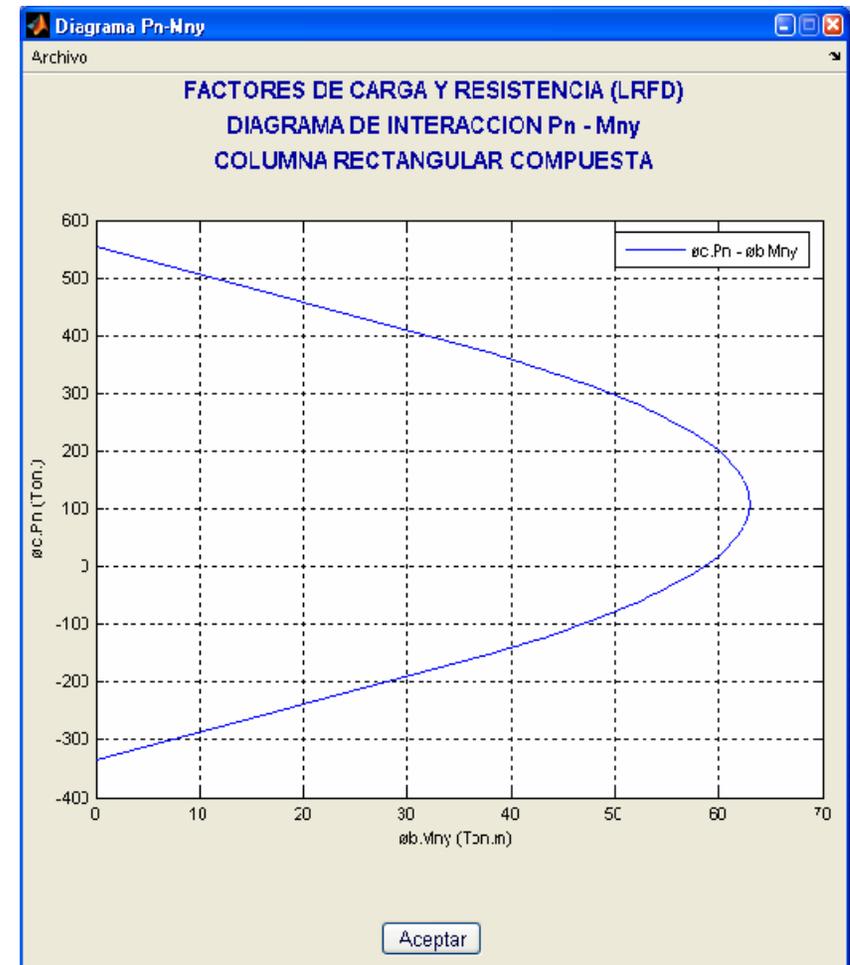


Figura 3.4.3 (b)

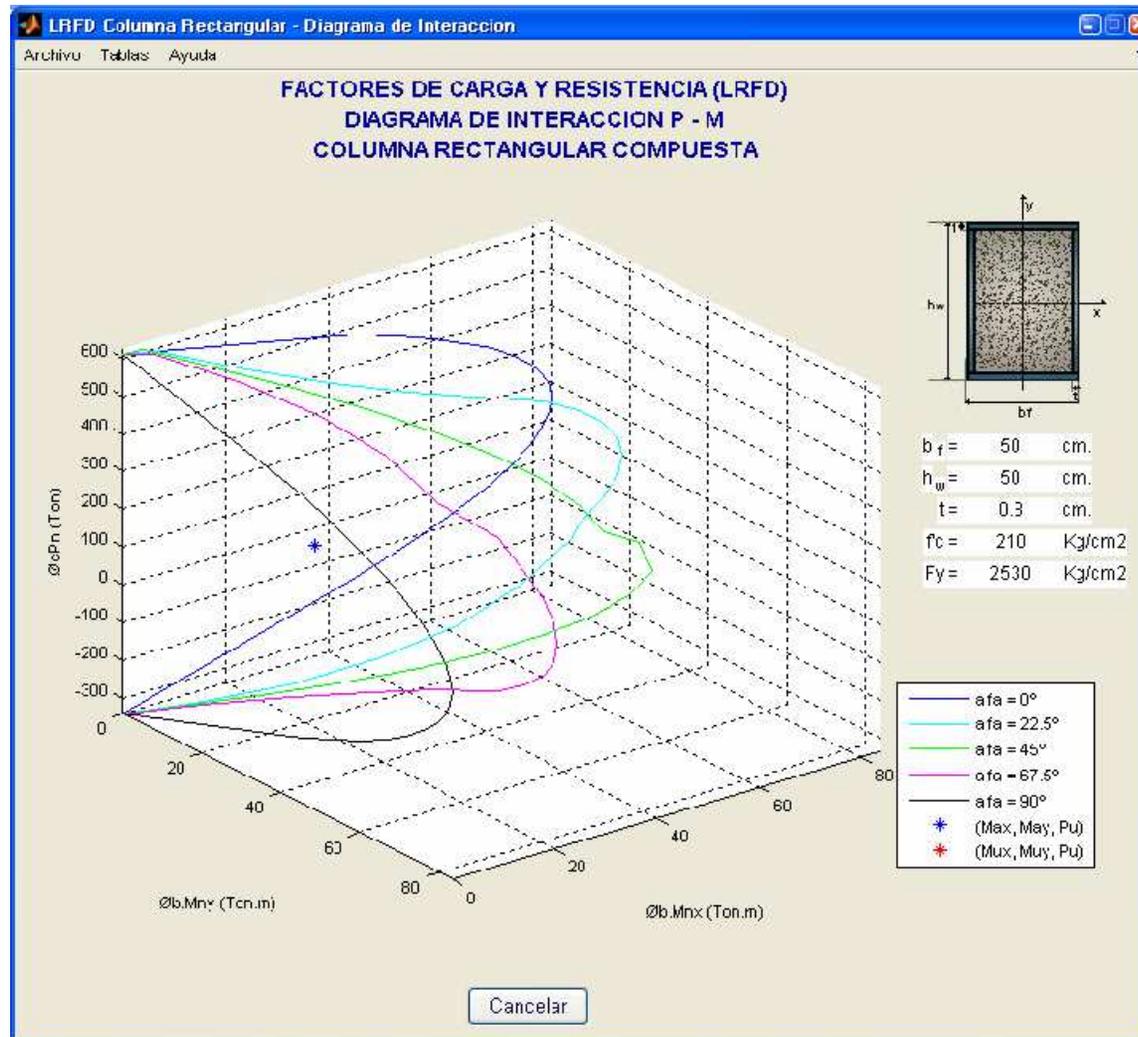


Figura 3.4.4

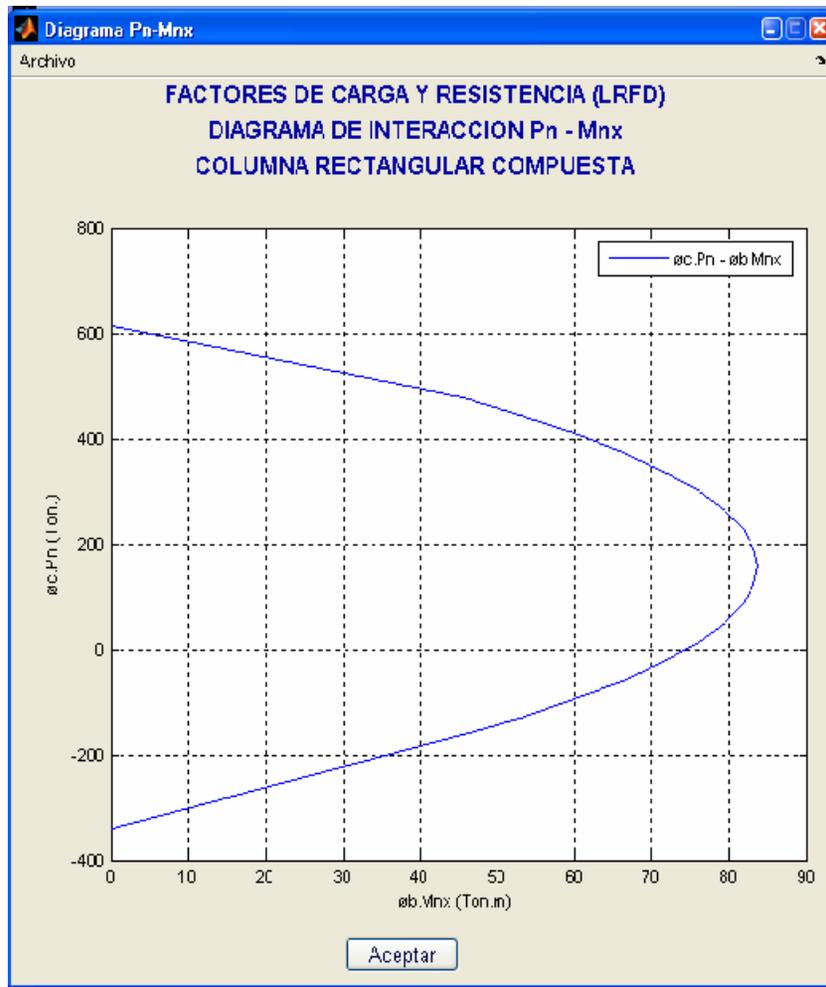


Figura 3.4.4 (a)

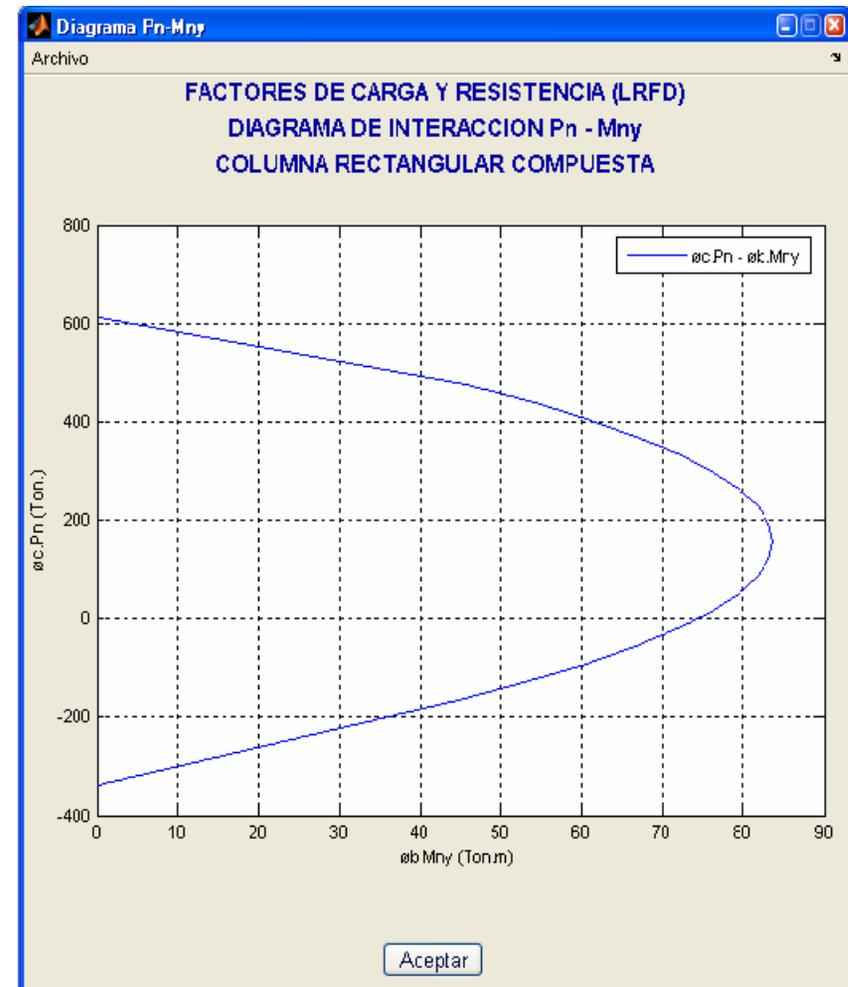


Figura 3.4.4 (b)

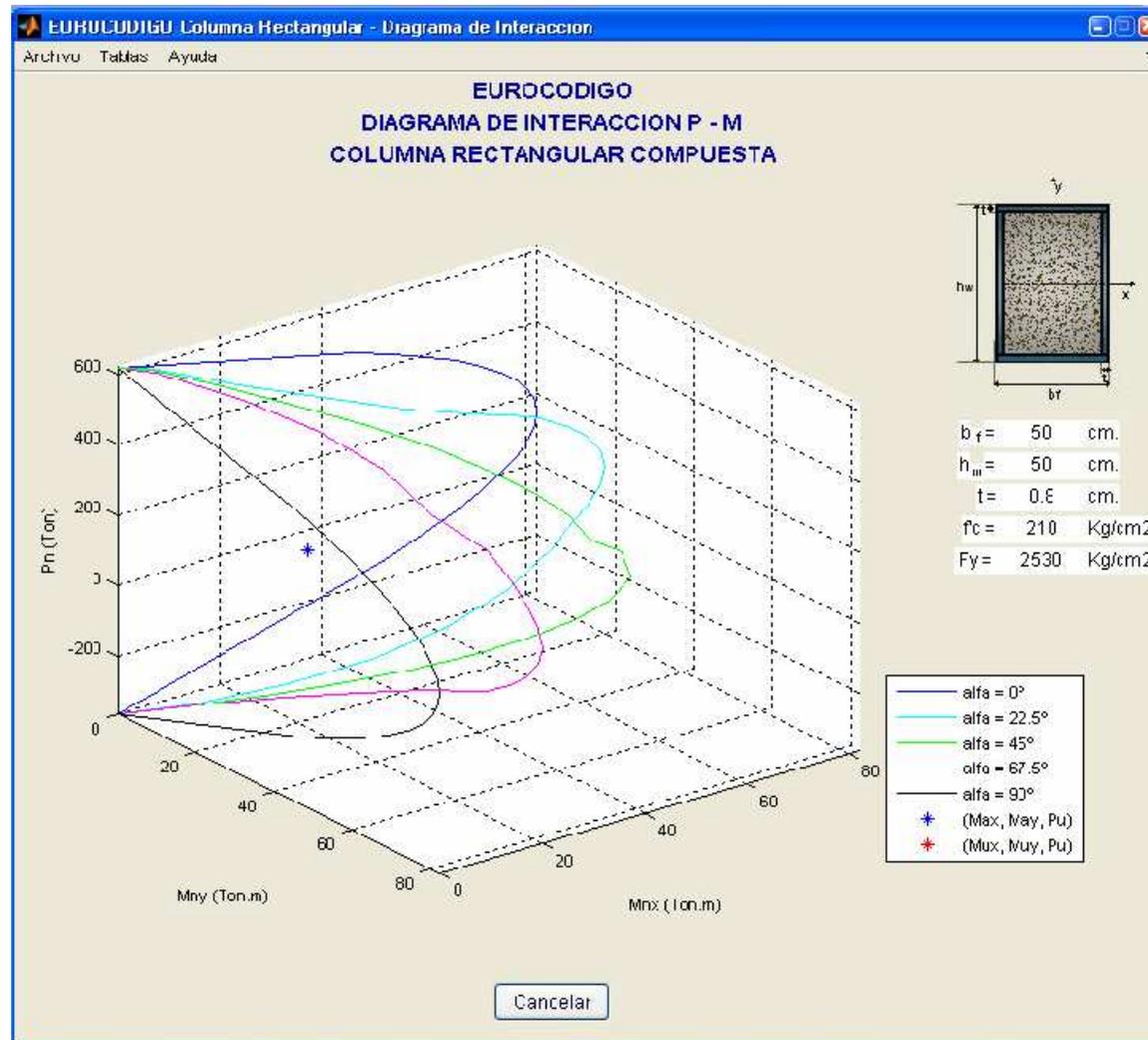


Figura 3.4.5

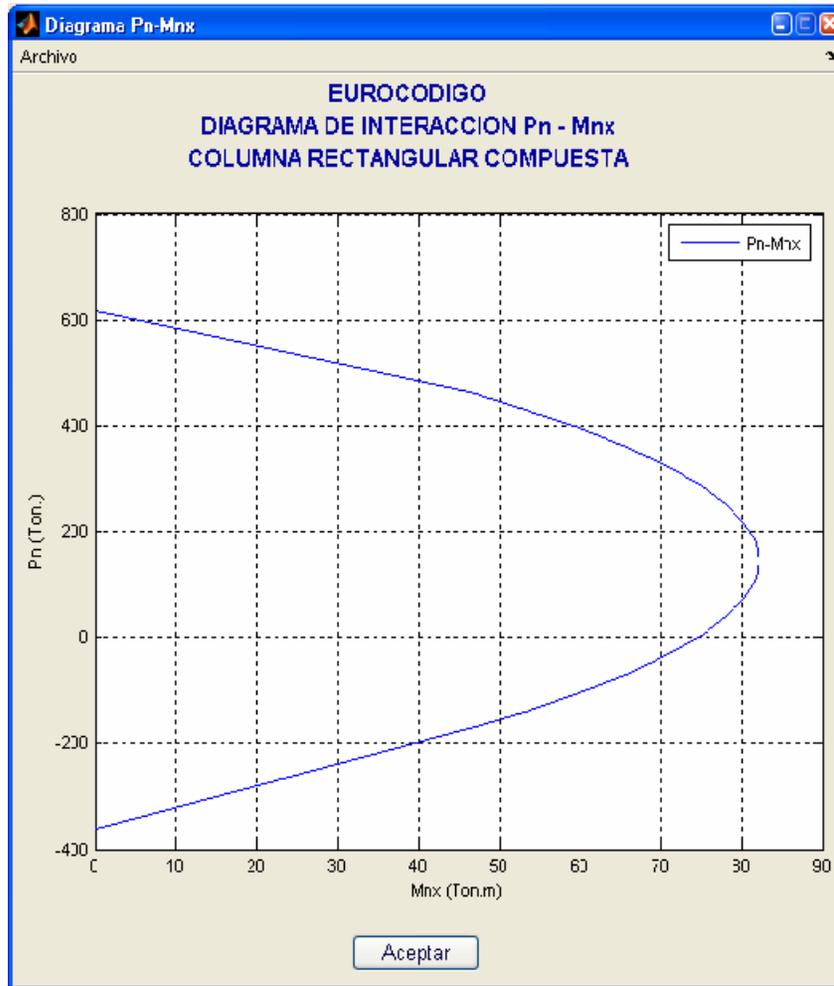


Figura 3.4.5 (a)

