

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

CORRIENTES TRANSITORIAS DE  
MAGNETIZACION EN TRANSFORMADORES

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL  
TITULO DE INGENIERO ELECTRICO.-

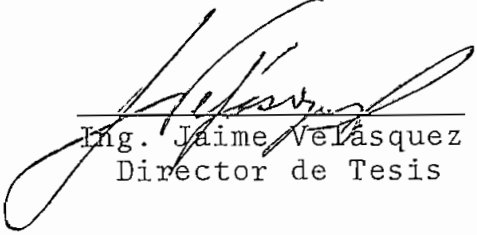
MENTOR ESTUARDO POVEDA ALMEIDA

Noviembre, 1.971

A MIS PADRES

Certifico que este trabajo  
fué realizado en su totali-  
dad por el señor Mentor E.  
Poveda Almeida.

Noviembre, 1.971



Ing. Jaime Velásquez  
Director de Tesis

## A G R A D E C I M I E N T O

Es preciso dejar constancia de la colaboración que recibí, para la realización de este trabajo, de parte de todos los profesores de laboratorio de la Facultad de Ingeniería Eléctrica; los ingenieros, Alfredo Mena, Jaime del Castillo y Ramiro Rodas, y el Señor Carlos Narváez. En el laboratorio de la Facultad de Ingeniería Mecánica por parte del Sr. Stalin Suarez quién colaboró en la construcción del interruptor sincrónico. A todos ellos mis más sentidos agradecimientos.

Al ingeniero Jaime Velásquez que supo incluir su entusiasmo por conocer más acerca de los fenómenos eléctricos, que dió las primeras ideas para este trabajo y luego colaboró para su conclusión, también dejo constancia de mi agradecimiento.

Y, ante todo, a mis padres, a quienes dedico este trabajo, puesto que son ellos los que lo hicieron posible, con su esfuerzo y sacrificio, Gracias.

Mentor Estuardo Poveda Almeida.

## I N D I C E

<u>C O N T E N I D O</u>	<u>P A G I N</u>
INTRODUCCION	1
PRIMERA PARTE.- ANALISIS MATEMATICO	
Primera aproximación	2
Análisis no lineal	12
SEGUNDA PARTE.- FACTORES QUE DETERMINAN EL FENOMENO EN ESTUDIO	
A) Cómo se energiza el transformador	23
1a.- El punto de conexión	24
2a.- Conexión de transformadores en paralelo	30
B) El magnetismo remanente	38
C) El tipo de hierro usado en el núcleo del transformador	43
D) La resistencia del sistema de alimentación	46
E) Tamaño del sistema de potencia	47
F) Tamaño y parámetros del transformador	50
- Disposición de las bobinas	51
- Las pérdidas en el núcleo	51
- El transformador con carga	52
- Conexión trifásica	52
- Valores de corrientes transitorias de excitación en transformadores de potencia	55
TERCERA PARTE.- EFECTOS DEL FENOMENO	
- Efectos térmicos y electromecánicos	58
- Selección de fusibles	65
- En la tensión de la red	66

CUARTA PARTE.-	INFLUENCIA DEL FENOMENO EN LA PROTECCION DE TRANSFORMADORES	
-	En la protección diferencial	68
-	Relés sensibles a la forma de onda	71
-	Relés sensibles a la presión en el tanque	77
-	Conclusiones	77
APENDICE		
	Características de los aparatos usados	79
-	Osciloscopio	79
-	Voltímetro	79
-	Puente de Wheatstone	80
-	Transformador de corriente	80
-	Interruptor electrónico	80
-	Transformador de prueba (Ferranti)	81
-	Transformadores A y B	82
-	Transformadores "Foster"	82
-	Cámara fotográfica	82
-	Película	82
-	Interruptor sincrónico	83
	Circuito usado en los experimentos monofásicos	86
	Circuito usado en los experimentos trifásicos	87
	Valores " $I^2t$ " de una corriente transitoria de magnetización	88
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS		89

## I N T R O D U C C I O N

Cuando un transformador es energizado, se presenta una corriente transitoria de magnetización que perturba la protección diferencial, provoca ruidos fuera de lo normal y aún caídas de tensión en el sistema.

En este trabajo se pretende analizar los factores que determinan y modifican esta corriente transitoria, los efectos que ocasiona y las formas que existen para que la protección diferencial distinga una corriente de falla interna al transformador y la corriente transitoria de magnetización.

Para comprensión del fenómeno se hacen dos análisis teóricos, uno, preliminar considerando lineal la respuesta del transformador a la excitación de la fuente y, otro, introduciendo la no linealidad debida a la saturación del núcleo.

En todo lo posible se tratará de ratificar las afirmaciones vertidas en el texto mediante experimentación y también aquellas de que se tomarán referencias bibliográficas.

## PRIMERA PARTE

### ANALISIS MATEMATICO

#### PRIMERA APROXIMACION.-

Como primera aproximación teórica al fenómeno en estudio, se puede considerar que el núcleo del transformador dá una respuesta lineal a la aplicación de un voltaje, esta consideración, a pesar de no tener ninguna aplicación real en transformadores, permite visualizar las componentes de la corriente y en especial del flujo, lo cuál servirá para un análisis más detallado de cada uno de los factores que intervienen y para una mejor comprensión del fenómeno.

Un transformador al que se conecta sólo uno de los arrollamientos, puede ser representado como en la figura 1.

(1)

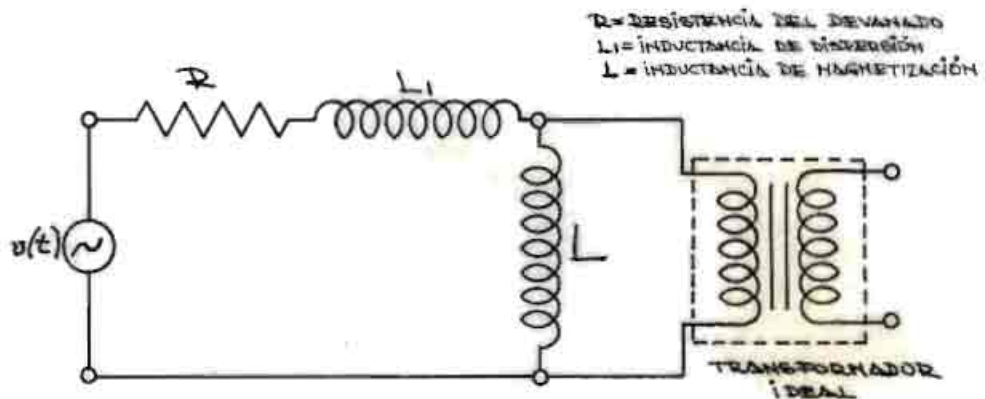


FIGURA 1.- Circuito equivalente de un transformador con el secundario abierto.

(1) Los números entre paréntesis corresponden a las referencias bibliográficas.



En la energización, el transformador ideal no tiene ningún efecto; así mismo, la inductancia de dispersión, por tener un valor pequeño con relación a la de magnetización causará un efecto despreciable sobre el fenómeno; por lo tanto, el circuito que debemos analizar se reduce a un R-L que se conecta a una fuente de corriente alterna, como el diagrama de la figura 2.

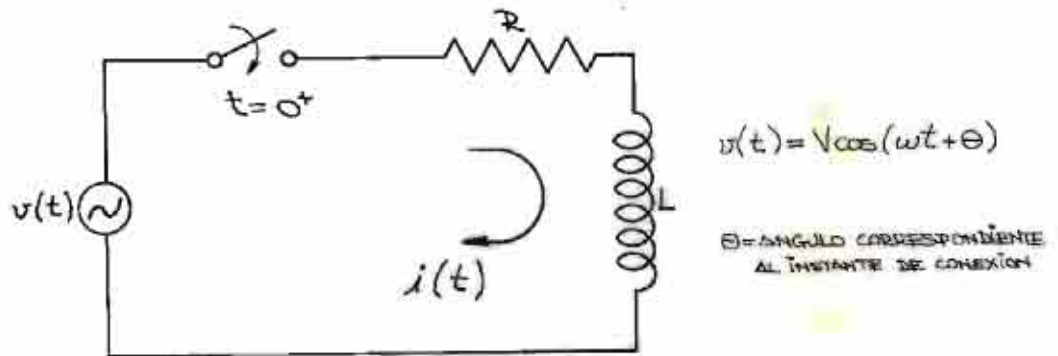


FIGURA 2.- Circuito considerado para el análisis en primera aproximación.

El voltaje de la fuente tendrá un cierto valor el instante de conectar el interruptor ( $t=0^+$ ), para considerar lo cual es necesario incluir en la ecuación del voltaje aplicado un ángulo de defasaje,  $\theta$ .

