

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

"MODELO DIGITAL DE LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA

CON DOBLE FRECUENCIA PARA SIMULACION DE CARGA"

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO
ELECTRICO ESPECIALIZACION POTENCIA

JORGE MORA PAREDES

QUITO, ABRIL 1983



Certifico que el presente trabajo
ha sido realizado por el señor
JORGE MARCELO MORA PAREDES

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "ING. Luis Taco Villalba", is written over a horizontal line.

Ing. Luis Taco Villalba

DEDICATORIA

A MIS PADRES Y HERMANOS

P R O L O G O

El presente trabajo se origina en la necesidad de continuar investigando acerca del método de las dos frecuencias aplicado a motores asincrónicos con la finalidad de determinar su calentamiento y eficiencia, se propone entonces el desarrollo del tema: "MODELO DIGITAL DE LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA CON DOBLE FRECUENCIA PARA SIMULAR CARGA".

Existe actualmente un trabajo que trata acerca de: "Simulación de carga en motores trifásicos de inducción para pruebas de temperatura", de los métodos que se presentan en este trabajo se particulariza el de las dos frecuencias utilizando este método en pruebas de calentamiento.

Dejo constancia de mi más sincero agradecimiento al señor Ing. Luis Taco Villalba, Director de Tesis, quien con su valiosa ayuda ha permitido culminar con éxito este proyecto.

Por la colaboración valiosísima, expreso mi agradecimiento a las siguientes personas: Ing. Antonio Campoverde, Dr. Kanti Hore, Ing. Pablo Peñafiel.

C O N T E N I D O

	<u>PAGINA</u>
PROLOGO	
INTRODUCCION	
CAPITULO I	
1 LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA CON DOBLE FRECUENCIA	1
1.1 Descripción del método	1
1.2 Conexiones	2
Conexión directa	2
Conexión con acoplamiento	3
1.3 Características de comportamiento de la máquina alimentada con dos frecuencias	4
Voltajes	4
Campo magnético giratorio	6
Torque, Velocidad, Deslizamiento	7
Corrientes	8
Potencia	9
Elección de la frecuencia del sistema secundario	10
Temperatura	11
1.4 Ventajas y restricciones del método	13
CAPITULO II	
2. ANALISIS MATEMATICO	15
2.1 Introducción	15
2.2 Consideraciones para el análisis matemático	16
2.3 Constantes de la máquina	16
Nomenclatura	19

	<u>PAGINA</u>
2.4 Sistema de ecuaciones de la máquina de inducción	21
Momentos magnéticos giratorios	23
Sistema final de ecuaciones	24
Nomenclatura	27
2.5 Introducción de desviaciones en el sistema de ecuaciones	28
2.6 Solución del sistema de ecuaciones	33
Corrientes debido al sistema de alimentación	33
Torques de amortiguación y elasticidad	37
Deslizamiento	39
Corrientes efectivas del estator y rotor	41
Velocidad	44
2.7 Pérdidas	45
Pérdidas resistivas	46
Pérdidas en el hierro	47
Pérdidas adicionales	47
 CAPITULO III	
3. SIMULACION DIGITAL	48
3.1 Generalidades	48
3.2 Modelo matemático	49
3.3 Exactitud del método	50
3.4 Alcance del programa	52
3.5 Diagrama de flujo	54
Programa principal	54
Subprogramas	56

CAPITULO IV

	<u>PAGINA</u>
4. ANALISIS DE RESULTADOS	57
4.1 Introducción	57
4.2 Pruebas de laboratorio	58
Características del equipo	59
Equipo utilizado en la prueba	59
Pruebas de cortocircuito y rotor bloqueado	61
Prueba de las dos frecuencias	63
Ondas de voltaje y corriente	67
4.3 Resultados de la solución digital	72
4.4 Comparación y análisis de resultados	90
4.5 Análisis del comportamiento de la máquina de inducción en base a resultados obtenidos	93
4.6 Recomendaciones en la utilización del método	98
CONCLUSIONES	100
APENDICE I	
Listado del programa	102
APENDICE II	
Manual de uso del programa	111
REFERENCIAS	

INTRODUCCION

Entre pruebas obligatorias que se realizan en máquinas eléctricas, la determinación del calentamiento es muy importante en el campo de funcionamiento con carga completa para demostrar que la temperatura máxima no exceda el límite permitido que se encuentra normalizado.

En máquinas asincrónicas trifásicas, cuya demanda se ha incrementado en los últimos tiempos, el análisis de la eficiencia con carga mecánica resulta complicado y antieconómico para un campo de pruebas, además esto causa un gasto de energía considerable en capacidad y rendimiento, peor aún si se trata de máquinas de eje vertical donde es difícil realizar acoplamientos, sin embargo, para no tener que renunciar a la prueba de temperatura se puede utilizar el método de las dos frecuencias para máquinas asincrónicas, la misma que ya es practicada en países industrializados.

El método mencionado para pruebas de temperatura en motores de inducción se basa en que la máquina en prueba no sea colocada a una sola red de alimentación, sino que, simultáneamente se conecte a otra fuente de voltaje y frecuencia variable, de este modo a pesar del no acoplamiento de la máquina se puede determinar en forma práctica su calentamiento haciendo circular corriente de carga nominal en el motor.

Debido a la alimentación bifrecuencial se originan oscilaciones mul

tifrecuentes en el rotor forzado por la oscilación de potencia entre las fuentes y la máquina, esta característica causa pequeños transitorios o desviaciones del estado estable en las corrientes del estator y rotor y como consecuencia el amortiguamiento y elasticidad en su rotación, estos constituyen puntos de discusión en el presente trabajo.

La simulación digital en el computador es un medio importantísimo que ayuda a ver características de comportamiento de sistemas, en esta oportunidad se utiliza para describir la conducta de funcionamiento de la máquina asincrónica alimentada con doble frecuencia, los resultados permiten analizar y determinar los valores de voltaje y frecuencia del sistema de alimentación auxiliar necesarios para llegar a condiciones adecuadas de funcionamiento a carga nominal de la máquina.

Se realizan pruebas en laboratorio en una máquina de inducción con el fin de contribuir al análisis del comportamiento del motor y comparar los resultados obtenidos de la simulación digital.

CAPITULO 1

LA MAQUINA DE INDUCCION

ALIMENTADA CON DOBLE FRECUENCIA

CAPITULO 1

LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA CON DOBLE FRECUENCIA

1.1 DESCRIPCION DEL METODO.-

El procedimiento que se detalla a continuación posibilita el estudio del calentamiento y la determinación del grado de eficiencia de motores asincrónicos, donde se evita el acoplamiento con máquinas que representan carga al eje.

La máquina de inducción en prueba es alimentada a través de dos fuentes trifásicas, una proporciona valores de tensión y frecuencia que corresponde a los nominales del motor que se examina, llamado sistema de alimentación principal, la segunda fuente debe ser variable en voltaje y frecuencia para suministrar tensión de amplitud y frecuencia diferente a las nominales y que generalmente son de menor valor, denominada de alimentación secundaria. Esta característica de introducir tensión a la máquina hace posible la circulación de corriente nominal simulando carga en el motor de inducción que trabaja sin esfuerzo en el eje, con la ventilación incluida.

La corriente nominal de la máquina de inducción circula por los dos sistemas de alimentación, como se muestra posteriormente en los diagramas de conexión, esto significa que las fuentes deben soportar al menos

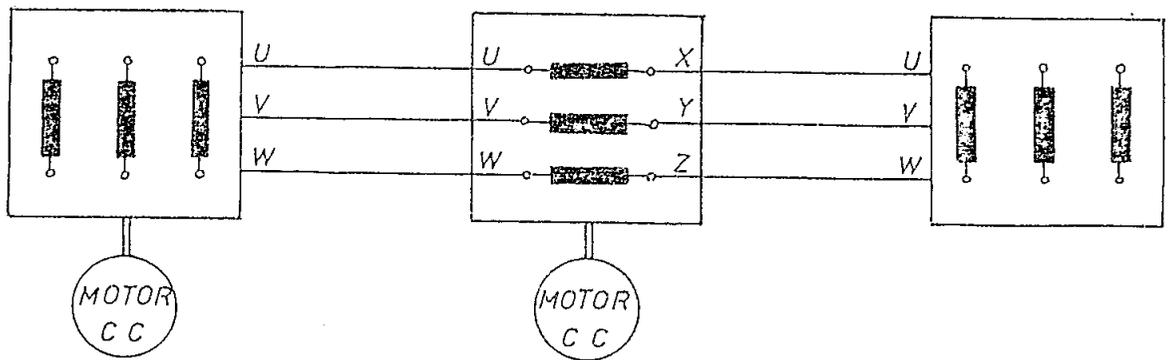
la corriente del motor en prueba de manera que no se deterioren por la circulación de corrientes elevadas. Las máquinas de impulsión de las fuentes de alimentación pueden tener por construcción un rendimiento considerablemente bajo que cubra solamente la potencia absorbida por la máquina de inducción examinada.

1.2 CONEXIONES.-

Para desarrollar el método existen dos posibles conexiones:

1.2.1 Conexión directa.-

Es aquella en que los sistemas de alimentación principal y secundario se conectan en serie con la máquina en prueba. La fuente principal se puede conectar en estrella o en delta al igual que el motor examinado, mientras que los bobinados de la fuente secundaria permanecen independientes entre sí, como se indica en la figura 1.1.



Sistema de alimentación principal.
Conexión Y o Δ

Sistema de alimentación Secundario, Fases abiertas.

Máquina de Inducción en prueba.

FIGURA 1.1

Diagrama de conexión directa de los sistemas de alimentación y la máquina de inducción.

En esta conexión el sistema de alimentación secundaria debe tener los seis terminales de sus bobinas disponibles, que no estén conectados internamente, si esto no ocurre se puede utilizar la segunda conexión. [1].

1.2.2 Conexión con acoplamiento.-

Se utiliza un transformador que sirve de acoplamiento de los dos sistemas de alimentación. Los sistemas de alimentación así como el motor en prueba y el primario del transformador pueden ser conectados independientemente en delta o estrella mientras que el secundario mantiene sus bobinados independientes entre sí. Se debe tener especial cuidado en la polaridad de los devanados del transformador, además de considerar que su secundario soporte la corriente nominal de la máquina de inducción. Esta conexión se presenta en la figura 1.2.

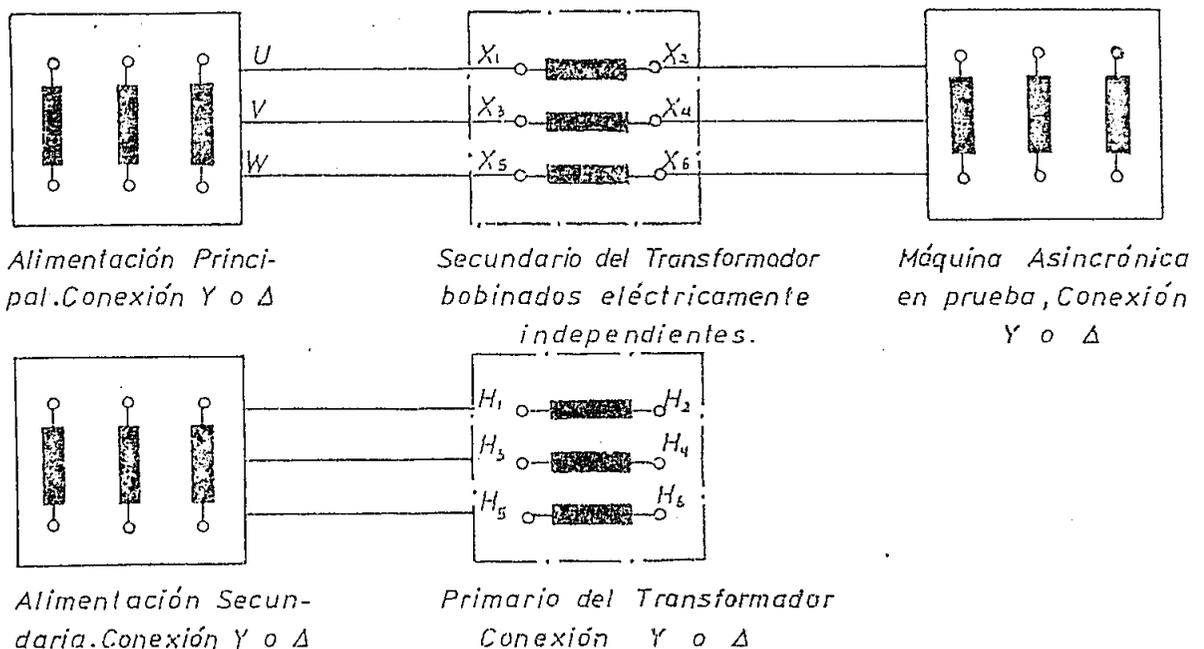


FIGURA 1.2 Diagrama de conexión con acoplamiento a través de un transformador.

1.3 CARACTERISTICAS DE COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA ALIMENTADA CON DOS FRECUENCIAS.-

En el presente numeral se da una idea general del comportamiento de la máquina asincrónica explicando características de parámetros que intervienen en el funcionamiento, como son:

1.3.1 Voltajes.-

La máquina de inducción sujeta al método de las dos frecuencias es alimentada con dos fuentes, una principal A y otra secundaria B como se ha indicado anteriormente. El generador A suministra la tensión a frecuencia nominal del motor asincrónico examinado, mientras que el generador B proporciona tensión reducida con una desviación apreciable de frecuencia. La variación de la tensión adicional permite obtener la corriente de carga nominal en el motor de prueba, este voltaje se inicia desde un valor bajo de aproximadamente un 10% del voltaje nominal, pero además este valor es dependiente de la elección de frecuencia adicional como se indica en el diagrama de la suma de vectores de los voltajes de los sistemas principal y secundario que se muestra en la figura 1.3.

La variación del voltaje adicional, referido al voltaje del sistema principal, como función de la frecuencia secundaria se muestra en la figura 1.4, para mantener la carga nominal en la máquina, confirmando la dependencia de este valor con el de la frecuencia adicional.

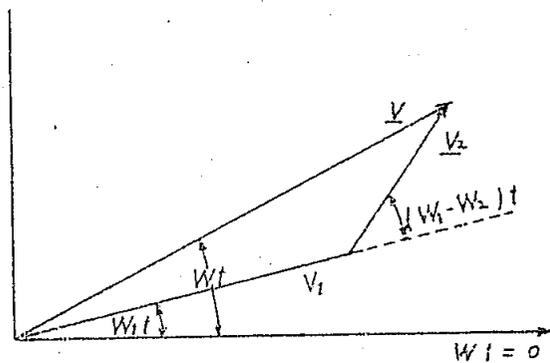
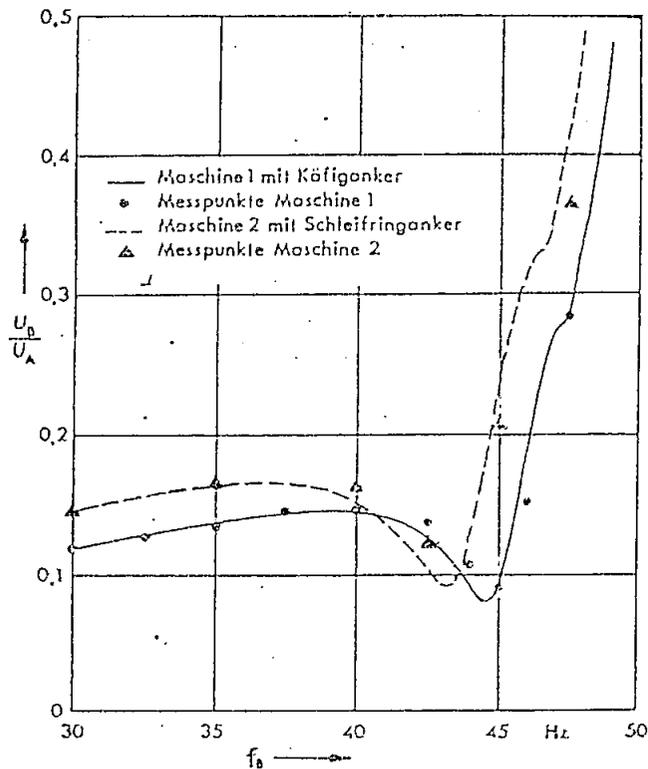


FIGURA 1.3 Diagrama fasorial de la suma de voltajes de los dos sistemas donde:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= V_1 \text{ Sen } W_1 t \\ \underline{V}_2 &= V_2 \text{ Sen } W_2 t \\ \underline{V} &= \underline{V}_1 + \underline{V}_2 \end{aligned}$$



— Máquina 1 asincrónica, construcción vertical rotor jaula. 2400 KW
6:6 KV, 4 pares de polos, $f = 50$ Hz.

--- Máquina 2 asincrónica, construcción horizontal rotor bobinado.
2215 KW, 11 KV, 6 pares de polos, $f = 50$ Hz.

FIGURA 1.4 Variación del voltaje secundario en p.u. respecto a la elección de frecuencia. Tomado Ref. [5].

La tensión principal sufrirá una alteración debido a la acción del sistema secundario ya que origina una variación en la corriente de carga de todo el circuito variando las caídas de tensión, por lo tanto será necesario ajustar este valor para obtener el voltaje nominal a la entrada de la máquina.

La tensión resultante que recibe la máquina es polifásica de modulada amplitud y frecuencia debido a la fusión de los voltajes de los sistemas de alimentación, la onda fundamental de tensión está dada por la tensión principal en donde aparecen variaciones periódicas o pulsaciones con la diferencia de frecuencias donde es más acentuada la modulación. El grado de la amplitud de las pulsaciones es independiente de la relación de las amplitudes individuales, pero esto no origina armónicas de orden elevado sino que corresponde más bien a la superposición de las dos frecuencias. [5].

1.3.2 Campo magnético giratorio.-

Un sistema simétrico de tensión trifásica en conjunto con los bobinados simétricos del mismo número de fases da un campo trifásico de onda fundamental giratoria pura. Con la alimentación de las dos frecuencias distintas se forma un sistema de tensión oscilatorio, el mismo que correspondientemente se hace presente también en el campo trifásico, formándose en el entrehierro un campo magnético rotativo pulsante inducido, que resulta proporcional a la amplitud de la tensión en bornes si se desprecia la saturación del hierro y la caída de tensión en el bobinado primario.

1.3.3 Torque, Velocidad, Deslizamiento.-

La característica del campo magnético giratorio se traduce en momento, el mismo que obliga a las oscilaciones en el rotor. Si se expone la masa rotativa de la máquina a un campo magnético giratorio que oscila, la amplitud de la velocidad angular varía en el tiempo, esto implica una aceleración y frenado periódico, lo que se traduce en un patinaje originando desviaciones del deslizamiento el mismo que a su vez es proporcional al momento nominal. El rotor se retrasa con velocidad angular pulsante débil según el momento de inercia y el momento electromagnético de las más fuertes pulsaciones de la velocidad del campo giratorio.

Los picos máximo y mínimo de la oscilación de velocidad correspondentemente con los de deslizamiento y momentos se da en la duración del período que resulta de la diferencia de frecuencias angulares de los dos sistemas de alimentación, los períodos de aceleración se dan cuando la velocidad del rotor es menor que la del campo giratorio, cuando esta relación se invierte se originan los frenados, esta variación se puede observar en la figura 1.5 en donde se presenta las ondas de velocidades del campo magnético giratorio y del rotor en una máquina de 18 polos de 100 Kw en estado oscilante debido a la alimentación de doble frecuencia. La variación de velocidad resulta complicado detectarlo en la práctica debido a que el período es demasiado pequeño, [6].

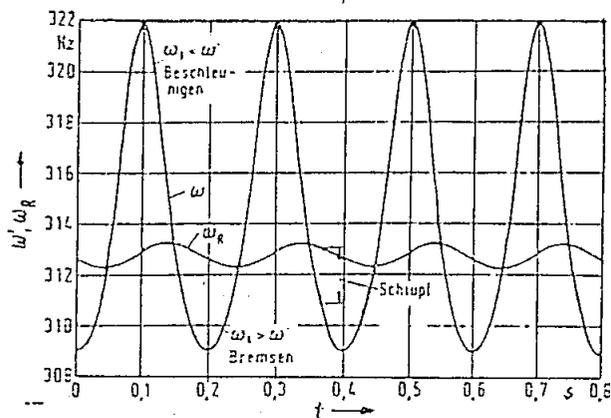


FIGURA 1.5 Oscilación de velocidad angular del campo magnético y del rotor para un $\lambda = V_B/V_A = 0.2$. Tomado Ref. [6].

La oscilación del deslizamiento se compone de la oscilación básica con la amplitud de la desviación del deslizamiento de primer orden a la diferencia de frecuencia angular, también superposiciones de oscilaciones superiores con las amplitudes de la desviación de deslizamiento a los múltiplos de la diferencia de los dos sistemas de alimentación. [4].

1.3.4 Corrientes.-

Por medio de la superposición de las tensiones con diferente frecuencia se obtiene una oscilación en amplitud y frecuencia para la tensión resultante a la entrada del motor de inducción, esta característica se observa también en la corriente, el grado de amplitud de estas oscilaciones es independiente de la relación de las amplitudes individuales que para la corriente está entre los valores de vacío y un poco más arriba del de carga, éstos tampoco corresponden a armónicas de orden elevado.

La aparición de las corrientes de oscilación están motivadas por las desviaciones multifrecuentes del rotor, las cuales producen una reacción sobre el estator, al igual que en el deslizamiento en la corriente se presentan oscilaciones de diferentes grados. [4].

1.3.5 Potencia.-

La masa rotativa de la máquina que se prueba, se carga y descarga como alimentador de energía en cambios permanentes; el transporte de energía producido por este motivo y en ambas direcciones hace posible que fluya la corriente nominal con un gasto de energía media que en una buena parte se anula. [4].

La máquina de inducción sometida a la prueba de calentamiento a la que se aplica doble frecuencia trabaja sin ningún momento exterior, esta condición hace que se emplee únicamente la potencia correspondiente a sólo las pérdidas del motor cuando trabaja en condiciones nominales, con una ligerísima alteración debido a las deformaciones de las ondas de corriente, voltaje, flujo y otros que se explicó anteriormente. Esta potencia varía con la frecuencia adicional, si se elige la frecuencia del sistema secundario lo más cercano a la nominal se reduce la pérdida total de potencia, como se muestra en la figura 1.6,

La aplicación simultánea de las dos tensiones con módulos y frecuencias diferentes al estator de la máquina hace que funcione alternadamente como generador y como motor, es decir, el motor está tomando y devolviendo energía alternativamente con la red de ali-

mentación. Esta característica se presenta análoga a un sistema electromecánico ante un circuito con impedancia, en el que el campo magnético o eléctrico es cargado o descargado permanentemente a tensión alterna con bobinas o condensadores como alimentador de energía, sin que la corriente de carga que circula vista desde un gran número de períodos transforme energía. [6].

En el gráfico 1.6 se muestra el consumo de potencia referido a las pérdidas nominales como función de la frecuencia adicional para las dos máquinas que se especifican en el gráfico 1.4.

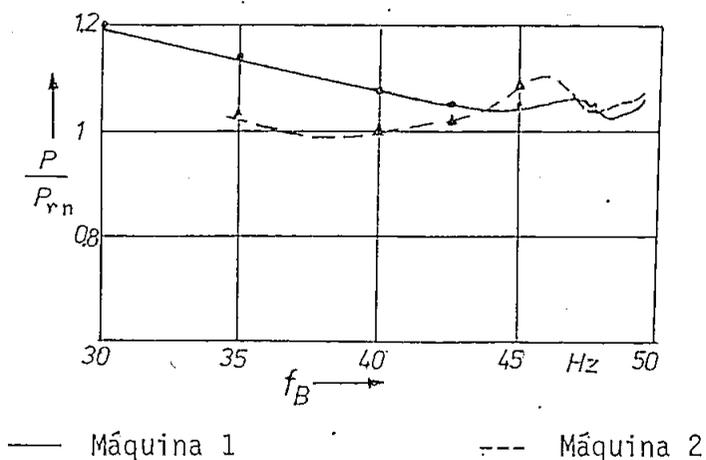


FIGURA 1.6 Consumo de potencia referida a las pérdidas nominales. Tomado Ref. [5].

1.3.6 Elección de la frecuencia del sistema secundario.-

La determinación de la frecuencia del sistema secundario de alimentación está ligado con el comportamiento de la máquina que detecta una diferencia de frecuencias con la del sistema principal.

Si se elige cada vez mayor la diferencia de las dos frecuencias, el rotor sufrirá un amortiguamiento en sus oscilaciones debido a que observa precisamente esta diferencia, volviéndose más estable a altas frecuencias, es decir, mientras más baja sea la frecuencia del sistema secundario se disminuye la oscilación de la máquina asincrónica, facilitándose además la lectura de instrumentos de medida, pero precisamente no se garantiza bajo estas circunstancias la clase de exactitud del equipo de medida por la influencia negativa del método de las dos frecuencias que crece con el valor de la diferencia ya que la frecuencia del rotor se acerca a la de funcionamiento nominal.

Por otro lado la diferencia no debe ser demasiado pequeña ya que una medida exacta no puede efectuarse en razón de que la oscilación del rotor aumenta, además los generadores que alimentan tienden a salir del sincronismo especialmente si la máquina en prueba es de gran potencia, por lo que ocurriría una elevación violenta de la corriente en todo el sistema. [4].

Con la regulación de la diferencia de frecuencias se puede ajustar la corriente del rotor para condiciones nominales de carga. Según pruebas experimentales se ha determinado que una diferencia de frecuencias de alrededor de 10 Hz se obtiene condiciones óptimas de trabajo, estando la frecuencia del sistema secundario por debajo de la de sincronismo. [1].

1.3.7 Temperatura.-

Se han realizado muchas pruebas de temperatura en máquinas de inducción, utilizando el método de las dos frecuencias, en países industrializados, resultando un éxito en cuanto a la medición de temperatura en diferentes lugares del motor, se han realizado comparaciones de resultados de calentamiento entre los métodos de carga convencional y el de las dos frecuencias, solamente se puede acotar algunas características que se describen a continuación.

En la discusión acerca de la potencia se indicó que las pérdidas variaban con el valor de frecuencia asignado al sistema secundario, correspondientemente se comporta la temperatura de las bobinas, como se muestra en la figura 1.7.

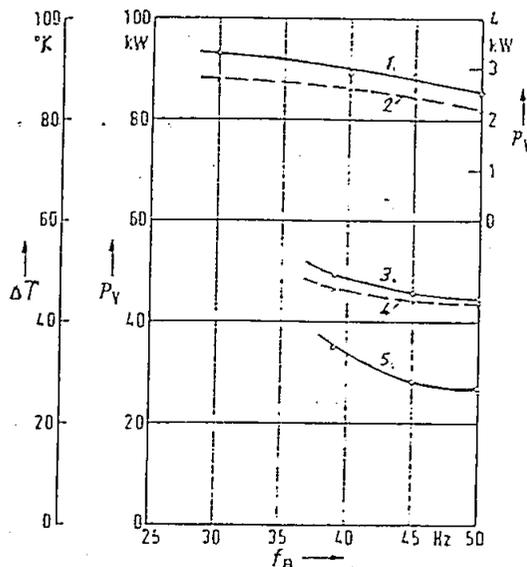


FIGURA 1.7 Potencia de pérdida P_V y aumento de temperatura ΔT del bobinado en dependencia de la frecuencia adicional f_B para corriente y voltaje nominal. Tomado Ref. [6].

1. Variación de temperatura ΔT del bobinado del estator de un motor de 28 KW.
2. Potencia de pérdida que se añade P_V .
3. Variación de temperatura del bobinado del estator de un motor de 1000 KW:
4. Potencia perdida P_V que se añade del motor de 1000 KW.
5. Variación de temperatura ΔT del bobinado del rotor del motor de 1000 KW.

En la prueba de calentamiento se colocan las amplitudes de la tensión de frecuencia adicional y la nominal, de tal forma que resultan los valores efectivos de corriente y tensión nominales. Si bien es cierto que las corrientes de fase en el transcurso de la medición casi tiene igual valor efectivo, la elevación de temperatura de las bobinas son similares pero diferentes, de esto se deduce que existen pérdidas adicionales que aumentan conforme es mayor la diferencia entre frecuencias nominal y adicional. [6].

Se ha investigado la influencia del método de las dos frecuencias sobre la temperatura del enrollamiento del estator, allí se ha observado una ligera elevación de la resistencia y, consecuentemente, un aumento de la temperatura, en las barras del rotor debido a su estructura, las pérdidas en el hierro del rotor se reduce en aproximadamente un 20%. Estas variaciones tienen influencia sobre la temperatura final pero sin que lleguen a ser definitorias en la prueba. [6].

1.4 VENTAJAS Y RESTRICCIONES DEL METODO.-

El método de alimentación de las dos frecuencias para pruebas de calentamiento y eficiencia es aplicable a todo tipo de máquinas asincrónicas, independientemente de su capacidad nominal, número de polos, y de la posición vertical y horizontal del eje de accionamiento del motor en prueba, por esta razón el procedimiento de doble frecuencia es la única posibilidad para utilizar en pruebas de temperatura con motores de inducción grandes de eje vertical, que son usualmente empleados en accionamientos de bombas de reactores, esta ventaja se la tiene debido a que no se

requiere ningún tipo de carga mecánica al eje de la máquina examinada, e vitándose con ello el montaje, acoplamiento y alineación.

La utilización de esta prueba arroja resultados confiables de tempe ratura, los esquemas empleados son sencillos en su montaje, además la po tencia que se emplea en la máquina es reducida como se explicó anterior- mente.

A estas ventajas se opone la necesidad de disponer de una máquina sincrónica que proporcione la tensión del sistema de alimentación secun- dario, la misma que debe disponer de una potencia al menos cercana a la de prueba. También se presenta limitaciones en la medición y en la de- terminación práctica de curvas características de carga, como son: la de pendencia del consumo de corriente, sus oscilaciones, el factor de poten cia, la oscilación de la potencia que se entrega, al igual que los momen tos y velocidad.

CAPITULO II

ANALISIS MATEMATICO

2.1 INTRODUCCION.-

En el presente capítulo se expresa matemáticamente el comportamiento de la máquina trifásica de inducción alimentada con dos fuentes de voltajes y frecuencias diferentes, este análisis nos permitirá una simulación digital para observar la conducta de funcionamiento del motor.

El análisis matemático se lo puede concebir desde dos puntos de partida, uno utilizando el circuito equivalente de la máquina, en este método se utiliza la teoría de superposición, esto es, se considera el circuito equivalente visto desde la fuente de frecuencia fundamental y luego desde la fuente de frecuencia auxiliar, este desarrollo incluye varias aproximaciones por lo que constituye un estudio inexacto y no se incluirá en el presente trabajo. [1].

Otra alternativa para determinar el comportamiento de la máquina, que se encuentra en las condiciones mencionadas para la prueba de temperatura, es empleando las ecuaciones generales del motor de inducción, siendo este método más exacto y el que se utilizará para la simulación digital.

2.2 CONSIDERACIONES PARA EL ANALISIS MATEMATICO.-

Para mantener el cálculo dentro de los límites razonables es necesario que se realicen las siguientes consideraciones:

- El estado de saturación de la máquina será considerado constante.
- Las pérdidas del hierro serán vistas como constantes.
- Los sistemas de alimentación son trifásicos simétricos y balanceados de onda sinusoidal.
- El momento de rozamiento para pequeños márgenes debe ser independiente del número de revoluciones.
- La función del campo magnético en el entrehierro será abarcada en forma de dispersión del estator y rotor no amortiguados ni asociados doblemente, no se toman en cuenta los momentos parásitos que son consecuencia de este campo magnético.
- Se desprecia la amortiguación de todos los campos superiores ($\lambda \geq 5$).
- Los devanados del estator de la máquina de inducción es un devanado trifásico, simétrico y libre de efecto skin.

2.3 CONSTANTES DE LA MAQUINA.-

Para determinar los parámetros de la máquina se parte del circuito

equivalente para lo cual se emplean métodos normalizados de pruebas de vacío y rotor bloqueado. Otra manera de determinarlos es conociendo datos de construcción de la máquina. Estos parámetros se definen en la Tabla 1 empleando una simbología cuyo significado se da al final del presente numeral.

TABLA 1

Coefficiente total de autoinducción del estator L_1 :

$$L_1 = L_{1H} + L_{1p} = L_{1H}(1 + \sigma_{p1})$$

donde:

$$L_{1H} = 3\mu_0\lambda_0 \frac{D l_i}{\pi p^2} (W_1 E_{11})^2$$

Inductancias mutuas:

$$M_{12}, M_{21}$$

Rotor bobinado:

$$M_{12} = M_{21} = 3\mu_0\lambda_0 \frac{D l_i}{\pi p^2} W_1 E_{11} W_2 E_{21} E_s$$

Rotor jaula de ardilla:

$$M_{12} = \mu_0\lambda_0 \frac{D l_i}{\pi p^2} W_1 E_{11} Z_2 \text{ Sen } \frac{p\pi}{Z_2} E_s$$

$$M_{21} = \frac{3}{Z_2} M_{12}$$

Coefficiente total de autoinducción del rotor L_2 :

Rotor bobinado:

$$L_2 = L_{2H} + L_{2P} = L_{2H} (1 + \sigma_p^2)$$

donde:

$$L_{2H} = 3\mu_0\lambda_0 \frac{D l i}{\pi p^2} (W_2 E_{21})^2$$

Rotor jaula de ardilla:

$$L_2 = L_{2M} + L_{2gP} = L_{2M} \left(\frac{\text{Sen} \left(\frac{P\pi}{Z_2} \right)}{\frac{P\pi}{Z_2}} \right) (1 + \sigma_p^2)$$

|7|

A continuación se presentan relaciones que permiten el cálculo de parámetros auxiliares para determinar las constantes de la máquina a través de la utilización de relaciones definidas en la Tabla 1.

$$E_{i1} = E' E'' \quad (2.1)$$

donde:

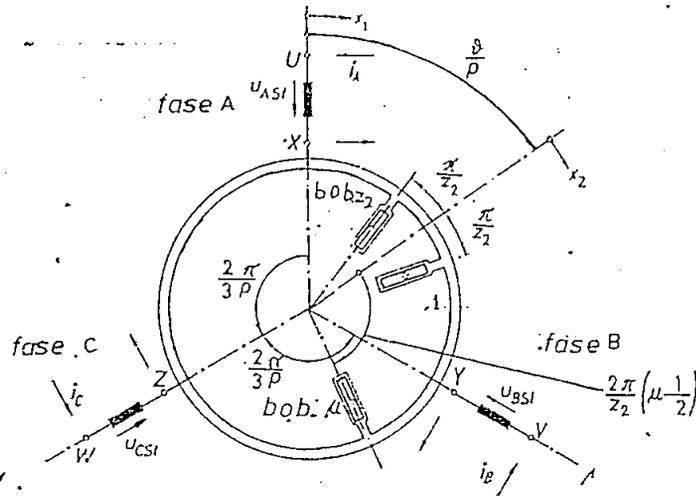
$$E' = \frac{\text{Sen} \left(q_s i \frac{\alpha N_s}{2} \right)}{q_s \text{Sen} \left(i \frac{\alpha N_s}{2} \right)} \quad E'' = \text{Sen} \left(i \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\epsilon}{3q_s} \right) \right)$$

$$E_s = \frac{\text{Sen} (P\tau\gamma/D)}{P\tau\gamma/D} \quad (2.2)$$

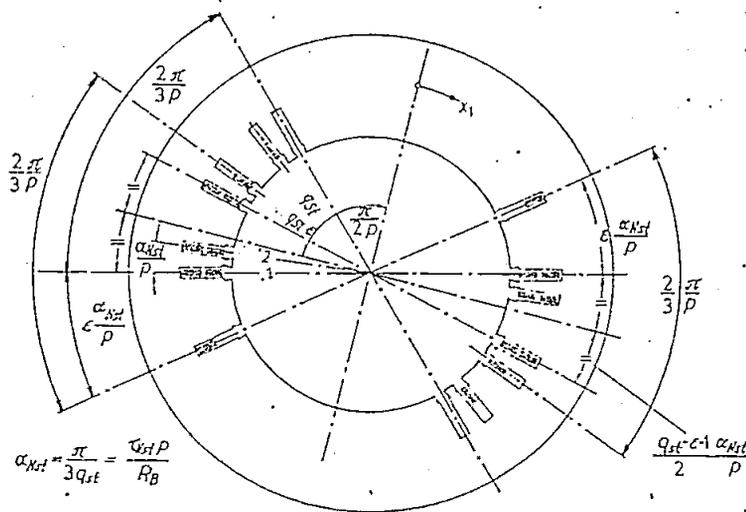
2.3.1 Nomenclatura utilizada.-

D	m	Diámetro del rotor.
$L_{1/2}$	H	Autoinductancia total del estator/rotor.
L_{1H}	H	Inductancia del campo principal del estator.
L_{1P}	H	Inductancia de pérdida del estator.
L_{2H}	H	Inductancia del campo principal del rotor.
L_{2P}	H	Inductancia de pérdida del rotor.
L_{2M}	H	Inductancia del campo principal de una malla del rotor jaula.
L_{2gp}	H	Inductancia de pérdida de una malla del rotor jaula.
$M_{12/21}$	H	Inductancias de acoplamiento.
N	-	Número de fases.
P	-	Número de pares de polos.
s	-	Número de ranuras por cada polo y fase del estator.
$W_{1/2}$	-	Número de vueltas de una fase del estator/rotor.
Z_2	-	Número de barras del rotor jaula.
λ_0	$\left \frac{1}{m} \right $	Valor efectivo del entrehierro.
μ_0	$\left \frac{VS}{Am} \right $	Constante del campo magnético.
$\sigma_{p1/2}$	-	Constante de pérdidas del estator/rotor.
$E_{11/21}$	-	Factores del número de bobinados del estator/rotor para onda básica. Se definen según ecuaciones: (1.1) y (1.2).