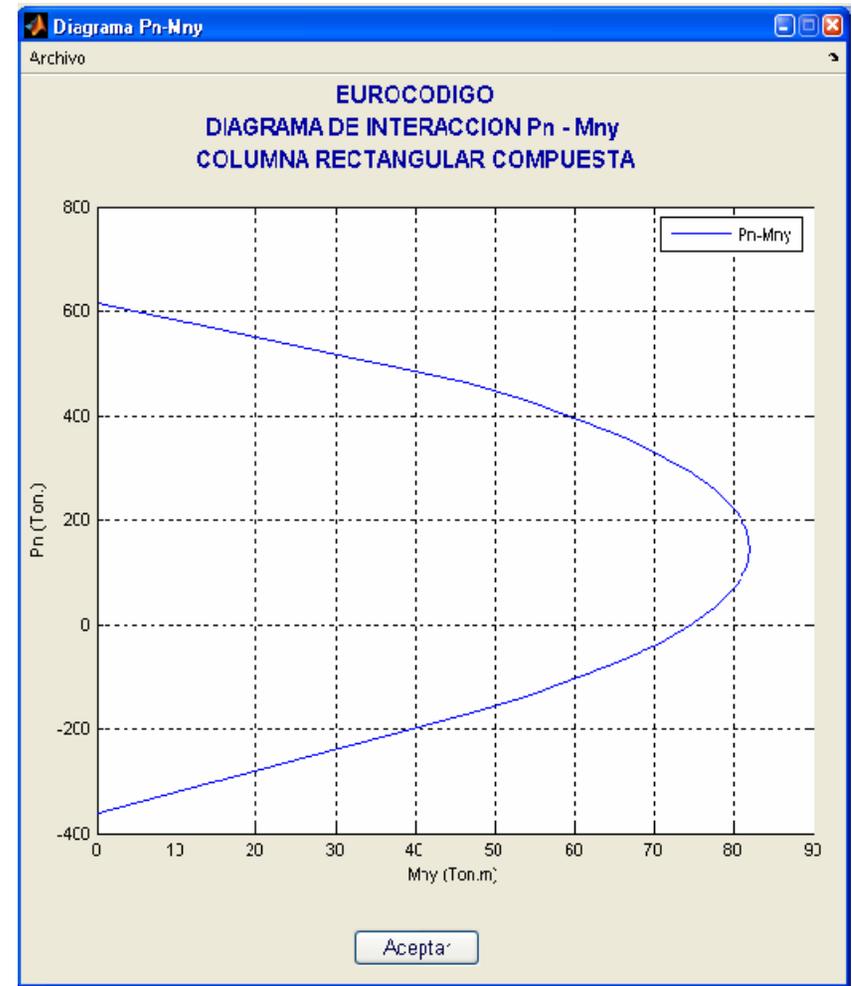


Figura 3.4.5 (b)

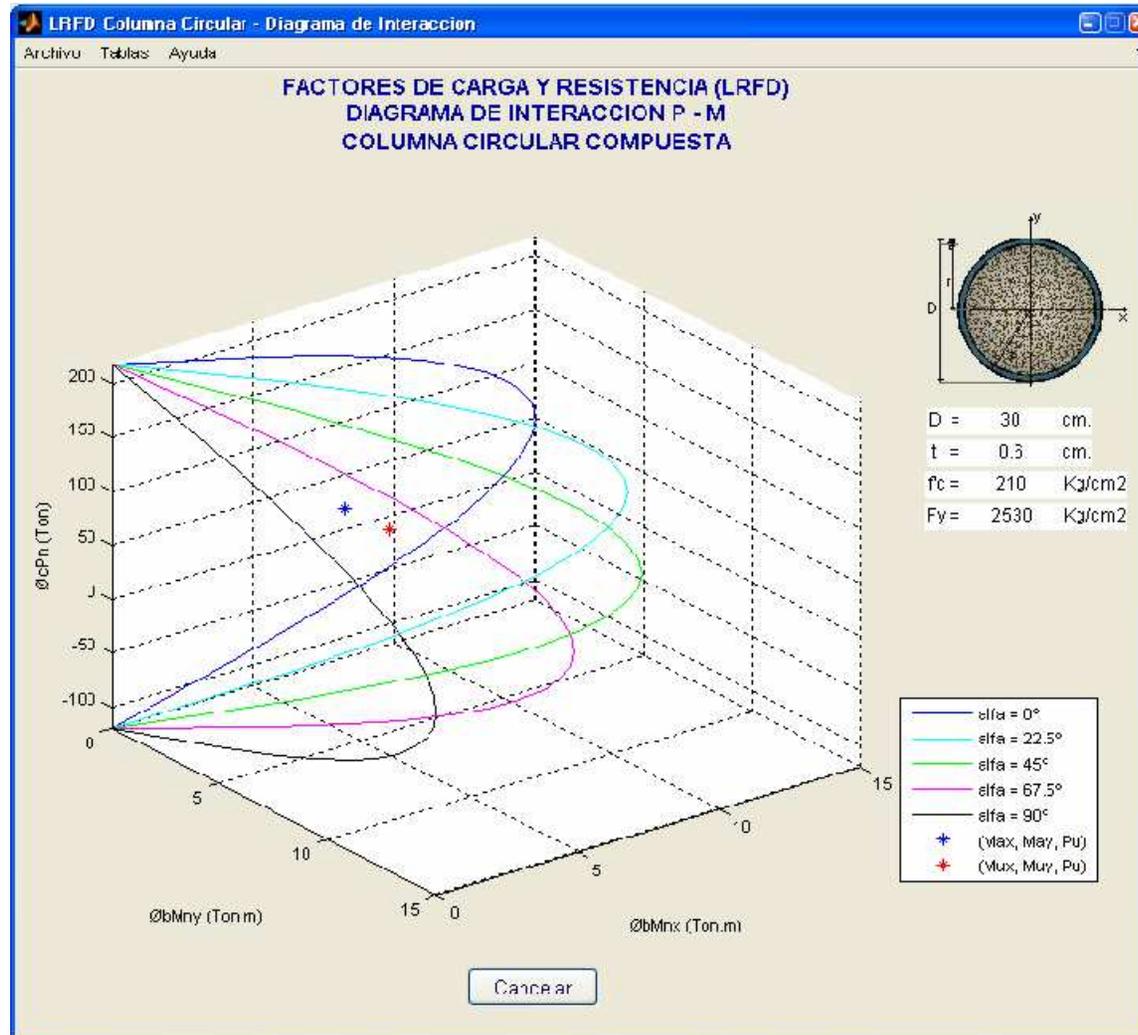


Figura 3.4.6

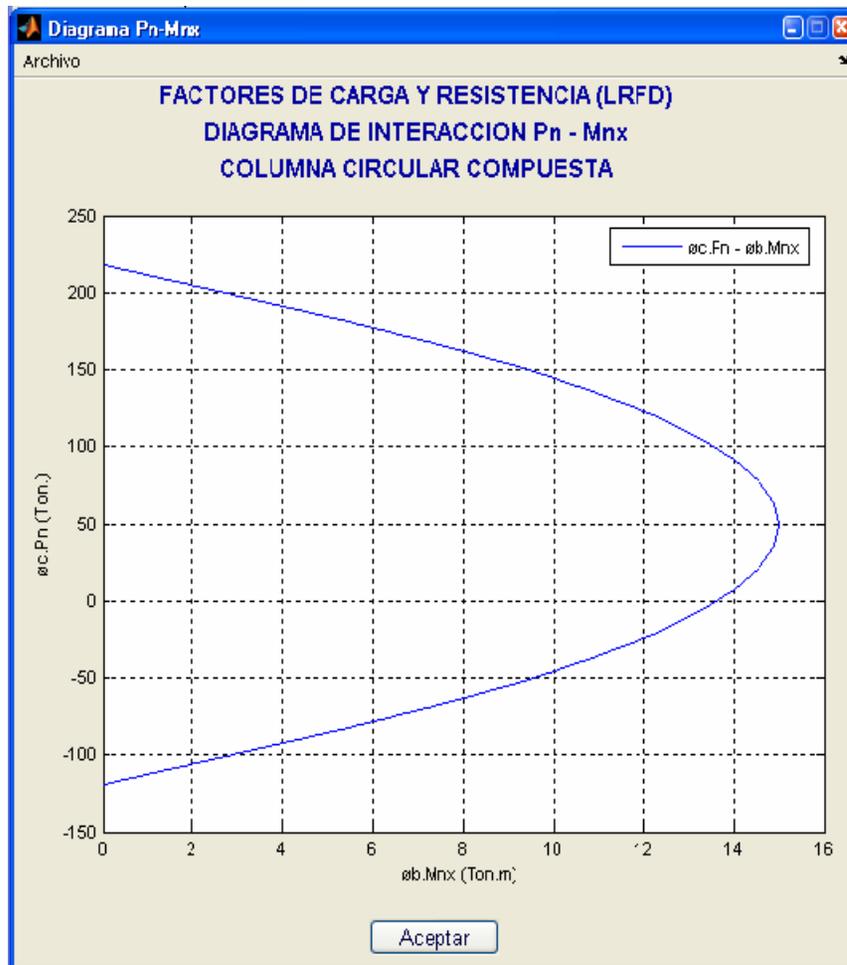


Figura 3.4.6 (a)

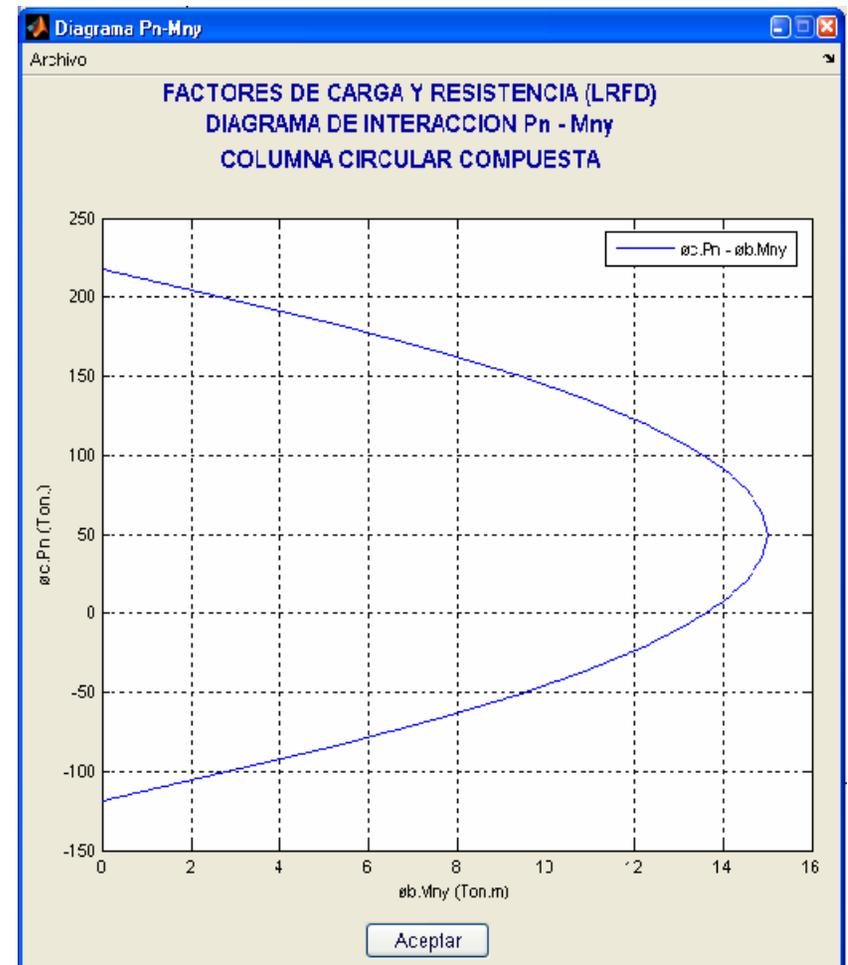


Figura 3.4.6 (b)

