

**ESCUELA POLITECNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA**

**PREDICCIÓN LINEAL**

**TESIS DE GRADO**

**Juán Alexander Ayala González**

**Quito - Ecuador**

**1983**



PREDICCIÓN LINEAL

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN LA  
ESPECIALIZACIÓN DE ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES DE LA  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

JUAN A. AYALA G.

QUITO

ABRIL 1983

CERTIFICO QUE ESTE TRABAJO HA SIDO  
REALIZADO EN SU TOTALIDAD POR EL  
SEÑOR JUAN ALEXANDER AYALA GONZALEZ



ING. GUALBERTO HIDALGO  
DIRECTOR DE TESIS

QUITO, ABRIL DE 1983

## I N D I C E

Prólogo	V
Introducción	1
Capítulo 1	
MODELO DE PREDICCIÓN LINEAL	4
1.1 Modelo de Producción del lenguaje	4
1.2 Modelo de Predicción Lineal	22
1.3 Determinación de los parámetros del Modelo de Predicción Lineal	28
Capítulo 2	
FORMULACIONES EQUIVALENTES AL MODELO DE PREDICCIÓN LINEAL	34
2.1 Máxima verosimilitud (Maximum Likelihood)	34
2.2 Mínima Varianza (Minimum Variance)	42
2.3 Métodos de Prony (Prony's Method)	45
2.4 Ajuste de correlación (Correlation Matching)	57
2.5 Correlación Parcial (Partial Correlation)	60
Capítulo 3	
SOLUCIONES RECURRENTES PARA LA IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL METODO DE PREDICCIÓN LINEAL	74
3.1 Espacio Vectorial y Productos Internos	76
3.2 Algoritmos de Predicción Lineal	85
Capítulo 4	
ANÁLISIS DE PREDICCIÓN LINEAL UTILIZANDO POLOS Y CEROS	104
4.1 Modelo POLO - CERO	104
4.2 Minimización del error de predicción	110
4.3 Determinación de la Respuesta Impulsiva POLO - CERO	117

## PROLOGO

Durante los últimos años, el procesamiento digital de señales ha sido un campo extremadamente dinámico y activo. El avance en la tecnología de circuitos integrados y en la arquitectura de procesadores ha permitido que la técnica de procesamiento digital de señales tenga gran aceptación.

La técnica de predicción lineal es la que mejores resultados a obtenido en el análisis del lenguaje. La predicción lineal de señales del lenguaje se basa directamente en un modelo lineal de la producción del lenguaje. En este modelo las propiedades del sistema glotal, del canal bucal y la radiación de los labios son representadas por un filtro que posee sólo polos. La técnica de predicción lineal permite indicar un método sencillo para la obtención de los parámetros del filtro que posee solo polos.

El análisis de predicción lineal es aplicable a muchas otras clases de señales diferentes a las señales del lenguaje tal es el caso de señales sísmicas en el área de la geofísica, o en el análisis de señales acústicas emitidas por un instrumento musical.

El trabajo a presentarse se limitará al análisis de predicción lineal de señales del lenguaje, pudiendo tomar - al presente trabajo como base para el análisis de señales - diferentes.

El presente trabajo tiene como objetivo realizar un estudio teórico para representar de una manera eficiente, las señales del lenguaje en términos de un número reducido de parámetros, los cuales están relacionados con la función de transferencia del canal bucal y con las características de la excitación.

Se denomina Predicción Lineal, a la técnica matemática que determina los parámetros de un filtro discreto lineal por minimización del error cuadrático entre el valor actual y el valor predicho a partir de las muestras de cierta señal del lenguaje. Así la forma de onda del lenguaje es sintetizada como la salida de un filtro recursivo lineal excitado por una secuencia de pulsos cuasi periódicos o por una fuente de ruido blanco.

Los parámetros que han sido encontrados por el análisis de predicción lineal tienen un gran campo de aplicación tal como en la síntesis del lenguaje, en la codificación del lenguaje, en la verificación del lenguaje. Actualmente se está utilizando esta técnica en comunicación digital, como un código para reducir el número de bit/seg en la transmisión por un canal digital.

El Capítulo 1 considera brevemente los principios físicos del lenguaje y presenta un estudio detallado del modelo de predicción lineal, así como la determinación de



Hidalgo, quien sugiriera el presente tema de tèsis y por su valiosa ayuda primero en obtenciòn de bibliografìa y posteriormente en el desarrollo de la tèsis como Director de la misma, quien con sus indicaciones y consejos, me guiò a la consecuciòn del fin propuesto.

## CAPITULO I

En los últimos años, la técnica matemática de Predicción Lineal, ha sido aplicada al estudio del modelo de comportamiento del lenguaje. El modelo de predicción lineal se relaciona con el modelo de producción del lenguaje con la característica de que los parámetros que definen el modelo de Predicción lineal son obtenidos directamente de la forma de onda del lenguaje.

En el presente capítulo, se considera los principios físicos de la producción del lenguaje, siendo útiles para el desarrollo del modelo de análisis y síntesis del lenguaje. Se presenta un estudio detallado del modelo de predicción lineal, así como también la determinación de los parámetros que definen el modelo, mediante el método de la covarianza y el de autocorrelación, sintetizando el lenguaje como la salida de un filtro recursivo lineal excitado por una secuencia de pulsos cuasi periódicos (vocales) y por una fuente de ruido blanco (consonantes).

### 1.1 MODELO DE PRODUCCION DEL LENGUAJE (1, 2, 3, 9)

El criterio básico para desarrollar un modelo es, el encontrar una relación matemática, la cual pueda ser utilizada para representar una situación física definida, con un mínimo de complejidad y un máximo de precisión.

Fant (1960), desarrolló uno de los modelos más satisfactorios del comportamiento acústico del lenguaje el que se denominó Modelo de Producción del Lenguaje (1).

### 1.1.1 PRINCIPIOS FISICOS

Para la producción de la voz intervienen un conjunto de estructuras fisiológicas que conforman el canal bucal, en la figura 1.1 se presenta un corte transversal del mismo.

El lenguaje es producido por excitación de un tubo acústico no uniforme, llamado canal bucal, extendiéndose éste desde la glotis hasta los labios. El canal bucal varía su configuración como una función del tiempo y los componentes anatómicos causantes de dicha variación son los labios, la mandíbula, la lengua y el paladar. El rango de variación transversal del canal bucal es de  $0 \text{ cm}^2$  con los labios cerrados a  $20 \text{ cm}^2$  con los labios abiertos. La glotis es el nombre que se ha dado al espacio comprendido entre las cuerdas bucales, las que vibran, cuando el aire que es expulsado de los pulmones hacia el interior de la tráquea, es forzado a través de estas.

El canal bucal puede ser representado como un sistema lineal que varía en el tiempo, cuya salida es la convolución de la respuesta impulsiva del canal bucal con la forma de onda de la excitación.

Durante la producción de sonidos voceados (con voz) como /i/ en IRIS, el aire es empujado hacia los labios desde los pulmones, provocando que las cuerdas bucales se abran y se cierren con una frecuencia que es función de la presión del aire en la tráquea y de las condiciones fisiológicas de las cuerdas bucales, entre las que se anotan, la variación de la longitud, engrosamiento y tensión.

En el caso de sonidos no voceados (sin voz) como /f/ en FOTO, son generados manteniendo abiertas las cuerdas bucales, por lo que la excitación al canal es producida, formando una contracción en los labios y forzando el aire a través de la contracción, produciéndose turbulencia. Esto crea una fuente de ruido blanco.

Con la formación de una contracción y la vibración de las

cuerdas bucales se genera un sonido fricativo voceado tal como /v/ en LA VACA. Los sonidos explosivos tal como /p/ en PUNTO son el resultado de realizar una oclusión completa (usualmente al frente del canal bucal), presionando detrás de la oclusión y suspendiéndola abruptamente.

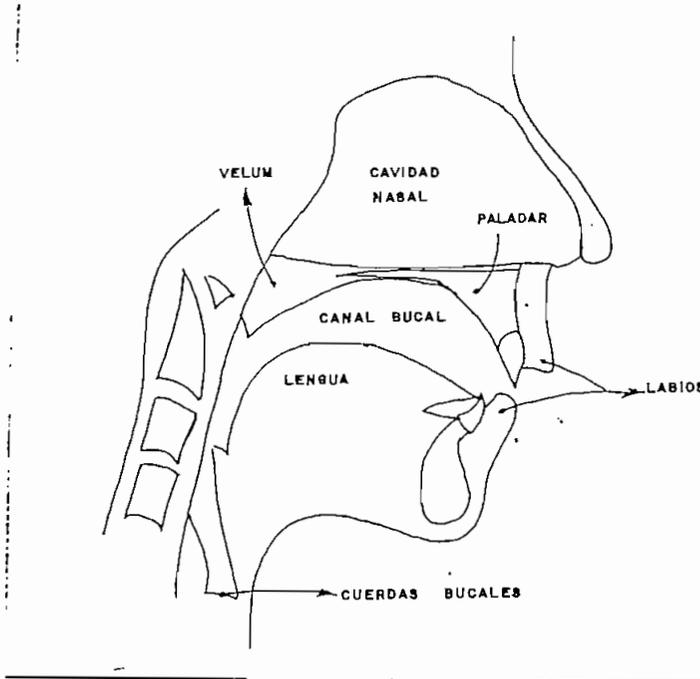


Fig. 1.1 Vista transversal del mecanismo bucal, muestra el conjunto de elementos fisiológicos que intervienen en la producción de la voz.

Durante la generación de sonidos no nasales, el velum se cierra, quedando separado el canal bucal de la cavidad nasal. La cavidad nasal constituye un tubo acústico adicional para la transmisión de sonidos nasales, tal es el caso de /n/, /m/, /ŋ/ en NADA, ALBUM, BANCO respectivamente.

El canal bucal es caracterizado por su frecuencia natural, - llamada Formante y que varía durante la producción de la voz. Se - considera al formante como la frecuencia de resonancia del canal bucal. En una expresión pueden aparecer varios formantes debido a la variación de forma del canal bucal, cambiando con el tiempo

las propiedades espectrales de la voz.

## FORMAS DE ONDA SONORAS

Como un ejemplo de una forma de onda del lenguaje, se ha escogido la frase "Linear Prediction" (PREDICCIÓN LINEAL) para ilustrar las implicaciones acústicas de la producción del lenguaje tanto en el dominio del tiempo, como en el dominio de la frecuencia. Se pasa la señal por un filtro pasabajos con una frecuencia de corte alrededor de los 5khz, muestreando la señal a 10 khz, con la ayuda de un computador digital se puede obtener una gráfica continua de la señal aplicando interpolación lineal. La figura 1.2A muestra la forma de onda de la expresión "Linear Prediction", el eje horizontal es tiempo y el vertical es amplitud.

Se muestra un intervalo de 26.5 mseg. de la señal que corresponde a una porción voceada (con voz) en la fig. 1.2B y no voceada (sin voz) en la fig. 1.2C. Observándose que en sonidos voceados se tiene una forma de onda cuasi periódica donde P en la fig. 1.2B se denomina Período de Tono (Pitch Period) y se lo define como la distancia entre dos picos máximos, además cada intervalo determinado por el período P es similar. En cambio en la fig. 1.2C se aprecia una forma de onda en la cual no se puede determinar el período P, correspondiendo al sonido /s/ de Prediction (INGLES), el que es producido por turbulencia generada por el paso de aire a gran velocidad por la contracción formada por la lengua y los dientes.

El intervalo correspondiente a un período de tono de la fig. 1.2B se muestra en la fig. 1.2D, donde la frecuencia (el recíproco del período P) de la oscilación amortiguada determina la localización aproximada del principal punto de resonancia del canal bucal en el dominio de la frecuencia, dando una idea del ancho de banda de la resonancia.

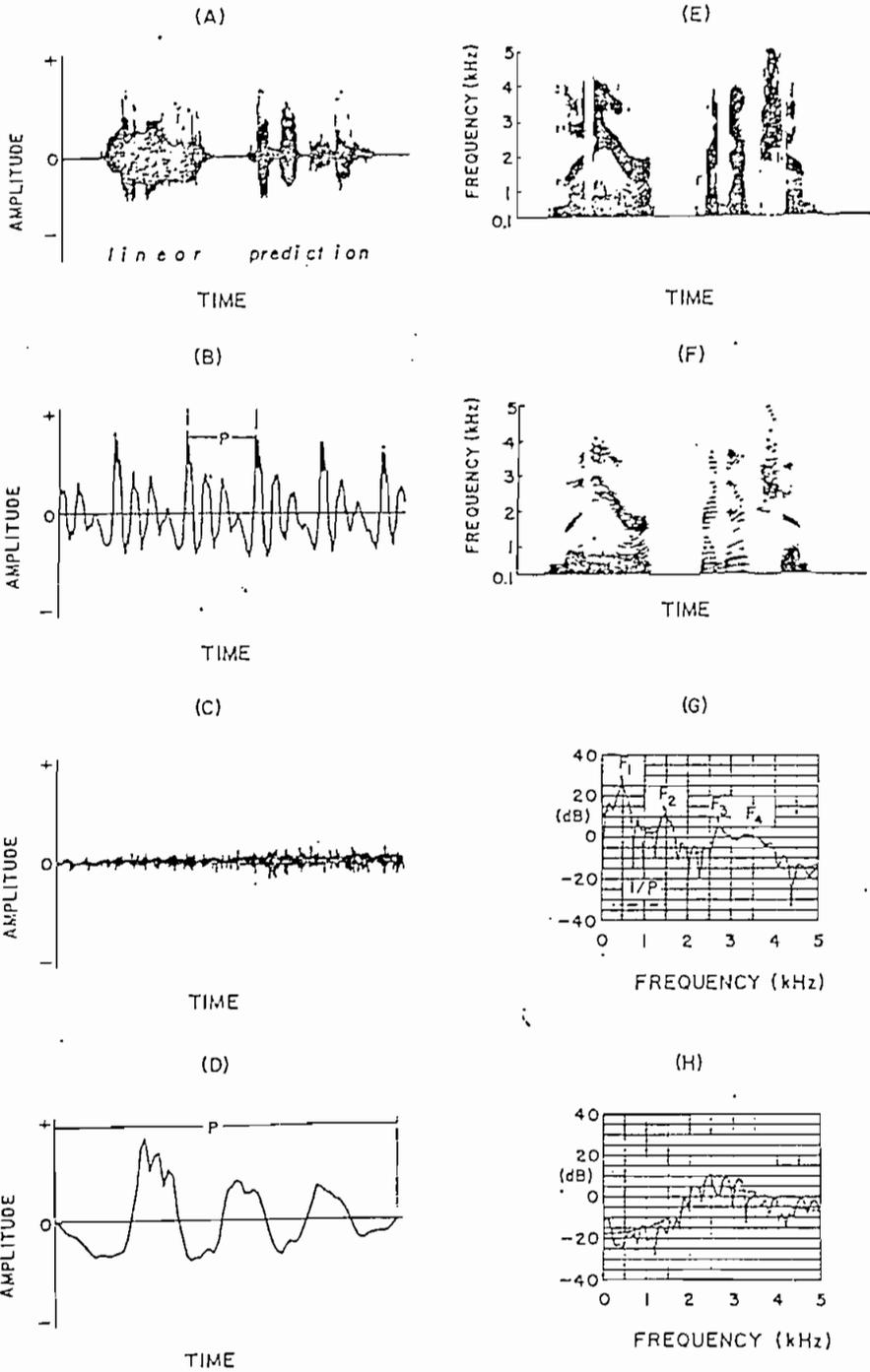


Fig. 1.2 Representación en el dominio del tiempo y frecuencia de la declaración "Linear Prediction".

En el dominio de la frecuencia, las características del espectro variable en el tiempo de la señal del lenguaje pueden ser obtenidos de un Sonograma (también denominado impresión de voz o espectrograma). El sonograma puede ser grafizado utilizando un sonógrafo de KAY (1), donde el espectrograma muestra la energía del lenguaje en un gráfico bidimensional; la dimensión vertical es una escala continua de frecuencia y la dimensión horizontal es una escala de tiempo. Fijando la escala de tiempo en el sonógrafo y debiendo ser esta igual a la escala de tiempo utilizada en la fig. 1.2A, se puede observar el sonograma de la expresión "Linear Prediction" en la fig. 1.2E utilizando un filtro de banda ancha y en la fig. 1.2F utilizando un filtro de banda angosta.

En las regiones voiceadas las barras oscuras indican la localización de la resonancia como función del tiempo. Las estriaciones verticales indican el inicio de cada período de tono. En los intervalos no voiceados las áreas oscuras indican la mayor concentración de energía.

Con sonógrafos de filtro de banda ancha se obtiene mayor resolución del período de tono en el dominio del tiempo, existiendo mayor aproximación en el dominio de la frecuencia. Con un sonógrafo de filtro de banda angosta aumenta la resolución en frecuencia a costo de resolución en tiempo, con este último se aprecia la estructura armónica del lenguaje voiceado, donde las líneas angostas horizontales indican las armónicas de la frecuencia fundamental. Durante el intervalo no voiceado la estructura no armónica es evidente.

Toma el nombre de espectro logarítmico (log-espectro) aquel cuya amplitud, que es función de la frecuencia, es expresada en dB.

Se muestra el espectro logarítmico para la región central de /I/, /S/ en Linear y en Prediction, para un intervalo voiceado en la Fig. 1.2C y no voiceado en la Fig. 1.2H. En el Log-espectro se observa adicionalmente una envolvente lineal que ha sido superpuesta. En

la Fig. 1.2G los mayores picos de la envolvente  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  determinan la localización de las frecuencias formantes (El formante es considerado como la frecuencia de resonancia del canal bucal).

La representación en el dominio de la frecuencia, muestra que los sonidos voceados tienen un comportamiento ciclico cada  $1/P$  unidades de frecuencia y para sonidos no voceados un comportamiento aleatorio, con mayor energía alrededor de los 3 khz (1). Se verá más adelante que la estructura de la envolvente lineal de la Fig. 1.2C y H son obtenidas por predicción lineal del lenguaje.

## 1.1.2 MODELO DE ANALISIS Y SINTESIS DEL LENGUAJE

Es más conveniente mostrar un modelo que posea características lineales y que sea invariante en el tiempo, lamentablemente el proceso del lenguaje humano no satisface estas condiciones y presenta características no lineales debido a que la glotis está acoplada al canal bucal (FLANAGAN 1968) y por la naturaleza misma del lenguaje que es un proceso que varía en el tiempo.

Realizando suposiciones razonables se llega a desarrollar un modelo lineal invariante en el tiempo para intervalos pequeños.

1. Se asume que las fuentes de excitación y la forma del canal bucal son relativamente independientes, un modelo razonable se muestra en la Fig. 1.3 (2). En este modelo discreto, las muestras del lenguaje se obtienen a la salida de un filtro digital que varía en el tiempo y que posee aproximadamente las propiedades acústicas del canal bucal. Se indica el tipo de excitación a utilizarse; un generador de pulsos casi periódicos  $e(n)$  para sonidos voceados o un generador de valores aleatorios  $r(n)$  para sonidos no voceados.

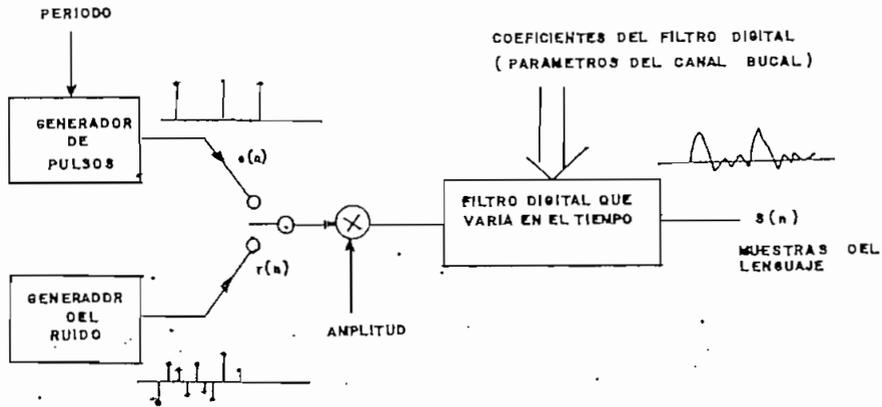


Fig. 1.3 Modelo de Producción del Lenguaje

2. La forma del canal bucal cambia lentamente en el lenguaje continuo, entonces el filtro digital tiene características fijas para intervalos pequeños de tiempo, donde dichos intervalos están en el orden de los 10 milisegundos (2). Así el filtro digital se caracterizará en cada intervalo de tiempo por una respuesta impulsiva o una respuesta de frecuencia o por un conjunto de coeficientes para un filtro digital que tenga la respuesta impulsiva antes mencionada.

Se va a describir matemáticamente de una forma general el modelo representado en la Fig. 1.3. Para sonidos voceados (excepto nasales) la función de transferencia de un filtro digital posee las características de los componentes del canal bucal y se expresa de la

siguiente forma:

$$V(Z) = \frac{A}{\prod_{k=1}^P (1 - C_k Z^{-1}) (1 - C_k^* Z^{-1})} \quad (1.1)$$

$|C_k| < 1 \quad k = 1$

donde cada  $C_k$ , desde  $k = 1$  hasta  $k = p$  (siendo  $2p$  el número de polos - deseados para el filtro) corresponde a la frecuencia natural del canal bucal a los llamados formantes.

Así la función del sistema del filtro digital de la Fig. 1.3 es:

$$H_v(Z) = V(Z)$$

El filtro definido por la función de transferencia  $H_v(Z)$  mediante notación en el dominio de la variable  $Z$ , cuyos polos deben estar dentro del círculo unitario en el plano  $Z$ , es excitado por un tren de pulso  $e(n)$ , donde el espacio entre los pulsos corresponde al período fundamental de la voz (pitch period), definido anteriormente en la sección 1.1.1 al hablar de ondas sonoras.

La teoría de propagación de ondas sonoras para lenguaje no vo ceado (sin voz) indica que la función de transferencia del canal bucal posee, adicionalmente ceros, expresándose de la manera siguiente

$$H_u(Z) = \frac{A \prod_{k=1}^m (1 - \alpha_k Z^{-1}) (1 - \alpha_k^* Z^{-1})}{\prod_{k=1}^P (1 - C_k Z^{-1}) (1 - C_k^* Z^{-1})} \quad (1.2)$$

$$|C_k| < 1, \quad |\alpha_k| < 1$$

donde  $|C_k| < 1$  y  $|\alpha_k| < 1$ , o sea tanto los polos como los ceros de la función de transferencia deben estar dentro del círculo unitario en el plano  $Z(9)$ . En este caso el sistema es excitado por una secuencia -

de ruido aleatorio. Para ambos casos se tiene un control de amplitud que regula la intensidad de entrada al filtro.

Para obtener un pequeño segmento de sonido voceado se realiza la convolución de la respuesta impulsiva del filtro con la forma de onda de la excitación.

$$S(n) = e(n) * v(n) \quad 0 \leq n \leq N - 1$$

Se ha representado al canal bucal como un filtro discreto que va ría en el tiempo, asumiendo que los cambios de forma del canal bucal en el transcurso del tiempo pueden ser aproximados con precisión como una su cesión de formas estacionarias, permitiendo así definir una función de transferencia en el dominio complejo  $Z$ , para el canal bucal, donde una función de transferencia de una red lineal es representada siempre por - sus polos y ceros. Mencionando también que, para sonidos voceados no nasales, la función de transferencia no tiene ceros y el canal bucal es re presentado por un filtro recursivo que posee solo polos. En cambio en una representación del canal bucal para sonidos no voceados y nasales u sualmente se incluyen antiresonantes (ceros) como también resonantes (po los), donde los ceros de la función de transferencia deben estar dentro - del círculo unitario en el plano  $Z$  (9).

Es más importante conocer la localización de un polo que la localización de un cero; los ceros son necesarios solamente para el balance - espectral.

Prosiguiendo con la definición del modelo de Producción del Len guaje se incluye en el mismo, las contribuciones de la glotis y de los labios a más del canal bucal, teniendo de esta manera representado en la Figura 1.4 un modelo lineal de producción del lenguaje, tomando en consideración para este nuevo modelo ampliado las suposiciones realizadas an teriormente (ver pag.10, 11). Con entradas arbitrarias  $e(n)$  (excitación al canal bucal) y coeficientes para  $V(z)$  (función de transferencia del ca nal bucal) que son cambiados o adaptados en intervalos deseados para

representar una variación natural en el tiempo para el lenguaje.

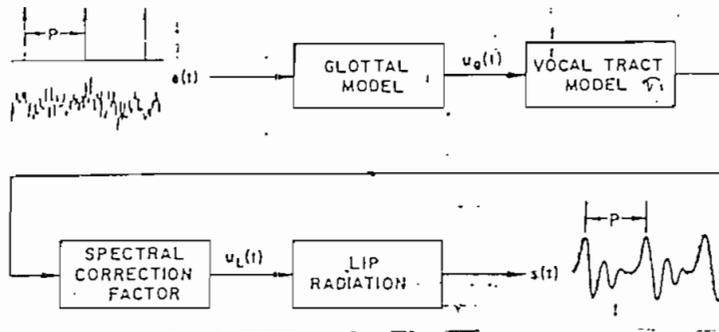


Fig. 1.4 Modelo Lineal de Producción del lenguaje

Se debe tener presente, para comprender el modelo representado en la Fig. 1.4, que cada bloque está definido por una función de transferencia y su análisis se va a limitar a un intervalo pequeño - de tiempo llegando a un modelo estacionario en dicho intervalo.

El espacio entre las cuerdas bucales que hemos llamado glotis y que permite que exista un flujo de aire definido durante un pe ríodo de tono cualquiera, puede ser representado como un filtro pasa bajos que posee solo polos y ningún cero; el filtro es de orden dos con una frecuencia de corte alrededor de los 100 hz. La entrada e(n) a este filtro es un tren de pulsos con período P para sonidos voceados, y pulsos aleatorios, con la característica de que poseen un espectro plano, para sonidos no voceados. Definiendo a  $U_g(t)$  como la forma de onda del flujo de aire que pasa a través del volumen glotal y que representa la salida del filtro pasa-bajos.

El canal bucal es representado como un filtro que posee sola mente polos en su función de transferencia, siendo un modelo que pue de ser considerado como un conjunto de resonadores de dos polos en

cascada. Cada resonador se define como un formante con su correspondiente frecuencia central y ancho de banda.

Se tendría mayor precisión en el modelo si el conjunto de resonadores no fuera limitado a un número pequeño. El comportamiento del sistema en bajas frecuencias o sea desde 20 hz hasta algunos khz mejoraría grandemente, si fuera posible tener un número infinito de resonadores cuyo principal efecto en frecuencias bajas es, el de subir el nivel espectral, obteniéndose la forma de onda  $U_1(t)$  por corrección de los polos de valor elevado, que en los labios sería transformada a una onda de presión sonora representada por  $S(t)$ : la forma de onda del lenguaje que constituye la salida del filtro que simula el modelo de radiación de los labios.

La justificación matemática y la derivación detallada de este modelo fueron presentados por FANT (1960) y FLANAGAN (1972), este último presentó resultados de experimentos satisfactorios sobre radiación acústica y que corroboran este modelo (1).

La ecuación escrita a continuación en notación de transformada  $Z$  y que permite una implementación computacional del modelo, define la salida del modelo lineal de producción del lenguaje.

$$S(z) = E(z) V(z) L(z) \quad (1.3)$$

donde

$$S(z) = \mathcal{Z} (s(nT)) = \mathcal{Z} \left( s(t) / t = nT \right) \quad (1.4)$$

Se expresa  $S(Z)$  como la transformada  $Z$  de  $S(nt)$  que es una señal discreta obtenida al muestrear  $S(t)$  con un período de muestreo ( $T$  unidades de tiempo), definiendo así la correspondencia entre la señal continua  $S(t)$ , la señal discreta  $S(nT)$  y la transformada  $Z$   $S(Z)$ .

Para evitar dificultades en la notación se va a considerar  $T = 1$ , por tanto  $S(n)$  es la versión muestreada de  $S(t)$ . La función principal de excitación para el modelo representado en la Fig. 1.4 es una secuencia de pulsos que tiene un escalamiento en amplitud y posee un período  $P = IT$  donde  $I$  es un entero positivo, que ha sido utilizado para desarrollar el modelo de la glotis, existiendo siempre correspondencia entre la secuencia discreta y su transformada  $Z$ .

Se define

$$e(nP) = \begin{cases} \bar{v} & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

con un período  $P = IT$ , haciendo  $T = 1$ , queda  $P = I$  y tomando la transformada  $Z$  a 1.5

$$\begin{aligned} E(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e(nI) z^{-In} \\ &= \bar{v} \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-I})^n \\ &= \frac{\bar{v}}{1 - z^{-I}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

La relación 1.6 es válida para  $|z| < 1$ . Se ha desarrollado el modelo de la glotis  $G(Z)$  de la forma

$$G(Z) = \frac{1}{(1 - e^{-CT} Z^{-1})^2} \quad (1.7)$$

Donde  $e^{-CT}$  está sobre el eje real y en el interior del círculo unitario y por lo general  $CT$  es mucho menor que la unidad.  $G(Z)$  puede escribirse de la siguiente manera

$$G(Z) = \frac{Z^2}{(Z - e^{-CT})^2}$$

Siendo necesario notar que los ceros en  $Z = 0$  no afectan la definición de un filtro que posea sólo polos o sólo ceros, o sea los polos y ceros en  $Z = 0$  usualmente no son incluidos en el conteo del número de polos y ceros.

Si la radiación de un sonido que sale de la boca es aproximadamente como la radiación de una onda esférica, entonces el modelo de radiación de los labios es de la forma

$$L(Z) = 1 - Z^{-1} \quad (1.8)$$

El modelo del canal bucal  $V(z)$ , que está definido solamente por polos y posee  $K$  formantes es descrito por

$$V(Z) = \frac{1}{\prod_{i=1}^K (1 - 2e^{-CiT} \cos(biT) Z^{-1} + e^{-2CiT} Z^{-2})} \quad (1.9)$$

donde la  $i$ -ésima frecuencia formante se evalúa de  $F_i = b_i/2T$  y el ancho de banda correspondiente de  $B_i = C_i/2T$ . Rabiner (1968) indica que en representaciones digitales, las correcciones de los polos de valor elevado pueden ser eliminados (1).

El modelo así descrito permite definir solamente como excitación, una secuencia de pulsos o ruido y para el canal de respuesta - un número fijo de frecuencias formantes y anchos de banda.

Combinando las relaciones que describen el comportamiento de la glotis, del canal bucal y de los labios se obtiene la siguiente expresión:

$$G(Z)V(Z)L(Z) = \frac{1 - Z^{-1}}{(1 - e^{-CT}Z^{-1})^2 \prod_{i=1}^K (1 - 2e^{-C_iT} \cos(b_iT) Z^{-1} + e^{-2C_iT} Z^{-2})} \quad (1.10)$$

Definiéndose para el modelo  $K$  formantes. Reduciendo la ecuación (1.10), ya que  $(1 - Z^{-1})$  puede ser cancelado por  $(1 - e^{-CT} Z^{-1})$  ( $CT \ll 1$ ), podemos ya definir el modelo de síntesis que posee solamente polos y que representa un modelo discreto reducido.

### MODELO DE SINTESIS

Si la excitación  $E(z)$  es aplicada a la entrada del filtro directo  $1/A(z)$ , el cual posee solo polos y donde la salida es  $S(z)$ , la transformada  $Z$  de la señal del lenguaje, entonces el modelo de síntesis es representado de la siguiente manera

$$S(Z) = E(Z) \frac{1}{A(Z)} \quad (1.11)$$

definiendo

$$\begin{aligned}
A(Z) &= \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i} \quad \text{con } (a_0 = 1) \\
&\approx \frac{1}{G(Z) V(Z) L(Z)}
\end{aligned}
\tag{1.12}$$

con  $M \geq 2k + 1$  que representa el orden del filtro.

El filtro  $A(z)$  es un filtro que solo posee ceros y se le conoce con el nombre de filtro inverso. El filtro directo  $1/A(z)$  posee solamente polos y representa el comportamiento espectral lineal del modelo del lenguaje o sea representa la envolvente lineal en la Fig. 1.2 G y H, la que es obtenida aplicando el análisis de predicción lineal a la forma de onda del lenguaje.

### MODELO DE ANALISIS

Si la señal del lenguaje  $S(z)$  representa la entrada al filtro inverso  $A(z)$  (cuyos coeficientes son obtenidos por predicción lineal a partir de la forma de onda del lenguaje) y donde la salida es  $E(z)$ , la función principal de excitación del modelo de síntesis, entonces - el modelo de análisis se representa de la siguiente manera

$$E(Z) = A(Z) S(Z) \tag{1.13}$$

después de multiplicar a ambos lados de la ecuación (1.11) por  $A(z)$  - definido por (1.12).

Para tener una visión más clara de las definiciones expuestas anteriormente sobre el modelo de análisis y síntesis del lenguaje, se ilustra en la Figura 1.5 ambos modelos.

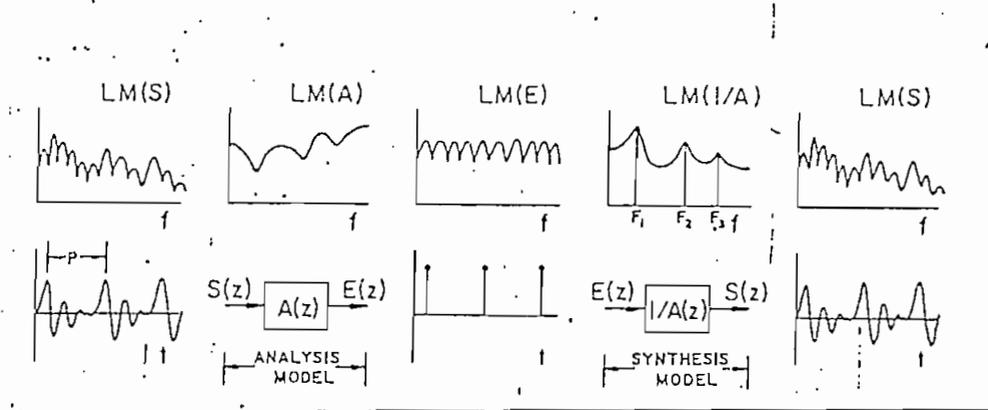


Fig. 1.5 Ilustración de los modelos de análisis y síntesis con formas de onda idealizadas para sonidos voceados.

A continuación se da una explicación en base a la Fig. 1.5 de los modelos de análisis y síntesis del lenguaje.

Primeramente se analiza el lenguaje  $s(z)$  para obtener los coeficientes que definen el filtro inverso  $A(z)$ , de tal manera que a la salida de este se tenga un tren de pulsos  $E(z)$ , resultado obtenido en (1.13), señal que posee el mismo período  $P$  de la señal del lenguaje. El filtro  $A(z)$  actúa como un nivelador de espectro y se aprecia que para el modelo de análisis, el espectro logarítmico del filtro  $A(z)$ ,  $LM(A)$  tiene características inversas a del espectro  $LM(S)$  de la señal de entrada, así cuando en el espectro  $LM(S)$  existe un máximo en el espectro  $LM(A)$  existe un mínimo, logrando que a la salida del filtro se tenga un espectro plano  $LM(E)$  con un rizado de frecuencia  $F_0$  igual a  $1/P$  denominada frecuencia fundamental.

Expresando (1.13) en el dominio de la frecuencia

$$E(e^{j\theta}) = A(e^{j\theta}) S(e^{j\theta}) \quad (1.14)$$

con una frecuencia normalizada  $\theta = \frac{2\pi f}{f_s}$ , donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo y  $f$  es la frecuencia continua variable. Tomando el modulo a (1.14) y expresando en magnitud logarítmica, por ejemplo

$$LM(E) = 10 \log_{10} |E(e^{j\theta})|^2$$

obtenemos

$$LM(E) = LM(A) + LM(S) \quad (1.15)$$

se nota  $LM(\cdot)$  para indicar el espectro logarítmico, de una señal discreta.

En cambio si la salida  $E(z)$  es aplicada al modelo de síntesis, de (1.11) se obtiene  $S(z)$ , la señal del lenguaje. El filtro directo  $1/A(z)$ , tiene el espectro logarítmico  $LM(1/A)$  que es semejante a la envolvente lineal de la señal del lenguaje. Además el espectro  $LM(1/A)$  es el efecto combinado de las envolventes de los espectros producidos por la glotis, el canal bucal y la radiación de los labios. La localización de los tres primeros picos en el espectro  $LM(1/A)$  define las tres frecuencias formantes existentes  $F_1, F_2, F_3$ . Para el modelo de síntesis se observa que si al espectro  $LM(1/A)$  se añade el espectro  $LM(E)$  obtenemos el espectro  $LM(S)$  de la señal del lenguaje. La salida  $s(n)$  es obtenida por convolución discreta de la respuesta impulsiva de  $1/A(z)$  con la excitación  $e(n)$ . En el dominio de la frecuencia (1.11) se expresa como

$$S(e^{j\theta}) = E(e^{j\theta}) \frac{1}{A(e^{j\theta})} \quad (1.16)$$

con una frecuencia normalizada  $\theta = \frac{2\pi f}{f_s}$ , donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo y  $f$  es la frecuencia continua variable. Tomando en modulo a (1.16) y expresando en magnitud logarítmica se tiene

$$LM(S) = LM(E) + LM(1/A) \quad (1.17)$$

Combinando (1.15) con (1.17) se obtiene que

$$LM(1/A) = - LM(A) \quad (1.18)$$

Los parámetros que definen el modelo de producción o síntesis del lenguaje son los coeficientes de  $A(z)$ ,  $a_i$  con  $i = 1, 2, \dots, M$  y los parámetros de  $E(Z)$ , el período de tono y la ganancia  $\bar{v}$ . Los parámetros de  $A(Z)$  son obtenidos por predicción lineal a partir de las muestras del lenguaje.

## 1.2 MODELO DE PREDICCIÓN LINEAL [1, 2]

Se denomina predicción lineal a la técnica matemática de minimización del error cuadrático medio. Fue desarrollado por GAUSS - en 1785 (Sorenson 1970) con el nombre de estimación lineal de los mínimos cuadrados (o predicción). La primera investigación aplicando directamente la técnica de predicción lineal al análisis y síntesis del lenguaje, fué realizada por SAITO e ITAKURA (1966) y ATAL y SCHROEDER (1967) (1).

Partiendo del modelo de análisis (1.13) puede ser expresada en el dominio del tiempo discreto como

$$\begin{aligned} e(n) &= \sum_{i=0}^M a_i S(n-i) \\ &= S(n) + \sum_{i=1}^M a_i (S(n-i)) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Donde  $a_i$  de  $i = 1, \dots, M$  representa los coeficientes del filtro predictor  $A(Z)$  de orden  $M$ .

Se define el error de predicción como

$$e(n) = S(n) - \hat{S}(n) \tag{1.20}$$

donde  $\hat{S}(n)$  es la muestra predicha a partir de las  $M$  muestras anteriores.

$$\hat{S}(n) = - \sum_{i=1}^M a_i S(n-i) \tag{1.21}$$

Entonces  $e(n)$  puede ser interpretado como el error de predicción entre el dato actual muestreado  $s(n)$  y la muestra predicha  $\hat{S}(n)$ .

En la figura 1.6 se muestra una porción de una vocal hablada y sus muestras obtenidas ejecutando una conversión analoga-digital a la forma de onda continua  $s(t)$  cada  $T$  msg.  $S(n)$  es predicha como una combinación lineal de las  $M$  muestras anteriores  $s(n-1), s(n-2), \dots, s(n-M)$ .

Tomando la transformada  $Z$  a (1.21)

$$\hat{S}(Z) = - \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^M a_i S(n-i) Z^{-k}$$

$$\hat{S}(Z) = - \sum_{i=1}^M a_i Z^{-i} S(Z)$$

$$\hat{S}(Z) = F(Z) S(Z) \tag{1.22}$$

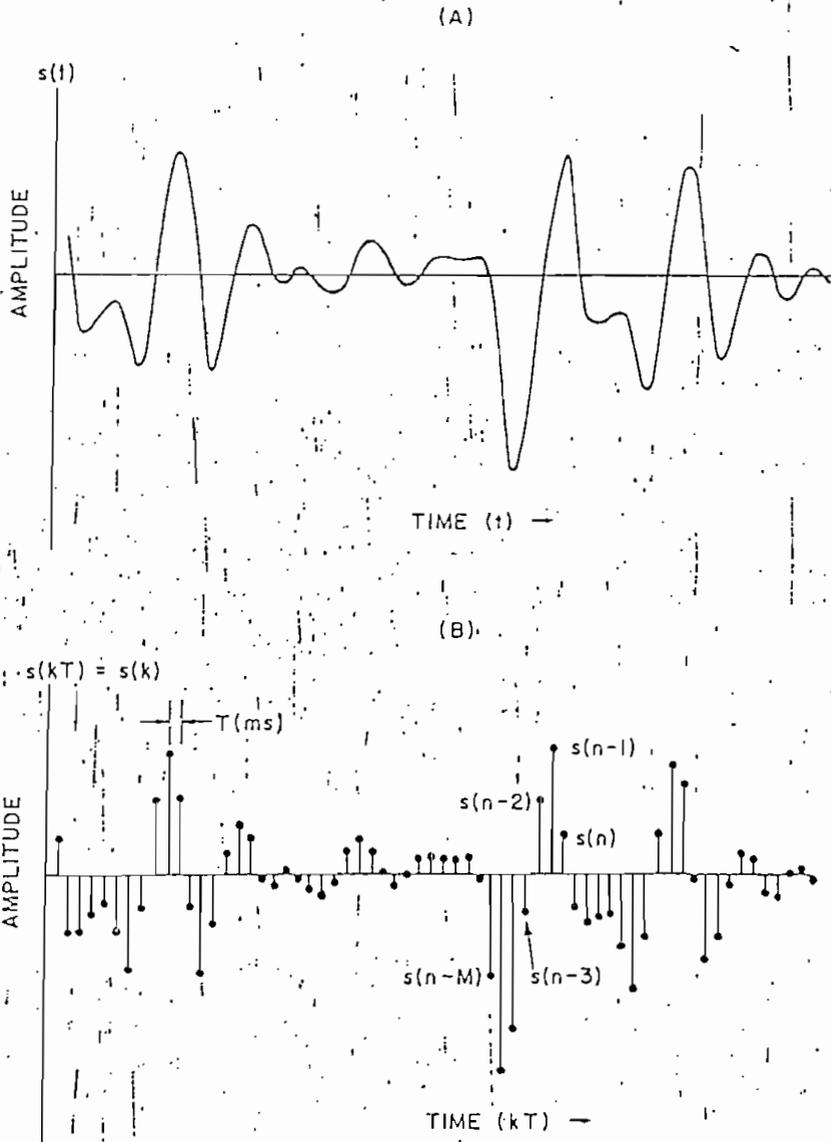


Fig. 1.6. Porción del sonido de una vocal

- a) Representación de la forma de onda continúa
- b) Muestras de la señal continúa

donde el filtro predictor se define como

$$F(Z) = - \sum_{i=1}^M a_i Z^{-i} \tag{1.23}$$

y la transformada Z de la señal del lenguaje como

$$S(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} S(k) Z^{-k} \quad (1.23 \text{ b})$$

Partiendo de (1.20) y (1.21) el modelo de predicción lineal en el dominio de la transformada Z es descrito por

$$\begin{aligned} E(Z) &= S(Z) - \hat{S}(Z) \\ &= S(Z) (1 - F(Z)) \\ &= S(Z) A(Z) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Donde

$$\begin{aligned} A(Z) &= 1 + \sum_{i=1}^M a_i Z^{-i} \\ &= 1 - F(Z) \end{aligned} \quad (1.25)$$

La formulación en términos de un filtro predictor lineal fué presentado por AFAL y de un filtro inverso por MARKEL.

Los diagramas equivalentes del modelo de análisis en términos de un filtro predictor  $F(Z)$  y de un filtro inverso  $A(Z)$  se presentan a continuación en la Fig. 1.7



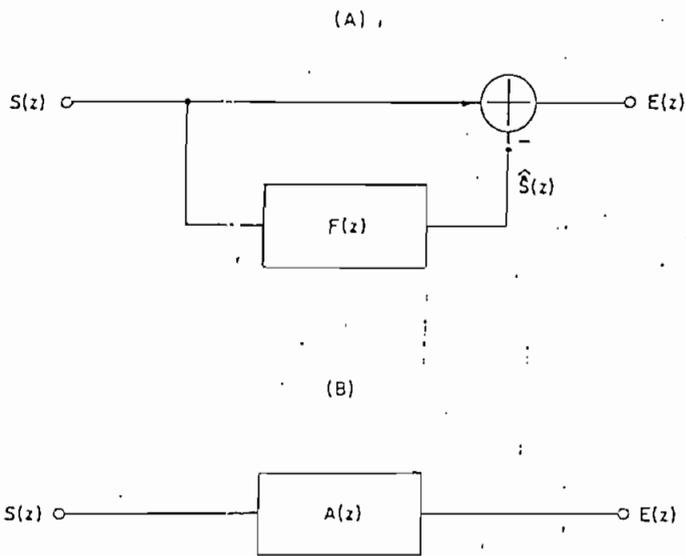


Fig. 1.7 Modelo de Predicción Lineal

- a) Representación explícita de un predictor  $F(Z)$
- b) Representación equivalente de un filtro inverso  $A(Z)$   
donde  $A(Z) = 1 - F(Z)$

El modelo de predicción lineal puede ser desarrollado también en base a la Figura 1.8, que representa el modelo de producción del lenguaje (Modelo de Síntesis)

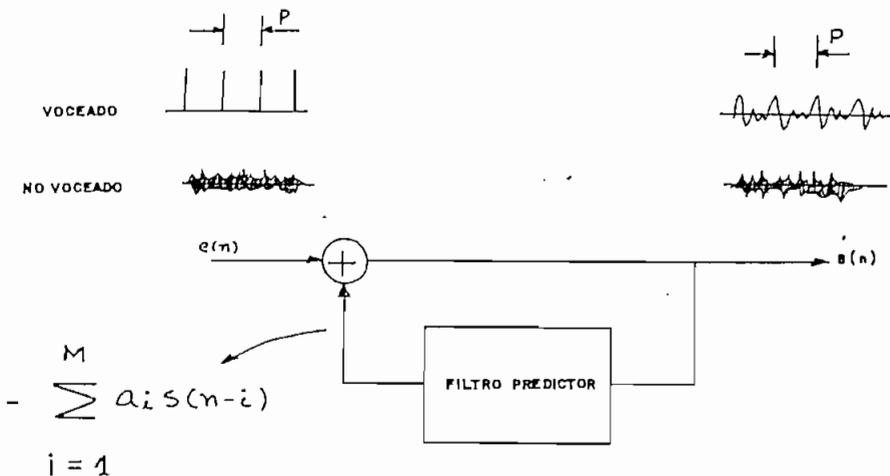


Fig. 1.8 Diagrama de bloque de un modelo funcional de producción del lenguaje basado sobre la representación de predicción lineal de la onda del lenguaje.

La salida de la forma de onda del lenguaje en el instante de la  $n$ -ésima muestra es de la forma

$$S(n) = e(n) - \sum_{i=1}^M a_i S(n-i) \quad (1.26)$$

donde la  $n$ -ésima muestra predicha esta dada por

$$\hat{S}(n) = - \sum_{i=1}^M a_i S(n-i) \quad (1.27)$$

entonces (1.26) toma la forma siguiente

$$S(n) = e(n) + \hat{S}(n) \quad (1.28)$$

Se llega a un resultado equivalente al obtenido en (1.20), operando en (1.28)

$$e(n) = S(n) - \hat{S}(n) \quad (1.29)$$

que representa el error de predicción  $e(n)$ , que puede ser expresado reemplazando (1.27) en (1.29) como

$$e(n) = \sum_{i=0}^M a_i S(n-i) \quad (1.30)$$

con  $a_0 = 1$

donde los coeficientes del filtro predictor  $a_i$ , contienen el

comportamiento espectral lineal del sistema bucal (canal bucal, radiación de los labios y de la glotis).

La importancia de la técnica de predicción lineal es, que los parámetros de  $A(Z)$  pueden ser determinados directamente de la forma - de onda del lenguaje por aplicación del criterio de minimización cuadrática a (1.30).

### 1.3 DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO DE PREDICCIÓN LINEAL (1)

El criterio de minimización cuadrática se puede definir como la minimización de la suma de los cuadrados de un número específico - de muestras de error con respecto a sus coeficientes, generando de esta manera ecuaciones lineales y obteniéndose excelentes resultados en el análisis del lenguaje.

El error cuadrático total  $\alpha$  se define

$$\alpha = \sum_{n = n_0}^{n_1} e^2(n) \quad (1.31)$$

$$= \sum_{n = n_0}^{n_1} \left( \sum_{i = 0}^M a_i S(n - i) \right)^2$$

$$= \sum_{n = n_0}^{n_1} \sum_{i = 0}^M \sum_{j = 0}^M a_i S(n - i) S(n - j) a_j$$

donde  $n_0$  y  $n_1$  definen el intervalo sobre el cual la minimización se efectúa.

Si definimos

$$C_{ij} = \sum_{n = n_0}^{n_i} S(n - i) S(n - j) \quad (1.32)$$

El error cuadrático total puede ser escrito de manera equivalente como

$$\alpha = \sum_{i = 0}^M a_i \sum_{j = 0}^M C_{ij} a_j \quad (1.33)$$

(1.33) muestra que el error cuadrático total  $\alpha$  es una "forma cuadrática", obteniéndose potencias de dos en los coeficientes.

Para minimizar  $\alpha$ , se debe derivar parcialmente (1.33) con respecto a  $a_k$ ,  $k = 1, \dots, M$  e igualar a cero y luego resolver. De (1.33) se tiene .

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a_k} = 0 = 2 \sum_{i = 0}^M a_i C_{ik}$$

como  $a_0 = 1$  se llega a

$$\sum_{i = 1}^M a_i C_{ik} = -C_{0k} \quad K = 1, 2, \dots, M \quad (1.34)$$

donde los  $M$  coeficientes  $a_i$  desconocidos del filtro predictor son obtenidos por resolución del conjunto de  $M$  ecuaciones simultáneas - (1.34). Los parámetros conocidos  $C_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, M$ ,  $j = 1, \dots, M$  son definidos a partir de las muestras de entrada y evaluados por -

(1.32), por lo que es necesario un conjunto de muestras de la señal - de entrada  $s(n)$ , de  $n_0 = M$  a  $n_1$ .

Se ha obtenido una solución general (1.34), para el modelo de predicción lineal descrito por (1.24). Se presenta a continuación - dos casos, que han sido desarrollados con detalle.

### 1.3.1 METODO DE LA COVARIANZA

Para describir este método, es necesario considerar que disponemos de  $N$  muestras de la señal del lenguaje  $s(n)$ , o sea la secuencia a utilizarse es  $\{s(n)\} = \{s(0), s(1), \dots, s(n-1)\}$ .

El intervalo sobre el cual se minimiza el error cuadrático total es  $[M, N - 1]$ , por tanto, se define los límites  $n_0 = M$  y  $n_1 = N - 1$  para la evaluación de la matriz de covarianza  $C_{ij}$ , tal que ninguna muestra fuera del rango  $0 \leq n < N$  sea necesaria.

Para hallar los coeficientes  $a_k$ ,  $k = 1, \dots, M$  del filtro predictor, debemos resolver el siguiente conjunto de ecuaciones simultáneas

$$\sum_{i=1}^M a_i C_{ij} = -C_{0j} \quad J = 1, 2, \dots, M \quad (1.35)$$

donde la matriz de covarianza  $C_{ij}$  está dada por

$$C_{ij} = \sum_{n=M}^{N-1} S(n-i) S(n-j) \quad (1.36)$$

y el error con el que han sido determinadas las muestras predichas es

$$e(n) = \sum_{i=0}^M a_i s(n-i) \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (1.37)$$

para  $n = M, M+1, \dots, N-1$

Para este caso, el conjunto de elementos  $\{C_{ij}\}$  forman una matriz simétrica definida o semidefinida positiva.

### 1.3.2 METODO DE LA AUTOCORRELACION

Para el presente caso, se debe definir la secuencia de muestras de entrada  $s(n) = 0$ , fuera del intervalo  $0 < n < N-1$  por lo que se definen  $N$  muestras de entrada. El error se minimiza sobre un intervalo infinito o sea  $n_0 = -\infty$  y  $n_1 = \infty$ , obteniéndose resultados similares a si se minimizase el error solamente sobre el intervalo  $0 \leq n < N+M-1$ , ya que la secuencia  $s(n)$  se iguala a cero para  $n > N-1$  y  $n < 0$ . Estos límites permiten que  $C_{ij}$  sea simplificada como

$$\begin{aligned} C_{ij} &= \sum_{n_0=-\infty}^{\infty} s(n-i) s(n-j) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) s(n+|i-j|) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1-|i-j|} s(n) s(n+|i-j|) \\ &= r(|i-j|) \end{aligned} \quad (1.38)$$

Para determinar los coeficientes  $a_k$ ,  $k = 1, \dots, M$  del filtro predictor, se debe resolver el siguiente conjunto de ecuaciones simultáneas

$$\sum_{i=1}^M a_i r(|i-j|) = -r(|j|) \quad \text{Para } j = 1, 2, \dots, M \quad (1.39)$$

donde  $r(|i-j|)$  es una secuencia de autocorrelación.

Si definimos

$$l = |i-j|$$

por tanto la matriz de autocorrelación se expresa como

$$r(l) = \sum_{n=0}^{N-1-l} S(n) S(n+l) \quad \text{Para } l \geq 0 \quad (1.40)$$

y el error con el que el valor predicho ha sido evaluado es dado por

$$e(n) = \sum_{i=0}^M a_i S(n-i) \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (1.41)$$

para  $n = 0, 1, \dots, N+M-1$

En el método de autocorrelación, el conjunto de coeficientes  $C_{ij}$  forman los elementos de una matriz definida positiva y pueden ser expresados en términos de una secuencia de autocorrelación

$$C_{ij} = r(|i-j|) \quad (1.42)$$

En resumen, se ha derivado una solución lineal para determinar los parámetros del modelo de síntesis del lenguaje  $1/A(Z)$  basándose en el modelo de predicción lineal. Se ha definido el filtro inverso  $A(Z)$  de tal manera que cumpla con los requerimientos de estabilidad o sea que sus raíces estén dentro del círculo unitario en el plano  $Z$ .

La aplicación de la técnica de predicción lineal, permite definir parámetros importantes para el campo del lenguaje. Determinación de las frecuencias formantes (y posibles anchos de banda), determinación de la frecuencia fundamental y la función de área del canal bucal (Teoría de tubos acústicos).