La ecuación diferencial que define el circuito de la figura # 2, es:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Para poder introducir la condición inicial de un flujo permanente, que tenga un valor que se denominará  $\phi_0$ , es preferible resolver la ecuación para el flujo que se desarrolla en el núcleo del transformador, por lo tanto, se debe establecer una relación entre el flujo y la corriente y a este objeto se recurre a las concatenaciones del flujo ( $\lambda$ ) en sus dos formas, esto es:

$$\lambda = N\phi = Li$$

$$i = \frac{N}{L} \phi$$

(Que puede ser establecida en este caso particular en que la respuesta del núcleo es lineal)

Reemplazando este valor de corriente en función del flujo en la ecuación diferencial del circuito, se tiene:

$$v = R \frac{N\phi}{L} + N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{v}{N} = \frac{R\phi}{L} + \frac{d\phi}{dt}$$

En donde debe cumplirse:

$$v = V \cos(\omega t + \theta)$$

$$\phi(t=0^+) = \phi_0$$

Por lo tanto:

$$\frac{V \cos(\omega t + \theta)}{N} = \frac{R\phi}{L} + \frac{d\phi}{dt}$$

Tomando transformadas de Laplace:

$$\frac{V}{N} \mathcal{L} [\cos(\omega t + \theta)] \cong \frac{R}{L} \mathcal{L} \phi + \mathcal{L} \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V}{N} \cdot \frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{s^2 + \omega^2} = \frac{R}{L} \mathcal{L} \phi + s \mathcal{L} \phi - \phi_0$$

$$\frac{V}{N} \cdot \frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{s^2 + \omega^2} + \phi_0 = (R/L + s) \mathcal{L} \phi$$

$$\mathcal{L} \phi = \frac{V}{N} \cdot \frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{(s^2 + \omega^2)(R/L + s)} + \frac{\phi_0}{(R/L + s)}$$

El valor del flujo en función del tiempo es:

$$\phi = \frac{V}{N} \mathcal{L}^{-1} \frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{(s^2 + \omega^2)(R/L + s)} + \mathcal{L}^{-1} \frac{\phi_0}{(R/L + s)}$$

$$\phi = \frac{V}{N} \mathcal{L}^{-1} \frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{(s^2 + \omega^2)(R/L + s)} + \phi_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Para obtener la transformada inversa en la fracción que resta, es preciso aplicar los dos teoremas de expansión de Heaviside (2), siguientes:

- 1.- "Si  $y = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right]$ , en donde  $p(s)$  y  $q(s)$  son polinomios, y el grado de  $q(s)$  es mayor que el de  $p(s)$ ; entonces el término en  $y$  correspondiente a un factor lineal no repetido  $(s - a)$  de  $q(s)$ , es:

$$\frac{p(a)}{q'(a)} e^{at} \quad \text{ó} \quad \frac{p(a)}{Q(a)} e^{at}$$

Donde  $Q(s)$  es el producto de todos los factores de  $q(s)$ , excepto  $(s - a)$ ".

- 2.- "Si  $y = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right]$ , en donde  $p(s)$  y  $q(s)$  son polinomios, y el grado de  $q(s)$  es mayor -

que el de  $p(s)$ ; entonces los términos en  $y$  correspondientes a un factor cuadrático irreducible, no repetido  $(s + a)^2 + b^2$  de  $q(s)$  son:

$$\frac{e^{-at}}{b} (\phi_i \cos bt + \phi_r \sin bt)$$

Donde  $\phi_r$  y  $\phi_i$  son, respectivamente, las partes real e imaginaria de  $\phi(-a + jb)$  y  $\phi(s)$  es el cociente de  $p(s)$  y todos los factores de  $q(s)$ , excepto  $(s + a)^2 + b^2$ .

Aplicados estos teoremas en la fracción en la cual se debe obtener la Transformada Inversa de Laplace, se tiene: Para el factor  $(s + R/L)$  y mediante el teorema 1:

$$p(s) = s \cos \theta - \omega \sin \theta$$

$$q(s) = (s + R/L)(s^2 + \omega^2) = s^3 + R/L s^2 + \omega^2 s + \omega^2 R/L$$

$$q'(s) = 3s^2 + 2R/L \cdot s + \omega^2$$

$$p(-R/L) = -R/L \cos \theta - \omega \sin \theta$$

$$q'(-R/L) = 3R^2/L^2 - 2R^2/L^2 + \omega^2 = R^2/L^2 + \omega^2$$

$$\frac{p(-R/L)}{q'(-R/L)} = \frac{-R/L \cos \theta - \omega \sin \theta}{R^2/L^2 + \omega^2}$$

Para el factor  $(s + 0)^2 + \omega^2$ , aplicado el teorema 2:

$$\phi(s) = \frac{s \cos \theta - \omega \sin \theta}{R/L + s}$$

$$\phi(-0 + j\omega) = \frac{j \cdot \omega \cdot \cos \theta - \omega \sin \theta}{R/L + j\omega} = \frac{\omega(j \cos \theta - \sin \theta)}{R/L + j\omega}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\omega (R/L + j\omega) (j \cos \theta - \text{sen } \theta)}{R^2/L^2 + \omega^2} = \\
 &= \frac{\omega}{R^2/L^2 + \omega^2} (-R/L \text{ sen } \theta + jR/L \cdot \cos \theta + j\omega \text{ sen } \theta + \omega \cos \theta) \\
 &= \frac{\omega}{R^2/L^2 + \omega^2} [(-R/L \text{ sen } \theta + \omega \cos \theta) + j(R/L \cos \theta + \omega \text{ sen } \theta)] = \phi_{(-0+j\omega)} \\
 &= \frac{e^{-at}}{b} (\phi_i \cos bt + \phi_r \text{ sen } bt) = \frac{e^{-0t}}{\omega} \cdot \frac{\omega}{R^2/L^2 + \omega^2} [(+R/L \cos \theta + \omega \text{ sen } \theta) \cos \omega t + \\
 &\quad + (-R/L \text{ sen } \theta + \omega \cos \theta) \text{ sen } \omega t]
 \end{aligned}$$

Con estos valores se completa el valor del flujo:

$$\begin{aligned}
 \phi &= \frac{V}{N} \left[ \frac{-R/L \cos \theta - \omega \text{ sen } \theta}{R^2/L^2 + \omega^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{R^2/L^2 + \omega^2} [(R/L \cos \theta + \omega \text{ sen } \theta) \cos \omega t + (-R/L \text{ sen } \theta + \omega \cos \theta) \text{ sen } \omega t] \right] + \phi_0 e^{-\frac{R}{L}t} \\
 &= \frac{V}{N(R^2/L^2 + \omega^2)} \left[ (-R/L \cos \theta - \omega \text{ sen } \theta) e^{-\frac{R}{L}t} + \right. \\
 &\quad \left. + (R/L \cos \theta \cos \omega t - R/L \text{ sen } \theta \text{ sen } \omega t + \omega \cos \theta \text{ sen } \omega t + \omega \text{ sen } \theta \cos \omega t) \right] + \phi_0 e^{-\frac{R}{L}t} \\
 &= \frac{V}{N(R^2/L^2 + \omega^2)} \left[ (-R/L \cos \theta - \omega \text{ sen } \theta) e^{-\frac{R}{L}t} + R/L \cos(\omega t + \theta) + \omega \text{ sen}(\omega t + \theta) \right] + \phi_0
 \end{aligned}$$

Para simplificar, se usan las siguientes denominaciones:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\alpha = \text{arc tg } \frac{\omega L}{R}$$

Entonces:

$$\phi = \frac{V}{N\bar{L}^2} \left[ -\frac{Z}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \cos(\theta - \alpha) + \frac{Z}{L} \cos(\omega t + \theta - \alpha) \right] + \phi_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\phi = \frac{VL}{NZ} \left[ -e^{-\frac{R}{L}t} \cos(\theta - \alpha) + \cos(\omega t + \theta - \alpha) \right] + \phi_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

Introduciendo el valor de la corriente en función del flujo, se tiene:

$$i = \frac{V}{Z} \left[ \cos(\omega t + \theta - \alpha) - e^{-\frac{R}{L}t} \cos(\theta - \alpha) \right] + \frac{N\phi_0}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Para obtener un valor máximo de flujo, es preciso que el instante de conexión el voltaje aplicado pase por un valor cero; como se desarrolló la aproximación matemática con una función coseno para el voltaje, esto ocurre cuando  $\theta=90^\circ$ ,  $-180^\circ$ , etc. Para graficar el flujo en su valor máximo se toma  $\theta=90^\circ$  y el flujo remanente en su valor máximo negativo,  $\phi_0 = -\Phi_0$ . En la figura 3 se puede ver, en la primera parte, las tres componentes que forman la onda del flujo y, en la segunda parte, las tres componentes sumadas formando la onda del flujo.

