

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

"SIMULACION DE LA MAQUINA DE INDUCCION TRIFASICA EN UN  
SISTEMA DE COORDENADAS ARBITRARIAS DE REFERENCIA"



POR: JORGE EDUARDO LOZA CEDEÑO

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE  
INGENIERO ELECTRICO EN LA ESPECIALIZACION  
DE POTENCIA

QUITO - NOVIEMBRE - 1982



## A G R A D E C I M I E N T O

A todas las personas que de una u otra manera, colaboraron en la realización del presente trabajo; ese aporte ha sido fundamental para que éste pueda culminarse, para todos ellos mi eterna gratitud.

A MIS PADRES,  
A MI ESPOSA y  
A MIS HIJAS





Certifico que el presente trabajo fue  
realizado en su totalidad por el Sr.  
JORGE EDUARDO LOZA CEDEÑO bajo mi di  
rección.

  
Ing. Milton Toapanta  
DIRECTOR DE TESIS

I N D I C E



Pág.

CAPITULO I : LA MAQUINA DE INDUCCION Y LAS ECUACIONES QUE RIGEN SU COMPORTAMIENTO.

I.1.	Introducción -----	1
I.2.	Ecuaciones de la Máquina de Inducción -----	1
I.3.	Ecuaciones de la Máquina de Inducción expresadas en un Sistema de Referencia Arbitrario (QDO) -----	11
I.4.	Ecuaciones del modelo matemático -----	27
I.5.	Ecuaciones del modelo en por unidad -----	31

CAPITULO II : ANALISIS DE LAS CONDICIONES INICIALES

II.1.	Consideraciones generales -----	37
II.2.	Arranque -----	38
II.3.	Estado estable -----	39
II.4.	Desconexión de fases -----	42
II.5.	Cortocircuito de fases -----	50
II.6.	Introducción de resistencias al rotor -----	52

CAPITULO III:: SIMULACION DIGITAL

III.1.	Introducción -----	56
III.2.	Diagrama de flujo -----	57
III.3.	Desarrollo de bloques -----	58

III.4. Listado ----- 69

CAPITULO IV : APLICACIONES Y RESULTADOS

IV.1. Ejemplos de aplicación ----- 79

IV.2. Análisis de resultados ----- 96

IV.3. Comentarios y conclusiones ----- 98

BIBLIOGRAFIA ----- 100

# C A P I T U L O I

## LA MAQUINA DE INDUCCION Y LAS ECUACIONES QUE RIGEN SU COMPORTAMIENTO

### I.1. INTRODUCCION. (1,3,9)

El presente análisis matemático es hecho para una máquina simétrica ideal, bajo las siguientes consideraciones:

1. Uniformidad del entrehierro.
2. Saturación magnética, histéresis y corrientes de Eddy, despreciables.
3. Tomando en cuenta los dos puntos anteriores, se desprende que las auto inducciones mutuas entre pares de bobinas situadas en el mismo lado del entrehierro varían en función del ángulo formado por sus respectivos ejes magnéticos.
4. No se considera variación del parámetro temperatura, de modo que las resistencias se asumen constantes.
5. Todos los devanados son idénticos, distribuidos simétricamente, resultando por lo tanto las ondas de f.m.m. y de densidad de flujo, sinusoidales.

### I.2. ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION.-

Una máquina simétrica ideal de dos polos puede considerarse como un con-

junto de circuitos lineales acoplados (figs. 1,2), donde pueden formularse las siguientes ecuaciones:

### I.2.1. Ecuaciones de Voltajes.-

En forma general, en cada fase se cumple:

$$v = ri + p \lambda \quad (1.1)$$

donde:  $v$  = voltaje por fase

$r$  = resistencia total de un bobinado (por fase)

$i$  = corriente por fase.

$p$  =  $d/dt$  (operador)

$\lambda$  = concatenación de flujo total de un bobinado.

Aplicando esta ecuación general a cada una de las fases, se tiene:

Para el Estator:

$$v_{as} = i_{as} r_s + p \lambda_{as}$$

$$v_{bs} = i_{bs} r_s + p \lambda_{bs} \quad (1.2)$$

$$v_{cs} = i_{cs} r_s + p \lambda_{cs}$$

Para el Rotor:

$$v_{ar} = i_{ar} r_r + p \lambda_{ar} \quad (1.3)$$



$$v_{br} = i_{br} r_r + p \lambda_{br} \quad (1.3)$$

$$v_{cr} = i_{cr} r_r + p \lambda_{cr}$$

Siendo: - a,b,c, subíndices que indican la fase correspondiente.

- s,r, subíndices que denotan si se trata del estator o del rotor.

Estas ecuaciones pueden ser escritas, en forma matricial

$$[v] = [r]^{[i]} + p[\lambda] \quad (1.4)$$

así:

$$\begin{bmatrix} [v_{abc,s}] \\ \text{-----} \\ [v_{abc,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_s] & [0] \\ \text{-----} & \text{-----} \\ [0] & [r_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abc,s}] \\ \text{-----} \\ [i_{abc,r}] \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} [\lambda_{abc,s}] \\ \text{-----} \\ [\lambda_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

donde cada una de las submatrices son:

$$[v_{abc,s}] = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$[v_{abc,r}] = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\begin{bmatrix} r_s \\ r_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$\begin{bmatrix} r_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$\begin{bmatrix} i_{abc,s} \\ i_{abc,s} \\ i_{abc,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$\begin{bmatrix} i_{abc,r} \\ i_{abc,r} \\ i_{abc,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc,s} \\ \lambda_{abc,s} \\ \lambda_{abc,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc,r} \\ \lambda_{abc,r} \\ \lambda_{abc,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \\ \lambda_{cr} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

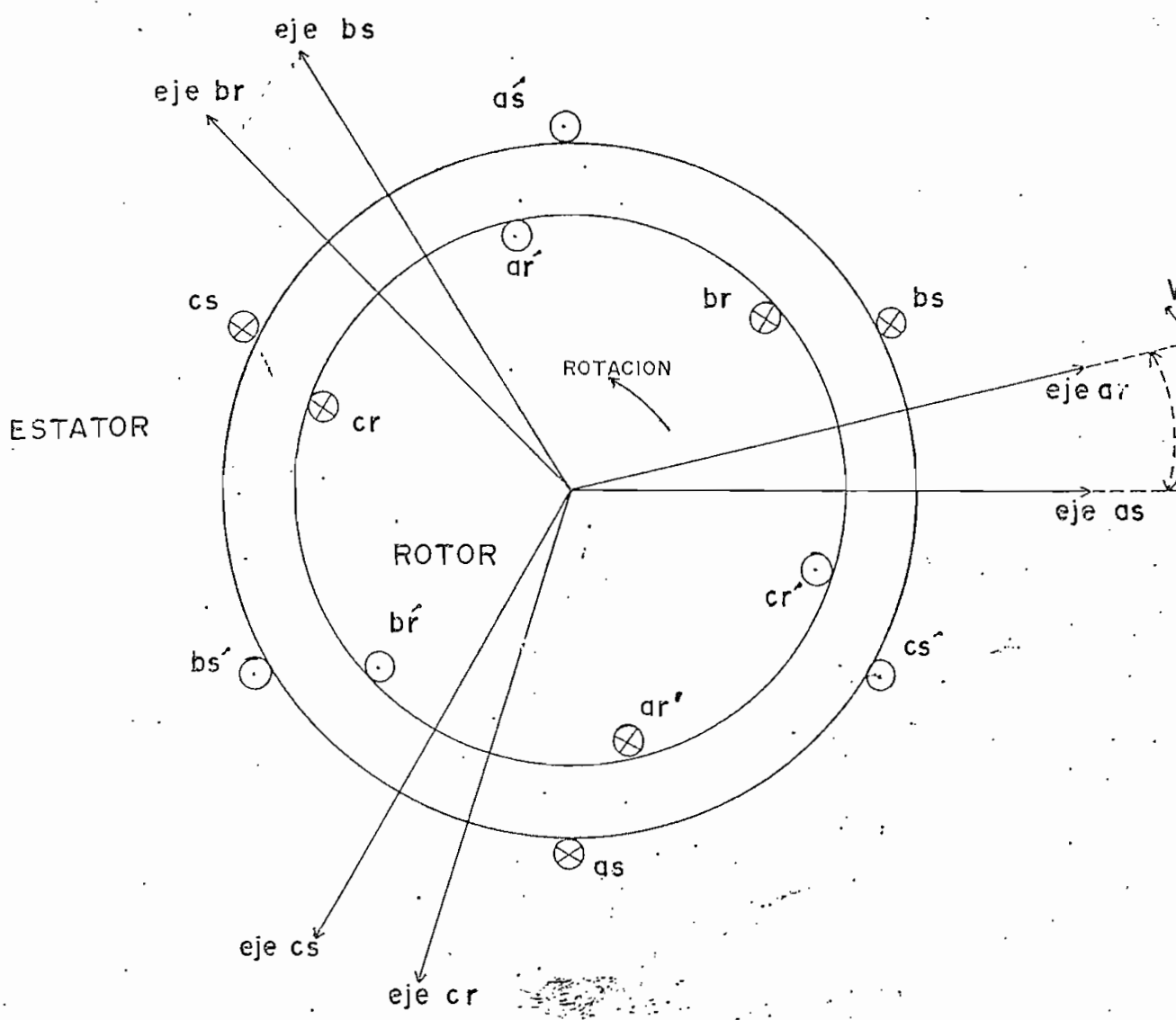


FIGURA N° 1

ESQUEMA DE LA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA DE DOS POLOS.

# CIRCUITO DE LA MAQUINA SIMETRICA TRIFASICA DE DOS POLOS

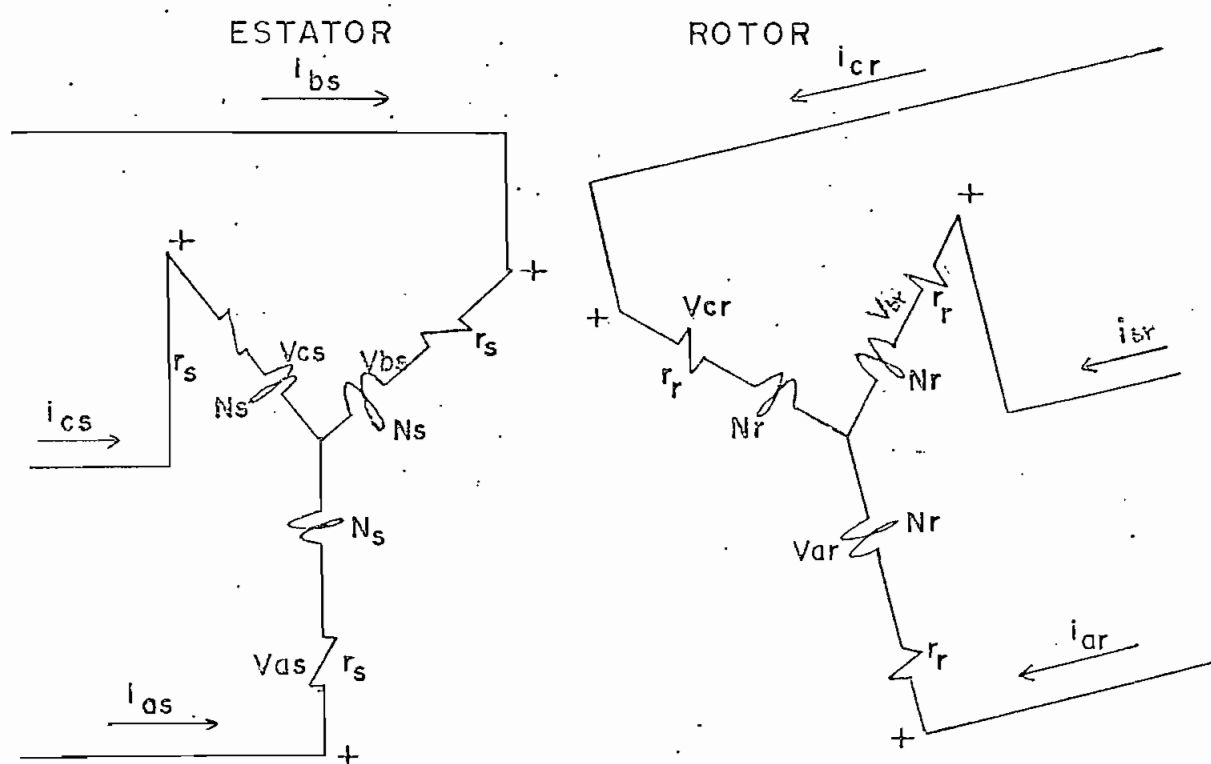


FIGURA N° 2

## I.2.2. Ecuaciones de concatenación de flujo

Por definición se tiene que:

$$\lambda = L i \quad (1.15)$$

o en forma matricial

$$\lambda = [ \lambda ] = [ L ] [ i ] \quad (1.16)$$

Desarrollando esta última ecuación, se tiene:

$$\begin{bmatrix} [\lambda_{abc,s}] \\ [\lambda_{abc,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{sr}]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abc,s}] \\ [i_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

donde cada una de las submatrices representan:

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ss} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

INDUCTANCIAS PROPIAS DEL ESTATOR

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

INDUCTANCIAS PROPIAS DEL ROTOR

$$[L_{sr}] = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos (\theta_r + 2\pi/3) & \cos (\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos (\theta_r - 2\pi/3) & \cos \theta_r & \cos (\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos (\theta_r + 2\pi/3) & \cos (\theta_r - 2\pi/3) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

INDUCTANCIAS DE ACOPLAMIENTO ENTRE UNA BOBINA DEL ESTATOR Y UNA DEL ROTOR

$$[L_{sr}]^T = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos (\theta_r - 2\pi/3) & \cos (\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos (\theta_r + 2\pi/3) & \cos \theta_r & \cos (\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos (\theta_r - 2\pi/3) & \cos (\theta_r + 2\pi/3) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

TRANSPUESTA DE  $L_{sr}$

y donde:

$$L_{ss} = L_{ls} + L_{ms} \quad (1.22)$$

$$L_{rr} = L_{lr} + L_{mr} \quad (1.23)$$

$L_{ls}$  y  $L_{lr}$  : Inductancias de dispersión del estator y del rotor; y

$L_{ms}$  y  $L_{mr}$  : Inductancias de magnetización del estator y del rotor, respectivamente.

$L_{sr}$  : Amplitud máxima de la inductancia mutua entre los bobinados del estator y del rotor.

$\theta_r$  : Es el desplazamiento angular entre los ejes del rotor y del estator.

Reemplazando la ecuación (1.17) en (1.5) y agrupando términos, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} [v_{abc,s}] \\ [v_{abc,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_s] + p[L_{ss}] & p[L_{sr}] \\ p[L_{sr}]^T & [r_r] + p[L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abc,s}] \\ [i_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

### I.2.3. Ecuaciones de la máquina de inducción referidas al estator.-

Normalmente, las mediciones de los parámetros de la máquina, se las hacen con respecto a los bobinados del estator; de allí que sea conveniente expresar todos los parámetros y variables del rotor, referidas al estator. Se anotará a continuación las relaciones que permiten estas transformaciones.

$$[v'_{abc,r}] = \frac{N_s}{N_r} [v_{abc,r}] \quad (1.25)$$

$$[i'_{abc,r}] = \frac{N_r}{N_s} [i_{abc,r}] \quad (1.26)$$

$$[L'_{sr}] = \frac{N_s}{N_r} [L_{sr}] \quad (1.27)$$

$$\text{Se llamará de aquí en adelante a } L'_{sr} = L_{ms} \quad (1.28)$$

$$[L'_{rr}] = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 [L_{rr}] \quad (1.29)$$

$$[r'_{rr}] = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 [r_{rr}] \quad (1.30)$$

donde:  $N_s$  y  $N_r$  son el número de espiras del estator y del rotor respectivamente.

Las primas (') denotan los parámetros y variables del rotor, referidos ya al estator.

Sustituyendo las relaciones (1.25) a (1.30) en la ecuación (1.24) se llega a:

$$\begin{bmatrix} [v_{abc,s}] \\ [v'_{abc,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_s] + p[L_{ss}] & p[L_{ms}] \\ p[L_{ms}]^T & [r'_r] + p[L'_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abc,s}] \\ [i'_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Ecuación esta última que contiene las ecuaciones diferenciales básicas que definen el comportamiento del motor de inducción.

#### I.2.4. Ecuación del torque electromagnético.- (4)

Partiendo de la ecuación de la energía instantánea almacenada en el campo magnético

$$w_m = \frac{1}{2} [i]^T [L] [i] \quad (1.32)$$

donde:

$$[i]^T = \left[ [i_{abc,s}]^T \mid [i'_{abc,r}]^T \right] \quad (1.33)$$

$$[i] = \begin{bmatrix} [i_{abc,s}] \\ [i'_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.34)$$



$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{ms}] \\ [L_{ms}]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

El torque electromagnético viene dado por la siguiente expresión:

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right) \frac{\partial}{\partial \theta_r} W_m \quad (1.36)$$

Sustituyendo la ecuación (1.32) en la (1.36) se obtiene:

$$T_e = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{2}\right) [i]^T [G] [i] \quad (1.37)$$

donde:  $G = \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L] \quad (1.38)$

Finalmente, desarrollando la ecuación (1.37) se llega a la siguiente expresión para el torque electromagnético:

$$T_e = -\left(\frac{P}{2}\right)L_{ms} \left\{ \begin{aligned} & i_{as}(i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{cr}) + i_{bs}(i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{cr}) + \\ & + i_{cs}(i'_{cr} - \frac{1}{2}i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{br}) \end{aligned} \right\} \text{Sen } \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \begin{aligned} & i_{as}(i'_{br} - i'_{cr}) + \\ & + i_{bs}(i'_{cr} - i'_{ar}) + i_{cs}(i'_{ar} - i'_{br}) \end{aligned} \right\} \text{Cos } \theta_r \quad (1.39)$$

donde P es el número de polos.

### I.3. ECUACIONES DE LA MAQUINA DE INDUCCION EN LOS EJES Q, D,0

#### I.3.1. Análisis general (2,5)

Las inductancias mutuas (entre bobinados situados a uno y otro lado del

entrehierro) varían sinusoidalmente con respecto al ángulo de desplazamiento  $\theta_r$ . Esto hace que, en las ecuaciones de voltaje, aparezcan coeficientes variables con el tiempo, complicándose por esta razón la resolución de las mismas.

Ventajosamente, este indeseable efecto puede ser eliminado por un apropiado cambio de variables, recurriendo a un sistema de referencia arbitrario, donde las ecuaciones de transformación son expresiones sin ninguna interpretación física, pero sustentadas matemáticamente en base a la utilización de las relaciones trigonométricas existentes entre los grupos de ejes del estator y del rotor, con el grupo de ejes ortogonales del sistema de referencia arbitrario.

La Fig. 3 muestra la relación angular de los ejes del estator y del rotor de una máquina simétrica trifásica con un tercer grupo de ejes ortogonales (q,d) que giran a una velocidad  $w$ . Los ejes de estator están fijos, mientras que los ejes del rotor giran a la velocidad rotacional  $w_r$ .

Se asume que cuando el tiempo es igual a cero, los ejes q,  $a_s$  y  $a_r$  coinciden.

De la Fig. 3, pueden deducirse las siguientes ecuaciones de transformación:

Para el estator:

# EJES DE UNA MAQUINA TRIFASICA SIMETRICA DE DOS POLOS

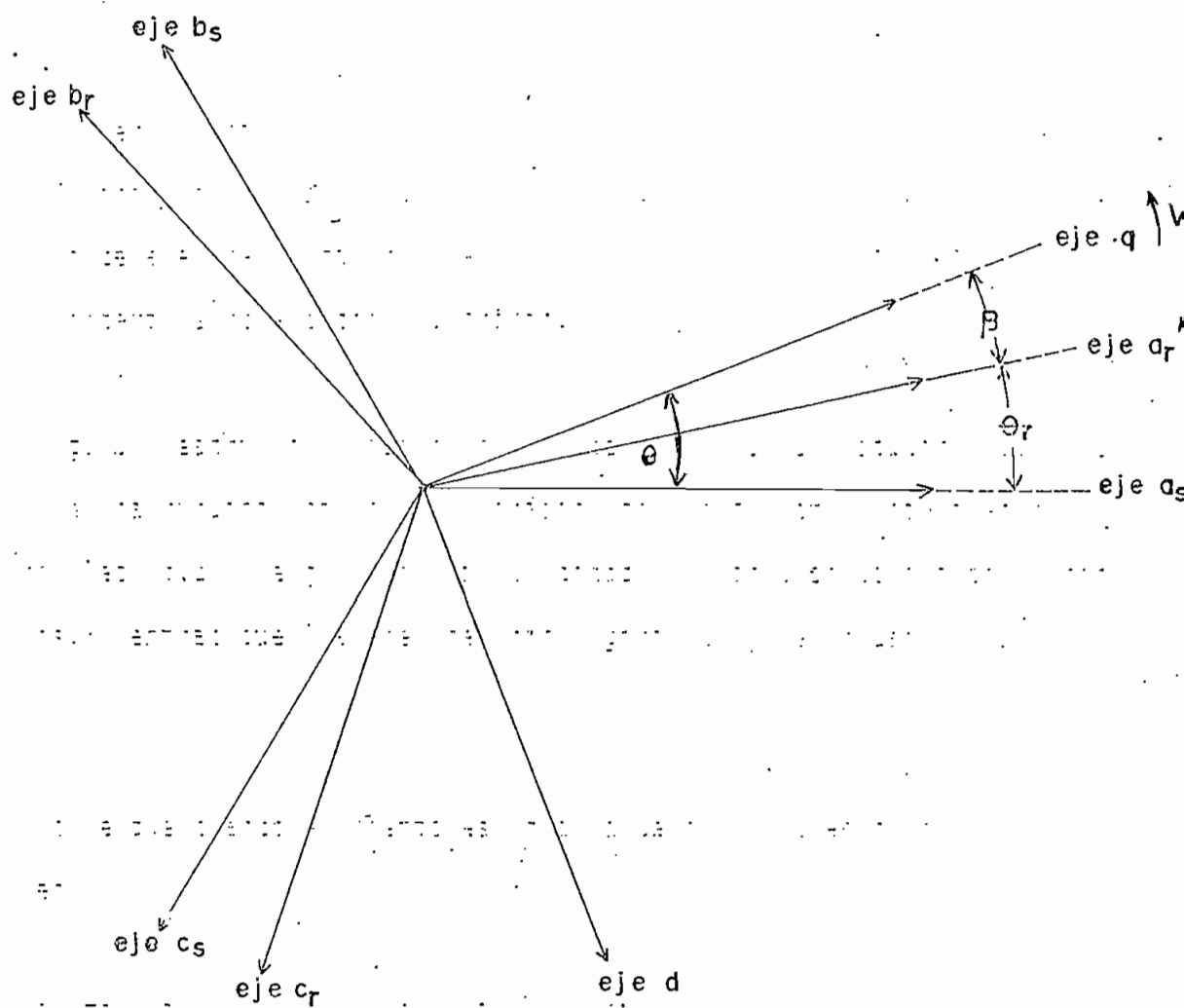


FIGURA N° 3

$$f_{qs} = \frac{2}{3} \left( f_{as} \cos \theta + f_{bs} \cos(\theta - 2\pi/3) + f_{cs} \cos(\theta + 2\pi/3) \right)$$

$$f_{ds} = \frac{-2}{3} \left( f_{as} \sin \theta + f_{bs} \sin(\theta - 2\pi/3) + f_{cs} \sin(\theta + 2\pi/3) \right) \quad (1.40)$$

$$f_{os} = \frac{1}{3} (f_{as} + f_{bs} + f_{cs})$$

Para el rotor:

$$f_{qr} = \frac{2}{3} \left( f_{ar} \cos \beta + f_{br} \cos(\beta - 2\pi/3) + f_{cr} \cos(\beta + 2\pi/3) \right)$$

$$f_{dr} = \frac{-2}{3} \left( f_{ar} \sin \beta + f_{br} \sin(\beta - 2\pi/3) + f_{cr} \sin(\beta + 2\pi/3) \right) \quad (1.41)$$

$$f_{or} = \frac{1}{3} (f_{ar} + f_{br} + f_{cr})$$

donde:

$f$  : Es una variable que puede representar voltajes, corrientes o concatenaciones de flujo.

$\theta$  : Es el ángulo de desplazamiento del sistema de referencia arbitrario

y vale:

$$\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} \omega dt + \theta(\phi) \quad (1.42)$$

Además:

$$\beta = \theta - \theta_r$$

y

$$\theta_r = \int_{\theta_{r0}}^{\theta_r} \omega_r dt + \theta_r(\phi) \quad (1.43)$$

Conviene aquí comentar brevemente estos resultados: (8)

En realidad, los ejes ortogonales q,d, podrían dar la idea de la transformación de un sistema trifásico a un sistema de 2 fases, mediante el diagrama de la Fig. 4.

Sin embargo, si sólo se utiliza los ejes q,d, se tendría el problema de cómo realizar la transformación inversa? Utilizando lenguaje matricial el problema sería que no es posible encontrar la matriz inversa de una matriz que no sea cuadrada.

Se hace necesario entonces la introducción de una tercera variable, en adición a q y d, e independiente de ellas.

La variable  $e$  entonces, no tiene ninguna asociación física al sistema bifásico surgiendo más bien de una necesidad matemática. Nótese que para una máquina simétrica trifásica,  $f_{0s,r} = 0$

Se debe señalar también que los factores  $2/3$  y  $1/3$ , se introducen debido al cambio del sistema trifásico al bifásico, para mantener invariante la potencia.

En forma matricial, las ecuaciones de transformación, se reducen así:

$$[f_{qdos,r}] = [T][f_{abc_{s,r}}] \quad (1.44)$$

siendo:

$$[T] = \begin{bmatrix} [T_s] & [0] \\ [0] & [T_r] \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

la matriz de transformación.