## CAPITULO II

### FORMULACIONES EQUIVALENTES AL MODELO DE PREDICCIÓN LINEAL

- 2.1 MAXIMA VEROSIMILITUD (MAXIMUM LIKELIHOOD)
- 2.2 MINIMA VARIANZA (MINIMUM VARIANCE)
- 2.3 METODO DE PRONY (PRONY'S METHOD)
- 2.4 AJUSTE DE CORRELACION (CORRELATION MATCHING)
- 2.5 CORRELACION PARCIAL (PARTIAL CORRELATION)

## CAPITULO II

La ventaja de estudiar diferentes tipos de formulaciones y que lleguen a un mismo resultado es, la de tener una mayor comprensión de la naturaleza del problema que se está tratando. Tiene aún más valor si dichas formulaciones no parten de las mismas suposiciones.

En este capítulo se va a presentar formulaciones equivalentes al modelo de Predicción Lineal del lenguaje, desarrollado en el capítulo anterior y se comprobará que se llega a resultados similares a los obtenidos por los métodos de la Covarianza y de la Autocorrelación.

### 2.1 MAXIMO DE VEROSIMILITUD 1, 6, 5

Se asume que el espectro del lenguaje sobre pequeños intervalos es determinado por ciertos parámetros cuyos valores para cualquier intervalo dado son desconocidos; encontrar el valor de los parámetros que hagan que la probabilidad de la observación de la muestra actual del lenguaje sea la más probable nos lleva a realizar ciertas suposiciones que serán especificadas más adelante.

El modelo a utilizarse es un filtro que posee solamente polos y es de la forma siguiente

$$\frac{1}{A(Z)} = \sum_{i=0}^M \frac{1}{a_i Z^{-i}} \quad (2.1)$$

$i = 0$

con  $a_0 = 1$

A la entrada del modelo lineal definido por (2.1), se aplica una señal de ruido no correlacionado, obteniéndose a la salida, muestras que van a considerarse como generadas por un proceso aleatorio, estacionario y gaussiano. Se supone que el ruido no correlacionado tiene una varianza  $\sigma_e^2$ , la cual puede ser estimada.

Primero, el asumir que el proceso a desarrollarse es gaussiano, permite indicar que todas las muestras a observarse son igualmente probables, pudiendo entonces definir una densidad de probabilidad gaussiana para valores conocidos del primer y segundo momento del proceso aleatorio. Se entiende por primer momento de un proceso aleatorio, el valor esperado de un conjunto de muestras y por segundo momento, el valor cuadrático medio de dichos sucesos.

Segundo, se asume que el proceso a analizarse es estacionario o sea que la estadística del proceso aleatorio no varía con el tiempo. En el capítulo primero se consideró que el lenguaje es un proceso estacionario para un cierto intervalo de tiempo, sea para el caso de sonidos voceados o para el caso de sonidos no voceados. El modelo descrito por (2.1) por el que se ha hecho pasar ruido no correlacionado, es idéntico al modelo tratado en la sección 1.2 del capítulo I para representar sonidos no voceados.

Finalmente se supone que la secuencia de ruido de entrada a  $1/A(Z)$ , representado por  $e(n)$ , es gaussiano, siendo su valor medio igual a cero y cuya varianza es  $\sigma_e^2$ .

$$\xi [e(n)] = 0 \text{ y } \xi [e(n) e(k)] = \delta_{nk} \sigma_e^2 \quad (2.2)$$

donde  $\xi$  representa la esperanza matemática y  $\delta_{nk}$  el delta de Kronecker.

Se define al delta de Kronecker como

$$\delta_{nk} = \begin{cases} 0 & n \neq k \\ 1 & n = k \end{cases}$$

El diagrama de bloques de la Fig. 2.1 ilustra el modelo definido por la relación (2.1)

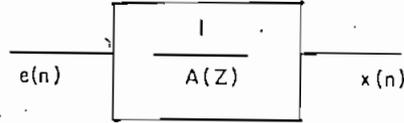


Fig. 2.1 Modelo Lineal que posee solo polos

donde  $X(n)$  es el lenguaje sintetizado o la versión del lenguaje obtenida por el paso de ruido  $e(n)$  a través del filtro  $1/A(Z)$  como ilustra la Fig. 2.1, así la secuencia  $X(n)$  puede ser representada de la siguiente forma

$$\sum_{i=0}^M a_i X(n-i) = e(n) \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (2.3)$$

Tomando el valor esperado o valor promedio a ambos lados de la expresión (2.3) y utilizando el resultado de la relación (2.2) se obtiene

$$\sum_{i=0}^M a_i \xi [X(n-i)] = 0 \quad (2.4)$$

para que (2.4) sea válida, es necesario que la secuencia  $\{X(n)\}$  sea gaussiana, con un valor esperado o valor medio igual a cero

$$\xi [X(n)] = 0 \quad (2.5)$$

De la expresión (2.2) se tiene que el valor esperado de dos señales de ruido no correlacionado es

$$\xi [e(n) e(k)] = \delta_{nk} \sigma_e^2$$

si  $n = k$ ,  $\delta_{nk} = 1$  por lo que

$$\xi [e(n) e(n)] = \sigma_e^2 \quad (2.6)$$

reemplazando (2.3) en (2.6) se obtiene

$$\sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M a_i \xi [X(n-i) X(n-j)] a_j = \sigma_e^2 \quad (2.7)$$

de la suposición de que el proceso es estacionario, el valor esperado del producto  $X(n-i) X(n-j)$  será una función de la diferencia de los subíndices, dado en términos de la secuencia de autocorrelación - por  $\{ \rho(n) \}$

$$\xi [X(n-i) X(n-j)] = \rho(i-j) = \rho(j-i) \quad (2.8a)$$

si  $n = n-i$  y  $l = n-j$  se llega

$$\xi [X(n) X(l)] = \rho(n-l) \quad (2.8b)$$

Como un resultado de las relaciones (2.2) y (2.3) se ha mos trado que la secuencia  $\{X(n)\}$  es gaussiana con un valor medio i gual a cero (2.5) y una secuencia de correlación dada por (2.8), pero la secuencia de correlación no se relaciona en forma simple con los - parámetros que determinan el espectro del lenguaje por lo que se lo expresa en forma funcional como

$$Q(n) = (a_1, a_2, \dots, a_M, \sqrt{e^2}, n) \tag{2.9}$$

Puede entonces definirse una densidad de probabilidad conjunta de las variables  $X(0), X(1), \dots, X(n - 1)$  si se conoce que la secuencia  $X(n)$  es gaussiana con valor medio igual a cero. Siendo esta una densidad de probabilidad multivariable que es función de los parámetros de (2.9) y de las variables aleatorias  $X(0), X(1), \dots, X(n - 1)$ .

El principio de máxima verosimilitud se define de la siguiente manera: Si ciertos valores de las variables aleatorias son observados, los valores de los parámetros que hacen que la observación sea la más probable, son entonces los que maximizan la densidad de probabilidad. Se deriva la densidad de probabilidad con respecto a  $a_1, a_2, \dots, a_M, \sqrt{e^2}$  y se iguala a cero, formando un conjunto de ecuaciones simultáneas, que al resolverlas permiten hallar los parámetros requeridos. El método indicado anteriormente es directo, pero presenta gran dificultad para su resolución. Si  $N$  es mayor a 2, el problema llega a ser extremadamente no lineal por lo que no se puede llegar a una solución exacta del problema de Máxima Verosimilitud.

Se hace necesario utilizar dos aproximaciones las cuales modifican el criterio de máxima verosimilitud, logrando así obtener el mismo resultado que ha sido hallado en el análisis del modelo de predicción lineal. Si tomamos un máximo de verosimilitud aproximado, se llega a los resultados del método de la autocorrelación (sección 1.3.2 del Capítulo I). En cambio si el máximo de verosimilitud es condicional se obtiene un resultado equivalente al del método de la covarianza (sección 1.3.1 del capítulo I).

Si el número de muestras es mayor que el orden del filtro o sea  $N \gg M$ , la densidad de probabilidad conjunta para la secuencia  $\{ X(0), X(1), \dots, X(N - 1) \}$  puede ser aproximada a partir de la densidad de probabilidad gaussiana, conociendo que los eventos  $X(0), X(1), \dots, X(n_i)$  son independientes.

Se define la densidad de probabilidad gaussiana como

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma} e^{-\left(\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.10)$$

entonces, la función de densidad conjunta se encuentra de la siguiente manera

$$f(X_0, \dots, X_{N-1}) = f(X_0) f(X_1) \dots f(X_{N-1})$$

$$f(X_0, X_1, \dots, X_{N-1}) = \frac{1}{(2\pi \sigma^2)^{N/2}} e^{-\frac{\alpha}{2\sigma^2}}$$

donde  $\alpha$  es igual a

$$\alpha = \sum_{n=0}^{M-1} (X_n - \mu)^2$$

siendo

$$\mu = - \sum_{i=1}^M a_i X_{n-i} \quad (2.12)$$

Por tanto la densidad de probabilidad conjunta se aproxima a

$$P(X(0), X(1), \dots, X(N-1)) = (2\pi \sigma^2)^{N/2} e^{-\frac{\alpha}{2\sigma^2}} \quad (2.13)$$

con

$$\alpha = \sum_{n=0}^{M-1} \left( \sum_{i=0}^M a_i X_{n-i} \right)^2 \quad (2.14a)$$

siendo necesario definir un intervalo de existencia de la secuencia

$\{X(n)\}$  así

$$X(n) = 0 \quad \text{para } n < 0 \quad \text{y } N > N-1 \quad (2.14b)$$

$\alpha$  en (2.13) representa la suma de los errores al cuadrado y es precisamente la energía de error en la aproximación de la autocorrelación para la predicción lineal de los mínimos cuadrados.  $u$  en (2.12) es el valor predicho a partir de las muestras aleatorias  $x(0), x(1), \dots, x(n - 1)$ .

Pero maximizar  $P$  en (2.13), es equivalente primero, a minimizar  $\alpha$  en (2.14) como en el método de la autocorrelación y luego se maximiza (2.13) con respecto a  $\sqrt{e}^2$  resolviendo  $\frac{dP}{d\sqrt{e}^2} = 0$  Así se obtiene

$$\sqrt{e}^2 = \frac{\alpha}{N} \tag{2.15}$$

El resultado al minimizar (2.14) es similar al resultado obtenido en la determinación de los parámetros del modelo de predicción lineal mediante el método de la autocorrelación, con la propiedad adicional, que existe un término de ganancia dado por (2.15).

Para el caso de un máximo de verosimilitud condicional, las primeras  $M$  muestras observadas  $x(0), x(1), \dots, x(M - 1)$ , son consideradas como valores o condiciones iniciales determinísticas. El resto de las observaciones  $x(M), x(M + 1), \dots, x(N - 1)$  son tratadas como muestras de observaciones aleatorias, por lo que la densidad de probabilidad conjunta es definida para  $N - M$  variables, siendo una densidad de probabilidad condicionada sobre valores iniciales.

Las variables  $x(M), x(M + 1), \dots, x(N - 1)$  son una transformación lineal de las variables no condicionadas  $e(M), e(M + 1), \dots, e(N - 1)$ , como puede verse en (2.3).

Para poder determinar la densidad de probabilidad condicional para  $N - M$  observaciones, es necesario realizar un cambio de variables en la función densidad de probabilidad conjunta

$$f(X_M, X_{M+1}, \dots, X_{N-1}) = f(X_M) f(X_{M+1}) \dots f(X_{N-1})$$

existen  $N - M$  variables aleatorias por tanto

$$f(X_M, X_{M+1}, \dots, X_{N-1}) = \frac{1}{(2 \pi \sigma_e^2)^{\frac{N-M}{2}}} e^{-\frac{\alpha}{2 \sigma_e^2}} \quad (2.16)$$

donde  $\alpha$  es definido para  $N - M$  observaciones de la siguiente manera

$$\alpha = \sum_{n=M}^{N-1} \left( \sum_{i=0}^M a_i X_{n-i} \right)^2 \quad (2.17)$$

Por tanto la densidad de probabilidad condicional es

$$P_c = \frac{1}{(2 \pi \sigma_e^2)^{\frac{N-M}{2}}} e^{-\frac{\alpha}{2 \sigma_e^2}} \quad (2.18)$$

donde  $\alpha$  es igual ahora a

$$\alpha = \sum_{n=M}^{N-1} \left( \sum_{i=0}^M a_i X_{n-i} \right)^2 \quad (2.19)$$

se puede observar que  $\alpha$  en (2.19) representa la misma energía de error del método de la covarianza, para la determinación de los parámetros del modelo de predicción lineal. Entonces, maximizando  $P_c$  con respecto a  $\sigma_e^2$  o lo que es lo mismo minimizando  $\alpha$  en (2.19), obtenemos

$$\sigma_e^2 = \frac{\alpha}{N - M} \quad (2.20)$$

El término de ganancia  $\sigma_e^2$  en (2.20), es obtenido en términos de error mínimo de predicción. Si se minimiza  $\alpha$  en (2.19) se llega a un resultado equivalente al obtenido por el método de la

covarianza en el modelo de predicción lineal, con la característica, que existe un término adicional dado por (2.20).

Se ha podido observar, que la aplicación del criterio de máxima verosimilitud, es más razonable para el caso de sonidos no vocea - dos y ha sido lógico suponer que las señales del lenguaje, pueden ser consideradas como señales aleatorias de características gaussianas y estacionarias. Se ha llegado a resultados equivalentes al método de la autocorrelación cuando se tomaba una densidad de probabilidad aproximada y equivalentes al método de la covarianza, si la densidad de probabilidad era condicionada.

## 2.2 MINIMA VARIANZA (1,8)

Para el caso del máximo de verosimilitud tratado en la sección anterior, se consideró que las muestras de la señal del lenguaje eran aleatorias, estacionarias y gaussianas. En este punto se supone que las muestras de la señal del lenguaje son aleatorias y estacionarias pero no se considera que sean de tipo gaussiano.

En la sección 1.2 del Capítulo I, se definió la secuencia de error de predicción  $\{e(n)\}$  de la siguiente forma

$$e(n) = \sum_{i=0}^M a_i X(n-i) \quad (2.21)$$

con  $a_0 = 1$

Se asume que la secuencia  $\{X(n)\}$  tiene un valor medio igual a cero, por lo que la secuencia de error  $\{e(n)\}$  tendrá también un valor medio igual a cero.

De la definición de varianza se tiene que

$$\sigma^2 = \xi [e(n)^2] - \left( \xi [e(n)] \right)^2 \quad (2.22)$$

donde  $\xi [\cdot]$ , es el valor esperado o el valor medio. Pero  $\xi [X(n)] = 0$ , por lo tanto

$$\sigma^2 = \xi [e(n)^2] \quad (2.23)$$

o sea la varianza de la secuencia de error  $\{e(n)\}$  es igual al valor cuadrático medio como indica (2.23) y de (2.21) se tiene

$$\xi [e(n)^2] = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M a_i a_j \xi [X(n-i)$$

$$X(n-j)] \quad (2.24)$$

Como se consideró que la estadística de las muestras no varía, el valor esperado del producto  $X(n-i) X(n-j)$ , será una función de la diferencia de los subíndices, dado en términos de la secuencia de autocorrelación por  $\{\xi(n)\}$

$$\xi [X(n-i) X(n-j)] = \xi (i-j) = \xi (j-i) \quad (2.25)$$

donde  $\xi (i-j)$ , será definido de acuerdo a la siguiente característica. Si el proceso se considera ergódico o sea si el promedio estadístico y el promedio de conjunto son idénticos, entonces  $\xi (i-j)$ , es expresado como

$$\xi (i-j) = \xi [X(n-i) X(n-j)] = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} X(n-i) X(n-j)$$

$$X(n-i) X(n-j) \quad (2.26)$$

La varianza del error de predicción puede ser escrito como un doble sumatorio

$$\xi [e(n)^2] = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M a_i \zeta(i-j) a_j \quad (2.27)$$

La varianza del error de predicción debe ser minimizado para determinar los parámetros  $a_1, a_2, \dots, a_M$  que hacen que la relación (2.27) sea mínima. La ecuación (2.27), es similar a (1.31), descrita en el capítulo I al desarrollar el modelo de predicción lineal. Aquí el término  $\zeta(i-j)$  en el sumatorio representa una correlación estadística, la que puede ser aproximada por la secuencia  $\{X(n)\}$  si se utiliza un número finito de muestras.

Para un conjunto finito de muestras de observación  $x(0), \dots, x(N-1)$ , la expresión (2.26) no puede ser evaluada directamente, por lo que se realiza varias aproximaciones, solamente dos se van a presentar aquí.

La primera aproximación nos lleva a determinar la secuencia de autocorrelación en términos de la matriz de correlación  $C_{ij}$ , definida para el método de la covarianza

$$\zeta(i-j) = \frac{1}{N-M} \sum_{n=M}^{N-1} X(n-i) X(n-j) = \frac{C_{ij}}{N-M} \quad (2.28)$$

se observa, que en (2.28) existe una inconsistencia. El lado izquierdo de la ecuación es una función de la diferencia de los subíndices - pero en el lado derecho, los elementos  $C_{ij}$  son definidos para cada subíndice.

La segunda aproximación nos llega a determinar la matriz de correlación  $r(i-j)$  del método de la autocorrelación que es función de la diferencia de los subíndices.

$$\hat{r}(i - j) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N - |i-j| - 1} X(n) X(n + |i - j|) = \frac{r(i-j)}{N} \quad (2.29)$$

Ambas aproximaciones utilizan el mismo conjunto de datos, pero de diferente manera. En el método de la covarianza se trabaja sobre un intervalo dado por  $[M, N - 1]$  y el de autocorrelación dado por  $[-\infty, \infty]$ , pero  $X(n) = 0$  para  $n < 0$  y  $n \geq N$ .

### 2.3 METODO DE PRONY (1)

El método de Prony es más importante para la comprensión del análisis de predicción lineal del lenguaje, puesto que esta formulación muestra de una manera explícita como el modelo del lenguaje voceado es representado en el dominio del tiempo por exponenciales complejas. El término exponencial o exponencial complejo, es utilizado para incluir potencias cuando se trabaja con señales discretas.

En el modelo de predicción lineal, desarrollado en el capítulo I, se muestra que para sonidos voceados, la forma de onda del lenguaje es sintetizado como la salida de un filtro recursivo lineal (filtro que posee solamente polos), excitado por una secuencia de pulsos cuasi periódicos (secuencia de pulsos unitarios separados por un período de tono).

Si los transitorios que preceden a un período de picos (pitch period) son ignorados, entonces las muestras del lenguaje durante un simple período de tono, serán proporcionales a la respuesta de impulso unitario de un filtro que posee solo polos.

Considerando la secuencia  $\{ X(n) \}$ , como muestras de datos del lenguaje durante un período de tono, entonces la secuencia puede ser representada como una combinación lineal de las  $M$  exponenciales -

complejas de la siguiente forma

$$X(n) = \sum_{i=1}^M u_i (z_i)^n \quad (2.30)$$

donde  $z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , define las raíces o ceros de  $A(z)$

$$A(z_i) = 0 \quad \text{Para } i = 1, 2, \dots, M \quad (2.31)$$

La relación (2.30), es obtenida al tomar la transformada inversa  $Z$  de la expresión que define el modelo (que posee solo polos) - de un lenguaje voceado, después de haberla expandido en fracciones - parciales.

La secuencia de excitación al modelo que posee solo polos - (Fig. 2.1) para un simple período de tono, puede expresarse de la siguiente manera

$$e(n) = \delta_{n0}$$

donde  $\delta_{n0}$ , representa el delta de Kronecker.

La salida del modelo lineal de la Fig. 2.1 en el dominio de la variable compleja  $Z$ , es dado por

$$X(Z) = \frac{E(Z)}{A(Z)} \quad (2.32)$$

expresión similar a la definida en el modelo de síntesis del lenguaje. Para un simple período de tono. se tiene

$$X(Z) = \frac{1}{A(Z)} \quad (2.33)$$

Pero  $1/A(Z)$ , puede ser expandido en fracciones parciales

$$X(Z) = \sum_{i=1}^M \frac{u_i}{(1-Z_i Z^{-1})} \quad (2.34)$$

Así que la relación (2.30), representa la transformada inversa Z de (2.34) y de (2.33).

Debe aclararse que  $u_i$  y  $Z_i$  en (2.30), deben ser complejas para un comportamiento oscilatorio permanente, pero al combinarse en el sumatorio dan un resultado real para la secuencia  $\{X(n)\}$ . También se observa que las raíces de  $A(Z)$  son distintas, suposición que es necesaria solamente para tener un desarrollo amplio del método de Prony. La relación (2.30) puede ser escrita como una combinación lineal de exponenciales reales y sinusoides amortiguadas. En general (2.30) puede aplicarse aún si las dos suposiciones hechas anteriormente son removidas.

De una manera particular puede incluirse, los efectos transitorios del período previo de tono como también los efectos de los ceros debidos al tracto nasal que puedan estar incluidos en el modelo del lenguaje.

La transformada Z de (2.30) es representada de una manera general de la siguiente forma.

$$X(Z) = P(Z)/A(Z)$$
$$= \frac{\sum_{i=0}^{M-1} p_i Z^{-i}}{\sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}} \quad (2.35)$$

Por condiciones de estabilidad, el grado de polinomio del numerador debe ser menor o máximo igual al grado del denominador. Así  $P(Z)$  es de grado  $M - 1$ , uno menor que  $A(Z)$ , con  $a_0 = 1$ .

$P(Z)$  describe los efectos transitorios de un período de tono previo ó los efectos de los ceros en el modelo del lenguaje.

Si el lenguaje es representado por el modelo (2.30), se tiene entonces  $2M$  parámetros desconocidos ( $u_i$  y  $Z_i$ , con  $i = 1, \dots, M$ ), que pueden ser obtenidos por resolución de un conjunto de  $2M$  ecuaciones simultáneas indicadas por (2.30) para  $n = 0, 1, \dots, 2M - 1$ , por lo que es necesario conocer  $2M$  muestras de la señal del lenguaje. El problema planteado es no lineal, pero posee una solución que no es obvia intuitivamente.

De lo expresado en el párrafo anterior se llega al resultado siguiente: si la señal  $X(n)$ , es compuesta precisamente de  $M$  exponenciales complejas, entonces  $2M$  muestras son suficientes para determinar los parámetros del modelo definido por (2.30).

Debido a la alta complejidad que presenta la resolución de ecuaciones simultáneas (2.30), por eliminación de las variables desconocidas, se hace necesario una aproximación al problema planteado, para que este sea más manejable.

De (2.35) se tiene .

$$X(Z) A(Z) = P(Z)$$

$$\sum_{i=0}^M a_i X(n-i) = \sum_{i=0}^{M-1} p_i \delta_{ni}$$

así que

$$\sum_{i=0}^M a_i X(n-i) = 0 \quad \text{para } N = M, M+1, \dots, N-1 \quad (2.36)$$

Si el modelo no es exactamente representado para un sólo período de tono, puede introducirse un término de error

$$\sum_{i=0}^M a_i X(n-i) = e(n) \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (2.37)$$

La relación (2.37), define de una forma práctica el método de Prony. La solución exacta (2.36), será errónea en el análisis de un lenguaje real.

Los coeficientes  $a_i$ , pueden ser obtenidos por minimización del error cuadrático con respecto a los coeficientes. El error cuadrático total es

$$\alpha = \sum_{n=M}^{n-1} e(n)^2$$

Pero este resultado es obtenido precisamente en el método de la covarianza en el Capítulo I. La minimización de error cuadrático para el modelo exacto dará un valor mínimo para  $\alpha$  igual a cero.

Se va a presentar dos ejemplos, que van ayudar a visualizar método de Prony.

## EJEMPLO 1

Se tiene una señal del lenguaje  $X(n)$ , representada por una

exponencial amortiguada real.

De la relación (2.30), se tiene para  $M = 1$

$$X(n) = u_1 Z_1^n \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, M$$

Como  $M = 1$ , es necesario conocer dos muestras de la secuencia  $\{X(n)\}$ , para determinar los parámetros  $u_1$  y  $Z_1$ . Entonces, tomando dos muestras del lenguaje  $x(0)$  y  $x(1)$

$$X(0) = u_1 \quad ; \quad X(1) = u_1 Z_1$$

$$u_1 = X(0) \quad \text{y} \quad Z_1 = \frac{X(1)}{X(0)}$$

La relación (2.35), para  $M = 1$  se tiene

$$X(Z) = \frac{P_0}{a_0 + a_1 Z^{-1}} \quad (2.38)$$

Se conoce que la secuencia de entrada, es una exponencial real

$$X(n) = C e^{-(\pi BnT)}$$

donde,  $B$  es el ancho de banda de la señal en Hz,  $T$  es el período de muestreo en [mseg] y  $C$  es una constante de amplitud. Tomando la transformada  $Z$  a la secuencia  $\{X(n)\}$ , se llega a

$$X(Z) = \frac{C}{1 - e^{-(\pi BT)Z^{-1}}} \quad (2.39)$$

Para que (2.38) y (2.39) sean iguales es necesario que

$$p_0 = C$$

$$a_0 = 1 \quad \text{y} \quad a_1 = -e^{-(\tilde{\Gamma} BT)}$$

conociendo entonces los coeficientes del filtro  $A(Z)$  y además por (2.34), se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{1}{A(Z)} &= \sum_{i=1}^1 \frac{u_i}{(1 - z_i z^{-1})} = \frac{u_1}{1 - z_1 z^{-1}} \\ &= \frac{X(0)}{1 - \frac{X(1)}{X(0)} z^{-1}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Pero en la secuencia se cumple que

$$X(0) = C$$

$$X(1) = C e^{-\tilde{\Gamma} (BT)}$$

reemplazando en (2.40)

$$\frac{1}{A(Z)} = \frac{C}{1 - e^{-(\tilde{\Gamma} BT)} z^{-1}}$$

Entonces, la secuencia de entrada  $\{X(n)\}$  o la secuencia de error  $\{e(n)\}$ , pueden ser obtenidos conociendo los coeficientes  $\{a_i\}$  y una de las secuencias.

De la relación (2.37), se puede obtener la secuencia de error, tomando en consideración que  $e(n) = 0$  para  $M \geq 1$  con

$$e(n) = a_0 X(n) + a_1 X(n - 1)$$

para  $n = 0$

$$e(0) = a_0 X(0) = C$$

Mostrando así, que al determinar los parámetros  $\{a_i\}$  queda definido el modelo de primer orden, comprobando que la secuencia de entrada puede ser considerada como una combinación lineal de exponenciales complejas (2.30), para un simple período de tono. En la Fig. 2.2A, se muestra la secuencia  $X(n)$  y  $e(n)$ .

Similarmente cuando la secuencia de entrada  $X(n)$  es una exponencial creciente real, como se muestra en la Fig. 2.2B, el error cuadrático  $\propto$  será igual a cero para  $M \gg 1$ .

## EJEMPLO 2

Representando a  $X(n)$ , por dos exponenciales reales o complejas para  $M = 2$ , (2.30) da

$$X(n) = u_1 Z_1^n + u_2 Z_2^n$$

es necesario tener  $2M$  muestras de la señal de entrada  $x(0)$ ,  $X(1)$ ,  $X(2)$ ,  $X(3)$ , obteniéndose 4 ecuaciones simultáneas

$$X(0) = u_1 + u_2 \quad (2.41a)$$

$$X(1) = u_1 Z_1 + u_2 Z_2 \quad (2.41b)$$

$$X(2) = u_1 Z_1^2 + u_2 Z_2^2 \quad (2.41c)$$

$$X(3) = u_1 Z_1^3 + u_2 Z_2^3 \quad (2.41d)$$

Existen 4 ecuaciones y 4 incógnitas, que pueden ser resueltas, eliminando una a una las incógnitas, llegando a ser un método muy in cómodo cuando M se incrementa.

De (2.41) se elimina  $u_1$

$$Z_1 X(0) - X(1) = u_2 (Z_1 - Z_2) \quad (2.42a)$$

$$Z_1 X(1) - X(2) = u_2 (Z_1 - Z_2) Z_2 \quad (2.42b)$$

$$Z_1 X(2) - X(3) = u_2 (Z_1 - Z_2) Z_2^2 \quad (2.42c)$$

Eliminando  $u_2$  de (2.42), se tiene

$$Z_2 (Z_1 X(0) - X(1)) - (Z_1 X(1) - X(2)) = 0 \quad (2.43a)$$

$$Z_2 (Z_1 X(1) - X(2)) - (Z_1 X(2) - X(3)) = 0 \quad (2.43b)$$

La variable  $Z_2$  es fácilmente eliminable, teniéndose una sola incógnita  $Z_1$

$$(Z_1 X(1) - X(2)) (Z_1 X(1) - X(2)) - (Z_1 X(0) - X(1)) (Z_1 X(2) - X(3)) = 0 \quad (2.44)$$

La ecuación (2.44) es una ecuación cuadrática, donde  $Z_1$  es la incógnita. En principio  $Z_1$  es expresado en función de  $x(0)$ ,  $x(1)$ ,  $x(2)$ ,  $x(3)$ . De (2.43) puede obtenerse  $Z_2$ , de (2.42) puede obtenerse  $u_2$  y de cualquier ecuación de (2.41) puede obtenerse  $u_1$ .

Este ejemplo muestra la complejidad del problema planteado,

cuando se quiere obtener las variables por eliminación en las ecuaciones simultáneas (2.41).

$$\text{Si se toma } u_1 = u_2 = c/2 \text{ y } z_1 = z_2^* = e^{-(BT + j 2\tilde{\omega} FT)}$$

entonces

$$X(n) = C \exp(-\tilde{\omega} BnT) \cos(2\tilde{\omega} FnT)$$

es una senoide amortiguada.

Tomando la transformada Z a la secuencia X(n)

$$X(Z) = \frac{C - C r Z^{-1}}{1 - 2r \cos \theta Z^{-1} + r^2 Z^{-2}} = \frac{P(Z)}{A(Z)} \quad (2.45)$$

donde

$$r = \exp(-\tilde{\omega} BT) \quad \text{y} \quad B = 2F \quad \text{siendo } F \text{ la frecuencia}$$

$$\theta = 2\tilde{\omega} FT \quad \text{de la señal}$$

El resultado del muestreo de la exponencial compleja y de la secuencia de error, se observa en la Fig. 2.2C, quedando definido el modelo de segundo orden por (2.45). De esta relación pueden obtenerse los coeficientes  $\{a_i\}$  y  $\{p_i\}$ .

Se considera que  $e(n) = 0$  para  $n \geq M = 2$ , con un error cuadrático  $\alpha = 0$  en tanto que

$$e(0) = X(0) = C$$

$$e(1) = -C e^{-\tilde{\omega} BT} \cos \theta$$

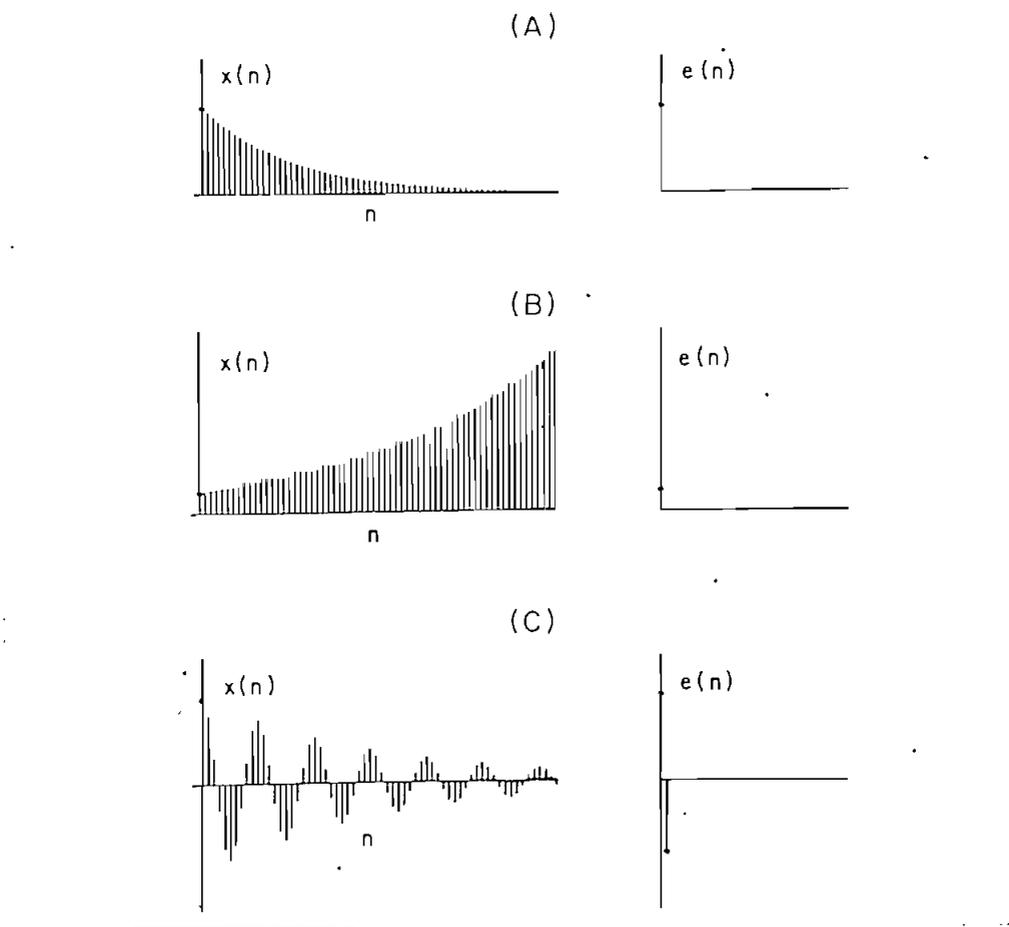


Fig. 2.2 Modelos de primer y segundo orden con su secuencia de error.

En forma similar pueden obtenerse modelos de orden superior.

Se concluye de los dos ejemplos anteriores lo siguiente: Si las muestras de la forma del lenguaje pueden ser representadas en forma precisa por el modelo  $P(Z)/A(Z)$  o  $1/A(Z)$  dentro de un simple período de tono, entonces el método de la covarianza puede extraer exactamente los parámetros de  $1/A(Z)$  de las muestras de la secuencia de datos.

Solamente  $N = 2M$  muestras son necesarias para el análisis. En la práctica  $N = 4M$  o más pueden ser necesarias para obtener resultados razonables, debido al hecho de que la forma de onda del lenguaje

generalmente no encajará en forma precisa en el modelo adoptado.

El método de Prony es actualmente más general que el método de la covarianza, puesto que determina el numerador  $P(Z)$  como una parte - desarrollo. Resolviendo (2.30) se encuentra el polinomio  $A(Z)$ , que - tiene la forma siguiente

$$A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i} \quad \text{con } a_0 = 1$$

donde las raíces de  $A(Z)$  en (2.31), son precisamente los términos utilizados para expresar la combinación lineal de exponenciales en (2.30).

Considerando nuevamente que el modelo tratado no es exacto, - puede agregarse un error residual en (2.30).

$$X(n) = \sum_{i=1}^M u_i (Z_i)^n + \eta(n) \quad (2.46)$$

Si se conoce  $Z_i$ , entonces los parámetros  $u_i$  pueden ser encontrados por minimización de la suma de los cuadrados del error residual  $\eta(n)$ . Esta minimización, es un problema que regularmente se presenta, al encontrar la curva óptima de los mínimos cuadrados.

El método de Prony es en esencia, la resolución de un problema no lineal de  $2M$  parámetros para el modelo (2.3), el cual puede ser separado en dos problemas directos.

Primero, un polinomio  $A(Z)$  es definido por  $M$  raíces  $Z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , cuyos coeficientes son obtenidos por resolución de  $M$  ecuaciones simultáneas. Esta parte del problema, es similar al método de la covarianza. Conocido las raíces o ceros de  $A(Z)$ , se reemplaza en (2.30) y se llega de una forma directa al problema de determinar la curva de los mínimos cuadrados, que va a ser obtenida definiendo los  $M$  coeficientes del numerador.

Es una aproximación física razonable, que las muestras del lenguaje para un simple período de tono, pueda ser expresado en función de exponenciales complejas. Por lo que el método de Prony es un método más general que el método de la covarianza, ya que además de determinar el denominador  $A(Z)$  del modelo, por una solución equivalente a la obtenida en el método de la covarianza, permite determinar los ceros en el modelo del lenguaje, o sea el numerados  $P(Z)$ .

## 2.4 AJUSTE DE CORRELACION 1

Un ajuste entre la autocorrelación de la secuencia de entrada  $\{X(n)\}$  y la respuesta de impulso unitario de un filtro de síntesis  $\checkmark/A(Z)$ , que posee solamente polos, es requerido en el mayor número posible de puntos.

Se asume que el modelo de síntesis  $H(Z)$  es causal y estable, representado de la siguiente manera

$$H(Z) = \frac{\checkmark}{A(Z)} \quad (2.47)$$

donde la constante  $\checkmark$  es un factor de ganancia y, como se definió anteriormente,  $A(Z)$  es de la forma siguiente

$$A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i} \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (2.48)$$

Multiplicando por  $A(Z)$  en ambos lados de la relación (2.47) y obteniendo la transformada inversa  $Z$  se llega a

$$\sum_{i=0}^M a_i h_n - i = \checkmark \delta_{no} \quad (2.49)$$

donde la secuencia de la respuesta impulsiva  $\{h(n)\}$  tiene como transformada Z. a  $H(Z)$ , la función del sistema.

Se asumió que el filtro es causal o sea el sistema no responde antes de ser excitado, por tanto  $h(n) = 0$  para  $n < 0$  y es además estable. La secuencia de autocorrelación para la respuesta de impulso unitario, es de la forma siguiente

$$\rho(i-j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_{n-i} h_{n-j} = \sum_{n=0}^{\infty} h_n h_{n+i-j} \quad (2.50)$$

Multiplicando a ambos lados de (2.49) por  $h_{n-j}$  y realizando la suma para todos los valores de  $n$  y aplicando directamente (2.50) se llega a

$$\sum_{i=0}^M a_i \rho(i-j) = \sigma^2 h_{-j} \quad (2.51)$$

Como se asumió que el filtro es causal, es lado derecho de (2.51) es igual a cero para  $j > 0$ , pero de la relación (2.49) se conoce que  $h(0) = \sigma$ , entonces para  $j = 0$ , la parte derecha de (2.51) es igual a  $\sigma^2$ . De lo dicho anteriormente se tiene el siguiente resultado

$$\sum_{i=0}^M a_i \rho(i-j) = 0 \quad \text{para } j > 0 \quad (2.52)$$

$$\sum_{i=0}^M a_i \rho(i) = \sigma^2 \quad \text{para } j = 0 \quad (2.53)$$

Para determinar los  $M + 1$  parámetros del modelo de síntesis -

$H(Z)$ , o sea  $a_1, a_2, \dots, a_M$ , las primeras  $M + 1$  muestras de autocorrelación de la respuesta de impulso unitario, son escogidos de tal manera que se ajusten exactamente a las muestras de autocorrelación de la secuencia de datos de entrada  $X(n)$ , entonces

$$\hat{r}(i) = r(i) \quad \text{para } j = 0, 1, \dots, M \quad (2.54)$$

donde  $\hat{r}(i - j)$  es dado por (2.50) y

$$r(i-j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n-i) X(n-j) = \sum_{n=0}^{N-1-|i-j|} X(n) X(n+|i-j|) \quad (2.55)$$

De 2.52) se tiene que

$$\sum_{i=1}^M a_i \hat{r}(|i-j|) = \hat{r}(j) \quad \text{para } j > 0 \quad (2.56)$$

reemplazando la secuencia de autocorrelación dada por (2.54)

$$\sum_{i=1}^M a_i r(|i-j|) = r(j) \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, M \quad (2.57)$$

que es, precisamente la solución encontrada para el modelo de predicción lineal por el método de la autocorrelación (sección 1.3.2).

Combinado (2.54) con (2.53), resulta una expresión que es justamente el ajuste de energía del espectro de la señal de entrada a la energía de la respuesta impulsiva del modelo de síntesis (2.47)

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=0}^M a_i r(i) \quad (2.58)$$

La Fig. 2.3, muestra el efecto de incluir un término de ganancia  $\checkmark$  en el análisis de un segmento del lenguaje voceado y no voceado. Así el espectro logarítmico del modelo  $LM(1/A)$ , se ajusta más a la estructura de la envolvente del espectro logarítmico de la señal  $LM(X)$ .

## 2.5 CORRELACION PARCIAL (1,5)

Se presenta, una nueva aproximación del análisis de predicción lineal del lenguaje en términos de los coeficientes de correlación parcial. Esta aproximación define, al filtro inverso  $1/A(Z)$ , en su configuración interna y además se va a dar una introducción de los productos internos, para una solución unificada del modelo de predicción lineal que se desarrollará en el capítulo III.

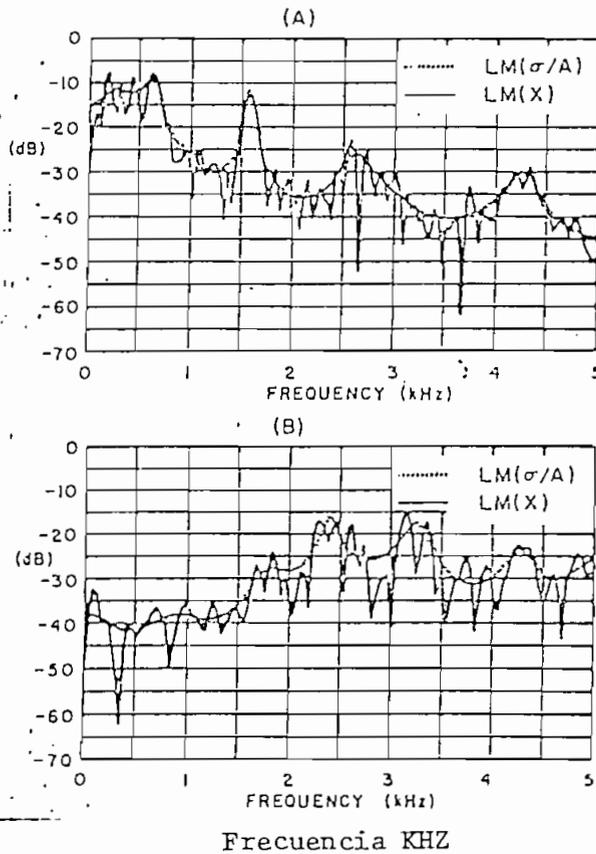


Fig. 2.3 Formulación de ajuste de correlación con término de ganancia A) sonido voceado. B) sonido no voceado

Se va a considerar M coeficientes de predicción directos y M inversos. El error de predicción directo denotado por  $X_m^+(n)$ , resulta de la diferencia entre la señal y la señal predicha por una combinación lineal de las M muestras anteriores

$$\begin{aligned}
 X_m^+(n) &= X(n) - \left[ - \sum_{i=1}^m a_m i X(n-i) \right] \\
 &= \sum_{i=0}^m a_m i X(n-i) \quad \text{con } a_{m0} = 1
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

El error de predicción inverso denotado por  $X_m^-(n)$ , resulta de la diferencia entre la señal y la predicción inversa basada en las M muestras siguientes, ambas evaluadas en el tiempo  $n - m - 1$ , lo que implica la utilización de relaciones causales (o sea  $X_m^-(n) = 0$  para  $n < m + 1$ )

$$\begin{aligned}
 X_m^-(n) &= X(n - m - 1) - \left[ - \sum_{i=1}^m b_m i X(n-i) \right] \\
 &= \sum_{i=1}^{m+1} b_m i X(n-i) \quad \text{con } b_{m,m+1} = 1
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Una ilustración de las muestras utilizadas para la predicción directa e inversa, en la Fig. 2.4.

El criterio utilizado en la formulación de correlación parcial, es la minimización parcial del error cuadrático total del error de predicción directo e inverso.

$$\alpha_m = \sum_{n=n_0}^{n_1} \left[ X_m^+(n) \right]^2 \quad \beta_m = \sum_{n=n_0}^{n_1} \left[ X_m^-(n) \right]^2 \tag{2.61}$$

para  $m = 1, 2, \dots, M$

Derivando parcialmente (2.61) con respecto a los parámetros específicos e igualando a cero, se puede minimizar (2.61)

$$\frac{\partial \alpha_m}{\partial a_{mi}} = 0 \quad \frac{\partial \beta_m}{\partial b_{mi}} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, M$$

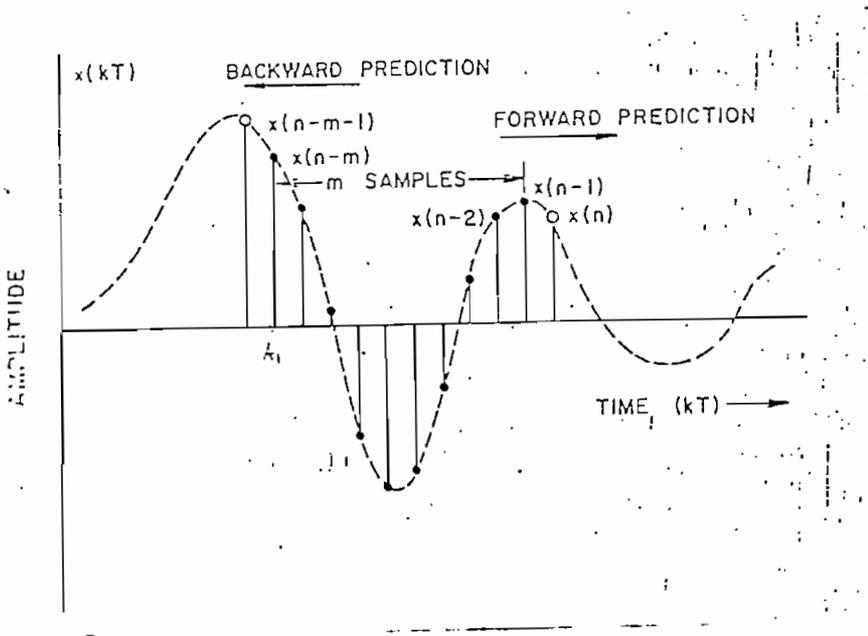


Fig. 2.4 Ilustración que indica las muestras utilizadas para la predicción de orden M directa e inversa.

### 2.5.1 PRODUCTOS INTERNOS Y PRINCIPIO DE ORTOGONALIDAD

El error de predicción directo e inverso,  $X_m^+(n)$  y  $X_m^-(n)$  pueden ser considerados como las salidas de dos filtros  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$ , -teniendo como secuencia de entrada común  $\{X(n)\}$ , donde

$$A_m(Z) = \sum_{i=0}^M a_{mi} Z^{-i} \quad \text{con } a_{m0} = 1 \quad (2.62a)$$

y

$$B_m(Z) = \sum_{i=1}^{m+1} b_{mi} Z^{-i} \quad \text{con } b_{m, m+1} = 1 \quad (2.62b)$$

El error cuadrático total  $\alpha_m$  y  $\beta_m$  de (2.61) representa la energía de salida del filtro para un intervalo de tiempo, que va desde  $n = n_0$  hasta  $n = n_1$ .

Se va a considerar una situación muy general por conveniencia de notación. Se toma los filtros  $F(Z)$  y  $G(Z)$ , que poseen coeficientes reales (filtros reales). Como indica la Fig. 2.5, los filtros tienen una secuencia de entrada  $\{X(n)\}$  común.

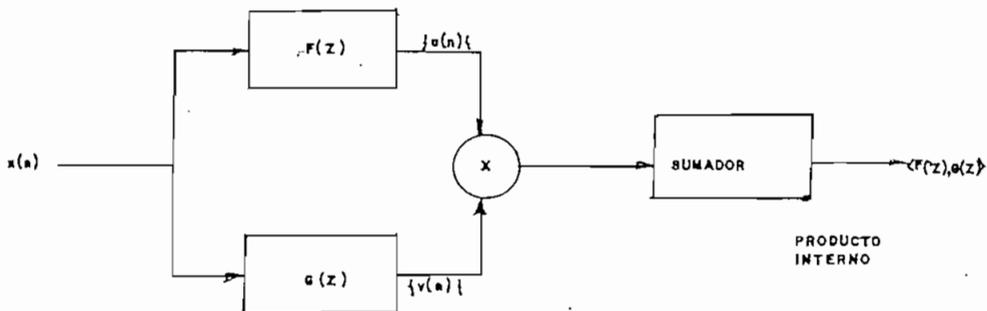


Fig. 2.5 Interpretación del producto interno para el procesamiento de una señal

Las secuencias  $\{u(n)\}$  y  $\{v(n)\}$  representan las salidas de los filtros. Estas salidas son multiplicadas y sumadas de  $n = n_0$  hasta  $n = n_1$ . El resultado será conocido como producto interno de  $F(Z)$  y  $G(Z)$ , se expresa como  $\langle F(Z), G(Z) \rangle$ , con

$$\langle F(Z), G(Z) \rangle = \sum_{n = n_0}^{n_1} u(n) v(n)$$

Se observa, que el producto interno depende de la secuencia de entrada  $\{X(n)\}$  y de los límites del sumatorio  $n_0$  y  $n_1$ . Por ahora el producto interno debe ser considerada como una conveniencia notacional, como puede apreciarse a continuación.

Si los filtros  $F(Z)$  y  $G(Z)$  son de la forma

$$F(Z) = \sum_{i = 0}^{\infty} f_i Z^{-i} \quad G(Z) = \sum_{i = 0}^{\infty} g_i Z^{-i}$$

entonces, el producto interno será evaluado en forma directa por

$$\begin{aligned} \langle F(Z), G(Z) \rangle &= \sum_{n = n_0}^{n_1} \sum_{i = 0}^{\infty} f_i X(n - i) \sum_{j = 0}^{\infty} g_j X(n - j) \\ &= \sum_{i = 0}^{\infty} \sum_{j = 0}^{\infty} f_i \langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle g_j \end{aligned} \quad (2.63)$$

donde

$$\langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle = \sum_{n = n_0}^{n_1} X(n - i) X(n - j) \quad (2.64)$$

Para el método de la covarianza,  $n_0 = M$  y  $n_1 = N - 1$ , se tiene

$$\langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle = C_{ij} = C_{ji} \quad (2.65)$$

y en el método de la autocorrelación, donde las muestras de datos son diferentes de cero, en el intervalo  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ , con los límites  $n_0 = -\infty$  y  $n_1 = \infty$

$$\langle z^{-i}, z^{-j} \rangle = r(i - j) = r(j - i) \quad (2.66)$$

que reemplazando en (2.63), se obtiene la relación que define cada método.

Para todos los casos, es importante anotar, que el producto interno de dos filtros representa un número el cual no es función de la frecuencia, ni de la variable compleja  $Z$ , ni del tiempo. Depende solamente de la secuencia de entrada, de la forma del filtro y de los límites del sumatorio  $n_0$  y  $n_1$ . El producto interno puede ser interpretado como una integración en el plano  $Z$  o en el dominio de la frecuencia, solamente para el método de la autocorrelación. (1). Por ahora la definición de producto interno debe ser restringida a la Fig. 2.5 o equivalentemente al sumatorio (2.63).

El error a ser minimizado, puede ser representado en términos de la definición de productos internos.

$$\alpha_m = \langle A_m(Z), A_m(Z) \rangle \quad \text{y} \quad \beta_m = \langle B_m(Z), B_m(Z) \rangle \quad (2.67)$$

De una manera general, el producto interno de un filtro consigo mismo, se llama Norma Cuadrada y se nota  $\| \cdot \|^2$ , así

$$\|F(Z)\|^2 = \langle F(Z), F(Z) \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} f_i \langle z^{-i}, z^{-j} \rangle f_j \quad (2.68)$$

donde

$$\langle z^{-i}, z^{-j} \rangle = \sum_{n=n_0}^{n_1} X(n-i) X(n-j)$$

El criterio de minimizar el error de predicción, puede ser descrito, como la minimización de la norma cuadrática de los polinomios  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  para  $m = 1, 2, \dots, M$ . (1)

El principio de Ortogonalización, puede ser desarrollado, como una aplicación al problema de minimización.

Si  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  realmente minimizan  $\alpha_m$  y  $\beta_m$ , puede entonces añadirse  $CZ^{-j}$  (donde  $j = 1, 2, \dots, m$  y  $C$  es una constante) a los polinomios, resultando una norma cuadrada mayor que la del polinomio inicial. Así

$$\|A_m(Z) + CZ^{-j}\|^2 \geq \|A_m(Z)\|^2 \quad (2.69)$$

$C$  puede ser cualquier valor y expresando (2.69) en términos de productos internos

$$2C \langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle + C^2 \langle Z^{-j}, Z^{-j} \rangle \geq 0$$

si  $\langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle \neq 0$ , entonces  $C$  debe escogerse como

$$C = - \langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle / \langle Z^{-j}, Z^{-j} \rangle$$

llegando a

$$- [\langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle]^2 \geq 0$$

En el caso poco probable de que  $\langle Z^{-j}, Z^{-j} \rangle = 0$ , donde  $C$  puede escogerse como  $C = - \langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle$  para obtener resultados idénticos. Como este resultado debe mantenerse para  $j = 1, 2, \dots, m$

$$\langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m \quad (2.70a)$$

debe cumplirse.

Exactamente con el mismo procedimiento de llegar a

$$\langle B_m(Z), Z^{-j} \rangle = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m \quad (2.70b)$$

Las relaciones (2.70) definen el principio de ortogonalidad, siendo utilizadas para minimizar el error cuadrático total de predicción

$$\alpha_m = \|A_m(Z)\|^2, \quad \beta_m = \|B_m(Z)\|^2 \quad (2.71)$$

que dan las condiciones necesarias para un mínimo. Para mostrar que las relaciones (2.71) son suficientes para determinar un mínimo, se aplica las relaciones de ortogonalidad.

Si

$$Q(Z) = \sum_{j=1}^m q_j Z^{-j}$$

entonces, de las relaciones de ortogonalidad (2.70) se llega a

$$\begin{aligned} \|A_m(Z) + Q(Z)\|^2 &= \langle A_m(Z), A_m(Z) \rangle + 2 \langle A_m(Z), Q(Z) \rangle \\ &\quad + \langle Q(Z), Q(Z) \rangle \\ &= \|A_m\|^2 + \|Q(Z)\|^2 \geq \|A_m(Z)\|^2 = \alpha_m \end{aligned}$$

y

$$\|B_m(Z) + Q(Z)\|^2 = \|B_m(Z)\|^2 + \|Q(Z)\|^2 \geq \|B_m(Z)\|^2 = \beta_m$$

Cualquier polinomio, que difiere de  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  en el coeficiente  $Z^{-j}$  para  $j = 1, 2, \dots, m$ , debe tener norma cuadrada, que

es mayor o igual a la norma cuadrada de  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$ .