- ϵ |-| Cantidad total de ranuras por las cuales se hizo el bobinado del estator. (Ver gráfico 2.1.).
- τ_Y |m| Segmento diagonal por la ranura del rotor (Ver gráfico 2.1.).
- α Ver gráfico 2.1.



a) Disposición de los bobinados.



b) Disposición de las ranuras del estator.

FIGURA 2.1.

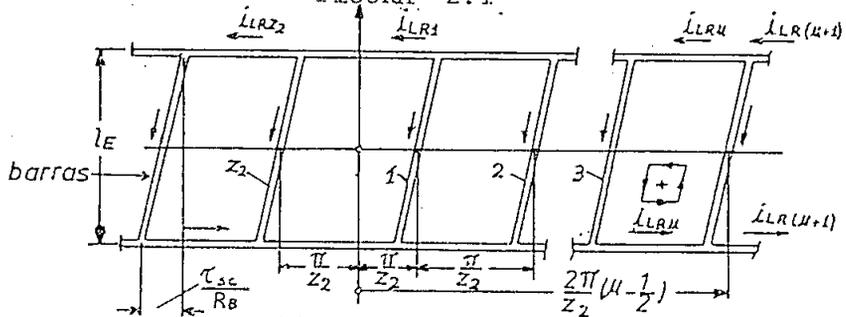


FIGURA 2.2 Rotor iaula de ardilla.

2.4 SISTEMA DE ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION.-

Para la formación de las ecuaciones diferenciales de la máquina de inducción, que se muestra en la ec. (2.3), se asume que los bobinados del estator se encuentran conectados a la red de alimentación como se indicá en la figura 2.3.

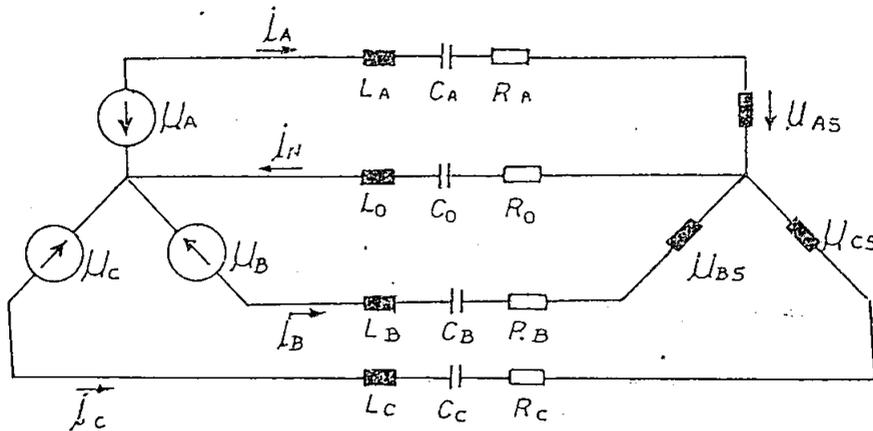


FIGURA 2.3 Conexión del bobinado del estator a la red.

Fase a:

$$(R_A + R_1) i_A + (L_{p1} + L_A) \frac{di_A}{dt} + \frac{1}{C_A} \int i_A dt + R_0 i_N + L_0 \frac{di_N}{dt} + \frac{1}{C_0} \int i_N dt + \frac{d\psi_A}{dt} = u_A$$

Fase b:

$$(R_B + R_1) i_B + (L_{p1} + L_B) \frac{di_B}{dt} + \frac{1}{C_B} \int i_B dt + R_0 i_N + L_0 \frac{di_N}{dt} + \frac{1}{C_0} \int i_N dt + \frac{d\psi_B}{dt} = u_B \quad (2.3)$$

Fase c:

$$(R_C + R_1) i_C + (L_{p1} + L_C) \frac{di_C}{dt} + \frac{1}{C_C} \int i_C dt + R_0 i_N + L_0 \frac{di_N}{dt} + \frac{1}{C_0} \int i_N dt + \frac{d\psi_C}{dt} = u_C$$

De la Ley de Kirchoff:

$$i_N = i_A + i_B + i_C \quad (2.4)$$

Se definen las siguientes relaciones que ayudan a desglosar las ecuaciones del sistema 2.3.

$$\begin{aligned}
 R_N &= \frac{1}{3} (R_A + R_B + R_C) & R_{N\Delta} &= \frac{1}{3} (R_A + aR_B + a^2R_C) \\
 L_N &= \frac{1}{3} (L_A + L_B + L_C) & L_{N\Delta} &= \frac{1}{3} (L_A + aL_B + a^2L_C) \\
 \frac{1}{C_N} &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} + \frac{1}{C_C} \right) & \frac{1}{C_{N\Delta}} &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{C_A} + \frac{a}{C_B} + \frac{a^2}{C_C} \right)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_{1M} + R_N \\
 L_1 &= L_{1H}(1 + \sigma_{p1}) + L_N
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

En la determinación de la ecuación del rotor resulta práctico para la integración una representación más clara que se obtiene si consideramos que la corriente del rotor se la puede reflejar al estator con:

$$i'_R = i_R e^{j\theta} \tag{2.7}$$

De esta manera con la ayuda de las ecuaciones (2.5), (2.6), (2.7), se logra obtener las ecuaciones (2.8) a partir de (2.3).

Ecuación del estator sistema básico:

$$R_1 i_S + L_1 \frac{di_S}{dt} + \frac{1}{C_N} \int i_S dt + M \frac{d}{dt} (i_R e^{j\theta}) + R_{NA}^* i_S^* + L_{NA}^* \frac{d}{dt} i_S^* + \frac{1}{C_{NA}^*} \int i_S^* dt + i_{OS} R_{N\Delta} + L_{N\Delta} \frac{di_{OS}}{dt} + \frac{1}{C_{N\Delta}} \int i_{OS} dt = u_{1S} \quad (2.8)$$

Ecuación del rotor sistema básico:

$$R_2 i_R + L_2 \frac{di_R}{dt} + \frac{3}{Z_2} M \frac{d}{dt} (i_S e^{-j\theta}) = 0$$

Para todos los casos, con excepción de algunos no simétricos, los componentes del estator son impedancias compuestas por inductancias y resistencias simétricas, por tanto se considera que $R_{N\Delta} = 0$ $L_{N\Delta} = 0$ y $1/C_{N\Delta} = 0$. La consideración que el voltaje de alimentación es balanceado y simétrico da además la condición de que $i_{OS} = 0$. De esta manera las ecuaciones (2.8) se modifican a las (2.12) donde se consideran también los momentos y que $1/C_N = 0$.

2.4.1 Momentos magnéticos giratorios.

El campo magnético desarrolla un momento giratorio en la máquina y se lo puede encontrar por integración de la impulsión giratoria con la siguiente ecuación:

$$T_G(t) = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_{-l_E/2}^{l_E/2} B_{(x,y,t)} a_{s(x,t)} dy dx \quad (2.9)$$

Se entiende por B el campo magnético total, es decir la suma de los campos del rotor y estator. Se toma en cuenta solamente las intensidades de los campos básicos (σ_s) producidos por la corriente del estator y que es dependiente del número de pares de polos, la integración entrega el resultado en la ecuación (2.10).

$$T_G(t) = -6 P M \operatorname{Im} (i_{iR}' i_{iS}^*) - 18 P M_o i_{oS} \operatorname{Im} i_{oR}' \quad (2.10)$$

Si se desprecia las intensidades de los campos producidos por el estator, desaparece el segundo sumando.

Una vez conocidas las ecuaciones diferenciales de voltaje y la ecuación para el momento giratorio falta describir una ecuación que nos entrega la ley básica y dinámica de la mecánica aplicada a la máquina.

$$T_G(t) - T_W(t) - T_R - \frac{\theta_m}{P} \ddot{\psi} = 0 \quad (2.11)$$

Donde $T_W(t)$ se entiende como el momento de torsión transferido al rotor, este momento de torsión no se obtiene normalmente en forma directa pero se puede calcular por asignación de las ecuaciones del movimiento de las masas giratorias del motor, de su resistencia mecánica, elástica y de amortiguación. [2].

2.4.2 Sistema final de ecuaciones.-

El sistema de ecuaciones con el cual se analizará el comportamiento del motor de inducción alimentado con doble frecuencia resulta de la

deducción de las ecuaciones descritas anteriormente siendo estas:

$$R_1 \vec{i}_s + L_1 \frac{d\vec{i}_s}{dt} + M_{12} \frac{d\vec{i}'_r}{dt} = V_s$$

$$R_2 \vec{i}'_r + L_2 \left(\frac{d\vec{i}'_r}{dt} - j\omega_m i'_r \right) + M_{21} \left(\frac{d\vec{i}'_s}{dt} - j\omega_m i'_s \right) = 0$$

(2.12)

$$T_G(t) = -6 p M_{12} \text{Im} (\vec{i}'_r \vec{i}^*_s)$$

$$T_G(t) - T_W(t) - T_R - M_I \frac{d\omega_m}{dt} = 0$$

Una representación más fácil que se recomienda, en vez de la velocidad de giro del rotor, es introducir el deslizamiento s el mismo que se define como la diferencia de revoluciones con la velocidad sincrónica, con respecto a esta última, cuando trabaja en condiciones normales. Utilizando criterios anteriores y la ecuación (2.13) se llega al sistema final de ecuaciones de la máquina de inducción expresada en la Tabla 2.

$$\text{Im} (\vec{i}'_r \vec{i}^*_s) = -\frac{j}{2} (\vec{i}'_r \vec{i}^*_s - \vec{i}'_r^* \vec{i}_s) \quad (2.13)$$



TABLA 2

$$R_1 \vec{i}_s + L_1 \frac{d\vec{i}_s}{dt} + M_{12} \frac{d\vec{i}'_r}{dt} = V_s$$

$$R_2 \vec{i}'_r + L_2 \left(\frac{d\vec{i}'_r}{dt} - j(1-s) \omega_A \vec{i}'_r \right) + M_{21} \left(\frac{d\vec{i}_s}{dt} - j(1-s) \omega_A \vec{i}_s \right) = 0$$

$$T_G(t) = j3P m_{12} (\vec{i}'_r \vec{i}^*_s - \vec{i}'_r^* \vec{i}_s)$$

$$T_G(t) - T_W - T_R + M_I \frac{\omega_A}{P} \frac{ds}{dt} = 0$$

|2|

El análisis de voltajes y corrientes de la máquina de inducción alimentado con dos frecuencias se realiza tomando en cuenta que las dos fuentes de alimentación se encuentran en serie, como se indica en el gráfico 1.2, y que los voltajes balanceados y simétricos producen corrientes de fase los cuales se les trata aplicando la teoría de fasores espaciales con la ayuda del operador α que se define en la ecuación (2.14).

$$\alpha = e^{-j \frac{2\pi}{3}} \quad (2.14)$$

2.4.3 Nomenclatura utilizada.-

$C_{A/B/C}$	F	Capacidad en las fases A/B/C.
C_0	F	Capacidad en el neutro.
$i_{A/B/C}$	A	Corriente en las fases A/B/C.
i_N	A	Corriente en el neutro.
i_R	A	Corriente del rotor.
i'_R	A	Corriente del rotor referida al estator.
i_s	A	Corriente del estator.
I_m	A	Corriente de magnetización.
j	-	$\sqrt{-1}$
$L_{A/B/C}$	H	Inductancias de las fases A/B/C.
L_0	H	Inductancia en el conductor neutro.
$L_{1/2}$	H	Inductancia del estator/rotor.
M_I	Kgm ²	Momento de inercia.
M_{21}	H	Inductancia de acoplamiento rotor-estator.
P		Número de pares de polos.
$R_{A/B/C}$	Ω	Resistencia en las fases A/B/C.
R_0	Ω	Resistencia en el conductor neutro.
R_1	Ω	Resistencia de una fase del estator.
R_2	Ω	Resistencia del rotor.
S		Deslizamiento.
T_G	Ws	Momento giratorio de la máquina.
T_W	Ws	Momento de torsión transferido al rotor.
T_R	Ws	Torque resistente debido a la fricción de aire.
$v_{A/B/C}$	V	Voltajes en las fases A/B/C.
V_s	V	Voltaje en el estator.
ω_m	S ⁻¹	Velocidad angular mecánica.

θ_m	Kgm ²	Momento de inercia del rotor.
θ	-	Espacio angular.
l_E	m	Longitud del hierro.
$\psi_{A/B/C}$	W	Flujo magnético.

2.5 INTRODUCCION DE DESVIACIONES EN EL SISTEMA DE ECUACIONES.-

Resulta complicado analizar matemáticamente el comportamiento de la máquina en estado dinámico, conviene entonces hacer el análisis en la cercanía del estado estable de funcionamiento de la máquina, simulando pequeños transitorios que se producen cuando se alimenta con doble frecuencia, a través de la creación de parámetros que representan desviaciones del estado estable.

Se considera los valores de desviación en la corriente del estator y del rotor y en el deslizamiento identificándolos con $\vec{\Delta i}'_s$, $\vec{\Delta i}'_r$, ΔS respectivamente. En las siguientes ecuaciones se definen los fasores de corrientes de estator y rotor referido al estator tomando en cuenta la acción de las dos fuentes y sus respectivas desviaciones de su estado estable.

$$\begin{aligned}
 \vec{i}'_s &= \frac{I_{1A}}{\sqrt{2}} e^{jW_A t} + \frac{I_{1B}}{\sqrt{2}} e^{jW_B t} + \vec{\Delta i}'_s \\
 \vec{i}'_r &= \frac{I_{2A}}{\sqrt{2}} e^{jW_A t} + \frac{I_{2B}}{\sqrt{2}} e^{jW_B t} + \vec{\Delta i}'_r
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

$$S = S_0 + \Delta S$$

Donde:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1A} &= I_{1A} e^{j\phi_{1A}} \\ \underline{I}_{2A} &= I_{2A} e^{j\phi_{2A}} \\ \underline{I}_{1B} &= I_{1B} e^{j\phi_{1B}} \\ \underline{I}_{2B} &= I_{2B} e^{j\phi_{2B}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Las corrientes definidas en la ecuación anterior I_{1A} , I_{2A} , I_{1B} , I_{2B} representan corrientes del estator (1) y rotor (2), debido a los sistemas de alimentación A y B donde ϕ representa el ángulo de fase de la corriente respectiva.

Al reemplazar las ecuaciones (2.15) en la del torque electromagnético generado en el entrehierro $T_E(t)$, que se encuentra en las ecuaciones de la Tabla 2, se obtiene una expresión la misma que está compuesta por tres partes, como se indica en el grupo de ecuaciones (2.16), cada una de estas se compone de dos expresiones, una dependiente del tiempo y otra independiente, así:

$$T_G(t) = \left[T_d + T_P(t) \right] + \left[\Delta T_a + \Delta T(t) \right] + \left[\Delta \Delta T_a + \Delta \Delta T(t) \right] \quad (2.16)$$

Donde:

Torque independiente de desviaciones:

$$T_d + T_p(t) = j \frac{3}{2} P M_{12} \left[(\underline{I}_{2A} \underline{I}_{1A}^* + \underline{I}_{2B} \underline{I}_{1B}^*) - (\underline{I}_{2A}^* \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2B}^* \underline{I}_{1B}) + \right. \\ \left. + \underline{I}_{1A}^* \underline{I}_{2B} - \underline{I}_{2A}^* \underline{I}_{1B} e^{-jW_{AB}t} + \underline{I}_{2A} \underline{I}_{1B}^* - \underline{I}_{1A} \underline{I}_{2B} e^{jW_{AB}t} \right]$$

En la que $W_{AB} = W_A - W_B$

Desviaciones de torque de primera clase, en esta expresión las desviaciones son independientes entre sí;

(2.16)

$$\Delta T_a + \Delta T(t) = j \frac{3}{\sqrt{2}} P M_{12} \left[(\underline{I}_{1A}^* \overset{\rightarrow}{\Delta i}'_R - \underline{I}_{2A}^* \overset{\rightarrow}{\Delta i}'_S) e^{-jW_A t} + (\underline{I}_{2A} \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_S - \underline{I}_{1A} \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_R) e^{jW_A t} + \right. \\ \left. + (\underline{I}_{1B} \overset{\rightarrow}{\Delta i}'_R - \underline{I}_{2B}^* \overset{\rightarrow}{\Delta i}'_S) e^{-jW_B t} + (\underline{I}_{2B} \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_S - \underline{I}_{1B} \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_R) e^{jW_B t} \right]$$

Desviaciones de torque de segunda clase, se logra en el producto de desviaciones entre sí:

$$\Delta \Delta T_a + \Delta \Delta T(t) = j 3P M_{12} (\overset{\rightarrow}{\Delta i}'_R \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_S - \overset{\rightarrow}{\Delta i}^*_R \overset{\rightarrow}{\Delta i}'_S)$$

Reemplazando las ecuaciones del grupo (2.15) en las ecuaciones de la Tabla 2 se obtienen dos sistemas de ecuaciones, uno que es lineal y utiliza parámetros en estado estable como son I_{1A} , I_{2A} , I_{1B} , I_{2B} y S_0 , y otro sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas no lineales para las desviaciones de estado estable, estos sistemas se muestran en la Tabla 3.

TABLA 3

Sistema Lineal:

$$R_1 \underline{I}_{1A} + j W_A L_1 \underline{I}_{1A} + j W_A M_{12} \underline{I}_{2A} = \vec{V}_{1A}$$

$$R_2 \underline{I}_{2A} + j W_A L_2 S_0 \underline{I}_{2A} + j W_A M_{21} S_0 \underline{I}_{1A} = 0$$

$$R_1 \underline{I}_{1B} + j W_B L_1 \underline{I}_{1B} + j W_B M_{12} \underline{I}_{2B} = \vec{V}_{1B}$$

$$R_2 \underline{I}_{2B} + j L_2 (W_B - W_A(1-S_0)) \underline{I}_{2B} + j M_{21}(W_B - W_A(1-S_0)) \underline{I}_{1B} = 0$$

$$T_d + \Delta T_a + \Delta \Delta T_a - T_W - T_R = 0$$

Sistema no lineal:

$$R_1 \vec{\Delta i}_s + L_1 \frac{d \vec{\Delta i}_s}{dt} + M_{12} \frac{d \vec{\Delta i}_r}{dt} = 0$$

$$R_2 \vec{\Delta i}_s + L_2 \frac{d \vec{\Delta i}_r}{dt} - j W_A L_2 (1-S_0) \vec{\Delta i}_r + M_{21} \frac{d \vec{\Delta i}_s}{dt} - j W_A M_{21} (1-S_0) \vec{\Delta i}_s +$$

$$+ j W_A L_2 \Delta S \left(\frac{\underline{I}_{2A}}{\sqrt{2}} e^{j W_A t} + \frac{\underline{I}_{2B}}{\sqrt{2}} e^{j W_B t + \Delta i_r} \right) + j W_A M_{21} \Delta S \left(\frac{\underline{I}_{1A}}{\sqrt{2}} e^{j W_A t} + \frac{\underline{I}_{1B}}{\sqrt{2}} e^{j W_B t + \Delta i_s} \right) = 0$$

$$\Delta T(t) + \Delta \Delta T(t) + T_p(t) + M_I \frac{W_A}{p} \frac{d \Delta S}{dt} = 0$$

Los parámetros que involucran al torque del sistema de ecuaciones no lineales de la Tabla 3, se definieron en el grupo de ecuaciones(2.16).

Para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, se definen las desviaciones de corriente del estator y del rotor referido al estator, así como del deslizamiento.

$$\Delta S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{j}{\sqrt{2}} \left[\underline{\Delta S}_i e^{j\omega_{AB}t} - \underline{\Delta S}_i^* e^{-j\omega_{AB}t} \right]$$

$$\vec{\Delta i}'_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\underline{\Delta I}'_{1i} e^{j(\omega_A + \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}''_{1i} e^{j(\omega_A - \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}'''_{1i} e^{j(\omega_B + \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}''''_{1i} e^{j(\omega_B - \omega_{AB})t} \right] \quad (2.17)$$

$$\vec{\Delta i}'_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\underline{\Delta I}'_{2i} e^{j(\omega_A + \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}''_{2i} e^{j(\omega_A - \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}'''_{2i} e^{j(\omega_B + \omega_{AB})t} + \underline{\Delta I}''''_{2i} e^{j(\omega_B - \omega_{AB})t} \right]$$

En el sistema de ecuaciones (2,17) se introducen variables las cuales se definen como fasores de desviación de corrientes en el estator y

rotor, indicados por el subíndice 1, 2 respectivamente, igualmente se define a la amplitud compleja de la desviación del deslizamiento $\underline{\Delta S}_i$. Como se indican en las ecuaciones (2.18).

$$\begin{aligned}
 \underline{\Delta I}'_{1i} &= \Delta I'_{1i} e^{j\phi_{\Delta I}'_{1i}} & \underline{\Delta I}''_{1i} &= \Delta I''_{1i} e^{j\phi_{\Delta I}''_{1i}} \\
 \underline{\Delta I}'''_{1i} &= \Delta I'''_{1i} e^{j\phi_{\Delta I}'''_{1i}} & \underline{\Delta I}''''_{1i} &= \Delta I''''_{1i} e^{j\phi_{\Delta I}''''_{1i}} \\
 \underline{\Delta I}'_{2i} &= \Delta I'_{2i} e^{j\phi_{\Delta I}'_{2i}} & \underline{\Delta I}''_{2i} &= \Delta I''_{2i} e^{j\phi_{\Delta I}''_{2i}} \\
 \underline{\Delta I}'''_{2i} &= \Delta I'''_{2i} e^{j\phi_{\Delta I}'''_{2i}} & \underline{\Delta I}''''_{2i} &= \Delta I''''_{2i} e^{j\phi_{\Delta I}''''_{2i}}
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

Deslizamiento

$$\underline{\Delta S}_i = \Delta S_i e^{j\phi_{\Delta S}_i}$$

Reemplazando el grupo de ecuaciones número (2.17) en las ecuaciones no lineales diferenciales definido en la Tabla 3, se obtiene un grupo de ecuaciones lineales, de las cuales se extrae la solución de las corrientes de oscilación y torques de amortiguación y elasticidad, debiendo previamente conocer las desviaciones definidas anteriormente aplicando cálculos a través de métodos iterativos.

2.6 SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES.-

2.6.1 Corrientes debido al sistema de alimentación.-

A partir de las ecuaciones lineales del sistema de la Tabla 3, es posible encontrar los vectores de corriente de estator y de rotor referido al estator debido a los dos sistemas de alimentación presentados en la Tabla 4. Previamente se definen parámetros que ayudan a simplificar las ecuaciones.

$$\rho_1 = \frac{R_1}{W_A L_1}$$

$$\rho_2 = \frac{R_2}{W_A L_2}$$

$$W_{AB} = W_A - W_B$$

$$\epsilon = \frac{W_{AB}}{W_A}$$

(2.19)

$$\sigma = 1 - \frac{M_{12} M_{21}}{L_1 L_2}$$

$$S_A = S_0$$

$$S_B = \frac{W_B}{W_A} - 1 + S_0$$

$$\underline{\Delta}_{2A} = -j \frac{M_{21}}{L_2} \times \frac{S_A}{\rho_2 + jS_A}$$

$$\underline{\Delta}_{2B} = -j \frac{M_{21}}{L_2} \times \frac{S_B}{\rho_2 + jS_B}$$

A continuación se presenta las corrientes del estator (1) y rotor (2) debido a los sistemas de alimentación principal (A) y secundario (B).

TABLA 4

$$\underline{I}_{1A} = \frac{\underline{V}_A}{W_A L_1} \times \frac{\rho_2 + j S_A}{\rho_1 \rho_2 - \sigma S_A + j \rho_1 S_A + j \rho_2}$$

$$\underline{I}_{1B} = \frac{\underline{V}_B}{W_B L_1} \times \frac{\rho_2 + j S_B}{\rho_1 \rho_2 \frac{W_A}{W_B} - \sigma S_B + j \rho_1 \frac{W_A}{W_B} S_B + j \rho_2}$$

$$\underline{I}_{2A} = \underline{\Delta}_{2A} \underline{I}_{1A}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{\Delta}_{2B} \underline{I}_{1B}$$

A partir de las ecuaciones diferenciales dado en el sistema no lineal de la Tabla 3, las cuales se han modificado por la aplicación de las definiciones de desviaciones, se puede determinar relaciones que permiten encontrar las corrientes de oscilación que se presenta en la Tabla 5, para obtener esta representación se han agrupado términos a los cuales se les asigna una nomenclatura definida en el

grupo de ecuaciones (2.20) y que nos permite simplificar las expresiones de corrientes de oscilación.

$$\underline{\Delta}_A = -j \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \sigma) \frac{\rho_2}{\rho_2 + j S_A}$$

$$\underline{\Delta}_B = -j \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \sigma) \frac{\rho_2}{\rho_2 + j S_A}$$

$$\underline{\Delta}'_{2Ai} = j \frac{L_1}{M_{12}} \times \frac{\rho_1 + j(1 + i\epsilon)}{1 + i\epsilon}$$

$$\underline{\Delta}''_{2Ai} = j \frac{L_1}{M_{12}} \times \frac{\rho_1 + j(1 - i\epsilon)}{1 - i\epsilon}$$

$$\underline{\Delta}'_{2Bi} = j \frac{L_1}{M_{12}} \times \frac{\rho_1 \frac{W_A}{W_B} + j(1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B})}{1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B}}$$

$$\underline{\Delta}''_{2Bi} = j \frac{L_1}{M_{12}} \times \frac{\rho_1 \frac{W_A}{W_B} + j(1 - i\epsilon \frac{W_A}{W_B})}{1 - i\epsilon \frac{W_A}{W_B}}$$

$$\underline{\Delta}'_{iAi} = \frac{1 + i\epsilon}{[\rho_1 \rho_2 - \sigma(S_A + i\epsilon)(1 + i\epsilon)] + j[\rho_1(S_A + i\epsilon) + \rho_2(1 + i\epsilon)]}$$

$$\underline{\Delta}''_{iAi} = \frac{1 - i\epsilon}{[\rho_1 \rho_2 - \sigma(S_A - i\epsilon)(1 - i\epsilon)] + j[\rho_1(S_A - i\epsilon) + \rho_2(1 - i\epsilon)]}$$

$$1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B}$$

$$\underline{\Delta}'_{iBi} = \frac{\left[\rho_1 \rho_2 \frac{W_A}{W_B} - \sigma(S_B + i\epsilon)(1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B}) \right] + j \left[\rho_1 \frac{W_A}{W_B} (S_B + i\epsilon) + \rho_2(1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B}) \right]}{1 + i\epsilon \frac{W_A}{W_B}}$$

$$\underline{\Delta}''_{iBi} = \frac{1 - i\epsilon \frac{W_A}{W_B}}{\left[\rho_1 \rho_2 \frac{W_A}{W_B} - \sigma(S_B - i\epsilon)(1 - i\epsilon \frac{W_A}{W_B}) \right] + j \left[\rho_1 \frac{W_A}{W_B} (S_B - i\epsilon) + \rho_2(1 - i\epsilon \frac{W_A}{W_B}) \right]}$$

(2,20)

Corrientes de oscilación:

TABLA 5

En el estator:

$$\Delta \underline{I}'_{1j} = \underline{\Delta}'_A \underline{\Delta}'_{iAi} \underline{\Delta S}_i \underline{I}_{1A}$$

$$\Delta \underline{I}''_{1j} = - \underline{\Delta}''_A \underline{\Delta}''_{iAi} \underline{\Delta S}^*_i \underline{I}_{1A}$$

$$\Delta \underline{I}'''_{1j} = \underline{\Delta}'_B \underline{\Delta}'_{iBi} \underline{\Delta S}_i \underline{I}_{1B}$$

$$\Delta \underline{I}''''_{1j} = - \underline{\Delta}''_B \underline{\Delta}''_{iBi} \underline{\Delta S}^*_i \underline{I}_{1B}$$

En el rotor:

$$\Delta \underline{I}'_{2j} = \underline{\Delta}'_{2Ai} \underline{\Delta I}'_{1j}$$

$$\Delta \underline{I}''_{2j} = \underline{\Delta}''_{2Ai} \underline{\Delta I}''_{1j}$$

$$\Delta \underline{I}'''_{2j} = \underline{\Delta}'_{2Bi} \underline{\Delta I}'''_{1j}$$

$$\Delta \underline{I}''''_{2j} = \underline{\Delta}''_{2Bi} \underline{\Delta I}''''_{1j}$$

2.6.2.- Torques de amortiguación y elasticidad.-

Los torques de amortiguación T'_{si} , T_{si} y T''_{si} , y elasticidad T'_{ci} , T_{ci} , T''_{ci} se determinan a partir de las ecuaciones del grupo (2.16), los términos independientes del tiempo les ampliamos con las desviaciones del deslizamiento y les relacionamos de tal forma que nos permita obtener estos momentos.

Los torques de amortiguación y elasticidad no están influidos por un solo movimiento oscilatorio que, con la frecuencia angular de rotación ω_{AB} será determinado en igual forma en base a los movimientos oscilatorios de frecuencia $(i-1)\omega_{AB}$ y $(i+1)\omega_{AB}$, de esta manera se obtiene una diferencia entre los momentos de elasticidad y amortiguación para las oscilaciones de frecuencia angular ω_{AB} con $i=2$ que son sobreoscilaciones y las de frecuencia ω_{AB} con $i=1$ de oscilación fundamental. De esta manera se puede encontrar la solución que se presenta en la Tabla 6.

TABLA 6

$$T'_{si} - jT'_{ci} = \frac{3}{\sqrt{2}} P M_{12} \frac{I_{1A}}{I_{1B}^*} \left[\frac{\Delta_A}{\Delta_A'} \frac{\Delta_A'}{iA(i-1)} (\Delta_A'^2{}_{A(i-1)} - \Delta_A^{*2}{}_{2B}) + \frac{\Delta_B^*}{\Delta_B} \frac{\Delta_B^{*2}}{iB(i-1)} (\Delta_B^{*2}{}_{B(i-1)} - \Delta_{2A}) \right]$$

$$T_{si} - jT_{ci} = \frac{3}{\sqrt{2}} P M_{12} \left\{ \frac{I_A^2}{I_A} \left[\frac{\Delta_A \Delta'_i}{I_A} i_{Ai} (\Delta'_{2Ai} - \Delta^*_{2A}) + \frac{\Delta^*}{\Delta_A} \frac{\Delta''^*_{iAi}}{I_{Ai}} (\Delta^*_{2Ai} - \Delta_{2A}) \right] + \right. \\ \left. + \frac{I_B^2}{I_B} \left[\frac{\Delta_B \Delta'_i}{I_B} i_{Bi} (\Delta'_{2Bi} - \Delta^*_{2B}) + \frac{\Delta^*}{\Delta_B} \frac{\Delta''^*_{iBi}}{I_{Bi}} (\Delta^*_{2Bi} - \Delta_{2B}) \right] \right\}$$

$$T''_{si} - jT''_{ci} = \frac{3}{\sqrt{2}} P M_{12} \frac{I^*_{1A}}{I_A} \frac{I_{1B}}{I_B} \left[\frac{\Delta_B}{I_B} \Delta_{iB(i+1)} (\Delta'_{2B(i+1)} - \Delta^*_{2A}) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta^*}{\Delta_A} \frac{\Delta''^*_{iA(i+1)}}{I_{iA(i+1)}} (\Delta^*_{2A(i+1)} - \Delta_{2B}) \right]$$

2.6.3 Deslizamiento.-

Las ecuaciones para las desviaciones de torque de primera clase es posible separarles en sus términos dependientes e independientes del tiempo, de esta manera se llega a las ecuaciones que permiten determinar las desviaciones de deslizamiento, para lo cual se forma el sistema (2.21), cuya solución se la obtiene aplicando métodos iterativos.

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_1 \left[(T_{s1} - jT_{c1}) + jM_I \frac{W_A}{P} W_{AB} \right] + \Delta S_2 (T''_{s1} - jT''_{c1}) - T_p \sqrt{2} &= 0 \\ \Delta S_{(i-1)} (T'_{si} - jT'_{ci}) + \Delta S_i \left[(T_{si} - jT_{ci}) + jM_I \frac{W_A}{P} i W_{AB} \right] & \\ + \Delta S_{(i+1)} (T''_{si} - jT''_{ci}) &= 0 \end{aligned} \right| \quad (2.21)$$

Por causa del acoplamiento de las oscilaciones de cada una de las frecuencias de giro, se da así teóricamente un sistema de infinitas ecuaciones dependientes unas de otras, este sistema puede ser descripto en forma de una matriz tridiagonal cuyos coeficientes se expresan como se indica en la Tabla 7. El número de ecuaciones está limitado por el parámetro N que toma un valor entero tal que la expresión $\Delta S_{(i+1)} (T''_{si} - jT''_{ci})$ de la segunda ecuación del sistema (2.21) sea tan pequeño que la solución no varíe, para máquinas eléctricas relativamente grandes el valor de N es pequeño ($N \leq 4$).

TABLA 7

$A(i, i)$	$= (T_{si} - jT_{ci}) + j M_I \frac{W_A}{P} i W_{AB}$	para $1 \leq i \leq N$
$A'(i, i-1)$	$= T'_{si} - jT'_{ci}$	para $2 \leq i \leq N$
$A''(i, i+1)$	$= T''_{si} - jT''_{ci}$	para $1 \leq i \leq N-1$

De las ecuaciones de la Tabla 7 se forma una matriz tridiagonal la cual está compuesta por diagonales central, superior e inferior, esta matriz que se muestra en la Tabla 8 se deduce del sistema de ecuaciones (2.21) cuyos elementos se definen en la Tabla 7., la solución de este sistema permite conocer los valores de desviación de deslizamiento.

