

Tesis previa a la obtención del Título de
Ingeniero en la especialización de Electro
tecnia de la Escuela Politécnica Nacional.

ESTUDIO DE MOTORES POLIFASICOS
DE INDUCCION POR MEDIO DE LAS
COMPONENTES SIMETRICAS

JORGE OSWALDO SALVADOR SALVADOR

QUITO, NOVIEMBRE DE 1.974

Certifico que el presente
trabajo ha sido realizado
por el Sr. JORGE SALVADO



INGENIERO REMIGIO MALDONADO

DIRECTOR DE TESIS

D E D I C A T O R I A

A Rhyna, Laurita, Jorgito
y Pablito, este trabajo.

INDICE GENERAL

CAPITULO I

1.1.- Definición de Componentes Simétricas	1
1.2.- Aplicación del Método de las Componentes Simétricas	7
1.3.- Formulación Matricial de las Componentes Simétricas	12

CAPITULO II

2.1.- Generalidades	18
2.2.- Teoría del Funcionamiento de las Máquinas de Inducción	21
2.3.- Fuerzas Electromotrices y Corrientes en el Motor de Inducción	25
2.3.1.- Valor del Voltaje Inducido	25
2.3.2.- Resistencias y Reactancias en el estator y en el rotor	28
2.3.3.- Fuerzas Magnetomotrices	29
2.4.- Diagrama Vectorial del Motor de Inducción	30
2.5.- Circuito Equivalente del Motor de Inducción	33
2.6.- Potencia Mecánica desarrollada	39
2.7.- El Par Motor	45

C A P I T U L O I I I

P A R T E E X P E R I M E N T A L

3.1.- Determinación del Diagrama Circular para un Motor de Inducción	47
3.2.- Determinación Experimental del Diagrama Circular aproximado	52
3.2.1.- Datos de Placa del Equipo utilizado para el experimento	52
3.2.2.- Ensayo a Rotor libre	52
3.2.3.- Ensayo a Rotor bloqueado	56
3.3.- Análisis de las Características de un Motor de Inducción con voltajes desbalanceados en el Estator:	
3.3.1.- Circuito Equivalente para Secuencia Positiva	61
3.3.2.- Circuito Equivalente para Secuencia Negativa	64
3.3.3.- Aplicación Experimental de Voltajes desbalanceados al Estator de un Motor Trifásico de Inducción:	
3.3.3.1.- Análisis Matemático de los datos obtenidos experimentalmente:	
I.- Aplicación de Voltajes balanceados	67
II.- Aplicación de Voltajes desbalanceados:	
Resistencia adicional de 10 ohmios en serie con la Fase T del Estator	67

III.- Aplicación de Voltajes desbalanceados:	
Resistencia adicional de 20 ohmios en serie con la fase T del Estator	69
IV.- Aplicación de Voltajes desbalanceados:	
Resistencia adicional de 30 ohmios en serie con la fase T del Estator	71
3.3.3.2.- Método alterno para el Estudio de las Características de un Motor de Inducción con Voltajes desbalanceados en el Estator	73
Análisis del Torque	75
Análisis del Calentamiento	76
3.4.- Análisis de las Características de un Motor de Inducción con una fase del Estator en circuito abierto:	
3.4.1.- Estudio Analítico: Obtención del Circuito equivalente	77
3.4.2.- Análisis Matemático de los datos obtenidos Experimentalmente	81
3.5.- Análisis de las Características de un Motor de Inducción con Impedancias desbalanceadas en el Rotor:	
3.5.1.- Estudio Analítico: Obtención del Circuito equivalente	83
3.5.2.- Análisis Matemático de los datos obtenidos Experimentalmente	89
Cuadro de los datos obtenidos en la experimentación	93
Índice	94

CAPITULO I

1.1.- DEFINICION DE COMPONENTES SIMETRICAS

La solución de los circuitos polifásicos balanceados se realiza generalmente convirtiendo los valores de voltajes y corrientes aplicados a valores por fase y resolviendo para cualesquiera de las fases con los métodos de análisis de circuitos monofásicos. Las reacciones mutuas entre las fases pueden ser representadas por impedancias equivalentes porque la simetría del sistema determina la magnitud y posición de fase de los otros valores de voltaje y corriente. Estos, son iguales en magnitud a los de la fase considerada pero desplazados simétricamente un ángulo (θ), dependiente del número de fases.

En cambio, la solución de los circuitos polifásicos desbalanceados no permite la misma simplificación. En efecto, una de las principales causas para no poder aplicar el mismo método consiste en que no se puede definir una impedancia interna por fase, en las máquinas rotatorias, cuando el sistema es desbalanceado.

Ventajosamente, estas dificultades pueden evitarse al analizar esta clase de circuitos utilizando el método de las Componentes Simétricas. Este método se basa, en su forma más utilizada, en el Teorema de Fortescue: "Un sistema de q vectores cualesquiera puede considerarse que es el resultado de la superposición de q sistemas simétricos de q vectores". Esto quiere decir que se hace corresponder a un sistema desbalanceado q sistemas balanceados y, que las impedancias de las máquinas rotatorias

pueden definirse por cada uno de estos q vectores.

Si se aplica éste principio a un sistema trifásico se tendrá:
"Cualquier sistema trifásico no balanceado de vectores puede resolverse por medio de tres sistemas balanceados de vectores". Cada uno de estos sistemas balanceados pueden definirse de la siguiente manera:

a) Sistema trifásico de vectores de Secuencia Positiva, que tiene la misma secuencia de fase que el sistema original;

b) Sistema trifásico de vectores de Secuencia Negativa, que tiene su secuencia de fase opuesta a la secuencia de fase del sistema original, y,

c) Sistema de vectores de Secuencia Cero u Homopolar: formado por tres vectores monofásicos de igual magnitud y exactamente la misma secuencia de fase de tiempo con relación a un eje de referencia dado.

Con el objeto de aclarar los conceptos anteriores se pueden hacer las siguientes consideraciones:

Supongamos un sistema trifásico balanceado cuyas fases son a, b y c; y llamemos a sus voltajes de fase a neutro E_{a_1} , E_{b_1} y E_{c_1} . FIG. (1 a). Los valores instantáneos de estos vectores estarán representados por sus proyecciones sobre el eje horizontal. Si se asume la rotación convencional de los vectores en sentido contra-reloj, los valores instantáneos de los vectores pueden desarrollarse como se muestra en el FIG. (1 b).

El orden en el cual ocurren los valores máximos para estos vectores es abc, por cuya razón, se dice que son de secuencia positiva.

Se puede suponer, en segundo lugar, que se tiene otro sistema trifásico balanceado de vectores de voltaje E_{a_2} , E_{b_2} y E_{c_2} . FIG. (1 c). Si asumimos la misma rotación convencional, los valores instantáneos de éste sistema pueden representarse por la FIG. (1 d). El orden en el cual se obtienen los valores máximos ocurre según la secuencia acb, contraria a la anterior, y por esto se lo denomina de secuencia negativa.

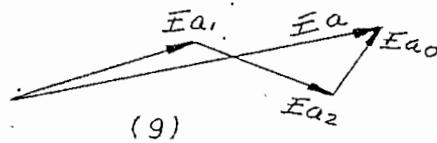
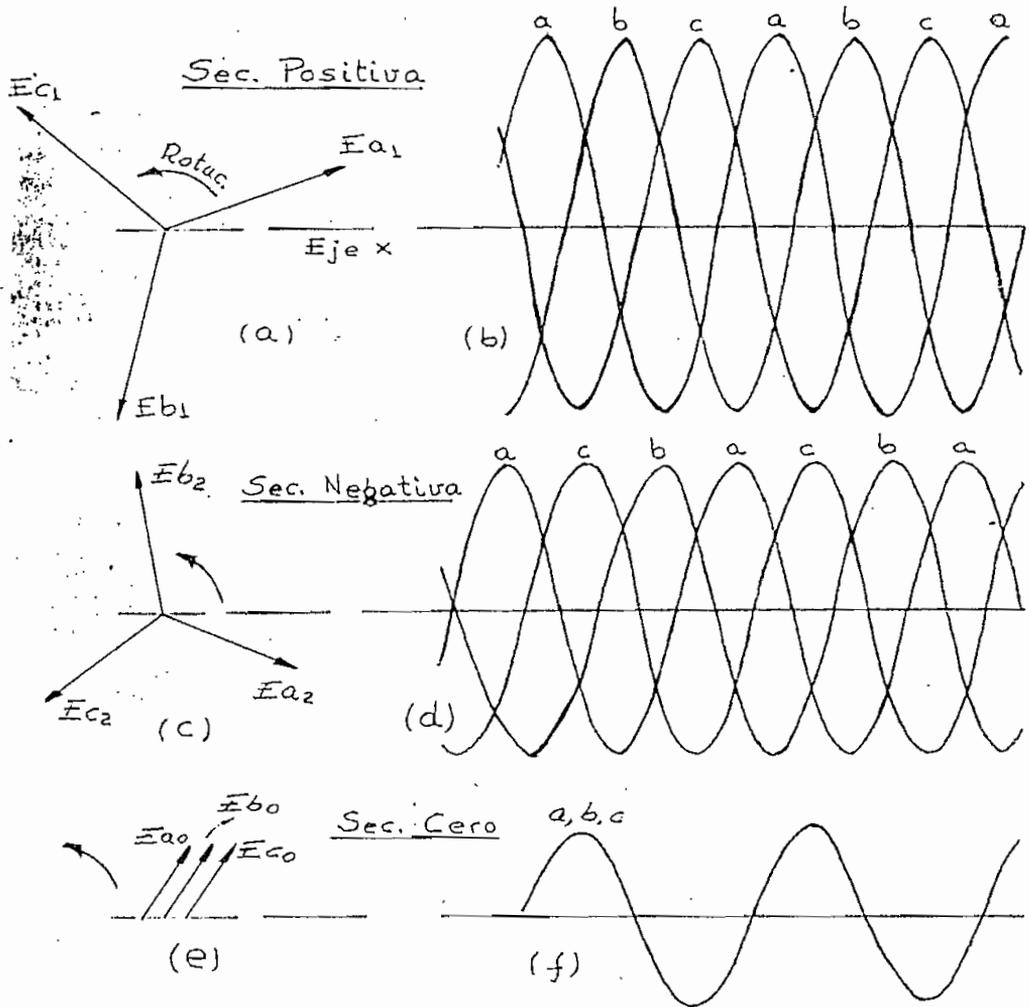
Debe anotarse que en los dos casos anteriores, los órdenes de secuencia para la obtención de los valores máximos, no tiene relación con la selección arbitraria de la dirección de rotación de los vectores.

Consideremos, por último, que se tiene un tercer sistema balanceado de vectores monofásicos de voltajes E_{a_0} , E_{b_0} y E_{c_0} . FIG. (1 e). Los vectores de éste sistema están en fase y tienen la misma magnitud. La secuencia para sus valores máximos ocurre en el mismo momento. El desarrollo de los valores instantáneos para éste sistema se muestra en la FIG. (1 f). Este sistema recibe el nombre de sistema de secuencia cero u homopolar.

Estos tres sistemas de voltajes pueden existir separadamente en tres sistemas individuales o, simultáneamente en un mismo sistema. Si tomamos la segunda posibilidad, cada voltaje de fase estará compuesto por la suma de las respectivas componentes de los sistemas de secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero. Como ilustración la FIG. (1 g). muestra el valor resultante de voltaje para la fase a.

De igual manera pueden encontrarse los valores resultantes para las fases b y c. Es evidente, de acuerdo a este análisis, que la presen-

FIGURA (1).-



cia simultanea de tres sistemas balanceados produce un sistema de vectores no balanceados. Un sistema de corrientes desbalanceadas puede, por supuesto, analizarse de la misma manera.

Uno de los propósitos del método de las Componentes Simétricas es mostrar como el sistema de tres voltajes desbalanceados puede construirse, analíticamente, a partir de las secuencias fundamentales. Otro de sus propósitos es mostrar como un sistema de tres voltajes desbalanceados puede convertirse en tres sistemas de voltajes balanceados o simétricos.

Resolver un sistema desbalanceado de vectores mediante el método de los sistemas equilibrados es simplificar el problema debido a que, a pesar de trabajar con nueve vectores, cada uno de ellos puede ser tratado separadamente dentro de un sistema balanceado. En los sistemas simétricos los voltajes y las corrientes de determinada secuencia no influyen sobre los voltajes y las corrientes de otras secuencias; las corrientes de secuencia positiva solamente producen caídas de tensión de secuencia positiva; de igual manera ocurre con las corrientes de secuencia negativa y secuencia cero.

Esta afortunada circunstancia se traduce en una considerable simplificación de todos los problemas en los cuales está involucrada una asimetría o desbalance: conductores en corto circuito, conductores a tierra (uno por uno o por pares), ó cortes en conductores.

La solución del problema dentro de las componentes simétricas tiene una ventaja adicional en que separa las cantidades dentro de las componentes respectivas, lo cual representa un mejor criterio para el con-

trol de la causa de ciertos fenómenos.

La estabilidad de las fuerzas de sincronización entre máquinas es afectada principalmente por las cantidades de secuencia positiva. El factor desmagnetizante de la corriente de armadura se mide también por medio de las cantidades de secuencia positiva, de modo que solo estas componentes son las que determinan los requerimientos de excitación. El funcionamiento de las bobinas de amortiguamiento, de calentamiento y de torque, responden a las componentes de secuencia negativa. En general, todos los fenómenos a tierra están estrechamente relacionados con las componentes de secuencia cero. Las componentes de potencia pueden resolverse mediante las componentes asociadas dentro de cada secuencia.

La mayoría de los aparatos usados en la práctica tales como generadores y condensadores, motores de inducción, y líneas de transmisión y cables son del tipo simétrico y se toman precauciones de fabricación para que cumplan con estas condiciones.

La idea del método de las componentes simétricas nació con los estudios de Ferraris y Lamme, en 1.815, al analizar el funcionamiento de un motor monofásico. Parte de este trabajo demostró que el campo establecido sobre el motor monofásico se debía a los campos producidos por flujos envolventes que giran en direcciones opuestas. Se dedujo, con posterioridad, que las corrientes desbalanceadas de las máquinas trifásicas se debían a la acción de dos sistemas de componentes que ahora se conoce como las componentes de secuencia positiva y secuencia negativa. Esta propiedad la utilizó E. F. W. Alexanderson en su trabajo sobre estabilizadores de fase.

L.G. Stokvis utiliza la propiedad al tratar de determinar la regulación del generador de voltaje, en función de las corrientes de fase. En su estudio Stokvis consideró sistemas de vectores que producen ciertos efectos determinados dentro de la máquina: un sistema de vectores que produce un campo rotatorio positivo, otro sistema que produce un campo rotatorio negativo y, un sistema que él consideró debía producir un campo pulsatorio. No consideró, sin embargo, una nueva clase de componente (la componente de secuencia cero) la cual no produce ni un campo rotatorio ni un campo pulsatorio.

La componente de secuencia cero fué reconocida por Fortescue quien generalizó el método para resolver toda clase de circuitos polifásicos. El concepto general de las Componentes Simétricas se debe al estudio y a los trabajos realizados por Fortescue, R. E. Gilman, J. F. Peters, J. Slepian y otros sobre características de motores monofásicos, motores polifásicos con voltajes desbalanceados, motores y generadores síncronos y balanceadores de fase para la electrificación de trenes monofásicos.

1.2.- APLICACION DEL METODO DE LAS COMPONENTES SIMETRICAS

Al estudiar el método desarrollado por Fortescue es necesario considerar sus aplicaciones. Primero, para sistemas comerciales trifásicos en los cuales se tiene siempre simetría excepto para un desbalanceamiento en un punto particular, tal como un punto de falla; y segundo, para el caso general de un sistema que puede ser asimétrico en todas sus partes.

Para los sistemas comerciales se han de tomar en cuenta los siguientes hechos fundamentales:

a) La introducción de la componente de secuencia cero: esto hizo posible el desarrollo o resolución de un sistema desbalanceado por medio de tres sistemas balanceados;

b) La demostración de que, en aquella parte del sistema que es simétrica, las corrientes y voltajes de determinada secuencia no tienen influencia sobre las corrientes o voltajes de las otras secuencias. El reconocimiento de este hecho es importante ya que de él se deducen las bases para poder determinar las corrientes de corto circuito en los sistemas comerciales con fallas desbalanceadas; y

c) El asignar a líneas y aparatos valores de impedancias propias de cada secuencia. Estas, son cantidades fijadas independientemente unas de otras, e independientemente del carácter o la totalidad del desbalanceamiento.

El método general de análisis también es aplicable a sistemas en los cuales la asimetría es total. Este caso requiere de constantes adicionales y de algunas relaciones más complicadas para definir las reacciones entre las cantidades de diferente secuencia en las partes asimétricas del sistema. Fortescue demostró que la obtención de tales relaciones se simplifica al utilizar el "operador de secuencia".

Antes de definir éste operador de secuencia recordemos algunos principios fundamentales del álgebra compleja:

Refiriéndonos a la FIG. (2), el punto P situado en el plano comple-

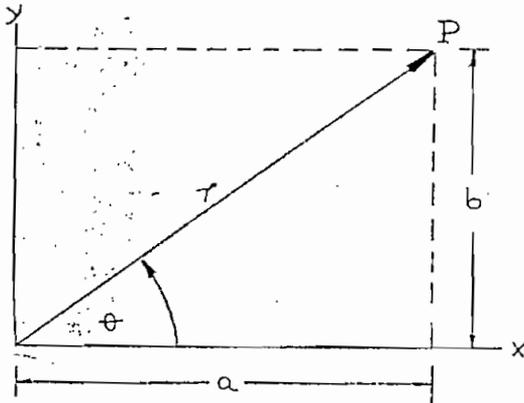


FIG. (2).- Representación del número complejo.

jo puede ser representado por:

$$P = (a + jb) = r(\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta)$$

donde: a es el valor de la abscisa, b el valor de la ordenada, y r representa la distancia del origen al punto P.

Para facilitar el cálculo de algunas expresiones complejas es muy conveniente representar el número complejo en forma exponencial. Para obtener esta expresión recordemos la función exponencial e^x , la cual puede desarrollarse por medio de la fórmula de Maclaurin: (*)

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

Si en este desarrollo hacemos $x = j\theta$, tendremos:

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta + \frac{j^2\theta^2}{2!} + \frac{j^3\theta^3}{3!} + \frac{j^4\theta^4}{4!} + \dots + \frac{j^n\theta^n}{n!}$$

y, como: $j = \sqrt{-1}$; $j^2 = -1$; $j^3 = -j$; $j^4 = 1$; $j^5 = j$; $j^6 = -1$

se tendrá:

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - \frac{j\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{j\theta^5}{5!} - \frac{\theta^6}{6!} \dots$$

La cual, por agrupación de términos reales e imaginarios resulta:

$$e^{j\theta} = \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots\right) + j\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots\right)$$

Se observará que los términos entre paréntesis corresponden a los valores del coseno y del seno de un ángulo, al ser desarrollados cada uno de ellos por medio de la fórmula de Maclaurin.

De manera que:

$$e^{j\theta} = (\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta)$$

Y, por tanto:

$$P = (a + jb) = r(\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta) = r e^{j\theta}$$

La expresión $(r e^{j\theta})$ representa la forma exponencial de un vector de magnitud r y ángulo (θ) . Este teorema es muy importante para la variable compleja y se le conoce con el nombre de Teorema de Euler.

Volviendo ahora al término "operador de secuencia", si en la expresión de Euler hacemos $(r = 1)$ y, considerando que vamos a trabajar con sistemas trifásicos desbalanceados que pueden resolverse mediante sistemas trifásicos balanceados, haremos $(\theta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ)$, logrando que:

$$1 e^{j\frac{2\pi}{3}} = \alpha$$

sea un operador unitario que hace girar a un vector 120° en adelante con respecto a un eje de referencia; y

$$1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \alpha^{-1}$$

será un operador unitario que hace girar a un vector 120° en atraso con respecto al mismo eje de referencia.

Las potencias de este operador unitario son:

$$\alpha^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad \alpha^3 = 1 \quad ; \quad \alpha^4 = \alpha$$

$$\alpha^{-1} = \alpha^2 ; \quad \alpha^{-2} = \alpha ; \quad \alpha^{-3} = 1$$

Y, resumiendo:

$$\alpha = \alpha^4 = \alpha^{-2}$$

$$\alpha^2 = \alpha^{-1}$$

$$\alpha^3 = \alpha^{-3} = 1$$

(*) FORMULA DE MACLAURIN:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \dots$$

En la cual: $f(x)$ es la función dada; $f(0)$ es el valor de la función para $x=0$; y $f'(0)x$, $f''(0)x^2$, etc., son la primera, segunda, tercera derivada, cuando $x=0$.

1.3.- FORMULACION MATRICIAL DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

El problema de integrar tres conjuntos de componentes simétricas, para formar un conjunto balanceado, no reviste mayor complejidad. El proceso inverso o sea, encontrar los sistemas de secuencia positiva, negativa y cero, a base de un sistema de valores desbalanceados es otra cosa.

