ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

TESIS DE GRADO

SOFTWARE DIDACTICO PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS DE TRANSMISION EN MODO TRANSVERSAL ELECTROMAGNETICO Y EN MODO FUNDAMENTAL

TESIS PREVIA LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO EN ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES

DIEGO JAVIER SALAZAR SAETEROS

1993

CERTIFICACION

Certifico que el presente trabajo ha sido desarrollado en su totalidad por el Señor Diego Javier Salazar Saeteros.

Ing. Carlos Egas A.

CONTENIDO

CAPITULO II

ANALISIS IDEAL Y REAL DE LAS ONDAS VIAJERAS EN EL ESTADO ESTABLE AC

CAPITULO III

DESARROLLO MATEMATICO PARA LA SIMULACION

CAPITULO IV

DESARROLLO DEL SOFTWARE

INTRODUCCION TEORICA, PRESENTACION DEL PROBLEMA Y BOSQUEJO DEL DESARROLLO DE SOLUCIONES

El objetivo principal del presente trabajo, es diseñar un programa en el cual se pueda analizar las señales de voltaje o campo eléctrico dependiendo del modo de propagación, respecto a la distancia y al tiempo. En el tiempo se observa las señales en su estado transitorio, es decir en los instantes en que se inicia la propagación de la señal y observando la influencia de las primeras reflexiones de la onda viajera. Con respecto a la distancia se analizan los resultados de la variación de la magnitud y fase de las señales considerándose el análisis del patrón de onda estacionaria.

Los Capítulos I y II, hacen un breve análisis de las bases teóricas necesarias para el desarrollo del programa. Se efectúa una revisión de los principales conceptos teóricos, relacionados con las ondas viajeras y su análisis en el estado transitorio y en el estado estable AC. Se describe además los distintos modos de propagación existentes, concluyéndose que el análisis posterior se hará para el modo TEM y para el modo fundamental.

En el Capítulo III, se presenta el desarrollo matemático para la simulación de la magnitud de las señales en su estado transitorio, y en su estado estable AC. Se analiza el patrón de onda estacionaria para el modo TEM y para el modo fundamental. Se considera un rango de frecuencia para el modo transversal electromagnético de 30 a 1000 MHz y para el modo fundamental dentro de la banda de 1 a 30 GHz.

El Capítulo IV, entrega el análsis correspondiente al desarrollo del software. Se hace una presentación de las rutinas necesarias para el funcionamiento correcto del programa. Para que el programa sea rápido en la presentación de gráficos en la pantalla y en la elaboración de cálculos se ha decidido utilizar para el desarrollo del mismo el Lenguaje C.

Finalmente, en el Capítulo V, se presentan los resultados entregados por el programa para varios ejemplos, los cuales varían de acuerdo al ingreso de datos diferentes. El análisis en el tiempo presenta gráficos de la señal, pudiéndose analizar el efecto de los distintos parámetros que influyen en el fenómeno, tal como impedancia de carga, tipo de fuente, etc. El análisis en la distancia incluye gráficos de la magnitud de voltaje o campo eléctrico y de la variación de fase de la señal a lo largo de la línea o guía de transmisión, así como resultados numéricos.

. El programa permitirá ver los resultados calculados y el gráfico obtenido en la pantalla, ofreciendo la opción de impresión de los mismos. Para esto se hace necesario que el programa trabaje en cualquier tipo de monitor (CGA, EGA, VGA, MCGA o Hércules) y a la vez que permita usar cualquier impresora paralela.

CONSTANTES DISTRIBUIDAS Y ONDAS VIAJERAS

1.1 CONSTANTES DISTRIBUIDAS EN LOS SISTEMAS DE TRANSMISION.

Los sistemas de transmisión son fácilmente analizados por medio de las constantes distribuídas. Las constantes más importantes en los sistemas de transmisión son la inductancia y la capacitancia distribuídas. Cuando una corriente fluye por los conductores de una línea de transmisión, se presenta un campo magnético alrededor de los conductores. Cualquier carga en este campo inducirá un voltaje (L di/dt). La inductancia de los conductores de la línea de transmisión se distribuye uniformemente a lo largo de ésta. La inductancia distribuída que representa el efecto del flujo magnético interno y externo a los conductores de la línea, se conoce con el símbolo L y se expresa en henrios/metro (H/m).

Entre los conductores de la línea se presenta una capacitancia distribuída C debido a la diferencia de potencial entre los mismos. Su valor se mide en faradios/metro (F/m). La inductancia y capacitancia distribuídas se ilustran esquemáticamente en la Figura 1.1.

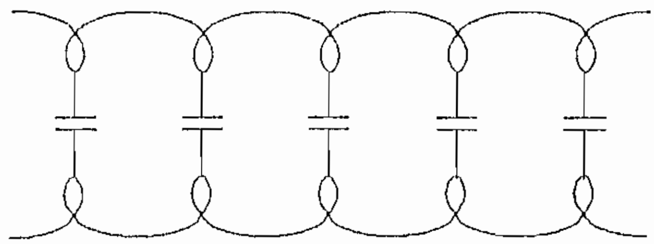

Figura 1.1. Representación esquemática de la inductancia y capacitancia distribuidas en una línea de transmisión.

Por otra parte, los conductores de la línea de transmisión presentan una resistencia por unidad de longitud *R* que se mide en ohmios/metro, la cual incluye el efecto de la presencia de todos los conductores. Finalmente, el aislante entre los conductores puede permitir la presencia de una corriente de fuga desde un conductor hacia el otro. Este fenómeno se denota por la letra *G* y es la conductancia por unidad de longitud y se mide en mhos/metro. R representa obviamente la imperfección del conductor, mientras que G representa la imperfección del medio aislante. Se debe tomar en cuenta que R no es el inverso de G ni viceversa.

Aunque las constantes se distribuyen uniformemente a través de la línea, se puede analizar su efecto imaginando que la línea está formada por pequeños trozos de longitud Δx, como se aprecia en la Figura 1.2.

Si L es la inductancia por unidad de longitud, la inductancia de la sección será $L.\Delta x$ henrios. Similarmente la resistencia de la sección será $R.\Delta x$ ohmios, la

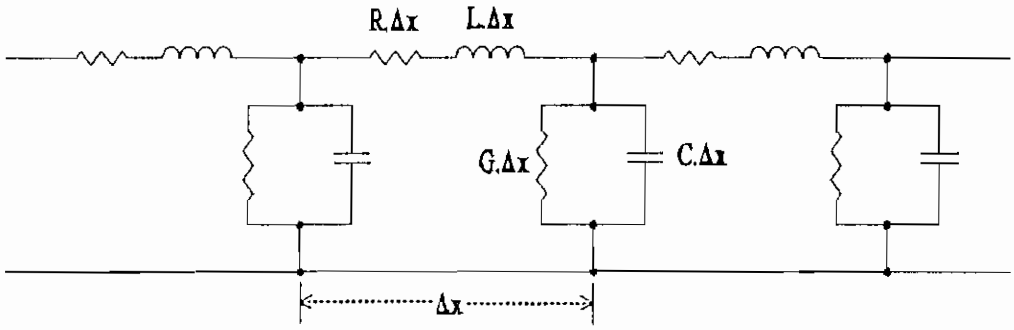

Figura 1.2. Representación aproximada de una corta sección de la línea de transmisión.

capacitancia será C.Δx faradios, y la conductancia será G.Δx mhos.

Si bien la inductancia y la resistencia se muestran en la Figura 1.2 en serie en un sólo conductor, ellos realmente representan el efecto de ambos conductores en la pequeña sección Δx. A medida que la sección Δx se hace mas pequeña, la línea de la Figura 1.2 se aproximará cada vez más a una línea uniforme.

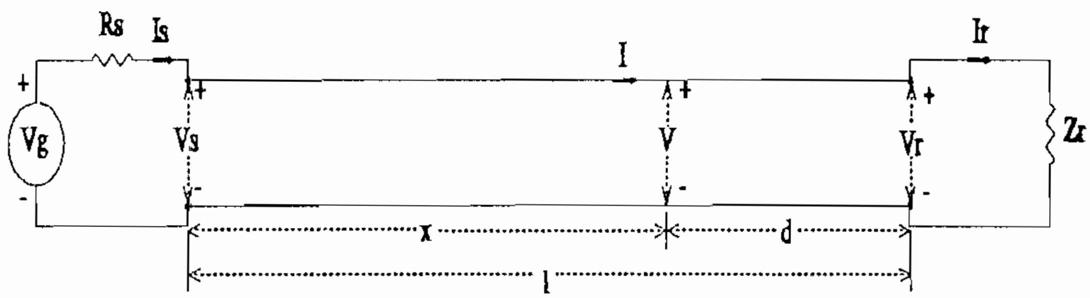

Figura 1.3. Diagrama esquemático de una línea de transmisión.

Básicamente, se puede ilustrar a la línea de transmisión como se representa en la Figura 1.3. Los subíndices *s* y *r* representan los terminales de envío y recepción de la línea de transmisión respectivamente. La línea está terminada por una impedancia de carga Z_r, y es alimentada por un generador que tiene un voltaje en circuito abierto V_g y una resistencia interna R_s. Se denotará voltaje y corriente instantáneos por *v* e *i* respectivamente y se usará para fasores de voltaje y corriente las letras *V* e *I*. Las convenciones de signo se muestran en la Figura 1.3.

1.2 ECUACIONES DIFERENCIALES DE LAS ONDAS EN LOS SISTEMAS DE TRANSMISION.

Se considera una sección infinitesimal de una línea como se indica en la Figura 1.4, un voltaje instantáneo *v* y una corriente *i*. La inductancia en serie de la sección es $L.\Delta x$ henrios, y la resistencia en serie es $R.\Delta x$ ohmios. Similarmente la capacitancia en paralelo es $C.\Delta x$ faradios y la conductancia en paralelo es $G.\Delta x$ mhos.

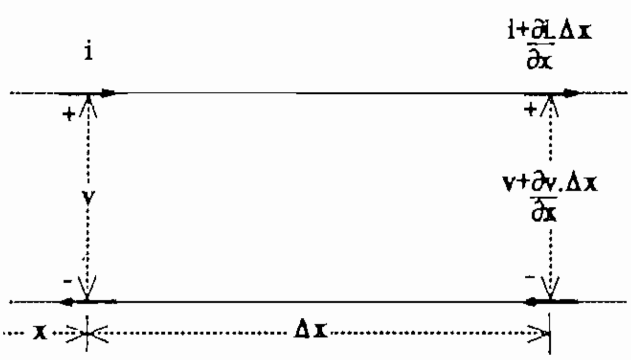

Figura 1.4. Sección infinitesimal de una línea de transmisión

Siguiendo las convenciones de cálculo, la diferencia de voltaje entre los dos terminales de la sección Δx, es

$(\partial v/\partial x).\Delta x$, como se indica en la Figura 1.4 (la derivada parcial se usa debido a la presencia de dos variables independientes, la distancia x y el tiempo t). La diferencia de voltaje $(\partial v/\partial x).\Delta x$ se produce por el flujo de la corriente i a través de la resistencia $R.\Delta x$ y por el cambio de la razón $\partial i/\partial t$ en la inductancia $L.\Delta x$. De tal manera se puede escribir:

$$-\frac{\partial v}{\partial x}.\Delta x = (R.\Delta x).i + (L.\Delta x).\frac{\partial i}{\partial t}$$

El signo negativo se usa porque los valores positivos de i y de $\partial i/\partial t$ causan un decrecimiento de v al incrementarse el valor de x. Dividiendo la ecuación anterior para Δx, se obtiene:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R.i + L.\frac{\partial i}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.1}$$

La Ec. 1.1 representa la ecuación diferencial que indica la manera como el voltaje instantáneo v cambia a lo largo de la línea.

De manera similar, la diferencia de corriente entre los dos terminales de la sección, $(\partial i/\partial x).\Delta x$, se produce por: (1) la corriente causada por el voltaje v sobre la conductancia $G.\Delta x$ y (2) la corriente de desplazamiento por la capacitancia $C.\Delta x$ causada por el cambio de voltaje en la razón $\partial v/\partial t$. Se puede entonces, escribir:

$$-\frac{\partial i}{\partial x}.\Delta x = (G.\Delta x).v + (C.\Delta x).\frac{\partial v}{\partial t}$$

Dividiendo para Δx:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G.v + C.\frac{\partial v}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.2}$$

Las ecuaciones Ec. 1.1 y Ec. 1.2 son ecuaciones diferenciales con dos variables dependientes, v e i, y dos variables independientes x y t. Estas ecuaciones, junto con las condiciones de borde dadas por la fuente y la carga, dan las soluciones para el estado transitorio y el estado estable AC de la línea.

1.3 ESTADO TRANSITORIO DE LA SEÑAL EN ONDAS VIAJERAS.

Las soluciones mas sencillas a las ecuaciones diferenciales Ec. 1.1 y Ec. 1.2 se presentan cuando se tienen condiciones ideales, es decir cuando no existen pérdidas (R = G = 0).

Para condiciones ideales, las ecuaciones Ec. 1.1 y Ec. 1.2 se escriben:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = L.\frac{\partial i}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.3}$$

y

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C.\frac{\partial v}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.4}$$

Al derivar la ecuación Ec. 1.3 con respecto a x y reemplazando la ecuación Ec. 1.4 en la relación final, se obtiene la siguiente ecuación diferencial de v:

$$\frac{1}{LC} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad \text{Ec. 1.5}$$

Si se realiza de manera inversa, es decir derivando la ecuación Ec. 1.4 con respecto a x, y reemplazando la ecuación Ec. 1.3 en la relación resultante, se obtiene una relación similar a la ecuación Ec. 1.5 para la corriente i:

$$\frac{1}{LC} \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \qquad \text{Ec. 1.6}$$

Las ecuaciones Ec. 1.5 y Ec. 1.6 representan formas unidimensionales de la ecuación de onda, las soluciones que se conocen son ondas que viajan en una sola dirección (para este caso en la dirección de x), a una velocidad $\mathbf{v}$, donde:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Una onda que viaja en la dirección positiva de x a una velocidad $\mathbf{v}$ puede ser expresada matemáticamente por:

$$v = f\left(\frac{x}{\mathbf{v}} - t\right) \qquad \text{Ec. 1.7}$$

donde f representa cualquier función de un valor único de argumento $x/\mathbf{v} - t$.

En la Figura 1.5, se puede analizar una de las características de la función f. Se supone que un observador viaja con la onda mostrada en la la Figura 1.5 de tal manera que se encuentra en un punto particular P de la onda.

Para el observador la función $f(x/\mathbf{v} - t)$ permanece constante

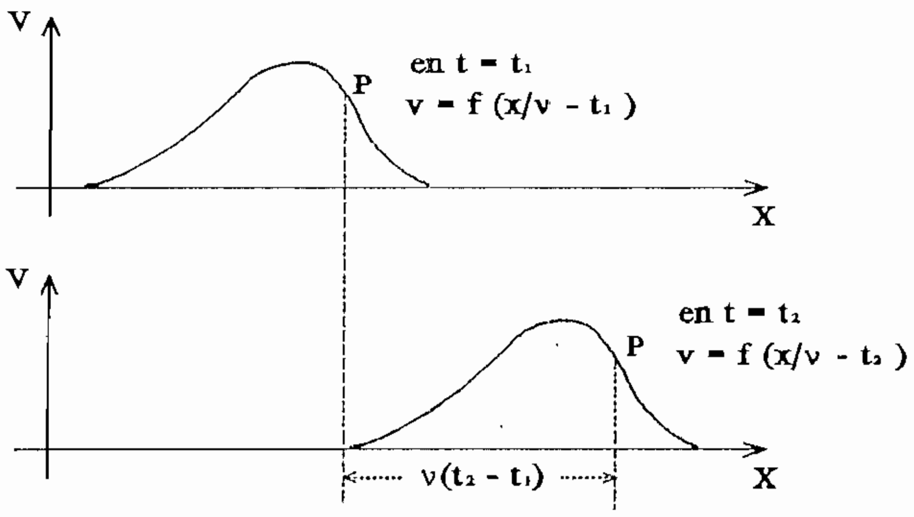

Figura 1.5. Onda viajera en dos instantes sucesivos de tiempo.

en valor, lo que significa que el observador debe moverse de tal suerte que el argumento $x/\nu - t$ es constante para él. Para el punto P entonces:

$$\frac{x}{\nu} - t = constante$$

Tomando la derivada término a término con respecto al tiempo, se obtiene una ecuación conteniendo la velocidad dx/dt:

$$\frac{1}{\nu} \cdot \frac{dx}{dt} - 1 = 0$$

de donde se confirma que:

$$\nu = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{Ec. 1.8}$$

Similarmente, una onda viajando en la dirección negativa de x puede ser expresada por:

$$v = f_2(\frac{x}{\nu} + 1) \qquad \text{Ec. 1.9}$$

donde f_2 es otra función de valor único.

Ahora se demostrará que la ecuación de onda viajera Ec. 1.7 satisface la ecuación diferencial de una línea sin pérdidas. Para simplificar la notación, se escribe el argumento de la función como:

$$s = \sqrt{LC}.x - t = \frac{x}{\nu} - t \qquad \text{Ec. 1.10}$$

de aqui se deduce la solución supuesta como:

$$v = f(s) \qquad \text{Ec. 1.11}$$

Tomando la derivada con respecto a x de la ecuación Ec. 1.11, se puede escribir:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{df}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial x}$$

En la ecuación Ec. 1.10 se encuentra que:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \sqrt{LC}$$

entonces se define:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \sqrt{LC}. \frac{df}{ds}$$

Tomando la segunda derivada con respecto a x, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC. \frac{d^2 f}{ds^2} \qquad \text{Ec. 1.12}$$

De igual manera de la ecuación Ec. 1.10 se puede demostrar que:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{d^2 f}{ds^2} \qquad \text{Ec. 1.13}$$

Al sustituir las ecuaciones Ec. 1.12 y Ec. 1.13 en la ecuación diferencial Ec. 1.6, se obtiene:

$$\frac{1}{LC}.(LC.\frac{d^2 f}{ds^2}) = \frac{d^2 f}{ds^2}$$

En esta identidad, se verifica que la solución asumida en la ecuación Ec. 1.7 satisface la ecuación diferencial.

La velocidad **v** es independiente del tamaño y separación de los conductores y depende únicamente de la constante dieléctrica y de la permeabilidad del medio aislante. El valor de la velocidad para el aire como aislante es aproximadamente igual al de la velocidad de la luz. Aislantes con la constante dieléctrica alta, causa que la velocidad sea pequeña con respecto a la velocidad de la luz. También pérdidas en la línea tienden a reducir la velocidad de alguna manera.

La ecuación diferencial de la corriente es similar a la del voltaje, la cual también corresponde a una ecuación de una onda viajera. La solución de corriente i correspondiente a la ecuación Ec. 1.7 es:

$$i = \frac{1}{\sqrt{L/C}}.f(\sqrt{LC}.x - t) \qquad \text{Ec. 1.14}$$

La ecuación Ec. 1.14 se puede demostrar sustituyendo la solución de v en la ecuación diferencial Ec. 1.3. Como la función f representa un voltaje, la cantidad $\sqrt{(L/C)}$ debe tener dimensiones de impedancia. Las cantidades *L* y *C* son características de la línea, y la combinación √(L/C) se conoce con el nombre de *impedancia característica* de una línea sin pérdidas. Para este caso se define como:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \text{Ec. 1.15}$$

La impedancia característica de una línea sin pérdidas tiene un valor real. Para líneas con pérdidas, la impedancia característica es generalmente compleja y no es independiente de la frecuencia.

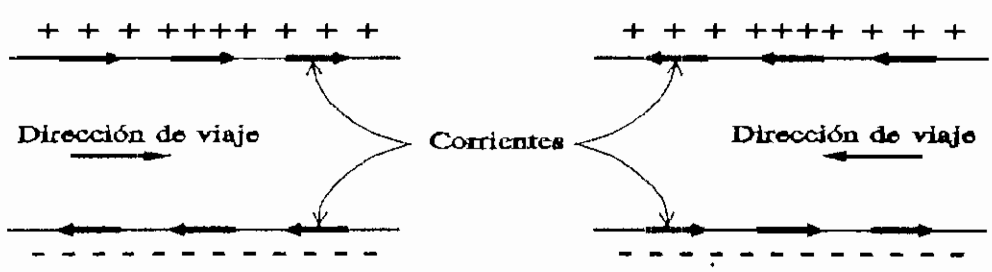

Figura 1.6. Voltajes y corrientes causados por las ondas viajeras.

La ecuación de la corriente correspondiente a la onda viajera de voltaje expresada por la ecuación Ec. 1.9, que viaja en la dirección negativa de x se define como:

$$i = -\frac{1}{Z_o}.f_2(\frac{x}{v} + t) \qquad \text{Ec. 1.16}$$

La razón del signo negativo se puede visualizar en la Figura 1.6, la cual muestra una región cargada moviéndose a lo largo de la línea en las dos direcciones (positiva y negativa). Usando las convenciones de signos definidos en la Figura 1.4, se ve que el voltaje es positivo en las dos direcciones, mientras que la corriente es positiva para la onda viajera hacia la derecha y negativa para la onda viajera hacia la izquierda.

Las ecuaciones diferenciales del sistema son lineales, por lo que la suma de las dos soluciones representa la solución general. Entonces, se tiene:

$$v = f_1(\frac{x}{\mathbf{v}} - t) + f_2(\frac{x}{\mathbf{v}} + t) \qquad \text{Ec. 1.17}$$

y

$$i = \frac{1}{Z_o} \cdot [f_1(\frac{x}{\mathbf{v}} - t) - f_2(\frac{x}{\mathbf{v}} + t)] \qquad \text{Ec. 1.18}$$

1.3.1 Análisis transitorio en una línea finita.

Considerando el diagrama esquemático de una línea de transmisión en la Figura 1.3. Se tiene una línea de longitud l, impedancia característica Z_o, y velocidad de onda $\mathbf{v}$. La línea a una distancia $x = 0$ tiene un voltaje V_S, con una resistencia interna de la fuente de voltaje V_B igual a R_B, y a una distancia x = l una impedancia de carga Z_r. Se considerará como se dijo que la onda que viaje hacia la derecha es positiva y la onda vijera hacia la izquierda es negativa. En términos generales se obtiene:

$$v(x,t) = v_+ + v_- \qquad \text{Ec. 1.19}$$

y

$$i(x,t) = i_+ + i_- = \frac{v_+ - v_-}{Z_o} \qquad \text{Ec. 1.20}$$

Por la Ley de Ohm, en el punto $x = l$, se tiene:

$$Z_r = \frac{v(l,t)}{i(l,t)} \qquad \text{Ec. 1.21}$$

para cualquier tiempo t.

Sustituyendo las ecuaciones Ec. 1.19 y Ec. 1.20 en la ecuación Ec. 1.21, se puede escribir:

$$Z_r = \frac{v_+(l,t) + v_-(l,t)}{\dfrac{v_+(l,t) - v_-(l,t)}{Z_o}} \qquad \text{Ec. 1.22}$$

La relación $v_-(l,t)/v_+(l,t)$, la cual se puede encontrar reorganizando la ecuación Ec. 1.22, se define como el *coeficiente de reflexión en la carga* ρ_r:

$$\rho_r = \frac{v_-(l,t)}{v_+(l,t)} = \frac{Z_r - Z_o}{Z_r + Z_o} \qquad \text{Ec. 1.23}$$

La ecuación Ec. 1.23 revela información acerca de las líneas de transmisión en los circuitos eléctricos. Primero, se predice que si $Z_r = Z_o$, entonces $\rho_r = 0$. Esto significa que una onda que viaja hacia la derecha, desde $x = 0$, es totalmente absorbida por Z_r.

Segundo, si $\rho_r \neq 0$, una onda incidente (desde la izquierda) en $x = l$ debe ocasionar una onda reflejada, originada en $x = l$ y que viaja hacia la izquierda.

Tercero, de acuerdo al valor de Z_r, el rango en el cual ρ_r puede variar es $-1 \leq \rho_r \leq +1$.

Se puede también definir al coeficiente de reflexión en términos de la corriente:

$$\frac{i_-(l,t)}{i_+(l,t)} = \frac{-v_-(l,t)/Z_o}{v_+(l,t)/Z_o} = -\rho_r \qquad \text{Ec. 1.24}$$

Las ecuaciones Ec. 1.21 y Ec. 1.24 son válidas para cualquier tiempo.

Una conveniente manera de entender como se propaga una onda de voltaje (o corriente) a lo largo de una línea sin pérdidas, es el *diagrama posición-tiempo* que se indica en la Figura 1.7.

En el diagrama el eje horizontal representa la posición x a lo largo de la línea y toma valores desde $x = 0$ hasta $x = l$. El eje vertical representa el tiempo, y toma valores desde $t = 0$ hasta $t = \infty$. Un frente de onda de voltaje Vs, originándose en (0,0), viaja a lo largo del "espacio" del diagrama con una pendiente $\Delta t / \Delta x = 1 / \mathbf{v}$ y llega a $x = l$ en $t = T = l/\mathbf{v}$.

Sobre la onda de voltaje, para $t<T$, se tiene un voltaje $v = 0$. Bajo esta onda se presenta un voltaje $v = Vs$. En $x = l$ se tiene el efecto de la carga el cual se analiza en el coeficiente de reflexión ρr. En $t = T$ una onda $V1 = \rho r . Vs$ se origina en $x = l$ y viaja hacia $x = 0$. Esta onda

reflejada llega a $x = 0$ en $t = 2T$. Sobre esta onda reflejada el voltaje total es $v = Vs$, bajo esta onda el voltaje total que se presenta es $v = Vs + V1$.

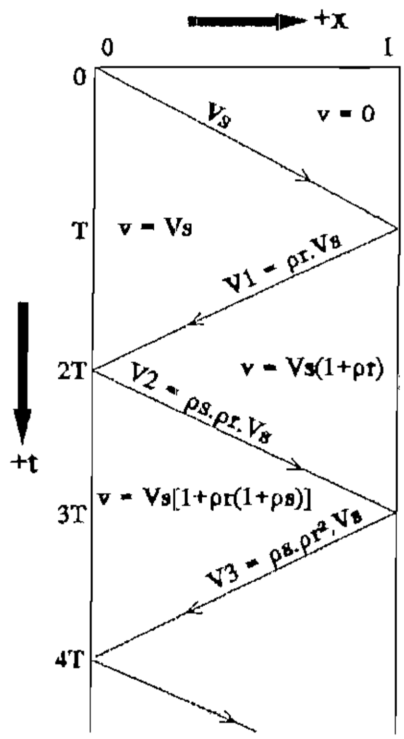

Figura 1.7. Diagrama básico posición - tiempo.

Si la fuente de voltaje que origina la onda en $t = 0$ tiene una resistencia interna $Rs \neq 0$, entonces existirá un coeficiente de reflexión ρs en $x = 0$. En $t = 2T$, entonces, se presenta una onda de voltaje $V2 = \rho s.V1 = \rho s.\rho r.Vs$ que viaja hacia la carga. Bajo esta onda de voltaje se presentará un voltaje total $v = Vs + V1 + V2 = Vs.[1 + \rho r.(1 + \rho s)]$. Este proceso de múltiples reflexiones continúa indefinidamente. Obviamente, bajo estas condiciones las múltiples reflexiones, constituyen un estado transitorio, que rápidamente llega a un estado estable.

1.4 MODOS DE PROPAGACION EN LAS LINEAS DE TRANSMISION Y GUIAS DE ONDA. CONSTANTE DE PROPAGACION Y CONSTANTE DE CORTE. FRECUENCIA DE CORTE. LONGITUD DE ONDA EN GUIAS DE TRANSMISION.

1.4.1 Modos de propagación en los sistemas de transmisión.

Los modos de propagación se pueden clasificar básicamente en dos tipos: *ondas TE* (transversales eléctricas) y *ondas TM* (transversales magnéticas), deben su nombre a la presencia respectiva de campos eléctricos y magnéticos que son perpendiculares a la dirección de viaje de las ondas. En cualquier estructura de sistemas de transmisión hay un número infinito de estos modos cada uno con sus propios patrones específicos de campos eléctricos y magnéticos.

Cualquier modo, TE o TM se puede propagar en un sistema de transmisión sólamente a frecuencias superiores a la *frecuencia de corte*, la cual es la mínima para que exista propagación y depende básicamente de las dimensiones materiales del sistema en mención. Cuando la frecuencia de transmisión está por debajo de la frecuencia de corte, los patrones de campo no pueden ser propagados en forma de ondas. En guías de onda, los *modos superiores* (TE y TM) son la base de la transmisión de microondas.

El análisis de cualquier línea de transmisión uniforme de dos conductores, por medio de la Teoría Electromagnética, delata la presencia de un modo único. Este modo difiere de los anteriores, pues en este caso los campos eléctrico y magnético son en cualquier parte perpendiculares a la dirección de viaje, con una frecuencia de corte igual a cero. Este modo se llama *TEM* (transversal electromagnético), y tiene la distribución de campo correspondiente al estudio de las líneas de transmisión por circuitos distribuídos.

Dentro de la clasificación mencionada, se llama *modo fundamental* en un sistema de transmisión a aquel modo de propagación (ya sea TE o TM) cuya frecuencia de corte es la menor.

1.4.2 Ecuaciones de Maxwell.

Las ecuaciones básicas que describen todo fenómeno electromagnético, son las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.25}$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \qquad \text{Ec. 1.26}$$

y las relaciones auxiliares:

$$\nabla . D = \delta \qquad \text{Ec. 1.27}$$

$$\nabla . B = 0 \qquad \text{Ec. 1.28}$$

$$B = \mu H \qquad \text{Ec. 1.29}$$

$$D = \epsilon E \qquad \text{Ec. 1.30}$$

donde:
- J: Vector de densidad de corriente (A/m^2)
- E: Vector de campo eléctrico (V/m)
- H: Vector de campo magnético (A/m)
- D: Vector de densidad de flujo eléctrico (C/m^2)
- B: Vector de densidad de flujo magnético (Weber/m^2)
- δ: Densidad de carga (C/m^3)

además:

$$\epsilon = \epsilon' . \epsilon_o$$

donde ϵ' es la constante dieléctrica relativa, y ϵ_o es la constante dieléctrica en el espacio libre $\approx 10^{-9}/36\pi$ (F/m), y

$$\mu = \mu' . \mu_o$$

donde μ' es la permeabilidad relativa y μ_o es la permeabilidad en le espacio libre = $4\pi \times 10^{-7}$ (H/m).

La aplicación de las condiciones de borde es grandemente simplificada si las ecuaciones básicas se escriben en las coordenadas adecuadas a la geometría del sistema. Para el análisis de las guías de onda rectangulares, las ecuaciones Ec. 1.25 a Ec. 1.28 se escriben:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.31}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.32}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.33}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = J_x + \frac{\partial D_x}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.34}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y + \frac{\partial D_y}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.35}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z + \frac{\partial D_z}{\partial t} \qquad \text{Ec. 1.36}$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \delta \qquad \text{Ec. 1.37}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \qquad \text{Ec. 1.38}$$

Todo fenómeno electromagnético de acuerdo a las ecuaciones anteriores, es periódico en el tiempo, por lo que es conveniente que las funciones de tiempo sean restringidas a la forma $e^{j\omega t}$. Esto significa que en las ecuaciones de Maxwell, las derivadas parciales con respecto al tiempo pueden ser reemplazadas por el término $j\omega$. Donde ω es la frecuencia de operación.

1.4.3 Ondas en guías de onda.

Una cantidad física, tal como cualquier componente de campo eléctrico o magnético, o una corriente, se dice que posee una naturaleza de onda y es dependiente en el tiempo y en el espacio, y se puede escribir como una función $f(x/v - t)$ o $f(x/v + t)$, donde v es una constante.

La función $f(x/v \mp t)$ es una solución muy general de la ecuación de onda unidimensional:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

La solución de la ecuación de onda general

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

no es simple. Sin embargo, se puede considerar como soluciones a ecuaciones de onda en términos sinusoidales, tal como:

$$f = e^{j\omega(\frac{x}{v} \mp t)} . f_1(y, z)$$

En este caso, v se conoce como *velocidad de fase*, y ésta es la velocidad con la cual un observador debe moverse en la dirección x para ver la misma parte de la onda, o la misma fase. El término velocidad de fase tiene significado sólo en ondas sinusoidales.

Otros parámetros usados en conexión con el fenómeno de la onda, son la *constante de propagación* k_g, la cual es igual a:

$$k_g = \frac{\omega}{v} \qquad \text{Ec. 1.39}$$

y además:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_g} = \frac{2\pi v}{\omega} \qquad \text{Ec. 1.40}$$

donde λ_g es la distancia mas pequeña entre puntos de igual fase en la función de onda, y se conoce con el nombre de *longitud de onda en la guia.*

1.4.4 La ecuación de onda.

Sea una función dependiente de x y de t, del tipo $e^{(j\omega t-kg.x)}$, sustituida en las ecuaciones Ec. 1.31 a Ec. 1.38 donde J=0 y δ=0, se llega a los siguientes resultados:

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H \qquad \text{Ec. 1.41}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x \qquad \text{Ec. 1.42}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} + k_g . E_z = -j\omega\mu H_y \qquad \text{Ec. 1.43}$$

$$-k_g . E_y - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \qquad \text{Ec. 1.44}$$

$$\nabla \times H = j\omega e E \qquad \text{Ec. 1.45}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega e E_x \qquad \text{Ec. 1.46}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} + k_g . H_z = j\omega e E_y \qquad \text{Ec. 1.47}$$

$$-k_g . H_y - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega e E_z \qquad \text{Ec. 1.48}$$

$$\nabla . E = 0 \qquad \text{Ec. 1.49}$$

$$-k_g . E_x + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \qquad \text{Ec. 1.50}$$

$$\nabla . H = 0 \qquad \text{Ec. 1.51}$$

$$-kg.H_x + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \qquad \text{Ec. 1.52}$$

Combinando las ecuaciones, es posible obtener las componentes de campo en términos de E_x y H_x. Las relaciones resultantes son:

$$E_y = -\frac{1}{k_c^2}.[k_g\frac{\partial E_x}{\partial y} + j\omega\mu\frac{\partial H_x}{\partial z}] \qquad \text{Ec. 1.53}$$

$$E_z = \frac{1}{k_c^2}.[-k_g\frac{\partial E_x}{\partial z} + j\omega\mu\frac{\partial H_x}{\partial y}] \qquad \text{Ec. 1.54}$$

$$H_y = \frac{1}{k_c^2}.[j\omega e\frac{\partial E_x}{\partial z} - k_g\frac{\partial H_x}{\partial y}] \qquad \text{Ec. 1.55}$$

$$H_z = -\frac{1}{k_c^2}.[j\omega e\frac{\partial E_x}{\partial y} + k_g\frac{\partial H_x}{\partial z}] \qquad \text{Ec. 1.56}$$

Se conoce a k_c como la *constante de corte* y es igual a:

$$k_c^2 = k_g^2 + k_o^2 \qquad \text{Ec. 1.57}$$

donde:

$$k_o^2 = \omega^2\mu e \qquad \text{Ec. 1.58}$$

k_o se define como la constante de propagación del medio interior de la guía de onda, el cual no está sujeto a condiciones de borde.

Se asume que la onda se propaga en la dirección +x. Para una onda que viaje en la dirección -x, se obtiene para este caso las ecuaciones reemplazando $-k_g$ por $+k_g$.

De las ecuaciones Ec. 1.53 a Ec. 1.56 es necesario sólo determinar E_x y H_x para resolver el problema. Estas dos componentes son las que satisfacen la llamada ecuación de onda, que puede ser derivada de la ecuación Ec. 1.41, usando la ecuación Ec. 1.45 y la fórmula para ∇x∇xE:

$$\nabla(\nabla . E) - \nabla^2 E = \omega^2 \mu e E = k_o^2 E$$

Tomando en consideración la ecuación Ec. 1.49, se determina:

$$\nabla^2 E = -k_o^2 E \qquad \text{Ec. 1.57}$$

La ecuación Ec. 1.57, en coordenadas cartesianas llega a ser:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \nabla_{yz}^2 E = -k_o^2 E \qquad \text{Ec. 1.58}$$

o

$$\nabla_{yz}^2 E = -k_c^2 E \qquad \text{Ec. 1.59}$$

Entonces, la componente en x de E satisface la ecuación:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -k_c^2 E_x \qquad \text{Ec. 1.60}$$

De igual procedimiento en la ecuación Ec. 1.45 se llega a obtener:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -k_c^2 H_x \qquad \text{Ec. 1.61}$$

Con las condiciones de borde impuestas por la geometría de la configuración de la guía de onda, las soluciones de las ecuaciones Ec. 1.60 y Ec. 1.61, junto con las relaciones Ec. 1.53 a Ec. 1.56 representan la solución del problema en la guía de onda. La solución se restringe considerando las condiciones iniciales del fenómeno, esta restricción puede ser hecha por el modo de propagación a analizarse: TE donde E_x es igual a cero, TM para H_x igual a cero, o TEM donde E_x y H_x son cero.

1.4.5 La guía de onda rectangular.

Se hará el análisis para el modo TE, en la guía de onda rectangular de la Figura 1.8. Para este caso se considera la componente de campo E_x igual a cero. Esta condición igualmente satisface la ecuación Ec. 1.60.

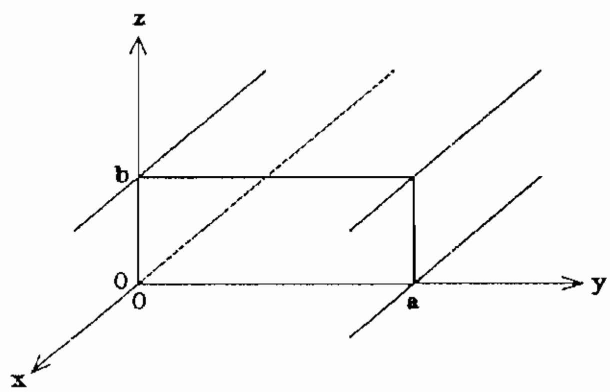

Figura 1.8. Guía de onda rectangular.

Utilizando el método de separación de variables, para obtener la solución a la ecuación Ec. 1.61, se llega:

$$H_x(y,z) = Y(y).Z(z) \qquad \text{Ec. 1.62}$$

Sustituyendo la ecuación Ec. 1.62 en Ec. 1.61, se concluye para este caso:

$$Y''.Z + Y.Z'' = -k_c^2.Y.Z$$

o de igual manera:

$$\frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = -k_c^2 \qquad \text{Ec. 1.63}$$

De la ecuación Ec. 1.63 se puede deducir dos ecuaciones diferenciales ordinarias de variables independientes entre ellas, cada una igual a una constante:

$$\frac{Y''}{Y} = -k_y^2 \qquad \text{Ec. 1.64}$$

$$\frac{Z''}{Z} = -k_z^2 \qquad \text{Ec. 1.65}$$

donde

$$k_y^2 + k_z^2 = k_c^2 \qquad \text{Ec. 1.66}$$

Las soluciones a las dos ecuaciones diferenciales ordinarias son:

$$Y = A.\cos(k_y y) + B.sen(K_y y) \qquad \text{Ec. 1.67}$$

$$Z = C.\cos(k_z z) + D.sen(k_z z) \qquad \text{Ec. 1.68}$$

entonces:

$$H_x(y,z) = [A.\cos(k_y y) + B.sen(k_y y)]\,[C.\cos(k_z z) + D.sen(k_z z)] \qquad \text{Ec. 1.69}$$

Las constantes A, B, C y D son arbitrarias y se determinan de acuerdo a las condiciones de borde impuestas por el sistema.

De las ecuaciones Ec. 1.53 a Ec. 1.56, se concluye por Ex igual a 0:

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_x}{\partial z} \qquad \text{Ec. 1.70}$$

$$E_z = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_x}{\partial y} \qquad \text{Ec. 1.71}$$

$$H_y = \mp\frac{k_g}{k_c^2}\frac{\partial H_x}{\partial y} \qquad \text{Ec. 1.72}$$

$$H_z = \mp\frac{k_g}{k_c^2}\frac{\partial H_x}{\partial z} \qquad \text{Ec. 1.73}$$

En las ecuaciones Ec. 1.72 y Ec. 1.73, el signo (-) pertenece a la onda que viaja en la dirección +x, y el signo (+) a la onda que se propaga en la dirección -x.

Las condiciones de borde requieren que $\partial H_x/\partial z$ debe ser cero en $z=0$ y en $z=b$, y $\partial H_x/\partial y$ debe ser cero en $y=0$ y en $y=a$ (de esta manera $E_{tangencial}=0$ en las paredes de la guía). Tomando en cuenta estas condiciones para $y=z=0$ en la ecuación Ec. 1.69, se puede llegar a determinar que los coeficientes B y D son igual a cero, por lo que esta ecuación se reduce a:

$$H_x(y, z) = A_1.\cos(k_y y).\cos(k_z z) \qquad \text{Ec.1.74}$$

Las condiciones en $y=a$ y en $z=b$ pueden ser satisfechas si:

$$k_y = \frac{m\pi}{a} \qquad \text{Ec. 1.75}$$

$$k_z = \frac{n\pi}{b} \qquad \text{Ec. 1.76}$$

donde m y n son números enteros.

Con estas condiciones, se determina que E es normal a las paredes de la guía, y que la componente normal de H es igual a cero en las paredes. Las ecuaciones Ec. 1.70 a Ec. 1.73 llegan a ser:

$$E_y = +A_1 . \frac{j\omega\mu}{k_c^2} . \frac{n\pi}{b} . \cos(\frac{m\pi}{a}y) . sen(\frac{n\pi}{b}z) \qquad \text{Ec. 1.77}$$

$$E_z = -A_1 . \frac{j\omega\mu}{k_c^2} . \frac{m\pi}{a} . sen(\frac{m\pi}{a}y) . \cos(\frac{n\pi}{b}z) \qquad \text{Ec. 1.78}$$

$$H_y = \mp \frac{k_g}{j\omega\mu} . E_z \qquad \text{Ec. 1.79}$$

$$H_z = \mp \frac{k_g}{j\omega\mu} . E_y \qquad \text{Ec. 1.80}$$

Por otro lado, tomando en consideración las ecuaciones Ec. 1.66, Ec. 1.75 y Ec. 1.76, se llega a obtener:

$$k_g = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2 - \omega^2\mu\epsilon} \qquad \text{Ec. 1.81}$$

Para que exista propagación, el valor de k_g debe ser púramente imaginario, por lo que se debe cumplir:

$$\omega^2\mu\epsilon > (\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2$$

De esta relación se deduce la ecuación para la *frecuencia de corte* f_c:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2} \qquad \text{Ec. 1.82}$$

Para que exista propagación en el modo fundamental, el cual para este caso es el modo $TE_{1,0}$ y a la vez sea el único modo transmitido se considerará un ancho de banda de transmisión $f_1<f<f_2$, donde $f_1=1.25\ f_c$ y $f_2=1.9\ f_c$. Se asumirá que $a\geq 2b$.

Para el modo fundamental las ecuaciones de las componentes de campo, se deducen:

$$E_y = H_z = 0 \qquad \text{Ec. 1.83}$$

$$E_z = -A_1 . \frac{j\omega\mu}{k_c^2} . \frac{\pi}{a} . sen(\frac{\pi}{a}y) = E_o . sen(\frac{\pi}{a}y) \qquad \text{Ec. 1.84}$$

$$H_y = -\frac{k_g}{j\omega\mu} . E_z = -j\frac{k_g}{\omega\mu} . E_o . sen(\frac{\pi}{a}y) \qquad \text{Ec. 1.85}$$

$$H_x = A_1 . \cos(\frac{\pi}{a}y) = j\frac{k_c^2}{\omega\mu} . \frac{a}{\pi} . E_o . \cos(\frac{\pi}{a}y) \qquad \text{Ec. 1.86}$$

Si las ecuaciones Ec. 1.74, y Ec. 1.77 a Ec. 1.80 son completadas con la función de onda $e^{j(wt-k_g . x)}$, y tomando la parte real, se obtiene las ecuaciones de onda que viajan en la dirección de x para el modo de propagación $TE_{m,n}$.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

ATWATER, H.A. Introduction to Microwave Theory. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. Ney York. 1962.

DWORSKY, Lawrence. Modern Transmission Line Theory and Applications. John Wiley and Sons, Inc. New York. 1979.

GUPTA, K. G. Microondas. Editorial Limusa. Mexico. 1983.

JOHNSON, Walter. Transmission lines and Networks. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1950.

LANCE, Algie. Introduction to Microwave Theory and Measurements. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1964.

ANALISIS IDEAL Y REAL DE LAS ONDAS VIAJERAS EN EL ESTADO ESTABLE AC

2.1 PATRON DE ONDA ESTACIONARIA.

Se considerará las relaciones de voltaje y corriente que existen en un trozo muy corto de línea *dx*, que se muestra en la Figura 2.1.

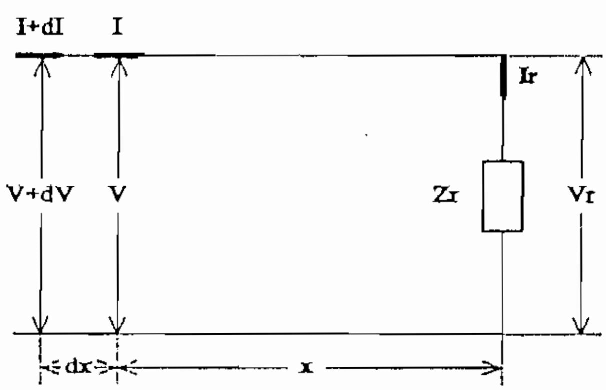

Figura 2.1. Línea de transmisión.

En esta pequeña distancia, el voltaje entre los conductores varía en la magnitud dV, como resultado de la caída de tensión producida por la corriente de línea I al circular por la resistencia $R.dx$ y la reactancia $j\omega L.dx$ del trozo dx. Análogamente la corriente cambia en una pequeña magnitud dI como resultado de la circulación de una corriente entre los conductores a través de la capacitancia $j\omega C.dx$ y de conductancia $G.dx$ producida por la tensión existente entre los conductores. De aqui se deduce:

$$dV = I.(R+j\omega L).dx$$

$$dI = V.(G+j\omega C).dx$$

ordenando:

$$\frac{dV}{dx} = I.(R+j\omega L) = I.Z \qquad \text{Ec. 2.1}$$

$$\frac{dI}{dx} = V.(G+j\omega C) = V.Y \qquad \text{Ec. 2.2}$$

donde: V: Voltaje en la línea a una distancia x desde la carga en voltios [v].

I: Corriente en la línea a una distancia x desde la carga en amperios [A].

x: Distancia medida desde la carga en metros [m].

$Z = R + j\omega L$: Impedancia en serie por unidad de longitud [Ω/m].

$Y = G + j\omega C$: Admitancia en paralelo por unidad de longitud [mhos/m].

$\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular en radianes por segundo [rad/s], donde f es la frecuencia en hertzios [Hz].

La resolución simultánea de las ecuaciones Ec. 2.1 y Ec. 2.2 da como resultado:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = Z.Y.V \qquad \text{Ec. 2.3}$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = Z.Y.I \qquad \text{Ec. 2.4}$$

Las ecuaciones Ec. 2.3 y Ec. 2.4 no son independientes entre si, y se encuentran en el dominio de la frecuencia. Estas son las ecuaciones diferenciales clásicas de la propagación de las ondas cuyas soluciones son de la forma:

$$V = V_1 . e^{\sqrt{Z.Y}.x} + V_2 . e^{-\sqrt{Z.Y}.x} \qquad \text{Ec. 2.5}$$

$$I = I_1 . e^{\sqrt{Z.Y}.x} + I_2 . e^{-\sqrt{Z.Y}.x} \qquad \text{Ec. 2.6}$$

Los fasores V_1, V_2, I_1 y I_2 son constantes de integración cuyos valores quedan determinados por las condiciones de borde en los terminales de la línea de transmisión, es decir por la impedancia de carga y por la magnitud de voltaje aplicado al sistema.

Aunque aparecen cuatro constantes de aplicación en las ecuaciones Ec. 2.5 y Ec. 2.6, en realidad sólo dos de ellas son independientes pues sustituyendo la Ec. 2.5 en la ecuación Ec. 2.1 y luego comparando el resultado con la ecuación Ec. 2.6 se obtiene:

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{Z/Y}} = \frac{V_1}{Z_o} \qquad \text{Ec. 2.7}$$

$$I_2 = -\frac{V_2}{\sqrt{Z/Y}} = -\frac{V_2}{Z_o} \qquad \text{Ec. 2.8}$$

donde:

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \qquad \text{Ec. 2.9}$$

La ecuación Ec. 2.7 representa la llamada *impedancia característica* de la línea de transmisión dada el ohmios (Ω).

En las ecuaciones Ec. 2.5 y Ec. 2.6, la cantidad $\sqrt{}$(Z.Y) se define como la *constante de propagación* de la línea de transmisión, la cual se mide en [m^{-1}] y tiene las siguientes componentes:

$$\gamma = \sqrt{Z.Y} = \alpha + j\beta \qquad \text{Ec. 2.10}$$

donde: α: Constante de atenuación por unidad de longitud en neper por metro [nepper/m].

β: Constante de fase por unidad de longitud en radianes por metro [rad/m].

Tomando en cuenta las ecuaciones Ec. 2.7 a Ec. 2.10, la soluciones finales de las ecuaciones diferenciales de la línea de transmisión pueden escribirse:

$$V(x) = V_1 . e^{(\alpha+j\beta).x} + V_2 e^{-(\alpha+j\beta).x} \qquad \text{Ec. 2.11}$$

$$I(x) = \frac{V_1}{Z_o} e^{(\alpha+j\beta).x} - \frac{V_2}{Z_o} e^{-(\alpha+j\beta).x} \qquad \text{Ec. 2.12}$$

Las ecuaciones Ec. 2.11 y Ec. 2.12 pueden ser convenientemente expresadas como la suma de los voltajes y corrientes de dos ondas. Una de estas ondas viene a ser una onda viajera que va hacia la carga y es llamada *onda incidente*. De la segunda onda puede decirse que viaja desde la carga hacia el generador, se llama *onda reflejada*. Estas dos ondas son idénticas en cuanto a su naturaleza, excepto por las diferencias que derivan del hecho de propagarse en sentidos opuestos.

Las ecuaciones Ec. 2.11 y Ec. 2.12 pueden escribirse entonces:

$$V(x) = V'(x) + V''(x) \qquad \text{Ec. 2.13}$$

$$I(x) = I'(x) + I''(x) \qquad \text{Ec. 2.14}$$

donde: $V'(x)=V_1\ e^{(w+j\beta)x}$ Voltaje de la onda incidente.

$V''(x)=V_2\ e^{-(w+j\beta)x}$ Voltaje de la onda reflejada.

$I'(x)=I_1\ e^{(w+j\beta)x}$ Corriente de la onda incidente.

$I''(x)=I_2\ e^{-(w+j\beta)x}$ Corriente de la onda reflejada.

Relacionando las ecuaciones Ec. 2.7 y Ec. 2.8 con las últimas expresiones, se obtiene:

$$\text{Ec. 2.15} \qquad V'(x) = Z_o . I'(x)$$

$$V''(x) = -Z_o . I''(x) \qquad \text{Ec. 2.16}$$

La suma de la onda incidente y de la onda reflejada como se indica en las ecuaciones Ec. 2.11 y Ec. 2.12 está representando el fenómeno de interferencia existente en la línea de transmisión. Dos señales de la misma frecuencia viajan en direcciones opuestas, éstas al encontrarse se suman produciendo una nueva señal la cual permanece estacionaria en la línea de transmisión. Las ondas se combinan con interferencia constructiva en los puntos de máximo voltaje, y con interferencia destructiva en los puntos de mínimo voltaje. El resultado de este fenómeno se conoce como *onda estacionaria*.

La Figura 2.2 muestra el patrón de onda estacionaria en forma general. Como se puede apreciar, los máximos y mínimos de la onda estacionaria no tienen los mismos niveles de amplitud durante su recorrido, esto se debe al cambio en la magnitud de la señal debido a la presencia de atenuación en la línea ($\alpha > 0$). Los máximos y mínimos se presentan debido al cambio de fase presente a lo largo de la línea de transmisión.

Por otro lado, se considera que para el aire como medio de transmisión, la atenuación es cero ($\alpha \approx 0$), en este caso los máximos y mínimos de la onda estacionaria tienen los mismos niveles de voltaje (ver Figura 2.3). Así mismo los máximos y mínimos se presentan por la variación de fase en la señal.

Analizando como un ejemplo el voltaje de la onda incidente $V'(x)$ que es igual a $V_1 \; e^{(\alpha+j\beta)x}$, se ve que representa un voltaje sinusoidal en un punto x de la linea de transmisión desde la carga, se tiene la información de amplitud y fase

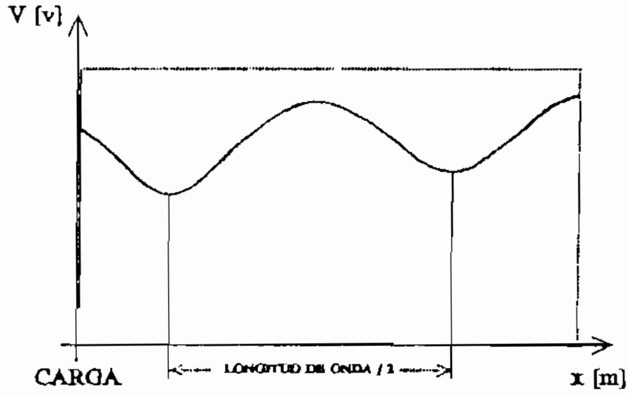

Figura 2.2. Patrón de onda estacionaria de voltaje para α>0.

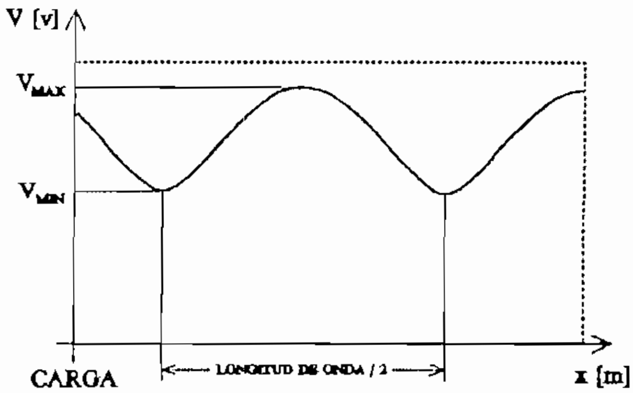

Figura 2.3. Patrón de onda estacionaria de voltaje para α=0.

del voltaje.

Las ecuaciones Ec. 2.11 y Ec. 2.12 llevan implícito el término e^{jwt} que representa la variación armónica de tiempo de la señal. Para obtener el valor instantáneo de la onda estacionaria, se tomará el valor real de la ecuaciones mencionadas multiplicadas por el factor √(2) como se indica a continuación:

$$v(x,t) = Re[\sqrt{2}.e^{j\omega t}.(V_1 e^{(\alpha+j\beta)x} + V_2 e^{-(\alpha+j\beta)x})] \quad \text{Ec. 2.17}$$

$$i(x,t) = Re[\sqrt{2}.e^{j\omega t}.(I_1 e^{(\alpha+j\beta)x} + I_2 e^{-(\alpha+j\beta)x})] \quad \text{Ec. 2.18}$$

Por otro lado, la distancia que una onda debe avanzar a lo largo de una línea para que el corrimiento de fase sea igual a 2π, se define como *longitud de onda* de la línea expresada en la ecuación Ec. 2.19:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_o}{\sqrt{k}} \qquad \text{Ec. 2.19}$$

donde: k: Constante dieléctrica del medio de transmisión.

λ_o: Longitud de onda en el vacío.

Una longitud de onda λ a una frecuencia f corresponde a una velocidad, la cual se denomina *velocidad de fase* de la línea, es decir:

$$v = f.\lambda = \frac{2.\pi.f}{\beta} \qquad \text{Ec. 2.20}$$

En líneas de transmisión cuyo medio es el aire, la velocidad de fase es considerada como la velocidad de la luz ($3x10^8$ m/s) y la constante dieléctrica tiene el valor de uno.

2.1.1 Ondas estacionarias en guías de onda.

Considerando las coordenadas de la Figura 1.8, para el modo TE se conoce a H_{xn} como una función generatriz para los vectores de campo transversales, por lo que se puede generalizar:

$$H_{tn} = j\frac{k_g}{k_c^2}.\nabla_t H_{xn} = H_{yn}\overline{J} + H_{zn}\overline{K} \qquad \text{Ec. 2.21}$$

donde:

$$E_{tn} = j\frac{\omega\mu}{k_c^2}\overline{i}\ x\ \nabla_t H_{xn} = E_{yn}\overline{j} + E_{zn}\overline{k} \qquad \text{Ec. 2.22}$$

$$H_n = H_{xn}\overline{i} + H_{tn}$$

$$E_n = E_{xn}\overline{i} + E_{tn}$$

$$H_{xn} = \cos(\frac{m\pi}{a}y).\cos(\frac{n\pi}{b}z).e^{jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.23}$$

Las ondas viajeras de campo de esta manera, representan la situación del campo electromagnético en guías de onda uniformes sin pérdidas. Por la superposición de dos ondas viajeras en diferente dirección, la expresión resultante de campo tiene variación periódica en la dirección de x.

Si se considera el modo dominante para el análisis, los campos E_t y H_t se escogen para el análisis, debido a que se requieren dos funciones que se relacionen por una constante de proporcionalidad. Las ecuaciones Ec. 2.21 y Ec. 2.22 afirman lo anteriormente dicho para E_t y H_t.

Para el modo $TE_{1,0}$ los campos transversales de acuerdo a las ecuaciones Ec. 1.84 y Ec. 1.85 son:

$$E_z = E_o.sen(\frac{\pi}{a}y).e^{jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.24}$$

$$H_y = \frac{k_g}{\omega\mu}.E_o.sen(\frac{\pi}{a}y).e^{jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.25}$$

Por otro lado, si se analiza los campos transversales en el centro de la guía de onda (cuando y=a/2), se concluye de las ecuaciones anteriores:

$$E_z = E_o . e^{jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.25}$$

$$H_y = \frac{E_o}{Z_o} . e^{jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.26}$$

donde se define a Z_o como la *impedancia característica de la guía de onda*, la cual es igual a:

$$Z_o = \frac{\omega\mu}{k_g} \qquad \text{Ec. 2.27}$$

y depende básicamente de las dimensiones de la guía.

Las expresiones Ec. 2.25 y Ec. 2.26 son prácticamente iguales a las ecuaciones de las ondas de voltaje y corriente de una línea de transmisión.

Generalizando para el caso en que la guía de onda se encuentre interrumpida por una discontinuidad en x=0, dándose la presencia de ondas reflejadas, las ecuaciones Ec. 2.25 y Ec. 2.26 pueden escribirse como sigue:

$$E_z = E_o i . e^{jk_g x} + E_o r . e^{-jk_g x} \qquad \text{Ec. 2.28}$$

$$H_y = \frac{1}{Z_o} . (E_o i . e^{jk_g x} - E_o r . e^{-jk_g x}) \qquad \text{Ec. 2.29}$$

Las ecuaciones Ec. 2.28 y Ec. 2.29 representan expresiones de campos transversales totales en cualquier posición de la guía de onda.

2.2 ECUACIONES DEL COEFICIENTE DE REFLEXION.

La onda reflejada se origina como consecuencia de la reflexión de la onda incidente en la impedancia de carga. Esta reflexión cumple las siguientes condiciones:

1. El voltaje y corriente de la onda incidente cumple con la ecuación Ec. 2.15.
2. El voltaje y corriente de la onda reflejada cumple con la ecuación Ec. 2.16.
3. Tomando en cuenta las ecuaciones Ec. 2.5 y Ec. 2.6 para x=0 (en la carga) se cumple que:

   $V_r = V_1 + V_2$ Voltaje en la carga

   $I_r = I_1 + I_2$ Corriente en la carga
4. La relación vectorial V_r/I_r debe ser igual a la impedancia de carga Z_r.

La relación vectorial del voltaje de onda reflejada sobre el voltaje de onda incidente se denomina *coeficiente de reflexión* de la carga. La solución simultánea de las 4 relaciones anteriores conduce al resultado:

$$\rho_r = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_r - Z_o}{Z_r + Z_o} \qquad \text{Ec. 2.30}$$

La ecuación Ec. 2.30 representa el coeficiente de reflexión en la carga. Este valor tiene magnitud y fase de modo que es una cantidad vectorial. Generalizando el concepto del coeficiente de reflexión para cualquier punto x medido desde la carga, se deduce que:

$$\rho(x) = \frac{V''(x)}{V'(x)} = \rho_r . e^{-2(\alpha+j\beta)x} \qquad \text{Ec. 2.31}$$

Analizando sólamente las magnitudes se obtiene:

$$|\rho(x)| = |\rho_r| . e^{-2\alpha x} \qquad \text{Ec. 2.32}$$

Para el caso de una guía de onda la ecuación Ec. 2.31, puede ser definida como sigue:

$$\rho(x) = \frac{E_o r . e^{-jk_g x}}{E_o i . e^{jk_g x}} = \rho_r . e^{-j2k_g x} \qquad \text{Ec. 2.33}$$

La expresión anterior, representa el coeficiente de reflexión en cuaquier punto de la guía medido desde la discontinuidad que produce la reflexión. ρ_r representa el coeficiente de reflexión en la discontinuidad y en valores normalizados se define:

$$\rho_r = \frac{E_o r}{E_o i} = \frac{z_r - 1}{z_r + 1} \qquad \text{Ec. 2.34}$$

donde z_r representa la *impedancia normalizada* de la discontinuidad.

2.3 ECUACIONES DE LA RELACION DE ONDA ESTACIONARIA.

El carácter de la distribución de voltaje (o de corriente) de una línea de transmisión se puede describir en términos de la relación de amplitud máxima sobre la amplitud mínima en ésta distribución. Esta cantidad se denomina *relación de onda estacionaria*:

$$S = \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} \qquad \text{Ec. 2.35}$$

Así mismo la relación de onda estacionaria puede definirse en términos de los máximos y mínimos de corriente; en una línea dada, y en un punto determinado de la misma, la relación de onda estacionaria es la misma, sea que se la exprese en términos de voltaje o en términos de corriente.

En términos de las amplitudes $|V_1|$ y $|V_2|$ de las ondas incidente y reflejada respectivamente, la relación de onda estacionaria se define:

$$S = \frac{|V_1| + |V_2|}{|V_1| - |V_2|} = \frac{1 + |V_2/V_1|}{1 - |V_2/V_1|} \qquad \text{Ec. 2.36}$$

Como se puede analizar, la relación de onda estacionaria es una medida de la relación de amplitudes de las ondas incidente y reflejada.

Sustituyendo la magnitud de la ecuación Ec. 2.30 en la ecuación Ec. 2.36 se obtiene:

$$S = \frac{1 + |\rho_r|}{1 - |\rho_r|} \qquad \text{Ec. 2.37}$$

$$|\rho_r| = \frac{S - 1}{S + 1} \qquad \text{Ec. 2.38}$$

Cuando la relación de onda estacionaria supera el valor de diez, se aplica un método indirecto (ver Figura 2.4), el cual consiste en determinar una distancia *d* que existe entre los puntos *A* y *B* en los cuales el voltaje es $\sqrt{(2)}.V_{MIN}$. En estos puntos tenemos una potencia igual al doble de la del punto mínimo.

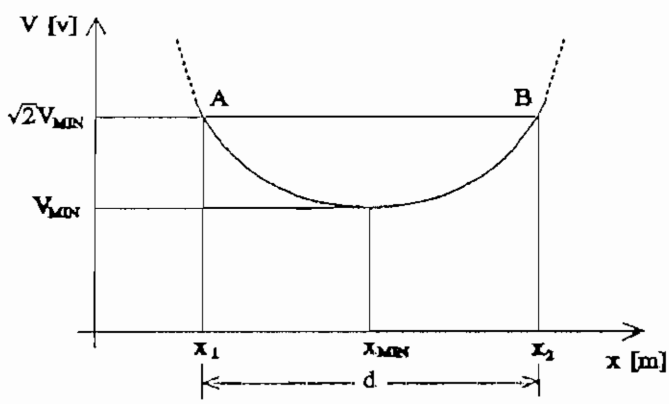

Figura 2.4. Puntos A y B de -3dB. Método indirecto de obtención de S.

La relación de onda estacionaria se obtiene para este caso por medio de la siguiente fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{1}{sen^2(\frac{\pi d}{\lambda})} + 1} \qquad \text{Ec. 2.39}$$

Igualmente para la guia de onda, se define la *relación de onda estacionaria* como sigue:

$$S = \frac{|E_{max}|}{|E_{min}|} = \frac{1 + \rho_r}{1 - \rho_r} \qquad \text{Ec. 2.40}$$

Como se analiza, la relación de onda estacionaria es también en este caso una expresión de amplitudes entre la onda incidente y la onda reflejada.

2.4 ECUACIONES DE IMPEDANCIA.

De las ecuaciones Ec. 2.11 y Ec. 2.12 y de la condición tercera del punto 2.2 se puede obtener:

$$V(x) = V_r.\cosh(\gamma x) + Z_o.I_r.senh(\gamma x) \qquad \text{Ec. 2.41}$$

$$I(x) = I_r.\cosh(\gamma x) + \frac{V_r}{Z_o}.senh(\gamma x) \qquad \text{Ec. 2.42}$$

de las cuales se llega a la fórmula siguiente:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_o.\frac{Z_r + Z_o\tanh(\gamma x)}{Z_o + Z_r\tanh(\gamma x)} \qquad \text{Ec. 2.43}$$

En un punto de la onda estacionaria donde el voltaje es mínimo la impedancia $Z(x) = Z_{MIN} = Z_o / S$, esto sucede en un punto $x = x_{MIN}$ medido desde la carga. Por otro lado si se considera una línea sin pérdidas ($\alpha = 0$), la constante de propagación es igual a $j\beta$. Tomando en consideración las ecuaciones Ec. 2.19 y Ec. 2.43 y el análisis anterior se llega a definir:

$$Z_r = Z_o.\frac{1 - jS\tan(\frac{2\pi x_{MIN}}{\lambda})}{S - j\tan(\frac{2\pi x_{MIN}}{\lambda})} \qquad \text{Ec. 2.44}$$

Analizando la Figura 2.5 se observa claramente que d_1 y d_2 son las distancias desde dos mínimos contiguos en la onda estacionaria para un Z_r cualquiera y un mínimo en la onda estacionaria para una línea de transmisión en corto circuito, este último mínimo servirá de referencia para obtener las expresiones de la impedancia de carga pues se tienen en este punto las mismas condiciones de voltaje y corriente que en la carga.

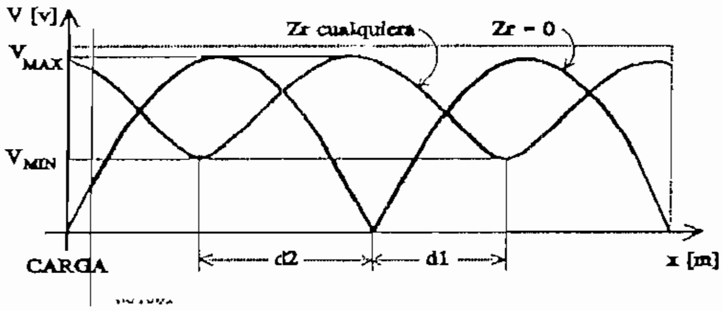

Figura 2.5. Patrón de onda estacionaria para una carga Z_r. Obtención de Z_r por el método del Doble Mínimo.

Las siguientes ecuaciones definen lo anteriormente mencionado.

$$Z_r = Z_o.\frac{1 - jS\tan(\frac{2\pi d_1}{\lambda})}{S - j\tan(\frac{2\pi d_1}{\lambda})} \qquad \text{Ec. 2.45}$$

$$Z_r = Z_o.\frac{1 + jS\tan(\frac{2\pi d_2}{\lambda})}{S + j\tan(\frac{2\pi d_2}{\lambda})} \qquad \text{Ec. 2.46}$$

Para efectos de cálculo de Z_r por este método, se debe considerar que la línea de transmisión sea de bajas pérdidas o baja atenuación por longitud de onda. El objetivo de esto es asegurar un error de cálculo aceptable que vaya de acuerdo con la realidad. Para esto se debe cumplir que $\alpha/\beta << 1$, para efectos prácticos $\alpha/\beta < 0.01$.

Para el caso de guías de onda, se puede evaluar una relación de onda estacionaria S y una distancia d_{min} desde el plano de la discontinuidad hasta el primer mínimo del campo.

Entonces, por analogía directa con las líneas de transmisión, una impedancia normalizada representante de la discontinuidad puede ser calculada por:

$$z_r = \frac{1 - jS.\tan(k_g.d_{min})}{S - j\tan(k_g.d_{min})} \qquad \text{Ec. 2.47}$$

Las ecuaciones Ec. 2.45 y Ec. 2.46 son también aplicadas a las guías de onda, normalizando las ecuaciones y reemplazando el valor de λ por el de λ_g.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

CHIPMAN, R. A. Líneas de Transmisión. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1971.

DWORSKY, Lawrence. Modern Transmission Line Theory and Applications. John Wiley and Sons, Inc. New York. 1979.

JOHNSON, Walter. Transmission lines and Networks. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1950.

LANCE, Algie. Introduction to Microwave Theory and Measurements. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1964.

REICH, Herbert. Microwave Theory and Techniques. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey. 1953.

TERMAN, Frederick. Ingeniería Electrónica y de Radio. Arbó S.A.C. e I. Buenos Aires, Argentina. 1977.

DESARROLLO MATEMATICO PARA LA SIMULACION

3.1 DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA LA SIMULACION DE LAS SEÑALES EN LA LINEA DE TRANSMISION Y EN GUIAS DE ONDA CON RESPECTO AL TIEMPO EN SU ESTADO TRANSITORIO.

De acuerdo al análisis transitorio en una línea finita realizado en el punto 1.3.1 del primer capítulo, se considerará el diagrama esquemático de una línea de transmisión representado en la Figura 1.3, así como el diagrama posición - tiempo de la Figura 1.7, para detallar el análisis matemático correspondiente para la simulación de la señal en sus primeras reflexiones.

Se tiene una línea de transmisión de longitud l, impedancia característica Z_o, y velocidad de fase **v**. *La línea a una distancia* $x = 0$ tiene un voltaje V_S, con una resistencia interna de la fuente de voltaje V_S igual a R_S, y a una distancia x = 1 una impedancia de carga Z_r.

Definiendo el análisis para las primeras diez reflexiones, en el diagrama posición - tiempo de la Figura 3.1, el eje horizontal representa la posición x a lo largo de la línea y toma valores desde $x=0$ hasta $x=1$. El eje vertical representa el tiempo, y toma valores desde t=0 hasta t=∞.

Primeramente, se define a T como el tiempo mínimo necesario para que la onda incidente llegue a la carga y se produzca la reflexión. Su valor es igual a:

$$T = \frac{l}{v} \qquad \text{Ec. 3.1}$$

Para un tiempo t=0, no se tiene conocimiento de la longitud de la línea o de su terminación, la onda de voltaje en el circuito ve únicamente una pequeña longitud infinitesimal de la línea en x=0, y entonces reacciona como si la línea se extendiera indefinídamente. Para este caso V_s se define por el divisor de voltaje:

$$V_s = V_g \cdot \frac{Z_o}{Z_o + R_s} \qquad \text{Ec. 3.2}$$

V_s representa el voltaje inicial que viajará a través de la línea hasta su primera reflexión. Un frente de onda de voltaje Vs, originándose en (0,0), viaja a lo largo del "espacio" del diagrama con una pendiente $\Delta t/\Delta x = 1/v$ y llega a x=l en t=T.

Por la presencia de una impedancia de carga en x=l, se define el *coeficiente de reflexión en la carga* ρ_r tal como se representa en la ecuación Ec. 2.30. Igualmente por la presencia de una resistencia interna de la fuente R_s la onda reflejada en la carga, se reflejará en x=0, considerándose en este punto un *coeficiente de reflexión en la fuente* ρ_s:

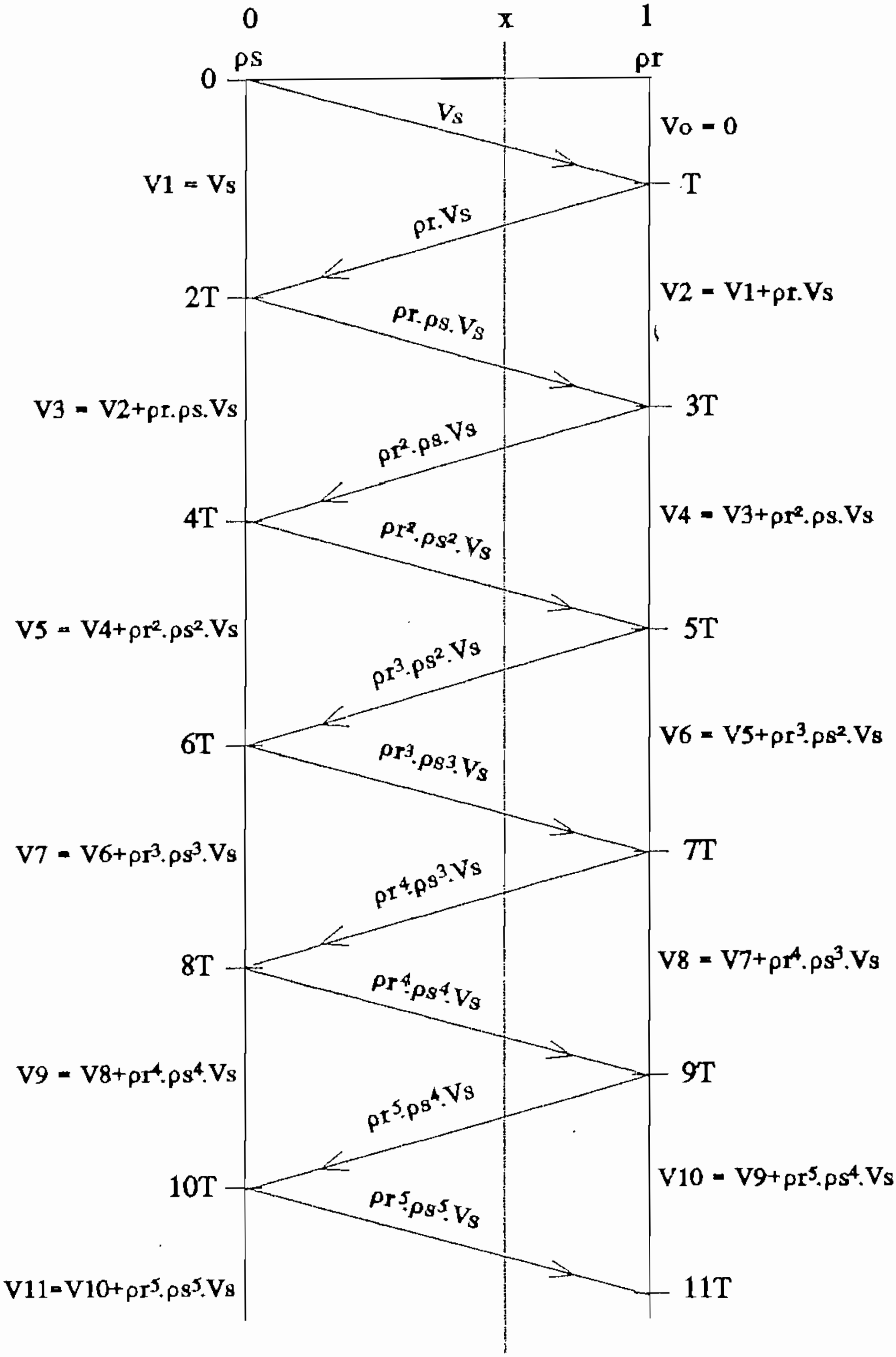

Figura 3.1. Diagrama posición - tiempo. Primeras reflexiones.

$$\rho_g = \frac{R_g - Z_o}{R_g + Z_o} \qquad \text{Ec. 3.3}$$

El valor de cada reflexión, se obtiene multiplicando el voltaje de la onda precedente por el coeficiente de reflexión en el punto donde la reflexión toma lugar. Por lo que se puede resumir en el Cuadro 3.1 los valores de reflexión dentro de cada período de tiempo.

PERIODO	VALOR DE REFLEXION
$T < t < 2T$	$\rho_r . V_g$
$2T < t < 3T$	$\rho_r . \rho_g . V_g$
$3T < t < 4T$	$\rho_r^2 . \rho_g . V_g$
$4T < t < 5T$	$\rho_r^2 . \rho_g^2 . V_g$
$5T < t < 6T$	$\rho_r^3 . \rho_g^2 . V_g$
$6T < t < 7T$	$\rho_r^3 . \rho_g^3 . V_g$
$7T < t < 8T$	$\rho_r^4 . \rho_g^3 . V_g$
$8T < t < 9T$	$\rho_r^4 . \rho_g^4 . V_g$
$9T < t < 10T$	$\rho_r^5 . \rho_g^4 . V_g$
$10T < t < 11T$	$\rho_r^5 . \rho_g^5 . V_g$

Cuadro 3.1. Valores de reflexión para cada período de tiempo.

Para poder analizar el efecto de las primeras reflexiones a una cierta distancia *x* desde la fuente, en el Cuadro 3.2 se encuentra para cada período de tiempo, la ecuación de la recta que rige al mismo.

Se considera que los valores del voltaje resultante (tomando en cuenta las reflexiones) son distintos antes y después de la recta. En la Figura 3.1, se puede resumir lo anteriormente dicho, así como en el Cuadro 3.1 los valores de reflexión que se presentan son los que provocan el cambio en el voltaje resultante.

PERIODO	ECUACION DE LA RECTA
$0 < t < T$	$t = x/\nu$
$T < t < 2T$	$t = -x/\nu + 2T$
$2T < t < 3T$	$t = x/\nu + 2T$
$3T < t < 4T$	$t = -x/\nu + 4T$
$4T < t < 5T$	$t = x/\nu + 4T$
$5T < t < 6T$	$t = -x/\nu + 6T$
$6T < t < 7T$	$t = x/\nu + 6T$
$7T < t < 8T$	$t = -x/\nu + 8T$
$8T < t < 9T$	$t = x/\nu + 8T$
$9T < t < 10T$	$t = -x/\nu + 10T$
$10t < T < 11T$	$t = x/\nu + 10T$

Cuadro 3.2. Ecuaciones de recta para cada período de tiempo.

Del análisis anterior, y por las ecuaciones de recta definidas para cada período en el Cuadro 3.2, se puede calcular directamente los tiempos en los cuales, el efecto de las reflexiones se hace presente para cualquier distancia x.

Generalizando para cualquier valor de x ($0 \leq x \leq 1$), el voltaje resultante en cada período, considerando ya las distintas reflexiones, se puede resumir en el Cuadro 3.3.

Como se analiza en el Cuadro 3.3, el valor del voltaje total para un período determinado, es igual al valor del voltaje total precedente mas el valor de reflexión del mismo período.

Para el modo TEM, el valor de ν se considerará igual al de la velocidad de la luz ($3xE^8$ m/s).

PERIODO	VOLTAJE TOTAL
$0 \leq t < x/v$	$V_0 = 0$
$x/v \leq t < -x/v + 2T$	$V_1 = V_S$
$-x/v + 2T \leq t < x/v + 2T$	$V_2 = V_1 + \rho_r . V_a$
$x/v + 2T \leq t < -x/v + 4T$	$V_3 = V_2 + \rho_r . \rho_s . V_a$
$-x/v + 4T \leq t < x/v + 4T$	$V_4 = V_3 + \rho_r^2 . \rho_s . V_a$
$x/v + 4T \leq t < -x/v + 6T$	$V_5 = V_4 + \rho_r^2 . \rho_s^2 . V_a$
$-x/v + 6T \leq t < x/v + 6T$	$V_6 = V_5 + \rho_r^3 . \rho_s^2 . V_a$
$x/v + 6T \leq t < -x/v + 8T$	$V_7 = V_6 + \rho_r^3 . \rho_s^3 . V_a$
$-x/v + 8T \leq t < x/v + 10T$	$V_8 = V_7 + \rho_r^4 . \rho_s^3 . V_a$
$x/v + 10T \leq t < -x/v + 12T$	$V_9 = V_8 + \rho_r^4 . \rho_s^4 . V_a$
$-x/v + 12T \leq t < x/v + 12T$	$V_{10} = V_9 + \rho_r^5 . \rho_s^4 . V_a$

Cuadro 3.3. Valores de voltaje totales en cada período de tiempo.

