

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

**PROGRAMA DIDACTICO DE
SIMULACION DE TRANSFORMADORES**

Tesis previa a la obtención del Título de Ingeniero
Eléctrico en la especialización de Sistemas Eléctricos de
Potencia

MARIO FERNANDO IZQUIERDO TACURI

Quito, Noviembre de 1998

CERTIFICACION

Certifico que la presente tesis fue desarrollada en su totalidad por el Señor Mario Fernando Izquierdo Tacuri.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'P. Angulo', is written over a light blue horizontal line.

Ing. Pablo Angulo
DIRECTOR DE TESIS

DEDICATORIA

Al cariño y comprensión de mis
Hermanos, Agustin, Diego y Andrea, a
la dulzura y ternura de mi Madre,
Magdalena, y en especial a mi amigo y
más grande orgullo mi Padre Mario.

AGRADECIMIENTO

A mi director de Tesis Ing. Pablo Angulo quien con su acertada conducción me ayudó a la culminación del presente trabajo, a mis profesores, y a mis amigos.

A la Familia Padilla, en especial a Ti Cecilia. GRACIAS.

TABLA DE CONTENIDO

CAPITULO I

MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR

1.1.- ECUACIONES DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO.....	1
1.1.1.- Determinación de las corrientes de excitación del transformador con núcleo ideal.....	3
1.1.2.- Ecuaciones del transformador monofásico con carga.....	5
1.1.2.a.- Carga con factor de potencia en retraso.....	6
1.1.2.b.- Carga con factor de potencia en adelanto.....	8
1.1.3.- Falla en la carga.....	10
1.2.- ANALISIS DE TRANSFORMADORES TRIFASICOS.....	11
1.2.a.- Conexión delta – delta.....	14
1.2.b.- Conexión estrella – estrella.....	16
1.2.c.- Conexión delta – estrella.....	18
1.2.d.- conexión estrella – delta.....	20
1.2.1.- Determinación de las corrientes de excitación del transformador trifásico con núcleo ideal.....	22
1.2.2.- Ecuaciones generales del transformador trifásico con carga.....	23
1.2.2.a.- Carga con factor de potencia en retraso.....	24
1.2.2.b.- Carga con factor de potencia en adelanto.....	27
1.2.3.- Falla trifásica en la carga.....	30
1.3.- CONSIDERACIONES DE LA NO-LINEALIDAD Y SATURACIÓN DEL NÚCLEO.....	31
1.4.- MODELO MATEMÁTICO GENERAL.....	38
1.4.1.- Modelo matemático del transformador monofásico.....	38
1.4.2.- Modelo matemático del transformador trifásico.....	41

CAPITULO II

PROGRAMA COMPUTACIONAL

2.1.- TÉCNICAS DE SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES.....	45
2.1.1.- Solución de ecuaciones diferenciales utilizando métodos matemáticos.....	45
2.1.2.- Solución de ecuaciones diferenciales por medio de la transformada de Laplace.....	47
2.1.3.- Métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales.....	47

2.2.- ALGORITMO MATEMÁTICO.....	49
2.2.1.- Corriente en vacío.....	50
2.2.2.- Transformador con carga.....	54
2.2.3.- Falla en la carga.....	56
2.3.- PROGRAMA DIGITAL.....	57
2.3.1.- Simulación del transformador monofásico.....	58
2.3.1.a.- Ingreso de datos.....	58
2.3.1.b.- Análisis en vacío.....	59
2.3.1.c.- Análisis con carga.....	60
2.3.1.d.- Análisis de sensibilidad.....	61
2.3.1.e.- Análisis de falla en la carga.....	62
2.3.2.- Simulación del transformador trifásico.....	63
2.3.2.a.- Ingreso de datos.....	63
2.3.2.b.- Tipo de conexión.....	64
2.3.2.c.- Análisis en vacío.....	65
2.3.2.d.- Análisis con carga.....	66
2.3.2.e.- Análisis de falla en la carga.....	67
2.3.3.- Tipo de curva de magnetización del núcleo.....	68
2.4.- DIAGRAMAS DE FLUJO.....	68
2.5.- RESTRICCIONES DEL PROGRAMA.....	77

CAPITULO III

PRUEBAS EXPERIMENTALES EN TRANSFORMADORES

3.1.- DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR...	78
3.2.- CORRIENTES DE EXCITACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO Y TRIFASICO.....	92
3.3.- OPERACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO Y TRIFASICO CON CARGA.....	94
3.4.- PRUEBAS DE FALLAS.....	96

CAPITULO IV

COMPARACION DE RESULTADOS

4.1.- ANALISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DEL MODELO MATEMATICO.....	100
4.1.1.- Corrientes de excitación del transformador monofásico.....	100
4.1.2.- Corrientes del excitación del transformador trifásico.....	103
4.1.2.a.- Conexión estrella – estrella.....	104
4.1.2.b.- Conexión estrella – delta.....	107
4.1.2.c.- Conexión delta – estrella.....	109
4.1.2.d.- Conexión delta – delta.....	111

4.1.3.- Transformador monofásico con carga.....	112
4.1.4.- Transformador trifásico con carga.....	121
4.1.5.- Falla en la carga.....	124
4.2.- CONTRASTACION DE RESULTADOS.....	126
MANUAL DEL USUARIO.....	130
Anexos.....	145
Conclusiones	
Recomendaciones	
Bibliografía	

INTRODUCCION

Los transformadores constituyen los elementos principales para el proceso de transporte y distribución de energía eléctrica. Es importante conocer el comportamiento del transformador en diferentes condiciones de operación para facilitar la selección, cálculo, simulación y otras tareas que realiza un Ingeniero Eléctrico.

En el presente trabajo se elabora un programa digital didáctico e interactivo para simular el comportamiento del transformador en diferentes condiciones de operación.

El programa digital desarrollado mediante el paquete computacional Visual Basic permite obtener una respuesta gráfica de las formas de onda de voltaje y corriente que se presentan cuando cambian las condiciones de operación de un transformador.

Se obtiene formas de onda de voltaje y corriente en vacío para transformadores considerando la saturación e histéresis del núcleo, lo que facilita determinar la influencia que tienen los diferentes tipos de núcleos en la forma y amplitud de la corriente en vacío para transformadores monofásicos y trifásicos. Además para transformadores trifásicos el usuario puede cambiar el tipo de conexión para determinar la influencia en la corriente en vacío.

Para el estudio de transformadores con carga, al usuario se le presenta la alternativa de trabajar con cargas resistivas, inductivas o capacitivas, variando el porcentaje y el factor de potencia, se obtienen formas de onda de voltaje y corriente primarias y secundarias. Para el caso de transformadores trifásicos el usuario puede cambiar el tipo de conexión con lo que se puede observar el defasamiento en las ondas de voltaje y corriente secundarias con respecto a las primarias.

Para el estudio de un cortocircuito en la carga de los transformadores, el usuario puede elegir el porcentaje de carga que tiene el transformador en el momento de la falla, el ángulo en el que se produce la falla, el tiempo de despeje y si la falla es despejada mediante desconexión del transformador o despeje del cortocircuito en la carga.

Se realizan pruebas de laboratorio para contrastar los resultados y verificar las virtudes del programa. Además se elabora un manual de uso del programa, lo suficientemente explicativo, que permite el manejo del programa sin necesidad de recurrir a la tesis.

El programa desarrollado fue utilizado en una sesión del Laboratorio de Maquinas Eléctricas los resultados obtenidos fueron satisfactorios y cumplen con las expectativas de los usuarios.

Como una facilidad adicional el programa permite realizar un estudio de sensibilidad para determinar la influencia que tiene el cambio de los parámetros del transformador, respecto a los parámetros ingresados por el usuario. En este estudio el usuario ingresa el porcentaje de cambio de los parámetros, para determinar la influencia que tiene sobre la corriente primaria y secundaria así como en el voltaje primario y secundario.

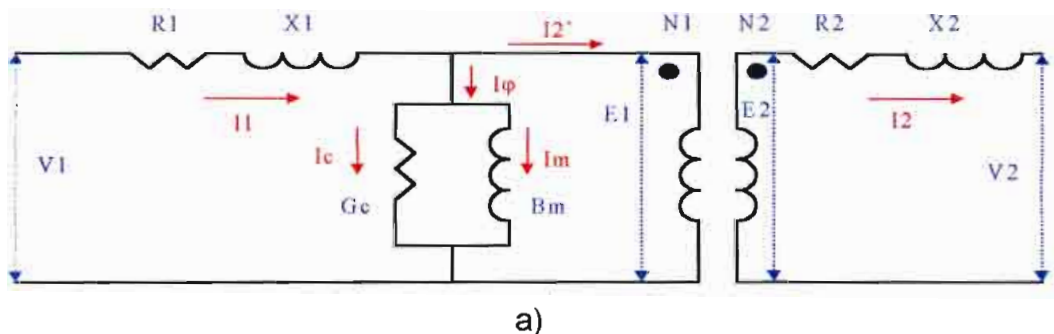
CAPITULO I

MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR

En este capítulo se desarrollarán las ecuaciones del transformador para determinar las corrientes de excitación con núcleo ideal, el comportamiento del transformador con carga y cuando se produce un cortocircuito en la carga del transformador. Además se realizará un estudio del comportamiento del transformador en vacío considerando la no linealidad y el efecto de la histéresis del núcleo.

1.1. ECUACIONES DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO

En los transformadores prácticos las resistencias en los devanados no son despreciables, el flujo magnético no se confina totalmente al núcleo y no enlaza por igual a ambos devanados existiendo fugas magnéticas, además para crear el flujo se precisa una corriente de excitación, y las pérdidas del núcleo no son despreciables, un circuito equivalente debe tomar en cuenta todos estos aspectos. Por lo que se considerará como circuito equivalente a la figura 1.1.a, en donde el transformador real es representado por un transformador ideal más los elementos resistivos e inductivos para considerar todos los aspectos antes mencionados. Una variación del circuito equivalente de la figura 1.1.a, se encuentra en la figura 1.1.b, en donde todos los elementos del transformador han sido referidos al lado primario, este circuito es el denominado *circuito T equivalente de un transformador* [1].



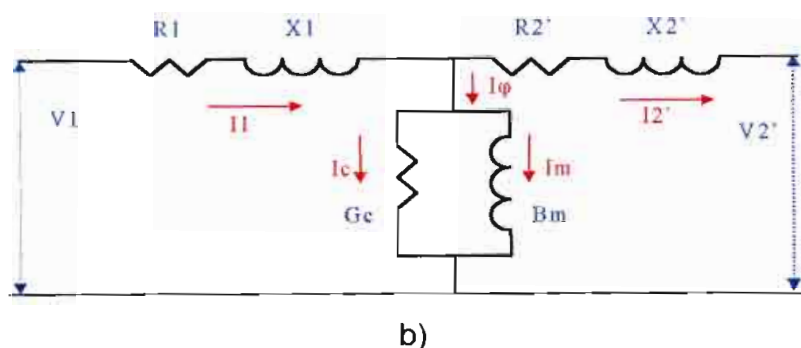


Figura 1.1

- a) Circuito equivalente del transformador
- b) Circuito T equivalente del transformador

En donde:

- R1 Resistencia del devanado primario
- R2' Resistencia del devanado secundario referido al primario
- X1 Reactancia de dispersión del devanado primario
- X2' Reactancia de dispersión del devanado secundario referido al primario
- Gc Conductancia de pérdidas del hierro
- Bm Susceptancia de magnetización
- V1 Voltaje primario
- V2' Voltaje secundario referido al primario
- i1 Corriente primaria
- i2' Corriente secundaria referida al primario
- iφ Corriente de excitación
- ic Corriente de pérdidas del hierro
- im Corriente de magnetización

Se puede observar que en el circuito equivalente los efectos de la no - linealidad magnética del hierro están confinadas a la bobina en paralelo (Bm), representativa de las características de excitación. Exceptuando esta consideración, el transformador con núcleo de hierro tiene esencialmente las mismas propiedades de un circuito lineal, debido a que las resistencias de los devanados y las inductancias de fuga son casi constantes¹.

¹ Existen pequeñas variaciones debido a la temperatura.

La conductancia G_c representa las pérdidas en el hierro del transformador equivalente (por histéresis y corrientes parásitas), como consecuencia de la corriente de excitación i_ϕ .

1.1.1. DETERMINACION DE LAS CORRIENTES DE EXCITACION DEL TRANSFORMADOR CON NUCLEO IDEAL

El funcionamiento en vacío o sin carga de un transformador corresponde a la condición en que el primario del transformador está conectado a una línea de energía de c.a. de frecuencia f , mientras que el secundario está abierto. El circuito equivalente utilizado es el descrito en la figura 1.2. Para simplificar el análisis la rama en paralelo que contiene a la resistencia de pérdidas del núcleo, R_n y la reactancia de magnetización X_m , se reduce a una rama en serie conformada por los elementos R_n' y X_m' , indicadas en la figura 1.2.b [4]

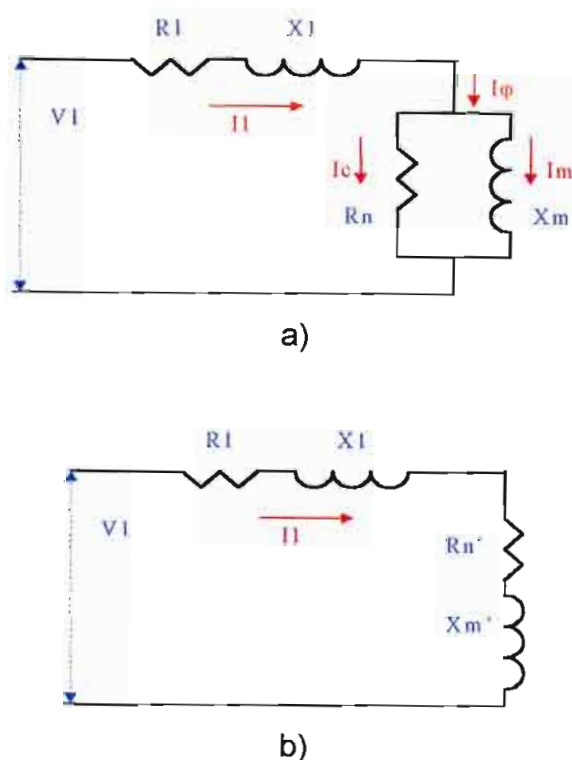


Figura 1.2

a) Circuito equivalente de un transformador con el secundario abierto.

b) Circuito equivalente reducido de un transformador con el secundario abierto

Donde:

$$R_n' = \frac{X_m^2 \cdot R_n}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$X_m' = \frac{X_m \cdot R_n^2}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$v(t) = V_{\max} \cdot \cos(\omega t + \theta) \quad (\text{ec. 1.1})$$

$$v(t) = (R_1 + R_n') \cdot i(t) + \left(\frac{X_1 + X_m'}{\omega} \right) \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (\text{ec. 1.2})$$

- θ ángulo de conexión del voltaje
- $i(t)$ corriente en vacío
- R_1 resistencia primaria
- X_1 reactancia de dispersión primaria
- R_n' resistencia equivalente serie del núcleo
- X_m' reactancia equivalente serie del núcleo

El desarrollo de la resistencia y reactancia equivalente serie del núcleo se encuentran en el anexo 1.1.

Resolviendo la ecuación 1.2 se obtiene:

$$i(t) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right] \quad (\text{ec. 1.3})$$

Donde:

$$R_{eq} = R_1 + R_n'$$

$$L_{eq} = L_1 + L_m'$$

$$Z = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

El desarrollo de la ecuación 1.3 se encuentra en el anexo 1.2.

La amplitud que tenga el voltaje de la red en el momento en que se conecta a ella el transformador determina el valor que alcanza la corriente de excitación transitoria. Así cuando el voltaje es máximo, la corriente de excitación es mínima.

1.1.2. ECUACIONES DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO CON CARGA

Para plantear las ecuaciones generales que rigen el comportamiento del transformador se debe obtener un circuito equivalente, que resulte útil para la explicación del funcionamiento del transformador, tanto para cargas inductivas como capacitivas. Se tiene una gran simplificación de la complejidad del análisis, que no involucran errores muy grandes, si se desprecia la corriente de excitación, porque constituye un porcentaje pequeño de la corriente nominal y además las pérdidas en el hierro solamente constituyen una pequeña fracción de la potencia nominal del transformador, por esta razón el circuito equivalente del transformador con carga se indica en la figura 1.3.

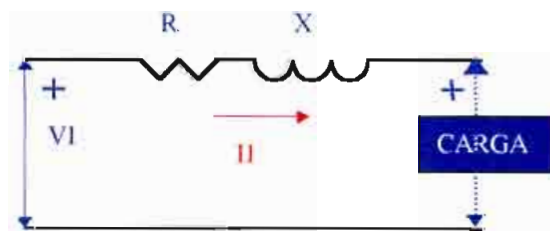


Figura 1.3

Circuito equivalente del transformador con carga

Donde:

$$R = R_1 + R_2'$$

$$X = X_1 + X_2'$$

R resistencia de cortocircuito¹ del transformador

X reactancia de cortocircuito del transformador

¹ Se denominan así porque se determinan a partir de la prueba de cortocircuito.

En el circuito equivalente resultante se considera como resistencia de cortocircuito del transformador, R , a la suma de la resistencia primaria, más la resistencia secundaria referida al primario, y la reactancia de cortocircuito del transformador, X , resulta de la suma de la reactancia de dispersión primaria, más la reactancia de dispersión secundaria referida al lado primario.

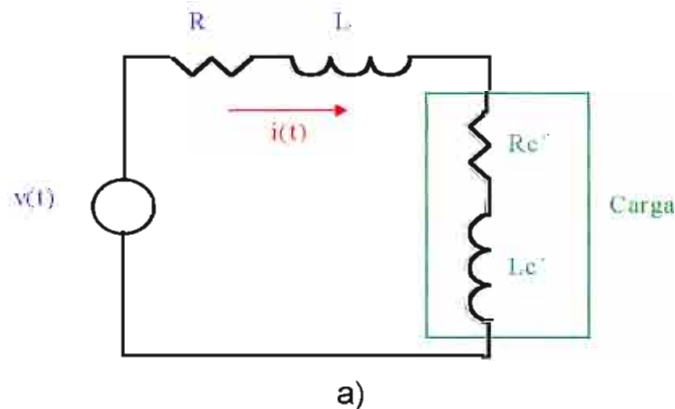
La diferencia vectorial entre V_1 y V_2' , representa la caída de voltaje en la impedancia de cortocircuito del transformador. La caída de voltaje resistiva $i_1 R$, está en fase con la corriente primaria i_1 , la caída de voltaje reactiva $i_1 X$, está adelantada 90° respecto a la corriente i_1 .

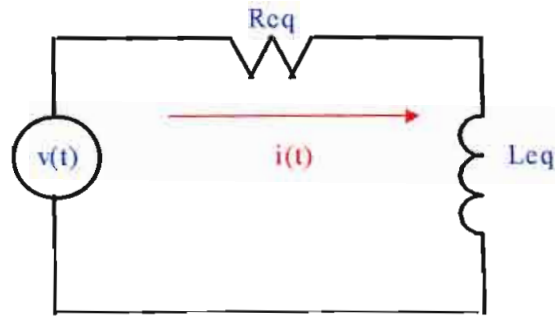
1.1.2.a. CARGA CON FACTOR DE POTENCIA EN RETRASO

La corriente está retrasada respecto al voltaje en un ángulo que depende del factor de potencia de la carga. El circuito que representa este comportamiento se detalla en la figura 1.4.

La resistencia e inductancia equivalente del transformador se encuentran representados por R y L respectivamente, mientras que la carga inductiva se encuentra representada por una resistencia R_c' y una inductancia L_c' reflejadas al primario. Figura 1.4.a.

Para reducir el circuito se encuentra una resistencia equivalente R_{eq} y una inductancia equivalente L_{eq} , que resulta de la combinación en serie de la resistencia e inductancia equivalente del transformador con la resistencia e inductancia de carga, como se indica en la figura 1.4.b.





b)

Figura 1.4

a) Circuito del transformador con carga inductiva

b) Circuito reducido del transformador con carga inductiva

Donde:

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_c'$$

$$L_{eq} = L_1 + L_c'$$

θ ángulo de conexión del voltaje

$i(t)$ corriente primaria

R_{eq} resistencia equivalente

L_{eq} inductancia equivalente

Resolviendo la ecuación de voltaje se tiene:

$$i(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right] \quad \text{(ec. 1.4)}$$

Donde:

$$Z_{eq} = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha_{eq} = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

El desarrollo de la ecuación 1.4 es similar al empleado para encontrar la corriente de excitación. Anexo 1.2.

Para obtener los valores de Rc' y Lc' , es necesario modelar la carga, con lo que:

$$Z_{CARGA}' = \frac{V_p^2}{S_{CARGA}}$$

$$R_{CARGA}' = Z_{CARGA}' \cdot fp$$

$$X_{CARGA}' = \sqrt{Z_{CARGA}'^2 - R_{CARGA}'^2}$$

$$L_{CARGA}' = \frac{X_{CARGA}'}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

En donde:

- V_p Voltaje primario
- S_{CARGA} Potencia aparente de carga
- fp factor de potencia de la carga

De la figura 1.4.a, se obtiene:

$$v_{carga}'(t) = Rc' i(t) + Lc' \frac{di(t)}{dt} \tag{ec. 1.5}$$

1.1.2.b. CARGA CON FACTOR DE POTENCIA EN ADELANTO

La corriente está adelantada respecto al voltaje, en un ángulo que depende del factor de potencia de la carga. El circuito que representa este comportamiento, se detalla en la figura 1.5.

La resistencia e inductancia equivalente del transformador, están representados por R y L , respectivamente, mientras que la carga capacitiva se encuentra representada por una resistencia Rc' y una capacitancia de Cc' , reflejadas al lado primario. Figura 1.5.a.

Para reducir el circuito se encuentra una resistencia equivalente Req y una inductancia equivalente Leq , que resulta de la combinación en serie de la resis-

tencia e inductancia del transformador con la resistencia de la carga reflejadas al primario respectivamente, además se indica en el circuito la capacitancia de carga Cc' .

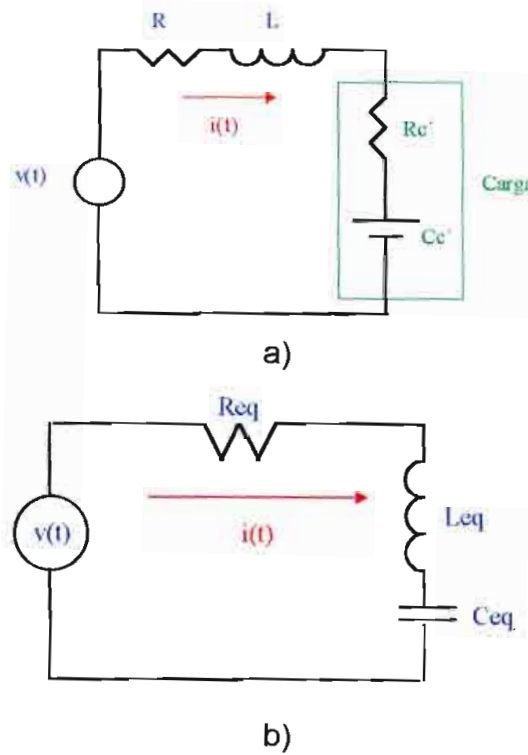


Figura 1.5

- a) Circuito del transformador con carga capacitiva
- b) Circuito equivalente del transformador con carga capacitiva

Donde:

$$R_{eq} = R + R_{c'}$$

$$L_{eq} = L$$

$$C_{eq} = C_{c'}$$

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \int i(t) dt \tag{ec. 1.6}$$

Resolviendo la ecuación 1.6 se tiene:

$$i(t) = A_1 \cdot e^{S_1 t} + A_2 \cdot e^{S_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta) \tag{ec. 1.7}$$

Donde:

$$S_1 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} + \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$S_2 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} - \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$C_2 = \frac{\omega^2 \cdot R_{eq}}{L_{eq}^2} \cdot V_{max} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{\omega \cdot R_{eq}}{L_{eq}}\right)^2 + \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right)^2} \right]$$

$$C_1 = C_2 \cdot \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot R_{eq} / L_{eq}}\right)$$

$$A_2 = \frac{S_1 \cdot (C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta) + C_2 \omega \sin \theta - C_1 \omega \cos \theta}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_1 = -(C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta) - A_2$$

El desarrollo de la ecuación 1.7 se encuentra en el anexo 1.3.

De la figura 1.5.a, se obtiene:

$$v_{carg} (t) = R_c \cdot i(t) + \frac{1}{C_c'} \int i(t) \cdot dt \tag{ec. 1.8}$$

1.1.3. FALLA EN LA CARGA

Cuando se producen corto circuitos repentinos en un transformador o cuando se le ensaya en cortocircuito se pueden despreciar las corrientes de excitación del transformador y considerar únicamente la corriente de falla primaria, en este caso el circuito equivalente, está representado por un circuito eléctrico elemental con una resistencia total, R , que resulta de la suma de la resistencia primaria, más la resistencia secundaria reflejada al lado del primario, y una reactancia total X , que resulta de sumar las reactancias de dispersión primaria y secundaria reflejada al primario, como se indica en la figura 1.6. [7]

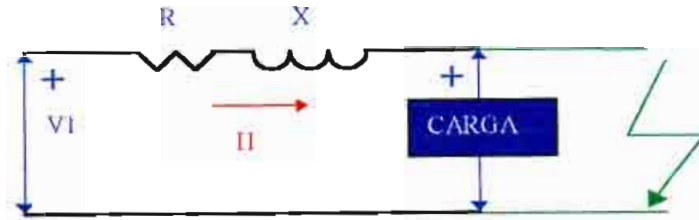


Figura 1.6

Circuito equivalente del transformador para el análisis de falla en la carga

En este caso la ecuación para un cortocircuito repentino presenta la forma:

$$V_1 = V_{\max} \cdot \cos(\omega t + \beta) = i_1 \cdot R + L \frac{di_1}{dt} \tag{ec. 1.9}$$

Siendo β el ángulo en el que se produce la falla.

Resolviendo la ecuación 1.9 se obtiene:

$$i(t) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] \tag{ec. 1.10}$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right)$$

La resolución de la ecuación 1.10 es similar a la planteada en el anexo 1.2 para determinar la corriente de excitación del transformador ideal.

1.2. ANALISIS DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Cuando en un sistema trifásico, las corrientes y voltajes están equilibrados, sólo podrá distinguirse una fase de la otra por los defasajes de 120° , por lo tanto las corrientes y voltajes de cada fase pueden determinarse analizando una fase cualquiera. En muchos casos solamente se necesita la magnitud co-

mún, como la corriente de línea o el voltaje de línea de cualquier fase del sistema trifásico, si se desean los valores de voltaje y corriente de las restantes líneas se deberá considerar el defasaje entre las líneas.

Por lo cual para el análisis de transformadores trifásicos o bancos de transformadores, se realizará el estudio utilizando un circuito equivalente por fase para sistemas balanceados examinando sólo una de las fases y reconociendo que las condiciones son las mismas en las otras dos fases, a excepción de los defasamientos asociados con un sistema trifásico.

Se puede conectar un banco trifásico o un transformador trifásico en cualquiera de las cuatro formas que se muestran en la figura 1.7.

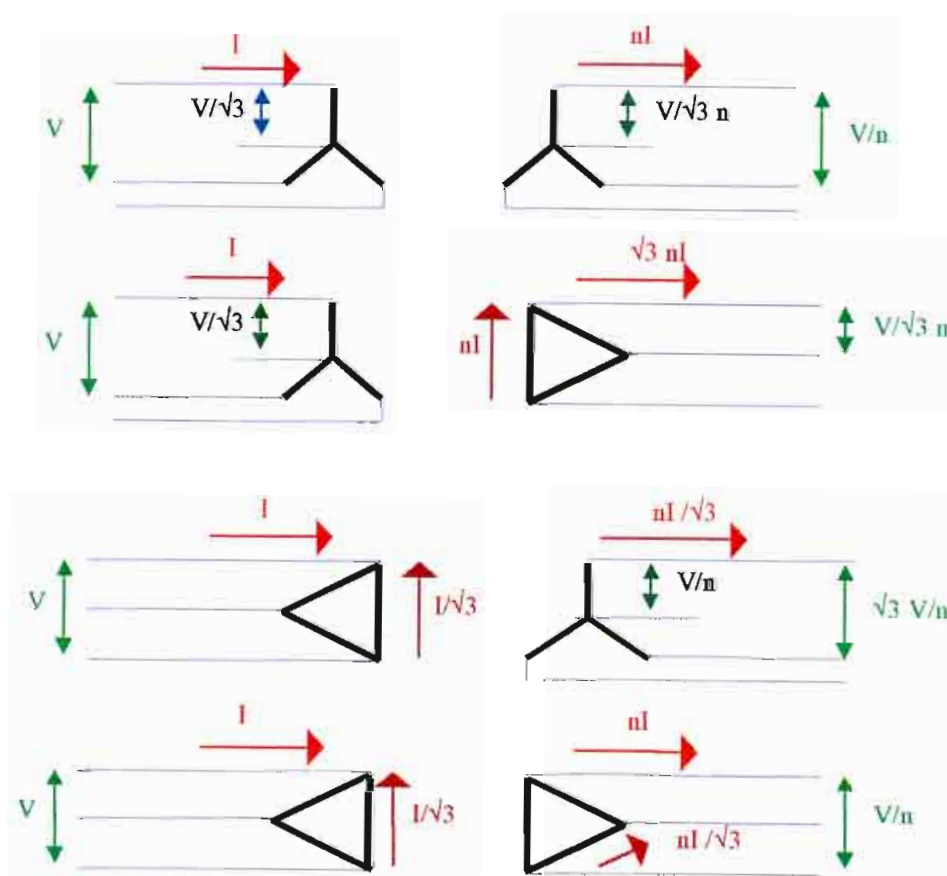


Figura 1.7
Conexiones trifásicas

En la figura 1.7 se indican los voltajes y corrientes que resultan de voltajes balanceados que son aplicados entre línea y línea del primario V y las corrientes de línea cuando la relación de vueltas primario a secundario es n . [1]

El circuito equivalente de una conexión trifásica puede trazarse conectando los circuitos equivalentes monofásicos por fase de acuerdo con las conexiones deseadas, por ejemplo en la figura 1.8 puede verse el circuito equivalente de una conexión Y-Y.

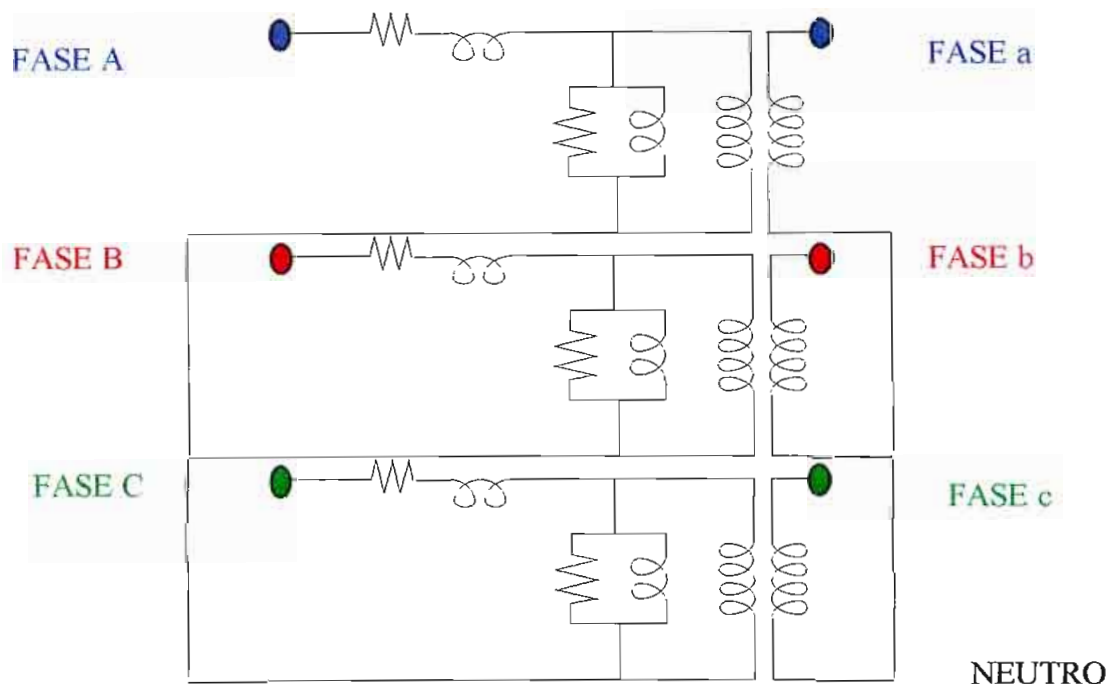


Figura 1.8
Conexión trifásica Y-Y

En lugar de tres transformadores monofásicos, un banco trifásico, puede constituir de un transformador trifásico que tiene los seis devanados en un núcleo común con varias columnas y confinado en un tanque único. Las ventajas de los transformadores trifásicos son su menor costo, menor peso, menor necesidad de espacio y mayor eficiencia.

Por lo que concierne a sus efectos sobre los circuitos exteriores, un grupo de devanados conectados en delta puede representarse por un circuito equiva-

lente conectado en estrella, siempre que los parámetros de la estrella equivalentes estén relacionados con los parámetros reales del transformador conectados en delta y además el voltaje línea a línea del circuito equivalente conectado en estrella sea el mismo para los devanados conectados en delta.

En caso de una conexión del transformador delta - delta se remplazará con un circuito estrella - estrella que emplee los mismos voltajes de funcionamiento, cuyos parámetros sean equivalentes a la conexión delta - delta. Se representará una conexión delta - estrella (o estrella - delta) por un circuito equivalente estrella - estrella, sin embargo se considerará el defasaje introducido por la conexión delta - estrella.

1.2.a. CONEXION DELTA - DELTA

La conexión delta - delta de transformadores trifásicos, se usa generalmente en sistemas cuyos voltajes no son elevados, especialmente en aquellos casos en que se debe mantener la continuidad del sistema. Esta conexión se emplea tanto para elevar o reducir el voltaje [6]

En la figura se muestra las relaciones fundamentales:

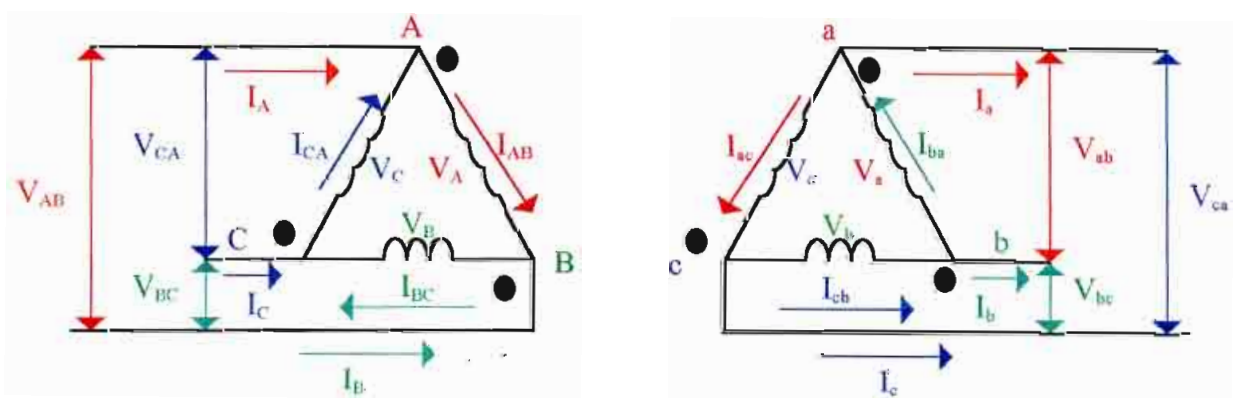


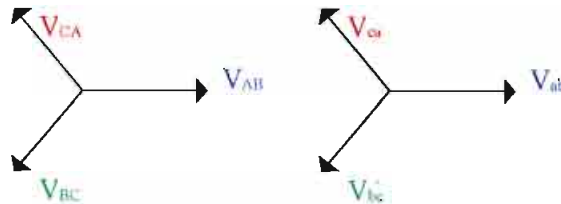
Figura 1.9
Conexión delta - delta

Utilizando notación fasorial:

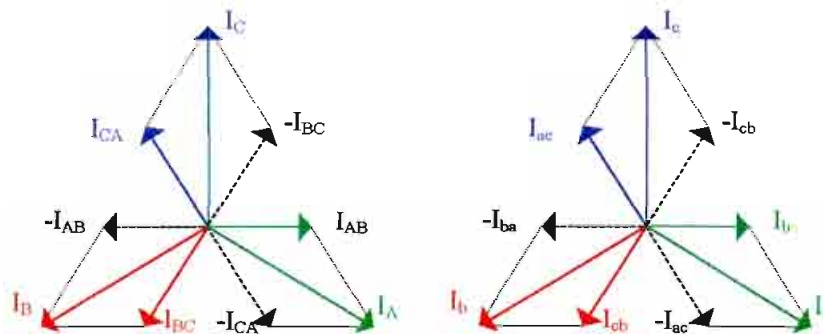
$$\begin{aligned}
 V_{AB} &= V_A & V_{ab} &= V_a \\
 V_{BC} &= V_B & V_{bc} &= V_b \\
 V_{CA} &= V_C & V_{ca} &= V_c
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.11}$$

V_A y V_a son los voltajes primario y secundario del transformador A
 V_B y V_b son los voltajes primario y secundario del transformador B
 V_C y V_c son los voltajes primario y secundario del transformador C

En la conexión delta balanceada, los voltajes entre líneas son iguales a los voltajes de fase y el diagrama vectorial correspondiente es:



y el diagrama vectorial de corrientes para la conexión delta - delta balanceada es el siguiente:



$$\begin{aligned}
 I_A &= I_{AB} - I_{CA} & I_a &= I_{ba} - I_{ac} \\
 I_B &= I_{BC} - I_{AB} & I_b &= I_{cb} - I_{ba} \\
 I_C &= I_{CA} - I_{BC} & I_c &= I_{ac} - I_{cb}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.12}$$

I_A, I_B, I_C representan las corrientes de línea en el primario, mientras que I_a, I_b, I_c las corrientes de línea en el secundario.

Se ha considerado un orden de fase abc y las corrientes balanceadas; el valor de las corrientes de línea se obtienen por la ley de los cosenos como sigue:

$$I_A = \sqrt{I_{AB}^2 + I_{BC}^2 - 2I_{AB}I_{BC} \cos 120^\circ}$$

$I_{AB} = I_{BC}$ por ser un sistema balanceado.

$$I_A = \sqrt{3} \cdot I_{AB} \angle -30^\circ \tag{ec. 1.13}$$

En forma semejante se obtiene en las demás corrientes.

La relación de transformación es:

$$\frac{V_A}{V_a} = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = n \tag{ec. 1.14}$$

1.2.b. CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA

La conexión estrella - estrella da un servicio satisfactorio únicamente en cargas trifásicas balanceadas; cuando la carga es desbalanceada, el neutro eléctrico estará en un punto que hará desigual los tres voltajes de línea a neutro. Esta conexión se emplea en sistemas que operan con voltajes altos y en instalaciones de potencia a cuatro hilos, sin embargo, tiene los siguientes inconvenientes. [6]

- Los voltajes en las fases dependen de las cargas y las características magnéticas de los núcleos de los transformadores.
- La tercera armónica no puede existir en forma de corriente debido a que no hay regreso por ella (solamente cuando se une el neutro del primario con el neutro del generador, en el caso de plantas.)
- En caso de fallar uno de los transformadores no es posible alimentar carga trifásica.