Las relaciones de ortogonalidad pueden ser expresadas en términos de la señal de error y de la secuencia de entrada retrasada. De la definición de producto interno y de las relaciones (2.59) y (2.60)

$$\langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle = \sum_{n=n_0}^{n_1} X_m^+(n) X(n-j) = 0 \quad (2.72a)$$

y

$$\langle B_m(Z), Z^{-j} \rangle = \sum_{n=n_0}^{n_1} \bar{X}_m(n) X(n-j) = 0 \quad (2.72b)$$

para  $j = 1, 2, \dots, m$

## 2.5.2 MALLA DE CORRELACION PARCIAL

Con la utilización de las relaciones de ortogonalidad (2.70), se determinan los polinomios  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  de una manera recursiva, inicializando con

$$A_0(Z) = 1 \quad \text{y} \quad B_0(Z) = Z^{-1} \quad (2.73)$$

y continuando con  $m = 1, 2, \dots, M$

Si  $A_{m-1}(Z)$  y  $B_{m-1}(Z)$  han sido ya obtenidos, se encuentra  $A_m(Z)$  directamente. Realizando una combinación lineal de la forma  $A_{m-1}(Z) + K_m B_{m-1}(Z)$ , se obtiene un polinomio de orden  $m$ , que representa el coeficiente requerido ( $A_m(Z)$ ) y que es ortogonal a las potencias  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-(m-1)}$ . Se escoge  $K_m$  de tal forma que la combinación lineal, sea ortogonal a la potencia  $Z^{-m}$ , entonces  $A_m(Z)$  será determinado de la siguiente forma

$$A_m(Z) = A_{m-1}(Z) + K_m B_{m-1}(Z) \quad (2.74)$$

Si el término  $K_m$ , es escogido de tal modo que  $A_m(Z)$  sea ortogonal a  $Z^{-m}$ , se tiene que

$$\langle A_m(Z), Z^{-m} \rangle = 0 = \langle A_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle + k_m \langle B_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle \quad (2.75)$$

Cada término de (2.75), puede ser expresado de diferentes maneras, ya que se conoce que  $A_{m-1}(Z)$  y  $B_{m-1}(Z)$  deben ser ortogonales a las potencias  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-(m-1)}$ . Por ejemplo

$$\langle A_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle = \langle A_{m-1}(Z), B_{m-1}(Z) \rangle = \langle 1, B_{m-1}(Z) \rangle \quad (2.76a)$$

$$\begin{aligned} \langle B_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle &= \langle B_{m-1}(Z), B_{m-1}(Z) \rangle = \|B_{m-1}(Z)\|^2 \\ &= \beta_{m-1} \end{aligned} \quad (2.76b)$$

La constante  $K_m$ , puede ser obtenida de (2.75), expresándose en formas diferentes, si se utiliza (2.76). Una de estas formas se expresa como

$$\begin{aligned} K_m &= - \frac{1}{\beta_{m-1}} \langle A_{m-1}(Z), B_{m-1}(Z) \rangle \\ &= - \frac{1}{\beta_{m-1}} \sum_{n=n_0}^{n_1} X_m^+ - 1(n) \quad X_m^- - 1(n) \end{aligned} \quad (2.77)$$

Se mostrará en el Capítulo 3, que si el denominador de -

(2.77) es cero (puede ocurrir solamente en el método de la covarianza), entonces  $K_m$  es arbitrario. Pudiéndose utilizar cualquier valor de  $K_m$ .

La determinación de  $B_{m-1}(Z)$  se la hará solamente para el método de la autocorrelación. El método de la covarianza se lo desarrollará en el Capítulo siguiente.

En base a la relación (2.66), puede reescribirse los requerimientos de ortogonalidad (2.70), para el método de la autocorrelación, en la forma

$$\begin{aligned} \langle A_m(Z), Z^{-j} \rangle &= \sum_{i=0}^m a_{mi} \langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle \\ &= \sum_{i=0}^m a_{mi} r(i-j) = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.78)$$

se puede observar en este punto, que  $a_{m0} = 1$ , siendo esta relación idéntica a la obtenida en el método de la autocorrelación en el Capítulo 1. Resultado que es utilizado para determinar los coeficientes de  $B_m(Z)$ , si nosotros escribimos los subíndices en orden inverso. Definiendo  $l = m + 1 - j$  y  $i = m + 1 - k$ , (2.78) se escribe como

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_{m, m+1-k} r(l-k) = 0 \quad \text{para } l = 1, 2, \dots, m$$

escogiendo

$$b_{mk} = a_{m, m+1-k} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m+1 \quad (2.79a)$$

tomando la transformada Z

$$B_m(Z) = Z^{-(m+1)} A_m(1/Z) \quad (2.79b)$$

relación que satisface los requerimientos de ortogonalidad

$$\langle B_m(Z), Z^{-l} \rangle = 0 \quad \text{para } l = 1, 2, \dots, m$$

El polinomio  $B_m(Z)$  tendrá los mismos coeficientes del polinomio  $A_m(Z)$  pero con orden inverso. Combinando (2.74) y (2.79b), se obtiene la relación recursiva para  $B_m(Z)$  como

$$B_m(Z) = Z^{-1} [K_m A_{m-1}(Z) + B_{m-1}(Z)] \quad (2.80)$$

Utilizando, la notación en el dominio de la variable compleja  $Z$ , puede visualizarse mejor la malla de correlación parcial, para describir los filtros.  $X(Z)$  representa la transformada  $Z$  de la secuencia de entrada. Definiendo

$$X_m^+(Z) = A_m(Z) X(Z) \quad \text{y} \quad X_m^-(Z) = B_m(Z) X(Z) \quad (2.81)$$

Relaciones que pueden ser obtenidas, al tomar la transformada  $Z$  a las relaciones de error de predicción directo e inverso (2.59) y (2.60). Entonces, de (2.74) y de (2.80) se tiene

$$X_m^+(Z) = X_{m-1}^+(Z) + K_m X_{m-1}^-(Z) \quad (2.82a)$$

$$X_m^-(Z) = Z^{-1} [K_m X_{m-1}^+(Z) + X_{m-1}^-(Z)] \quad (2.82b)$$

donde  $X_m^+(Z)$  y  $X_m^-(Z)$  representa la transformada  $Z$  de  $X_m^+(n)$  y  $X_m^-(n)$  respectivamente. En consecuencia (2.82), puede escribirse

$$X_m^+(n) = X_{m-1}^+(n) + X_{m-1}^-(n) K_m \quad (2.83a)$$

$$X_m^-(n) = K_m X_m^+ - 1 (n-1) + X_m^- - 1 (n - 1) \quad (2.83b)$$

De (2.59) y (2.60) se encuentra las condiciones de borde para  $m = 0$

$$X_{o+} (n) = X(n) \quad y \quad X_o^- (n) = X(n - 1) \quad (2.84)$$

Estas ecuaciones se presentan en la forma de un filtro de análisis (filtro inverso  $A(Z)$ ) en la Fig. 2.6. Las cajas denominadas CORR, calculan los coeficientes  $K_m$ , usando la relación (2.77) o cualquiera de sus formas equivalentes.

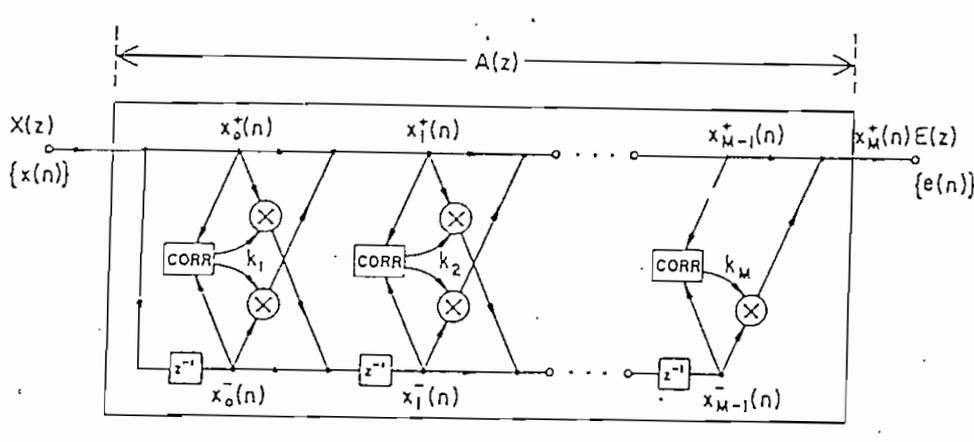


Fig. 2.6 Estructura interna del filtro inverso  $A(Z)$  de la formulación de correlación parcial

Los parámetros  $K_m$  fueron definidos por Itakura y Saito como coeficientes de correlación parcial (utilizando un signo diferente por convención) puesto que son iguales, exceptuando un signo, a la correlación estadística común en el método de la autocorrelación. (1)

La norma cuadrada de  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  son idénticas en el método de la autocorrelación, como puede verificarse reemplazando (2.66),

en la definición (2.63) y se demostrará con más detalle en el Capítulo 3.

En el método de la autocorrelación

$$\alpha_m = \beta_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [X_m^+(n)]^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [X_m^-(n)]^2$$

y en consecuencia

$$K_m = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_{m-1}^+(n) X_{m-1}^-(n)}{\left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} [X_m^+(n)]^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} [X_m^-(n)]^2 \right)^{1/2}}$$

que representa un coeficiente de correlación parcial entre el error de predicción directo e inverso.

## CAPITULO III

SOLUCIONES RECURRENTES PARA LA IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL METODO

DE PREDICCIÓN LINEAL

- 3.1 ESPACIO VECTORIAL Y PRODUCTOS INTERNOS
  - 3.1.1 NORMA DE POLINOMIOS O FILTROS
  - 3.1.2 PROPIEDADES DE PRODUCTOS INTERNOS Y ORTOGONALIDAD
  
- 3.2 ALGORITMOS DE PREDICCIÓN LINEAL
  - 3.2.1 INICIALIZACION
  - 3.2.2 ORTOGONALIZACION DE GRAM - SCHMIDT
  - 3.2.3 RECURSION DE LEVINSON
  - 3.2.4 ACTUALIZACION DE  $A_M(Z)$
  - 3.2.5 DESCRIPCION DE LOS ALGORITMOS AUTO-COVAR

## CAPITULO III

### INTRODUCCION

En el Capítulo previo, se han presentado formulaciones equivalentes al modelo de predicción lineal, asumiendo que cada una de estas formulaciones abordaba un problema diferente, mostrándose después que en todos los desarrollos, se llegaba a minimizar una expresión de la forma

$$\alpha = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M a_i C_{ij} a_j \quad (3.1)$$

donde  $a_0 = 1$ . Resolviendo después, un conjunto de ecuaciones simultáneas

$$\sum_{i=1}^M a_i C_{ij} = -C_{0j} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, M \quad (3.2)$$

para poder determinar los coeficientes  $a_i$ . Los coeficientes  $C_{ij}$ , son obtenidos de una correlación de la secuencia de datos de entrada

$$C_{ij} = \sum_{n=n_0}^{n_1} X(n-i) X(n-j) \quad (3.3)$$

Los límites del sumatorio de la relación (3.3), diferencian el método de solución de (3.2). En el método de la covarianza, el

sumatorio es tomada de  $n_0 = M$  y  $n_1 = N - 1$ . En el método de la autocorrelación, las muestras de entrada son iguales a cero para  $n < 0$  y  $n > N - 1$  y el sumatorio es tomado para todos los valores de  $n$ . En este método los coeficientes  $C_{ij}$  son una función de la diferencia de los subíndices

$$C_{ij} = r(i - j)$$

donde  $r(l)$  indica la notación simplificada del coeficiente de autocorrelación, definido en el Capítulo 1. Así los coeficientes  $C_{ij}$  son evaluados directamente de la relación (3.3) y para obtener la solución de (3.2), puede utilizarse cualquier método general de resolución de ecuaciones simultáneas.

En el presente Capítulo se va a realizar un estudio más detallado de las relaciones (3.1), (3.2), (3.3), para lograr una solución más eficiente. Las razones de elaborar un análisis adicional son enumeradas a continuación.

1. Es deseable tener, una eficiencia computacional y se requiere en muchos casos, evaluar los coeficientes  $a_i$  en tiempo real.
2. Las ecuaciones que definen el método de la covarianza y de la autocorrelación, pueden ser resueltas de una forma recursiva, utilizando polinomios del filtro  $A_m(Z)$  para  $m = 1, 2, \dots, M$ , donde  $A(Z) = A_m(Z)$ . Este procedimiento ofrece la posibilidad de tener el desarrollo en cualquier punto, si ciertas consideraciones numéricas no son satisfechas o si conocidas propiedades del lenguaje garantizan tal terminación.
3. Se puede obtener un conjunto de parámetros  $K_m$ , que en el método de la autocorrelación son conocidos como coeficientes de reflexión, ya que son iguales a los coeficientes de reflexión de un modelo de tubo acústico del canal bucal, dando las condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad de un filtro de

síntesis. (1). En el método de la covarianza son conocidos como coeficientes de reflexión generalizados (TIMOTY 1973).

### 3.1 ESPACIO VECTORIAL Y PRODUCTOS INTERNOS (1,5)

Se desea en esta sección utilizar un espacio vectorial de polinomios, que permita desarrollar un algoritmo para la solución de (3.2), mediante la realización de analogías con el espacio vectorial euclidiano.

La primera analogía, fué introducida en la sección (2.6.1) - donde el producto interno fué definido para polinomios que representen la función de transferencia de un filtro que posee solamente ceros. La Fig. 3.2 muestra que los filtros  $F(Z)$  y  $G(Z)$ , tienen una secuencia de entrada común  $\{X(n)\}$ .

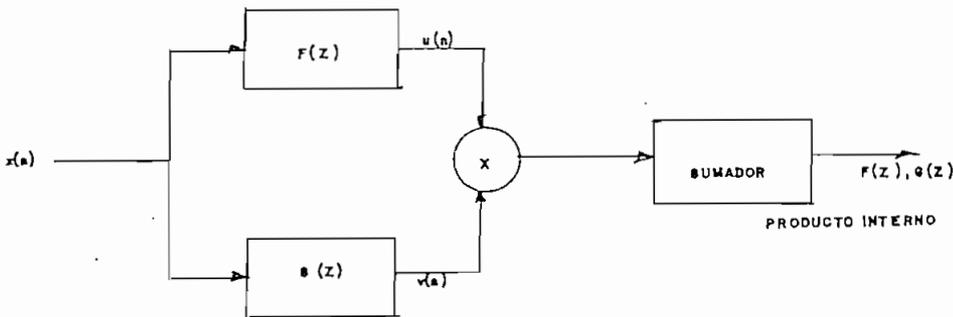


Fig. 3.1 Interpretación del producto interno para el procesamiento de una señal.

El resultado de multiplicar las salidas de los filtros y sumarlas de  $N = n_0$  a  $n = n_1$ , es lo que se denomina producto interno. Si los filtros  $F(Z)$  y  $G(Z)$  son definidos por

$$F(Z) = \sum_{i=0}^N f_i Z^{-i} \quad G(Z) = \sum_{i=0}^N g_i Z^{-i} \quad (3.4)$$

donde las salidas  $u(n)$  y  $v(n)$  son de la forma

$$u(n) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i X(n-i) \quad v(n) = \sum_{j=0}^{\infty} g_j X(n-j) \quad (3.5)$$

en base a la definición de producto interno y reemplazando (3.5)

$$\langle F(Z), G(Z) \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} f_i c_{ij} g_j \quad (3.6)$$

con

$$c_{ij} = \langle Z^{-i}, Z^{-j} \rangle = \sum_{n=n_0}^{n_1} X(n-i) X(n-j) \quad (3.7)$$

El sumatorio (3.6), se reduce a una suma finita porque el orden de los polinomios en cuestión será de orden finito.

Además, todos los sumatorios que deben realizarse en el proceso de solución se reducirán a sumatorios con un solo índice puesto que uno de los polinomios será una potencia simple de  $Z$ , permitiendo de esta forma que el doble sumatorio se reduzca a un sumatorio simple como en el ejemplo

Si  $G(Z) = Z^{-j}$ , el producto interno (3.6) se reduzca

$$\langle F(Z), Z^{-j} \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} f_i c_{ij} \quad (3.8)$$

El error cuadrático total a ser minimizado (3.1), puede ser escrito en notación de productos internos en una forma muy simple

$$\alpha = \langle A(Z), A(Z) \rangle \quad (3.9)$$

donde  $A(Z)$  es el siguiente polinomio

$$A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i} \quad (3.10)$$

con  $a_0 = 1$

Al igual el conjunto de ecuaciones simultáneas (3.2), se representa en forma de productos internos como

$$\langle A(Z), Z^{-j} \rangle = 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, M \quad (3.11)$$

La solución de los coeficientes del predictor lineal, pueden ser encontrados forzando al filtro inverso  $A(Z)$ , a ser ortogonal a las potencias  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-M}$ . La relación (3.11) es básica para obtener una solución recursiva del problema.

### 3.1.1 NORMA DE POLINOMIOS O FILTROS

En el espacio vectorial euclidiano, el producto escalar de un vector consigo mismo, es lo que se define como norma cuadrada o longitud del vector. En base a este concepto, la norma cuadrada de un polinomio se define como el producto interno de un polinomio con consigo mismo; se nota la norma cuadrada de un polinomio  $F(Z)$  como  $//F(Z)//$ , entonces por definición

$$//F(Z)//^2 = \langle F(Z), F(Z) \rangle \quad (3.12a)$$

Refiriéndonos a la Fig. 3.1, el filtro  $F(Z)$  tiene una secuencia de entrada  $\{X(n)\}$  y una secuencia de salida  $\{u(n)\}$ , se observa que la norma cuadrada

$$//F(Z)//^2 = \sum_{n=n_0}^{n_1} [u(n)]^2 \quad (3.12b)$$

es una cantidad positiva. Y puede ser igual a cero si y solo si  $\{u(n)\}$ , la salida del filtro es cero para cada  $n$  en la suma de  $n = n_0$  hasta  $n = n_1$ . Como un resultado se tiene

$$\|F(Z)\|^2 \geq 0 \quad \text{para todo } F(Z) \quad (3.13)$$

y

$$\text{si } \|F(Z)\| = 0 \quad \text{entonces } \langle F(Z), G(Z) \rangle = 0 \quad (3.14)$$

que representa el caso de un filtro, cuya salida es cero para todos los valores de  $n$  utilizados en la definición de producto interno.

Si se añade a un polinomio  $G(Z)$  un polinomio que tiene norma igual a cero, la norma de  $G(Z)$  no varía

$$\|F(Z) + G(Z)\| = \|G(Z)\| \quad \text{si } \|F(Z)\| = 0 \quad (3.15)$$

En el espacio vectorial euclidiano, un vector  $\bar{X}$  tiene norma cero, si su longitud es nula, pero en el espacio vectorial de polinomios, se plantea que existe una situación donde un polinomio debe tener norma igual a cero sin ser igual a cero. El caso es el siguiente: Se toma un polinomio  $F(Z)$  al que se le aplica una secuencia de entrada  $\{X(n)\}$ , entonces su salida debe desaparecer para  $n = n_0$  hasta  $n = n_1$ .

Para el método de la autocorrelación, la secuencia de entrada  $\{X(n)\}$ , se iguala a cero para  $n < 0$  y  $n > N - 1$  y los límites del sumatorio van desde  $n_0 = -\infty$  hasta  $n_1 = \infty$ ,  $F(Z)$  puede tener una norma cero si y solo si  $F(Z)$  es cero en el intervalo donde las muestras de entrada son diferentes de cero, esta situación implica una salida cero para todas las muestras. (método de la autocorrelación)

$$\|F(Z)\|^2 \geq 0 \quad \text{para } F(Z) \neq 0 \quad (3.16)$$

En el método de la covarianza, los límites que definen al producto interno son finitos, una norma cero implica solamente que el filtro tiene una salida cero para las muestras de  $n_0 = M$  hasta  $n_1 = N - 1$ . (método de la covarianza).

$$\|F(Z)\|^2 \geq 0 \text{ para } F(Z) \neq 0 \quad (3.17)$$

### 3.1.2 PROPIEDADES DE PRODUCTOS INTERNOS Y ORTOGONALIDAD

Se ha definido en el Capítulo 1, que  $C_{ij}$  son elementos de una matriz simétrica o sea  $C_{ij} = C_{ji}$ , entonces es fácil ver que el producto interno es simétrico.

$$\langle F(Z), G(Z) \rangle = \langle G(Z), F(Z) \rangle \quad (3.18a)$$

y es lineal

$$\langle F(Z), g G(Z) + h H(Z) \rangle = g \langle F(Z), G(Z) \rangle + h \langle F(Z), H(Z) \rangle \quad (3.18b)$$

Estas dos propiedades y el conocer que la norma cuadrada es una cantidad positiva, permiten usar la definición de producto interno de una forma consistente con su interpretación matemática. En su forma más general los coeficientes pueden ser complejos, pero en nuestro análisis las señales y los filtros son reales.

En el espacio vectorial euclidiano, la magnitud de dos vectores es menor o igual al producto de sus magnitudes, relación que es conocida como desigualdad de Cauchy - Schwartz. Se presenta aquí una relación equivalente, la cual se la expresa de la siguiente manera

$$| \langle F(Z), G(Z) \rangle | \leq \|F(Z)\| \|G(Z)\| \quad (3.19)$$

La igualdad puede mantenerse si y solo si los polinomios son linealmente dependientes, en tal forma que la combinación lineal de estos dos polinomios tendrá norma igual a cero.

El lado izquierdo de (3.19), representa la magnitud de un número cuyo símbolo es  $\langle \cdot \rangle$ . El lado derecho, representa el producto de las normas.

Para probar la desigualdad de Cauchy - Schwartz. Primero se nota que si  $F(Z)$  tiene una norma igual a cero, automáticamente se satisface la desigualdad, como un resultado de (3.14). Si la norma de  $F(Z)$  es diferente de cero, el resultado requerido (3.19), se obtiene - del análisis de la norma cuadrada de  $aF(Z) - G(Z)$  donde

$$a = \frac{\langle F(Z), G(Z) \rangle}{\|F(Z)\|^2} \quad (3.20)$$

### ORTOGONALIDAD

En la formulación de correlación parcial, desarrollado en el Capítulo 2, se discutió brevemente una solución recurrente para (3.2). En la presente sección, se desarrollará en forma rigurosa, la técnica para encontrar la solución en forma recurrente de (3.2), conjuntamente para el método de la autocorrelación y de la covarianza. En el desarrollo teórico se utilizarán productos internos, pero el resultado final, será presentado en tal forma que pueda ser implementado en un computador digital.

Utilizando la terminología del espacio vectorial de polinomios. El problema básico en la formulación de Predicción Lineal, es encontrar el polinomio  $A(Z)$  de la forma

$$A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i} \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (3.21)$$

el cual minimiza la norma cuadrada

$$\alpha = \|A(Z)\|^2 \tag{3.22}$$

Se indicó en el capítulo previo que la condición necesaria y suficiente para minimizar (3.22) es, que  $A(Z)$  sea ortogonal a las potencias  $Z^{-1}, \dots, Z^{-M}$

$$\langle A(Z), Z^{-i} \rangle = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, M \tag{3.23}$$

Se mencionó también en el Capítulo 2, que para encontrar  $A(Z)$ , se genera polinomios recursivos  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  de la forma

$$A_m(Z) = \sum_{i=0}^m a_{mi} Z^{-i} \quad \text{con } a_{m0} = 1 \tag{3.24 a}$$

y

$$B_m(Z) = \sum_{i=0}^{m+1} b_{mi} Z^{-i} \quad \text{con } b_{m, m+1} = 1 \tag{3.24 b}$$

las cuales satisfacen las condiciones de ortogonalidad

$$\langle A_m(Z), Z^{-i} \rangle = \langle B_m(Z), Z^{-i} \rangle = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m \tag{3.25}$$

De la relación (3.25) se nota que, los polinomios  $\{A_m(Z)\}$  no forman un conjunto ortogonal, ya que cada polinomio posee un término  $Z^0$  y los polinomios no son ortogonales a  $Z^0$ . El polinomio  $B_m(Z)$  de (3.24), es una combinación lineal de las potencias de  $Z$ , de  $Z^{-1}$  a  $Z^{-M}$ . Por lo que cada polinomio es ortogonal a todos los polinomios de orden menor  $B_{m-1}(Z), B_{m-2}(Z), \dots, B_0(Z)$ , resultado que se observa en (3.25). Entonces los polinomios  $\{B_m(Z)\}$  forman un conjunto

ortogonal.

$$\langle B_m(Z), B_i(Z) \rangle = 0 \text{ para } m \neq i \quad (3.26)$$

Una manera para encontrar el conjunto de polinomios  $\{B_m(Z)\}$ , podría ser la clásica ortogonalización de Gram - Schmidt de las potencias  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-M}$ , existiendo una manera más eficiente para el método de la autocorrelación.

El conjunto de polinomios  $\{A_m(Z)\}$ , es más fácil encontrarlo de una manera recursiva, utilizando los requerimientos de ortogonalidad (3.25). Como  $A_{m-1}(Z)$  y  $B_{m-1}(Z)$  deben ser ortogonales a  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-M+1}$ ,  $A_m(Z)$  puede ser definido de la siguiente forma

$$A_m(Z) = A_{m-1}(Z) + K_m B_{m-1}(Z) \quad (3.27)$$

El parámetro  $K_m$ , que no se ha mencionado, es especificado de tal manera que  $A_m(Z)$  sea ortogonal a  $Z^{-m}$  y a potencias de orden menor.

Satisfaciendo en consecuencia los requerimientos de ortogonalidad (3.25)

$$0 = \langle A_m(Z), Z^{-m} \rangle = \langle A_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle + K_m \langle B_{m-1}(Z), Z^{-m} \rangle \quad (3.28)$$

Las relaciones de ortogonalidad, pueden ser utilizadas para simplificar la evaluación de los productos internos, los cuales en muchos casos contienen dos sumatorios como se indica en (3.6). Utilizando, la característica que  $A_m(Z)$  y  $B_m(Z)$  son ortogonales a las potencias  $Z^{-1}, Z^{-2}, \dots, Z^{-M}$ , como se indica en (3.25), se tiene que

$$\langle A_m(Z), B_m(Z) \rangle = \langle 1, B_m(Z) \rangle = \langle A_m(Z), Z^{-(m+1)} \rangle \quad (3.29)$$

permitiendo de esta manera, que el producto interno sea evaluado utilizando un solo sumatorio como en (3.8). Similarmente el error cuadrático en el paso m, puede ser evaluado como

$$\alpha_m = //Am(Z)//^2 = \langle Am(Z), Am(Z) \rangle = \langle 1, Am(Z) \rangle \quad (3.30a)$$

y

$$\beta_m = //Bm(Z)//^2 = \langle Bm(Z), Bm(Z) \rangle = \langle Z^{-(m+1)}, Bm(Z) \rangle \quad (3.30b)$$

por lo que (3.28), puede ser expresado en la forma

$$K_m = - \frac{\langle Am - 1(Z), Z^{-m} \rangle}{\beta_{m-1}} \quad (3.31)$$

Mediante el uso de las relaciones de ortogonalidad, se puede evaluar recursivamente  $\alpha_m$ . Utilizando (3.27) e inicializando con  $A_0(Z) = 1$ , el filtro inverso puede ser escrito en términos de un polinomio ortogonal  $\{B_i(Z)\}$  como

$$Am(Z) = 1 + \sum_{i=1}^m K_i B_{i-1}(Z) \quad (3.32)$$

para  $m > 0$ . Como el conjunto de polinomios  $\{B_i(Z)\}$  es ortogonal, la norma cuadrada de (3.32) puede evaluarse como

$$//Am(Z) - 1//^2 = \sum_{i=1}^m K_i^2 \beta_{i-1}$$

sustituyendo en la forma (3.12a) y aplicando la propiedad de linealidad

$$\begin{aligned} //Am(Z) - 1//^2 &= \langle Am(Z), Am(Z) \rangle - 2 \langle Am(Z), 1 \rangle + //1//^2 \\ &= //1//^2 - \langle Am(Z), 1 \rangle \end{aligned}$$

$$= \| 1 \|^2 - \alpha_m$$

por lo que

$$\alpha_m = \| 1 \|^2 - \sum_{i=1}^m k_i^2 \beta^{i-1} \quad (3.33)$$

reemplazando  $m$  por  $m + 1$  en (3.33) y luego restando  $\alpha_{m+1}$  de  $\alpha_m$  se tiene el resultado

$$\alpha_{m+1} = \alpha_m - K_m^2 + 1\beta^m \quad (3.34)$$

### 3.2 ALGORITMOS DE PREDICCIÓN LINEAL (1)

Una solución recursiva y unificada para el método de la covarianza y de la autocorrelación, es presentada en esta sección. El resultado obtenido es un filtro inverso  $A_m(Z)$  de orden  $m$ , un coeficiente  $K_m$  y un error cuadrático total  $\alpha_m$  en cada paso  $m$  de recursión para  $m = 1, 2, \dots, M$ .

#### MATRIZ DE CORRELACION

El primer paso para la solución recurrente, es obtener los coeficientes  $C_{ij}$ , los cuales son determinados de la correlación de los datos de las muestras de entrada y dados por la relación (3.3). En el método de la covarianza  $n_0 = M$  y  $n_1 = N - 1$ , así que

$$C_{ij} = \sum_{n=M}^{N-1} X(n-i) X(n-j) \quad (3.35)$$

llega a ser la expresión para evaluar los coeficientes.

Este sumatorio es evaluado solamente para  $j = 0, 1, 2, \dots, i$  y  $i = 0, 1, 2, \dots, M$ , ya que la matriz de correlación es simétrica ( $C_{ij} = C_{ji}$ ). Así que se calculan  $M(M+1)/2$  coeficientes.

En el método de la autocorrelación, el número de operaciones es menor, puesto que  $n_0 = -\infty$  y  $n_1 = \infty$  con  $X(n) = 0$  para  $n < 0$  y  $n > N - 1$ , dando

$$C_{ij} = C_0, \quad i - j = 0, \quad j - i = r(|i-j|) \quad (3.36)$$

siendo necesarios  $M + 1$  coeficientes de correlación, los que son evaluados de

$$C_{0k} = r(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n) X(n-k) = \sum_{n=0}^{N-1-k} X(n) X(n+k) \quad (3.37)$$

donde  $K = 0, 1, 2, \dots, M$

### 3.2.1 INICIALIZACION

La relación (3.24) da las condiciones iniciales para empezar el proceso de solución, entonces para  $m = 0$  se tiene

$$A_0(Z) = 1 \quad \text{y} \quad B_0(Z) = Z^{-1}$$

o

$$a_{00} = 1 \quad \text{y} \quad b_{01} = 1 \quad (3.38)$$

calculando directamente el producto interno en (3.29) y en (3.30), utilizando la definición de producto interno (3.6) se obtiene

$$\alpha_0 = \langle A_0(Z), A_0(Z) \rangle = C_{00} \quad (3.39a)$$

y

$$\beta_0 = \langle B_0(Z), B_0(Z) \rangle = C_{11} \quad (3.39b)$$

En el método de la autocorrelación, los coeficientes  $C_{00}$  y  $C_{11}$  son iguales a  $r(0)$ , como se observó en (3.36).

Conociendo adicionalmente el valor del siguiente producto interno

$$\langle A_0(Z), B_0(Z) \rangle = \langle 1, Z^{-1} \rangle = C_{01} = C_{10}$$

y haciendo  $m = 1$  en (3.31)

$$\begin{aligned} K_1 &= - \frac{\langle A_0(Z), Z^{-1} \rangle}{\beta_0} = - \frac{\langle 1, Z^{-1} \rangle}{\beta_0} \\ &= - \frac{C_{10}}{C_{11}} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Utilizando (3.27),  $A_1(Z)$  puede ser calculado como

$$A_1(Z) = A_0(Z) + K_1 B_0(Z) = 1 + K_1 Z^{-1}$$

o sea que los coeficientes del polinomio recursivo  $A_1(Z)$ , son determinados en base a la relación (3.24), haciendo  $m = 1$

$$a_{10} = 1 \quad \text{y} \quad a_{11} = K_1 \quad (3.41)$$

Para completar el proceso de inicialización, es necesario evaluar el error cuadrático total. De (3.34), para  $m = 0$

$$\alpha_1 = \alpha_0 - K_1^2 \beta_0 \quad (3.42)$$

lo cual completa el procedimiento de inicialización. Ahora podrán desarrollarse relaciones recursivas para obtener  $A_m(Z)$  para  $m = 1, 2, \dots, M$ .

Al término del proceso, el filtro inverso y el error cuadrático total estarán dados por

$$A(Z) = A_m(Z) \quad y \quad \alpha = \alpha_M$$

### 3.2.2 ORTOGONALIZACION DE GRAM - SCHMIDT

Se asume que el paso  $m - 1$  ha sido completado. Esto implica que los términos  $B_i(Z)$  y  $\beta_i$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, m - 1$ , son conocidos y además que  $A_m(Z)$  y  $\alpha_m$  son conocidos.

Reemplazando  $m + 1$  por  $m$  en (3.27).

$$A_{m+1}(Z) = A_m(Z) + K_{m+1} B_m(Z) \quad (3.43)$$

Se observa entonces, que es necesario conocer solamente  $B_m(Z)$ . Para obtener en forma recursiva  $B_m(Z)$ , se utiliza el procedimiento de Gram - Schmidt (5), para el método de la covarianza y de la autocorrelación como se muestra a continuación.

Lo que se desea es tener un polinomio de la forma de (3.24b)

$$\begin{aligned}
 B_m(Z) &= \sum_{i=1}^{m+1} b_{mi} Z^{-i} \\
 &= Z^{-(m+1)} + \sum_{i=1}^m b_{mi} Z^{-i}
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

relación que satisface las condiciones de ortogonalidad (3.25)

$$\langle B_m(Z), Z^{-j} \rangle = 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, m \tag{3.45a}$$

y así

$$\langle B_i(Z), B_j(Z) \rangle = 0 \text{ para } i \neq j \tag{3.45b}$$

donde  $b_{m, m+1} = 1$ . Como se asumió que los polinomios  $B_{m-1}(Z)$ ,

$B_{m-2}(Z), \dots, B_0(Z)$  son conocidos, una combinación lineal de estos con el término  $Z^{-(m+1)}$ , puede definir a  $B_m(Z)$  en la forma

$$B_m(Z) = Z^{-(m+1)} - \sum_{i=0}^{m-1} \gamma_{mi} B_i(Z) \tag{3.46}$$

para encontrar  $\gamma_{mi}$ , se aplica los requerimientos de ortogonalidad de (3.45). Tomando el producto interno a (3.46) con respecto  $B_n(Z)$  y aplicando la relación de ortogonalidad (3.45b) para  $m = 0, 1, 2, \dots, m-1$ .

$$\langle B_n(Z), B_m(Z) \rangle = 0 = \langle Z^{-(m+1)}, B_n(Z) \rangle - \sum_{i=0}^{m-1} \gamma_{mi} \beta_n \tag{3.47}$$

con

$$\beta_n = \langle B_n(Z), B_n(Z) \rangle$$

Si  $\beta_n = 0$ , la relación (3.47) se satisface automáticamente. Ambos lados de la ecuación son iguales a cero, como se vió de (3.14). Especificando los dos casos,  $\gamma_{mn}$  es dado por

$$\gamma_{mn} = \begin{cases} \langle Z^{-(m+1)}, B_n(Z) \rangle / \beta_n & \text{para } \beta_n \neq 0 \\ \text{Arbitrario} & \text{para } \beta_n = 0 \end{cases} \quad (3.48)$$

Si  $\beta_n \neq 0$  para  $n = 0, 1, 2, \dots, m-1$ , la relación (3.48), puede ser escrita en forma computacional, para evaluar directamente - el producto interno como

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{\beta_n} \sum_{j=1}^{n+1} C_{m+1, j} b_{nj} \quad (3.49)$$

para  $n = 0, 1, 2, \dots, m-1$ . Así  $B_m(Z)$ , puede entonces ser encontrado de (3.46), el cual expresado en forma computacional, da

$$b_{m, m+1} = 1 \quad (3.50a)$$

$$b_{mj} = - \sum_{i=0}^{m-1} \gamma_{mi} b_{ij} = - \sum_{i=j-1}^{m-1} \gamma_{mi} b_{ij} \quad (3.50b)$$

$$b_{ij} = 0 \quad \text{para } i < j-1$$

Obteniéndose  $\beta_m$  de (3.30b)

$$\beta_m = \langle Z^{-(m+1)}, B_m(Z) \rangle = \sum_{j=1}^{m+1} C_{m+1, j} b_{mj} \quad (3.51)$$

El paso  $m$  ha sido completado, al determinar  $B_m(Z)$  y  $\beta_m$ . En tonces el nuevo término  $A_{m+1}(Z)$  y  $\alpha_{m+1}$  son calculados a continuación.

### 3.2.3 RECURSION DE LEVINSON

El proceso de ortogonalización de Gram - Schmidt, puede ser simplificado para hacerlo más eficiente, solamente para el método de la autocorrelación.

En la sección (2.6) del Capítulo 2, se observó que los coeficientes  $C_{ij}$  depende solamente de la diferencia de los subíndices, los polinomios  $B_m(Z)$  se relacionan con los polinomios  $A_m(Z)$  por

$$B_m(Z) = Z^{-(m+1)} A_m(1/Z) \quad (3.52)$$

y por lo tanto

$$b_{mi} = a_m, \quad a_{m+1-i} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m+1$$

Aplicando (3.52), se reduce el número necesario de operaciones en la solución de las ecuaciones de autocorrelación a un orden  $M^2$ , se nota  $O(M^2)$ ; el procedimiento de Gram - Schmidt requiere  $O(M^3)$ .

Este, eficiente procedimiento recursivo fué realizado por LEVINSON (1947). De (3.52), se puede mostrar que la norma cuadrada de  $B_m(Z)$  y  $A_m(Z)$  son iguales, así que

$$\beta_m = \alpha_m$$

### 3.2.4 ACTUALIZACION DE $A_M(Z)$

La ortogonalización de Gram - Schmidt nos ha permitido, -

encontrar los polinomios  $\{B_i(Z)\}$  y para completar el paso  $m$  se incrementa el subíndice  $m$  de (3.27) en uno

$$A_{m+1}(Z) = A_m(Z) + K_{m+1}B_m(Z) \tag{3.53}$$

procediendo de igual manera que en (3.28), se tiene

$$0 = \langle A_m(Z), Z^{-(m+1)} \rangle + K_{m+1}/\beta_m$$

Si  $\beta_m$  es diferente de cero, el coeficiente no especificado  $K_{m+1}$ , puede ser obtenido como

$$K_{m+1} = - \frac{\langle A_m(Z), Z^{-(m+1)} \rangle}{\beta_m} \tag{3.54}$$

expresando (2.54), en forma computacional

$$K_{m+1} = - \frac{1}{\beta_m} \sum_{i=0}^m C_{m+1, i} a_{mi} \tag{3.55}$$

Para el método de la autocorrelación, se tiene que  $\beta_m = \alpha_m$  y  $C_{m+1, i} = r(m+1-i)$ . Entonces  $K_{m+1}$  ha sido calculado. De (3.53) pueden evaluarse los coeficientes del filtro como

$$a_{m+1, 0} = 1 \tag{3.56a}$$

$$a_{m+1, i} = a_{mi} + K_{m+1} b_{mi} \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \tag{3.56b}$$

$$a_{m+1, m+1} = K_{m+1} \tag{3.56c}$$

y el error cuadrático total para el paso  $m+1$  de recursión, se calcula directamente de (3.34) como

$$\alpha_{m+1} = \alpha_m - K_{m+1}^2 + 1/\beta_m$$

El paso  $m$  del procedimiento recursivo ha sido completado.

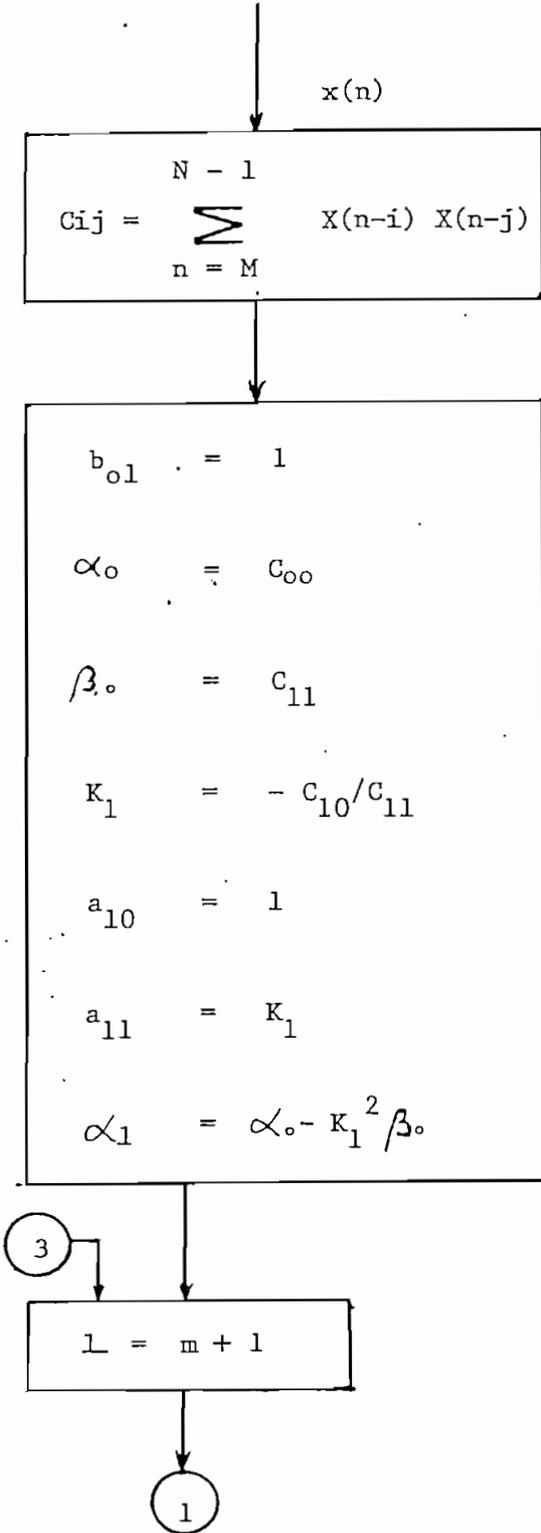
Las condiciones iniciales para  $m = 0$ , han sido obtenidas en la sección (3.2.1) y se ha indicado como completar el paso  $m$  de recursión, dado que el paso  $m - 1$  de recursión era conocido. Entonces, el procedimiento recursivo para el método de la covarianza y de la autocorrelación queda determinado.

Se debe tomar en cuenta que si la norma cuadrada  $\alpha_m$  o  $\beta_m$  son iguales a cero o de valor negativo, el proceso debe detenerse. Si se ha implementado, un programa para la solución recursiva en un computador digital, el proceso se detendrá y dará un resultado de error, si la norma cuadrada es negativa, o excederá la precisión del computador, si la norma cuadrada es igual a cero. Con aritmética de punto flotante, una norma igual a cero es poco probable. Estas últimas consideraciones, se tomarán en cuenta, cuando se describe los algoritmos AUTO/COVAR

### 3.2.5 DESCRIPCION DE LOS ALGORITMOS AUTO/COVAR

En base a los resultados obtenidos en las secciones anteriores, se va a elaborar un diagrama de bloques, que van a describir en detalle, el procedimiento de la solución recursiva para el método de la covarianza. El algoritmo se le ha denominado con el nombre de COVAR.

Algoritmo COVAR



Secuencia de datos de entrada

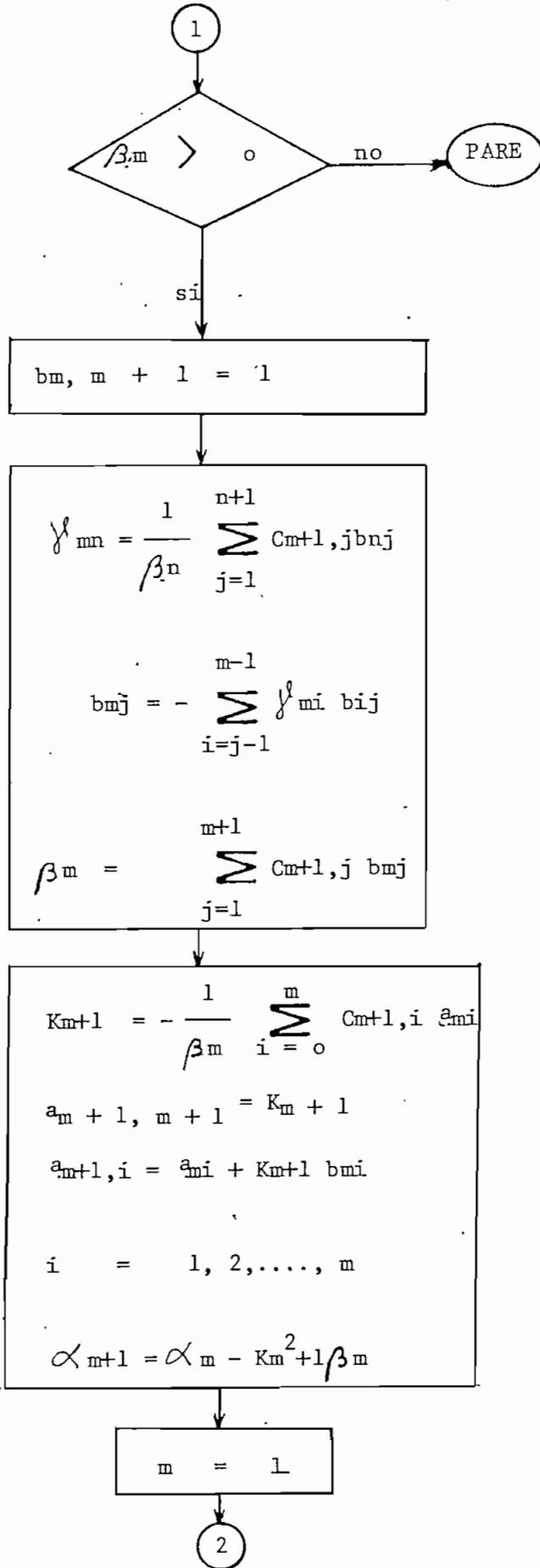
Se evalúa la matriz C de correlación para  $j = 0, 1, 2, \dots, i$  y  $i = 0, 1, 2, \dots, M$ .

$M(M + 1)/2$  coeficientes son calculados y donde M es el orden del filtro.

INICIALIZACION

Para  $m = 0$  se da las condiciones iniciales para empezar el proceso de solución.

Inicio del paso  $L = m + 1$  de recursión.



Verifico si la norma cuadrada  $\beta_m$  es mayor que cero.

Se evalua el valor de frontera para  $B_m(Z)$ .

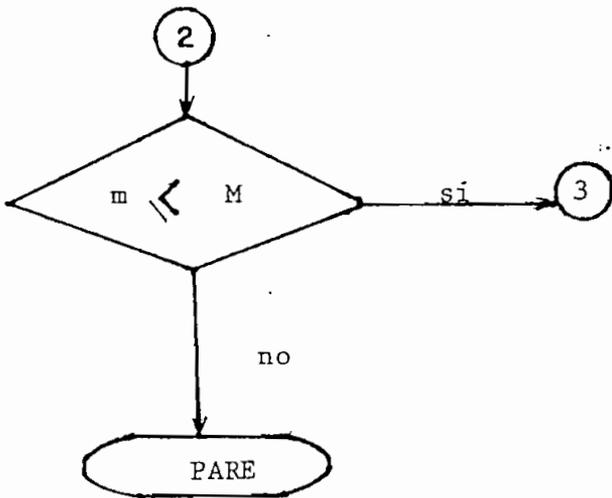
Obtención de  $B_j(Z)$ , mediante la ortogonalización de Gram - Schmidt

Para  $j = 1, 2, \dots, m$ , donde  $m = L$  y  $n = L - 1$ .

Actualización de  $A_m(Z)$ , y finalización del proceso para el paso de recursión  $m = L$

Para  $m = L$ , se obtiene el coeficiente  $L$ -ésimo del filtro inverso  $A(Z)$ .

Finaliza el paso de recursión  $m = L$ .

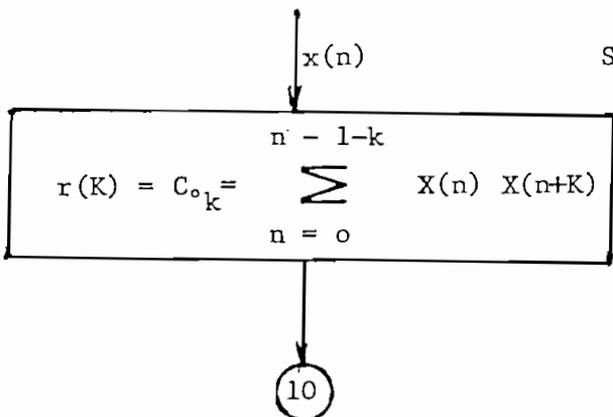


Si el paso de recursión realizado es menor o igual que el orden del filtro (M), se ejecuta el paso de recursión  $l = m + 1$ .

Fig. 3.2 Diagrama de bloques que indica como evaluar los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$ , para el método de la covarianza.

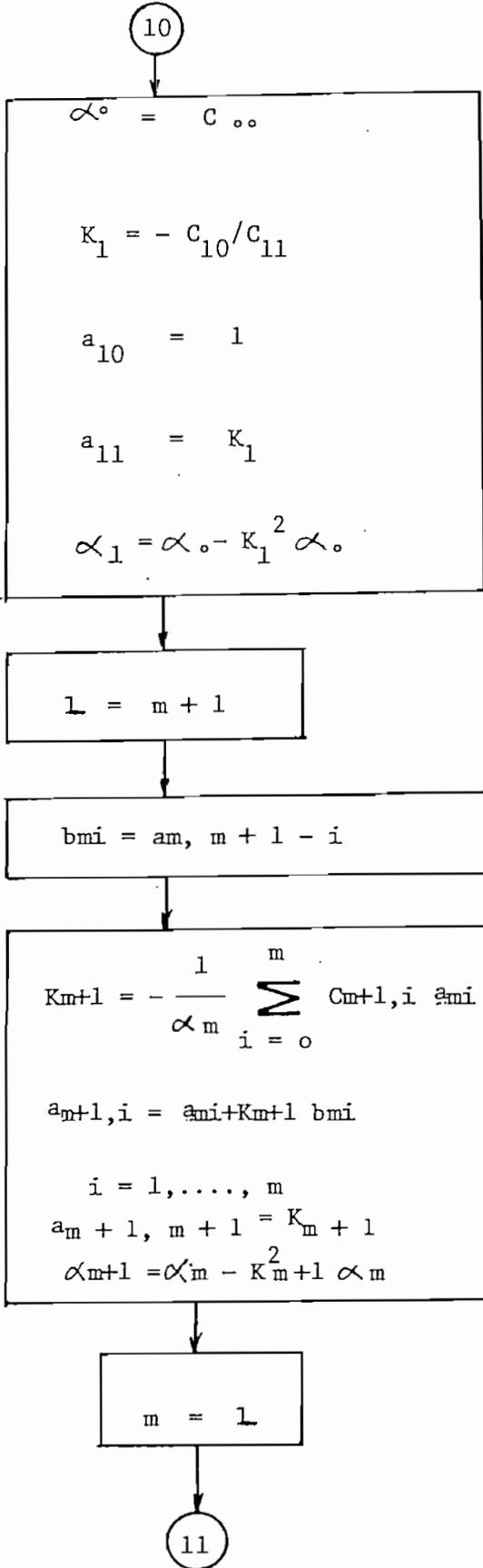
La Fig. 3.3, ilustra el procedimiento recursivo, para el método de la autocorrelación. El algoritmo se le ha denominado con nombre de AUTO.

Algoritmo AUTO



Secuencia de datos de entrada

Se evalúa la matriz de correlación para  $k = 0, 1, 2, \dots, M$ .  $M + 1$  coeficientes son calculados y donde  $M$  es el orden del filtro.



INICIALIZACION

Para  $m = 0$  se da las condiciones iniciales para empezar el proceso de solución.

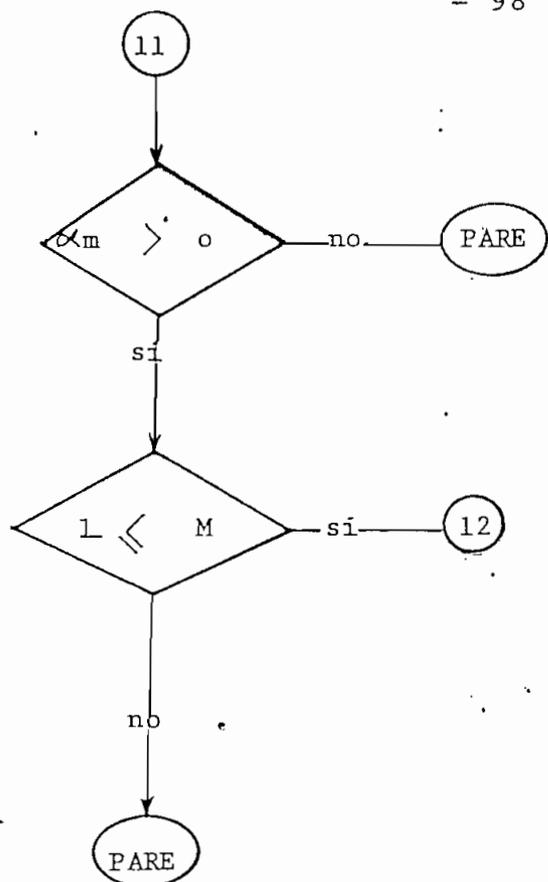
Inicio del paso  $L = m + 1$  de recursión.

Se utiliza la recursión de LEVINSON para hallar  $B_j(Z)$ . Para  $i = 1, 2, \dots, m + 1$ , donde  $m = L$ .

Actualización de  $A_m(Z)$  y finalización del proceso para el paso de recursión  $m = L$ .

Para  $m = L$ , se obtiene el coeficiente  $L$ -ésimo del filtro inverso  $A(Z)$ .

Finaliza el paso de recursión  $m=L$



Verificó si la norma cuadrada  $\alpha_m$  es mayor que cero. Si  $\alpha_m < 0$ , se excede la precisión del computador por lo que se dará un resultado de error.

Si el paso de recursión realizado es menor o igual que el orden del filtro (M), se ejecuta el paso de recursión  $L = m + 1$

Fig. 3.3 Diagrama de bloques que ilustra el proceso recursivo para evaluar los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$  para el método de la autocorrelación.

A continuación se va a describir, los programas codificados en lenguaje FORTRAN IV. El método de la covarianza y de la autocorrelación serán implementadas en subrutinas fortran, las cuales se denominan COVAR y AUTO respectivamente. Las subrutinas son elaboradas en base a los diagramas de bloques ilustrados en las figuras 3.2 y 3.3.