Considerando el caso del modo fundamental, el análisis para establecer como varía el campo eléctrico transversal en la guía de onda, durante las primeras reflexiones, prácticamente es igual al realizado anteriormente. El Cuadro 3.4 resume también para este caso, la variación del campo eléctrico, tomándose en cuenta que v depende de la frecuencia y considerando las ecuaciones Ec. 1.39, Ec. 1.81 y Ec. 1.82 es igual a:

$$v = c \cdot \frac{f}{\sqrt{f^2 - f_c^2}} \qquad \text{Ec. 3.4}$$

donde f es la frecuencia de operación y f_c la frecuencia de corte. Se tomará en cuenta, que R_s para este caso es cero, por lo que ρ_s es igual a -1. De estos detalles analizados, se concluye en el Cuadro 3.4 los valores de campo eléctrico para las primeras reflexiones en el modo $TE_{1.0}$ donde E_a es el campo eléctrico inicial.

PERIODO	CAMPO ELECTRICO TOTAL
$0 \le t < x/v$	$E_0 = 0$
$x/v \le t < -x/v + 2T$	$E_1 = E_s$
$-x/v + 2T \le t < x/v + 2T$	$E_2 = E_1 + \rho_r . E_a$
$x/v + 2T \le t < -x/v + 4T$	$E_3 = E_2 - \rho_r . E_a$
$-x/v + 4T \le t < x/v + 4T$	$E_4 = E_3 - \rho_r^2 . E_a$
$x/v + 4T \le t < -x/v + 6T$	$E_5 = E_4 + \rho_r^2 . E_a$
$-x/v + 6T \le t < x/v + 6T$	$E_6 = E_5 + \rho_r^3 . E_a$
$x/v + 6T \le t < -x/v + 8T$	$E_7 = E_6 - \rho_r^3 . E_a$
$-x/v + 8T \le t < x/v + 10T$	$E_8 = E_7 - \rho_r^4 . E_a$
$x/v + 10T \le t < -x/v + 12T$	$E_9 = E_8 + \rho_r^4 . E_a$
$-x/v + 12T \le t < x/v + 12T$	$E_{10} = E_9 + \rho_r^5 . E_a$

Cuadro 3.4. Valores de campo eléctrico tranversal para el modo fundamental en cada período de tiempo.

En el capítulo cuarto, en el punto 4.4 se explica cual es la rutina a seguirse para la obtención del gráfico magnitud vs. tiempo correspondiente a cada caso. Los datos a considerarse son:

- l: longitud entre la fuente y la carga.
- x: distancia de análisis medida desde la carga.
- Zr: Impedancia de carga (normalizada en el caso del modo fundamental).
- Rs: Resistencia interna de la fuente (para el modo TEM).
- f: Frecuencia de operación.
- f_c: Frecuencia de corte (para el modo fundamental).

3.2 DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA LA SIMULACION DE LAS SEÑALES DE LOS SISTEMAS DE TRANSMISION EN SU ESTADO ESTABLE, PARA EL MODO TRANSVERSAL ELECTROMAGNETICO Y PARA EL MODO FUNDAMENTAL.

Para el modo TEM, se considerará la ecuación Ec. 2.11 para el desarrollo de las ecuaciones a simularse en el análisis dentro del estado estable de la señal. Trabajando en la ecuación mencionada se puede reecribirla como sigue:

$$V(x) = V_1 . e^{\gamma x} + V_2 . e^{-\gamma x}$$

Tomando en cuenta la definición del coeficiente de reflexión en la carga en la ecuación Ec. 2.30, se concluye:

$$V(x) = V_1 . (e^{\gamma x} + \rho_r . e^{-\gamma x}) \qquad \text{Ec. 3.5}$$

La ecuación Ec. 3.5 representa la ecuación de voltaje, a una distancia x desde la carga. El análisis de la onda estacionaria permite obtener un procedimiento para la obtención de la impedancia de carga. Considerando este propósito, se deberá obtener las ecuaciones correspondientes para una carga cualquiera y para cuando la carga es un corto circuito.

Para obtener una ecuación de simulación de la magnitud y fase de la onda estacionaria, se realiza el siguiente procedimiento:

En la ecuación del coeficiente de reflexión en la carga se introduce dos nuevos términos con el propósito de facilitar el análisis a realizarse.

$$\rho_r = |\rho_r| . e^{j\phi} = e^{-2.(p + jq)} \qquad \text{Ec. 3.6}$$

donde:

$$p = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{|\rho_r|}}\right) \qquad \text{Ec. 3.7}$$

$$q = -\frac{1}{2} . \phi \qquad \text{Ec. 3.8}$$

de este análisis se puede concluir:

$$V(x) = V_1 . (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x} . e^{-2.(p + jq)})$$

$$V(x) = V_1 . e^{-(p + jq)} . (e^{\gamma x} . e^{(p + jq)} + e^{-\gamma x} . e^{-(p + jq)})$$

Reemplazando la ecuación Ec. 2.10 en la expresión anterior, se obtiene:

$$V(x) = V_1 . \sqrt{|\rho_r|} . e^{j\frac{\phi}{2}} . (e^{[(\alpha x + p) + j(\beta x + q)]} + e^{-[(\alpha x + p + j(\beta x + q)]})$$

Considerando la relaciones trigonométricas siguientes:

$$\cosh(\theta) = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}$$

$$\cosh(A + jB) = \cosh(A) . \cos(B) + j . senh(A) . sen(B)$$

se concluye:

$$V(x) = 2 V_1 \sqrt{|\rho_r|} e^{j\frac{\phi}{2}} . [\cosh(\alpha x + p) \cos(\beta x + q) + j senh(\alpha x + p) sen(\beta x + q)] \qquad \text{Ec. 3.9}$$

La ecuación Ec. 3.9 representa la ecuación de voltaje de la onda estacionaria para cualquier punto x medido desde la carga.

Para el modo fundamental, si se realiza el análisis anterior en la ecuación Ec. 2.28, considerando además que la constante de atenuación para este caso es cero y la definición de la ecuación Ec. 2.34 para el coeficiente de reflexión en la carga, se llega a obtener como resultado:

$$E_z(x) = 2E_o i.\sqrt{|\rho_L|}.e^{j\frac{\phi}{2}}.[\cosh(p)\cos(q+k_g x) + j\,senh(p)\,sen(q+k_g x)] \qquad \text{Ec. 3.10}$$

La ecuación Ec. 3.10 representa la onda estacionaria de campo eléctrico transversal en la guía de onda para el modo fundamental. El valor de k_g para el modo $TE_{1,0}$ está definido por la ecuación Ec. 3.11.

$$k_g = \frac{2\pi}{c}.\sqrt{f^2 - f_c^2} \qquad \text{Ec. 3.11}$$

3.2.1 Ecuación de la magnitud de la onda estacionaria.

Al obtener el módulo de la ecuación Ec. 3.9, se llega a despejar la ecuación de la magnitud de voltaje de la onda estacionaria, tal como se describe a continuación:

Para un análisis cualitativo, se puede concluir que:

$$|e^{j\frac{\phi}{2}}| = 1$$

$$|2V_1\sqrt{|\rho_L|}| = K$$

por lo que del módulo de la ecuación Ec. 3.9, se obtiene:

$$|V(x)| = K.\sqrt{\cosh^2(\alpha x+p).\cos^2(\beta x+q) + senh^2(\alpha x+p).sen^2(\beta x+q)}$$

Al normalizar la ecuación anterior, y utilizando las relaciones trigonométricas:

$$\cosh^2(A) - senh^2(A) = 1$$

$$sen^2(A) + \cos^2(A) = 1$$

se llega a tener:

$$|V(x)| = \sqrt{senh^2(\alpha x+p) + \cos^2(\beta x+q)} \qquad \text{Ec. 3.12}$$

La ecuación Ec. 3.12 es la que se utilizará para la obtención de la magnitud de la onda estacionaria, para cualquier tipo de impedancia de carga.

Para el caso del modo fundamental y considerando un análisis semejante al anterior en la ecuacion Ec. 3.10, se llega a concluir:

$$|E_z(x)| = \sqrt{senh^2(p) + \cos^2(q + k_g x)} \qquad \text{Ec. 3.13}$$

La ecuación Ec. 3.13 representa la magnitud de la onda estacionaria de campo electrico transversal para el modo fundamental.

3.2.2 Ecuación de la fase de la onda estacionaria.

Para obtener la ecuación de fase para el modo TEM, se considerará en la ecuación Ec. 3.9 los siguientes artificios matemáticos:

$$A = \cosh(\alpha x+p) . \cos(\beta x+q)$$

$$B = senh(\alpha x+p) . sen(\beta x+q)$$

$$e^{j\frac{\phi}{2}} = \cos(\frac{\phi}{2}) + jsen(\frac{\phi}{2}) = C + jD$$

$$K = 2|V_1|.\sqrt{|\rho_r|}$$

Por lo que se hará un análisis gráfico para este caso, se considera la fase de V_1 igual a 0. Entonces:

$$V(x) = K.[(A.C - B.D) + j(A.D + B.C)] = |V(x)|.e^{\varphi(x)}$$

de donde se concluye:

$$\varphi(x) = \tan^{-1}(\frac{A.D + B.C}{A.C - B.D})$$

Reemplazando los valores de A, B, C y D en la última ecuación, además dividiendo tanto el numerador como el denominador para $\cos(\phi/2).\cos(\alpha x+p).\cos(\beta x+q)$, utilizando la ecuación Ec. 3.8, y la relación trigonométrica

$$\tan(-A) = -\tan(A)$$

finalmente se llega a concluir:

$$\varphi(x) = \tan^{-1}[\frac{\tanh(\alpha x+p)\tan(\beta x+q) - \tan(q)}{1 + \tan(q)\tanh(\alpha x+p)\tan(\beta x+q)}] \quad \text{Ec. 3.14}$$

Como se ve, la ecuación Ec. 3.14 es la ecuación de la fase de la onda de voltaje para el modo TEM, en cualquier punto x medido desde la impedancia de carga.

Para el modo fundamental, si se realiza el mismo procedimiento en la ecuación Ec. 3.10, se llega a tener:

$$\varphi_E(x) = \tan^{-1}[\frac{\tanh(p).\tan(q+k_g x) - \tan(q)}{1 + \tan(q).\tanh(p).\tan(q+k_g x)}] \quad \text{Ec. 3.15}$$

La ecuación Ec. 3.15 representa la ecuación de fase de la onda estacionaria de campo eléctrico transversal en la guía de onda rectangular, para el modo fundamental.

De igual manera, en el capítulo cuarto, en el punto 4.4, se detalla el procedimiento por el cual se llega a obtener los resultados analíticos y gráficos, para el análisis la onda estacionaria. Los datos a ingresarse para los respectivos cálculos son:

- α: Constante de atenuación (para el modo TEM).
- f: Frecuencia de operación.
- f_c: Frecuencia de corte (para el modo fundamental).
- Z_o: Impedancia característica (para el modo TEM).
- Z_r: Impedancia de carga (normalizada para el modo fundamental).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

AYANT, Y. Funciones especiales. Editorial Alhambra S.A. Madrid, España. 1974.

CHIPMAN, R. A. Líneas de Transmisión. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1971.

GINZTON, Edward. Microwave Measurements. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1957.

POTTER, James. Theory of networks and lines. Prentice-Hall, Inc. New Jersey. 1963.

DESARROLLO DEL SOFTWARE

4.1 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DESARROLLADO.

El programa ha sido diseñado totalmente en Lenguaje C, para lo cual se ha utilizado el Compilador Microsoft QuickC Versión 2.0. Consta de los siguientes módulos: REFLEX.C, BOX.C, COMPLEX.C, FUNCION.C, GETKEY.C, INGRESO.C, MENU.C, MOUSEFUN.C, SOUND.C Y VIDEO.C.

Los módulos BOX.C, GETKEY.C, MENU.C, MOUSEFUN.C y SOUND.C pertenecen al Compilador mencionado. A parte de los módulos indicados, se han utilizado las librerías CONIO.LIB, ERRNO.LIB, GRAPH.LIB, MATH.LIB, PGCHART.LIB, STDIO.LIB, STDLIB.LIB y STRING.LIB, las cuales son propias del Lenguaje C.

El módulo REFLEX.C, es el módulo principal y es el que sirve de enlace de los módulos y tiene el control total del programa. Los módulos BOX.C y MENU.C contienen funciones que sirven para la presentación de las pantallas de ingreso de datos, entrega de resultados, y mensajes. Los módulos GETKEY.C y MOUSEFUN.C tienen funciones que trabajan conjuntamente con los módulos anteriores y ejecutan el control de teclas y del mouse.

El módulo COMPLEX.C contiene funciones para realizar operaciones matemáticas con números complejos. El módulo FUNCION.C presenta funciones para la realización de todo tipo de cálculos matemáticos necesarios para la ejecución del programa. Las funciones que controlan el ingreso de datos desde teclado, y aquellas que realizan la presentación de resultados a través de una impresora se encuentran en el módulo INGRESO.C. El módulo SOUND.C contiene funciones para producir sonidos, principalmente para señales de error. Finalmente el módulo VIDEO.C tiene funciones para la presentación de gráficos en la pantalla.

Los módulos anteriormente mencionados pueden analizarse en su totalidad en el Anexo I. El programa ejecutable se llama REFLEX.EXE, y su funcionamiento puede ser entendido en el Anexo II.

El diagrama de flujo del programa desarrollado, se puede analizar en las Figuras 4.1 a 4.12, las cuales resumen el módulo REFLEX.C. Como se aprecia en estas figuras, la estructura del programa básicamente se desarrolla en base a la ejecución de funciones dedicadas a una actividad específica, las cuales entregan los resultados que se requieren.

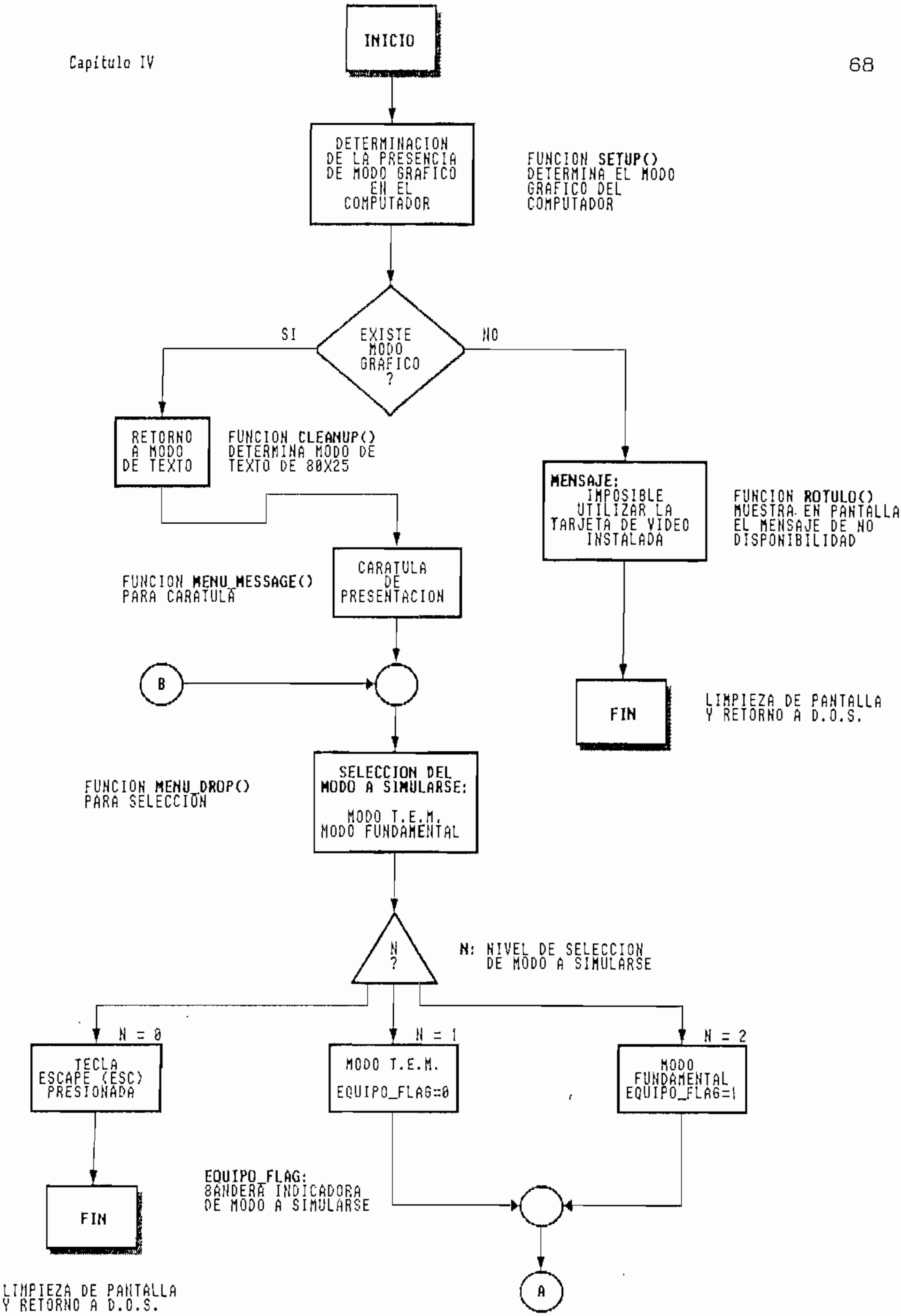

Figura 4.1. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

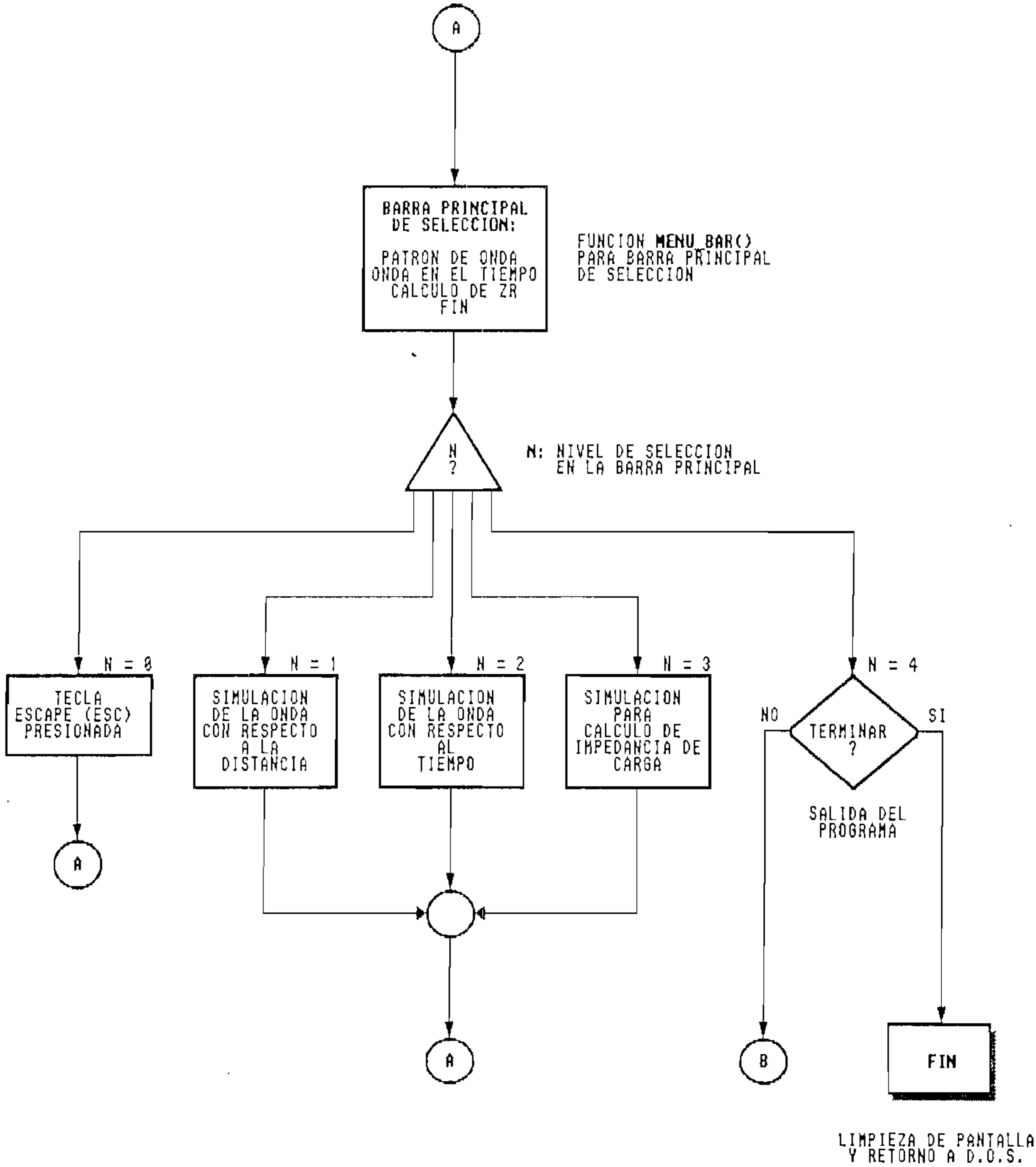

Figura 4.2. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

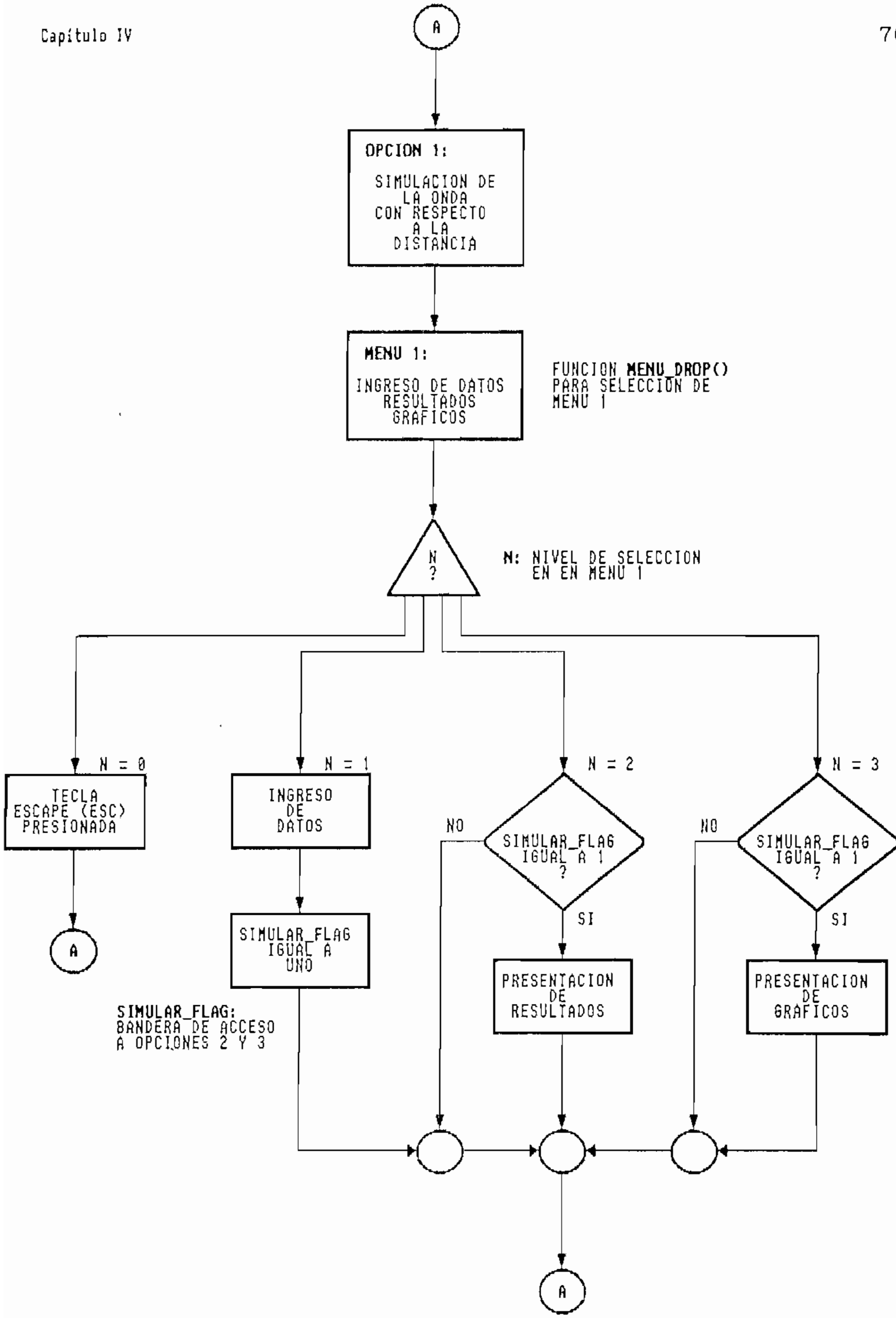

Figura 4.3. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

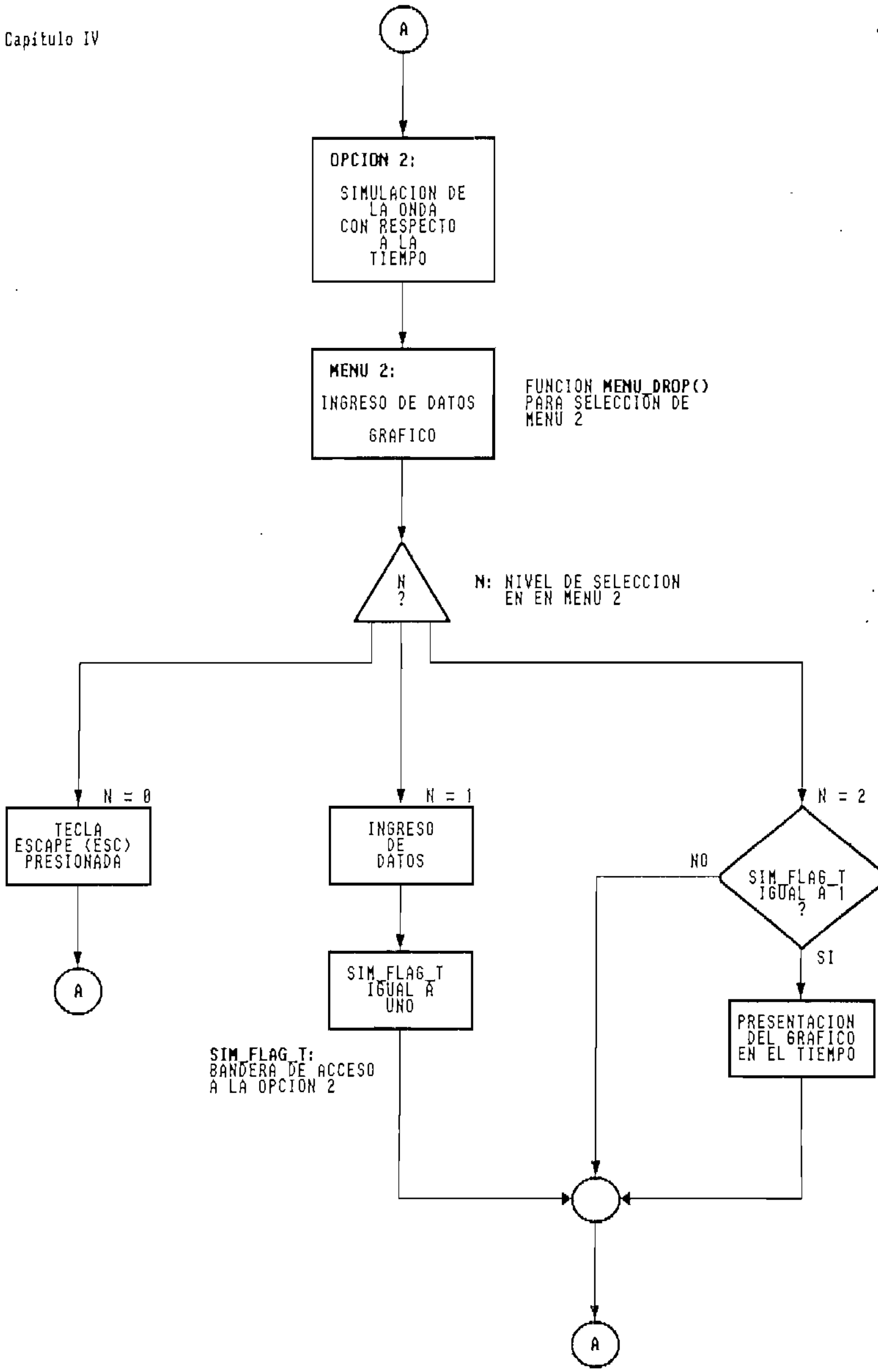

Figura 4.4. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

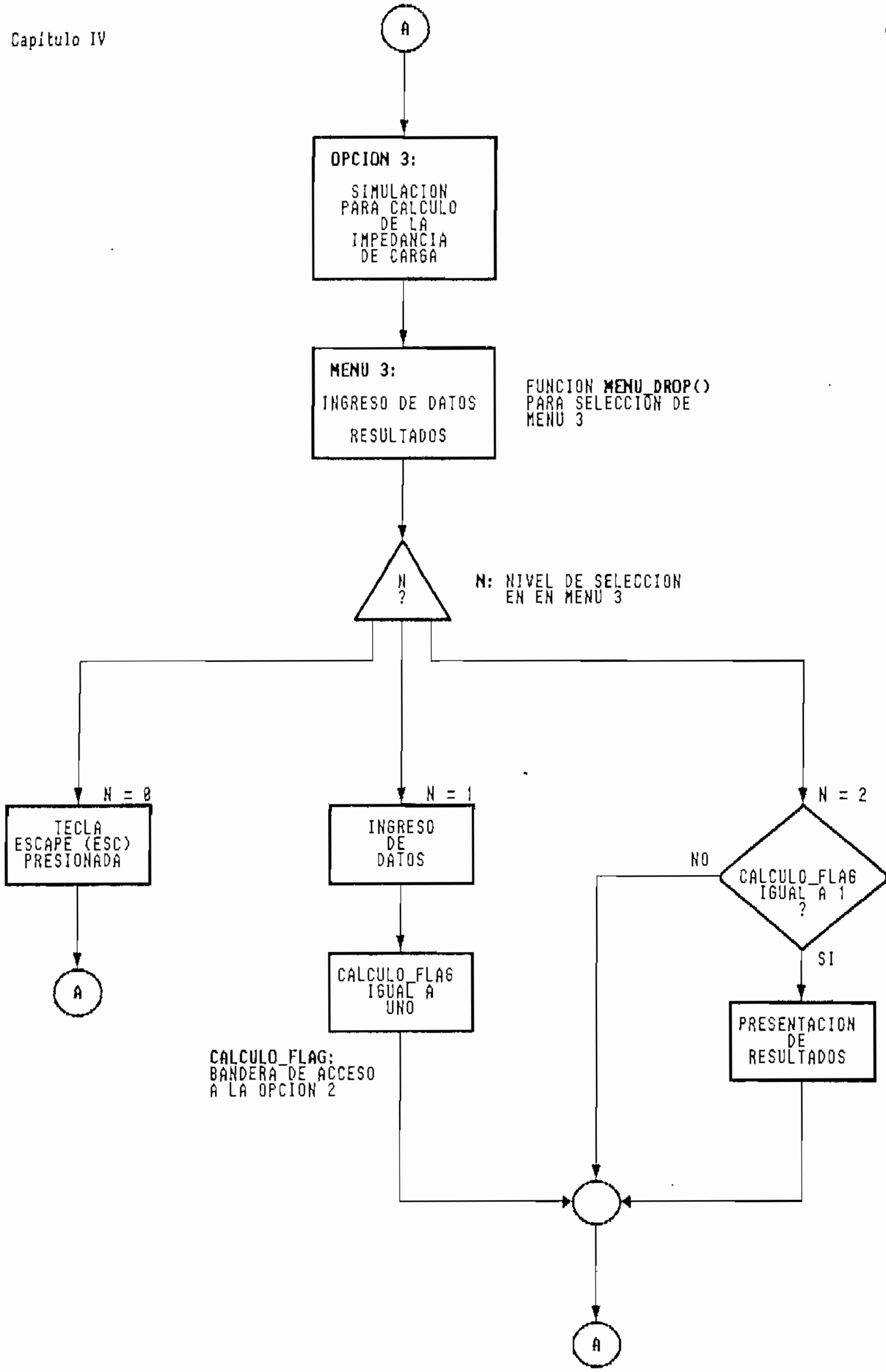

Figura 4.5. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

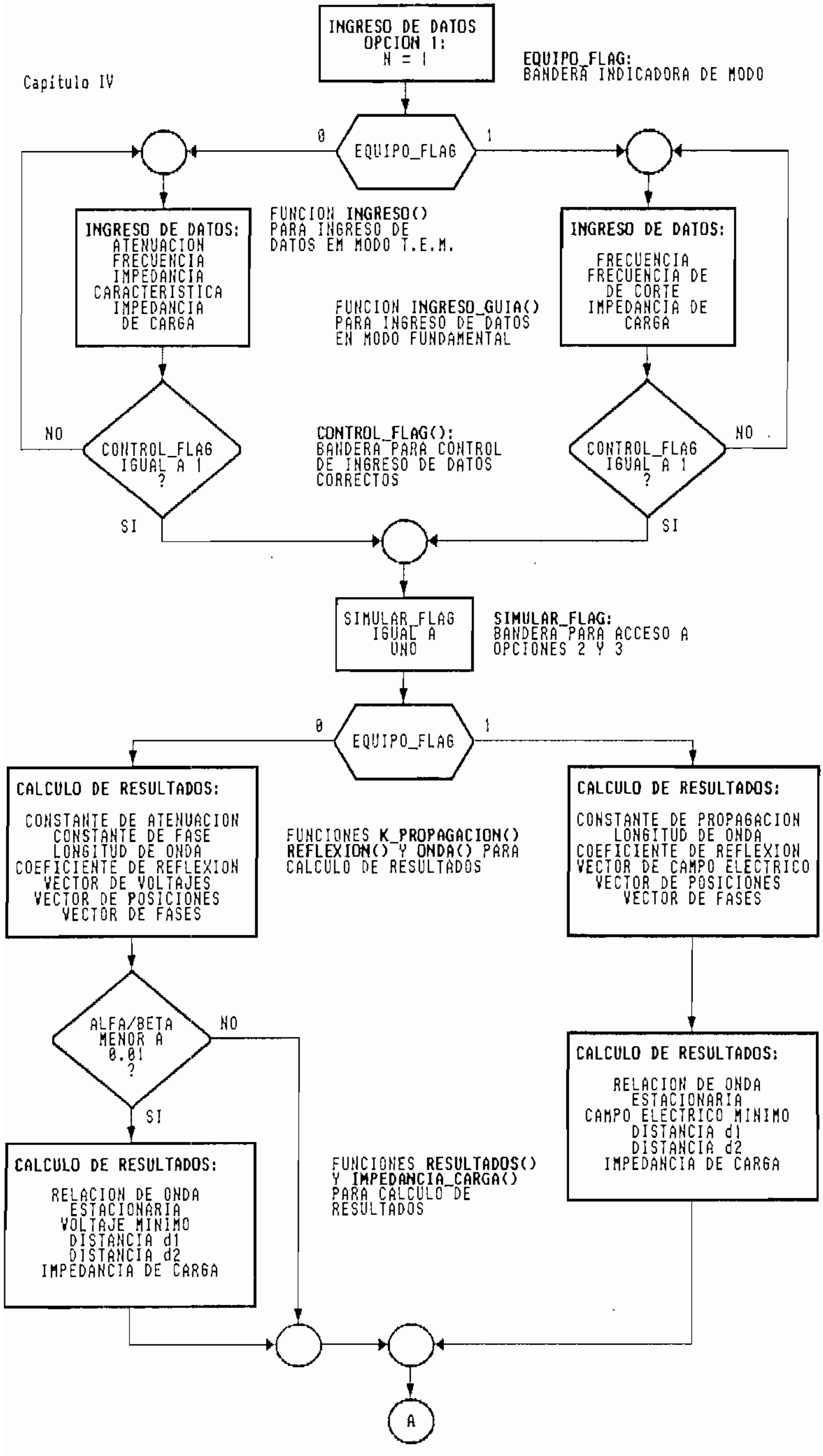

Figura 4.6. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

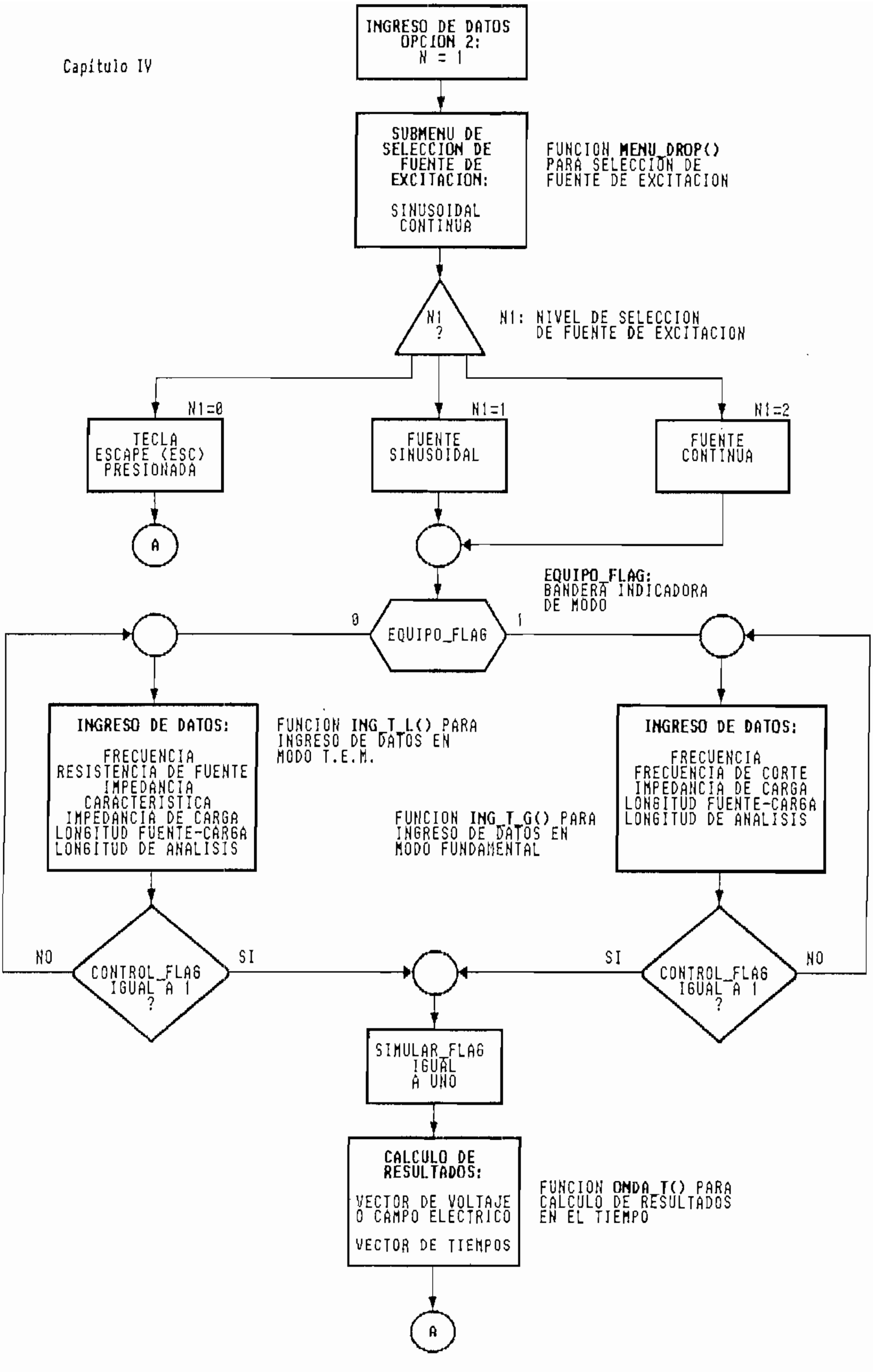

Figura 4.7. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

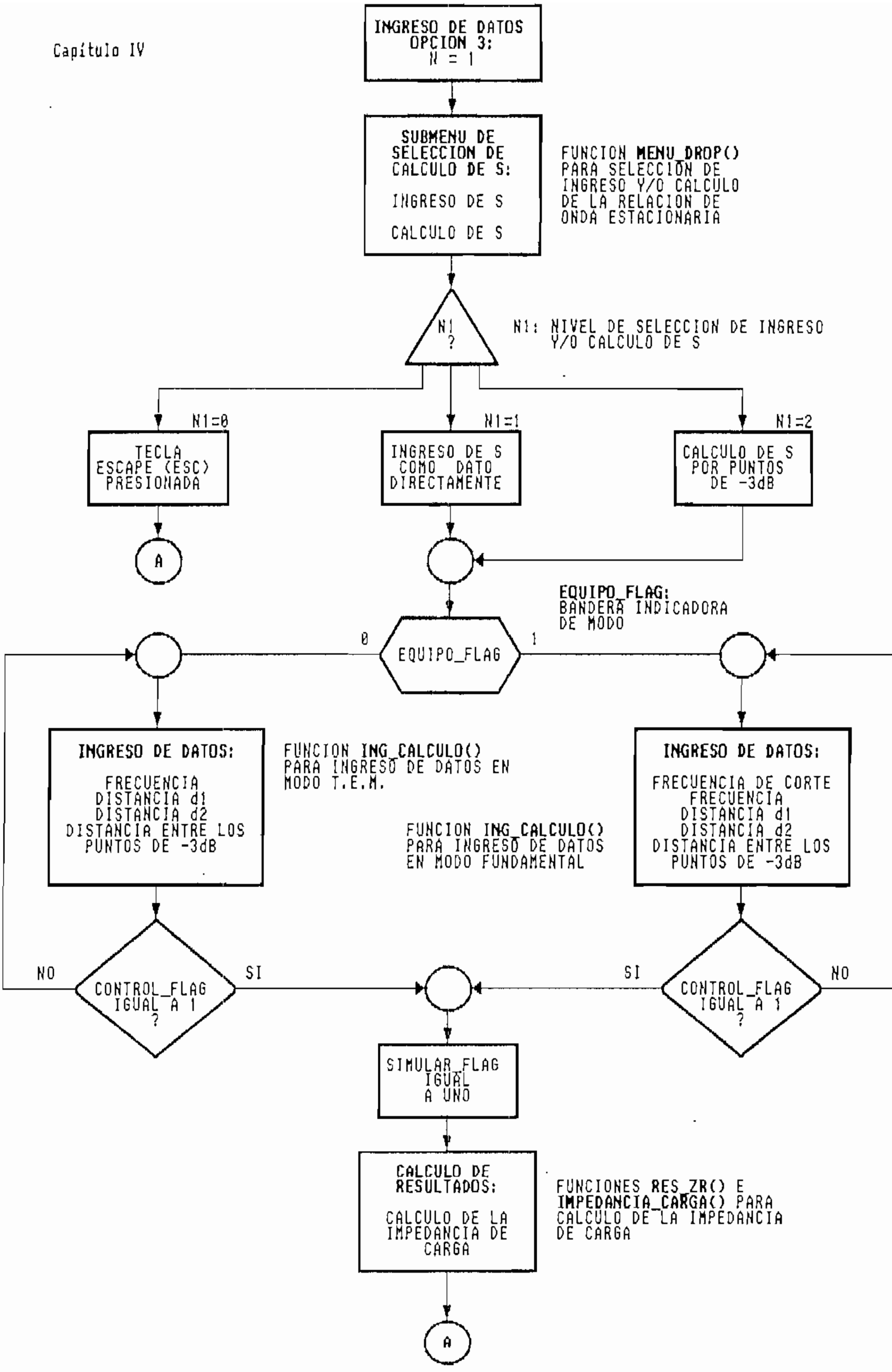

Figura 4.8. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

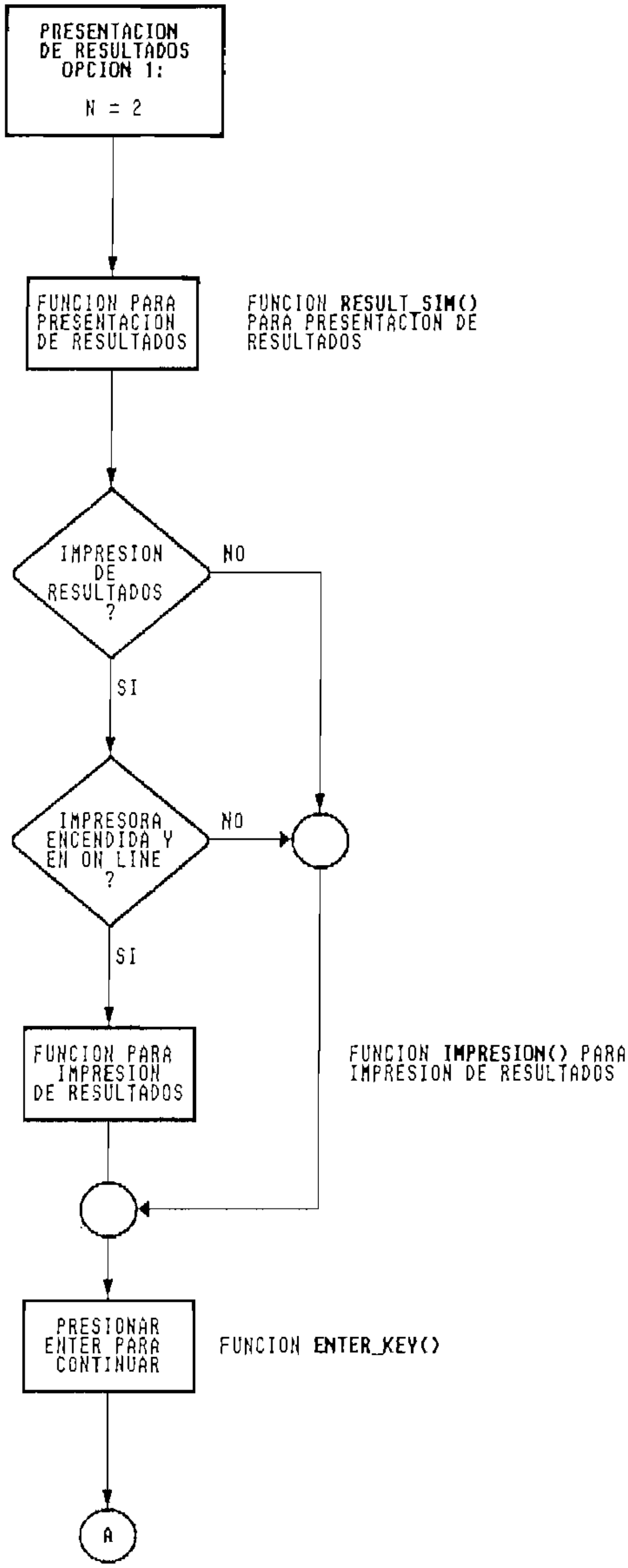

Figura 4.9. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

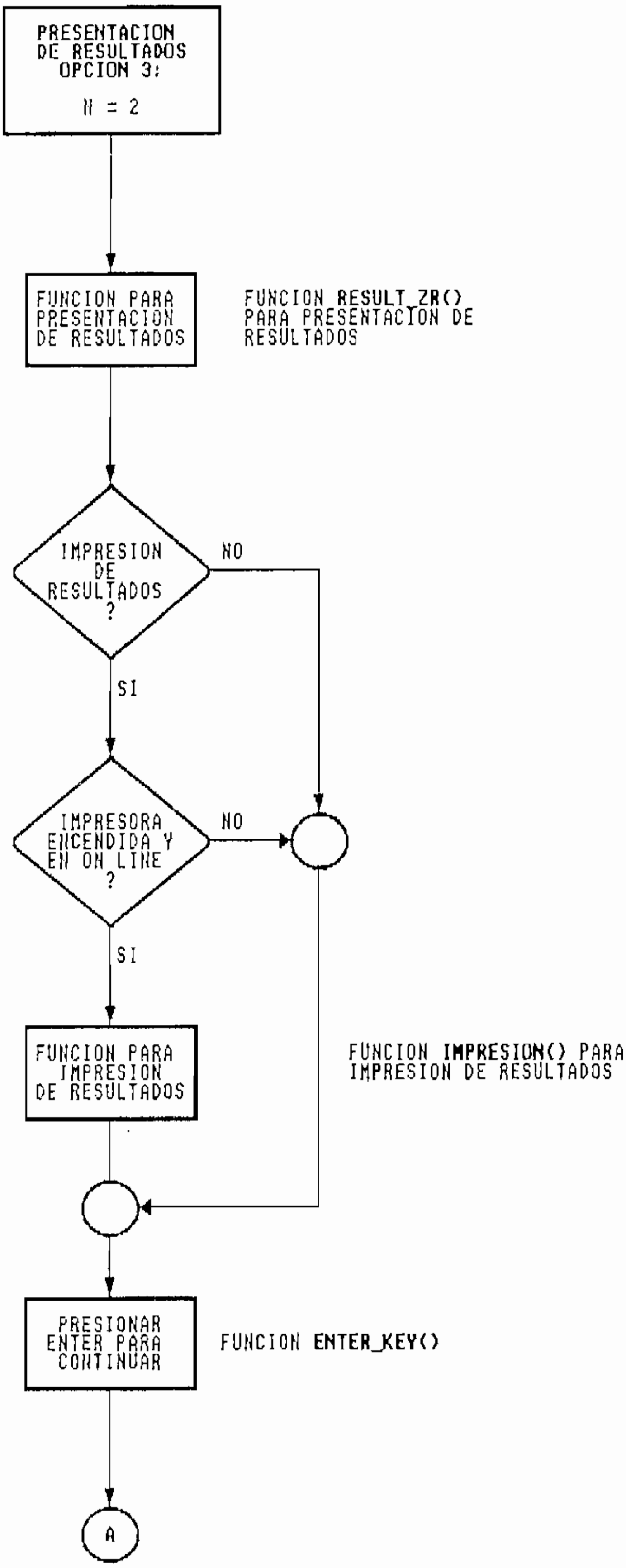

Figura 4.10. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

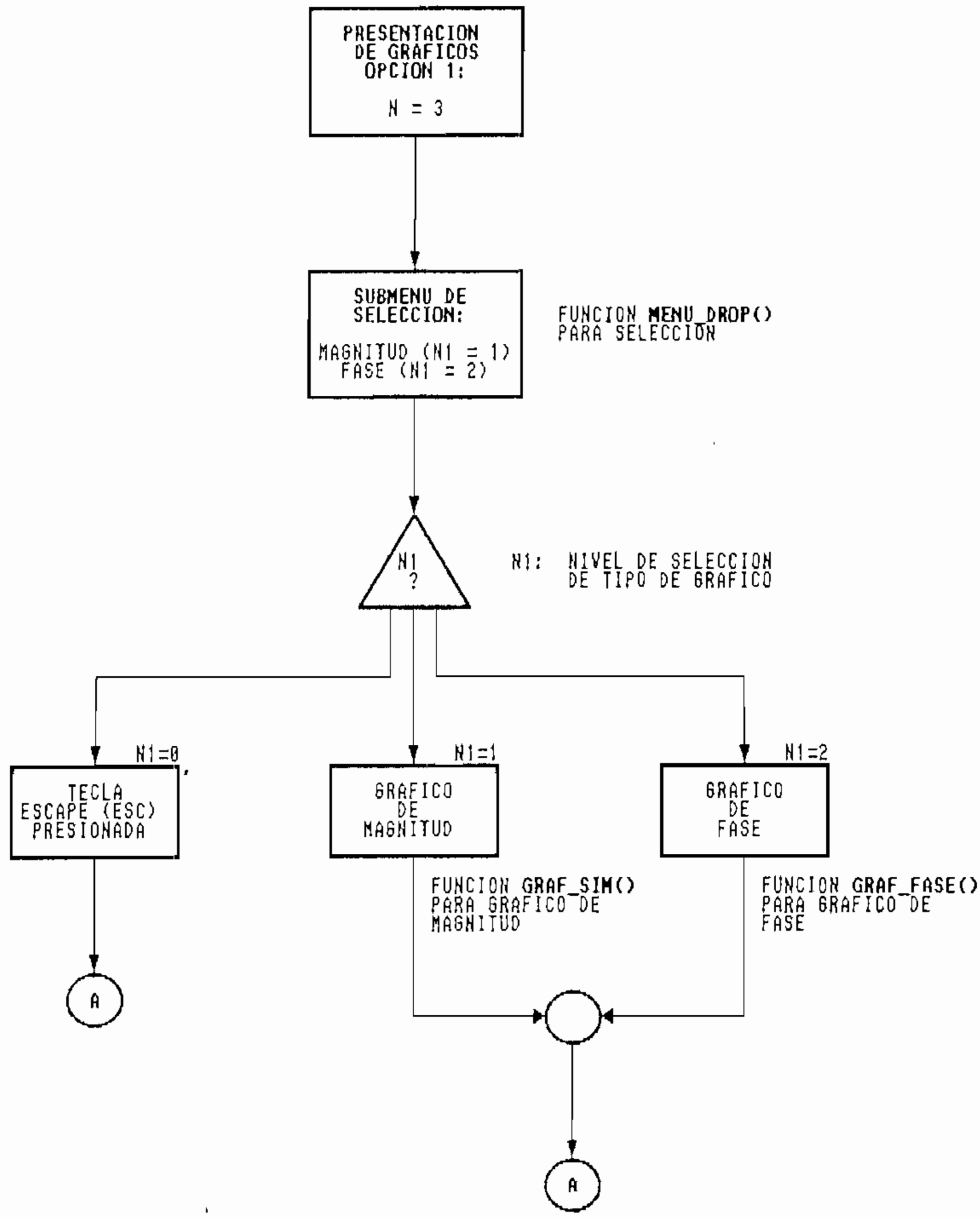

Figura 4.11. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

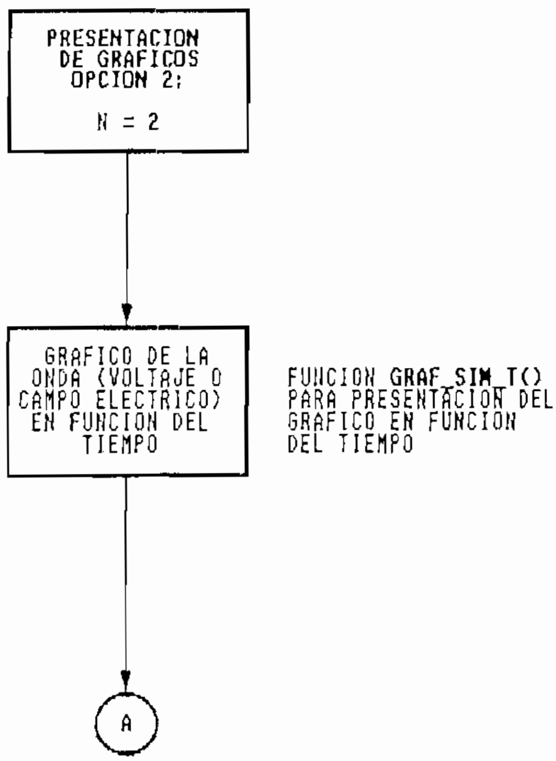

Figura 4.12. Diagrama de flujo del MODULO PRINCIPAL

4.2 RUTINAS PARA EL ESTABLECIMIENTO DEL MODO GRAFICO APROPIADO.

Las sentencias que ejecutan las funciones que se detallan a continuación, se hallan en el módulo VIDEO.C en el Anexo I.

Función: *setup()*

Descripción: Comprueba e inicializa el modo gráfico en la pantalla del computador o da un mensaje de imposibilidad en caso de no tener capacidad gráfica. Se usa también para la presentación de los gráficos en pantalla.

Declaración: void setup(): función del tipo void (no tiene valor de retorno).

En la Figura 4.13, se puede analizar claramente el diagrama de flujo de la función setup(). Como se aprecia en esta figura, se hace uso de una estructura *struct videoconfig*, la cual pemite la inicialización de los parámetros gráficos del computador, para poder seleccionar el tipo de tarjeta gráfica instalada con la función *_setvideomode()* de la librería GRAPH.LIB.

Función: *cleanup()*

Descripción: Retornar la pantalla a modo de texto (25 filas por 80 columnas), después de la presentación de un gráfico en pantalla.

Declaración: void cleanup(): función del tipo void (no tiene valor de retorno).

En la Figura 4.14, se presenta el diagrama de flujo de la función cleanup().

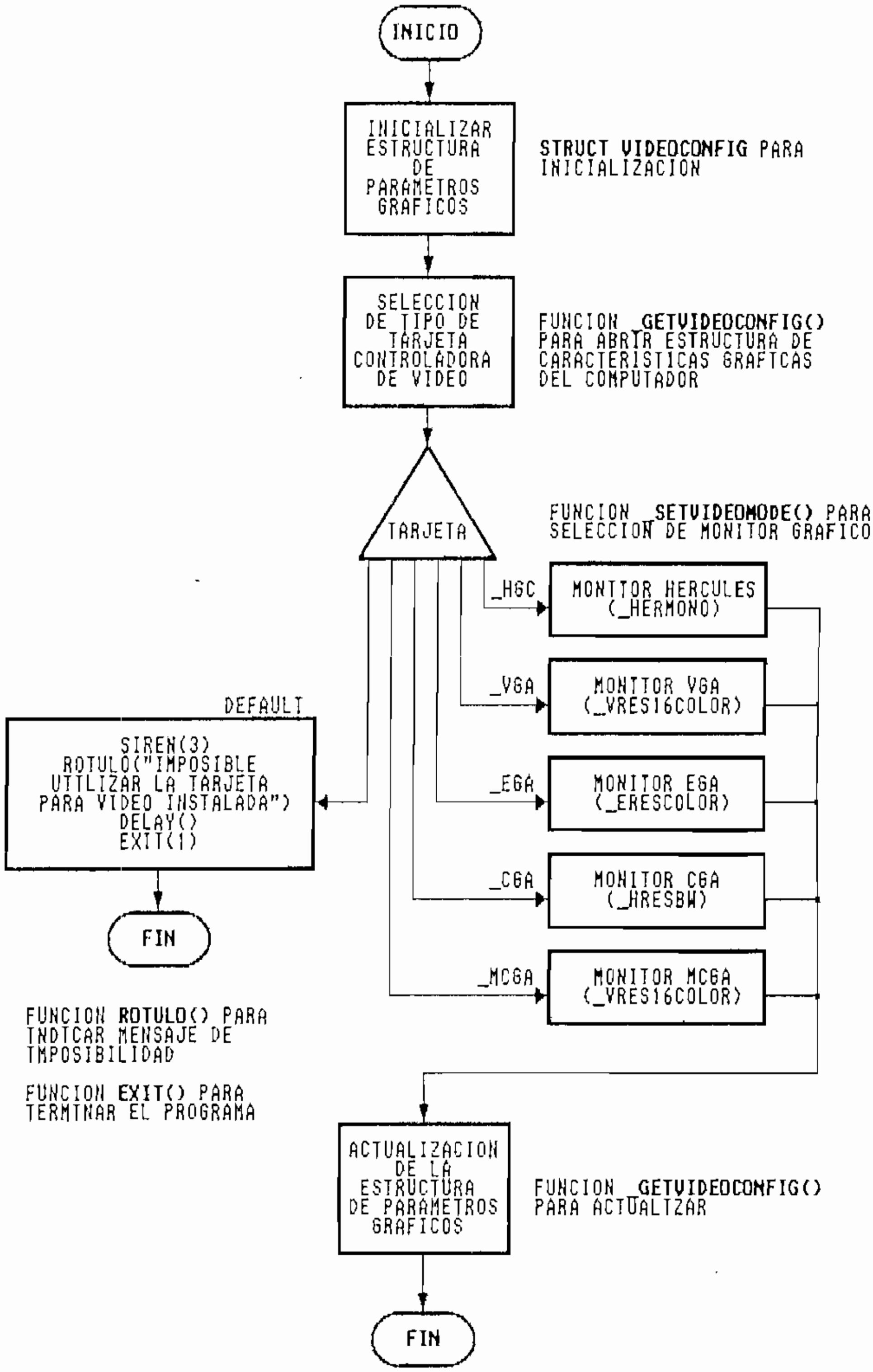

Figura 4.13. Diagrama de flujo de la FUNCION SETUP()

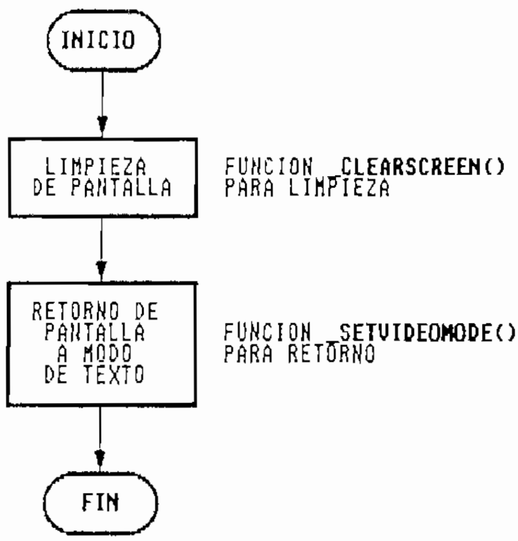

Figura 4.14. Diagrama de flujo de la FUNCION CLEANUP()

4.3 RUTINAS PARA INGRESO DE DATOS.

En el programa fuente del módulo INGRESO.C presentado en el ANEXO I, se puede analizar las funciones que se diseñaron para el ingreso de los datos desde teclado, las cuales se resumen a continuación:

Función: *ingreso()*

Descripción: Realiza el ingreso de los datos necesarios desde teclado para la realización de los cálculos para la presentación del patrón de onda estacionaria en el modo T.E.M. y comprueba su validez.

Declaración: int ingreso(&alfa, &f, &Zo, &Zr)

donde:	alfa:	Constante de atenuación
	f:	Frecuencia de operación
	Zo:	Impedancia característica
	Zr:	Impedancia de carga
valor de retorno:		1 para ingreso correcto
		0 para ingreso incorrecto

En la Figura 4.15 se puede analizar el diagrama de flujo de la función ingreso().

Función: *ingreso_guia()*

Descripción: Realiza el ingreso de los datos necesarios desde teclado para la realización de los cálculos para la presentación del patrón de onda estacionaria en el modo fundamental y comprueba su validez.

Declaración: int ingreso_guia(&f, &f_c, &zr)

donde: f: Frecuencia de operación

f_c: Frecuencia de corte

zr: Impedancia de carga normalizada

valor de retorno: 1 para ingreso correcto

0 para ingreso incorrecto

La Figura 4.16, detalla el diagrama de flujo de la función ingreso_guia().

Función: *ing_t_l()*

Descripción: Realiza el ingreso de los datos necesarios desde teclado para la realización de los cálculos para la presentación del gráfico de la magnitud de voltaje vs. el tiempo en la primeras reflexiones para el modo T.E.M.

Declaración: int ing_t_l(n, &f, &Rs, &Zo, &Zr, &l, &x) donde: n: Bandera indicadora de fuente

f: Frecuencia de operación

Rs: Resistencia interna de fuente

Zo: Impedancia característica

Zr: Impedancia de carga

l: Distancia entre fuente y carga

x: Distancia de análisis desde la fuente

valor de retorno: 1 para ingreso correcto

0 para ingreso incorrecto

El diagrama de flujo de la función ing_t_l() se presenta en las Figuras 4.17 y 4.18.

Función: *ing_t_g()*

Descripción: Realiza el ingreso de los datos necesarios desde teclado para la realización de los cálculos para la presentación del gráfico de la magnitud de campo eléctrico vs. el tiempo en la primeras reflexiones para el modo fundamental.

Declaración: int ing_t_g(&f_c, &f, &zr, &l, &x)

donde: f_c: Frecuencia de corte

f: Frecuencia de operación

zr: Impedancia de carga normalizada

l: Distancia entre fuente y carga

	x:	Distancia de análisis desde la fuente
valor de retorno:		1 para ingreso correcto 0 para ingreso incorrecto

El diagrama de flujo de la función ing_t_g() se presenta en las Figuras 4.19 y 4.20.

Función: *ing_calculo()*

Descripción: Realiza el ingreso de los datos necesarios desde teclado para la realización de la relación de onda estacionaria utilizando las distancias entre mínimos o entre los puntos de -3dB.

Declaración: int ing_calculo(m, n, &f_c, &f, &d1, &d2, &d)

donde:	m:	Bandera indicadora de modo
	n:	Bandera indicadora para selección de cálculo de S
	f_c:	Frecuencia de corte
	f:	Frecuencia de operación
	d1:	Distancia d_1 entre mínimos
	d2:	Distancia d_2 entre mínimos
	d:	Distancia entre puntos de -3dB.
valor de retorno:		1 para ingreso correcto 0 para ingreso incorrecto

El diagrama de flujo de la función ing_calculo() se presenta en las Figuras 4.21 y 4.22.

Como se puede apreciar, en los diagramas de flujo de las funciones anteriores, se hace el uso de la función comprobar(), la cual se detallará mas adelante. El tratamiento de ingreso de datos se lo realiza considerando al inicio a éstos como variables caracteres (del tipo char), para luego del ingreso total transformarlos a variables numéricas reales (del tipo float) por medio de la función *atof()* de la librería MATH.LIB.

Función: *comprobar()*

Descripción: Verifica si los datos ingresados desde teclado son valores numéricos (de 0 a 9), o valores permitidos(I, - y .). Caso contrario da un valor de retorno indicador de ingreso erróneo.

Declaración: int comprobar(numero)

donde: numero: Vector de datos ingresados del tipo caracter (tipo char)

valor de retorno: 0 para ingreso correcto

1 para ingreso incorrecto

El diagrama de flujo de la función comprobar() se lo puede analizar en las Figura 4.23.

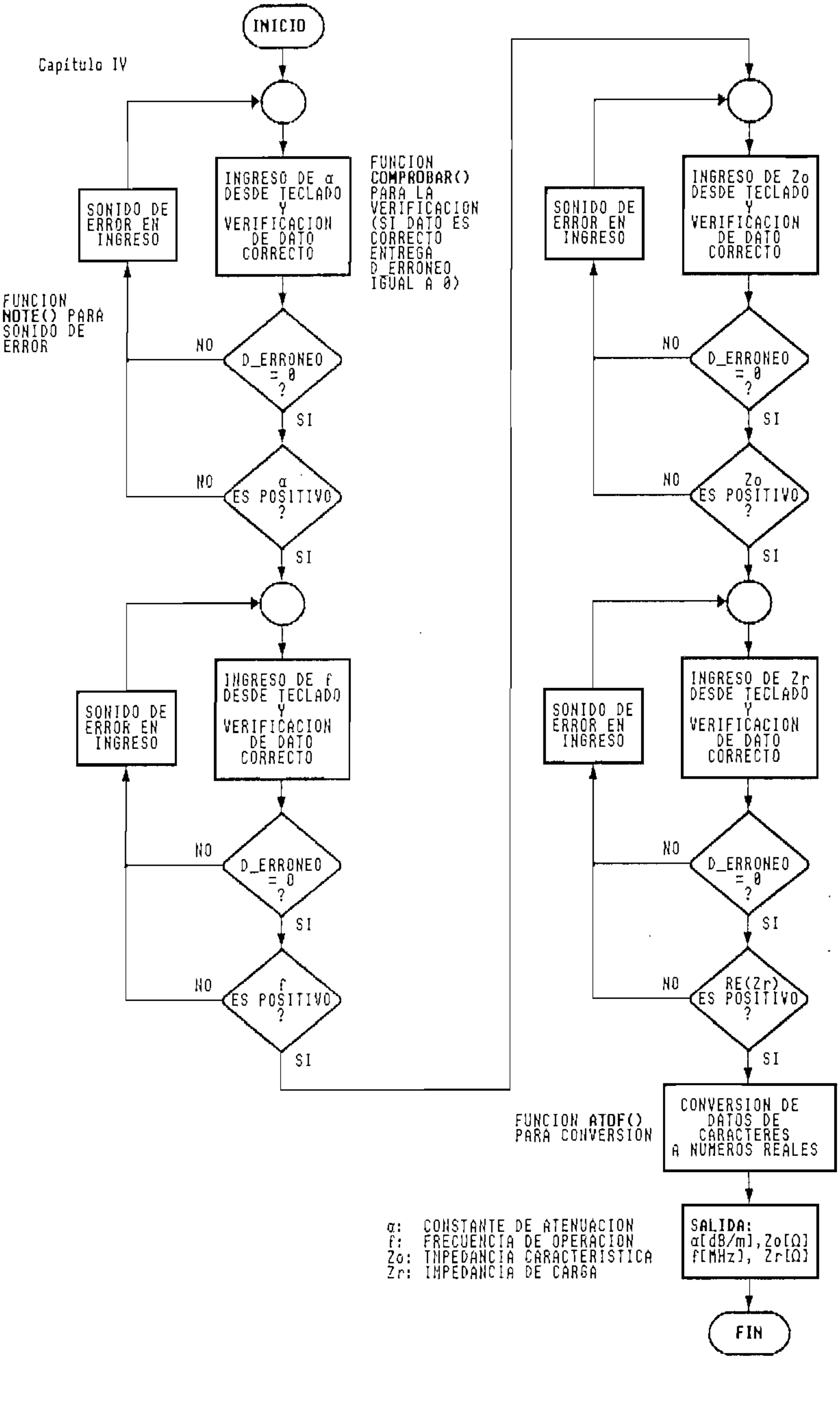

Figura 4.15. Diagrama de flujo de la FUNCION INGRESO()

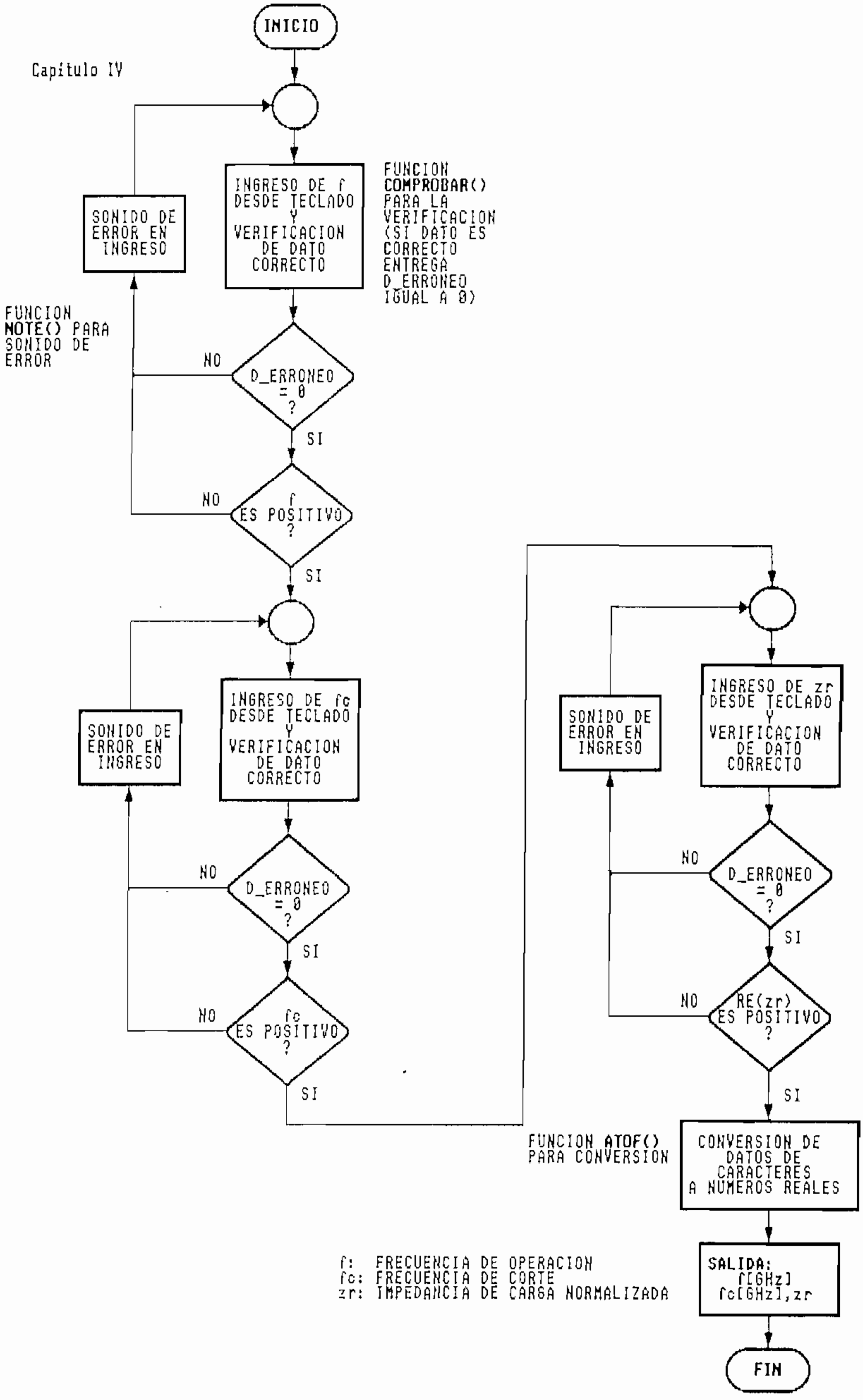

Figura 4.16. Diagrama de flujo de la FUNCION INGRESO_GUIA()

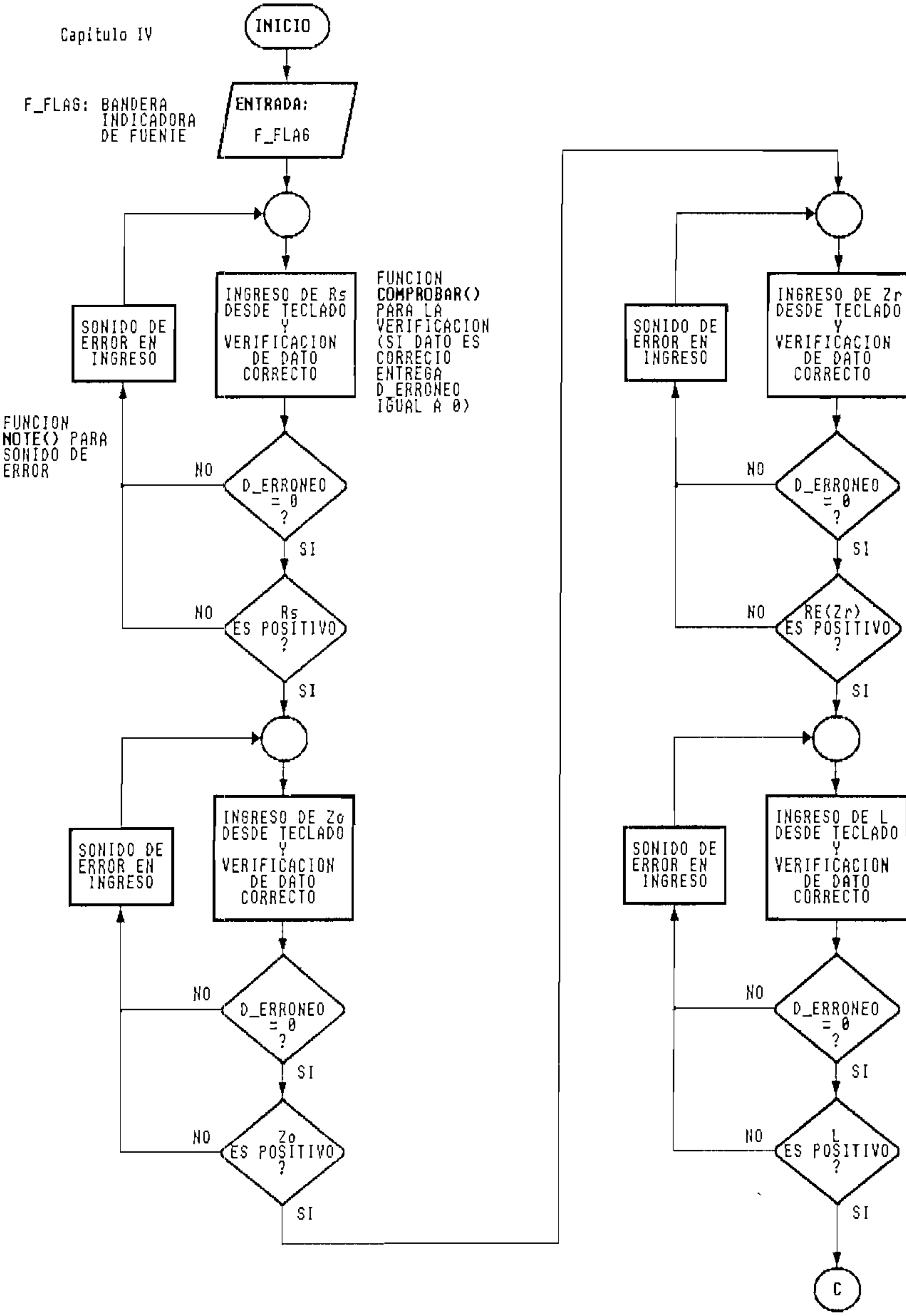

Figura 4.17. Diagrama de flujo de la FUNCION ING_T_L()

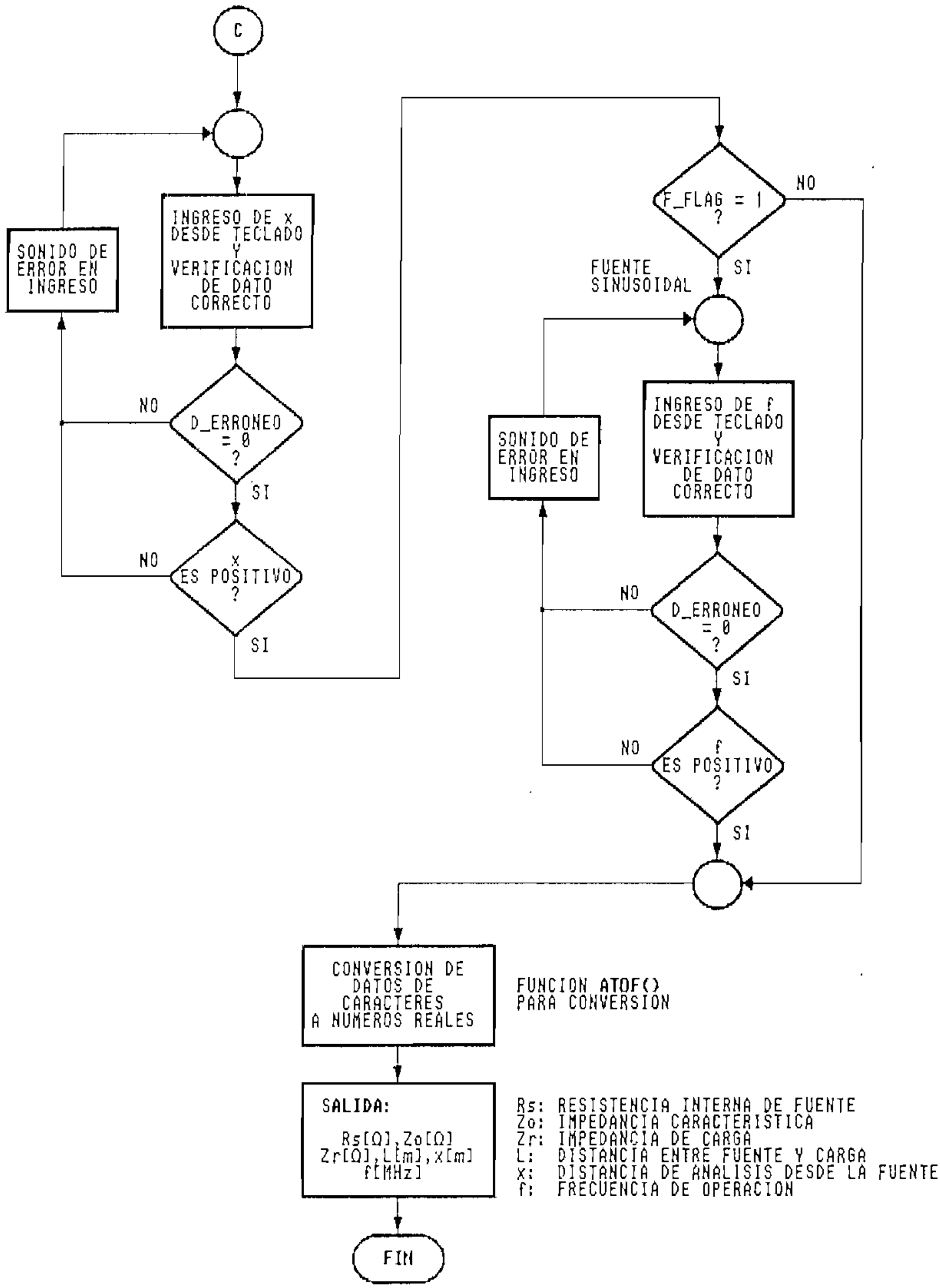

Figura 4.18. Diagrama de flujo de la FUNCION ING_T_L()