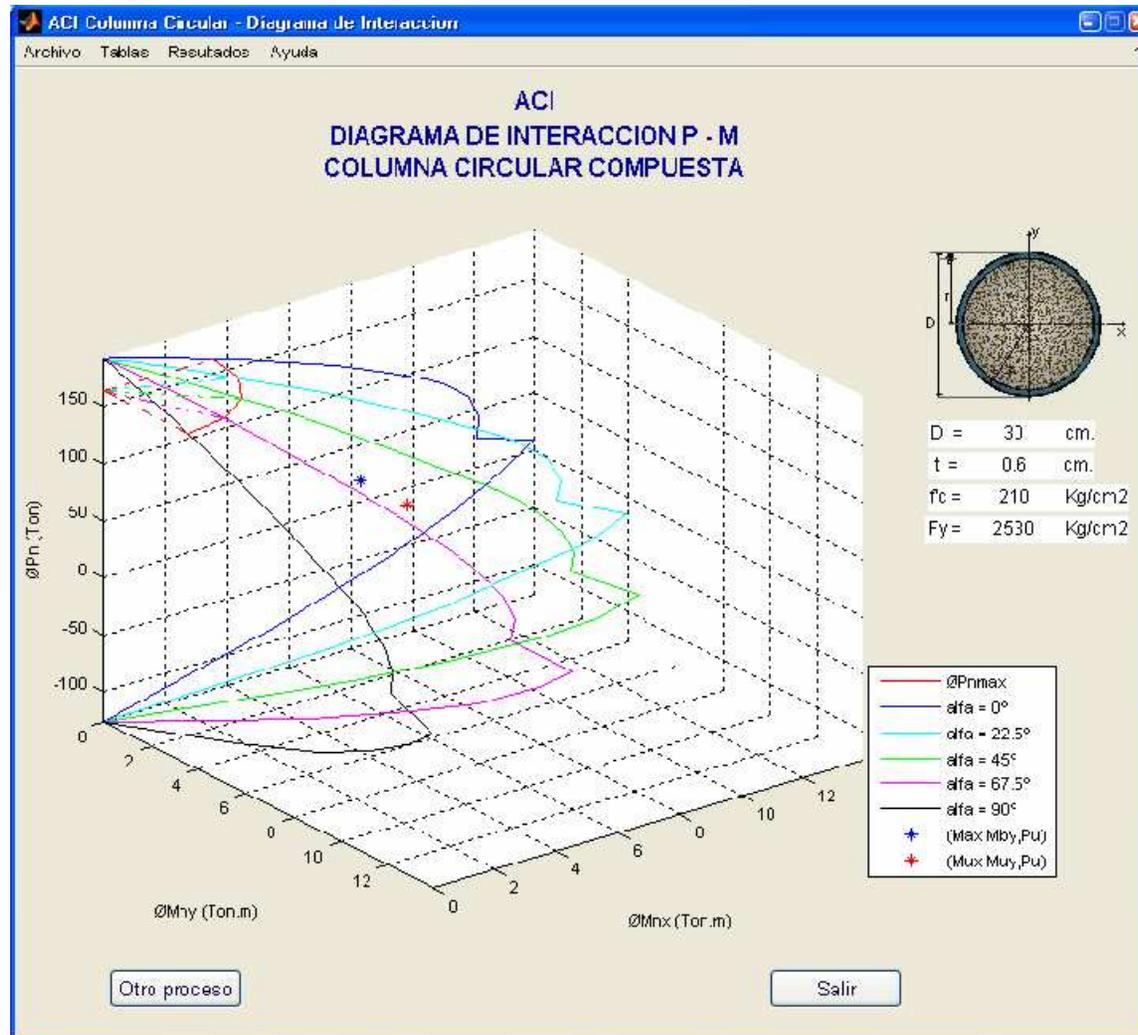


Figura 3.4.7

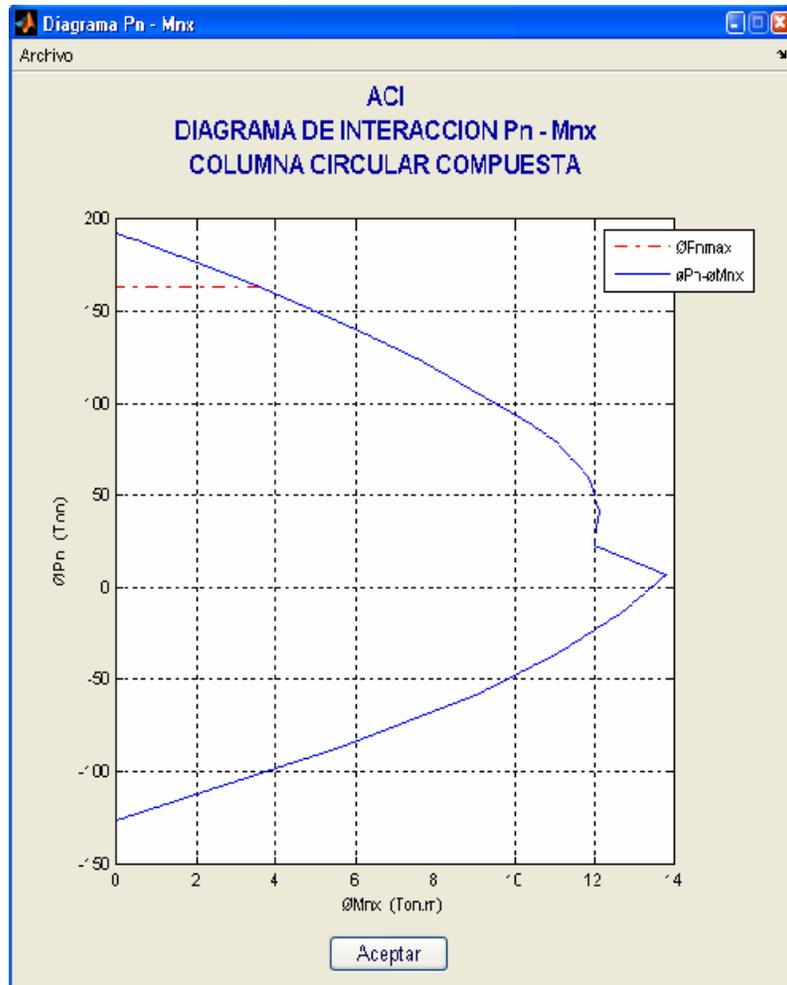


Figura 3.4.7 (a)

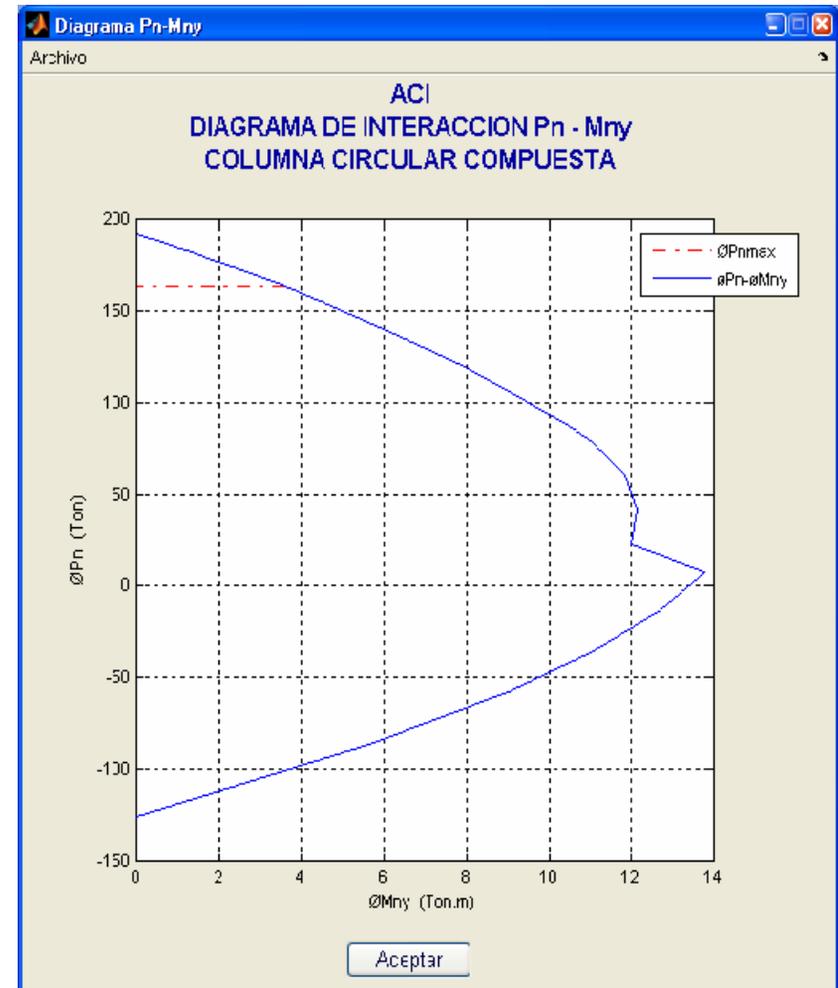


Figura 3.4.7 (b)

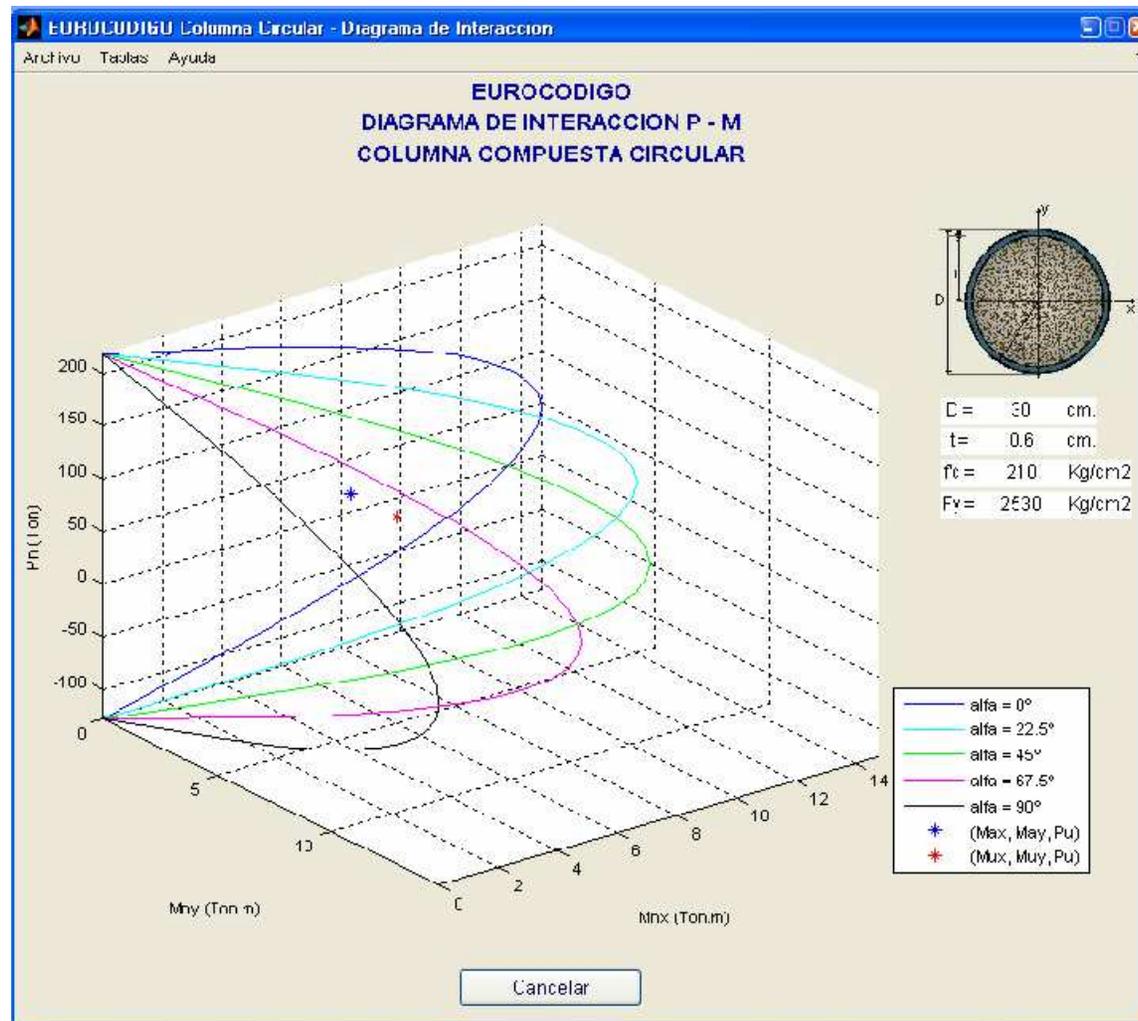


Figura 3.4.8

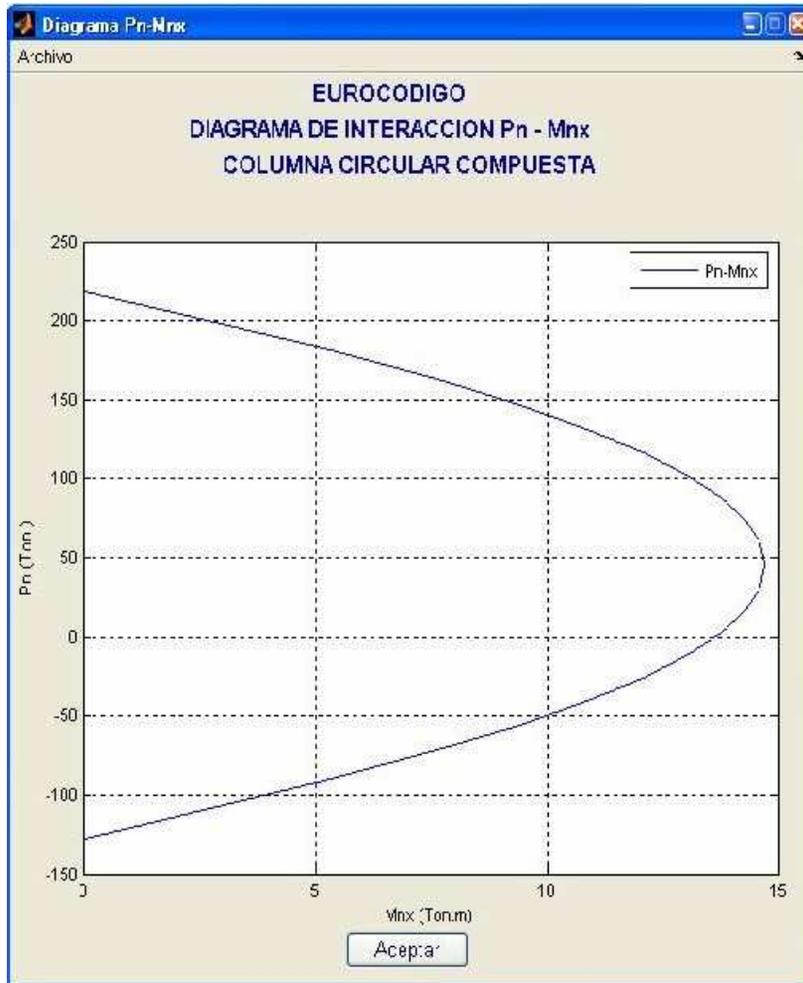


Figura 3.4.8 (a)

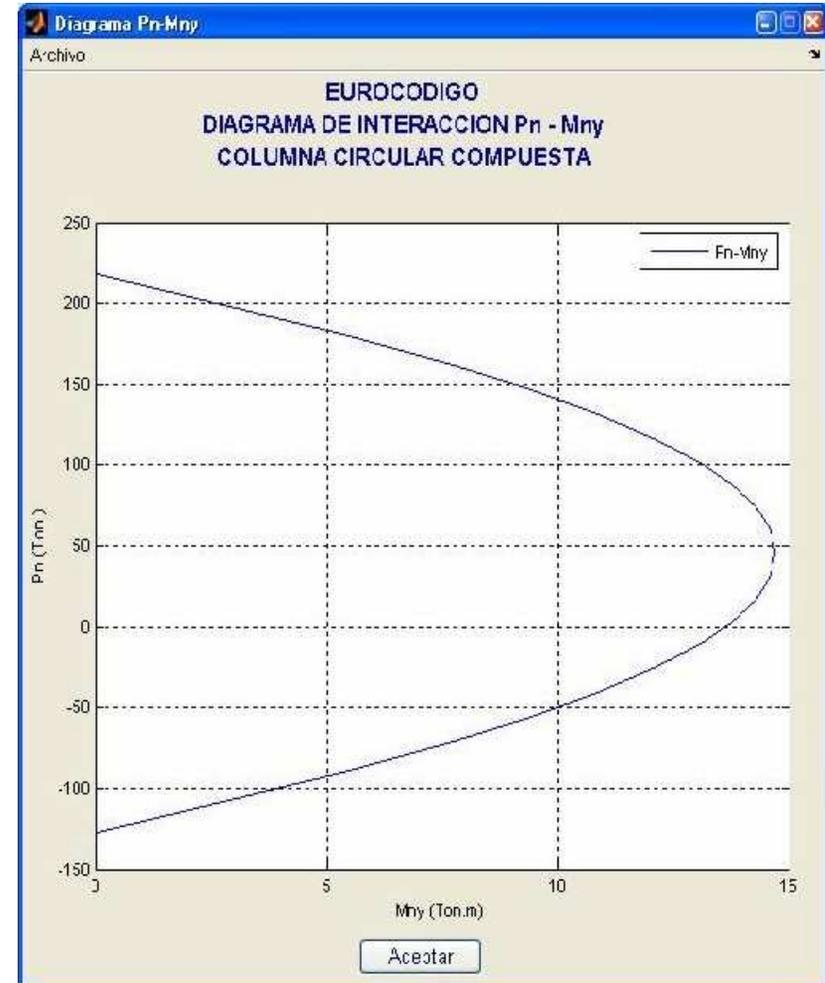


Figura 3.4.8 (b)