TABLA 8

$A'_{(1, 1)}$	$A''_{(1, 2)}$	0	0	-----	0	ΔS_1	$-T_p x \sqrt{2}$
$A'_{(2, 1)}$	$A_{(2, 2)}$	$A''_{(2, 3)}$	0	-----	0	ΔS_2	0
0	$A'_{(3, 2)}$	$A_{(3, 2)}$	$A''_{(2, 4)}$	-----	0	=	0
0	0	0	$A'_{(i, i-1)}$	$A_{(i, i)}$		ΔS_i	0

2.6.4 Corrientes efectivas del estator y rotor.-

En el grupo de ecuaciones número (2.15) se definió las corrientes efectivas del estator y rotor, las mismas que dependen de los dos sistemas de alimentación al igual que de las respectivas desviaciones, si en estas ecuaciones se reemplaza los correspondientes valores de corrientes que se obtuvieren en el sistema de ecuaciones (2.17) se tiene:

$$\vec{i}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{I}_{1A} e^{j\omega_A t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{I}_{1B} e^{j\omega_B t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\Delta \underline{I}'_{1i} e^{j(\omega_A + i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}''_{1i} e^{j(\omega_A - i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}'''_{1i} e^{j(\omega_B + i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}''''_{1i} e^{j(\omega_B - i\omega_{AB})t} \right]$$

$$\vec{i}_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{I}_{2A} e^{j\omega_A t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{I}_{2B} e^{j\omega_B t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\Delta \underline{I}'_{2i} e^{j(\omega_A + i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}''_{2i} e^{j(\omega_A - i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}'''_{2i} e^{j(\omega_A + i\omega_{AB})t} + \Delta \underline{I}''''_{2i} e^{j(\omega_A - i\omega_{AB})t} \right]$$

(2.22)

Para determinar los valores eficaces de corriente se aplica la relación que se indica a continuación:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (2.23)$$

donde:

$$i^2(t) = 2(\vec{i} \cdot \vec{i}^*)$$

Esta última relación se puede encontrar utilizando la teoría de vectores espaciales.

La relación descrita en (2.23) es general y se aplica para encontrar la corriente efectiva tanto del estator como del rotor referido al estator, que se presenta en la Tabla 9, para lo cual se han despreciado términos que no influyen en el valor efectivo, las corrientes oscilantes que se desprecian tienen un grado de $i \geq 3$, esta consideración se basa en que la frecuencia angular del sistema secundario es mayor que la mitad de la frecuencia angular del sistema principal, en cuyo caso las oscilaciones de corriente son pequeñas haciéndose despreciables para el grado indicado. Los ángulos que aparecen en las funciones trigonométricas de las ecuaciones de la Tabla 9 corresponden a los asignados por las corrientes con los subíndices indicados.

TABLA 9

$$I_1 = \sqrt{I_{1A}^2 + I_{1B}^2 + \Delta I_{1j}^{\prime 2} + \Delta I_{1j}^{\prime\prime 2} + \Delta I_{1j}^{\prime\prime\prime 2} + \Delta I_{1j}^{\prime\prime\prime\prime 2} +$$

$$+ 2I_{1A} \Delta I_{1j}^{\prime\prime\prime} \cos(\phi_{1A} - \Delta\phi_{1j}^{\prime\prime\prime}) + 2I_{1B} \Delta I_{1j}^{\prime\prime} \cos(\phi_{1B} - \Delta\phi_{1j}^{\prime\prime}) +$$

$$+ 2\Delta I_{21}^{\prime\prime} \Delta I_{22}^{\prime\prime\prime} \cos(\Delta\phi_{21}^{\prime\prime} - \Delta\phi_{22}^{\prime\prime\prime}) + 2\Delta I_{22}^{\prime\prime} \Delta I_{21}^{\prime\prime\prime} \cos(\Delta\phi_{22}^{\prime\prime} - \Delta\phi_{21}^{\prime\prime\prime})$$

$$I_2 = \sqrt{I_{2A}^2 + I_{2B}^2 + \Delta I_{2i}^{\prime 2} + \Delta I_{2i}^{\prime\prime 2} + \Delta I_{2i}^{\prime\prime 2} + \Delta I_{2i}^{\prime\prime 2} +$$

$$+ 2I_{2A}\Delta I_{2i}^{\prime\prime} \cos(\phi_{2A} - \Delta\phi_{2i}^{\prime\prime}) + 2I_{2B}\Delta I_{2i}^{\prime\prime} \cos(\phi_{2B} - \Delta\phi_{2i}^{\prime\prime}) +$$

$$+ 2\Delta I_{2i}^{\prime} \Delta I_{2i}^{\prime\prime} \cos(\Delta\phi_{2i}^{\prime} - \Delta\phi_{2i}^{\prime\prime}) + 2\Delta I_{2i}^{\prime\prime} \Delta I_{2i}^{\prime\prime} \cos(\Delta\phi_{2i}^{\prime\prime} - \Delta\phi_{2i}^{\prime\prime})}$$

2.6.5 Velocidad.-

Para encontrar la velocidad angular en el entrehierro de la máquina de inducción, partimos de la suma fasorial de los flujos producido por los dos sistemas como se indica en la figura 2.4.

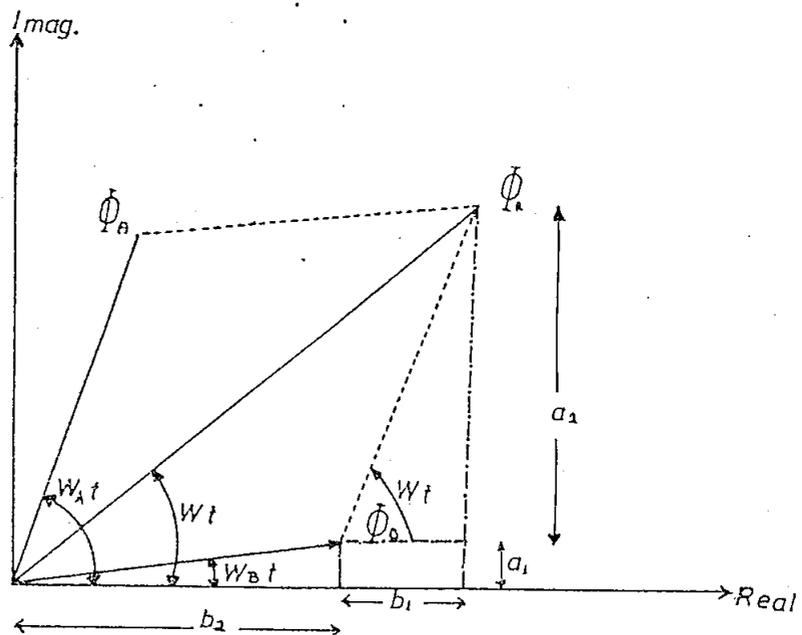


FIGURA 2.4 Diagrama fasorial de la suma de los flujos debido a los sistemas de alimentación.

$$t_g(W_t) = \frac{a_1 + a_2}{b_1 + b_2} = \frac{\Phi_B \text{ Sen } W_B t + \Phi_A \text{ Sen } W_A t}{\Phi_A \text{ Cos } W_A t + \Phi_B \text{ Cos } W_B t} \quad (2.24)$$

Para encontrar la velocidad angular del campo magnético giratorio (W') derivamos la expresión anterior encontrando previamente la función inversa de la tangente, así tenemos:

$$W' \triangleq \frac{d}{dt} (Wt) = \frac{W_A + \lambda^2 W_B + \lambda(W_A + W_B) \text{ Cos}(W_A - W_B)t}{1 + \lambda^2 + 2\lambda \text{ Cos}(W_A - W_B)t} \quad (2.25)$$

donde:

$$\lambda = \frac{\Phi_B}{\Phi_A}$$

Para encontrar la velocidad de rotación de la masa móvil de la máquina (W_R) relacionamos la expresión anterior con el deslizamiento. [3].

$$S = \frac{W' - W_R}{W'} \quad (2.26)$$

2.7 PERDIDAS.-

La potencia que se requiere para la realización de la prueba de las dos frecuencias en la máquina de inducción es precisamente la potencia de pérdida que en el motor se obtiene cuando trabaja en condiciones nominales de carga. En esta sección se presenta un estudio de las pérdidas cuando se trabaja en la mencionada prueba.

2.7.1 Pérdidas resistivas.-

La tensión y la frecuencia adicional del sistema de alimentación se cundaria es regulable y se ajusta de tal manera que se obtenga tan to en el estator como en el rotor las corrientes nominales, a par- tir de éstas se encuentra las pérdidas resistivas que se definen en la Tabla 10, debiéndolo conocer previamente las corrientes respecti- vas que no son precisamente sinusoidales.

TABLA 10

$$P_{cu\ s} \triangleq 3 I_1^2 R_1$$

$$P_{cu\ r\ j} \triangleq Z_2 I_2^2 R_2$$

$$P_{cu\ r\ b} \triangleq 3 I_2^2 R_2$$

Donde los parámetros representan:

$P_{cu\ s}$ pérdidas resistivas en el estator.

$P_{cu\ r\ j}$ pérdidas resistivas en rotor jaula de ardilla.

$P_{cu\ r\ b}$ pérdidas resistivas en rotor bobinado.

2.7.2 Pérdidas en el hierro.-

El sistema básico de alimentación produce tensión y frecuencia nominal, originando corriente en el estator de la misma frecuencia, como en el funcionamiento nominal, al igual que su amplitud, pero sin que esta onda sea sinusoidal, por tanto las pérdidas en el hierro del estator son muy parecidas a la nominal.

En el rotor las pérdidas del hierro son las nominales si se considera solamente la alimentación con la fuente principal, debido a que el deslizamiento S_A es el nominal, pero debido a la acción de la fuente secundaria, el deslizamiento S_B es grande para el sistema, esto quiere decir que se presentan pérdidas del hierro según la diferencia de frecuencias, las pérdidas adicionales del hierro no son mayormente grandes ya que por otro lado el valor de voltaje del sistema secundario es bajo. [1].

2.7.3 Pérdidas adicionales.-

Las pérdidas de potencia por fricción son similares a las de funcionamiento nominal ya que el motor en la prueba gira a una velocidad cercana a la de sincronismo y las oscilaciones de velocidad son pequeñas alrededor de la nominal.

Entre otros tipos de pérdida que se presenta son: pérdidas superficiales de corriente, pérdidas por pulsaciones, pérdidas debido a las armónicas, etc. Estas pérdidas no se las puede detectar con precisión, pero tampoco son influyentes en el cálculo global.

CAPITULO III

SIMULACION DIGITAL

3.1 GENERALIDADES.-

A medida que se han incrementado los usos, se presenta una fuerte demanda de las máquinas de inducción, poniendo el estudio de éstas en manos de la ingeniería. La simulación técnica usando el computador análogo abrió paso a dichos propósitos, sin embargo, ahora con la utilización de la computación digital, aprovechables por su capacidad de memoria y su velocidad, se facilita la solución digital de estas simulaciones, resultando mucho más interesante.

Las ecuaciones diferenciales de la máquina se simplifican como se indicó en el capítulo anterior, desarrollándose dos sistemas de ecuaciones dependientes uno del otro, los mismos que son tratados para obtener la solución, los cuales, con un orden adecuado, se utilizan en la elaboración del programa que resuelve y entrega resultados, simulando así el comportamiento de la máquina de inducción alimentada con dos fuentes de diferente tensión y frecuencia.

En el presente capítulo se describe la forma de utilización del aná-

lisis matemático para desarrollar el programa digital cuyo diagrama de flujo se presenta en la última sección, igualmente se describe un método que nos permite dar un grado de exactitud a los resultados obtenidos, así como el alcance que se ha dado al programa.

3.2 MODELO MATEMATICO.-

Refiriéndonos al capítulo anterior, se realizó el análisis matemático del comportamiento de la máquina de inducción alimentada con doble frecuencia, y en la sección seis se soluciona al sistema de ecuaciones que describe esta conducta. Se determina las corrientes del estator y rotor referido al estator debido a los dos sistemas de alimentación, cuyas relaciones se describen en la Tabla número 4 del capítulo 2, paralelamente se calculan los torques de amortiguación y elasticidad dados en la Tabla 6, estos resultados nos permiten determinar la matriz tridiagonal formando un sistema de ecuaciones bandeadas (dependientes una de la otra en forma ascendente), la solución nos permite conocer las desviaciones de deslizamiento, desde donde se parte para determinar momentos asincrónicos, corrientes de oscilación efectivas del estator y rotor referidos al estator, los cuales se encuentran designados en la Tabla 5, también se realiza el análisis de pérdidas por resistencia en los conductores:

Esta descripción de cálculo para la simulación digital de la prueba de calentamiento de la máquina de inducción, se encuentra dado en un orden lógico, el programa se encuentra enfocado a determinar condiciones favorables de funcionamiento por lo que es indispensable realizar los cálculos iterativamente, haciendo variar la frecuencia o el voltaje del sis

tema secundario de alimentación, se implementa además un procedimiento que permite determinar la exactitud del método y que se describe en el siguiente numeral.

3.3 EXACTITUD DEL METODO.-

Como se puede observar en el análisis matemático, se tienen sistemas de ecuaciones cerradas en los que se debe garantizar que la solución sea la correcta, para lo cual se debe encontrar una condición, cuyo cumplimiento garantice resultados con un límite de error aceptable.

Esta condición puede derivarse de la ecuación para los momentos de rotación independientes del tiempo, y que, si la máquina está desacoplada, debe arrojar un valor de cero, como se indica en la ecuación 3.1.

$$\Sigma T_G - T_R = 0 \quad (3.1)$$

Significa que la suma de todos los momentos asincrónicos deben ser cero, esto es:

$$T_{DA} + T_{DB} + \Delta T_a + \Delta \Delta T_a - T_R = 0 \quad (3.2)$$

Donde:

T_{DA} , T_{DB} Momento independiente del tiempo debido a los sistemas de alimentación principal (A) y secundario (B).

ΔT_a Desviaciones del momento de primera clase.

$\Delta\Delta T_a$ Desviaciones del momento de segunda clase.

T_R Momento resistente.

Cada uno de los elementos de la ecuación (3.2) no dependen linealmente del deslizamiento medio S_0 , pero se los considera así para una pequeña zona en la que se cumple la condición presentada, de esta manera se encuentra una aproximación para el deslizamiento buscado por medio de la intersección de dos rectas, es decir, mediante una interpolación lineal. Para esto se divide arbitrariamente una recta, construida desde el momento asincrónico debido al sistema de alimentación A y la otra debido al sistema B conjuntamente con las restantes, para una aproximación precisa se repetirá el proceso nuevamente, a partir de la primera aproximación con pequeños incrementos o decrementos del deslizamiento medio a los dos lados del punto de intersección, este proceso se ilustra en la gráfica 3.1; en dónde se asume que el cálculo se ha iniciado con un deslizamiento S_a , se pasa a S_b , finalmente el deslizamiento va encontrando su valor adecuado con S_c .

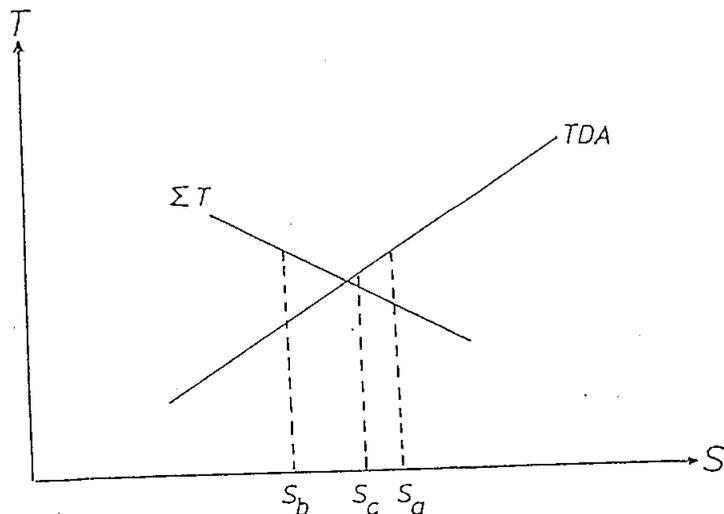


FIGURA 3.1 Aproximación del deslizamiento.

3.4 ALCANCE DEL PROGRAMA.-

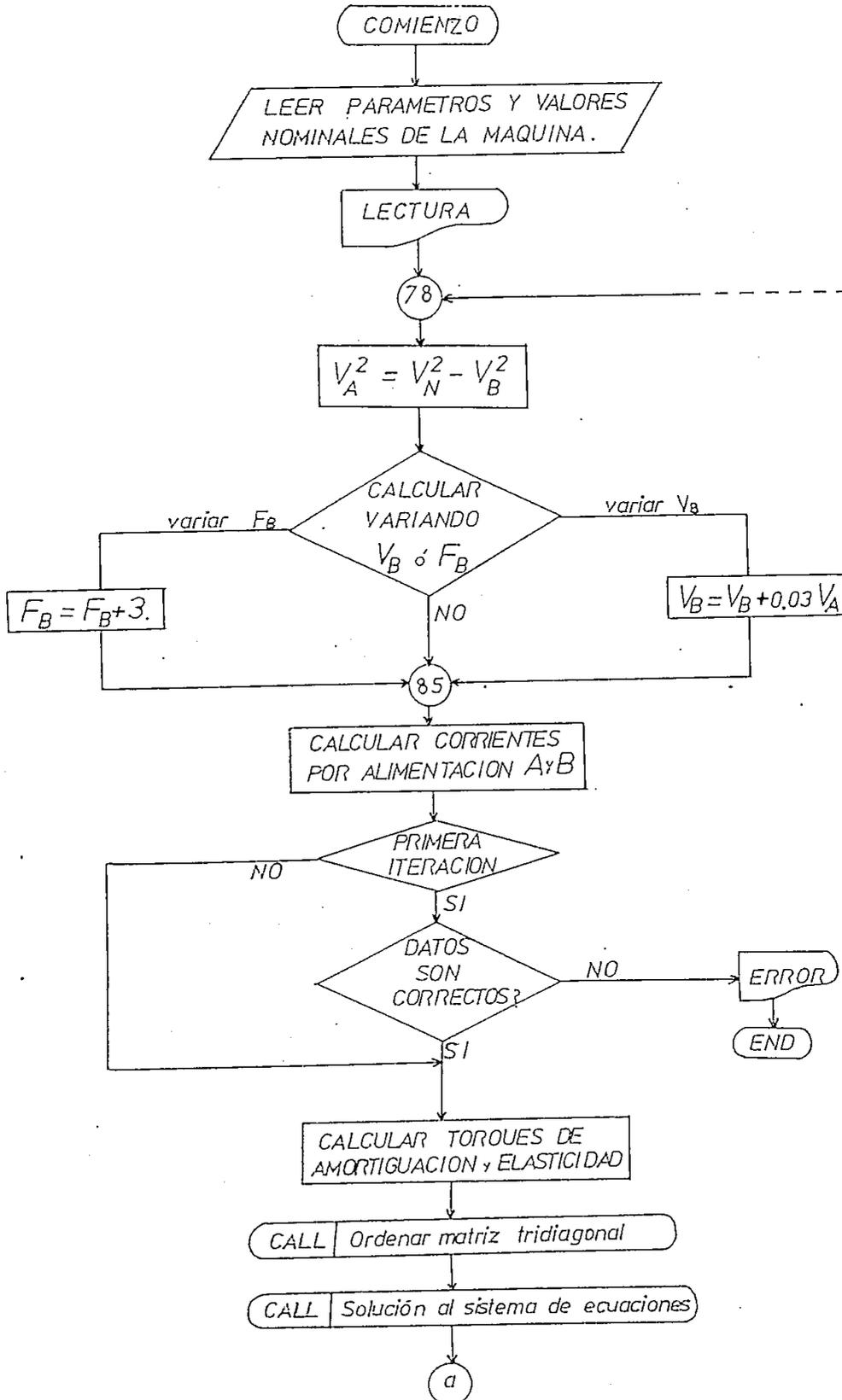
El programa utilizado para la simulación de la máquina de inducción alimentada con doble frecuencia permite obtener resultados, los cuales describen su comportamiento, definiendo curvas que permiten observar el grado de oscilación del motor cuando se tiene diferentes valores de frecuencia y voltaje en la fuente de alimentación secundaria, siendo estos valores inferiores a los valores nominales de la máquina. A través de esta simulación se puede obtener el cálculo en rangos ilimitados de frecuencia y voltaje de la tensión secundaria, lo que no es práctico porque cuando se aplica el método al motor, los valores de frecuencia secundaria deben encontrarse en el rango de 75% a 90% de la nominal y en el caso del voltaje entre el 10% y 30%, si se sale de estos rangos ocurre que la corriente se eleva demasiado o simplemente no se llega al valor deseado, otra posibilidad es que la oscilación sea muy grande.

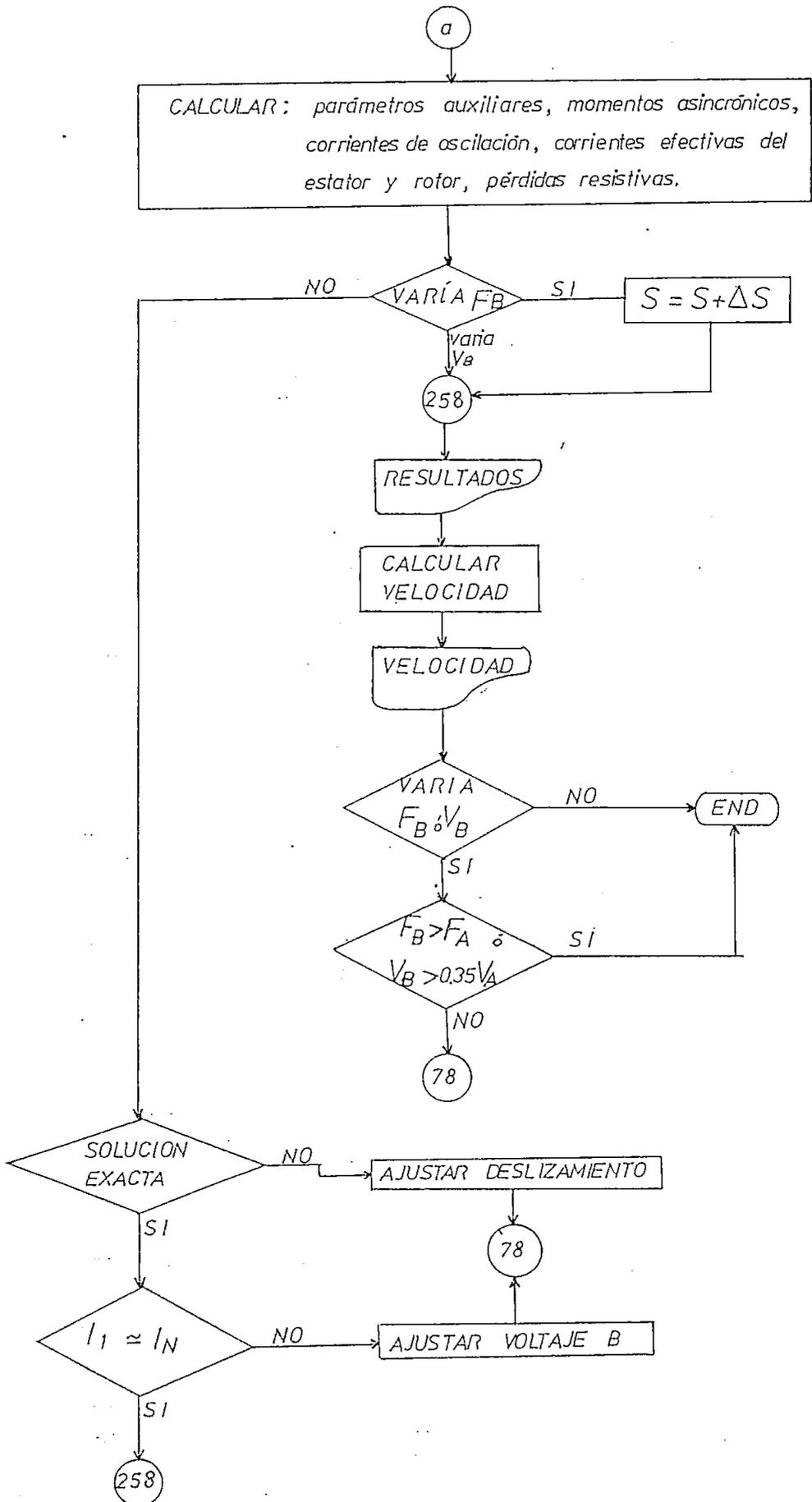
El programa digital permite obtener parámetros que no es posible medirlos en la práctica como son la desviación de corrientes, del estator y rotor, los momentos de elasticidad y amortiguamiento de la máquina, los torques asincrónicos. La variación de velocidad tampoco es posible obtener directamente midiéndola, debido a que el período en que varía es demasiado pequeño como para detectarlo, teniendo en cuenta también que la respuesta del instrumento que se utilice es demasiado lento para este propósito, como consecuencia no se puede determinar la desviación del deslizamiento, porque además no se puede detectar el efecto que causa la alimentación con doble frecuencia en el campo magnético giratorio. De forma similar ocurre con las pérdidas resistivas en el estator y en el rotor.

Cuando se requiere obtener valores de voltajes y frecuencias óptimas de funcionamiento, se realizan cálculos iterativos modificando el deslizamiento de la máquina para obtener los resultados dentro de los límites permisibles de error, a través de la comparación de torques asincrónicos cuya sumatoria debe ser cero, además se modifica el valor de frecuencia y voltaje secundario hasta obtener valores nominales de corriente.

3.5 DIAGRAMA DE FLUJO.-

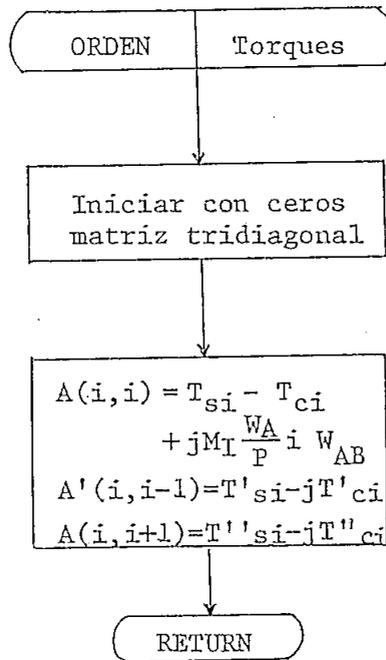
3.5.1 Programa principal.-



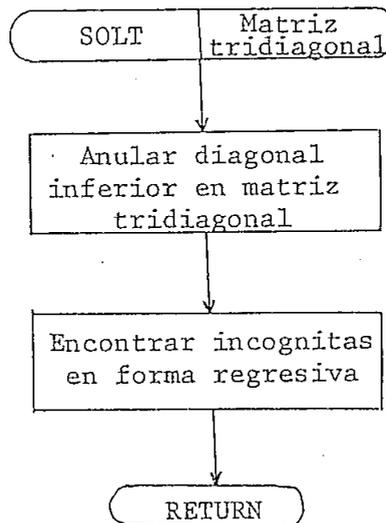


3.5.2 Subprogramas.-

Ordenar matriz tridiagonal.



Solución del sistema de ecuaciones bandeadas para encontrar desviaciones del deslizamiento.



CAPITULO IV

ANALISIS DE RESULTADOS

4.1 INTRODUCCION.-

El programa digital que se describe en el capítulo anterior entrega resultados, presentados en esta sección, que permiten determinar el comportamiento de la máquina trifásica de inducción, delimitar rangos de variación de parámetros de los sistemas de alimentación, como son voltaje y frecuencia, y obtener criterios que permiten optimizar la prueba de calentamiento utilizando el método de las dos frecuencias. Con el propósito de comparar y analizar resultados obtenidos del desarrollo matemático, se realizan pruebas de laboratorio aplicadas sobre una máquina de inducción de rotor bobinado, éstas nos ayudan a comprobar la efectividad del método, el desarrollo matemático y los criterios teóricos planteados anteriormente.

En este capítulo se presenta el desarrollo y resultado de las pruebas prácticas del método de las dos frecuencias así como las auxiliares necesarias para determinar los parámetros de la máquina, los resultados de estas pruebas así como de la simulación digital que se requieren para el respectivo análisis y comparación son también presentados.

4.2 PRUEBAS DE LABORATORIO.-

Se realizan pruebas de laboratorio con el fin de determinar valores de corrientes cuando variamos el voltaje o la frecuencia del sistema secundario de alimentación para compararlos con resultados del programa digital, estas pruebas se realizan utilizando la conexión con transformador de acoplamiento que se encuentra indicado en la figura 4.1 con las conexiones correspondientes a los elementos utilizados.

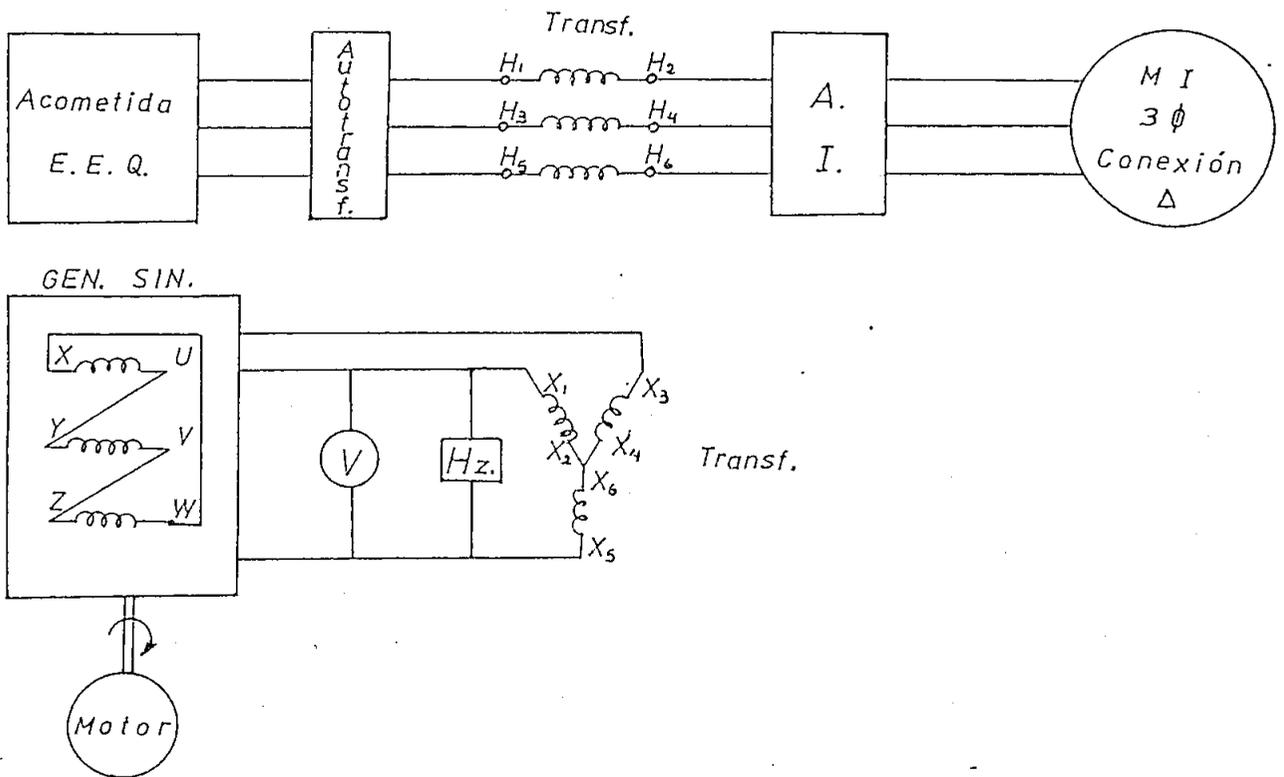


FIGURA 4.1 Conexión para la prueba de las dos frecuencias.

4.2.1 Características del Equipo.-

Para el sistema de alimentación principal que proporciona tensión y frecuencia nominales, se utiliza la red de suministro de energía de la ciudad de Quito, conectándose a través de un autotransformador para la regulación de voltaje, con una frecuencia de 60 Hz. Para la prueba esta fuente entrega la potencia correspondiente a las pérdidas de la máquina examinada y la necesaria para la magnetización.

En el sistema de alimentación secundario se utiliza un generador sincrónico el cual está acoplado a un motor de velocidad variable para lograr tener frecuencia regulable, de éste se obtiene el voltaje auxiliar menor que el principal a una frecuencia menor que la no minal de la máquina de inducción, en esta oportunidad se usa un generador de potencia ligeramente mayor que la del motor de inducción.

El motor de prueba es una máquina de inducción en el que se ha escogido un rotor bobinado por tener la facilidad de medir su corriente, tomando en cuenta que la máquina puede ser de cualquier tipo de rotor, siendo ésta precisamente una de las ventajas del método

El tipo de conexión utilizado es con transformador de acoplamiento, el mismo que permite la unión de los dos sistemas de alimentación, en este caso se usó tres transformadores monofásicos de características similares, siendo posible reemplazarlos por un trifásico.

4.2.2 Equipo usado en la prueba.-

Equipo Utilizado:

- Motor trifásico de inducción
- Generador síncrono
- Transformadores monofásicos
- Analizador industrial
- Autotransformador trifásico
- Osciloscopio
- Medidor de velocidad
- Voltímetros
- Amperímetros
- Secuencímetro
- Frecuencímetro

Valores nominales (datos de placa):

Máquina de inducción

$$\begin{aligned}V_N &= 220/380 & |V| \\I_N &= 7/4.04 & |Amp.| \\P &= 3 & |hp| \\f &= 60 & |Hz| \\S &= 1800 & |rpm|\end{aligned}$$

rotor bobinado

Máquina sincrónica

$$\begin{aligned}V_N &= 220 & |V| \\I_N &= 8.7 & |Amp| \\Pot &= 3.5 & |KVA|\end{aligned}$$

$$fp = 0.8$$

$$Pot. = 4$$

Transformadores

$$V_N = 110/220 \quad |V|$$

$$I_N = 10/5 \quad |Amp|$$

$$Pot = 1.1 \quad |KVA|$$

4.2.3 Pruebas de corto circuito y rotor bloqueado:-

Estas pruebas son necesarias para determinar los parámetros de la máquina de inducción que son datos de entrada en el programa digital. Se utiliza el método normalizado de la IEEE, desarrollado en la referencia [7], para realizar los cálculos correspondientes.

Los parámetros del motor pueden calcularse partiendo de las mencionadas pruebas o con mejor apreciación si se conocen los datos de construcción empleando las relaciones descritas en la Tabla 1 del capítulo segundo. A continuación se presenta la Tabla 4.1 en la que se encuentran datos de las pruebas y resultados de los cálculos.

- R_1 Resistencia propia del estator
- R_2 Resistencia propia del rotor
- a Relación de transformación

4.2.4 Prueba de las dos frecuencias.-

Se realizaron varias medidas de corriente del estator y rotor utilizando el método de las dos frecuencias aplicado a la máquina asincrónica, la prueba se realizó en dos formas, manteniendo constante el voltaje y variando la frecuencia del sistema auxiliar de alimentación y viceversa, esto es, variando el voltaje a frecuencia constante. El rango de variación de la frecuencia se logró de 44 a 57 Hz, y en el voltaje de 25 a 100 V, fuera de estos rangos el sistema es inestable. A continuación se muestra en el cuadro 4.2 los valores obtenidos de la práctica y las curvas correspondientes.

TABLA 4.2

VALORES EXPERIMENTALES							
F_B Hz	V_B V	$I_{EST.}$ Amp	I_{ROT} Amp	F_B Hz	V_B V	$I_{EST.}$ Amp	I_{ROT} Amp
45.7 47 48 49.2 50.2 50.5 51.2 52.8	24	3.96 3.6 3.2 2.9 2.7 2.5 2.4 2.2	5.4 4.2 3.6 3.3 2.93 2.05 1.8 1.5	47.5	35 39 45 48.5 56 60.5 69 78	2.7 3 3.4 3.6 3.9 4.2 4.6 4.95	3.5 4 4.8 5.6 6.6 7.1 7.8 8.6
45.1 46.2 47.2 48.4 50.3 51.3 52.4 53.4 54.9	35.2	4.86 4.6 4.25 3.95 3.6 3.3 3.0 2.75 2.6	9 8.2 6.5 5.7 5.3 4.2 3.4 2.8 2	50	38 44 51 59 65 73 79 90	2.9 3.2 3.4 3.8 4 4.2 4.6 4.9	3.0 3.5 4.0 4.7 5.2 5.9 6.1 6.8
44.5 46.8 48.3 50.2 51.3 52.2 53 54 55.3 56.2	42	5.1 4.5 4.2 3.9 3.7 3.5 3.3 3.05 2.75 2.55	8.2 7.0 6.1 5.2 4.6 4.0 3.4 2.7 2.3 1.95	52	43 48 56 63 71 82 93 103 113	2.5 2.65 2.8 3 3.2 3.5 3.8 4.1 4.5	2.8 3.0 3.5 3.9 4.4 5.0 5.6 6.0 6.5
45 46.1 48.3 47.5 50.2 51.2 52.3 53.6 54.9 56.7	50.3	5.9 5.75 5.2 4.85 4.5 4.0 3.65 3.3 3.1 2.9	10 9.6 8.9 8.4 7.6 6.3 5 4.1 3.3 2.5	54	45 49 58 65 74 86 103 115 124	2.1 2.3 2.5 2.7 2.95 3.2 3.5 3.8 4	1.9 2 2.3 2.4 2.8 3.5 4.0 4.6 4.85

FIG. 4.2 CORRIENTES EXPERIMENTALES DEL ESTATOR.