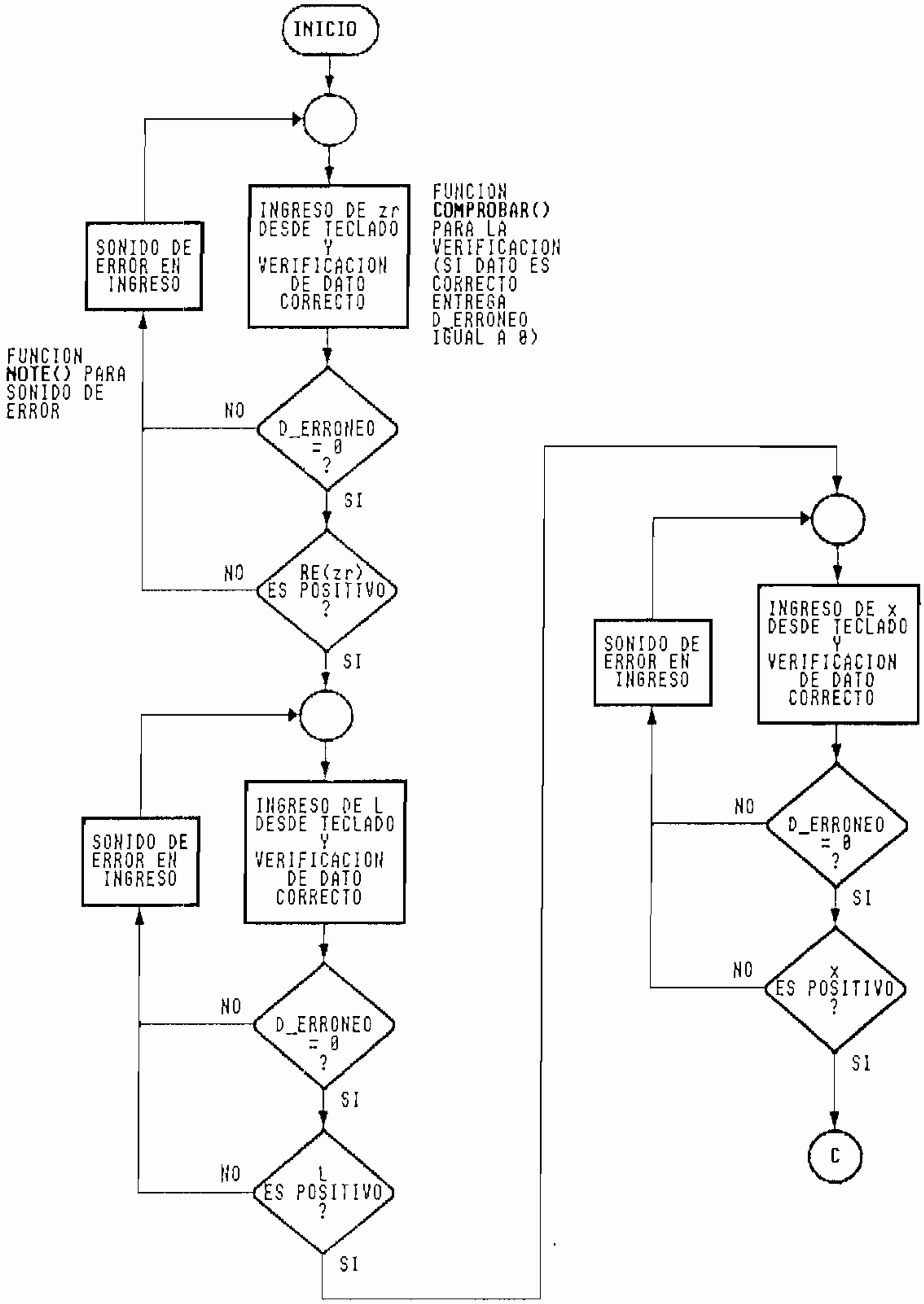

Figura 4.19. Diagrama de flujo de la FUNCION ING_T_G()

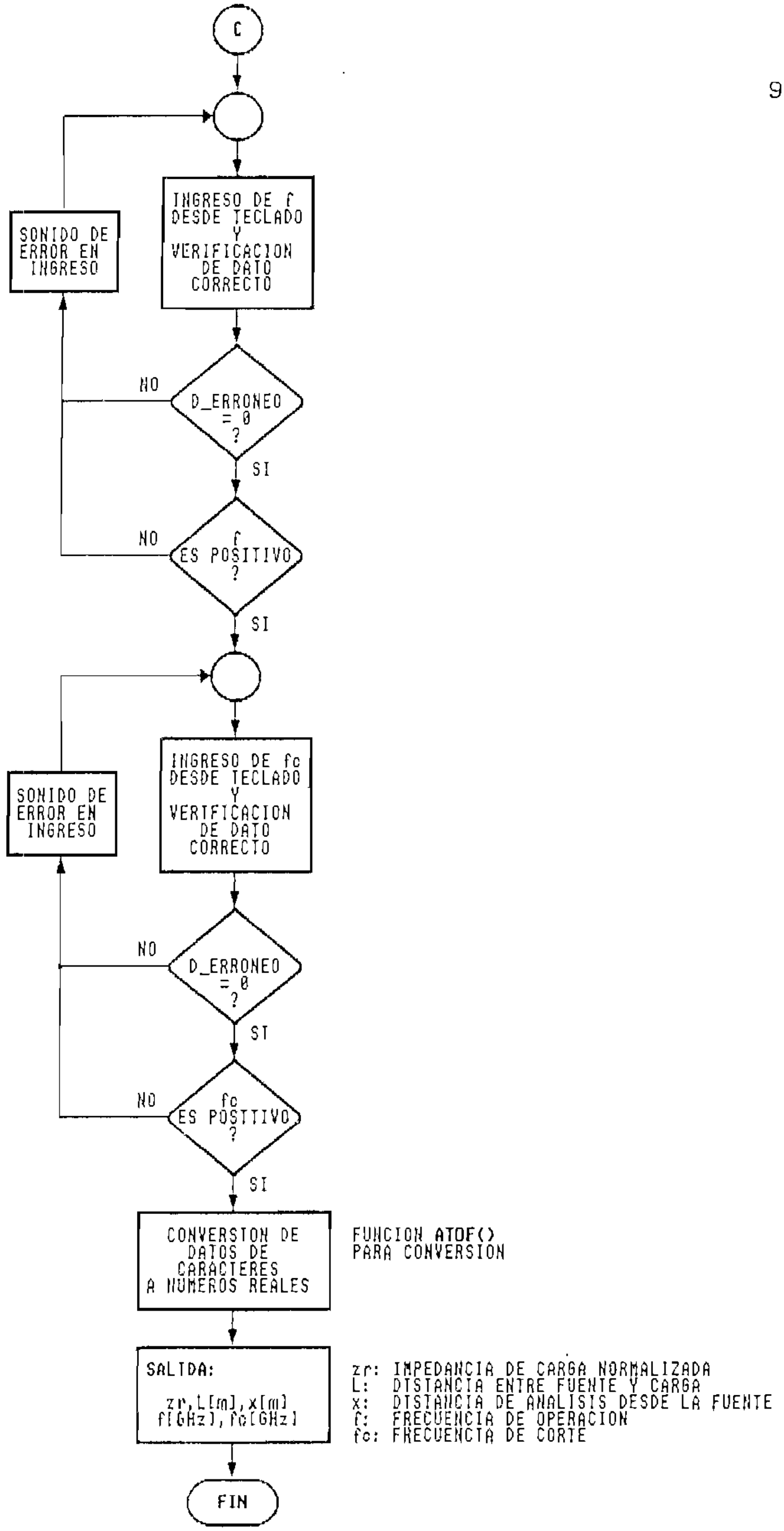

Figura 4.20. Diagrama de flujo de la FUNCION ING_T_G()

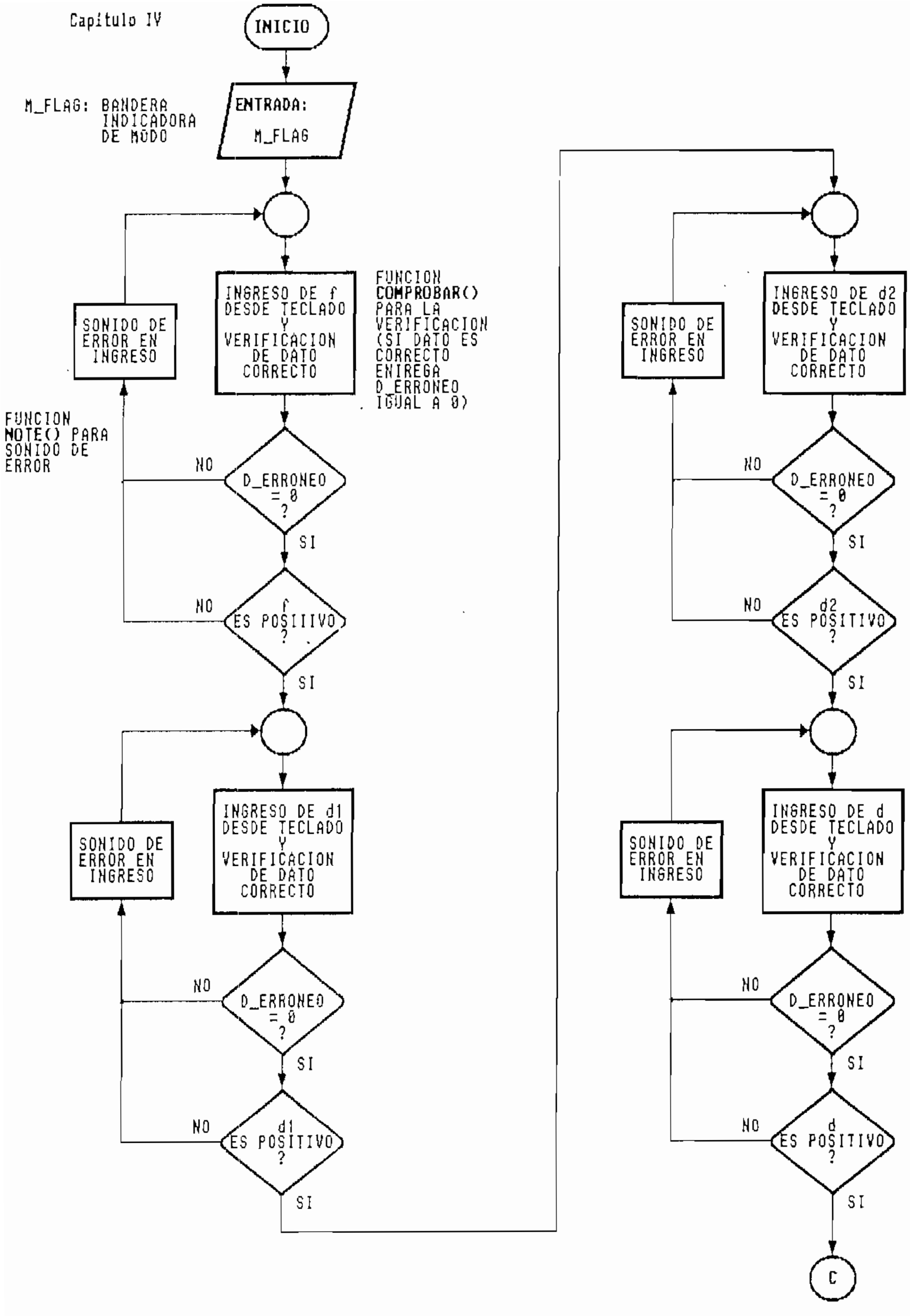

Figura 4.21. Diagrama de Flujo de la FUNCION ING_CALCULO()

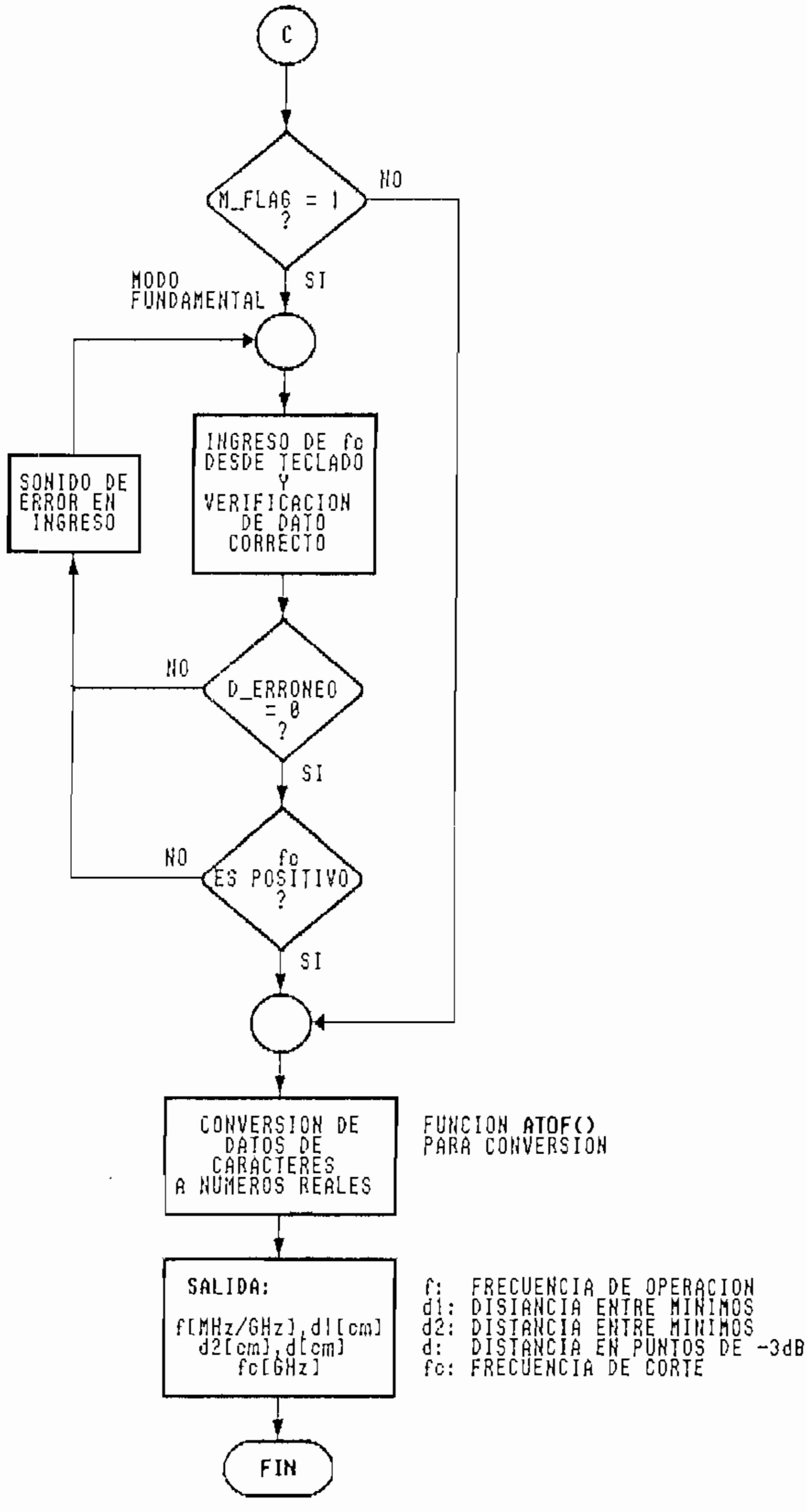

Figura 4.22. Diagrama de flujo de la FUNCION ING_CALCULO()

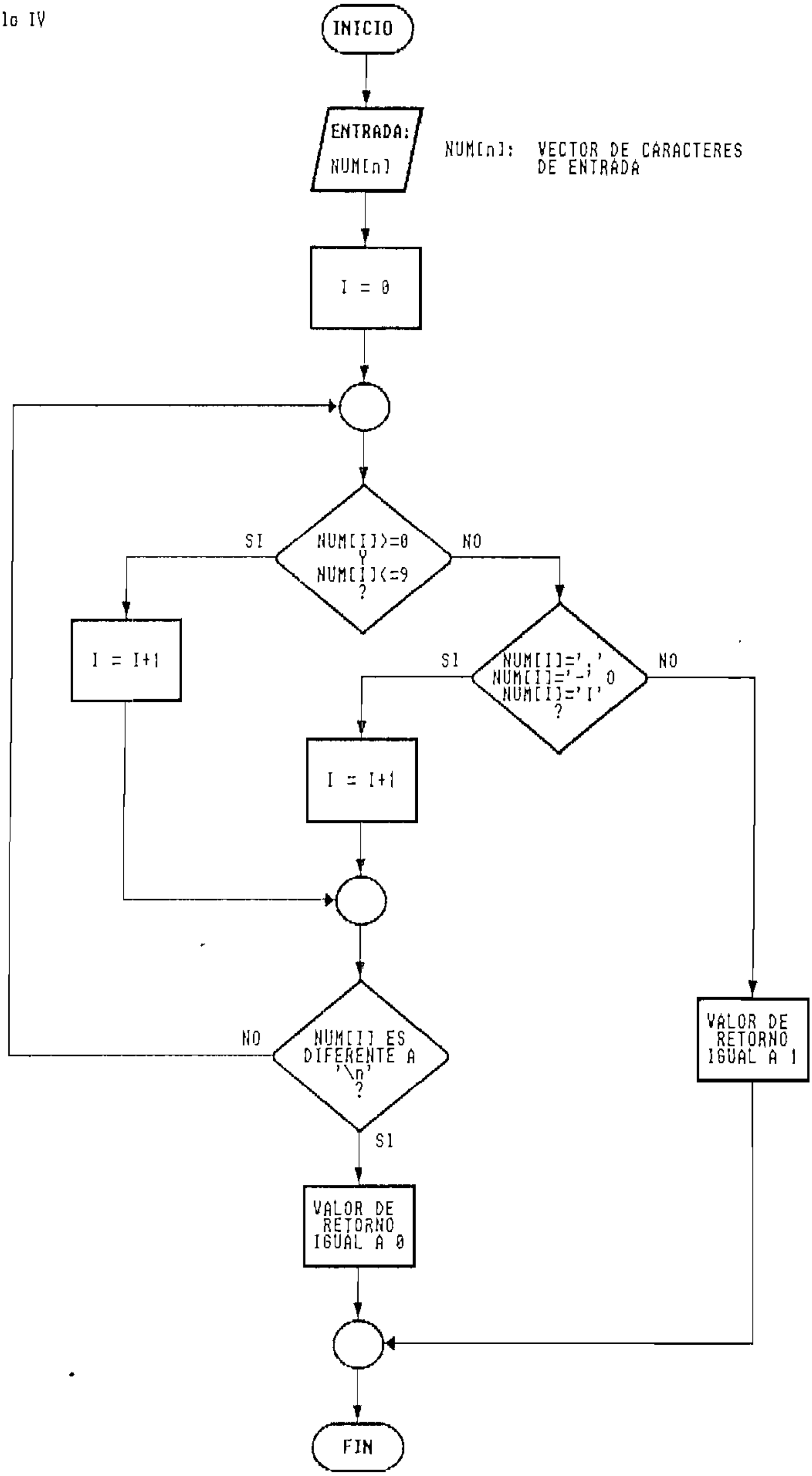

Figura 4.23. Diagrama de flujo de la FUNCION COMPROBAR()

4.4 RUTINAS PARA LA REALIZACION DE CALCULOS DE SIMULACION.

El módulo FUNCION.C analizado en el ANEXO I, presenta en detalle el programa fuente de las funciones que realizan los distintos cálculos para la simulación de las señales, las cuales se resumen a continuación:

Función: *onda_t()*

Descripción: Rutina que realiza los cálculos necesarios para la formación de la onda transitoria en el tiempo para las primeras diez reflexiones.

Declaración: void onda_t(m_flag, f_flag, f, f_c, Rs, Zo, Zr, l, x, V, T)

donde:

- m_flag: Bandera indicadora de modo de propagación
- f_flag: Bandera indicadora de fuente de exitación
- f: Frecuencia de trabajo
- f_c: Frecuencia de corte
- Rs: Resistencia interna de la fuente
- Zo: Impedancia característica
- Zr: Impedancia de carga
- l: Distancia entre la fuente y la carga
- x: Distancia de análisis desde la fuente

V: Vector de datos de magnitud de señal

T: Vector de datos de tiempo

valor de retorno: (ninguno)

En las Figuras 4.24 a 4.27 se presenta el diagrama de flujo que resume la ejecución de los pasos necesarios para la obtención de 800 datos. Como se puede analizar, primeramente se hace el cálculo de las ecuaciones Ec. 3.1 a Ec. 3.4 y Ec. 2.30, obteniéndose después los valores indicados en el Cuadro 3.1. De estos datos, se obtiene las magnitudes de los valores indicados en el Cuadro 3.3 para los distintos períodos de tiempo que se indican en el Cuadro 3.2 y que se calculan a continuación. Se realiza una inicialización de los vectores de datos V y T. Con todos los datos obtenidos, se realiza el cálculo de los vectores V y T para 800 datos, los cuales son los que se graficarán.

En el programa fuente se puede analizar como se discrimina entre el modo T.E.M. y el modo fundamental y como se escoge los datos para fuente continua o para fuente sinusoidal en el modo T.E.M.

Función: *onda()*

Descripción: Rutina que realiza los cálculos necesarios para la formación de la onda estacionaria de la magnitud y de la fase de la señal.

Declaración:	void onda(n, alfa, beta, lambda, rho, VCC, V, X, F)	
donde:	n:	Número de datos a calcularse
	alfa:	Constante de atenuación
	beta:	Constante de fase
	lambda:	Longitud de onda
	VCC:	Vector de datos de magnitud en corto circuito
	V:	Vector de datos de magnitud para cualquier carga
	X:	Vector de datos de posición
	F:	Vector de datos de fase
valor de retorno:		(ninguno)

En la Figura 4.28 se puede analizar el diagrama de flujo de la función onda(). Antes de utilizar la función onda() en el programa principal, en los valores de entrada beta y lambda, se ingresa ya el valor correspondiente para el modo que se analice, es decir si se está trabajando en el modo fundamental el valor de beta será el de la constante de propagación k_g y el de lambda el de la longitud de onda en la guía λ_g.

Primeramente se hace el cálculo de las ecuaciones Ec. 3.7 y Ec. 3.8, para luego inicializar los vectores VCC, V, X y F. A continuación se calcula 750 datos para cada vector utilizando las ecuaciones Ec. 3.12 a Ec. 3.14. Finalmente se normaliza los vectores de magnitud.

Función: *distancia_1()*

Descripción: Calcula la distancia entre los mínimos del patrón de onda estacionaria en corto circuito y para cualquier carga.

Declaración: double distancia_1(V, X, n, min, i)

donde: V: Vector de datos de magnitud para cualquier carga

X: Vector de datos de posición

n: Numero de datos

min: Valor de magnitud mínima

i: Indicador de posición

valor de retorno: distancia d1

La función compara cada dato de magnitud con el valor mínimo y entrega como retorno la distancia d1 (ver Figura 2.5) y el índice de posición en el vector V. El diagrama de flujo puede analizarse en la Figura 4.29.

Función: *error()*

Descripción: Calcula el error porcentual de simulación.

Declaración: double error(Zr, Zr1, Zr2)

donde: Zr: Impedancia de carga (dato)

Zr1: Impedancia de carga (calculada con d1)

Zr2: Impedancia de carga (calculada con d2)

valor de retorno: e (error porcentual)

El diagrama de flujo de la función error() se puede presenta en la Figura 4.30.

Función: *impedancia_carga()*

Descripción: Calcula la impedancia de carga con la distancia d1 o d2.

Declaración: double impedancia_carga(i, d, lambda, S, Zo)

donde:
- i: Indicador de ingreso de d1 o d2
- d: Distancia d1 o d2 según i
- lambda: Longitud de onda
- S: Relación de onda estacionaria
- Zo: Impedancia característica

valor de retorno: Zr (impedancia de carga)

Los datos lambda y Zo toman valores de la longitud de onda en la guía λ_g y de 1 respectivamente, para el modo fundamental. La función impedancia_carga() utiliza las ecuaciones Ec. 2.45 a Ec. 2.47. El diagrama de flujo de esta función puede verse en la Figura 4.31.

Función: *kg()*

Descripción: Calcula la constante de propagación k_g y la longitud de onda en la guía λ_g.

Declaración: double kg(f, f_c, kg, lambda)

donde:
f: Frecuencia de operación
f_c: Frecuencia de corte
kg: Constante de propagación
lambda: Longitud de onda en la guía

valor de retorno: (ninguno)

En esta función se hace uso de las ecuaciones Ec. 1.40 y Ec. 3.11. El diagrama de flujo se lo puede analizar en la Figura 4.32.

Función: *k_propagacion()*

Descripción: Calcula la constante de propagación ($\alpha + j\beta$) y la longitud de onda λ.

Declaración: double kg(alfadB, f, &alfa, &beta, &lambda)

donde:
alfadB: Constante de atenuación en dB/m
f: Frecuencia de operación
alfa: Constante de atenuación en nepper/m
beta: Constante de fase
lambda: Longitud de onda

valor de retorno: Relación α/β

El diagrama de flujo de la función k_proagacion() se lo puede ver en la Figura 4.33.

Función: *maximo()*

Descripción: Obtiene el valor máximo en el vector de datos de magnitud.

Declaración: double maximo(n, V)

donde: n: Dimensión del vector

V: Vector de datos de magnitud

valor de retorno: max (Valor máximo)

El diagrama de flujo de la función maximo() se lo puede ver en la Figura 4.34.

Función: *minimo()*

Descripción: Obtiene el valor mínimo en el vector de datos de magnitud.

Declaración: double maximo(n, V)

donde: n: Dimensión del vector

V: Vector de datos de magnitud

valor de retorno: min (Valor mínimo)

El diagrama de flujo de la función maximo() se lo puede ver en la Figura 4.35.

Función: *porcentaje()*

Descripción: Calcula el porcentaje de error de simulación.

Declaración: double porcentaje(vr, vc)

donde: vr: Valor verdadero

vc: Valor calculado

valor de retorno: p (error porcentual)

El diagrama de flujo de la función porcentaje() se puede analizar en la Figura 4.36.

Función: *reflexion()*

Descripción: Calcula el coeficiente de reflexión.

Declaración: double reflexion(Zr, Zo, rho)

donde: Zr: Impedancia de carga

Zo: Impedancia característica

rho: Coeficiente de reflexión

valor de retorno: (ninguno)

En esta función se hace uso de las ecuaciones Ec. 2.30 y Ec. 2.34. El valor de Zo es 1 y Zr es normalizada para el modo fundamental. El diagrama de flujo se lo puede analizar en la Figura 4.37.

Función: *relacion()*

Descripción: Calcula el valor de la relación de onda estacionaria para valores mayoes que 10.

Declaración: double relacion(Zr, V, X, min, i, lambda)

donde:

Zr:	Impedancia de carga
V:	Vector de datos de magnitud
X:	Vector de datos de posición
min:	Valor de magnitud mínima
i:	Indice de posición de valor mínimo
lambda:	Longitud de onda

valor de retorno: S (relación de onda estacionaria)

La función relacion() busca la distancia entre los puntos de media potencia donde el valor de magnitud es de $\sqrt{2}$.min para calcular S con la ecuación Ec. 2.39. El diagrama de flujo se lo presenta en la Figura 4.38.

Función: *resultados()*

Descripción: Calcula el valor mínimo de magnitud, d1, d2 y la relación de onda estacionaria.

Declaración: double resultados(Zr, n, V, X, lambda, &min, &d1, &d2)

donde:

Zr:	Impedancia de carga
n:	Número de datos

V: Vector de datos de magnitud

X: Vector de datos de posición

lambda: Longitud de onda

min: Valor de magnitud mínima

d1: Distancia entre mínimos

d2: Distancia entre mínimos

valor de retorno: S (relación de onda estacionaria)

La función resultados() utiliza para sus cálculos las ecuaciones Ec. 2.37 y Ec. 2.40. El diagrama de flujo se lo presenta en la Figura 4.39.

Función: *res_zr()*

Descripción: Calcula el valor de la relación de onda estacionaria y de la longitud de onda.

Declaración: double res_zr(m, n, f, f_c, a, lambda)

donde: m: Bandera indicadora de modo

n: Bandera de selección de cálculo

f: Frecuencia de operación

f_c: Frecuencia de corte

a: Distancia entre los puntos de media potencia

lambda: Longitud de onda

valor de retorno: S (relación de onda estacionaria)

La función res_zr() entrega el valor de la longitud de onda en la guía λ_g para el modo fundamental. Si n indica el cálculo de S por medio de la distancia a, entonces se utiliza la ecuación Ec. 2.39., a ya representa el valor de S ingresado desde el módulo principal. El diagrama de flujo se lo analiza en la Figura 4.40.

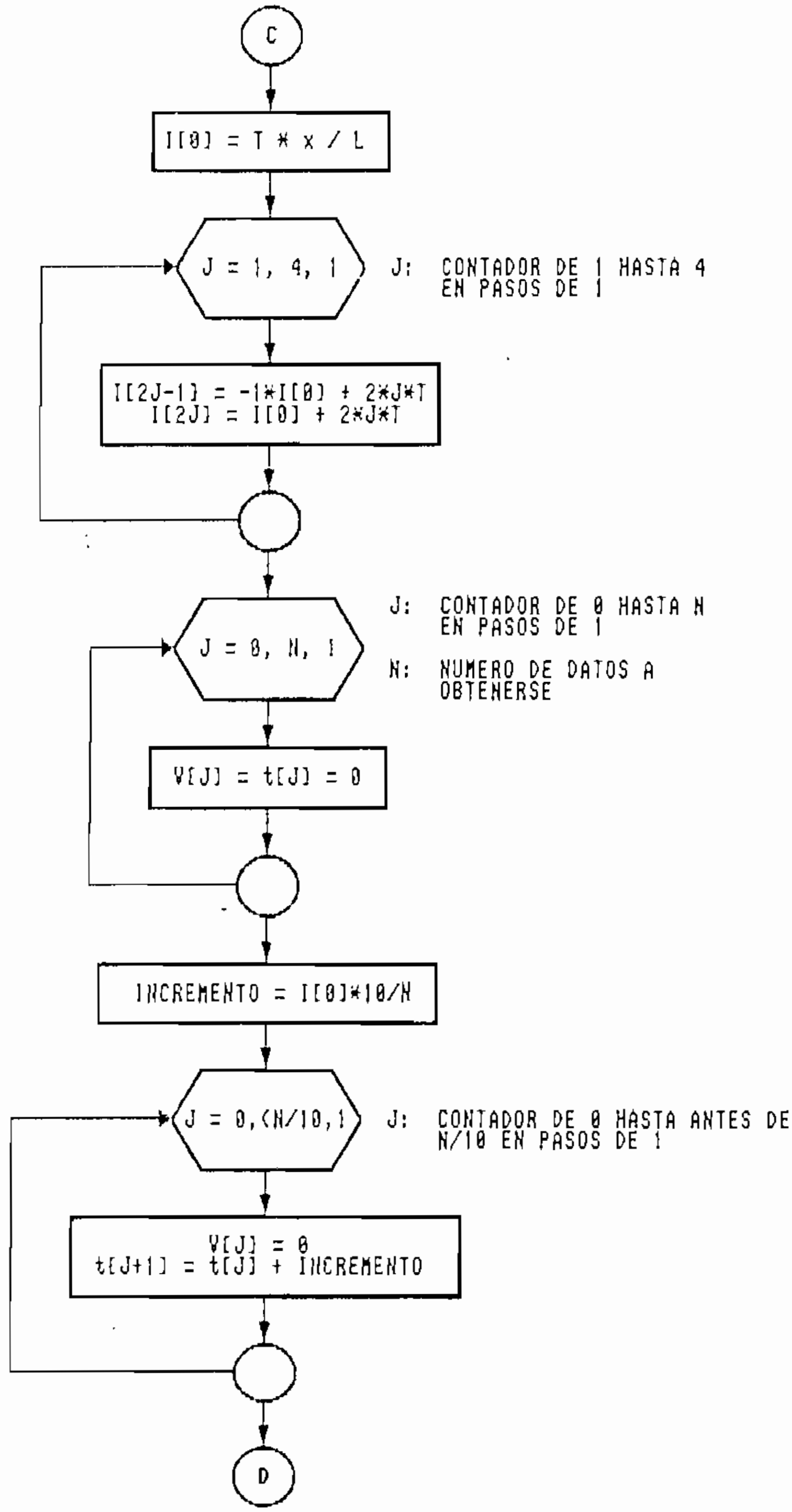

Figura 4.25. Diagrama de flujo de la FUNCION ONDA_T()

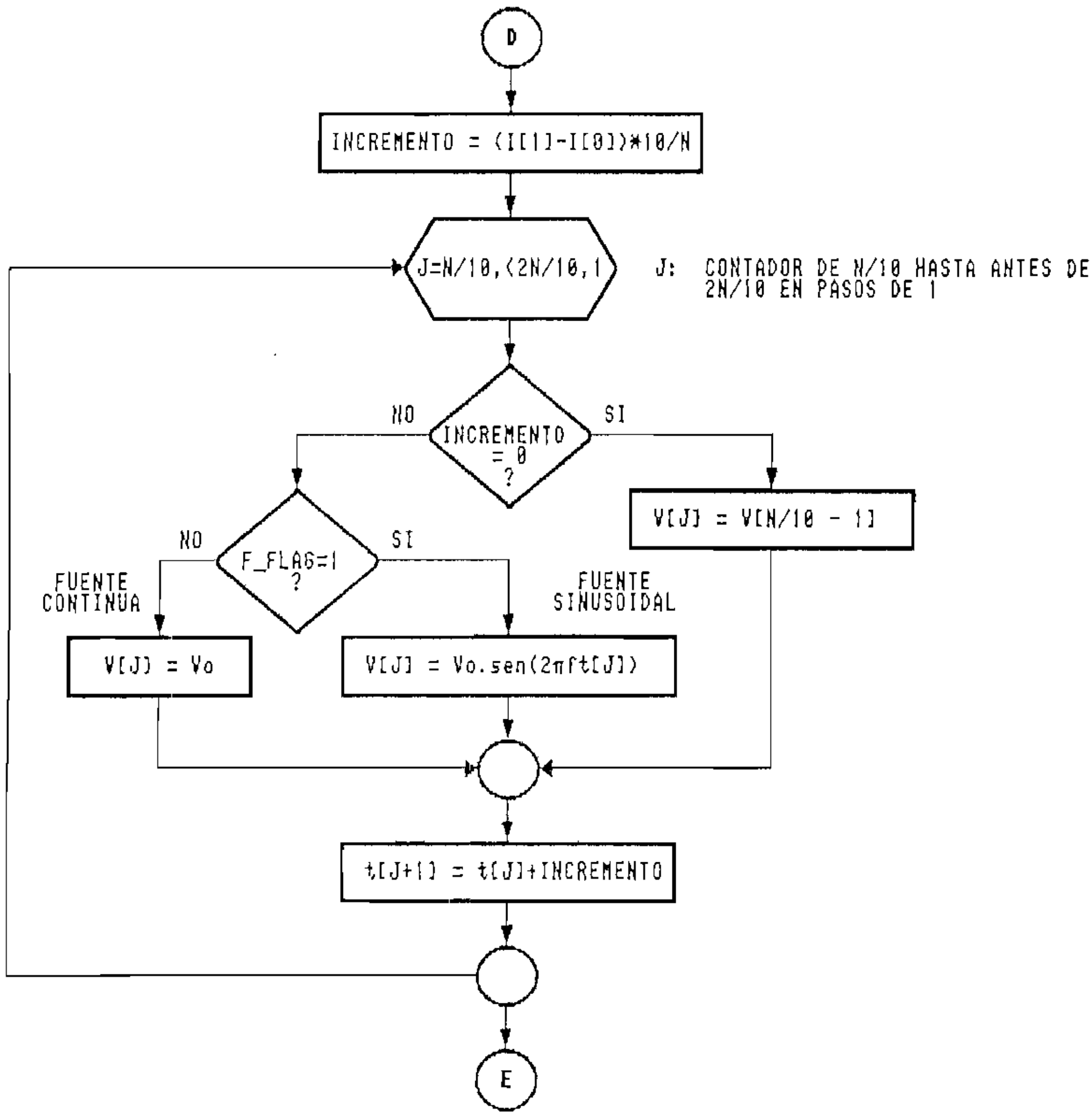

Figura 4.26. Diagrama de flujo de la FUNCION ONDA_T()

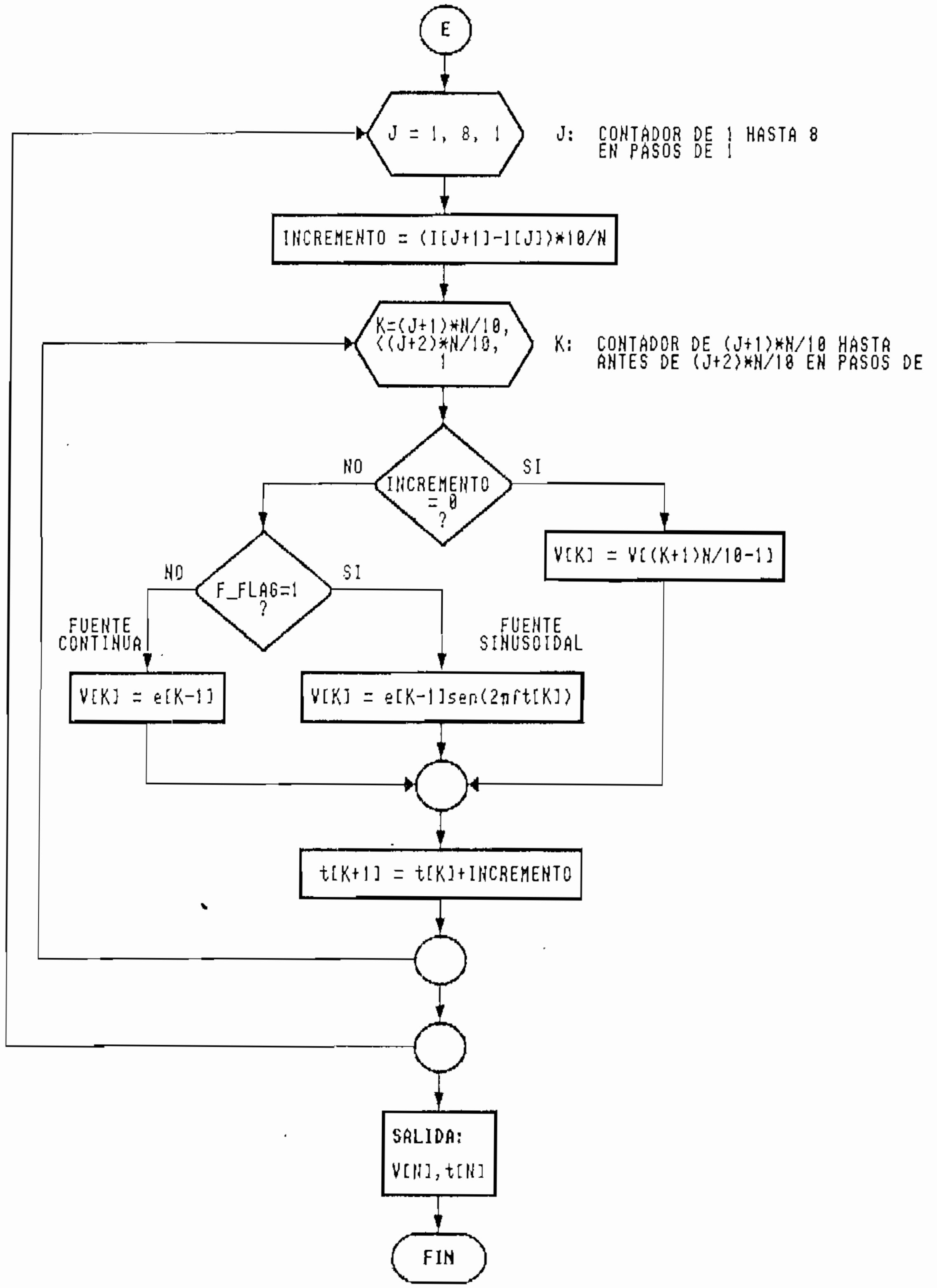

Figura 4.27. Diagrama de flujo de la FUNCION ONDA_T()

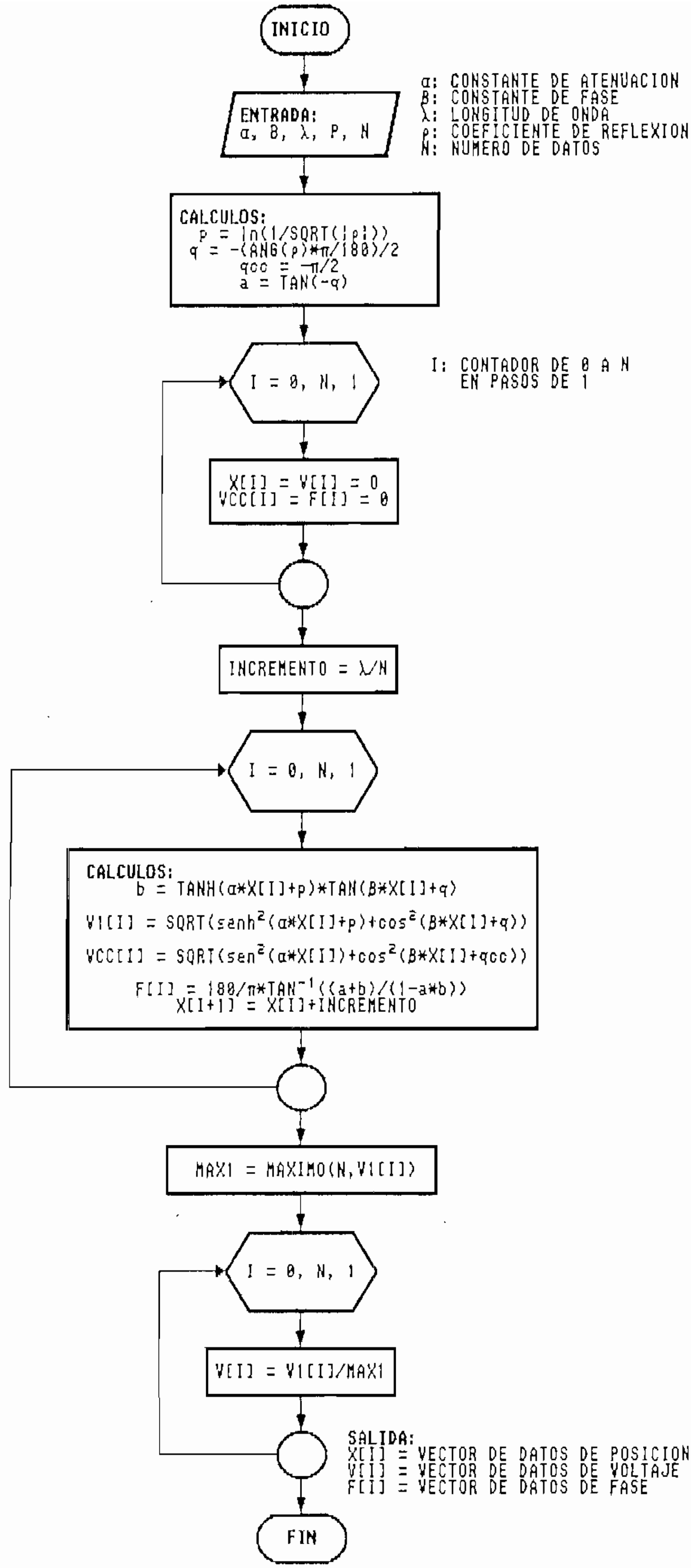

Figura 4.28. Diagrama de flujo de la FUNCION ONDA()

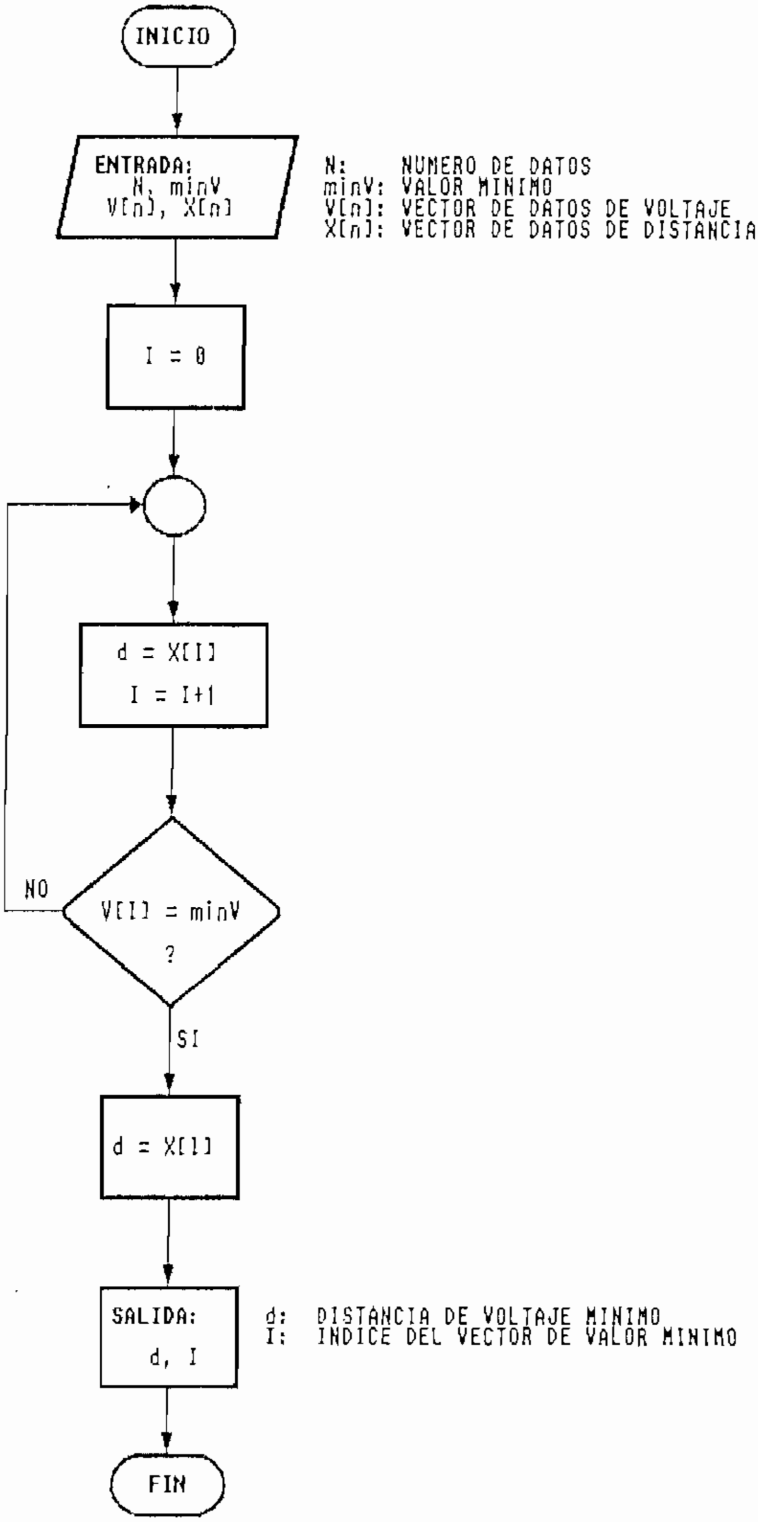

Figura 4.29. Diagrama de flujo de la FUNCION DISTANCIA_1()

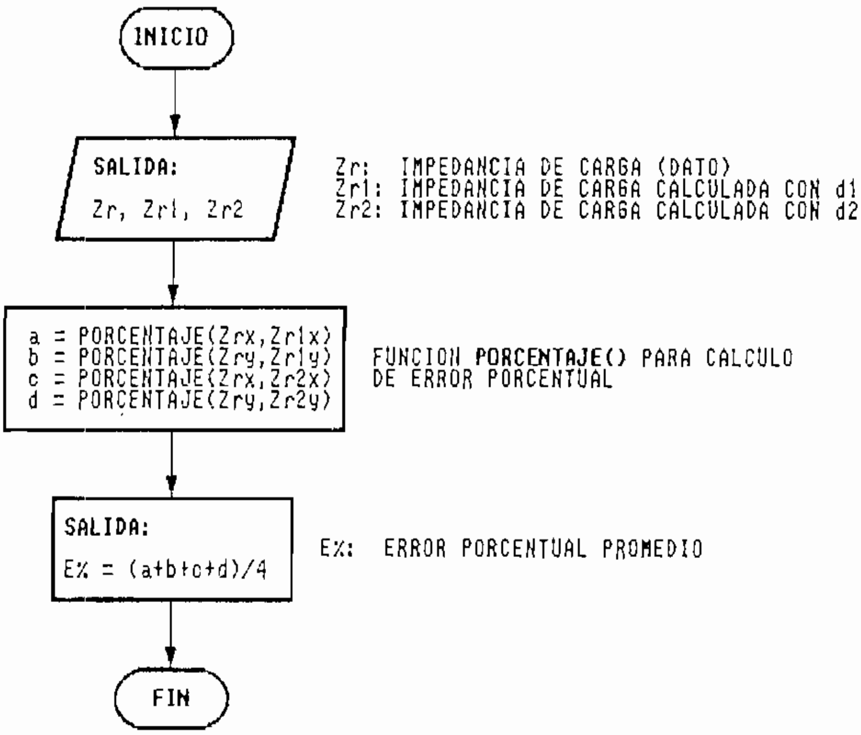

Figura 4.30. Diagrama de flujo de la FUNCION ERROR()

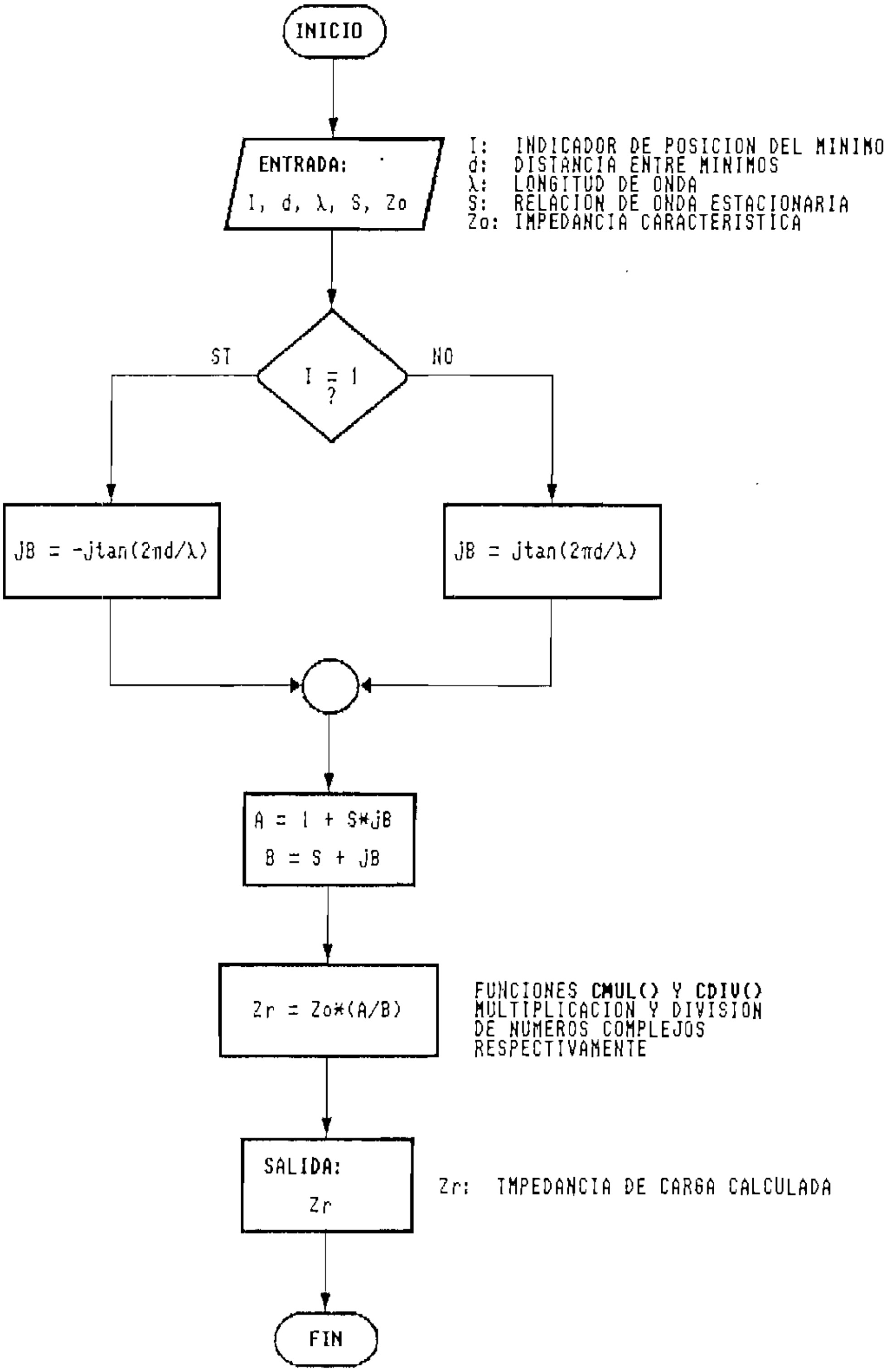

Figura 4.31. Diagrama de flujo de la FUNCION IMPEDANCIA_CARGA()

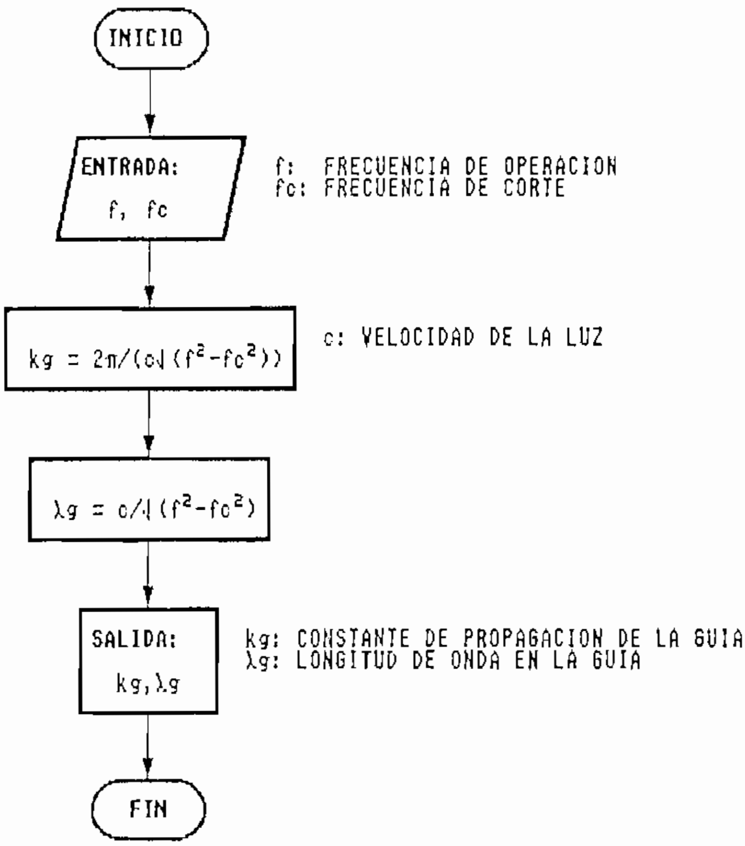

Figura 4.32. Diagrama de flujo de la FUNCION KG()

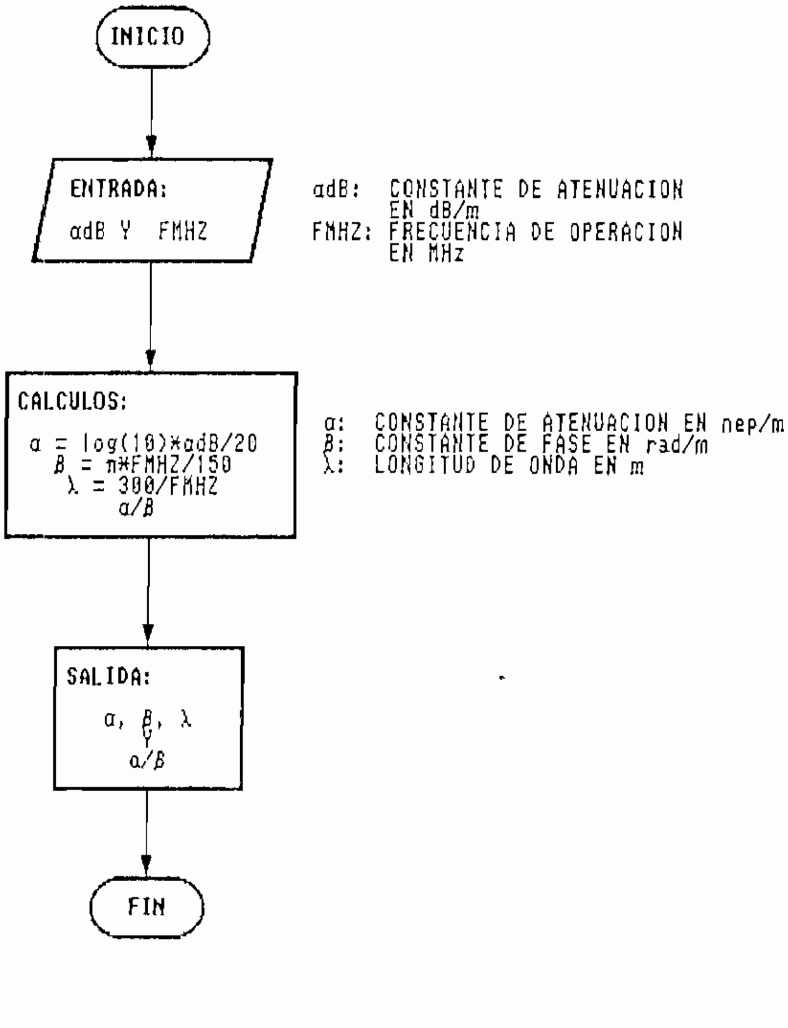

Figura 4.33. Diagrama de flujo de la FUNCION K_PROPAGACION()

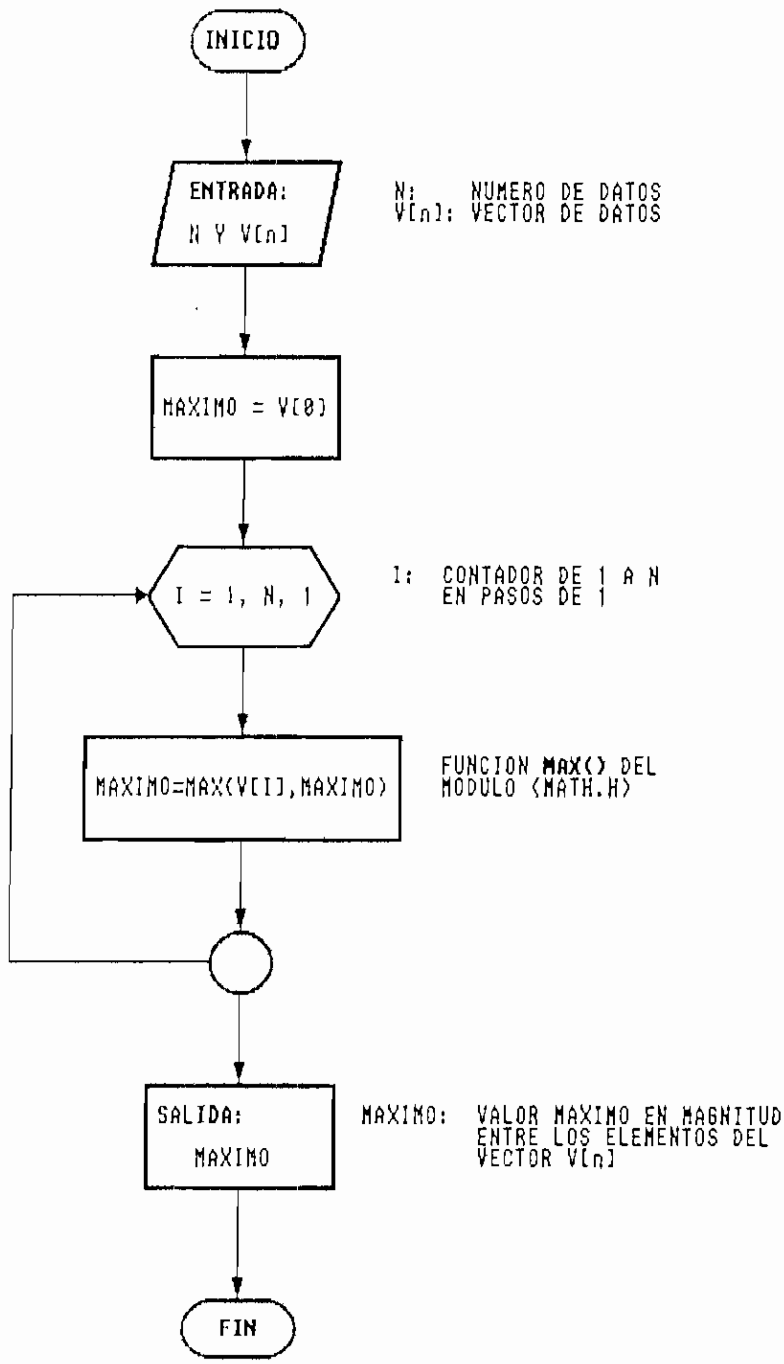

Figura 4.34. Diagrama de flujo de la FUNCION MAXIMO()

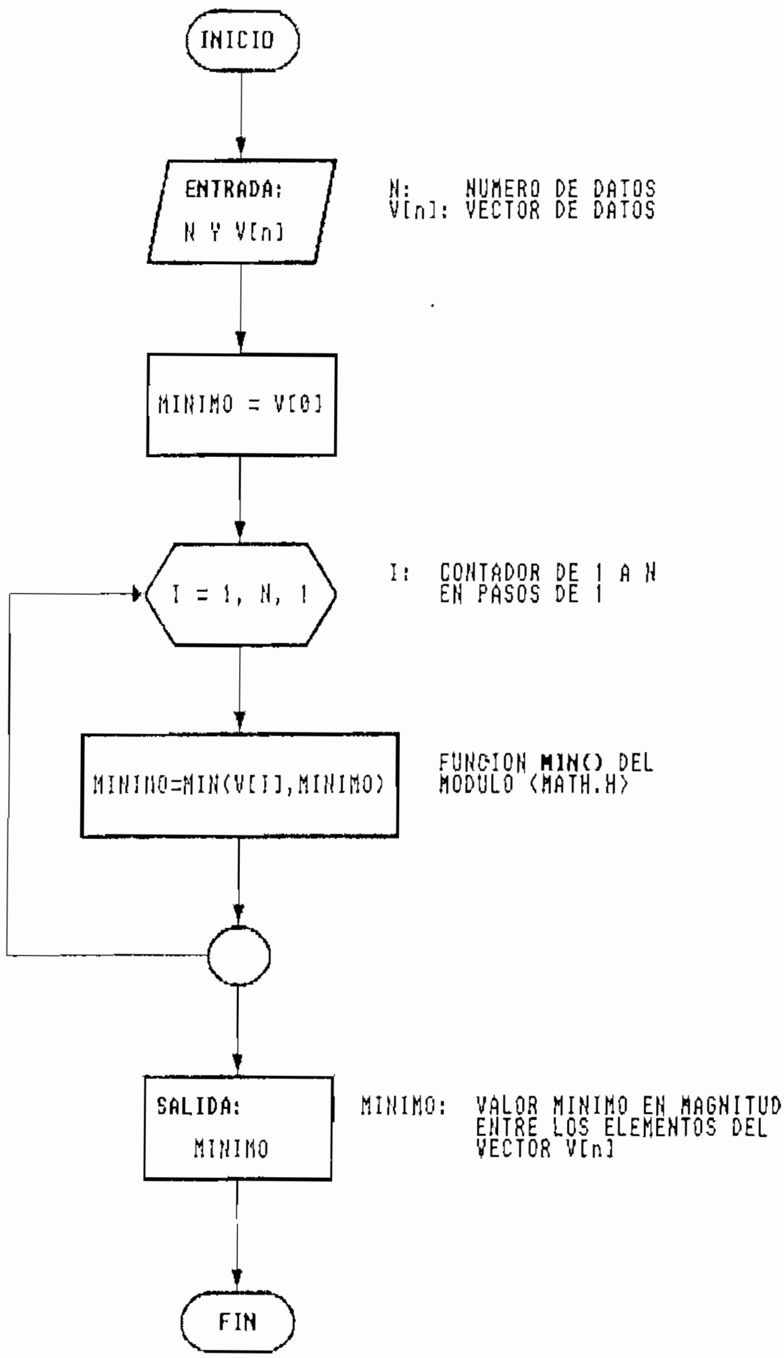

Figura 4.35. Diagrama de flujo de la FUNCION MINIMO()

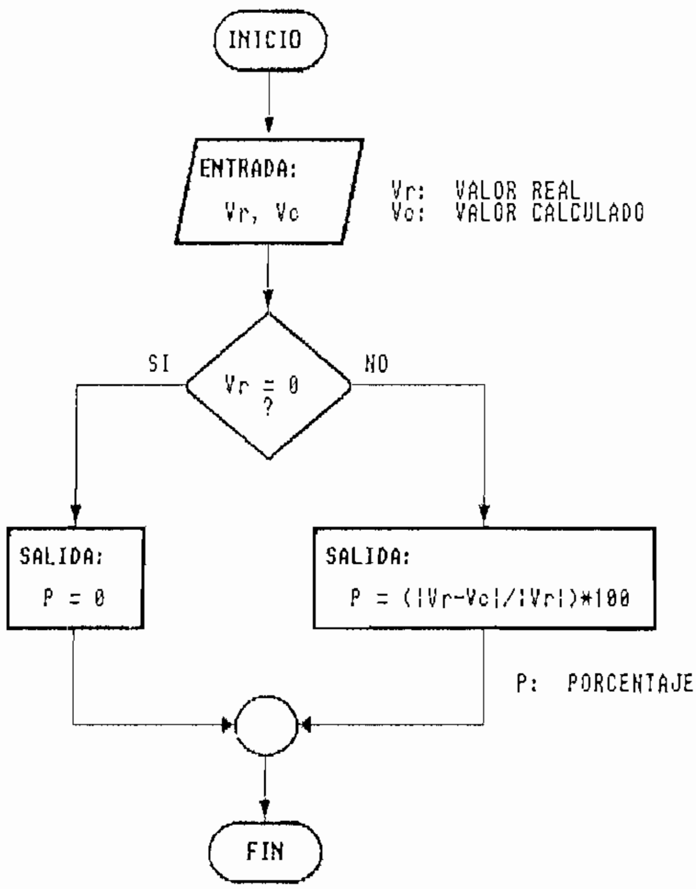

Figura 4.36. Diagrama de flujo de la FUNCION PORCENTAJE()

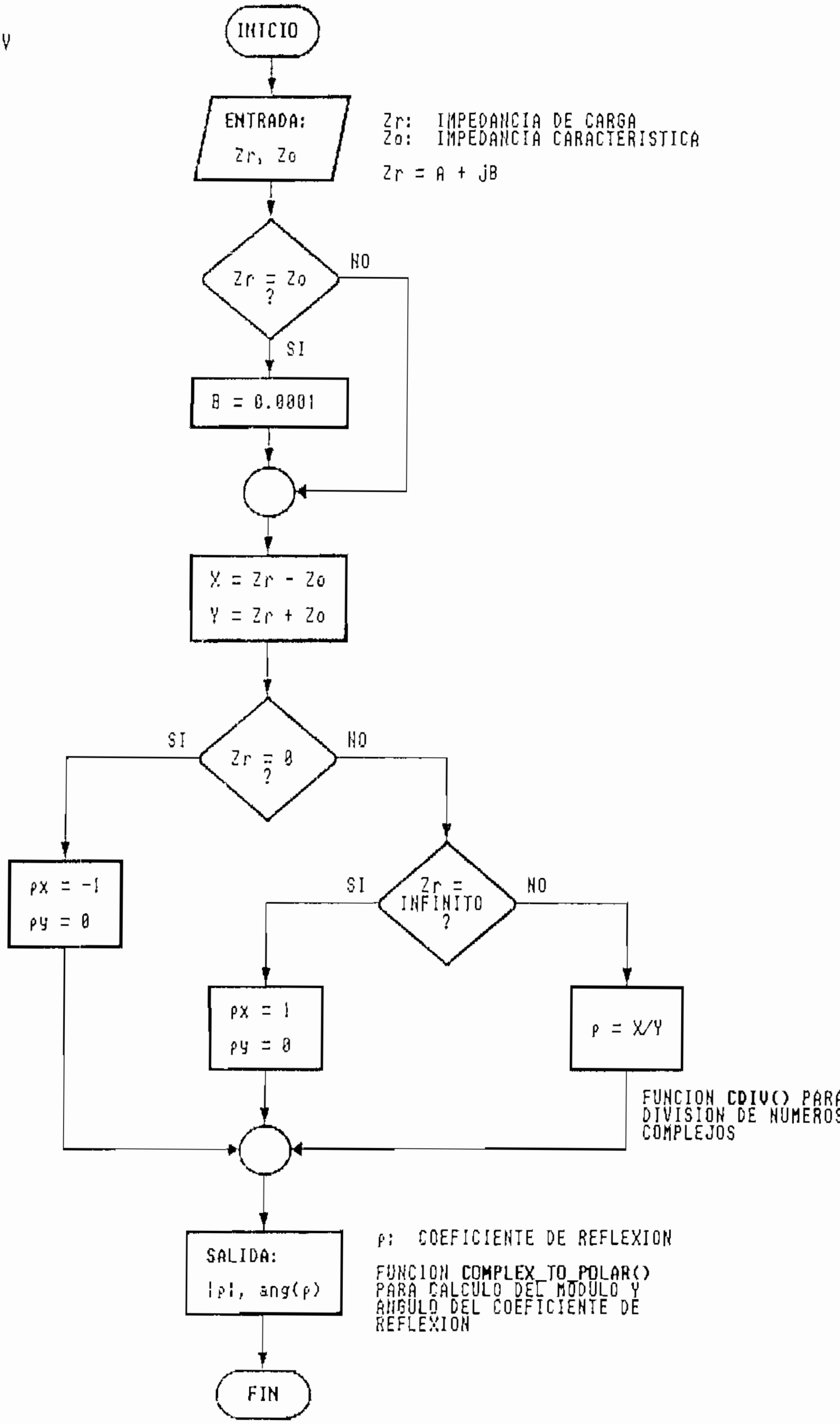

Figura 4.37. Diagrama de flujo de la FUNCION REFLEXION()

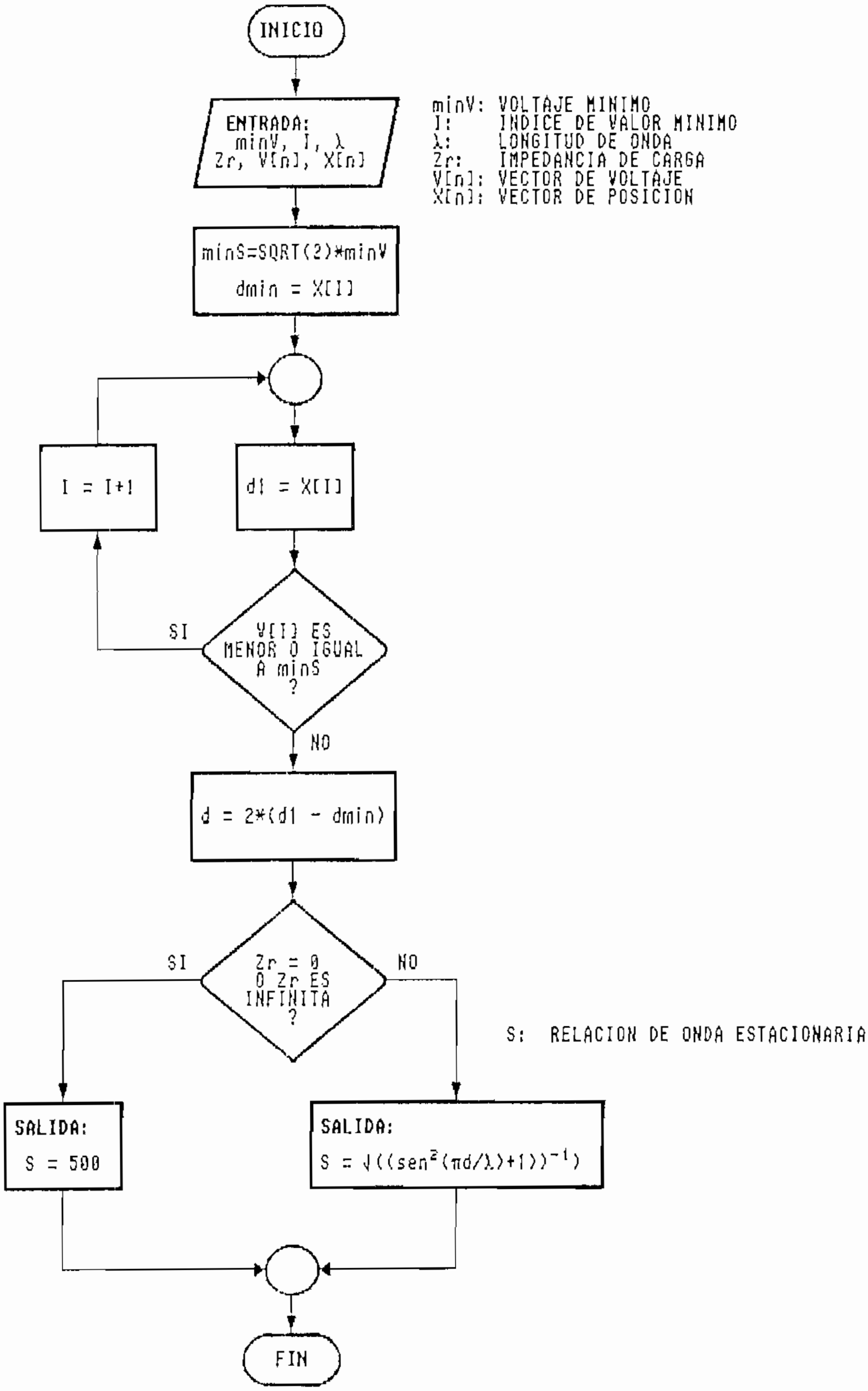

Figura 4.38. Diagrama de flujo de la FUNCION RELACION()

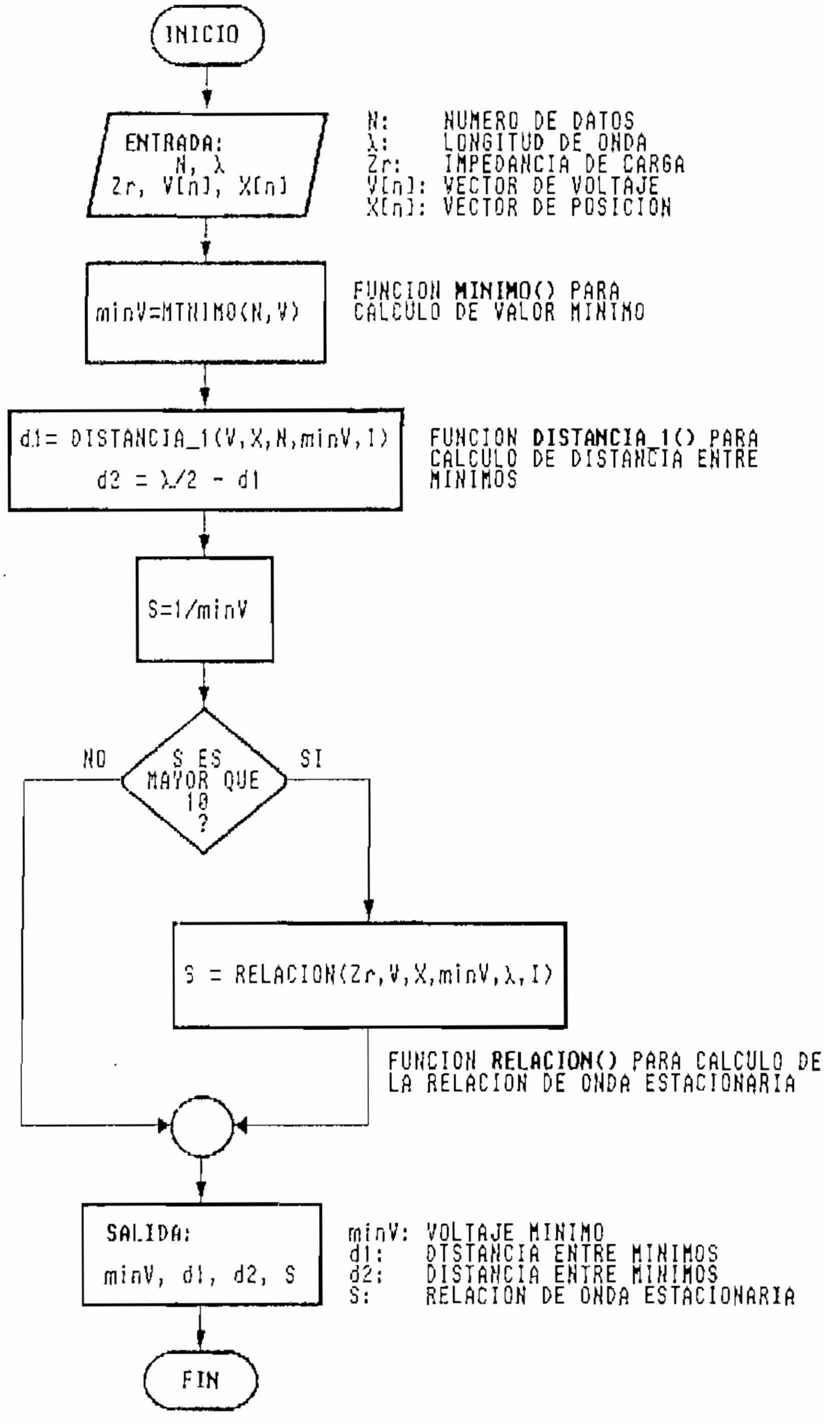

Figura 4.39. Diagrama de flujo de la FUNCION RESULTADOS()

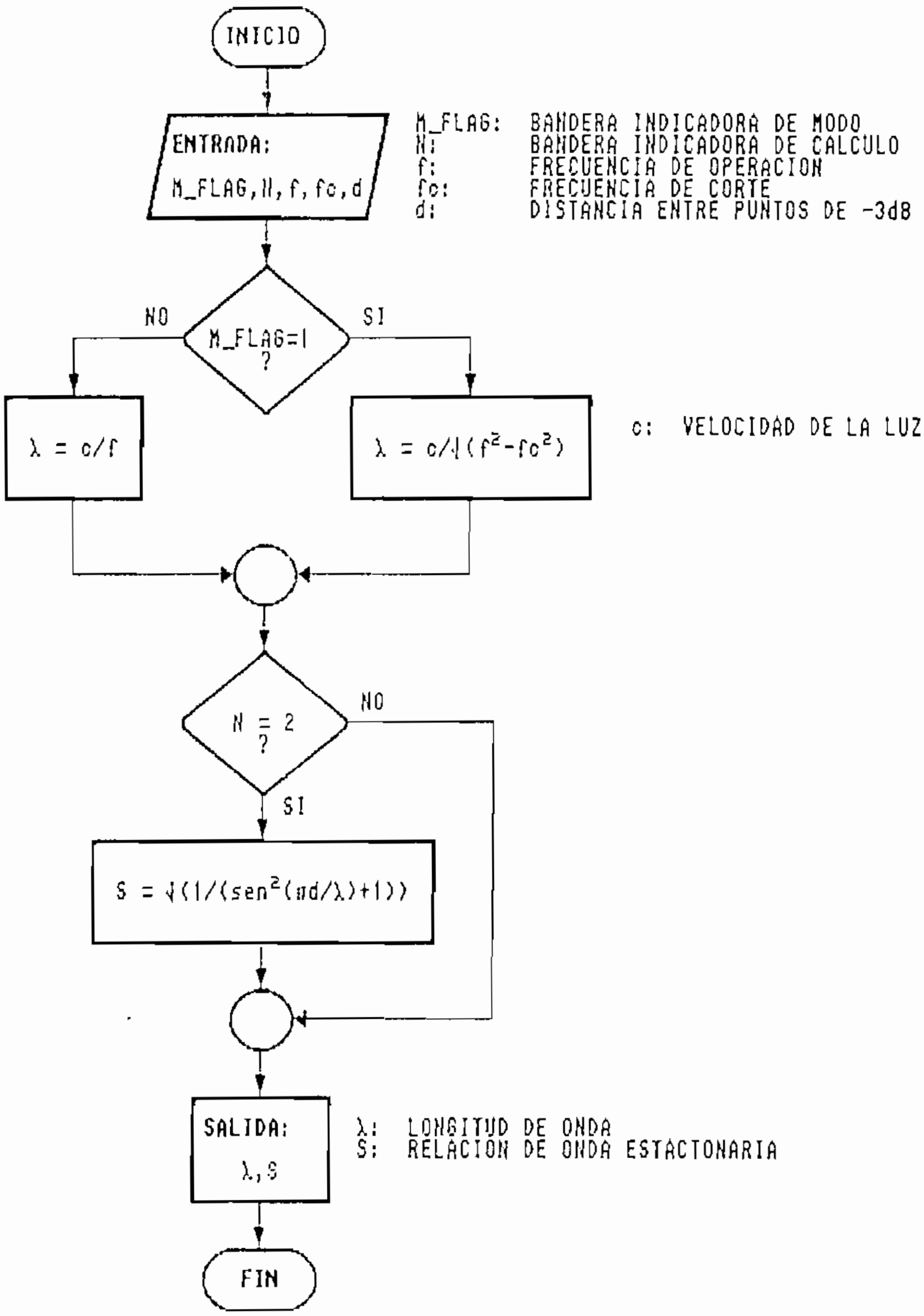

Figura 4.40. Diagrama de flujo de la FUNCION RES_ZR()

4.5 RUTINAS PARA LA PRESENTACION DE MENSAJES, MENUS DE SELECCION, PANTALLAS DE INGRESO DE DATOS Y PANTALLAS DE PRESENTACION DE RESULTADOS.