Ya se indicó que los voltajes E_a , E_b y E_c del sistema desbalanceado estaban compuestos por los respectivos valores, de cada fase, de los sistemas balanceados de secuencias positiva, negativa y cero.

Es factible entonces formar un sistema de ecuaciones expresando estas sumas:

$$\left. \begin{aligned} E_a &= E_{a_1} + E_{a_2} + E_{a_0} \\ E_b &= E_{b_1} + E_{b_2} + E_{b_0} \\ E_c &= E_{c_1} + E_{c_2} + E_{c_0} \end{aligned} \right\} \text{(I)}$$

En la FIG. (3) se muestra el método gráfico para encontrar los valores de E_a , E_b y E_c .

De acuerdo con las figuras (1 a), (1 c) y (1 e), podemos escribir las siguientes igualdades:

$$E_{b_1} = \alpha^2 E_{a_1} \quad \text{y} \quad E_{c_1} = \alpha E_{a_1} \quad (1)$$

$$E_{b_2} = \alpha E_{a_2} \quad \text{y} \quad E_{c_2} = \alpha^2 E_{a_2} \quad (2)$$

Estos valores reemplazados en el sistema (I) nos dan:

$$\left. \begin{aligned} E_a &= E_{a_1} + E_{a_2} + E_{a_0} & (3) \\ E_b &= \alpha^2 E_{a_1} + \alpha E_{a_2} + E_{a_0} & (4) \\ E_c &= \alpha E_{a_1} + \alpha^2 E_{a_2} + E_{a_0} & (5) \end{aligned} \right\} \text{(II)}$$

A base de operaciones sencillas en el sistema (II) podemos encontrar los valores de Ea_1 , Ea_2 y Ea_0 , en función de los valores de los voltajes desbalanceados Ea , Eb y Ec .

Determinación de Ea_0 :

Sumando las ecuaciones (3), (4) y (5) del sistema (II), tenemos:

$$Ea + Eb + Ec = Ea_1 (1 + \alpha^2 + \alpha) + Ea_2 (1 + \alpha + \alpha^2) + 3 Ea_0$$

$$\text{y como: } (1 + \alpha + \alpha^2) = 0$$

Podemos escribir que:

$$Ea_0 = \frac{Ea + Eb + Ec}{3} \quad (6)$$

Determinación de Ea_1 :

Multiplicando las ecuaciones (4) y (5) del sistema (II) por α y α^2 respectivamente, y sumando estas nuevas ecuaciones con la ecuación

(3):

$$Ea + \alpha Eb + \alpha^2 Ec = Ea_1 (1 + \alpha^3 + \alpha^3) + Ea_2 (1 + \alpha^2 + \alpha^4) + Ea_0 (1 + \alpha + \alpha^2)$$

$$\text{Como: } \alpha^3 = 1 \quad ; \quad \alpha^4 = \alpha$$

Se tiene que:

$$Ea_1 = \frac{Ea + \alpha Eb + \alpha^2 Ec}{3} \quad (7)$$

Determinación de Ea_2 :

Multiplicando las ecuaciones (4) y (5) del sistema (II) por α^2 y α respectivamente, y haciendo la suma de estas ecuaciones con la ecuación (3):

$$Ea + \alpha^2 Eb + \alpha Ec = Ea_1 (1 + \alpha^4 + \alpha^2) + Ea_2 (1 + \alpha^3 + \alpha^3) + Ea_0 (1 + \alpha + \alpha^2)$$

Luego:

$$Ea_2 = \frac{Ea + \alpha^2 Eb + \alpha Ec}{3} \quad (8)$$

Las ecuaciones (6), (7) y (8) muestran que es posible, a partir de los voltajes de un sistema trifásico desbalanceado, obtener las componentes de los sistemas balanceados de secuencias positiva, negativa y cero.

Estos mismos valores pueden obtenerse por matrices de la siguiente manera:

El sistema de ecuaciones (I), puede representarse por medio de matrices, con el siguiente arreglo:

$$\begin{bmatrix} Ea \\ Eb \\ Ec \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ea_1 \\ Ea_2 \\ Ea_0 \end{bmatrix}$$

$$[E] = [T] [Es]$$

[E] Será la matriz de los voltajes de régimen desequilibrado;

[T] Es la matriz de transformación, en el sentido que transforma la matriz de las componentes simétricas, en otra nueva; y

[Es] Es la matriz de las componentes simétricas de voltaje.

Como debemos encontrar los valores de los voltajes simétricos en

función de los valores de los voltajes E_a , E_b y E_c , tenemos que encontrar la matriz inversa de la matriz de transformación:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

La matriz transpuesta de $[T]$ es:

$$[T]^T = \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Y, la matriz adjunta de $[T]^T$ es:

$$\begin{aligned} \text{Adj } [T]^T &= \begin{bmatrix} (\alpha - \alpha^2) & -(1 - \alpha^2) & (1 - \alpha) \\ -(\alpha^2 - \alpha) & (1 - \alpha) & -(1 - \alpha^2) \\ (\alpha^4 - \alpha^2) & -(\alpha^2 - \alpha) & (\alpha - \alpha^2) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (\alpha - \alpha^2) & (\alpha^2 - 1) & (1 - \alpha) \\ (\alpha - \alpha^2) & (1 - \alpha) & (\alpha^2 - 1) \\ (\alpha - \alpha^2) & (\alpha - \alpha^2) & (\alpha - \alpha^2) \end{bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

Luego, la matriz inversa de $[T]$ será:

$$[T]^{-1} = \frac{\text{Adj } [T]}{|T|}$$

$$[\mathbb{T}]^{-1} = \frac{(\alpha - \alpha^2) \times \begin{bmatrix} 1 & (\alpha^2 - 1) & (1 - \alpha) \\ 1 & (1 - \alpha) & (\alpha^2 - 1) \\ 1 & (\alpha - \alpha^2) & (\alpha - \alpha^2) \end{bmatrix}}{|\mathbb{T}|} \quad (13)$$

El valor del determinante de la matriz de transformación es:

$$|\mathbb{T}| = (\alpha - \alpha^2) - (\alpha^2 - \alpha) + (\alpha^4 - \alpha^2) = 3(\alpha - \alpha^2) \quad (14)$$

Con algunas transformaciones elementales en la matriz adjunta, podemos obtener la matriz inversa:

Multiplicando las columnas (2) y (3) por $-\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$ y simplificando se tiene:

$$[\mathbb{T}]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -(\alpha + 1) & 1 \\ 1 & 1 & -(\alpha + 1) \\ 1 & \alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad (15)$$

Y como: $-(\alpha + 1) = \alpha^2$

Podemos escribir:

$$[\mathbb{T}]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Dividiendo las columnas (2) y (3) por α y considerando que:

$\alpha^{-1} = \alpha^2$ se tendrá finalmente:

$$[T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Pudiendo concluir que:

$$\begin{bmatrix} Ea_1 \\ Ea_2 \\ Ea_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ea \\ Eb \\ Ec \end{bmatrix} \quad (18)$$

Y, realizando la multiplicación de las matrices del segundo miembro:

$$Ea_1 = \frac{1}{3}(Ea + \alpha Eb + \alpha^2 Ec)$$

$$Ea_2 = \frac{1}{3}(Ea + \alpha^2 Eb + \alpha Ec)$$

$$Ea_0 = \frac{1}{3}(Ea + Eb + Ec)$$

Que son los valores encontrados por el método anterior.

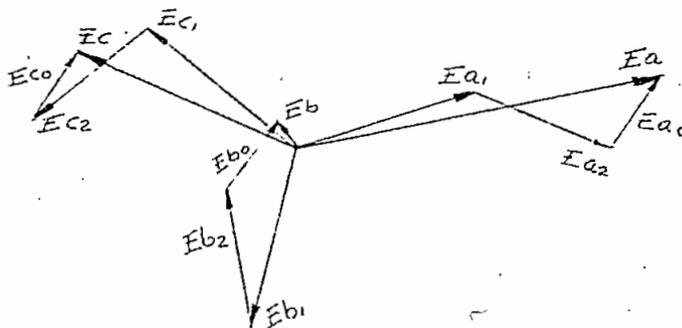


FIG. (3).- Obtención de los valores de Ea , Eb y Ec .

CAPITULO II

PROPIEDADES FUNDAMENTALES Y CARACTERISTICAS DE LOS MOTORES TRIFASICOS DE INDUCCION

2.1.- GENERALIDADES

El motor de inducción es un transformador universal, no solo cuando el rotor está inmóvil, sino también cuando está girando. En él experimentan transformaciones la corriente, el voltaje, el número de fases, la frecuencia y el tipo de energía. Difiere del transformador estático en que su circuito magnético está dividido en dos partes por el entrehierro; la primera de ellas lleva el devanado primario, y, la otra, el devanado secundario. Además, entre sus circuitos primario y secundario existe un movimiento relativo.

Los modelos iniciales de motores de inducción fueron realizados por Ferraris y Tesla en trabajos independientes. El primero de ellos desarrolló un modelo elemental que consistía de dos electroimanes fijos colocados radialmente sobre un soporte común y de un cilindro concéntrico de cobre. Los campos magnéticos eran alternos, con un desplazamiento de 90° y con un desfase de un cuarto de ciclo. FIGURA (4). El movimiento del cilindro de cobre era producido por la reacción que las corrientes inducidas ejercían sobre el campo magnético.

Tesla, por otro lado, imaginó ya la existencia del campo magnético giratorio y lo aplicó a su modelo. Este consistía de un inducido con un a-

recorrido cerrado, en el cual la corriente se establecía no por conducción sino por inducción electromagnética. Lógicamente, el inducido no estaba provisto de colector ni escobillas, que eran consideradas partes esenciales de la máquina. FIG. (5).

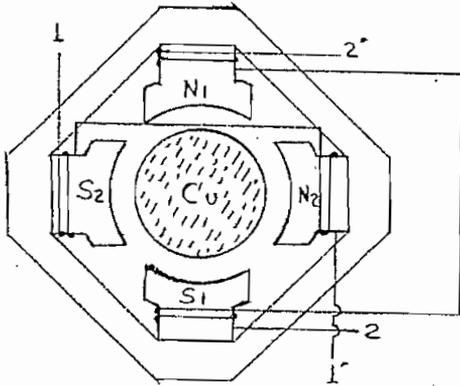


FIG. (4).- Motor Ferraris

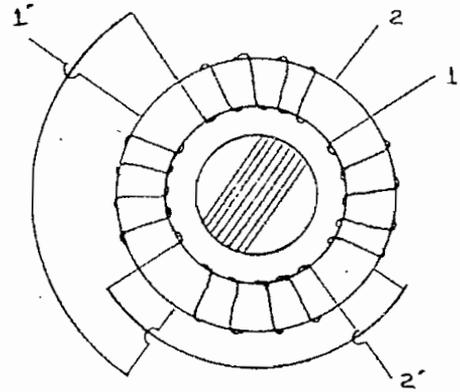


FIG. (5).- Motor Tesla

En su forma mas general el motor de inducción consta de una parte fija: el estator, y de una parte móvil: el rotor. Estas partes esenciales de la máquina sirven de soportes a los bobinados que reciben la energía, directamente de la fuente de alimentación ó, por inducción.

El estator de la máquina de inducción está construido de chapas de acero al silicio, con ranuras en su superficie cilíndrica interior para recibir o acomodar las bobinas de excitación. Cuando las características nominales de trabajo son considerables, las ranuras tienen caras laterales paralelas para facilitar la inserción de las bobinas. En motores medianos o pequeños, estas ranuras son parcialmente cerradas para reducir la longitud efectiva del entrehierro. Generalmente, las ranuras del estator se -

construyen paralelas al eje del rotor.

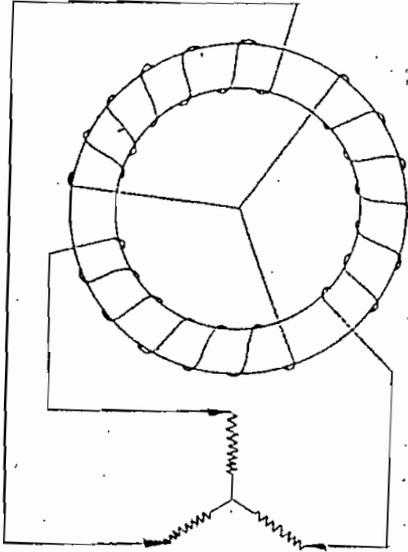


FIG. (6).- Rotor devanado con reóstato de arranque.

El rotor de este tipo de máquina es cilíndrico y está ranurado en su periferie. Las ranuras sopcrtan el inducido que puede ser: devanado de fase cuyo arrollamiento es el mismo tipo del estator, FIG. (6); y de cortocircuito o jaula de ardilla. El inducido de jaula de ardilla para máquinas pequeñas se construye generalmente de aluminio fundido, formando una unidad con las abrazaderas de sujeción. En

máquinas de mayor tamaño consiste de barras de cobre fuertemente soldadas a las abrazaderas. En forma general, las chapas del rotor se construyen de tal manera que sus ranuras tengan cierta oblicuidad con respecto al eje a fin de eliminar la vibración y el efecto de bloqueo.

Las bobinas de un rotor devanado de fase deben ser equilibradas y sus conexiones deben ser de tal naturaleza que produzcan el mismo número de polos que el devanado del estator. Los terminales de las bobinas salen al exterior por medio de anillos deslizantes que se conectan a un reóstato equilibrado.

Como se ha indicado anteriormente, el bobinado primario recibe la energía de la fuente de alimentación y el bobinado secundario la recibe por inducción. En algunos casos, cuando la tensión de la línea de alimen-

tación es elevada y la corriente del secundario considerable, es conveniente colocar el primario en el rotor y el secundario en el estator; de esta manera, la pequeña corriente del primario circulará por los anillos deslizantes y la gran corriente del secundario se puede llevar hasta el reóstato directamente desde los terminales de las bobinas.

El núcleo del estator va firmemente sujetado a la carcasa, y esta, con el soporte del motor y las placas laterales sirven para transmitir el par a la bancada, para soportar los cojinetes y para proteger al núcleo y a las bobinas del inducido. La parte exterior del motor y su construcción pueden tener diferentes formas de acuerdo al trabajo al cual el motor vaya a ser destinado.

En cuanto al número de ranuras en el estator y en el rotor existen ciertas limitaciones determinadas principalmente por la frecuencia de pulsación que tendría el flujo resultante. Este efecto, que introduciría pérdidas adicionales en el núcleo, se produce cuando el número de ranuras del estator es igual al número de ranuras del rotor ya que la reluctancia del circuito magnético conjunto tendría un valor mínimo cuando los dientes estén frente a dientes y, un valor máximo, cuando los dientes estén frente a ranuras durante un intervalo de tiempo muy pequeño.

2.2.- TEORIA DEL FUNCIONAMIENTO DE LAS MAQUINAS DE INDUCCION

El análisis de las características del funcionamiento de las máquinas de inducción puede hacerse por diferentes métodos.

Uno de ellos utiliza el campo magnético giratorio como característica principal; este método es el clásico y, en muchos aspectos, es el más práctico. Supongamos para efectos del análisis un motor trifásico de inducción; el devanado primario estará construido para ser alimentado con corriente alterna trifásica desde la fuente, por medio de bobinas multipolares iguales, espaciadas a un tercio del paso polar. Al superponerse los campos magnéticos, estacionarios pero alternos, debidos al bobinado primario se obtendrá un campo resultante sinusoidalmente distribuido y que girará con la frecuencia de la red.

La diferencia de tiempo que las corrientes del estator tardan en alcanzar sus valores máximos determina el tiempo que el valor máximo del campo demora en pasar de una fase a otra. El sentido de rotación del campo dependerá de la secuencia de las corrientes de excitación y, por tanto, se podrá invertir al permutar las conexiones de una fase del estator.

Si el rotor está en circuito abierto, el campo resultante inducirá en el devanado secundario una fuerza electromotriz de la misma frecuencia de la red de alimentación.

Si se cierra el circuito de las bobinas del rotor circulará una corriente por sus arrollamientos y, la componente activa de esta corriente, estará en fase con el voltaje inducido. La interacción electromagnética del flujo creado por la corriente en el devanado secundario con el flujo desarrollado en el estator, dará lugar al desplazamiento circular del rotor.

Una ilustración del fenómeno descrito puede verse en la FIG. (7) en

la cual, por sencillez, se considera un solo conductor.

Con el objeto de facilitar el análisis se puede suponer:

- a) Que a cada fase del estator se aplica un voltaje sinusoidal que alterna a la frecuencia (f_1) de la red;
- b) Que el flujo (ϕ) por polo se distribuye sinusoidalmente en el espacio del entrehierro y que gira a la velocidad de sincronismo; y
- c) Que el secundario tiene un devanado bobinado construido para el mismo número de polos que el primario, pero que tiene (m_2) fases, en lugar de las (m_1) fases del primario. FIG. (8).

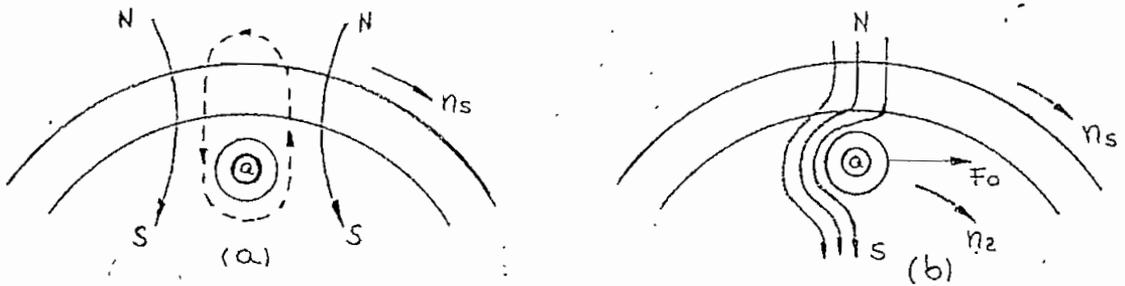


FIG. (7).- Principio de funcionamiento del motor de inducción: a) Rotor en circuito abierto; b) Rotor cortocircuitado.

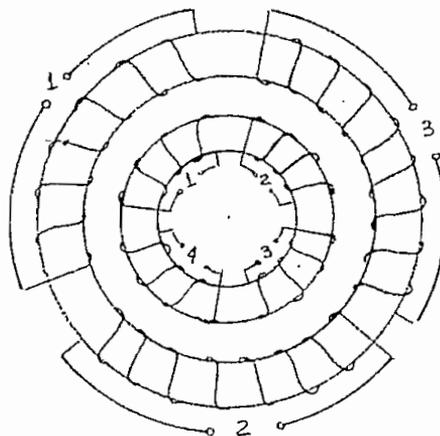


FIG. (8).- Estator y rotor devanados para diferente número de fases.

Si p representa el número de polos, la velocidad sincrónica del flujo puede expresarse por:

$$n_s = \frac{120 f_1}{p} \quad (\text{r.p.m}) \quad (19)$$

La interacción electromagnética entre el estator y el rotor es posible solamente si existe una diferencia entre la velocidad de rotación del campo (n_s) y la velocidad de rotación del inducido (n_2), ya que si las dos velocidades fueran iguales el campo permanecería fijo con respecto al rotor.

La velocidad con la que el campo magnético corta a los conductores del secundario es igual a la diferencia entre la velocidad del campo y la velocidad real del rotor. A la relación entre la velocidad relativa del campo, respecto al rotor, y la velocidad sincrónica se llama deslizamiento. El deslizamiento se representa por s y puede expresarse por las siguientes relaciones:

$$s = \frac{n_s - n_2}{n_s} \quad (20)$$

$$n_2 = (1-s) n_s$$

donde: (n_s) velocidad de sincronismo del campo; y

(n_2) velocidad real del rotor.

La diferencia entre la velocidad de sincronismo y la velocidad real produce el mismo efecto que si el rotor estuviera fijo y el campo girando a una velocidad $n = n_s - n_2$, y esta consideración, da lugar a analizar al motor de inducción como un transformador.

2.3.- FUERZAS ELECTROMOTRICES Y CORRIENTES EN EL MOTOR DE INDUCCION

El efecto del campo giratorio sobre el primario será equivalente a considerar que cada fase es enlazada por un flujo constante, de magnitud (ϕ) , alterno a la frecuencia (f_1) ; en cambio, respecto al rotor que gira a una velocidad (n_2) , el efecto sería equivalente al producido por un flujo constante, de magnitud (ϕ) y alterno a la frecuencia de deslizamiento (sf_1) .