# SISTEMA TRIFASICO

# SISTEMA BIFASICO

## DIAGRAMAS

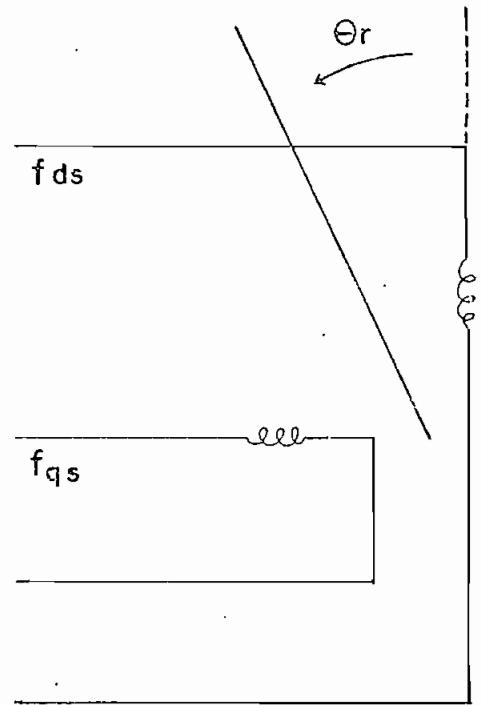
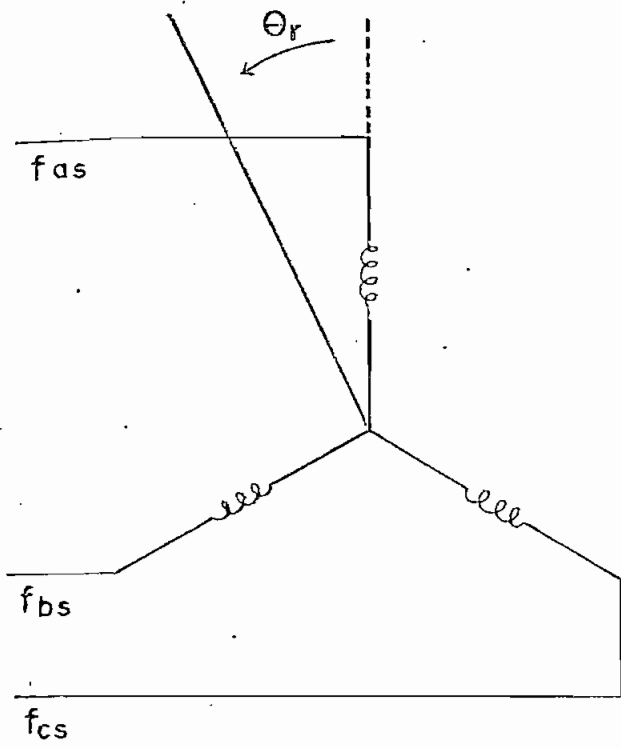


FIGURA a

## FASORES

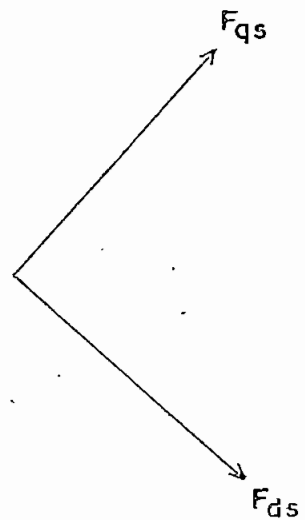
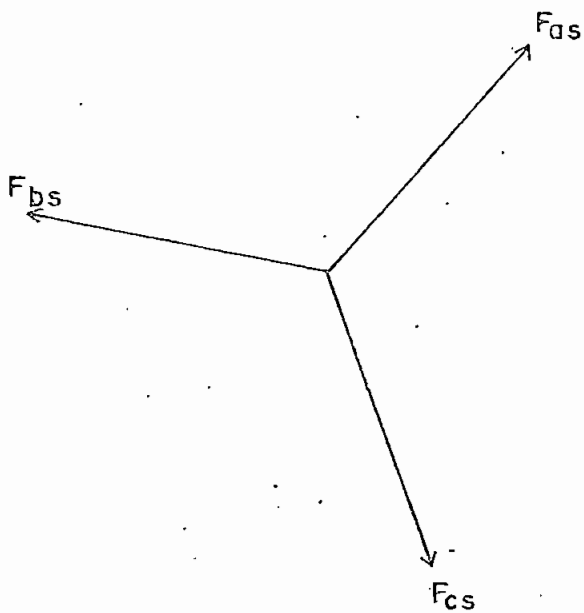


FIGURA b

FIGURA N° 4

donde:

$$[T_s] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

$$[T_r] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos(\beta - 2\pi/3) & \cos(\beta + 2\pi/3) \\ \sin \beta & \sin(\beta - 2\pi/3) & \sin(\beta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

y finalmente, se obtendría:

$$\begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{\dot{o}s} \\ f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{or} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \cos(\beta - 2\pi/3) & \cos(\beta - 2\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 & \sin \beta & \sin(\beta - 2\pi/3) & \sin(\beta - 2\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Realizando ahora el proceso inverso:

$$[f_{abc,sr}] = [T]^{-1} [f_{qdo,sr}] \quad (1.49)$$

siendo:

$$[T]^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} [T_s]^{-1} & & [0] & & & \\ \hline & & & & & \\ [0] & & & & [T_r]^{-1} & \end{array} \right] \quad (1.50)$$

La inversa de la matriz de transformación, donde:

$$[T_s]^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \cos \theta & \text{Sen } \theta & 1 & & & \\ \cos(\theta-2\pi/3) & \text{Sen}(\theta-2\pi/3) & 1 & & & \\ \cos(\theta+2\pi/3) & \text{Sen}(\theta+2\pi/3) & 1 & & & \end{array} \right] \quad (1.51)$$

$$[T_r]^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \cos \beta & \text{Sen } \beta & 1 & & & \\ \cos(\beta-2\pi/3) & \text{Sen}(\beta-2\pi/3) & 1 & & & \\ \cos(\beta+2\pi/3) & \text{Sen}(\beta+2\pi/3) & 1 & & & \end{array} \right] \quad (1.52)$$

Obteniendo finalmente:

$$\begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \\ f_{ar} \\ f_{br} \\ f_{cr} \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \cos \theta & \text{Sen } \theta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\theta-2\pi/3) & \text{Sen}(\theta-2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\theta+2\pi/3) & \text{Sen}(\theta+2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \text{Sen } \beta & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\beta-2\pi/3) & \text{Sen}(\beta-2\pi/3) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\beta+2\pi/3) & \text{Sen}(\beta+2\pi/3) & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \\ f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{or} \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

### 1.3.2. Ecuaciones de las concatenaciones de flujo

La ecuación (1.16) transformada al sistema de referencia arbitrario es:



$$[T] [\lambda] = [T] [L] [i] \quad (1.54)$$

Si ahora se inserta entre  $[L]$  e  $[i]$ , la matriz identidad:

$$[I] = [T]^{-1} [T] \quad (1.55)$$

ésta quedaría:

$$[T] [\lambda] = [T][L][T]^{-1}[T][i] \quad (1.56)$$

Aplicando a esta última ecuación, lo establecido en la ecuación (1.44), se puede definir:

$$[T] [\lambda] = [\lambda_{qdo}] \quad (1.57)$$

$$[T] [i] = [i_{qdo}] \quad (1.58)$$

y si se llama a:

$$[T] [L] [T]^{-1} = [L_{qdo}] \quad (1.59)$$

obteniéndose finalmente:

$$[\lambda_{qdo}] = [L_{qdo}] [i_{qdo}] \quad (1.60)$$

En forma desarrollada:

Concatenaciones:

$$[\lambda_{qdo}] = \begin{bmatrix} [T_s] & [0] \\ [0] & [T_r] \end{bmatrix} [\lambda_{abc}] \quad (1.61)$$

$$\begin{bmatrix} [\lambda_{qdos}] \\ [\lambda'_{qdor}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_s] & [\lambda_{abc,s}] \\ [T_r] & [\lambda'_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.62)$$

Corrientes:

$$[i_{qdo}] = \begin{bmatrix} [T_s] & [0] \\ [0] & [T_r] \end{bmatrix} [i_{abc}] \quad (1.63)$$

$$\begin{bmatrix} [i_{qdos}] \\ [i'_{qdo,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_s] & [i_{abc,s}] \\ [T_r] & [i'_{abc,r}] \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

Inductancias:

$$[L_{qdo}] = \begin{bmatrix} [T_s] & [0] \\ [0] & [T_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{ms}] \\ [L_{ms}]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [T_s]^{-1} & [0] \\ [0] & [T_r]^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

$$[L_{qdo}] = \begin{bmatrix} [T_s] & [L_{ss}] & [T_s]^{-1} & [T_s] & [L_{ms}] & [T_r]^{-1} \\ [T_r] & [L_{ms}]^T & [T_s]^{-1} & [T_r] & [L_{rr}] & [T_r]^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

Ecuación que puede ser expresada como:

$$[L_{qdo}] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_m] \\ [L_m]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \quad (1.67)$$

donde:

$$[L_m] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.68)$$

siendo:  $M = \frac{3}{2} L_{ms}$  (L<sub>ms</sub> definida en la ecuación 1.28) (1.69)

Se tiene además que en una máquina trifásica:  $L_{ms} = L'_{mr}$  (1.70)

y por lo tanto:

$$L_{ss} = L_{ls} + M \quad (1.71)$$

$$L'_{rr} = L'_{lr} + M \quad (1.72)$$

La ecuación (1.67) escrita en forma completa quedaría:

$$[L_{qdo}] = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} L_{ss} & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ \hline M & 0 & 0 & L'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_{rr} \end{array} \right] \quad (1.73)$$

Observando la ecuación (1.73) se puede notar que la matriz de inductancias se ha simplificado notablemente; pues mientras las submatrices de inductancias propias mantienen su estructura original, a la submatriz de inductancias mutuas se ha logrado independizarla del tiempo y transformarla

en una expresión muy simple. Es esta última consecuencia, la que evidencia la conveniencia de utilizar el sistema trifásico.

La ecuación (1.60) en forma desarrollada, quedaría:

$$\begin{bmatrix} [\lambda_{qdo,s}] \\ \text{-----} \\ [\lambda'_{qdo,r}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{\overline{m}}] \\ \text{-----} & \text{-----} \\ [L_{\overline{m}}] & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{qdo,s}] \\ \text{-----} \\ [i'_{qdo,r}] \end{bmatrix} \quad (1.74)$$

$$\delta \begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{os} \\ \text{-----} \\ \lambda'_{dr} \\ \lambda'_{dr} \\ \lambda'_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ M & 0 & 0 & L'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ \text{-----} \\ i'_{dr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} \quad (1.75)$$

### 1.3.3. Ecuaciones de voltajes.-

Si a la ecuación 1.1. una vez referido al estator, es transformada al sistema q,d,o, se obtiene:

$$[T] [v] = [T] [r] [i] + [T] p[\lambda] \quad (1.76)$$

De las ecuaciones (1.57) y (1.58) se obtiene:

$$[\lambda_{abc}] = [T]^{-1} [\lambda_{qdo}] \quad (1.77)$$

$$[i_{abc}] = [T]^{-1} [i_{qdo}] \quad (1.78)$$

Se reemplazan las ecuaciones (1.77) y (1.78) en la ecuación (1.76)

$$[T] [v] = [T] [r] [T]^{-1} [i_{qdo}] + [T] p [T]^{-1} [\lambda_{qdo}] \quad (1.79)$$

Ecuación esta última que procesando da:

$$[v_{qdo}] = \left\{ [r] + [L_{qdo}]p + [H] [L_{qdo}] \right\} [i_{qdo}] \quad (1.80)$$

donde:

$$[H] \begin{bmatrix} 0 & p\theta & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ -p\theta & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 0 & p\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & -p\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

Siendo:

$p\theta = \omega$ , es la velocidad angular del sistema de referencia arbitral.

$p\beta = \omega_r$ , es la velocidad relativa resultante de las velocidades del sistema de referencia y del rotor.

La ecuación (1.80), en forma desarrollada, quedaría finalmente:

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v'_{os} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{or} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (r_s + L_{ss}p) & L_{ss}p\theta & 0 \\ -L_{ss}p\theta & (r_s + L_{ss}p) & 0 \\ 0 & 0 & (r_s + L_{ss}p) \\ \hline M p & M p & 0 \\ -M p & M p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M p & M p \theta & 0 \\ -M p \theta & M p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline (r'_r + L'_{rr}p) & L'_{rr}p & 0 \\ (r'_r + L'_{rp}) & (r'_r + L'_{rr}p) & 0 \\ 0 & 0 & (r'_r + L'_{rr}p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} \quad (1.82)$$

o

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + p(L_{ss} i_{qs} + M i'_{qr}) + (L_{ss} i_{ds} + M i'_{dr})p\theta$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + p(L_{ss} i_{ds} + M i'_{dr}) - (L_{ss} i_{qs} + M i'_{qr})p\theta$$

$$v_{os} = r_s i_{os} + p L_{ss} i_{os}$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + p(L'_{rr} i'_{qr} + M i_{qs}) + (L'_{rr} i'_{dr} + M i_{ds})p\theta$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + p(L'_{rr} i'_{dr} + M i_{ds}) - (L'_{rr} i'_{qr} + M i_{qs})p\theta$$

$$v'_{or} = r'_r i'_{or} + p L'_{rr} i'_{or} \quad (1.83)$$

Las ecuaciones (1.82) o (1.83) constituyen las relaciones básicas de voltajes, que describen el comportamiento de la máquina de inducción.

Si en las ecuaciones (1.83), reemplazamos las ecuaciones (1.75), podemos expresar los voltajes como función de las concatenaciones de flujo totales; así:



$$v_{qs} = r_s i_{qs} + p \lambda_{qs} + \lambda_{ds} p\theta$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + p \lambda_{ds} - \lambda_{qs} p\theta$$

$$v_{os} = r_s i_{os} + p \lambda_{os}$$

(1.84)

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + p \lambda'_{qr} + \lambda'_{dr} p\beta$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + p \lambda'_{dr} - \lambda'_{qr} p\beta$$

$$v'_{or} = r'_r i'_{or} + p \lambda'_{or}$$

donde:

$p \lambda_{qds,r}$  : son voltajes de transformación.

$\lambda_{qds} p\theta$  y  $\lambda'_{qdr} p\beta$  : son voltajes de velocidad.

#### 1.3.4. Ecuaciones del torque electromagnético.

Reemplazando la ecuación (1.78) en (1.37), se tiene:

$$T_e = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{2}\right) \left[ [T]^{-1} [i_{qdo}] \right]^T [G] [T]^{-1} [i_{qdo}] \quad (1.85)$$

que desarrollada queda:

$$T_e = \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2}\right) M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr}) \quad (1.86)$$

Una expresión equivalente para el torque electromagnético puede ser es-

crita en función de las concatenaciones de flujo; esta relación que es positiva para el motor accionado es la siguiente:

$$T_e = \left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda'_{qr} i'_{dr} - \lambda'_{dr} i'_{qr}) \quad (1.87)$$

donde:  $m$  : es el número de fases; y,

$\bar{p}$  : es el número de polos.

### I.3.5. Ecuación del torque electromecánico.- (4)

El comportamiento electromecánico del motor de inducción viene dado por la siguiente ecuación:

$$T_e + T_m = J_p \dot{\omega}_r + D \omega_r \quad (1.88)$$

llamando a:

$$T_m = - T_l \quad (1.89)$$

$$\text{tendríamos:} \quad T_e = J_p \dot{\omega}_r + D \omega_r + T_l \quad (1.90)$$

donde:  $T_e$  : es el torque electromagnético.

$J_p \dot{\omega}_r$ : es el torque de aceleración.

$D \omega_r$  : es el torque de amortiguamiento.

$T_l$  : es el torque de carga.



además:

$T_m$  : es el torque mecánico.

$J$  : es el momento de inercia del motor.

$D$  : es el coeficiente angular de fricción viscosa.

#### I.4. ECUACIONES DEL MODELO MATEMATICO

##### 1.4.1. Explicación:

En este apartado se analizarán algunas consideraciones básicas que permiten desarrollar un modelo matemático general, que permita determinar cómo opera la máquina en distintos estados, esto es: en arranque, en estado estable, o bajo el influjo de alguna perturbación: desconexión de fases, cortocircuito de fase, e introducción de resistencias al rotor. Establecer las condiciones iniciales de corriente, voltaje, concatenaciones de flujo, torque y velocidad, para cada uno de los casos, es por supuesto también materia de este apartado.

Debe tomarse en cuenta que el rotor está cortocircuitado, de modo que  $v'_{qdo,r} = 0$  y que como la máquina opera sin carga conectada al eje, el torque de carga es cero ( $T_l = 0$ ). Además el coeficiente angular de fricción viscosa ( $D$ ), se desprecia.

##### 1.4.2. Ecuaciones del modelo matemático.-

Si ambos miembros de las ecuaciones dadas en 1.60 y 1.80 se les multiplicó por  $\omega_e$ , correspondiente a la frecuencia nominal, se tiene:

$$[\psi_{qdo}] = [X] [i_{qdo}] \quad (1.91)$$

donde:  $[\psi_{qdo}] = \omega_e [\lambda_{qdo}] \quad (1.92)$

$$\text{o } [X] = \omega_e [L_{qdo}] \quad (1.93)$$

y  $\omega_e [V_{qdo}] = \omega_e \{ [r] + [L_{qdo}]p + [H][L_{qdo}] \} [i_{qdo}] \quad (1.94)$

Despejando las corrientes de la Ecuación (1.91)

$$[i_{qdo}] = [X]^{-1} [\psi_{qdo}] \quad (1.95)$$

donde

$$[X]^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} x'_{rr} & 0 & 0 & -x_m & 0 & 0 \\ 0 & x'_{rr} & 0 & 0 & -x_m & 0 \\ 0 & 0 & \Delta/x_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ -x_m & 0 & 0 & x_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -x_m & 0 & 0 & x_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta/x'_{rr} \end{bmatrix} \quad (1.96)$$

siendo:

$$x_{ss} = \omega_e L_{ss}$$

$$x'_{rr} = \omega_e L'_{rr}$$

$$x_m = \omega_e M$$

$$\Delta = x_{ss} x'_{rr} - x_m^2$$

Si ahora reemplazamos las ecuaciones (1.92), (1.93) y (1.95) en la ecuación (1.80), obtendríamos:

$$w_e [v_{qdo}] = w_e \left\{ [r] + \frac{1}{w_e} [X] p + [H] \frac{1}{w_e} [X] \right\} [X]^{-1} [\psi_{qdo}] \quad (1.97)$$

Despejando de esta última ecuación  $p[\psi_{qdo}]$ , resultaría:

$$p[\psi_{qdo}] = w_e \left\{ [v_{qdo}] - \left\{ [r] [X]^{-1} + \frac{1}{w_e} [H] \right\} [\psi_{qdo}] \right\} \quad (1.98)$$

Llamando a:

$$- \left\{ [r] [X]^{-1} + \frac{1}{w_e} [H] \right\} = [Q] \quad (1.99)$$

tenemos finalmente que:

$$p[\psi_{qdo}] = w_e \left\{ [v_{qdo}] + [Q] [\psi_{qdo}] \right\} \quad (1.100)$$

donde :

$$[Q] = \begin{bmatrix} -\frac{r_s x'_{rr}}{\Delta} & -\frac{w}{w_e} & 0 & \frac{r_s x'_{im}}{\Delta} & 0 & 0 \\ \frac{w}{w_e} & -\frac{r_s x'_{rr}}{\Delta} & 0 & 0 & \frac{r_s x'_{im}}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_s}{x_{ss}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r' r x_{im}}{\Delta} & 0 & 0 & -\frac{r' r x_{ss}}{\Delta} & -\frac{w-w_r}{w_e} & 0 \\ 0 & \frac{r' r x'_{im}}{\Delta} & 0 & \frac{w-w_r}{w_e} & -\frac{r' r x_{ss}}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r' r}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (1.101)$$

La ecuación (1.99) en forma desarrollada, queda finalmente:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} p \psi_{qs} \\ p \psi_{ds} \\ p \psi_{os} \\ p \psi'_{qr} \\ p \psi'_{dr} \\ p \psi'_{or} \end{bmatrix} \\
 &= w_e \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{os} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{or} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{r_s X'_{rr}}{\Delta} & 0 & 0 & \frac{w}{w_e} & \frac{r_s X'_{im}}{\Delta} & 0 \\ \frac{w}{w_e} & -\frac{r_s X'_{rr}}{\Delta} & 0 & -\frac{r_s X'_{im}}{\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_s}{X_{SS}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r'_{r'} X_{im}}{\Delta} & 0 & 0 & 0 & -\frac{r'_{r'} X_{SS}}{\Delta} & 0 \\ 0 & \frac{r'_{r'} X_{im}}{\Delta} & 0 & \frac{w}{w_e} & -\frac{r'_{r'} X_{SS}}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{r'_{r'} X_{im}}{w_e} & -\frac{r'_{r'} X_{SS}}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r'_{r'} r}{X'_{rr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{os} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{or} \end{bmatrix} \tag{1.102}
 \end{aligned}$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación (1.87) por  $w_e$ , se obtiene:

$$T_e = \left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{1}{w_e}\right)(\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr}) \quad (1.103)$$

siendo:

$w_e$  = la velocidad sincrónica del campo magnético giratorio.

Si en la ecuación (1.91) se reemplazó  $T_1 = 0$  y  $D = 0$ , esta queda así:

$$T_e = J_p w_r \quad (1.104)$$

#### 1.5. ECUACIONES DEL MODELO EN POR UNIDAD (7)

Para facilitar el cálculo, traduciremos todas nuestras ecuaciones al conocido sistema "por unidad" (p.u.); en este sistema las magnitudes se expresan como fracciones de valor nominales y son <sup>adicionales</sup> adicionales. Para lograr este propósito, conviene seleccionar valores bases de potencia, voltaje y frecuencia, siendo los más comunes los datos de placa del motor.

Estas magnitudes tomadas como valores base son:

$S_b$  : es la potencia aparente base (por fase) [Vol-Amp]

$V_b$  : es el voltaje base (por fase) [Volt]

$f_b$  : es la frecuencia base [Hz]

Seleccionados estos valores base, podemos obtener el resto de magnitudes

bases:

- Corriente base (por fase) [Amp]

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \quad (1.105)$$

- Impedancia base (por fase) [ $\Omega$ ]

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} \quad (1.106)$$

- Inductancia base (por fase) [Henrio]

$$L_b = \frac{Z_b}{\omega_e} \quad (1.107)$$

- Velocidad angular eléctrica base [Rad/Seg]

$$\omega_b = \frac{2\pi f_b}{P/2} \quad (1.108)$$

- Concatenaciones de flujo base

$$\lambda_b = L_b \cdot I_b \quad (1.109)$$

Si a la ecuación anterior la multiplicamos por  $\omega_e$ , se obtiene:

$$\psi_b = X_b I_b$$

y siendo

$$X_b = \omega_e L_b = Z_b \quad (1.110)$$

se puede concluir que:

$$\psi_b = V_b \quad (1.111)$$

Un valor en por unidad viene dado por la siguiente relación:

$$\text{Valor p.u.} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}}$$

Aplicando las relaciones anteriores a la ecuación (1.102), se puede expresar en p.u., quedando:

$$\begin{bmatrix} p \psi_{qs} \\ p \psi_{ds} \\ p \psi_{os} \\ p' \psi_{qr} \\ p' \psi_{dr} \\ p' \psi_{or} \end{bmatrix} = w_e \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{os} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{or} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{(1,1)} & Q_{(1,2)} & Q_{(1,3)} & Q_{(1,4)} & Q_{(1,5)} & Q_{(1,6)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{(2,1)} & Q_{(2,2)} & Q_{(2,3)} & Q_{(2,4)} & Q_{(2,5)} & Q_{(2,6)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{(3,1)} & Q_{(3,2)} & Q_{(3,3)} & Q_{(3,4)} & Q_{(3,5)} & Q_{(3,6)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{(4,1)} & Q_{(4,2)} & Q_{(4,3)} & Q_{(4,4)} & Q_{(4,5)} & Q_{(4,6)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{(5,1)} & Q_{(5,2)} & Q_{(5,3)} & Q_{(5,4)} & Q_{(5,5)} & Q_{(5,6)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{(6,1)} & Q_{(6,2)} & Q_{(6,3)} & Q_{(6,4)} & Q_{(6,5)} & Q_{(6,6)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{os} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{or} \end{bmatrix} \quad (1.112)$$

Los coeficientes  $Q(i,j)$  son arreglos expresados en p.u.

$$Q_{(1,1)} = Q_{(2,2)} = -\frac{r_s \cdot x'_{rr}}{\Delta}$$

$$Q_{(1,4)} = Q_{(2,5)} = \frac{r_s \cdot x_m}{\Delta}$$

$$Q_{(4,4)} = Q_{(5,5)} = - \frac{r' r x_{ss}}{\Delta}$$

$$Q_{(4,1)} = Q_{(5,2)} = \frac{r' r x_m}{\Delta}$$

$$Q_{(3,3)} = - \frac{r_s}{x_{ss}}$$

$$Q_{(6,6)} = - \frac{r' r}{x' r r}$$

$$Q_{(2,1)} = \frac{w}{w_e}$$

$$Q_{(1,2)} = - Q_{(2,1)}$$

$$Q_{(5,4)} = \frac{w - w_r}{w_e}$$

$$Q_{(4,5)} = - Q_{(5,4)}$$

$$\text{Los 22 restantes } Q_{(i,j)} = 0 \quad (1.113)$$

Como se puede advertir los  $Q_{(i,j)}$  en p.u. son equivalentes a sus valores originales.