Las entradas y salidas para las subrutinas COVAR y AUTO están en la lista de argumentos, COVAR(N, X, M, A, ALPHA, GRC) y AUTO(N, X, M, A, ALPHA, RC). Las entradas son

N el número N, de datos de entrada

X(.)      secuencia de datos de entrada con  $X(K) = X(k - 1)$  para  
           $K = 1, 2, \dots, N$

M          el orden, M, del filtro

Las principales salidas, son los coeficientes  $a_i$  contenidos  
en un vector

$$A(1) = 1$$

$$A(k) = a_{k-1} \quad \text{para } k = 2, 3, \dots, M + 1$$

Las salidas auxiliares son los coeficientes  $k_m$  con

$$GRC(m) = k_m \quad \text{para } m = 1, 2, \dots, M + 1 \quad (\text{COVAR})$$

$$RC(m) = k_m \quad \text{para } m = 1, 2, \dots, M + 1 \quad (\text{AUTO})$$

La dimensión de las variables X(.), A(.), GRC(.) o RC(.) son dimensionadas por el programa de llamada. La dimensión de X(.) debe ser mayor o igual a N, la dimensión de A(.) debe ser mínimo M + 1, y la dimensión de GRC(.) o RC(.) debe ser mayor o igual a M. Alpha define la energía residual de la relación (3.57).

La lista de las variables del programa se muestran en la tabla 3.1, donde se ilustra la relación entre el texto y las variables de la subrutina. La tabla 3.2 muestra la dimensión mínima que se necesita para cada variable. Las subrutinas presentadas, pueden trabajar con un valor máximo de  $M=25$ . Para valores mayores a 25, la dimensión de las variables deben variar de acuerdo a la tabla 3.2.

Como resultado final se presenta en la Fig. 3.4 y 3.5 las subrutinas fortran AUTO y COVAR respectivamente.

TEXT	COVAR	AUTO
$N$	$N$	$N$
$x(n)$ for $n=0, 1, \dots, N-1$	$X(n+1)$	$X(n+1)$
$M$	$M$	$M$
$a_{-i}$ for $0 \leq i \leq M$	$A(i+1)$	$A(i+1)$
$\alpha_m$ for $m=0, 1, \dots, M$	$ALPHA$	$ALPHA$
$k_m$ for $m=1, 2, \dots, M$	$GRC(m)$	$RC(m)$
$c_{ij}$ for $0 \leq j \leq i \leq M$	$C(i+1, j+1)$	$R(i-j+1)$
$r(i)$ for $i=0, 1, \dots, M$	—	$R(i+1)$
$\beta_m$ for $m=0, 1, \dots, M-1$	$BETA(m+1)$	$ALPHA$
$b_{-i}$ for $1 \leq i \leq m+1 \leq M$	$B(m+1, i)$	$B(i)$
$\gamma_{-i}$ for $0 \leq i \leq m-1 \leq M-2$	$GAM$	—

Tabla 3.1 Variables del programa

VARIABLE DIMENSIONADA	PARA COVAR MIN. DIM.	PARA AUTO MIN. DIM.
X(.)	N	N
A(.)	M + 1	M + 1
C(.,.)	M + 1, M + 1	
R(.)		M + 1
GRC(.)	M	
RC(.)		M
BETA	M	
B(.,.)		M + 1

Tabla 3.2 Dimensionamiento mínimo para las variables del programa.

Una norma cero, puede teóricamente ocurrir solo en el método de la covarianza. En el método de la correlación, los parámetros  $K_m$  son conocidos como coeficientes de reflexión, puesto que definen los coeficientes de reflexión de un modelo de tubo acústico del canal bucal. En el método de la covarianza los parámetros  $K_m$  son conocidos como coeficientes de reflexión generalizados, puesto que la misma forma de recursión (3.31), es utilizada para evaluar  $K_m$  en ambos métodos. La razón de utilizar la misma simbología con diferente nombre es, que existe un caso especial para el método de la covarianza, en el que si

la secuencia de datos  $\{X(n)\}$  se iguala a cero para  $n < M$  y  $n > N - M - 1$ , los resultados serán equivalentes a los obtenidos por el método de la autocorrelación.

IV 360N - FO - 479 3 - 8 AUTO

```

SUBROUTINE AUTO (N, X, M, A, ALPHA, RC)
DIMENSION X(1), RC(1), A(1)
DIMENSION R(26), B(25)

MP = M + 1
DO 100 K = 1, MP
R(K) = 0.
NK = N - K + 1
DO 100 NP = 1, NK
NPK = NP + K - 1
100 R(K) = R(K) + X(NP) * X(NPK)
ALPHA = R(2)/R(1)
A(1) = 1.
A(2) = RC(1)
ALPHA = ALPHA - RC(1) * RC(1) * ALPHA
MF = M
DO 400 MINC = 2, MF
M = MINC - 1
DO 200 J = 1, MINC
JB = MINC - J + 1
200 B(J) = A(JB)
M = M + 1
S = 0.
DO 300 IP = 1, M
MIP = M - IP + 2
300 S = S + R(MIP) * A(IP)
RC(M) = - S/ALPHA
DO 350 IP = 1, M
350 A(IP) = A(IP) + RC(M) * B(IP - 1)
A(M + 1) = RC(M)
ALPHA = ALPHA - RC(M) * RC(M) * ALPHA
```

```
IF(ALPHA.LE.O.) WRITE(3,500)
500  FORMAT (7X,'PRECISION INSUFICIENTE',/)
400  CONTINUE
RETURN
END
```

Fig. 3.4 Subrutina Fortran Auto para implementar el método de la autocorrelación de Predicción Lineal.

IV 360N-FO-479 3-8

COVAR

DATE

```
      SUBROUTINE COVAR(N, X, M, A, ALPHA, GRC)
      DIMENSION X(1), A(1), GRC(1)
      DIMENSION C(26,26), B(25,25), BETA(25)
C
      MP = M + 1
      DO 100 IP = 1, MP
      DO 100 JP = 1, IP
      C(IP, JP) = 0.
      DO 100 NP = MP, N
      NP I = NP + 1 - IP
      NP J = NP + 1 - JP
100    C(IP, JP) = C(IP, JP) + X(NPI) * X(NPJ)
      B(1,1) = 1.
      ALPHA = C(1,1)
      BETA(1) = C(2,2)
      GRC(1) = - C(2,1)/C(2,2)
      A(1) = 1.
      A(2) = GRC(1)
      ALPHA = ALPHA - GRC(1)* GRC(1)* BETA (1)
      MF = M
      DO 400 MINC = 2, MF
      M = MINC - 1
      B(MINC, MINC) = 1.
      DO 200 IP = 1, M
      B(MINC, IP) = 0.
130    IF(BETA(IP)) 600,200,130
      GAM = 0.
      DO 150 J = 1, IP
150    GAM = GAM + C(M + 2, J+1)* B(IP, J)
      GAM = GAM/BETA(IP)
      DO 190 JP=1, IP
190    B(MINC, JP)=B(MINC, JP) - GAM*B(IP, JP)
200    CONTINUE
      BETA(MINC) = 0.
      DO 250 J = 1, MINC
250    BETA(MINC) = BETA(MINC) + C(M+2, J+1)*B(MINC, J)
      M = M + 1
      IF (BETA(M))600, 360, 260
```

```
260     S = 0.  
      DO 300 IP = 1, M  
300     S = S + C(M + 1, IP)*A(IP)  
      GRC(M) = S/BETA(M)  
      DO 350 IP = 2, M  
350     A(IP) = A(IP) + GRC(M)*B(M,IP - 1)  
      A(M + 1) = GRC(M)  
360     CONTINUE  
      ALPHA = ALPHA - GRC(M)* GRC(M)* BETA(M)  
      IF(ALPHA) 600, 600, 400  
400     CONTINUE  
600     RETURN  
      END
```

Fig. 3.5 Subrutina fortran COVAR para implementar el método de la covarianza de Predicción Lineal.

## CAPITULO IV

El análisis y síntesis del lenguaje por Predicción Lineal, se basa en la suposición, que en un intervalo pequeño de tiempo la envolvente espectral del lenguaje puede ser representada por un cierto número de polos. Un modelo que posee solamente polos, no produce una descripción precisa del espectro del lenguaje, particularmente - para sonidos nasales. Este Capítulo presenta un método para caracterizar el lenguaje, en términos de los parámetros de un modelo que posee polos y ceros. En este método, una respuesta impulsiva, que representa la acción conjunta de la excitación glotal, del canal bucal, de la radiación de los labios y de los sistemas de grabación, es determinada a partir de la señal del lenguaje. La respuesta impulsiva, es obtenida ejecutando varias veces el análisis de predicción lineal de un modelo que posee solo polos. Los parámetros polo-cero, son determinados de la respuesta impulsiva por resolución de un conjunto de ecuaciones simultáneas.

### 4.1 MODELO POLO - CERO (4, 2, 1)

El modelo constituido solamente por polos, es bastante preciso para vocales y sonidos voceados, lo que representa una limitación en el análisis de predicción lineal. Se ejecuta un análisis preciso del lenguaje cuando se incluye ceros en la función de transferencia del canal bucal. Estos ceros, pueden surgir si el canal nasal está acoplado al canal bucal, a través del Velum, si este está abierto, - como en el caso de consonantes nasales y vocales nasales, o si la fuente de excitación no está localizada en la glotis pero esta en el interior del canal bucal (FLANAGAN 1972). (4).

Se presenta, en esta sección, un método de análisis del lenguaje para estimar conjuntamente polos y ceros de la función de transferencia del lenguaje. Tomando un cierto número de ceros en la fun-

ción de transferencia del lenguaje. Tomando un cierto número de ceros en la función de transferencia, se podría eliminar una de las limitaciones del método de predicción lineal en el análisis de sonidos nasales.

Se mostrará que los parámetros polo - cero, los cuales minimizan el error cuadrático medio de predicción, son determinados como solución a un conjunto de ecuaciones no lineales, sin embargo los parámetros polo - cero pueden ser determinados por resolución de un conjunto de ecuaciones lineales, obteniendo una estimación de la respuesta impulsiva directamente de la forma de onda del lenguaje.

En el análisis de predicción lineal basado en un modelo polo-cero, cada muestra del lenguaje es predicha como una combinación lineal de las M muestras previas de la señal. Se va asumir que existe q ceros en la función de transferencia, en adición a los M polos.

Un modelo funcional de producción del lenguaje, que incluye polos y ceros es ilustrado en la Fig. 4.1

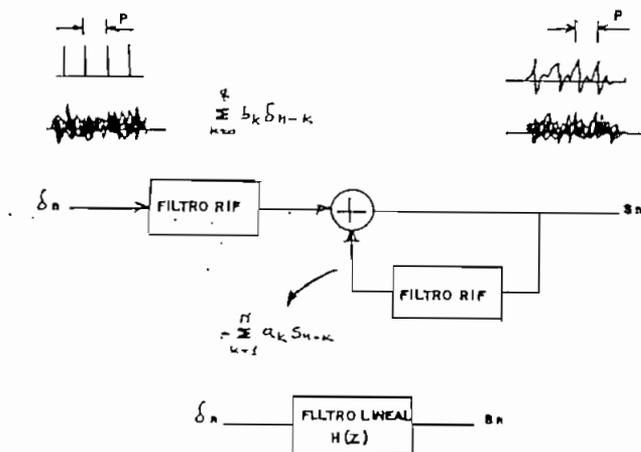


Fig. 4.1 Modelo Polo-Cero de la Producción del lenguaje

La excitación principal  $\delta_n$ , al modelo representado en la Fig. 4.1, es una secuencia de pulsos periódicos de período P para el caso de sonidos voceados o pulsos aleatorios para el caso de sonidos no voceados, con la particularidad que  $\delta_n$  tiene un espectro plano.

Para un filtro discreto lineal (Fig. 4.1), con M polos y q ceros, la muestra n-ésima de su salida es expresada como

$$S_n = - \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} + \sum_{K=1}^q b_k S_{n-K} + \delta_n \quad (4.1)$$

CON  $b_0 = 1$

donde  $S_n$ , es la n-ésima muestra de la excitación en la entrada del filtro lineal, los coeficientes  $a_k$ , representan la contribución de los polos y los coeficientes  $b_k$ , representan la contribución adicional de los q ceros. Se asumió que la excitación  $\delta_n$  posee un espectro plano. (2) El valor predicho de la muestra n-ésima del lenguaje es dado entonces por

$$\hat{S}_n = \sum_{k=1}^q b_k \delta_{n-k} - \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \quad (4.2)$$

De la relación (4.1) y en base a (4.2), se define el error de predicción

$$\delta_n = S_n - \hat{S}_n \quad (4.3.a)$$

como el modelo es lineal e invariante al desplazamiento se tiene

$$\delta_{n-k} = S_{n-k} - \hat{S}_{n-k} \quad (4.3.b)$$

entonces, (4.2) puede ser expresado como

$$\hat{S}_n = \sum_{k=1}^q b_k (S_{n-k} - \hat{S}_{n-k}) - \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \quad (4.4)$$

Se observa que el valor predicho de una muestra del lenguaje, es representada como la suma de la combinación lineal de las M muestras previas del lenguaje y de las q muestras previas del error de predicción dada por la relación (4.3). Comprando con el modelo que posee solamente polos, se ve que en este caso el valor predicho es igual a la combinación lineal de las M muestras previas (1.21) y el error de predicción (1.20), es similar al error de predicción definido en 4.3).

El error cuadrático medio de predicción, es dado por

$$E = \langle [S_n - \hat{S}_n]^2 \rangle$$

$$= \langle \left[ S_n - \sum_{k=1}^q b_k \delta_{n-k} + \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \right]^2 \rangle \quad (4.5)$$

donde  $\langle \rangle$ , indica el valor promedio sobre un número de muestras incluidas en un segmento del lenguaje, en el cual los coeficientes del filtro lineal pueden considerarse aproximadamente constantes. Un segmento de 10 - 20 msec de duración, es generalmente recomendable para este propósito. El error cuadrático medio de predicción, debe ser mínimo, por lo que se deriva E con respecto a los coeficientes del filtro y se iguala a cero. Pero se observa, que el error cuadrático medio de predicción E (4.5), no es una forma cuadrática de las variables desconocidas (debido a la presencia del término  $\hat{S}_{n-k}$  en el lado derecho), como en el caso del modelo que posee solamente polos.

Los coeficientes del filtro, los cuales minimizan el error

cuadrático medio de predicción, son obtenidos por resolución de un conjunto de ecuaciones simultáneas no lineales. Tales ecuaciones son resueltas por métodos iterativos, los cuales a veces son muy complejos y en muchos de los casos, no se garantiza que exista una convergencia a un mínimo global. Además, los métodos iterativos no son muy convenientes para ser utilizados en un análisis automático del lenguaje. Por lo que, un método no iterativo y directo es más recomendable, por supuesto la solución no es la óptima de cualquier modo.

Un método posible para evitar las ecuaciones no lineales, es considerar el caso cuando la entrada  $s_n$  es conocida; el valor predicho de la  $n$ -ésima muestra del lenguaje, es entonces dado por el lado derecho de la ecuación (4.1), puesto que ahora el valor predicho es una función lineal de los coeficientes del filtro. Se obtiene un conjunto de ecuaciones lineales al minimizar el error cuadrático medio de predicción. Se mostrará en la siguiente sección, que no es necesario tener un conocimiento preciso de la entrada, para determinar los coeficientes del filtro; es suficiente conocer la correlación entre la entrada y la salida del filtro lineal.

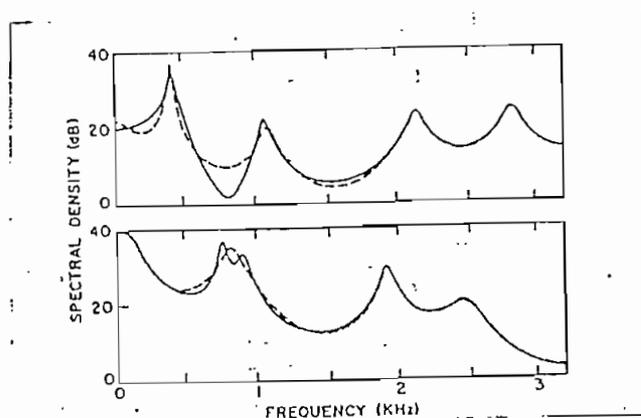
Dado que las correlaciones no son conocidas exactamente, el resultado exacto de los coeficientes del filtro, dependerá de la precisión con la cual las correlaciones puedan ser estimadas de las muestras del lenguaje. Se discutirá un método subóptimo pero directo de la estimación de los coeficientes del filtro.

#### INFLUENCIA ESPECTRAL DE LOS CEROS

Se va a presentar dos ejemplos, los que nos van a dar una idea de la influencia espectral que producen los ceros, que han sido incluidos en el modelo de predicción lineal.

La Fig. 4.2, indica la representación aproximada del espectro para el análisis de predicción lineal que posee solamente polos

con respecto a la representación espectral de un modelo de predicción lineal al que se le han incluido un par de ceros complejos, alrededor de los 800 hz. La función de transferencia en cada ejemplo consiste, de 5 pares de pólus conjugados y par de ceros conjugados. La curva continua, representa la evaluación teórica de la función de transferencia. La curva segmentada, es el espectro obtenido por predicción lineal de 12 polos. Los coeficientes del predictor, fueron obtenidos de la función de autocorrelación, evaluada directamente de la función de transferencia.



Frecuencia (knZ)

Fig. 4.2 Dos ejemplos, que muestran la influencia de los ceros sobre el espectro obtenido por predicción lineal usando el modelo sólo de polos. La curva continua es el espectro evaluado directamente de la función de transferencia del filtro. El espectro derivado por predicción lineal de 12 polos se muestra en la curva segmentada.

Se observa en los ejemplos, que existe una fuente de error en el análisis de predicción lineal de  $M$  polos y que son debidos a la presencia de ceros. Dos errores son evidentes en el espectro para el modelo de  $M$  polos: El espectro es incorrecto en la vecindad de los ceros y la localización de los formantes cercanos a los ceros son desplazados.

En el segundo ejemplo, el cero es localizado entre el espacio de dos formantes cercanos. Estos formantes aparecen como un solo formante, en el espectro derivado del análisis de predicción lineal de M polos.

#### 4.2 MINIMIZACION DEL ERROR DE PREDICCIÓN (2, 4, 1)

El error cuadrático medio de predicción, para un filtro cuya entrada es conocida, es dado por

$$E = \left\langle \left[ S_n - \sum_{b=0}^q b_k S_{n-k} + \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \right]^2 \right\rangle \quad (4.6)$$

donde

$$b_0 = 1 \text{ y } a_0 = 1$$

Para minimizar (4.6), se deriva ésta, parcialmente con respecto a sus parámetros desconocidos  $a_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$ , y  $b_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$  y se iguala a cero.

Entonces

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = \frac{\partial}{\partial a_k} \left\langle \left( S_n - \sum_{k=0}^q b_k \delta_{n-k} + \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \right)^2 \right\rangle = 0$$

se obtiene

$$\sum_{k=1}^M a_k \langle S_{n-r} S_{n-k} \rangle + \langle S_n S_{n-r} \rangle = \sum_{r=1}^q b_k \langle \delta_{n-k} S_{n-r} \rangle$$

$$\text{para } 1 \leq r \leq M \quad (4.7)$$

y de

$$\frac{\partial E}{\partial b_k} = \frac{\partial}{\partial b_k} \left\langle \left( S_n - \sum_{k=0}^q b_k \delta_{n-k} + \sum_{k=1}^M a_k S_{n-k} \right)^2 \right\rangle = 0$$

se obtiene

$$\sum_{k=1}^q b_k \langle \delta_{n-k} S_{n-r} \rangle = \langle S_n S_{n-r} \rangle + \sum_{k=1}^M a_k \langle \delta_{n-r} S_{n-k} \rangle$$

$$\text{para } 1 \leq r \leq q \quad (4.8)$$

Las ecuaciones (4.7) y (4.8), incluyen tres tipos de correlación: la correlación entre las diferentes muestras de la señal del lenguaje  $\langle S_{n-k} S_{n-r} \rangle$ , la correlación entre las diferentes muestras de la señal de entrada  $\langle \delta_{n-k}, \delta_{n-r} \rangle$ , y la correlación entre la entrada y las muestras del lenguaje  $\langle \delta_{n-k} S_{n-r} \rangle$ . Los términos que constan de correlaciones entre las muestras del lenguaje, son por supuesto las mismas correlaciones del modelo que posee sólo polos (o sea  $C_{ij}$ ).

El término  $\langle \delta_n - k \delta_n - r \rangle$  representa la correlación entre la entrada y la salida del filtro lineal. La correlación entre la entrada y la salida del filtro lineal es proporcional a la respuesta impulsiva del filtro lineal siempre que la entrada tenga un espectro plano (SCHWARZ Y FRIEDLAND, 1965) (4).

Denominando  $h_n$  a la  $n$ -ésima muestra de la respuesta impulsiva del filtro lineal de la Fig. 4.1 y si  $h_n = 0$  para  $n < 0$

$$\langle \delta_n \delta_n - r \rangle = \sum_{k=1}^g h_k \langle \delta_{n-k} \delta_n - r \rangle \quad 1 \leq r \leq g \quad (4.9)$$

Definiendo la correlación entre las muestras de entrada como

$$\delta_{n-k} \delta_n - r = \begin{cases} E_0 & \text{Si } k = r \\ 0 & \text{Si } k \neq r \end{cases} \quad (4.10)$$

donde  $E_0$  representa el mínimo valor del error cuadrático medio de predicción.

La ecuación (4.9), se reduce entonces a

$$\langle \delta_n \delta_n - r \rangle = E_0 h_r \quad 1 \leq r \leq g \quad (4.11)$$

Similarmemente

$$\langle \delta_{n-k} \delta_n - r \rangle = \sum_{k=1}^g h_k \langle \delta_{n^1 + r - k} \delta_{n^1 - k} \rangle \quad \text{Si } n^1 = n - r \quad (4.12)$$

aplicando (4.10)

$$\langle \delta_{n^1+r-k_1} \delta_{n^1-k} \rangle = \begin{cases} E_0 & \text{Si } k = k_1 - r \\ 0 & \text{Si } k \neq k_1 - r \end{cases}$$

entonces (4.12) se reduce a

$$\langle \delta_{n-k_1} \delta_{n-r} \rangle = E_0 h_{k_1-r}$$

$$\text{para } 1 \leq k_1 \leq q, \quad 1 \leq r \leq M \quad (4.13)$$

y

$$\langle \delta_{n-k_1} \delta_{n-r} \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \langle \delta_{n^1-k} \delta_{n^1-(r-k_1)} \rangle$$

$$\text{Si } n^1 = n - k_1 \quad (4.14)$$

aplicando (4.10)

$$\langle \delta_{n^1-k} \delta_{n^1-(r-k_1)} \rangle = \begin{cases} E_0 & k = r - k_1 \\ 0 & k \neq r - k_1 \end{cases}$$

entonces (4.14), se reduce a

$$\langle \delta_{n-k_1} \delta_{n-r} \rangle = E_0 h_{r-k_1} \text{ para } 1 \leq k_1 \leq M, \quad 1 \leq r \leq q \quad (4.15)$$

También se requiere conocer los términos  $\langle \delta_{n-k} \delta_{n-r} \rangle$  y  $\langle \delta_n \delta_{n-r} \rangle$ , por una correlación apropiada entre las diferentes muestras de la respuesta impulsiva del filtro lineal.

$$\langle \delta_{n-k_1} \delta_{n-r_1} \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} h_k h_i \langle \delta_{n^1-k} \delta_{n^1-i} \rangle$$

$$\text{para } n^1 = n - k_1, \quad n^{11} = n - r_1 \quad (4.16)$$

aplicando la definición (4.10)

$$\langle S_{n^1-k} S_{n^{11}-i} \rangle = \begin{cases} E_0 & \text{Si } k = r_1 - k_1 + i \\ 0 & \text{Si } k \neq r_1 - k_1 + i \end{cases}$$

por lo que (4.16), toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} \langle S_{n-k_1} S_{n-r_1} \rangle &= \sum_{i=1}^M h_{i, i-k_1+r_1} h_{i, i} E_0 \\ &= \sum_{i=1}^M h_{i, i-k_1} h_{i, i-r_1} E_0 \end{aligned}$$

$$\text{para } 1 \leq k_1 \leq M, \quad 1 \leq r_1 \leq M \quad (4.17)$$

$$\langle S_n S_{n-r_1} \rangle = \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M h_{i, k} h_{i, i} \langle S_{n-k} S_{n^1-i} \rangle$$

$$\text{para } n^1 = n - r_1 \quad (4.18)$$

aplicando la definición (4.10)

$$\langle S_{n-k} S_{n^1-i} \rangle = \begin{cases} E_0 & \text{Si } k = r_1 + i \\ 0 & \text{Si } k \neq r_1 + i \end{cases}$$

La relación (4.18), se reduce a

$$\begin{aligned} \langle S_n S_{n-r_1} \rangle &= \sum_{i=1}^M h_{r_1+i} h_i E_0 \\ &= \sum_{i=1}^M h_i h_{i-r_1} E_0 \end{aligned}$$

para  $1 \leq r_1 \leq M$  (4.19)

Conociendo la correlación entre las muestras de la respuesta impulsiva del filtro lineal, de los tres tipos de correlación que existen en las relaciones (4.7) y (4.8), se puede entonces obtener las ecuaciones que determinan los parámetros  $a_k$  y  $b_k$  que minimizan  $E$  en (4.5). Así reemplazando (4.13), (4.11), (4.10) en (4.8) se obtiene

$$b_r = h_r + \sum_{k=1}^M a_k h_{r-k} \quad 1 \leq r \leq q \quad (4.20)$$

Sustituyendo  $b_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$  de (4.20) y cambiando el subíndice  $k$  por  $i$  en el lado derecho de (4.7), ésta puede ser descrita en la siguiente forma

$$\sum_{k=1}^M a_k \langle S_{n-r} S_{n-k} \rangle + \langle S_n S_{n-r} \rangle = \sum_{i=1}^q (h_i + \sum_{k=1}^M a_k h_{i-k})$$

$\langle S_{n-i} S_{n-r} \rangle$  para  $1 \leq r \leq M$  (4.21)

Reemplazando (4.10), (4.17) y (4.19) en (4.21), se obtiene

$$\sum_{k=1}^M a_k \sum_{i=1}^{\infty} h_{i-k} h_{i-r} = - \sum_{i=1}^{\infty} h_i h_{i-r} + \sum_{i=1}^q h_i h_{i-r} +$$

$$+ \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^M a_k h_{i-k} h_{i-r} \quad (4.22)$$

reordenando términos

$$\sum_{k=1}^M a_k \sum_{i=q+1}^{\infty} h_{i-k} h_{i-r} = - \sum_{i=q+1}^{\infty} h_i h_{i-r}$$

para  $1 \leq r \leq M$  (4.23)

Los coeficientes  $a_k$  y  $b_k$ , se obtienen resolviendo las siguientes ecuaciones

$$\sum_{k=1}^M a_k \sum_{i=q+1}^{\infty} h_{i-k} h_{i-r} = - \sum_{i=q+1}^{\infty} h_i h_{i-r}$$

para  $1 \leq r \leq M$  (4.24)

$$b_r = h_r + \sum_{k=1}^r a_k h_{r-k} \quad 1 \leq r \leq q \quad (4.25)$$

La relación (4.25), difiere de (4.20), en el límite superior del sumatorio, el cual sólo es necesario evaluarlo hasta  $k = r$  ya

que la respuesta impulsiva es cero para  $k = r < 0$ .

La solución de los parámetros  $a_k$ , dada por la relación (4.24), es la misma es la que sugerida por Sank (1967). Los parámetros  $b_k$ , que representan los ceros se obtienen de manera un tanto diferente en el método de Sank (4).

Es interesante notar que la solución dada por (4.24), es también obtenida por aplicación del método de la covarianza a la respuesta impulsiva. En la próxima sección, se discutirá un procedimiento para estimar la respuesta impulsiva directamente de la señal del lenguaje.

#### 4.3 DETERMINACION DE LA RESPUESTA IMPULSIVA (4,1)

La respuesta impulsiva es determinada en dos pasos, por aproximación de la respuesta impulsiva como una convolución de la respuesta impulsiva de un filtro que posee solamente polos con la respuesta impulsiva de un filtro que posee sólo ceros. Este procedimiento, es ilustrado en la Fig. 4.3.

Primero, se ejecuta un análisis de predicción lineal sobre la señal del lenguaje (muestreada a 10 khz), para obtener la mejor aproximación de todos los polos de su envolvente espectral. Se ha escogido un número de polos elevados, en el análisis de predicción lineal, para minimizar el error de la localización resultante de los polos debido a la presencia de los ceros. El intervalo de análisis para minimizar el error de predicción, es de dos períodos de tono (pitch period). Se utiliza para el análisis de predicción lineal el método de la covarianza, el cual ha sido modificado para obtener también la solución de (3.24).

En este método se determina un conjunto de coeficientes intermedios  $k_m$ , que son obtenidos de la descomposición de Cholesky, de la

matriz de la covarianza (1). El análisis es ejecutado sobre una longitud finita de la señal.

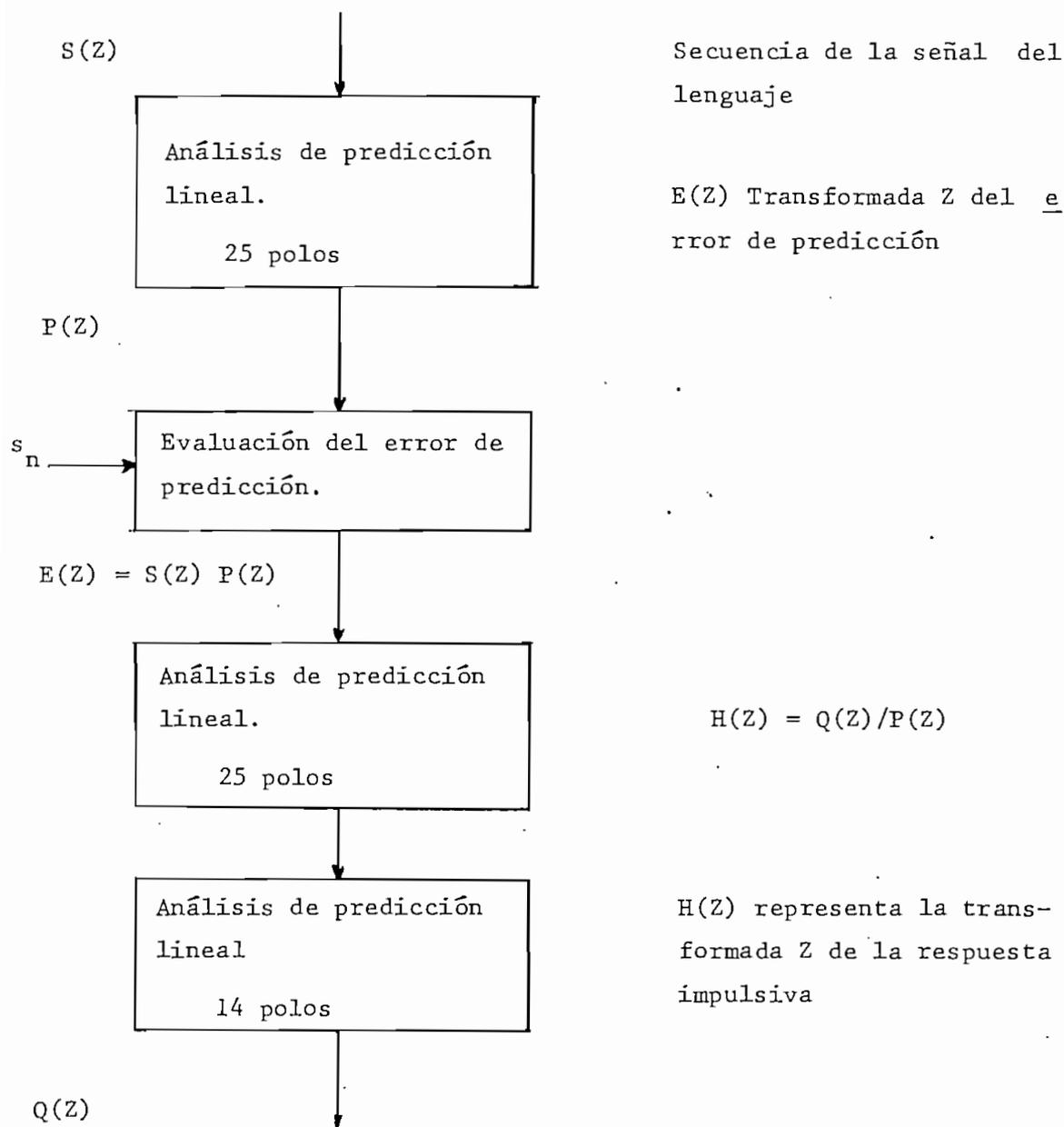


Fig. 4.3 Diagrama de bloques que muestra el método usado para evaluar a partir de la forma de onda del lenguaje una respuesta impulsiva efectiva, que representa la acción conjunta del canal bucal de la excitación de la glotis, de la radiación de los labios y de los sistemas de grabación.

Denominando  $P(Z)$ , un polinomio en  $Z$ , cuyo  $k$ -ésimo coeficiente es igual al  $k$ -ésimo coeficiente predictor.

El error de predicción, es obtenido por filtrado inverso de las muestras del lenguaje por un filtro cuya función de transferencia es  $P(Z)$ , expresado en términos de la variable compleja  $Z$  se tiene

$$E(Z) = S(Z) P(Z) \quad (4.26)$$

que para el método de la covarianza se expresa en el dominio del tiempo discreto como

$$e(n) = \sum_{i=0}^M p_i \delta_{n-i} \quad \text{para } n \geq M, M+1, \dots, N-1 \quad (4.27)$$

donde  $p_i$ , son los coeficientes del filtro cuya función de transferencia es  $P(Z)$ , siendo (4.27), una forma computacional para evaluar el error de predicción.

Si el espectro del lenguaje constituye una representación solamente de polos, la envolvente espectral en un pequeño intervalo de tiempo del error de predicción, después de un análisis de predicción lineal, será casi plano. En la presencia de ceros, el espectro lineal, será casi plano. En la presencia de ceros, el espectro de error de predicción contiene ceros que han sido esquivados por el análisis de predicción lineal que posee sólo polos. Estos ceros son determinados, utilizando la técnica de inversión espectral sugerida por Durbin (1959) (4).

La idea fundamental en esta técnica es que un espectro representado solamente por ceros, puede ser aproximado con cualquier grado de precisión para un número suficientemente grande de polos. Como en el primer paso, un análisis de predicción lineal solo de polos es

ejecutado sobre la señal de error de predicción (un valor conveniente es 25). (4).

Para obtener un conjunto de coeficientes, cuyo espectro es igual a la envolvente espectral del error de predicción, otro análisis de predicción lineal de 14 polos, es ejecutado sobre los coeficientes de predicción.

Cada ejecución del análisis de predicción lineal que posee solo polos, puede ser considerado aquí como un proceso de inversión espectral. Dos ejecuciones del análisis de predicción lineal usando solamente polos, generan un polinomio  $Q(Z)$  cuyos ceros se aproximan a los ceros del espectro del error de predicción.

La respuesta impulsiva  $H(Z)$  del filtro lineal, es obtenida al dividir los polinomios  $Q(Z)$  y  $P(Z)$ .

$$H(Z) = Q(Z)/P(Z) \quad (4.28)$$

una vez que la respuesta impulsiva es conocida, la ecuación (4.24), puede ser resuelta para determinar los parámetros del filtro  $a_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$  que representan los polos del filtro. Los parámetros  $b_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$ , <sup>que</sup> representan los ceros de la función de transferencia son obtenidos por la ecuación (4.25).

#### METODO DE LA COVARIANZA MODIFICADO

La ecuación (4.24), puede ser escrita de la siguiente manera

$$\sum_{k=1}^M a_k C_{kr} = -C_{or} \quad (4.29)$$

donde

$$C_{kr} = \sum_{i=q+1}^M h_{i-k} h_{i-r} \quad (4.30)$$

La relación (4.29), determina los parámetros  $a_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $M$  que representan los polos del filtro lineal ilustrado en la Fig. 4.1, teniendo una forma similar a la relación (1.35), diferenciándose en la manera como se evalúan los coeficientes de la matriz de la covarianza (4.30).

Se requiere en (4.30), una secuencia infinita de muestras de  $h_n$  y conocer el número de ceros requerido en el filtro lineal de la Fig. 4.1, además se considera que  $h_n = 0$  para  $n < 0$ .

En el presente capítulo, se ha descrito un método para la predicción lineal del lenguaje basado en un modelo que posee polos y ceros. En este método, una respuesta impulsiva que representa la acción conjunta de la excitación glotal, del canal bucal, de la radiación de los labios y de los sistemas de grabación, se determina a partir de la señal del lenguaje. La respuesta impulsiva es obtenida ejecutando varios procesos de predicción lineal sólo de polos. Los parámetros polo-cero, son obtenidos de la respuesta impulsiva por resolución de un conjunto de ecuaciones simultáneas lineales.

## CAPITULO V

Como un aporte final se desea en el presente Capítulo describir el trabajo práctico realizado en base al estudio teórico que ha sido desarrollado en forma detallada en los Capítulos anteriores.

Los programas que han sido elaborados, permiten determinar - los parámetros que determinan el modelo de Predicción Lineal, para el caso de un modelo representado solamente por POLOS y para el caso en que se represente por POLOS y CEROS.

Para la interpretación de los resultados se comparó el espectro logarítmico de los coeficientes obtenidos por Predicción Lineal con el espectro logarítmico de la señal del lenguaje analizada. Además se realiza una descripción general de los programas implementados para cada uno de los modelos.

### 5.1 RESULTADOS

Para realizar el análisis de Predicción Lineal del lenguaje es necesario conocer la forma de onda acústica de la voz. En el presente trabajo se ha utilizado tres formas de ondas sonoras, dos de las cuales corresponden a sonidos voceados de vocales del Inglés y la última forma de onda de una expresión inglesa que posee en su parte central una región de sonido no voceado.

La forma de onda sonora para la vocal inglesa /a/, que equivale aproximadamente a la "a" del español en la expresión CARGO, se muestra en la Fig. 5.1. La vocal inglesa /U/ cuyo sonido más próximo en español es la "u" en TURRON, pero con mayor apertura; su forma de onda se muestra en la Fig. 5.2. La Fig. 5.3 muestra la parte central de la forma de onda de la sílaba inglesa /UHMA/, existiendo en esta

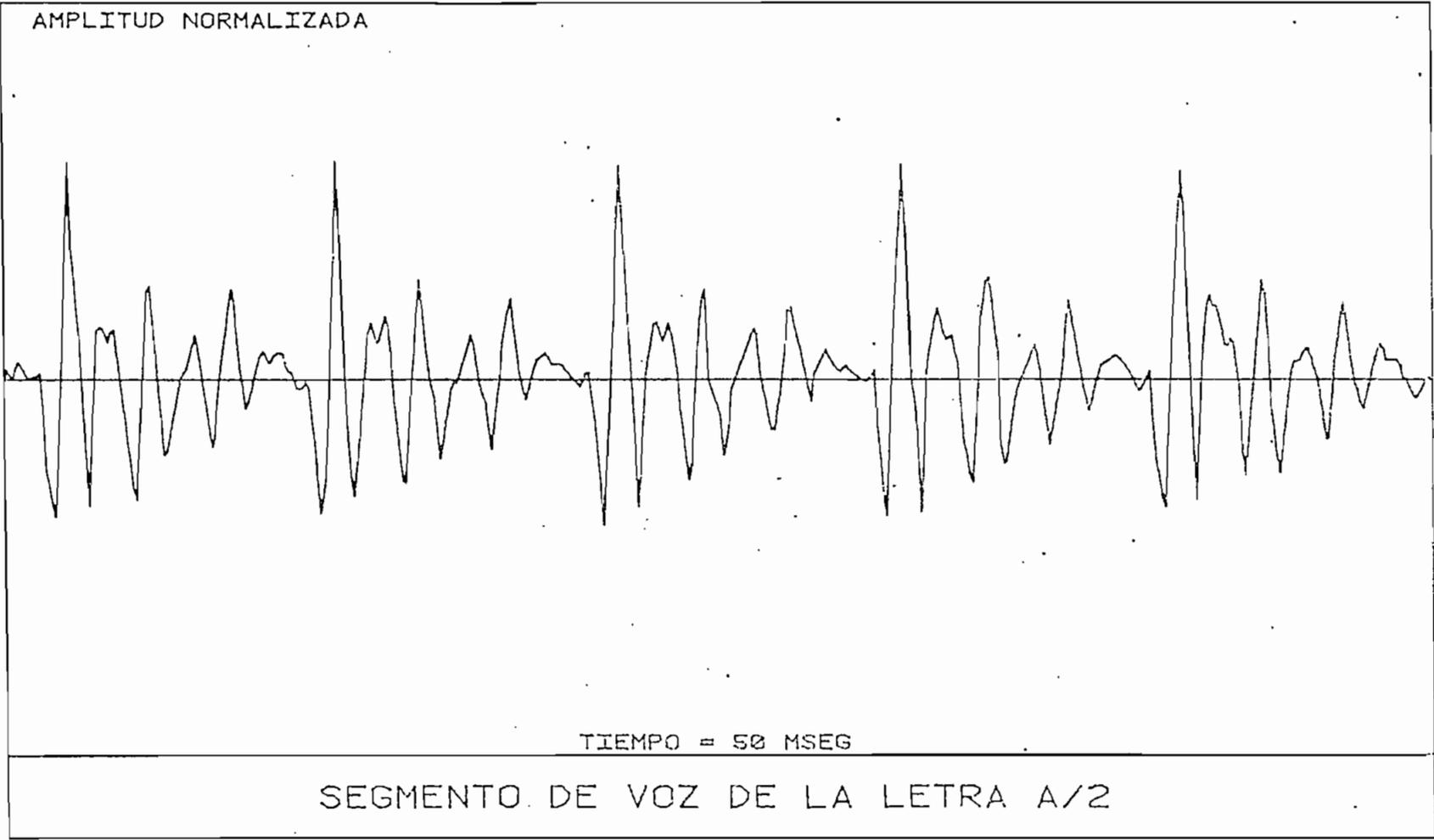


Fig. 5.1

Fig. 5.2

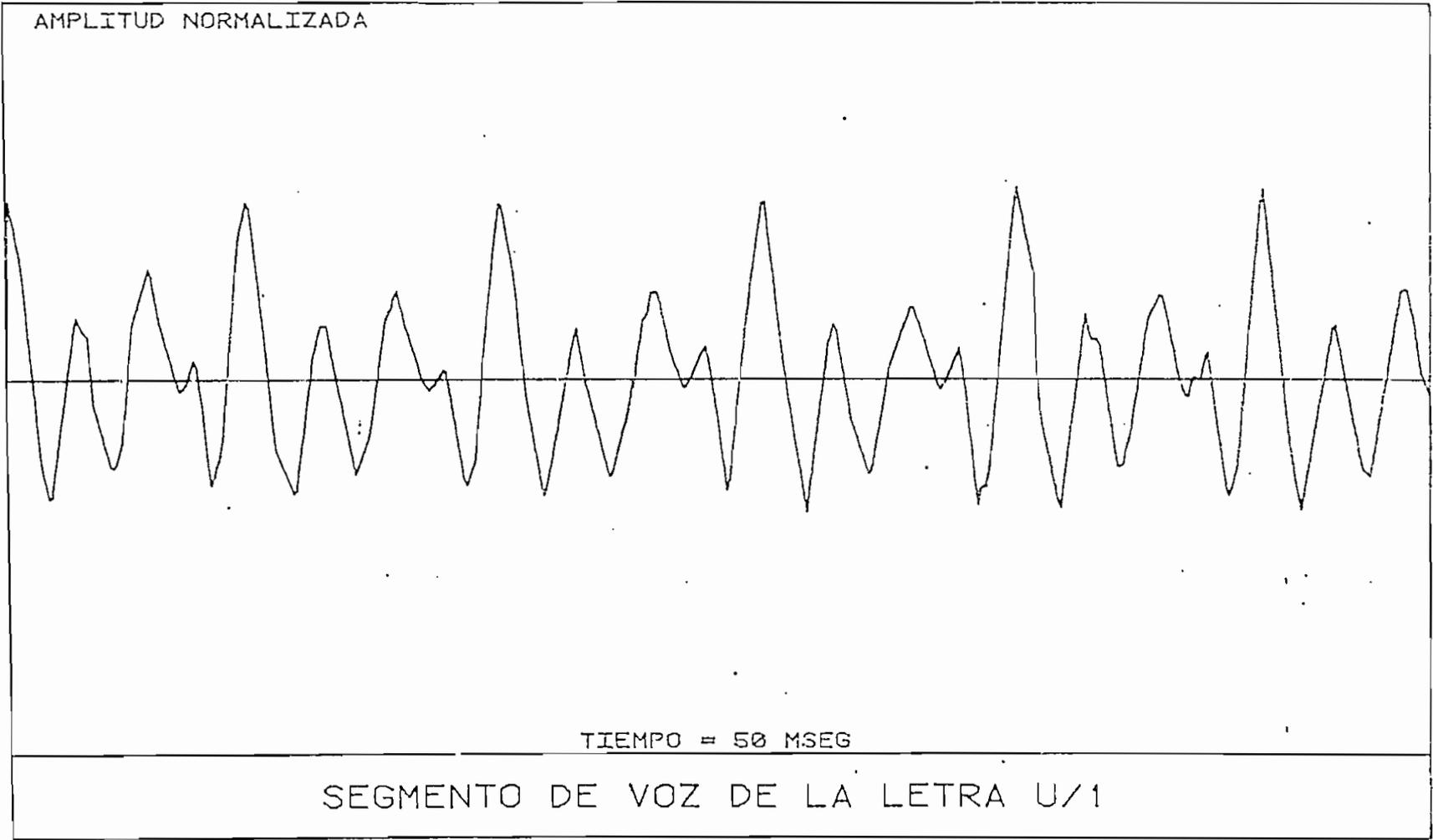
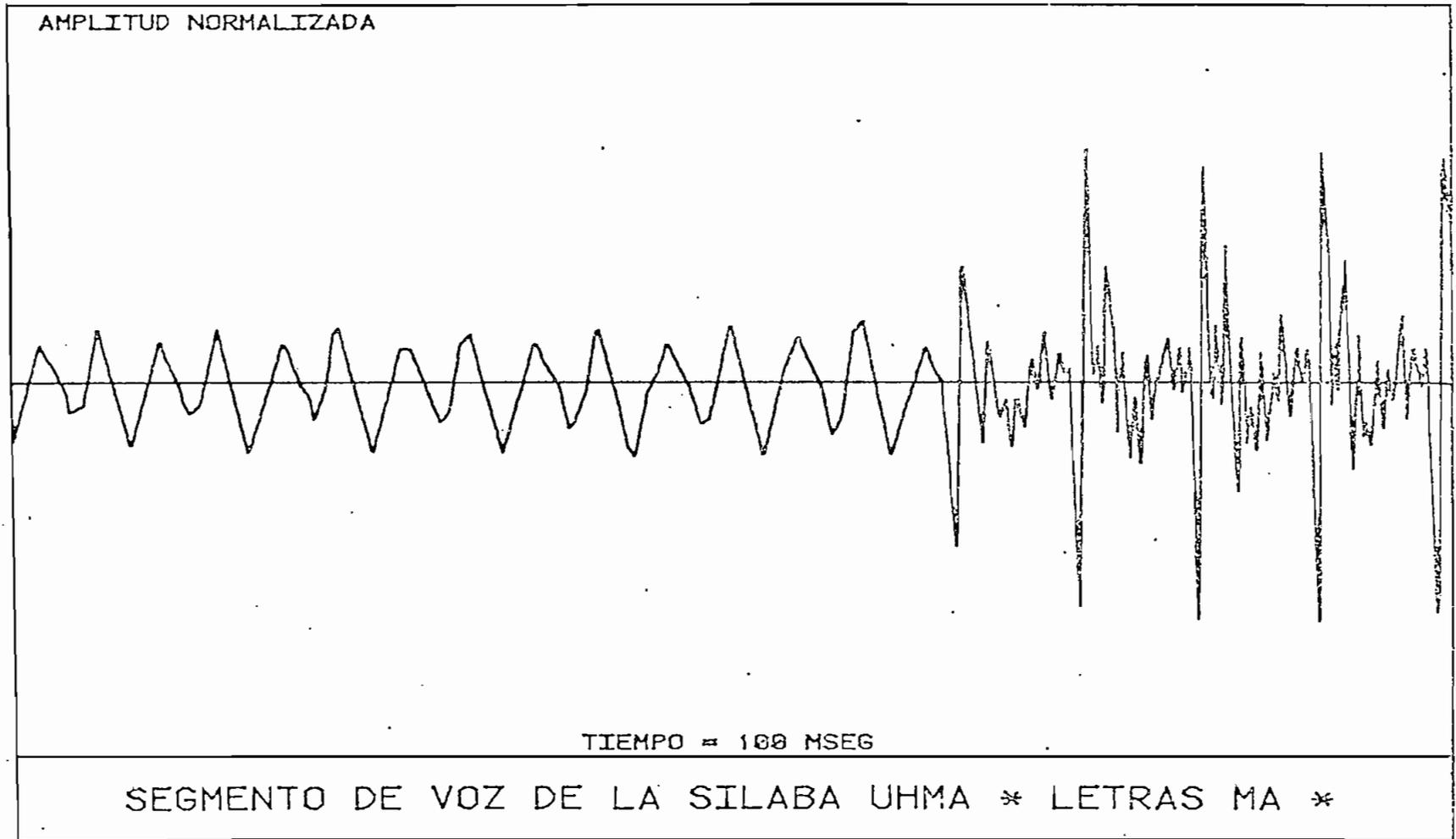


Fig. 5.3



$$= \zeta(j) \text{ para } j > 0$$

$$= \zeta(i) \text{ para } j > 0$$

$$\sum_{i=0}^M$$

$$\sum_{i=0}^M$$

se llega a

de llegar a

para  $j = 1, 2, \dots, m$

para  $i = 1, 2, \dots, m$

$$K_M = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} 1}{1}$$

$$K_M = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} 1}{1}$$

$$+ \ln \langle F(z), H(z) \rangle$$

$$+ \ln \langle F(z), G(z) \rangle$$

2

porción una consonante nasal /m/ en el contexto vocal - nasal - vocal. Cada gráfico indica la duración de cada segmento de voz y el nombre de la letra o letras que han sido representadas, así A/2, U/1, UHMA corresponden a las letras cuyos símbolos fonéticos son /a/, /U/, /ɔma / respectivamente.

El análisis de predicción lineal requiere de un segmento de voz que posea por lo menos dos períodos de tono o a lo mucho tres, para luego muestrearse a una frecuencia de 10 Khz para obtener un conjunto de muestra útiles para iniciar el análisis.

El modelo de predicción lineal puede ser representado por un modelo discreto lineal que posee solamente Polos o por un modelo discreto lineal que posee Polos y Ceros. Se presentará en esta sección los resultados obtenidos en cada caso.

### PRIMER CASO

La envolvente espectral de la forma de onda del lenguaje es representada por un filtro discreto lineal cuya función de transferencia posee sólo Polos, los cuales son determinados por predicción lineal. Existen dos maneras de realizar el análisis de predicción lineal para este caso:

1. Se dispone de un conjunto de muestras del lenguaje  $\{X(n)\}$  definidas para un intervalo desde  $n = 0$  hasta  $n = N - 1$ , donde  $N$  es el número total de muestras. Para reducir el cambio brusco de la señal al inicio y al final del intervalo de análisis es necesario aplicar una ventana de Hamming a la secuencia  $x(n)$ , obteniéndose entonces una secuencia  $\hat{x}(n) = x(n) w(n)$  que representa la secuencía de entrada al diagrama de bloques ilustrado en la Fig. 5.4 y donde  $w(n)$  es la secuencia que define la ventana de Hamming para  $0 \leq n \leq N - 1$ . Los bloques Covar y Auto obtienen los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$  por los métodos de la covarianza y de la autocorrelación. (Las rutinas Covar y Auto han sido implementadas en forma computacional en el Capítulo 3). Generándose coeficientes diferentes para el filtro inverso  $A(Z)$  en cada uno de los métodos.

2. Para generar coeficientes idénticos para el filtro inverso  $A(Z)$ , por ambos métodos de solución, es necesario que la secuencia  $\hat{x}(n) = x(n) w(n)$  definida para  $0 \leq n \leq N - 1$  sea igual a cero para valores de  $n < M$  y para valores de  $n > N_1 - 1 - M$ , siendo  $M$  el orden del filtro y  $N_1 = 2M + N$  el número de muestras útiles para el análisis. Entonces la secuencia  $\hat{x}(n)$  estará definida para  $0 \leq n \leq N_1$  y será la secuencia de entrada para el diagrama de bloques de la Fig. 5.4.

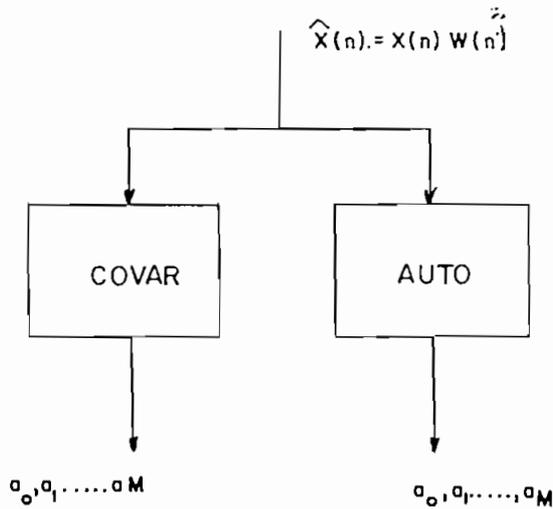


Fig. 5.4 Diagrama de bloques que ilustra el análisis de Predicción Lineal por el método de la covarianza y el de la autocorrelación, para una secuencia  $x(n)$  a la que se le ha aplicado una ventana de Hamming.

