

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE INGENIERÍA

ANÁLISIS TENSIONAL EN TRANSMISIONES DE ENGRANAJES RECTOS MEDIANTE EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO**

HENRRY WILFRIDO GAMBOA MARIÑO

DIEGO RODOLFO VISTIN GUILCAPI

DIRECTOR: ING. IVAN ZAMBRANO OREJUELA

Quito, Abril 2006

DECLARACIÓN

Nosotros, HENRRY WILFRIDO GAMBOA MARIÑO y DIEGO RODOLFO VISTIN GUILCAPI, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

HENRRY GAMBOA

DIEGO VISTIN

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por HENRRY WILFRIDO GAMBOA MARIÑO y DIEGO RODOLFO VISTIN GUILCAPI, bajo mi supervisión.

Ing. Iván Zambrano Orejuela

AGRADECIMIENTO

A mis padres Eloy y Martha por su apoyo incondicional, por su amor y cariño. Por haberme dado la mejor herramienta para triunfar en la vida, una profesión.

A mis hermanos quienes dedicaron parte de su tiempo y sus fuerzas para que sea posible este logro.

Al personal administrativo y profesores de la Carrera de Ingeniería Mecánica por compartir el tesoro del conocimiento.

A Jennysita por apoyarme en todo momento y por ser la persona mas especial en mi vida.

HENRRY

Al Ing. Iván Zambrano por su acertada dirección.

A las señoras Laurita, Glorita y Adrianita por su apoyo y guía durante la carrera.

A mis tías Gladys, Rocio, Martha y sus familias por abrirme generosamente las puertas de sus hogares.

A mis amigos y compañeros de carrera por extenderme una mano, así como a Marlon por su guía durante los primeros años de vida universitaria.

DIEGO

DEDICATORIA

En primer lugar a Dios por ser mi guía en todo momento.

A mis padres que con su sacrificio hicieron posible este triunfo.

A mis hermanos y de manera especial a Fausto quien me apoyo en todos los sentidos aún en los momentos más difíciles.

HENRRY

A Dios por la luz de cada día.

A mis padres por su cariño, comprensión y esfuerzo para ayudarme a conquistar esta meta.

A mis hermanos por su apoyo incondicional.

A la memoria de Andrés y Paúl, excelentes amigos.

DIEGO

CONTENIDO

CAPÍTULO I FUNDAMENTO TEÓRICO

1.0	INTRODUCCIÓN	1
1.1	ENGRANES.....	1
1.1.1	ENGRANES CILINDRICOS RECTOS.....	1
1.1.1.1	Engranés Rectos Externos.....	2
1.2	TERMINOLOGÍA.....	2
1.2.1	PIÑÓN.....	2
1.2.2	ENGRANE.....	2
1.2.3	CIRCUNFERENCIAS PRIMITIVAS.....	2
1.2.4	CIRCUNFERENCIA BASE.....	2
1.2.5	CIRCUNFERENCIA DE ADDENDUM.....	3
1.2.6	CIRCUNFERENCIA DE DEDENDUM.....	3
1.2.7	PASO CIRCULAR (p).....	3
1.2.8	PASO DIAMETRAL (P) (DIAMETRAL PITCH).....	4
1.2.9	MÓDULO (m).....	5
1.2.10	ANCHO DE CARA (F).....	5
1.2.11	LÍNEA DE ACCIÓN.....	5
1.2.12	ÁNGULO DE PRESIÓN (ϕ).....	6
1.3	FORMA DE LOS DIENTES.....	6
1.3.1	DIENTE.....	6
1.3.2	PERFIL DE LOS DIENTES.....	6
1.3.3	PERFIL DE EVOLVENTE.....	7
1.4	CONTINUIDAD DE ENGRANE.....	8
1.4.1	RELACIÓN DE CONTACTO.....	8
1.5	INTERFERENCIA.....	8
1.5.1	INTERFERENCIA GEOMÉTRICA.....	8
1.5.2	INTERFERENCIA CON EL PERFIL DE ACUERDO.....	9
1.6	ANÁLISIS DE ESFUERZOS DE CONTACTO Y FLEXIÓN EN ENGRANES.....	9
1.6.1	ANÁLISIS DE FUERZAS EN ENGRANES RECTOS.....	9
1.7	ESFUERZOS EN LOS DIENTES.....	11
1.8	ESFUERZOS POR FLEXIÓN EN LOS DIENTES.....	12
1.8.1	FACTOR GEOMÉTRICO.....	13
1.9	EFECTOS DINÁMICOS.....	13
1.10	ESTIMACIÓN DEL TAMAÑO DEL ENGRANE.....	14
1.11	RESISTENCIA A LA FATIGA.....	14
1.11.1	ACABADO SUPERFICIAL.....	15
1.11.2	TAMAÑO.....	15
1.11.3	CONFIABILIDAD.....	16
1.11.4	TEMPERATURA.....	16
1.11.5	CONCENTRACIÓN DEL ESFUERZO.....	17
1.11.6	EFECTOS DIVERSOS.....	17
1.12	FACTOR DE SEGURIDAD.....	17

1.13	DURABILIDAD DE LA SUPERFICIE	17
1.13.1	RESISTENCIA A LA FATIGA EN LA SUPERFICIE.....	20

CAPITULO II METODO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1	DESCRIPCION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS	22
2.1.1	APLICACIONES	22
2.1.2	VENTAJAS DEL DISEÑO POR ELEMENTOS FINITOS.....	23
2.1.3	DESVENTAJA DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	24
2.1.4	BENEFICIOS PARA LAS EMPRESAS	24
2.2	PROCEDIMIENTO GENERAL DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	25
2.2.1	PREPROCESO.....	25
2.2.2	SOLUCION	26
2.2.3	POSTPROCESO	26
2.3	SISTEMAS DISCRETOS	27
2.4	SISTEMAS CONTINUOS	28
2.5	FLEXION EN ELEMENTOS.....	28
2.5.1	MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO TIPO VIGA.....	31
2.6	APLICACIONES EN SÓLIDOS.....	34
2.6.1	ESFUERZOS GENERALES EN ELEMENTOS EN TRES DIMENSIONES.....	34
2.6.1.1	Formulación de elementos finitos	36

CAPÍTULO III DISEÑO ANALÍTICO

3.1	DISEÑO DEL PIÑÓN.....	38
3.1.1	DIMENSIONAMIENTO DEL PIÑÓN.....	39
3.1.2	DISEÑO DINÁMICO DEL PIÑÓN	39
3.1.2.1	Cálculo del ancho de cara del diente	40
3.1.2.2	Resistencia a la fatiga.....	41
3.1.2.3	Factor de Seguridad.....	42
3.1.2.4	Durabilidad de la Superficie.....	43
3.1.2.5	Resistencia a la Fatiga en la Superficie.....	43

CAPITULO IV MODELADO MEDIANTE EL GID

4.1	GENERACION DEL MODELO (PREPROCESO).....	45
4.1.1	TRABAJO POR CAPAS.....	46
4.1.1.1	Creación de dos capas nuevas.....	47
4.1.2	CREACION DEL PERFIL.....	47
4.1.2.1	Creación de la circunferencia de fondo, circunferencia base, y circunferencia exterior.....	48

4.1.2.2	Creación de un círculo de radio 0.009239 en el punto (0.0024,0.0269) .	48
4.1.2.3	Intersección entre círculos.	49
4.1.2.4	Creación de una línea auxiliar desde (0.0098,0.0289) al punto de intersección entre los círculos.....	49
4.1.2.5	Rotación con copia de 2 y -2 grados de la línea auxiliar.....	50
4.1.2.6	División de las líneas auxiliares.	51
4.1.2.7	Creación de una línea auxiliar desde (0,0) al punto de inicio del perfil de evolvente.....	53
4.1.2.8	División de la línea auxiliar en (0.0025,0.0240)	53
4.1.2.9	División del círculo de fondo en (0.0033,0.0230)	54
4.1.2.10	Creación de un punto en (0.0027,0.0234)	54
4.1.2.11	Creación de un arco que pase por los tres puntos creados anteriormente.....	55
4.1.2.12	Creación del perfil del diente.....	56
4.1.2.13	Copia con mirror del perfil del diente	57
4.1.2.14	Intersección entre el círculo exterior y el perfil del diente.	58
4.1.2.15	Copia con rotación del perfil del diente.	59
4.1.2.16	División del círculo de fondo.	59
4.1.2.17	Traslado a la capa "perfil" de las líneas definitivas del engranaje.....	60
4.1.2.18	Eliminación de la capa " auxiliar "	60
4.1.2.19	Creación de una superficie.	61
4.1.3	CREACION DEL AGUJERO DE LA PIEZA	61
4.1.3.1	Creación de un círculo.	62
4.1.3.2	Eliminación de la superficie del círculo.	62
4.1.3.3	Creación de un agujero en la superficie.....	63
4.1.4	CREACION DEL VOLUMEN A PARTIR DE LA SUPERFICIE	64
4.1.4.1	Creación del volumen del engranaje.....	64

CAPITULO V

SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

5.1	UTILIZACION DEL SOFTWARE DE SIMULACION.	65
5.1.1	DEFINICIÓN DEL PROBLEMA: MATERIALES Y CONDICIONES	66
5.1.2	GENERACIÓN DE LA MALLA Y CÁLCULO.....	71
5.1.3	POSTPROCESO DE LA PIEZA.....	74
5.1.3.1	Visualización de los resultados.....	74
5.1.3.2	Modos de visualización.....	77
5.2	SIMULACION Y RESULTADOS OBTENIDOS CON VARIACION EN LOS PARAMETROS DE DISEÑO.	79
5.2.1	ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO ANALITICO	79
5.2.1.1	Datos del análisis.....	80
5.2.1.2	Resultados obtenidos	82
5.2.2	ANALISIS CON ALTERACION DEL 10% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.....	84
5.2.2.1	Datos del análisis.....	84
5.2.2.2	Resultados obtenidos	84
5.2.3	ANALISIS CON ALTERACION DEL 20% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.....	86
5.2.3.1	Datos del análisis.....	86

5.2.3.2	Resultados obtenidos	86
5.2.4	ANALISIS CON ALTERACION DEL 10% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.....	88
5.2.4.1	Datos del análisis.....	88
5.2.4.2	Resultados obtenidos	88
5.2.5	ANALISIS CON ALTERACION DEL 20% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.....	90
5.2.5.1	Datos del análisis.....	90
5.2.5.2	Resultados obtenidos	90
5.2.6	ANALISIS CON UN ANCHO DE CARA $F = 9m$	92
5.2.6.1	Datos del análisis.....	92
5.2.6.2	Resultados obtenidos	93
5.2.7	ANALISIS CON UN ANCHO DE CARA $F = 14m$	94
5.2.7.1	Datos del análisis.....	94
5.2.7.2	Resultados obtenidos	95
5.2.8	ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2.5$	97
5.2.8.1	Datos del análisis.....	97
5.2.8.2	Resultados obtenidos	98
5.2.9	ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2$	100
5.2.9.1	Datos del análisis.....	100
5.2.9.2	Resultados obtenidos	101
5.2.10	ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 4$	103
5.2.10.1	Datos del análisis.....	103
5.2.10.2	Resultados obtenidos	104
5.2.11	ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 5$	106
5.2.11.1	Datos del análisis.....	106
5.2.11.2	Resultados obtenidos	107
5.2.12	ANALISIS GENERAL DE RESULTADOS.....	109
5.3	SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS CON VARIACIONES EN EL REFINAMIENTO DE LA MALLA.....	114
5.4	SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS CON APLICACIÓN DE LA CARGA EN DOS DIENTES.....	116

CAPITULO VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1	CONCLUSIONES	117
6.2	RECOMENDACIONES	118

BIBLIOGRAFIA	120
---------------------------	------------

ANEXOS

ANEXO 1	
VALORES DE LOS FACTORES DE CORRECCION DE LA AGMA.....	122
ANEXO 2	
VALORES DE LOS FACTORES QUE MODIFICAN LA RESISTENCIA A LA FATIGA	124
ANEXO 3	
ANÁLISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO ANALITICO $m=3$	127
ANEXO 4	
ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 10% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.	141
ANEXO 5	
ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 20% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.	143
ANEXO 6	
ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 10% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.	145
ANEXO 7	
ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 20% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.	147
ANEXO 8	
ANÁLISIS CON UN ACHO DE CARA $F = 9m$	149
ANEXO 9	
ANÁLISIS CON UN ACHO DE CARA $F = 14m$	151
ANEXO 10	
ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2.5$	153
ANEXO 11	
ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MÓDULO $m = 2$	155
ANEXO 12	
ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 4$	157
ANEXO 13	
ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MÓDULO $m = 5$	159
ANEXO 14	
SIMULACIÓN CON VARIACIONES EN EL REFINAMIENTO DE LA MALLA ...	161
ANEXO 15	
SIMULACIÓN CON APLICACIÓN DE LA CARGA EN DOS DIENTES.	167

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO I

Figura 1.1 Circunferencias constitutivas de un engrane recto.....	3
Figura 1.2 Nomenclatura de los dientes de engrane recto.....	4
Figura 1.3 Generación del perfil de evolvente.....	7
Figura 1.4 Descomposición de las fuerzas que actúan en un engrane.....	10
Figura 1.5 Patrón fotoelástico de esfuerzos en un diente de engrane recto.....	12
Figura 1.6 Superficies en contacto.....	18

CAPITULO II

Figura 2.1 Sistema Estructural.....	27
Figura 2.2 Sistema Eléctrico.....	27
Figura 2.3 Sistema Hidráulico.....	27
Figura 2.4 Sistemas Continuos.....	28
Figura 2.5 Desplazamientos nodales en un elemento tipo viga.....	29
Figura 2.6 Convección para momento cortante y flector.....	33

CAPITULO IV

Figura 4.1 Modelo a generar.....	46
Figura 4.2 Ventana layers.....	47
Figura 4.3 Creación de circunferencias en el punto (0,0).....	48
Figura 4.4 Creación de un círculo en el punto (0.0024,0.0269).....	49
Figura 4.5 Creación de una línea auxiliar.....	50
Figura 4.6 Resultado de la rotación con copia de línea auxiliar.....	51
Figura 4.7 División de líneas auxiliares (generación de los puntos de la evolvente).....	52
Figura 4.8 División de la línea auxiliar en el punto (0.0025,0.0240).....	53
Figura 4.9 División del círculo de fondo en (0.0033,0.0230).....	54
Figura 4.10 Creación del punto (0.0027,0.0234).....	55
Figura 4.11 Creación de un arco (entalle del diente).....	56
Figura 4.12 Perfil del diente.....	57
Figura 4.13 Copia con mirror del perfil del diente.....	58
Figura 4.14 Intersección de los perfiles y el círculo exterior.....	58
Figura 4.15 Copia con rotación del diente.....	59
Figura 4.16 Perfil del engranaje.....	60
Figura 4.17 Creación de una superficie.....	61
Figura 4.18 Creación de un círculo.....	62
Figura 4.19 Eliminación de la superficie del círculo.....	63
Figura 4.20 Superficie con agujero.....	63
Figura 4.21 Modelo generado.....	64

CAPITULO V

Figura 5.1 Ventana Constraints.....	67
Figura 5.2 Superficie restringida.....	68
Figura 5.3 Ventana de asignación de carga.....	69
Figura 5.4 Superficie del diente que recibe presión.....	69
Figura 5.5 Ventada de propiedades del material.....	70
Figura 5.6 Datos del Problema.....	71
Figura 5.7 Mallado de la pieza con opciones por defecto.....	72
Figura 5.8 Selección de las superficies a ser refinadas.....	73
Figura 5.9 Concentración de elementos en la superficie.....	73
Figura 5.10 Mensaje de fin del cálculo.....	74
Figura 5.11 Ventana de visualización de resultados.....	75
Figura 5.12 Visualización del cálculo de Von Misses, con la opción Contour Fill.....	76
Figura 5.13 Visualización del cálculo de Von Misses, con la opción Contour Lines.....	76
Figura 5.14 Leyenda con valores por defecto.....	77
Figura 5.15 Ventana de estilos de visualización.....	78
Figura 5.16 Visualización de resultados con valores numéricos en determinados nodos.....	78
Figura 5.17 Superficies de aplicación de carga en el engrane.....	81
Figura 5.18 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con los parámetros de diseño analítico.....	83
Figura 5.19 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con los parámetros de diseño analítico.....	83
Figura 5.20 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con alteración del 10% más del semiancho de cara b.....	85
Figura 5.21 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con alteración del 10% más del semiancho de cara b.....	85
Figura 5.22 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con alteración del 20% más del semiancho de cara b.....	87
Figura 5.23 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con alteración del 20% más del semiancho de cara b.....	87
Figura 5.24 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con alteración del 10% menos del semiancho de cara b.....	89
Figura 5.25 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con alteración del 10% menos del semiancho de cara b.....	89
Figura 5.26 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con alteración del 20% menos del semiancho de cara b.....	91
Figura 5.27 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con alteración del 20% menos del semiancho de cara b.....	91
Figura 5.28 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con un ancho de cara $F = 9m$	93
Figura 5.29 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con un ancho de cara $F = 9m$	94
Figura 5.30 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con un ancho de cara $F = 14m$	96
Figura 5.31 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con un ancho de cara $F = 14m$	96

Figura 5.32 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 2.5$	99
Figura 5.33 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 2.5$	99
Figura 5.34 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 2$	102
Figura 5.35 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 2$	102
Figura 5.36 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 4$	105
Figura 5.37 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 4$	105
Figura 5.38 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 5$	108
Figura 5.39 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 5$	108
Figura 5.40 Esfuerzos superficiales con variaciones del módulo.	110
Figura 5.41 Esfuerzos a flexión con variaciones del módulo.....	110
Figura 5.42 Esfuerzos superficiales con variaciones del semiancho de cara b	111
Figura 5.43 Esfuerzos a flexión con variaciones del semiancho de cara b	112
Figura 5.44 Esfuerzos superficiales al variar el ancho de cara F	113
Figura 5.45 Esfuerzos a flexión al variar el ancho de cara F	113
Figura 5.46 Esfuerzos superficiales con diferentes tamaños de malla.....	115
Figura 5.47 Esfuerzos a flexión con diferentes tamaños de malla	115

LISTA DE TABLAS

CAPITULO IV

Tabla 4.1 Distancia relativa de división de líneas auxiliares.....	52
--	----

CAPITULO V

Tabla 5.1 Esfuerzos obtenidos mediante la variación del módulo.....	110
Tabla 5.2 Esfuerzos obtenidos al variar el semiancho de cara b	111
Tabla 5.3 Esfuerzos obtenidos al variar el ancho de cara F.....	112
Tabla 5.4 Condiciones de mallado.	114
Tabla 5.5 Resultados obtenidos al variar las condiciones de mallado.	114
Tabla 5.6 Resultados obtenidos al aplicar la carga en dos dientes.....	116

RESUMEN

El objetivo del presente proyecto es el de familiarizar al lector con el diseño mediante el método de los elementos finitos e introducirlo a aplicación prácticas de ingeniería.

En la parte inicial, se abordan conceptos, definiciones, nomenclatura y fundamentos básicos con la finalidad de brindar el conocimiento teórico general sobre engranes, así como el otorgar las herramientas necesarias para llevar a cabo un correcto cálculo de los mismos.

Luego se proporciona conceptos fundamentales acerca del Método de los Elementos Finitos, ventajas, limitaciones y aplicaciones, de manera que el lector comprenda claramente el proceso global de análisis, brindando entonces, una base sólida que permita emplear esta metodología de diseño de modo práctico.

Posteriormente se desarrolla el diseño analítico del engrane basado en parámetros previamente establecidos. Con los resultados del diseño analítico se procede a la fase de generación del modelo (preproceso) en el software GID 7.2, para inmediatamente ser precedida por el ingreso de propiedades del material, restricciones y condiciones a las cuales se encuentra sometido el engrane.

Finalmente, se desarrolla el procedimiento básico para realizar el proceso de simulación en el paquete computacional, realizando a su vez simulaciones con variaciones de determinados parámetros, obteniéndose resultados que se visualizan claramente en la fase de postproceso, los mismos que se estudian de forma comparativa con los resultados alcanzados mediante el diseño analítico, cumpliendo así con los objetivos planteados inicialmente.

PRESENTACIÓN

La situación económica actual del país, requiere que la industria ecuatoriana se muestre competitiva y capaz de afrontar los nuevos desafíos que exige la globalización, para esto se torna prioritario renovar los procesos de diseño y producción. Es en este punto en que las nuevas metodologías de diseño, concretamente el Método de los Elementos Finitos, permite obtener resultados óptimos, en tiempos reducidos y con menores costos.

El desarrollo del presente proyecto constituye una herramienta fundamental para la solución de proyectos en Ingeniería Mecánica, el cual aprovecha el potencial de una las herramientas computacionales que ofrece el mercado en el área de diseño mecánico, permitiendo así ser más eficientes y obtener mejores resultados.

El proyecto es elaborado en base al diseño analítico de un engrane recto, a partir del cual se varían parámetros de diseño previamente establecidos y cuyos resultados se comparan con los obtenidos de la simulación en el programa computacional GID, mostrando así la validez de esta metodología de diseño.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTO TEÓRICO

1.0 INTRODUCCIÓN

Debido a la importancia que representan los engranes en el diseño y desarrollo de varios proyectos de ingeniería, el presente capítulo, tiene como finalidad brindar el conocimiento de la geometría fundamental de un engrane, así como el otorgar las herramientas necesarias para llevar a cabo un correcto cálculo de los mismos.

1.1 ENGRANES

Los engranes son elementos mecánicos dentados que rotan alrededor de un eje, con la finalidad de transmitir potencia entre dos puntos fijos y a una distancia determinada, esto es posible gracias a la acción conjugada y sucesiva de los dientes de una rueda conductora o motriz hacia una rueda conducida, manteniendo siempre una relación de transmisión constante durante su contacto.

Además, la versatilidad de estos elementos permite formar sistemas de reducción o multiplicación de velocidades.

1.1.1 ENGRANES CILINDRICOS RECTOS.

Se denomina así, al cuerpo cilíndrico que dispone de dientes ubicados en forma paralela al eje de rotación del engrane.

1.1.1.1 Engranés Rectos Externos.

Los dientes son tallados en la periferia del elemento y con una orientación hacia afuera.

1.2 TERMINOLOGÍA.

1.2.1 PIÑÓN.

Es el elemento del mecanismo conjugado que dispone del menor número de dientes. Generalmente el piñón es la rueda que transmite potencia (conductora).

1.2.2 ENGRANE.

Es el elemento del mecanismo conjugado que dispone del mayor número de dientes.

1.2.3 CIRCUNFERENCIAS PRIMITIVAS.

Son las circunferencias tangentes de dos engranes conjugados, las circunferencias primitivas se caracterizan por rodar entre sí, sin deslizar.

1.2.4 CIRCUNFERENCIA BASE.

Circunferencia a partir de la cual se genera el perfil de evolvente.

$$r_b = r \cdot \cos \phi \quad (1.1)$$

donde: r = radio de la circunferencia primitiva

1.2.5 CIRCUNFERENCIA DE ADDENDUM.

Es la correspondiente a la cresta o superficie exterior del diente.

1.2.6 CIRCUNFERENCIA DE DEDENDUM.

Es la correspondiente al fondo de los dientes del engrane.

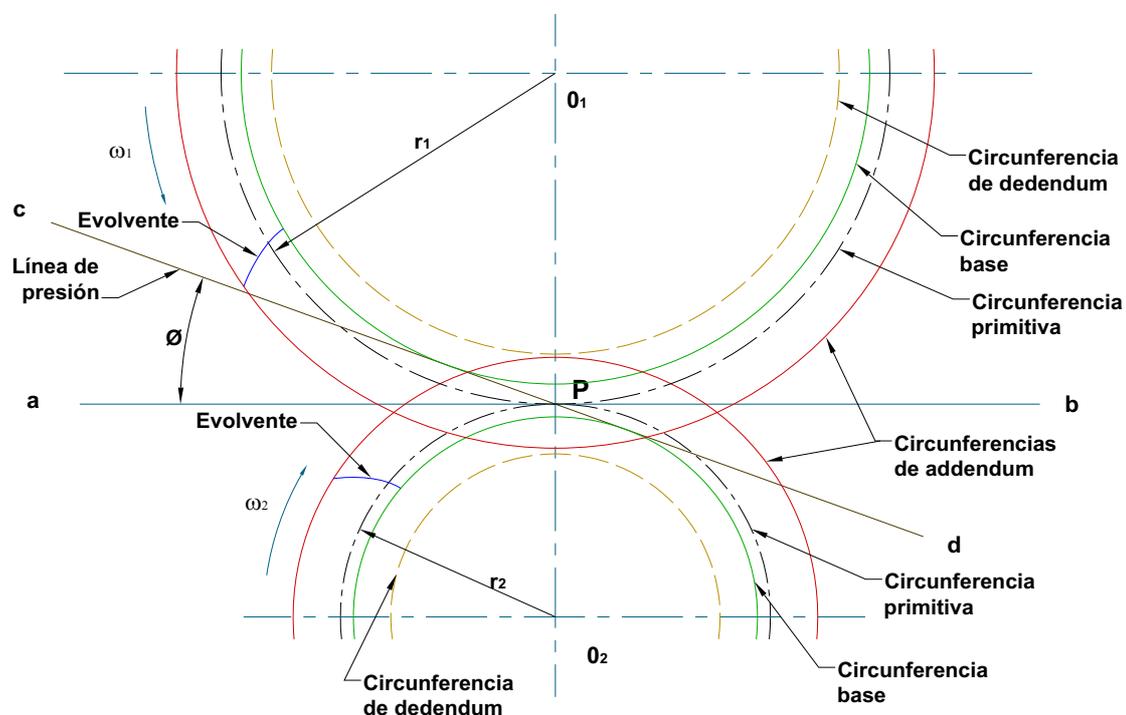


Figura 1.1 Circunferencias constitutivas de un engrane recto

1.2.7 PASO CIRCULAR (p).

Longitud del arco de círculo primitivo comprendido desde un punto en un diente a un punto correspondiente en un diente adyacente.

$$p = \frac{\pi \cdot d}{N} \quad (1.2)$$

donde: d = diámetro de paso, [mm]
 N = número de dientes

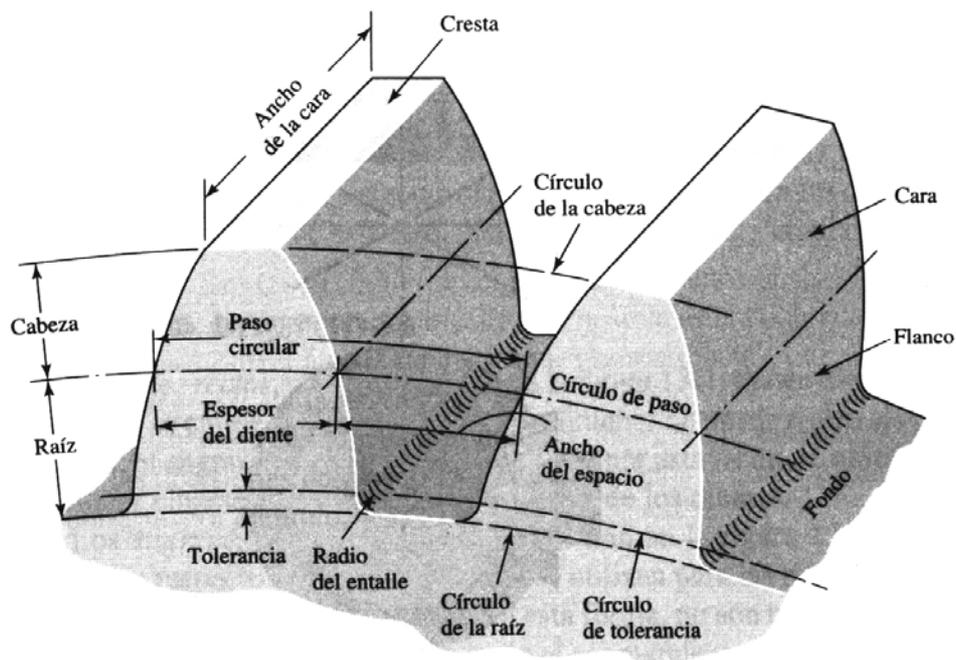


Figura 1.2 Nomenclatura de los dientes de engrane recto¹

1.2.8 PASO DIAMETRAL (P) (DIAMETRAL PITCH).

Relación entre el número de dientes del engrane y el diámetro de paso expresado en pulgadas. El paso diametral está dado en dientes por pulgada.

¹ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Sexta Edición; McGRAW - HILL; México; 2002; p. 842

$$P = \frac{N}{d} \quad (1.3)$$

donde: d = diámetro de paso, [in]

$$p \cdot P = \pi \quad (1.4)$$

1.2.9 MÓDULO (m).

Es la relación del diámetro de paso expresado en milímetros con el número de dientes, y representa el índice del tamaño de los dientes en unidades SI.

$$m = \frac{d}{N} \quad (1.5)$$

donde: m = módulo, [mm]

d = diámetro de paso, [mm]

$$\pi \cdot m = p \quad (1.6)$$

1.2.10 ANCHO DE CARA (F).

Es la longitud correspondiente al flanco del diente y cuya dimensión es tal que debe garantizar la resistencia a la rotura y desgaste como consecuencia de transmitir la carga requerida.

1.2.11 LÍNEA DE ACCIÓN.

Trayectoria perpendicular a los perfiles conjugados de un par de engranes, en la cual se representa la dirección en que actúan las fuerzas, así como el lugar geométrico de los puntos de contacto.

1.2.12 ÁNGULO DE PRESIÓN (ϕ).

Ángulo formado entre la línea de acción y la tangente común a las circunferencias primitivas.

1.3 FORMA DE LOS DIENTES.

1.3.1 DIENTE.

Cada una de las secciones continuas que se ubican en el perímetro de la rueda de manera uniformemente espaciada y cuya finalidad es garantizar la transmisión constante del movimiento entre los engranes conjugados.

1.3.2 PERFIL DE LOS DIENTES.

Perfil es la sección obtenida al intersecar un diente de forma perpendicular al eje de rotación del engrane.

Cuando dos perfiles se encuentran conjugados se debe cumplir las siguientes condiciones:²

- a. Ser tangentes en todo momento.
- b. La relación de velocidades angulares debe permanecer constante.

² Henriot Georges; MANUAL PRÁCTICO DE ENGRANAJES; MARCOMBO S. A.; Barcelona; 1967; p. 36

1.3.3 PERFIL DE EVOLVENTE.

Es la trayectoria descrita por un punto de una recta generatriz que se mantiene tangente y sin deslizar sobre una circunferencia base durante el movimiento de desarrollo.

La recta generatriz siempre se mantiene normal al perfil de evolvente en el punto de contacto.

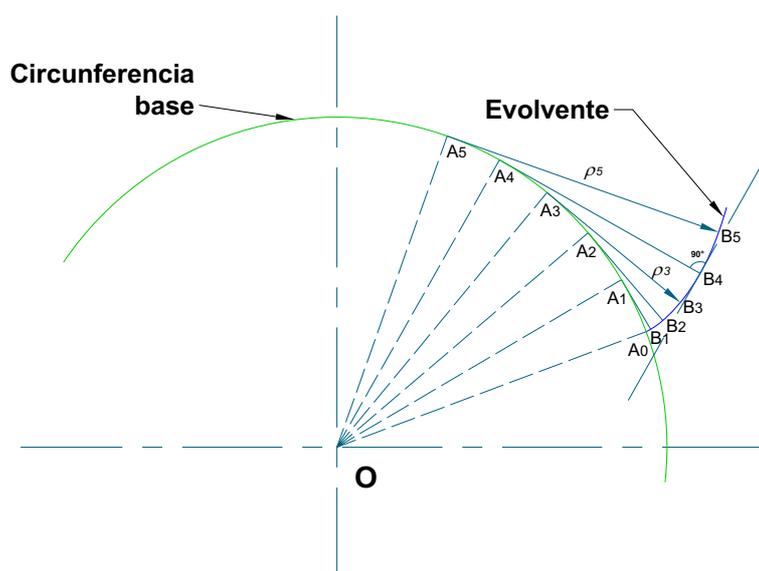


Figura 1.3 Generación del perfil de evolvente.

Para la construcción del perfil de evolvente, se divide la circunferencia de forma angular (OA_0, OA_1, \dots, OA_5), luego se trazan perpendiculares a cada uno de los radios ($A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_5B_5$). Sobre la recta A_1B_1 se ubica la distancia correspondiente al arco A_0A_1 y que a su vez es el valor del radio de curvatura ρ_1 del perfil de evolvente con centro instantáneo en A_1 ; en A_2B_2 se ubica la distancia correspondiente al arco A_0A_2 , etc. Obteniéndose de esta manera los puntos que determinan el perfil de evolvente.

1.4 CONTINUIDAD DE ENGRANE.

Durante el funcionamiento, cuando un par de dientes se va conjugando, el perfil perteneciente al engrane motriz siempre ataca el perfil del engrane conducido por la parte superior. Y a medida que este contacto tiene suceso, se determina sobre la línea de acción, una distancia denominada longitud de acción

1.4.1 RELACIÓN DE CONTACTO.

Es la relación establecida entre la longitud de acción sobre el producto del paso base por el coseno del ángulo de presión.

De la misma manera se puede decir que esta relación establece el número de pares de dientes que se encuentran en contacto simultáneo; se tiene entonces que, para garantizar la continuidad de engrane, al menos un par de dientes conjugados debe comenzar a engranarse a la vez que otro par deja de engranar.

1.5 INTERFERENCIA

Es la dificultad que se produce durante la operación cuando existe contacto entre perfiles de dientes no conjugados, y puede ser causa de un inadecuado funcionamiento del sistema de transmisión.

1.5.1 INTERFERENCIA GEOMÉTRICA.

Este tipo de interferencia se presenta como consecuencia del incorrecto maquinado del perfil el cual puede ser destruido, y afectar directamente a la resistencia de los dientes. Puede darse la situación de que también ocurra esta interferencia como producto de la operación de los engranes bajo circunstancias adversas.

1.5.2 INTERFERENCIA CON EL PERFIL DE ACUERDO.

Se origina cuando los perfiles conjugados del piñón y la rueda tienden a penetrar el uno dentro del otro en determinados instantes, generalmente ocurre entre la cresta de la cabeza de un diente y la parte inferior del flanco del diente conjugado.

1.6 ANALISIS DE ESFUERZOS DE CONTACTO Y FLEXION EN ENGRANES

A continuación, se desarrolla el análisis y diseño de engranes rectos con base a tres tipos de falla posibles. Estas son la falla estática debida a esfuerzos por flexión, la falla por fatiga debida a esfuerzos por flexión y la falla por fatiga en la superficie, derivada de esfuerzos de contacto o hertzianos.

1.6.1 ANÁLISIS DE FUERZAS EN ENGRANES RECTOS.

Antes de iniciar el análisis de fuerzas se explicará la notación empleada:

1 bastidor de la máquina

2 engrane de entrada

3 engrane sucesivo

a y b se refiere a los ejes de los respectivos engranes.

En el diagrama de cuerpo libre del piñón (Figura 1.4), las fuerzas se resolvieron en componentes radial y tangencial, definiéndose de la siguiente manera:

$$F_{32}^t = W^t = \text{Carga tangencial transmitida.}$$

$$F_{32}^r = W^r = \text{Carga radial transmitida.}$$

La carga tangencial es en realidad la componente útil porque la componente radial F_{32}^r no tiene un fin, ya que no transmite potencia. El par de torsión aplicado y la carga transmitida se relacionan con la ecuación:

$$T = \frac{d}{2} W^t \quad (1.7)$$

Donde: $T = T_{a2}$

$d = d_2 =$ Diámetro del piñón.

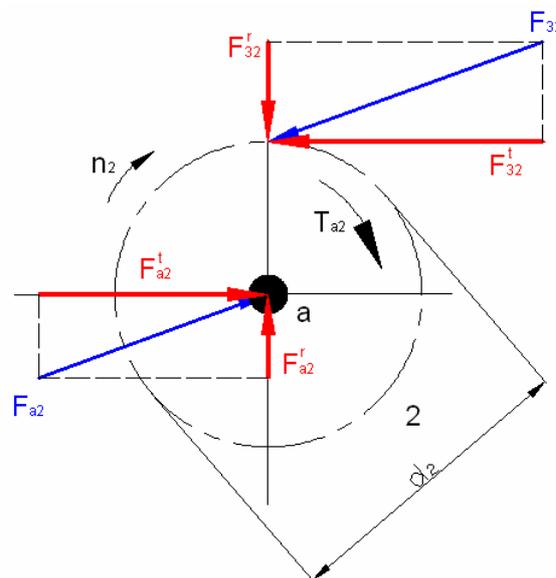


Figura 1.4 Descomposición de las fuerzas que actúan en un engrane³

Luego se designa la velocidad en la línea de paso por v , donde

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{12} \quad (1.8)$$

v esta en pies por minuto.

³Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Sexta Edición; McGRAW - HILL; México; 2002; p. 869

La potencia H se obtiene mediante la ecuación

$$H = \frac{W^t \cdot v}{33000} \quad (1.9)$$

La ecuación correspondiente en unidades SI está dada por

$$W^t = \frac{60(10)^3 H}{\pi d n} \quad (1.10)$$

Donde W^t = Carga transmitida, [kN]
 H = Potencia, [KW]
 d = Diámetro del engrane, [mm]
 n = Velocidad [rpm].

1.7 ESFUERZOS EN LOS DIENTES

Luego del estudio de la geometría y el análisis de fuerzas, es necesario determinar la potencia o par de torsión que transmitirá sin que se produzca la falla en los dientes. La figura (1.5) muestra un patrón fotoelástico de esfuerzos en los dientes del engranaje⁴. Los detalles de este procedimiento experimental es el objetivo del presente proyecto pero no está por demás realizar un estudio de esfuerzos mediante el método tradicional.

Es necesario resaltar que los esfuerzos más altos existen donde las líneas están más cercanas. Esto ocurre en dos lugares:

- a. El punto de contacto con el engrane compañero, donde la fuerza F actúa

⁴ Juvinall Robert; FUNDAMENTOS DE DISEÑO PARA INGENIERIA MECANICA; Primera Edición; Limusa; México; 1996; p. 520

b. En el filete en la base del diente⁵.

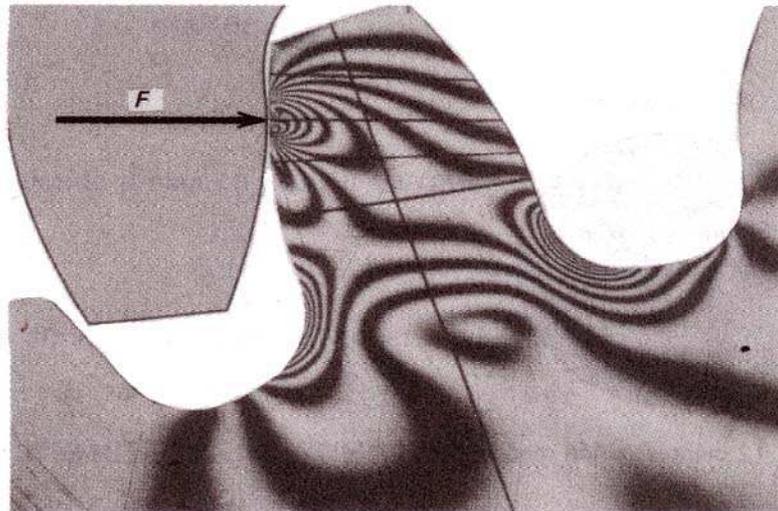


Figura 1.5 Patrón fotoelástico de esfuerzos en un diente de engrane recto⁶

1.8 ESFUERZOS POR FLEXION EN LOS DIENTES.

Wilfred Lewis introdujo una ecuación para estimar el esfuerzo flexionante en dientes de engranes en la que intervienen la forma de los mismos, dando como resultado la expresión:

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY} \quad (1.11)$$

donde Y es el factor de forma de Lewis.

⁵ Juvinall Robert; FUNDAMENTOS DE DISEÑO PARA INGENIERIA MECANICA; Primera Edición; Limusa; México; 1996; p. 520

⁶ Juvinall Robert; FUNDAMENTOS DE DISEÑO PARA INGENIERIA MECANICA; Primera Edición; Limusa; México; 1996; p. 520

1.8.1 FACTOR GEOMÉTRICO

La AGMA ha establecido un factor J , denominado factor geométrico, el cual emplea el factor de forma modificado Y .

$$J = \frac{Y}{K_f m_N} \quad (1.12)$$

En el caso de engranes cilíndricos rectos $m_N = 1$.

1.9 EFECTOS DINAMICOS

El factor dinámico K_v' trata de tomar en consideración cargas por vibración generadas internamente por impactos de diente contra diente inducidos por acoplamiento no conjugados de los dientes del engrane⁷.

La AGMA agregó la siguiente ecuación para dientes con perfil fresado o conformado

$$K_v' = \frac{50 + \sqrt{V}}{50} \quad (1.13)$$

En unidades SI, se tiene:

$$K_v' = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad (1.14)$$

donde V está en metros por segundo (m/s).

⁷ Norton Robert; DISEÑO DE MAQUINAS; Primera Edición; Prentice Hall; México; 1999; p. 735

Luego, al considerar los factores geométrico y dinámico la ecuación de la AGMA resulta de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{K'_v W^t P}{FJ} \quad (1.15)$$

La cual da el esfuerzo normal correspondiente a la carga total, que actúa en el punto más alto de contacto en un solo diente e incluye los efectos de concentración del esfuerzo⁸.

1.10 ESTIMACION DEL TAMAÑO DEL ENGRANE

El procedimiento de diseño que se presenta aquí está basado en la elección de un valor de anchura de cara del intervalo $9m > F > 14m$ ⁹.

Se toma en cuenta como límite superior de ancho de cara $14m$ debido a que engranes con ancho de cara mayor es muy probable que tengan una distribución no uniforme de la carga a través de la cara del diente. Esto se debe a la deformación torsional del engrane y del eje, a causa de las imprecisiones del maquinado.

1.11 RESISTENCIA A LA FATIGA

Se han realizado ciertas simplificaciones para calcular los límites de resistencia a la fatiga de los aceros para engranes y sus ecuaciones son las siguientes

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e' \quad (1.16)$$

⁸ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 636

⁹ Jouvinall Robert; FUNDAMENTOS DE DISEÑO PARA INGENIERIA MECANICA; Primera Edición; Limusa; México; 1996; p. 510

Donde S_e = límite de fatiga del diente del engrane,
 S_e' = límite de fatiga de la probeta de viga rotatoria,
 k_a = factor de superficie,
 k_b = factor de tamaño,
 k_c = factor de confiabilidad,
 k_d = factor de temperatura,
 k_e = factor de modificación por concentración del esfuerzo, y
 k_f = factor de efectos diversos.

Se hace el uso de los respectivos factores de corrección debido a que las probetas en las que se realizaron los ensayos en la máquina rotativa utilizada en el laboratorio para determinar los límites de resistencia a la fatiga, se preparan con mucho cuidado y se ensaya bajo condiciones muy controladas. No es posible esperar que el límite de resistencia a la fatiga de un elemento mecánico o estructural iguale los valores obtenidos en el laboratorio, es por eso que se utiliza ciertos factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga.

1.11.1 ACABADO SUPERFICIAL.

Este es un factor de corrección debido al tipo de acabado superficial del diente, y su valor corresponde a un acabado a máquina.

1.11.2 TAMAÑO.

El factor de corrección por tamaño en pulgadas es

$$K_b = \begin{cases} 0.869d^{-0.097} & 0.3 \text{ pulg} < d < 10 \text{ pulg} \\ 1 & 0.3 \text{ pulg} \geq d \end{cases} \quad (1.17)$$

En esta ecuación la dimensión d es el diámetro de una probeta redonda. Un diente de engrane cilíndrico recto tiene sección transversal rectangular. En el caso de sección transversal rectangular, la fórmula para el diámetro equivalente es

$$d_{equiv} = \sqrt{\frac{0.05hb}{0.0766}} \quad (1.18)$$

donde h es la altura de la sección
 b es la anchura

1.11.3 CONFIABILIDAD.

La medida estadística de la probabilidad para que un elemento mecánico no falle en el servicio se llama confiabilidad de ese elemento¹⁰.

1.11.4 TEMPERATURA.

El factor de temperatura k_d se hace uso ya que ciertos engranes trabajan en condiciones diferentes de temperatura a las de las probetas. Puede usarse la siguiente ecuación

$$k_d = \begin{cases} 1 & T \leq 450^\circ\text{C} (840^\circ\text{F}) \\ 1 - 5.8(10^{-3})(T - 450) & 450^\circ\text{C} < T \leq 550^\circ\text{C} \\ 1 - 3.2(10^{-3})(T - 840) & 840^\circ\text{F} < T \leq 1020^\circ\text{F} \end{cases} \quad (1.19)$$

¹⁰ Shigley J, Mischke C; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Sexta Edición; McGRAW - HILL; México; 2002; p. 31

1.11.5 CONCENTRACIÓN DEL ESFUERZO

Para engranes rectos se toma a $k_e = 1$ debido a que el factor de concentración del esfuerzo a la fatiga k_f ha sido incorporado en el factor geométrico J .

1.11.6 EFECTOS DIVERSOS

Los valores para el factor de efectos diversos se deducen tomando en consideración que los dientes se encuentran a flexión en un solo sentido.

1.12 FACTOR DE SEGURIDAD

A diferencia del factor de seguridad utilizado convencionalmente, para engranes rectos se usan dos factores adicionales que se muestran en la siguiente ecuación

$$n_G = K_o K_m \eta \quad (1.20)$$

Donde K_o es el factor de sobrecarga y
 K_m es un factor de distribución de carga

En la ecuación 1.20 el factor n es el factor de seguridad ordinario. La AGMA utiliza $n \geq 2$ para las cargas de fatiga¹¹.

1.13 DURABILIDAD DE LA SUPERFICIE

Otra de las causas por la que fallan los dientes de engranes se debe a varios tipos de daños en la superficie del diente, que se los considera bajo el nombre de

¹¹ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 646

desgaste. El desgaste puede ser del tipo abrasivo, corrosivo y por picadura o rayado.

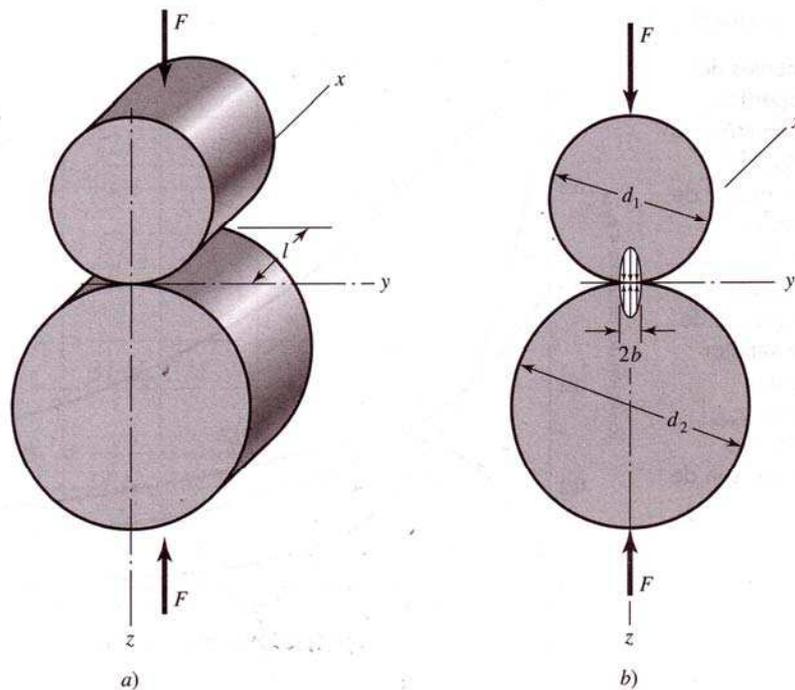


Figura 1.6 Superficies en contacto¹²

A fin de obtener una expresión para el esfuerzo de contacto superficial, se hace uso de la teoría de Hertz, en la que demuestra que cuando dos cuerpos con superficies curvas se presionan entre sí, el contacto puntual o lineal cambia a un área de contacto, y los esfuerzos que se desarrollan en los dos cuerpos son tridimensionales.

En la figura (1.6) se ilustra una situación similar en el cual los elementos de contacto son dos cilindros de longitud l y diámetros d_1 y d_2 , en la que el área de contacto es un rectángulo angosto de ancho $2b$ y longitud l , y la distribución de la presión es elíptica. El semiancho de cara b está dado por la siguiente ecuación.

¹² Shigley J, Mischke C; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Sexta Edición; McGRAW - HILL; México; 2002; p. 147

$$b = \sqrt{\frac{2F \left[\frac{(1-\mu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\mu_2^2)}{E_2} \right]}{\pi d \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}} \quad (1.21)$$

Donde : μ_1, μ_2, E_1, E_2 son las constantes elásticas del material.
 d_1 y d_2 son los diámetros respectivos de los cilindros.

De acuerdo a los estudios realizados por Hertz, mediante el cual se inicia con el análisis de esfuerzos de contacto entre cilindros y considerando que el contacto entre dientes ocurre en el círculo de paso, se llega a la siguiente ecuación de compresión en la superficie según la AGMA.

$$\sigma_H = -C_p \sqrt{\frac{W^t}{C_v F d_p I}} \quad (1.22)$$

Donde σ_H = esfuerzo de compresión en la superficie
 C_p = coeficiente elástico
 $C_v = K_v$ = factor de velocidad
 F = ancho de cara
 d_p = diámetro primitivo
 I = factor de configuración geométrica.

El factor de configuración geométrico I para engranes exteriores se determina por

$$I = \frac{\cos\phi \cdot \text{sen}\phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1} \quad (1.23)$$

Donde m_G = relación de velocidad.

1.13.1 RESISTENCIA A LA FATIGA EN LA SUPERFICIE.

La resistencia a la fatiga en la superficie que corresponde a los aceros está dada por la siguiente ecuación

$$S_c = 0.4 H_B - 10\text{kpsi.} \quad (1.24)$$

Donde H_B = dureza Brinell de la superficie del engrane.

El valor dado por la ecuación anterior corresponde a una duración de 10^8 aplicaciones del esfuerzo¹³.

La AGMA recomienda que se modifique la ecuación anterior de la siguiente manera

$$S_H = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_c \quad (1.25)$$

Donde S_H = límite de fatiga superficial corregido

C_L = factor de duración o vida

C_H = factor de relación de dureza. Se emplea 1.0 para engranes rectos

C_T = factor de temperatura. Se usa 1.0 para temperaturas menores que 250°F.