La ecuación del torque base está dad por la siguiente expresión:

$$T_b = \frac{V_b \cdot I_b}{\left(\frac{2}{m}\right) \left(\frac{2}{p}\right) w_b} \quad (1.114)$$

Si dividimos la ecuación (1.103) por la ecuación anterior obtendríamos:

$$T_e = (\psi'_{qr} \cdot i'_{dr} - \psi'_{dr} \cdot i'_{qr}) \quad \text{p.u.} \quad (1.115)$$



La unidad de torque, en el sistema p.u., es definido como el torque producido por una unidad de potencia a la velocidad sincrónica  $w_s$ .

El momento de inercia de la máquina, en el sistema p.u., se expresa por la constante de inercia, denotada con la letra F y definida por la siguiente fórmula: (6)

$$F = \frac{\text{Energía almacenada a } w_s \text{ [kw : seg]}}{\text{Potencia aparente nominal [KVA]}} \quad (1.116)$$

o también

$$F = \frac{5.48 \cdot J \cdot n_s}{S_n} 10^{-6} \text{ [seg]} \quad (1.117)$$

donde:

J : es el momento de inercia del motor de inducción [m Kg]

$n_s$ : es la velocidad sincrónica del motor de inducción [r.p.m.]

$S_n$ : es la potencia aparente nominal del motor de inducción [KVA]

La constante de inercia (F) es calculada a partir del momento de inercia y de la velocidad (en unidades normales), y tiene la dimensión del tiempo [seg]. En el sistema p.u., la unidad de energía está dada por la unidad de potencia actuando en 1 seg.; y, por lo tanto, la constante de inercia (F) es numéricamente igual a la energía almacenada en p.u.

Si la máquina fuera acelerada uniformemente del reposo a la velocidad no

minal  $w_s$  en 1 seg. el torque sería igual a  $Jw_s$ . La energía almacenada es producida por la potencia correspondiente a este torque (a la velocidad media  $w_s/2$ ) y es  $Jw_s/2$ ; entonces:

$$F = \frac{1}{2} Jw_s \quad (1.118)$$

de donde:

$$J = \frac{2F}{w_s} \quad (1.119)$$

Reemplazando esta última ecuación en (1.104), se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$p w_r = \frac{1}{2F} T_e \quad \text{p.u.} \quad (1.120)$$

Las ecuaciones (1.20) y (1.112) sirven, como lo veremos más adelante, para el análisis de transitorios, ya que describen el comportamiento de la máquina como una función del tiempo.

## C A P I T U L O   I I

### ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES INICIALES PARA CADA UNO DE LOS CASOS

#### II.1. CONSIDERACIONES GENERALES.- (2,8)

La ecuación matricial (1.112) fue determinada para un sistema de referencia arbitraria que gira a una velocidad  $w$ , también arbitraria; pero es conveniente fijar un sistema de referencia adecuado al caso que se vaya a analizar. Los sistemas más comunes son:

- Sistema de referencia fijo en el estator ( $w = 0$ ).
- Sistema de referencia fijo en el rotor ( $w = w_r$ ).
- Sistema de referencia girando a velocidad angular eléctrica ( $w = w_e$ ).

Para el estudio de los transitorios de arranque, desconexión de fases y cortocircuitos, seleccionaremos el sistema de referencia fijo en el estator, con el fin de llegar a un análisis más directo y debido a que allí ocurren las operaciones que producen los transitorios que vamos a analizar.

Para el estudio del control de velocidad, mediante la inserción de resistencias al rotor, fijaremos el sistema de referencia en el rotor.

La resolución de la ecuación diferencial (1.112), se lo realizará mediante la implementación del método de Runge Kutta:

## II.2. ARRANQUE.-

En la ecuación diferencial (1.112), haremos:

$$[v_{qdos,r}] = [T] [v_{abc_{s,r}}]$$

donde:

$v_{abc_s}$  son los voltajes de alimentación de las fases a, b y c.

$v_{abc_r} = 0$  (Rotor cortocircuitado)

$w = 0$  (Sistema de referencia fijo en el estator).

$w_r = 0$  (Velocidad inicial del rotor).

por lo tanto:  $Q(2,1), Q(1,2), Q(5,4), Q(4,5) = 0$

$$[\psi_{qdos,r}] = [X] [i_{qdos,r}]$$

$$[i_{qdos,r}] = [T] [i_{abc_{s,r}}]$$

siendo  $[i_{abc_{s,r}}] = 0$  (corrientes iniciales).

tendríamos:

$$[\psi_{qdos,r}] = [0]$$

### II.3. ESTADO ESTABLE

Aquí tenemos dos posibilidades:

- 1) Que sea la propia máquina (una vez arrancada), y luego de un tiempo prudencial (el que dure los transitorios de arranque), la que se estabilice en su funcionamiento; y,
- 2) Resolver el circuito equivalente de la máquina, asumiendo que la máquina ha alcanzado ya las condiciones de régimen permanente, para poder determinar su velocidad y las corrientes que posibiliten establecer las condiciones iniciales para el estado estable.

La primera alternativa es mucho más interesante, ya que al mismo tiempo que nos ahorra el tener que resolver el circuito equivalente de la máquina, permite mediante la manipulación del tiempo simular una perturbación inclusive antes de que haya alcanzado a estabilizarse.

Sin embargo, si para observar el funcionamiento de la máquina en régimen permanente, tenemos que simular siempre su arranque, esto supone mayor tiempo de computación.

Afortunadamente este inconveniente se lo soluciona, grabando por una vez las condiciones en régimen estable, para a partir de ello analizar cualquier perturbación posterior.

Conviene, no obstante, desarrollar esa segunda alternativa.

Del circuito equivalente para régimen estable (Fig. 5 ), se tiene:

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} (r_s + jx_{ss}) & jx_m \\ jx_m & (\frac{r'_r}{s} + jx'_{rr}) \end{bmatrix}}_{[Z]} \begin{bmatrix} i_{as} \\ -i'_{ar} \end{bmatrix}$$

de donde:

$$\begin{bmatrix} i_{as} \\ -i'_{ar} \end{bmatrix} = [Z]^{-1} \begin{bmatrix} v_{as} \\ 0 \end{bmatrix}$$

siendo:

$$[Z]^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{r'_r}{s} + j x'_{rr} & -j x_m \\ -j x_m & r_s + j x_{ss} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \left( \frac{r_s r'_r}{s} - x_{ss} x'_{rr} + x_m \right) + j(r_s x'_{rr} + \frac{r'_r}{s} x_{ss})$$

Se debe señalar aquí que si los voltajes de alimentación son balanceados, bastará resolver el circuito equivalente para la fase "a", ya que por simetría en las fases "b" y "c", sus parámetros cumplen:

$$F_{bs} = a^2 F_{as}$$

$$F_{cs} = a F_{as}$$

donde:

$$a^2 = 1 \quad | \quad 120$$

$$a = 1 \quad | \quad -120$$

# CIRCUITOS EQUIVALENTES DE UNA MAQUINA DE INDUCCION TRIFASICA EN REGIMEN PERMANENTE

Fig. 9

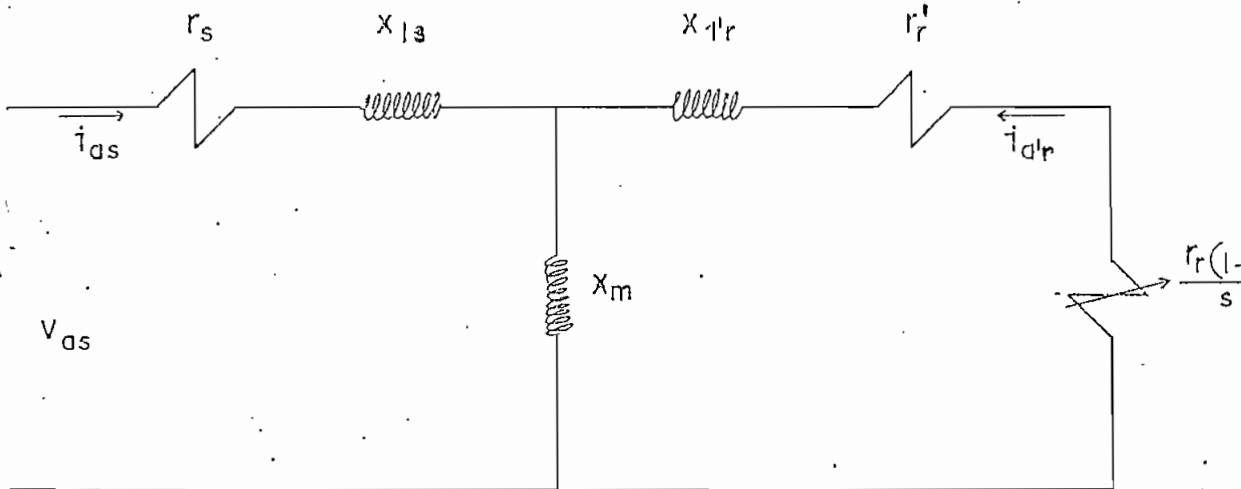
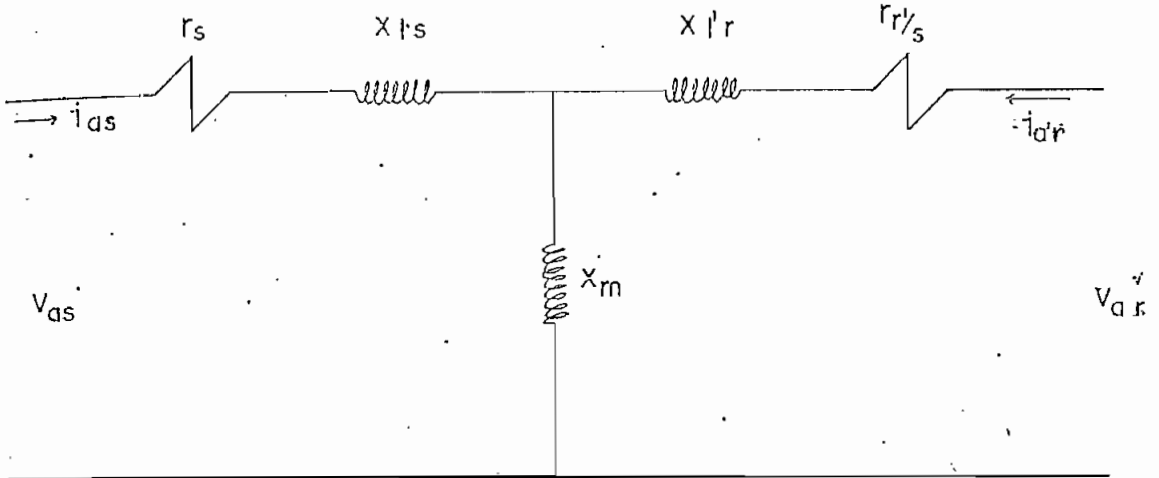


FIGURA N° 5

Pero si los voltajes de alimentación son desbalanceados, hay necesidad de resolver el mismo circuito equivalente independientemente para cada fase.

Para el cálculo de la velocidad:

$$w_r = (1 - s)w_s$$

donde:  $s$  = factor de deslizamiento.

$w_s$  = velocidad sincrónica

y, finalmente, el torque

$$T_e = \frac{1}{w_s} |i'_{ar}|^2 \frac{r' r}{s}$$

#### II.4. DESCONEXION DE FASES.-

Si todos los interruptores de la Fig. 6 estuvieran cerrados, tendríamos:

$$v_{as} = e_{ga} - v_{ng}$$

$$v_{bs} = e_{gb} - v_{ng}$$

$$v_{cs} = e_{gc} - v_{ng}$$

Si todos los interruptores estuvieran abiertos tendríamos: (2)



# DIAGRAMA DE UNA MAQUINA DE INDUCCION TRIFASICA

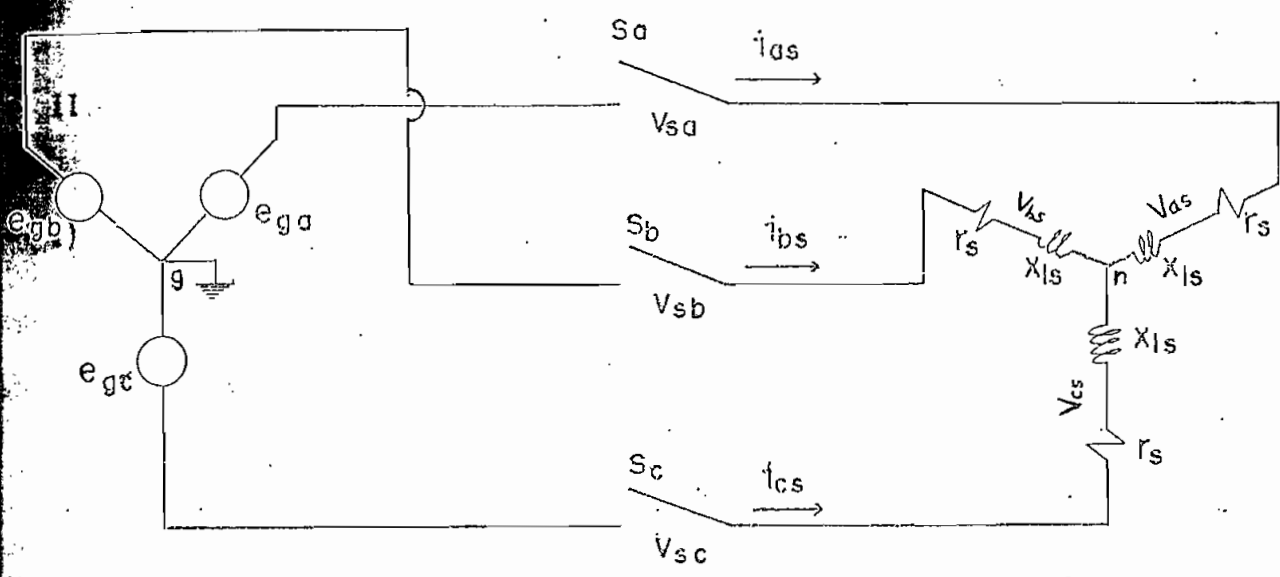


FIGURA N°6

$$v_{as} = K p \psi'_{qr}$$

$$v_{bs} = -\frac{K}{2} (p \psi'_{qr} + \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{cs} = -\frac{K}{2} (p \psi'_{qr} - \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

siendo  $K = (1/w_e)(x_m/x'_{rr})$ .

Para el análisis del caso de desconexión de una, dos o tres fases, utilizamos el principio de la superposición, teniendo las siguientes alternativas:

#### II.4.1. Desconexión de una fase.-

##### 1) Fase a

$$v_{as} = K p \psi'_{qr}$$

$$v_{bs} = e_{gb} - v_{ng}$$

$$v_{cs} = e_{gc} - v_{ng}$$

$$v_{ng} = \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gb}) + \frac{1}{2} v_{as}$$

$$v_{sa} = e_{ga} - \frac{1}{2} (e_{gc} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{as}$$

##### 2) Fase b

$$v_{as} = e_{ga} - v_{ng}$$

$$v_{bs} = -\frac{K}{2} (p \psi'_{qr} + \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{cs} = e_{gc} - v_{ng}$$

$$v_{ng} = \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gc}) + \frac{1}{2} v_{bs}$$

$$v_{sb} = e_{gb} - \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{bs}$$

### 3) Fase c

$$v_{as} = e_{ga} - v_{ng}$$

$$v_{bs} = e_{gb} - v_{ng}$$

$$v_{cs} = -K/2(p \psi'_{qr} - \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{ng} = \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gc}) + \frac{1}{2} v_{cs}$$

$$v_{sc} = e_{gc} - \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{cs}$$

## II.4.2. Desconexión de dos fases.-

### 1) Fases a y b

$$v_{as} = K p \psi'_{qr}$$

$$v_{bs} = -K/2(p \psi'_{qr} + \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{cs} = e_{gc} - v_{ng}$$

$$v_{ng} = e_{gc} + v_{as} + v_{bs}$$

$$v_{sa} = e_{ga} - \frac{1}{2} (e_{gb} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{as}$$

$$v_{sb} = e_{gb} - \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{bs}$$

## 2) Fases a y c

$$v_{as} = k p \psi'_{qr}$$

$$v_{bs} = e_{gb} - v_{ng}$$

$$v_{cs} = -k/2(p \psi'_{qr} - \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{ng} = e_{gb} + v_{as} + v_{cs}$$

$$v_{sa} = e_{ga} - \frac{1}{2}(e_{gb} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{as}$$

$$v_{sc} = e_{gc} - \frac{1}{2}(e_{ga} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{cs}$$

## 3) Fases b y c

$$v_{as} = e_{ga} - v_{ng}$$

$$v_{bs} = -k/2(p \psi'_{qr} + \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{cs} = -k/2(p \psi'_{qr} - \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{ng} = e_{ga} + v_{bs} + v_{cs}$$

$$v_{sb} = e_{gb} - \frac{1}{2}(e_{ga} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{bs}$$

$$v_{sc} = e_{gc} - \frac{1}{2}(e_{ga} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{cs}$$

II.4.3: Descónexión de las tres fases.-

$$v_{as} = k p \psi'_{qr}$$

$$v_{bs} = -k/2(p \psi'_{qr} + \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{cs} = -k/2(p \psi'_{qr} - \sqrt{3} p \psi'_{dr})$$

$$v_{sa} = e_{ga} - \frac{1}{2} (e_{gc} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{as}$$

$$v_{sb} = e_{gb} - \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gc}) - \frac{3}{2} v_{bs}$$

$$v_{sc} = e_{gc} - \frac{1}{2} (e_{ga} + e_{gb}) - \frac{3}{2} v_{cs}$$

#### II.4.4. Generalización.-

Todas estas alternativas se pueden generalizar, recurriendo a un algoritmo matemático, de la siguiente manera:

$$V_{\phi} = G_5 \cdot \frac{G_2}{2} \cdot (V_{\phi}(J_1) + G_0 V_0(J_2) + G_1 V(J_2) + V(J_3))$$

$$V_N(J_1) = V_0(J_1)$$

$$V_N(J_1) = G_1 [V(J_2) - V_{\phi}] + G_0 V_0(J_2)$$

$$V_N(J_3) = G_3 [V(J_3) - V_{\phi}] + G_4 V_0(J_3)$$

donde:

$V_{\phi}$  = Voltaje de Neutro.

$V_N(J_i)$  = Voltajes después de la perturbación.

$V(J_i)$  = Voltajes con los interruptores cerrados.

$V_{\phi}(J_i)$  = Voltajes con los interruptores abiertos.

$G_i$  y  $J_i$  son valores función de  $G$  y  $J$  respectivamente, los cuáles a su

vez son indicadores del caso particular a analizar.

El algoritmo se basa en el siguiente cuadro: (10,11)

	Desconexión de 1 fase			Desconexión de 2 fases			Desconexión de 3 fases
G	1			2			3
G0	0			1			1
G1	1			0			0
G2	1			2			0
G3	1			1			0
G4	0			0			1
	Fase a	Fase b	Fase c	Fases a y b	Fases b y c	Fases a y c	
J	1	2	3	1	2	3	1
J1	1	2	3	1	2	3	1
J2	2	3	1	2	3	1	2
J3	3	1	2	3	1	2	3

Los valores de G y J son valores que se ingresan dependiendo del caso a analizar (Ver diagrama de flujo), G cuando se requiere saber en cuantas fases se va a simular la perturbación y J cuando, dependiendo de la respuesta anterior, se requiere saber en cuál o cuáles fases se a simular la perturbación.

Si como se observa, tanto G como J pueden tomar hasta tres valores distintos, y para cada uno de ellos los  $G_i$  y  $J_i$  deben resultar con un valor determinado, podemos expresar  $G_i$  y  $J_i$  como funciones cuadráticas de G y J respectivamente, de la siguiente forma:

$$G_i = a G^2 + b G + c$$

$$J_i = a J^2 + b J + c$$

Debiendo en este caso, determinar los coeficientes a, b y c para cada  $G_i$  y  $J_i$ .

Los resultados de este proceso son los siguientes:

$$G_0 = -\frac{1}{2} G^2 + \frac{5}{2} G - 2$$

$$G_1 = \frac{1}{2} G^2 - \frac{5}{2} G + 3$$

$$G_2 = -\frac{3}{2} G^2 + \frac{11}{2} G - 3$$

$$G_3 = -\frac{1}{2} G^2 + \frac{3}{2} G$$

$$G_4 = \frac{1}{2} G^2 - \frac{3}{2} G + 1$$

$$J_1 = J$$

$$J_2 = -\frac{3}{2} J^2 + \frac{11}{2} J - 2$$

$$J_3 = \frac{3}{2} J^2 - \frac{13}{2} J + 8$$

El valor de  $G_5$  que aparece en la determinación del Voltaje de Neutro, es:

1. si el neutro esta desconectado

0 si el neutro esta conectado.

## II.5. CORTOCIRCUITO DE FASES.-

El análisis de este tipo de perturbación - en cuanto a establecer las condiciones iniciales - es bastante simple, pues consiste en hacer cero los voltajes en las fases cortocircuitadas.

Se tienen las siguientes alternativas:

### II.5.1. Cortocircuito de una fase.-

#### 1) Fase "a"

$$V_a = 0$$

$V_b, V_c$  los mismos de régimen permanente.

#### 2) Fase "b"

$$V_b = 0$$

$V_a, V_c$  los mismos de régimen permanente.

#### 3) Fase "c"

$$V_c = 0$$

$V_a, V_b$  los mismos de régimen permanente.

### II.5.2: Cortocircuito de dos fases.-

#### 1) Fases "a y b"

$$V_a = V_b = 0$$

$V_c$  el mismo de régimen permanente.



2) Fases "b y c"

$$V_b = V_c = 0$$

$V_a$  el mismo de régimen permanente.

3) Fases "a y c"

$$V_a = V_c = 0$$

$V_b$  el mismo de régimen permanente.

II.5.3: Cortocircuito de las tres fases.-

$$V_a = V_b = V_c = 0$$

II.5.4. Generalización

Todas estas alternativas pueden también ser generalizadas, utilizando un algoritmo matemático; así:

$$V_{(J1)} = 0$$

$$V_{(J2)} = G_1 V_{(J2)}$$

$$V_{(J3)} = G_3 V_{(J3)}$$

$G_i$  y  $J_i$  tienen los mismos valores que los anotados en el punto III.4. (Desconexión de fases); es decir son funciones de  $G$  y  $J$  respectivamente. Conviene sin embargo, recurrir una vez más al cuadro en la parte que en el presente caso nos interesa.

	CORTOCIRCUITO DE 1 FASE			CORTOCIRCUITO DE 2 FASES			CORTOCIRCUITO DE LAS TRES FASES
G	1			2			3
G1	1			0			0
G3	1			1			0
	Fase a	Fase b	Fase c	Fases a y b	Fases b y c	Fases a y c	
J	1	2	3	1	2	3	1
J1	1	2	3	1	2	3	1
J2	2	3	1	2	3	1	2
J3	3	1	2	3	1	2	3

Anotemos aquí también que:

$$G1 = 1/2 G^2 - 5/2 G + 3$$

$$G3 = - 1/2 G^2 + 3/2 G$$

$$J1 = J$$

$$J2 = - 3/2 J^2 + 11/2 J - 2$$

$$J3 = 3/2 J^2 - 13/2 J + 8$$

## II.6. INTRODUCCION DE RESISTENCIAS AL ROTOR

En régimen permanente asumimos el rotor cortocircuitado y por lo tanto todos sus voltajes iguales a cero. Si ahora queremos conectar entre sus terminales resistencias variables, es indudable que, en esas fases, tene

mos que determinar qué voltajes aparecerán.

Para este caso, debemos considerar las siguientes alternativas:

### II.6.1. Introducción de resistencias en una fase

1) En la fase "a"

$$\begin{aligned} V_{a_r}^i &= R \dot{i}_{a_r} \\ V_{b_r}^i, V_{c_r}^i &= 0 \end{aligned}$$

2) En la fase "b"

$$\begin{aligned} V_{b_r}^i &= R \dot{i}_{b_r} \\ V_{a_r}^i, V_{c_r}^i &= 0 \end{aligned}$$

3) En la fase "c"

$$\begin{aligned} V_{c_r}^i &= R \dot{i}_{c_r} \\ V_{a_r}^i, V_{b_r}^i &= 0 \end{aligned}$$

### II.6.2. Introducción de resistencias en dos fases

1) En las fases "a y b"

$$\begin{aligned} V_{a_r}^i &= R \dot{i}_{a_r} \\ V_{b_r}^i &= R \dot{i}_{b_r} \\ V_{c_r}^i &= 0 \end{aligned}$$

2) En las fases "b y c"

$$v'_{br} = R i'_{br}$$

$$v'_{cr} = R i'_{cr}$$

$$v'_{ar} = 0$$

3) En las fases "a y c"

$$v'_{ar} = R i'_{ar}$$

$$v'_{cr} = R i'_{cr}$$

$$v'_{br} = 0$$

### II.6.3. Introducción de resistencias en las tres fases.-

$$v'_{ar} = R i'_{ar}$$

$$v'_{br} = R i'_{br}$$

$$v'_{cr} = R i'_{cr}$$

### II.6.4. Generalización

Todas estas alternativas pueden ser generalizadas igualmente recurriendo al algoritmo matemático, explicado ya en páginas anteriores, de la siguiente manera:

$$V_{(J1')} = R I_{(J1')}$$

$$V_{(J2')} = G \circ R I_{(J2')}$$

$$V_{(J3')} = G^4 R I_{(J3')}$$

Conviene aquí también exponer el cuadro en el que se base el algoritmo, en la parte que nos interesa.