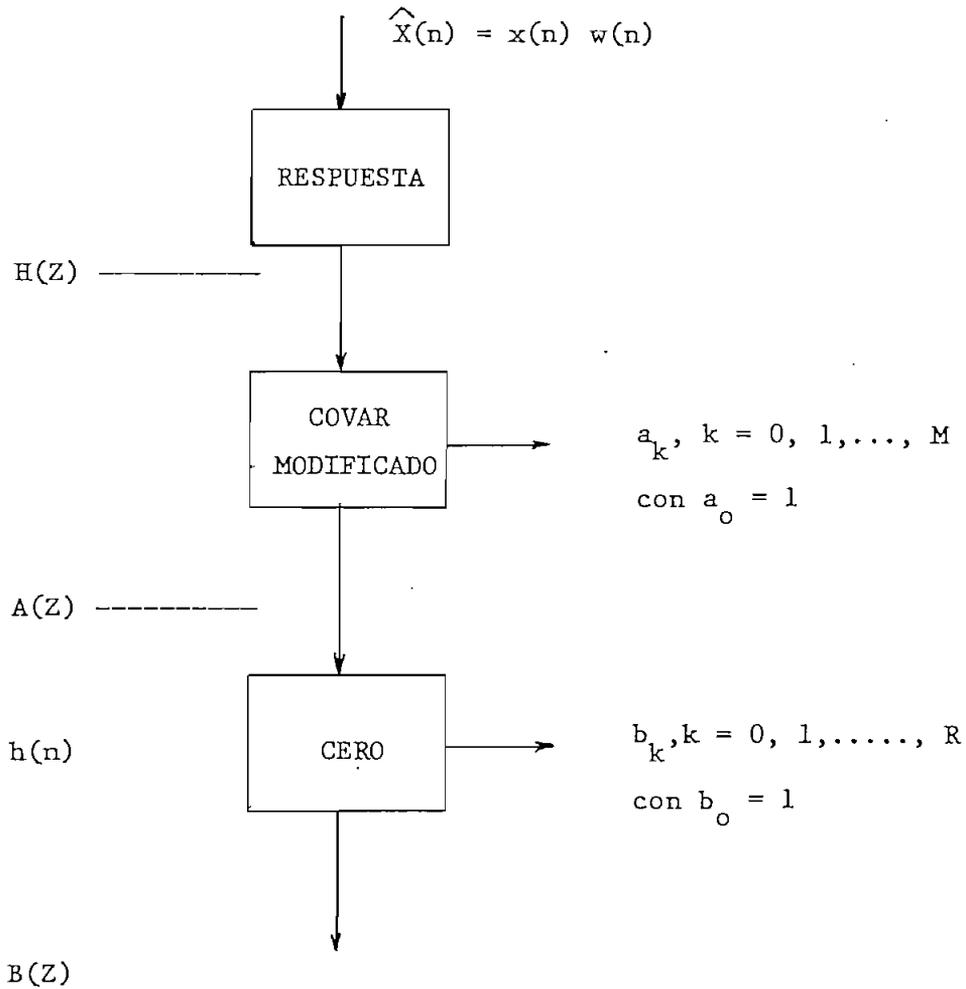
### SEGUNDO CASO

La envolvente espectral de la forma de onda del lenguaje se representa también por un filtro discreto cuya función de transferencia posee polos y ceros. El método para el análisis de predicción lineal de un modelo POLO-CERO se ilustra en la Fig. 5.5. El bloque

denominado RESPUESTA determina la respuesta impulsiva  $H(Z)$  en base al método ilustrado en la Fig. 4.2 del Capítulo 4. Siendo necesario en este caso, también aplicar una ventana de Hamming a la secuencia de análisis  $x(n)$ . Definida para  $0 \leq n \leq N - 1$ .

De los resultados obtenidos se dedujo que para implementar - computacionalmente el diagrama de bloques de la Fig. 4.2 del Capítulo 4 es necesario que la secuencia de entrada  $s(n)$  (definida para  $0 \leq n \leq N - 1$ ) a cada uno de los bloques que ejecutan el análisis de predicción lineal de  $M$  polos sea igualada a cero para  $n < M$  y para  $n > N_1 - 1 - M$ , donde  $M$  es el orden del filtro y  $N_1 = 2M + N$  el número de muestras a analizarse. De esta manera se consiguió obtener una respuesta impulsiva  $H(Z)$  estable. Si la condición antes mencionada no se aplica a la secuencia de entrada  $s(n)$  de cada uno de los bloques que ejecuta en el análisis de predicción lineal de  $M$  polos la respuesta impulsiva  $H(Z)$  es inestable con un comportamiento oscilatorio creciente. Luego se calcula la respuesta impulsiva  $h(n)$  en el dominio del tiempo discreto a partir de su transformada  $Z, H(Z)$ . Es necesario estimar un número suficientemente grande de muestras de la respuesta impulsiva  $h(n)$ ; en el presente trabajo se utilizó 256 muestras para vocales y 420 muestras para consonantes, consiguiendo de esta manera valores de  $h(n)$  que dan una función estable o sea que  $h(n)$  tienda a cero al crecer  $n$  para poder en esta forma evaluar los coeficientes  $a_k, k = 1, 2, \dots, M$  que representan los polos del modelo POLO-CERO mediante la utilización de la rutina COVAR modificada en el bloque denominado COVAR MODIFICADO.

A partir de la rutina COVAR se obtuvo la rutina COVAR MODIFICADO que es capaz de ejecutar el análisis de predicción lineal de  $M$  polos por el método de la covarianza o resolver el conjunto de ecuaciones simultáneas dada por la relación (4.24) en forma recursiva. Como los parámetros  $a_k, k = 1, 2, \dots, M$  son conocidos se puede determinar los ceros del modelo POLO - CERO aplicando directamente la relación (4.25), que representa el bloque CERO.



A(Z) y B(Z) polinomios en Z que determinan los polos y ceros respectivamente del modelo de predicción lineal polo - cero H(Z) transformada Z de la respuesta impulsiva h(n).

Fig. 5.5 Diagrama de bloques que ilustra el método para el análisis de predicción lineal del modelo polo -cero.

Se va a indicar de una forma general como van a ser presentados los resultados de los tres ejemplos de aplicación. Se han realizado cuatro pruebas distintas con cada uno de los ejemplos:

Prueba 1. Determinación de los parámetros del filtro inverso A(Z) de

orden  $M$ . La secuencia de análisis está definida en el intervalo  $(0, N - 1)$  donde  $N$  es el número de muestras a analizarse.

- Prueba 2. Determinación de los parámetros del filtro inverso  $A(Z)$  - de orden  $M$ . La secuencia de análisis  $\hat{x}(n)$  se iguala a cero para  $n < M$  y  $n > N_1 - 1 - M$  donde  $N_1 = 2M + N$  y es el número total de muestras a utilizarse.
- Prueba 3. Determinación de la respuesta impulsiva  $H(Z)$  a partir de la secuencia de análisis  $\hat{x}(n)$ .
- Prueba 4. Determinación de los parámetros  $a_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$  y  $b_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, R$  que representan los polos y ceros respectivamente del modelo de predicción lineal POLO-CERO, a partir de las muestras de la respuesta impulsiva  $h(n)$ . El número de ceros será siempre menor o máximo igual al número de polos.

La determinación de los parámetros en las pruebas 1 y 2 se realiza por los métodos de la covarianza y de la autocorrelación. Además se presenta un conjunto de resultados intermedios  $K_m$  conocidos como coeficientes de reflexión en el método de la autocorrelación y como coeficientes de reflexión generalizados en el método de la covarianza.

#### FORMA GENERAL DE PRESENTAR LOS RESULTADOS

- a) Primeramente se indicará la forma de onda utilizada para el análisis de predicción lineal, que consta de dos períodos de tono o sea un segmento de 18 a 28 msg. de duración.

La señal continua ha sido muestreada a una frecuencia de

10 KHz, obteniéndose un conjunto de muestras útiles para el análisis. A continuación se presentará el gráfico del logaritmo del módulo de los coeficientes de la serie discreta de Fourier (que se denomina Espectro Logarítmico) del segmento al cual se le realizarán las pruebas 1, 2, 3 y 4.

- b) Para la prueba 1 y 2 se presentará la lista de los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$  de orden  $M$  y el correspondiente gráfico del espectro logarítmico del filtro directo  $1/A(Z)$  de  $M$  polos que representa la envolvente lineal del espectro logarítmico del intervalo usado para el análisis de Predicción Lineal.
- c) Para la prueba 3, se presentará primero los coeficientes de los polinomios en  $Z$ ,  $P(Z)$  y  $Q(Z)$  que representan denominador y numerador respectivamente de la respuesta impulsiva  $H(Z)$ .

A continuación viene el gráfico de la respuesta impulsiva en el dominio del tiempo discreto, para un segmento de 25.6 msg. en el caso de vocales y un segmento de 44 msg. en el caso de consonantes y finalmente el gráfico del espectro logarítmico de la respuesta impulsiva  $H(Z)$ .

- d) Se presentará los listados de los coeficientes que representan los polos y ceros del modelo de predicción lineal - Polo - Cero.  $A(Z)$  representa los polos del modelo y  $B(Z)$  los ceros. El número de ceros será menor o máximo igual al número de polos por condiciones de estabilidad del filtro discreto implementado. Y como en los casos anteriores se mostrará el gráfico del espectro logarítmico correspondiente.

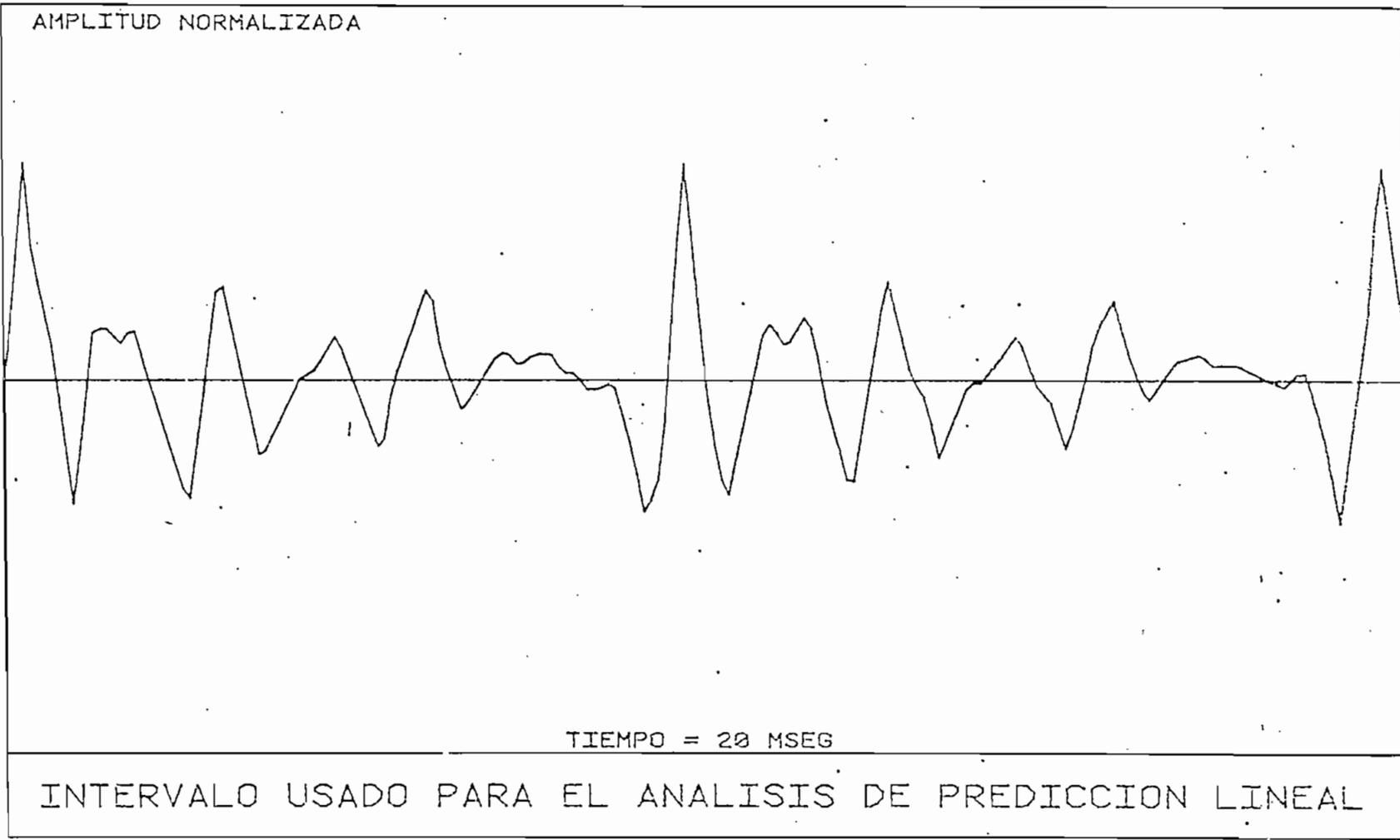
Para diferenciar los gráficos y listados de cada uno de

los ejemplos y de cada una de las pruebas realizadas, se utilizarán tres números: El número de la izquierda indicará el ejemplo que se ha analizado, el número central indicará la prueba realizada y el número de la derecha indicará el gráfico correspondiente en cada una de las pruebas. Por ejemplo 2.3.4 indica que se está realizando el análisis del ejemplo 2, que corresponde a la prueba 3 y es el gráfico 4 de dicha prueba.

Para poder visualizar mejor los resultados obtenidos, se muestra en la Fig. 5.6, 5.7 y 5.8 la superposición de la envolvente lineal obtenida por análisis de Predicción Lineal tanto para el modelo POLO como para el modelo POLO - CERO, sobre el correspondiente espectro logarítmico del intervalo de análisis usado en cada uno de los ejemplos de aplicación.

Por último se hará una estimación visual de la ubicación promedio de las diferentes frecuencias formantes existentes en el espectro logarítmico del filtro de síntesis  $1/A(Z)$  para cada uno de los tres ejemplos. El cuadro 5.1 muestra las frecuencias formantes para el modelo POLO. Y el Cuadro 5.2 muestra las frecuencias formantes existentes en el espectro logarítmico del filtro discreto lineal  $B(Z)/A(Z)$  del modelo POLO - CERO.

1.0.0 Segmento de voz del fonema /a/ de 18 mseg. de duración  
Frecuencia Fundamental FN = 100 hz

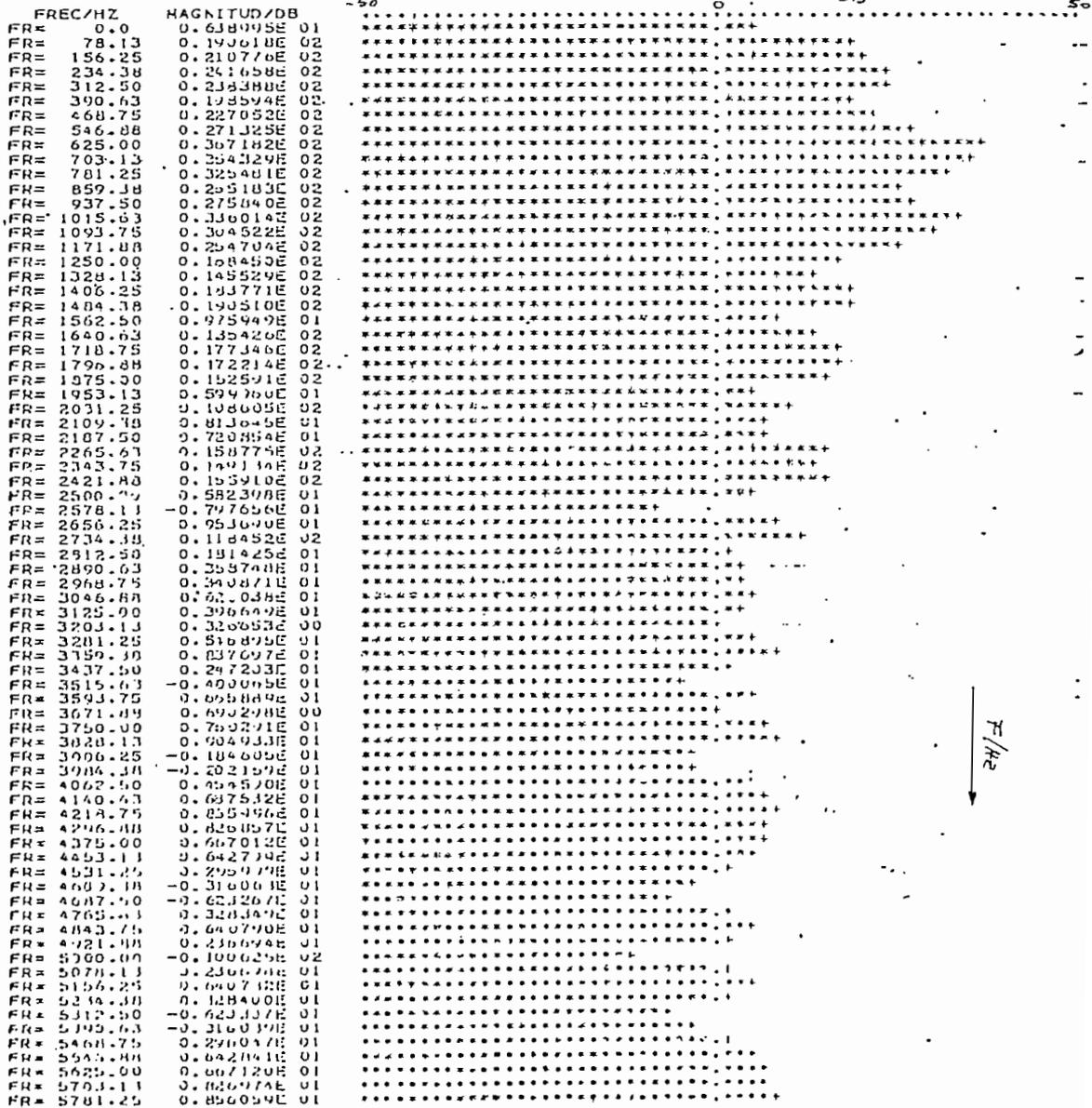


14/

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.3671822E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



1.0:1 Espectro logarítmico de Fourier del fonema /a/ obtenido del segmento utilizado para el análisis de Predicción Lineal.

```

18 ----- SALIDA DE DATOS MET/COVAR -----
19 *****
50
51 ----- M = 20 -----
52
53 I          A(I)          RC(I)
54 -----
55 1  0.10000000E 01  -0.85787761E 00
56
57 2  -0.13904772E 01   0.80840570E 00
58 -----
59 3  0.60236394E 00   0.13459033E 00
60
61 4  0.82442462E-01   0.45345858E-01
62 -----
63 5  0.59260216E-01   0.75075924E-01
64
65 6  -0.13412833E 00   0.93157709E-01
66 -----
67 7  0.35555023E 00  -0.77044249E-01
68
69 8  -0.25389957E 00   0.22795808E 00
70 -----
71 9  0.43522924E-01   0.13881743E 00
72
73 10 0.88173822E-02   0.10311878E 00
74 -----
75 11 0.11576605E 00  -0.29688116E-01
76
77 12 -0.10397571E 00   0.68841398E-01
78 -----
79 13 -0.46706762E-01  -0.26443183E-01
80
81 14 0.18666476E 00  -0.17509168E 00
82 -----
83 15 -0.96352220E-01  -0.10524404E 00
84
85 16 0.11343271E 00  -0.83417833E-01
86 -----
87 17 -0.25317699E 00   0.14375633E 00
88
89 18 0.13025355E 00   0.36823269E-01
90 -----
91 19 -0.12267101E 00   0.79058886E-01
92
93 20 0.19585699E 00  -0.84547162E-01
94 -----
95 21 -0.84547162E-01   0.0
96
ALPHA = 0.19224442E 02

```

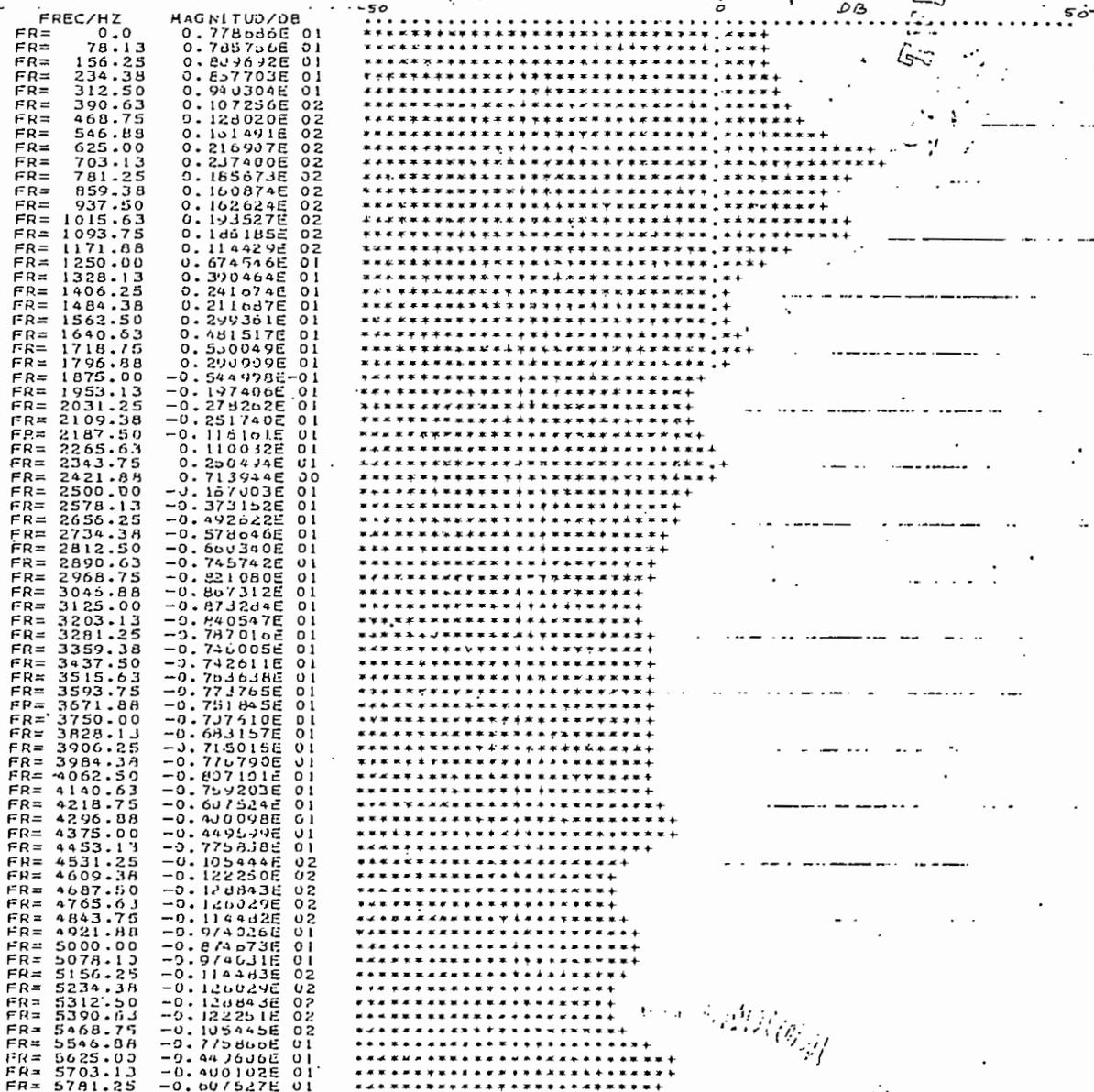
1.1.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M$

$a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$  y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la Covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia de muestras que ha sido aplicada una ventana de Hamming (Secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$ ).

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.2461537E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



1.1.2 Espectro logarítmico LM(.) del filtro de síntesis 1/A(Z) de M = 20 polos. El espectro logarítmico del filtro de síntesis es igual al negativo del espectro logarítmico del filtro inverso.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

```

26
27      SALIDA DE DATOS MET/AUTO
28      *****
29
30      M= 20
31      I.          A(I)          RC(I)
32
33      1-----0.10000000E-01-----0.85780942E 00
34
35      2  -0.13902979E 01    0.80740237E 00
36
37      3 --- 0.60108602E 00 --- 0.13369745E 00
38
39      4   0.85674465E-01   0.44264376E-01
40
41      5 ----0.53369466E-01----0.76524019E-01
42
43      6  -0.13038266E 00   0.92580616E-01
44
45      7 --- 0.34983170E 00 --- -0.76458812E-01
46
47      8   -0.24538159E 00   0.22211194E 00
48
49      9 --- 0.38422037E-01 --- 0.13805199E.00
50
51      10  0.97831227E-02   0.10142791E 00
52
53      11 --- 0.10885257E-00. --- -0.26932202E-01
54
55      12  -0.95541060E-01   0.64155698E-01
56
57      13 ---0.50758310E-01 ---0.26892338E-01
58
59      14   0.18753856E 00   -0.17634839E 00
60
61      15-  -0.96764982E-01  -0.10484713E 00
62
63      16   0.11308217E 00   -0.83121955E-01
64
65      17 ---0.25530362E 00 --- 0.14496011E-00
66
67      18   0.13331288E 00   0.35604209E-01
68
69      19 ---0.12235785E-00 ---0.78282177E-01
70
71      20   0.19320691E 00   -0.83050311E-01
72
73      21  -0.83050311E-01   0.0
74
75      ALPHA= 0.19482452E 02

```

1.1.3 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$  y coeficientes de Reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la Autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.2455455E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB

FREC/HZ	MAGNITUD/DB	
FR= 0.0	0.784542E 01	
FR= 78.13	0.793346E 01	
FR= 156.25	0.810457E 01	
FR= 234.38	0.803065E 01	
FR= 312.50	0.943731E 01	
FR= 390.63	0.107372E 02	
FR= 468.75	0.127809E 02	
FR= 546.88	0.161136E 02	
FR= 625.00	0.216266E 02	
FR= 703.13	0.236932E 02	
FR= 781.25	0.185345E 02	
FR= 859.38	0.160523E 02	
FR= 937.50	0.152325E 02	
FR= 1015.63	0.192950E 02	
FR= 1093.75	0.165776E 02	
FR= 1171.88	0.114230E 02	
FR= 1250.00	0.672774E 01	
FR= 1328.13	0.388492E 01	
FR= 1406.25	0.239232E 01	
FR= 1484.38	0.208470E 01	
FR= 1562.50	0.295240E 01	
FR= 1640.63	0.478606E 01	
FR= 1718.75	0.556955E 01	
FR= 1796.88	0.303738E 01	
FR= 1875.00	0.601858E 01	
FR= 1953.13	-0.187379E 01	
FR= 2031.25	-0.270367E 01	
FR= 2109.38	-0.245511E 01	
FR= 2187.50	-0.112384E 01	
FR= 2265.63	0.103700E 01	
FR= 2343.75	0.241751E 01	
FR= 2421.88	0.631050E 00	
FR= 2500.00	-0.122930E 01	
FR= 2578.13	-0.374632E 01	
FR= 2656.25	-0.498311E 01	
FR= 2734.38	-0.583838E 01	
FR= 2812.50	-0.663485E 01	
FR= 2890.63	-0.745761E 01	
FR= 2968.75	-0.818150E 01	
FR= 3046.88	-0.862479E 01	
FR= 3125.00	-0.867965E 01	
FR= 3203.13	-0.836448E 01	
FR= 3281.25	-0.785981E 01	
FR= 3359.38	-0.748872E 01	
FR= 3437.50	-0.748055E 01	
FR= 3515.63	-0.708498E 01	
FR= 3593.75	-0.776048E 01	
FR= 3671.88	-0.753125E 01	
FR= 3750.00	-0.707970E 01	
FR= 3828.13	-0.683876E 01	
FR= 3906.25	-0.716626E 01	
FR= 3984.38	-0.770748E 01	
FR= 4062.50	-0.808463E 01	
FR= 4140.63	-0.761148E 01	
FR= 4218.75	-0.610913E 01	
FR= 4296.88	-0.497631E 01	
FR= 4375.00	-0.457611E 01	
FR= 4453.13	-0.774816E 01	
FR= 4531.25	-0.105439E 02	
FR= 4609.38	-0.122066E 02	
FR= 4687.50	-0.123506E 02	
FR= 4765.63	-0.125500E 02	
FR= 4843.75	-0.113637E 02	
FR= 4921.88	-0.960237E 01	
FR= 5000.00	-0.857024E 01	
FR= 5078.13	-0.960241E 01	
FR= 5156.25	-0.113638E 02	
FR= 5234.38	-0.125500E 02	
FR= 5312.50	-0.123506E 02	
FR= 5390.63	-0.122067E 02	
FR= 5468.75	-0.105440E 02	
FR= 5546.88	-0.774825E 01	
FR= 5625.00	-0.437617E 01	
FR= 5703.13	-0.407637E 01	
FR= 5781.25	-0.616917E 01	

NACIONAL

F/IR

IBFLE  
.PCJAG

DATE 10/01/83.CLOCK 20/14

1.1.4 Espectro logarítmico LM(.) del filtro de síntesis 1/A(Z) de M = 20 polos.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

SALIDA DE DATOS MET/COVAR *****		
M= 20		
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	0.85780942E 00
2	-0.13902903E 01	0.80740255E 00
3	0.60108113E 00	0.13369495E 00
4	0.85674047E-01	0.44267263E-01
5	0.53372763E-01	0.76523423E-01
6	-0.13037992E 00	0.92583716E-01
7	0.34982157E 00	-0.76453805E-01
8	-0.24536878E 00	0.22211194E 00
9	0.38414851E-01	0.13805610E 00
10	0.97805448E-02	0.10142887E 00
11	0.10885835E 00	-0.26937865E-01
12	-0.95542569E-01	0.64154744E-01
13	-0.50768483E-01	-0.26609920E-01
14	0.18755078E 00	-0.17635858E 00
15	-0.96766651E-01	-0.10485327E 00
16	0.11308420E 00	-0.83121896E-01
17	-0.25530702E 00	0.14496362E 00
18	0.13330030E 00	0.35610605E-01
19	-0.12234175E 00	0.78276336E-01
20	0.19320089E 00	-0.83049655E-01
21	-0.83049655E-01	-0.10486353E-01
ALPHA= 0.19482376E 02		
M		

1.2.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$

y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$  que cumple además con la siguiente condición  $\hat{x}(n)=0$  para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

SALIDA DE DATOS MET/AUTO  
 \*\*\*\*\*

M= 20

I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.85780942E 00
2	-0.13902979E 01	0.80740237E 00
3	0.60108602E 00	0.13369745E 00
4	0.85674465E-01	0.44264376E-01
5	0.53369466E-01	0.76524019E-01
6	-0.13038266E 00	0.92580616E-01
7	-0.34983170E 00	-0.76458812E-01
8	-0.24538159E 00	0.22211194E 00
9	0.38422037E-01	0.13805199E 00
10	0.97831227E-02	0.10142791E 00
11	0.10895257E 00	-0.26932202E-01
12	-0.95541060E-01	0.64155698E-01
13	-0.50758310E-01	-0.26892338E-01
14	0.18753856E 00	-0.17634939E 00
15	-0.96764982E-01	-0.10484713E 00
16	0.11308217E 00	-0.83121955E-01
17	-0.25530362E 00	0.14496011E 00
18	0.13331288E 00	0.35604209E-01
19	-0.12235785E 00	0.78282177E-01
20	0.19320691E 00	-0.83050311E-01
21	-0.83050311E-01	-0.10486353E-01

ALPHA= 0.19482452E 02

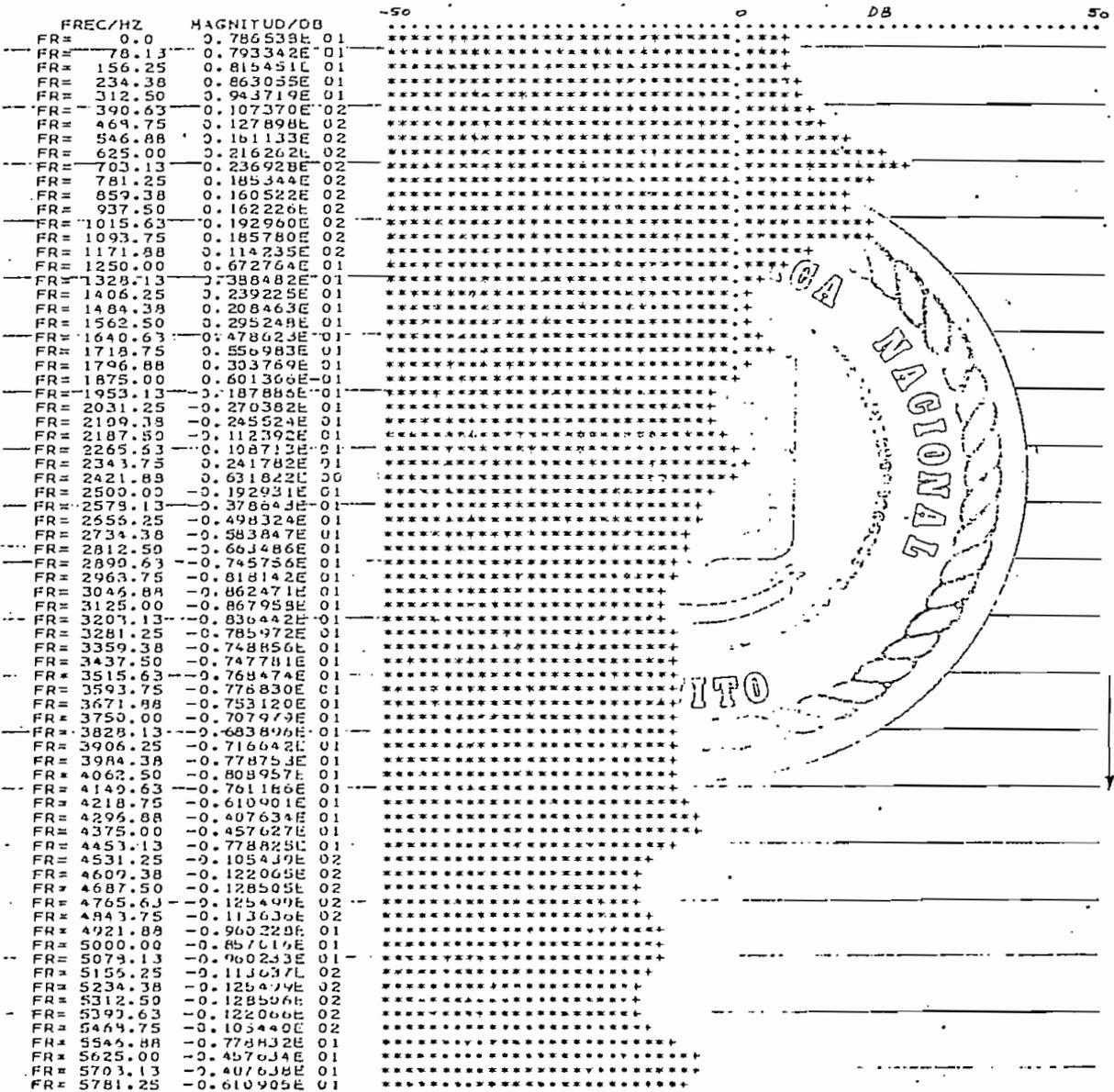
1.2.2 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden

$M = 20$  y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada que cumple con la siguiente condición  $\hat{x}(n) = 0$  para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER  
\*\*\*\*\*

VALDR MAXIMO= 0.2455429E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



1.2.3 Espectro logarítmico del filtro de síntesis  $1/A(Z)$  de  $M = 20$  polos.  
 $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logarítmico del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro in verso que son idénticos para el método de la Covarianza y de la Auto-correlación si la secuencia ventaneada es igual a cero para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

POLINOMIO Q(Z)  
\*\*\*\*\*

I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)
1	1.000	2	0.038	3	-0.019	4	-0.055
5	-0.017	6	-0.028	7	-0.008	8	0.002
9	-0.019	10	-0.006	11	0.000	12	-0.015
13	0.026	14	0.012	15	0.038		

POLINOMIO P(Z)  
\*\*\*\*\*

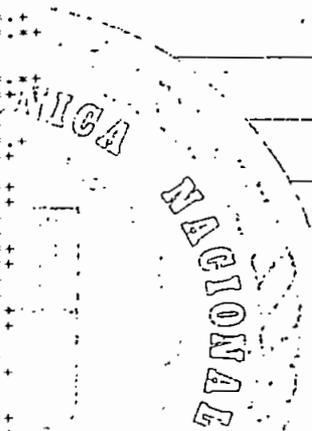
I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)
1	1.000	2	-1.396	3	0.584	4	0.138
5	0.015	6	-0.113	7	0.318	8	-0.232
9	0.034	10	0.033	11	0.104	12	0.126
13	-0.021	14	0.192	15	-0.099	16	0.070
17	-0.190	18	0.118	19	0.137	20	0.218
21	0.022	22	-0.260	23	0.171	24	0.075
25	-0.108	26	0.037				

1.3.1 Coeficientes de los polinomios Q(Z) y P(Z) que forman la función racional Q(Z)/P(Z) que representa la función de transferencia - del modelo POLO - CERO requerida para evaluar los parámetros POLO - CERO.

RESPUESTA IMPULSIVA H(N)

VALOR MAXIMO = 0.1358047E 01

TIEMPO/FR	MAGNITUD	-135	0	h(n)	135
FR= 0.00	0.100030E 01				
FR= 4.00	0.236504E 00				
FR= 8.00	0.108031E 01				
FR= 12.00	0.527532E 00				
FR= 16.00	0.205012E 00				
FR= 20.00	0.218057E 00				
FR= 24.00	0.373742E 00				
FR= 28.00	0.143692E 00				
FR= 32.00	0.410437E 00				
FR= 36.00	0.436672E 00				
FR= 40.00	0.167749E-01				
FR= 44.00	0.226287E 00				
FR= 48.00	0.846455E-01				
FR= 52.00	0.177551E 00				
FR= 56.00	0.674381E-01				
FR= 60.00	0.265745E 00				
FR= 64.00	0.836169E-01				
FR= 68.00	0.134488E 00				
FR= 72.00	0.560224E-01				
FR= 76.00	0.921736E-01				
FR= 80.00	0.524715E-01				
FR= 84.00	0.109924E 00				
FR= 88.00	0.984201E-01				
FR= 92.00	0.355862E-01				
FR= 96.00	0.733609E-01				
FR= 100.00	0.154014E-01				
FR= 104.00	0.569683E-01				
FR= 108.00	0.182951E-01				
FR= 112.00	0.636013E-01				
FR= 116.00	0.137886E-01				
FR= 120.00	0.438194E-01				
FR= 124.00	0.185774E-01				
FR= 128.00	0.287018E-01				
FR= 132.00	0.145076E-01				
FR= 136.00	0.263655E-01				
FR= 140.00	0.233677E-01				
FR= 144.00	0.142228E-01				
FR= 148.00	0.210928E-01				
FR= 152.00	0.552808E-02				
FR= 156.00	0.163037E-01				
FR= 160.00	0.385736E-02				
FR= 164.00	0.167507E-01				
FR= 168.00	0.150461E-02				
FR= 172.00	0.126684E-01				
FR= 176.00	0.467220E-02				
FR= 180.00	0.866618E-02				
FR= 184.00	0.439637E-02				
FR= 188.00	0.714684E-02				
FR= 192.00	0.574844E-02				
FR= 196.00	0.435765E-02				
FR= 200.00	0.588677E-02				
FR= 204.00	0.294545E-02				
FR= 208.00	0.473814E-02				
FR= 212.00	0.135009E-02				
FR= 216.00	0.441125E-02				
FR= 220.00	0.174917E-03				
FR= 224.00	0.364752E-02				
FR= 228.00	0.104340E-02				
FR= 232.00	0.254757E-02				
FR= 236.00	0.124624E-02				
FR= 240.00	0.178931E-02				
FR= 244.00	0.147975E-02				
FR= 248.00	0.131985E-02				
FR= 252.00	0.155594E-02				
FR= 256.00	0.668194E-03				

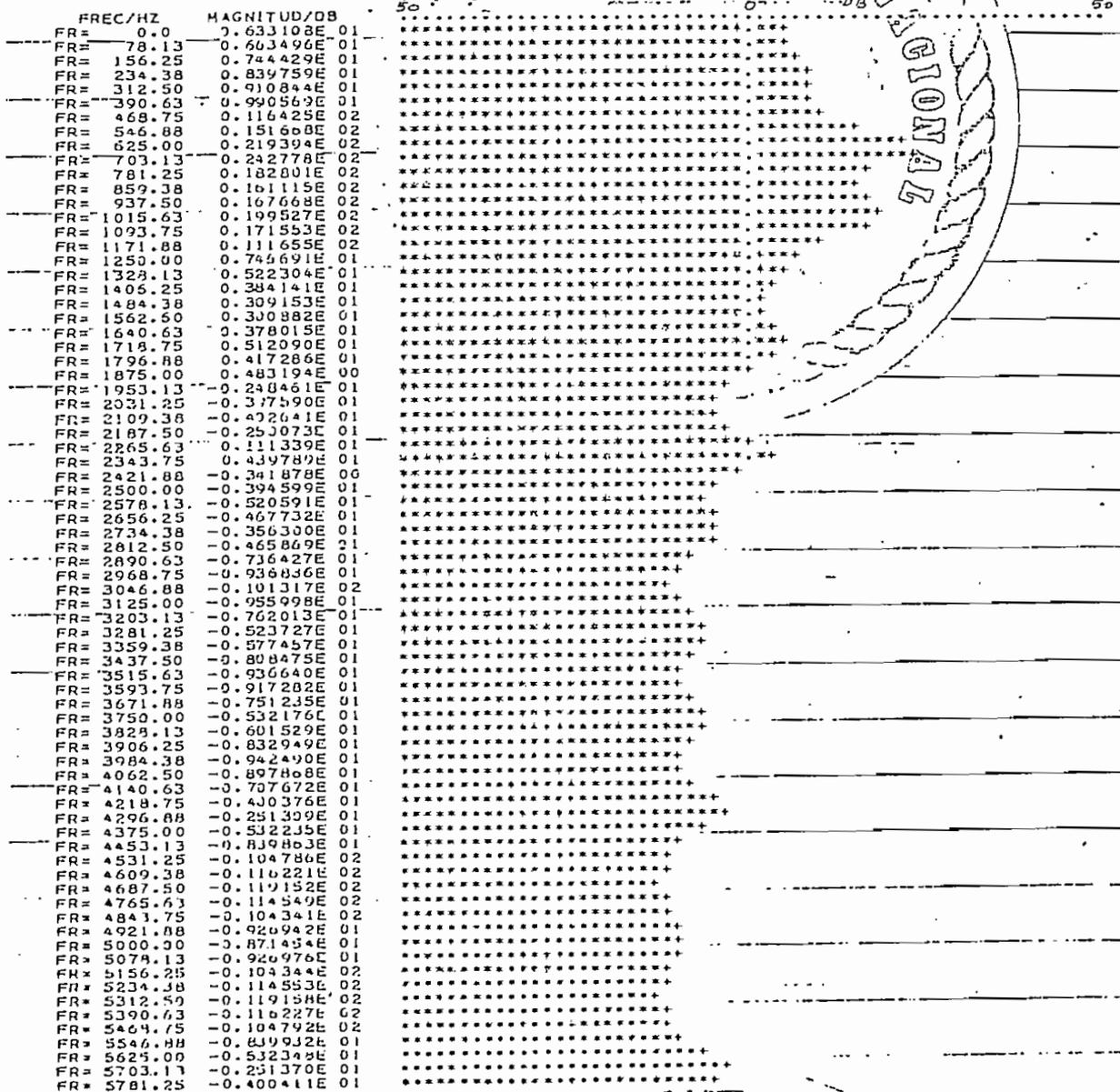


1.3.2 Gráfica de la respuesta impulsiva en el dominio del tiempo discreto. La respuesta impulsiva  $h(n)$  ha sido obtenida por división sintética de los polinomios  $Q(Z)/P(Z)$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.2589136E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



1.3.3 Espectro logarítmico de la respuesta impulsiva  $h(n)$  que ha sido obtenida por división sintética de los polinomios  $Q(Z)/P(Z)$ .

SALIDA DE DATOS MET/POLOCERO  
\*\*\*\*\*

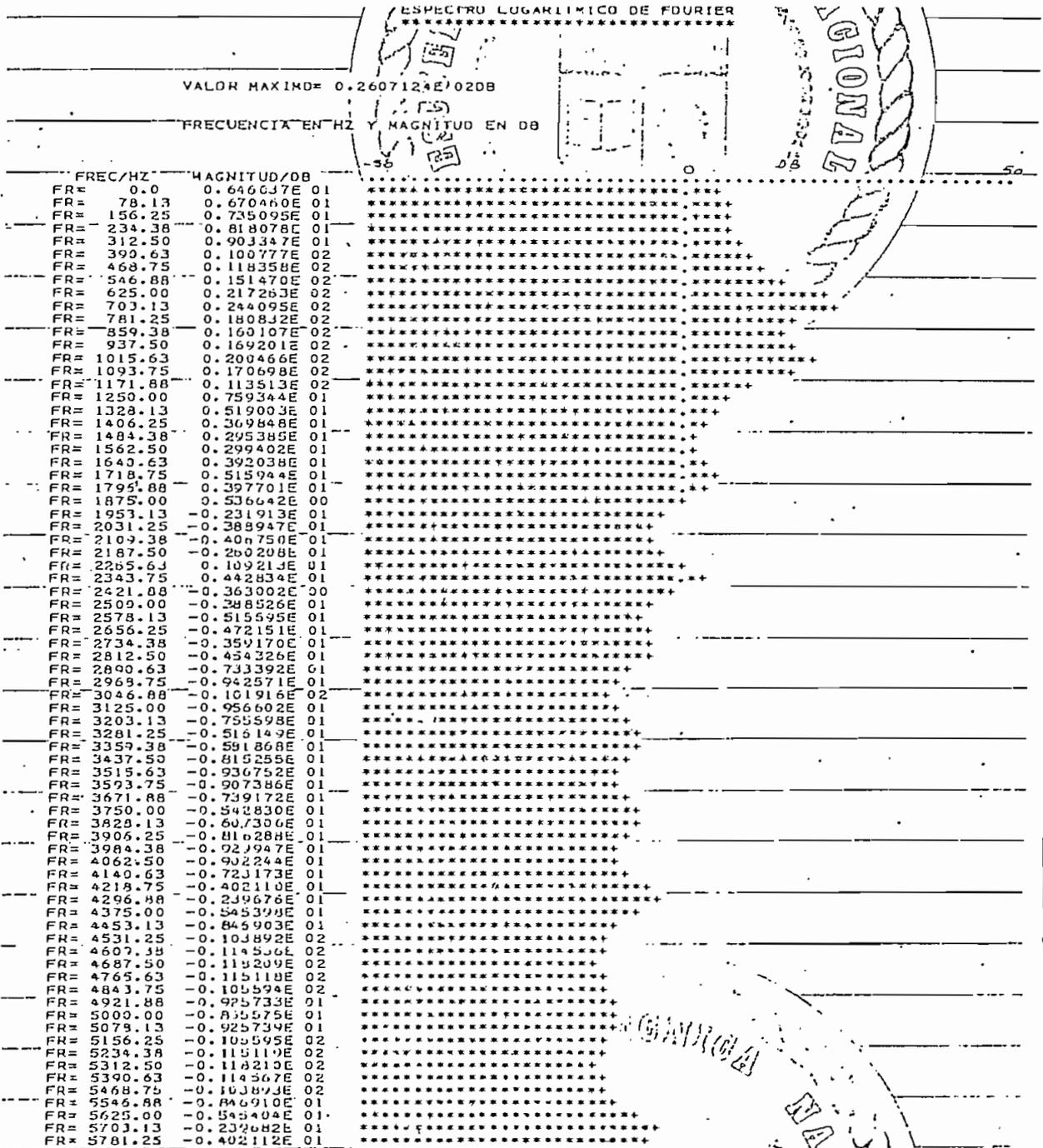
MPO= 25 POLOS      ICE= 6 CEROS

I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.85976106E 00
2	-0.13582125E 01	0.80461019E 00
3	0.55203313E 00	0.17146170E 00
4	0.13888001E 00	0.63018382E-01
5	0.39524309E-01	0.92217624E-01
6	-0.10117823E 00	0.11020356E 00
7	0.29564458E 00	-0.60736354E-01
8	-0.21717727E 00	0.23245192E 00
9	0.59659906E-01	0.13377386E 00
10	0.13401505E-01	0.12715304E 00
11	0.10861164E 00	-0.23046691E-01
12	-0.97383320E-01	0.62987506E-01
13	-0.66286385E-01	0.14053632E-01
14	-0.21591771E 00	-0.17280692E 00
15	-0.11674070E 00	-0.99260926E-01
16	0.10503775E 00	-0.11725359E 00
17	-0.21261960E 00	0.12805992E 00
18	0.11314672E 00	0.29326960E-01
19	-0.14272261E 00	0.79054475E-01
20	0.21958794E 00	0.93013823E-01
21	0.12956830E-01	-0.20931683E-01
22	-0.24610412E 00	0.15300721E 00
23	0.15228075E 00	-0.22421841E-01
24	0.780677986E-01	0.62996566E-01
25	-0.10632932E 00	0.31951103E-01
26	0.31951103E-01	0.0

ALPHA= 0.10003729E 01

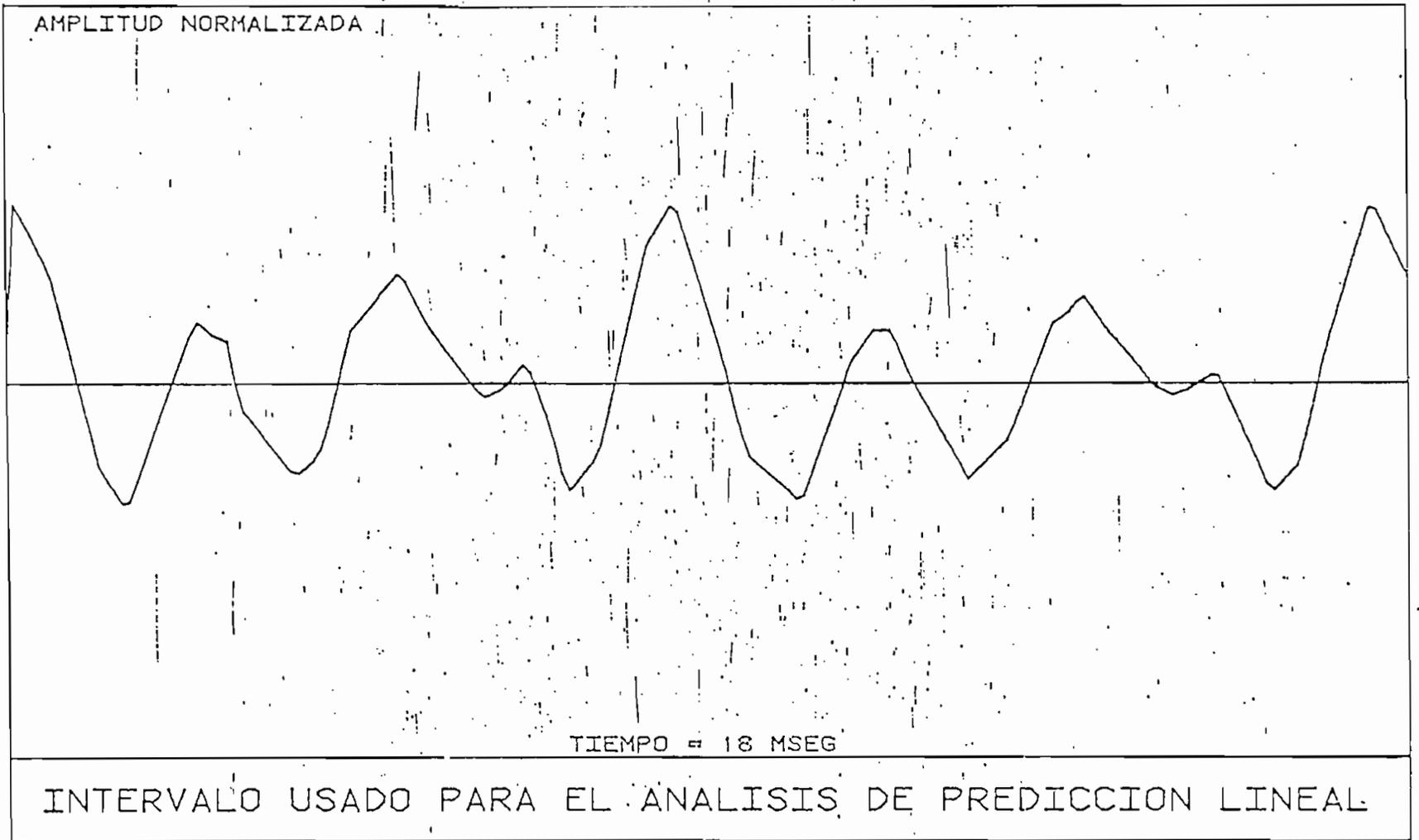
I	B(I)
1	0.10000000E 01
2	-0.16593933E-03
3	-0.22029877E-03
4	0.66053867E-03
5	0.84280968E-04
6	-0.10846124E-02
7	-0.63323975E-03

1.4.1 Coeficientes del filtro discreto lineal modelo POLO - CERO  
 $A(Z)$  representa los polos del modelo  $M = 25$  POLOS,  $B(Z)$  re-  
 presenta los ceros del modelo  $q = 6$  CEROS.



1.4.2 Espectro logarítmico del modelo POLO - CER0 obtenido por diferencia del espectro de los parámetros que representan los polos LM(A(Z)) del espectro de los parámetros que representan los ceros LM(B(Z)). Entonces - LM(B/A) = LM(B) - LM(A). De esta manera se evita que se cancelen polos con ceros cercanos.