2.3.1.- VALOR DEL VOLTAJE INDUCIDO

Si se tiene un conductor de longitud (ℓ) , girando a una velocidad (v) , dentro de un campo magnético de densidad uniforme (B_m) , el voltaje inducido será:

$$e = B \ell v \quad (21)$$

Si una espira gira a una velocidad tangencial $(v = \pi D n_s)$, cortando la componente radial de un campo de densidad magnética (B) , el voltaje inducido en la espira será:

$$e = B \ell v = \ell (B_m \sin \theta) (\pi D n_s) \quad n_s = \text{r.p.s} \quad (22)$$

Y si se considera una bobina compuesta de (N) espiras:

$$e = 2N (\pi D n_s) (B_m \sin \theta) \ell \quad (23)$$

Al suponer un campo uniforme:

$$B_m = \frac{\phi}{D \cdot \ell} \quad (24)$$

Lo cual reemplazando en la Ec. (23) nos dará:

$$e = 2N \pi n_s \phi \sin \theta \quad (25)$$



Cuyo valor máximo se tendrá para $\theta = 90^\circ$

$$E_m = 2\pi N n_s \phi \quad (26)$$

Siendo su valor eficaz:

$$E = \sqrt{2} \pi N n_s \phi = 4.44 n_s \cdot N \cdot \phi \quad (27)$$

En una máquina multipolar la fuerza electromotriz inducida será $(p/2)$ veces la fuerza electromotriz inducida en una bobina:

$$e = 2\pi (p/2) N \cdot n_s \cdot \phi \sin \theta = 2\pi f N \phi \sin \theta \quad (28)$$

Como el devanado del rotor de un motor de inducción es generalmente del tipo distribuido, de dos capas, y de paso fraccionario, la fuerza electromotriz inducida se verá afectada por los factores de anchura $(k_a)^*$ y de paso $(k_p)^{**}$.

Se deduce, por tanto, que cuando el rotor está en reposo la fuerza electromotriz desarrollada en cada fase del primario y del secundario pueden expresarse por:

$$E_1 = 4.44 k_{a1} \cdot k_{p1} \cdot f_1 \cdot N_1 \cdot \phi \quad (29)$$

$$E_2 = 4.44 k_{a2} \cdot k_{p2} \cdot f_1 \cdot N_2 \cdot \phi \quad (30)$$

Y, en condiciones de funcionamiento, cuando el deslizamiento es s :

$$E_2' = 4.44 k_{a2} \cdot k_{p2} \cdot f_2 \cdot N_2 \cdot \phi \quad (31)$$

en donde: (N_1) y (N_2) representan el número de espiras por fase; y

(ϕ) representa el flujo magnético por polo, en webers.

(*) DEVANADOS DISTRIBUIDOS: se denomina al devanado en el cual los conductores de una misma bobina, que están bajo la influencia inductiva de un po-

lo magnético, ocupan, no la misma ranura, sino ranuras adyacentes. La fuerzaelectromotriz de cada una de ellas estaría desfasada respecto a la de la anterior por un pequeño ángulo (γ) entre ranuras contiguas y, la fuerzaelectromotriz total de la bobina será menor que para una bobina todás sus espiras en la misma ranura. Los aspectos favorables del devanado distribuido son: una forma de onda que se acerca más a la sinusoidal, una reacción menor del inducido y una ganancia en cuanto a la refrigeración pues se amplía el área de la bobina. Al factor de reducción de los devanados distribuidos se los denomina FACTOR DE ANCHURA y puede expresarse por:

$$k_a(r) = \frac{\text{sen}(q\gamma/2)}{q \text{sen}(\gamma/2)}$$

en donde: q = es igual al número de ranuras por polo; y

$$r = 1, 2, 3, 4, 5, \dots\dots\dots$$

(* *) DEVANADOS DE PASO FRACCIONARIO: se denomina a los bobinados en los cuales el espacio de centro a centro de las bobinas que forman una gama de fases, es menor que el paso polar. Son usados para mejorar la forma de onda de la fuerzaelectromotriz inducida, para obtener economía en el cobre y una mejor rigidez de las bobinas pues sus terminales son mas cortos. El inconveniente de mayor importancia es que reduce la magnitud de la fuerza electromotriz inducida.

Al factor de reducción, de este tipo de devanados, se lo designa por ($k_p(r)$) y puede representarse por:

$$k_p(r) = \text{sen} \frac{\pi \cdot r \cdot x}{2}$$

en donde: X = la relación del devanado fraccionario; y

$$r = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

2.3.2.- RESISTENCIAS Y REACTANCIAS EN EL ESTATOR Y EN EL ROTOR

La resistencia activa del rotor de un motor de inducción puede considerarse constante, tanto para el rotor fijo como para el rotor en movimiento, si se desprecian el efecto pelicular y el cambio de resistencia por calentamiento.

Respecto a la inductancia del mismo, cuando el rotor está parado su valor es: $X_2 = 2\pi f_1 L_{\sigma_2}$, donde L_{σ_2} es la inductancia debida al flujo de dispersión del secundario. Como el flujo de dispersión del rotor, casi en su totalidad, circulan por el aire, L_{σ_2} puede tomarse como constante.

Cuando se cierra el circuito del rotor circula la corriente I_2 y, debido al deslizamiento: $f_2 = s f_1$. En estas condiciones: $X_2 = 2\pi f_2 L_{\sigma_2} = s X_2$, es decir, que la reactancia del devanado del rotor, cuando éste está girando, es igual a la reactancia del rotor en reposo multiplicada por el deslizamiento.

Al circular la corriente (I_2) por el secundario debe crear un flujo de dispersión (ϕ_{σ_2}), y encuentra una resistencia (R_2), por tanto, en el devanado del rotor existe una fuerza electromotriz (sE_2) debida al flujo principal (ϕ) y, una fuerza electromotriz de dispersión (E_{σ_2}) = $(-jI_2 \cdot sX_2)$; si se aplica al circuito secundario la segunda Ley de Kirchhoff, se puede concluir que:

$$s E_2 - j I_2 \cdot s X_2 = I_2 R_2 \quad (33)$$

o también su equivalente:

$$s E_2 = I_2 \cdot Z_{2s} \quad (34)$$

de donde:

$$I_2 = \frac{s E_2}{\sqrt{R_2^2 + s^2 \cdot X_2^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2/s)^2 + X_2^2}} \quad (35)$$

(X_2) es la reactancia por fase del secundario a la frecuencia (f_1).

La primera fórmula nos dice que la fuerza electromotriz activa del secundario tiene frecuencia de deslizamiento y un valor reducido, que actúa sobre un circuito de resistencia constante y de reactancia variable, (f_2 varía con la velocidad del rotor).

2.3.3.- FUERZAS MAGNETOMOTRICES

La segunda fórmula para el valor de la corriente secundaria pone en evidencia que su magnitud se debe a una resistencia variable con el deslizamiento y una reactancia constante. Las magnitudes de (E_2) e (I_2), para este caso, estarán a la frecuencia de la línea de alimentación.

De la segunda interpretación de la fórmula (35) se puede concluir que, teniendo (I_1) e (I_2) la misma frecuencia (f_1), las fuerzas magnetomotrices de los bobinados están realmente fijas y pueden combinarse, como en el transformador estático, para obtener una fuerza magnetomotriz resultante que establecerá el flujo en el circuito magnético.

- Las fuerzas magnetomotrices del primario y del secundario pueden

entonces expresarse por las igualdades:

$$\Delta_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} k_{a1} \cdot k_{p1} \cdot m_1 \cdot N_{p1} \cdot I_1 = N'_1 \cdot I_1 \quad (36)$$

$$\Delta_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} k_{a2} \cdot k_{p2} \cdot m_2 \cdot N_{p2} \cdot I_2 = N'_2 \cdot I_2 \quad (37)$$

en donde (m_1) y (m_2) representarán el número de fases del primario y del secundario; y, (N_{p1}) y (N_{p2}) serán los números de espiras por polo y por fase de los bobinados primario y secundario.

Como la analogía con el transformador es evidente, al considerar que $(I_2 = 0)$, el devanado primario requerirá de una corriente magnetizante, por fase, (I_0) , necesaria solamente para mantener el flujo y la condición de equilibrio que deberá cumplirse será:

$$N'_1 \cdot I_1 + N'_2 I_2 = N'_1 I_0 \quad (38)$$

ó, expresada de otra manera:

$$I_1 + \frac{N'_2}{N'_1} I_2 = I_0 \quad (39)$$

2.4.- DIAGRAMA VECTORIAL DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN

Si se considera al motor de inducción como un transformador alimentado por una fuente alterna trifásica equilibrada y, además, que las fases tienen devanados idénticos, será necesario hacer el diagrama vectorial para una sola fase ya que los de las restantes serán iguales pero con un desplazamiento de 120° .

En la FIG. (9), si (E_1) es el voltaje aplicado a cada fase del estator e (I_1) es la corriente primaria, (I_1) retrasará un ángulo (θ)

a E_1 . Como las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 son alternas a la frecuencia de la línea, estarán retrasadas 90° respecto al flujo magnetizante común. E_2 hará circular por el devanado secundario una corriente I_2 que retrasará un ángulo θ_2 respecto a E_2 . El ángulo θ_2 corresponde a las condiciones de rotor en movimiento y estará determinado por $\text{tg. } \theta_2 = X_2 / R_2 / s$.

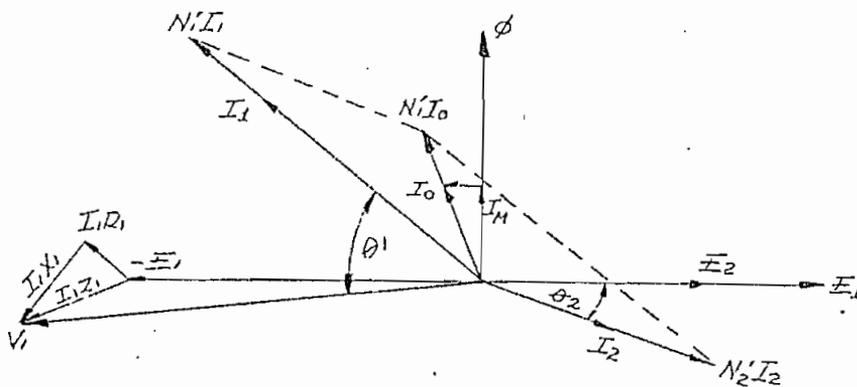


FIG. (9).- Diagrama vectorial para una fase de un motor de inducción.

Debido a que las fuerzas magneto motrices del primario y del secundario se combinan para formar una fuerza magneto motriz resultante que, a su vez, es la que genera el flujo común, se tendrá: $N'_1 I_1 + N'_2 I_2 = N'_1 I_0$ lo cual significa que $N'_1 I_1$ y $N'_2 I_2$ deben ser los lados de un paralelogramo cuya diagonal será $N'_1 I_0$.

La componente de corriente I_0 debería estar en fase con el flujo, pero debido a las pérdidas en el hierro (histéresis), adelantará al flujo en un pequeño ángulo, es decir, que I_0 debe estar compuesta por la verdadera corriente magnetizante I_M y la pequeña componente I_{e+h} para satisfacer las pérdidas en el hierro.

El voltaje V_1 , por fase del estator, debe ser suficiente para

compensar la fuerza electromotriz E_1 y la caída por impedancia de dispersión en el primario $I_1 (R_1 + jX_1)$. El voltaje verdaderamente inducido en el secundario, a la frecuencia de deslizamiento, es (sE_2) y se consume totalmente en la caída por impedancia del secundario $I_2 (R_2 + jX_2)$.

El voltaje del secundario, que correspondería a una velocidad particular del rotor, es $(1 - s)E_2$ y, este, al ser multiplicado por I_2 y por el coseno del ángulo θ_2 , proporcionará la expresión de la potencia útil del motor, que es la que produce el par.

Para rotor estacionario ($s = 1$), el voltaje total V_1 se aplica al primario y secundario y circula una corriente considerable a un factor de potencia bajo; cuando el rotor adquiere velocidades más elevadas s disminuye, R_2/s se hace mayor que X_2 ; I_2 se reduce y el coseno de θ_2 alcanza su valor máximo. Si el motor continuara trabajando en vacío, se aceleraría hasta alcanzar la velocidad de sincronismo y, para esta condición, I_2 tendría un valor suficiente solo para mantener el par de ventilación y rozamiento. El valor de I_0 debe ser casi igual al de I_M y su factor de potencia es nuevamente bajo.

Es necesario tomar en consideración que, debido al entrehierro, la corriente magnetizante I_M será mayor que en un transformador fijo y que para lograr un mejor funcionamiento del motor se debe tratar de que el entrehierro sea lo más pequeño posible y de que exista la mayor superficie de entrehierro por polo. Debido a la exigencia anterior los motores de inducción se construyen con ranuras semicerradas y entrehierros que van desde

0,3 hasta 0,8 mm. para motores pequeños, hasta 0,64 a 0,89 mm. para unidades de mayor potencia.

2.5.- CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN MOTOR DE INDUCCION

El circuito equivalente de un motor de inducción es importante para el cálculo y proyecto de las características de funcionamiento, partiendo de valores obtenidos por ensayo. Tiene ventajas sobre el diagrama vectorial y sobre el diagrama circular ya que de él se pueden deducir fórmulas sencillas o gráficos para obtener el par, el factor de potencia y otras características del motor.

Se puede comenzar con el circuito equivalente por fase que tendrían el primario y el secundario para características de funcionamiento. FIG. (10).

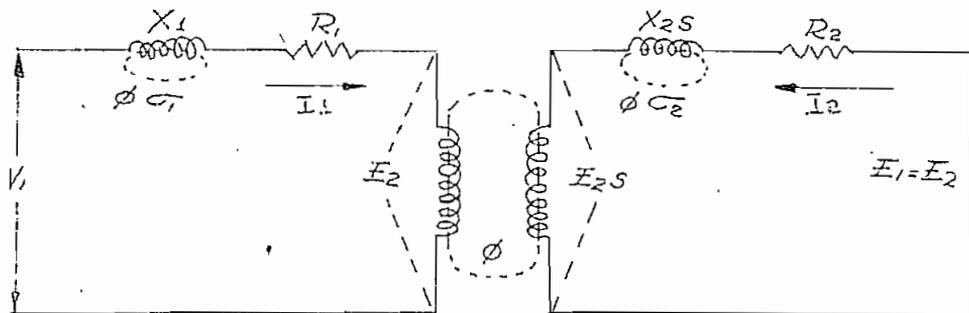


FIG. (10).- Acoplamiento inductivo de los circuitos primario y secundario de un motor de inducción.

Los dos circuitos están, en este caso, acoplados inductivamente por medio del flujo ϕ , que cuando el rotor está girando induce en el bobinado secundario la fuerza electromotriz $E_{2s} = sE_2$; esta fuerza electromotriz produce la circulación de la corriente I_2 cuyo valor puede expresarse

se de la siguiente forma:

$$I_2 = \frac{s E_2}{R_2 + j s X_2} = \frac{E_2}{R_2/s + j X_2} \quad (40)$$

Recordando que en la fórmula anterior tanto la corriente I_2 como el voltaje E_2 serán alternos a la frecuencia de la red. Matemáticamente la resistencia variable R_2/s puede reemplazarse por la expresión:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{(1-s)}{s} R_2 \quad (41)$$

Lo que equivale a dividir la resistencia variable en dos componentes: R que es una parte inherente a la impedancia de la máquina y, en la resistencia variable y ficticia $[(1-s)/s] R_2$, que es la análoga eléctrica de la carga mecánica.

Como las magnitudes E_2 , I_2 y X_2 son funciones de la frecuencia f_1 , el circuito total puede representarse para las condiciones de reposo, es decir, para el caso en el que se suponga que no existe movimiento relativo entre el estator y el rotor de la máquina. En ambos casos, la relación de fase entre las magnitudes E_2 e I_2 será igual y también se conservarán sin variación la magnitud y la fase de I_1 ; en consecuencia, la potencia consumida por el motor será la misma.

Las pérdidas eléctricas en el primario y en el secundario tampoco han variado y, entonces, la potencia desarrollada por el motor a través de su eje será igual a la potencia eléctrica consumida en la resistencia ficticia $[(1-s)/s] R_2$.

El circuito equivalente para las condiciones enunciadas en el supues

to anterior se muestra en la FIG. (11).

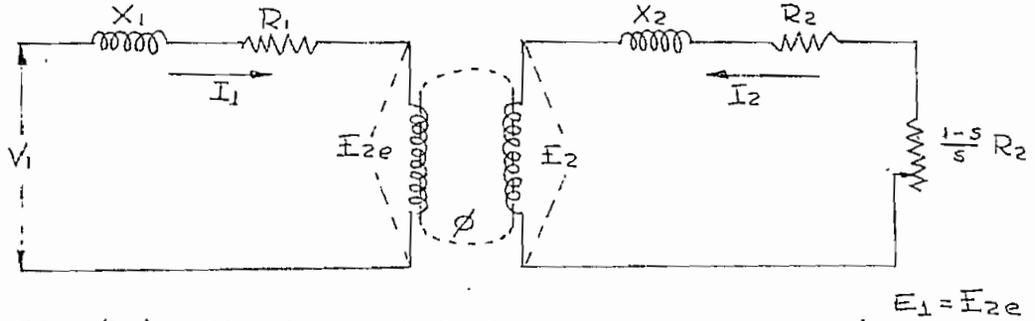


FIG. (11).- Circuito equivalente del motor de inducción para condiciones de reposo.

Como todas las magnitudes de los circuitos primario y secundario están íntimamente relacionadas existe la útil posibilidad de expresar estas magnitudes en función recíproca entre ellas, esto es, representar las magnitudes del secundario referidas a las magnitudes del primario o viceversa, de igual forma que se hace en un transformador.

Cuando el devanado del rotor está en circuito abierto o cuando el rotor gira a la velocidad de sincronismo, la relación:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_{p1} \cdot k_{a1} \cdot N_1}{k_{p2} \cdot k_{a2} \cdot N_2} = k_e \quad (42)$$

proporcionará el factor μ por el cual se debe multiplicar la tensión E_2 del secundario, para que pueda ser referida al valor de la tensión E_1 del primario; así:

$$E_1 = k_e \cdot E_2 = E_{2e} \quad (43)$$

Por otro lado, de las ecuaciones (36) y (37) se puede obtener la relación:

$$\frac{N_2'}{N_1'} = \frac{m_2 \cdot k_{a2} \cdot k_{p2} \cdot N_{p2}}{m_1 \cdot k_{a1} \cdot k_{p1} \cdot N_{p1}} = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{m_2}{m_1} = k_i \quad (44)$$

que permite obtener el factor para poder expresar el valor de la corriente I_2 del secundario, referida al valor de la corriente I_1 del primario:

$$\frac{I_2}{I_1} = k_i \quad I_1 = \frac{I_2}{k_i} = I_{2e} \quad (45)$$

La impedancia equivalente del secundario, referida a la del primario, se puede escribir de la forma:

$$Z_{2e} = \frac{E_{2e}}{I_{2e}} = \frac{k_e \cdot E_2}{I_2/k_i} = k_e \cdot k_i \cdot Z_2 = k_e^2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot Z_2 \quad (46)$$

de lo que se deduce que para encontrar los valores de impedancia, resistencia y reactancia del secundario, referidas a los correspondientes valores del primario, es necesario multiplicar sus valores por el factor:

$$k_e^2 \frac{m_2}{m_1} = k_e \cdot k_i = k \quad (47)$$

El diagrama vectorial obtenido al hacer el análisis del funcionamiento del motor tomaría la forma del diagrama de la FIG. (12), en el cual, las magnitudes del secundario se hallan referidas a las del primario. A partir de este diagrama equivalente pueden obtenerse expresiones analíticas que facilitarían llegar al circuito equivalente del motor de inducción.

En efecto, la ecuación:

$$I_2 = \frac{s E_2}{R_2 + j s X_2}$$

tomaría la forma:

$$I_{2e} = \frac{s E_{2e}}{R_{2e} + j s X_{2e}} = \frac{E_2}{R_{2e}/s + j X_{2e}} \quad (48)$$

y la ecuación $I_1 + I_2 = I_0$ se transformaría en: $I_1 + I_{2e} = I_0$; y como:

$$I_o = \frac{-E_1}{R_o + jX_o} = -E_1 (G_o - jB_o) \quad (49)$$

y, además:

$$V_1 = -E_1 + I_o (R_1 + jX_1) \quad (50)$$

se puede concluir que:

$$V_1 = I_o (R_o + jX_o) + I_o (R_1 + jX_1) \quad (51)$$

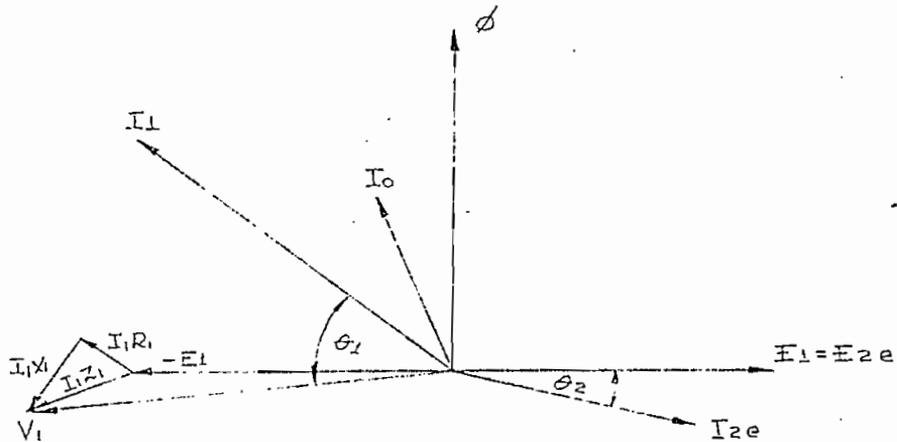


FIG. (12).- Diagrama vectorial reducido a las magnitudes del primario.