	En una fase			En dos fases			En las 3 fases
G	1			2			
G <sub>0</sub>	0			1			
G <sub>4</sub>	0			0			
	En la fase "a"	En la fase "b"	En la fase "c"	En las fases a y b	En las fases b y c	En las fases a y c	
J	1	2	3	1	2	3	1
J <sub>1</sub>	1	2	3	1	2	3	1
J <sub>2</sub>	2	3	1	2	3	1	2
J <sub>3</sub>	3	1	2	3	1	2	3

$$G_0 = -1/2 G^2 + 5/2 G - 2$$

$$G_4 = 1/2 G^2 - 5/2 G + 3$$

$$J_1 = J$$

$$J_2 = -3/2 J^2 + 11/2 J - 2$$

$$J_3 = 3/2 J^2 + 13/2 J + 8$$

Además:

$$J_1' = J_1 + 3$$

$$J_2' = J_2 + 3$$

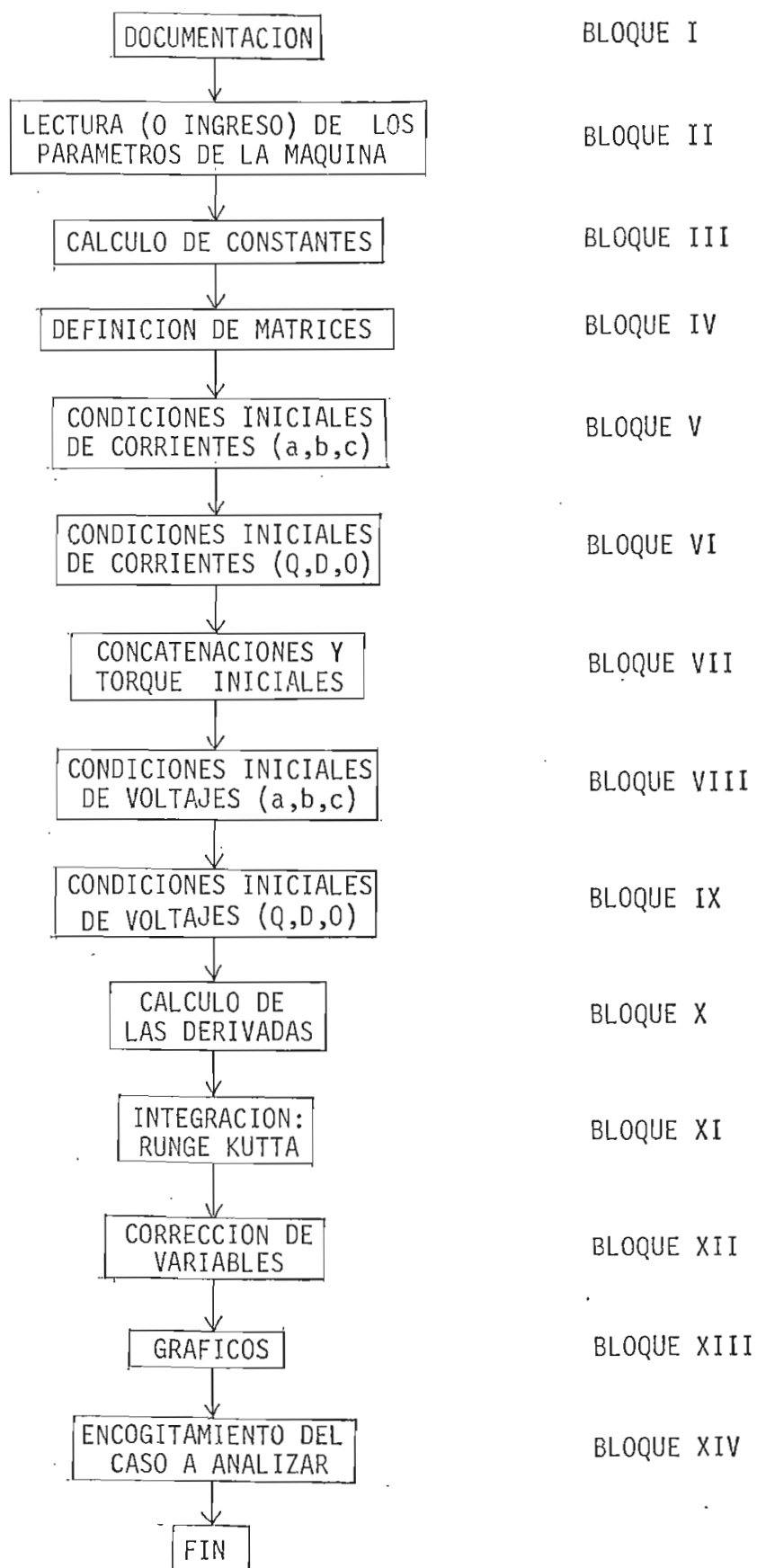
$$J_3' = J_3 + 3$$

C A P I T U L O    I I ISIMULACION DIGITAL

## III.1. INTRODUCCION.-

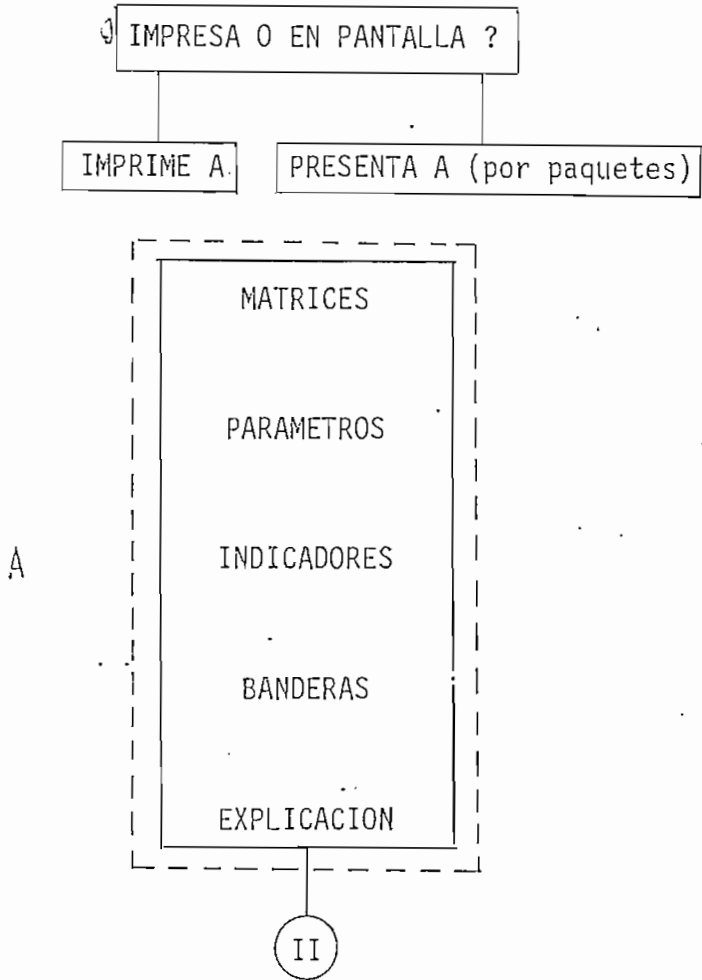
El programa digital diseñado para la solución de los transitorios de los casos que se investigan en el presente trabajo, fue escrito en BASIC y ejecutado completamente en un minicomputador Hewlett Packard Modelo 85. La posibilidad de tener acceso a un sistema interactivo (toda la documentación en cuanto a su operación está contenido dentro del mismo Programa), su versatilidad en la utilización de matrices y la construcción de gráficos, facilitó y simplificó en mucho el desarrollo del programa.

## III.2. DIAGRAMA DE FLUJO (SIMPLIFICADO)



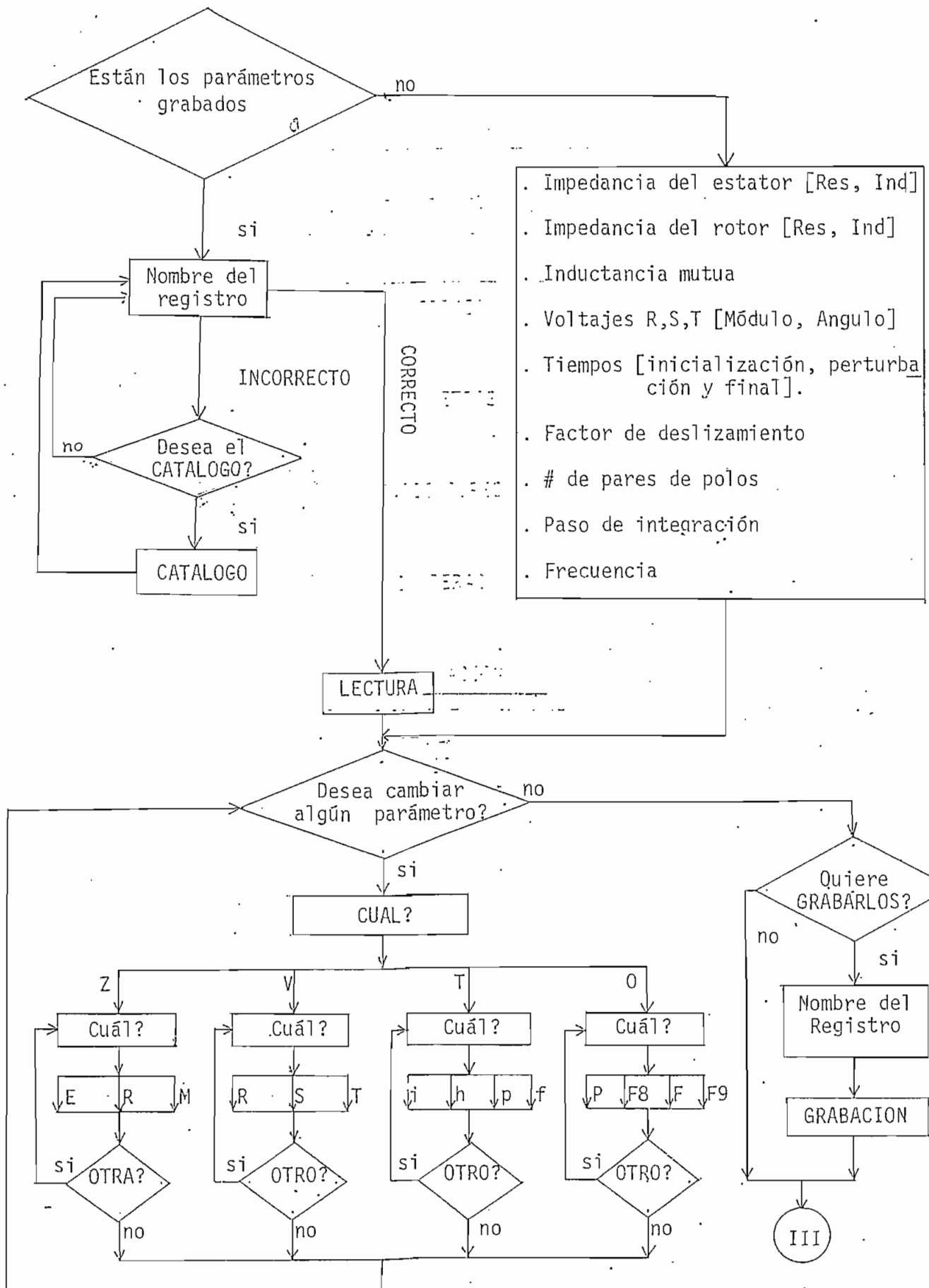
## III.3. DESARROLLO DE BLOQUES

## BLOQUE I: DOCUMENTACION:





BLOQUE II: LECTURA (O INGRESO) DE DATOS.



## BLOQUE III: CALCULO DE CONSTANTES.-

$Q_i \rightarrow$  elementos de la matriz Q

$B_i \rightarrow$  elementos de la matriz B

$$Q_0 = X_{ss} X_{rr} - X_{im}^2 \quad \begin{matrix} F_4 = F_1 + F_3 \\ F_5 = F_2 + F_3 \end{matrix}$$

$$Q_1 = - \frac{R_s X_{rr}}{Q_0}$$

$$w = 2\pi F$$

$$w_1 = \phi$$

$$w_2 = \frac{w}{2P} (1 - S)$$

$$Q_2 = - \frac{w_1}{w}$$

$$Q_3 = \frac{R_s X_{im}}{Q_0}$$

$$Q_4 = - \frac{R_s}{X_{ss}}$$

$$Q_5 = \frac{R_r X_{im}}{Q_0}$$

$$Q_6 = - \frac{R_r X_{ss}}{Q_0}$$

$$Q_7 = - \frac{w_1 - w_2}{w}$$

$$Q_8 = - \frac{R_r}{X_{rr}}$$

$$B_0 = \frac{R_s R_r}{S} - x_{ss} x_{rr} + X_{im}^2$$

$$B_1 = R_s X_{rr} + \frac{X_{ss} R_r}{S}$$

$$B_2 = \sqrt{B_0^2 + B_1^2}$$

$$B_3 = \operatorname{tgte}^{-1} \left( \frac{B_1}{B_0} \right)$$

$$B_4 = \sqrt{\left( \frac{R_r}{S} \right)^2 + X_{rr}^2}$$

$$B_5 = \operatorname{tgte}^{-1} \frac{X_{rr}}{R_s/S}$$

## BLOQUE IV: MATRICES

$$[M\phi] = \text{ZER}(3,3); (\theta = 0)$$

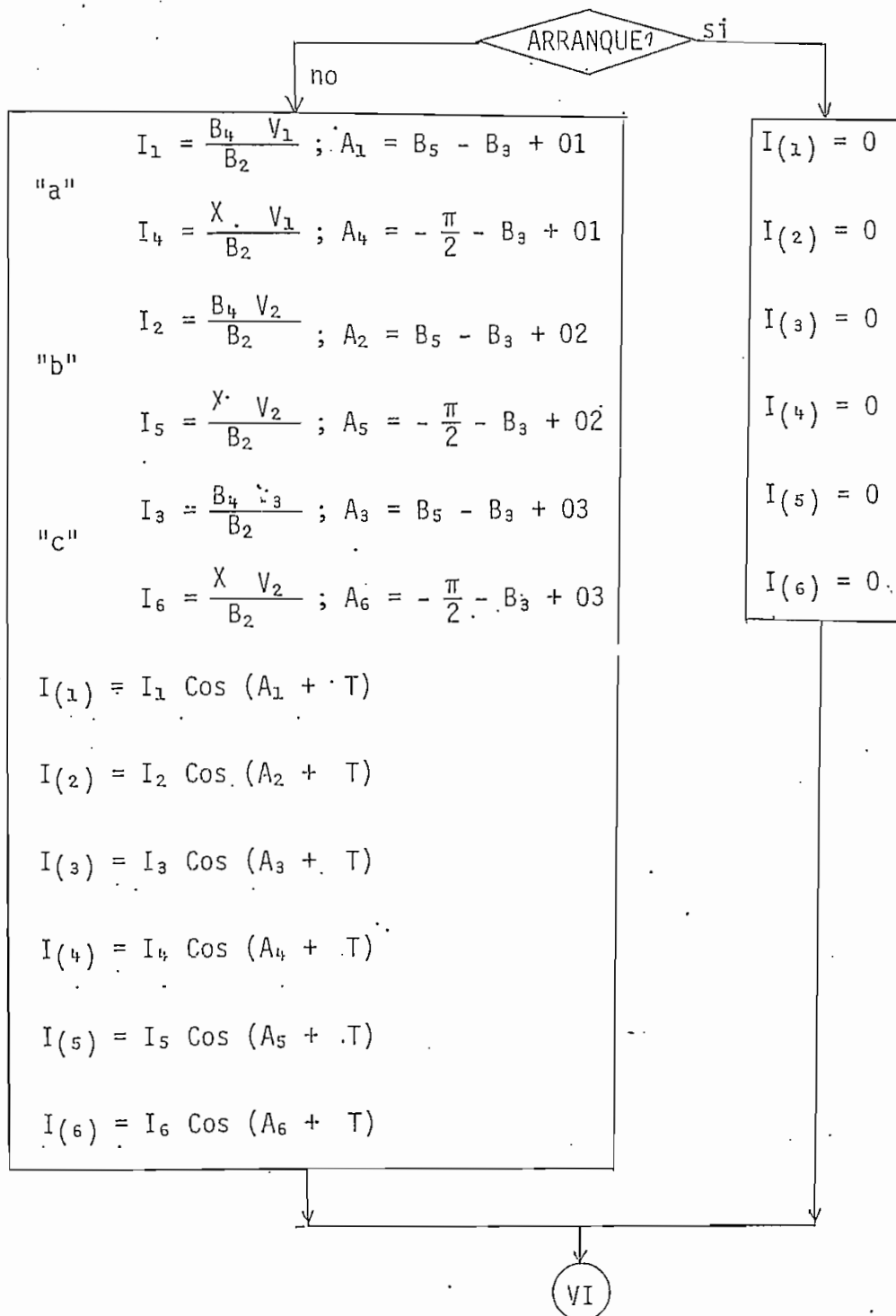
$$[M] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_1] & [M\phi] \\ [M\phi] & [M_1] \end{bmatrix}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_m & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_m & 0 \\ 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ X_m & 0 & 0 & X_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_m & 0 & 0 & X_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{rr} \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & 0 & Q_3 & 0 & 0 \\ -Q_2 & Q_1 & 0 & 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 & 0 \\ Q_5 & 0 & 0 & -Q_6 & Q_7 & 0 \\ 0 & Q_6 & 0 & -Q_7 & Q_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_8 \end{bmatrix}$$

↓  
V

BLOQUE V: CONDICIONES INICIALES DE CORRIENTESBLOQUE VI: CORRIENTES EN EL SISTEMA Q D O

$$[C] = [M] [I]$$

VII

BLOQUE VII: CONCATENACIONES Y TORQUE

$$[K] = [N] [C]$$

$$T_0 = K(4) C(5) - K(5) C(4)$$

VIII

BLOQUE VIII: VOLTAJES INICIALES (a,b,c)