En la figura se muestra las relaciones fundamentales:

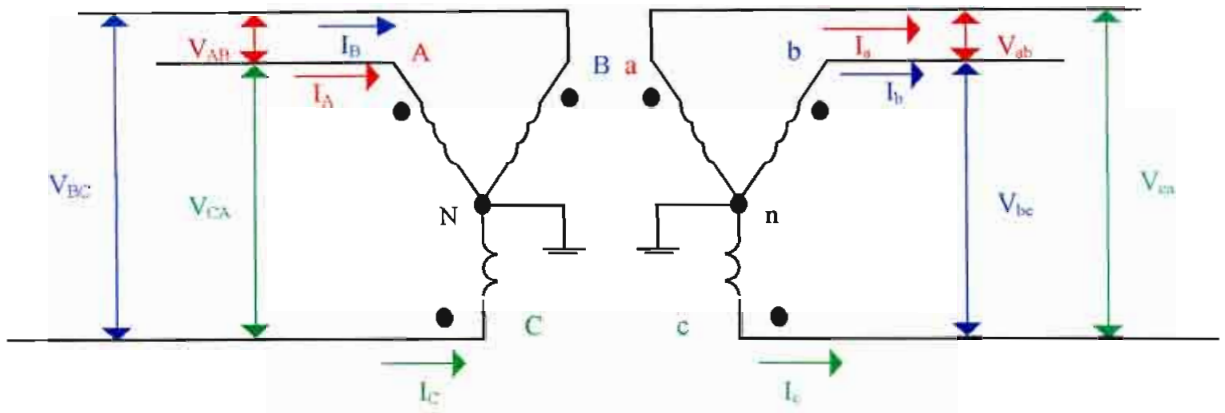


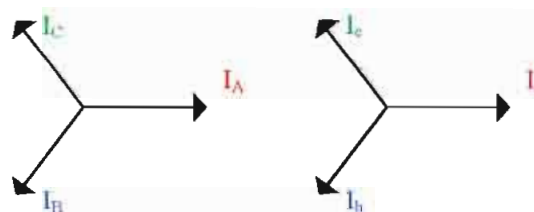
Figura 1.10
Conexión estrella - estrella

Utilizando notación fasorial:

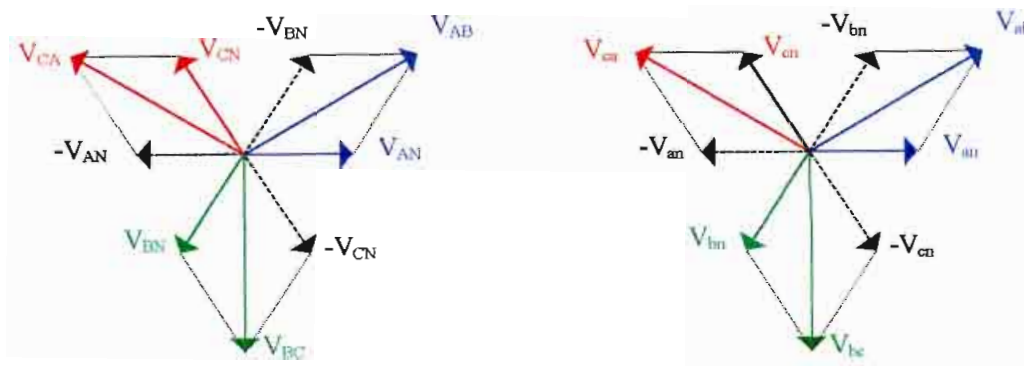
$$\begin{aligned}
 I_A &= I_{AN} & I_a &= I_{an} \\
 I_B &= I_{BN} & I_b &= I_{bn} \\
 I_C &= I_{CN} & I_c &= I_{cn}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.15}$$

I_A y I_a son las corrientes primaria y secundaria del transformador A
 I_B y I_b son las corrientes primaria y secundaria del transformador B
 I_C y I_c son las corrientes primaria y secundaria del transformador C

En esta conexión balanceada, las corrientes en los devanados primarios y secundarios son iguales a las de los correspondientes devanados para cada transformador.



y el diagrama vectorial aproximado para la conexión balanceada es el siguiente:



$$\begin{aligned}
 V_{AB} &= V_{AN} - V_{BN} & V_{ab} &= V_{an} - V_{bn} \\
 V_{BC} &= V_{BN} - V_{CN} & V_{bc} &= V_{bn} - V_{cn} \\
 V_{CA} &= V_{CN} - V_{AN} & V_{ca} &= V_{cn} - V_{an}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.16}$$

Se ha considerado un orden de fase abc y las corrientes balanceadas; el valor de los voltajes de línea se obtienen por la ley de los cosenos como sigue:

$$V_{AB} = \sqrt{V_{AN}^2 + V_{BN}^2 - 2V_{AN} V_{BN} \cos 120^\circ}$$

como $V_{AN} = V_{BN}$

$$V_{AB} = \sqrt{3} \cdot V_{AN} \quad | \quad 30^\circ
 \tag{ec. 1.17}$$

En forma semejante se obtienen en las demás voltajes.

La relación de transformación es:

$$\frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3}V_{AN}}{\sqrt{3}V_{an}} = n
 \tag{ec. 1.18}$$

1.2.c. CONEXION DELTA - ESTRELLA

La conexión delta - estrella de las más empleadas, se utiliza en los sistemas de potencia para elevar voltajes de generación o de transmisión, en los sistemas de distribución a 4 hilos, para alimentación de fuerza y alumbrado.[6]

En la figura se muestra las relaciones fundamentales:

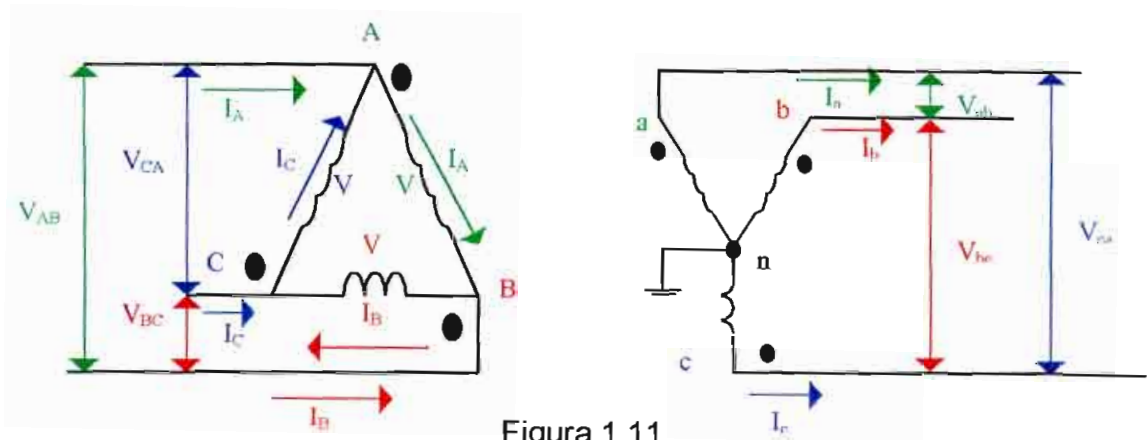
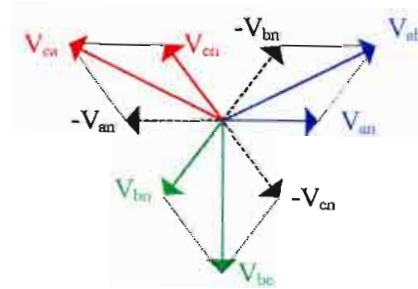
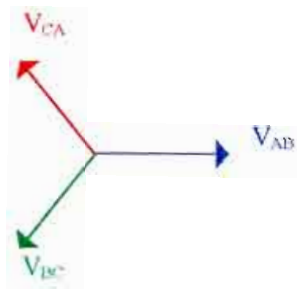


Figura 1.11

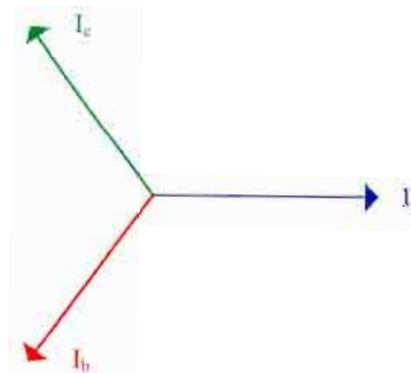
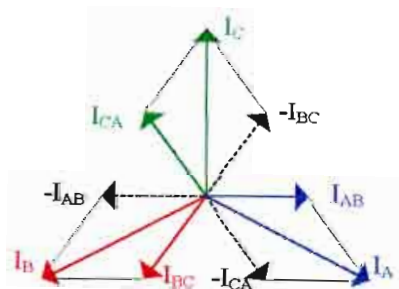
Conexión delta - estrella

Utilizando notación fasorial:



$$\begin{aligned}
 V_{AB} &= V_A & V_{ab} &= \sqrt{3} \cdot V_{an} \mid 30^\circ \\
 V_{BC} &= V_B & V_{bc} &= \sqrt{3} \cdot V_{bn} \mid 30^\circ \\
 V_{CA} &= V_C & V_{ca} &= \sqrt{3} \cdot V_{cn} \mid 30^\circ
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.19}$$

Los diagramas fasoriales para corrientes son los siguientes:



$$\begin{aligned}
 I_A &= \sqrt{3} \cdot I_{AB} \angle -30^\circ & I_a &= I_{an} \\
 I_B &= \sqrt{3} \cdot I_{BC} \angle -30^\circ & I_b &= I_{bn} \\
 I_C &= \sqrt{3} \cdot I_{CA} \angle -30^\circ & I_c &= I_{cn}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.20}$$

La relación de transformación es:

$$\frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{V_{AB}}{\sqrt{3}V_{an}} = n
 \tag{ec. 1.21}$$

1.2.d. CONEXION ESTRELLA - DELTA

La conexión estrella - delta es contraria a la conexión delta - estrella, por ejemplo, en sistemas de potencia, la conexión delta - estrella se emplea para elevar los voltajes y la conexión estrella - delta para reducirlos. En ambos casos, los devanados conectados en estrella se conectan al circuito de más alto voltaje, fundamentalmente por razones de aislamiento. En sistemas de distribución esta conexión es poco usual, salvo en algunas ocasiones para distribución a tres hilos.[6]

En la figura se muestra las relaciones fundamentales:

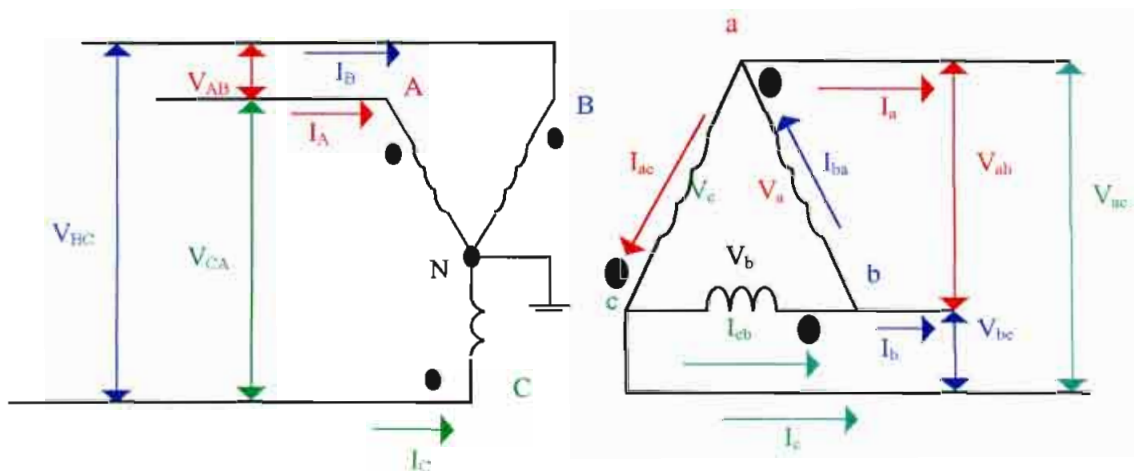
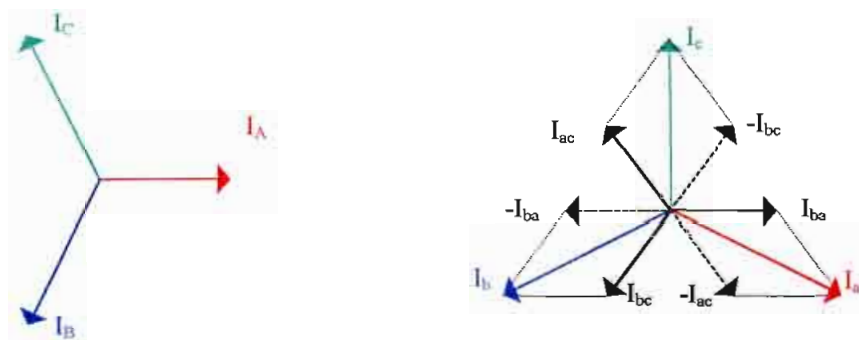


Figura 1.12
Conexión estrella - delta

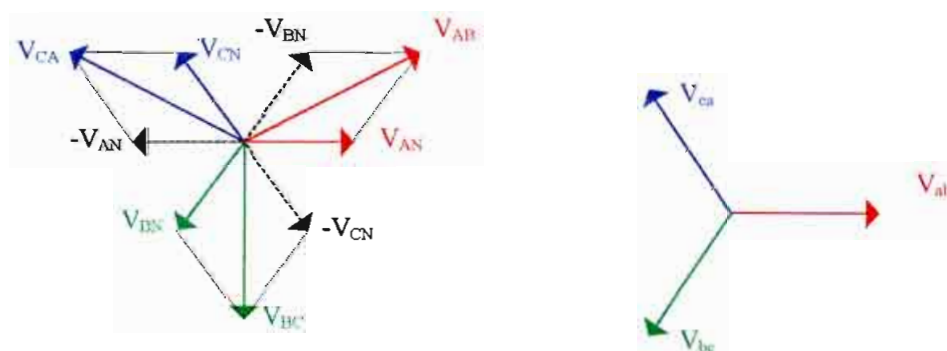
Utilizando notación fasorial:



$$\begin{aligned}
 I_A &= I_{AN} & I_a &= \sqrt{3} \cdot I_{ba} \mid \underline{-30^\circ} \\
 I_B &= I_{BN} & I_b &= \sqrt{3} \cdot I_{bc} \mid \underline{-30^\circ} \\
 I_C &= I_{CN} & I_c &= \sqrt{3} \cdot I_{ac} \mid \underline{-30^\circ}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.22}$$

I_A y I_a son las corrientes primaria y secundaria del transformador A
 I_B y I_b son las corrientes primaria y secundaria del transformador B
 I_C y I_c son las corrientes primaria y secundaria del transformador C

y el diagrama vectorial aproximado para la conexión balanceada es el siguiente:



$$\begin{aligned}
 V_{AB} &= \sqrt{3} \cdot V_{AN} \mid \underline{30^\circ} & V_{ab} &= V_a \\
 V_{BC} &= \sqrt{3} \cdot V_{BN} \mid \underline{30^\circ} & V_{bc} &= V_b \\
 V_{CA} &= \sqrt{3} \cdot V_{CN} \mid \underline{30^\circ} & V_{ca} &= V_c
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.23}$$

La relación de transformación es:

$$\frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3}V_{AN}}{V_{an}} = n \tag{ec. 1.24}$$

Todas las relaciones obtenidas serán utilizadas para la simulación del transformador trifásico en diferentes condiciones de operación.

1.2.1. DETERMINACION DE LAS CORRIENTES DE EXCITACIÓN DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO CON NUCLEO IDEAL

Se puede llevar a cabo cálculos de circuitos que impliquen transformadores o bancos trifásicos, bajo condiciones balanceadas, examinando sólo una de las fases y reconociendo que las condiciones son las mismas en las otras dos fases, a excepción de los defasamientos asociados con un sistema trifásico. Al igual que para el caso de transformadores monofásicos, el equivalente por fase de un transformador trifásico, en vacío, se reduce a un circuito R-L, como se indica en la figura 1.13.

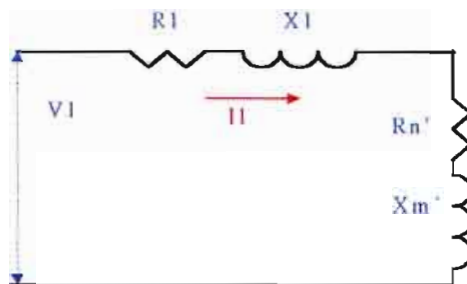


Figura 1.13

Circuito equivalente R-L por fase de un transformador trifásico en vacío.

Donde:

$$\begin{aligned} v_{AN}(t) &= V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta) \\ v_{BN}(t) &= V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120) \\ v_{CN}(t) &= V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120) \end{aligned} \tag{ec. 1.25}$$

$$R_p = R_1 + R_n'$$

$$L_m = \frac{X_1 + X_m'}{\omega}$$

$$v(t) = R_p \cdot i(t) + L_m \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{ec. 1.26}$$

θ ángulo de conexión del voltaje

$i(t)$ corriente de magnetización por fase

R_1 resistencia primaria por fase

X_1 reactancia primaria por fase

R_n' resistencia equivalente serie de pérdidas por fase

X_m' reactancia equivalente serie de magnetización por fase

Resolviendo la ecuación 1.26, utilizando las definiciones de voltaje de las ecuaciones 1.25, se tiene:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right] \\ i_B(t) &= \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta + 120 - \alpha) - \cos(\theta + 120 - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right] \\ i_C(t) &= \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - 120 - \alpha) - \cos(\theta - 120 - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right] \end{aligned} \tag{ec. 1.27}$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R_p^2 + (\omega \cdot L_m)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_m}{R_p}\right)$$

1.2.2. ECUACIONES GENERALES DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO CON CARGA

Para plantear las ecuaciones generales que rigen el comportamiento del transformador sin considerar la no-linealidad del núcleo, se debe obtener un circuito equivalente por fase, que resulte útil para la explicación del funciona-

miento del transformador, tanto para cargas inductivas como capacitivas. Se tiene una gran simplificación de la complejidad del análisis, que no involucran errores muy grandes, si se desprecia la corriente de excitación, es decir la rama en paralelo del circuito T equivalente por fase del transformador. Como se muestra en la figura 1.14.

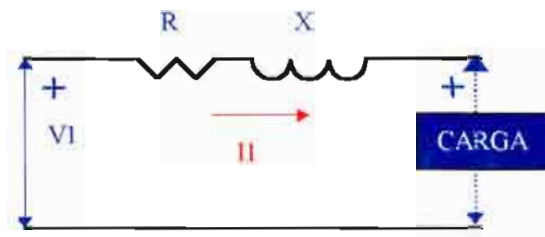


Figura 1.14

Circuito equivalente por fase del transformador trifásico con carga

Donde:

$$R = R_1 + R_2'$$

$$X = X_1 + X_2'$$

1.2.2.a. CARGA CON FACTOR DE POTENCIA EN RETRASO

La corriente está retrasada respecto al voltaje, en un ángulo que depende del factor de potencia de la carga. El circuito que representa este comportamiento, se detalla en la figura 1.15.

La resistencia e inductancia equivalente por fase del transformador, se encuentran representados por R y L , respectivamente, mientras que la carga inductiva, se representa por una resistencia R_c' y una inductancia L_c' reflejadas al primario. Figura 1.15.a.

Para reducir el circuito equivalente por fase, figura 1.15.b, se encuentra una resistencia equivalente R_{eq} y una inductancia equivalente L_{eq} , que resulta de la combinación en serie de la resistencia e inductancia del transformador con la resistencia e inductancia de carga.

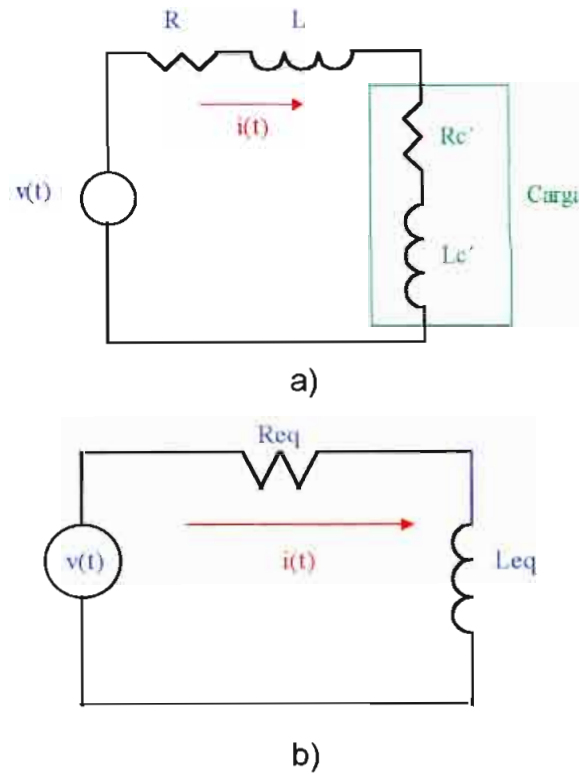


Figura 1.15

- a) Circuito por fase del transformador trifásico con carga inductiva
- b) Circuito reducido por fase del transformador trifásico con carga inductiva

Donde:

$$v_{AN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta) \tag{ec. 1.28}$$

$$v_{BN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120)$$

$$v_{CN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120)$$

$$R_{eq} = R_1 + R_c'$$

$$L_{eq} = L_1 + L_c'$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

θ ángulo de conexión del voltaje

$i(t)$ corriente primaria por fase

R_{eq} resistencia equivalente por fase

L_{eq} inductancia equivalente por fase

Resolviendo la ecuación de voltaje y utilizando las definiciones de voltaje de las ecuaciones 1.28, se tiene:

$$i_A(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right] \quad (\text{ec. 1.29})$$

$$i_B(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta + 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta + 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

$$i_C(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

Donde:

$$Z_{eq} = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha_{eq} = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

Para obtener los valores de R_c' y L_c' , es necesario modelar la carga con lo que:

$$S_{CARGA1\phi} = V \cdot I = \frac{V^2}{Z_{CARGA1\phi}}$$

$$Z_{CARGA1\phi} = \frac{V^2}{S_{CARGA1\phi}}$$

$$S_{CARGA1\phi} = \frac{S_{CARGA3\phi}}{3}$$

$$Z_{CARGA}^1 = \frac{3 \cdot V_p^2}{S_{CARGA3\phi}}$$

$$R_{CARGA}^1 = Z_{CARGA}^1 \cdot fp$$

$$X_{CARGA}^1 = \sqrt{Z_{CARGA}^1{}^2 - R_{CARGA}^1{}^2}$$

$$L_{CARGA}^1 = \frac{X_{CARGA}^1}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

En donde:

- V_p Voltaje primario fase-fase
- S_{CARGA} Potencia aparente de carga
- fp factor de potencia de la carga

De la figura 1.15.a, se obtiene:

$$v_{\text{carga}}(t) = R_c' \cdot i(t) + L_c' \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (\text{ec. 1.30})$$

1.2.2.b. CARGA CON FACTOR DE POTENCIA EN ADELANTO

La corriente está adelantada respecto al voltaje en un ángulo que depende del factor de potencia de la carga. El circuito que representa este comportamiento, se detalla en la figura 1.16. La resistencia e inductancia equivalente por fase del transformador, se encuentran representados por R y L , respectivamente, mientras que la carga capacitiva, se encuentra representada por una resistencia R_c' y una capacitancia C_c' , reflejadas al lado primario. Figura 1.16.a.

Para reducir el circuito equivalente por fase, figura 1.16.b, se encuentra una resistencia equivalente R_{eq} y una inductancia equivalente L_{eq} , que resulta de la combinación en serie de la resistencia e inductancia equivalente por fase del transformador con la resistencia carga, además se indica en el circuito la capacitancia de carga C_c' .

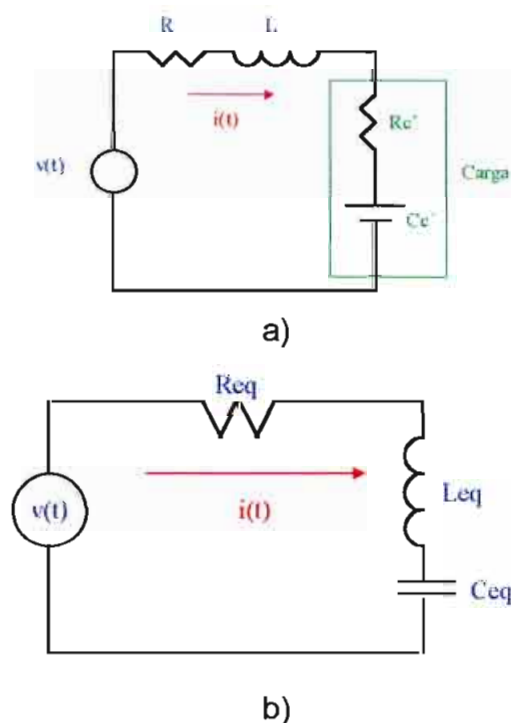


Figura 1.16

a) Circuito por fase del transformador trifásico con carga capacitiva

b) Circuito equivalente por fase del transformador trifásico con carga capacitiva

Donde:

$$R_{eq} = R + R_c'$$

$$L_{eq} = L_l$$

$$C_{eq} = C_c'$$

$$v_{AN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_{BN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120)$$

$$v_{CN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \int i(t) dt \quad (\text{ec. 1.31})$$

Resolviendo la ecuación 1.31, utilizando las definiciones de voltaje se tiene:

$$i_A(t) = A_{A1} \cdot e^{S_1 t} + A_{A2} \cdot e^{S_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta) \quad (\text{ec. 1.32})$$

$$i_B(t) = A_{B1} \cdot e^{S_1 t} + A_{B2} \cdot e^{S_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta + 120) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta + 120)$$

$$i_C(t) = A_{C1} \cdot e^{S_1 t} + A_{C2} \cdot e^{S_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta - 120) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta - 120)$$

Donde:

$$S_1 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} + \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$S_2 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} - \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$C_2 = \frac{\omega^2 \cdot R_{eq}}{L_{eq}^2} \cdot V_{max} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{\omega \cdot R_{eq}}{L_{eq}}\right)^2 + \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right)^2} \right]$$

$$C_1 = C_2 \cdot \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot R_{eq} / L_{eq}}\right)$$

$$A_{A2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \text{sen} \theta + C_2 \text{cos} \theta) + C_2 \omega \text{sen} \theta - C_1 \omega \text{cos} \theta}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{A1} = -(C_1 \text{sen} \theta + C_2 \text{cos} \theta) - A_{A2}$$

$$A_{B2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \sin(\theta + 120) + C_2 \cos(\theta + 120)) + C_2 w \sin(\theta + 120) - C_1 w \cos(\theta + 120)}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{B1} = -(C_1 \sin(\theta + 120) + C_2 \cos(\theta + 120)) - A_{B2}$$

$$A_{C2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \sin(\theta - 120) + C_2 \cos(\theta - 120)) + C_2 w \sin(\theta - 120) - C_1 w \cos(\theta - 120)}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{C1} = -(C_1 \sin(\theta - 120) + C_2 \cos(\theta - 120)) - A_{C2}$$

Para obtener los valores de R_c' y C_c' , es necesario modelar la carga con lo que:

$$S_{CARGA1\phi} = V \cdot I = \frac{V^2}{Z_{CARGA1\phi}}$$

$$Z_{CARGA1\phi} = \frac{V^2}{S_{CARGA1\phi}}$$

$$S_{CARGA1\phi} = \frac{S_{CARGA3\phi}}{3}$$

$$Z_{CARGA}^1 = \frac{3 \cdot V_p^2}{S_{CARGA3\phi}}$$

$$R_{CARGA}^1 = Z_{CARGA}^1 \cdot f_p$$

$$X_{CARGA}^1 = \sqrt{Z_{CARGA}^1{}^2 - R_{CARGA}^1{}^2}$$

$$C_{CARGA}^1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{CARGA}^1}$$

En donde:

- Vp Voltaje primario fase-fase
- S_{CARGA} Potencia aparente de carga
- f_p factor de potencia de la carga

De la figura 1.16.a, se obtiene:

$$v_{carga}^1(t) = R_c^1 \cdot i(t) + \frac{1}{C_c^1} \int i(t) \cdot dt \tag{ec. 1.33}$$

1.2.3. FALLA TRIFASICA EN LA CARGA

En este caso el circuito equivalente por fase del transformador representa un circuito eléctrico elemental con una resistencia total, R , que resulta de la suma de la resistencia del devanado primario, más la resistencia del devanado secundario reducida al lado del primario, y una reactancia total X , que resulta de sumar las reactancias de dispersión primaria y secundaria reducida al primario, como se indica en la figura 1.17.

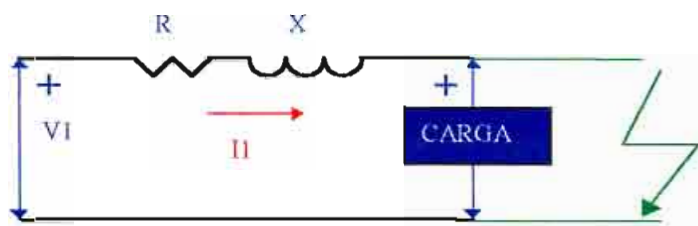


Figura 1.17

Circuito equivalente por fase del transformador trifásico para el análisis de falla trifásica en la carga

En este caso la ecuación para un cortocircuito repentino presenta la forma:

$$V_{AN} = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \beta) = iI \cdot R + L \frac{diI}{dt} \tag{ec. 1.34}$$

$$V_{BN} = V_{max} \cdot \cos(\omega t + 120 + \beta)$$

$$V_{CN} = V_{max} \cdot \cos(\omega t - 120 + \beta)$$

Siendo β el ángulo de conexión del transformador en cortocircuito.

Resolviendo la ecuación 1.34, se tiene:

$$i_A(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L} \cdot t} \right] \tag{ec. 1.35}$$

$$i_B(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \beta + 120 - \alpha) - \cos(\beta + 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L} \cdot t} \right]$$

$$i_C(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \beta - 120 - \alpha) - \cos(\beta - 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L} \cdot t} \right]$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right)$$

1.3. CONSIDERACIONES DE LA NO-LINEALIDAD Y SATURACION DEL NUCLEO

Las propiedades magnéticas no lineales del núcleo hacen que la onda de corriente de excitación difiera de la forma de onda senoidal del flujo. Se puede determinar gráficamente una curva de la corriente de excitación como función del tiempo a partir de las características magnéticas, tal como se indica en la figura 1.18.

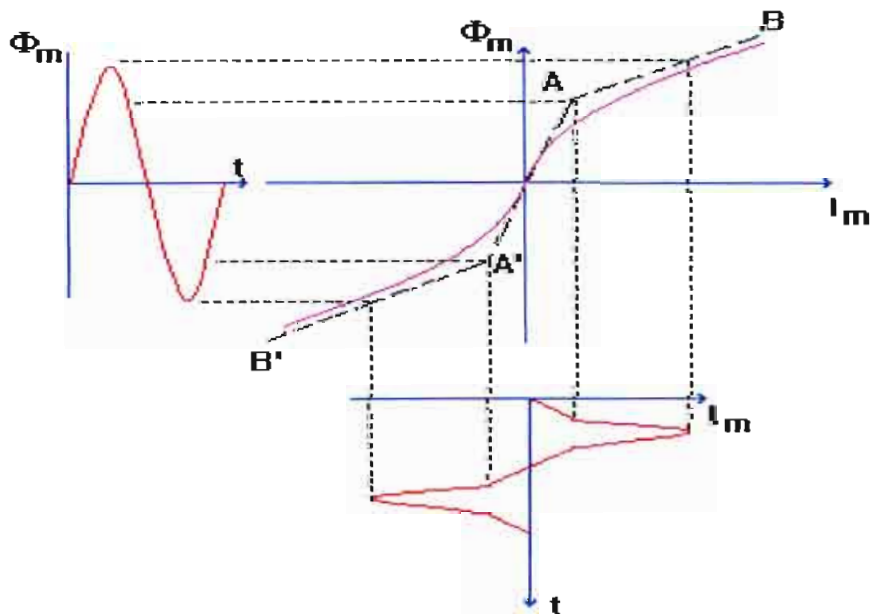


Figura 1.18

Determinación gráfica de la corriente de excitación a partir de la onda senoidal de flujo y de la curva de magnetización del núcleo

En la figura 1.18 se puede observar que mientras el flujo mutuo es senoidal, la corriente de excitación no lo es, debido a la no-linealidad del núcleo del transformador. Mientras la onda de flujo mutuo se encuentre en la zona lineal, segmento A'-A, la onda de corriente tiene una característica senoidal, cuando el flujo pasa el punto A, codo de curva, la corriente de excitación deja de ser senoidal, produciéndose los picos de corriente.

Para introducir el efecto de la saturación, se debe partir de la curva de vacío del transformador, en la cual el eje de las abscisas corresponde a la corriente en vacío, mientras que el eje de las ordenadas corresponde al voltaje aplicado, como se indica en la figura 1.19

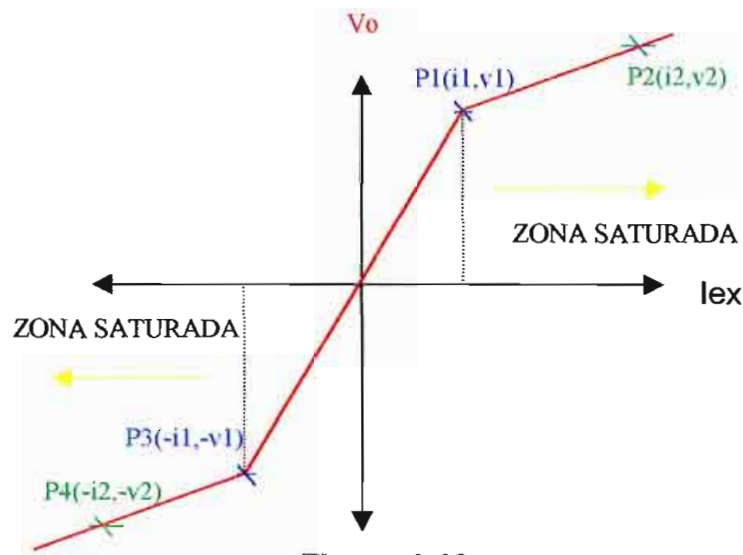


Figura 1.19

Curva voltaje en vacío versus corriente de excitación

En la figura 1.19, el punto P1, corresponde al valor de (i_1, V_1) , debido a razones económicas¹, i_1 es el valor de la corriente de excitación, mientras que el valor de voltaje V_1 , corresponde al voltaje nominal del transformador. El punto P2, con valores (i_2, v_2) , va a depender de las características magnéticas del material que se utilice en el núcleo². En la curva se observa dos zonas, la primera la zona lineal, segmento P3-P1, y la otra la zona saturada, segmentos P4-P3 y P1-P2.

¹ Se diseña el transformador para aprovechar de mejor manera las láminas del núcleo utilizando el flujo máximo permisible.

² Dependiendo del tipo de hierro las pendientes en la zona saturada serán más o menos pronunciadas.

La fuerza electromotriz (fem) en el primario, E_1 de la figura 1.1.a, es igual a la derivada del flujo con respecto al tiempo, multiplicado por el número de vueltas, es decir:[1]

$$e = N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{ec. 1.36})$$

Por lo que el flujo resultante es:

$$\phi = \frac{1}{N} \int e(t).dt \quad (\text{ec. 1.37})$$

Considerando que la caída de voltaje en la resistencia primaria R_1 , y la caída de voltaje en la reactancia primaria X_1 , es despreciable con respecto al voltaje V_1 , se puede asumir que la fem E_1 , es igual al voltaje primario aplicado V_1 , con lo que:

$$V_1 = E_1 = V \text{ máx.} \cdot \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{ec. 1.38})$$

Remplazando la ecuación 1.38 en la ecuación de flujo 1.37. se tiene:

$$\phi = \frac{1}{N} \int V \text{ máx.} \cdot \cos(\omega t + \phi).dt$$

Por lo que el módulo del flujo mutuo es:

$$\phi = \frac{V}{\omega \cdot N} \quad (\text{ec. 1.39})$$

Con lo que en la figura 1.19, dividiendo los valores del eje de las ordenadas, voltaje en vacío, para $\omega \cdot N$ se obtiene la curva flujo mutuo versus corriente de excitación. Figura 1.20.

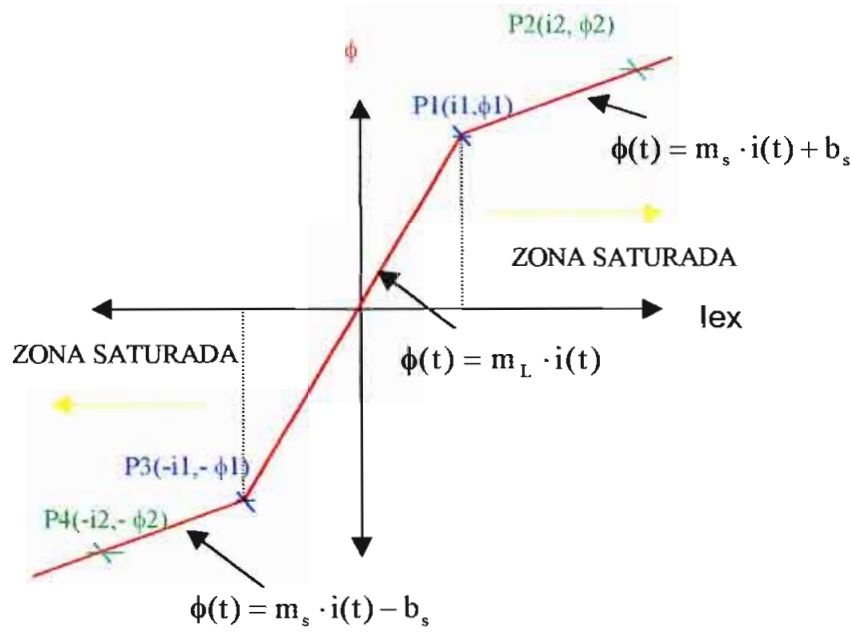


Figura 1.20

Curva flujo mutuo versus corriente de excitación

Del apartado 1.1.1 que corresponde a la determinación de las corrientes de excitación del transformador se obtuvo la ecuación de voltaje 1.2

$$v(t) = (R_1 + R_n') \cdot i(t) + \left(\frac{X_1 + X_m'}{w} \right) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_n'$$

$$L_{eq} = L_1 + L_m'$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{ec. 1.40}$$

Las concatenaciones de flujo magnético, λ , están definidas por [3]:

$$\lambda = L_i = N\phi \tag{ec. 1.41}$$

Con lo que la ecuación 1.40 resulta:

$$v(t) = \frac{R_{eq} \cdot N}{L_{eq}} \cdot \phi(t) + N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \tag{ec. 1.42}$$

Resolviendo la ecuación 1.42 para encontrar el flujo mutuo se tiene:

$$\varphi(t) = \frac{V_{max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right] \quad (\text{ec. 1.43})$$

Donde:

$$R_{eq} = R_l + R_n'$$

$$L_{eq} = L_l + L_m'$$

$$Z = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

El desarrollo de la ecuación 1.43, se encuentra en el anexo 1.4.

Mientras el flujo mutuo se encuentre en la zona lineal, la ecuación de corriente de excitación es:

$$i(t) = \frac{\varphi(t)}{m_L} \quad (\text{ec. 1.44})$$

$$m_L = \frac{\phi_l}{i_l}$$

y si el flujo se encuentra en la zona saturada, la ecuación de corriente de excitación es:

Para valores de flujo mayores a ϕ_1 :

$$i(t) = \frac{\varphi(t) - b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.45})$$

Para valores de flujo menores a $-\phi_1$:

$$i(t) = \frac{\varphi(t) + b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.46})$$

$$b_s = \phi_1 - m_s \cdot i_1$$

$$m_s = \frac{\phi_2 - \phi_1}{i_2 - i_1}$$

El desarrollo de las ecuaciones se encuentra en el anexo 1.5.

Para considerar la influencia de la histéresis, se encuentra la curva flujo mutuo versus corriente en vacío, como se indica en la figura 1.21.