La expresión (51) representaría las condiciones del motor cuando el bobinado del rotor está en circuito abierto y su diagrama eléctrico equivalente sería el mostrado en la FIG. (13).

Como en los terminales de la rama magnetizante de ambos circuitos los voltajes son iguales: $E_1 = E_{2e}$, se puede añadir al diagrama de la FIG. (13) el correspondiente a la expresión analítica:

$$E_{2e} = I_{2e} (R_{2e}/s + jX_{2e}) \quad (52)$$

que daría lugar al diagrama mostrado en la FIG. (14).

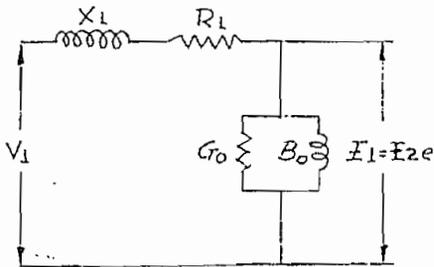


FIG. (13) Diagrama eléctrico para las magnitudes del primario.

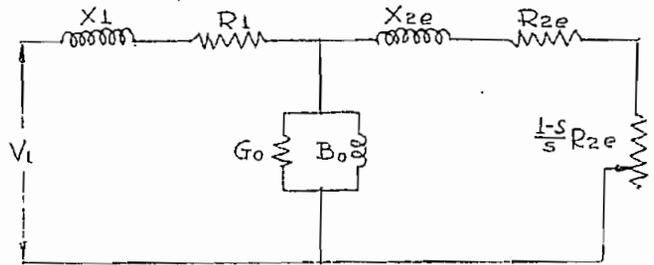


FIG. (14).- Circuito equivalente para una fase del motor de inducción.

El efecto de la carga variable en el circuito secundario está tomado en cuenta en la resistencia $R_{2e} [(1-s)/s]$ y, cuando $s=1$ las condiciones son idénticas a las del transformador en corto circuito, ó, cuando $s=0$ las condiciones serán iguales a las de un transformador en circuito abierto.

La expresión analítica de la FIG. (14) puede escribirse en la siguiente forma:

$$V_1 = I_1 \left[(R_1 + jX_1) + \frac{1}{(G_0 - jB_0) + \frac{1}{R_{2e}/s + jX_{2e}}} \right] \quad (53)$$

Como $I_1 \cdot Z_1$ es generalmente pequeña comparada con V_1 , se puede considerar que $V_1 = E_1$ sin mayor error y, entonces, el circuito equivalente se transformaría en el circuito aproximado de la FIG. (15), cuya expresión analítica sería:

$$I_1 = V_1 \left[G_0 - jB_0 + \frac{1}{(R_1 + R_{2e}) + j(X_1 + X_{2e})} \right] \quad (54)$$

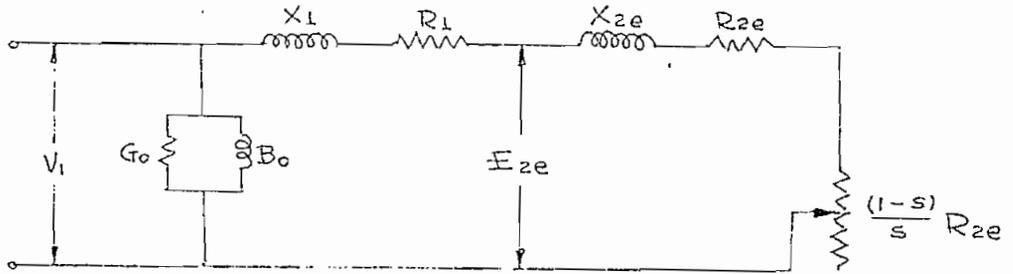


FIG. (15).- Circuito equivalente aproximado para el motor de inducción.

2.6.- POTENCIA MECANICA DESARROLLADA

La función principal del motor de inducción es convertir la energía eléctrica suministrada al circuito primario, en energía mecánica. La transferencia de energía se hace a través del campo electromagnético del entrehierro y está en relación directa con las fuerzas electromagnéticas desarrolladas en el rotor. Como la conversión de energía es un proceso en el que inevitablemente se producen pérdidas en las diferentes partes del sistema, si se intenta hacer un diagrama de flujo de la energía, FIG. (16), sería necesario tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

El motor recibe una potencia eléctrica P_1 , parte de la cual se consume en satisfacer las pérdidas en el cobre del bobinado primario P_{Cu1} , y el resto se convierte en potencia del campo magnético giratorio. Parte de esta potencia del campo se consume en el acero de la máquina (corrien-

tes de Foucault), pero solo se considerarán las pérdidas de esta naturaleza en el estator (P_s), ya que, debido al deslizamiento, las causadas en el rotor son muy pequeñas.

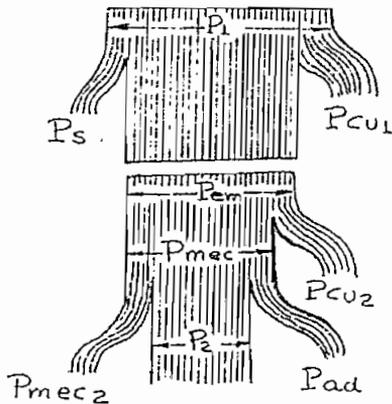


FIG. (16).- Diagrama de flujo de la energía para un motor de inducción.

Hasta este momento el proceso podría representarse por la ecuación:

$$P_{em} = P_1 - P_{cu1} - P_s \quad (55)$$

donde (P_{em}) es la potencia electromagnética que se transfiere al secundario a través del entrehierro.

Cuando circula una corriente por el devanado secundario se producen

pérdidas en sus conductores P_{cu2} y, la parte restante de la energía transferida se convierte en energía mecánica:

$$P_{mec} = P_{em} - P_{cu2} \quad (56)$$

Pero existen también pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación: P_{mec2} y, además, pérdidas adicionales debidas al efecto de las pulsaciones del flujo (reluctancia variable del circuito magnético por la diferencia en el número de ranuras en el estator y en el rotor), y a que la distribución espacial del flujo y de las fuerzas magnéticas no es exactamente sinusoidal. Estas pérdidas adicionales (P_{ad}) dan lugar a un par de frenado de igual naturaleza que aquel de las pérdidas mecánicas. Si se toma en cuenta lo anterior se podría representar la potencia del secundario por:

$$P_2 = P_{mec} - P_{mec_2} - P_{ad} \quad (57)$$

De las ecuaciones (55) y (57) se pueden derivar las siguientes relaciones para la potencia en un motor de inducción:

$$P_1 = P_{em} + P_{cu_1} + P_s \quad (58)$$

$$P_{em} = P_{mec} + P_{cu_2} \quad (59)$$

$$P_{mec} = P_2 + P_{mec_2} + P_{ad} \quad (60)$$

Siendo el rendimiento del motor:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (61)$$

Si se hace referencia al circuito equivalente del motor y a sus expresiones analíticas, se pueden obtener nuevas relaciones que finalmente proporcionarán la expresión matemática de la potencia desarrollada por el motor.

La potencia eléctrica suministrada al motor es:

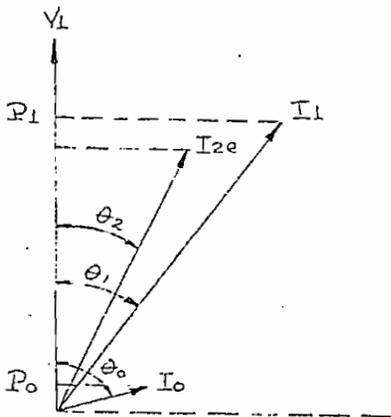
$$P_1 = V_1 I_1 \cos \theta_1 \quad (62)$$

A esta potencia de entrada se deben restar las pérdidas óhmicas del primario y secundario $I_{2e}^2 (R_1 + R_{2e})$ vatios, convirtiéndose el resto en potencia mecánica. De esta potencia mecánica deben deducirse las pérdidas por rozamiento y ventilación, las pérdidas magnéticas debidas a la histéresis y a las corrientes parásitas y, además, las pérdidas por resistencias pasivas. Estas últimas, que ocurren en el período de excitación de la máquina, se las toma en cuenta para el circuito equivalente por medio de la admitancia de excitación $(G_0 - jB_0)$ y, como según el diagrama equivalen

te de la FIG. (17) tienen el valor: $I_0 V_1 \cos \theta_0$, la potencia útil en el eje del motor tendrá el valor:

$$P_2 = V_1 I_1 \cos \theta_1 - I_{2e}^2 (R_1 + R_{2e}) - V_1 I_0 \cos \theta_0 \quad (64)$$

pero según la FIG. (17) resulta que: $I_1 \cos \theta_1 = I_{2e} \cos \theta_2 + I_0 \cos \theta_0$ (64)



y como del circuito equivalente se puede obtener el valor para I_{2e} :

$$I_{2e} = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2}} \quad (65)$$

además:

$$\cos \theta_2 = \frac{R_1 + R_{2e}/s}{Z_{e\phi}} \quad (66)$$

FIG. (17).- Componentes de potencia de las corrientes.

al substituir estas dos últimas expresiones en la ecuación (63) se tendrá:

drá:

$$P_2 = \frac{V_1 \cdot R_{2e}}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \cdot \frac{1-s}{s} \quad (67)$$

que es la expresión de la potencia mecánica, por fase, en función del deslizamiento.

Si se considera además que:

$$I_{2e}^2 = \frac{V_1^2}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2}$$

se tendrá una nueva ecuación para la potencia:

$$P_2 = I_{2e}^2 \cdot R_{2e} \cdot \frac{(1-s)}{s} \quad (68)$$

la cual nos dice que: "La potencia mecánica desarrollada por fase puede con-

siderarse como las pérdidas óhmicas en una resistencia ficticia del secundario de $R [(1-s)/s]$ ohmios por fase". (***)

Si en la Ec. (68) se reemplaza la Ec. (48) se tiene que:

$$P_2 = E_{2e} \cdot (1-s) \cdot I_{2e} \cdot \cos \theta_2 \quad (69)$$

y como: $s E_{2e} \cdot I_{2e} \cdot \cos \theta_2 = I_{2e}^2 \cdot R_{2e} \quad (70)$

representa las pérdidas en el cobre, por fase, del secundario;

$$P_2 + I_{2e}^2 \cdot R_{2e} = E_{2e} \cdot I_{2e} \cdot \cos \theta_2 \quad (71)$$

representará la potencia de entrada, por fase, del secundario.

Si la Ec. (70) se divide por el deslizamiento:

$$E_{2e} \cdot I_{2e} \cdot \cos \theta_2 = \frac{I_{2e}^2 \cdot R_{2e}}{s} \quad (72)$$

se llegaría a la siguiente equivalencia:

$$P_2 + I_{2e}^2 \cdot R_{2e} = \frac{I_{2e}^2 \cdot R_{2e}}{s} \quad (73)$$

que expresada en forma literal equivaldría a:

Potencia de entrada, por fase, del secundario =

$$= \frac{\text{Pérdidas óhmicas, por fase, del secundario}}{\text{deslizamiento}} \quad (73 a)$$

Además, si el segundo miembro de la Ec. (67) se multiplica y divide por el deslizamiento:

$$P_2 = \frac{V_1^2 \cdot R_{2e} \cdot s(1-s)}{(sR_1 + R_{2e})^2 + s^2(X_1 + X_{2e})^2} \quad (74)$$

se puede concluir que: "La potencia mecánica desarrollada es nula cuando $s = 0$ (sincronismo) y cuando $s = 1$ (reposo)".

Además, el signo de P_2 depende de la magnitud y signo de s , de acuerdo al siguiente cuadro:

Concepto	Valor de s	Signo de P_2
1	$0 < s < 1$	Positivo
2	$s < 0$	Negativo
3	$s > 1$	Negativo

El significado físico de estos tres conceptos se interpreta fácilmente de la siguiente forma:

1.- Cuando el deslizamiento se encuentra entre cero y la unidad, la velocidad del rotor está entre reposo y sincronismo y el sentido de la rotación es el mismo que el del campo magnético. Por tanto, el signo positivo de P indica acción motriz.

2.- Cuando el deslizamiento es negativo, el rotor es impulsado hacia adelante en el mismo sentido que el campo giratorio y la velocidad real es mayor que la velocidad de sincronismo. Luego, al invertirse el sentido relativo de rotación entre el rotor y el campo magnético, se han invertido también las fuerzas electromotrices y las corrientes del rotor; esto indica que la máquina ha pasado de la acción motriz a la acción generatriz.

3.- Cuando s es mayor que la unidad, el rotor está siendo impulsado hacia atrás dentro del campo magnético que gira hacia adelante. La fuerza

electromotriz del rotor tiene el mismo signo que en reposo perc., a causa de la gran velocidad relativa con que corta las líneas de inducción, su magnitud se hace mas grande. La máquina, para estas condiciones se ha convertido en freno eléctrico.

2.7.- EL PAR MOTOR

La potencia mecánica por fase representada por la EC. (74) determina la magnitud del par motor. Si el par motor en libras pié se indica por T y la velocidad del rotor es n_2 r.o.m., se tendrá que:

$$m_1 P_2 = 2\pi n_2 T \cdot \frac{746}{33.000} \quad (75)$$

y como: $n_2 = n_1(1-s)$

la ecuación para el par será:

$$T = \frac{33.000}{2\pi n_1 \cdot 746} \cdot \frac{m_1 \cdot V_1^2 R_{2e} \cdot s}{(sR_1 + R_{2e})^2 + s^2(X_1 + X_{2e})^2} \quad (76)$$

que en función de I_{2e} , puede expresarse por:

$$T = \frac{33.000}{2\pi \cdot 746} \cdot \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{I_{2e}^2 \cdot R_{2e}}{s} = 7.04 \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{I_{2e}^2 R_{2e}}{s} \quad (77)$$

y que traducida a kilogramos metro valdrá:

$$T = 0.972 \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{I_{2e}^2 R_{2e}}{s} \quad \text{Kg. m} \quad (78)$$

De la ecuación (77) se puede deducir: a) que el producto del par motor por el deslizamiento es proporcional a las pérdidas totales en el cobre del secundario; ó b) que el par motor es igual a una constante (K) multiplicada por la potencia eléctrica total de entrada al secundario.

El par motor máximo que la máquina puede desarrollar se determinará con la condición de que $(dT/ds) = 0$. Diferenciando la Ec. (75) se ve que la condición para que exista el par máximo es:

$$s = \pm \frac{R_{2e}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{2e})^2}} \quad (79)$$

El signo positivo corresponderá a la acción motriz y el negativo a la acción generatriz. Como nos interesa el funcionamiento como motor, al reemplazar el valor de s en la Ec. (75) se tiene:

$$T_{\text{máx}} = 0.972 \cdot \frac{V_1^2}{n_1} \frac{1}{2 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{2e})^2}]} \text{ Kg.m} \quad (80)$$

Este par máximo, llamado momento máximo de torsión o par crítico, caracteriza la carga que haría detener al motor. La Ec. (79) nos indica que el par máximo tiene lugar cuando el deslizamiento es directamente proporcional a la resistencia del secundario y, la Ec. (80) que en sí mismo el par máximo es independiente de la resistencia del secundario.

Si el par máximo se desea en el momento de arrancar la máquina la resistencia del rotor debería tener el valor: $R_{2e} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{2e})^2}$. Generalmente la resistencia del primario R_1 es suficientemente pequeña comparada con la reactancia y su omisión no afectará mayormente a la expresión anterior.

(* * *) Teoría de las Máquinas de Corriente alterna, A. Langsdorf, Segunda edición, página 288.

CAPITULO III

PARTE EXPERIMENTAL

3.1.- DETERMINACIÓN DEL DIAGRAMA CIRCULAR PARA UN MOTOR TRIFÁSICO DE INDUCCIÓN.

Como el circuito equivalente de un motor polifásico de inducción es igual al de un transformador fijo que no alimenta una carga inductiva, el diagrama que se obtiene para el transformador es también aplicable al motor. La construcción de este diagrama se basa en hipótesis aproximadas como la de suponer un voltaje de entrehierro constante para todas las velocidades y, también, la de suponer que son constantes la resistencia y la reactancia del secundario sin tomar en cuenta las variaciones de la inducción magnética y de la frecuencia secundaria con el deslizamiento.

La construcción del diagrama circular, obtenido a base de los datos de ensayo con rotor libre y rotor bloqueado, puede ampliarse para mostrar gráficamente las relaciones entre fuerzas electromotrices, corrientes, potencias de entrada y salida, factor de potencia y rendimiento, con suficiente aproximación para fines prácticos.

Haciendo referencia a la FIG. (18), si se mantiene constante el valor de la tensión aplicada, el lugar geométrico del vector que representa la corriente, $CC = I_1$, para distintas velocidades ($-\infty \leq S \leq +\infty$), es un círculo que tiene por diámetro $AB = [V_1 / (X_1 + X_{2e})]$ amperios, bajo la suposición de un campo constante en el entrehierro. El punto A define la magnitud y posición de fase de la corriente en vacío, $OA = I_0$, y CC

responde a la velocidad de sincronismo ($s = 0$), es decir, cuando la resistencia ficticia de la carga alcanza un valor infinito el cual corresponde al funcionamiento del motor con el secundario en cortocircuito, con una tensión aplicada igual a la nominal.

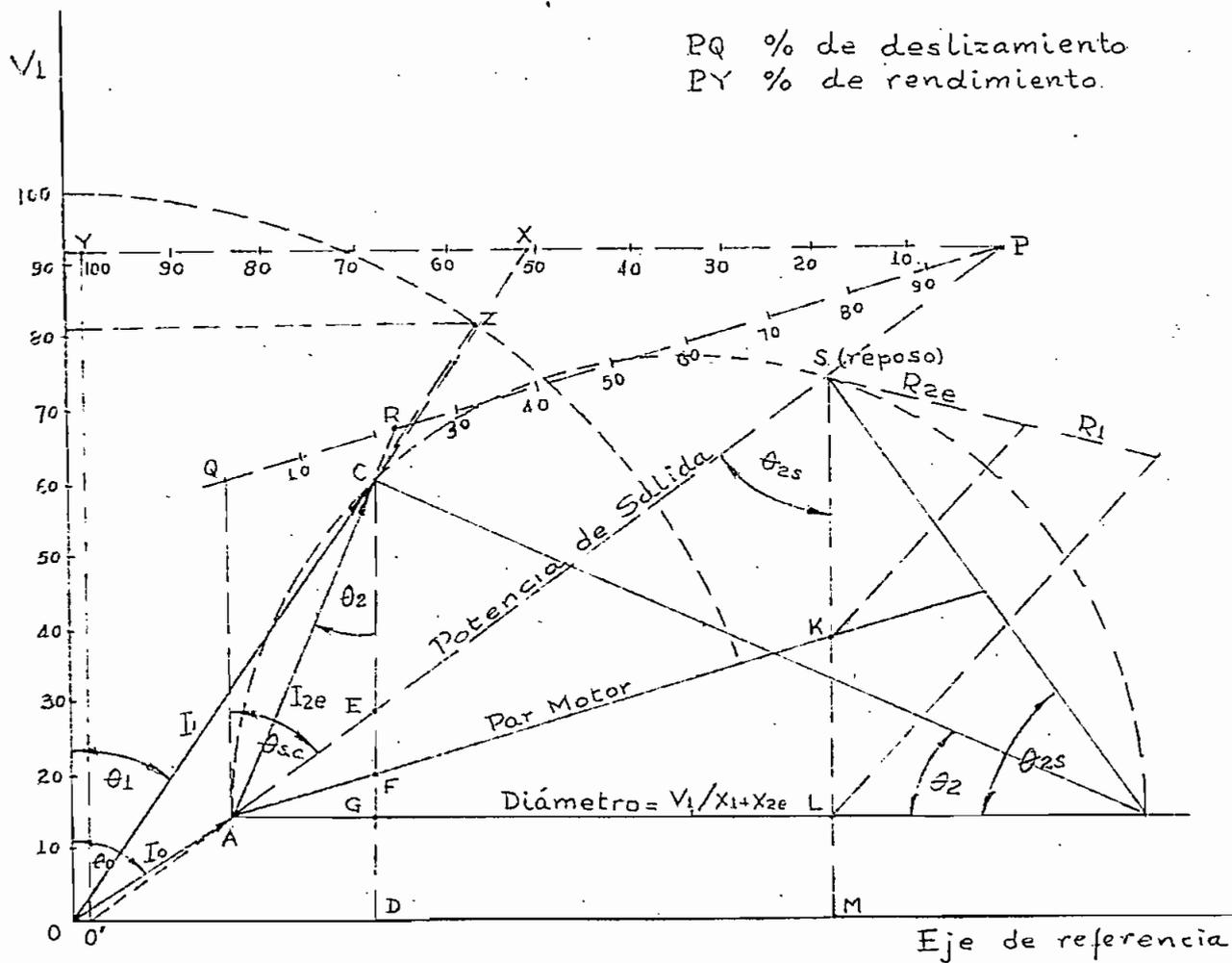
Al funcionar el motor con una carga determinada, la corriente del primario tiene un valor igual a CG , y la potencia de entrada por fase del motor es proporcional a la componente de la corriente CD , en fase con V_1 .