$$V(1) = V_1 \cos (\theta_1 + \omega T)$$

$$V(2) = V_2 \cos (\theta_2 + \omega T)$$

$$V(3) = V_3 \cos (\theta_3 + \omega T)$$

$$V(4) ; V(5) ; V(6) = 0$$

IX

BLOQUE IX: VOLTAJES EN EL SISTEMA Q,D,0

$$[U] = [M] [V]$$

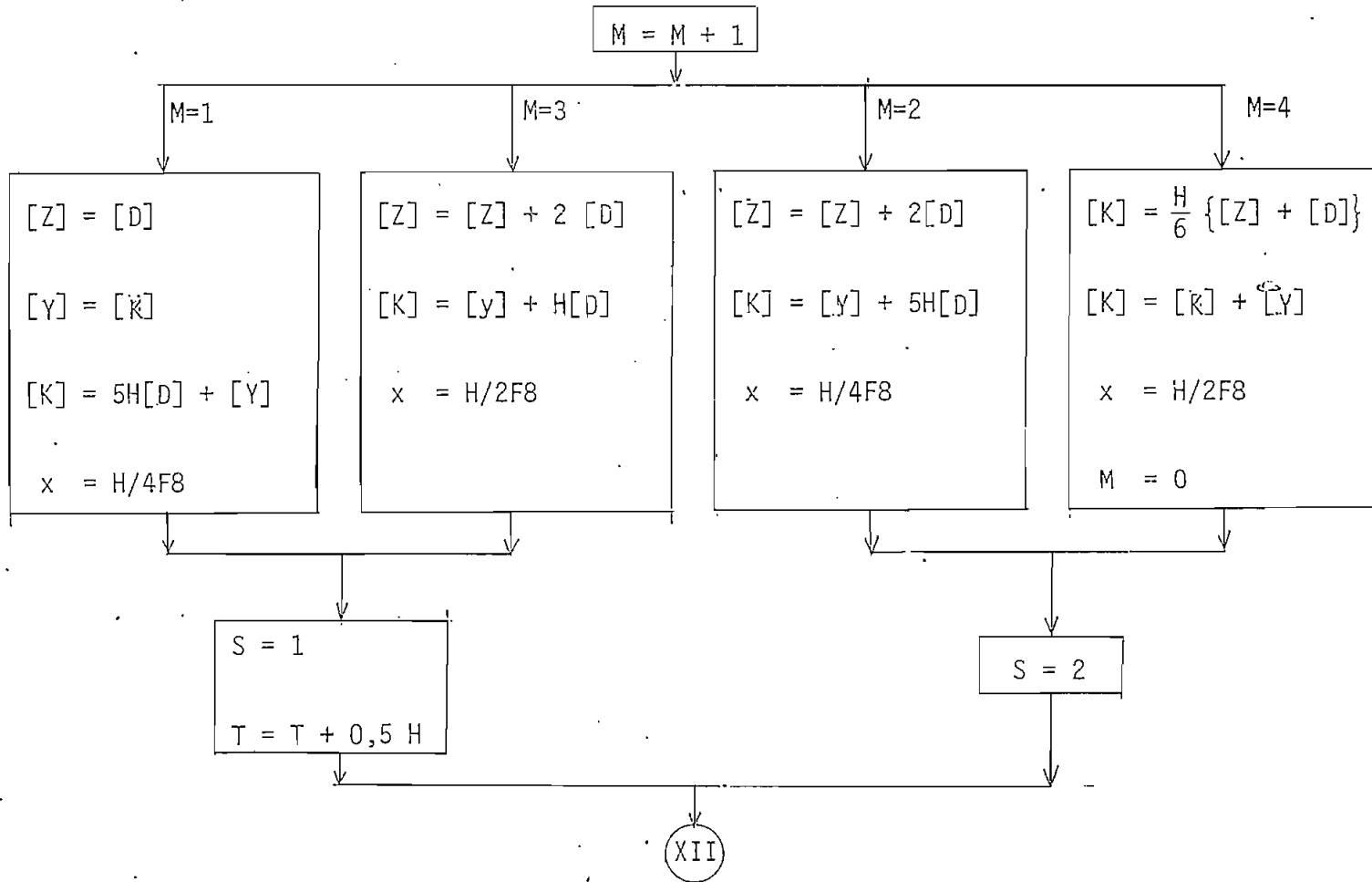
X

BLOQUE X: CALCULO DE LAS DERIVADAS

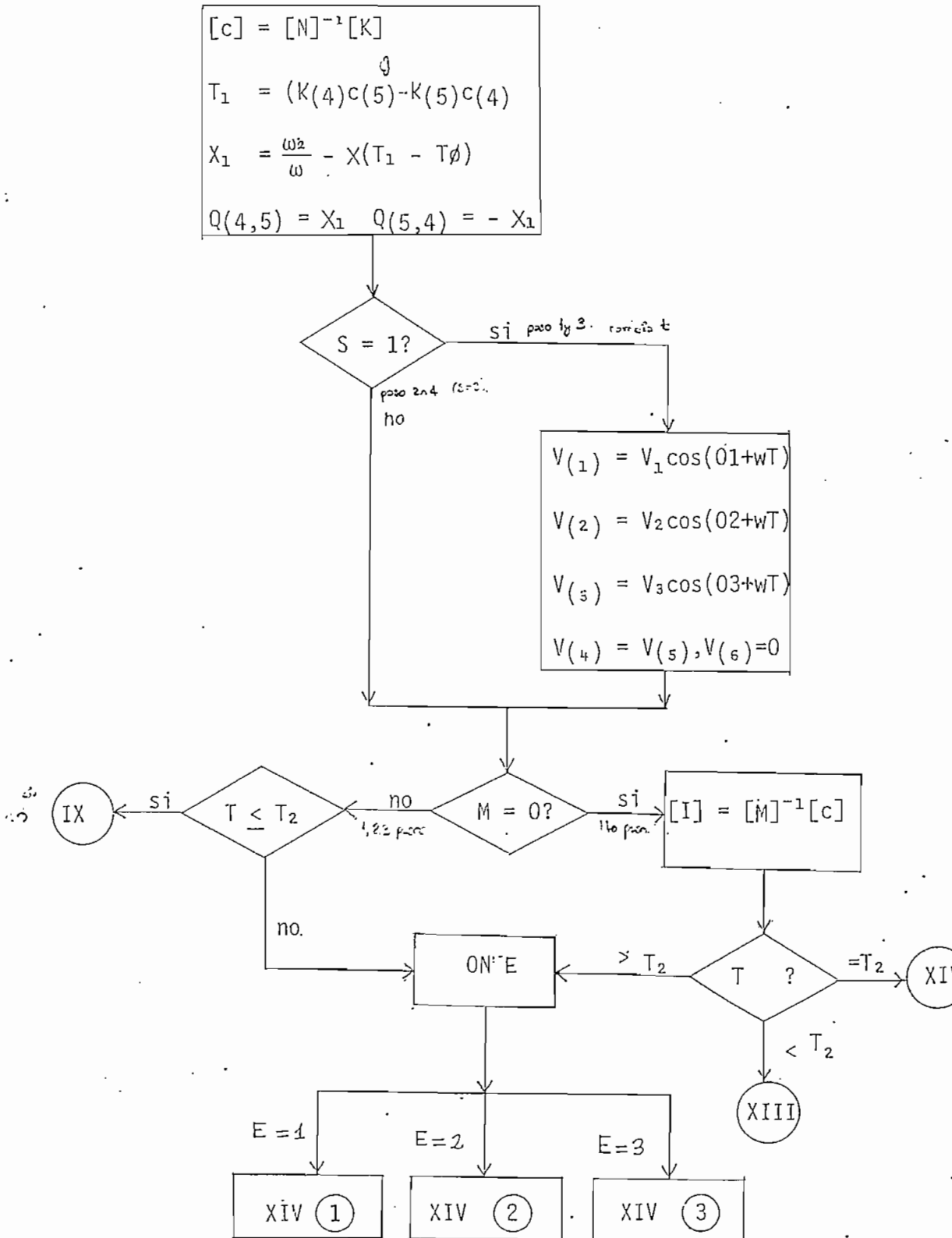
$$[D] = \omega \{ [U] + [Q] [K] \}$$

XI

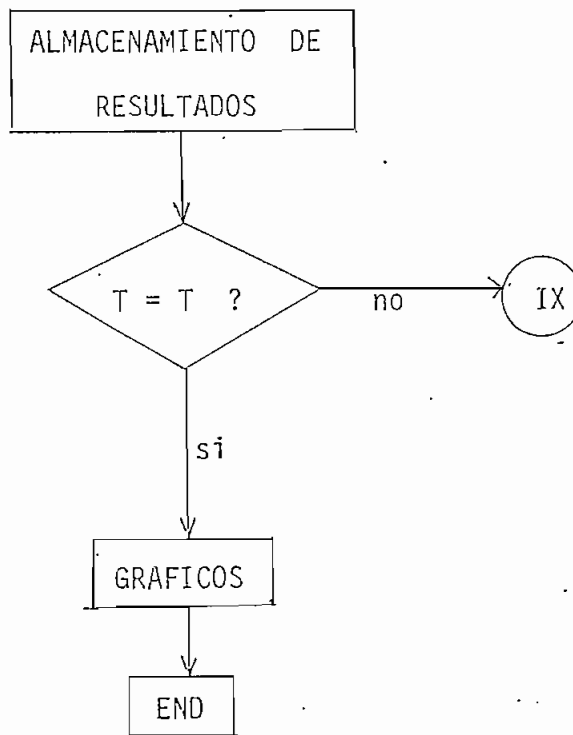
BLOQUE XI: RUNGE KUTTA



## BLOQUE XII: CORRECCION DE VARIABLES

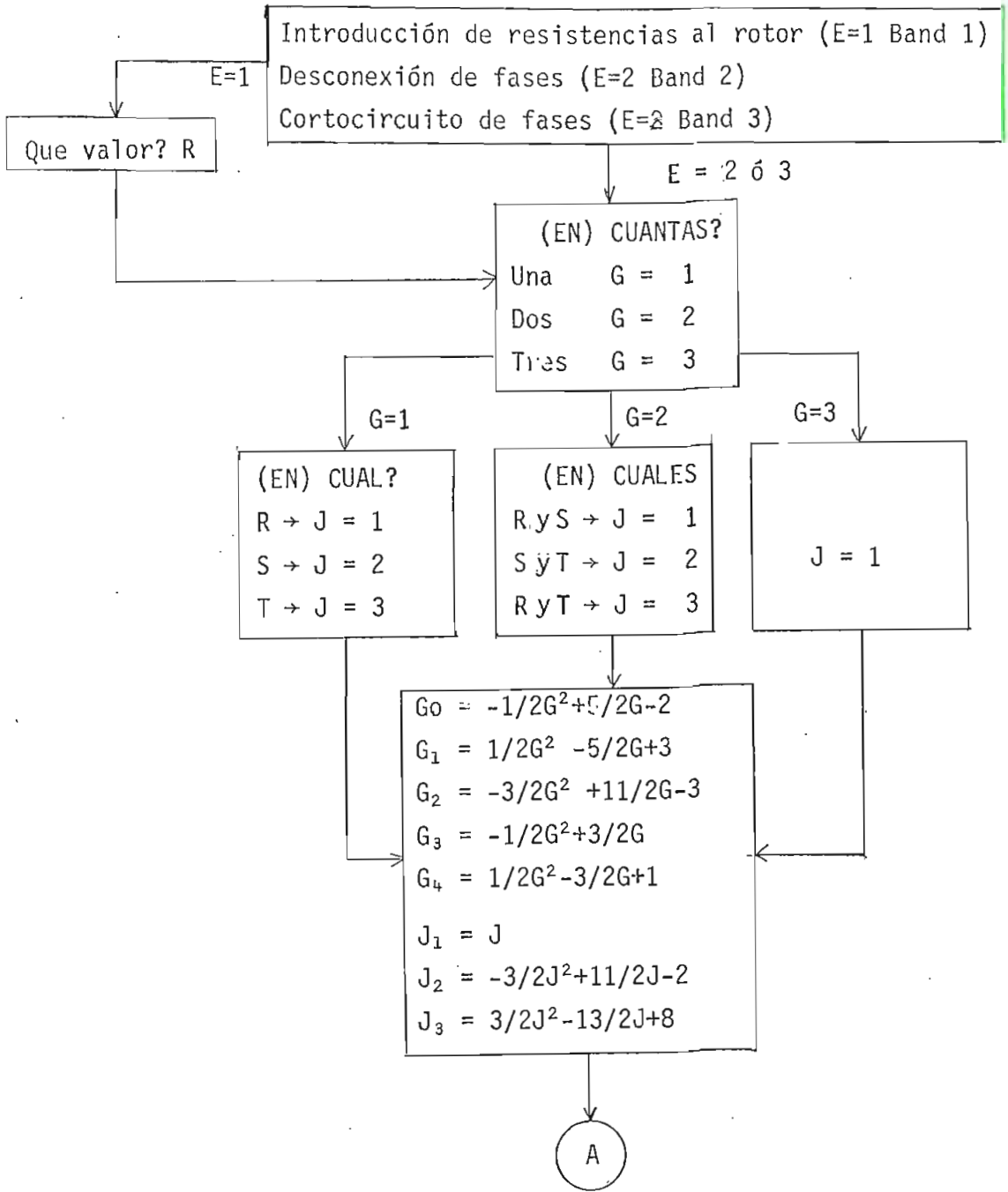


## BLOQUE XIII: GRAFICOS





## BLOQUE XIV: ESCOGITAMIENTO DE ALTERNATIVA



A

E=2

Neutro conectado  
Si  $G_5 = 0$   
No  $G_5 = 1$   
 $K_0 = 1/W(F_3/F_3 + F_2)$

E=1

$J_1 = J_1 + 3$   
 $J_2 = J_2 + 3$   
 $J_3 = J_3 + 3$

E=3

$V(J_1) = 0$   
 $V(J_2) = G_1 V(J_2)$   
 $V(J_3) = G_3 V(J_3)$

$V_0(1) = K_0 D(4)$   
 $V_0(2) = -K_0/2[D(4) - \sqrt{3}D(5)]$   
 $V_0(3) = -K_0/2[D(4) + \sqrt{3}D(5)]$   
 $V_0 = G_5 \left\{ \frac{G_2}{2} [V_0(J_1) + G_0 V_0(J_2) + G_1 V(J_2) + V(J_3)] \right\}$   
 $V(J_1) = V_0(J_1)$   
 $V(J_2) = G_1 [V(J_2) - V_0] + G_0 V_0(J_2)$   
 $V(J_3) = G_3 [V(J_3) - V_0] + G_4 V_0(J_3)$

$V(I_1) = R I(J_1)$   
 $V(I_2) = G_0 [R I(J_2)]$   
 $V(I_3) = G_4 [R I(J_3)]$

IF M = 0 THEN XIII ELSE IX

②

①

③

## ESTADO

IS DE JORGE E. LOZA C

## UMENTACION

## MATICES

= Corrientes (R, S, T), (Q, D, 0)

= Voltajes (R, S, T), (Q, D, 0)

Concatenaciones

Derivadas

Matriz de transformacion (R, S, T)  $\rightarrow$  (Q, D, 0)

MO = Submatrices de M

= Matriz de transformacion Corrientes  $\rightarrow$  Concatena

= Matriz de transformacion Voltajes  $\rightarrow$  Concatenaci

= Matriz para el calculo de Corrientes en funcion de  
tajes (en regimen estable)

Y = Matrices auxiliares para el cambio de notacion

## PARAMETROS

[01], V2[02], V3[03] = Voltajes de alimentacion (Mod[A

[A1], I2[A2], I3[A3] = Corrientes del estator (Mod[Ang

[A4], I5[A5], I6[A6] = Corrientes del rotor (Mod[Ang])

0, F1 = Impedancia del Estator (Res, Ind)

7, F2 = Impedancia del Rotor (Res, Ind)

3 = Inductancia Mutua

4 = F1+F3 (Xss)

5 = F2+F3 (Xrr)

8 = Constante de Torque

9 = Factor de Deslizamiento

= Tiempo de Inicializacion

2 = Tiempo de Ocurrencia de la Perturbacion

3 = Tiempo Final de Analisis

= Paso de Integracion

0, T1(T para la graficacion) = Torques Inicial, Final

= Frecuencia

= Numero de pares de Polos

= Velocidad Angular (=2\*PI\*F)

= Velocidad del Sistema de Referencia

2 = Velocidad del Rotor (W para los graficos)

0 = Factor de correccion de Q(4,5) y Q(5,4)

0 = Voltaje de Neutro

## NDICADORES

= Arranque o no

= Tipo de perturbacion

= Neutro conectado o no

= Numero de fases en las que ocurre la perturbacion

= Fase(s) en la(s) que ocurre la perturbacion

= Funcion de G

= Funcion de J

= Contador para Runge

= Incremento del tiempo en Runge

```

10 ! TESISLOZA
20 RAD. @ MASS STORAGE IS ".LOZAT"
30 COM H,T,T3,J1,J2,J3
40 ON KEY# 1,"INGRES" GOTO 800
50 ON KEY# 2,"LECTURA" GOTO 90
60 OFF KEY# 3 @ OFF KEY# 4 @ OFF KEY# 5 @ OFF KEY# 6 @ OFF K
EY# 7 @ OFF KEY# 8 @ CLEAR
70 DISP "ESCOJA ALTERNATIVA" @ KEY LABEL
80 GOTO 70
90 ON ERROR GOTO 110
100 LINFUT "NOMBRE DEL REGISTRO?(NOMBRE.MSUS)",A# @ GOTO 140

110 OFF ERROR @ IF ERRN=67 OR ERRN=68 THEN LINPUT "DESEA CAT
ALOGO? (S/N)",B# ELSE GOSUB 1230 @ GOTO 140
120 IF UPC$(B#[1,1])="N" THEN 90
130 CRT IS 2 @ CAT @ CRT IS 1 @ GOTO 90
140 OFF ERROR @ CRT OFF
150 ASSIGN# 1 TO A#
160 READ# 1,1 ; F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9
170 READ# 1,2 ; V1,01,V2,02,V3,03,F,P,H,T,T2,T3
180 ASSIGN# 1 TO *
190 CRT ON
200 CLEAR @ DISP @ LINPUT "DESEA CAMBIAR ALGUN PARAMETRO?(S/
N)",C#
210 IF UPC$(C#[1,1])="N" THEN 1080
220 IF UPC$(C#[1,1])#"S" THEN 200
230 DISP "CUAL DE ESTOS" @ DISP "ESCOJA LA TECLA CORRESPONDI
ENTE"
240 ON KEY# 1,"IMPED" GOTO 300
250 ON KEY# 2,"VOLT" GOTO 420
260 ON KEY# 3,"TIEMP" GOTO 540
270 ON KEY# 4,"OTROS" GOTO 670
280 KEY LABEL
290 GOTO 280
300 CLEAR
310 ON KEY# 1,"ESTAT" GOTO 360
320 ON KEY# 2,"ROTOR" GOTO 370
330 ON KEY# 3,"MUTUA" GOTO 380
340 OFF KEY# 4
350 DISP "CUAL IMPEDANCIA?, ESCOJA TECLA" @ KEY LABEL @ GOT
O 350
360 DISP "IMPEDANCIA DE ESTATOR (Resistiva,Inductiva)" @ INF
UT F6,F1 @ GOTO 390
370 DISP "IMPEDANCIA DEL ROTO (Resistiva, inductiva)" @ INPU
T F7,F2 @ GOTO 390
380 DISP "INDUCTANCIA MUTUA" @ INPUT F3
390 CLEAR @ DISP @ LINPUT "QUIRE CAMBIAR ALGUNA OTRA IMPE- D
ANCIA (S/N)",E#
400 IF UPC$(E#[1,1])#"S" AND UPC$(E#[1,1])#"N" THEN 390
410 IF UPC$(E#[1,1])="S" THEN 300 ELSE 200
420 CLEAR
430 ON KEY# 1," R" GOTO 480
440 ON KEY# 2," S" GOTO 490
450 ON KEY# 3," T" GOTO 500

```

```

460 OFF KEY# 4
470 DISP "CUAL VOLTAJE?" @ KEY LABEL @ GOTO 470
480 DISP "VOLTAJE DE FASE "&HGL$("R")&" Modulo,Angulo" @ INP
UT V1,01@ GOTO 510
490 DISP "VOLTAJE DE FASE "&HGL$("S")&" (Modulo,Angulo)" @ I
NPUT V2,02@ GOTO 510
500 DISP "VOLTAJE EN LA FASE "&HGL$("T")&" (Modulo,Angulo)"
@ INPUT V3,03
510 CLEAR @ DISP @ LINPUT "QUIERE CAMBIAR OTRO VOLTAJE?, (S/N
)",F$
520 F$=UPC$(F$[1,1]) @ IF F##"S" AND F##"N" THEN 510
530 IF F$="S" THEN 420 ELSE 200
540 CLEAR
550 ON KEY# 1,"INICIO" GOTO 600
560 ON KEY# 2,"PERT" GOTO 620
570 ON KEY# 3,"FINAL" GOTO 630
580 ON KEY# 4,"PASINT" GOTO 610
590 DISP "CUAL TIEMPO (ESCOJA TECLA)" @ KEY LABEL @ GOTO 590

600 DISP "TIEMPO DE INICIALIZACION" @ INPUT T@ GOTO 640
610 DISP "PASO DE INTEGRACION" @ INPUT H@ GOTO 640
620 DISP "TIEMPO DE OCURRENCIA DE LA PERTURBACION" @ INPUT T.
2@ GOTO 640
630 DISP "TIEMPO FINAL" @ INPUT T3
640 CLEAR @ DISP @ LINPUT "QUIERE CAMBIAR ALGUN OTRO TIEMPO?
,(S/N)",G$
650 G$=UPC$(G$[1,1]) @ IF G##"S" AND G##"N" THEN 640
660 IF G$="S" THEN 540 ELSE 200
670 CLEAR
680 ON KEY# 1,"POLOS" GOTO 730
690 ON KEY# 2,"K TOR" GOTO 740
700 ON KEY# 3,"F DESL" GOTO 750
710 ON KEY# 4,"FREC" GOTO 760
720 DISP "CUAL? (ESCOJA TECLA)" @ KEY LABEL @ GOTO 720
730 DISP "NUMERO DE PARES DE POLOS" @ INPUT P@ GOTO 770
740 DISP "CONSTANTE DE TORQUE" @ INPUT FB@ GOTO 770
750 DISP "FACTOR DE DESLIZAMIENTO" @ INPUT F9@ GOTO 770
760 DISP "FRECUENCIA DE ALIMENTACION" @ INPUT F
770 CLEAR @ DISP @ LINPUT "QUIERE CAMBIAR ALGUN "&HGL$("OTRO
")&"? (S/N)",H$ @ H$=UPC$(H$[1,1])
780 IF H##"S" AND H##"N" THEN 770
790 IF H$="S" THEN 670 ELSE 200
800 ! INGRESO POR TECLADO
810 DISP "IMPEDANCIA DE ESTATOR (Resistiva, Inductiva)"
820 INPUT F6,F1
830 DISP "IMPEDANCIA DE ROTOR (Res, Ind)"
840 INPUT F7,F2
850 DISP "INDUCTANCIA MUTUA"
860 INPUT F3
870 DISP "VOLTAJE EN LA FASE "&HGL$("R")&" (Modulo,Angulo)"
880 INPUT V1,01
890 DISP "VOLTAJE EN LA FASE "&HGL$("S")&" (Mod,Ang)"
900 INPUT V2,02
910 DISP "VOLTAJE EN LA FASE "&HGL$("T")&" (Mod,Ang)"

```

```

920 INPUT V3,03
930 DISP "NUMERO DE PARES DE POLOS"
940 INPUT P
950 DISP "CONSTANTE DE TORQUE"
960 INPUT F8
970 DISP "FACTOR DE DESLIZAMIENTO"
980 INPUT F9
990 DISP "TIEMPO DE INICIALIZACION"
1000 INPUT T
1010 DISP "TIEMPO DE OCURRENCIA DE LA PER- TURBACION"
1020 INPUT T2
1030 DISP "TIEMPO FINAL"
1040 DISP "FRECUENCIA" @ INPUT F
1050 DISP "PASO DE INTEGRACION" @ INPUT H
1060 INPUT T3
1070 GOTO 200
1080 ! GRABACION
1090 LINPUT "QUIERE GRABAR LOS DATOS INGRESA- DOS Y/O CORREGI
DOS (S/N)",H$
1100 H$=UPC$(H$[1,1])
1110 IF H$#"N" AND H$#"S" THEN 1090
1120 IF H$="N" THEN 1580
1130 ON ERROR GOSUB 1230
1140 LINPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO?",N9$
1150 LINPUT "NOMBRE DEL DISCO?",N8$
1160 CRT OFF
1170 CREATE N9$&". "&N8$,2,96
1180 ASSIGN# 10 TO N9$&". "&N8$
1190 PRINT# 10,1 ; F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9
1200 PRINT# 10,2 ; V1,01,V2,02,V3,03,F,P,H,T,T2,T3
1210 ASSIGN# 10 TO *
1220 CRT ON @ OFF ERROR @ GOTO 1580
1230 CRT ON
1240 IF ERRN=63 THEN 1330
1250 IF ERRN=128 OR ERRN=124 THEN 1460
1260 IF ERRN=129 THEN 1500
1270 IF ERRN=125 THEN 1520
1280 IF ERRN=130 THEN 1540
1290 IF ERRN=131 THEN 1560
1300 DISP "SE COMETIO EL ERROR ";ERRN
1310 DISP "EN LA LINEA ";ERRL
1320 'ERRM @ CLEAR @ DISP "PRESIONE 'CONT' CUANDO HAYA ARREGL
ADO EL PROBLEMA" @ PAUSE @ RETURN
1330 DISP "ESE NOMBRE DE ARCHIVO YA EXISTE"
1340 DISP "ESCOJA ALTERNATIVA INGRESANDO ELNUMERO CORRESPOND
IENTE"
1350 DISP "CAMBIA EL NOMBRE AL ARCHIVO VIEJO ("&HGL$("1")&")
" @ DISP
1360 DISP "CAMBIA LE NOMBRE AL NUEVO ARCHIVO ("&HGL$("2")&")
" @ DISP
1370 DISP "ELIMINA EL ARCHIVO VIEJO ("&HGL$("3")&")" @ DISP
1380 INPUT K
1390 IF K#1 AND K#2 AND K#3 THEN 1340
1400 ON K GOTO 1410,1430,1450

```

```

1410 LINPUT "QUE NUEVO NOMBRE PONE AL VIEJO ARCHIVO?",N7#
1420 RENAME N9#&". "&N8# TO N7#&","&N8# @ GOTO 1440
1430 LINPUT "QUE NOMBRE LE DA AL NUEVO ARCHIVO?",N9#
1440 CREATE N9#&". "&N8#,2,96 @ RETURN
1450 RETURN
1460 DISP "EL DISCO ESTA TOTALMENTE COPADO, COLOQUE UN NUEVO
DISCO."
1470 DISP "PRESIONE "&HGL#("CONT")&"CUANDO LO HAYA HECHO"
1480 PAUSE
1490 GOTO 1440
1500 DISP "EL DISCO TIENE ALGUN DANO, COLOQUE UN NUEVO DISCO
"
1510 GOTO 1470
1520 DISP "NO ENCUENTRO DISCO, POR FAVOR COLOQUELO."
1530 GOTO 1470
1540 DISP "LA TAPA DEL DISCO ESTA ABIERTA, PRO FAVOR CIERRE
LA"
1550 GOTO 1470
1560 DISP "LA UNIDAD DEL DISCO ESTA APAGADA, POR FAVOR ENCIE
NDALA"
1570 GOTO 1470
1580 !
1590 ! ALTERNATIVA
1600 DISP "DESEA ANALIZAR ARRANQUE?(S/N)"
1610 INPUT A#
1620 IF A##"S" AND A##"N" THEN 1600
1630 IF A#="S" THEN 1980
1640 !
1650 DISP "ESCOJA ALTERNATIVA"
1660 DISP "INTRODUCCION DE RESISTENCIAS AL ROTOR "&HGL#("1")
@ DISP
1670 DISP "DESCONEXION DE FASES"&HGL#("2") @ DISP
1680 DISP "CORTOCIRCUITO DE FASES"&HGL#("3") @ DISP
1690 INPUT E
1700 IF E=1 THEN 1730
1710 IF E=2 THEN 1760
1720 IF E=3 THEN 1810
1730 DISP "QUE VALOR (en por unidad)?"
1740 INPUT R
1750 GOTO 1810
1760 DISP "ESTA EL NEUTRO CONECTADO?(S/N)"
1770 INPUT F#
1780 IF F##"S" AND F##"N" THEN 1760
1790 IF F#="N" THEN G5=1
1800 IF F#="S" THEN G5=0
1810 LINPUT "(en) CUANTAS?",R# @ DISP
1820 IF R#="1" OR R#="UNA" THEN G=1
1830 IF R#="2" OR R#="DOS" THEN G=2
1840 IF R#="3" OR R#="TRES" THEN G=3
1850 ON G GOTO 1860,1910,1970
1860 LINPUT "(en) CUAL (R,S,T)?",R# @ DISP
1870 IF R#="R" THEN J=1
1880 IF R#="S" THEN J=2
1890 IF R#="T" THEN J=3
1900 GOTO 1980
1910 DISP @ DISP "(en) CUALES?"
1920 DISP @ DISP "FASES "&HGL#("R")&" y "&HGL#("S")&" INGRES
E "&HGL#("1")&"
1930 DISP @ DISP "FASES "&HGL#("S")&" y "&HGL#("T")&" INGRES
E "&HGL#("2")&"

```

```

1940 DISP @ DISP "FASES "&HGL$("R")&" y "&HGL$("T")&" INGRES
E "&HGL$("3")&"
1950 INPUT J
1960 GOTO 1980
1970 J=1
1980 CRT OFF
1990 ! ACRUQUE
1995 IF E=1 THEN J1=4 @ J2=5 @ J3=6 ELSE J1=1 @ J2=2 @ J3=3
2000 J1=1 @ J2=2 @ J3=3
2010 ASSIGN# 1 TO "V(1)"
2020 ASSIGN# 2 TO "V(2)"
2030 ASSIGN# 3 TO "V(3)"
2040 ASSIGN# 4 TO "I(1)"
2050 ASSIGN# 5 TO "I(2)"
2060 ASSIGN# 6 TO "I(3)"
2070 ASSIGN# 7 TO "T"
2080 ASSIGN# 8 TO "W"
2090 ! CALCULO DE CONSTANTES
2100 !
2110 ! LOS Qi SON ELEMENTOS DE LA MATRIZ Q
2120 F4=F1+F3
2130 F5=F2+F3
2140 Q0=F4*F5-F3^2
2150 Q1=-(F6*F5/Q0)
2160 W=2*PI*F
2170 W1=0 ! REF EN EL EST
2180 IF A$="N" THEN W2=W*(1-F9/2/P) ELSE W2=0
2190 Q2=-(W1/W)
2200 Q3=F6*F3/Q0
2210 Q4=-(F6/F4)
2220 Q5=F7*F3/Q0
2230 Q6=-(F7*F4/Q0)
2240 Q7=-(W1-W2)/W
2250 Q8=-(F7/F5)
2260 ! LOS Bi SON ELEMENTOS DE LA MATRIZ B
2270 B0=F6*F7/F9-F4*F5+F3^2
2280 B1=F6*F5+F4*F7/F9
2290 B2=SQR(B0^2+B1^2)
2300 B3=ATN2(B1,B0)
2310 B4=SQR((F7/F9)^2+F5^2)
2320 B5=ATN2(F5,F7/F9)
2330 !
2340 ! DIMENSIONAMIENTO E INGRESO DE MATRICES
2350 OPTION BASE 1
2360 DIM M(6,6),N(6,6),Q(6,6),V(6),U(6),VO(6),I(6),C(6),K(6)
,D(6),Z(6),Y(6)
2370 DIM MO(3,3),M1(3,3)
2380 ! MATRIZ M Y SUBMATRICES MO Y M1
2390 MAT MO=ZER(3,3)
2400 M1(1,1)=1 @ M1(1,2),M1(1,3)=-.5 @ M1(2,1)=0 @ M1(2,2)=S
QR(3)/2 @ M1(2,3)=-M1(2,2)
2410 M1(3,1),M1(3,2),M1(3,3)=.5
2420 MAT M1=(2/3)*M1
2430 MAT M(1:3,1:3)=M1 @ MAT M(4:6,4:6)=M1 @ MAT M(1:3,4:6)=MO

