ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

ESPECIALIZACION POTENCIA

TESIS DE GRADO

"TRANSITORIOS EN LA RECONEXION DE MOTORES DE INDUCCION"

Por: Angel Gabriel Bonilla Román

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO ELECTRICO EN LA ESPECIALIZACION DE POTENCIA

Quito - Julio - 1981

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Angel G. Bonilla R. bajo mi dirección.

ING. MILTON TOAPANTA

Director de Tesis

A MIS PADRES

Y HERMANOS

A G R A D E C I M I E N T O

Al Sr. Ing. Milton Toapanta por su acertada dirección y a todos mis amigos y profesores que de una u otra manera colaboraron en la realización de este trabajo.

INDICE GENERAL

Página

INTRODUCCION 1

CAPITULO I

LA MAQUINA DE INDUCCION

1.1. Principios básicos para el análisis.... 7

1.2. Ecuaciones de la Máquina de Inducción en los ejes a, b y c..... 8

1.2.1. Ecuaciones de voltaje 8

1.2.2. Ecuaciones de las concatenaciones de flujo 14

1.2.3. Ecuaciones de la Máquina de Inducción Referidas al Estator 17

1.2.4. Ecuación del Torque electromagnético 19

1.3. Ecuaciones de la máquina de inducción en los ejes q, d y o 21

1.3.1. Ecuaciones de las concatenaciones de flujo 28

1.3.2. Ecuaciones de voltaje 31

1.3.3. Ecuaciones del Torque Electromagnético 37

1.3.4. Ecuaciones del Torque electromecánico 39

Pág.No.

1.4. Estado Estable de la Máquina de Inducción 40

1.4.1. Ecuaciones de voltaje en Estado Estable 45

1.4.2. Análisis del Circuito equivalente 47

1.4.3. Característica torque-deslizamiento 51

1.5 Estudio de la Reconexión a la misma fuente 58

1.6 Estudio del Frenado por Inversión de Fases 60

1.7 Estudio del Frenado Dinámico 61

CAPITULO II

PRUEBAS EXPERIMENTALES

2.1 Parámetros de la Máquina de Inducción. 65

2.1.1. Cálculo del Momento de Inercia 68

a) Método físico del movimiento de Rotación 68

b) Método Electromecánico..... 74

b.1) Prueba de vacío desacoplado 75

b.2) Prueba de desaceleración .. 77

2.2 Oscilogramas de los Transitorios en la

Pág.No.

Reconexión a la misma fuente 89

2.3 Oscilogramas de los transitorios en el frenado por Inversión de Fases..... 94

2.4 Oscilogramas de los transitorios en el Frenado Dinámico 102

CAPITULO III

REPRESENTACION DEL MODELO MATEMATICO

3.1 Consideraciones básicas 110

3.2 Ecuaciones del Modelo Matemático..... 112

3.3 Ecuaciones del Modelo Matemático en por unidad 118

3.4 Método de Runge-Kutta para la integración numérica 124

3.5 Descripción del Método de Solución Numérica 127

3.6 Diagrama de flujo y Programa Digital 138

3.6.1. Diagrama de flujo simplificado 138

3.6.2. Programa digital 138

3.7 Ejemplos de Aplicación y Resultados.. 145

3.7.1. Ejemplos de aplicación 145

3.7.2. Resultados 146

Pág.No.

CAPITULO IV

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 Comparación de los Resultados Medidos y Calculados 167

4.1.1. Resultados de Reconexión a la misma fuente 168

4.1.2. Resultados del Frenado por Inversión de Fases 171

4.1.3. Resultados del Frenado Dinámico 173

4.2 Restricciones 176

4.3 Conclusiones y Recomendaciones 179

4.3.1. Conclusiones 179

4.3.2. Recomendaciones 181

Apéndices y Bibliografia

Apéndice A 183

Descripción del Método de Eliminación de Gauss 184

Apéndice B 188

Diagramas de Flujo 189

Apéndice C 215

Listado del Programa Digital 216

Pág.No.

Apéndice D	231
Manual del Programa Digital.....	232
Apéndice E	238
Características del Equipo utilizado.	239
Bibliografía	246

* * *

I N T R O D U C C I O N

Los motores de inducción son máquinas asincróni cas, que por ser técnica y económicamente ventajosos, tie nen una gran variedad de aplicaciones, especialmente en - la industria, luego es necesario conocer su comportamien- to bajo cualquier condición de operación, para emplearlos eficientemente.

Los problemas transitorios más importantes y co munes que se presentan en los motores de inducción, se re lacionan principalmente con la puesta en marcha y paro de los mismos, así como en su aptitud para seguir prestando servicio durante las perturbaciones del sistema de sumi - nistro y operaciones de conección rápida requeridas en al gunos procesos de producción.

Cuando se producen cambios en las condiciones o perativas existentes, las correspondientes variaciones en la energía magnética almacenada, no ocurren instantánea - mente, sino que la situación tiende a estabilizarse en las nuevas condiciones impuestas, después de un cierto pe

ríodo transitorio.

Pueden ocurrir diversos fenómenos transitorios, en los cuales tanto la velocidad como las corrientes es - tán cambiando. En la industria, sin embargo, el motor de inducción es a menudo desconectado de la fuente de alimentación y reconectado a la misma o a una diferente, antes que las corrientes del rotor decaigan por completo. Bajo estas condiciones, el comportamiento transitorio con flujo en el entrehierro, es mucho más severo que cuando to - das las corrientes iniciales son iguales a cero.

El objetivo de este trabajo, es investigar los transitorios producidos en este tipo de operaciones de conexión rápida (reconexión a la misma fuente, frenado - por inversión de fases y frenado dinámico) del motor de - inducción, que bien pueden ser llamadas "OPERACIONES DE RECONEXION" (*). Para lo cual se ha desarrollado un modelo matemático, representativo de la máquina real, tal como lo exigen los propósitos de este análisis.

La teoría de las máquinas giratorias, considera

(*) Referencia 1.

los siguientes pasos, para el estudio del comportamiento dinámico de las máquinas (**).

1.FORMULAR LAS ECUACIONES DIFERENCIALES BASICAS, MEDIANTE LA APLICACION DE LAS LEYES DE LA FISICA

En el primer capítulo, se considera una máquina simétrica trifásica ideal, para desarrollar las ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento de una máquina de inducción, con las debidas restricciones del caso.

2. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE LA MAQUINA

En el segundo capítulo, se hacen las diferentes pruebas de laboratorio, para determinar los parámetros de la máquina y además, se obtienen los oscilogramas de los transitorios en las siguientes operaciones de reconección:

- Reconexión a la misma fuente
- Frenado por inversión de fases; o, contracorriente, y
- Frenado dinámico.

3. MEDIANTE PROCEDIMIENTOS MATEMATICOS ADECUADOS RESOLVER

(**) Referencia 2.

LAS ECUACIONES DIFERENCIALES, DE TAL MANERA QUE SE OB - TENGA UNA INFORMACION UTIL

Las ecuaciones diferenciales del primer capítulo no son lineales, al representar el estado transitorio pues las corrientes en todos los circuidos del motor dejan de - ser sinusoidales y de amplitud constante por consiguiente tampoco lo serán las ondas de la componente de fuerza magnetomotriz y del flujo en el espacio, consecuentemente la velocidad rotacional también varía, por lo tanto, una solución analítica útil no es posible, sin embargo, en el tercer capítulo, se desarrolla un modelo matemático que permite una solución numérica, con la ayuda del computador digital.

Finalmente, en el cuarto capítulo, se comparan las mediciones experimentales obtenidas en el laboratorio, con los resultados calculados en el computador digital y si el resultado de esta comparación es aceptable, se puede llegar a la conclusión de que el modelo propuesto para el análisis de una máquina de inducción es satisfactorio.

La automatización de los accionamientos eléctricos y de los procesos de producción, debidos al avance - científico y tecnológico, permite que los elementos semiconductores de potencia desplacen a los equipos electrome

cánicos y electromagnéticos de las áreas de mando, regulación, emergencia y control automático de las modernas instalaciones industriales. Por lo tanto, este tipo de disturbios de ciclo intermitente, cuyas frecuentes paradas y arranques provocan repetidas y elevadas corrientes que exceden en varias veces a la corriente nominal del motor de inducción, deben ser tomadas muy en cuenta al seleccionar los equipos de protección, los elementos semiconductores de potencia y al diseñar los diferentes circuitos del sistema.

* * *

C A P I T U L O I

LA MAQUINA DE INDUCCION

C A P I T U L O I

LA MAQUINA DE INDUCCION

1.1. PRINCIPIOS BASICOS PARA EL ANALISIS(*)

Para el análisis matemático del motor de inducción trifásico, se ha considerado una máquina simétrica ideal donde se pueden asumir las siguientes suposiciones:

1. El entrehierro es uniforme
2. La saturación magnética, histéresis y corrientes de Eddy se desprecian
3. Los devanados tanto del estator como del rotor son idénticos, distribuídos y simétricos de tal modo que generen ondas de fuerza magnetomotriz y de densidad de flujo sinusoidales, reduciendo al mínimo el contenido de armónicas. Cada bobinado tiene su propia autoinducción y su inducción mutua con los otros bobinados.
4. Las autoinducciones y las inducciones mutuas entre pares de bobinados situados en el mismo lado del entrehierro, son constantes bajo el supuesto de que el entrehierro es uniforme y la saturación magnética despreciable.

---

* Referencias 1, 3, 4 y 5

5. Pero las inducciones mutuas entre bobinados situados a uno y otro lado del entrehierro varían con el coseno del ángulo formado por sus respectivos ejes magnéticos.
6. El valor de la resistencia varía muy poco debido a los cambios de temperatura y frecuencia, por lo tanto, se asume que es constante.

1.2. ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN LOS EJES A, B, Y C, (*)

Tomando en cuenta las suposiciones anteriores, una máquina simétrica ideal de dos polos puede considerarse como un conjunto de circuitos lineales acoplados (figura 1 y 2), donde es fácil formular las ecuaciones generales de la máquina.

1.2.1. Ecuaciones de Voltaje

En cada una de las fases de la figura 2, se puede aplicar la siguiente relación de voltaje:

$$v = r.i + p.\lambda \qquad (1\text{-}1)$$

(*) Referencias 3 y 5

Donde:

v : es el voltaje por fase

i : es la corriente por fase

λ : son las concatenaciones de flujo totales de una bobina particular

r : es la resistencia total por fase de un bobinado, y

p : d/dt, es un operador.

Luego los voltajes fase-neutro del estator y del rotor son:

$$v_{as} = r_s \cdot i_{as} + p\,\lambda_{as}$$

$$v_{bs} = r_s \cdot i_{bs} + p\,\lambda_{bs}$$

$$v_{cs} = r_s \cdot i_{cs} + p\,\lambda_{cs}$$

$$v_{ar} = r_r \cdot i_{ar} + p\,\lambda_{ar}$$

$$v_{br} = r_r \cdot i_{br} + p\,\lambda_{br}$$

$$v_{cr} = r_r \cdot i_{cr} + p\,\lambda_{cr} \qquad (1\text{-}2)$$

Los subíndices a,b y c representan las fases de la máquina y los subíndices s y r denotan el estator y el rotor respectivamente.

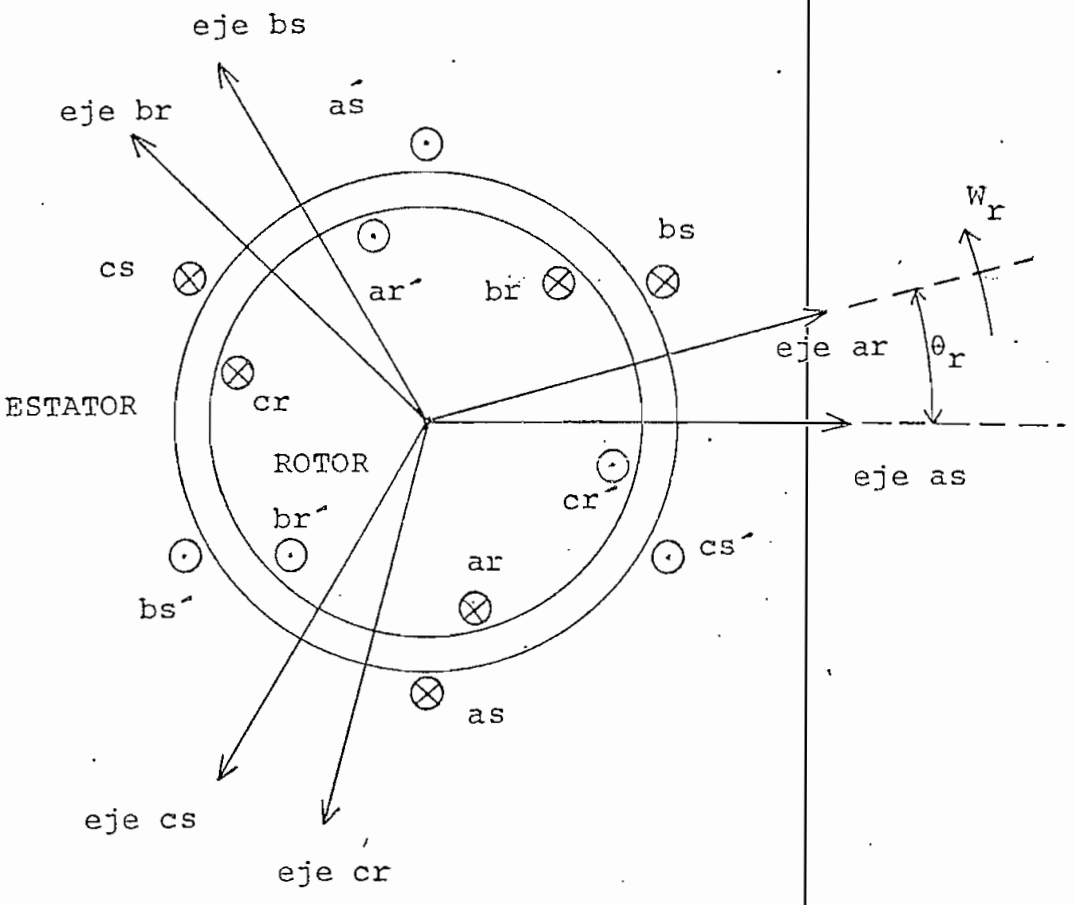


FIGURA 1

ESQUEMA DE LA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA

DE DOS POLOS

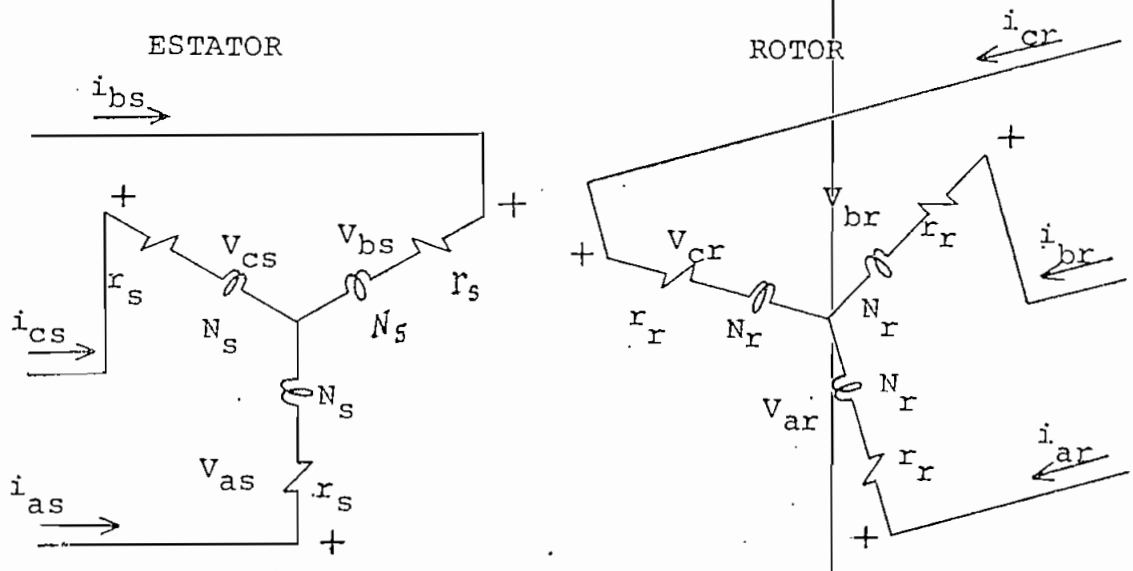


FIGURA 2

CIRCUITO DE LA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA

DE DOS POLOS

Estas mismas ecuaciones expresadas en forma matricial son:

$$\left[v \right] = \left[r \right]\left[i \right] + p\left[\lambda \right] \tag{1-3}$$

Desarrollando queda:

$$\left[\begin{array}{c} [v_{abcs}] \\ \hline [v_{abcr}] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} [r_s] & [0] \\ \hline [0] & [r_r] \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} [i_{abcs}] \\ \hline [i_{abcr}] \end{array}\right] + p\left[\begin{array}{c} [\lambda_{abcs}] \\ \hline [\lambda_{abcr}] \end{array}\right] \tag{1-4}$$

Si en la ecuación matricial anterior, se desarrolla cada una de las submatrices, se tiene que:

$$[v_{abcs}] = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \tag{1-5}$$

$$[v_{abcr}] = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} \tag{1-6}$$

$$\left[r_s\right] = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \tag{1-7}$$

$$\left[r_r\right] = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \tag{1-8}$$

$$\left[i_{abcs}\right] = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \tag{1-9}$$

$$\left[i_{abcr}\right] = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \tag{1-10}$$

$$\left[\lambda_{abcs}\right] = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \tag{1-11}$$

$$\left[\lambda_{abcr}\right] = \begin{bmatrix} \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \\ \lambda_{cr} \end{bmatrix} \tag{1-12}$$

1.2.2. Ecuaciones de las concatenaciones de flujo

Por definición:

$$\lambda = L\, i \tag{1-13}$$

Expresando esta ecuación en forma matricial, se tiene:

$$\left[\lambda\right] = \left[L\right]\left[i\right] \tag{1-14}$$

Desarrollando queda:

$$\left[\begin{array}{c}\left[\lambda_{abcs}\right] \\ \hline \left[\lambda_{abcr}\right]\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c}\left[L_s\right] & \left[L_{SR}\right] \\ \hline \left[L_{SR}\right]^T & \left[L_r\right]\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\left[i_{abcs}\right] \\ \hline \left[i_{abcr}\right]\end{array}\right] \tag{1-15}$$

T significa transpuesta de una matriz.

Las submatrices de inductancias propias del estator y rotor son:

$$\left[L_s\right] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \tag{1-16}$$

$$\left[L_r \right] = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}17)$$

Donde:

$$L_s = L_{ls} + L_{ms} \qquad (1\text{-}18)$$

$$L_r = L_{lr} + L_{mr} \qquad (1\text{-}19)$$

L_{ls} y L_{lr}: son las inductancias de dispersión del estator y del rotor; y,

L_{ms} y L_{mr}: son las inductancias de magnetización del estator y del rotor respectivamente.

La submatriz de inductancias mutuas entre los bobinados del estator y del rotor se obtiene de la figura 1, luego:

$$\left[L_{SR} \right] = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}20)$$

Y, la transpuesta de esta submatriz es:

$$\left[L_{sR}\right]^T = L_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \quad (1\text{-}21)$$

Donde:

L_{sr} : es la amplitud máxima de la inductancia mutua entre los bobinados del estator y del rotor, y

θ_r : es el desplazamiento angular entre los ejes del rotor y del estator.

Si la ecuación matricial (1-15), es reemplazada en la (1-4) y agrupando términos, se tiene:

$$\left[\begin{array}{c} [v_{abcs}] \\ \hline [v_{abcr}] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} [r_s] + p[L_s] & p[L_{sR}] \\ \hline p[L_{sR}]^T & [r_r] + p[L_r] \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} [i_{abcs}] \\ \hline [i_{abcr}] \end{array}\right] \quad (1\text{-}22)$$

Esta ecuación matricial de voltajes contiene las ecuaciones diferenciales básicas que determinan el comportamiento del motor de inducción.

1.2.3. Ecuaciones de la máquina de Inducción referidas al estator

Generalmente, los parámetros de las máquinas, son medidos con respecto a los bobinados del estator, por lo tanto, es conveniente referir todos los parámetros del rotor y sus variables al estator.

La ecuación matricial (1-22) al ser referida al estator se transforma en la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} [v_{abcs}] \\ \hline [v_{abcr}'] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_s] + p[L_s] & p[L_{MS}] \\ \hline p[L_{MS}]^T & [r_f] + p[L_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abcs}] \\ \hline [i_{abcr}'] \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}23)$$

Donde, las submatrices de voltajes, corrientes, inductancias mutuas, inductancias propias y resistencias del rotor referidas al estator se dan a continuación.

$$[v_{abcr}'] = \frac{N_s}{N_r} [v_{abcr}] \qquad (1\text{-}24)$$

$$[i_{abcr}'] = \frac{N_r}{N_s} [i_{abcr}] \qquad (1\text{-}25)$$

$$\left[L_{MS}\right] = \frac{N_s}{N_r}\left[L_{SR}\right] \qquad (1\text{-}26)$$

$$\left[L'_r\right] = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2\left[L_r\right] \qquad (1\text{-}27$$

$$\left[r_f\right] = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2\left[r_r\right] \qquad (1\text{-}28)$$

N_s y N_r : es el número de espiras del estator y rotor respectivamente.

Las primas (') indican que los parámetros y las variables del rotor están referidas al estator.

Y al desarrollar la matriz (1-23) para cada una de las fases, se tiene:

$$v_{as} = r_s\, i_{as} + p\, \lambda_{as}$$

$$v_{bs} = r_s\, i_{bs} + p\, \lambda_{bs}$$

$$v_{cs} = r_s\, i_{cs} + p\, \lambda_{cs}$$

$$v'_{ar} = r'_r \; i'_{ar} + p \; \lambda'_{ar}$$

$$v'_{br} = r'_r \; i'_{br} + p \; \lambda'_{br}$$

$$v'_{cr} = r'_r \; i'_{cr} + p \; \lambda'_{cr} \qquad (1\text{-}29)$$

1.2.4. Ecuación del torque electromagnético (*)

Para el desarrollo de la ecuación del torque electromagnético, se partirá de la ecuación de la energía instantánea almacenada en el campo magnético, que es:

$$W_m = \frac{1}{2} \left[i \right]^T \left[L \right] \left[i \right] \qquad (1\text{-}30)$$

Donde:

$$\left[i \right]^T = \left[\left[i_{abcs} \right] \left[i_{abcr} \right] \right] \qquad (1\text{-}31)$$

$$\left[i \right] = \begin{bmatrix} \left[i_{abcs} \right] \\ \hline \left[i_{abcr} \right] \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}32)$$

(*) Referencia 6

$$\left[L \right] = \left[\begin{array}{c|c} \left[L_s \right] & \left[L_{MS} \right] \\ \hline \left[L_{MS} \right]^T & \left[L'_r \right] \end{array} \right] \qquad (1\text{-}33)$$

El torque electromagnético esta dado por la siguiente expresión:

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} W_m \qquad (1\text{-}34)$$

Al sustituir la ecuación (1-30) en la ecuación anterior, se tiene:

$$T_e = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{2}\right) \left[i \right]^T \left[G \right] \left[i \right] \qquad (1\text{-}35)$$

Donde:

$$\left[G \right] = \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} L \right] \qquad (1\text{-}36)$$

Desarrollando la ecuación (1-35), se llega a la siguiente expresión del torque electromagnético:

$$T_e = - \left(\frac{P}{2}\right) L_{ms} \{ [i_{as} (i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{cr})$$

$$+ i_{bs} (i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{cr}) + \rightarrow$$

$$+ i_{cs} \left(i'_{cr} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar}\right)\Big] \operatorname{sen} \theta_r$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{2}\Big[i_{as} \left(i'_{br} - i'_{cr}\right) + i_{bs} \left(i'_{cr} - i'_{ar}\right)$$

$$+ i_{cs} \left(i'_{ar} - i'_{br}\right)\Big] \operatorname{Cos} \theta_r \Big\} \qquad (1\text{-}37)$$

Siendo P el número de polos

1.3. ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN LOS EJES q, d y 0 (*)

Debido a la variación sinusoidal de las inductancias mutuas (entre bobinados situados a uno y otro lado del entrehierro) con respecto al ángulo de desplazamiento θ_r, aparecen en las ecuaciones de voltaje, coeficientes que varian con el tiempo. Afortunadamente, esta característica indeseable, puede ser eliminada por un apropiado cambio de variables, mediante un sistema de referencia arbitrario, donde las ecuaciones de transformación son expresiones que no implican interpretación física alguna y están escritas en función de las relaciones trigonométricas existentes entre los grupos de ejes del estator y rotor con el grupo de ejes ortogonales del sistema

(*) Referencias 3, 5 y 7

de referencia arbitrario.

La figura 3 muestra la relación angular de los ejes del estator y rotor de una máquina simétrica trifásica con un tercer grupo de ejes ortogonales (q, d) que giran a una velocidad angular arbitraria de W, los ejes del estator están fijos mientras que los del rotor giran a la velocidad rotacional W_r.

Se puede asumir que cuando el tiempo es igual a cero, los ejes q, a_s y a_r coinciden.

Con ayuda de la figura 3 se formulan los siguientes ecuaciones de transformación.

En el estator:

$$f_{qs} = \frac{2}{3}\left[f_{as} \cos\theta + f_{bs} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + f_{cs}\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$f_{ds} = \frac{2}{3}\left[f_{as} \operatorname{sen}\theta + f_{bs} \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + f_{cs}\operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$f_{os} = \frac{1}{3}\left(f_{as} + f_{bs} + f_{cs} \right) \qquad (1\text{-}38)$$

En el rotor:

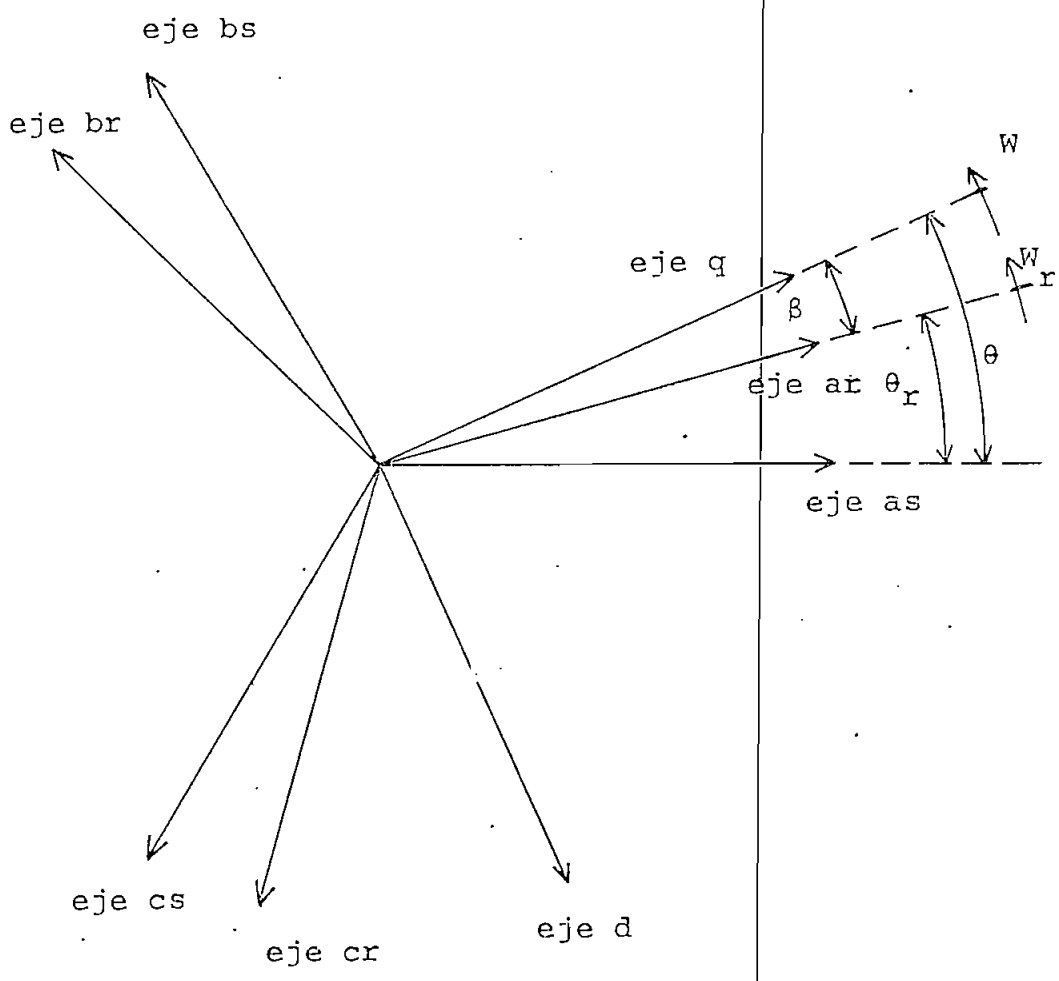


FIGURA 3

EJES DE UNA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA DE DOS POLOS

$$f'_{qr} = \frac{2}{3}\left[f'_{ar}\cos\beta + f'_{br}\cos(\beta - \frac{2\pi}{3}) + f'_{cr}\cos(\beta + \frac{2\pi}{3})\right]$$

$$f'_{dr} = \frac{2}{3}\left[f'_{ar}\,\mathrm{sen}\,\beta + f'_{br}\,\mathrm{sen}(\beta - \frac{2\pi}{3}) + f_{cf}\,\mathrm{sen}\,(\beta + \frac{2\pi}{3})\right]$$

$$f'_{or} = \frac{1}{3}\,(f'_{ar} + f'_{br} + f'_{cr}) \qquad (1\text{-}39)$$

f:es una variable que puede representar voltajes, corrientes o concatenaciones de flujo.

θ:es el ángulo de desplazamiento del sistema de referencia arbitrario y vale:

$$\theta = \int_o^t W\,dt + \theta\,(o) \qquad (1\text{-}40)$$

Además:

$$\beta = \theta - \theta r \qquad (1\text{-}41)$$

Y también:

$$\theta_r = \int_o^t W_r\,dt + \theta_r(o) \qquad (1\text{-}42)$$

Para este análisis se utiliza una máquina simétrica trifásica, por lo tanto, $f_{os} = f'_{or} = o$, además el factor 2/3 se introduce debido al cambio del sistema trifásico al bifásico para mantener invariante la potencia.

Ahora, expresando las ecuaciones de transformación en forma matricial se tiene:

$$\left[f_{qdosr}\right] = \left[T\right]\left[f_{abcsr}\right] \tag{1-43}$$

$\left[T\right]$ es la matriz de transformación.

Desarrollando (1-43) queda:

$$\left[\begin{array}{c} \left[f_{qdos}\right] \\ \hline \left[f_{qd\acute{o}r}\right] \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} \left[T_s\right] & \left[0\right] \\ \hline \left[0\right] & \left[T_r\right] \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \left[f_{abcs}\right] \\ \hline \left[f_{abc\acute{r}}\right] \end{array}\right] \tag{1-44}$$

Donde:

$$\left[T_s\right] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \tag{1-45}$$

$$\left[T_r\right] = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\beta & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \operatorname{sen}\beta & \operatorname{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \tag{1-46}$$

001952

Y finalmente se tiene:

$$\begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \\ \hline f'_{qr} \\ f'_{dr} \\ f'_{or} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} \cos\theta & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \cos\beta & \cos(\beta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\beta+\frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & \operatorname{sen}\beta & \operatorname{sen}(\beta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\beta+\frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{array}\right] \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \\ \hline f'_{ar} \\ f'_{br} \\ f'_{cr} \end{bmatrix} \qquad (1-47)$$

También:

$$\left[f_{abcsr}\right] = \left[T\right]^{-1} \left[f_{qdosr}\right] \qquad (1-48)$$

$\left[T\right]^{-1}$ es la inversa de la matriz de transformación.

Desarrollando (1-48) queda:

$$\left[\begin{array}{c|c} [f_{abcs}] & \\ \hline [f_{abcr}] & \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} [T_s]^{-1} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & [T_r]^{-1} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} [f_{qdos}] \\ \hline [f_{qdor}] \end{array}\right] \qquad (1\text{-}49)$$

Donde:

$$[T_s]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 1 \\ \cos(\theta-\frac{2}{3}\pi) & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}50)$$

$$[T_r]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \operatorname{sen}\beta & 1 \\ \cos(\beta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\beta-\frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\beta+\frac{2}{3}\pi) & \operatorname{sen}(\beta+\frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}51)$$

Entonces, se tiene:

$$\left[\begin{array}{c} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \\ \hline f_{ar}' \\ f_{br}' \\ f_{cr}' \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta-\frac{2\pi}{3}) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \cos\beta & \operatorname{sen}\beta & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\beta-\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\beta-\frac{2\pi}{3}) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\beta+\frac{2\pi}{3}) & \operatorname{sen}(\beta+\frac{2\pi}{3}) & 1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \\ \hline f_{qr}' \\ f_{dr}' \\ f_{or}' \end{array}\right] \qquad (1\text{-}52)$$

1.3.1. Ecuaciones de las Concatenaciones de Flujo

Si la ecuación matricial (1-14), es referida al estator y multiplicada por la matriz de transformación directa, se tiene:

$$\left[T \right]\left[\lambda \right] = \left[T \right]\left[L \right]\left[i \right] \tag{1-53}$$

También es igual a:

$$\left[T \right]\left[\lambda \right] = \left\{ \left[T \right]\left[L \right]\left[T \right]^{-1} \right\}\left[T \right]\left[i \right] \tag{1-54}$$

Donde:

$$\left[T \right]\left[\lambda \right] = \left[\begin{array}{c} \left[T_s \right]\left[\lambda_{abcs} \right] \\ \hline \left[T_r \right]\left[\lambda_{abcr} \right] \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \left[\lambda_{qdos} \right] \\ \hline \left[\lambda_{qdor} \right] \end{array} \right] = \left[\lambda_{qdo} \right] \tag{1-55}$$

Y,

$$\left[T \right]\left[L \right]\left[T \right]^{-1} = \left[L_{qdo} \right] \tag{1-56}$$

Desarrollando:

$$\left[L_{qdo}\right]=\left[\begin{array}{c|c}\left[T_s\right]\left[L_s\right]\left[T_s\right]^{-1} & \left[T_s\right]\left[L_{MS}\right]\left[T_r\right]^{-1} \\ \hline \left[T_r\right]\left[L_{MS}\right]^{T}\left[T_s\right]^{-1} & \left[T_r\right]\left[L'_r\right]\left[T_r\right]^{-1}\end{array}\right] \qquad (1\text{-}57)$$

Finalmente, se tiene:

$$\left[L_{qdo}\right]=\left[\begin{array}{ccc|ccc} L_s & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & 0 \\ \hline M & 0 & 0 & L'_r & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L'_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_r \end{array}\right] \qquad (1\text{-}58)$$

Con esto se demuestra que introduciendo el sistema bifásico, la submatriz de inductancias mutuas, se transforma en una expresión simple, independiente del tiempo y diagonal, además las submatrices de inductancias propias mantienen su formayvalores originales.

$$M = \frac{3}{2} L_{ms} \qquad (1\text{-}59)$$

De las ecuaciones (1-20) y (1-26), se concluye que:

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr} \qquad (1\text{-}60)$$

En una máquina trifásica, se tiene:

$$L_s = L_{ls} + M \tag{1-61}$$

Y, como:

$$L_{ms} = L_{mr}' \tag{1-62}$$

También:

$$L_r' = L_{lr}' + M \tag{1-63}$$

La ecuación matricial (1-58) escrita en forma más compacta es:

$$\left[L_{qdo} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \left[L_s \right] & \left[L_m \right] \\ \hline \left[L_m \right]^T & \left[L_r' \right] \end{array}\right] \tag{1-64}$$

Además:

$$\left[T \right]\left[i \right] = \left[\begin{array}{c} \left[T_s \right]\left[i_{abcs} \right] \\ \hline \left[T_r \right]\left[i_{abcr}' \right] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \left[i_{qdos} \right] \\ \hline \left[i_{qdor}' \right] \end{array}\right] = \left[i_{qdo} \right] \tag{1-65}$$

Por lo tanto, después de haber demostrado las ecuaciones (1-55), (1-56) y (1-65), se obtiene:

$$\left[\lambda_{qdo} \right] = \left[L_{qdo} \right]\left[i_{qdo} \right] \tag{1-66}$$

Desarrollando:

$$\begin{bmatrix} [\lambda_{qdos}] \\ \hline [\lambda_{qd'or}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [L_m] \\ \hline [L_m]^T & [L'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{qdos}] \\ \hline [i_{qd'or}] \end{bmatrix} \tag{1-67}$$

Finalmente, queda:

$$\left[\begin{array}{c} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{os} \\ \hline \lambda'_{qr} \\ \lambda'_{dr} \\ \lambda'_{or} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} L_s & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & 0 \\ \hline M & 0 & 0 & L'_r & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L'_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_r \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ \hline i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{array}\right] \tag{1-68}$$

1.3.2. Ecuaciones de voltaje

Si la ecuación matricial (1-3) una vez referida al estator es multiplicada por la matriz de transformación, se tiene:

$$[T][V] = [T][r][i] + [T]\,p\,[\lambda] \tag{1-69}$$

De las ecuaciones matriciales (1-55) y (1-65), se obtienen:

$$\left[\lambda_{abc}\right] = \left[T^{-1}\right] \left[\lambda_{qdo}\right] \tag{1-70}$$

$$\left[i_{abc}\right] = \left[T^{-1}\right] \left[i_{qdo}\right] \tag{1-71}$$

Reemplazando estas ecuaciones en la anterior, queda:

$$\left[T\right]\left[V\right] = \left[T\right]\left[r\right]\left[T\right]^{-1}\left[i_{qdo}\right] + \left[T\right] p\left\{\left[T^{-1}\right]\left[\lambda_{qdo}\right]\right\} \tag{1-72}$$

Como:

$$\left[T\right] p\left\{\left[T^{-1}\right]\left[\lambda_{qdo}\right]\right\} = p\left[\lambda_{qdo}\right] + \left\{\left[T\right] p\left[T^{-1}\right]\right\}\left[\lambda_{qdo}\right] \tag{1-73}$$

Derivando la ecuación (1-66), se obtiene:

$$p\left[\lambda_{qdo}\right] = \left[L_{qdo}\right] p\left[i_{qdo}\right] \tag{1-74}$$

Reemplzando (1-73) y (1-74) en (1-72) y agrupando términos, se tiene:

$$\left[v_{qdo}\right] = \left\{\left[r\right] + \left[L_{qdo}\right] p + \left[T\right] p\left[T^{-1}\right]\left[L_{qdo}\right]\right\}\left[i_{qdo}\right] \tag{1-75}$$

donde:

$$\left[T\right] p \left[T\right]^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & p\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & p\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \qquad (1\text{-}76)$$

Desarrollando la ecuación matricial (1-75), se obtiene la siguiente matriz de las ecuaciones generales de voltaje, en el sistema de referencia arbitrario y en variables q-d. Estas ecuaciones constituyen las relaciones básicas de voltaje, que describen el comportamiento de la máquina de inducción.

$$\left[\begin{array}{c} v_{qs} \\ v_{ds} \\ \hline v'_{qr} \\ v'_{dr} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|cc} (r_s+L_s p) & L_s p\theta & Mp & Mp\theta \\ -L_s p\theta & (r_s+L_s p) & -Mp\theta & Mp \\ \hline Mp & Mp\beta & (r'_r+L'_r p) & L'_r p\beta \\ -Mp\beta & Mp & -L'_r p\beta & (r'_r+L'_r p) \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} i_{qs} \\ i_{ds} \\ \hline i'_{qr} \\ i'_{dr} \end{array}\right] \qquad (1\text{-}77)$$

Donde:

$p\theta = W$, es la velocidad angular del sistema de referencia arbitrario, y,

$p\beta = W-W_r$, es la velocidad relativa que resulta de la diferencia entre las velocidades del sistema de referencia arbitrario y del rotor.

La matriz anterior se ha determinado mediante un sistema de referencia arbitrario que gira a una velocidad W, también arbitraria, pero es conveniente fijar un sistema de referencia adecuado, para propósitos de análisis del comportamiento de las máquinas de inducción. Los sistemas más comunes son:

- Sistema de referencia fijo en el estator (W=0)
- Sistema de referencia fijo en el rotor ($W=W_r$)
- Sistema de referencia girando a velocidad angular eléctrica ($W= W_e$)

Para el estudio de los transitorios de reconección del motor de inducción, se selecciona al sistema de referencia fijo en el estator, con el fin de llegar a un análisis más directo y debido a que allí ocurren las operaciones de conección rápida que producen la situación anormal transitoria investigada, entonces:

$$p\theta = 0 \qquad (1-78)$$

$$p\beta = -p\theta_r \qquad (1-79)$$

Introduciendo estas condiciones en la ecuación matricial (1-77), se obtiene la siguiente matriz de las ecuaciones de voltaje del motor de inducción, en el sistema de referencia escogido y en variables q-d.

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ \hline v'_{qr} \\ v'_{dr} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} (r_s+L_s p) & 0 & Mp & 0 \\ 0 & (r_s+L_s p) & 0 & Mp \\ \hdashline Mp & -Mp\theta_r & (r'_r+L'_r p) & -L'_r p\theta r \\ Mp\theta_r & Mp & L'_r p\theta r & (r'_r+L'_r p) \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ \hline i'_{qr} \\ i'_{dr} \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}80)$$

Desarrollando:

$$v_{qs} = r_s\, i_{qs} + p\,(L_s i_{qs} + M i'_{qr})$$

$$v_{ds} = r_s\, i_{ds} + p\,(L_s i_{ds} + M i'_{dr})$$

$$v'_{qr} = r'_r\, i'_{qr} + p\,(L'_r i'_{qr} + M i_{qs}) - (L'_r i'_{dr} + M i_{ds})\, p\theta_r$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + p\,(L'_r i'_{dr} + M i_{ds}) + (L'_r i'_{qr} + M i_{qs}) p\theta_r \qquad (1\text{-}81)$$

Las ecuaciones de voltaje también pueden ser escritas en función de las concatenaciones de flujo totales, así:

$$v_{qs} = r_s\, i_{qs} + p\, \lambda_{qs}$$

$$v_{ds} = r_s\, i_{ds} + p\, \lambda_{ds}$$

$$v'_{qr} = r'_r\, i'_{qr} + p\, \lambda'_{qr} - \lambda'_{dr}\, p\theta_r$$

$$v'_{dr} = r'_r\, i'_{dr} + p\, \lambda'_{dr} + \lambda'_{qr}\, p\theta_r \qquad (1\text{-}82)$$

Donde:

$p\theta_r = W_r$; es la velocidad del rotor

$\lambda'_{qr} p\theta_r$ y $\lambda'_{dr} p\theta_r$: son voltajes de velocidad, y

$p\lambda_{qds}$ y $p\lambda_{qdr}$: son voltajes de transformación.

$$\lambda_{qs} = L_s\, i_{qs} + M\, i'_{qr}$$

$$\lambda_{ds} = L_s\, i_{ds} + M\, i'_{dr}$$

$$\lambda'_{qr} = L'_r\, i'_{qr} + M\, i_{qs}$$

$$\lambda'_{dr} = L'_r\, i'_{dr} + M\, i_{ds} \qquad (1\text{-}83)$$

Reemplazando las ecuaciones (1-61) y (1-63) en la anterior, se tiene:

$$\lambda_{qs} = L_{ls}\, i_{qs} + M\,(i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls}\, i_{ds} + M\,(i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\lambda_{qr}' = L_{lr}'\, i_{qr}' + M\,(i_{qr}' + i_{qs})$$

$$\lambda_{dr}' = L_{lr}'\, i_{dr}' + M\,(i_{dr}' + i_{ds}) \qquad (1\text{-}84)$$

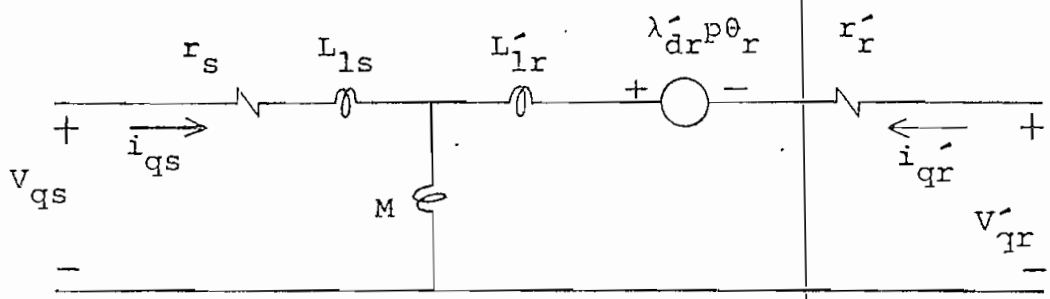
Las ecuaciones diferenciales dadas en (1-82) y - (1-84) sugieren los siguientes circuitos equivalentes que se indican en la figura 4. Estas ecuaciones constituyen las relaciones básicas de voltaje y concatenaciones de flujo, que describen el comportamiento del motor de inducción - cuando el sistema de referencia está fijo en el estator.