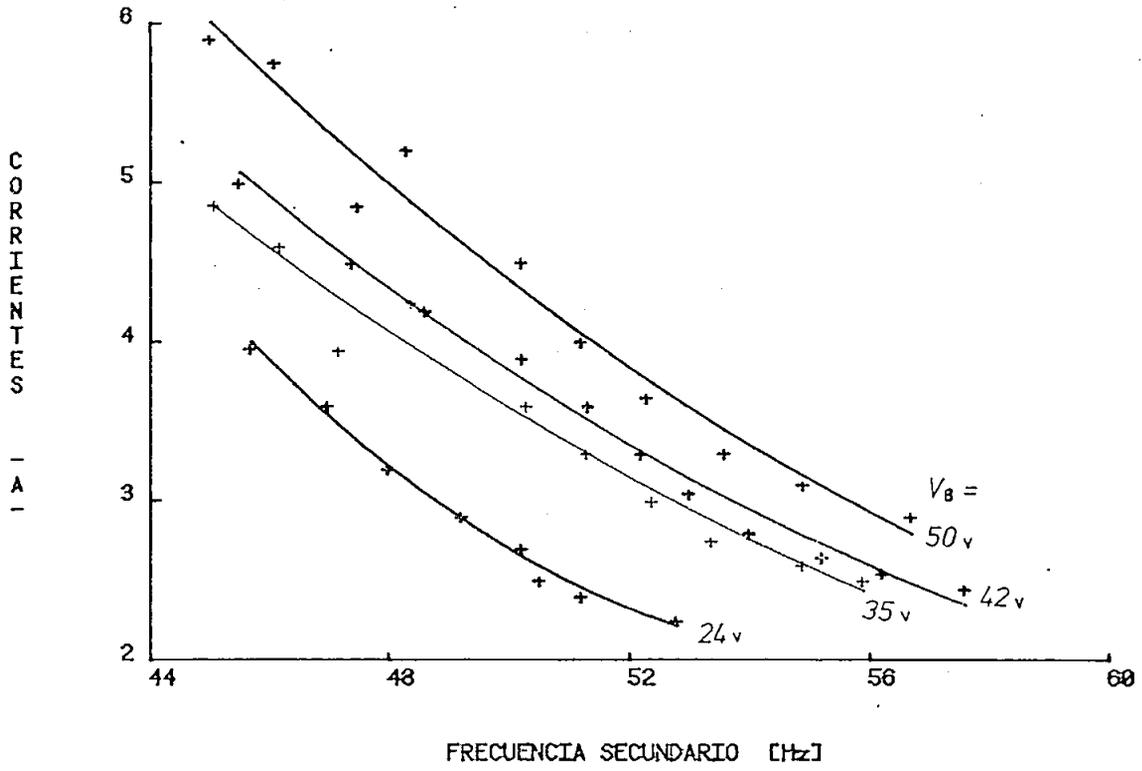


FIG. 4.3 CORRIENTES EXPERIMENTALES DEL ROTOR.

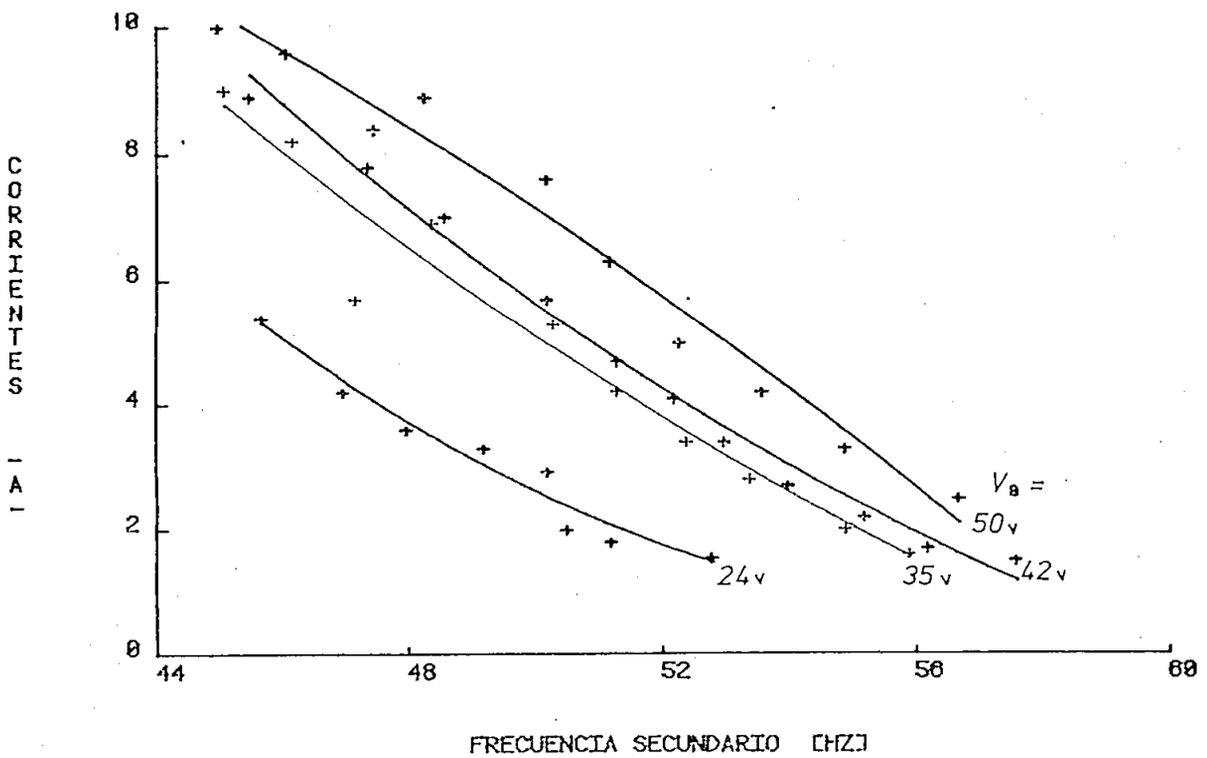


FIG. 4.4 CORRIENTES EXPERIMENTALES DEL ESTATOR.

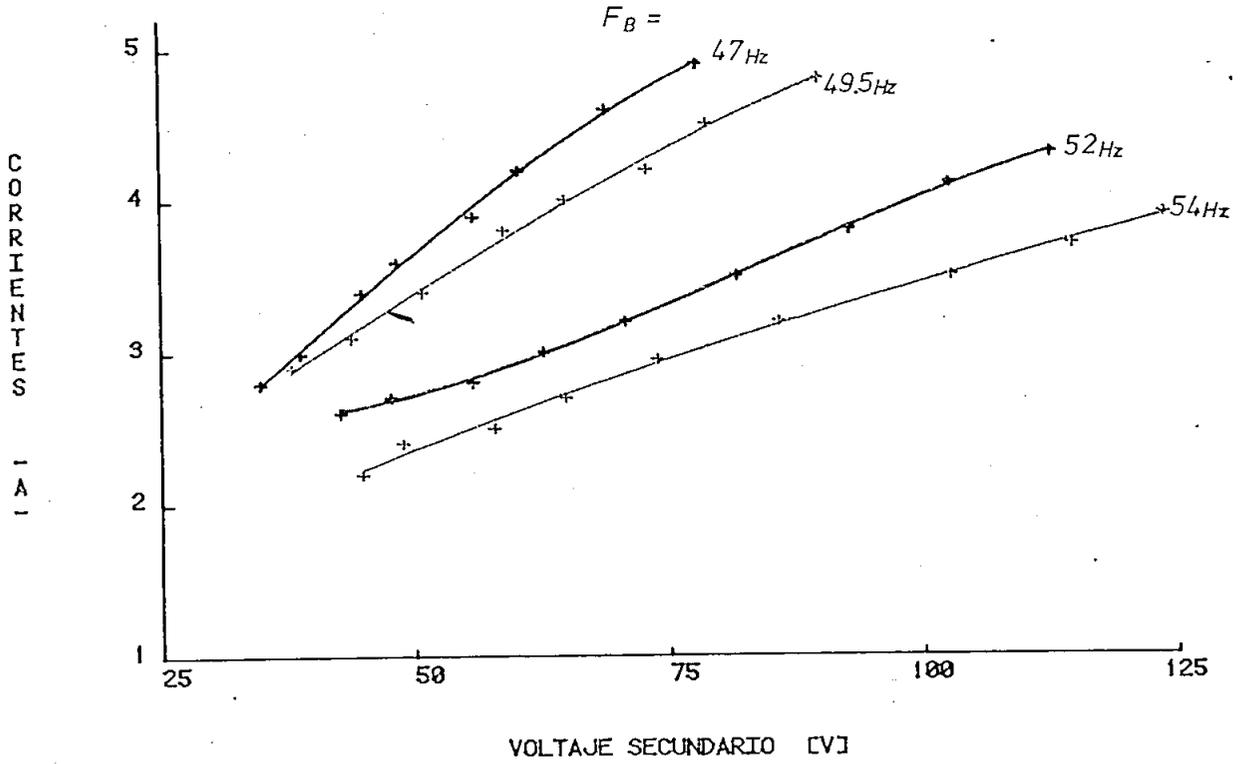
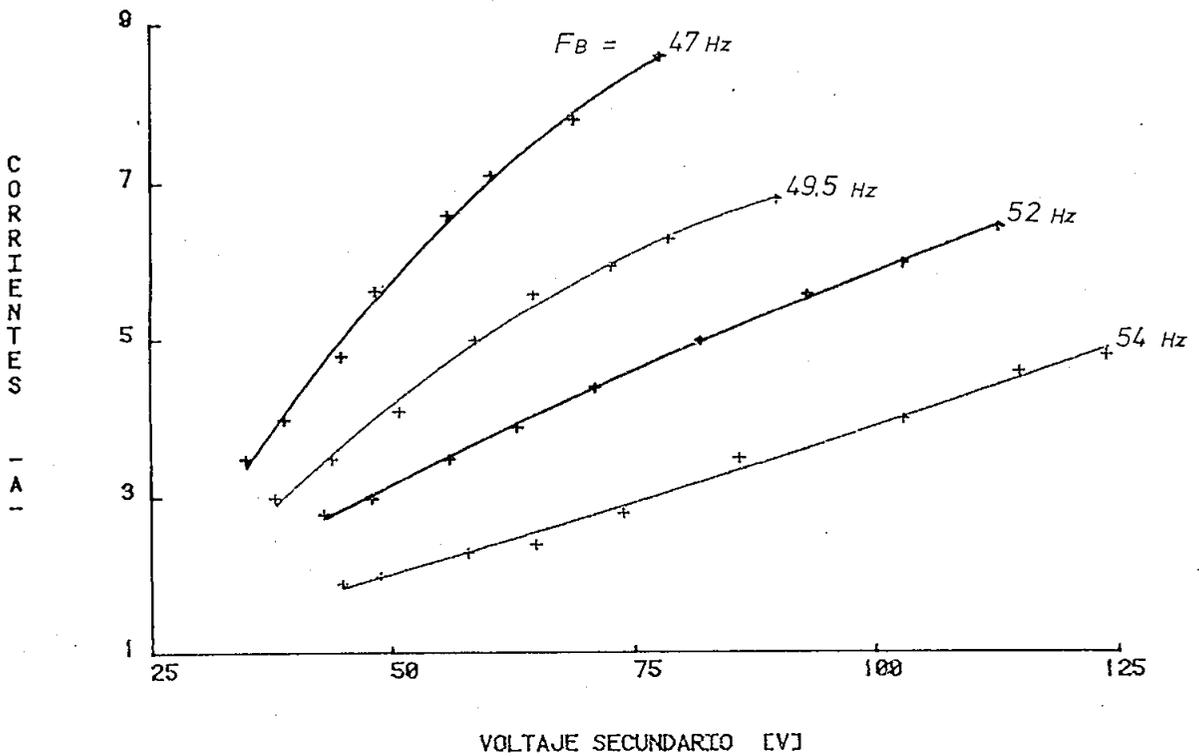


FIG. 4.5 CORRIENTES EXPERIMENTALES DEL ROTOR.



4.2.5 Ondas de voltaje y corriente.-

Con el fin de comprobar la teoría enunciada en el capítulo 1 y realizar el análisis correspondiente, se captan en el osciloscopio las formas de ondas de voltajes y corrientes de la máquina de inducción cuando es alimentada con dos fuentes de tensión a diferentes frecuencias, debido a la superposición de estos voltajes sinusoidales se ven distorcionados en la onda resultante produciendo pulsaciones. Durante la práctica se tomaron varios oscilogramas cuando se trabaja a diferente frecuencia en el sistema secundario y también a diferente voltaje con el objeto de determinar la influencia de estos parámetros en la onda de voltaje y corriente del sistema principal de alimentación, estos oscilogramas se presentan a continuación:

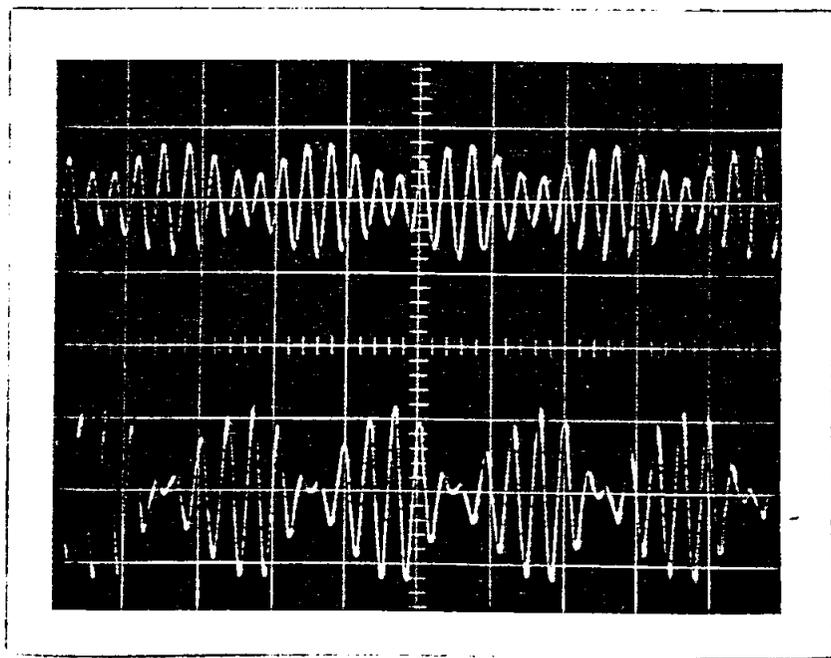


FIGURA 4.6 Superior: Onda de voltaje del estator
200 V/Div 50 m seg/Div
Inferior: Onda de corriente del estator
10 V/Div 50 m seg/Div

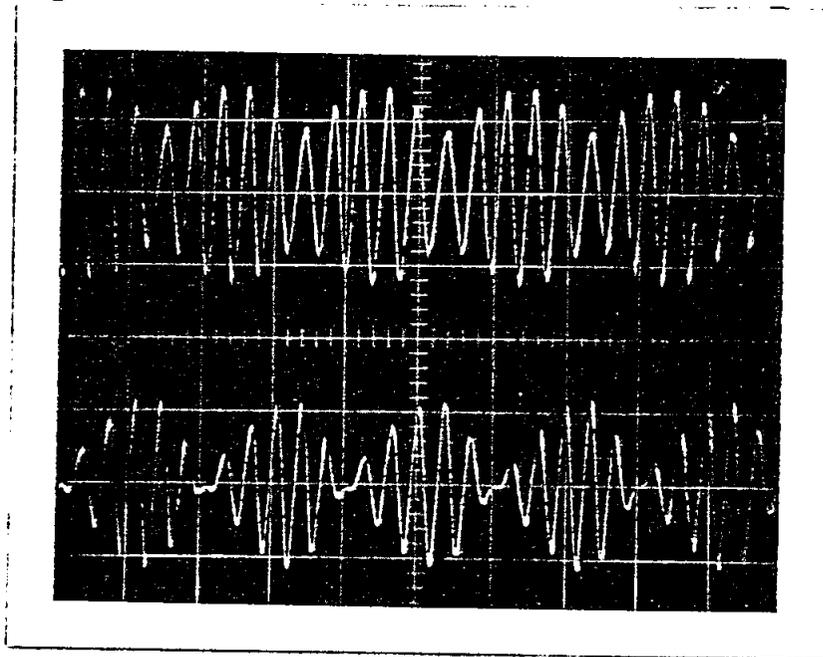


FIGURA 4.7 Superior: Onda de voltaje del sistema auxiliar
57 V/Div 50 m seg/Div
Inferior: Onda de corriente del estator sistema auxiliar
10 V/Div 50 m seg/Div

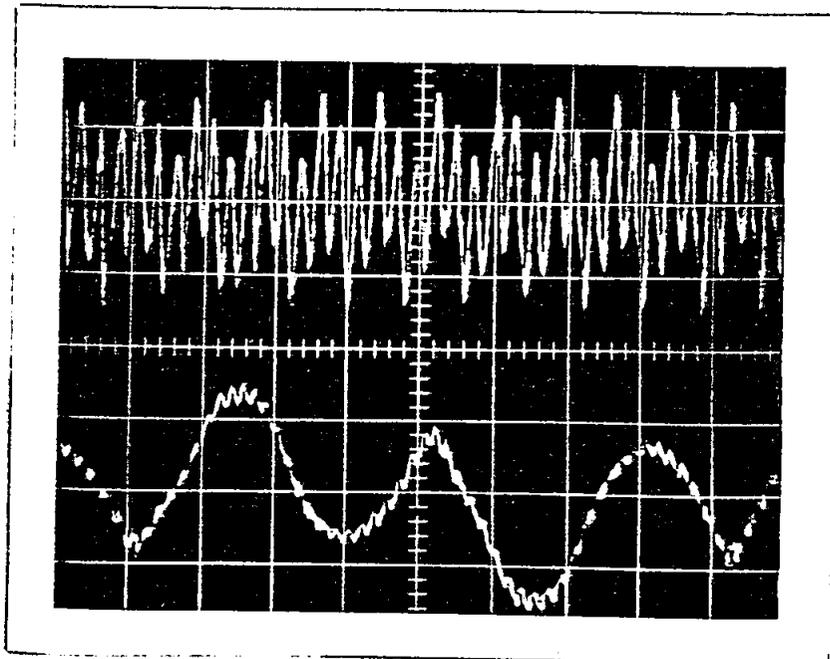


FIGURA 4.8 Superior: Onda de corriente del rotor
5 V/Div 0.5 seg/Div
Inferior: Onda de corriente del rotor
5 V/Div 50 m seg/Div

Las figuras 4.6, 4.7 y 4.8 son tomadas cuando los valores de las fuentes de alimentación son:

$$\begin{aligned} V_A &= 215 \text{ V} \\ f_A &= 59.5 \text{ Hz} \\ V_B &= 45 \text{ V} \\ f_B &= 50 \text{ Hz} \\ I_{\text{est}} &= 6.5 \text{ Amp.} \\ I_{\text{rot}} &= 6.0 \text{ Amp.} \end{aligned}$$

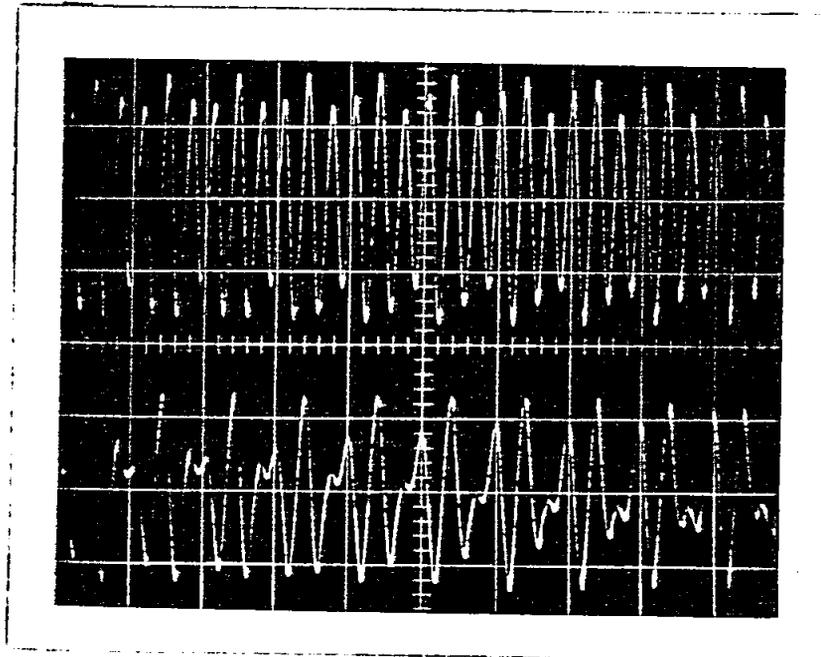


FIGURA 4.9 Superior: Onda de voltaje del estator
200 V/Div 50 m seg/Div
Inferior: Onda de corriente del estator
10 V/Div 50 m seg/Div

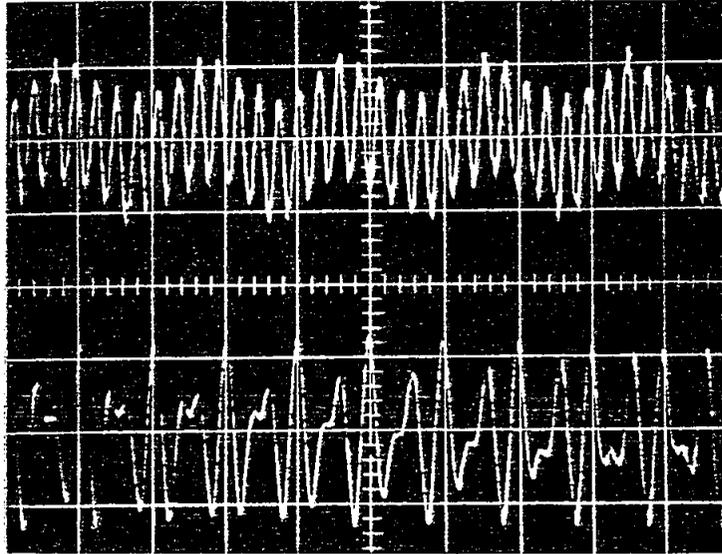


FIGURA 4.10 Superior: Onda de corriente del rotor
10 V/Div 0.2 seg/Div
Inferior: Onda de corriente del estator sistema auxiliar
10 V/Div 50 m seg/Div

Las figuras 4.9 y 4.10 son tomadas cuando los valores de los sistemas de alimentación son ajustados en:

- $V_A = 220 \text{ V}$
- $f_A = 59.5 \text{ Hz}$
- $V_B = 21 \text{ V}$
- $f_B = 44 \text{ Hz}$
- $I_{\text{est}} = 8.2 \text{ Amp.}$
- $I_{\text{rotor}} = 9.5 \text{ Amp.}$

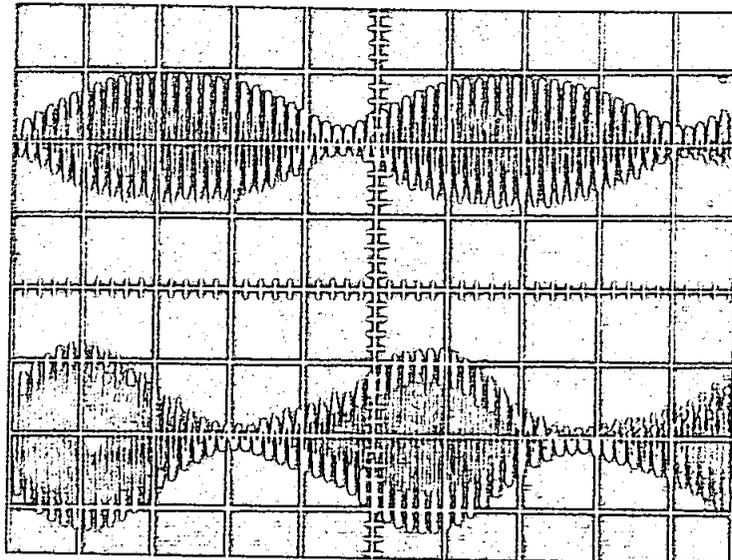


FIGURA 4.11 Superior: Onda de voltaje del estator
200 V/Div 0.1 seg/Div
Inferior: Onda de corriente del estator
10 V/Div 0.1 seg/Div

La figura 4.11 fue tomada con los siguientes valores:

- $V_A \approx 190 \text{ V}$
- $f_A = 59.9 \text{ Hz}$
- $V_B \approx 125 \text{ V}$
- $f_B = 58 \text{ Hz}$
- $I_{\text{est}} \approx 6.5 \text{ Amp.}$
- $I_{\text{rotor}} \approx 2.4 \text{ Amp.}$

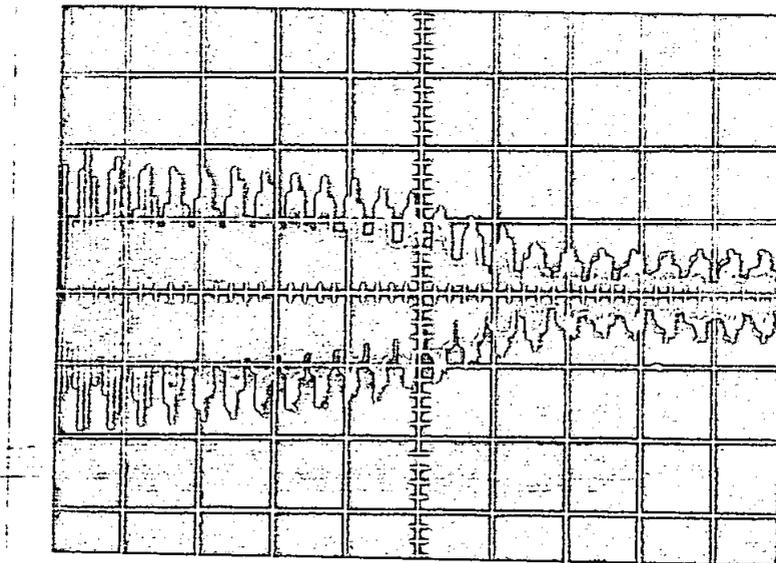


FIGURA 4.12 Corriente de arranque del estator
20 V/Div 0.2 seg.

Con valores:

$$V_A = 215 \text{ V}$$

$$f_A = 59.5 \text{ Hz}$$

$$V_B = 45 \text{ V}$$

$$f_B = 49 \text{ Hz}$$

4.3 RESULTADOS DE LA SOLUCION DIGITAL.-

El programa digital fue implementado tomando como base el análisis matemático desarrollado en el capítulo 2 y comprobado con ejemplos pre-

sentados en la referencia [3] resultando con un error de hasta un 2%, en este trabajo se presenta resultados de uno de estos ejemplos.

Para el análisis del comportamiento de la máquina de inducción alimentada con doble frecuencia, y para comprobar en lo posible la solución digital (las medidas que se pueden tomar en la práctica), se realizan las pruebas en el motor asincrónico descrito en el numeral anterior. Los datos de entrada, en el programa, de los parámetros de la máquina se muestra en la Tabla 4.1 y el momento de inercia calculado en base a la referencia [8] de donde se ha tomado el valor encontrado para esta máquina, se toma el tiempo que se tarda el rotor en vencer su inercia hasta llegar a su velocidad nominal, estos valores se presentan a continuación.

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.0552 \text{ m}^2\text{Kgr} \\ t &= 1.05 \text{ seg} \\ M_I &= 9.57 \text{ N - m} \end{aligned}$$

Con el propósito de presentar las curvas de los resultados del programa digital, para el ejemplo tomado, se utiliza un subprograma de gráficos implementado en el computador Tektronix de la Facultad de Ingeniería Eléctrica.

FIG. 4-13 CORRIENTES DEL ESTATOR.

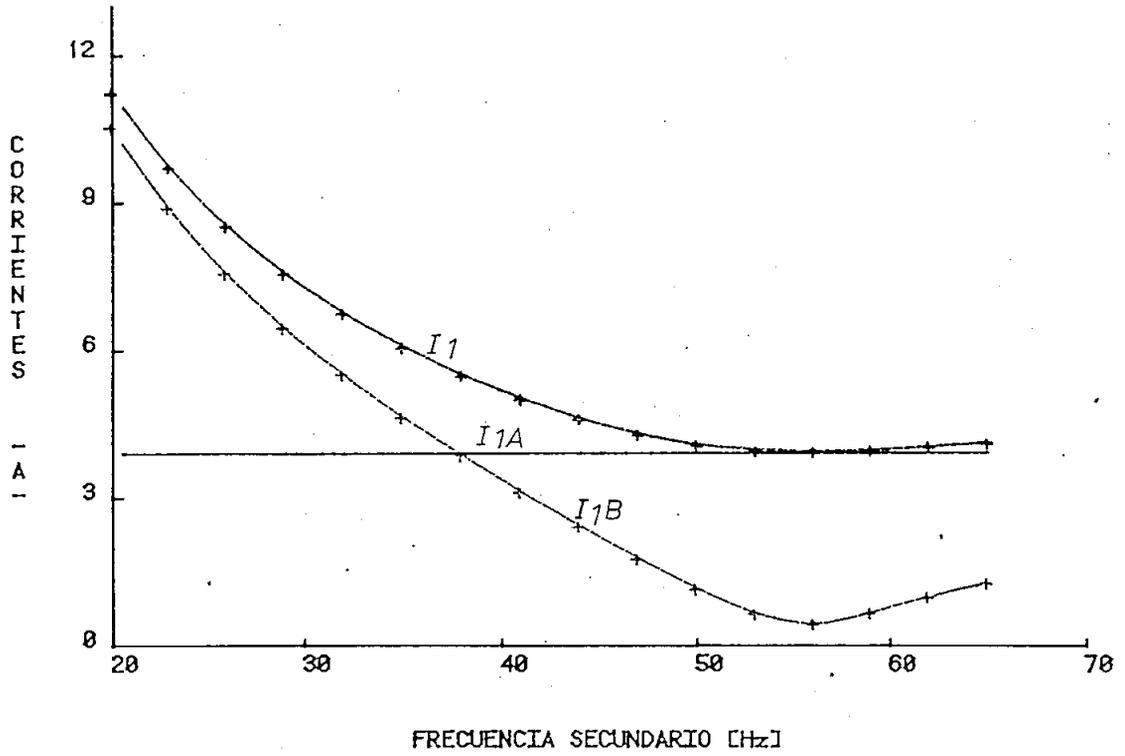


FIG. 4-14 CORRIENTES DEL ROTOR.

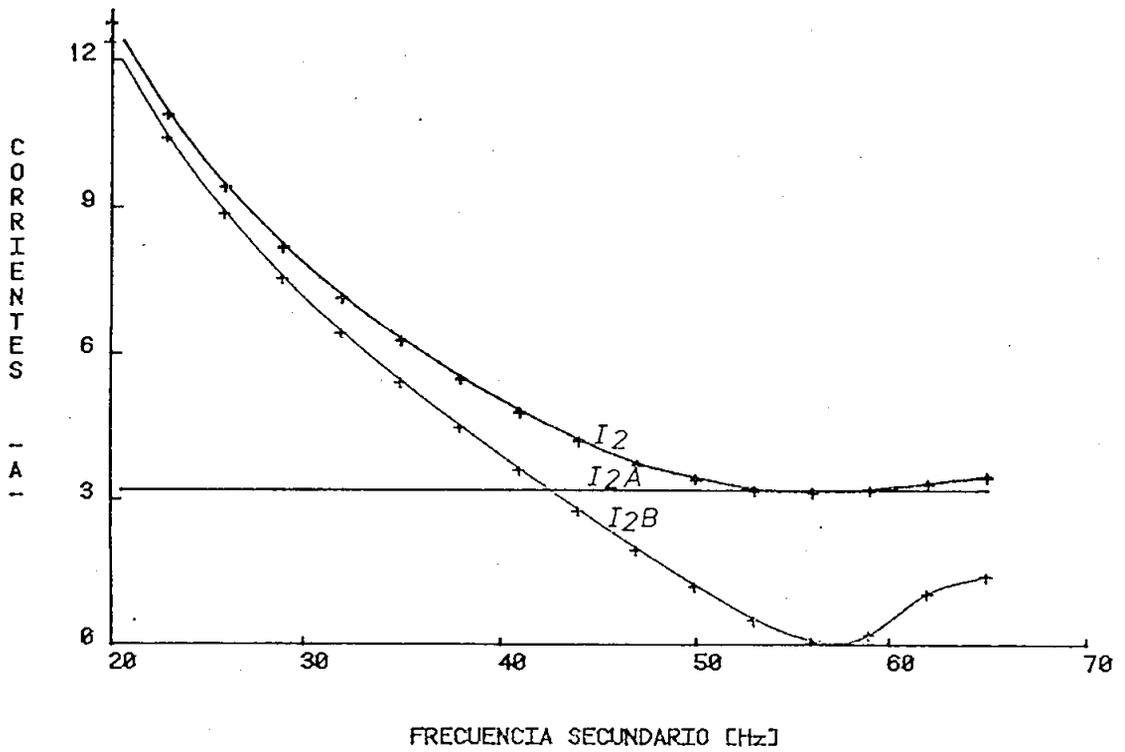


FIG.4-15 DESVIACIONES DEL DESLIZAMIENTO.

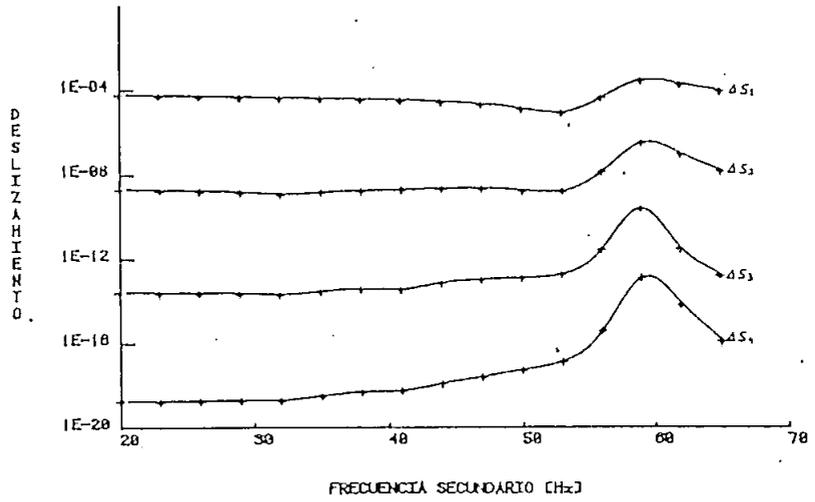


FIG.4-16 DESVIACIONES DEL DESLIZAMIENTO I.