2.0.0 Segmento de voz del fonema /U/ de 18 msg. de duración  
Frecuencia Fundamental FN = 114.29 Hz

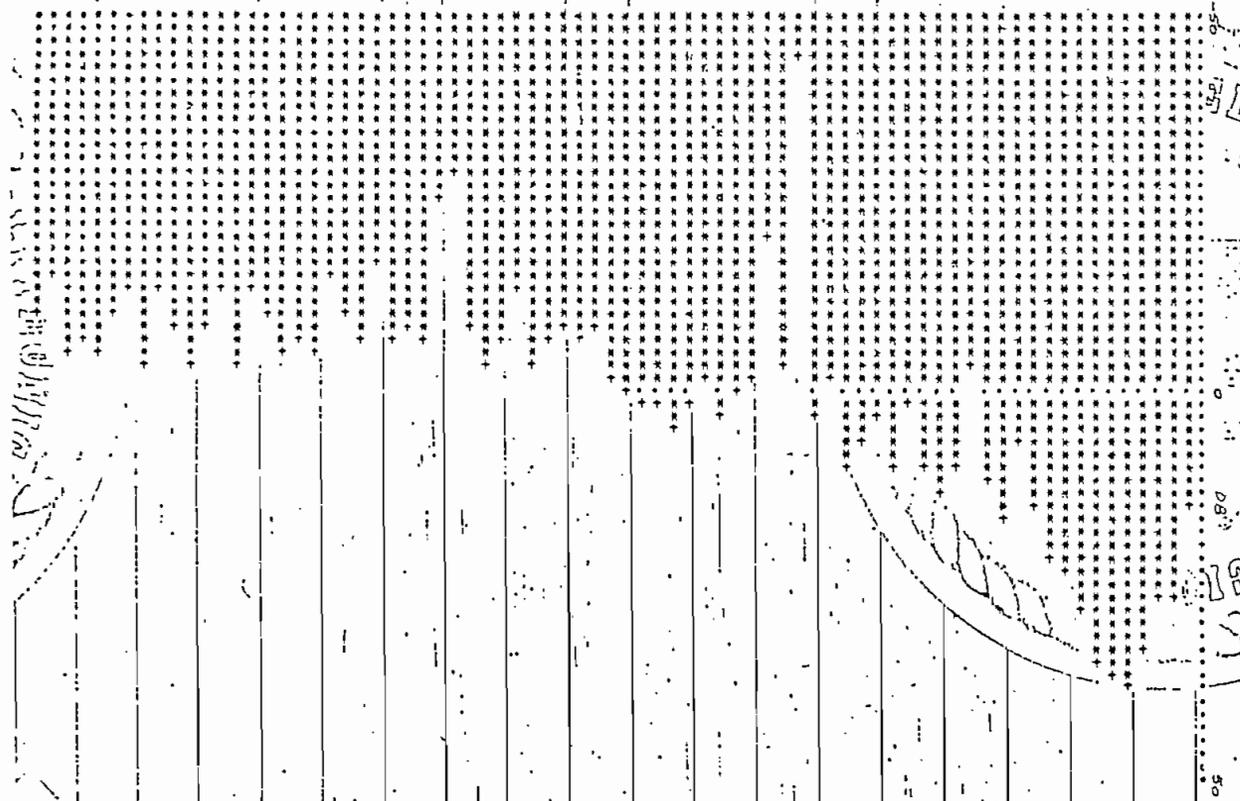


ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER  
 A MAGNITUD EN DB

VALOR MAXIMO= 0:404711E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB

FREC/HZ	MAGNITUD/DB
FR= 73.13	-0.165589E 02
FR= 154.25	-0.203285E 02
FR= 234.38	-0.272203E 02
FR= 312.50	-0.346015E 02
FR= 392.63	-0.373190E 02
FR= 469.75	-0.302089E 02
FR= 546.88	-0.209590E 02
FR= 625.00	-0.229762E 02
FR= 703.13	-0.165792E 02
FR= 781.25	-0.741773E 01
FR= 857.38	-0.172200E 02
FR= 937.50	-0.125389E 02
FR= 1015.63	-0.195574E 01
FR= 1093.75	-0.109023E 02
FR= 1171.88	-0.143741E 02
FR= 1250.00	-0.118374E 02
FR= 1329.13	-0.279036E 01
FR= 1406.25	-0.108334E 02
FR= 1484.38	-0.368803E 01
FR= 1562.50	-0.812403E 01
FR= 1640.63	-0.110840E 02
FR= 1718.75	-0.110840E 02
FR= 1796.88	-0.595302E 00
FR= 1875.00	-0.206721E 01
FR= 1953.13	-0.423011E 02
FR= 2031.25	-0.209942E 01
FR= 2109.38	-0.753590E 00
FR= 2187.50	-0.750750E 01
FR= 2265.63	-0.489340E 01
FR= 2343.75	-0.0993276E 00
FR= 2422.00	-0.276053E 01
FR= 2500.13	-0.646074E 01
FR= 2578.25	-0.249314E 01
FR= 2656.38	-0.230644E 01
FR= 2734.50	-0.135951E 01
FR= 2812.63	-0.132071E 00
FR= 2890.75	-0.615152E 01
FR= 2968.88	-0.692997E 01
FR= 3047.00	-0.615152E 01
FR= 3125.13	-0.631617E 01
FR= 3203.25	-0.178119E 01
FR= 3281.38	-0.129107E 02
FR= 3359.50	-0.597291E 01
FR= 3437.63	-0.317346E 01
FR= 3515.75	-0.815403E 01
FR= 3593.88	-0.282107E 02
FR= 3672.00	-0.235203E 02
FR= 3750.13	-0.613369E 01
FR= 3828.25	-0.724373E 01
FR= 3906.38	-0.579855E 01
FR= 3984.50	-0.190503E 02
FR= 4062.63	-0.6621149E 01
FR= 4140.75	-0.9790420E 01
FR= 4218.88	-0.135106E 01
FR= 4297.00	-0.305123E 01
FR= 4375.13	-0.453942E 01
FR= 4453.25	-0.453942E 01
FR= 4531.38	-0.1900483E 02
FR= 4609.50	-0.217207E 02
FR= 4687.63	-0.717207E 02
FR= 4765.75	-0.702443E 01
FR= 4843.88	-0.765629E 01
FR= 4922.00	-0.141154E 02
FR= 5000.13	-0.217682E 01
FR= 5078.25	-0.127487E 02
FR= 5156.38	-0.4170471E 01
FR= 5234.50	-0.458440E 01
FR= 5312.63	-0.544471E 01
FR= 5390.75	-0.305129E 02
FR= 5468.88	-0.135294E 01
FR= 5547.00	-0.979042E 01
FR= 5625.13	-0.979042E 01



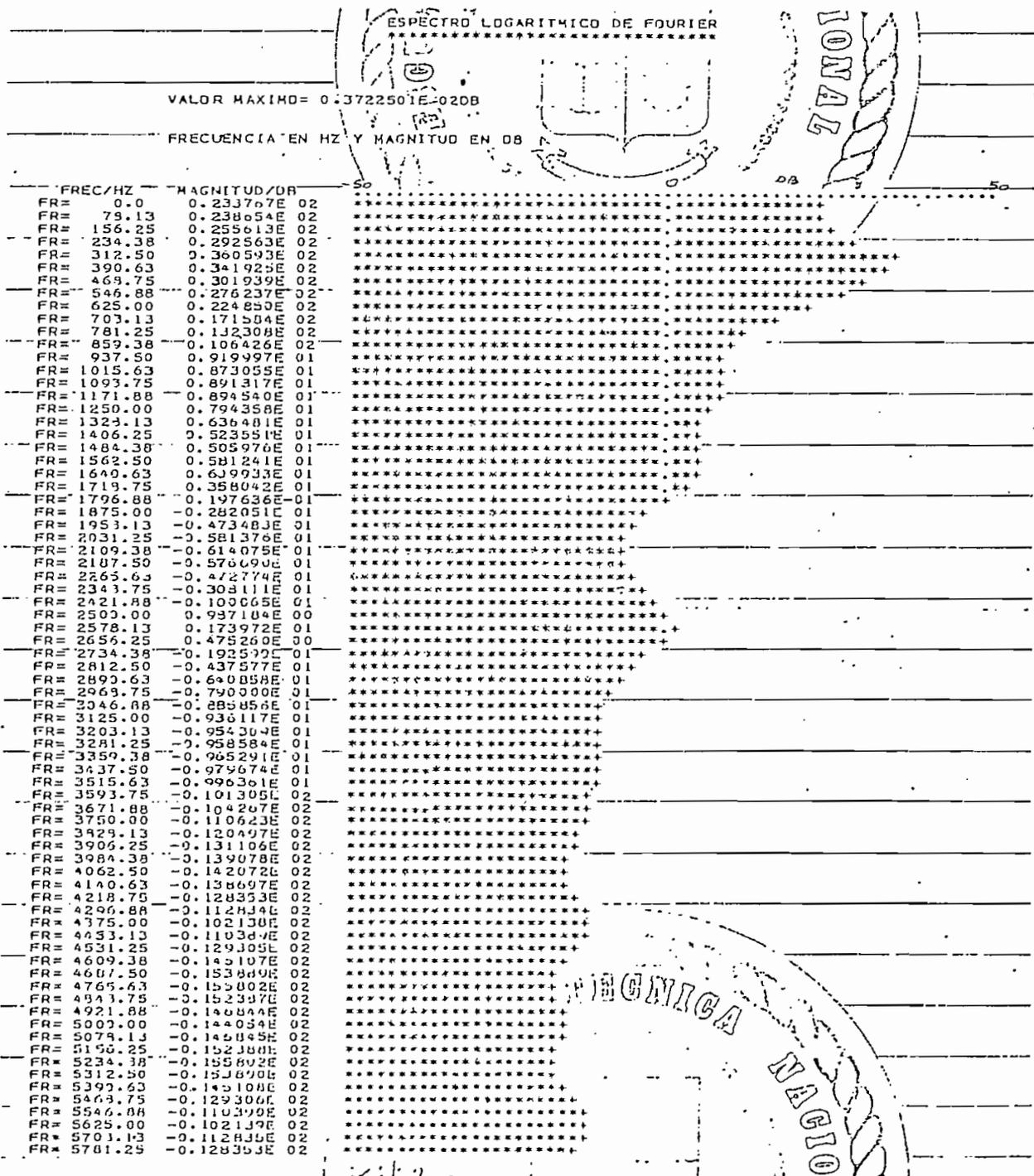
2.0.1 Espectro logarítmico de Fourier del fonema /U/ obtenido del segmento  
 utilizado para el análisis de predicción lineal.

SALIDA DE DATOS MET/COVAR		
*****		
M= 20		
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.97071922E 00
2	-0.20213375E 01	0.93098128E 00
3	0.13931370E 01	-0.12803340E 00
4	-0.53951597E 00	0.25743258E 00
5	0.24924314E 00	-0.54337531E-01
6	0.49526736E-01	-0.61853468E-01
7	-0.78284383E-01	0.92198610E-01
8	-0.18904364E 00	0.72382927E-01
9	0.28176844E 00	-0.16619372E 00
10	0.24360999E-01	-0.60301349E-01
11	0.35824418E-01	0.10106421E 00
12	-0.38683218E 00	0.22024709E 00
13	0.26586396E 00	-0.34706023E-01
14	0.31676680E-01	0.41457973E-02
15	-0.63150704E-01	0.46805680E-01
16	0.76567650E-01	0.60942490E-01
17	-0.21350503E 00	0.99796832E-01
18	0.20371842E 00	-0.46632018E-01
19	-0.11891210E 00	-0.28202455E-01
20	0.15911019E 00	-0.92425883E-01
21	-0.92425883E-01	0.0
ALPHA= 0.22393789E 01		

PROFIT

2.1.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(z) = \sum_{i=0}^M a_i z^{-i}$  de orden

$M = 20$  y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida - por el método de la Covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia de muestras que ha sido aplicada una ventana de Hamming (Secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$ ).



2.1.2 Espectro logarítmico LM(.) del filtro de síntesis  $1/A(Z)$  de  $M = 20$  polos. El espectro logarítmico del filtro de síntesis es igual al negativo del espectro logarítmico del filtro inverso.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

SALIDA DE DATOS MET/AUTO  
\*\*\*\*\*

M= 20

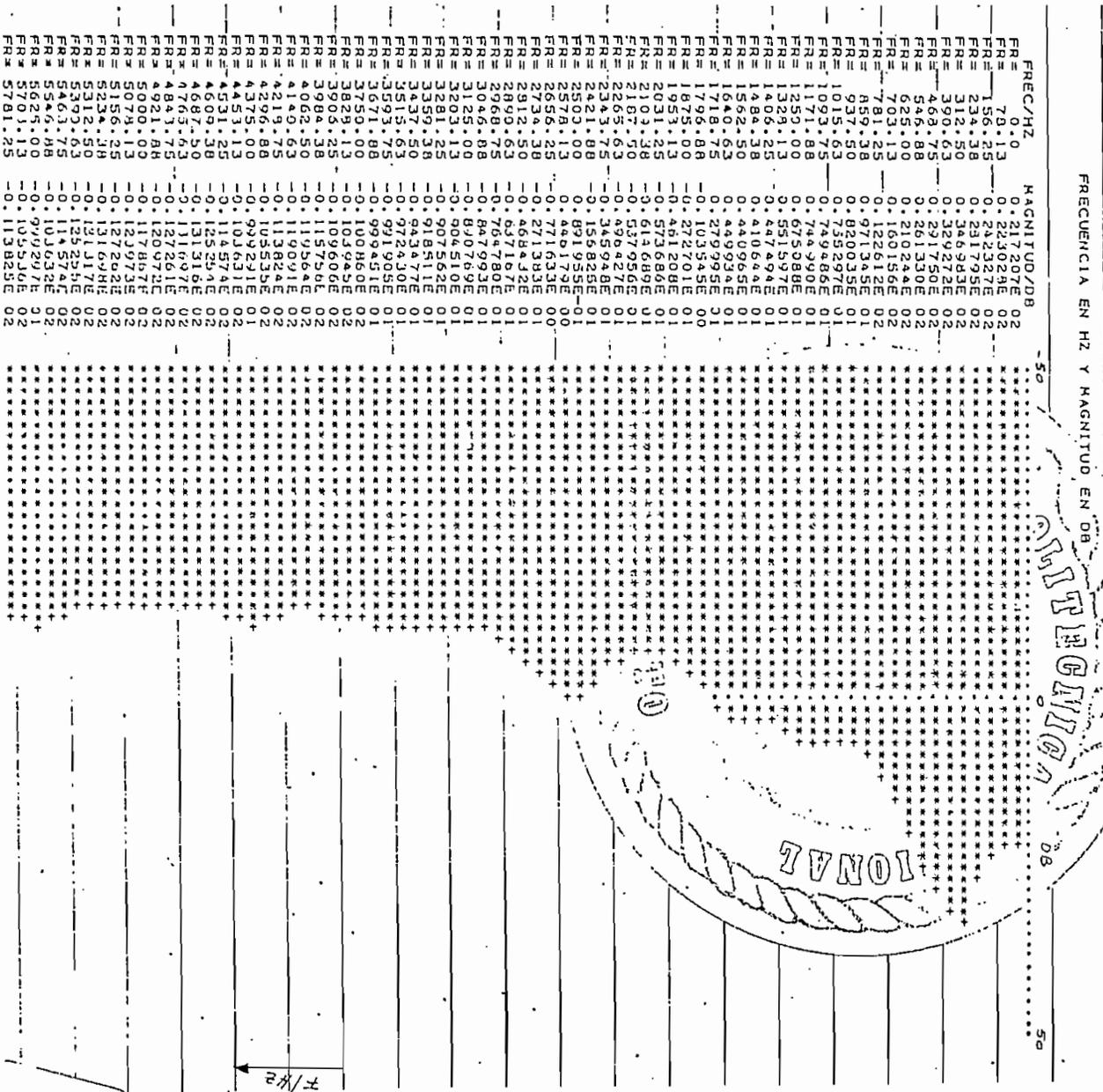
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.97010392E 00
2	-0.18418369E 01	0.91493851E 00
3	0.10049381E 01	-0.74601173E-02
4	-0.22017938E 00	0.18955016E-00
5	-0.87697983E-01	0.17755330E-01
6	0.10375994E 00	-0.67713499E-01
7	-0.61286516E-01	0.51629487E-01
8	-0.16509086E 00	0.85480571E-01
9	0.19411796E 00	-0.11472583E 00
10	0.11676055E 00	-0.95110953E-01
11	-0.57149641E-01	0.75584114E-01
12	-0.23704338E 00	0.18632305E 00
13	0.10626775E 00	0.32219585E-01
14	0.10136086E 00	-0.12411449E-01
15	-0.44375844E-01	0.43256048E-01
16	0.66599883E-02	0.63691854E-01
17	-0.11562192E 00	0.84441304E-01
18	0.12118983E 00	-0.21297880E-01
19	-0.60465373E-01	-0.17404161E-01
20	0.11317182E 00	-0.70847034E-01
21	-0.70847034E-01	0.0

ALPHA= 0.30593748E 01

2.1.3 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$  y coeficientes de Reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método 4 de la Autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.3561006E 02DB



2.1.4 Espectro logaritmico LM(.) del filtro de síntesis 1/A(Z) de M = 20 polos.

$LM(1/A(Z)) = - LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo

de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

SALIDA DE DATOS MET/COVAR  
\*\*\*\*\*

M= 20

I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.97010392E 00
2	-0.18418169E 01	0.91493851E 00
3	0.10048866E 01	-0.74611232E -02
4	-0.22015786E 00	0.18954080E 00
5	0.87846637E -01	0.17768674E -01
6	0.10337412E 00	-0.67629993E -01
7	-0.60761940E -01	0.51503997E -01
8	-0.16557509E 00	0.85582614E -01
9	0.19431865E 00	0.11477828E 00
10	0.11689460E 00	-0.95142603E -01
11	-0.57281718E -01	0.75630724E -01
12	-0.23707068E 00	0.18634826E 00
13	0.10636091E 00	0.32237250E -01
14	0.10113370E 00	-0.12335848E -01
15	-0.44070024E -01	0.43139979E -01
16	0.65240823E -02	0.63699007E -01
17	-0.11567056E -00	0.84480047E -01
18	0.12122732E 00	-0.21309182E -01
19	-0.60413703E -01	-0.17418630E -01
20	0.11311650E 00	-0.70832610E -01
21	-0.70832610E -01	-0.30448999E -01

ALPHA=0.30593700E -01

2.2.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden

M = 20 y coeficientes de reflexión RC(I). Solución obtenida por el método de la covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$  que cumple además con la siguiente condición  $\hat{x}(n)=0$  para  $n < M$  y  $N > N + M - 1$ .

SALIDA DE DATOS MET/AUTO  
\*\*\*\*\*

M= 20

I	A(I)	RC(I)
1	0.1000000E 01	0.97010392E 00
2	-0.18418369E 01	0.91493851E 00
3	0.10049381E 01	-0.74601173E-02
4	-0.22017938E 00	0.18955016E 00
5	0.87697983E-01	0.17755330E-01
6	-0.10375994E 00	-0.67713499E-01
7	-0.61286516E-01	0.51629487E-01
8	-0.16509086E 00	0.85480571E-01
9	0.19411796E 00	-0.11472583E-00
10	0.11676055E 00	-0.95110953E-01
11	-0.57149641E-01	0.75584114E-01
12	-0.23704338E 00	0.18632305E 00
13	0.10626775E 00	0.32219585E-01
14	0.10136086E 00	-0.12411449E-01
15	-0.44375844E-01	0.43256048E-01
16	0.66599883E-02	0.63691854E-01
17	-0.11562192E 00	0.84441304E-01
18	0.12118983E 00	-0.21297880E-01
19	-0.60465373E-01	-0.17404161E-01
20	0.11317182E 00	-0.70847034E-01
21	-0.70847034E-01	-0.30448999E-01

ALPHA= 0.30593748E 01

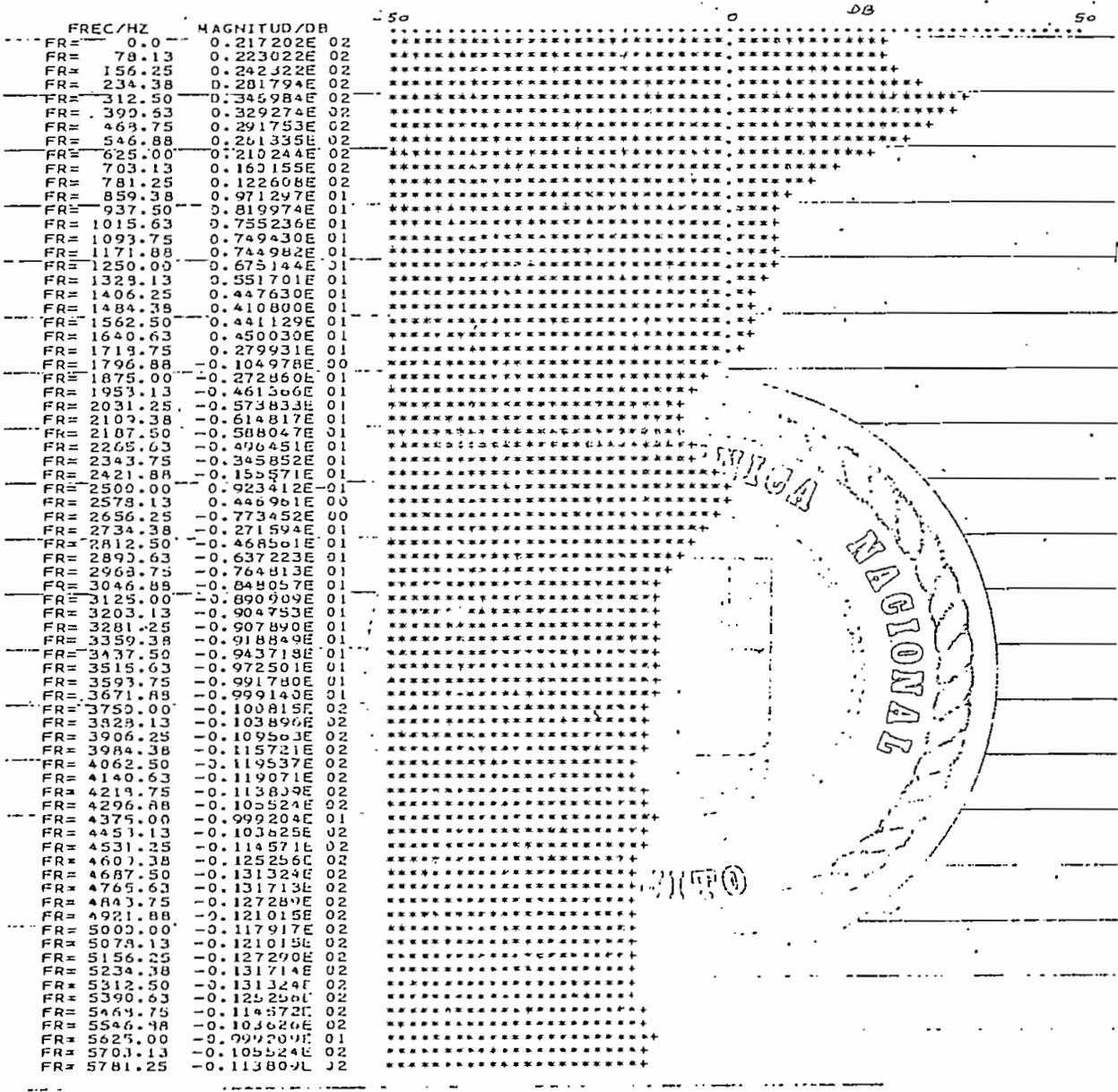
UNIVERSIDAD  
 DE LOS ANGELES  
 LIBRARY

2.2.2 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$  y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada que cumple con la siguiente condición  $\hat{X}(n) = 0$  para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO = 0.3560985E 02 DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



2.2.3 Espectro logarítmico del filtro de síntesis  $1/A(Z)$  de  $M = 20$  polos.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso que son idénticos para el método de la Covarianza y de la Autocorrelación si la secuencia ventaneada es igual a cero para  $N < M$  y  $N > N + M - 1$ .



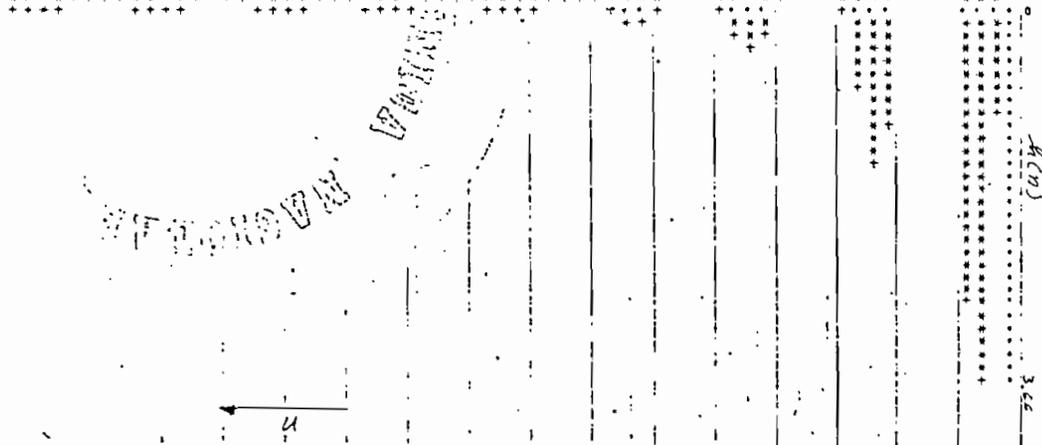
RESPUESTA IMPULSIVA H(N)  
\*\*\*\*\*

VALOR MAXIMO = 0.3660987E 01

TIEMPO/FR	MAGNITUD	
FR= 0.00	0.100000E 01	
FR= 4.00	0.362711E 01	
FR= 8.00	0.286522E 01	
FR= 12.00	-0.432213E 00	
FR= 16.00	-0.271366E 01	
FR= 20.00	-0.235842E 01	
FR= 24.00	-0.504524E 00	
FR= 28.00	0.115024E 01	
FR= 32.00	0.153967E 01	
FR= 36.00	0.833417E 00	
FR= 40.00	0.115389E 01	
FR= 44.00	-0.313322E 00	
FR= 48.00	-0.888312E 00	
FR= 52.00	-0.325860E 01	
FR= 60.00	0.408451E 00	
FR= 64.00	0.477378E 00	
FR= 68.00	0.770354E 02	
FR= 72.00	-0.317253E 02	
FR= 76.00	-0.283575E 00	
FR= 80.00	-0.501908E 00	
FR= 84.00	-0.157508E 00	
FR= 88.00	0.408421E 01	
FR= 92.00	0.167887E 00	
FR= 96.00	0.168452E 00	
FR= 100.00	0.748019E 01	
FR= 104.00	-0.338701E 01	
FR= 108.00	-0.599064E 01	
FR= 112.00	-0.975792E 01	
FR= 116.00	-0.281630E 01	
FR= 120.00	0.568766E 01	
FR= 124.00	0.645971E 01	
FR= 128.00	0.568228E 01	
FR= 132.00	0.181147E 01	
FR= 136.00	-0.229273E 01	
FR= 140.00	-0.411188E 01	
FR= 144.00	-0.575182E 01	
FR= 148.00	-0.682940E 01	
FR= 152.00	-0.286100E 01	
FR= 156.00	0.171373E 01	
FR= 160.00	0.181515E 02	
FR= 164.00	-0.111024E 01	
FR= 168.00	-0.149579E 01	
FR= 172.00	-0.214193E 02	
FR= 176.00	-0.948220E 02	
FR= 180.00	0.755176E 02	
FR= 184.00	0.892449E 02	
FR= 188.00	0.692020E 02	
FR= 192.00	-0.499205E 02	
FR= 196.00	-0.923978E 03	
FR= 200.00	-0.498303E 02	
FR= 204.00	-0.526759E 02	
FR= 208.00	-0.252048E 02	
FR= 212.00	0.101370E 02	
FR= 216.00	0.318591E 02	
FR= 220.00	0.305897E 02	
FR= 224.00	-0.122357E 02	
FR= 228.00	-0.378464E 02	
FR= 232.00	-0.425812E 02	
FR= 236.00	-0.552292E 03	
FR= 240.00	0.681391E 03	
FR= 244.00	0.125164E 03	
FR= 248.00	0.584794E 03	
FR= 252.00	0.944794E 03	
FR= 256.00	0.221951E 03	

2.3.2 Gráfica de la respuesta impulsiva en el dominio del tiempo discreto.

La respuesta impulsiva  $h(n)$  ha sido obtenida por división sintética de los polinomios  $Q(z)/P(z)$ .



ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER  
\*\*\*\*\*

VALOR MAXIMO= 0.3677307E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB

FREC/HZ	MAGNITUD/DB	
FR= 0.0	0.232642E 02	
FR= 78.13	0.237969E 02	
FR= 156.25	0.256824E 02	
FR= 234.38	0.298273E 02	
FR= 312.50	0.363141E 02	
FR= 390.63	0.341345E 02	
FR= 468.75	0.313280E 02	
FR= 546.88	0.272780E 02	
FR= 625.00	0.221050E 02	
FR= 703.13	0.181064E 02	
FR= 781.25	0.150506E 02	
FR= 859.38	0.123325E 02	
FR= 937.50	0.981434E 01	
FR= 1015.63	0.786717E 01	
FR= 1093.75	0.696853E 01	
FR= 1171.88	0.741758E 01	
FR= 1250.00	0.873265E 01	
FR= 1328.13	0.836649E 01	
FR= 1406.25	0.605948E 01	
FR= 1484.38	0.449373E 01	
FR= 1562.50	0.458379E 01	
FR= 1640.63	0.642355E 01	
FR= 1718.75	0.596686E 01	
FR= 1796.88	0.216745E 00	
FR= 1875.00	-0.457790E 01	
FR= 1953.13	-0.768154E 01	
FR= 2031.25	-0.913113E 01	
FR= 2109.38	-0.877169E 01	
FR= 2187.50	-0.657398E 01	
FR= 2265.63	-0.372217E 01	
FR= 2343.75	-0.189520E 01	
FR= 2421.88	-0.143514E 01	
FR= 2500.00	-0.426479E 00	
FR= 2578.13	0.190702E 01	
FR= 2656.25	0.240473E 01	
FR= 2734.38	-0.171740E 01	
FR= 2812.50	-0.527775E 01	
FR= 2890.63	-0.731781E 01	
FR= 2968.75	-0.811006E 01	
FR= 3046.88	-0.813651E 01	
FR= 3125.00	-0.823551E 01	
FR= 3203.13	-0.887186E 01	
FR= 3281.25	-0.954218E 01	
FR= 3359.38	-0.977983E 01	
FR= 3437.50	-0.961233E 01	
FR= 3515.63	-0.937932E 01	
FR= 3593.75	-0.944719E 01	
FR= 3671.88	-0.990286E 01	
FR= 3750.00	-0.106461E 02	
FR= 3828.13	-0.117055E 02	
FR= 3906.25	-0.130727E 02	
FR= 3984.38	-0.143246E 02	
FR= 4062.50	-0.148563E 02	
FR= 4140.63	-0.143232E 02	
FR= 4218.75	-0.127929E 02	
FR= 4296.88	-0.110572E 02	
FR= 4375.00	-0.107866E 02	
FR= 4453.13	-0.120028E 02	
FR= 4531.25	-0.131804E 02	
FR= 4609.38	-0.137273E 02	
FR= 4687.50	-0.137756E 02	
FR= 4765.63	-0.139508E 02	
FR= 4843.75	-0.147889E 02	
FR= 4921.88	-0.158962E 02	
FR= 5000.00	-0.163947E 02	
FR= 5078.13	-0.159019E 02	
FR= 5156.25	-0.147947E 02	
FR= 5234.38	-0.139589E 02	
FR= 5312.50	-0.137905E 02	
FR= 5390.63	-0.137255E 02	
FR= 5468.75	-0.131749E 02	
FR= 5546.88	-0.119983E 02	
FR= 5625.00	-0.107843E 02	
FR= 5703.13	-0.110559E 02	
FR= 5781.25	-0.127914E 02	



2.3.3 Espectro logarítmico de la respuesta impulsiva  $h(n)$  que ha sido obtenida por división sintética de los polinomios  $Q(Z)/P(Z)$ .

SALIDA DE DATOS MET/POLOCERO *****		
MPO= 25 POLOS		ICE= 6 CEROS
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.97034621E 00
2	-0.20193281E 01	0.92991120E 00
3	0.13611689E 01	-0.13633782E 00
4	-0.51558197E 00	0.26444083E 00
5	0.29234856E 00	-0.71279883E-01
6	0.30194964E-01	-0.51433701E-01
7	-0.12478185E 00	0.96841633E-01
8	-0.15971833E 00	0.54924998E-01
9	0.25731701E 00	-0.16893506E 00
10	0.88264644E-01	-0.73335528E-01
11	0.26897382E-01	0.13507587E 00
12	-0.47189140E 00	0.23615688E 00
13	0.29654562E 00	-0.51770445E-01
14	0.18830586E-01	-0.34134698E-02
15	0.53780738E-01	0.33358339E-01
16	-0.23556583E-01	0.78539789E-01
17	-0.18490881E 00	0.81955850E-01
18	0.14626157E 00	-0.47486212E-01
19	-0.10003492E-01	-0.47099832E-01
20	0.80166638E-01	-0.71095526E-01
21	0.18342819E-01	0.28020788E-01
22	-0.19186765E 00	0.12512809E 00
23	0.47525775E-01	0.17363623E-01
24	0.32413721E-01	-0.59558909E-01
25	0.96111715E-01	-0.76949835E-01
26	-0.76949835E-01	0.24516406E 03
ALPHA= 0.10007830E 01		
I	B(I)	
1	0.10000000E 01	
2	0.92983246E-03	
3	0.19454956E-02	
4	0.18730164E-02	
5	-0.39348602E-02	
6	-0.65784454E-02	
7	0.46691893E-02	

2.4.1 Coeficientes del filtro discreto lineal modelo POLO - CERO  
 $A(Z)$  representa los polos del modelo  $M = 25$  POLOS,  $B(Z)$  re-  
representa los ceros del modelo  $q = 6$  CEROS.

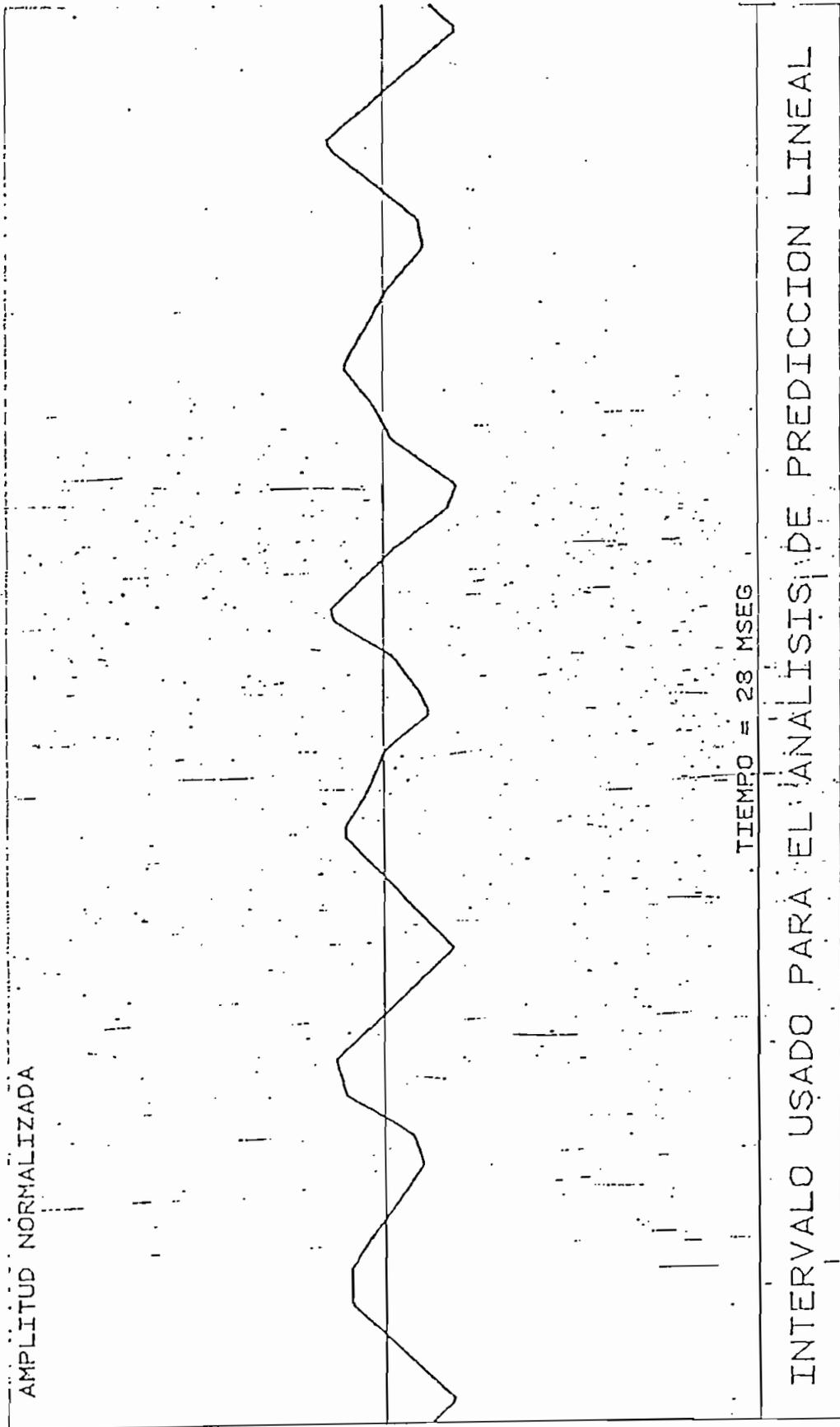
ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.3689249E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



2.4.2. Espectro logarítmico del modelo POLO - CERO obtenido por diferencia del espectro de los parámetros que representan los polos  $LM(A(Z))$  del espectro de los parámetros que representan los ceros  $LM(B(Z))$ . Entonces  $LM(B/A) = LM(B) - LM(A)$ . De esta manera se evita que se cancelen polos con ceros cercanos.

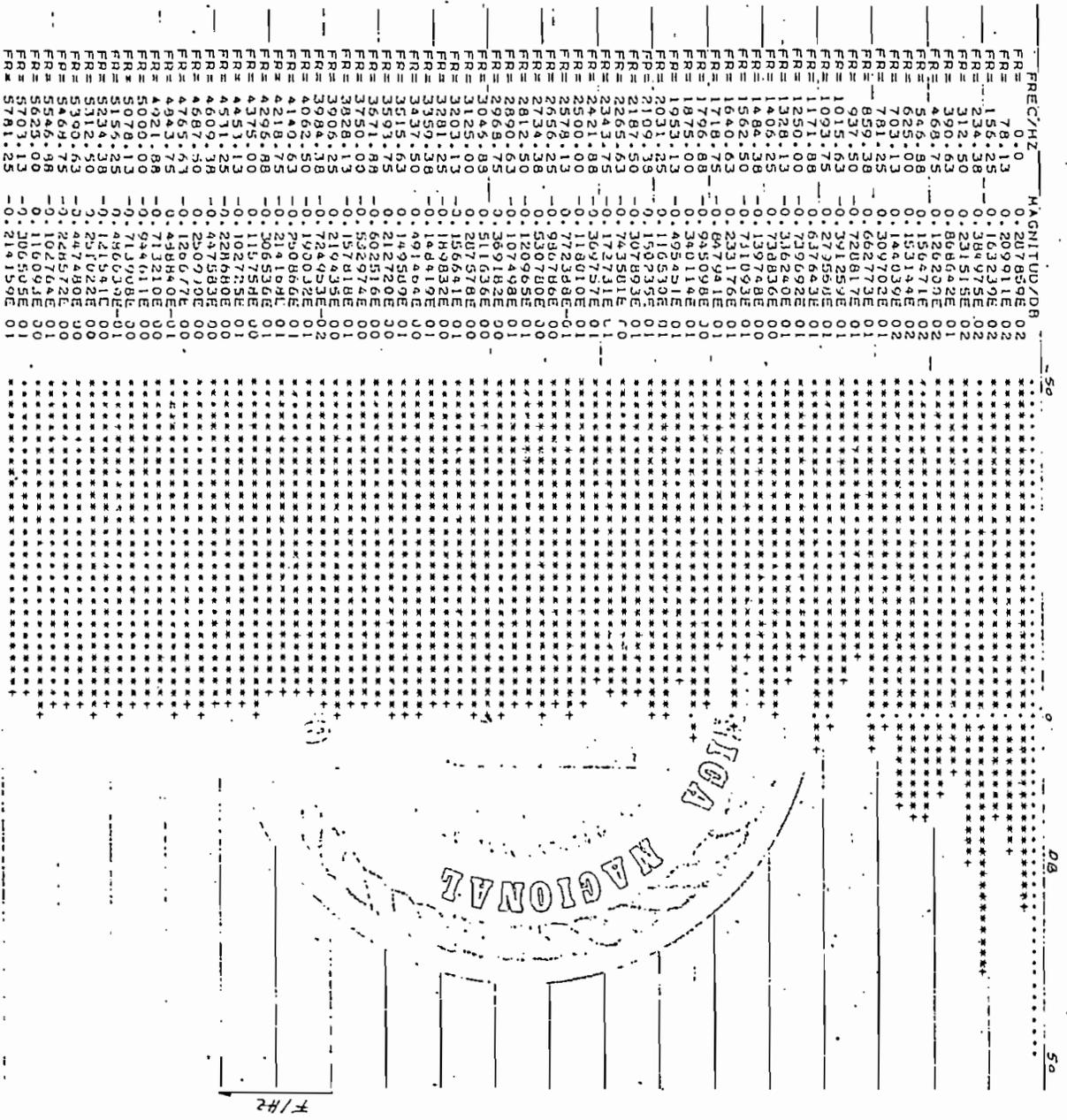


3.0.0 Segmento de voz del fonema /UHMA/ de 28 msg. de duración  
Frecuencia Fundamental FN = 75.19 hz

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.3918375E 02DB.

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



3.0.1 Espectro logarítmico de Fourier del fonema /m/ obtenido del segmento utilizado para el análisis de predicción lineal.

SALIDA DE DATOS MET/COVAR  
\*\*\*\*\*

M= 20

I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.98892713E 00
2	-0.18326540E 01	0.94570136E 00
3	0.79642403E 00	0.43862414E-01
4	-0.13657797E-01	-0.59290379E-02
5	0.15224385E 00	-0.49810424E-01
6	-0.18628609E 00	0.79168200E-01
7	0.12955904E .00	0.33850675E-02
8	-0.13824299E-01	0.58990799E-01
9	-0.79511464E-01	0.30572347E-01
10	-0.11233669E-02	0.36988199E-01
11	-0.93377121E-02	0.37491634E-01
12	-0.10843959E-01	0.43989535E-01
13	0.16559005E-01	0.26469618E-01
14	0.20661104E-01	0.51125474E-02
15	0.98243095E-02	-0.10199357E-01
16	-0.91542080E-02	-0.33918025E-02
17	0.19673025E-04	-0.26693735E-02
18	0.86054131E-02	-0.35007519E-02
19	0.23645479E-01	-0.24097588E-01
20	-0.65030120E-02	-0.20836290E-01
21	-0.20836290E-01	0.0

ALPHA= 0.22352648E 00 M

3.1.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de

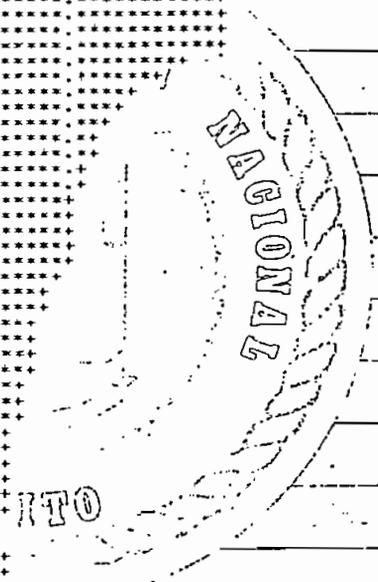
orden  $M = 20$  y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la Covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia de muestras que ha sido aplicada una ventana de Hamming (Secuencia ventanea da  $\hat{x}(n)$ ).

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.4587585E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB

FREC/HZ	MAGNITUD/DB	50	0	DB	50
FR= 0.0	0.301671E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 78.13	0.311155E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 156.25	0.333465E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 234.38	0.443463E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 312.50	0.297442E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 390.63	0.240246E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 468.75	0.212558E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 546.88	0.204560E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 625.00	0.211214E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 703.13	0.207041E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 781.25	0.166511E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 859.38	0.124593E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 937.50	0.938662E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1015.63	0.727077E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1093.75	0.583130E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1171.88	0.478315E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1250.00	0.385869E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1328.13	0.290723E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1406.25	0.196974E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1484.38	0.119891E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 1562.50	0.712998E 00	.....	.....	.....	.....
FR= 1640.63	0.503124E 00	.....	.....	.....	.....
FR= 1718.75	0.384989E 00	.....	.....	.....	.....
FR= 1796.88	0.363354E -01	.....	.....	.....	.....
FR= 1875.00	-0.747862E 00	.....	.....	.....	.....
FR= 1953.13	-0.181457E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2031.25	-0.294595E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2109.38	-0.363723E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2187.50	-0.415528E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2265.63	-0.450057E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2343.75	-0.484873E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2421.88	-0.534416E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2500.00	-0.539028E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2578.13	-0.666421E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2656.25	-0.722230E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2734.38	-0.762786E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2812.50	-0.786963E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2890.63	-0.801515E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 2968.75	-0.813506E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3046.88	-0.825715E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3125.00	-0.835470E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3203.13	-0.837768E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3281.25	-0.833049E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3359.38	-0.815272E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3437.50	-0.801658E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3515.63	-0.794359E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3593.75	-0.839192E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3671.88	-0.830539E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3750.00	-0.855948E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3828.13	-0.881919E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3906.25	-0.909534E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 3984.38	-0.941752E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 4062.50	-0.979396E 01	.....	.....	.....	.....
FR= 4140.63	-0.101950E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4218.75	-0.105720E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4296.88	-0.108877E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4375.00	-0.111329E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4453.13	-0.113233E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4531.25	-0.114857E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4609.38	-0.116360E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4687.50	-0.117761E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4765.63	-0.118459E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4843.75	-0.119845E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 4921.88	-0.123372E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5000.00	-0.120546E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5078.13	-0.120373E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5156.25	-0.119846E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5234.38	-0.118959E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5312.50	-0.117762E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5390.63	-0.116361E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5468.75	-0.114858E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5546.88	-0.113237E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5625.00	-0.111330E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5703.13	-0.108877E 02	.....	.....	.....	.....
FR= 5781.25	-0.105721E 02	.....	.....	.....	.....



f/hz

3.1.2 Espectro logarítmico LM(.) del filtro de síntesis 1/A(Z) de M = 20 polos. El espectro logarítmico del filtro de síntesis es igual al negativo del espectro logarítmico del filtro inverso.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(X))$  representa el logarítmico del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

SALIDA DE DATOS MET/AUTO *****		
M= 20		
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.98095137E 00
2	-0.85257423E 00	0.34010440E 00
3	-0.31978428E 00	0.46077812E 00
4	-0.15928667E-01	0.32586753E 00
5	-0.29023241E-01	0.24233252E 00
6	0.10770327E 00	0.13550526E 00
7	0.11267167E 00	0.49050648E-01
8	0.71326315E-01	0.61828010E-02
9	0.14129542E-01	0.81384517E-02
10	-0.24919078E-01	0.38755242E-01
11	-0.57559647E-01	0.74697196E-01
12	-0.70921361E-01	0.14007455E 00
13	0.44917185E-01	0.79471409E-01
14	-0.20928681E-03	0.64684808E-01
15	0.93848892E-02	0.43645952E-01
16	0.17530397E-01	0.20543508E-01
17	0.19685481E-01	0.31670691E-02
18	0.24541233E-01	-0.98223314E-02
19	0.41615065E-01	-0.38095161E-01
20	0.12529038E-01	-0.59221346E-01
21	-0.59221346E-01	0.0
ALPHA= 0.21777811E 01		

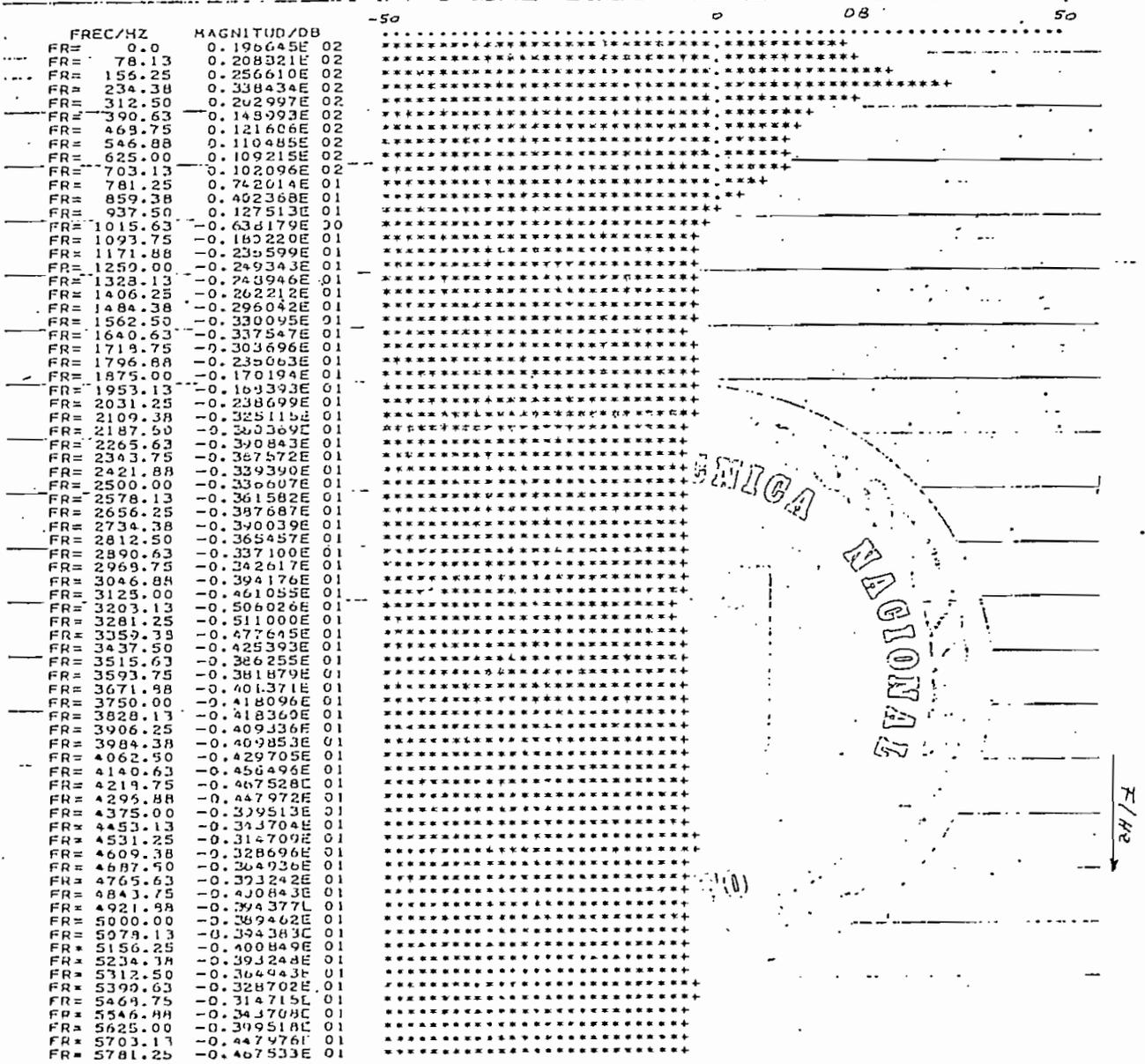
3.1.3 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden

$M = 20$  y coeficientes de Reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la Autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $\hat{x}(n)$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER  
\*\*\*\*\*

VALOR MAXIMO= 0.3643152E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB.



3.1.4 Espectro logarítmico LM(.) del filtro de síntesis 1/A(Z) de M = 20 polos.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso.

SALIDA DE DATOS MET/COVAR  
\*\*\*\*\*

---

M= 20

---

I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.98095137E 00
2	-0.85253114E 00	0.34010571E 00
3	-0.31979191E 00	0.46077502E 00
4	-0.15994132E-01	0.32589006E 00
5	0.28995238E-01	0.24236304E 00
6	0.10771215E 00	0.13552749E 00
7	0.11270440E 00	0.49060747E-01
8	0.71372271E-01	0.61672181E-02
9	0.14142290E-01	0.81153624E-02
10	-0.24925221E-01	0.38740128E-01
11	-0.57600427E-01	0.74714124E-01
12	-0.70932209E-01	0.14008993E 00
13	0.44908136E-01	0.79485416E-01
14	0.21291152E-01	0.64698339E-01
15	0.93981698E-02	0.43642532E-01
16	0.17544147E-01	0.20524800E-01
17	0.19685160E-01	0.31547830E-02
18	0.24545562E-01	-0.98303594E-02
19	0.41627064E-01	-0.38109925E-01
20	0.12529619E-01	-0.59242636E-01
21	-0.59242636E-01	-0.69932163E-01

---

ALPHA= 0.21777153E 01

M P O L I T

3.2.1 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$

y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la covarianza al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada  $x(n)$  que cumple además con la siguiente condición  $\hat{x}(n) = 0$  para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

SALIDA DE DATOS MET/AUTO *****		
M= 20		
I	A(I)	RC(I)
1	0.10000000E 01	-0.98095137E 00
2	-0.85257423E 00	0.34010440E 00
3	-0.31978428E 00	0.46077812E 00
4	-0.15928667E-01	0.32586753E 00
5	0.29023241E-01	0.24233252E 00
6	0.10770327E 00	0.13550526E 00
7	0.11267167E 00	0.49050648E-01
8	0.71326315E-01	0.61828010E-02
9	0.14129542E-01	0.81384517E-02
10	-0.24919078E-01	0.38755282E-01
11	-0.57559647E-01	0.74697196E-01
12	-0.70921361E-01	0.14007455E 00
13	0.44917185E-01	0.79471409E-01
14	-0.20928681E-03	0.64684308E-01
15	0.93848892E-02	0.43645952E-01
16	0.17530397E-01	0.20543508E-01
17	0.19685481E-01	0.31670691E-02
18	0.24541233E-01	-0.98223314E-02
19	0.41615065E-01	-0.38095161E-01
20	0.12529038E-01	-0.59221346E-01
21	-0.59221346E-01	-0.69932163E-01
ALPHA= 0.21777811E 01		
M (n)		

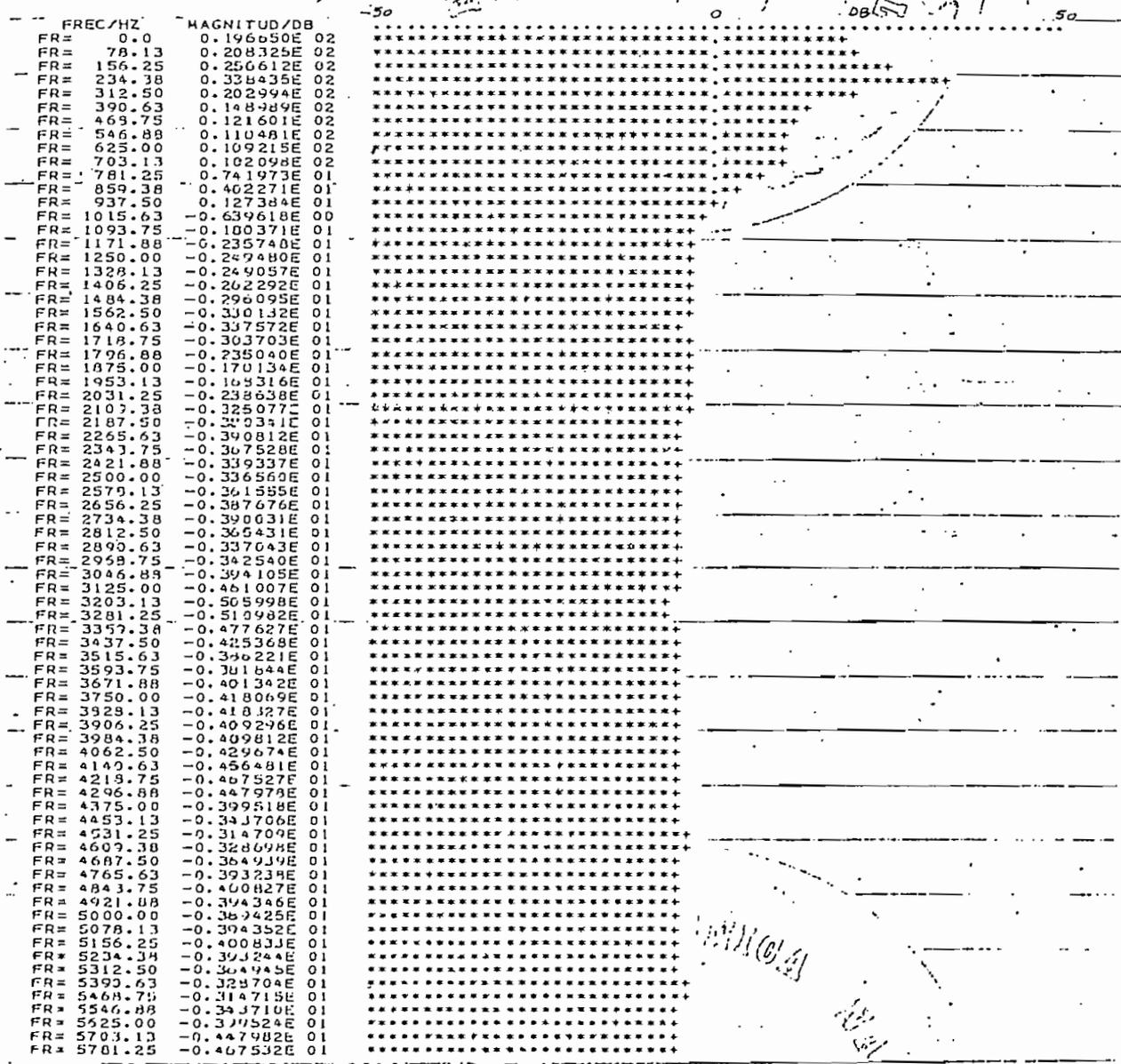
3.2.2 Coeficientes del filtro inverso  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  de orden  $M = 20$

y coeficientes de reflexión  $RC(I)$ . Solución obtenida por el método de la autocorrelación al ejecutar el análisis de predicción lineal a la secuencia ventaneada que cumple con la siguiente condición  $\hat{X}(n) = 0$  para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

VALOR MAXIMO= 0.3643147E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



3.2.3 Espectro logarítmico del filtro de síntesis  $1/A(Z)$  de  $M = 20$  polos.  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$  donde  $LM(A(Z))$  representa el logaritmo del módulo de los coeficientes de Fourier de los coeficientes del filtro inverso que son idénticos para el método de la Covarianza y de la Autocorrelación si la secuencia ventaneada es igual a cero para  $n < M$  y  $n > N + M - 1$ .