1.3.3. Ecuaciones del torque electromagnético.

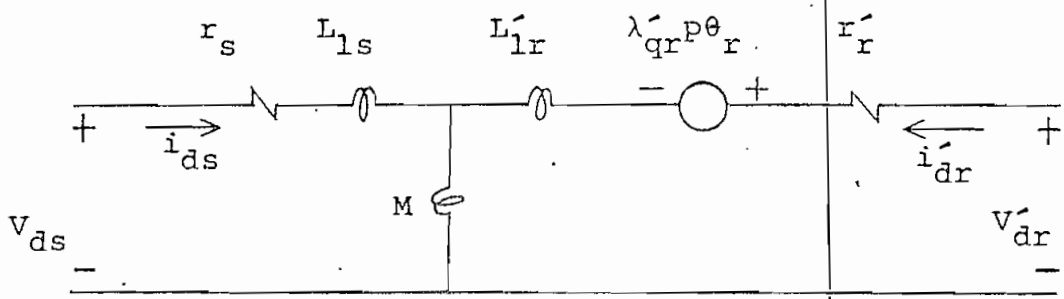
Reemplazando la ecuación matricial (1-71) en (1-35) se tiene:

$$T_e = \frac{1}{2}\left(\frac{P}{2}\right)\left\{\left[T\right]^{-1}\left[i_{qdo}\right]\right\}^{T}\left[G\right]\left[T\right]^{-1}\left[i_{qdo}\right] \qquad (1\text{-}85)$$

Desarrollando queda:



CIRCUITO DEL EJE q



CIRCUITO DEL EJE d

FIGURA 4

CIRCUITOS EQUIVALENTES DE UNA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA EN EL SISTEMA DE REFERENCIA FIJO EN EL ESTATOR

Desarrollando queda:

$$Te = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) M \left(i_{qs} \cdot i_{dr}' - i_{ds} \cdot i_{qr}'\right) \qquad (1\text{-}86)$$

Una expresión equivalente para el torque electromagnético instantáneo puede escribirse en función de las concatenaciones de flujo, esta relación que es positiva para el motor accionado es la siguiente:

$$T_e = \left(\frac{m}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) \left(\lambda_{qr}' \cdot i_{dr}' - \lambda_{dr}' \cdot i_{qr}'\right) \qquad (1\text{-}87)$$

m: es el número de fases

1.3.4. Ecuaciones del torque electromecánico (*)

El comportamiento electromecánico del motor de inducción viene dado por la siguiente ecuación:

$$T_e + T_m = JpW_r + DW_r \qquad (1\text{-}88)$$

Llamando a:

$$T_L = - T_m \qquad (1\text{-}89$$

Luego, queda:

$$T_e = JpW_r + DW_r + T_L \qquad (1\text{-}90)$$

(*) Referencia 6

J: es el momento de inercia del motor

D: es el coeficiente angular de fricción viscosa

JpW_r: es el torque de aceleración

DW_r: es el torque de amortiguamiento

T_e: es el torque electromagnético

T_m: es torque mecánico

T_L: es torque de carga

1.4 ESTADO ESTABLE DE LA MAQUINA DE INDUCCION (*)

En una operación balanceada, las corrientes del estator del motor de inducción generan un campo magnético que gira alrededor del entrehierro a una velocidad angular eléctrica W_e. Debido a que el rotor gira a una velocidad angular diferente de W_e se induce en los bobinados del rotor un sistema de corrientes que varían con una frecuencia correspondiente a la diferencia entre W_e y W_r las cuales también generan un campo magnético que gira a una velocidad de $W_e - W_r$ con respecto al rotor ó a W_e con respecto al estator. Por lo tanto los campos magnéticos del estator y rotor giran a una velocidad de W_e con respecto a un observador estacionario. El torque es producido por la interacción de estos dos sistemas magnéticos giratorios.

(*) Referencia 4, 5 y 8.

En estado estable todas las variables del estator varían con la frecuencia de la fuente (W_e), mientras todas las variables del rotor lo hacen con una frecuencia de $W_e - W_r$.

Cuando las variables del estator son transformadas al sistema de referencia arbitrario que gira a una velocidad W con respecto al estator, ellas varían con una frecuencia de $W_e - W$. De modo similar transformando las variables del rotor al sistema de referencia arbitrario que gira a una velocidad de $W - W_r$ con respecto al rotor, se tiene que las variables del rotor también están girando a una frecuencia de:

$$W_e - W = (W_e - W_r) - (W - W_r) \qquad (1\text{-}91)$$

Entonces se puede concluir que durante la operación balanceada de estado estable las variables qds y qdr aparecen como cantidades sinusoidales que varían con una frecuencia correspondiente a $W_e - W$, en todos los sistemas de referencia excepto en el que gira a velocidad sincrónica donde las variables en estado estable son magnitudes constantes.

En una operación balanceada de estado estable donde los voltajes y las corrientes aparecen como cantidades si

nusoidales el análisis fasorial es muy usado, por lo que, en forma general las variables en estado estable del estator y del rotor pueden formularse mediante las siguientes relaciones:

$$f_{as} = Re \{ \underset{\sim}{E}_{as} \; e^{j\theta_e} \}$$

$$f_{bs} = R_e \{ \underset{\sim}{E}_{bs} \; e^{j\theta_e} \}$$

$$f_{cs} = R_e \{ \underset{\sim}{F}_{cs} \; e^{j\theta_e} \}$$

$$f'_{ar} = R_e \{ \underset{\sim}{F}_{ar}' \; e^{j(\theta_e - \theta_r)} \}$$

$$f'_{br} = R_e \{ \underset{\sim}{F}_{br}' \; e^{j(\theta_e - \theta_r)} \}$$

$$f'_{cr} = R_e \{ \underset{\sim}{F}_{cr}' \; e^{j(\theta_e - \theta_r)} \} \qquad (1\text{-}92)$$

F ; representa un fasor de voltaje o corriente

En la máquina simétrica trifásica (Fig.1), las bobinas correspondientes a cada una de las fases tanto del estator como del rotor estan desplazadas entre sí 120 grados eléctricos y distribuidas uniformemente alrededor del entrehierro, por lo tanto, tomando como referencia las variables correspondientes a la fase "a" y considerando que "abc" es la secuencia de fases positiva, se tienen las siguientes relaciones:

$$\underset{\sim}{E}_{bs} = a^2 \underset{\sim}{F}_{as}$$

$$\underset{\sim}{E}_{cs} = a \underset{\sim}{F}_{as}$$

$$\underset{\sim}{E}'_{br} = a^2 \underset{\sim}{F}'_{ar}$$

$$\underset{\sim}{F}'_{cr} = a \underset{\sim}{F}'_{ar} \qquad (1\text{-}93)$$

Donde los operadores usados son:

$$a = 1 \angle 120° = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$a^2 = 1 \angle -120° = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$j = 1 \angle 90° = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$-j = 1 \angle -90° = e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad (1\text{-}94)$$

Expresando las ecuaciones de transformación dadas por (1.38) y (1-39) en forma compleja, se tiene:

$$f_{qs} = \frac{2}{3}\left[f_{as}\mathrm{Re}\{e^{j\theta}\} + f_{bs}\mathrm{Re}\{e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})}\} + f_{cs}\mathrm{Re}\{e^{j(\theta+\frac{2\pi}{3})}\}\right]$$

$$f_{ds} = \frac{2}{3}\left[f_{as}\mathrm{Re}\{e^{j(\theta-\frac{\pi}{2})}\} + f_{bs}\mathrm{Re}\{e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})}\} + f_{cs}\mathrm{Re}\{e^{j(\theta+\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})}\}\right]$$

$$f'_{qr} = \frac{2}{3}\left[f'_{ar}\ \mathrm{Re}\ \{e^{j\beta}\} + f'_{br}\mathrm{Re}\{e^{j(\beta-\frac{2\pi}{3})} + f'_{cr}\ \{\mathrm{Re}\ e^{j(\beta+\frac{2\pi}{3})}\}\right]$$

$$f'_{dr} = \frac{2}{3}\left[f'_{ar}\ \mathrm{Re}\ \{e^{j(\beta-\frac{\pi}{2})}\} + f'_{br}\mathrm{Re}\{e^{j(\beta-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})}\}\right.$$

$$\left. + f'_{cr}\ \mathrm{Re}\{e^{j(\beta+\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})}\}\right] \qquad (1\text{-}95)$$

Reemplazando las ecuaciones (1-93) en (1-92) y estas en (1-95) y desarrollando, se obtiene:

$$f_{qs} = \mathrm{Re}\ \{F_{\sim as}\ e^{j(\theta_e - \theta)}\}$$

$$f_{ds} = \mathrm{Re}\ \{jF_{\sim as}\ e^{j(\theta e - \theta)}\}$$

$$f'_{qr} = \mathrm{Re}\ \{F'_{\sim ar}\ e^{j(\theta e - \theta)}\}$$

$$f'_{dr} = \mathrm{Re}\ \{jF'_{\sim ar}\ e^{j(\theta e-\theta)}\} \qquad (1\text{-}96)$$

Tomando en cuenta que las variables del estator y del rotor en estado estable son cantidades sinusoidales que varían con una frecuencia correspondiente a W_e-W en todos los sistemas de referencia excepto en el que gira a velocidad sincrónica las ecuaciones anteriores pueden escribirse directamente como sigue:

$$f_{qs} = \mathrm{Re}\left\{\underset{\sim}{F}_{qs}\, e^{j(\theta e - \theta)}\right\}$$

$$f_{ds} = \mathrm{Re}\left\{\underset{\sim}{F}_{ds}\, e^{j(\theta e - \theta)}\right\}$$

$$f'_{qr} = \mathrm{Re}\left\{\underset{\sim}{F}'_{qr}\, e^{j(\theta e - \theta)}\right\}$$

$$f'_{dr} = \mathrm{Re}\left\{\underset{\sim}{F}'_{dr}\, e^{j(\theta e - \theta)}\right\} \qquad (1\text{-}97)$$

De las ecuaciones (1-96) y (1-97), se ve que la relación entre fasores es simple y directa, llegandose a los siguientes resultados:

$$\underset{\sim}{F}_{qs} = \underset{\sim}{F}_{as}$$

$$\underset{\sim}{F}_{ds} = j\,\underset{\sim}{F}_{as}$$

$$\underset{\sim}{F}'_{qr} = \underset{\sim}{F}_{ar}'$$

$$\underset{\sim}{F}_{dr}' = j\underset{\sim}{F}'_{ar} \qquad (1\text{-}98)$$

1.4.1 Ecuaciones del voltaje en estado estable

Las ecuaciones de voltaje en estado estable pueden obtenerse de las ecuaciones de voltaje v_{qs} y v_{qr}' determinadas, considerando el sistema de referencia fijo en

el estator y dadas en (1-81) donde se introducen los siguientes reemplazos:

- Sustituir los valores equivalentes dados por (1-98) en las ecuaciones v_{qs} y v_{qr}'
- Reemplazar el operador "p" por jW_e
- Reemplazar "$p\theta_r$" por W_r, y
- Considerar las ecuaciones (1-61) y (1-63)

Luego de operar se obtienen las siguientes ecuaciones de voltaje que representan el comportamiento en estado estable de la máquina de inducción.

$$\underset{\sim}{V}_{as} = (r_s + jX_{ls})\ \underset{\sim}{I}_{as} + jX_m\ (\underset{\sim}{I}_{as} + \underset{\sim}{I}'_{ar})$$

$$\frac{\underset{\sim}{V}'_{ar}}{s} = \left(\frac{r'_r}{s} + jX'_{lr}\right)\ \underset{\sim}{I}'_{ar} + jX_m\ (\underset{\sim}{I}_{as} + \underset{\sim}{I}'_{ar}) \qquad (1\text{-}99)$$

Donde:

X_{ls} y X_{lr}' : son las reactancias de dispersión del estator y del rotor respectivamente.

X_m : es la reactancia mutua, y,

s : es el deslizamiento y está dado por:

$$s = \frac{W_e - W_r}{W_e} \qquad (1\text{-}100)$$

Las ecuaciones obtenidas en (1-99) sugieren el circuito equivalente mostrado en la figura 5.a, y también el circuito dado en la figura 5.b, donde laresistencia $\frac{r'_r}{s}$ ha sido separada en dos términos, siendo el primero r'_r y el segundo $r'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$

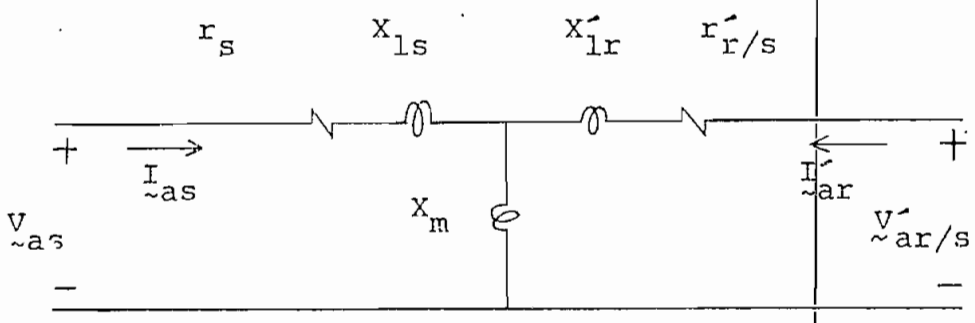
Estos circuitos equivalentes que representan una fase de la máquina son muy usados en el análisis del fun - cionamiento del motor de inducción en estado estable.

1.4.2. Análisis del circuito equivalente

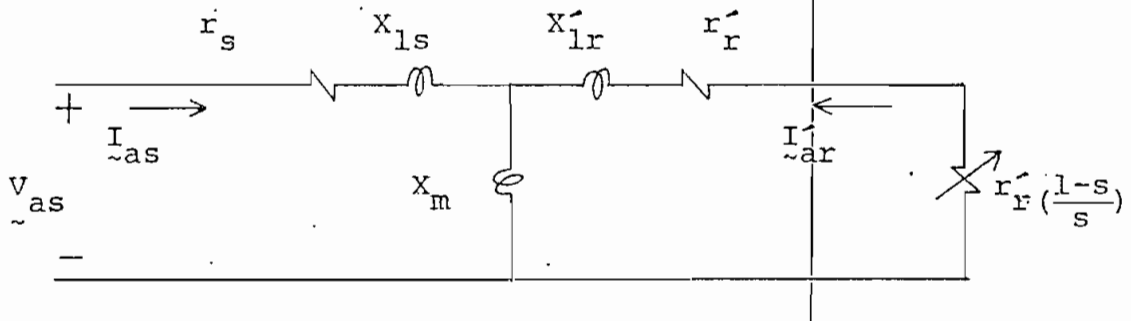
Analizando los circuitos equivalentes de la figura 5, es fácil deducir las variaciones de corriente, voltaje, potencia, pérdidas, torque de arranque y torque máximo de estado estable.

Por consiguiente, la potencia total por fase, transferida por el estator à través del entrehierro es:

$$P_{gs} = \left(\underset{\sim}{I}'_{ar} \right)^2 . \frac{r'_r}{s} \qquad (1\text{-}101)$$



(a)



(b)

FIGURA 5

CIRCUITOS EQUIVALENTES DE UNA MAQUINA DE INDUCCION SIMETRICA TRIFASICA PARA ESTADO ESTABLE

El término r_r' representa las pérdidas en el cobre del rotor, por lo tanto, las pérdidas totales por fase en el cobre del rotor es:

$$P_{cur} = (\underset{\sim}{I}_{ar}')^2 \, r_r' \qquad (1\text{-}102)$$

El otro término $r_r' \left(\frac{1-s}{s}\right)$ corresponde a la potencia eléctrica transformada en potencia mecánica, luego es evidente que la potencia mecánica interna total por fase sea:

$$P_m = (\underset{\sim}{I}_{ar}')^2 \, r_r' \left(\frac{1-s}{s}\right) \qquad (1\text{-}103)$$

Reemplazando (1-101) en (1-103), se tiene:

$$P_m = (1-s) \, P_{gs} \qquad (1\text{-}104)$$

De la potencia total entregada al rotor, la fracción "s" se disipa en el cobre del rotor y la fracción (1-s) se transforma en potencia mecánica, de esto se puede concluir que una máquina operando a bajos deslizamientos es un dispositivo eficiente.

Por definición:

$$P_m = W_r \, T_e \tag{1-105}$$

Donde:

$$W_r = (1-s) \, W_s \tag{1-106}$$

Entonces el torque electromagnético por fase correspondiente a la potencia mecánica interna es:

$$T_e = \frac{P_m}{(1-s)W_s} \tag{1-107}$$

Sustituyendo la ecuación (1-103) en la anterior, se obtiene:

$$T_e = \frac{1}{W_s} \left| \underset{\sim}{I}'_{ar} \right|^2 \frac{r'_r}{s} \tag{1-108}$$

Donde:

$$W_s = \frac{4 \pi f}{P} \tag{1-109}$$

Considerando (1-101), también:

$$T_e = \frac{P_{gs}}{W_s} \tag{1-110}$$

1.4.3. Característica torque - deslizamiento

Para obtener estas características de diseño, la ecuación de torque (1-107) debe estar en función de todos los parámetros del circuito equivalente y para lograr esto se arreglan las ecuaciones (1-99), además tomando en cuenta que $\underset{\sim}{v}'_{qr} = v'_{dr} = 0$, se tiene:

$$\underset{\sim}{V}_{as} = (r_s + jX_s)\ \underset{\sim}{I}_{as} + jX_m\ \underset{\sim}{I}'_{ar}$$

$$0 = jX_m \underset{\sim}{I}_{as} + \left(\frac{r'_r}{s} + jX'_r\right)\ \underset{\sim}{I}'_{ar} \qquad (1\text{-}111)$$

Resolviendo estas ecuaciones para $\underset{\sim}{I}'_{ar}$, se obtiene:

$$\underset{\sim}{I}'_{ar} = \frac{\underset{\sim}{V}_{as}\ jX_m}{\left\{\left[r_s\ \frac{r'_r}{s} + (X_m^2 - X_s X'_r)\right] + j\left[\frac{r'_r}{s}\ .x_s + r_s x'_r\right]\right\}} \qquad (1\text{-}112)$$

El valor absoluto de la ecuación anterior es:

$$\left|\underset{\sim}{I}'_{ar}\right| = \frac{\left|\underset{\sim}{V}_{as}\right|\ X_m}{\left\{\left[r_s \cdot \frac{r'_r}{s} + (X_m^2 - X_s X'_r)\right]^2 + \left[\frac{r'_r}{s}\ X_s + r_s X'_r\right]^2\right\}^{1/2}} \qquad (1\text{-}113)$$

Reemplazando el valor absoluto anterior en la ecua

ción (1-108) y operando, se obtiene:

$$T_e = \frac{r'_r \cdot X_m^2 \cdot \left| V_{as} \right|^2 \cdot s}{W_s \left\{ \left[r_s r'_r + s(X_m^2 - X_s X'_r) \right]^2 + \left[r'_r X_s + s r_s X'_r \right]^2 \right\}} \qquad (1\text{-}114)$$

Donde V_{as} , W_s y todos los parámetros de la máquina son constantes.

Mediante esta ecuación se determina la caracte - rística torque-deslizamiento mostrada en la figura 6, donde además se considera la potencia mecánica al eje como función del deslizamiento. A continuación se analiza esta importante característica del motor de inducción.

a) Cuando s = 0 significa que $W_r = W_s$; por lo tanto no se inducen f.e.m. alguna, ni corriente en los bobinados del rotor; la potencia mecánica interna y el torque electromagnético son cero. Afortunadamente el motor de inducción no está capacitado para alcanzar la velocidad de sincronismo.

b) Cuando s = 1 significa que $W_r = 0$; por lo tanto el rotor está en reposo y se inducen f.e.m. y corrientes en los bobinados del rotor cuya frecuencia es igual a la frecuencia - de la línea, la potencia mecánica es cero y existe un torque promedio de arranque (Tarr.) debido a que las ondas de

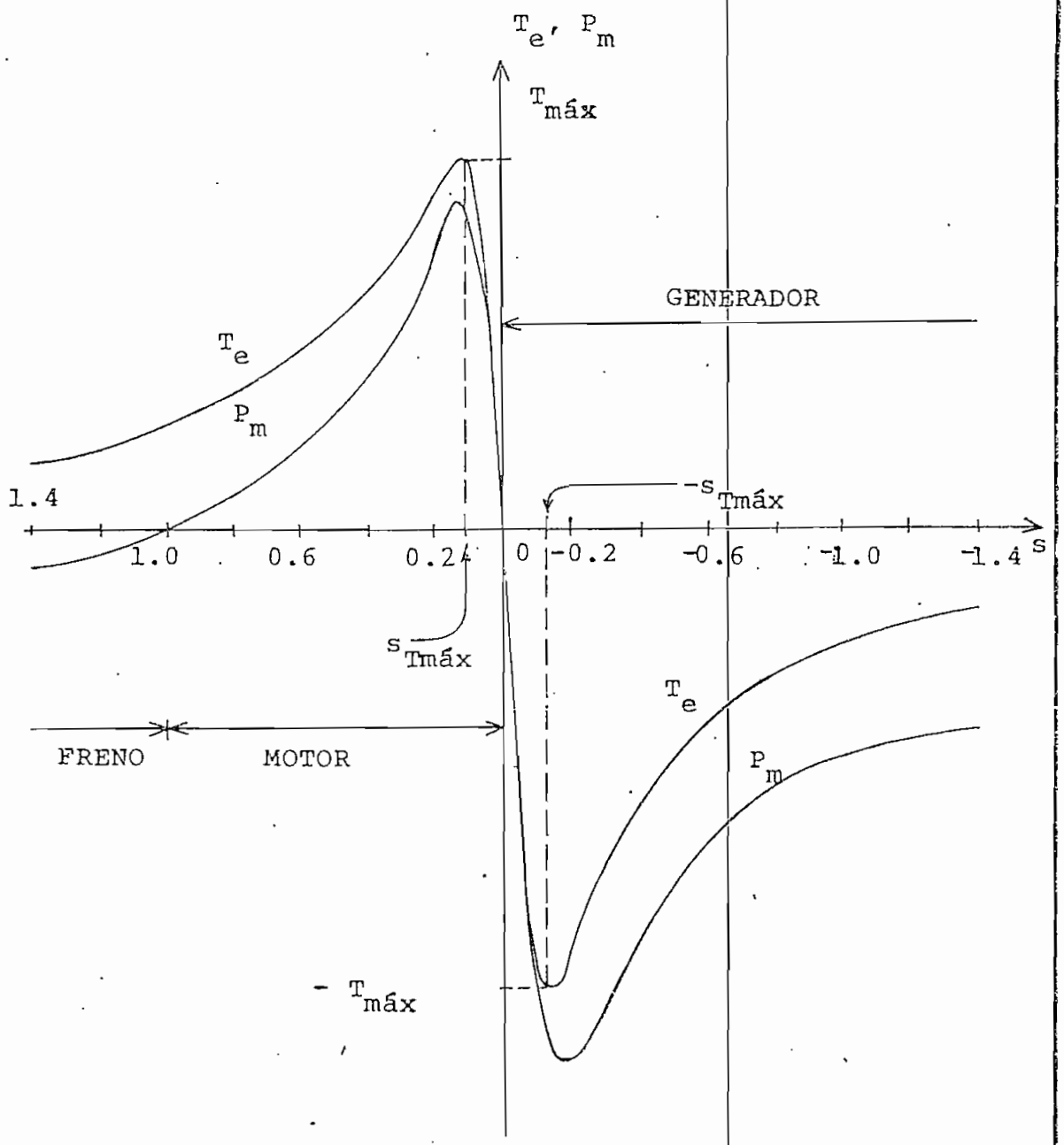


FIGURA 6

TORQUE Y POTENCIA MECANICA AL EJE EN FUNCION DEL DESLIZAMIENTO PARA EL FUNCIONAMIENTO DE LA MAQUINA DE INDUCCION COMO MOTOR, GENERADOR Y FRENO.

las fmms. tanto del estator como del rotor están girando a W_s, por lo cual son estacionarias entre sí, siendo esta una condición necesaria para la existencia del torque.

Reemplazando s=1 en la ecuación (1-114), la siguiente relación de Tarr para el motor de inducción, se obtiene:

$$T_{arr} = \frac{r'_r \cdot X_m^2 \cdot \left| V_{as} \right|^2}{W_s \left\{ \left[r_s r'_r + (X_m^2 - X_s X'_r) \right]^2 + \left[r'_r X_s + r_s X'_r \right]^2 \right\}} \qquad (1\text{-}115)$$

Se puede ver en esta ecuación que incrementando el valor de la resistencia r'_r también se incrementa el T_{arr}, entonces es posible mejorar este último en un motor de inducción que tenga el rotor devanado conectando resistencias externas en serie con cada fase del bobinado del rotor.

c) Cuando el deslizamiento toma valores mayores que cero y menores que uno ($0 < s < 1$) significa que $W_r < W_s$, por lo tanto en este rango la máquina funciona como un motor de inducción y la potencia mecánica y el torque tienen valores positivos.

d) Un deslizamiento negativo ($s < 0$) significa que $W_r > W_s$, por lo tanto la máquina funciona como un generador de inducción

a velocidades superiores a la de sincronismo obtenidas con la ayuda de un primomotor externo, la potencia mecánica viene a ser negativa ya que a velocidades supersíncronas el rotor no proporciona Pmec. sino que la consume y el torque también es negativo.

e) Un deslizamiento mayor que uno ($s > 1$) es posible cuando W_r es negativa, esto es, cuando el rotor gira en una dirección opuesta a la del campo magnético giratorio . Esta condición se presenta en un motor de inducción trifásico si se invierten súbitamente dos de sus tres fases, la potencia mecánica que el rotor consume es negativa y la toma de la energía cinética de las masas giratorias ya que no existe primomotor que la suministre, entonces el rotor se frena, después de llegar al reposo la máquina funciona nuevamente como un motor de inducción normal acelerándose en la nueva dirección del campo magnético giratorio, este rango de operación se conoce como región de frenado.

En la tabla 1 se muestra un resumen de las magnitudes de los deslizamientos y las formas correspondientes de funcionamiento de la máquina de inducción.

TABLA 1

DESLIZAMIENTO Y VELOCIDAD	FORMA DE FUNCIONAMIENTO	CONVERSION DE ENERGIA
$0 < s < 1$ $W_s > W_r > 0$	MOTOR	Eléctrica en Mecánica
$s > 1$ $\infty > W_r > 0$ (Opuesto al C.M.G.)	FRENO	Cinética en Eléctrica
$s < 0$ $W_r > W_s$	GENERADOR	MECANICA en eléctrica

Finalmente para determinar el torque máximo de la máquina cuando funcione como motor o generador, es necesario obtener una expresión para el deslizamiento de torque máximo ($s_{Tmáx}$) y esto se logra diferenciando la ecuación (1-114) con respecto al deslizamiento e igualando a cero, así:

$$\frac{d}{ds} T_e = 0 \qquad (1\text{-}116)$$

La expresión final es:

$$s_{Tmáx} = \pm \; r_r' \cdot Q \qquad (1\text{-}117)$$

Donde:

$$Q = \left[\frac{r_s^2 + x_s^2}{(x_m^2 + x_s X_r')^2 + (r_s x_r')^2} \right]^{1/2} \qquad (1\text{-}118)$$

La expresión (1-117) tiene dos valores uno positivo para el caso motor y otro negativo para el caso de generador.

Sustituyendo el valor del deslizamiento de torque máximo en la ecuación (1-114), se obtiene la siguiente ecuación para el torque máximo.

$$T_{máx} = \pm \; \frac{Q \cdot X_m^2 \cdot |V_{as}|^2}{W_s \left\{ \left[r_s + Q(X_m^2 - X_s X_r') \right]^2 + \left[X_s + Q r_s X_r' \right]^2 \right\}} \qquad (1\text{-}119)$$

$S_{Tmáx}$ es directamente proporcional a la resistencia del rotor, Q no es función de esta resistencia y el Tmax es independiente de ella. Consecuentamente, si todos los parámetros de la máquina son constantes, se puede controlar la velocidad a la que ocurre el torque máximo en estado estable, variando las resistencias externas conectadas al circuito del rotor, mientras la magnitud del Tmáx permanece constante, es-

ta ventaja es aprovechada para arrancar grandes motores de inducción que tienen el rotor debanado y también para regular la velocidad de funcionamiento. En la figura 7 se puede ver las características torque-deslizamiento de un motor de inducción con rotor bobinado para diversos valores de r'_r.

1.5. ESTUDIO DE LA RECONEXION A LA MISMA FUENTE (*)

La reconexión a la misma fuente, es una operación transitoria de conexión rápida, donde el motor de inducción, se desconecta de la fuente de alimentación y se reconecta a la misma, antes que las corrientes remanentes del rotor debidas a la energía magnética almacenada en el entrehierro decaigan por completo, en estas circunstancias se produce el régimen transitorio de reconexión que es común en ciclos de trabajo intermitente requeridos para algunos procesos de producción. Por las condiciones en que se producen estos transitorios deben ser más severos que los de arranque, entonces tomarán valores de varias veces la corriente nominal.

La medición experimental de los transitorios de la reconexión se hará en el siguiente capítulo y su determinación se planteará en el capítulo posterior en base a las e-

(*) Referencia 1

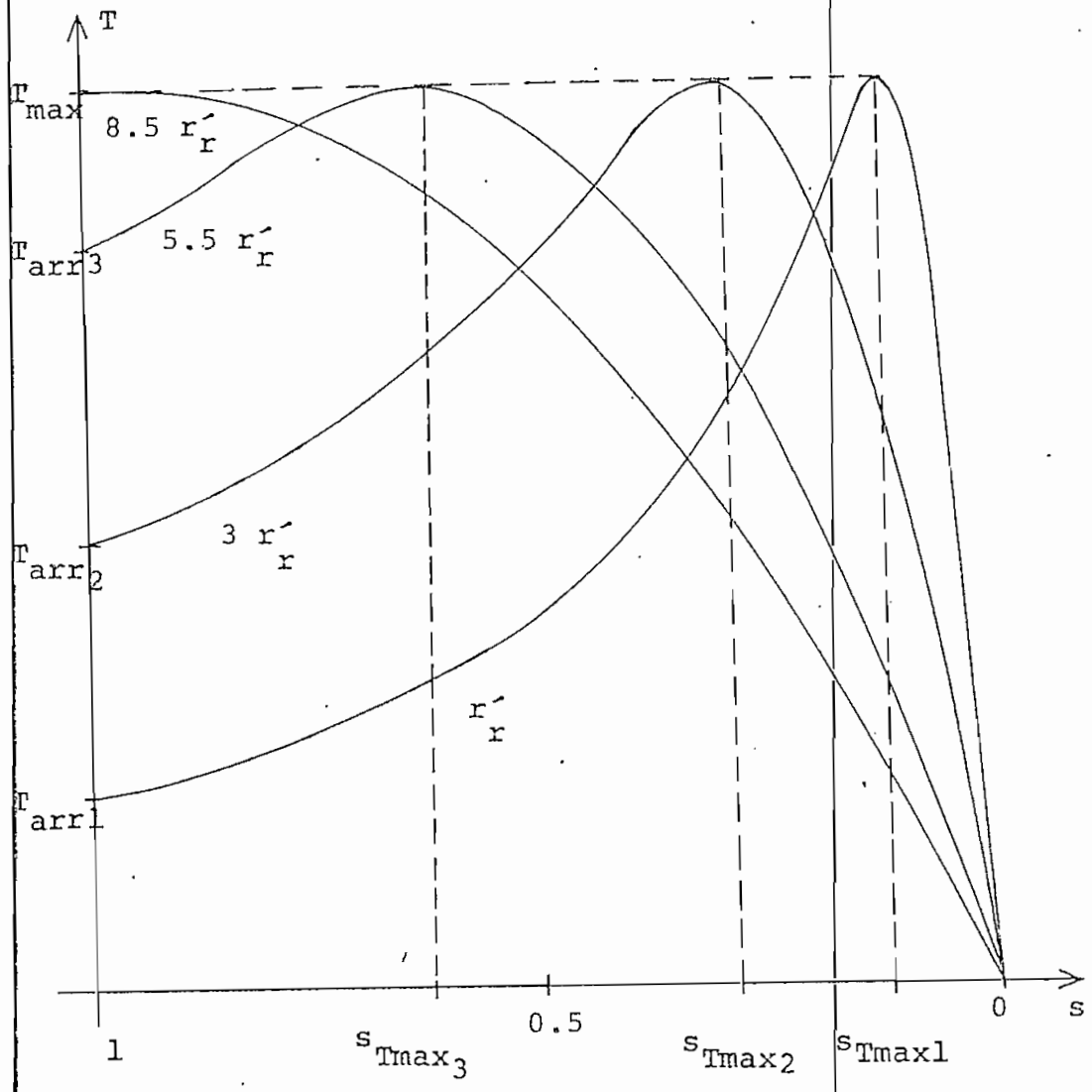


FIGURA 7

CARACTERISTICAS TORQUE - DESLIZAMIENTO DE UN MOTOR BOBINADO PARA DIVERSOS VALORES DE RESISTENCIA RO - TORICA

cuaciones diferenciales (1-81) de la sección 1.3.2.

1.6. ESTUDIO DEL FRENADO POR INVERSIÓN DE FASES (*)

Frecuentemente, en la industria moderna se requiere cambiar el sentido de giro o parar con rapidez y exactitud una máquina de inducción. En la mayoría de los casos la versatilidad de los motores de inducción permiten realizar este tipo de operaciones de alta velocidad y precisión que muchas veces inciden en la calidad del producto elaborado.

El régimen de frenado por inversión de fases o contracorriente se presenta al conmutar dos de las tres fases del estator, después de haber desconectado la fuente y rápidamente rehacer la misma antes que las corrientes del rotor decaigan completamente; esto implica el cambio den sentido de rotación del campo magnético, frenandose el rotor. Cuando la velocidad llegue a cero el motor debe desconectarse de la red de lo contrario empezará a girar en el sentido opuesto al anterior.

Los transitorios que se producen durante la operación de frenado por inversión de fases pueden ser mucho más severos que los anteriores pues además de la energía magnética almacenada en el entrehierro tienen la secuencia de fases invertida.

(*) Referencia 9 y 10

El análisis teórico y la medición experimental - de estos transitorios se realizará en los capítulos subsiguientes como ya se indicó en la sección anterior.

1.7. ESTUDIO DEL FRENADO DINAMICO (*)

Para pasar del régimen motor al de frenado dinámico se desconectan los terminales del motor de inducción de la red de corriente alterna e inmediatamente se reconecta - dos de sus fases a una fuente de corriente contínua dejando libre la tercera fase.

La corriente contínua al circular por dos de los bobinados del estator (conectados en serie) de un motor de inducción trifásico crea un campo magnético estacionario en el entrehierro y como el motor está girando se inducen co - rrientes en el rotor , las que se interaccionan con el flujo principal para producir un torque de frenado en el rotor.

Estos transitorios son menos severos que los anteriores y su análisis teórico-experimental se hace en los - próximos capítulos.

(*) Referencia 9 y 11

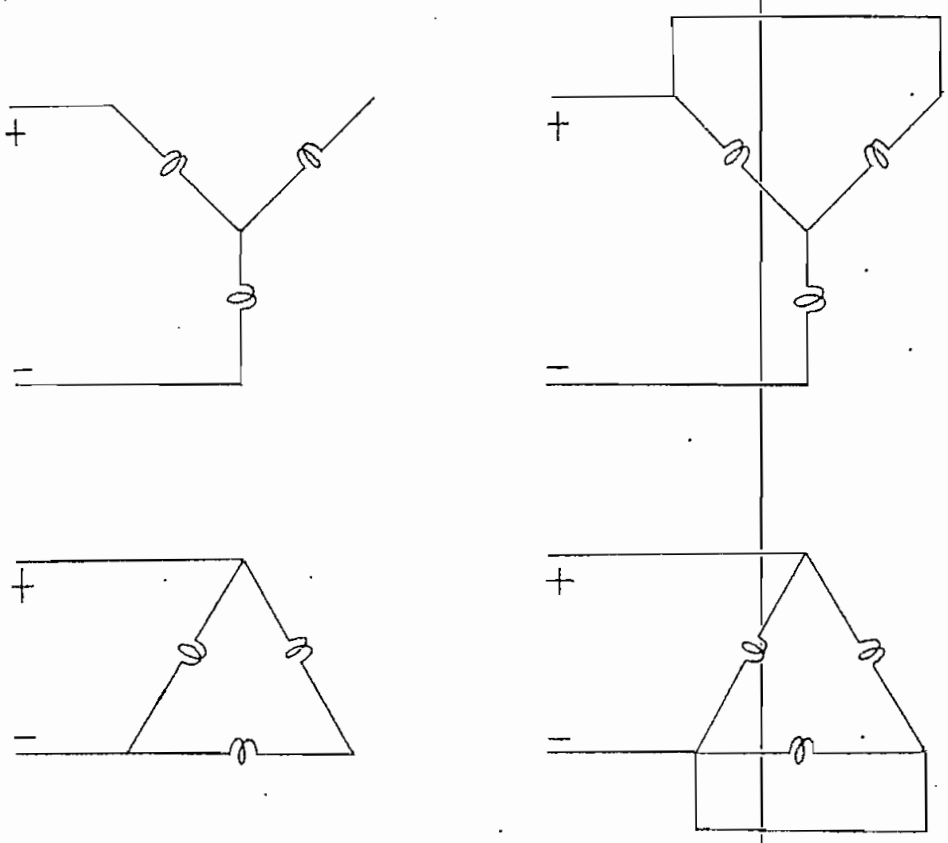


FIGURA 8

ESQUEMA DE CONECCIONES DE LOS BOBINADOS DEL ESTATOR DE UNA MAQUINA DE INDUCCION PARA FRENADO DINAMICO.

C A P I T U L O II

PRUEBAS EXPERIMENTALES

C A P I T U L O II

PRUEBAS EXPERIMENTALES

Las diferentes pruebas de laboratorio realizadas y anotadas en este capítulo permiten determinar los parámetros de la máquina de inducción y los oscilogramas correspondientes a las operaciones transitorias de reconección , frenado por inversión de fases y frenado dinámico.

El motor de inducción seleccionado para esta investigación es de rotor removible y tiene los siguientes datos de placa: 220/380 voltios, 7/4.04 amperios, 3.5 H.P. conección Δ/Y, 4 polos y 60 Hz., además dos tipos de rotores: bobinado y jaula de ardilla, se usaron en estas pruebas.

Todas las pruebas experimentales, se hacen utilizando el motor de inducción con rotor bobinado y jaula - de ardilla respectivamente.

2.1. PARAMETROS DE LA MAQUINA DE INDUCCION

Los parámetros del motor de inducción, se determinan tal como se indica en la referencia 12, mediante las

pruebas normalizadas de vacio acoplado y de rotor bloqueado. El valor de la resistencia de cada fase del estator fue medido utilizando el puente de Wheatstone, cuyo valor es:

$$r_s = 1.61 \text{ ohm/fase}$$

Colocando el rotor bobinado en el motor de inducción escogido anteriormente, se realiza la prueba de vacío acoplado con las bobinas del estator conectadas en delta y se anotan las siguientes lecturas:

$V_L = 220.$ voltios

$I_L = 3.5$ amperios

$P_T = 75.$ vatios

$W_r = 1800$ r.p.m.

Asi mismo de la prueba de rotor bloqueado, se anotan los siguientes datos:

$V_L = 55.7$ voltios

$I_L = 7.0$ amperios

$P_T = 312.$ vatios

$W_r = 0.$ r.p.m.

Utilizando estos datos, se obtienen los siquientes parámetros del motor de inducción con rotor bobinado:

$r_r' = 5.341$ ohm/fase

$X_m = 102.588$ ohm/fase

$X_s = X_r' = 6.112$ ohm/fase

Ahora se coloca el rotor jaula de ardilla en el motor de inducción conectado en delta y se repiten las pruebas anteriores para tomar la lectura de los instrumentos, entonces de las pruebas de:

Vacío acoplado:

$V_L = 220.$ voltios

$I_L = 3.53$ amperios

$P_T = 80.$ vatios

$W_r = 1800.$ r.p.m.

Rotor bloqueado:

$V_L = 51.5$ voltios

$I_L = 7.0$ amperios

$P_T = 316.$ vatios

$W_r = 0.$ r.p.m.

Con estos datos se obtienen los parámetros del - motor de inducción con rotor jaula de ardilla que a continuación se escriben:

$$r_r' = 5.373 \text{ ohm/fase}$$

$$X_m = 102.26 \text{ ohm/fase}$$

$$X_s = X_r' = 5.496 \text{ ohm/fase}$$

2.1.1. Cálculo del momento de inercia

El momento de inercia (J), se obtuvo mediante dos métodos experimentales para asegurar que los valores medidos sean correctos y confiables.

a) Método físico del movimiento de rotación (*)

Para medir el momento de inercia por este método es necesario:

- Suspender al eje del motor un peso (P), mediante un hilo de pescar o de nylon.

- Envolver el hilo hasta que P alcance una cierta altura - (H_n).

(*) Referencia 13

- Al descender P en caida libre el rotor empieza a girar en el sentido que se desenvuelve el hilo.

- Anotar el tiempo de caida libre de P, cuando este llega - al punto de inversión.

- Ahora P, asciende envolviendo el hilo en sentido contra - rio pero el sentido de giro del motor de mantiene.

- Anotar la altura máxima (H_{n+1}) a la que sube P, antes que el sentido de giro del rotor cambie.

Este método, se aplicó a los dos rotores usados en el motor de inducción. Es conveniente repetir este proce dimiento variando el número de vueltas del hilo recogido so bre el eje del rotor para suspender el peso (P) a distintas alturas (H_n) y también con diferentes valores de peso (P) - con el fin de obtener valores promedios más confiables.

Los datos obtenidos en esta prueba sirven para cal cular la aceleración angular, la fuerza de rozamiento y el momento de inercia de la máquina. Todos estos valores medi- dos y calculados se anotan en las tablas, 2, 3 y 4.

La aceleración angular ($\ddot{r}$), se calcula aplicando la siguiente fórmula:

TABLA 2

Valores medidos y calculados con m_1 para obtener $\overline{J_1}$

$m_1 = 2.5$ kg $\qquad P_1 = 24.45$ m kg/seg^2

H_n	H_{n+1}	$\overline{H_{n+1}}$	t	$\overline{t}$	F_r	τ	J_1	σ	$\overline{J_1}$
m.	m.	m.	seg.	seg.	$\frac{m\ kg}{seg^2}$	$\frac{rad}{seg^2}$	m^2Kg	rad	m^2Kg
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO									
0.820	0.420 0.418	0.419	2,5 2.3	2.4	7.913	8.726	0.046	8π	0.048
0.663	0.365 0.370	0.368	2.2 2.0	2.1	6.996	8.548	0.049	6π	
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA									
0.84	0.571 0.561	0.566	2.2 2.25	2.225	4.765	10.15	0.047	8π	0.051
0.682	0.481 0.481	0.481	2.05 2.05	2.05	4.226	8.971	0.055	6π	

TABLA 3

Valores medidos y calculados con m_2 para obtener $\overline{J_2}$

$m_2 = 3$ kg $\qquad P_2 = 29.34$ m Kg/seg^2

H_n	H_{n+1}	$\overline{H_{n+1}}$	t	$\overline{t}$	Fr	γ	J_2	σ	$\overline{J_2}$
m.	m.	m.	seg.	seg.	$\frac{\text{m Kg}}{\text{seg}^2}$	$\frac{\text{rad.}}{\text{seg}^2}$	m^2Kg	rad.	m^2Kg
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO									
0.820	0.435	0.439	2.2	2.25	8.879	9.928	0.05	8π	0.054
	0.442		2.3						
0.663	0.382	0.380	2.0	2.05	7.961	8.97	0.058	6π	
	0.377		2.10						
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA									
0.84	0.555	0.556	1.90	1.95	5.718	12.22	0.043	8π	0.045
	0.557		2.0						
0.682	0.473	0.473	1.85	1.775	5.309	11.96	0.048	6π	
	0.473		1.70						

TABLA 4

Valores medidos y calculados con m_3 para obtener $\overline{J_3}$ y $\overline{J}$

$m_3 = 3.5$ kg $P_3 = 34.23$ m Kg/seg^2

H_n	H_{n+1}	$\overline{H_{n+1}}$	t	$\overline{t}$	F_r	γ	J_3	σ	$\overline{J_3}$	$\overline{J}$ (*)
m.	m.	m.	seg.	seg.	$\frac{mKg}{seg^2}$	$\frac{rad.}{seg^2}$	m^2 Kg	rad	m^2Kg	m^2Kg
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO										
0.820	0.445	0.447	1.80	1.90	10.07	13.92	0.041	8π	0.045	~~0.04~~ 0.049
	0.448		2.0							
0.663	0.376	0.376	1.70	1.75	9.455	12.31	0.048	6π		
	0.376		1.80							
MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA										
0.840	0.527	0.527	1.85	1.85	7.838	14.69	0.043	8π	0.044	~~0.04~~ 0.0468
	0.527		1.85							
0.682	0.454	0.459	1.60	1.60	6.69	14.73	0.045	6π		
	0.463		1.60							

(*) $\overline{J} = (\overline{J_1} + \overline{J_2} + \overline{J_3})\ /3$

$$\alpha = \frac{2\,\sigma}{t^2}\left[\text{rad./seg}^2\right] \qquad (2\text{-}1)$$

Donde:

$$\sigma = 2\,\pi n \left[\text{rad.}\right] \qquad (2\text{-}2)$$

σ : es un ángulo en radianes

n : es el número de vueltas, y,

t : es el tiempo de caida libre en segundos

La fuerza de rozamiento (F_r), se puede calcular aplicando la siguiente relación:

$$F_r = P\left(\frac{H_n - H_{n+1}}{H_n + H_{n+1}}\right) \quad \left[\text{m Kg/ seg}^2\right] \qquad (2\text{-}3)$$

Donde:

P: es el peso en kilogramos-fuerza

H_n: es la altura relativa inicial en metros; y,

H_{n+1}: es la altura relativa máxima promedio en metros

Finalmente el momento de inercia, se calcula por medio de la siguiente fórmula:

$$J = \frac{(P - F_r)\,r}{\alpha} - mr^2 \left[\text{m}^2\text{Kg}\right] \qquad (2\text{-}4)$$

Donde:

r : es el radio del eje del rotor en metros, y

m : es la masa del peso (P) en kilogramos-masa

Los resultados obtenidos del momento de inercia aplicando este método están dentro del rango previsto por lo tanto son buenos, ver tablas 2, 3 y 4.

b) Método electromecánico (*)

Si las fuerzas de rozamiento, fricción del aire e inercia, fuese todo lo que está presente, la ecuación - del funcionamiento es la siguiente:

$$JpW_r + AW_r^2 = 0 \qquad (2\text{-}5)$$

Despejando J, se obtiene:

$$J = -\frac{AW_r^2}{pW_r} \quad \left[m^2\ Kg\right] \qquad (2\text{-}6)$$

Donde:

AW_r^2 : es la fuerza del rozamiento y fricción del aire; y,

pW_r: es la pendiente de la parte lineal de la curva de desaceleración.

(*) Referencia 8 y 14

Como se puede ver en la ecuación (2-6) , para - calcular el momento de inercia de la máquina por este método, es necesario conocer los valores de AW_r^2 y pWr, esto se logra mediante las pruebas de vacío desacoplado y de desaceleración respectivamente.

b.1) Prueba de vacío desacoplado.

Las pérdidas mecánicas (P_m) de la máquina pueden ser separadas de las pérdidas del hierro del estator midiendo la potencia de entrada (P_o), la corriente de línea y el voltaje de la fuente con la máquina girando sin carga. En esta prueba la frecuencia de la fuente fue mantenida - constante y el voltaje nominal aplicado, fue reducido gradualmente por pasos hasta los 80 voltios y cada paso reducido fue de 20 voltios. La velocidad de la máquina solo cae ligeramente cuando el voltaje de la fuente se reduce, ~~de modo que las pérdidas de la fuente se reduce~~, de modo que las perdidas mecánicas (P_m) son aproximadamente constantes e independientes de la velocidad.