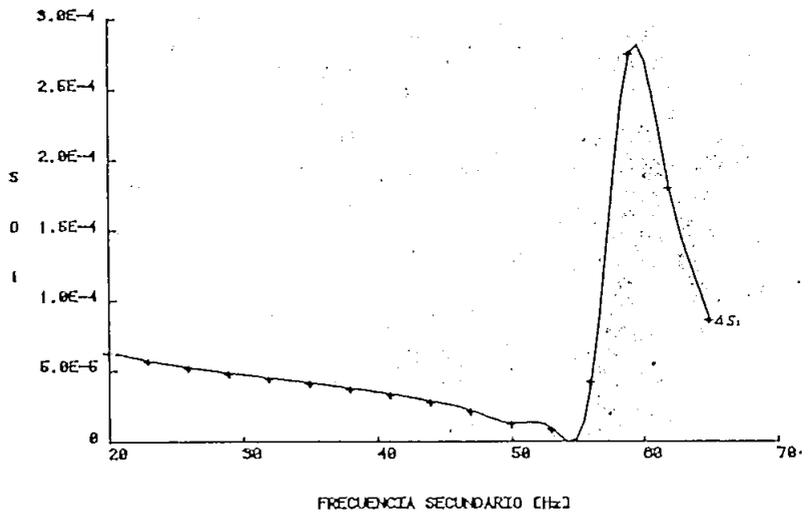


FIG.4-17 DESVIACION DEL DESLIZAMIENTO II.

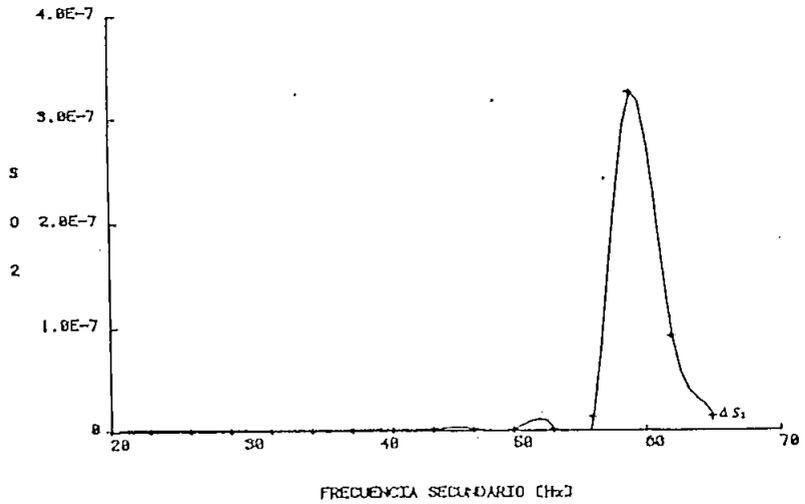


FIG. 4-18 TORQUES DE ELASTICIDAD I.

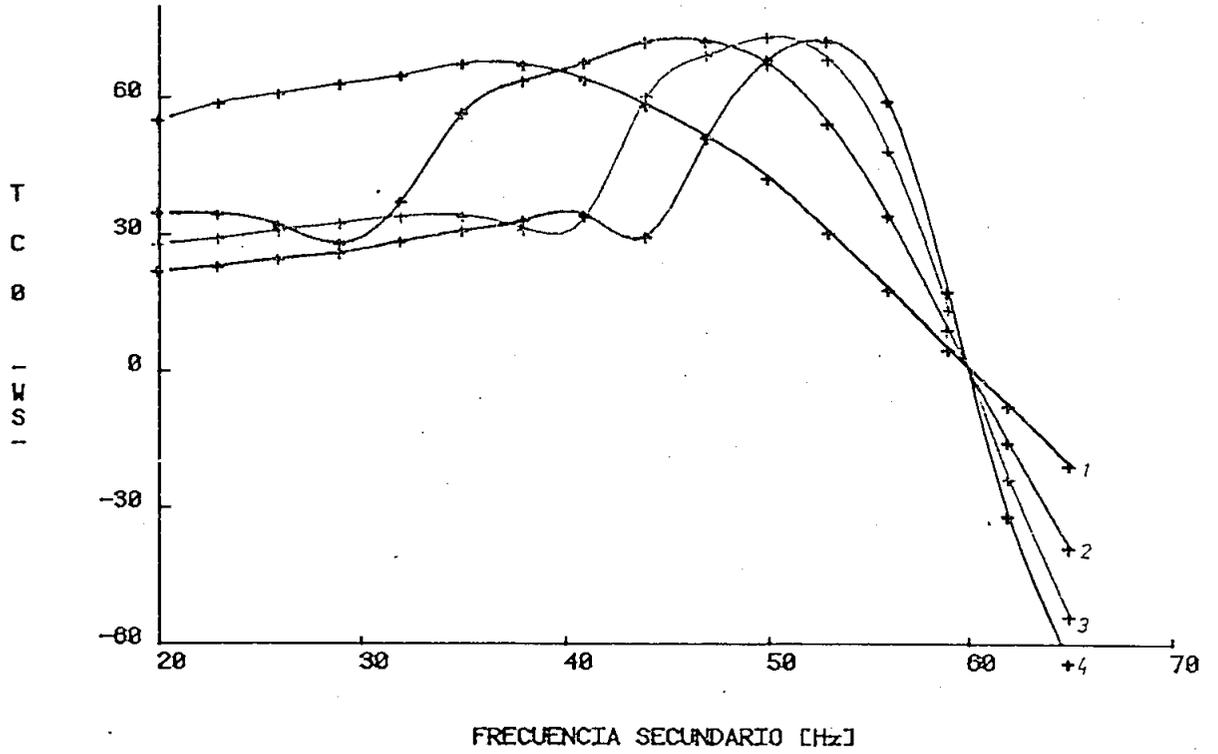


FIG. 4-19 TORQUES DE ELASTICIDAD II.

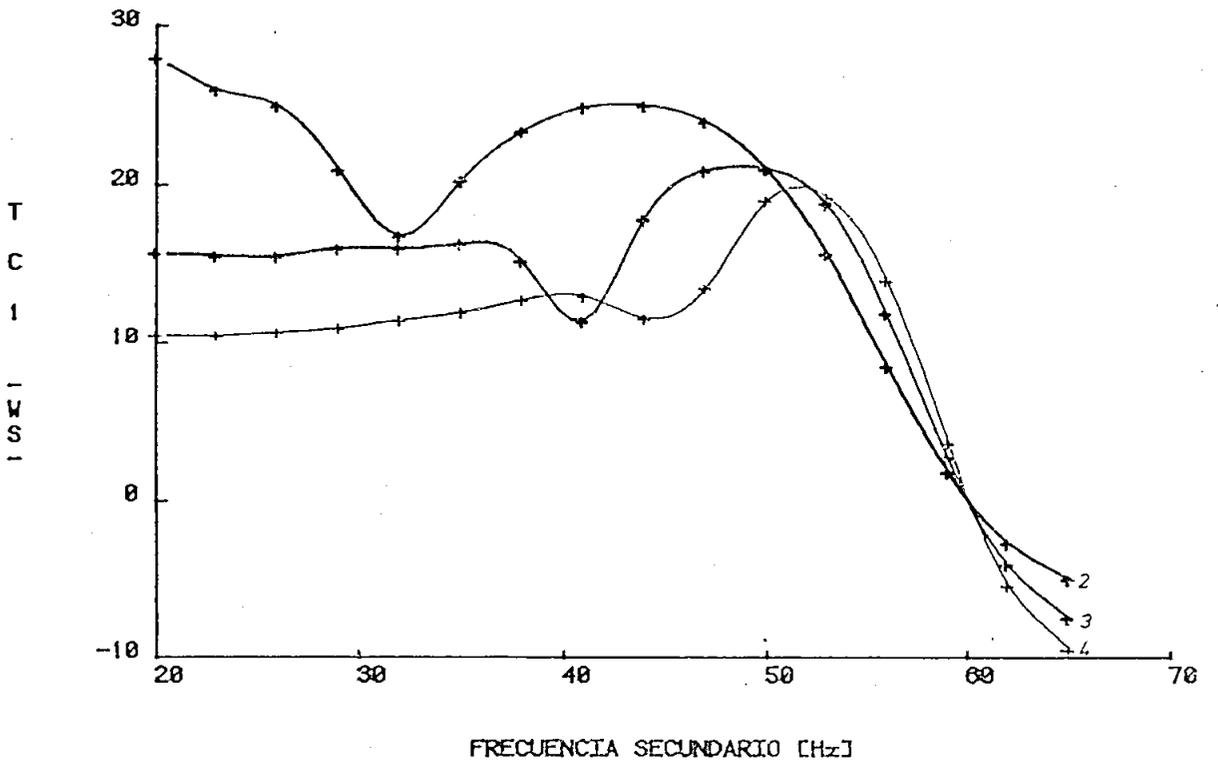


FIG.4-20 TORQUES DE ELASTICIDAD III.

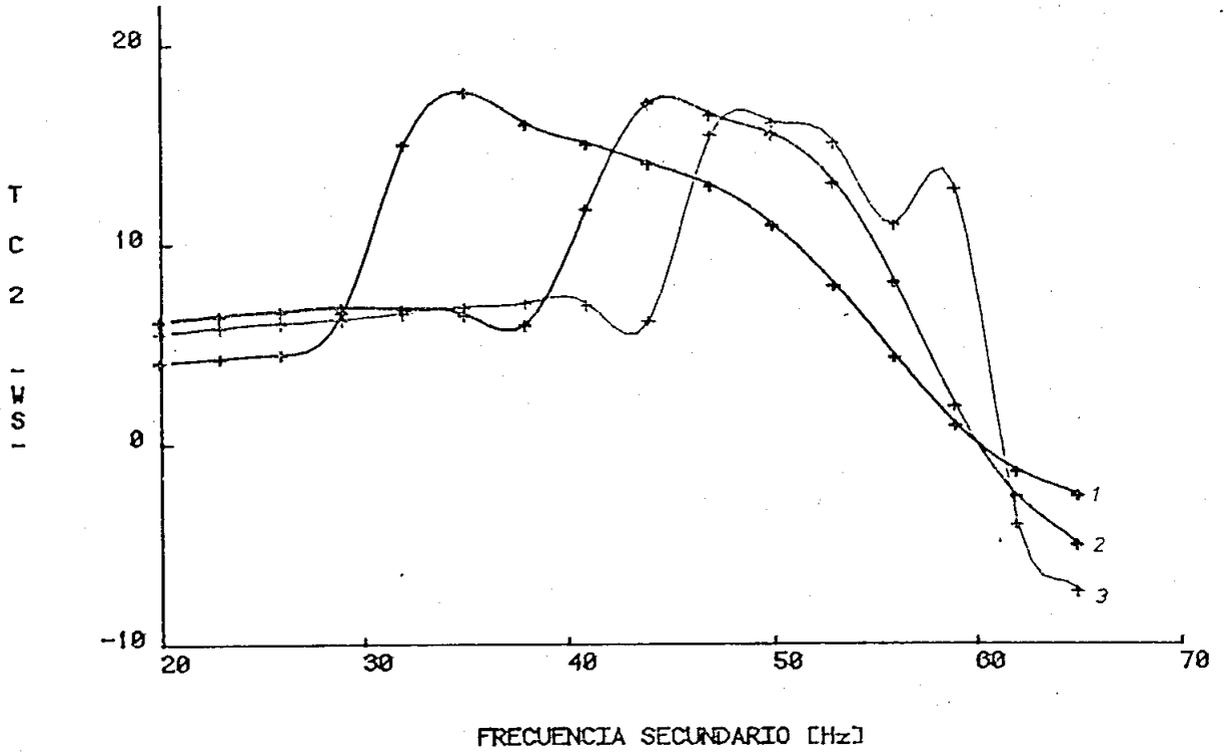
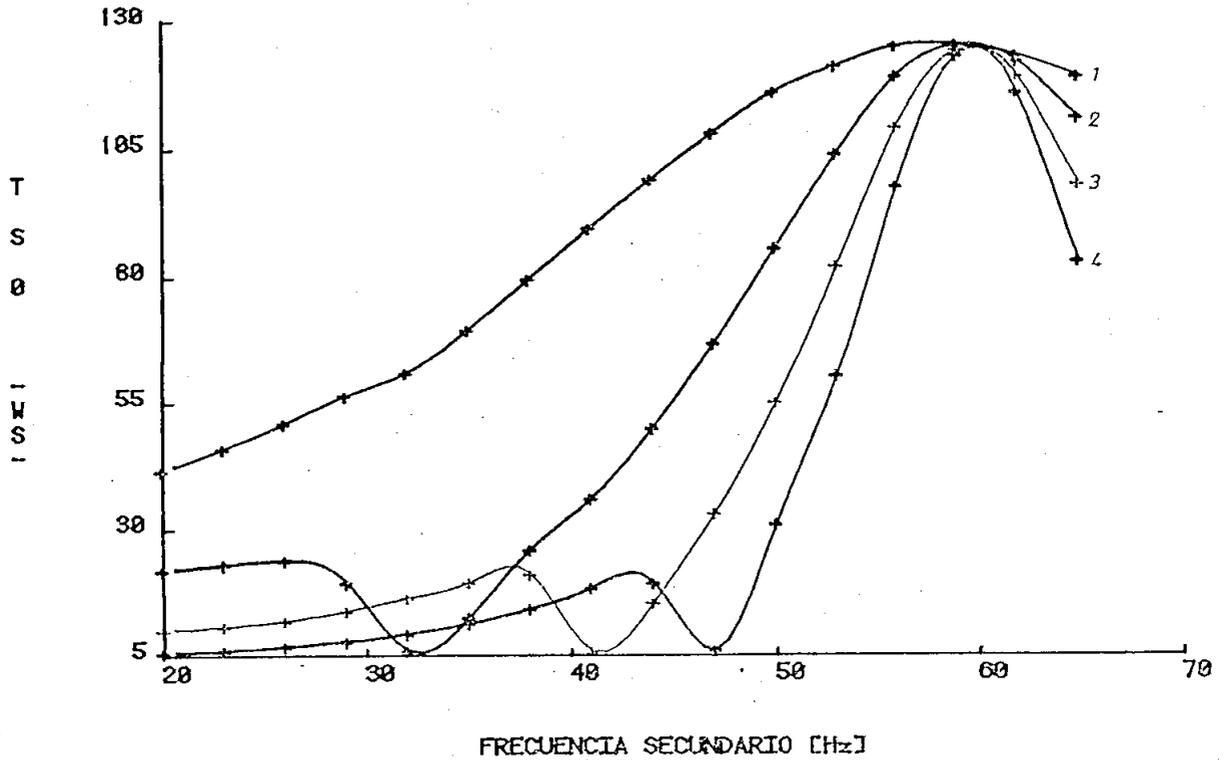


FIG.4-21 TORQUES DE AMORTIGUACION I.



4-22 TORQUES DE AMORTIGUACION II.

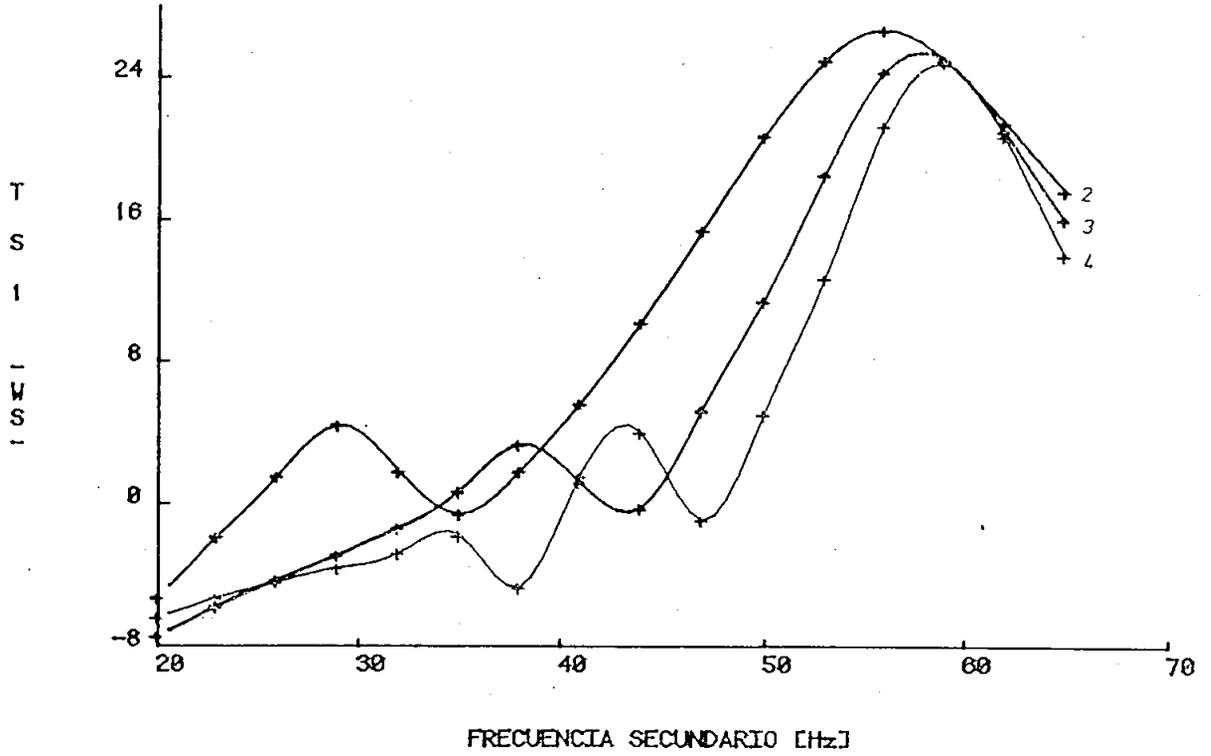


FIG.4-23 TORQUES DE AMORTIGUACION III

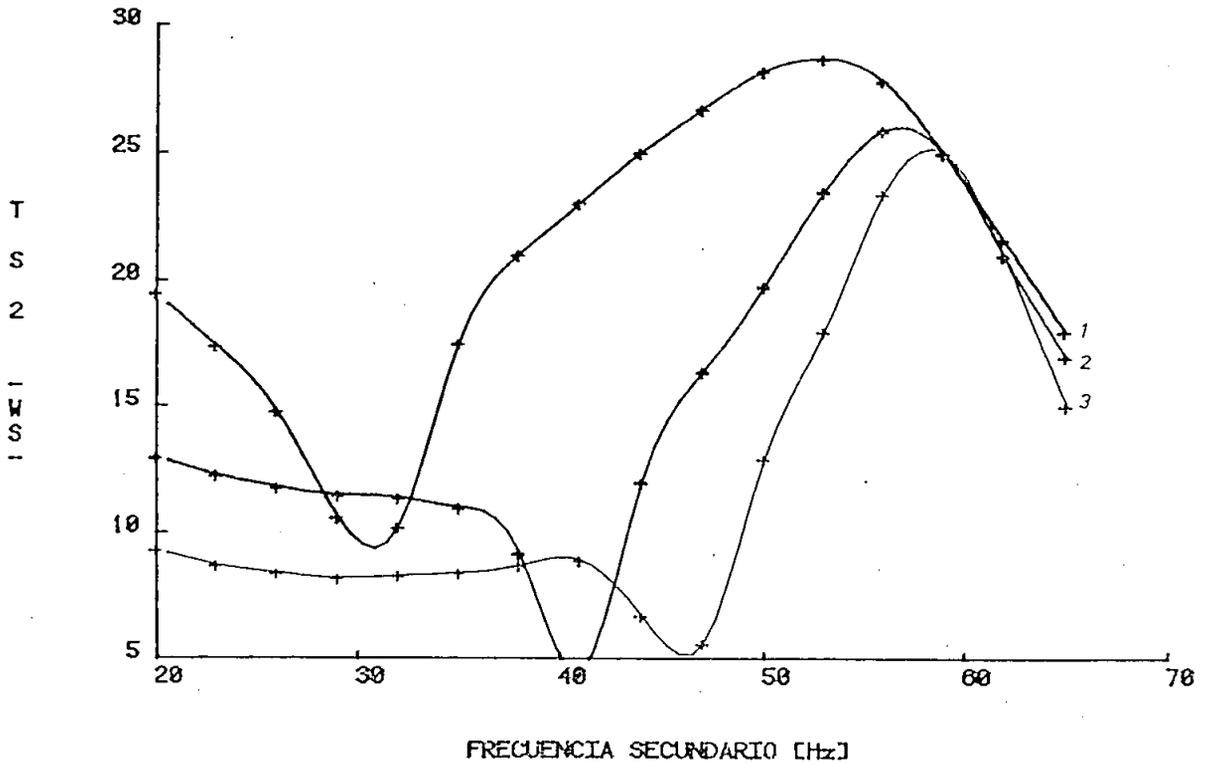


FIG.4-24 CORRIENTES DE OSCILACION DEL ESTATOR I.

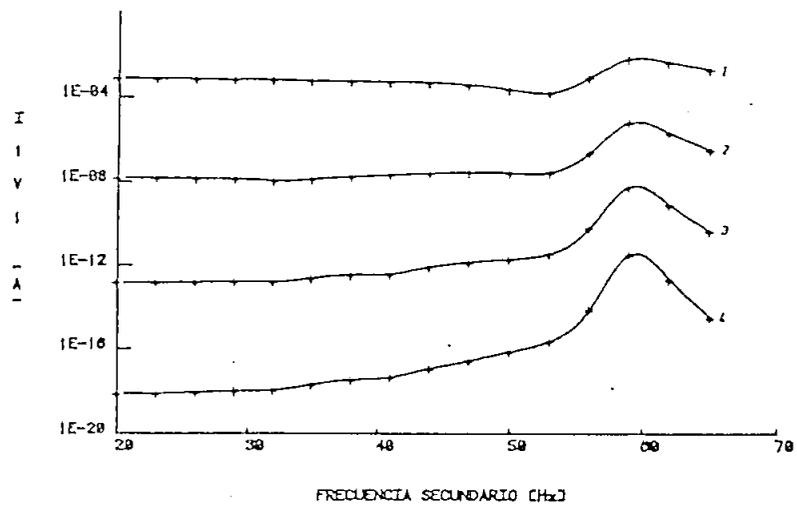


FIG.4-26 CORRIENTES DE OSCILACION DEL ROTOR I.

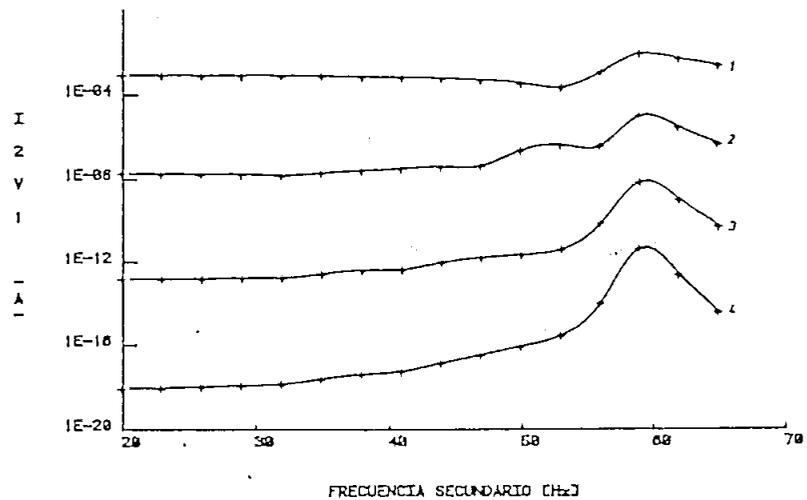


FIG.4-25 CORRIENTE DE OSCILACION DEL ESTATOR I 1.

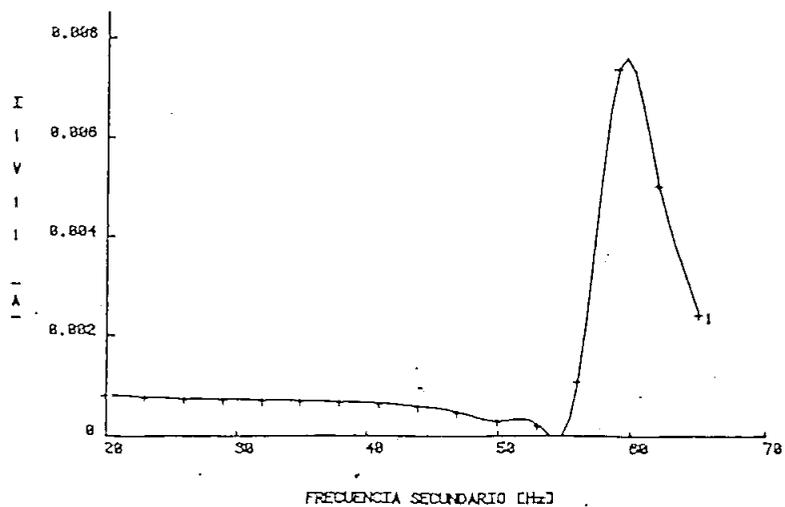


FIG.4-27 CORRIENTE DE OSCILACION DEL ROTOR I 1.

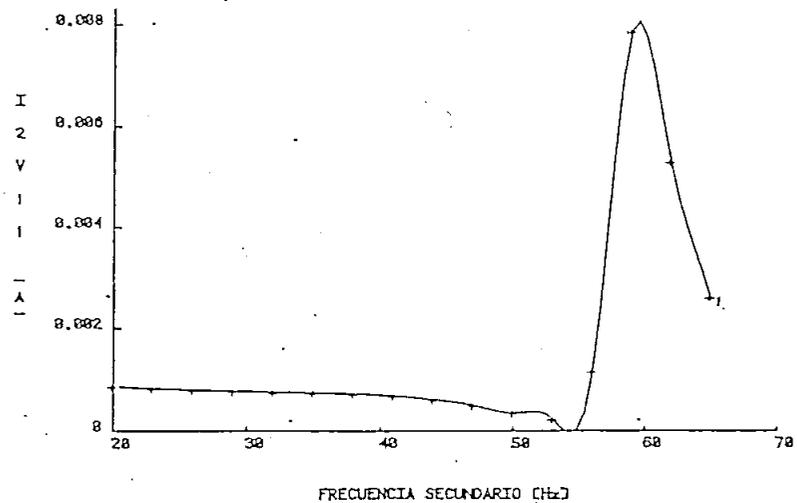


FIG.4-28 MOMENTOS ASINCRONICOS.

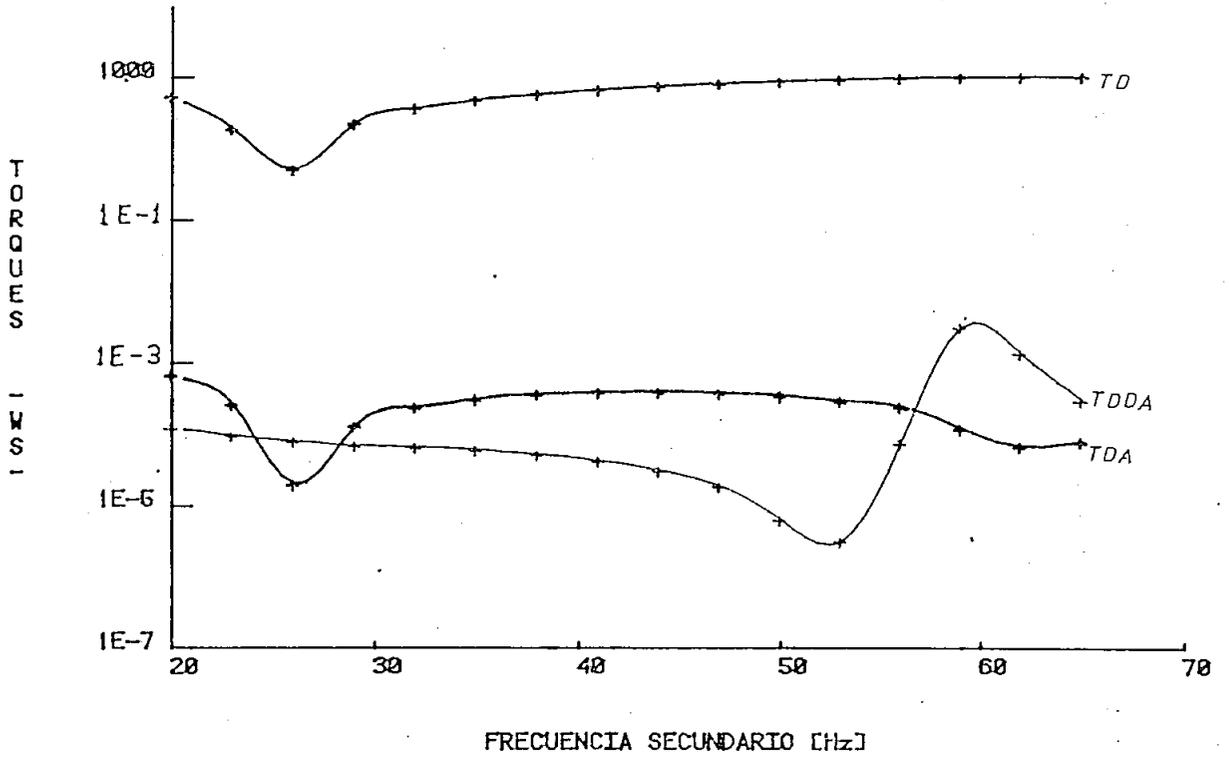


FIG.4-29 MOMENTOS ASINCRONICOS I II ORDEN.

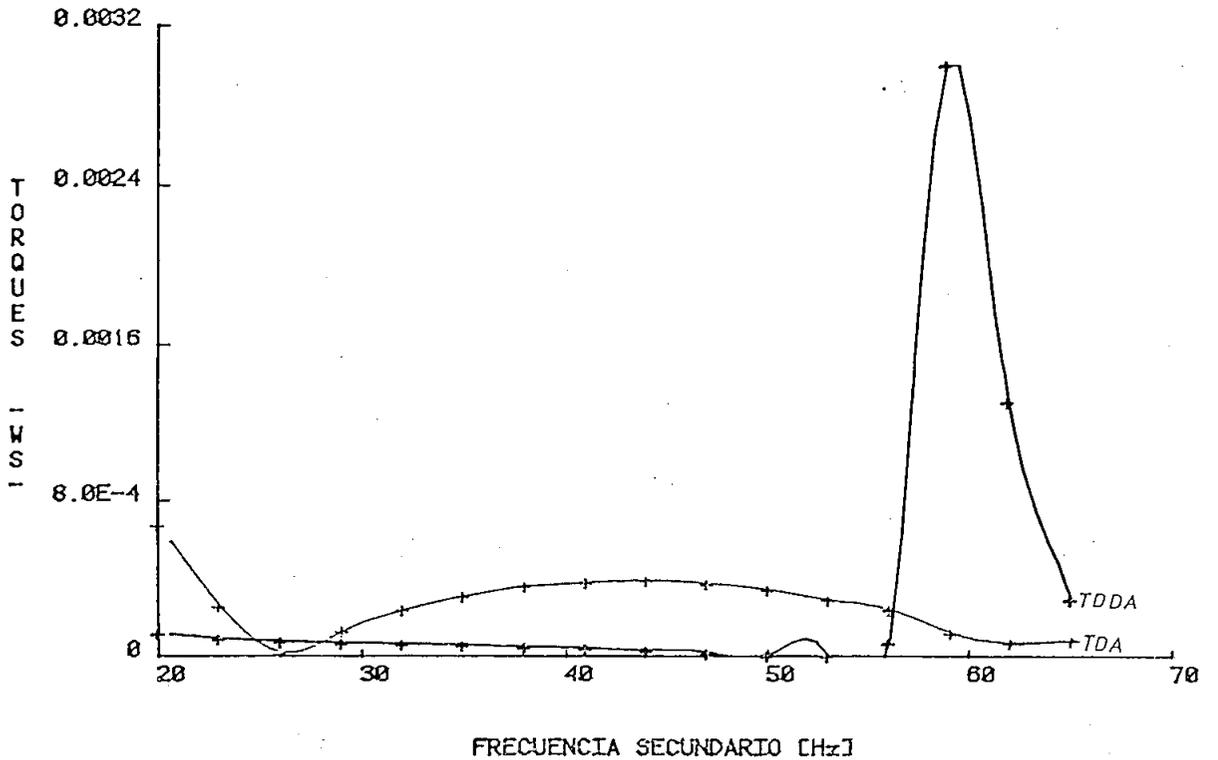


FIG.4-30 MOMENTO ASINCRONICO.

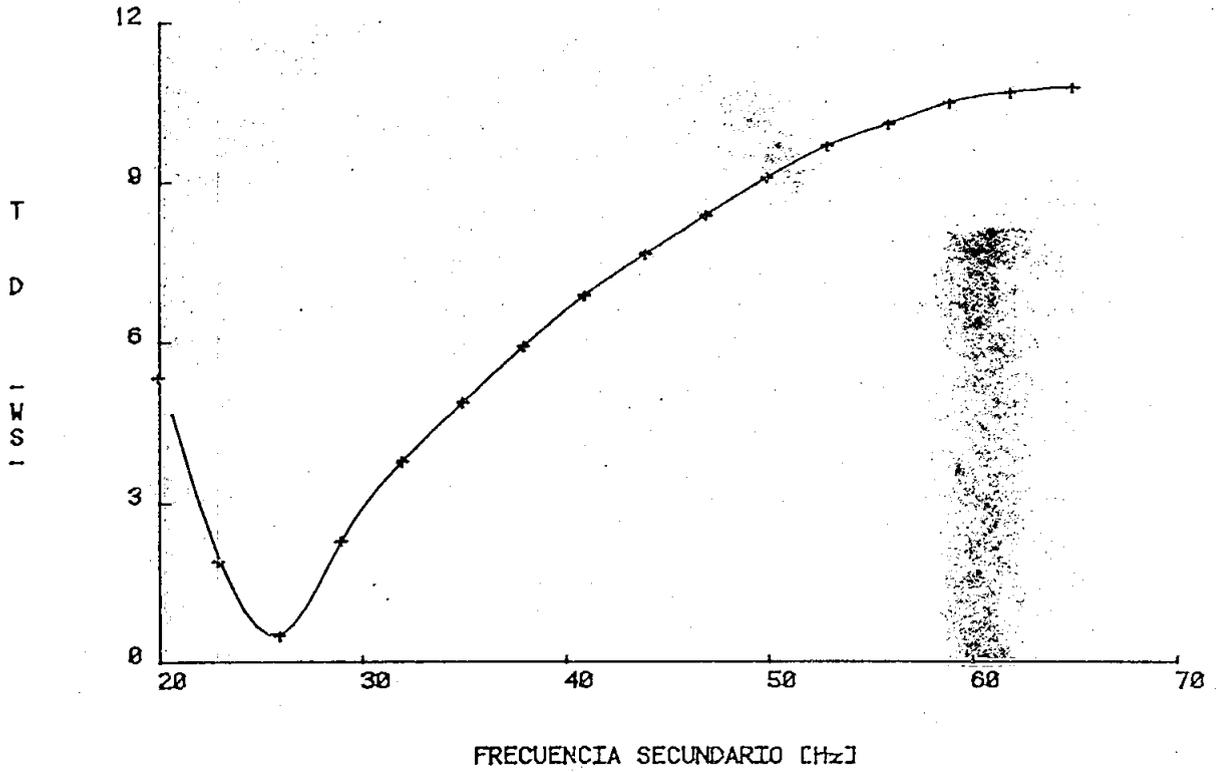


FIG.4-31 MOMENTO NOMINAL.