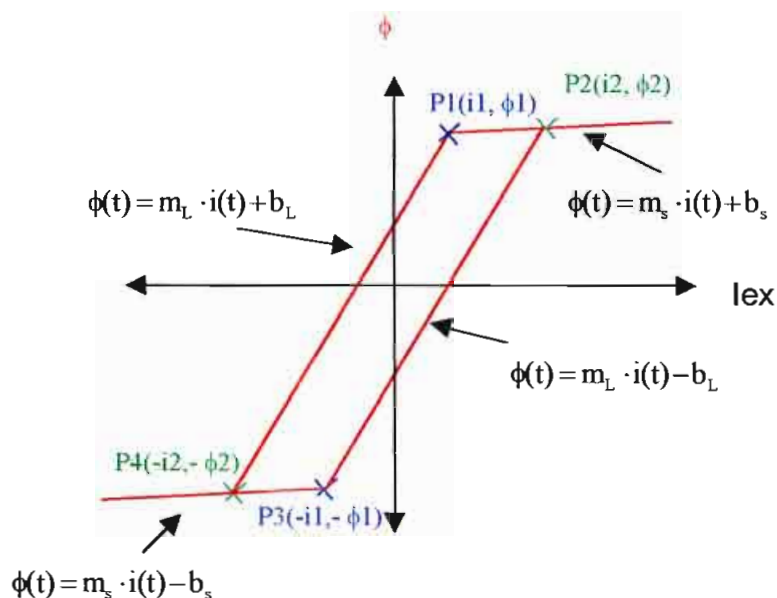


Figura 1.21

Curva de histéresis 68, 42

a) Si el flujo es creciente, segmento P4-P3-P2:

Mientras el flujo mutuo se encuentre en la zona lineal, la ecuación de corriente de excitación es:

$$i(t) = \frac{\phi(t) + b_L}{m_L} \tag{ec. 1.47}$$

$$b_L = m_L \cdot i_1 - \phi_1$$

$$m_L = \frac{\phi_2 + \phi_1}{i_2 + i_1}$$

y si el flujo se encuentra en la zona saturada, la ecuación de corriente de excitación es:

Para valores de flujo mayores a ϕ_2 :

$$i(t) = \frac{\varphi(t) - b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.48})$$

Para valores de flujo menores a $-\phi_1$:

$$i(t) = \frac{\varphi(t) + b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.49})$$

En donde:

$$b_s = \phi_1 - m_s \cdot i_1$$

$$m_s = \frac{\phi_2 - \phi_1}{i_2 - i_1}$$

b) Si el flujo es decreciente, segmento P2-P1-P4:

Mientras el flujo mutuo se encuentre en la zona lineal, la ecuación de corriente de excitación es:

$$i(t) = \frac{\varphi(t) - b_L}{m_L} \quad (\text{ec. 1.50})$$

$$b_L = m_L \cdot i_1 - \phi_1$$

$$m_L = \frac{\phi_2 + \phi_1}{i_2 + i_1}$$

y si el flujo se encuentra en la zona saturada, la ecuación de corriente de excitación es:

Para valores de flujo mayores a ϕ_1 :

$$i(t) = \frac{\varphi(t) - b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.51})$$

Para valores de flujo menores a $-\phi_2$:

$$i(t) = \frac{\varphi(t) + b_s}{m_s} \quad (\text{ec. 1.52})$$

En donde:

$$b_s = \varphi_1 - m_s \cdot i_1$$

$$m_s = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{i_2 - i_1}$$

El desarrollo de las ecuaciones se encuentra en el anexo 1.6.

1.4. MODELO MATEMATICO GENERAL

1.4.1: MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO

De acuerdo al tipo de análisis que se realice sobre el transformador las ecuaciones son las siguientes:

a) Para determinar la corriente de excitación del transformador con núcleo ideal:

$$v(t) = V_{\max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_p \cdot i(t) + L_m \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_p}{L_m} t} \right]$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R_p^2 + (\omega \cdot L_m)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_m}{R_p}\right)$$

θ ángulo de conexión del voltaje

- $i(t)$ corriente de magnetización
- R_p resistencia primaria
- L_m inductancia de magnetización

b) Para determinar la corriente primaria y voltaje en la carga, para transformador monofásico con carga inductiva:

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

$$v_{carga}(t) = R_c i(t) + L_c \frac{di(t)}{dt}$$

Donde:

$$Z_{eq} = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha_{eq} = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

- θ ángulo de conexión del voltaje
- $i(t)$ corriente primaria
- R_{eq} resistencia equivalente
- L_{eq} inductancia equivalente

c) Para determinar la corriente primaria y voltaje en la carga, para transformador monofásico con carga capacitiva:

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \int i(t) dt$$

$$i(t) = A_1 \cdot e^{s_1 t} + A_2 \cdot e^{s_2 t} + C_1 \cdot \sin(\omega t + \theta) + C_2 \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_{carg} (t) = R_c i(t) + \frac{1}{C_c} \int i(t) \cdot dt$$

Donde:

$$S_1 = -\frac{Re_q}{2 \cdot Leq} + \sqrt{\left(\frac{Re_q}{2 \cdot Leq}\right)^2 - \frac{1}{Leq \cdot Ceq}}$$

$$S_2 = \frac{Re_q}{2 \cdot Leq} - \sqrt{\left(\frac{Re_q}{2 \cdot Leq}\right)^2 - \frac{1}{Leq \cdot Ceq}}$$

$$C_2 = \frac{w^2 \cdot Re_q}{Leq^2} \cdot Vmax \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{w \cdot Re_q}{Leq}\right)^2 + \left(w^2 - \frac{1}{Leq \cdot Ceq}\right)^2} \right]$$

$$C_1 = C_2 \cdot \left(w^2 - \frac{1}{Leq \cdot Ceq}\right) \cdot \left(\frac{1}{w \cdot Re_q / Leq}\right)$$

$$A_2 = \frac{S_1 \cdot (C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta) + C_2 w \sin \theta - C_1 w \cos \theta}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_1 = -(C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta) - A_2$$

Req Resistencia equivalente por fase

Leq Inductancia equivalente por fase

Ceq Capacitancia equivalente por fase

d) Para determinar la corriente de falla en un cortocircuito en la carga:

$$V1 = Vmax \cdot \cos(wt + \beta) = iL \cdot R1 + L1 \frac{diL}{dt}$$

$$i(t) = \frac{Vmax}{Z} \left[\cos(wt + \beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \cdot e^{-\frac{R1}{L1} t} \right]$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R1^2 + (w \cdot L1)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_l}{R_l}\right)$$

β el ángulo de conexión del transformador en cortocircuito

1.4.2. MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO

De acuerdo al tipo de análisis que se realice sobre el transformador las ecuaciones son las siguientes:

a) Para determinar la corriente de excitación del transformador con núcleo ideal:

$$v_{AN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_{BN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120)$$

$$v_{CN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120)$$

$$v(t) = R_p \cdot i(t) + L_m \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i_A(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right]$$

$$i_B(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta + 120 - \alpha) - \cos(\theta + 120 - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right]$$

$$i_C(t) = \frac{V_{max}}{Z} \left[\cos(\omega t + \theta - 120 - \alpha) - \cos(\theta - 120 - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_p}{L_m} t} \right]$$

Donde:

$$Z = \sqrt{R_p^2 + (\omega \cdot L_m)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_m}{R_p}\right)$$

θ ángulo de conexión del voltaje

$i(t)$ corriente de magnetización por fase

R_p resistencia primaria por fase

L_m inductancia de magnetización por fase

b) Para determinar la corriente primaria y voltaje en la carga, para transformador trifásico con carga inductiva:

$$v_{AN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_{BN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120)$$

$$v_{CN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i_A(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

$$i_B(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta + 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta + 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

$$i_C(t) = \frac{V_{max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega t + \theta - 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t} \right]$$

$$v_{carga}(t) = R_c' i(t) + L_c' \frac{di(t)}{dt}$$

Donde:

$$Z_{eq} = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha_{eq} = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

θ ángulo de conexión del voltaje

$i(t)$ corriente primaria por fase

R_{eq} resistencia equivalente por fase

L_{eq} inductancia equivalente por fase

c) Para determinar la corriente primaria y voltaje en la carga, para transformador trifásico con carga capacitiva:

$$v_{AN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_{BN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta + 120)$$

$$v_{CN}(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta - 120)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \int i(t) dt$$

$$i_A(t) = A_{A1} \cdot e^{s_1 t} + A_{A2} \cdot e^{s_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta)$$

$$i_B(t) = A_{B1} \cdot e^{s_1 t} + A_{B2} \cdot e^{s_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta + 120) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta + 120)$$

$$i_C(t) = A_{C1} \cdot e^{s_1 t} + A_{C2} \cdot e^{s_2 t} + C_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta - 120) + C_2 \cdot \text{cos}(\omega t + \theta - 120)$$

$$v_{carg.}(t) = R_c \cdot i(t) + \frac{1}{C_c} \int i(t) \cdot dt$$

Donde:

$$S_1 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} + \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$S_2 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} - \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}}$$

$$C_2 = \frac{\omega^2 \cdot R_{eq}}{L_{eq}^2} \cdot V_{max} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{\omega \cdot R_{eq}}{L_{eq}}\right)^2 + \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right)^2} \right]$$

$$C_1 = C_2 \cdot \left(\omega^2 - \frac{1}{L_{eq} \cdot C_{eq}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot R_{eq} / L_{eq}}\right)$$

$$A_{A2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \text{ sen } \theta + C_2 \text{ cos } \theta) + C_2 \omega \text{ sen } \theta - C_1 \omega \text{ cos } \theta}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{A1} = -(C_1 \text{ sen } \theta + C_2 \text{ cos } \theta) - A_{A2}$$

$$A_{B2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \text{ sen}(\theta + 120) + C_2 \text{ cos}(\theta + 120)) + C_2 w \text{ sen}(\theta + 120) - C_1 w \text{ cos}(\theta + 120)}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{B1} = -(C_1 \text{ sen}(\theta + 120) + C_2 \text{ cos}(\theta + 120)) - A_{B2}$$

$$A_{C2} = \frac{S_1 \cdot (C_1 \text{ sen}(\theta - 120) + C_2 \text{ cos}(\theta - 120)) + C_2 w \text{ sen}(\theta - 120) - C_1 w \text{ cos}(\theta - 120)}{(S_2 - S_1)}$$

$$A_{C1} = -(C_1 \text{ sen}(\theta - 120) + C_2 \text{ cos}(\theta - 120)) - A_{C2}$$

Req Resistencia equivalente por fase

Leq Inductancia equivalente por fase

Ceq Capacitancia equivalente por fase

d) Para determinar la corriente de falla en un cortocircuito en la carga:

$$V_{AN} = V_{\text{max}} \cdot \text{cos}(wt + \beta) = iL \cdot R1 + L1 \frac{di}{dt}$$

$$V_{BN} = V_{\text{max}} \cdot \text{cos}(wt + 120 + \beta)$$

$$V_{CN} = V_{\text{max}} \cdot \text{cos}(wt - 120 + \beta)$$

$$i_A(t) = \frac{V_{\text{max}}}{Z} \left[\text{cos}(wt + \beta - \alpha) - \text{cos}(\beta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R1}{L1}t} \right]$$

$$i_B(t) = \frac{V_{\text{max}}}{Z} \left[\text{cos}(wt + \beta + 120 - \alpha) - \text{cos}(\beta + 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R1}{L1}t} \right]$$

$$i_C(t) = \frac{V_{\text{max}}}{Z} \left[\text{cos}(wt + \beta - 120 - \alpha) - \text{cos}(\beta - 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R1}{L1}t} \right]$$

El valor de β indica el ángulo en el cual se produce el cortocircuito.

Donde:

$$Z = \sqrt{R1^2 + (w \cdot L1)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w \cdot L1}{R1}\right)$$

CAPITULO II

PROGRAMA COMPUTACIONAL

En este capítulo se enunciarán las principales técnicas de solución de ecuaciones diferenciales, el algoritmo matemático utilizado, los componentes del programa digital, así como los respectivos diagramas de flujo y las restricciones del programa.

2.1. TECNICAS DE SOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Una solución de una ecuación diferencial es una relación entre las variables, que no contiene derivadas y que verifica la igualdad en una ecuación diferencial.

Toda ecuación diferencial de primer orden se puede expresar de la forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \text{ o}$$

$$M(x, y) \cdot dx + N(x, y) \cdot dy = 0$$

Se dispone de muchos procedimientos para encontrar la solución general de ecuaciones diferenciales de primer orden, entre los más importantes están:

2.1.1. SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES UTILIZANDO MÉTODOS MATEMÁTICOS

Se puede resolver una ecuación diferencial de primer orden utilizando métodos matemáticos. Se enunciarán los más utilizados:

a) La ecuación diferencial de la forma:

$$y' + P(x) \cdot y = Q(x)$$

(ec. 2.1)

Si la función $Q(x)=0$, la ecuación 2.1 toma el nombre de ecuación diferencial lineal homogénea. En este caso las variables se separan y la solución general de la ecuación homogénea es:

$$y = C \cdot e^{-\int P(x) \cdot dx} \quad (\text{ec. 2.2})$$

Para resolver la ecuación lineal no homogénea 2.1, primeramente se halla la solución general de la correspondiente ecuación homogénea, es decir la expresión 2.2, después se encuentra la respectiva solución particular.

La solución general de la ecuación 2.1, resulta la suma de la respuesta homogénea y la respuesta particular.

a) Para encontrar la solución de la ecuación lineal [2]:

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \quad (\text{ec. 2.3})$$

se debe encontrar el factor integrante dado por:

$$u = e^{\int P(x) \cdot dx} \quad (\text{ec. 2.4})$$

y la ecuación se puede escribir como:

$$\frac{d}{dx}(uy) = uQ \quad (\text{ec. 2.5})$$

cuya solución es:

$$uy = \int uQ \cdot dx + C \quad (\text{ec. 2.6})$$

o

$$y \cdot e^{\int P \cdot dx} = \int Q \cdot e^{\int P \cdot dx} + C \quad (\text{ec. 2.7})$$

2.1.2. SOLUCIONES DE ECUACIONES DIFERENCIALES POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

El método de las transformadas de Laplace es útil para resolver ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes y que están asociadas a condiciones iniciales. Para ello, buscamos la transformada de Laplace de la ecuación diferencial dada, usando las condiciones iniciales. Esto lleva a una ecuación algebraica. Resolviendo la ecuación algebraica y tomando después la inversa, se obtiene la solución requerida.

Este método tiene el inconveniente de que la transformada inversa muchas veces resulta una expresión muy compleja, por lo que dificulta la resolución.

2.1.3. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES

Para obtener una solución numérica aproximada, se mencionan algunos métodos:

1.- Método paso a paso o de Euler

En este método sustituimos la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= f(x, y) \\ y(x_0) &= y_0 \end{aligned} \quad (\text{ec. 2.8})$$

por la aproximación:

$$\frac{y(x_0 + h) - y(x_0)}{h} = f(x_0, y_0) \quad (\text{ec. 2.9})$$

de modo que:

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + hf(x_0, y_0) \quad (\text{ec. 2.10})$$

Continuando de este modo podemos encontrar $y(x_0 + 2h)$, $y(x_0 + 3h)$, etc., escogiendo h lo suficientemente pequeño para obtener buenas aproximaciones.

2.- Método de las series de Taylor

Por derivaciones sucesivas de la ecuación diferencial 2.8, se puede encontrar $y'(x_0)$, $y''(x_0)$, $y'''(x_0)$,..... Entonces la solución viene dada por la serie de Taylor:

$$y(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) + \frac{y''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \dots \quad (\text{ec. 2.11})$$

Suponiendo que la serie es convergente. En tal caso, se puede obtener $y(x_0+h)$ con el grado de exactitud que se quiera.

3.- Método de Picard

Integrando la ecuación diferencial 2.8, y usando la condición de contorno, se encuentra:

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(u, y) \cdot du \quad (\text{ec. 2.12})$$

Aceptando la aproximación $y_1(x)=y_0$, se obtiene una nueva expresión:

$$y_2(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(u, y_1) \cdot du \quad (\text{ec. 2.13})$$

usando esta expresión en 2.12 se obtiene:

$$y_3(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(u, y_2) \cdot du \quad (\text{ec. 2.14})$$

Continuando de esta manera se llega a una sucesión de aproximaciones y_1, y_2, \dots . El límite de esta sucesión, si existe, es la solución buscada.

4.- Método de Runge – Kutta

Este método consiste en calcular:

$$k_1 = h.f(x_0, y_0)$$

$$k_2 = h.f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h.f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = h.f(x_0 + h, y_0 + k_3)$$

$$y(x_0 + h) = y_0 + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

Todos los métodos numéricos son aproximaciones de la solución y están sujetos a que expresiones como integrales indefinidas, series y límites sean convergentes.

El método utilizado para resolver ecuaciones diferenciales de primer orden será el método matemático, en el cual se encuentra la solución homogénea y seguidamente la solución particular. Este método es exacto, puede ser evaluado punto a punto, no introduce integrales indefinidas, series o límites que pueden no converger en un valor finito.

2.2. ALGORITMO MATEMATICO

Se ingresan los siguientes parámetros del transformador potencia aparente nominal (kVA), voltaje del lado de alto voltaje (V), voltaje del lado de bajo voltaje (V), frecuencia (Hz), resistencia primaria (Ω), resistencia secundaria reflejada al primario (Ω), reactancia de dispersión primaria (Ω), reactancia de dispersión secundaria reflejado al primario (Ω), conductancia del núcleo (mho), susceptancia del núcleo (mho).

Todos los parámetros ingresados del transformador son cambiados a valores en por unidad utilizando las bases respectivas.

2.2.1. CORRIENTE EN VACIO

Para determinar la corriente en vacío del transformador monofásico, considerando núcleo ideal, se evalúa la ecuación 1.3 del capítulo 1:

$$i(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

En donde la variable independiente tiempo, t , es sustituida por una variable j , esta variable se incrementa desde cero hasta t_e (tiempo de estudio), cada valor de corriente así obtenido, se almacena en un vector.

Para el caso de transformadores trifásicos se procede de idéntica manera que en el caso de transformadores monofásicos con la diferencia de que para evaluar las corrientes en vacío, se utilizan las ecuaciones 1.27:

$$i_A(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_p}{L_m} j} \right]$$

$$i_B(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \theta + 120 - \alpha) - \cos(\theta + 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_p}{L_m} j} \right]$$

$$i_C(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \theta - 120 - \alpha) - \cos(\theta - 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_p}{L_m} j} \right]$$

Cada corriente así obtenida se almacena en tres vectores que representan la corriente de línea del transformador en vacío con núcleo ideal.

Si se desea considerar el efecto de la saturación del núcleo, es necesario evaluar la ecuación de flujo mutuo, 1.43 del capítulo 1:

$$\varphi(j) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

En donde la variable t se ha sustituido por una variable j que se incrementa desde cero hasta el valor t_e que corresponde al tiempo de estudio. Se evalúa punto a punto el valor de flujo mutuo $\varphi(j)$, si este valor es menor al valor de flujo de codo de curva, φ_c , la corriente en vacío se obtiene por la ecuación 1.44:

$$i(j) = \frac{\varphi(j)}{m_L}$$

Si el valor de flujo mutuo $\varphi(j)$ es mayor a φ_c la corriente en vacío será evaluada por la ecuación 1.45:

$$i(j) = \frac{\varphi(t) - b_s}{m_s}$$

Y si el flujo mutuo $\varphi(j)$ es menor a $-\varphi_c$ la corriente en vacío será evaluada por la ecuación 1.46:

$$i(j) = \frac{\varphi(t) + b_s}{m_s}$$

Los valores de $i(j)$ obtenidos punto a punto, se almacenan en un vector.

Si se considera el efecto de la histéresis del núcleo, es necesario evaluar la ecuación de flujo mutuo, 1.43 del capítulo 1:

$$\varphi(j) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

En donde la variable t se ha sustituido por una variable j que se incrementa desde cero hasta el valor t_e que corresponde al tiempo de estudio. Se evalúa punto a punto el valor de flujo mutuo $\varphi(j)$.

Si el flujo mutuo $\varphi(j)$ es creciente [$\varphi(j+1) > \varphi(j)$]:

Cuando el flujo mutuo se encuentra en la zona lineal, es decir, $\varphi(j)$ es menor a φ_c , la corriente en vacío se evalúa por la ecuación 1.47:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) + b_L}{m_L}$$

Si el flujo mutuo es mayor a φ_c , la corriente en vacío se evalúa por la ecuación 1.48:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) - b_s}{m_s}$$

Y si el flujo es menor a $-\varphi_c$, la corriente en vacío está definida por la ecuación 1.49:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) + b_s}{m_s}$$

Si el flujo mutuo $\varphi(j)$ es decreciente [$\varphi(j+1) < \varphi(j)$]:

Cuando el flujo mutuo se encuentra en la zona lineal, es decir, $\varphi(j)$ es menor a φ_c , la corriente en vacío se evalúa por la ecuación 1.50:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) - b_L}{m_L}$$

Si el flujo mutuo es mayor a φ_c , la corriente en vacío se evalúa por la ecuación 1.51:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) - b_s}{m_s}$$

Y si el flujo es menor a $-\varphi_c$, la corriente en vacío está definida por la ecuación 1.52:

$$i(j) = \frac{\varphi(j) + b_s}{m_s}$$

Los valores de $i(j)$ obtenidos punto a punto, se almacenan en un vector.

Para el caso de transformadores trifásicos los flujos vienen dados por las expresiones:

$$\varphi_A(j) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{\frac{-Re q}{L_{eq}} j} \right]$$

$$\varphi_B(j) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega j + \theta - 120 - \alpha) - \cos(\theta - 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-Re q}{L_{eq}} j} \right]$$

$$\varphi_C(j) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot Z} \left[\cos(\omega j + \theta + 120 - \alpha) - \cos(\theta + 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-Re q}{L_{eq}} j} \right]$$

Se procede de idéntica manera que en el caso de transformadores monofásicos, las corrientes así obtenidas se almacenan en tres vectores que representan las corrientes de línea del transformador en vacío.

Los vectores almacenados son presentados mediante un gráfico en donde el tiempo de estudio es un parámetro ingresado por el usuario según sus conveniencias. El intervalo de impresión se encuentra definido de acuerdo al tiempo de estudio de tal forma que la presentación gráfica sea rápida y entendible.

2.2.2. TRANSFORMADOR CON CARGA

Cuando se ha ingresado el porcentaje de carga del transformador y el factor de potencia de la carga, para el caso de carga inductiva se evalúa la ecuación 1.4 del capítulo 1:

$$i(j) = \frac{V_{\max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

en la cual la variable t es remplazada por la variable j que varía desde cero hasta t_e . Los valores punto a punto de la corriente son almacenados en un vector.

Para determinar el voltaje en la carga se evalúa la ecuación 1.5

$$v_{carga}(j) = R_c i(j) + L_c \frac{di(j)}{dj}$$

La variable j aumenta desde cero hasta t_e , almacenando los resultados punto a punto en un vector. Los intervalos de impresión se encuentran definidos según el tiempo de estudio ingresado para una presentación rápida y entendible de los gráficos.

Para el caso de transformadores trifásicos, la corriente primaria se evalúa con las expresiones 1.29 del capítulo 1

$$i_A(j) = \frac{V_{\max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega j + \theta - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

$$i_B(j) = \frac{V_{\max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega j + \theta + 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta + 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

$$i_C(j) = \frac{V_{\max}}{Z_{eq}} \left[\cos(\omega j + \theta - 120 - \alpha_{eq}) - \cos(\theta - 120 - \alpha_{eq}) \cdot e^{\frac{-R_{eq}}{L_{eq}} j} \right]$$

Variando j desde cero hasta t_e , los resultados son almacenados en tres vectores que representan las corrientes de línea primaria del transformador con carga inductiva.

Para carga capacitiva se evalúa las ecuaciones 1.7 del capítulo 1:

$$i(j) = A_1 \cdot e^{s_1 j} + A_2 \cdot e^{s_2 j} + C_1 \cdot \text{sen}(wj + \theta) + C_2 \cdot \text{cos}(wj + \theta)$$

La variable j se incrementa desde cero hasta t_e , almacenando punto a punto en un vector.

Para determinar el voltaje en la carga capacitiva es necesario evaluar la ecuación 1.8 del capítulo 1

$$v_{\text{carga}}(j) = R_c \cdot i(j) + \frac{1}{C_c} \int i(j) \cdot dj$$

Variando j desde cero hasta t_e los resultados son almacenados en un vector.

Para el caso de transformadores trifásicos la corriente primaria del transformador con carga capacitiva se determina utilizando las ecuaciones 1.32

$$i_A(j) = A_{A1} \cdot e^{s_1 j} + A_{A2} \cdot e^{s_2 j} + C_1 \cdot \text{sen}(wj + \theta) + C_2 \cdot \text{cos}(wj + \theta)$$

$$i_B(j) = A_{B1} \cdot e^{s_1 j} + A_{B2} \cdot e^{s_2 j} + C_1 \cdot \text{sen}(wj + \theta + 120) + C_2 \cdot \text{cos}(wj + \theta + 120)$$

$$i_C(j) = A_{C1} \cdot e^{s_1 j} + A_{C2} \cdot e^{s_2 j} + C_1 \cdot \text{sen}(wj + \theta - 120) + C_2 \cdot \text{cos}(wj + \theta - 120)$$

Variando el valor de j los resultados son almacenados en tres vectores que representan las corrientes primarias de línea del transformador con carga capacitiva.

Para la presentación de resultados los vectores se grafican punto a punto obteniendo las respectivas formas de onda según el usuario seleccione. Los intervalos de impresión se encuentran definidos según el tiempo de estudio.

2.2.3. FALLA EN LA CARGA

Para determinar la corriente primaria cuando se produce un corto circuito en la carga del transformador monofásico se evalúa la ecuación 1.10

$$i(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L}j} \right]$$

en la cual la variable t ha sido sustituida por j que incrementa su valor desde cero hasta t_e , cada valor de corriente es almacenado en un vector que representa la corriente primaria cuando se produce una falla en la carga del transformador. Para determinar la relación entre corriente de falla y corriente normal de operación los dos primeros ciclos se grafica la corriente normal de operación.

Para el caso de transformadores trifásicos, las corrientes de falla se determinan a partir de las ecuaciones 1.35

$$i_A(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \beta - \alpha) - \cos(\beta - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L}j} \right]$$

$$i_B(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \beta + 120 - \alpha) - \cos(\beta + 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L}j} \right]$$

$$i_C(j) = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\cos(\omega j + \beta - 120 - \alpha) - \cos(\beta - 120 - \alpha) \cdot e^{\frac{-R}{L}j} \right]$$

Variando j los resultados son almacenados en tres vectores que representan las corrientes de línea primarias en un corto circuito trifásico en la carga.

Cada vector almacenado es presentado en un gráfico de acuerdo a la selección del usuario, además el usuario ingresa el tiempo de estudio con lo que los intervalos de impresión se definen de acuerdo a este tiempo de esta manera se obtiene una simulación rápida y entendible de los gráficos presentados.

2.3. PROGRAMA DIGITAL

El programa fue desarrollado utilizando el Visual Basic 3.0, el cual crea el interfaz con el usuario dibujando controles, tales como cuadros de texto, y botones de comando, en un formulario. Después de definir las propiedades del formulario y de los controles, se escribe el código que se utiliza en el programa. Para la realización del programa el primer paso consiste en la creación de los formularios, los controles y otros objetos que el usuario verá y utilizará, después de definir las propiedades se escribirá el código para activar el interfaz.

Los controles creados permiten obtener datos del usuario y presentar datos y gráficos de salida. Algunos de los controles incluyen cuadros de texto, botones de aplicaciones y menús.

Para la simulación del transformador monofásico se sigue el esquema secuencial indicado en la figura 2.1, mientras que para la simulación del transformador trifásico se sigue el esquema secuencial indicado en la figura 2.2.

En este esquema se indica los pasos necesarios para la simulación así:

1. Ingreso de datos mediante el teclado o utilizando la base de datos del programa
2. Selección del tipo de simulación ya sea vacío, carga, sensibilidad o falla
3. Si la selección es el análisis en vacío se desplegará una ventana en la cual se ingresan los tiempos de estudio, seguidamente se despliega la pantalla gráfica
4. Si la selección es el análisis con carga se desplegará una pantalla en la cual se ingresan los tiempos de estudio, seguidamente se desplegará una pantalla en la cual el usuario define la carga y por último aparecerá la pantalla gráfica.
5. Si la selección es el análisis en falla se desplegará una pantalla en la cual se define el tipo de carga, el ángulo de la falla y el tiempo de despeje.

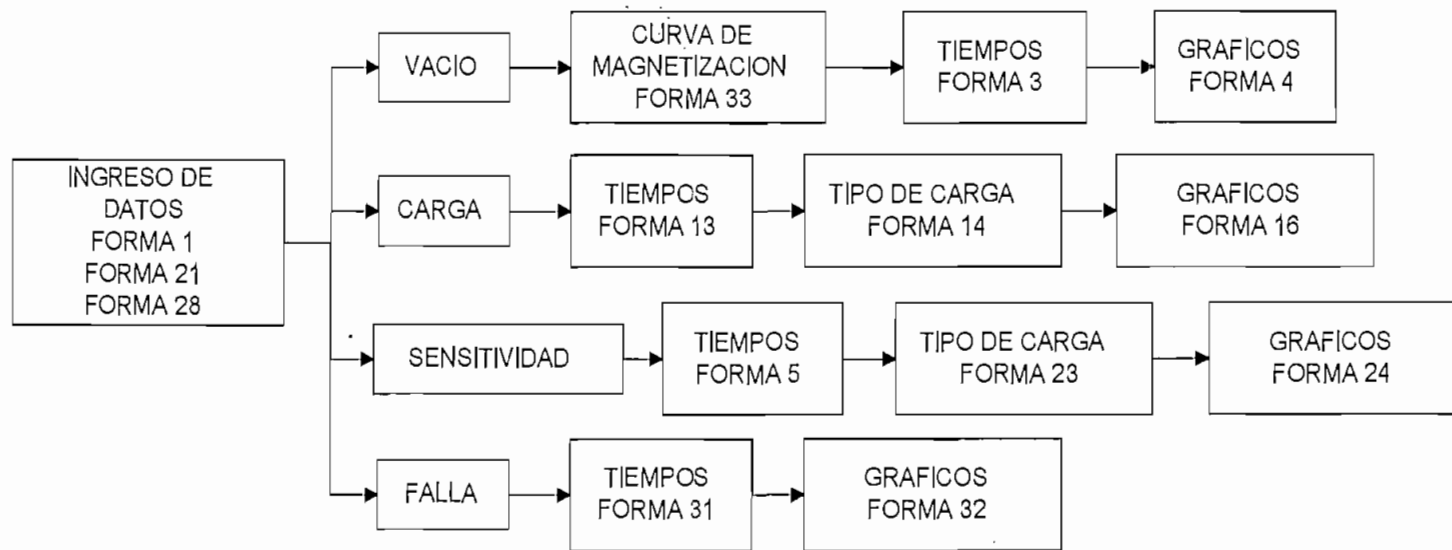


Figura 2.1

Esquema secuencial de la simulación digital del transformador monofásico

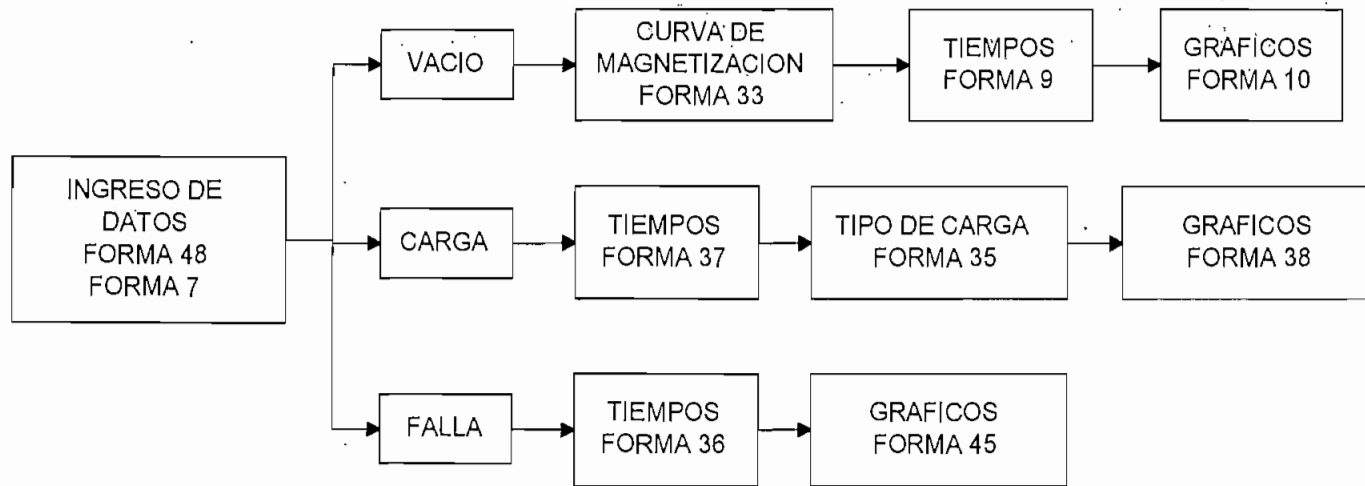


Figura 2.2

Esquema secuencial de la simulación digital del transformador trifásico

2.3.1. SIMULACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

2.3.1.a. INGRESO DE DATOS

Para ingresar datos al usuario se le presentan 3 opciones:

a) Ingreso de datos con valores reales (forma 1):

Las variables ingresadas son:

- S Potencia aparente nominal del transformador
- Vp Voltaje primario del transformador
- Vs Voltaje secundario del transformador
- f frecuencia de operación
- Rp resistencia primaria del transformador
- Rs resistencia secundaria del transformador
- Xp reactancia de dispersión primaria
- Xs reactancia de dispersión secundaria
- Gp conductancia de pérdidas del núcleo
- Bp susceptancia de magnetización del núcleo

b) Ingreso de datos con valores en p.u. (forma 21):

Las variables ingresadas son:

- S Potencia aparente nominal del transformador
- Vp Voltaje primario del transformador
- Vs Voltaje secundario del transformador
- f frecuencia de operación
- Rp resistencia primaria del transformador
- Rs resistencia secundaria del transformador
- Xp reactancia de dispersión primaria
- Xs reactancia de dispersión secundaria
- Gp conductancia de pérdidas del núcleo
- Bp susceptancia de magnetización del núcleo

c) Ingreso de datos de pruebas (forma 28)

Las variables de entrada son:

- S Potencia aparente nominal del transformador

Vp	Voltaje primario del transformador
Vs	Voltaje secundario del transformador
f	frecuencia de operación
Pvacio	potencia en la prueba de circuito abierto
Vo	voltaje en la prueba de circuito abierto
Ivacio	corriente en la prueba de circuito abierto
Pcc	potencia en la prueba de corto circuito
Vcc	voltaje en la prueba de corto circuito
Icc	corriente en la prueba de corto circuito

Las variables de salida son las mismas variables definidas para la forma 1 y forma 21.

En el programa se encuentra una base de datos para transformadores monofásicos de distribución de 75, 50, 37.5, 25, 15, 10 y 5 kVA, para voltajes primarios de 13800 y 6300 voltios con un voltaje secundario de 240 voltios. (Forma 2).

2.3.1.b. ANALISIS EN VACIO

Se calculan los valores en p.u. de todos los parámetros ingresados por el usuario, también se definen el tiempo de estudio y el ángulo de conexión del transformador, así como el tipo de gráfico que se desea imprimir ya sea en valores en p.u. o en valores reales. (Forma 3)

Las variables de salida son:

te	tiempo de estudio
h	intervalo de tiempo
w	frecuencia angular
Sbase	potencia aparente base
Vpbase	voltaje primario base
Ibase	corriente primaria base
Zbase	impedancia base primaria
Vppu	voltaje primario en pu

Rppu	resistencia primaria en pu
Rspu	resistencia secundaria en pu
Xppu	reactancia primaria en pu
Xspu	reactancia secundaria en pu
Lppu	inductancia primaria en pu
Lmpu	inductancia de magnetización en pu
Rnpu	resistencia del núcleo en pu
Xnpu	reactancia del núcleo en pu
N	relación de vueltas del transformador
Vpri()	vector para voltaje primario
Corre()	vector para la corriente primaria del transformador en vacío

Una vez que se ha calculado el voltaje primario y la corriente en vacío se presenta gráficamente los resultados en la forma 4. El diagrama de flujo se presenta en el apartado 2.4.

2.3.1.c. ANALISIS CON CARGA

En esta parte del programa el usuario escoge el tipo de carga inductiva o capacitiva, el porcentaje de carga del transformador, el factor de potencia de la carga y la forma de presentación de los resultados gráficos ya sea en pu o valores reales. Forma 14

Las variables de salida son:

S1	porcentaje de carga del transformado
fp	factor de potencia de la carga
Zcarga	impedancia de carga
Rcarga	resistencia de carga
Xcarga	reactancia inductiva de carga
Xccarga	reactancia capacitiva de carga
Lcarga	inductancia de carga
Cccarga	capacitancia de carga
Rcargapu	resistencia de carga en pu

Xcargapu	reactancia inductiva de carga en pu
Xccargapu	reactancia capacitiva de carga en pu
Lcargapu	inductancia de carga en pu
Cccarga	capacitancia de carga en pu
corrp()	vector para la corriente primaria
corrsec()	vector para la corriente secundaria
vsec()	vector para el voltaje secundario
Vpri()	vector para el voltaje primario

Una vez que se han calculado las corrientes primaria y secundaria, voltajes primarios y secundarios, se despliega un formulario (forma 16), en el cual el usuario escoge el gráfico a presentar en la pantalla, los resultados son desplegados en las siguientes formas:

Corrientes y voltajes	forma 15
Corriente secundaria	forma 17
Corriente primaria	forma 18
Voltaje primario	forma 19
Voltaje secundario	forma 20

El diagrama de flujo se presenta en el apartado 2.4.

2.3.1.d. ANALISIS DE SENSITIVIDAD

Este análisis permite determinar la influencia que tiene sobre la corriente y el voltaje, alterar los valores de resistencia y reactancia de cortocircuito en un porcentaje respecto a los parámetros ingresados por el usuario, presentando en la pantalla las formas de onda de la corriente y el voltaje calculados con los parámetros ingresados por el usuario y las formas de onda de voltaje y corriente calculados variando la resistencia y reactancia de cortocircuito.

En esta parte del programa el usuario escoge el tipo de carga inductiva o capacitiva, el porcentaje de carga del transformador, el factor de potencia de la car-

ga y el porcentaje de variación de la resistencia y reactancia de corto circuito respecto a los valores ingresados por el usuario.

Las variables de salida son:

corr_p() vector para la corriente primaria
corr_{sec}() vector para la corriente secundaria
v_{sec}() vector para el voltaje secundario
V_{pri}() vector para el voltaje primario

Vectores para graficar los voltaje y corrientes cuando se modifican la resistencia y reactancia de cortocircuito.

scorr_p() vector para la corriente primaria
scorr_{sec}() vector para la corriente secundaria
sv_{sec}() vector para el voltaje secundario
sv_{pri}() vector para el voltaje primario

Una vez que se han calculado las corrientes primaria y secundaria, voltajes primarios y secundarios, se despliega un formulario (forma 24), en el cual el usuario escoge el gráfico a presentar en la pantalla, los resultados son desplegados en las siguientes formas:

Corriente primaria	forma 25
Corriente secundaria	forma 26
Voltaje primario	forma 29
Voltaje secundario	forma 30

El diagrama de flujo se presenta en el apartado 2.4.

2.3.1.e. ANALISIS DE FALLA EN LA CARGA

Se despliega la forma 31 en donde el usuario escoge el porcentaje de carga y el factor de potencia de la carga que tiene el transformador antes de producirse

el corto circuito en la carga; además el ángulo en el cual se produce la falla a partir del segundo ciclo, el tiempo de estudio, el tiempo de despeje de la falla, el tipo de despeje, es decir si se despeja la falla o si se desconecta el transformador y la forma de presentación de los gráficos ya sea en valores en pu o reales.

Las variables de salida son:

td tiempo de despeje de la falla
fcorrsec() vector para la corriente primaria de falla

Cuando se ha calculado la corriente de falla se despliega el resultado gráfico en la forma 32.