El programa fuente de las funciones que se detallan a continuación se encuentran en el módulo VIDEO.C en el ANEXO I.

Función: *rotulo()*

Descripción: Realiza la presentación de un rotulo en el centro de la pantalla con un mensaje interno.

Declaración: void rotulo(msg)

donde: msg: Vector de caracteres (mensaje a mostrarse)

valor de retorno: (ninguno)

La función calcula de acuerdo a la dimensión del mensaje a mostrarse la posición en la pantalla en modo de texto (25 X 80) para que el rotulo se presente en el centro de la pantalla. Se usa esta función pincipalmente para mostrar mensajes de imposibilidad. El diagrama de flujo puede analizarse en la Figura 4.41.

Las siguientes funciones, se encuentran detalladas en el módulo FUNCION.C en el ANEXO I, y se usan conjuntamente con las funciones del módulo MENU.C que se detallarán más adelante para la presentación de resultados.

Función: *result_sim()*

Descripción: Rutina que elabora una matriz de caracteres con los resultados obtenidos en la simulación de patrón de onda estacionaria.

Declaración: void result_sim(m, msg, f, alfa, beta, α/β, rho, min, S, lambda, d1, d2, Zr1, Zr2, e)

donde:

m:	Número de datos a calcularse
msg:	Matriz de caracteres para resultados
f:	Frecuencia de operación
alfa:	Constante de atenuación
beta:	Constante de fase
α/β:	Relación α/β
rho:	Coeficiente de reflexión
min:	Valor mínimo de magnitud
S:	Relación de onda estacionaria
lambda:	Longitud de onda
d1:	Distancia entre mínimos
d2:	Distancia entre mínimos
Zr1:	Impedancia de carga calculada con d1
Zr2:	Impedancia de carga calculada con d2
e:	Error porcentual

valor de retorno: (ninguno)

La función result_sim() escoge el mensaje a mostrarse en caso de que la carga sea cero, infinita o cualquiera, así como si el modo es T.E.M. o fundamental. El diagrama de flujo puede verse en la Figura 4.42.

Función: *result_zr()*

Descripción: Rutina que elabora una matriz de caracteres con los resultados obtenidos en el cálculo de la impedancia de carga.

Declaración: void result_zr(msg, S, Zr1, Zr2)

donde: msg: Matriz de caracteres para resultados

S: Relación de onda estacionaria

Zr1: Impedancia de carga calculada con d1

Zr2: Impedancia de carga calculada con d2

valor de retorno: (ninguno)

El diagrama de flujo de la función result_zr() se presenta en la Figura 4.43.

Las funciones que se nombran a continuación pertenecen al módulo MENU.C que se encuentra en el ANEXO I. Este módulo es propio del paquete Microsoft QuickC 2.0, por lo que únicamente se hará una descripción de éstas.

Función: *menu_bar()*

Descripción: Crea una barra de selección en forma horizontal.

Declaración: int menu_bar(row, col, msg, &n1)

donde:

row: Fila de ubicación de la barra en la pantalla

col: Columna de ubicación de la barra en la pantalla

msg: Vector de caracteres de items de selección

n1: Número de item seleccionado

valor de retorno: Valor de buffer para restaurar el fondo de pantalla

Función: *menu_drop()*

Descripción: Crea una ventana de selección en forma vertical.

Declaración: int menu_drop(row, col, mmsg, &n1)

donde:

row: Fila de ubicación de la barra en la pantalla col: Columna de ubicación de la barra en la pantalla

mmsg: Matriz de caracteres de items de selección

n1: Número de item seleccionado

valor de retorno: Valor de buffer para restaurar el fondo de pantalla

Función: *menu_message()*

Descripción: Crea una ventana para mensajes.

Declaración: void menu_message(row, col, mmsg)

donde: row: Fila de ubicación de la barra en la pantalla

col: Columna de ubicación de la barra en la pantalla

mmsg: Matriz de caracteres del mensaje a mostrarse

valor de retorno: (ninguno)

Función: *menu_erase()*

Descripción: Borra la barra de selección y/o la ventana de selección de la pantalla.

Declaración: void menu_erase(buf)

donde: buf: Buffer para restaurar el fondo de pantalla

valor de retorno: (ninguno)

Función: *menu_back_color()*

Descripción: Proporciona color al fondo de barras o ventanas.

Función: *menu_line_color()*

Descripción: Proporciona color a la línea de barras o ventanas.

Declaración: void menu_line_color(c)

donde: c: Número del color a presentarse

valor de retorno: (ninguno)

Función: *menu_text_color()*

Descripción: Proporciona color al texto de barras o ventanas.

Declaración: void menu_text_color(c)

donde: c: Número del color a presentarse

valor de retorno: (ninguno)

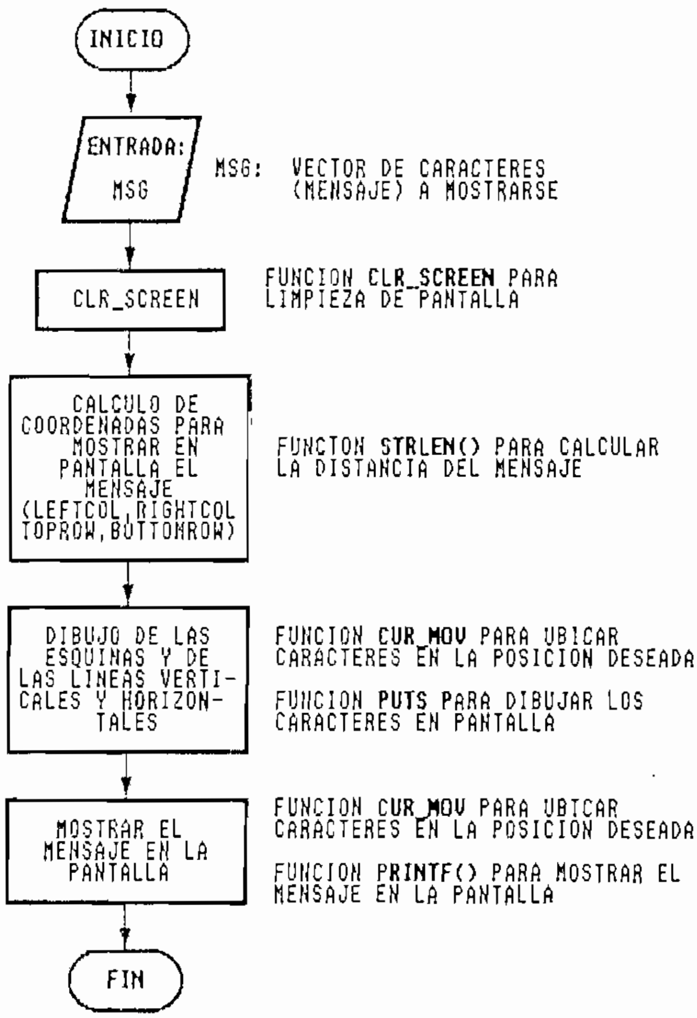

Figura 4.41. Diagrama de flujo de la FUNCION ROTULO()

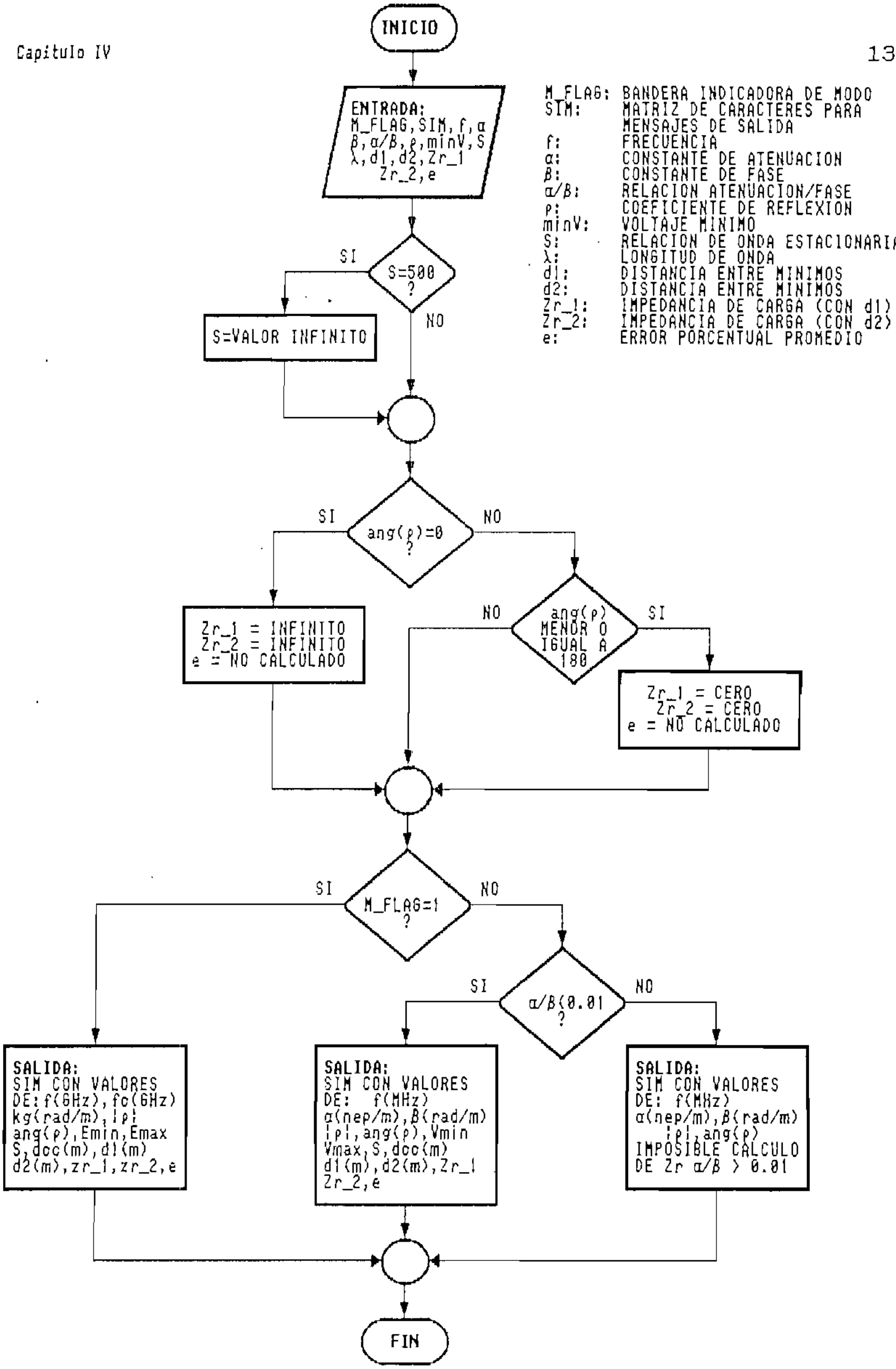

Figura 4.42. Diagrama de flujo de la FUNCION RESULT_SIM()

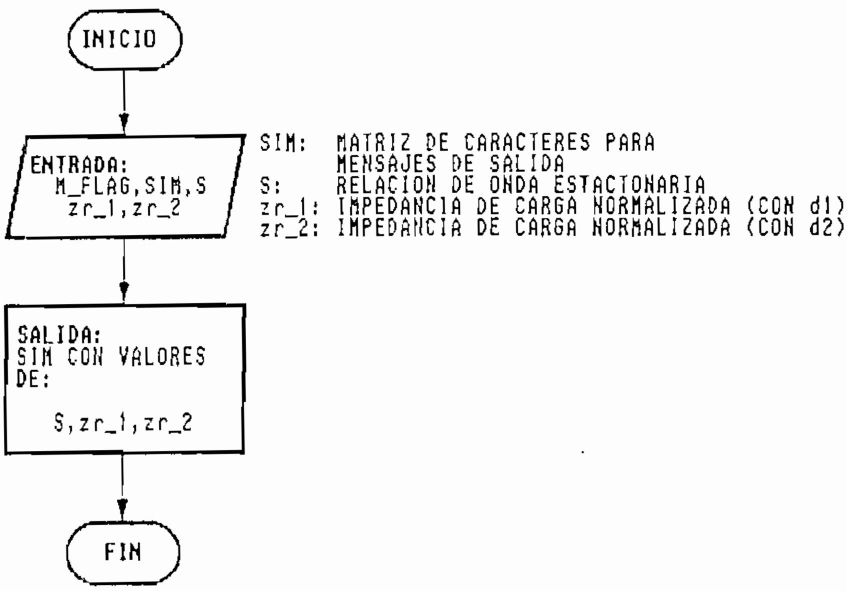

Figura 4.43. Diagrama de flujo de la FUNCION RESULT_ZR()

4.6 RUTINAS PARA LA PRESENTACION DE RESULTADOS GRAFICOS E IMPRESOS.

Las funciones para la presentación de resultados gráficos se encuentran en el módulo VIDEO.C en el el ANEXO I y se resumen a continuación:

Función: *graf_sim()*

Descripción: Rutina para la presentación del gráfico de la magnitud de la onda estacionaria.

Declaración: void graf_sim(m, α/β, X, V, VCC, f, alfa, min, d1, d2, Zr)

donde:

m:	Bandera indicadora de modo
α/β:	Relación α/β
V:	Vector de datos de magnitud
X:	Vector de datos de posición
VCC:	Vector de datos de magnitud con carga en corto circuito
f:	Frecuencia de operación
alfa:	Constante de atenuación
min:	Valor de magnitud mínima
d1:	Distancia entre mínimos
d2:	Distancia entre mínimos
Zr:	Impedancia de carga

valor de retorno: (ninguno)

El diagrama de flujo detalla completamente el procedimiento para la presentación del gráfico y se lo puede analizar en las Figuras 4.44 y 4.45.

Función: *graf_fase()*

Descripción: Rutina para la presentación del gráfico de la fase de la onda estacionaria.

Declaración: void graf_fase(m, X, F, f, alfa, Zr)

donde:	m:	Bandera indicadora de modo
	X:	Vector de datos de posición
	F:	Vector de datos de fase
	f:	Frecuencia de operación
	alfa:	Constante de atenuación
	Zr:	Impedancia de carga
valor de retorno:		(ninguno)

En el diagrama de flujo indicado en las Figuras 4.46 y 4.47 se puede analizar en forma detallada el procedimiento seguido para la presentación del gráfico de fase.

Función: *graf_sim_t()*

Descripción: Rutina para la presentación del gráfico de la variación de magnitud durante el período transitorio.

Declaración: void graf_sim_t(fuente, m, f, Zr, l, x, V, T)

donde: fuente: Bandera indicadora de fuente de exitación

m: Bandera indicadora de modo

Zr: Impedancia de carga

l: Distancia entre fuente y carga

x: Distancia de análisis desde la fuente

V: Vector de datos de magnitud

T: Vector de datos de tiempo

f: Frecuencia de operación

valor de retorno: (ninguno)

En el diagrama de flujo de las Figuras 4.48 y 4.49 se puede observar claramente el procedimiento seguido para presentar el gráfico de magnitud vs. tiempo en el período transitorio.

Función: *delay()*

Descripción: Rutina para demora de tiempo.

Declaración: void delay()

valor de retorno: (ninguno)

En el diagrama de flujo de la Figura 4.50 se analiza como la función delay() ejecuta una demora de tiempo.

Función: *set_bottom()*

Descripción: De acuerdo al tipo de monitor fija la posición del borde inferior de la ventana del gráfico.

Declaración: void set_bottom(a, b)

donde: a: Coordenada derecha de la ventana

b: Coordenada inferior de la ventana

valor de retorno: (ninguno)

En la Figura 4.51, se puede analizar claramente el diagrama de flujo de la función set_bottom().

Cabe destacar en las funciones graf_sim(), graf_fase() y graf_sim_t(), la utilización de la función *_pg_chartscatterms()* la cual presenta el gráfico en pantalla. Esta función pertenece a la librería PGCHART.LIB, y se describe a continuación:

Función: *_pg_chartscatterms()*

Descripción: Presenta un diagrama XY para más de una serie de datos.

Declaración: short _pg_chartscatterms(env, X, Y, n, num, rowdim, label) donde: env: Estructura de entorno del gráfico

X: Vector de datos para el eje x

Y: Vector de datos para el eje y

n: Número de series a graficarse

num: Número de datos por serie

rowdim: Dimensión de la serie

label: Matriz de caracteres para etiquetas

valor de retorno: 0 si el gráfico es presentado, otro valor si no se presenta en pantalla.

Las funciones para la impresión de resultados se encuentran en el módulo INGRESO.C en el el ANEXO I y se resumen a continuación:

Función: *impresion()*

Descripción: Imprime los resultados por medio de una impresora paralela.

Declaración: int impresion(n, msg)

donde: n: Número de líneas a imprimirse

msg: Matriz de caracteres a imprimirse

valor de retorno: (ninguno)

En la Figura 4.52, se puede analizar el diagrama de flujo de la función impresion().

Función: *imp_graf()*

Descripción: Imprime el gráfico mostrado en la pantalla por medio de una impresora paralela.

Declaración: void imp_graf(x, y)

donde: x: Número de filas de pixeles

y: Número de columnas de pixeles

valor de retorno: (ninguno)

En la Figura 4.53 se presenta el diagrama de flujo de la función imp_graf(). En estas funciones para impresión se utiliza la función *fprintf()* de la librería STDIO.LIB para enviar comandos a la impresora.

Las impresoras de matriz de puntos utilizan una matriz de 8x1 pines, los cuales pueden ser accionados enviando un número correspondiente a ese pin. Por ejemplo si se desea accionar el pin superior, se debe enviar el número 128. En el Cuadro 4.1 se aprecia los números correspondientes a cada pin.

Por ejemplo si se desea accionar los pines 4, 5 y 6 el número a enviase será 16 + 8 + 4 = 28. La función imp_graf() divide a la pantalla en filas de 8 pixeles para ejecutar el cálculo de un número de 8 pixeles por columna para luego enviarlo a la impresora, realizando de esta manerá un barrido de la pantalla.

POSICION SUPERIOR DEL PIN	NUMERO A ENVIARSE
1	128
2	64
3	32
4	16
5	8
6	4
7	2
8	1

Cuadro 4.1. Sistema de numeración de pines.

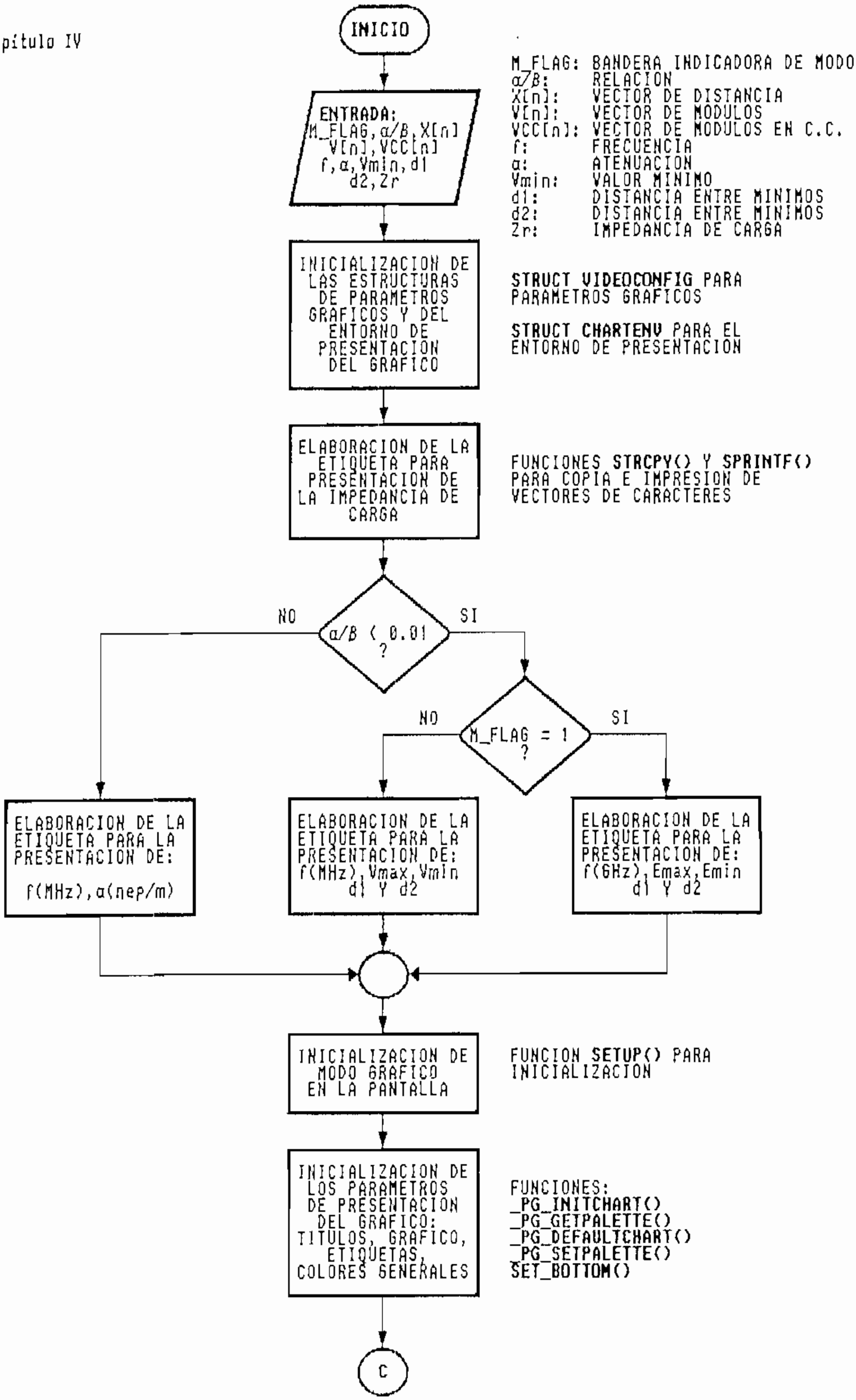

Figura 4.44. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_SIM()

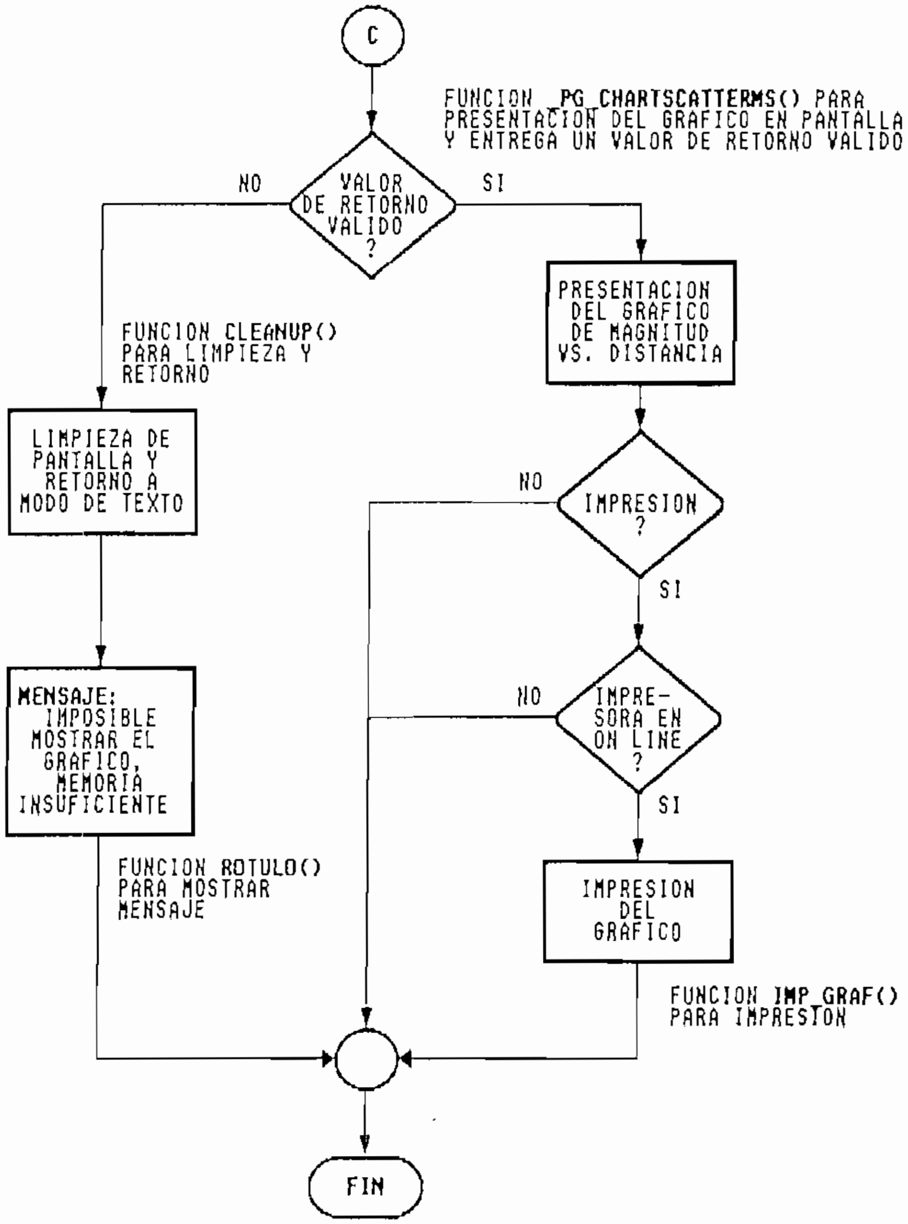

Figura 4.45. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_SIM()

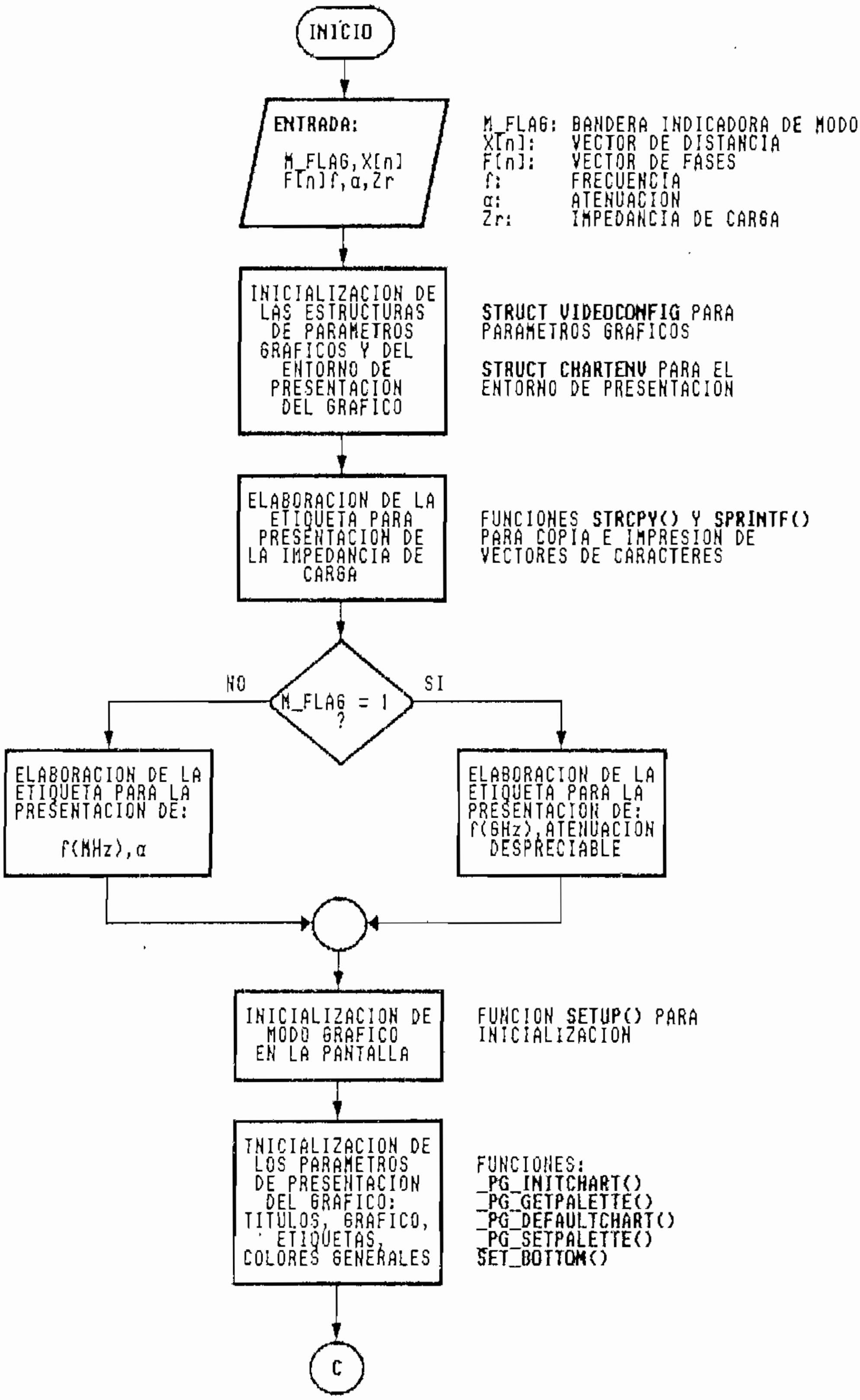

Figura 4.46. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_FASE()

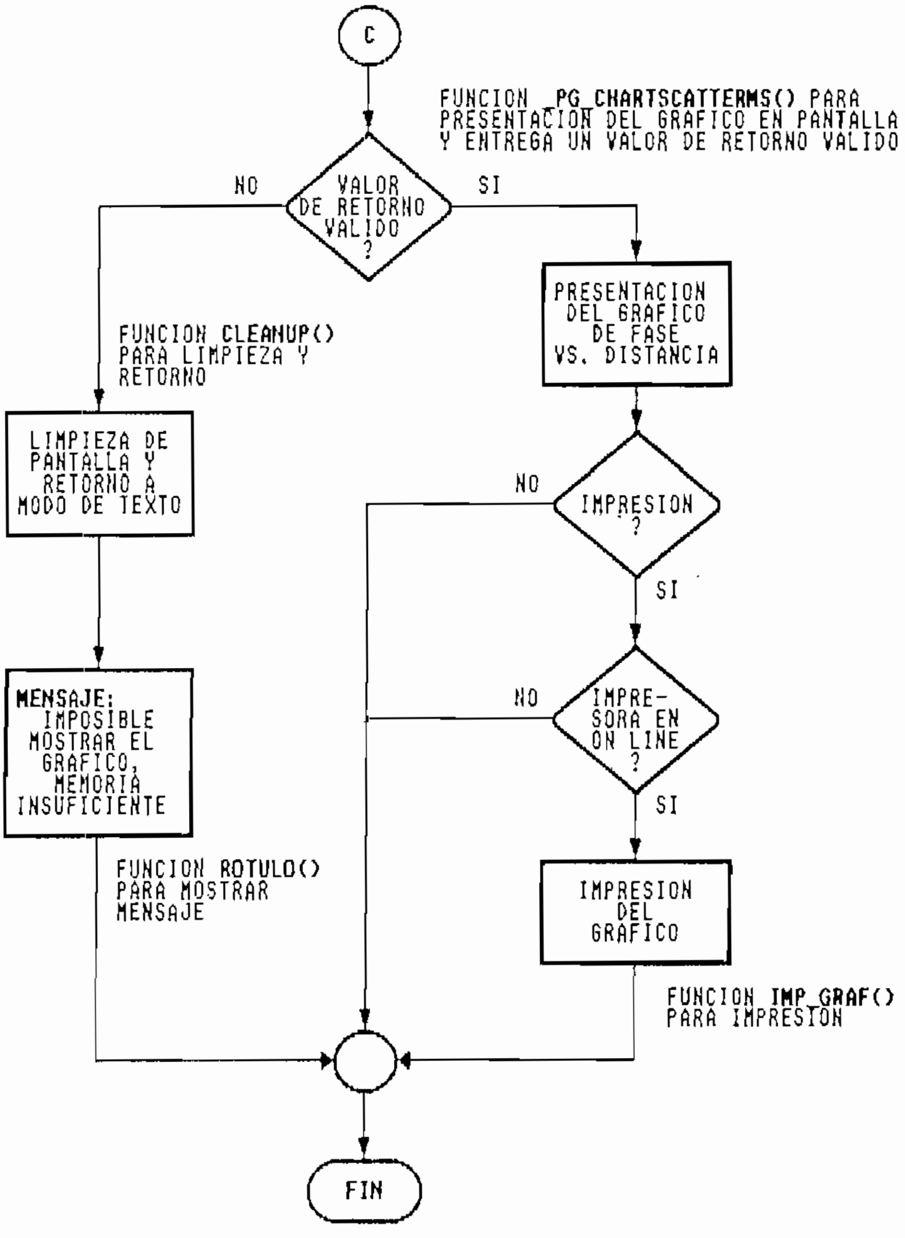

Figura 4.47. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_FASE()

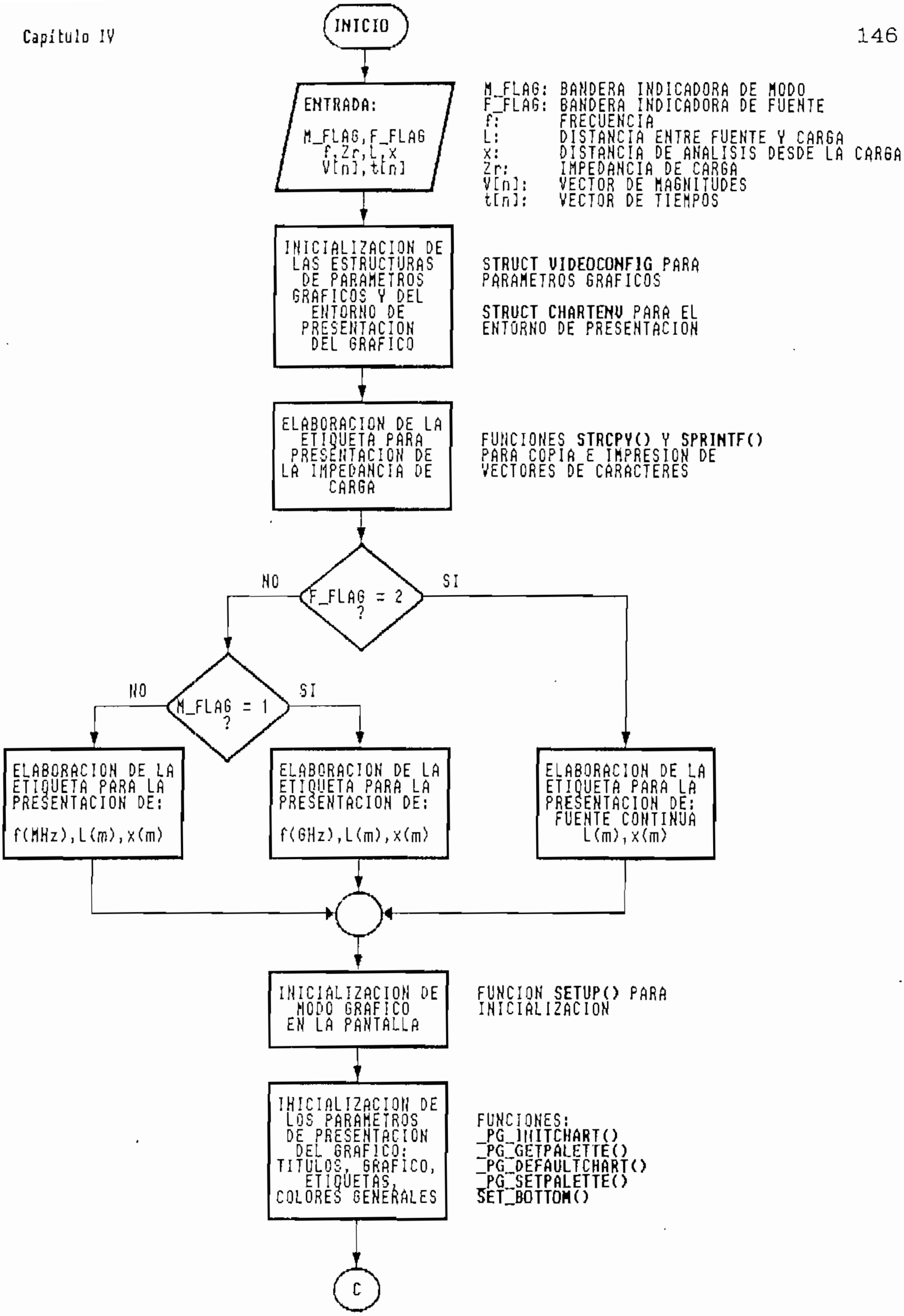

Figura 4.48. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_SIM_T()

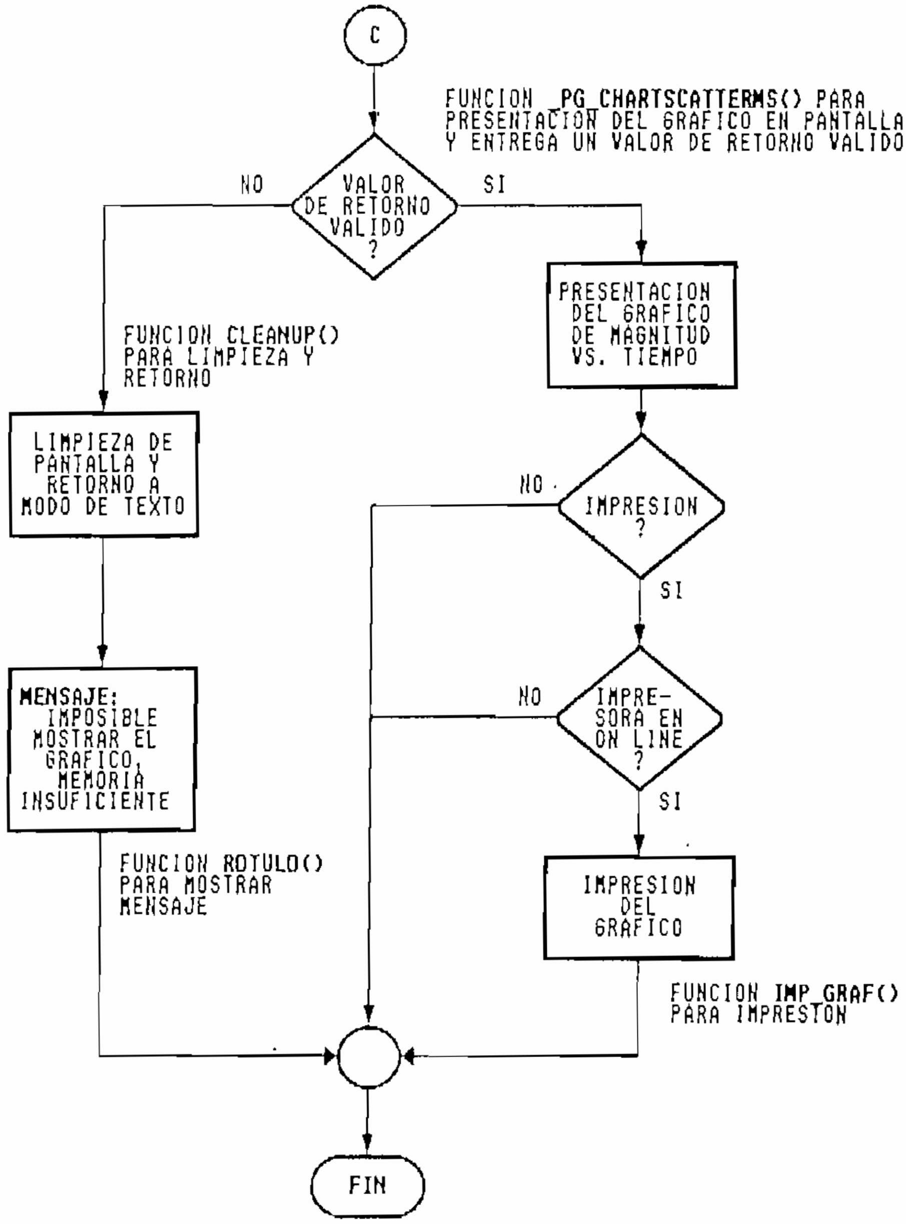

Figura 4.49. Diagrama de flujo de la FUNCION GRAF_SIM_T()

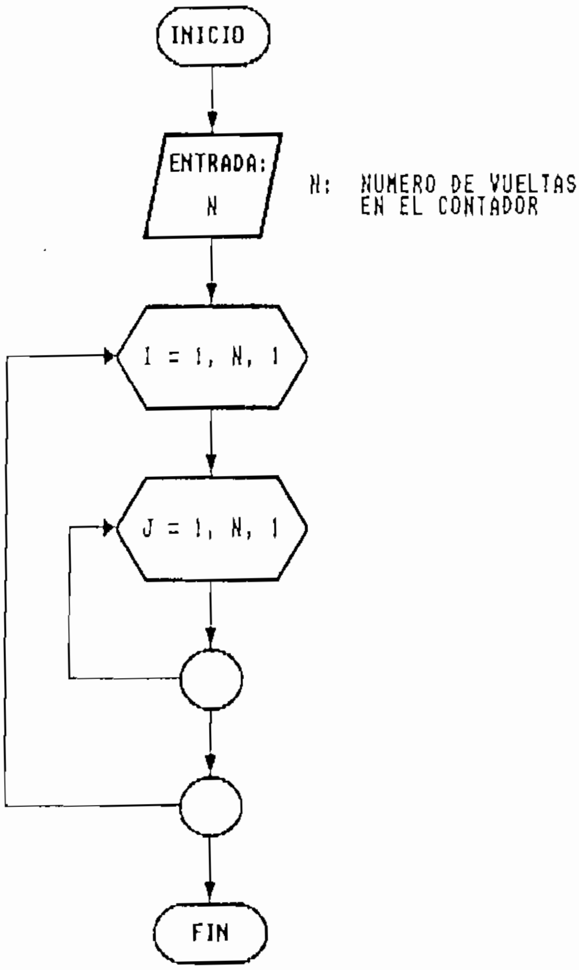

Figura 4.50. Diagrama de flujo de la FUNCION DELAY()

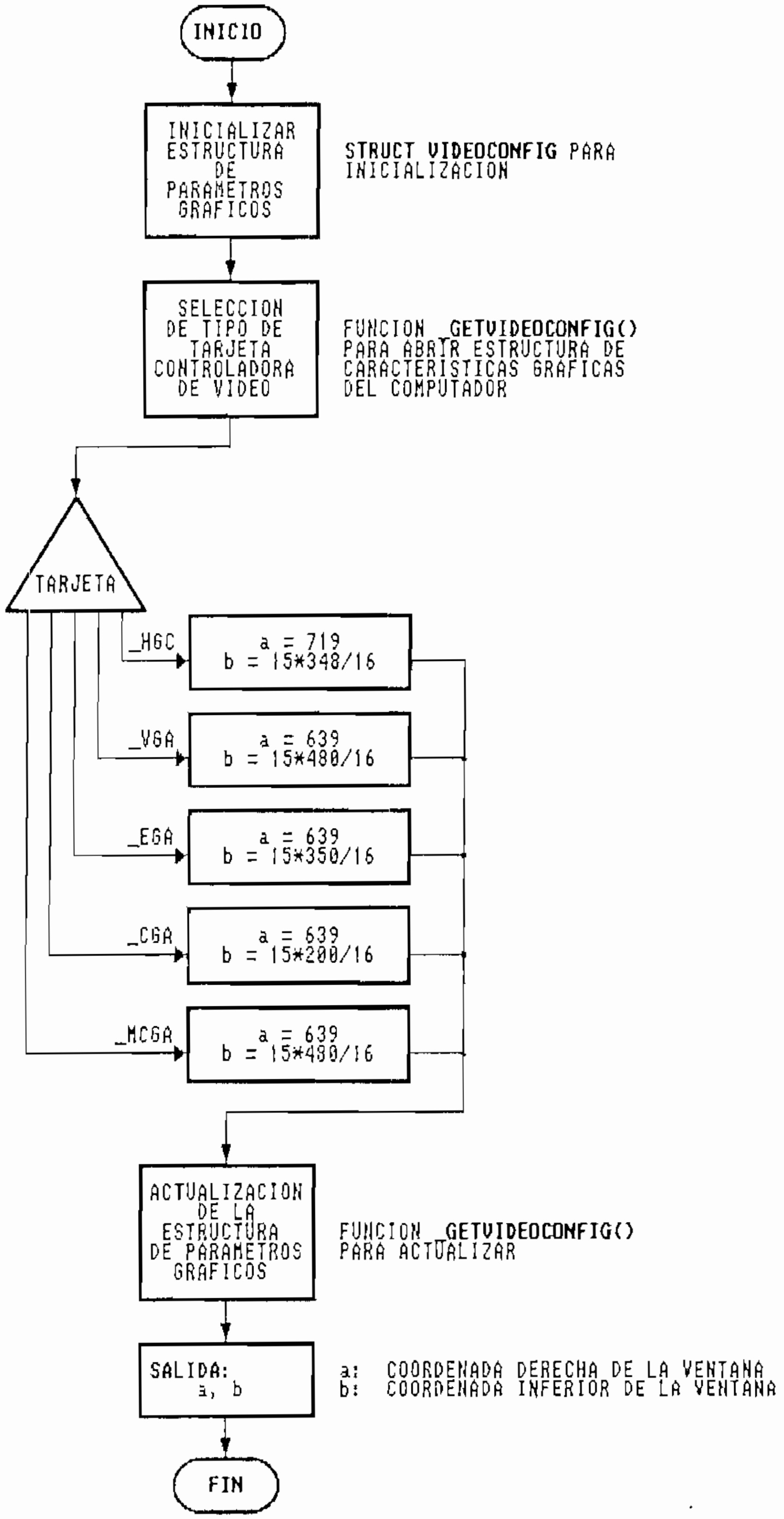

Figura 4.51. Diagrama de flujo de la FUNCION SET_BOTTOM()

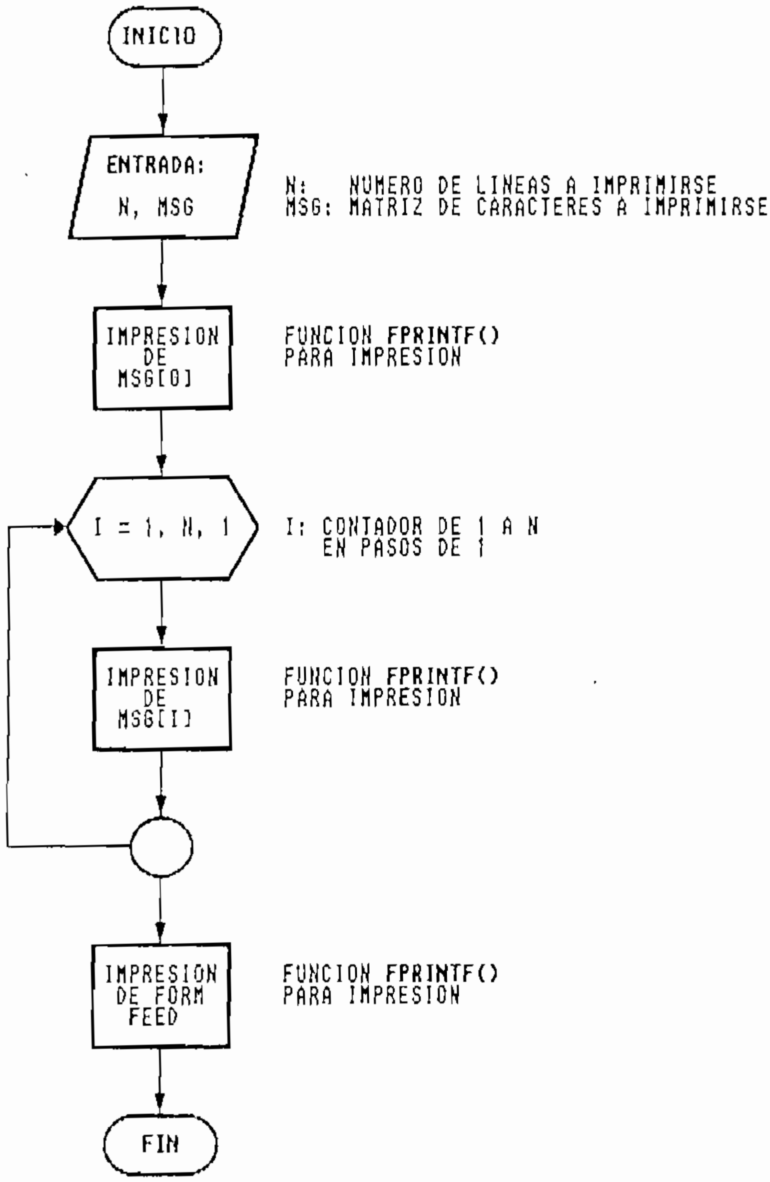

Figura 4.52. Diagrama de flujo de la FUNCION IMPRESION()

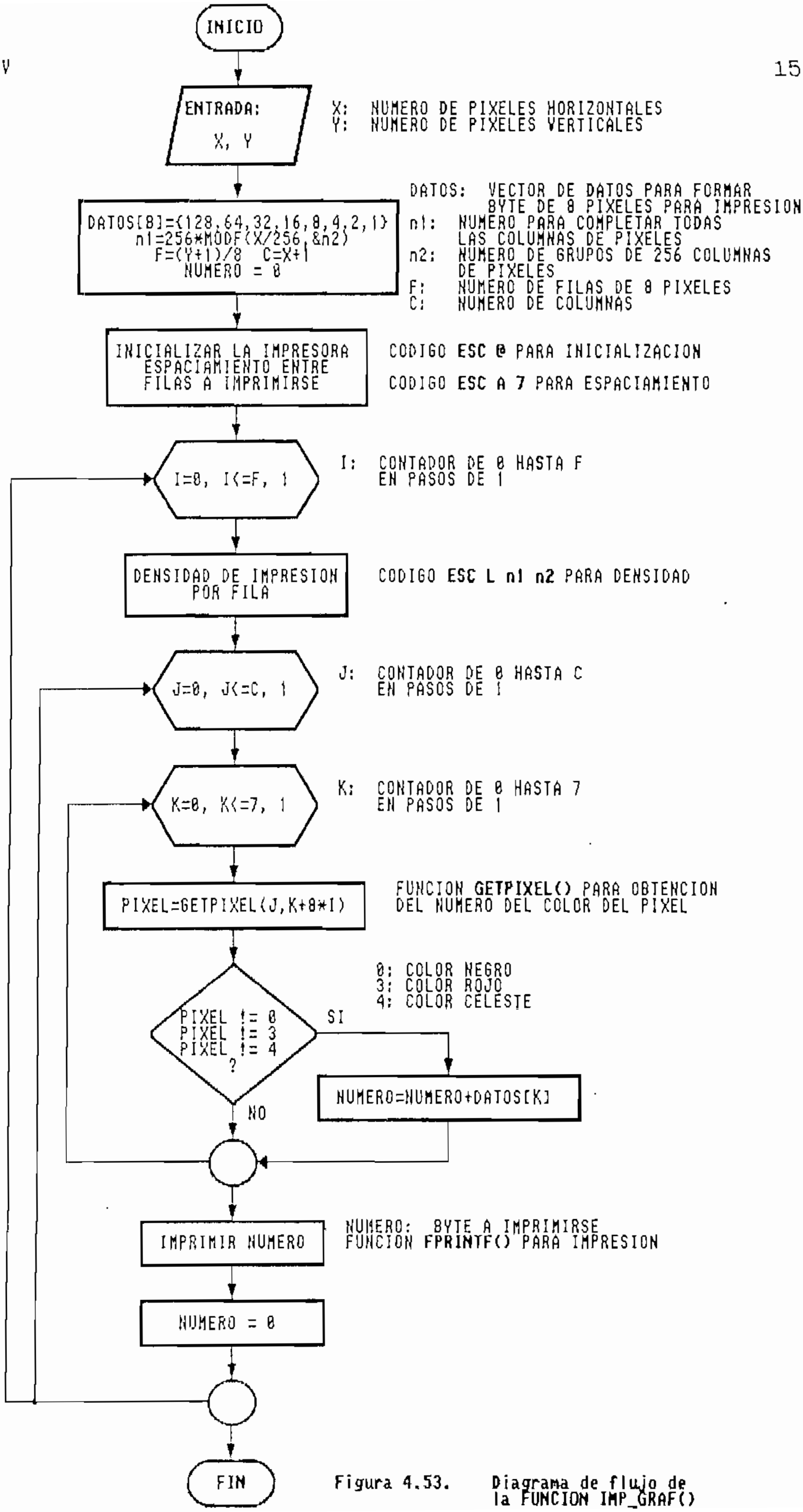

Figura 4.53. Diagrama de flujo de la FUNCION IMP_GRAF()

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

CAMPBELL, Joe. C Programmer´s Guide to Serial Communications. Howard W. Sams & Company. Carmel, Indiana. 1987.

EPSON. LX-810 User´s Manual. Epson America, Inc. Torrance, California. 1989.

MICROSOFT. Microsoft C. Advanced Programming Techniques. Microsoft Corporation. U.S.A. 1990.

MICROSOFT. Microsoft C. Reference. Microsoft Corporation. U.S.A. 1990.

PUENTESTAR, Washington. Análisis y Diseño de Sistemas de Control en el Dominio de la Frecuencia utilizando un Computador Personal. E.P.N. F.I.E. 1990.

TOWNSEND, Carl. Understanding C. Howard W. Sams & Company. Indianapolis, Indiana. 1988.

PRESENTACION DE RESULTADOS DE SIMULACION

5.1 RESULTADOS DE LA SIMULACION DE LAS SEÑALES EN LINEAS DE TRANSMISION Y GUIAS DE ONDA CON RESPECTO AL TIEMPO EN SU ESTADO TRANSITORIO.

Se tomará como ejemplos de comprobación, los que se presentan en las páginas 16 y 18 de la referencia bibliográfica *Transmission Lines and Networks* de Walter Jonhson. Como se puede observar en Ejemplo 1 (página 16 de la referencia), se hace el análisis para un circuito con una fuente DC sin resistencia interna, y una impedancia de carga real igual a $3Z_o$. En la Figura 1.10 de esta referencia, se presenta el gráfico de la señal de voltaje para las primeras reflexiones analizado en la carga (es decir para x=l). La Figura 5.1 representa el resultado del programa para Z_o = 50 Ω, Zr = 150 Ω, l = x = 1 m, y fuente de exitación continua. Los dos gráficos son iguales, por lo que se puede concluir para este caso que el análisis realizado por el programa es correcto.

En el Ejemplo 2 (página 18 de la referencia), se ha considerado un circuito con una fuente DC con resistencia interna $R_a = 3Z_o$, y una impedancia de carga infinita (circuito abierto), el análisis de la señal se hace a x = 0. En la Figura 1.14 de la referencia en mención se puede analizar el gráfico de la señal transitoria resultante, el cual es igual al presentado en la Figura 5.2 obtenido del programa con las mismas condiciones.

Por otro lado, considerando el ejemplo de la página 19, en la referencia bibliográfica *Modern Transmission Line Theory and Applications* de Lawrence Dworsky, se hace un análisis para una fuente continua de 1 voltio, resistencia interna de 10 Ω, y una resistencia de carga de 30 Ω. La ura 8 de esta referencia presenta los gráficos a una distancia de x = 1/2 y x = 1, los cuales son iguales a los obtenidos por el programa presentados en las Figuras 5.3 y 5.4 respectivamente para las mismas condiciones. (Se adjunta al final de la tesis las referencias mencionadas).

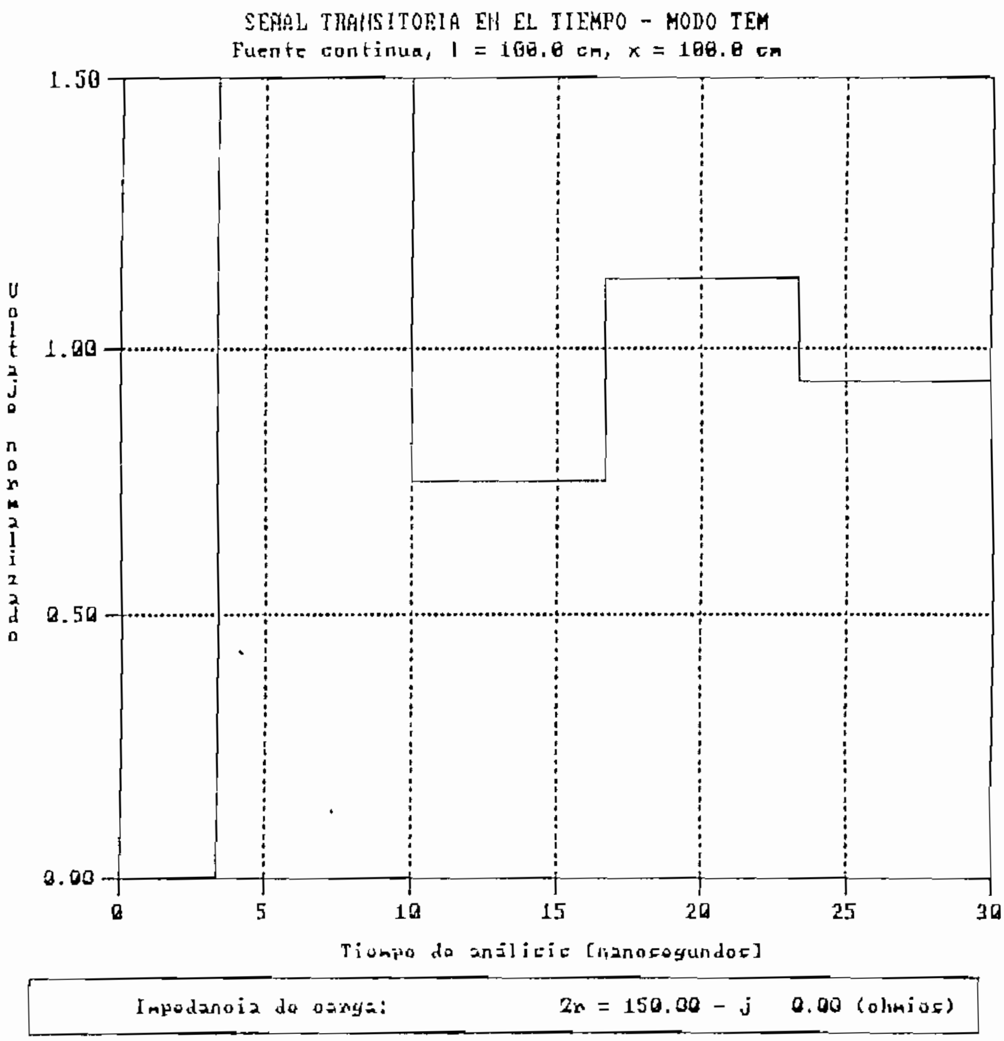

Figura 5.1. Señal transitoria en $x = l$ para $Z_r = 3.Z_o$.

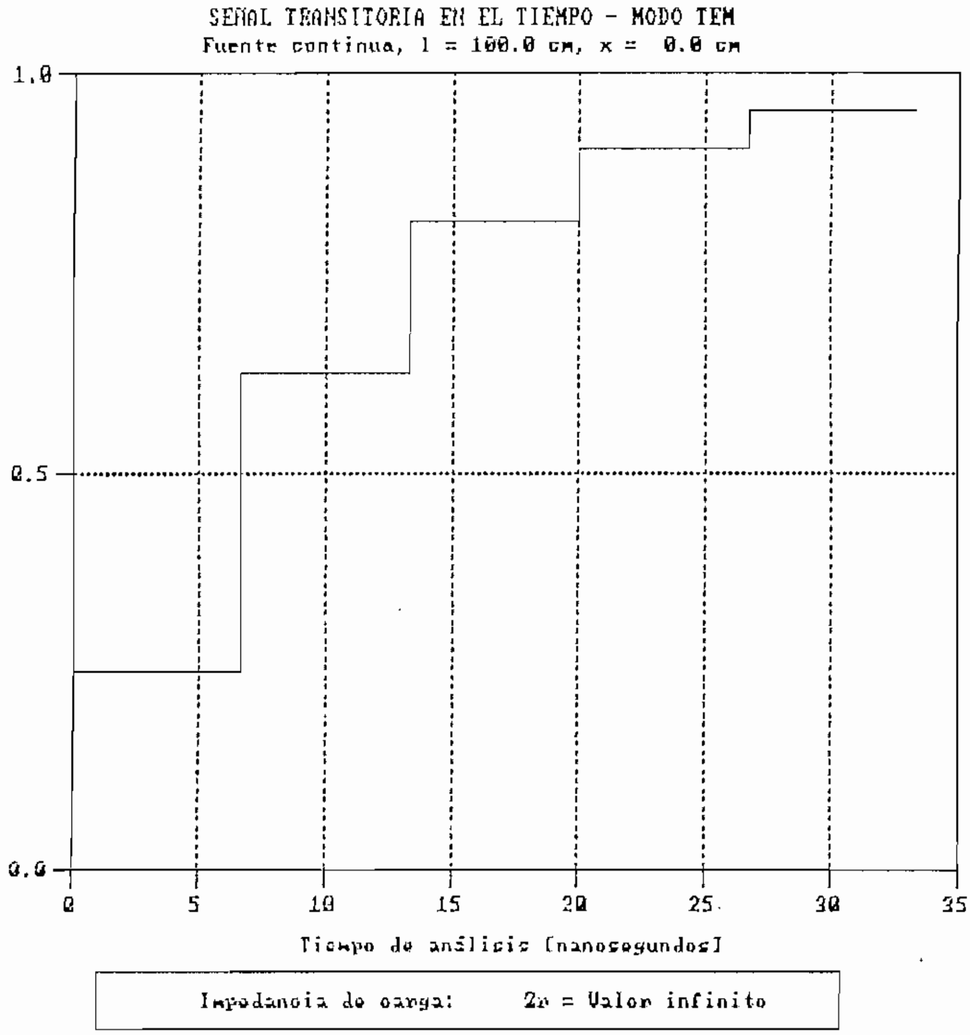

Figura 5.2. Señal transitoria en x = 0 para $R_s = 3.Z_o$.

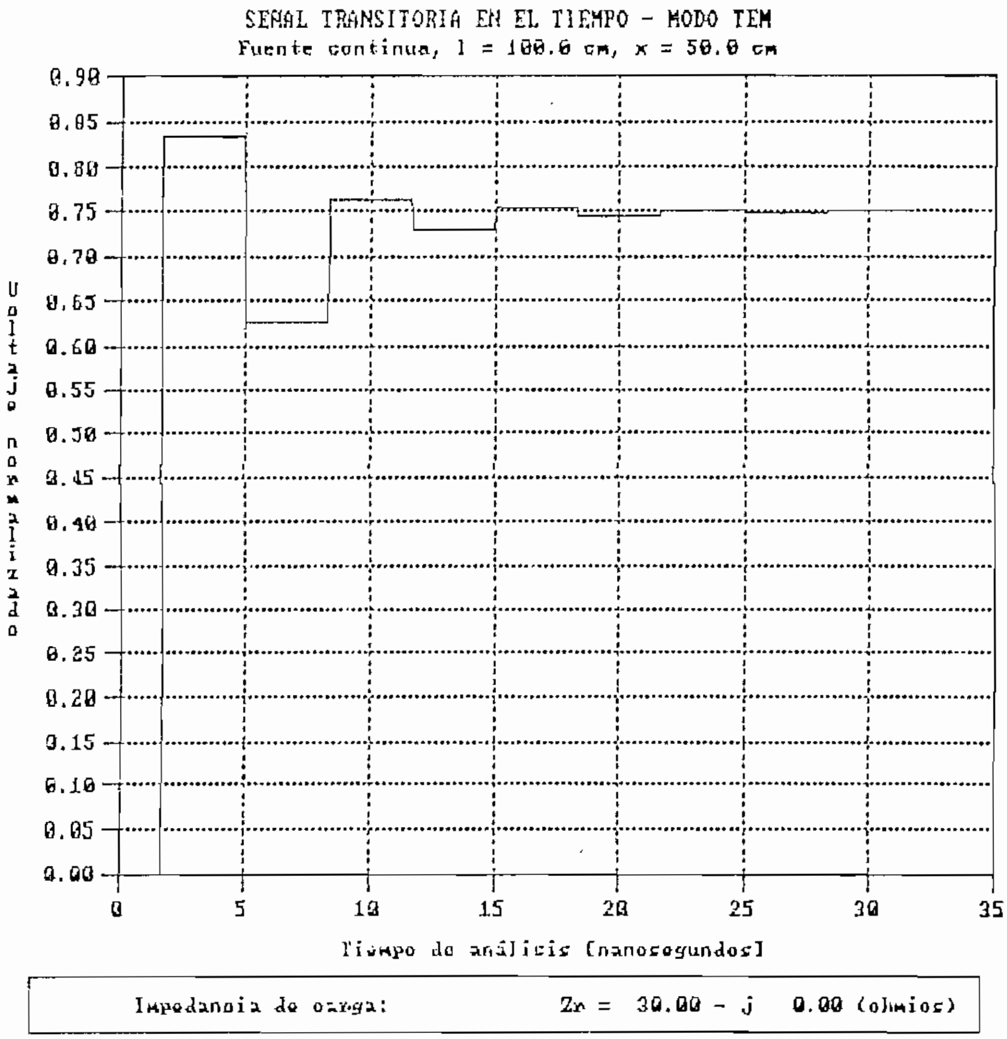

Figura 5.3. Señal transitoria en x = l/2 para Z_r = 30 Ω.

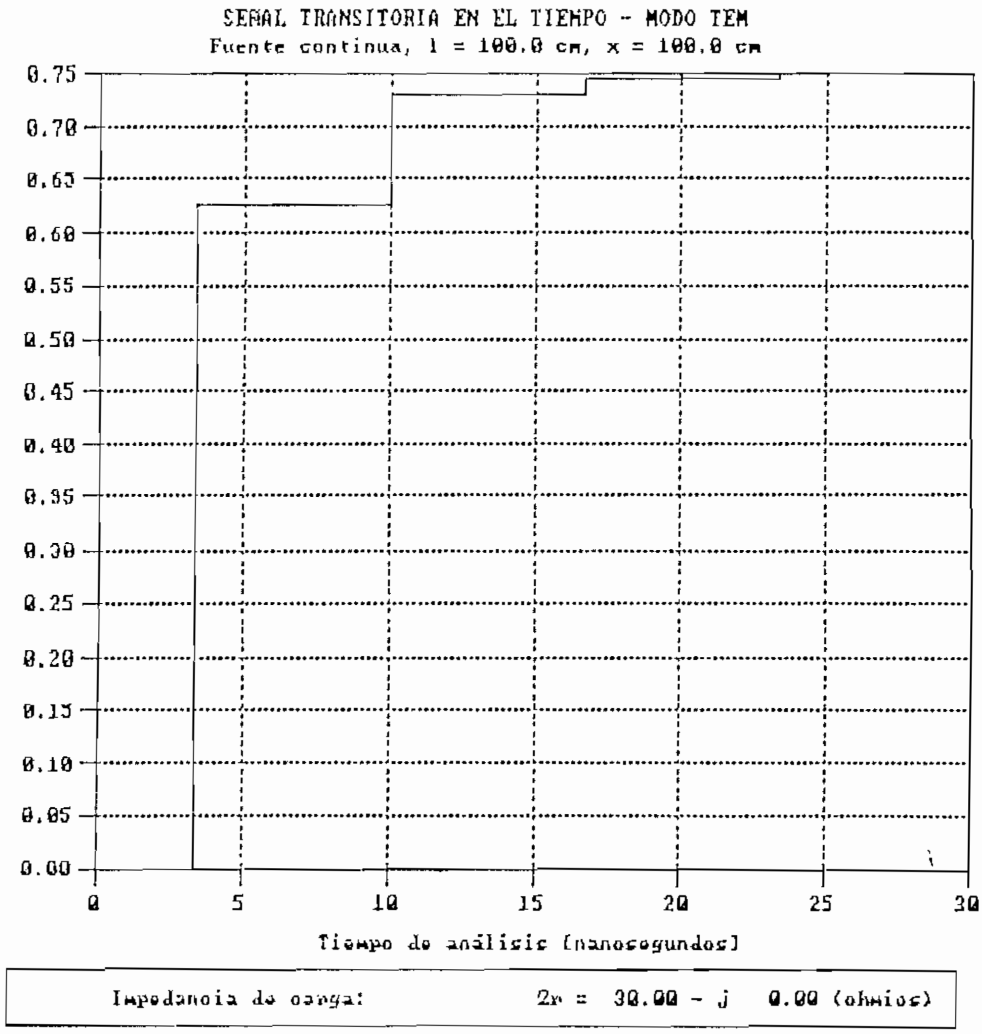

Figura 5.4. Señal transitoria en $x = l$ para $Z_r = 30\ \Omega$.

El programa permite obtener un infinito número de resultados, dependiendo de la variabilidad en el ingreso de datos, por lo que se tomará como ejemplo: $R_s = 10\ \Omega$, $Z_o = 50\ \Omega$, $Z_r = 30 + j0\ \Omega$, $l = 100$ cm, $x = 50$ cm y $f = 600$ MHz para la fuente sinusoidal, en el modo TEM (referirse a la Figura 1.3), y $z_r = 0{,}8 + j\ 0\ \Omega$, $l = 14$ cm, $x = 7$ cm, $f = 9$ GHz y $fc = 6$ GHz para el modo fundamental. Los resultados para un análisis posterior se obtendrán variando un dato a la vez y conservando los demás constantes.

5.1.1 Variación en la resistencia interna de la fuente de exitación.

Se ha considerado para el análisis, resistencias internas de 0, 300 y 1000 Ω, para fuente continua y fuente sinusoidal, cuyos resultados se muestran en las Figuras 5.5 a 5.10.

De los gráficos obtenidos, se puede concluir que la magnitud de voltaje medida a cierta distancia de la carga es inversamente proporcional al valor de la resistencia interna de la fuente, lo cual por las leyes Kirchoff es correcto. Por otro lado el tiempo en que la señal llega a su estado estable es el mismo en los tres casos, esto se debe principalmente a que no se ha variado la distancia entre fuente y carga.

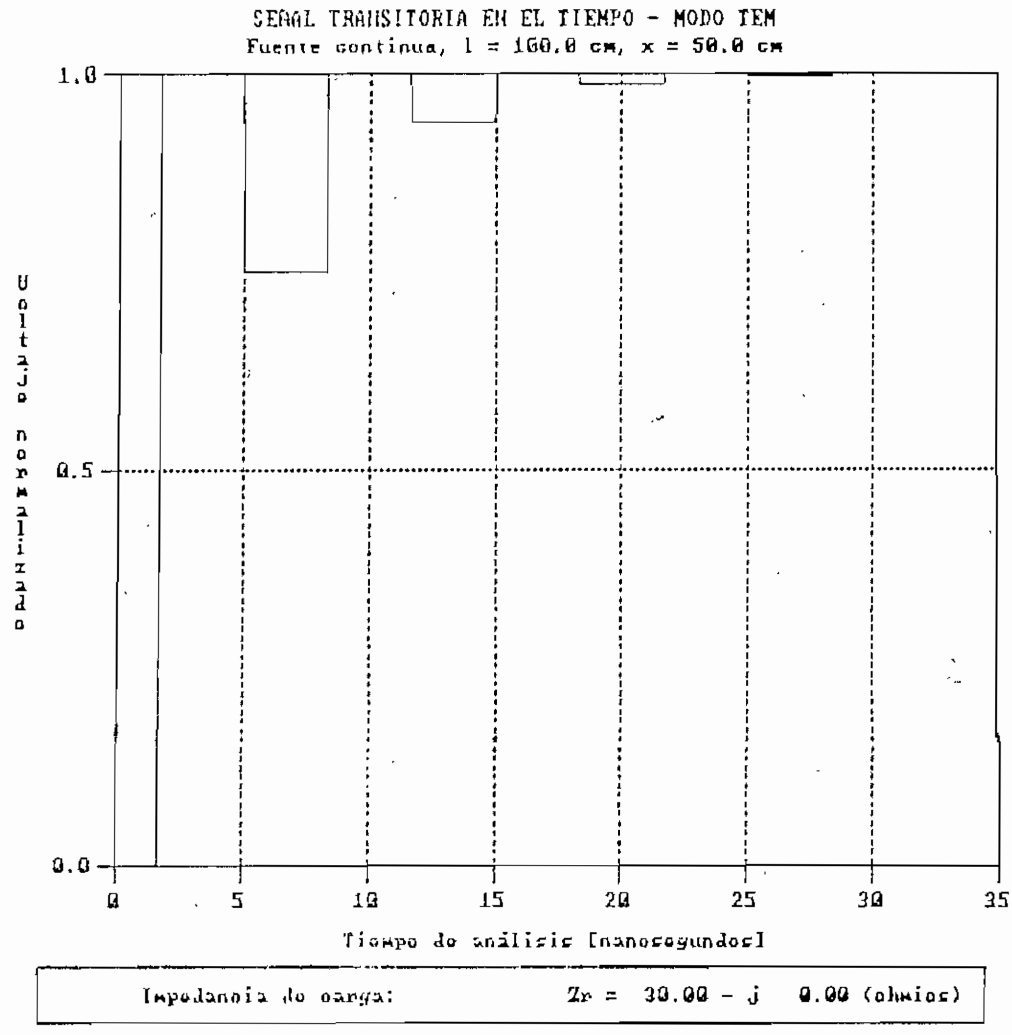

Figura 5.5. Señal transitoria para Rs = 0 Ω.

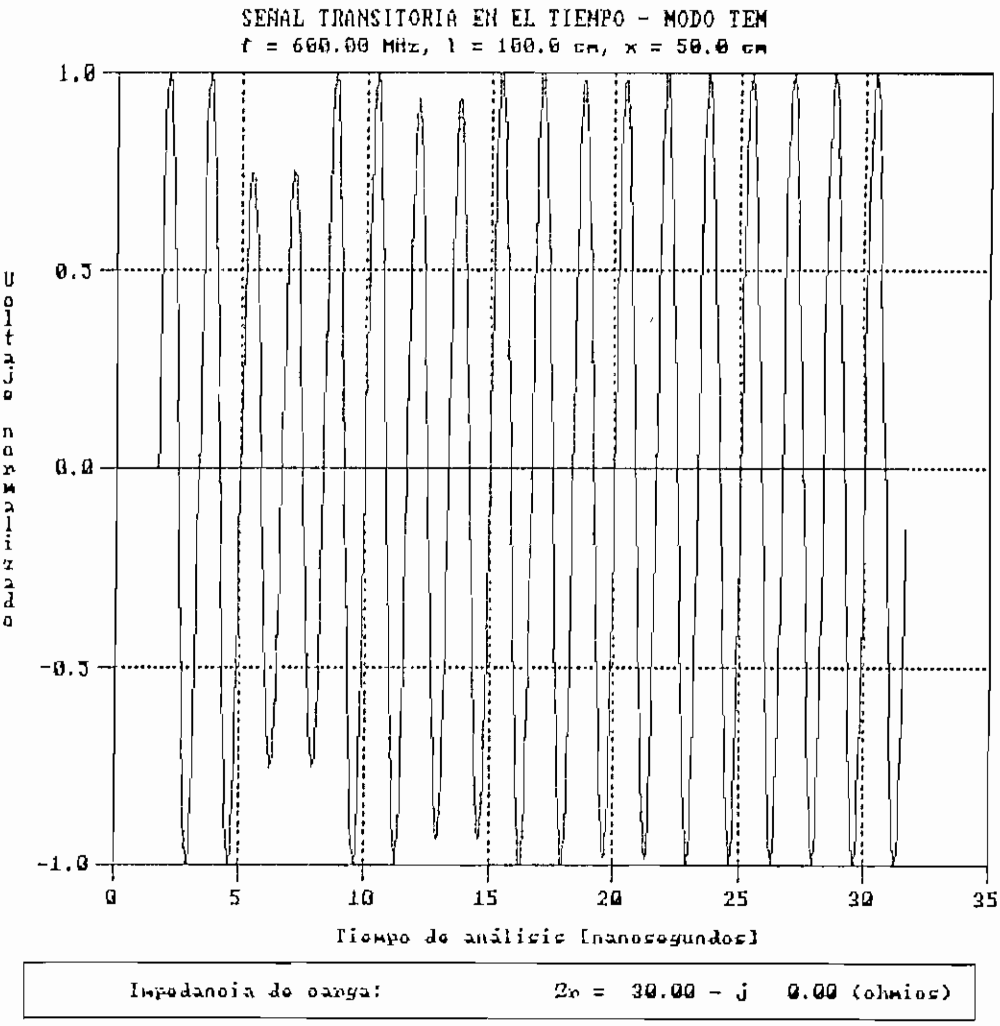

Figura 5.6. Señal transitoria para Rs = 0 Ω.

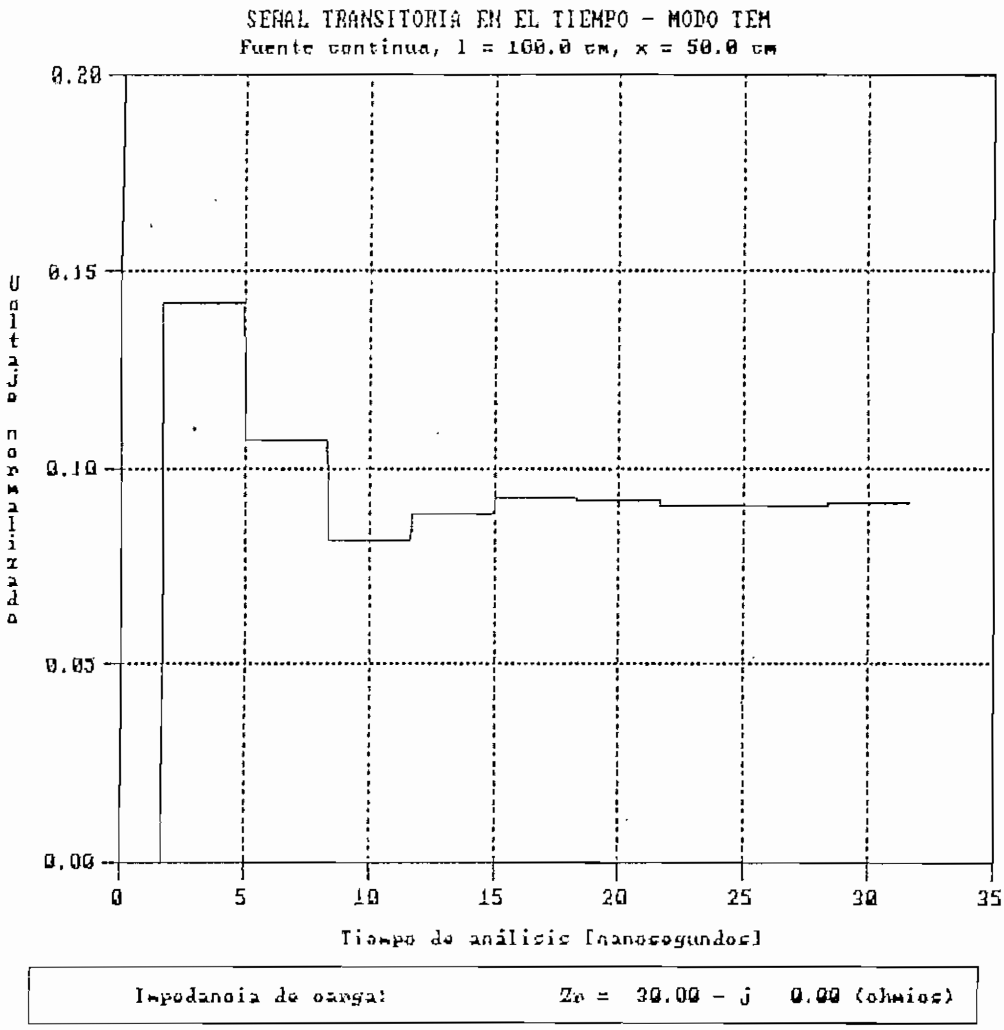

Figura 5.7. Señal transitoria para Rs = 300 Ω.