Por el contrario, si el núcleo no tiene magnetismo remanente y el ángulo de conexión,  $\theta$ , es igual a cero, para voltaje función coseno, la componente transitoria del flujo desaparece, quedando únicamente la onda de estado estable. En la ecuación obtenida para el flujo, se reemplaza  $\theta=0^\circ$  y  $\phi_0=0$ , y se tiene:

$$\phi = \frac{V_L}{N Z} \left[ - e^{-\frac{R}{L}t} \cos(-\alpha) + \cos(\omega t - \alpha) \right]$$

En la misma que, el ángulo de defasaje, (alfa) es muy próximo a  $90^\circ$ ; por lo tanto, el flujo al tiempo cero, tiene un valor cero y únicamente alcanza su máximo normal.

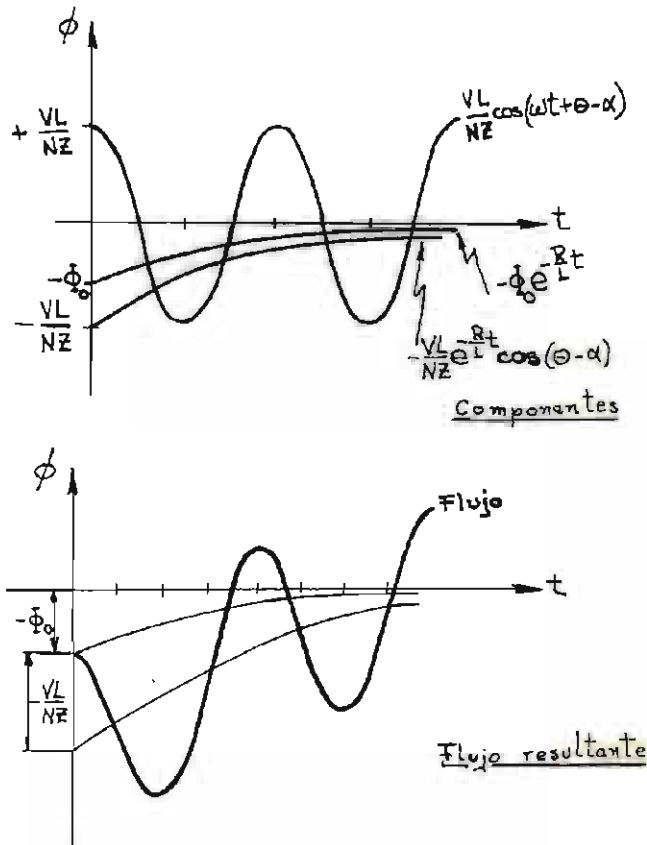


FIGURA 3.- El flujo transitorio que se presenta en un transformador, y sus componentes.

Considerando lineal, la inductancia, como se hizo en esta primera aproximación, la corriente tendrá la misma forma que la señalada para el flujo, razón por la cuál no se la dibujó y, además, porque al introducir la saturación del

núcleo, la corriente toma valores totalmente diferentes, mientras que el flujo, en la misma condición, es muy parecido al obtenido en esta aproximación.

Como se puede observar en la figura 3, el flujo toma un valor comparable al doble del correspondiente al estado estable, disminuído solamente por la caída de tensión que provoca la gran corriente que circula. Al considerar en un transformador real este valor anormal del flujo, puesto que en condiciones normales se trabaja cerca del codo de la curva de magnetización, el núcleo está muy saturado; ello significa que la corriente correspondiente deberá ser bien alta - para producir la fuerza magnetomotriz necesaria para mantener dicho valor de flujo.

La figura 4 muestra una aproximación de los valores de corriente que se obtendrían cuando una onda de flujo de la forma determinada matemáticamente fuera aplicada a un transformador con núcleo saturable. (3). Únicamente se desprecia el efecto de histéresis.



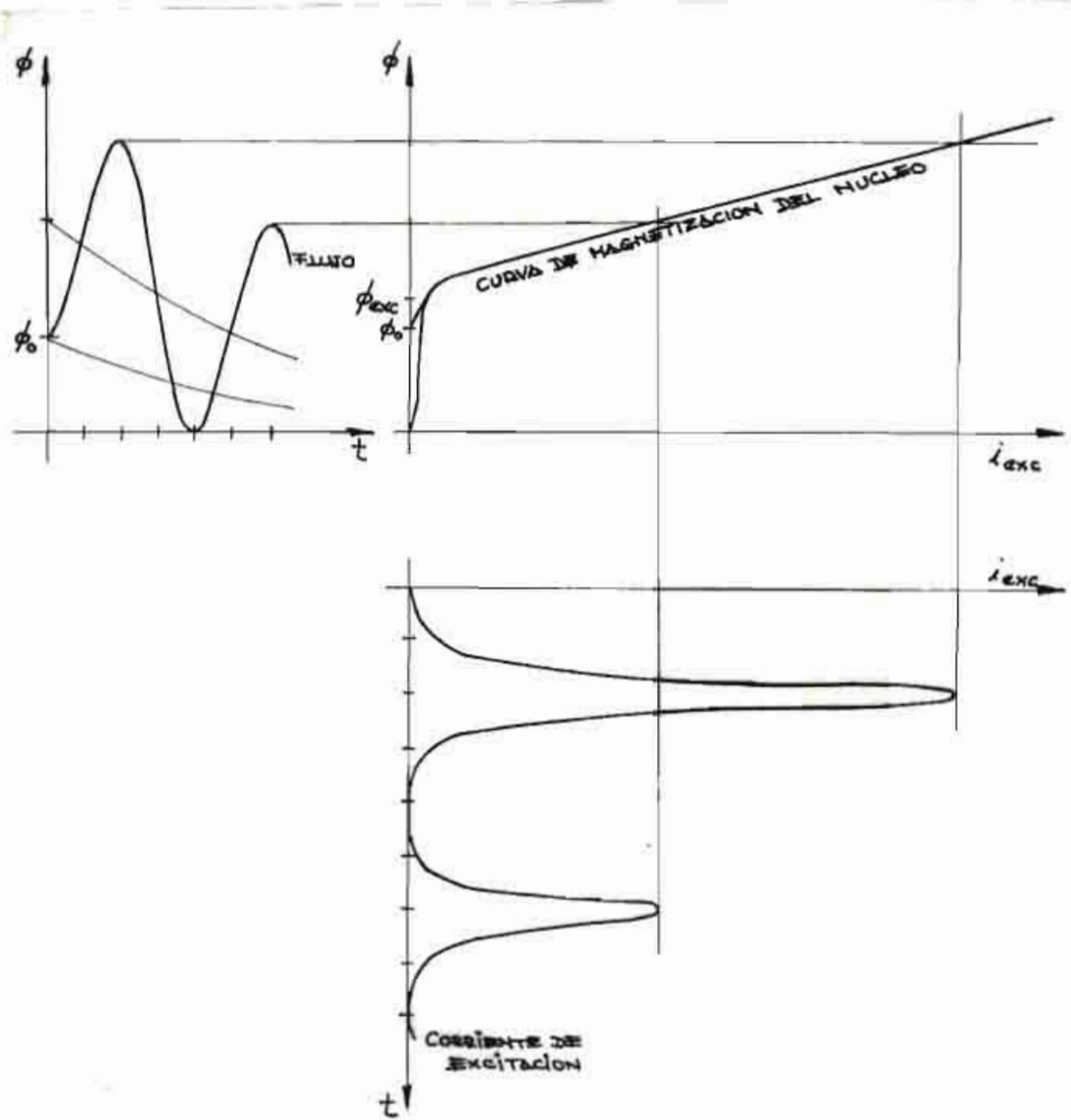


FIGURA 4.- Corriente transitoria de magnetización cuando en el flujo obtenido por el análisis preliminar se introduce la saturación del núcleo.

## ANALISIS NO LINEAL

El circuito básico que se pretende analizar es el de la figura 5.

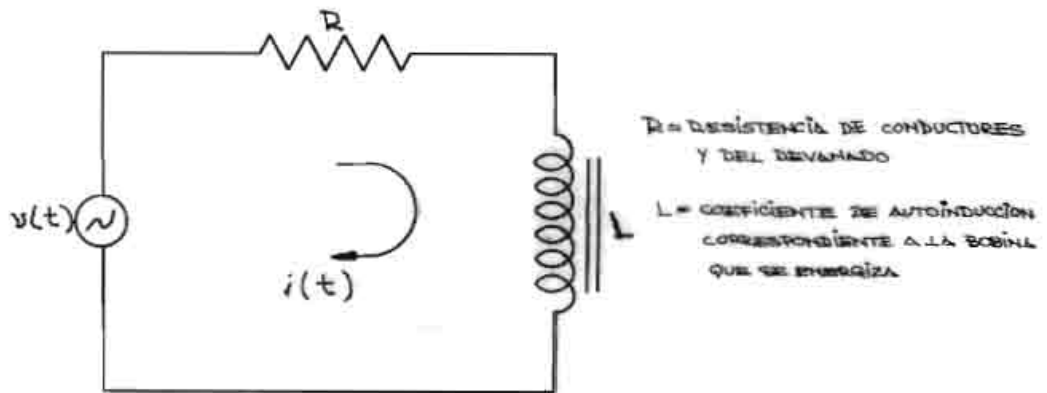


FIGURA 5.- Circuito considerado en la energización de un transformador.