El diagrama de flujo se encuentra en el apartado 2.4

2.3.2. SIMULACIÓN DEL TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

2.3.2.a. INGRESO DE DATOS

Para ingresar datos al usuario se le presentan 2 opciones:

a) Ingreso de datos con valores en p.u. (forma 48):

Las variables ingresadas son:

S Potencia aparente nominal del transformador
Vp Voltaje primario del transformador
Vs Voltaje secundario del transformador
f frecuencia de operación
Rcc resistencia de cortocircuito del transformador
Xcc reactancia de cortocircuito del transformador
Po pérdidas en el hierro del transformador
Pcc pérdidas en el cobre del transformador
Io corriente en vacío del transformador

b) Ingreso de datos de pruebas (forma 7)

Las variables de entrada son:

S	Potencia aparente nominal del transformador
Vp	Voltaje primario del transformador
Vs	Voltaje secundario del transformador
f	frecuencia de operación
Pvacio	potencia en la prueba de circuito abierto
Vo	voltaje en la prueba de circuito abierto
Ivacio	corriente en la prueba de circuito abierto
Pcc	potencia en la prueba de corto circuito
Vcc	voltaje en la prueba de corto circuito
Icc	corriente en la prueba de corto circuito

En el programa se encuentra una base de datos para transformadores trifásicos de distribución de 15, 30, 45, 75, 112.5, 150, 225, 300, 500 y 1000 kVA, para voltajes primarios de 13800 y 6300 voltios con un voltaje secundario de 208 voltios. (Forma 8).

2.3.2.b. TIPO DE CONEXIÓN

Se despliega la forma 34 en donde el usuario escoge el tipo de conexión del transformador, se generan banderas para diferenciar el tipo de conexión y una variable m que indica los grados de defasaje de la corriente primaria y secundaria para utilizarla en el momento de presentar los gráficos.

De acuerdo al tipo de conexión las banderas generadas son:

Dd0	conexión = 1	m = 0
Dd6	conexión = 2	m = 6
Dy5	conexión = 3	m = 5
Yy0	conexión = 4	m = 0
Yy6	conexión = 5	m = 6
Yd5	conexión = 6	m = 5

2.3.2.c. ANALISIS EN VACIO

Se calculan los valores en p.u. de todos los parámetros ingresados por el usuario, también se definen el tiempo de estudio y el ángulo de conexión del transformador, así como el tipo de gráfico que se desea imprimir ya sea en valores en p.u. o en valores reales. (Forma 9)

Las variables de salida son:

te	tiempo de estudio
h	intervalo de tiempo
w	frecuencia angular
Sbase	potencia aparente base
Vpbase	voltaje primario de línea base
Ibase	corriente primaria de línea base
Zbased	impedancia base primaria con conexión delta
Zbasey	impedancia base primaria con conexión estrella
Zbasefd	impedancia base primaria por fase con conexión delta
Vppu	voltaje primario de línea en pu
Rppu	resistencia primaria en pu
Rspu	resistencia secundaria en pu
Xppu	reactancia primaria en pu
Xspu	reactancia secundaria en pu
Lppu	inductancia primaria en pu
Lmpu	inductancia de magnetización en pu
Rnpu	resistencia del núcleo en pu
Xnpu	reactancia del núcleo en pu
N	relación de vueltas del transformador
Corre0()	vector de corriente primaria de línea A del transformador en vacío
Corre1()	vector de corriente primaria de línea B del transformador en vacío
Corre2()	vector de corriente primaria de línea C del transformador en vacío

Una vez que se ha calculado las corrientes de línea en vacío se presenta gráficamente los resultados en la forma 10. El diagrama de flujo se presenta en el apartado 2.4.

2.3.2.d. ANALISIS CON CARGA

En esta parte del programa el usuario escoge el tipo de carga inductiva o capacitiva, el porcentaje de carga del transformador, el factor de potencia de la carga y la forma de presentación de los resultados gráficos ya sea en pu o valores reales. Forma 35

Las variables de salida son:

S1	porcentaje de carga del transformado
fp	factor de potencia de la carga
Zcarga	impedancia de carga
Rcarga	resistencia de carga
Xcarga	reactancia inductiva de carga
Xccarga	reactancia capacitiva de carga
Lcarga	inductancia de carga
Cccarga	capacitancia de carga
Rcargapu	resistencia de carga en pu
Xcargapu	reactancia inductiva de caga en pu
Xccargapu	reactancia capacitiva de carga en pu
Lcargapu	inductancia de carga en pu
Cccarga	capacitancia de carga en pu
Corrp0()	vector para la corriente de línea A primaria
Corrp1()	vector para la corriente de línea B primaria
Corrp2()	vector para la corriente de línea C primaria
Corrsec0()	vector para la corriente de línea A secundaria
Corrsec1()	vector para la corriente de línea B secundaria
Corrsec2()	vector para la corriente de línea C secundaria
Vsec0()	vector para el voltaje de línea ab secundario
Vsec1()	vector para el voltaje de línea bc secundario
Vsec2()	vector para el voltaje de línea ca secundario
Vpri0()	vector para el voltaje de línea AB primario
Vpri1()	vector para el voltaje de línea BC primario
Vpri2()	vector para el voltaje de línea CA primario

Cuando se ha calculado la corriente de falla se despliega el resultado gráfico en la forma 45.

El diagrama de flujo se encuentra en el apartado 2.4

2.3.3. TIPO DE CURVA DE MAGNETIZACION DEL NUCLEO

Tanto para transformadores monofásicos como para transformadores trifásicos se presenta la forma 33, en la que el usuario escoge el tipo de curva de magnetización que tiene el transformador para la simulación en vacío.

Se presenta la alternativa de editar curvas propias de saturación en la forma 46, y curvas de histéresis en la forma 47, para lo cual las variables son:

$P1(i1, \varphi1)$ $Px1i, Py1i$

$P2(i2, \varphi2)$ $Px2i, Py2i$


Se calculan las ecuaciones de los segmentos de recta, en las cuales se indican las pendientes y puntos de corte con el eje (y) para las regiones lineales y regiones saturadas, tanto para el transformador monofásico forma 3 y para el transformador trifásico forma 9.

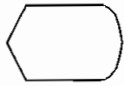
2.4. DIAGRAMAS DE FLUJO

La siguiente fue la simbología utilizada para los flujogramas:

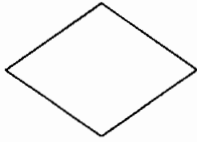
 Indica el inicio o final de un flujograma

 Ingreso de información a través de teclado

 Realización de cualquier proceso o cálculo



Exhibe los resultados en el monitor



Indica la selección de una opción



Indica la salida o entrada de un lugar a otro de un flujograma. En el interior se incluye un nombre.



Indica la continuación en otra página

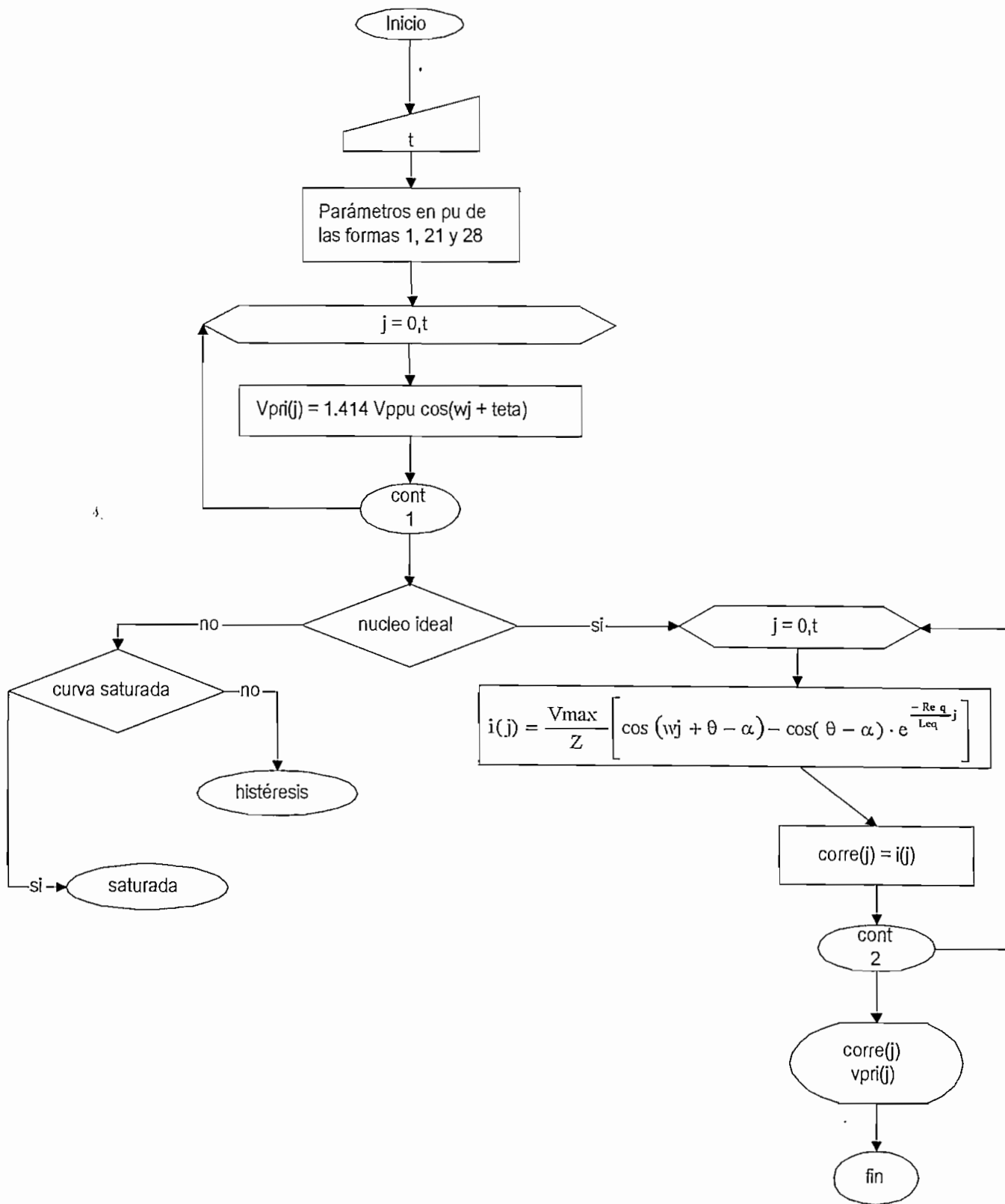


Realiza procesos iterativos en forma automática

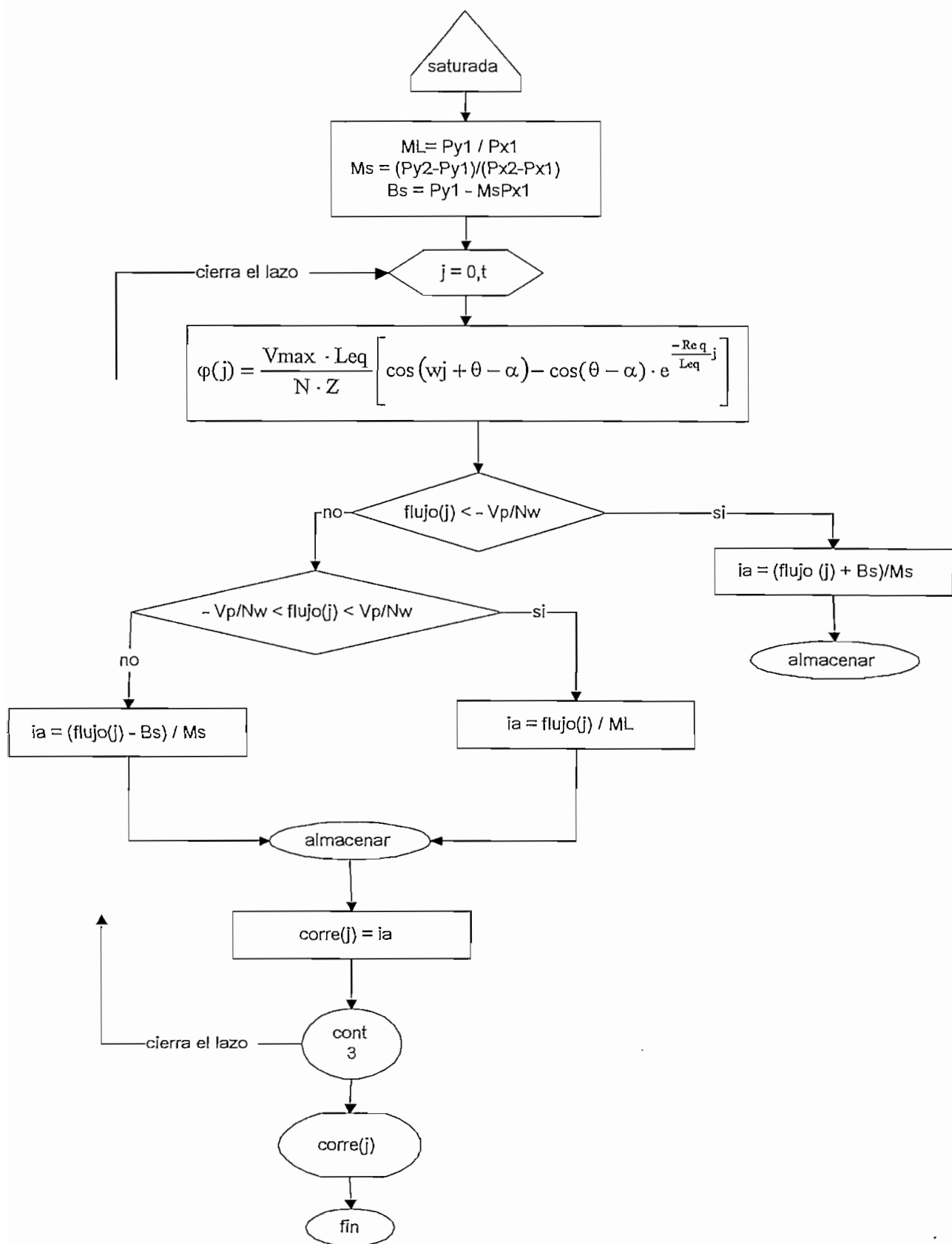
Los diagramas de flujo son especificados de acuerdo al tipo de simulación es decir, simulación en vacío, con carga, sensibilidad y corto circuito en la carga.

Para el ingreso de datos el usuario únicamente digita los valores requeridos en cajas de textos, estos valores son almacenados con un nombre propio según la variable ingresada. Por este motivo no se incluye diagramas de flujo para el ingreso de las variables.

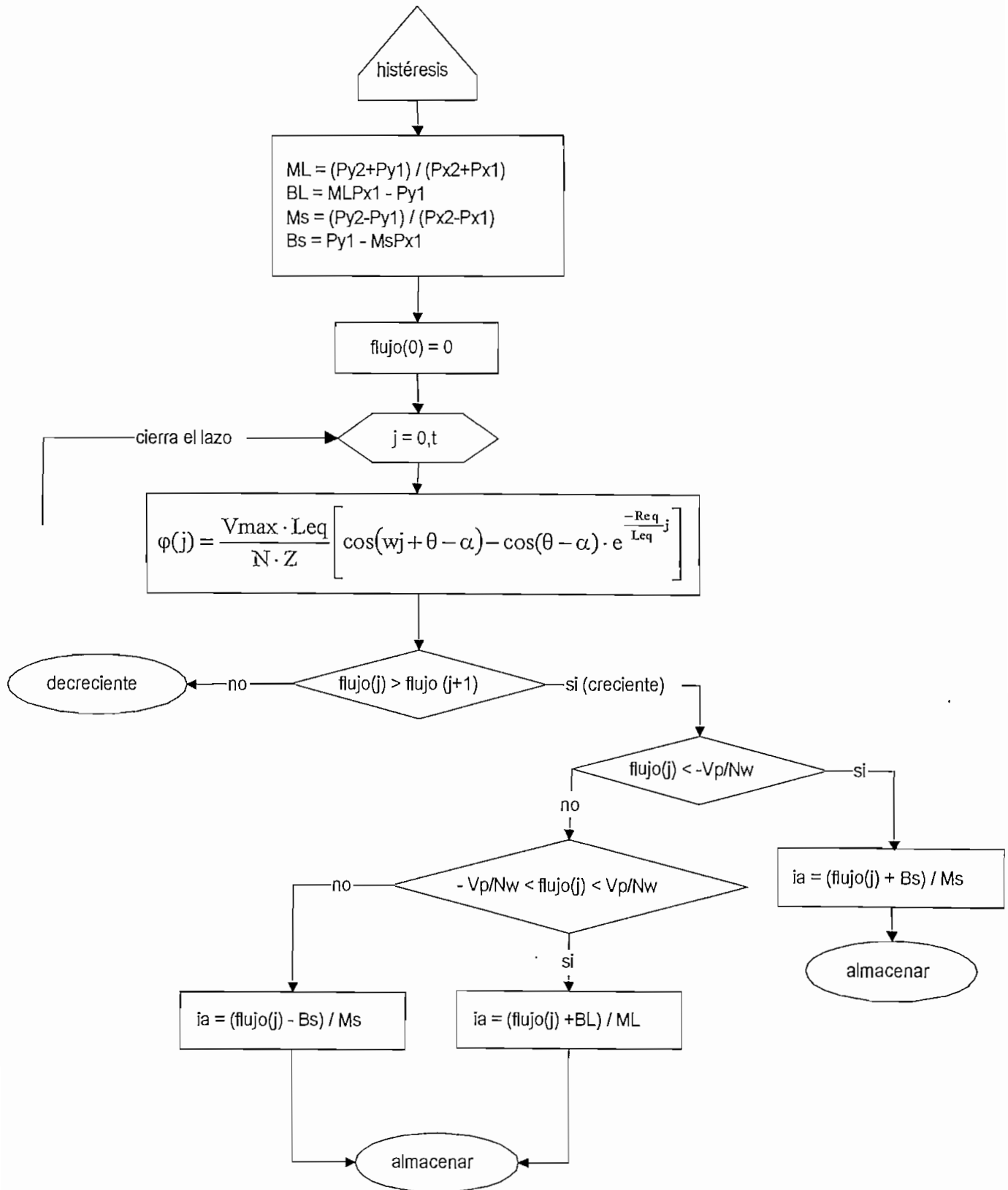
FLUJOGRAMA PARA DETERMINAR LA CORRIENTE EN VACIO

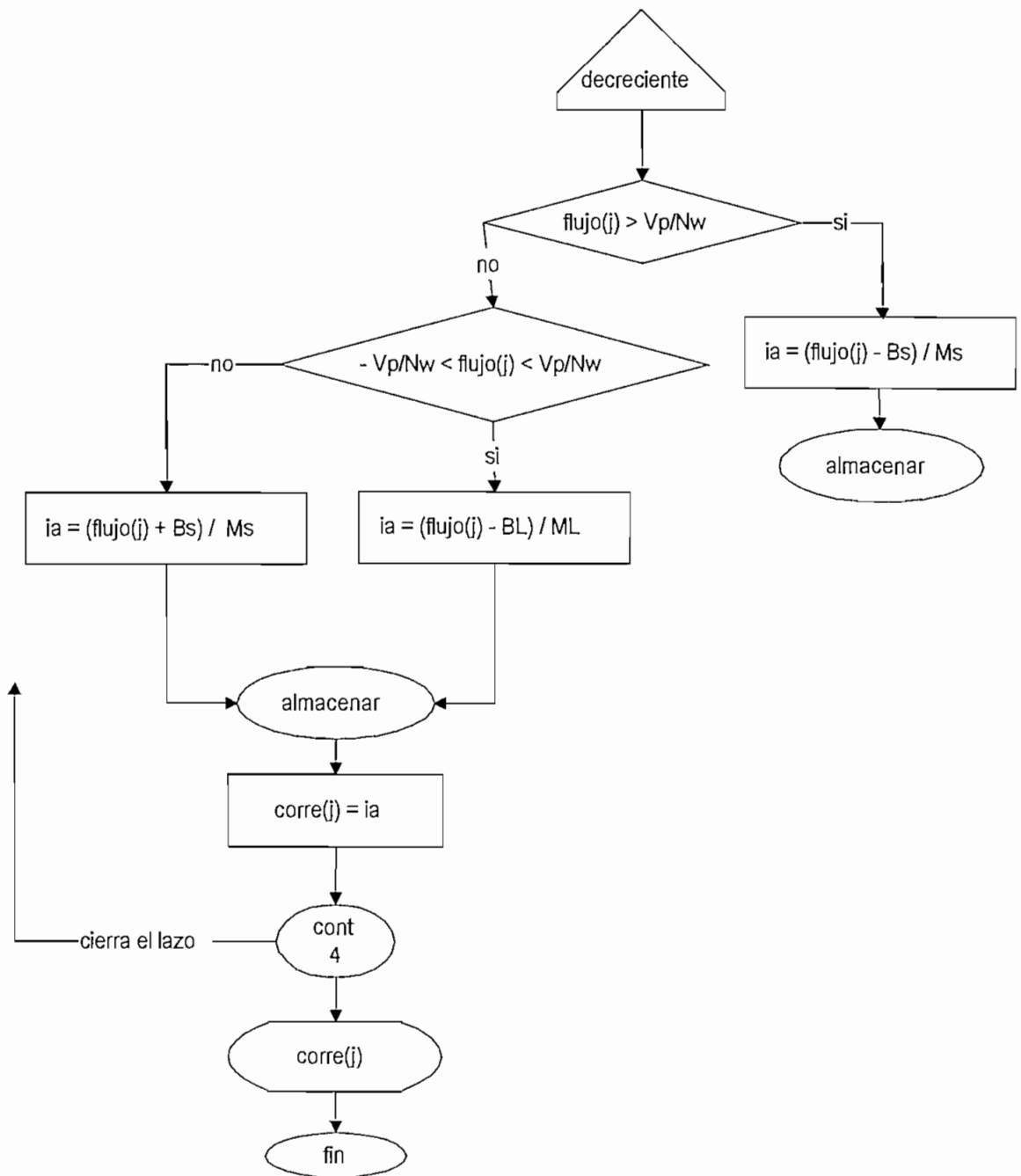


FLUJOGRAMA PARA LA CORRIENTE EN VACIO CON SATURACION



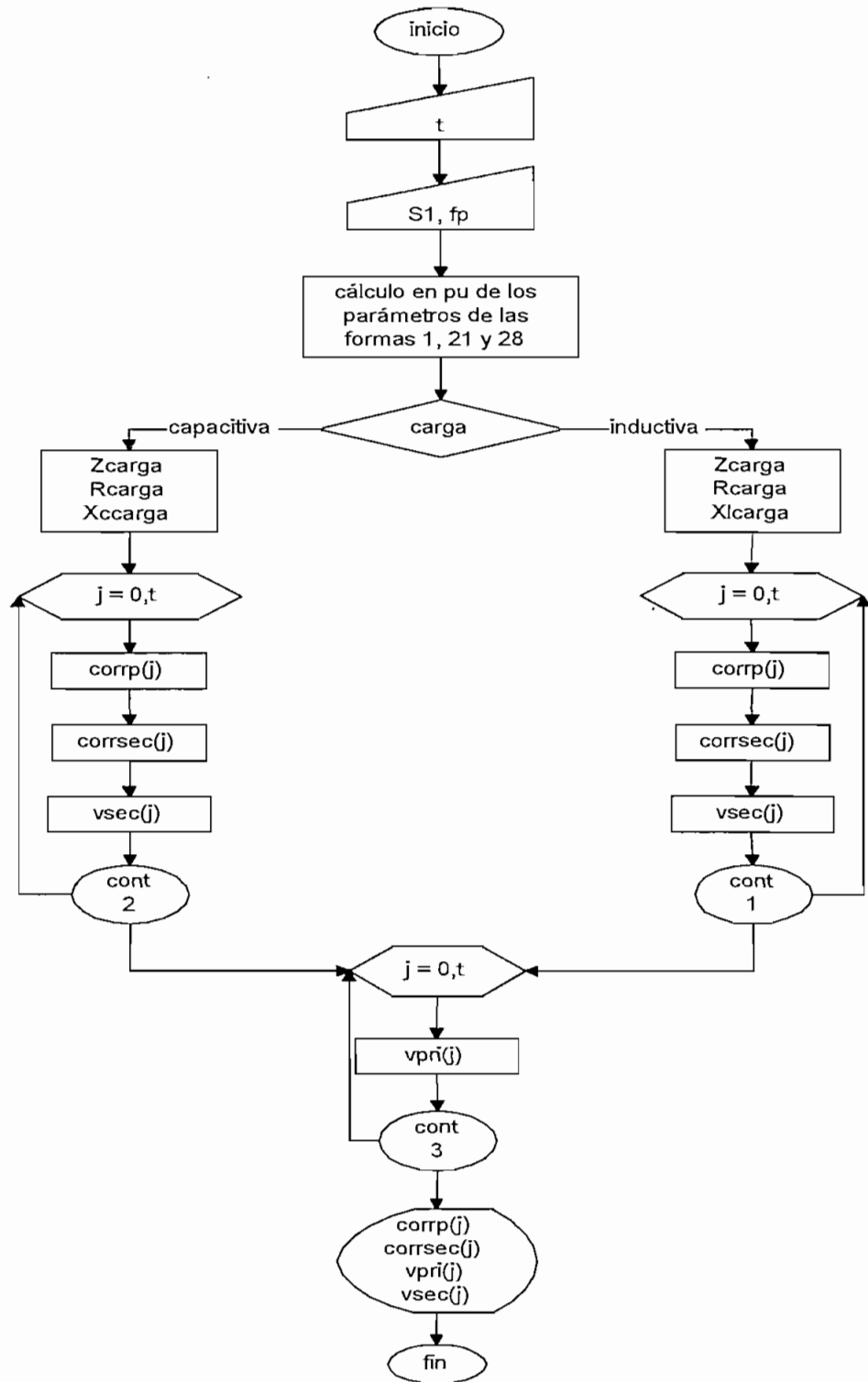
FLUJOGRAMA PARA LA CORRIENTE EN VACIO CON HISTERESIS





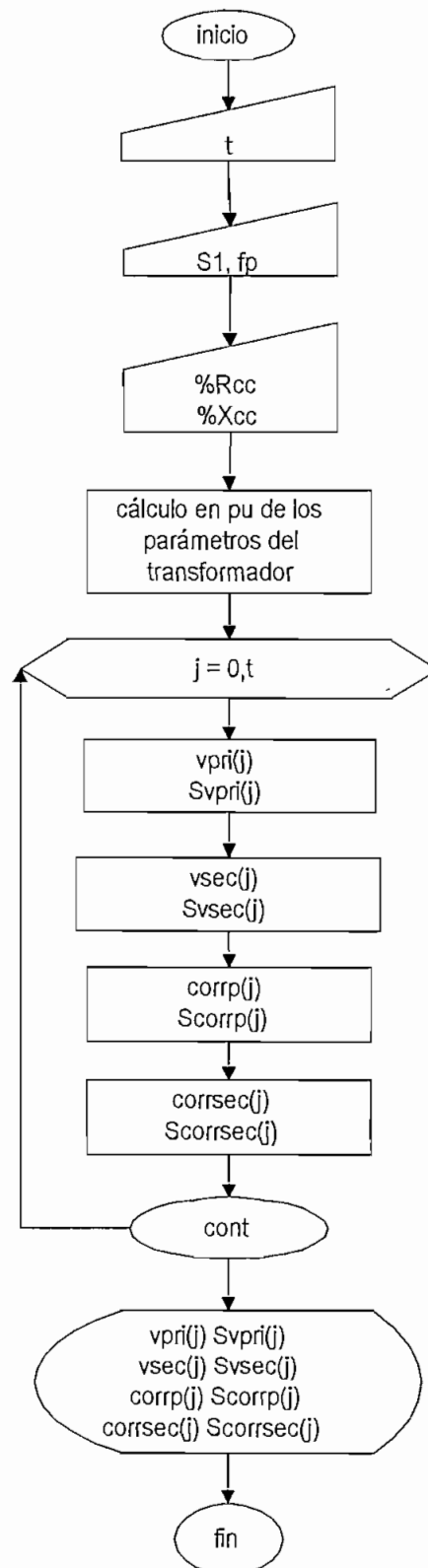
Para el caso de transformadores trifásicos, se evalúa las corrientes de fase A, B, C utilizando el mismo flujograma que para el caso de transformadores monofásicos.

FLUJOGRAMA PARA EL ANALISIS CON CARGA

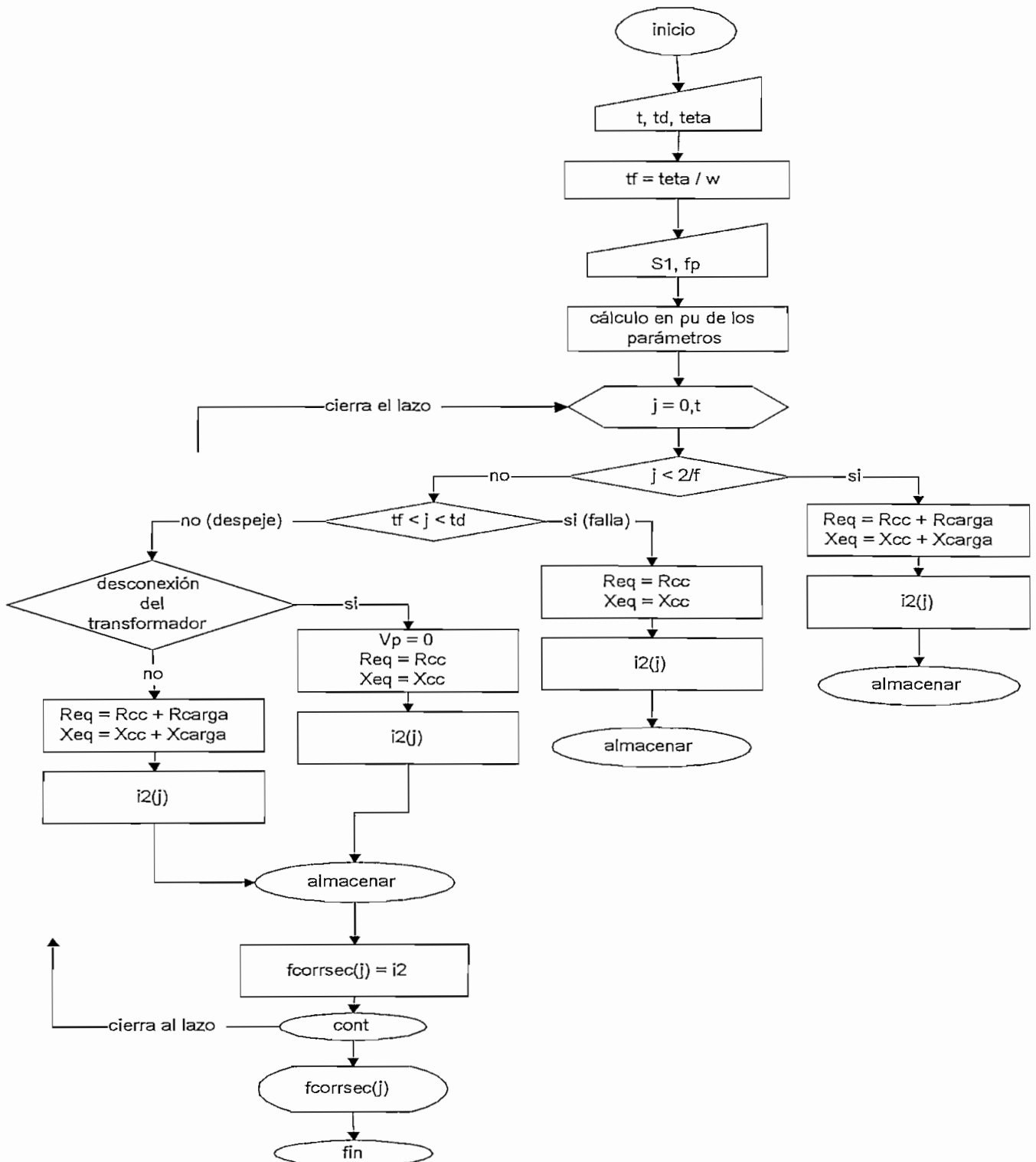


Para el transformador trifásico se calculan las corrientes y voltajes de fase utilizando el mismo diagrama de flujo del transformador monofásico.

FLUJOGRAMA PARA EL ANALISIS DE SENSITIVIDAD



FLUJOGRAMA PARA EL ANALISIS DE FALLA EN LA CARGA



Para los transformadores trifásicos se encuentra las corrientes de línea primaria en una falla trifásica en la carga utilizando el mismo flujograma que en el caso de transformadores monofásicos.

2.5. RESTRICCIONES DEL PROGRAMA

1. Para el estudio del transformador con carga el transformador no puede sobrepasar el 100% de la potencia nominal del transformador, por que de hacerlo se producen deformaciones en las corrientes y voltajes debido a la saturación del núcleo.
2. Al cargar el transformador con carga capacitiva los valores que pueden tomar el porcentaje de carga y el factor de potencia de carga quedan restringidas a un rango, debido a que la solución homogénea de la ecuación 1.6 introduce raíces que pueden contener términos subradicales menores a cero.
3. El análisis de transformadores trifásicos considera sistemas balanceados.
4. En los transformadores trifásicos se considera al flujo mutuo como senoidal por lo tanto en la conexión estrella se asume que el neutro de los transformadores está conectado con el neutro del generador para que circulen por este los terceros armónicos de la corriente de vacío.

CAPITULO

PRUEBAS EXPERIMENTALES EN TRANSFORMADORES

En este capítulo se indican las diferentes pruebas de laboratorio que permiten estudiar los principios básicos de funcionamiento de un transformador monofásico y trifásico. Se indica las pruebas necesarias para obtener los parámetros del transformador, las corrientes de magnetización, la operación del transformador con carga y cortocircuito en la carga de transformadores monofásicos y trifásicos. Los oscilogramas obtenidos en las diferentes pruebas se encuentran en el capítulo 4 integrados con el análisis del programa.

3.1. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR

Los parámetros del transformador se obtienen de las pruebas de corto circuito y circuito abierto midiendo voltajes, corrientes y potencias.

El transformador monofásico empleado para las pruebas tiene las siguientes características:

Tipo ME – m02 del laboratorio de máquinas eléctricas de la FIE

Potencia nominal	1.1 kVA
frecuencia	60 Hz
Voltaje primario	220 - 110 V
Voltaje secundario	220 - 110 V

El circuito utilizado para la prueba de circuito abierto en el transformador monofásico es el siguiente:

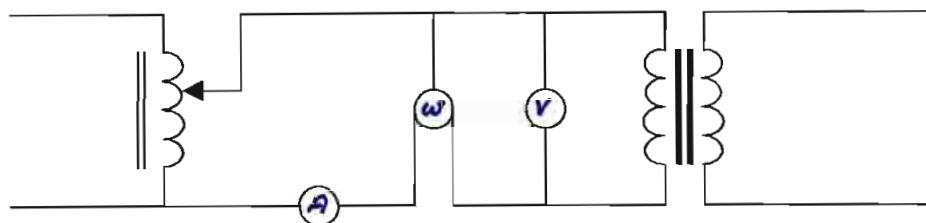


Figura 3.1

Circuito utilizado para la prueba de circuito abierto

Aún cuando se puede utilizar cualquiera de los devanados de alto o bajo voltaje del transformador, por seguridad es aconsejable utilizar el devanado de bajo voltaje para esta prueba.

La prueba de circuito abierto en transformadores se realiza abriendo el circuito del secundario y aplicando voltaje nominal al primario. La corriente que se obtiene en este circuito es la denominada corriente en vacío, que representa un valor muy pequeño comparado con la corriente nominal del transformador.

Las pérdidas obtenidas corresponden a las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas en el núcleo, ya que las pérdidas por efecto Joule en el bobinado del transformador resultan despreciables debido a la corriente baja.

Con el circuito implementado se obtuvieron las siguientes lecturas:

P_o	15 w	(potencia en vacío)
V_o	110 V	(voltaje en vacío)
I_o	0.71 A	(corriente en vacío)

Se determina la curva de vacío del transformador, para lo cual se varía el voltaje primario desde cero hasta un voltaje mayor al voltaje nominal del transformador. Se realizan lecturas simultáneas de corriente y voltaje, con lo que resulta la siguiente curva:

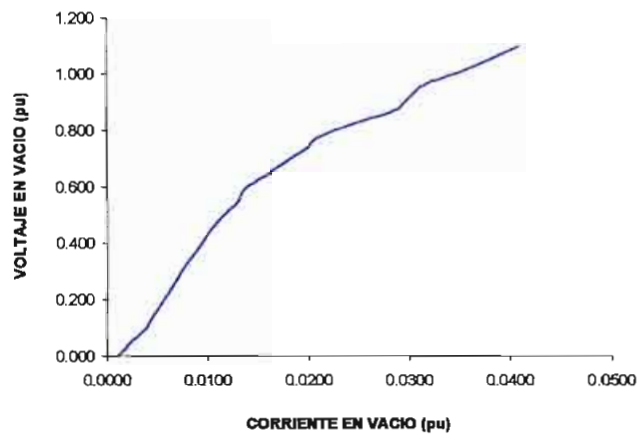


Figura 3.2

Curva de vacío del transformador

Los datos necesarios para trazar la curva en vacío son:

Corriente (A)	Voltaje (V)	Corriente (pu)	Voltaje (pu)
0.010	0	0.0010	0.000
0.022	10	0.0022	0.045
0.036	20	0.0036	0.091
0.044	30	0.0044	0.136
0.052	40	0.0052	0.182
0.061	50	0.0061	0.227
0.069	60	0.0069	0.273
0.077	70	0.0077	0.318
0.086	80	0.0086	0.364
0.095	90	0.0095	0.409
0.104	100	0.0104	0.455
0.116	110	0.0116	0.500
0.129	120	0.0129	0.545
0.136	130	0.0136	0.591
0.156	140	0.0156	0.636
0.175	150	0.0175	0.682
0.196	160	0.0196	0.727
0.210	170	0.0210	0.773
0.245	180	0.0245	0.818
0.285	190	0.0285	0.864
0.300	200	0.0300	0.909
0.315	210	0.0315	0.955
0.350	220	0.0350	1.000
0.380	230	0.0380	1.045
0.410	240	0.0410	1.091

Para la prueba de corto circuito en el transformador monofásico se utilizó el siguiente esquema:

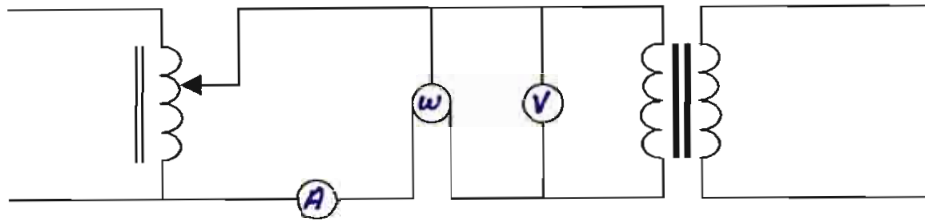


Figura 3.3

Circuito para la prueba de corto circuito

Aún cuando se puede utilizar cualquiera de los devanados de alto o bajo voltaje del transformador, es aconsejable utilizar el devanado de alto voltaje para esta prueba.

A frecuencia nominal se excita el transformador regulando el voltaje de alimentación desde cero hasta que el amperímetro indique la corriente nominal, en esta condición se toman lecturas simultáneas de corriente, voltaje y potencia.

Las lecturas obtenidas al realizar la prueba fueron:

P _{cc}	64 w	(potencia de corto circuito)
V _{cc}	40 V	(voltaje de corto circuito)
I _{cc}	5 A	(corriente de corto circuito)

Cuando ya se han realizado las pruebas de corto circuito y circuito abierto se procede a calcular los parámetros del transformador utilizando las siguientes expresiones:

De la prueba de circuito abierto:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_0 \cdot I_0}$$

$$I_{fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0$$

$$I_u = I_0 \cdot \sin \varphi_0$$

$$R_{fe} = \frac{V_0}{I_{fe}}$$

$$X_m = \frac{V_0}{I_u}$$

Los valores de R_{fe} y X_m deben ser reflejados al lado de alto voltaje utilizando la relación de número de vueltas.