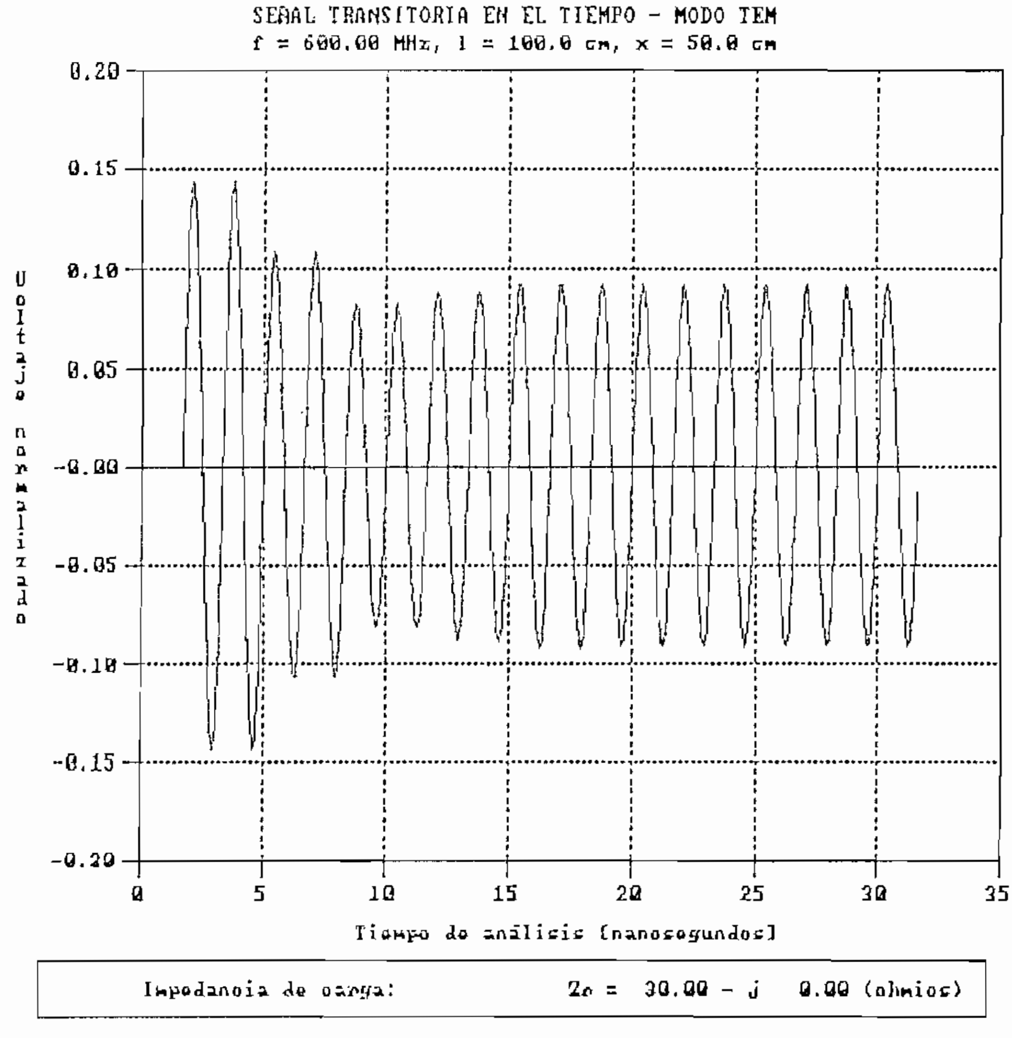

Figura 5.8. Señal transitoria para Rs = 300 Ω.

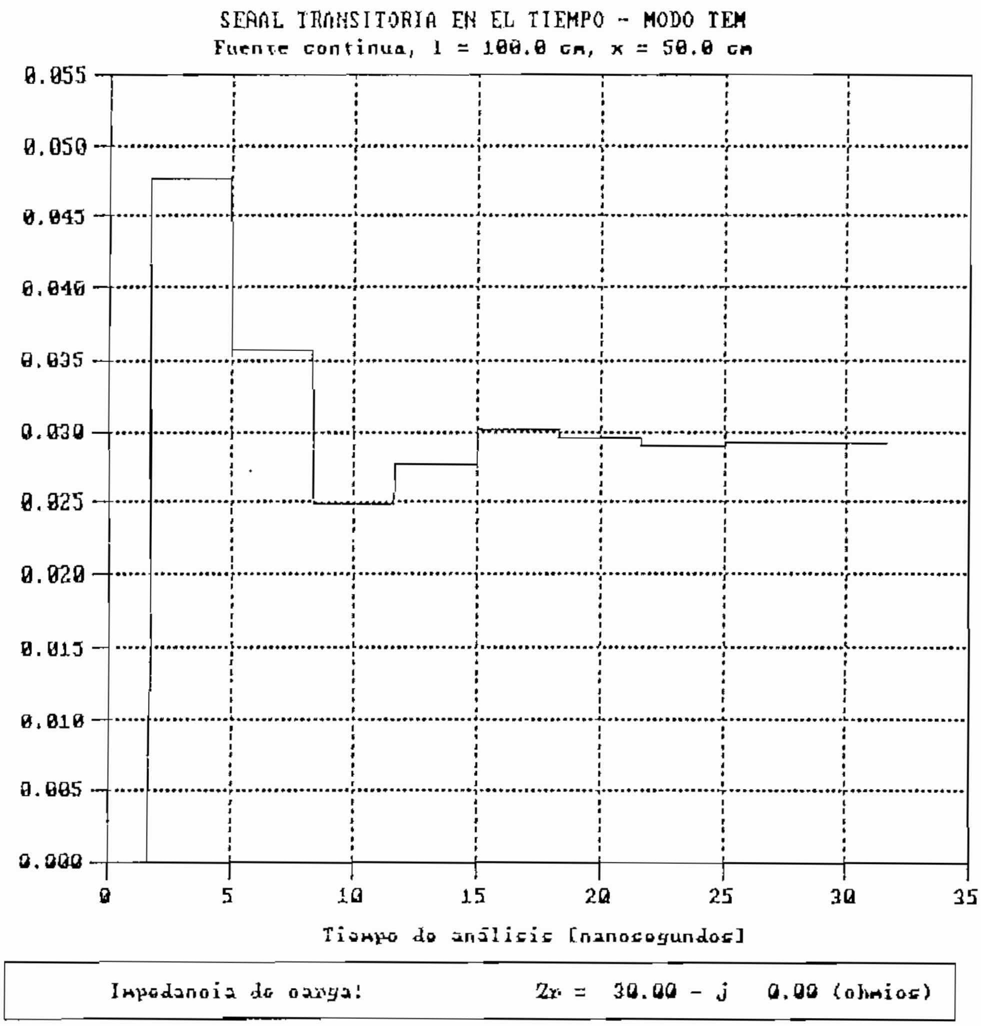

Figura 5.9. Señal transitoria para Rs = 1000 Ω.

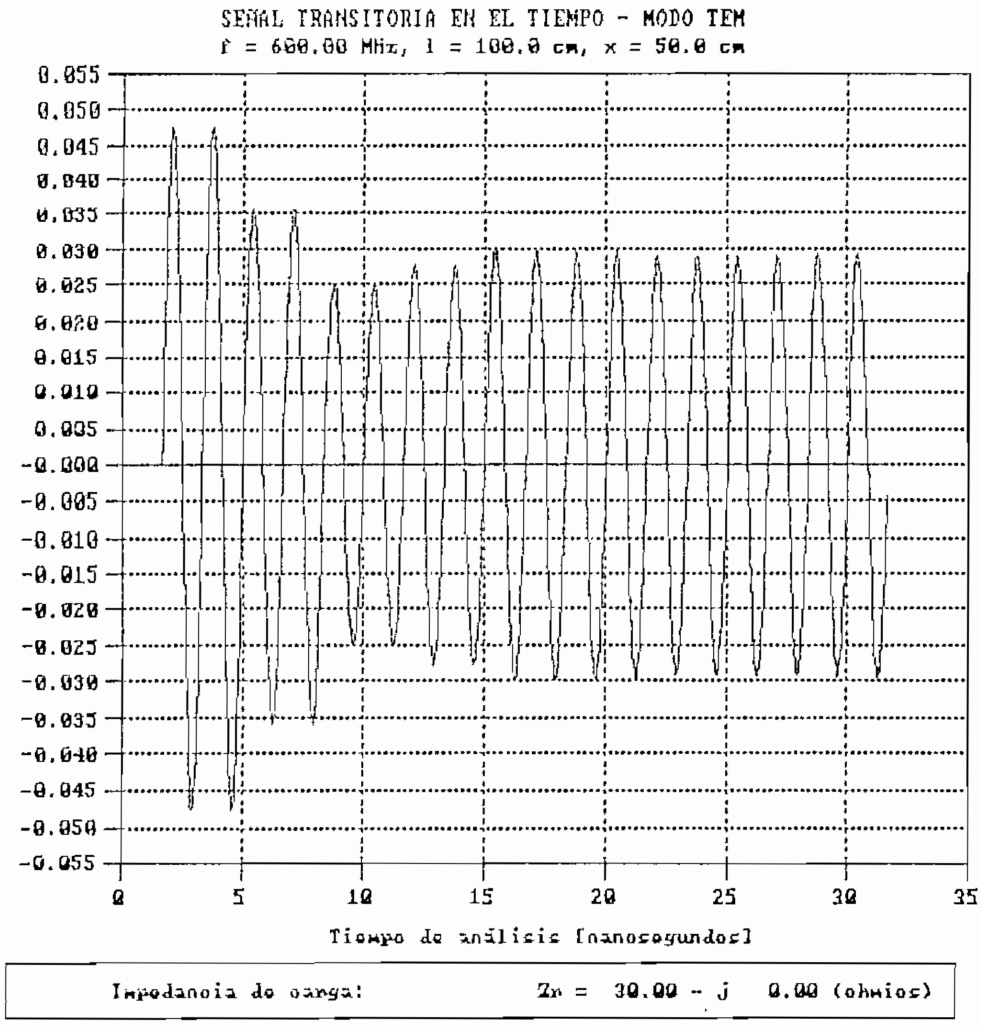

Figura 5.10. Señal transitoria para Rs = 1000 Ω.

5.1.2 Variación en la impedancia característica.

Los resultados presentados en las Figuras 5.11 a 5.16, se obtuvieron para valores de Z_o iguales a 100, 300 y 700 Ω. Como se puede observar, al existir un incremento en la magnitud de la impedancia característica, con respecto a la magnitud de la impedancia de carga, el tiempo en que la señal llega a su estado estable también se incrementa. Esto se puede interpretar como correcto, pues al aumentar la impedancia característica, el coeficiente de reflexión aumenta en magnitud, lo que indica que la señal reflejada en un inicio es apreciable, y su fase contribuye a la presencia de una interferencia destructiva, siendo ésta la que obliga al retardo presentado.

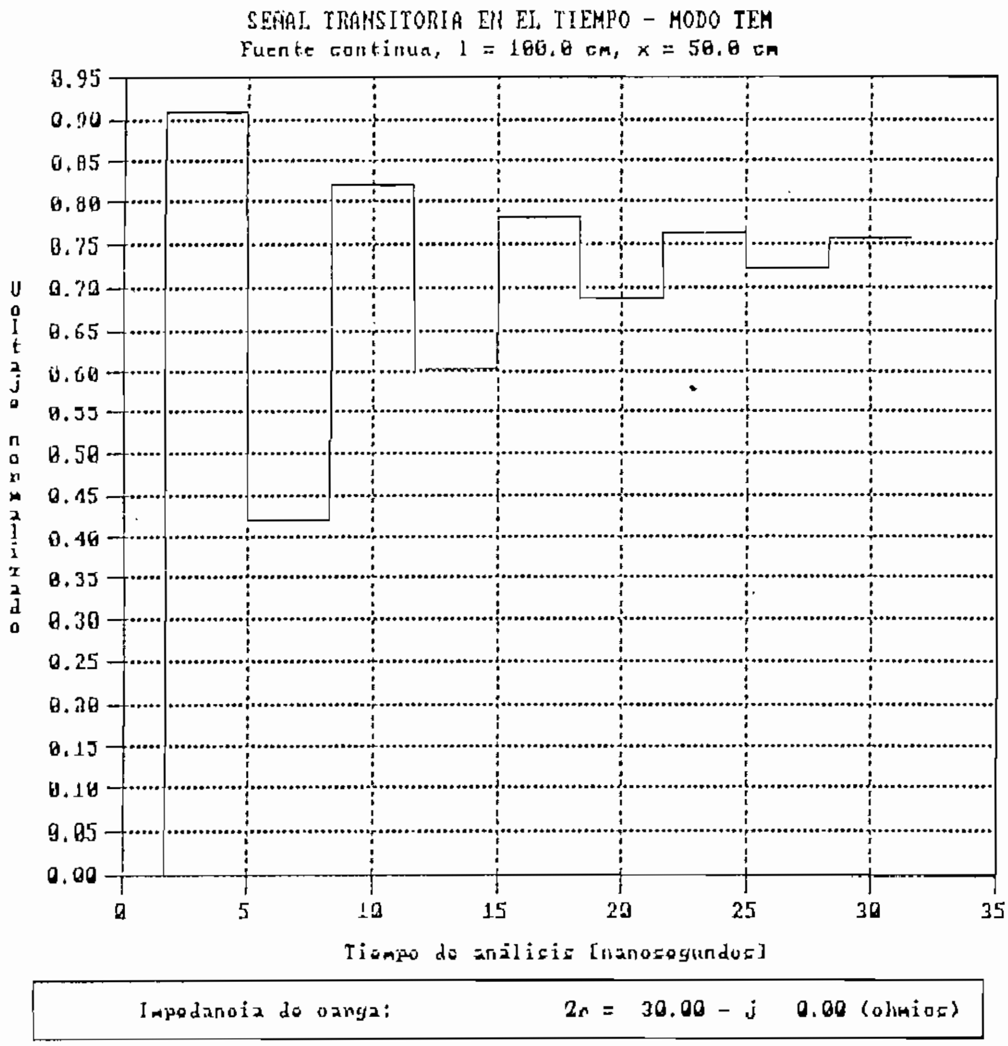

Figura 5.11. Señal transitoria para Zo = 100 Ω.

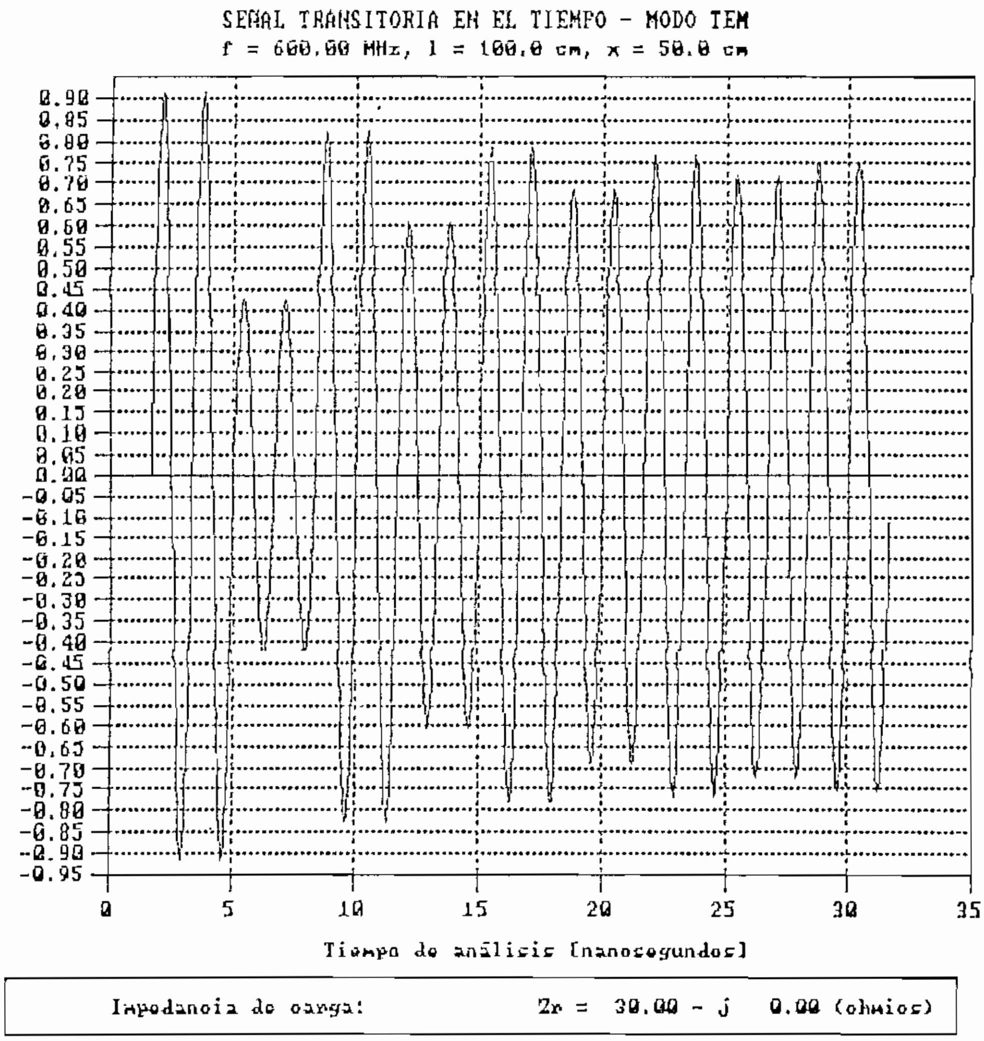

Figura 5.12. Señal transitoria para Zo = 100 Ω.

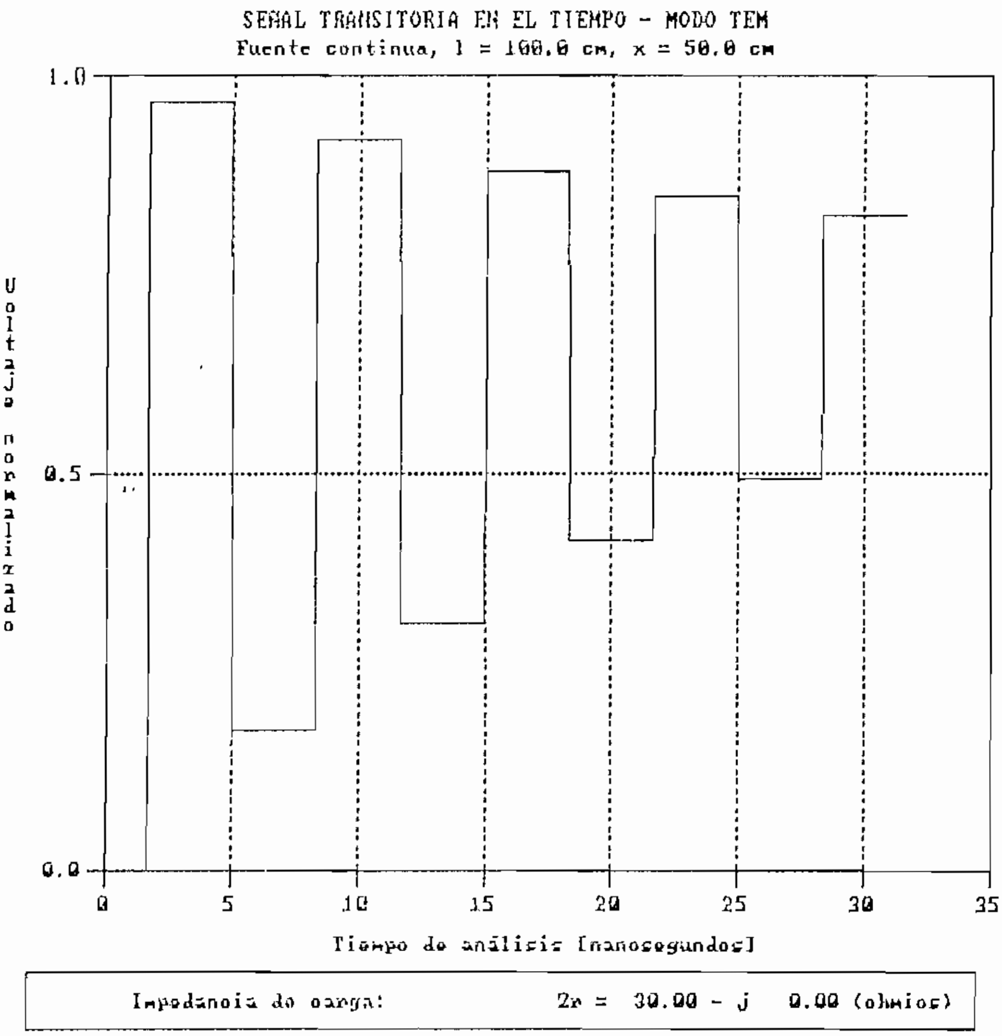

Figura 5.13. Señal transitoria para Zo = 300 Ω.

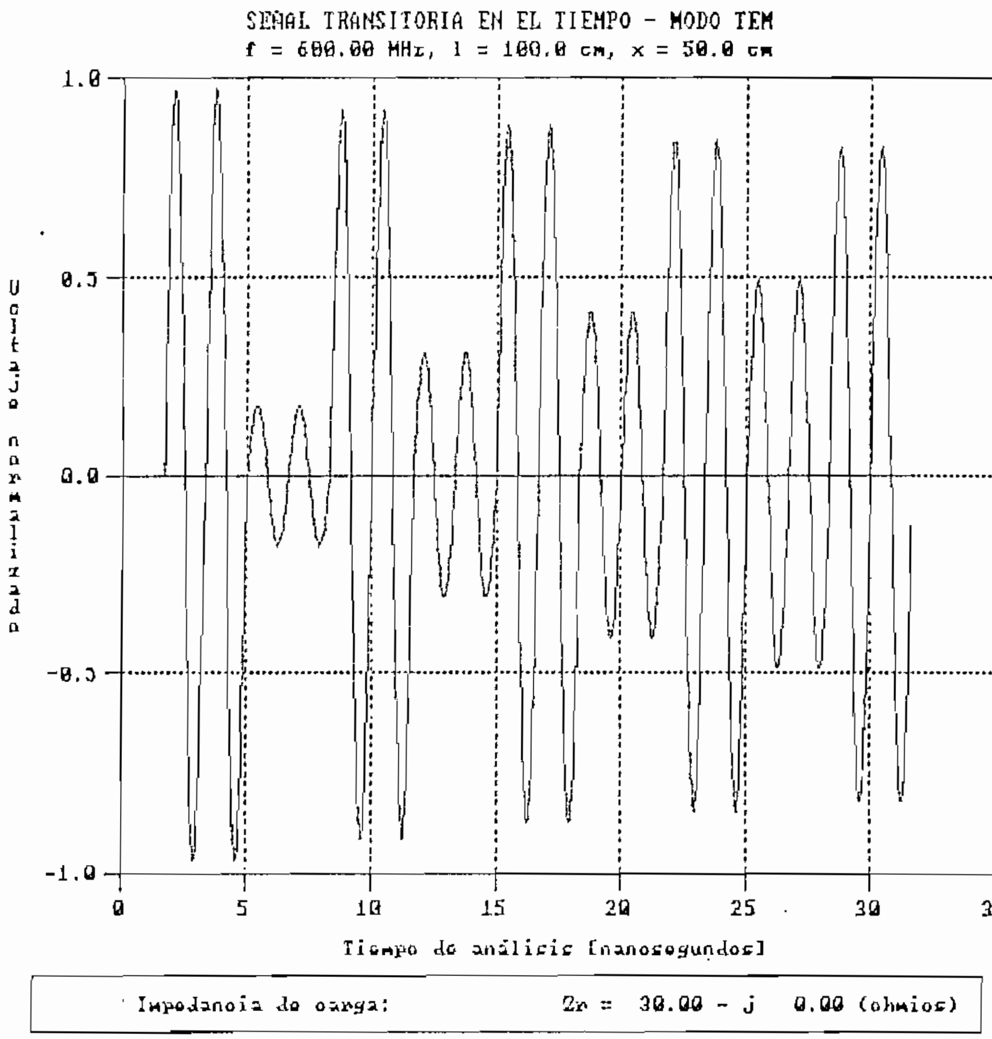

Figura 5.14. Señal transitoria para Zo = 300 Ω.

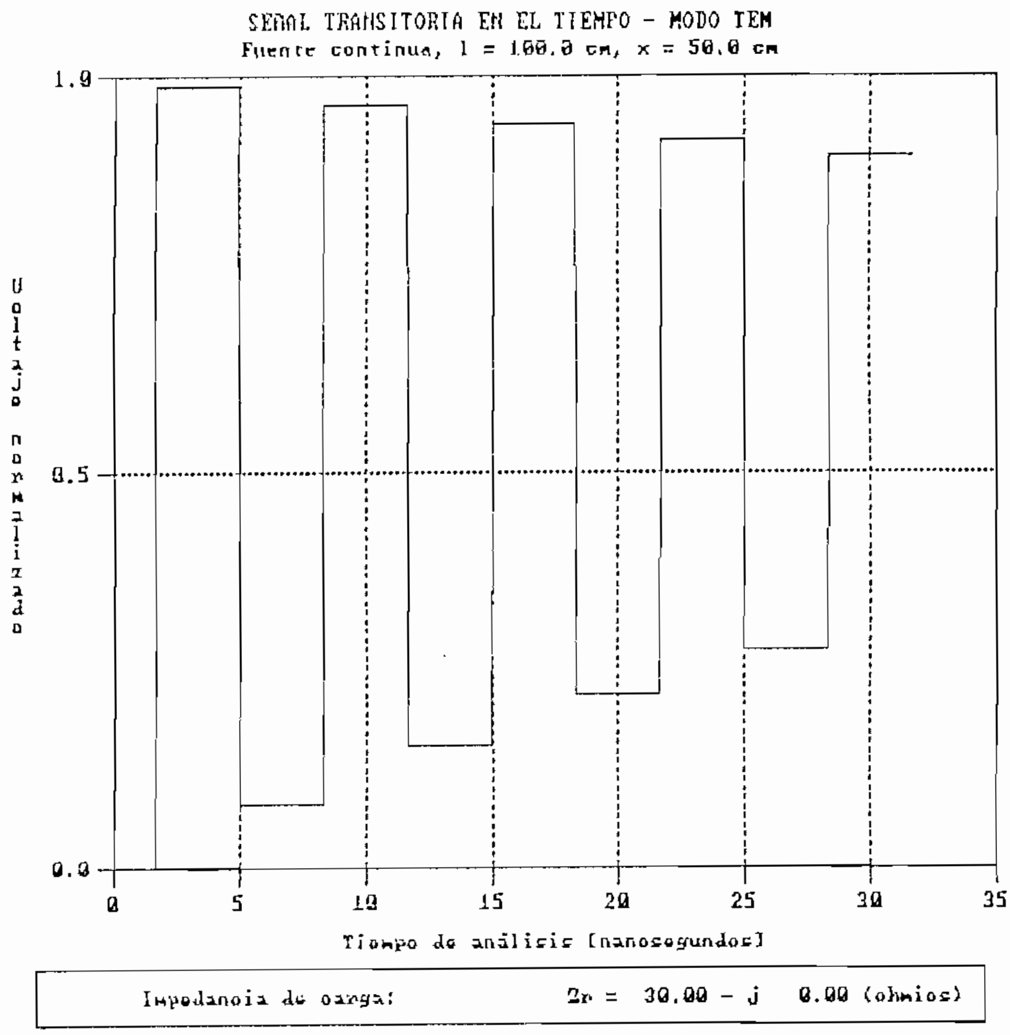

Figura 5.15. Señal transitoria para Zo = 700 Ω.

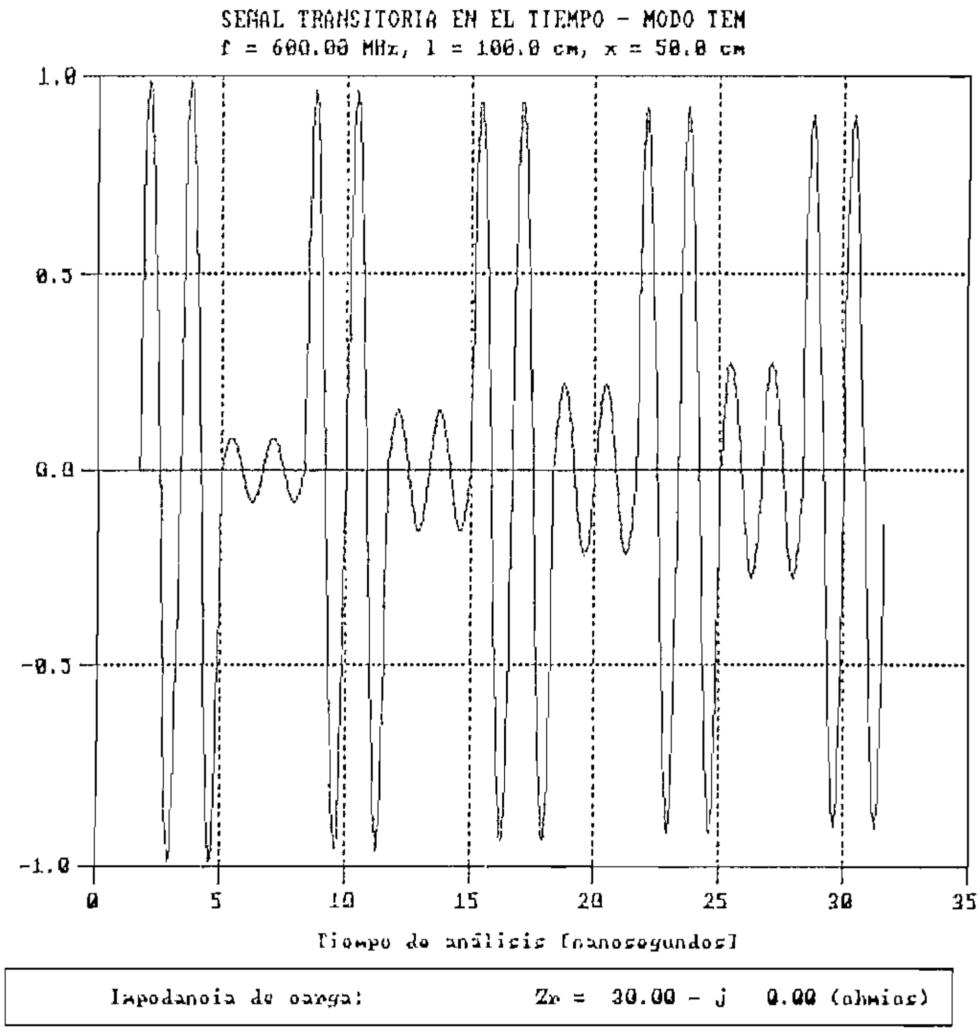

Figura 5.16. Señal transitoria para Zo = 700 Ω.

5.1.3 Variación en la impedancia de carga.

Se ha considerado los valores de $Z_r = 0$, $Z_r = Z_o$ y $Z_r = \infty$, para el modo TEM cuyos gráficos resultantes se pueden analizar en las Figuras 5.17 a 5.22. Para el modo fundamental se presentan los resultados para $z_r = 0{,}4 + j1{,}5$, $z_r = 1$ y $z_r = 8 - j10$ en las Figuras 5.23 a 5.25.

Como se aprecia en los gráficos mencionados, los resultados corresponden correctamente a lo esperado. Para corto circuito, la señal tiende a cero; cuando $Z_r = Z_o$ la señal se presenta sin el efecto de las reflexiones y obtiene su estabilidad desde su inicio y para cuando se tiene circuito abierto, la señal tiende a estabilizarse en un valor de uno.

Por otro lado, mientras la magnitud de la impedancia de carga aumenta, el valor de la señal tiende a ser estable en una magnitud mas alta. Es decir para la impedancia de carga en corto circuito, el valor de la señal tiende a cero, mientras que para circuito abierto la magnitud de la señal llega a ser uno (valor normalizado), lo cual es predecible.

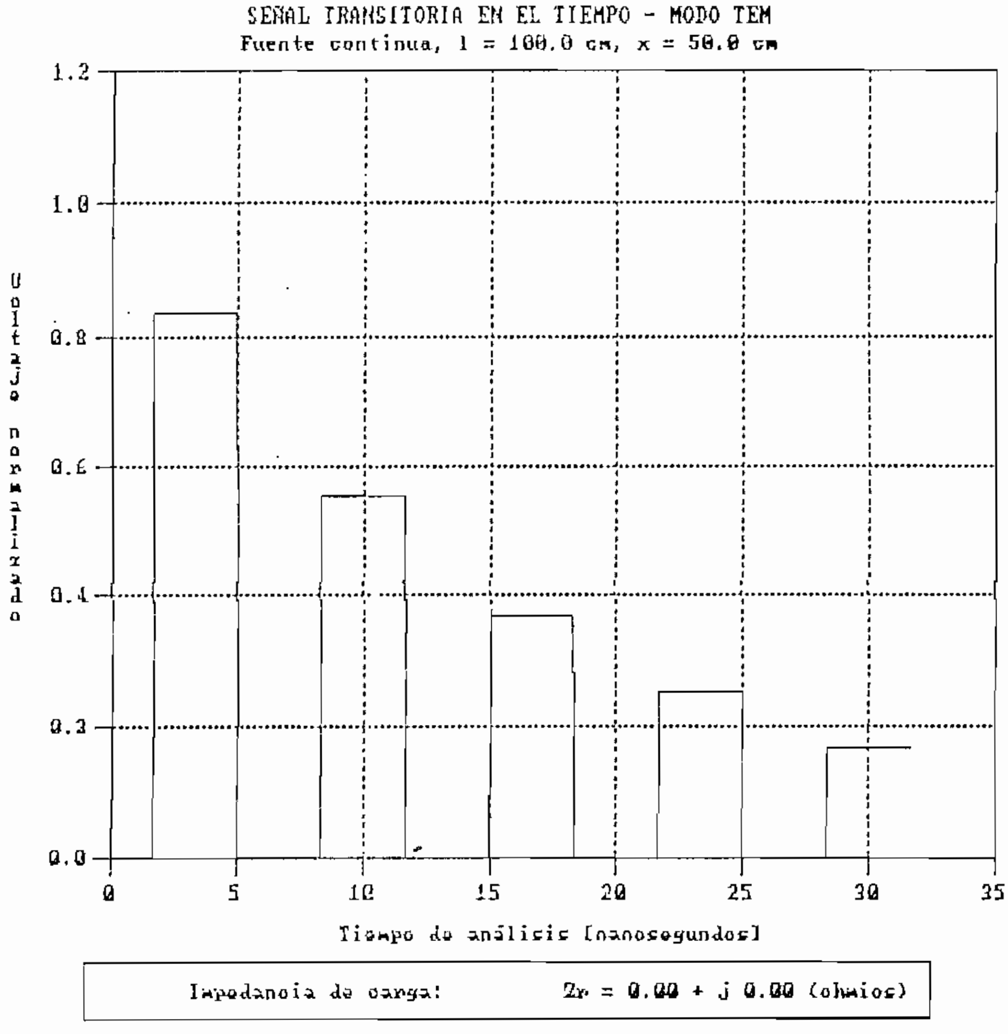

Figura 5.17. Señal transitoria para Zr = 0 +j0 Ω.

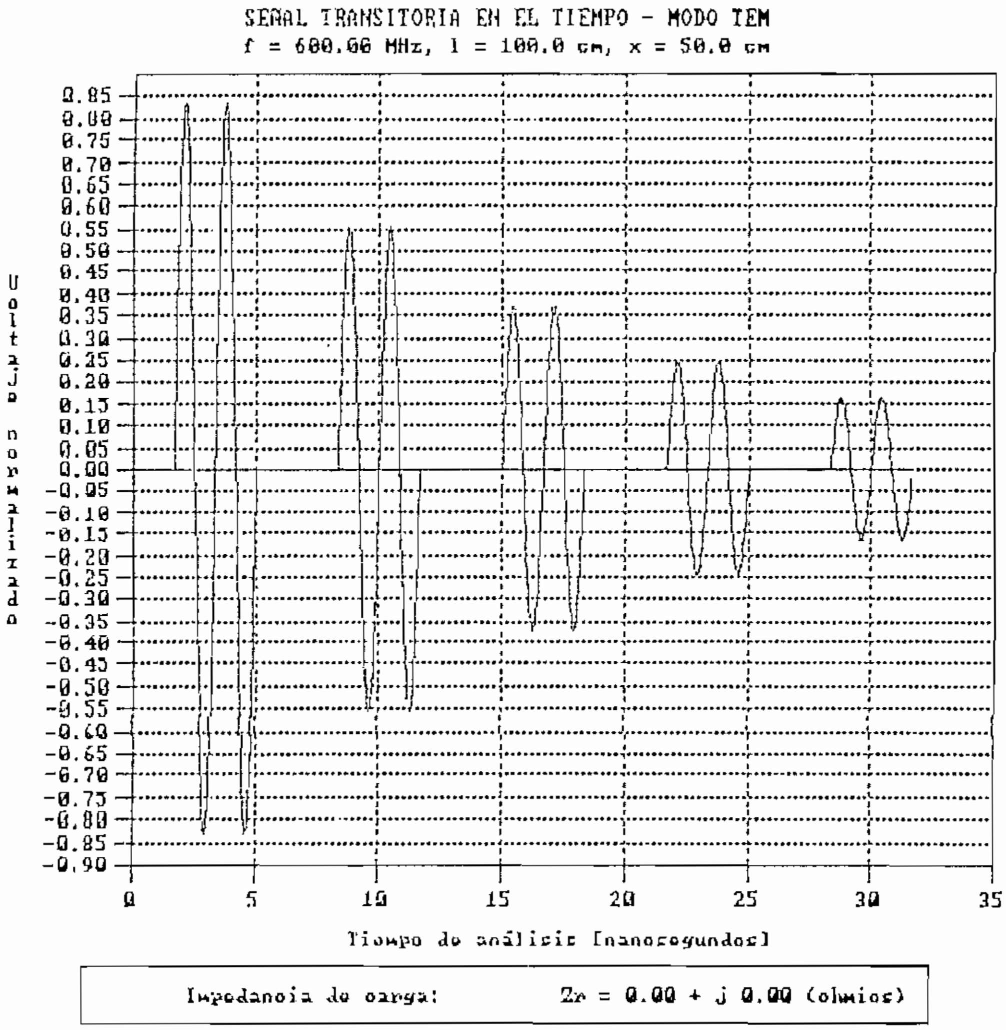

Figura 5.18. Señal transitoria para Zr = 0 +j0 Ω.

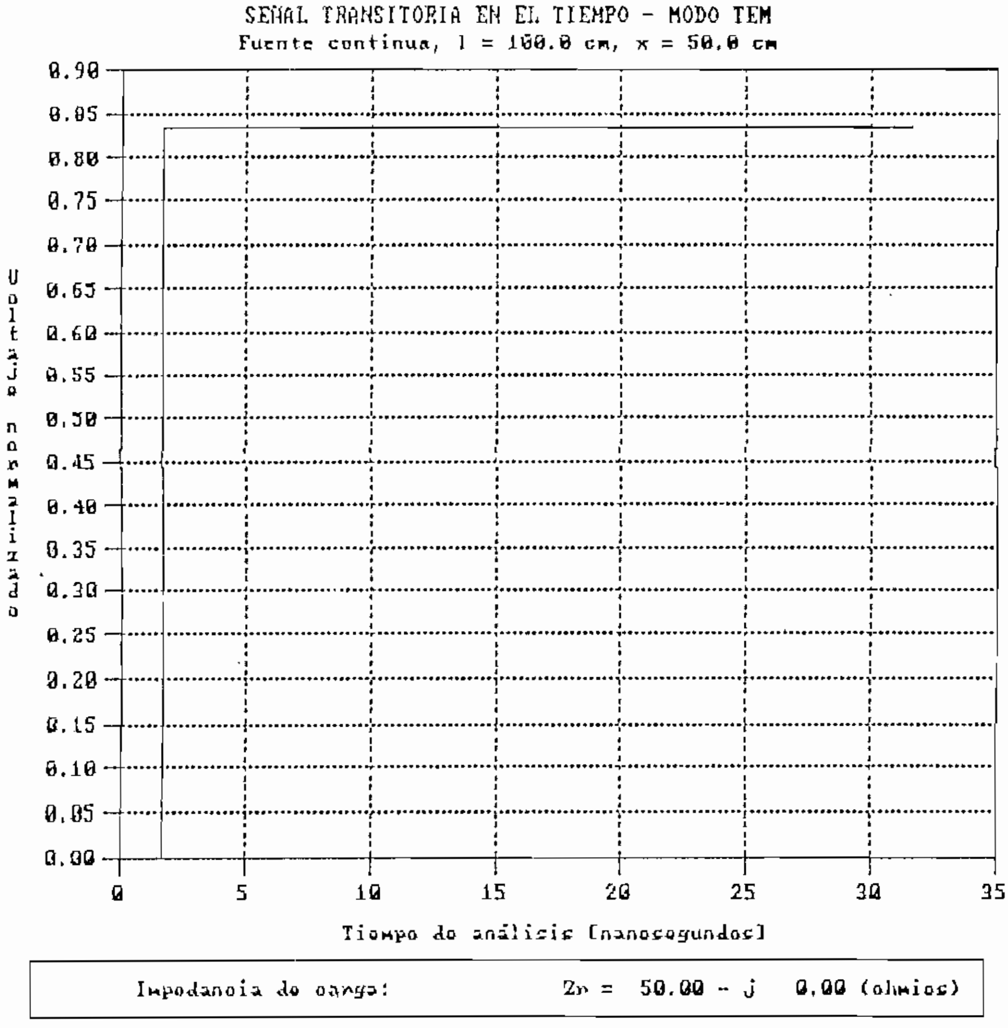

Figura 5.19. Señal transitoria para Zr = 50 +j0 Ω.

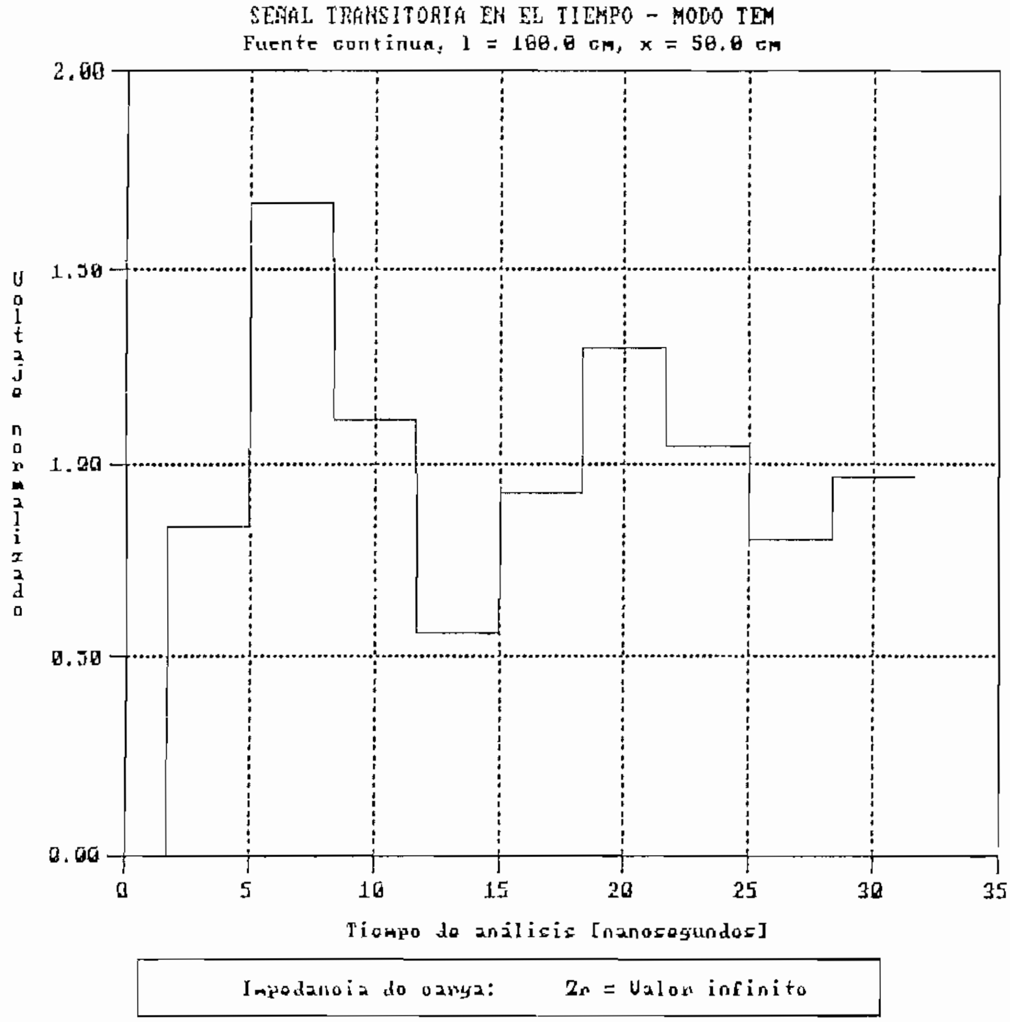

Figura 5.21. Señal transitoria para Zr = infinito.

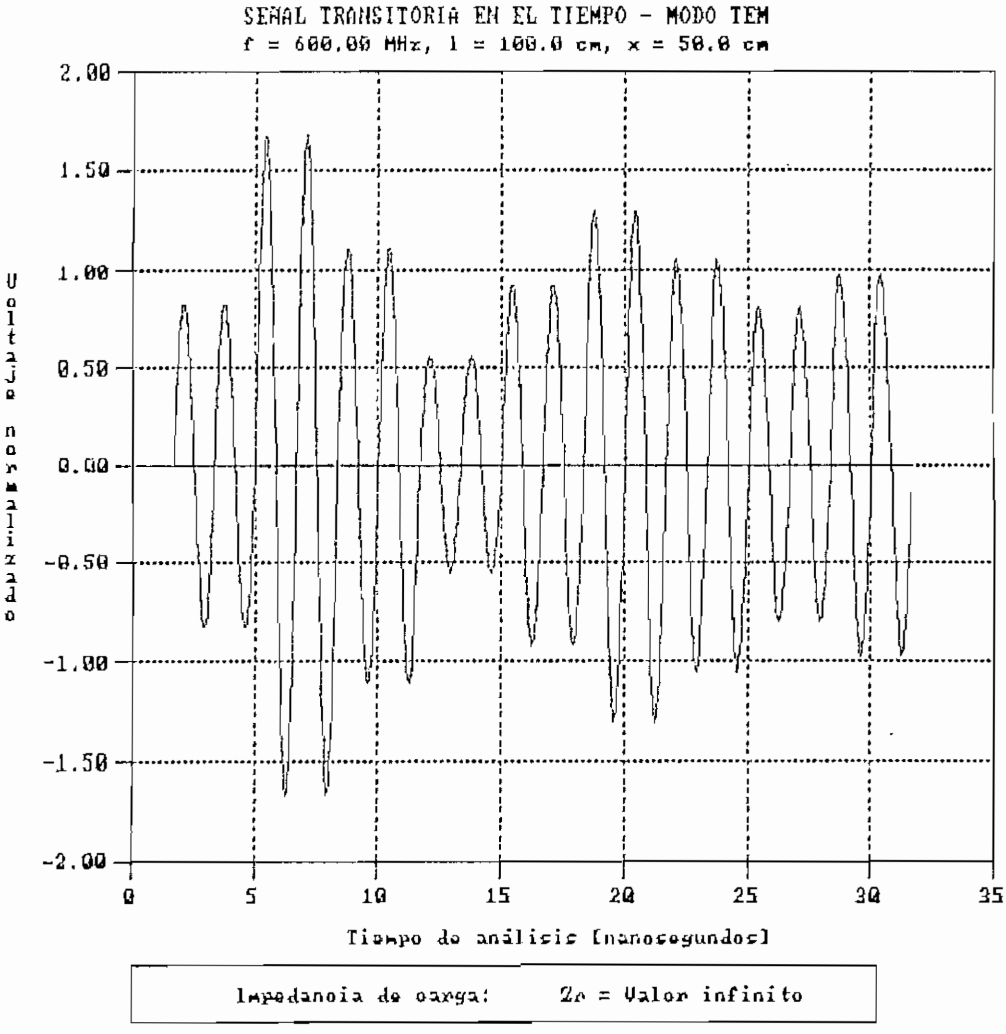

Figura 5.22. Señal transitoria para Zr = infinito.

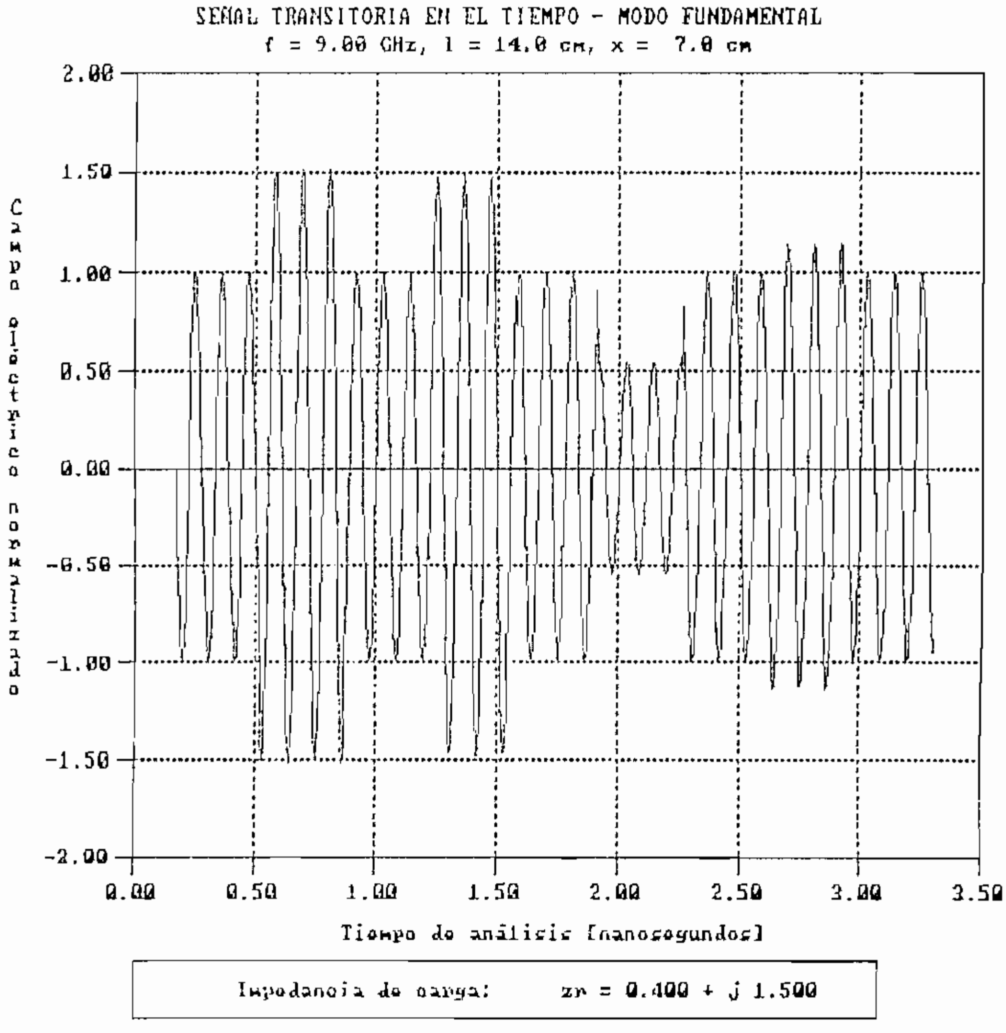

Figura 5.23. Señal transitoria para zr = 0.4 + j1.5.

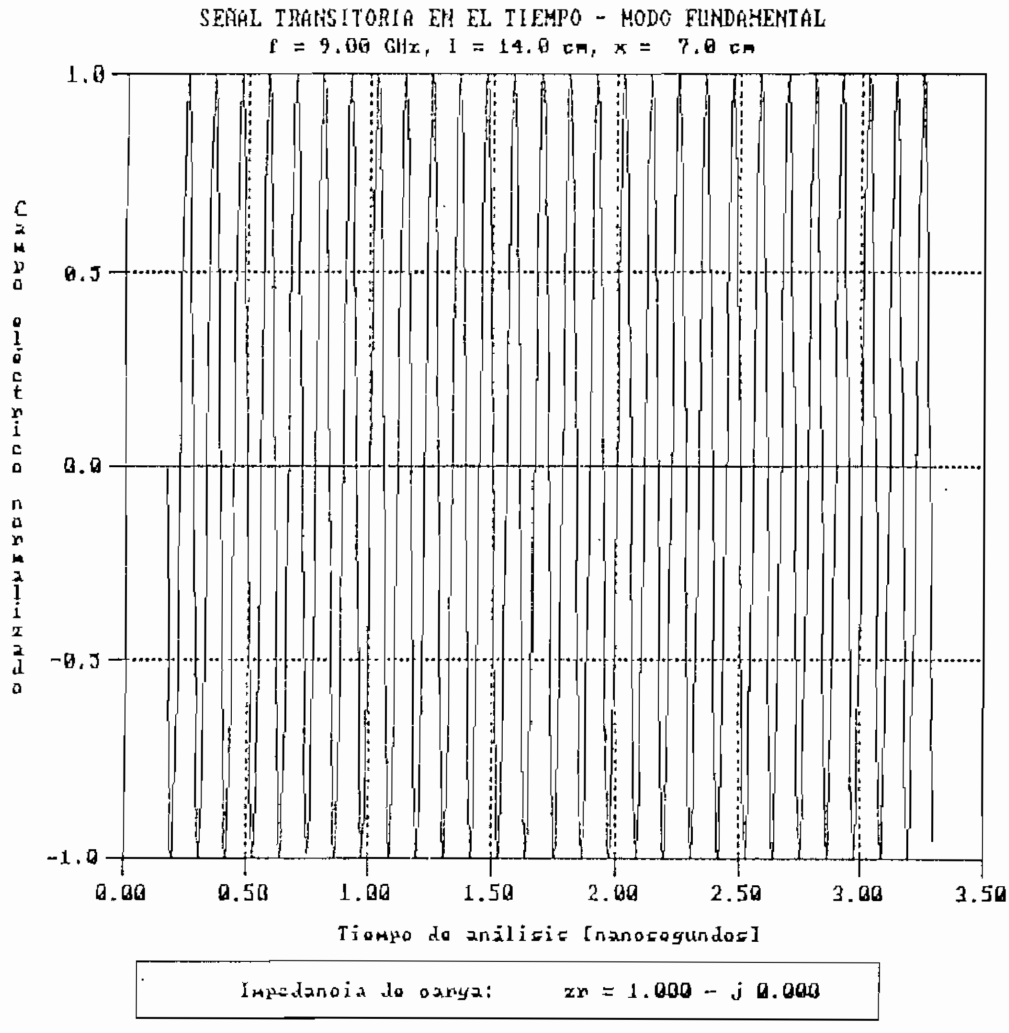

Figura 5.24. Señal transitoria para zr = 1 + j0.

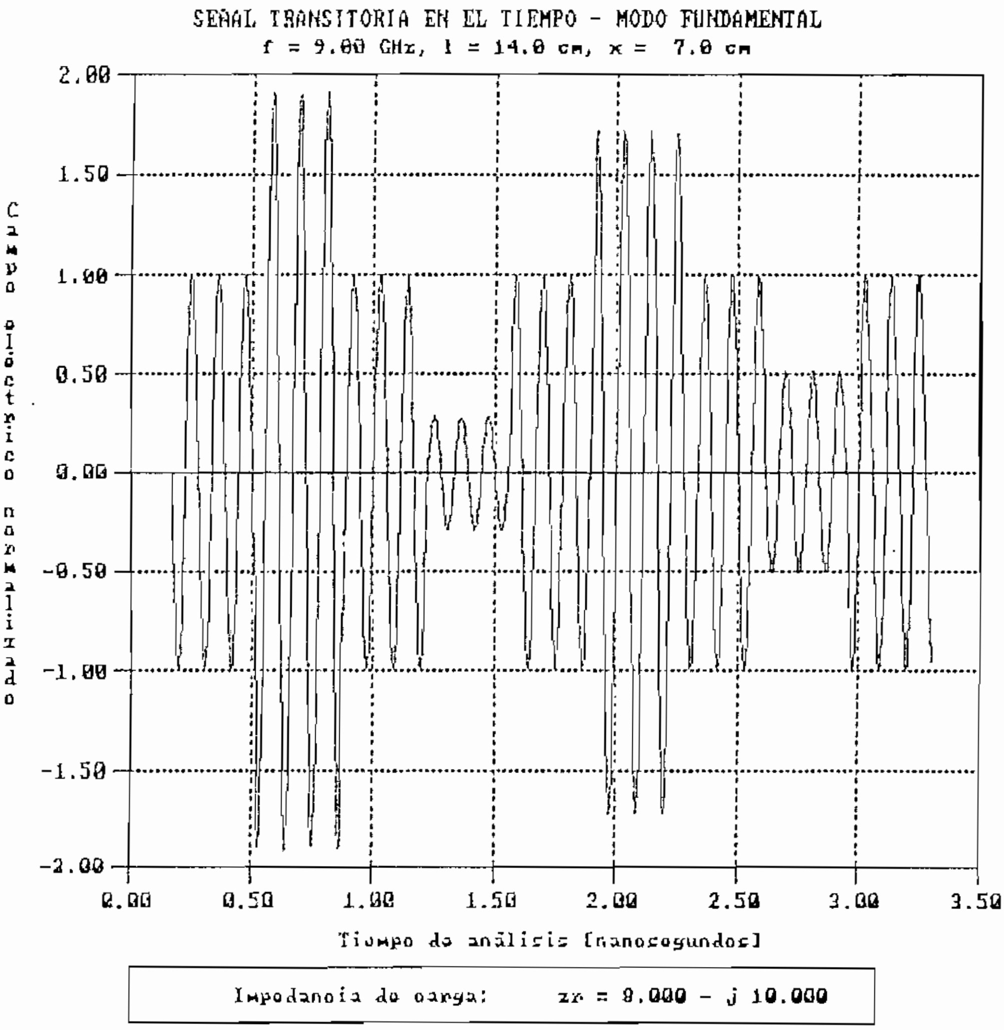

Figura 5.25. Señal transitoria para zr = 8 - j10.

5.1.4 Variación en la distancia entre fuente y carga.

Para el modo TEM, los gráficos resultantes para valores de l iguales a 50 y 150 cm. se muestran en las Figuras 5.26 a 5.29. Las Figuras 5.30 y 5.31 representan los gráficos para los valores de l iguales a 10 y 30 cm. respectivamente.

Como principal apreciación a los resultados obtenidos, se puede mencionar que se comprueba que a medida que la distancia de análisis es mayor, el tiempo en que la señal llega desde la fuente a la carga aumenta. Lo cual es correcto con la ecuación Ec. 3.1. La forma de onda se conserva igual, variando únicamente el tiempo en que las reflexiones hacen su efecto.

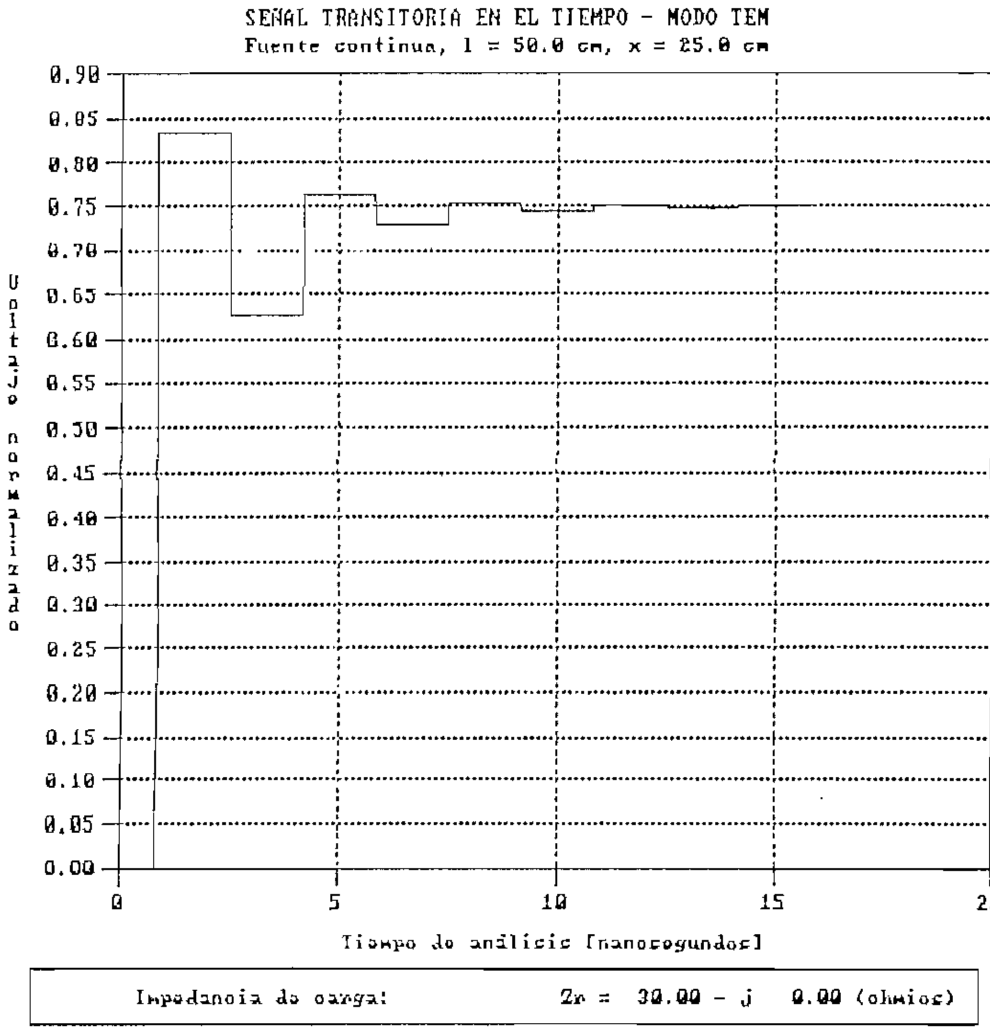

Figura 5.26. Señal transitoria para l = 50 cm, x = 25 cm.

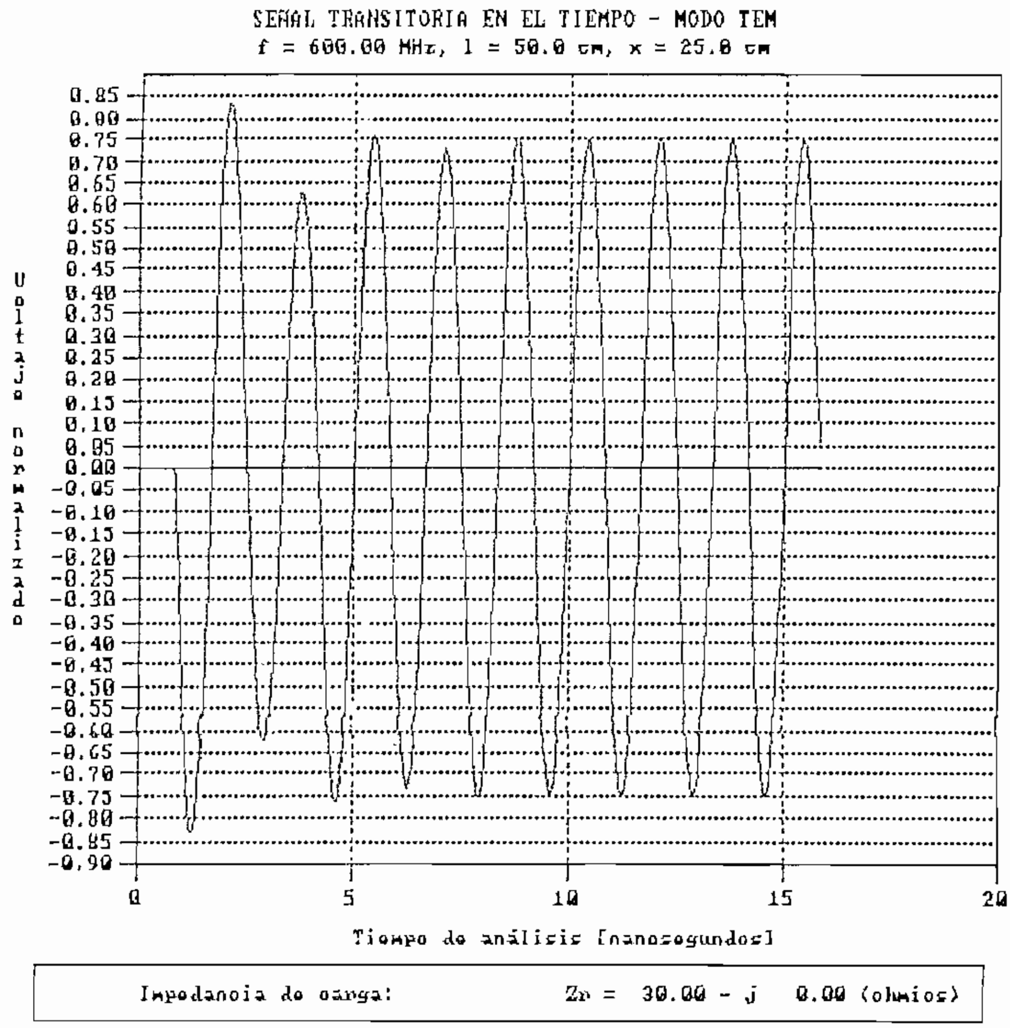

Figura 5.27. Señal transitoria para l = 50 cm, x = 25 cm.

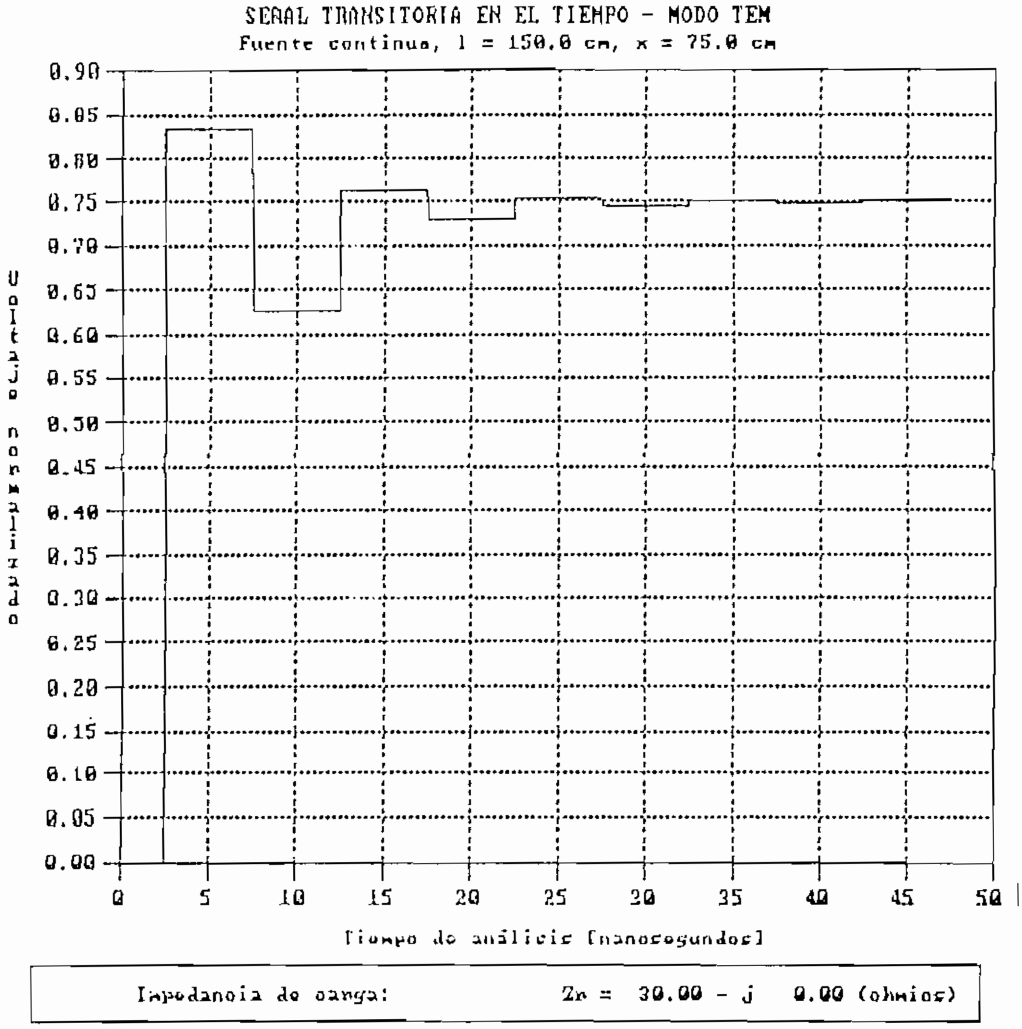

Figura 5.28. Señal transitoria para l = 150 cm, x = 75 cm.

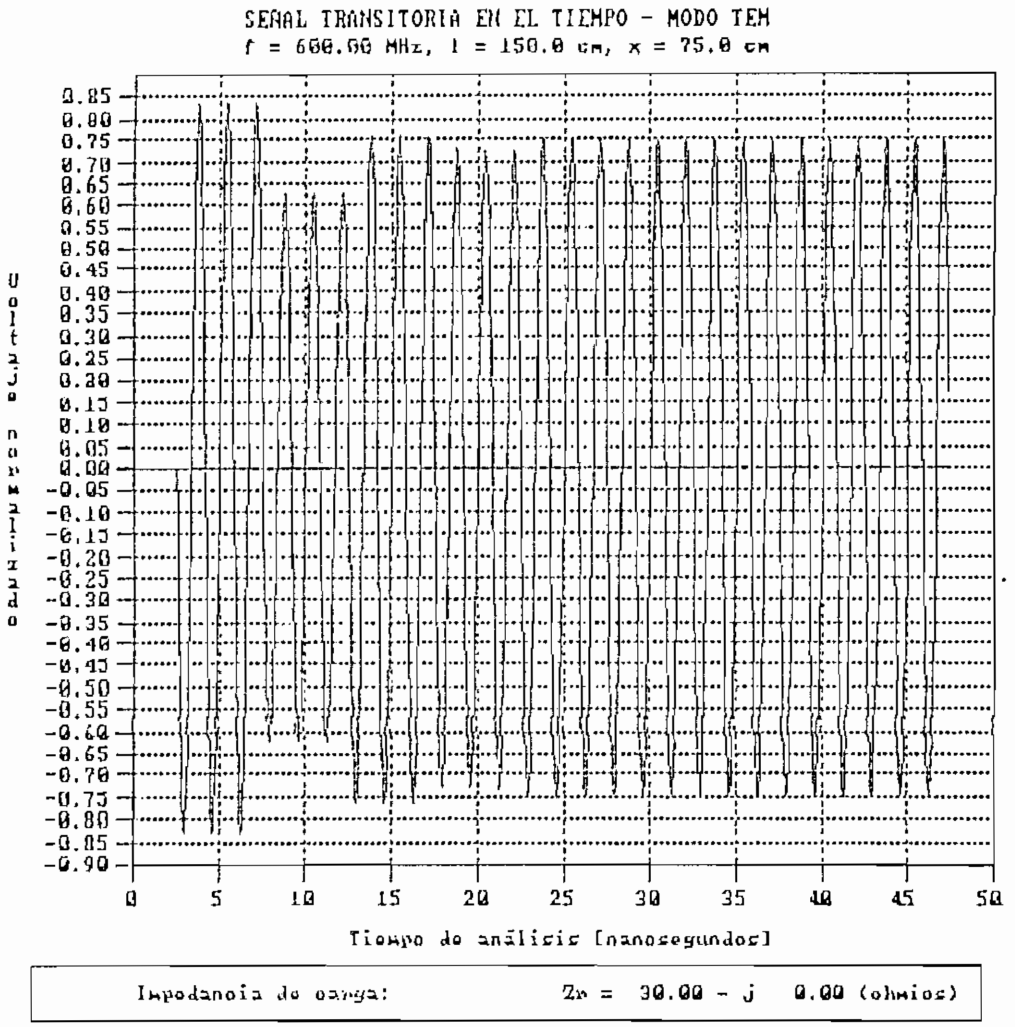

Figura 5.29. Señal transitoria para l = 150 cm, x = 75 cm.

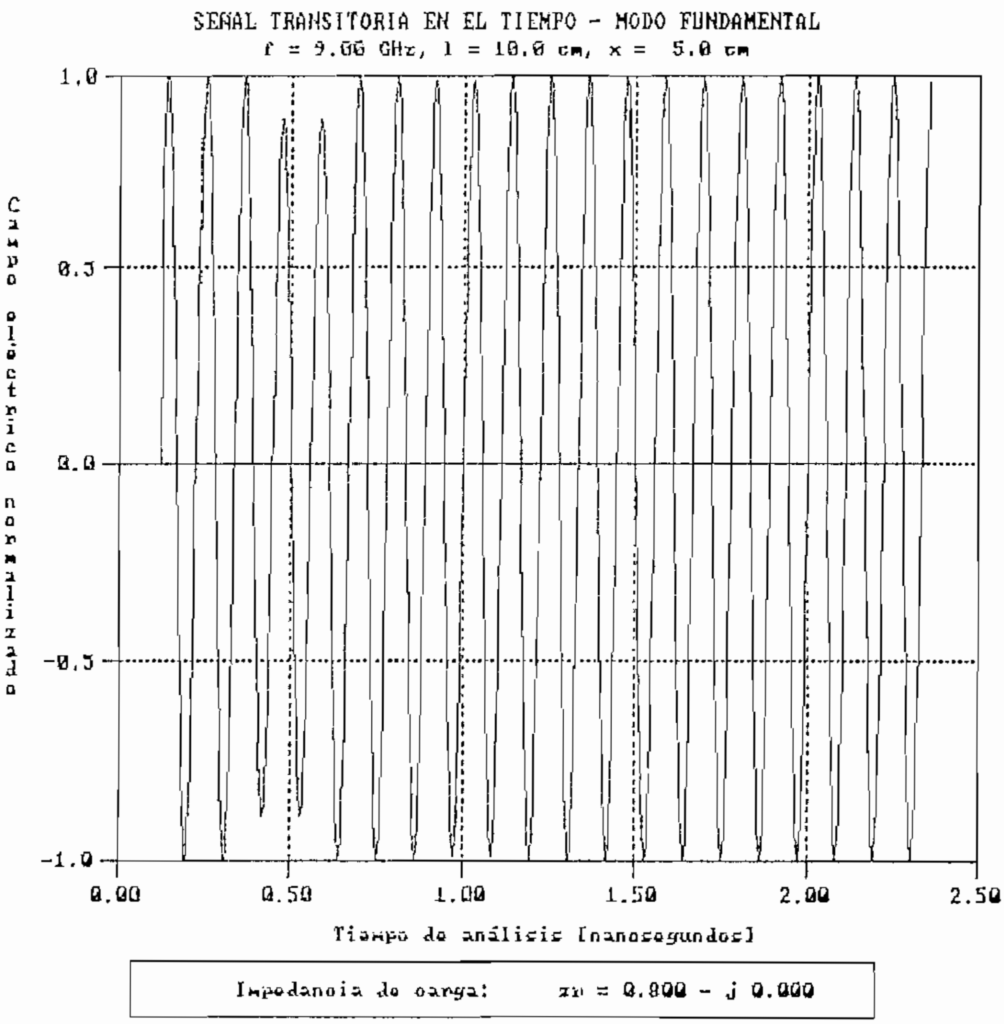

Figura 5.30. Señal transitoria para l = 10 cm, x = 5 cm.

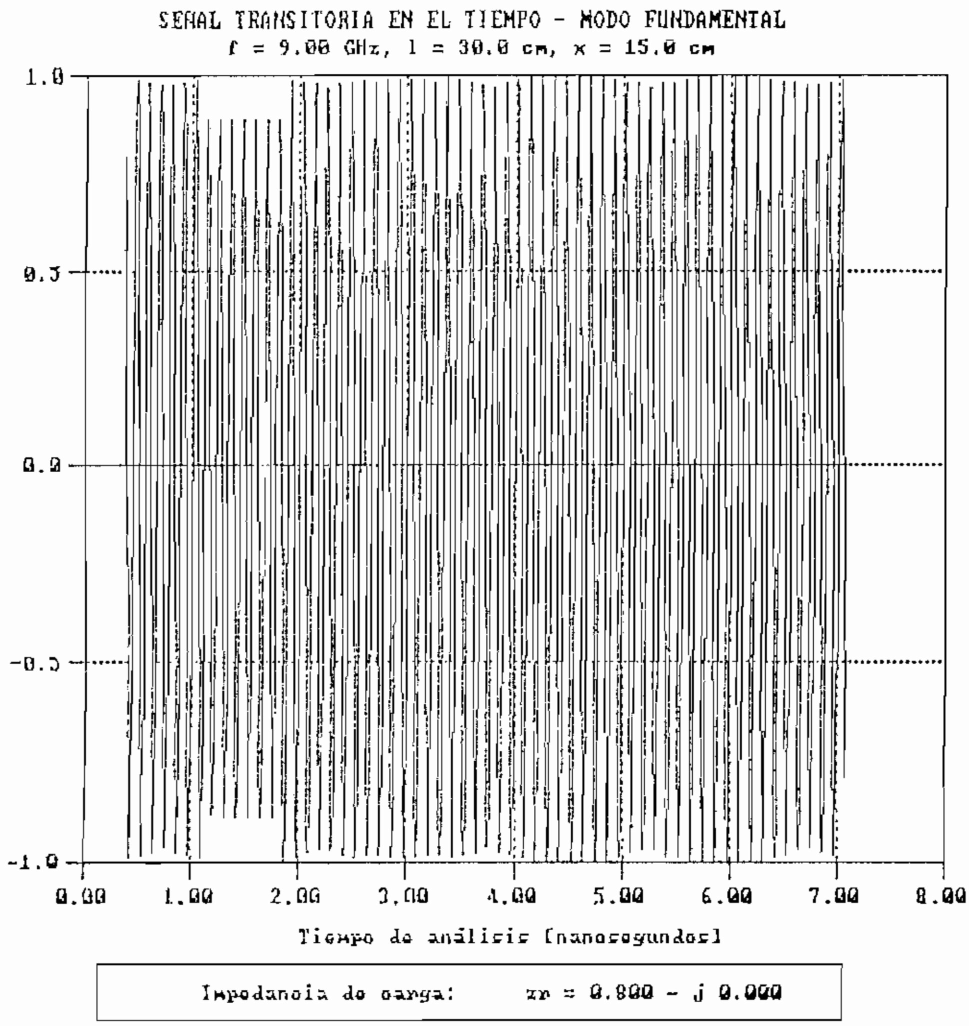

Figura 5.31. Señal transitoria para l = 30 cm, x = 15 cm.

5.1.5 Variación en la distancia de análisis desde la carga.

En las Figuras 5.32 a 5.37 se aprecia los resultados para valores de $x = 0$, $x = 80$ y $x = l = 100$ cm. para el modo TEM. Para el modo fundamental se consideró valores de $x = 0$, $x = 5$ y $x = l = 14$ cm. cuyos resultados se presentan en las Figuras 5.38 a 5.40.

Las Figuras 5.32 y 5.33 representan la señal transitoria en sus primeras reflexiones cuando $x = 0$ (en la fuente), como se aprecia, la señal tiene un valor inicial para $t = 0$, lo que es correcto, llegando luego a un valor estable de 0,75. Este valor se lo puede obtener resolviendo el circuito de la Figura 1.3 con los valores mencionados al inicio.