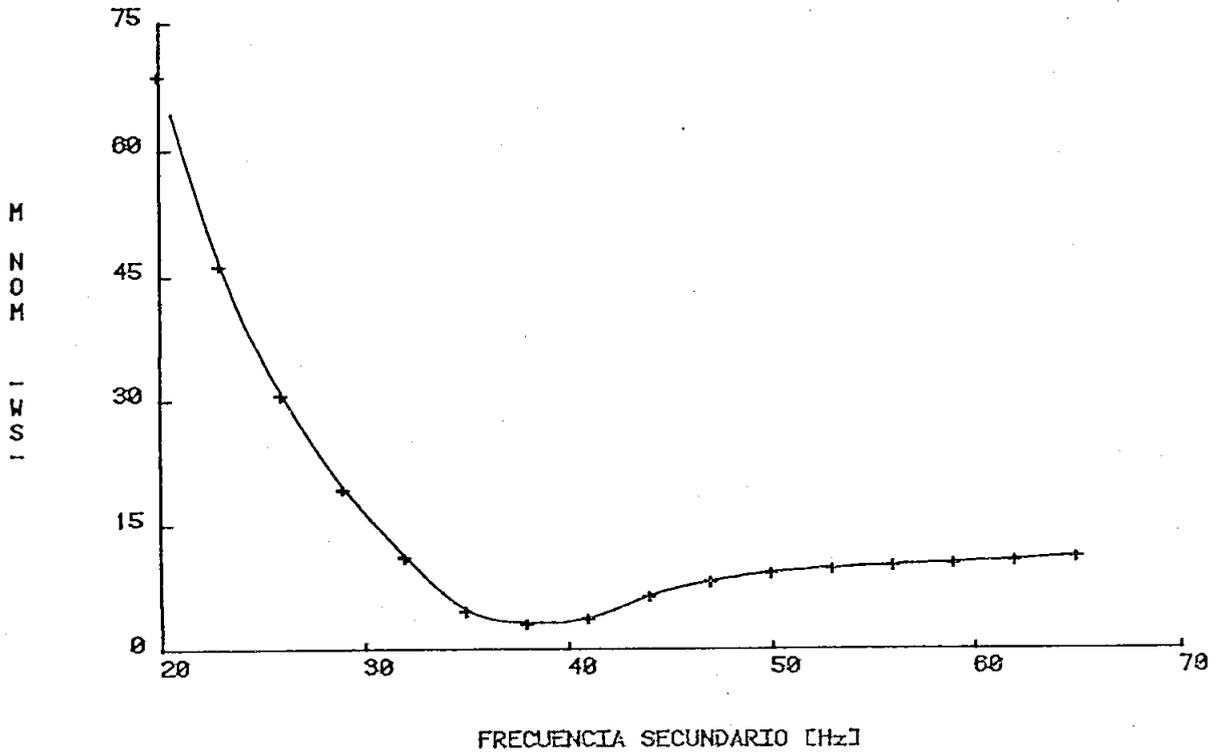


FIG.4-33 OSCILACION DE VELOCIDAD ALREDEDOR DE VN.

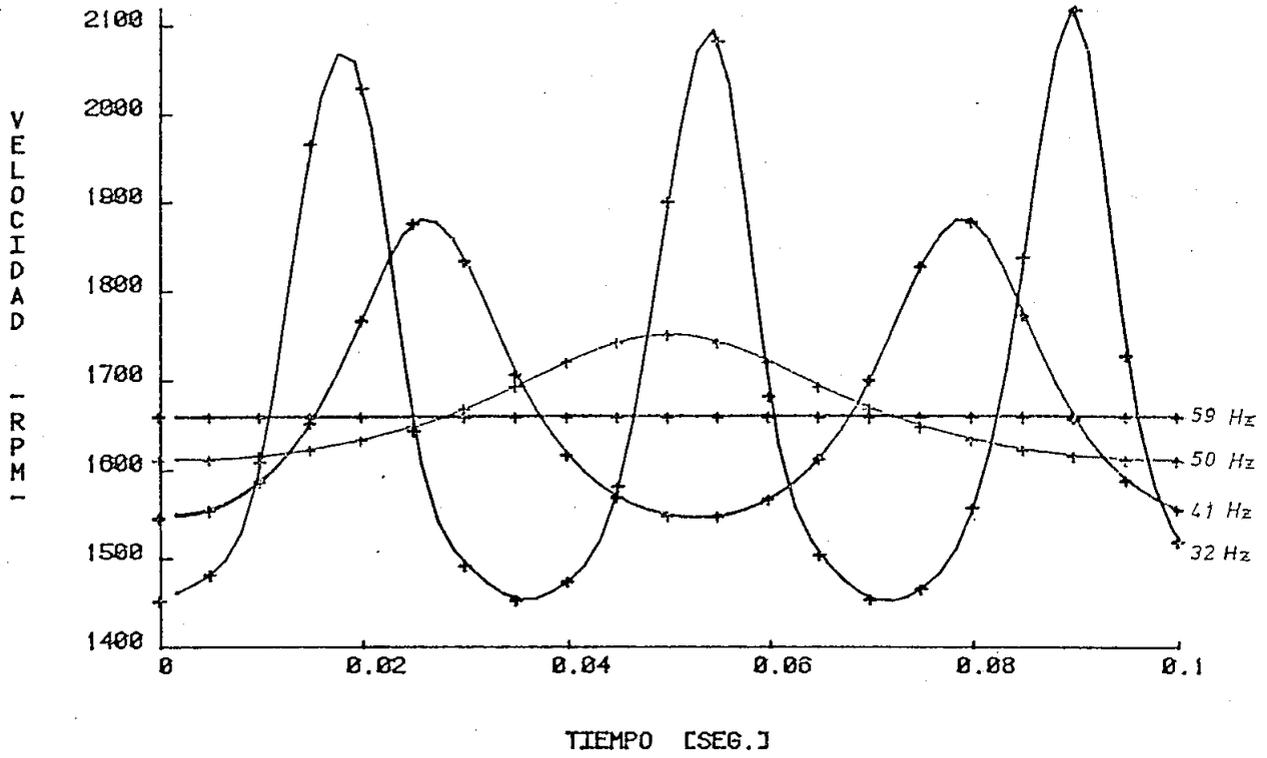


FIG.4-32 PERDIDAS RESISTIVAS DE ESTATOR Y ROTOR.

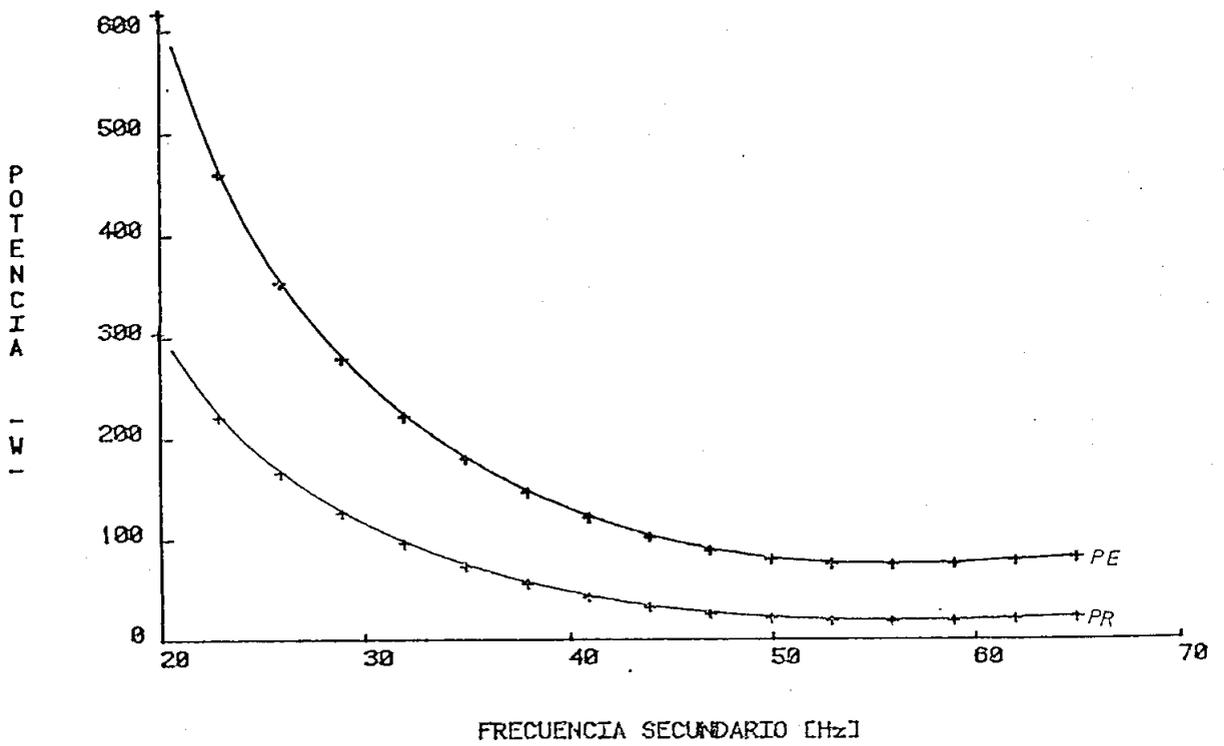


FIG.4-34 CORRIENTES DEL ESTATOR FB=50HZ.

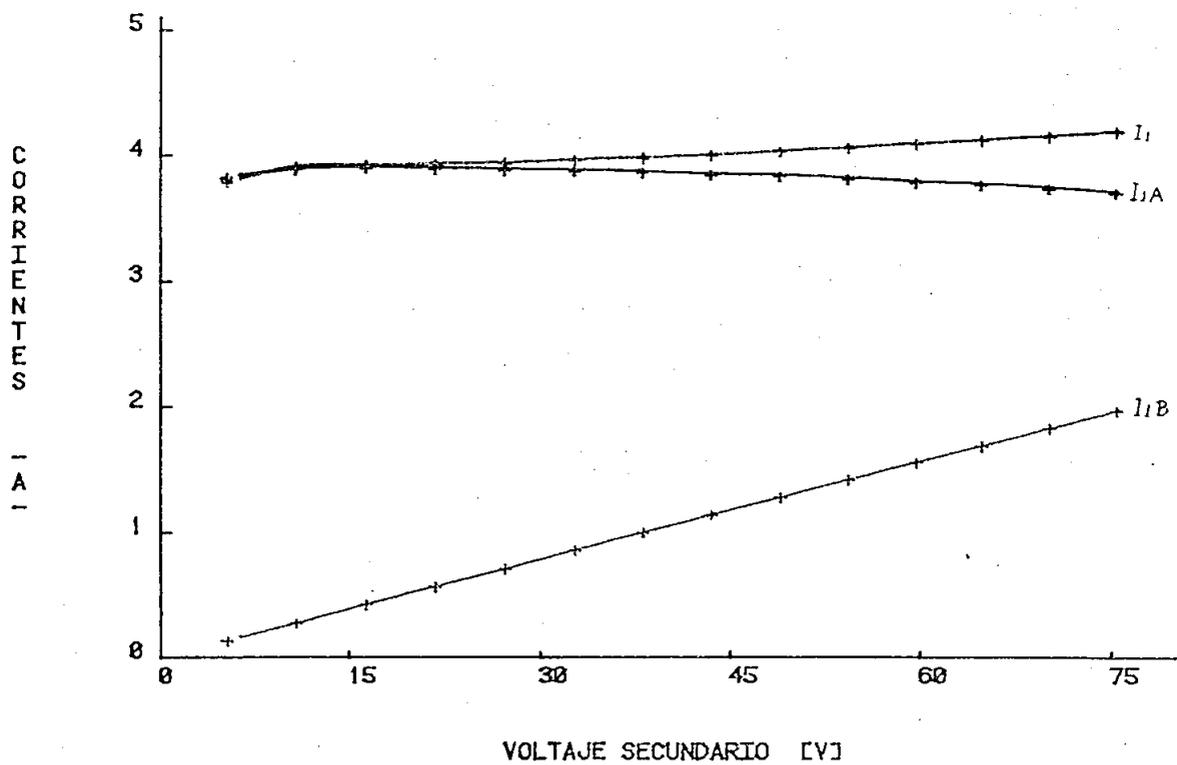
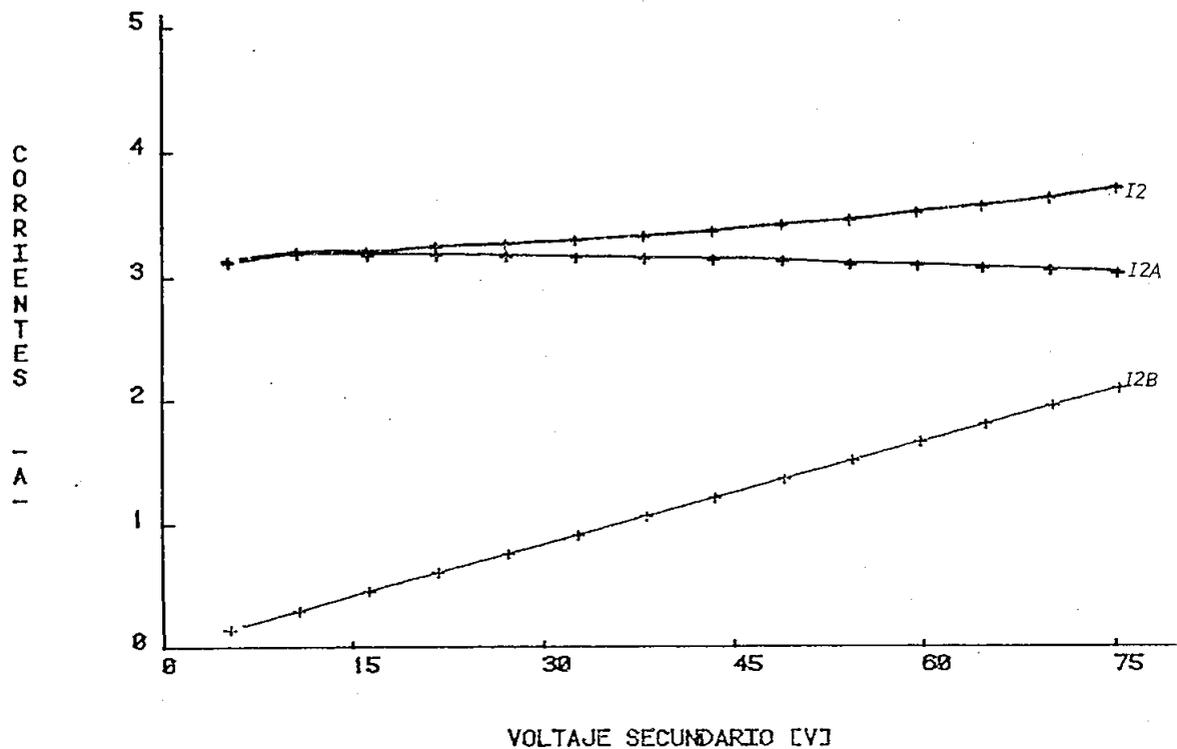


FIG.4-35 CORRIENTES DEL ROTOR FB=50 HZ.



Con la finalidad de demostrar la efectividad del método, se obtiene resultados de varios ejemplos, y para contribuir al análisis posterior se incluyen parte de los resultados del modelo digital de una máquina de inducción cuyos valores nominales son:

Potencia	=	1500	HP
Volt. nom.	=	2300	v
Corrien. n	=	210	Amp
Polos	=	4	
Veloc. nom	=	1775	rpm
L1 = L2	=	0.051	H
M12 = M21	=	0.048	H
R1	=	0.139	Ω
R2	=	0.12	Ω

FIG.4-36 CORRIENTES DEL ESTATOR.

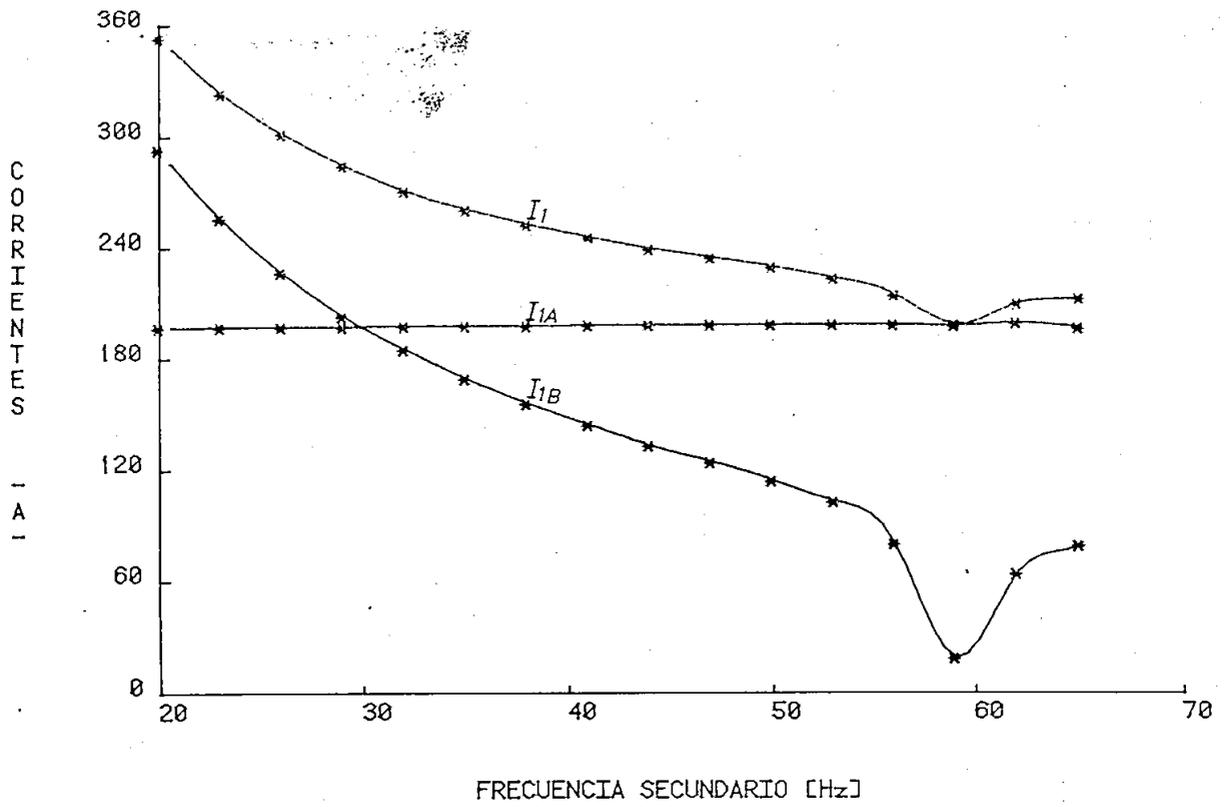


FIG.4-37 CORRIENTES DEL ROTOR.

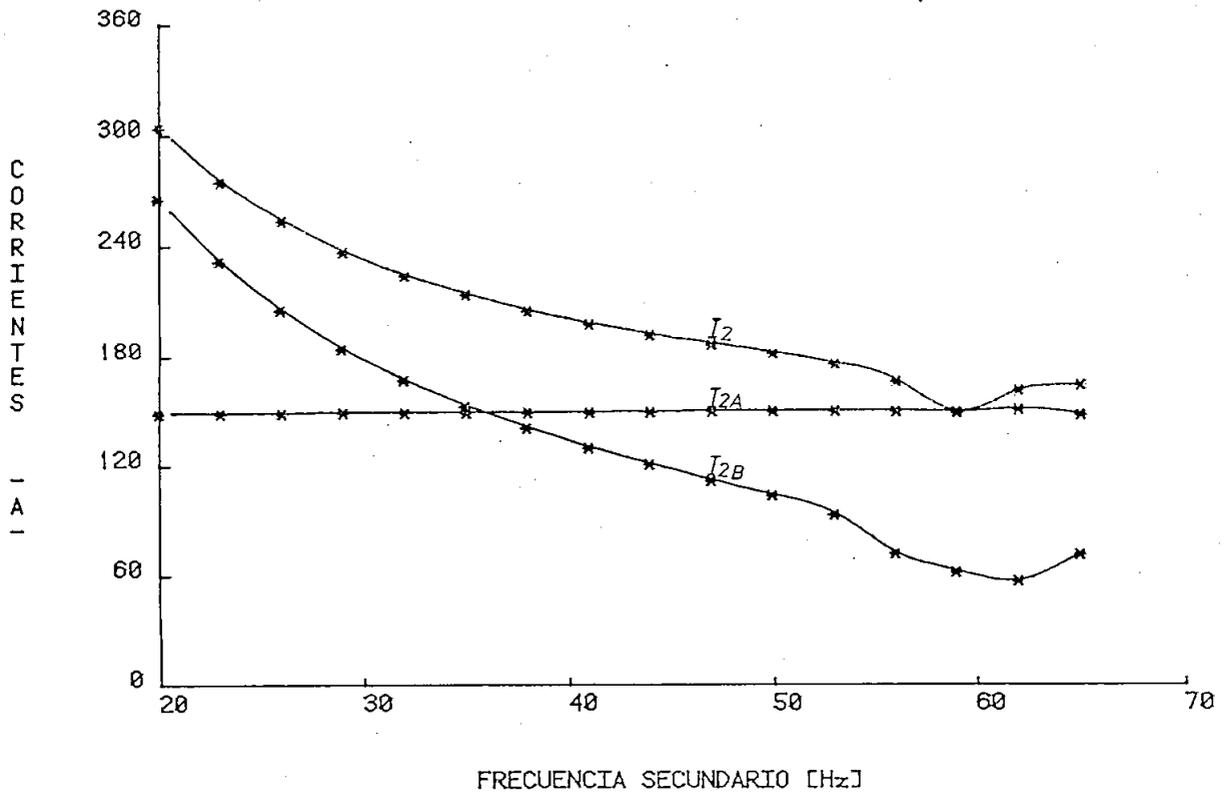


FIG.4-38 MOMENTO NOMINAL.

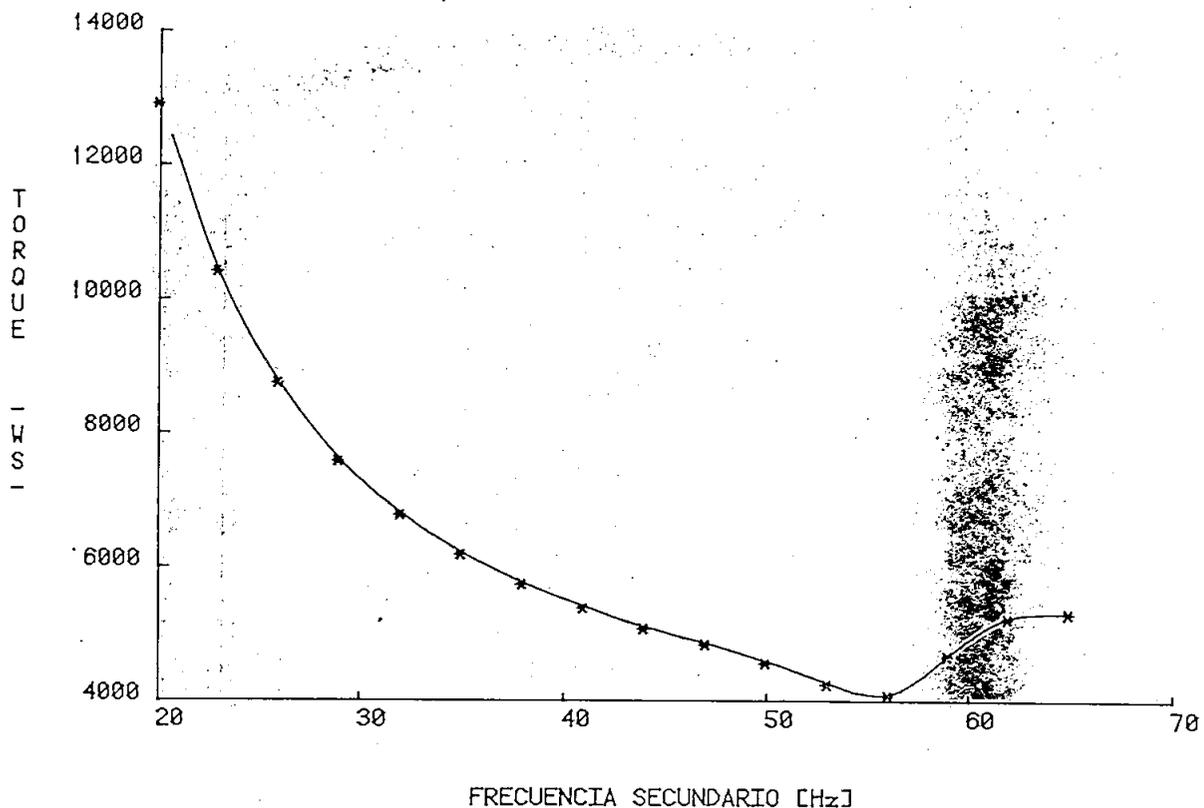


FIG.4-39 PERDIDAS RESISTIVAS DEL ESTATOR ROTOR.

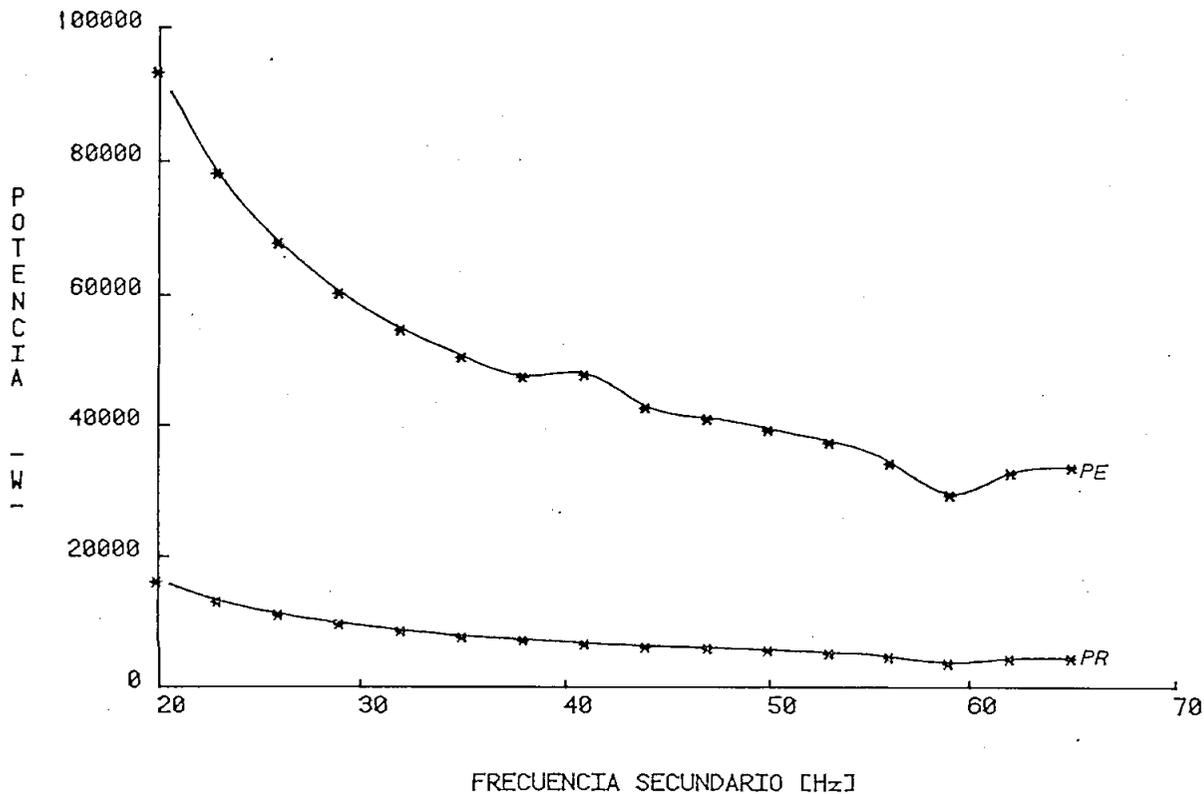


FIG.4-40 DESVIACIONES DEL DESLIZAMIENTO.

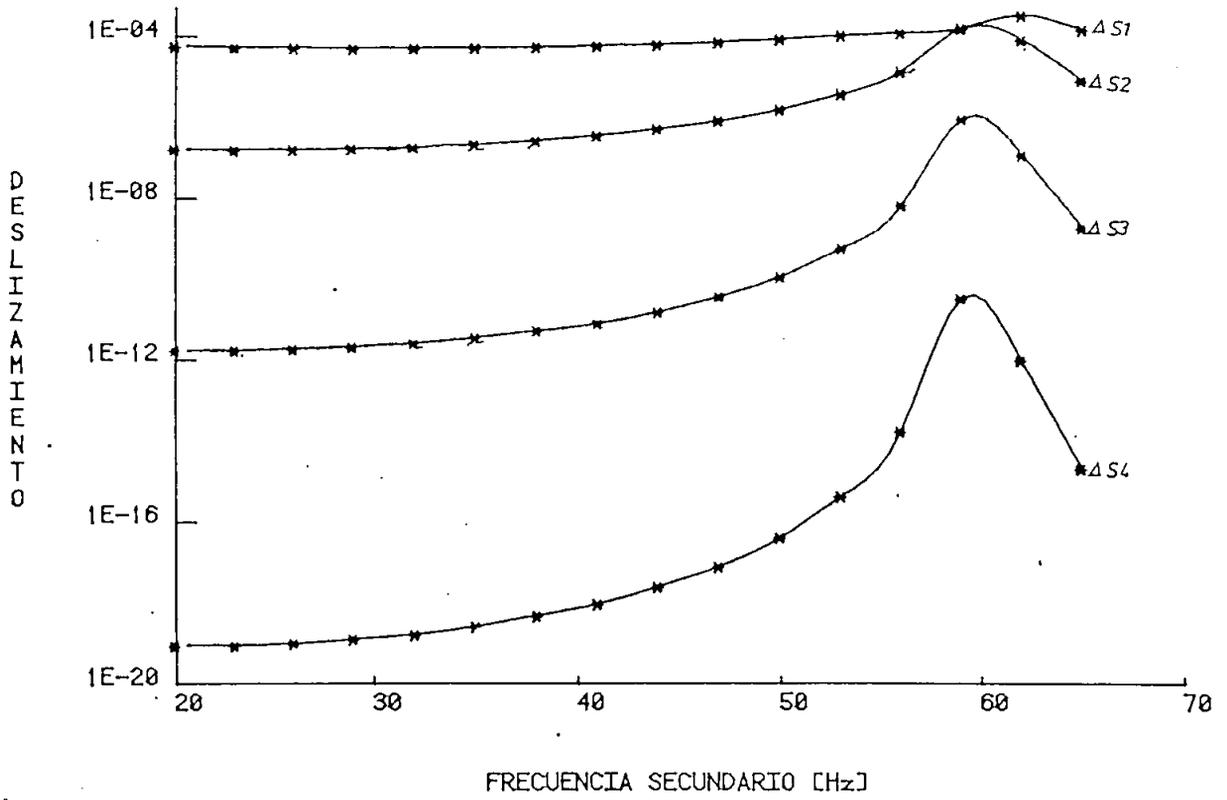


FIG.4-41 DESVIACIONES DEL DESLIZAMIENTO.

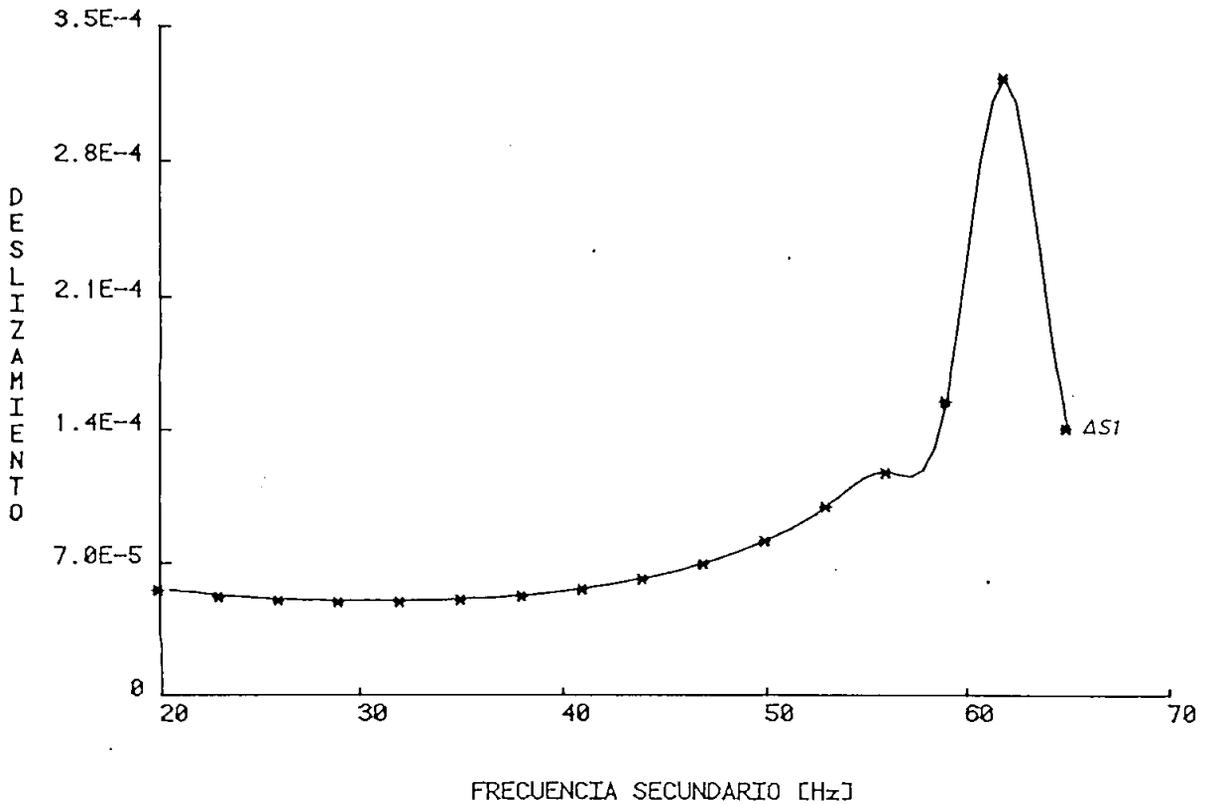


FIG.4-42 OSCILACIONES DE CORRIENTE DEL ESTATOR.

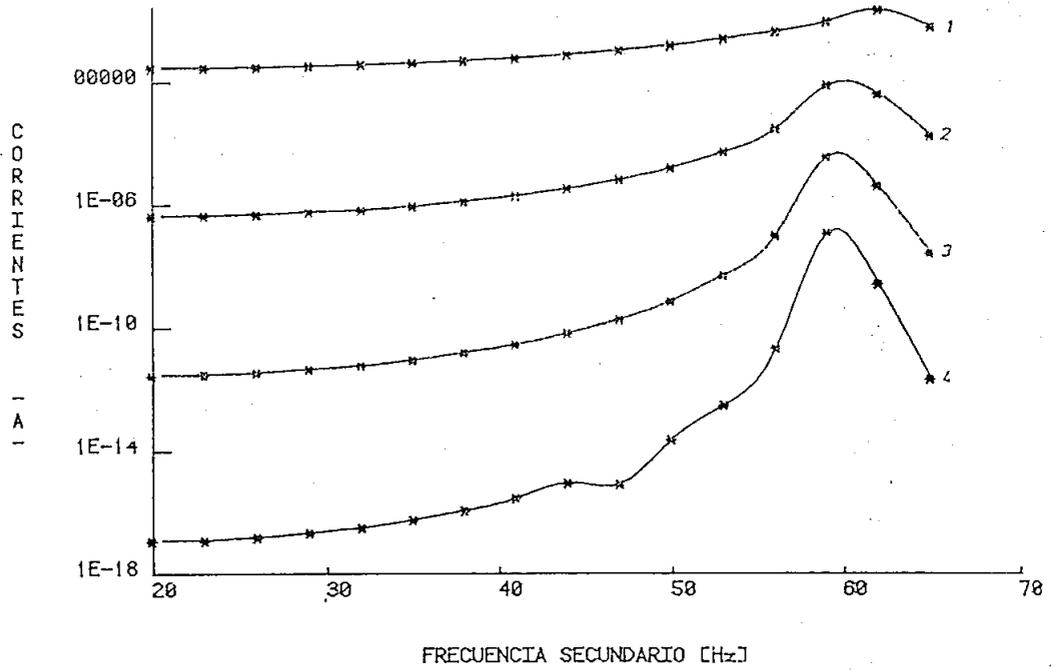


FIG.4-43 OSCILACION DE CORRIENTE DEL ESTATOR.