De la prueba de corto circuito:

$$Z_{cc}(\%) = \frac{V_{cc}}{V_p} \cdot 100$$

$$R_{cc}(\%) = \frac{P_{cc}}{S} \cdot 100$$

$$X_{cc}(\%) = \sqrt{Z_{cc}(\%)^2 - R_{cc}(\%)^2}$$

Para obtener los valores reales se multiplica por la impedancia base:

$$Z_{base} = \frac{S}{V_p}$$

$$R_{cc} = \frac{R_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{base}$$

$$X_{cc} = \frac{X_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{base}$$

en donde:

S	potencia aparente nominal del transformador
V_p	voltaje primario
$\cos \varphi_0$	factor de potencia del transformador en vacío
P_0	pérdidas en vacío

V_o	Voltaje en vacío
I_o	corriente en vacío
I_{fe}	corriente de pérdidas en el núcleo
I_u	corriente de magnetización
R_{fe}	resistencia de pérdidas del núcleo
X_m	reactancia de magnetización del núcleo
Z_{cc}	impedancia de corto circuito
R_{cc}	resistencia de corto circuito
X_{cc}	reactancia de corto circuito
V_{cc}	voltaje de corto circuito
P_{cc}	potencia de corto circuito

Los elementos utilizados para las pruebas de corto circuito y circuito abierto son:

- Autotransformador variable
POWERSTAT, type 1368 – 3, SPEC BP57506
INPUT : 240 V, 60 Hz, trifásico
OUTPUT : 22 A, 0.7 kVA
- Transformador variable
ZENITH ELECTRIC
 V_p 135/115 V, V_s 135 V, 16 A
- Amperímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, escalas 0.1, 0.2, 0.5, 1 A, electromagnético, uso en posición horizontal
- Amperímetro
GOSSEN
Escala 6, 12, 24 A, electromagnético, para medición de corriente alterna y continua, clase 0.5, uso en posición horizontal, voltaje de prueba 3.

- Amperímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 5, 20 A.

- Transformador de corriente
NORMA
Primario 10, 25, 50 A, secundario 1, 5 A

- Vatímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS
Type 2041, class 0.5, electrodinámico, posición horizontal, escalas 1,5 A y 120, 240 V, factor de potencia 0.2

- Voltímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, electromagnético, posición horizontal, escalas 300, 750 V

- Voltímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 65, 130, 260 V.

- Multímetro
GOLDSTAR DM38
10 A max, 1000 V corriente continua y 750 V de corriente alterna.

→ El transformador trifásico utilizado para las pruebas tiene las siguientes características:

Tipo ME – m01 del laboratorio de máquinas eléctricas de la FIE

Potencia nominal	0.8 kVA
Voltaje primario	220 V
Voltaje secundario	220 V
Frecuencia	60 Hz

El circuito empleado para la prueba de circuito abierto en el transformador trifásico es:

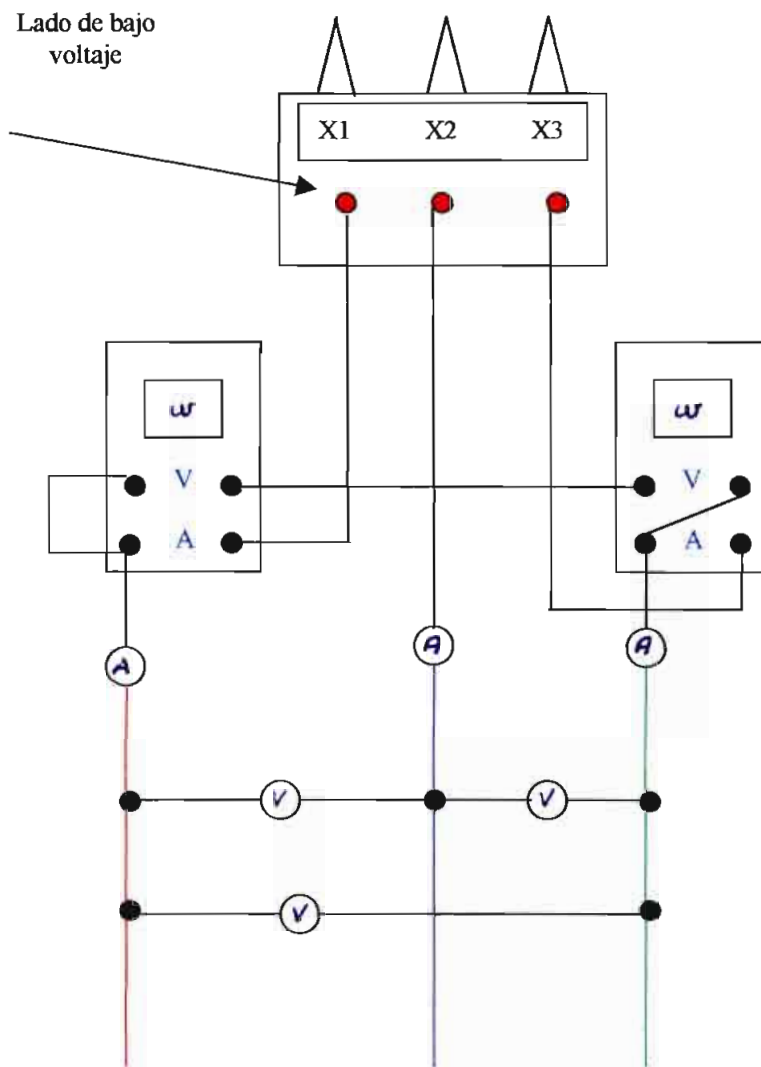


Figura 3.4

Circuito utilizado para la prueba de circuito abierto

La prueba de circuito abierto en transformadores se realiza abriendo el circuito del secundario y aplicando voltaje nominal al primario. La corriente que se

obtiene en este circuito es la denominada corriente en vacío, que representa un valor muy pequeño comparado con la corriente nominal del transformador.

Los resultados obtenidos al aplicar la prueba fueron:

Para la conexión delta:

P_o 9 w (potencia en vacío)

V_o 220 V (voltaje en vacío)

I_o 0.112 A (corriente en vacío)

Para la conexión estrella:

P_o 9.2 w (potencia en vacío)

V_o 381 V (voltaje en vacío)

I_o 0.061 A (corriente en vacío)

Se determina la curva de vacío del transformador trifásico, para lo cual se varía el voltaje primario de línea desde cero hasta un voltaje mayor al voltaje nominal del transformador. Se realizan lecturas simultáneas de corriente de línea y voltaje de línea, con lo que resulta la siguiente curva:

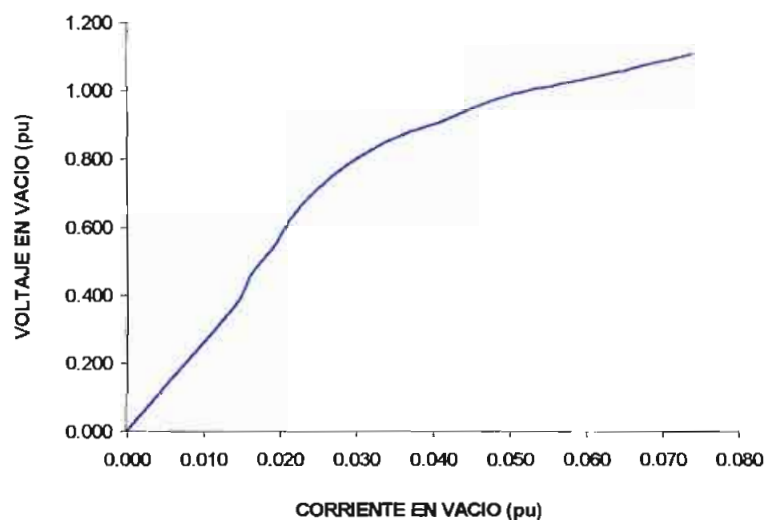


Figura 3.5

Curva de vacío del transformador trifásico

Los valores de voltaje y corriente para trazar la curva son:

Corriente (A)	Voltaje (V)	Corriente (pu)	Voltaje (pu)
0.000	0	0.000	0.000
0.030	82	0.014	0.373
0.034	100	0.016	0.455
0.040	118	0.019	0.536
0.044	134	0.021	0.609
0.048	146	0.023	0.664
0.054	160	0.026	0.727
0.063	176	0.030	0.800
0.074	190	0.035	0.864
0.086	200	0.041	0.909
0.094	208	0.045	0.945
0.102	215	0.049	0.977
0.110	220	0.053	1.000
0.130	230	0.062	1.045
0.155	244	0.074	1.109

La potencia en vacío y la curva en vacío es la misma para los dos tipos de conexiones debido a que estos valores reflejan las características del núcleo del transformador y no dependen de la conexión.

Para la prueba de corto circuito en transformadores trifásicos se utiliza el esquema indicado en la figura 3.6.

A frecuencia nominal se excita el transformador regulando el voltaje de alimentación desde cero hasta que el amperímetro indique la corriente nominal, en esta condición se toman lecturas simultáneas de corriente de línea, voltaje de línea y potencia trifásica.

Para conexión delta:

P _{cc}	31 w	(potencia de corto circuito)
V _{cc}	10.73 V	(voltaje de corto circuito)
I _{cc}	2.1 A	(corriente de corto circuito)

Para la conexión estrella:

P _{cc}	30 w	(potencia de corto circuito)
V _{cc}	17.3 V	(voltaje de corto circuito)
I _{cc}	1.21 A	(corriente de corto circuito)

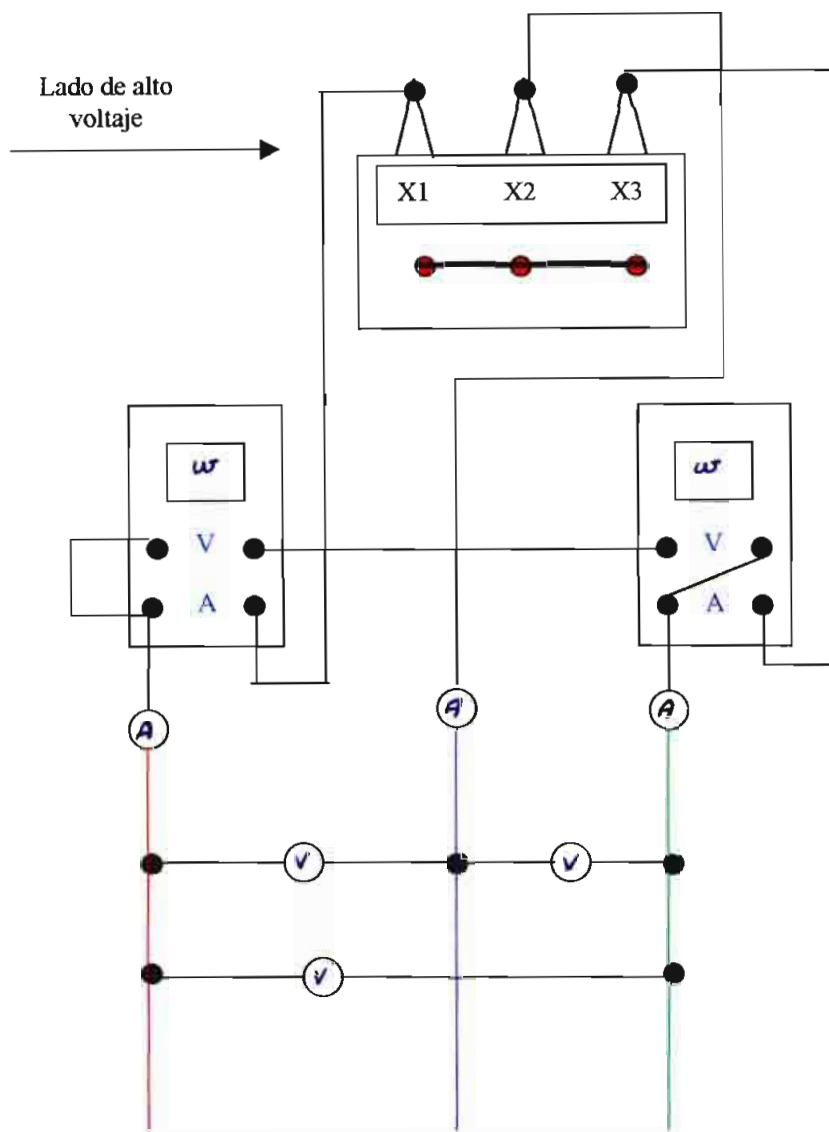


Figura 3.6

Circuito para la prueba de corto circuito

Cuando ya se han realizado las pruebas de corto circuito y circuito abierto se procede a calcular los parámetros del transformador utilizando las siguientes expresiones:

De la prueba de circuito abierto:

Si se tiene una conexión estrella en el lado de bajo voltaje:

$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot V_0 \cdot I_0}$$

$$I_{fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0$$

$$I_u = I_0 \cdot \sin \varphi_0$$

$$R_{fe} = \frac{V_0}{\sqrt{3} \cdot I_{fe}}$$

$$X_m = \frac{V_0}{\sqrt{3} \cdot I_u}$$

Si se tiene una conexión delta en el lado de bajo voltaje:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot V_0 \cdot I_0}$$

$$I_{fe} = \frac{I_0}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi_0$$

$$I_u = \frac{I_0}{\sqrt{3}} \cdot \sin \varphi_0$$

$$R_{fe} = \frac{V_0 / \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot I_{fe}}$$

$$X_m = \frac{V_0 / \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot I_u}$$

Los valores de R_{fe} y X_m deben ser reflejados al lado de alto voltaje utilizando la relación de vueltas.

De la prueba de corto circuito:

$$Z_{cc} (\%) = \frac{V_{cc}}{V_p} \cdot 100$$

$$R_{cc} (\%) = \frac{P_{cc}}{S} \cdot 100$$

$$X_{cc} (\%) = \sqrt{Z_{cc}(\%)^2 - R_{cc}(\%)^2}$$

Si se tiene una conexión estrella en el lado de alto voltaje los valores de resistencia y reactancia de corto circuito por fase se obtienen multiplicando los valores en porcentaje por la impedancia base de fase:

$$Z_{base} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_p^2}{S}$$

$$Z_{basef} = \frac{Z_{base}}{\sqrt{3}}$$

$$R_{cc} = \frac{R_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{basef}$$

$$X_{cc} = \frac{X_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{basef}$$

Si se tiene una conexión delta en el lado de alto voltaje los valores de resistencia y reactancia de corto circuito por fase se obtienen multiplicando los valores en porcentaje por la impedancia base de fase:

$$Z_{base(delta)} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_p^2}{S}$$

$$Z_{base(estrella)} = \frac{Z_{base(delta)}}{3}$$

$$R_{cc} = \frac{R_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{base(estrella)}$$

$$X_{cc} = \frac{X_{cc}(\%)}{100} \cdot Z_{base(estrella)}$$

en donde:

S	potencia aparente nominal
V _p	voltaje de línea primario
cos φ ₀	factor de potencia del transformador en vacío
P ₀	pérdidas en vacío
V ₀	Voltaje de línea en vacío
I ₀	corriente de línea en vacío

I_{fe}	corriente de pérdidas en el núcleo por fase
I_u	corriente de magnetización por fase
R_{fe}	resistencia de pérdidas del núcleo por fase
X_m	reactancia de magnetización del núcleo por fase
Z_{cc}	impedancia de corto circuito por fase
R_{cc}	resistencia de corto circuito por fase
X_{cc}	reactancia de corto circuito por fase
V_{cc}	voltaje de línea de corto circuito
P_{cc}	potencia de corto circuito

Los elementos utilizados para las pruebas de circuito abierto y corto circuito en transformadores trifásicos son:

- Autotransformador variable
POWERSTAT, type 1368 – 3, SPEC BP57506
INPUT : 240 V, 60 Hz, trifásico
OUTPUT : 22 A, 0.7 kVA
- Transformador variable
ZENITH ELECTRIC
 V_p 135/115 V, V_s 135 V, 16 A
- Amperímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, escalas 0.1, 0.2, 0.5, 1 A, electromagnético, uso en posición horizontal
- Vatímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS
Type 2041, class 0.5, electrodinámico, posición horizontal, escalas 1,5 A y 120, 240 V, factor de potencia 0.2

- Voltímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, electromagnético, posición horizontal, escalas 300, 750 V
- Voltímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 65, 130, 260 V.
- Multímetro
GOLDSTAR DM38
10 A max, 1000 V corriente continua y 750 V de corriente alterna.

3.2. CORRIENTES DE EXCITACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO Y TRIFASICO

Para determinar la corriente de excitación del transformador monofásico se emplea el siguiente esquema:

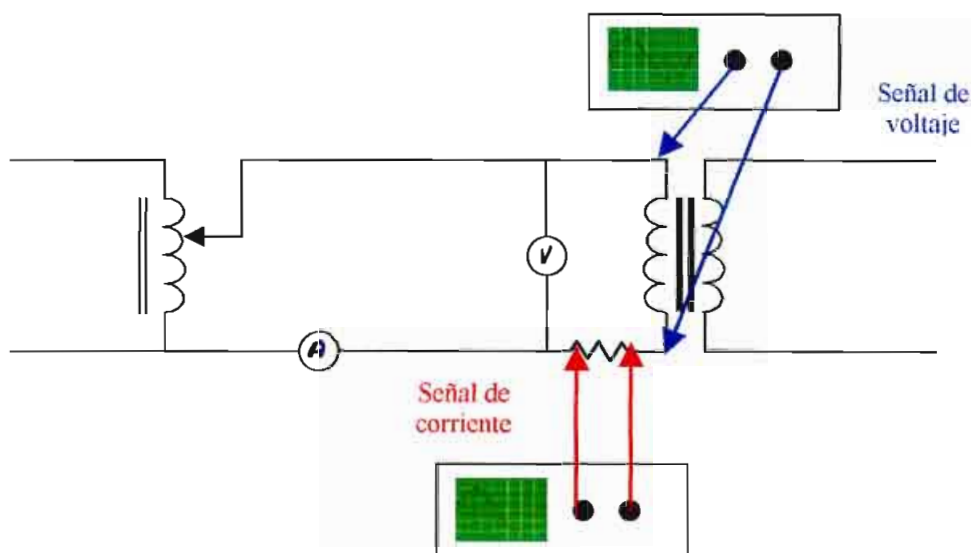


Figura 3.7

Esquema para obtener la corriente de excitación

Para obtener las formas de onda de la corriente de línea del transformador trifásico en vacío se utiliza el esquema indicado en la figura 3.8:

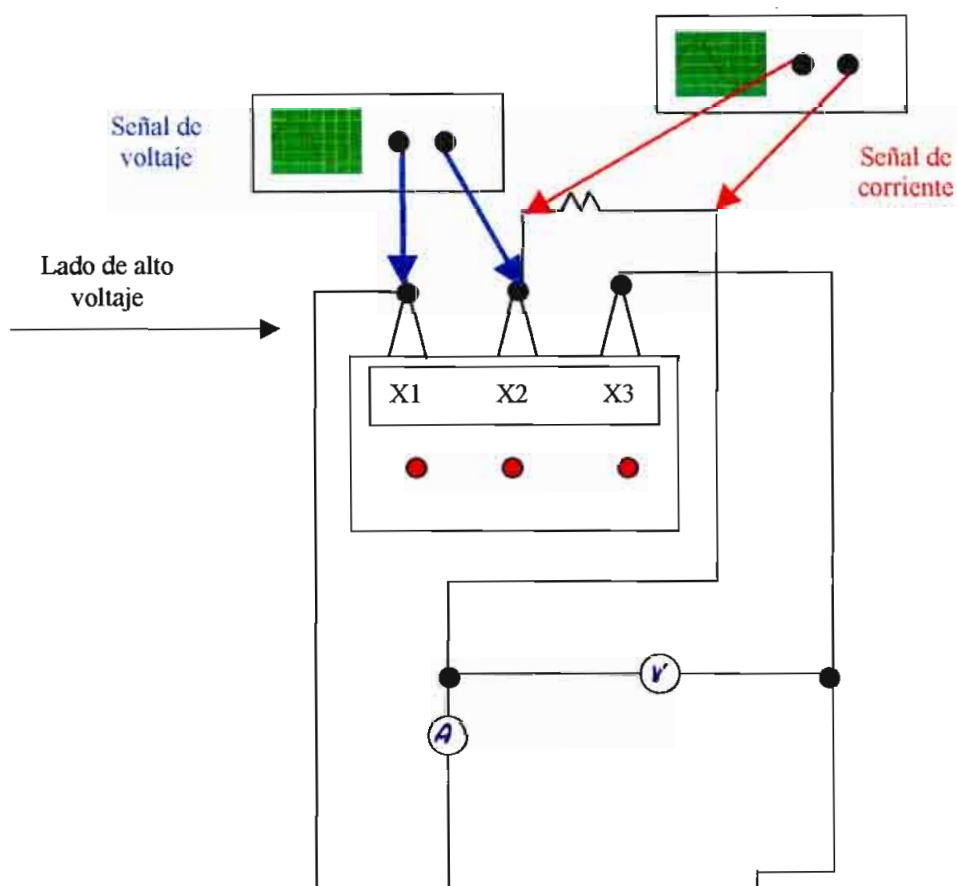


Figura 3.8

Esquema para obtener la corriente de línea

Se obtiene las formas de onda de la corriente en vacío al energizar al transformador con diferentes ángulos de conexión a la red. Los oscilogramas obtenidos se encuentran en el capítulo 4.

Los elementos empleados para esta prueba son:

- Amperímetro

YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD

Type 2013, class 0.5, escalas 0.1, 0.2, 0.5, 1 A, electromagnético, uso en posición horizontal

- Multímetro

GOLDSTAR DM38

10 A max, 1000 V corriente continua y 750 V de corriente alterna.

- Voltímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, electromagnético, posición horizontal, escalas 300, 750 V
- Voltímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 65, 130, 260 V.
- Osciloscopio
GOULD DIGITAL
Serial 1155, 2 canales max 20V/división, 1 canal máx 20 s/división.
- Punta atenuadora HOPPEN, Hp – 9100
- Cámara Fotográfica CANON, AE-1, velocidad 8, diafragma 5.6

3.3. OPERACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO Y TRIFASICO CON CARGA

Para determinar las corrientes y voltajes primarios y secundarios del transformador monofásico con diferentes tipos de carga, se emplea el siguiente esquema:

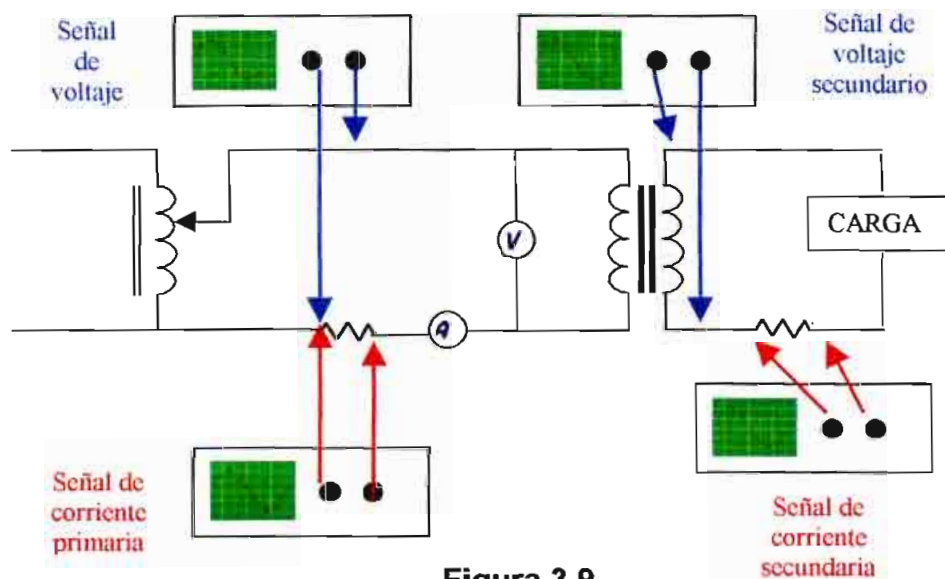


Figura 3.9

Esquema para obtener las corrientes y voltajes primarios y secundarios del transformador con carga

Para obtener las formas de onda de la corriente de línea y voltaje de línea primario y secundario del transformador trifásico con carga se utiliza el esquema indicado en la figura 3.10.

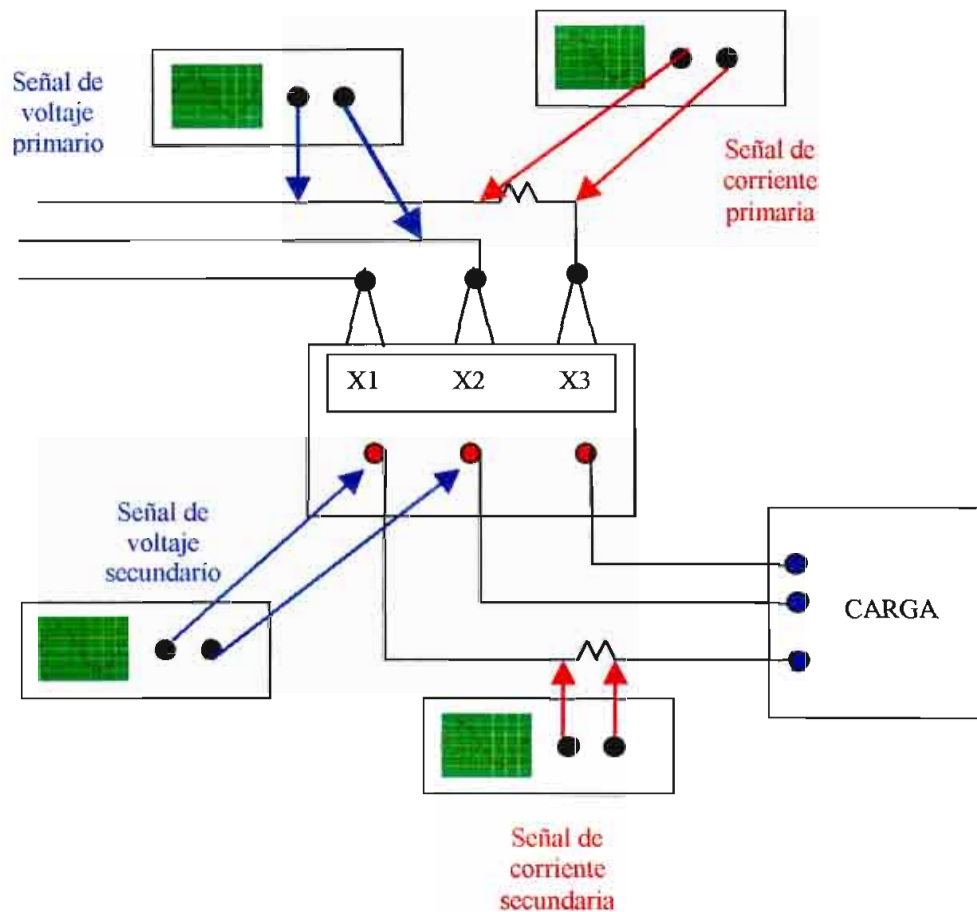


Figura 3.10

Esquema para obtener la corriente y voltaje de línea del transformador trifásico con carga

Se obtiene las formas de onda de la corriente y voltaje de línea primario y secundario variando la carga y el tipo de carga. Los oscilogramas obtenidos se encuentran en el capítulo 4.

Los elementos empleados para esta prueba son:

- Amperímetro

YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD

Type 2013, class 0.5, escalas 0.1, 0.2, 0.5, 1 A, electromagnético, uso en posición horizontal

- Multímetro
GOLDSTAR DM38
10 A max, 1000 V corriente continua y 750 V de corriente alterna.
- Voltímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, electromagnético, posición horizontal, escalas 300, 750 V
- Voltímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 65, 130, 260 V.
- Osciloscopio
GOULD DIGITAL
Serial 1155, 2 canales max 20V/división, 1 canal máx 20 s/división.
- Punta atenuadora
HOPPEN, Hp – 9100
- Cargas resistivas, inductivas y capacitivas
CETEL
Type 3611
- Cámara Fotográfica CANON, AE-1
velocidad 8, diafragma 5.6

3.4. PRUEBAS DE FALLAS

Debido a las altas corrientes de falla que se producen las pruebas se realizaron a voltaje reducido, de tal manera que la corriente de falla sea igual a la corriente nominal del transformador.

Para el transformador monofásico el esquema utilizado es:

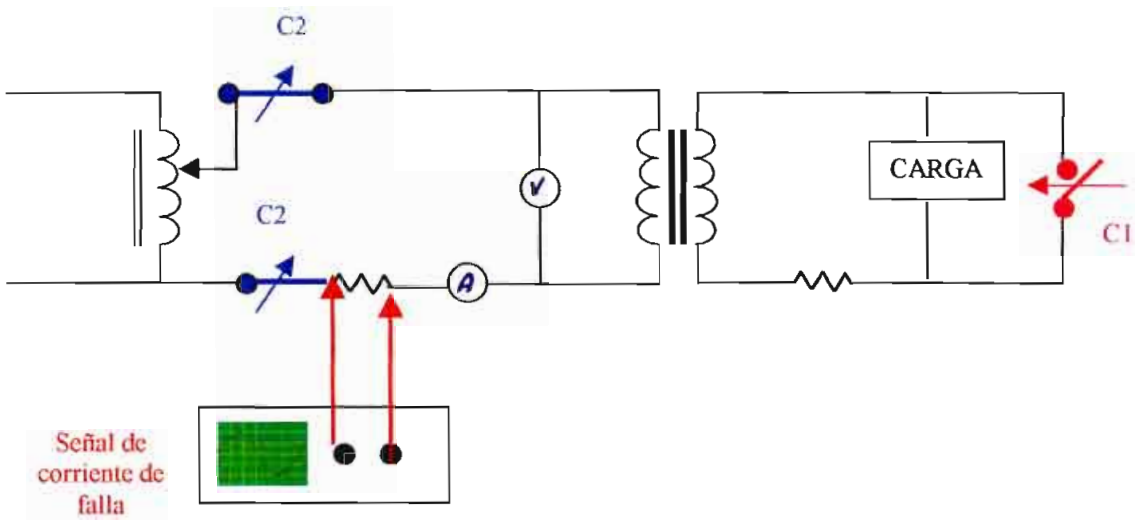


Figura 3.11

Esquema de conexiones del circuito de fuerza para falla en la carga

Para transformadores trifásicos se utilizó el siguiente esquema:

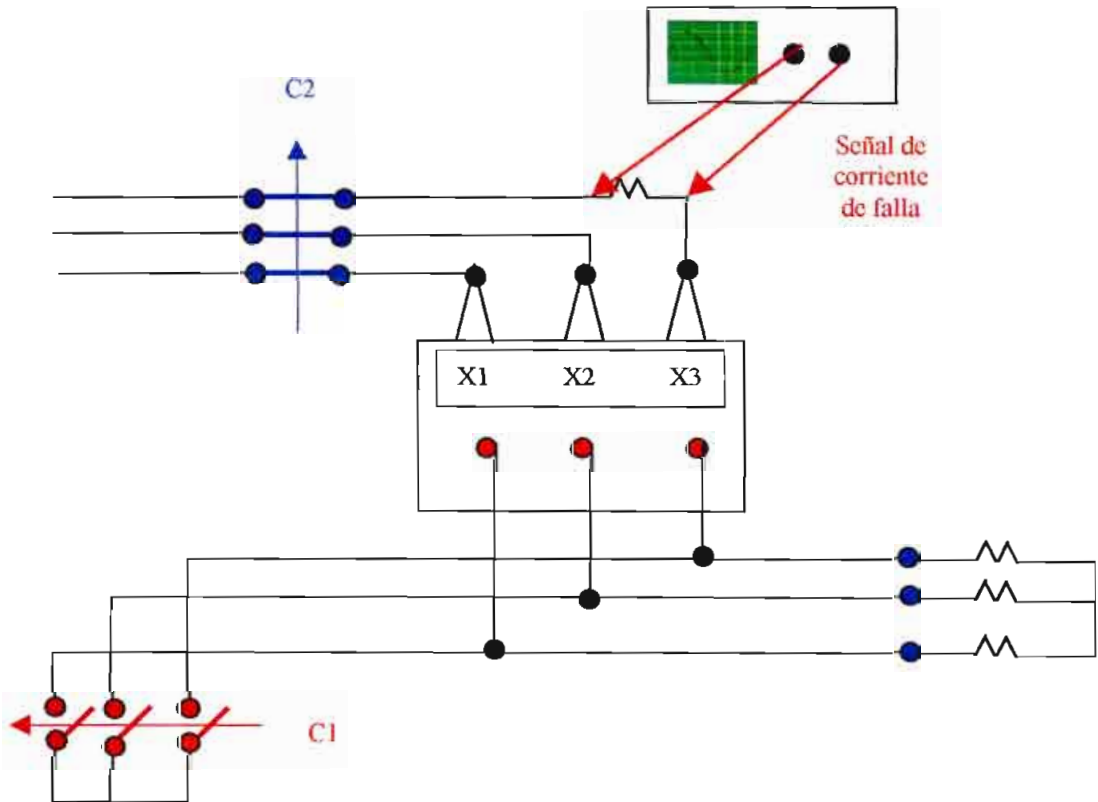


Figura 3.12

Esquema para simular falla trifásica en la carga

El circuito de control utilizado es el siguiente:

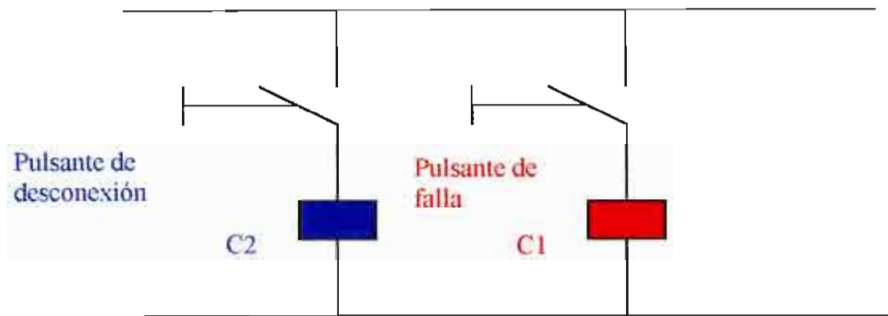


Figura 3.13

Esquema del circuito de control para la falla en la carga

Al presionar el pulsante de falla se activa la falla si se quiere despejar la falla únicamente se suelta el pulsante. Si se desea desconectar el transformador cuando se ha producido la falla se presiona simultáneamente los pulsantes de falla y desconexión.

Se realiza la falla para diferentes ángulos y se procede a obtener los oscilogramas que se indicarán en el capítulo 4.

Los elementos utilizados son:

- Amperímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, escalas 0.1, 0.2, 0.5, 1 A, electromagnético, uso en posición horizontal
- Amperímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 5, 20 A.

- Multímetro
GOLDSTAR DM38
10 A max, 1000 V corriente continua y 750 V de corriente alterna.

- Voltímetro
YOKOGAWA ELECTRIC WORKS LTD
Type 2013, class 0.5, electromagnético, posición horizontal, escalas 300, 750 V

- Voltímetro
NORMA
Uso en posición horizontal, electromagnético, voltaje de prueba 2, clase 0.5, para corriente continua y alterna, escalas 65, 130, 260 V.

- Osciloscopio
GOULD DIGITAL
Serial 1155, 2 canales max 20V/división, 1 canal máx 20 s/división.

- Punta atenuadora
HOPPEN, Hp – 9100

- Cargas resistivas, inductivas y capacitivas
CETEL
Type 3611

- Contactores trifásicos
AEG
LS 16/L 18 TKS

- Pulsantes

- Cámara Fotográfica CANON, AE-1
velocidad 8, diafragma 5.6

CAPITULO IV

COMPARACION DE RESULTADOS

En este capítulo se comparan los resultados obtenidos por medio del modelo, con los resultados experimentales, indicando los datos del transformador simulado, los valores de corrientes y voltajes medidos en las pruebas, las formas de onda y los errores encontrados.

4.1. ANALISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DEL MODELO MATEMATICO

4.1.1. CORRIENTES DE EXCITACIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO

Los datos del transformador monofásico utilizados para la simulación son:

Valores nominales

Potencia nominal	1.1 kVA
Voltaje primario	208 V
Voltaje secundario	105 V
Frecuencia	60 Hz

Prueba de circuito abierto (BV)

Potencia en vacío	15 w
Corriente en vacío	0.71 A
Voltaje en vacío	110 V

Prueba de corto circuito (AV)

Potencia de corto circuito	64 w
Corriente de corto circuito	5 A
Voltaje de corto circuito	40 V

Puntos para la curva de saturación

Corriente en vacío (pu)	Voltaje en vacío (pu)
0.035	1.000
0.041	1.091

El oscilograma obtenido para un ángulo de conexión de 0° es:

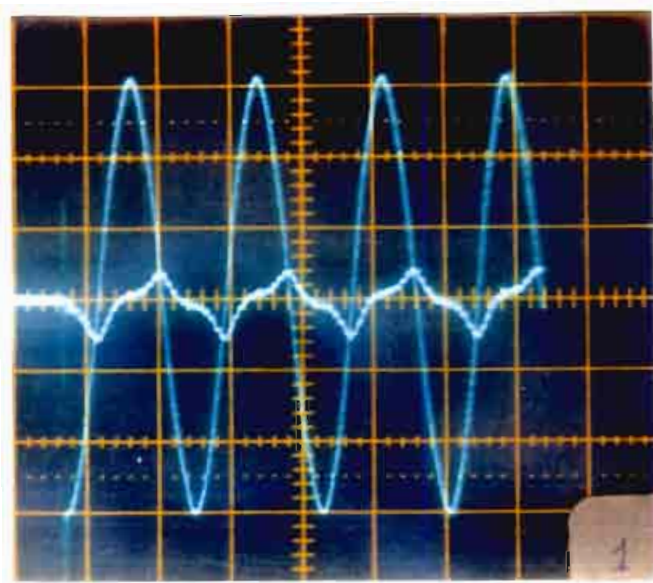


Figura 4.1

Corriente en vacío : ángulo de conexión de 0°

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 10 * 10 V
Corriente	1cm = 1 A

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.7 A	0.78 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.72 A
Voltaje pico	300 V	300 V

El gráfico obtenido se indica en la siguiente figura:

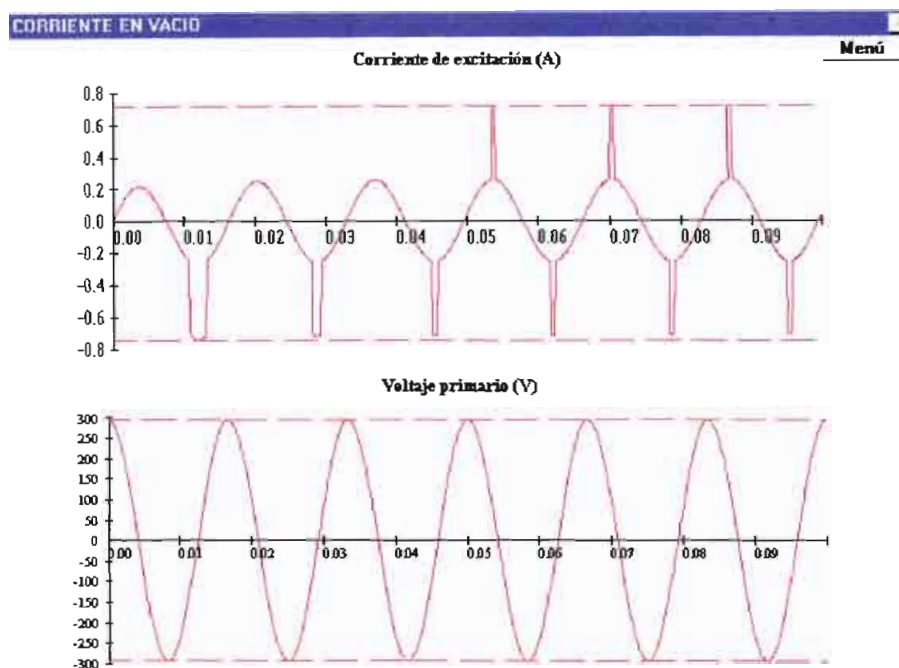


Figura 4.2 Corriente en vacío : ángulo de conexión 0°

El oscilograma para un ángulo de conexión de 90° es :



Figura 4.3
Corriente en vacío : ángulo 90°

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = $10 * 10$ V
Corriente	1cm = 1 A

El gráfico obtenido del programa es:

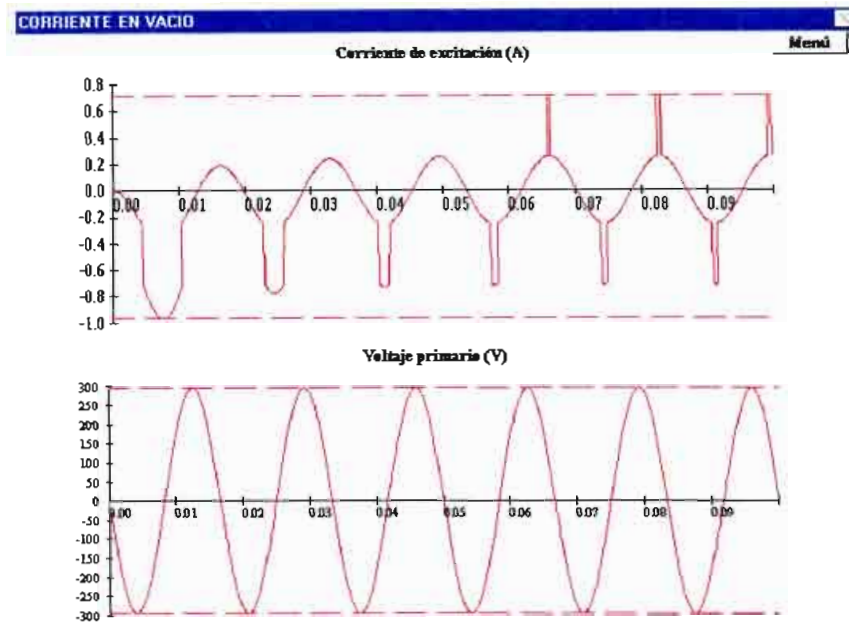


Figura 4.4

Corriente en vacío : ángulo de conexión 90°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	1.1 A	0.98 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.7 A
Voltaje pico	300 V	300 V

4.1.2. CORRIENTES DE EXCITACIÓN DEL TRANSFORMADOR TRIFASICO

Los datos del transformador trifásico utilizados para la simulación son:

Valores nominales

Potencia nominal	0.8 kVA
Voltaje primario	220 V
Voltaje secundario	220 V
Frecuencia	60 Hz

Prueba de circuito abierto (BV) con conexión estrella:

Potencia en vacío	9.2 w
Corriente en vacío	0.061 A
Voltaje en vacío	381 V

Prueba de circuito abierto (BV) con conexión delta:

Potencia en vacío	9 w
Corriente en vacío	0.112 A
Voltaje en vacío	220 V

Prueba de corto circuito (AV) con conexión estrella:

Potencia de corto circuito	30 w
Corriente de corto circuito	1.21 A
Voltaje de corto circuito	17.3 V

Prueba de corto circuito (AV) con conexión delta:

Potencia de corto circuito	30 w
Corriente de corto circuito	2.1 A
Voltaje de corto circuito	10.73 V

Puntos para la curva de saturación

Corriente en vacío (pu)	Voltaje en-vacío (pu)
0.050	1.00
0.058	1.05

4.1.2.a. CONEXIÓN ESTRELLA – ESTRELLA

Para la conexión estrella – estrella se conecta el neutro del primario con el neutro del generador obteniéndose los siguientes resultados.