En las Figuras 5.36 y 5.37 se analiza la señal transitoria cuando $x = l$ (en la carga). Se ve que la señal se presenta a partir de 3.3 ns aproximadamente. Este tiempo es el necesario para que la señal llegue a la carga y se de la primera reflexión, se lo puede calcular con la ecuación Ec. 3.1. Después se ve los efectos de las distintas reflexiones, llegando la señal a estabilizarse en un valor de 0,75.

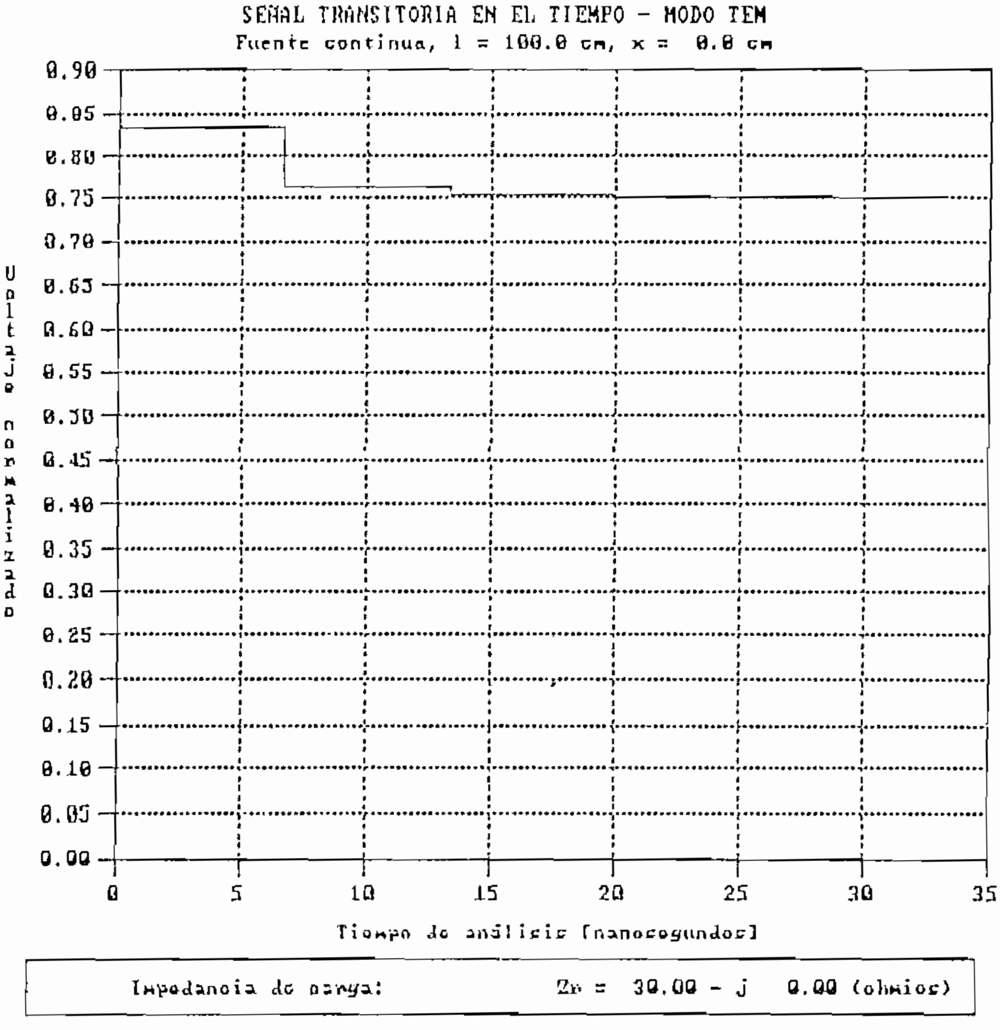

Figura 5.32. Señal transitoria para x = 0 cm.

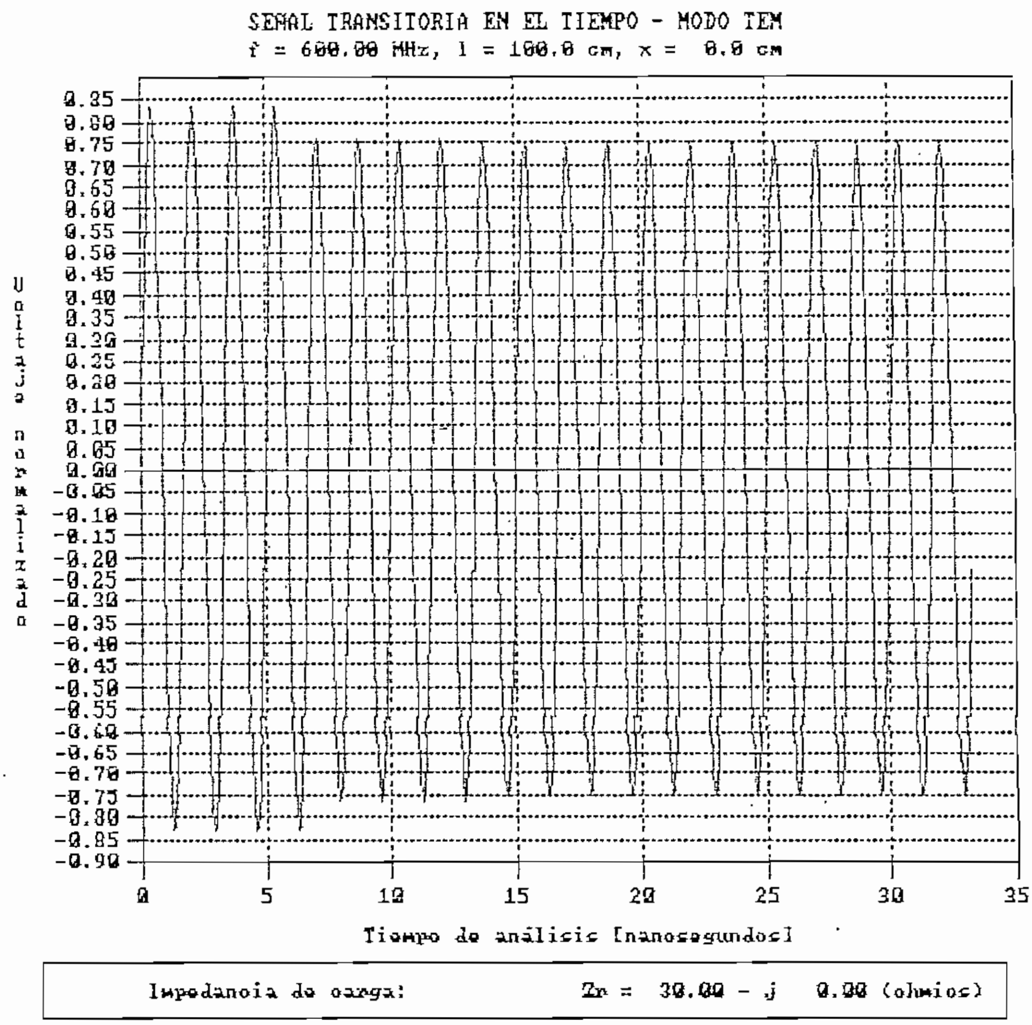

Figura 5.33. Señal transitoria para x = 0 cm.

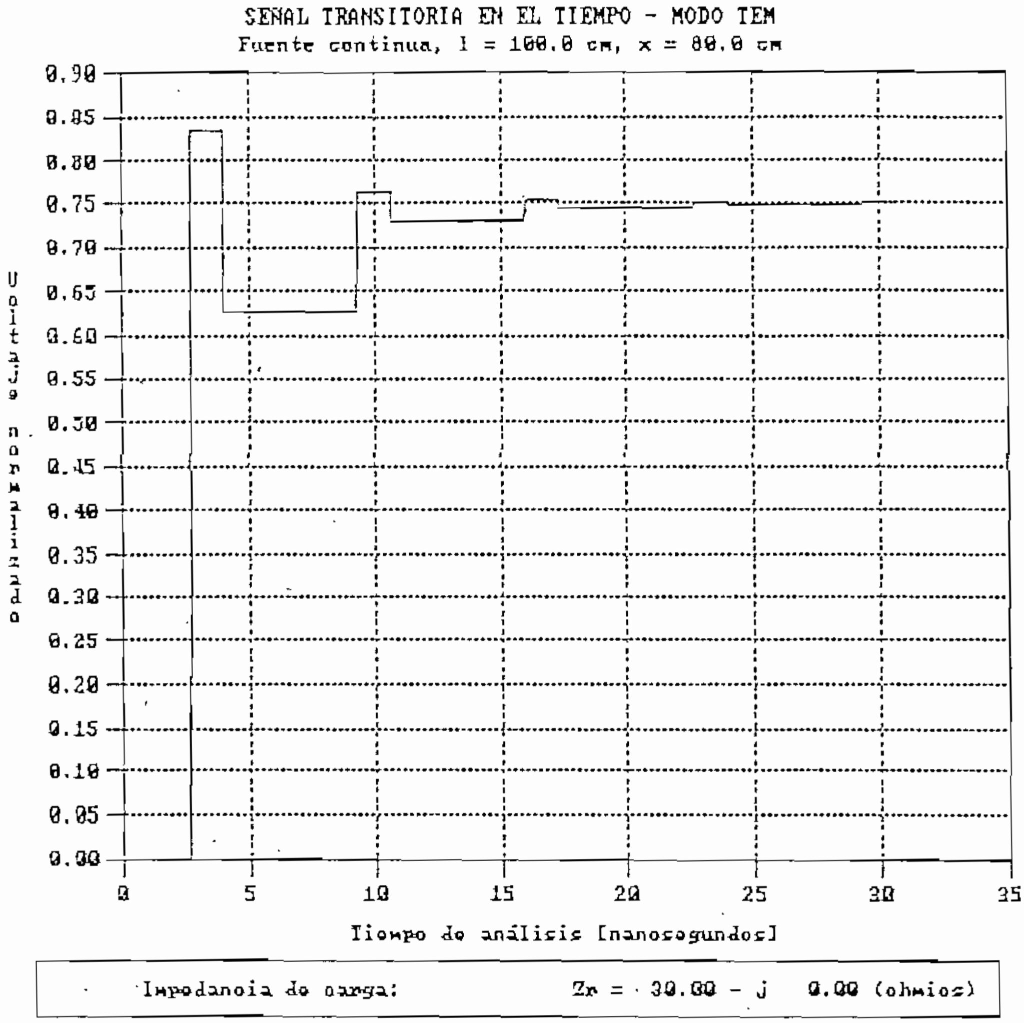

Figura 5.34. Señal transitoria para x = 80 cm.

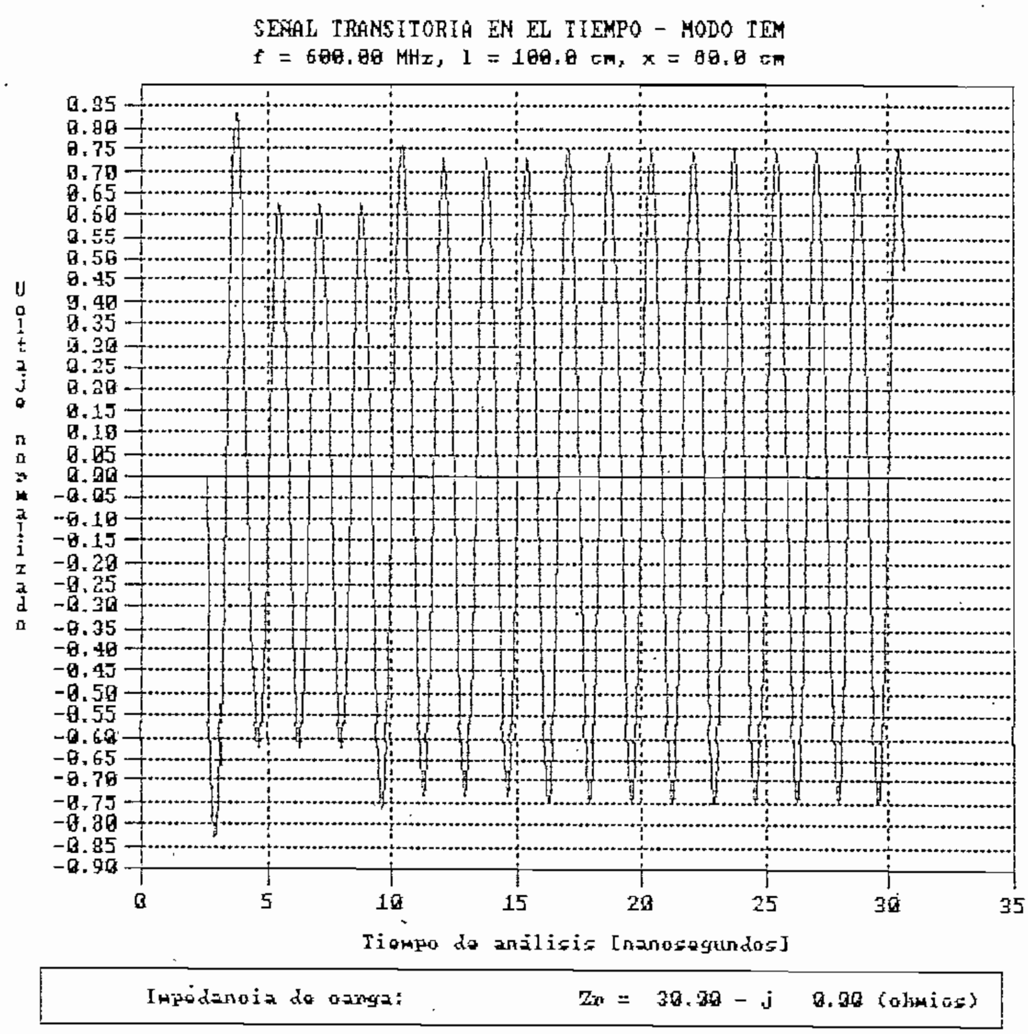

Figura 5.35. Señal transitoria para x = 80 cm.

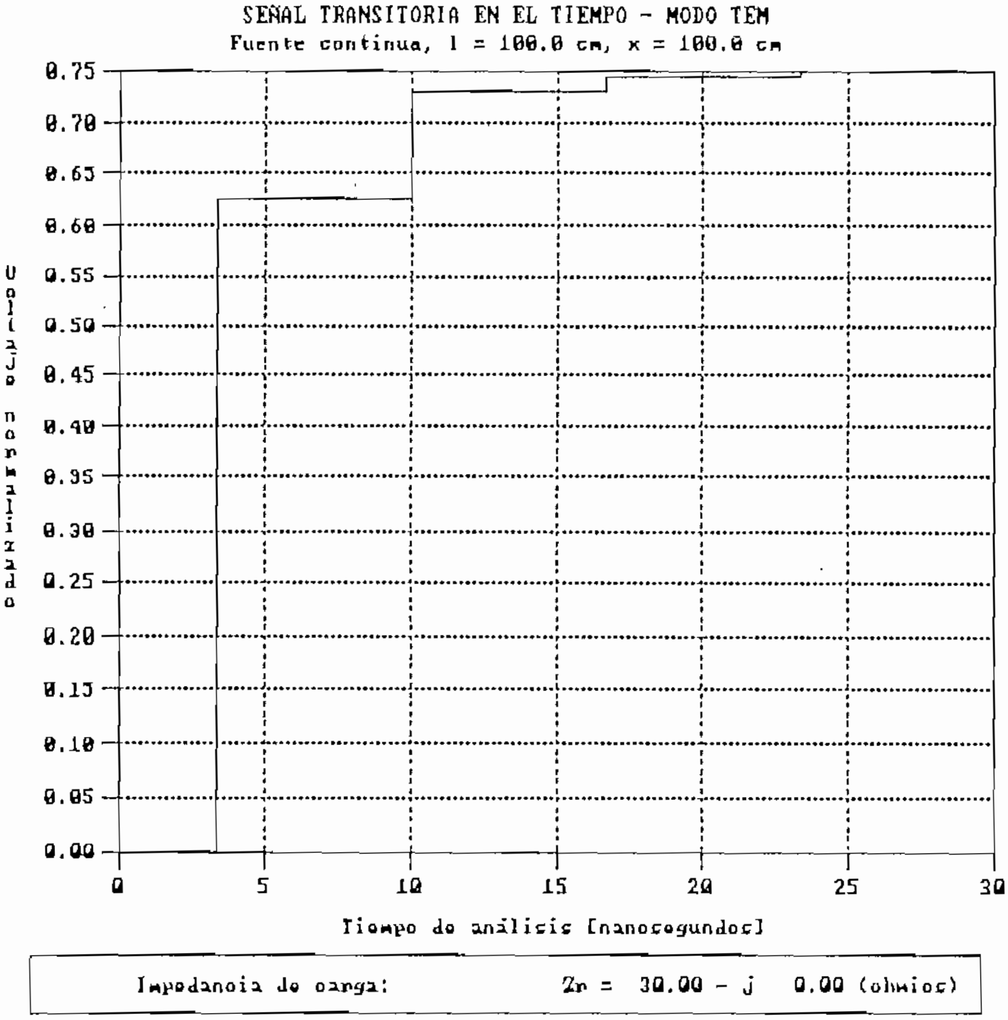

Figura 5.36. Señal transitoria para x = 100 cm.

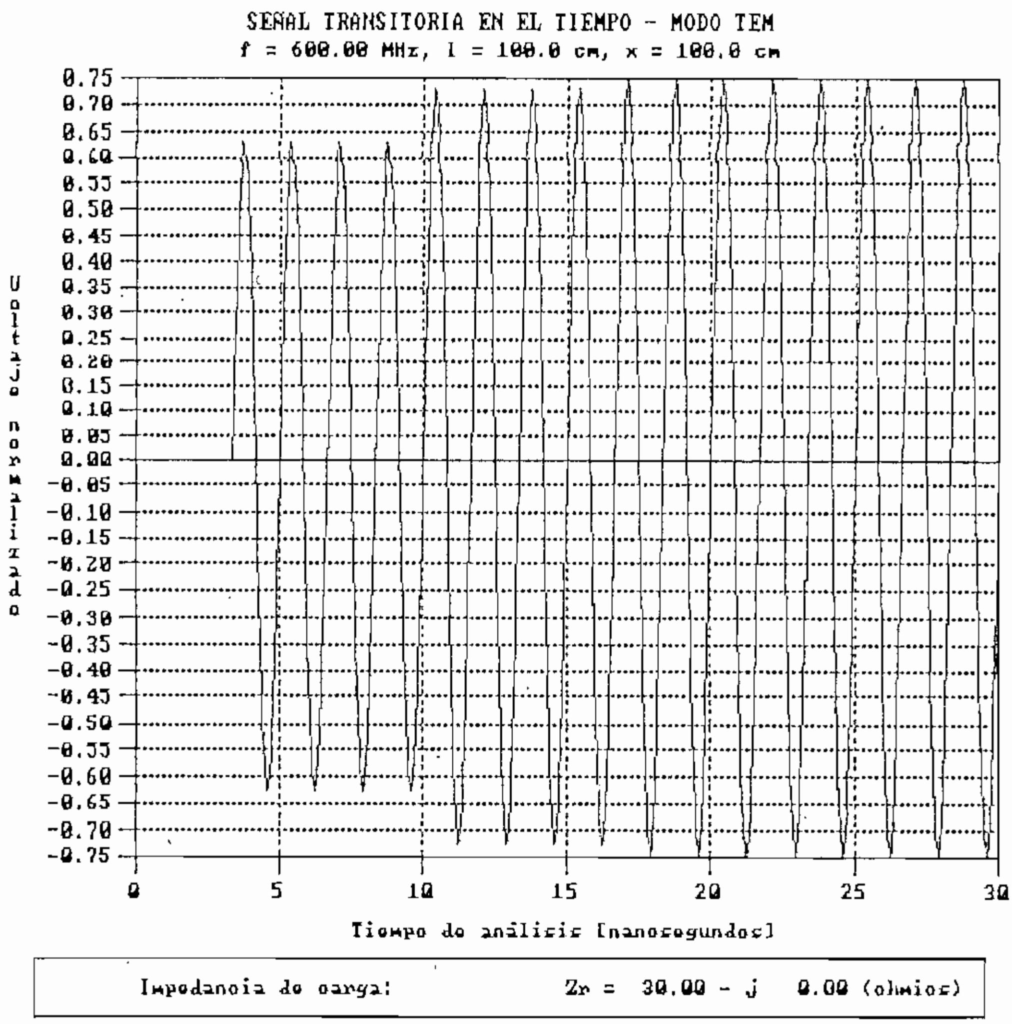

Figura 5.37. Señal transitoria para x = 100 cm.

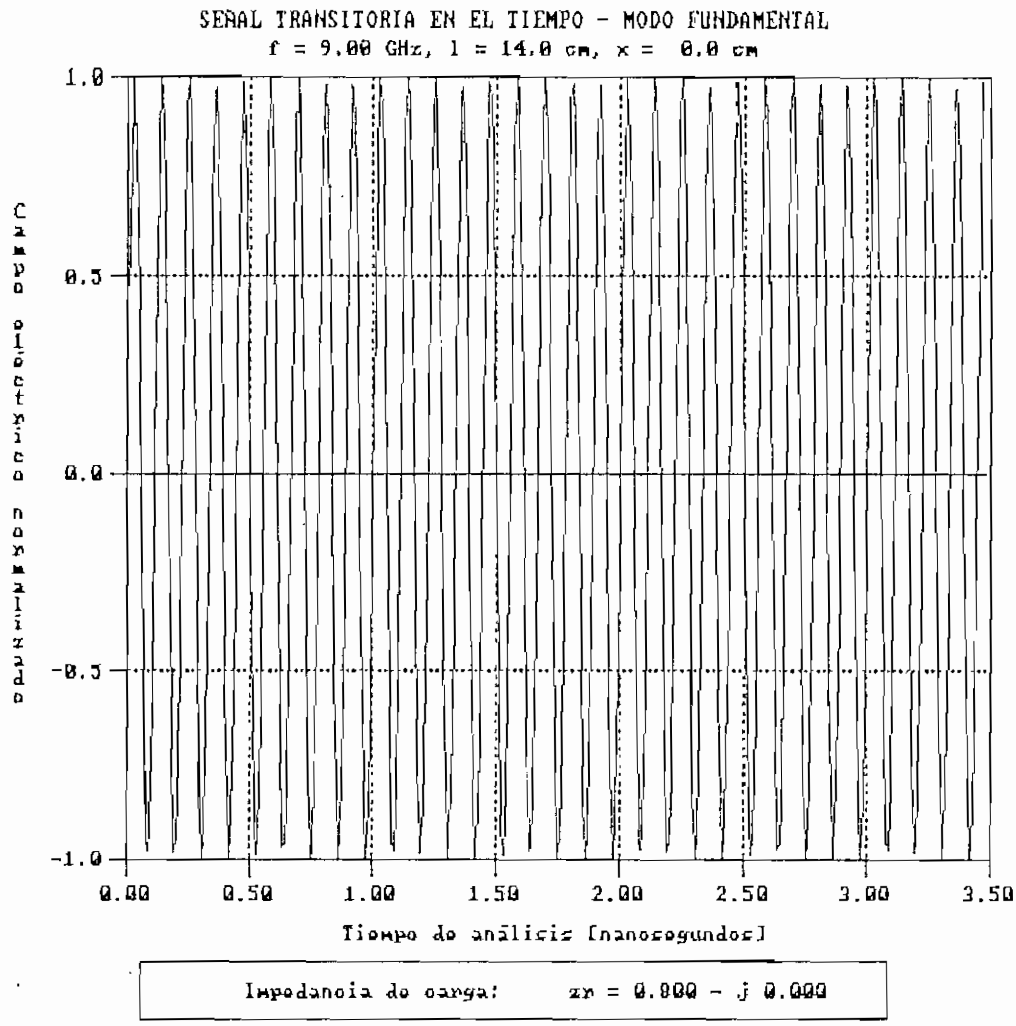

Figura 5.38. Señal transitoria para x = 0 cm.

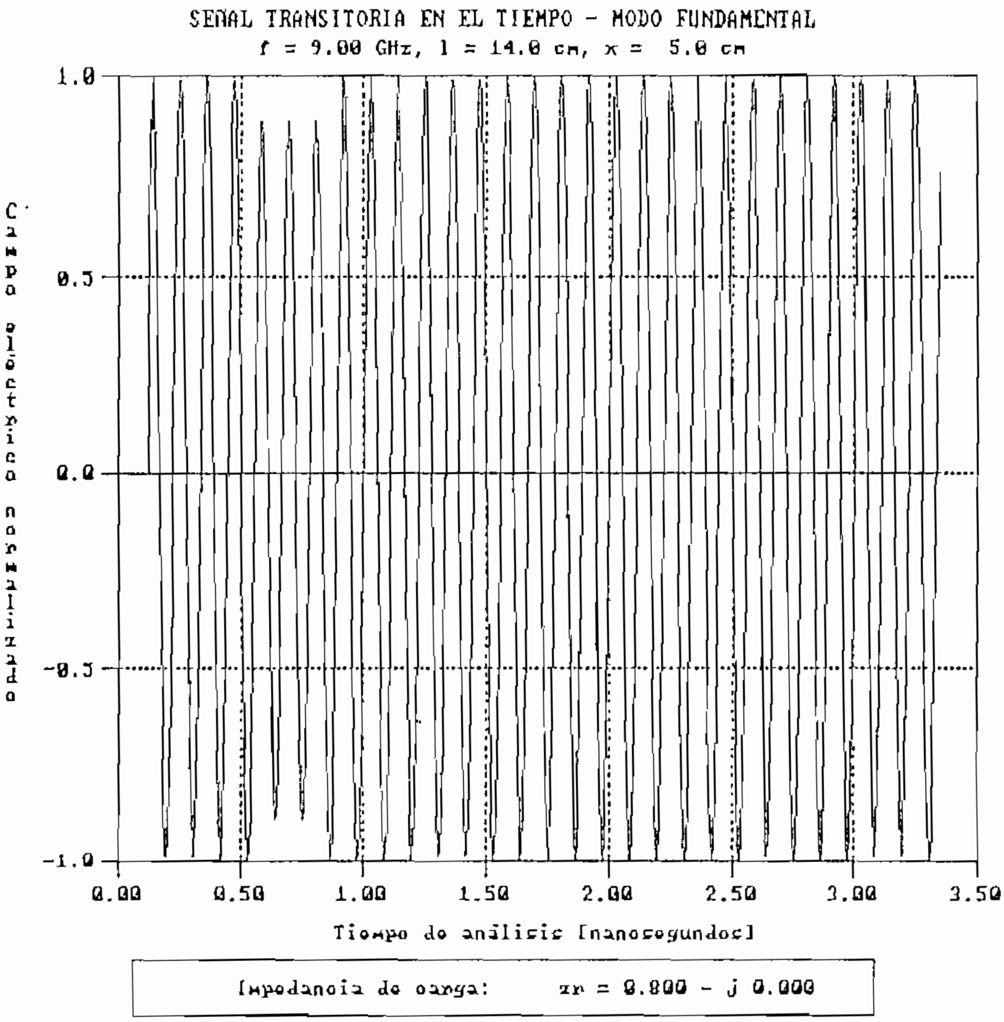

Figura 5.39. Señal transitoria para x = 5 cm.

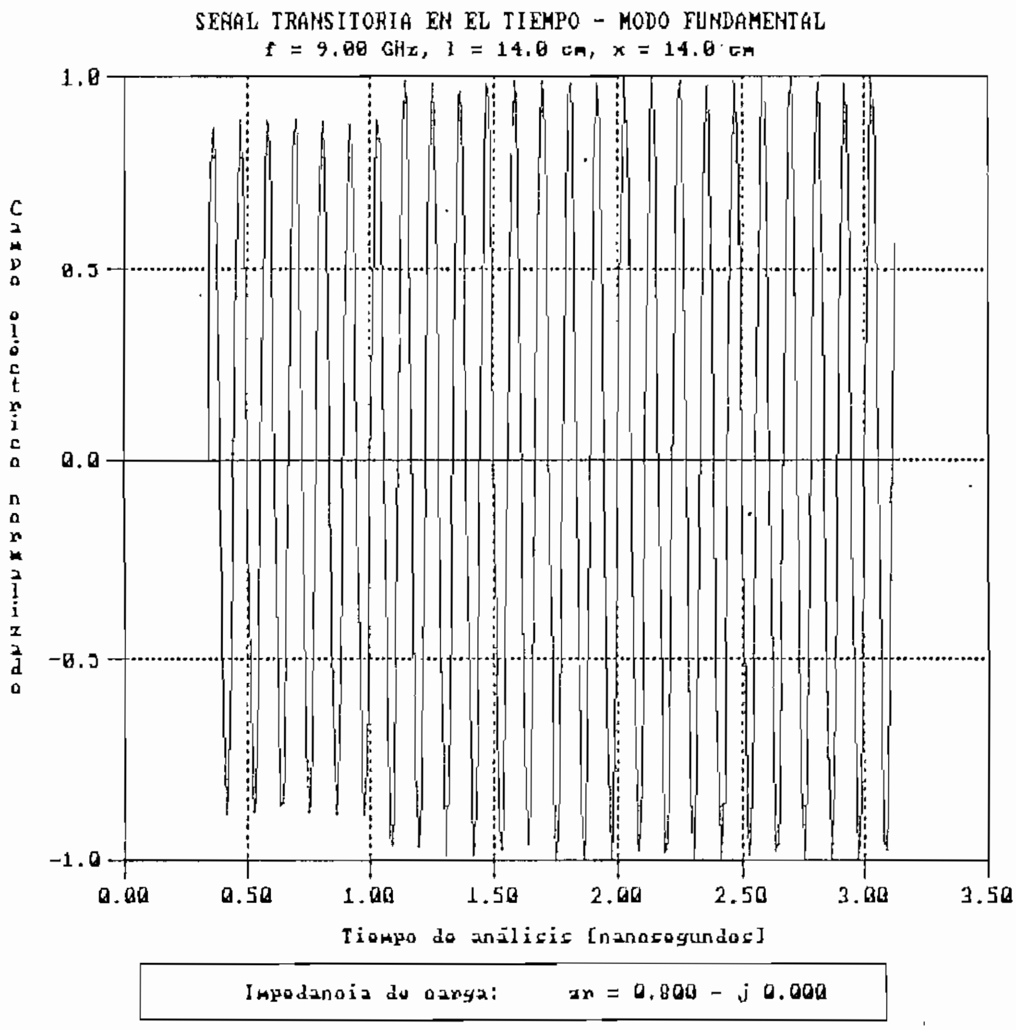

Figura 5.40. Señal transitoria para x = 14 cm.

5.1.6 Variación en la frecuencia de operación.

Las Figuras 5.41 a 5.43 presentan resultados para valores de frecuencia de 30, 246 y 1000 MHz para el modo TEM (el análisis es sólo para fuente sinusoidal). Para el modo fundamental se tomaron valores de frecuencia de 1, 12 y 30 GHz cuyos resultados se observan en las Figuras 5.44 a 5.46.

Las discontinuidades en la forma de onda que se pueden analizar en la Figura 5.41 se deben a la presencia de la onda reflejada, es decir a la distancia de análisis a cierto tiempo, la onda reflejada produce una interferencia (ya sea constructiva o destructiva), la cual obliga a que la forma de onda en ese instante tome otro valor.

El programa cumple con el ancho de banda para el cual ha sido diseñado, es decir desde 30 a 1000 MHz en el modo TEM, y desde 1 a 30 GHz en el modo fundamental.

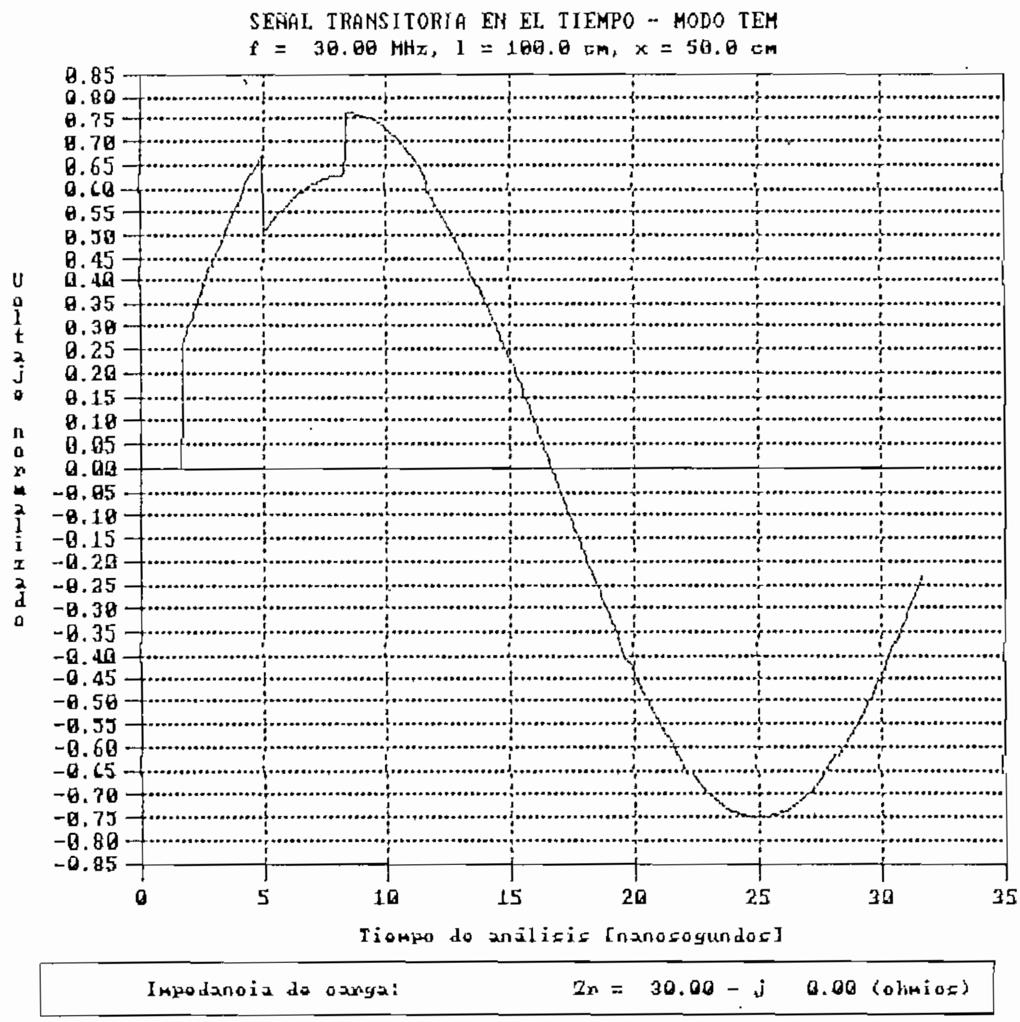

Figura 5.41. Señal transitoria para f = 30 MHz.

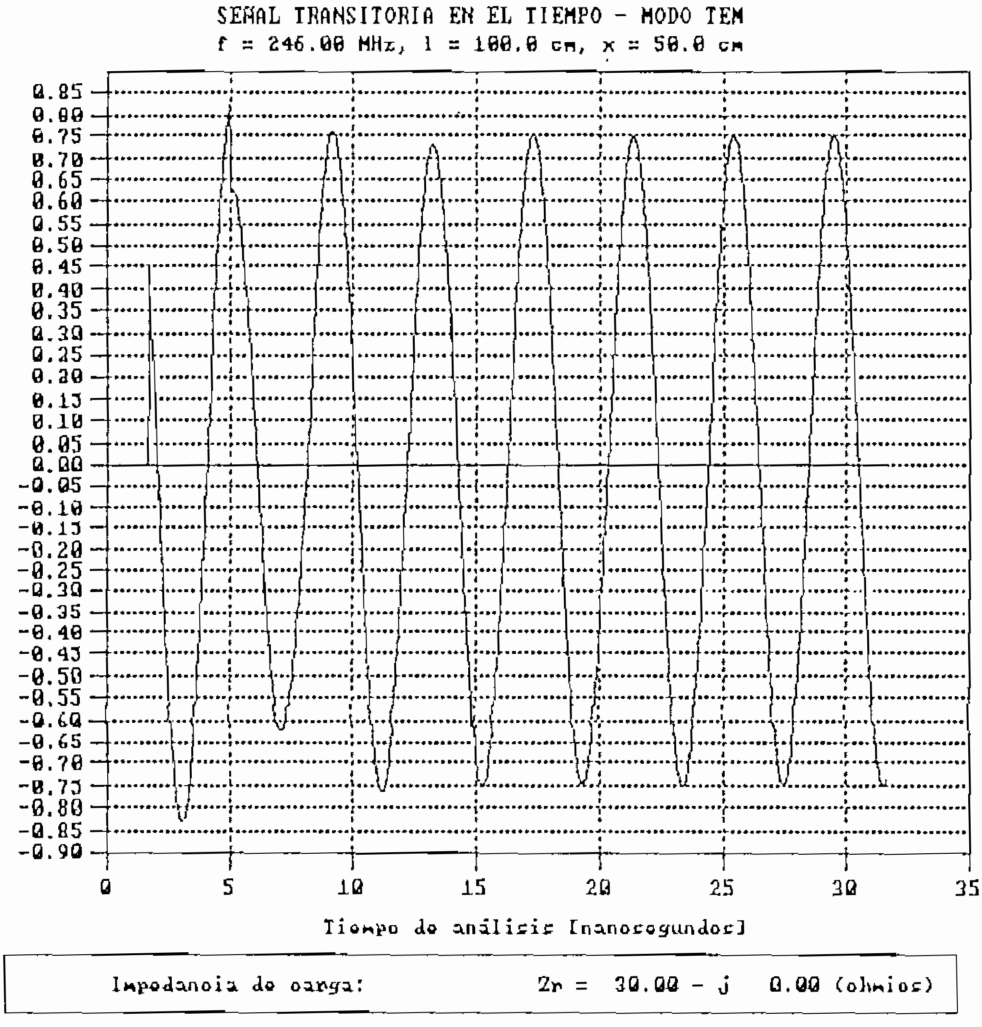

Figura 5.42. Señal transitoria para f = 246 MHz.

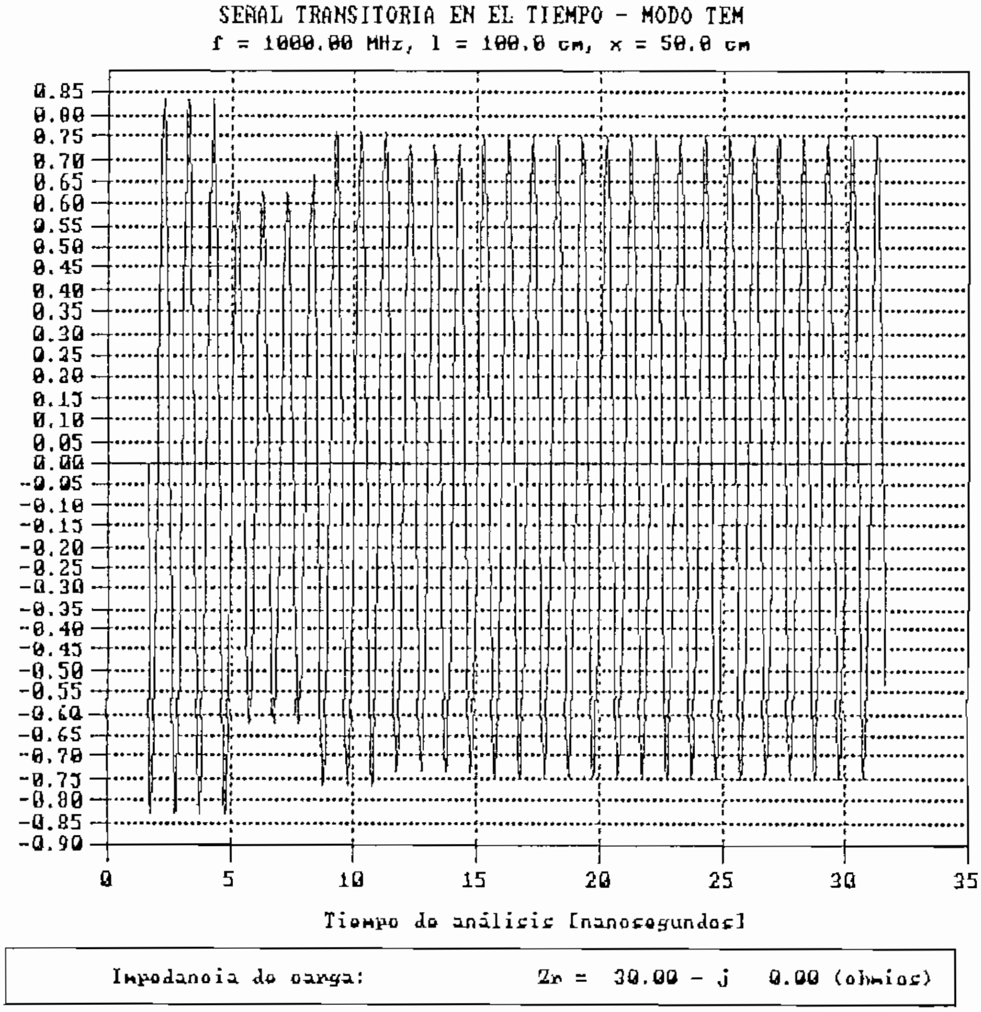

Figura 5.43. Señal transitoria para f = 1000 MHz.

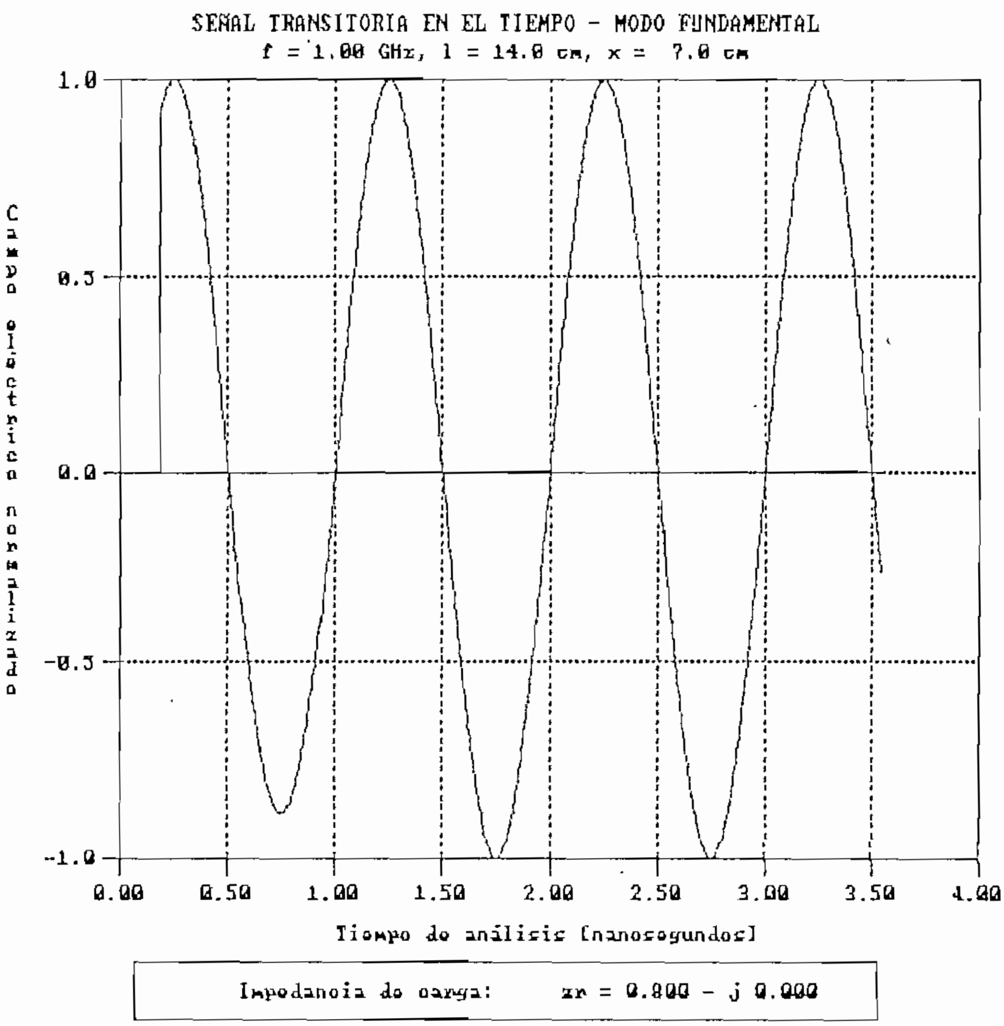

Figura 5.44. Señal transitoria para f = 1 GHz.

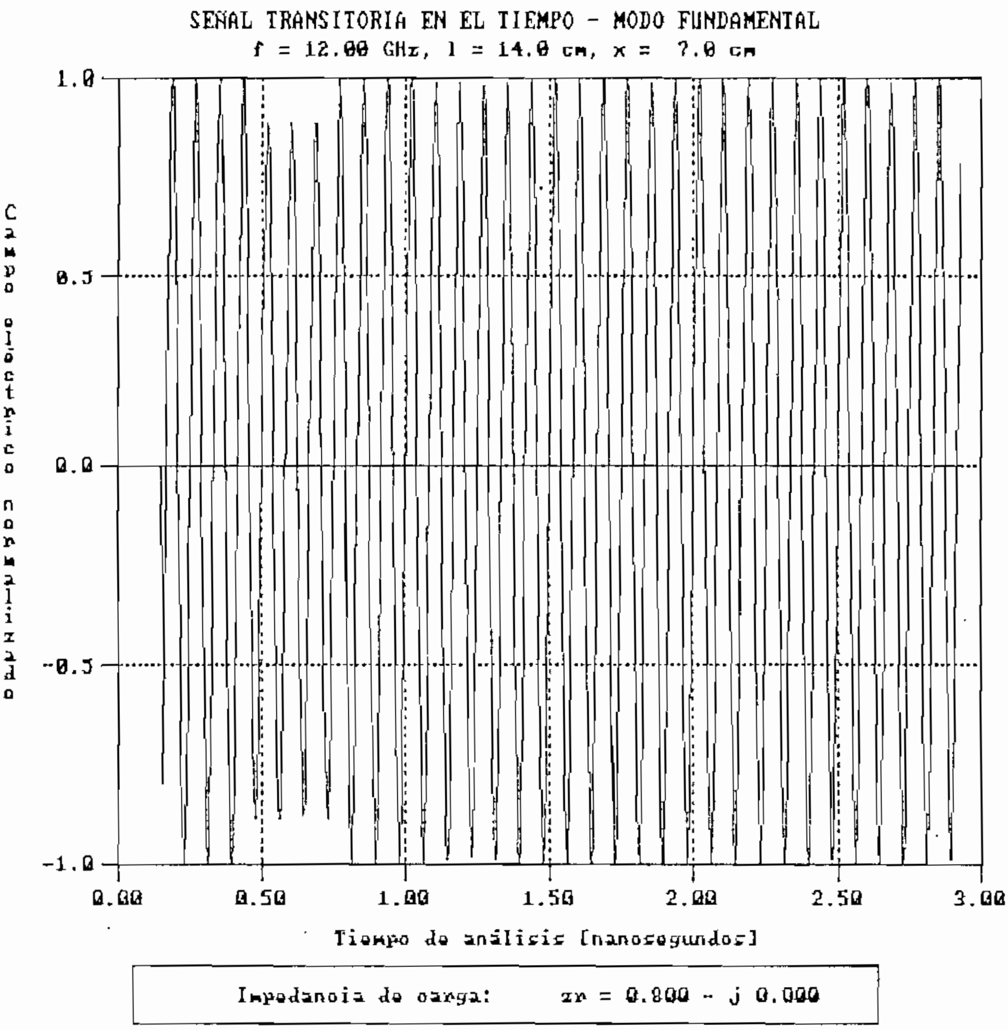

Figura 5.45. Señal transitoria para f = 12 GHz, fc = 9 GHz.

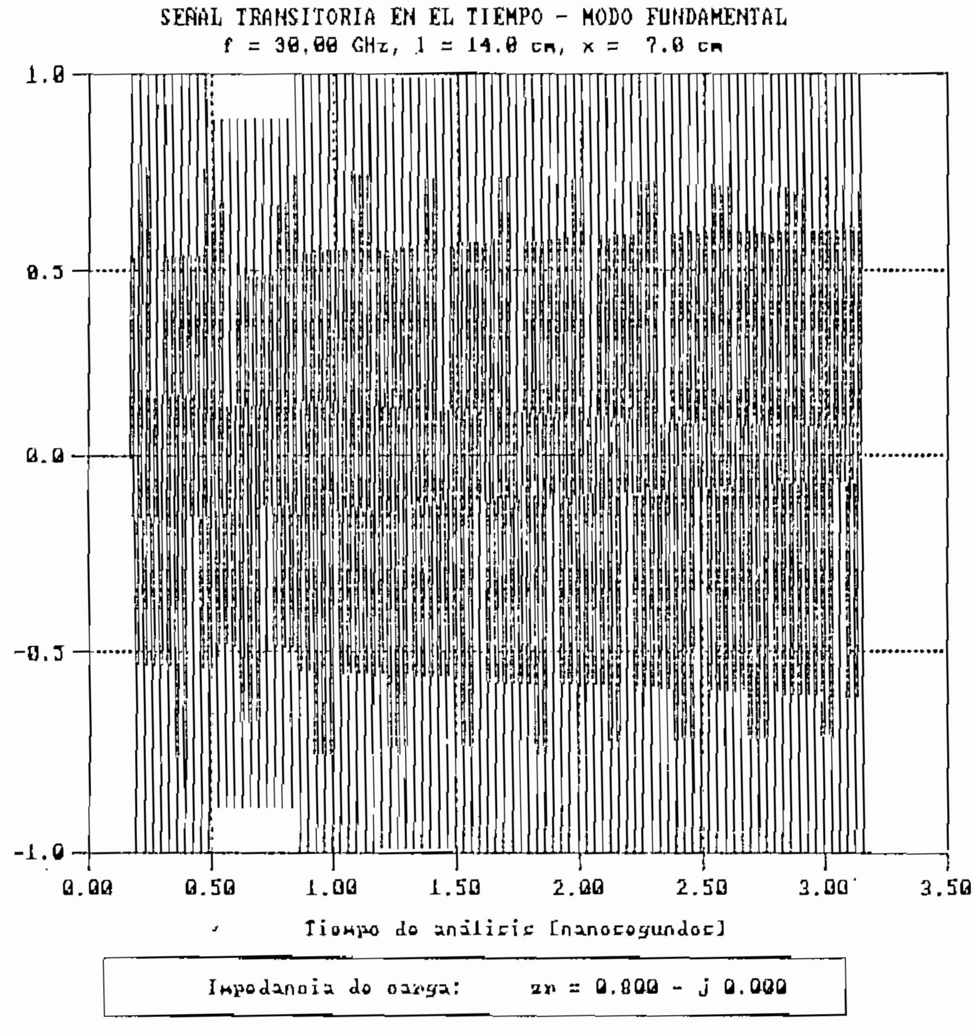

Figura 5.46. Señal transitoria para f = 30 GHz, fc = 21 GHz.

5.2 RESULTADOS DE LA SIMULACION DEL PATRON DE ONDA ESTACIONARIA EN LINEAS DE TRANSMISION Y GUIAS DE ONDA EN EL ESTADO ESTABLE DE LA SEÑAL.

Debido a la versatilidad del programa para obtener un infinito número de resultados, dependiendo del ingreso de datos diferentes, se ha tomado como datos de ejemplo para realizar el análisis de los respectivos resultados a: $\alpha = 0$, $f = 600$ MHz, $Z_o = 50\ \Omega$ y $Z_r = 45 + j34\ \Omega$, para el modo TEM, y $f = 9$ GHz, $f_c = 6$ GHz y $z_r = 1,3 + j0.8$ para el modo fundamental. Los resultados para un análisis posterior se obtendrán variando un dato a la vez y conservando los demás constantes.

El programa ofrece como resultado un error de simulación porcentual, el cual se calcula considerando el valor verdadero de la impedancia de carga (dato), con los valores calculados con las distancias d_1 y d_2 (ver Figura 2.5).

5.2.1 Variación en la atenuación.

Se ha considerado valores de atenuación de 0, 1, 3 y 15 dB/m. Los resultados obtenidos para estos datos se presentan en los Cuadros 5.1 a 5.4, y en las Figuras 5.47 a 5.54 tanto para el patrón de onda estacionaria como para la variación de fase.

El programa entrega resultados para el cálculo de la impedancia de carga cuando la relación α/β es menor o igual a 0.01 como se puede analizar en las Figuras 5.47 y 5.49 y en los Cuadros 5.1 y 5.2. Si esta relación es mayor al valor indicado, se dan resultados sólo del coeficiente de reflexión en la carga, tal como se detalla en los Cuadros 5.3 y 5.4.

Se puede apreciar que dentro de la condición establecida ($\alpha/\beta < 0.01$), al aumentar el valor de la atenuación produce un error de cálculo mayor, esto es predecible, pues el Método del Doble Mínimo es aplicable sólo para valores muy pequeños de atenuación. De los gráficos de variación de fase, se concluye que a medida que la atenuación es mayor, el cambio de fase de 90° a -90° se realiza a una menor distancia respecto de la carga.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.492
Relación de onda estacionaria (S) : 2.033
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.1793 m
Distancia d2 : 0.0707 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.439 %

Cuadro 5.1. Resultados de simulación para α = 0 dB/m.

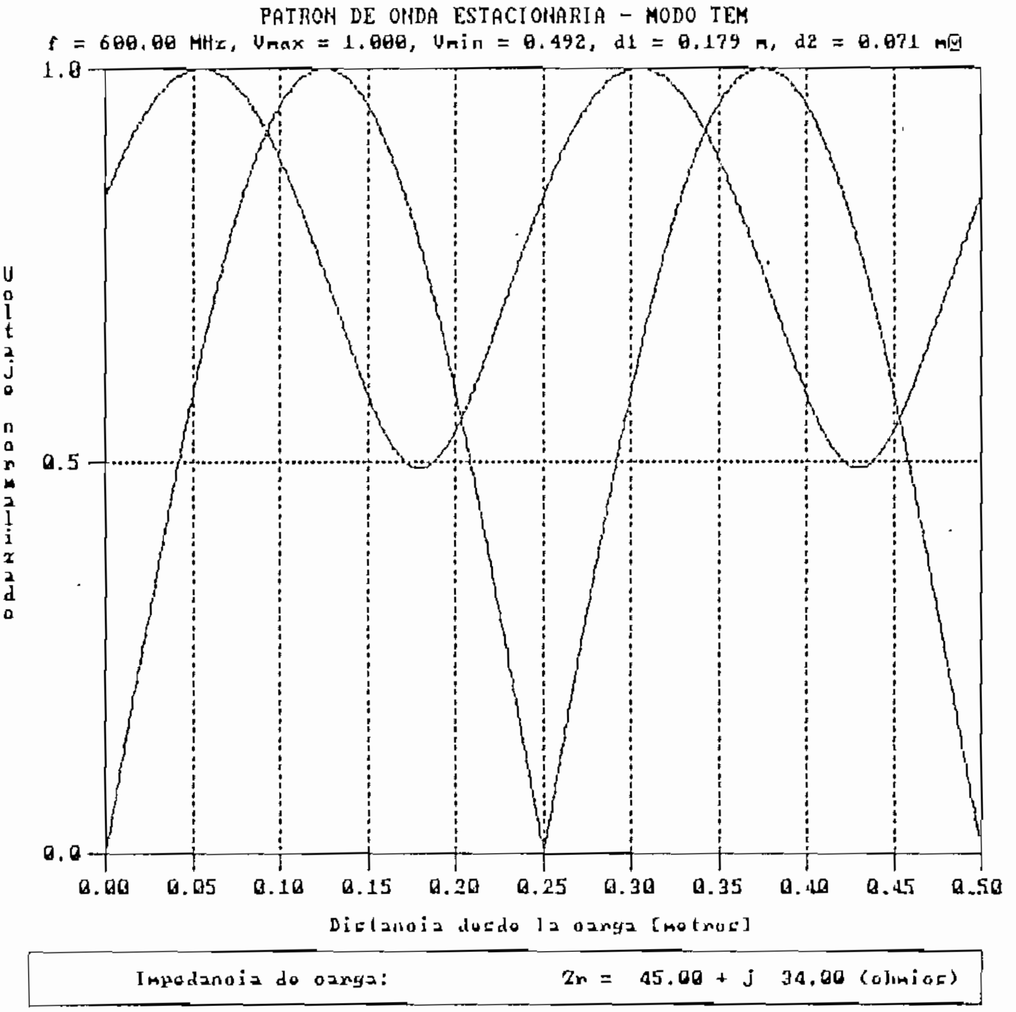

Figura 5.47. Patrón de onda estacionaria para α = 0 dB/m.

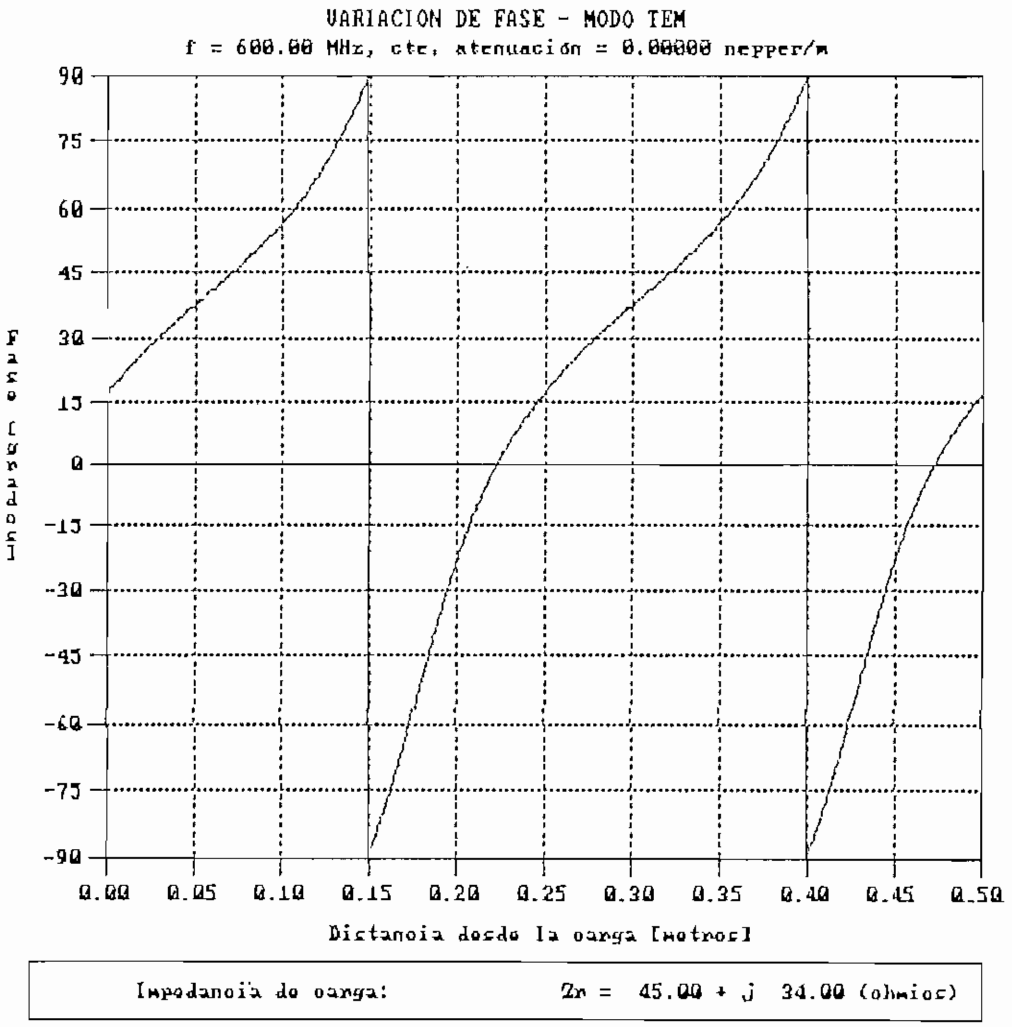

Figura 5.48. Variación de fase para α = 0 dB/m.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.11513 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.504
Relación de onda estacionaria (S) : 1.986
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.1793 m
Distancia d2 : 0.0707 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.72 + j 33.17 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.72 + j 33.17 (Ω)
Error promedio de simulación : 2.027 %

Cuadro 5.2. Resultados de simulación para α = 1 dB/m.

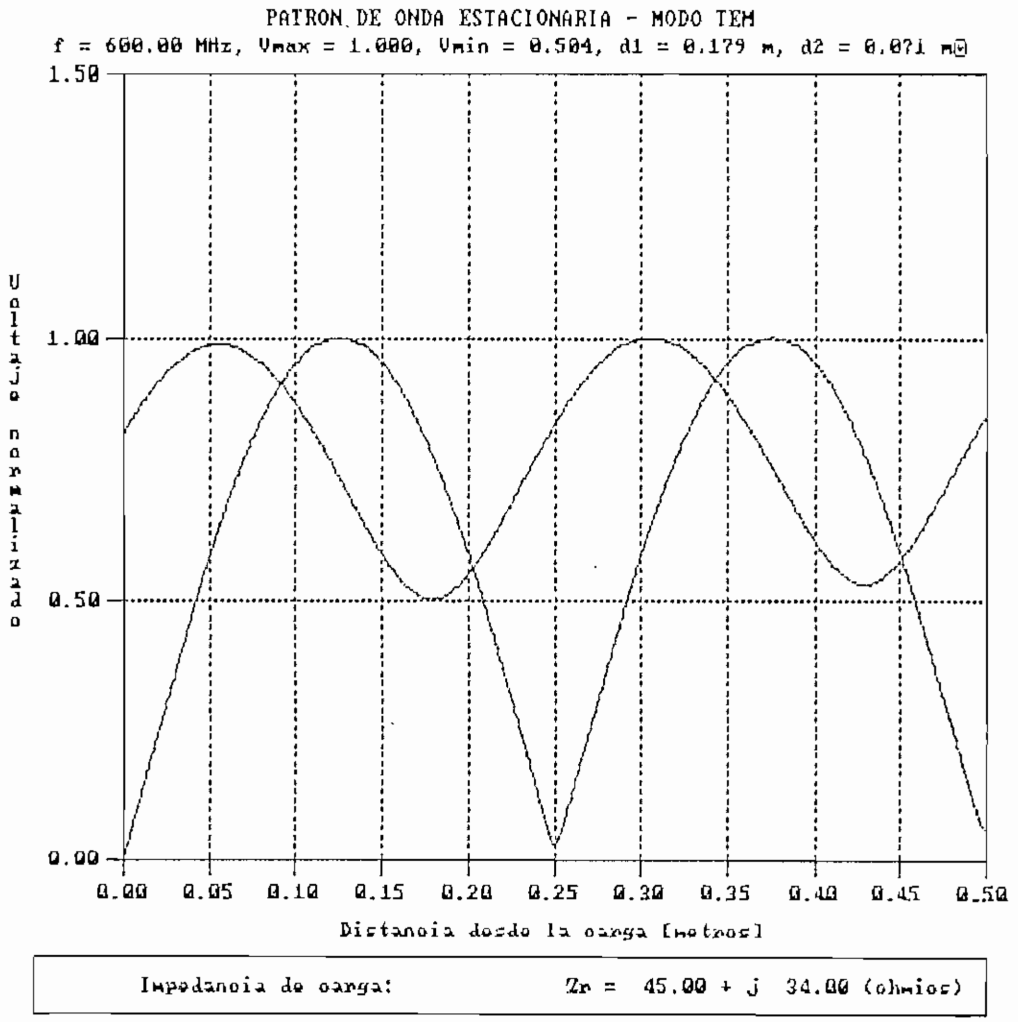

Figura 5.49. Patrón de onda estacionaria para α = 1 dB/m.

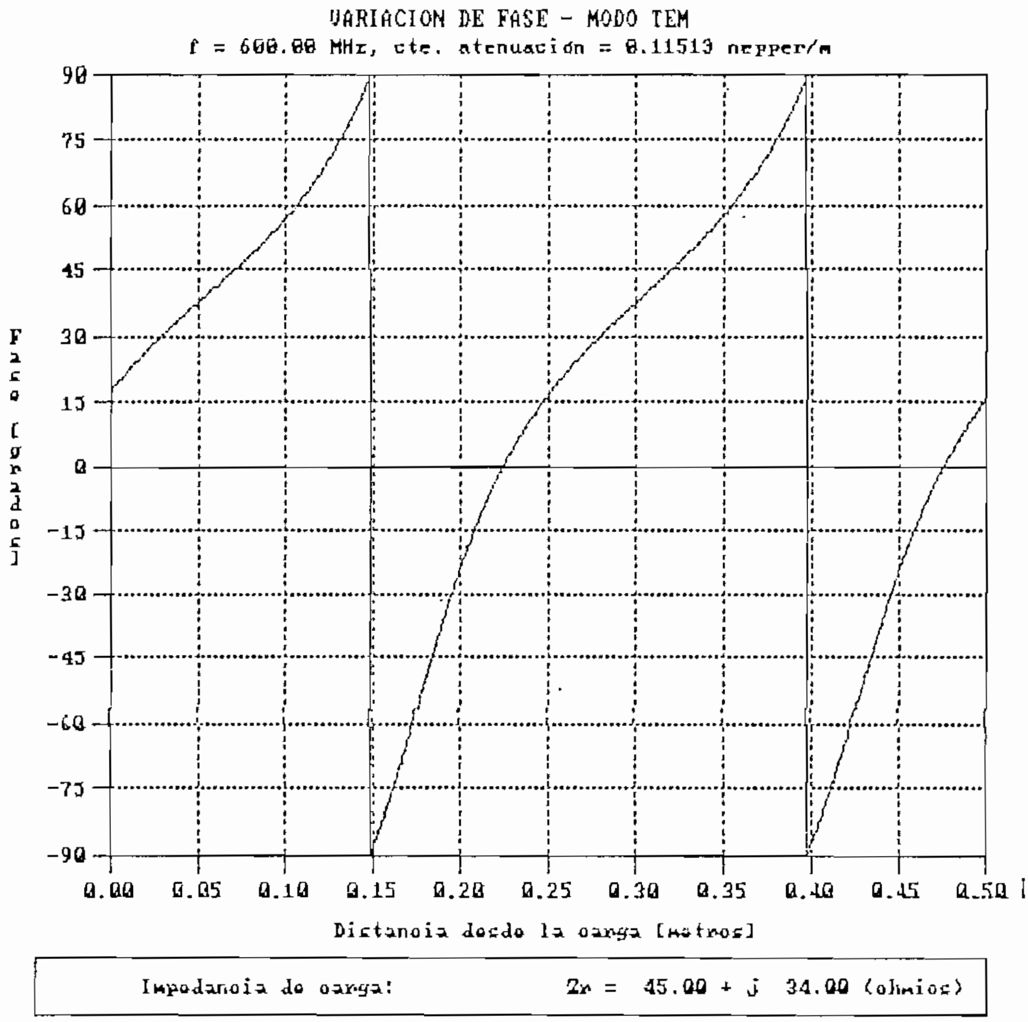

Figura 5.50. Variación de fase para α = 1 dB/m.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.34539 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °

IMPOSIBLE aplicar el Método del Doble Mínimo
para el cálculo de la impedancia de carga (Zr)
Relación α/β > 0,01

Cuadro 5.3. Resultados de simulación para α = 3 dB/m.

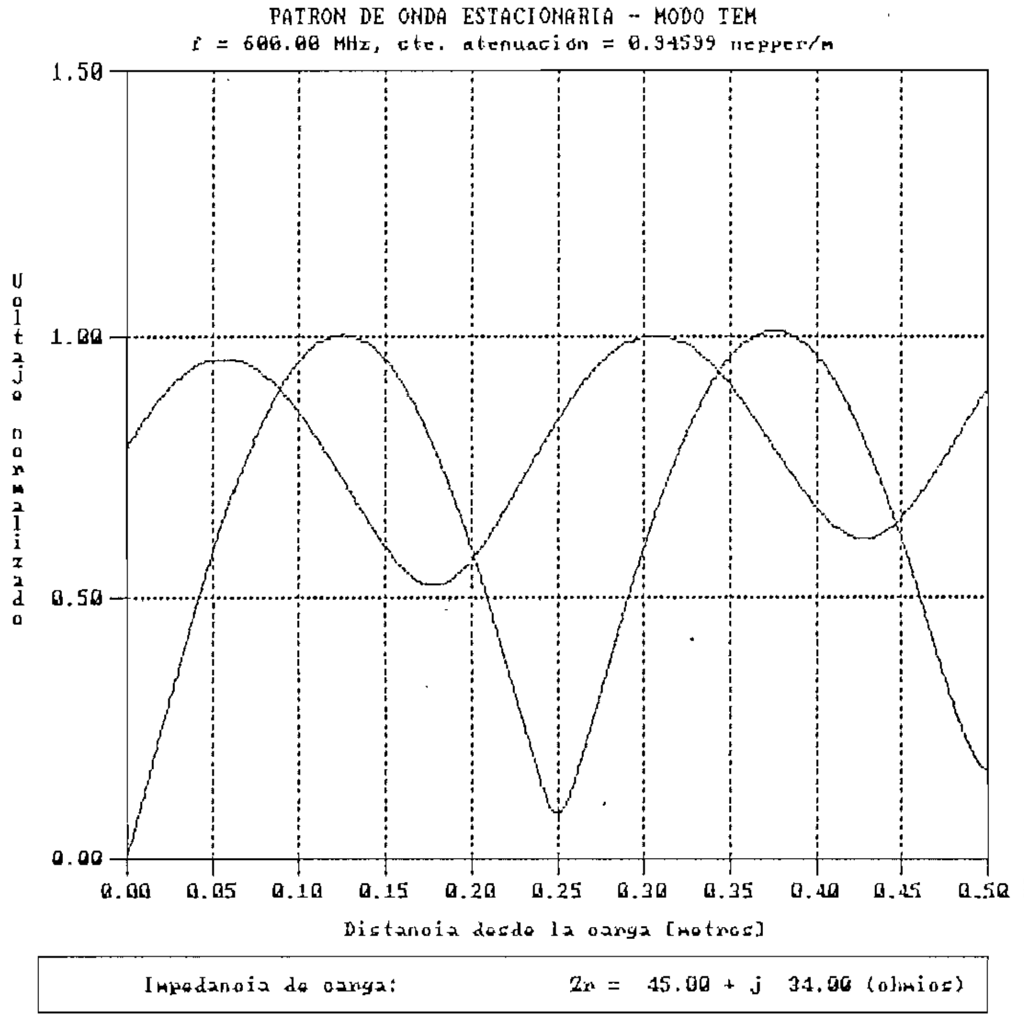

Figura 5.51. Patrón de onda estacionaria para α = 3 dB/m.

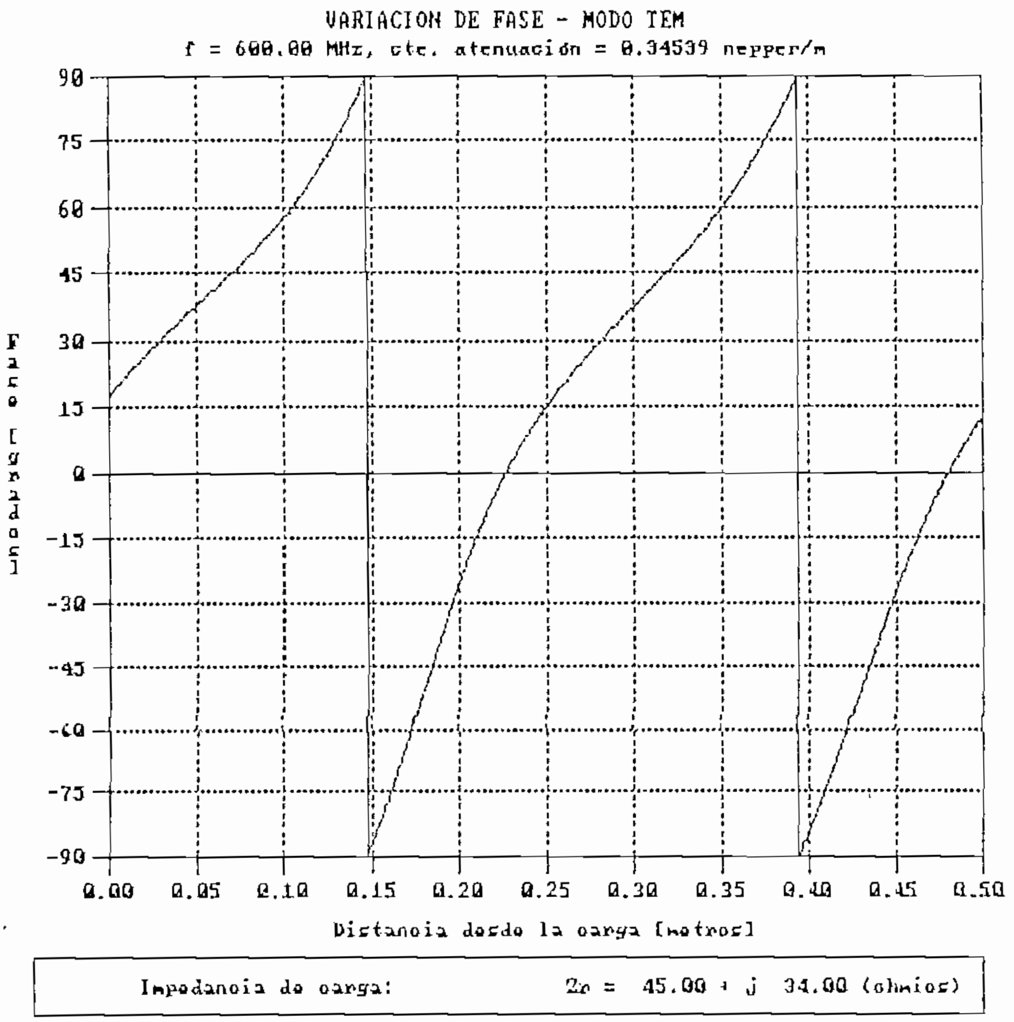

Figura 5.52. Variación de fase para α = 3 dB/m.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 1.72694 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °

IMPOSIBLE aplicar el Método del Doble Mínimo
para el cálculo de la impedancia de carga (Zr)
Relación $\alpha/\beta > 0,01$

Cuadro 5.4. Resultados de simulación para α = 15 dB/m.

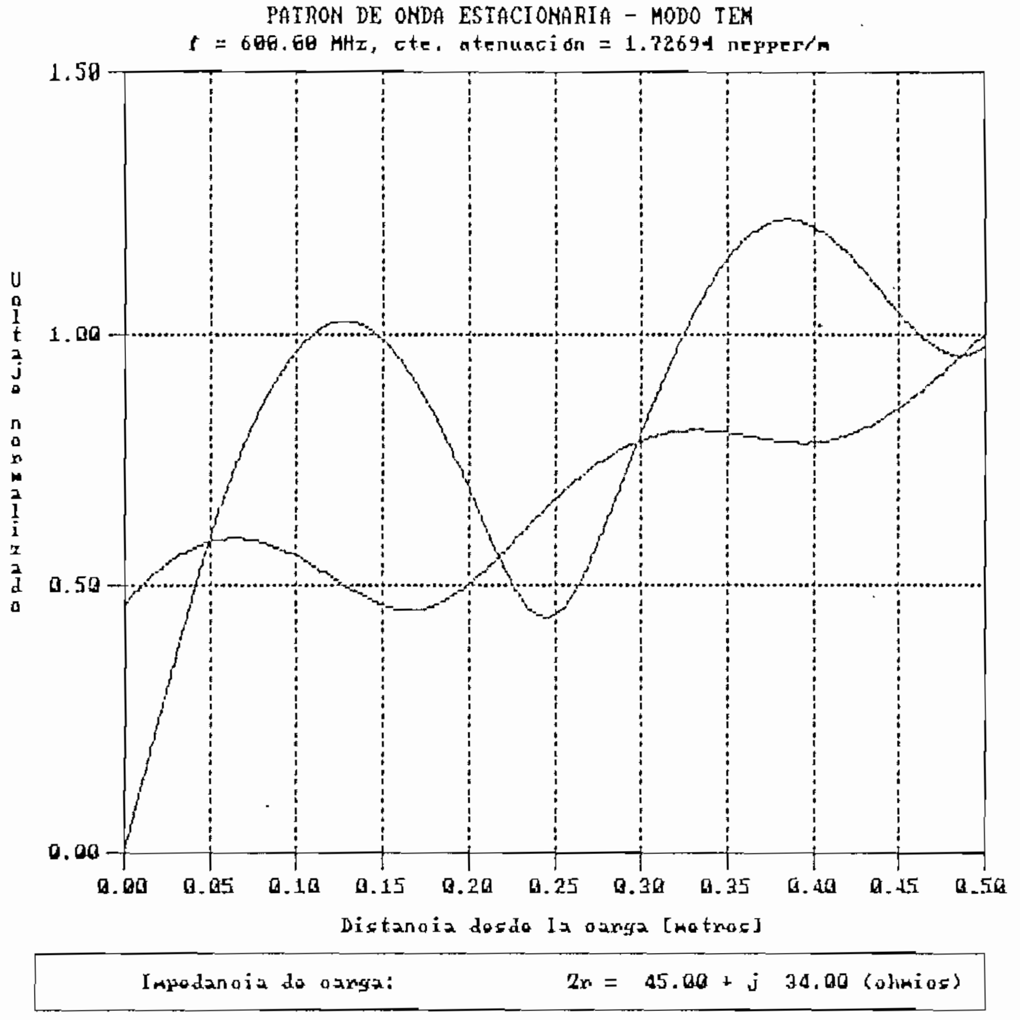

Figura 5.53. Patrón de onda estacionaria para α = 15 dB/m.

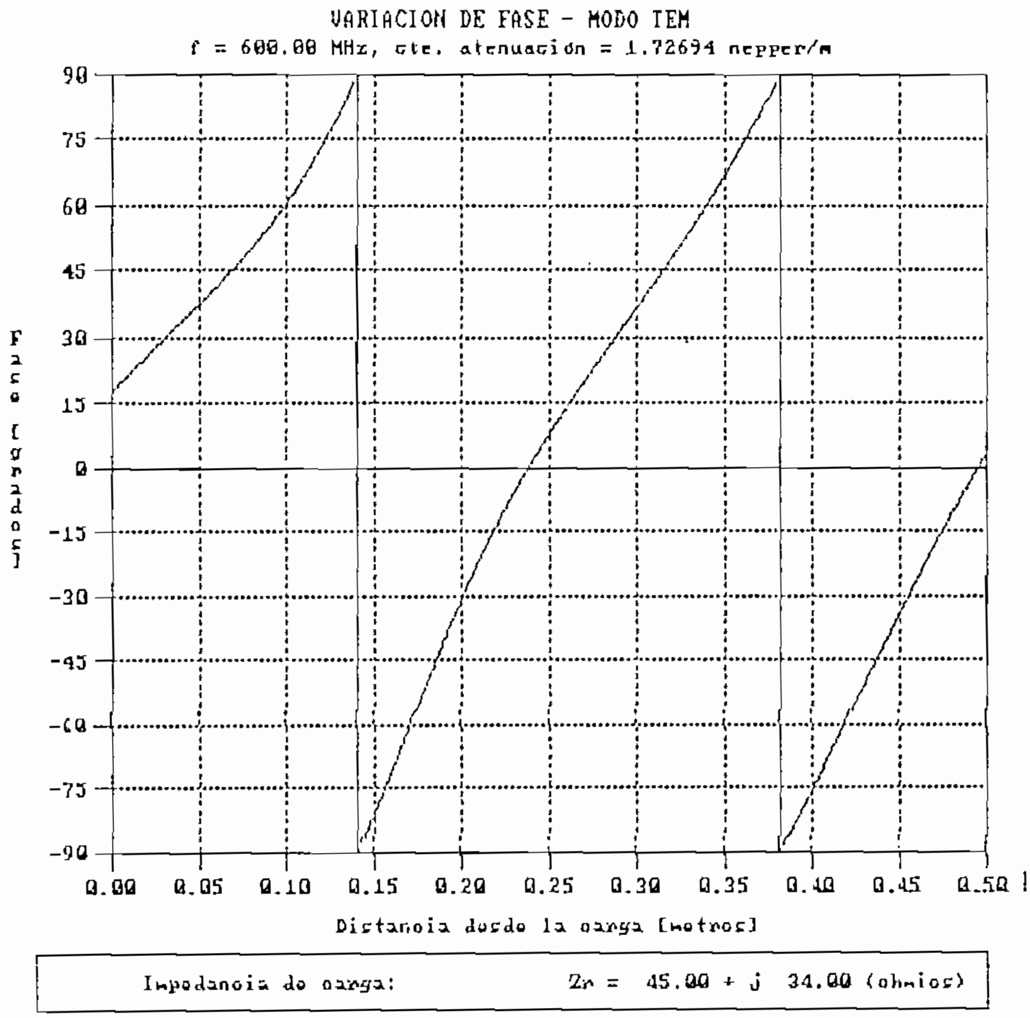

Figura 5.54. Variación de fase para α = 15 dB/m.