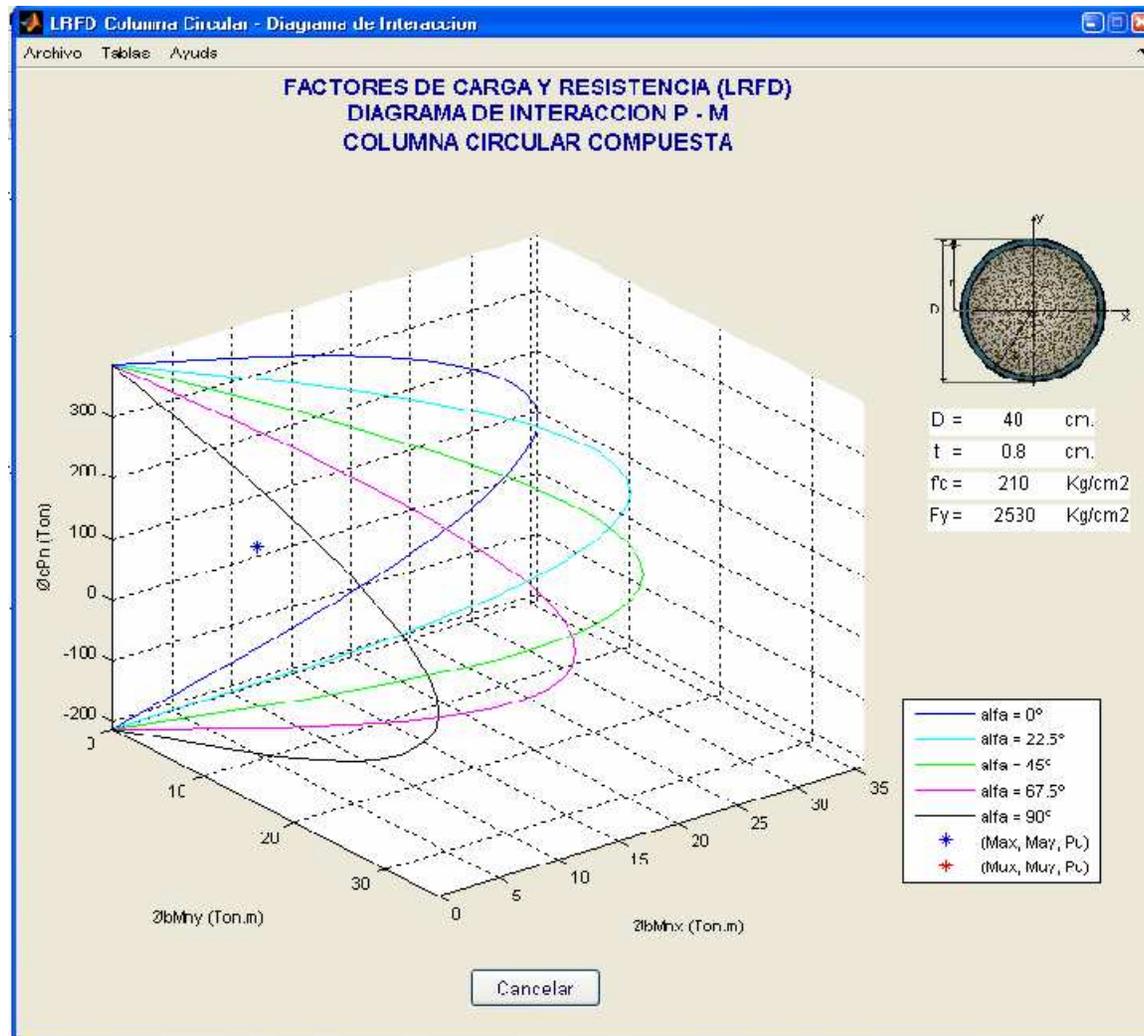


Figura 3.4.9

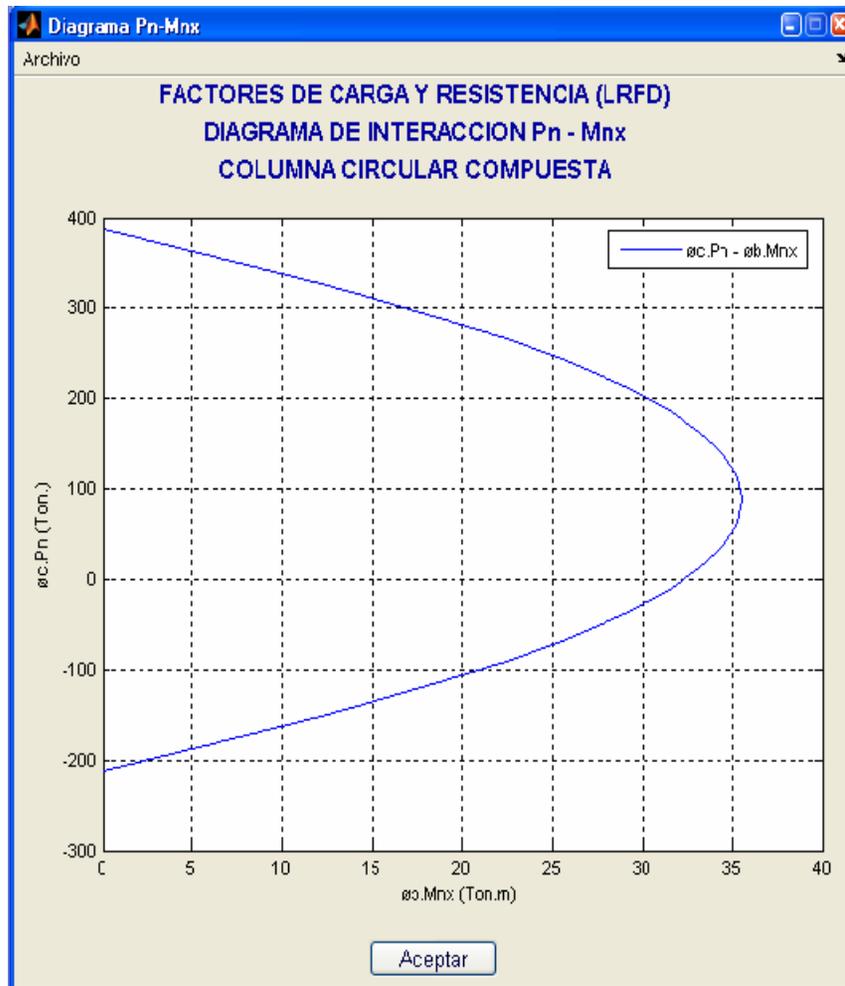


Figura 3.4.9 (a)

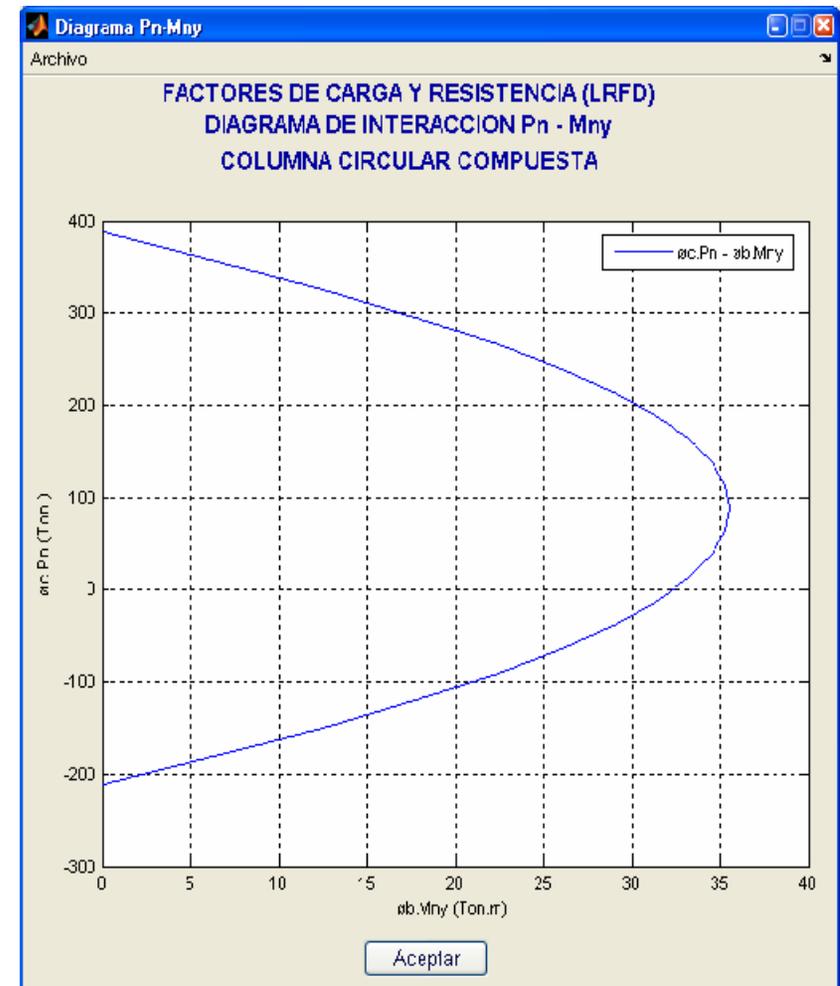


Figura 3.4.9 (b)

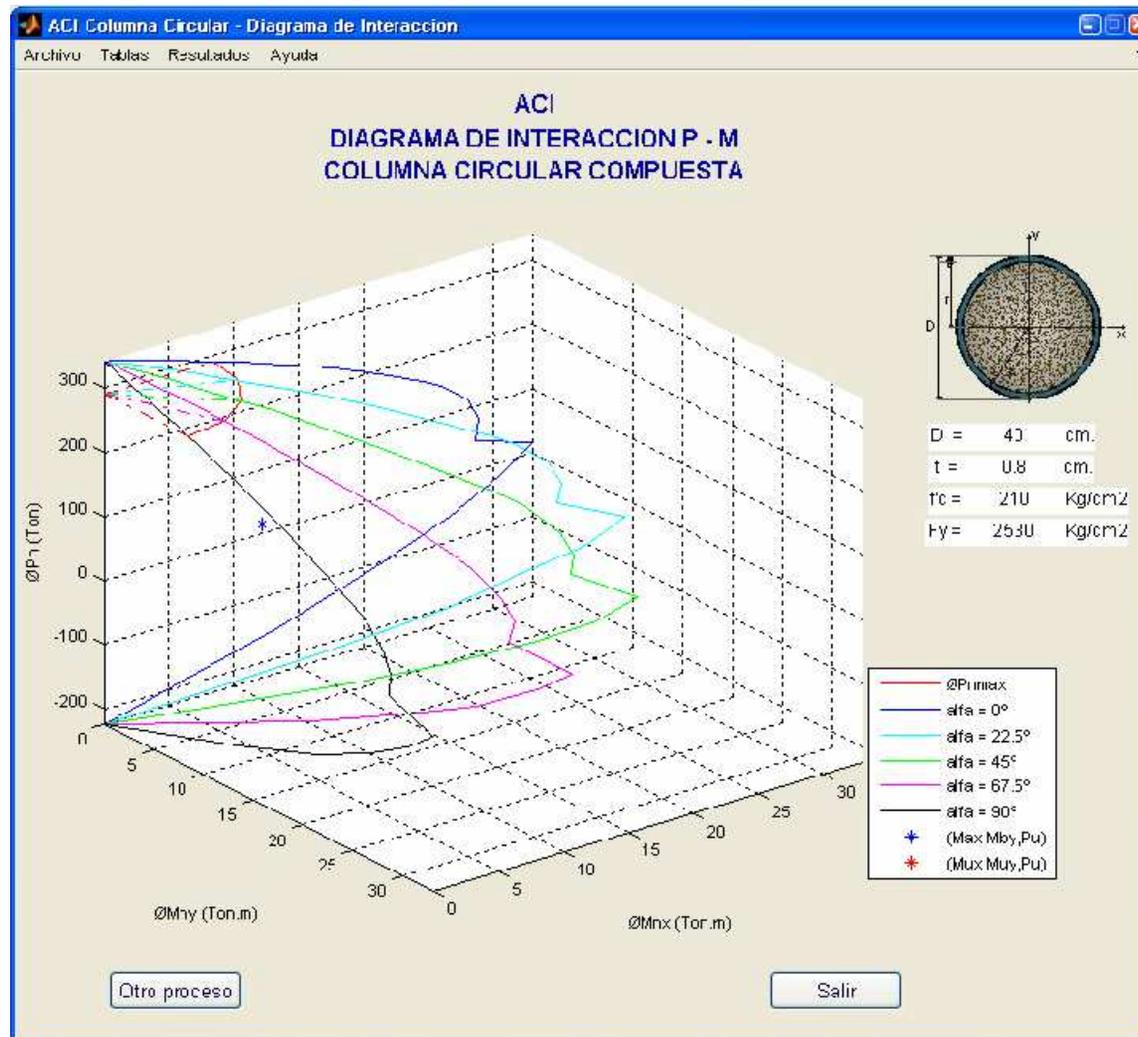


Figura 3.4.10

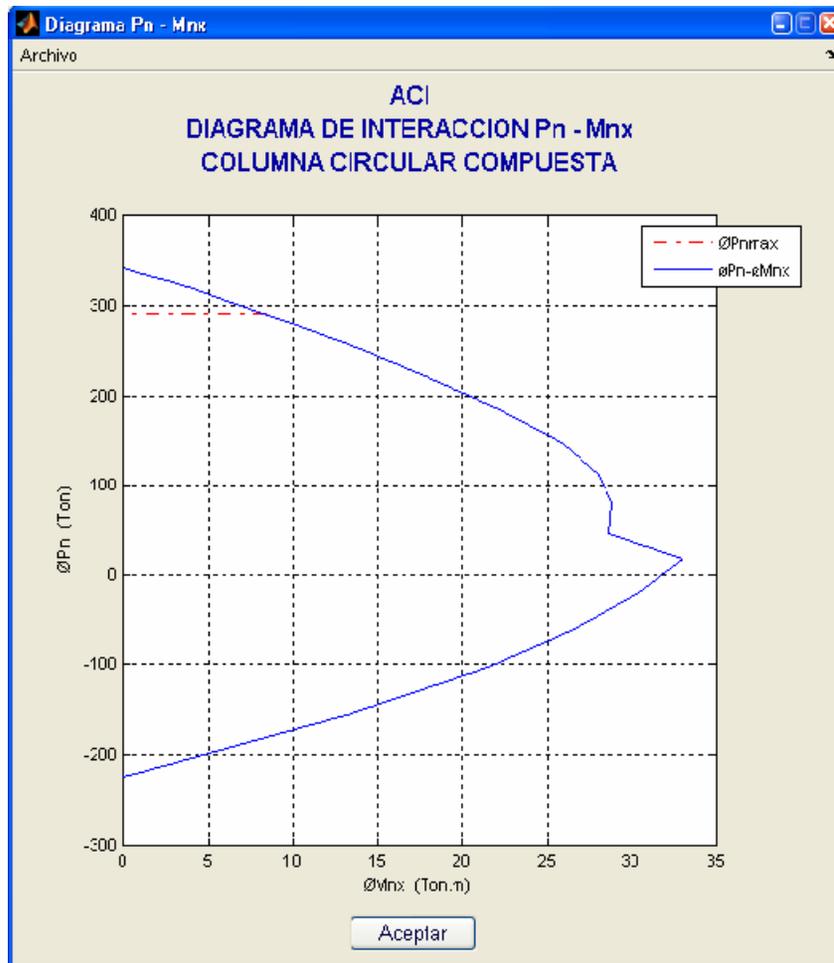


Figura 3.4.10 (a)

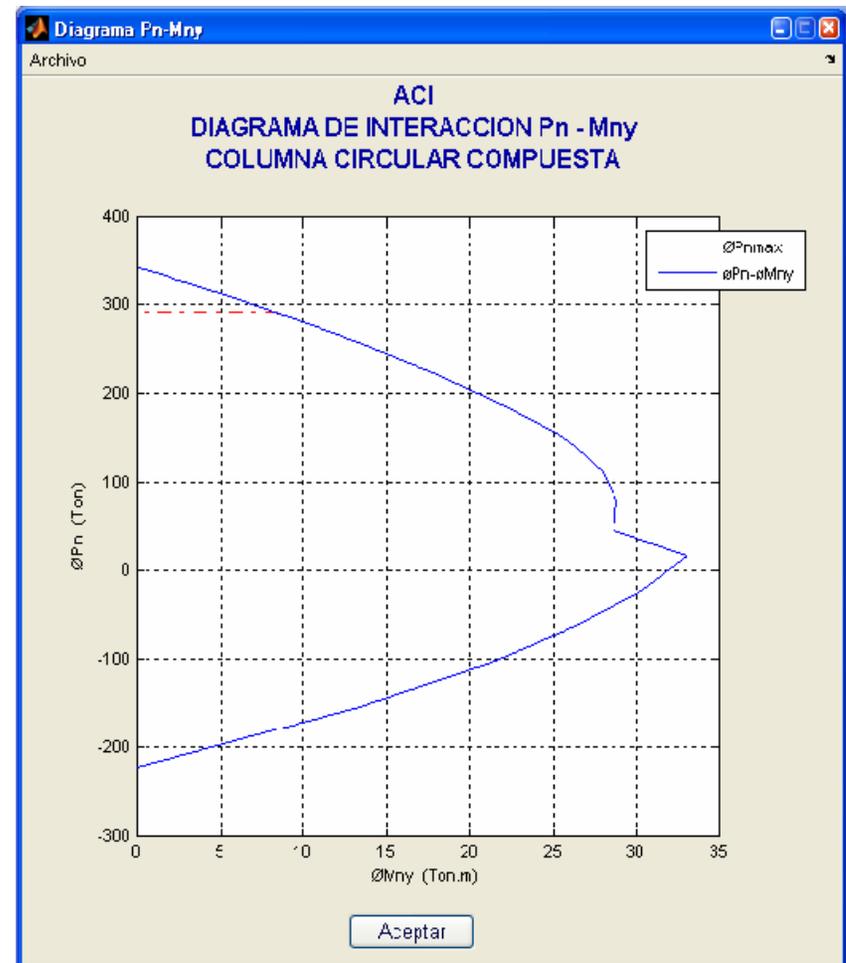


Figura 3.4.10 (b)