C_R = factor de confiabilidad

¹³ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 651

Los factores de seguridad contra fallas en la superficie se los debe seleccionar de manera similar a la ecuación 1.20 en el que se sustituyen los factores K_0 y K_m por C_0 y C_m que utilizan los mismos valores que en la ecuación 1.20.

$$n_G = C_0 C_m \eta \quad (1.26)$$

Se tiene entonces

$$S_H = C_p \sqrt{\frac{W_{t,p}}{C_v F_d I}} \quad (1.27)$$

Donde $W_{t,p}$ = carga transmitida permisible

La carga transmitida permisible se lo determina mediante la ecuación

$$W_{t,p} = n_G W \quad (1.28)$$

CAPITULO II

METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos (MEF), algunas veces conocido como análisis de elementos finitos (AEF), es una técnica computacional utilizada para resolver problemas de ingeniería, en donde el sistema a ser resuelto se subdivide en partes o elementos de estudio sencillos, para luego volverlo a reconstruir ensamblando la contribución de cada elemento y predecir así su comportamiento global.

En la actualidad el método de elementos finitos es parte importante y esencial del procedimiento de cálculo de programas computacionales, los cuales son utilizados ampliamente hoy en día en aplicaciones de ingeniería.

En el presente capítulo se proporciona conceptos fundamentales de este método, ventajas, limitaciones, así como también aplicaciones, de manera que el lector comprenda claramente el proceso general de análisis de elementos finitos, permitiendo profundizar el estudio en temas específicos con mayor conocimiento.

2.1 DESCRIPCION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1.1 APLICACIONES

El rango de aplicación del método de elementos finitos en la actualidad es tan amplio y muy usado en áreas específicas como el cálculo en diseño estructural, siendo ésta la herramienta que permite obtener resultados con mayor rapidez y con alto grado de precisión.

La mayor parte de programas computacionales proporcionan además los resultados mediante colores lo que permite visualizar y entender mejor el comportamiento de sus diseños. De esta manera se realiza un trabajo rápido e iterativo, permitiendo además la variación de parámetros para fines de comprobación.

El método de elementos finitos puede ser aplicado en problemas en los que los resultados requeridos sean por ejemplo:

- Determinación de distribución de esfuerzos
- Determinación de campo de presiones
- Distribución de temperatura
- Velocidad o turbulencia de fluidos
- Estabilidad de un fluido
- Variación de estructuras ante cargas permanentes
- Flujos de calor
- Problemas dependientes del tiempo, etc.

2.1.2 VENTAJAS DEL DISEÑO POR ELEMENTOS FINITOS

Las ventajas principales de la aplicación del método de elementos finitos son las siguientes:

- Permite la resolución de problemas relacionados con elementos no isotrópicos.
- Idealizar al todo como un ensamble de elementos discretos llamados elementos finitos, consiguiendo con ello facilitar el problema.
- Se consiguen resultados más aproximados a la realidad.
- Se puede automatizar el proceso.

En comparación con los métodos tradicionales las ventajas son las siguientes:

- Permite obtener soluciones con aproximaciones suficientes en menor tiempo.
- Mediante el presente método se puede resolver problemas que analíticamente no son posibles.
- Se logra simular deformaciones plásticas en procesos de embutición.
- Minimizar la fase de experimentación.

2.1.3 DESVENTAJA DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El grado de aproximación de los resultados obtenidos, depende del tamaño, tipo de elementos finitos utilizados para la solución del problema, y también de las funciones de interpolación.

2.1.4 BENEFICIOS PARA LAS EMPRESAS

El método de los elementos finitos puede ayudar a las empresas a:

- Reducir costos de fabricación
- Incrementar la productividad
- Mejorar la calidad de los procesos
- Reducir el tiempo de inserción en el mercado
- Acortar el tiempo de prueba y error
- Reducir los defectos de las piezas
- Competir a un alto nivel
- Prestigiar al sector, etc.

2.2 PROCEDIMIENTO GENERAL DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Ciertos pasos en el análisis de problemas mediante el uso del método de elementos finitos son comunes para todos los análisis. Estos pasos están incluidos también en los paquetes computacionales comerciales, y se describen a continuación.

2.2.1 PREPROCESO

Los pasos del preproceso (definir modelo) son generalmente rápidos y son los siguientes:

- Definir el dominio geométrico del problema.
- Definir el tipo de elemento a ser usado.
- Definir las propiedades de los materiales de los elementos.
- Definir las propiedades geométricas de los elementos (longitud, área, espesor, etc.).
- Definir la conectividad de los elementos.
- Definir las restricciones físicas (condiciones de borde)
- Definir las cargas¹.

El preproceso (definición del modelo) es un paso crítico puesto que las soluciones dependerán de que la geometría de análisis sea la más cercana a la realidad y cumpla con los pasos anteriores.

¹ Hutton D.; FUNDAMENTALS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS; Primera Edición; McGraw - Hill; México; 2004; p. 10

2.2.2 SOLUCION

Durante la fase de solución, se formula una serie de ecuaciones algebraicas y mediante un computador se determina los valores de las variables primarias. Se produce además:

- Miles/millones de ecuaciones algebraicas que representan el sistema.
- Se almacenan las variables (memoria del computador).
- Tiempo de solución.

2.2.3 POSTPROCESO

El postproceso se refiere a la evaluación y representación de resultados. El software contiene ciertas rutinas sofisticadas para representar los resultados, imprimirlas y trazar resultados de la solución por el método de elementos finitos.

Entre las operaciones que se puede lograr se tiene:

- Calcular tensiones de los elementos y representarlos gráficamente, y en orden de magnitud.
- Chequear el equilibrio.
- Calcular factores de seguridad.
- Representar el comportamiento mediante animaciones.
- Representar los resultados requeridos mediante gráficos².

² Hutton D.; FUNDAMENTALS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS; Primera Edición; McGraw - Hill; México; 2004; p. 11

2.3 SISTEMAS DISCRETOS

Son aquellos sistemas en los que sus elementos están identificados claramente y las partes son conectadas entre si por uniones llamadas nudos. A continuación se tiene algunos ejemplos de dichos sistemas.

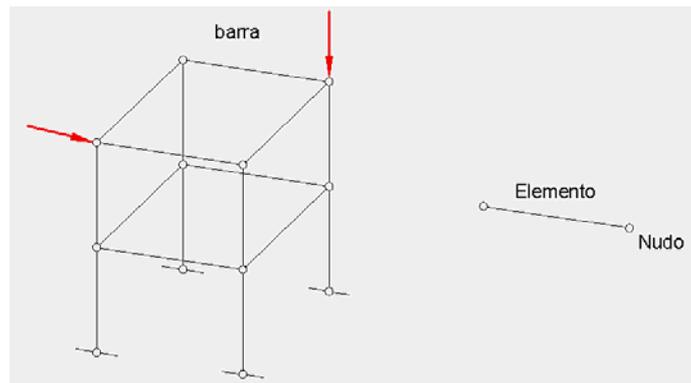


Figura 2.1 Sistema Estructural

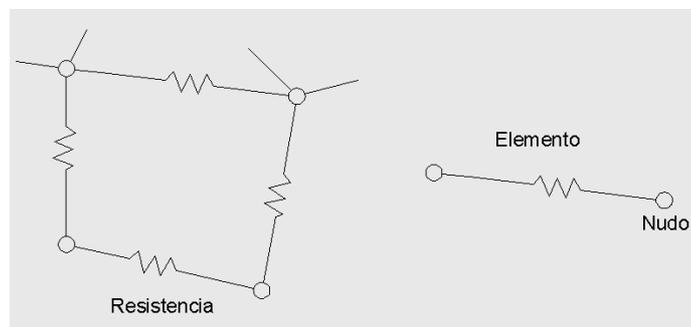


Figura 2.2 Sistema Eléctrico

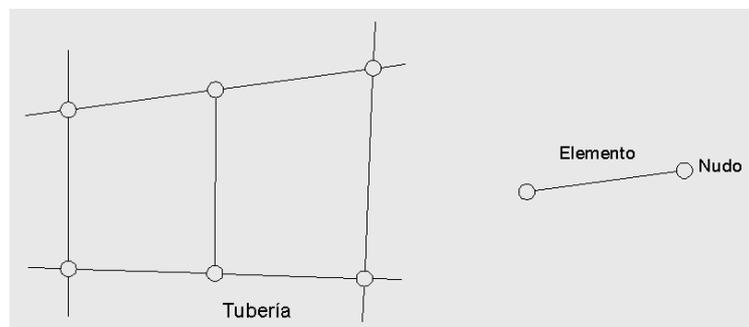


Figura 2.3 Sistema Hidráulico

2.4 SISTEMAS CONTINUOS

Son aquellos sistemas en los que sus elementos no están identificados con claridad y que se genera una malla de elementos que permite el análisis en cada uno de los nudos, a estos problemas se los puede expresar mediante el concepto de infinitésimos, lo que hace que el modelo matemático sea complicado.

A continuación se muestran algunas figuras de sistemas continuos.

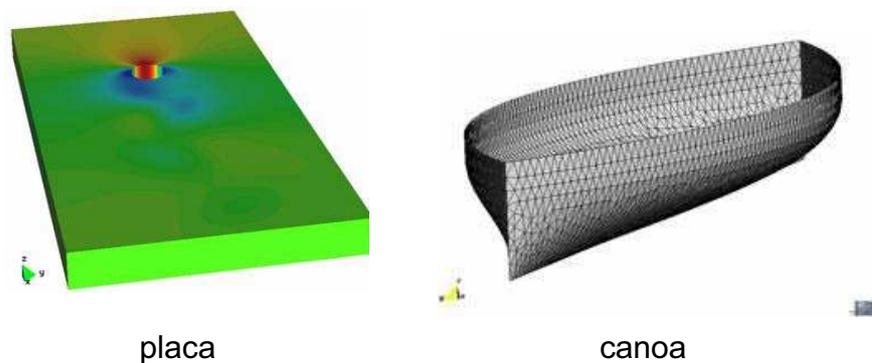


Figura 2.4 Sistemas Continuos

2.5 FLEXION EN ELEMENTOS.

Debido a que en diseño tradicional se parte del análisis del diente como una viga empotrada, es necesario detallar la manera en que el método de elementos finitos resuelve el sistema en dos dimensiones.

Mediante la teoría elemental de vigas se desarrolla la teoría de flexión por el método de elementos finitos en estos elementos, de tal manera que se tiene a la mano las siguientes ecuaciones del esfuerzo y momento en un elemento tipo viga.

$$\sigma_x = -Ey \frac{d^2v}{dx^2} \quad (2.1)$$

$$M(x) = - \int y \sigma_x dA = EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (2.2)$$

Para la aplicación del método de elementos finitos a elementos tipo viga se asume lo siguiente:

- El elemento es de longitud L y tiene 2 nodos, uno en cada extremo.
- El elemento se conecta con otros solo en los nodos.
- Las cargas se aplican solo en los nodos³.

La figura 2.5 muestra los desplazamientos nodales en sentido positivo de un elemento tipo viga.

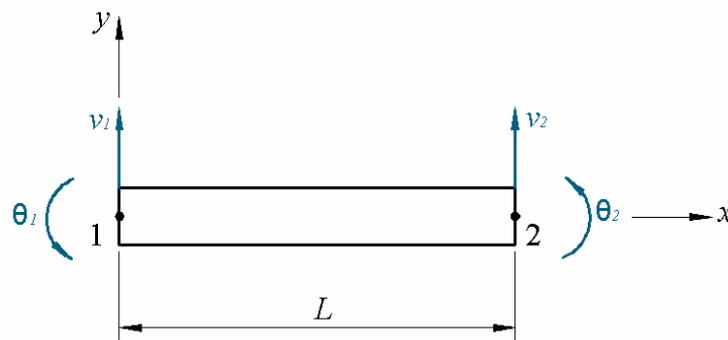


Figura 2.5 Desplazamientos nodales en un elemento tipo viga⁴

En el presente análisis los grados de libertad por cada nodo son:

- v deflexión.
- θ pendiente.

La función de desplazamiento está representada como:

³ Hutton D.; FUNDAMENTALS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS; Primera Edición; McGraw - Hill; México; 2004; p. 94

⁴ Hutton D.; FUNDAMENTALS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS; Primera Edición; McGraw - Hill; México; 2004; p. 95

$$v(x) = f(v_1, v_2, \theta_1, \theta_2, x) \quad (2.3)$$

sujeto a las siguientes condiciones de borde

$$v(x = x_1) = v_1 \quad (2.4)$$

$$v(x = x_2) = v_2 \quad (2.5)$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=x_2} = \theta_1 \quad (2.6)$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=x_2} = \theta_2 \quad (2.7)$$

Se asume la siguiente función de desplazamiento

$$v(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (2.8)$$

Aplicando las ecuaciones de borde en la ecuación (2.8) y resolviendo simultáneamente las ecuaciones que dan como resultado se obtiene sus respectivos coeficientes, quedando la función de desplazamiento de la siguiente manera.

$$v(x) = \left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}\right)v_1 + \left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)\theta_1 + \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}\right)v_2 + \left(\frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L}\right)\theta_2 \quad (2.9)$$

Esta toma la forma

$$v(x) = N_1(x)v_1 + N_2(x)\theta_1 + N_3(x)v_2 + N_4(x)\theta_2 \quad (2.10)$$

Cuya notación matricial es

$$v(x)[N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = [N]\{\delta\} \quad (2.11)$$

Donde N_1 , N_2 , N_3 , y N_4 son las funciones de interpolación que describen la distribución de los desplazamientos en términos de los valores nodales del vector de desplazamiento $\{\delta\}$.

Haciendo uso de la ecuación (2.3) se tiene

$$\sigma_x(x,y) = -yE \frac{d^2[N]}{dx^2} \{\delta\} \quad (2.12)$$

Puesto que los esfuerzos máximos se dan en las superficies extremas, y tomando en cuenta que las cargas solo se aplican en los nodos, los esfuerzos en esos puntos son:

$$\sigma_x(x=0) = y_{\max} E \left[\frac{6}{L^2} (v_2 - v_1) - \frac{2}{L} ((2\theta_1 + \theta_2)) \right] \quad (2.13)$$

$$\sigma_x(x=L) = y_{\max} E \left[\frac{6}{L^2} (v_1 - v_2) + \frac{2}{L} ((2\theta_1 + \theta_2)) \right] \quad (2.14)$$

2.5.1 MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO TIPO VIGA.

Para la determinación de la matriz de rigidez del elemento tipo viga se parte de la utilización de la ecuación de la energía potencial interna

$$U_e = \frac{1}{2} \int_V \sigma_x \epsilon_x dv \quad (2.15)$$

Donde V es el volumen total del elemento.

Sustituyendo la ecuación del esfuerzo (2.1) y la deformación en la ecuación anterior, la energía potencial interna se escribe de la siguiente manera

$$U_e = \frac{E}{2} \int_V y^2 \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dv = \frac{E}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 \left(\int_A y^2 dA \right) dx \quad (2.16)$$

Aplicando el primer teorema de Castigliano, derivando parcialmente la energía potencial interna respecto a cada uno de sus desplazamientos nodales, se tiene las siguientes relaciones

$$\frac{\partial U_e}{\partial v_1} = F_1 \quad \frac{\partial U_e}{\partial \theta_1} = M_1 \quad \frac{\partial U_e}{\partial v_2} = F_2 \quad \frac{\partial U_e}{\partial \theta_2} = M_2 \quad (2.17)$$

Cuya representación matricial del elemento tipo viga es

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Donde los coeficientes k_{mn} son los coeficientes de la matriz de rigidez del elemento tipo viga. Dichos coeficientes pueden ser escritos de la siguiente manera

$$k_{mn} = k_{nm} = EI_z \int_0^L \frac{d^2 N_m}{dx^2} \frac{d^2 N_n}{dx^2} dx \quad m, n = 1, 4 \quad (2.19)$$

Por consiguiente la matriz de rigidez se define de la siguiente manera

$$[K_e] = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La figura 2.6 indica la convección para fuerzas cortantes y momento flector en una viga.

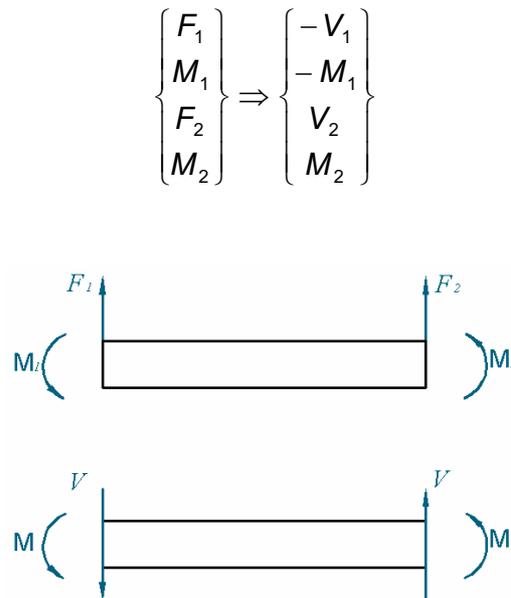


Figura 2.6 Convección para momento cortante y flector⁵

Cuando la carga aplicada es $q(x)$ distribuida, las fuerzas y momentos nodales son:

$$F_{1q} = \int_0^L q(x)N_1(x)dx \quad (2.21)$$

$$M_{1q} = \int_0^L q(x)N_2(x)dx \quad (2.22)$$

$$F_{2q} = \int_0^L q(x)N_3(x)dx \quad (2.23)$$

⁵ Hutton D.; FUNDAMENTALS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS; Primera Edición; McGraw - Hill; México; 2004; p. 102

$$M_{2q} = \int_0^L q(x)N_4(x)dx \quad (2.24)$$

En casos en los que $q(x)$ es q constante las fuerzas y momentos nodales se reducen a

$$\begin{Bmatrix} F_{1q} \\ M_{1q} \\ F_{2q} \\ M_{2q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \\ \frac{qL}{2} \\ -\frac{qL^2}{12} \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

2.6 APLICACIONES EN SÓLIDOS.

Luego de haber tratado y demostrado como funciona el método de los elementos finitos en elementos lineales, se puede tratar con mayor claridad su aplicación a elementos sólidos, siendo el concepto de los elementos finitos aplicado de igual manera, manteniendo la misma estructura del proceso general del MEF.

2.6.1 ESFUERZOS GENERALES EN ELEMENTOS EN TRES DIMENSIONES

Frecuentemente la mayoría de elementos están sujetos no sólo a cargas en direcciones axiales como se explico anteriormente, sino que en la mayor parte de los casos las fuerzas son aplicadas espacialmente. En los casos mas generales, se tiene tres componentes de desplazamientos u , v , y w , en las direcciones x , y , y z respectivamente, y seis componentes de la deformaciones dadas por

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Que por conveniencia se los expresa de la siguiente manera

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [L] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

La relación de esfuerzos – deformación está expresada en forma matricial de la siguiente forma

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \{\varepsilon\} = [D]\{\varepsilon\}$$

(2.28)

2.6.1.1 Formulación de elementos finitos

Siguiendo el procedimiento general establecido para elementos en dos dimensiones, en elementos tridimensionales se tiene M nodos cuya discretización de componentes de desplazamientos es

$$u(x, y, z) = \sum_{i=1}^M N_i(x, y, z) u_i \quad (2.29)$$

$$v(x, y, z) = \sum_{i=1}^M N_i(x, y, z) v_i \quad (2.30)$$

$$w(x, y, z) = \sum_{i=1}^M N_i(x, y, z) w_i \quad (2.31)$$

Donde u_i , v_i , y w_i son los desplazamientos nodales
 $N_i(x, y, z)$ son las funciones de interpolación

Introduciendo el vector de desplazamientos nodales $\{\epsilon\}$ (matriz columna),

$$\{\delta\} = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_M \quad v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_M \quad w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_M]^T \quad (2.32)$$

la representación matricial de los desplazamientos queda de la siguiente manera

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [N] & [0] & [0] \\ [0] & [N] & [0] \\ [0] & [0] & [N] \end{bmatrix} \{\delta\} = [N_3] \{\delta\} \quad (2.33)$$

Donde $[N]$ es la submatriz de 1 x M columnas de las funciones de interpolación.

Mediante la utilización de la energía potencia total se llega a la siguiente ecuación del sistema

$$\Pi = U_e - W = \frac{1}{2} \{\delta\}^T \int \int \int_V [B]^T [D][B] dV \{\delta\} - \{\delta\}^T \{f\} \quad (2.34)$$

Donde [B] está expresado de la siguiente manera

$$[B] = [L][N_3] \quad (2.35)$$

De la ecuación (2.34) se tiene que

$$\int \int \int_V [B]^T [D][B] dV \{\delta\} = \{f\} \quad (2.36)$$

definiendo a la matriz de rigidez como

$$[k] = \int \int \int_V [B]^T [D][B] dV \quad (2.37)$$

Realizando el desarrollo consecutivo se tiene que la ecuación global del sistema está dada por

$$[K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (2.38)$$

Donde [K] representa la matriz de rigidez global
 $\{\Delta\}$ representa la matriz global de desplazamientos
 $\{F\}$ representa las fuerzas nodales aplicadas

CAPÍTULO III

DISEÑO ANALÍTICO

La importancia de los engranes como elementos de transmisión en la industria es vital para el óptimo funcionamiento de los sistemas de los cuales forman parte; por tal razón la etapa de diseño se torna trascendental para poder garantizar los requerimientos operacionales establecidos. Se tiene entonces que la metodología del diseño tradicional continúa siendo usada ampliamente durante esta etapa.

3.1 DISEÑO DEL PIÑÓN.

Datos iniciales para la transmisión.

Potencia a transmitir: $H = 10$ [hp]

Revoluciones del piñón: $n_1 = 1725$ rpm

Ángulo de presión: $\Phi = 20^\circ$

Relación de transmisión: $m_G = 2:1$

Para iniciar el análisis se toma un módulo de $m = 3$

Luego, asumo $Z_1 = 18$

Los diámetros primitivos correspondientes son:

$$d_1 = 54 \text{ [mm]}$$

$$d_2 = 108 \text{ [mm]}$$

Consecuentemente el número de dientes del engrane es $Z_2 = 36$

3.1.1 DIMENSIONAMIENTO DEL PIÑÓN.

De acuerdo a las ecuaciones citadas en los textos de diseño mecánico, se obtiene las dimensiones adecuadas para el presente caso.

Diámetro Exterior: $D_o = 60$ [mm]

Diámetro base: $d_b = 50.74$ [mm]

Diámetro de fondo: $d_f = 46.5$ [mm]

Distancia entre centros: $C = 81$ [mm]

Espesor del diente: $t = 4.712$ [mm]

Profundidad de trabajo: $h_k = 6.01$ [mm]

Espacio libre: $c = 0.907$ [mm]

Radio de acuerdo del fondo: $r_f = 1.087$ [mm]

3.1.2 DISEÑO DINÁMICO DEL PIÑÓN

La velocidad en la línea de paso se determina en base a la ecuación 1.8:

$$V_1 = 4.88 \text{ [m/s]}$$

Luego, resolviendo W_t de la ecuación 1.10 se obtiene el valor de la carga transmitida

$$W_t = 1528.89 \text{ [N]}$$

El factor de velocidad (Ecuación 1.14) es:

$$K'_v = 1.6205$$

Interpolando el valor de J en la Tabla 1 del Anexo 1, para un número de dientes igual a 18 se tiene:

$$J = 0.33876$$

3.1.2.1 Cálculo del ancho de cara del diente

El ancho de cara del diente se determina en base a la ecuación:

$$F = \frac{K'_v W^t}{mJ[\sigma]}$$

El esfuerzo admisible para el acero AISI 1040

$$[\sigma] = 296.5 \text{ [MPa]}$$

Por lo tanto:

$$F = 8.25 \text{ [mm]}$$

Asumiendo un valor de $12m$ se obtiene el ancho de cara de 36 [mm].

Se tiene entonces, en función de la ecuación (1.15) de la AGMA que el esfuerzo flexionante es:

$$\sigma = 67.69 \text{ [MPa]}$$

Con un factor de seguridad de:

$$\eta = 4.38$$

3.1.2.2 Resistencia a la fatiga.

En el presente diseño del piñón se ha considerado como material el acero AISI 1040. Las propiedades de este acero son:

$$S_y = 86 \text{ [kpsi]}; 593 \text{ [MPa]}$$

$$S_{ut} = 113 \text{ [kpsi]}; 779 \text{ [MPa]}$$

$$\text{HBn} = 262$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e'$$

El factor de superficie se obtiene en base a la Figura 1 del Anexo 2

$$k_a = 0.772$$

para en diámetro equivalente de 11.83 [mm] el valor del factor de tamaño es:

$$k_b = 0.951$$

los factores de confiabilidad, temperatura, y concentración de esfuerzo se los considera igual a la unidad

$$k_c = k_d = k_e = 1$$

considerando la resistencia a la tensión del material, de la Tabla 1 correspondiente al Anexo 2 se obtiene el factor de efectos varios.

$$k_f = 1.33$$

Entonces, el límite de resistencia a la fatiga es

$$S_e' = 389.5 \text{ [MPa]}$$

Empleando la ecuación 1.16 se obtiene que la resistencia a la fatiga del diente del engrane corresponde a

$$S_e = 380.32 \text{ [MPa]}$$

3.1.2.3 Factor de Seguridad.

Para determinar el factor de seguridad del engrane se toman en consideración los siguientes factores.

Los factores de corrección por sobrecarga se encuentran tabulados en la Tabla 3 – Anexo 2, la cual da el valor de $K_o = 1$

El factor de distribución de carga se determina de acuerdo a las características de montaje de los engranes; para el presente caso $K_m = 1.3$

Luego, de la ecuación 1.20 se obtiene

$$n_G = 1 * 1.3 * \eta$$

Adicionalmente,

$$n_G = \frac{S_e}{\sigma} = 5.62$$

Por lo tanto el factor de seguridad ordinario es

$$\eta = 4.32$$

3.1.2.4 Durabilidad de la Superficie.

Para el cálculo de la durabilidad de la superficie del diente del engrane se considera las ecuaciones formuladas por la AGMA las mismas que se basan en la teoría de Hertz.

De acuerdo a la ecuación 1.23, se determina el factor de configuración geométrico

$$I = 0.1071$$

El esfuerzo de compresión en la superficie del diente se establece mediante el uso de la ecuación 1.22

$$\sigma_H = 658.78 \text{ [MPa]}$$

3.1.2.5 Resistencia a la Fatiga en la Superficie.

Con el empleo de la ecuación 1.24, es posible determinar la resistencia a la fatiga en la superficie de los dientes en contacto.

$$S_c = 653.62 \text{ [MPa]}$$

Pero, considerando las recomendaciones de la AGMA para el límite de resistencia a la fatiga superficial, se tiene.

El factor de duración o vida para un periodo de 10^6 ciclos (Anexo 2 - Tabla 4) corresponde a $C_L = 1.1$

El factor de relación de dureza para engranajes rectos es $C_H = 1$

Tomando un confiabilidad del 99% se obtiene un valor de $C_R = 0.8$ (Anexo 2 - Tabla 4)

Al no sobrepasar los 250 [°F] el factor de temperatura es de $C_T = 1$

Por consiguiente, de la ecuación 1.25, se tiene

$$S_H = 898.73[\text{MPa}]$$

De manera similar al factor de seguridad anterior. El factor de seguridad n_G del engrane es:

$$n_G = 1.36$$

Se tiene entonces que el factor de seguridad ordinario corresponde al valor de:

$$\eta = 1.049$$

Lo cual garantiza la resistencia a la fatiga a la superficie.

CAPITULO IV

MODELADO MEDIANTE EL GID.

En el mercado actual existe un sin número de herramientas computacionales diseñados para el análisis utilizando el método de los elementos finitos, sin embargo para el presente proyecto se ha tomado uno de ellos como es el GID y sus respectivos módulos Ramsolid y Calsef que poseen o tienen las herramientas básicas que interesan para motivo de análisis de este proyecto.

El GID es una interfase gráfica interactiva por definición, diseñado para la preparación y visualización de todo tipo de datos relacionados con simulación numérica. Estos datos incluyen, definición de geometría, material, condiciones de solución, y otros parámetros, generando una malla de elementos finitos que luego son ensamblados y resueltos como un todo.

El presente capítulo proporciona los conocimientos básicos para realizar el modelado de la pieza mecánica, en este caso de una rueda dentada mediante el software GID, el cual proporciona herramientas para el procedimiento general de análisis como es Preproceso, Solución y Postproceso.

4.1 GENERACION DEL MODELO (PREPROCESO)

El objetivo de la generación del modelo es reproducir la pieza motivo de análisis para realizar un estudio de generación de malla. El desarrollo de este modelo consta de las siguientes fases:

1. Trabajo por capas
2. Creación del perfil de la pieza
3. Realización del agujero
4. Generación del volumen a partir de la superficie

Al realizar el procedimiento el usuario deberá ser capaz de utilizar las herramientas 2D que GID ofrece y asimismo las opciones de generación de malla y de visualización del prototipo.

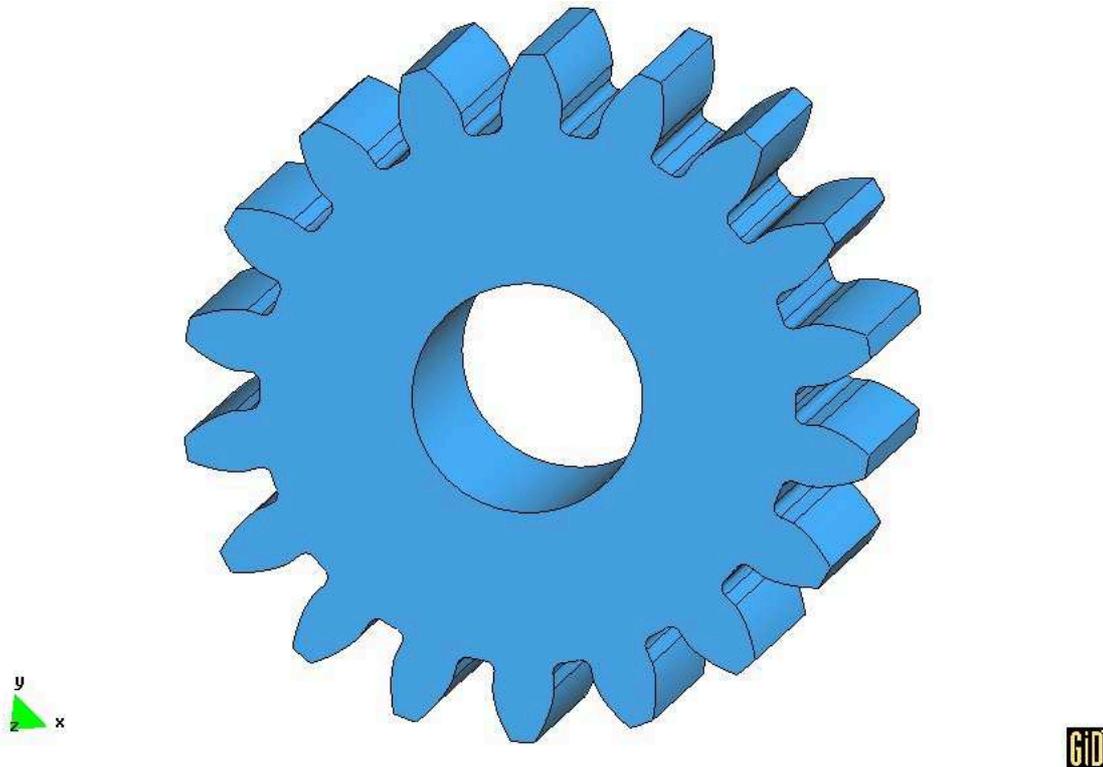


Figura 4.1 Modelo a generar

4.1.1 TRABAJO POR CAPAS.

Una representación geométrica se compone de varias entidades, es decir de puntos, líneas, superficies y volúmenes, que la compone. Una definición básica de una capa (*layer* en inglés) es un contenedor o agrupación de entidades. La definición de capas en el diseño asistido por ordenador permite tratar colectivamente todas las entidades pertenecientes a una misma capa.

La generación de la pieza mecánica se realizará con la utilización de capas que servirán como líneas auxiliares, cuyas entidades no útiles serán eliminadas al final.

4.1.1.1 Creación de dos capas nuevas

1. Abrir la ventana que gestiona las capas. Esta se encuentra en el menú **Utilities, Layers**.
2. Crear dos capas nuevas, llamadas "auxiliar" y "perfil". Para cada capa, introducir su nombre en la ventana **Layers** (Figura 4.2) y hacer clic en **New**.
3. Convertir a "auxiliar" en la capa de trabajo. Para ello seleccionar y hacer clic en **Layer To use**. De esta forma, todas las entidades que se creen a partir de este momento pertenecerán a dicha capa.

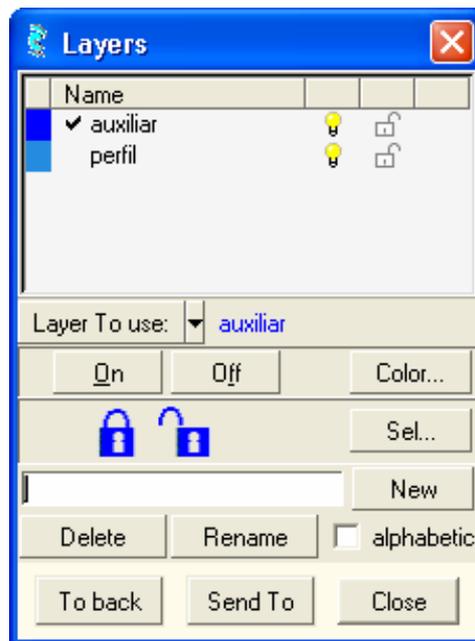


Figura 4.2 Ventana layers

4.1.2 CREACION DEL PERFIL

El perfil del modelo posee varios dientes, que son todos idénticos. Se inicia dibujando uno de estos, que posteriormente se copiará para obtener todo el perfil.

4.1.2.1 Creación de la circunferencia de fondo, circunferencia base, y circunferencia exterior

1. Escoger la opción **Circle**, que se encuentra en **Geometry, Create, Object** o en el Toolbox de GID.
2. El centro del círculo es (0,0). Para seleccionarlo, elegir la opción **Contextual, Join C-a** del menú del Mouse (botón derecho).
3. Introducir cualquier punto que unido con el centro del círculo defina una normal al plano XY.
4. Introducir el radio del círculo. El círculo que se va a crear es el círculo de fondo cuyo diámetro está especificado en el capítulo anterior.
5. Pulsar **ESC** para indicar que la creación del círculo ha concluido.
6. De igual manera se realiza los procedimientos 1 al 5 para cada circunferencia adicional con sus respectivos radios.

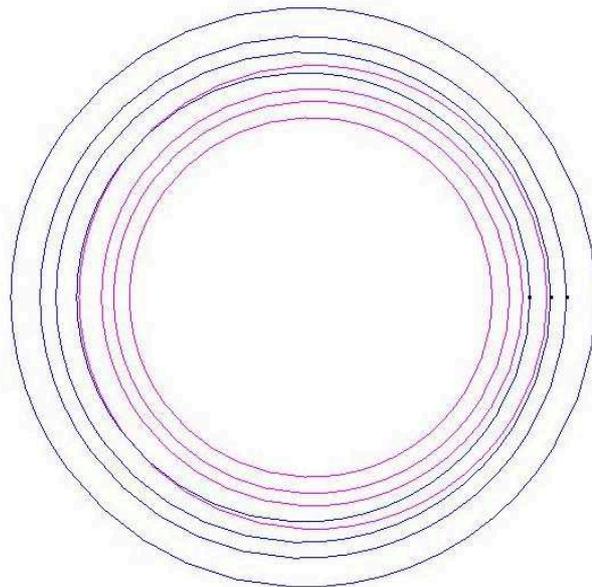


Figura 4.3 Creación de circunferencias en el punto (0,0)

4.1.2.2 Creación de un círculo de radio 0.009239 en el punto (0.0024,0.0269)

El objetivo de la creación de este círculo es obtener el punto de intersección con la circunferencia base.

El procedimiento es el mismo que se realizó para crear las circunferencias básicas.

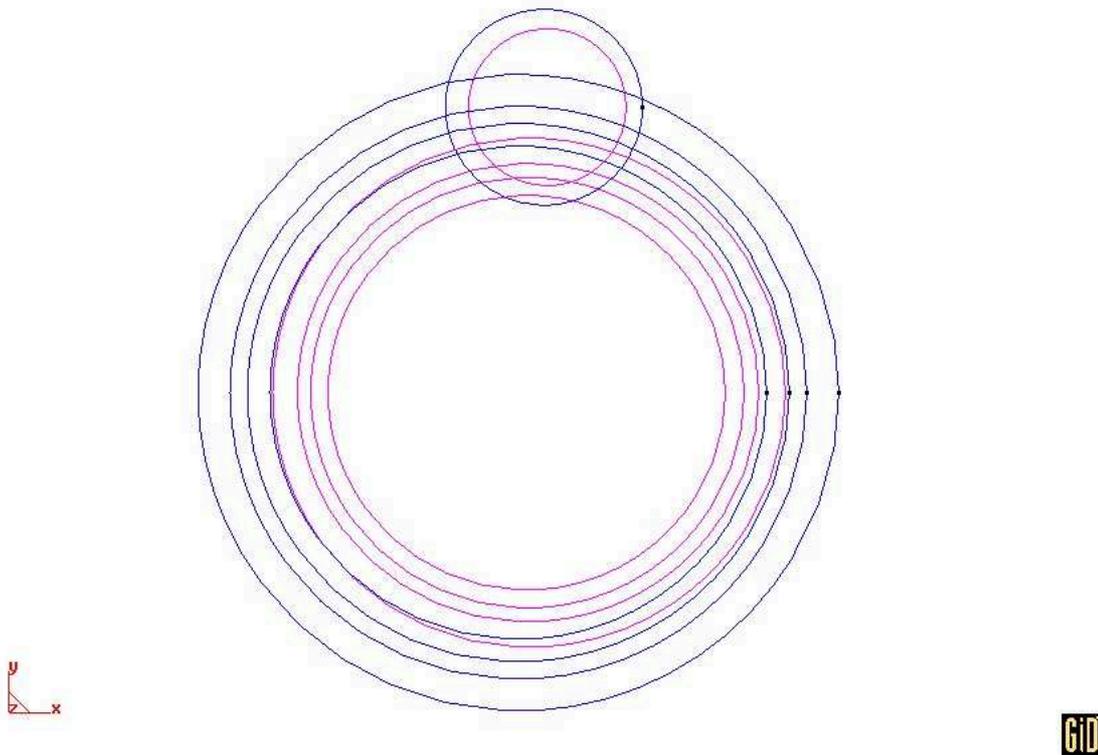


Figura 4.4 Creación de un círculo en el punto (0.0024,0.0269)

4.1.2.3 Intersección entre círculos.

1. Escoger la opción **Geometry, Create, Inresection, Line-Line**.
2. Seleccionar el círculo superior y el círculo base en el orden mencionado.
3. Pulsar **ESC** para finalizar la intersección de líneas.

4.1.2.4 Creación de una línea auxiliar desde (0.0098,0.0289) al punto de intersección entre los círculos.

1. Escoger la opción **Line**, que se encuentra en **Geometry, Create, Line** o en el Toolbox de GID.
2. Introducir la coordenada inicial (0.0098, 0.0289).

3. Seleccionar el punto de intersección entre los círculos. Para seleccionarlos, elija la opción **Contextual, Join C-a** del menú del Mouse.
4. Pulsar **ESC** para indicar que la creación de la línea ha finalizado.

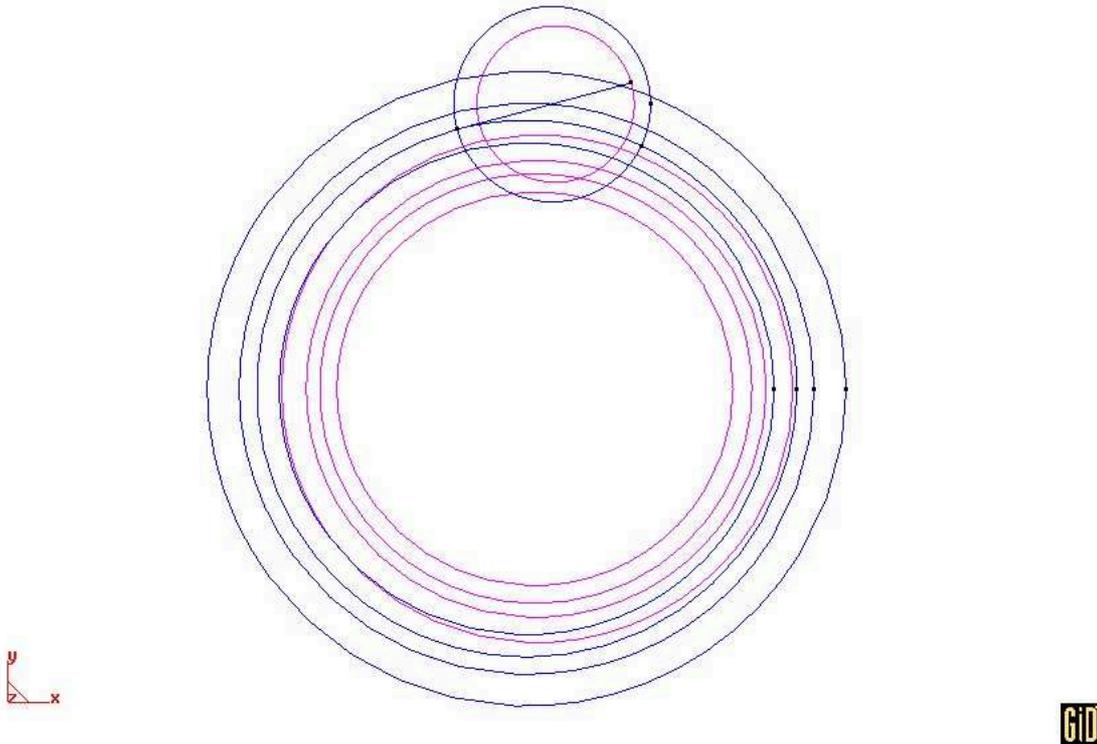


Figura 4.5 Creación de una línea auxiliar

4.1.2.5 Rotación con copia de 2 y -2 grados de la línea auxiliar

1. Utilizar la ventana **Copy** que se encuentra en **Utilities, Copy**.
2. Dentro del menú **Copy** y de las posibilidades de Transformación (**Transformation**) escoger la opción **Rotation**. El tipo de entidad sobre la que se hará la rotación es una línea, por tanto, en el menú **Entities Type** escoger **Line**.
3. Poner un ángulo de 2 y hacer clic en la opción **Two dimensions**.
4. Ingresar el número de copias 8 en **Multiple copies**.
5. Pulsar en **Select** para seleccionar la línea que se quiere copiar.
6. Luego de hacer la selección pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha terminado.

- De la misma forma se repite los pasos 1 a 6 pero ahora con un ángulo de -2 grados y con un número de copias de 10.

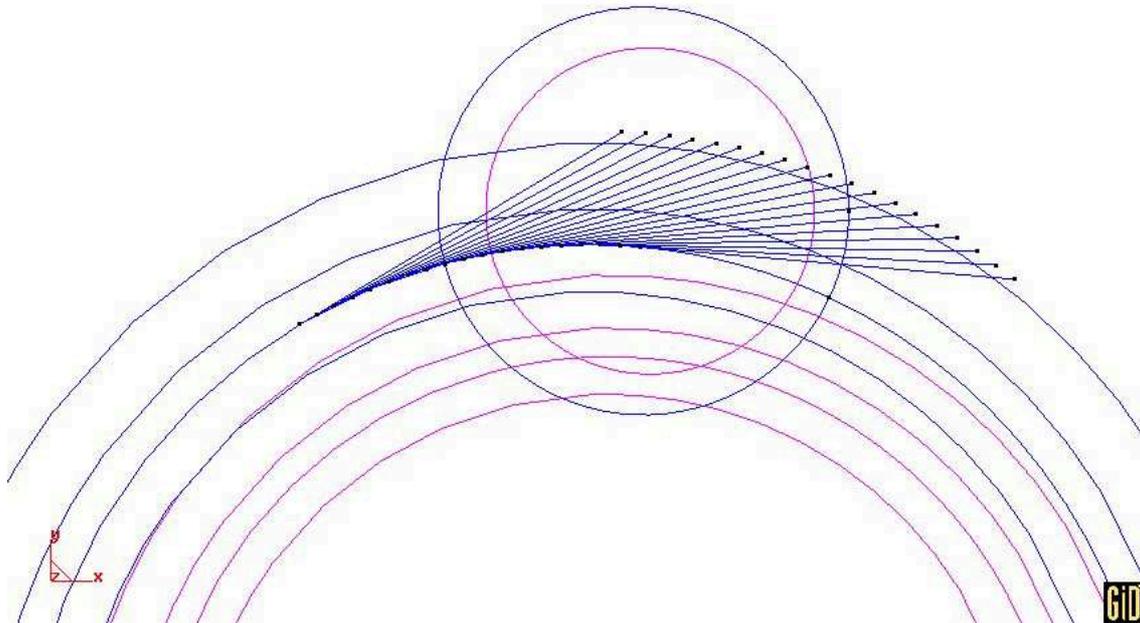


Figura 4.6 Resultado de la rotación con copia de línea auxiliar

4.1.2.6 División de las líneas auxiliares.

La división de las líneas auxiliares se realiza con el objetivo de determinar los puntos que generan la evolvente, partiendo de las líneas tangentes a la circunferencia base.

- Escoger la opción **Geometry, Edit, Divide, Relative Length**. Esta opción dividirá la línea en el punto a una distancia relativa.
- Observará que la flecha del Mouse se ha convertido en un doble cuadrado. Seleccione la línea que se desea dividir haciendo clic con el Mouse.
- Introducir los valores de la distancia relativa.. En este caso se ingresa la distancia N° 1 de la tabla 4.1.
- Pulsar **ESC** para indicar que la división de la línea ha concluido.
- Realizas los pasos 1 al 4 para cada línea con su respectiva distancia relativa

Tabla 4.1 Distancia relativa de división de líneas auxiliares

DISTANCIA RELATIVA	
Nº	VALOR
1	0,963633136
2	0,911514793
3	0,859396450
4	0,807278107
5	0,755159763
6	0,703041420
7	0,650923077
8	0,598804734
9	0,546686391
10	0,494568047
11	0,442449704
12	0,390331361
13	0,338213018
14	0,286094675
15	0,233976331
16	0,181857988
17	0,129739645
18	0,077621302
19	0,025502959

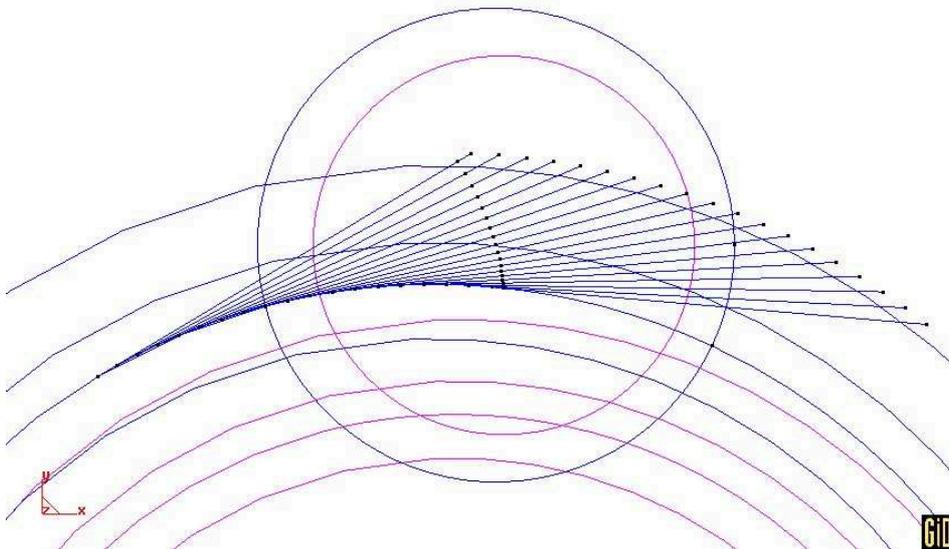


Figura 4.7 División de líneas auxiliares (generación de los puntos de la evolvente)

4.1.2.7 Creación de una línea auxiliar desde (0,0) al punto de inicio del perfil de evolvente.

1. Escoger la opción Line, que se encuentra en Geometry, Create, Line o en el Toolbox de GID.
2. Introducir la coordenada inicial (0,0).
3. Seleccionar el punto mencionado. Para seleccionarlo, elija la opción Contextual, Join C-a del menú del Mouse.
4. Pulsar ESC para indicar que la creación de la línea ha finalizado.

4.1.2.8 División de la línea auxiliar en (0.0025,0.0240)

La división de esta línea es con el objetivo de determinar el punto de tangencia del radio del entalle. Las coordenadas están determinadas mediante el software AutoCad 2004.

1. Escoger la opción **Geometry, Edit, Divide, Near Point**. Esta opción dividirá la línea en el punto de la línea más cercano al introducido.
2. Observará que la flecha del Mouse se ha convertido en un doble cuadrado. Seleccione la línea que se desea dividir haciendo clic con el Mouse.
3. Introducir las coordenadas del punto que dividirá la línea.
4. Pulsar **ESC** para indicar que la división de la línea ha concluido.

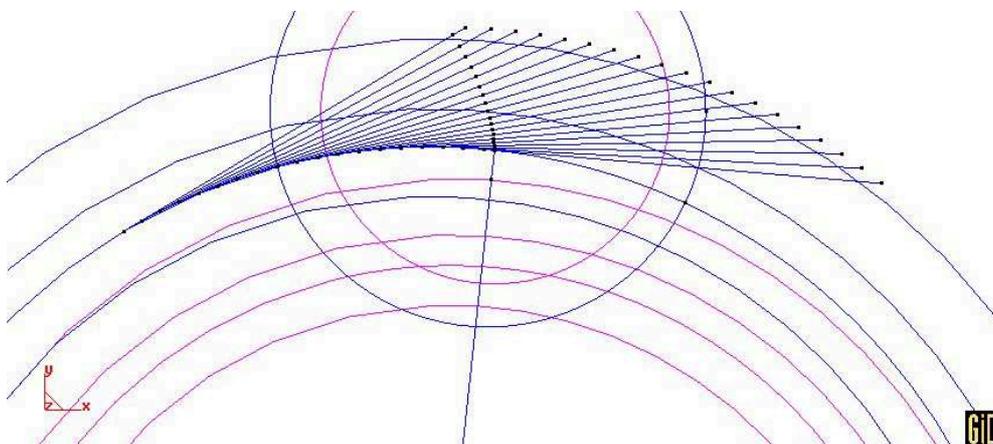


Figura 4.8 División de la línea auxiliar en el punto (0.0025,0.0240)

4.1.2.9 División del círculo de fondo en (0.0033,0.0230)

La división del círculo de fondo es con el objetivo de determinar el segundo punto de tangencia del radio del entalle. Las coordenadas están determinadas mediante el software AutoCad 2004.