5.2.2 Variación en la frecuencia.

Se ha considerado valores de frecuencia de 30, 246 y 1000 MHz para el análisis de resultados en el modo TEM, los resultados numéricos y gráficos se detallan en los Cuadros 5.5 a 5.7 y en las Figuras 5.55 a 5.60. Para el modo fundamental se ha tomado como valores de análisis a las frecuencias 1, 12 y 30 GHz, cuyos resultados se presentan en los Cuadros 5.8 a 5.10 y en las Figuras 5.61 a 5.66.

El programa presenta resultados dentro del ancho de banda establecido para los dos modos de propagación (de 30 a 1000 MHz en modo TEM y de 1 a 30 GHz en modo fundamental) sin presentar errores apreciables.

Para ambos modos la variación de frecuencia no afecta en el error de simulación que para estos ejemplos es muy bajo (menor al 1%), ni tampoco la variación de fase sufre cambios con la variación de frecuencia. La forma de onda del patrón de onda estacionaria, se conserva constante, variando únicamente los valores de d_1 y d_2 lo cual es lógico, pues la frecuencia también ha variado.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 30.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 0.628 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.492
Relación de onda estacionaria (S) : 2.033
Distancia al mínimo en C.C. : 5.0000 m
Distancia d1 : 3.5867 m
Distancia d2 : 1.4133 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.439 %

Cuadro 5.5. Resultados de simulación para f = 30 MHz.

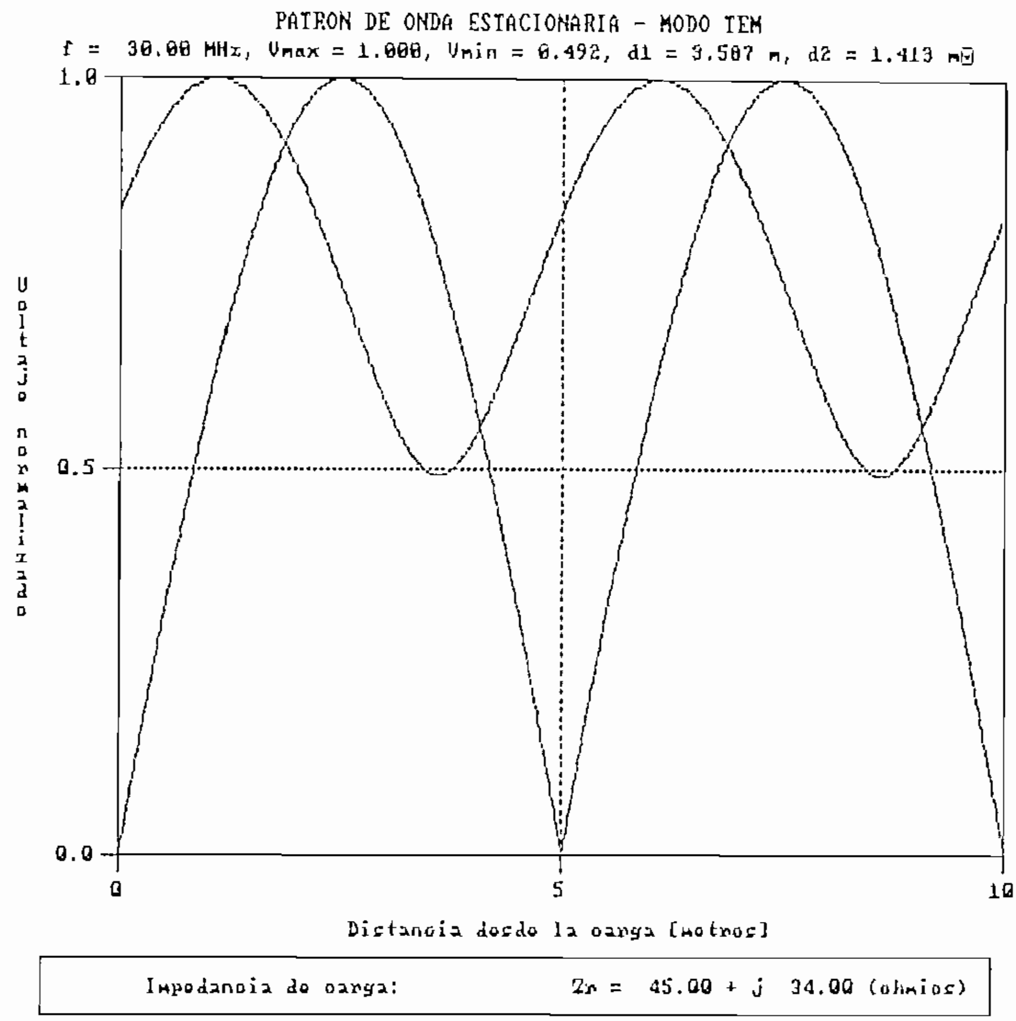

Figura 5.55. Patrón de onda estacionaria para f = 30 MHz.

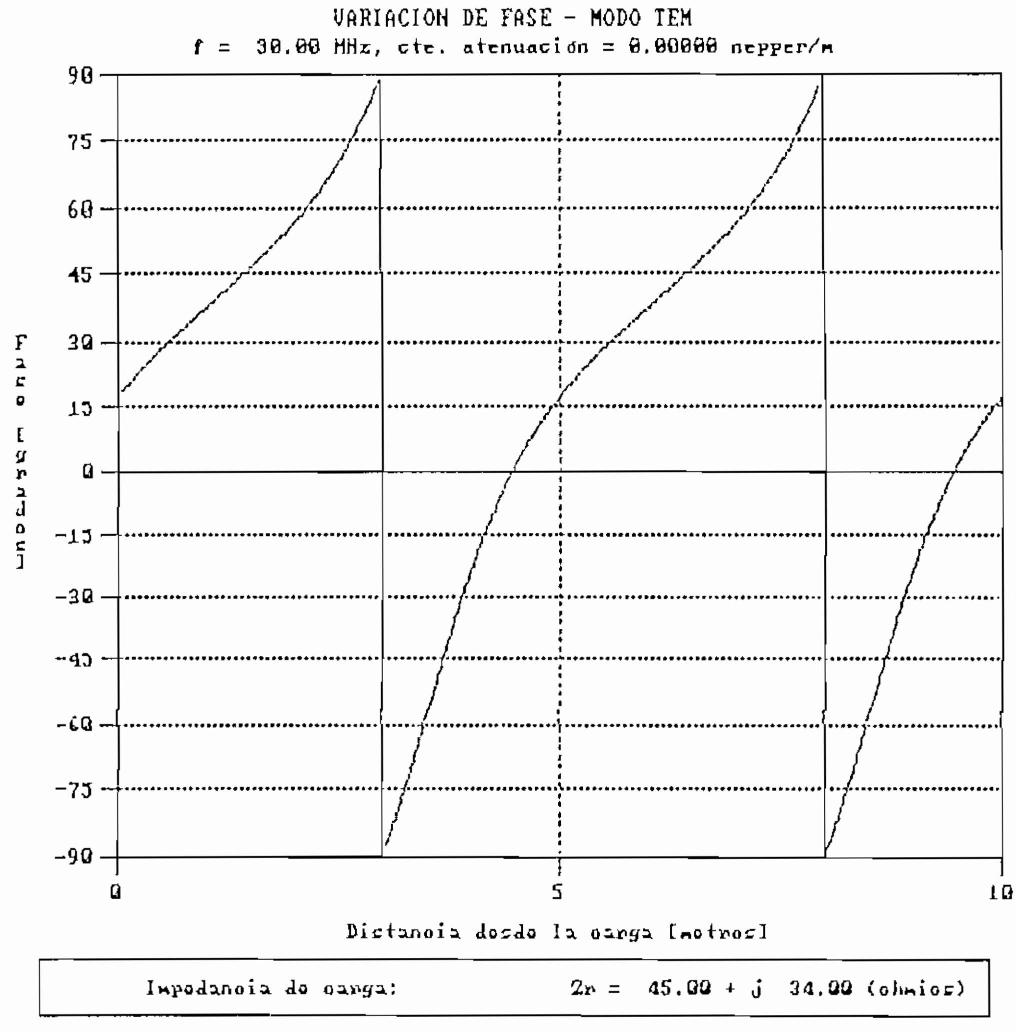

Figura 5.56. Variación de fase para f = 30 MHz.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 246.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 5.152 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.492
Relación de onda estacionaria (S) : 2.033
Distancia al mínimo en C.C. : 0.6098 m
Distancia d1 : 0.4374 m
Distancia d2 : 0.1724 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.439 %

Cuadro 5.6. Resultados de simulación para f = 246 MHz.

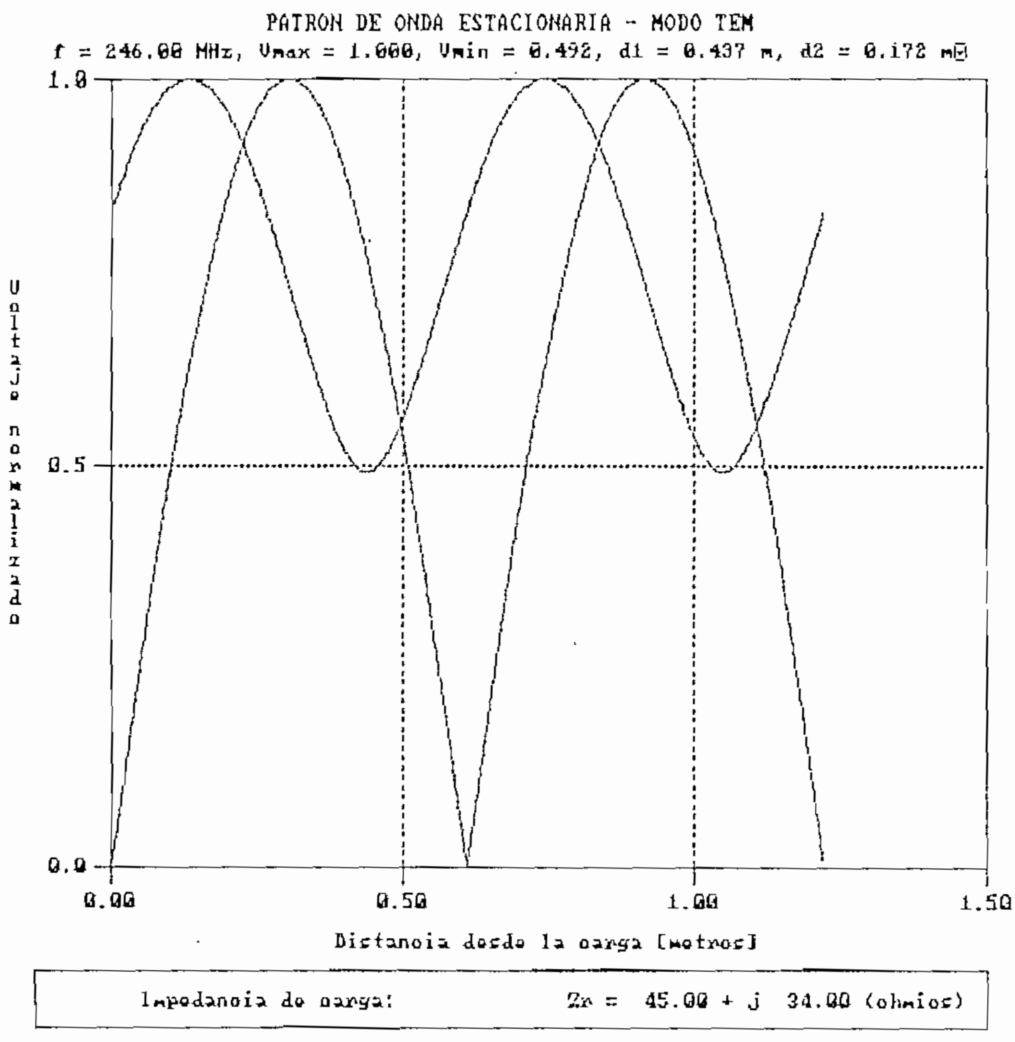

Figura 5.57. Patrón de onda estacionaria para f = 246 MHz.

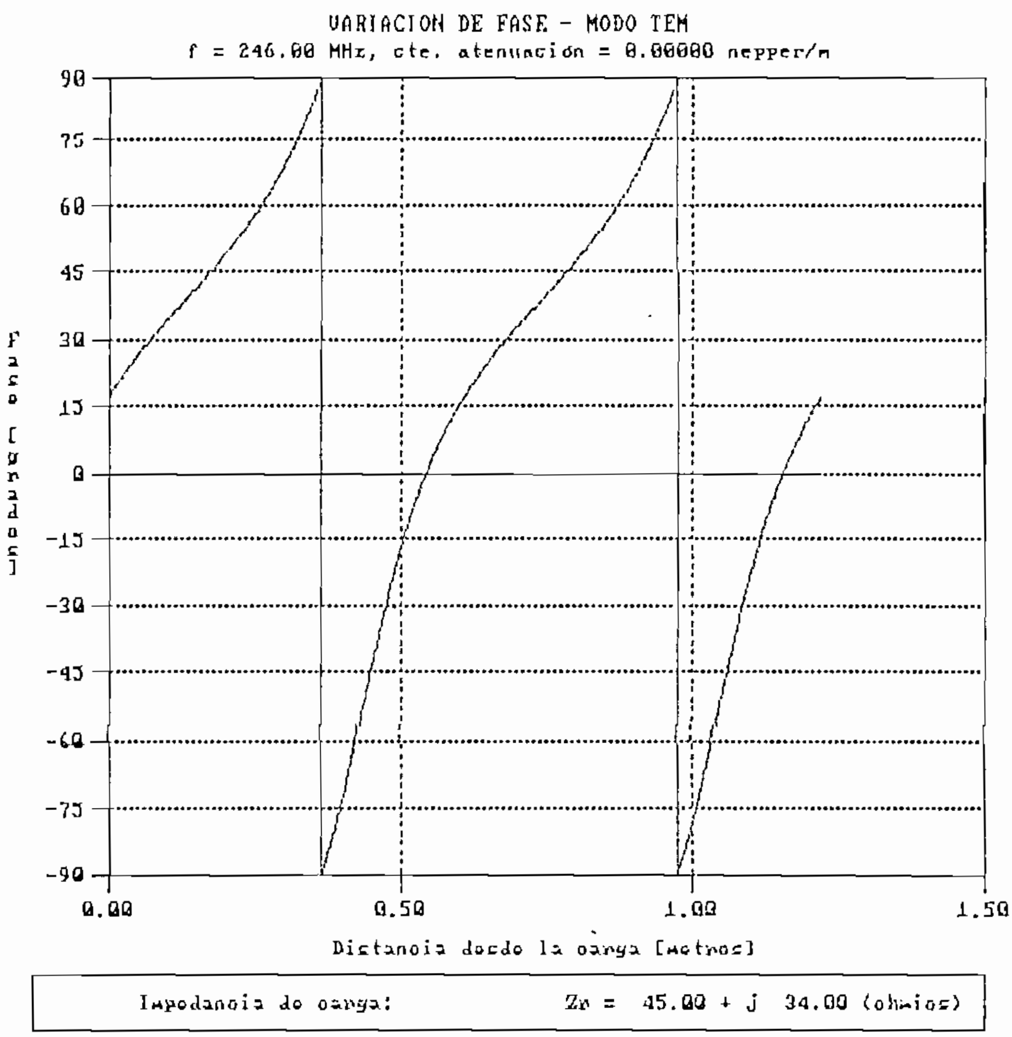

Figura 5.58. Variación de fase para f = 246 MHz.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 1000.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 20.944 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.34059
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 78.67 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.492
Relación de onda estacionaria (S) : 2.033
Distancia al mínimo en C.C. : 0.1500 m
Distancia d1 : 0.1076 m
Distancia d2 : 0.0424 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.23 + j 34.12 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.439 %

Cuadro 5.7. Resultados de simulación para f = 1000 MHz.

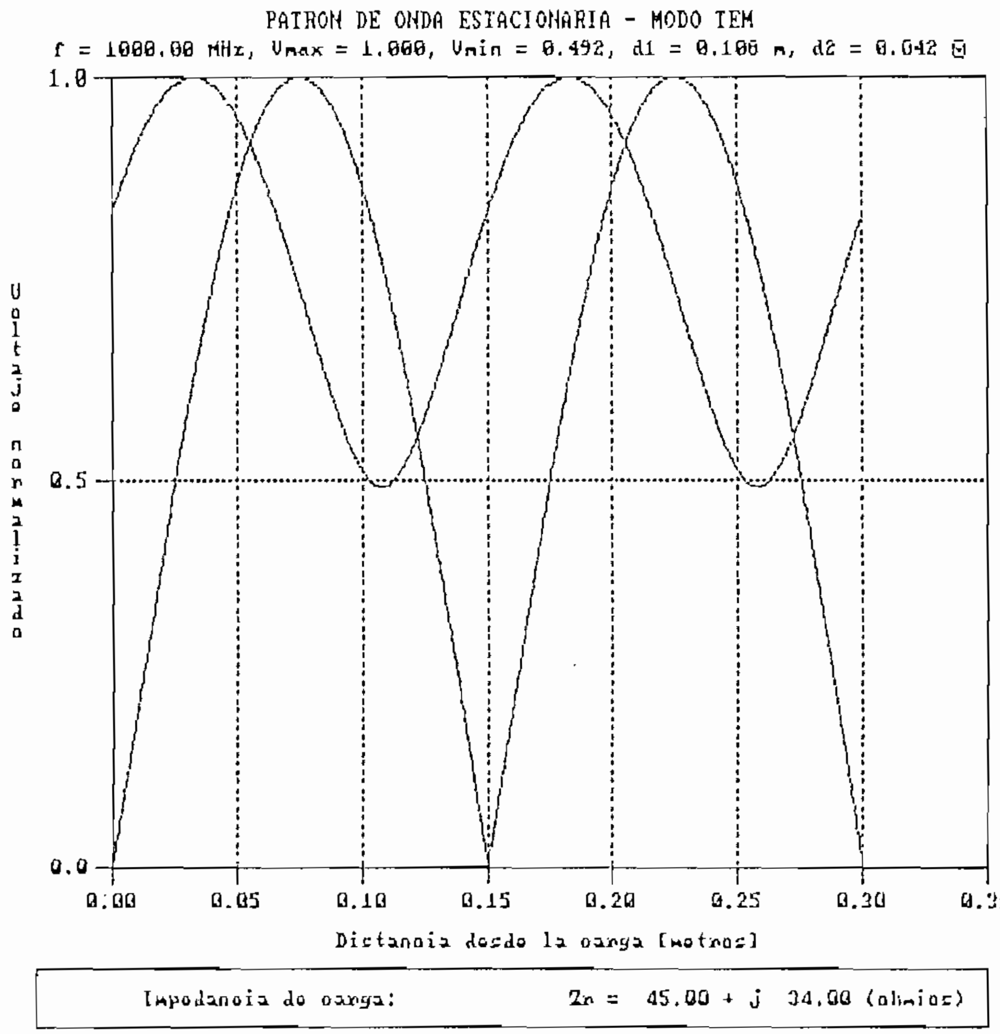

Figura 5.59. Patrón de onda estacionaria para f = 1000 MHz.

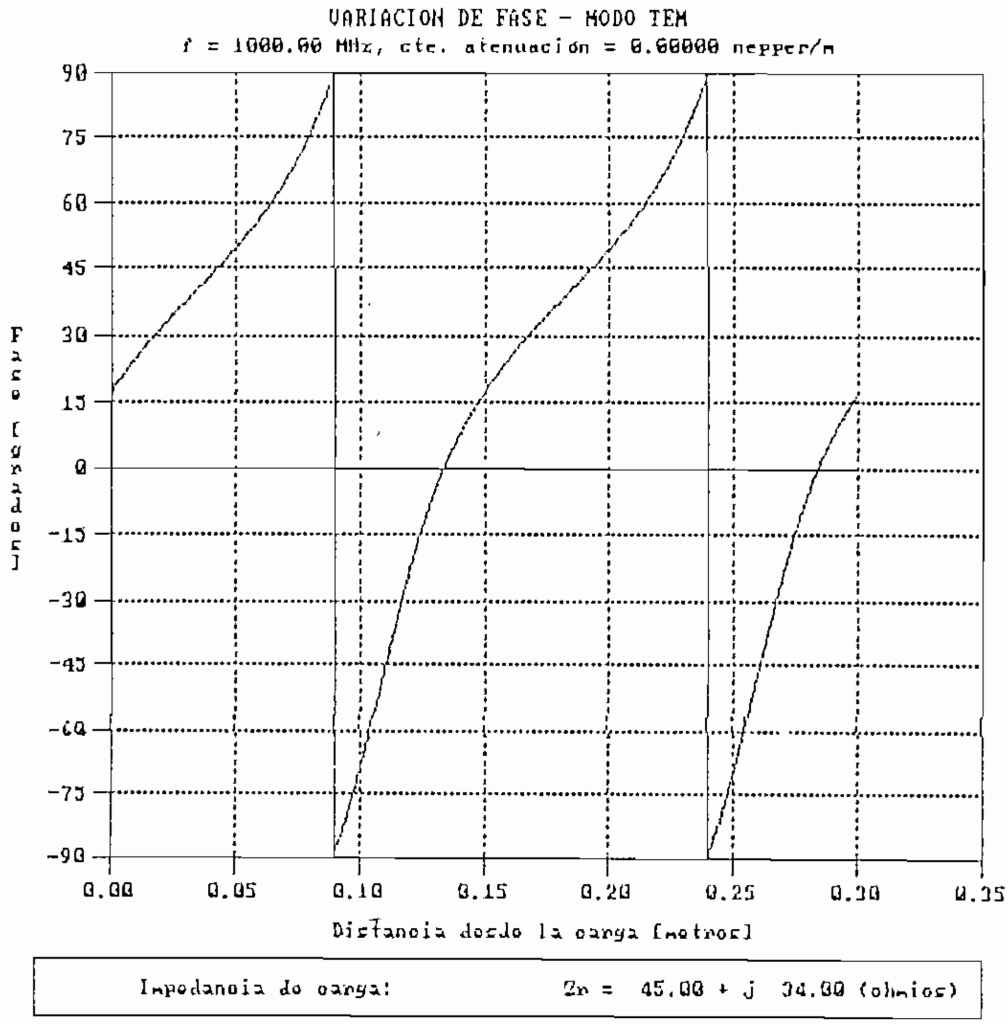

Figura 5.60. Variación de fase para f = 1000 MHz.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 1.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 0.60 GHz
Constante de propagación (kg) : 16.755 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.35086
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 50.26 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.481
Relación de onda estacionaria (S) : 2.081
Distancia al mínimo en C.C. : 0.1875 m
Distancia d1 : 0.1200 m
Distancia d2 : 0.0675 m
Zr normalizada (con d1) : 1.298 + j 0.800
Zr normalizada (con d2) : 1.298 + j 0.800
Error promedio de simulación : 0.097 %

Cuadro 5.8. Resultados de simulación para f = 1 GHz, fc = 0.6 GHz.

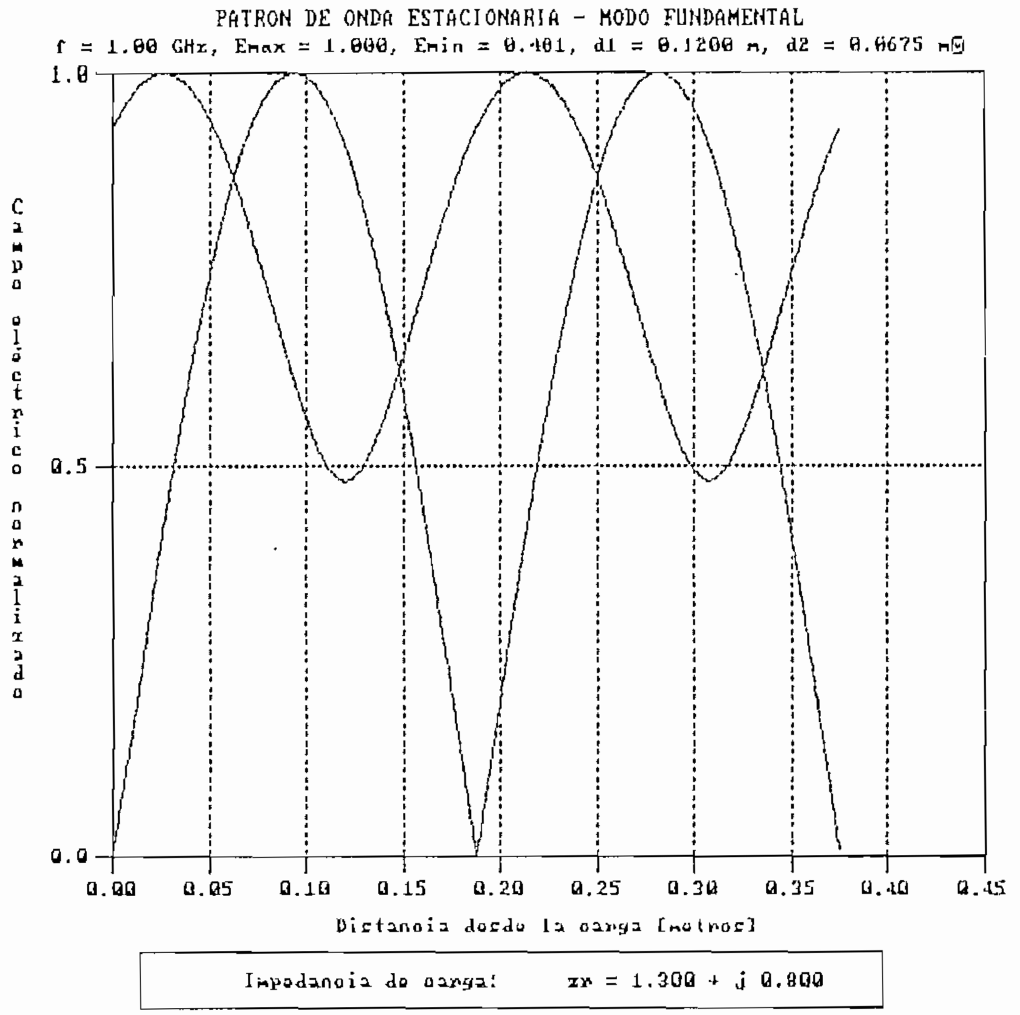

Figura 5.61. Patrón de onda estacionaria para f = 1 GHz, fc = 0.6 GHz.

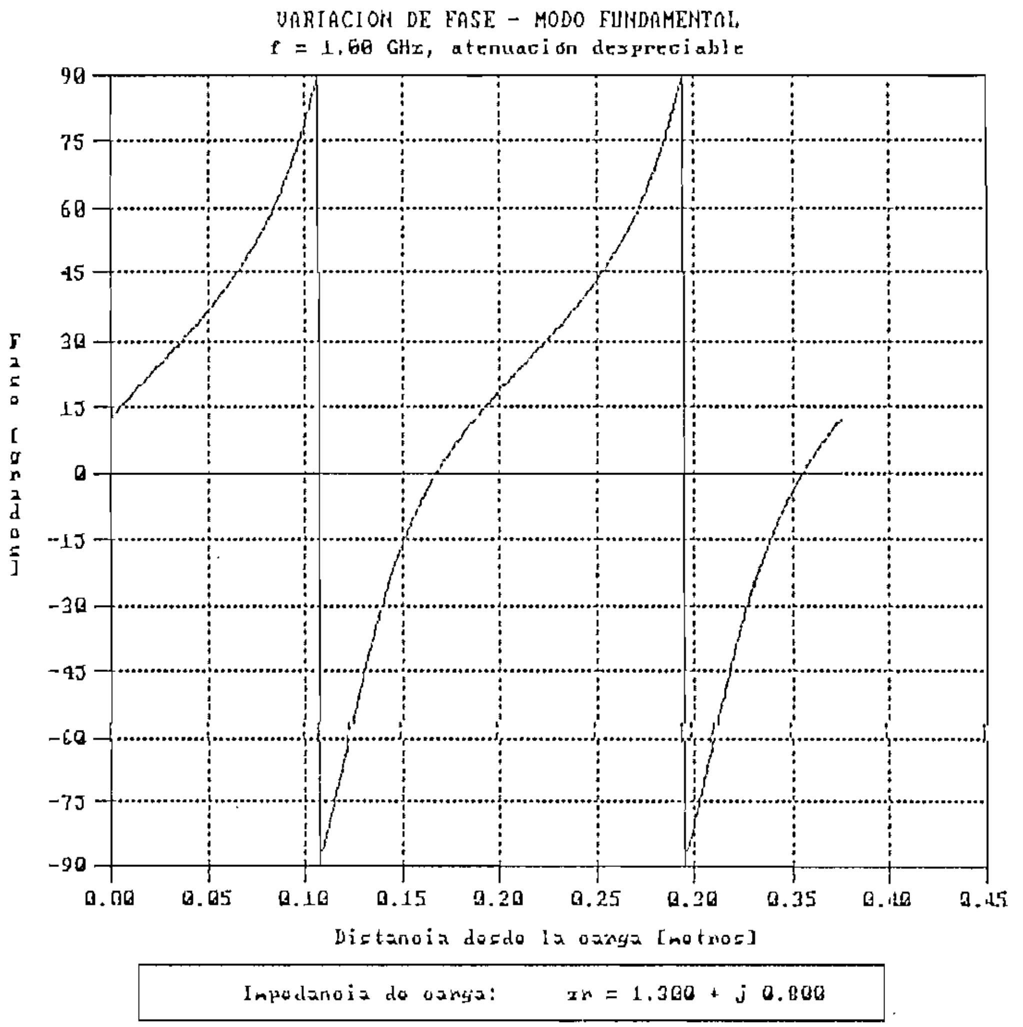

Figura 5.62. Variación de fase para f = 1 GHz, fc = 0.6 GHz.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 12.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 9.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 166.237 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.35086
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 50.26 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.481
Relación de onda estacionaria (S) : 2.081
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0189 m
Distancia d1 : 0.0121 m
Distancia d2 : 0.0068 m
Zr normalizada (con d1) : 1.298 + j 0.800
Zr normalizada (con d2) : 1.298 + j 0.800
Error promedio de simulación : 0.097 %

Cuadro 5.9. Resultados de simulación para f = 12 GHz, fc = 9 GHz.

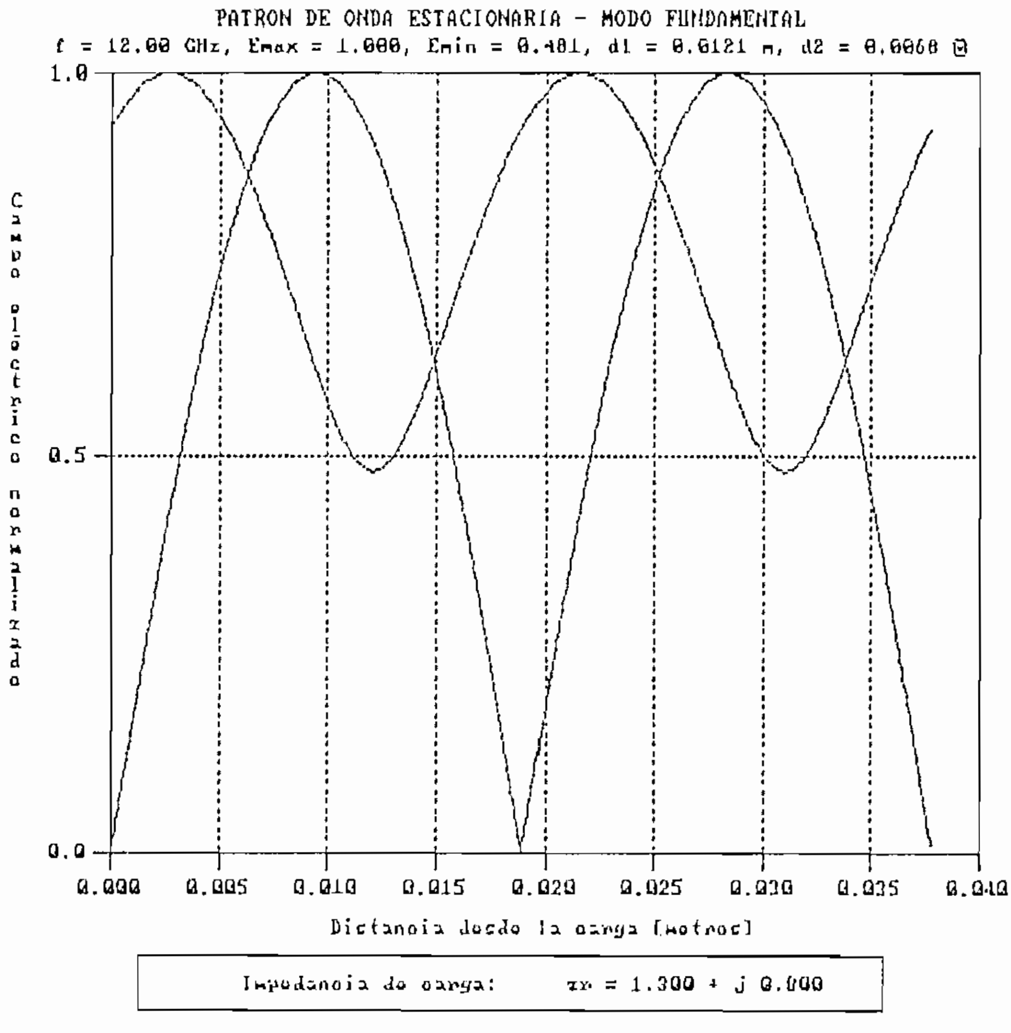

Figura 5.63. Patrón de onda estacionaria para f = 12 GHz, fc = 9 GHz.

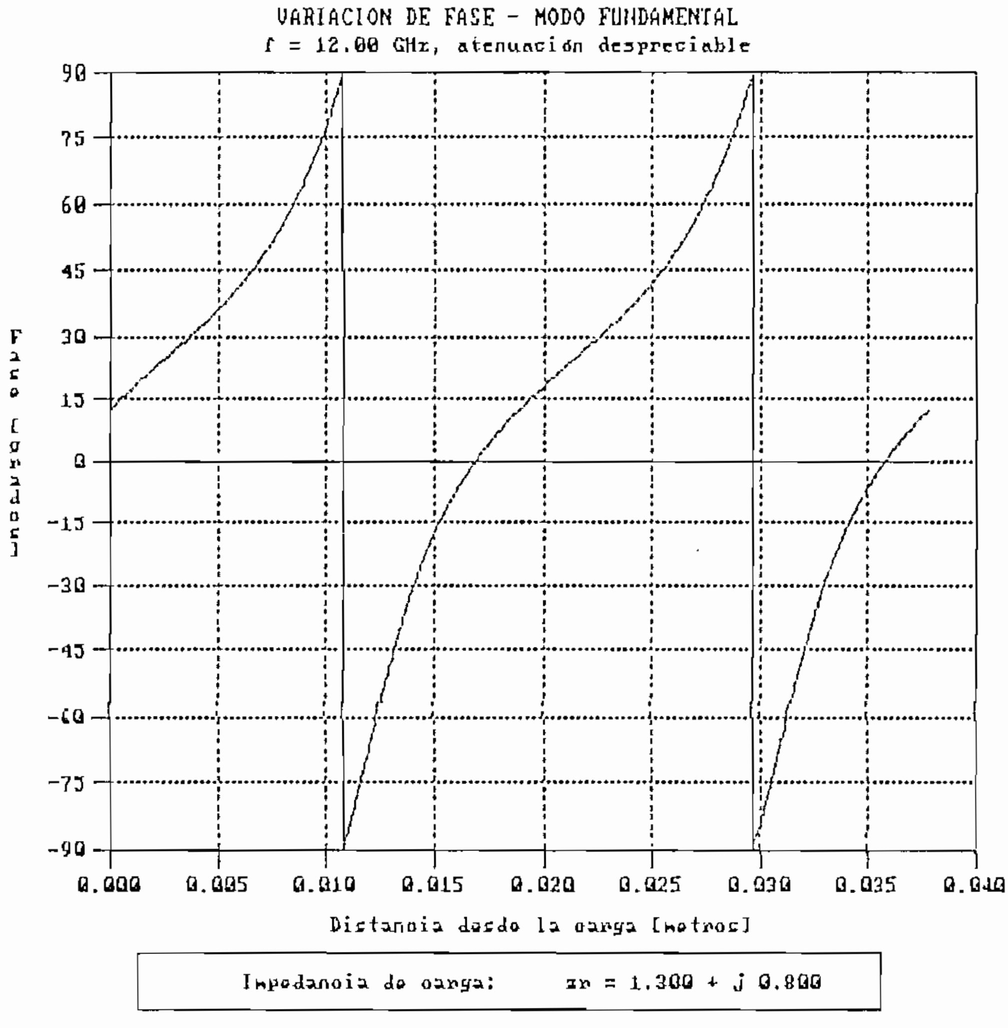

Figura 5.64. Variación de fase para f = 12 GHz, fc = 9 GHz.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 30.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 21.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 448.709 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.35086
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 50.26 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.481
Relación de onda estacionaria (S) : 2.081
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0070 m
Distancia d1 : 0.0045 m
Distancia d2 : 0.0025 m
Zr normalizada (con d1) : 1.298 + j 0.800
Zr normalizada (con d2) : 1.298 + j 0.800
Error promedio de simulación : 0.097 %

Cuadro 5.10. Resultados de simulación para f = 30 GHz, fc = 21 GHz.

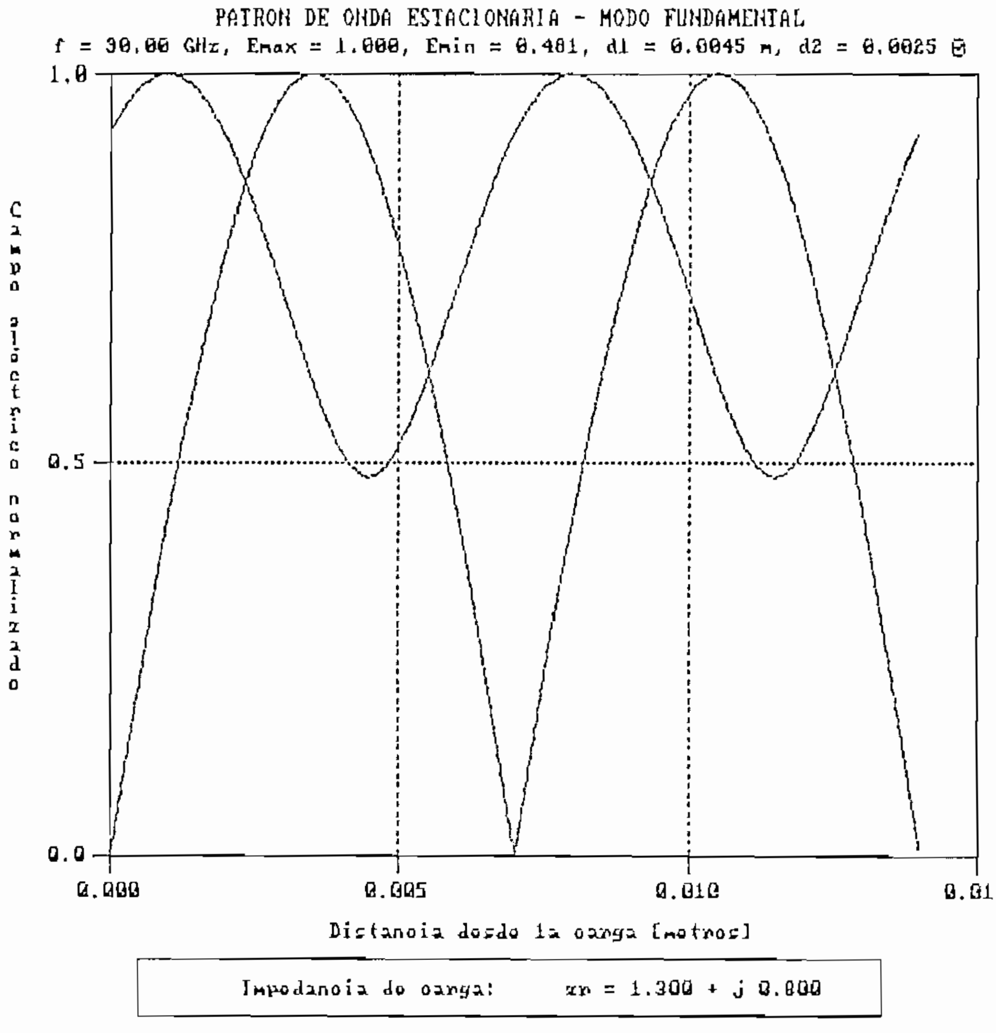

Figura 5.65. Patrón de onda estacionaria para f = 30 GHz, fc = 21 GHz.

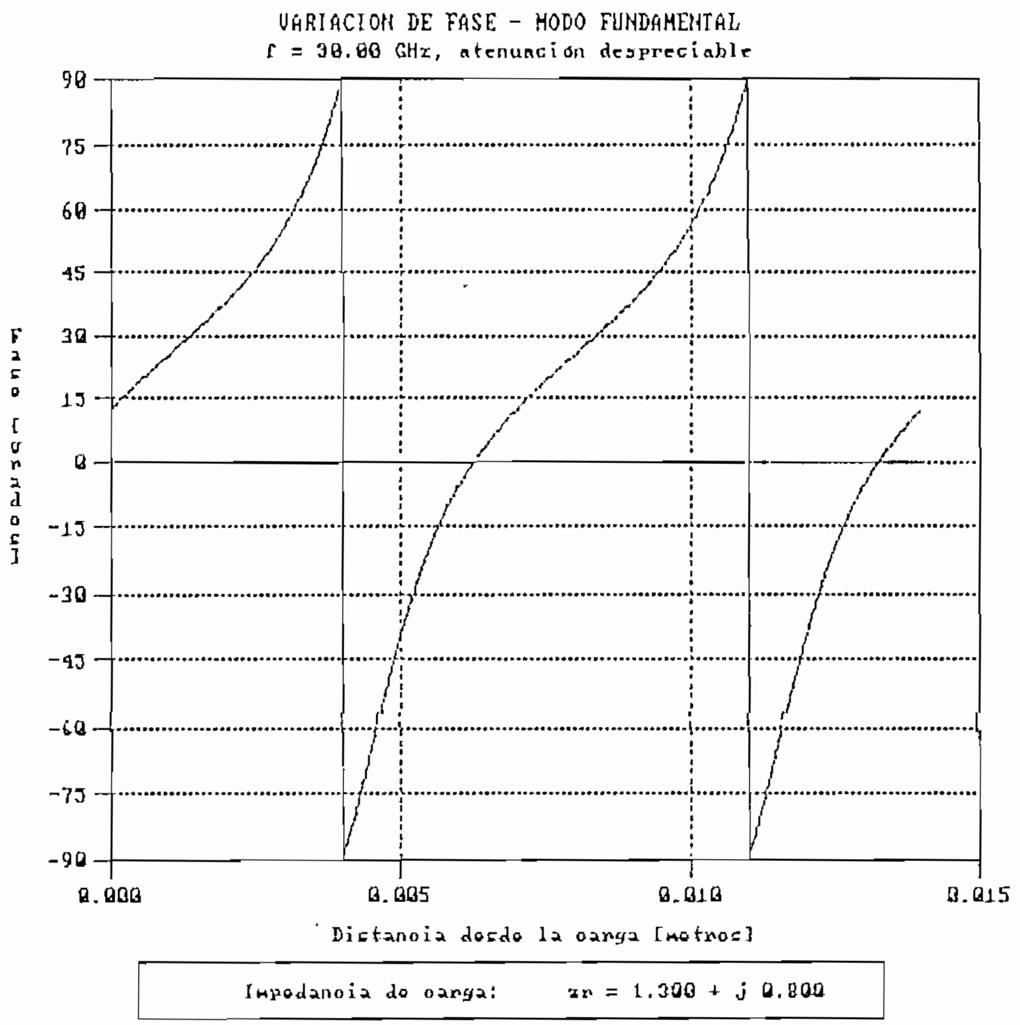

Figura 5.66. Variación de fase para f = 30 GHz, fc = 21 GHz.

5.2.3 Variación en la impedancia característica.

Para poder realizar un análisis de la variación de Z_o, se ha considerado tomar valores de 100, 300 y 1500 Ω. Los resultados obtenidos se pueden observar en los Cuadros 5.11 a 5.13 y en las Figuras 5.67 a 5.72.

Se puede concluir como observación principal, que cuando el valor de Z_o es mucho mayor que el valor de Z_r, el error de simulación es apreciable, de tal modo que los resultados obtenidos no son confiables. Se puede tomar como referencia que el valor de Z_o debería ser menor o igual $5.Z_r$ para la obtención de errores menores al 1%.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.43416
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 135.08 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.395
Relación de onda estacionaria (S) : 2.535
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.2187 m
Distancia d2 : 0.0313 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.05 + j 34.16 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.05 + j 34.16 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.294 %

Cuadro 5.11. Resultados de simulación para Z_o = 100 Ω.

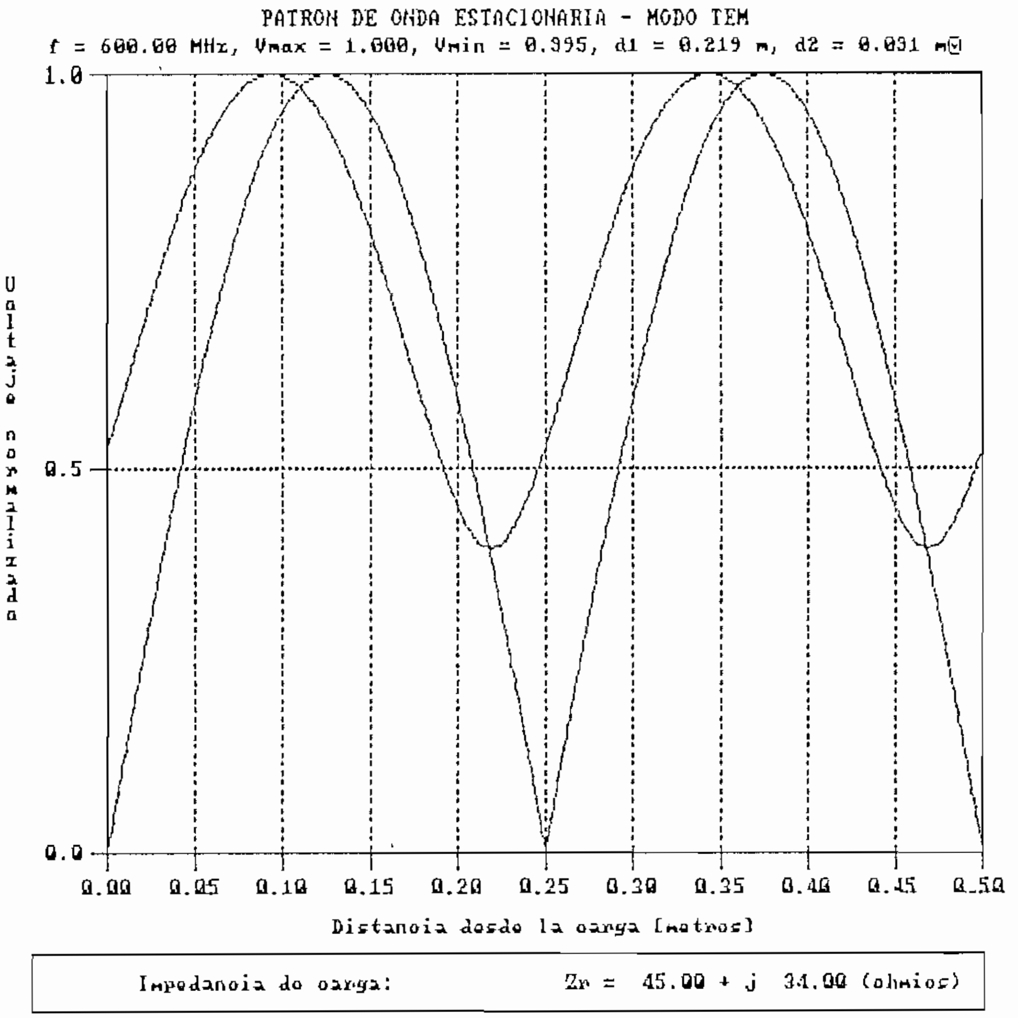

Figura 5.67. Patrón de onda estacionaria para Zo = 100 Ω.

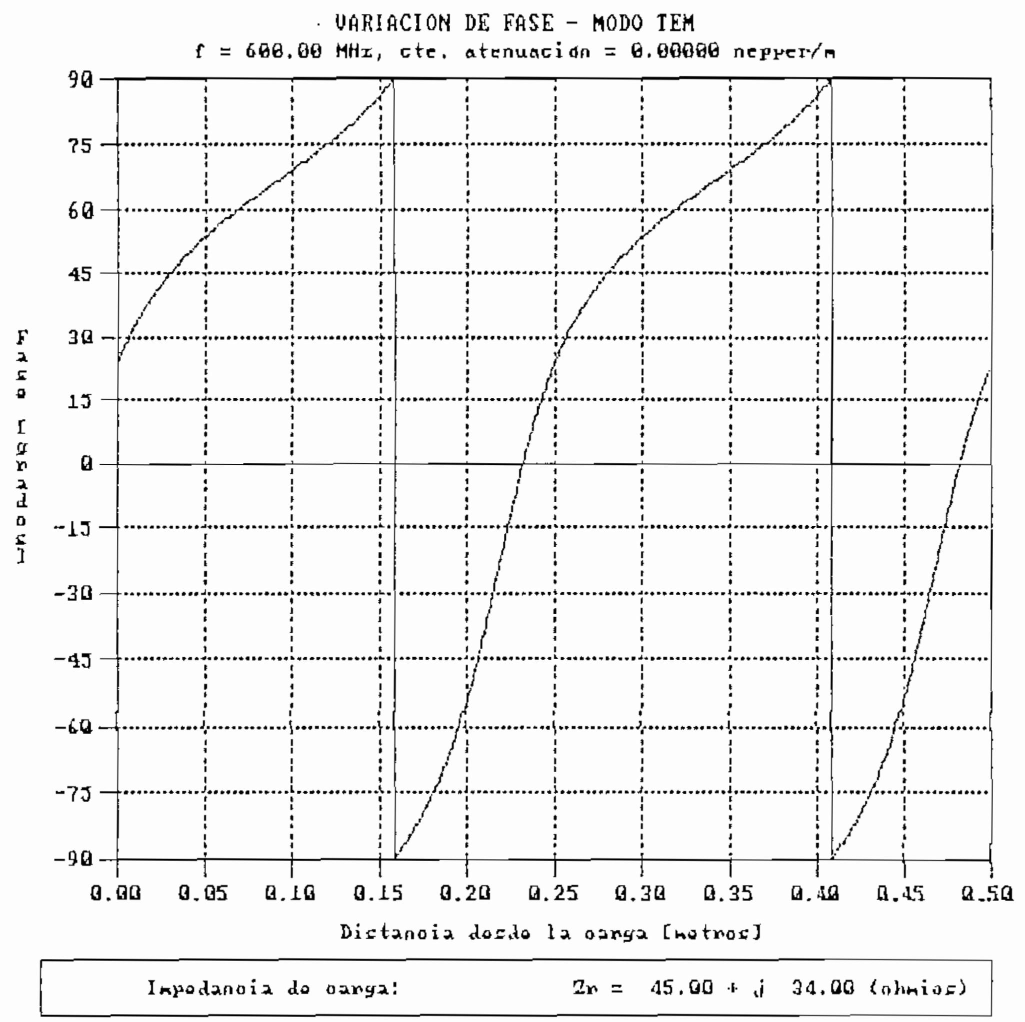

Figura 5.68. Variación de fase para Zo = 100 Ω.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.74208
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 166.78 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.148
Relación de onda estacionaria (S) : 6.754
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.2407 m
Distancia d2 : 0.0093 m
Impedancia de carga (con d1) : 45.02 + j 34.56 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 45.02 + j 34.56 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.853 %

Cuadro 5.12. Resultados de simulación para Zo = 300 Ω.

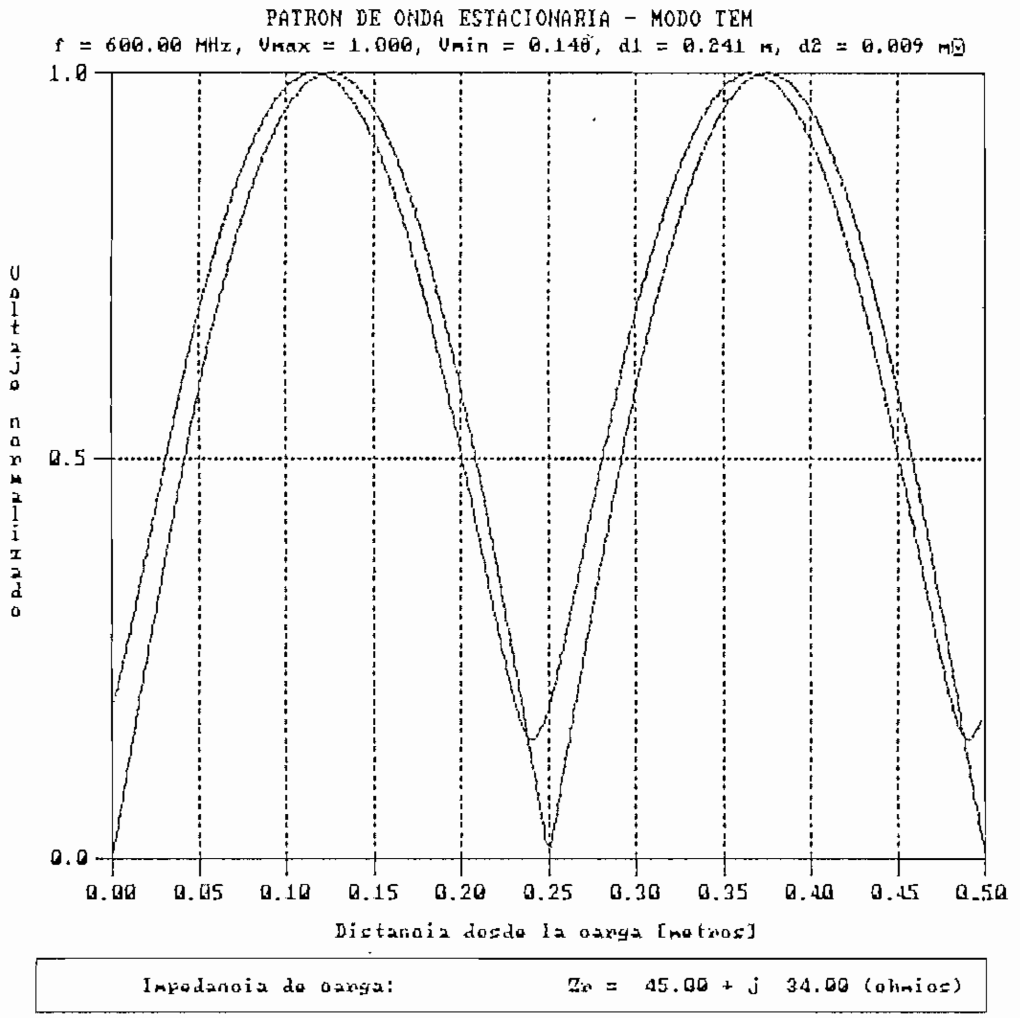

Figura 5.69. Patrón de onda estacionaria para Zo = 300 Ω.

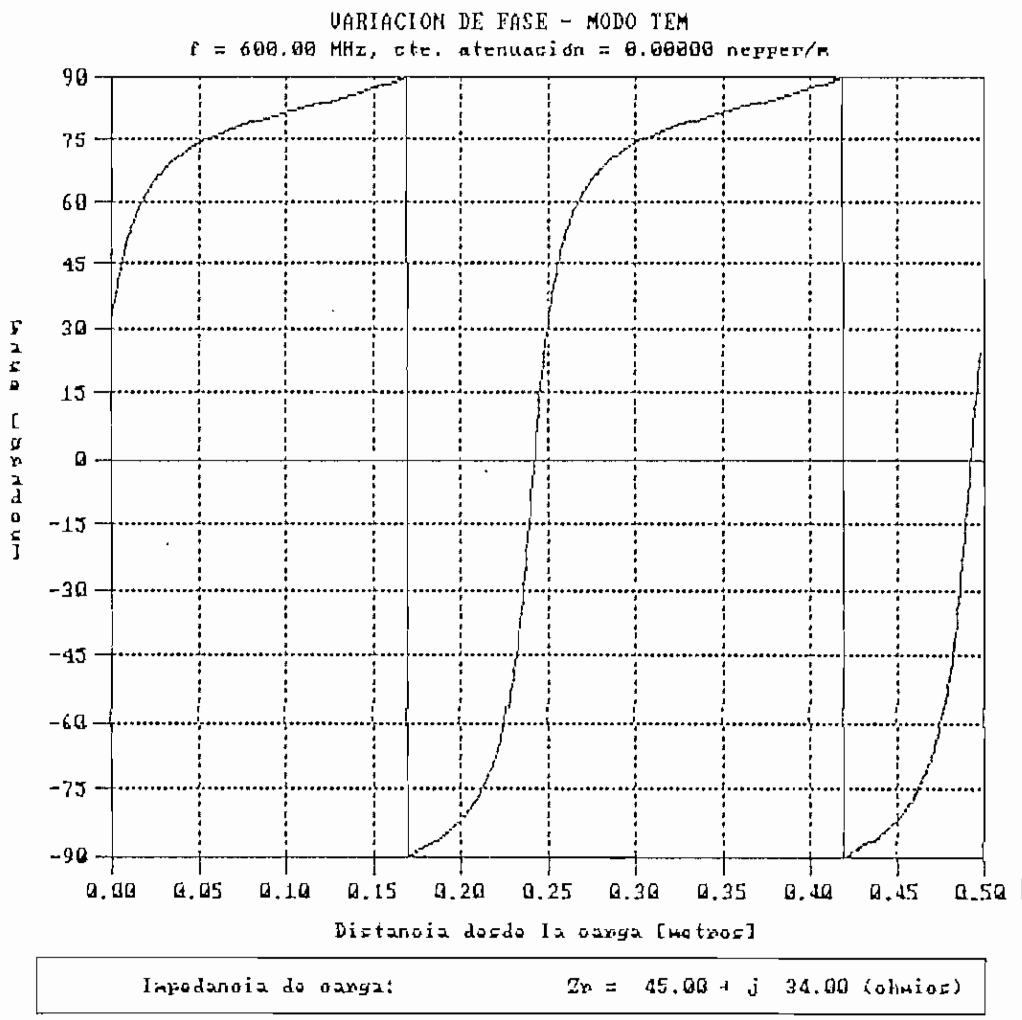

Figura 5.70. Variación de fase para Zo = 300 Ω.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.94178
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 177.40 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.030
Relación de onda estacionaria (S) : 39.805
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.2480 m
Distancia d2 : 0.0020 m
Impedancia de carga (con d1) : 37.71 + j 37.68 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 37.71 + j 37.68 (Ω)
Error promedio de simulación : 13.520 %

Cuadro 5.13. Resultados de simulación para $Zo = 1500\ \Omega$.

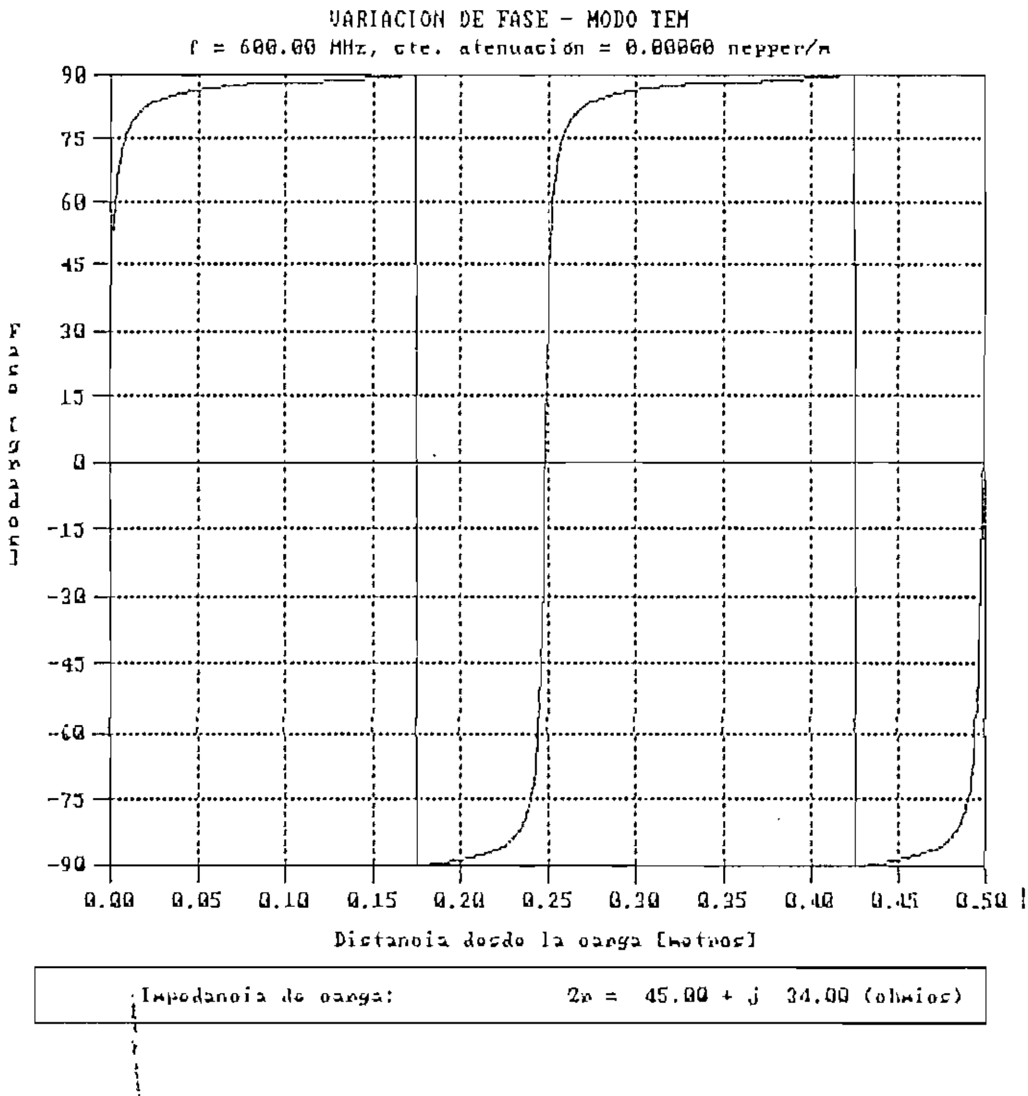

Figura 5.72. Variación de fase para Zo = 1500 Ω.

5.2.4 Variación en la impedancia de carga.

Se ha considerado los valores de $Z_r = 0$, $Z_r = Z_o$, $Z_r = 1000 + j1000\ \Omega$ y $Z_r = \infty$, para el modo TEM cuyos gráficos resultantes se pueden analizar en las Figuras 5.73 a 5.80 y los resultados numéricos en los Cuadros 5.14 a 5.17. Para el modo fundamental se presentan los resultados para $z_r = 0$, $z_r = 0{,}02 - j0{,}04$, $z_r = 1$ y $z_r = \infty$ en los Cuadros 5.18 a 5.21 y en las Figuras 5.81 a 5.88.

Los resultados para el caso de corto circuito, como se aprecia en las Figuras 5.73 y 5.81, corresponden perfectamente a lo esperado, para ambos modos de propagación. Para este caso no es posible aplicar el método pues el valor mínimo de la señal es cero, y se produciría una división por cero.

El patrón de onda estacionaria para circuito abierto, corresponde exactamente al de corto circuito, pero desfasado una distancia de $\lambda/4$, tal como se aprecia en las Figuras 5.79 y 5.87. Estos resultados corresponden exactamente con lo que la teoría dice para este caso.

Considerando la variación de fase para corto circuito y para circuito abierto (ver Figuras 5.74, 5.80, 5.82 y 5.88), se aprecia claramente que la diferencia de fase entre estas impedancias de carga para cualquier distancia es de 90°, lo cual es correcto.

En las Figuras 5.75 y 5.85 se aprecia el patrón de onda estacionaria para cuando $Z_r = Z_o$. Se ve que no existe ni máximos ni mínimos, lo cual representa la no existencia de reflexiones, cumpliéndose con lo que la teoría predice.

Cuando el valor de Z_r es mucho más grande o mucho más pequeño que Z_o, el error de simulación es apreciable, y los resultados no son confiables. Por lo que se concluye que para obtener errores menores al 2% se considere: $0.2Z_o \leq Z_r \leq 5Z_o$.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 1.00000
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 180.00 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.000
Relación de onda estacionaria (S) : Valor infinito
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.0000 m
Distancia d2 : 0.2500 m
Impedancia de carga (con d1) : 0.00 + j 0.00
Impedancia de carga (con d2) : 0.00 + j 0.00
Error promedio de simulación : No calculado

Cuadro 5.14. Resultados de simulación para $Zr = 0 + j0\ \Omega$.

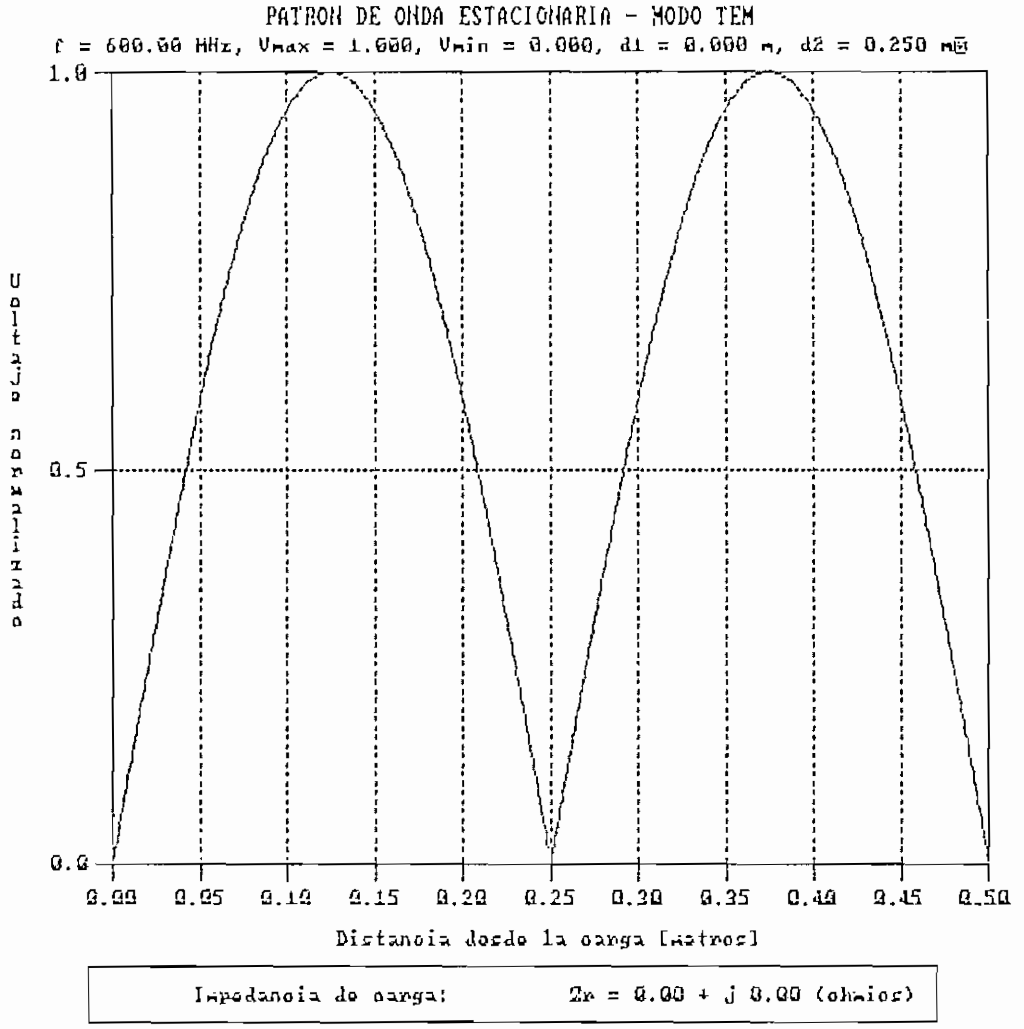

Figura 5.73. Patrón de onda estacionaria para Zr = 0 + j0 Ω.

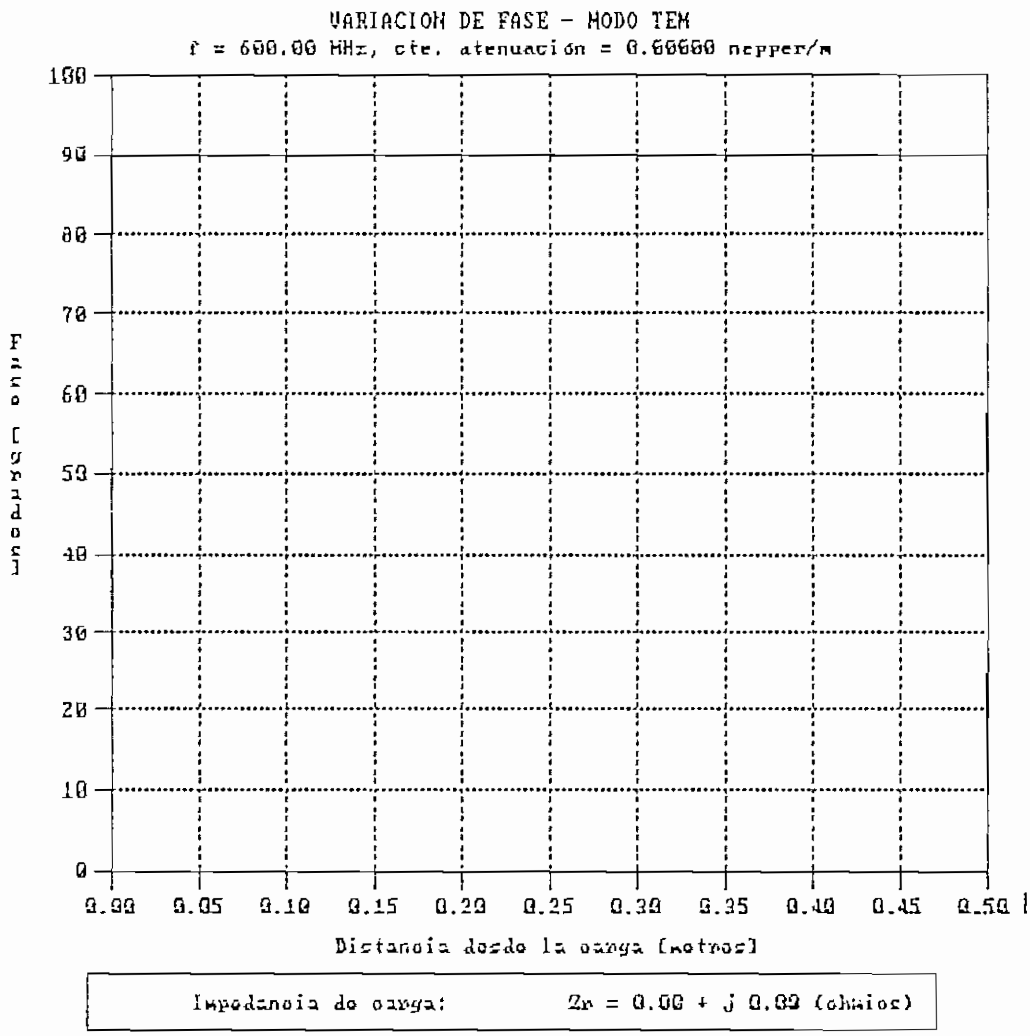

Figura 5.74. Variación de fase para Zr = 0 + j0 Ω.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.00000
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 90.00 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 1.000
Relación de onda estacionaria (S) : 1.000
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.1873 m
Distancia d2 : 0.0627 m
Impedancia de carga (con d1) : 50.00 + j 0.00 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 50.00 + j 0.00 (Ω)
Error promedio de simulación : 0.000 %

Cuadro 5.15. Resultados de simulación para Zr = 50 + j0 Ω.

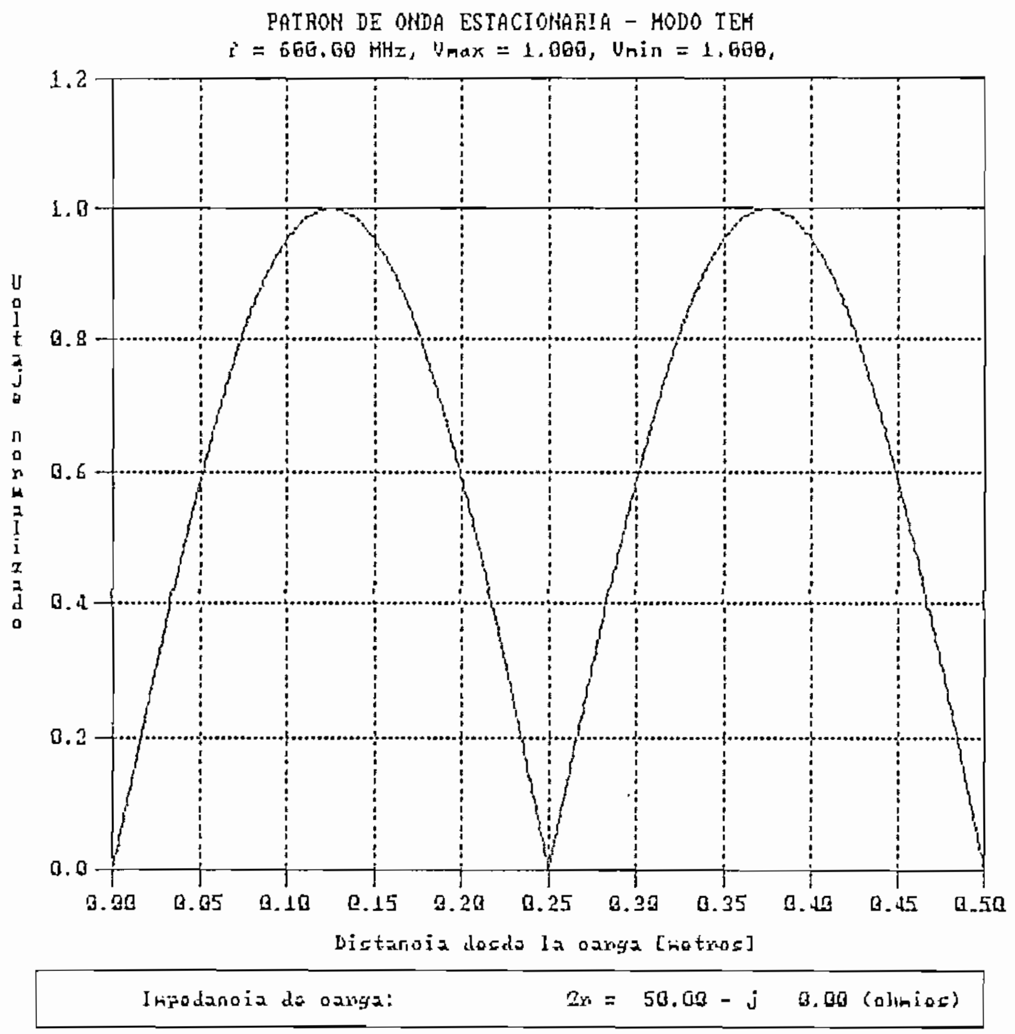

Figura 5.75. Patrón de onda estacionaria para Zr = 50 + j0 Ω.

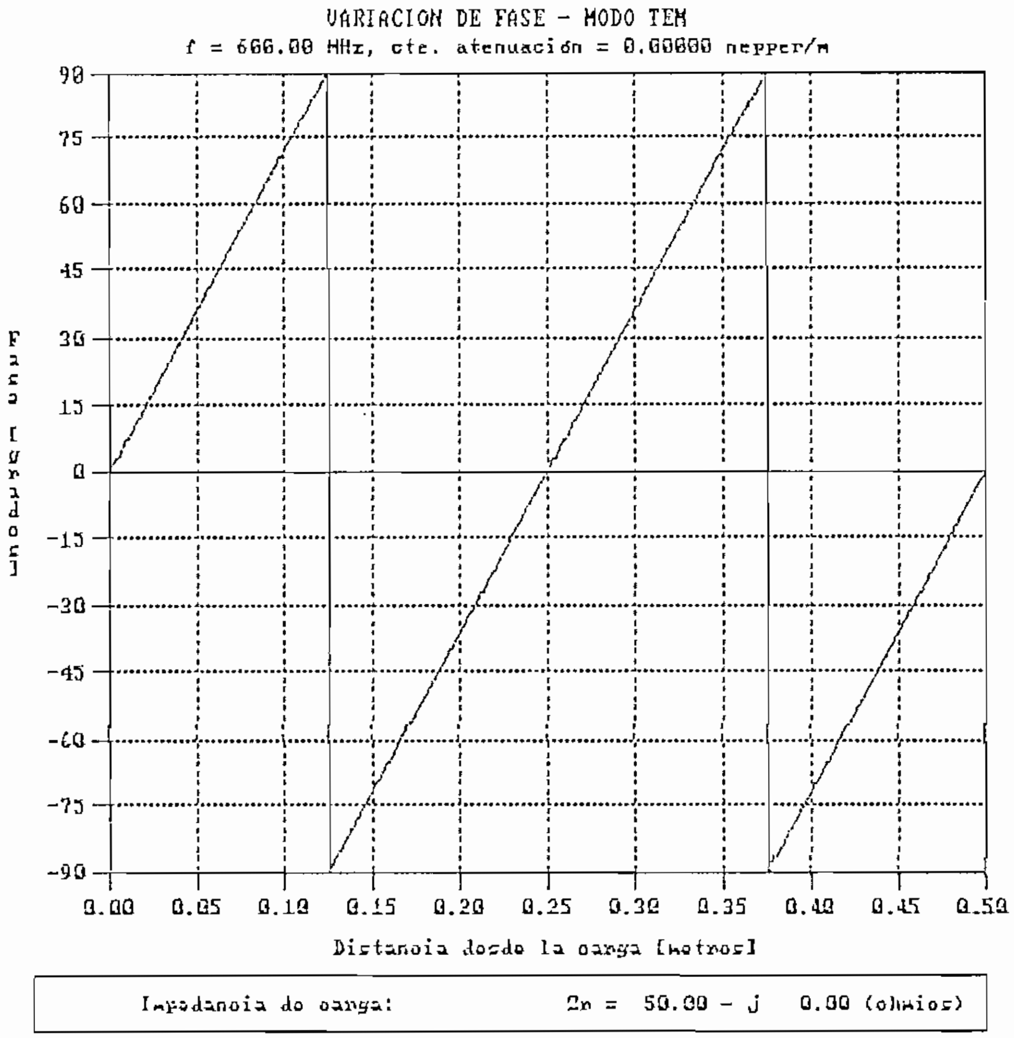

Figura 5.76. Variación de fase para Zr = 50 + j0 Ω.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO TEM

Frecuencia de operación (f) : 600.00 MHz
Constante de Atenuación (α) : 0.00000 nepper/m
Constante de Fase (β) : 12.566 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.95125
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 2.87 °
Valor máximo normalizado de señal (Vmax) : 1.000
Valor mínimo normalizado de señal (Vmin) : 0.025
Relación de onda estacionaria (S) : 39.805
Distancia al mínimo en C.C. : 0.2500 m
Distancia d1 : 0.1267 m
Distancia d2 : 0.1233 m
Impedancia de carga (con d1) : 1174.56 + j 978.31 (Ω)
Impedancia de carga (con d2) : 1174.56 + j 978.31 (Ω)
Error promedio de simulación : 9.813 %

Cuadro 5.16. Resultados de simulación para Zr = 1000 + j1000 Ω.