Es igualmente cierto que la componente de corriente CD , de la corriente en vacío, también en fase con V_1 , es proporcional a las pérdidas substancialmente constantes debidas a la histéresis y a las resistencias pasivas. La diferencia entre la potencia de entrada y las pérdidas constantes dará como resultado el segmento CG que será equivalente a la potencia de salida, más las pérdidas en el cobre, de los circuitos primario y secundario.

Si se aplica al motor la tensión nominal y se bloquea el rotor, ($s = 1$), la potencia de entrada por fase estará representada por la línea SM y se consumirá totalmente en satisfacer las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el cobre, ya que para rotor estacionario no existen pérdidas por resistencias pasivas. Parte de la potencia de entrada en reposo $LM = GD$, puede considerarse que representa las pérdidas en el núcleo del rotor en reposo debido a que la ausencia de pérdidas por resistencias pasivas se compensa con el incremento de las pérdidas en el núcleo del rotor bloqueado. El segmento SL representará entonces las pérdidas en el cobre para la condición $s = 1$.

En el diagrama de la FIG. (18) se tiene que los triángulos AEG y

FIG. (18).- Diagrama circular de un motor polifásico de inducción.



ASL son semejantes y se tendrá que:

$$\frac{EG}{SL} = \frac{\Delta G}{\Delta L} = \frac{\Delta C \operatorname{sen} \theta_2}{\Delta S \operatorname{sen} \theta_{2s}}$$

además, $AC = AB \operatorname{sen} \theta_2$

$$AS = AB \operatorname{sen} \theta_{2s}$$

y, por lo tanto,

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{sen} \theta_{2s}} = \frac{\Delta C}{\Delta S}$$

de lo que se deduce que:

$$\frac{EG}{SL} = \frac{(\Delta C)^2}{(\Delta S)^2} = \frac{I_{2e}^2}{I_{c.c.}^2} = \frac{I_{2e}^2 (R_1 + R_{2e})}{I_{c.c.}^2 (R_1 + R_{2e})}$$

que indicaría que si SL son las pérdidas en el cobre para rotor bloqueado, cuando la corriente es AS, las pérdidas en el cobre cuando la corriente es AC, estarán representadas por la línea EG.

Si la línea de las pérdidas en reposo se divide proporcionalmente a R_1 y R_{2e} , resulta que para cualquier corriente que tenga un valor igual a $AC = I_{2e}$, las pérdidas en el secundario $I_{2e}^2 - R_{2e}$ estarán representadas por EF, mientras que las pérdidas en el cobre del estator estarán dadas por FG.

Resumiendo, si de la potencia de entrada por fase GD, el segmento EG representa las pérdidas en el cobre de los circuitos primario y secundario; GD las debidas a las resistencias pasivas y las pérdidas en el núcleo; el segmento CE, debe representar la potencia de salida del motor, por fase. A la línea AS se le dá el nombre de LÍNEA DE LA POTENCIA DE SALIDA.

La ecuación (78) demuestra que el par es proporcional a la potencia eléctrica de entrada al secundario y, además, la ecuación (73) nos indica que esta entrada tiene el valor $P_2 + I_{2e}^2 R_{2e}$, que en el diagrama de la FIG. (18) estará representado por la línea CF. A medida que C se mueve sobre el círculo, la línea AK recibe el nombre de línea del par motor.

Si se quiere determinar gráficamente el deslizamiento, el rendimiento y el factor de potencia, en la figura del diagrama circular se deben trazar las líneas AQ y O'Y, perpendiculares al eje de referencia y que pasen por los puntos A y O', que queda determinado al prolongar la línea de la potencia de salida hasta que corte el eje de referencia.

Si en la prolongación de AS se toma un punto P y se trazan las paralelas PQ, a la línea del par, y PY paralela al eje de referencia y se las divide en cien partes iguales; al prolongar la línea AC hasta que corte en R a la PQ y, la línea O'C hasta que corte en X a la PY, se tendrá que QR representa el porcentaje de deslizamiento y PX el porcentaje de rendimiento. En efecto, de la semejanza de los triángulos CFA y ARQ se puede escribir:

$$\frac{CF}{FA} = \frac{AQ}{QR}$$

y, como los triángulos EFA y AQP también son semejantes, existe la proporcionalidad:

$$\frac{EF}{AF} = \frac{AQ}{PQ}$$

y, si se dividen entre sí las ecuaciones:

$$\frac{EF}{CF} = \frac{QR}{PQ}$$

Como se ha demostrado que el par es proporcional a las pérdidas en el cobre del secundario EF, divididas por el par motor CF, QR sería el deslizamiento en función de QP considerada como unidad, (ciento por ciento).

Para determinar gráficamente el factor de potencia se traza un cuadrante de círculo con centro en el origen y de radio igual a cien unidades arbitrarias. Al prolongar el vector que representa la corriente del primario, hasta cortar dicho cuadrante en Z, y proyectando luego Z sobre la escala vertical, quedará determinado el factor de potencia.

3.2.- DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL DIAGRAMA CIRCULAR APROXIMADO.

3.2.1.- DATOS DE PLACA DEL EQUIPO UTILIZADO PARA EL EXPERIMENTO

MOTOR TRIFASICO DE INDUCCION CON ROTOR BOCINADO

MARCA: CETEL TIPO: S611 N° de polos 4
Frecuencia: 60 c.p.s. VOLTIOS: 220/380 Y/ Δ
AMPERIOS: 4,04/7 Y/ Δ VELOCIDAD SINCRONICA: 1.800 R.P.M.
POTENCIA: 2 CV.

DINAMO

MARCA: CETEL TIPO: S611 EXC.: 110 voltios
VOLTAJE: 110 voltios AMPERIOS: 22,7
POTENCIA: 2 CV. VELOCIDAD SINCRONICA: 1.800 R.P.M.

3.2.2.- ENSAYO A ROTOR LIBRE

Se hizo funcionar al motor en vacío aplicando a sus terminales del

estator voltajes desde un valor superior al voltaje nominal hasta voltajes que representaron un porcentaje reducido de este valor. La escala de voltajes aplicados se supone deben ser balanceados y de forma sinusoidal.

Al poner el motor en funcionamiento, la variación de la tensión aplicada no produce una variación muy acentuada en la velocidad del rotor, CUADRO I, la misma que al acercarse el voltaje a su valor nominal casi alcanza el valor de la velocidad de sincronismo. Tomando simultáneamente valores de tensión, corriente y potencia de entrada por fase, se puede determinar la magnitud y posición del vector I_0 por medio de la relación:

$$\cos \theta_0 = P_0 / (V_1 \cdot I_0).$$

Como la posición exacta del punto A en el diagrama circular corresponde a la velocidad de sincronismo, la posición determinada por el experimento corresponderá a una posición un poquito más elevada debido al pequeño deslizamiento suficiente para producir la corriente en vacío que, a su vez, dará origen al correspondiente par de vacío.

Al variar la tensión entre los límites indicados, las pérdidas del motor, con excepción de las pérdidas por resistencias pasivas y las debidas al cobre del estator, variarán prácticamente en proporción al cuadrado de la tensión aplicada. Las pérdidas en el cobre del estator pueden calcularse midiendo la resistencia del devanado primario con corriente continua.

El valor constante de las pérdidas por resistencias pasivas puede encontrarse, con una buena aproximación, proyectando al valor de la diferencia $(P_{\text{cúctot}} - P_{\text{cúcl}})$ contra el cuadrado del voltaje. El resultado dará una línea recta que cortará al eje de coordenadas en un punto cuyo valor

V línea V _L	V fase V _f	I fase I _o	Pfase P _o	P total P _t	P I _o ² R _{2e}	P _t - P _{cu1}	η ₁	(V _f) ²
440	254,03	2,5	90,0	270,0	10,0	240,00	1.770	64.531,2
420	242,49	2,44	87,5	262,5	9,5	234,00	1.770	58.801,4
400	230,94	2,37	85,17	255,5	9,0	228,50	1.770	53.333,3
380	220,00	2,30	82,83	248,5	8,5	223,00	1.750	48.400,0
370	213,62	2,24	81,13	245,5	8,0	221,50	1.750	45.634,0
360	207,85	2,20	80,50	241,5	7,8	218,25	1.750	43.302,0
350	202,07	2,17	79,67	239,0	7,5	216,50	1.750	40.832,2
325	187,64	2,09	77,17	231,5	7,0	210,50	1.750	35.209,0
300	173,21	2,02	75,0	225,0	6,6	205,20	1.745	30.000,0
275	158,77	1,94	72,83	218,5	6,0	200,50	1.745	25.802,0
250	144,34	1,85	70,83	212,5	5,5	196,00	1.745	20.834,0
225	132,79	1,81	69,50	208,5	5,3	192,75	1.740	17.633,2
200	115,47	1,77	67,67	203,0	5,0	188,00	1.725	13.333,3
175	101,00	1,68	66,33	199,0	4,5	185,50	1.695	10.201,0
150	86,60	1,61	65,77	195,5	4,2	183,05	1.650	7.500,0
125	72,17	1,65	66,67	200,0	4,4	186,90	1.610	5.208,5
100	57,24	1,70	70,00	210,0	4,6	196,13	1.510	3.324,0

CUADRO I.- DATOS OBTENIDOS EN EL ENSAYO A RCTOR LIBRE.

corresponderá a las pérdidas de potencia por resistencias pasivas, FIG. (19).

De acuerdo a los datos experimentales del CUADRO I, para tensión nominal se tendrá:

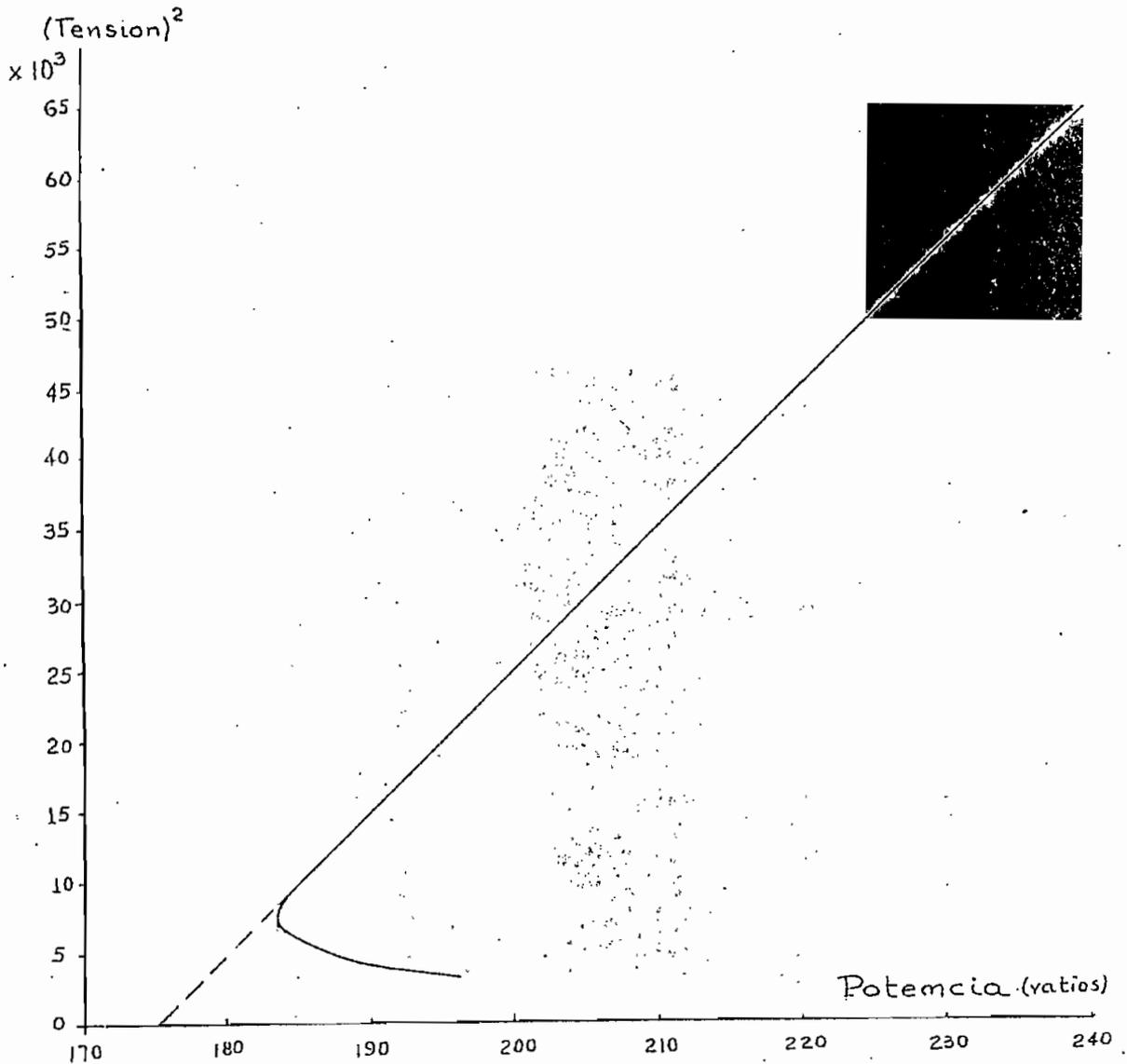


FIG. (19).- Ensayo a rotor libre: Determinación aproximada de las pérdidas por resistencias pasivas.

$V_f = 220$ voltios; $I_o = 2,3$ amperios; $P_{(ase)} = P_o = 82,83$ vatios
 $\cos \theta_o = 0,16370$; $\theta_o = 80^\circ 35'$; $I_o = 2,3$ $\underline{-80^\circ 35'}$ amperios.

3.2.3.- ENSAYO A ROTOR BLOQUEADO

Se aplicaron a los terminales del estator voltajes de bajo valor (5,77% a 41,46%) del voltaje entre fases, para poder obtener corrientes que van desde un valor inferior al valor de la corriente nominal hasta un valor superior a ella. CUADRO II.

CUADRO II.- DATOS OBTENIDOS EN EL ENSAYO A ROTOR BLOQUEADO

I fase	V fase	P fase	R _{2e}	P t otal	$\%V_s$
I _s	V _s	P _s		P _t	
1,0	12,70	7,56	5,96	38,10	5,77
2,0	26,56	28,60	5,55	85,80	12,07
3,0	39,26	55,00	4,51	165,00	17,85
3,5	46,77	77,60	4,74	232,80	21,26
4,0	54,27	101,00	4,71	303,00	24,67
4,5	61,20	130,50	4,84	391,50	27,82
5,0	66,97	153,75	4,55	461,25	30,44
6,0	80,83	220,55	4,53	661,65	36,74
7,0	91,22	280,42	4,12	841,26	41,46

Al efectuar el ensayo con tensiones reducidas el flujo debe ser proporcionalmente pequeño y las pérdidas en el núcleo van a tener un valor despreciable. Al mantener el rotor inmóvil no pueden existir pérdidas por resistencias pasivas y puede considerarse que la potencia total de entrada se consume en las pérdidas en el cobre.

Si se toman medidas simultaneas de tensión, corriente y potencia por fase, las relaciones entre la corriente y la tensión y, la potencia y la tensión pueden trazarse como curvas que por extrapolación darán la posición del punto S del diagrama circular, que correspondería al valor de la corriente del primario a plena tensión. FIG. (20).

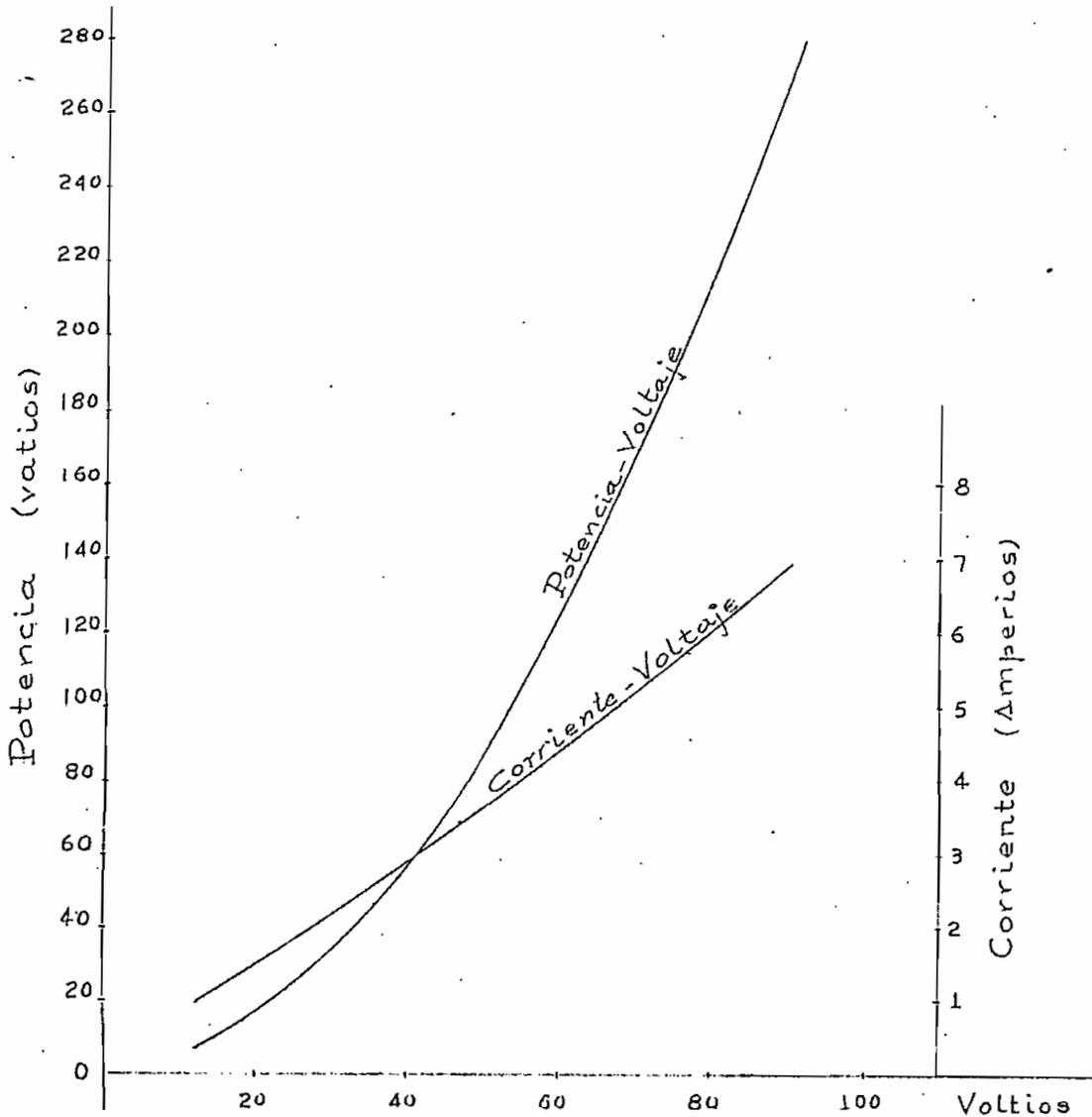


FIG. (20).- Ensayo a rotor bloqueado; Curvas para las relaciones potencia-voltaje y corriente-voltaje.

Como el centro del círculo está sobre la línea AB que es perpendicular a V_1 , se puede encontrar su posición trazando la mediatriz del segmento AS. El gráfico que muestre la relación entre la corriente y la tensión aplicada debería ser una recta que pase por el origen de coordenadas pero existe una curvatura que es consecuencia del efecto de saturación magnética al alterarse la reactancia de dispersión, influyendo también en ella el efecto pelicular debido a la desigual distribución de densidad de corriente que circula por los devanados.

De acuerdo al análisis anterior:

$$\text{como, } P_s = I_s(R_1 + R_{2e}) \quad R_{2e} = 4,71 \text{ ohmios por fase}$$

$$\text{y, } V_s = I_s \cdot \sqrt{(R_1 + R_{2e})^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \quad (X_1 + X_{2e}) = 12 \text{ ohms/fase}$$

Como no existe un método convencional para separar X_1 y X_{2e} en la práctica se considera que para motores de rotor bobinado y fines generales $X_1 = X_{2e}$, luego: $X_1 = X_{2e} = 6$ ohmios por fase.