1. Escoger la opción **Geometry, Edit, Divide, Near Point**. Esta opción dividirá el círculo de fondo en el punto más cercano al introducido.
2. Observará que la flecha del Mouse se ha convertido en un doble cuadrado. Seleccionar el círculo que se desea dividir haciendo clic con el Mouse.
3. Introducir las coordenadas del punto que dividirá el círculo.
4. Pulsar **ESC** para indicar que la división de la línea ha concluido.

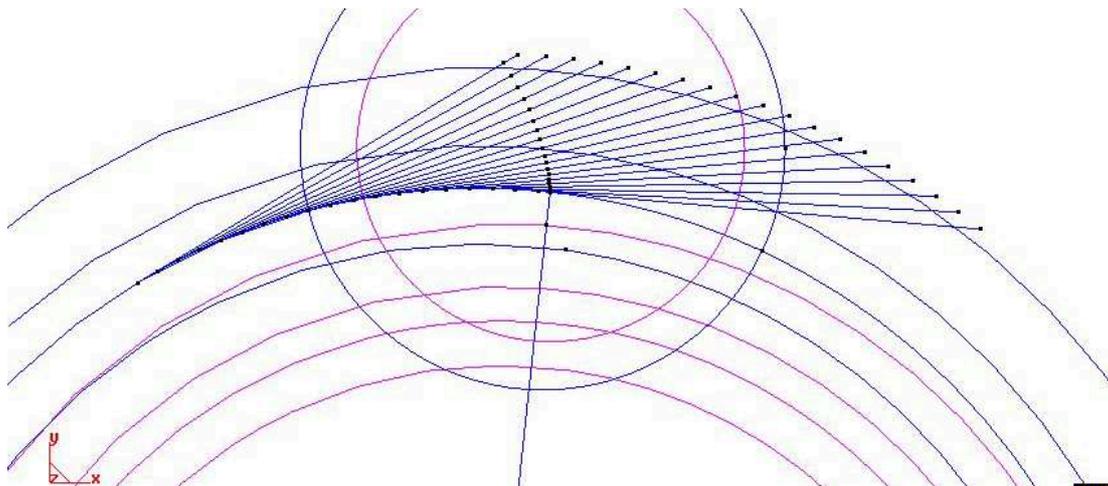


Figura 4.9 División del círculo de fondo en (0.0033,0.0230)

4.1.2.10 Creación de un punto en (0.0027,0.0234)

Este punto se crea para poder construir el arco que sería el entalle del diente.

1. Escoger la opción **Point**, que se encuentra en **Geometry, Create, Point**.
2. Introducir las coordenadas (0.0027,0.0234)

3. Pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha finalizado.

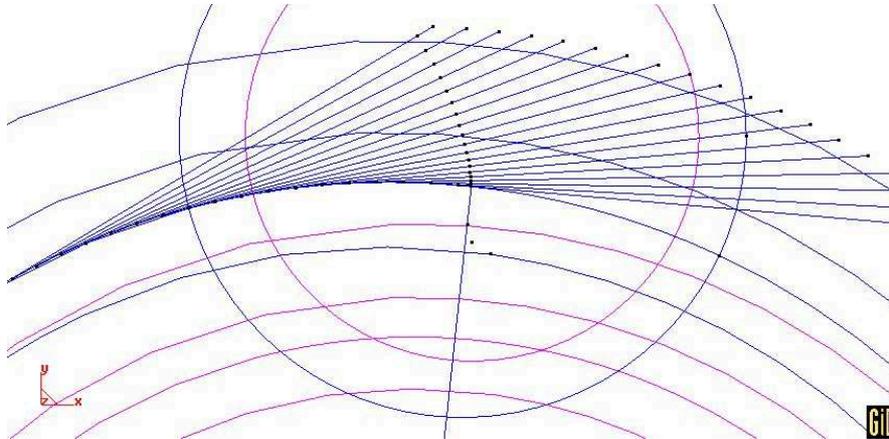


Figura 4.10 Creación del punto (0.0027,0.0234)

4.1.2.11 Creación de un arco que pase por los tres puntos creados anteriormente.

1. Escoger la opción **Geometry, Create, Arc** (o en el Toolbox)
2. Puesto que los tres puntos ya existen seleccionar la opción **Contextual, Join C-a** del menú del mouse. La flecha se convierte en un doble cuadrado, que indica que se puede hacer clic sobre un punto.
3. Seleccionar los tres puntos creados anteriormente.
4. Pulsar **ESC** para indicar que la creación del arco ha finalizado. La figura 4.11 muestra como queda el arco al realizar los pasos anteriores.

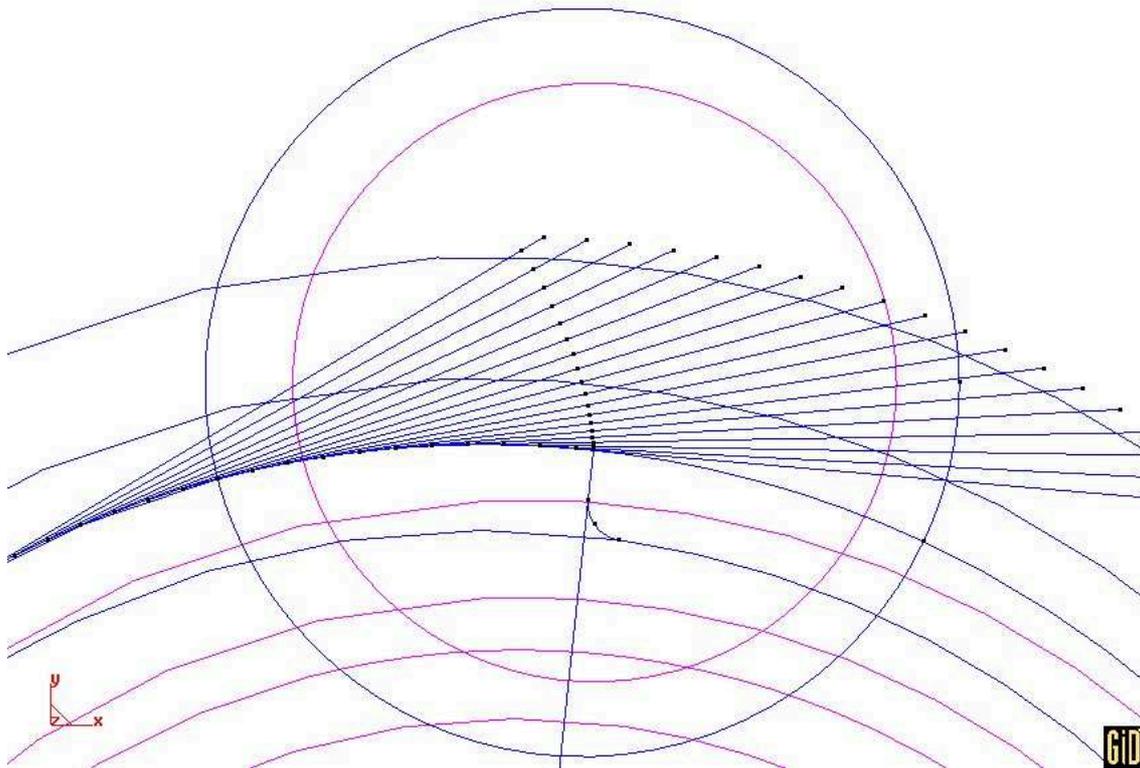


Figura 4.11 Creación de un arco (entalle del diente)

4.1.2.12 Creación del perfil del diente.

En el paso siguiente la creación del perfil consiste en la unión de los puntos que determinan el perfil del diente mediante una **NURBS line**.

1. Escoger la opción **Geometry, Create, NURBS line** para crear una curva a través de los puntos que definen la evolvente.
2. Puesto que los puntos están creados seleccionar la opción **Contextual, Join C-a** del menú del mouse. La flecha se convierte en un doble cuadrado, que indica que se puede hacer clic sobre un punto.
3. Seleccionar todos los puntos en un orden determinado de tal manera que se cree el perfil del diente como se muestra en la figura 4.12
4. Pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha finalizado

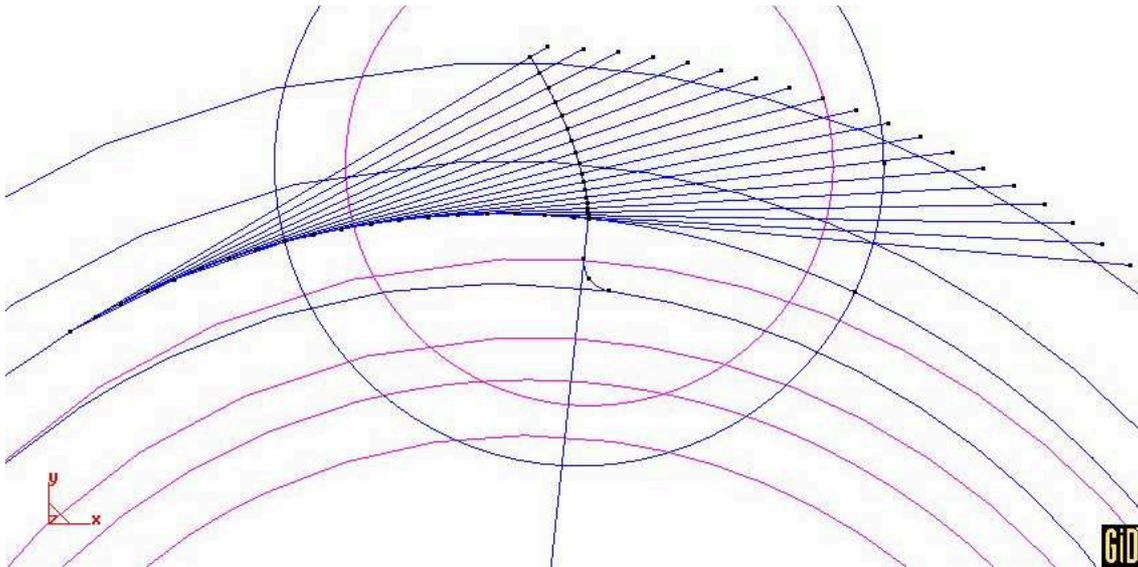


Figura 4.12 Perfil del diente

4.1.2.13 Copia con mirror del perfil del diente

1. Utilizar la ventana **Copy** que se encuentra en **Utilities, Copy**.
2. Dentro del menú **Copy** y de las posibilidades de transformación escoger la opción **Mirror**. El tipo de entidad sobre la que se hará la copia es una línea, por tanto, en el menú **Entities Type** escoger **Line**.
3. Introducir las coordenadas de los puntos que definirán la línea de copia, en este caso las coordenadas son (0,0) y (0,0.1).
4. Hacer clic en la opción **Two dimensions** y pulsar la opción **Select** para luego seleccionar las líneas que definen el perfil del diente.
5. Pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha finalizado.

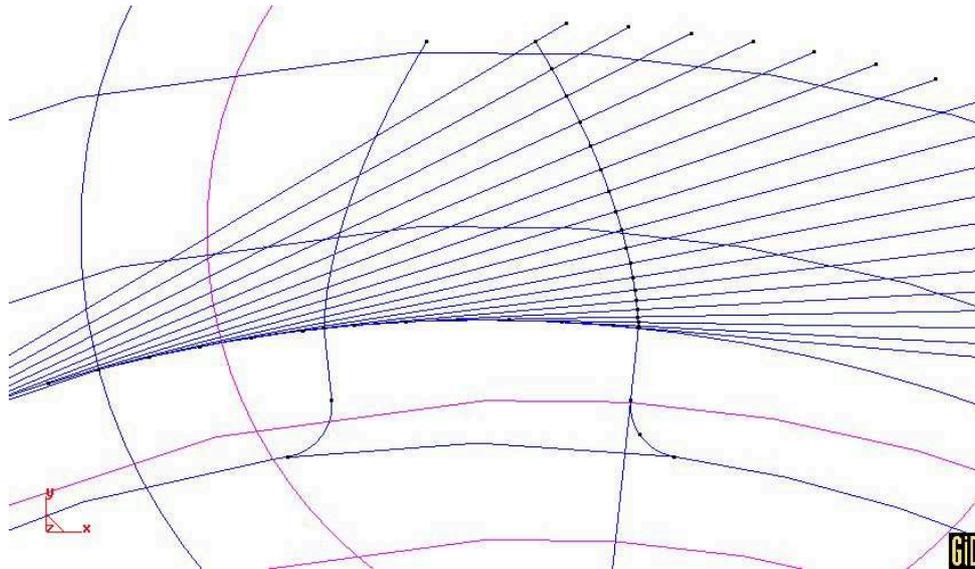


Figura 4.13 Copia con mirror del perfil del diente

4.1.2.14 Intersección entre el círculo exterior y el perfil del diente.

1. Escoger la opción **Geometry, Create, Inresection, Line-Line**.
2. Seleccionar el perfil del diente y el círculo exterior en el orden mencionado.
3. Pulsar **ESC** para finalizar la intersección de líneas.
4. Repetir los pasos anteriores para intersecar el segundo perfil que define el diente.

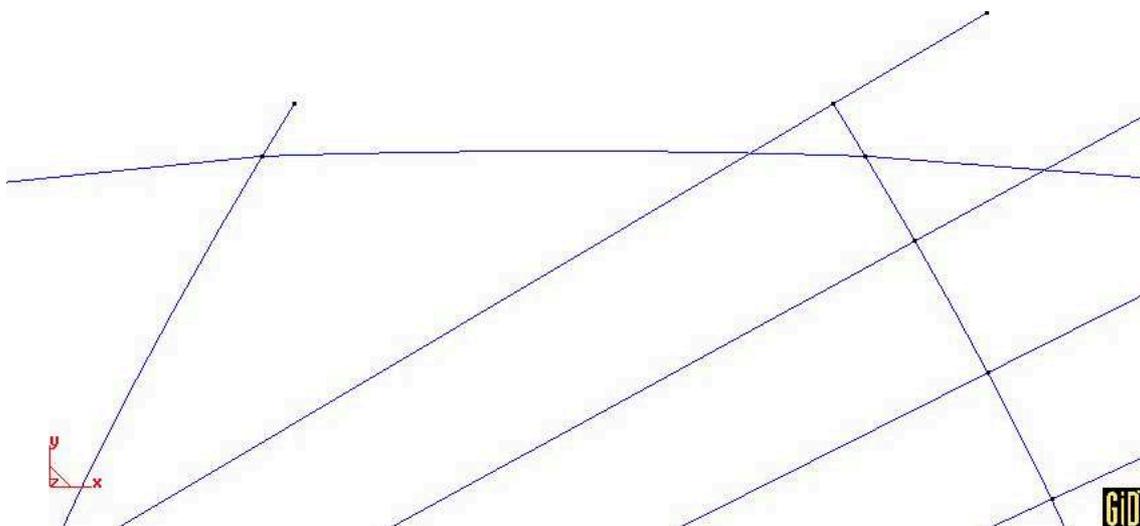


Figura 4.14 Intersección de los perfiles y el círculo exterior

4.1.2.15 Copia con rotación del perfil del diente.

1. Utilizar la ventana **Copy** que se encuentra en **Utilities, Copy**.
2. Dentro del menú **Copy** y de las posibilidades de transformación escoger la opción **Rotation**. El tipo de entidad sobre la que se hará la copia es una línea, por tanto, en el menú **Entities Type** escoger **Line**.
3. Introducir un ángulo de 20 grados y un número de copias igual a 18.
4. Hacer clic en la opción **Two dimensions** y pulsar la opción **Select** para luego seleccionar las líneas que definen el perfil del diente.
5. Pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha finalizado.

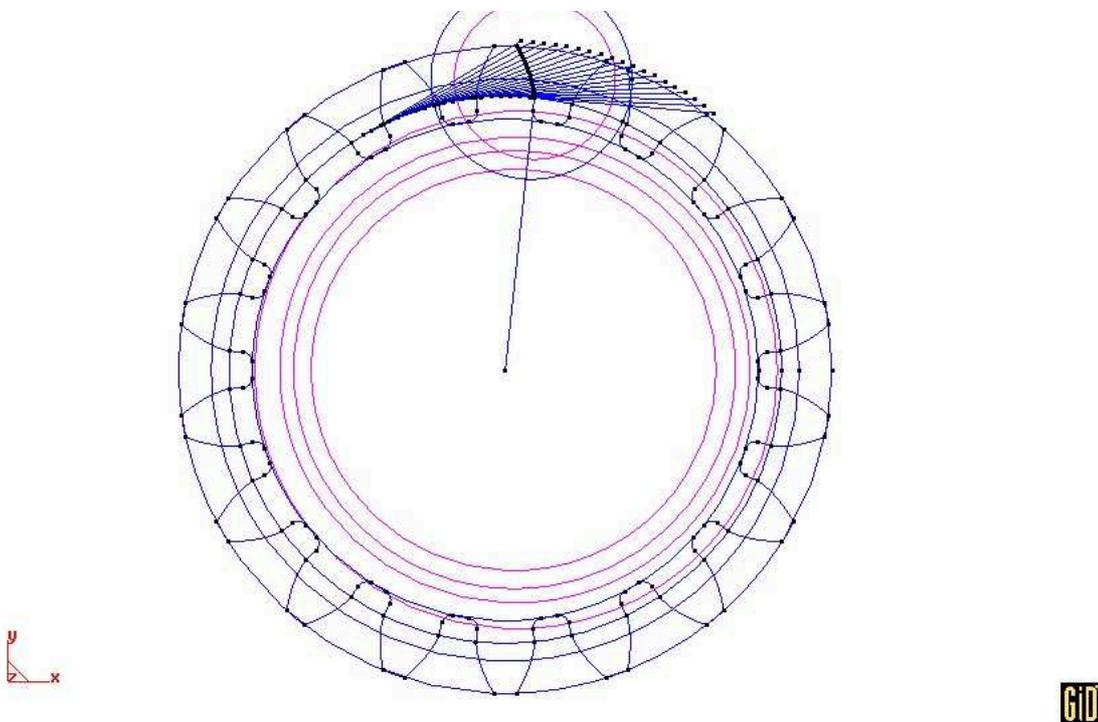


Figura 4.15 Copia con rotación del diente

4.1.2.16 División del círculo de fondo.

1. Escoger la opción **Geometry, Edit, Divide, Near Point**.
2. Seleccionar los puntos que definen la línea de fondo del diente.
3. Pulsar **ESC** para indicar que el proceso ha finalizado.
4. Realizar los pasos anteriores para el fondo de cada diente.

4.1.2.17 Traslado a la capa "perfil" de las líneas definitivas del engranaje.

1. Asegurarse de que la capa "perfil" esté seleccionada. En caso de que no lo esté, seleccionarla haciendo clic sobre ella.
2. Seleccionar la capa "perfil" en la ventana **Layers**; la capa "perfil" contendrá únicamente las líneas definitivas, prescindiendo de las auxiliares.
3. En el menú **Entities** escoger **Lines** para poder seleccionar las líneas que se quiere trasladar y seleccionar sólo las líneas que dibujan el perfil. Para finalizar la selección pulsar **ESC**.

4.1.2.18 Eliminación de la capa "auxiliar"

Este es el paso que define el perfil final del elemento mecánico.

1. Poner la capa "perfil" a **Off**.
2. Escoger la opción Geometry, Delete, All Types.
3. Seleccionar todas las líneas que aparecen en la pantalla.
4. Pulsar **ESC** para finalizar la selección de los elementos a borrar.
5. Seleccionar la capa "auxiliar" en la ventana **Layers** y pulsar **Delete**.

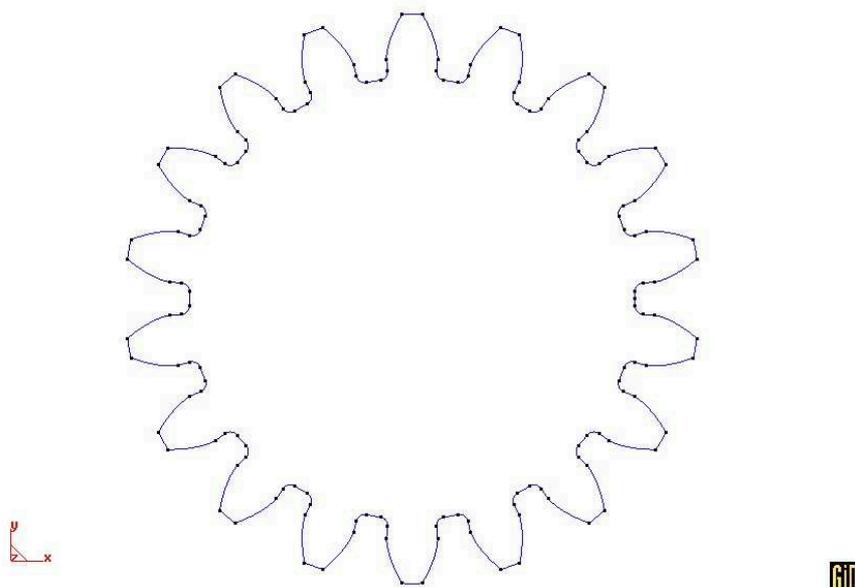


Figura 4.16 Perfil del engranaje

4.1.2.19 Creación de una superficie.

1. Crear una superficie NURBS. Para ello, escoger la opción **Goemetry,Create, NURBS Surface, By Contour**.
2. Seleccionar las líneas que definen el perfil de la pieza y pulsar **ESC** para crear la superficie.
3. Pulsar **ESC** para salir de la función. El resultado se muestra en la figura 4.17.

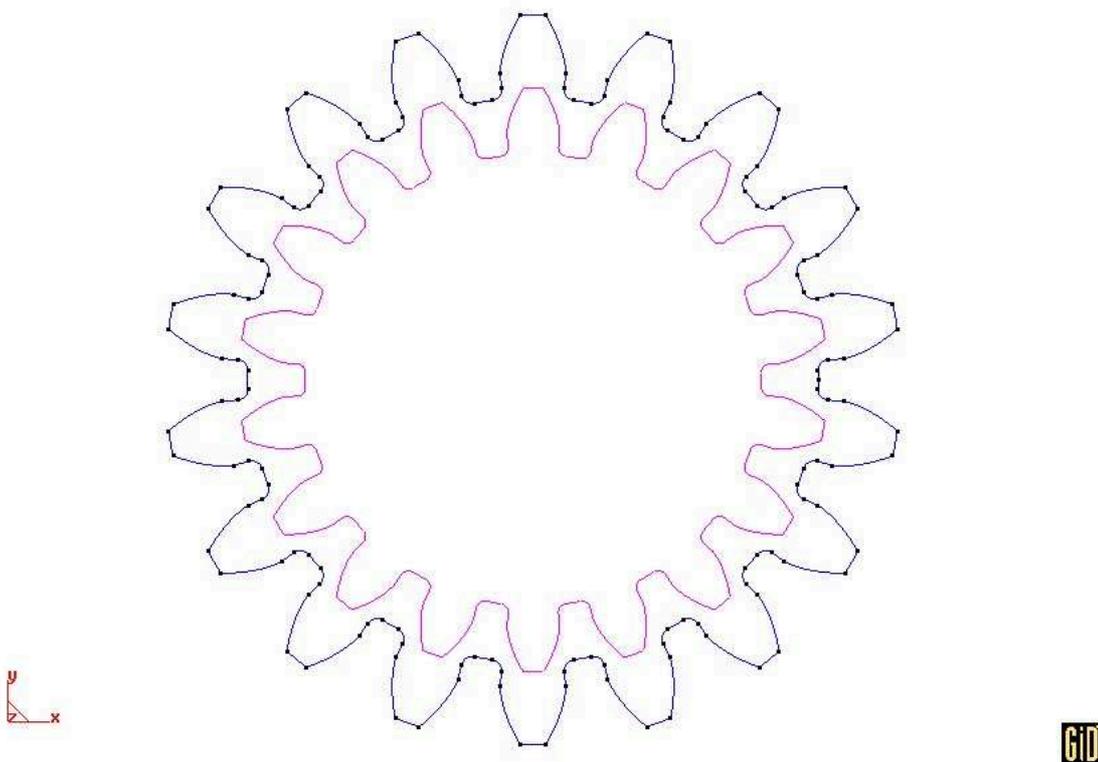


Figura 4.17 Creación de una superficie

4.1.3 CREACION DEL AGUJERO DE LA PIEZA

Puesto que el agujero del engrane no es una de las partes más críticas de concentración de esfuerzos, y que sus tensiones no dependen en gran forma de su diámetro, se estima un diámetro de 0.02m.

4.1.3.1 Creación de un círculo.

1. Escoger la opción Geometry, Create, Object, Circle
2. Introducir las coordenadas (0,0) que es el centro del círculo.
3. Ingresar cualquier punto que unido con el centro del círculo defina una normal al plano XY, en este caso Positive Z.
4. Introducir el radió del círculo. El radio es 0.01. se crearán dos líneas; la interior representa la superficie del círculo.
5. Pulsar ESC para indicar que la creación del círculo ha concluido.

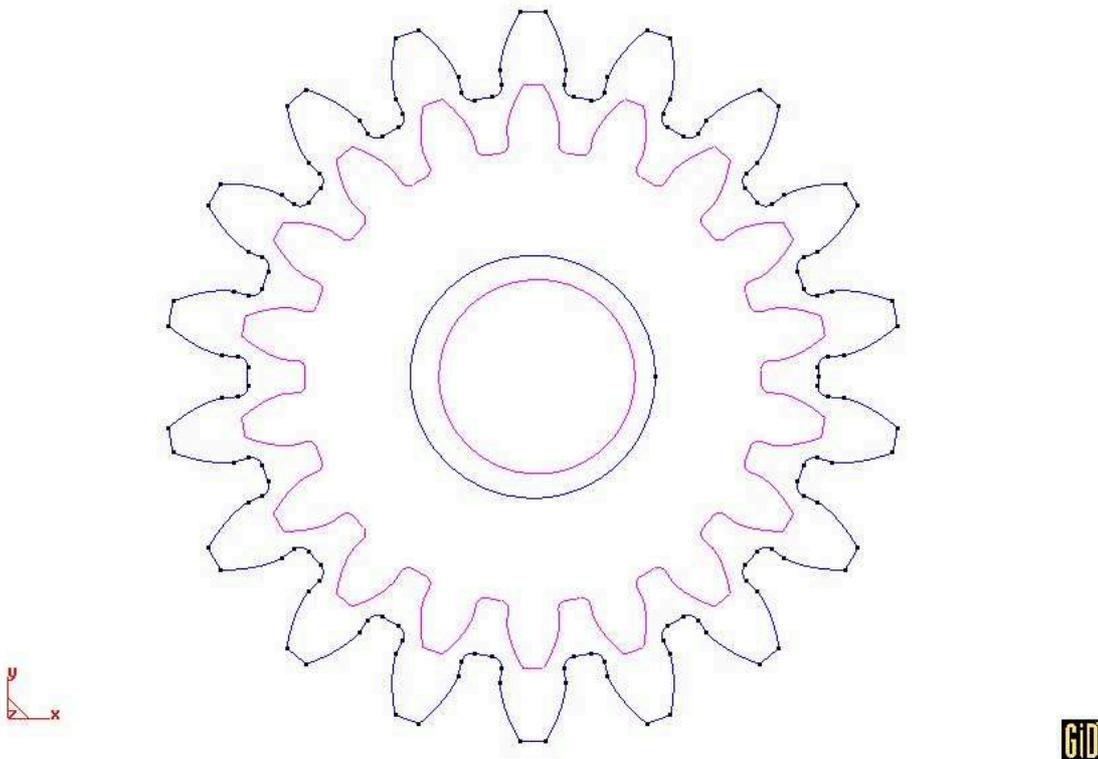


Figura 4.18 Creación de un círculo

4.1.3.2 Eliminación de la superficie del círculo.

1. Escoger la opción Geometry, Delete, Surface.
2. Seleccionar la superficie del círculo interno.
3. Pulsar **ESC** para salir de la función.

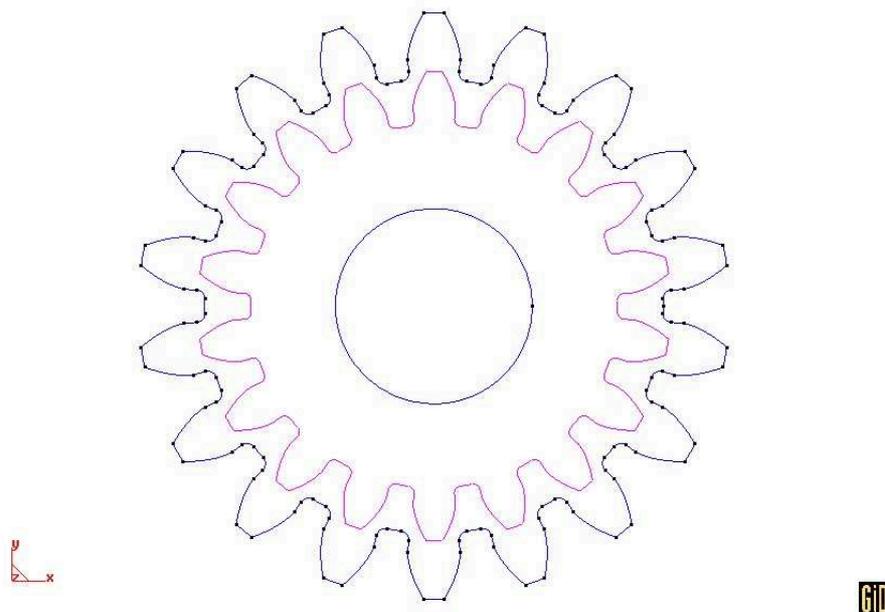


Figura 4.19 Eliminación de la superficie del círculo

4.1.3.3 Creación de un agujero en la superficie.

1. Escoger la opción Geometry, Edit, Hole NURBS Surface.
2. Seleccionar la superficie donde se creará el agujero.
3. Seleccionar la línea que define el agujero y pulsar **ESC**.
4. Pulsar **ESC** para salir de la función.

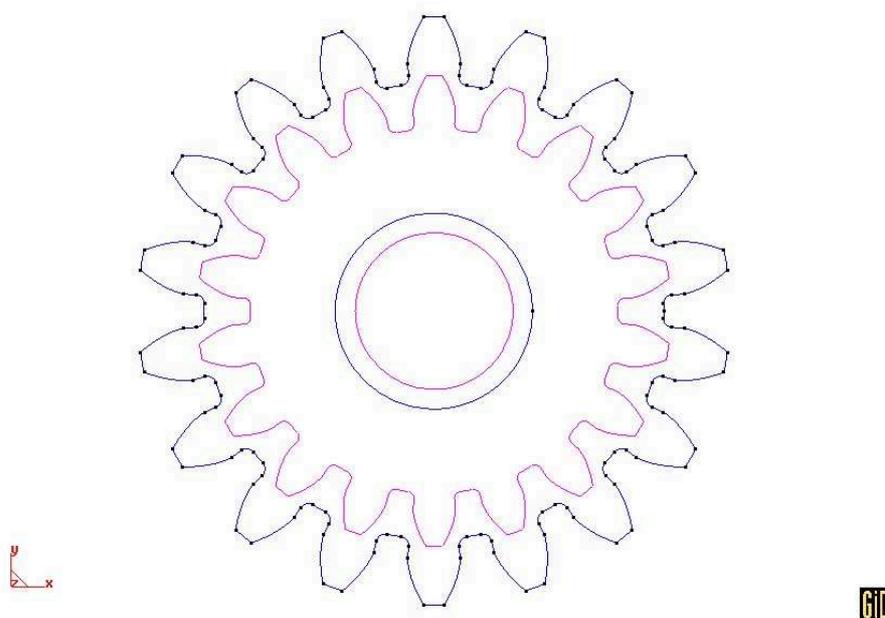


Figura 4.20 Superficie con agujero

4.1.4 CREACION DEL VOLUMEN A PARTIR DE LA SUPERFICIE

4.1.4.1 Creación del volumen del engranaje.

1. En la ventana **Copy** escoger **Translation** y **Surface**. Se realizará una traslación de 0.036 m que es el ancho de cara del diente. Para ello, introducir dos puntos que definan un vector para esta traslación. Los puntos son (0,0,0) y (0,0,0.036).
2. Escoger la opción **Do Extrude Surfaces** de la ventana **Copy**. Se creará el volumen que define la traslación.
3. Pulsar en **Select** y seleccionar la superficie de la rueda dentada. Pulsar **ESC**.
4. Escoger la opción **Geometry, Delete, Surface** y seleccionar la superficie interna del círculo que no es parte del modelo.
5. Pulsar **ESC** para salir de la función.
6. Escoger la opción **Geometry, Create, Volume**.
7. Seleccionar la superficie que define la forma de la pieza y pulsar **ESC**. Volver a pulsar **ESC** para salir de la función de creación de volúmenes.
8. Escoger la opción **Render, Flat lighting** del menú del Mouse para visualizar una versión mas realista del modelo.

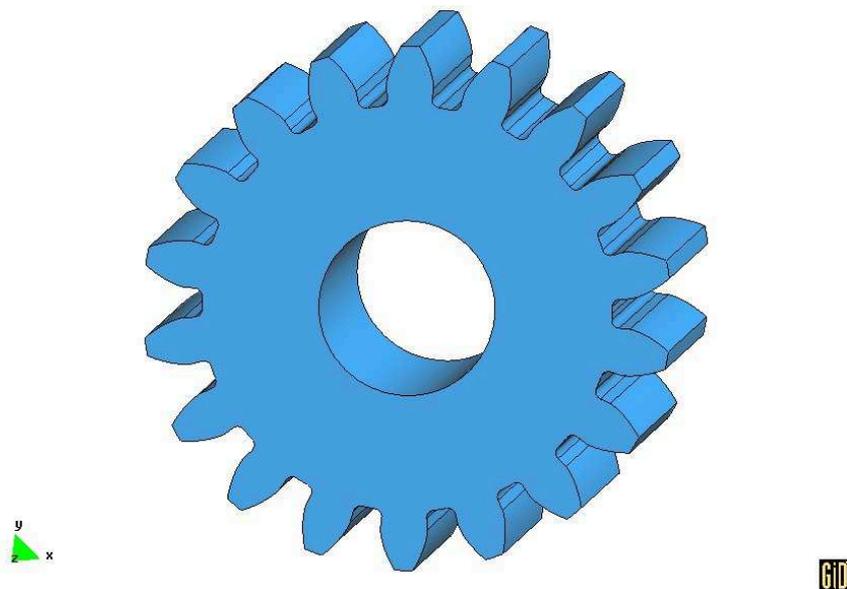


Figura 4.21 Modelo generado

CAPITULO V

SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

El presente capítulo desarrolla el procedimiento básico paso a paso para realizar el proceso de simulación utilizando el paquete computacional GID, adicionalmente se realizan simulaciones con variaciones de ciertos parámetros seleccionados, y se muestran sus resultados gráficamente para realizar así su respectivo análisis.

El objetivo de este capítulo es hacer un estudio de postproceso de una engrane sometido a una serie de fuerzas para analizar las tensiones resultantes al aplicar ciertas condiciones.

5.1 UTILIZACION DEL SOFTWARE DE SIMULACION.

Inicialmente, se procede a desarrollar paso a paso el procedimiento básico para realizar la simulación mediante el software GID (Módulo Ramsolid) utilizando parámetros determinados a través del diseño tradicional. Posteriormente sus resultados serán expuestos gráficamente por la simplicidad de apreciación y facilidad de su análisis.

Los pasos a seguir en la resolución de cualquier problema de simulación por medio del paquete computacional expuesto son los que se mencionaron en el Capítulo II en forma general. El objetivo de este capítulo es hacer un estudio de postproceso de un engrane sometido a una serie de fuerzas para analizar las tensiones resultantes al aplicar ciertas condiciones.

El estudio consta de cuatro partes:

1. Generación del modelo.
2. Introducción de condiciones y material.

3. Generación de malla de toda la pieza y cálculo de tensiones usando Ramsolid.
4. Visualización de resultados obtenidos.

Para realizar el presente estudio en este capítulo se omite el paso 1 y se parte de la geometría creada o mediante el modelo generado en el capítulo anterior.

Se puede también, a su vez, obviar el paso de generación del modelo ya que el paquete computacional GiD tiene la posibilidad de trabajar con formatos compatibles que se mencionan a continuación.

Para geometría, formatos:

IGES (Importar y exportar).

VDA (Importar)

DXF (Importar y exportar).

PARASOLID [*x_t, *x_b] (Importar).

ACIS [*sat] (Importar).

5.1.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA: MATERIALES Y CONDICIONES

Es necesario aclarar que el módulo Ramsolid debe estar instalado en el directorio "Problem Types", que se halla en el directorio GiD, para definir claramente las fuerzas aplicadas y las superficies de aplicación de las mismas, las restricciones de desplazamientos y las propiedades elásticas del material que posee el elemento de análisis.

A continuación se detallan paso a paso el procedimiento de asignación de restricciones, condiciones y propiedades del material, siendo estos los siguientes:

- Escoger la opción **Data, Constraints**. Aparece la ventana donde se introducen las condiciones del problema.

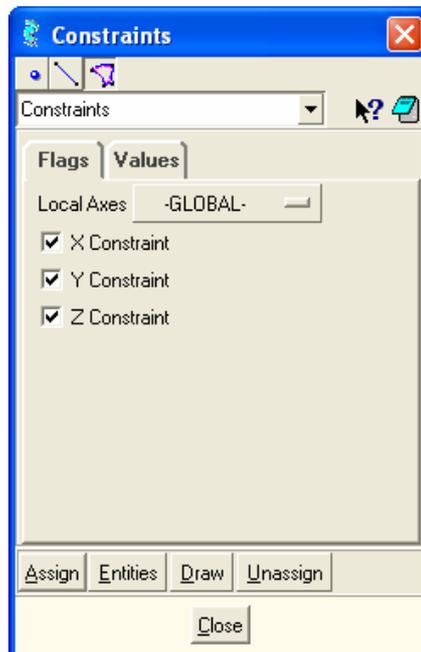


Figura 5.1 Ventana Constraints.

- Puesto que la restricción es la superficie del agujero del engranaje, seleccionar el icono que muestra la Figura 5.1. Esta opción permite definir las superficies bloqueadas; las posiciones **X**, **Y**, y **Z Constraint** permiten restringir el movimiento en su correspondiente dirección. En el presente análisis, la superficie del agujero está completamente bloqueada.
- En la ventana **Constraints** pulsar **Assign**, seleccionar la superficie del agujero. Luego de haber seleccionado, pulsar **ESC** o **Finish**.
- Escoger la opción **Draw** de la ventana **Constraints**. Luego seleccionar **colors** y se muestra la superficie a la cual se le aplico tal restricción como en la Figura 5.2. Al finalizar este proceso presionar dos veces **ESC** para indicar que ha terminado el paso de definición de restricciones.

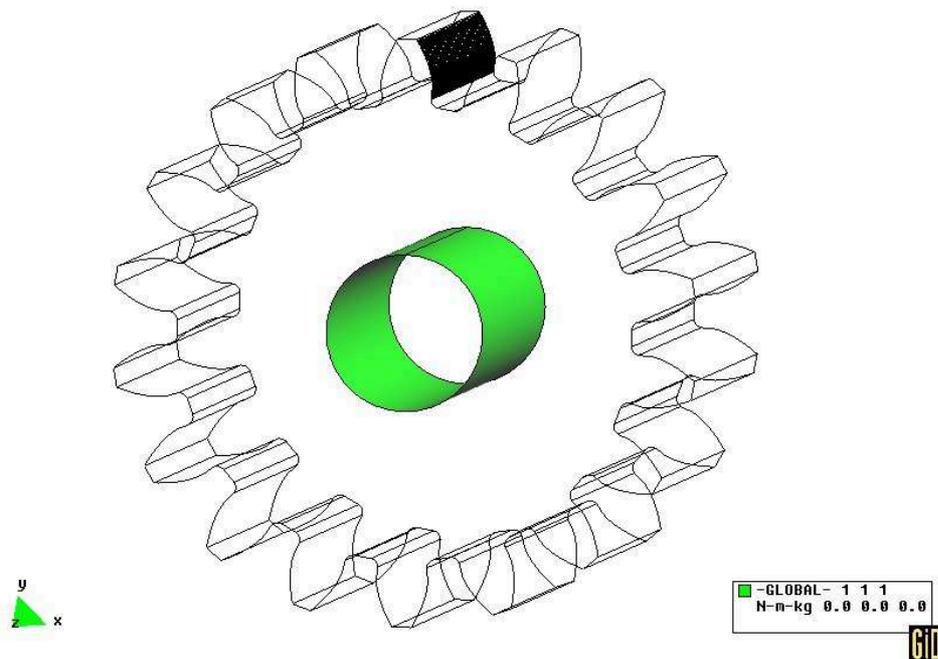


Figura 5.2 Superficie restringida.

Luego de haber establecido las restricciones en el engrane, se procede a añadir las cargas respectivas y su procedimiento es el siguiente:

- Escoger **Data, Static Loads**, y seleccionar el icono de superficie que muestra la ventana de la Figura 5.3.
- Del menú desplegable seleccionar **Local Pressure Load**. Esta opción permite definir las superficies que recibirán una presión juntamente con el valor de ésta. Pulsar **Assign** y seleccionar aquellas superficies que reciben presión. (Ver Figura 5.4). Luego presionar **Finish** y **Close** para indicar que el proceso de asignación de carga ha terminado. Al finalizar este proceso se ha asignado una carga al engrane en la superficie que se aprecia de color rojo. Puesto que se le asignó una carga de tipo local, la carga se aplica en dirección normal a su superficie.

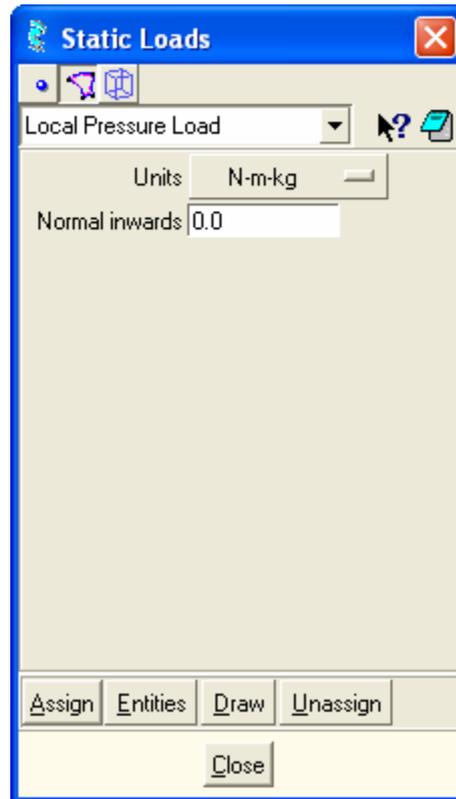


Figura 5.3 Ventana de asignación de carga.

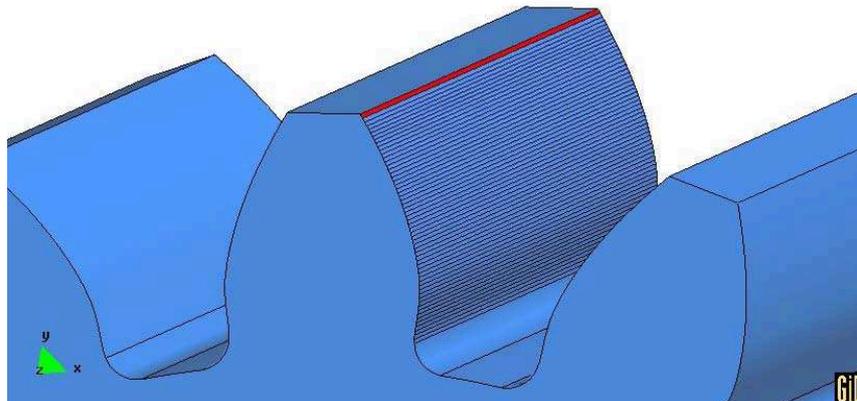


Figura 5.4 Superficie del diente que recibe presión.

El siguiente paso es asignar un material a la pieza, y para esto se debe:

- Escoger la opción **Data, Properties**. Aparece la ventana de propiedades del material (Ver Figura 5.5). Ingresar manualmente las propiedades del material.

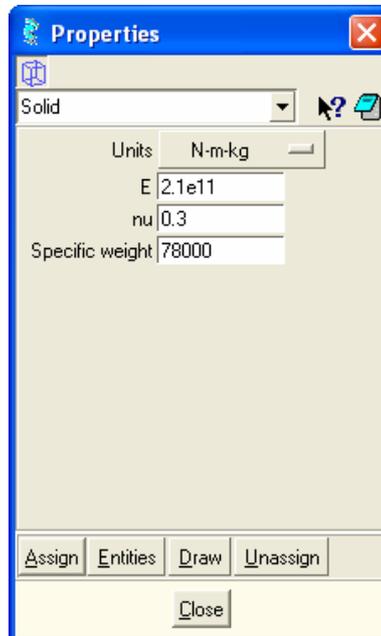


Figura 5.5 Ventada de propiedades del material

- Pulsar **Assign** y seleccionar el volumen de la pieza. Pulsar **ESC** cuando se haya finalizado.
- El siguiente paso es asegurarse que las unidades que está usando el software son las adecuadas y que los datos del análisis sean los correctos. Para esto pulsar **Data, Problem data** y aparece la ventana de la Figura 5.6 en la que se debe considerar lo mencionado.

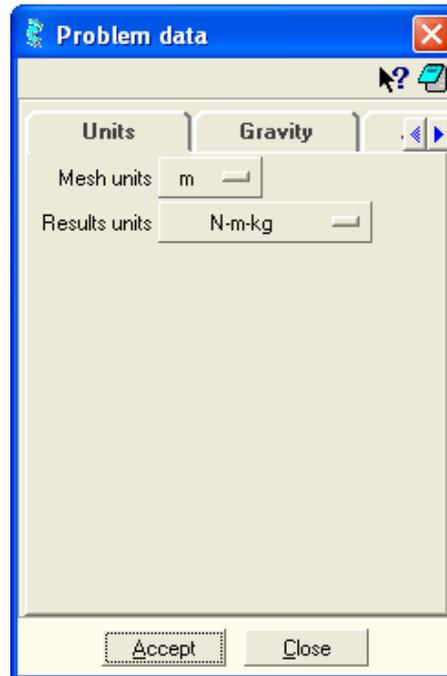


Figura 5.6 Datos del Problema

5.1.2 GENERACIÓN DE LA MALLA Y CÁLCULO.

El siguiente paso es generar la malla y así dividir la pieza en elementos de fácil análisis que luego son ensamblados para determinar su comportamiento global. En este caso se procede a generar la malla con tamaño de elementos generados automáticamente.

El procedimiento de generación de malla es el siguiente.

- Escoger la opción **Meshing, Generate**.
- Aparecerá una ventana donde se debe introducir el tamaño máximo de los elementos de la malla que se va a generar. Dejar el valor que GiD da por defecto y pulsar **OK**.
- Una vez concluido el proceso de generación de malla, aparece una ventana con información sobre malla. Pulsar **OK** para visualizarla

- Una ventana muestra el proceso de generación de malla. Una vez terminado usar la opción **Meshing, Boundaries** para ver sólo el contorno de los volúmenes mallados y no su interior. Este modo de visualización se puede combinar con los distintos métodos de rendering. (Ver Figura 5.7). El cálculo de las tensiones en la pieza tiene una especial importancia en las superficies alrededor del diente donde se aplica la fuerza. Por esto, es importante que la malla en estas superficies sea suficientemente precisa, y para esto se asignará un tamaño más pequeño a los elementos de estas superficies.

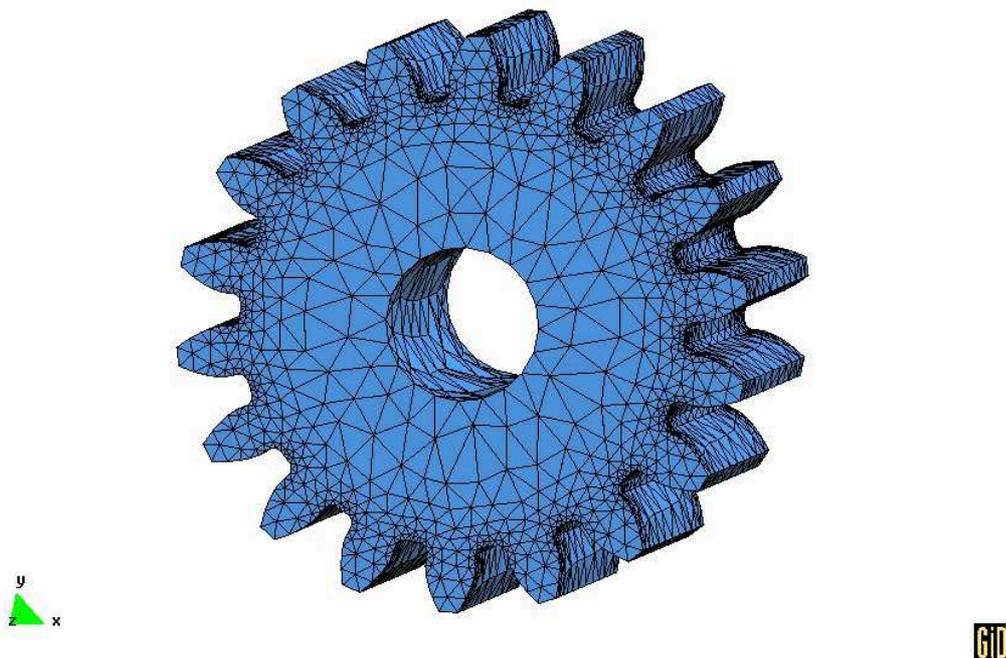


Figura 5.7 Mallado de la pieza con opciones por defecto.

- Escoger la opción **Meshing, Assign unstruct sizes, Surfaces**. Aparecerá una ventana que permite introducir el tamaño de los elementos en las superficies que seleccione. Introducir el tamaño que se desee refinar dicha superficie.