La potencia de entrada (P_o), se corrige retirando las pérdidas del cobre del estator del siguiente modo:

$$P_c = P_o - P_{cus} \qquad (2-7)$$

Donde la potencia de entrada (P_o), es igual a las pérdidas del motor en vacío.

$$P_o = P_{cus} + P_{h+f} + P_{F+V} + P_{ferot.} \qquad (2.8)$$

Y las pérdidas en el cobre del estator son:

$$P_{cus} = 3 \left(I_L / \sqrt{3}\right)^2 r_s \qquad (2-9)$$

P_{h+f}: son las pérdidas de histérisis y foucault

P_{F+V} : son las pérdidas por fricción y ventilación, y

$P_{fe\ rot}$: son las pérdidas en el hierro debidas a la rotación.

En las tablas 5 y 6, se anotan los valores medidos y calculados de esta prueba realizada para el motor de inducción con rotor bobinado y jaula de ardilla respectivamente.

Los valores tabulados de la potencia corregida (P_c) son dibujados en función del voltaje de la fuente y así se obtienen las curvas de los gráficos 1 y 2.

Si estas curvas son extrapoladas hasta que intercepten al eje y, entonces el voltaje se reduce a cero

y las pérdidas mecánicas (P_m) o pérdidas por rozamiento y fricción del aire quedan determinadas para el motor de inducción.

Ahora se puede determinar la fuerza de rozamiento y fricción del aire por medio de la siguiente relación:

$$AW_r^2 = \frac{P_m}{W_r} \quad \left[m^2 \ Kg/seg^2 \right] \qquad (2\text{-}10)$$

Donde:

W_r: es la velocidad rotacional en rad/seg.

b.2) Prueba de desaceleración.

Se acopla al motor de inducción un tacómetro generador de presición cuyo voltaje alterno de salida es directamente proporcional a la velocidad.

Esta señal alterna de salida pasa por un rectificador de onda completa transformándose en una señal aproximada contínua que va al osciloscopio a través de un divisor de tensión como se ve en la figura 9.

TABLA 5

Valores medidos y calculados de la prueba de vacío desacoplado

MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO							
V_L	I_L	W_1	W_2	P_T(*)	P_{cus}	P_c	W_r
voltios	Amp.	Vatios	Vatios	Vatios	Vatios	Vatios	r.p.m.
220	3.36	475	275	200	18.17	182	1760
200	2.86	380	200	180	13.16	167	1760
180	2.58	322	160	162	10.72	151.5	1755
160	2.26	260	110	150	8.22	142	1755
140	1.93	205	70	135	5.99	129	1740
120	1.75	170	45	125	4.93	120	1740
100	1.48	130	15	115	3.53	115.5	1735
80	1.38	116	5	111	3.06	108	1735

(*) $P_T = W_1 - W_2$

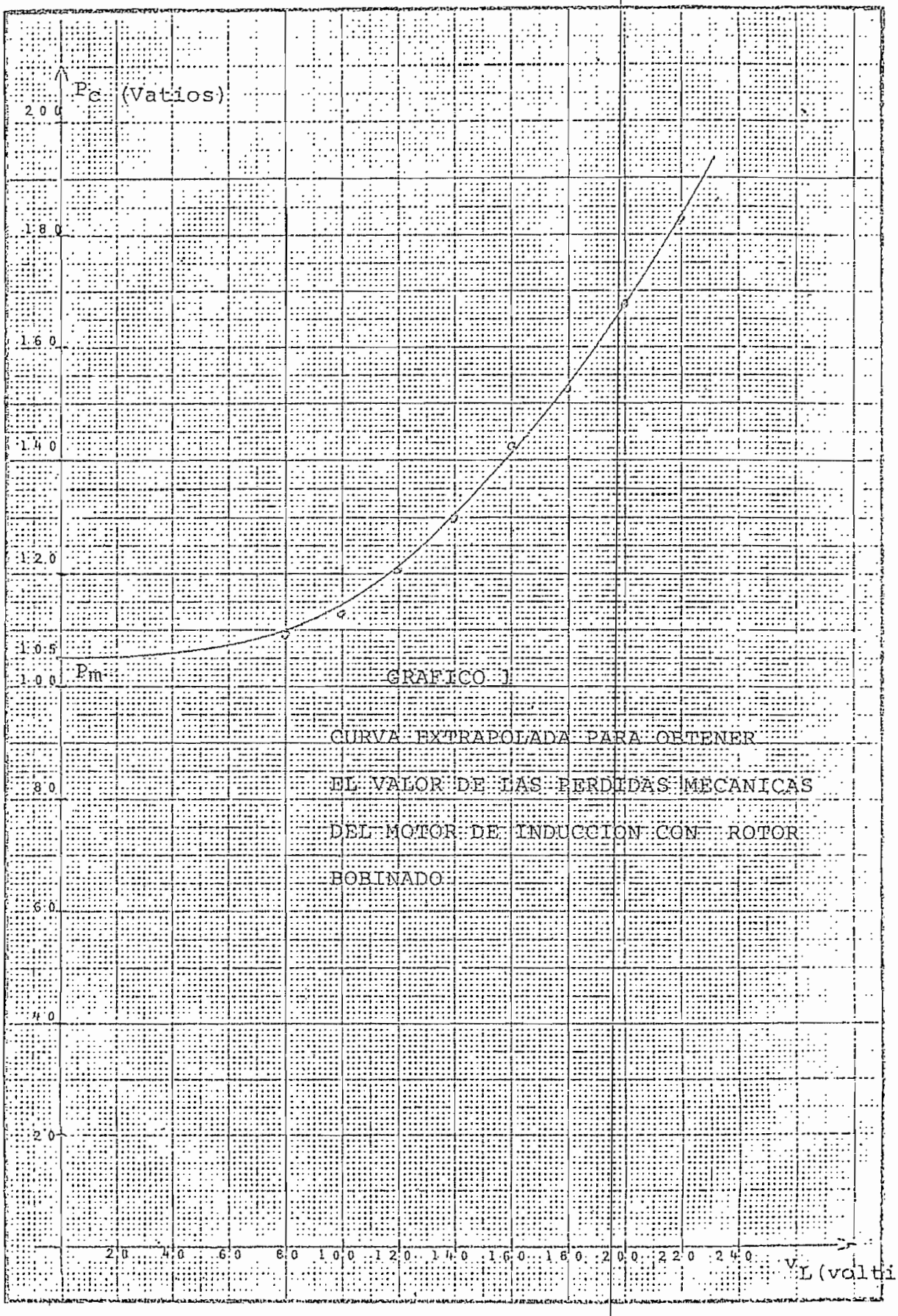


GRAFICO 1

CURVA EXTRAPOLADA PARA OBTENER EL VALOR DE LAS PERDIDAS MECANICAS DEL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

TABLA 6

Valores medidos y calculados de la prueba de vacío desacoplado

MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA							
V_L	I_L	W_1	W_2	P_T(*)	P_{cus}	P_c	W_r
voltios	Amp.	Vatios	Vatios	Vatios	Vatios	Vatios	r.p.m.
220	3.43	490	320	170	19.94	151	1760
200	3.0	405	255	150	14.50	135.5	1760
180	2.61	323	190	133	10.97	122	1755
160	2.26	262	144	118	8.22	110	1755
140	1.91	196	90	106	5.87	100	1750
120	1.70	160	63	97	4.65	92.5	1750
100	1.40	120	30	90	3.16	87	1745
80	1.20	85	0	85	2.32	82	1745

(*) $P_T = W_1 - W_2$

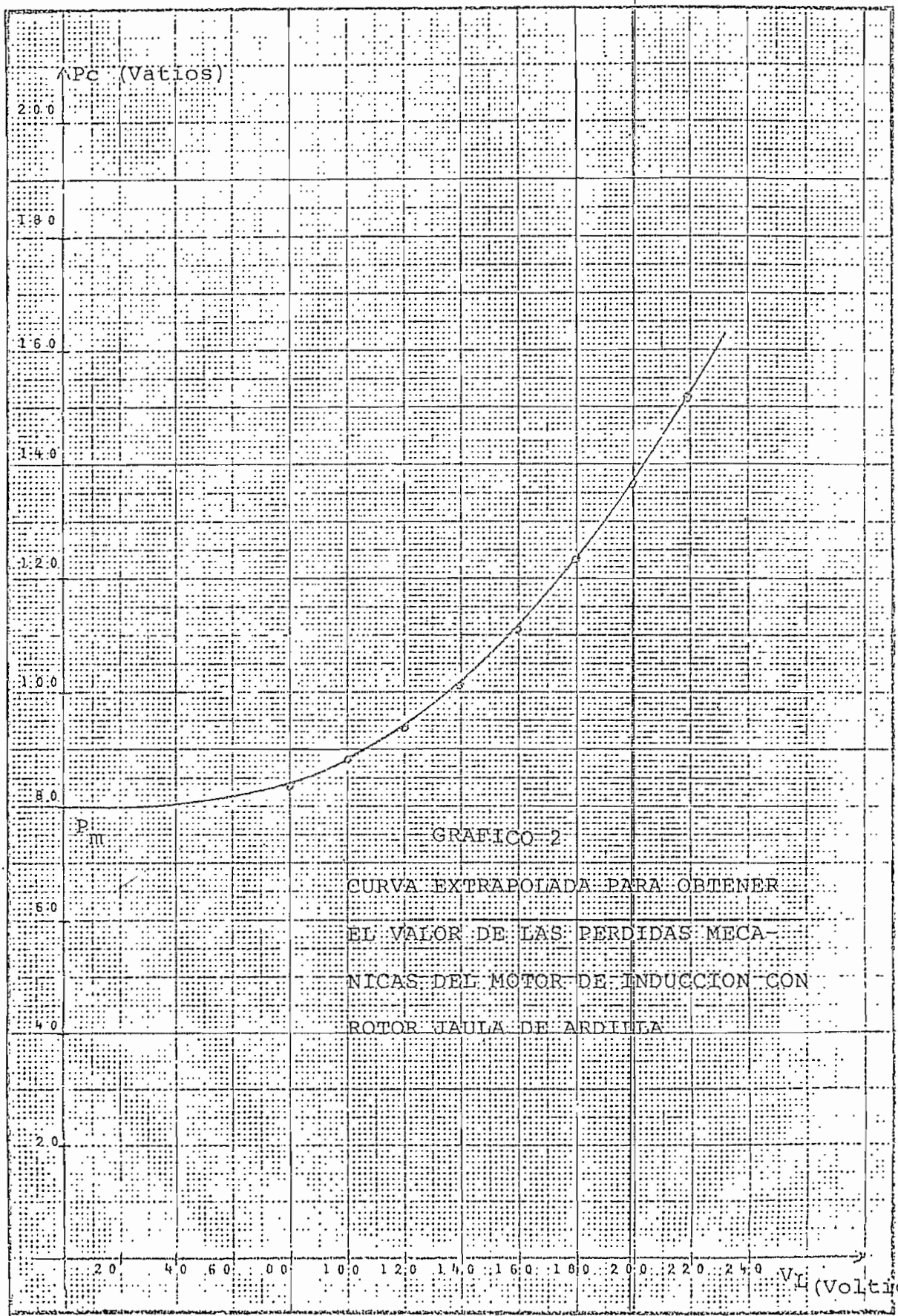


GRAFICO 2

CURVA EXTRAPOLADA PARA OBTENER EL VALOR DE LAS PERDIDAS MECANICAS DEL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

La máquina bajo prueba se acopla al tacómetro y es llevada hasta su máxima velocidad, y mediante el circuito de control de la figura 10, se interrumpe el suministro de energía, entonces la velocidad decae lentamente siendo esta señal captada y grabada en el osciloscopio, como se ve en las fotografías tomadas posteriormente y que sirven para calcular la pendiente de laparte lineal de la curva de desaceleración por medio de la siguiente relación de variación de la velocidad:

$$pW_r = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} \left[\text{rad./seg.}^2 \right] \qquad (2\text{-}11)$$

En las fotos 1 y 2 se puede observar que la velocidad decrece casi linealmente con el tiempo tanto para el motor de inducción con rotor bobinado como para el jaula de ardilla.

El momento de inercia del motor de inducción con rotor bobinado se calcula del siguiente modo:

Del gráfico 1, se obtienen los datos de:

$P_m = 105$ vatios

$W_r = 1760$ r.p.m.

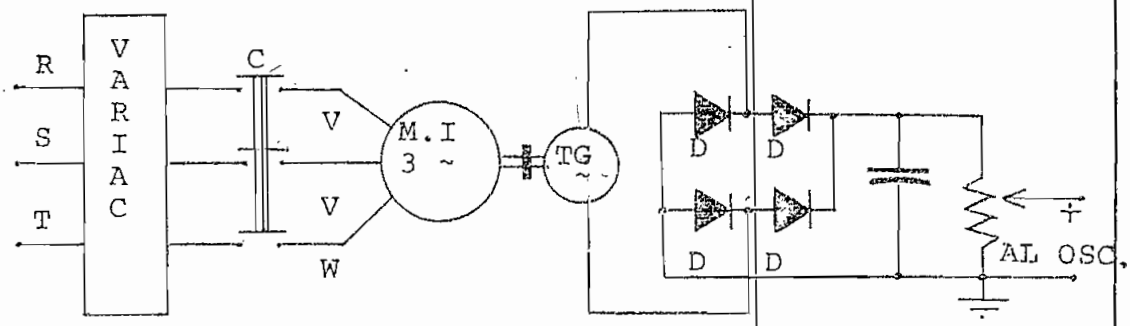


FIGURA 9

DIACRAMA DE FUERZA DISEÑADO PARA LA PRUEBA DE DESACELERACION

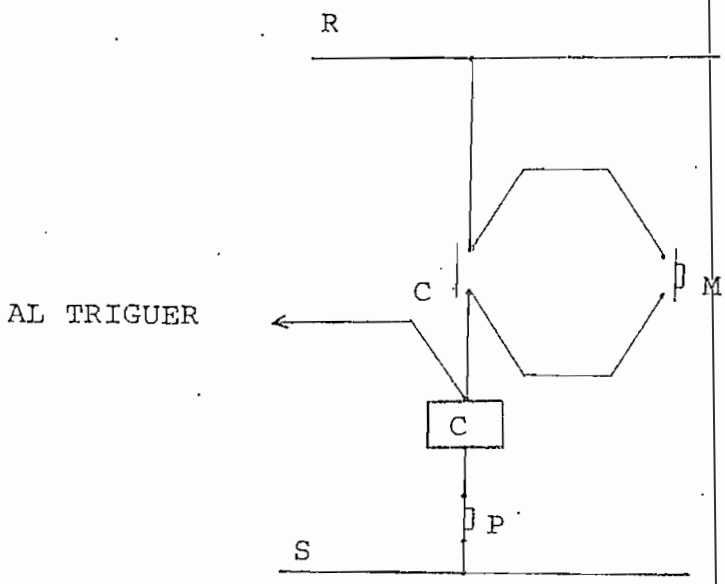


FIGURA 10

DIAGRAMA DE CONTROL PARA EL CIRCUITO DE FUERZA

Que son reemplazados en la ecuación (2-10), para obtener:

$$AW_r^2 = 0.57 \ m^2Kg/seg^2$$

De la foto 1, se obtienen los siguientes datos:

$W_1 = 36.862$ rad./seg .

$W_2 = 140.076$ rad./seg.

$t_1 = 12.5$ seg.

$t_2 = 2.5$ seg.

Que al ser reemplazados en la ecuación (2-11) se obtiene:

$$pW_r = -10.321 \ rad./seg.^2$$

Finalmente reemplazando estos valores calculados en la ecuación (2-6), se obtiene el momento de inercia buscado:

$$J = 0.0552 \ m^2Kg.$$

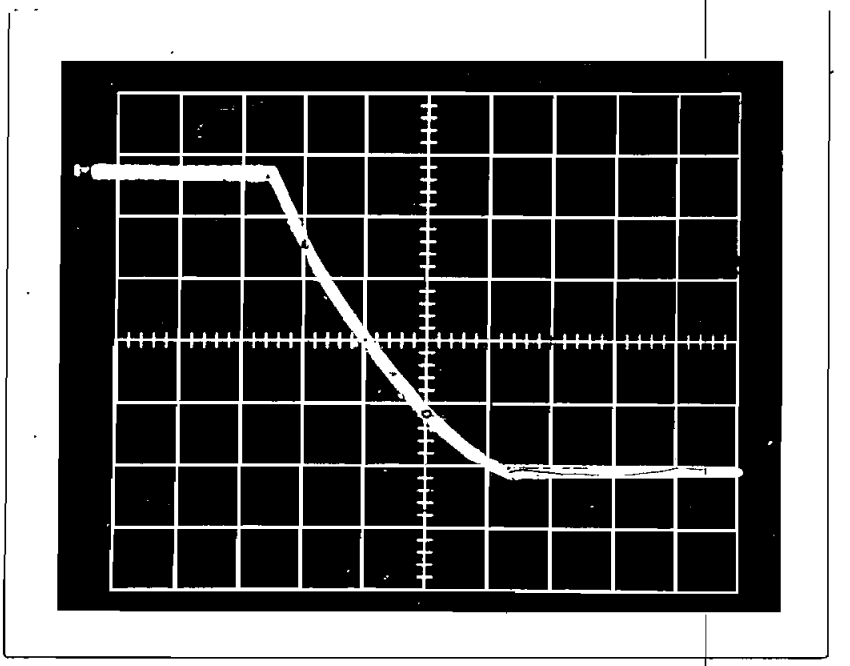


FOTO 1

Prueba de desaceleración del motor de inducción con rotor bobinado, donde el voltaje es directamente proporcional a la velocidad rotacional

Escala vertical: 2v./div.

Escala horizontal: 5 seg./div.

W_r = 1.760 r.p.m.

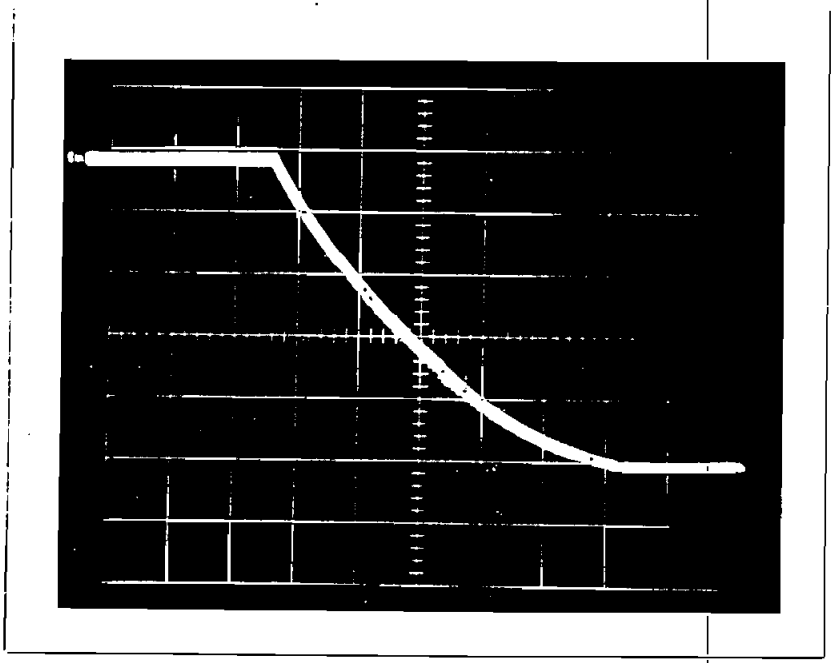


FOTO 2

Prueba de desaceleración del motor de inducción en jaula de ardilla, donde el voltaje es directamente proporcional a la velocidad rotacional.

Escala vertical: 2v./div.

Escala horizontal: 5 seg./div.

W_r = 1760 r.p.m.

Siguiendo el mismo procedimiento de cálculo, se determina el momento de inercia del motor de inducción con rotor jaula de ardilla.

Del gráfico 2, se toman los siguientes datos:

P_m = 80 vatios

W_r = 1760 r.p.m.

Entonces, se tiene:

$AW_r^2 = 0.434\ m^2Kg/seg.^2$

De la foto 2, se obtienen los siguientes datos:

W_1 = 55.293 rad./seg.

W_2 = 136.389 rad./seg.

t_1 = 14 seg.

t_2 = 4 seg.

Entonces, se tiene:

$pW_r = -\ 8{,}11\ rad./seg.^2$

Finalmente el momento de inercia buscado es:

$J = 0.0535\ m^2Kg.$

Las dos pruebas descritas con anterioridad para determinar el momento de inercia, se hicieron con fines de comparación e ilustrativos y como se puede ver en la tabla 7, no existe mayor diferencia entre ellos, lo que garantiza su confiabilidad, por lo tanto, ambos pueden utilizarse en cálculos posteriores aunque aquí se usaran los resultados obtenidos del segundo método. Cabe anotar que no corresponde al presente trabajo el análisis de las semejanzas, diferencias y restricciones de los métodos mencionados con anterioridad, por consiguiente se han omitido los comentarios al respecto.

TABLA 7

MOMENTOS DE INERCIA DEL MOTOR DE INDUCCION

MOMENTO DE INERCIA (m^2 Kg)		
ROTOR	Método físico	Método Electromecánico
BOBINADO	0.0490	0.0552
JAULA DE ARDILLA	0.0468	0.0535

Los parámetros de la máquina de inducción (re - sistencias, reactancias y el momento de inercia del rotor) hasta aquí evaluados, serán utilizados posteriormente para calcular los transitorios de reconexión, frenado por in - versión de fases y frenado dinámico del motor de inducción, mediante un modelo matemático que se implementará para la simulación digital en el próximo capítulo.

2.2. OSCILOGRAMAS DE TRANSITORIOS EN LA RECONEXION A LA - MISMA FUENTE

El motor de inducción seleccionado para esta prue ba, se conecta a la red mediante el circuito de fuerza dise- ñado en la figura 11, y es controlado mediante el circuito de la figura 10.

En la figura 11, se puede ver que la señal del - voltaje es llevada al osciloscopio a través de un divisor - de tensión intercalado entre dos fases del estator y la se- ñal de corriente, se lleva a otro canal del osciloscopio me diante una resistencia de un ohmio conectada en serie a la fase del estator.

Las fotos 3 y 4, registran los oscilogramas de es tos transitorios donde se vé claramente que durante la ope- ración de estado estable se desconecta la fuente de alimen-

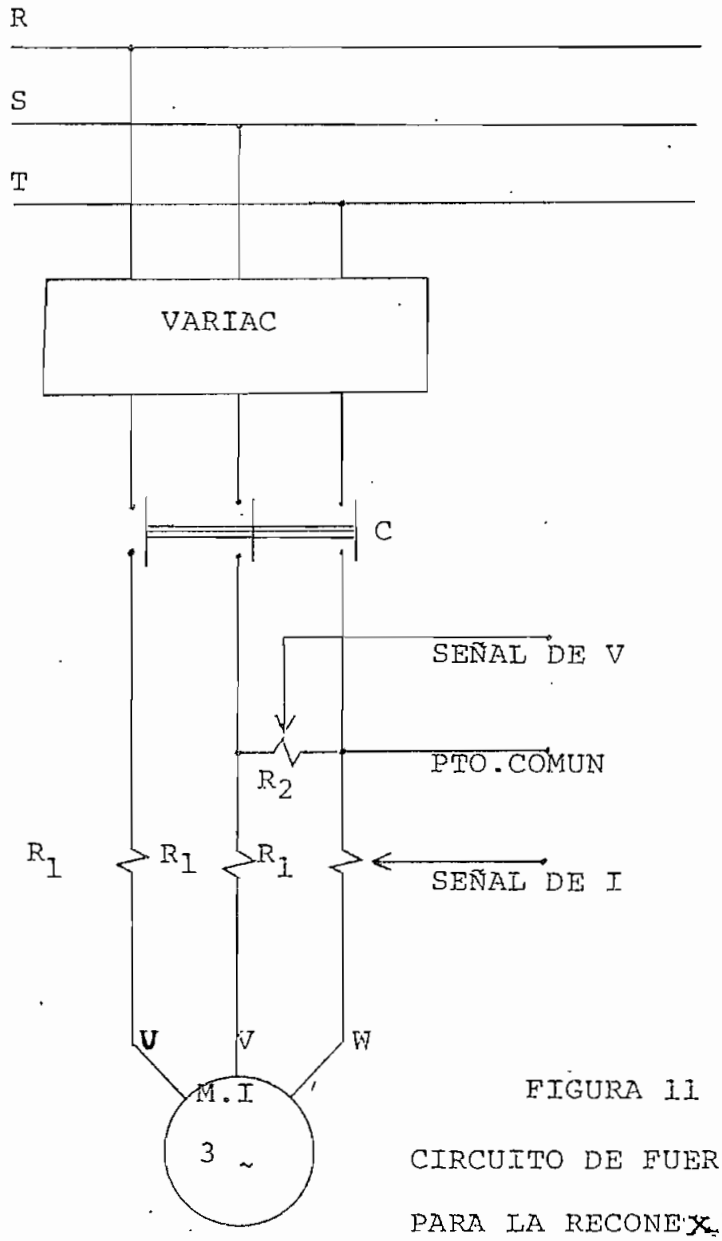


FIGURA 11

CIRCUITO DE FUERZA DISEÑADO PARA LA RECONEXION

tación y luego de un corto período de tiempo (ms.) se reco
necta a la misma, produciéndose los transitorios de reco -
nexión correspondientes al motor de inducción con rotor -
bobinado y jaula de ardilla respectivamente.

Las corrientes transitorias de reconexión, tie-
nen un rápido amortiguamiento (ms), recuperando su forma es
table casi de inmediato, las corrientes del estator durante
la desconexión son iguales a cero como se puede apreciar -
en los oscilogramas fotografiados. Los voltajes en la des -
conexión no son cero sino que decaen sinusoidalmente debi-
do a la energía almacenada en el entrehierro pero antes y
después de la desconexión conservan su forma de estado es-
table. De los oscilogramas de voltaje se obtienen los ángu-
los de desconexión (∂) y reconexión (α) que inciden -
en la forma y magnitud del transitorio instantáneo de co -
rriente.

A voltaje nominal la saturación magnética introdu
ce efectos no lineales en la máquina real y con el objeto -
de evitarlos se trabaja en la parte lineal de la curva de -
magnetización y esto se logra con voltajes menores al nomi-
nal, entonces los resultados medidos serán más cercanos a
los del modelo matemático usado y un análisis comparativo -
más exacto es posible, debido a que algunas suposiciones con
sideradas en la sección 1.1., al formular las ecuaciones di-

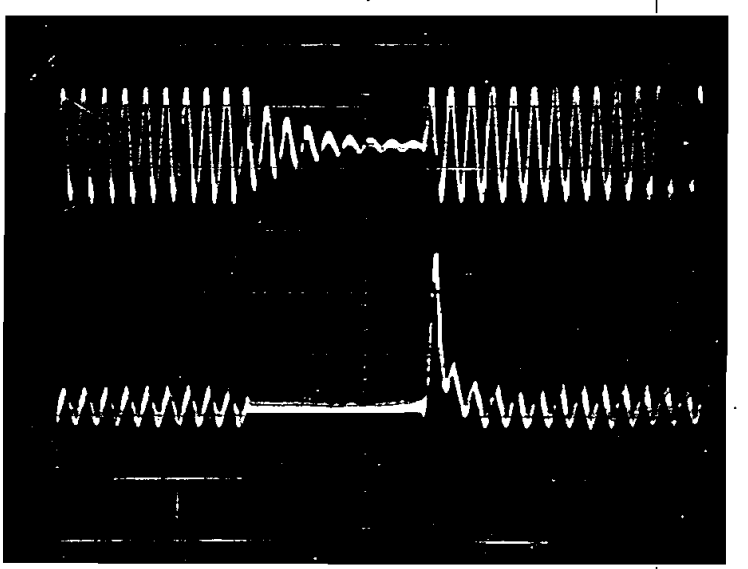


FOTO 3

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN LA RECONEXION A LA MISMA FUENTE PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO.

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	10 v./div.	5 Amp./div.
Escala horizontal:	50 ms./div.	50 ms./div.

$\partial = 45°$ $\alpha = 270°$

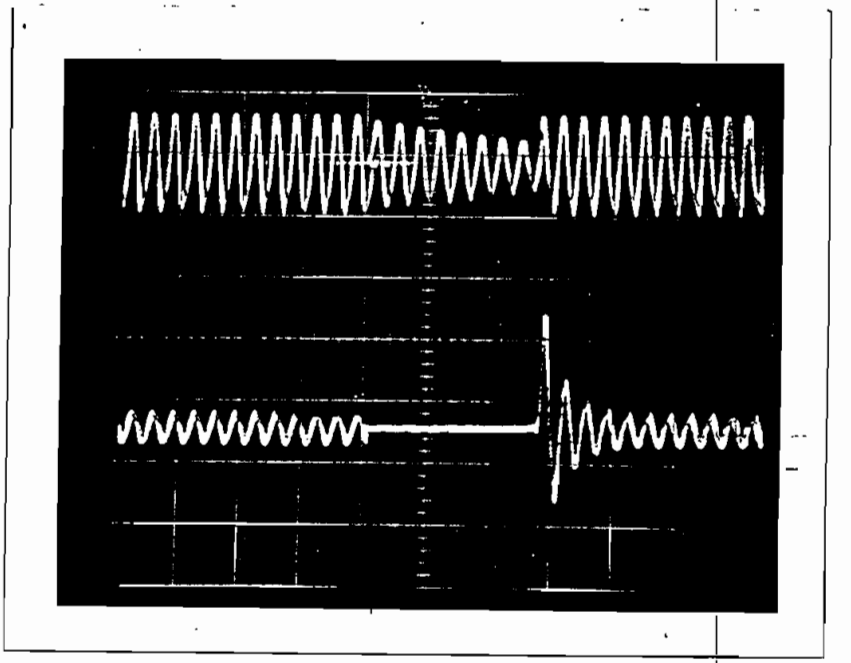


FOTO 4

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN LA RECONEXION A LA MISMA FUENTE PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	10 v./div.	5 Amp./div.
Escala horizontal:	50 ms./div.	50 ms./div.

$\partial = 270°$ $\alpha = 270°$

ferenciales para una máquina simétrica ideal son tomadas - en cuenta.

Por lo tanto, estas pruebas se realizan alimen - tando al motor de inducción conectado en estrella con $V_n/\sqrt{3}$

2.3. OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO POR INVERSION DE FASES

Los circuitos de control y fuerza diseñados para invertir el sentido de giro del motor de inducción utiliza do en esta prueba se presentan a continuación en las figuras 12 y 13 respectivamente. Las señales de voltaje y co - rriente se llevan al osciloscopio como en el caso anterior.

Las fotos 5, 6, 7 y 8 registran los oscilogramas de los transitorios de frenado por inversión de fases del motor de inducción con rotor bobinado y jaula de ardilla. En las fotos 5 y 7 se ve con claridad: la última parte de la operación de estado estable, el instante en que se desconecta la fuente, el corto período de desconexión (ms), el instante en que se reconecta la fuente con dos de sus fases invertidas y la parte inicial de este transitorio de frenado, mientras que en las fotos 6 y 8 se aprecia la duración total de este período transitorio de frenado y la

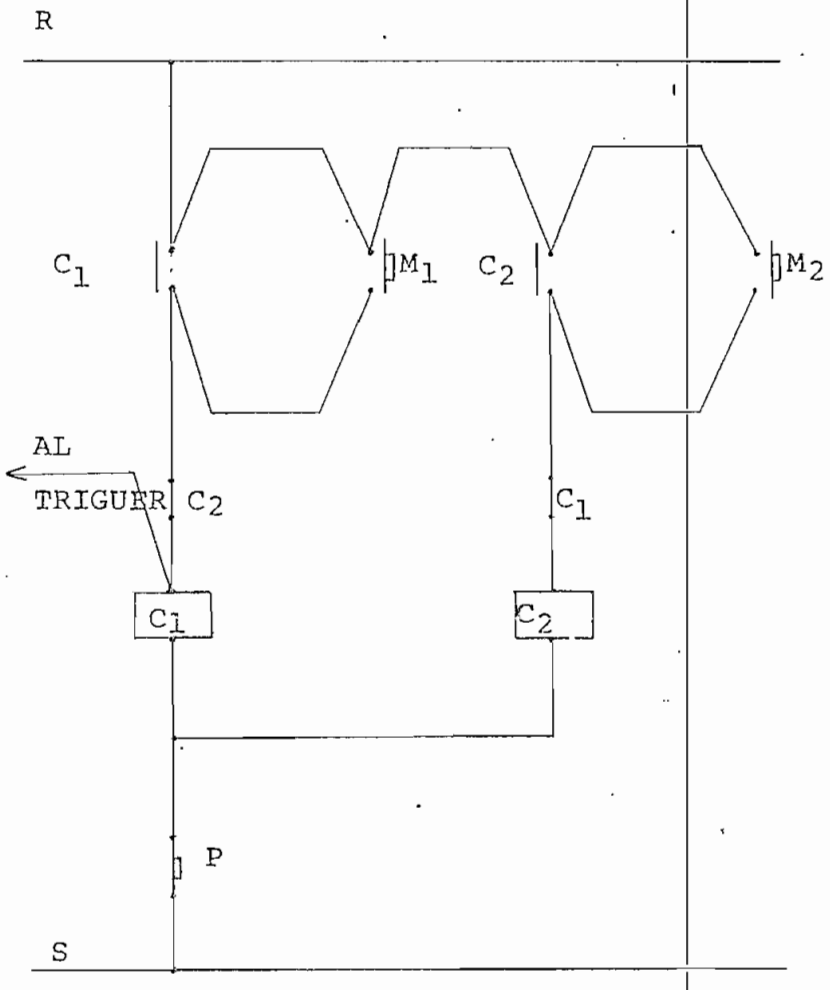


FIGURA 12

CIRCUITO DE CONTROL PARA LA INVERSION DE FASES

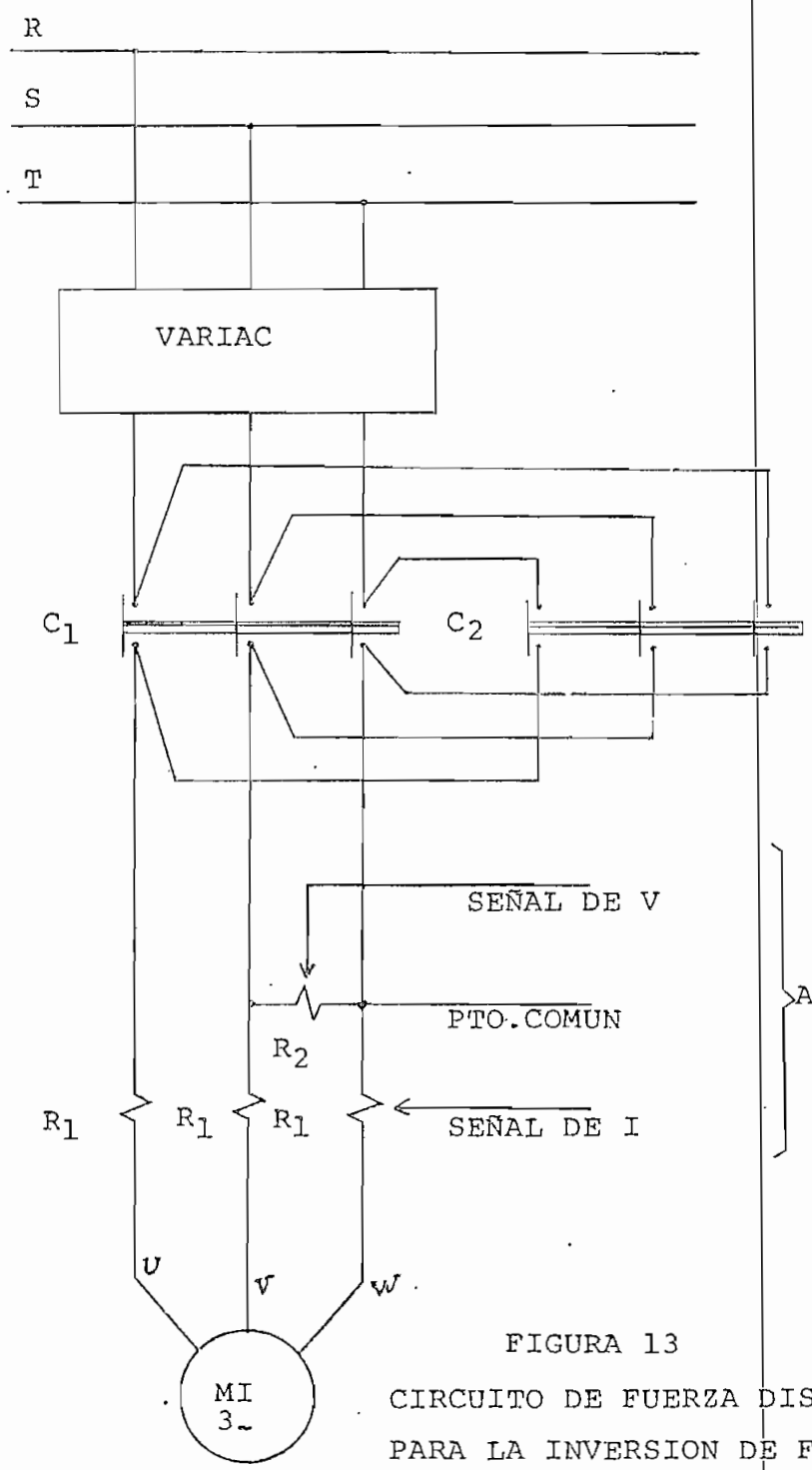


FIGURA 13

CIRCUITO DE FUERZA DISEÑADO PARA LA INVERSION DE FASES

parte inicial del régimen estable alcanzado por el motor que ahora gira en sentido contrario al anterior.

Las corrientes transitorias de frenado por inversión de fases tienen un pico instantáneo muy severo y se amortiguan lentamente (seg.) frenando, al rotor y si no se desconecta la fuente, las corrientes recuperan su estado estable y el rotor empieza a girar en sentido contrario al que tenía.

En la desconexión las corrientes del estator son cero y los voltajes remanentes decaen sinusoidalmente como se observa en las fotos 5 y 7, donde también se determina fácilmente en los oscilogramas de voltaje los valores de los ángulos de desconexión (θ) y de reconexión (α) que inciden en la forma de onda y magnitud de esta corriente transitoria de frenado.

Por las mismas razones del caso anterior, estas pruebas se realizan alimentando al motor de inducción conectado en estrella con $V_n / \sqrt{3}$.

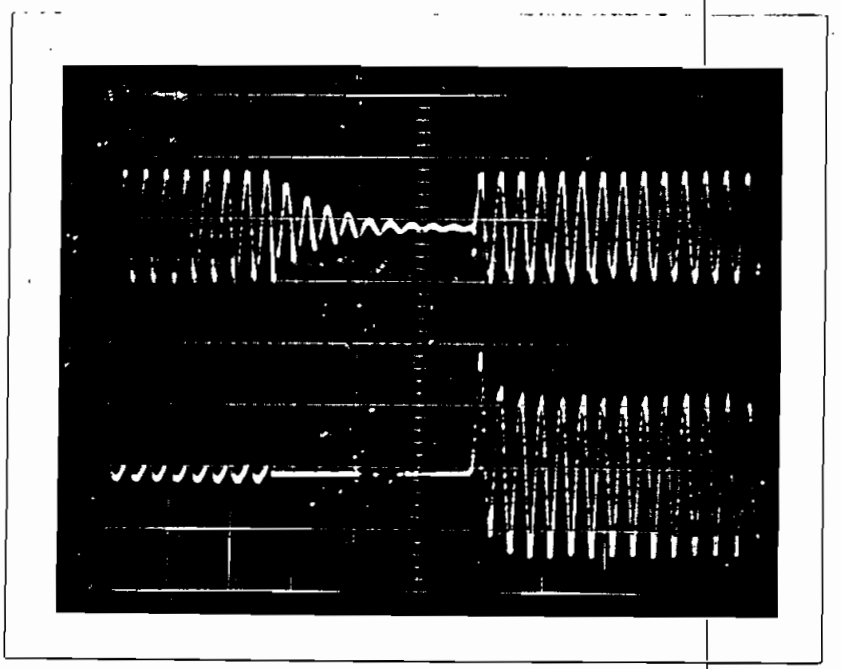


FOTO 5

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO POR INVERSION DE FASES PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	10 v./div.	10 Amp./div.
Escala horizontal:	50 ms./div.	50 ms. /div.

$\partial = 180°$ $\alpha = 270°$

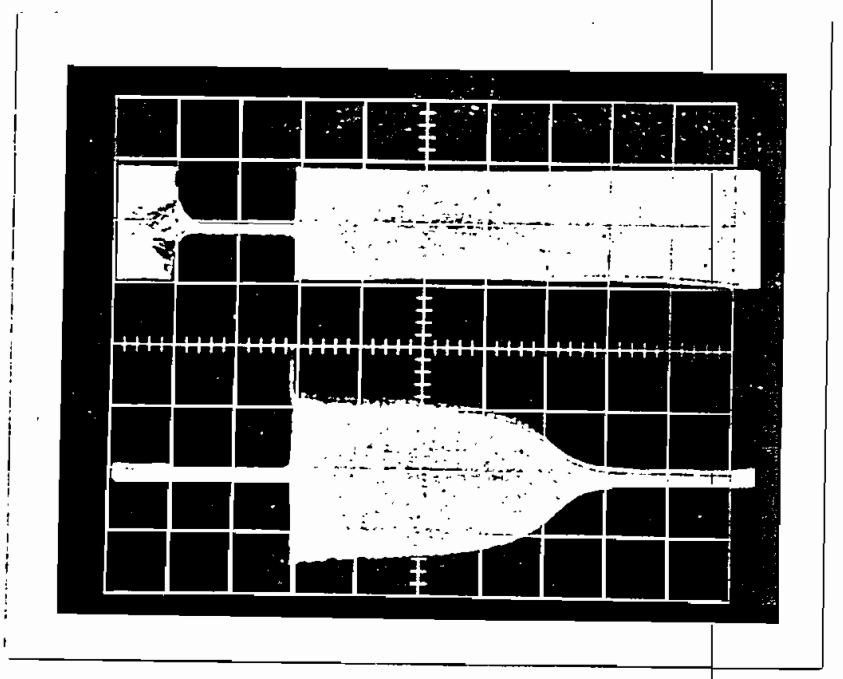


FOTO 6

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO POR INVERSION DE FASES PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

	CANAL 1	CANAL 2
Escala Vertical:	10 v./div.	10 Amp./div.
Escàla horizontal:	0.5 seg./div.	0.5 seg./div.

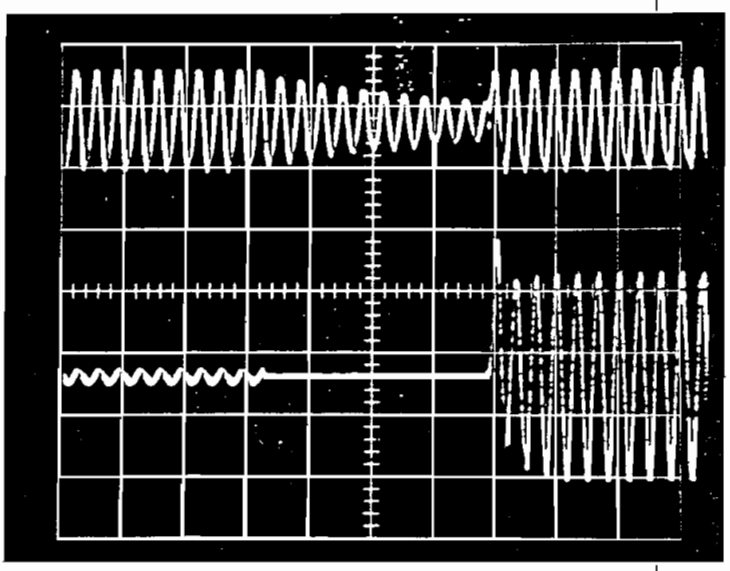


FOTO 7

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO POR INVERSION DE FASES PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

	CANAL 1	CANAL 2
escala vertical:	10 v./div.	10 amp./idv.
escäla horizontal:	50 ms./div.	50 ms./div.
$\partial = 120°$	$\alpha = 315°$	

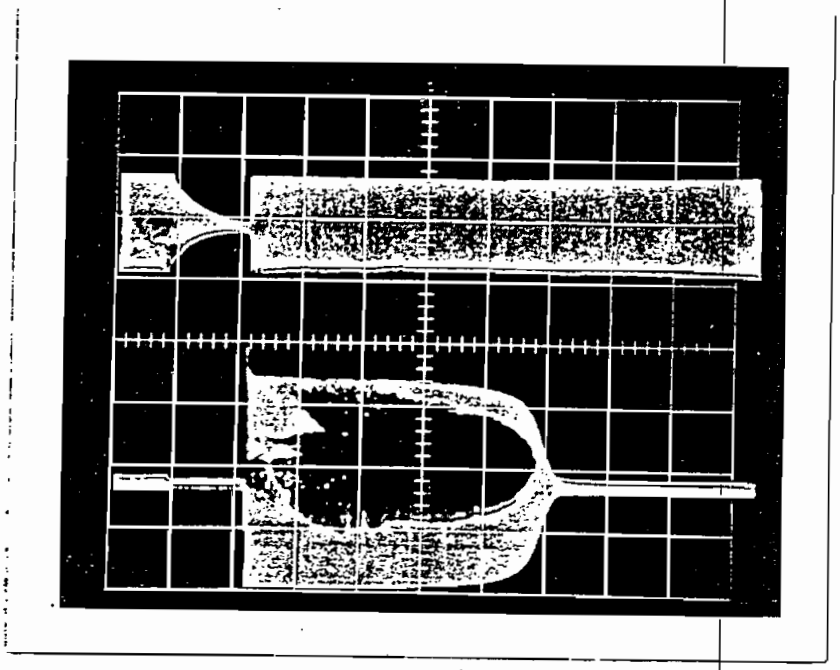


FOTO 8

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO POR INVERSION DE FASES PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	10 v./div.	10 Amp./div.
Escala horizontal:	0.5 seg./div.	0.5 seg./div.