En el diagrama circular el diámetro del círculo está determinado por:

$$\text{Diámetro} = V_1 / (X_1 + X_{2e}) = 18,33 \text{ Amperios}$$

Y, la pendiente de la recta AS, será:

$$\tan \theta_{2s} = [(X_1 + X_{2e}) / (R_1 + R_{2e})] = 12 / 6,31 = 1,90174$$

$$\text{de donde, } \theta_{2s} = 62^\circ 16'$$

Para obtener el factor de potencia máximo tendríamos:

$$\cos \theta_{\text{máx}} = \frac{1/2 [V_1 / (X_1 + X_{2e})]}{1/2 [V_1 / (X_1 + X_{2e})] + I_o}$$

$$\text{y entonces } \theta_{\text{máx}} = 53^\circ 5'$$

De los datos proporcionados por los dos experimentos se puede obtener, aproximadamente, la posición del punto C , en efecto:

$$Y_0 = 1/Z_0 = 1/(95,65 \angle 80^\circ 35') = 0,0104 \angle -80^\circ 35' = (1,7 - j 10,26)10^{-3} \text{ mho.}$$

Y, de acuerdo con la Ec. (54), se puede decir que la corriente del primario está formada por dos componentes:

$$I_0 = V_1 (G_0 - jB_0) e$$
$$I_{2e} = V_1 / [(R_1 + R_{2e}/s) + j(X_1 + X_{2e})]$$

Cuyos valores numéricos respectivos serían:

$$I_0 = 2,3 \angle 80^\circ 35' \text{ Amperios}$$
$$I_{2e} = 1,28 \angle -4^\circ \text{ Amperios}$$

Resultando una corriente primaria:

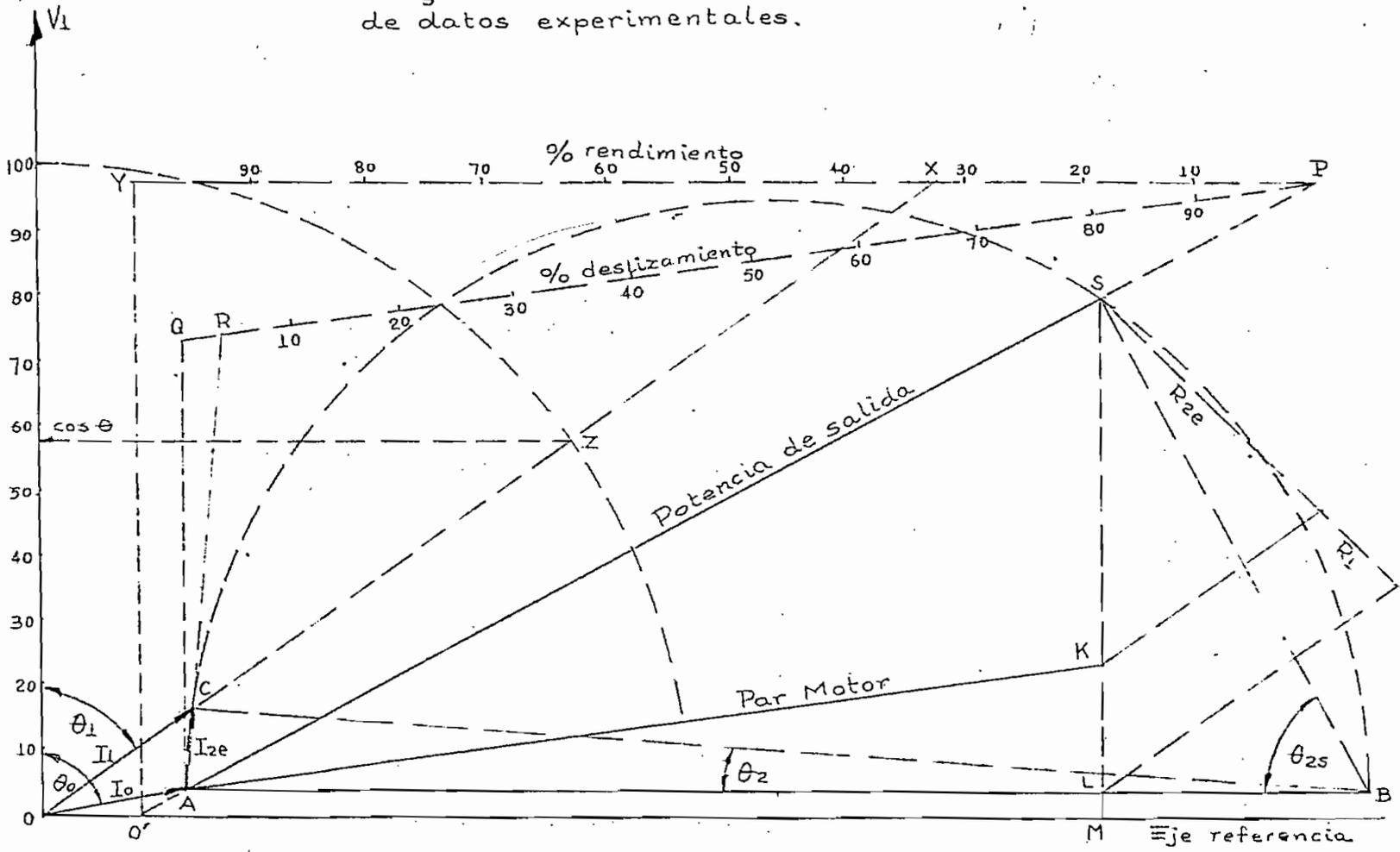
$$I_1 = 2,88 \angle -54^\circ 51' \text{ Amperios}$$

El valor del par motor, para rotor bloqueado ($s=1$), sería:

$$T_{(s=1)} = 0,122 \text{ Kg.m}$$

La FIG. (21) muestra el diagrama circular obtenido a base de los ensayos experimentales.

FIG. (21) - Diagrama circular obtenido a base de datos experimentales.



3.3.- ANALISIS DE LAS CARACTERISTICAS DE UN MOTOR DE INDUCCION CON VOLTAJES DESBALANCEADOS EN EL ESTATOR

3.3.1.- CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCION PARA APLICACION DE VOLTAJES DE SECUENCIA POSITIVA

Se utilizará la siguiente simbología:

R_1 = resistencia por fase del estator

R_{2e} = resistencia por fase del rotor, referida al primario

X_1 = reactancia de dispersión por fase del estator

X_{2e} = reactancia de dispersión por fase del rotor referida al primario

I_{1p} = corriente de secuencia positiva del estator referida a la fase T

I_{2ep} = corriente de secuencia positiva del rotor, referida a la fase T

V_{1p} = voltaje de línea a neutro de secuencia positiva del estator referida a la fase T

V_{1n} = voltaje de línea a neutro de secuencia negativa del estator referida a la fase T

E_{gp} = voltaje inducido por fase de secuencia positiva

E_{gn} = voltaje inducido por fase de secuencia negativa

Al aplicar el voltaje V_{1p} al estator se crea un campo que gira a la velocidad sincrónica. Este campo corta las bobinas del rotor y hace circular por ellas una corriente I_{2ep} , de frecuencia de deslizamiento, la

cual crea un campo que gira a la velocidad de deslizamiento relativa al rotor; pero, como el campo gira a una velocidad $(1 - s)$ veces la velocidad sincrónica, el campo creado por la corriente I_{2ep} , girará a la velocidad sincrónica relativa al rotor.

El voltaje E_{gp} inducido en el estator por el campo sincrónico resultante es debido a la acción de las corrientes I_{1p} e I_{2ep} , de manera que deberá cumplirse la ecuación:

$$V_{1p} = E_{gp} + (R_1 + jX_1)I_{1p} \quad (81)$$

Por otro lado, el voltaje inducido en el rotor debe ser proporcional al deslizamiento, o sea sE_{gp} . Este voltaje que es el que origina la corriente I_{2ep} , deberá satisfacer la igualdad:

$$sE_{gp} = (R_{2e} + jsX_{2e})I_{2ep} \quad (82)$$

Dividiendo la fórmula anterior por s se tendrá:

$$E_{gp} = [(R_{2e}/s) + jX_{2e}]I_{2ep} \quad (83)$$

Debido a que el voltaje E_{gp} se produce como consecuencia de las corrientes I_{1p} e I_{2ep} , si se considera que la dirección del flujo producido por I_{1p} es magnetizante y la del flujo producido por I_{2ep} desmagnetizante, E_{gp} puede considerarse proporcional a $(I_{1p} - I_{2ep})$ por medio de la reactancia magnetizante jX_0 ; de aquí que:

$$E_{gp} = jX_0(I_{1p} - I_{2ep}) \quad (84)$$

Las condiciones expresadas analíticamente por las ecuaciones (81), (83) y (84) se satisfacen plenamente en el circuito equivalente para secuen-

cia positiva mostrado en la FIG. (22).

La resolución del circuito equivalente permite encontrar las características del motor de inducción. Al separar la resistencia (R_{2e}/s) en las dos componentes convencionales R_{2e} y $[(1-s)/s] R_{2e}$ se tiene la posibilidad de representar las pérdidas en el cobre del secundario P_{cu_2} y la potencia absorbida por la resistencia ficticia que equivaldrá a la potencia de salida al eje. La ecuación para la potencia total de salida será:

$$P_p = 3 \left(\frac{1-s}{s} \right) R_{2e} \cdot I_{2ep}^2 \quad (85)$$

y la del torque o par motor:

$$T_p = K \cdot \frac{3 R_{2e}}{s} I_{2ep}^2 \quad (86)$$

la constante K , si la potencia se expresa en vatios y el torque en Kg.m., será:

$$K = 0,0162 (P/f) \quad (87)$$

en la cual P representa el número de pares de polos y f la frecuencia de la red.

Para el motor utilizado en el análisis, como $P = 2$ y $f = 60$ c.p.s.

$$K = 0,00053976$$

El circuito equivalente para secuencia positiva puede simplificarse colocando la reactancia de magnetización jX_0 directamente a través de los terminales de la red. FIG. (23).

Se debe anotar que para el presente análisis no se han tomado en cuenta la fricción, las pérdidas en el hierro, ni la ventilación,

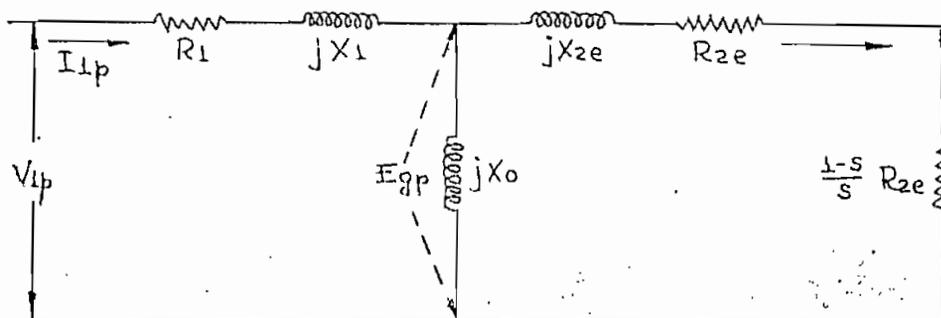


FIG. (22).- Circuito equivalente de un motor de inducción para secuencia positiva.

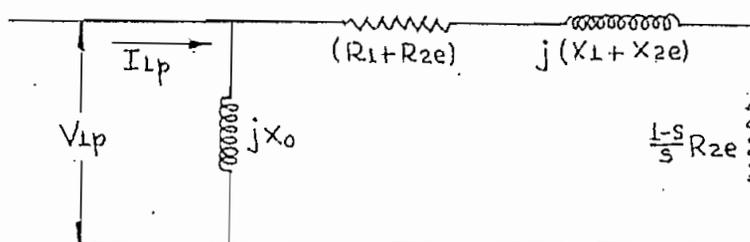


FIG.. (23).- Circuito equivalente simplificado de un motor de inducción para secuencia positiva.

3.3.2.- CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCION PARA LA APLICACION DE VOLTAJES DE SECUENCIA NEGATIVA

La aplicación de voltajes de secuencia negativa equivale a intercambiar dos conductores cualesquiera de los terminales del estator en la fuente de alimentación.

En este caso se creará un campo que gira a la velocidad sincrónica pero en dirección opuesta a aquella del campo creado por los voltajes de secuencia positiva. De aquí se sigue que las características de un motor de inducción para secuencia negativa pueden obtenerse simplemente seleccionando

un valor apropiado para el deslizamiento, y usarlo en el circuito equivalente para secuencia positiva.

En la FIG. (24) se muestra la relación que existirá entre los valores del deslizamiento s_1 , de secuencia positiva, y el deslizamiento s_2 para secuencia negativa.

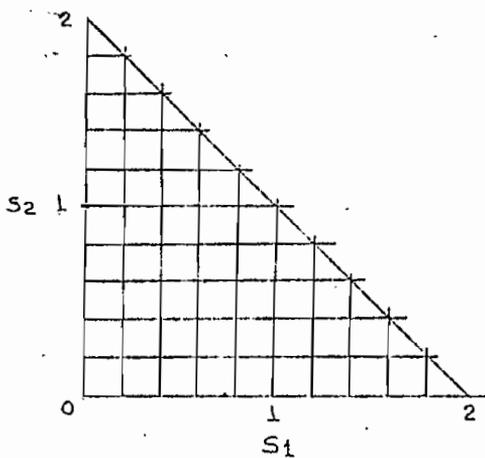


FIG. (24).- Relación entre los deslizamientos s_1 y s_2 .

Para pequeños valores de s_1 , el deslizamiento s_2 tiene un valor casi igual a 2. Para la operación con rotor bloqueado, los dos deslizamientos tendrán un valor igual a la unidad.

La ecuación que relaciona a los dos deslizamientos es:

$$s_2 = 2 - s_1 \quad (88)$$

El circuito equivalente para secuencia negativa, FIG. (25) se obtiene reemplazando $(2 - s)$ por s en el circuito equivalente para secuencia positiva.

plazando $(2 - s)$ por s en el circuito equivalente para secuencia positiva.

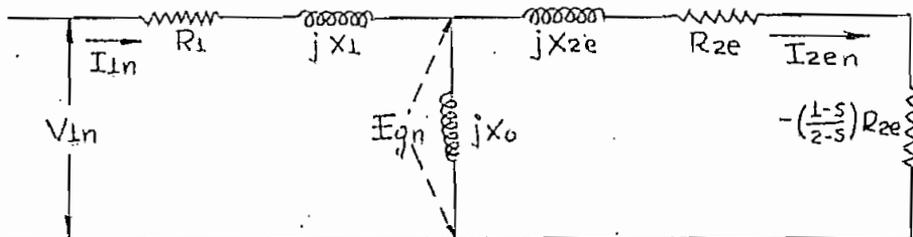


FIG. (25).- Circuito equivalente de un motor de inducción para secuencia negativa.

Las ecuaciones que deben cumplirse en el circuito equivalente para secuencia negativa son las siguientes:

$$V_{1n} = E_{gn} + (R_1 + j X_1) I_{1n} \quad (89)$$

$$(2 - s) E_{gn} = [R_{2e} + j(2 - s) X_{2e}] I_{2en} \quad (90)$$

$$E_{gn} = [R_{2e}/(2 - s) + j X_{2e}] I_{2en} \quad (91)$$

$$E_{gn} = j X_0 (I_{1n} - I_{2en}) \quad (92)$$

La potencia por fase para secuencia negativa se obtendrá calculando la potencia absorbida por la resistencia ficticia $[(1 - s)/(2 - s)] R_{2e}$, siendo la expresión de la potencia total de salida al eje:

$$P_n = -3 \left(\frac{1-s}{2-s} \right) R_{2e} I_{2en}^2 \quad (93)$$

Para el torque de secuencia negativa se tendrá la ecuación:

$$T_n = -K \cdot \frac{3 R_{2e} \cdot I_{2en}^2}{2-s}$$

en la que, la constante K , tiene el mismo valor que para el circuito equivalente para secuencia positiva.

El signo negativo indica que para pequeños deslizamientos el torque es opuesto al de secuencia positiva, o sea que, la carga suministrará potencia al motor a través del eje.

3.3.3.- APLICACION EXPERIMENTAL DE VOLTAJES DESBALANCEADOS A LOS TERMINALES DEL ESTATOR DE UN MOTOR TRIFASICO DE INDUCCION

3.3.3.1.- ANALISIS MATEMATICO DE LOS DATOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE

I).- Aplicación de voltajes balanceados, secuencia TSR

Voltaje de línea constante = 380 voltios

Velocidad del rotor = $n_2 = 1.666$ R.P.M. $s = 0,0744$

$V_{T-N} = 220 \angle 0^\circ$ voltios

$V_{S-N} = 220 \angle 120^\circ$ voltios

$V_{R-N} = 220 \angle 240^\circ$ voltios

$I_T = 4 \angle -39^\circ 24'$ Amperios

$I_S = 4 \angle 80^\circ 36'$ Amperios

$I_R = 4 \angle 200^\circ 36'$ Amperios

Potencia por fase = $P_f = 680$ vatios

$E_g = 200,34 \angle -4^\circ 9'$ voltios

$I_{2e} = 3,15 \angle -9^\circ 34'$ Amperios

$P_2 = 1.744,27$ vatios

$T = 1,01$ Kg.m.

Pérdidas en el cobre del secundario = $3I_{2e}^2 R_{2e} = 140,2$ vatios

II).- Aplicación de voltajes desbalanceados: resistencia adicional de 10 ohmios en serie con la fase T

Voltaje de línea constante = 380 voltios

Velocidad del rotor = 1.650 R.P.M. $s = 0,0833$

$$V_{T-N} = 230,89 \angle -1^{\circ}41' = 230,79 - j 6,8 \text{ voltios}$$

$$V_{S-N} = 220,37 \angle 243^{\circ}26' = -98,57 - j 197,10 \text{ voltios}$$

$$V_{R-N} = 206,73 \angle 118^{\circ}22' = -98,23 + j 181,90 \text{ voltios}$$

$$I_T = 4,05 \angle -32^{\circ}4' = 3,4 - j 2,2 \text{ Amperios}$$

$$I_S = 4,52 \angle 206^{\circ}7' = -4,06 - j 1,99 \text{ Amperios}$$

$$I_R = 4,24 \angle 81^{\circ}3' = 0,66 + j 4,19 \text{ Amperios}$$

$$P_{T-N} = 814,81 \text{ vatios}; \quad P_{S-N} = 792,18 \text{ vatios}; \quad P_{R-N} = 697,11 \text{ vatios}$$

Componentes de Secuencia:

Voltajes:

$$V_{1p} = 219,14 + j 0,17 \text{ voltios}$$

$$V_{1n} = 0,33 + j 0,36 \text{ voltios}$$

$$V_{1o} = 11,33 - j 7,33 \text{ voltios}$$

Corrientes:

$$I_{1p} = 3,48 - j 2,47 \text{ Amperios}$$

$$I_{1n} = -0,08 + j 0,26 \text{ Amperios}$$

Resultados para secuencia positiva:

$$E_{gp} = 199,46 \angle -4^{\circ}49' = 198,75 - j 16,76 \text{ voltios}$$

$$I_{zep} = 3,51 \angle 10^{\circ}50' \text{ Amperios}$$

$$P_p = 1.911,57 \text{ vatios}$$

$$T_p = 1,13 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia positiva en el cobre del secundario = 174,08 vatios

Resultados para secuencia negativa:

$$E_{qn} = 2,06 \angle 11^\circ 45' = 2,02 + j 0,42 \text{ voltios}$$

$$I_{2en} = 0,32 \angle 55^\circ 18' \text{ Amperios}$$

$$P_n = - 0,7 \text{ vatios}$$

$$T_n = - 0,0009 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia negativa en el cobre del secundario = 1,45 vatios

Potencia total de salida = 1,910,87 vatios

Torque total = 1,13 Kg.m.

Pérdidas totales en el cobre del secundario = 175,53 vatios

III).- Aplicación de voltajes desbalanceados; resistencia adicional de 20 ohmios en serie con la fase T

Voltaje de línea constante = 380 voltios

Velocidad del rotor = 1.634 R.P.M. $s = 0,0922$

$$V_{T-N} = 242,31 \angle - 2^\circ 58' = 241,98 - j 12,56 \text{ voltios}$$

$$V_{S-N} = 220,35 \angle 246^\circ 41' = - 87,18 - j 20,23 \text{ voltios}$$

$$V_{R-N} = 198,34 \angle 116^\circ 8' = - 87,38 + j 178,06 \text{ voltios}$$

$$I_T = 3,84 \angle - 28^\circ 38' = 3,37 - j 1,84 \text{ Amperios}$$

$$I_S = 4,80 \angle 210^\circ 8' = - 4,15 - j 2,41 \text{ Amperios}$$

$$I_R = 4,32 \angle 79^\circ 36' = 0,78 + j 4,25 \text{ Amperios}$$

$$P_{T-N} = 838,66 \text{ vatios}; \quad P_{S-N} = 849,68 \text{ vatios}; \quad P_{R-N} = 688,32 \text{ vatios}$$

Componentes de secuencia:

Voltajes:

$$V_{1p} = 219,55 - j 0,09 \text{ voltios}$$

$$V_{1n} = - 0,04 - j 0,20 \text{ voltios}$$

$$V_{10} = 22,47 - j 12,27 \text{ voltios}$$

Corrientes:

$$I_{1p} = 3,61 - j 2,34 \text{ Amperios}$$

$$I_{1n} = - 0,24 + j 0,5 \text{ Amperios}$$

Resultados para secuencia positiva:

$$E_{gp} = 200,54 \angle - 5^{\circ}9' = 199,73 - j 18,01 \text{ voltios}$$

$$I_{2ep} = 3,96 \angle - 15^{\circ}37' \text{ Amperios}$$

$$P_p = 2.183,85 \text{ vatios}$$

$$T_p = 1,3 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia positiva en el cobre del secundario = 221,58 vatios

Resultados para secuencia negativa:

$$E_{gn} = 2,58 - j 2,44 \text{ voltios}$$

$$I_{2en} = 0,55 \angle 248^{\circ}35' \text{ Amperios}$$

$$P_n = - 2,03 \text{ vatios}$$

$$T_n = - 0,00121 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia negativa en el cobre del secundario = 4,27 vatios

Potencia total de salida = 2.181,82 vatios

Torque total = 1,3 Kg.m.