- Seleccionar las superficies que reciben presión y las de su alrededor. (Ver Figura 5.8).

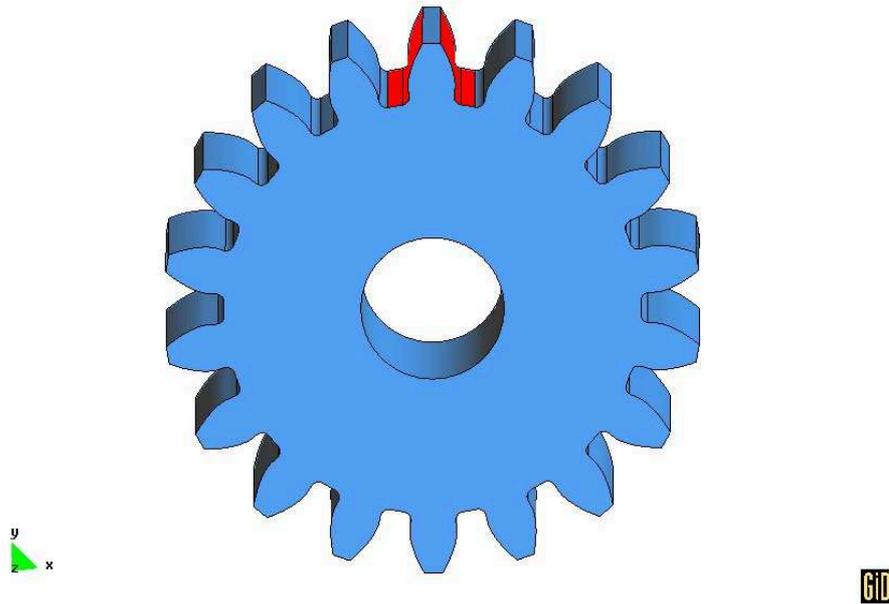


Figura 5.8 Selección de las superficies a ser refinadas.

- Escoger la opción **Meshing, Generate**. Aparecerá la ventana preguntando si se cancela la generación de malla interior. Pulsar en **Yes**. Aparece la ventana para introducir el tamaño máximo de los elementos. Dejar el valor por defecto.

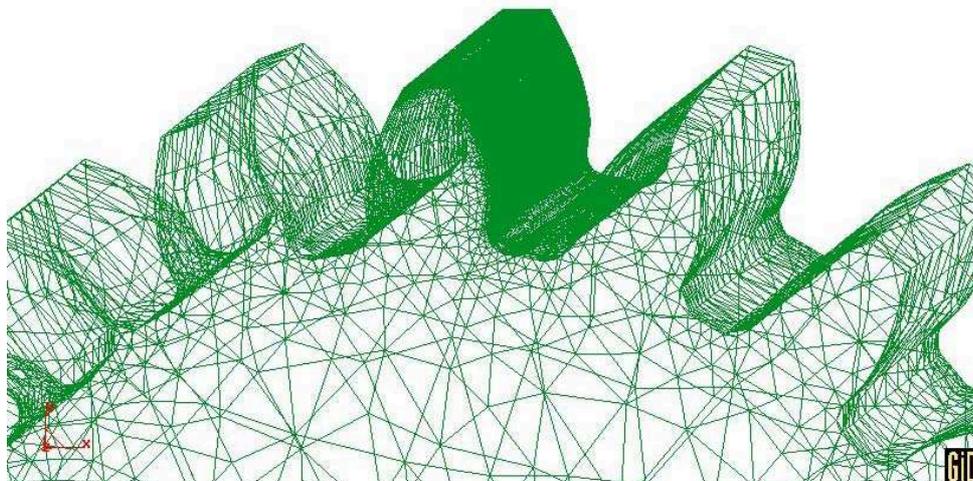


Figura 5.9 Concentración de elementos en la superficie

La siguiente etapa es dar la orden al computador para proceder a realizar el cálculo. El cálculo se lo realiza de la siguiente forma:

- Escoger la opción **Calculate** del menú **Calculate**. El módulo de cálculo Ramsolid lanza el proceso que se ejecuta en background.

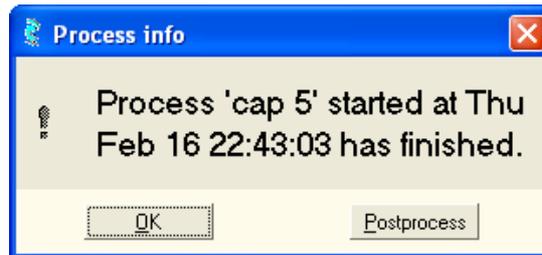


Figura 5.10 Mensaje de fin del cálculo

La Figura 5.10 muestra el mensaje que indica que el proceso de cálculo ha finalizado y es posible analizar sus resultados y realizar su rediseño si es necesario o a su vez realizar refinamientos de malla mayores en lugares en los que existen concentradores de esfuerzos y están sujetos a la mayor cantidad de carga.

5.1.3 POSTPROCESO DE LA PIEZA.

Una vez realizado el cálculo, se puede iniciar el análisis de postproceso. El postproceso de GiD permite la visualización de los resultados obtenidos de varias formas para así apreciar con facilidad los valores obtenidos de tensiones.

5.1.3.1 Visualización de los resultados.

Los pasos básicos para visualizar los resultados de las diferentes maneras que ofrece GiD son los siguientes:

- Escoger la opción **Files, Postprocess**.

- En el menú **Windows**, escoger la opción **View Results**. Aparece la ventana de visualización de resultados. Por defecto, no se visualiza ningún resultado al entrar en el postproceso.
- En **View Results** seleccionar **Contour Fill**.

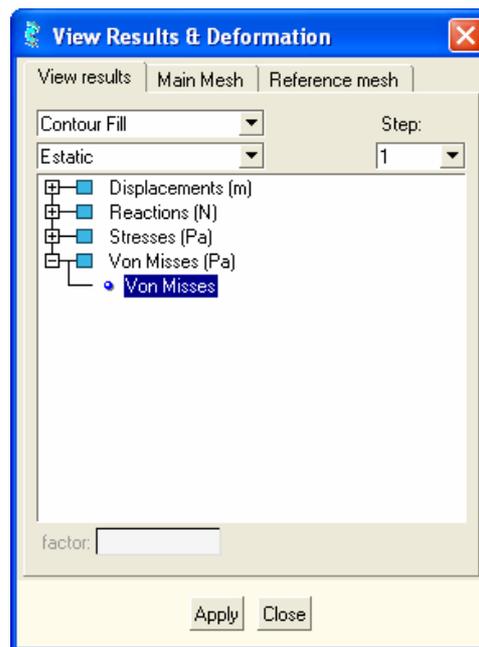


Figura 5.11 Ventana de visualización de resultados

- También escoger la opción **Von Mises (Pa)**. Pulsar **Apply**. Se obtiene la representación gráfica del cálculo Von Mises que da una idea del nivel de carga del material. (Ver Figura 5.12)
- Los menús **View** y **Results** se pueden combinar y ver los distintos cálculos con cada uno de los métodos de visualización. Por ejemplo, la Figura 5.13 muestra una combinación de resultados de Von Mises en una visualización de contornos de líneas.

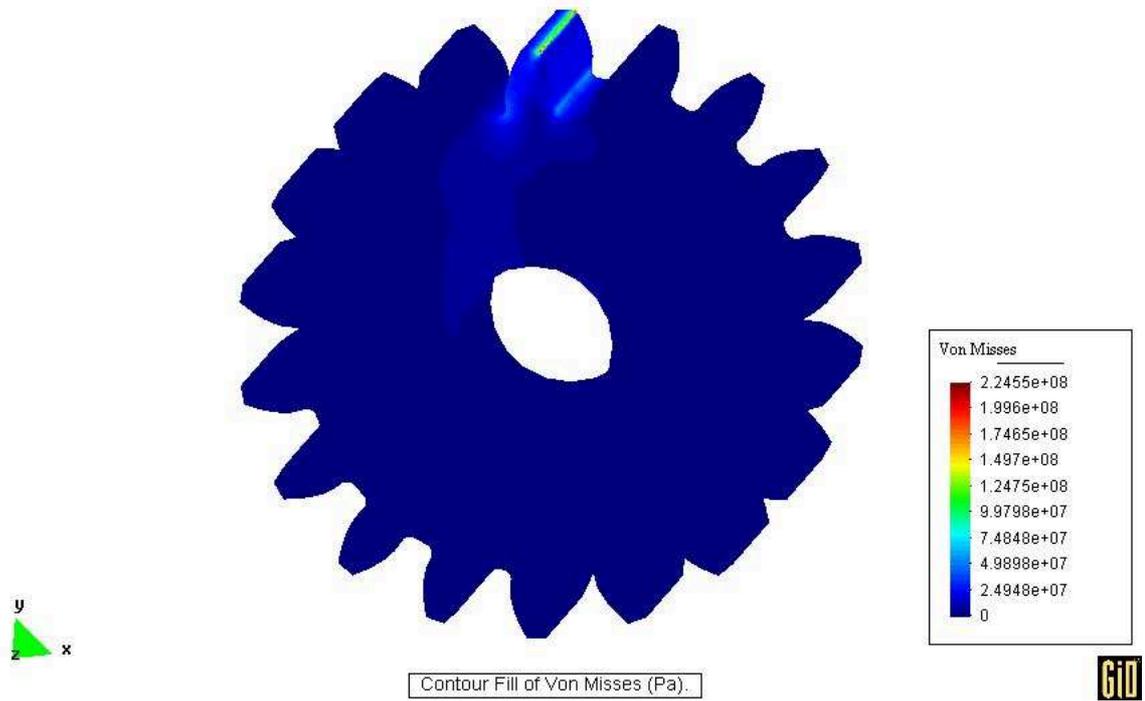


Figura 5.12 Visualización del cálculo de Von Mises, con la opción Contour Fill.

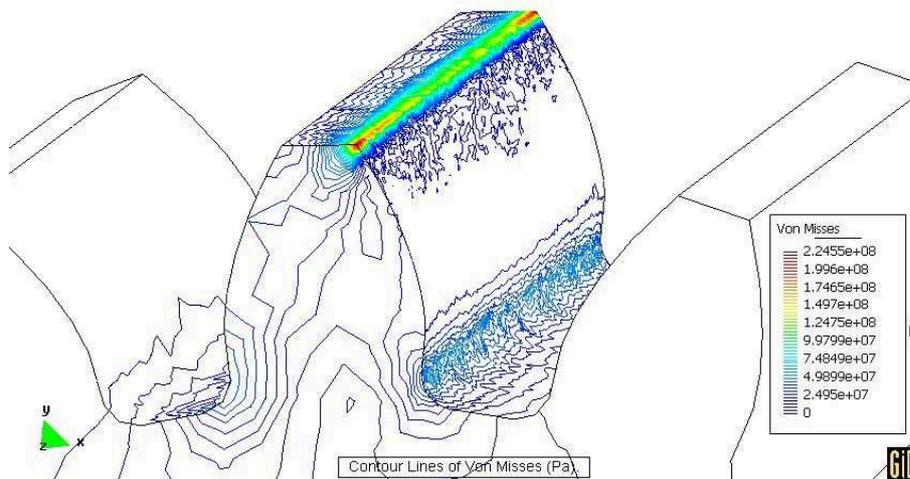


Figura 5.13 Visualización del cálculo de Von Mises, con la opción Contour Lines.

La pieza se renderiza con una escala de colores que cubren el rango de valores calculados (Figura 5.14). Se puede modificar esta escala dependiendo de la necesidad de visualización de valores determinados.

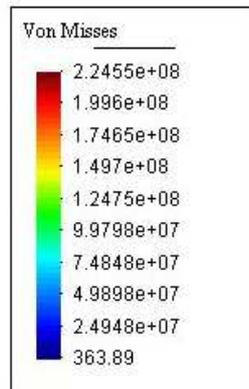


Figura 5.14 Leyenda con valores por defecto.

5.1.3.2 Modos de visualización.

En el postproceso, los elementos de la malla se clasifican en **Meshes**, **Sets**, y **Cuts**. Se crea un nuevo **Set** para cada conjunto de superficies que compartan un mismo material. Los **Cuts** son cortes que se realizan en la geometría y que se realizan en postproceso.

En la ventana de estilos (Figura 5.15), se listan **Meshes**, **Sets**, y **Cuts**. Para cada uno de ellos se puede escoger un color con la opción **Color Change**. Los menús **Style**, **Render**, **Culling**, **Conditions** y las opciones **Massive** y **Transparent** afectan a la visualización de toda la malla.

En realidad, el software GiD posee una gama muy amplia para poder visualizar sus resultados y así realizar un análisis profundo de las tensiones generadas en las zonas más críticas, que son el motivo del presente estudio.

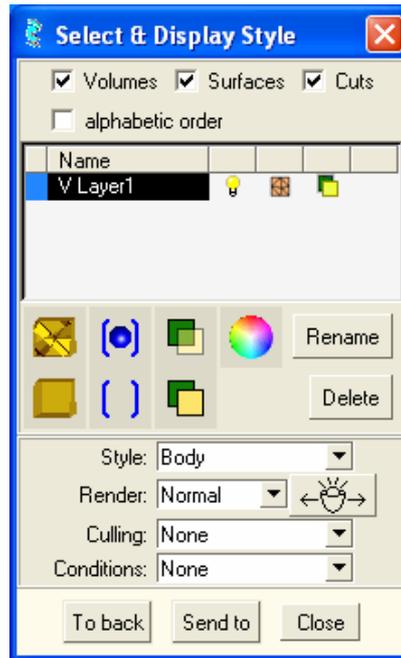


Figura 5.15 Ventana de estilos de visualización.

Además GiD ofrece la facilidad de realizar cortes, divisiones, y la posibilidad de apreciar sus resultados mediante valores numéricos ya sean en nodos o puntos específicos como se puede apreciar en la Figura 5.16.

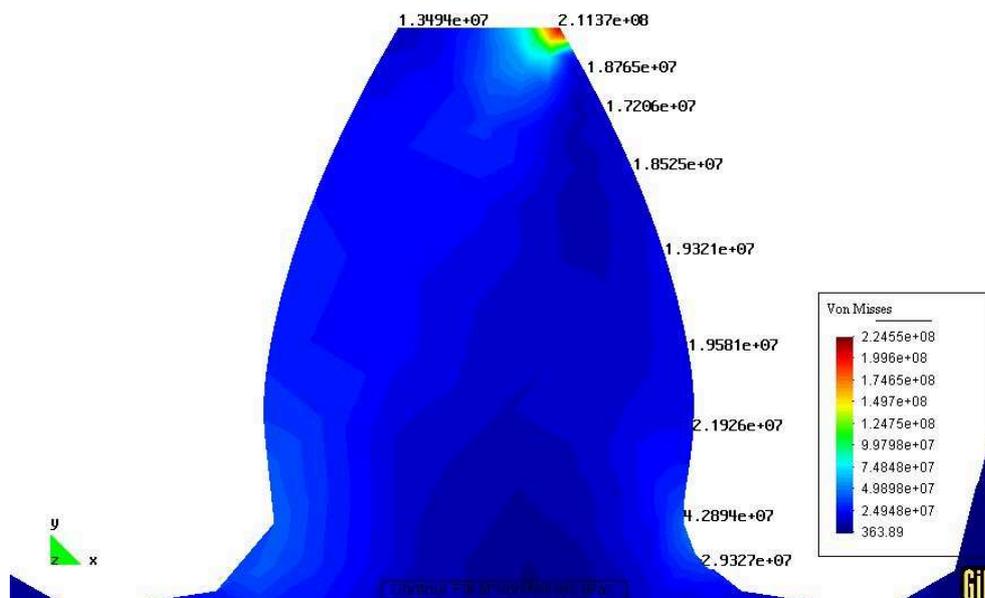


Figura 5.16 Visualización de resultados con valores numéricos en determinados nodos

Estas son algunas de las visualizaciones que presenta GiD, y la habilidad de presentación de resultados depende de la combinación de todas las opciones que ofrece el software, que no se explican en el presente capítulo puesto que el usuario debe seleccionar la manera más apropiada para analizar los resultados dependiendo del problema a analizar.

5.2 SIMULACION Y RESULTADOS OBTENIDOS CON VARIACION EN LOS PARAMETROS DE DISEÑO.

El tipo de análisis que se realiza a continuación se basa en la variación de los parámetros de diseño de un sistema de transmisión de potencia de engranes rectos, y así obtener resultados mediante el método de elementos finitos, que serán analizados para realizar su estudio de tensiones en el elemento.

Ya que el elemento crítico de análisis en el sistema es el piñón, el análisis se centrará en la simulación del piñón sujeto a cargas, dependiendo de los datos del problema y de las variaciones de sus parámetros de diseño.

Los datos generales del piñón son los siguientes:

Potencia a transmitir: $H = 10$ [hp]

Revoluciones del piñón: $n_1 = 1725$ rpm

Ángulo de presión: $\Phi = 20^\circ$

Relación de transmisión $m_G = 2:1$

5.2.1 ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO ANALITICO

Tomando en cuenta el procedimiento básico de utilización del software, se muestra los parámetros y datos de diseño tomados para el presente análisis.

5.2.1.1 Datos del análisis.

Se realiza la modelación en el paquete computacional GiD versión 7.5.2b como se indica en el Capítulo 4, con los siguientes datos.

Datos específicos del piñón:

$$m = 3$$

$$Z_1 = 18$$

$$d_1 = 54 \text{ mm.}$$

$$D_o = 60 \text{ mm.}$$

$$d_b = 50.74 \text{ mm.}$$

$$d_f = 46.5 \text{ mm.}$$

$$t = 4.712 \text{ mm.}$$

$$h_k = 6.01 \text{ mm.}$$

$$c = 0.75 \text{ mm.}$$

$$r_f = 0.9 \text{ mm.}$$

El diámetro del agujero interno es:

$$d = 8 \text{ mm.}$$

Se asume un ancho de cara del diente $F = 12m$ que está en el rango permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 36 \text{ mm.}$$

Tomando en cuenta que el material es un acero, el semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.05583 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 58 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

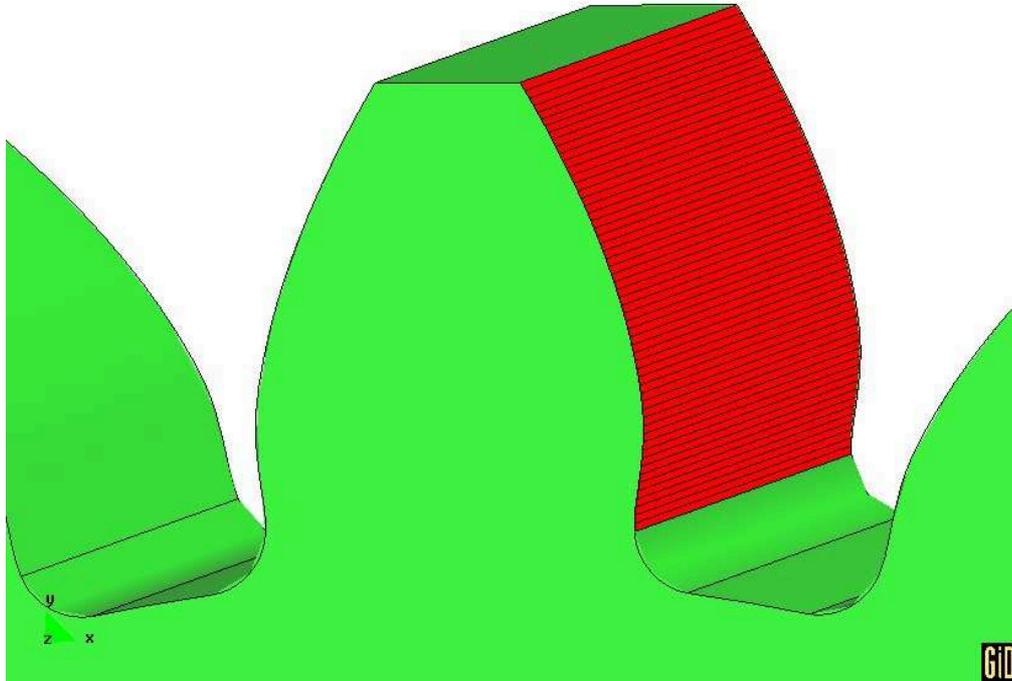


Figura 5.17 Superficies de aplicación de carga en el engrane

Luego de haber generado el modelo las condiciones y material son:

Restringir completamente la superficie interna del agujero en todas las direcciones (X, Y y Z). Asegurarse que la superficie esté restringida mediante **Draw, Color**.

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 404\,706\,373$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

Ingresar las siguientes propiedades del material.

$$E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

$$\mu = 0.3$$

$$\text{Peso específico} = 78000 \text{ kg/m}^3,$$

Asegurarse de que las unidades del software sean N-m-kg.

Debido a que el modelo está generado, sus condiciones y material están establecidas, se procede a generar la malla, proceso para el cual se debe establecer los tamaños específicos de los elementos de la malla.

En este caso se genera la malla con un tamaño de elementos general de 0.0046, que es el que GiD toma por defecto automáticamente.

El tamaño de refinamiento de las superficies del diente es de 0.0004.

Realizados estos pasos consecutivamente y siguiendo el orden establecido, se da la orden al computador para realizar el cálculo.

5.2.1.2 Resultados obtenidos

Terminado el proceso de cálculo se obtiene los resultados que GiD presenta, y de acuerdo a las necesidades se puede visualizar de la manera más apropiada.

Entre los resultados obtenidos se puede mostrar los siguientes datos de cálculo:

Tiempo promedio de mallado = 33seg.

Tiempo promedio de cálculo = 31seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 19500.

Grados de libertad = 58500

Memoria Utilizada = 11.6Mb.

Resolución luego de 600 iteraciones

Los resultados obtenidos además para mayor comprensión se los ha presentado en gráficas realizadas en Microsoft Excel.

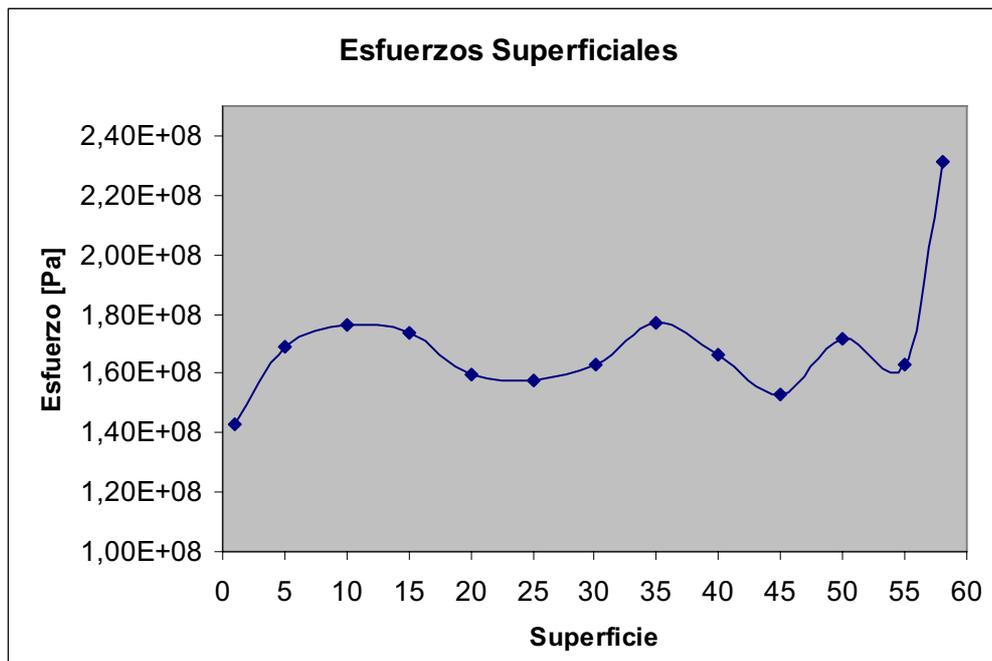


Figura 5.18 Esfuerzos de Von Mises Superficiales obtenidos con los parámetros de diseño analítico.

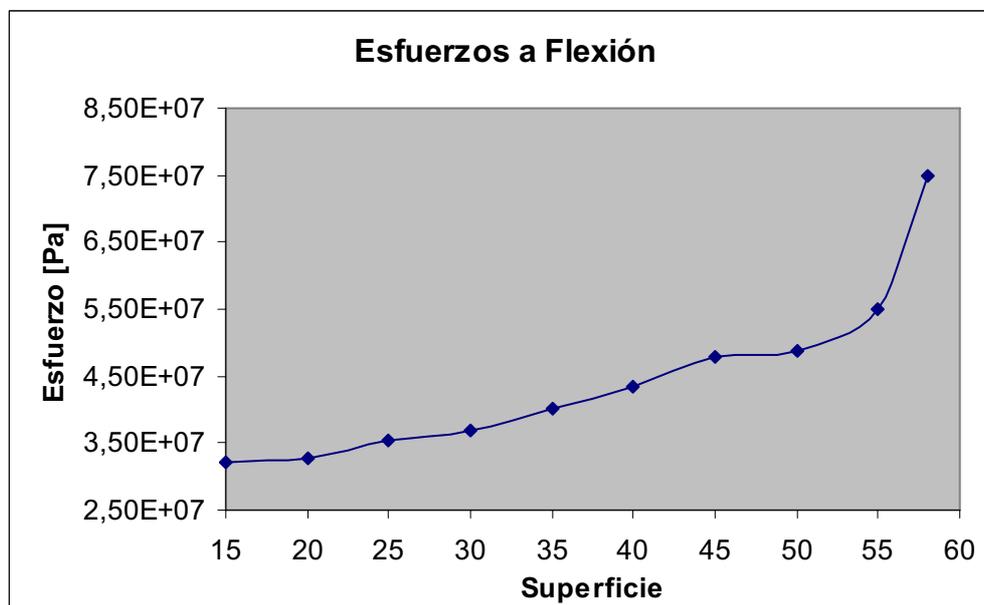


Figura 5.19 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos con los parámetros de diseño analítico.

5.2.2 ANALISIS CON ALTERACION DEL 10% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.

5.2.2.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es alterada en un 10% más, lo cual da un:

$$b = 0.06141 \text{ mm.},$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 52 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 367\,924\,511 \text{ Pa}$ para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

5.2.2.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 30seg.

Tiempo promedio de cálculo = 27seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 18000

Grados de libertad = 54000

Memoria Utilizada = 10.6Mb.

Resolución luego de 590 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

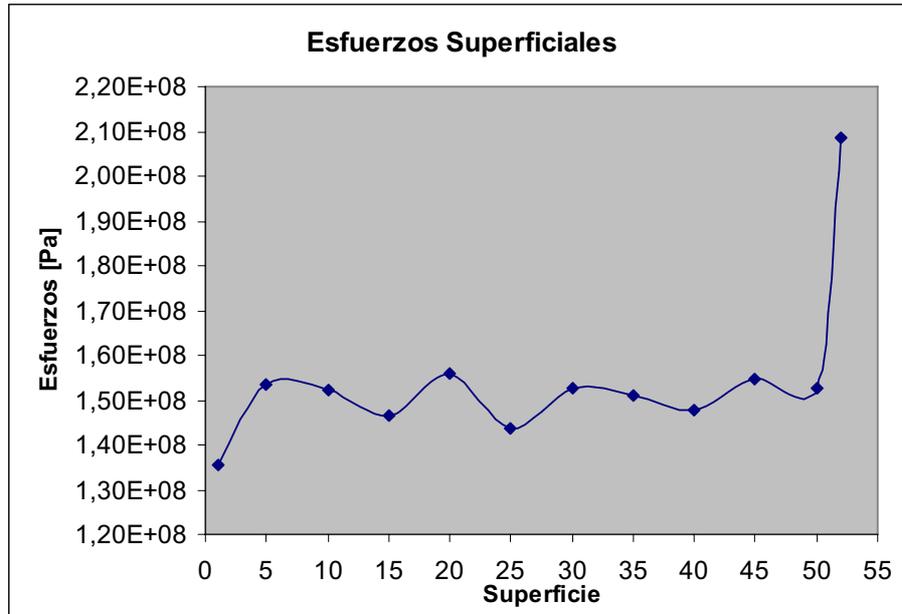


Figura 5.20 Esfuerzos de Von Mises Superficiales obtenidos con alteración del 10% más del semiancho de cara b.

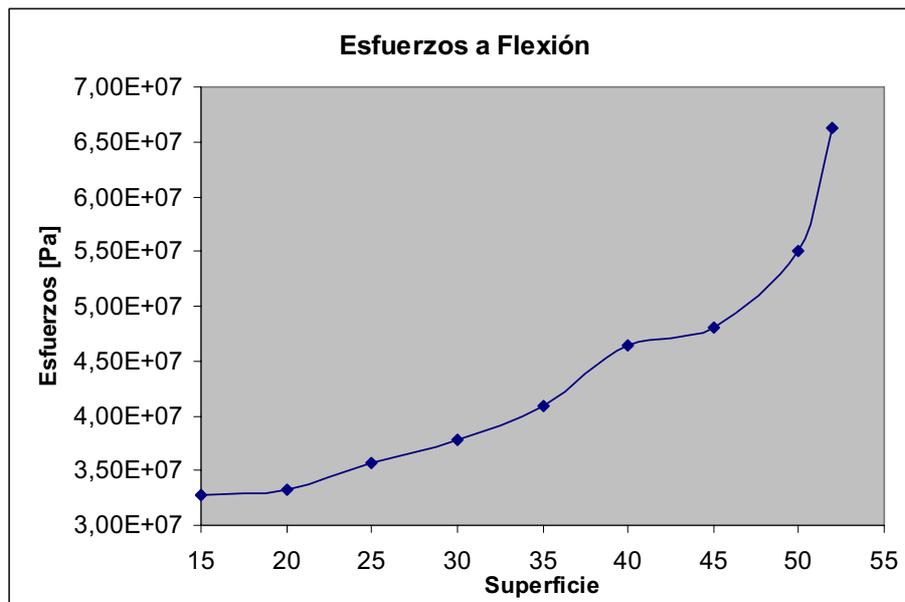


Figura 5.21 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos con alteración del 10% más del semiancho de cara b.

5.2.3 ANALISIS CON ALTERACION DEL 20% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA b.

5.2.3.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es alterada en un 20% más, lo cual da un:

$$b = 0.067 \text{ mm.},$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 46 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 337\ 264\ 135$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

5.2.3.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 26seg.

Tiempo promedio de cálculo = 24seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 16150

Grados de libertad = 48450

Memoria Utilizada = 9.5Mb.

Resolución luego de 550 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

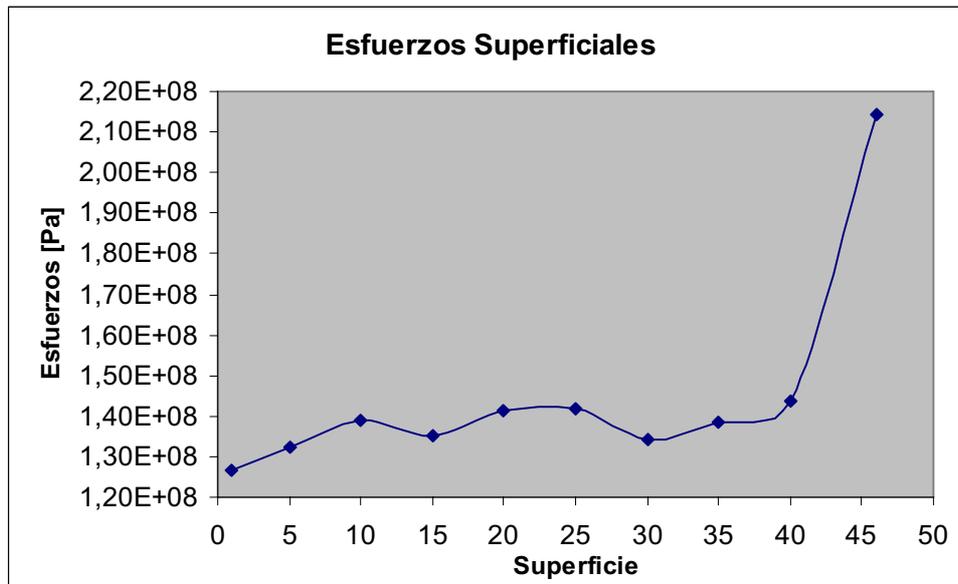


Figura 5.22 Esfuerzos de Von Mises Superficiales obtenidos con alteración del 20% más del semiancho de cara b.

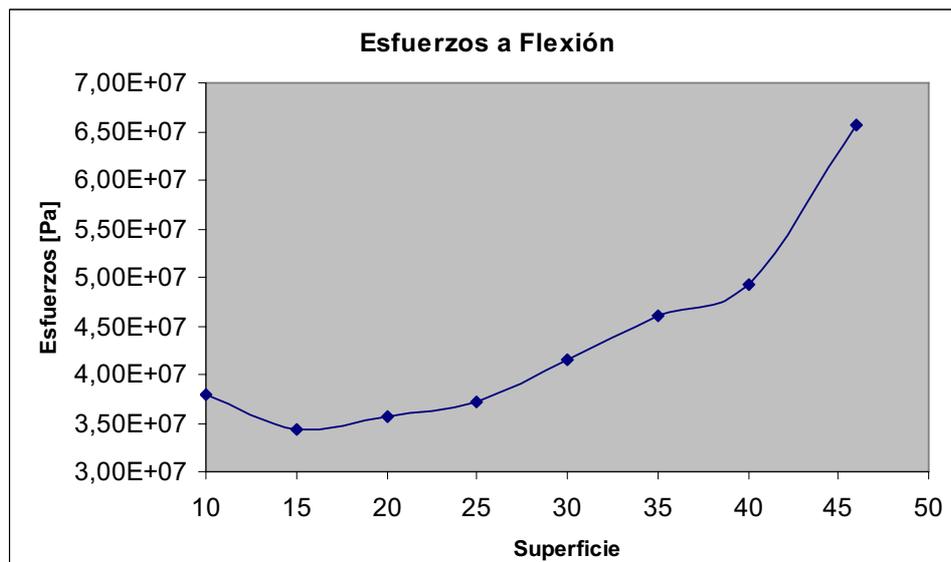


Figura 5.23 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos con alteración del 20% más del semiancho de cara b.

5.2.4 ANALISIS CON ALTERACION DEL 10% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.

5.2.4.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es alterada en un 10% menos, lo cual da un:

$$b = 0.05025 \text{ mm.},$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 64 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 449\,685\,512 \text{ Pa}$ para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicará cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento de las superficies del diente es de 0.0003.

5.2.4.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 37 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 38 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 21140

Grados de libertad = 63420

Memoria Utilizada = 12.5 Mb.

Resolución luego de 630 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

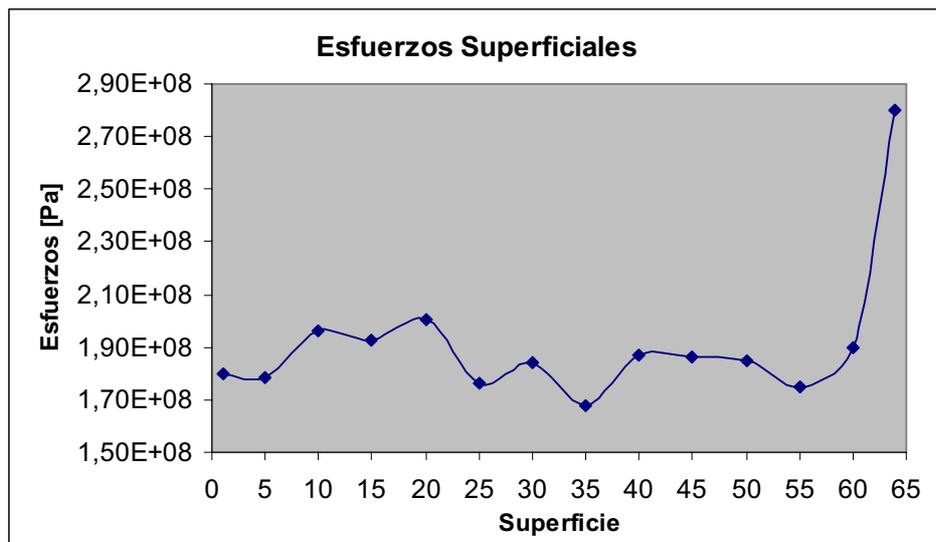


Figura 5.24 Esfuerzos de Von Mises Superficiales obtenidos con alteración del 10% menos del semiancho de cara b.

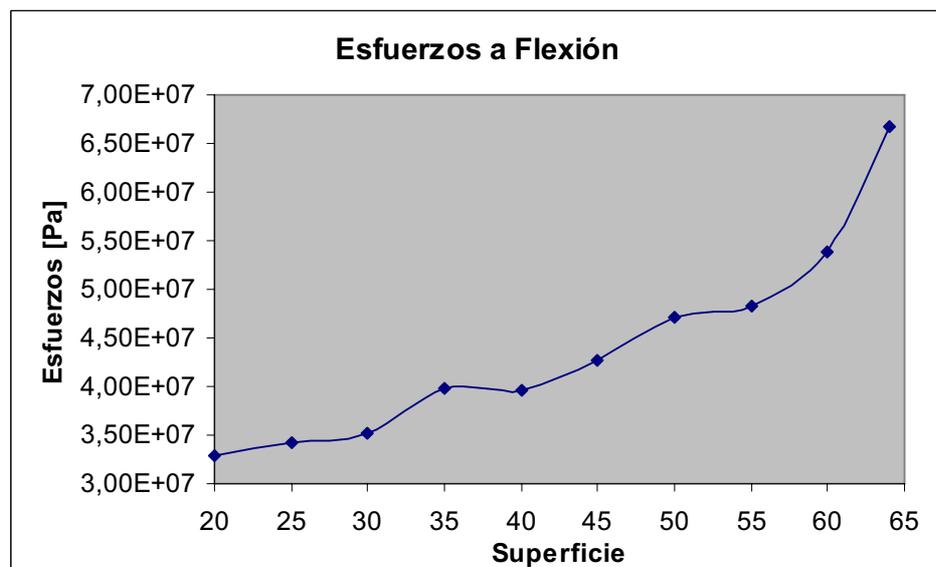


Figura 5.25 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos con alteración del 10% menos del semiancho de cara b.

5.2.5 ANALISIS CON ALTERACION DEL 20% MENOS DEL SEMIANCHO DE CARA b.

5.2.5.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es alterada en un 20% menos, lo cual da un:

$$b = 0.04466 \text{ mm.},$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 70 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 505\,896\,202 \text{ Pa}$ para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento de las superficies del diente es de 0.0002.

5.2.5.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 43 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 40 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 23200

Grados de libertad = 69600

Memoria Utilizada = 13.9 Mb.

Resolución luego de 670 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

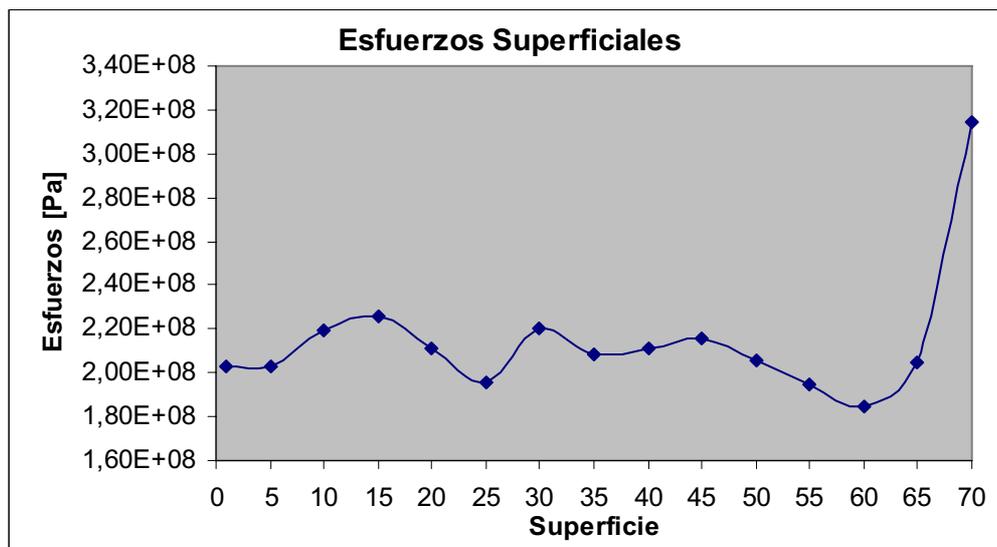


Figura 5.26 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con alteración del 20% menos del semiancho de cara b.

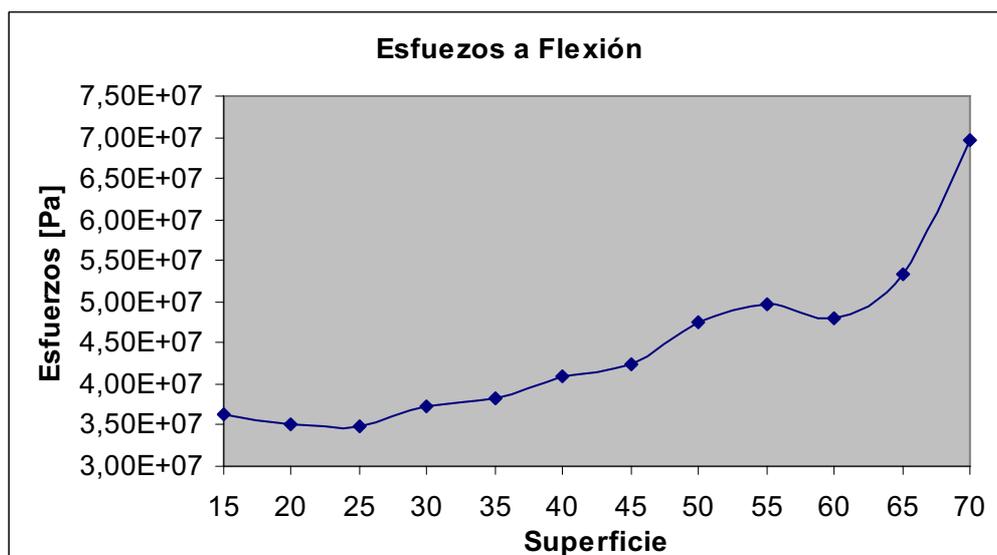


Figura 5.27 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con alteración del 20% menos del semiancho de cara b.

5.2.6 ANALISIS CON UN ANCHO DE CARA $F = 9m$

5.2.6.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

Se asume un ancho de cara del diente $F = 9m$ que es el valor mínimo permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 27 \text{ mm.}$$

Tomando en cuenta que el material es un acero, el semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.0645 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 50 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 467\,456\,197 \text{ Pa}$ para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.00445, y en las superficies del diente es de 0.0004.

5.2.6.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 28 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 27 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 18200

Grados de libertad = 54600

Memoria Utilizada = 10.9 Mb.

Resolución luego de 530 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

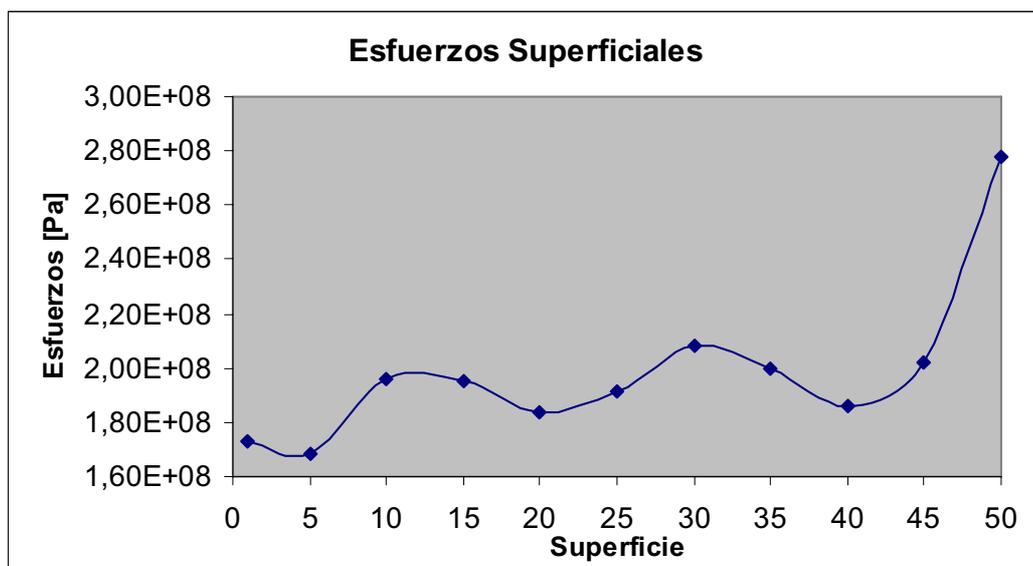


Figura 5.28 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con un ancho de cara $F = 9\text{m}$.

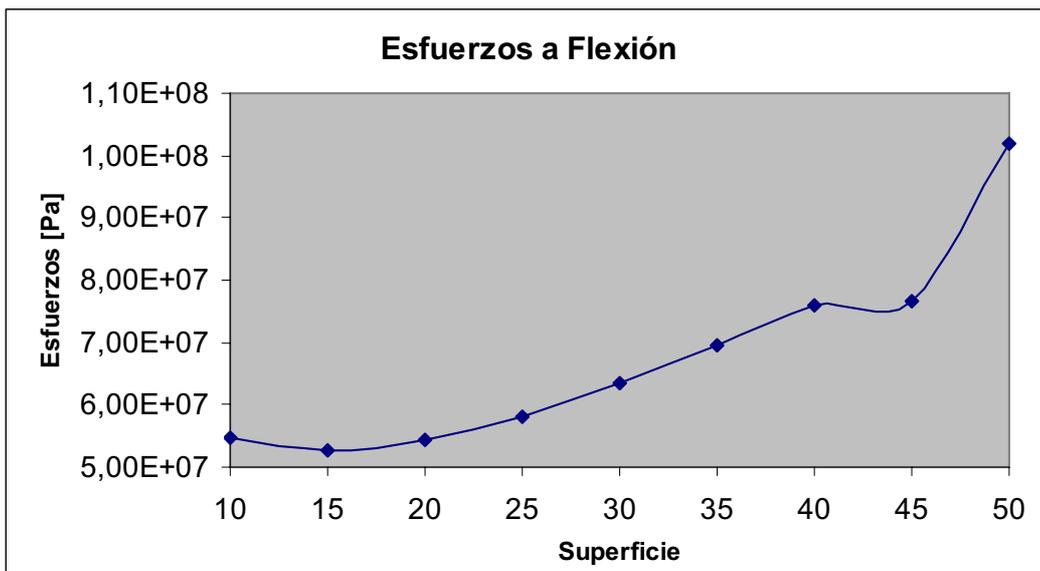


Figura 5.29 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos con un ancho de cara $F = 9m$.

5.2.7 ANALISIS CON UN ANCHO DE CARA $F = 14m$

5.2.7.1 Datos del análisis.

Se parte de los datos del ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO con las siguientes variaciones:

Se asume un ancho de cara del diente $F = 14m$ que es el valor máximo permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 42 \text{ mm.}$$

Tomando en cuenta que el material es un acero, el semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.0515 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 62 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones de carga son:

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 374\,771\,802$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.0047, y en las superficies del diente es de 0.0003.

5.2.7.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 43 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 74 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 25500

Grados de libertad = 76500

Memoria Utilizada = 15.2 Mb.

Resolución luego de 690 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

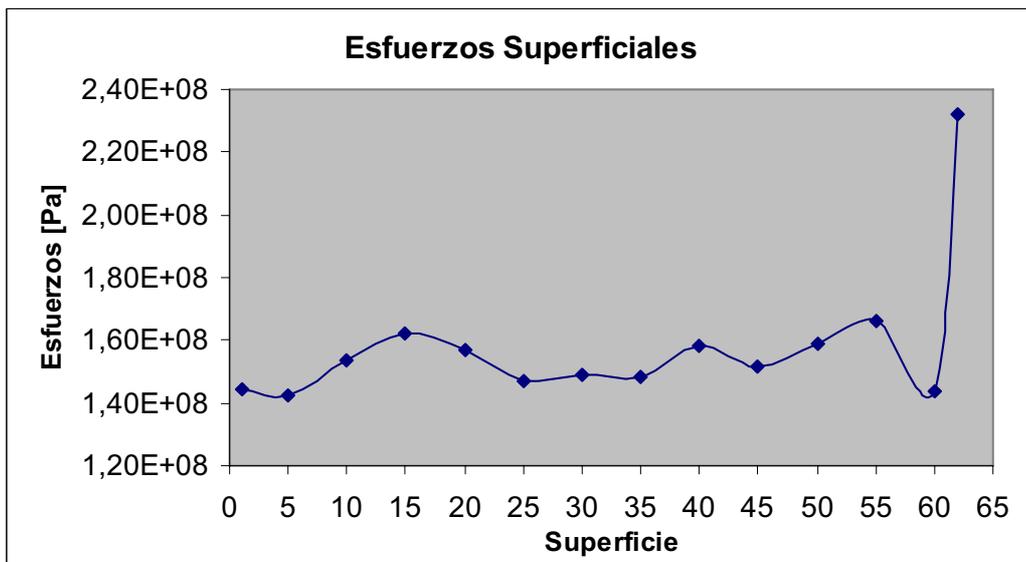


Figura 5.30 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos con un ancho de cara $F = 14m$.

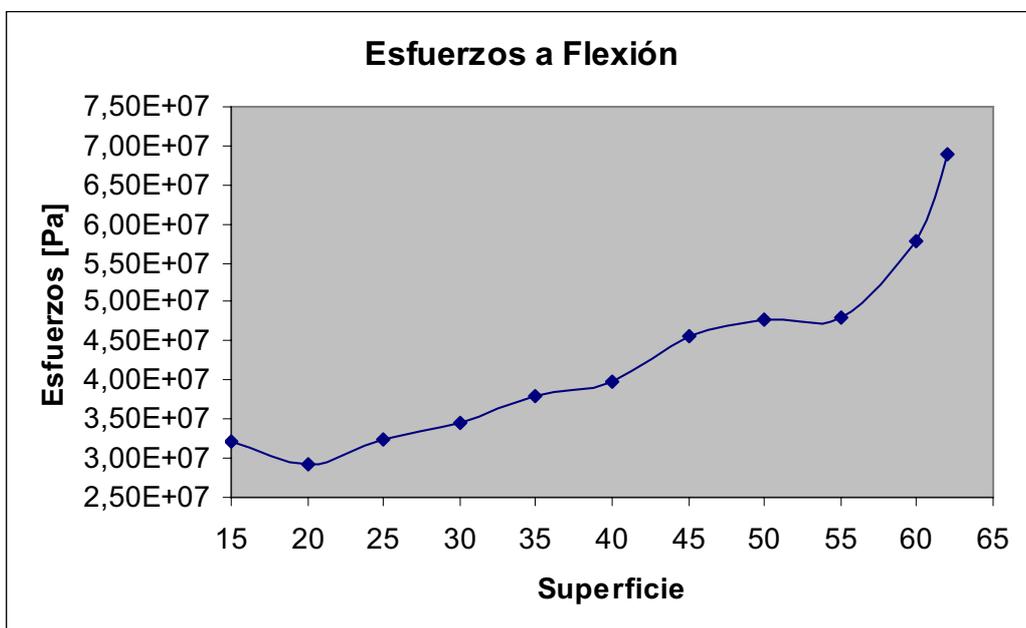


Figura 5.31 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos con un ancho de cara $F = 14m$.