2.4. OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO DINAMICO

El motor de inducción seleccionado para esta prueba inicialmente es conectado a una red de alterna y luego a una fuente de contínua mediante el circuito de fuerza diseñado en la figura 14 y el diagrama de control es el dado en la figura 12. Las señales se llevan al osciloscopio igual que en los casos anteriores.

Las fotos 9, 10, 11, y 12, presentan los oscilogramas de frenado dinámico del motor de inducción con rotor bobinado y jaula de ardilla respectivamente. Las fotos 9 y 11 muestran los períodos de estado estable, desconexión y la parte inicial del transitorio de frenado dinámico, mientras que las fotos 10 y 12 muestran el transitorio total de frenado dinámico y cuando el rotor se frena por completo se desconecta la fuente de contínua.

Como en los casos anteriores el estator se alimenta normalmente de una red de alterna hasta el momento de producirse la desconexión entonces las corrientes del estator son cero y los voltajes remanentes decrecen sinusoidalmente, al reconectar se aplica corriente contínua para conseguir el frenado dinámico luego las corrientes transitorias producidas alcanzan un valor constante y son mucho me-

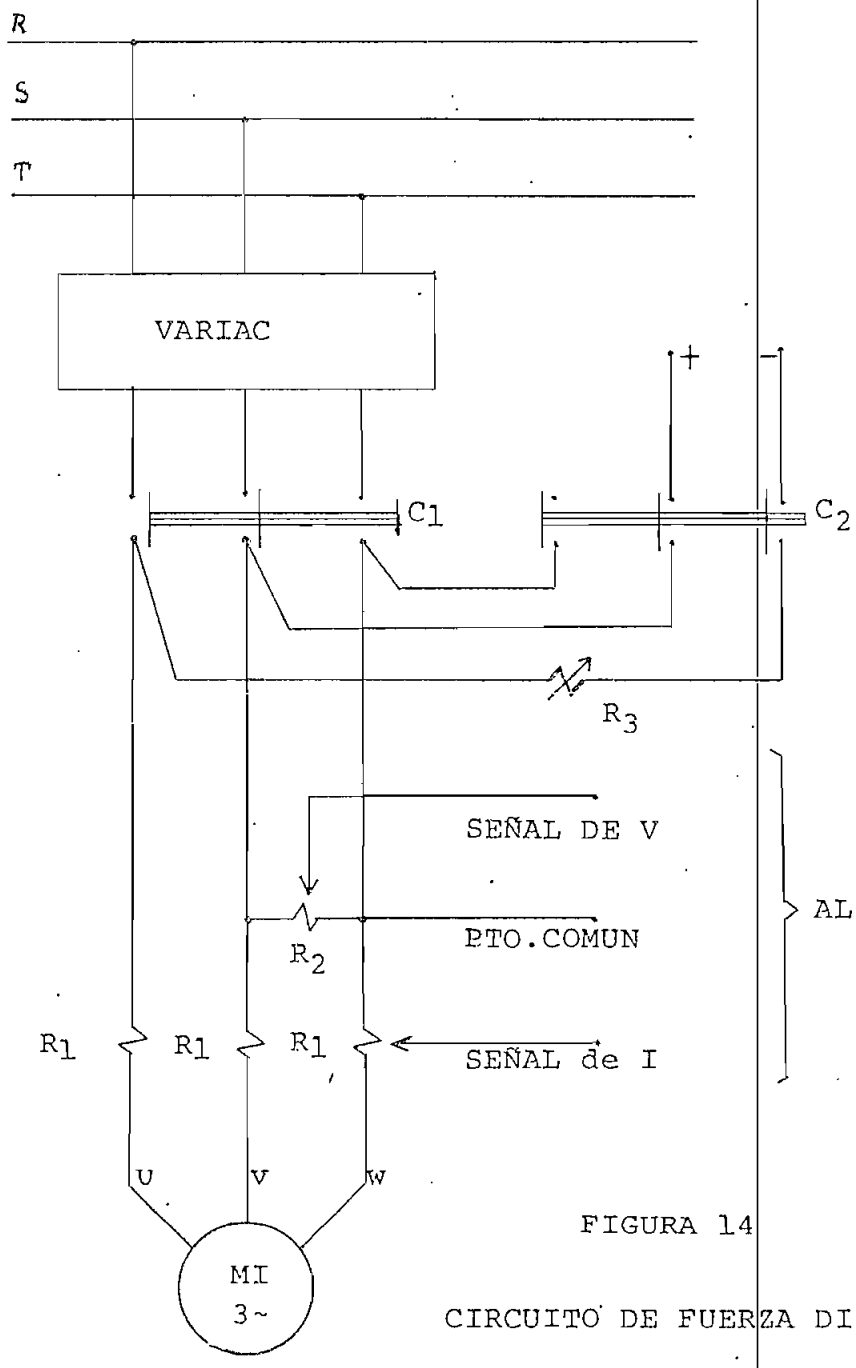


FIGURA 14

CIRCUITO DE FUERZA DISEÑADO PARA EL FRENADO DINAMICO

nos severas que las de reconexión; observando los oscilogramas de voltaje se determina el ángulo de desconexión (∂) mientras que el ángulo de reconexión (α) es cero ya que al reconectar se tiene tensión contínua.

La tensión contínua aplicada a dos fases del estator es de 30 voltios.

* * *

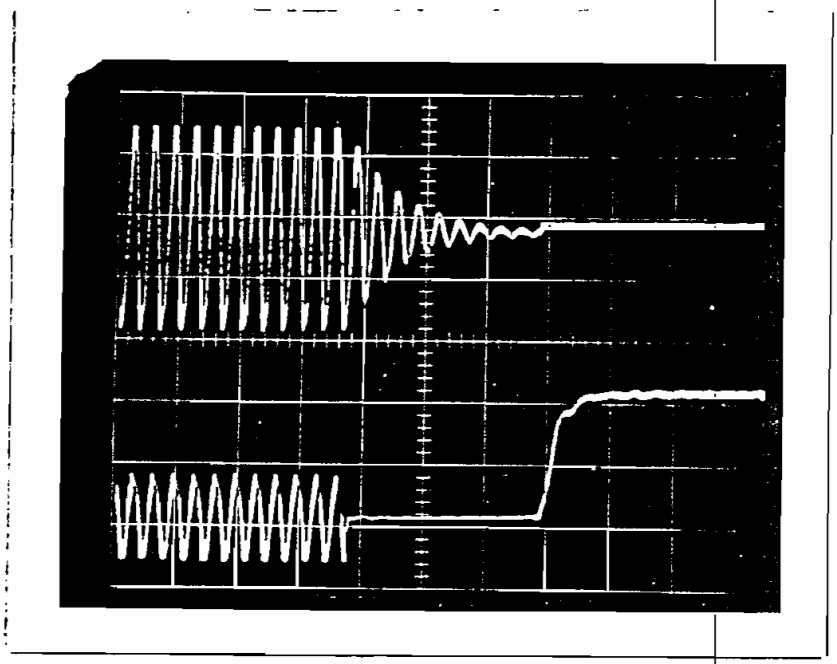


FOTO 9

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO DINAMICO PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	5 v./div.	2 Amp. /div.
Escala Horizontal:	50 ms./div.	50 ms./div.

$\partial = 180°$ $\alpha = 0°$

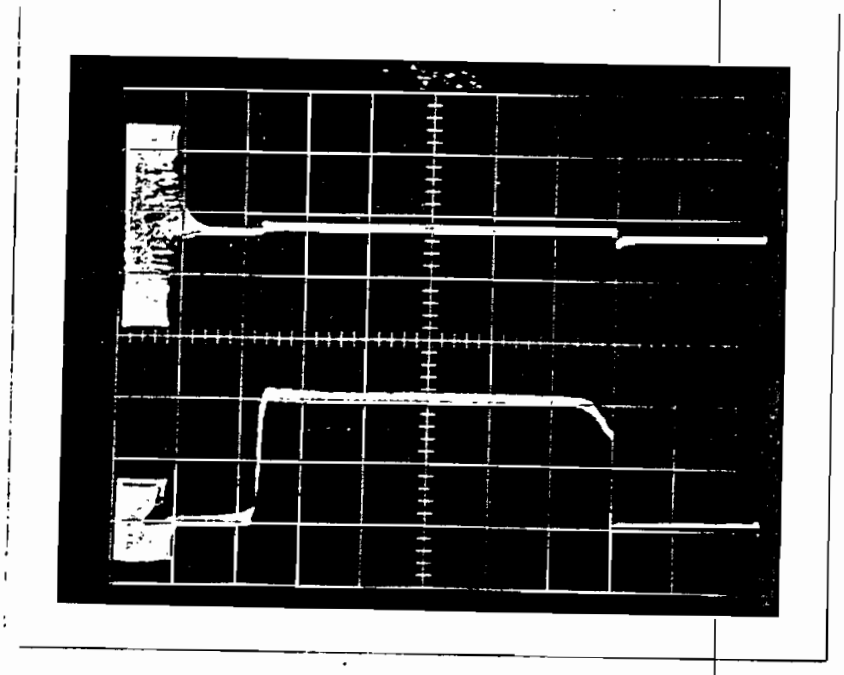


FOTO 10

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO DINAMICO PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	5 v./div.	2 Amp. /Div.
Escala horizontal:	0.5 seg./div.	0.5 seg./div.

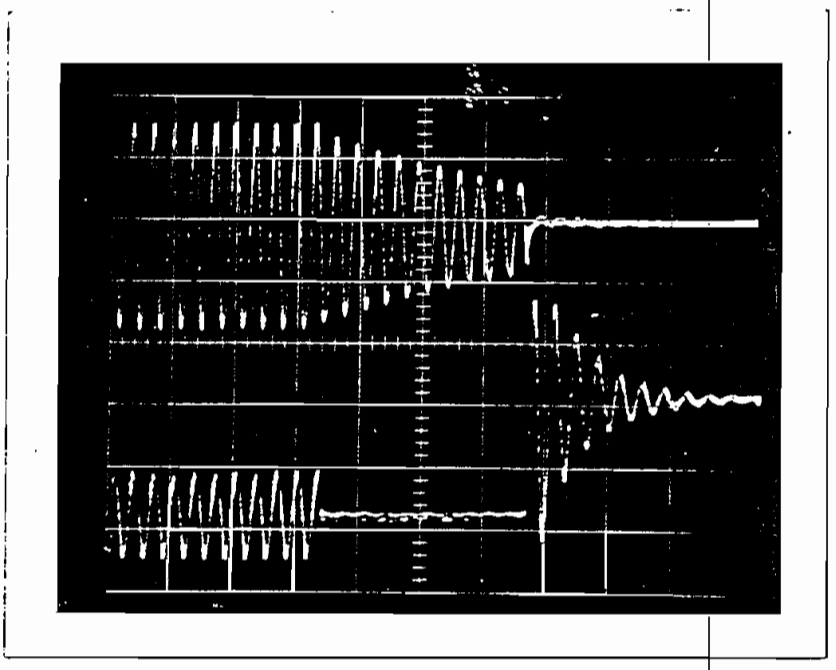


FOTO 11

OSCILOGRAMAS DE LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO DINAMICO PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	5 v./div.	2 Amp./div.
Escala horizontal:	50 ms./div.	50 ms./div.

$\partial = 135°$ $\alpha = 0°$

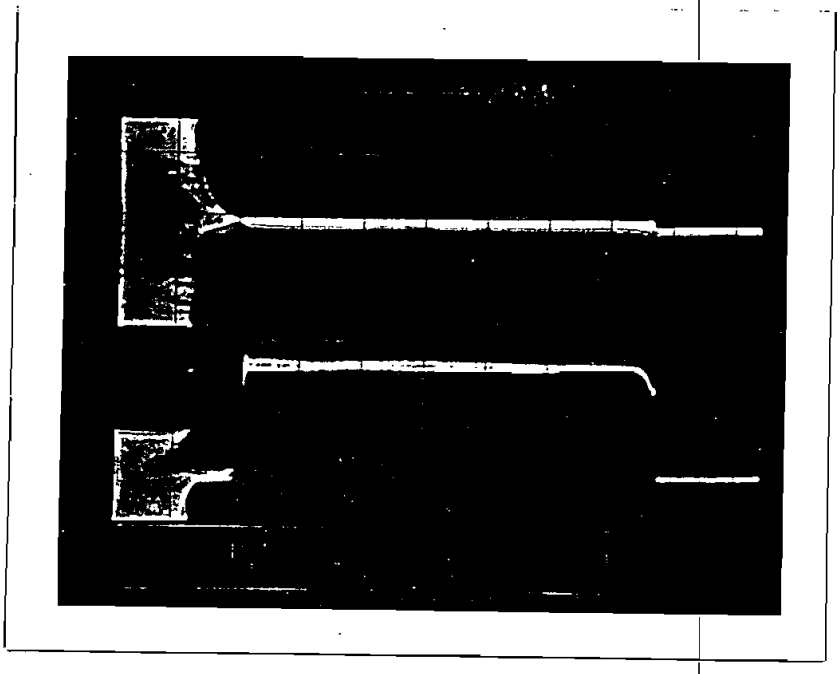


FOTO 12

OSCILOGRAMAS EN LOS TRANSITORIOS EN EL FRENADO DINAMICO PARA EL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR JAULA DE ARDILLA

	CANAL 1	CANAL 2
Escala vertical:	5 v./div.	2 Amp./div.
Escala Horizontal:	1 seg./div.	1 seg./div.

C A P I T U L O III

REPRESENTACION DEL MODELO MATEMATICO

C A P I T U L O III

REPRESENTACION DEL MODELO MATEMATICO

En este capítulo, se analizan algunas consideraciones básicas que permiten desarrollar un modelo matemático para calcular los transitorios anotados en las secciones 1.5, 1.6 y 1.7 y medidos en las secciones 2.2., 2.3 y 2.4. A partir de las ecuaciones diferenciales determinadas en la sección 1.3.2., se obtienen las ecuaciones del modelo matemático que son referidas al sistema por unidad, además a continuación se describe el método de Runge - Kutta para la integración numérica y se indica el proceso general seguido para la solución digital, finalmente, se muestra este proceso en forma de diagrama de flujo simplificado y se presentan los ejemplos de aplicación.

3.1. CONSIDERACIONES BASICAS

Para desarrollar el modelo matemático, se toman en cuenta los mismos principios básicos expuestos para el análisis en la sección 1.1., estas suposiciones linealizan al

sistema, pero como en la presente investigación se debe considerar la variación de la velocidad del motor, entonces visto el sistema desde este punto, tiene un comportamiento no lineal.

Establecer las condiciones iniciales de corriente, voltaje, concatenaciones de flujo, torque y velocidad , es básico, importante y necesario.

Cuando la máquina opera en estado estable, existen corrientes que circulan por los bobinados del estator y del rotor antes de producirse la desconexión de la fuente de alimentación, estas corrientes son calculadas utilizando el método de eliminación de Gauss (*) para resolver las ecuaciones complejas (1-111) de estado estable. La solución de estas ecuaciones requiere de los siguientes datos en por unidad: voltaje de la fuente, deslizamiento, resistencias y reactancias de la máquina.

Durante la desconexión las corrientes del estator son cero y las del rotor decaen sinusoidalmente debido a la energía almacenada en el entrehierro, estas corrientes remanentes se calculan integrando las ecuaciones diferencia

---

(*) Apéndice A

les que simulan el decaimiento de las corrientes del rotor y voltajes del estator siguientes a la desconexión (desarrolladas más adelante) mediante el método de Runge-Kutta. Las condiciones iniciales requeridas para esta integración se obtienen considerando las corrientes de estado estable.

Finalmente las condiciones iniciales necesarias para integrar las ecuaciones diferenciales (3-26) y (3-34) que describen el funcionamiento de la máquina en función del tiempo se determinan a partir de las corrientes remanentes presentes en la desconexión.

También, se debe tener en cuenta que el rotor está cortocircuitado, de modo que $v'_{qr} = v'_{dr} = 0$ y como la máquina opera sin carga conectada al eje, el torque de carga es cero ($T_L = 0$), además el coeficiente angular de fricción viscosa (D), se deprecia.

3.2. ECUACIONES DEL MODELO MATEMATICO (*)

Si ambos miembros de las ecuaciones dadas en (1-84) se les multiplica por la velocidad angular eléctrica W_e, correspondiente a la frecuencia nominal, se tiene:

(*) Referencias 3 y 5

$$\psi_{qs} = X_{ls}\, i_{qs} + X_m\, (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\psi_{ds} = X_{ls}\, i_{ds} + X_m\, (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr}\, i'_{qr} + X_m\, (i'_{qr} + i_{qs})$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr}\, i'_{dr} + X_m\, (i'_{dr} + i_{ds}) \qquad (3-1)$$

Donde:

$$\psi_{qs} = W_e\ \lambda_{qs}$$

$$X_{ls} = W_e\ L_{ls}$$

$$X_m = W_e \cdot M$$

$$X'_{lr} = W_e \cdot L'_{lr} \qquad (3-2)$$

Y siendo:

$$W_e = 2\ \pi\ f \qquad (3-3)$$

f: es la frecuencia de la red

Asumiendo que:

$$\psi_{mq} = X_m \ (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\psi_{md} = X_m \ (i_{ds} + i'_{dr}) \qquad (3\text{-}4)$$

Reemplazando (3-4) en (3-1), se tiene:

$$\psi_{qs} = X_{ls} \ i_{qs} + \psi_{mq}$$

$$\psi_{ds} = X_{ls} \ i_{ds} + \psi_{md}$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr} \ i'_{qr} + \psi_{mq}$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr} \ i'_{dr} + \psi_{md} \qquad (3\text{-}5)$$

Si en las ecuaciones anteriores se despejan las corrientes, se tiene:

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} \ (\ \psi_{qs} - \psi_{mq} \ )$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} \ (\ \psi_{ds} - \psi_{md} \ )$$

$$i'_{qr} = \frac{1}{X'_{lr}} \ (\ \psi'_{qr} - \psi_{mq} \ )$$

$$i'_{dr} = \frac{1}{X'_{lr}} \ (\ \psi_{dr'} - \psi_{md} \ ) \qquad (3\text{-}6)$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en (3-4) queda:

$$\psi_{mq} = X_{mq} \left(\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}}\right)$$

$$\psi_{md} = X_{md} \left(\frac{\psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{dr}}{X'_{lr}}\right) \qquad (3\text{-}7)$$

Donde:

$$X_{mq} = X_{md} = 1/\left(1/X_m + 1/X_{ls} + 1/X'_{lr}\right) \qquad (3\text{-}8)$$

Reemplazando las ecuaciones (3-7) en (3-6) y considerando (3-8), se obtiene:

$$i_{qs} = \left(\frac{X_{ls} - X_{mq}}{X_{ls}^2}\right) \psi_{qs} - \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi'_{qr}$$

$$i_{ds} = \left(\frac{X_{ls} - X_{mq}}{X_{ls}^2}\right) \psi_{ds} - \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi'_{dr}$$

$$i'_{qr} = \left(\frac{X'_{lr} - X_{mq}}{X'^2_{lr}}\right) \psi'_{qr} - \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi_{qs}$$

$$i'_{dr} = \left(\frac{X'_{lr} - X_{mq}}{X'^2_{lr}}\right) \psi'_{dr} - \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi_{ds} \qquad (3\text{-}9)$$

Las ecuaciones anteriores también pueden escribirse, así:

$$i_{qs} = B(1)\ \psi_{qs} - B(2)\ \psi'_{qr}$$

$$i_{ds} = B(1)\ \psi_{ds} - B(2)\ \psi'_{dr}$$

$$i'_{qr} = B(3)\ \psi'_{qr} - B(2)\ \psi_{qs}$$

$$i'_{dr} = B(3)\ \psi'_{dr} - B(2)\ \psi_{ds} \qquad (3\text{-}10)$$

Donde:

$$B(1) = \frac{X_{ls} - X_{mq}}{X_{ls}^2}$$

$$B(2) = \frac{X_{mq}}{X_{ls}\ X'_{lr}}$$

$$B(3) = \frac{X'_{lr} - X_{mq}}{X'^{2}_{lr}} \qquad (3\text{-}11)$$

Reemplazando las ecuaciones (3-9) en (1-81), haciendo $p\theta_r$ igual a W_r y multiplicando los dos miembros de la ecuación por W_e, se obtiene:

$$W_e v_{qs} = r_s\left(\frac{X_{ls} - X_{mq}}{X_{ls}^2}\right) W_e\ \psi_{qs} - r_s\ \frac{X_{mq}}{X_{ls}X'_{lr}}\ W_e\ \psi'_{qr} + p\ \psi_{qs}$$

$$W_e v_{ds} = r_s\left(\frac{X_{ls} - X_{mq}}{X_{ls}^2}\right) W_e\ \psi_{ds} - r_s\ \frac{X_{mq}}{X_{ls}\ X'_{lr}}\ W_e\ \psi'_{dr} + p\ \psi_{ds}$$

$$W_e v'_{qr} = r'_r \left(\frac{X'_{lr} - X_{mq}}{X'^2_{lr}}\right) W_e \psi'_{qr} - r'_r \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} W_e \psi_{qs}$$

$$+ p \psi'_{qr} - W_r \psi'_{dr}$$

$$W_e v'_{dr} = r'_r \left(\frac{X'_{lr} - X_{mq}}{X'^2_{lr}}\right) W_e \psi'_{dr} - r'_r \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} W_e \psi_{ds}$$

$$+ p \psi'_{dr} + W_r \psi'_{qr} \qquad (3\text{-}12)$$

Si en las ecuaciones anteriores, se despeja $p\,\psi_{qdsr}$ y reemplaza $v'_{qr} = v'_{dr} = 0$ por estar el rotor cortocircuitado, quedan las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$p\psi_{qs} = W_e \left[v_{qs} + r_s \left(\frac{X_{mq} - X_{ls}}{X'^2_{ls}}\right) \psi_{qs} + r_s \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi'_{qr} \right]$$

$$p\psi_{ds} = W_e \left[v_{ds} + r_s \left(\frac{X_{mq} - X_{ls}}{X'^2_{ls}}\right) \psi_{ds} + r_s \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi'_{dr} \right]$$

$$p\psi'_{qr} = W_e \left[r'_r \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi_{qs} + r'_r \left(\frac{X_{mq} - X'_{lr}}{X'^2_{lr}}\right) \psi'_{qr} + \frac{W_r}{W_b} \psi'_{dr} \right]$$

$$p\psi'_{dr} = W_e \left[r'_r \frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \psi_{ds} - \frac{W_r}{W_b} \psi'_{qr} + r'_r \left(\frac{X_{mq} - X'_{lr}}{X'^2_{lr}}\right) \psi'_{dr} \right] \qquad (3\text{-}13)$$

Donde:

$$W_b = \frac{W_e}{2} \qquad (3\text{-}14)$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación (1-87) por W_s se obtiene:

$$T_e = \left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{1}{W_s}\right)\left(\psi'_{qr}\, i'_{dr} - \psi'_{dr}\, i'_{qr}\right) \qquad (3\text{-}15)$$

Siendo W_s la velocidad sincrónica del campo magnético giratorio.

Si en la ecuación (1-90) se reemplaza $T_L = 0$ y D=0, se obtiene:

$$T_e = JpW_r \qquad (3\text{-}16)$$

3.3. ECUACIONES DEL MODELO MATEMATICO EN POR UNIDAD (*)

Con el objeto de facilitar el cálculo, se escoje el sistema normalizado llamado "por unidad", donde las magnitudes se expresan como fracciones de valores nominales y son adimensionales, para esto es necesario seleccionar valores base de potencia, voltaje y frecuencia que pueden ser los de la placa del motor de inducción escogido.

(*) Referencia 5

Estas magnitudes tomadas como valores base son:

S_b : es la potencia aparente base en volt-amperios por fase

V_b : es el voltaje base en voltios por fase, y

f_b : es la frecuencia base en Hertz.

Una vez seleccionados estos valores base, se puede obtener otras cantidades base.

La corriente base en amperios es:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \qquad (3\text{-}17)$$

La impedancia base en ohmios por fase es:

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} \qquad (3\text{-}18)$$

La velocidad angular eléctrica base es:

$$W_b = \frac{2\pi f_b}{(P/2)} \qquad (3\text{-}19)$$

La inductancia base en henrios por fase es:

$$L_b = \frac{Z_b}{W_e} \qquad (3\text{-}20)$$

Las concatenaciones del flujo base son:

$$\lambda_b = L_b \cdot I_b \qquad (3\text{-}21)$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación anterior por W_e, se obtiene:

$$\psi_b = X_b \cdot I_b \qquad (3\text{-}22)$$

siendo:

$$X_b = W_e \cdot L_b = Z_b \qquad (3\text{-}23)$$

resulta ser:

$$\psi_b = V_b \qquad (3\text{-}24)$$

Un valor en por unidad viene dado por la siguiente relación:

$$\text{Valor pu} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}} \qquad (3\text{-}25)$$

Aplicando las relaciones anteriores a las ecuaciones (3-13), se puede fácilmente expresarlas en por uni-

dad y su valor no se altera al reemplazar los valores originales por los equivalentes en por unidad como se puede apreciar a continuación en las siguientes ecuaciones:

$$p\,\psi_{qs} = W_e \left[v_{qs} + A(1)\,\psi_{qs} + A(2)\,\psi'_{qr} \right] \quad pu$$

$$p\,\psi_{ds} = W_e \left[v_{ds} + A(1)\,\psi_{ds} + A(2)\,\psi'_{dr} \right] \quad pu$$

$$p\,\psi'_{qr} = W_e \left[A(3)\,\psi_{qs} + A(4)\psi'_{qr} + A(5)\psi'_{dr} \right] pu$$

$$p\,\psi'_{dr} = W_e \left[A(3)\,\psi_{ds} - A(5)\psi'_{qr} + A(4)\psi'_{dr} \right] pu \qquad (3\text{-}26)$$

Los coeficientes A(i) son arreglos expresados en por unidad y equivalentes a sus valores originales.

$$A(1) = r_s \left(\frac{X_{mq} - X_{ls}}{X_{ls}^2} \right) \quad pu$$

$$A(2) = r_s' \left(\frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \right) \quad pu$$

$$A(3) = r'_r \left(\frac{X_{mq}}{X_{ls} X'_{lr}} \right) \quad pu$$

$$A(4) = r'_r \left(\frac{X_{mq} - X'_{lr}}{X'^2_{lr}} \right) \quad pu$$

$$A(5) = \frac{W_r}{W_b} \quad pu \qquad (3\text{-}27)$$

Cabe anotar que:

$$X_{mq} = X_{md}$$

La ecuación de torque base está dada por la siguiente expresión:

$$T_b = \frac{V_b \cdot I_b}{(\frac{2}{m})(\frac{2}{p}) W_b} \qquad (3\text{-}28)$$

Dividiendo la ecuación (3-15) para la ecuación anterior, se obtiene:

$$T_e = \psi_{qr}' \cdot i_{dr}' - \psi_{dr}' \cdot i_{qr}' \quad pu \qquad (3\text{-}29)$$

La unidad de torque, en el sistema por unidad, es definida como el torque producido por una unidad de potencia a la velocidad nominal W_s.

El momento de inercia de la máquina, en el sistema por unidad, se expresa por la constante de inercia, denotada con la letra H, y definida por la siguiente fórmula:

$$H = \frac{\text{Energía almacenada a } W_s \text{ en KW. seg.}}{\text{Potencia aparente nominal en KVA.}} \qquad (3\text{-}30)$$

o también por:

$$H = \frac{5.48\ J\ n_s^2}{S_n}\ 10^{-6}\ \left[\text{seg.}\right] \qquad (3\text{-}31)$$

J : es el momento de inercia del motor de inducción en m^2Kg

n_s: es la velocidad sincronica del motor de inducción en r.p.m., y

S_n: es la potencia aparente nominal del motor de inducción en KVA.

La constante de inercia, se calcula a partir del momento de inercia y de la velocidad en unidades normales, tiene la dimensión del tiempo y su valor está dado en segundos. En el sistema por unidad, la unidad de energía está dada por la unidad de potencia actuando en un segundo, y por lo tanto la constante de inercia (H) es numéricamente igual a la energía almacenada en por unidad (*).

Si la máquina fuera acelerada uniformemente del reposo a la velocidad nominal W_s en un segundo el torque sería igual a JW_s. La energía almacenada es producida por la potencia correspondiente a este torque a la velocidad media

---

(*) Referencia 7

$W_s/2$, por lo tanto, con lo arriba definido de unidad de torque, la energía almacenada será igual a $JW_s/2$, entonces, se tiene:

$$H = \frac{1}{2} JW_s \qquad (3\text{-}32)$$

Despejando J, queda:

$$J = \frac{2H}{W_s} \qquad (3\text{-}33)$$

Reemplazando la ecuación anterior en (3-16), se tiene la siguiente ecuación diferencial de velocidad.

$$pW_r = \frac{1}{2H} T_e \qquad \text{pu} \qquad (3\text{-}34)$$

Las ecuaciones diferenciales (3-26) y la anterior como se verá más adelante sirven para el análisis transitorio, ya que describen el comportamiento de la máquina como una función del tiempo.

3.4. METODO DE RUNGE-KUTTA PARA LA INTEGRACION NUMERICA(*)

La integración numérica de las ecuaciones diferencia

(*) Referencia 15

les realizada por este método sirve para calcular corrien - tes, voltajes, concatenaciones de flujo, torque y velocidad en el período de desconexión y reconexión de la máquina.

En general un sistema de n ecuaciones diferencia- les ordinarias y simultáneas de primer orden pueden ser re presentadas así:

$$p\,Y_1 = f_1\,(X, Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n)$$

$$p\,Y_2 = f_2\,(X, Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n)$$

$$\vdots$$

$$p\,Y_n = f_n\,(x, Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n) \qquad (3\text{-}35)$$

Las condiciones iniciales dadas para un punto co- mún (X_o), sonlas siguientes:

$$Y_1(X_o) = Y_{1,0}$$

$$Y_2(X_o) = Y_{2,0}$$

$$\vdots$$

$$Y_n(X_o) = Y_{n,o} \qquad (3\text{-}36)$$

Para un sistema de n ecuaciones como el dado, el paso de integración a través del i-ésimo intervalo de tiempo es representado por:

$$Y_{j,i+1} = Y_{ji} + \frac{h}{6}\,(K_{j1} + 2K_{j2} + 2K_{j3} + K_{j4})$$

$$K_{j1} = f_j(x_i,\ Y_{1i},\ Y_{2i},\ \ldots,\ Y_{ni})$$

$$Y^*_{ji} = Y_{ji} + \frac{1}{2}\,h\,K_{j1}$$

$$K_{j2} = f_j\left(X_i + \frac{1}{2}\,h,\ Y^*_{1i},\ Y^*_{2i},\ \ldots,\ Y^*_{ni}\right)$$

$$\bar{Y}_{ji} = Y_{ji} + \frac{1}{2}\,h\,K_{j2}$$

$$K_{j3} = f_j\left(X_i + \frac{1}{2}\,h,\ \bar{Y}_{1i},\ \bar{Y}_{2i},\ \ldots,\ \bar{Y}_{ni}\right)$$

$$\bar{Y}^*_{ji} = Y_{ji} + hK_{j3}$$

$$K_{j4} = f_j\left(X_i + h,\ \bar{Y}^*_{1i},\ \bar{Y}^*_{2i},\ \ldots,\ \bar{Y}^*_{ni}\right) \qquad (3\text{-}37)$$

Donde:

$$j = 1,\ 2,\ \ldots,n$$

$$i = 1,\ 2,\ \ldots,t$$

x_i : es el valor de la variable independiente

h : es el paso de integración

n : es el número de ecuaciones diferenciales de primer orden, y,

Y_{ji} : es el valor de la solución para n ecuaciones diferenciales.

Estas relaciones son aplicables paralelamente en cada punto del algoritmo a todas las n ecuaciones. En síntesis el método de Runge - Kutta de cuarto orden consiste en evaluar cuatro diferentes incrementos de variables en cada pasc de integración y se obtiene de ellos un determinado incremento promedio en cada intervalo de tiempo.

El paso de integración usado es de 1 m seg. debido a que permite evaluar las ecuaciones diferenciales con una aproximación razonable y facilita su representación gráfica adecuada.

3.5. DESCRIPCION DEL METODO DE SOLUCION NUMERICO

A continuación se expone el procedimiento a seguir:

1. Leer la información de entrada y escribir la de salida.

2. Calcular las corrientes de fase de estado estable.

Aplicando el método de eliminación de Gauss (*) para resolver las ecuaciones complejas (1-111), se obtiene:

$$\underset{\sim}{I}_{as} = I_{as} \angle \phi_s$$

$$\underset{\sim}{I}'_{ar} = I'_{ar} \angle \phi_r \qquad (3\text{-}38)$$

$\underset{\sim}{I}_{as}$ e $\underset{\sim}{I}'_{ar}$: son las corrientes de la fase "a" del estator y del rotor

I_{as} e I'_{ar} : son valores máximos de las corrientes de la fase "a" del estator y del rotor, y,

ϕ_s y ϕ_r : son ángulos de fase de las corrientes del estator y del rotor.

3. Calcular las condiciones iniciales de corriente

Las corrientes instantáneas de fase del estator y

(*) Apéndice A

del rotor están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$i_{as} = I_{as} \cos (\theta_e + \partial + \phi_s)$$

$$i_{bs} = I_{as} \cos (\theta_e + \partial + \phi_s - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{cs} = I_{as} \cos (\theta_e + \partial + \phi_s + \frac{2\pi}{3})$$

$$i'_{ar} = I'_{ar} \cos (\theta_e + \partial + \phi_r + \theta_r)$$

$$i'_{br} = I'_{ar} \cos (\theta_e + \partial + \phi_r + \theta_r - \frac{2\pi}{3})$$

$$i'_{cr} = I'_{ar} \cos (\theta_e + \partial + \phi_r + \theta_r + \frac{2\pi}{3}) \qquad (3\text{-}39)$$

Donde:

$$\theta_e = W_e t$$

$$\theta_r = W_r t \qquad (3\text{-}40)$$

∂ : es el ángulo de desconexión

Las corrientes anteriores, se pueden reducir fácilmente a un sistema bifásico, aplicando las ecuaciones de transformación de la sección 1.3. y considerando al sistema

de referencia fijo en el estator, se obtiene:

$$i_{qs} = I_{as} \cos (\theta_e + \partial + \phi_s)$$

$$i_{ds} = -I_{as} \operatorname{sen}(\theta_e + \partial + \phi_s)$$

$$i_{os} = 0$$

$$i'_{qr} = I'_{ar} \cos (\theta_e + \partial + \phi_r + \theta_r)$$

$$i'_{dr} = -I'_{ar} \operatorname{sen} (\theta_e + \partial + \phi_r + \theta_r)$$

$$i'_{or} = 0 \qquad (3\text{-}41)$$

3.a. Ecuaciones para determinar el decaimiento de las corrientes del rotor y voltajes del estator siguientes a la desconexión.

Con el rotor cortocircuitado $v'_{qr} = v'_{dr} = 0$, y cuando el motor de inducción se desconecta de la red, las corrientes del estator caen normalmente a cero en un tiempo extremadamente corto que depende de las características del conmutador, por esto, aquí se asume que éstas son iguales a cero.

Reemplazando las condiciones anteriores en la ecuación matricial de voltaje (1-80) y desarrollando se obtiene:

$$v_{qs} = M\ p\ i'_{qr}$$

$$v_{ds} = M\ p\ i'_{dr}$$

$$0 = r'_r\ i'_{qr} + L'_r\ p\ i'_{qr} - L'_r p\ \theta_r\ i'_{dr}$$

$$0 = r'_r\ i'_{dr} + L'_r\ p\ i'_{dr} + L'_r\ p\ \theta_r\ i'_{qr} \qquad (3\text{-}42)$$

Si ambos miembros de las ecuaciones anteriores son multiplicadas por W_e, y $p\theta_r$ se reemplaza por W_r, resolviendo y despejando v_{qds} y pi_{qdr}, además expresando las ecuaciones en por unidad, se tiene:

$$v_{qs} = \frac{X_m}{W_e}\ pi'_{qr} \quad pu$$

$$v_{ds} = \frac{X_m}{W_e}\ p\ i'_{dr} \quad pu$$

$$pi'_{qr} = W_e \left[- A(6)\ i'_{qr} + A(5)\ i'_{dr} \right] \quad pu$$

$$pi'_{dr} = W_e \left[- A(5)\ i'_{qr} - A(6)\ i'_{dr} \right] \quad pu \qquad (3\text{-}43)$$

Donde:

$$A(5) = \frac{W_r}{W_b} \quad pu$$

$$A(6) = \frac{r'_r}{X'_r} \quad pu \qquad (3\text{-}44)$$

v_{qs} y v_{ds}: son voltajes remanentes debidos a la energía magnética almacenada en el entrehierro, y

pi'_{qr} y pi'_{dr}: son ecuaciones diferenciales que pueden ser integradas mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden para obtener el decaimiento de las corrientes remanentes del rotor una vez que se ha desconectado la red.

Antes de empezar la integración de las ecuaciones (3-43), es necesario conocer las corrientes iniciales del rotor (i'_{qr} e i'_{dr}) inmediatamente después de la desconexión. Ya que el flujo de la máquina no puede cambiar instantáneamente, el cambio en las corrientes del estator debe estar acompañado por un cambio correspondiente en las corrientes del rotor para mantener las concatenaciones del flujo constantes antes y después de la desconexión, entonces las condiciones iniciales al desconectar la fuente vienen dadas por:

$$i'_{qr2} = i_{qs1} + i'_{qr1}$$

$$i'_{dr2} = i_{ds1} + i'_{dr1} \qquad (3\text{-}45)$$

1 y 2 son sufijos que denotan corrientes antes y después de la desconexión respectivamente

4. Calcular las condiciones iniciales de concatenaciones de flujo

Durante la desconexión las corrientes del estator son cero y los valores de las corrientes remanentes del rotor son determinados en cada paso de integración, entonces al instante de reconectar se tienen los últimos valores integrados de las corrientes remanentes que vienen a ser los valores iniciales necesarios para calcular a su vez las condiciones iniciales de concatenaciones de flujo requeridas en el siguiente proceso de integración.

De la ecuación (3-1), se tiene:

$$\psi_{qs} = X_m\, i'_{qr}$$

$$\psi_{ds} = X_m\, i'_{dr}$$

$$\psi'_{qr} = X'_r \, i'_{qr}$$

$$\psi'_{dr} = X'_r \, i'_{dr} \qquad (3\text{-}46)$$

5. Calcular los valores iniciales de voltaje al reconectar la fuente.

5.a. Voltajes en la reconexión a la misma fuente.

Los voltajes instantáneos de fase del estator vienen dados por:

$$v_{as} = v_{as} \cos(\theta_e + \alpha)$$

$$v_{bs} = v_{as} \cos(\theta_e + \alpha - \frac{2\pi}{3})$$

$$v_{cs} = v_{as} \cos(\theta_e + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \qquad (3\text{-}47)$$

V_{as} : es el valor máximo del voltaje de la fuente.

α : es el ángulo de reconexión, y

θ_e : está dado por la ecuación (3-40)

Los voltajes del rotor cortocircuitado son cero en todos los casos.

Los voltajes anteriores, se reducen a cantidades bifásicas equivalentes mediante las ecuaciones de transformación de la sección 1.3. y con el sistema de referencia - fijo en el estator, se tiene:

$$v_{qs} = V_{as} \cos (\theta_e + \alpha)$$

$$V_{ds} = -V_{as} \operatorname{sen} (\theta_e + \alpha)$$

$$V_{os} = 0 \qquad (3\text{-}48)$$

5.b. Voltajes en el frenado por inversión de fases.

Los voltajes instantáneos de fase del estator son:

$$V_{as} = V_{as} \cos (\theta_e + \alpha)$$

$$V_{bs} = V_{as} \cos (\theta_e + \alpha + \frac{2\pi}{3})$$

$$V_{cs} = V_{as} \cos (\theta_e + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \qquad (3\text{-}49)$$

Como en el caso anterior reduciendo estas ecuaciones a cantidades bifásicas equivalentes, se tiene:

$$V_{qs} = V_{as} \cos (\theta_e + \alpha)$$

$$V_{ds} = V_{as} \operatorname{sen} (\theta_e + \alpha)$$

$$V_{os} = 0 \qquad (3\text{-}50)$$

5.c. Voltajes en el frenado dinámico

Los voltajes de fase en el estator son:

$$V_{as} = V_{D.C.}$$

$$V_{bs} = V_{cs} = 0 \qquad (3\text{-}51)$$

Reduciendolos a cantidades bifásicas equivalentes, se tiene:

$$V_{qs} = \frac{2}{3} V_{D.C.}$$

$$V_{ds} = 0$$

$$V_{os} = \frac{1}{3} V_{D.C.} \qquad (3\text{-}52)$$

6. Integrar las ecuaciones diferenciales del modelo matemático.

Una vez conocidos los valores iniciales de las concatenaciones de flujo y de los voltajes se determinan los valores de las derivadas de las ecuaciones diferenciales (3-26) y se inicia el proceso de integración de las ecuaciones anteriores aplicando el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

7. Cálculo de otros valores

Los valores de las concatenaciones de flujo obtenidas en cada paso de integración de las ecuaciones diferenciales del modelo matemático durante el período transitorio siguiente a la reconexión sirven para calcular: las corrientes transitorias mediante las ecuaciones (3-10) expresadas en por unidad, el torque electromagnético con la ecuación (3-29), los voltajes usando las ecuaciones dadas en (3-48), (3-50) y (3-52) según el caso requerido y la velocidad rotacional mediante la ecuación diferencial (3-34).

8. Finalmente se verifica si el tiempo especificado ha sido cubierto.

3.6. DIAGRAMA DE FLUJO Y PROGRAMA DIGITAL

3.6.1. Diagrama de flujo simplificado

El método general seguido en la sección 3.5. para la solución digital, se muestra en forma de diagrama de flujo simplificado en la figura 15. En el apéndice B se desarrolla una descripción gráfica más detallada que ilustra la lógica del procedimiento.

3.6.2. Programa Digital

El programa digital diseñado para la solución de los transitorios que se investigan en el presente trabajo, fue escrito en lenguaje Fortran IV con doble presición, además fue compilado y ejecutado en el computador IBM 370 / 125 de la Escuela Politécnica Nacional.

El programa digital consta de un programa principal, de siete bloques y seis subrutinas que a continuación se comenta:

1. PROGRAMA PRINCIPAL

El programa principal realiza las siguientes ope-

raciones:

Imprime títulos, suministra datos de entrada al computador y los resultados al usuario, calcula los diferentes coeficientes usados en el proceso de computación, establece las condiciones iniciales requeridas para la integración de las diferentes ecuaciones diferenciales de los modelos matemáticos que representan la desconexión y la reconexión, además tabula o grafica resultados, llama a las subrutinas, contiene los formatos, en fin coordina la operación de los diferentes bloques y subrutinas.

2. BLOQUES

2.a. Bloque A

En el bloque A, se leen e imprimen los datos generales de la máquina y se calculan los diferentes coeficientes de las ecuaciones diferenciales. Además ordena buscar un nuevo grupo de datos y de no existir este, termina el programa.

2.b. Bloque B (*)

Este bloque resuelve un sistema de dos ecuaciones

(*) Referencia 5.

complejas por el método de eliminación de Gauss (Ver apéndice A) para determinar los valores de las corrientes de estado estable del estator y del rotor en componentes de fase y los ángulos de estas con respecto al voltaje, estas corrientes sirven para calcular las condiciones iniciales previas a la desconexión. Además de imprimir los resultados obtenidos, si la matriz p (i,j) que contiene los coeficientes - de las incógnitas, es singular, se transfiere el control al bloque A.

2.c. Bloque C.

Este bloque calcula las condiciones iniciales necesarias para integrar las ecuaciones diferenciales que simulan el período de desconexión por el método de Runge-Kutta de cuarto orden y cuyos resultados tabula o grafica. - Los resultados del último paso integrado de concatenaciones de flujo, torque y velocidad son las condiciones iniciales existentes antes de reconectar. Además calcula los valores iniciales del voltaje al instante de reconectar.

2.d. Bloque D

Corrige las variables de corrientes, torque, velocidad y voltajes que el método de Runge-Kutta exige des-

pués de la segunda, tercera y cuarta llamada dentro de cada paso de integración.

2.e. Bloque E (*)

Calcula las derivadas de las ecuaciones diferenciales y llama a la subrutina Runge-Kutta de cuarto orden para la integración de las ecuaciones diferenciales de la máquina, esta subrutina es llamada cinco veces por cada paso de integración.

2.f. Bloque F.

Este bloque calcula las variables de corrientes, torque, velocidad y voltajes en cada paso integrado y las imprime o almacena.

2.g. Bloque G.

Este bloque llama a la subrutina Plot para graficar los resultados almacenados y transfiere el control al bloque A.

(*) Referencia 5

3. SUBRUTINAS

3.a. Subrutina R Kutta (*)

Esta subrutina es llamada en el bloque C para integrar las ecuaciones diferenciales (3-43) de la desconexión y también es llamada en el Bloque E para integrar las ecuaciones diferenciales (3-26) de la máquina.

3.b. Subrutina Plot (*)

Mediante esta subrutina se grafican los resultados almacenados de corrientes, voltajes, torque y velocidad puede grafizar de una a cinco variables simultaneamente representadas por las letras A, B, C, D y E respectivamente.

La escala de las ordenadas puede ajustarse para cualquier rango que contenga 100 unidades, además puede ser multiplicada o dividida por un factor constante según los requerimientos dimensionales del dibujo. Si los resultados almacenados sobrepasan el límite superior o inferior de la escala de ordenadas aparece un símbolo "$" en el límite excedido.