La ecuación que lo define es la siguiente (1):

$$v(t) = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$$

$\lambda$  = Concatenaciones de flujo

$$v(t) = Ri(t) + \frac{d L(i) i(t)}{dt}$$

Se debe anotar que en la ecuación se ha expresado el coeficiente de autoinducción como dependiente de la corriente, puesto que al intervenir la saturación del núcleo, éste coeficiente no permanece constante.

La variación del coeficiente de autoinducción no tiene expresión matemática conocida, por lo tanto, para re-

solvente la ecuación propuesta se deben usar los métodos, gráfico o de la integración numérica. En el primer método es preciso separar previamente variables, lo cual es muy difícil en este caso particular en que el voltaje aplicado es función del tiempo. (4)

La integración numérica o "Método punto-por-punto" (4) considera intervalos finitos de tiempo, durante los cuales el coeficiente de autoinducción toma valores determinados y los mantiene el tiempo que dura el intervalo. Con esta consideración y para la integración numérica, el coeficiente de autoinducción puede salir del diferencial en la ecuación del circuito:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = v$$

La cual, expresada con incrementos finitos, es:

$$Ri + L \frac{\Delta i}{\Delta t} = v$$

De donde:

$$\Delta i = \frac{(v - Ri) \Delta t}{L}$$

Para determinar el valor del coeficiente de autoinducción correspondiente a cada valor de corriente, se debe tener presente que:

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\phi}{dt}$$

De donde:

$$L = N \frac{d\phi}{di}$$

O sea que se trata de la pendiente de la curva del flujo en función de la corriente de excitación en un punto dado, la cual, expresada en base de incrementos finitos, es:

$$L = N \frac{\Delta\phi}{\Delta i} \quad (\text{En } \phi = \phi_1)$$

Sin embargo, al resolver la ecuación para un caso particular, en la forma descrita, se encontró mucha diferencia con los resultados obtenidos por experimentación numérica que implica el obtener el coeficiente de autoinducción de una ecuación incremental, para luego aplicar este valor a la solución de la ecuación del circuito, también en forma incremental. (Esta consideración es muy importante en este caso particular, en que la curva de magnetización fué obtenida por puntos de coordenadas, voltaje y corriente, los cuales al ser medidos tienen un cierto error, que se incrementa con la integración numérica usada para obtener el coeficiente de autoinducción).

Por estas razones conviene reemplazar las concatenaciones de flujo en la ecuación por  $N\phi$ , con lo que se obtiene:

$$v(t) = Ri(t) + \frac{\Delta N\phi(i)}{\Delta t}$$

Con esto, si se parte imponiéndose que al tiempo cero, la corriente es cero, las concatenaciones de flujo tienen un valor inicial y el voltaje aplicado tiene un valor de pendiente del ángulo de conexión; entonces se calcula delta  $N\phi$  de la ecuación incremental:

$$\frac{\Delta N\phi}{\Delta t} = v - Ri$$

$$\Delta N\phi = (v - Ri)\Delta t$$

El incremento de tiempo que se use, delta t, dependerá de la precisión que se desee obtener; tomando el mayor número de puntos que sea posible, para reducir el error.

Una vez obtenido el delta  $N\phi$ , se suma al valor inicial de  $N\phi$

$$N\phi^1 = N\phi + \Delta N\phi$$

Este nuevo valor de  $N\phi$  sirve para determinar un valor correspondiente de corriente en la curva de magnetización que se ha expresado con  $N\phi$  en ordenadas y corrientes de excitación en abscisas, como una tabla de coordenadas. El valor de corriente obtenido en la forma que se explica, servirá para calcular un nuevo valor de delta  $N\phi$  considerando también, que el voltaje tendrá un nuevo valor, puesto que el tiempo se incrementa por un valor delta t.

El diagrama de flujo de las operaciones que se hacen en la solución del problema, pensando en que podría ser

resuelto por una computadora, es el de la fig. 6

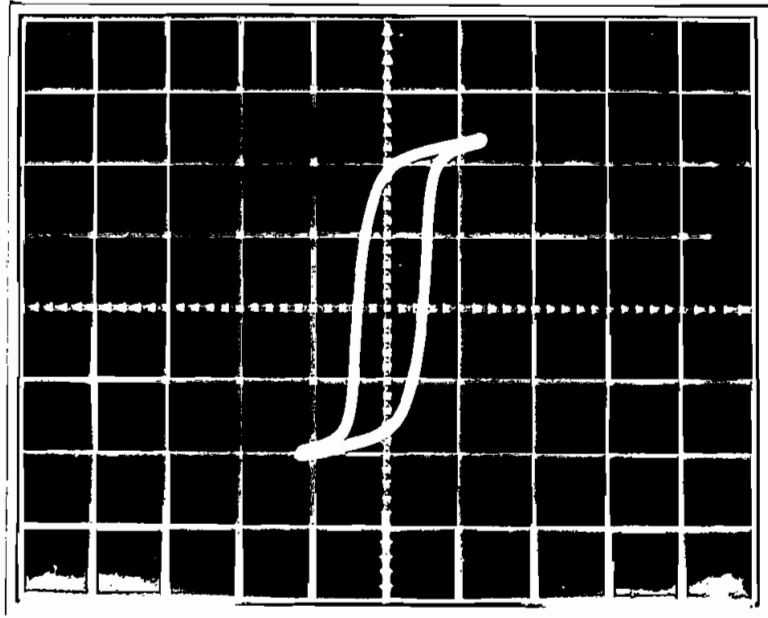


FOTO 1.- Lazo de histéresis. Transformador "Ferranti". Con voltaje nominal. Escala vertical: 3.333 gauss/div. Escala horizontal: 0,719 oersted/div.

Para cumplir con el proposito de comparar las deducciones teóricas con los resultados experimentales se usó el transformador marca "Ferranti" del Laboratorio de Máquinas de la Escuela Politécnica Nacional, cuyos datos se pueden leer en el Apéndice. En la mayor parte de los experimentos se usó el transformador como monofásico, (Tiene núcleos independientes para cada fase) excepto en aquellos en que se especifica lo contrario.