5.2.8 ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2.5$

5.2.8.1 Datos del análisis.

Datos específicos del piñón:

$$m = 2.5$$

$$Z_1 = 18$$

$$d_1 = 45 \text{ mm.}$$

$$D_o = 50 \text{ mm.}$$

$$d_b = 42.28 \text{ mm.}$$

$$d_f = 38.76 \text{ mm.}$$

$$t = 3.92 \text{ mm.}$$

$$h_k = 4 \text{ mm.}$$

$$c = 0.62 \text{ mm.}$$

$$r_f = 0.75 \text{ mm.}$$

El diámetro del agujero interno es:

$$d = 7 \text{ mm.}$$

Se asume un ancho de cara del diente $F = 10m$ que está en el rango permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 25 \text{ mm.}$$

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.059 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 45 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones son similares que las del análisis 1. Sus variaciones son las siguientes.

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 652\ 016\ 368$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicará cada 5 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.003, y en las superficies del diente es de 0.0005.

5.2.8.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 15 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 11 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 28600

Grados de libertad = 85800

Memoria Utilizada = 5.5 Mb.

Resolución luego de 430 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

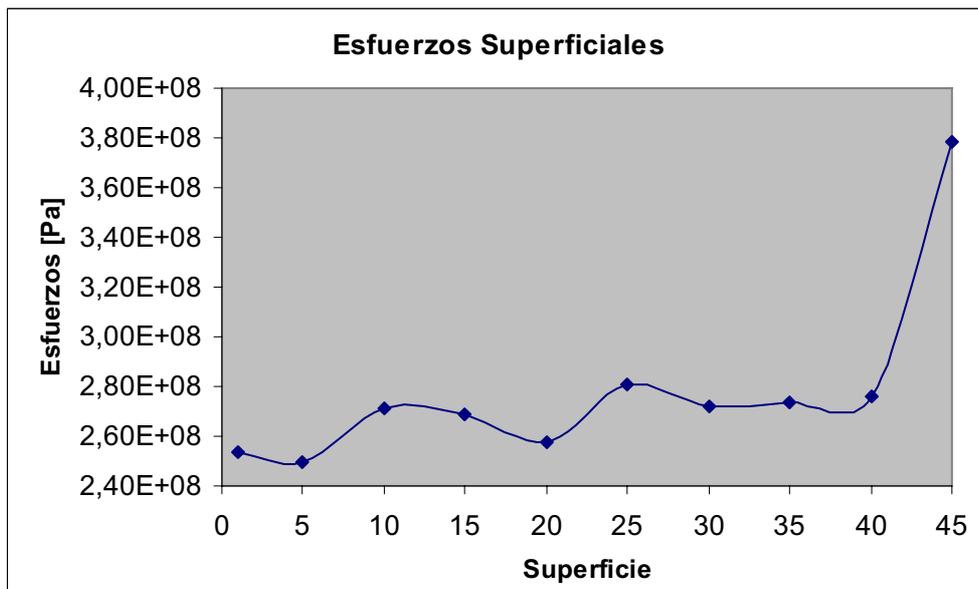


Figura 5.32 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 2.5$.

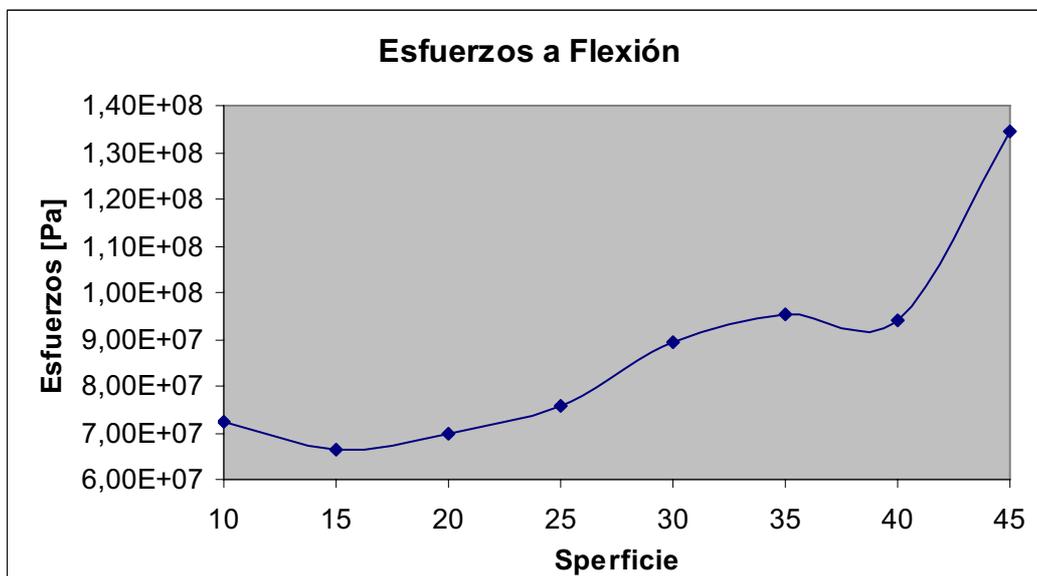


Figura 5.33 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 2.5$.

5.2.9 ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2$

5.2.9.1 Datos del análisis.

Datos específicos del piñón:

$$m = 2$$

$$Z_1 = 18$$

$$d_1 = 36 \text{ mm.}$$

$$D_o = 40 \text{ mm.}$$

$$d_b = 33.82 \text{ mm.}$$

$$d_f = 31 \text{ mm.}$$

$$t = 3.141 \text{ mm.}$$

$$h_k = 4 \text{ mm.}$$

$$c = 0.5 \text{ mm.}$$

$$r_f = 0.6 \text{ mm.}$$

El diámetro del agujero interno es:

$$d = 6 \text{ mm.}$$

Se asume un ancho de cara del diente $F = 11m$ que está en el rango permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 22 \text{ mm.}$$

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.0714 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 30 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones son similares que las del análisis 1. Sus variaciones son las siguientes.

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 775\,926\,313$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicara cada 3 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.003, y en las superficies del diente es de 0.0005.

5.2.9.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 15 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 11 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 28600

Grados de libertad = 85800

Memoria Utilizada = 5.5 Mb.

Resolución luego de 430 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

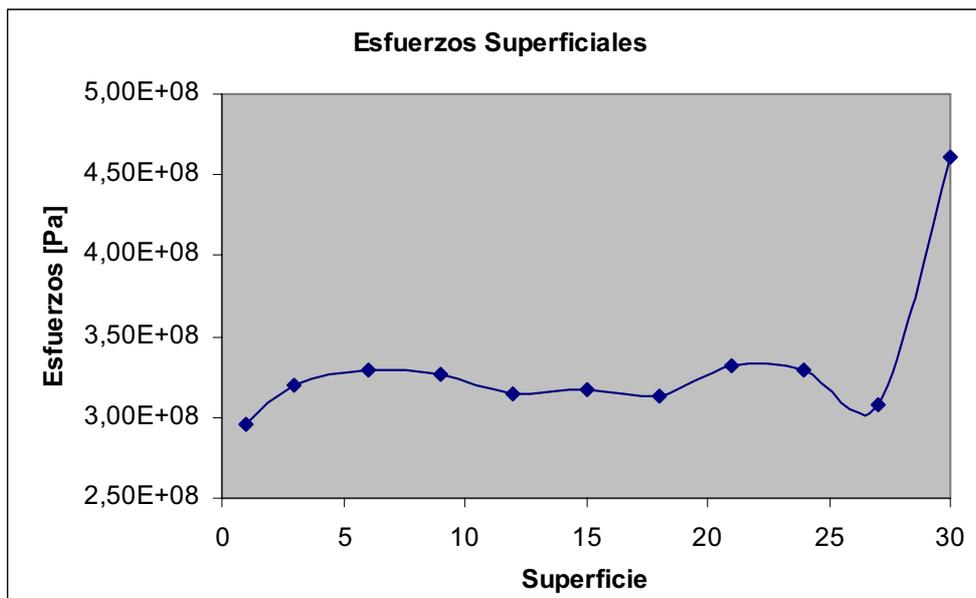


Figura 5.34 Esfuerzos de Von Mises Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 2$.

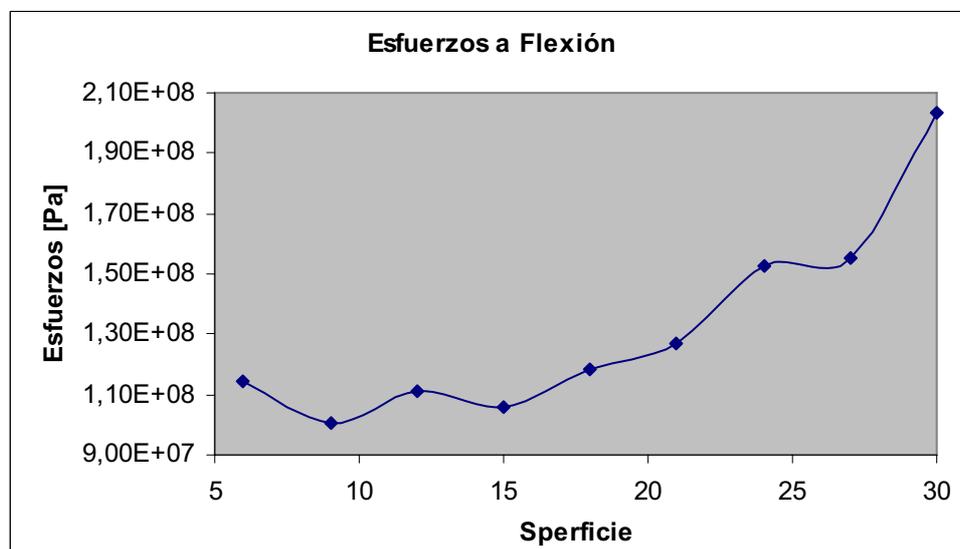


Figura 5.35 Esfuerzos de Von Mises a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 2$.

5.2.10 ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 4$

5.2.10.1 Datos del análisis.

Datos específicos del piñón:

$$m = 4$$

$$Z_1 = 18$$

$$d_1 = 72 \text{ mm.}$$

$$D_o = 80 \text{ mm.}$$

$$d_b = 67.65 \text{ mm.}$$

$$d_f = 62 \text{ mm.}$$

$$t = 6.283 \text{ mm.}$$

$$h_k = 8 \text{ mm.}$$

$$c = 1 \text{ mm.}$$

$$r_f = 1.2 \text{ mm.}$$

El diámetro del agujero interno es:

$$d = 11 \text{ mm.}$$

Se asume un ancho de cara del diente $F = 11m$ que está en el rango permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 44 \text{ mm.}$$

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.04305 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 99 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones son similares que las del análisis 1. Sus variaciones son las siguientes.

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 322\ 180\ 354$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicará cada 10 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.005, y en las superficies del diente es de 0.00012.

5.2.10.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 29 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 29 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 16300

Grados de libertad = 48900

Memoria Utilizada = 9.8 Mb.

Resolución luego de 400 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

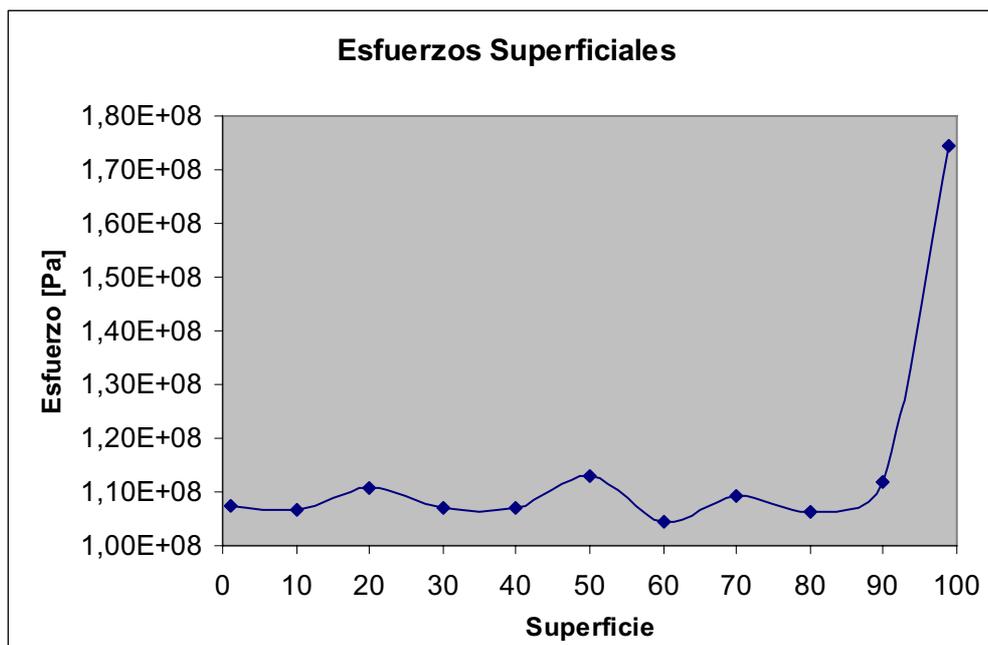


Figura 5.36 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 4$.

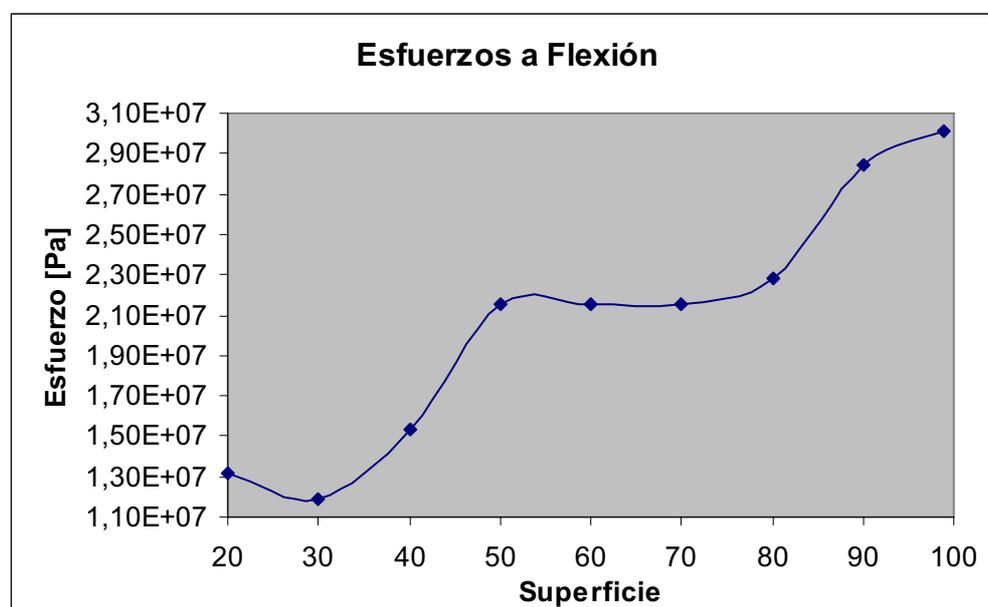


Figura 5.37 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 4$.

5.2.11 ANALISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 5$

5.2.11.1 Datos del análisis.

Datos específicos del piñón:

$$m = 5$$

$$Z_1 = 18$$

$$d_1 = 90 \text{ mm.}$$

$$D_o = 100 \text{ mm.}$$

$$d_b = 84.57 \text{ mm.}$$

$$d_f = 77.5 \text{ mm.}$$

$$t = 7.85 \text{ mm.}$$

$$h_k = 10 \text{ mm.}$$

$$c = 1.25 \text{ mm.}$$

$$r_f = 1.5 \text{ mm.}$$

El diámetro del agujero interno es:

$$d = 12 \text{ mm.}$$

Se asume un ancho de cara del diente $F = 11m$ que está en el rango permitido por la AGMA. Por lo tanto:

$$F = 55 \text{ mm.}$$

El semiancho de la sección de contacto obtenido mediante su respectiva ecuación es:

$$b = 0.0451 \text{ mm.,}$$

por esta razón se divide a la superficie de aplicación de carga del diente en 119 superficies en las cuales se aplicará la carga máxima (Figura 5.17).

Luego de haber generado el modelo las condiciones son similares que las del análisis 1. Sus variaciones son las siguientes.

Añadir una carga de tipo **Local Pressure Load** correspondiente a un valor $P = 196\,874\,603$ Pa para cada análisis en su respectiva superficie, tomando en cuenta que se aplicará cada 10 superficies, iniciando desde la raíz del diente para así realizar un barrido en su análisis.

El tamaño de refinamiento general de la malla es 0.0075, y en las superficies del diente es de 0.00012.

5.2.11.2 Resultados obtenidos

Los resultados de cálculo son:

Tiempo promedio de mallado = 31 seg.

Tiempo promedio de cálculo = 32 seg.

Número promedio de nodos en el modelo = 21000

Grados de libertad = 63000

Memoria Utilizada = 12.7 Mb.

Resolución luego de 480 iteraciones

Los resultados gráficos obtenidos son:

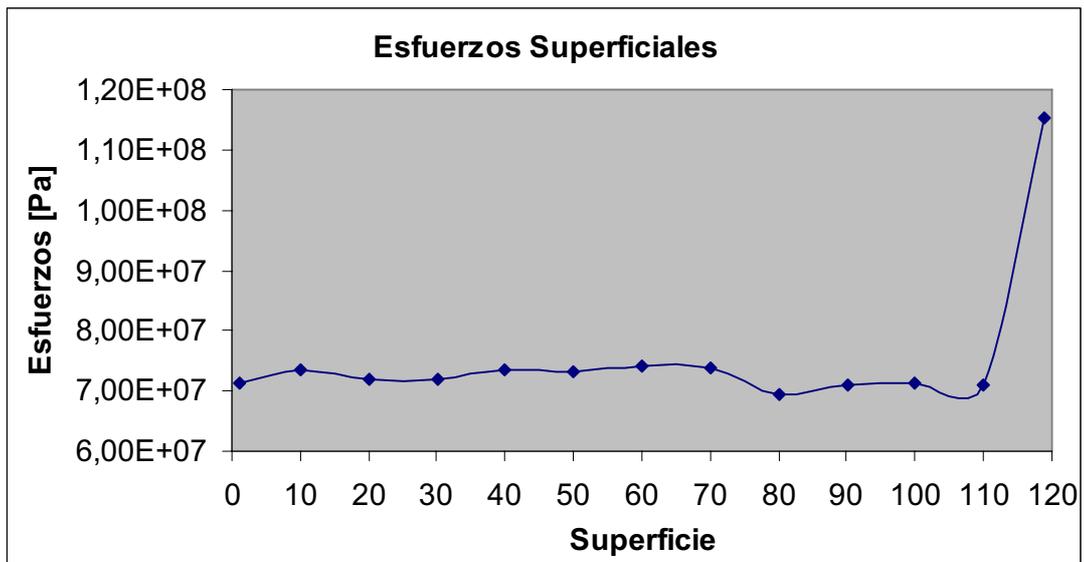


Figura 5.38 Esfuerzos de Von Misses Superficiales obtenidos de un engrane con módulo $m = 5$.

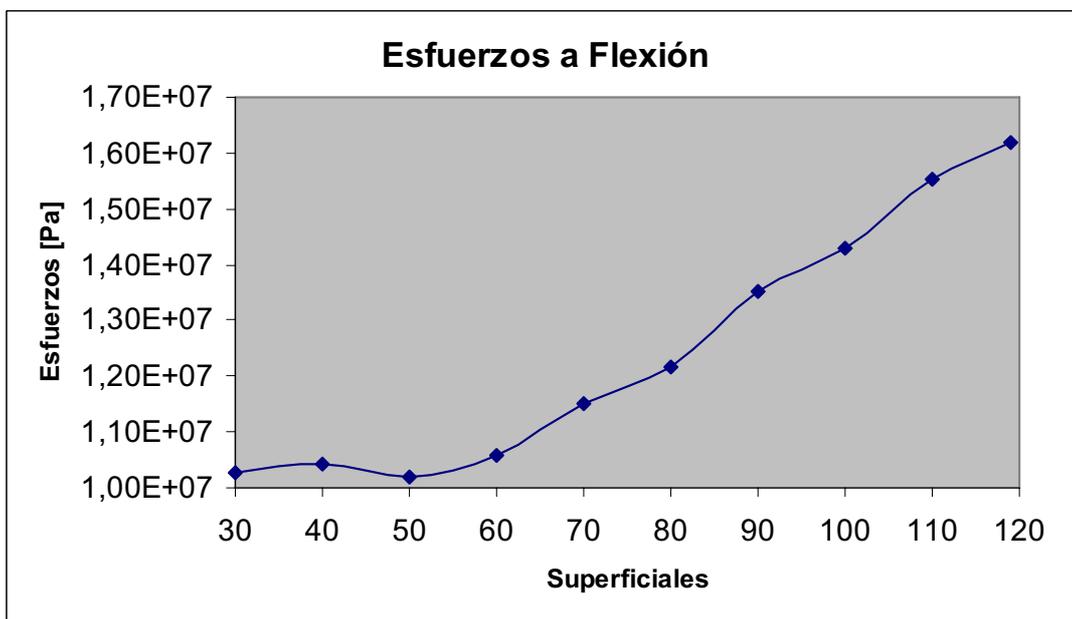


Figura 5.39 Esfuerzos de Von Misses a Flexión obtenidos de un engrane con módulo $m = 5$.

5.2.12 ANALISIS GENERAL DE RESULTADOS.

Las gráficas de resultados presentadas, muestran la variación de los esfuerzos superficiales y esfuerzos a flexión, que se generan en el diente del piñón durante el período de contacto con el engrane. De aquellos resultados se aprecia una tendencia análoga entre cada una de las simulaciones planteadas y desarrolladas en el proyecto, razón por la cual el análisis se lo realiza de manera global.

De la gráfica de los esfuerzos superficiales, se aprecia la relativa uniformidad de los esfuerzos desde que comienza la aplicación de la carga en la parte inferior (punto de inicio de contacto) hasta un instante antes de que se de en la punta del diente; pero, cuando el contacto tiene lugar en el extremo del diente, este esfuerzo se incrementa notablemente.

Para el caso del esfuerzo a flexión, la gráfica obtenida muestra el incremento uniforme de los esfuerzos desde la parte inferior del diente hasta la punta, lugar en el cual, evidentemente se obtiene el mayor valor de esfuerzo. Es importante citar que los datos incluidos para la elaboración de esta curva no consideran los valores de las simulaciones en los puntos de contacto más bajos del diente, debido a la dificultad para identificarlos correctamente, y que de todas maneras siempre serán menores al esfuerzo generado en el diente como consecuencia de la aplicación de la carga en la punta.

En las tablas y gráficos que se muestran a continuación, se realiza una comparación general entre los valores de esfuerzo obtenidos aplicando las teorías de diseño y el uso del paquete informático GID para sus respectivos parámetros analizados.

Tabla 5.1 Esfuerzos obtenidos mediante la variación del módulo

Módulo	Esfuerzos Superficiales		Esfuerzos a Flexión	
	Analítico	GiD	AGMA	GiD
2	1,22E+09	4,33E+08	2,68E+08	1,91E+08
2,5	9,35E+08	3,56E+08	1,57E+08	1,26E+08
3	6,59E+08	2,31E+08	7,82E+07	7,48E+07
4	4,60E+08	1,74E+08	3,81E+07	3,01E+07
5	3,38E+08	1,08E+08	2,05E+07	1,52E+07

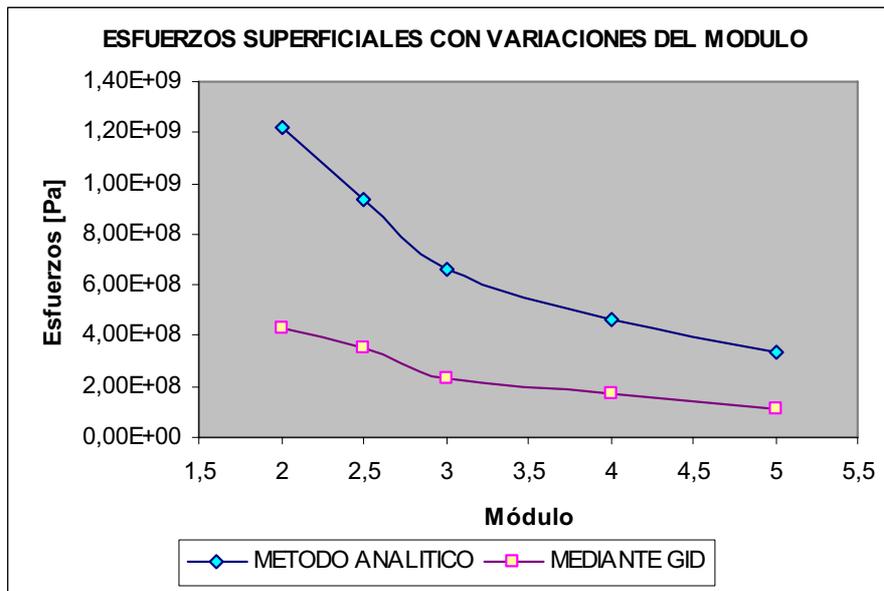


Figura 5.40 Esfuerzos superficiales con variaciones del módulo.

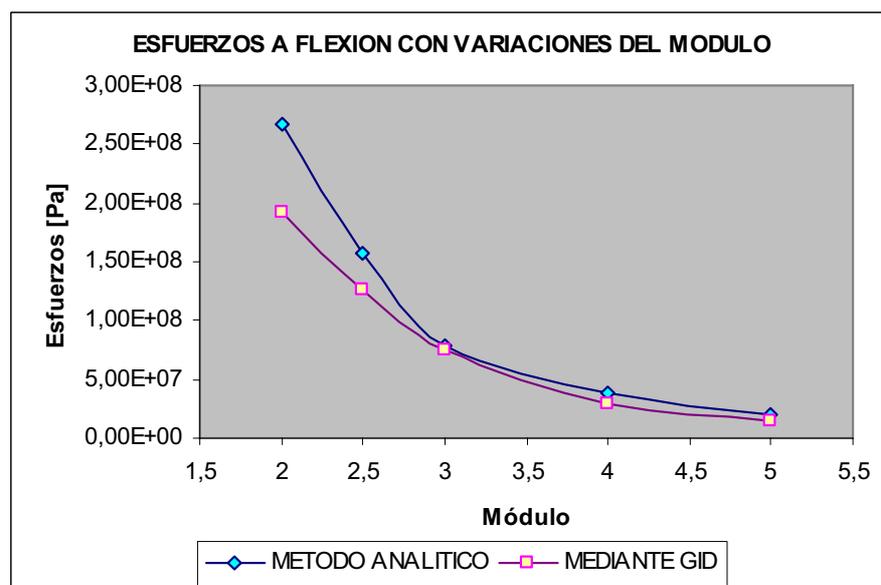


Figura 5.41 Esfuerzos a flexión con variaciones del módulo.

De los resultados obtenidos tanto en forma analítica y mediante el software GID se puede apreciar que mientras el modulo se incrementa los esfuerzos tanto superficiales como a flexión, decrecen sustancialmente.

Cabe resaltar también que los resultados obtenidos mediante el paquete computacional GID para los esfuerzos a flexión se aproximan a los obtenidos en forma analítica, es decir que la metodología de diseño computacional es válida.

Tabla 5.2 Esfuerzos obtenidos al variar el semiancho de cara b

Semiancho de cara b	Esfuerzos superficiales	Esfuerzos a flexión
b-20%	2,96E+08	6,54E+07
b-10%	2,63E+08	6,28E+07
b=Fórmula	2,31E+08	7,48E+07
b+10%	1,96E+08	6,22E+07
b+20%	2,01E+08	6,17E+07

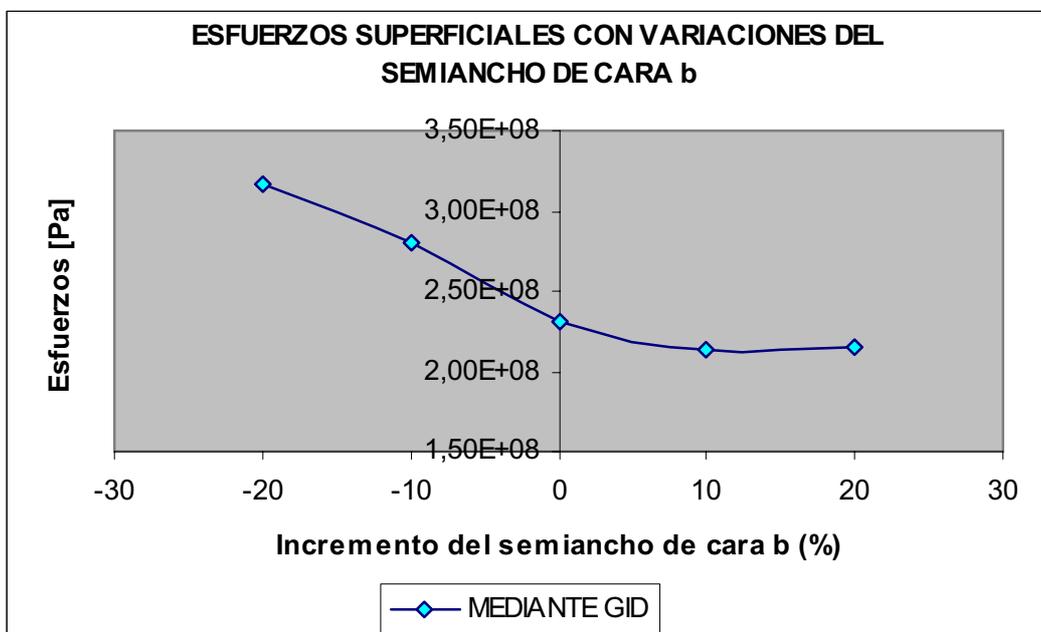


Figura 5.42 Esfuerzos superficiales con variaciones del semiancho de cara b.

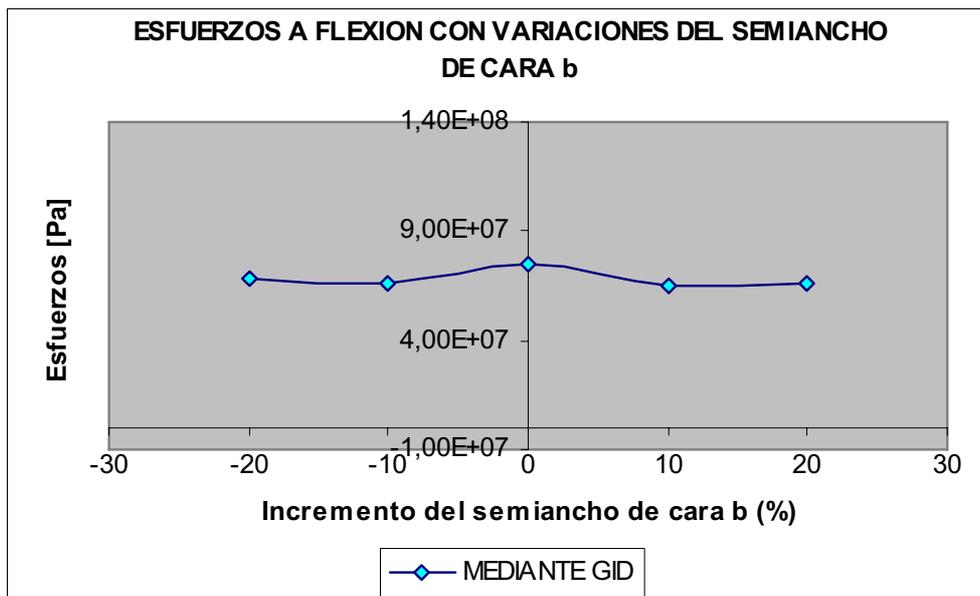


Figura 5.43 Esfuerzos a flexión con variaciones del semiancho de cara b.

Al disminuir proporcionalmente el tamaño de la superficie de aplicación de la carga con respecto al calculado analíticamente se aprecia el incremento de los esfuerzos superficiales, de la misma manera se tiene el efecto inverso al aumentar el tamaño de la superficie.

Respecto a los esfuerzos a flexión se puede decir que se mantienen en un rango de variación mínima respecto al obtenido analíticamente.

Tabla 5.3 Esfuerzos obtenidos al variar el ancho de cara F

Ancho de cara	Esfuerzos superficiales		Esfuerzos a flexión	
	Analítico	GiD	AGMA	GiD
F=9m	7,61E+08	2,61E+08	1,04E+08	9,57E+07
F=12m	6,59E+08	2,31E+08	7,82E+07	7,48E+07
F=14m	6,10E+08	2,18E+08	6,70E+07	6,47E+07

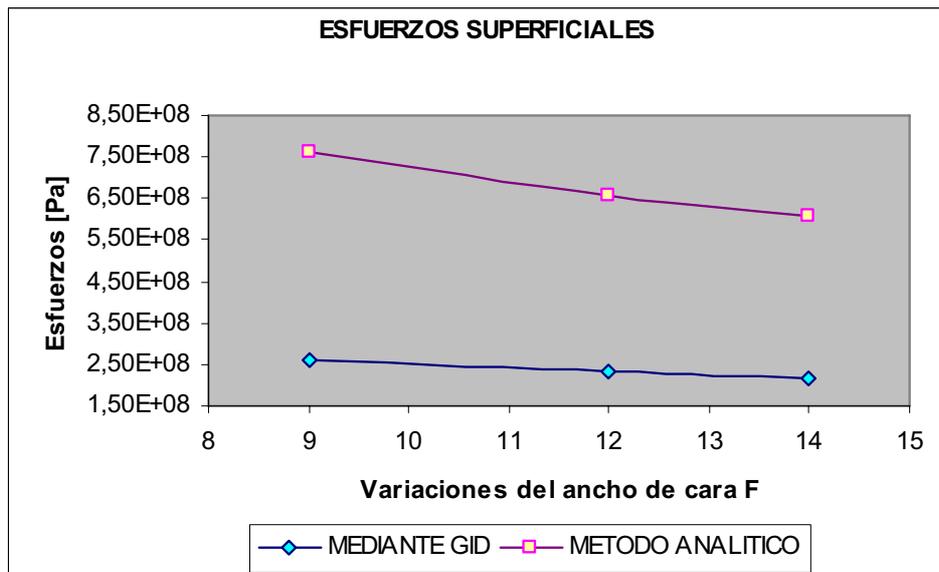


Figura 5.44 Esfuerzos superficiales al variar el ancho de cara F

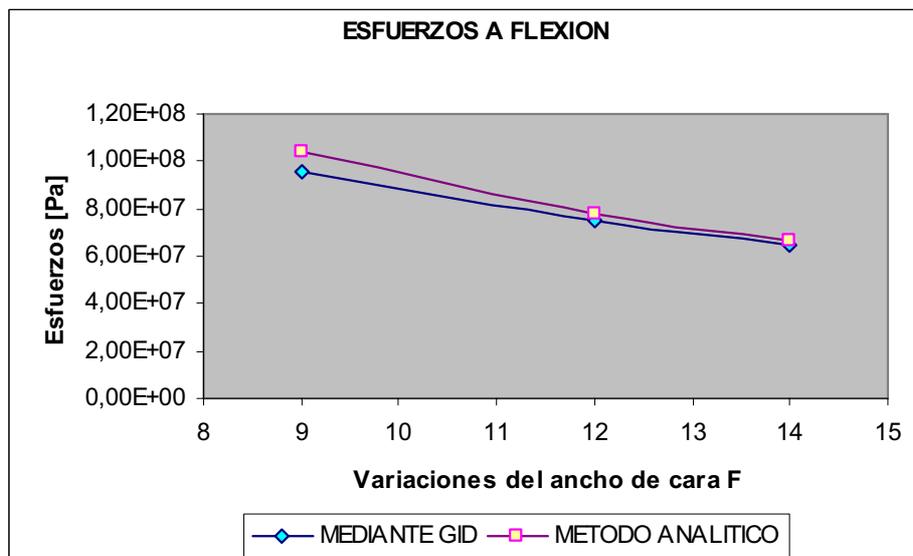


Figura 5.45 Esfuerzos a flexión al variar el ancho de cara F

Los resultados presentados en las gráficas anteriores indican que los esfuerzos superficiales se incrementan a medida que el ancho de cara del engrane disminuye; la misma tendencia ocurre con los esfuerzos a flexión.

En ninguna de las situaciones analizadas anteriormente, el esfuerzo obtenido a través del software llega a sobrepasar el esfuerzo calculado analíticamente, destacando la excelente aproximación de los resultados.

5.3 SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS CON VARIACIONES EN EL REFINAMIENTO DE LA MALLA.

A continuación se realizan diversas simulaciones en las cuales se varía el refinamiento de la malla, para así demostrar que mientras más pequeños son los elementos empleados en la discretización, los resultados obtenidos tienen mejor aproximación a la realidad.

Las condiciones de mallado a realizarse son las siguientes:

Tabla 5.4 Condiciones de mallado.

Superficie de aplicación de carga	Superficies aledañas
0,001	0,0046
0,0005	0,0008
0,0005	0,0005
0,0005	0,0003
0,0004	0.0004

Los resultados obtenidos luego de haber aplicado las diversas condiciones de mallado se encuentran tabulados y representado gráficamente a continuación, y para mayor apreciación se tiene la visualizaciones de los mismos a partir del ANEXO 3.

Tabla 5.5 Resultados obtenidos al variar las condiciones de mallado.

REFINAMIENTO N°	Superficie de aplicación de la carga	Superficies aledañas	Esfuerzos superficiales	Esfuerzos a flexión
1	0,001	0,0046	2,2697E+08	1,8865E+07
2	0,0005	0,0008	2,2405E+08	2,9791E+07
3	0,0005	0,0005	2,2505E+08	3,4864E+07
4	0,0005	0,0003	2,2807E+08	4,5495E+07
5	0,0004	0.0004	2,3139E+08	7,4794E+07

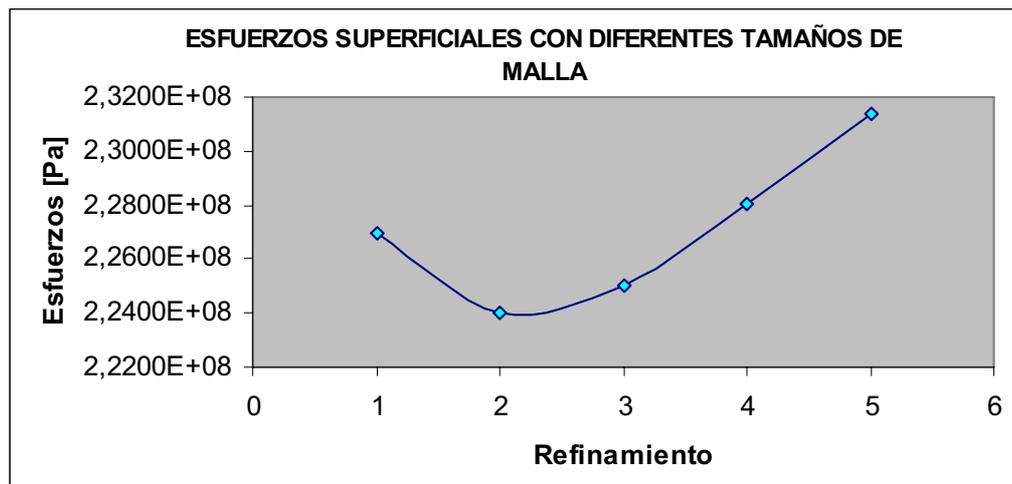


Figura 5.46 Esfuerzos superficiales con diferentes tamaños de malla

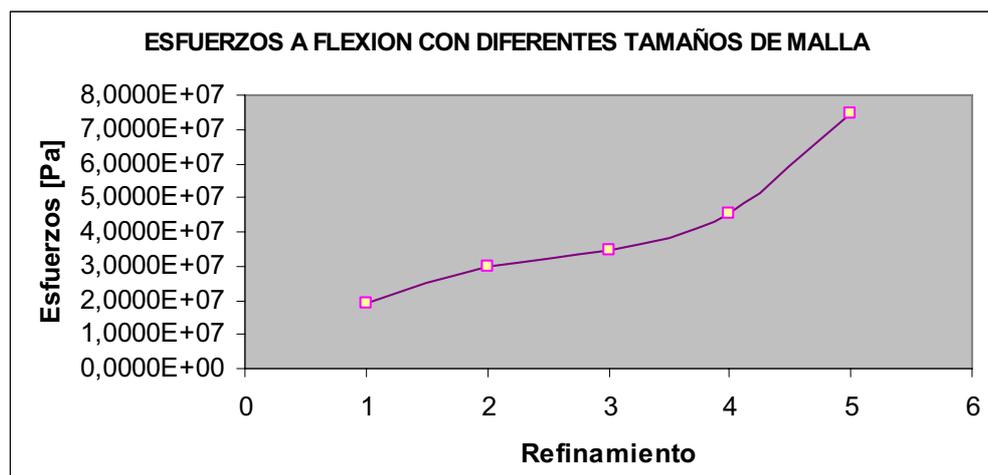


Figura 5.47 Esfuerzos a flexión con diferentes tamaños de malla

Las gráficas muestran evidentemente que los resultados tienen mejor aproximación a la realidad a medida que el refinamiento de las superficies es mayor.

5.4 SIMULACION Y ANALISIS DE RESULTADOS CON APLICACIÓN DE LA CARGA EN DOS DIENTES.

En el presente análisis se considera que en un instante dado la carga se encuentra aplicada en dos dientes consecutivos del engrane. El valor de la carga es el mismo aplicado en el análisis con los respectivos parámetros de diseño analítico, con la diferencia que la carga es dividida para los dos dientes.

Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Tabla 5.6 Resultados obtenidos al aplicar la carga en dos dientes

Diente N°	Esfuerzos superficiales	Esfuerzos a flexión
1	1,15E+08	2,28E+07
2	7,34E+07	1,37E+07

De la misma manera se aprecia que los esfuerzos superficiales y a flexión no sobrepasan el esfuerzo admisible.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

- Los resultados que se obtiene mediante el Método de los Elementos Finitos son lo suficientemente aproximados a la realidad, cuya precisión depende del tamaño y tipo de elementos que se empleen para llevar a cabo la discretización del modelo a analizar; debe considerarse además que los concentradores de esfuerzos y las zonas afectadas por la carga deben ser más refinados.
- Los resultados presentados muestran que los valores de esfuerzos obtenidos mediante la aplicación del software, son menores a los obtenidos analíticamente, esto se debe a que el software no asume ningún factor de diseño.
- El Método de los Elementos Finitos es una herramienta muy poderosa que permite realizar diversos análisis con gran facilidad y además proporciona los resultados mediante colores, lo cual permite visualizar y entender mejor el comportamiento del sistema de análisis. De esta manera se realiza un estudio iterativo y eficiente, haciendo posible a su vez la variación de parámetros para fines de comprobación.
- Del análisis de resultados, se comprueba a cabalidad que los vértices son concentradores de esfuerzos, los mismos que se ubican en todo el perfil del diente y cuyos efectos se evidencian fácilmente en el análisis computacional, lo cual no es posible mediante el diseño tradicional.

- Específicamente, en el presente análisis se puede apreciar mediante la utilización del software, los esfuerzos Hertzianos existentes, y así presentar al cliente o a personas con poco conocimiento del tema que el diseño es una fase muy importante y que el MEF permite apreciar resultados con gran facilidad, ganando así mercado y siendo más competitivos.
- Luego de haber desarrollado el presente proyecto, y debido a que para el presente análisis fue necesaria una herramienta computacional, se puede exponer, que el software utilizado presenta ciertas dificultades, ya que no existe una compatibilidad perfecta con el software AutoCad para realizar importaciones del elemento por lo que se recurrió a realizar el modelado en el mismo GID.
- Es necesario también mencionar que la máquina en la cual se lo instale el GID debe tener características específicas que sean completamente compatibles, ya que si esto no se considera el programa dará problemas o a su vez tardará un tiempo considerablemente mayor al normal para el mallado y la fase de cálculo. Las características específicas no se las pudieron determinar puesto que no fue motivo de análisis y solo se cuenta con las mínimas establecidas por el fabricante.

6.2 RECOMENDACIONES

- Puesto que el software presenta ciertas dificultades de discretización y cálculo es necesario determinar un tamaño de elementos de la malla que sea coherente con los procesos de análisis desarrollados por el GID. En caso de incompatibilidades, el programa se cierra automáticamente o a su vez se tiene un mensaje indicando que un punto determinado no se ha encontrado.

- Cuando se desee realizar aplicaciones en computadores sumamente rápidas, es necesario configurar inicialmente la resolución de la pantalla hasta que la interfase del programa no presente distorsiones.
- Debido a la interfase amigable del software y la facilidad de manejo se recomienda el uso de este programa con fines didácticos y aplicaciones poco complejas.
- Es aconsejable realizar la fase de generación del modelo empleando las herramientas que el programa ofrece y evitar de esta manera posteriores complicaciones en las etapas subsiguientes.

BIBLIOGRAFIA

SHIGLEY J; *Diseño En Ingeniería Mecánica*; Sexta Edición; McGRAW - HILL; México; 2002.

HENRIOT Georges; *Manual Práctico de Engranajes*; MARCOMBO S. A.; Barcelona; 1967

JUVINALL Robert; *Fundamentos de Diseño para Ingeniería Mecánica*; Primera Edición; Limusa; México; 1996;

NORTON Robert; *Diseño de Máquinas*; Primera Edición; Prentice Hall; México; 1999;

HUTTON, David V.; *Fundamentals of Finite Element Analysis*; McGraw-Hill; 2004.

REDDY J, *An Introduction to the Finite Element Method*; McGraw-Hill; 1984.

Manual de GID 7.2.