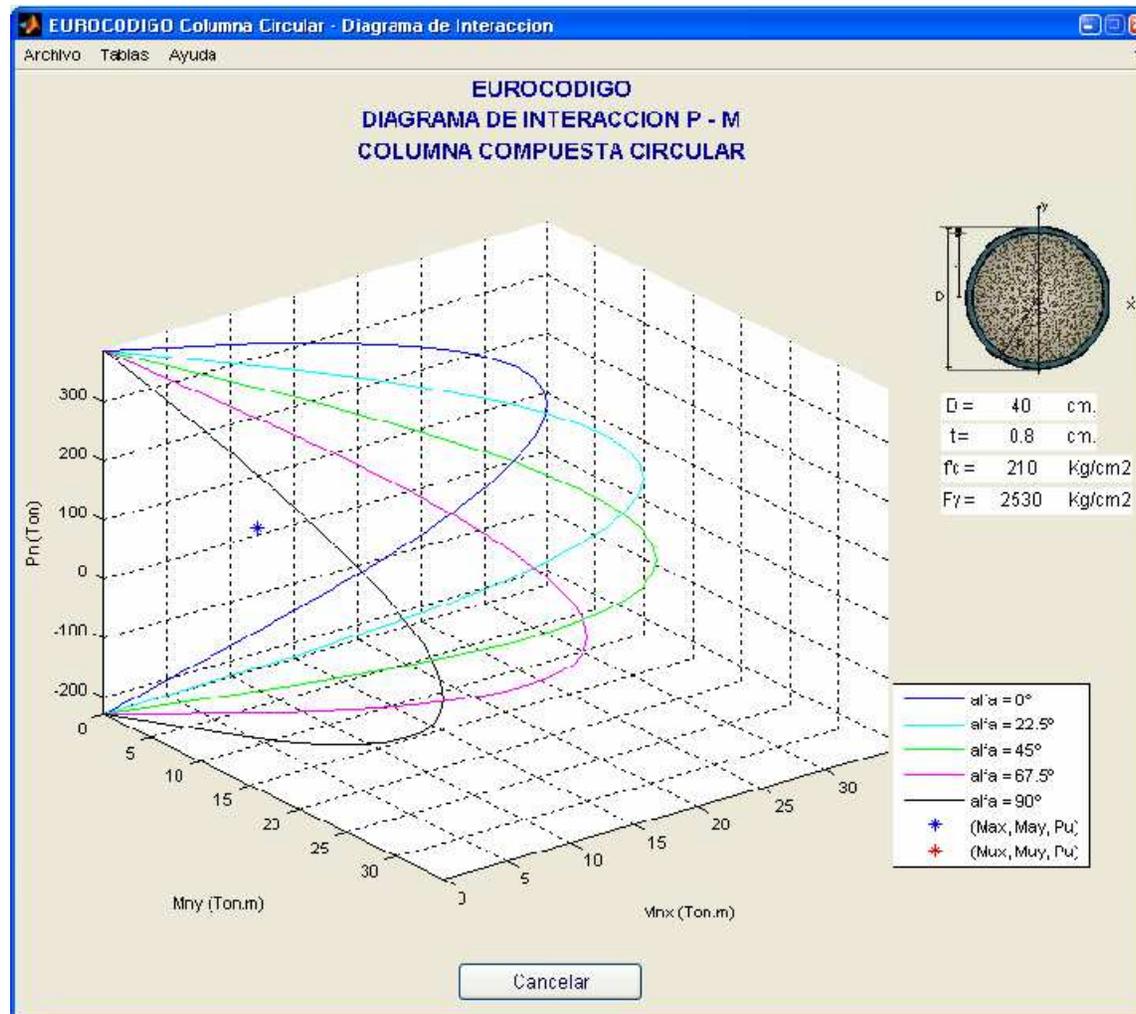


Figura 3.4.11

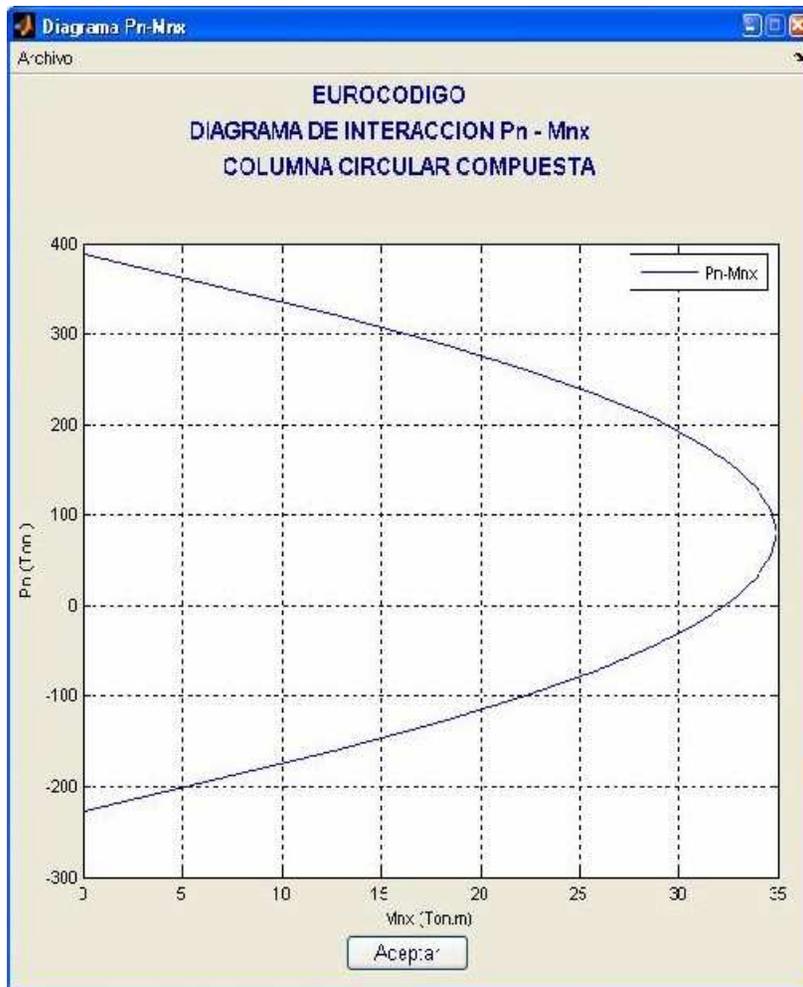


Figura 3.4.11(a)

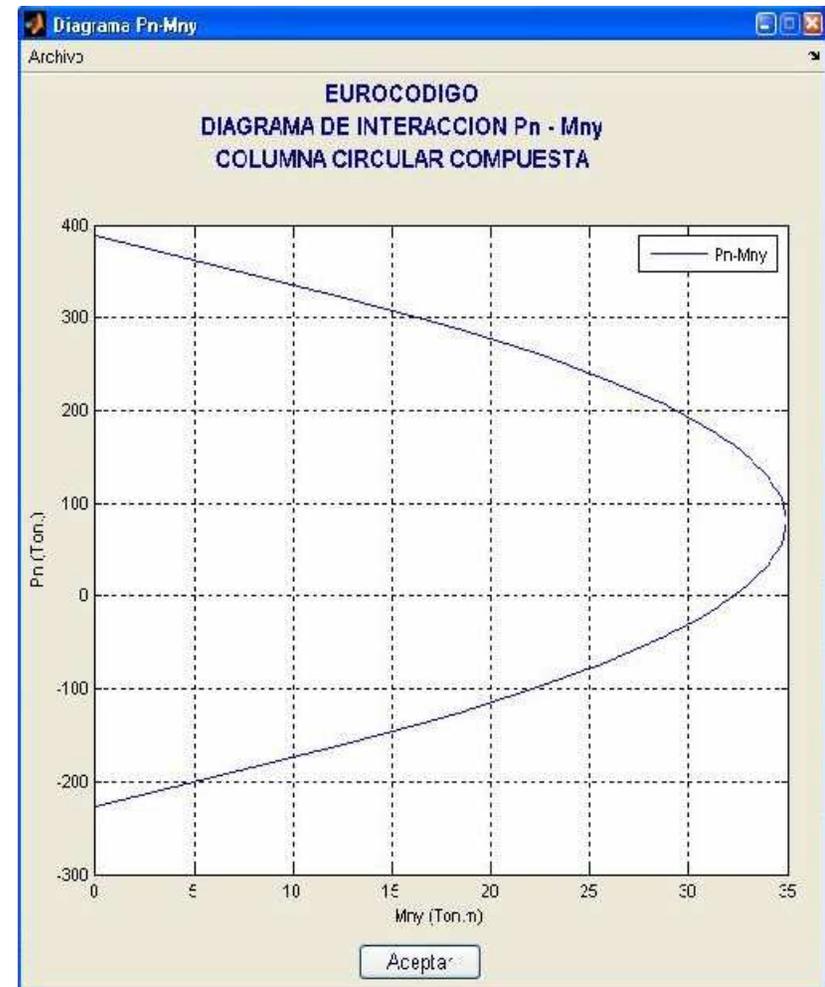


Figura 3.4.11 (b)

CAPÍTULO IV

4.1 EJEMPLOS DE DISEÑO

EJEMPLO Nº 1

Comprobar si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes solicitaciones, de acuerdo a las especificaciones: a) LRFD, b) ACI, c) EUROCÓDIGO.

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 3.0 \text{ m.}$$

$$L_y = 3.0 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

✧ Condición de cargas:

$$P_u = 115.0 \text{ Ton.}$$

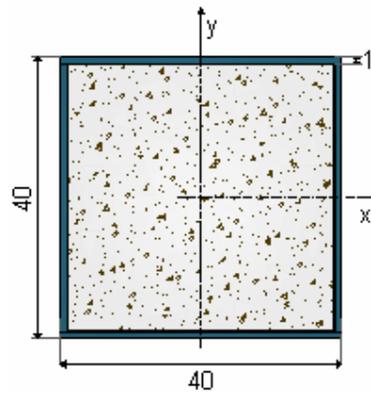
$$M_{Ax} = 20.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 19.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 15.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 18.0 \text{ Ton.m.}$$

✧ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

LRFD Cálculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero	Sección rectangular compuesta
<p>Relación entre áreas de acero y total compuesta</p> <p>$A_s \geq 0.04 A_g = 64$ OK</p>	<p>Radio de giro</p> <p>$r_m = 15.9269$ cm. OK</p>
<p>Comprobación del espesor t</p> <p>$t > b_f \sqrt{F_y / (3E_s)} = 0.112691$ OK</p> <p>$t > h_w \sqrt{F_y / (3E_s)} = 0.112691$ OK</p>	<p>Relación de esbeltez</p> <p>$\lambda_c = 0.235561$</p>
<p>Relaciones ancho/espesor:</p> <p>$b/t = 38$ OK</p> <p>$h/t = 38$ OK</p>	<p>Resistencia nominal</p> <p>$\phi_c P_n = 541.837$ Ton. OK</p>
<p>Relación de esbeltez</p> <p>$\lambda = 18.836$ OK</p>	

Continuar

LRFD Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{nx} = 43.5000$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 43.5000$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

$M_{ux} = 20$ Ton.m $M_{uy} = 19$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 1.00756 \quad \text{No cumple}$$

Otro proceso Salir

b) Resultados obtenidos con las especificaciones del ACI.

ACI Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Comprobacion del espesor t de la seccion de acero

$t > b_f \sqrt{F_y / (3E_s)} = 0.82691$ ✗

$t > h_w \sqrt{F_y / (3E_s)} = 0.82691$ ✗

Seccion rectangular compuesta

Radio de giro

$r = 13.1442$ cm.

Relacion de esbeltez

$\frac{\lambda L}{r} = 22.8237$

Resistencia nominal a la compresion

$\phi P_n = 456.734$ Ton.

$\phi P_{nmax} = 300.130$ ✗ Ton.

Continuar

ACI Columna Rectangular - Resultados de la Comprobacion

Archivo Ayuda

Resultados de la comprobacion del elemento

Factores de amplificacion del momento

$\delta_{nsx} =$	<input type="text" value="1"/>	$\delta_{sx} =$	<input type="text" value="0"/>
$\delta_{nsy} =$	<input type="text" value="1"/>	$\delta_{sy} =$	<input type="text" value="0"/>

Resistencia necesaria a la flexion en el elemento

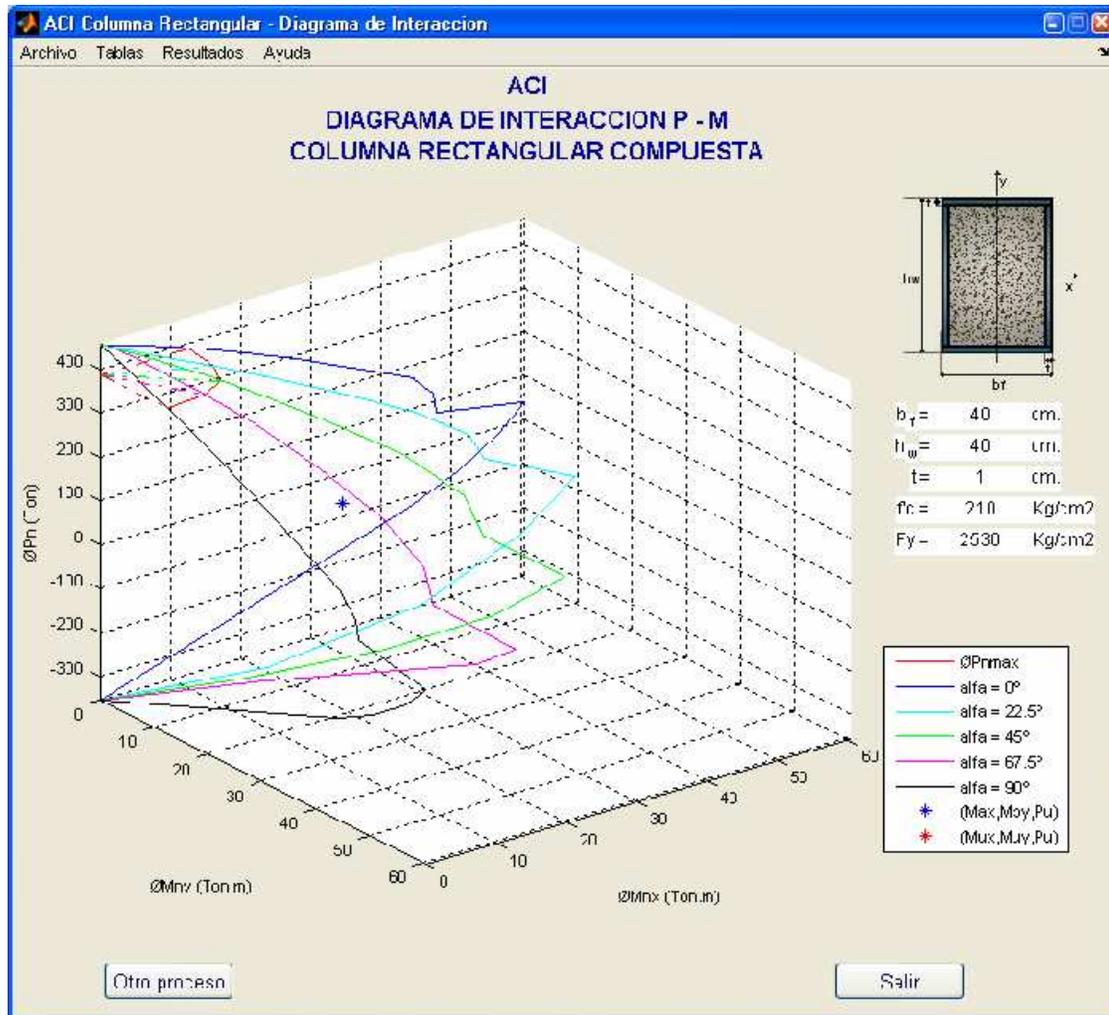
$M_{nsx} =$	<input type="text" value="20"/>	Ton.m	$M_{sx} =$	<input type="text" value="0"/>	Ton.m
$M_{nsy} =$	<input type="text" value="19"/>	Ton.m	$M_{sy} =$	<input type="text" value="0"/>	Ton.m

Resistencias de diseo

$P_u =$	<input type="text" value="115"/>	Ton.
$M_{ux} =$	<input type="text" value="20"/>	Ton.m
$M_{uy} =$	<input type="text" value="19"/>	Ton.m

Continuar

Para saber si la columna resiste a las cargas aplicadas, es primordial verificar que la combinaci3n de los momentos flectores magnificados y la carga axial se encuentren dentro del diagrama de interacci3n:



De la gráfica se puede saber que de acuerdo a las especificaciones del ACI la columna si soporta las cargas actuantes sobre ésta.

c) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EC Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Factor ε = $\varepsilon = 0.97337$

Relación ancho/espesor = $h/t = 38 \leq 52$ OK

Factor de contribución relativa del acero = $\delta = 0.639618 \leq 0.9$ OK

Sección rectangular compuesta

Relación entre las dimensiones = $h_w/b_f = 1 \leq 5.0$ OK

Esbeltez relativa = $\bar{\lambda} = 0.255454 \leq 2$ OK

Resistencia de la sección transversal = $P_n = 560.96$ Ton.