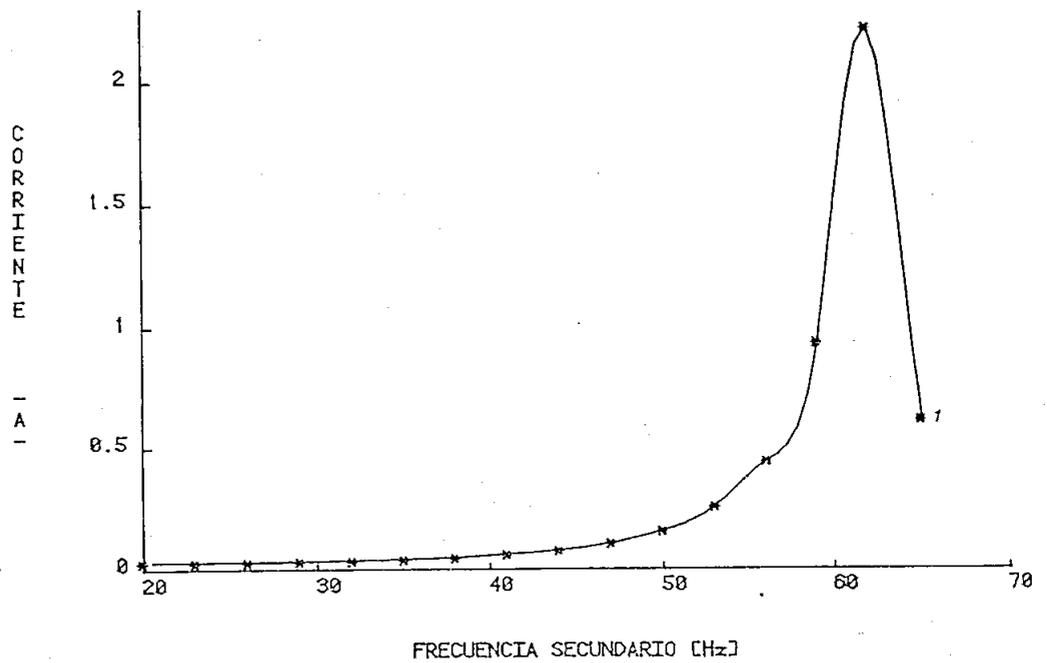
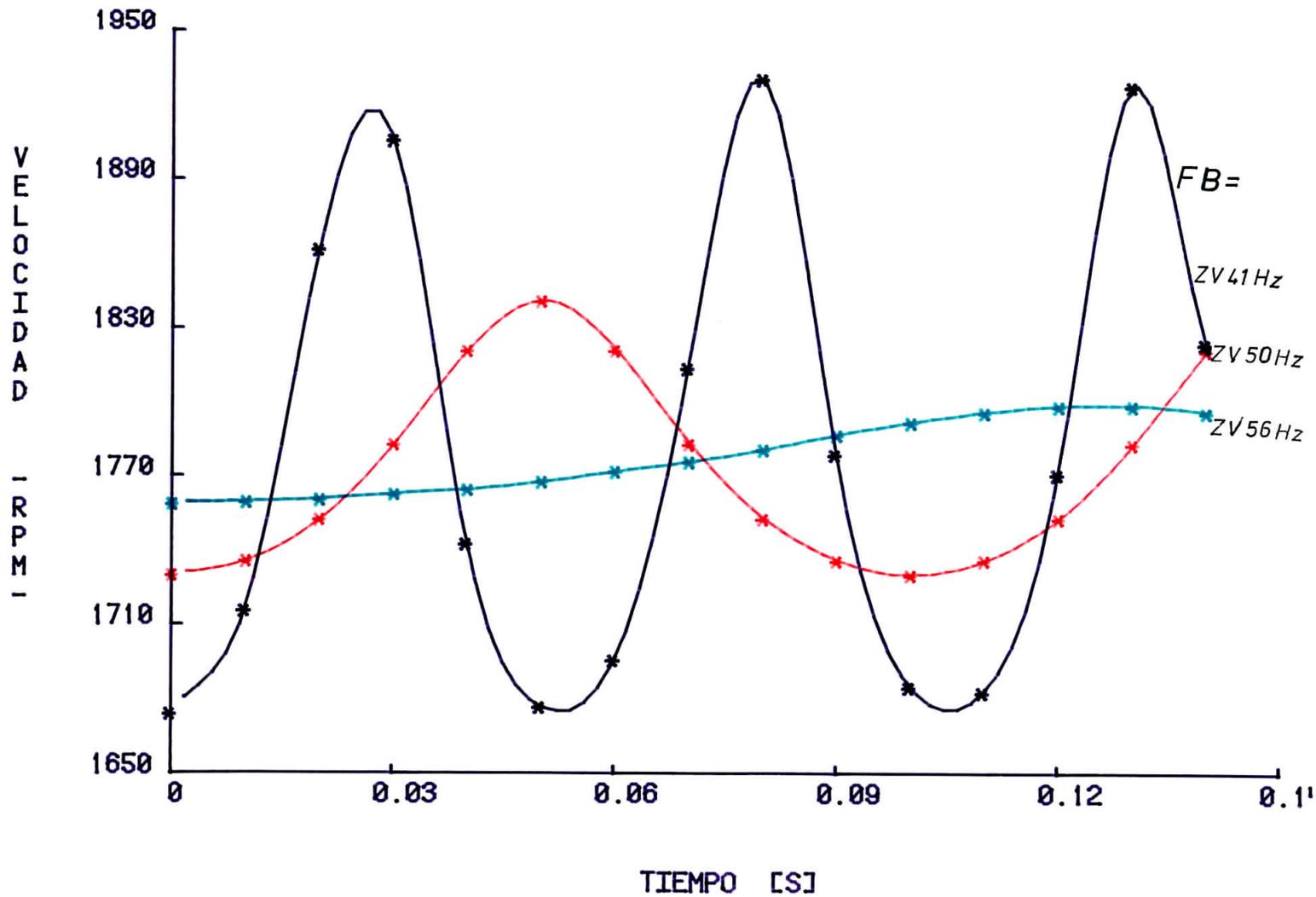


FIG.4-44 OSCILACION DE VELOCIDAD.



4.4 COMPARACION Y ANALISIS DE RESULTADOS.-

Los resultados obtenidos del análisis matemático y de la computación se comparan con los resultados obtenidos en las pruebas realizadas en la máquina sincrónica. Para procesar los datos en la programación se tomaron en la fuente secundaria los valores de $V_B = 44$ V en el caso en que se varía la frecuencia y la $F_B = 50$ Hz si se varía el voltaje, mientras que en las prácticas se toman a diferentes valores de voltaje y frecuencia.

En las curvas experimentales, por no existir una linealidad en los errores de cada medida, se realiza con una interpolación seccional cúbica, por ello las curvas no pasan exactamente por los puntos que se han tomado como datos, mientras que, las curvas presentadas por el cálculo matemático se realizan empleando el método de regresión polinomial de grado N deseado, éstas si pasan por todos los puntos calculados.

Como se puede observar, la familia de curvas de las corrientes experimentales del estator y del rotor, se obtiene a diferentes voltajes, la curva tomada a una tensión auxiliar de 42 V es la más aproximada a los valores teóricos, entre estas dos curvas se puede analizar dentro de la variación de frecuencia entre 45-56 Hz, que es el rango posible de maniobrar en la prueba. En la Tabla 4.3 se presentan valores de las corrientes del estator y del rotor, obtenidas de los gráficos de la parte experimental y teórica, con el fin de tener aproximadamente las diferencias.

TABLA 4.3

FRECUENCIA DEL SECUNDARIO [Hz]	CORRIENTE DEL ESTATOR [Amp]		CORRIENTE DEL ROTOR [Amp]	
	EXPERIMENTAL	TEORICO	EXPERIMENTAL	TEORICO
45	5	4.9	6.4	5.8
47	4.5	4.4	5.9	5.2
50	3.9	4.0	5.0	4.6
52	3.6	3.8	3.8	3.5
54	3.3	3.7	2.7	3.2
56	2.8	3.6	2.4	3.1
VOLTAJE SECUNDARIO [V]				
38	2.9	3.5	3.0	3.2
44	3.1	3.8	3.5	3.4
51	3.4	4	4.0	3.5
59	3.8	4.1	4.7	3.65
65	4.0	4.15	5.1	3.95

De los valores que se presentan en la tabla anterior se puede ver que son similares las corrientes del estator y el rotor en la parte experimental y teórica, existiendo la mayor diferencia en los valores mínimos en el que se estabilizan las corrientes, esta diferencia que se presenta se debe a factores que se enuncian a continuación:

En el análisis matemático no se considera la acción que produce el

bobinado del transformador que actúa como una impedancia para la fuente de alimentación principal, así mismo no se consideran los efectos de transformación de la tensión secundaria, es decir no se consideran las pérdidas del transformador que tiene influencia en el sistema secundario de alimentación. Las corrientes de oscilación en el estator de la máquina en prueba se pueden cerrar a través de los dos sistemas de alimentación, entonces no encuentran un cortocircuito ideal, como se asume en el cálculo, con la conexión del transformador se tiene una aproximación.

Otra causa que se debe tomar en cuenta es la determinación de los parámetros de la máquina de inducción, en el que se utiliza el método normalizado de la I.E.E.E., donde se incluye las pruebas de cortocircuito y rotor bloqueado, como se puede ver en este proceso de medición y cálculo se introduce un cierto margen de error, de esta manera los valores finales de constantes de la máquina que se proporciona como datos al programa digital, resultan ser aproximados a los reales, estos valores varían dependiendo del método que se emplee como se especifica en la referencia [7].

Otra dificultad que se encuentra es la oscilación de los instrumentos de medida, especialmente cuando la frecuencia del sistema secundario se aproxima a la nominal, introduciéndose errores en la apreciación de la lectura.

Las medidas son aproximadas en razón de que los valores de frecuencia y voltaje del sistema secundario de alimentación es complicado mantener uno de estos parámetros constante, cuando se lo requiere, al va-

riar uno de estos parámetros se modifica el otro, ya que dependen de la velocidad y excitación de la máquina sincrónica. Estos argumentos que se presentan, además de otros menos importantes justifican las diferencias de resultados de los métodos que se analizan siendo en todo caso satisfactorios en la mayor parte de la curva.

4.5 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN BASE A RESULTADOS OBTENIDOS.-

Los resultados que se presentan permiten determinar el comportamiento de la máquina asincrónica alimentada con doble frecuencia. Se toman fotografías de las formas de onda, a diferentes frecuencias del sistema secundario, con el fin de establecer el grado de oscilación que se presenta por la influencia del voltaje secundario, así tenemos: el voltaje que se introduce en el estator se encuentra en las figuras 4.6, 4.9, 4.11 con la frecuencia del sistema secundario de 50, 44, 58 Hz respectivamente, en cuanto al módulo toman diferentes valores porque el sistema no permite conservar el valor a diferentes frecuencias. En el oscilograma mostrado para una frecuencia de 50 Hz se ve que las variaciones de voltaje se presentan diez veces cada segundo, oscilando entre valores de 176 y 350 voltios pico pico, estas diez pulsaciones están dadas por la diferencia de frecuencias de los dos sistemas de alimentación. Cuando la diferencia de frecuencias de las fuentes de alimentación aumenta, la variación de voltaje se atenúa pero es notable en cada período que es de duración corta, el motor al recibir esta señal amortigua sus oscilaciones, ya que la variación en amplitud no es pronunciada y el tiempo de duración de cada período es rápido, permitiendo una lectura fácil de los instrumentos de medida, no así a una frecuencia más alta del sistema auxiliar,

en donde la variación de amplitud de voltaje es más pronunciada ya que a estas frecuencias se usa mayor voltaje secundario, pero además las variaciones en un segundo disminuyen, en la figura 4.11 se ve únicamente dos oscilaciones, igual a la diferencia de frecuencias, por estas características el motor aumenta sus oscilaciones, verificándose en el sonido de funcionamiento y en los instrumentos de medida que varían dificultando su lectura.

La corriente del estator se modifica en forma similar al voltaje, existiendo una mayor variación en su amplitud.

En la figura 4.7 se presenta el voltaje y la corriente del estator del sistema secundario de alimentación observando que se tiene las mismas formas que la señal de entrada a la máquina pero con amplitud menor, los sistemas de alimentación y la señal de entrada al motor están correlacionados.

En las figuras 4.8 y 4.10 se presenta la corriente del rotor que tienen una variación de amplitud en períodos más cortos de tiempo, aparecen además pequeñas oscilaciones dentro de la envolvente a frecuencias altas del sistema secundario, resultando complicado determinar la forma de onda de esta corriente rotórica debido a que la frecuencia de ésta es la de deslizamiento que depende de la diferencia de las frecuencias de los voltajes V_A , V_B , introduciendo distorsiones en la forma de onda a frecuencias bajas en el osciloscopio, especialmente cuando la diferencia de frecuencias disminuye.

Se presenta también un oscilograma de la forma de onda de corrien-

te del estator en el momento del arranque manteniéndose condiciones similares que en estado estable de funcionamiento de la máquina, con una amplitud mayor como ocurre en este transitorio.

Los gráficos, resultados de la programación digital, ayudan a delimitar entre que valores de las fuentes de alimentación es posible tener mejores características de funcionamiento de la máquina de inducción. En las curvas teóricas y prácticas podemos ver que no es posible trabajar con frecuencias menores de 43 Hz para la alimentación secundaria, porque la corriente en el estator y en el rotor empieza a elevarse sobre el valor nominal, mientras que en sentido contrario, es decir si la frecuencia se aproxima a la nominal, las corrientes disminuyen por debajo de la corriente de placa. También es posible obtener, para los diferentes valores de frecuencia del sistema secundario, las oscilaciones de corriente, creciendo rápidamente cuando es cercana a la frecuencia nominal, justificando los oscilogramas del osciloscopio.

Las pérdidas resistivas, indicadas en la figura 4.32, por ser función del cuadrado de las corrientes, y por la característica de ésta, se tiene que a frecuencias bajas las pérdidas son altas y cuando la corriente baja a frecuencias altas estas pérdidas disminuyen.

Los momentos de elasticidad y amortiguación presentados en las figuras 4.18 a 4.23, se encuentran defasados 90 grados, son determinados por los movimientos oscilatorios de la frecuencia pulsante y sus múltiplos, se puede notar que cuando nos acercamos a la frecuencia nominal los torques de amortiguación aumentan, ocurriendo el máximo en las proximidades de esta frecuencia de placa, en cambio con los torques de elasticidad o-

curre lo contrario, cuando la diferencia de frecuencias está entre los valores de 8 a 12 Hz el valor del torque de resorteamiento se encuentra alrededor del máximo valor. Las formas de las curvas, que en un caso crecen y en otro decrecen, lo hacen con pequeñas variaciones en la sección de frecuencias bajas del sistema de alimentación auxiliar, debido a la propia característica de la alimentación con doble frecuencia presentando inestabilidad en este sector, atenuando las oscilaciones. En las gráficas se puede notar que los momentos de elasticidad (valores reales) désaparecen cuando las dos frecuencias se superponen, indicándonos que estos momentos son característicos de la alimentación bifrecuencial. Estos torques forman la matriz tridiagonal conformando el sistema de ecuaciones que permiten conocer los valores de desviaciones del deslizamiento de la máquina asincrónica, presentándose en forma oscilatoria, estos valores se presentan en la figura 4.15 en ejes semilogarítmicos para observar los diferentes componentes de oscilación, indicándose además en ejes normales en las figuras 4.16 y 4.17.

Se describen los momentos asincrónicos, independientes del tiempo, presentados en las figuras 4.28, 4.29, 4.30, concluyendo con la suma de estos torques en la que se puede apreciar la variación y el aumento cuando la frecuencia auxiliar crece. El momento resultante de la máquina de inducción que se obtiene de la prueba se desarrolla en la figura 4.31, se puede ver que para una diferencia mayor de 25 Hz el torque crece tomándo valores muy altos, si esta diferencia decrece el torque igual aumenta pero en este caso de una forma muy lenta, permitiéndonos trabajar en este rango.

En la figura 4.33 se desarrolla muestras, tomado del análisis digi

tal, de la variación de velocidad cuando la frecuencia del sistema auxiliar de alimentación ha tomado diferentes valores, se puede ver que a mayor frecuencia la amplitud de variación disminuye pero aumenta el tiempo de cada período correspondiente al inverso de la diferencia de frecuencias, con la práctica se concluye que este número de oscilaciones en el tiempo tiene mayor influencia que la variación en amplitud, ya que en este rango se presenta una mayor oscilación en el movimiento rotórico determinado por su ruido. El campo magnético giratorio tiene características similares, cambiando únicamente su amplitud por el factor $1/(1 - \text{deslizamiento})$.

Del análisis realizado en los diferentes parámetros que se puede conseguir en las pruebas y en el programa digital se concluye que el funcionamiento de la máquina asincrónica alimentada con doble frecuencia es factible cuando la frecuencia del sistema secundario se encuentra entre el 75 y 90% del valor nominal, cuando esta frecuencia disminuye del rango establecido, la corriente se eleva sobre el valor de placa, dando lugar al calentamiento mayor de los bobinados y al incremento de pérdidas, sin cumplir los requerimientos para la prueba de calentamiento de la máquina, si la frecuencia aumenta por sobre el rango, existe mayor oscilación en la máquina, dificultándose la lectura de los instrumentos de medida por su inestabilidad, además la corriente disminuye a valores por debajo de la nominal, sin conseguir los objetivos deseados.

En cuanto al valor de voltaje del sistema secundario debe ser escogido en un rango entre el 10 y 30% del nominal, tomando en cuenta que se desea tener la corriente de placa circulando por el motor, este valor es también dependiente de la frecuencia que se escoja, además para tener la

corriente adecuada en el rotor se realiza la comparación de torques asincrónicos, que se consigue en los resultados del programa digital. Se debe conseguir dentro de los rangos de voltaje y frecuencia los valores a-decuados para minimizar los errores en los resultados finales de la prueba de calentamiento.

4.6 RECOMENDACIONES EN LA UTILIZACION DEL METODO.-

El método de las dos frecuencias para pruebas de eficiencia de calentamiento de las máquinas trifásicas asincrónicas tiene un procedimiento sencillo, existen dos formas de conexión posibles entre los sistemas de alimentación y el motor en prueba cuyos esquemas se muestran en el capítulo uno figuras 1.1, 1.2, de estos esquemas es más seguro utilizar la conexión con transformador de acoplamiento porque de esta manera se mantiene el aislamiento entre los dos sistemas de alimentación, evitándo que por los devanados del generador sincrónico del sistema B circulen corrientes elevadas, que es lo que ocurre con la conexión directa, en donde circulan los amperios nominales de la máquina de inducción por los dos sistemas de alimentación que se encuentran en serie, además si se desea hacer esta conexión se requiere que el generador auxiliar disponga de seis terminales.

El sistema de alimentación secundario es preferible que disponga de una potencia al menos igual que la de la máquina en prueba ya que se esta manera se facilita la maniobra para tener las condiciones de operación deseada, es posible variar el voltaje y frecuencia en un mayor rango, hasta tener corriente nominal en el motor de inducción, sin que este sistema auxiliar se motorice.

Previo a la alimentación de la máquina en prueba se debe verificar que las secuencias de fases de las dos fuentes de alimentación sean las mismas, caso contrario se alimenta con mayor corriente en el rotor, lo cual perjudica a la máquina y la prueba de calentamiento no proporciona resultados concretos.

Se debe verificar que el voltaje de entrada a la máquina sea el no minal y no guiarse únicamente con el voltaje del sistema principal que varía por la influencia de la fuente secundaria, este valor de voltaje debe variarse paralelamente con la frecuencia que debe encontrarse en los rangos definidos en el numeral anterior, hasta encontrar las condi ciones nominales de operación.

CONCLUSIONES

El objetivo del presente trabajo se ha logrado plenamente, al analizar el comportamiento de la máquina de inducción alimentada con doble frecuencia para conseguir las mejores características de funcionamiento, a través del conocimiento de rangos adecuados para regular voltaje y frecuencia de la fuente auxiliar.

En el análisis matemático se desarrolla el sistema de ecuaciones de la máquina de inducción, introduciéndose el efecto de la alimentación con doble frecuencia. Con la ayuda de procedimientos de integración y la introducción de desviaciones del estado estable se llega a un sistema de infinito número de ecuaciones lineales, las mismas que se resuelven por métodos iterativos y que describen el comportamiento oscilatorio de la máquina.

Los resultados de la simulación digital, y también de las pruebas experimentales, indican que es posible tener corriente nominal en la máquina de inducción examinada. El análisis realizado permite determinar los rangos de variación más adecuados de las fuentes de alimentación para obtener las mejores características en el desarrollo de la prueba, así, en la fuente secundaria la frecuencia debe variar entre el 80 y 88% del valor nominal, y el módulo de voltaje entre el 10 y 30%, en la fuente de alimentación principal se debe variar únicamente el voltaje para tener a la entrada del motor de inducción la tensión nominal.

Los resultados nos indican muy claramente que se debe considerar la conducta de elasticidad y amortiguamiento, así como las oscilaciones de

la máquina que se presenta por la característica de la alimentación bifrecuencial. Se tiene como limitante la determinación de las constantes de la máquina que deben ser lo más exacto posibles para no tener resultados alejados del funcionamiento real. Los oscilogramas en los que se muestran los voltajes y corrientes, confirman la teoría desarrollada respecto a las deformaciones de ondas, en donde varían las amplitudes en pulsaciones que dependen de la diferencia de frecuencias. Se observa además que el grado de oscilación de la máquina depende de la regulación del voltaje y la frecuencia de la fuente auxiliar.

El método de las dos frecuencias constituye una buena sustitución de la prueba convencional de calentamiento por carga mecánica, permitiendo una exacta determinación de la eficiencia de la máquina, la limitación en su uso es únicamente el empleo de dos fuentes de alimentación, constituyéndose más bien en un método efectivo e importante por las ventajas que ofrece, siendo aplicable a todo tipo de máquinas de inducción.

Se recomienda la utilización de este análisis para obtener valores de voltaje y frecuencia del sistema secundario de alimentación y para conocer el grado de oscilación. Un análisis matemático en estado transitorio de la máquina asincrónica alimentada con doble frecuencia puede ser realizado.

Es recomendable disponer de los parámetros de la máquina de inducción, de preferencia del fabricante o, de pruebas muy garantizadas.

```

C ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
C FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA
C TESIS DE GRADO
C "MODELO DIGITAL DE LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA
C CON DOBLE FRECUENCIA PARA SIMULACION DE CARGA"
C JORGE MORA PAREDES
C MARZO 1983

```

```

C----> PARAMETROS DE ENTRADA DEL PROGRAMA.
C----> VA,VB VOLTAJES DE LOS SISTEMAS DE ALIMENTACION PRINCIPAL Y SECUNDA
C----> FA,FB FRECUENCIAS DE ALIMENTACION PRINCIPAL Y SECUNDARIO.
C----> IN CORRIENTE NOMINAL DE LA MAQUINA.
C----> L1,L2 INDUCTANCIAS PROPIAS DEL ESTATOR / ROTOR.
C----> INDUCTANCIAS DE ACOPLAMIENTO.
C----> R1,R2 RESISTENCIAS PROPIAS DEL ESTATOR , ROTOR.
C----> POL NUMERO DE PARES DE POLOS.
C----> SO DESLIZAMIENTO NOMINAL.
C----> TRAEQ MOMENTO DE INERCIA.
C----> N NUMERO DE ITERACIONES ENTRE 3 Y 5
C----> IVFB CONSTANTE. DEFINIR VARIACION DE FRECUENCIA (0), VOLTAJE (1)
C----> MM CONSTANTE. ROTOR BOBINADO (3), ROTOR JAULA (1).

```

```

C
REAL L1,L2,M12,M21
REAL I2V1M(12),I2V2M(12),I2V3M(12),I2V4M(12)
REAL I1V1M(12),I1V2M(12),I1V3M(12),I1V4M(12)
REAL I1AM,I2AM,I1BM,I2BM,MNOMM
REAL I1EAU
REAL I1,I2
REAL IN
REAL SM(12)
COMPLEX TD,TDDA,YASIN
COMPLEX TDA(12)
COMPLEX VA,VB,AUX1,AUX2,D2A,D2B,I1A,I2A,I1B,I2B,MNOM,TP
COMPLEX DEA,DEB
COMPLEX D2A1(12),D2A2(12),D2B1(12),D2B2(12)
COMPLEX DIA1(12),DIA2(12),DIB1(12),DIB2(12)
COMPLEX TSC(12),TSC1(12),TSC2(12)
COMPLEX A(12,12),B(12),X(12)
COMPLEX SV(12)
COMPLEX I1V1(12),I1V2(12),I1V3(12),I1V4(12)
COMPLEX I2V1(12),I2V2(12),I2V3(12),I2V4(12)
COMPLEX KMDA,AUX3,AUX4

```

```

C
INTEGER POL
INICIALIZACION DE PARAMETROS.
IERRCR=0
ICON=0
ILL1=0
ILL2=0
ILL3=0
ILL4=0
ISO1=0
ISO2=0
IVB1=0
IVB2=0
I111=0
I112=0
JCON=0
JCOM=0
M1=1
M2=3
PHI=3.141594
WRITE(M2,300)

```

```

300 FORMAT (15(/),25X,71('*'),2(/25X,'*',70X,'*'),/25X,'*',21X,"ESCUELA
*LA POLITECNICA NACIONAL",20X,'*',/25X,'*',19X,"FACULTAD DE INGENIE
*RIA ELECTRICA",19X,'*',/25X,'*',28X,"TESIS DE GRADO",28X,'*',/25X,
*"',9X,"MODELO DIGITAL DE LA MAQUINA DE INDUCCION ALIMENTADA",9X,*
*"',/25X,'*',18X,"CON DOBLE FRECUENCIA PARA SIMULACION DE CARGA",
*07X,'*',/25X,'*',30X,"JORGE MORA",30X,'*',/25X,'*',30X,"MARZO 1983
*"',30X,'*',2(/25X,'*',70X,'*'),/25X,70('*'),15(/))

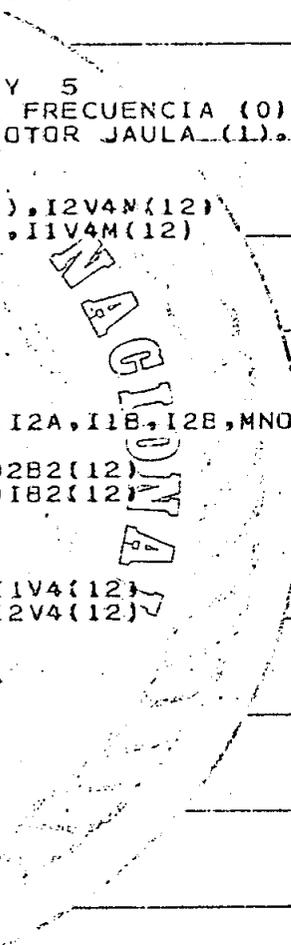
```

```

C
C LEER E IMPRIMIR DATOS DE ENTRADA.
C
REAC(M1,10) VA,VB
VBAL=VB

```

QUITO



```

IF(VAAU.LE.0.)GOTO 301
351 IF(VEAU.GE.(0.08*VAAU).AND.VBAU.LE.(0.4*VAAU))GOTO 302
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,303) VB
303 FORMAT(///20X,'DATO NO PRACTICO PARA LA PRUEBA VB =',E10.4)
GOTO 302
301 IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,304) VA
304 FORMAT(///20X,'VOLTAJE DEL SISTEMA PRINCIPAL NO REAL VA =',E10.4)
GOTO 351
302 READ(M1,11) FA,FB
IF(FA.GT.0.)GOTO 305
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,306) FA
306 FORMAT(///20X,'FRECUENCIA PRINCIPAL NO ES REAL FA =',E10.4)
305 IF(FB.GT.0..AND.FB.LT.FA)GOTO 307
IERRCR=IERRCR+1
WRITE(M2,308) FB
308 FORMAT(///20X,'FRECUENCIA DEL SECUNDARIO NO ES REAL FB =',E10.4)
307 READ(M1,204) IN
IF(IN.GT.0.)GOTO 309
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,310) IN
310 FORMAT(///20X,'CORRIENTE NOMINAL INCORRECTO IN =',E10.4)
309 READ(M1,12) L1,L2,M12,M21,R1,R2
IF(L1.GT.0..AND.L2.GT.0.)GOTO 311
IERROR=IERRCR+1
GOTO 314
311 IF(M12.GT.0..AND.M21.GT.0.)GOTO 312
IERROR=IERRCR+1
GOTO 314
312 IF(R1.GT.0..AND.R2.GT.0.)GOTO 313
IERRCR=IERRCR+1
314 WRITE(M2,315)
315 FORMAT(///20X,'ERROR EN PARAMETROS DE LA MAQUINA')
313 READ(M1,13) POL,SO
READ(M1,44) TRAEG
IF(POL.GT.0..AND.SO.GT.0..AND.TRAEG.GT.0.)GOTO 316
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,317)
317 FORMAT(///20X,'ERROR EN NUMERO DE PARES DE POLOS, DESLIZAMIENTO G
* MOMENTC DE INERCIA')
316 READ(M1,19) N
IF(N.GT.2..AND.N.LE.5)GOTO 318
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,319) N
319 FORMAT(///20X,'NUMERO DE ITERACIONES FUERA DEL RANGO N=',I3)
318 READ(M1,19) IVFB
READ(M1,92) MM
IF(MM.EQ.1. OR.MM.EQ.3)GOTO 339
IERROR=IERRCR+1
WRITE(M2,320)
320 FORMAT(///20X,'ERROR MM DEBE TOMAR VALORES 1 O 3, MM =',I3)
339 IF(IERRCR.EQ.0)GOTO 321
WRITE(M2,322) IERROR
322 FORMAT(///20X,'NUMERO DE ERRORES',I3)
GOTO 350
321 CONTINUE
WRITE(M2,100)
WRITE(M2,14) VA,FA
WRITE(M2,279) VB
WRITE(M2,280) FB
WRITE(M2,15) L1,L2,M12,M21,R1,R2
WRITE(M2,16) POL,SO,TRAEG
CALCULAR PARAMETROS AUXILIARES Y CORRIENTES EFECTIVAS DEL ESTATOR Y ROTOR
DEBIDO A LOS DOS SISTEMAS DE ALIMENTACION
VAAU1=VA
VAAU=SQRT(VAAU**2-VBAU**2)
FB=FA-10
78 CONTINUE
VBAU=VB
IF(IVFB.NE.1)GOTO 281
VAAU=SQRT(VAAU1**2-VBAU**2)
VA=CMPLX(VAAU,0.)
81 CONTINUE
FBAU=FB
252 CONTINUE
IF(ILL1.EQ.1)GOTO 270
GOTO 85
VARIAR FRECUENCIA SECUNDARIA ENTRE 20 Y FA+5

```

```

70 IF (IVFE.NE.) GOTO 75
   ICON=ICCN+1
   IF(FE.GT.(FA+3.)) GOTO 261
   IF(ICON.GT.1) GOTO 76
   FE=17
70 CONTINUE
   FE=FE+3.
   WRITE (N2,70) FE
   GOTO 85

```

VARIAR VOLTAJE SECUNDARIO ENTRE 0.025VA Y 0.3VA

```

75 IF(IVFB.NE.1) GOTO 85
   ICUN=ICCN+1
   IF(ICON.EQ.15) GOTO 261
   IF(ICON.GT.1) GOTO 84
   VE=(0..C.)
84 VB=VB+0.025*VA
   WRITE(N2,105)VB
85 CONTINUE

```

DEFINIR PARAMETROS AUXILIARES PARA FACILITAR EL CALCULO DE CORRIENTES

```

WA=2.*PI*FA
RH01=R1/(WA*L1)
RH02=R2/(WA*L2)
SIG = 1.-M12*M21/(L1*L2)
SA=SC
D2A =CMPLX(-M21*SA**2/(L2*(RH02**2+SA**2)), -M21*RH02*SA/(L2*(RH02
**2+SA**2)))
AUX1=CMPLX (RH02,SA)
AUX2 =CMPLX (RH01*RH02-SIG*SA,RH01*SA+RH02)

```

CALCULO DE CORRIENTES DEBIDO AL SISTEMA DE ALIMENTACION PRINCIPAL.

```

I1A = VA*AUX1/(WA*L1*AUX2)
I2A = I1A*D2A
I1AM=CAES(I1A)
I2AM = CABS(I2A)
COMPARAR CORRIENTE DEL SISTEMA PRINCIPAL SI ES MENOR QUE LA NOMINAL.
IF(I1AM.LE.IN)GOTO 360

```

```

ILLL4=ILLL4+1
SU=SC/1.025
R1=R1*1.15
R2=R2*1.1
IF(ILLL4.EQ.3) GOTO 361
GOTO 85

```

```

361 WRITE (N2,362)
362 FORMAT(/// //20X, 'VALORES DE RESISTENCIAS DEL ESTATOR Y FACTOR MUY B
*AJS', ///)
GOTO 350

```

```

360 CONTINUE
WB=2.*PI*FB
SB=WB/WA-1+SU
D2B =CMPLX(-M21*SB**2/(L2*(RH02**2+SB**2)), -M21*RH02*SB/(L2*(RH02
**2+SB**2)))
AUX1 =CMPLX(RH02,SB)
AUX2 =CMPLX(RH01*RH02*WA/WB-SIG*SB,RH01*WA/WB*SB+RH02)

```

CALCULO DE CORRIENTE DEBIDO AL SISTEMA SECUNDARIO.

```

I1B =VB*AUX1/(WB*L1*AUX2)
I2B = I1B*D2B
I1BM = CABS(I1B)
I2BM = CABS(I2B)

```

CALCULO DEL MOMENTO NOMINAL.

```

MNOM=(3.*PI*LI*(1-SIG)*((I1A**2+I1B**2)*SA+RH02)/(SA**2+RH02**2)
MNCMP= CABS(MNOM)
TP=(3*PI*LI/2)*((CONJG(I2B))*I1A-I2A*(CONJG(I1B)))

```

ITERACIONES PARA OBSERVAR SI LOS PARAMETROS DE LA MAQUINA SON CORRECTOS.

```

IF(ILLL1.EQ.1) GOTO 275
IF(ILLL2.EQ.1) GOTO 271
ILLL2=1.
FB=17.