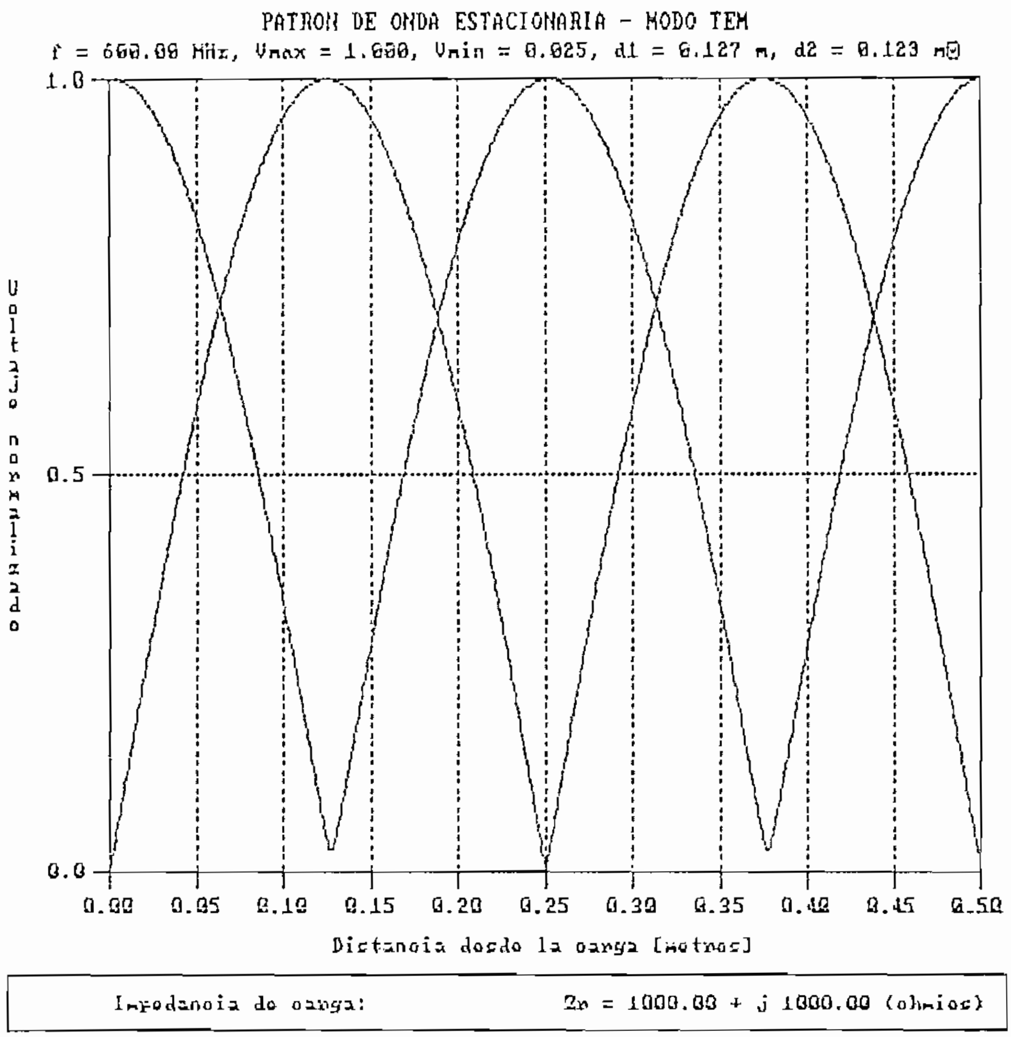

Figura 5.77. Patrón de onda estacionaria para Zr = 1000 + j1000 Ω.

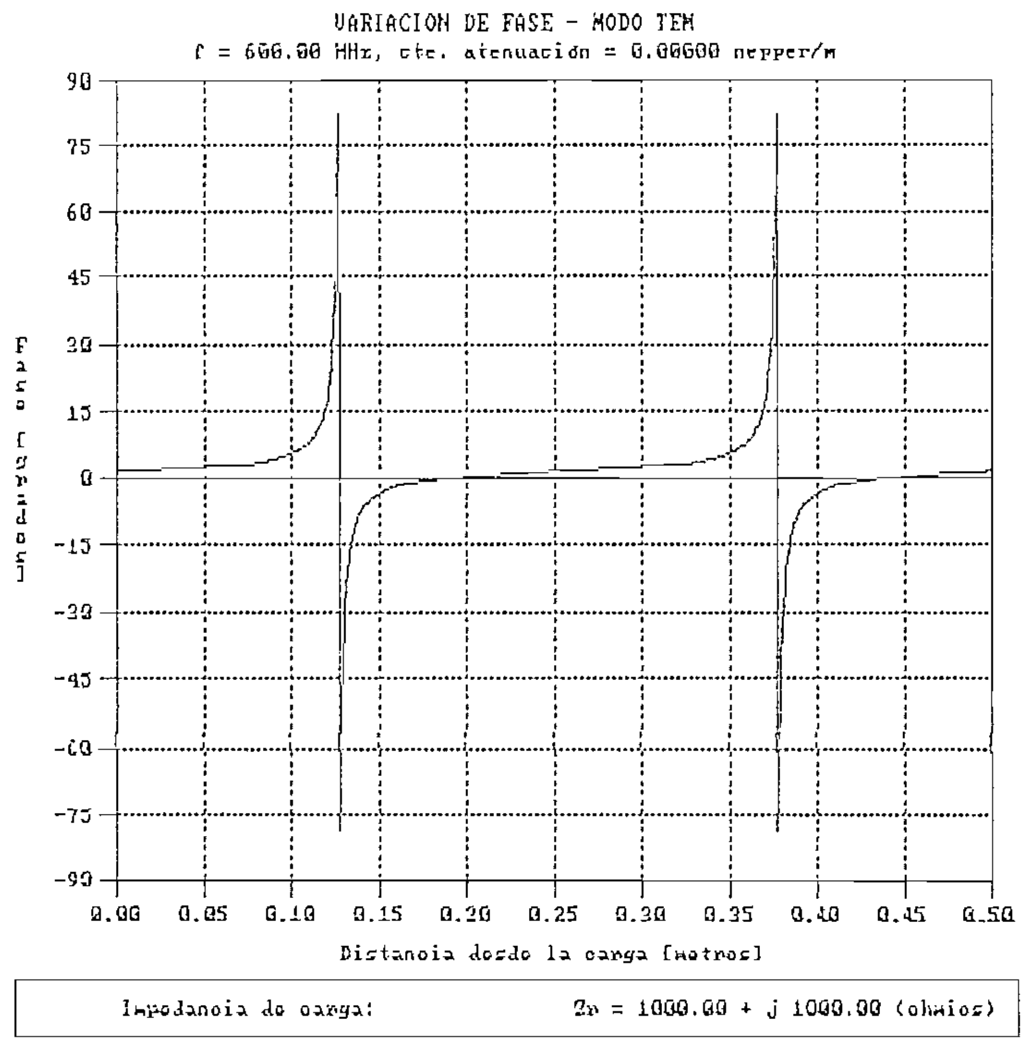

Figura 5.78. Variación de fase para $Zr = 1000 + j1000\ \Omega$.

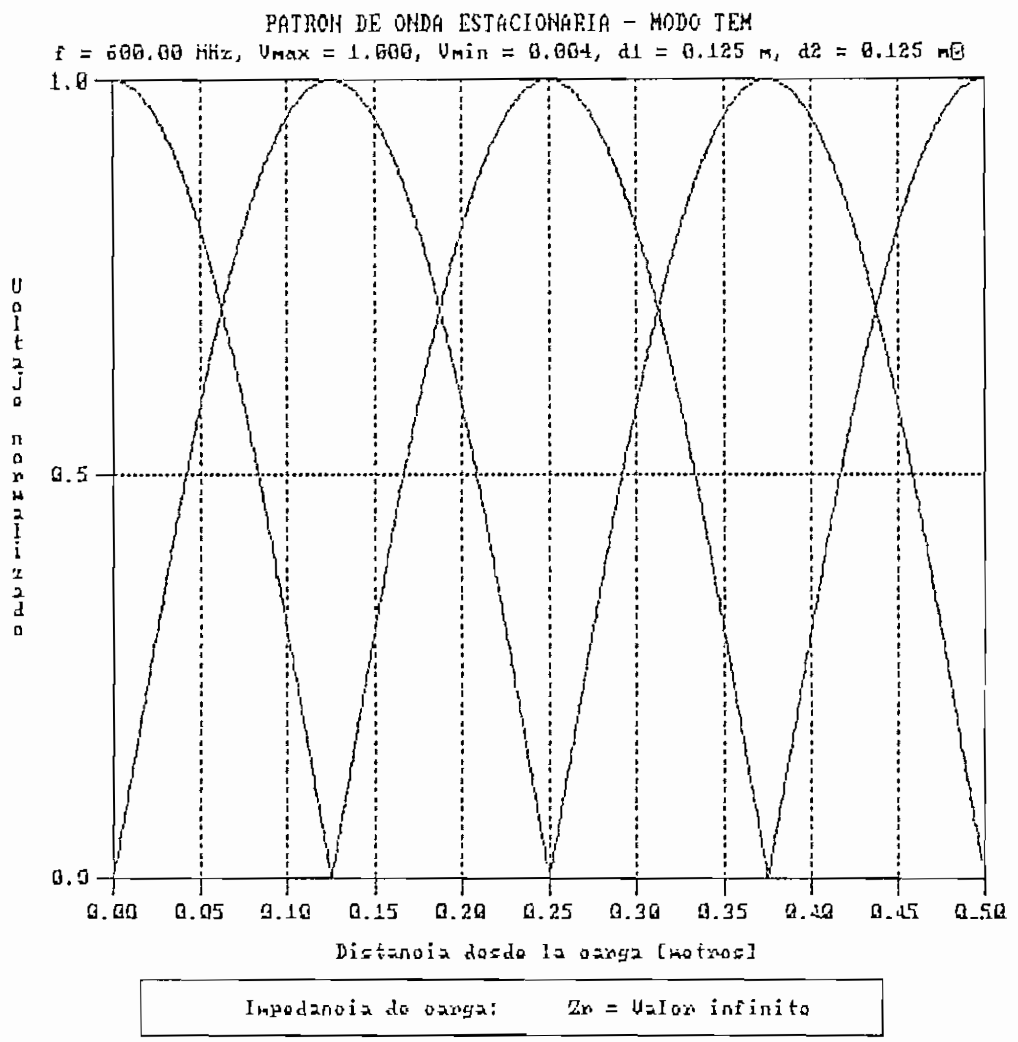

Figura 5.79. Patrón de onda estacionaria para Zr = infinito.

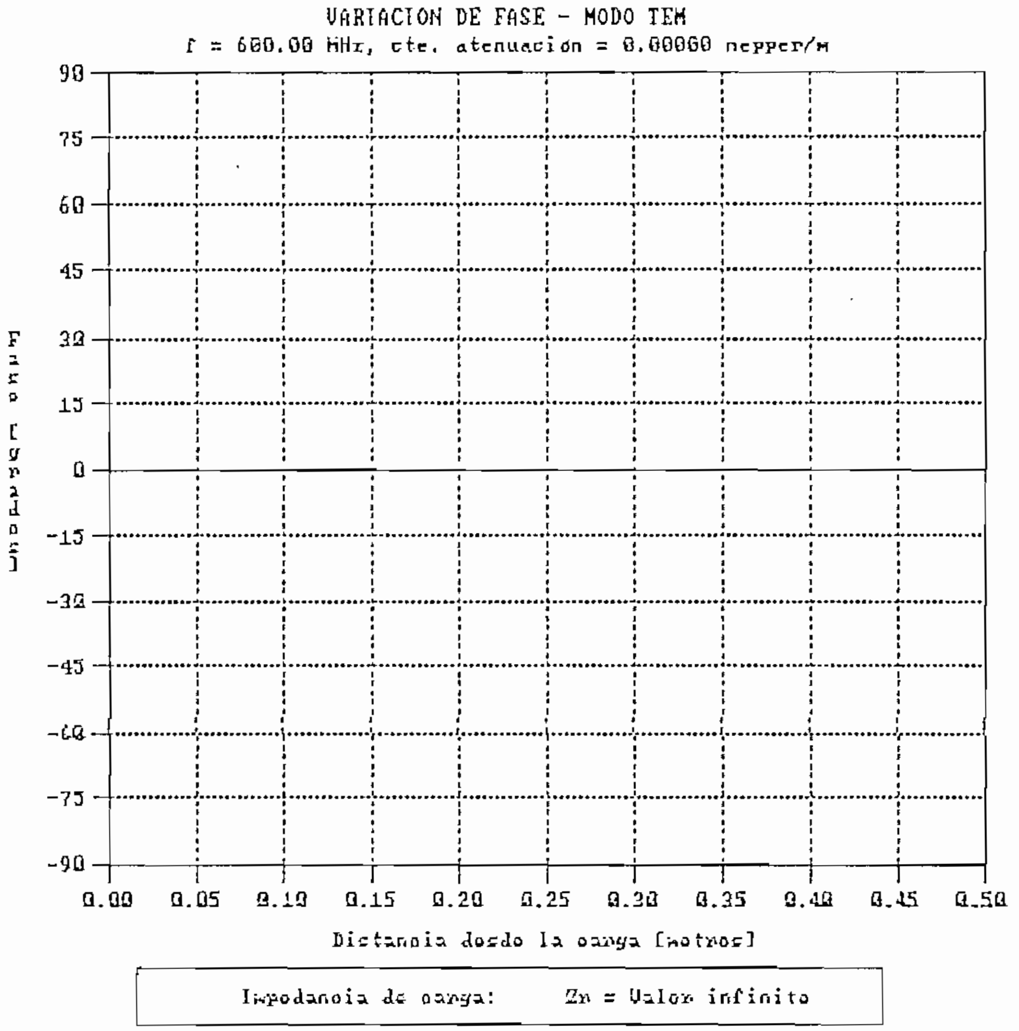

Figura 5.80. Variación de fase para Zr = infinito.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 9.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 6.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 140.496 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 1.00000
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 180.00 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.000
Relación de onda estacionaria (S) : Valor infinito
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0224 m
Distancia d1 : 0.0000 m
Distancia d2 : 0.0224 m
Impedancia de carga (con d1) : 0.00 + j 0.00
Impedancia de carga (con d2) : 0.00 + j 0.00
Error promedio de simulación : No calculado

Cuadro 5.18. Resultados de simulación para zr = 0 + j0.

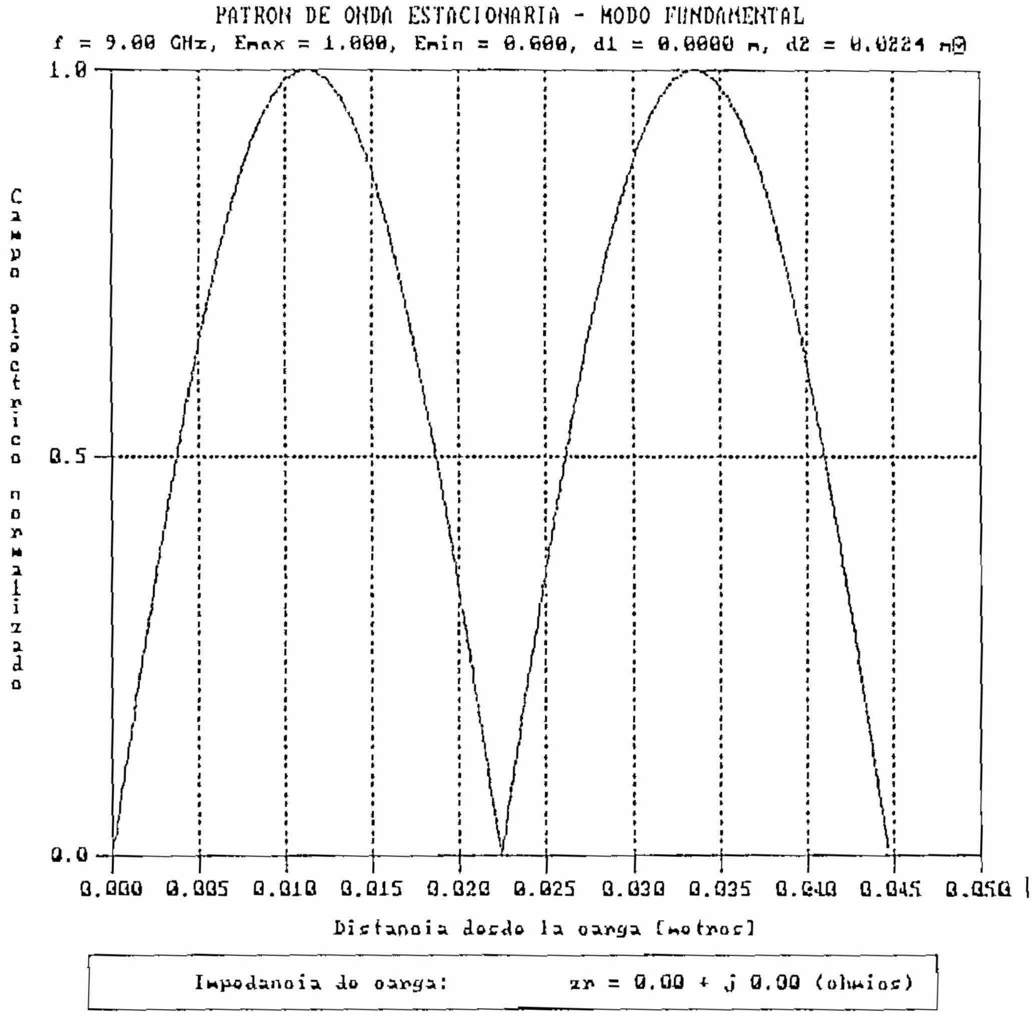

Figura 5.81. Patrón de onda estacionaria para zr = 0 + j0.

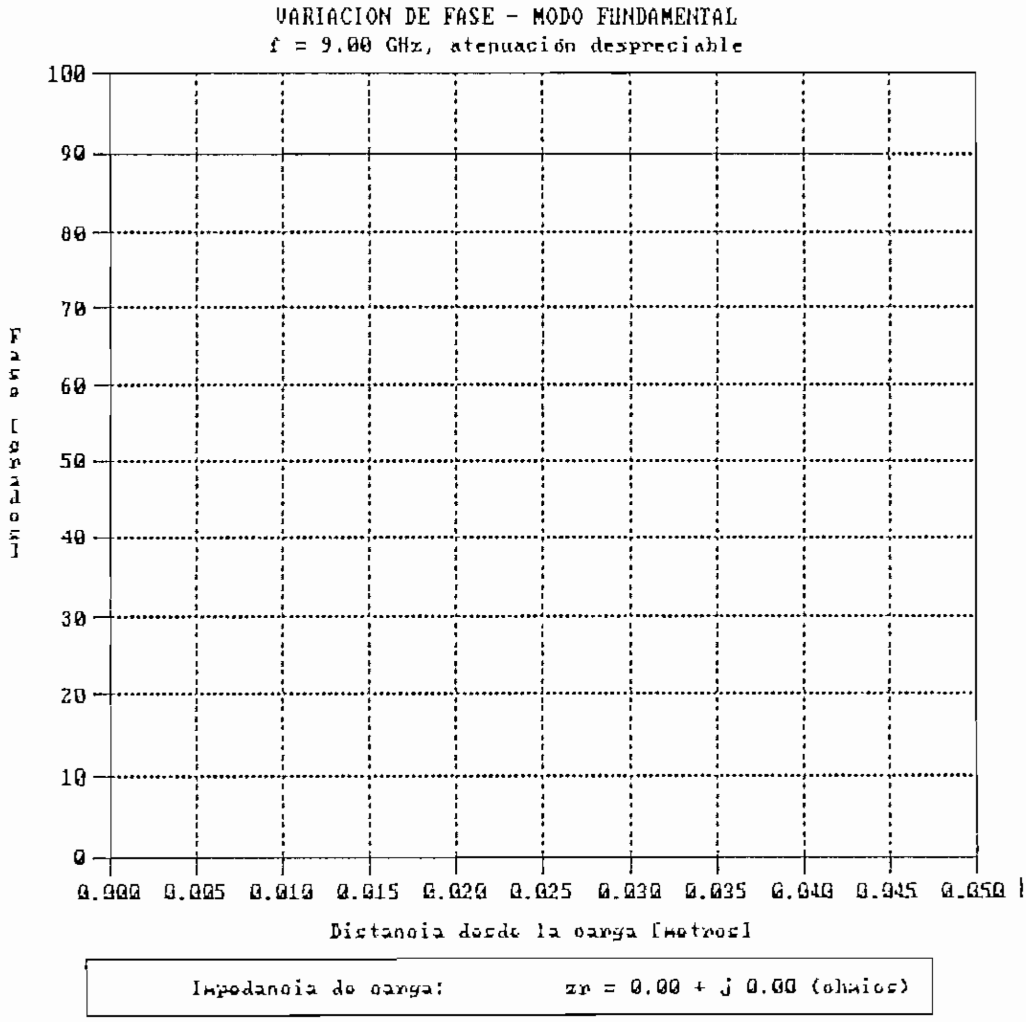

Figura 5.82. Variación de fase para zr = 0 + j0.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 9.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 6.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 140.496 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.96085
Angulo del Coeficiente de Reflexión : -175.42 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.020
Relación de onda estacionaria (S) : 59.694
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0224 m
Distancia d1 : 0.0003 m
Distancia d2 : 0.0221 m
Zr normalizada (con d1) : 0.017 - j 0.042
Zr normalizada (con d2) : 0.017 - j 0.042
Error promedio de simulación : 10.422 %

Cuadro 5.19. Resultados de simulación para zr = 0.02 + j0.04.

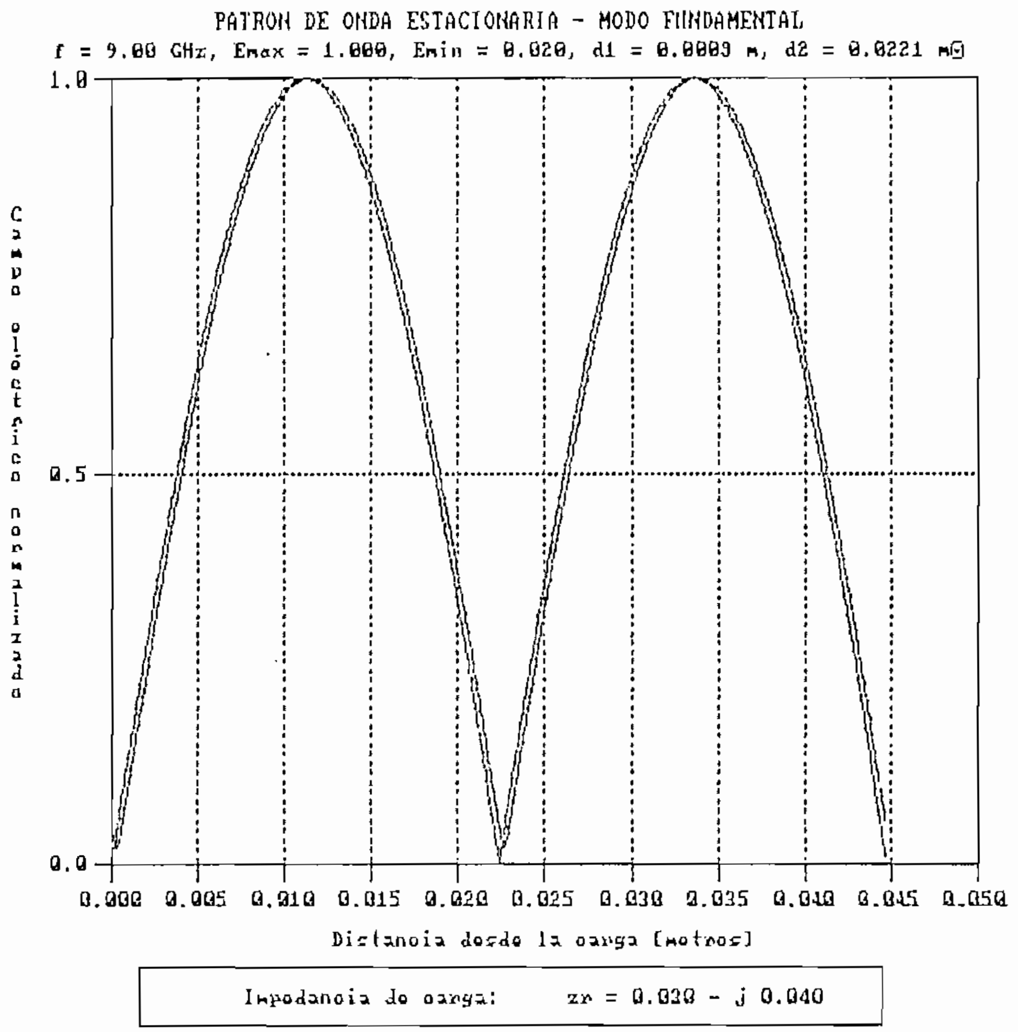

Figura 5.83. Patrón de onda estacionaria para zr = 0.02 + j0.04.

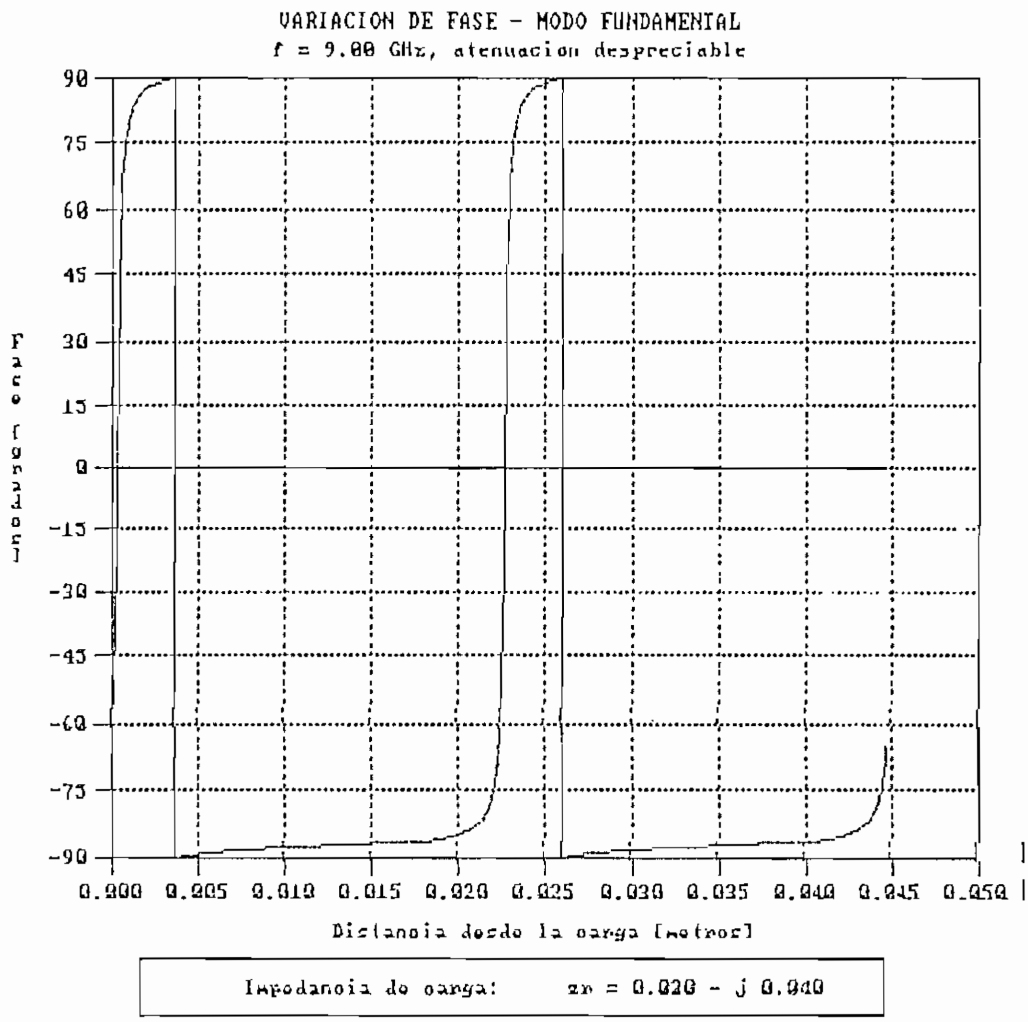

Figura 5.84. Variación de fase para zr = 0.02 + j0.04.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 9.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 6.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 140.496 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 0.00005
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 90.00 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 1.000
Relación de onda estacionaria (S) : 1.000
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0224 m
Distancia d1 : 0.0168 m
Distancia d2 : 0.0056 m
Zr normalizada (con d1) : 1.000 + j 0.000
Zr normalizada (con d2) : 1.000 + j 0.000
Error promedio de simulación : 0.000 %

Cuadro 5.20. Resultados de simulación para zr = 1 + j0.

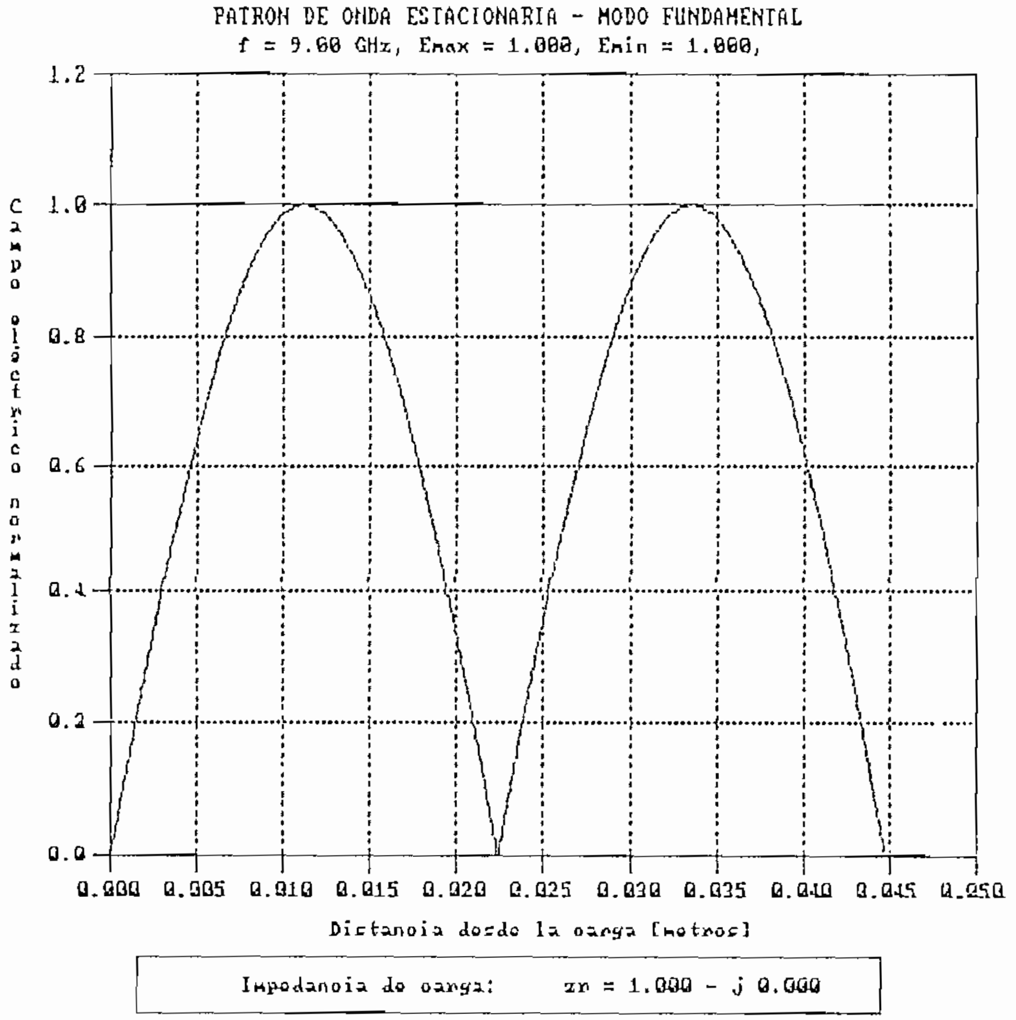

Figura 5.85. Patrón de onda estacionaria para zr = 1 + j0.

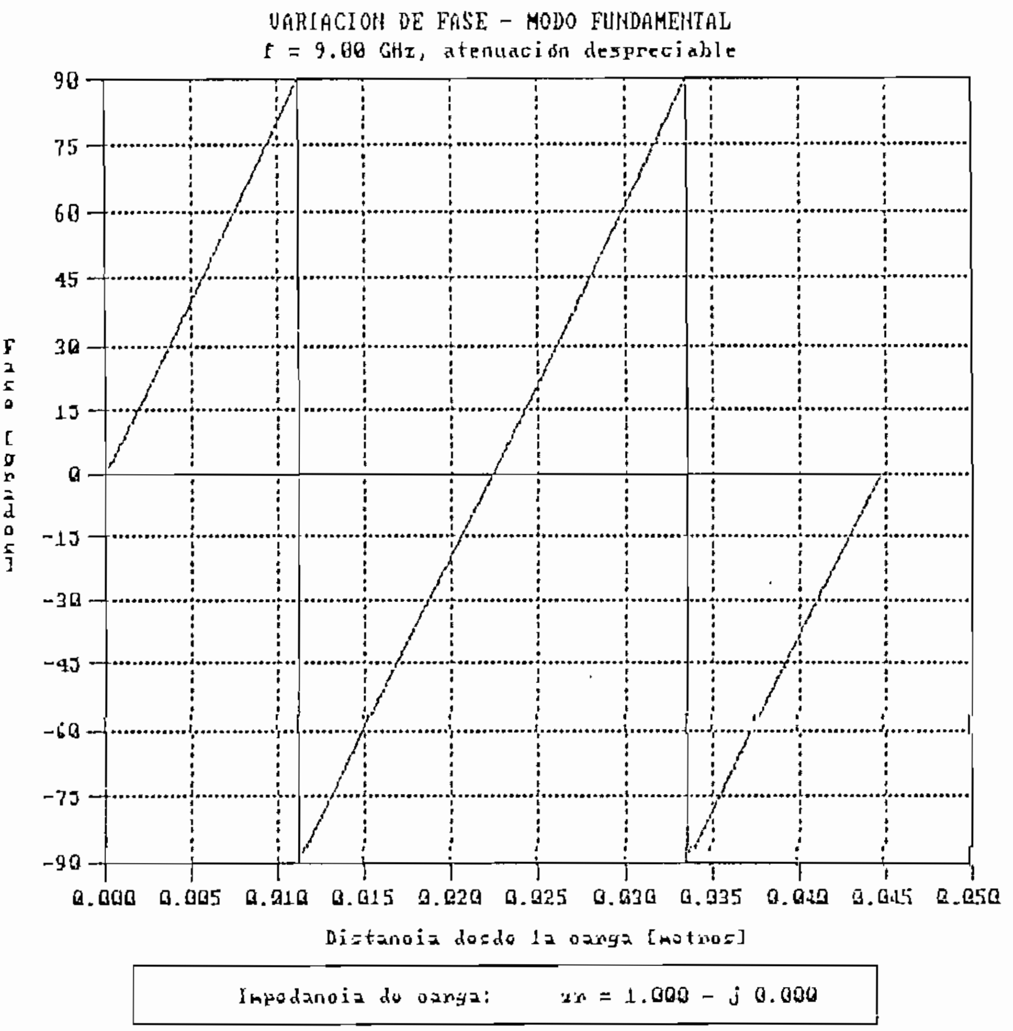

Figura 5.86. Variación de fase para zr = 1 + j0.

RESULTADOS DE SIMULACION - MODO FUNDAMENTAL

Frecuencia de operación (f) : 9.00 GHz
Frecuencia de corte (fc) : 6.00 GHz
Constante de propagación (kg) : 140.496 rad/m
Módulo del Coeficiente de Reflexión : 1.00000
Angulo del Coeficiente de Reflexión : 0.00 °
Campo eléctrico máximo normalizado (Emax) : 1.000
Campo eléctrico mínimo normalizado (Emin) : 0.004
Relación de onda estacionaria (S) : Valor infinito
Distancia al mínimo en C.C. : 0.0224 m
Distancia d1 : 0.0112 m
Distancia d2 : 0.0112 m
Impedancia de carga (con d1) : Valor infinito
Impedancia de carga (con d2) : Valor infinito
Error promedio de simulación : No calculado

Cuadro 5.21. Resultados de simulación para zr = infinito.

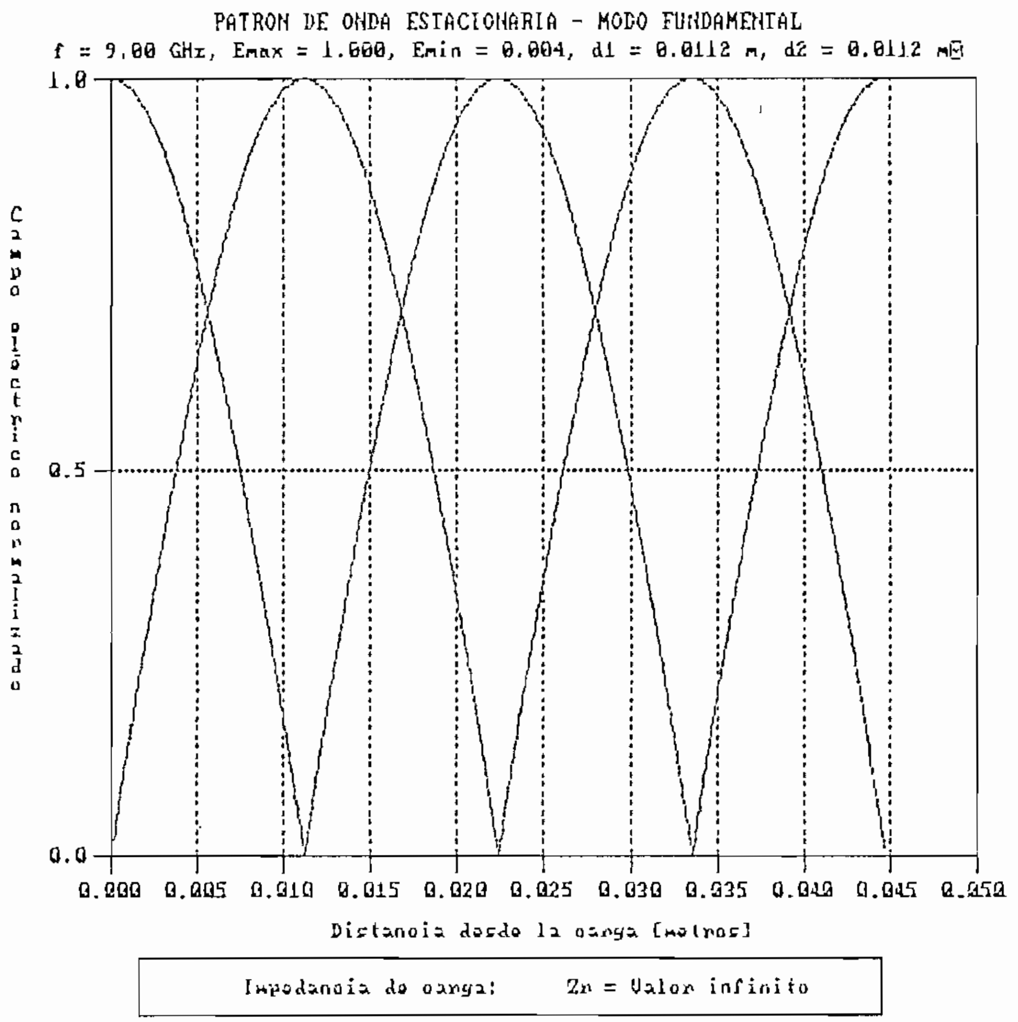

Figura 5.87. Patrón de onda estacionaria para zr = infinito.

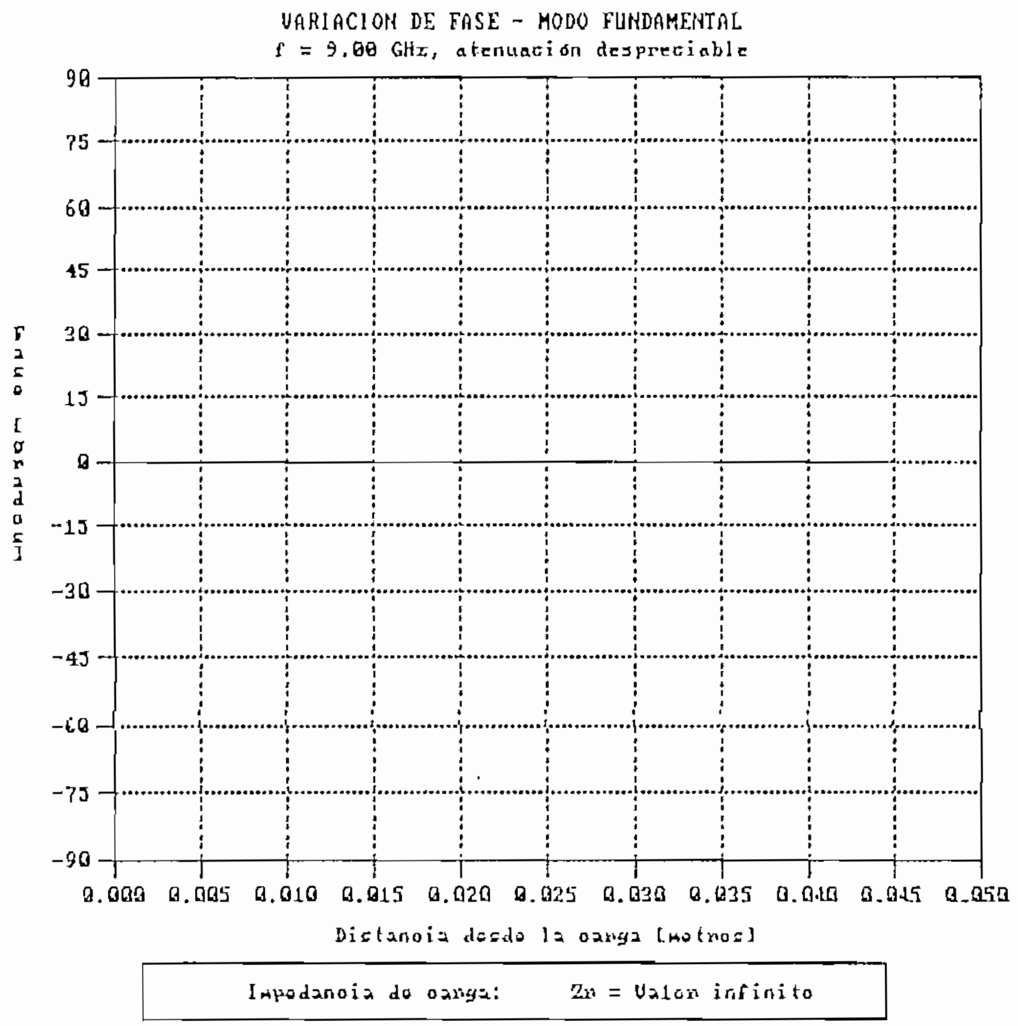

Figura 5.88. Variación de fase para zr = infinito.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

DWORSKY, Lawrence. Modern Transmission Line Theory and Applications. John Wiley and Sons, Inc. New York. 1979.

JOHNSON, Walter. Transmission lines and Networks. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1950.

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

- Se ha planteado como objetivo principal, desarrollar un programa que permita analizar las señales de voltaje en el modo TEM o de campo eléctrico en el modo fundamental, tanto en el tiempo para su estado transitorio, como en la distancia para el estado estable AC. Dicho objetivo se ha cumplido, ofreciendo el programa gran versatilidad en la obtención de resultados, dependiendo del ingreso de diferentes datos.

- En los Capítulos I a III, se hace un análisis teórico de los fenómenos que se desean analizar con el programa. Estos capítulos entregan información que puede ser usada como herramienta de consulta para las materias de Líneas de Transmisión y Microondas, así como el programa puede ser utilizado con fines didácticos, en el análisis de las señales guiadas por una línea de transmisión o guía de onda, dentro de los modos de propagación establecidos.

  El programa cumple con el ancho de banda para el cual ha sido diseñado, es decir desde 30 a 1000 MHz en el modo TEM, y desde 1 a 30 GHz en el modo fundamental.

- Una conveniente manera de entender como se propaga una onda de voltaje (o corriente) a lo largo de una línea sin pérdidas, es el *diagrama posición-tiempo* que se indica en la Figura 3.1.

- Si se analiza la Figura 2.2, se puede observar que los máximos y mínimos de la onda estacionaria no tienen los mismos niveles de amplitud durante su recorrido, esto se debe al cambio en la magnitud de la señal debido a la presencia de atenuación en la línea ($\alpha > 0$). Si se compara lo anteriormente mencionado, con los resultados obtenidos en el Capítulo V, en el punto 5.2.1, se concluye que éstos corresponden correctamente a lo establecido. Los máximos y mínimos se presentan debido al cambio de fase presente a lo largo de la línea de transmisión.

  Por otro lado, considerándose el análisis para la atenuación cero ($\alpha \approx 0$), en este caso los máximos y mínimos de la onda estacionaria tienen los mismos niveles de voltaje (ver Figura 2.3). Igualmente, si se analiza los gráficos obtenidos en el punto 5.2.1, se concluye que éstos corresponden correctamente a lo enunciado en la teoría.

- Si se considera los resultados obtenidos para cuando se varía la impedancia de carga, se puede concluir:

Para corto circuito, en el análisis en el tiempo, los resultados indican, que laa señal tiende a ser cero en su estado estable, tal como predice la teoría. En el análisis del patrón de onda estacionaria, se observa que la señal simulada es cero en la carga, y cada media longitud de onda, lo cual es correcto.

Para cuando $Z_r = Z_o$ la señal en el tiempo se presenta sin el efecto de las reflexiones y obtiene su estabilidad desde su inicio. El patrón de onda estacionaria es una línea recta, esto se debe a que no existe influencia de onda reflejada, toda la energía de la onda incidente es transferida a la carga, de tal manera que no se puede distinguir entre una línea de longitud infinita y una línea terminada en impedancia característica.

Cuando la carga es infinita (circuito abierto), la señal normalizada en el tiempo tiende a estabilizarse en un valor de uno, lo cual es correcto. Para el patrón de onda estacionaria, los resultados obtenidos corresponden con lo que dice la teoría.

En el análisis en el tiempo, cuando se tienen condiciones ideales ($R_s = 0$), los resultados del programa para corto circuito y circuito abierto, presentan gráficos con valores que oscilan, sin llegar a obtener un valor en el cual se estabilice la señal.

Esto se debe obviamente por considerarse condiciones ideales de análisis. Por lo que se recomienda que se efectúen análisis para valores tendientes a las condiciones ideales.

Por otro lado, cuando la magnitud de Z_r aumenta, el valor de la señal en el tiempo tiende a estabilizarse en una magnitud cada vez mas alta (tendiente a uno). Para el caso del patrón de onda estacionaria, la forma de onda tiende a ser igual a la que se presenta para circuito abierto. Este análisis es correcto.

Cuando la magnitud de Z_r tiende a ser cada vez mas pequeña, el valor de la señal en el tiempo tiende a cero. En el análisis del patrón de onda estacionaria, la forma de onda tiende a ser igual a la presentada para corto circuito. Esto es perfectamente predecible.

Cuando el valor de Z_o es muy grande en relación al de Z_r, el patrón de onda estacionaria tiende a ser igual al de corto circuito, lo cual es correcto si se analiza con la Teoría de Circuitos Eléctricos.

Se puede concluir de los resultados analizados, que el programa ofrece resultados muy confiables (con un error menor o igual a 2%), en el caso del análisis del patrón de onda estacionaria, si se considera que $0.2Z_o \leq Z_r \leq 5Z_o$.

- Si se compara los resultados de variación de fase para cuando $Z_r = 0$ y para cuando $Z_r = \infty$, se ve que se da una diferencia de 90°, lo cual es correcto, pues los patrones de onda estacionaria se encuentran desfasados un cuarto de longitud de onda.

- Es importante anotar que no se han hecho aproximaciones al derivar las ecuaciones Ec. 3.9, Ec. 3.10, Ec. 3.14 y Ec. 3.15, y por lo tanto estas ecuaciones son válidas para cualquier valor de α, β, k_g y ρ_r.

- Por otro lado, considerando los resultados obtenidos para el coeficiente de reflexión, analizando todos los ejemplos la magnitud del mismo varía entre -1 y 1, lo cual está de acuerdo con la teoría.

  Para cargas puramente imaginarias, la magnitud de ρ_r siempre presenta el valor de la unidad, esto se debe principalmente a que la carga no absorve energía de la onda incidente. Por otro lado en cargas puramente resistivas, la magnitud de ρ_r es siempre menor a la unidad.

- Tomando en cuenta la estructura del programa, el diseño por módulos permitió desarrollarlo más rapidamente, y de una manera menos compleja. Así también al considerar el uso de funciones con trabajos específicos.

- Tal como se ha considerado como objetivo que el programa trabaje en cualquier monitor con capacidad gráfica, y que sus resultados puedan ser impresos en cualquier impresora paralela matricial, se puede concluir que este objetivo ha sido cumplido.

- Se puede ver que el programa podrá ser aplicado al análisis de las señales en la línea y en la guía ranuradas. De tal manera de poder predecir los resultados en estos equipos.

BIBLIOGRAFIA

ATWATER, H.A. Introduction to Microwave Theory. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. Ney York. 1962.

AYANT, Y. Funciones especiales. Editorial Alhambra S.A. Madrid, España. 1974.

CAMPBELL, Joe. C Programmer´s Guide to Serial Communications. Howard W. Sams & Company. Carmel, Indiana. 1987.

CHIPMAN, R. A. Líneas de Transmisión. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1971.

DWORSKY, Lawrence. Modern Transmission Line Theory and Applications. John Wiley and Sons, Inc. New York. 1979.

EPSON. LX-810 User´s Manual. Epson America, Inc. Torrance, California. 1989.

FIODOROV, N. N. Fundamentos de Electrodinámica. Editorial MIR. Moscú, Rusia. 1982.

GINZTON, Edward. Microwave Measurements. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1957.

GUPTA, K. G. Microondas. Editorial Limusa. Mexico. 1983.

HUTTER, Rudolf. Beam and Wave Electronics in Microwave Tubes. D.V.N.C., Inc. Princeton, New Jersey. 1960.

JOHNSON, Walter. Transmission lines and Networks. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1950.

LANCE, Algie. Introduction to Microwave Theory and Measurements. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New York. 1964.

MICROSOFT. Microsoft C. Advanced Programming Techniques. Microsoft Corporation. U.S.A. 1990.

MICROSOFT. Microsoft C. Reference. Microsoft Corporation. U.S.A. 1990.

POTTER, James. Theory of networks and lines. Prentice-Hall, Inc. New Jersey. 1963.

PUENTESTAR, Washington. Análisis y Diseño de Sistemas de Control en el Dominio de la Frecuencia utilizando un Computador Personal. E.P.N. F.I.E. 1990.

REICH, Herbert. Microwave Theory and Techniques. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey. 1953.

TERMAN, Frederick. Ingeniería Electrónica y de Radio. Arbó S.A.C. e I. Buenos Aires, Argentina. 1977.

TOWNSEND, Carl. Understanding C. Howard W. Sams & Company. Indianapolis, Indiana. 1988.

VITERI, Fernando. Diseño y Construcción de un Sistema de Adquisición de Datos para Medición del Coeficiente de Reflexión, Relación de Onda Estacionaria e Impedancia en el Rango de 50(MHz) a 1000(MHz). E.P.N. F.I.E. 1990.

flected. Call the reflected voltage and current e^- and i^-, the relation between them being $i^- = -e^-/Z_0$. At the termination, then, Eq. (1.22) can be written as

$$\frac{e_t^+ + e_t^-}{i_t^+ + i_t^-} = Z_t \tag{1.23}$$

where the subscript t refers to values at the point of termination.

Equation (1.23) can be rewritten in terms of Z_0 as

$$\frac{e_t^+ + e_t^-}{e_t^+/Z_0 - e_t^-/Z_0} = Z_t \tag{1.24}$$

Solving Eq. (1.24) for the ratio of reflected to incident voltage, we obtain

$$\frac{e_t^-}{e_t^+} = \frac{Z_t - Z_0}{Z_t + Z_0} = k \tag{1.25}$$

The ratio k is called the reflection coefficient. Observe that k will be zero and there will be no reflection at the termination only when the terminating impedance is equal to the characteristic impedance of the line.

Thus, a terminating impedance different from Z_0 will give rise to a reflected wave which travels away from the termination. The reflection, upon reaching the other end, will itself be reflected if the terminating impedance at that end is different from Z_0.

As an exercise, the student should show that the reflection coefficient for current is the negative of that for voltage.

Example 1. Consider, for example, a d-c generator or a battery with an emf E which is connected at $t = 0$ to one end of two parallel conductors which are terminated at the other end in a resistance R (see Fig. 1.10). Losses in the line will be ignored. For the sake of definiteness, assume that $R = 3Z_0 =$ three times the quantity $\sqrt{L/C}$ of the line.

From $t = 0$ onward, a rectangular wave of voltage with a magnitude E will travel down the line at the velocity $v = 1/\sqrt{LC}$, accompanied by a similar wave of current equal in magnitude to E/Z_0. When the voltage wave reaches the receiving end, it will be reflected with a coefficient which can be obtained from Eq. (1.25):

$$k_R = \frac{3Z_0 - Z_0}{3Z_0 + Z_0} = \frac{1}{2}$$

Therefore, as shown in Fig. 1.10, there will be a reflected wave of voltage with a magnitude $Ek_R = E/2$, accompanied by a current wave equal to $-E/2Z_0$. The first reflected wave will in turn be reflected when it reaches the sending end. The terminating impedance is zero at this end, provided that the internal resistance of the generator (or battery) is negligible; hence for the generator end

$$k_g = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1$$

The rereflected voltage will therefore be equal to $(E/2)k_g = -E/2$ and, for this new forward-traveling wave, the accompanying current will be $-E/2Z_0$. If the successive reflections are followed through, the result

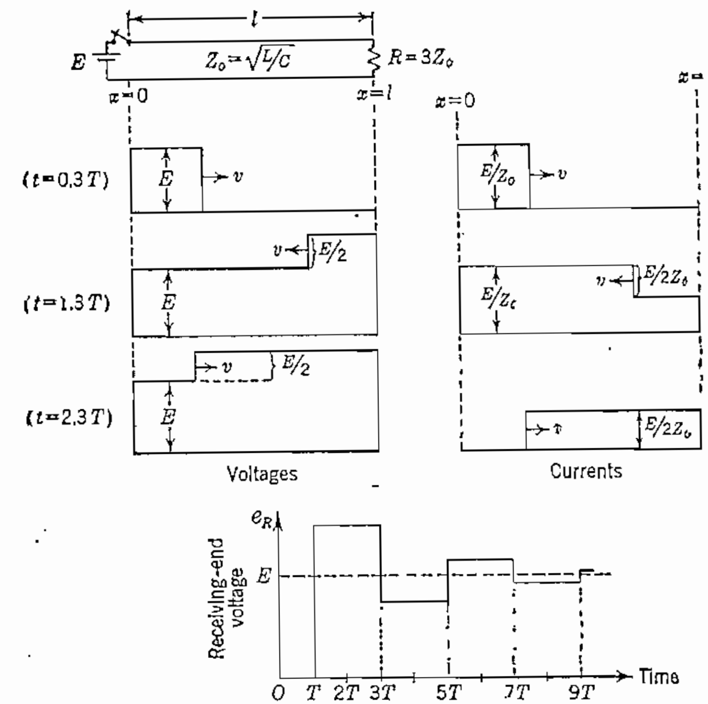

FIG. 1.10. D-c transients on a lossless line terminated in a resistance equal to $3Z_0$. The time required for the wave to travel the length of the line is denoted by T, where $T = l/v$.

shown in Fig. 1.10 will be obtained. At each moment the ratio of receiving-end voltage to receiving-end current is equal to the terminal resistance R. As time goes on, the receiving-end voltage gradually settles down to the steady-state value E, and the current settles down to the value $E/R = E/3Z_0$.

A space-time diagram, as illustrated in Fig. 1.11, is a convenient means of keeping track of the various reflections and their sums. Distance is plotted horizontally and time is plotted downward.[1] The time required for a wave to travel the length of the line is denoted by T, where $T = l/v$.

The zigzag lines are traces of the wave fronts of the various reflections. The numbers attached to the lines indicate the magnitudes of the individual waves. The magnitude of each reflection is obtained by multiplying the magnitude of the preceding wave by the reflection coefficient at the point where reflection takes place. The number shown in each intervening space

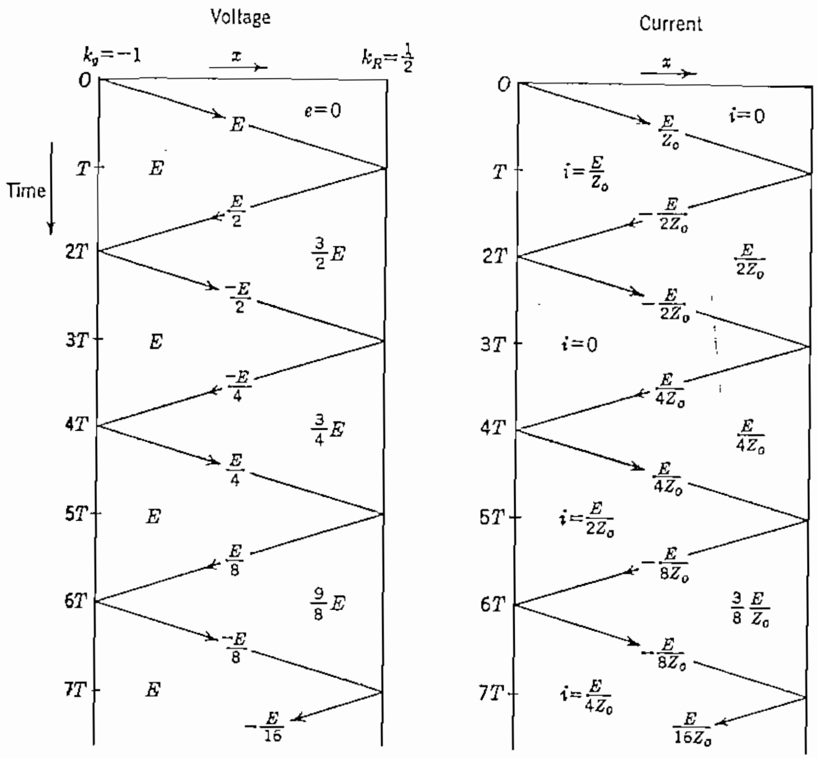

FIG. 1.11. Reflection diagram for the problem shown in Fig. 1.10.

is the sum of the individual waves above that point, and represents the net current or voltage in that region of the chart. The voltage or current at any time and position can easily be obtained from the diagram.

Example 2. Figure 1.12 shows an initially uncharged transmission line which is open-circuited at the far end. At $t = 0$, the switch S is closed,

[1] This method can be applied to the calculation of waves of arbitrary shape traveling on lossy lines and is particularly convenient when there are several discontinuities where reflections can occur. See L. V. Bewley, "Traveling Waves on Transmission Systems," Chap. IV, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1933.

connecting the line to a battery and a series resistance equal to $3Z_0$. The sending end cannot "know" that the line is not infinite until the arrival of the first reflection from the receiving end; therefore, the line will initially

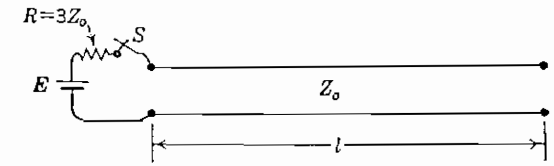

FIG. 1.12. Open-circuited line charged through a resistance.

look like an impedance Z_0 at the sending end. Using the voltage-divider principle to calculate the initial sending-end voltage, we find

$$e_s = \frac{Z_0}{Z_0 + R} E = \frac{E}{4} \qquad \text{for } 0 < t < 2l/v$$

A wave of voltage of this value travels to the receiving end, where it is reflected with the coefficient

$$k_R = \lim_{Z_R \to \infty} \left(\frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \right) = 1$$

The reflection travels back to the generator end, where it is reflected with the coefficient

$$k_g = \frac{3Z_0 - Z_0}{3Z_0 + Z_0} = \frac{1}{2}$$

The successive reflections and rereflections are shown in the diagram of Fig. 1.13, and a graph of sending-end voltage is given in Fig. 1.14. The build-up of sending-end voltage bears some resemblance to the voltage obtained across a condenser when charged from a battery through a resistance.

Example 3. Figure 1.15 shows a traveling wave of a shape similar to that often caused on power lines by a lightning stroke. The wave is assumed to be traveling toward a resistive termination equal to $3Z_0$, and the problem is to find the manner in which the waves of current and voltage will be reflected at the termination. Although a reflection diagram similar to that of Fig. 1.11 can be used, we shall employ another method which is often useful in simple cases.

The reflection coefficient for voltage is $\frac{1}{2}$, as can be verified by use of Eq. (1.25) with $Z_t = 3Z_0$. The reflection coefficient for current is the negative of this, or $-\frac{1}{2}$. We shall calculate the reflection by imagining

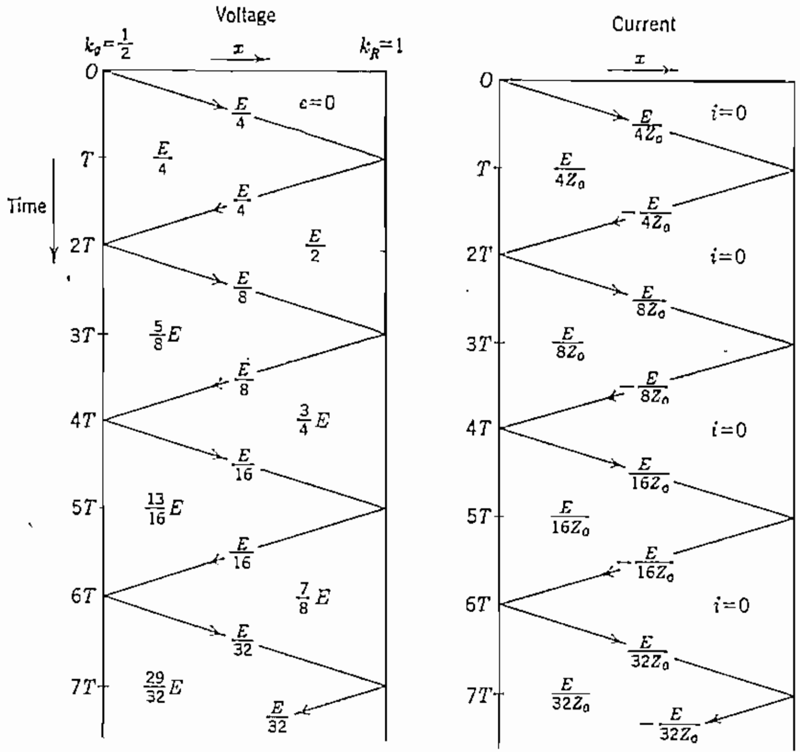

FIG. 1.13. Reflection diagram for the problem shown in Fig. 1.12. $T = l/v$.

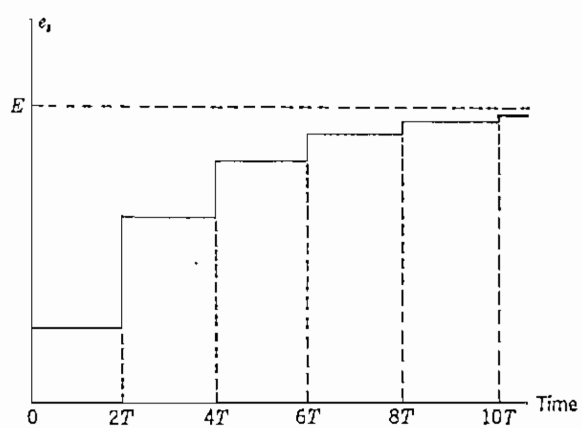

FIG. 1.14. Graph of sending-end voltage *vs.* time for the problem of Fig. 1.12. $T = l/v$.

that the line extends beyond its actual termination, as shown in Fig. 1.15, and that this fictitious extension carries the reflections

$$e^- = \tfrac{1}{2}e^+$$

and

$$i^- = -\tfrac{1}{2}i^+$$

The load resistance may be regarded as being replaced by a peculiar sort of mirror set normal to the line, and the fictitious waves to the right of this

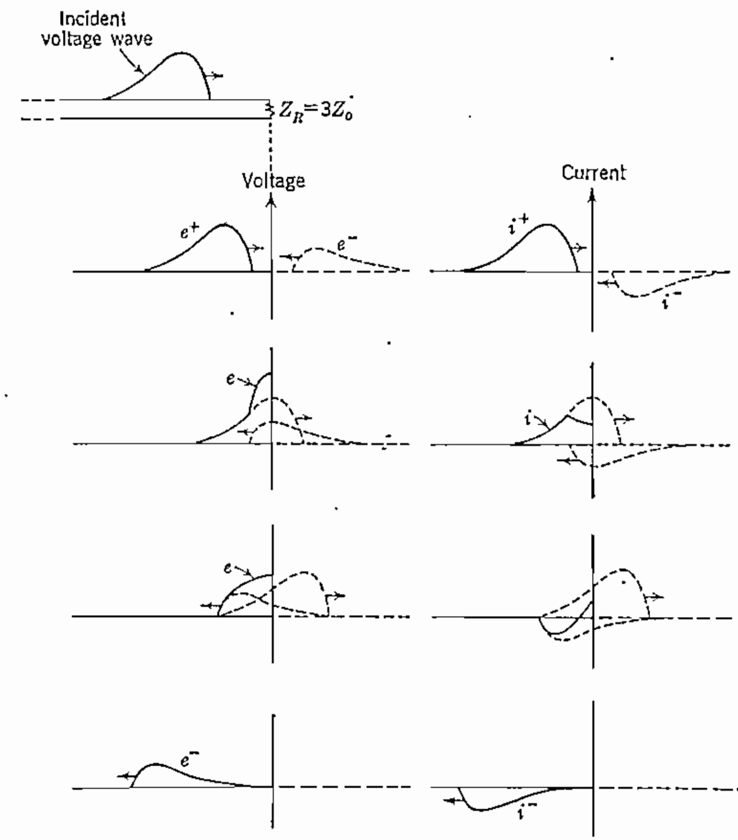

FIG. 1.15. The reflection of a wave from a resistive load equal to $3Z_0$.

may be regarded as the "mirror" reflections of the incident waves. As time goes on, the incident waves disappear into the mirror and the reflected waves emerge, as shown in the successive pictures of Fig. 1.15. The net result is obtained by superposing the two waves. Observe that on the line

Equation 2.16 reveals a great deal of information about transmission lines in electrical circuits. First, it predicts that if $R_L = Z_0$, then $\Gamma = 0$. This means that a wave going to the right, launched at $z = 0$, will be totally absorbed by R_L. Furthermore, at $z = 0$ this situation cannot be differentiated from that of the semi-infinite line discussed earlier. When $\Gamma = 0$ the line is said to be perfectly matched, properly matched, or simply matched at $z = h$.

Second, if $\Gamma \neq 0$, an incident wave (from the left) at $z = h$ *must* give rise to a reflected wave, originating at $z = h$, and traveling to the left. In this case the line is said to be improperly matched, or mismatched, at $z = h$.

Third, if R_L is passive (i.e., positive), the range of values that Γ may take on is $-1 \leqslant \Gamma \leqslant 1$. Conversely, if a measurement of Γ (as yet undescribed) showed $|\Gamma| > 1$, it could be concluded immediately that R_L was not positive.

Since the current wave as well as the voltage wave must be examined at $z = h$, it is equally important to consider a current reflection coefficient. Following the definition of Γ, let the current reflection coefficient be defined as

$$\frac{I_-}{I_+} = \left[\frac{-V_-}{Z_0}\right] \Big/ \left[\frac{V_+}{Z_0}\right] = -\Gamma \tag{2.17}$$

The current reflection coefficient is so readily defined in terms of Γ that it is pointless to name a new term for it.

Equations 2.14 to 2.17 are valid for all time. The voltage and current waves, of course, travel at a finite velocity. This means that for some period of time after the waves are launched at $z = 0$, V and I are identically 0 at $z = h$. Equations 2.16 and 2.17 are still satisfied during this time, but trivially.

A convenient means of picturing the propagation of a voltage (or current) step along a lossless line is the position-time diagram (Figure 6). In this diagram the horizontal axis represents position along the line and allows values from $z = 0$ to $z = h$. The vertical axis represents time, and allows values from $t = 0$ to $t = \infty$. A voltage wave front V_0, originating at (0, 0), travels through the "space" of the diagram with a slope $\Delta t/\Delta z = 1/v$, and reaches $z = h$ at $t = T = h/v$.

Ahead of the voltage wave, for $t < T$, $V = 0$. Behind it, $V = V_0$. Let the reflection coefficient at $z = h$ be Γ_L, $\Gamma_L \neq 0$. At $t = T$ a wave $V_1 = \Gamma_L V_0$ originates at $z = h$ and travels back toward $z = 0$. This reflected wave reaches $z = 0$ at $t = 2T$. Ahead of this reflected wave ("ahead" meaning to the left in this case) $V = V_0$. Behind it, $V = V_0 + V_1$.

At $t = 2T$, the reflected wave reaches $z = 0$. If the source that launched the wave at $t = 0$ has a source resistance $R_s \neq Z_0$, there will be a reflection coefficient at $z = 0$, Γ_s. At $t = 2T$, therefore, if the source resistance $\neq Z_0$, a wave $V_2 = \Gamma_s V_1 = \Gamma_s \Gamma_L V_0$ is launched traveling to the right. This multiple reflection process continues indefinitely.

In practice, in many cases, it is unnecessary to consider the multiple reflections when one is interested only in the final, dc steady state, response. For example,

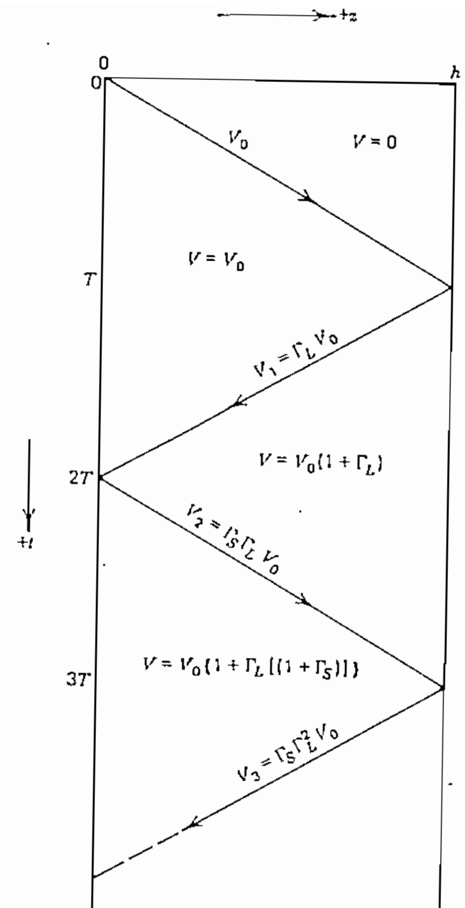

Figure 6 Basic position-time diagram.

turning on an automobile's headlights might be considered to be a case of a resistance at the far end of a transmission line, with a constant voltage wave front launched at the near end. Obviously under such conditions the multiple reflections, constituting a transient situation, quickly "relax" to a steady state. Consider the following example:

Example. A 1 volt battery with an internal resistance of 10 ohms is connected, at $t = 0$, to a 10 m length of lossless transmission line. This length of line is found to have an inductance of 01.0 mH and a capacitance of 0.4 μF. The line is terminated by a 30 ohm resistor. This and the accompanying position-time diagram appear in Figures 7*a* and 7*b*, respectively.

Since the transmission line parameters are expressed as L and C per unit

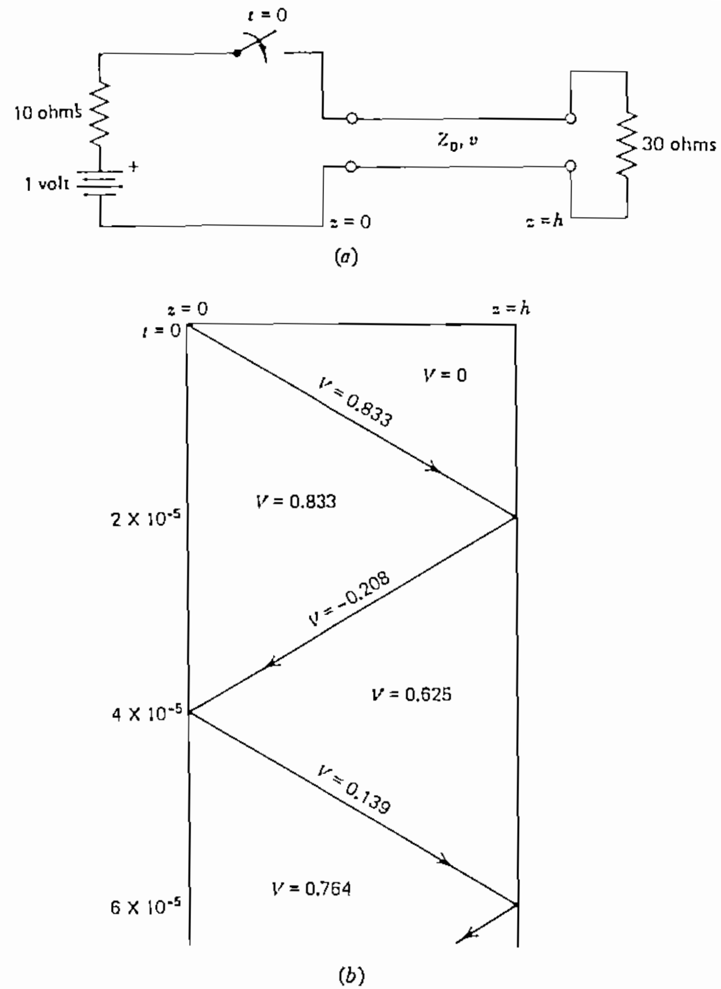

Figure 7 (*a*) Example circuit. (*b*) Corresponding position-time diagram.

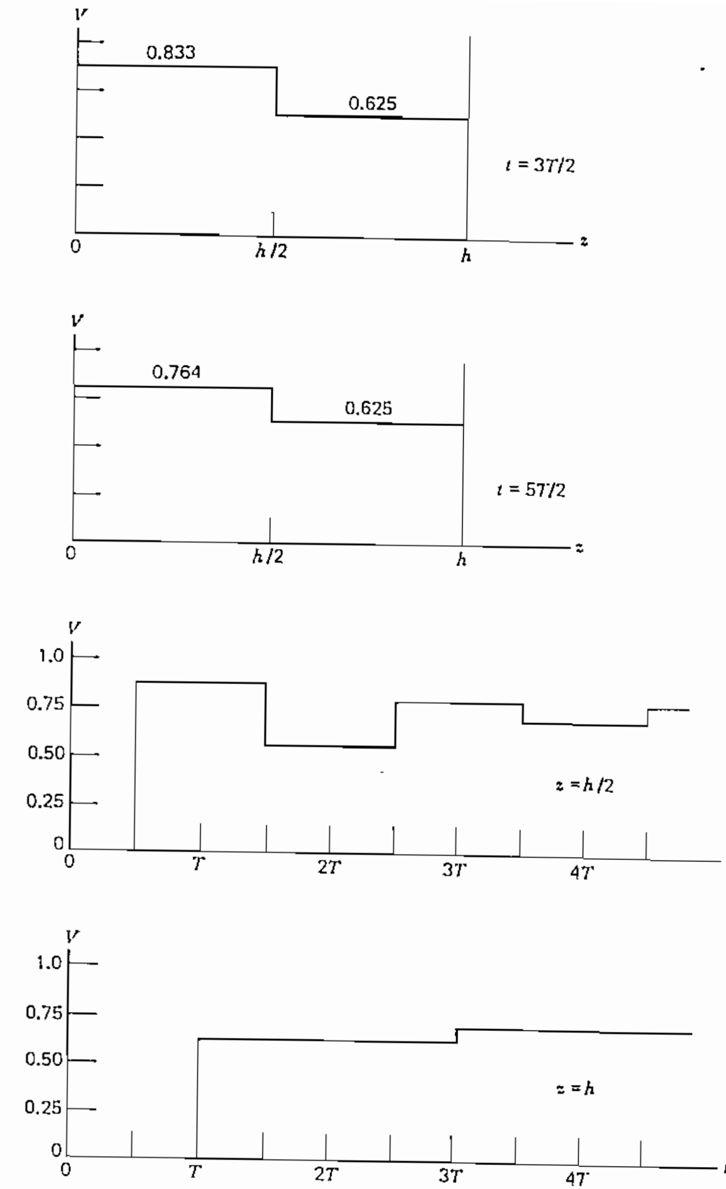

Figure 8 $V(t)$ for several values of z, example.

length, from the data above we have

$$L = 10^{-4} \text{ H/m}$$

$$C = 4 \times 10^{-8} \text{ F/m}$$

The line therefore has a characteristic impedance of

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 50 \text{ ohms}$$

and a wave velocity

$$v = 5 \times 10^5 \text{ m/sec}$$

The transit time for a wave front along a 10 m length is

$$T = \frac{h}{v} = 2 \times 10^{-5} \text{ sec}$$

At $t = 0$, the lumped circuit at $z = 0$ has no knowledge of the length of the line, or of its termination. The wave launching circuit sees only an infinitesimally small length of line at $z = 0$, and therefore reacts as if the line extended indefinitely. Therefore V_0 is found from the simple voltage-divider relation $V_0 = (1)(50)/(60) = \frac{5}{6}$ volt.

The reflection coefficient at $z = h$, using (2.16), is found to be

$$\Gamma_L = \frac{30 - 50}{30 + 50} = -0.25$$

At $t = T$, V_0 reaches $z = h$, and a reflected wave

$$V_1 = -0.25\left(\tfrac{5}{6}\right) = -0.208$$

starts back toward $z = 0$. At $z = 0$, $\Gamma_s = -0.667$, and at $t = 2T$ a wave of +0.139 volt is launched in the +z direction, and so on.

Figure 8 shows the voltage along the line at $t = 1.5\ T$ and $t = 2.5\ T$, and also the voltage as a function of time at $z = h/2$ and $z = h$. Note that from either the V versus z or the V versus t viewpoints, the line can be seen to be charging to the steady state solution.

2.3 LAPLACE TRANSFORM SOLUTIONS FOR THE LOSSLESS LINE

The position-time diagram approach as described cannot be applied when the source and/or the load is not a pure resistance, even though the line is lossless. In this case it is useful to introduce the Laplace transform, defined as

$$F(z, s) = \mathcal{L}\{f(z, t)\} = \int_0^{\infty} f(z, t)e^{-st}\, dt \tag{2.18}$$

The inverse transform problem is not discussed here, and standard tables can be consulted when required. Notationally, the functional dependence of variables is shown explicitly when they are not obvious from context. In this way it is possible to avoid introducing a plethora of new variables. Also, the problem is simplified by assuming that all initial conditions are zero. The Laplace transformation can be pursued further by consulting the suggested readings at the end of this chapter.

Applying (2.18) to (1.17) and (1.21), we get the transmission line equations in the transform or "spectral" domain,

$$\frac{dV(z, s)}{dz} = -sLI(z, s) \tag{2.19}$$

$$\frac{dI(z, s)}{dz} = -sCV(z, s) \tag{2.20}$$

These equations are ordinary differential equations in V and I. Differentiating (2.19) and then substituting the result into (2.20), we have

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = -sL(-sCV) = s^2 LCV = \gamma^2 V \tag{2.21}$$

where $\gamma = s\sqrt{LC}$.

Similarly, solving for I yields

$$\frac{d^2 I}{dz^2} = \gamma^2 I \tag{2.22}$$

The general solutions to the equations above are

$$V(z, s) = Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z} \tag{2.23}$$

and

$$I(z, s) = \frac{1}{Z_0}\left[Ae^{-\gamma z} - Be^{\gamma z}\right] \tag{2.24}$$

Consider first the example given in the last section, as shown in Figure 8. The boundary conditions for this example are that

$$V(0, s) = V_0(s) - Z_s I(0, s) \tag{2.25}$$

and

$$V(h, s) = +Z_L I(h, s) \tag{2.26}$$

where $V_0(s)$ = the (transformed) source voltage.

Substituting these conditions into the general solutions and solving for A and B, we have

$$A = \frac{V_0 Z_0 (Z_L + Z_0)e^{\gamma h}}{e^{\gamma h}(Z_s + Z_0)(Z_L + Z_0) - e^{-\gamma h}(Z_L - Z_0)(Z_s - Z_0)} \tag{2.27}$$

$$B = \frac{V_0 Z_0 (Z_L - Z_0)e^{\gamma h}}{e^{\gamma h}(Z_s + Z_0)(Z_L + Z_0) - e^{-\gamma h}(Z_L - Z_0)(Z_s - Z_0)} \tag{2.28}$$