ANEXOS

ANEXO 1

VALORES DE LOS FACTORES DE CORRECCION DE LA AGMA

**Tabla 1. Factor geométrico J de la AGMA para el caso de dientes con $\varnothing = 20^\circ$,
a=1.0pulg, b=1.25pulg y rf=0.3pulg¹**

Número de dientes	Número de dientes del engrane conectado						
	17	25	35	50	85	300	1000
18	0,32404	0,33214	0,33840	0,34404	0,35050	0,35594	0,36112
19	0,33029	0,33878	0,34537	0,35134	0,35822	0,36405	0,36963
20	0,33600	0,34485	0,35176	0,35804	0,36532	0,37151	0,37749
21	0,34124	0,35044	0,35764	0,36422	0,37186	0,37841	0,38475
22	0,34607	0,35559	0,36306	0,36992	0,37792	0,38479	0,39148
24	0,35468	0,36477	0,37275	0,38012	0,38877	0,39626	0,40360
26	0,36211	0,37272	0,38115	0,38897	0,39821	0,40625	0,41418
28	0,36860	0,37967	0,38851	0,39673	0,40650	0,41504	0,42351
30	0,37462	0,38580	0,39500	0,40359	0,41383	0,42283	0,43179
34	0,38394	0,39611	0,40594	0,41517	0,42624	0,43604	0,44586
38	0,39170	0,40446	0,41480	0,42456	0,43633	0,44680	0,45735
45	0,40223	0,41579	0,42685	0,43735	0,45010	0,46152	0,47310
50	0,40808	0,42208	0,43355	0,44448	0,45778	0,46975	0,48193
60	0,41702	0,43173	0,44383	0,45542	0,46960	0,48243	0,49557
75	0,42620	0,44163	0,45440	0,46668	0,48179	0,49554	0,50970
100	0,43561	0,45180	0,46527	0,47827	0,49437	0,50909	0,52435
150	0,44530	0,46266	0,47645	0,49023	0,50736	0,52312	0,52954
300	0,45526	0,47304	0,48798	0,50256	0,52078	0,53765	0,53533
Cremallera	0,46554	0,48415	0,49988	0,51529	0,53467	0,55272	0,57173

¹ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 637

ANEXO 2

VALORES DE LOS FACTORES QUE MODIFICAN LA RESISTENCIA A LA FATIGA

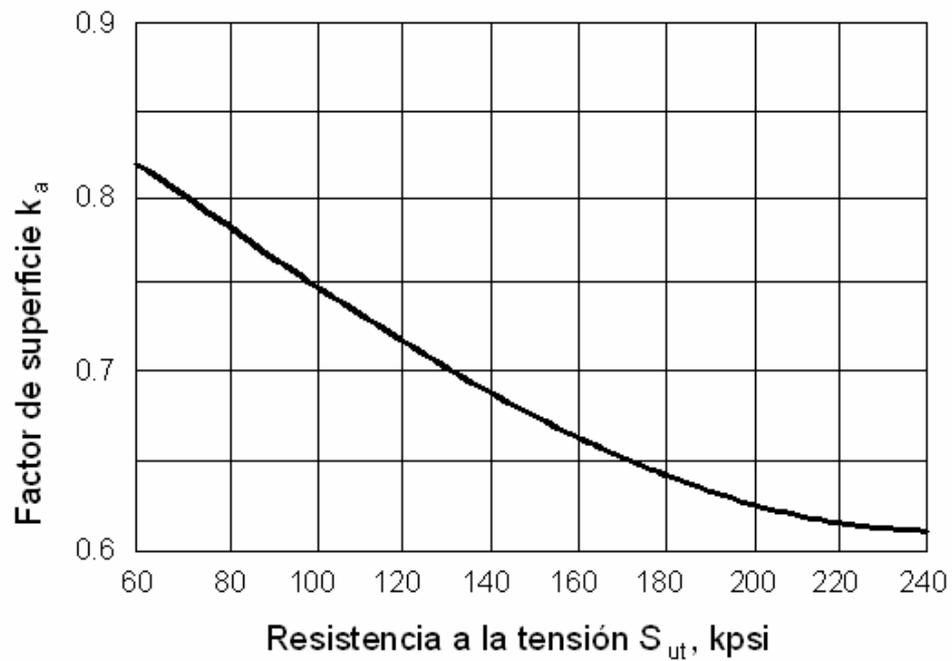


Figura 1. Factores de acabado superficial k_a para dientes de engranes cortados, cepillados y esmerilados²

Tabla 1. Factores de efectos diversos para flexión en un solo sentido³

Resistencia a la tensión S_{ut} , kpsi	Hasta 200	250	300	350	400
Factor k_f	1,33	1,43	1,50	1,56	1,60

² Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 644

³ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 646

Tabla 2 Factor de distribución de carga K_m ⁴

Características de montaje	Ancho de cara, pulg			
	0 a 2	6	9	16 o más
Exactos, holguras pequeñas en cojinetes, mínima flexión del eje, engrane de Precisión	1,3	1,4	1,5	1,8
Menos rígidos, engranes menos exactos, contacto a través de toda la cara.	1,6	1,7	1,8	2,2
Exactitud y ajuste tales que el área de contacto es menor que la de toda la cara.	Mayor que 2,2			

Tabla 3 Factor de corrección por sobrecarga K_o ⁵

Características de impulso de la máquina motriz	Características de la carga impulsada		
	Uniforme	Choques Moderados	Choques fuertes
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choque ligero	1,25	1,50	2,00
Choque moderado	1,50	1,75	2,25

Tabla 4 Factor de modificación de vida y confiabilidad⁶

Ciclos de vida	Factor de vida C_L	Confiabilidad R	Factor de Confiabilidad C_R
10^4	1,5	Hasta 0,99	0,80
10^5	1,3	0,99 a 0,999	1,00
10^6	1,1	0,999 o más	1,25 o más
10^8 o más	1,0		

⁴ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 647

⁵ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 646

⁶ Shigley J; DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA; Cuarta Edición; McGRAW - HILL; México; 1985; p. 652

ANEXO 3

ANALISIS CON LOS PARAMETROS DE DISEÑO ANALITICO $m=3$

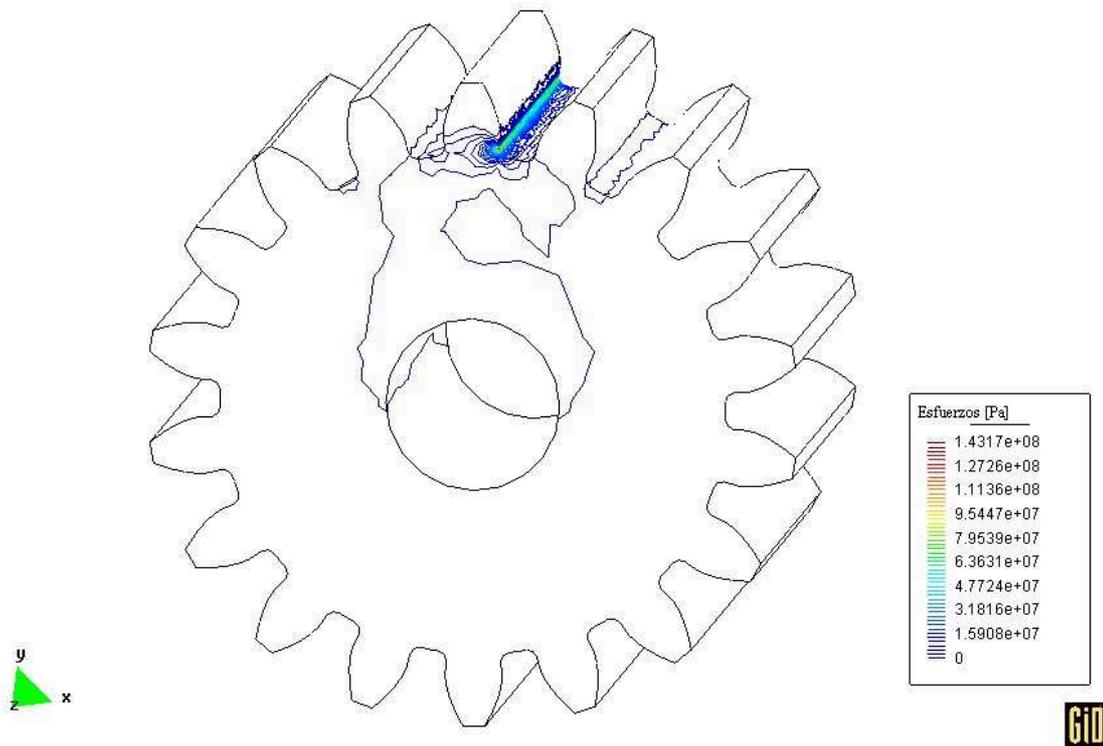


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos generados en el engrane con la carga aplicada en la superficie 1 del diente

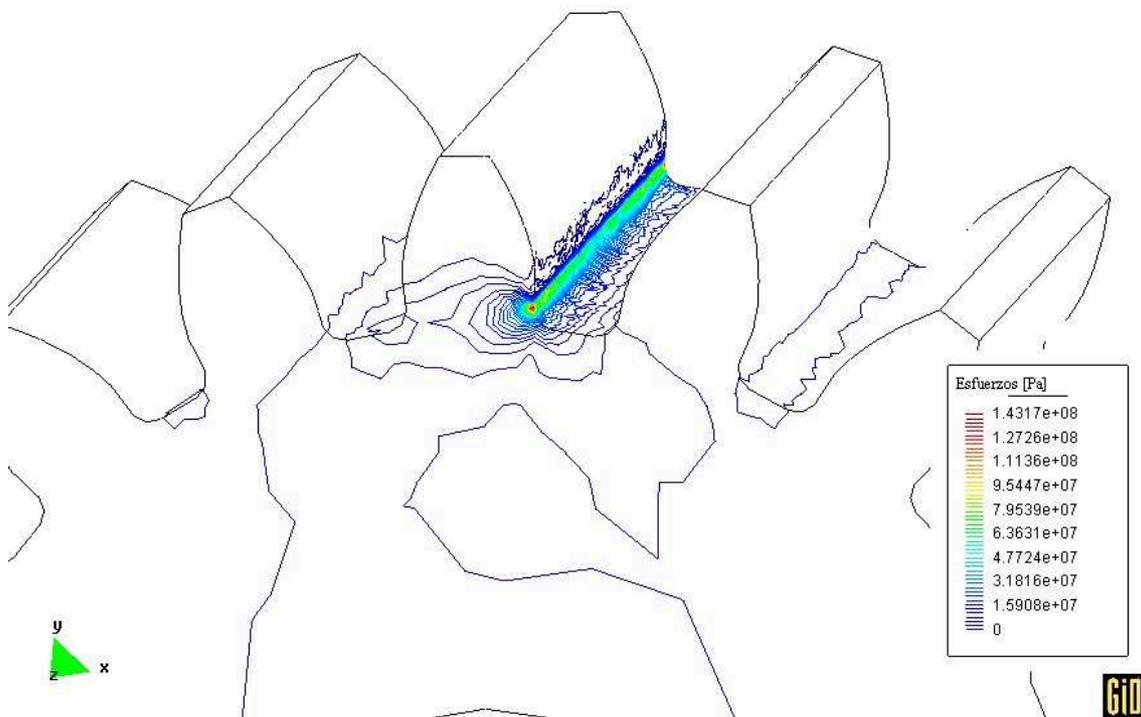


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 1 del diente

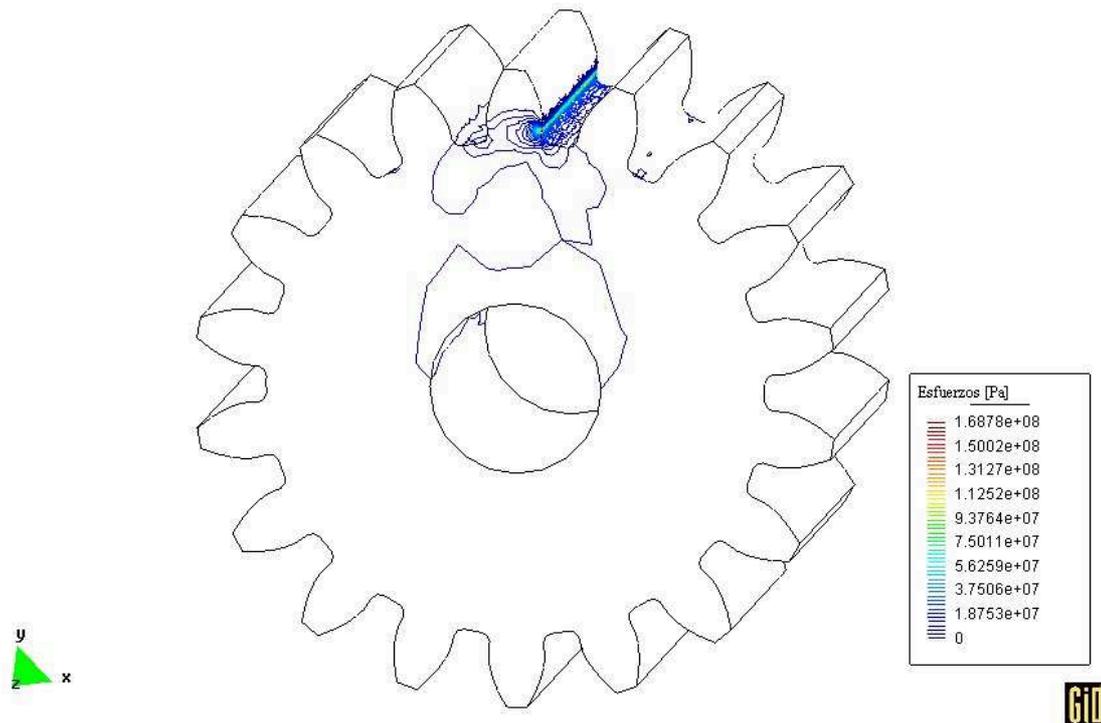


FIGURA 3. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 5 del diente

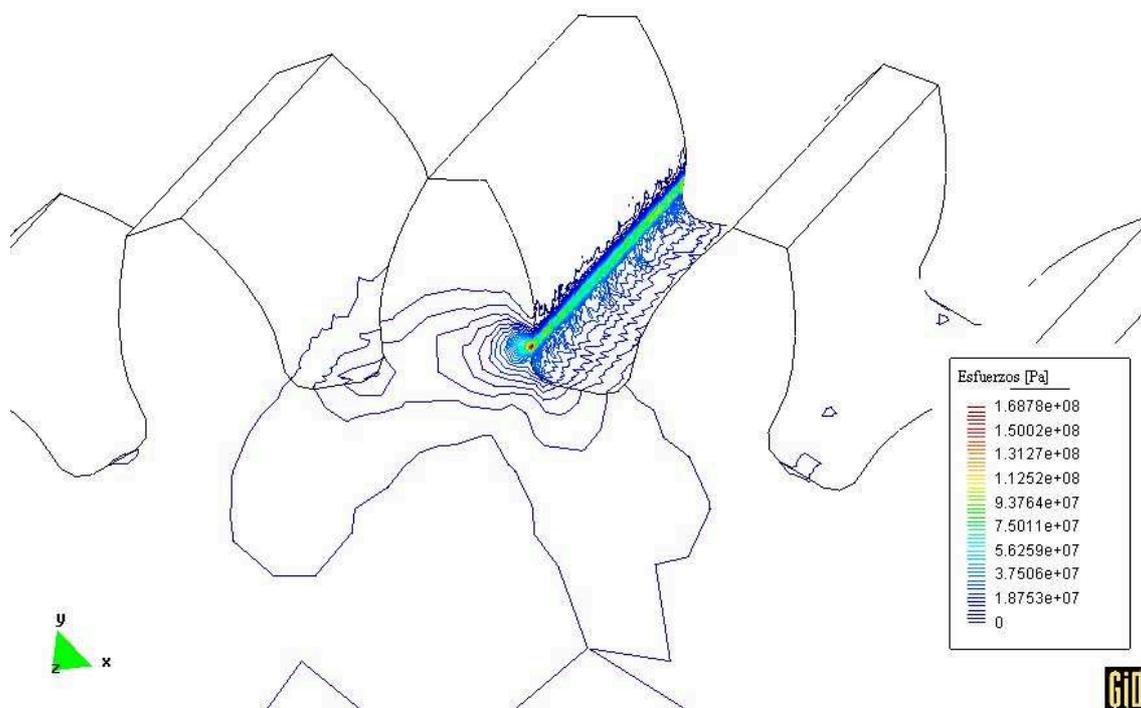


FIGURA 4. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 5 del diente

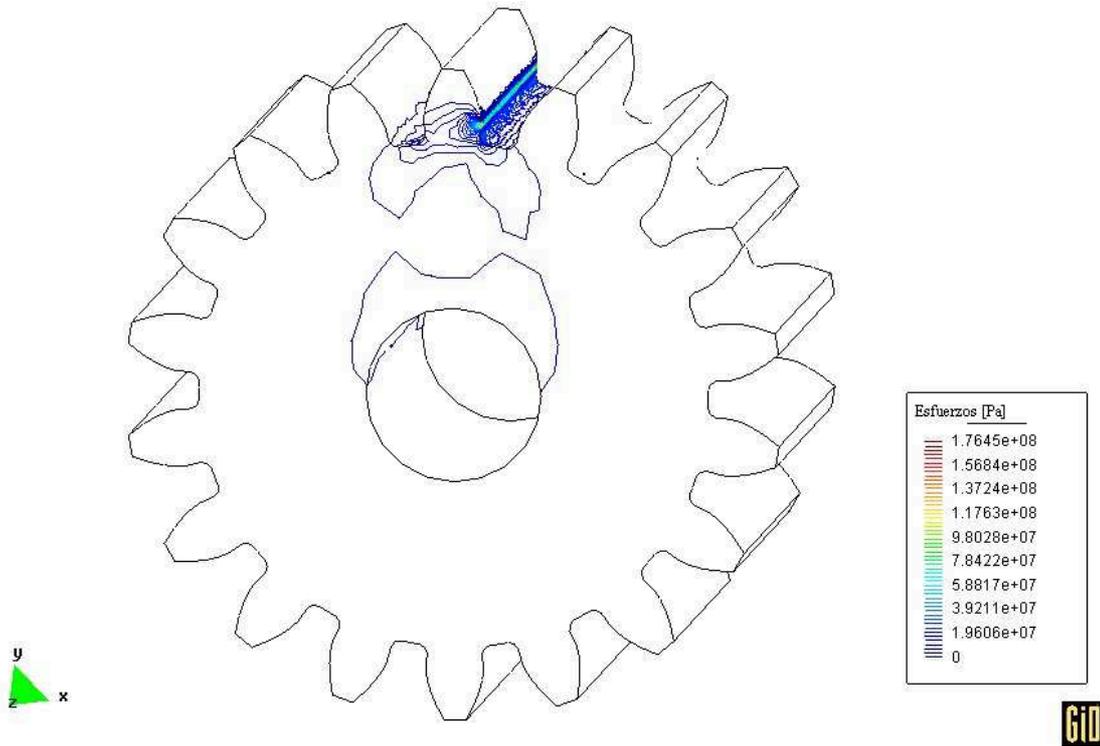


FIGURA 5. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 10 del diente

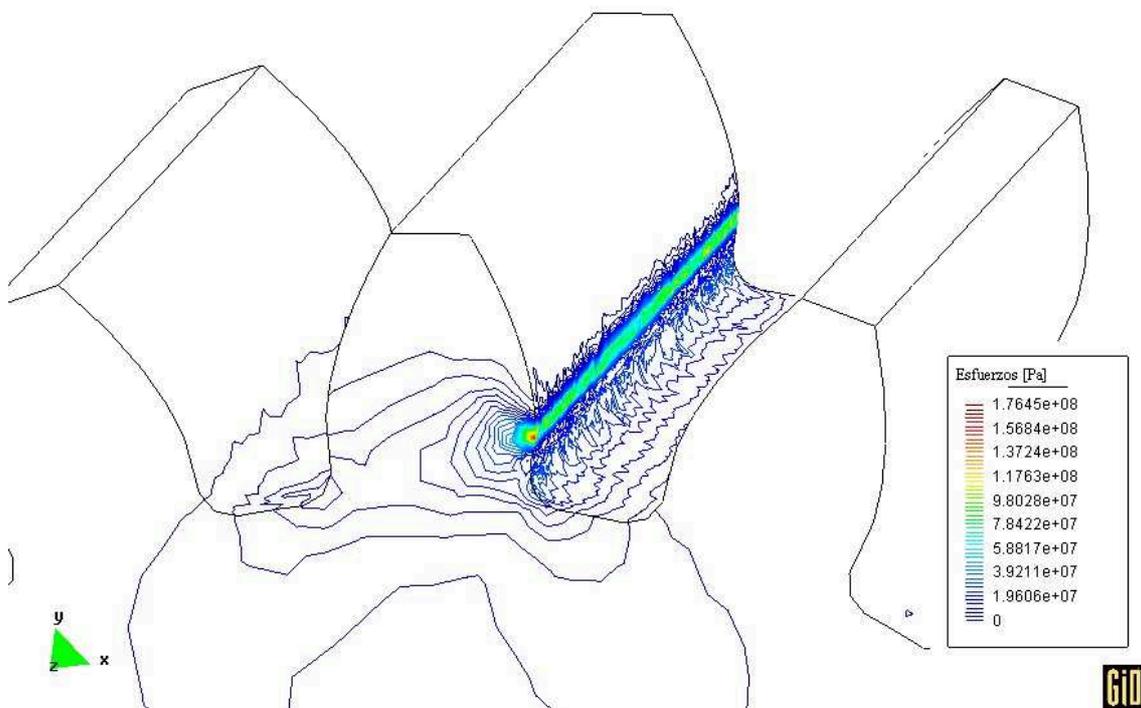


FIGURA 6. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 10 del diente

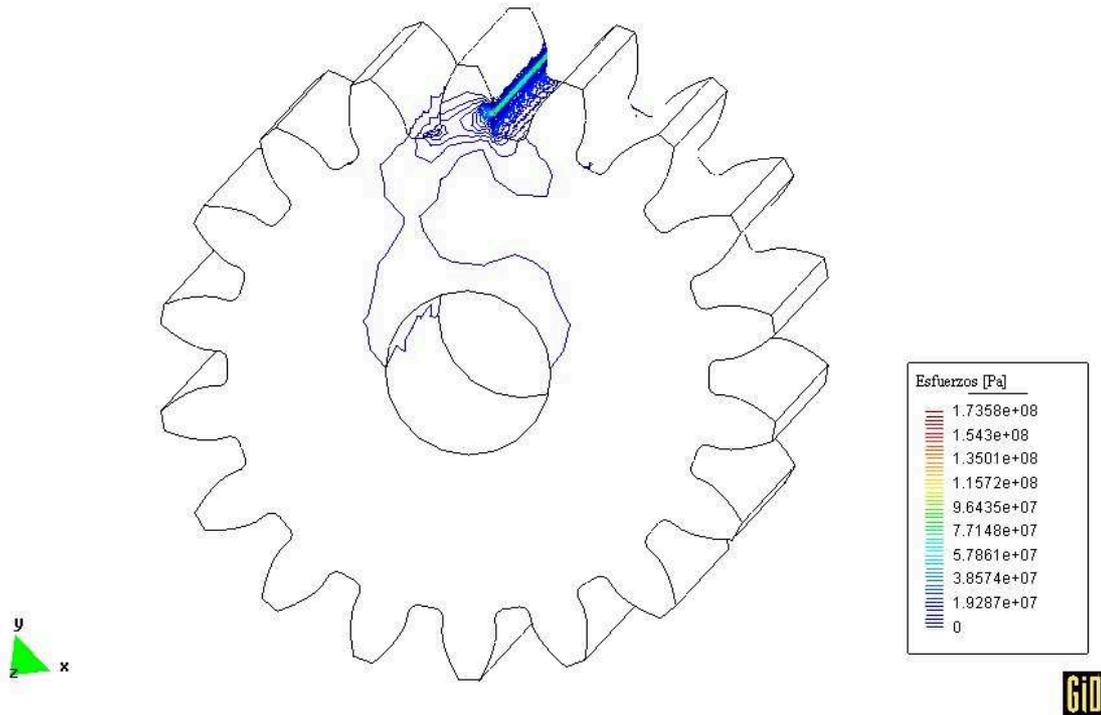


FIGURA 7. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 15 del diente

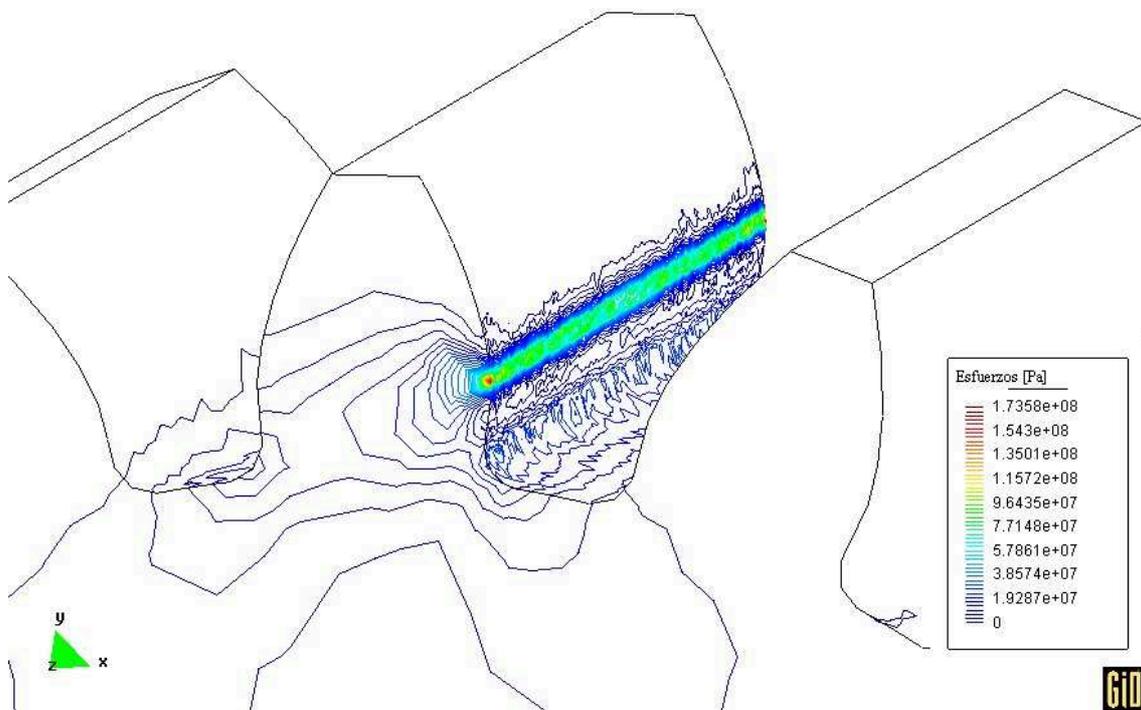


FIGURA 8. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 15 del diente

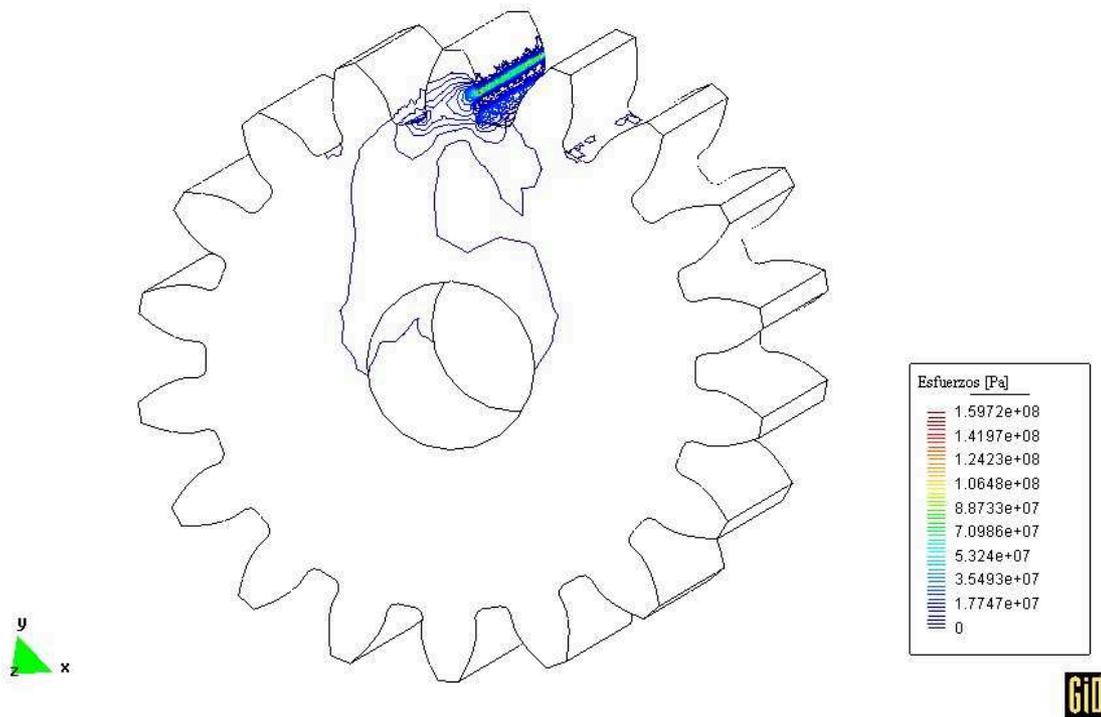


FIGURA 9. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 20 del diente

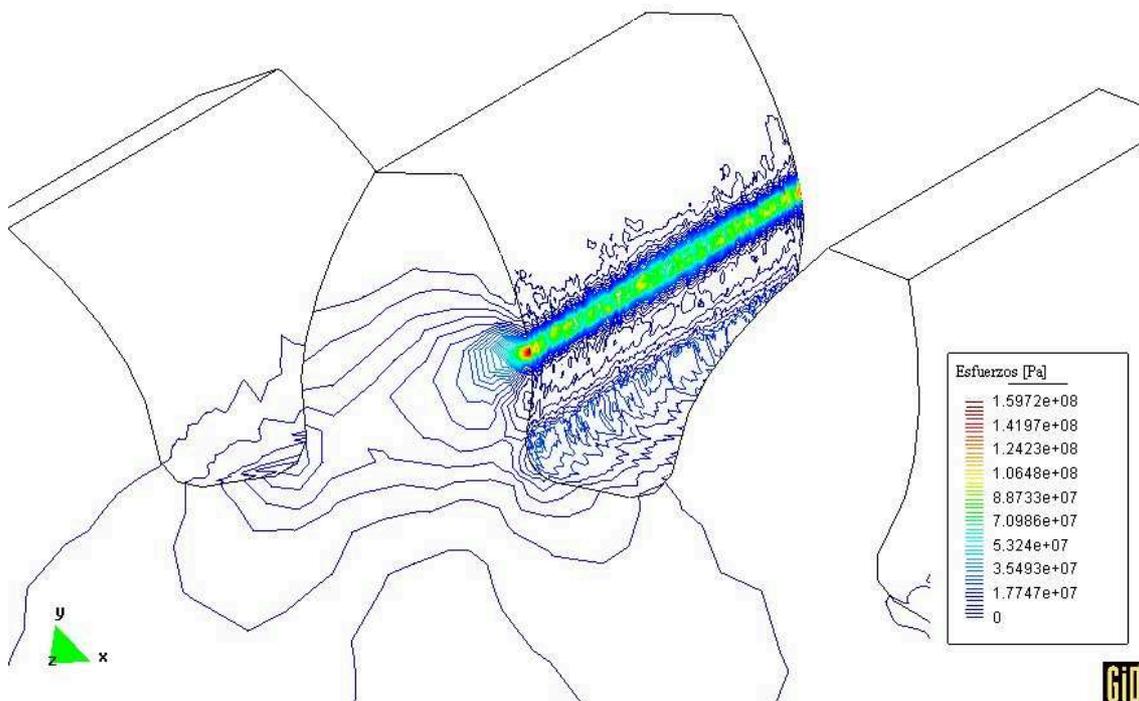


FIGURA 10. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 20 del diente

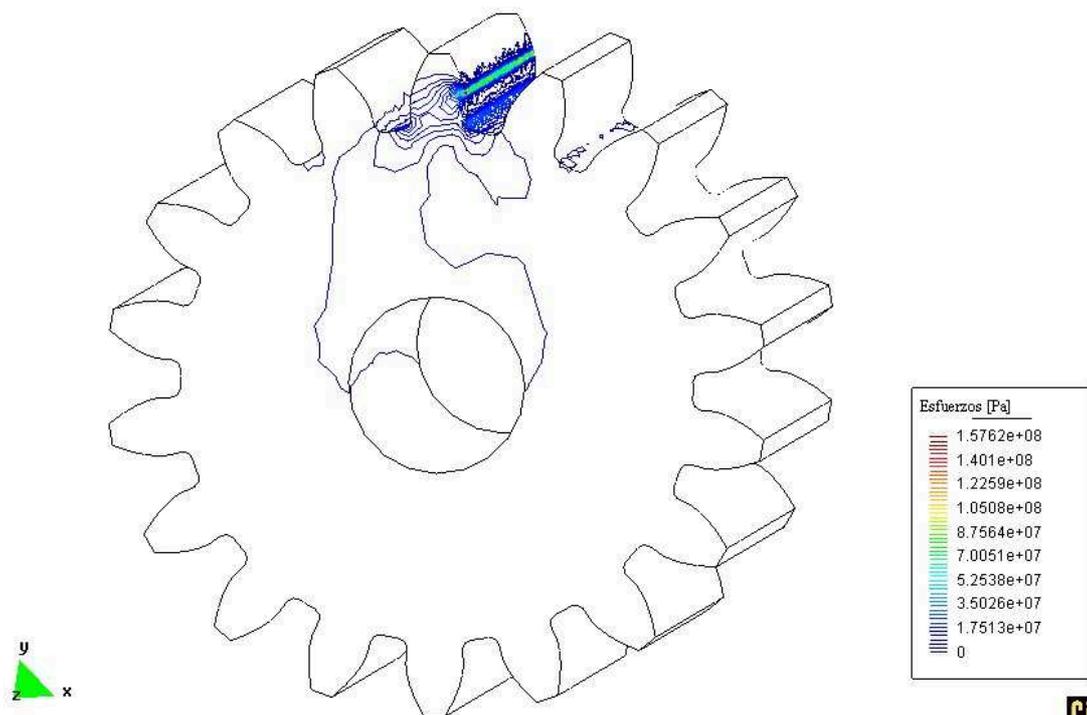


FIGURA 11. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 25 del diente

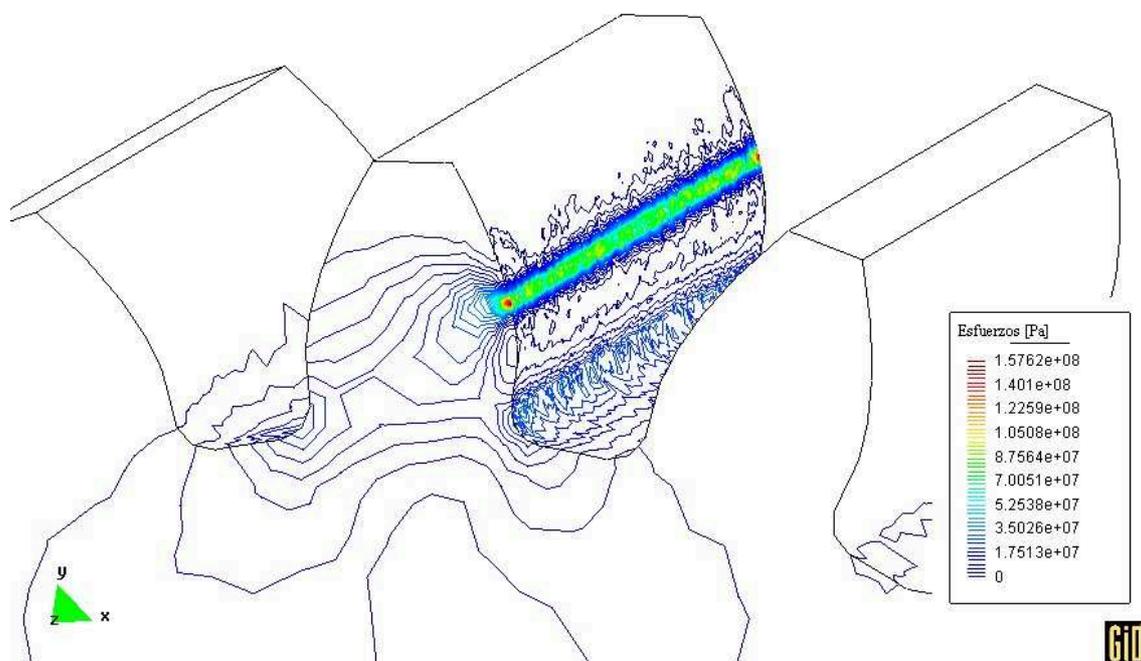


FIGURA 12. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 25 del diente

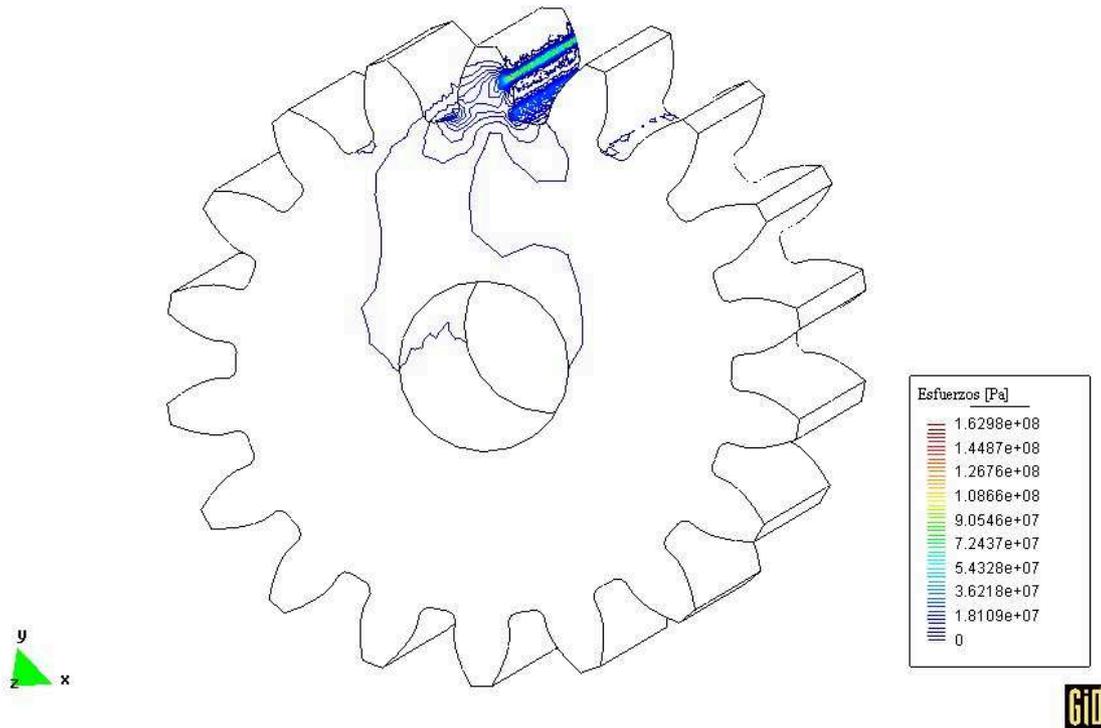


FIGURA 13. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 30 del diente

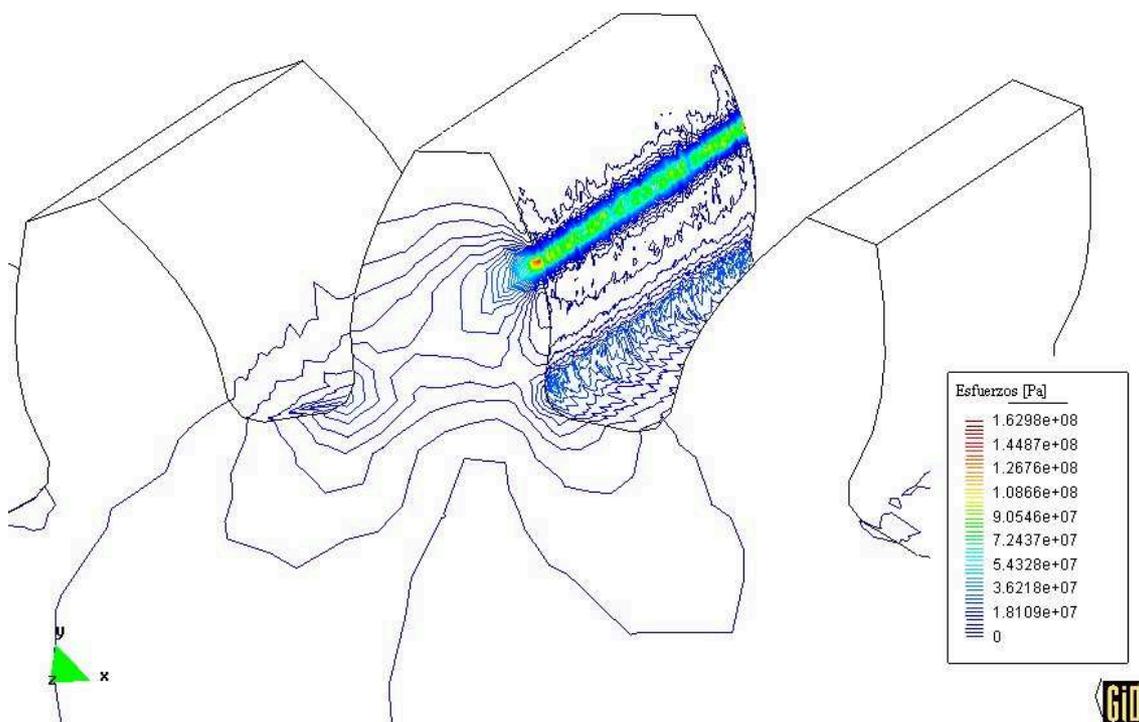


FIGURA 14. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 30 del diente

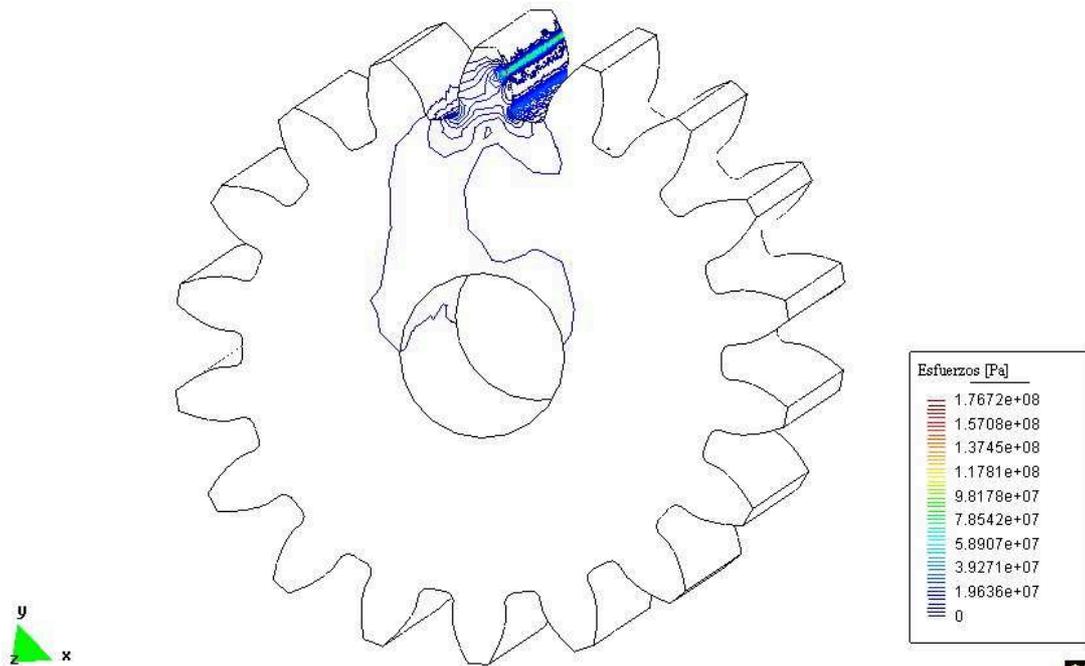


FIGURA 15. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 35 del diente

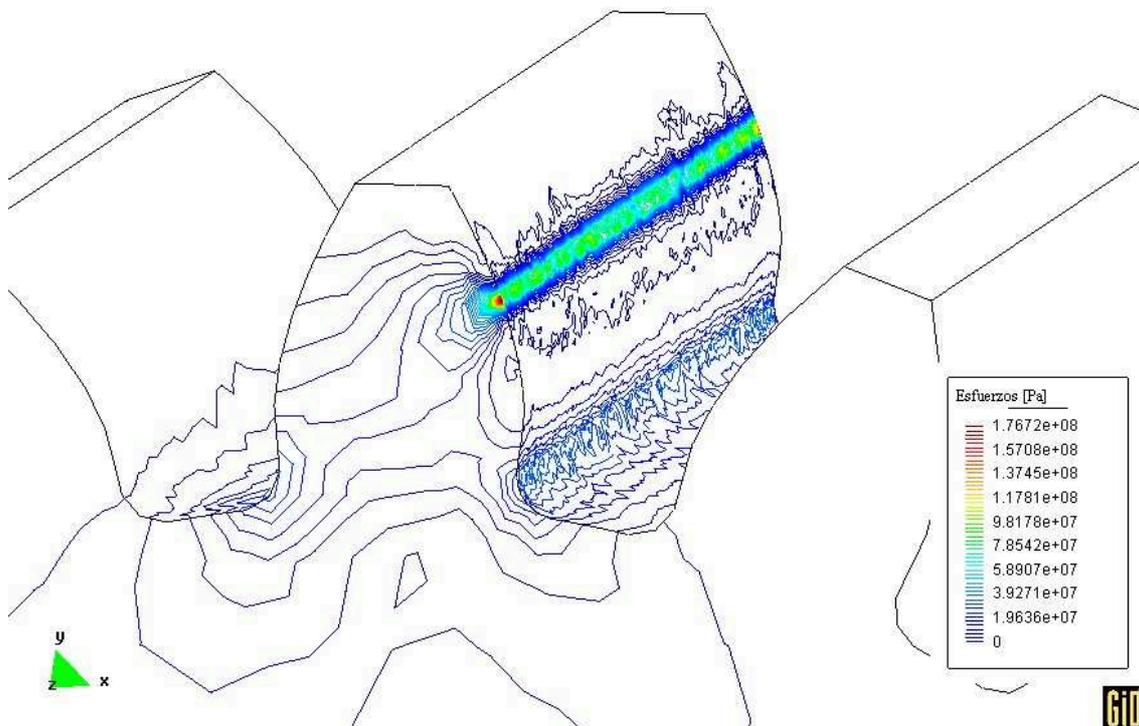


FIGURA 16. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 35 del diente

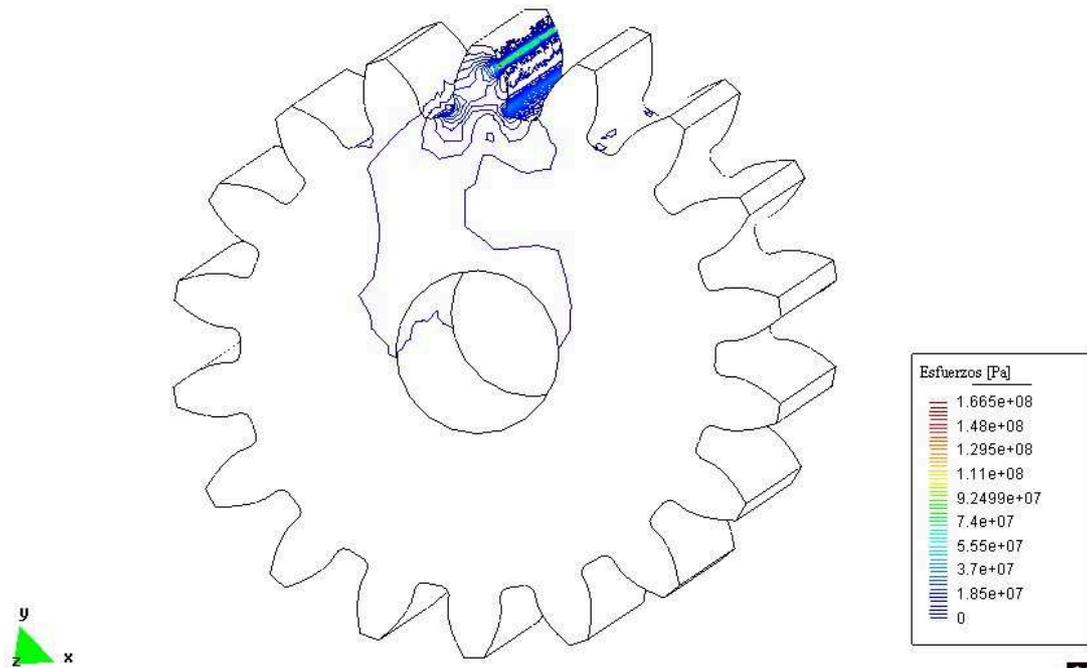


FIGURA 17. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 40 del diente

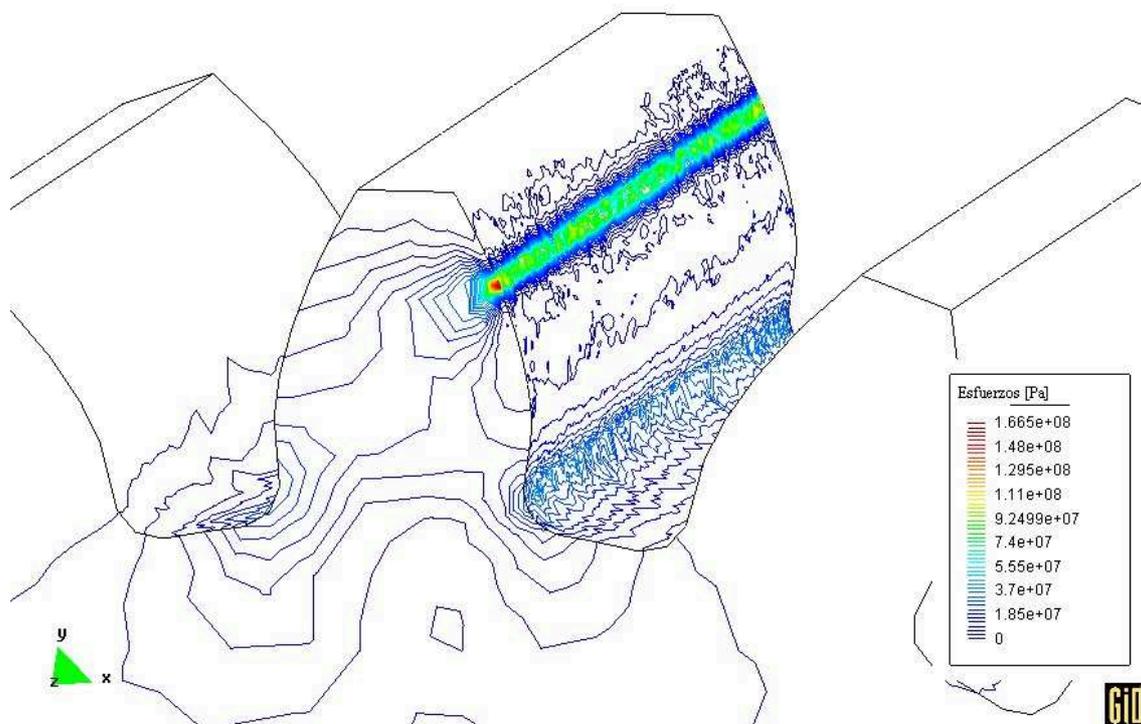
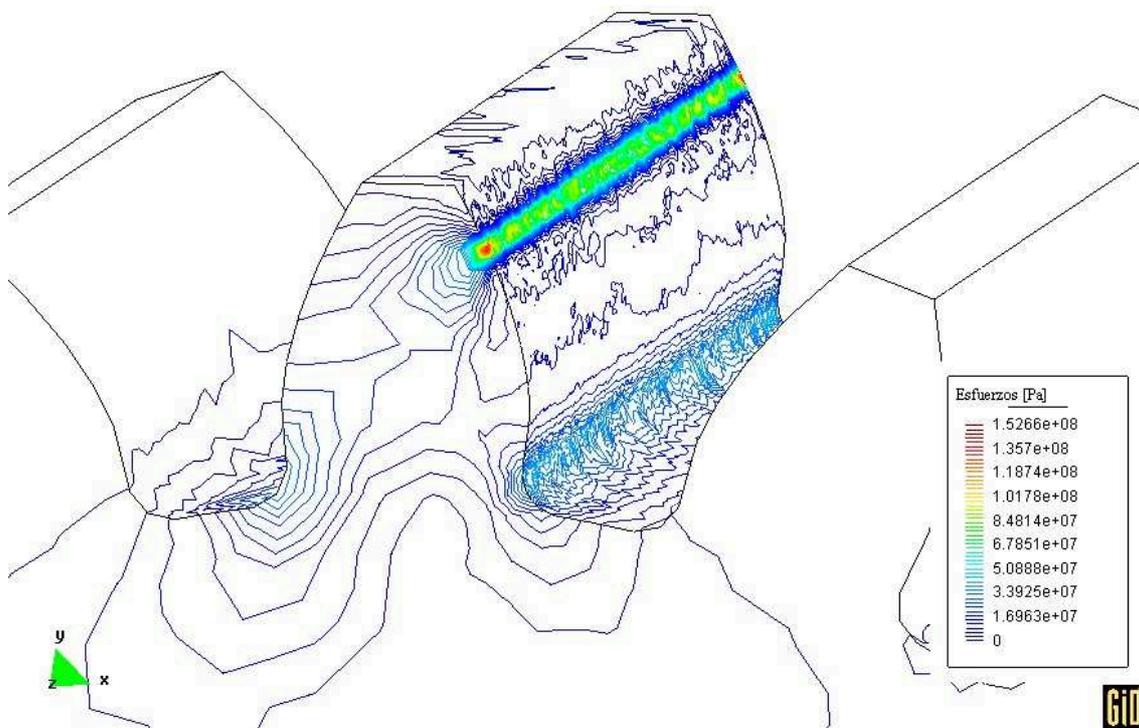
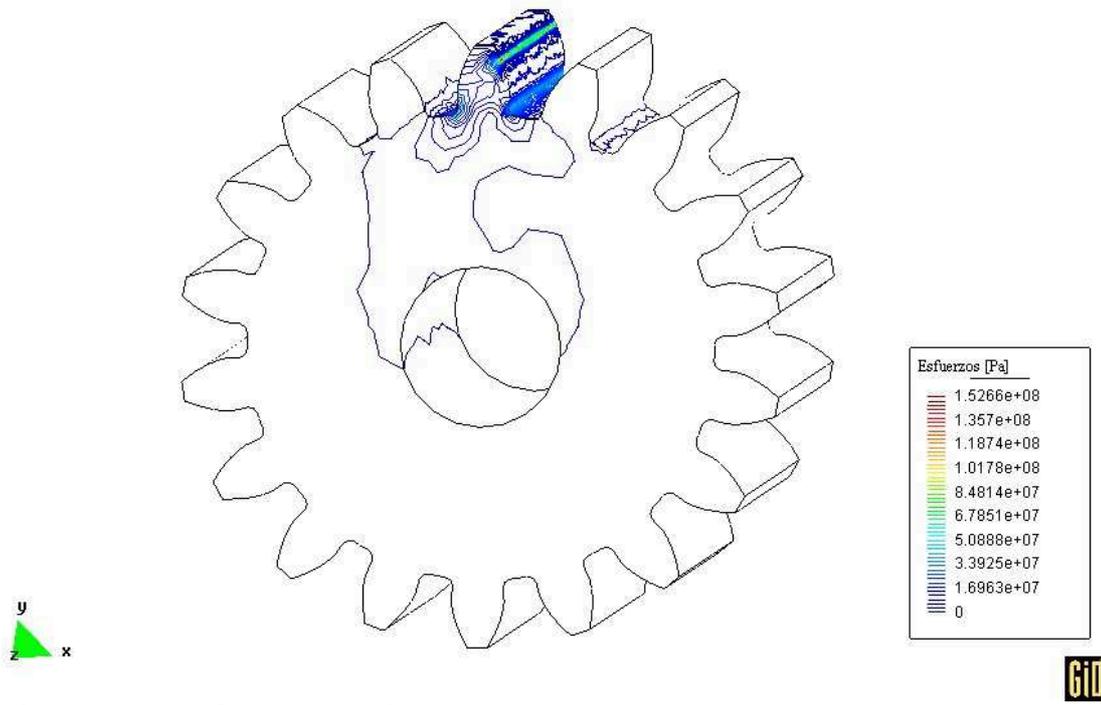