(*) Referencia 5

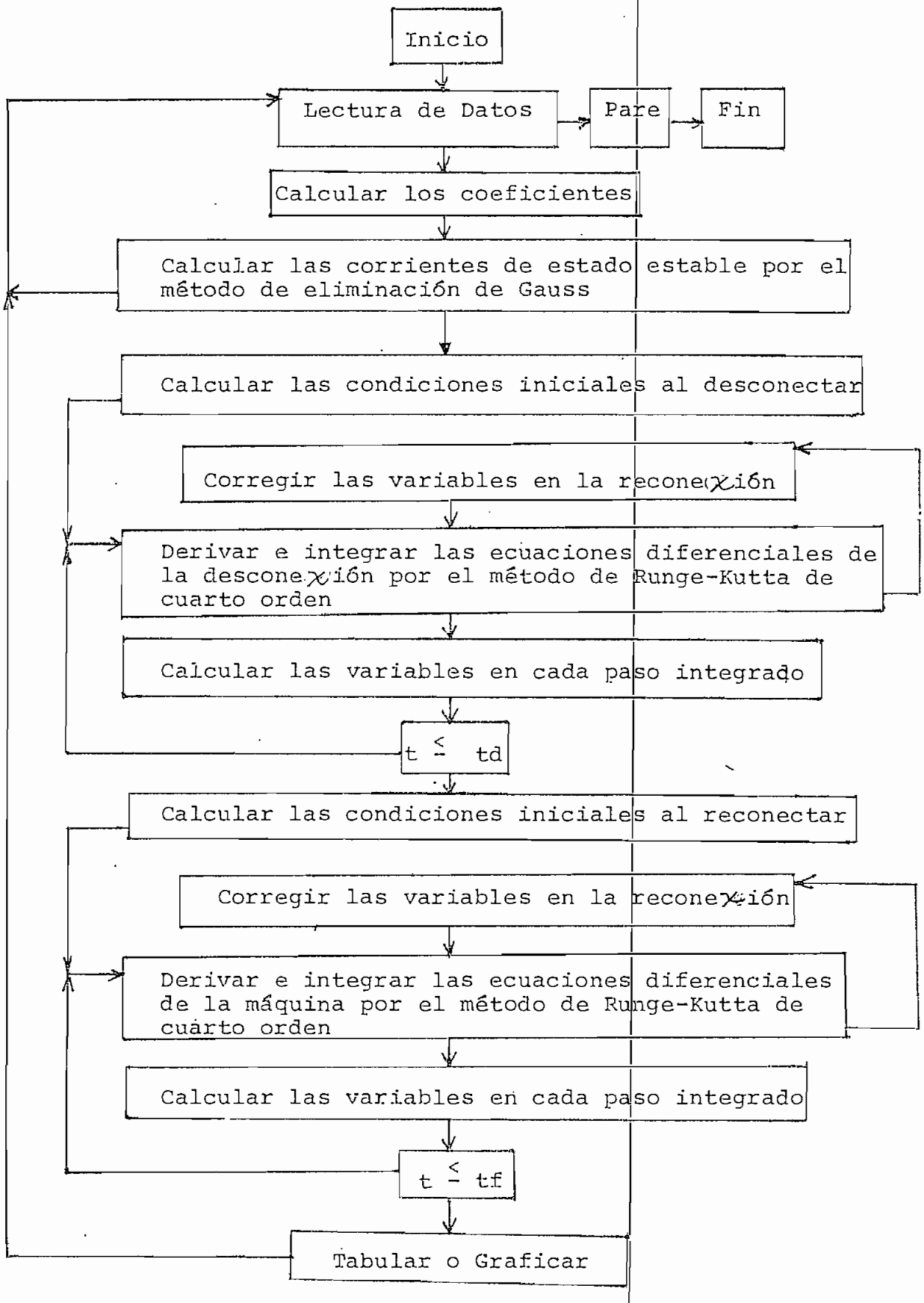


FIGURA 15
DIAGRAMA DE FLUJO SIMPLIFICADO

La escala de las abscisas también puede ser ajustada para cualquier número de puntos.

3.c. Subrutinas Trans 1 y Trans 4

Estas subrutinas transforman corrientes bifásicas a corrientes trifásicas utilizando las ecuaciones de transformación inversa de la sección 1.3 y considerando al sistema de referencia fijo en el estator, cuando se tienen los casos de reconexión, frenado por inversión de fases y frenado dinámico.

3.d. Subrutinas Trans 2 y Trans 3

Estas subrutinas transforman voltajes del sistema bifásico al trifásico con ayuda de las ecuaciones de transformación inversa de la sección 1.3 y considerando al sistema de referencia fijo en el estator, en los casos de reconexión, frenado por inversión de fases y frenado dinámico.

En el apéndice C se adjunta un listado completo del programa digital y en el apéndice D se presenta el manual de uso del programa.

3.7. EJEMPLOS DE APLICACION Y RESULTADOS

3.7.1. Ejemplos de aplicación

El programa digital diseñado en las secciones anteriores de este capítulo, se aplica al estudio de la máquina de inducción con el objeto de obtener resultados calculados mediante el computador digital, para los transitorios de la reconexión a la misma fuente, frenado por inversión de fases y frenado dinámico, que en el próximo capítulo serán comparados con los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en las secciones 2.2., 2.3 y 2.4 respectivamente.

En la ejecución del programa digital se requieren los parámetros de la máquina determinados en la sección 2.1 pero expresados en por unidad, para esto fue necesario seleccionar adecuadamente, considerando los datos de placa del motor de inducción utilizado, los siguientes valores base:

S_b = 886.34 V.A./fase

V_b = 220 voltios fase-neutro

f_b= 60 Hertz

Mediante las ecuaciones dadas en (3-17), (3-18) y (3-19) se obtienen:

I_b = 4.04 amperios

Z_b= 54.3 ohmios/fase

W_b = 188.49 rad./seg.

Aplicando las ecuaciones (3-25) y (3-31) se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros del motor de inducción en por unidad anotados en la tabla 8. Además se requiere de datos adicionales disponibles en los terminales de la máquina o tomados de los oscilogramas del capítulo anterior, estos son dados en la tabla 9.

3.7.2. Resultados

El programa digital está diseñado para calcular los transitorios de reconexión a la misma fuente, frenado por inversión de fases y frenado dinámico. Los resultados obtenidos del computador digital están expresados en por unidad y vienen tabulados o en forma gráfica, aquí se prefiere esta última forma debido a que es más fácil analizar resultados gráficos.

Para todos los casos transitorios aquí estudiados se imprimen:

- Los parámetros de la máquina
- Las corrientes de estado estable con sus respectivos ángulos de fase.
- Los gráficos de las corrientes y voltajes transitorios del estator en variables de fase, el torque electromagnético y la velocidad rotacional.

En las siguientes páginas se adjuntan los resultados gráficos de cada uno de los transitorios propuestos en esta investigación, para un motor de inducción de rotor bobinado, conectado en estrella y alimentado con voltaje reducido.

* * *

TABLA 8

Parámetros del motor de inducción

Parámetros en por unidad	M.I. con rotor bobinado	M.I.con jaula de ardilla
r_s^*	0.048063	0.040063
r_s^{**}	0.09944	0.09944
r'_r	0.098354	0.098943
$x_{ls}=x'_{lr}$	0.112552	0.101208
x_m	1.889143	1.883103
$x_s=x'_r$	2.001695	1.984316
s	0.022222	0.022222
r'_r/s	4.425974	4.452479
H [seg]	0.368587	0.357235
W_r [rad/seg]	184.306	184.306

$r_s^*= \frac{r_s + R_1}{Z_b}$ (en la reconexión y el frenado por inversión de fases)

$r_s^{**}= \frac{2r_s+2R_1+R_3}{Z_b}$ (solo para frenado dinámico)

TABLA 9

Datos adicionales del motor de inducción

Régimen Transitorio	M.I.con rotor bobinado	M.I. jaula de ardilla
VOLTAJES EN POR UNIDAD		
Reconexión	0.578947	0.578947
Frenado por contracorriente	0.578947	0.578947
Frenado dinámico	0.136741	0.136741
TIEMPO DE DESCONEXION EN SEGUNDOS		
Reconexión	0.142	0.140
Frenado por contracorriente	0.159	0.180
Frenado dinámico	0.154	0.160
ANGULO DE DESCONEXION (∂) EN GRADOS ELECTRICOS		
Reconexión	45	270
Frenado por contracorriente	180	120
Frenado dinámico	180	135
ANGULO DE RECONEXION (α) EN GRADOS ELECTRICOS		
Reconexión	270	270
Frenado por contracorriente	270	315
Frenado dinámico	0	0

15.04.29,TOTAL COMPILATION TIME,00-04-08
// EXEC LNKEDT
// EXEC

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

DEPARTAMENTO DE POTENCIA

TESIS DE GRADO

REALIZADA POR: ANGEL GABRIEL DONILLA ROMAN

DIRIGIDA POR: ING. MILTON TRAPANTA

TRANSITORIOS EN LA RECONEXION DE MOTORES DE INDUCCION

PARAMETROS DEL MOTOR DE INDUCCION EN POR UNIDAD

XLS = 0.112552 XLR = 0.112552 XM = 1.889143 RS = 0.048063 RR = 0.098354
VM = 0.578947 H = 0.368587 S. WR = 184.300 RAD./S. TD = 0.142 S. FB = 60.00 HZ.

PARAMETROS DE LA MATRIZ COMPLEJA EN POR UNIDAD

P(1,1) = (0.048063, 2.001695)
P(1,2) = (0.0 , 1.889143)
P(1,3) = (0.409377, 0.409377)
P(2,1) = (0.0 , 1.889143)
P(2,2) = (4.425974, 2.001695)
P(2,3) = (0.0 , 0.0)

DELTA = 45.00 GRADOS ALFA = 270.00 GRADOS POLOS = 4.00

PASO DE INTEGRACION = 0.00100 SEGUNDOS TIEMPO FINAL = 0.10600 SEGUNDOS

CONSTANTES DE MULTIPLICACION PARA GRAFICAR RESULTADOS

CMC = 20.00 CMV = 50.00 CMT = 70.0 CMW = 10.00

LISTA DE INDICADORES DEL PROGRAMA

IJK = 0 JKL = 1 KLM = 0 LMN = 0

NUMERO DE VARIABLES

NVC = 3 NVV = 3 NVT = 1 NVW = 1

ESCALA DE ABSCISAS

MXC = 250 MXV = 250 MXT = 250 MXW = 250

ESCALA DE ORDENADAS

LYC = 50 LYV = 50 LYT = 30 LYW = 50

CORRIENTES DE REGIMEN PERMANENTE Y ANGULOS DE FASE

CI(1) = 0.313923 PHI(1) = -22.10506 GRADOS

PHI(2) = -136.44647 GRADOS

PARAMETROS DEL MOTOR DE INDUCCION EN POR UNIDAD

XLS = 0.112552 XLR = 0.112552 XM = 1.889143 RS = 0.099447 RR = 0.098354
YM = 0.136741 H = 0.368587 S. WR = 184.300 RAD./S. TD = 0.154 S. FB = 60.00 HZ.

PARAMETROS DE LA MATRIZ COMPLEJA EN POR UNIDAD

P(1,1) = (0.048063, 2.001695)
P(1,2) = (0.0 , 1.889143)
P(1,3) = (0.0 , -0.576947)
P(2,1) = (0.0 , 1.889143)
P(2,2) = (4.425974, 2.001695)
P(2,3) = (0.0 , 0.0)

DELTA = 270.00 GRADOS ALFA = 0.0 GRADOS POLOS = 4.00

PASO DE INTEGRACION = 0.00100 SEGUNDOS TIEMPO FINAL = 0.10000 SEGUNDOS

CONSTANTES DE MULTIPLICACION PARA GRAFICAR RESULTADOS

CMC = 25.00 CMV = 50.00 CMT = 500.0 CMW = 10.00

LISTA DE INDICADORES DEL PROGRAMA

IJK = -1 JKL = 1 KLM = 0 LMN = 0

NUMERO DE VARIABLES

NVC = 3 NVV = 3 NVT = 1 NVW = 1

ESCALA DE ABSCISAS

MXC = 250 MXV = 250 MXT = 250 MXW = 250

ESCALA DE ORDENADAS

LYC = 50 LYV = 50 LYT = 30 LYW = 50

CORRIENTES DE REGIMEN PERMANENTE Y ANGULOS DE FASE

CI(1) = 0.313923 PHI(1) = -157.10309 GRADOS

CI(2) = 0.122097 PHI(2) = 88.55958 GRADOS

TRANSITORIOS DE FRENADO DINAMICO

GRAFICO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL

VALORES DE Y(I,1) MULTIPLICADOS POR 10 A REPRESENTA LA VELOCIDAD

Y(I,1)

0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
9.777400 00
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
9.777400 00
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
9.777400 00
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
9.777400 00
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
9.777400 00
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01
0.977740 01

GRAFICO 14

C A P I T U L O IV

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

C A P I T U L O IV

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Una vez obtenidos los resultados medidos y calculados (en los capítulos II y III respectivamente) de las operaciones transitorias de reconexión a la misma fuente, frenado por inversión de fases y frenado dinámico de la máquina de inducción, se realiza en el presente capítulo un análisis comparativo de estos resultados con el propósito de concluir y demostrar, si el modelo matemático usado para esta investigación es aceptable o no.

4.1. COMPARACION DE LOS RESULTADOS MEDIDOS Y CALCULADOS

La simulación digital permite obtener durante una perturbación todas las variables de la máquina. Pero en las pruebas experimentales realizadas únicamente fue posible determinar los oscilogramas de los transitorios de corriente y voltaje del estator del motor de inducción debido a las limitaciones del Laboratorio de Máquinas -

Eléctricas, por este motivo y por razones prácticas se compara a continuación en todos los casos estudiados solamente la corriente de la fase "a" del estator, siendo esta suficiente para los fines propuestos. Además aprovechando la facilidad y rapidez con que se procesa el programa en el computador digital, se realiza un estudio del comportamiento transitorio en las operaciones de reconexión del motor de inducción asumiendo diferentes condiciones arbitrarias que bien pueden darse en la realidad, entonces diferentes ángulos de desconexión (γ) y reconexión (α) serán probados a voltaje nominal (V_n) y a voltaje reducido ($V_n/\sqrt{3}$) para establecer las variaciones de la corriente y del torque en los casos investigados.

4.1.1. Resultados de la Reconexión a la misma Fuente

La comparación de los resultados medidos (oscilograma de la foto 3) y calculados (gráfico 3) se muestran en el gráfico 15, donde se observa la gran similitud que existe tanto en la frecuencia como en la amplitud de las ondas de corriente comparadas, obviamente se tiene una mínima diferencia entre estos resultados que es plenamente justificable. Esto permite concluir que la simulación digital representa satisfactoriamente el fenómeno transitorio real.

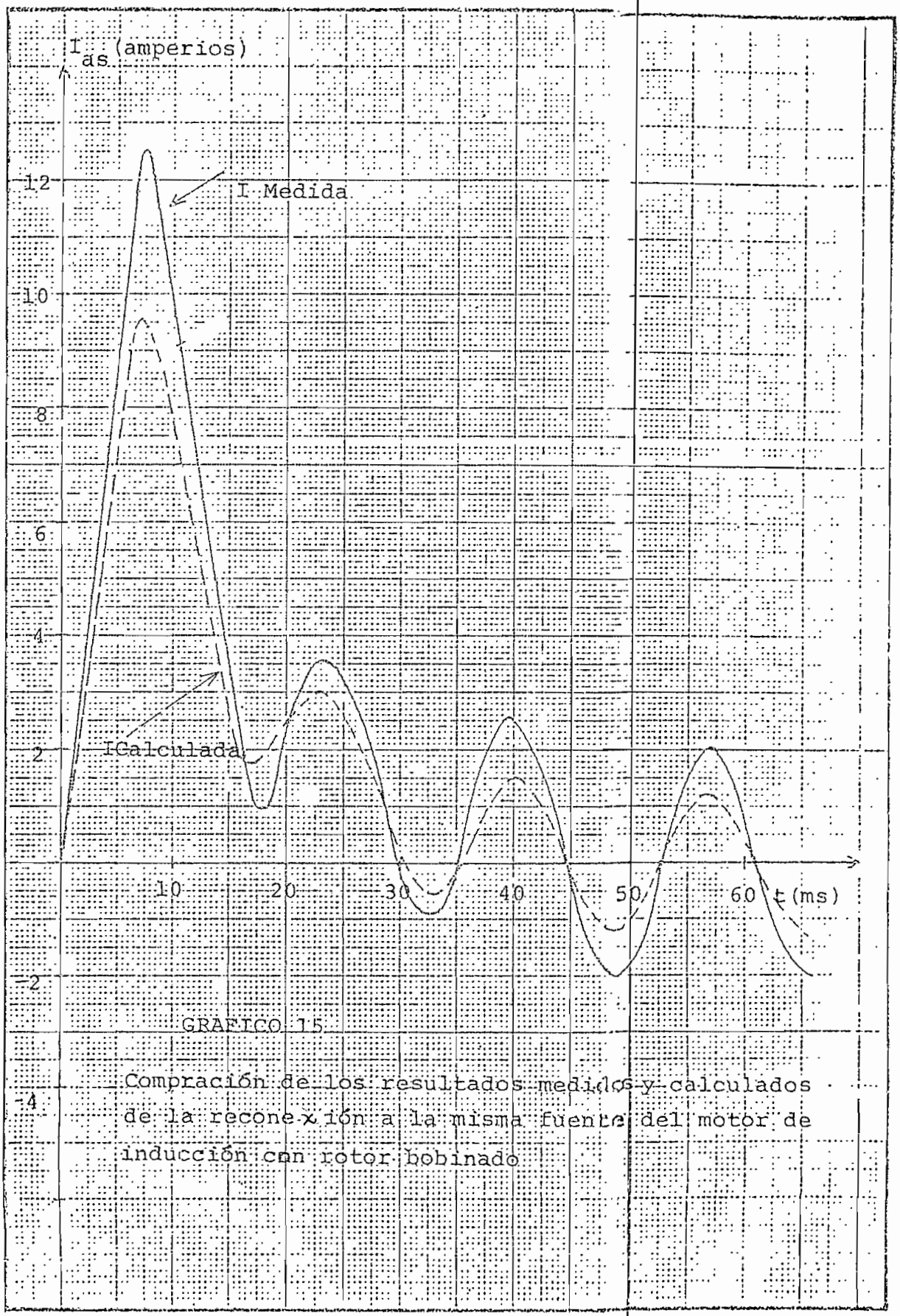


GRAFICO 15

Compración de los resultados medidos y calculados de la reconexión a la misma fuente del motor de inducción con rotor bobinado

En la tabla 10, se muestran los valores máximos de las corrientes (de la fase "as") y torques transitorios calculados en la reconexión a la misma fuente probando diferentes ángulos y voltajes donde se puede observar lo siguiente:

a) La amplitud y forma de onda de estas variables dependen de los ángulos de desconexión y reconexión, así como de los voltajes aplicados.

b) Las magnitudes de las corrientes y torques transitorios exceden en varias veces a los valores nominales, así:

- A voltaje reducido la corriente alcanza valores de 2.8753 veces la nominal y el torque llega a valer -1.2989 veces el nominal.

- A voltaje nominal la corriente llega a valer 4.9624 veces la nominal y el torque alcanza valores de -3.8643 veces el nominal.

c) El torque es negativo cuando se produce el régimen transitorio de la reconexión a la misma fuente.

TABLA 10

Régimen Transitorio en la Reconexión a la misma Fuente del Motor de Inducción con Rotor Bobinado

∂ (grados eléctricos)	∝ (grados eléctricos)	$Vn/\sqrt{3}$ pu		Vn pu	
		Imáx pu	Te máx pu	I máx pu	Te máx pu
0°	0°	0.5246	-0.9348	3.2922	-2.7804
30°	0°	2.3028	-1.2611	3.9766	-3.7507
60°	0°	2.171	-1.2372	3.7494	-3.6802
90°	0°	1.7098	-0.9507	2.9532	-2.8279
180°	0°	1.9061	-0.9348	3.2922	-2.7804
270°	0°	1.7098	-0.9507	2.9532	-2.8279
0°	30°	1.0139	-0.7340	1.7513	-2.1838
0°	60°	-1.5256	-0.6129	-2.6344	-1.8240
0°	90°	-2.0535	-0.5910	-3.5468	-1.7589
0°	180°	-1.7098	-0.9507	-2.9532	-2.8279
0°	270°	2.8753	-1.2989	4.9624	-3.8643

4.1.2. Resultados del Frenado por Inversión de Fases

En el gráfico 16, se comparan los resultados medidos del oscilograma de la foto 5 con los calculados en el gráfico 7, donde se ve que las variables comparadas - coinciden en la frecuencia y amplitud, también existe una diferencia mínima que es justificable. Este resultado aceptable se debe a que la simulación digital adoptada para la solución numérica del fenómeno transitorio real es la adecuada.

Como en el caso anterior, en la tabla 11 , se - muestran los valores máximos de corrientes y torques transitorios calculados en el frenado por inversión de fases - con diferentes ángulos y voltajes donde se puede apreciar lo siguiente:

a) La frecuencia y la amplitud de estas variables depen - den de los ángulos de desconexión y reconexión, así como de los voltajes aplicados.

b) Las magnitudes de las corrientes y torques transitorios superan varias veces a los valores nominales, así:

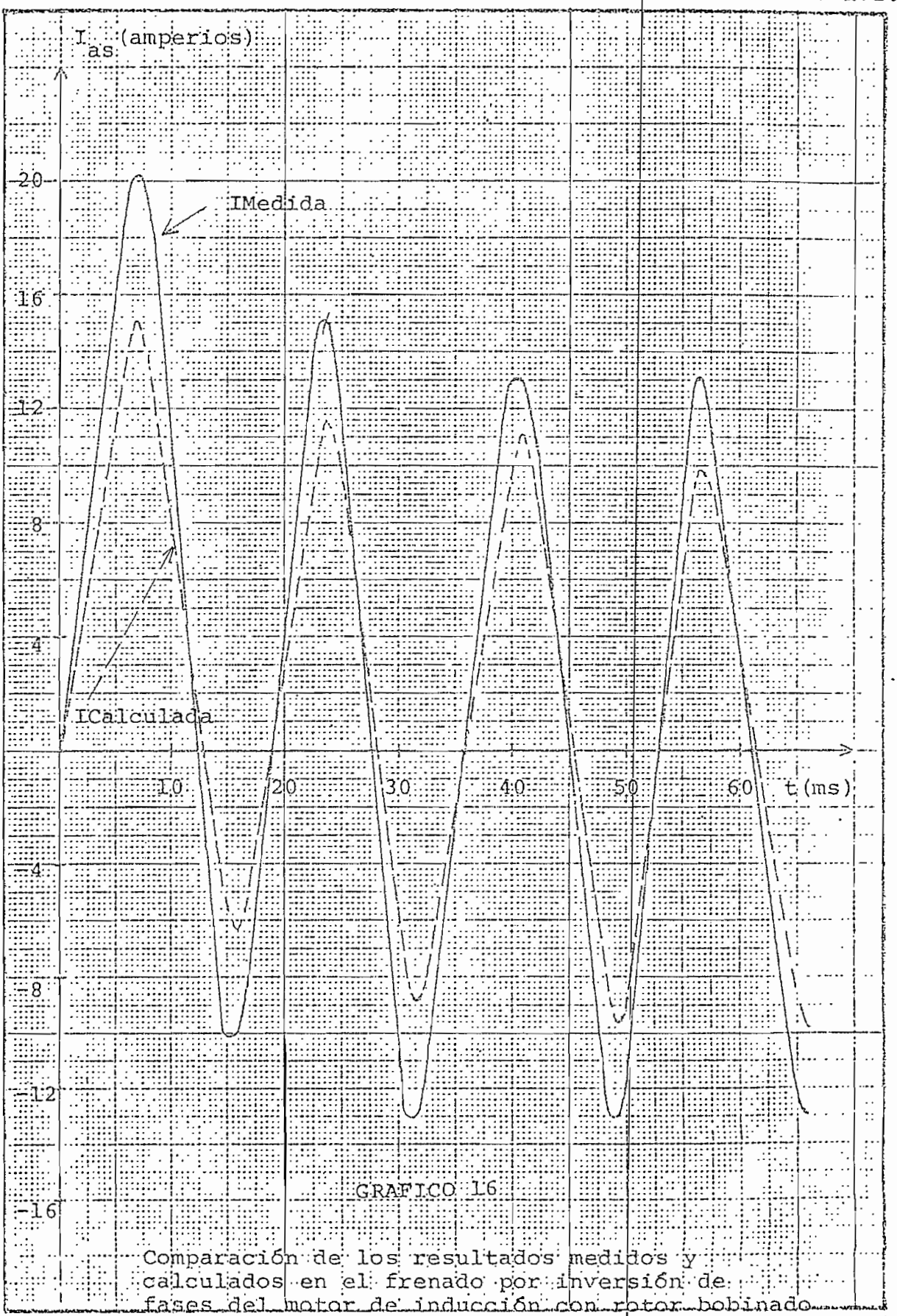


GRAFICO 16

Comparación de los resultados medidos y calculados en el frenado por inversión de fases del motor de inducción con rotor bobinado

TABLA 11

Régimen Transitorio en el Frenado por Inversión de Fases del Motor de Inducción con Rotor Bobinado

δ (grados eléctricos)	α (grados eléctricos)	$Vn/\sqrt{3}$ pu		Vn pu	
		Imáx pu	$T_e$máx pu	Imáx pu	T_e máx pu
0°	0°	1.6848	-1.1645	2.91	-3.4777
30°	0°	2.0742	-0.6912	3.5822	-2.0637
60°	0°	2.0382	-0.7381	3.5204	-2.0251
90°	0°	1.6127	-1.0957	2.7856	-3.2705
180°	0°	1.6848	-1.1645	2.9100	-3.4777
270°	0°	1.6127	-1.0957	2.7856	-3.2705
0°	30°	0.8707	-0.9274	1.5038	-2.7684
0°	60°	-3.2728	-0.6912	-5.6530	-2.0637
0°	90°	-3.2214	-0.6326	-5.5638	-1.8882
0°	180°	-1.6127	-1.0957	-2.7856	-3.2705
0°	270°	4.0008	-1.4900	6.9064	-4.4488

- A voltaje reducido la corriente llega a valer 4.0008 veces la nominal y el torque -1.49 veces el nominal.

- A voltaje nominal la corriente alcanza valores de 6.9064 veces la nominal y el torque -4.4488 veces el nominal.

c) El torque es negativo cuando se produce el régimen transitorio de frenado por inversión de fases.

4.1.3. Resultados del frenado dinámico

Los resultados medidos en el oscilograma de la foto 9 son comparados con los calculados en el gráfico 11 y se muestran en el gráfico 17, donde se puede apreciar que las variables comparadas son aproximadamente iguales y la mínima diferencia existente se puede justificar a plenitud, con estos resultados se prueba una vez más la bondad de la simulación digital para representar el fenómeno transitorio real.

Como en los casos anteriores, la tabla 12 muestra los valores máximos de las corrientes y torques transitorios calculados en el frenado dinámico con diferentes ángulos de desconexión y voltajes reducidos de D.C.

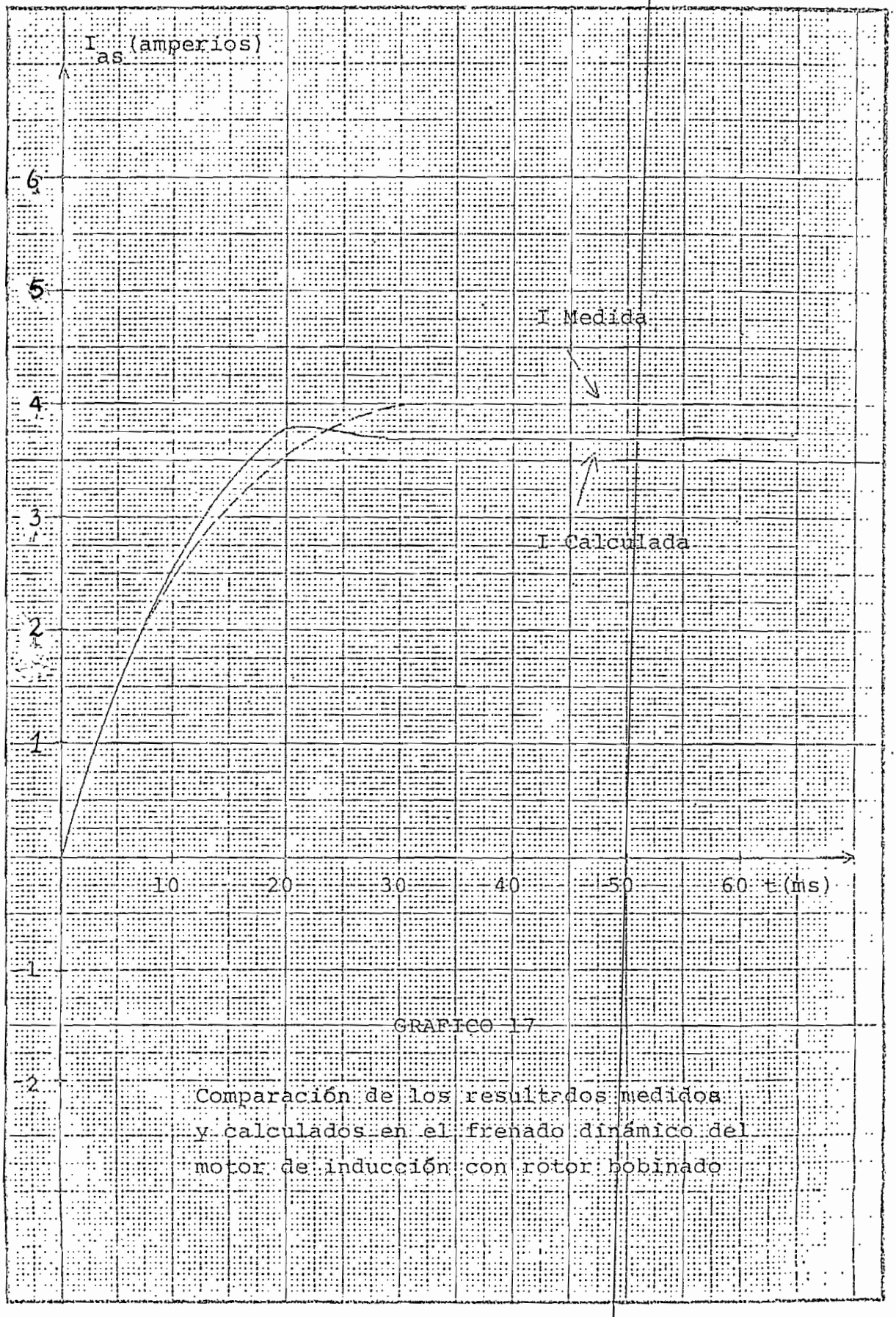


GRAFICO 17

Comparación de los resultados medidos y calculados en el frenado dinámico del motor de inducción con rotor bobinado

TABLA 12

REGIMEN TRANSITORIO DE FRENADO DINAMICO DEL MOTOR DE INDUCCION CON ROTOR BOBINADO

ϑ (grados eléctricos)	α (grados eléctricos)	V_r= 0.136741 p.u.		$2V_r$= 0.273482 p.u	
		Imáx pu.	$Te_{máx}$pu.	$I_{máx}$pu.	$Te_{máx}$ pu.
0°	0°	1.0915	-0.1478	2.1254	-0.5236
30°	0°	0.9992	-0.1171	1.8973	-0.3902
60°	0°	0.9380	-0.083	1.9085	-0.3426
90°	0°	0.9728	-0.0966	1.9715	-0.3926
180°	0°	1.0915	-0.1478	2.1254	-0.5236
270°	0°	0.9728	-0.0966	1.9715	-0.3926

En esta tabla se puede apreciar que tanto la magnitud de la corriente como del torque varían con los ángulos de desconexión y voltajes probados, los valores máximos de corriente cuando más llegan a 2.1254 veces la nominal mientras que los de torque alcanzan hasta ~~-1.0915~~ -0.5236 ve -

ces la nominal y son negativos.

4.2. RESTRICCIONES

Este programa digital que calcula las variables transitorias del motor de inducción en las operaciones de reconexión tiene las siguientes restricciones.

1. Fue diseñado para investigar el comportamiento transitorio de las operaciones de reconexión de una máquina de inducción trifásica.

2. El sistema de referencia arbitrario se fijo en el estator de la máquina.

3. Todos los parámetros y variables de la máquina están referidos al estator y en por unidad.

4. En todos los casos analizados se considera que el rotor esta cortocircuitádo.

5. Para esta investigación se considera a la máquina operando en vacío (sin carga conectada al eje).

6. La velocidad rotacional de la máquina es variable durante la operación transitoria.

7. El programa digital realiza los cálculos en variables ortogonales (q,d) y presenta los resultados en variables de fase (a, b,c).

* * *

CONCLUSIONES

Y

RECOMENDACIONES

4.3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.3.1. CONCLUSIONES

Al finalizar la presente investigación es conveniente hacer las siguientes conclusiones en base al estudio realizado en las secciones 4.1.1, 4.1.2. y 4.1.3.

1. Las corrientes y torques del frenado por inversión de fases son los más severos y los del frenado dinámico los menos severos.

2. Los transitorios de la reconexión a la misma fuente se atenuan rápidamente y los del frenado por inversión de fases lo hacen lentamente.

3. El sentido del torque es negativo en todos los casos que se han considerado.

4. La diferencia que existe entre lo medido y calculado se debe a posibles errores cometidos en la medición de los parámetros de la máquina o a las consideraciones hechas al idealizar el modelo que representa a la máquina real.

5. Los transitorios de la reconexión a la misma fuente, frenado por inversión de fases y frenado dinámico se calcularon utilizando el mismo modelo matemático desarrollado pero cambiando las condiciones iniciales en cada caso.

6. Los resultados obtenidos en los ejemplos de aplicación mediante la solución numérica son aceptables - como se ha demostrado al compararlos con los medi - dos experimentalmente.

7. Es posible determinar todas las variables de la máquina a partir de sus parámetros mediante la simulación digital.

8. Se ha demostrado también que el modelo matemático - ideal usado en la teoría para la simulación digital es satisfactorio y se ajusta bien a la realidad por lo tanto su validez está comprobada.

9. Para la simulación digital la máquina en todos los casos fue conectada en estrella.

10. La simulación digital como se ha comprobado con an-

terioridad permite realizar una evaluación cabal del funcionamiento de la máquina de una manera fácil, rápida y confiable, de este modo se puede conseguir una información útil para seleccionar equipos de protección, diseñar circuitos de control y aún más para mejorar algunos diseños de los componentes eléctricos y mecánicos de la máquina.

4.3.2. RECOMENDACIONES

Muchas inquietudes han surgido al concluir este trabajo de las que se pueden recomendar las siguientes:

1. Utilizando este programa digital calcular los transitorios de las operaciones de reconexión conectando el motor de inducción de rotor bobinado en delta, además aprovechando los parámetros y oscilogramas determinados en el capítulo II realizar un análisis similar al de la sección 4.1. conectando el motor de inducción jaula de ardilla en estrella y en delta, establecer semejanzas y diferencias.

2. Introducir el efecto de la saturación a partir del

modelo matemático ya desarrollado.

3. Adaptar este modelo matemático para estudiar el comportamiento transitorio en las operaciones de reconexión del motor de inducción trifásico con carga conectada al eje.

4. Adaptar el modelo matemático para el estudio de los transitorios en la reconexión de motores bifásicos y monofásicos.

5. Estudiar la posibilidad de controlar el disparo de los ángulos de desconexión y reconexión mediante elementos semiconductores de potencia con el fin de evitar los transitorios más severos.

* * *

A P E N D I C E A

DESCRIPCION DEL METODO DE ELIMINACION DE GAUSS

DESCRIPCION DEL METODO DE ELIMINACION DE GAUSS (*)

El método de eliminación de Gauss resuelve las ecuaciones complejas (1-111) de estado estable.

En general un sistema de n ecuaciones lineales simultáneas es representado por:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} X_j = b_i \qquad \text{(A-1)}$$

Donde:

$i = 1, 2, \ldots, n$

La forma más común de representar este sistema para la computación es:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} X_j = p_{i,\, n+1} \qquad \text{(A-2)}$$

(*) Referencia 16

Donde:

$i = 1, 2, \ldots n,$

La idea básica de este método es transformar la matriz p_{ij} en una matriz triangular superior, mediante una serie de operaciones en las filas y columnas, luego todos los elementos bajo la diagonal son iguales a cero, - por lo tanto la última ecuación tendrá una sola incógnita (X_n) que puede ser fácilmente obtenida, la ecuación n-1 tiene tan solo 2 incógnitas (X_n y X_{n-1}), sustituyendo la primera incógnita (X_n) que ya es conocida en la ecuación n-1, se obtiene la otra incógnita (X_{n-1}) y así sucesivamente se puede determinar todas las incógnitas restantes.

Los nuevos valores p_{ij} de la matriz triangular superior son:

$$p_{ij}^{k} = p_{ij}^{k-1} - \frac{p_{ik}^{k-1}}{p_{kk}^{k-1}} \; p_{kj}^{k-1} \qquad \text{(A-3)}$$

Donde:

$K = 1, 2, \ldots n-1$

$i, j = k+1, \ldots, n$

Los nuevos valores b_i de los términos independientes son:

$$b_i^k = b_i^{k-1} - \frac{p_{ik}^{k-1}}{p_{kk}^{k-1}} \, b_k^{k-1} \qquad \text{(A-4)}$$

Donde:

$k = 1, 2, \ldots, n-1$

$i, j = k + 1, \ldots, n$

Finalmente, los valores de las incógnitas vienen dados por:

$$x_i = \frac{1}{p_{ii}^{i-1}} \left(b_i^{i-1} - \sum_{j=i+1}^{n} p_{ij}^{i-1} \, X_j \right) \qquad \text{(A-5)}$$

Donde:

$i = n, n-1, n-2, \ldots, 1$

X_i : representa las incógnitas de las corrientes de fase.

p_{ij} : son los coeficientes dados por los parámetros de la máquina, y,

b_i : son términos independientes que representan voltajes.

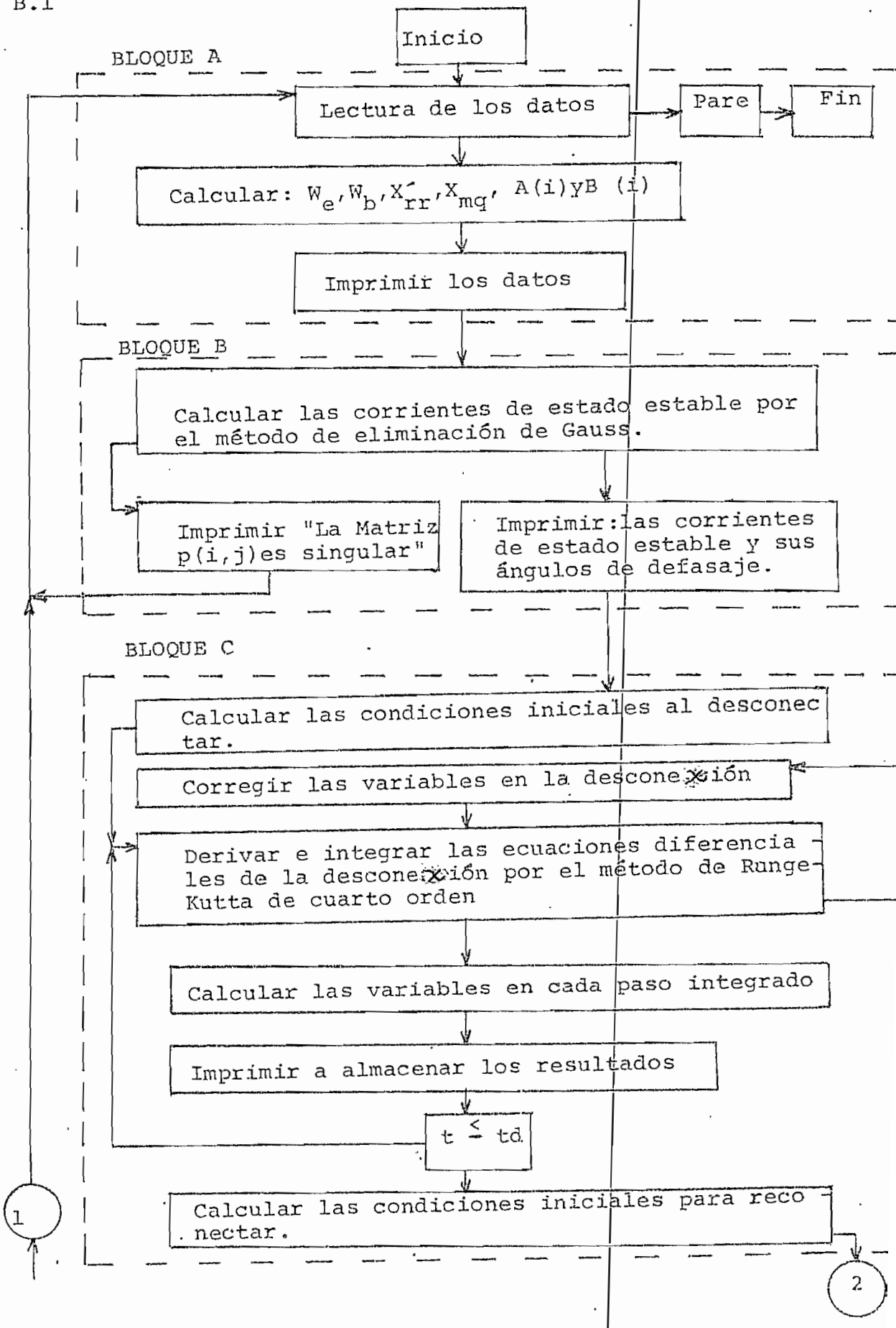
Este método es aplicable cuando la matriz que contiene los coeficientes p_{ij} de las incógnitas, no es una matriz singular.