Pérdidas totales en el cobre del secundario = 225,85 vatios

IV).- Aplicación de voltajes desbalanceados: resistencia adicional de 30 ohmios en serie con la fase T

Voltaje de línea constante = 380 voltios

Velocidad del rotor = 1.623 R.P.M. $s = 0,0983$

$$V_{T-N} = 252,96 \angle -3^{\circ}24' = 252,51 - j 15 \text{ voltios}$$

$$V_{S-N} = 215,96 \angle 250^{\circ}10' = -73,25 - j 203,16 \text{ voltios}$$

$$V_{R-N} = 191,69 \angle 113^{\circ}47' = -77,34 + j 175,40 \text{ voltios}$$

$$I_T = 3,61 \angle -24^{\circ}43' = 3,28 - j 1,51 \text{ Amperios}$$

$$I_S = 4,96 \angle 214^{\circ}20' = -4,1 - j 2,80 \text{ Amperios}$$

$$I_R = 4,41 \angle 77^{\circ}57' = -0,92 + j 4,31 \text{ Amperios}$$

$$P_{T-N} = 850,71 \text{ vatios}; P_{S-N} = 868,41 \text{ vatios}; P_{R-N} = 685,34 \text{ vatios}$$

Componentes de secuencia:

Voltajes:

$$V_{1p} = 218,55 + j 0,81 \text{ voltios}$$

$$V_{1n} = -0,01 - j 1,56 \text{ voltios}$$

$$V_{1o} = 33,97 - j 14,25 \text{ voltios}$$

Corrientes:

$$I_{1p} = 3,67 - j 2,21 \text{ Amperios}$$

$$I_{in} = 0,43 + j 0,69 \text{ Amperios}$$

Resultados para secuencia positiva:

$$E_{gp} = 200,2 \angle - 5^{\circ}41' = 199,42 - j 17,67 \text{ voltios}$$

$$I_{zep} = 4,14 \angle - 12^{\circ}16' \text{ Amperios}$$

$$P_p = 2.246,16 \text{ vatios}$$

$$T_p = 1,33 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia positiva en el cobre del secundario = 242,18 vatios

Resultados para secuencia negativa:

$$E_{gn} = 4,82 - j 0,08 \text{ voltios}$$

$$I_{zen} = 0,74 \angle - 68^{\circ}38' \text{ Amperios}$$

$$P_n = - 3,69 \text{ vatios}$$

$$T_n = - 0,004 \text{ Kg.m.}$$

Pérdidas de secuencia negativa en el cobre del secundario = 7,38 vatios

$$\text{Potencia total de salida} = 2.242,47 \text{ vatios}$$

$$\text{Torque total} = 1,33 \text{ Kg.m.}$$

$$\text{Pérdidas totales en el cobre del secundario} = 249,56 \text{ vatios}$$

Nota: Los valores obtenidos experimentalmente, para el caso anterior, aparecen en el CUADRO III.

3.3.3.2.- METODO ALTERNO PARA EL ESTUDIO DE UN MOTOR DE INDUCCION CON VOLTAJES DESBALANCEADOS EN EL ESTATOR

Habiendo obtenido los valores de las impedancias para las diferentes secuencias, es posible llegar a los resultados finales anteriores a base del siguiente análisis:

Ya que el motor de inducción es una estructura electromagnética con partes dinámicas, no presentará las mismas impedancias a las componentes de secuencia de las corrientes debido a las distintas frecuencias de los circuitos equivalentes respectivos. Es más, aún reduciendo a un circuito equivalente de frecuencia única, la de la red, no se tendrían los mismos valores de resistencia y reactancia para las diferentes componentes ya que ni el flujo ni la intensidad de corriente tienen una distribución uniforme.

El flujo disperso para la componente de secuencia positiva es menor en armónicos, de ahí que la reactancia para secuencia positiva es menor que la reactancia para secuencia negativa.

La asimetría o desbalance, para este caso de análisis, es provocada artificialmente intercalando resistencia adicionales en una fase del estator. De acuerdo con la FIG. (26), se puede escribir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\bar{V}_{T-S} = (\bar{V}_{T P} + \bar{V}_{T N}) - (\bar{V}_{S P} + \bar{V}_{S N}) + I_T R_x = V_{\text{línea}} \quad (95)$$

$$\bar{V}_{S-R} = (\bar{V}_{S P} + \bar{V}_{S N}) - (\bar{V}_{R P} + \bar{V}_{R N}) = \alpha^2 \bar{V}_{\text{línea}} \quad (96)$$

$$\bar{V}_{R-T} = (\bar{V}_{R P} + \bar{V}_{R N}) - (\bar{V}_{T P} + \bar{V}_{T N}) - I_T R_x = \alpha \bar{V}_{\text{línea}} \quad (97)$$

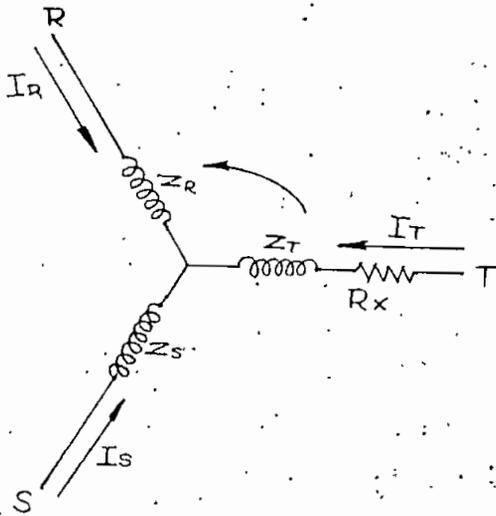


FIG. (26).- Motor trifásico de inducción con una fase del estator desbalanceada.

Las corrientes para cada fase serán:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{Tp} + \bar{I}_{Tn} \quad (98)$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{Sp} + \bar{I}_{Sn} \quad (99)$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{Rp} + \bar{I}_{Rn} \quad (100)$$

De acuerdo al análisis de componentes simétricas:

$$\bar{V}_{Tp} = \bar{V}_{Tp}; \quad \bar{V}_{Sp} = \alpha^2 \bar{V}_{Tp}; \quad \text{y}$$

$$\bar{V}_{Rp} = \alpha \bar{V}_{Tp}$$

$$\bar{V}_{Tn} = \bar{V}_{Tn}; \quad \bar{V}_{Sn} = \alpha \bar{V}_{Tn}; \quad \text{y}$$

$$\bar{V}_{Rn} = \alpha^2 \bar{V}_{Tn}$$

Y, como:

$$I_{Tp} = V_{Tp} \cdot Y_p$$

$$\text{e} \quad I_{Tn} = V_{Tn} \cdot Y_n$$

Se pueden reemplazar estos valores en el sistema (III):

$$\bar{V}_{Tp}(Y_p \cdot R_x + 1 - \alpha^2) + \bar{V}_{Tn}(Y_n \cdot R_x + 1 - \alpha) = \bar{V} \text{ línea} \quad (101)$$

$$\bar{V}_{Tp} - \bar{V}_{Tn} = \bar{V} \text{ línea} / (1 - \alpha^2) \quad (102)$$

$$\bar{V}_{Tp}(1 - \alpha^2 - \alpha^2 R_x \cdot Y_p) + \bar{V}_{Tn}(\alpha - \alpha^2 - \alpha^2 R_x \cdot Y_n) = \bar{V} \text{ línea} \quad (103)$$

Resolviendo en sistema se tiene:

$$\bar{V}_{1p} = \frac{\bar{V}_{\text{línea}}}{(1-\alpha^2)} \cdot \frac{3R_x + Y_n}{3R_x + Y_p + Y_n} \quad (104)$$

$$\bar{V}_{1n} = -\frac{\bar{V}_{\text{línea}}}{(1-\alpha^2)} \cdot \frac{Y_p}{3R_x + Y_p + Y_n} \quad (105)$$

Que serán las componentes simétricas de la fase T en función de la tensión de línea y de los parámetros del circuito.

El valor de $1/(1 - \alpha^2)$ es equivalente a $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot e^{-j30^\circ}$. Como las admitancias son expresiones complejas se puede utilizar la notación:

$$\bar{V}_{Tp} = \bar{V}_{\text{línea}} \cdot K_1 \cdot e^{-j\theta_1} \quad (106) \quad \text{y} \quad \bar{V}_{Tn} = \bar{V}_{\text{línea}} \cdot K_2 \cdot e^{-j\theta_2} \quad (107)$$

ANÁLISIS DEL TORQUE

Las componentes simétricas de voltaje \bar{V}_{Tp} y \bar{V}_{Tn} permiten calcular el torque para cada componente de secuencia por medio de las ecuaciones:

$$T_p = 0,00162 \cdot \frac{\bar{V}_{1p}}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \cdot \frac{R_{2e}}{s} \quad (108)$$

$$T_n = -0,00162 \cdot \frac{\bar{V}_{1n}}{(R_1 + R_{2e}/(2-s))^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \cdot \frac{R_{2e}}{2-s} \quad (109)$$

y el torque resultante tendrá la expresión:

$$T_R = 0,00162 R_{2e} \left[\frac{\bar{V}_{1p}^2}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2} - \frac{\bar{V}_{1n}^2/(2-s)}{(R_1 + R_{2e}/(2-s))^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \right] \quad (110)$$

Cuando el motor de inducción está sometido a tensiones asimétricas o desequilibradas, el torque sufre una pequeña variación que no alcanza mayor importancia mientras el valor de las componentes de secuencia negativa sea pequeño.

Para motores de inducción con rotor de jaula puede ser desfavorable aplicar subitamente el torque de arranque al equipo móvil, pero si se colocan resistencias en serie con una fase del estator el efecto se reduce y la acción motora puede llevarse al límite deseado. Cuando el equipo conducido está ya en movimiento no habrá dificultad en eliminar las resistencias adicionales.

ANALISIS DEL CALENTAMIENTO.

En el aspecto del calentamiento, en cambio, el efecto reviste verdadera importancia pues cada componente de secuencia genera calor por efecto Joule. Las pérdidas en el cobre producidas por las componentes de corriente de secuencia positiva y negativa pueden encontrarse a través de las igualdades:

$$P_{cup} = \frac{\bar{V}_{1p}^2}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2} (R_1 + R_{2e}) \quad (111)$$

$$P_{cun} = \frac{\bar{V}_{1n}^2}{[R_1 + R_{2e}/(2-s)]^2 + (X_1 + X_{2e})^2} (R_1 + R_{2e}) \quad (112)$$

Siendo el valor de estas pérdidas para condiciones normales:

$$P_{cu\ tot} = \frac{\bar{V}_{fase}^2}{(R_1 + R_{2e}/s)^2 + (X_1 + X_{2e})^2} \cdot \frac{R_{2e}}{s} \quad (113)$$

De acuerdo a los datos experimentales obtenidos, la variación de las pérdidas en el cobre sería la siguiente:

CONDICION	PERDIDAS EN EL COBRE	PORCENTAJE
Fase T : 0 ohmios adic.	187,83 vatios	100%
Fase T : 10 ohmios adic.	235,11 vatios	125,2%
Fase T : 20 ohmios adic.	302,50 vatios	161%
Fase T : 30 ohmios adic.	334,87 vatios	178,3%

3.4.- ANALISIS DEL FUNCIONAMIENTO DE UN MOTOR DE INDUCCION CON UNA FASE DEL ESTATOR EN CIRCUITO ABIERTO

3.4.1.- ESTUDIO ANALITICO: OBTENCION DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

El fenómeno puede ocurrir cuando una de las fases del estator se abre accidentalmente debido, por ejemplo, al disparo de uno de los fusibles de los conductores. El análisis es el mismo tanto para el caso de que la máquina esté conectada en estrella como para el caso de que lo estuviera conectada en delta, pero para el último caso es necesario hacer las respectivas transformaciones estrella-delta.

Suponiendo que la fase T es la abierta y, de acuerdo con la FIG. (27), se pueden deducir las siguientes condiciones:

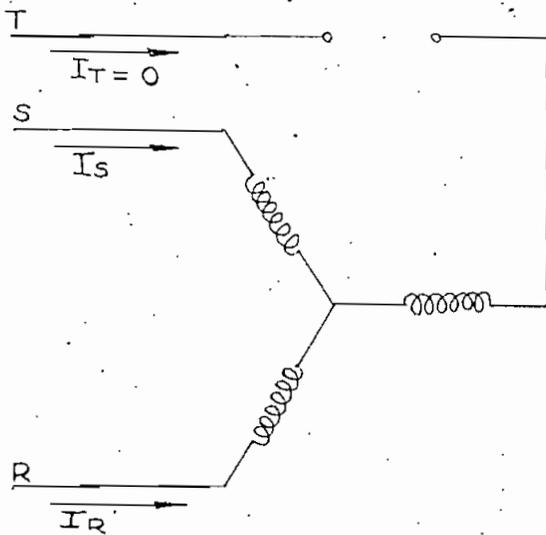


FIG. (27).- Motor trifásico de inducción con una fase del estator abierta.

$$I_T = 0; I_S = I; I_R = -I_S \quad (114)$$

Las componentes simétricas de corriente serían:

$$I_{1p} = \frac{1}{3} (0 + \alpha I_S + \alpha^2 I_R);$$

$$I_{1n} = \frac{1}{3} (0 + \alpha^2 I_S + \alpha I_R); \quad \text{ó}$$

$$I_{1p} = \frac{1}{3} (0 + \alpha I - \alpha^2 I) = jI/\sqrt{3} \quad (115)$$

$$I_{1n} = \frac{1}{3} (0 + \alpha^2 I - \alpha I) = -jI/\sqrt{3} \quad (116)$$

$$\text{Por tanto, } I_{1p} = -I_{1n} \quad (117)$$

El voltaje impreso quedaría reducido al voltaje V_{S-R} , que en función de sus componentes de fase sería igual a:

$$V_{S-R} = V_{S-N} - V_{R-N} \quad (118)$$

La ecuación (118) en función de sus componentes simétricas tomaría la forma:

$$V_{S-R} = \alpha^2 V_{1p} + \alpha V_{1n} - \alpha V_{1p} - \alpha^2 V_{1n} = -j\sqrt{3}(V_{1p} - V_{1n}) \quad (119)$$

En el circuito equivalente de la FIG. (28) la mitad superior representa la parte correspondiente a la secuencia positiva y la mitad inferior la parte equivalente para secuencia negativa; la condición de que: I_{1p} sea igual a $-I_{1n}$ queda plenamente satisfecha, lo mismo que la condición

de que el voltaje aplicado a los terminales del estator sea igual a $(V_{1p} - V_{1n})$.

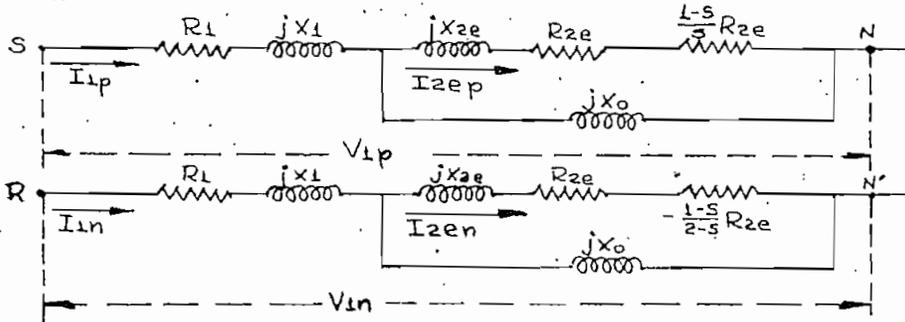


FIG. (28).- Circuito equivalente para un motor trifásico de inducción con una fase del estator abierta.

Despejando $(V_{1p} - V_{1n})$ de la ecuación (119), se tiene que:

$(V_{1p} - V_{1n}) = -(V_{s-r} / j\sqrt{3})$ y, si este voltaje se aplica a los terminales del circuito equivalente de la FIG. (28) se logrará que fluyan las corrientes de secuencia positiva y secuencia negativa. La potencia total de salida al eje y el torque se obtendrán por medio de las ecuaciones:

$$P_{tot} = 3R_{2e} \left[\frac{1-s}{s} I_{2ep}^2 - \frac{1-s}{2-s} I_{2en}^2 \right] \quad (119)$$

$$T_{tot} = K \cdot R_{2e} \left[\frac{I_{2ep}^2}{s} - \frac{I_{2en}^2}{2-s} \right] \quad (120)$$

La aproximación acostumbrada de transferir la rama de corriente magnetizante de la parte del circuito que representa el rotor a la parte del circuito que representa la fuente se realizará también en este caso. La rama jX_0 de la red de secuencia positiva se colocará a través de la fuente, esto es, directamente sobre los terminales R y S, FIG. (29), como todas las impedancias de la red de secuencia negativa, a excepción de jX_0 , son del or-

den de las reactancias de dispersión, la rama magnetizante de esta red puede ser despreciada.

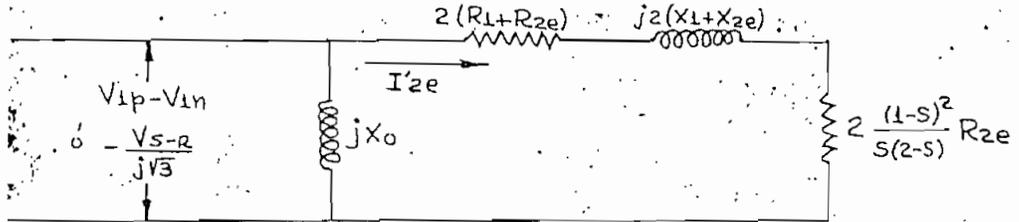


FIG. (29).- Circuito simplificado para un motor de inducción con una fase del estator abierta.

Con la simplificación anotada, la potencia de salida al eje y el tor que pueden calcularse por medio de las ecuaciones:

$$P_{tot} = \frac{6(1-s)^2}{s(2-s)} R_{2e} I_{2e}^2 \quad (121)$$

$$T_{tot} = 2K \frac{(1-s)}{s(2-s)} R_{2e} \cdot I_{2e}^2 \quad (122)$$

en donde K tiene el valor definido en la Ecuación (87).

Para pequeños deslizamientos, según la ecuación (122), el torque es positivo o sea que motor seguirá operando si la carga no es muy grande. Para $s = 1$ el torque es cero y la máquina no podrá arrancar.

Cualesquiera de las componentes de secuencia, voltajes o corrientes, en el estator o en el rotor, pueden obtenerse resolviendo el circuito de la FIG. (28), la cual está claramente marcada para indicar las diferentes cantidades. Obtenidas las componentes de secuencia pueden encontrarse fácilmente las componentes individuales por fase.

3.4.2.- ANALISIS MATEMATICO DE LOS DATOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE

$V_{S-R} = 380 \angle 270^\circ = -j 380$ voltios Secuencia TSR

Velocidad del rotor = 1.480 R.P.M. $s = 0,178$

$|V_{S-N}| = 171,46$ voltios; $|I_S| = 9,8$ Amperios

$P_{S-N} = 1.481,33$ vatios; $\cos \theta_S = 0,88158$

$|V_{R-N}| = 224,58$ voltios; $|I_R| = 9,8$ Amperios

$P = 1.106,54$ vatios; $\cos \theta_S = 0,50277$

De acuerdo con el diagrama eléctrico de la FIG. (30) se tendrán los siguientes valores:

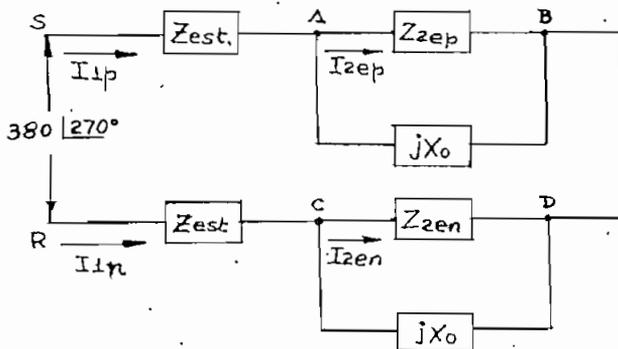


FIG. (30).- Diagrama eléctrico para el motor de inducción con una fase del estator en circuito abierto.