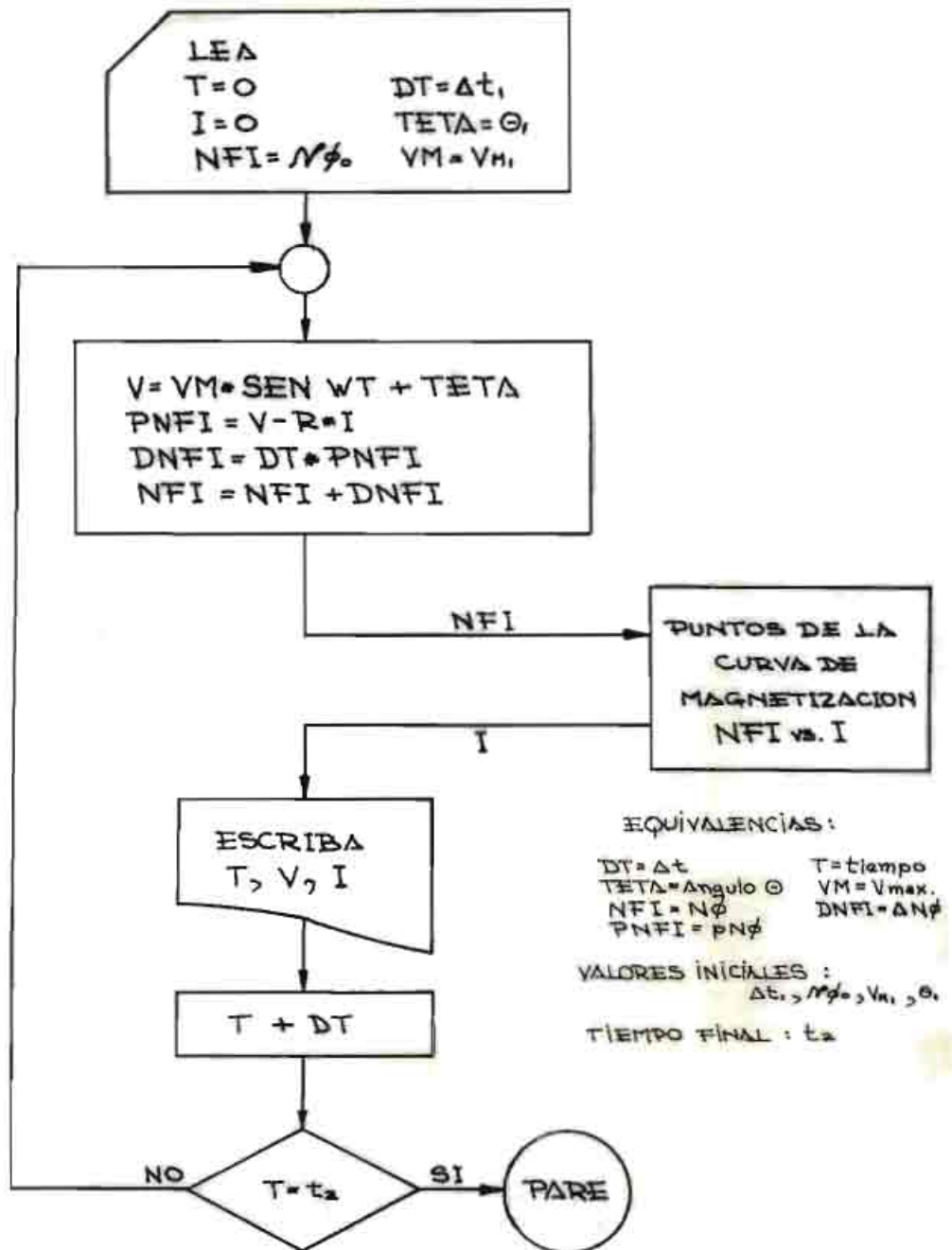


FIGURA 6.- Diagrama de flujo para el análisis punto-por-punto.

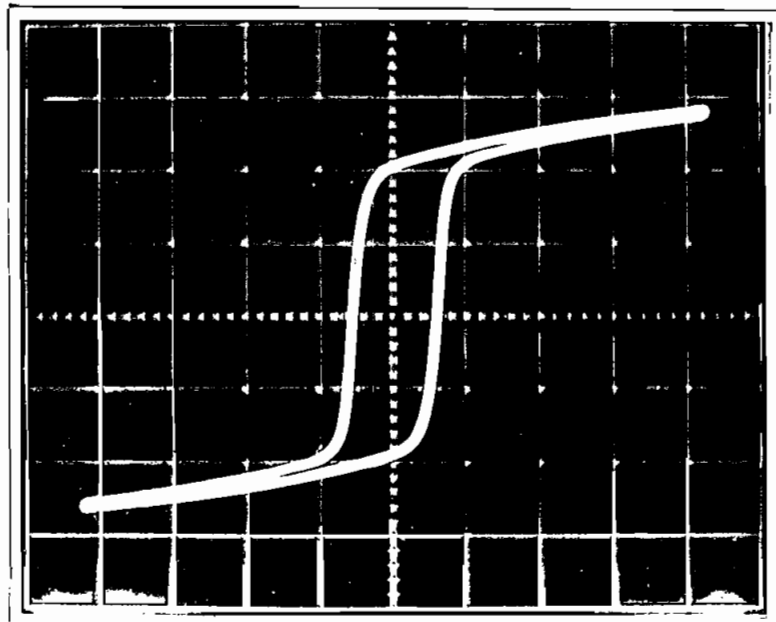


FOTO 2.- Lazo de histéresis. Transformador Ferranti. Con 130% del voltaje nominal.  
Escala vertical: 3.333 gauss/div.  
Escala horizontal: 0,719 oersted/div.

Para dar una idea del comportamiento del núcleo del transformador de los experimentos, se obtuvo el lazo de histéresis para una frecuencia de 60 cps. aplicando dos voltajes diferentes, los cuales se muestran en las fotos 1 y 2. La corriente en estado estable para voltaje nominal tiene la forma y magnitud que se ve en la foto 3.

Con objeto de aplicar el método descrito de análisis punto-por-punto, se necesita la curva de magnetización con más detalle; para ello se hicieron suficientes lecturas



de voltaje aplicado y corriente de pico que circula, y se transformaron a concatenaciones de flujo (  $N\phi$  ) en función de corriente de excitación, lo cuál se representa en la figura 7.

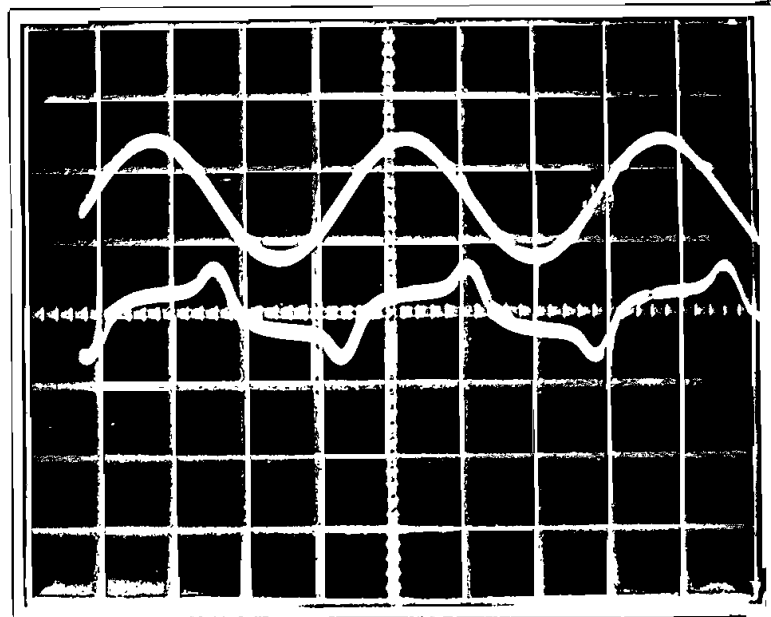


FOTO 3.- Corriente en estado estable. Transformador Ferranti. Arriba el voltaje, abajo la corriente.  
Escala: Voltaje: 145,19 V./div.  
Corriente: 0,699 A./div.  
Tiempo: 5 mseg./div.

Conociendo que la resistencia total del circuito de los conductores, la propia del transformador y la del autotransformador de alimentación, es 1 ohmio y que el magnetismo remanente es 0,15 weber-vuelta, y que se conecta cuando el voltaje tiene un valor cero, podemos comparar la corriente que se presenta en una experiencia con la que se ob-

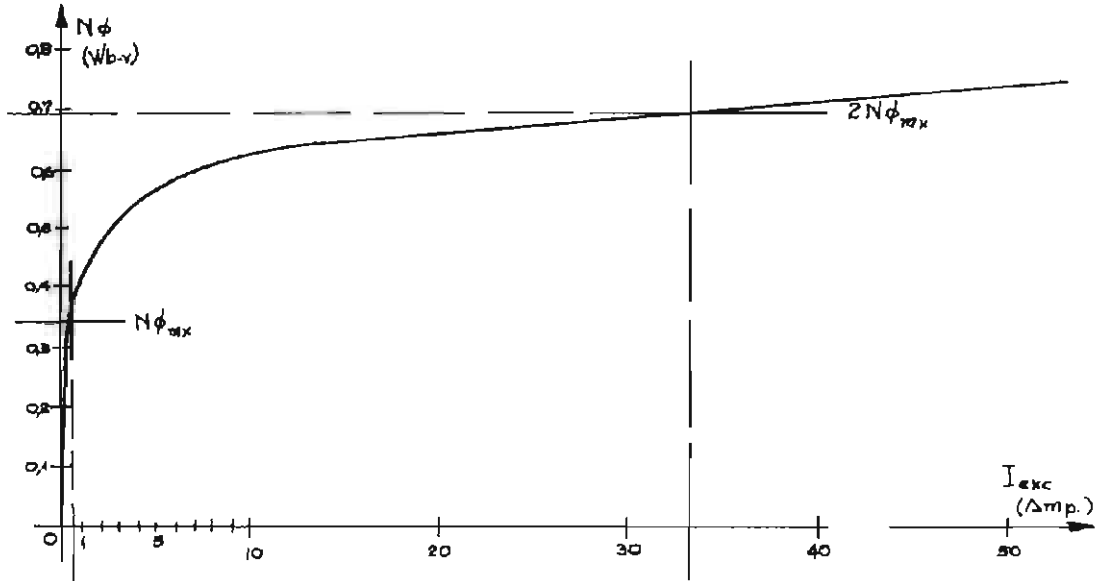


FIGURA 7.- Curva de magnetización del transformador marca "Ferranti"

tiene mediante el análisis punto-por-punto, sujeto a las mismas condiciones. Los puntos de la curva experimental son de un oscilograma tomado durante la prueba. (Foto 4)

Para ilustrar la aplicación del método Punto-por-punto; se dan a continuación algunos de los valores obtenidos en la aplicación al transformador "Ferranti". Se usa un incremento de tiempo de 0,000462 seg., que significa  $10^\circ E$ .