FIGURA 18. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 40 del diente



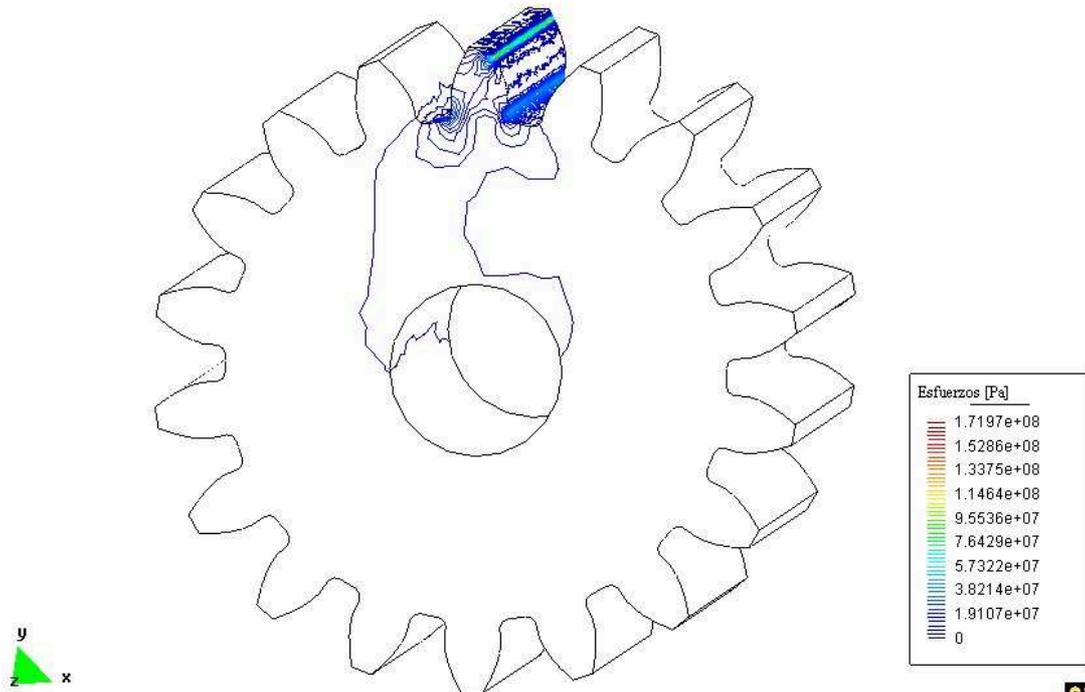


FIGURA 21. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 50 del diente

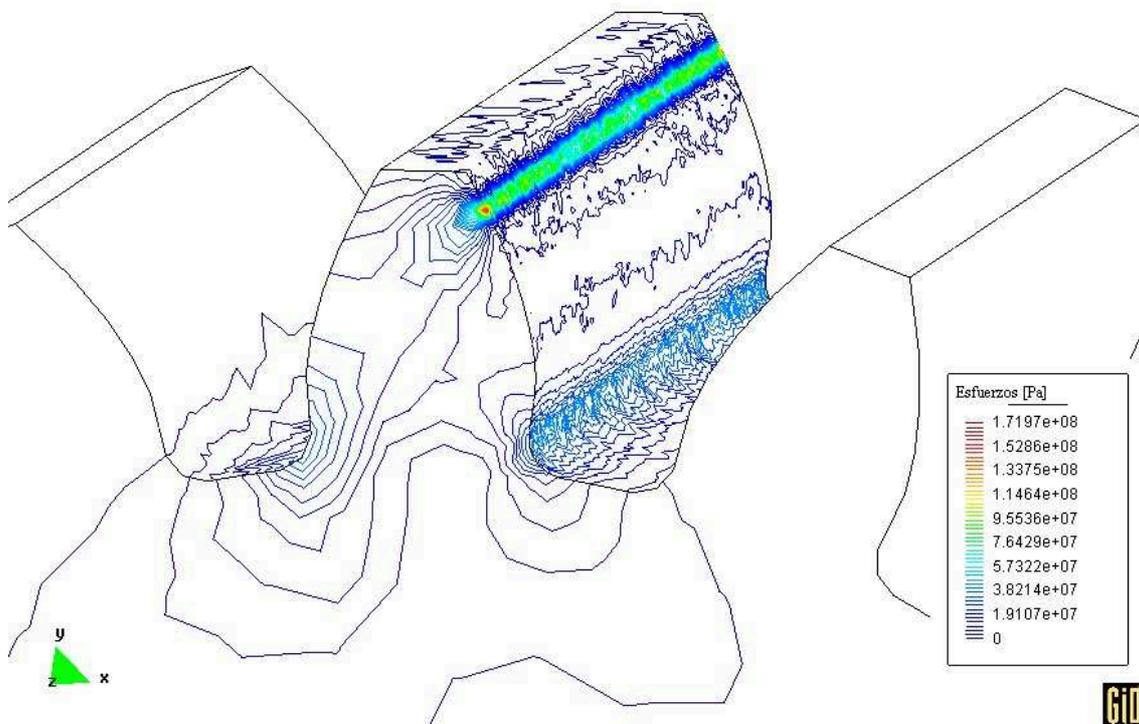


FIGURA 22. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 50 del diente

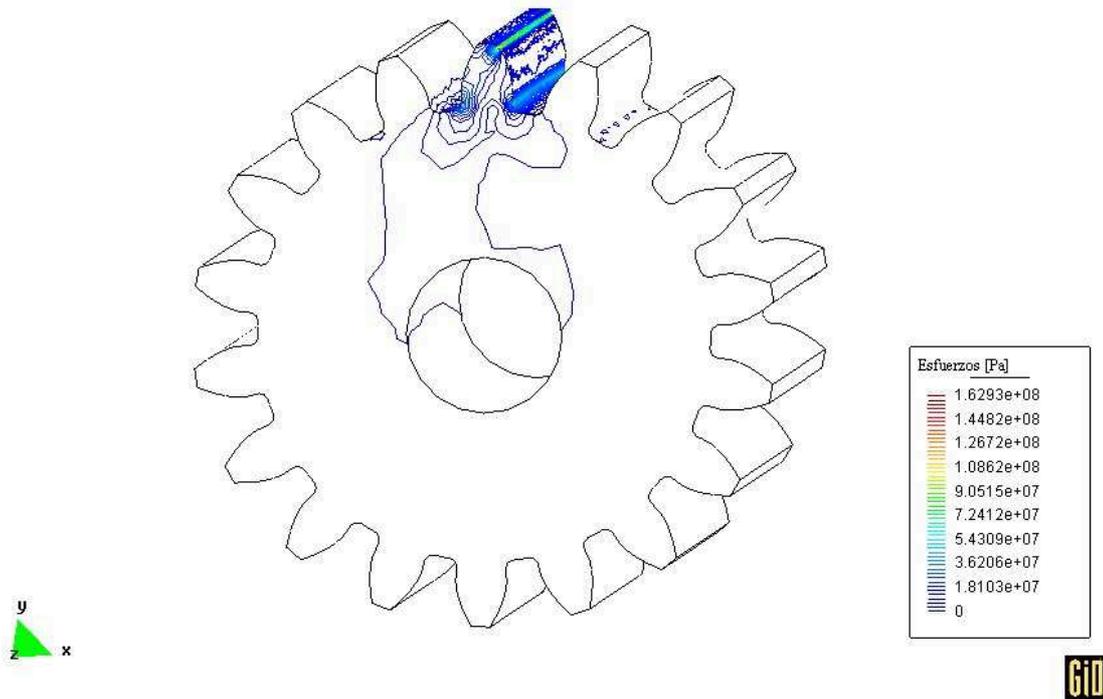


FIGURA 23. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 55 del diente

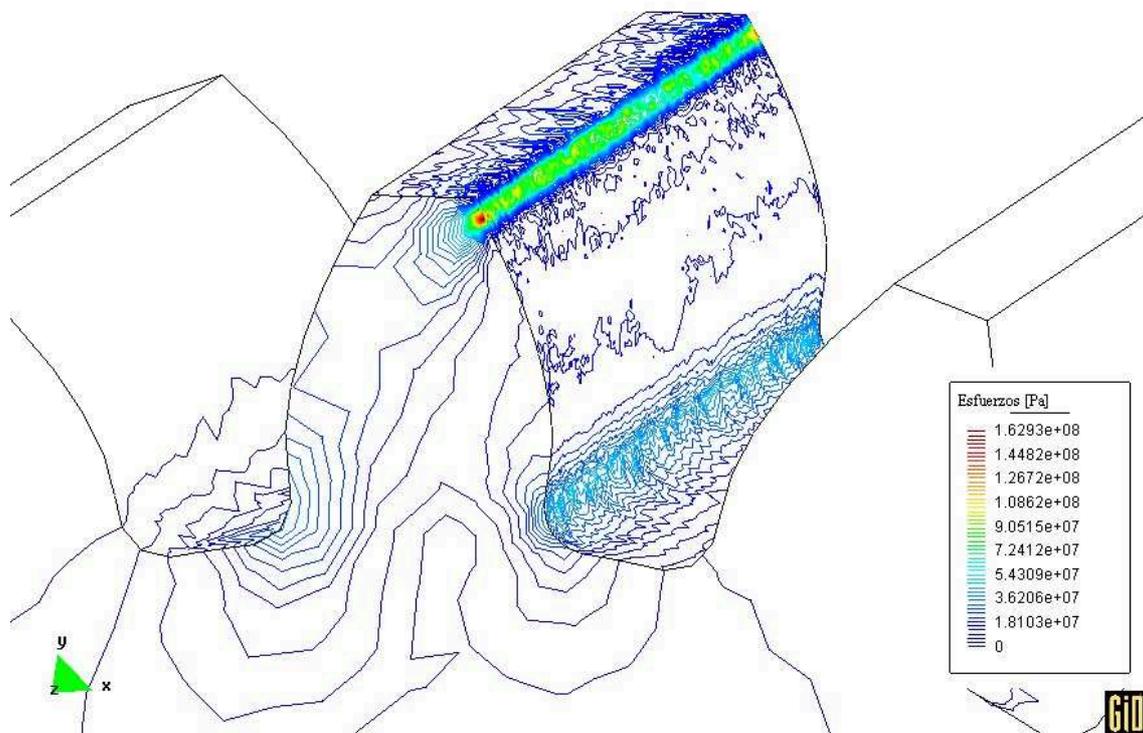
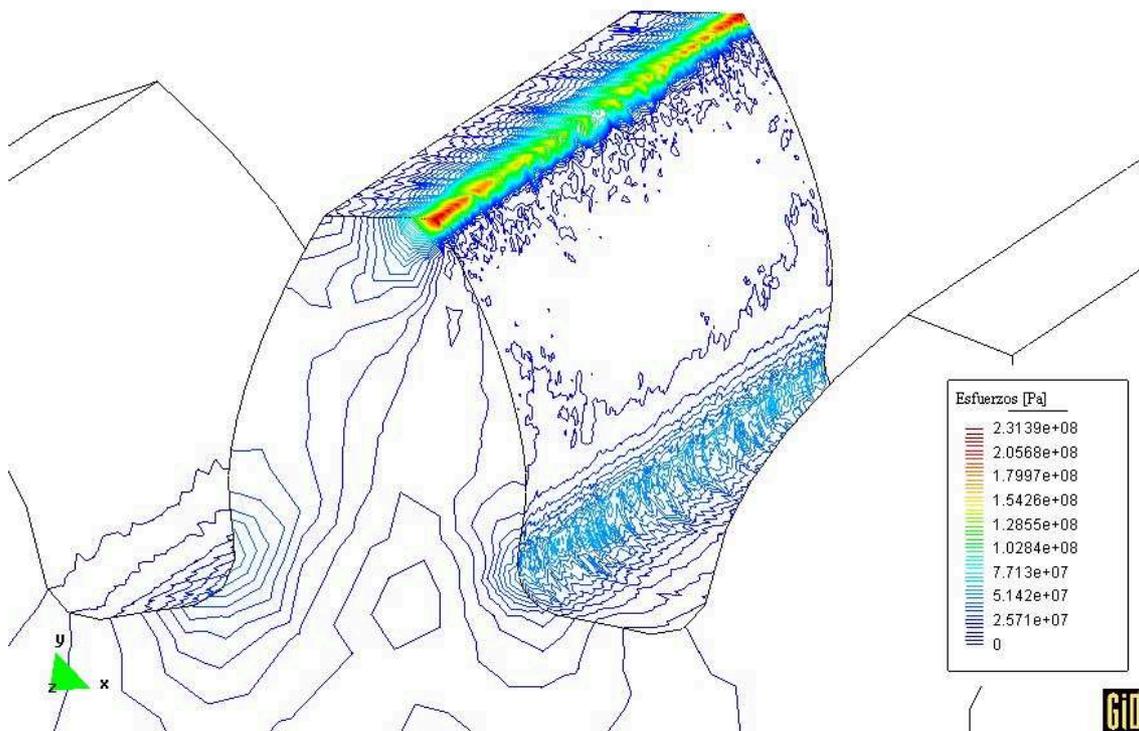
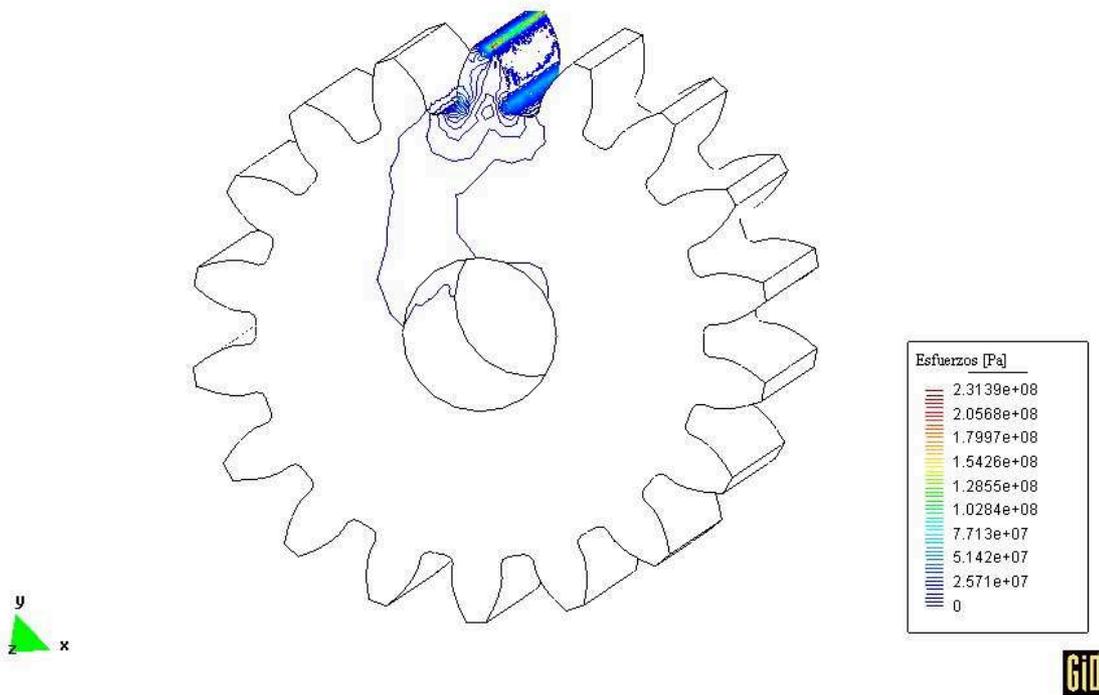


FIGURA 24. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la superficie 55 del diente



ANEXO 4

ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 10% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA

b.

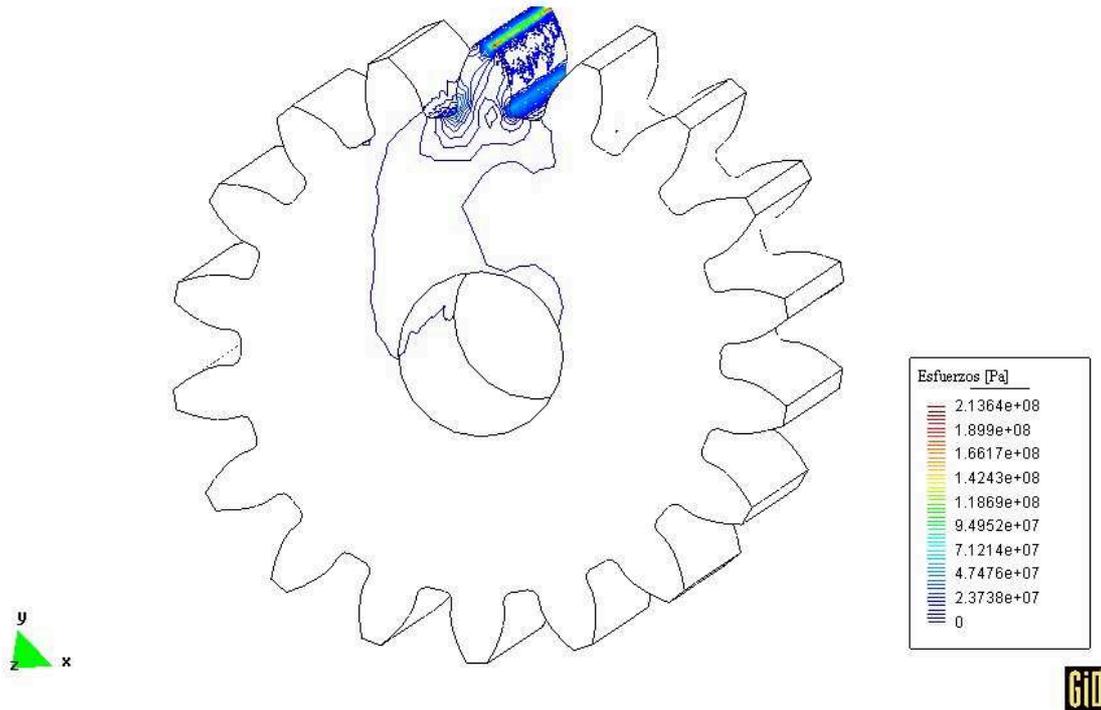


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

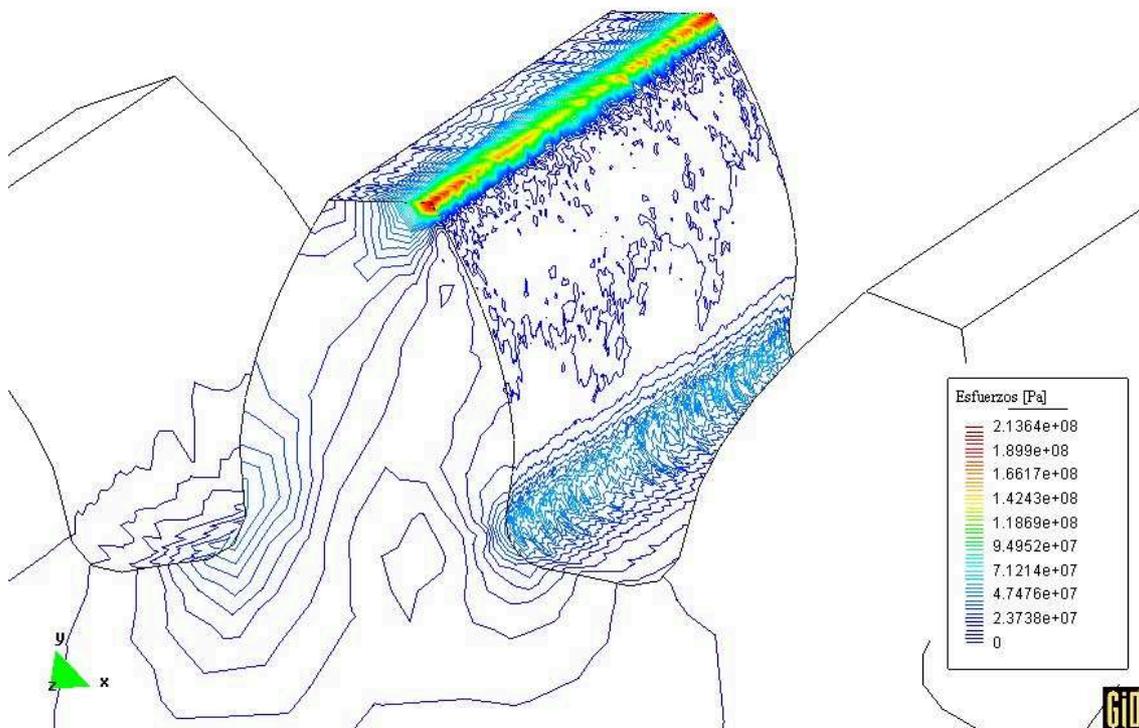


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 5

ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 20% MÁS DEL SEMIANCHO DE CARA

b.

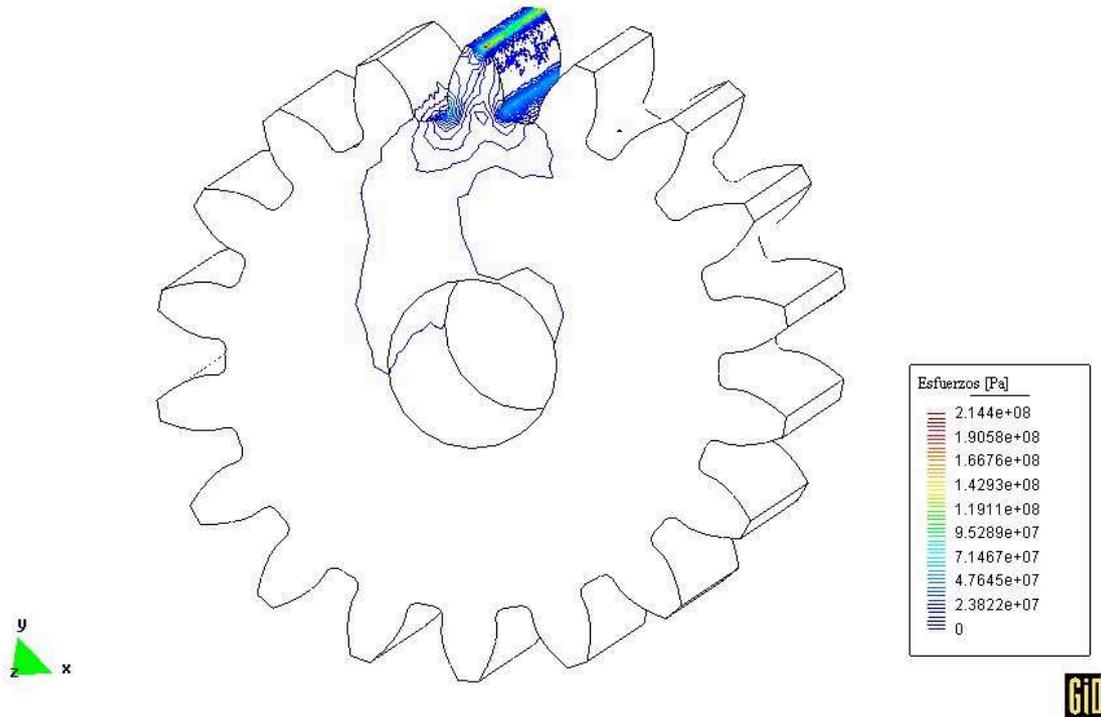


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

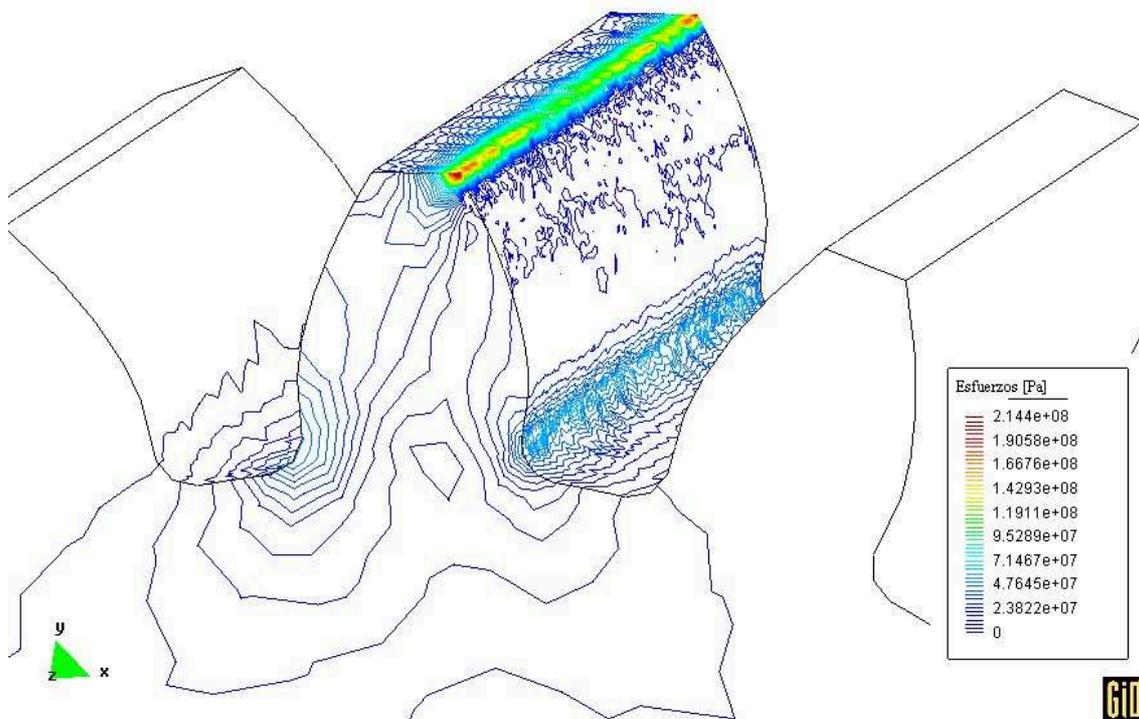


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 6

**ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 10% MENOS DEL SEMIANCHO DE
CARA b.**

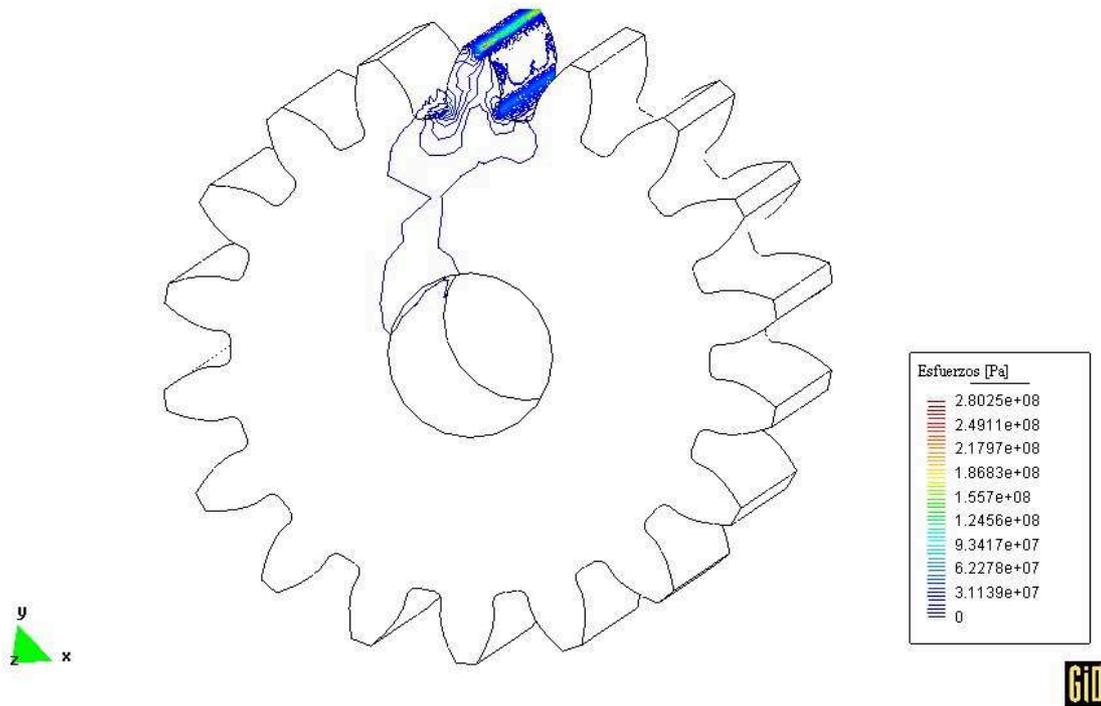


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

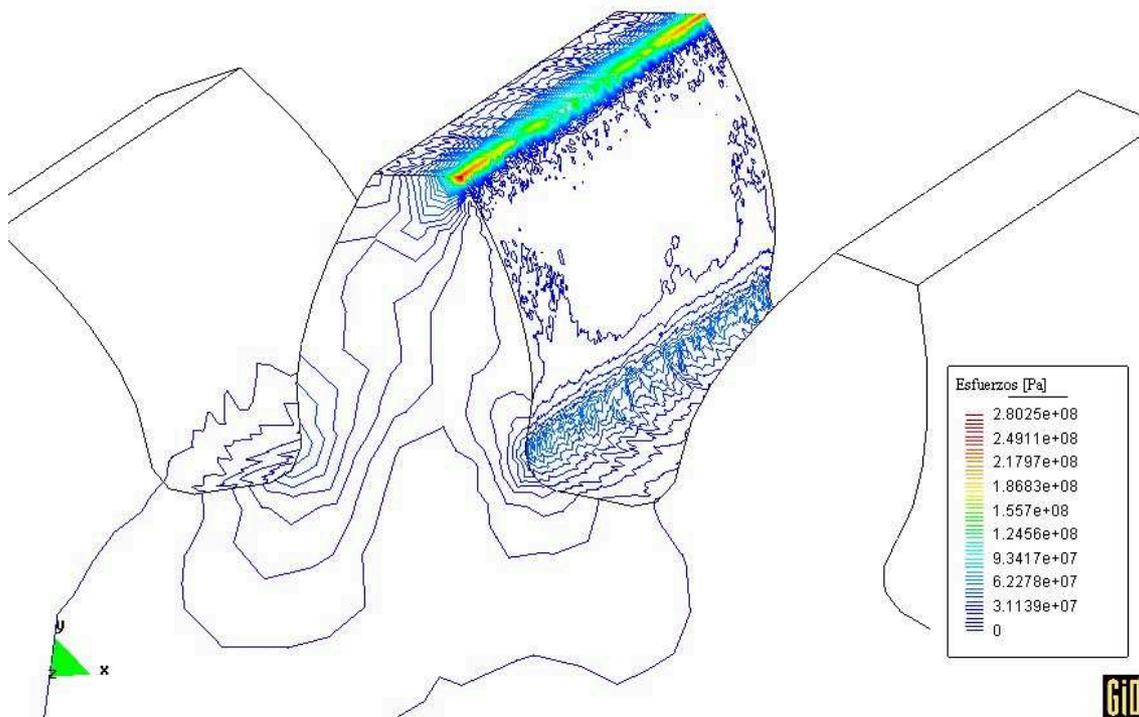


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 7

**ANÁLISIS CON ALTERACIÓN DEL 20% MENOS DEL SEMIANCHO DE
CARA b.**

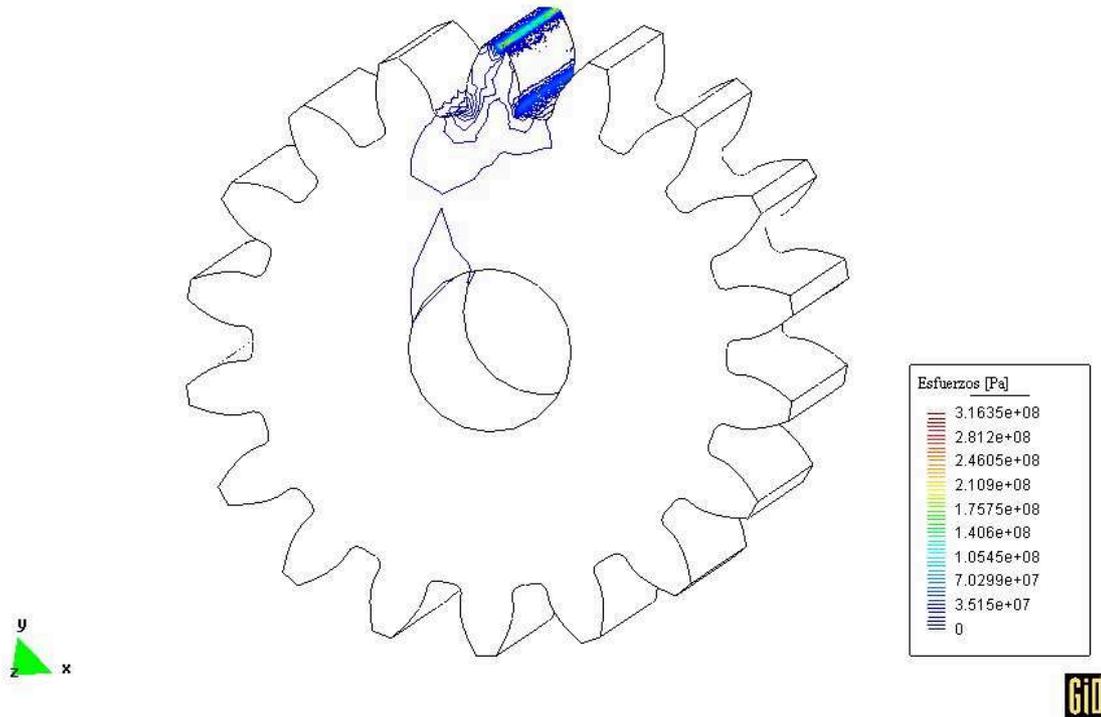


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

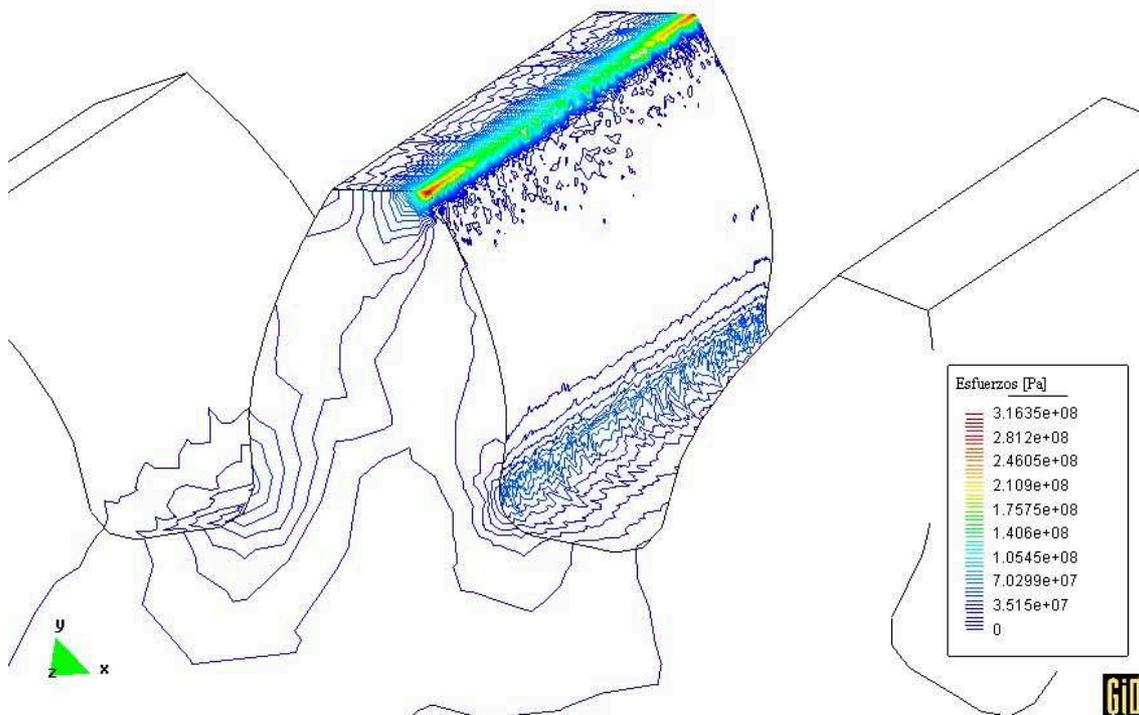
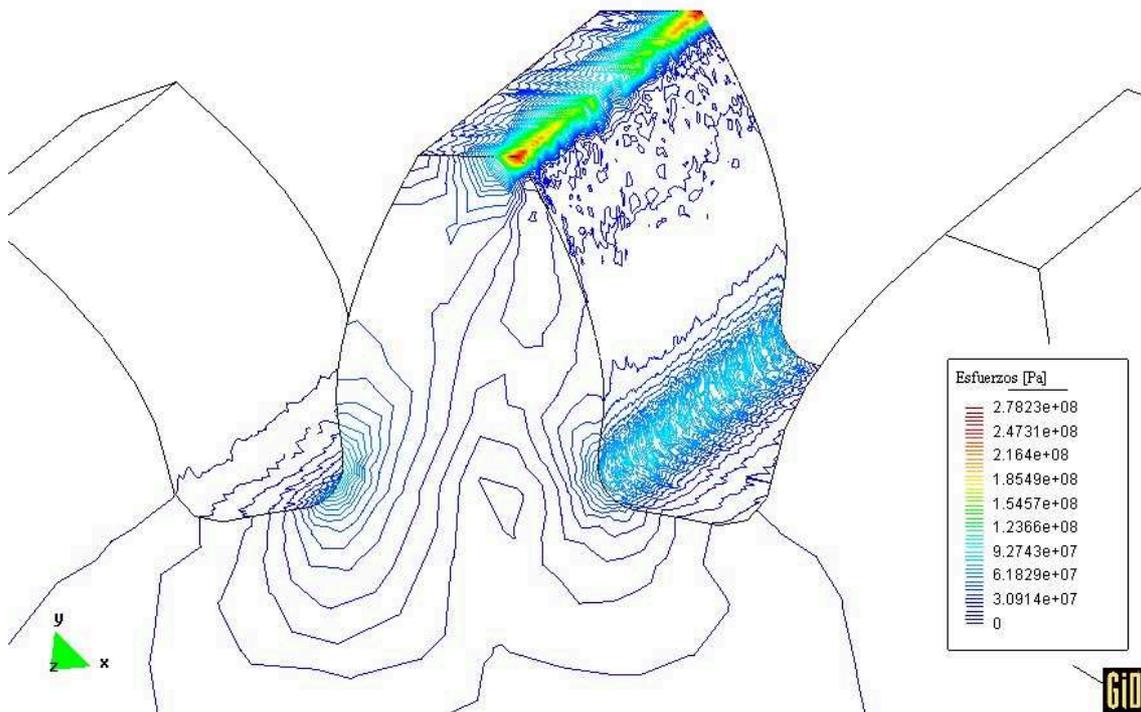
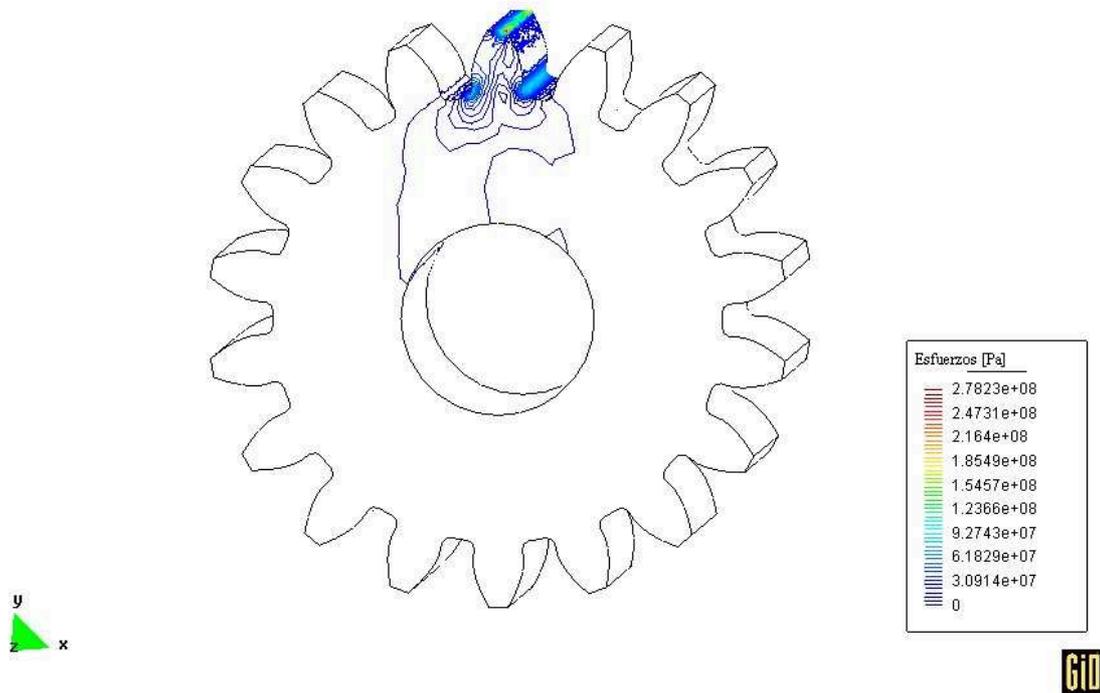