El oscilograma obtenido en la línea A, para un ángulo de conexión de 120 grados es:

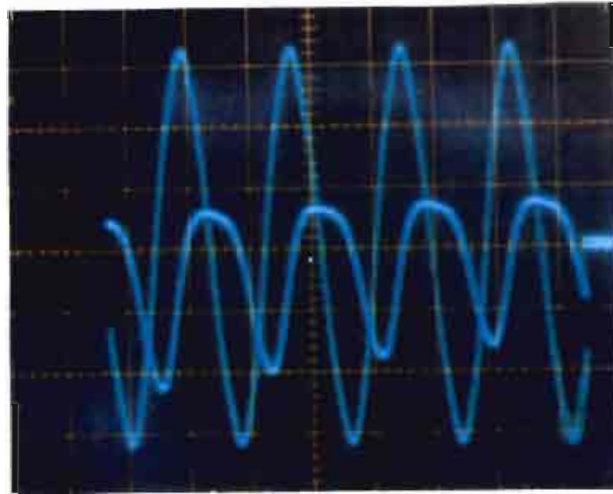


Figura 4.5

Corriente en vacío de la línea A : ángulo de conexión 120°

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 20 * 10 V
Corriente	1cm = 0.2 A

El gráfico obtenido en el programa se indica en la figura 4.6.

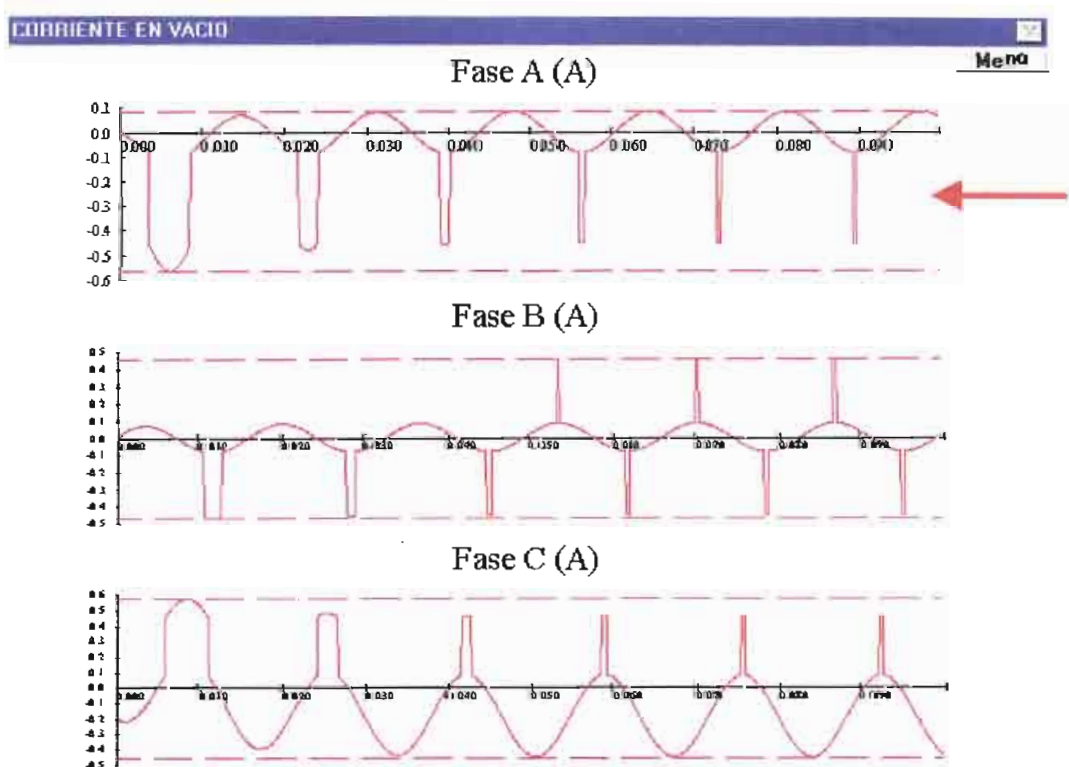


Figura 4.6

Corrientes de línea en vacío : ángulo de conexión 120°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.5 A	0.58 A
Corriente permanente pico	0.1 A	0.09 A
Voltaje pico	538 V	538 V

El oscilograma obtenido en la línea A, para un ángulo de conexión de -10° grados es:

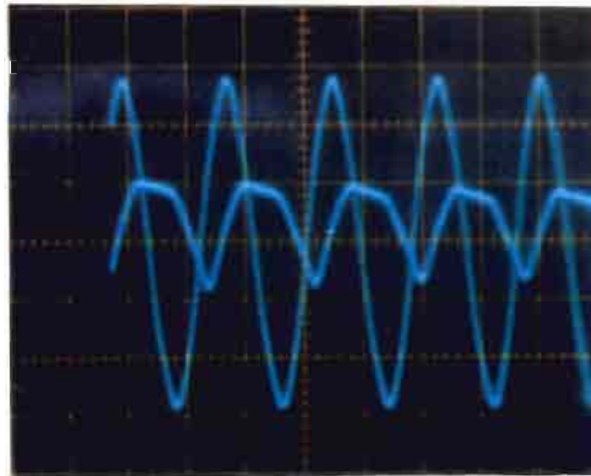


Figura 4.7

Corriente en vacío de la línea A : ángulo de conexión -10°

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 20 * 10 V
Corriente	1cm = 0.2 A

El resultado gráfico del programa se presenta en la figura 4.8

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.3 A	0.45 A
Corriente permanente pico	0.1 A	0.1 A
Voltaje pico	538 V	538 V

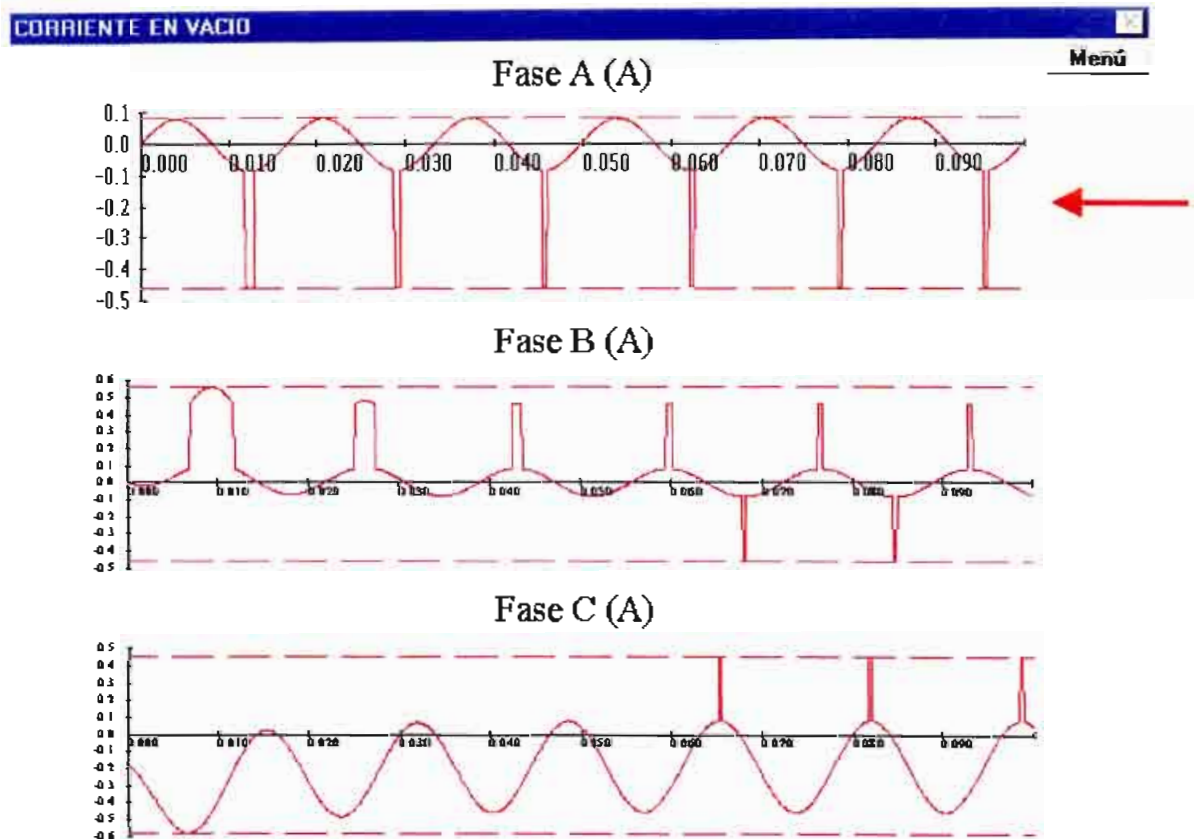


Figura 4.8

Corriente en vacío línea A : ángulo de conexión -10°

4.1.2.b. CONEXION ESTRELLA – DELTA

Para la conexión estrella – delta se conecta el neutro del primario con el neutro del generador obteniéndose los siguientes resultados.

El oscilograma obtenido en la línea B, para un ángulo de conexión de 0° se indica en la figura 4.9.

El oscilograma obtenido en la línea B, en estado permanente se indica en la figura 4.10.

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 20 * 10 V
Corriente	1cm = 1 A

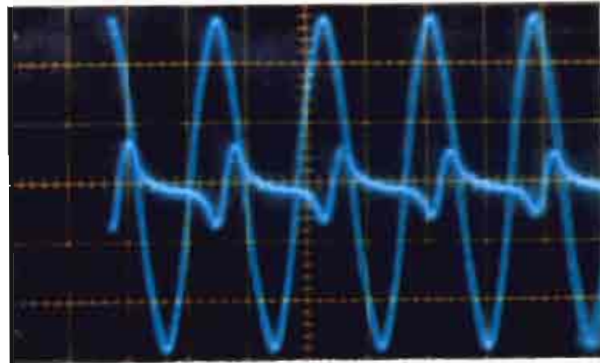


Figura 4.9

Corriente en vacío de la línea B : ángulo de conexión 0°

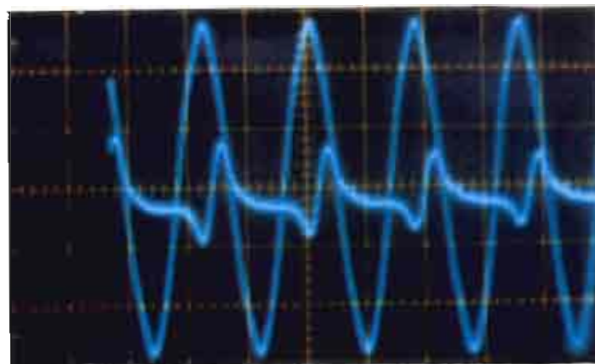


Figura 4.10

Corriente en vacío de la línea B

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.8 A	0.60 A
Corriente permanente pico	0.6 A	0.47 A
Voltaje pico	538 V	538 V

Los resultados del programa se indican en la figura 4. 11 para un ángulo de conexión de 0° .

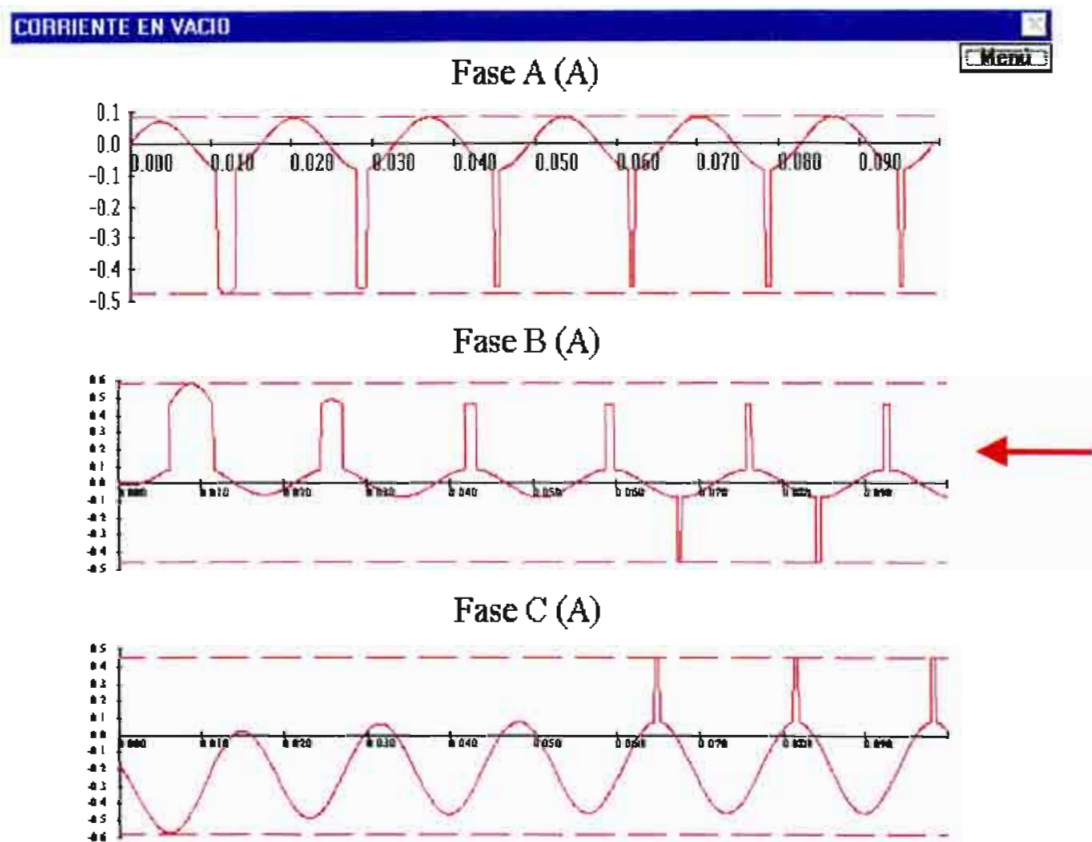


Figura 4.11

Corriente de la línea B : ángulo de conexión 0°

Como se observa en los resultados gráficos se obtienen las típicas formas de ondas con un solo pico que caracteriza la onda en vacío de transformadores trifásicos con conexión estrella en el primario.

El programa permite visualizar las tres formas de onda del transformador trifásico, lo cual en la práctica no siempre resulta fácil de observar.

4.1.2.c. CONEXIÓN DELTA – ESTRELLA

Para la conexión delta – estrella se obtienen los siguientes resultados.

El oscilograma obtenido en la línea B para el estado permanente es:

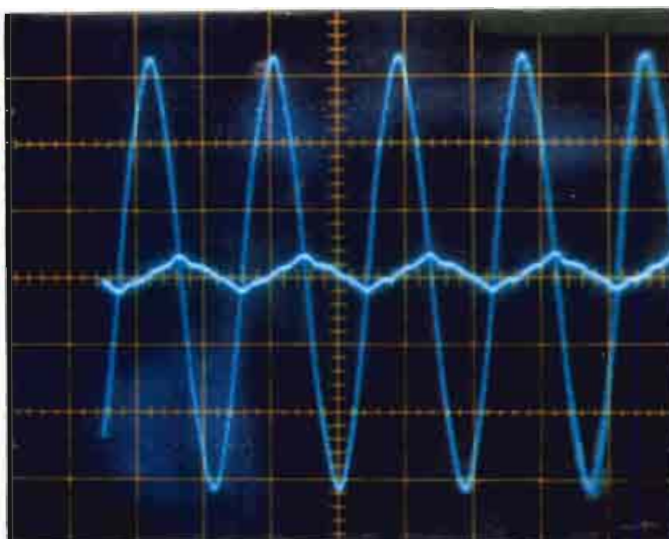


Figura 4.12

Corriente de la línea B

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 10 * 10 V
Corriente	1cm = 1 A

El gráfico obtenido en el programa se indica en la figura 4.13.

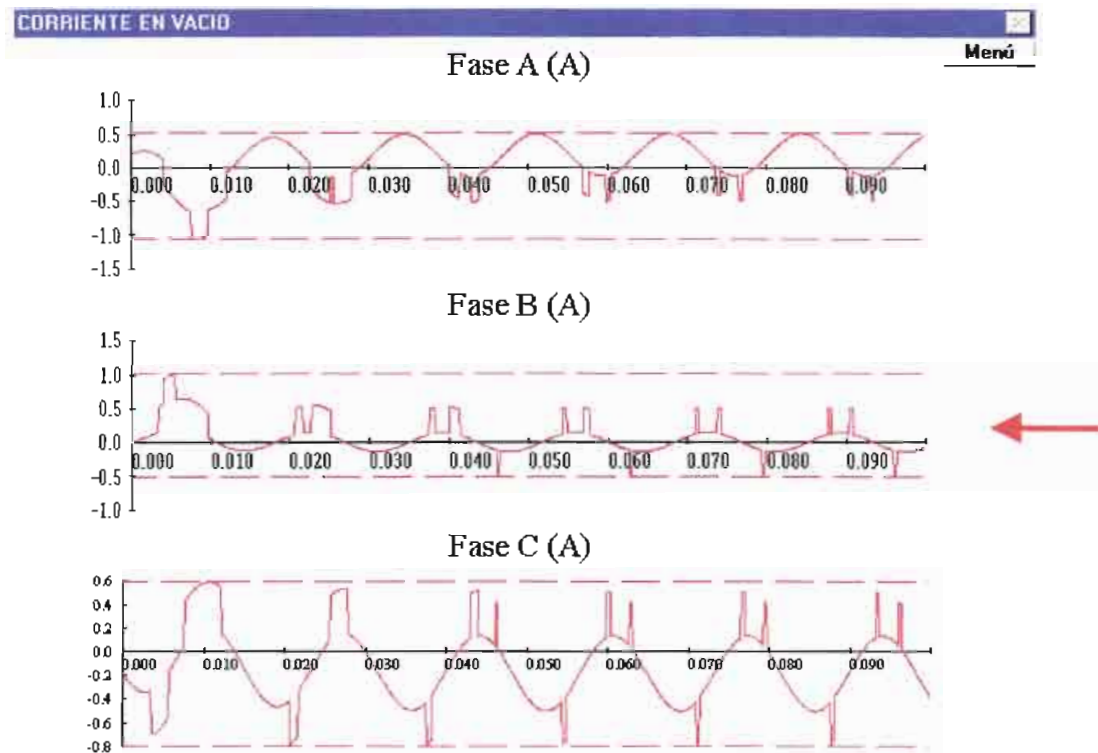


Figura 4.13 Corrientes de línea

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	-	1 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.5 A
Voltaje pico	311 V	311 V

4.1.2.d. CONEXIÓN DELTA - DELTA

El oscilograma obtenido en la línea B para un Angulo de conexión de -185° es:

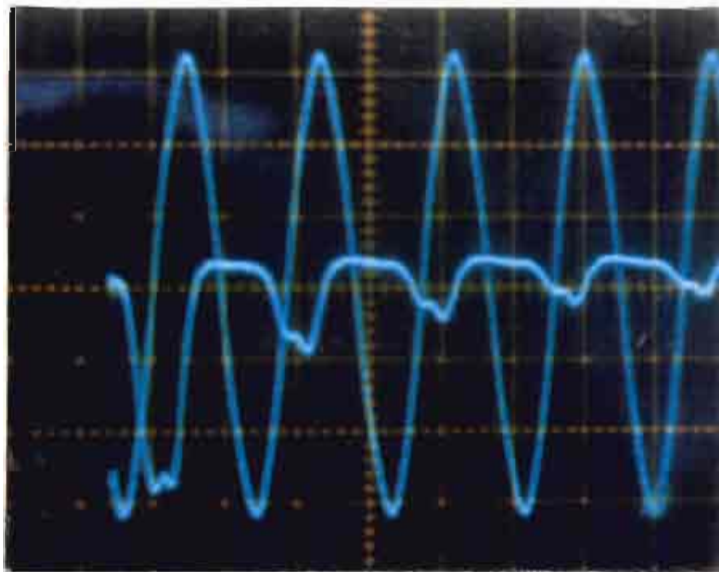


Figura 4.14

Corriente de la línea B : ángulo de conexión -185°

Escala del osciloscopio

Voltaje	1cm = 10 * 10 V
Corriente	1cm = 2 A

El gráfico obtenido en el programa se indica en la figura 4.15.

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	5 A	0.9 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.5 A
Voltaje pico	311 V	311 V

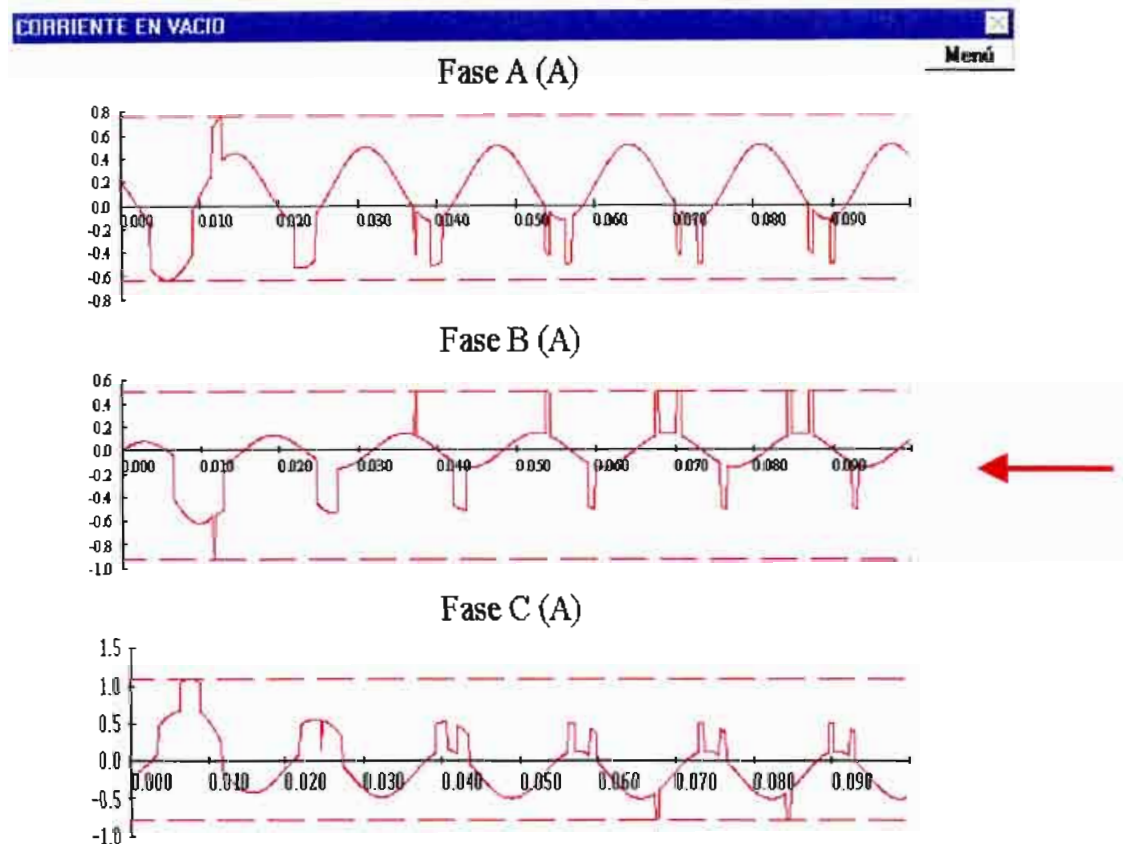


Figura 4.15

Corriente de línea b en vacío : ángulo de conexión -185°

En los gráficos se puede observar la típica forma de doble cumbre en la corriente en vacío de los transformadores conectados en delta en el primario.

4.1.3. TRANSFORMADOR MONOFASICO CON CARGA

Los datos del transformador monofásico utilizados para la simulación son:

Valores nominales

Potencia nominal	1.1 kVA
Voltaje primario	208 V
Voltaje secundario	105 V
Frecuencia	60 Hz

Prueba de circuito abierto (BV)

Potencia en vacío	15 w
Corriente en vacío	0.71 A
Voltaje en vacío	110 V

Prueba de corto circuito (AV)

Potencia de corto circuito	64 w
Corriente de corto circuito	5 A
Voltaje de corto circuito	40 V

1.) Para carga resistiva se simula utilizando los siguientes datos:

Factor de potencia en atraso	1
Porcentaje de carga	40 % (2 A rms)

El oscilograma de la corriente primaria para un ángulo de conexión de -35° es:

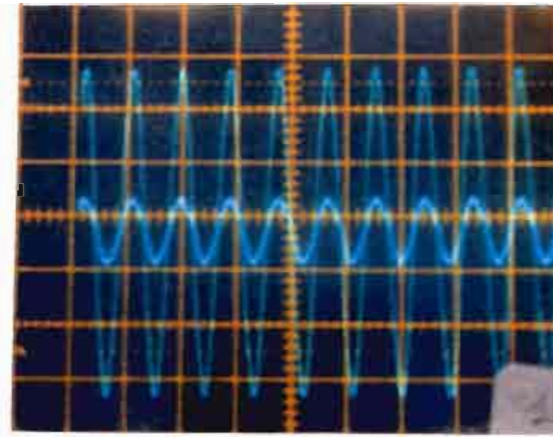


Figura 4.16

Corriente primaria : ángulo de conexión -35°

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 10 * 10 V
Corriente	1 cm = 5 A

La corriente primaria simulada se encuentra en la figura 4.17

El voltaje primario simulado se encuentra en la figura 4.18

Las dos curvas simuladas se presentan en la figura 4.19

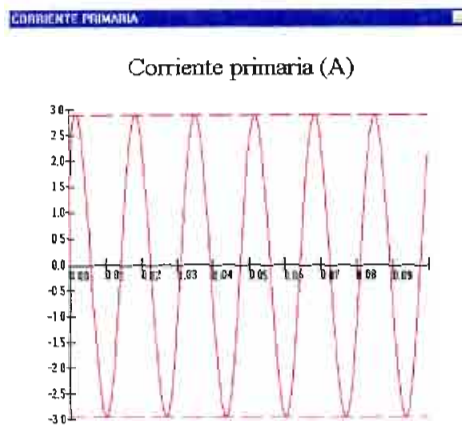


Figura 4.17

Corriente primaria : ángulo de conexión -35°

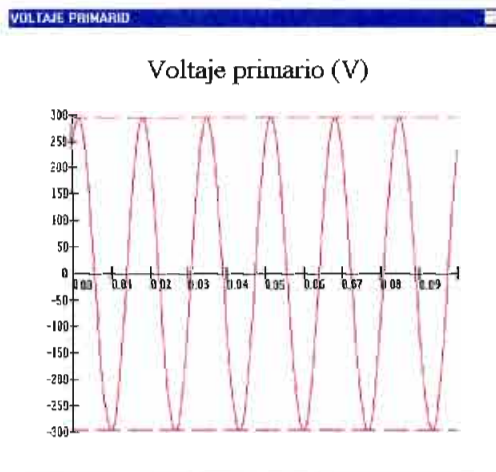


Figura 4.18

Voltaje primario : ángulo de conexión -35°

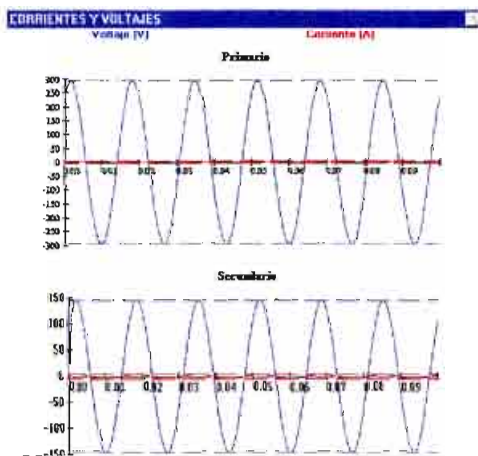


Figura 4.19

Corrientes y voltajes : ángulo de conexión -35°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	3 A	2.9 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

Para la corriente secundaria con ángulo de conexión -90° se obtiene el siguiente oscilograma:

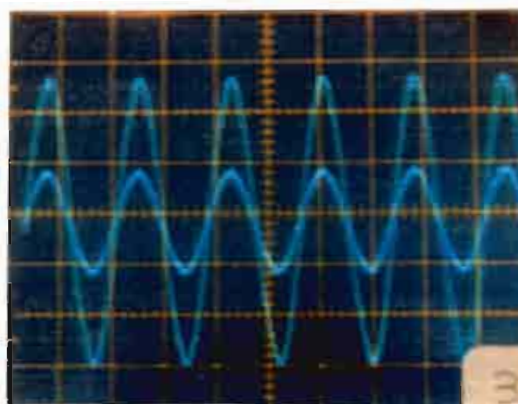


Figura 4.20

Corriente secundaria : ángulo de conexión -90°

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 5 * 10 V
Corriente	1 cm = 5 A

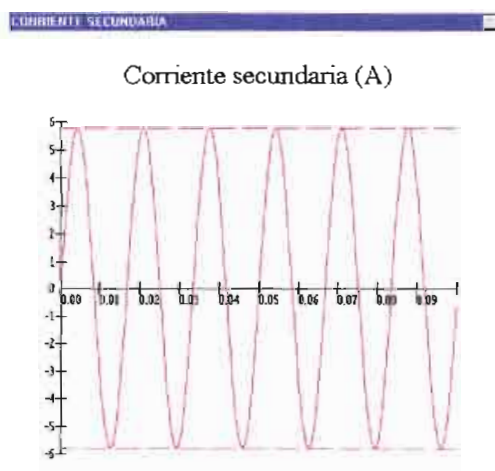


Figura 4.21

Corriente secundaria : ángulo de conexión -90°

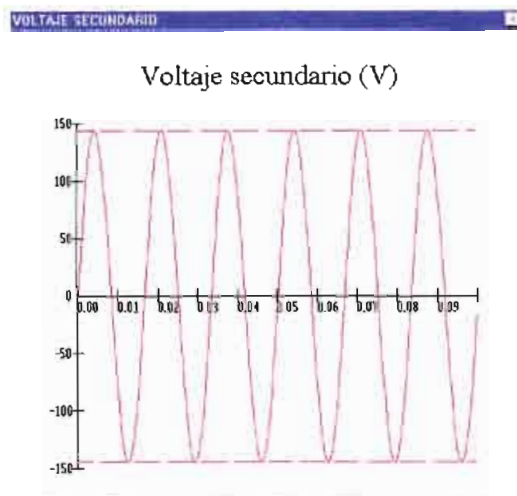


Figura 4.22

Voltaje secundario : ángulo de conexión -90°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente secundaria pico	5.5 A	5.8 A
Voltaje secundario pico	148 V	148 V

2.) Para carga inductiva se utilizan los siguientes datos:

Factor de potencia en atraso	0.5
Porcentaje de carga	56 % (2.8 A rms)

El oscilograma de la corriente primaria para un ángulo de conexión de -110° es:

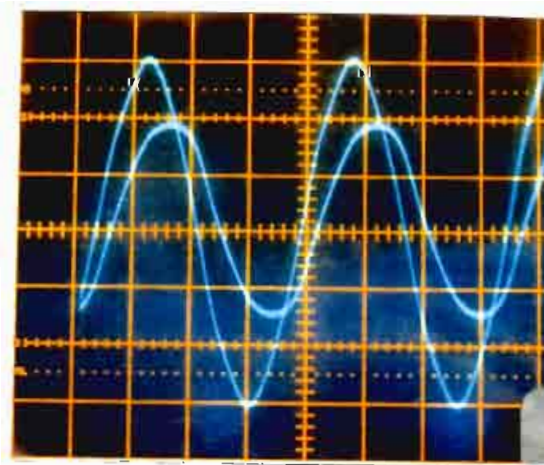


Figura 4.23

Corriente y voltaje primario : ángulo de conexión -110

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 10 * 10 V
Corriente	1 cm = 2 A

Las curvas simuladas son :

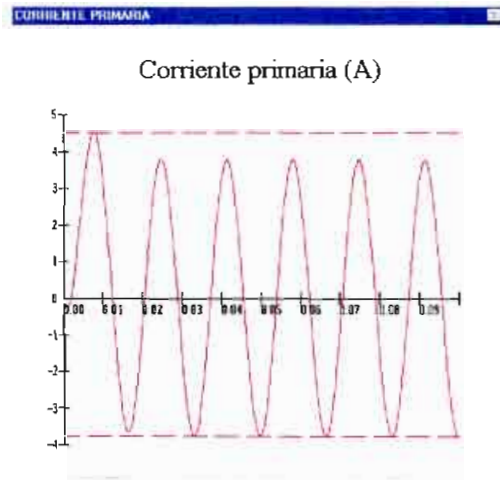


Figura 4.24

Corriente primaria : ángulo de conexión -110°

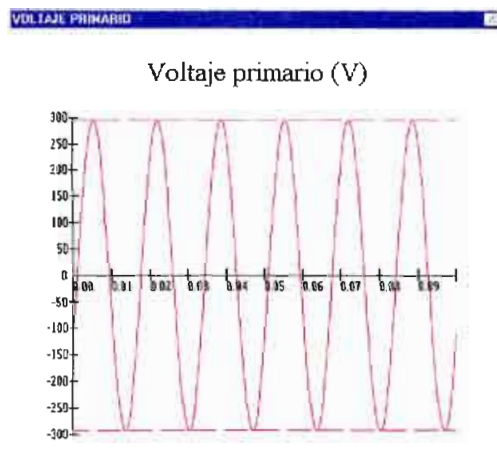


Figura 4.25

Voltaje primario : ángulo de conexión -110°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	4 A	3.8 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

Para el segundo ejemplo se utilizan los siguientes datos:

Factor de potencia en atraso	0.8
Porcentaje de carga	40 % (2 A rms)

El oscilograma de la corriente secundaria para un ángulo de conexión de -150° es:



Figura 4.26

Corriente secundaria y voltaje secundario : ángulo de conexión -150°

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 5 * 10 V
Corriente	1 cm = 5 A

Los resultados de la simulación son :

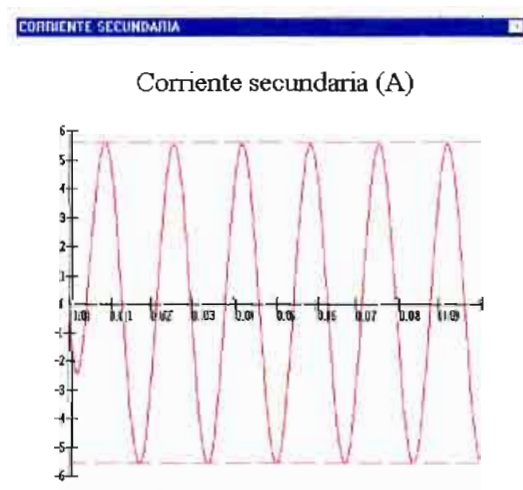


Figura 4.27

Corriente secundaria : ángulo de conexión -150°

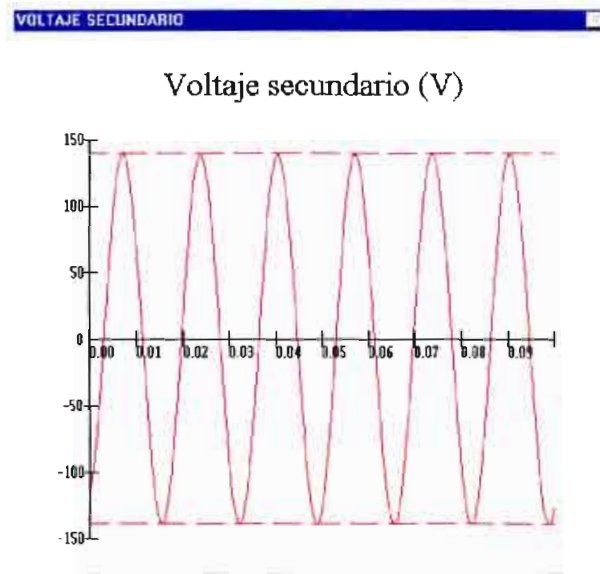


Figura 4.28

Voltaje secundario : ángulo de conexión -150°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente secundaria pico	5.1 A	5.5 A
Voltaje secundario pico	148 V	148 V

3.) Para carga capacitiva los datos utilizados son:

Factor de potencia en adelanto	0.8
Porcentaje de carga	34 % (1.7 A rms)

El oscilograma de la corriente primaria para un ángulo de conexión de -110° es:



Figura 4.29

Corriente primaria y voltaje primario : ángulo de conexión -110°

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 10 * 10 V
Corriente	1 cm = 2.5 A

Los gráficos simulados son:

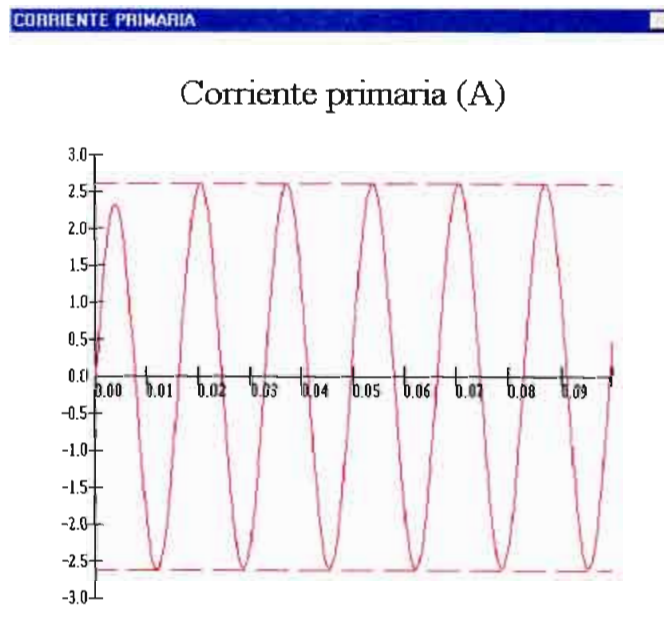


Figura 4.30

Corriente primaria : ángulo de conexión -110

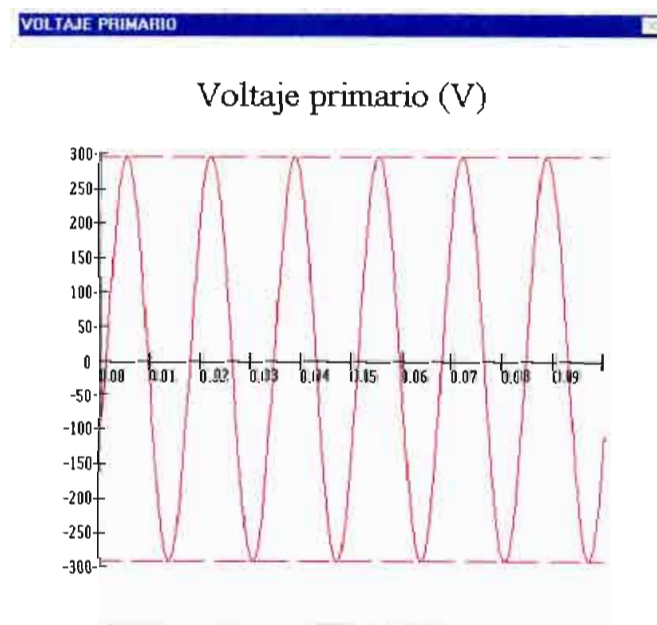


Figura 4.31

Voltaje primario : ángulo de conexión -110°

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	2.5 A	2.6 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

4.1.4. TRANSFORMADOR TRIFASICO CON CARGA

Los datos del transformador trifásico utilizados para la simulación son:

Valores nominales

Potencia nominal	0.8 kVA
Voltaje primario	220 V
Voltaje secundario	220 V
Frecuencia	60 Hz

Prueba de circuito abierto (BV) con conexión estrella:

Potencia en vacío	9.2 w
Corriente en vacío	0.061 A
Voltaje en vacío	381 V

Prueba de circuito abierto (BV) con conexión delta:

Potencia en vacío	9 w
Corriente en vacío	0.112 A
Voltaje en vacío	220 V

Prueba de corto circuito (AV) con conexión estrella:

Potencia de corto circuito	30 w
Corriente de corto circuito	1.21 A
Voltaje de corto circuito	17.3 V

Prueba de corto circuito (AV) con conexión delta:

Potencia de corto circuito	30 w
Corriente de corto circuito	2.1 A
Voltaje de corto circuito	10.73 V

Para el ejemplo se utiliza una conexión Dy5, debido a la imposibilidad de obtener los oscilogramas del primario y secundario simultáneamente, se tienen los oscilogramas de la corriente y voltaje del primario.