Angulo ( $^\circ E$ )	Voltaje	$V - Ri$	$\frac{\Delta N\phi}{(V - Ri)\Delta t}$	$\frac{N\phi}{N\phi' + \Delta N\phi}$	$i$
0	0	0	0,00	0,15	0
10	22,75	22,75	0,0105	0,16	0,11

Angulo (°E)	Voltaje	V - Ri	$\Delta N\phi$ (V - Ri) $\Delta t$	N $\phi$ N $\phi$ ' + $\Delta N\phi$	i
20	44,72	44,61	0,0206	0,18	0,12
30	65,38	65,26	0,0302	0,21	0,135
-	-	-	-	-	-
100	128,79	125,91	0,0582	0,583	4,85
-	-	-	-	-	-
140	84,07	43,48	0,0201	0,737	49,95
150	65,38	15,43	0,0071	0,744	52,53
160	44,72	-7,81	-0,0036	-0,740	51,05

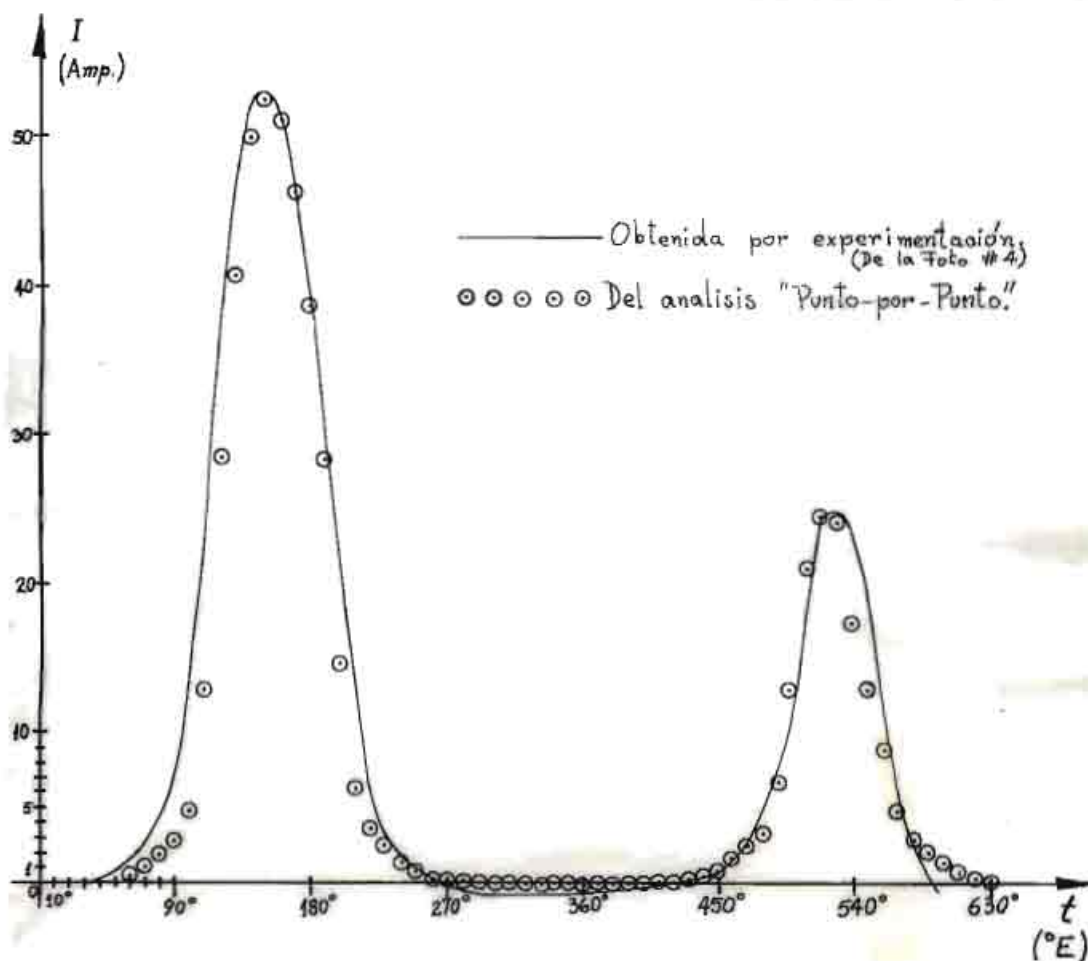


FIGURA 8.- Corriente transitoria de Magnetización. Transformador Ferranti.

En la figura 8 se han grafizado las ondas obtenidas por experimentación y por el método punto-por-punto con el ob

jeto de compararlas.

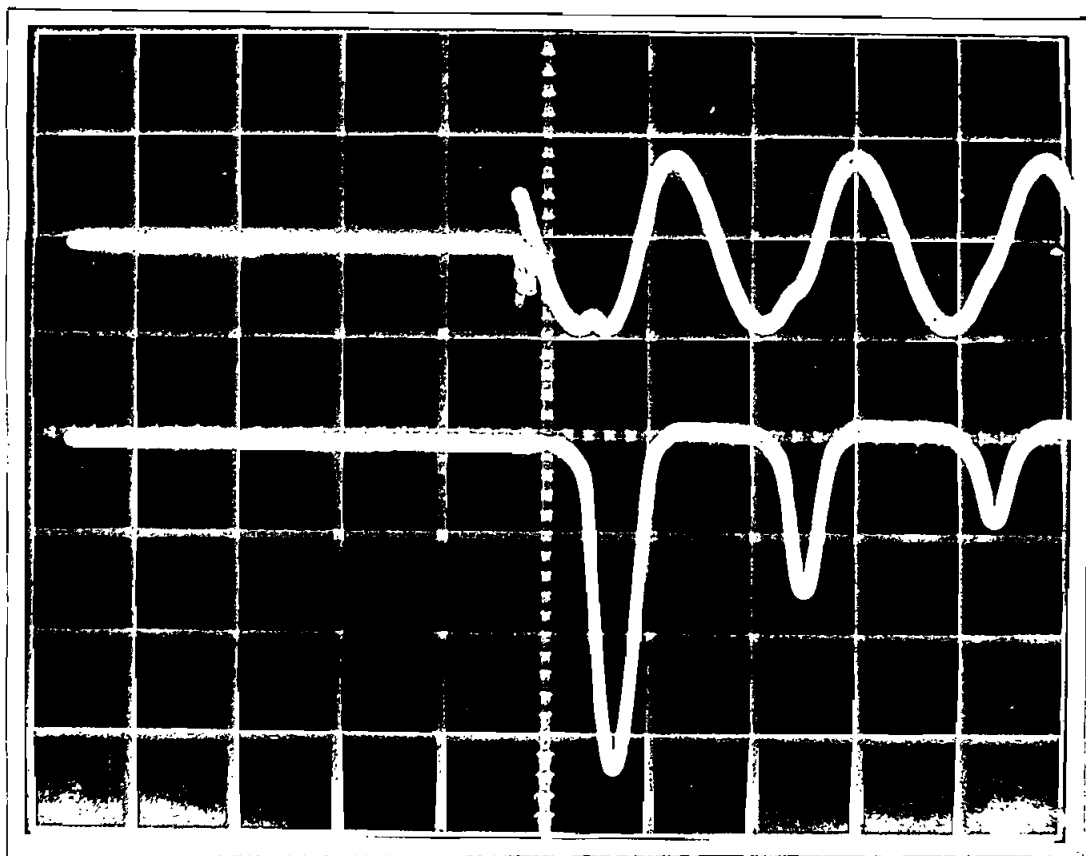


FOTO 4.- Corriente transitoria de magnetización. Transformador marca "Ferranti". Arriba el voltaje, abajo la corriente.

Escalas: Voltaje : 178,4 v./div.

Corriente: 15,9 A./div.

Tiempo: 10 mseg./div.

En la figura 8 se puede ver que el método punto-por-punto dá una aproximación aceptable, especialmente si se trata de determinar la magnitud de los primeros picos de la corriente transitoria. En cuanto a la forma misma de la onda, se notan diferencias con la realidad, explicables puesto que para el análisis matemático no se tomó en cuenta el fen<sup>o</sup>

meno de la histéresis; esta afirmación se comprueba al ver que las ondas se alejan más en los valores pequeños de corriente, que es precisamente en donde el lazo de histéresis se aleja más de la curva de magnetización. También se debe tener en cuenta que, a medida que nos alejamos en el tiempo, el error se acumula, haciéndose mayor.

## SEGUNDA PARTE

### FACTORES QUE DETERMINAN EL FENOMENO EN ESTUDIO.-

Los factores que determinan la magnitud y duración de las corrientes transitorias de magnetización pueden ser agrupados, como se hace en la referencia bibliográfica 5, pero poniéndoles en otro orden, el cuál es más lógico para este estudio; o sea, en la forma siguiente:

- a) Como se energiza el transformador
- b) Magnetismo remanente
- c) Tipo de hierro usado en el transformador
- d) La resistencia del sistema de alimentación
- e) Tamaño del sistema de potencia
- f) Tamaño y parámetros del transformador.