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 8

ANÁLISIS CON UN ACHO DE CARA $F = 9\text{m}$



ANEXO 9

ANÁLISIS CON UN ACHO DE CARA F = 14m

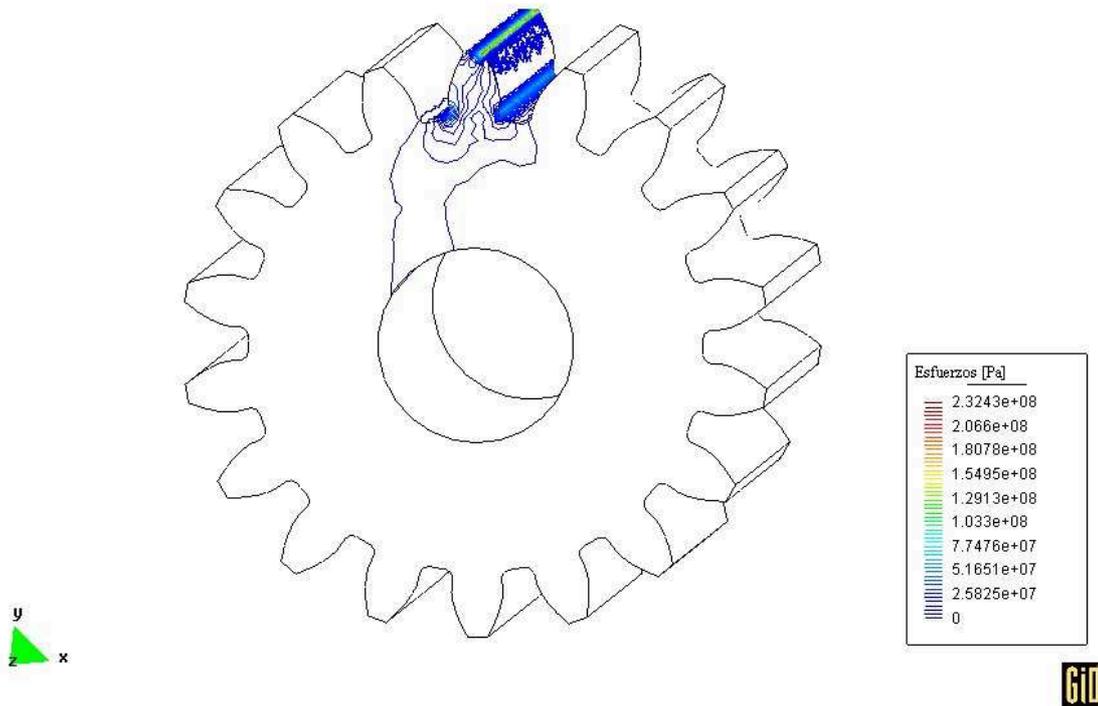


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

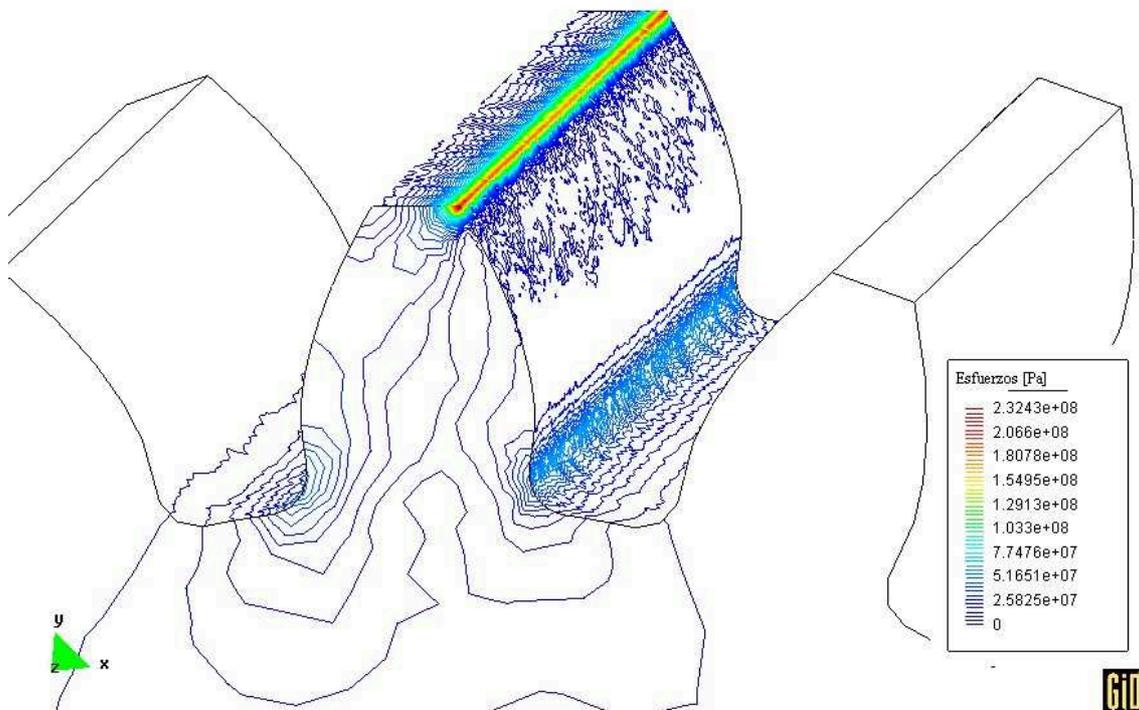


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 10

ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 2.5$

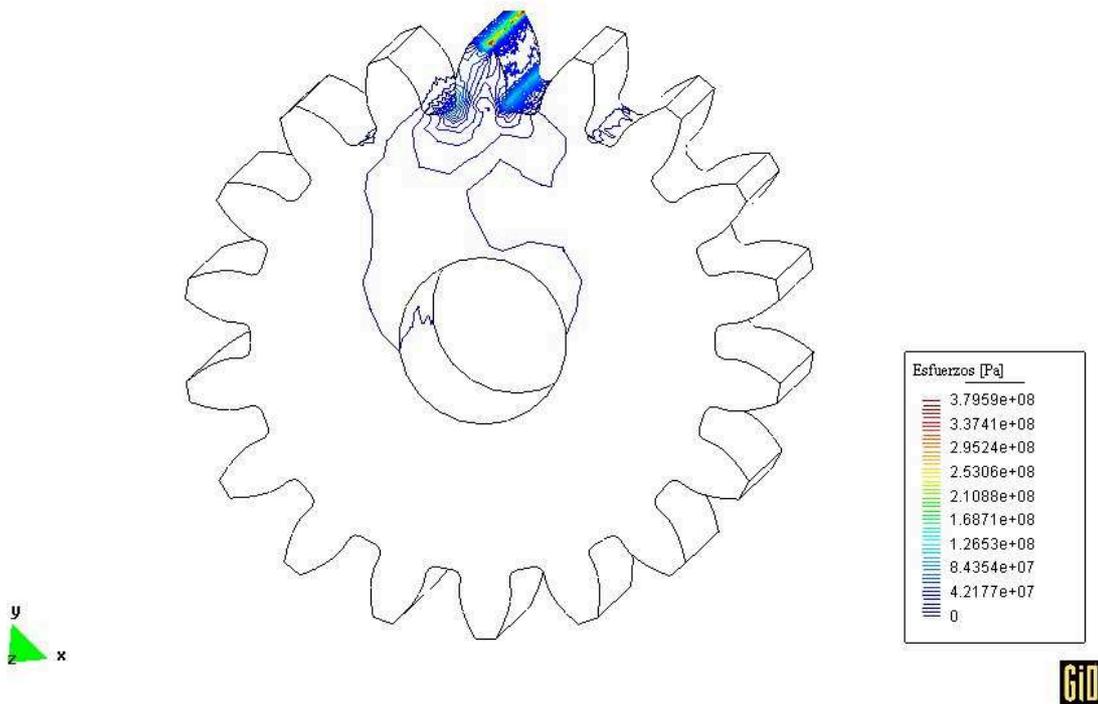


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

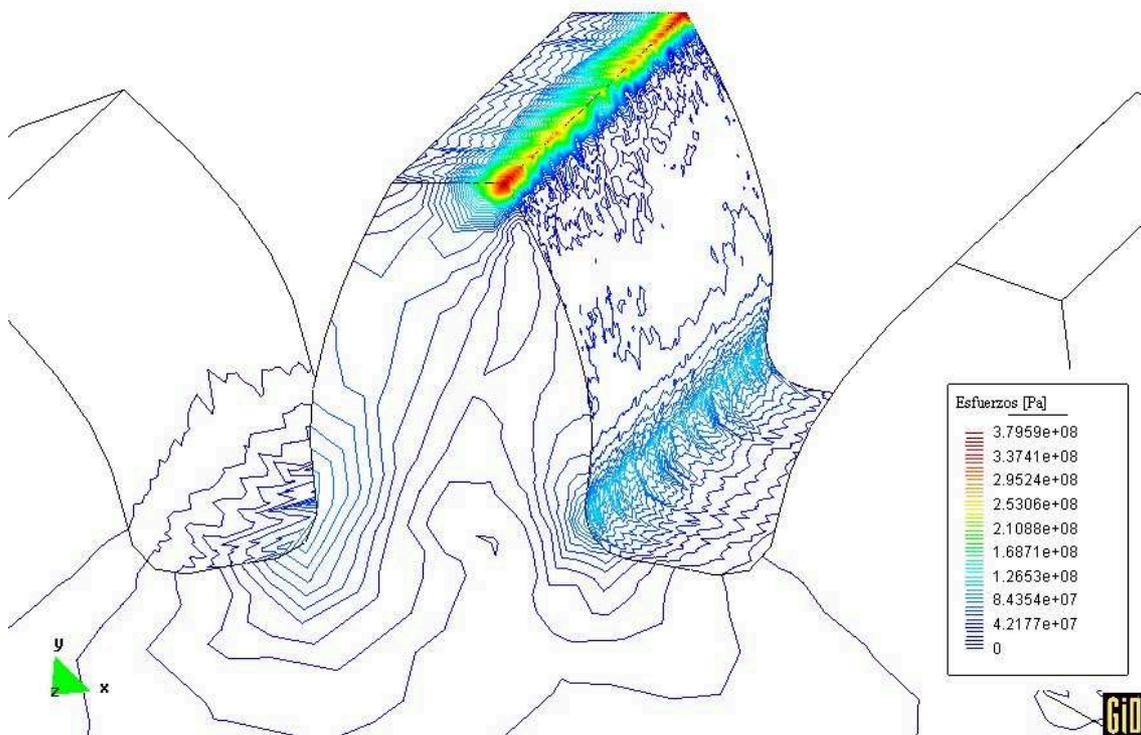


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 11

ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MÓDULO $m = 2$

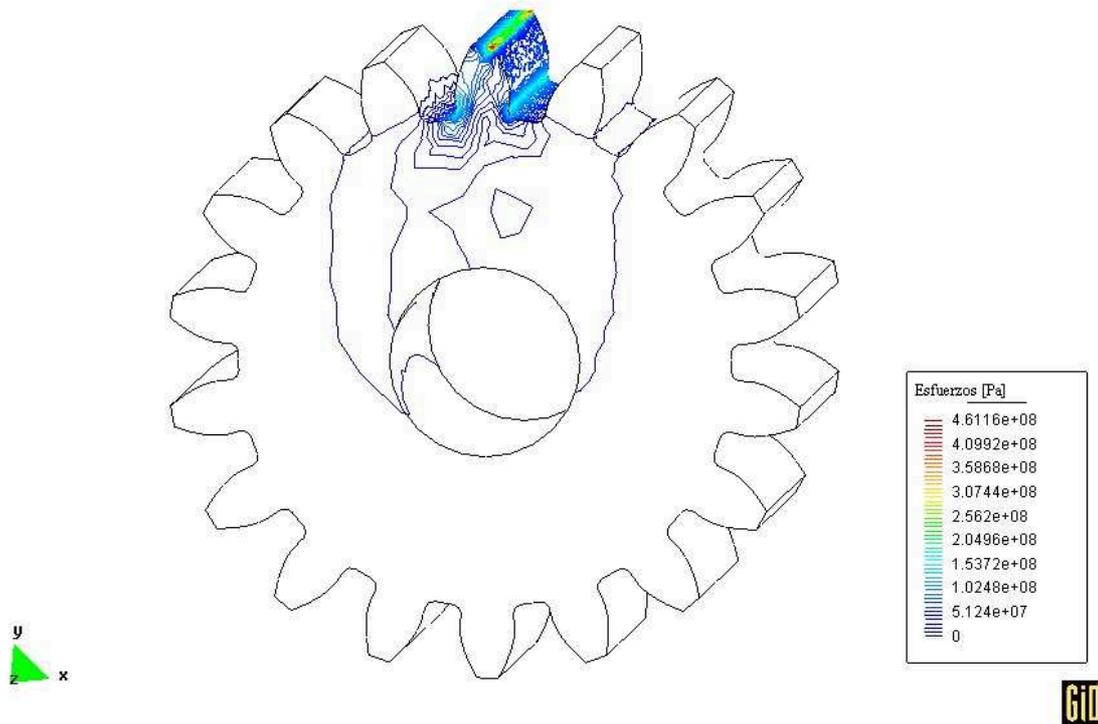


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

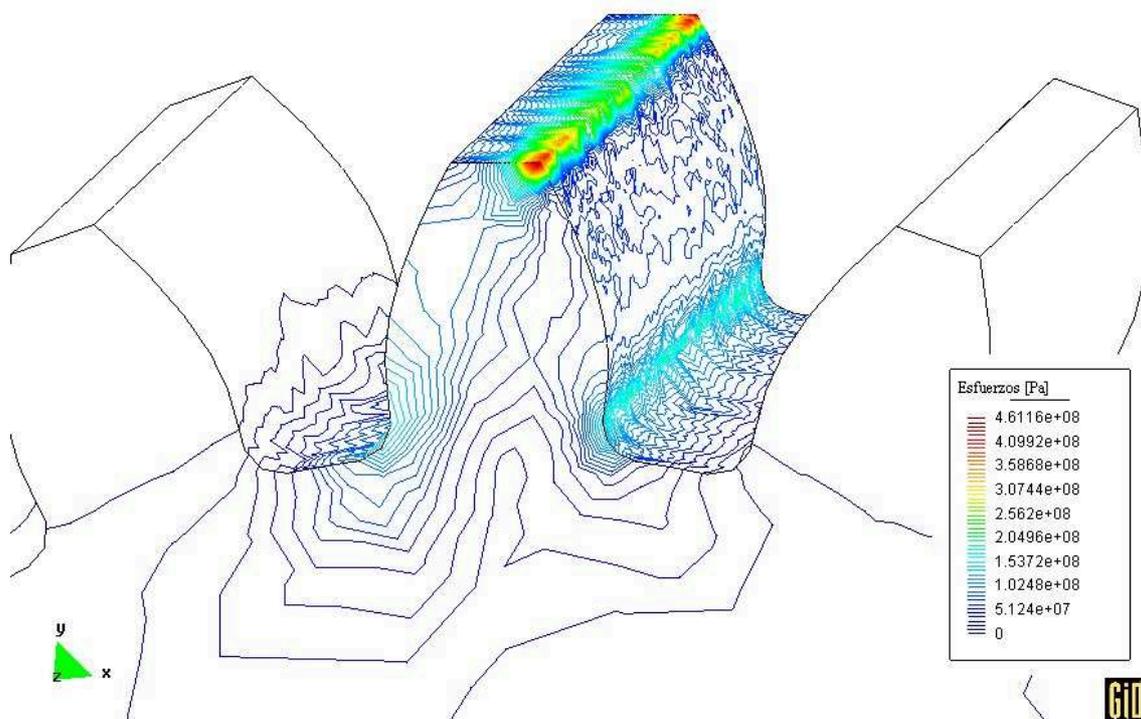


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 12

ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MODULO $m = 4$

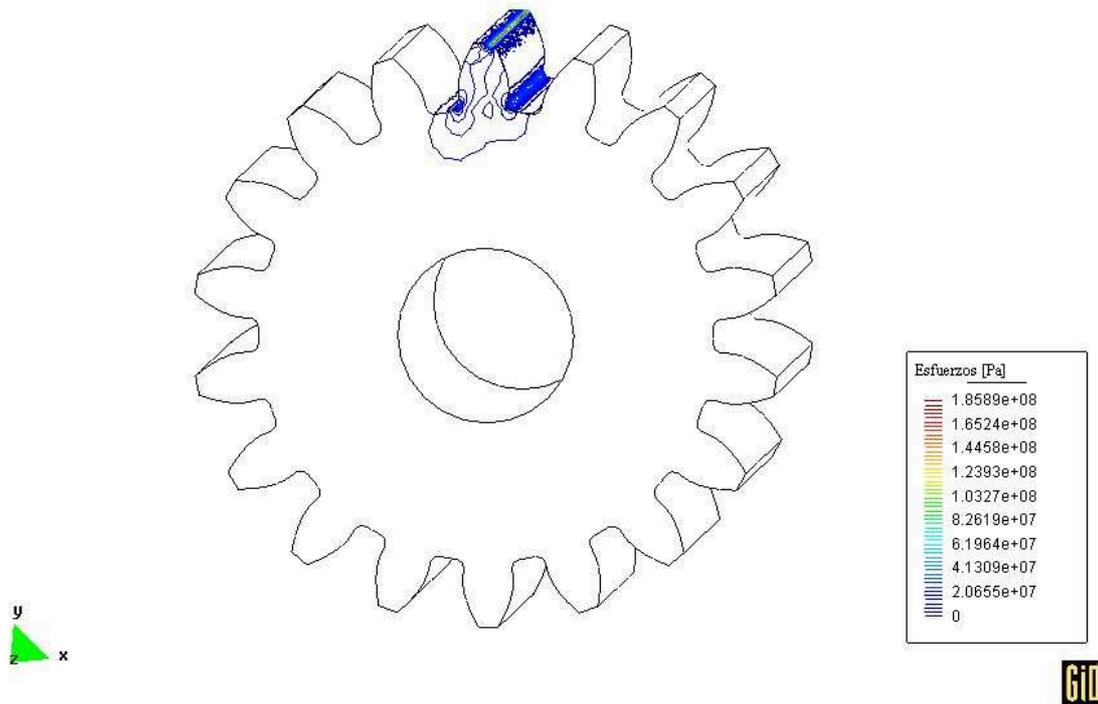


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

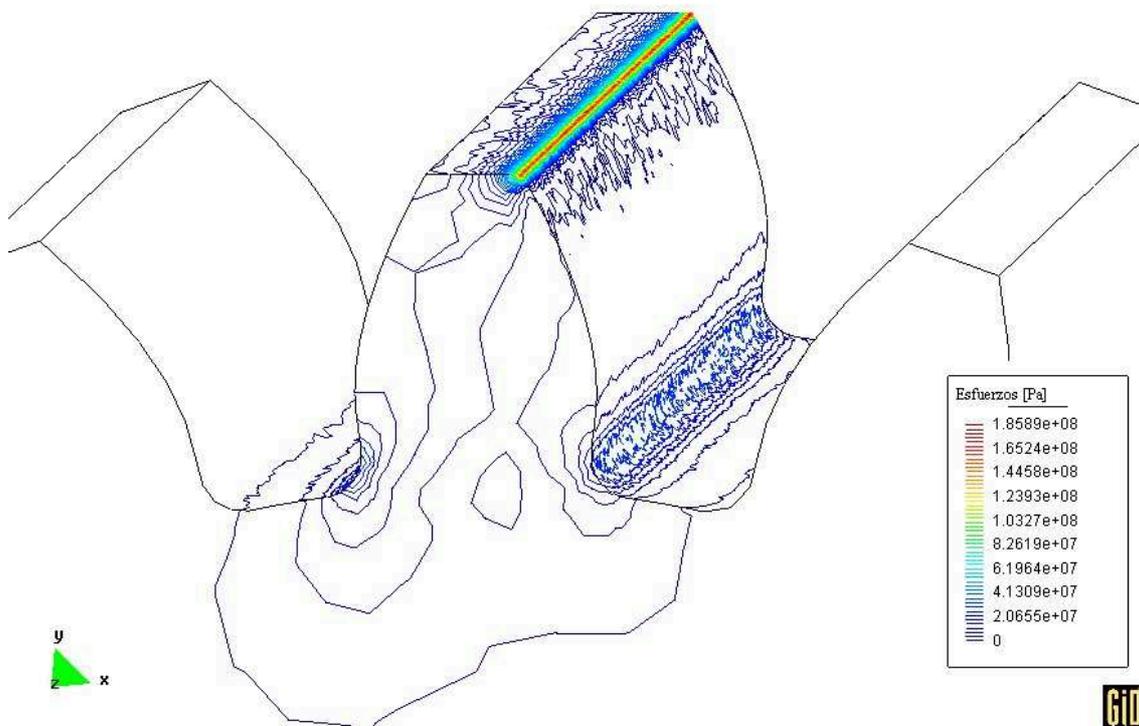


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 13

ANÁLISIS DE UN ENGRANE CON MÓDULO $m = 5$

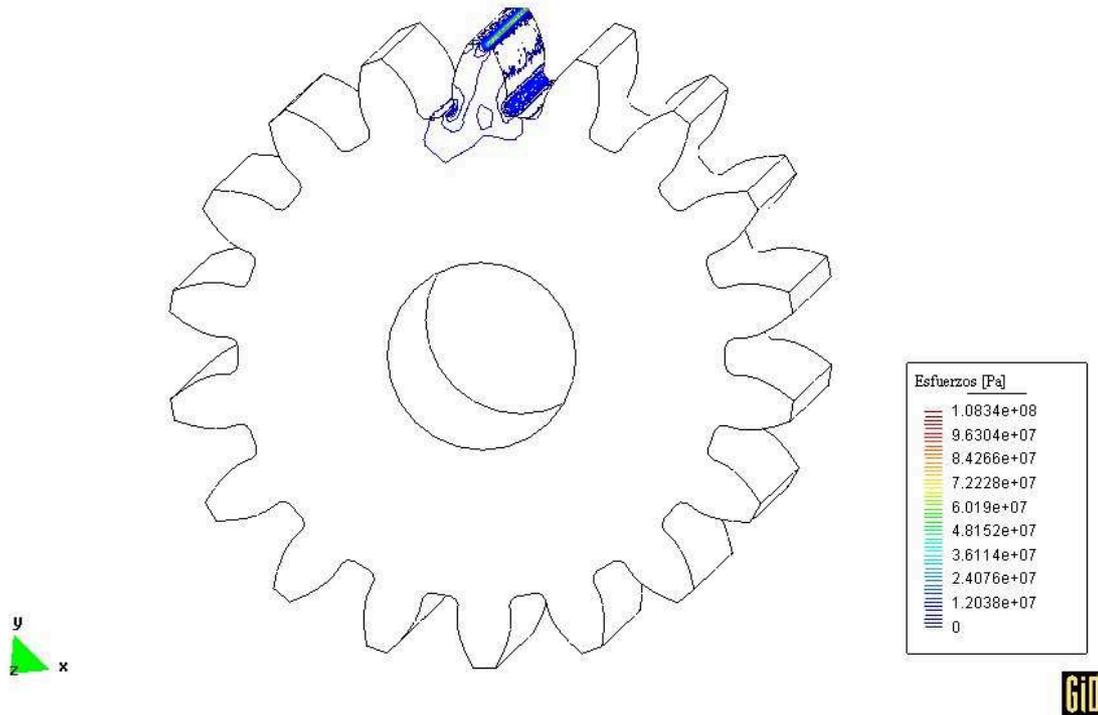


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

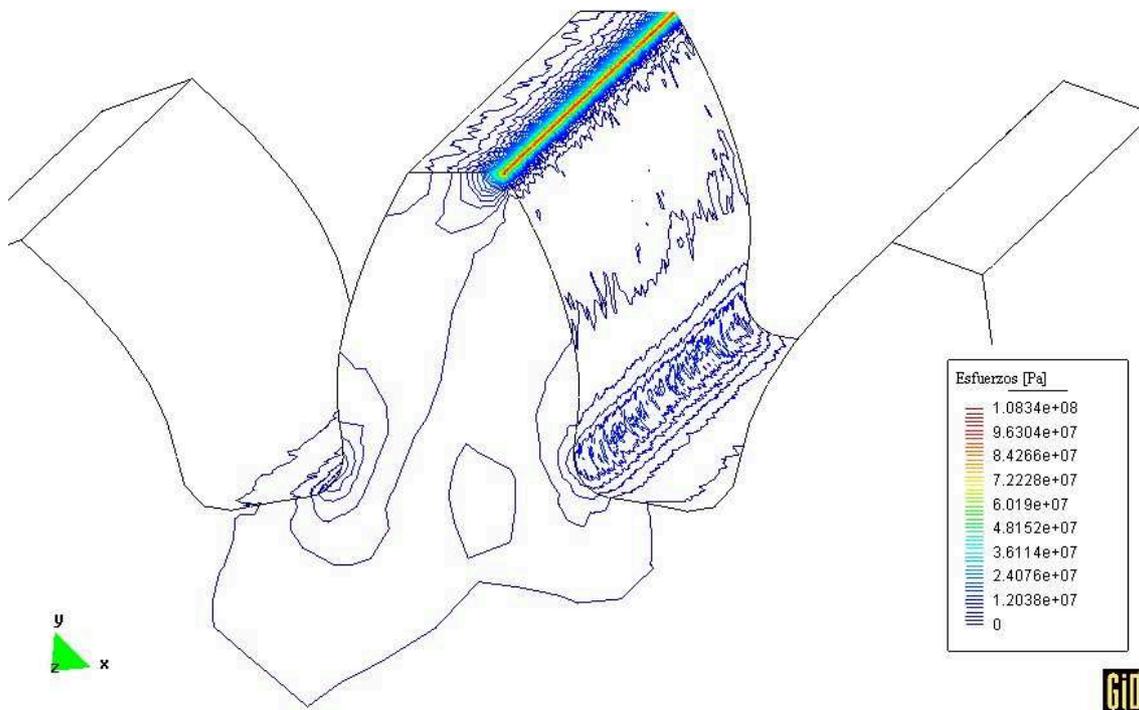
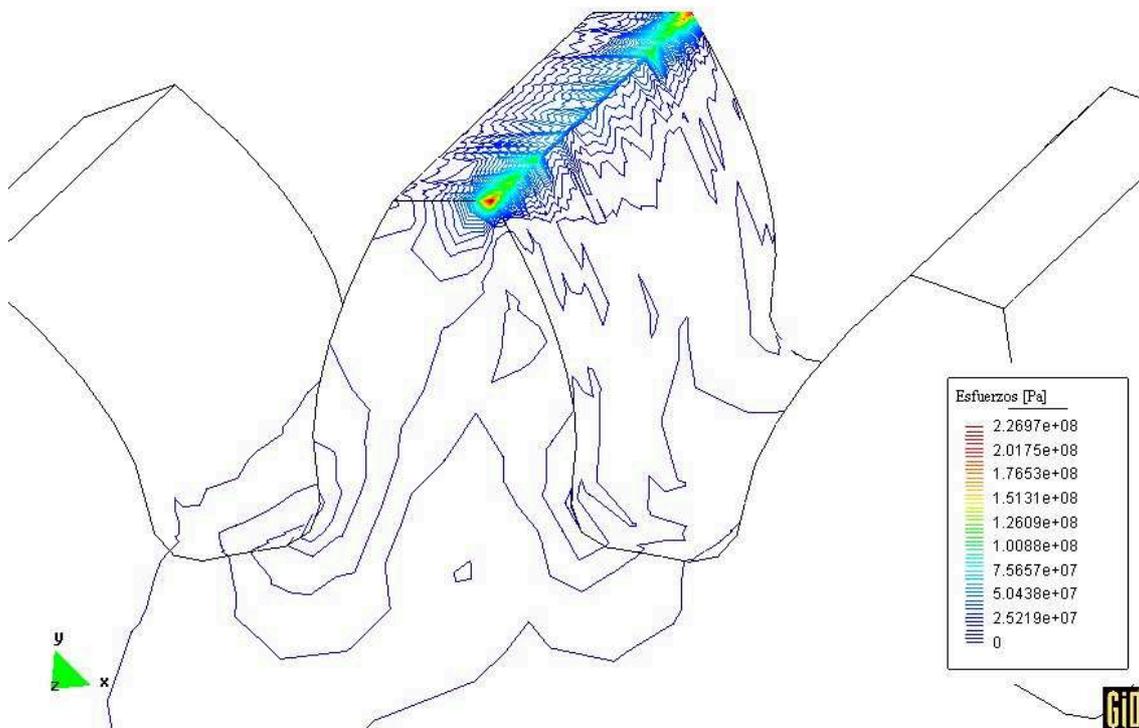
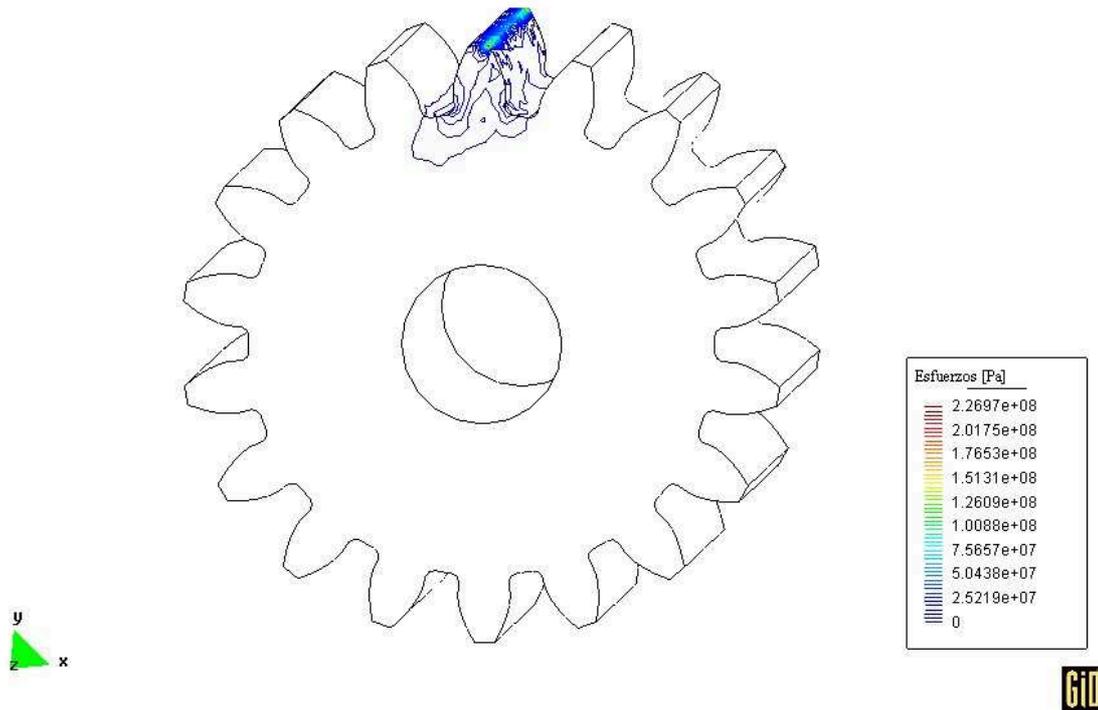


FIGURA 2. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con la carga aplicada en la punta del diente

ANEXO 14

SIMULACIÓN CON VARIACIONES EN EL REFINAMIENTO DE LA MALLA



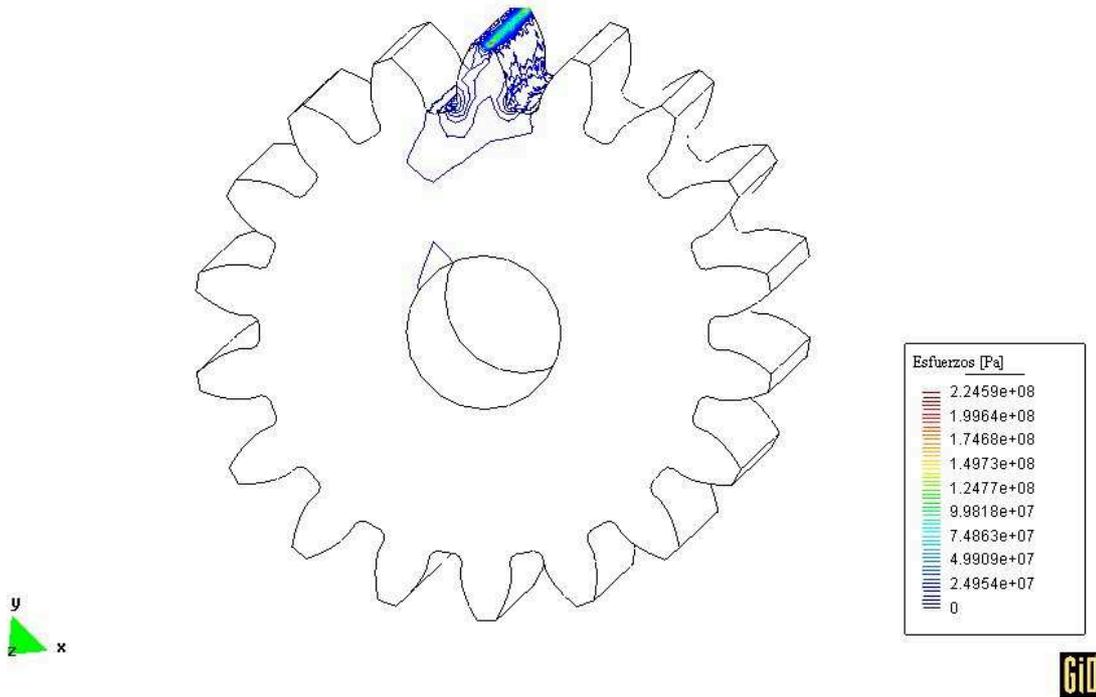


FIGURA 3. Refinamiento # 2

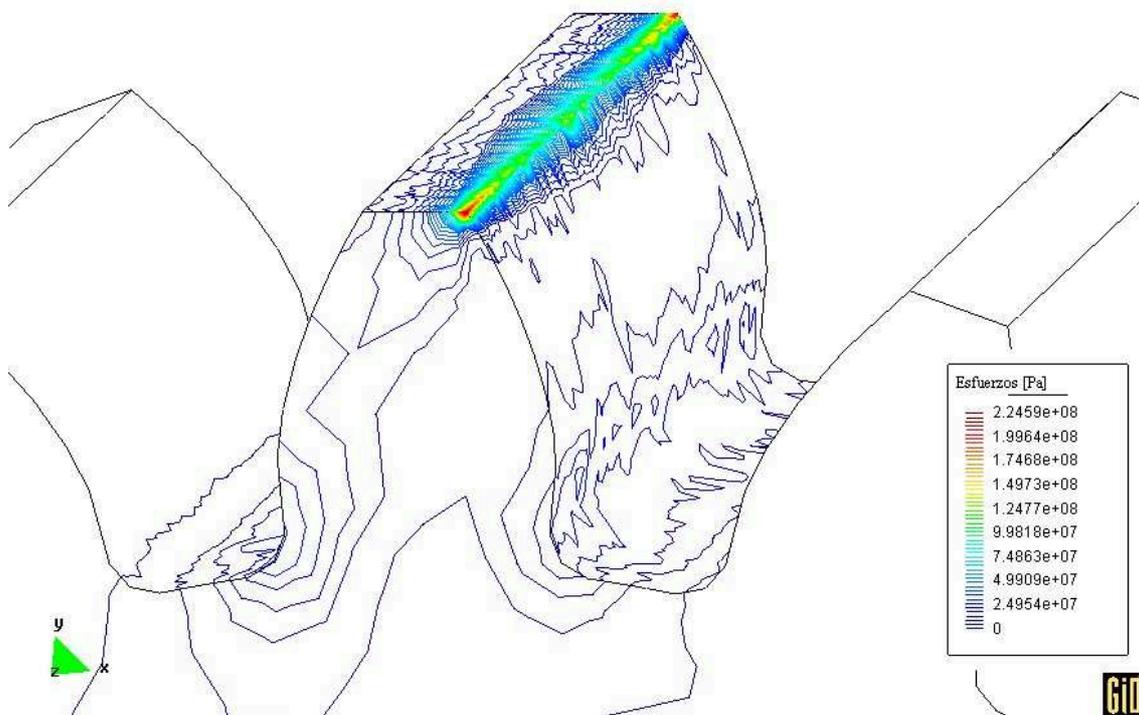


FIGURA 4. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con refinamiento # 2

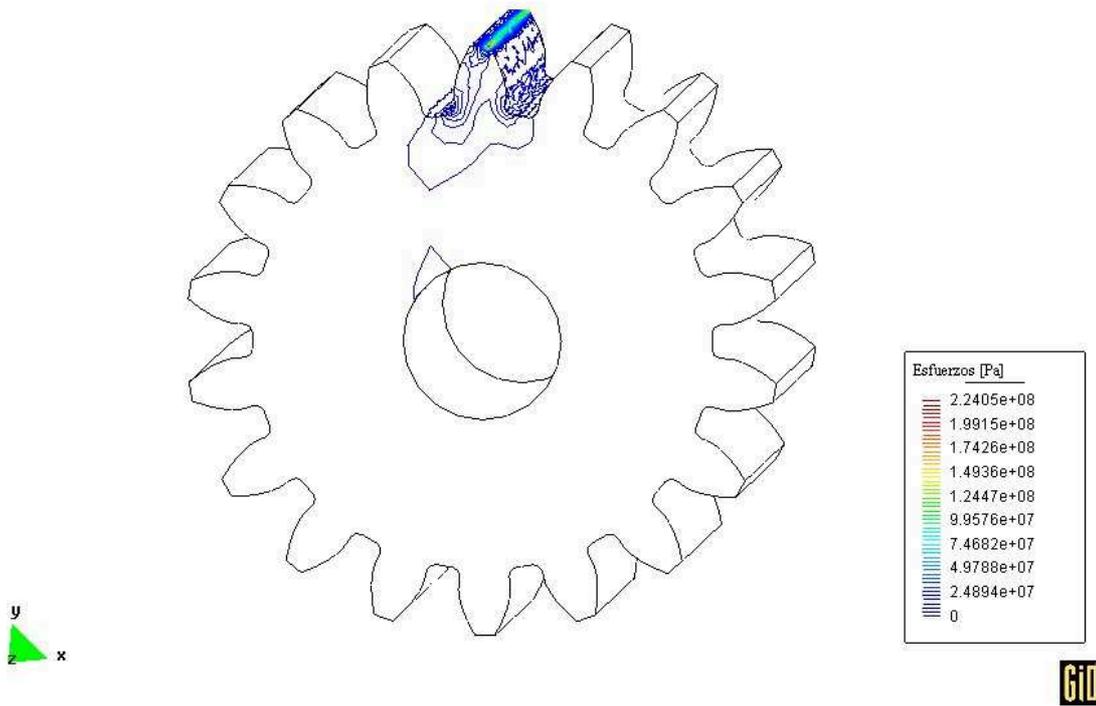


FIGURA 5. Refinamiento # 3

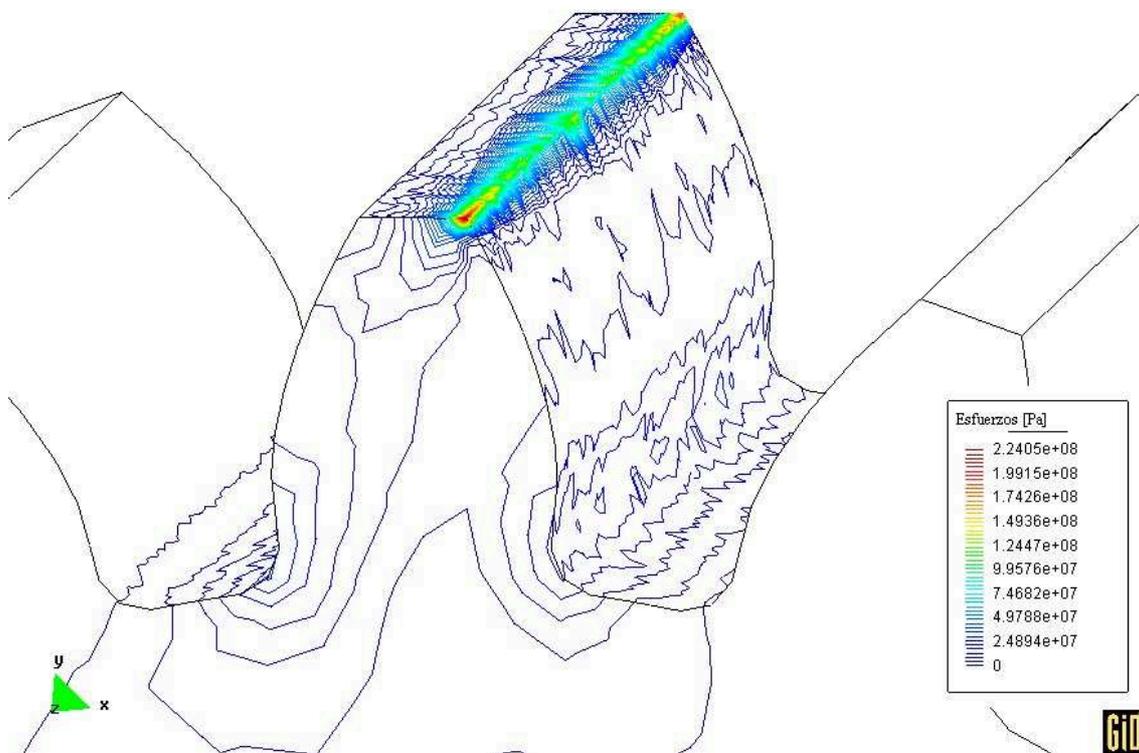
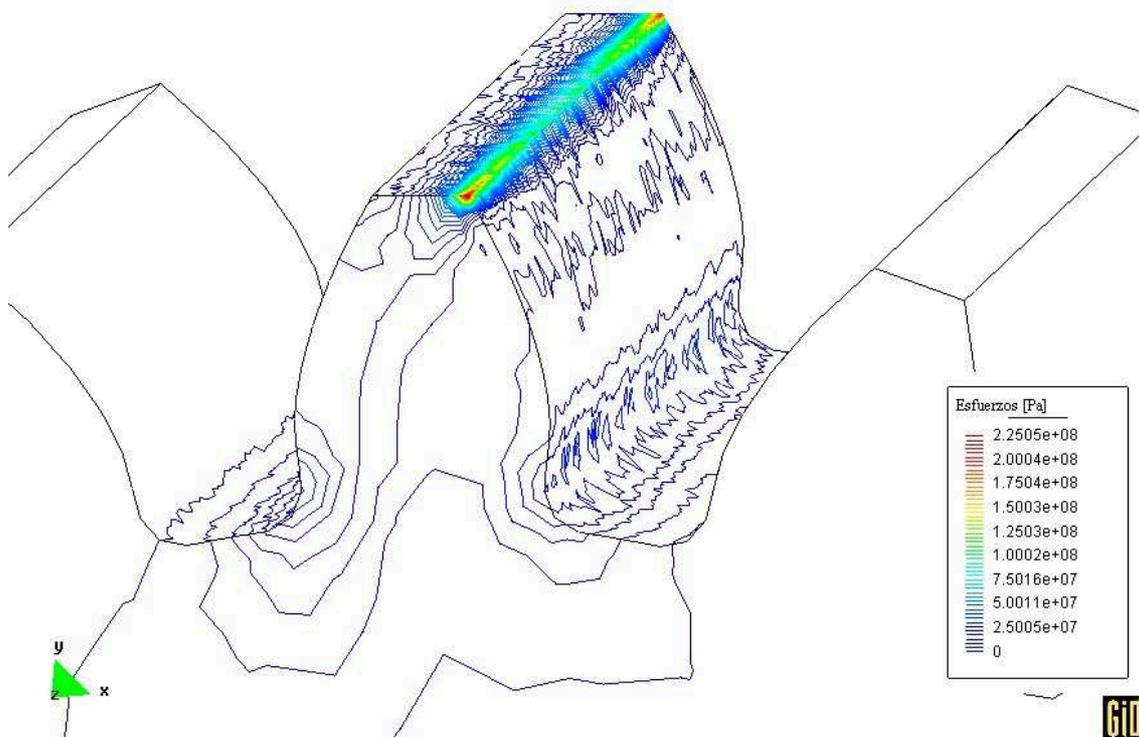
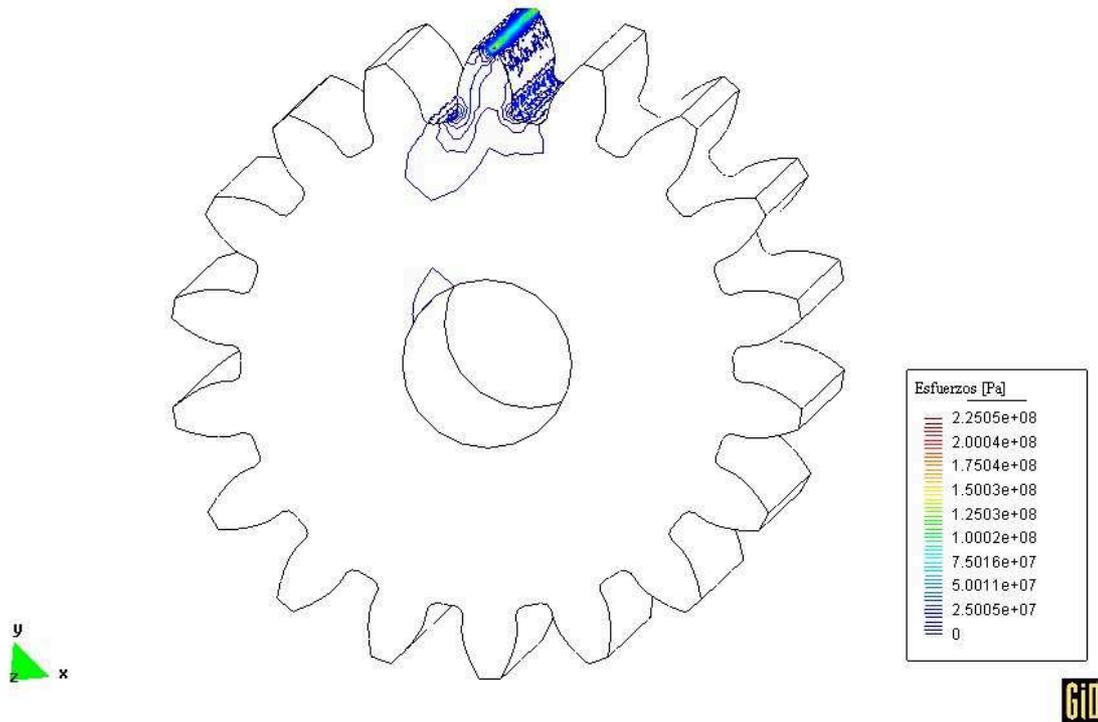


FIGURA 6. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con refinamiento # 3



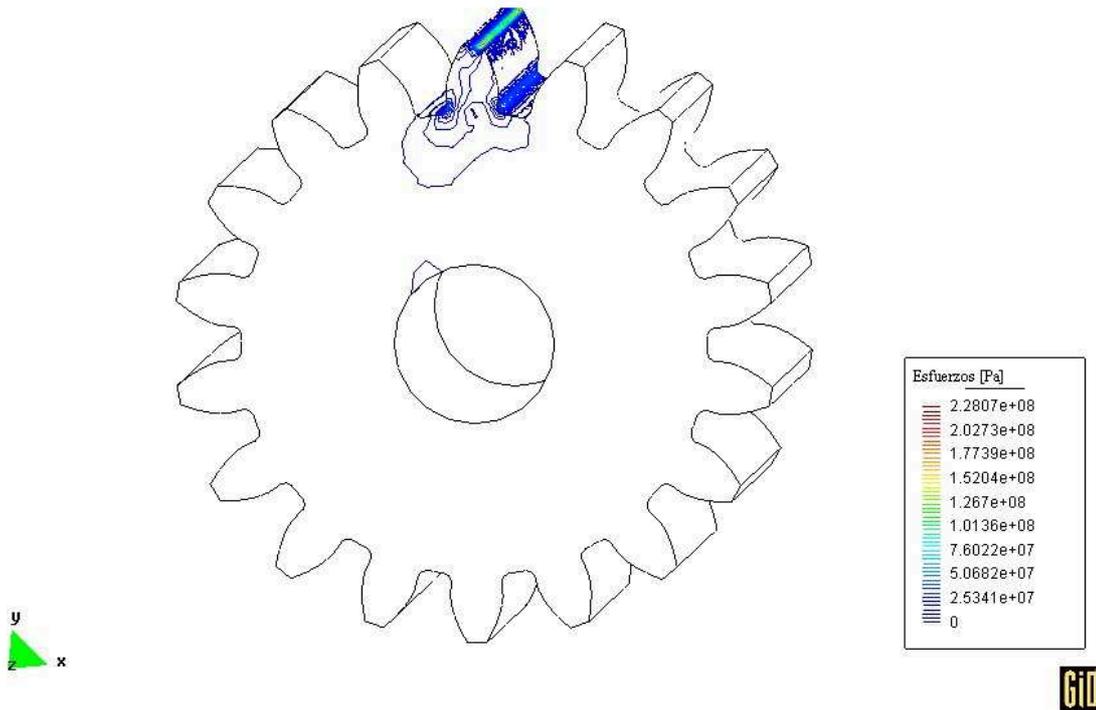


FIGURA 9. Refinamiento # 5

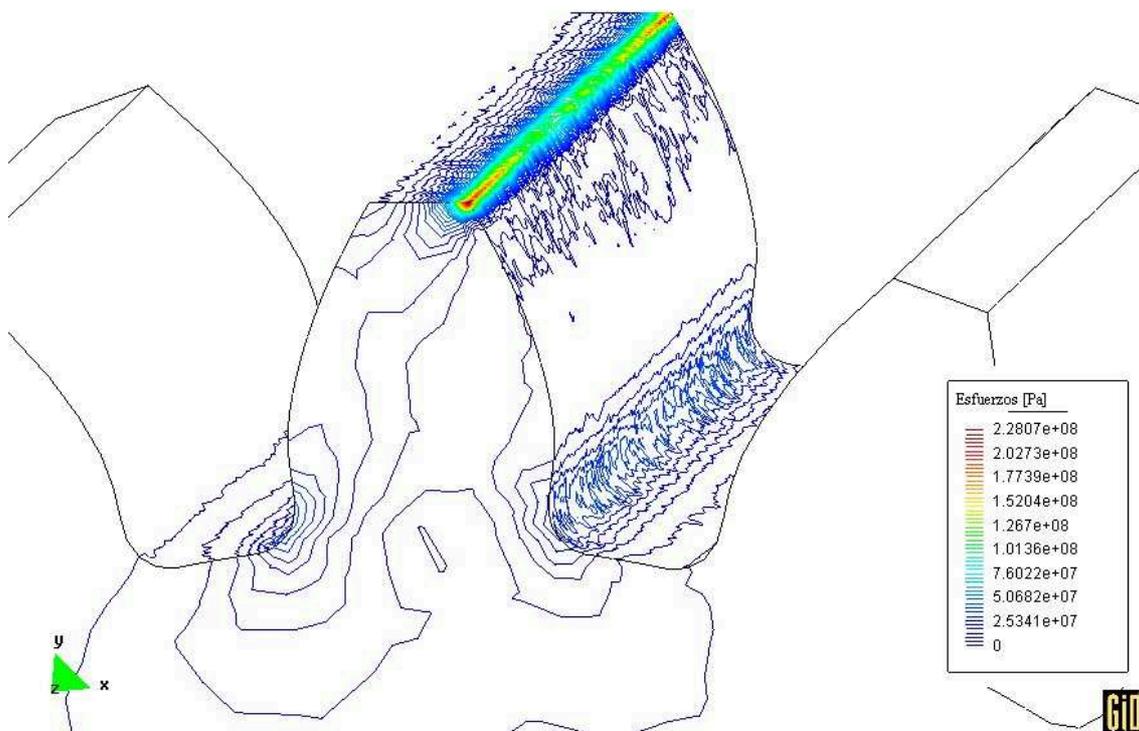


FIGURA 10. Detalle del análisis de esfuerzos sobre el engrane con refinamiento # 5

ANEXO 15

SIMULACIÓN CON APLICACIÓN DE LA CARGA EN DOS DIENTES.

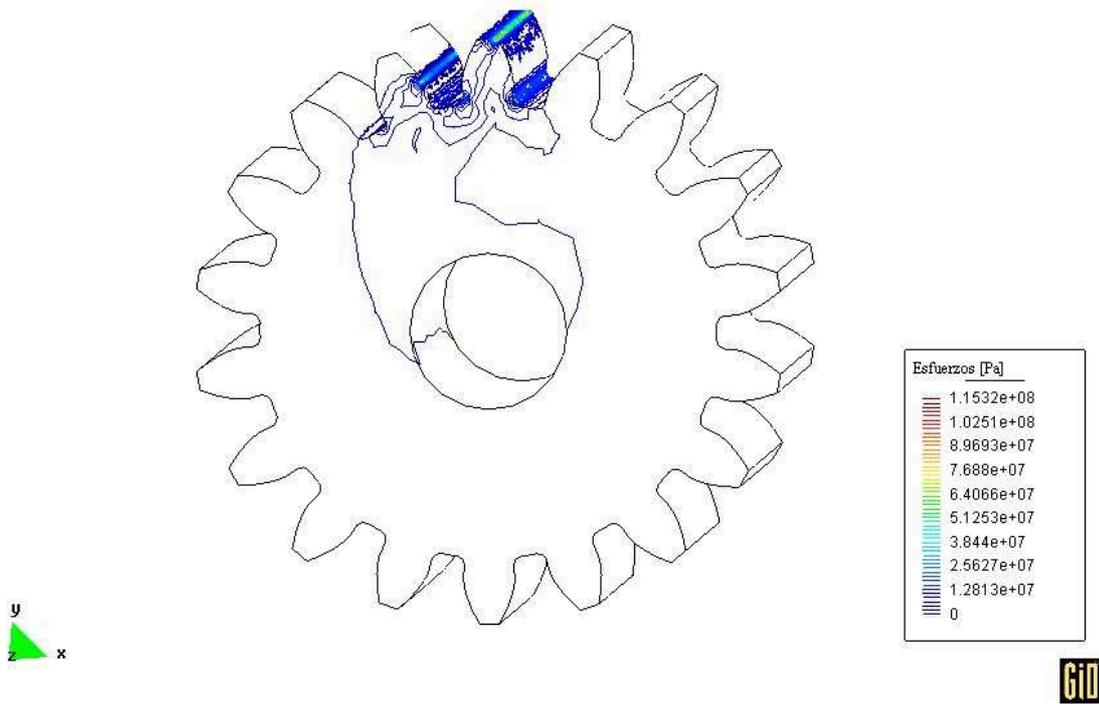


FIGURA 1. Análisis de esfuerzos sobre el engrane

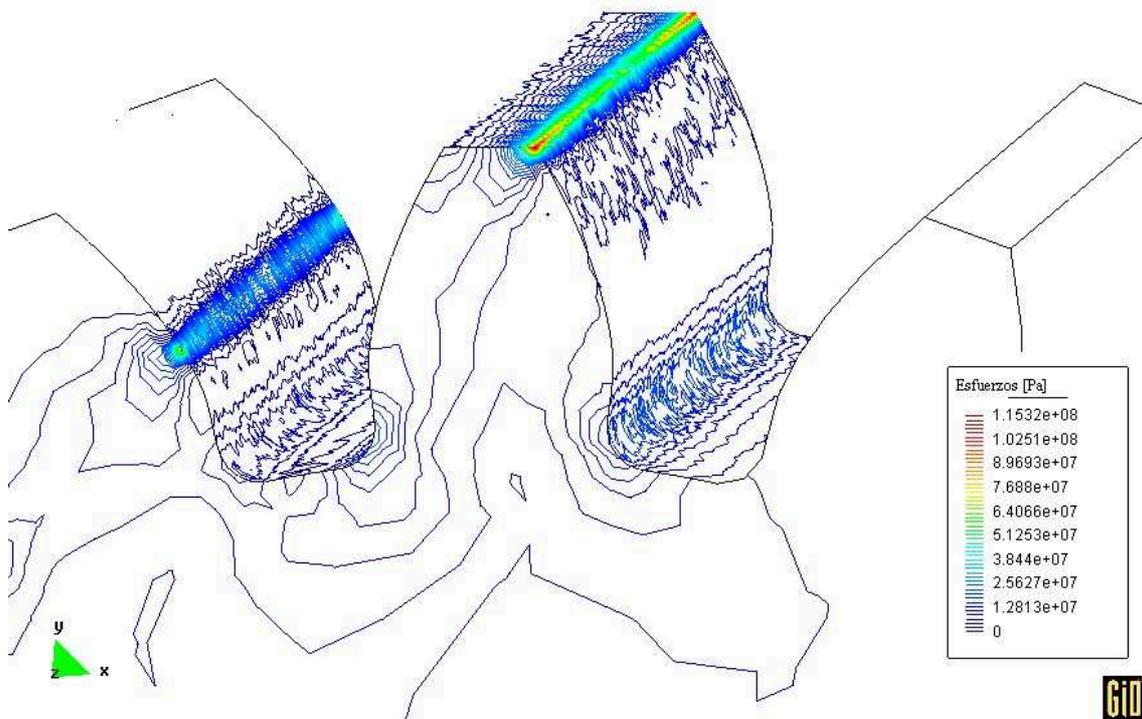


FIGURA 8. Detalle del análisis de esfuerzos sobre dos dientes