Factor de reducción de la resistencia = $\chi_x = 0.937705$ $\chi_y = 0.987705$

Resistencia a pandeo = $\chi P_n = 554.063$ Ton. OK

Continuar

EC Columna Rectangular - Comprobación Flexocompresión Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relación límite de flexocompresión

Comprobación De Segundo Orden

Relación de los momentos extremos (η)

$\eta_x = 0.75$

$\eta_y = 0.947366$

Factor de amplificación (B)

$\eta_{mx} = 0.33$ $B_x = 1$

$\eta_{my} = 0.243156$ $B_y = 1$

Relación De Flexocompresión Biaxial

$\mu_x = 0.997758$ $M_{ux} = 20$ Tcn.m $M_{nx} = 62.0886$ Ton.m

$\mu_y = 0.997758$ $M_{uy} = 19$ Tcn.m $M_{ny} = 62.0886$ Ton.m

$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{nx} = 55.7545$ Ton.m OK

$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{ny} = 55.7545$ Ton.m OK

$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.629546$ OK

Otro proceso Salir

EJEMPLO N° 2

Comprobar mediante las especificaciones: a) LRFD, b) ACI, c) EUROCÓDIGO, si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes solicitaciones:

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 3.7 \text{ m.}$$

$$L_y = 3.7 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

✧ Condición de cargas:

$$P_u = 120.0 \text{ Ton.}$$

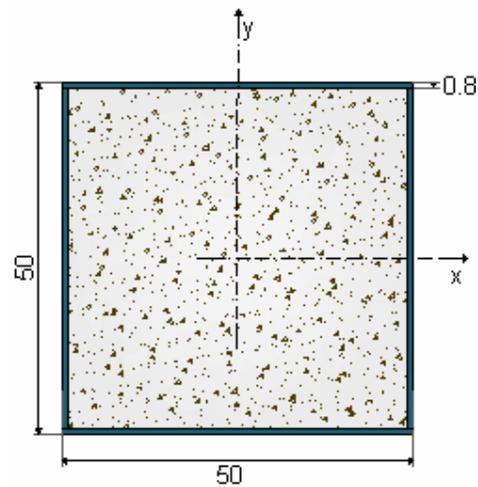
$$M_{Ax} = 22.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 20.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 19.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 18.0 \text{ Ton.m.}$$

✧ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

LRFD Calculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero	Seccion rectangular compuesta
<p>Relacion entre areas de acero y total compuesta</p> <p>$A_s > 0.04 A_g =$ <input type="text" value="100"/> OK</p>	<p>Radio de giro</p> <p>$r_n =$ <input type="text" value="20.0885"/> cm. OK</p>
<p>Comprobacion del espesor</p> <p>$t > b_f \sqrt{F_y / (3E_s)} =$ <input type="text" value="1.01586"/> Revisar</p> <p>$t > h_w \sqrt{F_y / (3E_s)} =$ <input type="text" value="1.01586"/> Revisar</p>	<p>Relacion de esbeltez</p> <p>$\lambda_c =$ <input type="text" value="0.236242"/></p>
<p>Relaciones ancho/espesor:</p> <p>$c/t =$ <input type="text" value="60.5"/> Correccion por pandeo local</p> <p>$r/t =$ <input type="text" value="60.5"/> Correccion por pandeo local</p>	<p>Resistencia nominal</p> <p>$\phi_c P_n =$ <input type="text" value="517.843"/> Ton. OK</p>
<p>Relacion de esbeltez</p> <p>$\lambda =$ <input type="text" value="18.4185"/> OK</p>	

Continuar

LRFD Cálculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Relación entre áreas de acero y total compuesta

As =

Corrupción

$t > b \sqrt{f_y}$

$t > h \sqrt{f_y}$

Relaciones ancho/espesor:

$a/t = 63.5$ Corrección por pandeo local

$h/t = 11.5$ Corrección por pandeo local

Relación de esbeltez

$\lambda = 18.4185$ OK

Sección rectangular compuesta

Radio de giro

Resistencia nominal

$\phi_c P_n = 517.643$ Tm OK

Cambiar de dimensiones?

? El espesor de la sección de acero no cumple con la relación mínima. ¿Desea cambiar de dimensiones?

LRFD Columna Rectangular - Comprobación Flexocompresión

Archivo Resultados Ayuda

Relación límite de flexocompresión

Resistencia en Flexión

Resistencia nominal en Flexión

$\phi_b M_{nx} = 61.065$ Tm.m $\phi_b M_{ny} = 61.065$ Tm.m

Resistencia requerida en Flexión

$M_{ux} = 22$ Tm.m $M_{uy} = 20$ Tm.m

Relación límite de flexocompresión

$$\frac{\Gamma_u}{\phi_c P_n} + \frac{0}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.84319 \quad \text{OK}$$

b) Resultados obtenidos con las especificaciones del ACI.

ACI Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Comprobación del espesor de la sección de acero

$t > b_f \sqrt{F_y / (3E_s)}$ = 1.01583 No Cumple

$t > h_w \sqrt{F_y / (3E_s)}$ = 1.01583 No Cumple

Sección rectangular compuesta

Radio de giro

r = 15.9713 cm.

Relación de esbeltez

$\frac{KL}{r}$ = 23.636

Resistencia nominal a la compresión

ϕP_n = 571.529 Ton.

$\phi P_{n\max}$ = 485.8 OK Ton.

Continuar

ACI Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Comprobación

$t > b_f \sqrt{F_y / (3E_s)}$

$t > h_w \sqrt{F_y / (3E_s)}$

Sección rectangular compuesta

Radio de giro

Relación de esbeltez

Resistencia nominal a la compresión

ϕP_n = 571.529 Ton.

$\phi P_{n\max}$ = 485.8 OK Ton.

Cambiar de dimensiones?

?

El espesor de la sección de acero no cumple con la relación mínima. ¿Desea cambiar de dimensiones?

Continuar

De acuerdo a las especificaciones del ACI la sección no cumple con el espesor necesario, se deberá cambiar de sección.

c) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EC Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Factor ρ = $\rho = 0.37337$

Relacion ancho/espesor
 $wt = 60.5 \geq 52.8$ **No cumple**

Factor de contribucion relativa del acero
 $\delta = 0.467732 \leq 0.9$ **OK**

Sección rectangular compuesta

Relacion entre las dimensiones
 $h_u/b_f = 1 \leq 5.0$ **OK**

Espesor relativo
 $\lambda = 0.254156 \leq 2$ **OK**

Resistencia de la sección transversal
 $P_n = 316.118$ Ton.

Factor de reducción de la resistencia
 $\chi_x = 0.987998$ $\chi_y = 0.987998$

Resistencia a pandeo
 $\chi P_n = 608.725$ Ton. **OK**

Continuar

EC Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Factor ρ = $\rho = 0.37337$

Relacion ancho/espesor
 $wt = 60.5 \geq 52.8$ **No cumple**

Factor de contribucion relativa del acero
 $\delta = 0.467732 \leq 0.9$ **OK**

Sección rectangular compuesta

Relacion entre las dimensiones
 $h_u/b_f = 1 \leq 5.0$ **OK**

Espesor relativo
 $\lambda = 0.254156 \leq 2$ **OK**

Resistencia de la sección transversal
 $P_n = 616.110$ Ton.

Factor de reducción de la resistencia
 $\chi_x = 0.987998$ $\chi_y = 0.987998$

Resistencia a pandeo
 $\chi P_n = 300.720$ Tcr. **OK**

Cambiar de dimensiones?

?

La relacion ancho/espesor de la seccion de acero no cumple con la relacion minima. ¿Desea cambiar de dimensiones?

Continuar

EC Columna Rectangular - Comprobación Flexocompresión Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Segundo Orden:

Relacion de los momentos extremos (r)		Factor de amplificacion (B)	
$r_x =$	0.853636	$C_{mx} =$	0.28
$r_y =$	0.9	$C_{my} =$	0.264
		$B_x =$	1
		$B_y =$	1

Relacion De Flexocompresion Biaxial:

$\mu_x =$	0.996119	$M_{ux} =$	22 Ton.m	$M_{nc} =$	82.1089 Ton.m
$\mu_y =$	0.996119	$M_{uy} =$	20 Ton.m	$M_{ny} =$	82.1089 Ton.m

$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{nx} =$	73.6113 Ton.m	OK
$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{ny} =$	73.6113 Ton.m	OK

$$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.513300 \quad \text{OK}$$

Otro proceso

Salir

EJEMPLO N° 3

Comprobar si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes cargas, de acuerdo a las especificaciones: a) LRFD, b) EUROCÓDIGO.

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 4.0 \text{ m.}$$

$$L_y = 4.0 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

◇ Condición de cargas:

$$P_u = 215.0 \text{ Ton.}$$

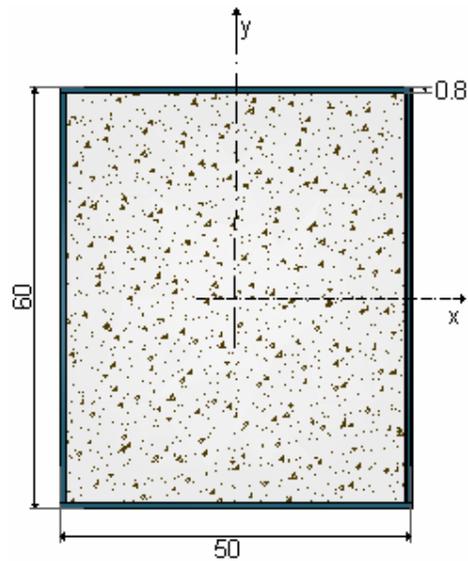
$$M_{Ax} = 37.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 32.4 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 35.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 33.0 \text{ Ton.m.}$$

◇ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

LRFD Cálculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Relación entre áreas de acero y total compuesta

$A_s \geq 0.04 A_g =$ OK

Corrección del espesor L

$t > b \sqrt{F_y(3E_s)} =$ Revisar

$t > h \sqrt{F_y(3E_s)} =$ Revisar

Relaciones ancho/espesor

$b/t =$ Corrección por pandeo local

$h/t =$ Corrección por pandeo local

Relación de esbeltez

$\lambda =$ OK

Sección rectangular compuesta

Radio de giro

$r_m =$ cm. OK

Relación de esbeltez

$\lambda_e =$

Resistencia nominal

$\phi_c P_n =$ Tcn. OK

LRFD Cálculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero

Relación entre áreas de acero y total compuesta

$A_s \geq 0.04 A_g =$ OK

Corrección del espesor L

$t > b \sqrt{F_y(3E_s)} =$ Revisar

$t > h \sqrt{F_y(3E_s)} =$ Revisar

Relaciones ancho/espesor

$b/t =$ Corrección por pandeo local

$h/t =$ Corrección por pandeo local

Relación de esbeltez

$\lambda =$ OK

Sección rectangular compuesta

Radio de giro

$r_m =$ cm. OK

Relación de esbeltez

$\lambda_e =$

Resistencia nominal

$\phi_c P_n =$ Tcn. OK

Cambiar de dimensiones?

?

El espesor de la sección de acero no cumple con la relación mínima. ¿Desea cambiar de dimensiones?

LRFD Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{ux} = 111.753$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 93.3258$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

$M_{ux} = 37$ Ton.m $M_{uy} = 33$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.998835 \quad \text{OK}$$

b) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EC Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Factor ϵ

$\epsilon = 0.97397$

Relacion ancho/espesor

$h/t = 73 > \epsilon 2 \epsilon$ **No cumple**

Factor de contribucion relativa del acero

$\delta = 0.427234 \leq 0.9$ **OK**

Seccion rectangular compuesta

Relacion entre las dimensiones

$r_w/b_t = 1.2 \leq 5.0$ **OK**

Eslotez relativa

$\bar{\lambda} = 0.27096 \leq 2$ **OK**

Resistencia de la seccion transversal

$P_n = 690.89$ Ton.

Factor de reduccion de la resistencia

$\chi_x = 0.992764$ $\chi_y = 0.384161$

Resistencia a pandeo

$\chi P_y = 679.947$ Ton. **OK**

EC Columna Rectangular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Factor $\delta =$ ≤ 0.9 OK

Relacion h/t =

Factor de contribucion relativa del acero

Seccion rectangular compuesta

Relacion entre las dimensiones

$\Gamma_n =$ Ton.

Factor de reduccion de la resistencia

$\chi_x =$ $\chi_y =$

Resistencia a pandeo

$\chi P_n =$ Ton. OK

Cambiar de dimensiones?

?

La relacion ancho/espesor de la seccion de acero no cumple con la relacion minima. ¿Desea cambiar de dimensiones?

EC Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Segundo Orden

Relacion de los momentos extremos (μ)		Factor de amplificacion (B)	
$\mu_x =$	<input type="text" value="0.945940"/>	$C_{mX} =$	<input type="text" value="0.243764"/>
$\mu_y =$	<input type="text" value="0.981818"/>	$C_{mY} =$	<input type="text" value="0.228"/>
		$D_x =$	<input type="text" value="1"/>
		$B_y =$	<input type="text" value="1"/>

Relacion De Flexocompresion Biaxial

$\mu_x =$	<input type="text" value="0.985108"/>	$M_{ux} =$	<input type="text" value="37"/> Ton.m	$M_{nx} =$	<input type="text" value="109.256"/> Ton.m
$\mu_y =$	<input type="text" value="0.989917"/>	$M_{uy} =$	<input type="text" value="33"/> Ton.m	$M_{ny} =$	<input type="text" value="91.5974"/> Ton.m

$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{nx} =$	<input type="text" value="97.8195"/> Ton.m	OK	$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} \leq 1 =$ <input type="text" value="0.704261"/> OK
$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{ny} =$	<input type="text" value="81.6064"/> Ton.m	OK	

EJEMPLO N° 4

Comprobar si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes cargas, de acuerdo a las especificaciones: a) LRFD, b) EUROCÓDIGO.