```



```

@ MAT M(4:6, 1:3)=M0
2440 ! MATRIZ N
2450 MAT N=ZER(6,6)
2460 N(1,1),N(2,2),N(3,3)=F4 @ N(4,4),N(5,5),N(6,6)=F5 @ N(1,
,4),N(4,1),N(2,5),N(5,2)=F3
2470 ! MATRIZ Q
2480 MAT Q=ZER(6,6)
2490 Q(1,1),Q(2,2)=Q1 @ Q(4,4),Q(5,5)=Q6 @ Q(1,4),Q(2,5)=Q3
@ Q(4,1),Q(5,2)=Q5
2500 Q(1,2)=Q2 @ Q(2,1)=-Q2 @ Q(3,3)=Q4 @ Q(4,5)=Q7 @ Q(5,4)
=-Q7 @ Q(6,6)=Q8
2510 !
2520 ! CORRIENTES INICIALES (R, S, T)
2530 IF A#="S" THEN 2690
2540 ! CALCULO DE CORRIENTES EN REGIMEN PERMANENTE
2550 I1=B4*V1/B2 @ A1=B5+O1-B3
2560 I2=B4*V2/B2 @ A2=B5+O2-B3
2570 I3=B4*V3/B2 @ A3=B5+O3-B3
2580 I4=F3*V1/B2 @ A4=-(PI/2)+O1-B3
2590 I5=F3*V2/B2 @ A5=-(PI/2)+O2-B3
2600 I6=F3*V3/B2 @ A6=-(PI/2)+O3-B3
2610 ! EN FUNCION DEL TIEMPO
2620 I(1)=I1*COS(A1+W*T)
2630 I(2)=I2*COS(A2+W*T)
2640 I(3)=I3*COS(A3+W*T)
2650 I(4)=I4*COS(A4+W*T)
2660 I(5)=I5*COS(A5+W*T)
2670 I(6)=I6*COS(A6+W*T)
2680 GOTO 2710
2690 ! ARRANQUE
2700 I(1),I(2),I(3),I(4),I(5),I(6)=0
2710 !
2720 ! CALCULO DE LAS CORRIENTES Q, D, O
2730 !
2740 MAT C=M*I
2750 !
2760 ! CALCULO DE LAS CONCATENACIONES Y DEL TORQUE
2770 !
2780 MAT K=N*C
2790 T0=K(4)*C(5)-K(5)*C(4)
2800 !
2810 ! CALCULO DE LOS VOLTAJES INICIALES(en funcion del tiempo)
2820 V(1)=V1*COS(O1+W*T)
2830 V(2)=V2*COS(O2+W*T)
2840 V(3)=V3*COS(O3+W*T)
2850 V(4),V(5),V(6)=0 @ M=0
2860 !
2870 ! CALCULO DE LOS VOLTAJES Q, D, O
2880 !
2890 MAT U=M*V
2900 !
2910 ! CALCULO DE LAS DERIVADAS
2920 !
2930 MAT D=Q*K

```

```

2940 MAT D=D+U
2950 MAT D=(W)*D
2960 !
2970 ! RUNGE KUTTA
2980 !
2990 M=M+1
3000 ON M GOTO 3020,3100,3160,3210
3010 !
3020 ! PRIMER PASO
3030 MAT Z=D
3040 MAT Y=K
3050 MAT K=(.5*H)*D+(1)*Y
3060 X=H/(4*F8)
3070 T=T+.5*H
3080 S=1
3090 GOTO 3270
3100 ! SEGUNDO PASO
3110 MAT Z=(1)*Z+(2)*D
3120 MAT K=(1)*Y+(.5*H)*D
3130 X=H/(4*F8)
3140 S=2
3150 GOTO 3270
3160 ! TERCER PASO
3170 MAT Z=(1)*Z+(2)*D
3180 MAT K=(1)*Y+(H)*D
3190 X=H/(2*F8)
3200 GOTO 3070
3210 ! CUARTO PASO
3220 MAT K=(H/6)*Z+(H/6)*D
3230 MAT K=K+Y
3240 X=H/(2*F8)
3250 S=2
3260 M=0
3270 !
3280 ! CORRECCION DE VARIABLES
3290 !
3300 MAT C=INV(N)*K
3310 T1=K(4)*C(5)-K(5)*C(4)
3320 IF A#="S" THEN XO=-X ELSE XO=X
3330 X1=W2/W+XO*(T1-T0)
3340 Q(4,5)=X1 @ Q(5,4)=-X1
3350 ON S GOTO 3360,3400
3360 V(1)=V1*COS(O1+W*T)
3370 V(2)=V2*COS(O2+W*T)
3380 V(3)=V3*COS(O3+W*T)
3390 V(4),V(5),V(6)=0
3400 IF M=0 THEN 3430
3410 ! CORRECCION INTERNA
3420 IF T<T2 OR T=T2 THEN 2870 ELSE 3480
3430 ! CORRECCION A LA SALIDA
3440 MAT I=INV(M)*C
3450 IF A#="S" THEN 3910
3460 IF T<T2 THEN 3910
3470 IF T=T2 THEN 3510
3480 IF A#="S" THEN 2870
3490 ON E GOTO 3680,3740,3830

```

```

3500 !
3510 ! ANALISIS DE LA PERTURBACION
3520 ! ALGORITMO PARA LA GENERALIZACION
3530 IF A#="S" THEN 3860
3540 J1=J
3550 J2=- (3*J^2/2)+11*J/2-2
3560 J3=3*J^2/2-13*J/2+8
3570 G0=- (G^2/2)+5*G/2-2
3580 G1=1-G0
3590 G2=- (3*G^2/2)+11*G/2-3
3600 G3=- (G^2/2)+3*G/2
3610 G4=1-G3
3620 ! ESCOGITAMIENTO DE ALTERNATIVA
3630 ON E GOTO 3640,3720,3820
3640 ! INTRODUCCION DE RESISTENCIAS AL ROTOR
3650 J1=J1+3
3660 J2=J2+3
3670 J3=J3+3
3680 V(J1)=R*I(J1)
3690 V(J2)=R*I(J2)
3700 V(J3)=R*I(J3)
3710 GOTO 3860
3720 ! DESCONEXION DE FASES
3730 KO=F3/(F3+F2)/W
3740 VO(1)=KO*D(4)
3750 VO(2)=- (KO/2*(D(4)+SQR(3)/2*D(5)))
3760 VO(3)=- (KO/2*(D(4)-SQR(3)/2*D(5)))
3770 VO=G5*(G2/2*(VO(J1)+G0*VO(J2)+G1*V(J2)+V(J3)))
3780 V(J1)=VO(J1)
3790 V(J2)=G1*(V(J2)-VO)+G0*VO(J2)
3800 V(J3)=G3*(V(J3)-VO)+G4*VO(J3)
3810 GOTO 3860
3820 ! CORTOCIRCUITO DE FASES
3830 V(J1)=0
3840 V(J2)=G1*V(J2)
3850 V(J3)=G3*V(J3)
3860 ! CORRECCION INTERNA O DE SALIDA
3870 IF M=0 THEN 3910 ! DE SALIDA
3880 ! INTERNA
3890 GOTO 2870
3900 !
3910 ! GRAFICOS
3920 PRINT# 1 ; V(J1) @ PRINT# 2 ; V(J2) @ PRINT# 3 ; V(J3)
3930 PRINT# 4 ; I(1) @ PRINT# 5 ; I(2) @ PRINT# 6 ; I(3)
3940 PRINT# 7 ; T1
3950 PRINT# 8 ; X1*W
3960 IF T<T3 THEN 2870
3970 ASSIGN# 1 TO *
3980 ASSIGN# 2 TO *
3990 ASSIGN# 3 TO *
4000 ASSIGN# 4 TO *
4010 ASSIGN# 5 TO *
4020 ASSIGN# 6 TO *
4030 ASSIGN# 7 TO *
4040 CHAIN "GRAF"
4050 END

```

```

10 ! GRAFICOS
20 COM H,T,T3,J1,J2,J3
30 BEEP 500,50
40 ON KEY# 1,"GRAF" GOTO 110
50 ON KEY# 2,"DTCS" GOTO 430
60 ON KEY# 3,"FIN" GOTO 440
70 CLEAR
80 DISP "ESCOJA OPCION"
90 KEY LABEL
100 GOTO 90
110 ALPHA @ CLEAR @ LINPUT "QUE DESEA GRAFIZAR?",T9#
120 M9=0
130 IF T9#="V("&VAL$(J1)&")" THEN T9=1 @ T8#="V(1)"
140 IF T9#="V("&VAL$(J2)&")" THEN T9=2 @ T8#="V(2)"
150 IF T9#="V("&VAL$(J3)&")" THEN T9=3 @ T8#="V(3)"
160 IF T9#="I(1)" THEN T9=4 @ T8#="I(1)"
170 IF T9#="I(2)" THEN T9=5 @ T8#="I(2)"
180 IF T9#="I(3)" THEN T9=6 @ T8#="I(3)"
190 IF T9#="T" THEN T9=7 @ T8#="T"
200 IF T9#="W" THEN T9=8 @ T8#="W"
210 ASSIGN# T9 TO T8#
220 ON ERROR GOTO 270
230 CRT OFF
240 READ# T9 ; L9
250 M9=MAX(ABS(L9),M9)
260 GOTO 240
270 GCLEAR
280 SCALE -( .3*T3),1.1*T3,-(1.8*M9),1.4*M9 @ UNCLIP @ MOVE .
5*T3,1.05*M9 @ LOGS 4 @ LABEL T9#
290 CLIP 0,T3,-M9,M9 @ FRAME
300 FXD 3,2
310 LAXES .1*T3,.2*M9,0,0,2,2
320 ON ERROR GOTO 390
330 READ# T9,1
340 T=0
350 READ# T9 ; M9
360 DRAW T,M9
370 T=T+H
380 GOTO 350
390 BEEP @ CLEAR @ DISP USING "4/" @ DISP "PRESIONE "&HGL$("
CONT")&" CUANDO HAYA TERMI-
400 DISP "NADO DE OBSERVAR EL GRAFICO. (ESTE REAPARECERA
EN 5s)" @ ASSIGN# T9 TO *
410 WAIT 5500 @ GRAPH @ PAUSE
420 GOTO 70
430 CHAIN "TESISLOZA"
440 END

```

## C A P I T U L O   I V

### APLICACIONES Y RESULTADOS

#### IV.I. EJEMPLOS DE APLICACION.

Todos los ejemplos analizados a continuación fueron realizados para una máquina con las siguientes características: (Referencia Bibliográfica 7).

- Impedancia del estator (Res. Ind): 0.048063, 0.112552
- Impedancia del rotor (Res, Ind) : 0.098354, 0.112552
- Inductancia mutua : 1.889143
- Constante de torque : 0.368587
- Factor de deslizamiento : 0.02
- Frecuencia : 60

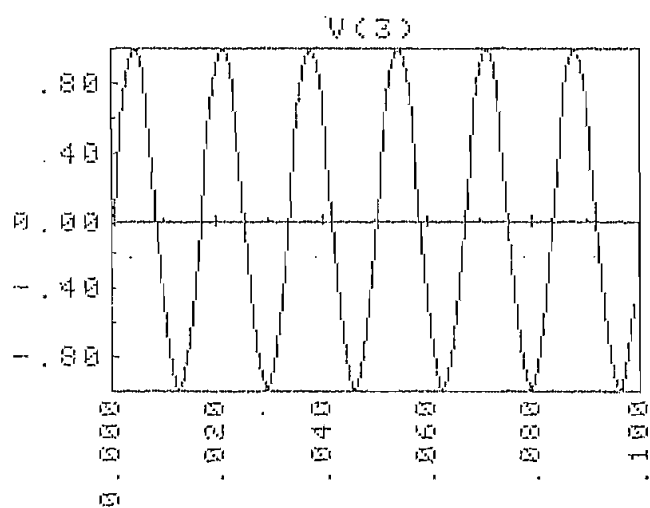
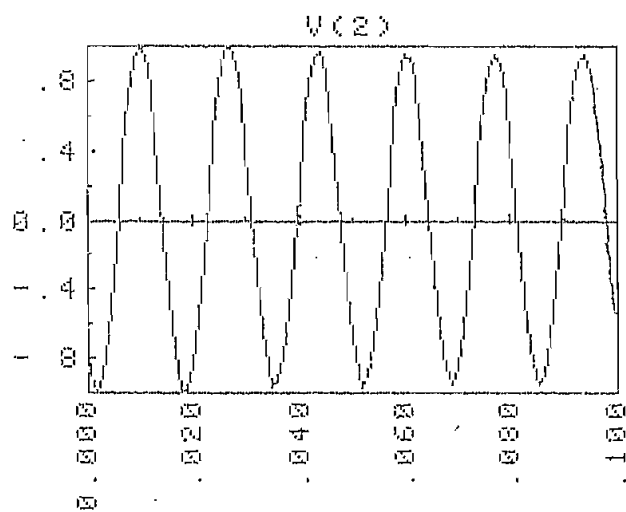
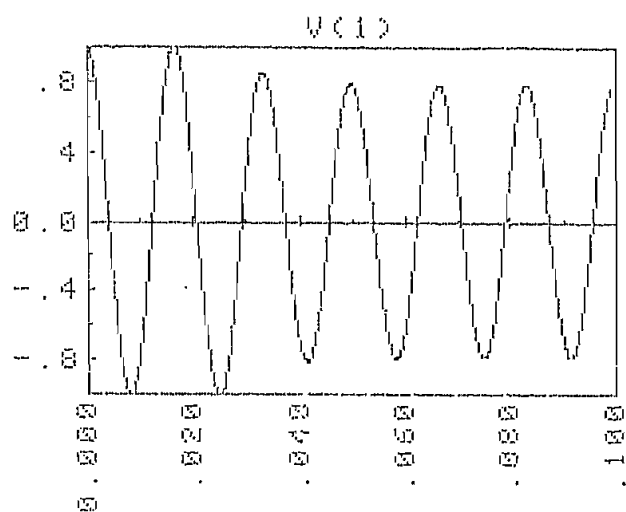
Los voltajes de alimentación fueron:

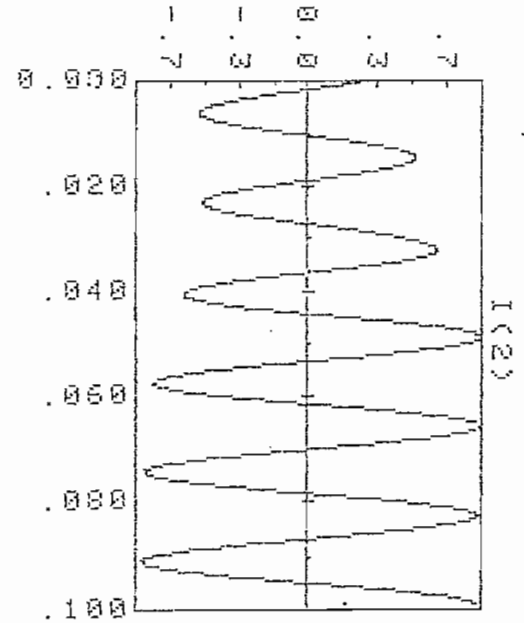
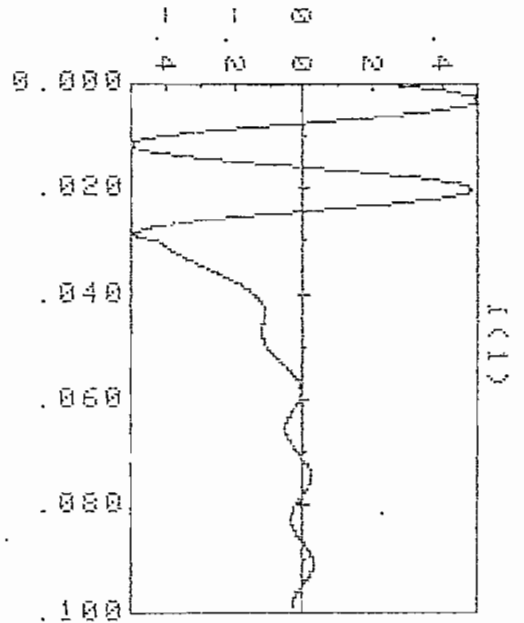
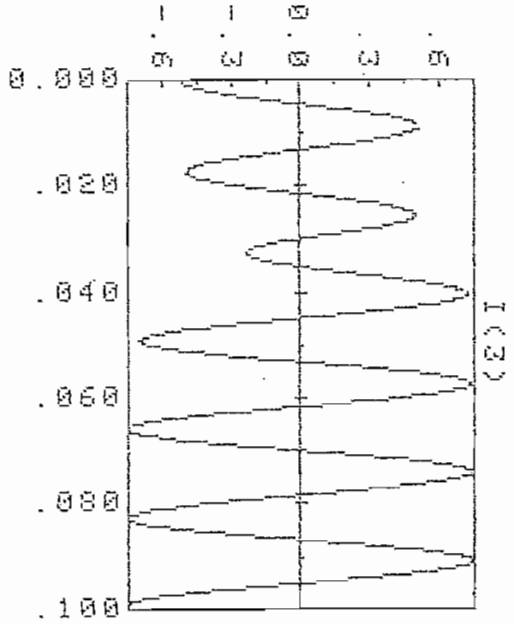
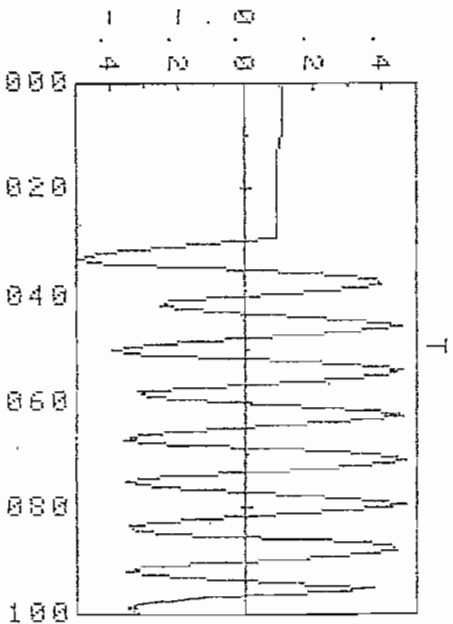
$$V_{as} = 1 \angle 0^\circ$$

$$V_{bs} = 1 \angle 120^\circ$$

$$V_{cs} = 1 \angle 240^\circ$$

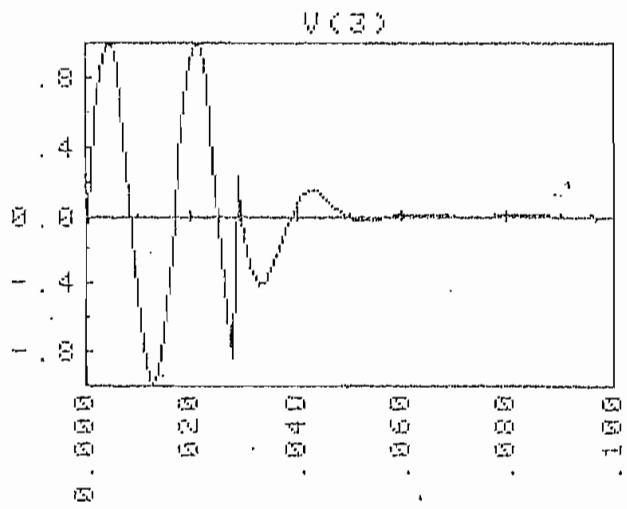
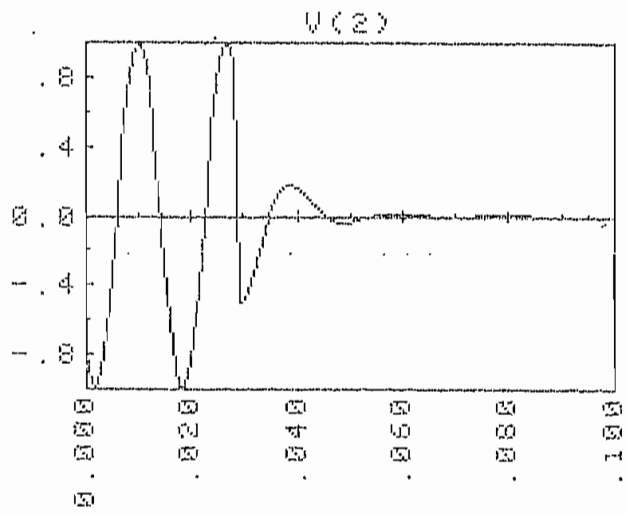
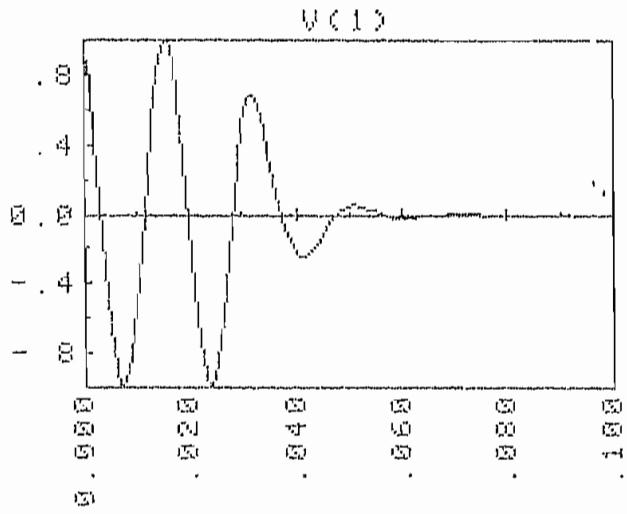
DESCONEXION DE UNA FASE (SIN CONEXION DE NEUTRO).





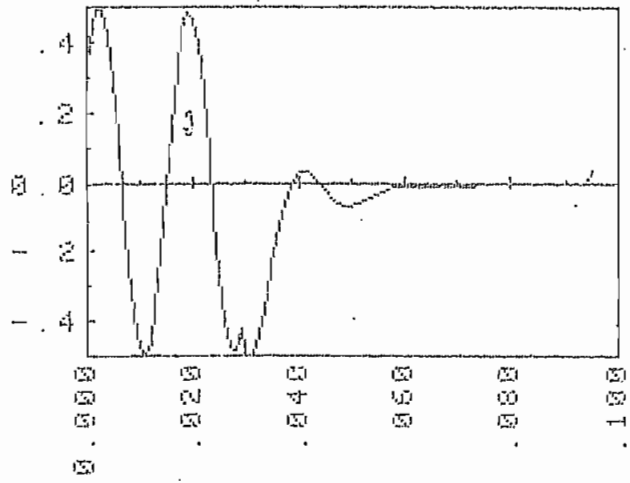
DESCONEXION DE DOS FASES (SIN CONEXION DE NEUTRO)

9

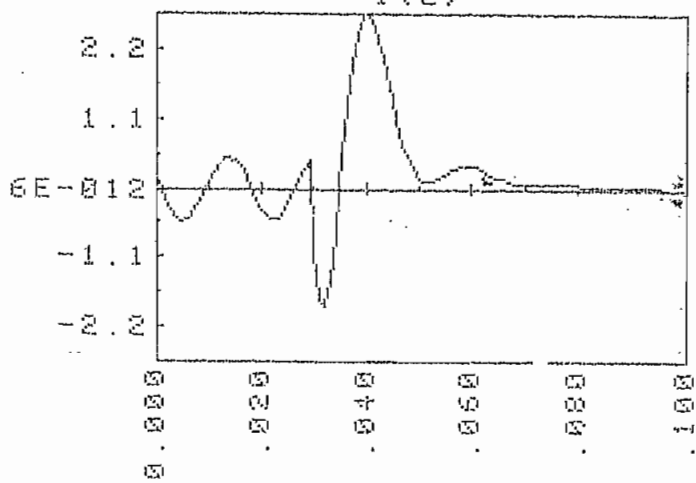




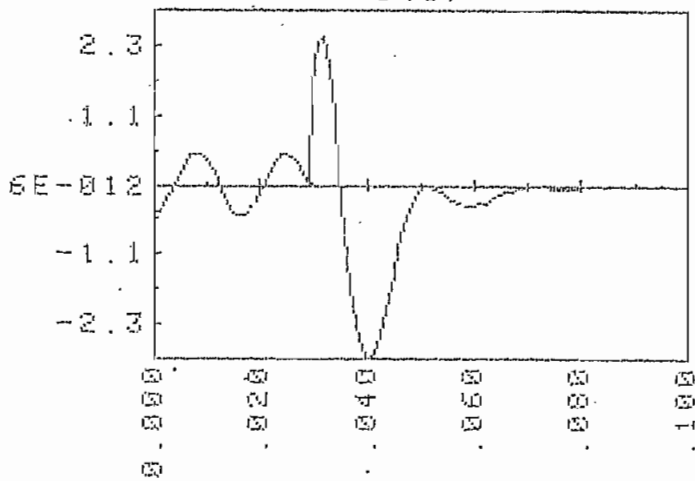
I(1)



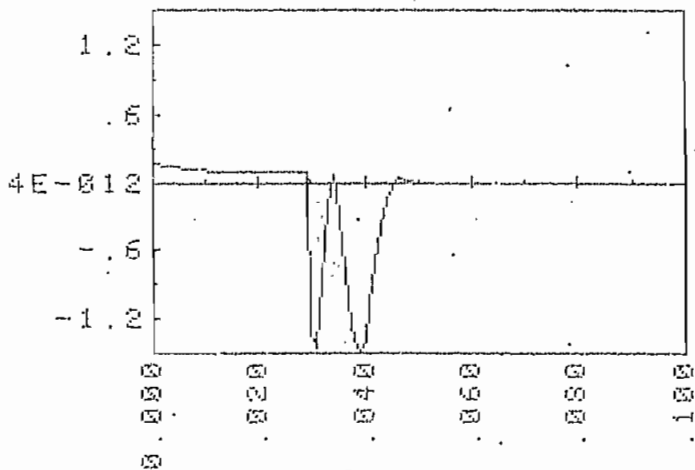
I(2)