1.) Para carga inductiva los datos son:

Factor de potencia en atraso	0.74
Porcentaje de carga	95 % (1.99 A rms)

El oscilograma de la corriente primaria en estado permanente es:

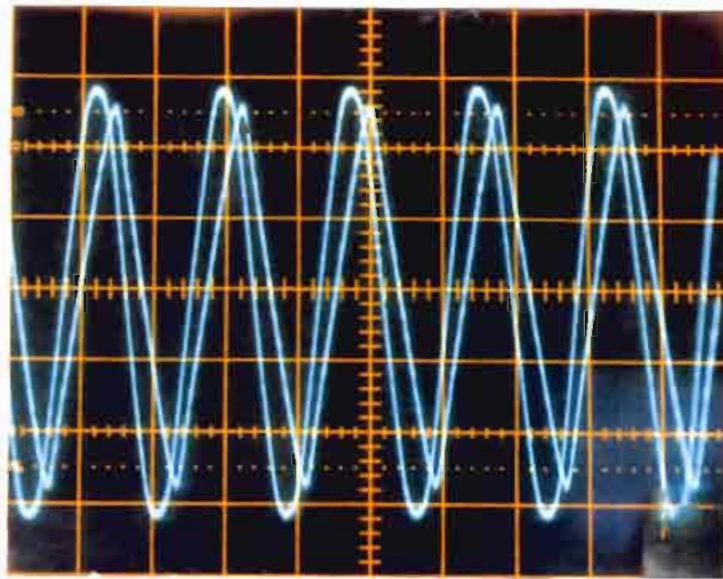


Figura 4.32

Corriente primaria : estado permanente

Escala del osciloscopio:

Voltaje	1 cm = 30 * 10 V
Corriente	1 cm = 1 A

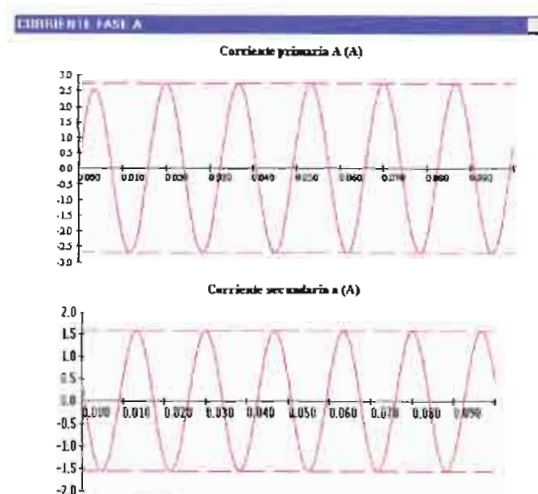


Figura 4.33

Corriente primaria y secundaria en conexión Dy5

En el esquema presentado se puede observar la corriente primaria y la corriente secundaria defasada 150 grados debido a la conexión Dy5.

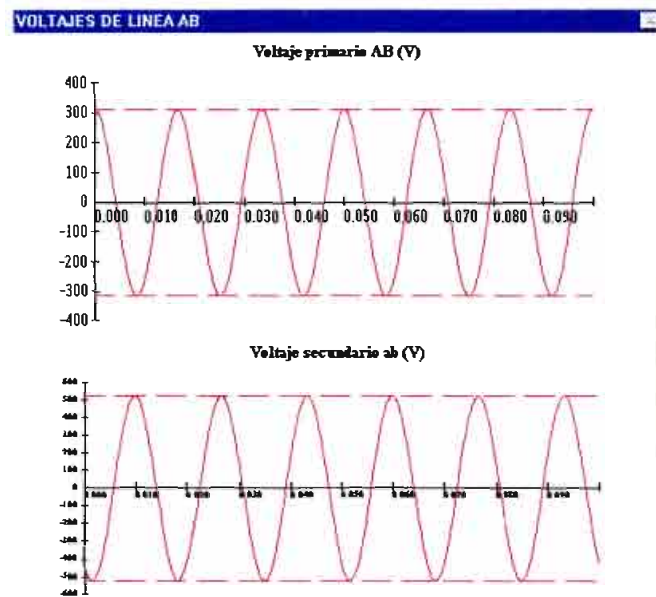


Figura 4.34

Voltaje de línea AB primario y secundario

Al igual que para la corriente el voltaje primario está defasado con respecto al voltaje secundario en un ángulo de 150° . Para visualizar mejor el efecto de la conexión en el defasaje de las corrientes primarias y secundarias de línea, y los voltajes primario y secundario de línea se presentan los siguientes gráficos:

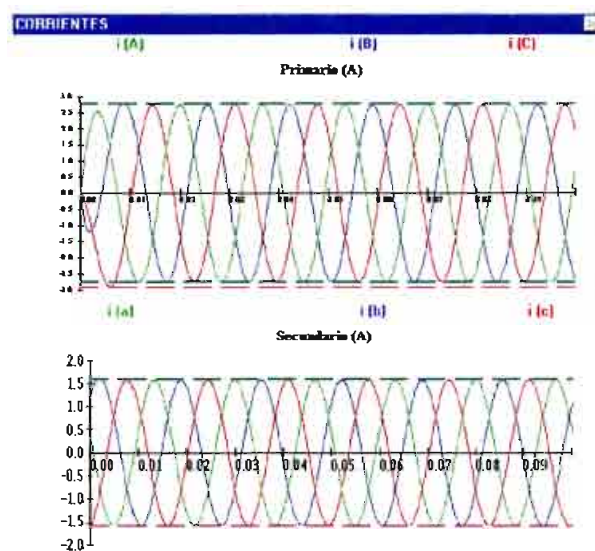


Figura 4.35 a

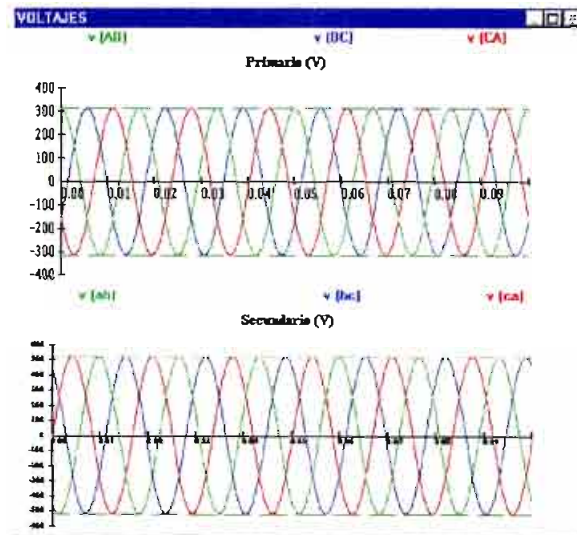


Figura 4.35 b

Figura 4.35

- a) Corrientes de línea trifásicos
- b) Voltajes de línea trifásicos

Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	2.5 A	2.7 A
Voltaje primario pico	311 V	311 V

4.1.5 . FALLA EN LA CARGA

Los datos utilizados para simular la falla en la carga en un transformador monofásico son:

Voltaje primario de falla	40 V
Porcentaje de carga pre-falla	10 %
Factor de potencia de la carga	0.9
Angulo de falla	110°
Tiempo de estudio	0.2 s
Tiempo de despeje	0.168 s

El oscilograma obtenido se encuentra en la figura 4.36 :

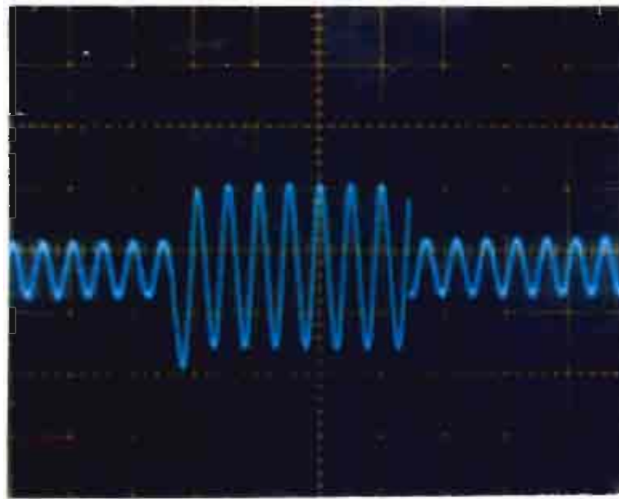


Figura 4.36

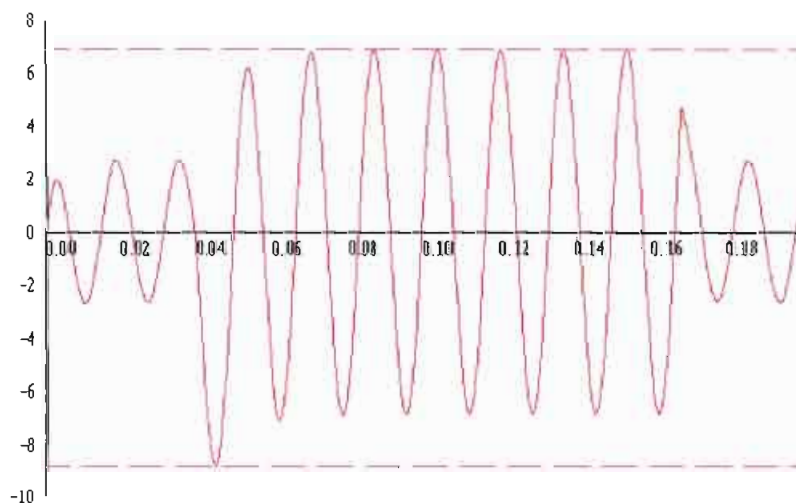
Oscilograma de falla en la carga

Escala del osciloscopio : 1cm = 5 A

El gráfico simulado se encuentra en la siguiente figura:



Corriente primaria de falla (A)



Los valores obtenidos se resumen en la siguiente cuadro:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente prefalla pico	2.5 A	2.5 A
Pico máximo de corriente de falla	10 A	9 A
Corriente de falla pico	7 A	7 A

4.2 . CONTRASTACION DE RESULTADOS

Para la corriente en vacío de transformadores monofásicos los datos obtenidos son:

Para un ángulo de conexión de 90°

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.7 A	0.78 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.72 A
Voltaje pico	300 V	300 V

Para un ángulo de conexión de 0° los resultados son:

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	1.1 A	0.98 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.7 A
Voltaje pico	300 V	300 V

Para la corriente en vacío de transformadores trifásicos los datos obtenidos son:

Conexión estrella – estrella

Angulo de conexión 120° :

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.5 A	0.58 A
Corriente permanente pico	0.1 A	0.09 A
Voltaje pico	538 V	538 V

Angulo de conexión de -10° :

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.3 A	0.45 A
Corriente permanente pico	0.1 A	0.1 A
Voltaje pico	538 V	538 V

Conexión estrella – delta

Angulo de conexión 0° :

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	0.8 A	0.60 A
Corriente permanente pico	0.6 A	0.47 A
Voltaje pico	538 V	538 V

Conexión delta – estrella

Estado permanente:

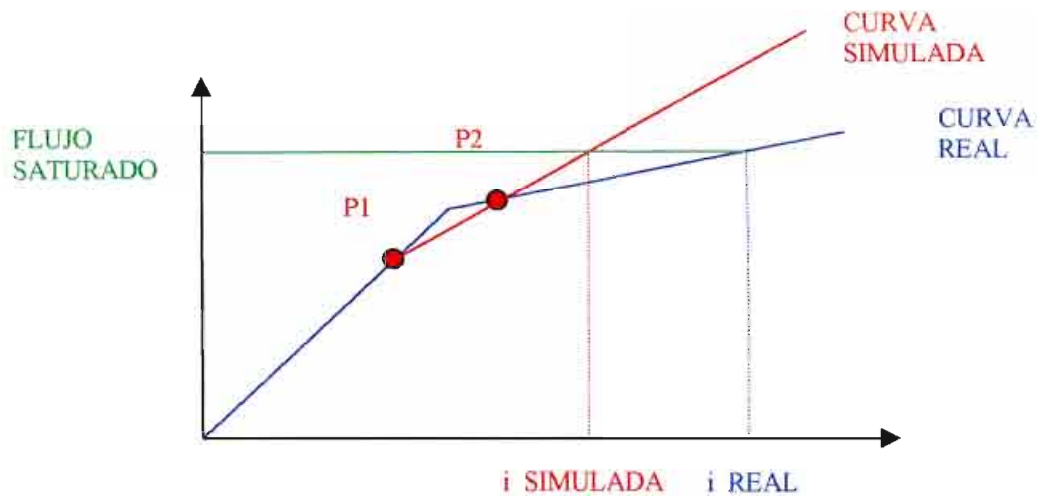
Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	-	1 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.5 A
Voltaje pico	311 V	311 V

Conexión delta – deltaAngulo de conexión -185°

Parámetro	Real	Simulado
Pico máximo de corriente transitoria	5 A	0.9 A
Corriente permanente pico	0.5 A	0.5 A
Voltaje pico	311 V	311 V

De las tablas anteriores se observa que la corriente permanente en los oscilogramas comparada con los valores obtenidos en el programa tienen errores bajos, en cuanto a la corriente transitoria los errores pueden explicarse por:

1. El ángulo de conexión asumido para la simulación es un valor aproximado tomado de los oscilogramas, una pequeña variación en el ángulo de conexión determinan grandes diferencias en el pico que tiene la corriente de transitoria.
2. Para obtener la forma de onda de la corriente se utilizó una resistencia variable de 1 ohmio, la caída de voltaje en la resistencia dividido para el valor de resistencia determina la corriente que circula por el primario o secundario, esta resistencia variaba con un movimiento mínimo, es esta una de las causas de la diferencia entre corriente obtenida por las pruebas y la simulada.
3. La resistencia colocada para obtener la forma de onda de la corriente constituye un elemento externo que no se considera dentro de los parámetros del transformador, por lo que se incurre en un error.
4. Otra causa de error constituye los puntos voltaje en vacío-corriente de excitación tomados para definir la curva en vacío porque modifican las pendientes en la zona saturada, como lo explica el siguiente gráfico.



Cuando el flujo llega al valor "flujo saturado" el programa asigna el valor "i simulada" que corresponde a la recta que une los puntos P1 y P2 ingresados por el usuario cuando en realidad el valor que le debería corresponder a la corriente es el valor "i real" que pertenece a la curva real.

Para el análisis de transformadores con carga se obtuvieron los siguientes valores:

Transformador monofásico:

Carga resistiva ángulo de conexión -35° :

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	3 A	2.9 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

Carga resistiva ángulo de conexión -90°

Parámetro	Real	Simulado
Corriente secundaria pico	5.5 A	5.8 A
Voltaje secundario pico	148 V	148 V

Carga inductiva ángulo de conexión -110°

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	4 A	3.8 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

Carga inductiva ángulo de conexión -150°

Parámetro	Real	Simulado
Corriente secundaria pico	5.1 A	5.5 A
Voltaje secundario pico	148 V	148 V

Carga capacitiva ángulo de conexión -110°

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	2.5 A	2.6 A
Voltaje primario pico	294 V	294 V

Transformador trifásico:

Carga inductiva estado permanente:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente primaria pico	2.5 A	2.7 A
Voltaje primario pico	311 V	311 V

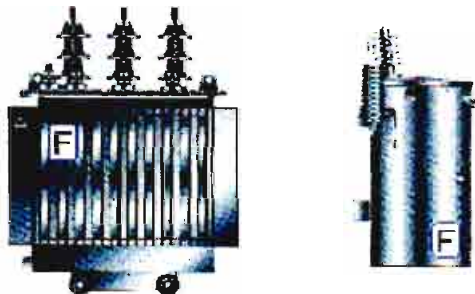
Como se observa en los cuadros de resumen los valores simulados tienen una gran aproximación con los valores obtenidos en las pruebas, pero sin embargo se pueden producir errores debido a la asignación del ángulo de conexión, la resistencia utilizada para obtener el oscilograma de corriente pudo cambiar su valor de un ohmio o variar los valores de corriente, además para el análisis de transformadores con carga no se ha considerado la rama en paralelo del circuito T equivalente del transformador.

Para el análisis de falla en la carga de transformadores se obtuvieron los siguientes valores:

Parámetro	Real	Simulado
Corriente prefalla pico	2.5 A	2.5 A
Pico máximo de corriente de falla	10 A	9 A
Corriente de falla pico	7 A	7 A

Los valores obtenidos en la simulación tienen una pequeña variación con respecto a los valores reales, debido a que la resistencia colocada para obtener la forma de onda de corriente pudo alterar su valor y debido a la asignación del ángulo de conexión que tiene gran influencia en los valores que toma la corriente de pico al producirse la falla.

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA DE SIMULACION DE TRANSFORMADORES



MANUAL DEL USUARIO

Para una operación óptima del programa se recomienda una configuración del monitor de 640 x 480 píxeles.

Cuando se ingresa al programa se activa la ventana principal en donde se observa el area de comandos.



Los comandos que dispone el usuario son:

ARCHIVO:

Se activa un menú que incluye las opciones:

- Nuevo
Permite el ingreso de datos para la simulación
- Abrir
Importa datos desde un archivo con la extensión str
- Guardar como
Almacena datos en un archivo con la extensión str
- Salir
Termina la ejecución del programa

DATOS:

Permite leer datos cuando se abre un archivo o ingresar datos para empezar una simulación tanto para transformadores monofásicos como trifásicos.

SIMULACIÓN:

Este comando se activa cuando el usuario a importado un archivo o a ingresado todos los datos necesarios para la simulación.

Para transformadores monofásicos se puede simular condiciones de vacío, carga, sensibilidad y falla en la carga. Para transformadores trifásicos se puede simular estados de vacío, carga y falla trifásica en la carga.

AYUDA:

Con este comando el usuario ingresa a pantallas de ayuda que contienen información sobre los diferentes pasos en la simulación.

INGRESO DE DATOS

Para la simulación de transformadores se requiere la potencia aparente, voltajes nominales, resistencias, reactancias, conductancia, susceptancia, tipo de curva del núcleo del transformador, o los datos obtenidos de las pruebas de corto circuito y circuito abierto.

Para ingresar los parámetros de transformadores monofásicos de acuerdo a los datos que disponga el usuario se tiene tres opciones:

.1.- Datos reales:

TRANSFORMADOR MONOFASICO	
DATOS DE OPERACION	
Potencia Nominal (kVA)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de AV (V)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de BV (V)	<input type="text"/>
Frecuencia (Hz)	<input type="text"/>
VALORES REALES	
Reactancia del primario (ohmios)	<input type="text"/>
Resistencia del primario (ohmios)	<input type="text"/>
Conductancia paralela (mho)	<input type="text"/>
Susceptancia paralela (mho)	<input type="text"/>
Reactancia del secundario referido al primario (ohmios)	<input type="text"/>
Resistencia del secundario referido al primario (ohmios)	<input type="text"/>
CURVA DEL HIERRO	
Tipo de curva	<input type="text"/>
Curva	<input type="text"/>
Base de datos	
<input type="button" value="Imprimir"/>	
<input type="button" value="Aceptar"/>	
<input type="button" value="Cancelar"/>	

2.- Datos en valores por unidad:

TRANSFORMADOR MONOFASICO	
DATOS DE OPERACION	
Potencia Nominal (kVA)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de AV (V)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de BV (V)	<input type="text"/>
Frecuencia (Hz)	<input type="text"/>
DATOS EN P.U.	
Reactancia del primario	<input type="text"/>
Resistencia del primario	<input type="text"/>
Conductancia paralela	<input type="text"/>
Susceptancia paralela	<input type="text"/>
Reactancia del secundario	<input type="text"/>
Resistencia del secundario	<input type="text"/>
CURVA DEL HIERRO	
Tipo de curva	<input type="text"/>
Curva	
Base de datos	
<input type="button" value="Imprimir"/>	
<input type="button" value="Aceptar"/>	
<input type="button" value="Cancelar"/>	

3.- Datos obtenidos de las pruebas de corto circuito y circuito abierto:

TRANSFORMADOR MONOFASICO	
DATOS DE OPERACION	
Potencia Nominal (kVA)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de AV (V)	<input type="text"/>
Voltaje de operación en el lado de BV (V)	<input type="text"/>
Frecuencia (Hz)	<input type="text"/>
PRUEBAS DE CORTO CIRCUITO Y CIRCUITO ABIERTO	
PRUEBA DE CIRCUITO ABIERTO	
LADO DE BAJO VOLTAJE Potencia en la prueba de circuito abierto (W)	<input type="text"/>
Corriente en la prueba de circuito abierto (A)	<input type="text"/>
Voltaje en la prueba de circuito abierto (V)	<input type="text"/>
PRUEBA DE CORTO CIRCUITO	
LADO DE ALTO VOLTAJE Potencia en la prueba de corto circuito (W)	<input type="text"/>
Corriente en la prueba de corto circuito (A)	<input type="text"/>
Voltaje en la prueba de corto circuito (V)	<input type="text"/>
CURVA DEL HIERRO	
Tipo de curva	<input type="text"/>
Curva	
Base de datos	
<input type="button" value="Imprimir"/>	
<input type="button" value="Aceptar"/>	
<input type="button" value="Cancelar"/>	

Para el caso de transformadores trifásicos se tienen dos opciones:

1.- Datos en por unidad

TRANSFORMADOR TRIFASICO

DATOS DE OPERACION

Potencia Nominal (kVA)

Voltaje de operación en el lado de AV (V)

Voltaje de operación en el lado de BV (V)

Frecuencia (Hz)

DATOS EN P.U.

Reactancia de cortocircuito

Resistencia de cortocircuito

Pérdidas en el hierro

Pérdidas en el cobre

Corriente de vacío

CURVA DEL HIERRO

Tipo de curva

Curva

Base de datos

2.- Pruebas de corto circuito y circuito abierto

TRANSFORMADOR TRIFASICO

DATOS DE OPERACION

Potencia Nominal (kVA)

Voltaje de operación en el lado de AV (V)

Voltaje de operación en el lado de BV (V)

Frecuencia (Hz)

PRUEBAS DE CORTO CIRCUITO Y CIRCUITO ABIERTO

PRUEBA DE CIRCUITO ABIERTO

Potencia en la prueba de circuito abierto (W)

Corriente en la prueba de circuito abierto (A)

Voltaje en la prueba de circuito abierto (V)

PRUEBA DE CORTO CIRCUITO

Potencia en la prueba de corto circuito (W)

Corriente en la prueba de corto circuito (A)

Voltaje en la prueba de corto circuito (V)

CURVA DEL HIERRO

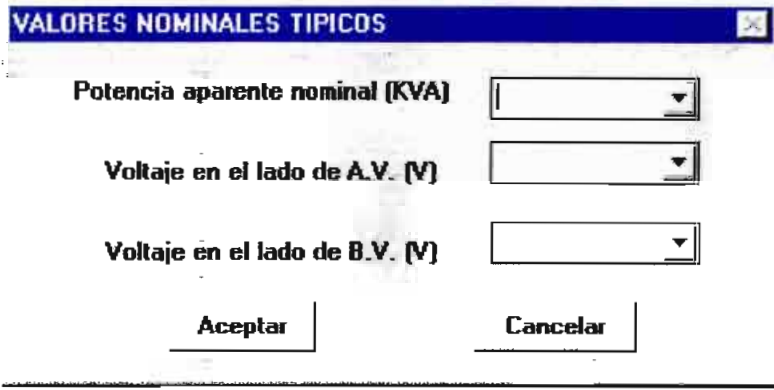
Tipo de curva

Curva

Base de datos

BASE DE DATOS:

Si el usuario desea puede ingresar a una base de datos que contiene los parámetros de transformadores de distribución monofásicos y trifásicos presionando "**Base de datos**", con lo que se despliega en pantalla la siguiente ventana.



La imagen muestra una ventana de diálogo con el título "VALORES NOMINALES TIPICOS". Dentro de la ventana, hay tres campos de selección (listas desplegables) con las siguientes etiquetas: "Potencia aparente nominal (KVA)", "Voltaje en el lado de A.V. (V)" y "Voltaje en el lado de B.V. (V)". En la parte inferior de la ventana, hay dos botones: "Aceptar" y "Cancelar".

Para transformadores monofásicos se dispone una base de datos con transformadores de distribución de 75, 50, 37.5, 25, 15, 10 y 5 kVA para voltajes nominales de 13800 y 6300 V en el lado de alto voltaje y 240 V en el lado de bajo voltaje.

Para transformadores trifásicos se dispone una base de datos con transformadores de distribución de 1000, 500, 300, 225, 150, 112.5, 75, 45, 30 y 15 kVA para voltajes nominales de 13800 y 6300 V en el lado de alto voltaje y 208 V en el lado de bajo voltaje.

Los datos obtenidos corresponden a valores tomados de catálogos y de las normas INEN

IMPRESIÓN DE DATOS:

Si el usuario desea imprimir los datos debe presionar "**Imprimir**" desplegándose una ventana que indica los valores ingresados para la simulación en valores reales y en valores por unidad.

Datos		
Datos	reales	p.u.
S (kVA)	75	1.000
Vp (V)	13800	1.000
Vs (V)	240	1.000
f (Hz)	60	1
Po (w)	255	0.003
Io (A) (BV)	5.3	0.017
Vo (V) (BV)	240	1.000
Pcc (w)	815	0.011
Icc (A) (AV)	5.4	0.994
Vcc (V) (AV)	234.6	0.017

CURVA DEL NUCLEO:

Presionando "Curva" se despliega la siguiente ventana para seleccionar el tipo de núcleo del transformador,:

CURVAS V - i excitación

Curva voltaje en vacio - corriente de excitación en p.u.

Puntos P*i*,V*i*

Puntos	i exc [pu]	V vacio [pu]
P1(i1,V1)	.007	1.028
P2(i2,V2)	.133	1.954
P3(i3,V3)	-.007	-1.028
P4(i4,V4)	-.133	-1.954

Características

- La corriente de magnetización no es senoidal
- Existen armónicas en la onda de corriente
- El núcleo se satura
- Existen picos pronunciados de corriente
- Existen pérdidas altas en el hierro

Tipo de curva

Lineal
 Saturación débil
 Saturación fuerte
 Histéresis débil
 Histéresis fuerte

Editor de curvas

Saturada Histéresis

El usuario puede seleccionar el tipo de núcleo de entre las siguientes opciones:

- Lineal

Que corresponde a un núcleo ideal en el cual no se observan efectos de saturación e histéresis.
- Saturación debil

Indica una curva en la cual la zona de saturación tiene una pendiente similar a la pendiente de la zona lineal.
- Saturación fuerte

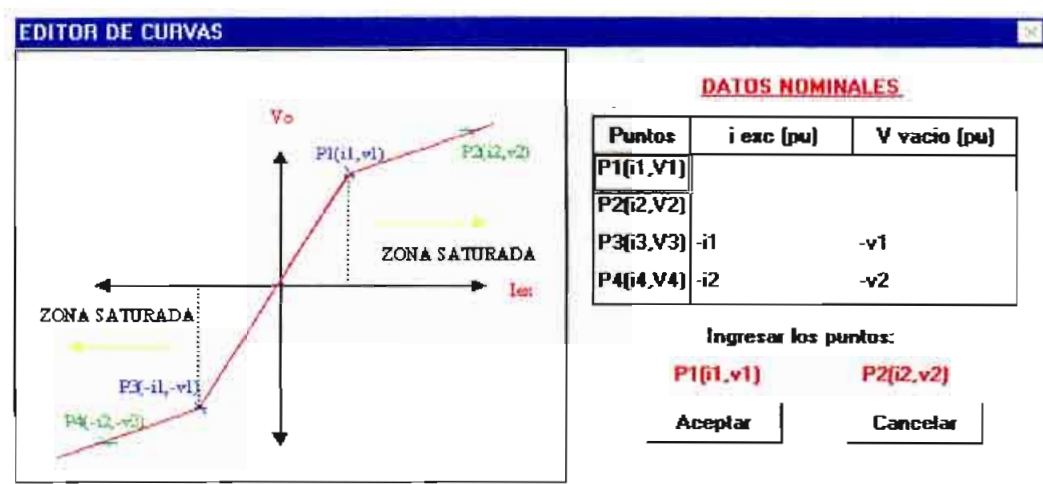
Indica una curva en la cual la zona de saturación tiene una pendiente que difiere de la zona lineal.
- Histéresis débil

Indica una curva con pérdidas por histéresis bajas.
- Histéresis fuerte

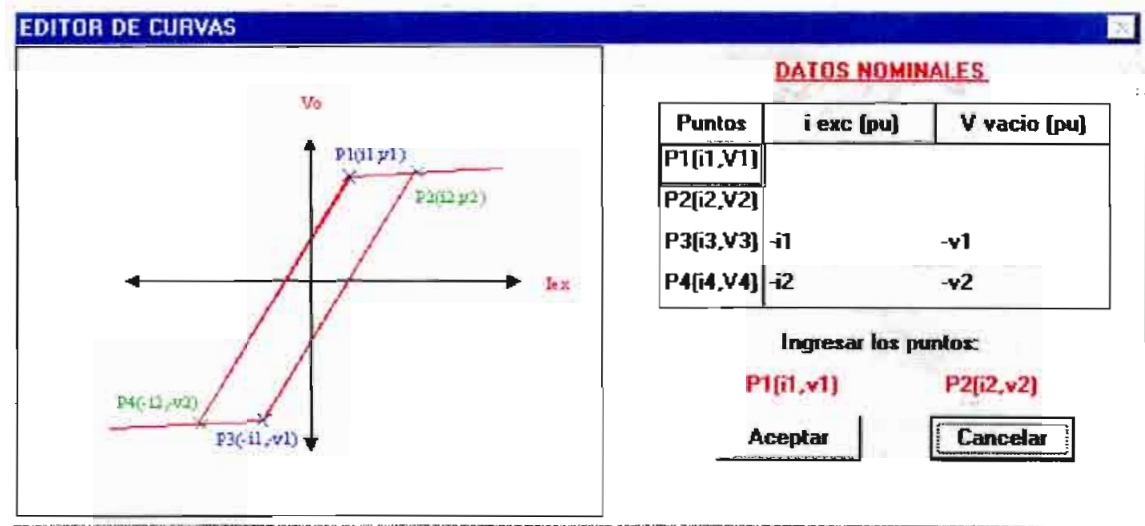
Indica una curva con pérdidas por histéresis altas.

El usuario puede seleccionar cualquiera de estas curvas con el propósito de determinar la influencia que tiene la saturación y la histéresis en la forma y magnitud de la corriente de excitación. Al seleccionar una curva aparecen en pantalla las características más importantes y los valores tomados para graficar la curva

Si desea editar una curva para analizar la saturación se desplegará la siguiente ventana.



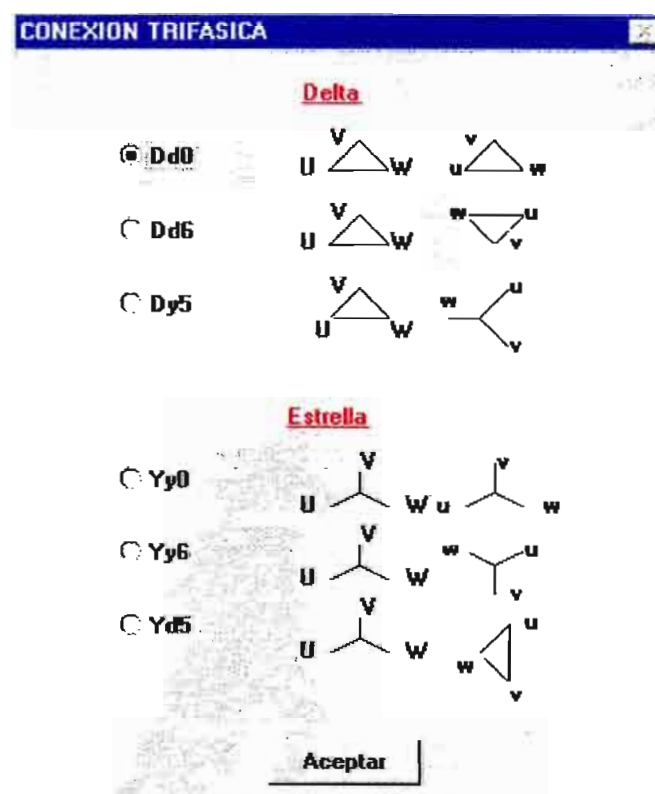
Si desea editar una curva para analizar el efecto del lazo de histéresis se desplegará la siguiente ventana.



El usuario deberá ingresar los puntos P1 y P2 que corresponden a los valores de corriente en vacío y voltaje en vacío en valores por unidad.

TIPO DE CONEXIÓN DE TRANSFORMADORES TRIFASICOS:

Para seleccionar el tipo de conexión el usuario debe presionar "Conexión" desplegándose la siguiente ventana:



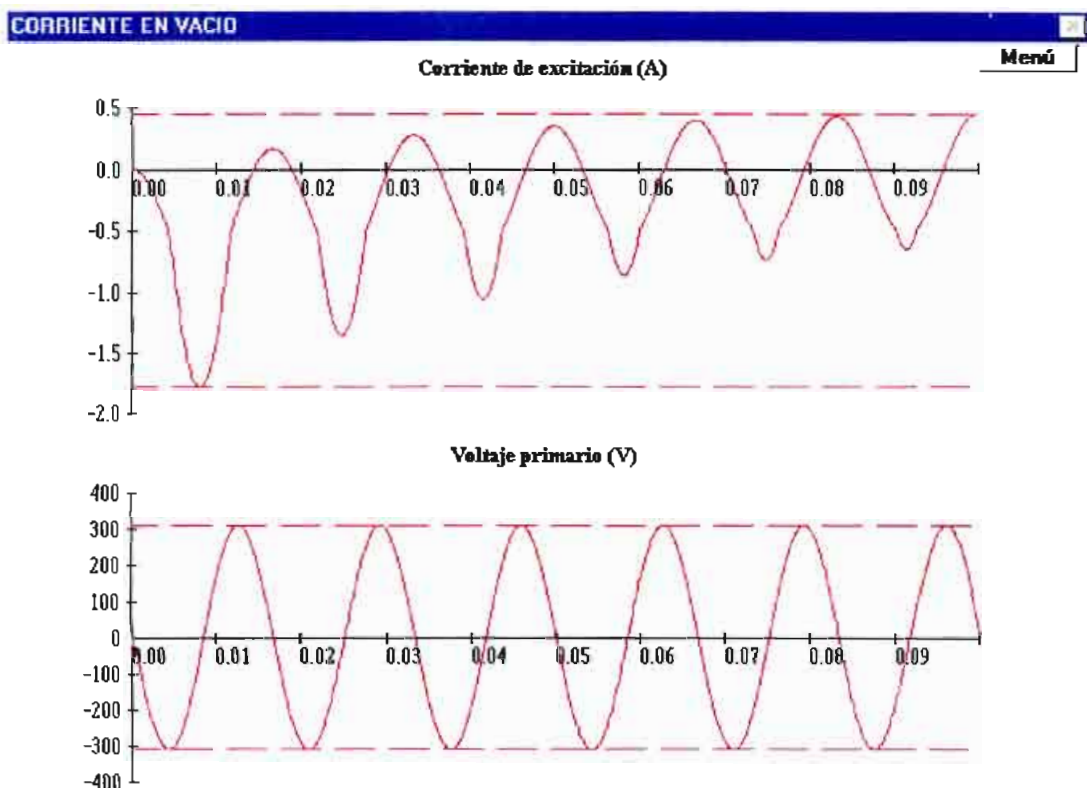
SIMULACION

Cuando el usuario ha ingresado los datos del transformador, se activa el comando "**Simulación**", desplegándose el menú que permite analizar el comportamiento del transformador en vacío, con carga, sensibilidad y falla en la carga.

SIMULACION EN VACIO:

The screenshot shows a dialog box titled "TIEMPOS" with a close button in the top right corner. It contains two input fields: "Tiempo de estudio (s)" and "Angulo de conexión (grados)". Below these fields is a section labeled "Gráficos" with two radio buttons: "p.u." (unselected) and "real" (selected). At the bottom of the dialog is an "Aceptar" button.

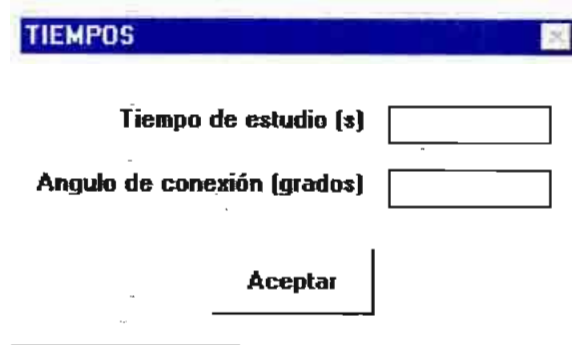
En la ventana desplegada se indica el tiempo de estudio, el ángulo de conexión del transformador a la red y si el gráfico se expresa en valores reales o en valores por unidad. Al presionar "**Aceptar**" aparece la siguiente ventana.