```

```

I1BAU=I1BM
GOTO 78

```

```

271 CONTINUE

```

OSCILACION DE CORRIENTE ESTA DENTRO DEL RANGO?

```

IF((ABS(I1BAU-I1BM)).GT.(0.50*IN)) GOTO 272

```

```

ILLL1=0
ILLL2=0
SE MODIFICA M12 COMO AJUSTE PARA OBTENER LA OSCILACION.
IF( ILLL3.GT.3) GOTO 273
ILLL3=ILLL3+1
FB=FA-3.
M12=M12*1.02
GOTC 78
273 CONTINUE
SI A LA TERCERA ITERACION N CUMPLE CON LA CONDICION DE OSCILACION
LOS PARAMETROS NO SON REALES.
WRITE(M2,274)
274 FORMAT(/////10X,'E R R O R PARAMETROS DE LA MAQUINA NO SON CORRECT
*RECTOS',///)
GOTC 261
272 CONTINUE
ILLL1=1
FB=FA-10.
275 CONTINUE

```

CALCULO DE PARAMETROS AUXILIARES. UTILIZADOS PARA CALCULOS DE TORQUE Y CORRIENTES DE OSCILACION

```

WAB= WA-WB
E=WAB/WA
AUX1=CMPLX(0.,-((1-SIG)*RHO2)/SQRT(2.))
AUX2=CMPLX(RHO2,SA)
DEA =AUX1/AUX2
AUX2 = CMPLX(RHO2,SB)
DEB = AUX1/AUX2
DO 30 I=1,N
AUX1=CMPLX(0.,L1/(M12*(1+I*E)))
AUX2 =CMPLX(RHO1,1+I*E)
D2A1(I) = AUX1*AUX2
AUX1 = CMPLX(0.,L1/(M12*(1-I*E)))
AUX2=CMPLX(RHO1,1-I*E)
D2A2(I)= AUX1*AUX2
AUX1 = CMPLX(0.,L1/(M12*(1+I*E*(WA/WB))))
AUX2 = CMPLX(RHO1*(WA/WB),1+I*E*(WA/WB))
D2B1(I) = AUX1*AUX2
AUX1=CMPLX(0.,L1/(M12*(1-I*E*(WA/WB))))
AUX2 = CMPLX(RHO1*(WA/WB),1-I*E*(WA/WB))
D2B2(I)=AUX1*AUX2
AUX1=CMPLX(RHO2*RHO1-SIG*(SA+I*E)*(1+I*E),RHO1*(SA+I*E)+RHO2*(1+I*
*E))
AUX2=CMPLX(1+I*E,0.)
DIA1(I)=AUX2/AUX1
AUX1=CMPLX(RHO1*RHO2-SIG*(SA-I*E)*(1-I*E),RHO1*(SA-I*E)+RHO2*(1-I*
*E))
AUX2=CMPLX(1-I*E,0.)
DIA2(I)=AUX2/AUX1
AUX1=CMPLX(RHO1*RHO2*(WA/WB)-SIG*(SB+I*E)*(1+I*E*(WA/WB)),RHO1*(WA
*/WB)*(SE+I*E)+RHO2*(1+I*E*(WA/WB)))
AUX2 = CMPLX(1+I*E*(WA/WB),0.)
DIB1(I)=AUX2/AUX1
AUX1=CMPLX(RHO1*RHO2*(WA/WB)-SIG*(SB-I*E)*(1-I*E*(WA/WB)),RHO1*(WA
*/WB)*(SE-I*E)+RHO2*(1-I*E*(WA/WB)))
AUX2=CMPLX(1-I*E*(WA/WB),0.)
DIB2(I)=AUX2/AUX1
30 CONTINUE

```

INICIALIZAR VARIABLES DE TORQUES, DE ELASTICIDAD Y AMORTIGUACION.

```

DO 29 I=1,N
TSC(I)=(0.,0.)
TSC1(I)=(0.,0.)
TSC2(I)=(0.,0.)
29 CONTINUE
SUMATORIO DE TORQUES DE ELASTICIDAD Y AMORTIGUACION
DO 31 I=1,N
TSC(I)=(3/SQRT(2.))*POL*M12*((CABS(I1A))**2*(DEA*DIA1(I)*(D2A1(I)-
*CONJG(D2A)))+CONJG(DEA)*CONJG(DIA2(I))*(CONJG(D2A2(I))-D2A))+
*(CAES(I1B))**2*(DEB*DIB1(I)*(D2B1(I)-CONJG(D2B))+CCONJG(DEB)*
*CONJG(DIB2(I))*(CONJG(D2B2(I))-D2B)))
31 CONTINUE
DO 39 I=2,N
TSC1(I)=(3/SQRT(2.))*POL*M12*I1A*CONJG(I1B)*((DEA*DIA1(I-1)*
*(D2A1(I-1)-CONJG(D2B))+CONJG(DEB)*CONJG(DIB2(I-1))*(CONJG(D2B2(I-1)
*))-D2A))
39 CONTINUE
N1=N-1
DO 38 I=1,N1

```

```
TSC2(I)=(3/SORT(2.))*POL*M12*CONJG(I1A)*I1B*(DEB*DIB1(I+1))*
*{(D2B1(I+1)-CONJG(D2A))+CONJG(DEA)*CCNJG(DIA2(I+1))}*
*(CONJG(D2A2(I+1))-D2B)
```

38 CONTINUE

```
ORDENAR LA MATRIZ TRIDIAGONAL
CALL ORDEN(TSC,TSC1,TSC2,TP,TRAEG,WA,POL,WAB,N,A,B)
```

```
SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES.
CALL SOLT(A,B,N,X)
```

```
CORRIENTES DE OSCILACION EN EL ESTATOR (1) Y EN EL ROTOR (2).
```

```
DO 50 I=1,N
SV(I)=X(I)
I1V1(I)=DEA*DIA1(I)*SV(I)*I1A
I1V2(I)=-CEA*DIA2(I)*CONJG(SV(I))*I1A
I1V3(I)=DEE*DIB1(I)*SV(I)*I1B
I1V4(I)=-DEB*DIB2(I)*CONJG(SV(I))*I1B
I2V1(I)=D2A1(I)*I1V1(I)
I2V2(I)=D2A2(I)*I1V2(I)
I2V3(I)=D2B1(I)*I1V3(I)
I2V4(I)=D2B2(I)*I1V4(I)
```

50 CONTINUE

```
CALCULAR CORRIENTES DE OSCILACION.
```

```
DO 51 I=1,N
I1V1M(I)=CABS(I1V1(I))
I1V2M(I)=CABS(I1V2(I))
I1V3M(I)=CABS(I1V3(I))
I1V4M(I)=CABS(I1V4(I))
I2V1M(I)=CABS(I2V1(I))
I2V2M(I)=CABS(I2V2(I))
I2V3M(I)=CABS(I2V3(I))
I2V4M(I)=CABS(I2V4(I))
```

51 CONTINUE

```
PARAMETROS AUXILIARES Y MOMENTOS ASINCRONICOS
```

```
AUX1=CMPLX(0.,3*POL*M12/2)
AUX2=(I2A*CONJG(I1A)+I2B*CONJG(I1B))-CONJG(I2A)*I1A+CONJG(I2B)*
*I1B)
TD=AUX1*AUX2
DO 60 I=1,N
KMDA=CONJG(I1A)*I2V3(I)+CONJG(I1B)*I2V2(I)+I2A*CONJG(I1V3(I))+I2B*
*CONJG(I1V2(I))
TDA(I)=AUX1*(KMDA-CONJG(KMDA))
AUX2=CMPLX(0.,0.)
AUX3=CMPLX(0.,0.)
AUX4=CMPLX(0.,0.)
DO 61 I=1,N
AUX2=AUX2+I2V1(I)*CONJG(I1V1(I))-CONJG(I2V1(I))*I1V1(I)+I2V2(I)*
*CONJG(I1V2(I))-CONJG(I2V2(I))*I1V2(I)+I2V3(I)*CONJG(I1V3(I))-
*CONJG(I2V3(I))*I1V3(I)+I2V4(I)*CONJG(I1V4(I))-CONJG(I2V4(I))*I1V4(
*I)
```

61 CONTINUE

```
DO 62 I=1,N1
AUX3=AUX3+I2V1(I)*CONJG(I1V3(I+1))-CONJG(I2V1(I))*I1V3(I+1)+I2V4(I
*)*CONJG(I1V2(I+1))-CONJG(I2V4(I))*I1V2(I+1)
```

62 CONTINUE

```
DO 63 I=2,N
AUX4=AUX4+I2V2(I)*CONJG(I1V4(I-1))-CONJG(I2V2(I))*I1V4(I-1)+
*I2V3(I)*CONJG(I1V1(I-1))-CONJG(I2V3(I))*I1V1(I-1)
```

63 CONTINUE

```
MOMENTOS ASINCRONICOS.
```

```
TDDA=AUX1*(AUX2+AUX3+AUX4)
TASIN=-(TD+TDA(1))+TDDA)
TDM=CABS(TD)
TDM=CABS(TCA(1))
TDDAM=CABS(TDDA)
TASIM=CABS(TASIN)
```

```
PARAMETROS AUXILIARES EN EL CALCULO DE LA CORRIENTE EFECTIVA DEL ESTATOR.
```

```
AUX11=I1V1M(1)**2+I1V2M(1)**2+I1V3M(1)**2+I1V4M(1)**2
AUX12=I1V1M(2)**2+I1V2M(2)**2+I1V3M(2)**2+I1V4M(2)**2
X1=REAL(I1A)
Y1=AIMAG(I1A)
```

```

X2=REAL(I1V3(1))
Y2=AIMAG(I1V3(1))
C11=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I1B)
Y1=AIMAG(I1E)
X2=REAL(I1V2(1))
Y2=AIMAG(I1V2(1))
C12=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I1V1(1))
Y1=AIMAG(I1V1(1))
X2=REAL(I1V3(2))
Y2=AIMAG(I1V3(2))
C13=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I1V2(2))
Y1=AIMAG(I1V2(2))
X2=REAL(I1V4(1))
Y2=AIMAG(I1V4(1))
C14=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
CORRIENTE EFECTIVA DEL ESTATOR.
I1=SQRT(I1AM**2+I1BM**2+AUX11+AUX12+2*I1AM*I1V3M(1)*C11+2*I1EM*
*I1V2M(1)*C12+2*I1V1M(1)*I1V3M(2)*C13+2*I1V2M(2)*I1V4M(1)*C14)

```

```

AUX13=I2V1M(1)**2+I2V2M(1)**2+I2V3M(1)**2+I2V4M(1)**2
AUX14=I2V1M(2)**2+I2V2M(2)**2+I2V3M(2)**2+I2V4M(2)**2

```

```

X1=REAL(I2A)
Y1=AIMAG(I2A)
X2=REAL(I2V3(1))
Y2=AIMAG(I2V3(1))
C21=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I2B)
Y1=AIMAG(I2B)
X2=REAL(I2V2(1))
Y2=AIMAG(I1V2(1))
C22=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I2V1(1))
Y1=AIMAG(I2V1(1))
X2=REAL(I2V3(2))
Y2=AIMAG(I2V3(2))
C23=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))
X1=REAL(I2V2(2))
Y1=AIMAG(I2V2(2))
X2=REAL(I2V4(1))
Y2=AIMAG(I2V4(1))
C24=COS(ATAN2(X1,Y1)-ATAN2(X2,Y2))

```

```

CORRIENTE EFECTIVA DEL ROTOR.
I2=SQRT(I2AM**2+I2BM**2+AUX13+AUX14+2*I2AM*I2V3M(1)*C21+2*I2BM*
*I2V2M(1)*C22+2*I2V1M(1)*I2V3M(2)*C23+2*I2V2M(2)*I2V4M(1)*C24)
CALCULO DE PERDIDAS RESISTIVAS DEL ESTATOR Y ROTOR

```

```

PCS=3*R1*I1**2
PCR=MN*R2*I2**2
IF(I111.EQ.1) GOTO 258
IF(I112.EQ.1) GOTO 86
IF(IVFB.NE.0) GOTO 111

```

MODIFICACION DEL DESLIZAMIENTO DEBIDO AL AUMENTO DE LA FRECUENCIA SECUNDARIA.

```

AUVW=0.
DO 211 I=1,4
AUVW=AUVW+SV(I)
CONTINUE
SO=SO+AUVW
GOTO 258

```

MODIFICACION DEL DESLIZAMIENTO DEBIDO A UNA DISMINUCION DE LA FRECUENCIA SECUNDARIA.

```

AUVW=0.
DO 212 I=1,4
AUVW=AUVW+SV(I)
CONTINUE
SO=SO-AUVW
CONTINUE

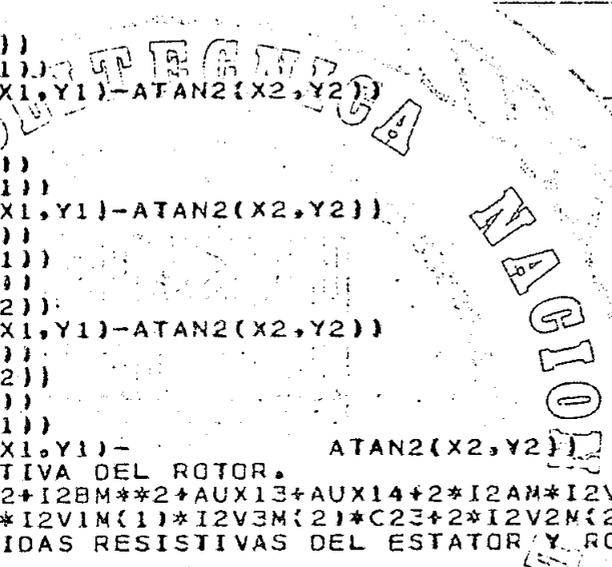
```

IMPRIMIR RESULTADOS

```

CORRIENTES DEL SISTEMA A Y B Y MOMENTO NOMINAL.
WRITE(M2,20) I1A,I1AM,I2A,I2AM
WRITE(M2,17) I1B,I1BM,I2B,I2BM
WRITE(M2,21) MNOM
WRITE(M2,18) MNOMM
DESLIZAMIENTO.
WRITE(M2,2)
DO 4 I=1,N
SM(I)=CABS(X(I))

```



QUITO

```

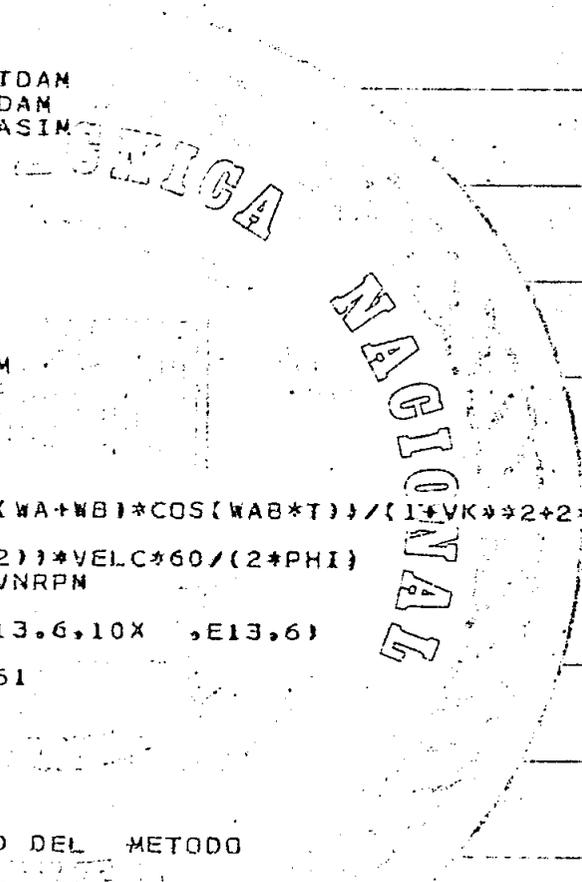
WRITE (N2,3) X(I),SM(I)
3 FORMAT(/10X,' SO V = ', 2E13.6,8X,E13.6)
4 CONTINUE
2 FORMAT(//10X,' DESVIACIONES DE DESLIZAMIENTO',/10X,26(' '),//10X,
* ' VALORES COMPLEJOS',30X, ' MODULO')
ESCRITURA DE TORQUES DE AMORTIGUACION Y ELASTICIDAD.
WRITE (N2,32)
DO 33 I=1,N
WRITE (N2,34) TSC(I),TSC1(I) ,TSC2(I)
34 FORMAT (/,3(8X,E12.5,2X,E12.5))
33 CONTINUE
ESCRITURA DE CORRIENTES DE OSCILACION.
WRITE (N2,52)
DO 53 I=1,N
WRITE (N2,54) I1V1M(I),I1V2M(I),I1V3M(I),I1V4M(I)
54 FORMAT (/,4(10X,E13.6))
53 CONTINUE
WRITE (N2,55)
DO 56 I=1,N
WRITE (N2,57) I2V1M(I),I2V2M(I),I2V3M(I),I2V4M(I)
MOMENTOS ASINCRONICOS.
56 CONTINUE
WRITE (N2,68)
WRITE (N2,64) TD,TDM
WRITE (N2,65) TDA(1),TDAM
WRITE (N2,66) TDDA,TDAM
WRITE (N2,67) TASIN,TASIM
WRITE (N2,90) I1,I2
PERDIDAS RESISTIVAS.
WRITE (N2,91) PCS,PCR
VELCCIDAD.

VELSI=2.*PHI*FA/POL
VEN=(1-SO)*VELSI
VNRPM=VEN*60/(2*PHI)
WRITE (N2,120) VEN,VNRPM
WRITE (N2,89) VELSI
VK=(VB*WA)/(VA*WB)
T=0.
WRITE (N2,79)
DO 80 I=1,30
VELC=(WA+VK**2*WB+VK*(WA+WB)*COS(WAB*T))/(1+VK**2+2*VK*COS(WAB*T))
VELC=VELC/FCL
VNRPM=(1-SO-SV(1)-SV(2))*VELC*60/(2*PHI)
WRITE (N2,81) T,VELC,VNRPM
T=T+0.005
1 FORMAT(10X,F7.4,10X,E13.6,10X ,E13.6)
0 CONTINUE
IF (I111.EQ.1) GOTO 261
GOTC 78
1 IF (IVFB.NE.1) GOTO 86
GOTC 253
6 CONTINUE
I112=1

COMPROBAR LA EXACTITUD DEL METODO

IF (I111.EQ.1) GOTO 205
IF (ABS(TASIM+TRAEG)).LT.(0.005*TRAEG) GOTO 251
IF (ABS(TASIM)).GT.(ABS(TRAEG)) GOTO 208
IF (ISO2.EQ.1) GOTO 251
ISO1=1
FB=FB+0.25
SO=SO-0.0005
GOTO 78
8 IF (ISO1.EQ.1) GOTO 251
ISO2=1
FB=FB-0.25
SO=SO+0.0005
GOTO 78
5 CONTINUE
COMPARACIONES DE CORRIENTE NOMINAL PARA DETERMINAR PARANETRGS DE
ENTRADA APROPIADOS DE FUNCIONANAMIENTO.
IF (ABS(IU-IN)).LT.(0.03*IN) GOTO 205
IF (I1.GT.IN) GOTO 206
IF (IVB2.EQ.1) GOTO 205
IVB1=1
VB=VB+0.03*VA
GOTC 78
6 IF (IVB1.EQ.1) GOTO 205
IVB2=1

```



VB=VE-0.03*VA

GOTG 78

251. I111=1

WRITE (#2,209) VB,FB

GOTO 258

261 CONTINUE

FORMATOS.

10 FORMAT (4F6.1)

11 FORMAT (2F3.1)

12 FORMAT(6F12.6)

13 FORMAT (12,F12.6)

14 FORMAT(///20X,'DATOS DE LA MAQUINA',/20X,19('*'),///5X,'VOLTAJE DE
*L SISTEMA PRINCIPAL VA = ',2E13.6,///5X,'FRECUENCIA DEL SIS
*TEMA PRINCIPAL FA = ',E13.6)

15 FORMAT(/5X,'INDUCTANCIA PROPIA DEL ESTATOR L1 = ',E13.6,///5X,.
*INDUCTANCIA PROPIA DEL ROTOR L2 = ',E13.6,///5X,'INDUCTANCIAS
* MUTUAS',15X,'M12 = ',E13.6,///38X,'M21 = ',E13.6,///5X,'RESISTENCIA
* DEL PRIMARIO',10X,'R1 = ',E13.6,///5X,'RESISTENCIA DE SECUNDARIO',
* 9X,'R2 = ',E13.6)

16 FORMAT(/5X,'NUMERO DE PARES DE PGLOS',9X,'POL = ',14,///5X,'DESLIZA
*MIENTO EN ESTADO ESTABLE SO = ',E13.6,///5X,'MOMENTO DE INERCIA
*',14X,'TRAEG = ',E13.6)

17 FORMAT(///10X,'CORRIENTES EFECTIVAS DEBIDO AL SISTEMA B ',/10X,40(
''),///10X,'CORRIENTE DEL ESTATOR I1B = ',2E13.6,15X,'MODULO ',
*E13.6,///10X,'CORRIENTE DEL ROTOR I2B = ',2E13.6,15X,'MODULO
* ',E13.6)

18 FORMAT (/5X,'MODULO DEL MOMENTO MNOMM = ',E13.6)

19 FORMAT (11)

20 FORMAT(///20X,'CORRIENTES EFECTIVAS DEBIDO AL SISTEMA A',/10X,40(
''),///10X,'CORRIENTE DEL ESTATOR I1A = ',2E13.6,14X,'MODULO ',
*E13.6,///10X,'CORRIENTE DEL ROTOR I2A = ',2E13.6,15X,'MODULO
* ',E13.6)

21 FORMAT(///5X,'MOMENTO NOMINAL MNOM = ',2E13.6)

32 FORMAT(///15X,'TORQUES DE AMORTIGUACION Y ELASTICIDAD',/15X,38('*'
*),///18X,'TS0 - JTC0',24X,'TS1 - JTC1',24X,'TS2 - JTC2')

44 FORMAT (F12.5)

52 FORMAT (///20X,'CORRIENTES DE OSCILACION',/20X,24('*'),///10X,'CGR
*RIENTE OSCILANTE DEL ESTATOR DEBIDO A LOS SISTEMAS A Y B',///12X,'I1V1
*I1V1 (I)',15X,'I1V2 (I)',15X,'I1V3 (I)',15X,'I1VJ (I)')

55 FORMAT (///10X,'CORRIENTE OSCILANTE DEL ROTOR DEBIDO A LOS SISTEMAS
* A Y B',///12X,'I2V1 (I)',15X,'I2V2 (I)',15X,'I2V3 (I)',15X,'I2V4 (I)')

57 FORMAT(/,4(10X,E13.6))

64 FORMAT(/10X,'MOMENTO INDEPENDIENTE DEL TIEMPO',5X,'TD = ',2E13.6,
*5X,E13.6)

65 FORMAT (/10X,'DESVIACION DEL MOMENTO DE 1 CLASE TDA = ',2E13.6,
*5X,E13.6)

66 FORMAT(/10X,'DESVIACION DEL MOMENTO DE 2 CLASE TODA = ',2E13.6,5X,
*E13.6)

67 FORMAT(/10X,'MOMENTO ASINCRONICO',14X,'TASIN = ',2E13.6,5X,E13.6)

68 FORMAT(///10X,'MOMENTOS ASINCRONICOS',/10X,22('*'),///10X,'VALORES
* COMPLEJOS',55X,'MODULOS')

70 FORMAT(////////10X,'CALCULO DE PARAMETROS AFECTADOS POR LA VARIACION
ON DE LA FRECUENCIA DEL SISTEMA SECUNDARIO',/10X,88(''),///10X,'CA
*LCULO CON VALOR DE FB = ',E10.3)

79 FORMAT (///10X,'VELOCIDAD ANGULAR',/10X,17('*'),///10X,'TIEMPO',12X
*,'VELOCIDAD RAC/SEG',6X,'VELOCIDAD ROTOR RPM')

89 FORMAT(/10X,'VELOCIDAD SINCRONICA VS = ',E12.6,10X,'(RADIANTES/SE
*GUNCO)')

90 FORMAT(///10X,'CORRIENTES EFECTIVAS DE ESTATOR Y ROTOR',/10X,
39(''),///10X,' I1 = ',E13.6,///10X,' I2 = ',E13.6)

91 FORMAT(///10X,'PERDIDAS RESISTIVAS',/10X,19('*'),///10X,'ESTATOR
* PCS = ',E13.6,///10X,' ROTOR PCR = ',E13.6)

92 FORMAT (11)

100 FORMAT(////////12X,'ESTUDIO DE PRUEBAS DE TEMPERATURA EN MAQUINAS DE
INDUCCION POR EL METODO DE LAS DOS FRECUENCIAS',/12X,94(''),/)

105 FORMAT(///10X,'CALCULOS DE PARAMETROS AFECTADOS POR LA VARIACION DE
L VOLTAJE DEL SISTEMA SECUNDARIO',/10X,88(''),///10X,'CALCULO CON
* EL VALOR DE VB = ',2E13.6)

120 FORMAT(/10X,'VELOCIDADES',/10X,11('*'),///10X,'VELOCIDAD NOMINAL
* = ',E12.5,'(RAD/SEG)',10X,E12.6,' (RPM)')

209 FORMAT (///10X,'VALORES DEL SISTEMA DE ALIMENTACION SECUNDARIA',/
10X,45(''),/10X,45('*'),///10X,'VOLTAJE VB = ',2E13.6,///10X,'FRE/
*CUENCIA FE = ',E13.6)

204 FORMAT(F10,4)

279 FORMAT(/5X,'VOLTAJE DEL SISTEMA SECUNDARIO VB = ',2E13.6)

28) FORMAT(/5X,'FRECUENCIA DEL SISTEMA SECUNDARIO FB = ',E13.6)

350 STOP

END

ORDENAR LA MATRIZ TRIDIAGONAL

```
SUBROUTINE GRDEN (TSC,TSC1,TSC2,TP,TRAEG,WA,POL,WAB,N,A,B)
INTEGER POL
COMPLEX TSC(12),TSC1(12),TSC2(12)
COMPLEX TP,AUX1
COMPLEX A(12,12),B(12)
DO 40 I=1,N
DO 40 J=1,N
A(I,J)=CMPLX(0.,0.)
B(I)=CMPLX(0.,0.)
40 CONTINUE
ANULAR EL ULTIMO TERMINO DE LA DIAGONAL INFERIOR
```

INICIALIZACION CON CERO A LA MATRIZ TRIDIAGONAL.

```
DO 41 I=1,N
AUX1 = CMPLX(0.,TRAEG*WA*I*WAB/POL)
A(I,I)=TSC(I)+AUX1
```

41 CONTINUE
ASIGNACION A LA DIAGONAL SUPERIOR.

```
N1=N-1
DO 42 I=1,N1
A(I,I+1)=TSC2(I)
```

42 CONTINUE
ASIGNACION A LA DIAGONAL INFERIOR.

```
DO 43 I=2,N
A(I,I-1)=TSC1(I)
```

43 CONTINUE
B(1)=TP*SQR(2.)
RETURN
END

SOLUCION DE LAS ECUACIONES BANDEADAS.

```
SUBROUTINE SOLT (A,B,N,X)
COMPLEX A(12,12),B(12),X(12)
M2=3
N1=N-2
```

```
ANULAR LA DIAGONAL INFERIOR.
DO 8 I=1,N1
A(I+1,I+1)=A(I+1,I+1)*A(I,I)-A(I,I+1)*A(I+1,I)
A(I+1,I+2)=A(I+1,I+2)*A(I,I)
B(I+1)=A(I,I)*B(I+1)-A(I+1,I)*B(I)
```

```
8 CONTINUE
A(N,N) = A(N,N)*A(N-1,N-1)-A(N-1,N)*A(N,N-1)
B(N) = B(N)*A(N-1,N-1)-B(N-1)*A(N,N-1)
X(N) = B(N)/A(N,N)
N1=N-1
RESULTADOS.
DO 1 I=1,N1
X(N-I) = (B(N-I)-A(N-I,N-I+1)*X(N-I+1))/A(N-I,N-I)
CONTINUE
RETURN
END
```

QUITO

DATE 22/03/83,CLOCK 16/50/11

APENDICE II

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA DIGITAL

II 1.- OBJETIVO.-

Describir el comportamiento de la máquina de inducción en estado estable, cuando se aplica una alimentación con dos fuentes de tensión de diferentes módulos y frecuencias para simular carga. Esta simulación tiene la finalidad de probar la eficiencia y calentamiento de la máquina asincrónica.

II 2.- METODO DE SOLUCION.-

El análisis matemático se lo realiza a partir de las ecuaciones generales diferenciales de la máquina, utilizando la teoría de campos magnéticos rotativos y considerando "desviaciones" del estado estable de funcionamiento, presentado por la característica propia de la alimentación con doble frecuencia. Estas desviaciones se encuentran formando un sistema de ecuaciones, siendo matricialmente tridiagonal, la solución determina los valores de desviación de deslizamiento.

II 3.- DESCRIPCION DEL PROGRAMA.-

Está compuesto por tres partes:

Programa Principal.- Realiza el ingreso de datos, el cálculo del análisis matemático y la impresión de resultados.

Subprograma Orden.- Ordena las ecuaciones de torques asincrónicos y conforma la matriz tridiagonal.

Subprograma Solt.- Utilizado para resolver el sistema de ecuaciones bandeadas integrado por la matriz tridiagonal.

II 4.- NOMENCLATURA.-

a) Variables de estrada:

Símbolo:	Descripción:
V_A, V_B	Voltaje de los sistemas de alimentación principal y auxiliar respectivamente.
F_A, F_B	Frecuencias de los sistemas principal (A) y auxiliar (B).
L_1, L_2	Inductancias propias del estator (1) y rotor (2).
M_{12}, M_{21}	Inductancias mutuas.
R_1, R_2	Resistencias del estator (1) y rotor (2).
POL	Número de pares de polos
SO	Deslizamiento en condiciones nominales
TRAEG.	Momento de inercia
N	Número de iteraciones que se desea realizar, depende de la potencia de la máquina ($1 \leq N \leq 5$)

IVFB Constante que toma valores de: cero si se desea variar la frecuencia secundaria (F_B), uno para variar el voltaje (V_B) y, diferente de cero y uno, en los resultados se fijan los valores de F_B y V_B .

MM Constante que toma valores de: uno si el rotor es jaula de ardilla y tres si es rotor bobinado.

I_N Corriente de carga nominal de la máquina.

b) Variables de salida:

Símbolo:

Descripción:

I_{1A}, I_{2A} Corrientes efectivas del sistema principal (A) y auxiliar
 I_{1B}, I_{2B} (B) de alimentación del estator (1) y rotor (2).

MNOM, MNOMM Momento nominal y módulo

$S_V(I), SM(I)$ Valores complejos y módulo de las desviaciones de deslizamiento.

$T_S(I), T_C(I)$ Torques de amortiguación y elasticidad en diferentes grados.

$I_1V_1(I), I_1V_2(I)$ Corrientes de oscilación del estator debido a los
 $I_1V_3(I), I_2V_4(I)$ sistemas de alimentación principal y auxiliar en diferentes grados.

T_D	Momento independiente del tiempo
T_{DA}	Desviación del momento de I clase
T_{DDA}	Desviación del momento de II clase
T_{ASIN}	Momento asincrónico
I_1, I_2	Corrientes efectivas del estator y rotor
PCS	Pérdidas resistivas del estator.
PCR	Pérdidas resistivas del rotor
V_N RPM	Velocidad nominal
V_S	Velocidad sincrónica.

II 5.- FORMA DE PROPORCIONAR LOS DATOS.-

Los datos de entrada al programa son parámetros de la máquina de inducción proporcionados en forma real, esto es, con las unidades de medida correspondientes a cada uno, pueden ser referidos al estator, o medidos en sus respectivos lados, la forma de suministrarlos se encuentra en el esquema presentado a continuación.

II 6.- RESTRICCIONES.-

El programa puede ser utilizado para cualquier tipo de máquina asín crónica independiente de la potencia y del tipo de rotor, siendo la única restricción los datos de entrada que deben ser lógicos y exactos para obtener resultados correctos, de manera preferencial se debe disponer de los parámetros de construcción de la máquina proporcionados por el fabricante, caso contrario obtener estos datos a través de pruebas garantizadas.

CORRIENTES EFECTIVAS DEBIDO AL SISTEMA A
 CORRIENTE DEL ESTATOR I1A = 0.101036E 01-0.250790E 01
 CORRIENTE DEL ROTOR I2A = -0.114113E 01 0.512190E 00
 CORRIENTES EFECTIVAS DEBIDO AL SISTEMA B
 CORRIENTE DEL ESTATOR I1B = -0.440564E 00-0.373194E 00
 CORRIENTE DEL ROTOR I2B = 0.474126E 00 0.123117E 00

MODULO 0.191010E 01
 MODULO 0.312551E 01
 MODULO 0.575519E 00
 MODULO 0.493149E 00

POTENCIA NOMINAL MOTOR = 0.183177E 01-0.973265E 01
 MODULO DEL MOMENTO INERCIAL = 0.993350E 01

DESVIACIONES DE DESLIZAMIENTO

VALORES COMPLEJOS	MODULO
50 V = -0.161204E-05 0.730903E-04	0.170819E-05
50 V = -0.110490E-09-0.409109E-10	0.117776E-05
50 V = -0.210270E-14-0.310390E-14	0.422781E-14
50 V = -0.409003E-19-0.817192E-19	0.914477E-19

MOMENTOS DE AMORTIGUACION Y ELASTICIDAD

T50 - J1C0		T51 - J1C1		T52 - J1C2	
0.110490E 01	-0.33492E 02	0.00000E 00	0.00000E 01	0.110490E 02	-0.54631E 01
0.42019E 01	-0.63549E 02	0.10372E 02	-0.10152E 02	0.99303E 01	-0.70455E 01
0.83118E 02	-0.89140E 02	0.87152E 01	-0.10682E 02	0.64355E 01	-0.61432E 01
0.39174E 02	-0.65553E 02	0.25300E 01	-0.94969E 01	0.00000E 03	0.00000E 03

CORRIENTES DE OSCILACION

CORRIENTE OSCILANTE DEL ESTATOR DEBIDO A LOS SISTEMAS A Y B		CORRIENTE OSCILANTE DEL ROTOR DEBIDO A LOS SISTEMAS A Y B	
I1V1 (I)	I1V2 (I)	I2V1 (I)	I2V2 (I)
0.413177E-04	0.510134E-04	0.612141E-05	0.543258E-05
0.221988E-03	0.304156E-08	0.342731E-09	0.320608E-09
0.653093E-13	0.915736E-13	0.100191E-13	0.949943E-14
0.114112E-17	0.161143E-17	0.177794E-18	0.156047E-18

CORRIENTE OSCILANTE DEL ROTOR DEBIDO A LOS SISTEMAS A Y B		CORRIENTE OSCILANTE DEL ESTATOR DEBIDO A LOS SISTEMAS A Y B	
I2V1 (I)	I2V2 (I)	I1V1 (I)	I1V2 (I)
0.430162E-04	0.541025E-04	0.649198E-05	0.615771E-05
0.235404E-08	0.322710E-08	0.363715E-09	0.310123E-09
0.693102E-13	0.971176E-13	0.106305E-13	0.100191E-13
0.125401E-17	0.171334E-17	0.189376E-18	0.166198E-18

MOMENTOS ASINCRONICOS

VALORES COMPLEJOS
 MOMENTO INDEPENDIENTE DEL TIEMPO T0 = 0.971340E 01 0.00000E 00
 DESVIACION DEL MOMENTO DE 1 CLASE T0A = -0.170410E-04 0.00000E 00
 DESVIACION DEL MOMENTO DE 2 CLASE T0CA = -0.121250E-09 0.00000E 00
 MOMENTO ASINCRONICO TASH = -0.001344E 01-0.00000E 01

CORRIENTES EFECTIVAS DE ESTATOR Y ROTOR

I1 = 0.395247E 01
 I2 = 0.322141E 01

PERDIDAS RESISTIVAS

ESTATOR Pcs = 0.703916E 03
 ROTOR Pcr = 0.191260E 02

VELOCIDADES

VELOCIDAD NOMINAL = 0.174178 03 (RAD/SEG) 0.100512 04 (RPM)
 VELOCIDAD SINCRONICA VS = 0.180492E 03 (RAD/SEG) 0.109550E 04 (RPM)

VELOCIDAD ANGULAR

TIEMPO	VELOCIDAD ROT/SEG	VELOCIDAD ROTOR RPM
0.0000	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0050	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0100	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0150	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0200	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0250	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0300	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0350	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0400	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0450	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0500	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0550	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0600	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0650	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0700	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0750	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0800	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0850	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0900	0.180492E 03	0.109550E 04
0.0950	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1000	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1050	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1100	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1150	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1200	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1250	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1300	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1350	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1400	0.180492E 03	0.109550E 04
0.1450	0.180492E 03	0.109550E 04

REFERENCIAS

- [1] ANTONIO CAMPOVERDE "Simulación de carga en motores trifásicos de inducción para pruebas de temperatura". Tesis de Grado. E.P.N. Quito, Diciembre 1980.
- [2] LORENZEN, H. W. "Zur theorie des transienten betriebsverhaltens von drehstromkäfigan-kermotoren". AfE, Bd. 53 (1969), Pg. 13-20
- [3] LORENZEN, H. W. "Angefachte Eigenchwingungen von Drehstrom-Asynchronmachimen". B.B.C.-Mitt. Bd. 55 (1968), Pg. 650-663.
- [4] LENZ, M. "Synthetische Belastung von Drehstro-masynchronmaschinen mit Hilfe der Zweifrequenzmethode". Eingelangt am. 3 Juli 1973.
- [5] MEYER, A. "Erwärmungslavf von Asynchronmaschinen bei bifrequenter Speisung". Bull SEV/VSE 68(1977) 16 Juli.
- [6] KRON WILHELM "Messugen an Asynchromotoren bei bifrequenter Speisung". ETZ - A Bd. 94 (1973) H. 2.