POLINOMIO Q(Z)							
*****							
I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)
1	1.000	2	1.048	3	0.725	4	0.470
5	0.158	6	0.102	7	0.036	8	-0.004
9	-0.054	10	-0.078	11	-0.095	12	-0.018
13	0.095	14	0.135	15	0.034		

POLINOMIO P(Z)							
*****							
I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)	I	CZ(I)
1	1.000	3	-0.833	5	-0.320	7	-0.025
5	0.020	7	0.100	9	0.108	11	0.070
9	0.014	11	-0.028	13	-0.057	15	-0.265
13	0.054	15	0.008	17	0.007	19	0.004
17	-0.003	19	0.003	21	0.029	23	0.031
21	0.029	23	0.028	25	-0.008	27	-0.050
25	-0.033	27	-0.000				

3.3.1 Coeficientes de los polinomios Q(Z) y P(Z) que forman la función racional  $H(Z) = Q(Z)/P(Z)$  que representa la función de transferencia del modelo POLO - CERO requerida para evaluar los parámetros POLO - CERO.

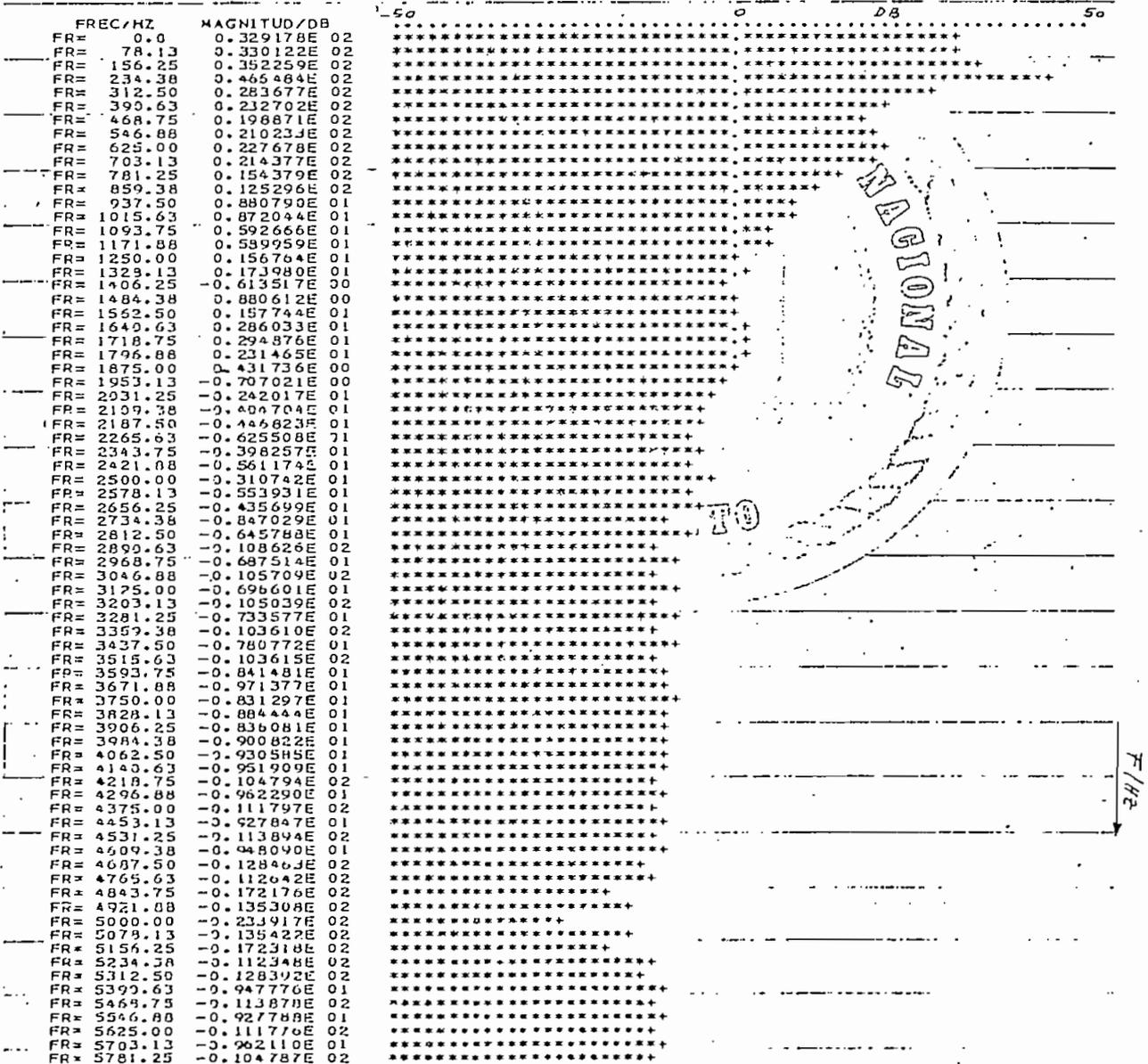


ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER

\*\*\*\*\*

VALOR MAXIMO= 0.4664844E 0208

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB



3.3.3 Espectro logarítmico de la respuesta impulsiva h(n) que ha sido obtenida por división sintética de los polinomios Q(Z)/P(Z).

```

----- SALIDA DE DATOS NET/POLOCERO -----
*****
MPO= 25 POLOS      ICE= 6 CEROS
-----
I      A(I)      RC(I)
-----
1      0.1000000E 01  -0.98916435E 00
2      -0.18424997E 01  0.94795769E 00
3      0.82195795E 00   0.30501533E-01
4      0.31157829E-01  -0.10117825E-01
5      0.41195858E-01  -0.54359622E-02
6      -0.11400574E 00  0.54160319E-01
7      0.16595173E 00  -0.34966111E-01
8      0.40105578E-01  0.48499793E-01
9      -0.24705750E 00  0.17635584E 00
10     0.21454114E 00  0.71967661E-01
11     -0.14995813E 00  0.15910798E 00
12     -0.61285455E-01  0.10899436E 00
13     0.11314005E 00  -0.26063710E-01
14     0.49739510E-01  -0.69528103E-01
15     0.49975291E-01  -0.44746537E-01
16     -0.19798607E 00  0.40435392E-01
17     0.20442623E 00  -0.87210596E-01
18     -0.21548486E 00  0.10329526E-01
19     0.18351734E 00  -0.12426943E 00
20     -0.49405240E-01  -0.66286087E-01
21     0.89557357E-02  -0.61170824E-01
22     0.12592983E-01  -0.42309698E-01
23     -0.25286350E-01  -0.67512728E-02
24     0.59719048E-02  0.46089031E-02
25     -0.42808805E-01  0.25717881E-01
26     0.25717881E-01  -0.55001250E 05

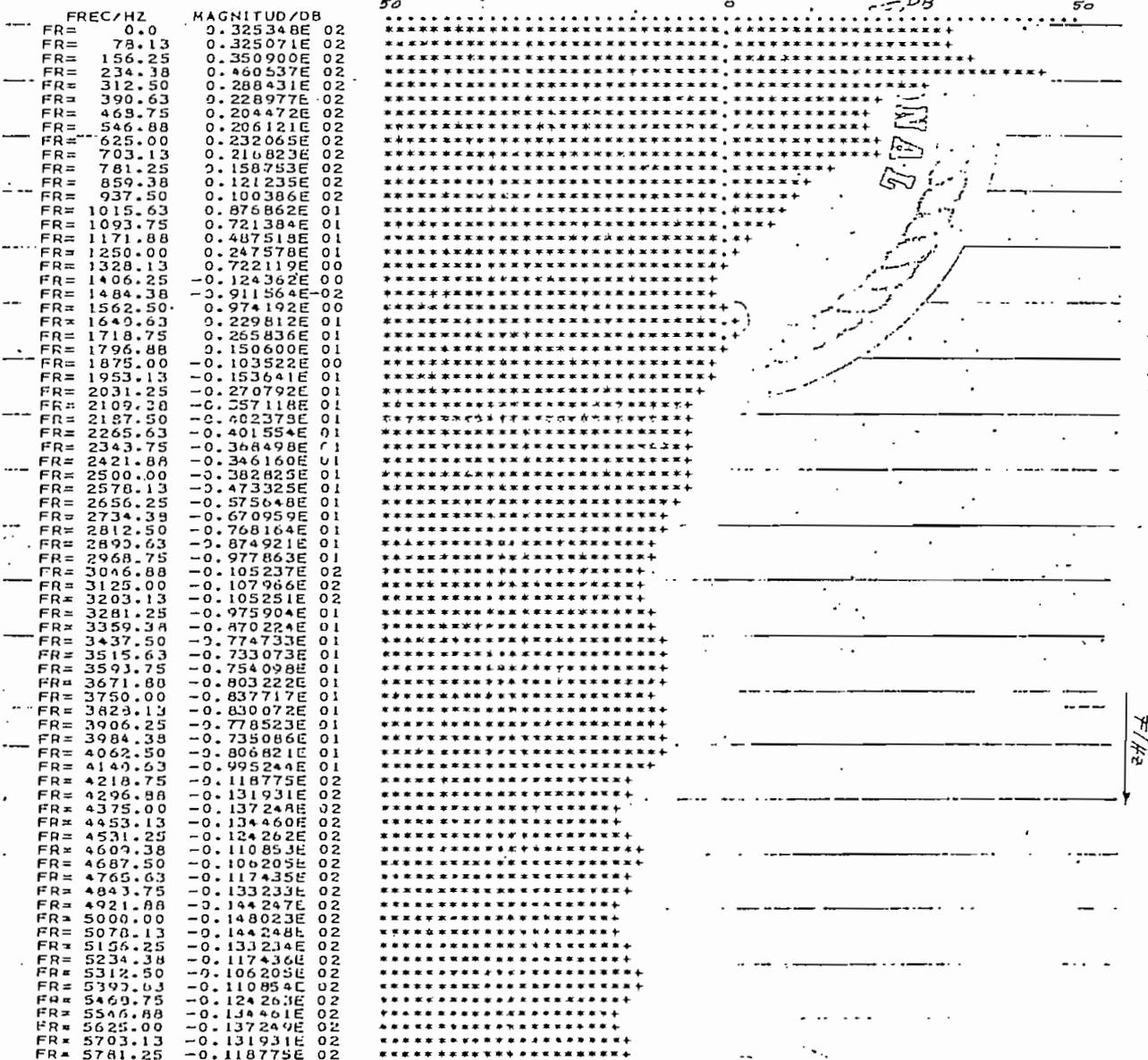
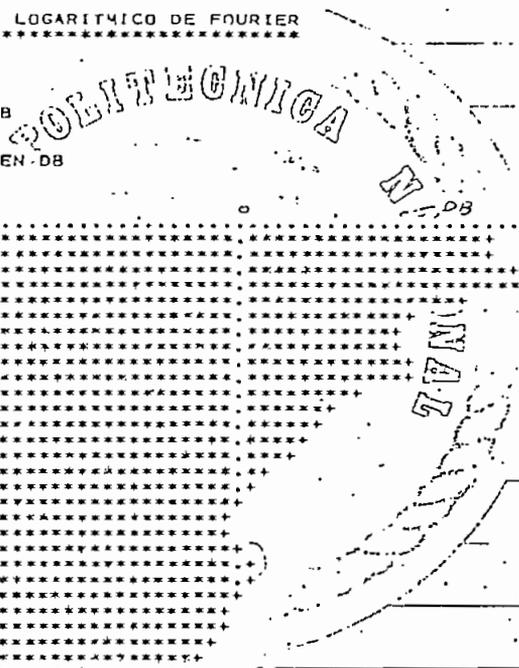
ALPHA= 0.10536633E 01
-----
I      B(I)
-----
1      0.10000000E 01
2      0.38642883E-01
3      -0.31772614E-01
4      0.38012505E-01
5      -0.35678864E-01
6      0.29514313E-01
7      -0.57784081E-01
    
```

3.4.1 Coeficientes del filtro discreto lineal modelo POLO - CERO A(Z) representa los polos del modelo M = 25 POLOS; B(Z) representa los ceros del modelo q = 6 CEROS.

ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER  
\*\*\*\*\*

VALOR MAXIMO= 0.4607364E 02DB

FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN-DB



3.4.2 Espectro logarítmico del modelo POLO - CERO obtenido por diferencia del espectro de los parámetros que representan los polos LM(A(Z)) del espectro de los parámetros que representan los ceros LM(B(Z)). Entonces  $LM(B/A) = LM(B) - LM(A)$ . De ésta manera se evita que se cancelen polos con ceros cercanos.

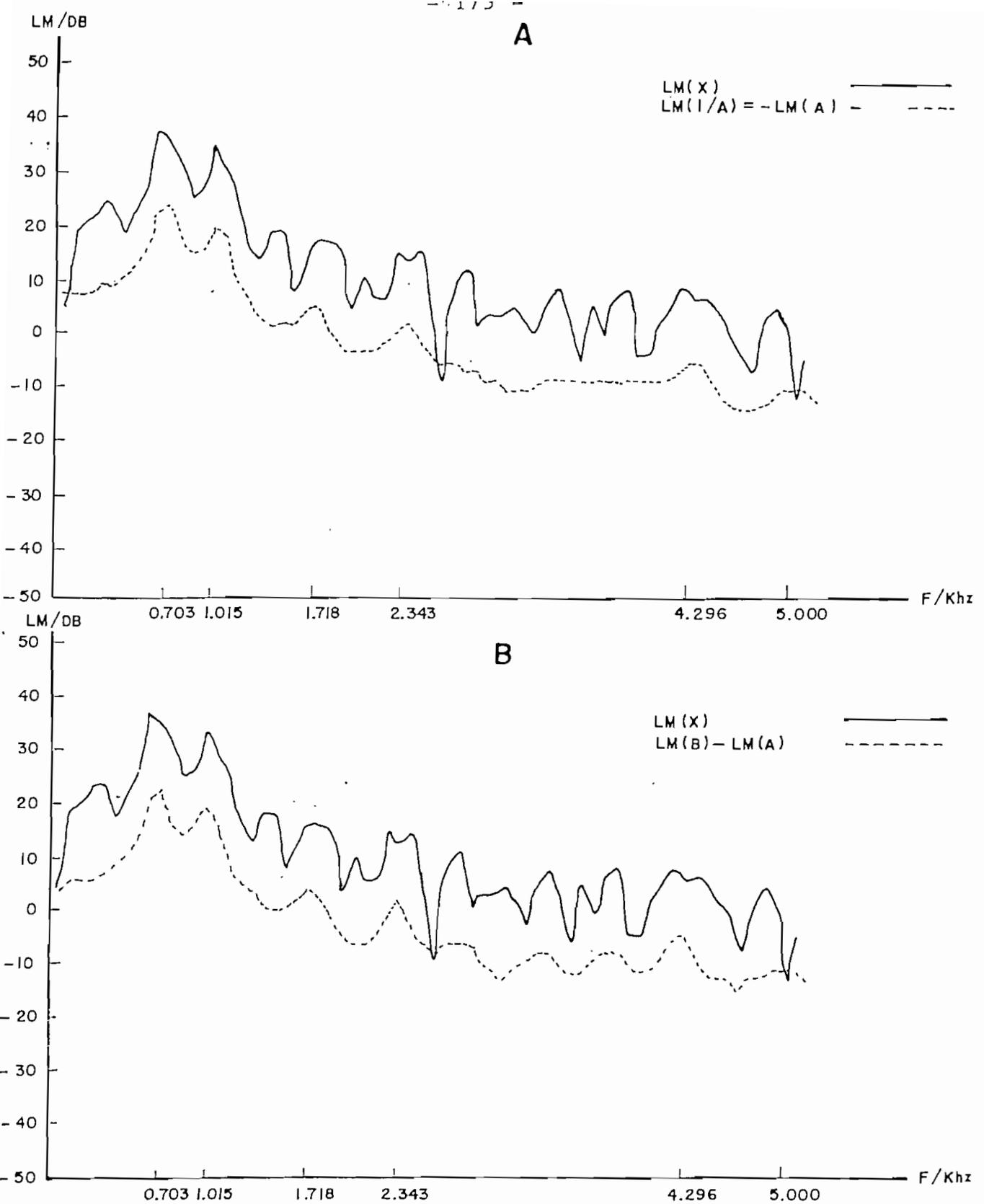
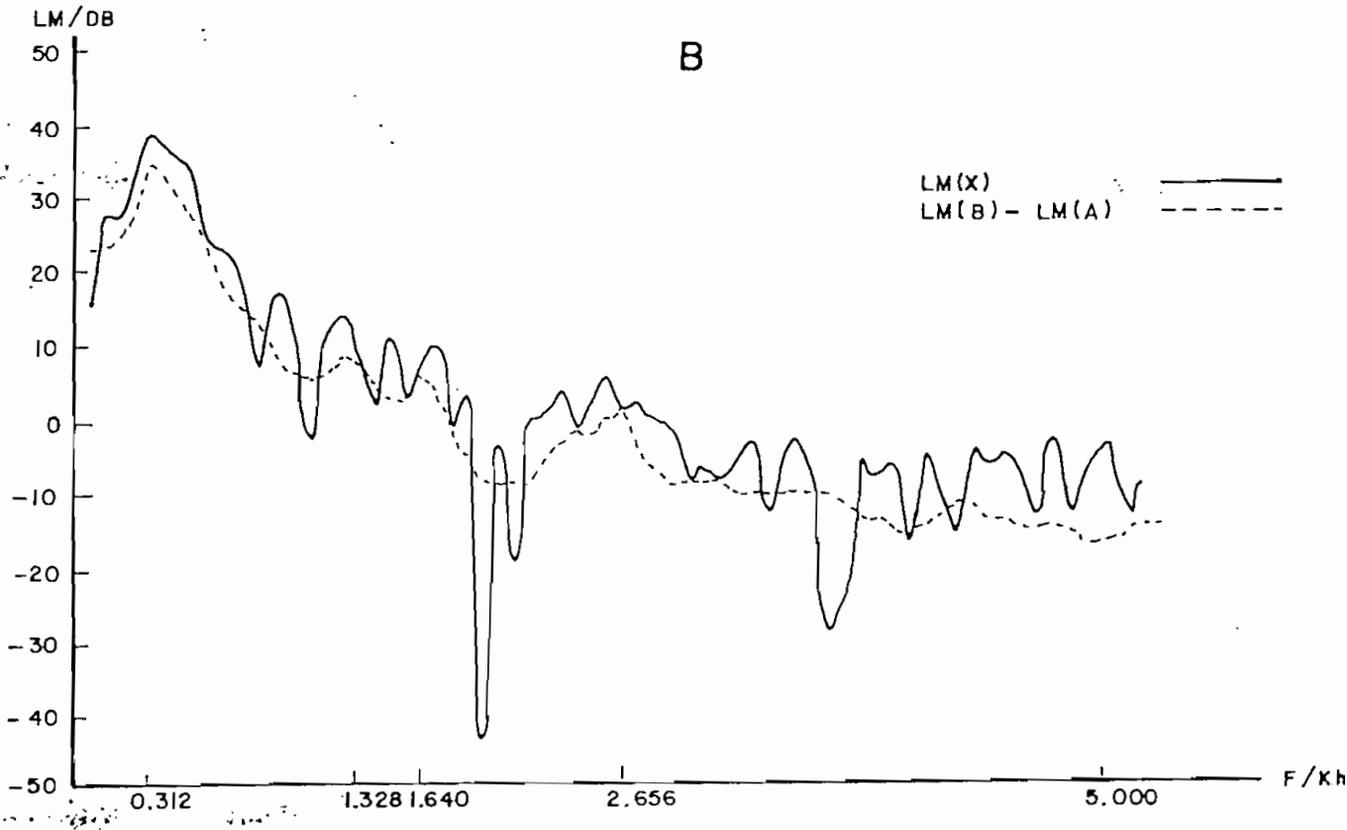
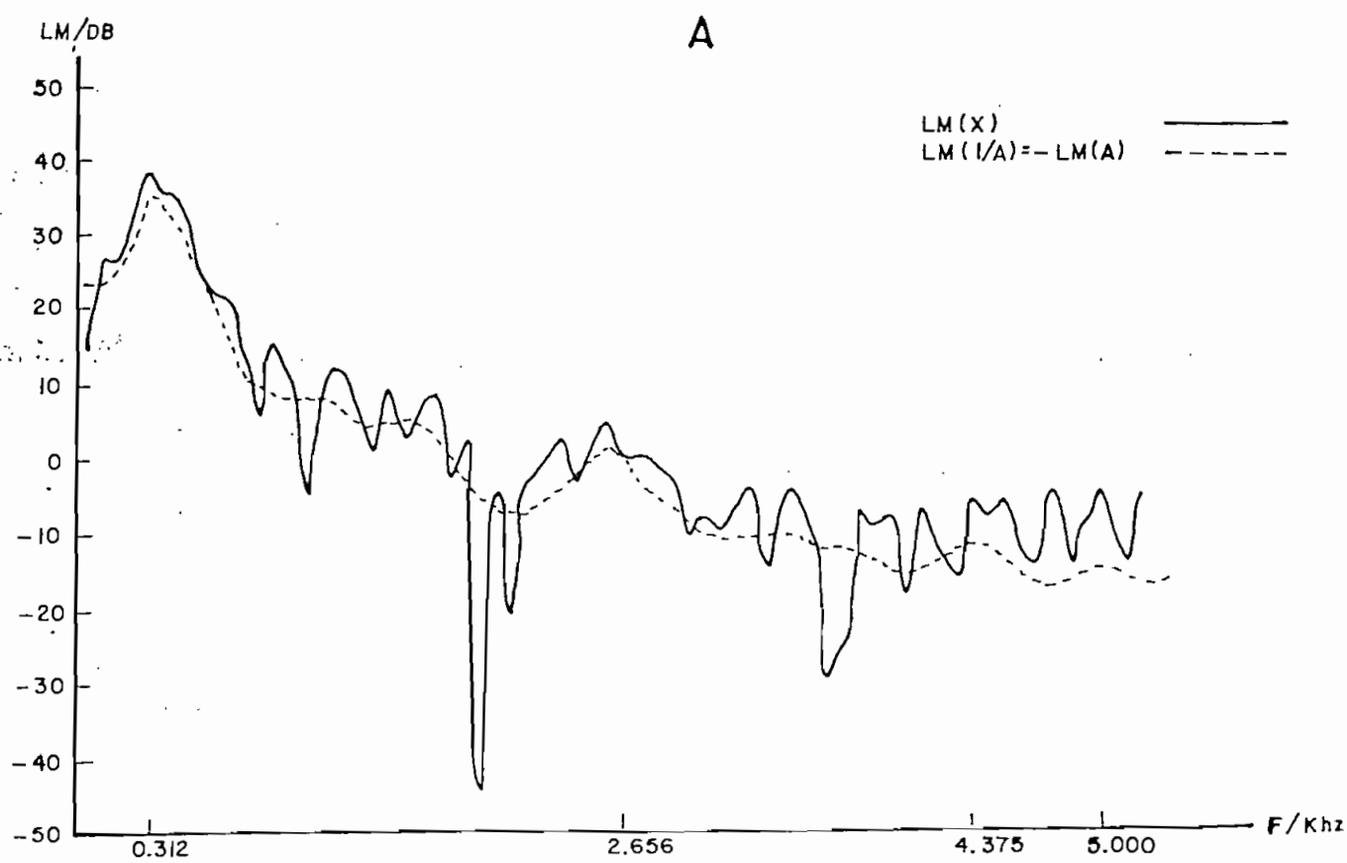
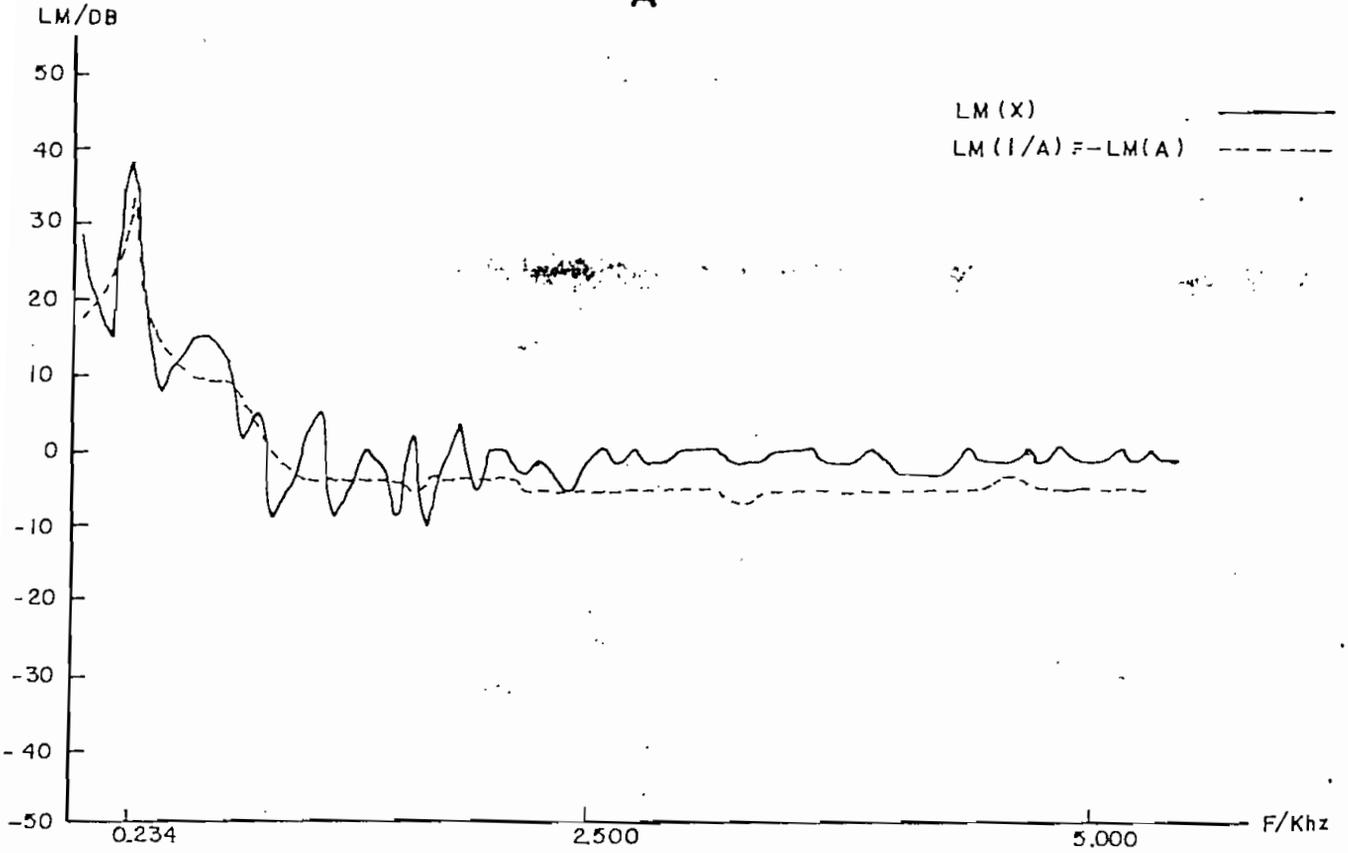


Fig. 5.6 Sobreposición de la Envolvente Espectral Obtenida por Predicción Lineal  
 A)  $M=20$  Polos ( $LM(1/A)$ ) B)  $M=25$  Polos,  $q=6$  Ceros ( $LM(B) - LM(A)$ )  
 Sobre el Espectro Logarítmico de la Forma de Onda del Fonema  $|a|$  (Fig. 5.1). Se Nota  $LM(\cdot)$ , para Indicar la Representación Gráfica del Logaritmo del Módulo de los Coeficientes de Fourier Denominado Espectro Logarítmico.



**Fig. 5.7** Sobreposición de la Envolvente Espectral Obtenida por Predicción Lineal A)  $M = 20$  Polos ( $LM(1/A)$ ) B)  $M = 25$  Polos,  $q = 6$  Ceros ( $LM(B) - LM(A)$ ) Sobre el Espectro Logarítmico de la Forma de Onda de Fonema |U| (Fig. 5.2) se Nota  $LM(\cdot)$  para indicar la Representación Gráfica del Logaritmo del Módulo de los Coeficientes de Fourier Denominado Espectro Logarítmico.

**A**



**B**

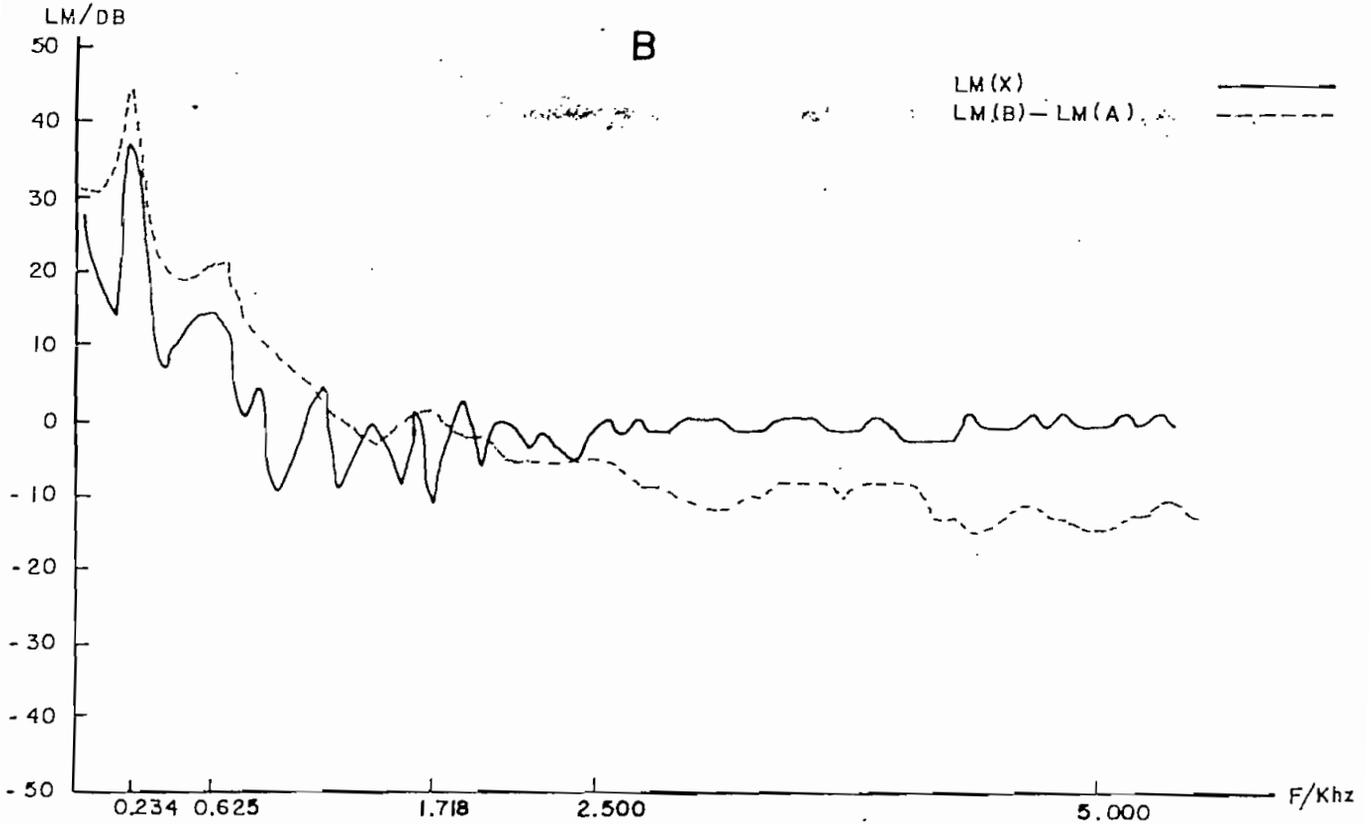


Fig. 5.8 Sobreposición de la Envolvente Espectral Obtenido por Predicción Lineal  
A)  $M=20$  Polos (  $LM(1/A)$  ) B)  $M=25$  Polos,  $q=6$  Ceros (  $LM(B) - LM(A)$  )  
Sobre el Espectro Logaritmica de la Forma de Onda de la Parte Central de la  
Sílabá |UHMA| (Fig.5.3). Se Nota  $LM(\cdot)$  Para Indicar el Gráfico del Logaritmo  
del Módulo de los Coeficientes de Fourier Denominado Espectro Logaritmico.

MODELO POLO

SIMBOLO FONETICO

FORMANTE/hz	/a/	/U/	/m/
F <sub>1</sub>	703	312	234
F <sub>2</sub>	1.015	2.578	----
F <sub>3</sub>	1.718	4.375	----
F <sub>4</sub>	2.343	-----	-----

Cuadro 5.1 Frecuencias Formantes. El análisis de predicción lineal fue realizado con 20 polos.

MODELO POLO CERO

SIMBULO FONETICO

FORMANTE/HZ	/a/	/U/	/m/
F <sub>1</sub>	703	312	234
F <sub>2</sub>	1.015	1.328	625
F <sub>3</sub>	1.718	1.640	1.718
F <sub>4</sub>	2.343	2.656	---

Cuadro 5.2 Frecuencias formantes. El análisis de predicción lineal fue realizado con 25 polos y 6 ceros.

En las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 se puede observar que si la frecuencia formante permanece invariante en el modelo POLO y en el modelo POLO - CERO el ancho de banda del punto de resonancia varía (en algunos casos disminuye y en otros aumenta). También podemos observar que en el modelo POLO - CERO se definen frecuencias formantes en lugares donde no existían o aparecía definida solo una frecuencia formante. Además el modelo POLO - CERO tiende a definir con mayor precisión la envolvente lineal en los lugares donde el espectro de la señal de análisis posee un cero es decir existe una variación considerable de la magnitud en db.

Dichas figuras muestran también que si el número de polos en el modelo POLO es elevado ( $M = 20$  o  $25$ ), la envolvente lineal tiende a ser similar a la envolvente lineal obtenida a partir de los parámetros que definen el modelo POLO - CERO y también ésta envolvente tiende a seguir de una forma más fiel al espectro de la señal que fué analizada.

## 5.2 CONCLUSIONES

Para realizar el análisis de Predicción Lineal a un segmento finito de una forma de onda del lenguaje, se requiere filtrar la señal mediante un filtro pasa - bajo cuya frecuencia de corte esté alrededor de los 5 khz, luego se debe muestrear dicho segmento con una frecuencia adecuada para que no resulte un número excesivo de muestras, ni un número de muestras que sean insuficientes para determinar todas las características del segmento de voz a analizarse. Por lo que se recomienda una frecuencia de muestreo que esté entre 8 a 12 Khz.

En el presente trabajo de tesis se han utilizado segmentos de voz de una duración de dos períodos de tono y para evitar el cambio brusco de la señal al inicio y al final del intervalo de análisis se utilizó una ventana de Hamming de una duración equivalente a la duración del intervalo de análisis. Muestreando entonces los segmentos de voz a una frecuencia de 10 Khz se obtuvieron conjuntos de muestras útiles para iniciar el proceso de análisis. De esta manera se obtuvieron resultados satisfactorios del análisis de predicción lineal.

Para obtener el Espectro logarítmico de una secuencia discreta se ha utilizado el algoritmo FFT. (Transformada rápida de Fourier)-desarrollado por JIM Cooley (2). El algoritmo FFT calcula la magnitud cuadrada de cada uno de los coeficientes de la serie Discreta de Fourier. Evaluando después el correspondiente logaritmo en base 10 se expresa en decibelios (db) cada uno de los coeficientes de la serie discreta de Fourier quedando definido el espectro logarítmico.

La envolvente lineal del Log-espectro de la señal del lenguaje fué determinada aplicando el algoritmo FFT a la secuencia  $1, a_1, \dots, a_M$  y el criterio de que el Log-espectro del filtro directo  $1/A(Z)$  es igual al negativo del Log-espectro del filtro inverso  $A(Z)$  o sea  $LM(1/A(Z)) = -LM(A(Z))$ . Se nota  $LM(\cdot)$  para indicar el espectro logarítmico (Log-espectro) de una señal discreta.

En cambio para el modelo POLO - CERO se determinó la envolvente lineal de la señal del lenguaje obteniendo el espectro logarítmico de la respuesta impulsiva  $H(Z) = B(Z)/A(Z)$ . Para calcular el Log-espectro de  $H(Z)$ , la división  $B(Z)/A(Z)$  se transforma en una diferencia entre dos espectros expresados en decibelios. Así  $LM(H(Z)) = LM(B(Z)) - LM(A(Z))$  donde  $LM(B(Z))$  es el Log-espectro de los coeficientes que representan los ceros del modelo y  $LM(A(Z))$  es el Log-espectro de los coeficientes que representan los polos del modelo. De esta manera se puede evitar una división por cero y también evitar suprimir ceros y polos cercanos. El cancelar polos y ceros cercanos hace que el espectro logarítmico cambie su configuración introduciéndose un error en la determinación de los formantes.

Al tener un filtro directo  $1/A(Z)$  cuyo número de polos es elevado ( $M = 20$  o  $25$ ) se determina una envolvente lineal del espectro de la señal del lenguaje que es similar a la envolvente lineal obtenida por el modelo POLO - CERO.

De los resultados obtenidos en los ejemplos de aplicación se recoge las siguientes observaciones:

- 1) El fonema /a/ representa una vocal pura ya que el análisis de predicción lineal de M polos y el de M polos y R ceros no presentan mayores diferencias. En ambos casos se determinan las mismas frecuencias formantes. Pero la envolvente lineal obtenida del modelo POLO - CERO define más claramente los formantes y trata de seguir de una manera más fiel al espectro de la señal analizada. La respuesta impulsiva tiende a cero a los 16.4 msg. (criterio del - 2%).
  
- 2) El fonema /U/ representa una vocal con características nasales, - presenta una frecuencia formante relativamente baja y un cero alrededor de los 312 hz y 2.000 hz respectivamente. El modelo POLO - CERO determina una envolvente lineal que posee más frecuencias formantes entre los 312 y 2.600 hz. La respuesta impulsiva tiende a cero a los 16.8 msg. (criterio del 2%).
  
- 3) La porción central de la sílaba /UHMA/ representa una consonante nasal, posee una frecuencia formante baja a los 234 hz y un cero alrededor de los 390 hz. El modelo POLO - CERO determina dos frecuencias formantes adicionales que el modelo POLO no especifica. La respuesta impulsiva para el caso de consonantes toma la forma de una sinusoide amortiguada y tiende a cero en un intervalo relativamente grande de tiempo. Para determinar los parámetros POLO-CERO se utilizó un segmento de 44 msg. de duración de la respuesta impulsiva. (Criterio 10%).

El análisis de Predicción Lineal para vocales presenta características similares para ambos modelos. En caso de vocales nasales - el modelo POLO - CERO presenta diferencias en la determinación y ubicación de las frecuencias formantes. En cambio para consonantes, el modelo POLO - CERO determina con más precisión las fre - cuencias formantes y se produce para ambos modelos un aumento del nivel espectral en bajas frecuencias y una atenuación en altas - frecuencias. Para evitar esto es recomendable trabajar en el modelo POLO sólo con el método de la autocorrelación o por ambos métodos si la secuencia de análisis se iguala a cero para valores -

de  $n$  menores al orden del filtro ( $M$ ) y para valores mayores a  $N - 1 + M$ , donde  $N$  es el número de muestras útiles para el análisis y  $M$  el orden del filtro. En el modelo POLO - CERO se debe aumentar el número de muestras de la respuesta impulsiva o escoger un nuevo intervalo para el análisis.

Se han desarrollado dos tipos de programas, el uno determina los parámetros del modelo POLO y el otro determina los parámetros del modelo POLO - CERO. Ambos programas han sido escritos en lenguaje FORTRAN IV y al igual las rutinas que se utilizan.

El modelo de Predicción Lineal puede ser implementado físicamente y ser utilizado como un codificador que disminuya el número de bits/seg. en la transmisión por un canal digital. Por su interés, tal configuración podría ser tema de otra Tesis. De esta manera, espero que el presente trabajo sea un punto de partida para un desarrollo posterior en este sentido.

### 5.3 METODOLOGIA DE USO DE PROGRAMAS

En el presente numeral se desea describir el uso de cada uno de los programas que han sido elaborados en base a las consideraciones de los dos casos de análisis de Predicción Lineal tratados en la sección 5.1 (modelo POLO y modelo POLO - CERO).

- 1) El programa que determina los parámetros del modelo POLO mediante el método de la Covarianza y de la Autocorrelación posee como variables principales de entrada y salida las siguientes:

ENTRADAS:	N -	Número de muestras
	X(N)	Secuencia de muestras de entrada
	JM	Orden del filtro Predictor ( $JM < 26$ )

SALIDAS:     A            Coeficientes del filtro inverso  
              ALPHA       Energía Residual que representa el e  
                              rror cuadrático total  
              RC            Coeficientes de Reflexión    MET/AUTO  
                              y coeficientes de Reflexión Generalii  
                              zados MET/COVAR.

EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

              SSX            Coeficientes de la serie discreta de  
                              Fourier expresados en DB  
              XFR            Frecuencia correspondiente a cada  
                              coeficiente de Fourier

la lista a continuación presenta las variables intermedias y parámetros utilizados

JM     -     Orden del filtro a obtenerse  
FS     -     Frecuencia de muestreo  
TO     -     Número de períodos de tono utilizados  
FN     -     Frecuencia Fundamental (Inverso del período de Tono)  
WD     -     Secuencia de muestras de la ventana de Hamming  
KSN    -     Parámetro para indicar sea el gráfico directo  $y = F(x)$   
              (KSN = 0) o el gráfico inverso  $y = 1/F(x)$  (KSN  $\neq$  0). El  
              gráfico a realizarse es el espectro logarítmico.

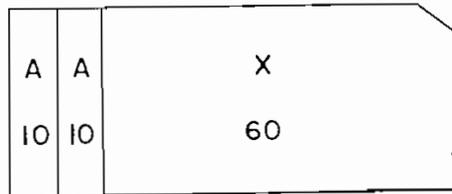
Las tarjetas de datos de entrada tendrán el diseño ilustrado en la Fig. 5.9. En la primera tarjeta de datos se indicará el número de muestras a analizarse (N), valor que no debe ser mayor a 450 ni menor a 50 o sea  $50 \leq N \leq 450$ . Y el valor del orden máximo del filtro a obtenerse (JM), valor que no debe ser menor a 12 ni mayor a 25 o sea  $12 \leq JM \leq 25$ . Las siguientes tarjetas contendrán el conjunto de muestras a ser analizadas en un arreglo de 8 datos por tarjeta. El formato de lectura es tal que posibilita la lectura de N, JM y del conjunto de muestras que posee N datos. Como un dato adicional se proporciona mediante una sentencia de asignación DATA a la variable TO el número de períodos de tono utilizados para el análisis de Predicción Lineal.

El programa principal que determina los parámetros del modelo POLO y las rutinas utilizadas se muestra en el Anexo I. Se va a realizar una descripción breve de las partes importantes del programa principal y el trabajo que efectúa cada rutina.

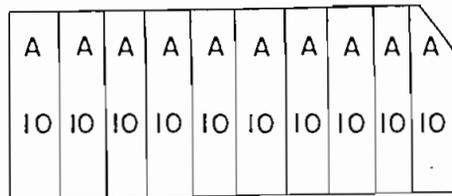
Las muestras de entrada se almacenan en la variable X de dimensión N, datos que no se pierden en el transcurso de todo el programa.

Si la frecuencia de muestreo es diferente a 10 Khz, debe cambiarse al valor deseado en la tarjeta correspondientes a la variable FS, el valor de la frecuencia debe ser escrita como una constante real.

Número de A  
por tarjeta



Dos datos  
N y JM



Ocho muestras de  
X(N), N/8 tarjetas repetidas

FORMATO            10 FORMAT(2I10,/, (8F10,3))

Fig. 5.9 Modelo tipificado para tarjeta de datos. En la figura el número debajo de X y de A es el número de columnas destinadas a cada campo, respectivamente. El contenido del campo X debe estar en blanco. El dato debe estar escrito dentro del campo A y colocado hacia la derecha del campo de acuerdo al formato utilizado.

DO 200 MJ = 12, JM, 4 Determina el orden del filtro a calcular, permite que MJ recorra del valor inicial 12 hasta el valor final JM en múltiplos de cuatro. Interiormente el lazo DO 200 determina los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$  de orden MJ mediante la utilización de las rutinas COVAR y AUTO que fueron descritas en el Capítulo 3. Además determina el espectro logarítmico del filtro predictor de MJ polos mediante la rutina GRAF y GRAF2.

El filtro inverso  $A(Z)$  tiene la siguiente forma  $A(Z) = \sum_{i=0}^M a_i Z^{-i}$  con  $a_0 = 1$  y los coeficientes  $a_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$  son calculados utilizando las rutinas AUTO y COVAR.

DO 222 MJ = 12, JM, 4 determina el orden del filtro inverso a calcular, permite que MJ recorra del valor inicial 12 hasta el valor final JM en múltiplos de cuatro. Interiormente el DO 222, desplaza a las muestras contenidas en la variable X en MJ + 1 posiciones o sea  $X(MJ + 1) = (1), \dots, X(MJ + N) = X(N)$ . Y aumenta MJ ceros antes y después de las muestras desplazadas formando entonces un conjunto de  $2MJ + N$  muestras.

Con este nuevo conjunto de muestras se determina los coeficientes del filtro inverso  $A(Z)$  de orden MJ mediante la utilización de las rutinas COVAR y AUTO. Luego se determina el espectro logarítmico del filtro predictor utilizando las rutinas GRAF y GRAF2. Finalmente el conjunto de muestras desplazadas se las regresa a su posición inicial antes de que la variable MJ tome un nuevo valor.

#### RUTINA GRAF

El propósito de esta rutina es la de evaluar el logaritmo en base 10 del cuadrado de los coeficientes de la serie discreta de Fourier y luego representarlos gráficamente.

De esta manera se ha podido obtener el espectro logarítmico

de una secuencia discreta que posea a lo más 512 muestras.

Para realizar lo dicho anteriormente se debe efectuar el siguiente llamado

CALL GRAF (AJ, MP, FS, KSN)

con la siguiente significación para los argumentos y variables empleadas

- AJ - Arreglo de la secuencia cuyo log-espectro se desea determinar
- MP - Número de muestras de AJ
- FS - Frecuencia de muestreo
- KSN - Parámetro que determina sea el gráfico  $y = \log X$  (KSN = 0) o el gráfico  $y = \log 1/X$  (KSN  $\neq$  0).
- XX - Arreglo complejo que contiene las muestras de AJ y adicionalmente ceros hasta formar un arreglo complejo de 512 elementos.
- SSX - Arreglo que contiene el logaritmo en base 10 del módulo de cada coeficiente de la serie discreta de Fourier.
- XFR - Arreglo que almacena la frecuencia correspondiente a cada coeficiente de la serie discreta de Fourier.

Además la presente rutina utiliza la rutina FFT (Transformada Rápida de Fourier) desarrollada por Jim Cooley (2) y la rutina GRAF2 que representa gráficamente una secuencia de valores discretos.

## RUTINA GRAF2

Permite efectuar el gráfico de una secuencia discreta  $X(N)$  a lo largo del papel de impresora, correspondiendo una línea de impresión a la abscisa de la función.

El procedimiento se basa en la conversión del valor de determinada abscisa a una posición en la línea de impresión. Se ha utili-

zado 60 posiciones para la impresión del gráfico. Cada línea de impresión constará del valor de la abscisa, su ordenada y su correspondiente posición en el gráfico la cual será marcada con un signo +.

Para obtener el gráfico de una secuencia cuyos valores son constantes reales, de una longitud N, debe efectuarse el siguiente llamado

CALL GRAF2 (SSX, SMAX, XFR, KSN)

Donde la variable SSX de una dimensión máxima a 512 guarda las muestras a grafizar. A continuación se da el significado de cada una de las variables y parámetros utilizados.

- SMAX - Posee el valor máximo en módulo del arreglo SSX. Para el caso de señales del lenguaje es más que suficiente que SMAX = 50.
- XFR - Arreglo que almacena el valor de la abscisa para cada línea de impresión
- KSN - Parámetro que determina la conversión de un valor del arreglo SSX a una posición en la línea de impresión. (KSN = 0) realiza la conversión para el gráfico y  $y = \log(X)$ , (KSN ≠ 0) realiza la conversión para el gráfico y  $y = \log(1/X)$

La presente rutina utiliza dos rutinas que calculan el valor máximo y mínimo del arreglo SSX, necesarios para indicar en el gráfico el valor máximo de  $y = \log(X)$  y de  $y = \log(1/X)$  respectivamente.

- 2) El programa que determina los parámetros del modelo POLO - CERO a partir de la estimación de las muestras de la respuesta impulsiva y utilizando el método de la Covarianza Modificado, tiene como variables principales de entrada y salida las siguientes:

ENTRADAS: N - Número de muestras  
X(N)- Secuencia de muestras de entrada

- IP - Número de polos del filtro
- IC - Número de ceros del filtro
- MM - Número de polos para el análisis de Predicción Lineal requerido para evaluar la respuesta impulsiva

SALIDAS :

- A - Coeficientes del filtro POLOS
- BB - Coeficientes del filtro CEROS
- RIH - Respuesta impulsiva  $h(n)$
- RC - Coeficientes de Reflexión

En el dominio de la frecuencia

- SSX - Coeficientes de la serie discreta de Fourier expresados en DB
- XFR - Frecuencia correspondiente a cada coeficiente de Fourier

En el dominio del tiempo

- SSX - Amplitud de cada muestra
- XFR - Tiempo discreto

La lista presentada a continuación contiene el significado de las variables y parámetros utilizados.

- MJ - Número de POLOS utilizado en el análisis de predicción Lineal modelo POLO para la determinación de la respuesta impulsiva. Variables de igual significado son M y MM y poseen un valor fijo igual a 25.
- JAG - Parámetro que determina sea el análisis de predicción lineal de M polos por el método de la covarianza ( $JAG = 0$ ) o los POLOS del modelo POLO - CERO a partir de las muestras de la respuesta impulsiva ( $JAG \neq 0$ ), en la rutina COVAR MODIFICADO.

- P - Arreglo que contiene los coeficientes del denominador de  $H(Z)$  (Transformada  $Z$  de la respuesta impulsiva)
- Q - Arreglo que contiene los coeficientes del numerador de  $H(Z)$
- FS - Frecuencia de Muestreo
- FN - Frecuencia fundamental
- E - Arreglo que contiene la secuencia de error necesaria para la determinación de los coeficientes del polinomio  $Q(Z)$
- RIH - Arreglo que contiene las muestras en el dominio del tiempo discreto de la respuesta impulsiva
- NAG - Parámetro que determina si la rutina GRAF realiza el gráfico del espectro logarítmico ( $NAG = 0$ ) o considera como variables de salida a SSX y a XFR ( $NAG = 4$ )
- KIK - Parámetro que determina los títulos de la abscisa y ordenada en el gráfico en el dominio del tiempo ( $KIK = 7$ ) o en el dominio de la frecuencia ( $KIK = 2$ )
- SX - Arreglo que contiene el logaritmo en base 10 del módulo de cada coeficiente de la serie discreta de Fourier del arreglo A que representan los POLOS del modelo POLO - CERO
- SK - Arreglo que contiene el logaritmo en base 10 del módulo de los coeficientes de la serie discreta de Fourier del arreglo BB que representa los CEROS del modelo POLO - CERO
- SSX - Contiene todos los valores de la diferencia SK - SX
- XFR - Arreglo que almacena la frecuencia correspondiente a cada coeficiente de la serie discreta de Fourier

Las tarjetas de los datos de entrada tendrán el diseño ilustrado en la Fig. 5.9. La primera tarjeta indicará el número de muestras a analizarse ( $N$ ), valor que no debe ser mayor a 450 ni menor a 50 o sea  $50 \leq N \leq 450$ . Y el valor del número de polos para el análisis de predicción lineal del modelo POLO utilizado para la determinación de

la respuesta impulsiva, siendo este un valor fijo igual a 25 (MM). Las siguientes tarjetas contendrán el conjunto de muestras a ser analizadas en un arreglo de 8 datos por tarjeta. El formato de lectura posibilita la lectura de N, MM y el conjunto de muestras que posee N datos. Como un dato adicional se proporciona al programa mediante una sentencia de asignación DATA el número de polos IP y el número de ceros IC del filtro del modelo polo - cero. Donde el valor asignado a la variable IP e IC deben cumplir con las siguientes condiciones:  $12 \leq IP \leq 25$  y  $4 \leq IC \leq IP$ .