En la ventana se indica la corriente en vacío y el voltaje primario. Presionando "Menú" se activan las siguientes opciones:

- Datos: permite cambiar los parámetros del transformador
- Tiempos: para seleccionar el tiempo de estudio y el ángulo de conexión.
- Imprimir: imprime datos y curvas obtenidas
- Salir: descarga la ventana

SIMULACION CON CARGA:



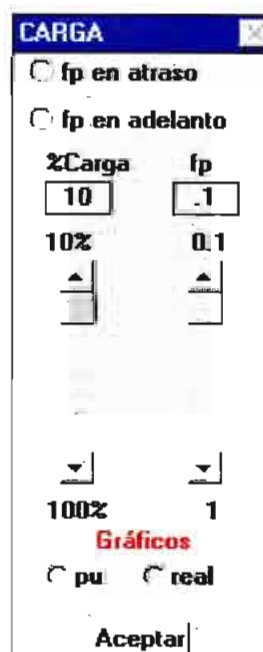
TIEMPOS

Tiempo de estudio (s)

Angulo de conexión (grados)

Aceptar

En la ventana se determina el tiempo de estudio y el ángulo de conexión del transformador a la red. Presionando "Aceptar" se despliega:



CARGA

fp en atraso

fp en adelanto

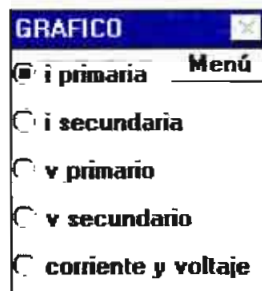
ZCarga	fp
<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value=".1"/>
10%	0.1
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
100%	1

Gráficos

pu real

Aceptar

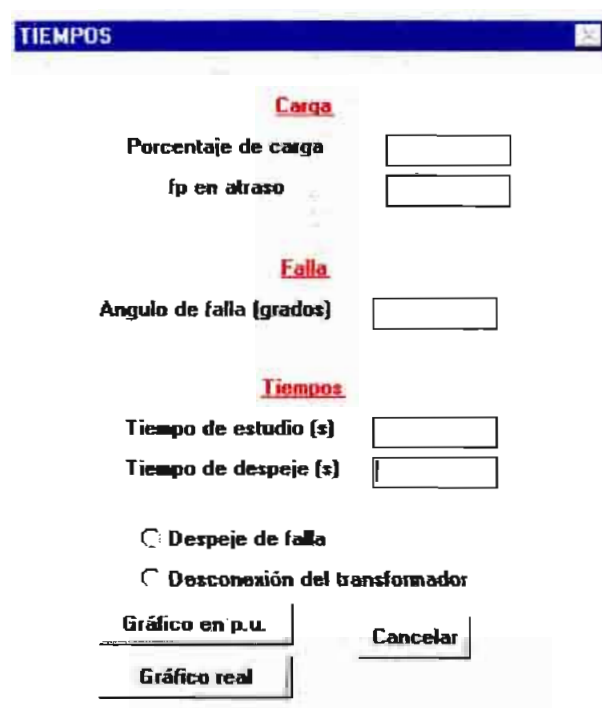
Se determina el tipo de carga, inductica o capacitiva, el porcentaje de carga del transformador, el factor de potencia de la carga y si el gráfico se expresa en valores reales o en por unidad. Presionando "Aceptar" se despliega la siguiente ventana:



Esta ventana sirve para seleccionar la magnitud a graficar. Al presionar "Menú" se activa las siguientes opciones:

- Datos: permite cambiar los parámetros del transformador
- Tiempos: para seleccionar el tiempo de estudio y el ángulo de conexión.
- Imprimir: imprime datos y curvas obtenidas
- Salir: descarga la ventana

FALLA EN LA CARGA:

A screenshot of a software window titled "TIEMPOS". It is divided into three sections: "Carga", "Falla", and "Tiempos".
- Under "Carga": "Porcentaje de carga" and "fp en atraso" each have an input field.
- Under "Falla": "Angulo de falla (grados)" has an input field.
- Under "Tiempos": "Tiempo de estudio (s)" and "Tiempo de despeje (s)" each have an input field.
At the bottom, there are two radio buttons: "Despeje de falla" and "Desconexión del transformador". Below these are two buttons: "Gráfico en p.u." and "Gráfico real". A "Cancelar" button is located at the bottom right.

Se determina el porcentaje de carga y el factor de potencia que tiene el transformador antes de la falla, el ángulo en el cuál se produce la falla, el tiempo de estudio, el tiempo de despeje, y si el gráfico es expresado en valores reales o en por unidad.

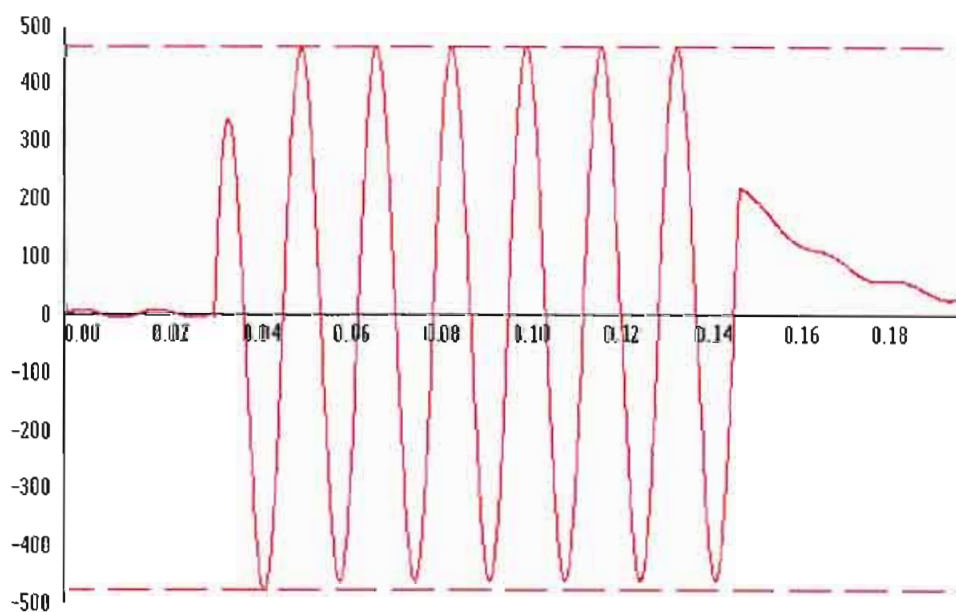
El despeje de la falla puede ser de dos formas:

- Despejando el corto circuito en la carga
- Desconectando el transformador de la red.

Al presionar “**Aceptar**” se despliega en pantalla el gráfico de la corriente primaria de falla.

CORRIENTE PRIMARIA DE FALLA Menú

Corriente primaria de falla (A)



Al presionar “**Menú**” se activan las siguientes opciones:

- **Tiempos:** para seleccionar el tiempo de estudio y el ángulo de conexión.
- **Imprimir:** imprime datos y curvas obtenidas
- **Salir:** descarga la ventana

ANALISIS DE SENSITIVIDAD:

Con este análisis se determina la influencia que tiene sobre el voltaje y la corriente el cambio en la resistencia y reactancia de cortocircuito

TIEMPOS

Tiempo de estudio (s)

Angulo de conexión (grados)

Aceptar

Se ingresa el tiempo de estudio y el ángulo de conexión del transformador a la red. Al presionar “**Aceptar**” se despliega en pantalla:

SENSITIVIDAD

fp en atraso

fp en adelanto

10 100 %Carga

0.1 1 fp

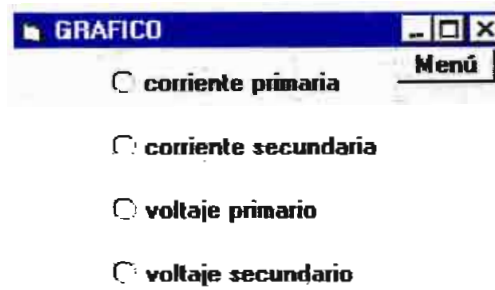
-20 20 % Vp

1 1000 % Rcc

1 1000 % Xcc

Aceptar

El usuario ingresa el porcentaje de carga del transformador, el factor de potencia de la carga, el tipo de carga (inductiva o capacitiva) y el porcentaje de variación de las resistencia y reactancia de corto circuito con respecto a los valores ingresados. Al presionar “**Aceptar**” se despliega la ventana en la cual el usuario selecciona la magnitud a graficar:

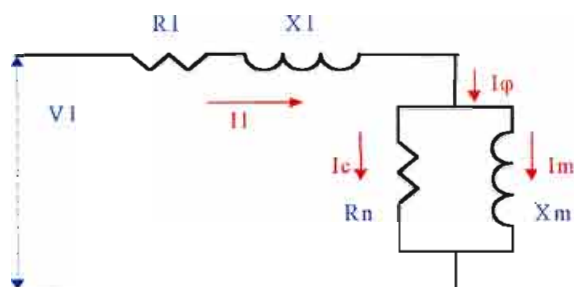


Al presionar Menú se activan las siguientes opciones:

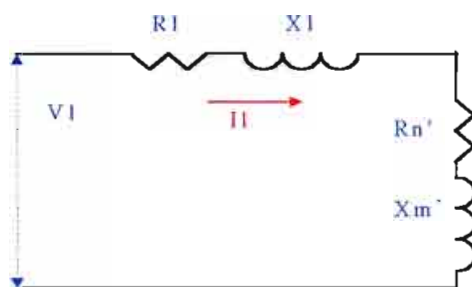
- Datos: permite cambiar los parámetros del transformador
- Tiempos: para seleccionar el tiempo de estudio y el ángulo de conexión.
- Imprimir: imprime datos y curvas obtenidas
- Salir: descarga la ventana

ANEXO 1.1

Resistencia equivalente serie y reactancia equivalente serie del núcleo



a)



b)

a) Circuito equivalente de un transformador con el secundario abierto.

b) Circuito equivalente reducido de un transformador con el secundario abierto

$$Z = X_m \cdot \perp \cdot R_n$$

$$Z = j \cdot \frac{X_m \cdot R_n}{R_n + j \cdot X_m}$$

$$Z = j \cdot \frac{X_m \cdot R_n}{R_n + j \cdot X_m} \cdot \frac{R_n - j \cdot X_m}{R_n - j \cdot X_m}$$

$$Z = j \cdot \frac{X_m \cdot R_n^2}{R_n^2 + X_m^2} + \frac{X_m^2 \cdot R_n}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$Z = R_n' + j \cdot X_m'$$

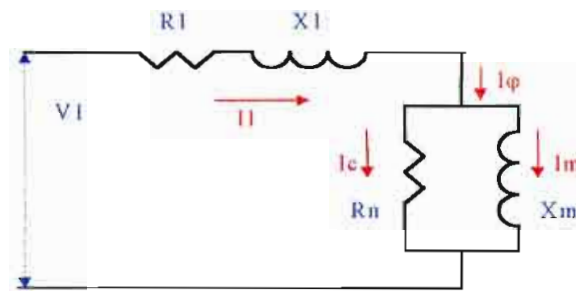
entonces:

$$R_n' = \frac{X_m^2 \cdot R_n}{R_n^2 + X_m^2}$$

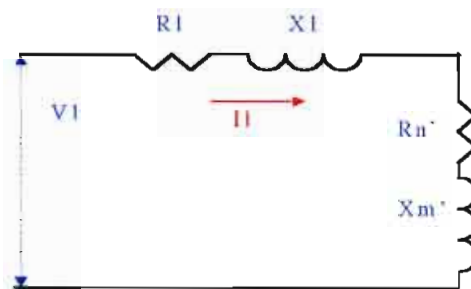
$$X_m' = \frac{X_m \cdot R_n^2}{R_n^2 + X_m^2}$$

ANEXO 1.2

Corriente de excitación, considerando respuesta lineal del núcleo



a)



b)

- Circuito equivalente de un transformador con el secundario abierto.
- Circuito equivalente reducido de un transformador con el secundario abierto

$$R_n' = \frac{X_m^2 \cdot R_n}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$X_m' = \frac{X_m \cdot R_n^2}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$v(t) = V_{\max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = (R_1 + R_n') \cdot i(t) + \left(\frac{X_1 + X_m'}{\omega} \right) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_n'$$

$$L_{eq} = \frac{X_1 + X_m'}{\omega}$$

$$v(t) = L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt} + R_{eq} \cdot i(t)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cdot i = \frac{V_{max}}{L_{eq}} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

SOLUCION HOMOGENEA

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cdot i = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} dt$$

$$i_h(t) = ce^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t}$$

SOLUCION PARTICULAR [2]

$$i_p(t) = K_1 \cos(\omega t + \theta) + K_2 \sin(\omega t + \theta)$$

$$\frac{di}{dt} = -\omega \cdot K_1 \sin(\omega t + \theta) + \omega \cdot K_2 \cos(\omega t + \theta)$$

reemplazando en la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} & -K_1 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \theta) + K_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \theta) + K_1 \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cos(\omega t + \theta) + K_2 \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \sin(\omega t + \theta) = \\ & = \frac{V_{max}}{L_{eq}} \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

De la ecuación diferencial agrupando términos para la función:

$\sin(\omega t + \theta)$:

$$-K_1 \cdot \omega + K_2 \frac{R_{eq}}{L_{eq}} = 0$$

y para la función:

$\cos(\omega t + \theta)$:

$$\omega \cdot K_2 + K_1 \frac{R_{eq}}{L_{eq}} = \frac{V_{max}}{L_{eq}}$$

definiendo :

$$z = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se tiene que:

$$K_2 = \frac{V_{\max} \cdot w \cdot L_{eq}}{z^2}$$

$$K_1 = \frac{V_{\max} \cdot R_{eq}}{z^2}$$

entonces:

$$i_p(t) = \frac{V_{\max} \cdot R_{eq}}{z^2} \cos(\omega t + \theta) + \frac{V_{\max} \cdot w \cdot L_{eq}}{z^2} \sin(\omega t + \theta)$$

Con lo que:

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

$$i(t) = c \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}}t} + \frac{V_{\max} \cdot R_{eq}}{z^2} \cos(\omega t + \theta) + \frac{V_{\max} \cdot w \cdot L_{eq}}{z^2} \sin(\omega t + \theta)$$

Para evaluar la constante c:

$$i(0) = 0$$

$$c = -\frac{V_{\max}}{z^2} (R_{eq} \cdot \cos \theta + w \cdot L_{eq} \cdot \sin \theta)$$

con lo que:

$$i(t) = \frac{V_{\max}}{z} \left[-\left(\frac{R_{eq}}{z} \cos \theta + \frac{w \cdot L_{eq}}{z} \sin \theta \right) \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}}t} + \frac{R_{eq}}{z} \cos(\omega t + \theta) + \frac{w \cdot L_{eq}}{z} \sin(\omega t + \theta) \right]$$

encontrando las funciones trigonométricas:

$$\sin \alpha = \frac{w \cdot L_{eq}}{z}$$

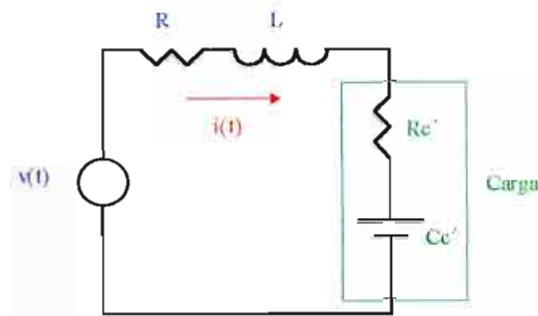
$$\cos \alpha = \frac{R_{eq}}{z}$$

Se tiene:

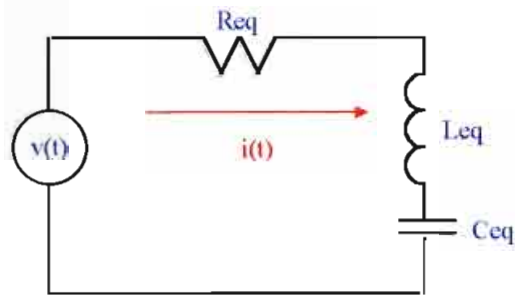
$$i(t) = \frac{V_{\max}}{z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}}t} \right]$$

ANEXO 1.3

Corriente primaria para carga capacitiva, considerando respuesta lineal del núcleo



a)



b)

a) Circuito del transformador con carga capacitiva

b) Circuito equivalente del transformador con carga capacitiva

$$R_{eq} = R + R_{c'}$$

$$L_{eq} = L$$

$$C_{eq} = C_{c'}$$

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = R_{eq} \cdot i(t) + L_{eq} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \int i(t) dt$$

derivando:

$$-\frac{V_{max} \cdot \omega}{L_{eq}} \sin(\omega t + \theta) = \frac{di^2}{dt^2} + \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \frac{di}{dt} + \frac{1}{C_{eq} \cdot L} i$$

SOLUCIÓN HOMOGÉNEA [2]:

$$i_h(t) = A_1 \cdot e^{s_1 t} + A_2 \cdot e^{s_2 t}$$

$$s_1 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} + \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}}}$$

$$s_2 = -\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} - \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{2 \cdot L_{eq}}\right)^2 - \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}}}$$

SOLUCIÓN PARTICULAR [2]:

$$i_p(t) = C_1 \cdot \sin(\omega t + \theta) + C_2 \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$\frac{di_p}{dt} = \omega \cdot C_1 \cdot \cos(\omega t + \theta) - \omega \cdot C_2 \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

$$\frac{di_p^2}{dt^2} = -\omega^2 \cdot C_1 \cdot \sin(\omega t + \theta) - \omega^2 \cdot C_2 \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

reemplazando en la ecuación diferencial y agrupando:

$$\begin{aligned} & \sin(\omega t + \theta) \cdot \left(-\omega^2 \cdot C_1 - \omega \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} C_2 + \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} C_1 \right) \\ & + \cos(\omega t + \theta) \cdot \left(-\omega^2 \cdot C_2 + \omega \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} C_1 + \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} C_2 \right) = \\ & = -\frac{V_{max} \cdot \omega}{L_{eq}} \sin(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

Para la función:

$$\begin{aligned} & \sin(\omega t + \theta): \\ & \left(-\omega^2 \cdot C_1 - \omega \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} C_2 + \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} C_1 \right) = -\frac{V_{max} \cdot \omega}{L_{eq}} \end{aligned}$$

y para la función:

$$\begin{aligned} & \cos(\omega t + \theta): \\ & \left(-\omega^2 \cdot C_2 + \omega \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} C_1 + \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} C_2 \right) = 0 \end{aligned}$$

Con lo que:

$$C2 = \frac{\omega^2 \cdot R_{eq} \cdot V_{max}}{L_{eq}^2} \left(\frac{1}{\left(\frac{\omega \cdot R_{eq}}{L_{eq}} \right)^2 + \left(\omega^2 - \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} \right)^2} \right)$$
$$C1 = C2 \cdot \left(\omega^2 - \frac{1}{C_{eq} \cdot L_{eq}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\frac{\omega \cdot R_{eq}}{L_{eq}}} \right)$$

La corriente primaria es:

$$i(t) = i_b(t) + i_p(t)$$

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + C1 \sin(\omega t + \theta) + C2 \cos(\omega t + \theta)$$

Para calcular las constantes A_1 y A_2 , utilizamos las condiciones iniciales:

$$i(0) = 0$$

$$\frac{di}{dt}(0) = 0$$

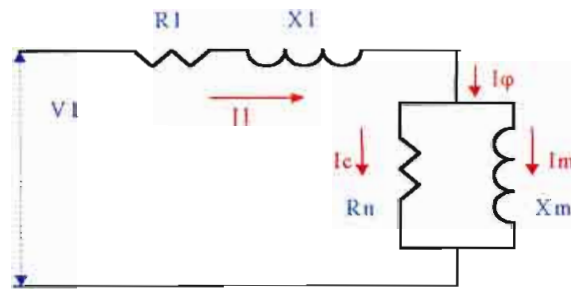
Con lo que:

$$A_2 = \frac{S1 \cdot (C1 \sin \theta + C2 \cos \theta) + C2 \cdot \omega \cdot \sin \theta - C1 \cdot \omega \cdot \cos \theta}{S2 - S1}$$

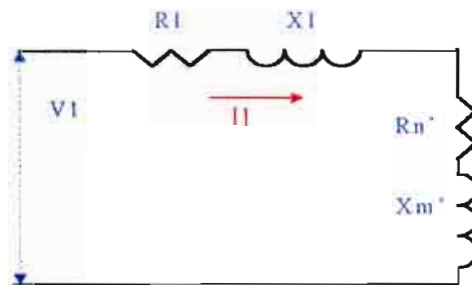
$$A_1 = -(C1 \sin \theta + C2 \cos \theta) - A_2$$

ANEXO 1.4

Flujo mutuo en el transformador



a)



b)

- a) Circuito equivalente de un transformador con el secundario abierto.
 b) Circuito equivalente reducido de un transformador con el secundario abierto

$$R_n' = \frac{X_m^2 \cdot R_n}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$X_m' = \frac{X_m \cdot R_n^2}{R_n^2 + X_m^2}$$

$$v(t) = V_{\max} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = (R_1 + R_n') \cdot i(t) + \left(\frac{X_1 + X_m'}{\omega} \right) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_n'$$

$$L_{eq} = \frac{X_1 + X_m'}{\omega}$$

$$v(t) = L_{eq} \cdot \frac{di(t)}{dt} + R_{eq} \cdot i(t)$$

$$\lambda = \varphi \cdot N = i \cdot L$$

Remplazando en la ecuación de voltaje, se tiene:

$$v(t) = N \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} + \frac{R_{eq} \cdot N}{L_{eq}} \cdot \varphi(t)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} + \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cdot \varphi = \frac{V_{max}}{N} \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

SOLUCION HOMOGENEA

$$\frac{d\varphi}{dt} + \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cdot \varphi = 0$$

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} dt$$

$$\varphi_h(t) = ce^{-\frac{R_{eq}t}{L_{eq}}}$$

SOLUCION PARTICULAR [2]

$$\varphi_p(t) = K_1 \cos(\omega t + \theta) + K_2 \sin(\omega t + \theta)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\omega \cdot K_1 \sin(\omega t + \theta) + \omega \cdot K_2 \cos(\omega t + \theta)$$

remplazando en la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} -K_1 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \theta) + K_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \theta) + K_1 \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \cos(\omega t + \theta) + K_2 \cdot \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \sin(\omega t + \theta) &= \\ = \frac{V_{max}}{N} \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

De la ecuación diferencial agrupando términos para la función:

$\sin(\omega t + \theta)$:

$$-K_1 \cdot \omega + K_2 \frac{R_{eq}}{L_{eq}} = 0$$

y para la función:

$\cos(\omega t + \theta)$:

$$\omega \cdot K_2 + K_1 \frac{R_{eq}}{L_{eq}} = \frac{V_{max}}{N}$$

definiendo :

$$z = \sqrt{R_{eq}^2 + (\omega \cdot L_{eq})^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L_{eq}}{R_{eq}}\right)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se tiene que:

$$K_2 = \frac{V_{max} \cdot \omega \cdot L_{eq}^2}{N \cdot z^2}$$

$$K_1 = \frac{V_{max} \cdot R_{eq} \cdot L_{eq}}{N \cdot z^2}$$

entonces:

$$\varphi_p(t) = \frac{V_{max} \cdot R_{eq} \cdot L_{eq}}{N \cdot z^2} \cos(\omega t + \theta) + \frac{V_{max} \cdot \omega \cdot L_{eq}^2}{N \cdot z^2} \sin(\omega t + \theta)$$

Con lo que:

$$\varphi(t) = \varphi_h(t) + \varphi_p(t)$$

$$\varphi(t) = c \cdot e^{-\frac{R_{eq} t}{L_{eq}}} + \frac{V_{max} \cdot R_{eq} \cdot L_{eq}}{N \cdot z^2} \cos(\omega t + \theta) + \frac{V_{max} \cdot \omega \cdot L_{eq}^2}{N \cdot z^2} \sin(\omega t + \theta)$$

Para evaluar la constante c:

$$\varphi(0) = 0$$

$$c = -\frac{V_{max}}{N \cdot z^2} (R_{eq} \cdot L_{eq} \cdot \cos \theta + \omega \cdot L_{eq}^2 \cdot \sin \theta)$$

con lo que:

$$\varphi(t) = \frac{V_{max} \cdot L_{eq}}{N \cdot z} \left[-\left(\frac{R_{eq}}{z} \cos \theta + \frac{\omega \cdot L_{eq}}{z} \sin \theta \right) \cdot e^{-\frac{R_{eq} t}{L_{eq}}} + \frac{R_{eq}}{z} \cos(\omega t + \theta) + \frac{\omega \cdot L_{eq}}{z} \sin(\omega t + \theta) \right]$$

encontrando las funciones trigonométricas:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{w \cdot L_{eq}}{z}$$

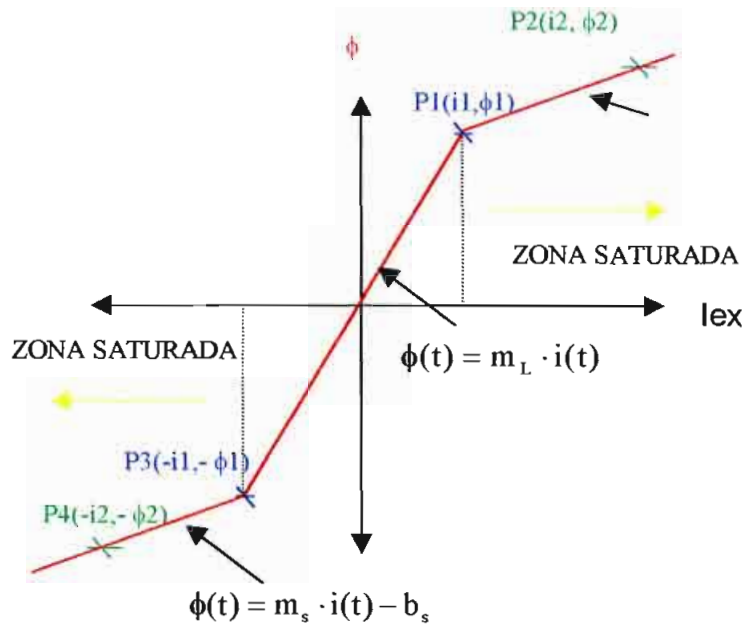
$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\operatorname{Re} q}{z}$$

Se tiene:

$$\varphi(t) = \frac{V_{\max} \cdot L_{eq}}{N \cdot z} \left[\cos(\omega t + \theta - \alpha) - \cos(\theta - \alpha) \cdot e^{-\frac{\operatorname{Re} q}{L_{eq}} t} \right]$$

ANEXO 1.5

Corriente de excitación considerando la saturación del núcleo.



En la región lineal segmento P3-P1:

$$P1(i1, \phi1)$$

$$P3(-i1, -\phi1)$$

Se obtiene la ecuación del segmento de recta:

$$\phi - \phi1 = \frac{-\phi1 - \phi1}{-i1 - i1} (i - i1)$$

$$\phi - \phi1 = \frac{-2\phi1}{-2i1} (i - i1)$$

Con lo que:

$$\phi = \frac{\phi1}{i1} \cdot i$$

entonces la pendiente correspondiente a la región lineal es:

$$m_L = \frac{\phi1}{i1}$$

En la región saturada segmentos P4-P3 y P1-P2 se tiene:

$$P1(i1, \varphi1)$$

$$P2(i2, \varphi2)$$

Se obtiene la ecuación del segmento de recta:

$$\varphi - \varphi1 = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} (i - i1)$$

$$\varphi = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} i - \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} i1 + \varphi1$$

Con lo que:

$$\varphi = m_s \cdot i + b_s$$

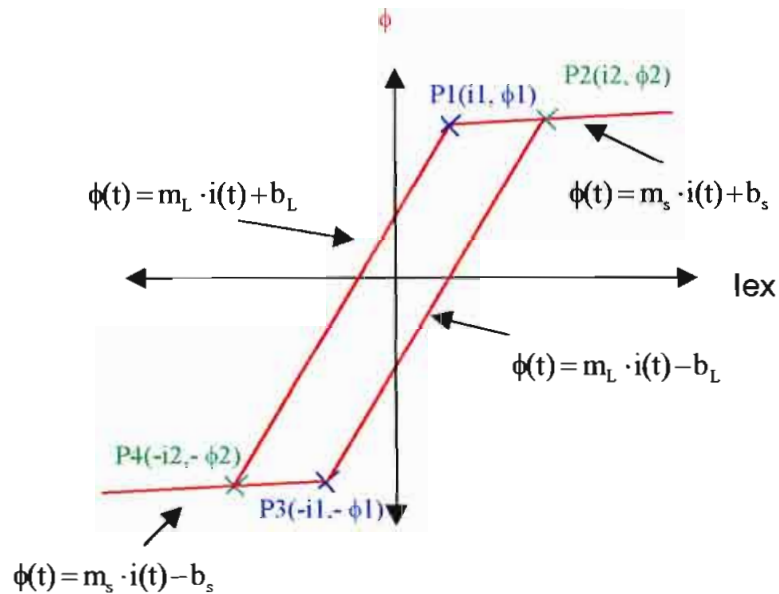
entonces la pendiente correspondiente a la región saturada es:

$$m_s = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1}$$

$$b_s = \varphi1 - m_s \cdot i1$$

ANEXO 1.6

Corriente de excitación considerando la histéresis del núcleo.



En la región lineal segmento P3-P2 y P4-P1:

$$P3(-i1, -\phi1)$$

$$P2(i2, \phi2)$$

Se obtiene la ecuación del segmento de recta:

$$\phi + \phi1 = \frac{\phi2 + \phi1}{i2 + i1} (i + i1)$$

$$\phi = \frac{\phi2 + \phi1}{i2 + i1} i + \frac{\phi2 + \phi1}{i2 + i1} i1 - \phi1$$

Con lo que:

$$\phi = m_L \cdot i + b_L$$

entonces la pendiente correspondiente a la región lineal es:

$$m_L = \frac{\phi2 + \phi1}{i2 + i1}$$

$$b_L = m_L \cdot i1 - \phi1$$

En la región saturada segmentos P4-P3 y P1-P2 se tiene:

$$P1(i1, \varphi1)$$

$$P2(i2, \varphi2)$$

Se obtiene la ecuación del segmento de recta:

$$\varphi - \varphi1 = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} (i - i1)$$

$$\varphi = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} i - \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1} i1 + \varphi1$$

Con lo que:

$$\varphi = m_s \cdot i + b_s$$

entonces la pendiente correspondiente a la región saturada es:

$$m_s = \frac{\varphi2 - \varphi1}{i2 - i1}$$

$$b_s = \varphi1 - m_s \cdot i1$$

CONCLUSIONES

Circuito equivalente

- En el circuito equivalente utilizado se representa al flujo de dispersión como una inductancia en serie con el transformador ideal este criterio es válido debido a que al flujo de dispersión "pasa por el aire" la reluctancia es casi constante debido a que se compone de una reluctancia cuyo camino es el aire y otra cuyo camino es el mismo núcleo que es despreciable frente a la primera. Además la participación del flujo de dispersión en las pérdidas en el hierro del transformador es muy pequeña frente a las que origina el flujo principal que atraviesa el núcleo.
- El circuito T equivalente utilizado en el estudio permite obtener formas de onda de voltaje y corriente que no tienen errores apreciables con respecto a las formas de onda reales de voltaje y corriente para estado permanente. Cuando se tienen corrientes en vacío mayores al 10%, el circuito utilizado debe modificarse, debido a que se introducen errores significativos.
- Tanto para bancos trifásicos como para transformadores trifásicos, bajo cargas equilibradas, se pueden reducir a equivalentes monofásicos que trabajen a voltajes fase neutro sin introducir errores significativos.

Corriente en vacío

- La aplicación de un voltaje senoidal a un transformador crea una fuerza electromotriz senoidal en el núcleo, lo cual origina un flujo magnético senoidal con un defasamiento de 90° con respecto a la fuerza electromotriz, pero debido a la característica no lineal del núcleo se produce una corriente en vacío que mientras se trabaje en la zona lineal presenta una forma senoidal pero si se trabaja en la zona saturada la corriente deja de ser senoidal y adopta la forma de campana.
- Debido a razones económicas se suele diseñar los transformadores para trabajar con valores de inducción magnética (B) en el codo de saturación, por lo tanto la corriente en vacío de los transformadores tiene una forma en campana mas o menos pronunciada, esto dependerá de cuan saturable sea el núcleo.

- Si la corriente en vacío adopta la forma de campana, su análisis armónico indicará una onda fundamental y una tercera armónica como los términos más importantes.
- Según sea el instante en el cual se produce la conexión del transformador a la red, la corriente transitoria de energización tendrá valores máximos o mínimos así, si en el momento de conectar el transformador a la red el voltaje tiene un valor cercano al máximo, la corriente tiene un valor mínimo.
- Cuando el transformador funciona en vacío las pérdidas por efecto Joule son despreciables frente a las pérdidas en el hierro, debido a que la corriente en vacío es pequeña comparada con la corriente nominal del transformador.
- En transformadores trifásicos con núcleo acorazado se produce una asimetría en los circuitos magnéticos debido a que el correspondiente a la columna central es más corto por lo que requiere una menor corriente de excitación.
- En bancos de transformadores trifásicos en estrella en el primario, con conexión del neutro con el del generador, en cada fase para su magnetización requiere una tercera armónica en la corriente en vacío, estas terceras armónicas se encuentran en fase, por lo que por el neutro circulará una corriente de magnitud igual a tres veces la magnitud de cualquiera de sus fases, las ondas fundamentales se anulan en su retorno por el neutro. Debido a que existe un retorno de las terceras armónicas por el hilo neutro se produce una deformación de la onda de voltaje en los generadores, por que existe una caída de voltaje de terceras armónicas en las inductancias y resistencias internas del generador.
- En bancos de transformadores trifásicos en estrella en el primario, sin conexión del neutro con el del generador, no existen terceras armónicas en la corriente en vacío por lo que la onda de flujo mutuo deja de ser senoidal, con lo que las fuerzas electromotrices inducidas en el secundario tampoco serán senoidales, por lo que el transformador se convertirá en un generador de terceros armónicos, produciendo terceras armónicas en los voltajes de fase secundarias, lo que origina que los módulos de las corrientes de fase secundarias no sean equilibrados.

- En el caso de transformadores trifásicos en estrella en el primario, sin conexión del neutro, no existen terceras armónicas en la onda de flujo mutuo, por lo tanto los voltajes de fase no presentan terceros armónicos de gran consideración y no existen desequilibrio en los voltajes de línea en el secundario.
- En transformadores trifásicos con conexión delta en el primario, se produce un camino cerrado para los terceros armónicos, por lo que en las corrientes de línea en vacío de estos transformadores los terceros armónicos no existen aunque si se presentan en las corrientes de fase.
- Con el programa digital se obtiene formas de onda de voltaje y corriente en vacío para transformadores considerando la saturación e histéresis del núcleo, obteniéndose diversas formas y amplitudes de la corriente en vacío, dependiendo del núcleo utilizado ya sea con núcleos ideales, saturados débil y fuertemente, o con lazos de histéresis débiles o fuertes.

Carga

- Debido al bajo valor de la corriente en vacío con respecto a la nominal se desprecia la rama en paralelo del circuito equivalente, sin introducir errores muy grandes, con lo que el transformador se comporta como un elemento lineal incluso si trabaja en la zona de saturación.
- Con el programa implementado se obtienen formas de onda de voltaje y corriente primarias y secundarias para diversos tipos de carga y con diferentes factores de potencia lo que permite visualizar el defasaje que existe entre voltaje y corriente dependiendo del tipo de carga. Además para transformadores trifásicos se puede visualizar el defasaje entre voltajes y corrientes primarias y secundarias debido al tipo de conexión adaptada para el transformador.

Falla

- Para reducir las corrientes de fallas el transformador debe tener una impedancia de cortocircuito elevada, pero se produce una caída de voltaje en el transformador alta. Por lo que la impedancia de corto circuito *del transformador* es el resultado de la consideración de ambas condiciones.

- Con el programa implementado se puede determinar las corrientes en estado estable, y transitorias de falla analizando la influencia que tiene la carga conectado antes de la falla, el ángulo en el cual se produce la falla y el tipo de despeje.
- De las pruebas realizadas tanto para transformadores monofásicos como transformadores trifásicos, el programa permite la simulación en diferentes condiciones de operación obteniendo formas de onda muy cercanas a la realidad y cuyos valores no difieren en un gran porcentaje, por lo que el programa resulta útil para la simulación de transformadores en vacío, carga y falla en la carga.
- Se espera que el programa implementado sea utilizado como una herramienta en el estudio de transformadores monofásicos y trifásicos, para el análisis y estudio de las corrientes en vacío al utilizar diferentes tipos de núcleos, de las corrientes primarias y secundarias al utilizar diferentes tipos de carga, y en el análisis de falla en la carga de transformadores.

RECOMENDACIONES

- Modelar la curva de magnetización del transformador utilizando más rectas o curvas canónicas.
- Analizar las corrientes en vacío en transformadores trifásicos en conexiones estrella sin conectar el neutro del transformador al neutro del generador.
- Analizar al transformador con carga introduciendo la rama en paralelo en el circuito equivalente y considerando la no linealidad del hierro.
- Analizar al transformador con sobrecarga considerando el efecto de la saturación para observar la deformación de los voltajes y corrientes secundarias.
- Analizar los transformadores trifásicos en sistemas desbalanceados.
- Analizar fallas asimétricas en la carga de transformadores trifásicos.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- FITZGERALD A.E., Máquinas eléctricas, quinta edición, México, 1992.
- 2.- POVEDA Mentor, Corrientes transitorias de magnetización, Tesis, 1971.
- 3.- ROSERO Patricio, Apuntes de Sistemas Lineales. Escuela Politécnica Nacional.
- 4.- RAS Enrique, Transformadores de potencia de medida y de protección, séptima edición, Ediciones Alfa Omega, México, 1991.
- 5.- ENRIQUEZ HARPER Gilberto, Curso de Transformadores y motores de inducción, segunda edición, Editorial Limusa, México, 1977.
- 6.- FERNANDEZ e.d., Circuitos magnéticos y transformadores, Tomo II, Reverté, Barcelona, 1965.
- 7.- KOSTENKO M., Máquinas eléctricas, Tomo II, Editorial Barcelona, Monterrey, 1979.
- 8.- KRAUSE Paúl, Analysis of electric Machinery.
- 9.- ABB, Protective relaying theory and applications, ELMORE Walter e.d., México, 1994.
- 10.- GEC Measurements, Protective relays applications guide, Inglaterra, 1975.
- 11.- IEEE, Protective relaying for Power Systems, HOROWITZ Stanley e.d., SONNEMANN WK, Magnetizing inrush phenomena in transformer Banks, EEUU, 1980.

- 12.- IEEE Transactions on industry applications, GREENE David, Nonlinear Modeling of transformer, Vol 24 No 3, May/June, 1988.
- 13.- RUALES Luis, Simulación de transformadores, Tesis, Agosto, 1978.
- 14.- ORELLANA Alex, Armónicas en transformadores, Tesis, 1994
- 15.- INEN, Norma Técnica Ecuatoriana NTE INEN 2 113:98, Transformadores. Determinación de pérdidas y corrientes sin carga, primera edición.
- 16.- INEN, Norma Técnica Ecuatoriana NTE INEN 2 114:98, Transformadores monofásicos. Valores de corriente sin carga, pérdidas y voltaje de cortocircuito, primera edición.
- 17.- INEN, Norma Técnica Ecuatoriana NTE INEN 2 115:98, Transformadores trifásicos. Valores de corriente sin carga, pérdidas y voltaje de cortocircuito, primera edición.
- 18.- INEN, Norma Técnica Ecuatoriana NTE INEN 2 116:98, Transformadores. Impedancias y pérdidas con carga, primera edición.
- 19.- SALAZAR Luis, Ingeniería Eléctrica experimental, Editorial Marcombo, Barcelona, 1973.
- 20.- ECUATRAN S.A., Transformadores monofásicos y trifásicos de distribución sumergidos en aceite, Catálogo.
- 21.- SIEMENS, Transformadores de potencia y distribución, Catálogo de productos.
- 22.- WAGNER, Distribution transformers , catálogo TU – 220C.

- 23.- TURAN GONEN, Electric Power distribution System engineering, editorial Mc Graw Hill, EEUU, 1986.
- 24.- AEG, AEG Manual para instalaciones eléctricas de alumbrado y fuerza motriz.
- 25.- WESTINGHOUSE, Distribution System by electric utility engineers of the Westinghouse Electric Corporation, Pennsylvania, 1965.
- 26.- WESTINGHOUSE, Electrical Transmission and Distribution, referece Book by Central Station Engineers, Pennsylvania, 1964.
- 27.- CAMARENA Pedro, Transformadores eléctricos industriales reparación, diseño y construcción, segunda edición, Editorial Continental, México, 1974.
- 28.- KREYSZING Erwin, Matemáticas superiores para ingeniería, Editorial Limusa, México, 1982.
- 29.- SPIEGEL Murray, Teoría y problemas de Matemática Superiores, Schaum Serie de Compendios, México, 1971.
- 30.- DEMIDOVICH, Problemas y ejercicios de análisis matemáticos, Moscú, 1984.
- 31.- BLUME L.F., Transformer engineer, New York, 1984.