* * *

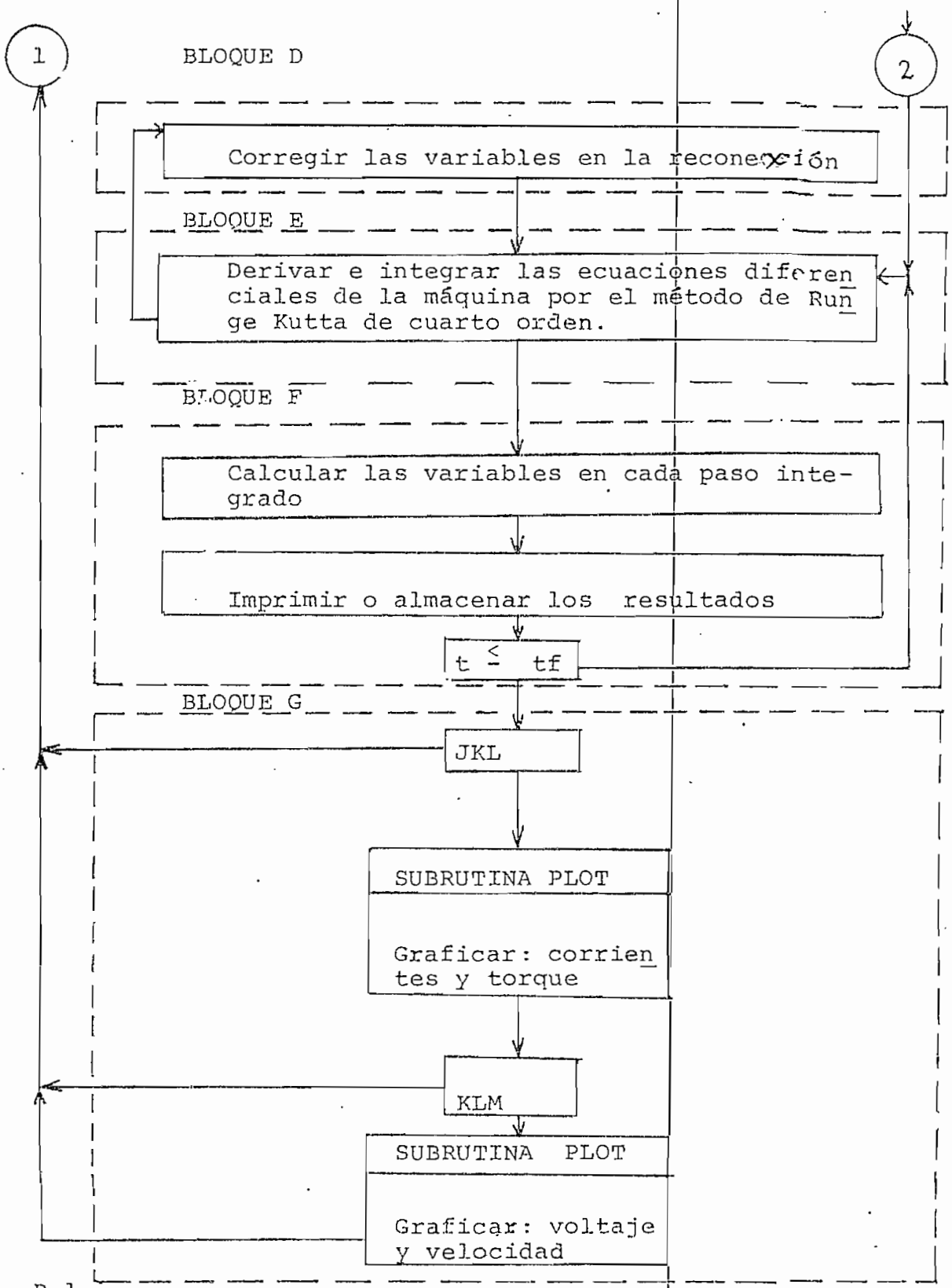
A P E N D I C E B

DIAGRAMAS DE FLUJO

B.1

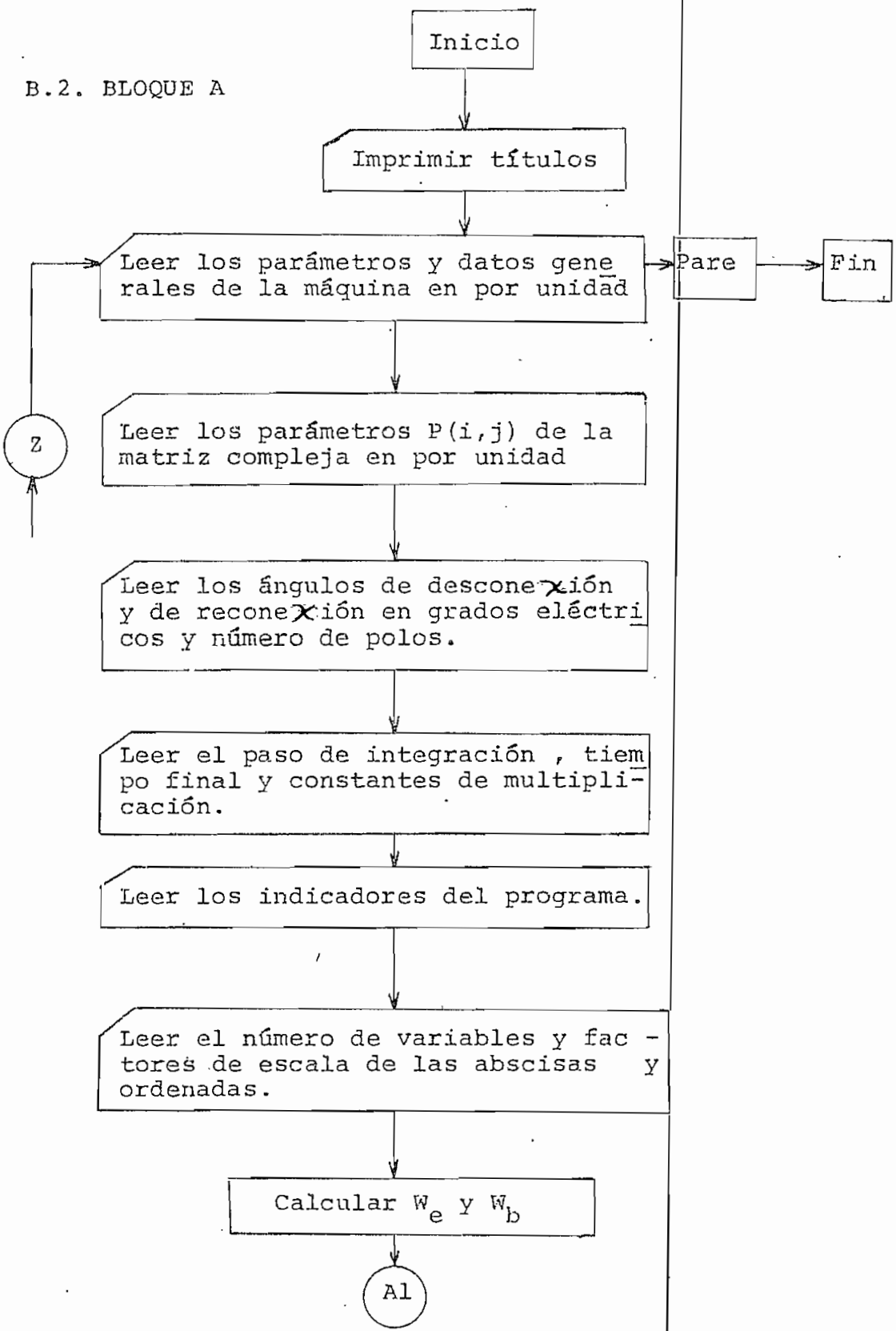

Inicio
BLOQUE A
Lectura de los datos
Pare
Fin
Calcular: $W_e, W_b, X'_{rr}, X_{mq}$, A(i)yB (i)
Imprimir los datos
BLOQUE B
Calcular las corrientes de estado estable por el método de eliminación de Gauss.
Imprimir "La Matriz p(i,j)es singular"
Imprimir:las corrientes de estado estable y sus ángulos de defasaje.
BLOQUE C
Calcular las condiciones iniciales al desconectar.
Corregir las variables en la desconexión
Derivar e integrar las ecuaciones diferenciales de la desconexión por el método de Runge Kutta de cuarto orden
Calcular las variables en cada paso integrado
Imprimir a almacenar los resultados
t ≤ td
Calcular las condiciones iniciales para reconectar.
1
2

.... continuación

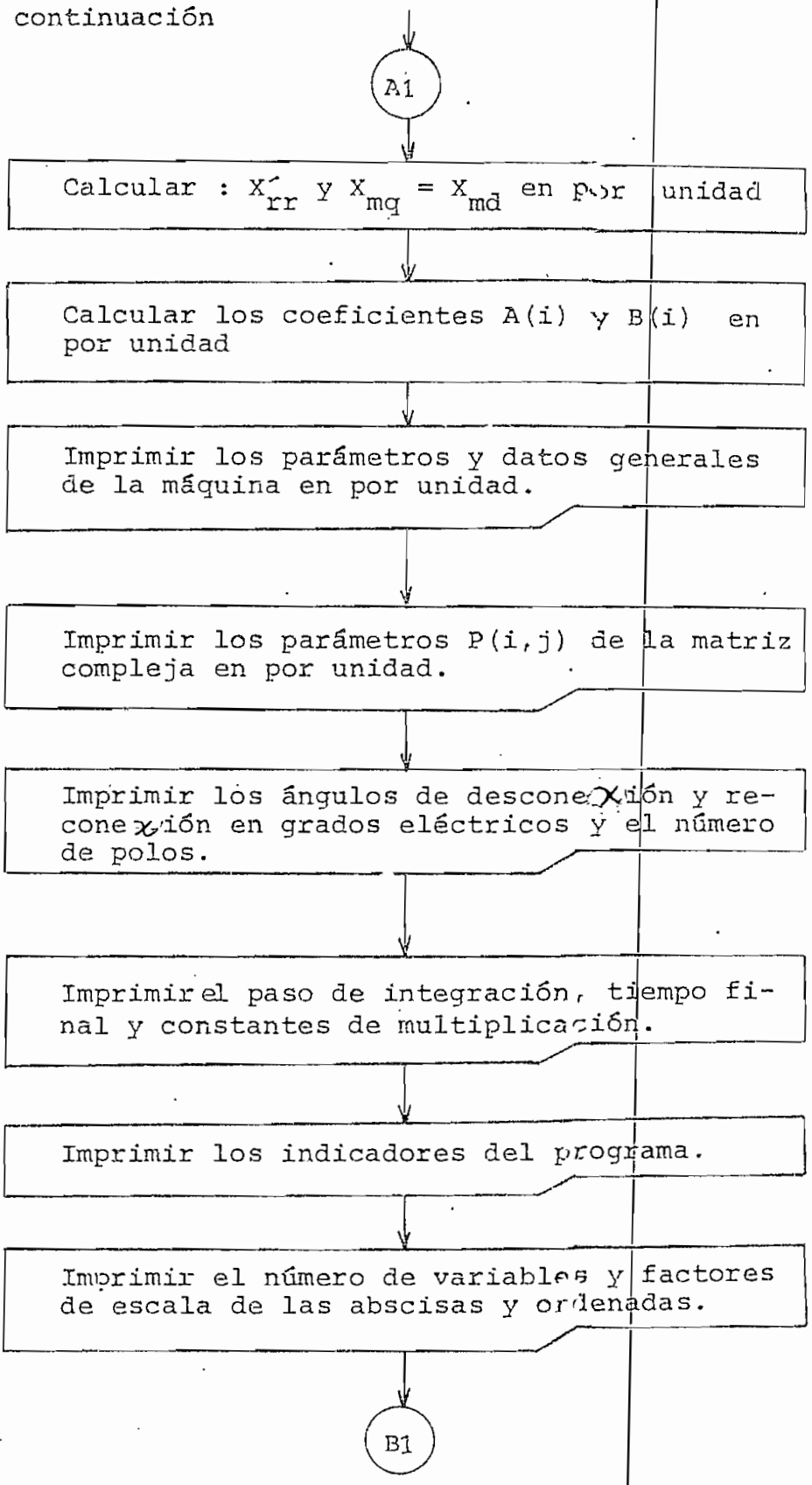


B.1 DIAGRAMA DE FLUJO PRINCIPAL

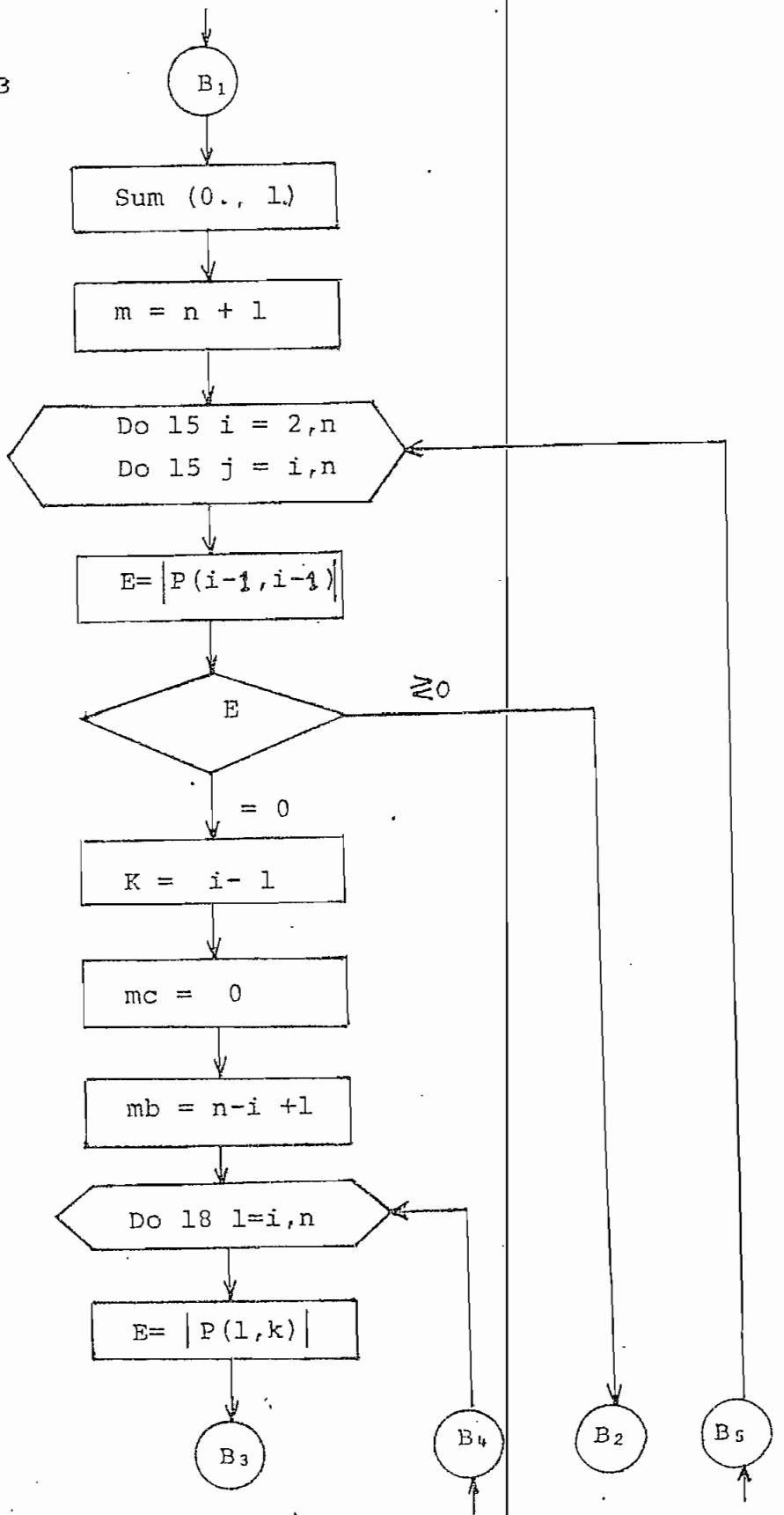
B.2. BLOQUE A


Inicio
Imprimir títulos
Leer los parámetros y datos generales de la máquina en por unidad
Pare
Fin
Leer los parámetros P(i,j) de la matriz compleja en por unidad
Z
Leer los ángulos de desconexión y de reconexión en grados eléctricos y número de polos.
Leer el paso de integración , tiempo final y constantes de multiplicación.
Leer los indicadores del programa.
Leer el número de variables y factores de escala de las abscisas y ordenadas.
Calcular W_e y W_b
A1

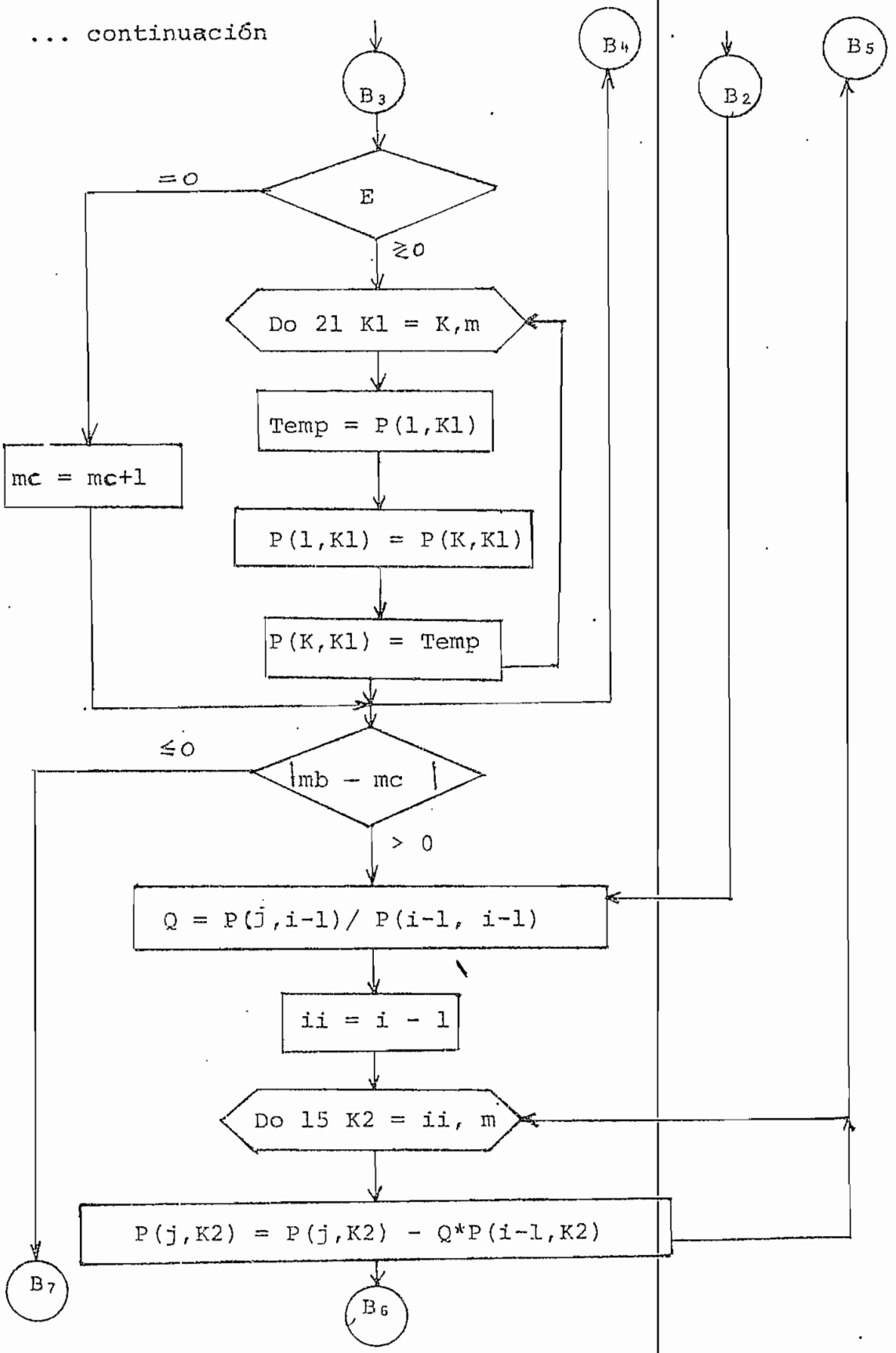
... continuación



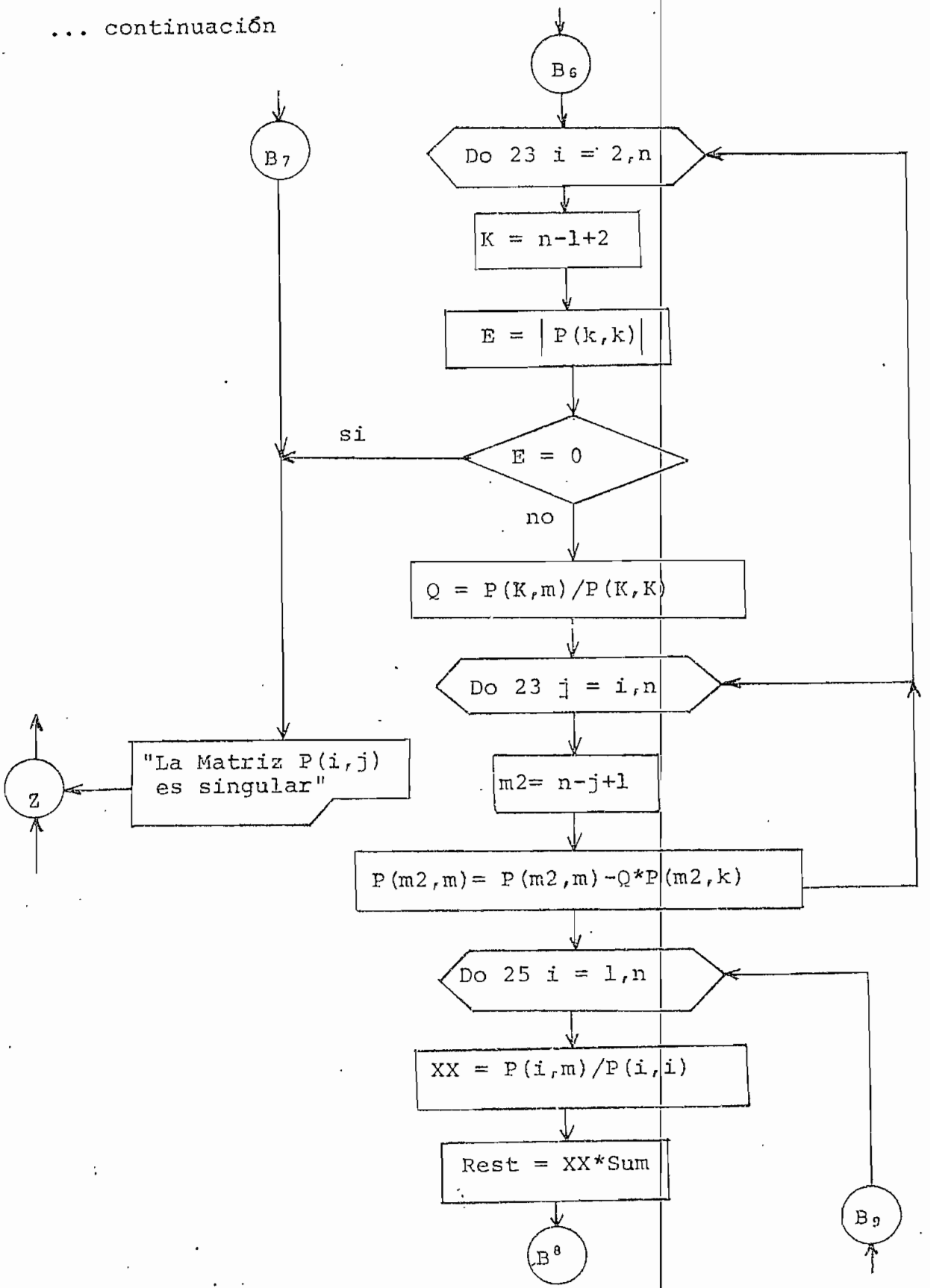
B.3. BLOQUE B


B1
Sum (0., 1.)
m = n + 1
Do 15 i = 2,n
Do 15 j = i,n
E= |P(i-1,i-1)|
E
≠0
= 0
K = i- 1
mc = 0
mb = n-i +1
Do 18 l=i,n
E= |P(l,k)|
B3
B4
B2
B5

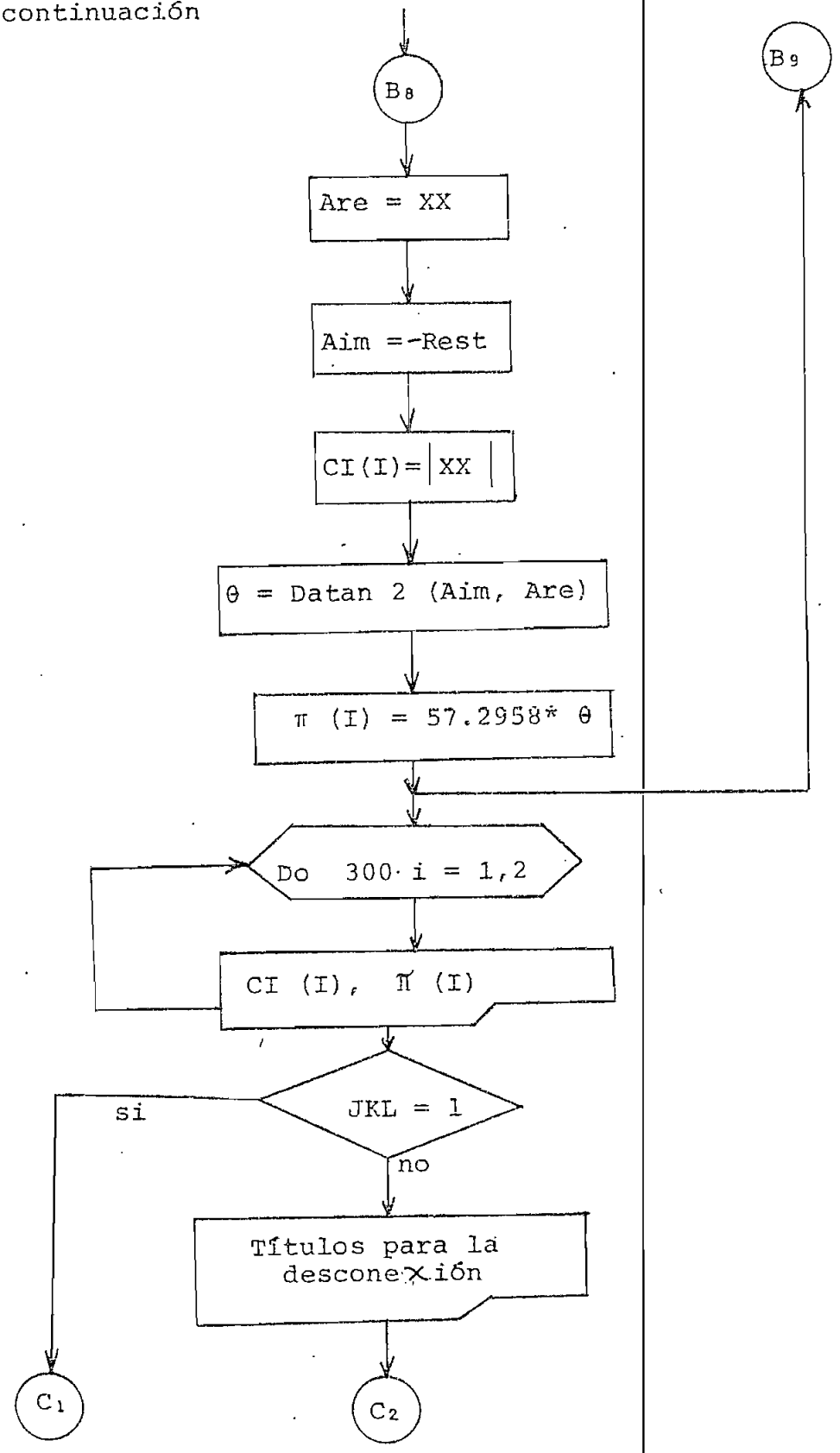
... continuación



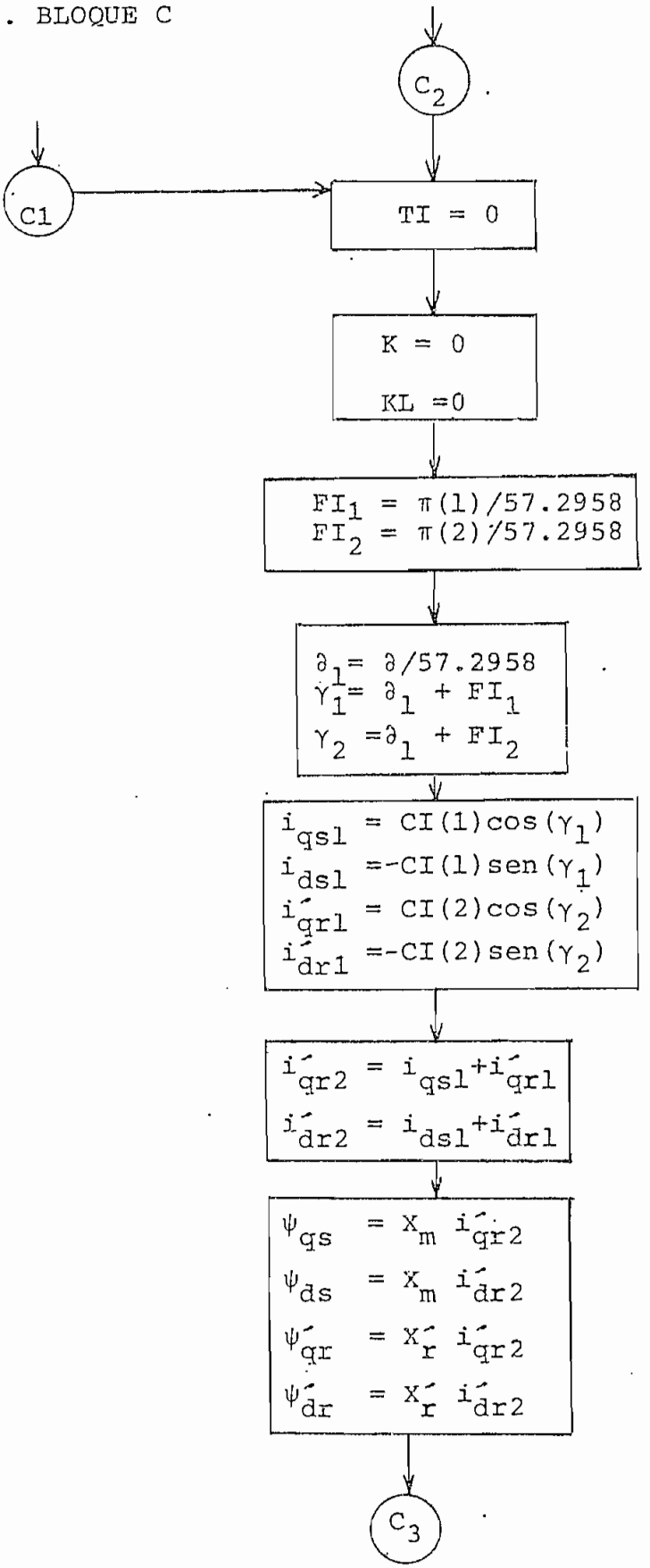
... continuación

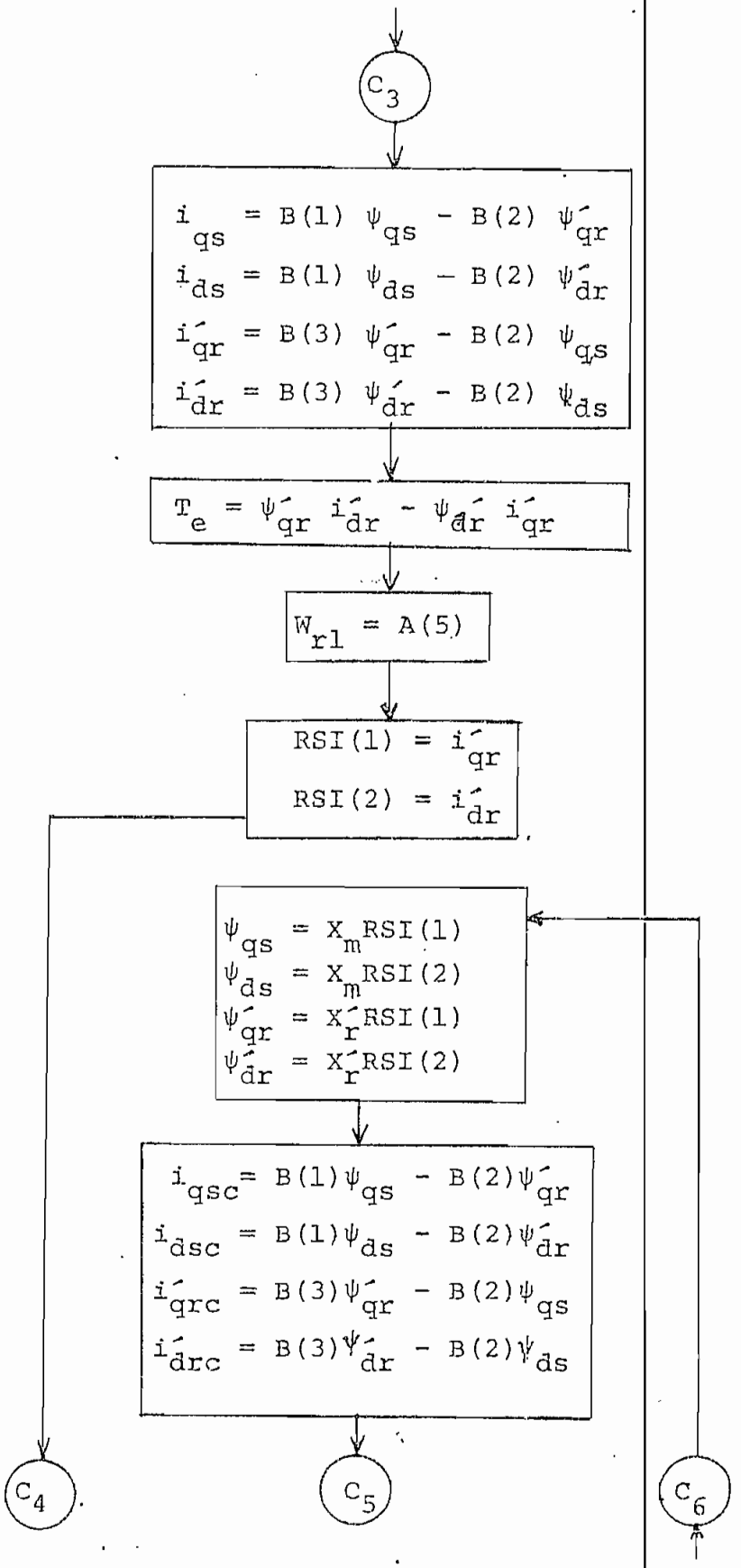


... continuación

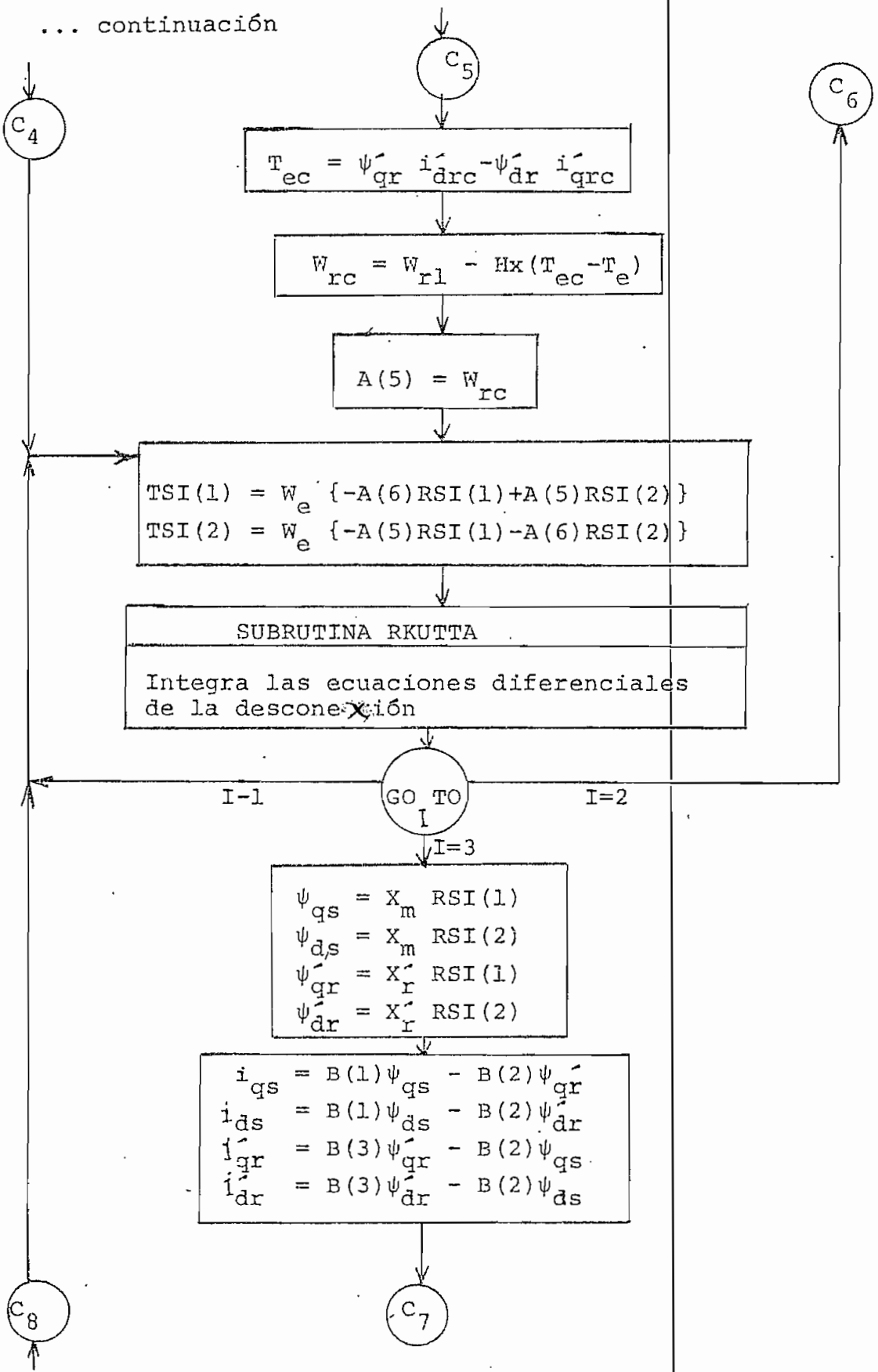


B.4. BLOQUE C

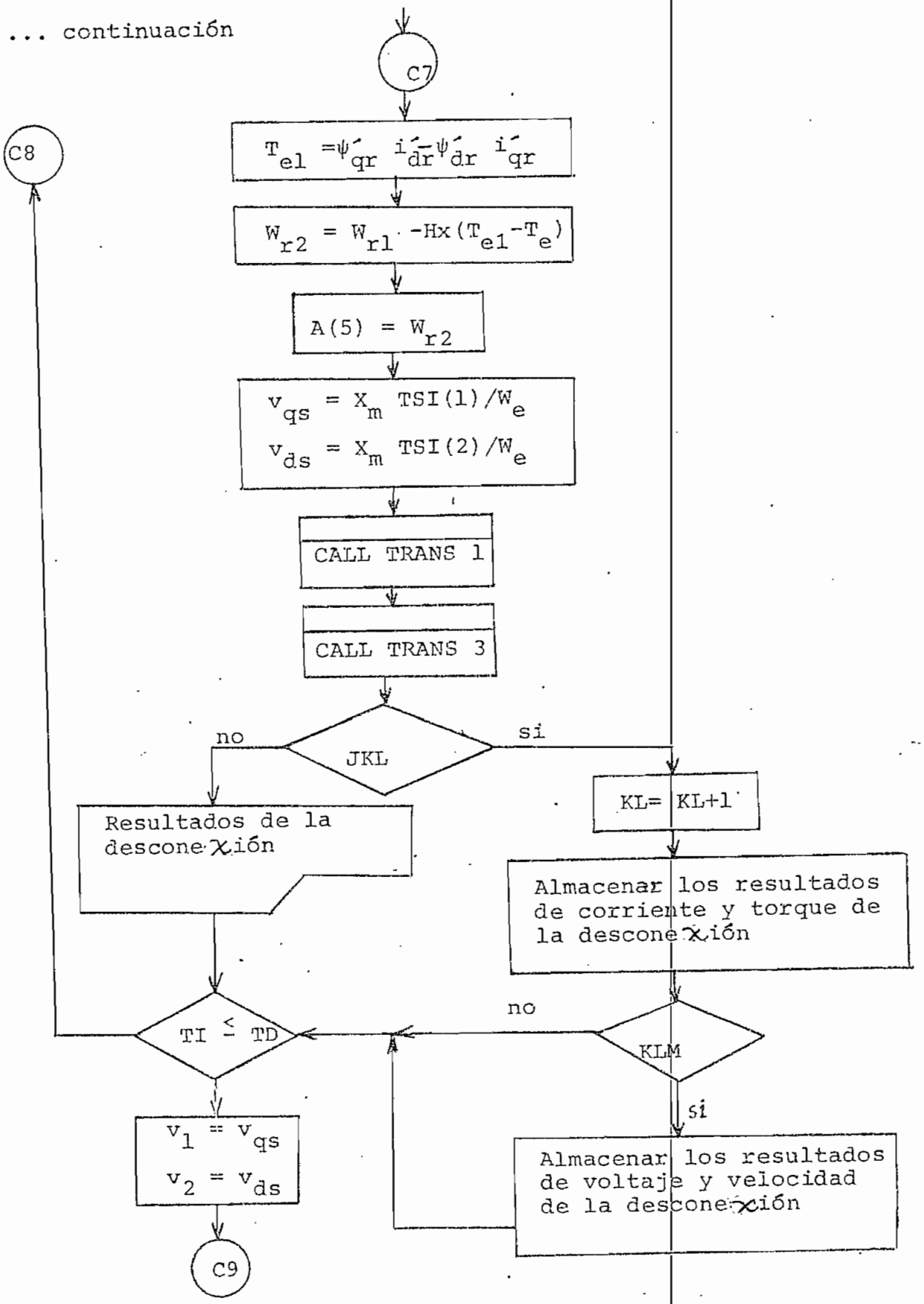

C2
C1
TI = 0
K = 0
KL =0
FI1 = π(1)/57.2958
FI2 = π(2)/57.2958
∂1= ∂/57.2958
γ1= ∂1 + FI1
γ2 =∂1 + FI2
iqs1 = CI(1)cos(γ1)
ids1 =-CI(1)sen(γ1)
i'qr1 = CI(2)cos(γ2)
i'dr1 =-CI(2)sen(γ2)
i'qr2 = iqs1+i'qr1
i'dr2 = ids1+i'dr1
ψqs = Xm i'qr2
ψds = Xm i'dr2
ψ'qr = X'r i'qr2
ψ'dr = X'r i'dr2
C3

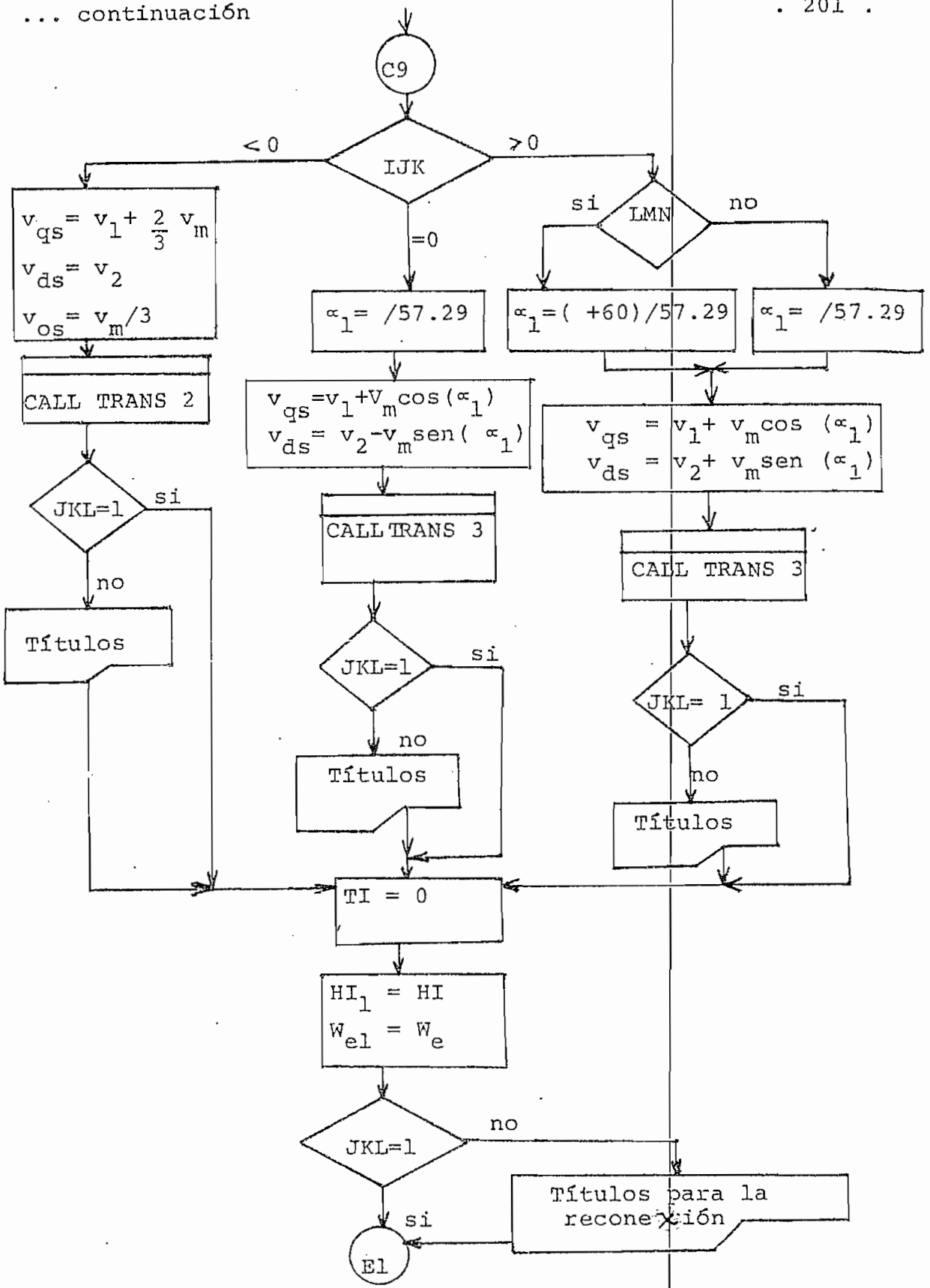

C3
$i_{qs} = B(1)\ \psi_{qs} - B(2)\ \psi'_{qr}$
$i_{ds} = B(1)\ \psi_{ds} - B(2)\ \psi'_{dr}$
$i'_{qr} = B(3)\ \psi'_{qr} - B(2)\ \psi_{qs}$
$i'_{dr} = B(3)\ \psi'_{dr} - B(2)\ \psi_{ds}$
$T_e = \psi'_{qr}\ i'_{dr} - \psi'_{dr}\ i'_{qr}$
$W_{rl} = A(5)$
RSI(1) = i'_{qr}
RSI(2) = i'_{dr}
$\psi_{qs} = X_m RSI(1)$
$\psi_{ds} = X_m RSI(2)$
$\psi'_{qr} = X'_r RSI(1)$
$\psi'_{dr} = X'_r RSI(2)$
$i_{qsc} = B(1)\psi_{qs} - B(2)\psi'_{qr}$
$i_{dsc} = B(1)\psi_{ds} - B(2)\psi'_{dr}$
$i'_{qrc} = B(3)\psi'_{qr} - B(2)\psi_{qs}$
$i'_{drc} = B(3)\psi'_{dr} - B(2)\psi_{ds}$
C4
C5
C6