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 2.9 \text{ m.}$$

$$L_y = 2.9 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

✧ Condición de cargas:

$$P_u = 99.0 \text{ Ton.}$$

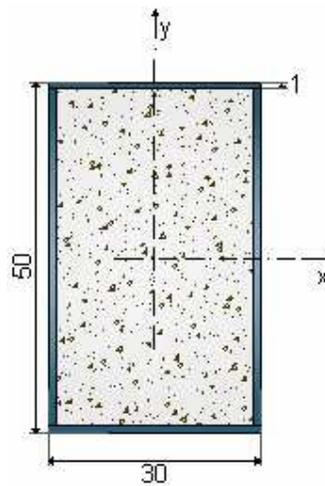
$$M_{Ax} = 18.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 13.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 14.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 17.0 \text{ Ton.m.}$$

✧ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

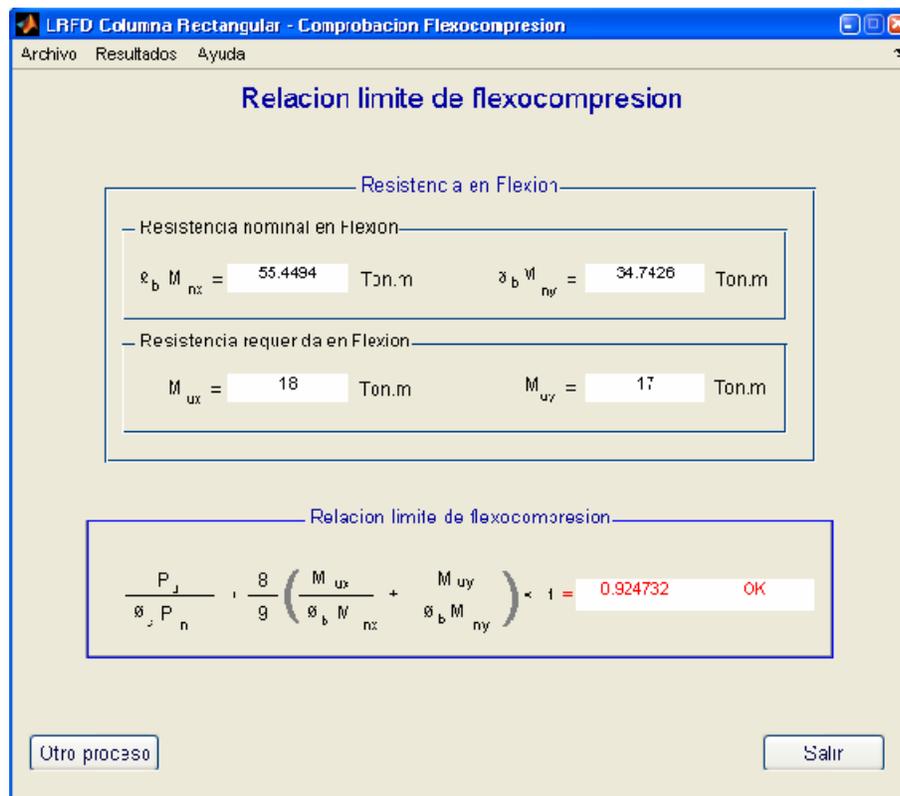
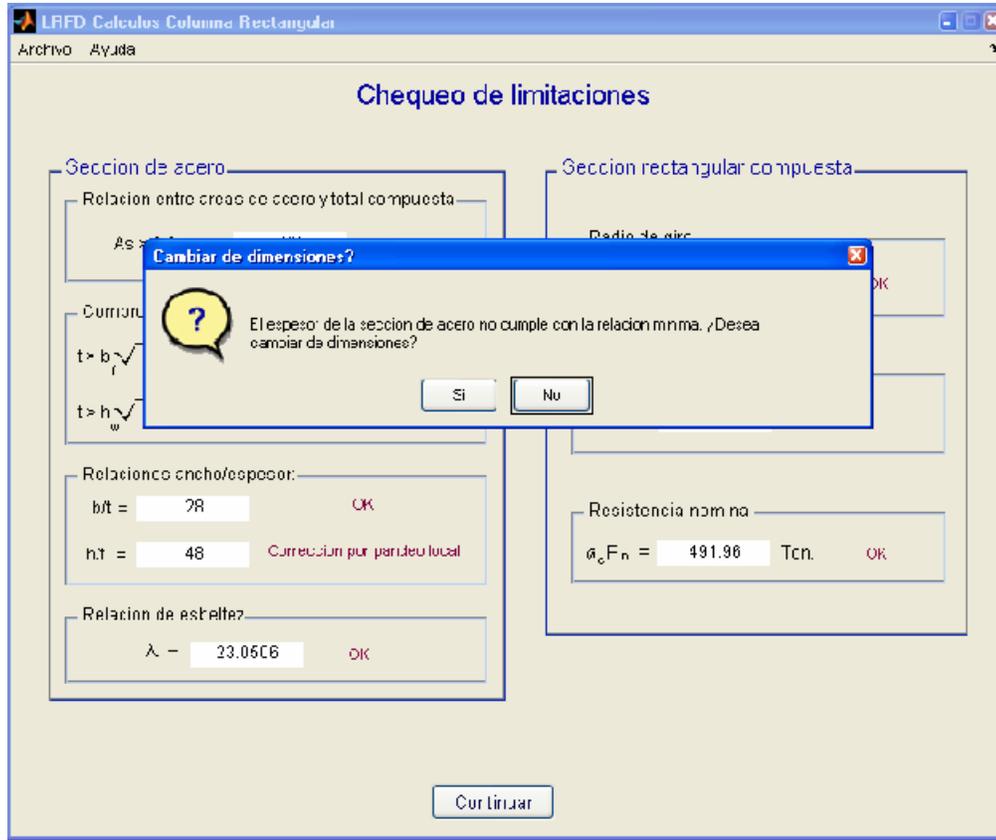
LRFD Cálculos Columna Rectangular

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Sección de acero	Sección rectangular compuesta
Relación entre áreas de acero y total compuesta $A_s > 0.04 A_g = 60$ OK	Radio de giro $r_m = 12.501$ cm. OK
Comprobación del espesor t $t > b \sqrt{F_y(3Es)} = 0.609510$ OK $t > h \sqrt{F_y(3Es)} = 1.01586$ Revisar	Relación de esbeltez $\lambda_u = 0.28675$
Relaciones ancho/espesor: $b/t = 28$ OK $h/t = 48$ Corrección por pandeo local	Resistencia nominal $\phi_c P_n = 491.96$ Ton. OK
Relación de esbeltez $\lambda = 23.0506$ OK	

Continuar



b) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EC Columna Rectangular - Calculus

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Factor ε

$\varepsilon = 0.97397$

Relacion ancho/espesor

$h/t = 48 \leq 52 \varepsilon$ **OK**

Factor de contribucion relativa del acero

$\delta = 0.655989 \leq 0.3$ **OK**

Seccion rectangular compuesta

Relacion entre las dimensiones

$h_w/b_f = 1.86667 \leq 5.0$ **OK**

Esbeltez relativa

$\bar{\lambda} = 0.313004 \leq 2$ **OK**

Resistencia de la seccion transversal

$N_n = 546.96$ Ton.

Factor de reduccion de la resistencia

$\chi_x = 0.998701$ $\chi_y = 0.974435$

Resistencia a pandeo

$\chi P_n = 532.977$ Ton. **OK**

Continuar

EC Columna Rectangular - Comprobacion Flexocompresion Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Comprobacion De Segundo Orden

Relacion de los momentos extremos (r)		Factor de amplificacion (B)	
$r_x = 0.777778$		$C_{m1x} = 0.317778$	$E_x =$ <input type="text"/>
$r_y = 0.764706$		$C_{m1y} = 0.323529$	$E_y =$ <input type="text"/>

Relacion De Flexocompresion Biaxial

$\mu_x = 0.99941$	$M_{ux} = 13$ Ton.m	$M_{nx} = 7.5956$ Ton.m
$\mu_y = 0.030246$	$M_{uy} = 17$ Ton.m	$M_{ny} = 48.0516$ Ton.m

$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{nx} = 64.3807$ Ton.m OK	$\frac{M_{ux}}{\mu_x M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\mu_y M_{ny}} < 1 = 0.59972$ OK
$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{ny} = 44.0232$ Ton.m OK	

Otro proceso **Salir**

EJEMPLO Nº 5

Verificar si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes solicitaciones, de acuerdo a las especificaciones: a) LRFD, b) ACI, c) EUROCÓDIGO.

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 2.7 \text{ m.}$$

$$L_y = 2.7 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

✧ Condición de cargas:

$$P_u = 68.0 \text{ Ton.}$$

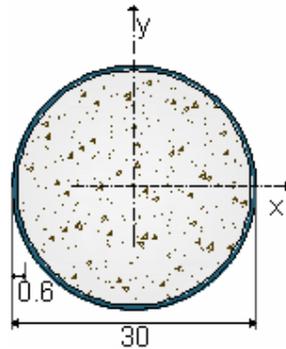
$$M_{Ax} = 6.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 3.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 4.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 5.0 \text{ Ton.m.}$$

✧ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

LRFD Columna Circular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion tubular de acero estructural	Seccion circular compuesta
Relacion entre areas del acero y total compuesta $A_s > 0.04 A_g = 28.2743$ OK	Radio de giro $r_n = 11.3566$ cm OK
Combinacion del espesor t $t > D \sqrt{F_y / 8E_s} = 0.373252$ OK	Relacion de esbeltez $\lambda_o = 0.330849$
Relaciones diametro/espesor: $D/t = 50$ OK	Resistencia nominal en compresion $\phi_c P_n = 208.253$ OK
Relacion de esbeltez $\lambda = 25.9689$ OK	

[Continuar](#)

LHD Columna Circular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{ux} = 15.0386$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 15.0085$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

$M_{ux} = 6$ Ton.m $M_{uy} = 5$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.978009 \quad \text{OK}$$

Otro proceso Salir

b) Resultados obtenidos con las especificaciones del ACI.

ACI Columna Circular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Comprobacion del espesor de la seccion de acero

$t > D \sqrt{F_y / (8F_s)}$ 0.373252 OK

Seccion rectangular compuesta

Racio de giro

$r = 8.41716$ cm.

Relacion de esbeltez

$\frac{KL}{r} = 32.0773$

Resistencia nominal a la compresion

$\phi P_n = 92.367$ Ton.

$\phi P_{n \max} = 63.512$ OK Ton.

Continuar

ACI Columna Circular - Resultados de la Comprobación

Archivo Ayuda

Resultados de la comprobación del elemento

Factores de amplificación del momento

$\delta_{nax} = 1$ $\delta_{nxy} = 1$

$\delta_{ax} = 0$ $\delta_{ay} = 0$

Resistencia necesaria a la flexión en el elemento

$M_{nax} = 6$ Ton.m $M_{nxy} = 5$ Ton.m

$M_{ax} = 0$ Ton.m $M_{ay} = 0$ Ton.m

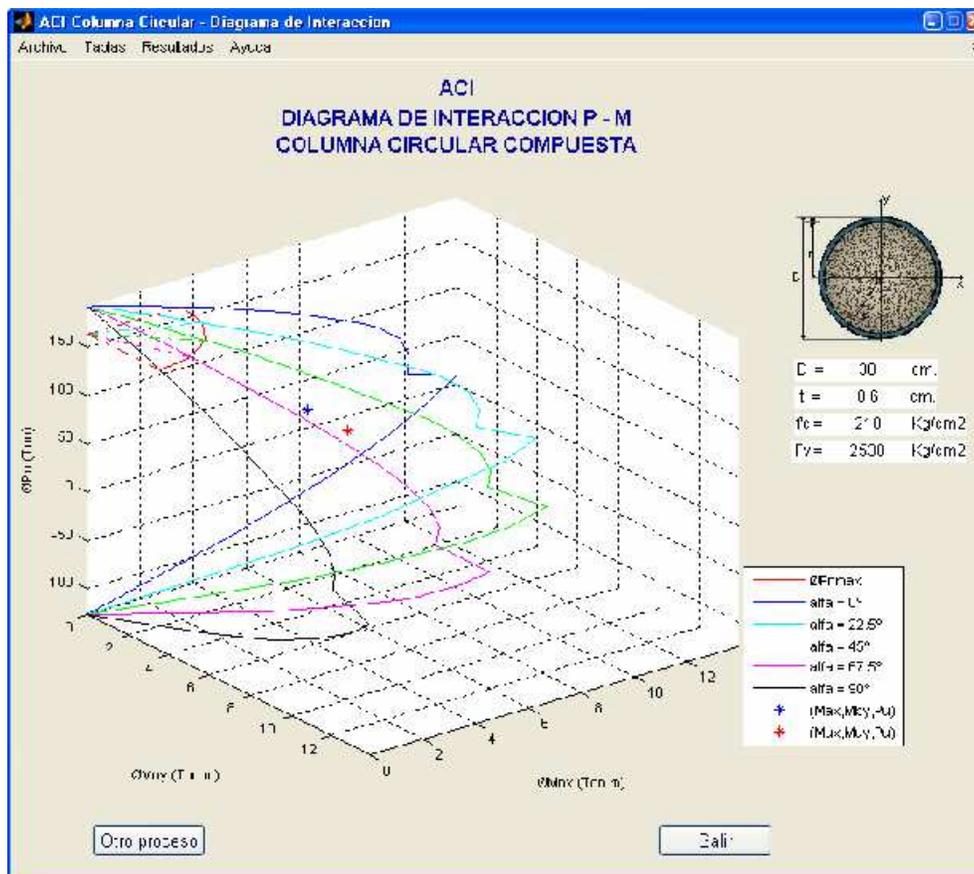
Resistencia de diseño

$P_d = 68$ Ton

$M_{ax} = 6$ Ton.m

$M_{ay} = 5$ Ton.m

Continuar



De acuerdo con las especificaciones del ACI, al quedar la combinación de carga axial y momentos flectores magnificados dentro del diagrama de interacción, la columna soporta las solicitaciones a la cual está expuesta.

c) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EU Cálculos Columna Circular

Archivo Ayuda

Chequeo de Limitaciones

Sección de acero

Factor $\lambda = 0.97397$

Relación diámetro/espesor

D/t = 50 $\leq 10 \sqrt{f_c}$ **OK**

Factor de contribución relativa del acero

$\delta = 1.582911 < 1.0$ **OK**

Sección rectangular compuesta

Esbeltez relativa

$\bar{\lambda} = 0.063562 \leq 2$ **OK**

Resistencia de la sección transversal

$P_n = 218.662$ Tcn.

Factor de reducción de la resistencia

$\chi_y = 0.967137$ $\chi_z = 0.967137$

Resistencia a pandeo

$\chi P_n = 210.383$ Tcn. **OK**

Continuar

EC Columna Circular - Comprobación Flexocompresión Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relación límite de flexocompresión

Comprobación De Segundo Orden

<p>Relación de los momentos extremos (η)</p> <p>$\eta_x = 0.666667$</p> <p>$\eta_y = 0.3$</p>	<p>Factor de amplificación (B)</p> <p>$C_{mx} = 0.366657$ $B_x = 1$</p> <p>$C_{my} = 0.396$ $B_y = 1$</p>
---	---

Relación De Flexocompresión Biaxial

$\mu_x = 0.580418$	$M_{ux} =$ E Ton.m	$N_{ux} = 14.7167$ Ton.m
$\mu_y = 0.960413$	$M_{uy} =$ E Ton.m	$N_{uy} = 14.7167$ Ton.m

<p>$M_{ux} < 0.9 \mu_x M_{ix} = 12.9857$ Ton.m OK</p> <p>$M_{uy} < 0.9 \mu_y M_{iy} = 12.9857$ Ton.m OK</p>	<p>$\frac{N_{ux}}{\mu_x M_{ix}} + \frac{N_{uy}}{\mu_y M_{iy}} < 1 = 0.762377$ OK</p>
---	---

Otro proceso Salir

EJEMPLO N° 6

Revisar si la sección presentada a continuación puede soportar las siguientes solicitaciones, de acuerdo a las especificaciones: a) LRFD, b) ACI, c) EUROCÓDIGO.

Datos:

✧ Valores característicos de los materiales:

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_s = 2043000 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$E_c = 180000 \text{ Kg/cm}^2.$$

✧ Características de la estructura:

Extremos fijos linealmente.

No existen cargas aplicadas transversalmente.

$$L_x = 3.1 \text{ m.}$$

$$L_y = 3.1 \text{ m.}$$

$$K_x = 1$$

$$K_y = 1$$

✧ Condición de cargas:

$$P_u = 90.0 \text{ Ton.}$$

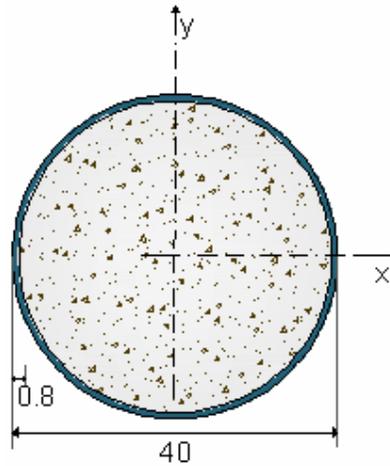
$$M_{Ax} = 7.5 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Ay} = 6.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{Bx} = 7.0 \text{ Ton.m.}$$

$$M_{By} = 5.0 \text{ Ton.m.}$$

✧ Propiedades geométricas de la sección compuesta en cm.:



Resultados:

a) Resultados obtenidos con las especificaciones del LRFD.