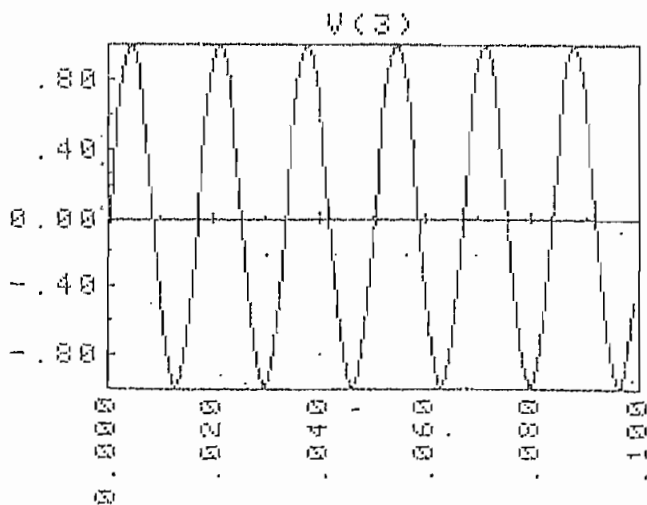
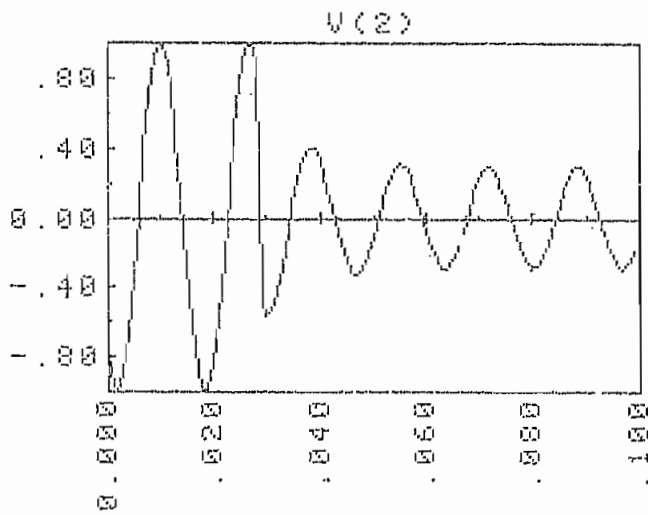
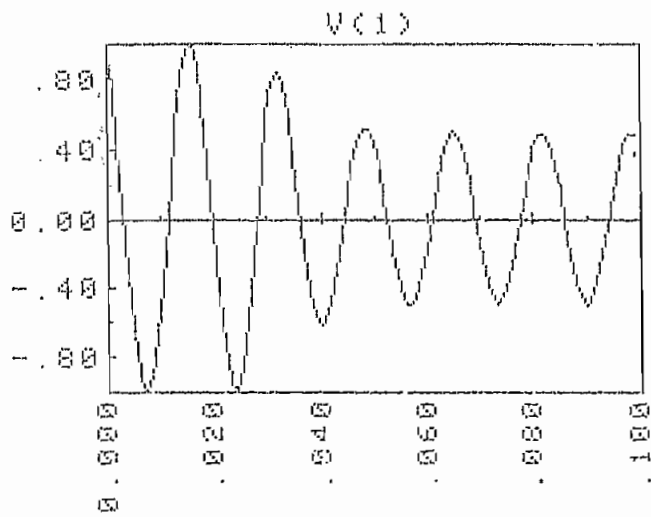
I(3)



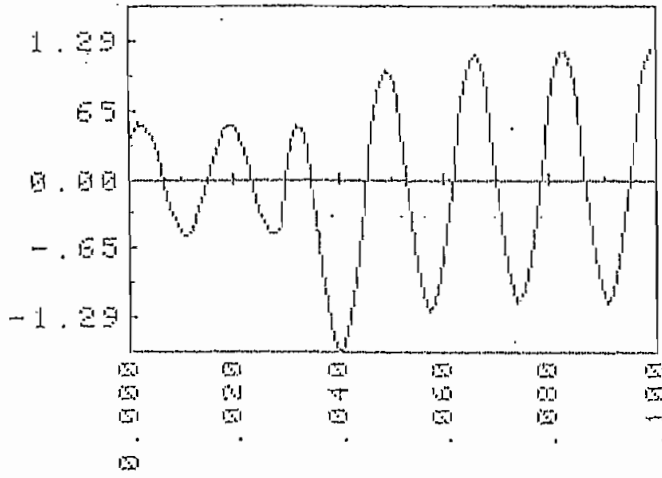
T



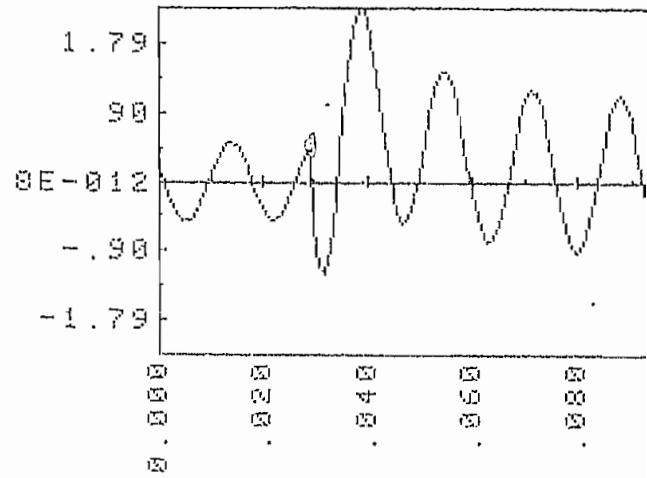
## DESCONEXION DE DOS FASES (CON CONEXION DE NEUTRO)



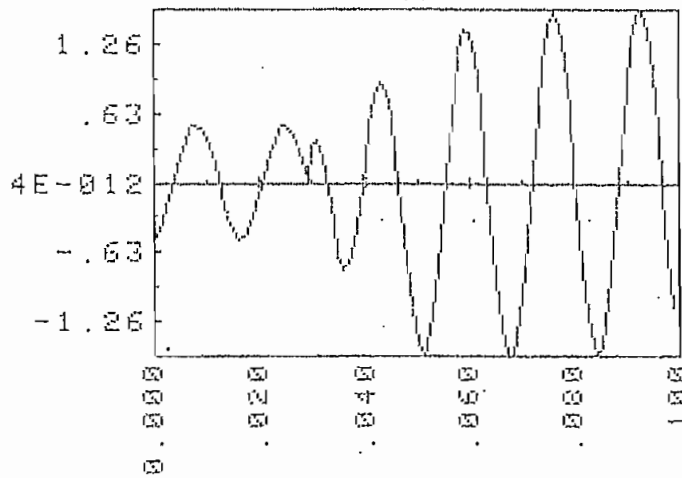
I(1)



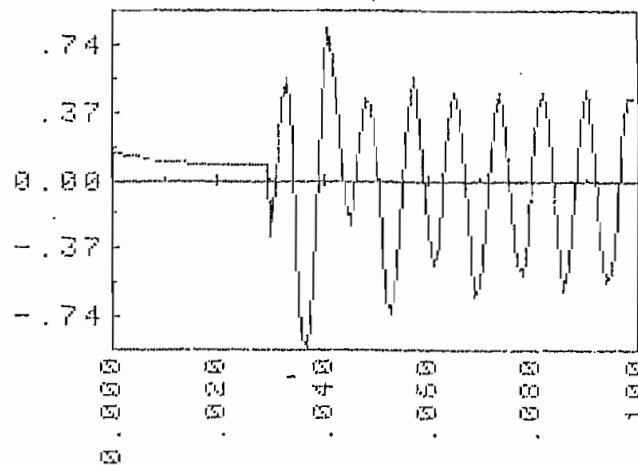
I(2)



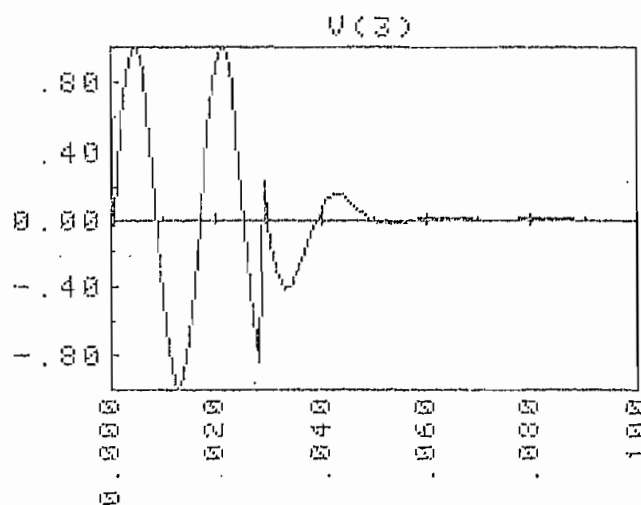
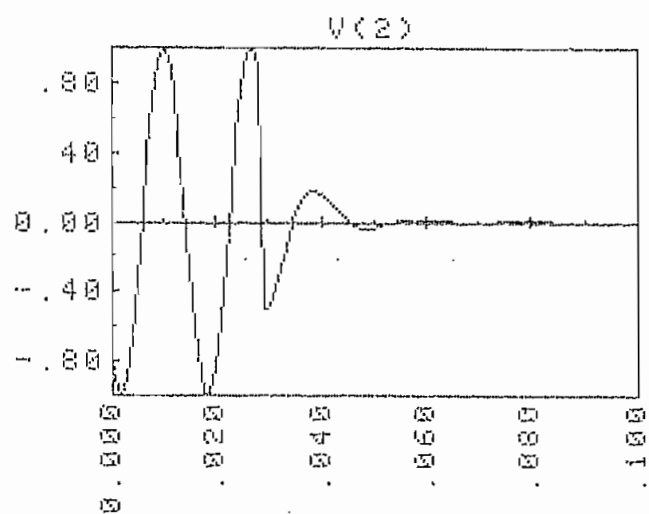
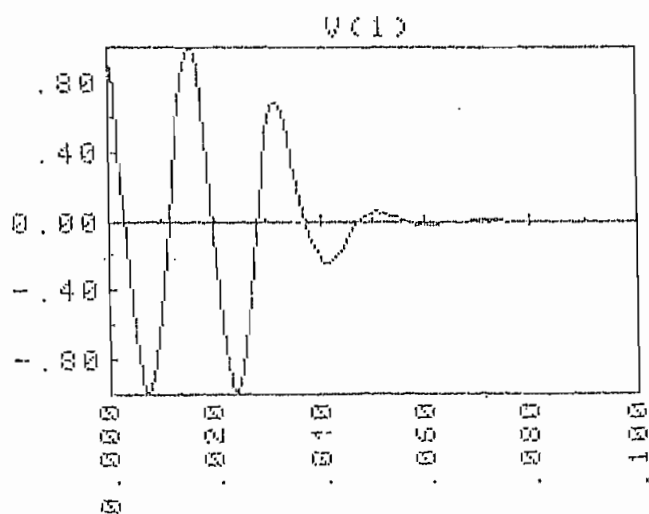
I(3)



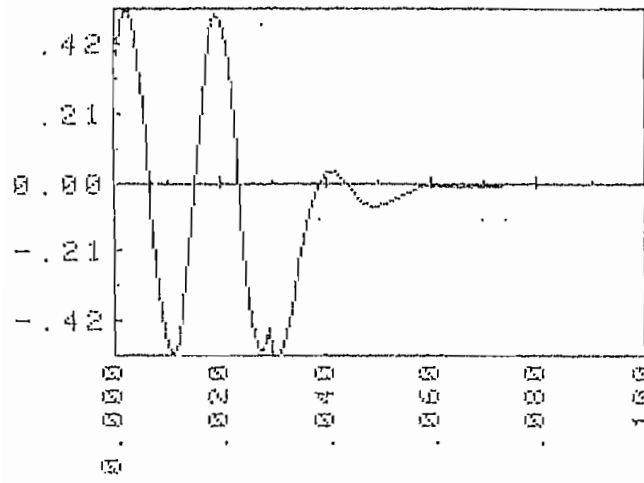
T



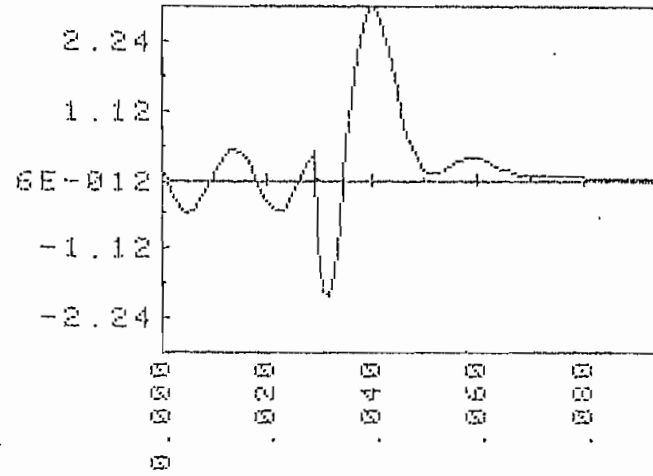
## DESCONEXION DE LAS TRES FASES.



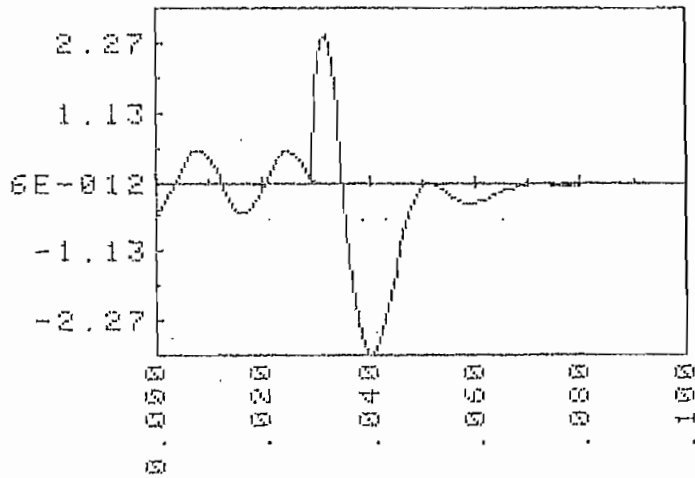
I(1)



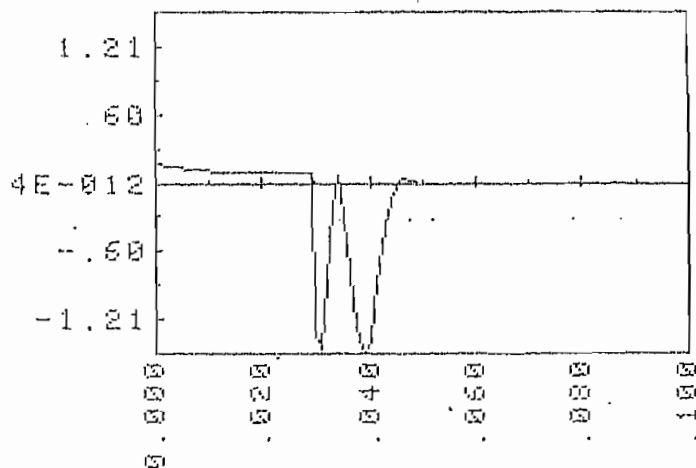
I(2)



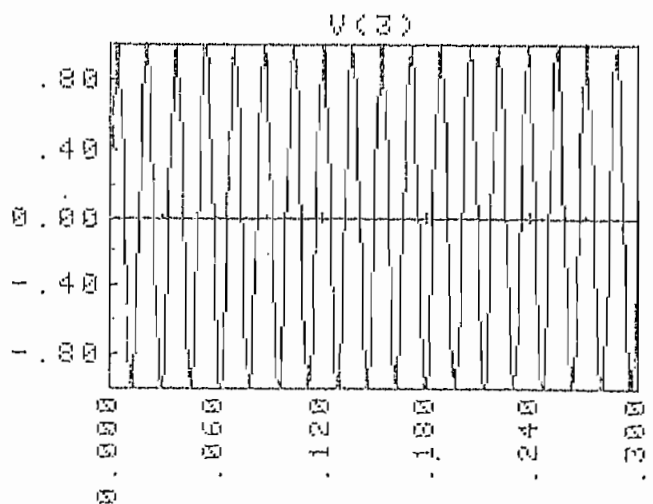
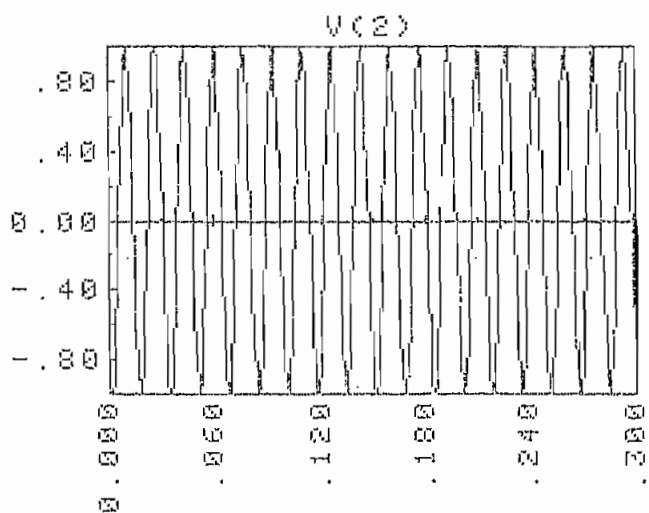
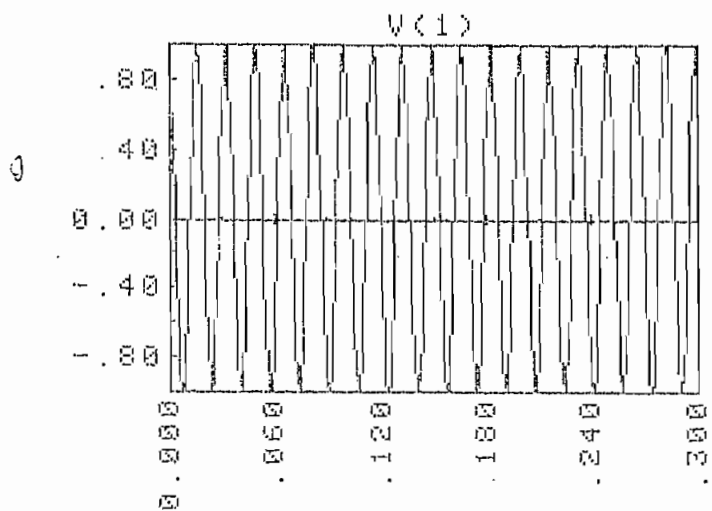
I(3)

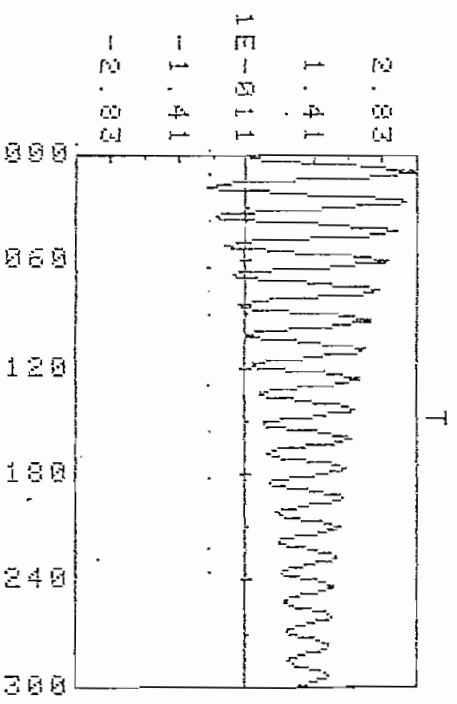
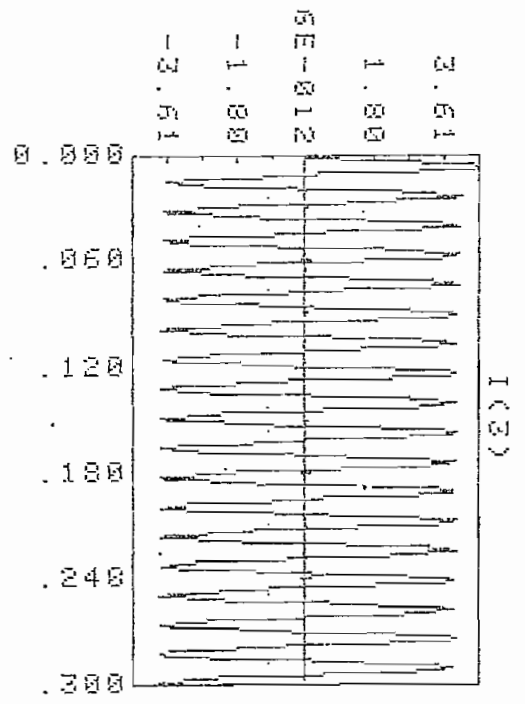
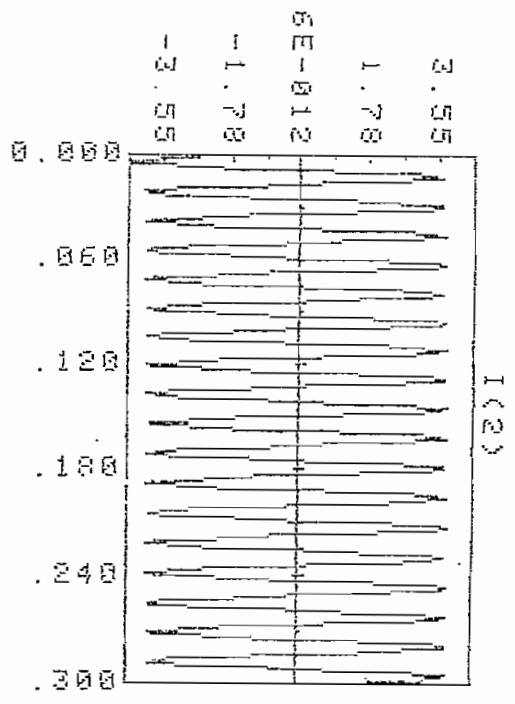
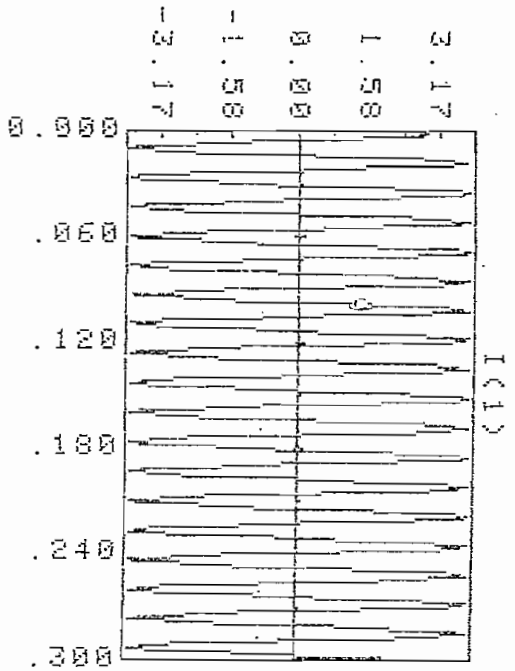


T

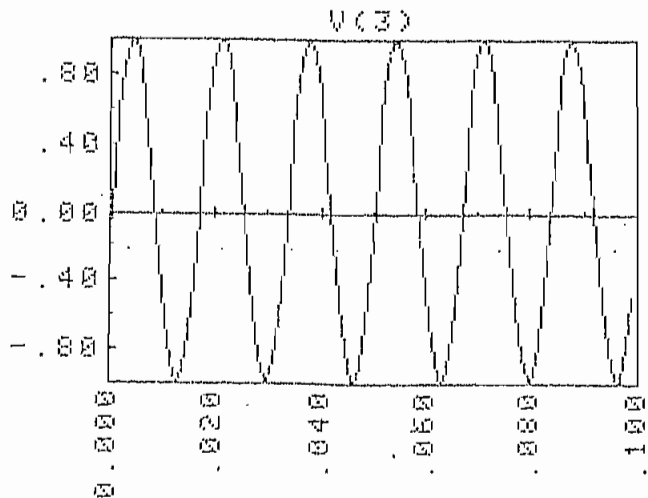
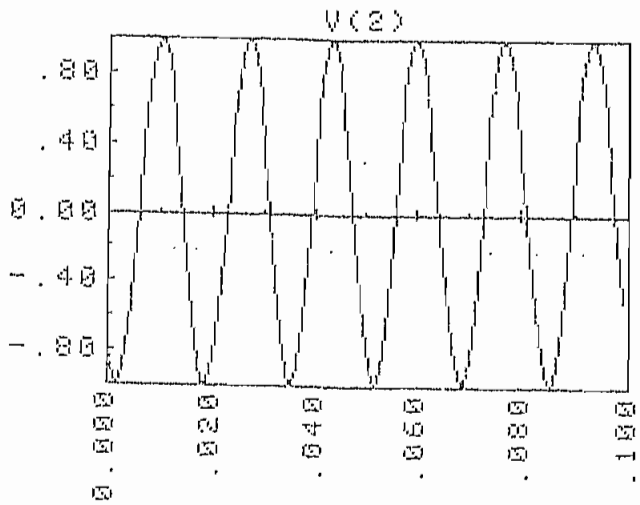
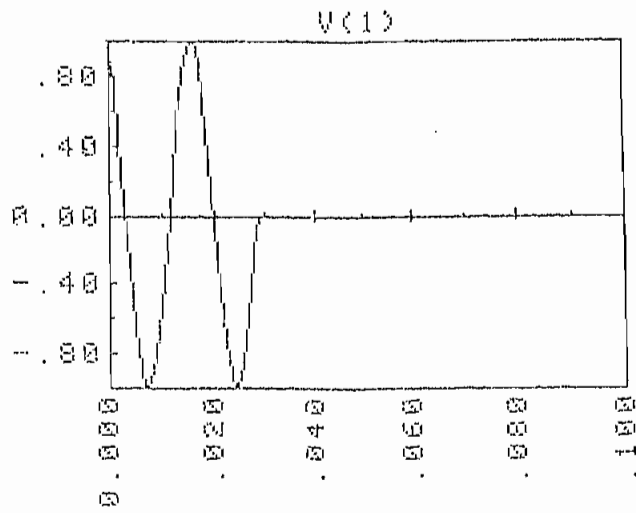


ARRANQUE (CON VOLTAJES BALANCEADOS)