... continuación

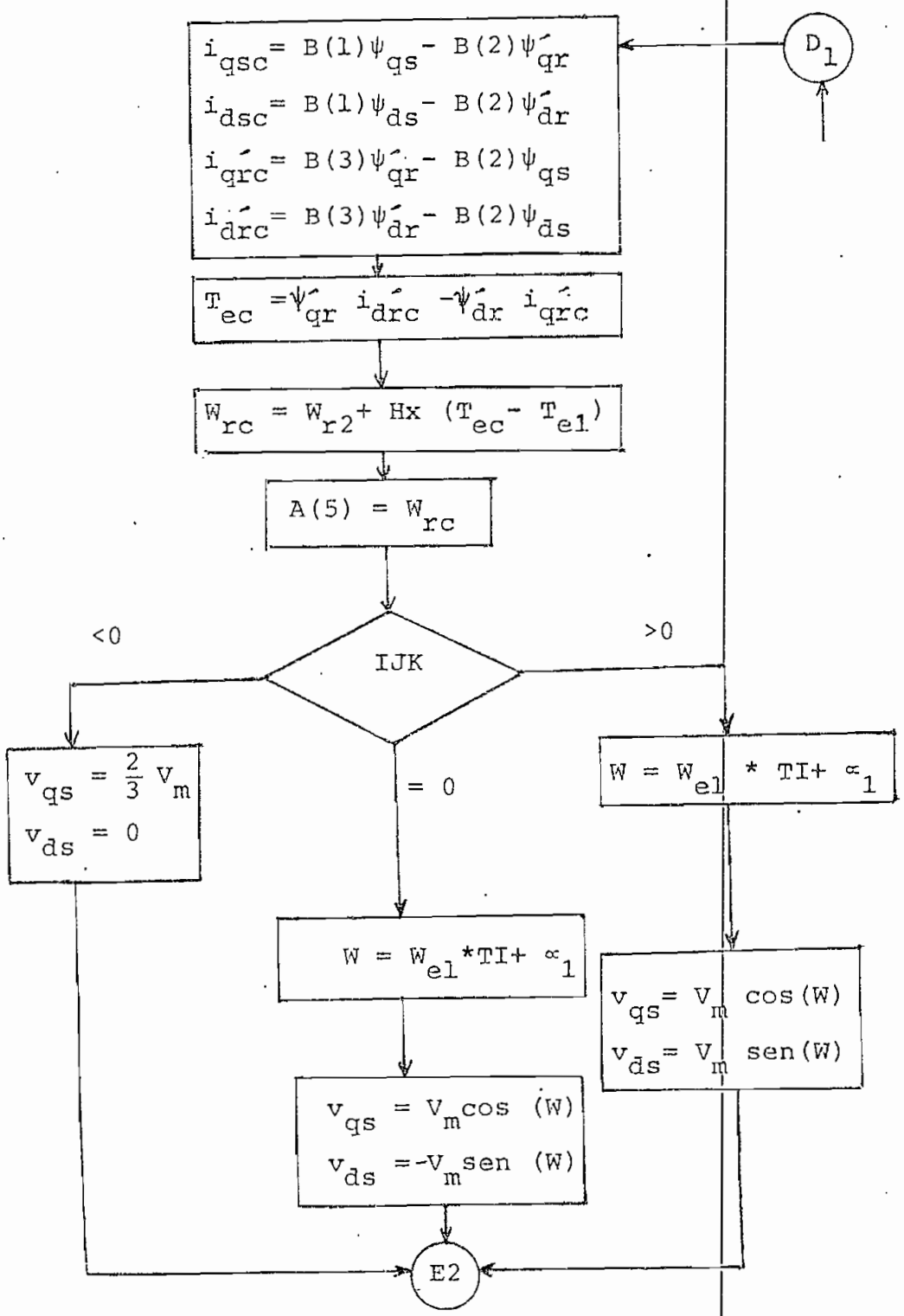


... continuación

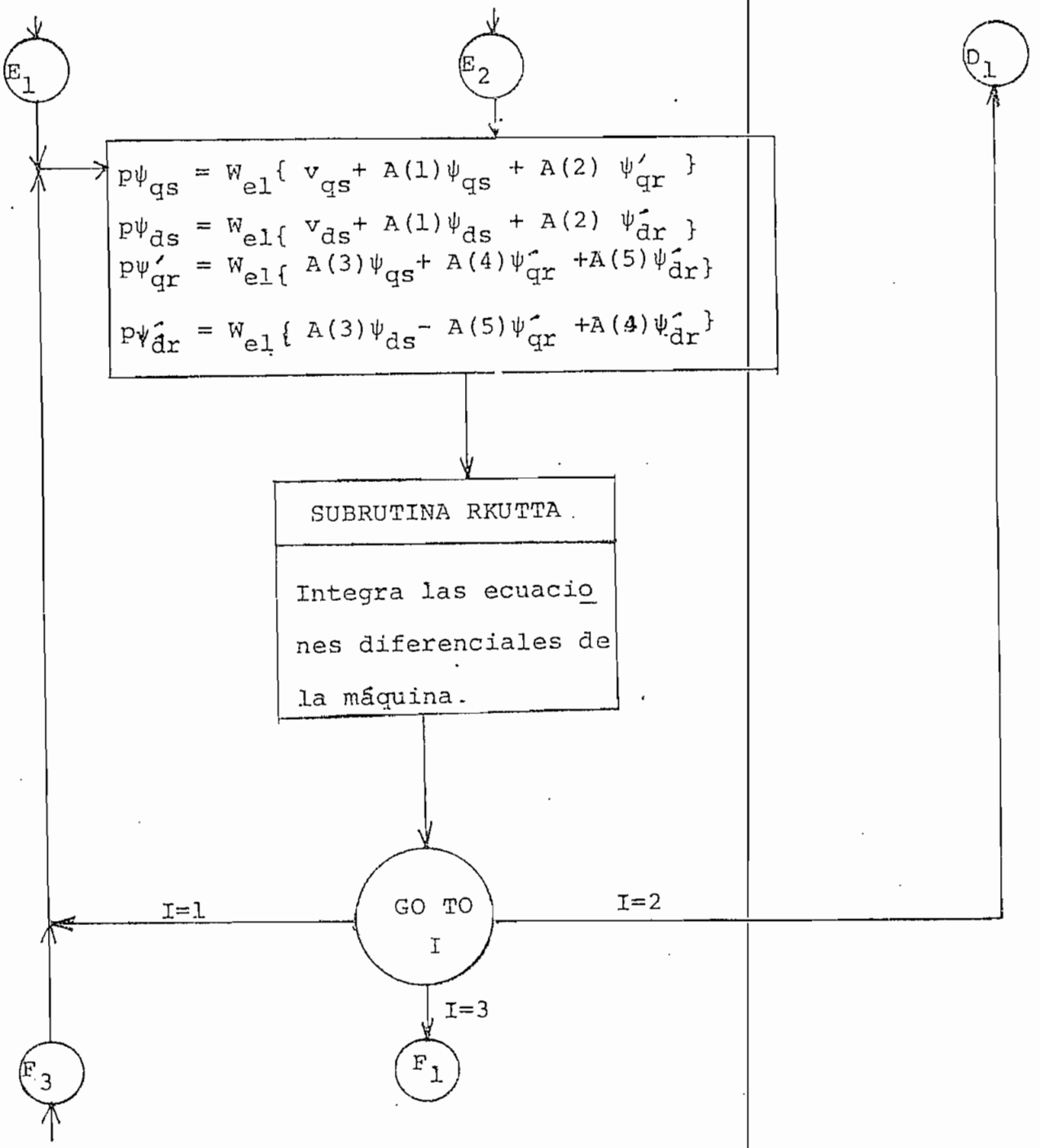



C9
IJK
< 0
=0
> 0
$v_{qs} = v_1 + \frac{2}{3} v_m$
$v_{ds} = v_2$
$v_{os} = v_m/3$
CALL TRANS 2
JKL=1
si
no
Títulos
$\alpha_1 = /57.29$
$v_{qs} = v_1 + V_m \cos(\alpha_1)$
$v_{ds} = v_2 - v_m \text{sen}(\alpha_1)$
CALL TRANS 3
JKL=1
si
no
Títulos
si
LMN
no
$\alpha_1 = (+60)/57.29$
$\alpha_1 = /57.29$
$v_{qs} = v_1 + v_m \cos(\alpha_1)$
$v_{ds} = v_2 + v_m \text{sen}(\alpha_1)$
CALL TRANS 3
JKL= 1
si
no
Títulos
TI = 0
$HI_1 = HI$
$W_{el} = W_e$
JKL=1
no
si
Títulos para la reconexión
El

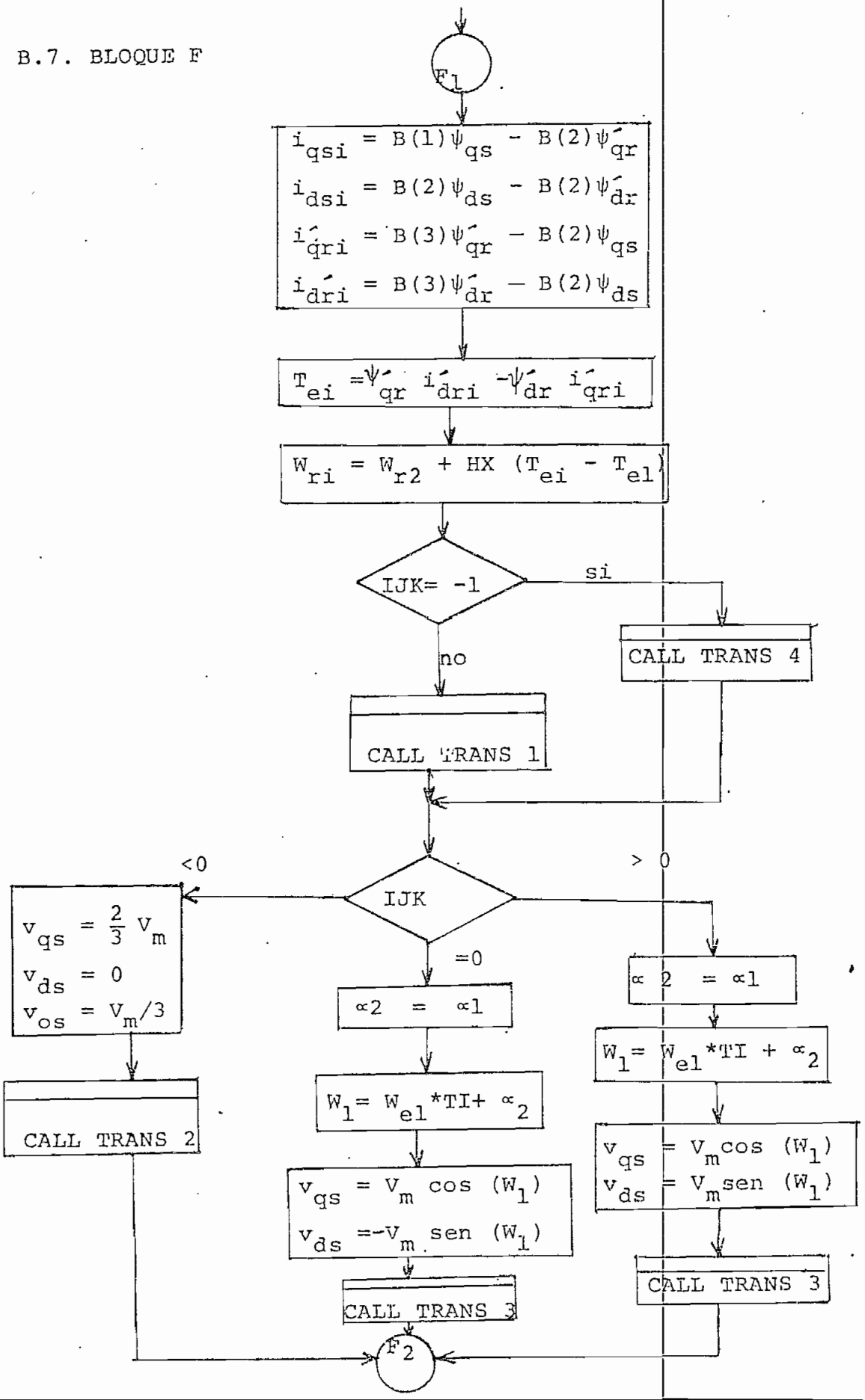
B.5. Bloque D


$i_{qsc} = B(1)\psi_{qs} - B(2)\psi'_{qr}$
$i_{dsc} = B(1)\psi_{ds} - B(2)\psi'_{dr}$
$i_{qrc} = B(3)\psi'_{qr} - B(2)\psi_{qs}$
$i_{drc} = B(3)\psi'_{dr} - B(2)\psi_{ds}$
$T_{ec} = \psi'_{qr}\, i_{drc} - \psi'_{dr}\, i_{qrc}$
$W_{rc} = W_{r2} + Hx\ (T_{ec} - T_{e1})$
A(5) = W_{rc}
IJK
<0
=0
>0
$v_{qs} = \frac{2}{3} V_m$
$v_{ds} = 0$
$W = W_{el} * TI + \alpha_1$
$v_{qs} = V_m \cos(W)$
$v_{ds} = V_m \text{ sen}(W)$
$v_{qs} = V_m \cos(W)$
$v_{ds} = -V_m \text{ sen}(W)$
D_1
E2

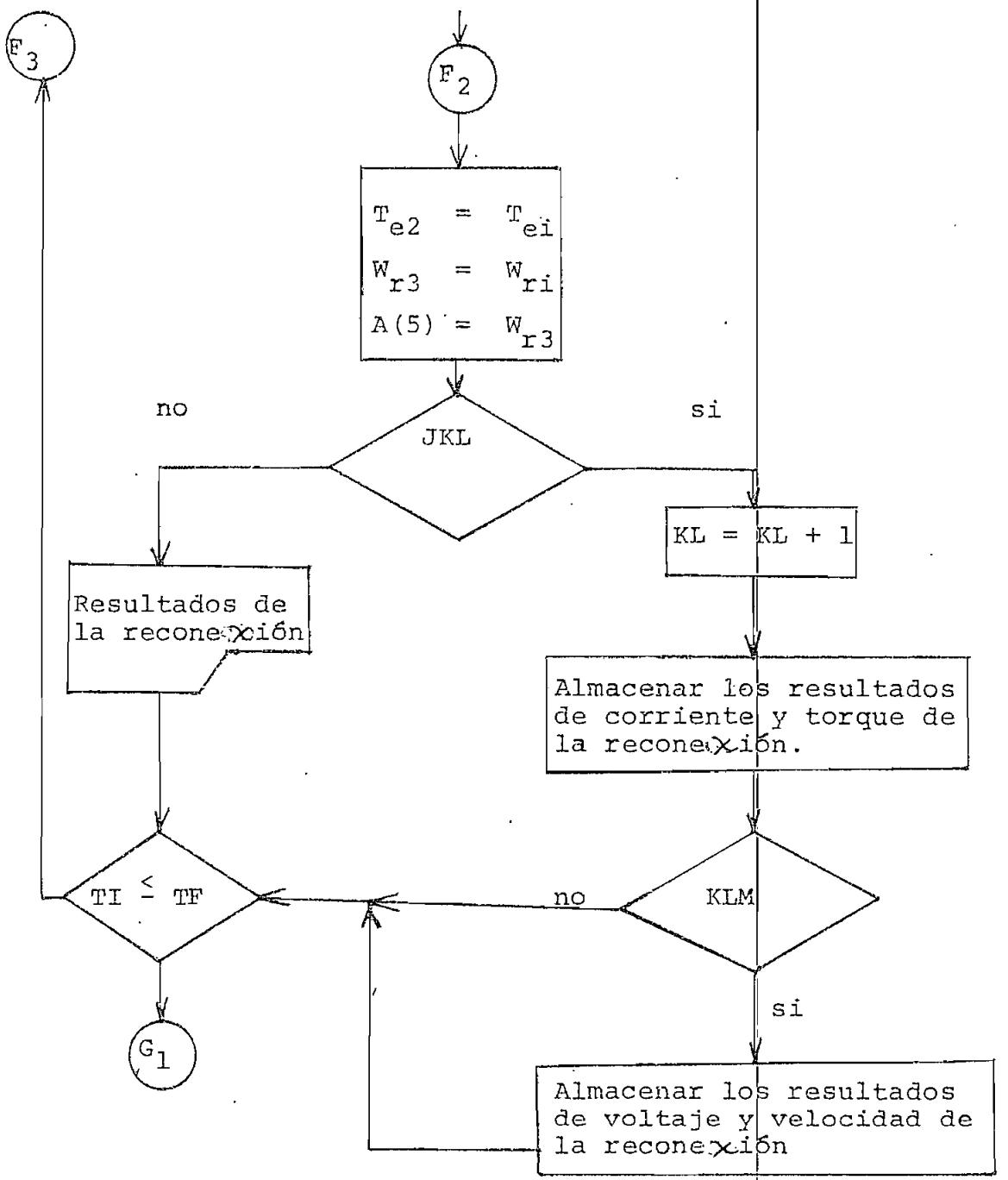
B.6. BLOQUE E


E1
E2
D1
$p\psi_{qs} = W_{el}\{ v_{qs} + A(1)\psi_{qs} + A(2)\psi'_{qr} \}$
$p\psi_{ds} = W_{el}\{ v_{ds} + A(1)\psi_{ds} + A(2)\psi'_{dr} \}$
$p\psi'_{qr} = W_{el}\{ A(3)\psi_{qs} + A(4)\psi'_{qr} + A(5)\psi'_{dr} \}$
$p\psi'_{dr} = W_{el}\{ A(3)\psi_{ds} - A(5)\psi'_{qr} + A(4)\psi'_{dr} \}$
SUBRUTINA RKUTTA
Integra las ecuaciones diferenciales de la máquina.
GO TO I
I=1
I=2
I=3
F3
F1

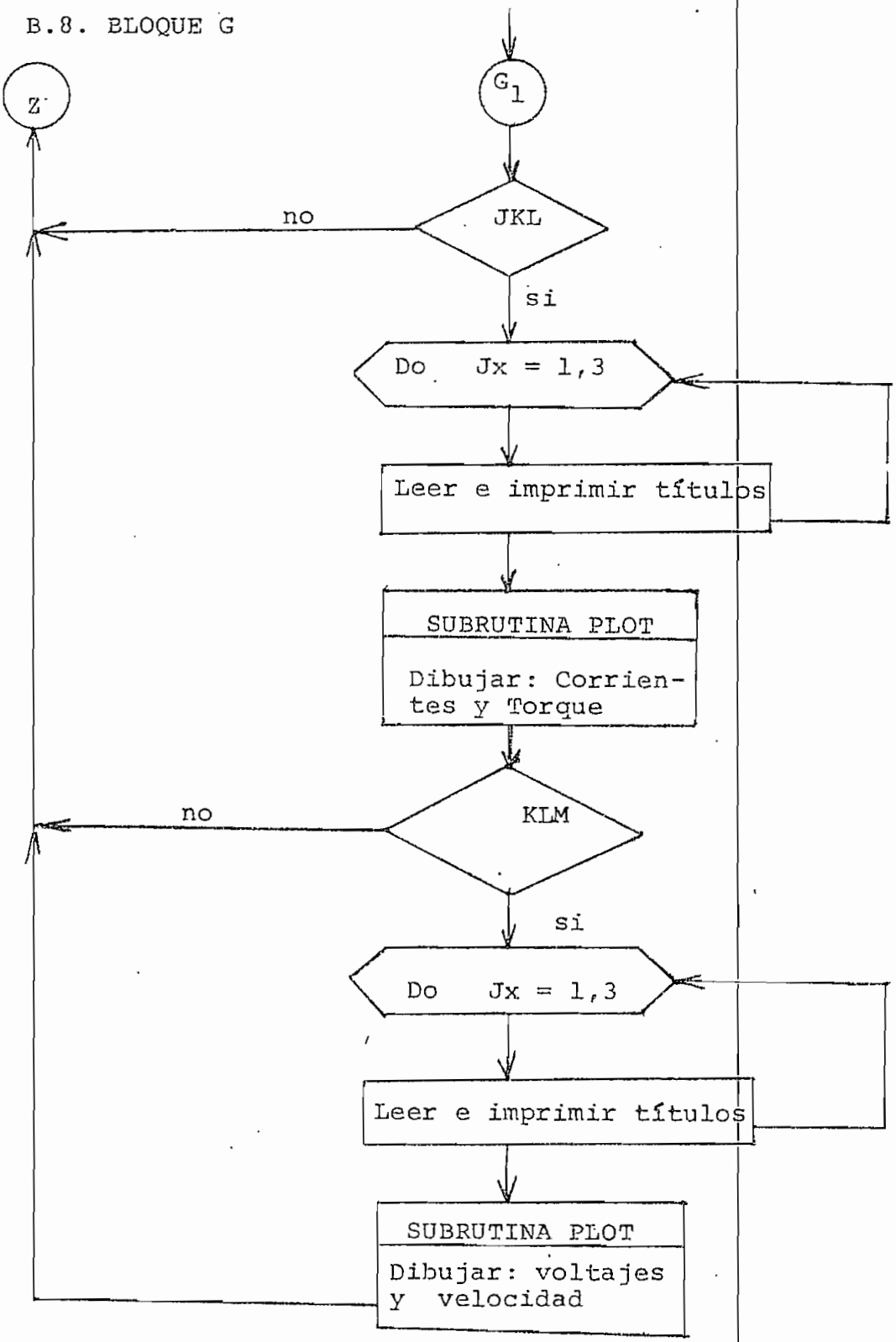
B.7. BLOQUE F


F1
$i_{qsi} = B(1)\psi_{qs} - B(2)\psi'_{qr}$
$i_{dsi} = B(2)\psi_{ds} - B(2)\psi'_{dr}$
$i'_{qri} = B(3)\psi'_{qr} - B(2)\psi_{qs}$
$i'_{dri} = B(3)\psi'_{dr} - B(2)\psi_{ds}$
$T_{ei} = \psi'_{qr}\, i'_{dri} - \psi'_{dr}\, i'_{qri}$
$W_{ri} = W_{r2} + HX\ (T_{ei} - T_{el})$
IJK= -1
si
no
CALL TRANS 4
CALL TRANS 1
IJK
<0
=0
> 0
$v_{qs} = \frac{2}{3} V_m$
$v_{ds} = 0$
$v_{os} = V_m/3$
CALL TRANS 2
$\alpha 2 = \alpha 1$
$W_1 = W_{el} * TI + \alpha_2$
$v_{qs} = V_m \cos(W_1)$
$v_{ds} = -V_m \operatorname{sen}(W_1)$
CALL TRANS 3
$\alpha 2 = \alpha 1$
$W_1 = W_{el} * TI + \alpha_2$
$v_{qs} = V_m \cos(W_1)$
$v_{ds} = V_m \operatorname{sen}(W_1)$
CALL TRANS 3
F2

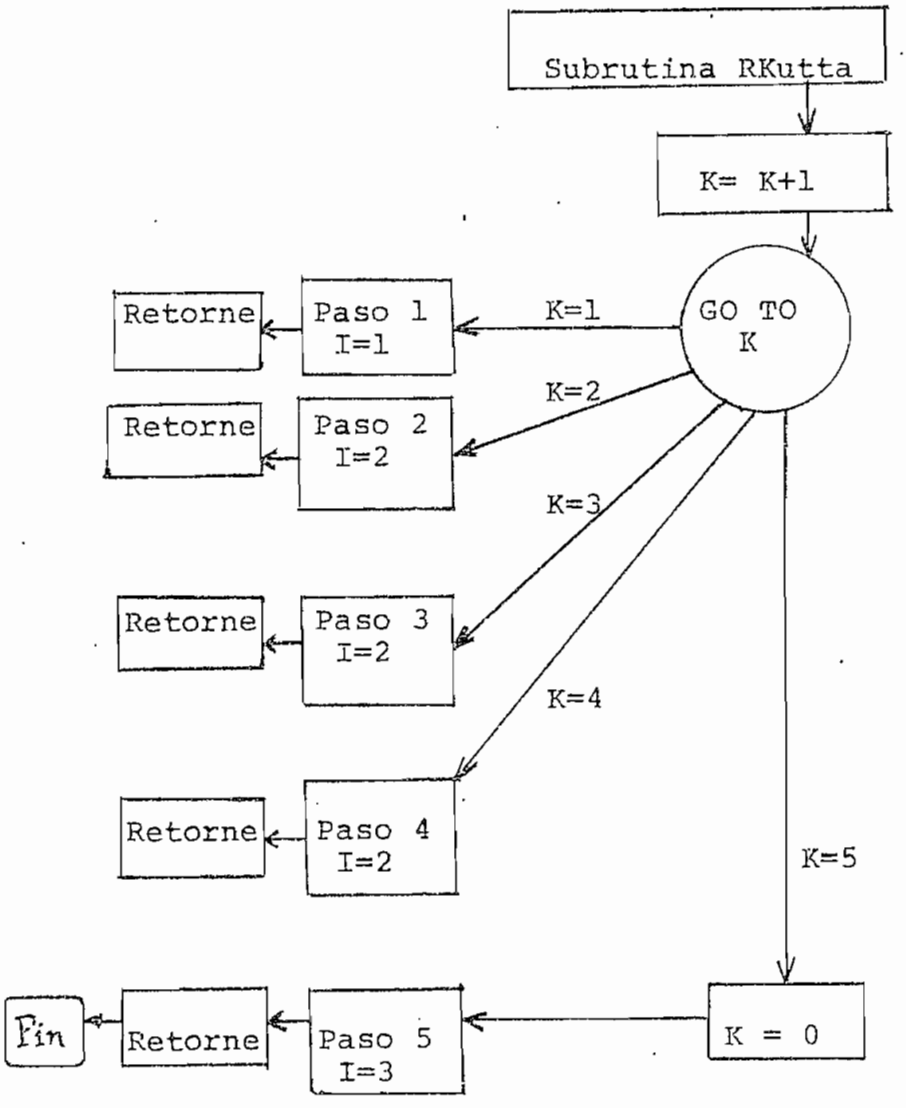
... continuación



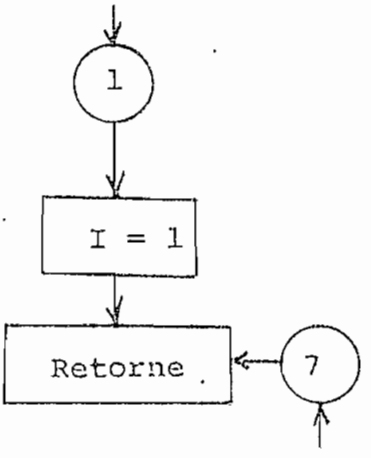
B.8. BLOQUE G


Z
G1
JKL
no
si
Do Jx = 1,3
Leer e imprimir títulos
SUBRUTINA PLOT
Dibujar: Corrientes y Torque
KLM
no
si
Do Jx = 1,3
Leer e imprimir títulos
SUBRUTINA PLOT
Dibujar: voltajes y velocidad