LRFD Columna Circular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion tubular de acero estructural	Seccion circular compuesta
Relacion entre areas del acero y total compuesta $A_s > 0.4 A_g = 50.2655$ OK	Radio de giro $r_m = 13.8622$ cm OK
Comprobacion del espesor $t > D \sqrt{F_y / 8 E_s} = 0.49767$ OK	Relacion de esbeltez $\lambda_c = 0.264838$
Relaciones diametro/espesor $D/t = 50$ OK	Resistencia nominal en compresion $\phi_c F_n = 374.637$ OK
Relacion de esbeltez $\lambda = 22.060$ OK	

[Continuar](#)

LRFD Columna Circular - Comprobacion Flexocompresion

Archivo Resultados Ayuda

Relacion limite de flexocompresion

Resistencia en Flexion

Resistencia nominal en Flexion

$\phi_b M_{nx} = 22.4861$ Ton.m $\phi_b M_{ny} = 22.4861$ Ton.m

Resistencia requerida en Flexion

$M_{ux} = 7.5$ Ton.m $M_{uy} = 6$ Ton.m

Relacion limite de flexocompresion

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < 1 = 0.773895 \quad \text{OK}$$

Otro proceso Salir

b) Resultados obtenidos con las especificaciones del ACI.

ACI Columna Circular - Calculos

Archivo Ayuda

Chequeo de limitaciones

Seccion de acero

Comprobacion de espesor t de la seccion de acero

$t > D \sqrt{F_y / FFS} = 0.40767 \quad \text{OK}$

Seccion rectangular compuesta

Radio de giro

$r = 11.2223$ cm

Relacion de esbeltez

$\frac{K L}{r} = 27.6221$

Resistencia nominal a la compresion

$\phi P_n = 341.935$ Ton

$\phi P_{n \max} = 230.637$ Ton

Continuar

De acuerdo con las especificaciones del ACI, al quedar la combinación de carga axial y momentos flectores magnificados dentro del diagrama de interacción la columna soporta las solicitaciones a la cual está expuesta.

c) Resultados obtenidos con las especificaciones del EUROCÓDIGO.

EC Cálculos Columna Circular

Archivo Ayuda

Chequeo de Limitaciones

Selección de acero

Factor δ

$\delta = 0.97397$

Relación diámetro/espesor

DM 50 $\leftarrow \leq 62$ **OK**

Factor de contribución relativo del acero

$\delta = 0.58201$ $\leftarrow \leq 0.9$ **OK**

Sección rectangular compuesta

Eslabes relativa

$\bar{\lambda} = 0.313063$ $\leftarrow \leq 2$ **OK**

Resistencia de la sección transversal

$P_n = 388.733$ Ton.

Factores de reducción de la resistencia

$\chi_x = 0.97442$ $\chi_y = 0.97442$

Resistencia a pandeo

$\chi P_n = 373.789$ Ton. **OK**

Continuar

EC Columna Circular - Comprobación Flexocompresión Biaxial

Archivo Resultados Ayuda

Relación límite de flexocompresión

Comprobación De Segundo Orden

Relación de los momentos extremos (β)

$r_x = 1.933333$

$r_y = 0.833333$

Factores amplificación (β)

$C_{mx} = 0.249333$ $\beta_x = 1$

$C_{my} = 0.293333$ $\beta_y = 1$

$\mu_x = 0.887469$

$\mu_y = 0.997769$

$M_{ux} = 7.5$ Ton.m

$M_{uy} = 6$ Ton.m

$M_{mx} = 34.6841$ Ton.m

$M_{my} = 37.3341$ Ton.m

$M_{ux} \leq C.0 \mu_x V_{cx} = 31.3162$ Ton.m **OK**

$M_{uy} \leq C.0 \mu_y V_{cy} = 31.3162$ Ton.m **OK**

$\frac{M_{mx}}{\mu_x M_{ux}} + \frac{M_{my}}{\mu_y M_{uy}} \leq 1 = 0.887078$ **OK**

Otro proceso Salir

4.2 APLICACIONES

Se puede hacer uso del programa COLUMNAS COMPUESTAS para los siguientes casos:

- Para la obtención de tablas y diagramas de interacción de columnas compuestas los cuales con de gran ayuda en el prediseño.
- Cuando se vayan a analizar columnas compuestas de acero rellenas de hormigón de sección rectangular, cuadrada o circular.
- Para comprobar columnas compuestas sujetas a flexocompresión biaxial.
- Cuando se necesite emplear secciones de acero que por efectos del pandeo local posean zonas efectivas, esto para el caso de las normas del LRFD y EUROCÓDIGO.

4.3 RESTRICCIONES

Las restricciones a las que está sujeto el programa COLUMNAS COMPUESTAS son las siguientes:

- El programa está limitado a secciones transversales con doble simetría, como son las secciones rectangulares, cuadradas y circulares, que contengan únicamente una sección de acero
- El subprograma basado en las normas de ACI, se encuentra limitado a secciones de acero que cumplan con las relaciones ancho-espesor establecidas por dicha norma, es decir, si no cumplen con tales limitaciones la sección de acero debe ser cambiada.
- Los resultados de la ejecución del programa no pueden ser guardados, teniendo la única opción de ser impresos.

CAPÍTULO V

5.1 CONCLUSIONES

Analizados todos los puntos propuestos se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- Las columnas compuestas de acero rellenas de hormigón están basadas en el mejor aprovechamiento de las propiedades de dichos materiales, no sólo desde el punto de vista resistente, sino en el constructivo, en el funcional y el económico.
- Las secciones de acero de las columnas compuestas son elaboradas bajo condiciones controladas de fábrica. Esto permite el establecimiento de procedimientos más estrictos de calidad, lo que conduce a una mayor precisión y calidad en la construcción.
- El relleno de hormigón aporta a las secciones de acero mayor rigidez y mayor capacidad de resistir carga, con lo cual se pueden formar columnas esbeltas que resistan mayores cargas sin considerar el incremento en las dimensiones externas. De tal modo que la superficie útil por planta es mayor debido a las reducidas dimensiones de las columnas compuestas.
- Además, se puede decir que el relleno de hormigón, a más de incrementar el tiempo de resistencia frente al fuego, ayuda a la corrosión a largo plazo de las columnas de acero ya que impide que se deteriore internamente la columna.
- Una vez conocidas las ventajas de las columnas compuestas es factible que se utilicen cada vez más para resistir forjados de vanos

muy grandes que cada vez son más habituales en la construcción de edificios comerciales y edificios altos.

En esta tesis se ha desarrollado el programa COLUMNAS COMPUESTAS basado en las especificaciones de las normas: *Load and Resistance Factor Design for Structural Steel Buildings (LRFD)* de la AISC, en los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (*ACI 318S-05*) y Comentario, y en el *EUROCÓDIGO* de la Norma Española Experimental UNE-ENV 1994-1-1.

El programa permite comprobar el elemento a flexocompresión biaxial, chequea el pandeo de los elementos de acero, del mismo modo, ofrece la disposición de diagramas de interacción.

Del análisis del programa se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- En la ejecución del programa se ha empleado el módulo de elasticidad del hormigón obtenido a partir de la ecuación $120000 * \sqrt{f_c}$, pudiendo ser modificado si el usuario lo prefiere. Ésta ecuación ha sido desarrollada en estudios realizados por la empresa Holcim Ecuador S.A. en la ciudad de Guayaquil en el año 2003, en el cual se examinó la diferencia del módulo de elasticidad del hormigón E_c , en las regiones de la sierra y la costa. En dicho estudio se llegó a la conclusión que la naturaleza de los agregados empleados en la fabricación de hormigones, especialmente en la región de la sierra, no cumplen en su totalidad con las normas ASTM; por tal motivo se vio la necesidad de desarrollar una ecuación que contemple éste criterio, a más de esto, la ecuación antes descrita tiene en cuenta el efecto de agrietamiento del hormigón.
- El programa permite la consideración del efecto del pandeo local de los elementos de acero mediante la reducción del área total en áreas efectivas, con lo cual se tiene una reducción en la resistencia del

elemento. Esto se aplica sólo para las secciones rectangulares y cuadradas en las normas del LRFD y EUROCÓDIGO.

- Los requerimientos del ACI no ofrecen principios para la consideración de los efectos del pandeo local de los elementos de acero. Por tanto, en el programa COLUMNAS COMPUESTAS bajo las normas del ACI, la sección de acero deberá cumplir con las limitaciones establecidas sin tener la opción de tomar en cuenta zonas efectivas de los elementos de acero.
- El EUROCÓDIGO ofrece un método para el cálculo de columnas compuestas conocido como *método simplificado*; que está basado en las curvas europeas de pandeo y las curvas de interacción de la sección transversal en lo que respecta a la determinación de la resistencia de la sección. El campo de aplicación de este método de cálculo está limitado a valores de la esbeltez relativa menores que 2.
- Es claro que las tres normas adoptadas utilizan coeficientes de seguridad que varían entre si; pues mientras el LRFD utiliza un coeficiente de reducción para carga axial de 0.85, el ACI emplea dos coeficientes diferentes: para secciones rectangulares igual a 0.70 y para secciones circulares igual a 0.75; para el caso de las normas del EUROCÓDIGO se utiliza un coeficiente de reducción que varía de acuerdo a la curva europea de pandeo a la que corresponda la sección (este valor se analizó ampliamente en el capítulo II).
- De los resultados obtenidos de la aplicación del programa se puede observar que la resistencia axial a compresión de las columnas compuestas obtenida con la norma del ACI es mucho más conservadora que los otros dos métodos. Así mismo, los resultados obtenidos por las normas LRFD son más conservadores que los obtenidos por las normas del EUROCÓDIGO.

- Ahora bien, el confinamiento proporcionado por una sección de acero cerrada permite que el hormigón pueda alcanzar resistencias más altas. En el caso de las normas del EUROCÓDIGO para los tubos circulares rellenos de hormigón se toma en cuenta adicionalmente un aumento de resistencia que incrementa la capacidad global del hormigón, éste efecto tendrá lugar sólo si la sección de acero es lo suficientemente rígida como para evitar la expansión lateral del hormigón bajo la carga axial de compresión. No obstante, el aumento de resistencia debido al confinamiento no se puede utilizar en el caso de sección rectangular debido a que sus caras planas se deforman al expandirse el hormigón.

- Para la comprobación a flexocompresión biaxial se disponen de ecuaciones tanto en la norma del LRFD como en la norma del EUROCÓDIGO, pero para los requisitos del ACI el método para la comprobación a flexocompresión biaxial es emplear los diagramas de interacción. Dicho lo anterior, el programa COLUMNAS COMPUESTAS permite obtener diagramas de interacción que incluyen las cargas últimas y las cargas mayoradas actuantes sobre el elemento; de esta manera se podrá saber si la sección cumple con tales solicitaciones.

- Las tablas y diagramas de interacción que ofrece el programa son de gran utilidad en la etapa de prediseño de columnas compuestas. Como se describió anteriormente, con estos diagramas se puede analizar si la sección a emplear cumple con las solicitaciones requeridas.

- Se opta por exponer las curvas de interacción para casos específicos, debido a la magnitud de variables que intervienen en la comprobación de flexocompresión biaxial de columnas compuestas, ya que resultaría inconveniente la exposición de infinidad de diagramas de interacción.

- Los diagramas de interacción obtenidos en el programa pueden presentar discontinuidades que se deben a la reducción del ancho total de la sección de acero en un ancho efectivo, esto ocurrirá si las limitaciones de las relaciones de ancho-espesor de la sección de acero se sobrepasan.
- El programa tiene en cuenta los efectos de segundo orden mediante el uso de coeficientes de magnificación de los momentos de primer orden (estos valores dependerán de la norma empleada).
- Finalmente, en nuestro medio las normas utilizadas para el cálculo de estructuras metálicas son las del LRFD. En base a esto, dependerá del usuario que norma prefiera seguir teniendo a su disposición los resultados obtenidos en la aplicación de las tres normas: LRFD, ACI y EUROCÓDIGO.

5.2 RECOMENDACIONES

- Para el uso óptimo del programa COLUMNAS COMPUESTAS se deben seguir los pasos descritos en el manual de usuario, de igual manera, se recomienda empezar por emplear los ejemplos propuestos.
- Verificar los datos de entrada antes que el programa pase a la siguiente fase de cálculo de esta forma se evitarán errores posteriores en los resultados.
- Para Ingenieros Estructurales interesados en el tema de construcción compuesta, se recomienda elaborar nuevos programas que contemplen el diseño de columnas compuestas con secciones de acero embebidas en hormigón, como son secciones I, pues esta tesis está limitada a secciones de acero rellenas de hormigón.

- Para futuras investigaciones, se recomienda desarrollar de programas que contemplen el uso de atiesadotes en columnas compuestas, si se desea aumentar la resistencia de las secciones de acero que tengan peligro de fallo por pandeo local, disminuyendo de esta manera las zonas ineficaces de las placas de acero.

- Realizar en posteriores investigaciones, programas que consideren los pesos y costos de elementos compuestos, es decir, programas de presupuestos de estructuras compuestas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. TIMOSHENKO S. **Resistencia de Materiales**, Decimocuarta Edición.
2. NILSON, Arthur H. **Diseño de Estructuras De Concreto**, Mc Graw-Hill.
3. NAWY, Edward. **Concreto Reforzado**, Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México.
4. IBAÑEZ, Miguel. **Estructuras mixtas de hormigón crudo y acero en edificios**, Dossat, Madrid.
5. MARTINEZ, Julio – ORTIZ, Jesús. **Construcción Mixta Hormigón-Acero**, Ed. Rueda, México.
6. BORJA, Esteban – VALLEJO, Vicente. **Diseño de Columnas Mixtas**. Escuela Politécnica Nacional 1986.
7. PAEZ, Pablo. **Diseño de columnas de sección arbitraria**. Escuela Politécnica Nacional 1990.
8. INSTITUTO ECUATORIANO DE NORMALIZACIÓN, **Código Ecuatoriano De La Construcción. Requisitos Generales De Diseño**, 2001.
9. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario**, 2005.
10. ARGUELLES A. R., ARGUELLES B. R., ARRIAGA F., ATIENZA J. R. **Estructuras de acero: Cálculo, Norma Básica y Eurocódigo**. Ed. Bellisco Ediciones Técnicas y Científicas.
11. GARCÍA J. Marco, **Fundamentos para el Cálculo y Diseño de Estructuras Metálicas de Acero Laminado. Comportamiento del**

Material y Esfuerzos Básicos aplicados al Eurocódigo 3, Normas AISC, Normativa española (EA-95). Ed. McGraw-Hill.

12. VALENCIA, Gabriel. **Estructuras de Acero. Diseño con Factores de Carga y de Resistencia.** 2ª. Edición, Colombia 2004
13. **EC3 Proyecto de estructuras de acero.** Ed. AENOR.
14. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction, Load & Resistance Factor Design.** Second Edition, 1994.
15. NORMA ESPAÑOLA EXPERIMENTAL UNE-ENV 1994-1-1, EUROCÓDIGO 4: **Proyecto de estructuras de hormigón y acero.** Ed. AENOR, 1996.
16. <http://www.ing.unlp.edu.ar/cmydm/MixtasEC4.pdf>
17. <http://grupo.unican.es/gidai/assignatura/ISCIE/Pasiva%2002.pdf>
18. http://www.student.estg.ipleiria.pt/~ec11280/eurocodigo_2.pdf
19. <http://www.highways.gov.uk/business/3521.aspx#top>

ANEXOS

1. CÓDIGO FUENTE

A causa de la extensión del código fuente de programación se ha dispuesto éste en formato PDF en el CD (para su correcta visualización es preciso tener instalado en el ordenador el programa Adobe Reader 6.0 o superior).

2. INSTRUCTIVO

El manual para el uso del programa se encuentra en el CD en formato PDF, que puede ser también visualizado desde el menú ayuda del programa COLUMNAS COMPUESTAS.

Adicionalmente, se presenta en el CD un archivo con el nombre de "INSTALAR" en el cual se encuentran detallados paso a paso el procedimiento a seguir para poder instalar y ejecutar exitosamente el programa COLUMNAS COMPUESTAS.