Tales factores se analizan por separado y en detalle en los capítulos subsiguientes:

#### A) COMO SE ENERGIZA EL TRANSFORMADOR.-

Un transformador puede ser conectado a la red sin haber sido energizado previamente o puede recibir energía al despejarse una falla exterior y producirse corrientes transitorias por la variación de voltaje. Además, se encuentran corrientes transitorias en un transformador que, habiéndolo estado conectado, paralelo a él se energiza otro.

Al despejarse fallas externas a un transformador y recuperarse el voltaje, se tiene únicamente una energización

parcial, puesto que durante la falla continúa el suministro de energía, aunque en forma limitada; por esta razón, a pesar de la variación del voltaje, las corrientes que se presentan no son muy importantes.

Por la importancia que tienen para este estudio, deben ser analizados en forma independiente, la influencia del punto de conexión y la energización de transformadores en paralelo. También constituye una forma de energización la conexión trifásica; sin embargo, por la profusión de su uso y, por ende, su importancia, se hará un análisis más completo aparte.

#### 1a.- EL PUNTO DE CONEXION.-

El valor que tenga el voltaje de la red el momento en que se conecta a ella un transformador determina el valor que alcance la corriente de magnetización transitoria del mismo. Como ya se vió en el análisis preliminar, el flujo debe variar desde cero hasta un valor cercano a dos veces el flujo máximo normal, para que se produzca la fuerza electromotriz correspondiente a la conexión, en un valor cero del voltaje sinusoidal de la fuente. Se debe tener muy en cuenta que la onda de flujo atrasa a la de voltaje por 90 grados eléctricos en condiciones estables, o sea que, con valores de voltaje próximos al de cero, el valor del flujo se reduce un poco de su máximo; así, por ejemplo, a  $30^\circ$  es 0,866 -

del máximo y a  $45^\circ$  es 0,707 del máximo, lo cuál significa que al desplazar  $30^\circ$  ó  $45^\circ$  el ángulo de conexión desde aquel correspondiente al cero de voltaje, el flujo deberá llegar a valores de aproximadamente 1,866 y 1,707 del máximo, respectivamente, porque la componente transitoria tiene un valor tal que, cubre el vacío que se establece entre las condiciones que existen el momento de conexión y aquellas que deberían producirse por efectos de la fuente; es decir, en estado estable(1). Los valores que alcanza el flujo en los ángulos que se vió, son suficientes para alcanzar la saturación del núcleo y, por lo tanto, para hacer que la corriente tenga todavía valores altos.

En lo que se refiere a las posibilidades que existen de conectar un transformador con la onda de voltaje en cero o en valores próximos, el Dr. Roth, en la referencia bibliográfica 6, afirma que con interruptores en aceite, la probabilidad de conectar en estas condiciones un transformador, es pequeña, por cuanto sobre los contactos queda siempre una fina película de aceite, la cuál se perforará en la mayor parte de las veces cuando el voltaje pase por un máximo; además, hace referencia a ensayos que corroboran esta afirmación. En interruptores en aire, sin embargo, es posible conectar en cualquier valor de la onda de voltaje; pero, de acuerdo a la consideración que se hizo previamente de los valores que alcanza el flujo aún hasta  $45^\circ$ , antes o después del ángulo en -

001599



TERCERA PARTE.-

EFFECTOS DEL FENOMENO.-

Para evaluar los efectos térmicos y electromecánicos de una corriente con forma de onda irregular sobre aparatos y conductores, el señor R. H. Kaufman, en la referencia bibliográfica 12 explica y justifica el uso del integral de  $i^2 dt$ ; además, dá métodos para evaluar rápidamente el valor de dicho integral para algunas formas de onda que se presentan en la práctica.

El valor del integral de  $i^2 dt$  se expresa en amperios al cuadrado - segundo y se identifica, para facilidad, como el valor " $I^2 t$ ".

Para establecer los efectos mecánicos de una corriente resulta de gran ayuda la relación impluso-momentum:

$$\begin{aligned} \text{Impulso} &= \text{Momentum} \\ \int \mathbb{F} dt &= \int M dv \end{aligned}$$

Pero, la fuerza que se desarrolla entre dos conductores portadores de una corriente,  $I$ , es:

$$\vec{f} = \oint I d\vec{l} \times \vec{B}$$

El vector densidad de flujo,  $\vec{B}$ , para dos conductores paralelos o dos espiras de conductor, por ejemplo, es:

$$\vec{B} = KI (\vec{u})$$

En donde,  $\vec{u}$  es el vector unitario;  $K$  es una constante en la cuál intervienen, la distancia entre conductores

y la permeabilidad en el aire.

Al introducir este valor en el integral de la fuerza se tiene:

$$\bar{f} = \oint KI^2 d\bar{l} \times \bar{u}$$

De donde, al integrar para un caso particular se obtendrá:

$$f = K_1 I^2$$

Tambien la fuerza desarrollada entre dos superficies magnetizadas de hierro es:

$$f = \frac{1}{2} \frac{B^2 A}{\mu_0}$$

Como la densidad de flujo está elevada al cuadrado en esta fórmula cuando se establezca la relación de la fuerza con la corriente que produce el flujo se obtendrá una relación de la forma:

$$f = K_2 I^2$$

En resumen el Momentum será:

$$\text{Momentum} = \int f dt = k \int i^2 dt$$

El Momentum es proporcional a " $I^2 t$ ". (12).

Con respecto a los efectos térmicos, el calor generado, W, por una corriente es:

$$W = \int R i^2 dt$$

Como se trata de evaluar los efectos de pulsos de corriente o circulaciones rápidas de corriente, se puede considerar la resistencia independiente de la temperatura y se tiene:

$$W = R \int i^2 dt$$
$$W = R "I^2 t"$$

Aún cuando la resistencia varíe con la temperatura se puede determinar un valor intermedio entre los dos límites de temperatura y se tiene:

$$W = R_{eq} \int i^2 dt = R_{eq} "I^2 t"$$

Con esto se demuestra la validez del concepto " $I^2 t$ " para evaluar los efectos de una corriente.

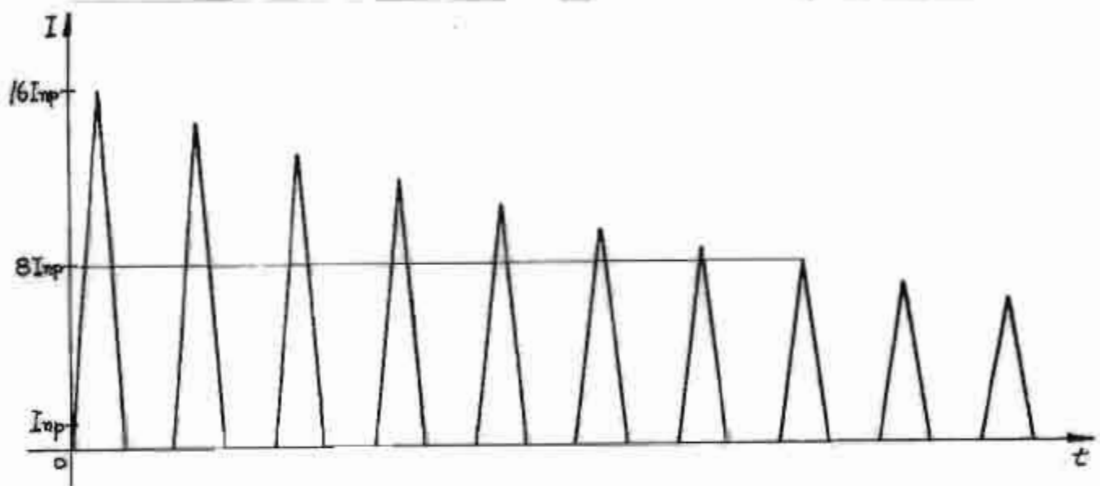
Para aclarar más aún este concepto se debè recordar que para analizar la potencia en corrientes alternas se introduce el concepto del valor promedio cuadrático o valor eficaz, que no es más que el " $I^2 t$ "

Con el objeto de hacer un análisis numérico, por lo menos aproximado, de valores que se presentan en transformadores de potencia se toman los valores dados en las tablas del capítulo VIII, para el primer pico de la corriente transitoria y para el tiempo que se demora en reducirse a un cincuenta por ciento del valor del primer pico. El valor más alto que se encuentra en esas tablas es de 16 veces el pico de la corriente de plena carga y correspondiente a este el de ocho ciclos para llegar al 50% de este valor.

Se aproxima todos los picos a triángulos que tienen por base al 45% del tiempo que corresponde a un ciclo, o sea 0,00835 segundos: con esto el error que se comete no es de mucha consideración porque, el error en exceso que se

---

comete para los primeros picos se compensa con el error en defecto cometido para los últimos picos, en los cuales ya aparece una parte negativa que no se considera en este análisis. El valor de 45% del tiempo de un ciclo, tomado para la base de los triángulos y las consideraciones acerca del error cometido se obtienen de las fotos tomadas en la experimentación y de los oscilogramas de las diversas referencias bibliográficas citadas en este trabajo. La forma de onda que se considerará es la que se muestra en la figura 16.