$Z_{est.} = 1,6 + j 6,0$ ohmios

$Z_{zep} = 26,46 + j 6,0$ ohmios

$Z_{zen} = 2,59 + j 6,0$ ohmios

$j X_o = j 94,36$ ohmios

$Y_{A-B} = (35,94 - j 18,75)10^{-3}$ mho

$Y_{C-D} = (60,64 - j 151,1)10^{-3}$ mho

$Z_p = 23,47 + j 17,41$ ohmios

$Z_n = 3,47 + j 10,65$ ohmios

$Z_{total} = 26,94 + j 28,06$ ohmios; $Y_{total} = (17,8 - j 18,54)10^{-3}$ mho.

$$I_{1p} = 5,66 \angle -46^{\circ}9' = 3,92 - j 4,08 \text{ Amperios}$$

$$I_{1n} = 5,66 \angle 133^{\circ}51' \text{ Amperios}$$

$$I_s = -j\sqrt{3}I_{1p} = 9,8 \angle 223^{\circ}51' \text{ Amperios}$$

$$I_R = -I_s = 9,8 \angle 43^{\circ}51' \text{ Amperios}$$

$$V_{1p} = I_{1p} Z_p = 165,39 \angle -9^{\circ}35' \text{ voltios}$$

$$V_{1n} = I_{1n} Z_n = 63,39 \angle 205^{\circ}48' \text{ voltios}$$

$$V_{S-N} = \alpha^2 V_{1p} + \alpha V_{1n} = 171,46 \angle 252^{\circ}1' = -52,95 - j 163,08 \text{ volts.}$$

$$V_{R-N} = \alpha V_{1p} + \alpha^2 V_{1n} = 224,58 \angle 103^{\circ}40' = -53,05 + j 218,22 \text{ volts.}$$

$$V_{A-B} = 139,62 \angle -18^{\circ}36' = 132,33 - j 44,52 \text{ voltios}$$

$$I_{2ep} = 5,15 \angle -31^{\circ}23' \text{ Amperios}$$

$$V_{C-D} = 28,37 \angle 201^{\circ}56' = -26,32 - j 10,6 \text{ voltios}$$

$$I_{2en} = 4,46 \angle 135^{\circ}17' \text{ Amperios}$$

$$P_p = 1.730,65 \text{ vatios}$$

$$P_n = -126,80 \text{ vatios}$$

$$P_{\text{total de salida al eje}} = 1.603,85 \text{ vatios}$$

$$T_p = 1,14 \text{ Kg.m.}$$

$$T_n = -0,08 \text{ Kg.m.}$$

$$T_{\text{total}} = 1,06 \text{ Kg.m.}$$

Por comparación con los datos obtenidos para la operación del motor

en condiciones normales, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1).- También para el presente caso de desbalance la variación del torque es muy pequeña;

2).- El rendimiento del motor sufre un descenso de, más o menos, el 24%: del 85,5% para el motor balanceado al 61,98% para el motor con una fase del estator abierta; y

3).- El calentamiento vuelve a ser el problema de mayor importancia pues se tiene un monto de 804,28 vatios por pérdidas en el cobre, que representarían el 428,2% si es que las pérdidas en el cobre para condiciones normales de funcionamiento se las considera como el 100%.

3.5.- ANALISIS DE LAS CARACTERISTICAS DE UN MOTOR DE INDUCCION CON IMPEDANCIAS DESBALANCEADAS EN EL ROTOR

3.5.1.- ESTUDIO ANALITICO: OBTENCION DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

Para el análisis se asumirá que se aplican al estator de la máquina solamente voltajes de secuencia positiva.

Las corrientes de frecuencia fundamental del estator originan corrientes de frecuencia de deslizamiento en el rotor y, estas, serán desbalanceadas a causa del desequilibrio de sus impedancias.

Las componentes de corriente de secuencia negativa crearán un campo que girará en dirección opuesta a la del rotor y que tendrá la frecuencia de deslizamiento; este campo inducirá en el estator corrientes que tendrán una frecuencia igual a la frecuencia fundamental menos dos veces la frecuencia

de deslizamiento.

En primer lugar se analizarán las reacciones de la máquina originadas por las cantidades de frecuencia fundamental en el estator junto con las cantidades de frecuencia de deslizamiento y de secuencia positiva en el rotor. Luego se analizarán las reacciones de la máquina debidas a las cantidades de frecuencia de deslizamiento y de secuencia negativa en el rotor al mismo tiempo que las originadas por las cantidades de frecuencia fundamental menos dos veces la frecuencia de deslizamiento en el estator.

La unión de las reacciones antedichas se hará por medio de las características de las impedancias desequilibradas del rotor.

La FIG. (31) muestra esquemáticamente los circuitos primario y secundario del motor de inducción.

Al aplicar al estator el voltaje de secuencia positiva V_{1p} el flujo resultante en el entrehierro, al girar a la velocidad de sincronismo, inducirá en el estator el voltaje E_{gp} . Se tendrá entonces que:

$$V_{1p} = E_{gp} + (R_1 + j X_1) I_{1p} \quad (123)$$

$$sE_{gp} = V_{2ep} + (R_{2e} + j sX_{2e}) I_{2ep} \quad (124)$$

en donde, V_{2ep} es el voltaje de secuencia positiva y de frecuencia de deslizamiento que se mediría en los terminales del rotor por medio de un aparato de secuencia positiva.

Dividiendo la ecuación (124) por s , se tendrá:

$$E_{gp} = (V_{2ep}/s) + (R_{2e}/s + j X_{2e}) I_{2ep} \quad (125)$$

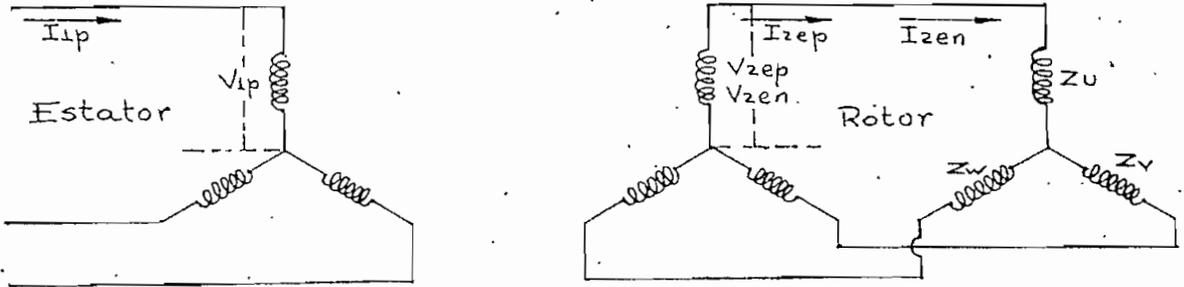


FIG. (31).- Diagrama esquemático para un motor de inducción con impedancias desbalanceadas en el rotor.

La tensión inducida de secuencia positiva tendrá también la equivalencia:

$$E_{gp} = j X_0 (I_{1p} - I_{2ep}) \quad (126)$$

El cumplimiento de las ecuaciones (123), (125) y (126) proporcionará el diagrama eléctrico de la FIG. (32)

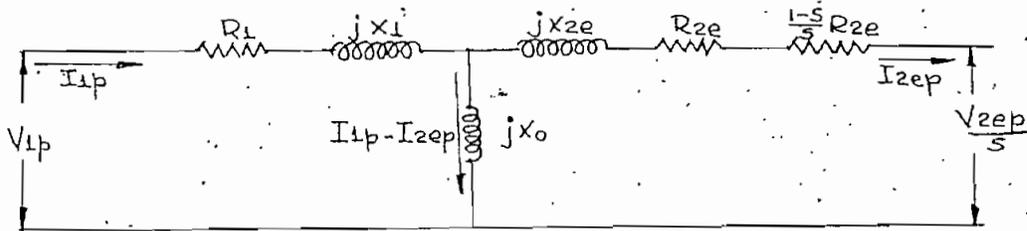


FIG. (32).- Circuito equivalente exacto, de secuencia positiva, para un motor de inducción con el voltaje (V_{2ep}/s) a los terminales del rotor.

X_0 , como en los casos anteriores, es posible utilizar el diagrama equivalente simplificado, FIG. (33), del que se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

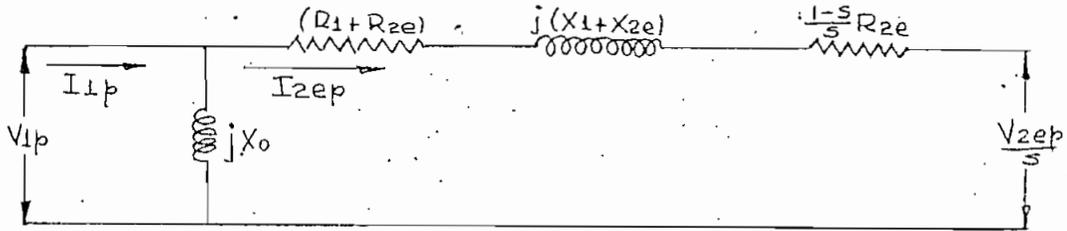


FIG. (33).- Circuito equivalente aproximado, de secuencia positiva, para un motor de inducción con el voltaje (V / s) a los terminales del rotor.

$$(V_{2ep} / s) = V_{1p} - [(R_s + R_{2e} / s) + j \cdot (X_1 + X_{2e})] I_{2ep} \quad (127)$$

$$P_p = 3 \frac{1-s}{s} (R_{2e} + \text{parte real de } \frac{V_{2ep}}{I_{2ep}}) I_{2ep}^2 \quad (128)$$

$$= 3 \frac{1-s}{s} (R_{2e} I_{2ep}^2 + \text{potencia de salida, de secuencia positiva, del rotor}) \quad (129)$$

Para desarrollar el circuito equivalente de secuencia negativa es más conveniente suponer que a los terminales del rotor se aplica un voltaje V_{2en} , de secuencia negativa y de frecuencia $s f_1$, que el rotor es estacionario y que el estator gira a una velocidad $(1 - s)$ en dirección negativa. La última suposición es equivalente a considerar el estator fijo y el rotor girando a una velocidad $(1 - s)$.

El voltaje V_{2en} generará un flujo giratorio de velocidad $(-s)$ y como la velocidad considerada es $-(1 - s)$, las dos velocidades serán iguales para el valor $s = 0,5$. En este caso, no habrá inducción de voltaje en el estator y las características serán idénticas a las del motor de inducción operando a la velocidad sincrónica.

Para $s < 0,5$ la velocidad negativa del rotor será mayor que la velocidad negativa del flujo creado por el voltaje de secuencia negativa y,

por tanto, la máquina actuará como generador de inducción; para $s > 0,5$ la velocidad negativa del estator es menor que la velocidad negativa del flujo y la máquina se comportará como motor de inducción.

El voltaje V_{2en} aplicado a los terminales del rotor hará que la corriente fluya hacia afuera como positiva, como se indica en la FIG. (34), y la ecuación de voltajes para el rotor será:

$$V_{2en} = E_{gn} - (R_{2e} + jsX_{2e}) \cdot I_{2en} \quad (130)$$

donde I_{2en} es la corriente de secuencia negativa del rotor y E_{gn} el voltaje inducido debido al flujo magnético producido por las reacciones de secuencia negativa.

La velocidad del flujo que produce E_{gn} , con relación al rotor, es $(-s)$ y, con relación al estator $(1 - 2s)$. Se sigue por tanto que el mismo flujo inducirá el voltaje $[-(1 - 2s)/s] E_{gn}$ en las bobinas del estator. Si se supone que el sistema de impedancias para las corrientes de frecuencia $(1 - 2s)f_1$ es cero, el voltaje inducido en el estator debe ser igual a la caída de voltaje por impedancia del estator a la frecuencia $(1 - 2s)f_1$, de modo que:

$$- [(1 - 2s)/s] \cdot E_{gn} = - (I_{1n}) [R_1 - j(1 - 2s)X_1] \quad (131)$$

donde I_{1n} es la corriente del estator asociada con la corriente de secuencia negativa del rotor y, para cumplir la suposición previa, la dirección de I_{1n} se considerará como positiva como se muestra en la FIG. (34).

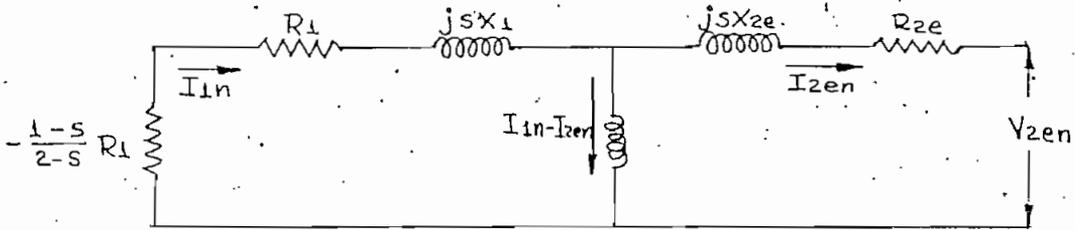


FIG. (34).- Circuito equivalente de un motor de inducción para corrientes de secuencia negativa en el rotor.

El signo empleado para la caída de tensión por impedancia es negativo porque para pequeños deslizamientos la máquina actúa como generador.

Al dividir la ecuación (131) por $-\left[\frac{1-2s}{s}\right]$ se tiene:

$$E_{gn} = \left[\frac{s}{1-2s} R_1 - j s X_1 \right] I_{1n} \quad (132)$$

Como en el análisis para valores de secuencia positiva, E_{gn} será proporcional a $(I_{1n} - I_{2en})$ pero, como en este caso se mediría a la frecuencia de deslizamiento, se tendrá:

$$E_{gn} = j s X_0 (I_{1n} - I_{2en}) \quad (133)$$

De acuerdo a las ecuaciones (130), (132) y (133) el circuito equivalente para secuencia negativa estará representado en la FIG. (34).

A base del diagrama equivalente puede desarrollarse la relación entre el voltaje y la corriente de secuencia negativa:

$$V_{2en} = I_{2en} \left[R_{2e} + j s X_{2e} + \frac{j s X_0 [-R_1 + j X_1 (1-2s)]}{-R_s + j (1-2s)(X_1 + X_0)} \right] \quad (134)$$

Teniendo desarrolladas las dos redes de secuencia puede ahora considerarse el vínculo que las relaciona: considerando las impedancias asimétricas del rotor Z_u , Z_v y Z_w , los voltajes y las corrientes por fase, según la FIG. (31) se tendrá:

$$\left. \begin{aligned} E_u - E_w &= Z_u I_u - Z_w I_w \\ E_v - E_u &= Z_v I_v - Z_u I_u \\ E_w - E_v &= Z_w I_w - Z_v I_v \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

Los voltajes y las corrientes por fase pueden entonces desarrollarse en función de los voltajes y las corrientes de secuencia con el siguiente resultado:

$$V_{zep} = \frac{1}{3} (Z_u + Z_v + Z_w) I_{zep} + \frac{1}{3} (Z_u + \alpha^2 Z_v + \alpha Z_w) I_{zen} \quad (137)$$

$$V_{zen} = \frac{1}{3} (Z_u + \alpha Z_v + \alpha^2 Z_w) I_{zep} + \frac{1}{3} (Z_u + Z_v + Z_w) I_{zen} \quad (138)$$

Las componentes de secuencia de los voltajes pueden encontrarse a partir de las ecuaciones (137) y (138), (128) y (130). Las expresiones analíticas son muy complicadas y es más conveniente, a partir de este punto, realizar los cálculos directamente. Al obtener las componentes de secuencia de los voltajes y las corrientes pueden determinarse las características de funcionamiento del motor.

3.5.2.- ANALISIS MATEMATICO DE LOS DATOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE

Para producir el desequilibrio en las impedancias del rotor se añaden

dió a la resistencia de arranque de la fase w una resistencia adicional de 10 ohmios.

Voltaje de línea constante = 380 voltios

Velocidad del rotor = 1.390 R.P.M. $s = 0,228$

$V_{T-N} = 198,71 \angle 12^\circ 26' = 194,05 + j 42,76$ voltios

$V_{S-N} = 197,13 \angle 228^\circ 22' = -130,97 - j 147,33$ voltios

$V_{R-N} = 268,69 \angle 120^\circ 13' = -135,22 + j 232,13$ voltios

$I_T = 8,34 \angle -25^\circ 28' = 7,52 - j 3,58$ Amperios

$I_S = 8,40 \angle 189^\circ 44' = -8,28 - j 1,42$ Amperios

$I_R = 5,06 \angle 81^\circ 22' = 0,76 + j 5,0$ Amperios

$P_{T-N} = 1.307,70$ vatios; $P_{S-N} = 1.293,52$ vatios; $P_{R-N} = 1.658,82$ vatios

Componentes de secuencia:

Voltajes:

$V_{1p} = 218,59 \angle 21' = 218,59 + j 1,35$ voltios

$V_{1n} = -0,49 - j 1,0$ voltios

$V_{1o} = -24,05 + j 42,52$ voltios

Corrientes:

$I_{1p} = 7,13 \angle -38^\circ 7' = 5,61 - j 4,4$ Amperios

Resultados para secuencia positiva:

$E_{gp} = 183,21 - j 25,27$ voltios

$$I_{zep} = 5,88 - 24^{\circ}44' = 5,34 - j 2,46 \text{ Amperios}$$

$$V_{zep} = 16,84 - 6^{\circ}22' = 16,74 - j 1,87 \text{ voltios}$$

$$P_p = 1.900,71 \text{ vatios}$$

Resultados para secuencia negativa:

$$E_{gn} = - 6,64 - j 16,11 \text{ voltios}$$

$$I_{zen} = 0,99 - j 0,81 \text{ Amperios}$$

$$V_{zen} = - 12,7 - j 14,0 \text{ voltios}$$

$$I_{1n} = 11,45 \text{ } 183^{\circ}45' = - 11,43 - j 0,75 \text{ Amperios}$$

$$P_n = - 835,12 \text{ vatios}$$

$$\text{Pérdidas totales en el cobre} = 6 85,46 \text{ vatios}$$

$$P \text{ total de salida} = 1.065,59 \text{ vatios}$$

$$T \text{ total} = 0,74 \text{ Kg.m.}$$

Los resultados matemáticos obtenidos al hacer trabajar el motor de inducción con impedancias desbalanceadas en el rotor muestran que:

- 1).- El torque sufre una apreciable disminución: de 1,01 Kg.m. en condiciones balanceadas, a 0,74 Kg.m. en condiciones desbalanceadas;
- 2).- El rendimiento del motor se hace sumamente pequeño y alcanza un valor del 29%; y
- 3).- A pesar de que las pérdidas en el cobre son menores que para

el caso anterior, siguen significando un porcentaje de mucha consideración al compararlas con las pérdidas producidas en el cobre en condiciones normales. Esto conduce a calificar al calentamiento como el principal problema que se debe afrontar al hacer trabajar a un motor de inducción bajo cualquier condición de asimetría.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De acuerdo con los resultados del presente trabajo se puede concluir que el método de las Componentes Simétricas constituye una herramienta muy útil para el análisis de las características de un motor de inducción tanto en condiciones normales como en condiciones anormales de funcionamiento. En los casos analizados tanto teórica como experimentalmente, se ha llegado a resultados objetivos que inciden en el control del funcionamiento del motor. Además, los casos antedichos pueden presentarse en la práctica como consecuencia de utilizar fuentes de alimentación asimétricas (desbalanceadas), por la aparición de sobrecorrientes en alguna de las fases del estator tales que produzcan el disparo de alguno de los interruptores automáticos ó, como en el último de los casos, por falla accidental de una de las resistencias de arranque.

Los resultados obtenidos experimentalmente, son bastante aproximados, debido a las limitaciones del equipo de laboratorio, sea por la reducida potencia de la máquina o por la poca confiabilidad de alguno de los aparatos de medida utilizados.

No podría dejar de mencionar el aspecto de la limitación de perso -

nal de trabajo en el laboratorio, pues, para un análisis más profundo se deberían hacer las pruebas de experimentación por lo menos entre dos personas, ya que esto conduciría a un mejor control de cada una de las pruebas y a una mayor seguridad en cuanto a la lectura y anotación de los datos, sin descen-
tar el aspecto de la discusión que llevaría a un mejor análisis de los resul-
tados.

Sin embargo, los resultados obtenidos en este trabajo son halagado-
res, ya que han permitido la determinación de las constantes de la máquina,
la construcción de las curvas de funcionamiento de las relaciones potencia-
voltaje y corriente-voltaje y la determinación del diagrama circular aproxi-
mado, como una verificación de la teoría correspondiente al análisis de los
motores de inducción.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- C. F. Wagner and R. D. Evans, SYMMETRICAL COMPONENTES, Copyrigh, 1.933 by the McGraw-Hill Book Company, Inc. Copyrigh renewed 1.961, by Ruth L. Evans.
- 2.- M. Kostenko y L. Piotrovsky, MAQUINAS ELECTRICAS, Volumen II, Editorial Montaner y Simón, Barcelona, España, 1.968.
- 3.- Alberto Ricardo Gray, MAQUINAS ELECTRICAS, Tomo II, Editorial Universitaria de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina, 1.965.
- 4.- Alexander S. Langsdorf, TEORIA DE LAS MAQUINAS DE CORRIENTE ALTERNA, Libros McGraw-Hill, Mexico, Segunda Edición, 1.970.
- 5.- A. E. Knowlton, MANUAL "STANDARD" DEL INGENIERO ELECTRICISTA, Editorial Labor, S. A., Barcelona, España, Octava Edición, 1.967.
- 6.- Jean Lagasse, ESTUDIO DE LOS CIRCUITOS ELECTRICOS, Tomo II, Regímenes de funcionamiento, Editorial Paraninfo, Madrid, España, 1.964.
- 7.- Hugh Hildreth Skilling, CIRCUITOS EN INGENIERIA ELECTRICA, Compañía Editorial Continental, Mexico, Segunda Impresión en español, 1.963.
- 8.- Frank Ayres, Jr., MATRICES, Libros McGraw-Hill de México, Impreso en Colombia por Carvajal y Cía, Cuarta Impresión, 1.969.