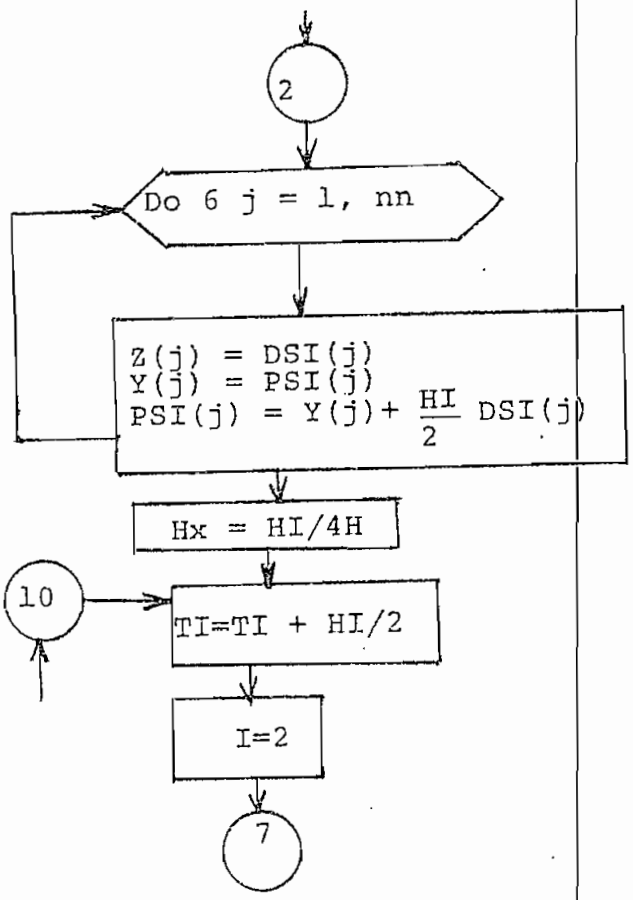
B.9 SUBRUTINA RKUTTA



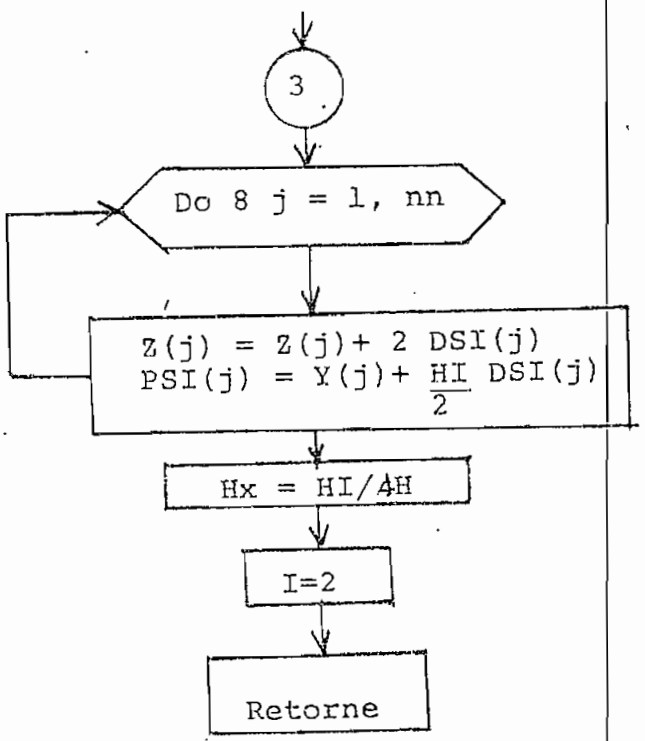
Paso 1



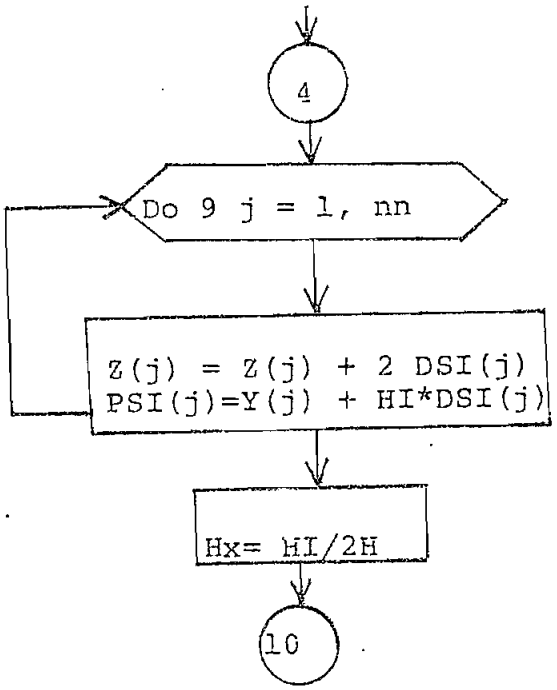
Paso 2


2
Do 6 j = 1, nn
Z(j) = DSI(j)
Y(j) = PSI(j)
PSI(j) = Y(j)+ HI/2 DSI(j)
Hx = HI/4H
10
TI=TI + HI/2
I=2
7

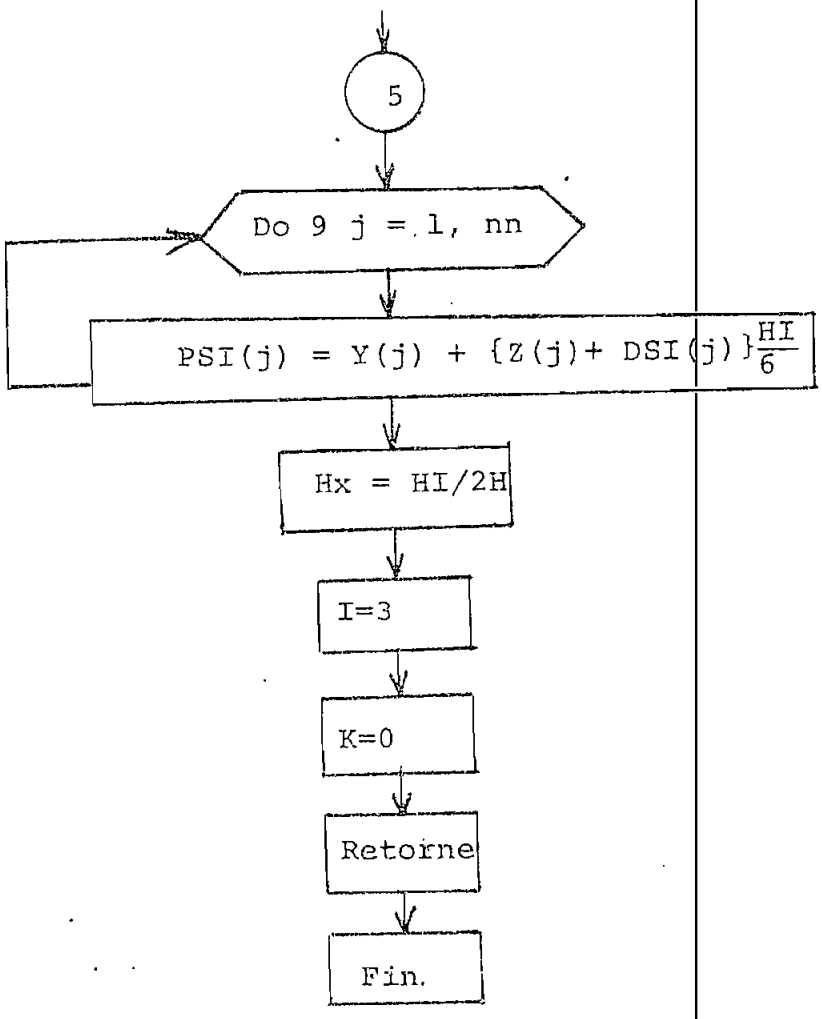
Paso 3


3
Do 8 j = 1, nn
Z(j) = Z(j)+ 2 DSI(j)
PSI(j) = Y(j)+ HI/2 DSI(j)
Hx = HI/4H
I=2
Retorne

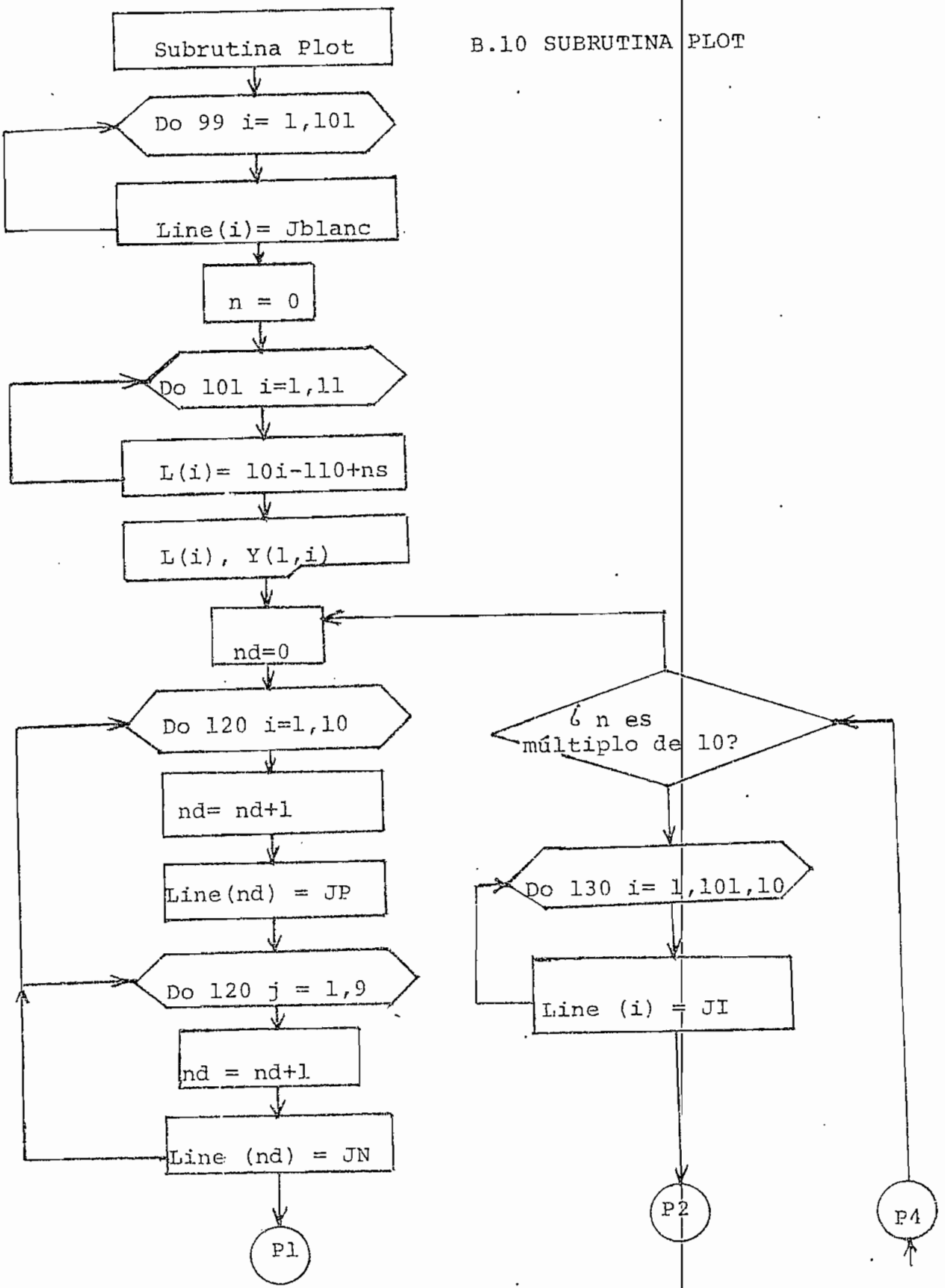
Paso 4


4
Do 9 j = 1, nn
Z(j) = Z(j) + 2 DSI(j)
PSI(j)=Y(j) + HI*DSI(j)
Hx= HI/2H
10

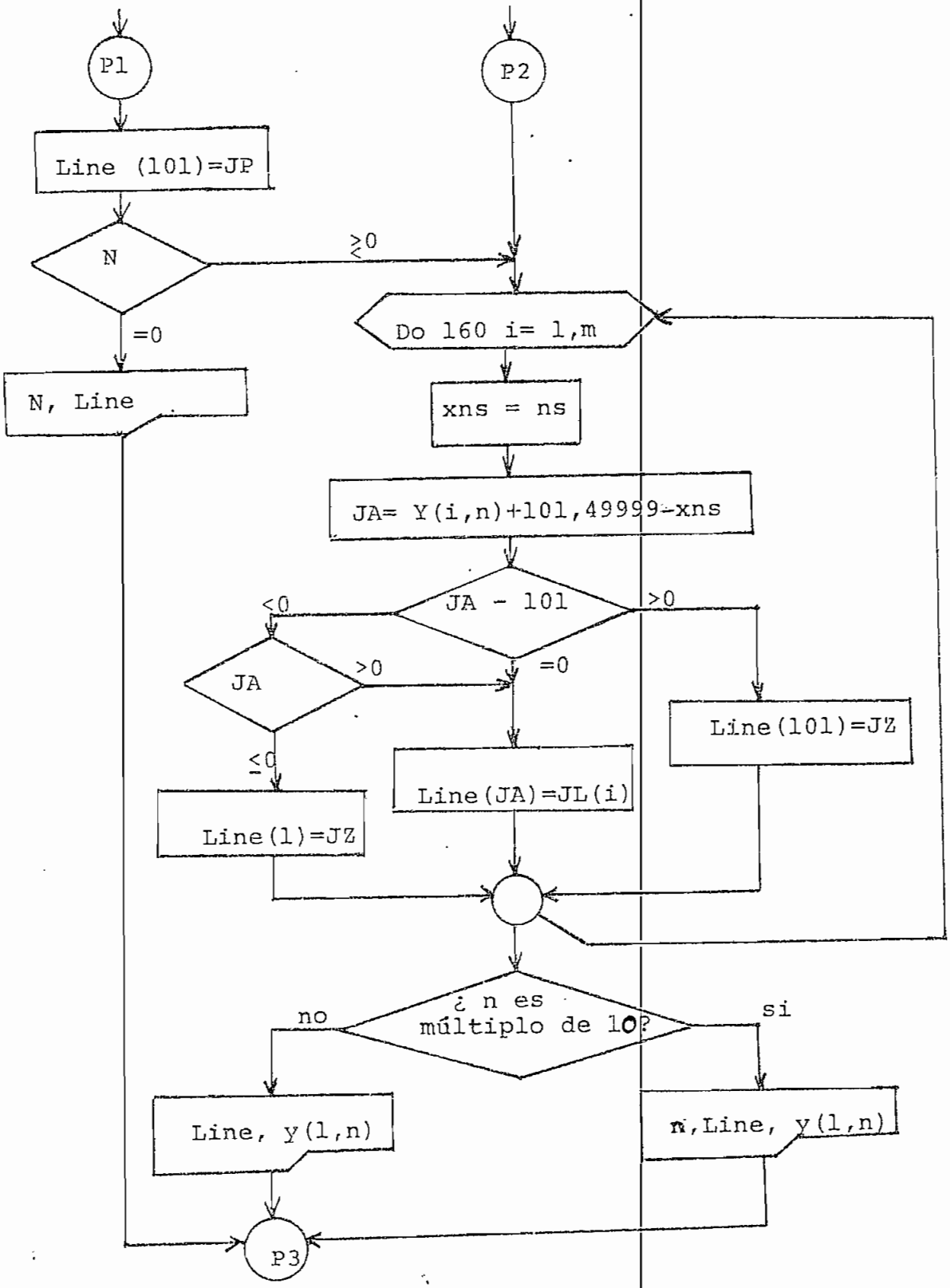
Paso 5


5
Do 9 j = 1, nn
PSI(j) = Y(j) + {Z(j)+ DSI(j)}HI/6
Hx = HI/2H
I=3
K=0
Retorne
Fin.

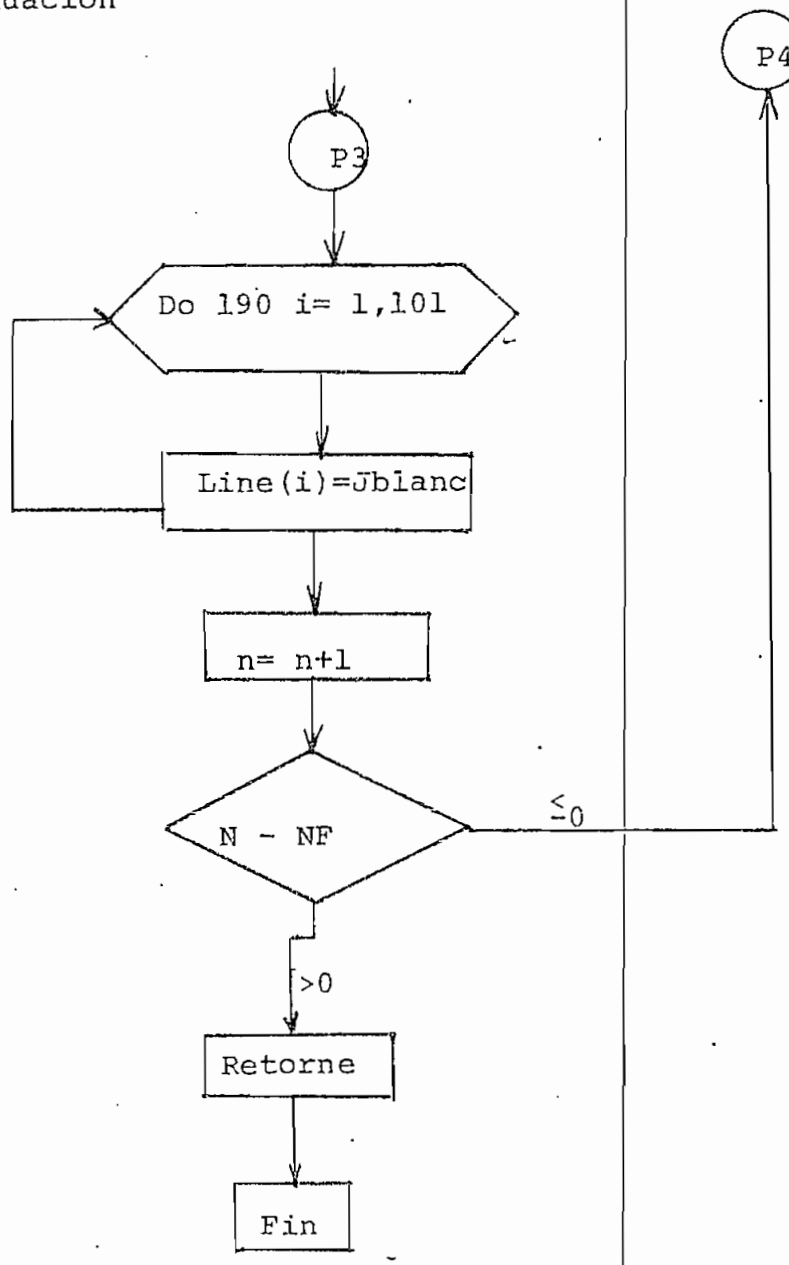
B.10 SUBRUTINA PLOT



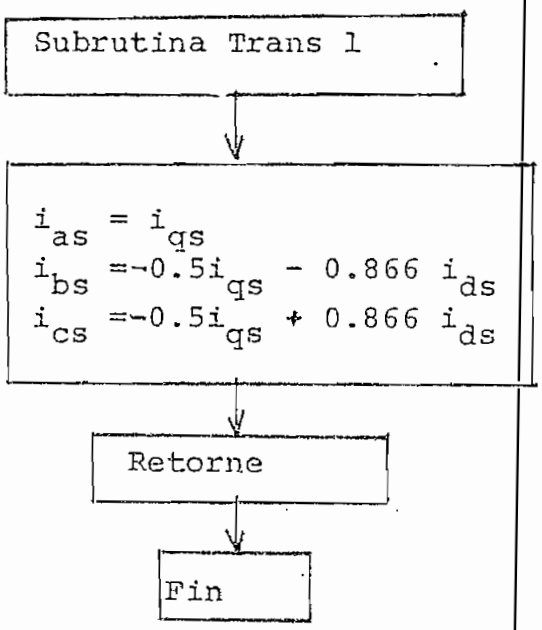
... continuación



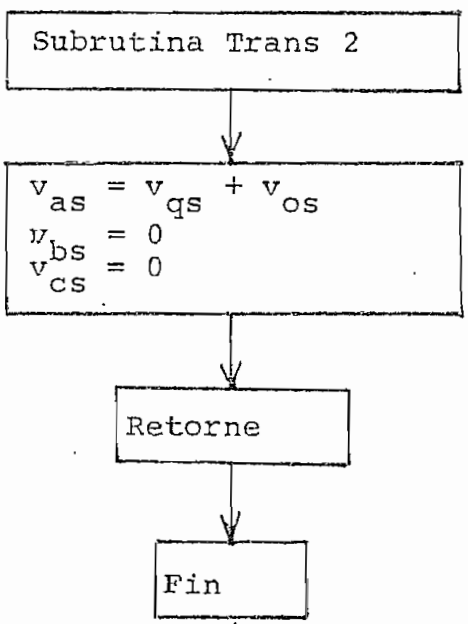
... continuación



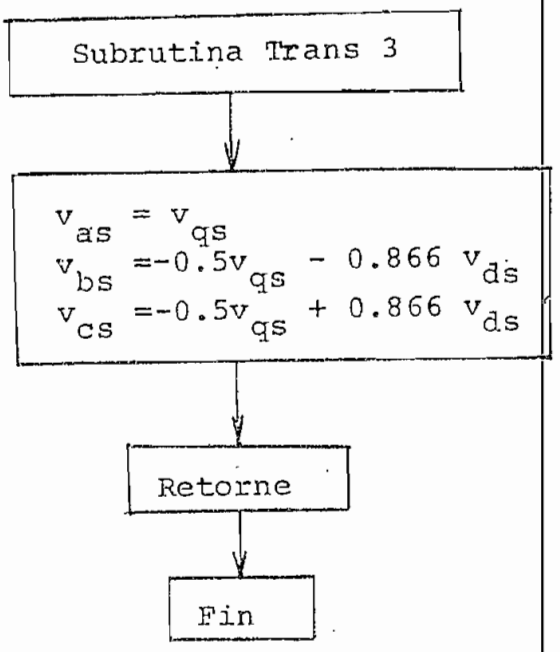
B.11 Subrutina Trans 1



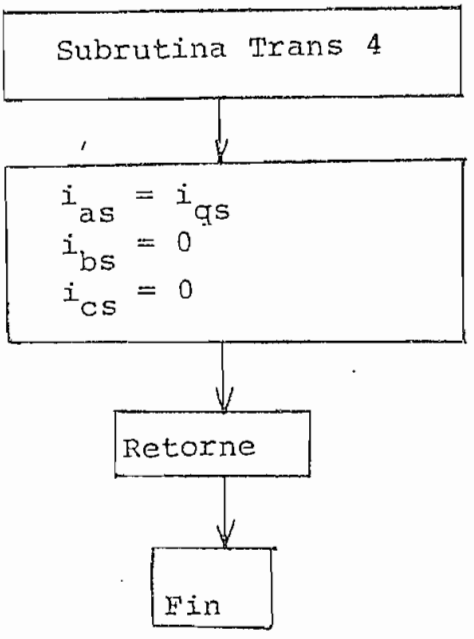
B.12 Sub rutina Trans 2



B.13 Subrutina Trans 3



B.14 Subrutina Trans 4



A P E N D I C E . C

LISTADO DEL PROGRAMA DIGITAL

```
C     ******************************************************************
C     ******************************************************************

      CALCULO DE LAS CORRIENTES,VOLTAJES,TORQUE Y VELOCIDAD DE LOS
      TRANSITORIOS DE RECONECCION A LA MISMA FUENTE,FRENADO POR INVER-
      SION DE FASES Y FRENADO DINAMICO DEL MOTOR DE INDUCCION TRIFASICO
      INTEGRANDO UN SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE
      PRIMER ORDEN QUE REPRESENTAN EL FUNCIONAMIENTO DE LA MAQUINA POR
      EL METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.

C     ******************************************************************
C     ******************************************************************

      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(6),M(3),CI(2),PHI(2),PSI(4),D I(4),CS(5,500),V(5,500),
     &T(5,500),NOM(20),PSI(2),TPI(2),X(5,500)
      COMPLEX*16 P(2,3),SUMR,Q,XX,SUM
      DATA CS,V,T,X/2500*0.,2500*0.,2500*0.,2500*0.,2500*0.,2500*0./
      DATA N,NN/2,4/

C     **********
C     * BLOQUE A *
C     **********


C     ****************
C     ESCRIBIR TITULOS.
C     ****************

      WRITE(3,1)
    1 FORMAT('1',45X,'ESCUELA POLITECNICA NACIONAL'//15X,28('*')/45X,2H(
     &'*'//15X,28('*')///46X,'FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA'//49X,3H('
     &*'//14X,28('*')/45X,3H('*'///47X,'DEPARTAMENTO DE POTENCIA'//47X,2
     &H('*'//47X,24('*')/47X,24('*')///52X,'TESIS DE GRADO'//52X,14('*')/
     &52X,14('*')///52X,'REALIZADA POR: ANGEL GALVEZ PONTIL
     &'//49X,28X,4H('*'//30X,4H('*')///31X,'DIRECTIVA 1982
     &'//6X,'EL TOMATAZO'//12X,34('*')/12X,34('*')///16X,'T
     &RANSITORIOS EN LA RECONECCION DE MOTORES DE INDUCCION'//,('*')
     &/33X,54('*')/33X,54('*'))

C     ******************************************************************
C     LEER LOS DATOS GENERALES DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN POR UNIDAD
C     ******************************************************************

   50 READ(1,2,END=80)XLS,XLR,XM,RS,RR,VM,H,WR,TD,F1
    2 FORMAT(5F10.0/5F10.0)
      DO 100 I=1,N
      M=M+1
  110 READ(1,5)(P(I,J),J=1,M)
    5 FORMAT(9F10.6)
      READ(1,8)DELTA,ALFA,POLOS
    8 FORMAT(3F10.6)
      READ(1,10)MI,TF,CMC,CMV,CMT,CMW
   10 FORMAT(6F10.6)
      READ(1,12)JK,JKL,XLM,LMN
   12 FORMAT(4I4)
      READ(1,44)NVC,NVV,NVT,NVW,MXC,MXV,MXT,MXW,LYC,LYV,LYT,LYW
   44 FORMAT(12I4)

C     ******************************************************************
C     CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES EN
C     POR UNIDAD.
C     ******************************************************************

      WE=6.283185*FD
      WB=WE/(POLOS/2.)
      XRB=RR*WB
      XMB=1./(1./XM+1./XLS+1./XLR)
      A(1)=RS*(XMB+XLS)/(WB*XLS*XLR)
```

```
0030          A(5)=WR/WO
0031          A(6)=RR/XRP
0032          B(1)=(XLS-XMO)/(XLS**2)
0033          B(2)=XMO/(XLS*XLR)
0034          B(3)=(XLR-XMO)/(XLR**2)
        C
        C     ***********************************************************
        C      IMPRIMIR LOS DATOS GENERALES DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN POR
        C      UNIDAD.
        C     ***********************************************************
        C
0035          WRITE(3,3)
0036        3 FORMAT(1H1,5(/),36X,'PARAMETROS DEL MOTOR DE INDUCCION EN POR UNID
             *AD'/36X,47('-')//)
0037          WRITE(3,4)XLS,XLR,XM,RS,RR,VM,H,WR,TD,FB
0038        4 FORMAT(16X,'XLS = ',F10.6,3X,'XLR = ',F10.6,3X,'XM = ',F10.6,3X,'R
             *S = ',F10.6,3X,'RR = ',F10.6//16X,'VM = ',F10.6,3X,'H = ',F10.6,'
             *S.',2X,'WR = ',F7.3,' RAD./S.',2X,'TD = ',F5.3,' S.',2X,'FB = ',F5
             *.2,' HZ.')
0039          WRITE(3,6)
0040        6 FORMAT(3(/),37X,'PARAMETROS DE LA MATRIZ COMPLEJA EN POR UNIDAD'/3
             *7X,46('-')//)
0041          DO 200 I=1,N
0042          M=N+1
0043          DO 200 J=1,M
0044      200 WRITE(3,7)I,J,P(I,J)
0045        7 FORMAT(44X,'P(',I1,',',I1,') = ','(',F10.6,',',F10.6,')')
0046          WRITE(3,9)DELTA,ALFA,POLOS
0047        9 FORMAT(///21X,'DELTA = ',F7.2,' GRADOS',10X,'ALFA = ',F7.2,' GRADO
             *S',10X,'POLOS = ',F7.2//)
0048          WRITE(3,11)HI,TF,CMC,CMV,CMT,CMW
0049       11 FORMAT(19X,'PASO DE INTEGRACION = ',F10.5,' SEGUNDOS',10X,'TIEMPO
             *FINAL = ',F10.5,' SEGUNDOS'///33X,'CONSTANTES DE MULTIPLICACION PA
             *RA GRAFICAR RESULTADOS'/33X,53('-')//,23X,'CMC = ',F5.2,10X,'CMV =
             * ',F5.2,10X,'CMT = ',F5.1,10X,'CMW = ',F5.2///)
0050          WRITE(3,13)
0051       13 FORMAT(43X,'LISTA DE INDICADORES DEL PROGRAMA'/43X,33('-')//)
0052          WRITE(3,14)IJK,JKL,KLM,LMN
0053       14 FORMAT(29X,'IJK = ',I2,10X,'JKL = ',I2,10X,'KLM = ',I2,10X,'LMN =
             *',I2,///)
0054          WRITE(3,55)NVC,NVV,NVT,NVW,MXC,MXV,MXT,MXW,LYC,LYV,LYT,LYW
0055       55 FORMAT(50X,'NUMERO DE VARIABLES'/50X,19('-')//,29X,'NVC = ',I2,10X
             *,'NVV = ',I2,10X,'NVT = ',I2,10X,'NVW = ',I2///5X,'ESCALA DE ABSC
             *ISAS'/51X,18('-')//,25X,'MXC = ',I4,10X,'MXV = ',I4,10X,'MXT = ',I
             *4,10X,'MXW = ',I4///50X,'ESCALA DE ORDENADAS'/50X,19('-')//,27X,'L
             *YC = ',I3,10X,'LYV = ',I3,10X,'LYT = ',I3,10X,'LYW = ',I3///)
        C
        C     ************
        C     * BLOQUE B *
        C     ************
        C
        C     ***********************************************************
        C      CALCULAR LAS CORRIENTES DE REGIMEN PERMANENTE UTILIZANDO EL METO-
        C      DO DE ELIMINACION DE GAUSS.
        C     ***********************************************************
        C
0056          SUM=(0.,1.)
        C
        C     ***********************************************************
        C      CHEQUEAR EL ELEMENTO DE LA DIAGONAL,SI ES CERO,CAMBIAR FILAS.
        C     ***********************************************************
        C
0057          M=N+1
0058          DO 15 I=2,N
0059          DO 15 J=I,N
0060          E=CDABS(P(I-1,I-1))
0061          IF(E)16,17,16
0062       17 K=I-1
0063          MC=0
0064          MO=N-I+1
0065          DO 18 L=I,N
0066          E=CDABS(P(L,K))
0067          IF(E)19,20,19
0068       20 MC=MC+1
0069          GO TO 18
0070       19 DO 21 K1=K,M
0071          TEMP=P(L,K1)
0072          P(L,K1)=P(K,K1)
```

```
0075          IF(M8-MC)22,22,16
        C
        C     ***********************************
        C      CALCULAR EL FACTOR DE ELIMINACION.
        C     ***********************************
        C
0076       16 Q=P(J,I-1)/P(I-1,I-1)
0077          I1=I-1
0078          DO 15 K2=I1,M
        C
        C     ***********************************************************************
        C      CALCULAR LOS NUEVOS COEFICIENTES DE LA MATRIZ COMPLEJA PARA TRANS
        C      FORMARLA EN UNA MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR.
        C     ***********************************************************************
0079       15 P(J,K2)=P(J,K2)-Q*P(I-1,K2)
0080          DO 23 I=2,N
0081          K=N-I+2
0082          E=CDABS(P(K,K))
0083          IF(E.EQ.0.)GO TO 22
        C
        C     ***************************
        C      CALCULAR EL VALOR DE XN.
        C     ***************************
        C
0084          Q=P(K,M)/P(K,K)
0085          DO 23 J=I,N
0086          M2=N-J+1
        C
        C     ***********************************************************************
        C      CALCULAR LOS NUEVOS VALORES DE LA DIAGONAL DE LA MATRIZ TRIANGU-
        C      LAR SUPERIOR COMPLEJA.
        C     ***********************************************************************
        C
0087       23 P(M2,M)=P(M2,M)-Q*P(M2,K)
        C
        C     ***********************************************************************
        C      SUSTITUIR Y CALCULAR LAS CORRIENTES DEL ESTATOR Y DEL ROTOR PARA
        C      REGIMEN PERMANENTE.
        C     ***********************************************************************
        C
0088          DO 25 I=1,N
0089          XX=P(I,M)/P(I,I)
0090          REST=XX*SUM
0091          ARE=XX
0092          AIM=-REST
0093          CI(I)=CDABS(XX)
0094          THETA=DATAN2(AIM,ARE)
0095          PHI(I)=57.2958*THETA
0096       25 CONTINUE
        C
        C     ***********************************************************************
        C      ESCRIBIR LOS RESULTADOS DE LAS CORRIENTES PARA REGIMEN PERMANENTE
        C      Y LOS ANGULOS DE DEFASAJE EN GRADOS.
        C     ***********************************************************************
        C
0097          WRITE(3,24)
0098       24 FORMAT(35X,'CORRIENTES DE REGIMEN PERMANENTE Y ANGULOS DE FASE'/35
             *X,50('-')///)
0099          DO 300 I=1,2
0100      300 WRITE(3,26)I,CI(I),I,PHI(I)
0101       26 FORMAT(33X,'CI('.I1,') = ',F10.5,10X,'PHI('.I1,') = ',F10.5,' GRAD
             *OS'///)
0102          IF(JKL.EQ.1)GO TO 27
0103          WRITE(3,70)
0104       70 FORMAT(///47X,'DESCONECCION DE LA FUENTE'/47X,25('-')///)
0105          WRITE(3,38)
0106       38 FORMAT(50X,'TABLA DE RESULTADOS'/50X,19('-')///)
0107          WRITE(3,39)
0108       39 FORMAT(5X,'T',8X,'IAS',12X,'IBS',12X,'ICS',12X,'VAS',12X,'VBS',12X
             *,'VCS',13X,'TE',13X,'WP'///)
0109          GO TO 27
0110       22 WRITE(3,28)
0111       28 FORMAT(48X,'LA MATRIZ P(I,J) ES SINGULAR'/48X,28('-')///)
0112          GO TO 58
        C
        C     ************
        C     = BLOQUE C *
        C     ************
        C
```

```
C
C     ********************************************************************
C      CALCULO DEL DECAIMIENTO DE LAS CORRIENTES PERMANENTES DEL ROTOR Y
C      VOLTAJES DEL ESTATOR SIGUIENTES A LA DESCONECCION DE LA RED POR
C      EL METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.
C     ********************************************************************
C
  27  TI=0.
      K=0
      KL=0
      FI1=PHI(1)/57.2958
      FI2=PHI(2)/57.2958
      DELTA1=DELTA/57.2958
      GAMMA1=DELTA1+FI1
      GAMMA2=DELTA1+FI2
      CIQS=CI(1)*DCOS(GAMMA1)
      CIDS=-CI(1)*DSIN(GAMMA1)
      CIQR=CI(2)*DCOS(GAMMA2)
      CIDR=-CI(2)*DSIN(GAMMA2)
C
C     ********************************************************************
C      CALCULO DE LAS CONDICIONES INICIALES EN LA DESCONECCION.
C     ********************************************************************
C
      BIQR=CIQS*CIQR
      BIDR=CIDS*CIDR
      PSI(1)=XM*BIQR
      PSI(2)=XM*BIDR
      PSI(3)=XRR*BIQR
      PSI(4)=XRR*BIDR
      AIQS=B(1)*PSI(1)-B(2)*PSI(3)
      AIDS=B(1)*PSI(2)-B(2)*PSI(4)
      AIQR=B(3)*PSI(3)-B(2)*PSI(1)
      AIDR=B(3)*PSI(4)-B(2)*PSI(2)
      TE=PSI(3)*AIQR-PSI(4)*AIQR
      WR1=A(5)
      RSI(1)=AIQR
      RSI(2)=AIDR
      GO TO 400
C
C     ********************************************************************
C      CORRECCION DE LAS VARIABLES EN LA DESCONECCION.
C     ********************************************************************
C
 500  PSI(1)=XM*RSI(1)
      PSI(2)=XM*PSI(2)
      PSI(3)=XRR*PSI(1)
      PSI(4)=XRR*PSI(2)
      AIQSC=B(1)*PSI(1)-B(2)*PSI(3)
      AIDSC=B(1)*PSI(2)-B(2)*PSI(4)
      AIQRC=B(3)*PSI(3)-B(2)*PSI(1)
      AIDRC=B(3)*PSI(4)-B(2)*PSI(2)
      TEC=PSI(3)*AIDRC-PSI(4)*AIQRC
      WRC=WR1-HX*(TEC-TE)
      A(5)=WRC
C
C     ********************************************************************
C      DERIVAR E INTEGRAR LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE LA DESCONEC-
C      CION PARA OBTENER LAS CORRIENTES REMANENTES POR EL METODO DE
C      RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.
C     ********************************************************************
C
 400  TSI(1)=WE*(-A(6)*RSI(1)+A(5)*RSI(2))
      TSI(2)=WE*(-A(5)*RSI(1)-A(6)*RSI(2))
      CALL RKUTTA(N,K,I,RSI,TSI,TI,HI,HX,H)
      GO TO (400,500,600),I
C
C     ********************************************************************
C      CALCULO DE LAS VARIABLES EN CADA PASO INTEGRADO.
C     ********************************************************************
C
 600  PSI(1)=XM*RSI(1)
      PSI(2)=XM*RSI(2)
      PSI(3)=XRR*RSI(1)
      PSI(4)=XRR*RSI(2)
      AIQS=B(1)*PSI(1)-B(2)*PSI(3)
      AIDS=B(1)*PSI(2)-B(2)*PSI(4)
```

```
      WR2=WR1-MX*(TE1-TE)
      A(5)=WR2
      VOS=XM*TSI(1)/WE
      VDS=XM*TSI(2)/WE
      CALL TRANS1(AIOS,AIDS,CIAS,CIBS,CICS)
      CALL TRANS3(VOS,VDS,VAS,VBS,VCS)
      IF(JKL)36,36,37
C
C     ***********************************************************
C      IMPRIMIR O ALMACENAR LOS RESULTADOS DE LA DESCONECCION.
C     ***********************************************************
C
   36 WRITE(3,40)TI,CIAS,CIBS,CICS,VAS,VBS,VCS,TE1,WR2
   40 FORMAT(3X,F5.3,1X,8(E14.6,1X),3X)
      GO TO 130
   37 KL=KL+1
      CS(1,KL)=CMC*CIAS
      CS(2,KL)=CMC*CIBS
      CS(3,KL)=CMC*CICS
      T(1,KL)=CMT*TE1
      IF(KLM)129,129,130
  129 V(1,KL)=CMV*VAS
      V(2,KL)=CMV*VBS
      V(3,KL)=CMV*VCS
      W(1,KL)=CMW*WR2
  130 IF(TI.LE.TD)GO TO 400
      V1=VOS
      V2=VOS
      IF(IJK)29,30,31
C
C     ***********************************************************
C      CALCULO DE LAS CONDICIONES INICIALES PARA RECONECTAR.
C     ***********************************************************
C
   29 VOS=V1+2.0*VM/3.0
      VOS=V2
      VOS=VM/3.0
      CALL TRANS2(VOS,VDS,VOS,VAS,VBS,VCS)
      IF(JKL.EQ.1)GO TO 33
      WRITE(3,32)
   32 FORMAT(///44X,'TRANSITORIOS DE FRENADO DINAMICO'/44X,32('-')///)
      GO TO 33
   30 ALFA1=ALFA/57.2958
      VOS=V1+VM*DCOS(ALFA1)
      VOS=V2-VM*DSIN(ALFA1)
      CALL TRANS3(VOS,VDS,VAS,VBS,VCS)
      IF(JKL.EQ.1)GO TO 33
      WRITE(3,34)
   34 FORMAT(///46X,'TRANSITORIOS DE RECONECCION'/46X,27('-')///)
      GO TO 33
   31 IF(LMN)310,310,320
  310 ALFA1=ALFA/57.2958
      GO TO 444
  320 ALFA1=(ALFA+60.)/57.2958
  444 CONTINUE
      VOS=V1+VM*DCOS(ALFA1)
      VOS=V2+VM*DSIN(ALFA1)
      CALL TRANS3(VOS,VDS,VAS,VBS,VCS)
      IF(JKL.EQ.1)GO TO 33
      WRITE(3,35)
   35 FORMAT(///36X,'TRANSITORIOS DE FRENADO POR INVERSION DE FASES'/36X
     *,46('-')///)
   33 TI=0.
      HI1=HI
      WE1=WE
      IF(JKL.EQ.1)GO TO 45
      WRITE(3,38)
      WRITE(3,39)
      GO TO 45
C
C     ************
C     * BLOQUE D *
C     ************
C
C     ***********************************************************
C      CORRECCION DE LAS VARIABLES EN LA RECONECCION.
```

```
      AIQRC=B(3)*PSI(3)-B(2)*PSI(1)
      AIDRC=B(3)*PSI(4)-B(2)*PSI(2)
      TEC=PSI(3)*AIDRC-PSI(4)*AIQRC
      WRC=WR2+HX*(TEC-TEI)
      A(5)=WRC
      IF(IJK)41,42,43
   41 VDS=2.0*VM/3.0
      VDS=0.
      GO TO 45
   42 OMEGA=WEI*TI+ALFA1
      VDS= VM*DCOS(OMEGA)
      VDS=-VM*DSIN(OMEGA)
      GO TO 45
   43 OMEGA=WEI*TI+ALFA1
      VDS=VM*DCOS(OMEGA)
      VDS=VM*DSIN(OMEGA)
C
C     ************
C     * BLOQUE E *
C     ************
C
C
C     ******************************************************************
C      INTEGRAR LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DEL MODELO MATEMATICO QUE
C      REPRESENTA EL FUNCIONAMIENTO DE LA MAQUINA DE INDUCCION POR EL
C      METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.
C     ******************************************************************
C
C     ******************************************************************
C      CALCULAR LAS DERIVADAS DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.
C     ******************************************************************
C
   45 DSI(1)=WEI*(VDS+A(1)*PSI(1)+A(2)*PSI(2))
      DSI(2)=WEI*(VDS+A(1)*PSI(2)+A(2)*PSI(4))
      DSI(3)=WEI*(A(3)*PSI(1)+A(4)*PSI(3)+A(5)*PSI(4))
      DSI(4)=WEI*(A(3)*PSI(2)-A(5)*PSI(3)+A(4)*PSI(4))
C
C     ******************************************************************
C      LLAMAR A LA SUBRUTINA RUNGE KUTTA DE CUARTO ORDEN PARA INTEGRAR
C      LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.
C     ******************************************************************
C
      CALL RKUTTA(NN,K,I,PSI,DSI,TI,HII,HX,H)
      GO TO (45,46,47),L
C
C     ************
C     * BLOQUE F *
C     ************
C
C
C     ******************************************************************
C      CALCULAR LAS VARIABLES EN CADA PASO INTEGRADO.
C     ******************************************************************
C
   47 AIQSI=B(1)*PSI(1)-B(2)*PSI(3)
      AIDSI=B(1)*PSI(2)-B(2)*PSI(4)
      AIQRI=B(3)*PSI(3)-B(2)*PSI(1)
      AIDRI=B(3)*PSI(4)-B(2)*PSI(2)
      TEI=PSI(3)*AIDRI-PSI(4)*AIQRI
      WRI=WR2+HX*(TEI-TEI)
      IF(IJK.EQ.-1)GO TO 68
      CALL TRANS1(AIQSI,AIDSI,CIAS,CIBS,CICS)
      GO TO 90
   68 CALL TRANS4(AIQSI,AIDSI,CIAS,CIBS,CICS)
   90 IF(IJK)48,49,50
   48 VDS=2.0*VM/3.0
      VDS=0.
      VDS=VM/3.0
      CALL TRANS2(VDS,VDS,VDS,VAS,VBS,VCS)
      GO TO 51
   49 ALFA2=ALFA1
      OMEGA1=WB*TI+ALFA2
      VDS=VM*DCOS(OMEGA1)
      VDS=-VM*DSIN(OMEGA1)
      CALL TRANS3(VDS,VDS,VAS,VBS,VCS)
      GO TO 51
```

```
0272          CALL TRANS3(VOS,VDS,VAS,VBS,VCS)
0273       51 TE2=TE1
0274          WR3=WR1
0275          A(5)=WR3
0276          IF(JKL)52,52,53
C
C             ***********************************************************
C              IMPRIMIR O ALMACENAR LOS RESULTADOS DE LA RECONECCION.
C             ***********************************************************
C
0277       52 WRITE(3,54)TI,CIAS,CIBS,CICS,VAS,VBS,VCS,TE2,WR3
0278       54 FORMAT(3X,F5.3,1X,8(E14.6,1X),3X)
0279          GO TO 57
0280       53 KL=KL+1
0281          CS(1,KL)=CMC*CIAS
0282          CS(2,KL)=CMC*CIBS
0283          CS(3,KL)=CMC*CICS
0284          T(1,KL)=CMT*TE2
0285          IF(KLM)56,56,57
0286       56 V(1,KL)=CMV*VAS
0287          V(2,KL)=CMV*VBS
0288          V(3,KL)=CMV*VCS
0289          W(1,KL)=CMW*WR3
0290       57 IF(TI.LE.TF)GO TO 45
C
C             ************
C             * BLOQUE G *
C             ************
C
0291          IF(JKL)58,58,59
C
C             ***********************************************************
C              GRAFICAR LOS TRANSITORIOS EN LA RECONECCION A LA MISMA FUENTE,
C              FRENADO POR INVERSION DE FASES Y FRENADO DINAMICO.
C             ***********************************************************
C
0292       59 WRITE(3,60)
0293          DO 61 JX=1,3
0294          READ(1,62)(NOM(I),I=1,20)
0295       62 FORMAT(20A4)
0296       61 WRITE(3,63)(NOM(I),I=1,20)
0297       63 FORMAT(20X,20A4/)
C
C             ***********************************************************
C              LLAMAR A LA SUBRUTINA PLOT PARA GRAFICAR LAS CORRIENTES DE FASE
C              DEL ESTATOR.
C             ***********************************************************
C
0298          CALL PLOT(CS,NVC,MXC,LYC).
0299          WRITE(3,60)
0300          DO 65 JX=1,3
0301          READ(1,62)(NOM(I),I=1,20)
0302       65 WRITE(3,63)(NOM(I),I=1,20)
C
C             ***********************************************************
C              LLAMAR A LA SUBRUTINA PLOT PARA GRAFICAR EL TORQUE ELECTROMAGNE-
C              TICO
C             ***********************************************************
C
0303          CALL PLOT(T,NVT,MXT,LYT)
0304          IF(KLM)67,67,58
0305       67 WRITE(3,60)
0306          DO 64 JX=1,3
0307          READ(1,62)(NOM(I),I=1,20)
0308       64 WRITE(3,63)(NOM(I),I=1,20)
C
C             ***********************************************************
C              LLAMAR A LA SUBRUTINA PLOT PARA GRAFICAR LOS VOLTAJES DE FASE
C              DEL ESTATOR.
C             ***********************************************************
C
0309          CALL PLOT(V,NVV,MXV,LYV)
0310          WRITE(3,60)
0311       60 FORMAT(1H1)
0312          DO 66 JX=1,3
0313          READ(1,62)(NOM(I),I=1,20)
```

```
                C
                C     ***********************************************************************
                C      LLAMAR A LA SUBRUTINA PLOT PARA GRAFICAR LA VELOCIDAD ROTACIONAL.
                C     ***********************************************************************
                C
 0315                 CALL PLOT(W,NVW,MXW,LYW)
 0316                 GO TO 58
 0317              80 STOP
 0318                 END
```

```
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
C      SUBRUTINA RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN PARA INTEGRAR LAS ECUACIO-
C
C      NES DIFERENCIALES.
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
      SUBROUTINE RKUTTA(NN,K,I,PSI,DSI,TI,HI1,HX,H)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      REAL*8 PSI,DSI,TI,HI1,HX,H
      DIMENSION Y(4),Z(4),PSI(4),DSI(4)
      K=K+1
      GO TO (1,2,3,4,5),K
C
C     **********
C     * PASO 1 *
C     **********
C
    1 I=1
    7 RETURN
C
C     **********
C     * PASO 2 *
C     **********
C
    2 DO 6 J=1,NN
      Z(J)= DSI(J)
      Y(J)= PSI(J)
    6 PSI(J)= Y(J)+0.5*HI1*DSI(J)
      HX= HI1/(4.0*H)
   10 TI= TI+0.5*HI1
      I=2
      GO TO 7
C
C     **********
C     * PASO 3 *
C     **********
C
    3 DO 8 J=1,NN
      Z(J)= Z(J)+2.0*DSI(J)
    8 PSI(J)= Y(J)+0.5*HI1*DSI(J)
      HX= HI1/(4.0*H)
      I=2
      RETURN
C
C     **********
C     * PASO 4 *
C     **********
C
    4 DO 9 J=1,NN
      Z(J)= Z(J)+2.0*DSI(J)
    9 PSI(J)= Y(J)+HI1*DSI(J)
      HX= HI1/(2.0*H)
      GO TO 10
C
C     **********
C     * PASO 5 *
C     **********
C
    5 DO 11 J=1,NN
   11 PSI(J)= Y(J)+(Z(J)+DSI(J))*HI1/6.0
      HX= HI1/(2.0*H)
      I=3
      K=0
      RETURN
      END
```

```
C
C     ------------------------------------------------
C     ************************************************
C     ------------------------------------------------
C
C      SUBRUTINA PLOT PARA GRAFICAR LOS RESULTADOS.
C
C     ------------------------------------------------
C     ************************************************
C     ------------------------------------------------
C
      0001          SUBROUTINE PLOT(Y,M,NS,NS)
      0002          IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      0003          REAL*8 Y
      0004          DIMENSION Y(5,500),LINE(121),L(11),JL(5)
      0005          DATA JL/1HA,1HB,1HC,1HD,1HE/,JN,JP,JI,JBLANK,JZ/1H-,1H+,1HI,1H ,1H
                   *$/
      0006          DO 99 I=1,101
      0007          LINE(I)=JBLANK
      0008       99 CONTINUE
      0009          N=0
C
C     ************************************
C      ESCRIBIR LA ESCALA DE LAS ORDENADAS.
C     ************************************
C
      0010          DO 101 I=1,11
      0011          L(I)=10*I-110+NS
      0012      101 CONTINUE
      0013          PRINT 105,(L(I),I=1,11)
      0014      105 FORMAT(3X,11(I4,6X),6HY(1,I))
      0015          GO TO 115
      0016      110 IF(N/10-(N-1)/10)125,125,115
C
C     ************************************
C      CONSTRUIR LAS LINEAS DE LAS ORDENADAS.
C     ************************************
C
      0017      115 ND=0
      0018          DO 120 I=1,10
      0019          ND=ND+1
      0020          LINE(ND)=JP
      0021          DO 120 J=1,9
      0022          ND=ND+1
      0023      120 LINE(ND)=JN
      0024          LINE(101)=JP
      0025          IF(N)135,121,135
      0026      121 PRINT 170,N,LINE
      0027          GO TO 185
C
C     ************************************
C      CONSTRUIR LAS LINEAS DE LAS ABSCISAS.
C     ************************************
C
      0028      125 DO 130 I=1,101,10
      0029          LINE(I)=JI
      0030      130 CONTINUE
C
C     ************************************
C      CAMBIAR LOS NUMEROS POR LETRAS.
C     ************************************
C
      0031      135 DO 160 I=1,M
      0032          XNS=NS
      0033          JA=Y(I,N)+101.40999-XNS
      0034          IF(JA-101)140,155,145
      0035      140 IF(JA)150,150,155
      0036      145 LINE(101)=JZ
      0037          GO TO 160
      0038      150 LINE(1)=JZ
      0039          GO TO 160
      0040      155 LINE(JA)=JL(I)
      0041      160 CONTINUE
C
C     ************************************
C      ESCRIBIR LOS DATOS DE LA LINEA.
C     ************************************
```

```
170 FORMAT(1X,I4,101A1,1X,1PE12.5)
    GO TO 185
175 PRINT 180,LINE,Y(1,N)
180 FORMAT(5X,101A1,1X,E12.5)
185 DO 190 I=1,101
    LINE(I)=JBLANK
190 CONTINUE
    N=N+1
    IF(N-NF)110,110,200
200 RETURN
    END
```

```
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
C     SUBRUTINA PARA TRANSFORMAR LAS CORRIENTES DEL SISTEMA BIFASICO AL
C     SISTEMA TRIFASICO ORIGINAL EN LOS CASOS DE RECONFCCION A LA MISMA
C     FUENTE Y FALLADO POR INVERSION DE FASES.
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
0001        SUBROUTINE TRANSI(AIOS,AIDS,CIAS,CIBS,CICS)
0002        IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
0003        REAL*8 AIOS,AIDS,CIAS,CIBS,CICS
0004        CIAS=AIDS
0005        CIBS=-0.5*AIOS-0.866*AIDS
0006        CICS=-0.5*AIOS+0.866*AIDS
0007        RETURN
0008        END
```

```
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
C      SUBRUTINA PARA TRANSFORMAR LOS VOLTAJES DEL SISTEMA BIFASICO AL
C
C      SISTEMA TRIFASICO ORIGINAL EN EL CASO DE FRENADO DINAMICO.
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
0001        SUBROUTINE TRANS2(VDS,VDS,VDS,VAS,VBS,VCS)
0002        IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
0003        REAL*8 VDS,VDS,VDS,VAS,VBS,VCS
0004        VAS=VDS+VDS
0005        VDS=0.0
0006        VCS=0.0
0007        RETURN
0008        END
```

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8        MAINPGM          DATE   17/07/81     TIME    15.04.02      PAGE 0001

                C
                C     ------------------------------------------------------------------
                C     ******************************************************************
                C     ------------------------------------------------------------------
                C
                C      SUBRUTINA PARA TRANSFORMAR LOS VOLTAJES DEL SISTEMA BIFASICO AL
                C
                C      SISTEMA TRIFASICO ORIGINAL EN LOS CASOS DE RECONECCION A LA MISMA
                C
                C      FUENTE Y FRENADO POR INVERSION DE FASES.
                C
                C     ------------------------------------------------------------------
                C     ******************************************************************
                C     ------------------------------------------------------------------
                C
0001                  SUBROUTINE TRANS3(VQS,VDS,VAS,VBS,VCS)
0002                  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
0003                  REAL*8 VQS,VDS,VAS,VBS,VCS
0004                  VAS=VQS
0005                  VBS=-0.5*VQS-0.866*VDS
0006                  VCS=-0.5*VQS+0.866*VDS
0007                  RETURN
0008                  END
```

```
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
C      SUBRUTINA PARA TRANSFORMAR LAS CORRIENTES DEL SISTEMA BIFASICO AL
C
C      SISTEMA TRIFASICO ORIGINAL EN EL CASO DE FRENADO DINAMICO.
C
C     ------------------------------------------------------------------
C     ******************************************************************
C     ------------------------------------------------------------------
C
0001          SUBROUTINE TRANS4(AIQS,AIDS,CIAS,CIBS,CICS)
0002          IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
0003          REAL*4 AIQS,AIDS,CIAS,CIBS,CICS
0004          CIAS=AIQS
0005          CIBS=0.
0006          CICS=0.
0007          RETURN
0008          END
```

A P E N D I C E D

MANUAL DEL PROGRAMA DIGITAL

MANUAL DEL PROGRAMA DIGITAL

D.1. NOMENCLATURA

En el desarrollo del programa digital se ha empleado la siguiente nomenclatura:

1. VARIABLES DE ENTRADA

SIMBOLO	DESCRIPCION
XLS	Reactancia de dispersión del estator en pu.
XLR	Reactancia de dispersión del rotor en p.u
XM	Reactancia mutua en p.u.
RS	Resistencia del estator en p.u
RR	Resistencia del rotor en p.u
VM	Voltaje máximo de la fuente en p.u.
H	Constante de inercia en segundos
WR	Velocidad rotacional en rad./seg.
TD	Tiempo de desconexión en seg.
FB	Frecuencia de la red en Hz.
P(I,J)	Parámetros del circuito equivalente de estado estable en p.u.
DELTA	Angulo de desconexión en grados eléctricos.

SIMBOLO	DESCRIPCION
ALFA	Angulo de reconexión en grados eléctricos
POLOS	Número de Polos de la máquina
HI	Paso de integración en segundos
TF	Tiempo final en segundos
CMC CMT CMW CMV	Constantes de multiplicación para graficar los resultados de corrientes de fase, voltajes de fase, torque y velocidad rotacional
IJK	Indicador: calcula las condiciones iniciales, corrige variables y determina en cada paso integrado las variables de voltajes en la reconexión a la misma fuente si es cero (0) en el Frenado por inversión de fases si es (1) y en el Frenado dinámico si es (-1)
JKL	Indicador: si es (0) imprime los resultados en forma de tablas y si es (1) almacena y grafica los resultados.
KLM	Indicador: si es (0) almacena y grafica las variables de corrientes, torque, voltajes y velocidad rotacional y si es (1) almacena y grafica solo las variables de corrientes y torque.
LMN	Indicador: En el frenado por inversión de fases conecta la máquina en estrella si KLM = 0 y en delta si KLM = 1.

SIMBOLO	DESCRIPCION
NVC NVV NVT NVW	Número de variables de corrientes de fase voltajes de fase, torque y velocidad rotacional a graficarse simultáneamente.
MXC MXV MXT MXW	Factores que controlan la escala de abscisas de las variables de corrientes de fase, voltajes de fase, torque y velocidad rotacional
LYC LYV LYT LYW	Factores que controlan la ubicación del cero en el eje de las ordenadas de las variables de corrientes de fase, voltajes de fase, torque y velocidad rotacional.
N	Número de ecuaciones complejas del estado estable y ecuaciones diferenciales de la desconexión.
NN	Número de ecuaciones diferenciales de la máquina.

2. VARIABLES DE SALIDA:

CI(I)	Corrientes de fase de estado estable del estator y del rotor en p.u.

SIMBOLO	DESCRIPCION
PHI(I)	Angulos de fase de las corrientes de estado estable en grados eléctricos.
TI	Tiempo en segundos.
CIAS CIBS CICS VAS VBS VCS	Resultados de las corrientes y voltajes de fase del estator en por unidad que son impresos en forma de tablas durante la desconexión y reconexión.
TE1 TE2 WR2 WR3	Resultados de torque y velocidad rotacional en por unidad que son tabulados durante la desconexión y reconexión.
CS V T W	Arreglos bidimensionales para almacenar corrientes y voltajes de fase, torque y velocidad rotacional en por unidad para luego grafizarlos.

D.2. FORMA DE PROPORCIONAR LOS DATOS AL PROGRAMA DIGITAL

Todos los datos estan en por unidad a excepción de la constante de inercia, tiempo de desconexión, tiempo final y paso de integración que están en segundos la frecuencia se da en Hertz, la velocidad rotacional en rad./seg. y los ángulos de desconexión y reconexión se dan en grados eléctricos. La forma en que están suministrados los datos se muestra en el esquema D.2.1. y D.2.2. presentado a continuación.

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

INSTITUTO DE INFORMATICA Y COMPUTACION

NOMBRE DEL PROGRAMA TRANSITORIOS EN LA RECONECCION DE MOTORES DE INDUCCION No DATOS

Programador ANGEL G. BONILLA ROMAN. Fecha VII - 81 Hoja No D.2 de 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

1.- PARAMETROS Y DATOS GENERALES DE LA MAQUINA EN PCR UNIDAD. 2 TARJETAS

XLS	XLR	XM	RS	RR
0.112552	0.112552	1.889143	0.048063	0.098354

VM	H	WR	TD	FB
0.578947	0.368587	184.3	0.142	60.0

2.- PARAMETROS DE LA MATRIZ COMPLEJA EN POR UNIDAD. 2 TARJETAS.

RS	XS	XM	VS-RE	VS-IMAG
0.048052	2.001695	0.0	1.889143	0.409377	0.409377

XM	RR/S	XR	VR-RE	VR-IMAG
0.0	1.889143	4.425974	2.001695	0.0	0.0

3.- ANGULOS DE DESCONECCION Y RECONECCION EN GRADOS ELECTRICOS Y POLOS. 1 TARJETA

DELTA	ALFA	POLOS
45.0	270.10	4.0

4.- PASO DE INTEGRACION, TIEMPO FINAL Y CONSTANTES DE MULTIPLICACION. 1 TARJETA.

H	TF	CMC	CMV	CMT	CMW
0.001	0.106	20.0	50.0	70.0	10.0

5.- LISTA DE INDICADORES DEL PROGRAMA. 1 TARJETA.

IJK	JKL	KLM	LMN
0	1	0	0

6.- NUMERO DE VARIABLES, ESCALA DE ABCISAS Y ORDENADAS. 1 TARJETA.

NVL	NVV	NVT	NVW	MXC	MXV	MXT	MXW	LYC	LYV	LYT	LYW
2	2			250	250	250	250	5.0	50	30	50

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

INSTITUTO DE INFORMATICA Y COMPUTACION

NOMBRE DEL PROGRAMA TRANSITORIOS EN LA RECONECCION DE MOTORES DE INDUCCION No DATOS

Programador ANGEL G. BONILLA ROMAN. Fecha: VII - 81 Hoja No D.2. de 2

```
7. TITULOS PARA EL GRAFICO DE CORRIENTE. 3 TARJETAS.
                    TRANSITORIOS DE RECONECCION
GRAFICOS DE LAS CORRIENTES ESTATORICAS    VALORES DE Y(1,I) MULTIPLICADOS POR 20
A REPRESENTA IAS          B REPRESENTA IBS          C REPRESENTA ICS

8. TITULOS PARA EL GRAFICO DEL TORQUE. 3 TARJETAS
                    TRANSITORIOS DE RECONECCION
                    GRAFICO DEL TORQUE ELECTROMAGNETICO
VALORES DE Y(1,I) MULTIPLICADOS POR 70          A REPRESENTA EL TORQUE

9. TITULOS PARA EL GRAFICO DE VOLTAJE, 3 TARJETAS.
                    TRANSITORIOS DE RECONECCION
GRAFICOS DE LOS VOLTAJES DEL ESTATOR    VALORES DE Y(I,I) MULTIPLICADOS POR 50
A REPRESENTA VAS          B REPRESENTA VBS          C REPRESENTA VCS

10. TITULOS PARA EL GRAFICO DE VELOCIDAD ROTACIONAL, 3 TARJETAS
                    TRANSITORIOS DE RECONECCION
                    GRAFICO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL
VALORES DE Y(1,I) MULTIPLICADOS POR 10          A REPRESENTA LA VELOCIDAD
```

A P E N D I C E E

CARACTERISTICAS DEL EQUIPO UTILIZADO

CARACTERISTICAS DEL EQUIPO UTILIZADO

Las características del equipo utilizado en las diferentes pruebas de laboratorio realizadas en el segundo capítulo se dan a continuación:

1. Motor de Inducción Trifásico de rotor removible:

   Marca: CETEL BRUXELLES

   Tipo: S611

   Número: 17

   Conección: Δ/Y

   Voltaje: 220/380. voltios

   Corriente: 7./4.04 amperios

   Potencia: 3.5 H.P

   Frecuencia: 60 Hz

   Número de Polos: 4 polos

   Rotores :Bobinado y jaula de ardilla

1 Motor D.C.: Conectado en paralelo

   Marca: CETEL BRUXELLES

   Tipo: 3611

   Número: 4

Voltaje: 110 voltios

Corriente: 22.7 amperios

Potencia: 3 HP

Número de polos: 4 polos

1 Variac Trifásico

Marca: Powerstat

Tipo: 136B-3

Voltaje de entrada: 240 voltios

Voltaje de salida: 0-280 voltios

Corriente: 22 amperios

Frecuencia: 50 Hertz

Potencia: 10.7 KVA

1. Puente de Wheatstone

Marca: YEW

Tipo: L3

Rango: 1 m Ω - 10 M Ω

1 Estroboscopio

Marca: General Radio Company

Tipo: 1531

Rango: 110-25000 R.P.M.

1 Tacómetro Generador A.C.

Marca: YEW

Tipo: 2611

1 Osciloscopio

Marca: TEKTRONIC

Tipo: 564B Storage oscilloscopo
with auto-erase

Número de canales: 2 canales

1 Cámara Fotográfica

Marca: TEKTRONIC

Tipo: C12 Polaroid

Fotografia empleada: Polaroid 107

2 Vatímetros de bajo factor de potencia

Marca: YEW

Tipo: 2041

Factor de potencia: 0.2

Rango de voltaje: 120-240 voltios

Rango de corriente: 5-25 amperios

Clase: 0.5

2 Transformadores de corriente

Marca: Norma

Rango: 50 - 25 - 10 - 5 amperios

1 Voltímetro de hierro móvil de A.C. y D.C.

Marca: Norma

Rango: 65-130-260 voltios

Clase: 0.5

1 Amperímetro de hierro móvil de A.C. y D.C.

Marca: AEG

Rango: 0.6 - 1.2 - 3 - 6 amperios

Clase: 0.5

2 Contactores:

Marca: AEG

SErie: LS36/L44 TKS

Tensión nominal de accionamiento: -20 voltios, 60 Hertz

2 Pulzantes:

Marca: KLOCKNER - MOELLER

Tipo: AC 11

Rango de voltaje: 220 - 380 - 500 voltios

Rango de corriente: 10-8-5 amperios

Voltaje de aislamiento: 600 voltios

Corriente nominal térmica: 10 amperios

.3 Reostatos de 3.3Ω calibrados en 1 Ω para llevar la señal de corriente al osciloscopio

1 Reostato de 4.050 Ω para llevar la señal de voltaje al osciloscopio

1 Reostato de 10 Ω para controlar la corriente contínua en el frenado dinámico.

1 Puente Rectificador de onda completa construído con:

4 Diodos de silicio de 5 amperios y 1000 voltios
1 Capacitor de 10 uF, y
1 Reostato de 25 K Ω

1 Calibrador
Marca: Cenco
Capacidad: 150 mm
Apreciación: 0.10 mm

1 Cronómetro
Marca: Omega
Capacidad: 30 segundos
Apreciación: 0.10 segundos

1 Regla con índice corredizo

Capacidad: 100 cm

Apreciación: 0.5 mm

1 Juego de Pesas

Marca: OHVS

1 Hilo de nylon o de Pescar

* * *

BIBLIOGRAFIA

B I B L I O G R A F I A

1. SMITH, I.R. and S.Sriharan: "Induction- Motor Reswitching Transients", Proc. I.E.E. 1967,114 (4) pp 503-509

2. THALER, G.J. y M.L. Wilcox: "Máquinas Eléctricas", la. ed. Limusa, México, 1974

3. KRAUSE, P.C. and C.H. Thomas: "Simulation of Symetrical Induction Machinery", I.E.E.E., Trans.Power - Apparatus and Systems, Vol PAS-84, (11). pp 1038 1053. November 1965

4 FITZGERALD, A.E., C. Kingsley, Jr. and A.Kusko: "Electric Machinery" 3d. ed. Mc.Graw-Hill Koga-kusha Ltd., Japan, 1971.

5. TOAPANTA, M. "Estado Transitorio del Motor de Inducción", E.P.N. Quito, 1977.

6. SEELY, S.: "Electromechanical Energy Conversion", Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. N.Y., 1962.

7. ADKINS, B.: "The General Theory of Electrical Machines" 3d. ed., Chapman and Hall Ldd., London, 1972.

8. LIWSCHITZ- GARIK, M. and C.C. Whipple: "Máquinas de corriente alterna", ed. C.E.C.S.A., México,1976

9. CHILIKIN, M: "Accionamientos Eléctricos", ed. M.I.R. Moscú, U.R.S.S., 1972

10. BECK, C.D. and R.G. Rhudy,: "Plugging and Induction Motor", I.E.E.E., Trans Industry and General Applications, vol. IGA-6, (1), pp. 10-18, 1970.

11. LA PIERRE, W. and N. Metaxas: "D.C. Dynamic Braking of Squirrel- Cage Induction Motor", A.I.E.E. Trans vol 72, pt. III, pp. 981-986, Oct. 1953

12. ALMEIDA, J.: "Métodos para determinar los Parámetros del Circuito Equivalente de la Máquina de Inducción", EPN, Quito, 1980.

13. Prácticas del Laboratorio de Física: "Movimiento de Rotación" EPN, Quito, 1980.

14. Kee Chang Leong: "Speed Control of Twin Stator Induction Motor", Posgraduate School of Electrical and Electronic Engineering University of Bradford, Msc. dissertation 1978.

15. CARNAHAN, B.L. and H.A. Wilkers, Jr.: "Applied Numerical Methods", Ed. John Wiley and Sons, Inc. N.Y. 1969.

16. PEIKARI, B.: "Fundamentals of Network Analysis and Synthesis", Prentice- Hall, Inc. N.J., 1974.

17. POVEDA, M. "Apuntes de clases de máquinas eléctricas II", EPN. Quito, 1978

18. PRACTICAS DE LABORATORIO DE CONTROL INDUSTRIAL, E.P.N. Ing. Eléctrica, Quito, 1977.

* * *