**FIGURA 16.-** Forma de onda aproximada de la corriente transitoria de magnetización, para un transformador de 500KVA.

La envolvente,  $I_e$ , de los picos de la corriente transitoria de magnetización será una onda exponencial decre

ciente de la forma:

$$I_e = 16 I_{np} e^{kt}$$

$I_{np}$  = Corriente de pico de plena carga

$k$  = Constante de tiempo

(El considerar una sola constante de tiempo para toda la onda constituye una aproximación puesto que, en el período transitorio de energización el coeficiente de auto-inducción del transformador varía y con el la constante de tiempo.)

La envolvente tendrá la forma descrita al considerar tiempo cero de esa curva el instante en que se presenta el primer pico de la corriente transitoria.

Además, se conoce que después de siete ciclos el pico que se presenta es 50% del primero, o sea  $8I_{np}$ , por lo tanto:

$$8I_{np} = 16I_{np} e^{kt_1}$$

(Para 60cps: 1 ciclo = 0,0167sg.)

$$t_1 = (7 \times 0,0167) = 0,117\text{sg.}$$

$$1 = 2e^{0,117k}$$

$$0,5 = e^{0,117k}$$

$$\ln 0,5 = 0,117k$$

$$k = \frac{\ln 0,5}{0,117} = \frac{-0,69315}{0,117} = -5,92$$

$$I_e = I_{np} e^{-5,92t}$$

El tiempo requerido para que el pico de la corriente transitoria sea igual al pico de la corriente de plena carga es:

$$I_{np} = 16I_{np} e^{-5,92t_2}$$

$$e^{-5,92t_2} = \frac{1}{16}$$

$$-5,92t_2 = \text{Ln} \frac{1}{16}$$

$$t_2 = \frac{-2,76}{-5,92} = 0,466 \text{ sg.}$$

$$\text{Número de ciclos} = \frac{0,466}{0,0167} = 28$$

Por lo tanto se toma 29 picos de la corriente transitoria, conociendo que los valores " $I^2t$ " de los picos que vienen después serán despreciables puesto que el transformador debe resistirlos en forma continua.

Según la referencia bibliográfica 12, el valor " $I^2t$ " de un triángulo es:

$$"I^2t" = \frac{1}{3} i_c^2 t$$

Siendo  $i_c$  el valor de cresta, o la altura del triángulo. En el caso que se analiza para el primer pico se tiene:

$$\begin{aligned} "I^2t" &= \frac{1}{3} (16I_{np})^2 \times 0,00835 \\ &= \frac{1}{3} \times 256 I_{np}^2 \times 0,00835 = 0,714 I_{np}^2 \end{aligned}$$

A partir de este valor, con factores adecuados, se puede obtener los " $I^2t$ " para el resto de picos que se considera; y resulta  $3,957 I_{np}^2$  para la corriente transitoria de magnetización.

Para comparación se calcula la magnitud de corriente sinusoidal que debería circular en 0,5 segundos o sea en 30 ciclos para dar el mismo " $I^2t$ " que el correspondiente a la corriente transitoria de magnetización:

Para una onda sinusoidal:

$$"I^2t" = 0,5 \cdot I_{np}^2 t$$

$$3,957 I_{np}^2 = 0,5 \cdot (A \cdot I_{np})^2 \cdot 0,5$$

$$3,957 I_{np}^2 = 0,25 \cdot A^2 \cdot I_{np}^2$$

$$A^2 = 15,82$$

$$A = 3,98$$

$$i = 3,98 I_{np} \text{ sen } \omega t$$

Lo cuál significa, que la corriente transitoria de magnetización produce los mismos efectos térmicos y electromecánicos que una corriente sinusoidal de un pico cuatro veces el de la corriente de plena carga circulando durante 30 ciclos. Para transformadores de 500 KVA. las normas norteamericanas y europeas establecen que deberá resistir un cortocircuito simétrico de 25 veces la corriente de plena carga durante dos segundos, esto significa un " $I^2t$ " de:

$$"I^2t" = 0,5 \times (25 I_{np})^2 \times 2$$

$$"I^2t" = 625 I_{np}^2$$

El valor " $I^2t$ " de la corriente transitoria de magnetización es apenas un 0,63% del valor que por norma debe

resistir un transformador y el equipo a él asociado. Naturalmente que, existiendo errores por defecto este valor podría subir hasta a un 0,80% que sigue siendo pequeño para desarrollar esfuerzos mecánicos o térmicos de consideración. Por lo tanto, el efecto del fenómeno en estudio sobre el sistema, en lo que se refiere a esfuerzos que produce, es de muy poca consideración y no debe ser tomado en cuenta.

Los disyuntores empleados en la energización de un transformador, si por cualquier causa, desconectan mientras la corriente transitoria de magnetización tiene picos elevados interrumpirán una corriente de caracter muy reactivo, por cuanto el núcleo estará saturado en esa condición y el disyuntor deberá cortar el arco que se presente.

Los fusibles aplicados en serie con transformadores pueden operar con corrientes transitorias de magnetización y provocar interrupciones innecesarias del servicio, por cuanto deben operar sólo en corto circuito; por otro lado, al dimensionar el fusible con múltiplos de la corriente nominal puede incrementarse demasiado el tamaño de la protección; por estas razones la mejor manera de escoger los elementos fusibles es en base del " $I^2t$ " desarrollado por la corriente transitoria de magnetización, así por el análisis hecho para un transformador de 500KVA., el " $I^2t$ " desarrollado en el período transitorio de energización en 30 ciclos es igual que si durante ese tiempo circulara una corriente sinusoidal de un pi



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS. 3

- 1.- Skilling, H. H. "Circuitos en Ingeniería Eléctrica". Traducido por el Ing. Guillermo Martínez. Quinta reimpre-  
sión en español.  
Editorial Continental. México. (1.965).
- 2.- Wylie, C. R. "Advanced Engineering Mathematics". Segun-  
da edición. McGraw Hill. Tokio. Páginas 318 - 322.  
(1.960).
- 3.- Langsdorf, Alexander S. "Theory of Alternating Current  
Machinery". Segunda edición. Tokio. McGraw Hill.  
Páginas 55 - 57. (1.955)
- 4.- Skilling H. H. "Transient Electric Circuits". Segunda  
edición. New York. McGraw Hill. (1.952)
- 5.- Westinghouse Relay Department. "Applied Protective Rela-  
ying". Westinghouse Electric Corporation. Capítulo 6.  
(1.958).
- 6.- Roth, Arnold. "Técnica de la Alta Tensión". Traducido  
por Juan Corrales Martín de la cuarta edición alemana..  
Página 448. Editorial Labor S.A. España (1.966).
- 7.- Hayward, C. D. "Prolonged Inrush Currents with Parallel  
Transformers Affect Diferencial Relaying". AIEE Transac-  
tions. Vol. 60. (1.941).
- 8.- Seely, Samuel. "Introductorn to Electromagnetic Fields"  
McGraw Hill Book Company. Kogakusha. Páginas 211 - 213.  
(1.958).

- 9.- Knowlton, Archer E. "Standard Handbook for Electrical Engineers". McGraw Hill Book Company. Kogakusha. Novena edición. (.1.957).
- 10.- Johnson, I. B., Chairman of AIEE Committee on Switching Surges. "Switching Surges" AIEE Committee Report. AIEE Transactions, Paper 61 - 7 (1.961).
- ✶ 11.- Elzi, J. E., Chairman of AIEE Working Group, "Report on Transformer Magnetizing. Current and Its Effect on Relaying and Air Switch Operation" AIEE Committee Report. AIEE Transactions. (1.961).
- 12.- Kaufmann, Richard H. "The Magic of  $I^2t$ " IEEE Transactions Vol. IGA-2 No. 5. (Spt./Oct. 1.966).
- 13.- Hayward, C. D. "Harmonic-Current-Restrained Relays for Transformer Differential Protection" AIEE Paper. 1.940
- 14.- Switchgear Department. General Electric. "Type BDD Transformer Differential". Boletín GET-7278 (Sin fecha).
- 15.- Low Voltage Switchgear Department. General Electric. "Transformer Differential Relay with Percentage and Harmonic Restraint". Instructions for types BDD15B and BDD16B. Boletín GEH-1816 (Sin fecha)
- 16.- Westinghouse. "Transformer Differential Relays". Instructions for tipes HU and HU-1. Boletín Westinghouse I. L. 41-347.1H. (1.968)
- 17.- Swithgear Department. General Electric. "Harmonic Restraint Overcurrent Relay": Instructions for type BFC11A. Boletín GEI-98350. (Sin fecha).

- 18.- Hossbo, Beugt. "Transistorised Differential Protection for Transformers". ASEA Journal. Volumen 42. Número 5 (1.969).