El programa principal que determina los parámetros del modelo POLO - CERO y las rutinas utilizadas se muestran en el anexo II.

Igual que en el programa que determina los parámetros del modelo POLO, se cambiará el valor de la frecuencia de muestreo en la variable FS si es diferente de 10 Khz. Mediante una asignación DATA se inicializa el valor de la variable TO que indica el número de períodos de tono utilizado en el análisis de predicción lineal del modelo POLO - CERO.

La descripción del programa principal que determina los parámetros Polo - Cero se la ha dado en la sección 5.1 al hablar del análisis de predicción lineal por el segundo caso y se ha basado en el diagrama, de bloques de la Fig. 5.5.

El programa implementado puede obtener un filtro cuyo número de polos puede variar desde 12 hasta 25 en múltiplos de cuatro para un número fijo de ceros. El número de ceros es menor o máximo igual al número de polos. A continuación se presenta la variación en las rutinas - GRAF, GRAF2 y la descripción de la rutina FFT, COVAR modificado y demás rutinas utilizadas.

#### RUTINA GRAF

Realiza igual función que en el programa del modelo POLO y para

utilizar esta rutina debe efectuarse el siguiente llamado

CALL GRAF(AJ, MP, KSN, SSX, XFR, NAG)

La presente rutina tiene variables y parámetros cuya significación ya ha sido indicada al hablar de la rutina GRAF del programa para el modelo POLO.

El parámetro NAG hace posible representar gráficamente el espectro logarítmico si  $NAG = 0$  o considera las variables SSX y XFR como parámetros de salida de la rutina GRAF si  $NAG = 4$ .

## RUTINA GRAF2

Es similar a la rutina GRAF2 presentada en el modelo anterior, con la característica de que posee un parámetro adicional el cual determina los títulos correspondientes a la abscisa y ordenada del gráfico en el dominio del tiempo ( $KIK = 7$ ) de la respuesta impulsiva. Si ( $KIK = 2$ ) se determina los títulos para el gráfico en el dominio de la frecuencia como en el modelo anterior.

Para utilizar esta rutina en el presente modelo se debe realizar la siguiente llamada

CALL GRAF2 (SSX, SMAX, XFR, KSN, KIK)

## RUTINA COVAR MODIFICADA

Para utilizar esta rutina se requiere realizar la siguiente llamada

CALL COVAR(N, X, M, A, ALPHA, GRC, ICE, JAG)

Los parámetros N, X, M, A, ALPHA, GRC han sido indicados al hablar de la rutina COVAR en el Capítulo 3.

Si el parámetro JAG es igual a cero, la rutina ejecuta el análisis de predicción lineal de M polos. En cambio si JAG es diferente de cero la presente rutina obtiene los coeficientes que representan los polos del modelo POLO - CERO.

ICE representa el número de ceros, valor que es necesario para el cálculo de los coeficientes de la matriz de correlación C como se indicó en el Capítulo 4.

#### RUTINA CERO

La presente rutina desplaza a los elementos de un arreglo de longitud N en M + 1 posiciones y aumenta ceros en las M posiciones anteriores y en las M posiciones siguientes al arreglo desplazado, obteniéndose entonces un arreglo de 2M + N elementos.

Para utilizar esta rutina se debe efectuar el siguiente llamado

CALL CERO (X, N, M)

cuyos parámetros tienen el siguiente significado

- X - Secuencia a la que se desea aumentar ceros
- N - Número de muestras antes y después del desplazamiento y aumento de ceros
- M - Número de ceros que se desea aumentar en la secuencia X

#### RUTINA DIV

El propósito de la presente rutina es la de encontrar la transformada inversa Z por división sintética de una transformada Z que es una función racional. Para su uso se debe efectuar el siguiente llamado.

CALL DIV (AP, BQ, RIH, K, MO, MOR)

con la siguiente significación para los parámetros utilizados

- BQ - Arreglo que representa el numerador de la función racional
- AP - Arreglo que representa el denominador de la función racional
- RIH - Representa el argumento de salida de la rutina y es un arreglo que contiene el resultado de la división  $BQ(Z)/AP(Z)$
- K - Número de coeficiente obtenidos de RIH .
- MO - Grado de polinomio en Z AP
- MOR - Grado del polinomio en Z BQ

Los K coeficientes del polinomio en Z de RIH(Z) son las muestras de  $rih(n)$  en el dominio del tiempo discreto.

Por último deseo citar una descripción breve del uso de la rutina FFT, que se ha utilizado en los programas de los dos modelos analizados.

#### RUTINA FFT

Rutina que determina los coeficientes de la serie discreta de Fourier de una secuencia discreta. Rutina que fué implementada por Jim Cooley(2). Para utilizar la rutina FFT se debe efectuar el siguiente llamado

CALL FFT(X, N, INV)

donde

- X - Vector complejo de longitud N, como entrada contiene la secuencia a ser transformada, como salida contiene la transformada discreta de Fourier
- INV - Parámetro para determinar sea una Transformación directa (INV = 0) o una transformación inversa (INV = 1)

N - Número de muestras a ser transformadas  $N = 2**M$ , donde  $1 \ll M \ll 15$

### RUTINA VENT

Para el modelo POLO - CERO se ha implementado una rutina que genera una ventana de Hamming de una longitud N. Se requiere de la siguiente llamada para utilizar esta rutina

CALL VENT (N,WD)

N - Longitud de la ventana

WD - Arreglo que guarda la ventana generada

La ventana de Hamming se ha implementado en base a la siguiente definición

$$wd(n) = 0.54 - 0.46 \cos (2 \pi n/N - 1)$$

## BIBLIOGRAFIA

1. J.D. MARKEL and A.H. GRAY, Jr.; Linear Prediction of Speech, Springer - Verlag, Berlin, 1977.
2. V. Oppenheim and W. Schafer, Digital Signal Processing, Prentice Hall, INC., New Jersey, 1975
3. B.S. Atal and Suzanne L. Hanauer, Speech Analysis and Synthesis by Linear Prediction of the Spech Wave, The Journal of acoustical Society of America, vol. 50, pp. 637-654, April 1971.
4. Bisnhu S. Atal and M.R. Schroeder, Linear Prediction analysis of speech based on a pole - zero representation, J. Acoust. Soc., vol. 64, pp. 1310-1318, Nov. 1978.
5. Donald M. Wiberg, PH.D., Espacio de Estado y Sistemas Lineales, McGraw-Hill, 1975
6. W. David Gregg, Analog and Digital Communication, John Wiley and Sons, Inc., 1977
7. B.S. Atal and M.R. Schroeder, Adaptive Predictive Coding of Speech Signals, The Bell System Technical Journal, pp. 1973 - 1986, October 1970
8. Jean Glavieux, Seminario de Transmisión Digital, Quito, 1983.
9. B.S. Atal, Sound Transmission in the Vocal Trac with Applications to Speech Analysis and Synthesis, Proc.



```

0035      40(I)=0.54-0.46*COS(T*OPI*FI/FL)
0036      CONTINUE
55      OBTENCION DE LAS MUESTRAS DE ENTRADA MEDIANTE UNA VENTANA DE HAMMING
C      DO 144 I=1,N
0037      X(I)=X(I)*W(I)
0038      CONTINUE
0039      144      IMPRESION DEL ESPECTRO LOGARITMICO DE LA SENAL DE ENTRADA
C      KSN=0
0040      CALL GRAF(X,NN,FS,KSN)
0041      ANALISIS DE PREDICION LINEAL PARA LAS MUESTRAS DE ENTRADA
C      DU 200 MJ=12,JM,4
0042      M=MJ
0043      CALL CDVAR(N,X,M,A,ALPHA,RC)
0044      MP=M+1
0045      IMPRESION DEL TITULO DE SALIDA DE DATOS
C      WRITE(3,60)
0046      60      FORMAT(///,21X,'SALIDA DE DATOS MET/COVAR',/,21X,25(' '),/)
0047      IMPRESION DEL ORDEN DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,70)M
0048      70      FORMAT(/,23X,'M=',I3,'POLOS',/,/,19X,'I',A(I),/,13X,'RC(I)',/)
0049      IMPRESION DE LOS COEFICIENTES DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,80)(I,A(I),RC(I),I=1,MP)
0050      80      FORMAT(17X,I3,2E15,R,/)
0051      IMPRESION DEL ERROR CUADRATICO
C      WRITE(3,90)ALPHA
0052      90      FORMAT(///,21X,'ALPHA=',E16.8,/)
0053      IMPRESION DEL ESPECTRO LOGARITMICO DEL FILTRO DIRECTO 1/A(Z) DE M POLOS
C      KSN=1
0054      CALL GRAF(A,MP,FS,KSN)
0055      CALL AUTO(N,X,M,A,ALPHA,RC)
C      IMPRESION DEL TITULO DE SALIDA DE DATOS
0056      WRITE(3,111)
0057      111      FORMAT(///,21X,'SALIDA DE DATOS MET/AUTO',/,21X,24(' '),/)
0058      IMPRESION DEL ORDEN DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,70)M
0059      IMPRESION DE LOS COEFICIENTES DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,80)(I,A(I),RC(I),I=1,MP)
0060      IMPRESION DEL ERROR CUADRATICO
C      WRITE(3,90)ALPHA
0061      IMPRESION DEL ESPECTRO LOGARITMICO DEL FILTRO DIRECTO 1/A(Z) DE M POLOS
C      CALL GRAF(A,MP,FS,KSN)
0062      200      CONTINUE
0063      ANALISIS DE PREDICION LINEAL PARA LAS MUESTRAS DE ENTRADA
C      CON LA CONDICION DE QUE X(N)=0 PARA N<M(ORDEN DEL FILTRO) Y N>N
C      NUMERO DE MUESTRAS DE ENTRADA
C      DO 222 MJ=12,JM,4
0064      AUMENTO MJ CEROS ANTES Y DESPUES DE LAS MUESTRAS ALMACENADAS EN EL
C      ARREGLO X
C      DO 333 JB=1,NN
0065      333      J=NN+MJ+1-JB
0066      X(J)=X(J-MJ)
0067      DO 444 J=1,MJ
0068      JB=NN+MJ+J
0069      X(J)=0.
0070      444      X(JB)=0.
0071      M=MJ
0072      N=NN+2*M
0073      WRITE(3,77)
0074      77      FORMAT(///,35X,'X(N)=0 PARA N<M Y N>N',/)
0075      CALL AUTO(N,X,M,A,ALPHA,RC)
0076      MP=M+1
0077      IMPRESION DEL TITULO DE SALIDA DE DATOS
C      WRITE(3,111)
0078      IMPRESION DEL ORDEN DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,70)M
0079      IMPRESION DE LOS COEFICIENTES DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,80)(I,A(I),RC(I),I=1,MP)
0080      IMPRESION DEL ERROR CUADRATICO
C      WRITE(3,90)ALPHA
0081      CALL CDVAR(N,X,M,A,ALPHA,RC)
0082      IMPRESION DEL TITULO DE SALIDA DE DATOS
C      WRITE(3,60)
0083      IMPRESION DEL ORDEN DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,70)M
0084      IMPRESION DE LOS COEFICIENTES DEL FILTRO INVERSO
C      WRITE(3,80)(I,A(I),RC(I),I=1,MP)
0085      IMPRESION DEL ERROR CUADRATICO
C      WRITE(3,90)ALPHA
0086      IMPRESION DEL ESPECTRO LOGARITMICO DEL FILTRO DIRECTO 1/A(Z) DE M POLOS
C      KSN=1
0087      CALL GRAF(A,MP,FS,KSN)
0088      N=NN
0089      DO 115 I=1,N
0090      X(I)=X(I+MJ)
0091      115      CONTINUE
0092      222      CONTINUE
0093      STOP
0094      175      CONTINUE
0095      WRITE(3,175)
0096      175      FORMAT(///,4X,'VERIFICAR: DATOS DE ENTRADA NO CUMPLE',/,40X,'CON L
* OS REQUERIMIENTOS NECESARIOS',/,40X,'NUMERO DE MUESTRAS SO<N<450'
* ,/,40X,'ORDEN DEL FILTRO INVERSO 12<JM<25',/)
0097      STOP
0098      END

```



```

C SOLUCION RECURSIVA PARA EL METODO DE LA COVARIANZA
C N NUMERO DE MUESTRAS
C X DATOS A ANALIZARSE
C M ORDEN DEL FILTRO INVERSO
C A COEFICIENTES DEL FILTRO INVERSO
C GRC COEFICIENTES DE REFLEXION GENERALIZADOS
C ALPHA ERROR CUADRATICO
0001 SUBROUTINE COVAR(N,X,M,A,ALPHA,GRC)
0002 DIMENSION X(1),A(1),GRC(1)
0003 DIMENSION C(26,26),B(25,25),BETA(25)
C
0004 MP=M+1
0005 DO 100 IP=1,MP
0006 DO 100 JP=1,IP
0007 C(IP,JP)=0.
0008 DO 100 NP=MP,N
0009 NP1=NP+1-IP
0010 NPJ=NP+1-JP
0011 100 C(IP,JP)=C(IP,JP)+X(NP1)*X(NPJ)
0012 B(1,1)=1.
0013 ALPHA=C(1,1)
0014 BETA(1)=C(2,2)
0015 GRC(1)=-C(2,1)/C(2,2)
0016 A(1)=1.
0017 A(2)=GRC(1)
0018 ALPHA=ALPHA-GRC(1)*GRC(1)*BETA(1)
0019 MF=M
0020 DO 400 MINC=2,MF.
0021 M=MINC-1
0022 B(MINC,MINC)=1.
0023 DO 200 IP=1,M
0024 B(MINC,IP)=0.
0025 IF (BETA(IP))600,200,130
0026 130 GAM=0.
0027 DO 150 J=1,IP
0028 150 GAM=GAM+C(M+2,J+1)*B(IP,J)
0029 GAM=GAM/BETA(IP)
0030 DO 190 JP=1,IP
0031 190 B(MINC,JP)=B(MINC,JP)-GAM*B(IP,JP)
0032 200 CONTINUE
0033 BETA(MINC)=0.
0034 DO 250 J=1,M/MNC
0035 250 BETA(MINC)=BETA(MINC)+C(M+2,J+1)*B(MINC,J)
0036 M=M+1
0037 IF (BETA(M))600,360,260
0038 260 S=0.
0039 DO 300 IP=1,M
0040 300 S=S+C(M+1,IP)*A(IP)
0041 GRC(M)=-S/BETA(M)
0042 DO 350 IP=2,M
0043 350 A(IP)=A(IP)+GRC(M)*B(M,IP-1)
0044 A(M+1)=GRC(M)
0045 360 CONTINUE
0046 ALPHA=ALPHA-GRC(M)*GRC(M)*BETA(M)
0047 IF (ALPHA)600,600,400
0048 400 CONTINUE
0049 600 RETURN
0050 END

```



```

0021 0021
0022 0022
0023 0023
0024 0024
0025 0025
0026 0026
0027 0027
0028 0028
0029 0029
0030 0030
0031 0031
0032 0032
0033 0033
0034 0034
0035 0035
0036 0036
0037 0037
0038 0038
0039 0039
0040 0040
0041 0041
0042 0042
0043 0043
0044 0044
0045 0045
0046 0046
0047 0047
0048 0048
0049 0049
0050 0050
0051 0051
0052 0052
0053 0053
0054 0054
0055 0055
0056 0056
0057 0057
0058 0058
0059 0059
0060 0060
0061 0061
0062 0062
0063 0063
0064 0064
0065 0065
0066 0066
0067 0067
0068 0068
0069 0069
0070 0070
0071 0071
0072 0072
0073 0073
0074 0074
0075 0075
0076 0076
0077 0077
0078 0078
0079 0079
0080 0080
0081 0081
0082 0082
0083 0083
0084 0084
0085 0085
0086 0086
0087 0087
0088 0088
0089 0089
0090 0090
0091 0091
0092 0092
0093 0093
0094 0094
0095 0095
0096 0096
0097 0097
0098 0098
0099 0099
0100 0100
0101 0101
0102 0102
0103 0103
0104 0104
0105 0105
0106 0106
0107 0107
0108 0108
0109 0109
0110 0110
0111 0111
0112 0112
0113 0113
0114 0114
0115 0115
0116 0116
0117 0117
0118 0118
0119 0119
0120 0120
0121 0121
0122 0122
0123 0123
0124 0124
0125 0125
0126 0126
0127 0127
0128 0128
0129 0129
0130 0130
0131 0131
0132 0132
0133 0133
0134 0134
0135 0135
0136 0136
0137 0137
0138 0138
0139 0139
0140 0140
0141 0141
0142 0142
0143 0143
0144 0144
0145 0145
0146 0146
0147 0147
0148 0148
0149 0149
0150 0150
0151 0151
0152 0152
0153 0153
0154 0154
0155 0155
0156 0156
0157 0157
0158 0158
0159 0159
0160 0160
0161 0161
0162 0162
0163 0163
0164 0164
0165 0165
0166 0166
0167 0167
0168 0168
0169 0169
0170 0170
0171 0171
0172 0172
0173 0173
0174 0174
0175 0175
0176 0176
0177 0177
0178 0178
0179 0179
0180 0180
0181 0181
0182 0182
0183 0183
0184 0184
0185 0185
0186 0186
0187 0187
0188 0188
0189 0189
0190 0190
0191 0191
0192 0192
0193 0193
0194 0194
0195 0195
0196 0196
0197 0197
0198 0198
0199 0199
0200 0200
0201 0201
0202 0202
0203 0203
0204 0204
0205 0205
0206 0206
0207 0207
0208 0208
0209 0209
0210 0210
0211 0211
0212 0212
0213 0213
0214 0214
0215 0215
0216 0216
0217 0217
0218 0218
0219 0219
0220 0220
0221 0221
0222 0222
0223 0223
0224 0224
0225 0225
0226 0226
0227 0227
0228 0228
0229 0229
0230 0230
0231 0231
0232 0232
0233 0233
0234 0234
0235 0235
0236 0236
0237 0237
0238 0238
0239 0239
0240 0240
0241 0241
0242 0242
0243 0243
0244 0244
0245 0245
0246 0246
0247 0247
0248 0248
0249 0249
0250 0250
0251 0251
0252 0252
0253 0253
0254 0254
0255 0255
0256 0256
0257 0257
0258 0258
0259 0259
0260 0260
0261 0261
0262 0262
0263 0263
0264 0264
0265 0265
0266 0266
0267 0267
0268 0268
0269 0269
0270 0270
0271 0271
0272 0272
0273 0273
0274 0274
0275 0275
0276 0276
0277 0277
0278 0278
0279 0279
0280 0280
0281 0281
0282 0282
0283 0283
0284 0284
0285 0285
0286 0286
0287 0287
0288 0288
0289 0289
0290 0290
0291 0291
0292 0292
0293 0293
0294 0294
0295 0295
0296 0296
0297 0297
0298 0298
0299 0299
0300 0300
0301 0301
0302 0302
0303 0303
0304 0304
0305 0305
0306 0306
0307 0307
0308 0308
0309 0309
0310 0310
0311 0311
0312 0312
0313 0313
0314 0314
0315 0315
0316 0316
0317 0317
0318 0318
0319 0319
0320 0320
0321 0321
0322 0322
0323 0323
0324 0324
0325 0325
0326 0326
0327 0327
0328 0328
0329 0329
0330 0330
0331 0331
0332 0332
0333 0333
0334 0334
0335 0335
0336 0336
0337 0337
0338 0338
0339 0339
0340 0340
0341 0341
0342 0342
0343 0343
0344 0344
0345 0345
0346 0346
0347 0347
0348 0348
0349 0349
0350 0350
0351 0351
0352 0352
0353 0353
0354 0354
0355 0355
0356 0356
0357 0357
0358 0358
0359 0359
0360 0360
0361 0361
0362 0362
0363 0363
0364 0364
0365 0365
0366 0366
0367 0367
0368 0368
0369 0369
0370 0370
0371 0371
0372 0372
0373 0373
0374 0374
0375 0375
0376 0376
0377 0377
0378 0378
0379 0379
0380 0380
0381 0381
0382 0382
0383 0383
0384 0384
0385 0385
0386 0386
0387 0387
0388 0388
0389 0389
0390 0390
0391 0391
0392 0392
0393 0393
0394 0394
0395 0395
0396 0396
0397 0397
0398 0398
0399 0399
0400 0400
0401 0401
0402 0402
0403 0403
0404 0404
0405 0405
0406 0406
0407 0407
0408 0408
0409 0409
0410 0410
0411 0411
0412 0412
0413 0413
0414 0414
0415 0415
0416 0416
0417 0417
0418 0418
0419 0419
0420 0420
0421 0421
0422 0422
0423 0423
0424 0424
0425 0425
0426 0426
0427 0427
0428 0428
0429 0429
0430 0430
0431 0431
0432 0432
0433 0433
0434 0434
0435 0435
0436 0436
0437 0437
0438 0438
0439 0439
0440 0440
0441 0441
0442 0442
0443 0443
0444 0444
0445 0445
0446 0446
0447 0447
0448 0448
0449 0449
0450 0450
0451 0451
0452 0452
0453 0453
0454 0454
0455 0455
0456 0456
0457 0457
0458 0458
0459 0459
0460 0460
0461 0461
0462 0462
0463 0463
0464 0464
0465 0465
0466 0466
0467 0467
0468 0468
0469 0469
0470 0470
0471 0471
0472 0472
0473 0473
0474 0474
0475 0475
0476 0476
0477 0477
0478 0478
0479 0479
0480 0480
0481 0481
0482 0482
0483 0483
0484 0484
0485 0485
0486 0486
0487 0487
0488 0488
0489 0489
0490 0490
0491 0491
0492 0492
0493 0493
0494 0494
0495 0495
0496 0496
0497 0497
0498 0498
0499 0499
0500 0500
0501 0501
0502 0502
0503 0503
0504 0504
0505 0505
0506 0506
0507 0507
0508 0508
0509 0509
0510 0510
0511 0511
0512 0512
0513 0513
0514 0514
0515 0515
0516 0516
0517 0517
0518 0518
0519 0519
0520 0520
0521 0521
0522 0522
0523 0523
0524 0524
0525 0525
0526 0526
0527 0527
0528 0528
0529 0529
0530 0530
0531 0531
0532 0532
0533 0533
0534 0534
0535 0535
0536 0536
0537 0537
0538 0538
0539 0539
0540 0540
0541 0541
0542 0542
0543 0543
0544 0544
0545 0545
0546 0546
0547 0547
0548 0548
0549 0549
0550 0550
0551 0551
0552 0552
0553 0553
0554 0554
0555 0555
0556 0556
0557 0557
0558 0558
0559 0559
0560 0560
0561 0561
0562 0562
0563 0563
0564 0564
0565 0565
0566 0566
0567 0567
0568 0568
0569 0569
0570 0570
0571 0571
0572 0572
0573 0573
0574 0574
0575 0575
0576 0576
0577 0577
0578 0578
0579 0579
0580 0580
0581 0581
0582 0582
0583 0583
0584 0584
0585 0585
0586 0586
0587 0587
0588 0588
0589 0589
0590 0590
0591 0591
0592 0592
0593 0593
0594 0594
0595 0595
0596 0596
0597 0597
0598 0598
0599 0599
0600 0600
0601 0601
0602 0602
0603 0603
0604 0604
0605 0605
0606 0606
0607 0607
0608 0608
0609 0609
0610 0610
0611 0611
0612 0612
0613 0613
0614 0614
0615 0615
0616 0616
0617 0617
0618 0618
0619 0619
0620 0620
0621 0621
0622 0622
0623 0623
0624 0624
0625 0625
0626 0626
0627 0627
0628 0628
0629 0629
0630 0630
0631 0631
0632 0632
0633 0633
0634 0634
0635 0635
0636 0636
0637 0637
0638 0638
0639 0639
0640 0640
0641 0641
0642 0642
0643 0643
0644 0644
0645 0645
0646 0646
0647 0647
0648 0648
0649 0649
0650 0650
0651 0651
0652 0652
0653 0653
0654 0654
0655 0655
0656 0656
0657 0657
0658 0658
0659 0659
0660 0660
0661 0661
0662 0662
0663 0663
0664 0664
0665 0665
0666 0666
0667 0667
0668 0668
0669 0669
0670 0670
0671 0671
0672 0672
0673 0673
0674 0674
0675 0675
0676 0676
0677 0677
0678 0678
0679 0679
0680 0680
0681 0681
0682 0682
0683 0683
0684 0684
0685 0685
0686 0686
0687 0687
0688 0688
0689 0689
0690 0690
0691 0691
0692 0692
0693 0693
0694 0694
0695 0695
0696 0696
0697 0697
0698 0698
0699 0699
0700 0700
0701 0701
0702 0702
0703 0703
0704 0704
0705 0705
0706 0706
0707 0707
0708 0708
0709 0709
0710 0710
0711 0711
0712 0712
0713 0713
0714 0714
0715 0715
0716 0716
0717 0717
0718 0718
0719 0719
0720 0720
0721 0721
0722 0722
0723 0723
0724 0724
0725 0725
0726 0726
0727 0727
0728 0728
0729 0729
0730 0730
0731 0731
0732 0732
0733 0733
0734 0734
0735 0735
0736 0736
0737 0737
0738 0738
0739 0739
0740 0740
0741 0741
0742 0742
0743 0743
0744 0744
0745 0745
0746 0746
0747 0747
0748 0748
0749 0749
0750 0750
0751 0751
0752 0752
0753 0753
0754 0754
0755 0755
0756 0756
0757 0757
0758 0758
0759 0759
0760 0760
0761 0761
0762 0762
0763 0763
0764 0764
0765 0765
0766 0766
0767 0767
0768 0768
0769 0769
0770 0770
0771 0771
0772 0772
0773 0773
0774 0774
0775 0775
0776 0776
0777 0777
0778 0778
0779 0779
0780 0780
0781 0781
0782 0782
0783 0783
0784 0784
0785 0785
0786 0786
0787 0787
0788 0788
0789 0789
0790 0790
0791 0791
0792 0792
0793 0793
0794 0794
0795 0795
0796 0796
0797 0797
0798 0798
0799 0799
0800 0800
0801 0801
0802 0802
0803 0803
0804 0804
0805 0805
0806 0806
0807 0807
0808 0808
0809 0809
0810 0810
0811 0811
0812 0812
0813 0813
0814 0814
0815 0815
0816 0816
0817 0817
0818 0818
0819 0819
0820 0820
0821 0821
0822 0822
0823 0823
0824 0824
0825 0825
0826 0826
0827 0827
0828 0828
0829 0829
0830 0830
0831 0831
0832 0832
0833 0833
0834 0834
0835 0835
0836 0836
0837 0837
0838 0838
0839 0839
0840 0840
0841 0841
0842 0842
0843 0843
0844 0844
0845 0845
0846 0846
0847 0847
0848 0848
0849 0849
0850 0850
0851 0851
0852 0852
0853 0853
0854 0854
0855 0855
0856 0856
0857 0857
0858 0858
0859 0859
0860 0860
0861 0861
0862 0862
0863 0863
0864 0864
0865 0865
0866 0866
0867 0867
0868 0868
0869 0869
0870 0870
0871 0871
0872 0872
0873 0873
0874 0874
0875 0875
0876 0876
0877 0877
0878 0878
0879 0879
0880 0880
0881 0881
0882 0882
0883 0883
0884 0884
0885 0885
0886 0886
0887 0887
0888 0888
0889 0889
0890 0890
0891 0891
0892 0892
0893 0893
0894 0894
0895 0895
0896 0896
0897 0897
0898 0898
0899 0899
0900 0900
0901 0901
0902 0902
0903 0903
0904 0904
0905 0905
0906 0906
0907 0907
0908 0908
0909 0909
0910 0910
0911 0911
0912 0912
0913 0913
0914 0914
0915 0915
0916 0916
0917 0917
0918 0918
0919 0919
0920 0920
0921 0921
0922 0922
0923 0923
0924 0924
0925 0925
0926 0926
0927 0927
0928 0928
0929 0929
0930 0930
0931 0931
0932 0932
0933 0933
0934 0934
0935 0935
0936 0936
0937 0937
0938 0938
0939 0939
0940 0940
0941 0941
0942 0942
0943 0943
0944 0944
0945 0945
0946 0946
0947 0947
0948 0948
0949 0949
0950 0950
0951 0951
0952 0952
0953 0953
0954 0954
0955 0955
0956 0956
0957 0957
0958 0958
0959 0959
0960 0960
0961 0961
0962 0962
0963 0963
0964 0964
0965 0965
0966 0966
0967 0967
0968 0968
0969 0969
0970 0970
0971 0971
0972 0972
0973 0973
0974 0974
0975 0975
0976 0976
0977 0977
0978 0978
0979 0979
0980 0980
0981 0981
0982 0982
0983 0983
0984 0984
0985 0985
0986 0986
0987 0987
0988 0988
0989 0989
0990 0990
0991 0991
0992 0992
0993 0993
0994 0994
0995 0995
0996 0996
0997 0997
0998 0998
0999 0999
1000 1000

```

```

C SUBPROGRAMA PARA GRAFICAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL MODULO DE
C LOS COEFICIENTES DE FOURIER ASSX(OD) FREC/Hz
C RUTINA QUE GRAFICA A LO LARGO DEL PAPEL DE IMPRESORA
C SSX SECUENCIA A GRAFIZAR
C SSAX PARA ANALISIS DE LA VOLT
C SUBROUTINE GRAF2(SSX,SMAX,XFR,KSI)
C DIMENSION SSX(512),AA(60),XFR(51)
C INTEGER*2 JPUNT,DLANC,MAS,IRAY
C DATA JPUNT,BLANC,MAS,IRAY/...../
C SMAX=-1,SPIN(SSX)
C GO TO 1112
1111 SMAX=SMAX(SSX)
1112 CONTINUE
C DO 220 K=1,60
C AAKI=JPUNT
220 CONTINUE
221 FOPMAT(//,40X,ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER//,A X,31:...../
222 FOPMAT(//,20X,VALOR MAXIMO=.E1A.7,10R,/)
223 FOPMAT(//,20X,FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB//)
224 WRITE(3,555)(AA(I),I=1,60)
225 FOPMAT(//,10X,FREQ/HZ//,AX,WAGNITUD/DB//,5X,6,A1)
226 DO 330 J=1,300.4
227 AAKI=IRAY
330 CONTINUE
331 IFRKSN=EO.DIGD TO 1990
332 K=30,30,SSX(J)/SMAX
333 J=J+1
334 GO TO 2999
1999 CONTINUE
K=30,30,SSX(J)/SMAX
K=K+1
2999 AA(30)=JPUNT
IFR(,GT,6)IGD TO 15,
IFR(,LE,1)IK=2
AAIK(1)=MAS
IFR(,NE,6)IGD TO 29
AAIGD)=BLANC
GU T J 39
CONTINUE
DO 550 JA=K,60
AA(JA)=BLANC
CONTINUE
GO TO 39
155 AITODIEMAS
39 CONTINUE
WRITE(3,55)(XFR(J),SSX(J),AA(I),I=1,60)
550 CONTINUE
551 RETURN
END

```

```

0001 0001 C
0002 0002 C
0003 0003 C
0004 0004 C
0005 0005 C
0006 0006 C
0007 0007 C
0008 0008 C
0009 0009 C
0010 0010 C
0011 0011 C
0012 0012 C
0013 0013 C
0014 0014 C
0015 0015 C
0016 0016 C
0017 0017 C
0018 0018 C
0019 0019 C
0020 0020 C
0021 0021 C
0022 0022 C
0023 0023 C
0024 0024 C
0025 0025 C
0026 0026 C
0027 0027 C
0028 0028 C
0029 0029 C
0030 0030 C
0031 0031 C
0032 0032 C
0033 0033 C
0034 0034 C
0035 0035 C
0036 0036 C
0037 0037 C
0038 0038 C
0039 0039 C
0040 0040 C
0041 0041 C
0042 0042 C
0043 0043 C
0044 0044 C
0045 0045 C
0046 0046 C
0047 0047 C
0048 0048 C
0049 0049 C
0050 0050 C
0051 0051 C
0052 0052 C
0053 0053 C
0054 0054 C
0055 0055 C
0056 0056 C
0057 0057 C
0058 0058 C
0059 0059 C
0060 0060 C
0061 0061 C
0062 0062 C
0063 0063 C
0064 0064 C
0065 0065 C
0066 0066 C
0067 0067 C
0068 0068 C
0069 0069 C
0070 0070 C
0071 0071 C
0072 0072 C
0073 0073 C
0074 0074 C
0075 0075 C
0076 0076 C
0077 0077 C
0078 0078 C
0079 0079 C
0080 0080 C
0081 0081 C
0082 0082 C
0083 0083 C
0084 0084 C
0085 0085 C
0086 0086 C
0087 0087 C
0088 0088 C
0089 0089 C
0090 0090 C
0091 0091 C
0092 0092 C
0093 0093 C
0094 0094 C
0095 0095 C
0096 0096 C
0097 0097 C
0098 0098 C
0099 0099 C
0100 0100 C

```

SUBPROGRAMA DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER  
X= VECTORES COMPLEJOS DE LONGITUD N, COMO ENTRADA CONTIENE  
LA SECUENCIA A SER TRANSFORMADA, COMO SALIDA CONTIENE  
LA TDF DE LA ENTRADA  
N= NUMERO DE FFT. A SER TRANSFORMADA N=2\*\*M PARA 1.LE.M.LE.15  
INVE PARAVETRO PARA DETERMINAR SEA UNA TRANSFORMACION DIRECTA (INVE=0)  
O UNA TRANSFORMACION INVERSA (INVE=1)  
SUEROUTINE FFT(X,N,INVE)  
C) COMPLEX X(1024),U,M,T,CMPLX  
M=ALOG(FLOAT(N))/ALOG(2)+.1  
NV2=N/2  
NV1=N-1  
J=1  
DO 40 I=1,NM1  
IF(I.GE.J)GO TO 10  
T=X(J)  
X(J)=X(I)  
X(I)=T  
IF(NV2.GE.J)GO TO 30  
K=J-K  
J=J+K  
K=X/2  
GJ TU 20  
J=J+K  
CONTINUE  
PI=9.86111801  
DO 70 L=1,M  
LE=2\*\*L  
Let\*LE/2  
W=1.0,0.0  
W=CMPLX(COS(PI/LE),SIN(PI/LE))  
IF(INV.NE.0)W=CONJG(W)  
DO 60 J=1,LE1  
DO 50 I=J,N.LE  
IP=I+LE1  
T=X(IP)\*U  
X(IP)=X(I)\*W  
X(I)=X(IP)+T  
CONTINUE  
U=U\*W  
CONTINUE  
CONTINUE  
IF(INV.EQ.0)RETURN  
DO 80 I=1,N  
X(I)=X(I)/CMPLX(FLOAT(N),0.)  
CONTINUE  
RETURN  
END

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
 FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
 ESPECIALIZACIÓN ELECTRÓNICA  
 AUTOR: JUAN ALEXANDER AYALA GONZALEZ  
 FECHA: 26 DE MARZO DE 1993

ANÁLISIS DE PREDICCIÓN LINEAL  
 MODELO POLO CERO  
 PROGRAMA PRINCIPAL  
 SOLUCIÓN MEDIANTE LA DETERMINACIÓN DE LA RESPUESTA  
 IMPULSIVA  $H(N)$  DEL MODELO POLO CERO A PARTIR DE LAS  
 MUESTRAS DE LA SEÑAL DEL LENGUAJE.

ENTRADAS: N- NÚMERO DE MUESTRAS  
 S(N)- SECUENCIA DE MUESTRAS DE ENTRADA  
 MPO- NÚMERO DE POLOS DEL FILTRO  
 ICE- NÚMERO DE CEROS DEL FILTRO

SALIDAS: A- COEFICIENTES DEL FILTRO - POLOS (P<13)  
 B- COEFICIENTES DEL FILTRO - CEROS (Q<7)  
 RH- RESPUESTA IMPULSIVA  $H(N)$   
 EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA  
 SSX- COEFICIENTES DE FOURIER EN MÓDULO O EXPRESADO EN DB  
 XFR- FRECUENCIA CORRESPONDIENTE A C/COEFICIENTE DE FOURIER  
 EN EL DOMINIO DEL TIEMPO  
 SSX - AMPLITUD DE CADA MUESTRA  
 XFR - TIEMPO DISCRETO  
 X - NÚMERO DE MUESTRAS DE LA RESPUESTA IMPULSIVA  $H(N)$

```

0001 DIMENSION XFR(513),SSX(513)
0002 DIMENSION X(513),E(513),A(26),RC(26)
0003 DIMENSION P(30),Q(30)
0004 DIMENSION RH(513),DB(26)
0005 DIMENSION SK(513),SK(513)
0006 DIMENSION MD(1024)
0007 COMPLEX XX(1024)
0008 DATA IP,IC/25.6/
0009 DATA TD/2./
0010 DATA XFR,SSX/513*0.,513*0./
C IMPRESION DE TITULOS Y DATOS DE REFERENCIA
0011 WRITE(3,190)
0012 190 FORMAT(//.35X,'ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL',/.35X,'FACULTAD DE IN
'GENIERIA ELÉCTRICA',/.35X,'ESPECIALIZACIÓN ELECTRÓNICA',/.35X,'TES
'IS DE GRADO',PREDICCIÓN LINEAL',/.35X,'AUTOR: JUAN ALEXANDER AYA
'LA GONZALEZ',/.35X,'FECHA: 26 DE MARZO DE 1993',///)
0013 WRITE(3,191)
0014 191 FORMAT(//.20X,'VARIABLES PRINCIPALES DE ENTRADA SALIDA',/.25X,'EN
'TRADAS: I - NÚMERO DE MUESTRA',/.34X,'X(I) - AMPLITUD DE LA M
'UESTRA',/.25X,'SALIDAS: A(I) - COEFICIENTES DEL FILTRO-POLOS',
'/.34X,'B(I) - COEFICIENTE DEL FILTRO-CEROS',/.34X,'RC(I) - C
'COEFICIENTES DE REFLEXIÓN',/.34X,'ALPHA - ERROR CUADRÁTICO TOTAL
',/.34X,'MPO - NÚMERO DE POLOS',/.34X,'ICE - NÚMERO DE CEROS',
'/.20X,'EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA',/.34X,'SSX - COEFICIENTES
'DE LA SERIE DISCRETA DE FOURIER EXPRESADO EN DB',/.34X,'XFR - FR
'ECUENCIA CORRESPONDIENTE A CADA COEFICIENTE DE FOURIER',/.20X,'EN
'EL DOMINIO DEL TIEMPO',/.34X,'SSX - AMPLITUD DE CADA MUESTRA',/
'.34X,'XFR - TIEMPO DISCRETO',//)
C LECTURA DE LAS MUESTRAS DE ENTRADA
0015 READ(1,10)N,MM,(X(I),I=1,N)
0016 10 FORMAT(2I10,/,1F10.3)
C VERIFICACIÓN DE LOS DATOS DE ENTRADA
0017 IF(N.LT.50.OR.N.GT.450)GO TO 175
0018 IF(MM.NE.25)GO TO 175
0019 IF(IC.GT.IP.OR.IP.GT.25)GO TO 175
C IMPRESIÓN DEL TÍTULO DEL MODELO ANALIZADO
0020 WRITE(3,20)
0021 20 FORMAT(///.30X,'PREDICCIÓN LINEAL MODELO POLO CERO',/.30X,3A(' '),
'//)
C IMPRESIÓN DE LAS MUESTRAS DE ENTRADA
0022 WRITE(3,30)
0023 30 FORMAT(///.35X,'MUESTRAS DE ENTRADA X(N)',/.35X,2A(' '),//)
0024 WRITE(3,40)
0025 40 FORMAT(///.21X,4(5X,'.1'.5X,'X(I)'.),//)
0026 WRITE(3,50)(1,X(I),I=1,N)
0027 50 FORMAT(21X,4(16,F9.3),//)
0028 NOPEN

```

```

0027      V=VM
0029      VJ=M
C        GENERO LA VENTANA DE HAMMING
0031      CALL VENT(N,WD)
0032      DJ 144 I=1,N
0033      X(I)=X(I)*WD(I)
0034      144 CONTINUE
C        FRECUENCIA DE MUESTREO
0035      FS=10000.
C        IMPRESION DEL ESPECTRO LOGARITMICO DE LA SENAL DE ENTRADA
0036      KSN=0
0037      MAG=0
0038      CALL GRAF(X,N,FS,KSN,SSX,XFR,NAG)
0039      DO 15 I=1,S12
0040      SSX(I)=0.
0041      XFR(I)=0.
C        15 CALCULO DEL POLINOMIO P(Z)
0042      CALL CERO(X,N,4)
0043      ICE=IC
0044      JAG=0
0045      CALL COVAR(N,X,P,A,ALPHA,RC,ICE,JAG)
0046      DJ 100 IN=1,NN
0047      X(IN)=X(IN+MJ)
0048      100 CONTINUE
0049      MP=MJ+1
0050      DJ 200 K=1,MP
0051      P(K)=A(K)
0052      200 CONTINUE
C        200 CALCULO LA SECUENCIA DE ERROR E(Z)
0053      DO 222 K=MP,NN
0054      E(K)=0.
0055      DO 222 J=1,MP
0056      E(K)=E(K)+A(J)*X(K-J+1)
0057      222 CONTINUE
0058      M=MM
0059      N=NN
0060      FN=TD*FS/FLOAT(N)
0061      DU 233 J=1,M
0062      K=N+J
0063      E(K)=0.
0064      E(J)=0.
C        233 CONTINUE
C        INICIO EL PROCESO DE INVERSION ESPECTRAL
0065      V=VM
0066      N=NN+M
0067      JAG=0.
0068      CALL COVAR(N,E,M,X,ALPHA,RC,ICE,JAG)
0069      V=M+1
0070      M=14
0071      CALL CERO(X,N,4)
0072      144 CONTINUE
C        CALCULO DEL POLINOMIO Q(Z)
0073      CALL COVAR(N,X,M,Q,ALPHA,RC,ICE,JAG)
C        IMPRIMO EL POLINOMIO Q(Z)
0074      WRITE(3,600)
0075      600 FORMAT(//,3X,'POLINOMIO Q(Z)',/,35X,14(' '),//)
0076      WRITE(3,602)
0077      WRITE(3,701)(J,Q(J),J=1,15)
C        IMPRIMO EL POLINOMIO P(Z)
0078      WRITE(3,601)
0079      501 FORMAT(//,35X,'POLINOMIO P(Z)',/,35X,14(' '),//)
0080      WRITE(3,602)
0081      602 FORMAT(//,21X,4(5X,' ',5X,'CZ(I)'),//)
0082      WRITE(3,701)(K,P(K),K=1,26)
0083      701 FORMAT((21X,4(17,F9.3),//)
C        CALCULO DE LA RESPUESTA IMPULSIVA
0084      K=450
0085      MD=26
0086      MDR=16
0087      CALL DIV(P,Q,RIH,K,MD,MDR)
0088      WRITE(3,49)
0089      49 FORMAT(//,33X,'RESPUESTA IMPULSIVA H(N)',/,33X,24(' '),//)
C        IMPRESION DE LA RESPUESTA IMPULSIVA
0090      KSN=0
0091      MAG=0
0092      DJ 833 I=1,N
0093      SSX(I)=RIH(I)
0094      XFR(I)=FLOAT(I-1)
0095      SMAX=MAXX(SSX)
0096      KIK=7
0097      CALL GRAF2(SSX,SHAX,XFR,KSN,KIK)

```



```

C      COVAR MODIFICADO
C      RUTINA QUE DETERMINA LOS PARAMETROS QUE REPRESENTAN LOS
C      POLOS DEL MODELO POLO-CERO O EJECUTA EL ANALISIS DE
C      PREDICCIÓN LINEAL DE M POLOS REQUERIDO PARA ESTIMAR LA RESPUESTA
C      IMPULSIVA
C      N NUMERO DE MUESTRAS
C      X DATOS A ANALIZARSE
C      M NUMERO DE POLOS
C      ICE NUMERO DE CEROS
C      ALPHA ERROR CUADRATICO
C      GRC COEFICIENTES DE REFLEXION
C      JAG PARAMETRO QUE DETERMINA SEA EL ANALISIS DE PREDICCIÓN
C      LINEAL (JAG=0) O LOS POLOS DEL MODELO POLO-CERO (JAG=1)
0001  SUBROUTINE COVAR(N,X,M,A,ALPHA,GRC,ICE,JAG)
0002  DIMENSION X(1),A(1),GRC(1)
0003  DIMENSION C(26,26),B(25,25),BETA(25)

C
0004      MP=M+1
0005      IF(JAG.EQ.0)GO TO 301
0006      KMP=ICE+1
0007      GO TO 302
0008  301  KMP=MP
0009  302  CONTINUE
0010      DO 100 IP=1,MP
0011      DO 100 JP=1,IP
0012      C(IP,JP)=0.
0013      DO 100 NP=KMP,M
0014      NP1=NP+1-IP
0015      NPJ=NP+1-JP
0016      IF(NP1.GE.1.AND.NPJ.GE.1)GO TO 303
0017      C(IP,JP)=0.
0018      GO TO 100
0019  303  CONTINUE
0020      C(IP,JP)=C(IP,JP)+X(NP1)*X(NPJ)
0021  100  CONTINUE
0022      B(1,1)=1.
0023      ALPHA=C(1,1)
0024      BETA(1)=C(2,2)
0025      GRC(1)=-C(2,1)/C(2,2)
0026      A(1)=1.
0027      A(2)=GRC(1)
0028      ALPHA=ALPHA-GRC(1)*GRC(1)*BETA(1)
0029      MF=M
0030      DO 400 M1NC=2,MF
0031      M=M1NC-1
0032      B(M1NC,M1NC)=1.
0033      DO 200 IP=1,M
0034      B(M1NC,IP)=0.
0035      IF (BETA(IP))1600,200,130
0036  130  GAM=0.
0037      DO J 150 J=1,IP
0038      GAM=GAM+C(M+2,J+1)*B(IP,J)
0039      GAM=GAM/BETA(IP)
0040      DO 190 JP=1,IP
0041      B(M1NC,JP)=B(M1NC,JP)-GAM*B(IP,JP)
0042  200  CONTINUE
0043      BETA(M1NC)=0.
0044      DO J 250 J=1,M1NC
0045      BETA(M1NC)=BETA(M1NC)+C(M+2,J+1)*B(M1NC,J)
0046      M=M+1
0047      IF(BETA(M))600,160,260
0048  260  S=0.
0049      DO 300 IP=1,M
0050      S=S+C(M+1,IP)*A(IP)
0051      GRC(M)=-S/BETA(M)
0052      DO 350 IP=2,M
0053      A(IP)=A(IP)+GRC(M)*A(M,IP-1)
0054      A(M+1)=GRC(M)
0055  350  CONTINUE
0056      ALPHA=ALPHA-GRC(M)*GRC(M)*BETA(M)
0057      IF(ALPHA)600,600,400
0058  400  CONTINUE
0059  600  RETURN
0060      END

```

```

C      RUTINA QUE EVALUA Y GRAFICA EL LOGARITMO DEL MODULO DE CADA
C      COEFICIENTE DE LA SERIE DISCRETA DE FOURIER
C      NAG - PARAMETRO PARA DETERMINAR SI SE REALIZA EL GRAFICO DE
C      DEL VECTOR SSX (NAG<2) O SI SSX Y XFR SON CONSIDERADOS COMO
C      VECTORES DE SALIDA (NAG>2)
C      AJ - VECTOR DE ENTRADA QUE CONTIENE LOS COEFICIENTES DE LA SECUENCIA
C      CUYO ESPECTRO DE FRECUENCIAS SE DESEA DETERMINAR
C      XX - VECTOR COMPLEJO QUE CONTIENE LOS COEFICIENTES DE FOURIER DE
C      DE LA SECUENCIA DE ENTRADA
C
0001  SUBROUTINE GRAF(AJ,MP,FS,KS4,SSX,XFR,NAG)
0002  DIMENSION SSX(513),XFR(513),AJ(513)
0003  DIMENSION ND(1024)
0004  COMPLEX XX(1024),CPLX
0005  DO 111 K=1,MP
0006  XX(K)=CPLX(AJ(K),D.)
0007  111 CONTINUE
0008  MM=MP+1
0009  ND=512
0010  DO 212 K=MM,NRD
0011  XX(K)=(0.,0.)
0012  212 CONTINUE
0013  MA=NRD
0014  XFS=FS/FLQAT(NRD)
0015  CALL FFT(XX,MA,0)
0016  DO 313 X=1,MA
0017  TR=REAL(XX(K))
0018  TI=AIMAG(XX(K))
0019  SSX(X)=SQRT(TR*TR+TI*TI)
0020  XFR(K)=FLQAT(K-1)*XFS
0021  313 CONTINUE
0022  SMAX=XMAX(SSX)
0023  DO 414 J=1,MA
0024  IF(SSX(J).EQ.0.,SSX(J))=.99E-06
0025  TMP=ALOG10(SSX(J))
0026  SSX(J)=20.*TMP
0027  414 CONTINUE
0028  SMAX=53.
0029  IF(NAG.GT.2)RETURN
0030  KIX=2
0031  CALL GRAF2(SSX,SMAX,XFR,KS4,KIX)
0032  RETURN
0033  END

```

```

0001  SUBROUTINA PARA AUMENTAR CERROS TAL QUE
0002  (SN)=0 PARA NCW Y NSHM
0003  M - NUMERO DE POLOS DEL FILTRO
0004  NI - NUMERO DE VUESTRAS
0005  SUBROUTINE CERRO(X,N,M)
0006  DIMENSION X(500)
0007  DO 100 JB=1,N
0008  J=N+1-JB
0009  K:J=X(J-M)
0010  DO 101 J=1,M
0011  JB=N+M+J
0012  X(J)=0.
0013  CONTINUE
0014  M=N+2*M
0015  RETURN
END

```

```

0001  SUBROUTINA PARA EVALUAR LA TRANSFORMADA INVERSA Z
0002  ZODANTE DIVISION SIMPLICIA /O(Z)
0003  LA RESPUESTA IMPULSIVA H(Z)=G(Z)/O(Z)
0004  RI(N) - RESPUESTA IMPULSIVA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO
0005  K - NUMERO DE VUESTRAS DE H(N)
0006  SUBROUTINE DIVAP,RI,K,VO,VDP)
0007  DIMENSION AP(30),MO(31),RH(513)
0008  DO 100 I=WOR,30
0009  BQ(1)=0.
0010  CONTINUE
0011  DO 200 JJ=1,K
0012  RH(JJ)=0;11/AP(1)
0013  Z=RH(JJ)
0014  DO 300 JN=1,MO
0015  RJ(JN)=BO(JN)-Z*AP(JN)
0016  CONTINUE
0017  DO 400 JB=1,MO
0018  BQ(JB)=BQ(JB+1)
0019  CONTINUE
0020  RETURN
0021  END

```

```

0001  SUBPROGRAMA PARA GENERAR UNA VENTANA DE HANNING
0002  Y NI=0,SA=3,ACCOS(2PI*NI/N-1)
0003  SUBROUTINE VENT(N,MO)
0004  DIMENSION ADE(1024)
0005  FL=ELDTIN-11
0006  TLOC=3-YATAN(1.3)
0007  DO 50 J=1,NI
0008  FI=LCAT(1-1)
0009  MO(1)=0.54-0.46*COSE(TWOP*FI/FL)
0010  CONTINUE
0011  RETURN
0012  END

```

```

C      SUBPROGRAMA PARA GRAFIZAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL MODULO DE
C      LOS COEFICIENTES DE FOURIER /SSX/DB , FREQ/HZ
C      KIK - PARAMETRO PARA DETERMINAR EL GRAFICO EN EL DOMINIO DE LA FRE-
C      CUENCIA (KIK<5) O EN EL DOMINIO DEL TIEMPO (KIK>5)
C      KSN - PARA DETERMINAR EL GRAFICO A=F(Z) (KSN=0) O EL GRAFICO
C      A=1/Z (KSN>0)
0001  SUBROUTINE GRAF2(SSX,SMAX,XFR,KSN,KIK)
0002  DIMENSION SSX(513),AA(60),XFR(513)
0003  INTEGER*2 AA
0004  INTEGER*2 JPUNT,BLANC,MAS,IRAY
0005  DATA JPUNT,BLANC,MAS,IRAY/' ',' ','+', '*'/'
0006  IF(KSN.EQ.0)GO TO 1111
0007  SMAXR=-1.*SMIN(SSX)
0008  GO TO 1112
0009  1111  SMAXR=SMAX(SSX)
0010  1112  CONTINUE
0011  DO 220 K=1,60
0012  AA(K)=JPUNT
0013  CONTINUE
0014  220  IF(KIK.GT.5)GO TO 50
0015  WRITE(J,221)
0016  221  FORMAT(/,40X,'ESPECTRO LOGARITMICO DE FOURIER',/,40X,31('*'),/)
0017  WRITE(J,333)SMAXR
0018  333  FORMAT(/,20X,'VALOR MAXIMO=',E14.7,'DB',/)
0019  WRITE(J,444)
0020  444  FORMAT(/,20X,'FRECUENCIA EN HZ Y MAGNITUD EN DB',/)
0021  WRITE(J,555)(AA(I),I=1,60)
0022  555  FORMAT(/,10X,'FREQ/HZ',4X,'MAGNITUD/DB',5X,60A1)
0023  IF I=300
0024  GO TO 60
0025  50  CONTINUE
0026  WRITE(J,311)SMAXR
0027  311  FORMAT(/,20X,'VALOR MAXIMO=',E14.7,'DB',/)
0028  WRITE(J,322)(AA(I),I=1,60)
0029  322  FORMAT(/,10X,'TIEMPO/FR',4X,'MAGNITUD',5X,60A1)
0030  IF I=450
0031  50  CONTINUE
0032  DO 440 J=1,IF1,4
0033  DO 300 K=1,60
0034  AA(K)=IRAY
0035  300  CONTINUE
0036  IF(KSN.EQ.0)GO TO 1999
0037  K=30.-30.*SSX(J)/SMAX
0038  SSX(J)=-SSX(J)
0039  GO TO 2999
0040  1999  CONTINUE
0041  K=30.+30.*SSX(J)/SMAX
0042  2000  K=K+1
0043  2001  AA(30)=JPUNT
0044  IF(K.GT.60)GO TO 155
0045  IF(K.LE.1)K=2
0046  AA(K-1)=MAS
0047  IF(K.NE.60)GO TO 29
0048  AA(60)=BLANC
0049  GO TO 39
0050  29  CONTINUE
0051  DO 550 JA=K,60
0052  AA(JA)=BLANC
0053  CONTINUE
0054  GO TO 39
0055  155  CONTINUE
0056  AA(60)=MAS
0057  CONTINUE
0058  WRITE(J,666)XFR(J),SSX(J),(AA(I),I=1,60)
0059  666  FORMAT(8X,'FR=',F8.2,E15.6,3X,60A1)
0060  44  CONTINUE
0061  RETURN
0062  END

```