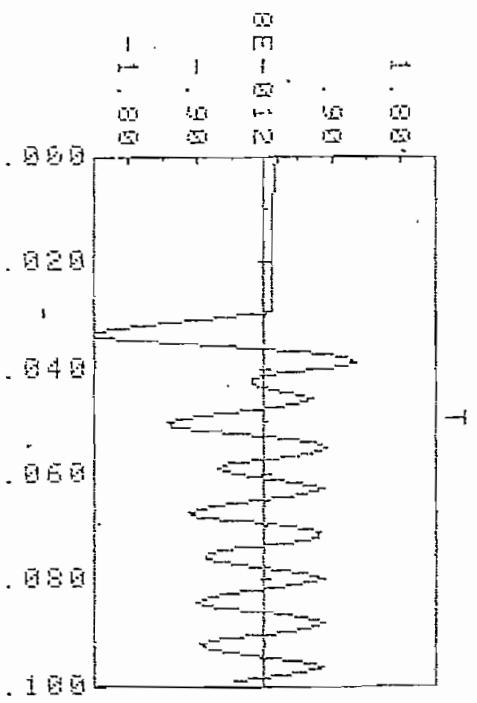
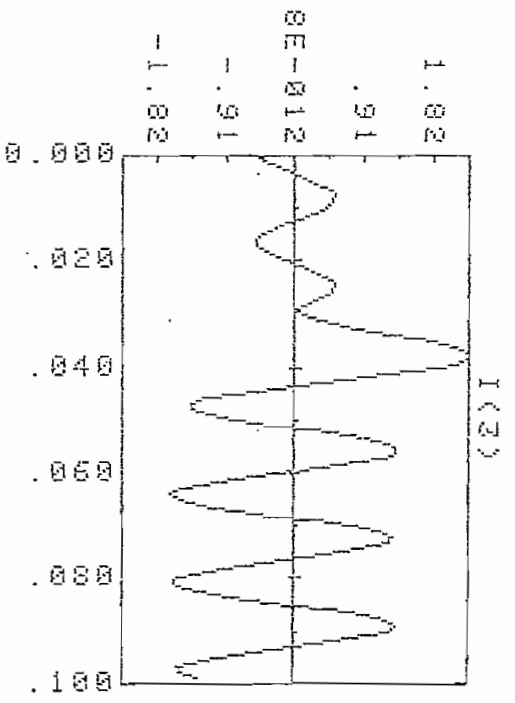
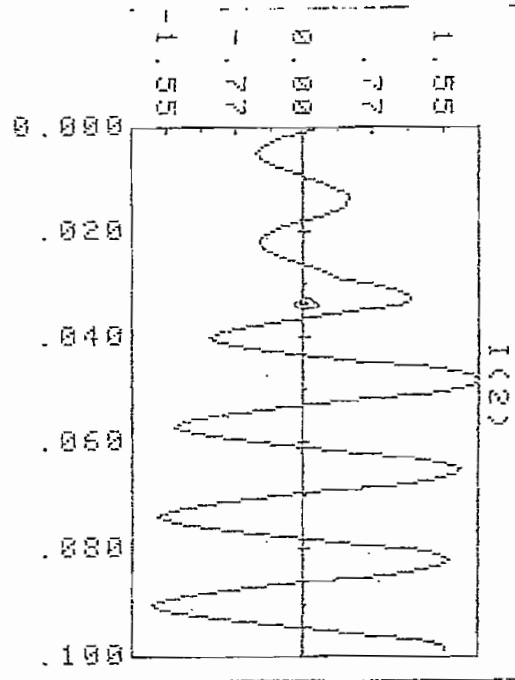
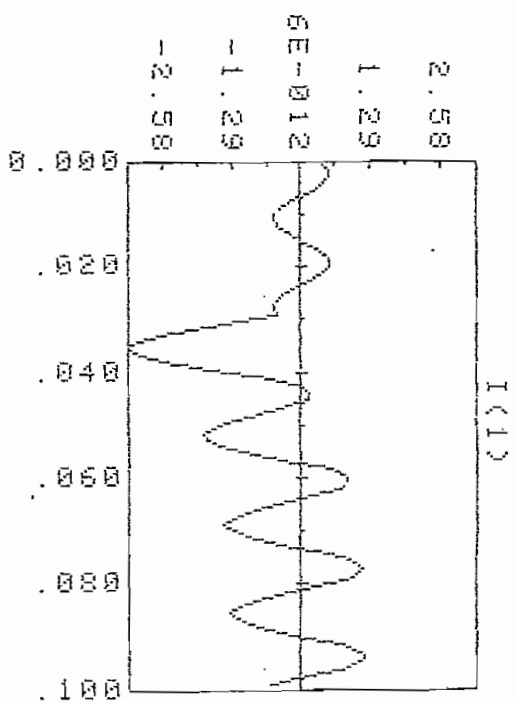




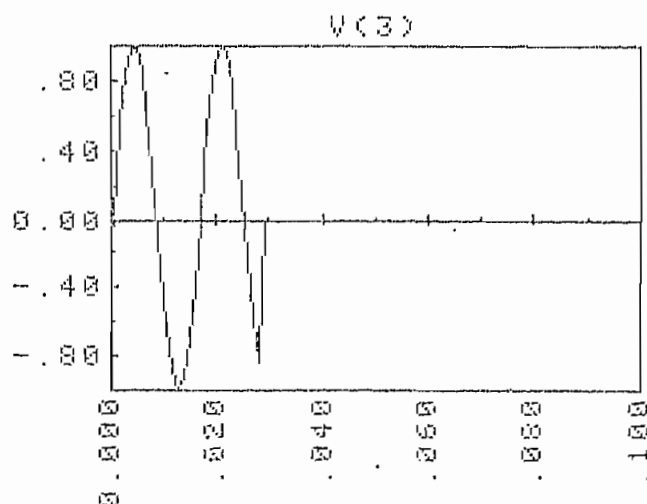
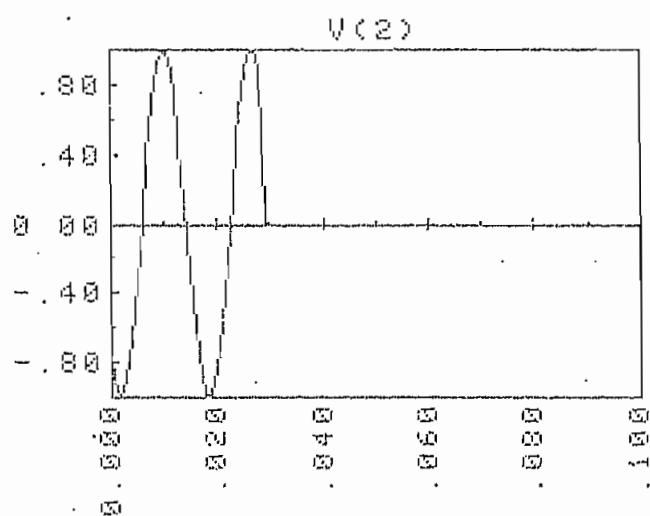
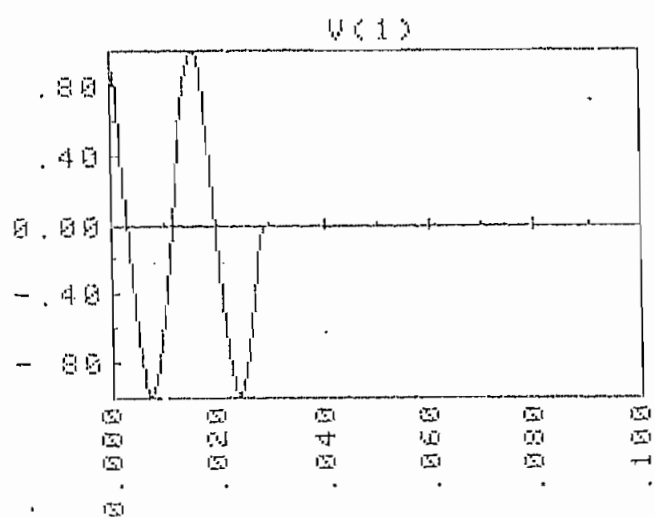
## CORTOCIRCUITO DE UNA FASE



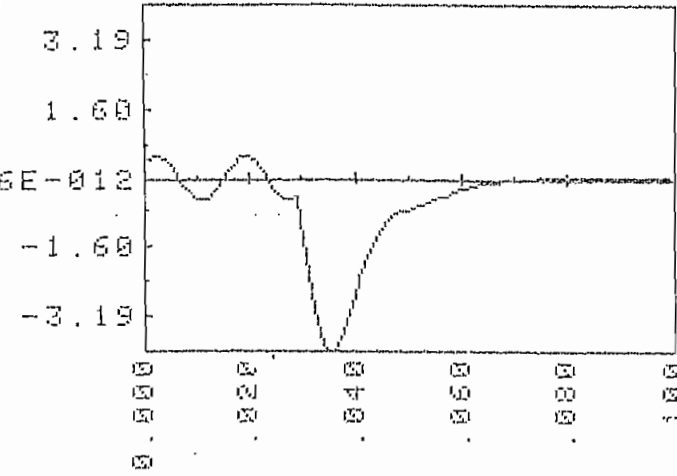




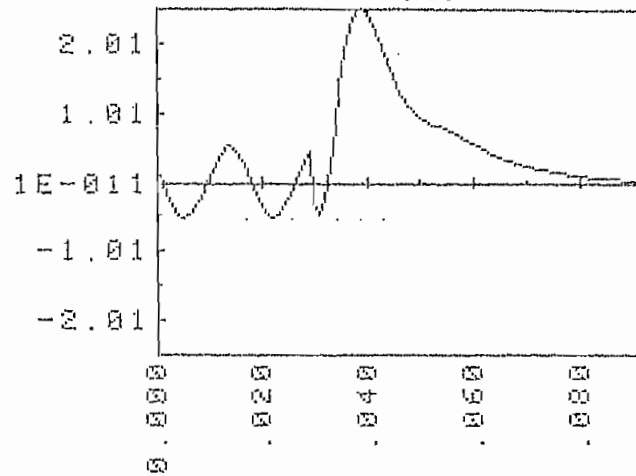
## CORTOCIRCUITO TRIFASICO



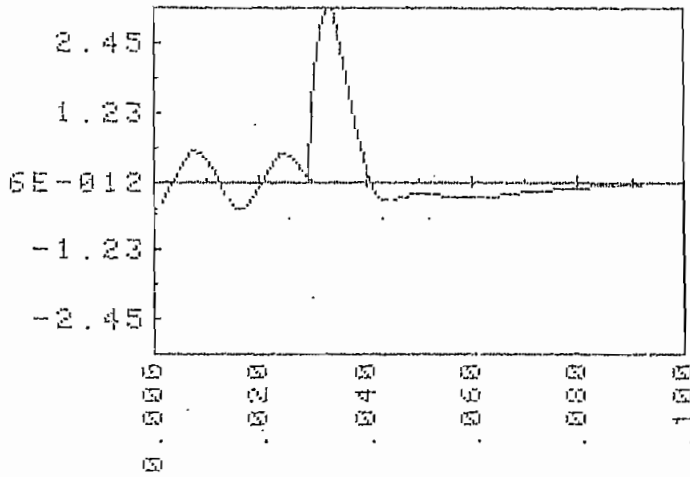
I(1)



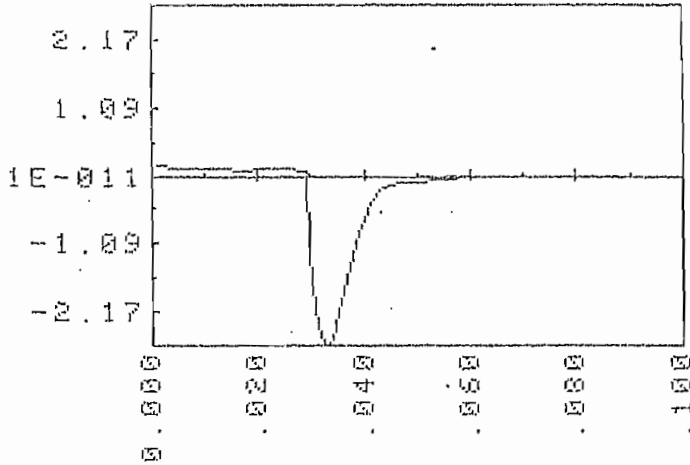
I(2)



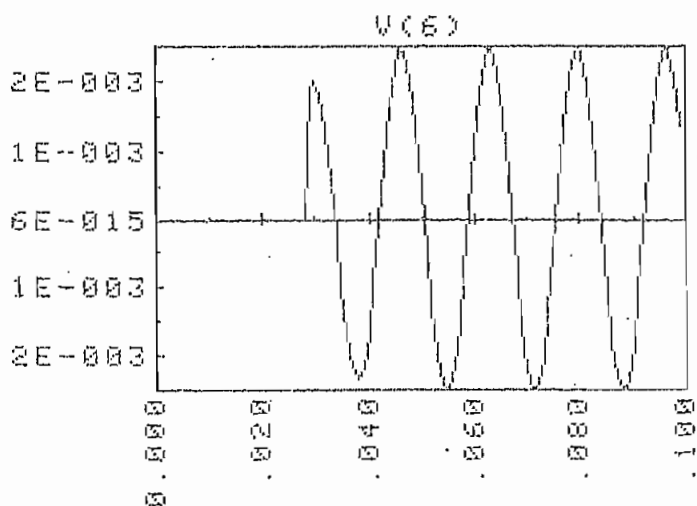
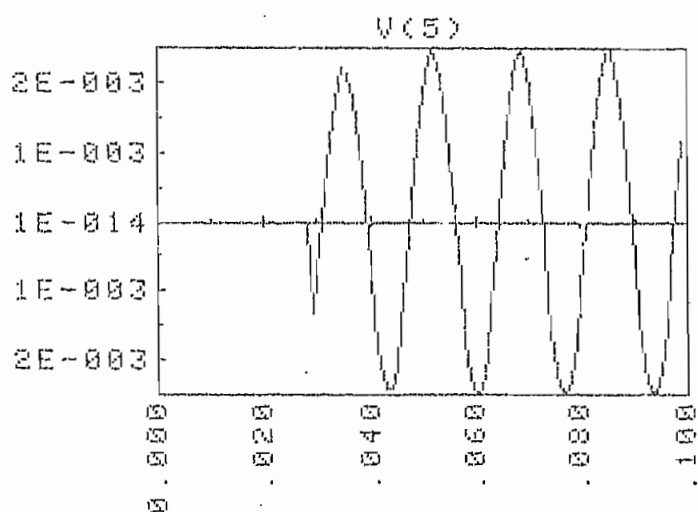
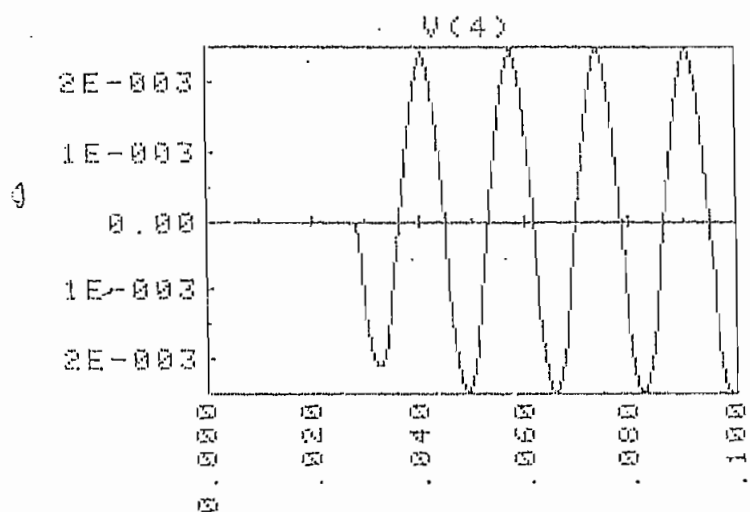
I(3)

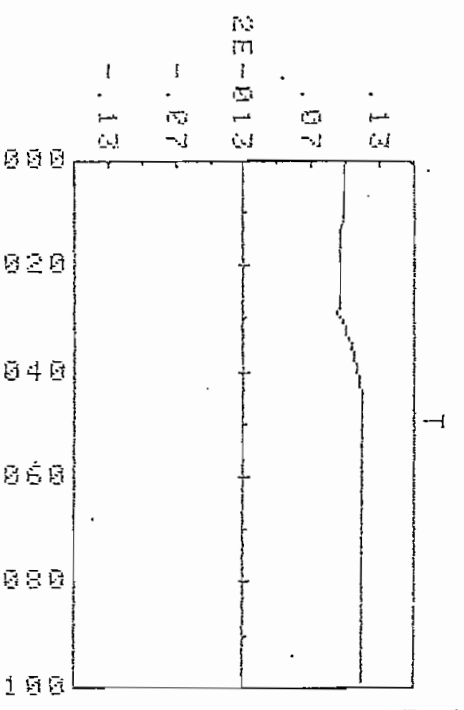
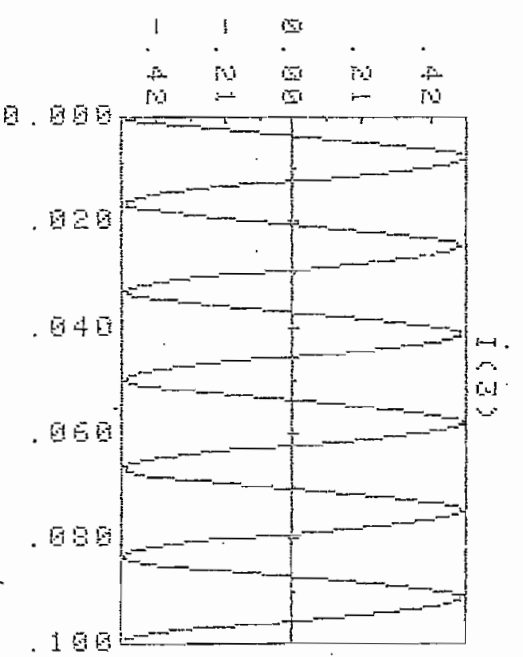
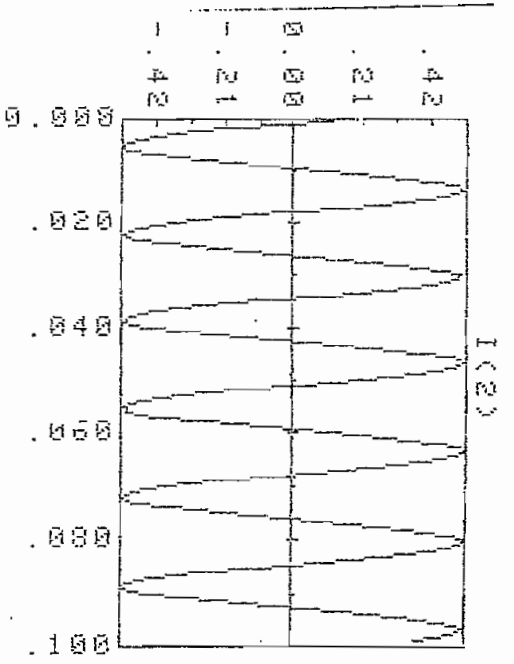
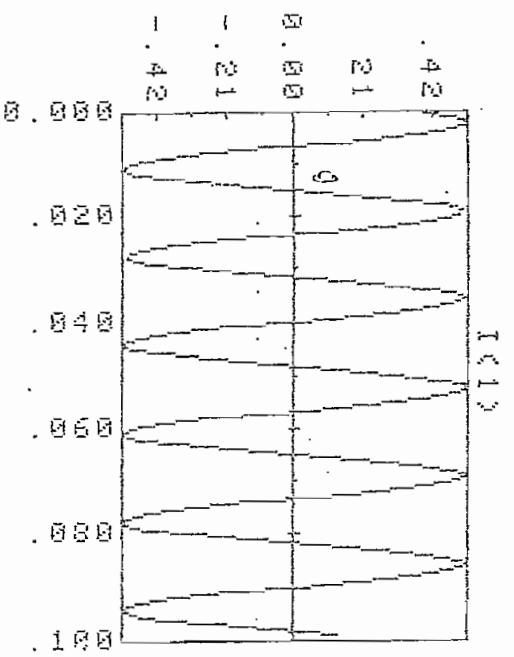


T



## INTRODUCCION DE RESISTENCIAS AL ROTOR





## IV.2. ANALISIS DE RESULTADOS.

### Desconexión de fases.-

Como se puede observar en los gráficos, en la desconexión de una, dos y tres fases, las corrientes en las fases desconectadas tienden a cero, después de un corto período transitorio. Se pueden anotar dos razones que expliquen estos resultados: Primero, la simulación de la(s) fase(s) desconectada(s) se lo hace calculando los voltajes que quedan en las fases desconectadas y no forzando la(s) corriente(s) a cero (simulando una nueva fuente que anule a la existente). Segundo, el método numérico utilizado en la resolución de las ecuaciones diferenciales, requiere de un paso de integración óptimo para minimizar los errores; el paso utilizado en este trabajo fue de 1 m seg., más en función del tiempo de computación, que de buscar su optimización.

En la desconexión de dos fases (sin conexión de neutro), se llega a los mismos resultados que la desconexión de las tres fases, lo que efectivamente era de esperarse pues son respuestas a circuitos equivalentes.

Es importante también comparar los torques en desconexión de dos fases (con o sin conexión de neutro); se puede notar que en el segundo caso su transitorio es mucho más corto, resultado lógico pues como se anota en el párrafo anterior, este caso es equivalente a desconexión de las tres fases.

Las respuestas de voltajes en todos los casos, están también dentro

de lo esperado, pues mientras en la desconexión de las tres fases y de dos fases (sin conexión de neutro) los voltajes remanentes tienen una cortísima duración, en la desconexión de una fase y de dos fases (con conexión de neutro) estos tienen mayor duración.

#### IV.2.2. ARRANQUE

Se puede observar en los gráficos que el tiempo de análisis del transitorio fue de 0.3 seg.; pero a pesar del incremento del tiempo con respecto a los otros casos, sólo se puede notar la tendencia a la estabilización en el torque. Es conveniente notar que los transitorios de corriente alcanzan de 5 a 6 veces los valores de corriente en régimen permanente. Por lo demás, los resultados son satisfactorios.

#### IV.2.3. CORTOCIRCUITO.-

Comparando los gráficos del cortocircuito de una fase con los de circuito trifásico, es evidente que los transitorios del cortocircuito trifásico aunque de menor duración son mucho más graves, los picos de corrientes son mucho más altos. En los transitorios del torque, se puede observar que mientras para el primer caso se puede deducir un traqueteo de la máquina, en el segundo más bien se puede interpretar como que la máquina se frenara.

#### IV.2.4. INTRODUCCION DE RESISTENCIAS AL ROTOR

Lo fundamental de destacar en esta aplicación es el incremento del torque en alrededor del 30% habiendo conectado una resistencia de 0.22

(en p.u.). Esto nos puede dar una idea del comportamiento de la máquina con carga (aunque en el presente caso, carga sólo resistiva). )

Los voltajes que aparecen en el rotor (antes cortocircuitado) como era de esperarse están desfasados  $2\pi/3$ , ya que la máquina está operando bajo condiciones balanceadas.

#### IV.3. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En general podemos señalar que en el análisis de resultados (del numeral anterior) se comentaron ya los aspectos fundamentales. Vale la pena sin embargo destacar algunos puntos que entrarían más bien en el campo de las recomendaciones:

- 1) Si bien los resultados son aceptables, sería importante calcular el paso de integración óptima que minimiza los errores de aproximación.
- 2) Considerar la posibilidad de adaptar el modelo para que sirva en el análisis de la máquina operando con carga. El modelo al momento fue desarrollado para la máquina operando en vacío.
- 3) Introducir el efecto de saturación a partir del modelo matemático - ya desarrollado.
- 4) Adaptar el modelo matemático para el estudio de los transitorios de motores bifásicos y monofásicos.



5) Desarrollar mayor cantidad de ejemplos, aprovechando la generalidad del modelo y la posibilidad de cambio de parámetros y de escogimiento de alternativas que ofrece el sistema interactivo.

6) Buscar la forma de implementar el programa en un computador de mayor capacidad que reduzca el tiempo de ejecución. Uno de los problemas que tiene el programa actual ejecutado en un minicomputador Hewlett Packard modelo 85, es su lentitud, lo cual limita la posibilidad de bajar el paso de integración pues aumentaría aún más el tiempo de ejecución.

BIBLIOGRAFIA

- (1) THALER, G.J. y M.L. WILCOX; "Máquinas Eléctricas", 1a. edición  
Limusa, México, 1974.
- (2) KRAUSE, P.C. AND C.H. THOMAS: "Simulation of Symetrical Induction Machinery", I.E.E.E., Trans Power Apparatus and System, Vol PAS-84, (11) - p.p. 1038-1503. November 1965.
- (3) FITZGERAL, A.E., C. KINGSLEY and A. Kusko: "Electric Machinery", 3a. edición. Mc. Graw-Hill Koga-kusha Ltda., Japan, 1971.
- (4) SEELY, S.: "Electromechanical Energy Conversion". Mc Graw - Hill Book Company., Inc. N.Y., 1962.
- (5) TOAPANTA, M.: "Estado transitorio del Motor de Inducción". E.P.N. Quito, 1977.
- (6) ADKINS, B.: "The General Theory of Electrical Machines". 3ra. ed., Chapman and Hall Ldd., London, 1972.
- (7) BONILLA, A. "Transitorios en la reconexión de motores de inducción" E.P.N. Quito., 1981.
- (8) HANCOCK N.N.: "Matrix Analysis of Electrical Machinery". 2da. edition.
- (9) POVEDA M.: "Apuntes de clases de máquinas eléctricas II". Ingeniería

ría Eléctrica, Quito, 1977.

(10) CARNAHAN B.L. and H.A. WILKERS, Jr.: "Applied Numerical Methods".  
Ed. John Wiley and Sons, Inc. N.Y. 1969.

0

(11) STAGG and EL-ABIAD: "Computer methods in power system analysis".  
Mc Graw-Hill Kogakusha.